

Cointegração e previsibilidade de abordagens VECM para o Ibovespa

Marcos Vinicius Lopes Pereira[†]

Leonardo Carneiro de Araújo[‡]

Robert Aldo Iquiapaza^{*}

Resumo A presente pesquisa compara modelos multivariados aplicados à análise da série temporal do Ibovespa. Variáveis macroeconômicas, commodities e índices de mercado como regressores sugeridos pela literatura. A abordagem escolhida faz uso do modelo vetor de correção de erros (VECM) em conjunto com testes de raiz unitária e cointegração, robustos à heteroscedasticidade. O impacto de turbulências econômicas, nacionais e internacionais, foi controlado em função dos ciclos recessivos no Brasil e nos Estados Unidos e do período eleitoral brasileiro. Em geral, os modelos avaliados não conseguiram atender aos pressupostos da estimação, possuem baixo poder explicativo e não apresentaram relação significativa entre o Ibovespa e variáveis dependentes. Entretanto, foram observados indícios de que relações de longo prazo possam existir sem que isso implique em acurácia preditiva no curto prazo.

Palavras-chave: Cointegração; VECM; Causalidade Granger; Ibovespa.

Código JEL: C32, C51, C52, E44.

Abstract The present research compares multivariate models applied to the IBOVESPA time series analysis. Macroeconomic variables, commodities and market indices are regressors suggested by the literature. The chosen approach uses a vector error correction model (VECM) alongside unit root and cointegration tests, robust under heteroskedasticity. The impact of national and international economic instability was controlled. To accomplish this, recessive cycles, in Brazil or in the United States, and the Brazilian electoral period were taken into account. In general, the evaluated models failed to meet the estimation's assumptions, have low explanatory power and do not present significant relationship between IBOVESPA and dependent variables. However, evidence indicates that long-term relationships could exist, although this may not imply accuracy in short-term predictions.

Keywords: Cointegration; VECM; Granger causality; IBOVESPA.

JEL Code: C32, C51, C52, E44.

1. Introdução

A importância de se realizar uma previsão, a partir dos determinantes dinâmicos de um dado fenômeno, está vinculada com o interesse de se obter

Submitted on November 16, 2019. Revised on July 3rd, 2020. Accepted on July 7, 2020. Published online in July 2020. Editor in charge: Marcelo Fernandes.

[†]Universidade Federal de São João del-Rei, Brazil: marcos.vinicius@ufsj.edu.br

[‡]Universidade Federal de São João del-Rei, Brazil: leolca@ufsj.edu.br

^{*}Universidade Federal de Minas Gerais, Brazil: riquiapaza@face.ufmg.br

elementos que permitam tomar ações corretivas e/ou preventivas de modo a tentar amplificar impactos desejados e a atenuar os indesejados nas variáveis previstas. O estudo e aplicação de previsões é comum em campos científicos relativos a Finanças e Economia, especialmente quando o tema abordado refere-se ao mercado financeiro. A análise, modelagem e consequente previsão de índices de capitalização do mercado, como o Ibovespa, pode indicar direções para propiciar seu crescimento além de validar teorias que descrevam seu funcionamento.

Para se estabelecer uma ciência sobre o estudo do comportamento do mercado de ações é necessário criar um arcabouço teórico, sistematizado, de forma a ser possível realizar análises e obter previsões sobre o seu comportamento. Neste sentido, devemos anteriormente esclarecer que estamos lidando com processos estocásticos e portanto tais análises e previsões são de caráter estatístico, ou seja, o comportamento médio observado ou esperado. O interesse em analisar modelos preditivos no mercado de ações visa compreender até que ponto as hipóteses subjacentes, por eles levantadas, se sustentam quando confrontadas com uma análise empírica dos dados. A validação ou não de tais hipóteses permitem o estabelecimento de sistematizações teóricas que fundamentem uma ciência da econometria.

A modelagem paramétrica, utilizada para fins de previsão, apresenta flexibilidade na escolha do tipo de estrutura do modelo, das variáveis envolvidas e dos métodos de estimação. Entretanto, tem-se dificuldades relativas à quantidade e significância dos parâmetros, à garantia dos pressupostos dos métodos de estimação, ao poder explicativo do modelo e à capacidade preditiva em testes fora-da-amostra.

O objetivo geral é determinar se existe relação entre variáveis macroeconômicas e financeiras com a evolução da série temporal do índice Bovespa (Ibovespa). Como objetivos específicos ou secundários serão avaliadas as propriedades estatísticas e capacidade preditiva de modelos; e analisar se existe relação de longo prazo, curto prazo ou ambas, considerando variáveis propostas na literatura. O enfoque será dado na verificação dos pressupostos da etapa de estimação e ao desempenho preditivo dos modelos. A abordagem escolhida emprega o uso de um modelo autorregressivo multivariado, denominado modelo vetor de correção de erros, do inglês *Vector Error Correction Model* (VECM) (Granger, 1981; Hendry, 1986; Granger, 1986; Engle e Granger, 1987). Utilizam-se, para tal modelagem, variáveis macroeconômicas, *commodities* e índices de mercado sugeridos pela literatura (Grôppo, 2004; Pimenta Júnior e Higuchi, 2008; da Silva Junior et al., 2011; da Silva Coronel, 2012; Vartanian, 2012; Passos et al., 2013).

É importante ressaltar que, no contexto do VECM, tem-se que os resul-

tados terão seu alicerce em testes de raiz unitária. Entretanto, é sabido que os efeitos de heteroscedasticidade condicional tendem a gerar rejeição exagerada em testes de raiz unitária (Kim e Schmidt, 1993) e a enfraquecer as relações de cointegração (Wong et al., 2005). A fim de tentar minimizar tais problemas optou-se pela utilização de testes de raiz unitária e cointegração baseados em técnicas de *wild bootstrap* (Cavaliere e Taylor, 2009; Cavaliere et al., 2014).

Dentre as variáveis sugeridas para a modelagem do Ibovespa escolheu-se: o risco Brasil, a taxa de câmbio do Dólar, a taxa de juros Selic, índices de inflação brasileira, o índice de produção industrial, o preço internacional do petróleo, índices do mercado norte-americano e um índice internacional de *commodities*. Adicionalmente, como inovação, foi avaliada a influência do preço de contratos futuros do Ouro. Justifica-se a escolha do Ouro por não ter sido utilizado anteriormente, nesse mesmo contexto, e em função de ser uma das *commodities* mais negociadas na bolsa de Nova Iorque (CME Group, 2018). Hauptfleisch et al. trazem evidências de que a bolsa de Nova Iorque define o preço internacional do ouro, mesmo não sendo o maior mercado em volume de transações. Além disso, o impacto de turbulências econômicas, nacionais e internacionais, foi controlado com o auxílio de variáveis *dummies* exógenas: ciclos recessivos no Brasil e nos Estados Unidos e período eleitoral brasileiro.

Ao se tratar de mercados financeiros tem-se a hipótese de mercado eficiente, do inglês *Efficient Market Hypothesis* (EMH) (Fama, 1970, 1991). De acordo com a EMH, a previsibilidade de séries de preços do mercado de ações não é possível a partir de dados históricos. Segundo Granger (1986), características presentes em séries temporais, como por exemplo a cointegração, são descartadas em cenários relativos à EMH. A utilização da abordagem VECM pressupõe presença de cointegração entre as séries temporais que serão modeladas. A cointegração é uma propriedade relativa à uma coleção de séries temporais que são integradas de ordem d , ou $I(d)$, e possuem uma combinação linear que gere outra série com ordem de integração inferior a d . O posicionamento de Granger (1986) induz à conclusão de que a existência de cointegração, em um mercado especulativo, possa gerar oportunidades de arbitragem. Granger (1988), posteriormente, explica que ao olhar literalmente os conceitos tem-se que a cointegração é relacionada ao equilíbrio de longo prazo, ao passo que a causalidade na média, é relacionada à previsão de curto prazo. Portanto, para um par de séries ter um equilíbrio atingível, deve haver alguma causalidade entre elas para fornecer a dinâmica necessária. Entretanto, trabalhos como os de Campbell e Shiller (1987), Johansen e Swensen (1999), Sweeney (2003) e Dwyer Jr e Wallace (1992) argumentam

que a cointegração é condizente com a eficiência e expectativas racionais.

Ao considerar-se a perspectiva do mercado brasileiro e o contexto de possíveis conflitos entre eficiência de mercado e cointegração/causalidade, além de suas implicações, é que a contribuição deste trabalho se insere. É realizado um comparativo entre modelos quanto à sua capacidade de atender pressupostos relativos às características presentes nos resíduos (ausência de autocorrelação, normalidade e homoscedasticidade), quanto à presença ou não de cointegração entre as variáveis escolhidas, quanto ao poder explicativo do modelo ou até mesmo se as relações entre as variáveis indicam capacidade preditiva.

Foi verificado que, em geral, os modelos avaliados não conseguiram atender aos pressupostos, possuem baixo poder explicativo e não apresentaram relação significativa entre o Ibovespa e as variáveis dependentes. Tal constatação não contradiz a EMH, entretanto, foram identificadas relações de longo prazo (cointegração) entre o Ibovespa e as variáveis dependentes quando o processo de estimação é auxiliado por informações oriundas de ciclos recessivos e do período eleitoral brasileiro. São observados indícios de que relações de longo prazo possam existir sem necessariamente violar a EMH pois não foi detectada capacidade preditiva fora da amostra, no curto prazo, para nenhum dos modelos testados apesar disso ocorrer dentro da amostra para 1 ou 2 meses à frente. Os resultados estão de acordo com a coexistência da EMH e séries cointegradas como pode ser verificado em outros trabalhos empíricos da literatura (Sohel Azad, 2009; Narayan et al., 2010; Ohemeng et al., 2016). Na literatura, verifica-se que a presença de cointegração, em séries do mercado financeiro, não implica em previsibilidade de preços ou mesmo em oportunidades de arbitragem. Contudo, são identificadas interferências das relações de longo prazo sobre a diversificação de portfólios (Byers e Peel, 1993; Allen e Macdonald, 1995; Smith, 2002; Lucey e Tully, 2006; D'Ecclesia e Costantini, 2006; Nogueira e Lamounier, 2008).

Este artigo é organizado da seguinte maneira: Seção 2 apresenta a fundamentação teórica e trabalhos relacionados. A metodologia adotada, referente à proposta de modelagem, à amostra e variáveis escolhidas, aos testes de diagnóstico e às análises associadas são descritos na Seção 3. Os resultados empíricos provenientes dos testes de diagnóstico e das análises que foram obtidas são expostos na Seção 4. Finalmente, as conclusões, limitações e propostas de continuidade são expostas na Seção 5.

2. Referencial teórico

O foco da presente seção é o de revisitar trabalhos que tenham utilizado modelos multivariados de séries temporais relativos a índices de mercado similares ao Ibovespa. Inicialmente será dada atenção, de caráter introdutório,

à modelagens relativas ao processo de formação de preços no mercado de ações (precificação) e as possíveis associações com modelos de séries temporais. Após isso, serão revisitados trabalhos que se utilizaram de modelos de vetores autorregressivos (VAR), originalmente propostos por Sims (1980), e de vetor de correção de erros (VECM) com aplicações internacionais e nacionais. Ao final serão apresentadas discussões relativas aos efeitos da cointegração em mercados especulativos e quais os seus impactos detectados em relação à eficiência de mercado.

2.1 Modelagem da formação de preços

Dentro do contexto de formação de preços (ou retornos) no mercado de ações, tem-se uma corrente de pesquisa que considera o pressuposto de que retornos de ativos financeiros sejam oriundos de um processo estocástico (“jogo justo”) e conseqüentemente os preços devem seguir um passeio aleatório, do inglês *Random Walk* (RW) (Bachelier, 1900; Fama, 1965b,a; Samuelson, 1965). Tem-se nessa teoria um dos fundamentos para a construção da hipótese de mercado eficiente, do inglês *Efficient Market Hypothesis* (EMH). A EMH foi proposta por Fama (1970, 1991) e em sua essência considera que os preços dos ativos financeiros, em qualquer ponto no tempo, “refletem plenamente” as informações disponíveis. A EMH, em sua “forma fraca”, pressupõe que o subconjunto de informações presentes nos históricos de preços e nas seqüências dos retornos já estejam precificados. Entretanto, posteriormente, Fama (1991) considera que a previsibilidade de retornos esperados não viola a EMH. Fama e French (1993, 2015) associam a existência de previsibilidade de retornos esperados a fatores de risco. Como o presente artigo não pretende recapitular a EMH, recomenda-se a leitura de Dimson e Mussavian (1998) que resumem os principais trabalhos vinculados com a EMH, de forma a apresentar o contexto de surgimento da teoria, as evidências e contra-evidências encontradas na literatura.

