

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

André Gentil Almeida Leite

**PINÇA ÓPTICA DUPLA: ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE  
UMA MICROESFERA DURANTE A TRANSIÇÃO EM UM POÇO  
DUPLO DE POTENCIAL**

Belo Horizonte

2016

André Gentil Almeida Leite

**PINÇA ÓPTICA DUPLA: ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE  
UMA MICROESFERA DURANTE A TRANSIÇÃO EM UM POÇO  
DUPLO DE POTENCIAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Física do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Dr. Ubirajara Agero Batista

Co-Orientador: Dr. Flávio Augusto de Melo Marques

Belo Horizonte

2016

*À vida*

# Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo sopro da vida, pela luz que me conduziu durante todo esse tempo de estudo, e pela força que implantou em minha alma, sem a qual não teria conseguido concluir essa etapa.

Agradeço à minha mãe Júlia e a minha irmã Sandra, por serem meu amparo e apoio em todos os momentos da minha vida, por acreditarem e incentivarem todos os meus sonhos.

Aos amigos, primos e familiares, pelo companheirismo e apoio.

Aos meus amigos Neto, Letícia, João Carlos, Paulo Fernando, Jardim e Fanuel pelo auxílio indispensável.

Ao professor, Dr. Ubirajara Agero Batista, pela disponibilidade e orientação; pelo conhecimento e experiência compartilhados.

Ao co-orientador, professor Dr. Flávio Augusto de Melo Marques, pelo tempo dispendido na orientação deste trabalho, pelas sugestões, intervenções e principalmente, pelas palavras de incentivo.

A família de João Carlos e Erasmo por sempre me receber como um membro da família.

Aos amigos do laboratório, Ana, Kennedy, Jéssica, Lídia, Lívia, Paula, Patricia, Sérgio sempre presentes.

A todos os servidores da Universidade Federal de Minas Gerais que me ajudaram, direta ou indiretamente.

Às instituições financiadoras: CNPq e Fapemig, pela concessão de bolsas, investimentos nos materiais de consumo e na estrutura do laboratório.

*"Uma vida mansa e isolada no interior, com a possibilidade de ser útil a quem é fácil ser bom, pessoas que não estão acostumadas a ser servidas. E trabalhar com algo que pode ser útil. Além de descansar, natureza, livros, música, amar seu próximo. Essa é a minha idéia de felicidade. E, então, acima de tudo, você como parceira e, quem sabe, filhos. O que mais o coração de um homem pode desejar?"(Na Natureza Selvagem)*

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>Pinças ópticas e procedimento experimental</b>	<b>12</b>
2.1	Teoria da pinça óptica . . . . .	12
2.1.1	Força de gradiente . . . . .	17
2.1.2	Limites de Rayleigh . . . . .	19
2.1.3	Limite da óptica geométrica . . . . .	21
2.1.4	Teoria MDSA . . . . .	24
2.2	Procedimentos Experimentais . . . . .	24
2.2.1	Sistemas de Coordenadas . . . . .	24
2.2.2	Montagem Experimental . . . . .	25
2.2.3	Preparação das amostras . . . . .	28
2.2.4	Atrito sobre a microesfera . . . . .	28
2.2.5	Distância entre as Pinças e Intensidade . . . . .	29
2.2.6	Cálculo do erro experimental . . . . .	31
2.3	Determinando a Constante $k$ da pinça óptica . . . . .	32
2.3.1	Método de Stokes . . . . .	32
2.3.2	Método utilizando o teorema de equipartição . . . . .	35
2.3.3	Valores de $k$ . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Movimento Browniano</b>	<b>37</b>
3.1	Equação de Langevin . . . . .	39
3.2	Equação de Langevin em um potencial . . . . .	44

<b>4</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>47</b>
4.1	Resultados Experimentais . . . . .	47
4.2	Simulação . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>68</b>
<b>A</b>	<b>Programa para o cálculo do <math>\tau</math></b>	<b>69</b>
<b>B</b>	<b>Simulação</b>	<b>74</b>

# Resumo

No mundo microscópico, a luz pode ser usada como uma “ferramenta mecânica”, podendo fazer muito mais do que simplesmente iluminar um objeto. Assim, utilizando-se duas pinças ópticas é possível criar um poço de potencial duplo, o qual permite aprisionar uma microesfera e analisar a estatística de suas transições entre os poços. Nesse sentido, este estudo verificou, experimentalmente, a relação das durações de transições com a distância entre os poços de potenciais, bem como, se essas durações são distribuições que obedecem a uma lei de potência como previsto teoricamente. Assim, a partir de um estimador escravo denotado por  $\xi$ , referente a uma equação escravo, foi analisado o equilíbrio da suscetibilidade do processo de Langevin em uma dimensão num potencial  $\phi(t)$ . Em seguida, montou-se um setup óptico com uma pinça óptica dupla para realizar medições das estatísticas, a partir de uma microesfera de poliestireno com diâmetro de  $3\ \mu\text{m}$  para três distâncias entre os poços de potencial ( $2,87$ ,  $3,00$  e  $3,13\ \mu\text{m}$ ). Os resultados apontaram que o comportamento de  $\xi$  obedece uma lei de potência, com o expoente  $\alpha$ , sendo que o valor de  $\alpha$  cresce para distâncias maiores e diminui para distâncias menores. Comparando-se os resultados experimentais com a simulação realizada, constatou-se o mesmo comportamento em ambos os casos.

# Abstract

In the microscopic world, light can be used as a "mechanical tool". It can do much more than simply illuminate an object, such as, transmitting energy in the form of heat or moment. Therefore, using two optical tweezers it is possible to create a double potential well, which allows you to trap a microsphere and analyze the statistics of its transitions between wells. In this sense, this study verified, experimentally, the dependence of durations with the distance between potentials wells, as well as if these durations are distributions that obey a power law as theoretically envisaged. Thus, from a slave estimator denoted by  $\xi$ , referring to a slave equation, the equilibrium of susceptibility of the Langevin process was analyzed in one dimension  $x(t)$  and a potential  $\phi(t)$ . Then, we build an optical setup with a double optical tweezer to carry out statistical measurements, from a polystyrene microsphere with a diameter of  $3 \mu\text{m}$  for three distances between the potential wells (2.87, 3.00 and 3.13  $\mu\text{m}$ ). The results showed that the behavior of  $\xi$  obeys a power law, with exponent  $\alpha$ , with values growing with longer distances between wells. Comparing the experimental results with the simulation performed, we obtained the same behaviour in both cases.

# Capítulo 1

## Introdução

A luz é capaz de interagir com a matéria, de tal forma que em situações especiais é capaz de aprisionar a matéria, mas com a construção do primeiro laser em 1960, foi possível realizar o primeiro experimento com pinças ópticas, realizado por Artur Ashikin e colegas de trabalho, do Bell labs em 1969 [1, 2] .

O funcionamento da pinça óptica consiste em um feixe de laser monocromático que é focalizado por uma objetiva, no seu ponto focal, que devido a algumas aberrações esféricas, se torna uma “região focal”. Nessa região, existe um enorme gradiente de intensidade do feixe de laser, e como resultado, temos uma pressão da luz sobre um objeto dielétrico, sendo que essa força varia de acordo com o índice de refração do meio e do objeto. Tal fenômeno faz com que o objeto fique "preso" nessa região focal, desde que o índice de refração do objeto seja maior que o do fluido no qual ele está inserido. Utilizando duas pinças ópticas é possível criar um poço de potencial duplo, o qual permite aprisionar uma microesfera e analisar as estatísticas de suas transições entre os poços.

Nesse sentido, o objetivo desta dissertação foi verificar experimentalmente a relação das durações de transições com a distância entre os poços de potenciais. Para tanto, foi utilizado o mesmo método proposto por David S. *et al.* [3], o qual consiste em criar um estimador escravo denotado por  $\xi$ , referente a uma equação escravo, para analisar o equilíbrio da suscetibilidade do processo de Lagevin em uma dimensão e um potencial  $\phi(t)$ . Em um dos exemplos do artigo, é realizada uma simulação do processo de Lagevin em um potencial da forma:  $\phi(t) = \frac{(1-x^2)^2}{4}$ , com o objetivo

de verificar se a distribuição de probabilidade de  $\xi$  obedece a uma lei de potência.

O experimento realizado para criar um potencial, similar ao exemplo sugerido no artigo, consistiu basicamente em criar dois poços de potenciais, como mostrado na Fig. 1.1, utilizando a técnica de pinçamento óptico. Para tanto, foi montado um setup óptico com uma pinça óptica dupla e realizado medições das estatísticas sobre a duração e trajetória das transições. Na região delimitada por um quadrado na Fig. 1.1, temos uma região convexa do potencial onde ocorrem as transições da partícula quando ela passa de um poço para o outro. É nesta região que será realizada toda análise numérica.

Neste trabalho foi verificado se as durações das transições são distribuições que obedecem a uma lei de potência, como previsto em [3], e medido o expoente da lei de potência associado. Deste modo, foram realizadas aquisições de uma série de transições de uma microesfera de poliestireno com diâmetro de  $\approx 3 \mu\text{m}$  para três distâncias entre os poços de potencial (2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ ). A partir da análise dos dados experimentais, obtivemos a distribuição das posições da microesfera, que nos fornece uma ideia do perfil das duas pinças ópticas; e conseqüentemente, o seu potencial efetivo, bem como, a distribuição da posição da partícula. Além disso, medimos o valor da constante  $k$  da pinça óptica, através do Teorema de flutuação-dissipação.

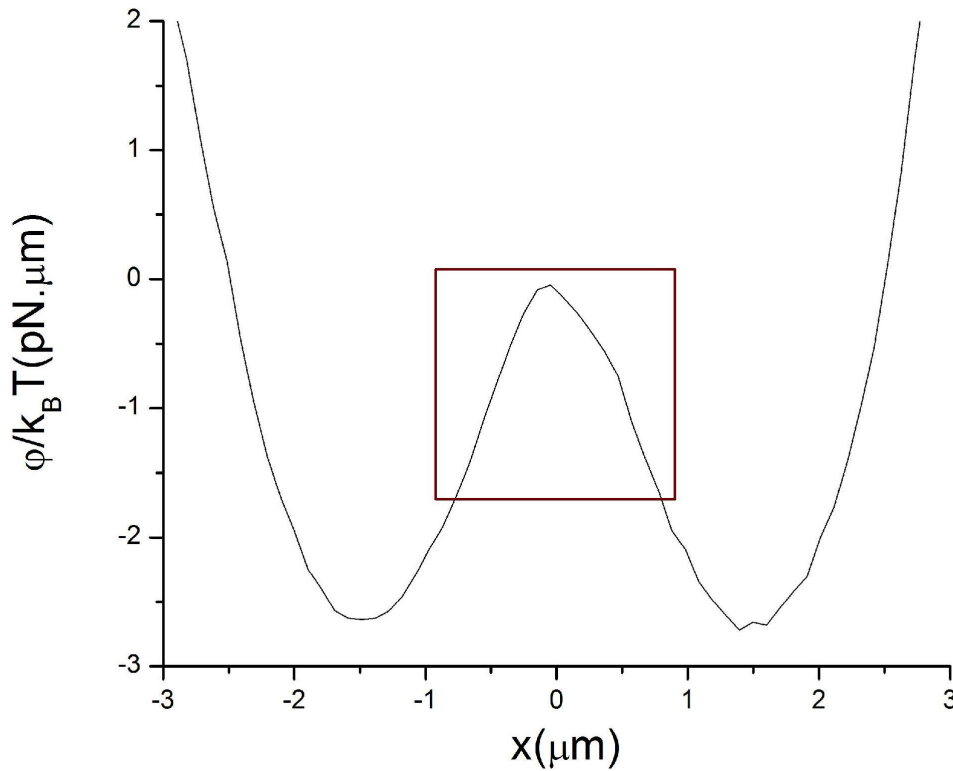


Figura 1.1: Poço de potencial duplo criado pela pinça óptica, região indicada onde a segunda derivada do potencial é menor que zero  $\phi''(x_t) < 0$ .

Além do mais, para complementar o trabalho experimental, foi realizada uma simulação do fenômeno estudado cujos resultados foram comparados com os resultados obtidos experimentalmente.

A dissertação está organizada em cinco capítulos, conforme descritos a seguir:

- Capítulo 1: Introdução
- Capítulo 2: Pinças ópticas e procedimento experimental

A primeira seção desse capítulo abordará o funcionamento da pinça óptica, toda a teoria envolvida e os limites de seu funcionamento. A segunda, apresentará o sistema de coordenadas utilizado. A terceira, contém os principais detalhes do arranjo experimental. A última seção, que trata de medidas experimentais, descreverá o método de análise de dados utilizado.

- Capítulo 3: Movimento Browniano

A primeira seção do capítulo apresentará uma breve discussão sobre o movimento browniano. A segunda uma revisão sobre a equação de Langevin, apresentará variável escravo.

- Capítulo 4: Resultados e Discussão

Nesse capítulo serão apresentados e discutidos os resultados experimentais, e também serão realizadas comparações entre os dados obtidos experimentalmente com as simulações.

- Capítulo 5: Conclusões e perspectivas futuras

# Capítulo 2

## Pinças ópticas e procedimento experimental

Este capítulo apresenta a introdução dos principais detalhes para o funcionamento da pinça óptica. Também será ressaltado os procedimentos experimentais e equipamentos utilizados. O experimento deste trabalho consiste em criar dois poços de potenciais, o movimento browniano da microesfera irá fazer com que ela transite entre os poços. Foi realizada a medição do deslocamento do centro de massa da microesfera observando a variação na posição para três distâncias entre as pinças. Como resultado, obtivemos um histograma da posição e, conseqüentemente, a sua distribuição de probabilidade bem como o potencial efetivo.

### 2.1 Teoria da pinça óptica

A luz visível é um tipo de radiação eletromagnética de uma parte muito limitada do espectro eletromagnético. Toda radiação eletromagnética é quantizada em fótons, ou seja, a menor porção de radiação eletromagnética que pode existir é um fóton.

Em 1873, Maxwell demonstrou em sua teoria que a luz pode exercer pressão de radiação [4], e isso foi um dos feitos mais importantes na física. Levou décadas de pesquisas sobre o eletromagnetismo para Maxwell poder criar um sistema de quatro equações, que a princípio poderia nos dar todas as informações do eletromagnetismo.

A energia contida em um fóton pode ser escrita como:

$$E = h\nu \quad (2.1)$$

onde  $h$  é a constante de Planck e  $\nu$  é a frequência da onda eletromagnética. A velocidade da luz  $c$  pode ser calculada da seguinte forma:

$$c = \lambda\nu, \quad (2.2)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz. Combinando as equações 2.1 e 2.2 temos:

$$E = \frac{hc}{\lambda}. \quad (2.3)$$

A energia do fóton, também conhecida como *quantum* de energia, pode ser calculada usando as equações 2.1 ou 2.3 e é determinada por sua frequência  $\nu$  ou comprimento de onda  $\lambda$ . A constante de Planck foi o resultado de uma hipótese de Max Planck para um efeito conhecido na época como “catástrofe do ultravioleta”. Ele mesmo desacreditou em sua hipótese, tendo confessado mais tarde que só foi levado a formular essa hipótese por “um ato de desespero” [5], e que na época não deu tanta atenção a essa constante. Em 1905, Albert Einstein comprovou a validade da constante de Planck a partir de seu artigo sobre o efeito fotoelétrico.

Quando um único fóton ou conjunto deles interage com a matéria a luz transfere momento linear, que é dado por:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}. \quad (2.4)$$

A força está relacionada diretamente com momento, via a segunda lei de Newton, pode ser escrito como:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (2.5)$$

A equação 2.5 pode ser vista como a força que a radiação exerce sobre certa superfície. Apesar de o fóton possuir massa de repouso igual a zero, o princípio da conservação de momento linear demonstra que a interação da radiação eletromagnética sobre a superfície deve transmitir momento linear. A partir da segunda lei de

Newton, podemos verificar que a variação do momento linear de um corpo material é resultante de uma força aplicada sobre o corpo. Assim um feixe de radiação com energia  $E$  (neste exemplo são somadas as contribuições de todas as frequências  $\nu$ ), possui uma quantidade de momento dada pela equação 2.4.

Considerando uma superfície que absorva totalmente o feixe de luz, ela irá receber o momento linear de forma integral. Desta maneira a pressão  $P$  pode ser descrita como:

$$P = \frac{|\vec{F}|}{A} = \frac{1}{A} \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = \frac{1}{Ac} \frac{dE}{dt} = \frac{Q}{c}, \quad (2.6)$$

onde  $Q$  é o fluxo de energia por unidade de área, ou seja, energia por tempo por área. Por outro lado, uma superfície que reflete totalmente a radiação incidente, implicará em um efeito dobrado da pressão:

$$P = 2\frac{Q}{c}. \quad (2.7)$$

Desta maneira, de acordo com 2.4, a variação de momento linear será:

$$|\Delta p| = |p_f - p_i| = \frac{2E}{c}. \quad (2.8)$$

A microesfera ao receber esta energia, sofrerá uma força de espalhamento que é dado por:

$$|\vec{F}| = \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = \frac{2}{c} \frac{dE}{dt} = \frac{2}{c} P_{ot}, \quad (2.9)$$

Onde  $P_{ot}$  é a potência do laser utilizada, para estimar a ordem de grandeza desta força, utilizando uma potência de 1mW teremos uma força de  $\sim 7$  pN.

O primeiro trabalho com pinças ópticas foi realizado em 1969, por Arthur Ashkin *et al* [1, 2]. Desde então iniciou-se um grande progresso no seu desenvolvimento e aplicações, principalmente no campo Biológico, pois essa ferramenta nos permite realizar tarefas que não seriam possíveis como a manipulação de objetos sem qualquer contato mecânico. Além disso, ela permite trabalhar com objetos microscópicos utilizando uma força de precisão da ordem de pico-Newton.

Na Fig. 2.1 podemos visualizar um esquema do fenômeno estudado: na parte a) temos uma microesfera aprisionada na pinça da esquerda. Esta esfera está recebendo colisões das moléculas de água de todos os lados. Para que a esfera fique presa a força das colisões tem que ser menor que a força da pinça óptica. A energia das colisões é da ordem da diferença de energia do poço de potencial entre as pinças, na parte b) temos a microesfera na região convexa do potencial.

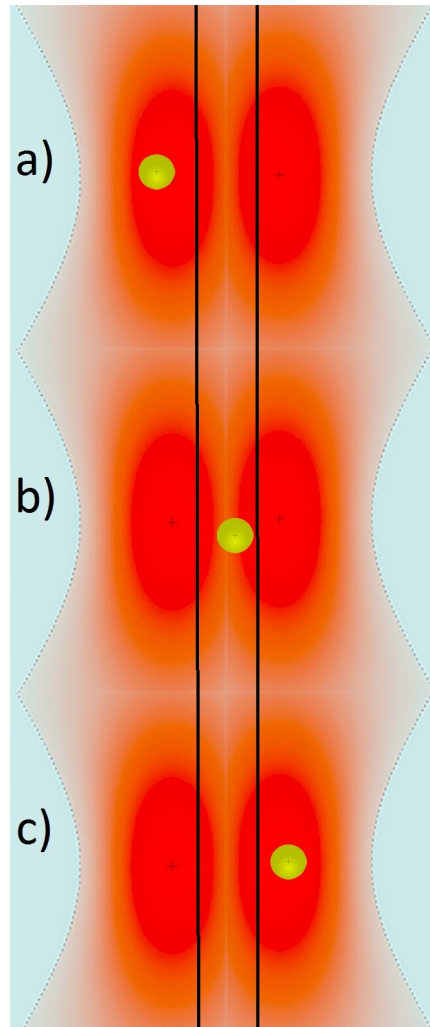


Figura 2.1: : Ilustração dos poços de potenciais criados pelas pinças com uma microesfera aprisionada. A microesfera irá oscilar entre os dois poços de potenciais, passando de a) a c), devido ao seu movimento Browniano, na parte b) a microesfera está na região convexa do potencial, determinada pelas linhas contínuas pretas.

O funcionamento das pinças ópticas se origina do fato de que a luz transporta momento em seus fótons, como mostra a equação 2.4. Por isso a luz é capaz de exercer força sobre um objeto ao transferir momento para este. Essa abordagem

também permite que forças sejam exercidas por reflexão ou espalhamento da luz na interface de um material. Como o objeto é um material dielétrico, com índice de refração maior que a do fluido no qual geralmente é suspenso, o feixe de luz sofre refração. Isso faz com que o objeto seja atraído, sempre para a região de maior intensidade do feixe, quando focalizado através de uma objetiva.

Devido à conservação de momento, o objeto também sofre uma força na direção e sentido do feixe chamada força de espalhamento. Como a microesfera possui um índice de refração maior que o meio  $n_e > n_m$ , parte da luz é refletida na superfície externa, causando uma mudança de direção que faz com que a luz seja desviada, ocorrendo assim, a transferência de momento linear da luz sobre a microesfera. Como podemos ver na figura 2.2, os feixes de luz  $a$  e  $b$ , de extremidades opostas do feixe do laser gaussiano, incidem sobre a superfície da microesfera dielétrica causando as forças de espalhamento. Ao serem refletidos, os raios exercem forças sobre a microesfera: o feixe  $a$  exerce a força  $\vec{F}_a$ , e o feixe  $b$  exerce a força  $\vec{F}_b$ . Somando as forças  $\vec{F}_a$  e  $\vec{F}_b$ , temos a resultante, que pode ser compreendida como a pressão de radiação, a qual tende a empurrar a microesfera para cima, na direção da propagação da luz.

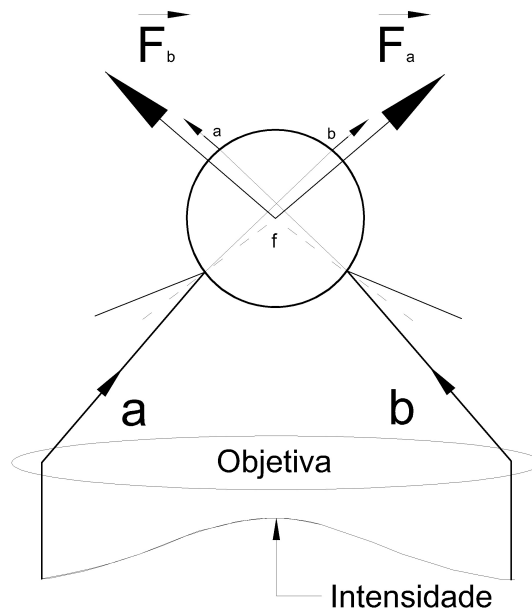


Figura 2.2: Ilustração das forças de espalhamento causadas pela reflexão e absorção da luz pela microesfera.

