Magno Silvério Campos

Modelagem matemática aplicada a problemas na armazenagem de produtos acabados de uma siderúrgica

Orientador: Prof. Dr. Carlos Roberto Venâncio de Carvalho

Belo Horizonte
Março de 2009

Universidade Federal de Minas Gerais
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
Departamento de Engenharia de Produção / Escola de Engenharia

Modelagem matemática aplicada a problemas na armazenagem de produtos acabados de uma siderúrgica

Magno Silvério Campos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Univesidade Federal de Minas Gerais para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de Concentração: Produção e Logística

Linha de Pesquisa: Otimização de Sistemas Produtivos

Orientador: Prof. Dr. Carlos Roberto Venâncio de Carvalho

Belo Horizonte
Março, 2009

Dissertação de Mestrado sob o título *Modelagem Matemática Aplicada a Problemas na Armazenagem de Produtos Acabados de Uma Siderúrgica*, defendida por Magno Silvério Campos e aprovada em 30 de março de 2009, em Belo Horizonte, Minas Gerais, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof. Dr. Carlos Roberto Venâncio de Carvalho

Departamento de Engenharia de Produção - UFMG

Orientador

Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza

Departamento de Ciência da Computação - UFOP

Dr. Ricardo Nolasco de Carvalho

Vallourec & Mannesmann Tubes do Brasil - VMB

Agradecimentos

Dedico meus sinceros agradecimentos:

- a Deus, pela plenitude;

- aos meus pais, Mozart e Floripes, por terem possibilitado de todas as formas minha caminhada até aqui;

- aos meus irmãos, pelos incentivos, amparos e por acreditarem em mim;

- à Wilainy, pela paciência, compreensão, amparo nos momentos difíceis, alegria para viver e grande incentivo durante todo o desenrolar deste trabalho;

- ao professor Carlos Roberto Venâncio de Carvalho, pela orientação deste trabalho e por sempre ter acreditado na minha capacidade e no sucesso dessa dissertação;

- aos participantes da banca examinadora, Marcone Jamilson Freitas Souza e Ricardo Nolasco, pelas valiosas sugestões de melhorias do texto final;

- aos professores do Departamento de Engenharia de Produção da UFMG, pelas experiências transmitidas;

- aos técnicos administrativos do DEP, em especial Inês e Tays;

- aos professores do Departamento de Engenharia de Produção da UFOP, em especial à Irce, por terem me incentivado na continuidade dos meus estudos;

- à Vallourec & Mannesmann, por ter me possibilitado condições e incetivos para à realização deste trabalho;

- às amizades conquistadas durante esse tempo na VMB, em especial, Vinícius, Thiago, Lucas, Flaviana, Rubem, Kátia, Pietrus, Emilce, Miller, Marina, Clarisse, Karina e Mariana;

- aos amigos de república, André, Juliano, Brunela e Douglas, pelos momentos inesquecíveis;

- a todos os amigos do programa de mestrado, em especial aos grandes amigos Helton e Moreira. Obrigado por tudo Helton!

"Se você parar de aprender, logo vai começar a esquecer as coisas que já sabe". Provérbios 19:27

Resumo

Como resultado das novas solicitações de mercado, hoje se busca sincronizar os elementos da cadeia logística, tornando-a um sistema dinâmico e eficiente. A competição do mercado requer aperfeiçoamento contínuo no projeto e na operação das redes de produção e distribuição de bens, o que também torna necessário o bom desempenho para o funcionamento dos armazéns.

O número de decisões que devem ser tomadas na operação de armazéns suporta a utilização de métodos que auxiliem a tomada de decisões. E é neste contexto que o presente trabalho se insere. Estuda-se o problema de armazenagem e movimentação de produtos acabados em uma empresa do setor siderúrgico. Através de modelos de programação matemática, propõe-se uma metodologia para a alocação e movimentação desses produtos nos armazéns de estocagem. Ao se definir famílias de produtos e locais de armazenagem, os transportes desnecessários de produtos são anulados, aumentando assim, e eficiência dos processos de recebimento e expedição, com redução de custos. Alguns exemplos ilustrativos da aplicação desta metodologia são apresentados com suas respectivas análises quantitativas. Também se apresenta a performance computacional dos modelos propostos.