Nesse contexto de formação de preços, o modelo fatorial proposto por Ross (1976) criou uma vertente que, conforme apontado por Elton e Gruber (2018), pode ser categorizada quanto à forma de obtenção desses fatores: (i) Análise fatorial ou de componentes principais (Roll e Ross, 1980); (ii) Conjunto de portfólios bem diversificados (Sharpe, 1982; Fama e French, 1993; Carhart, 1997; Fama e French, 2015). (iii) Influências macroeconômicas (Chen et al., 1986; Chen, 1991; Lee, 1992);

A categoria de modelos fatoriais que utilizam portfólios diversificados, não abordada neste trabalho, possui um enfoque de precificação baseada em fatores de risco, como as apresentadas por Fama e French (1993) e Carhart (1997). Tais alternativas buscam explicar os retornos a partir de informações

provenientes do próprio mercado. Trabalhos com tal orientação, voltados ao contexto nacional, são realizados por [Rogers e Securato \(2009\)](#), [Machado e Medeiros \(2011\)](#) e [dos Santos et al. \(2012\)](#).

Quando às abordagens que buscam relacionar forças ou fatores macroeconômicos que possam influenciar a precificação de ativos tem-se como base os trabalhos de [Chan et al. \(1985\)](#) e [Chen et al. \(1986\)](#). Apesar dos autores não considerarem a dinâmica do sistema, tornou-se referência base para os trabalhos subsequentes que envolveram modelos de séries temporais que utilizam fatores macroeconômicos. [Shanken e Weinstein \(2006\)](#), ao revisitarem [Chan et al. \(1985\)](#) e [Chen et al. \(1986\)](#), chamam atenção para o fato de terem encontrado resultados distintos com uma sutil mudança metodológica na construção dos fatores.

2.2 Modelos de vetores autorregressivos com variáveis macroeconômicas

A aplicação de modelos de vetores autorregressivos (VAR), relativos a movimentos de preços, tem sido feita em cenários onde não foi detectada ou mesmo desconsiderada a presença de cointegração.

[Lee \(1992\)](#) utiliza a abordagem VAR a fim de relacionar retornos de ações, taxas de juros, inflação e produção industrial. Os resultados não garantiram uma relação confiável voltada à propósitos de previsão no que se refere à parte do modelo relativa às ações. [Bjørnland e Leitemo \(2009\)](#) utilizam um VAR estrutural com variáveis similares às escolhidas por [Lee \(1992\)](#) com a adição de informações relativas a *commodities*. [Bjørnland e Leitemo \(2009\)](#) argumentam que existe uma relação simultânea entre o mercado de ações a política monetária.

2.2.1 Modelos de vetor de correção de erros com variáveis macroeconômicas

Em situações nas quais se deseja detectar a presença de relações de equilíbrio de longo prazo em conjunto com relações de curto prazo tem-se que é usual a utilização de modelos de vetor de correção de erros (VECM). A cointegração e a causalidade entre o mercado de ações e variáveis macroeconômicas podem ser distintas em função do país avaliado.

[Mukherjee e Naka \(1995\)](#) identificam que o mercado japonês é cointegrado com um grupo de sete variáveis macroeconômicas, corroborando a existência de relações de equilíbrio de longo prazo. Além disso, é constatado, para o contexto avaliado, que os modelos VECM utilizados possuíam capacidade preditiva superior aos modelos VAR.

Para o caso sul-coreano, [Kwon e Shin \(1999\)](#) sugerem uma maior sensibilidade do mercado a atividades do comércio internacional do que em relação à inflação ou às taxas de juros.

[Maysami e Koh \(2000\)](#) identificam relações de equilíbrio de longo prazo para o mercado de ações de Singapura, verificam que tal mercado é sensível a taxas de juros, além disso, os autores concluíram que existe uma relação significativa e positiva de cointegração com mercados de ações do Japão e dos Estados Unidos.

[Nieh e Lee \(2001\)](#) não encontram relações de longo prazo significativas entre o mercado de ações e taxas de câmbio para os países do G-7, já algumas relações de curto prazo demonstraram poder preditivo de um dia em casos de ativos e países específicos.

[Ansotegui e Esteban \(2002\)](#) voltam suas análises para o mercado espanhol, seus respectivos fatores macroeconômicos e incluem discriminações de períodos de crise. Os autores conseguem identificar a existência de cointegração e, ao utilizar o modelo VECM para criar uma metodologia de investimento, obtiveram desempenho ligeiramente superior ao da estratégia ingênua.

[Shahbaz et al. \(2015\)](#) exploram os determinantes econômicos do desenvolvimento do mercado de ações paquistanês e encontram uma relação inversa, contrária à esperada, entre abertura econômica e capitalização do mercado.

Outra fonte possível de cointegração pode ser verificada entre o mercado de *commodities* e mercados de ações de países que sejam dependentes desses ativos ou até mesmo analisando-se os impactos de algumas delas, como ouro e petróleo, em indicadores macroeconômicos como inflação, por exemplo. [Dooley et al. \(1995\)](#) avaliam e destacam o poder explicativo dos movimentos de preço do ouro, considerado como “ativo sem país”, sobre a modelagem de taxas de câmbio em conjunto com outras variáveis macroeconômicas.

[Miller e Ratti \(2009\)](#) encontram uma relação de longo prazo entre os mercados de ações de países desenvolvidos e o preço internacional do petróleo, entretanto, verificam que essa relação tem se enfraquecido quando se compara períodos pré e pós 1999.

Ao considerar que o petróleo e o ouro são os representantes principais do mercado de *commodities*, [Zhang e Wei \(2010\)](#) conduzem uma análise que verificam a existência de relações de longo prazo entre tais ativos possivelmente influenciada por fatores em comum e, além disso, identificam causalidade Granger dos retornos do petróleo sobre os retornos do ouro.

[Wang et al. \(2011\)](#) exploram a habilidade de proteção (*hedge*) do ouro em relação à inflação para o Japão e os Estados Unidos e concluem que em regimes específicos tal proteção não é efetivada. [Kanjalal e Ghosh \(2017\)](#)

realizam análises similares às apresentadas Wang et al. (2011) segmentando as variáveis em dois regimes, entretanto é identificado que o movimento no preço do petróleo impacta o preço do ouro em ambos os regimes e o preço do ouro impacta o preço do petróleo apenas no regime extremo. Adicionalmente, Kanjilal e Ghosh (2017) sugerem que existem oportunidades de arbitragem no regime extremo.

2.2.2 Modelos VAR/VECM aplicados ao mercado acionário brasileiro

Foram selecionados trabalhos que tiveram foco na modelagem e análise multivariada (VAR ou VECM) do Ibovespa utilizando-se fatores macroeconômicos. As variáveis utilizadas nos trabalhos revisados nesta subseção podem ser verificadas na Tabela 2.

Para as pesquisas que utilizaram o modelo VAR, destacam-se:

- a) Nunes et al. (2005) adicionam variáveis *dummies* para representar as crises asiática (Nov/1997), russa (Set/1998), mudança de regime cambial (Jan/1999), bem como o efeito das eleições de 2002 (Abr/2002 a Nov/2002). Pela decomposição da variância foi obtido que a maior parte da variação dos retornos do Ibovespa (em termos reais) é explicada por choques nele próprio ($\approx 91\%$), em segundo lugar por choques oriundos da inflação ($\approx 5\%$) e a que menos contribuiu foram os choques provenientes dos retornos da taxa de câmbio do dólar em termos reais ($\approx 0,7\%$);
- b) Pimenta Júnior e Scherma (2005) avaliam a relação entre Ibovespa e o Dólar (taxa de câmbio) por meio de um modelo VAR bivariado em que choques no Dólar representaram menos de $0,02\%$ da variância do erro de previsão do Ibovespa. Além disso, foram encontrados indícios de causalidade Granger do Ibovespa sobre o Dólar;
- c) Pimenta Júnior e Higuchi (2008) incorporam informações de inflação e taxa SELIC ao modelo de Pimenta Júnior e Scherma (2005) e nesse novo cenário não foram detectadas relações de causalidade Granger entre as variáveis escolhidas. Além disso, a partir da decomposição da variância, verifica-se que a variação dos retornos do Ibovespa, causada por choques do Ibovespa, é de $\approx 95,4\%$; em segundo lugar por choques no Dólar ($\approx 3,3\%$) e a que menos contribuiu foi a relativa a choques oriundos da taxa SELIC ($\approx 0,4\%$);
- d) da Silva Junior et al. (2011) não detectam relações de causalidade Granger entre as variáveis escolhidas (PIB, Dólar, Selic e IGP-M) e o Ibovespa. Além disso, a partir da decomposição da variância do Ibo-

vespa, verifica-se a contribuição dos choques provenientes do Ibovespa ($\approx 80,9\%$), em segundo lugar a contribuição relativa a choques no Dólar ($\approx 13,6\%$) e a que menos contribuiu foram os choques referentes ao PIB ($\approx 0,25\%$);

- e) **Vartanian (2012)** testa a presença de cointegração entre suas variáveis escolhidas (índice de *commodities*, índice Dow Jones, Dólar e Ibovespa) e não encontra tais indícios. Foi incluída uma variável *dummy* para representar incertezas eleitorais e de futuras políticas econômicas (Jun/2002 a Mai/2003) e outra para representar a crise do *subprime* e seus reflexos no Brasil (Abr/2007 a Fev/2009). Além disso, a partir da decomposição da variância do Ibovespa, verifica-se a contribuição dos choques no Ibovespa ($\approx 47,4\%$), em segundo lugar a relativa a choques no índice Dow Jones ($\approx 30,8\%$) e a que menos contribuiu foi a referente a choques no Dólar ($\approx 4,9\%$);
- f) **Passos et al. (2013)** testam mas não identificam a presença de cointegração entre o Ibovespa e os índices de mercado norte-americanos, além disso os autores segmentam a amostra e detectam causalidade Granger em períodos específicos para índices de bolsas dos Estados Unidos em relação ao Ibovespa. Para um período específico a decomposição da variância do Ibovespa apontou contribuição de choques no próprio Ibovespa ($\approx 66,7\%$), em segundo lugar os choques referentes ao índice Nasdaq ($\approx 32,5\%$) e o que menos contribuiu foram os choques relativos ao índice S&P500 ($\approx 0,2\%$);

Para as pesquisas que utilizaram o modelo VECM e identificam relações de cointegração entre as variáveis escolhidas, destacam-se:

- a) **Grôppo (2004)** obtêm a decomposição da variância do erro de previsão do Ibovespa que indicou a maior parte como sendo proveniente de choques na taxa SELIC ($\approx 47\%$), em segundo lugar em choques no próprio Ibovespa ($\approx 42\%$) e a que menos contribuiu foram os choques no índice de produção física industrial ($\approx 0,8\%$);
- b) **da Silva e Coronel (2012)** adicionam variáveis *dummy* para a mudança do regime cambial (Jan/1999 em diante), para as eleições de 2002 (Abr/2002 a Nov/2002) e para a crise do *subprime* (Out/2002 a Abr/2009). A decomposição da variância indicou que a maior parte do erro de previsão dos retornos do Ibovespa foram provenientes de choques nele próprio ($\approx 90,5\%$), em segundo lugar em choques no risco-país e ($\approx 4,7\%$) e a que menos contribuiu foram os choques relativos ao índice de produção industrial ($\approx 0,08\%$).

Dado o contexto nacional, destaca-se a aparente incapacidade, detectada na literatura, dos índices de produção industrial, ou mesmo do PIB, de influenciar os retornos do mercado de ações brasileiro. A inclusão de variáveis *dummy* coincide, em geral, com a mudança de regime cambial brasileiro, com as eleições presidenciais brasileiras de 2002 e com a crise norte-americana de 2008 variando-se a duração de algumas delas em função da argumentação específica de cada pesquisa. Além dessas observações, verificou-se que, na maioria dos casos, a variância do erro de previsão dos retornos do Ibovespa é melhor explicada por choques nele próprio.