### 2.1.1 Força de gradiente

Existe uma região, ligeiramente deslocada da posição de focalização, onde as forças de gradiente e espalhamento se igualam. Esse balanço de forças faz com que a partícula seja aprisionada em um poço de potencial semelhante ao de uma mola, de constante elástica  $k$ .

A força de gradiente surge devido à refração da luz no objeto e a força de espalhamento devido à reflexão e absorção da luz. A maioria dos objetos biológicos são parcialmente transparentes para a luz visível e possuem um índice de refração maior que o meio. Em sua maioria possui uma superfície curva, como a da microesfera.

Na Fig. 2.3 temos uma microesfera deslocada à esquerda do perfil de intensidade do laser e abaixo do foco do feixe. Quando o feixe  $b$  incide sobre ela é desviado de sua trajetória inicial, provocando uma variação no momento linear de mesmo módulo e sentido contrário, que é dado por 2.5. Dessa forma, há o surgimento da força  $|\vec{F}_b|$ . Observa-se que a microesfera está deslocada da região de máxima intensidade do laser, e também o feixe  $b$  está mais próximo da região de máxima intensidade do laser, resultando em  $|\vec{F}_b| > |\vec{F}_a|$ .

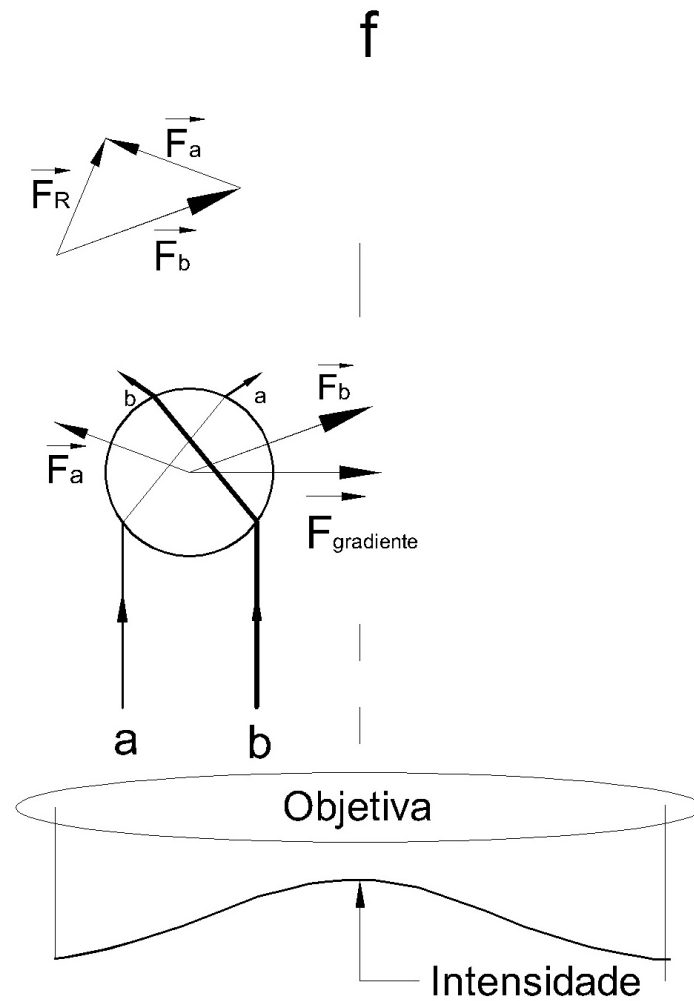


Figura 2.3: Ilustração da força de gradiente que surge devido a refração da luz na microesfera.

A força resultante tende a empurrar a microesfera para a região do foco do laser, localizada acima da microesfera. A parte refletida provocará a força de espalhamento na direção de propagação do feixe. A magnitude da força de espalhamento depende da intensidade do feixe. Ao contrário disso, a força de gradiente depende da mudança do campo elétrico. A força de aprisionamento geralmente é da ordem de pico-Newton e por isso é muito utilizada para estudar moléculas únicas.

A figura 2.4 apresenta a microesfera acima do foco ( $f$ ) do laser que faz com que os feixes do laser atinjam a microesfera após o foco. Com isso, as componentes das forças devido à refração atuam para baixo, e sua resultante ( $\vec{F}$ ) atua em direção ao

foco. O efeito de refração causa o deslocamento do centro da microesfera em direção ao foco do feixe (força de gradiente), enquanto o efeito da reflexão e absorção é de empurrar a microesfera no sentido da incidência do feixe (força de espalhamento) [6]. A luz refletida faz com que a posição de equilíbrio da microesfera seja, um pouco acima, do foco do laser.

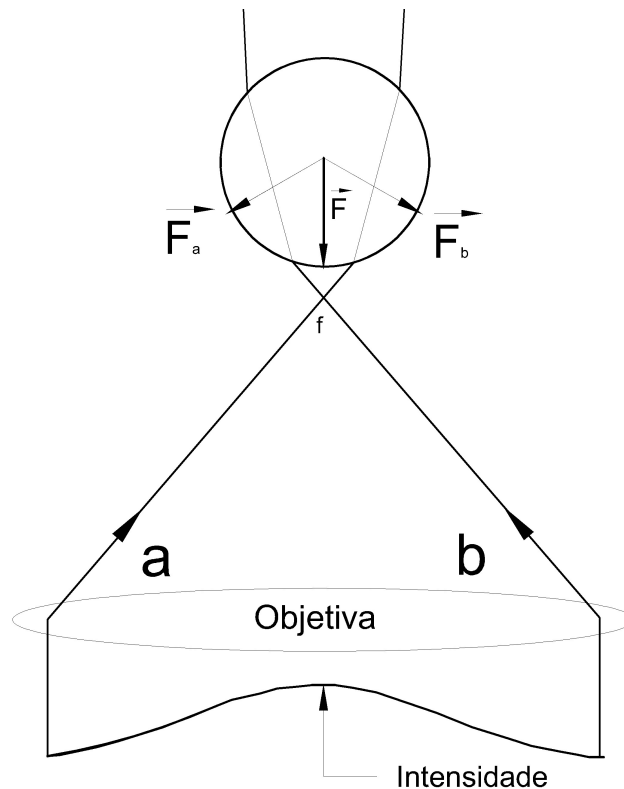


Figura 2.4: Ilustração das forças de gradiente atuando na microesfera acima do foco do laser. A força resultante atua para baixo em direção ao foco.

Essa análise do pinçamento óptico facilita o entendimento de seu funcionamento. No entanto, um tratamento quantitativo, mesmo no limite da óptica geométrica [7], deve ser considerado, como por exemplo: múltiplas reflexões dentro da microesfera, variação dos coeficientes de reflexão e transmissão do feixe, e também o ângulo de incidência.

### 2.1.2 Limites de Rayleigh

Aplica-se no limite  $a \ll \lambda$ , no qual o raio da microesfera é muito menor que o comprimento de onda da radiação incidente, sendo que  $a$  é o raio da microesfera e  $\lambda$

é o comprimento de onda do laser. Nesse limite, a microesfera é aproximada de um dipolo induzido num campo elétrico aproximadamente uniforme [6, 8]. No entanto, a análise das forças de forma geométrica não é mais válida. Como o comprimento de onda é muito grande comparado ao raio da esfera, a variação espacial do campo elétrico pode ser considerada muito lenta nas proximidades da esfera, assim temos um problema de uma esfera dielétrica em um campo uniforme, cuja solução e conhecida é encontrada em [4]. Na região externa à esfera, o potencial elétrico em coordenadas esféricas pode ser escrito como [8]:

$$\varphi(r, \theta) = -E_0 r \cos(\theta) + \left( \frac{K-1}{K+2} \right) \frac{a^3}{r^2} E_0 \cos(\theta), \quad (2.10)$$

onde,

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}, \quad (2.11)$$

sendo  $\varepsilon$  e  $\varepsilon_m$  permissibilidades do material e do meio, respectivamente,  $E_0$  o campo uniforme na ausência da microesfera. O segundo termo da Eq. 2.10 caracteriza um dipolo elétrico, o qual decai com  $r^{-2}$ . Esse termo é a contribuição do dipolo e pode ser descrito como

$$\phi_d(r, \theta) = \frac{p}{r^2} \cos(\theta), \quad (2.12)$$

onde  $p$  é o momento de dipolo. Pela equação 2.10 temos:

$$p = \left( \frac{K-1}{K+2} \right) a^3 E_0, \quad (2.13)$$

escrevendo na forma vetorial,

$$\varphi_d(r, \theta) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}. \quad (2.14)$$

A energia potencial no campo uniforme é dada por,

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}, \quad (2.15)$$

onde  $\vec{E}$  é o campo no exterior da microesfera. Então, a força será da forma:

$$\vec{F}_{x_i} = -\frac{\partial U}{\partial x_i}, \quad (2.16)$$

sendo

$$U = \varphi_d(r, \theta), \quad (2.17)$$

Deste modo temos,

$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{p} \cdot \vec{E}) = \left( \frac{K-1}{K+2} \right) a^3 \vec{\nabla} E^2, \quad (2.18)$$

Da Eq. 2.18, temos que  $\vec{F} \propto \vec{E}^2$  e  $E^2 \propto I$ , o que significa que  $F \propto I$  e sua direção aponta para o ponto de maior intensidade do laser, ou seja, o foco. Temos ,

$$k_{x_i} = \left( \frac{K-1}{K+2} \right) a^3 \frac{\partial E^2}{\partial x_i}. \quad (2.19)$$

Da Eq. 2.19, podemos perceber que a constante de força da pinça óptica no limite de Rayleigh é proporcional ao raio da microesfera  $k \propto a^3$ .

### 2.1.3 Limite da óptica geométrica

Quando  $a \gg \lambda$ , tem-se um tratamento baseado na óptica geométrica, o qual leva em consideração a refração e reflexão dos raios ao atingirem a microesfera. Como o objetivo é encontrar uma relação para a constante  $k$ , conforme feito anteriormente no limite de Rayleigh, calculamos a força de cada raio incidente na microesfera, sendo que a força de cada raio depende do coeficiente de reflexão e de transmissão, já que o raio incidente na microesfera origina um raio refletido e outro refratado. A força depende do índice de refração do meio em que a microesfera se encontra e da potência do raio. A força sobre a microesfera, devido a um único raio, pode ser escrita como [7, 9]:

$$F = \frac{n_m P_r |Q_t|}{c}, \quad (2.20)$$

onde  $n_m$  é o índice de refração do meio,  $P_r$  é a potência do laser e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

O fator  $Q_t$  leva em consideração as múltiplas reflexões e as transmissões no interior da esfera, e pode ser escrito como [7, 10] :

$$Q_t = 1 + Re^{2i\alpha} - T^2 \frac{e^{2i(\alpha-\beta)}}{1 + Re^{-2i\alpha\beta}}, \quad (2.21)$$

onde  $R$  e  $T$  são os coeficientes de reflexão e transmissão, respectivamente e  $\alpha$  e  $\beta$  os ângulos de incidência e refração.

A força total da pinça é obtida integrando a força para todo o feixe, supondo que todos os raios atingem a microesfera. Porém, não é isso o que ocorre, tendo em vista a refração dos raios ao passarem da lamínula para o meio onde está a microesfera.

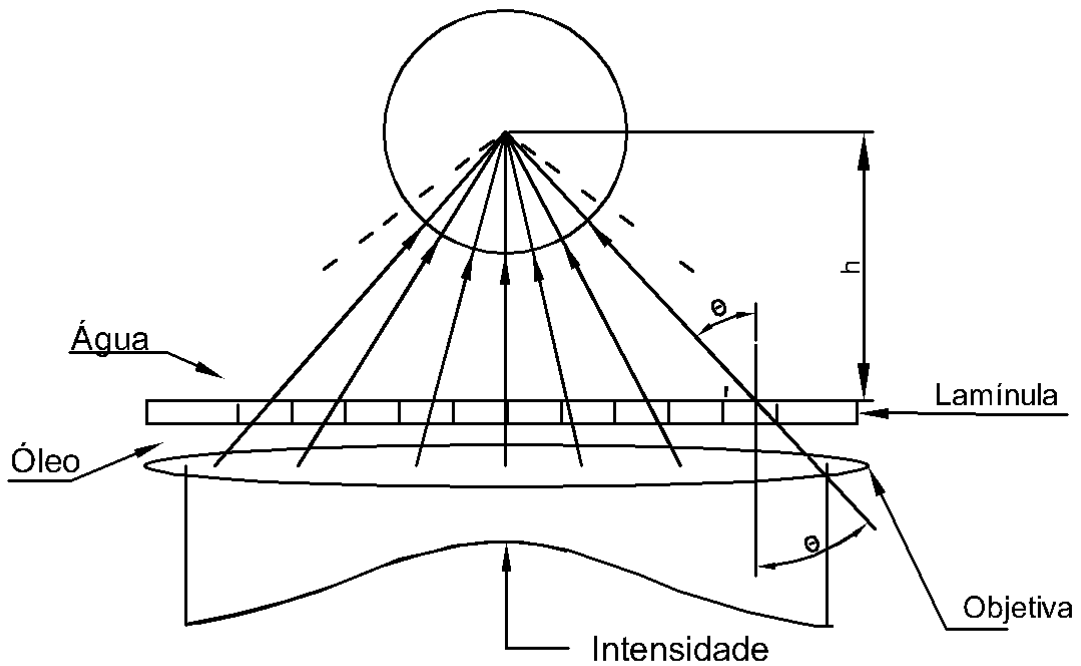


Figura 2.5: Caso ideal onde todos os raios atingem a microesfera, ou seja, sem aberração esférica o foco se encontra em apenas um único ponto.

Como a água possui o índice de refração menor que o do vidro da lamínula, os raios se afastam da normal, e como consequência, nem todos atingem a microesfera situada a uma altura  $h$ . Assim, o foco não será um ponto, mas sim uma região ao

longo do eixo  $z$ .

A Fig. 2.5 representa o caso onde todos os feixes atingem a microesfera, ou seja, o caso ideal. Já a Fig.2.6 representa o caso real, onde existe aberração esférica, ou seja, dependendo da altura, nem todos os raios atingem a microesfera. Para este caso, a quantidade de raios que atingem a microesfera será maior se  $h$  for menor, sendo que somente os raios que atingem a microesfera contribuem para a força da pinça. Esse efeito interfere, diretamente, no valor de  $k$ , o qual será menor se comparado ao caso de todos os raios atingirem a microesfera (caso ideal). Para diminuir esse efeito, o valor de  $h$  deverá ser muito pequeno, e isso acontece quando a microesfera está praticamente encostada na lamínula.

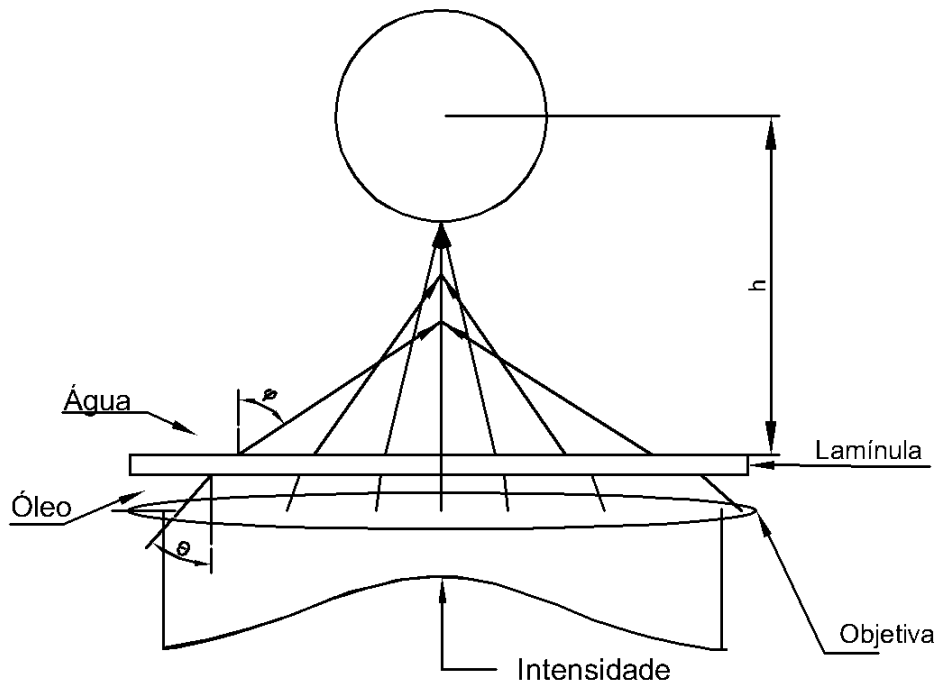


Figura 2.6: Caso real onde é considerada a aberração esférica. Os raios refratam em ângulos diferentes na interface vidro-água.

Recentemente, Rocha [6] mostrou que os resultados numéricos, no limite da óptica geométrica, somente concordam bem com experimento para microesferas com  $a \geq 1,2\mu\text{m}$ , que é o caso do experimento realizado, no qual foram utilizadas microesferas de diâmetro  $3\mu\text{m}$ .

### 2.1.4 Teoria MDSA

A teoria MDSA (Mie-Debye Spherical Aberration) foi proposta por Mazzolli, Maia Neto e Nussenzveig [11, 12] e é a mais geral para o estudo da constante da força para microesferas em qualquer faixa de tamanho. Recentemente foi calculado teoricamente as forças axial e transversal que uma pinça óptica exerce em uma microesfera com raio arbitrário. O cálculo foi baseado na representação Debye, para o feixe de laser focalizado além da objetiva e na teoria de espalhamento de Mie, para a interação do feixe com a microesfera. Nos limites onde o comprimento de onda é grande comparado ao raio da esfera, a teoria se torna a teoria de Rayleigh, e para um raio grande comparado ao comprimento de onda, voltamos para o caso da óptica geométrica.

## 2.2 Procedimentos Experimentais

### 2.2.1 Sistemas de Coordenadas

O sistema de coordenadas (Fig. 2.7) foi posicionado, de forma a deixar o feixe de laser na direção paralela ao eixo  $z$ . Os eixos  $x$  e  $y$  ficaram no plano da lamínula. A pinça óptica dupla está localizada no eixo  $x$ , ou seja, esse eixo corresponde à trajetória que a microesfera precisa percorrer entre as pinças ópticas para que ocorra uma transição, como mostrado na figura 1.1.

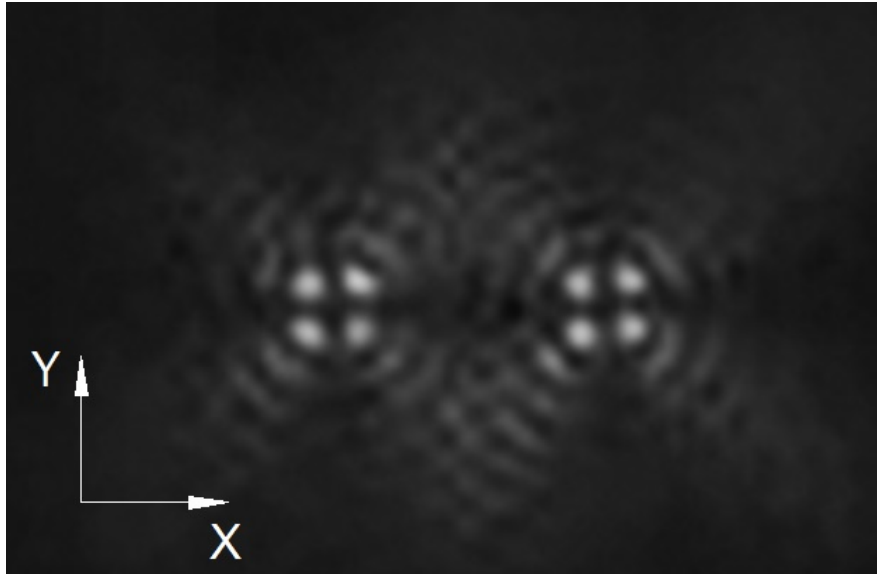


Figura 2.7: Sistemas de coordenadas da pinça óptica dupla.

## 2.2.2 Montagem Experimental

O equipamento foi montado sobre uma mesa óptica de granito com sistema de nivelamento e cancelamento de ruído. A primeira dificuldade encontrada constitui em alinhar o sistema, de forma a obter a distância ideal entre as duas pinças.

Com o sistema alinhado, e todos os seus componentes colocados nos devidos lugares, iniciaram-se os testes. Para tanto, foram utilizados vários tipos de lentes de distâncias focais, variando de 20 mm a 80 mm, com o intuito de obter uma distância inicial entre as pinças de aproximadamente  $3,00 \mu\text{m}$ .

Para a realização do experimento, foi montado o esquema da figura 2.8, tendo sido utilizado um microscópio de objetiva invertida Nikon Eclipse TS100, com objetiva de óptica corrigida no infinito, (Nikon Plan APO DICH, 100X, 1.49 NA). A objetiva do microscópio é responsável por focalizar o feixe de laser infravermelho que produz a pinça. Esse feixe é cilíndrico ao sair do emissor, e se torna cônico, após atravessar a objetiva. Nesta montagem foi utilizado o laser da IPG Photonics modelo YLR-5-1064-LP, operando no comprimento de onda  $\lambda = 1064 \text{ nm}$  (100 mW a 5W), que é responsável por criar a armadilha óptica.

O feixe de laser é guiado por um conjunto de espelhos, sendo eles: E1, E2, E3 e E4, sendo E4 um espelho dicróico que é responsável por enviar o feixe até a câmera

CMOS, esse espelho deveria impedir que o laser fosse para câmera, mas como ele não é perfeito uma parte do laser passa e conseguimos ver na câmera, como mostra a figura 2.8. O feixe de laser, ao sair do espelho E3, chega ao modulador acústico-óptico (AOM) que utiliza as ondas sonoras no interior de um cristal para criar uma rede de difração [13]. A medida que a potência do sinal de radiofrequência (RF) aplicada é variada, a quantidade de luz difratada varia proporcionalmente. O modulador acústico-óptico pode ser usado como um obturador ou como um atenuador variável, controlando a intensidade da luz transmitida de forma dinâmica.

A pinça óptica dupla é criada utilizando o modulador acústico-óptico como divisor de feixe. Esse modulador divide o feixe original em dois, que podem ser tratados separadamente para produzir duas pinças ópticas em locais diferentes. No aparato experimental o AOM está sobre uma plataforma mecânica a qual permite controle total de seu movimento em todas as direções, pois sua eficiência depende significativamente da sua orientação e posição. Ele permite que a intensidade de luz seja modulada e controlada a taxas que excedem em muito os obturadores mecânicos até um máximo de 70 MHz [13].