Palavras-chave: movimentação de produtos, armazenagem de produtos, modelos de agrupamento de produtos, modelos de alocação de produtos.

Abstract

As a result of new demands of the market today are seeking synchronize the elements of the logistics chain, making it a dynamic and efficient. The competition of the market requires continuous improvement in design and operation of networks production and distribution of goods, which also makes the good performance for the storage warehouses.

The number of decisions to be taken in the operation of warehouses support the use of methods that help making decisions. It is in this context that this work falls. Studying the problem of storage and handling of finished products in a steel company. Through mathematical programming models, proposes a methodology for the allocation and handling of such products in storage warehouses. When families of products and storage facilities are defined, unnecessary transport of products are reversed, thereby increasing, the efficiency of receiving and shipping, with reduced costs. Some examples of this methodology are presented with their quantitative analysis. It also shows the computational performance of the proposed models.

Keywords: products' handling , products' storage , products' group models, products' allocation models.

Sumário

Resumo **iv**

Lista de figuras **xi**

Lista de tabelas **xiii**

1 Introdução **1**

1.1 Motivação do estudo 3

1.2 Objetivos da dissertação 4

1.2.1 Objetivo geral 4

1.2.2 Objetivos específicos 4

1.3 Organização da dissertação 4

2 Contextualização do Estudo **6**

2.1 O setor siderúrgico 6

2.2 A empresa 7

2.2.1 Histórico 7

2.3 Características do sistema de produção 8

2.3.1 Agrupamento de produtos de acordo com a produção 9

2.4 Características de mercado 10

2.4.1 Linhas de Produtos 10

2.4.2 Agrupamento de produtos de acordo com o *marketing* 11
2.5 Combinações de atributos fabris e de mercado 13
2.6 A logística de expedição de produtos acabados 14
2.6.1 Elementos do sistema 15
2.6.2 Atividades desenvolvidas 18
2.6.3 Sub-sistemas 19
2.7 Situações-problema 19

3 Fundamentação Teórica 22

3.1 Introdução 22
3.2 Conceito de armazenagem 23
3.3 Importância da armazenagem 24
3.4 Princípios básicos de armazenagem 26
3.5 Estoques e fluxos de materiais 28
3.6 Atividades relacionadas à armazenagem de produtos acabados 29
3.7 Problema de designação de locais para armazenagem 30
3.8 Agrupamento de produtos em famílias 33
3.8.1 Técnica Característica-Produto (ou Máquina-peça) 34
3.8.2 Modelos de programação matemática linear inteira 36
3.8.3 Considerações sobre agrupamento de produtos 38

4 Modelagem matemática proposta 40

4.1 Introdução 40
4.2 Modelo de agrupamento de produtos em famílias 40
4.2.1 Determinação do número de famílias 42
4.2.2 Atribuição de prioridades às características dos produtos 43
4.3 Agrupamento por características físicas 44
4.4 Modelo de alocação 46

4.4.1 Parâmetros de entrada 47
4.4.2 Definição das variáveis 48
4.4.3 Modelo 49
4.4.4 Considerações sobre o modelo de alocação 50
4.5 Aplicabilidade dos modelos 52

5 Resultados **54**
5.1 Introdução 54
5.2 Exemplo de aplicação da modelagem proposta 54
5.2.1 Matriz de incidência 54
5.2.2 Modelo de determinação do número de famílias 57
5.2.3 Modelo de agrupamento com atribuição de prioridades 58
5.2.4 Modelo de alocação 61
5.3 Resultados práticos 77
5.4 Software desenvolvido 81
5.5 Performance computacional 83