2.3 Cointegração versus eficiência

A cointegração é uma propriedade relativa à uma coleção de séries temporais que são integradas de ordem d , ou $I(d)$, e possuem uma combinação linear que gere outra série com ordem de integração inferior a d . A respeito de séries provenientes do mercado financeiro, Granger (1986) argumenta que

(v) Se x_t, y_t são $I(1)$ e cointegradas, então deve existir causalidade Granger em pelo menos uma direção, pois uma variável pode ajudar a prever a outra. (...) (vi) Se x_t, y_t são um par de preços oriundos de um mercado especulativo, conjuntamente eficiente, então eles não podem ser cointegrados. Isso decorre diretamente de (v) como se os dois preços fossem cointegrados, um pode ser usado para ajudar a prever o outro e isto poderia contradizer a suposição de mercado eficiente. (p. 218)

O posicionamento de Granger (1986) induz à conclusão de que a existência de cointegração, em um mercado especulativo, possa gerar oportunidades de arbitragem. Granger (1988), posteriormente, explica que ao olhar literalmente os conceitos tem-se que a cointegração é relacionada ao equilíbrio de longo prazo, ao passo que a causalidade na média, é relacionada à previsão de curto prazo. Ou seja, para um par de séries ter um equilíbrio atingível, deve haver alguma causalidade entre elas para fornecer a dinâmica necessária. Além disso, atenção é requerida em certos casos, quando ocorre omissão de variáveis, pois pode surgir a identificação de causalidade de Granger espúria (Granger, 1969, p. 429; Maddala e Kim, 1998, Seção 5.9.2; Bueno, 2015, p. 260-261).

Em um contexto voltado à avaliação de retornos anormais ou ineficiências de mercado, tem-se trabalhos como Fama (1998) e Fama e French (2016) que refutam a existência de anomalias. Tais comportamentos anormais ou “ineficiências”, conforme Fama e French (1993); Fama (1998); Fama e French

(2016), podem ser explicados por fatores de risco, não encontrando evidências portanto que invalidem a EMH.

Apesar do exposto, técnicas de análises de séries temporais tem sido aplicadas à modelagem de preços de ativos financeiros, apesar do conflito entre as considerações feitas por Granger (1986) e a EMH. As discussões mais comuns envolvem relações de longo ou curto prazo entre séries de preços ou de índices de mercado.

Uma definição mais apropriada para “mercado eficiente” é aquela na qual não existam retornos livres de risco acima do custo de oportunidade disponível para os agentes, dado os custos de transação e o nível de informação dos agentes (Dwyer Jr e Wallace, 1992). Dwyer Jr e Wallace (1992) argumentam e demonstram que a cointegração e a eficiência de mercado podem coexistir. Tal trabalho contradiz evidências, presentes na literatura, de uma provável inconsistência entre cointegração e mercados eficientes (Baillie e Bollerslev, 1989; Hakkio e Rush, 1989; MacDonald e Taylor, 1989; Coleman, 1990; Booth e Mustafa, 1991; Copeland, 1991).

Dwyer Jr e Wallace (1992), Engel (1996b) e Engel (1996a) indicam que pode se encontrar evidências de previsibilidade, usualmente em taxas de juros e taxas de câmbio, o qual pode indicar que esses mercados não estão integrados, mas não que a eficiência do mercado de capitais (na sua forma fraca) tenha falhado. “Isso não implica uma falha na paridade descoberta de juros, ou a existência de um prêmio de risco sob expectativas racionais” (Engel, 1996a, p.136).

Trabalhos como Masih e Masih (2001) e Ferré e Hall (2002) apresentam resultados coerentes com as afirmações de Dwyer Jr e Wallace (1992), pois encontram cointegração entre séries de preços sem que isso indicasse previsibilidade ou oportunidades de arbitragem. Para o mercado de ações Indiano, Dash (2017) encontrou evidências de causalidade Granger bidirecional entre a maioria dos ativos e o índice de mercado, mas não avaliou a implicação disso para a EMH.

Foram identificadas três vertentes de pesquisas referentes a cointegração em séries de preços: (i) cointegração e seus reflexos sobre a eficiência e formação de preços vinculados em sua essência (mercado à vista, futuros, *exchange-traded funds* (ETF), etc); (ii) cointegração entre índices de mercados e/ou *commodities*; (iii) possíveis impactos da cointegração sobre a capacidade da diversificação de portfólios.

Beck (1994) testa hipótese de eficiência de mercado na relação entre o preço à vista (*spot*) e o preço futuro para cinco *commodities*. Os testes realizados consideram a possibilidade de existir um prêmio pelo risco entre os dois preços. Os resultados indicaram que os mercados possuem períodos

de ineficiência, mas não por todo o tempo. Além disso, foi detectado viés nos preços futuros provocados pela ineficiência e não pelo prêmio pelo risco. [Chu et al. \(1999\)](#) encontram cointegração entre os mercados à vista, futuro e de certificados de depósito de valores mobiliários, mas identificaram que tais mercados não respondem simultaneamente a novas informações. [Ivanov \(2013\)](#) analisa a relação existente entre mercados à vista, futuro e ETF's de três *commodities* (ouro, prata e petróleo) e verifica a migração da dominância do processo de formação de preços do mercado futuro para os ETF's, exceto para o caso do petróleo. [Ohemeng et al. \(2016\)](#) não rejeitam a eficiência do processo de formação de preços para o mercado à vista e futuro do cacau.

[Phylaktis e Ravazzolo \(2005\)](#) analisam mercados emergentes asiáticos, além do Japão e EUA, sendo identificado, por meio de uma estimação recursiva, um comportamento crescente na cointegração entre eles. [Narayan et al. \(2010\)](#) encontram relação de longo prazo entre mercados de ouro e petróleo e concluem que isso caracteriza ineficiência no período estudado, entretanto os autores não avaliam o poder preditivo dos modelos obtidos. [Svilokos \(2012\)](#) apresenta uma análise de cointegração dinâmica entre países membros da união europeia e verifica que o nível de cointegração entre os países avaliados cresceu ao longo do tempo, não sendo afetada significativamente pela crise de 2008.

Na literatura, surgem conclusões a respeito dos possíveis efeitos da cointegração na qualidade da diversificação de investimentos. [Byers e Peel \(1993\)](#) não encontraram cointegração na maior parte dos mercados analisados, exceto por um caso específico que, por ser fraca, ainda sugere a possibilidade de ganhos com a diversificação. [Allen e Macdonald](#) fazem um estudo a respeito de relações de longo prazo e diversificação internacional de portfólios, encontrando cointegração em casos específicos relacionados à Austrália e conclui que existe ineficiência fraca nesses cenários. [Smith \(2002\)](#) detecta a presença de cointegração entre mercado de títulos do governo e ao mesmo tempo um decaimento na correlação entre tais mercados ao longo do tempo. [Lucey e Tully \(2006\)](#) identificam relações de longo prazo significativas entre ouro e prata e discutem a possibilidade de diversificação entre eles pois em alguns períodos a cointegração é enfraquecida ou quebrada. [D'Ecclesia e Costantini \(2006\)](#) consideram estudos anteriores que indicam crescente cointegração entre os mercados globais e apresentam resultados que indicam penalização da diversificação no longo prazo dada a dominância exercida pelo mercado dos Estados Unidos. [Nogueira e Lamounier \(2008\)](#) encontraram cointegração entre mercados emergentes e desenvolvidos, entretanto, conforme os autores, a diversificação internacional pode não ter sido prejudicada em função da lenta velocidade do ajustamento da relação de equilíbrio de longo-prazo.

3. Metodologia

3.1 Modelo

A abordagem proposta por Engle e Granger (1987) foi escolhida como base para captar a informação proveniente dos retornos do Ibovespa e suas possíveis relações com variáveis macroeconômicas sugeridas pela literatura. Engle e Granger (1987) demonstram que na presença de cointegração sempre existe uma correspondente representação na forma de correção de erros. Bueno (2015) aponta que tais modelos podem possuir significado econômico pois, em virtude da dinâmica comum entre variáveis, existe uma separação em um componente de longo prazo e um de curto prazo. A formulação VECM de ordem $p - 1$ ou $VECM(p - 1)$, originada a partir de um $VAR(p)$, é apresentada na Equação (1).

$$\Gamma_0 \Delta y_t = \alpha \beta^T \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ D_{t-1}^{co} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + \sum_{j=0}^q B_j x_{t-j} + CD_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

Onde p define a ordem do modelo VAR, ou seja, o número de termos autorregressivos sendo que a formulação VECM terá um a menos; Δ denota a primeira diferença; y_t é um vetor $n \times 1$ de variáveis endógenas; x_t é um vetor $m \times 1$ de variáveis exógenas ou não modeladas; β é a matriz $(n + k_1) \times r$ formada por r vetores de cointegração normalizados e k_1 termos determinísticos; β^T denota a matriz transposta; α é a matriz $n \times r$ de velocidades de ajustamento relacionadas com a parte de correção de erros; D_{t-1}^{co} é o vetor $k_1 \times 1$ de termos determinísticos presentes nas relações de cointegração; Γ_i é uma matriz $n \times n$ e indica os impactos de curto prazo entre as variáveis em n equações para o i -ésimo defasamento; B_j são matrizes $n \times m$ de coeficientes relativos aos impactos dos j -ésimo defasamento das variáveis exógenas; D_t é o vetor $k_2 \times 1$ com os termos determinísticos restantes; C é a matriz $n \times k_2$ de coeficientes relativa aos termos determinísticos associados a D_t ; ε_t é um vetor $n \times 1$ de perturbações aleatórias tipicamente representado como um ruído branco de média zero e matriz de covariâncias invariante no tempo (Σ_ε); Γ_0 é considerado como a matriz identidade (I_n) na forma reduzida.

Como requisito, é necessário que as variáveis presentes em y_t sejam estacionárias em suas primeiras diferenças. O processo de obtenção do modelo VECM envolve a identificação de r , ou seja, do número de vetores de cointegração ou também denominadas relações de equilíbrio (Johansen, 1988; Johansen e Juselius, 1990; Johansen, 1991; Osterwald-Lenum, 1992), e a posterior estimação do modelo com suas relações de longo e curto prazo utilizando a metodologia sugerida por Johansen. A estimação de modelos

VECM depende da correta identificação do número r de vetores de cointegração, também denominadas de relações de equilíbrio, presente nas séries avaliadas. Dentre os pressupostos relativos ao teste de [Johansen \(1995\)](#) tem-se que as raízes da equação característica do sistema estimado devem estar contidas no interior ou sobre o círculo de raio unitário. Outro pressuposto é relativo à condição de homocedasticidade dos resíduos.

O impacto da heterocedasticidade sobre testes de cointegração, que essencialmente envolvem detecção de raiz unitária, tende a gerar distorções no sentido de superestimar a ocorrência do número de vetores de cointegração. Alternativas ao teste de [Johansen](#), robustas à heterocedasticidade, foram desenvolvidas utilizando técnicas baseadas em *bootstrap* ([Swensen, 2006](#); [Cavaliere et al., 2014](#)).

O algoritmo relativo ao teste de cointegração, baseado em [Cavaliere et al.](#), foi disponibilizado pela biblioteca *VARtests* ([Belfrage et al., 2018](#)) presente no *software* gratuito R ([R Core Team, 2018](#)).

3.2 Descrição dos dados

As variáveis utilizadas neste trabalho, aplicadas anteriormente em pesquisas similares, podem ser categorizadas como: macroeconômicas, *commodities* e índices de mercado. Tais variáveis são descritas e apresentadas na Tabela 2 bem como seus agrupamentos que determinam a sigla de cada modelo posteriormente utilizada na comparação. As características da amostra e suas respectivas fontes de dados são descritas na Tabela 1, sendo que as séries informadas como “preço” e “índice” tratam de valores acumulados e as do tipo “taxas” contém implicitamente informações percentuais. Previamente às análises, as séries coletadas serão convertidas para a escala logarítmica natural. Isso faz com que suas primeiras diferenças caracterizem os retornos continuamente compostos das mesmas.

O período selecionado para as análises foi o de dezembro de 1998 a setembro de 2018 com dados mensais considerando a último dado de cada mês em que todas as variáveis disponibilizassem informação válida. A amostra completa foi subdividida em duas partes contínuas, uma delas utilizada no processo de estimação do modelo e a outra para ser utilizada em testes fora da amostra. É importante salientar que está sendo desprezado o efeito causado por diferenças entre horários de fechamentos para variáveis de diferentes fontes. O período da amostra foi escolhido a fim de desconsiderar o regime cambial de bandas cambiais¹, que era distinto, visto que tal mudança gerou uma quebra estrutural nas taxas de câmbio do Dólar. Como justificativa para

¹Suspensão e extinto em janeiro de 1999 pelos comunicados do Banco Central do Brasil n.ºs 6.563 e 6.565, respectivamente.

essa exclusão de dados tem-se que tal quebra traz uma complexidade operacional a ser tratada para uma variável que não faz parte da construção de todos os modelos a serem comparados. Portanto, não foi considerada a adição de uma *dummy* específica para tratar a diferença de retornos do Dólar em regimes cambiais distintos pós plano real ou qualquer outro procedimento equivalente.