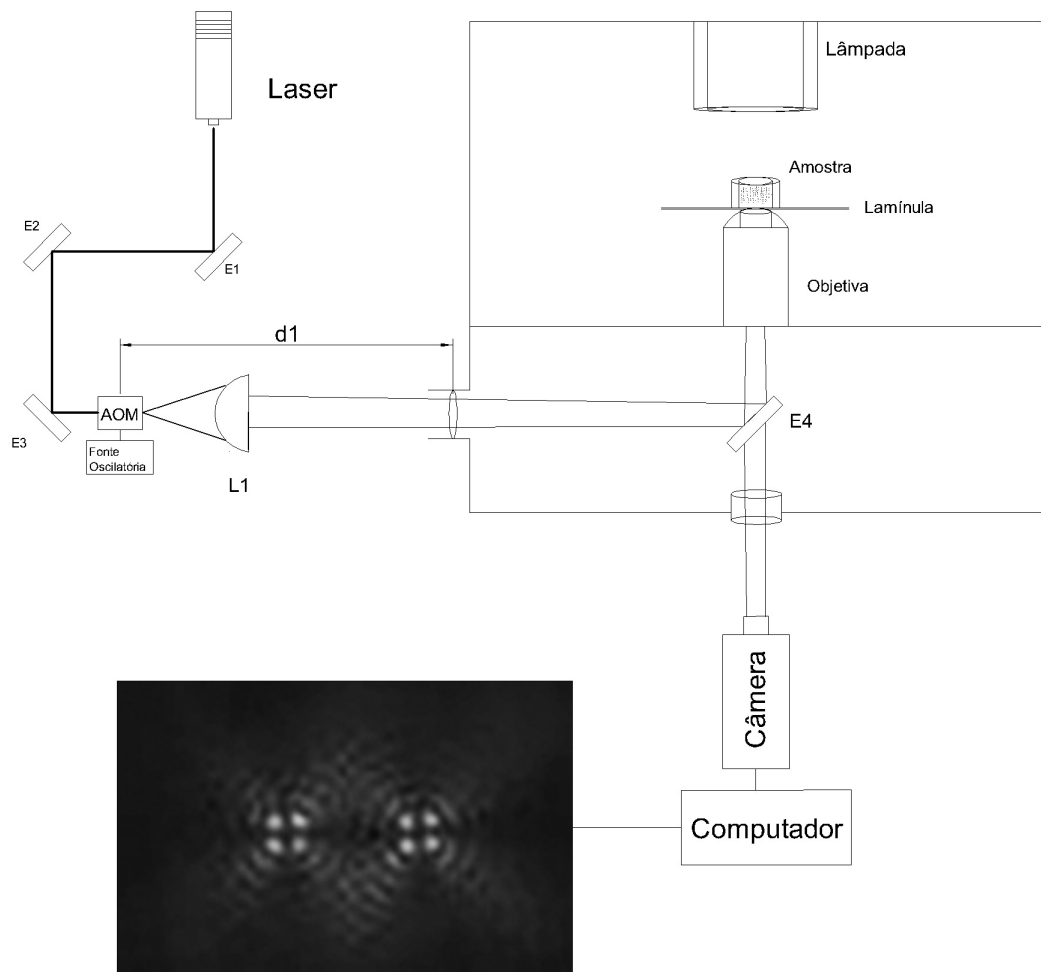


Figura 2.8: Esquema da montagem experimental utilizada para produzir um poço de potencial duplo através de pinças ópticas.

A lente plano-convexa  $L1$ , com distância focal de 40 mm, é responsável por fazer o feixe convergir até o microscópio, e também, por definir a distância entre as pinças. Durante a realização dos testes, foi possível definir uma relação entre a distância do modulador ao microscópio  $d1$ , e a distância entre as pinças, conforme apresentado na Fig. 2.8. Encontrar essa relação foi de grande relevância, considerando que não haveria necessidade de trocar a lente  $L1$  para conseguir a distância ideal entre as pinças. A partir dessa configuração, os trabalhos foram executados, modificando a distância  $d1$  para obter a distância pretendida entre as pinças (Fig. 2.8).

Em uma das saídas do microscópio foi instalada uma câmera CMOS (PCO hs 1200) de alta velocidade de aquisição, cuja capacidade interna é de aproximadamente

8 Gb. A câmera foi ligada diretamente a um computador que através de um software foi possível restringir exatamente a área de aquisição de imagens. Isso mostrou ser bem útil, pois a câmera trabalha numa relação de tamanho da imagem por frames por segundo, ou seja, quanto menor a nossa área de interesse, menor seria nosso tempo de exposição, e conseqüentemente, mais frames por segundo conseguiríamos.

Assim, após passar por *E4* o feixe chega à objetiva que é responsável por focalizar o feixe atingindo a lamínula de vidro, onde está o porta-amostra com as microesferas de poliestireno com diâmetro  $(3,00 \pm 0,07) \mu\text{m}$ .

### 2.2.3 Preparação das amostras

As amostras são soluções de microesferas de poliestireno de diâmetro  $(3,00 \pm 0,07) \mu\text{m}$ , em água deionizada (DI). A concentração da solução é de  $0,5 \mu\text{L}$  da solução estoque de microesferas, que possui concentração de sólido em torno de 10%, para  $1000 \mu\text{L}$  de água DI. Agitamos bem essa solução, a fim de homogeneizá-la e em seguida uma pequena quantidade foi transferida para um porta-amostras de acrílico, anexada a uma lamínula de espessura  $0,17 \text{ mm}$ .

### 2.2.4 Atrito sobre a microesfera

Para determinar a constante da pinça óptica, é necessário identificar o coeficiente de atrito viscoso que a solução aquosa proporciona à microesfera. Este coeficiente depende do raio da microesfera, da distância da microesfera em relação à lamínula, e da viscosidade da solução. Para movimentos paralelos a superfície da lamínula, o coeficiente de atrito pode ser descrito como [14, 15, 16]

$$\zeta = \zeta_0 \left[ 1 - \frac{9}{16} \left( \frac{a}{h} \right) + \frac{1}{8} \left( \frac{a}{h} \right)^3 - \frac{45}{256} \left( \frac{a}{h} \right)^4 - \frac{1}{16} \left( \frac{a}{h} \right)^5 + \dots \right]^{-1}, \quad (2.22)$$

onde  $a$  é o raio da microesfera,  $h$  é a distância do seu centro com relação à lamínula e  $\zeta_0$  é dado por:

$$\zeta_0 = 6\pi\eta a, \quad (2.23)$$

onde  $\eta$  é a viscosidade da água dada por:

$$\eta = 0,26 + 1,51e^{\frac{-T}{29}} \quad (2.24)$$

onde  $T$  é a temperatura.

### 2.2.5 Distância entre as Pinças e Intensidade

O método utilizado para verificar a intensidade das pinças consiste em analisar o valor da média do nível de cinza dos píxeis de uma imagem capturada utilizando a câmera CMOS descrita anteriormente. Com o auxílio do programa ImageJ [17], que é utilizado para análise digital da imagem, restringimos uma área de aproximadamente  $10 \times 10$  píxeis e verificamos o valor dos níveis de cinza de cada uma pinça, conforme demonstrado na Figura 2.9.

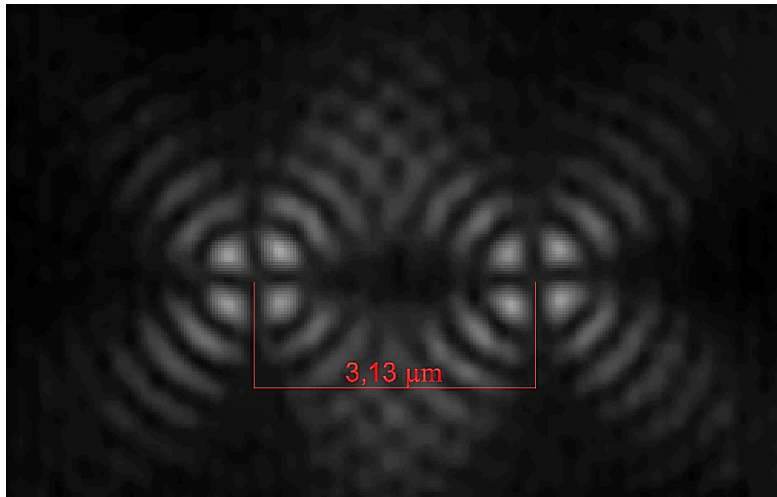


Figura 2.9: Imagem das pinças ópticas, obtidas pela focalização do feixe de laser pela objetiva, capturada utilizando a câmera CMOS. A distância entre as pinças é calculada obtendo o valor de centro a centro dos *spots*.

A intensidade dos dois feixes foi manipulada através do modulador acústico-óptico (AOM) que estava sobre um suporte que permite modificar o ângulo da difração de Bragg. Desta maneira, um dos grandes problemas enfrentados no desenvolvimento deste trabalho que é de deixar as piças ópticas com a mesma intensidade, foi solucionado.

A distância entre as pinças foi verificada, utilizando o programa ImageJ [17]. Os

experimentos foram realizados para três distâncias diferentes entre as pinças (2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m} \pm 0,125 \mu\text{m}$ ) e utilizando um mesmo tamanho de microesfera de 3,00  $\mu\text{m}$  de diâmetro. Para realizar todas estas medidas das dimensões foi realizada uma calibração no sensor da câmera utilizando uma régua micrométrica que possibilitou determinar o tamanho do píxel da câmera CMOS, que é de  $0,125 \pm 0,005 \mu\text{m}$ . Considerando o fato da lente L1 não estar posicionada exatamente na distância focal do AOM, foi possível fazer com que os feixes saíssem de L1 levemente convergentes. Desta maneira foi possível controlar a distância entre as pinças de forma bem precisa variando a distância ( $d1$ ) (ver Fig. 2.8) entre o conjunto modulador acústico-óptico (AOM) e lente L1, como mostra a figura 2.10.

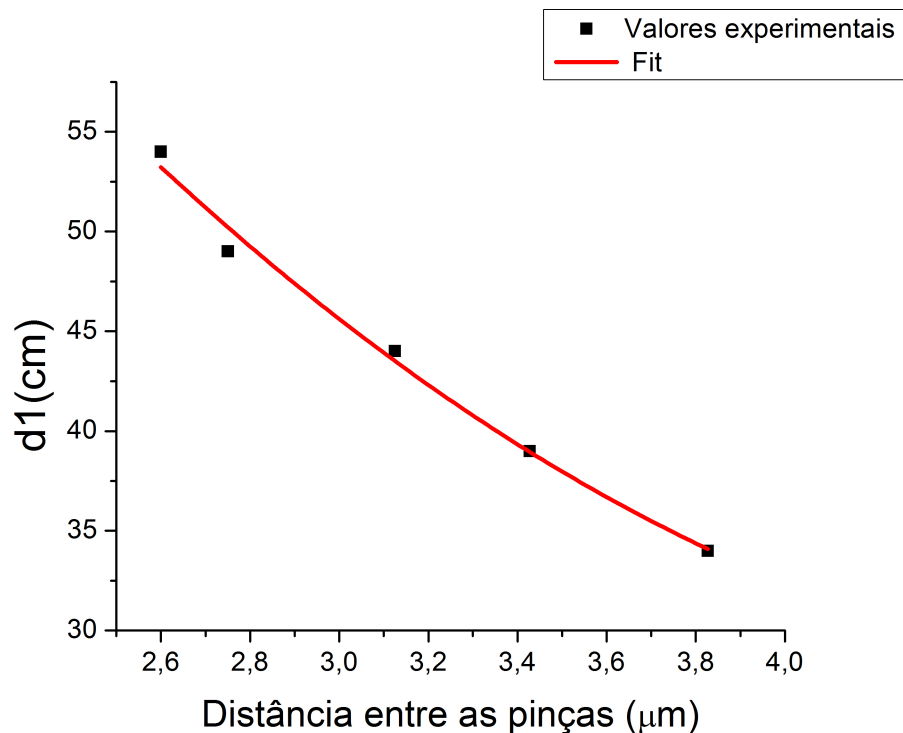


Figura 2.10: Ajuste polinomial da relação entre  $d1$  e a distância entre as pinças.

Após o sistema estar completamente calibrado, procedemos com a aquisição de dados que consiste em capturar uma microesfera de poliestireno, suspensa na solução, através de uma das pinças ópticas. A aquisição de dados é realizada utilizando a câmera CMOS já descrita anteriormente a uma taxa de 100 frames por segundo, ou seja, com tempo de exposição configurado em 10 milissegundos Variando a força

da pinça através da intensidade do laser, conseguimos criar uma condição no qual o movimento browniano da microesfera permite que ela transite de uma pinça para a outra de maneira aleatória. Todos os experimentos foram realizados a temperatura de 25 graus Celsius ( $298K$ ).

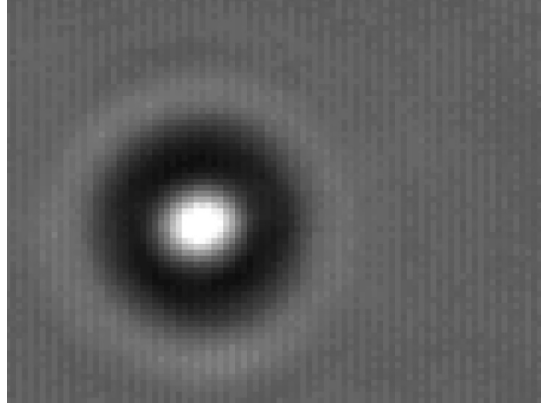


Figura 2.11: Microesfera de Poliestireno de  $3 \mu\text{m}$  presa em uma das pinças.

## 2.2.6 Cálculo do erro experimental

Para ficar mais claro qual a precisão das posições da microesfera obtida neste trabalho, foi calculada a flutuação dos valores do centro de massa de uma microesfera fixa à lamínula. O tratamento da imagem realizado foi o mesmo utilizado em todo trabalho: utilizou-se a função *threshold* do programa ImageJ para diferenciar a microesfera do *background*. Em seguida foi utilizado a função *analyse particles* do mesmo programa para identificar a posição do centro de massa da microesfera, no plano  $(x, y)$  da imagem, para cada *frame* de todo o vídeo. Como neste caso a microesfera está fixa à lamínula, o resultado ideal seria obter os valores do centro de massa com menor flutuação possível em torno de um ponto. Portanto, para obter este valor de flutuação com uma boa precisão, foi utilizado uma taxa de captura de 1000 *frames* por segundo para aquisição de um filme de 30 segundos. Os valores do centro de massa desta esfera fixa são mostrados na figura 2.12.

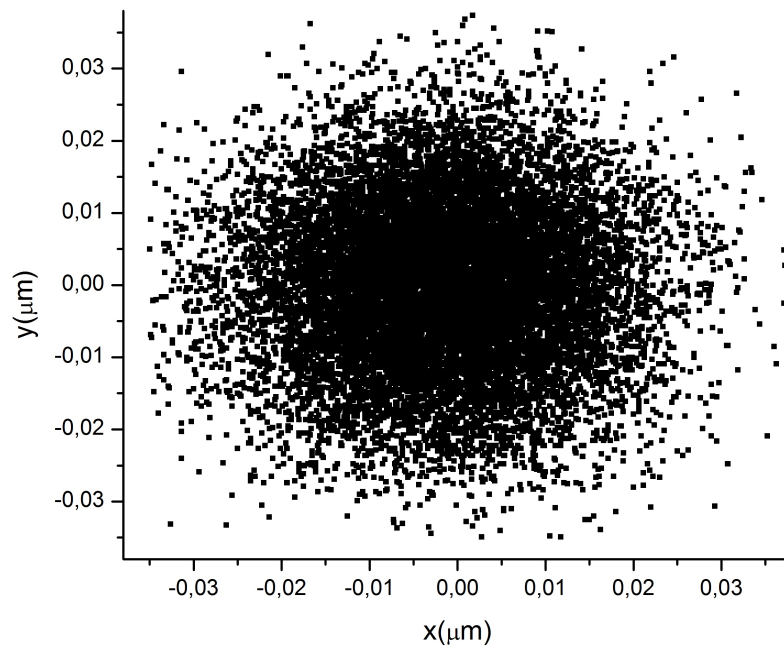


Figura 2.12: Flutuação das posições  $(x, y)$  no plano da imagem do centro de massa da microesfera obtidas através da função *analyse particles* do programa ImageJ.

Através da figura 2.12 pode-se observar que existe uma pequena flutuação ( $\approx \pm 0,03 \mu\text{m}$ ) em torno da posição central  $(0,0)$ . Este valor da flutuação portanto está associado ao erro total da estimativa do centro de massa da microesfera. Além do erro associado ao ImageJ, este erro total também leva em consideração todas possíveis vibrações do sistema. Mesmo tendo utilizado uma mesa óptica com cancelamento de vibração, minimizado toda fonte de corrente de ar que pudesse afetar o sistema, trabalhar com escalas micrométricas faz com que este sistema se torne muito sensível a qualquer variação externa.

## 2.3 Determinando a Constante $k$ da pinça óptica

Para determinar a constante  $k$  da pinça, foram utilizados dois métodos, o método da força de Stokes e o teorema de equipartição.

### 2.3.1 Método de Stokes

O método de Stokes consiste em aprisionar uma microesfera com a pinça óptica e move-la com uma velocidade constante  $v$  [18]. Para isso, aprisionamos uma micro-

esfera com a pinça e a carregamos para uma região onde existe uma microesfera fixa à lamínula para servir como referência para calcular a velocidade. Deste modo, ao ser aplicado um fluxo de velocidade constante na solução, a microesfera presa pela pinça irá sentir o arrasto que é dado pela força de Stokes, o que acarretará numa mudança de sua posição média.

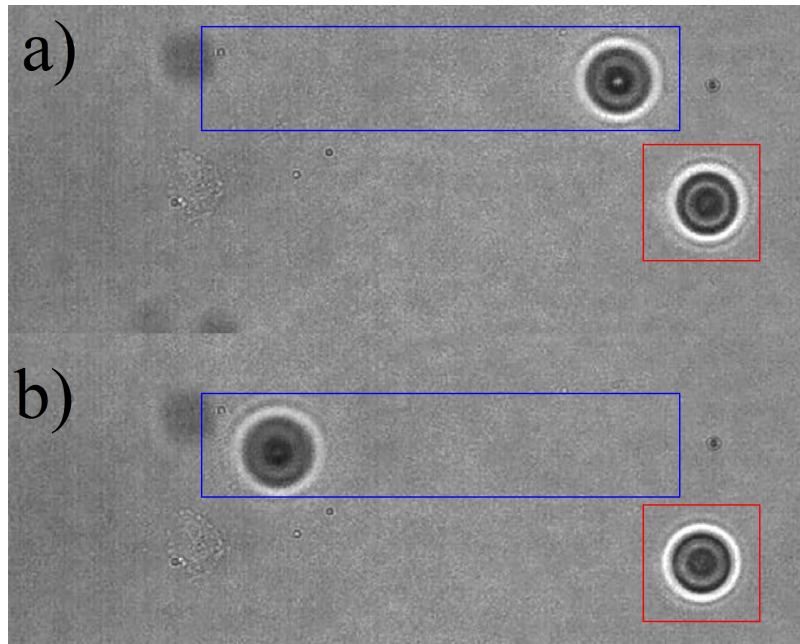


Figura 2.13: A indicação azul mostra uma microesfera presa à lamínula e a indicação vermelha mostra a microesfera presa na pinça óptica. a) Momento antes de ser estabelecido o movimento. b) Microesfera presa a pinça depois do movimento ser estabelecido.

Primeiramente, medindo a variação da posição da microesfera presa na lâmina, no quadrado azul, em relação ao tempo, é possível calcular a velocidade da microesfera  $v$ . A figura 2.13 mostra como foi realizado este movimento de uma microesfera presa na pinça óptica em relação à outra microesfera presa na lamínula.

Durante o deslocamento da microesfera dentro do fluido, esta sente uma força viscosa na direção oposta ao deslocamento que faz com que a microesfera se desloque de uma distância  $\Delta x$  em relação a à posição central da pinça (posição inicial, quando a microesfera estava em repouso). Este deslocamento pode ser visualizado na Fig. 2.14.

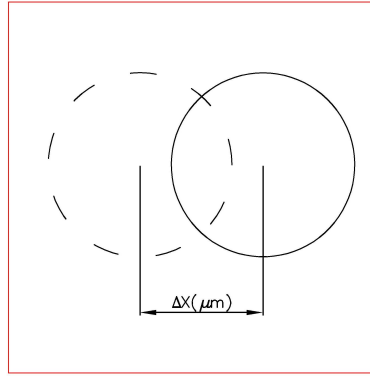


Figura 2.14: Deslocamento da microesfera presa na pinça devido ao fluxo.

Sabe-se que a força de Stokes é dado por:

$$F = \zeta v, \quad (2.25)$$

sendo  $\zeta$  determinado pela equação 2.23, e  $v$  a velocidade da microesfera. Quando a microesfera estiver em movimento com velocidade constante, esta encontrará uma nova posição de equilíbrio, onde a força da pinça ( $F_k$ ) será igual em módulo a força de Stokes ( $F_\zeta$ ), com mesma direção e sentidos opostos. Deste modo:

$$F_\zeta = F_k. \quad (2.26)$$

Pode-se escrever então:

$$\zeta v = k \Delta x, \quad (2.27)$$

onde  $k$  é a constante da pinça e  $\Delta x$  é o deslocamento da microesfera em relação a posição central da pinça já descrito anteriormente. Deste modo, a constante  $k$  da pinça pode ser calculada da seguinte forma:

$$k = \frac{\zeta v}{\Delta x}. \quad (2.28)$$

Como o valor de  $\zeta$  é conhecido, e medindo a velocidade da partícula presa à lamínula, e calculando o valor do  $\Delta x$ , encontramos facilmente o valor de  $k$ .