6 Conclusões e Trabalhos Futuros **86**

Referências Bibliográficas **88**

Anexos **94**

Lista de Figuras

2.1 Combinações de atributos fabris e de mercado para o planejamento econômico 13

2.2 Sistema de movimentação e armazenagem de produtos acabados 15

2.3 Estruturação física do depósito de produtos acabados. 16

2.4 Sistema de movimentação e armazenagem de produtos 20

3.1 Comparação entre custos logísticos 25

3.2 Estoques e fluxo de materiais 28

3.3 Estrutura das atividades envolvidas no processo de armazenagem 29

3.4 Matriz de Incidência 34

3.5 Matriz de Incidência Diagonalizada 35

3.6 Matriz de Incidência com elementos excepcionais 35

4.1 Processo de aplicação dos modelos desenvolvidos 52

5.1 Leiaute dos locais de armazenagem para o exemplo 61

5.2 Solução para a alocação com volume inicial nulo e baixa penalidade para o excesso 69

5.3 Solução para a alocação com volume inicial nulo e alta penalidade para o excesso 71

5.4 Gráfico das participações percentuais de cada parcela na função objetivo . 71

5.5 Solução para a alocação com volume inicial não-nulo e baixa penalidade para o excesso 74

5.6 Solução para a alocação com volume inicial não-nulo e alta penalidade para o excesso 75
5.7 Gráfico das participações percentuais de cada parcela na função objetivo . 76
5.8 Soluções propostas para a exemplificação de diferentes cenários 77
5.9 Exemplo de um agrupamento gerado: Família 8 78
5.10 Exemplo de um agrupamento gerado: Família 27 79
5.11 Dados das famílias 80
5.12 Comparação entre o antes e o depois da situação proposta 81
5.13 Lógica de funcionamento do software desenvolvido 81
5.14 Exemplo de interface gerada pelo software 82

6.1 Estruturação física do galpão CL1 92
6.2 Estruturação da armazenagem no galpão CL1 93
6.3 Estruturação física do galpão CL2 94
6.4 Estruturação da armazenagem no galpão CL2 95
6.5 Estruturação física do pátio CL3 95
6.6 Estruturação da armazenagem no pátio CL3 96
6.7 Estruturação física do pátio DL1 96
6.8 Estruturação física do pátio DL2 97

Lista de Tabelas

2.1 Características dos produtos que são usadas para a formação de grupos (famílias) na produção 9

2.2 Características de produção para um determinado produto 10

2.3 Características dos produtos que são usadas para a formação de grupos (famílias) no *marketing* 12

2.4 Características de mercado para um determinado produto 12

2.5 Dados dos depósitos 17

2.6 Percentuais de armazenagem por depósito 17

4.1 Exemplo de características de alguns produtos 41

4.2 Exemplo de características de alguns produtos 46

5.1 Características dos produtos do exemplo 55

5.2 Características que definem as famílias de produtos para o exemplo 58

5.3 Indicadores de movimentação das famílias de produtos a serem armazenadas 62

5.4 Taxa de ocupação das famílias de produtos a serem armazenadas 62

5.5 Quantidades a serem armazenadas das famílias de produtos 63

5.6 Quantidades totais das famílias de produtos 63

5.7 Distâncias dos locais ao ponto de carga e descarga 63

5.8 Dimensões dos locais de armazenagem 64

5.9 Quantidades máximas permitidas das famílias de produtos em cada local . 66

5.10 Solução 1: variáveis y_{ij} não-nulas 68
5.11 Solução 1: variáveis x_{ij} não-nulas 68
5.12 Solução 1: variáveis e_{ij} não-nulas 69
5.13 Solução 2: variáveis y_{ij} não-nulas 70
5.14 Solução 2: variáveis x_{ij} não-nulas 70
5.15 Dados das famílias de produtos a serem armazenadas, considerando ${v_i}^1 \neq 0$ 72
5.16 Solução 3: variáveis y_{ij} não-nulas 73
5.17 Solução 3: variáveis x_{ij} não-nulas 73
5.18 Solução 3: variáveis e_{ij} não-nulas 73
5.19 Solução 4: variáveis y_{ij} não-nulas 75
5.20 Solução 4: variáveis x_{ij} não-nulas 75
5.21 Resultados computacionais para o modelo de agrupamento 83
5.22 Resultados computacionais para o modelo de alocação 84