Outros efeitos que, conforme indicado pela literatura, podem afetar o desempenho do mercado de ações brasileiro são: ciclos de recessão econômica (nacionais ou internacionais) e períodos eleitorais (da Silva e Coronel, 2012; Vartanian, 2012). Tais efeitos são representados com variáveis *dummies* (binárias) exógenas com o intuito de marcar determinados eventos ou ciclos. As séries referentes a períodos de recessão são provenientes da base de dados pública do *Federal Reserve Bank of St. Louis* (FRED) e são interpretações de outras denominadas *Organisation of Economic Development* (OECD) *Composite Leading Indicators: Reference Turning Points and Component Series*. Uma limitação associada ao uso dessas séries está no fato de que seu processo de divulgação envolve um atraso de meses em relação aos demais dados. As referidas variáveis *dummies* efetivamente utilizadas são as seguintes:

- a) Ciclos de recessão no Brasil – variável *BRAREC* (FRED, 2018a) cujos períodos recessivos são identificados como: Dez/1998 a Jun/1999, Dez/2000 a Ago/2003, Out/2004 a Mai/2006, Jun/2008 a Mar/2009, Mai/2011 a Mar/2012 e Jan/2014 a Ago/2016. Variáveis similares denominadas *BRARECM* e *BRARECP* também foram consideradas apesar das diferenças sutis entre as três;
- b) Ciclos de recessão nos Estados Unidos – variável *USAREC*² (FRED, 2018b) cujos períodos recessivos são identificados como: Jun/2000 a Fev/2003, Nov/2007 a Mai/2009, Mai/2012 a Fev/2014 e Mai/2015 a Fev/2017. Variáveis similares denominadas *USARECM* e *USARECP* também foram consideradas apesar das diferenças sutis entre as três;
- c) Período eleitoral brasileiro – as eleições brasileiras ocorrem nos anos pares (majoritárias ou minoritárias), especificamente no mês de outubro conforme a lei eleitoral brasileira³ define. Seus reflexos serão avaliados nas adjacências desse mês. De forma arbitrária as *dummies* de eleição foram estipuladas como as seguintes alternativas: (i) no mês da eleição (0); (ii) no mês da eleição ao seu posterior (0, + 1); (iii) no mês anterior até o da eleição (-1,0); (iv) no mês anterior ao posterior às eleições

²Diferencia-se de *dummies* também fornecidas pelo FRED e baseadas em metodologias do *The National Bureau of Economic Research* (NBER) como a *USAREC*.

³Lei n.º 9.504, de 30 de setembro de 1997.

Tabela 1
Variáveis endógenas utilizadas e suas características

nome	sigla	tipo	unidade	fonte
Índice Bovespa (Ibovespa)	<i>IBOV</i>	índice	–	Quantum Axis
Emerging Markets Bond Index - Brasil	<i>EMBI+BR</i>	taxa	ponto base ^(a)	JP Morgan via ipeadata
Dólar comercial	<i>Dólar</i>	preço	BRL	Quantum Axis
Taxa Overnight/Selic	<i>Selic</i>	taxa	% a.a.	BACEN/SGST
Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo	<i>IPCA</i>	índice	–	IBGE/SNIPC
Índice de Produção Industrial	<i>IPI</i>	índice	–	OECD
Índice Geral de Preços – Mercado	<i>IGP-M</i>	índice	–	FGV/Conj. Econ. - IGP
Petróleo Brent	<i>BRENT</i>	preço	USD	EIA via ipeadata
NASDAQ Composite	<i>NASDAQ</i>	índice	–	Investing.com
Dow Jones Industrial Average	<i>DJIA</i>	índice	–	S&P Dow Jones Indices
Índice Standard & Poor's 500	<i>S&P500</i>	índice	–	Quantum Axis
Índice Thomson Reuters/CoreCommodity	<i>CRB</i>	índice	–	Investing.com
Ouro Futuro	<i>Ouro</i>	preço	USD	Investing.com

As unidades USD, BRL e % a.a. referem-se, respectivamente, ao dólar norte-americano (moeda), ao real brasileiro (moeda) e à taxa percentual anual. (a) 100 pontos base equivalem a 1%.

($-1, +1$). Tal decisão foi tomada a fim de selecionar posteriormente qual delas apresentará melhor aderência e resultados significativos diante dos dados utilizados na estimação dos modelos.

A escolha pelo uso de variáveis *dummies* se justifica por auxiliar no controle de características indesejadas nos resíduos como não-normalidade e heteroscedasticidade, além disso, tal escolha implica em uma redução no número de coeficientes estimados e uma interpretação simplificada quando comparada a alternativas de modelos mais complexas como os VAR-MGARCH (Angeles e Hakan, 2014). Com respeito às variáveis de ciclos recessivos buscou-se a determinação de tais intervalos por meio de uma metodologia internacionalmente reconhecida, evitando assim a marcação de tais eventos de forma heurística. Já no que diz respeito à janela de influência do período eleitoral, brasileiro foram apresentadas opções que serão posteriormente avaliadas nos resultados para distinguir qual melhor se ajusta ao cenário em questão. É importante ressaltar que apenas o modelo PRR2 utilizou-se de variáveis *dummies*.

Tabela 2
Seleção de variáveis utilizadas na literatura nacional, relativa a modelos VAR ou VECM, voltados à explicação do comportamento do Ibovespa.

modelo	fonte	variáveis utilizadas	variáveis sugeridas	descritivo
FSLV	da Silva e Coronel (2012)	Dólar, EMBI+BR, Selic, IPCA, IPI	Dólar, EMBI+BR, Selic, IPCA, IPI, dummies	A taxa de câmbio nominal; o risco-país; as taxas de juros de curto prazo nominal ou Selic Over; taxa de inflação (IPCA) e o Índice de Produção Industrial (IPI) como proxy do Produto Interno Bruto (PIB). Além disso foram adicionadas <i>dummies</i> distintas para a mudança do regime cambial, para as eleições de 2002 e para a crise de 2008.
JSLV	da Silva Junior et al. (2011)	Selic, Dólar, IGP-M	PIB ^(a) , Selic, Dólar, IGP-M	Produto interno bruto (PIB) dessazonalizado; Taxa Selic; Câmbio real; Índice Geral de Preços - Mercado (IGP-M)
GRPP	Grôppo (2004)	BRENT ^(b) , IPI, Selic, Dólar	PET, PROD, Selic, Dólar	Preço do petróleo no mercado internacional (PET), índice de produção física industrial (PROD), taxa de juros de curto prazo (Selic), taxa de câmbio real.
PSSS	Passos et al. (2013)	DJIA, S&P500, NASDAQ	DJIA, S&P500, NASDAQ	Índices Dow Jones (DJIA), S&P500 e Nasdaq (Composite)
PMNT	Pimenta Júnior e Higuchi (2008)	Selic, Dólar, IPCA	Selic, Dólar, IPCA	Taxa de juros (SELIC), a taxa de câmbio e a inflação (IPCA)
VRTN	Vartanian (2012)	Dólar, CRB, DJIA	Dólar, CRB, DJIA, <i>dummy</i> sazonal	Taxa de câmbio nominal, Índice de preço de <i>commodities</i> (Reuters/Jefferies CRB Index), Índice Dow Jones, <i>Dummy</i> sazonal representando a mudança no regime de câmbio brasileiro e a crise de 2008
PRR1	elaboração própria	Ouro	—	Contratos futuros de Ouro que equivalem à 100 onças <i>troy</i> .
PRR2	elaboração própria	Ouro, <i>dummies</i>	—	Contratos futuros de Ouro, <i>dummies</i> de ciclos recessivos no Brasil (BRAREC) e EUA (USAREC), <i>dummy</i> sinalizando meses ao redor do período eleitoral brasileiro.

(a) Variável desconsiderada em função dos resultados obtidos por da Silva Junior et al. (2011) que não apontaram relação entre o Ibovespa e o PIB. (b) A variável PET foi descontinuada em Dez/2016 e foi substituída pela variável BRENT.

3.3 Estimação do modelo e testes de diagnóstico

A fim de identificar características nas séries temporais utilizadas ou nos resíduos obtidos do processo de estimação foram empregados métodos com pretensões diagnósticas.

Apesar de omitidos, foram identificadas as defasagens ótimas para modelos VAR irrestritos conforme critérios de informação (Akaike, 1969, 1971, 1973, 1974; Hannan e Quinn, 1979; Quinn, 1980; Schwarz, 1978). Entretanto, optou-se pelo comparativo entre as ordens de $p = 1$ a $p = 4$ para os modelos utilizados nos testes subsequentes. A ordem $p = 1$ deverá ser desprezada caso seja detectada a presença de cointegração entre as variáveis, pois a formulação $VECM(p - 1)$ é proveniente de um modelo VAR com ordem superior, ou seja, o $VECM(1)$ é oriundo de um $VAR(2)$.

De forma resumida, os principais testes utilizados neste trabalho e seus respectivos propósitos foram:

- a) Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) (Dickey e Fuller, 1979, 1981). Tal teste auxilia na determinação de estacionariedade das séries temporais. Uma versão modificada do teste ADF, baseada na técnica de *wild bootstrap*, foi utilizada por possuir robustez aos efeitos da heteroscedasticidade na detecção de raiz unitária, conforme proposto por Cavaliere e Taylor (2009, p. 1244);
- b) Testes para autocorrelação nos resíduos. Foram utilizados métodos baseados na estatística de Portmanteau (Q_h) ou na sua versão ajustada (Q_h^*) (Box e Pierce, 1970; Hosking, 1980), além do teste LM de Bensch-Godfrey (FLM_h) (Breusch, 1978; Godfrey, 1978; Edgerton e Shukur, 1999). Segundo Lütkepohl (2004), o teste LM de Bensch-Godfrey é útil para testar baixa ordem de autocorrelação residual (valores pequenos de h), já o teste de Portmanteau é preferível para valores de h superiores;
- c) Testes uni e multivariados de normalidade, assimetria e curtose. Foi utilizada a versão do teste de Lomnicki-Jarque-Bera com normalização dos resíduos (LJB_n^L) feita por meio da uma decomposição de Cholesky da matriz de covariâncias dos mesmos (Jarque e Bera, 1987; Doornik e Hansen, 1994; Lütkepohl, 2004);
- d) Testes uni e multivariados para presença de heteroscedasticidade nos resíduos. Foi utilizada uma extensão do teste ARCH-LM ($MARCH_{LM}(q)$) (Engle, 1982; Lütkepohl, 2004).

Uma síntese dos referidos testes e critérios utilizados pode ser encontrada em Hamilton (1994) e Lütkepohl (2004). Os algoritmos relativos à essa subseção foram disponibilizados pelas bibliotecas *urca* (Pfaff, 2008a) e *vars* (Pfaff, 2008b), ambas presentes no *software* R (R Core Team, 2018).

3.4 Avaliação e interpretação do modelo estimado

Em função da quantidade de parâmetros estimados, presentes em um modelo VAR ou VECM, surge a dificuldade adicional de interpretação dos mesmos. A análise de reposta ao impulso ortogonalizada e a decomposição de variância do erro de previsão são ferramentas utilizadas para auxiliar na interpretação das relações entre variáveis do modelo (Enders, 2015). As análises de reposta ao impulso e decomposição de variância foram omitidas em função de limitações de espaço.

O modelo VECM, em função de sua formulação, pode ser separado em componentes de longo e curto prazo. Adicionalmente à verificação de reposta ao impulso e à decomposição da variância tem-se as seguintes análises possíveis: (i) avaliação do comportamento de longo prazo por meio das relações de cointegração (equilíbrio) e suas respectivas velocidades de ajustamento (α); (ii) informações adicionais sobre a dinâmica de curto prazo podem ser obtidas pelo teste de causalidade de Granger por meio da metodologia proposta por Toda e Yamamoto (1995) que independe de testes relacionados com a determinação do número de relações de equilíbrio; (iii) a validação do modelo pode ser feita a partir de previsões feitas com dados fora da amostra de estimação. Foi utilizado o teste de Diebold-Mariano (Diebold e Mariano, 1995; Harvey et al., 1997) para comparar a acurácia da previsão frente ao preditor ingênuo ou *naïve* ($y_t = y_{t-k}$).

O algoritmo que possibilita testes das significâncias dos α 's foi disponibilizado pela biblioteca *vars* (Pfaff, 2008b), o teste de causalidade de Granger (Toda e Yamamoto, 1995) foi adaptado como uma variação do teste Wald e o teste de Diebold-Mariano foi fornecido pela biblioteca *forecast* (Hyndman et al., 2018; Hyndman e Khandakar, 2008).

4. Resultados empíricos

4.1 Variáveis *dummies*

Para fins de simplificação da apresentação dos resultados tem-se que serão expostos apenas os que forem referentes às variáveis *BRAREC*, *USAREC* e período eleitoral (+1, -1). As demais variáveis consideradas como *dummies* eleitorais forneceram resultados similares porém inferiores à supracitada.