### 2.3.2 Método utilizando o teorema de equipartição

Uma maneira ainda mais simples de se encontrar o valor da constante  $k$  da pinça óptica consiste em deixar uma microesfera presa na pinça óptica e medir suas flutuações devido ao movimento browniano. Esse método é independente do arraste do fluido ou do tamanho da microesfera, dependendo somente da temperatura absoluta da amostra. Para realizar este experimento, capturamos uma microesfera através da pinça e fazemos a aquisição de um vídeo para calcular a variação do seu centro de massa. Como o potencial da pinça óptica pode ser considerado um potencial harmônico, pode-se utilizar o teorema de equipartição para encontrar o valor da constante  $k$ , sendo necessário calcular o desvio quadrático médio da posição do centro de massa da microesfera [19]. Assim, tem-se que:

$$k_x = \frac{k_B T}{\sigma_x^2}, \quad (2.29)$$

onde

$$\sigma_x^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle. \quad (2.30)$$

### 2.3.3 Valores de $k$

Sabe-se que a constante de força da pinça óptica é diretamente proporcional a potência do laser. Desta forma, utilizando os dois métodos descritos anteriormente, foram calculados os valores de  $k$  para três potências do laser. Estes resultados podem ser visualizados graficamente através da figura 2.15.

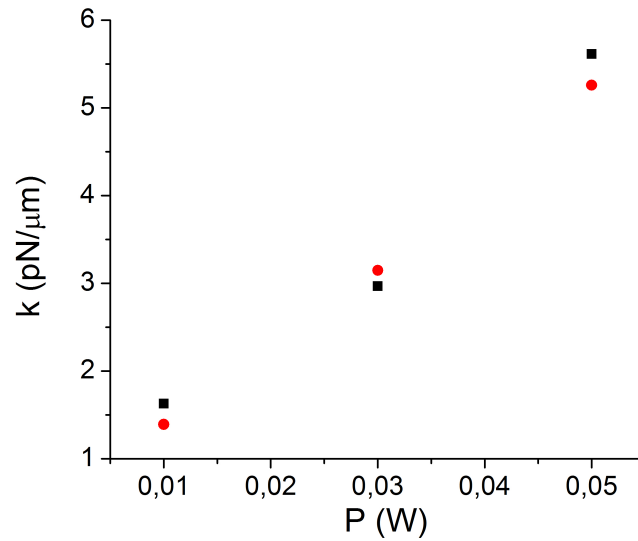


Figura 2.15: Constante da força da pinça em função da potência do laser. Os quadrados representam o método utilizando o teorema de equipartição. Os círculos representam o método de Stokes.

Durante a realização dos experimentos, foi observado que o valor de  $k$  se torna muito menor quando o feixe de laser atravessa o modulador acústico-óptico. Isto se dá devido a absorção de parte da luz pelo seu cristal, neste caso os valores de  $k$ , mostrado na tabela 2.1, foram medidos utilizando o teorema de equipartição.

Tabela 2.1: Valor da constante da pinça  $k$  com o modulador acústico-óptico.

$k_a(pN/\mu m)$	$k_b(pN/\mu m)$	Erro
0,0172	0,0182	$\pm 0,0012$

Na tabela 2.1  $k_a$  representa a pinça da direita na Fig. 2.9, e  $k_b$  a pinça da esquerda. Os valores de  $k$  apresentados aqui são todos na direção do eixo  $x$  do experimento. A potência na saída do laser utilizada foi de 0,03 W.

# Capítulo 3

## Movimento Browniano

O Movimento Browniano é o movimento aleatório de pequenas partículas suspensas num fluido, sendo ele líquido ou gás, resultante da colisão das moléculas, conforme se verifica na Fig. 3.1. O primeiro a observar e estudar esse fenômeno, foi Robert Brown [20] no ano de 1827 quando observou que o pólen ao ser colocado na água, dividia-se em pequenas partículas, passando a ter um movimento irregular e ininterrupto.

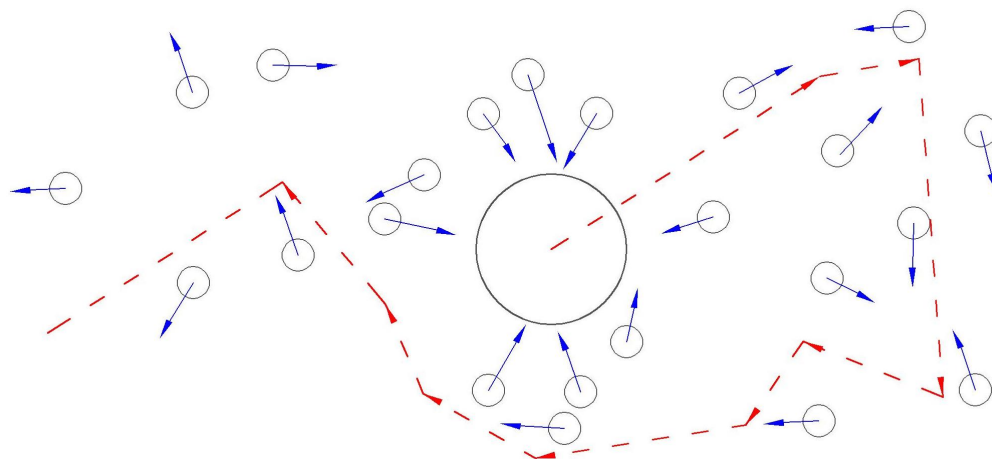


Figura 3.1: Movimento aleatório de uma partícula, resultante da colisão das moléculas.

Após Robert Brown, houve várias tentativas de explicar o fenômeno, mas o primeiro a sugerir este comportamento irregular, devido a colisões das partículas,

---

<sup>0</sup>Este capítulo é baseado nas Ref. [3, 20, 21, 22, 23, 24, 25]

foi Dealesaux [22] em 1877. Em 1905, Einstein explicou o movimento Browniano, combinando elementos dos processos estocásticos com a distribuição aleatória de Maxwell–Boltzman [23].

As propriedades estatísticas das partículas no movimento Browniano permitem descrever o fenômeno de difusão, com base no comportamento médio das partículas. Com o intuito de obter uma relação sobre esse comportamento, serão apresentadas algumas hipóteses sobre as forças que poderão agir sobre essas partículas.

Vamos considerar um caso onde temos uma “grande” partícula movendo em um líquido ou um gás. Ela terá um tipo de passeio aleatório, pois sofrerá colisões de todos os lados, como podemos verificar na Fig. 3.2, o que torna imprevisível fazer afirmações sobre seu movimento. Devido a essas colisões, origina-se o movimento browniano que é determinado pelas partículas que colidem inúmeras vezes com a partícula grande. Como a energia cinética do sistema se encontra distribuída igualmente entre todas as partículas, a maior partícula se move mais lentamente.

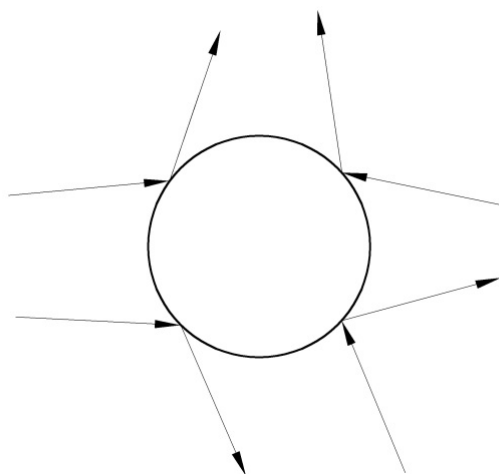


Figura 3.2: Partícula “grande” sofrendo colisões de partículas menores.

As forças que a partícula suspensa em um meio estará submetida serão as seguintes. A partícula sofrerá a força de atrito  $\zeta$  que será proporcional a sua velocidade  $\nu$ .  $R(t)$  representa as interações do líquido e depende das posições das moléculas que estão em constante movimento.  $R(t)$  deve flutuar rapidamente no tempo e de forma irregular. Também, eventualmente, temos mais alguns elementos de força como a gravidade ou eletrostática se as partículas estiverem carregadas eletricamente. As-

sim, temos que incluir uma força que possa depender do tempo e da posição  $F(r, t)$ . Deste modo, a somatória de todas estas componentes nos dá a força que é aplicada a partícula.

$$m\dot{v}(t) = -\zeta v + R(t) + F(r, t). \quad (3.1)$$

### 3.1 Equação de Langevin

Langevin começou simplesmente escrevendo a equação 3.1 do movimento Browniano de uma partícula de massa  $m$  imersa num líquido sujeita a uma força viscosa, considerada proporcional à sua velocidade. Esta força possui um carácter aleatório devido ao impacto da partícula com as moléculas vizinhas do líquido.

$$m\dot{v}(t) = -\zeta v(t) + R(t), \quad (3.2)$$

onde,

$$v(t) = \frac{dx}{dt}, \quad (3.3)$$

$\zeta$  é uma constante positiva, denominada coeficiente de fricção ou atrito da partícula, ela é governada pela lei de Stokes, a qual declara que a força de atrito desacelerando uma partícula esférica é dado pela equação (2.23).  $R(t)$  representa as interações do líquido, que depende das posições de muitas moléculas que estão em constante movimento. A força referente às colisões aleatórias  $R(t)$  é de natureza imprevisível, mas mesmo assim podemos fazer algumas declarações sobre ela.

- i  $R(t)$  é independente de  $x(t)$ ;
- ii  $R(t)$  varia rapidamente comparado com a variação de  $x(t)$ ;
- iii  $\langle R(t) \rangle = 0$  A média do seu valor esperado é igual a 0, para todo o tempo.

De (ii), implica que cada colisão é praticamente instantânea e independente. Então, essa variação rápida pode ser expressa por:

$$\langle R(t)R(t + \tau) \rangle = \langle R^2 \rangle \delta(\tau), \quad (3.4)$$

onde  $\delta$  é a função Delta de Dirac.

A equação diferencial de Langevin (Eq. 3.2) pode ser resolvida encontrando, primeiramente, sua solução homogênea (Eq. 3.5) em uma dimensão. Rescrevendo a equação, temos:

$$m\dot{\tilde{v}}(t) = -\zeta\tilde{v}(t). \quad (3.5)$$

$$\tilde{v}(t) = \tilde{v}_0 e^{-\frac{\zeta t}{m}}, \quad (3.6)$$

Agora iremos encontrar uma solução particular:

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{\zeta t}{m}} f(t). \quad (3.7)$$

Substituindo 3.7 em 3.2 temos:

$$m \left( \frac{df}{dt} - \frac{\zeta}{m} f(t) \right) \tilde{v}(t) = R(t) - \zeta f(t) \tilde{v}(t). \quad (3.8)$$

Podemos cancelar o termo com a força de atrito em ambos os lados ficando somente com

$$\frac{df}{dt} = \dot{f} = \frac{R(t)}{mv_0} e^{\frac{\zeta t}{m}}. \quad (3.9)$$

A equação 3.9 pode ser escrita na forma de uma integral:

$$f(t) = \frac{1}{mv_0} \int_0^t R(t') e^{\frac{\zeta t'}{m}} dt'. \quad (3.10)$$

De maneira alguma, podemos integrar essa função analiticamente, pois não conhecemos a função envolvendo a força aleatória. Contudo, podemos escrever uma possível solução para  $v(t)$ :

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{\zeta t}{m}} + \frac{1}{m} \int_0^t R(t') e^{-\frac{\zeta(t-t')}{m}} dt', \quad (3.11)$$

Onde  $v_0$  é a velocidade da partícula no instante  $t = 0$ , e esta solução é válida para qualquer função temporal de  $R(t)$ . O primeiro termo da equação 3.11 é referente à solução homogênea e o segundo da solução da equação particular. Não podemos resolver esta equação, mas é possível retirar dela algumas propriedades estatísticas da solução do problema, por exemplo, calcular o valor esperado da velocidade com a seguinte solução proposta:

$$\langle v(t) \rangle = v_0 e^{-\frac{\zeta t}{m}}, \quad (3.12)$$

pois o valor esperado de  $\langle R(t') \rangle = 0$ . Também podemos calcular a velocidade quadrática média:

$$\langle v^2(t) \rangle = v_0^2 e^{-\frac{2\zeta t}{m}} + \frac{1}{m^2} \int_0^t \int_0^t \langle R(t_1)R(t_2) \rangle e^{-\frac{2\zeta t}{m}} e^{-\frac{\zeta(t_1+t_2)}{m}} dt_1 dt_2. \quad (3.13)$$

Como  $\langle R(t) \rangle = 0$  podemos utilizar a seguinte função de correlação

$$\langle R(t_1)R(t_2) \rangle = q\delta(t_1 - t_2), \quad (3.14)$$

onde o parâmetro  $q$  vai ser determinado através da aplicação do teorema da equipartição. Sabendo das propriedades estatísticas do sistema, podemos usar a equação 3.14 para simplificar o integrante. Assim, podemos obter o seguinte resultado:

$$\langle v^2(t) \rangle = v_0^2 e^{-\frac{2\zeta t}{m}} + \frac{q}{m} \int_0^t e^{-\frac{2\zeta t}{m}} e^{\frac{2\zeta t'}{m}} dt'. \quad (3.15)$$

Resolvendo a integral obtemos:

$$\langle v^2(t) \rangle = v_0^2 e^{-\frac{2\zeta t}{m}} + \frac{q}{2\zeta m} \left( 1 - e^{-\frac{2\zeta t}{m}} \right). \quad (3.16)$$

Esse é o comportamento médio, então a partir do teorema da equipartição, temos:

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T, \quad (3.17)$$

onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann e  $T$  é a temperatura absoluta. Para um tempo

longo, podemos escrever a seguinte equação:

$$\langle v^2(t \rightarrow \infty) \rangle = \frac{q}{2\zeta m} = \frac{k_B T}{m} \rightarrow q = 2\zeta k_B T. \quad (3.18)$$

Encontramos então, uma relação entre o parâmetro  $q$  e a temperatura. Agora vamos obter o deslocamento quadrático médio da partícula. Temos que:

$$x(t) = \int_0^t v(t') dt', \quad (3.19)$$

e

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{\zeta t}{m}} + \frac{1}{m} \int_0^t R(t') e^{-\frac{\zeta(t-t')}{m}} dt'. \quad (3.20)$$

Rescrevendo a equação de Langevin em termos de  $\ddot{x}$  e  $\dot{x}$ , temos:

$$m\ddot{x} = -\zeta\dot{x}(t) + R(t). \quad (3.21)$$

Multiplicando por  $x(t)$  em ambos os lados, obtemos:

$$mx(t)\ddot{x} = -\zeta x(t)\dot{x} + R(t)x(t). \quad (3.22)$$

E usando a seguinte relação:

$$x(t)\ddot{x} = \frac{d}{dt}[x(t)\dot{x}] - [\dot{x}]^2, \quad (3.23)$$

obtemos de 3.22:

$$m \left( \frac{d}{dt}[x(t)\dot{x}] - [\dot{x}]^2 \right) = -\zeta x(t)\dot{x} + R(t)x(t). \quad (3.24)$$

Deste modo, podemos escrever:

$$m \frac{d}{dt}[x(t)\dot{x}] = -m\dot{x}^2 - \zeta x(t)\dot{x} + R(t)x(t). \quad (3.25)$$

Tomando-se os valores médios de ambos os lados, obtemos:

$$m \left\langle \frac{d}{dt} x(t) \dot{x} \right\rangle = -m \langle \dot{x}^2 \rangle - \zeta \langle x(t) \dot{x} \rangle + \langle R(t) x(t) \rangle. \quad (3.26)$$

De (iii) implica que:

$$\langle R(t) x(t) \rangle = 0. \quad (3.27)$$

Novamente, pelo teorema da equipartição e substituindo 3.17 em 3.26, obtemos:

$$\left\langle \frac{d}{dt} x(t) \dot{x} \right\rangle = \frac{k_B T}{m} - \frac{\zeta}{m} \langle x(t) \dot{x} \rangle, \quad (3.28)$$

cuja solução é:

$$\langle x(t) \dot{x} \rangle = C + A e^{-\frac{\zeta t}{m}}, \quad (3.29)$$

onde a constante  $C$  é dada por:

$$C = \frac{k_B T}{\zeta}. \quad (3.30)$$

Quando o tempo  $t$  for muito grande, teremos:

$$t \longrightarrow \infty : \langle x(t) \dot{x} \rangle = \frac{k_B T}{\zeta}. \quad (3.31)$$

Quando o tempo  $t$  for muito pequeno:

$$t \longrightarrow 0 : \langle x(t) \dot{x} \rangle = 0 \implies A = -\frac{k_B T}{\zeta}. \quad (3.32)$$

Usando a seguinte relação,

$$\langle x(t) \dot{x} \rangle = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle, \quad (3.33)$$

podemos fazer:

$$\langle x(t)^2 \rangle = \frac{2}{m} \int_0^t \frac{k_B T}{\zeta} \left( 1 - e^{-\frac{\zeta t}{m}} \right) dt, \quad (3.34)$$

cuja solução é igual a:

$$\langle x(t)^2 \rangle = 2 \frac{k_B T}{\zeta} t + 2 \frac{k_B T}{\zeta} \frac{m}{\zeta} \left( e^{-\frac{\zeta t}{m}} - 1 \right). \quad (3.35)$$

Quando  $t$  for pequeno, podemos fazer a seguinte expansão:

$$t \rightarrow 0 : \langle x(t)^2 \rangle = 2 \frac{k_B T}{\zeta} \left( t + \frac{m}{\zeta} \left( 1 - \frac{\zeta t}{m} + \frac{\zeta^2 t^2}{2m^2} + \dots \right) - 1 \right). \quad (3.36)$$

Como  $t$  é pequeno podemos ignorar os termos de ordem superior, desta forma teremos:

$$\langle x(t)^2 \rangle = \frac{k_B T}{m} t^2, \quad (3.37)$$

Para um tempo  $t$  grande, temos:

$$t \rightarrow \infty : \langle x(t)^2 \rangle = \frac{2k_B T}{\zeta} \left( t - \frac{m}{\zeta} \right). \quad (3.38)$$

O que nos leva à seguinte solução:

$$\langle x(t)^2 \rangle \approx \frac{2k_B T}{\zeta} t = 2Dt, \quad (3.39)$$

Onde  $D$  é o coeficiente de difusão.

$$D = \frac{k_B T}{\zeta} = \frac{k_B T}{6\pi\eta a}, \quad (3.40)$$

A equação 3.40 é a mesma obtida pela teoria de Einstein para descrever o Movimento Browniano.

## 3.2 Equação de Langevin em um potencial

Nessa parte do texto descrevemos o modelo teórico do processo estocástico com escravo descrito por David S. *et al.* [3].

Temos a seguinte equação:

$$m\dot{x}(t) = -\dot{x}(t) - \phi'(x_t) + h + R(t). \quad (3.41)$$

sendo

$$\phi' = \frac{\partial \phi}{\partial x}. \quad (3.42)$$

A equação de Langevin, acima, pode ser interpretada como a equação de uma partícula que se move num meio viscoso sujeita a um potencial  $\phi'(x_t)$  e a um campo externo  $h$ . Vamos considerar o caso mais simples possível, onde o termo inercial é desprezível, comparado com as outras forças, assim teremos:

$$\dot{x}(t) = -\phi'(x_t) + h + R(t). \quad (3.43)$$

Sabemos que:

$$\langle R(t) \rangle = 0, \quad (3.44)$$

e

$$\langle R(t_1)R(t_2) \rangle = 2T\delta(t_1 - t_2), \quad (3.45)$$

Onde  $T$  é a temperatura e  $t_1$  e  $t_2$  são tempos distintos. Podemos assumir 3.45 somente por saber que cada colisão é praticamente instantânea.

Diferenciando a equação de Langevin em relação ao campo externo  $h$  e fixando  $h = 0$ , obtemos:

$$\frac{\partial \dot{x}(t)}{\partial h} = \frac{\partial (-\phi'(x_t))}{\partial h} + 1, \quad (3.46)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial x_t}{\partial h} \right) = \left( \frac{\partial (-\phi'(x_t))}{\partial h} \right) + 1. \quad (3.47)$$

Definindo uma função  $\xi'$  como:

$$\xi'_t = \left. \frac{\partial x_t}{\partial h} \right|_{h=0}, \quad (3.48)$$

podemos reescrever 3.47 como:

$$\dot{\xi}'_t = -\phi''(x_t)\xi'_t + 1. \quad (3.49)$$

A variável  $\xi'$  é chamada de variável escrava, sendo que a evolução de  $x_t$  no tempo é completamente independente de  $\xi'$ , ou seja,  $\xi'$  depende de  $x_t$  mas não o contrário. As vantagens de se utilizar esse método é que as medidas de correlações saem diretamente com as próprias estimativas de erro, e não há necessidade de aplicar um campo externo. Todavia, não sabemos se  $\xi'$  é bem comportado em todas as regiões.

Assim, procuramos analisar o comportamento de  $\xi'$  na região convexa do potencial, sendo que a região de interesse deste estudo está indicada na Fig. 1.1. Nessa região convexa a segunda derivada do potencial é negativa, e o comportamento de sua segunda derivada pode ser aproximado de uma constante,

$$-\phi''(x_t) \approx a, \quad (3.50)$$

sendo  $a > 0$ . Desta forma, podemos escrever a equação 3.49 da seguinte forma:

$$\dot{\xi}'_t \approx a\xi'_t. \quad (3.51)$$

Mas isso, apenas na região convexa, pois  $\xi'$  cresce exponencialmente e depois decai, quando  $x_t$  se encontra fora dessa região. De 3.51 esperamos que  $\xi'$  seja da seguinte forma:

$$\xi'_t \approx e^{a\tau}, \quad (3.52)$$

onde  $\tau$  é o tempo em que  $x$  pertence à região convexa.

# Capítulo 4

## Resultados e Discussão

Neste capítulo, mostramos as análises e discutimos os resultados experimentais obtidos através da análise da oscilação de uma microesfera de poliestireno presa em um poço de potencial duplo criado por uma pinça óptica dupla. Parte dos resultados foram analisados por um programa implementado no MatLab. Para complementar o trabalho experimental foi realizada uma simulação do fenômeno estudado cujos resultados foram comparados aos resultados obtidos experimentalmente.

### 4.1 Resultados Experimentais

Conforme descrito na seção 2.2.2 foi montado um setup óptico de uma pinça dupla com a finalidade de criar um poço de potencial duplo. Através do aparato experimental foi possível ajustar a força e a distância entre as pinças, tendo sido fixadas três distâncias 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ . Foram utilizadas microesferas de poliestireno, com diâmetro de 3  $\mu\text{m}$ , para serem submetidas aos poços de potencial. A força das pinças foi controlada de tal modo, que o movimento Browniano da microesfera, à temperatura ambiente 298K, fosse suficiente para realizar transições entre os poços. Após realizar a aquisição de um filme de varias horas, da esfera transitando entre as pinças ópticas, foi aplicada a metodologia descrita abaixo, com o intuito de extrair a posição da microesfera durante o tempo.