Capítulo 1

Introdução

A logística é praticada há muito tempo em todo o mundo. Desde épocas antigas, era necessário que as pessoas restringissem seu modo de vida às condições dos sistemas disponíveis de movimentação e armazenagem de mercadorias. Essas condições não estavam necessariamente disponíveis quando e onde se desejava. Mesmo hoje em dia, em alguns países, onde a infra-estrutura necessita de mais investimentos, o consumo de produtos e serviços ainda pode ser razoavelmente limitado pelas condições de tempo e de distância entre oferta e demanda.

Atualmente, mais do que sempre, a importância da logística no mundo é ímpar. Os avanços nos meios de comunicação, nos meios de transporte, nas tecnologias de gerenciamento de estoques, dentre outros aspectos, propiciaram o aumento da velocidade do fluxo de produtos ao longo de cadeias de suprimentos. Esses fatores foram importantes para sustentar estratégias de operações cada vez mais globais.

Outro ponto que faz da logística um assunto extremamente relevante no contexto macroeconômico são os custos envolvidos em suas atividades. Por exemplo, dados de uma pesquisa realizada entre os anos de 2006 e 2008 [11] mostram que o montante de todos os custos logísticos brasileiros equivalem a 11,7% do Produto Interno Bruto(PIB) nacional.

Além disso, ter uma logística bem dimensionada e integrada, que gere valor ao cliente final e que ajude a organização a atender aos objetivos de lucratividade, é uma vantagem competitiva sustentável porque não é fácil de ser copiada. Christopher [9] sugere que um bom gerenciamento logístico pode levar uma empresa a obter vantagem competitiva tanto em custo como em valor (diferenciação).

De acordo com Bowersox e Closs [13], uma boa estratégia logística consiste na coordenação de alguns fatores, tais como: projeto da rede logística, informação, transporte, estoque e armazenagem.

E dentro da logística, uma das áreas que mais têm chamado a atenção de pesquisadores é a área de armazenagem. Segundo Carvalho e Oliveira [14], tradicionalmente, um armazém era descrito como um local onde se guardavam produtos ou matérias primas. Esta visão estática reflete a idéia de que o armazém estabelece a ponte entre a produção e os clientes, acrescentando custos ao processo. Pouca ou nenhuma importância era dada ao planejamento de operações, aos meios de movimentação dos produtos, à rotatividade dos estoques, à utilização dos espaços físicos, aos métodos de trabalho, entre outras atividades associadas à armazenagem de produtos.

Contudo, de acordo com os autores acima, esta perspectiva já não corresponde minimamente aos atuais conceitos de armazenagem. Como resultado das novas solicitações de mercado, hoje se busca sincronizar os elementos da cadeia logística, constituindo-a como um sistema dinâmico e eficiente. A competição do mercado requer aperfeiçoamento contínuo no projeto e na operação das redes de produção-distribuição de bens, o que torna necessário alto desempenho para o funcionamento dos armazéns. Benefícios econômicos podem resultar, portanto, de vários fatores, tais como: diminuição nos custos de transporte, menores níveis de estoque, redução nos custos de armazenagem e manuseio dos produtos, entre outros.

Pode-se dizer ainda que, filosofias gerenciais como o *Just-In-Time* ou a Produção Enxuta também trazem novos desafios para o sistema de armazenagem, incluindo controle de inventário mais apurado, menor tempo de resposta e uma maior variedade de produtos. Associado a isso, o crescente uso da Tecnologia da Informação (TI), como o uso de códigos de barras, comunicação via frequência de rádio e Sistemas de Gerenciamento de Armazéns (*Warehouse Management System* - WMS), também oferece novas oportunidades para o aperfeiçoamento das operações de armazenagem.