4.2 Estatística descritiva

As estatísticas descritivas para a amostra completa, das variáveis informadas na Tabela 1, podem ser verificadas na Tabela 3. A conversão de escala para logarítmica permitiu uma comparação com menor discrepância entre as variáveis em nível que originalmente possuem ordens de grandezas distintas. Por exemplo, o Ibovespa no período analisado variou no intervalo 6784 a 86116 já em escala logarítmica tal intervalo foi convertido em 8,822 a 11,363. Quanto aos retornos das variáveis utilizadas destaca-se o comportamento médio de queda do risco-país ($EMBI+BR$) e da taxa Selic e a valorização das demais variáveis. Destaca-se que a variação máxima no Dólar ($\approx 49,5\%$) ocorre em janeiro de 1999 e as maiores oscilações no risco-país ocorrem aproximadamente entre junho a outubro de 2002.

Ressalta-se a existência de valores significativos de correlação contemporânea identificados entre o Ibovespa ($IBOV$) e algumas das variáveis escolhidas. Em ordem decrescente, para as de sinal positivo tem-se $S\&P500$, $NASDAQ$, $DJIA$, CRB , $Ouro$, $BRENT$ e negativamente $Dólar$ e $EMBI+BR$.

Contudo, a evidência de correlação não implica em causalidade. No que se refere à causalidade Granger tem-se que é necessária a influência dos valores passados das variáveis independentes sobre a variável dependente no instante t .

4.3 Teste de raiz unitária

Os resultados dos testes ADF, apresentados na Tabela 4 e realizados apenas na amostra de estimação, foram feitos inserindo-se termos determinísticos. Para as séries em nível foram utilizados tendência e constante e para as séries em primeiras diferenças foi adicionada apenas a presença de uma constante.

De acordo com a Tabela 4, para as variáveis em nível, não foi rejeitada a presença de raiz unitária em todas as séries avaliadas. Tal fato é de se esperar devido às características já conhecidas das séries avaliadas. Para as séries em primeiras diferenças os testes, em sua maioria, rejeitaram a hipótese de presença de raiz unitária para um nível de significância inferior à 1%, ou seja, não existem indícios para rejeitar a estacionariedade dessas séries. Entretanto, a série do IPCA teve a hipótese de presença de raiz unitária rejeitada para um nível de significância de 10%. O fato relativo à estacionariedade das séries é desejado em primeiras diferenças, pois é requisito para a estimação do modelo VECM.

Tabela 3
Estatísticas descritivas das séries temporais (endôgenas), apresentadas em escala logarítmica natural

variável	IBOV	EMBH+BR	Dólar	S&P500	IPCA	IPJ	IGP-M	BRENT	NASDAQ	DJIA	S&P500	CRB	Outro
Panel A: Variáveis em nível													
mínimo	8.822	4.956	0.19	1.856	7.284	4.322	4.999	2.355	7.067	8.863	6.6	4.778	5.544
1º quartil	9.884	5.407	0.629	2.366	7.704	4.496	5.68	3.477	7.646	9.244	7.044	5.243	5.961
médiana	10.477	5.905	0.851	2.585	7.955	4.587	5.932	3.977	7.955	9.435	7.253	5.481	6.589
médiana	10.786	5.685	0.805	2.579	7.964	4.588	6.004	4.067	7.849	9.438	7.19	5.546	6.824
3º quartil	11.009	6.473	1.078	2.87	8.23	4.692	6.277	4.428	8.322	10.183	7.461	5.721	7.147
máximo	11.363	7.782	1.42	3.736	8.532	4.75	6.568	4.93	9.001	10.183	7.977	6.137	7.511
desvio p.	0.667	0.645	0.262	0.367	0.355	0.11	0.418	0.583	0.446	0.292	0.303	0.288	0.643
assimetria	-0.703	0.729	0.325	0.143	-0.139	-0.371	-0.466	-0.433	0.472	0.732	-0.744	-0.195	-0.339
curtose	-0.962	-0.465	-0.935	-0.051	-1.01	-0.895	-0.762	-0.666	-0.62	-0.228	-0.398	-0.945	-1.463
coef. vari.	0.064	0.109	0.308	0.142	0.045	0.024	0.071	0.147	0.056	0.031	0.042	0.052	0.098
Panel B: Variáveis em 1.ª diferença (retornos continuamente compostos)													
mínimo	-0.285	-0.346	-0.182	-0.313	-0.002	-0.12	-0.011	-0.44	-0.26	-0.152	-0.186	-0.253	-0.199
1º quartil	-0.038	-0.093	-0.025	-0.02	0.003	-0.008	0.002	-0.05	-0.022	-0.016	-0.018	-0.023	-0.024
médiana	0.01	-0.006	0.005	-0.006	0.005	0.001	0.007	0.009	0.004	0.008	0.004	0.002	0.006
médiana	0.008	-0.014	-0.001	0	0.005	0.003	0.006	0.014	0.011	0.008	0.008	0.007	0.005
3º quartil	0.062	0.06	0.029	0.003	0.007	0.011	0.01	0.073	0.041	0.028	0.03	0.031	0.034
máximo	0.215	0.448	0.495	0.243	0.003	0.12	0.051	0.35	0.191	0.101	0.102	0.129	0.152
desvio p.	0.074	0.13	0.06	0.05	0.004	0.02	0.008	0.108	0.066	0.041	0.042	0.048	0.049
assimetria	-0.226	0.598	2.577	-1.121	2.079	-1.125	1.405	-0.404	-0.702	-0.622	-0.744	-0.781	-0.14
curtose	0.591	0.761	18.919	10.969	8.77	14.775	4.776	1.769	2.004	1.26	1.6	2.509	1.091
coef. vari.	7.143	-21.517	11.918	-7.832	0.722	18.887	1.22	12.428	12.057	9.085	11.431	25.985	8.139
Panel C: Matriz de correlações das variáveis em 1.ª diferença													
Δ IBOV	1												
Δ EMBH+BR	-0.719***	1											
Δ Dólar	-0.444***	0.658**	1										
Δ S&P500	-0.042	0.059	0.172***	1									
Δ IPCA	0.017	-0.069	-0.008	0.267***	1								
Δ IPJ	0.087	-0.056	0.003	-0.111*	0.036***	1							
Δ IGP-M	0.025	-0.057***	-0.014	0.316***	0.69	0.011	1						
Δ BRENT	0.275***	-0.194	-0.171***	-0.046	0.005	0.145**	0.041	1					
Δ NASDAQ	0.622***	-0.496**	-0.274**	-0.032	0.04	0.046	0.001	0.226**	1				
Δ DJIA	0.598***	-0.572***	-0.376***	-0.103	0	0.172***	-0.072	0.717***	0.717***	1			
Δ S&P500	0.412***	-0.606***	-0.389***	-0.064	-0.005	0.044	-0.078	0.213***	0.837***	0.947***	1		
Δ CRB	0.412***	-0.528***	-0.347***	-0.036	0.025	0.168***	0.081	0.778***	0.278***	0.314***	0.359***	1	
Δ Outro	0.287***	-0.186	-0.207***	0.012	-0.024	-0.028	0.022	0.185***	0.011	-0.026	0.016	0.378***	1

A base de dados compreende o período de Dez/1998 a Set/2018 com 238 amostros mensais para as variáveis em nível. As variáveis em 1.ª diferença possuem uma observação a menos. “Desvio p” e “Coef. Vari.” indicam desvio padrão amostral e coeficiente de variação (σ/μ), respectivamente. Para a correlação de Pearson foi testada a hipótese $H_0: \rho = 0$. São reportados da seguinte forma os valores-p: * $p < 0.1$, ** $p < 0.05$, *** $p < 0.01$.

Tabela 4
Teste de raiz unitária para os dados selecionados
(Dickey-Fuller Aumentado)

variável	nível ^(a)		1ª diferença ^(b)	
	τ_3	defasagem	τ_2	defasagem
<i>IBOV</i>	-1.53	1	-9.65***	1
<i>EMBI+BR</i>	-1.87	1	-9.47***	1
<i>Dólar</i>	-1.29	7	-5.94***	6
<i>Selic</i>	-2.72	4	-5.38***	8
<i>IPCA</i>	-2.31	15	-3.22*	12
<i>IP1</i>	-0.56	1	-8.83***	1
<i>IGP-M</i>	-2.60	5	-5.01***	4
<i>BRENT</i>	-1.54	1	-9.37***	1
<i>NASDAQ</i>	-3.80	2	-10.12***	1
<i>DJIA</i>	-2.53	4	-10.56***	1
<i>S&P500</i>	-2.41	3	-7.00***	2
<i>CRB</i>	-1.57	2	-7.71***	1
<i>Ouro</i>	-0.71	1	-11.28***	1

O número máximo de defasagens considerado foi de 15 e a defasagem ótima foi obtida por meio do critério de informação de Akaike (AIC). Valores críticos obtidos utilizando a técnica de *wild bootstrap* (Cavaliere e Taylor, 2009). *Significância a 10%, **Significância a 5%, ***Significância a 1%. (a) Os testes aplicados consideraram a presença dos termos determinísticos: tendência (*trend*) e constante (*drift*). (b) Os testes aplicados consideraram a presença do termo determinístico constante (*drift*).

4.4 Testes de cointegração

Foram realizados testes de cointegração entre as variáveis, para a amostra de estimação, para cada grupo de modelos especificados na Tabela 2. Apenas o modelo PPR2 utilizou-se das variáveis *dummies* relativas a ciclos recessivos e período eleitoral. Os resultados dos referidos testes, para ordens $p = 2$ a $p = 4$, podem ser verificados na Tabela 5. Os modelos GRPP, PSSS, VRTN e PRR1 não rejeitaram a hipótese de ausência de vetores de cointegração associados aos modelos para as ordens avaliadas. É verificado que a detecção da presença de cointegração no modelo PRR2 foi auxiliada pelas *dummies* de ciclos recessivos e período eleitoral. Apesar de não reportado, verificou-se que a presença de *dummies* alterou a identificação do número de vetores de cointegração do modelo JSLV. Na ausência das *dummies* o valor de r identificado não é consistente entre as diferentes ordens p do modelo estimado. Entretanto, na presença das *dummies*, obtêm-se indícios mais contundentes de que o valor apropriado é de $r = 2$.

Baseando-se nos resultados da Tabela 5 tem-se a identificação do número de vetores de cointegração r utilizados em análises posteriores. Entretanto, para cada teste de cointegração realizado tem-se a possibilidade do valor r não coincidir entre as p ordens distintas. Dessa forma, foi arbitrado que o

número de vetores de cointegração utilizados em cada modelo será dado pelo valor de r , considerando a referência do nível de significância de 5%, que seja mais frequente dentre as diversas ordens p avaliadas. Para o caso de todos os valores r encontrados serem distintos então foi feita a escolha daquela opção mais parcimoniosa, ou seja, aquela que determine o número mínimo de vetores de cointegração para o modelo.

As análises subsequentes considerarão apenas formulações VECM, portanto, os modelos GRPP, PSSS, VRTN e PRR1 serão excluídos dos próximos procedimentos.

A partir da Tabela 5 tem-se vários indícios que pode existir de fato a presença de cointegração entre variáveis avaliadas, entretanto ainda não se pode afirmar se essas relações de equilíbrio corrigem especificamente a variação do Ibovespa.

4.5 Diagnósticos de erro de especificação

Para cada conjuntos de variáveis que apresentaram sinais de cointegração foram estimados modelos VECM, com r vetores de cointegração para ordens de $p = 2$ a $p = 4$, e os resultados de seus respectivos testes de diagnóstico dos resíduos são apresentados na Tabela 6.

Para a construção da Tabela 6 foram determinados parâmetros específicos para cada um dos testes de correlação serial aplicados nos resíduos. O teste de Portmanteau (Q_h) e Portmanteau ajustado (Q_h^*) foram configurados para detectar a presença de autocorrelação nos resíduos até a 12ª defasagem. Já o teste LM de Bensch-Godfrey (FLM_h) foi configurado para detectar a presença de autocorrelação nos resíduos até a 6ª defasagem. Ao se considerar o nível de significância de 5% e a hipótese nula de ausência de autocorrelação nos resíduos, tem-se que apenas o modelo PRR2 não apresentou rejeição à essa hipótese.

Os testes de normalidade realizados para o caso multivariável (LJB_{multi}^L), e verificados na Tabela 6, indicaram rejeição da hipótese de normalidade nos resíduos em todos os modelos avaliados, exceto para o PRR2 em qualquer ordem p considerada. Apesar disso, para o caso univariável não reportado, os resíduos do modelo PRR2 indicaram sinais de não normalidade para a modelagem relativa à variável Ouro em todas as ordens p avaliadas.