Primeiramente utilizando o software ImageJ, foi aplicado a função *threshold* em todo o vídeo para identificar somente a microesfera como um único objeto. Logo

em seguida foi aplicada a função *AnalyseParticles* para obter a posição do centro de massa do objeto identificado durante todo o filme. Conhecendo o tamanho do pixel  $0,125 \mu\text{m}$ , e a taxa de captura que foi de  $100 \text{ frames}$  por segundo, foi obtida a posição da esfera nas duas dimensões  $(x, y)$  da imagem capturada, como mostra as figuras 2.9 e 2.11. Vale lembrar que a esfera também é livre para se mover na terceira dimensão  $(z)$  que é perpendicular ao eixo  $(x, y)$ . Porém as imagens obtidas através do microscópio óptico utilizado no experimento não permite obter estes valores.

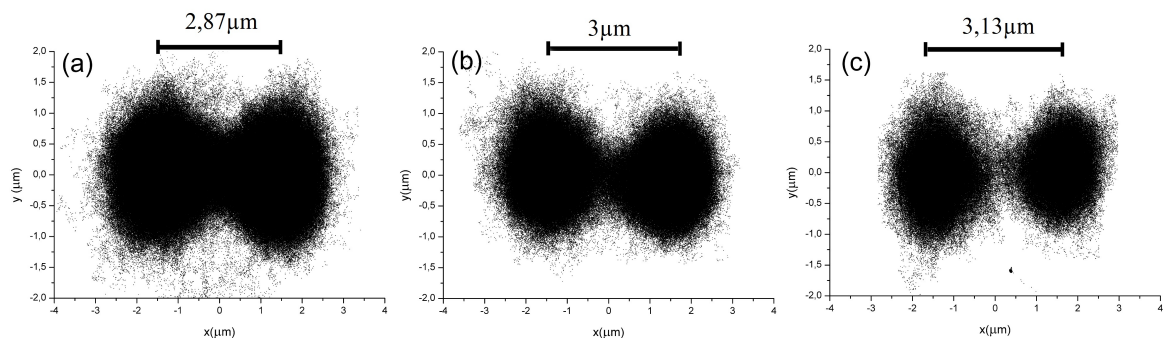


Figura 4.1: Posição do centro de massa da microesfera no plano  $x, y$  durante todo o filme que possui duração de (a) 4,52, (b) 2,53 e (c) 1,15 horas.

Em seguida, foi calculado o histograma das posições obtidas anteriormente. O histograma representa a quantidade de vezes que a microesfera permanece em uma certa posição. Desta maneira o histograma no eixo  $x$ , passando pelo centro da pinça óptica, pode ser visualizado na figura 4.2 para as pinças com distância de (a) 2,87, (b) 3,00 e (c) 3,13  $\mu\text{m}$ . A partir desses histogramas, é possível verificar que a densidade de pontos em ambas pinças são parecidos, o que confirma a boa calibração da intensidade das pinças. Em outras palavras, a calibração de força entre as duas pinças é simétrica, sendo esta uma das maiores dificuldades experimentais encontradas na montagem e alinhamento do setup óptico.

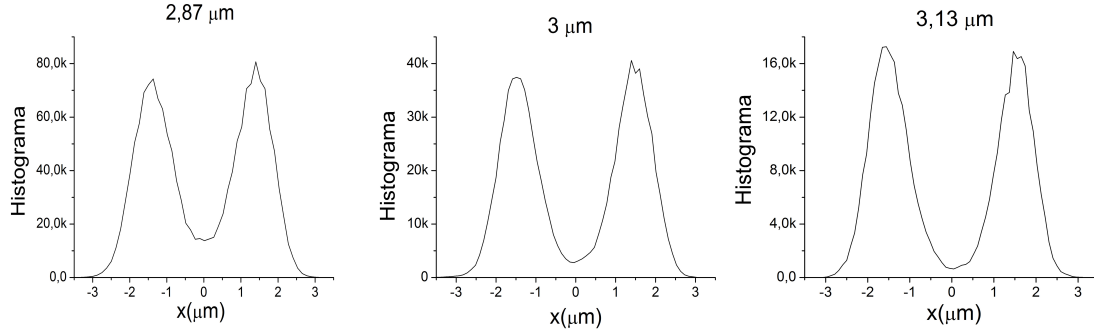


Figura 4.2: Histograma das posições no eixo  $x$  passando pelo centro da pinça óptica mostrado na figura 2.11.

Para representar a probabilidade com que a esfera permanece em cada ponto, o histograma mostrado na figura 4.2 deve ser normalizado. A normalização do histograma é feita fazendo com que a área do histograma seja igual a 1, ou seja, a soma da probabilidade de encontrar a microesfera em qualquer posição é igual a 1. Dessa forma, as áreas sob as curvas foram calculadas e em seguida os histogramas foram divididos por esses valores. Portanto, uma vez normalizado o histograma indica qual é a probabilidade  $p(x)$  de encontrar a microesfera em uma determinada posição  $x$  (figura 4.3).

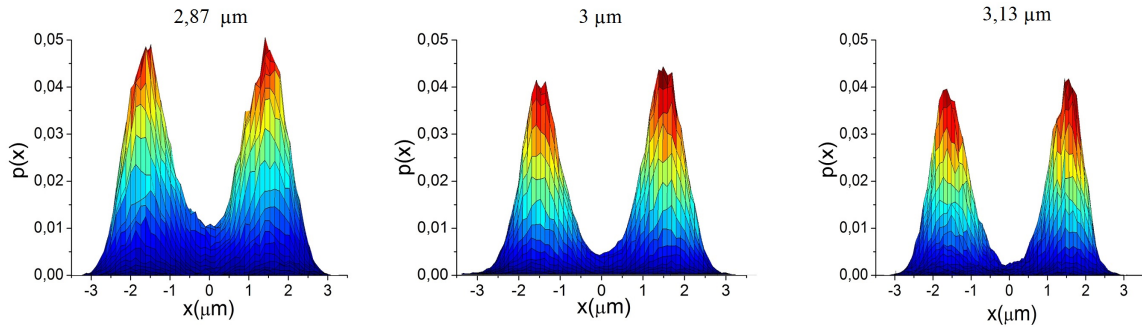


Figura 4.3: Probabilidade de encontrar a microesfera na direção  $x$  para as pinças com distâncias (a) 2,87, (b) 3,00 e (c) 3,13  $\mu\text{m}$ .

Conhecendo a probabilidade  $p(x)$ , é possível calcular o potencial efetivo  $\phi(x)$ . Esse potencial é calculado de modo a elucidar a visualização da forma dos poços de potenciais criados pela pinça óptica com seus valores dados em  $k_B T$ , como mostra a Figura 4.4 (a). Esse potencial é ajustado utilizando uma função polinomial do 8º grau com o objetivo de captar da melhor forma possível todos os pontos experimentais do potencial. O potencial efetivo é calculado sabendo que:

$$p(x) = \exp\left(\frac{-V(x)}{k_B T}\right), \quad (4.1)$$

desta forma obtém-se:

$$V(x) = -\ln(p(x))k_B T. \quad (4.2)$$

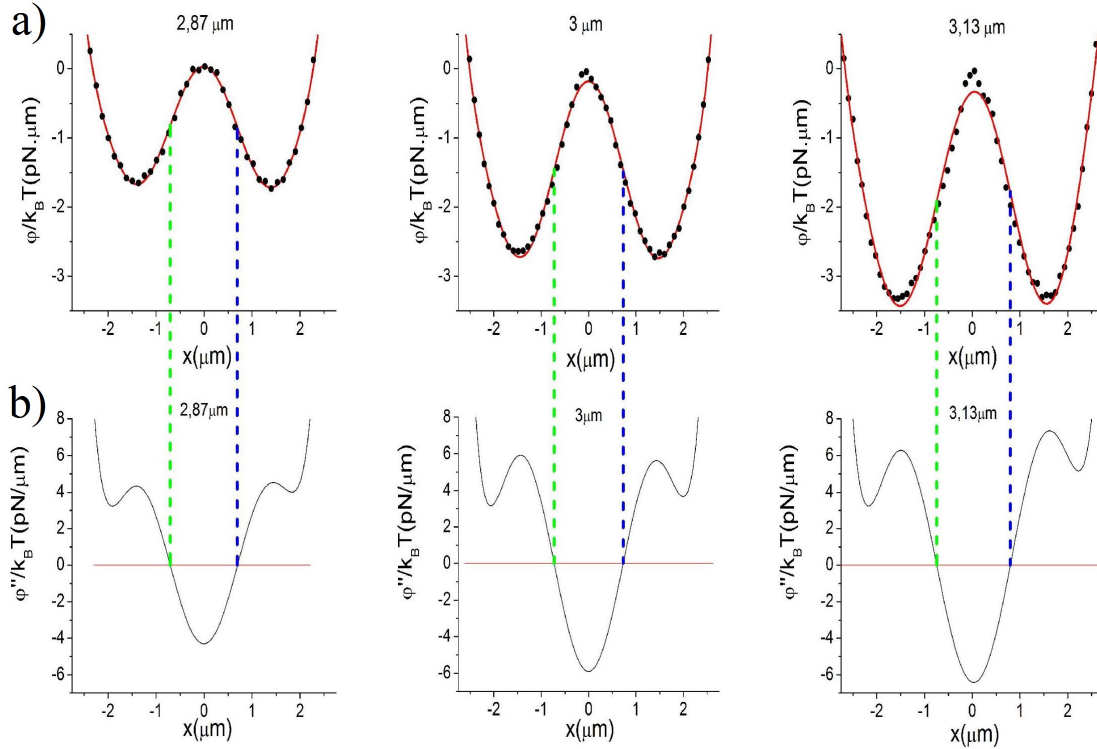


Figura 4.4: a) Potencial efetivo  $\phi(x)/k_B T$  calculado utilizando a equação 4.2 para os poços com distâncias 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ . Os círculos em preto representam os dados experimentais e a curva vermelha representa o ajuste do potencial efetivo utilizando um polinômio de 8<sup>o</sup> grau. b) Segunda derivada do ajuste polinomial de  $\phi(x)$ . A região convexa do potencial é indicada pelas linhas tracejadas, sendo a linha azul o limite superior da região convexa e a verde o limite inferior.

Em seguida, foram calculadas a segunda derivada dos ajustes polinomiais de  $\phi(x)$ , conforme mostrado na Figura 4.4 (b) pela linha contínua vermelha. Para os poços com distâncias 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$  as distâncias entre as linhas tracejadas foram respectivamente 1,41, 1,46 e 1,53  $\mu\text{m}$ . Como descrito na seção 1, a região delimitada pelas linhas tracejadas (Fig. 4.4) é caracterizada por uma região convexa do potencial onde ocorrem as transições da microesfera quando esta transita de um

poço para o outro. É nessa região, onde a segunda derivada do potencial é menor que zero  $\phi''(x_t) < 0$ , que será analisada toda estatística de transição e permanência da microesfera.

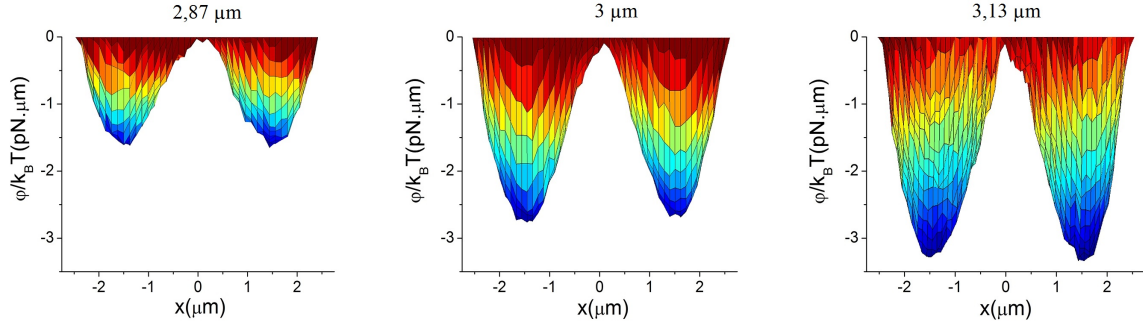
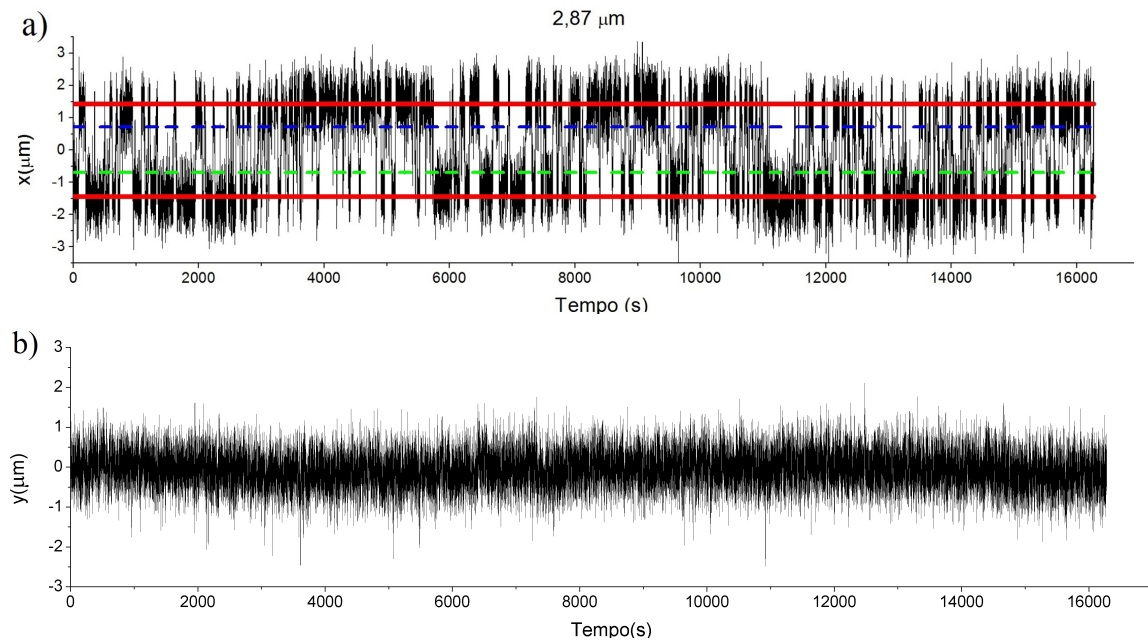


Figura 4.5: Imagem em três dimensões do potencial efetivo submetido a microesfera através da pinça óptica dupla com distâncias (a) 2,87, (b) 3,00 e (c) 3,13  $\mu\text{m}$ .

Como mencionado anteriormente a figura 4.1 nos informa as posições da microesfera no plano  $(x, y)$  das imagens obtidas. Desta forma, para melhor visualizarmos a forma completa do potencial efetivo submetido a microesfera, podemos aplicar os mesmos passos descritos acima para obter uma imagem tridimensional do potencial, como mostra a figura 4.5. Esta forma completa do potencial efetivo demonstra com maior clareza a simetria das pinças e qual seriam as possíveis trajetórias da microesfera.



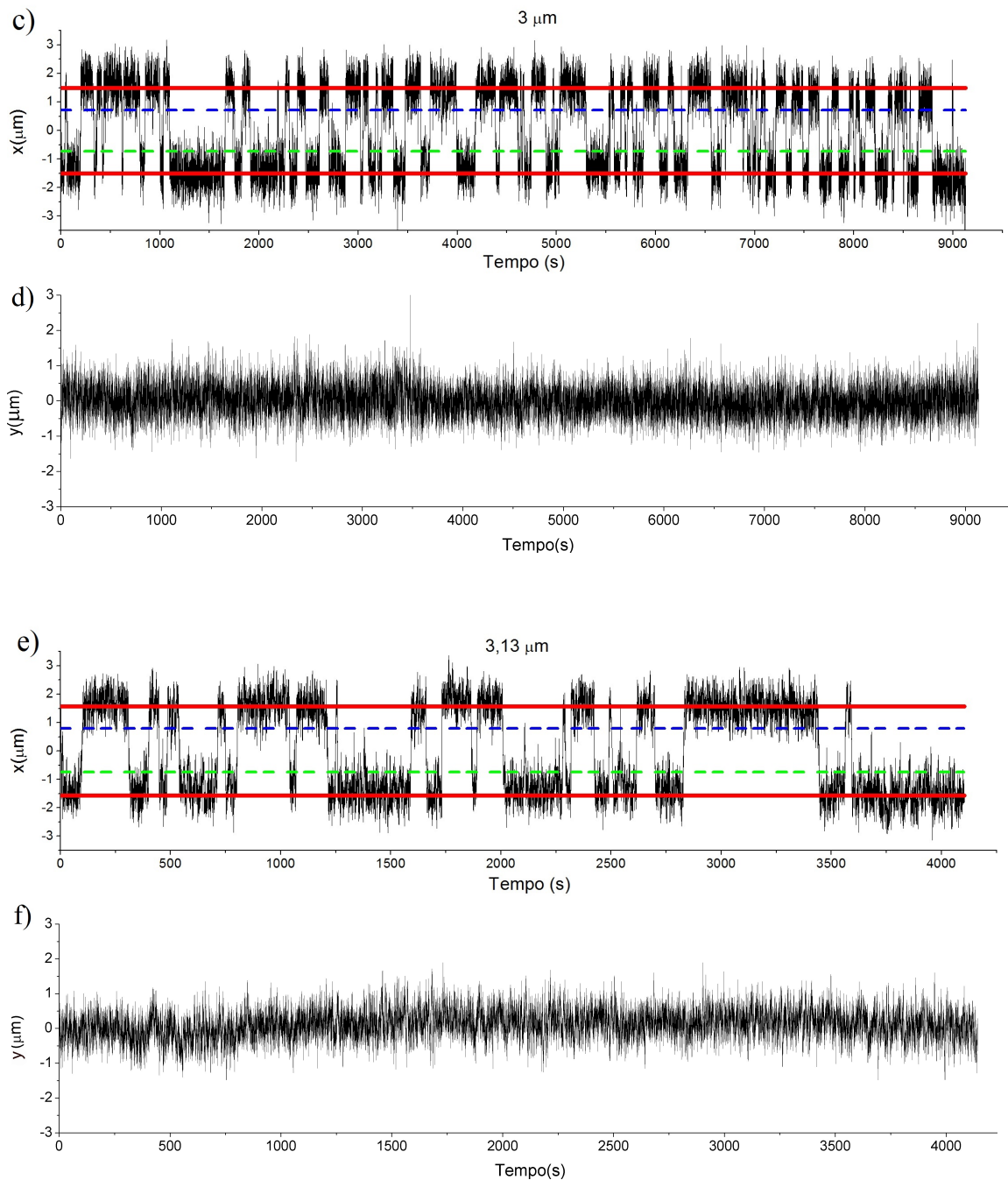


Figura 4.6: Posições nos eixos  $x$  e  $y$  do centro de massa da microesfera em função do tempo para os poços com distâncias de (a, b)  $2,87$ , (c, d)  $3,00$  e (e, f)  $3,13 \mu\text{m}$ .

Além de observar as posições da microesfera no plano  $x, y$ , como mostra a figura 4.1, também é possível visualizar as posições do centro de massa da microesfera separadamente nas dimensões  $x$  e  $y$  em função do tempo. A figura 4.6 mostra as posições nos eixos  $x$  e  $y$  da microesfera em função do tempo para os poços com distâncias de (a, b)  $2,87$ , (c, d)  $3,00$  e (e, f)  $3,13 \mu\text{m}$ . As linhas contínuas vermelhas,

em (a) (c) e (e), representam as posições das pinças ópticas. Por isso, é possível observar que é justamente na região das linhas contínuas vermelhas que as esferas permanecem por mais tempo. A partir da figura 4.6 também é possível notar na direção  $x$  as transições da esfera entre as pinças. É evidente que a quantidade de transições por unidade de tempo para as pinças de menor distância é maior em relação às pinças com distâncias maiores. Isto faz com que a barreira de potencial entre os poços seja menor para as pinças com menor distância, como mostra a figura 4.4 (a). Para a posição  $y$ , observa-se que a microesfera permanece sempre oscilando aleatoriamente em torno de uma posição média.

Conforme descrito na seção 3.2, queremos analisar o comportamento de  $\xi'$  na região convexa do potencial duplo, que corresponde à região delimitada pelas linhas tracejadas na figura 4.4, na qual, a segunda derivada do potencial é menor que zero  $\phi''(x_t) < 0$ . De acordo com [3] podemos aproximar a segunda derivada do potencial a uma constante  $a$  como visto na equação 3.50. Nessa região,  $\xi'$  cresce exponencialmente e depois decai quando a partícula está fora da região convexa. Deste modo, foi feito um ajuste de segundo grau apenas na região convexa do potencial de maneira que a segunda derivada nos forneça o valor da constante  $a$ . (ver Fig. 4.7).

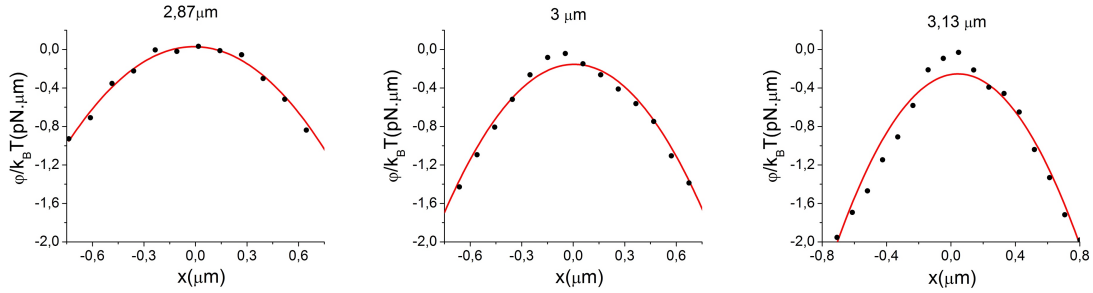


Figura 4.7: Região convexa do potencial. Os círculos representam os dados experimentais e as linhas contínuas representam os ajustes polinomiais de grau 2.

Com o valor do coeficiente  $B$  do termo quadrático do ajuste, foi encontrado o valor da equação 3.50, que se torna:

$$-\phi''(x_t) \approx a = 2B, \quad (4.3)$$

Tabela 4.1: Relação da distância entre as pinças com o coeficiente do termo quadrático  $B$ .

Distância ( $\mu\text{m}$ )	$B$	Erro
2,87	1,85	$\pm 0,07$
3,00	2,70	$\pm 0,11$
3,13	3,10	$\pm 0,18$

Com o valor de  $a$  encontrado, faz-se necessário obter os valores de  $\tau$ , que correspondem ao tempo que a microesfera permanece na região convexa central, para resolver a equação 3.52 e obter  $\xi'_t$ . Para medir o valor de  $\tau$  foi criado um programa no Matlab que identifica quando e onde a microesfera entra na região convexa pelo limite superior (linha tracejada azul Fig. 4.8) ou inferior (linha tracejada verde Fig. 4.8.), podendo sair tanto pelo limite superior como pelo limite inferior, sendo que, se ela entrar pelo limite superior e sair pelo limite inferior, ou o contrario, terá realizado uma transição completa. O programa retorna o tempo que a microesfera permaneceu na região convexa, como mostrado na figura 4.8. É importante enfatizar que o  $\tau$  de cada transição completa não será necessariamente maior que o de uma entrada e saída pelo mesmo limite superior ou inferior, como mostra a figura 4.8. Nesta figura, o tempo permanência da microesfera na região convexa é de  $\approx 7,1$ ,  $6,2$  e  $3,85$  segundos para as figuras 4.8 a), b) e c) respectivamente.

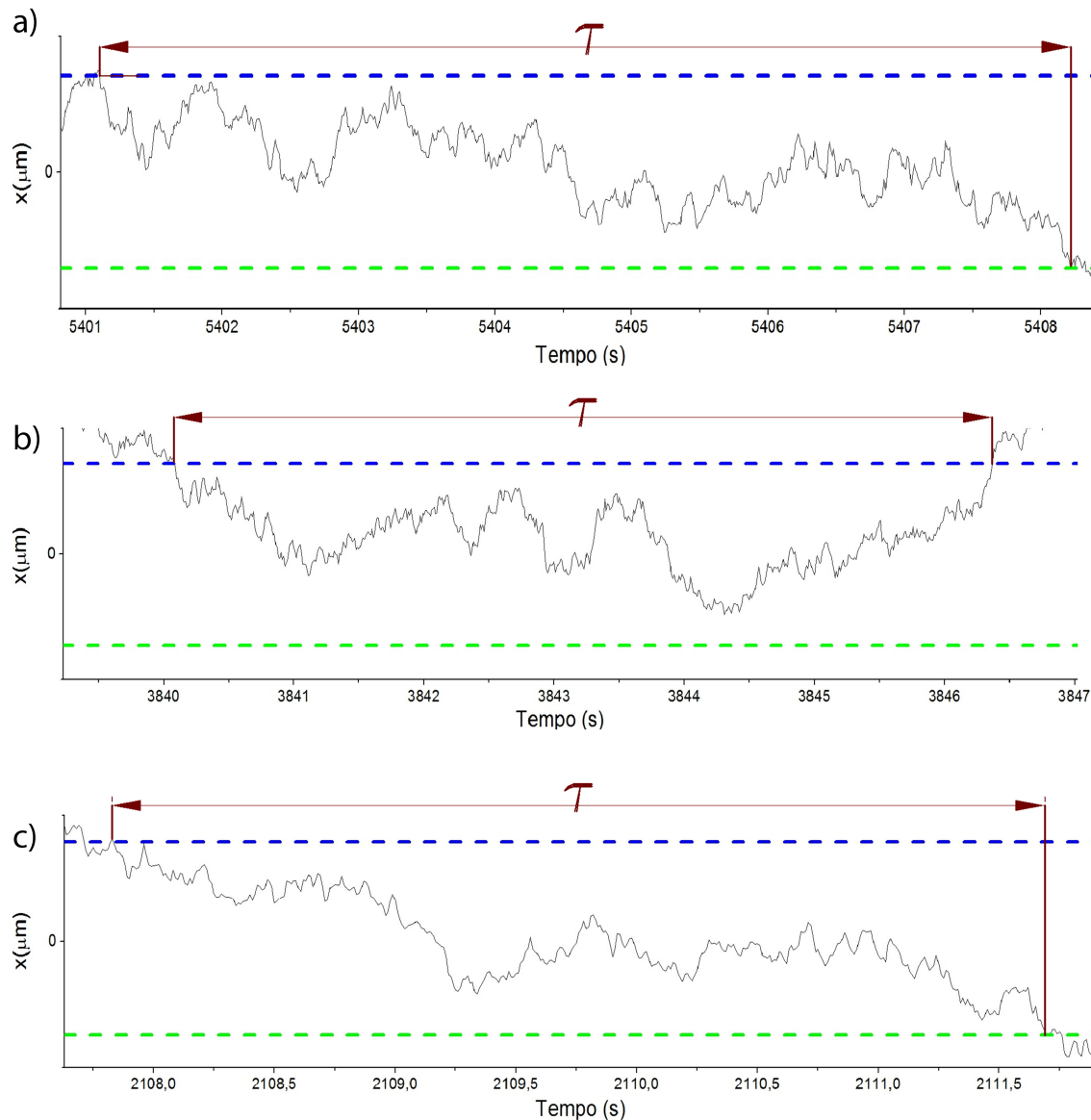


Figura 4.8: a) Transição completa da partícula entrando pelo limite superior e saindo pelo limite inferior ( $\tau \approx 7,1$  s).  $\tau$  é calculado a partir do momento que a microesfera entra na região convexa. b) É apresentado um caso onde a microesfera apenas entra na região convexa mas não chega a transitar entre os poços ( $\tau \approx 6,2$  s). Este tempo também é levado em consideração. c) Outro exemplo de uma transição completa. Neste caso a transição foi realizada mais rapidamente ( $\tau \approx 3,85$  s). As linhas tracejadas verde representam o limite inferior da região convexa e as azuis o limite superior.

Depois de identificados todos os instantes que a microesfera entra e sai da região convexa, os valores de  $\tau$  foram relacionados com suas posições temporais médias durante todo o vídeo. A figura 4.9 mostra qual o comportamento de  $\tau$  em função

do tempo dos vídeos obtidos para as pinças com distâncias de 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ . Cada pico de  $\tau$  neste gráfico representa o tempo total em que a microesfera permanece na região convexa naquele determinado instante.

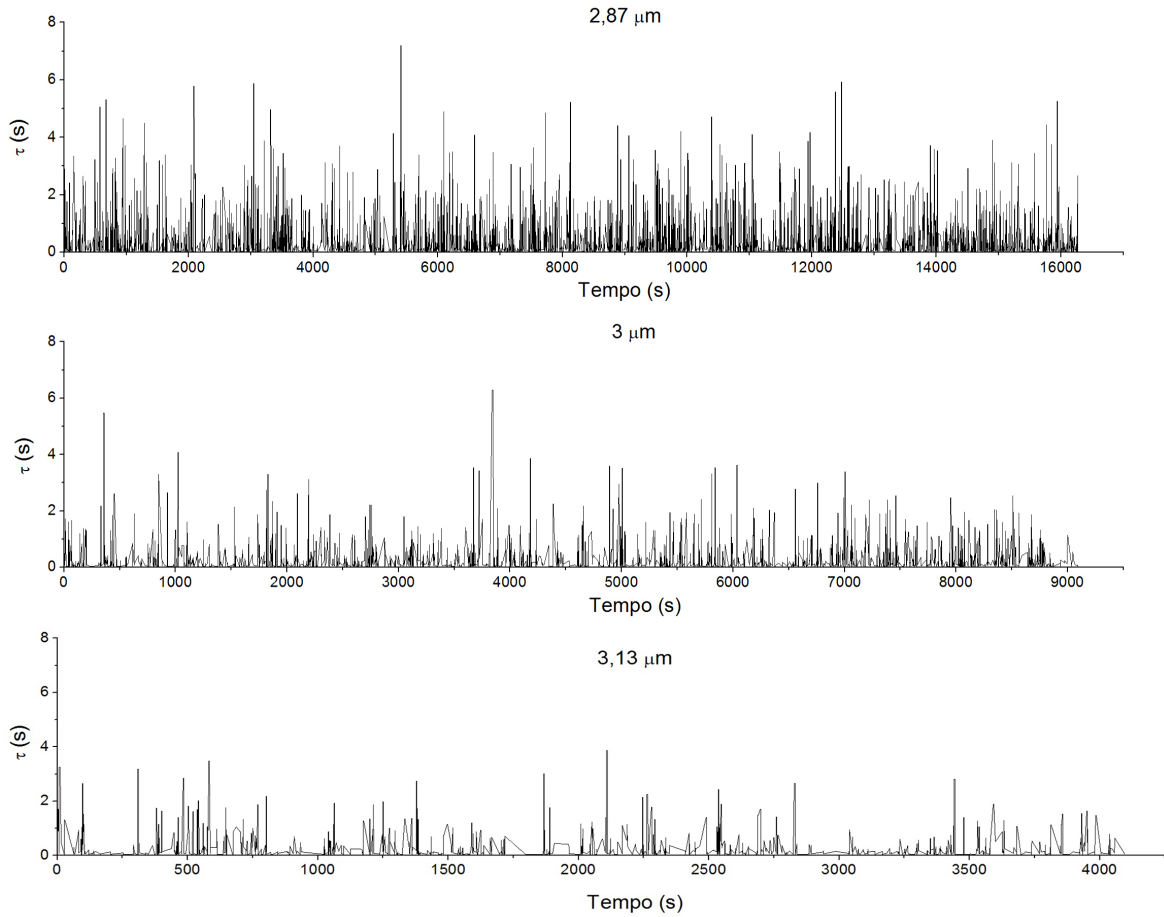


Figura 4.9: Evolução de  $\tau$  no tempo durante todo o vídeo. Cada pico de  $\tau$  representa o tempo total em que a microesfera permanece na região convexa naquele determinado instante.

Substituindo os valores de  $a$ , obtidos através da relação 4.3, e  $\tau$  na equação 3.52, obtêm-se os valores de  $\xi'$ . Observa-se aqui que alguns valores de  $\xi'$  são muito maiores que os demais, fazendo com que a grande maioria se tornem imperceptíveis na escala adotada. Por este motivo, para poder melhor visualizar o comportamento de  $\xi'$  com o tempo, foi definida uma nova variável  $\xi$  expressa por:

$$\xi_t = e^\tau, \quad (4.4)$$

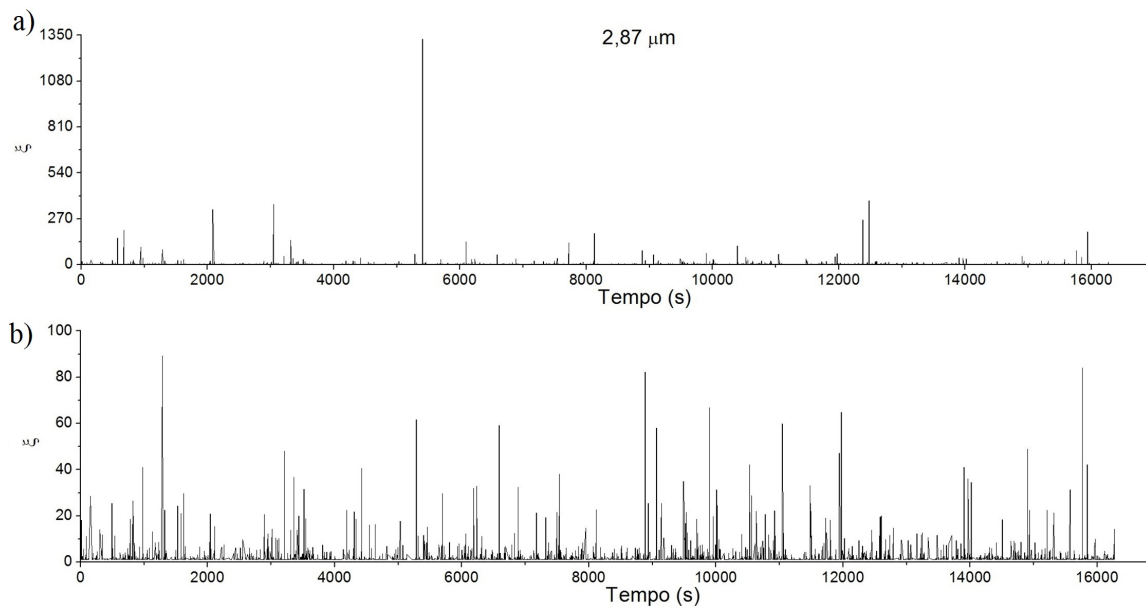


Figura 4.10: a) Evolução de  $\xi$  com o tempo para a distância de  $2,87 \mu\text{m}$ . b) foram omitidos todos os valores de  $\xi$  maiores que 100.

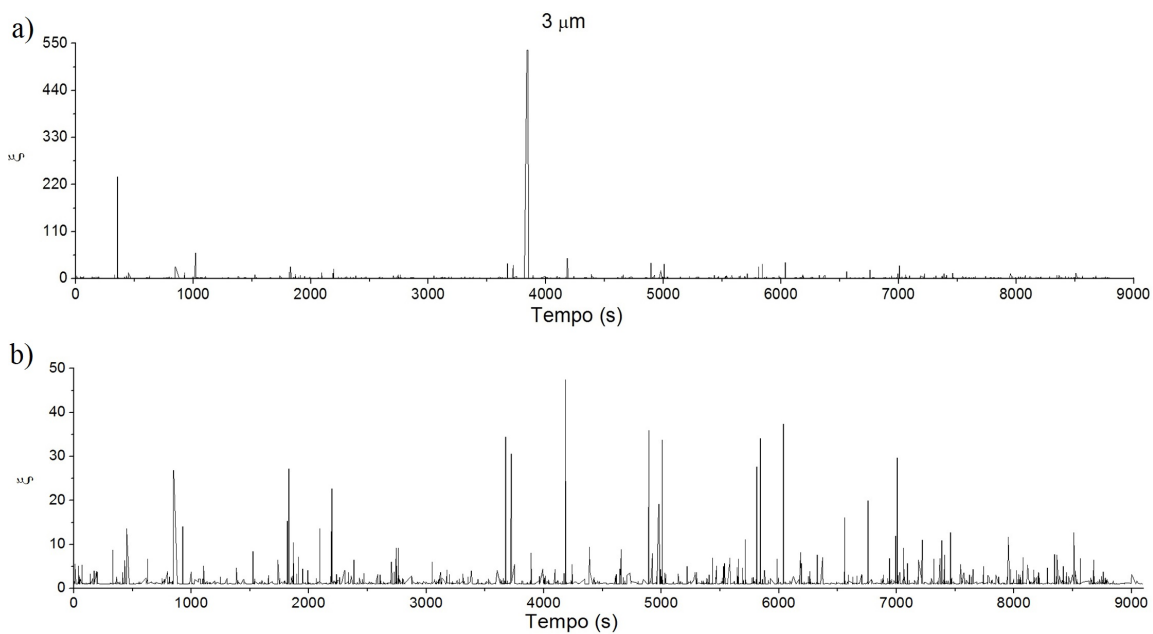


Figura 4.11: a) Evolução de  $\xi$  com o tempo para a distância de  $3,00 \mu\text{m}$ . b) foram omitidos todos os valores de  $\xi$  maiores que 50.

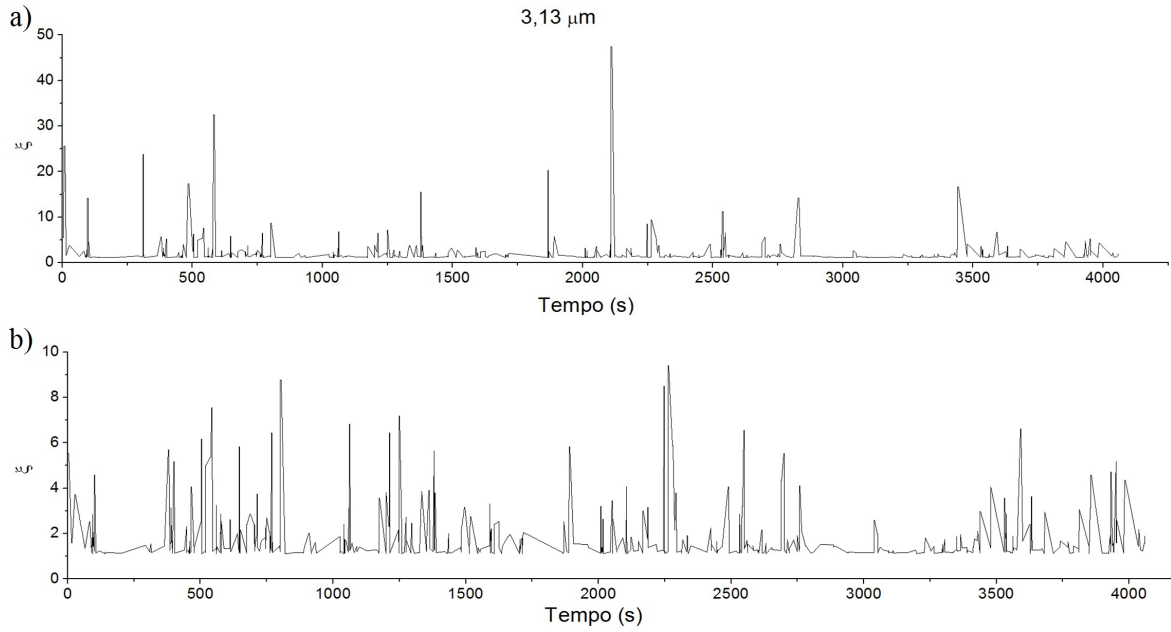


Figura 4.12: a) Evolução de  $\xi$  com o tempo para a distância de  $3,13\mu m$ . b) foram omitidos todos os valores de  $\xi$  maiores que 10.

Encontrado o valor de  $\xi$ , é possível calcular sua distribuição de probabilidades. Sendo  $x_t$  um processo sem memoria, ou seja, uma sequência de variáveis aleatórias independentes distribuídas uniformemente, podemos fazer:

$$p(\tau) \sim e^{-b\tau}, \quad (4.5)$$

mas,

$$p(\xi)d\xi = p(\tau)d\tau, \quad (4.6)$$

e

$$\tau \sim \ln \xi. \quad (4.7)$$

Assim, obtem-se a distribuição de probabilidade de  $\xi$

$$p(\xi) \sim \frac{1}{\xi}^{1+\alpha} \quad (4.8)$$

onde  $\alpha = b$ .

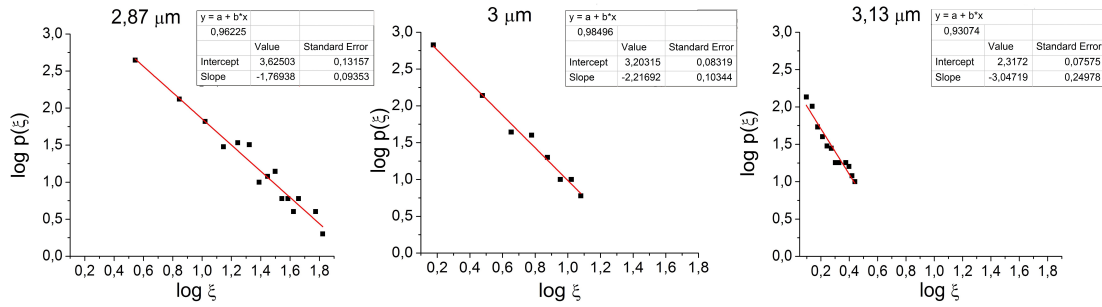


Figura 4.13: Representação gráfica em escala log-log dos valores de  $p(\xi)$  em função de  $\xi$  para as pinças com distâncias de 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ . A linha vermelha representa o ajuste linear onde os parâmetros se encontram na figura.

A figura 4.13 mostra a representação gráfica na escala log-log de  $p(\xi)$  em função de  $\xi$  para as pinças com distâncias de 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ . Fazendo o ajuste linear encontramos os valores dos parâmetros que podem ser associados com o expoente  $\alpha$  mostrado na equação 4.8. Os valores do expoente  $\alpha$  com seus respectivos erros estão mostrados na tabela 4.2.

Tabela 4.2: Expoente  $\alpha$ , calculado através de uma ajuste no gráfico log-log de  $\xi$  Fig 4.11.

Distância	$\alpha$	Erro
2,87	0,77	$\pm 0,1$
3,0	1,22	$\pm 0,1$
3,13	2,04	$\pm 0,25$

Observa-se que o comportamento de  $\xi$  é governado por uma lei de potência (Eq. 4.8) cujos expoentes  $\alpha$  são mostrados na tabela 4.2 para as várias distância entre as pinças. Os valores mostrados na tabela 4.2 mostram que quanto maior a distância entre as pinças maior será o valor do expoente  $\alpha$  e conseqüentemente menor será a probabilidade de encontrar a microesfera na região convexa. Esta relação parece estar bem coerente pois,  $\xi$  está relacionado diretamente ao tempo que a microesfera permanece na região convexa. Portanto, quanto mais próximas estiverem as pinças, menor será o valor do expoente  $\alpha$ , e maior será o valor de  $P(\xi)$ , já que maior número de transições ocorrem quando para distâncias menores entre as pinças (ver Fig. 4.6.). No trabalho de David S. *et al.* [3] o valor de  $\alpha$  foi relacionado com a variação da temperatura, onde observou-se que quanto maior a temperatura maior o valor do expoente  $\alpha$ . Neste caso o aumento da temperatura causa um aumento de energia

do sistema aumentando assim a agitação térmica e conseqüentemente aumentando o número de transições da microesfera. Ressalta-se que o experimento deste trabalho foi realizado sem alterações na temperatura, o que possibilitou ver claramente a diminuição das transições devido ao aumento da distância entre as pinças.

## 4.2 Simulação

Para complementar o trabalho experimental foi realizada uma simulação do movimento Browniano de uma microesfera em um poço de potencial duplo, como o objetivo de reproduzir e entender melhor o experimento. A equação de movimento de uma microesfera suspensa em um fluido é caracterizada pela equação de Langevin, que em uma dimensão é descrita pela equação 3.41. Assim foi utilizado o método de Euler para encontrar uma possível solução para a equação 3.41.

Utilizando a solução da equação de Langevin unidimensional pelo método de Euler, elaboramos um algoritmo, escrito na linguagem Python, que retorna a posição da partícula  $x_t$ . Detalhes sobre o código do programa pode ser visualizado no anexo B. Com os dados das posições da microesfera obtidos através desta simulação, foram realizados todos os métodos mostrados na seção anterior para análise dos dados.