Os testes de heteroscedasticidade multivariados ($MARCH_{LM}(q)$), verificados na Tabela 6, consideraram uma defasagem até a 6ª para detectar a presença de tal característica nos resíduos. Apenas os testes do modelo PRR2 não rejeitaram a hipótese de homoscedasticidade nos resíduos tanto para o caso multivariável, de acordo com a tabela, quanto para o caso univariável não reportado.

Tabela 5
Testes de cointegração de Johansen de especificações
VECM($p - 1$) para diferentes grupos de variáveis

H_0	Estatística do Traço		
	$p = 4$	$p = 3$	$p = 2$
Panel A: Modelo FSLV (IBOV, EMBI+BR, Dólar, Selic, IPCA, IPI, sem dummies)			
$r = 0$	141.76**	155.30**	172.90***
$r \leq 1$	88.09	93.87	103.15
$r \leq 2$	52.08	51.22	53.86
$r \leq 3$	24.69	23.11	24.27
$r \leq 4$	13.13	12.06	12.69
$r \leq 5$	2.88	3.83	3.69
Panel B: Modelo JSLV (IBOV, Dólar, Selic, IGP-M, sem dummies)			
$r = 0$	71.30**	75.03*	86.53**
$r \leq 1$	34.12	41.93*	45.99**
$r \leq 2$	13.42	12.25	15.61
$r \leq 3$	3.34	2.79	3.26
Panel C: Modelo GRPP (IBOV, Selic, Dólar, BRENT, IPI, sem dummies)			
$r = 0$	82.95	87.97	92.80
$r \leq 1$	51.16	57.29	60.26*
$r \leq 2$	29.28	35.20	32.53
$r \leq 3$	12.95	15.98	12.08
$r \leq 4$	2.43	3.50	2.94
Panel D: Modelo PSSS (IBOV, NASDAQ, DJIA, S&P500, sem dummies)			
$r = 0$	32.07	36.40	45.60
$r \leq 1$	13.98	15.94	16.61
$r \leq 2$	6.37	6.70	7.25
$r \leq 3$	1.08	1.34	1.59
Panel E: Modelo PMNT (IBOV, Dólar, Selic, IPCA, sem dummies)			
$r = 0$	89.66***	98.11**	111.49**
$r \leq 1$	37.65	43.91	48.69
$r \leq 2$	10.71	10.86	13.29
$r \leq 3$	4.02	3.13	3.55
Panel F: Modelo VRTN (IBOV, CRB, DJIA, Dólar, sem dummies)			
$r = 0$	40.35	40.74	34.35
$r \leq 1$	20.39	20.83	17.88
$r \leq 2$	10.66	10.16	7.06
$r \leq 3$	4.77	4.01	2.51
Panel G: Modelo PRR1 (IBOV, Ouro, sem dummies)			
$r = 0$	18.31	20.14*	19.09
$r \leq 1$	4.87	6.72	7.64
Panel H: Modelo PRR2 (IBOV, Ouro, com dummies)			
$r = 0$	29.34***	32.57***	31.13***
$r \leq 1$	8.64*	8.91*	7.36*

Termo determinístico (constante) restrito à parte de longo prazo. Valores críticos obtidos conforme técnica proposta por [Cavaliere et al. \(2014\)](#). *Significância a 10%, **Significância a 5%, ***Significância a 1%.

Para o caso da série do Ibovespa, diante das alternativas avaliadas, o modelo PRR2 apresentou o maior valor de R^2 ajustado e rejeitou a hipótese do teste F de todos seus coeficientes serem nulos a uma significância inferior a 1% para as ordens p consideradas. Para um nível de significância de 5% e ordem $p = 2$ e $p = 3$, os modelos FSLV e PMNT também rejeitaram tal hipótese.

Podem ser argumentados que o auxílio das variáveis *dummies* pode ter desfavorecido os demais modelos em detrimento do PRR2. Entretanto, em testes não reportados, os efeitos da presença de tais variáveis foram avaliados em todos os modelos e foi verificado que, para a presente amostra de estimação, a inserção das *dummies* não solucionou problemas nos resíduos (autocorrelação, não-normalidade e heteroscedasticidade). Entretanto, observou-se apenas o aumento do R^2 ajustado e a rejeição do teste F em todos os modelos avaliados.

4.6 Testes de causalidade

A fim de avaliar a causalidade de longo prazo entre o Ibovespa e as demais variáveis optou-se por verificar a significância das velocidades de ajustamento das relações de equilíbrio obtidas. Os resultados desse teste são apresentados na Tabela 7. Tem-se que apenas o modelo PRR2 apresentou coeficiente α_{1j} significativo na equação da variação do Ibovespa, ou seja, verificou-se que o Ouro Futuro e o Ibovespa apresentam um equilíbrio de longo prazo que corrige a variação do Ibovespa. Tal fato se verifica tão somente com o auxílio das informações provenientes dos ciclos recessivos e do período eleitoral. Além disso, apesar de não reportado, tem-se que significância do coeficiente α_{1j} também é observada quando as *dummies* são adicionadas no processo de estimação dos demais modelos.

Adicionalmente, foi feito um teste mais geral para identificar indícios de relação de Granger causalidade, seja de longo ou curto prazo, que gerem impacto nas variações do Ibovespa. O procedimento escolhido foi o proposto por Toda e Yamamoto (1995). A Tabela 8 apresenta os resultados de tais testes em que apenas a variável Δ Ouro rejeitou a hipótese de não-Granger causar a variável Δ IBOV, ao considerar o auxílio das informações provenientes dos ciclos recessivos e do período eleitoral.

4.7 Capacidade preditiva no curto prazo

A capacidade preditiva de curto prazo referente a todos os modelos VECM estimados foi avaliada comparativamente ao desempenho do preditor ingênuo (*naive*). Em situações específicas, como as de processos que sigam o passeio

Tabela 6
Testes de diagnóstico de especificações VECM($p - 1$) para diferentes grupos de variáveis

	Q_{12}	Q_{12}^*	FLM_6	LH_{multi}^{\dagger}	Assimetria	Curtose	$MARCH_{LM}(6)$	$R^2 A; \dagger$ (IBOV)	Estat. F (IBOV)
Panel A: Modelo FSLV (IBOV, ENBI+BR, Dólar, Selic, IPCA, IPI, sem <i>dinâmicas</i> e com 1 vetor de cointegração)									
$p = 4$	386 ***	399 ***	1,7 ***	942 ***	120 ***	822 ***	2958 ***	0,01	1,2
$p = 3$	377 ***	390 **	2,0 ***	2796 ***	292 ***	2504 ***	3035 ***	0,05	1,8
$p = 2$	424 ***	437 ***	2,0 ***	3457 ***	325 ***	3131 ***	3046 ***	0,04	2,3
Panel B: Modelo PMINT (IBOV, Dólar, Selic, IPCA, sem <i>dinâmicas</i> e com 1 vetor de cointegração)									
$p = 4$	185 ***	190 ***	2,3 ***	152 ***	25,4 ***	127 ***	853 ***	0,02	1,3
$p = 3$	193 ***	199 ***	2,8 ***	1917 ***	191 ***	1726 ***	929 ***	0,04	2,0
$p = 2$	225 ***	232 ***	2,1 ***	2143 ***	211 ***	1932 ***	942 ***	0,05	3,0
Panel C: Modelo PRRZ (IBOV, Ouro, com <i>dinâmicas</i> e com 1 vetor de cointegração)									
$p = 4$	34,4	36,0	0,87	2,2	0,91	1,3	53,1	0,11	3,6 ***
$p = 3$	36,8	38,4	0,93	2,3	0,51	1,8	55,2	0,12	4,5 ***
$p = 2$	46,6	48,3	0,91	2,0	0,82	1,2	52,3	0,11	5,3 ***

Todos os modelos utilizam um termo determinístico constante restrito apenas à dinâmica de longo prazo. *Significância a 10%, **Significância a 5%, ***Significância a 1%. † Não são reportados níveis de significância para o R^2 ajustado.

Tabela 7
Testes de restrição sobre as velocidades de ajustamentos das r relações de equilíbrio relativas a equação do Ibovespa para os diferentes modelos VECM($p - 1$) estimados

	<i>dummies</i>	r	Estatística LR
Painel A: Modelo FSLV			
$p = 4$	não	1	0.26
$p = 3$	não	1	0.99
$p = 2$	não	1	0.12
Painel B: Modelo PMNT			
$p = 4$	não	1	0.21
$p = 3$	não	1	1.45
$p = 2$	não	1	0.29
Painel C: Modelo PRR2			
$p = 4$	sim	1	10.27***
$p = 3$	sim	1	12.63***
$p = 2$	sim	1	14.03***

Todos os modelos utilizam um termo determinístico constante restrito apenas à dinâmica de longo prazo. A restrição imposta considera a hipótese de que as velocidades de ajustamento para a equação do Ibovespa são nulas, ou seja, $\alpha_{1j} = 0$ para $j = 1, \dots, r$. Trata-se de um teste de razão de verossimilhanças. *, ** e *** indicam significância estatística a 10%, 5% e 1%, respectivamente.

Tabela 8
Testes de causalidade relativos à variação do Ibovespa utilizando o procedimento definido por (Toda e Yamamoto, 1995)

	Δ EMBI+BR	Δ Dólar	Δ Selic	Δ IPCA	Δ IPI	Δ Ouro
Painel A: Modelo FSLV (sem <i>dummies</i>)						
$p = 4$	2.26	1.24	4.98	2.95	1.82	—
$p = 3$	3.19	0.73	2.96	2.46	1.37	—
$p = 2$	3.84	1.8	2.69	2.26	1.8	—
Painel B: Modelo PMNT (sem <i>dummies</i>)						
$p = 4$	—	3.59	6.98	3.27	—	—
$p = 3$	—	3.65	3.92	3.11	—	—
$p = 2$	—	0.85	3.42	2.32	—	—
Painel C: Modelo PRR2 (com <i>dummies</i>)						
$p = 4$	—	—	—	—	—	9.93**
$p = 3$	—	—	—	—	—	10.86**
$p = 2$	—	—	—	—	—	7.29**

Trata-se de um teste Wald, para um modelo VAR($p + 1$) estimado para as variáveis em nível, cuja estatística de teste é calculada com restrições impostas de que os coeficientes referentes à variável informada na tabela são nulos na equação do Ibovespa. *, ** e *** indicam significância estatística a 10%, 5% e 1%, respectivamente.

aleatório (*random walk*), tem-se que a alternativa ingênua é a que possibilita previsões com melhor acurácia.

Há de ser ressaltado que o exercício realizado nessa seção pode não ser prático para fins de previsão. As variáveis IPI e as *dummies* de recessão (BRAREC e USAREC), por exemplo, são fornecidas com atraso entre 2 a 6 meses, aproximadamente.

Foi feita a escolha de segmentar-se a base de dados a fim de ser realizada uma comparação das previsões fornecidas pelos modelos utilizando-se do teste de Diebold-Mariano. Tal abordagem não deve ser considerada, entretanto, como uma forma de comparar modelos, conforme apontado por Diebold (2015). Além disso, optou-se em realizar uma previsão fora da amostra com janela de estimação fixa em detrimento de uma alternativa móvel. Tem-se uma estimação que foi realizada uma única vez com uma janela de Dez/1998 a Ago/2016 e o teste fora da amostra foi realizado com os 2 anos seguintes. Os modelos não foram reestimados para não gerar uma “vantagem indevida” em relação ao preditor ingênuo que também tem seus parâmetros constantes nesse período. Além disso, esses 2 anos são considerados como um “período curto” onde não se espera uma mudança tão brusca dos parâmetros estimados.

A Tabela 9 apresenta os resultados do teste unilateral de Diebold-Mariano cujo intuito foi de comparar as previsões realizadas para 1 e 2 meses a frente ($k = 1$ e $k = 2$) fornecidas pelos modelos VECM em relação às do preditor ingênuo. Para testes dentro da amostra encontrou-se evidências de poder preditivo para $k = 1$ para todos os modelos mas nem todos mantiveram tal evidência quando $k = 2$. Foi observado que, para todos os modelos apresentados na Tabela 9, ordens avaliadas ($p = 2$ a $p = 4$) e horizonte de previsão considerados ($k = 1$ e $k = 2$) tem-se que nenhuma das alternativas foi estatisticamente superior em desempenho quando comparada às previsões fornecidas pelo preditor ingênuo. Destaca-se que, para o modelo PRR2, o fato de possuir conhecimento prévio do início e fim dos ciclos recessivos não gerou vantagem aparente em suas previsões de curto prazo.

Ao final, constata-se que mesmo o modelo PRR2, que atendeu os pressupostos da etapa de estimação e teve relação de longo prazo identificada, e os demais modelos avaliados não conseguiram superar o preditor ingênuo em previsões de curto prazo. Ressalta-se ainda que foram testados outros períodos para a segmentação da base de dados sem que, no entanto, as conclusões sobre os resultados da Tabela 9 fossem alteradas. O ponto chave desse exercício de previsão, entretanto, foi considerar que mesmo sendo possível que todos os dados estejam disponíveis em tempo real ainda assim não foi possível obter previsões de acurácia superior à de um preditor ingênuo.

Tabela 9
Teste unilateral de Diebold-Mariano comparativo entre o
preditor ingênuo ($y_t = y_{t-k}$) e modelos VECM($p-1$)
avaliados com janela móvel para diferentes horizontes de
previsão k

Modelo	$k = 1$			$k = 2$		
	$p = 4$	$p = 3$	$p = 2$	$p = 4$	$p = 3$	$p = 2$
FSLV	-0,638 (0,26)	-0,311 (0,38)	-0,632 (0,27)	-0,519 (0,3)	0,173 (0,57)	0,061 (0,52)
PMNT	-0,675 (0,25)	-0,079 (0,47)	0,063 (0,52)	-0,827 (0,21)	-0,063 (0,48)	-0,07 (0,47)
PRR2	1,248 (0,89)	1,029 (0,84)	0,74 (0,77)	1,056 (0,85)	0,81 (0,79)	0,433 (0,67)

A previsão fora da amostra é relativa ao período de Set/2016 a Set/2018 com janela de estimação fixa entre Dez/1998 e Ago/2016. Valores-p entre parênteses. A hipótese alternativa (H_1) é de que o preditor ingênuo é menos acurado que o modelo avaliado.

5. Conclusões

A presente pesquisa é inserida em um contexto em que se discute a coexistência entre a previsibilidade e a cointegração de séries temporais oriundas de mercados especulativos. Dentro dessa temática teve-se como foco a análise do comportamento do índice de mercado brasileiro (Ibovespa). Partiu-se então de um comparativo de modelos autorregressivos multivariados (VECM) criados a partir de variáveis sugeridas ou já utilizadas anteriormente pela literatura.

Os resultados apontaram que a maior parte dos conjuntos de variáveis selecionadas rejeitaram a hipótese de ausência de vetores de cointegração associados. Apenas um dentre os modelos VECM obtidos apresentou resultados satisfatórios com respeito a seus resíduos e a presença de cointegração direta com o Ibovespa. Verificou-se que o modelo contendo Ibovespa, Ouro Futuro e *dummies* de ciclos recessivos e período eleitoral brasileiro apresentou resíduos que não rejeitaram hipóteses de ausência de correlação serial, normalidade e homocedasticidade. Entretanto, nenhum dos modelos avaliados forneceu previsões de curto prazo, em testes fora da amostra, que apresentassem desempenho superior ao preditor ingênuo. Além disso, os modelos apresentaram poder explicativo (R^2 ajustado) para o Ibovespa inferior a 0,13. Mesmo não se construindo um teste formal de eficiência para o presente caso, os resultados obtidos não refutam a EMH em sua forma fraca apesar da presença de cointegração entre as séries utilizadas. Tais constatações são coerentes com resultados empíricos presentes na literatura.

Outras questões relativas à presença de cointegração em séries de merca-

dos financeiros estão associadas às consequências quanto a diversificação do risco em portfólios e não à previsibilidade de retornos. A literatura consultada neste trabalho é uníssona ao apontar que o crescimento da cointegração entre variáveis ou até mesmo mercados leva a uma piora na qualidade da diversificação.

Dentre as limitações presentes nesta pesquisa destacam-se: (i) a periodicidade mensal, que pode ter omitido informações relevantes em relação a dados de maior frequência; (ii) a busca por variáveis ou instrumentos explicativos do Ibovespa que não foi exaurida, podendo existir algum que consiga explicar melhor seu comportamento dinâmico; (iii) as variáveis do mercado nacional e internacional possuem cotações de fechamento obtidas em horários distintos.

Como sugestão de trabalhos futuros tem-se a investigação das relações entre o Ibovespa e outras variáveis em periodicidade diária ou até mesmo em alta frequência. Além disso é importante considerar os efeitos da cointegração em conjunto com a modelagem da heteroscedasticidade dos resíduos em um contexto multivariável (VECM-MGARCH) (Bauwens et al., 1997; Wong et al., 2005; Bekiros e Diks, 2008; Angeles e Hakan, 2014; Deng, 2018).

Outra abordagem possível em trabalhos posteriores é avaliação mais criteriosa da relação de séries cointegradas com a diversificação do risco. A literatura induz ao raciocínio que o aumento na cointegração penaliza a diversificação e isso pode não ser verdadeiro em todos os casos, ou seja, pode existir um cenário no qual a cointegração seja benéfica à diversificação.

Referências

- Akaike, H. (1969). Fitting autoregressive models for prediction, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* **21**(1): 243–247.
- Akaike, H. (1971). Autoregressive model fitting for control, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* **23**(1): 163–180.
- Akaike, H. (1973). Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, in B. N. Petrov e F. Csáki (eds), *2nd International Symposium on Information Theory*, Académia Kiadó, Budapest, pp. 267–281.
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification, *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**(6): 716–723.
- Allen, D. E. e Macdonald, G. (1995). The long-run gains from international equity diversification: Australian evidence from cointegration tests, *Applied Financial Economics* **5**(1): 33–42.

- Angeles, C. M. e Hakan, E. M. (2014). Estimating VAR-MGARCH models in multiple steps, *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* **18**(3): 339–365.
- Ansotegui, C. e Esteban, M. V. (2002). Cointegration for market forecast in the spanish stock market, *Applied Economics* **34**(7): 843–857.
- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation, *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure* **3**(17): 21–86.
- Baillie, R. T. e Bollerslev, T. (1989). Common stochastic trends in a system of exchange rates, *Journal of Finance* **44**(1): 167–181.
- Bauwens, L., Deprins, D. e Vandeuuren, J.-P. (1997). Modelling interest rates with a cointegrated VAR-GARCH model, *CORE Discussion Papers 1997080*, Université catholique de Louvain, Center for Operations Research and Econometrics (CORE).
- Beck, S. E. (1994). Cointegration and market efficiency in commodities futures markets, *Applied Economics* **26**(3): 249–257.
- Bekiros, S. D. e Diks, C. G. (2008). The relationship between crude oil spot and futures prices: Cointegration, linear and nonlinear causality, *Energy Economics* **30**(5): 2673–2685.
- Belfrage, M., Catani, P. e Ahlgren, N. (2018). *VARtests: Tests for Error Autocorrelation, ARCH Errors, and Cointegration in Vector Autoregressive Models*. R package version 2.0.5.
URL: <https://CRAN.R-project.org/package=VARtests>
- Bjørnland, H. C. e Leitemo, K. (2009). Identifying the interdependence between US monetary policy and the stock market, *Journal of Monetary Economics* **56**(2): 275–282.
- Booth, G. e Mustafa, C. (1991). Long-run dynamics of black and official exchange rates, *Journal of International Money and Finance* **10**(3): 392–405.
- Box, G. E. P. e Pierce, D. A. (1970). Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models, *Journal of the American Statistical Association* **65**(332): 1509–1526.
- Breusch, T. S. (1978). Testing for autocorrelation in dynamic linear models, *Australian Economic Papers* **17**(31): 334–355.

- Bueno, R. L. S. (2015). *Econometria de Séries Temporais*, 2 edn, CENGAGE Learning, São Paulo.
- Byers, J. D. e Peel, D. A. (1993). Some evidence on the interdependence of national stock markets and the gains from international portfolio diversification, *Applied Financial Economics* **3**(3): 239–242.
- Campbell, J. Y. e Shiller, R. J. (1987). Cointegration and tests of present value models, *Journal of Political Economy* **95**(5): 1062–1088.
- Carhart, M. M. (1997). On persistence in mutual fund performance, *Journal of Finance* **52**(1): 57–82.
- Cavaliere, G., Rahbek, A. e Taylor, A. M. R. (2014). Bootstrap determination of the co-integration rank in heteroskedastic var models, *Econometric Reviews* **33**(5-6): 606–650.
- Cavaliere, G. e Taylor, A. R. (2009). Heteroskedastic time series with a unit root, *Econometric Theory* **25**(5): 1228–1276.
- Chan, K., fu Chen, N. e Hsieh, D. A. (1985). An exploratory investigation of the firm size effect, *Journal of Financial Economics* **14**(3): 451–471.
- Chen, N.-F. (1991). Financial investment opportunities and the macroeconomy, *Journal of Finance* **46**(2): 529–554.
- Chen, N.-F., Roll, R. e Ross, S. A. (1986). Economic forces and the stock market, *Journal of Business* **59**(3): 383–403.
 URL: <http://www.jstor.org/stable/2352710>
- Chu, Q. C., liang Gideon Hsieh, W. e Tse, Y. (1999). Price discovery on the S&P 500 index markets: An analysis of spot index, index futures, and SPDRs, *International Review of Financial Analysis* **8**(1): 21–34.
- CME Group (2018). Leading products: Most traded futures and options contracts: Q3 2018, *Technical report*, CME Group, Chicago.
- Coleman, M. (1990). Cointegration-based tests of daily foreign exchange market efficiency, *Economics Letters* **32**(1): 53–59.
- Copeland, L. S. (1991). Cointegration tests with daily exchange rate data, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **53**(2): 185–198.
- da Silva, F. M. e Coronel, D. A. (2012). Análise da causalidade e cointegração entre variáveis macroeconômicas e o Ibovespa, *Revista de Administração FACES Journal* **11**(3): 31–52.

- da Silva Junior, J. C. A., Menezes, G. e Fernandez, R. N. (2011). Uma análise VAR das relações entre o mercado de ações e as variáveis macroeconômicas para o Brasil, *Revista Economia e Desenvolvimento*.
- Dash, M. (2017). A study on granger causality in the CAPM, *i-manager's Journal on Management* **11**(4): 61–68.
- D'Ecclesia, R. L. e Costantini, M. (2006). Comovements and correlations in international stock markets, *European Journal of Finance* **12**(6-7): 567–582.
- Deng, Q. (2018). A generalized VECM/VAR-DCC/ADCC framework and its application in the Black-Litterman model: Illustrated with a China portfolio, *China Finance Review International* **8**(4): 453–467.
- Dickey, D. A. e Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, *Journal of the American Statistical Association* **74**(366a): 427–431.
- Dickey, D. A. e Fuller, W. A. (1981). Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root, *Econometrica* **49**(4): 1057–1072.
- Diebold, F. X. (2015). Comparing predictive accuracy, twenty years later: A personal perspective on the use and abuse of diebold-mariano tests, *Journal of Business & Economic Statistics* **33**(1): 1–1.
- Diebold, F. X. e Mariano, R. S. (1995). Comparing predictive accuracy, *Journal of Business & Economic Statistics* **13**(3): 253–263.
- Dimson, E. e Marsh, P. (1998). A brief history of market efficiency, *European Financial Management* **4**(1): 91–103.
- Dooley, M. P., Isard, P. e Taylor, M. P. (1995). Exchange rates, country-specific shocks, and gold, *Applied Financial Economics* **5**(3): 121–129.
- Doornik, J. A. e Hansen, H. (1994). A practical test of multivariate normality. Nuffield College. Não publicado.
- dos Santos, J. O., Famá, R. e Mussa, A. (2012). A adição do fator de risco momento ao modelo de precificação de ativos dos três fatores de fama & french aplicado ao mercado acionário brasileiro, *REGE - Revista de Gestão* **19**(3): 453–471.
- Dwyer Jr, G. P. e Wallace, M. S. (1992). Cointegration and market efficiency, *Journal of International Money and Finance* **11**(4): 318–327.