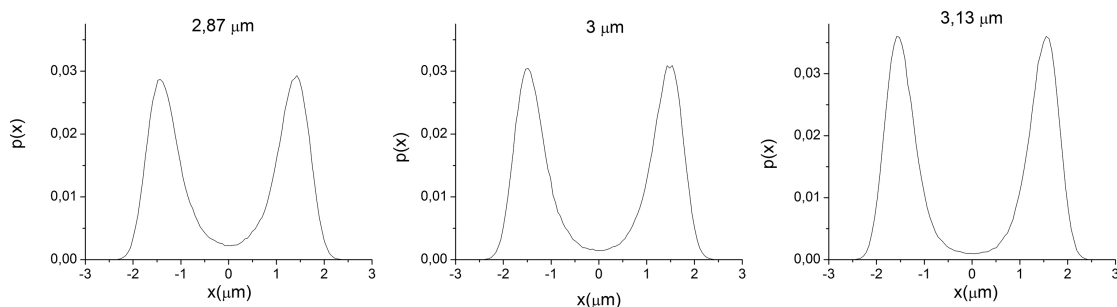


Figura 4.14: Probabilidade  $p(x)$  de se encontrar uma microesfera na direção  $x$  para os poços com distâncias 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$  obtidos através da simulação.

A figura 4.14 mostra a probabilidade  $p(x)$  de se encontrar uma microesfera na direção  $x$  para os poços com distâncias 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$  obtidos através da simulação. Pode-se observar, assim como no caso experimental mostrado pela figura 4.3, que quanto menor a distância entre as pinças maior o tempo em que a microesfera

permanecerá na região convexa.

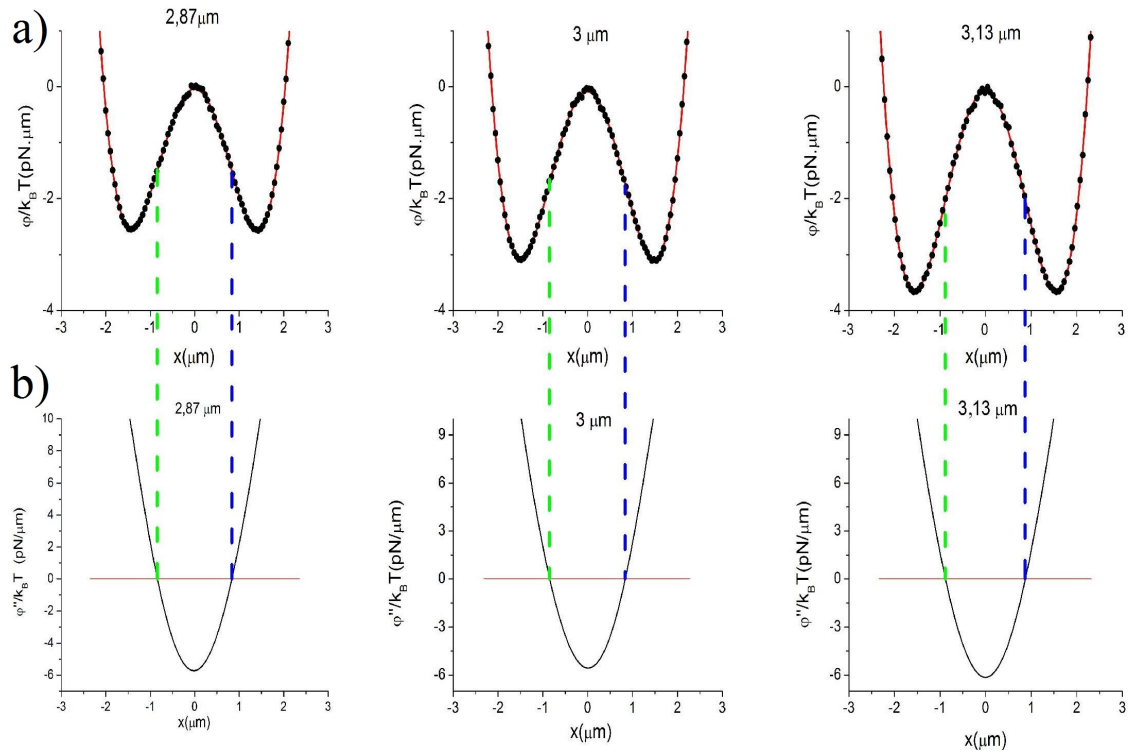
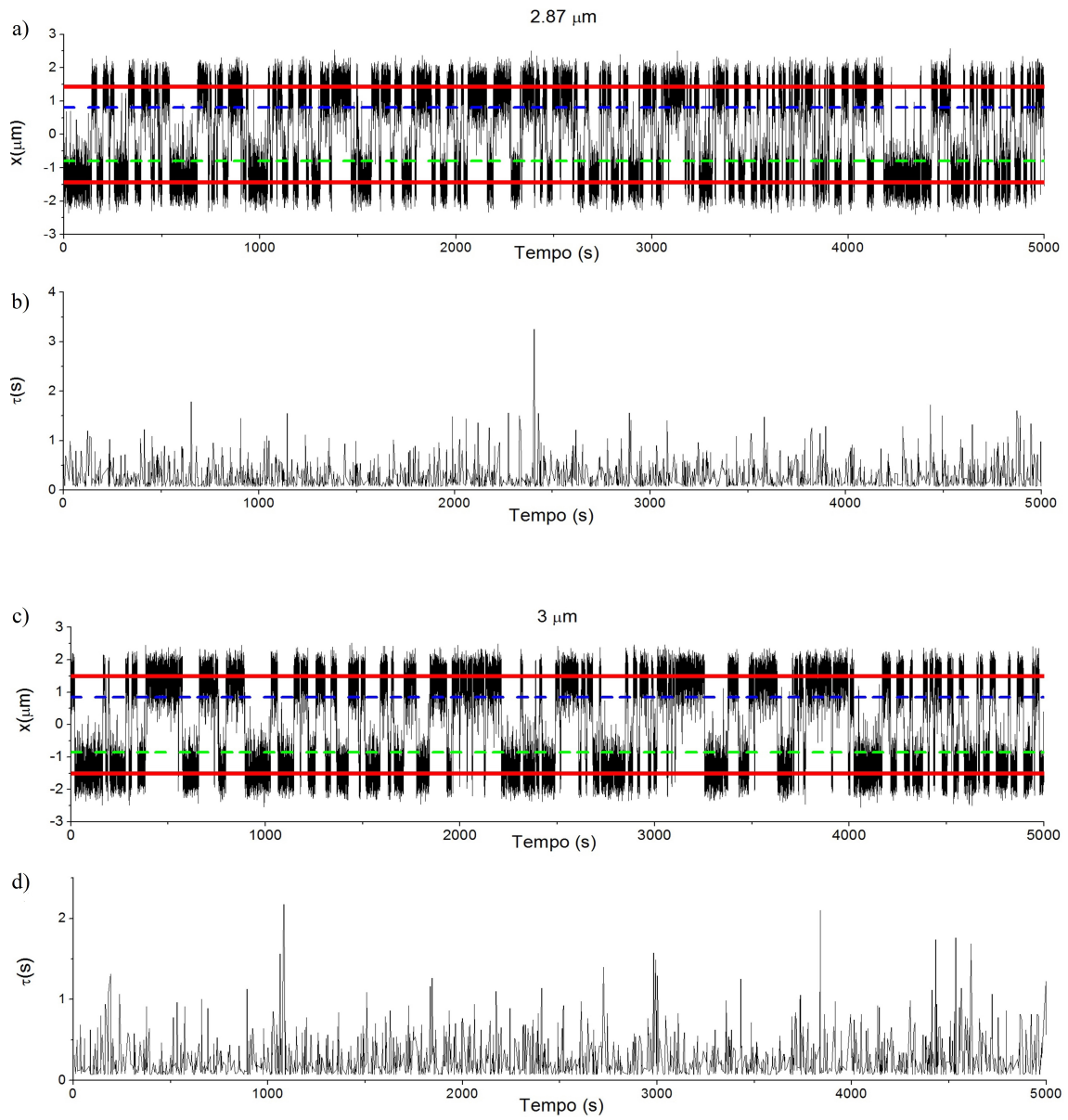


Figura 4.15: a) Potencial efetivo  $\phi(x)/k_B T$  calculado utilizando a equação 4.2 para os poços com distâncias 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ . Os círculos em preto representam os dados experimentais e a curva vermelha, sobreposta pelos círculos, representam os ajustes dos potenciais efetivos utilizando um polinômio de 8° grau. b) Segunda derivada do ajuste polinomial de  $\phi(x)$ . A região convexa do potencial é indicada pelas linhas tracejadas, sendo a linha azul o limite superior da região convexa e a verde o limite inferior.

Do mesmo modo que o caso experimental, foram calculados os potenciais efetivos na qual a microesfera estava submetida e suas derivadas de segunda ordem, Fig. 4.16. Diferentemente do caso experimental, o ajuste do potencial para os dados da simulação conseguiu abranger todos os pontos. Este fato se deve à grande presença de ruído nos dados experimentais, que como já mencionado foram reduzidos ao máximo. Também é possível observar através da figura 4.16 a) que, assim como no caso experimental, existe uma relação da "profundidade" dos poços de potenciais com a distância entre as pinças. A medida que se aumenta a distância entre as pinças, a região convexa do potencial também aumenta.



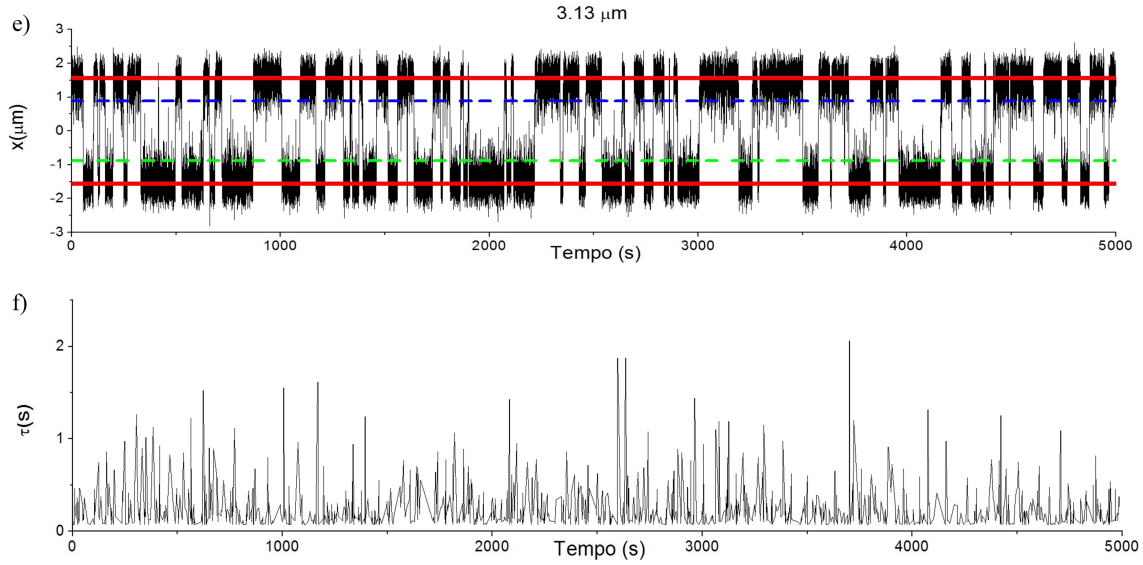
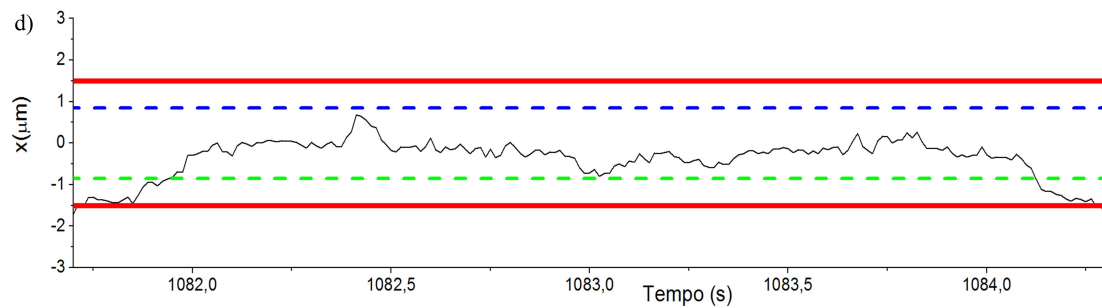
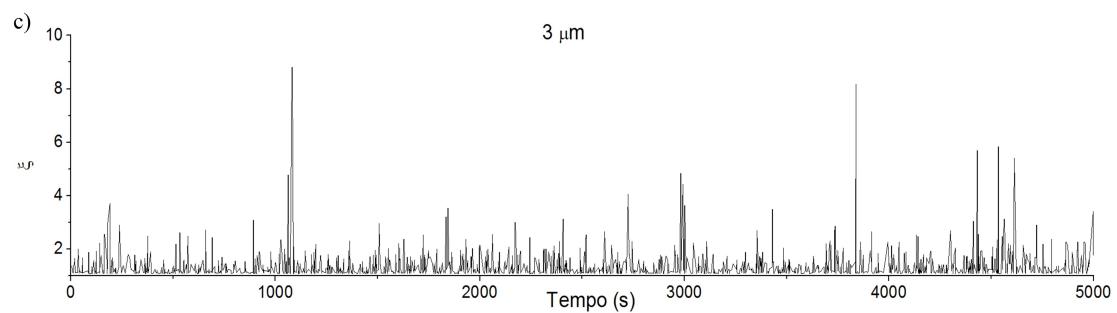
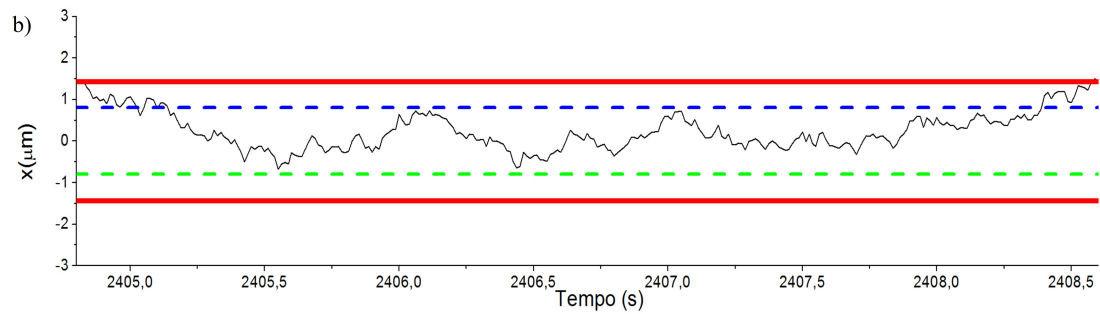
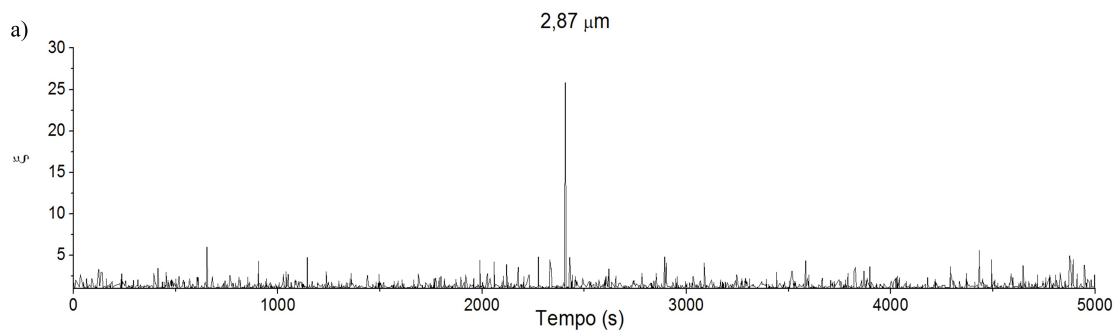


Figura 4.16: *a, c, e*) Trajetória de  $x$  da microesfera para os poços com distâncias 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ . *b, d, f*) Evolução do  $\tau$  no tempo.

A figura 4.16 mostra a trajetória de  $x$  em função do tempo. As linhas contínuas vermelhas em (a,c e e) representam as posições das pinças ópticas. As linhas tracejadas representam a região convexa do potencial. Como observado nos dados experimentais, as transições diminuem à medida que aumentamos a distância, o que é observado também na figura 4.16 (b,d e f), pois o  $\tau$  nos mostra quanto tempo a microesfera permanece na região convexa. Comparando os três gráficos de  $\tau$ , fica evidente a diminuição da quantidade de "spikes" do  $\tau$  para distâncias maiores da pinça.



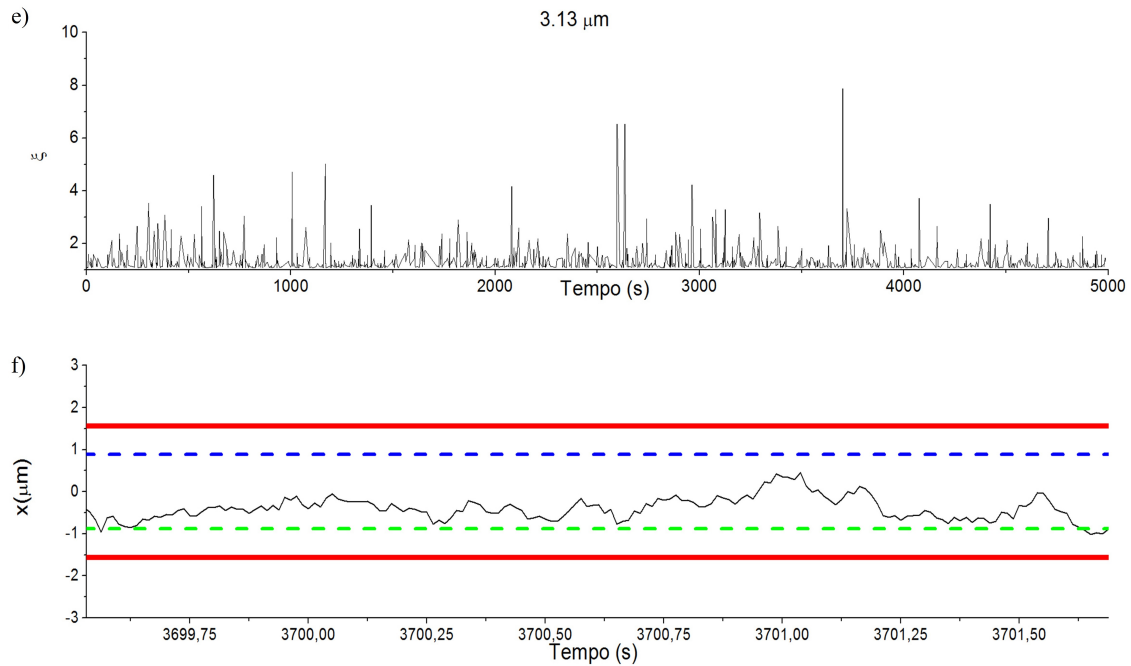


Figura 4.17: a,c,e) Evolução de  $\xi$  no tempo, para as seguintes distâncias respectivamente 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ . b,d,f) Trajetória de  $x$  para o maior valor de  $\xi$ .

A figura 4.17 a) mostra como os valores de  $\xi$  evoluem no tempo. Considerando que  $\xi$  depende explicitamente do  $\tau$ , os gráficos de  $\tau$  e  $\xi$  tem o mesmo comportamento. A característica principal da evolução de  $\xi$  no tempo são seus grandes valores que fogem muito de seu valor médio. Esses “picos” representam o momento em que a microesfera teve seu maior  $\tau$  conforme mostrado na figura 4.16 b). Entretanto na maioria do tempo, o valor de  $\xi$  tende a ficar num valor comum, ou seja, valores altos acabam se tornando raros.

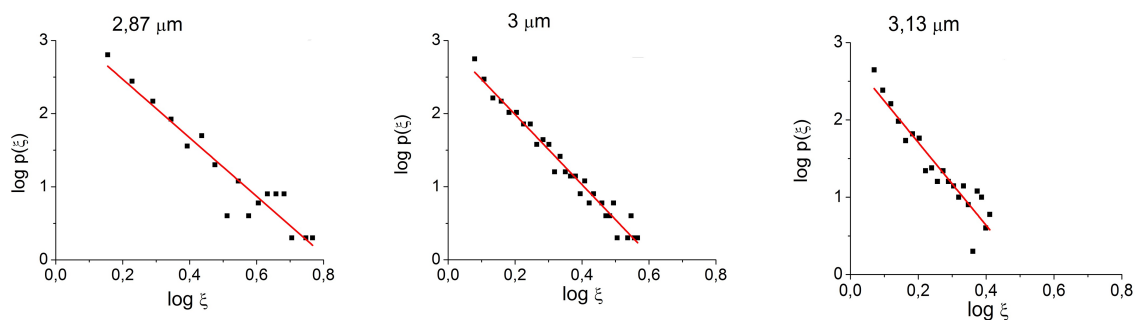


Figura 4.18: Os pontos representam os dados do log-log de  $p(\xi)$  em função de  $\xi$ . As linhas vermelhas são os ajustes lineares dos pontos.

Do mesmo modo analisado nos dados experimentais, a figura 4.18 representa os

dados em escala log-log de  $p(\xi)$  em função de  $\xi$ . Com os valores das inclinações dos ajustes lineares (linhas vermelhas na Fig. 4.18), pode-se estimar os valores de  $\alpha$ .

Tabela 4.3: O expoente  $\alpha$ , calculado por meio de um ajuste no gráfico log-log de  $\xi$  Fig. 4.18.

Distância( $\mu\text{m}$ )	$\alpha$	Erro
2,87	3,00	$\pm 0,33$
3,0	3,79	$\pm 0,15$
3,13	4,35	$\pm 0,43$

Observando os valores de  $\alpha$  em função da distância entre as pinças, obtidos através da simulação (tabela 4.3), podemos perceber o mesmo comportamento dos dados experimentais, ou seja, os valores de  $\alpha$  crescem à medida que e aumenta a distância entre as pinças.