- Edgerton, D. e Shukur, G. (1999). Testing autocorrelation in a system perspective, *Econometric Reviews* **18**(4): 343–386.
- Elton, E. J. e Gruber, M. J. (2018). The impact of Ross’s exploration of APT on our research, *Journal of Portfolio Management* **44**(6): 98–107.
- Enders, W. (2015). *Applied econometric time series*, 4 edn, Wiley, Hoboken, NJ.
- Engel, C. (1996a). The forward discount anomaly and the risk premium: A survey of recent evidence, *Journal of Empirical Finance* **3**(2): 123 – 192.
- Engel, C. (1996b). A note on cointegration and international capital market efficiency, *Journal of International Money and Finance* **15**(4): 657 – 660.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation, *Econometrica* **50**(4): 987–1007.
- Engle, R. F. e Granger, C. W. J. (1987). Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing, *Econometrica* **55**(2): 251–276.
- Fama, E. F. (1965a). The behavior of stock-market prices, *Journal of Business* **38**(1): 34–105.
- Fama, E. F. (1965b). Random walks in stock market prices, *Financial Analysts Journal* **21**(5): 55–59.
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work, *Journal of Finance* **25**(2): 383–417.
- Fama, E. F. (1991). Efficient capital markets: II, *Journal of Finance* **46**(5): 1575–1617.
- Fama, E. F. (1998). Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance, *Journal of Financial Economics* **49**(3): 283–306.
- Fama, E. F. e French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds, *Journal of Financial Economics* **33**(1): 3–56.
- Fama, E. F. e French, K. R. (2015). A five-factor asset pricing model, *Journal of Financial Economics* **116**(1): 1–22.
- Fama, E. F. e French, K. R. (2016). Dissecting anomalies with a five-factor model, *Review of Financial Studies* **29**(1): 69–103.

Federal Reserve Bank of St. Louis (2018a). OECD based recession indicators for brazil from the period following the peak through the trough (BRAREC).

URL: <https://fred.stlouisfed.org/series/BRAREC>

Federal Reserve Bank of St. Louis (2018b). OECD based recession indicators for the united states from the period following the peak through the trough (USAREC).

URL: <https://fred.stlouisfed.org/series/USAREC>

Ferré, M. e Hall, S. G. (2002). Foreign exchange market efficiency and cointegration, *Applied Financial Economics* **12**(2): 131–139.

Godfrey, L. G. (1978). Testing for higher order serial correlation in regression equations when the regressors include lagged dependent variables, *Econometrica* **46**(6): 1303–1310.

Granger, C. (1981). Some properties of time series data and their use in econometric model specification, *Journal of Econometrics* **16**(1): 121–130.

Granger, C. W. J. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods, *Econometrica* **37**(3): 424–438.

Granger, C. W. J. (1986). Developments in the study of cointegrated economic variables, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **48**(3): 213–228.

Granger, C. W. J. (1988). Some recent development in a concept of causality, *Journal of Econometrics* **39**(1): 199–211.

Grôppo, G. S. (2004). *Causalidade das variáveis macroeconômicas sobre o Ibovespa*, Master's thesis, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Hakkio, C. S. e Rush, M. (1989). Market efficiency and cointegration: an application to the sterling and deutschemark exchange markets, *Journal of International Money and Finance* **8**(1): 75–88.

Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Hannan, E. J. e Quinn, B. G. (1979). The determination of the order of an autoregression, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* **41**(2): 190–195.

- Harvey, D., Leybourne, S. e Newbold, P. (1997). Testing the equality of prediction mean squared errors, *International Journal of Forecasting* **13**(2): 281–291.
- Hauptfleisch, M., Putniņš, T. J. e Lucey, B. (2016). Who sets the price of gold? london or new york, *Journal of Futures Markets* **36**(6): 564–586.
- Hendry, D. F. (1986). Econometric modelling with cointegrated variables: An overview, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **48**(3): 201–212.
- Hosking, J. R. M. (1980). The multivariate portmanteau statistic, *Journal of the American Statistical Association* **75**(371): 602–608.
- Hyndman, R., Athanasopoulos, G., Bergmeir, C., Caceres, G., Chhay, L., O’Hara-Wild, M., Petropoulos, F., Razbash, S., Wang, E. e Yasmeen, F. (2018). *forecast: Forecasting functions for time series and linear models*. R package version 8.5.
URL: <http://pkg.robjhyndman.com/forecast>
- Hyndman, R. J. e Khandakar, Y. (2008). Automatic time series forecasting: The forecast package for R, *Journal of Statistical Software* **27**(3): 1–22.
- Ivanov, S. I. (2013). The influence of etfs on the price discovery of gold, silver and oil, *Journal of Economics and Finance* **37**(3): 453–462.
- Jarque, C. M. e Bera, A. K. (1987). A test for normality of observations and regression residuals, *International Statistical Review* **55**(2): 163–172.
- Johansen, S. (1988). Statistical analysis of cointegration vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control* **12**(2): 231–254.
- Johansen, S. (1991). Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models, *Econometrica* **59**(6): 1551–1580.
- Johansen, S. (1995). *Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Advanced texts in econometrics, Oxford University Press.
- Johansen, S. e Juselius, K. (1990). Maximum likelihood estimation and inference on cointegration – with applications to the demand for money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **52**(2): 169–210.

- Johansen, S. e Swensen, A. R. (1999). Testing exact rational expectations in cointegrated vector autoregressive models, *Journal of Econometrics* **93**(1): 73 – 91.
- Kanjilal, K. e Ghosh, S. (2017). Dynamics of crude oil and gold price post 2008 global financial crisis – new evidence from threshold vector error-correction model, *Resources Policy* **52**: 358–365.
- Kim, K. e Schmidt, P. (1993). Unit root tests with conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* **59**(3): 287–300.
- Kwon, C. S. e Shin, T. S. (1999). Cointegration and causality between macroeconomic variables and stock market returns, *Global Finance Journal* **10**(1): 71–81.
- Lee, B.-S. (1992). Causal relations among stock returns, interest rates, real activity, and inflation, *Journal of Finance* **47**(4): 1591–1603.
- Lucey, B. M. e Tully, E. (2006). The evolving relationship between gold and silver 1978-2002: evidence from a dynamic cointegration analysis: a note, *Applied Financial Economics Letters* **2**(1): 47–53.
- Lütkepohl, H. (2004). Vector autoregressive and vector error correction models, in H. Lütkepohl e M. Krätzig (eds), *Applied Time Series Econometrics*, Themes in Modern Econometrics, Cambridge University Press, pp. 86–158.
- MacDonald, R. e Taylor, M. P. (1989). Foreign exchange market efficiency and cointegration: Some evidence from the recent float, *Economics Letters* **29**(1): 63–68.
- Machado, M. A. V. e Medeiros, O. R. D. (2011). Modelos de precificação de ativos e o efeito liquidez: Evidências empíricas no mercado acionário brasileiro, *Revista Brasileira de Finanças* **9**(5): 383–412.
- Maddala, G. S. e Kim, I.-M. (1998). *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*, Themes in Modern Econometrics, Cambridge University Press, New York.
- Masih, R. e Masih, A. M. (2001). Long and short term dynamic causal transmission amongst international stock markets, *Journal of International Money and Finance* **20**(4): 563–587.

- Maysami, R. C. e Koh, T. S. (2000). A vector error correction model of the singapore stock market, *International Review of Economics & Finance* **9**(1): 79–96.
- Miller, J. I. e Ratti, R. A. (2009). Crude oil and stock markets: Stability, instability, and bubbles, *Energy Economics* **31**(4): 559–568.
- Mukherjee, T. K. e Naka, A. (1995). Dynamic relations between macroeconomic variables and the japanese stock market: An application of a vector error correction model, *Journal of Financial Research* **18**(2): 223–237.
- Narayan, P. K., Narayan, S. e Zheng, X. (2010). Gold and oil futures markets: Are markets efficient?, *Applied Energy* **87**(10): 3299–3303.
- Nieh, C.-C. e Lee, C.-F. (2001). Dynamic relationship between stock prices and exchange rates for g-7 countries, *Quarterly Review of Economics and Finance* **41**(4): 477–490.
- Nogueira, E. e Lamounier, W. (2008). “Contágio” entre mercados de capitais emergentes e mercados desenvolvidos: Evidências empíricas e reflexos sobre a diversificação internacional de portfólios, *Brazilian Review of Finance* **6**(2): 267–286.
- Nunes, M. S., da Costa Júnior, N. C. A. e Meurer, R. (2005). A relação entre o mercado de ações e as variáveis macroeconômicas: Uma análise econométrica para o brasil, *Revista Brasileira de Economia* **59**(4): 585–607.
- Ohemeng, W., Sjo, B. e Danquah, M. (2016). Market efficiency and price discovery in cocoa markets, *Journal of African Business* **17**(2): 209–224.
- Osterwald-Lenum, M. (1992). A note with quantiles of the asymptotic distribution of the maximum likelihood cointegration rank test statistics, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **54**(3): 461–472.
- Passos, B. K., Pimenta Junior, T. e Gaio, L. E. (2013). The influence of american stock markets on the brazilian stock market, *Asian Journal of Business and Management Sciences* **3**(5): 1–16.
URL: http://www.ajbms.org/journal_abstract.php?c_id=240
- Pfaff, B. (2008a). *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*, second edn, Springer, New York.
URL: <http://www.pfaffikus.de>

- Pfaff, B. (2008b). VAR, SVAR and SVEC models: Implementation within R package vars, *Journal of Statistical Software, Articles* **27**(4): 1–32.
- Phylaktis, K. e Ravazzolo, F. (2005). Stock market linkages in emerging markets: implications for international portfolio diversification, *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* **15**(2): 91–106.
- Pimenta Júnior, T. e Higuchi, R. H. (2008). Variáveis macroeconômicas e o Ibovespa: um estudo da relação de causalidade, *Revista Eletrônica de Administração* **14**(2): 296–315.
URL: <http://seer.ufrgs.br/index.php/read/article/view/39275>
- Pimenta Júnior, T. e Scherma, F. R. (2005). Um estudo da influência entre o dólar e o Ibovespa no período 1999–2003, *Revista Eletrônica de Gestão Organizacional* **3**(1): 18–25.
- Quinn, B. G. (1980). Order determination for a multivariate autoregression, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* **42**(2): 182–185.
- R Core Team (2018). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
URL: <https://www.R-project.org/>
- Rogers, P. e Securato, J. R. (2009). Estudo comparativo no mercado brasileiro do capital asset pricing model (CAPM), modelo 3-fatores de fama e french e reward beta approach, *RAC - Eletrônica* **3**(1): 159–179.
- Roll, R. e Ross, S. A. (1980). An empirical investigation of the arbitrage pricing theory, *Journal of Finance* **35**(5): 1073–1103.
- Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing, *Journal of Economic Theory* **13**(3): 341–360.
- Samuelson, P. A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly, *Industrial Management Review* **6**(2): 41–49.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model, *Annals of Statistics* **6**(2): 461–464.
- Shahbaz, M., Rehman, I. U. e Afza, T. (2015). Macroeconomic determinants of stock market capitalization in an emerging market: fresh evidence from cointegration with unknown structural breaks, *Macroeconomics and Finance in Emerging Market Economies* **9**(1): 75–99.

- Shanken, J. e Weinstein, M. I. (2006). Economic forces and the stock market revisited, *Journal of Empirical Finance* **13**(2): 129–144.
- Sharpe, W. F. (1982). Factors in new york stock exchange security returns, 1931–1979, *Journal of Portfolio Management* **8**(4): 5–19.
- Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and reality, *Econometrica* **48**(1): 1–48.
- Smith, K. L. (2002). Government bond market seasonality, diversification, and cointegration: International evidence, *Journal of Financial Research* **25**(2): 203–221.
- Sohel Azad, A. (2009). Efficiency, cointegration and contagion in equity markets: Evidence from china, japan and south korea*, *Asian Economic Journal* **23**(1): 93–118.
- Svilokos, T. (2012). Capital market cointegration of old and new eu member states, *Economic Research-Ekonomska Istraživanja* **25**(sup1): 313–336.
- Sweeney, R. J. (2003). Cointegration and market efficiency, *Journal of Emerging Market Finance* **2**(1): 41–56.
- Swensen, A. R. (2006). Bootstrap algorithms for testing and determining the cointegration rank in VAR models, *Econometrica* **74**(6): 1699–1714.
- Toda, H. Y. e Yamamoto, T. (1995). Statistical inference in vector autoregressions with possibly integrated processes, *Journal of Econometrics* **66**(1): 225 – 250.
- Vartanian, P. R. (2012). Impactos do índice Dow Jones, commodities e câmbio sobre o Ibovespa: uma análise do efeito contágio, *Revista de Administração Contemporânea* **16**(4): 608–627.
- Wang, K.-M., Lee, Y.-M. e Thi, T.-B. N. (2011). Time and place where gold acts as an inflation hedge: An application of long-run and short-run threshold model, *Economic Modelling* **28**(3): 806–819.
- Wong, H., Li, W. K. e Ling, S. (2005). Joint modeling of cointegration and conditional heteroscedasticity with applications, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* **57**(1): 83–103.
- Zhang, Y.-J. e Wei, Y.-M. (2010). The crude oil market and the gold market: Evidence for cointegration, causality and price discovery, *Resources Policy* **35**(3): 168–177.