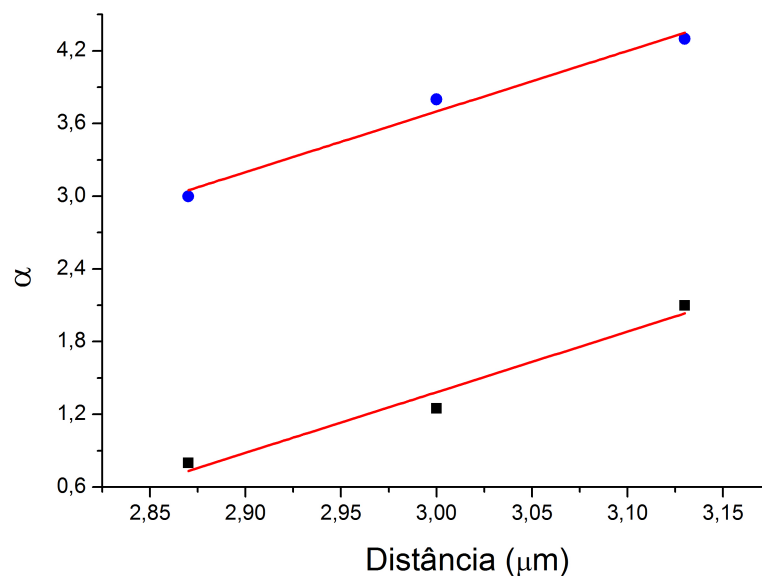


Figura 4.19: Evolução de  $\alpha$  em função da distância entre as pinças. Os pontos azuis representam os valores de  $\alpha$  obtidos na simulação, e os pretos obtidos experimentalmente. As linhas vermelhas são os ajustes lineares.

A figura 4.19 mostra os valores de  $\alpha$  encontrado experimentalmente e através da simulação. É possível observar uma diferença nos valores de  $\alpha$  para uma mesma distância. Entretanto os ajustes lineares comprovam que a variação de  $\alpha$  com a distância entre as pinças são as mesmas para simulação e experimento. Isto pode

ser evidenciado através dos valores dos coeficientes angulares obtidos através dos ajustes lineares na Fig. 4.19 que estão mostrados na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Inclinação da reta do ajuste linear de  $\alpha$  mostrado na figura 4.19.

	Inclinação	Erro
Simulação	5,00	$\pm 0,67$
Experimento	5,00	$\pm 0,89$

# Capítulo 5

## Conclusões e Perspectivas

Nesta dissertação, foi utilizado o método proposto por David S. *et al.* [3] para estudar a relação das durações das transições de uma microesfera com a distância entre os poços de potenciais criados por uma pinça óptica dupla. Grande parte do tempo gasto neste trabalho foi dedicado à construção e calibração da pinça óptica dupla, dada a complexidade em alinhar e calibrar as duas pinças com a mesma intensidade.

Foi medido o tempo em que a microesfera permanece na região convexa do potencial. Com o tempo de cada transição, foi possível analisar o comportamento da variável escravo  $\xi$ , considerando que o seu comportamento obedece uma lei de potência ( $p(\xi) \approx (1/\xi)^{1+\alpha}$ ), com o expoente  $\alpha$  aumentando para distâncias maiores entre as pinças. Para complementar o trabalho experimental foi realizada uma simulação do fenômeno estudado resolvendo pelo método de Euler a equação de Langevin. Comparando os resultados experimentais com a simulação realizada, constatou-se o mesmo comportamento em ambos os casos.

Como perspectiva deste trabalho, sugere-se repetir o experimento, com o intuito de verificar a dependência de  $\alpha$  com a variação da temperatura da amostra. Também pode-se utilizar o mesmo método para estudar o comportamento de proteínas que tenham um comportamento semelhante ao estudado. Como por exemplo a proteína Calmodulina (CaM) encontrada no cérebro e coração que exibe duas regiões estáveis e uma região de transição, semelhante aos poços de potenciais.

# Apêndice A

## Programa para o cálculo do $\tau$

```
clear all
close all
clc
data = load('Todos1.txt');
tempo2 = data(:,1);
x2      = data(:,2);
transicoes2 = zeros(length(tempo2),1);
transicoes3 = zeros(length(tempo2),1);
entradas2 = [];
entradas3 = [];
saidas2 = [];
saidas3 = [];
SupEntrou = 1; %Entrada pelo limite superior = 1
SupSaiu    = 2; %Sa da pelo limite superior    = 2
InfEntrou  = 3; %Entrada pelo limite inferior = 3
InfSaiu    = 4; %Sa da pelo limite inferior    = 4
minTotal2 = -0.7;
maxTotal2 = 0.68;
passo = 1.38; %Definição do passo
min2 = minTotal2;
max2 = maxTotal2;
intervalo = (max2-min2) / passo;
dist2 = 2;
for k=1:intervalo
mask = zeros(length(tempo2),1);
```

```

for i=2:length(tempo2)
    if ((x2(i-1) < max2) && (x2(i) >= max2))
        mask(i) = SupSaiu;
    end
    if ((x2(i-1) >= max2) && (x2(i) < max2))
        mask(i) = SupEntrou;
    end
    if ((x2(i-1) >= min2) && (x2(i) < min2))
        mask(i) = InfSaiu;
    end
    if ((x2(i-1) < min2) && (x2(i) >= min2))
        mask(i) = InfEntrou;
    end
end
cont = 0;
t = 1;
nt = 0;
dist = 2;
for i=1:length(tempo2)
    flag = 0;
    if (mask(i) == SupEntrou)
        j = i+1;
        if j >= length(tempo2)
            j = length(tempo2);
            flag = 1;
        end
        while (sum(mask((i+1):j)) == 0) && flag == 0
            j = j+1;
            cont = cont + 1;
            if j >= length(tempo2)
                j = length(tempo2);
                flag = 1;
            end
        end
    end
    if ((mask(j) == InfSaiu) && (cont >= dist))
        transicoes2(i) = x2(i);
        transicoes2(j) = x2(j);
    end
end

```

```

    entradas2 = [entradas2 , tempo2(i)];
    saidas2    = [saidas2 , tempo2(j)];
    cont = 0;
elseif ((mask(j) == SupSaiu) && (cont >= dist2))
    transicoes3(i) = x2(i);
    transicoes3(j) = x2(j);
    entradas3 = [entradas3 , tempo2(i)];
    saidas3    = [saidas3 , tempo2(j)];
    cont = 0;
else
    cont = 0;
end
elseif (mask(i) == InfEntrou)
    j = i+1;
    if j >= length(tempo2)
        j = length(tempo2);
        flag = 1;
    end
    while (sum(mask((i+1):j)) == 0) && flag == 0
        j = j+1;
        cont = cont + 1;
        if j >= length(tempo2)
            j = length(tempo2);
            flag = 1;
        end
    end
end
if ((mask(j) == SupSaiu) && (cont >= dist))
    transicoes2(i) = x2(i);
    transicoes2(j) = x2(j);
    entradas2 = [entradas2 , tempo2(i)];
    saidas2    = [saidas2 , tempo2(j)];
    cont = 0;
elseif ((mask(j) == InfSaiu) && (cont >= dist2))
    transicoes3(i) = x2(i);
    transicoes3(j) = x2(j);
    entradas3 = [entradas3 , tempo2(i)];
    saidas3    = [saidas3 , tempo2(j)];

```

```

        cont = 0;
        else
        cont = 0;
    end
    else
        transicoes3(i) = 0;
        transicoes2(i) = 0;

    end
end
max2 = min2;
end
dados2 = [entradas2', saidas2', saidas2'-entradas2'];
dados3 = [entradas3', saidas3', saidas3'-entradas3'];
dados2 = [dados2; dados3];
novamatrix = [dados2(:,1), dados2(:,3); dados2(:,2), dados2(:,3)];
novamatrix = sortrows(novamatrix);
figure
plot(tempo2, x2)
grid on
hold on
idx = transicoes2 ~ = 0;
plot(tempo2(idx), transicoes2(idx), 'r*')
title('Dados originais + local das transições')
xlabel('tempo')
ylabel('x')
hold off
%Plota exponencial do tau
figure
plot(novamatrix(:,1), exp(novamatrix(:,2)))
grid on
title('Exponencial de tau')
xlabel('tempo')
ylabel('exp(tau)')
figure
plot(novamatrix(:,1), novamatrix(:,2))
grid on

```

```
title('Tau')
xlabel('tempo')
ylabel('tau')
%Salva dados em txt
output3 = [novamatrix];
newTau= [];
nmatrix = novamatrix;
buffer = [];
while (length(nmatrix)~=0)
padrao = nmatrix(1,1);
    buffer = nmatrix((nmatrix(:,1)== padrao),:);
    maxbuffer = max(buffer);
    [r,c] = size(buffer);
    if(r >= 2)
        newTau = [newTau; maxbuffer];
    elseif(r == 1)
        newTau = [newTau; buffer];
    end
    nmatrix(1:r,:) = [];
    buffer = [];
end
output4 = [newTau];
save('newTau.txt','output4','-ascii');
figure
plot(newTau(:,1),newTau(:,2))
```

# Apêndice B

## Simulação

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Fri Jul 1 14:31:49 2016
@author: ubirajaraG
edited: Andre Gentil
"""

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#Begin parameters
Time= 200. #Enter the Time Period (in Seconds)
R= 2000. #Enter Sampling Rate (in Hertz)
r= 1.5e-6 #Enter the sphere Radius (in Meters)
# Begin Constants
N=int(R*Time) # Number of Impulses
denH2O=1000. # Density of water (kg/m^3)
den=1040. # Density of Sphere (kg/m^3)
kv=(1.e-6) # Kinematic Viscosity (m^2/s)
M=(4.*np.pi*r**3*den)/3. # Mass of Sphere (kg)
gamma=(6*np.pi*denH2O*kv*r) # Drag Coefficient (kg/s)
delta=1./R # Time Between Jumps (Seconds)
kx=10e7 # Trap X-Axis Strength (N/m)
kx1=1e-6
kB=1.380648813e-23 # Boltzman Constant (J/K)
T=300. # Room Temperature (K)
D=kB*T/gamma # Diffusion Const (m^2/s)
A=1.435e-7 # potential width
```

```

# End Constants %
# Begin Setting All Particles to Initial Conditions %
x = np.zeros(N)          # Setting (X)=(0)
y = np.zeros(N)
phi2 = np.zeros(N)
#wx = np.zeros(N)       # Setting (Wx)=(0,0,0)
# End Setting All Particles to Initial Conditions %
# Begin Iteration & Storage of Random Numbers,
# Velocities , & Positions %
print('\n Simulation has begun ... \n')
wx=np.random.normal(0,1,N)
for i in range(0,N-1):
    # calculo da posição com metodo de Euler
x[i+1] = x[i] + (x[i]*A**2-x[i]**3)*(kx*delta/gamma)
        + wx[i]*(np.sqrt(2*D*delta))
tempo = np.asarray(np.linspace(0,N-1,num=N))/R
saida=np.zeros((x.size,2))
saida[:,0]=tempo
saida[:,1]=x
np.savetxt("x.txt", saida)
print(' Simulation is Complete! \n')
plt.plot(tempo,x)
plt.figure()
plt._show()

```

# Lista de Figuras

1.1	Poço de potencial duplo criado pela pinça óptica, região indicada onde a segunda derivada do potencial é menor que zero $\phi''(x_t) < 0$ . . . . .	10
2.1	: Ilustração dos poços de potenciais criados pelas pinças com uma microesfera aprisionada. A microesfera irá oscilar entre os dois poços de potenciais, passando de a) a c), devido ao seu movimento Browniano, na parte b) a microesfera esta na região convexa do potencial, determinada pelas linhas contínuas pretas. . . . .	15
2.2	Ilustração das forças de espalhamento causadas pela reflexão e absorção da luz pela microesfera. . . . .	16
2.3	Ilustração da força de gradiente que surge devido a refração da luz na microesfera. . . . .	18
2.4	Ilustração das forças de gradiente atuando na microesfera acima do foco do laser. A força resultante atua para baixo em direção ao foco. . . . .	19
2.5	Caso ideal onde todos os raios atingem a microesfera, ou seja, sem aberração esférica o foco se encontra em apenas um único ponto. . . . .	22
2.6	Caso real onde é considerada a aberração esférica. Os raios refratam em ângulos diferentes na interface vidro-água. . . . .	23
2.7	Sistemas de coordenadas da pinça óptica dupla. . . . .	25
2.8	Esquema da montagem experimental utilizada para produzir um poço de potencial duplo através de pinças ópticas. . . . .	27
2.9	Imagem das pinças ópticas, obtidas pela focalização do feixe de laser pela objetiva, capturada utilizando a câmera CMOS. A distância entre as pinças é calculada obtendo o valor de centro a centro dos <i>spots</i> . . . . .	29
2.10	Ajuste polinomial da relação entre $d1$ e a distância entre as pinças. . . . .	30
2.11	Microesfera de Poliestireno de $3 \mu\text{m}$ presa em uma das pinças. . . . .	31
2.12	Flutuação das posições $(x, y)$ no plano da imagem do centro de massa da microesfera obtidas através da função <i>analyse particles</i> do programa ImageJ. . . . .	32

2.13	A indicação azul mostra uma microesfera presa à lamínula e a indicação vermelha mostra a microesfera presa na pinça óptica. a) Momento antes de ser estabelecido o movimento. b) Microesfera presa a pinça depois do movimento ser estabelecido. . . . .	33
2.14	Deslocamento da microesfera presa na pinça devido ao fluxo. . . . .	34
2.15	Constante da força da pinça em função da potência do laser. Os quadrados representam o método utilizando o teorema de equipartição. Os círculos representam o método de Stokes. . . . .	36
3.1	Movimento aleatório de uma partícula, resultante da colisão das moléculas. . . . .	37
3.2	Partícula “grande” sofrendo colisões de partículas menores. . . . .	38
4.1	Posição do centro de massa da microesfera no plano $x, y$ durante todo o filme que possui duração de (a) 4,52, (b) 2,53 e (c) 1,15 horas. . . .	48
4.2	Histograma das posições no eixo $x$ passando pelo centro da pinça óptica mostrado na figura 2.11. . . . .	49
4.3	Probabilidade de encontrar a microesfera na direção $x$ para as pinças com distâncias (a) 2,87, (b) 3,00 e (c) 3,13 $\mu\text{m}$ . . . . .	49
4.4	a) Potencial efetivo $\phi(x)/k_B T$ calculado utilizando a equação 4.2 para os poços com distâncias 2,87, 3,00 e 3,13 $\mu\text{m}$ . Os círculos em preto representam os dados experimentais e a curva vermelha representa o ajuste do potencial efetivo utilizando um polinômio de 8º grau. b) Segunda derivada do ajuste polinomial de $\phi(x)$ . A região convexa do potencial é indicada pelas linhas tracejadas, sendo a linha azul o limite superior da região convexa e a verde o limite inferior. . . . .	50
4.5	Imagem em três dimensões do potencial efetivo submetido a microesfera através da pinça óptica dupla com distâncias (a) 2,87, (b) 3,00 e (c) 3,13 $\mu\text{m}$ . . . . .	51
4.6	Posições nos eixos $x$ e $y$ do centro de massa da microesfera em função do tempo para os poços com distâncias de (a, b) 2,87, (c, d) 3,00 e (e, f) 3,13 $\mu\text{m}$ . . . . .	52
4.7	Região convexa do potencial. Os círculos representam os dados experimentais e as linhas contínuas representam os ajustes polinomiais de grau 2. . . . .	53

- 4.8 a) Transição completa da partícula entrando pelo limite superior e saindo pelo limite inferior ( $\tau \approx 7,1$  s).  $\tau$  é calculado a partir do momento que a microesfera entra na região convexa. b) É apresentado um caso onde a microesfera apenas entra na região convexa mas não chega a transitar entre os poços ( $\tau \approx 6,2$  s). Este tempo também é levado em consideração. c) Outro exemplo de uma transição completa. Neste caso a transição foi realizada mais rapidamente ( $\tau \approx 3,85$  s). As linhas tracejadas verde representam o limite inferior da região convexa e as azuis o limite superior. . . . . 55
- 4.9 Evolução de  $\tau$  no tempo durante todo o vídeo. Cada pico de  $\tau$  representa o tempo total em que a microesfera permanece na região convexa naquele determinado instante. . . . . 56
- 4.10 a) Evolução de  $\xi$  com o tempo para a distância de  $2,87\mu\text{m}$ . b) foram omitidos todos os valores de  $\xi$  maiores que 100. . . . . 57
- 4.11 a) Evolução de  $\xi$  com o tempo para a distância de  $3,00\mu\text{m}$ . b) foram omitidos todos os valores de  $\xi$  maiores que 50. . . . . 57
- 4.12 a) Evolução de  $\xi$  com o tempo para a distância de  $3,13\mu\text{m}$ . b) foram omitidos todos os valores de  $\xi$  maiores que 10. . . . . 58
- 4.13 Representação gráfica em escala log-log dos valores de  $p(\xi)$  em função de  $\xi$  para as pinças com distâncias de  $2,87$ ,  $3,00$  e  $3,13 \mu\text{m}$ . A linha vermelha representa o ajuste linear onde os parâmetros se encontram na figura. . . . . 59
- 4.14 Probabilidade  $p(x)$  de se encontrar uma microesfera na direção  $x$  para os poços com distâncias  $2,87$ ,  $3,00$  e  $3,13 \mu\text{m}$  obtidos através da simulação. . . . . 60
- 4.15 a) Potencial efetivo  $\phi(x)/k_B T$  calculado utilizando a equação 4.2 para os poços com distâncias  $2,87$ ,  $3,00$  e  $3,13 \mu\text{m}$ . Os círculos em preto representam os dados experimentais e a curva vermelha, sobreposta pelos círculos, representam os ajustes dos potenciais efetivos utilizando um polinômio de  $8^\circ$  grau. b) Segunda derivada do ajuste polinomial de  $\phi(x)$ . A região convexa do potencial é indicada pelas linhas tracejadas, sendo a linha azul o limite superior da região convexa e a verde o limite inferior. . . . . 61
- 4.16 a, c, e) Trajetória de  $x$  da microesfera para os poços com distâncias  $2,87$ ,  $3,00$  e  $3,13 \mu\text{m}$ . b, d, f) Evolução do  $\tau$  no tempo. . . . . 63

- 4.17 a,c,e) Evolução de  $\xi$  no tempo, para as seguintes distâncias respectivamente 2,87, 3,00 e 3,13  $\mu\text{m}$ . b,d,f) Trajetória de  $x$  para o maior valor de  $\xi$ . . . . . 65
- 4.18 Os pontos representam os dados do log-log de  $p(\xi)$  em função de  $\xi$ . As linhas vermelhas são os ajustes lineares dos pontos. . . . . 65
- 4.19 Evolução de  $\alpha$  em função da distância entre as pinças. Os pontos azuis representam os valores de  $\alpha$  obtidos na simulação, e os pretos obtidos experimentalmente. As linhas vermelhas são os ajustes lineares. 66

# Lista de Tabelas

2.1	Valor da constante da pinça $k$ com o modulador acústico-óptico. . . .	36
4.1	Relação da distância entre as pinças com o coeficiente do termo quadrático $B$ . . . . .	54
4.2	Expoente $\alpha$ , calculado através de uma ajuste no gráfico log-log de $\xi$ Fig 4.11. . . . .	59
4.3	O expoente $\alpha$ , calculado por meio de um ajuste no gráfico log-log de $\xi$ Fig. 4.18. . . . .	66
4.4	Inclinação da reta do ajuste linear de $\alpha$ mostrado na figura 4.19. . .	67

# Bibliografia

- [1] Arthur Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Physical review letters*, 24(4):156, 1970.
- [2] Arthur Ashkin and JM Dziedzic. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria. *Science*, 235(4795):1517–1520, 1987.
- [3] David S. Dean, Ian T. Drummond, Ron R. Horgan, and Satya N. Majumdar. Equilibrium statistics of a slave estimator in langevin processes. *Majumdar Phys. Rev.E*, 71, 2004.
- [4] John David Jackson. *Classical electrodynamics*. Wiley, 1999.
- [5] MAB Whitaker. History and quasi-history in physics education-part 2. *Physics education*, 14(4):239–242, 1979.
- [6] Márcio Santos Rocha. *Pinças Ópticas: Experimento, Teoria e Aplicação no estudo da interação DNA-fármacos*. PhD thesis, Tese de Doutorado, UFMG, 2008.
- [7] Arthur Ashkin. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. *Biophys. J.*, 61(4):569, 1992.
- [8] A. Mazolli. *Pinças Ópticas*. PhD thesis, Tese de Doutorado, 2003.
- [9] G Roosen. Optical levitation of spheres. *Canadian Journal of Physics*, 57:1260–1279, 1979.
- [10] Nathan Bessa Viana. *Pinças ópticas e aplicações*. PhD thesis, Tese de Doutorado, UFMG, 2002.
- [11] PA Maia Neto and HM Nussenzveig. Theory of optical tweezers. *EPL (Europhysics Letters)*, 50(5):702, 2000.

- [12] A Mazolli, PA Maia Neto, and HM Nussenzveig. Theory of trapping forces in optical tweezers. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, number 2040, pages 3021–3041. The Royal Society, 2003.
- [13] Gooch and housego, enabling photonic technologies. Acesso em 14 de Setembro de 2016.
- [14] MIM Feitosa and ON Mesquita. Wall-drag effect on diffusion of colloidal particles near surfaces: a photon correlation study. *Physical Review A*, 44(10):6677, 1991.
- [15] von H Faxen. The resistance against the movement of a rigour sphere in viscous fluids, which is embedded between two parallel layered barriers. *Ann. Phys*, (10):89–119, 1922.
- [16] NB Viana, RTS Freire, and ON Mesquita. Dynamic light scattering from an optically trapped microsphere. *Physical Review E*, 65(4):041921, 2002.
- [17] Imagej, u. s. national institutes of health, bethesda, maryland, usa. Acesso em 14 de Setembro de 2016.
- [18] Patrícia Santos Alves et al. Teoria e calibração de pinças ópticas. 2012.
- [19] Natan Osterman. Tweezpal—optical tweezers analysis and calibration software. *Computer Physics Communications*, 181(11):1911–1916, 2010.
- [20] Edward Nelson. *Dynamical Theories of Brownian Motion*. Princeton University Press, 1967.
- [21] Silvio R.A. Salinas. *Introdução à Física Estatística*. EDUSP, São Paulo, 1997.
- [22] Albert Einstein. *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*. Dover Publications, New York, 1956.
- [23] W. Coffey, Y.P. Kalmykov, and J.T. Waldron. *The Langevin Equation: With Applications to Stochastic Problems in Physics, Chemistry, and Electrical Engineering*. EBL-Schweitzer. World Scientific, 2004.
- [24] Tania Tomé e Mário J. de Oliveira. *Dinâmica Estocástica e Irreversibilidade*. EDUSP, São Paulo, 2001.
- [25] Robert Zwanzig. *Nonequilibrium Statistical Mechanics*. Oxford University Press, New York, 2001.