O número de decisões que devem ser tomadas na operação de armazéns suporta a utilização de métodos que auxiliem a tomada dessas decisões. E é neste contexto que o presente trabalho se insere. Desenvolve-se uma metodologia, baseada em modelos de programação linear, para auxiliar o processo de armazenagem de produtos acabados. Com isso, será possível determinar, com antecedência, como será realizada a alocação de produtos dentro de armazéns.

Pretende-se, nesta dissertação, contribuir para o estudo do tema na literatura da área, através do estudo de um problema real. Também, é intenção que este texto venha ajudar os profissionais que lidam com a logística de armazenagem, nos seus respectivos processos de tomada de decisão.

1.1 Motivação do estudo

Como dito anteriormente, os temas relacionados aos sistemas de armazenagem vêm recebendo atenção especial na literatura. Gudehus [19], Hausman *et al* [20], Graves *et al* [18] e Schwarz *et al* [37] são alguns dos pesquisadores que introduziram a sistemática científica aos estudos do projeto, do planejamento e do controle de sistemas de armazenagem, apontando-os como uma nova área de pesquisa. É interessante ressaltar que esse fato tomou maior notoriedade a partir dos anos 70, pois foi quando surgiram as filosofias gerenciais que preconizavam a redução dos estoques.

O planejamento e o controle de sistemas de armazenagem são temas complexos e que muitas vezes constituem problemas intratáveis. Muitas contribuições têm sido dadas por pesquisas de diversas partes do mundo. Porém, ainda existem *gaps* a serem preenchidos, principalmente no que diz respeito à relação existente entre o uso de métodos exatos e o uso de métodos aproximados de resolução para os problemas da armazenagem (van den BERG [38]).

Dentro desse contexto, nos últimos anos, uma empresa do setor siderúrgico nacional vem fazendo investimentos em sua capacidade de despacho de produtos acabados, em função de um recente aumento de produção. Neste cenário, temos uma expansão da capacidade de despacho anual de 540 para 670 mil toneladas e um aumento da capacidade de estocagem de 20 para 25 mil toneladas por mês.

Tal empresa possui um sistema de armazenagem de produtos (tubos de aço sem costura) bastante representativo no que diz respeito ao tamanho de suas estruturas de armazenagem, às peculiaridades dessas estruturas e ao volume armazenado de produtos.

Esse sistema tem como *entrada* os tubos provenientes da saída da produção, que chegam, até os armazéns, transportados por carretas industriais. Aí chegando, são recebidos conforme enviados pela produção e depois são armazenados. A *saída* do sistema corresponde ao despacho dos tubos para os clientes, que pode ser realizado em caminhões, carretas e/ou vagões de trem.

Dadas as entradas e as saídas, e sabendo-se que a localização dos produtos são de suma importância para o bom funcionamento do armazém, surge o problema de como armazenar os produtos dentro dos depósitos, uma vez que a prática adotada pode facilitar ou dificultar o desempenho das atividades de armazenagem da empresa.

Para solucionar esse problema, seria interessante tanto para a comunidade científica quanto para a empresa terem um modelo que representasse o seu sistema de armazenagem e que auxiliasse nos questionamentos que pudessem surgir referentes às práticas de armazenagem. No entanto, seria mais interessante a concepção de uma metodologia que fornecesse não só uma ferramenta de suporte à decisão, mas que se tornasse, também, num incentivador da cultura de boas práticas de gestão da armazenagem.

Sendo assim, é motivador o estudo da situação da empresa no que diz respeito às suas atividades de armazenagem, visando solucionar o problema em questão e oferecer suporte para problemas similares de outras empresas.

1.2 Objetivos da dissertação

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo desta dissertação é apresentar o estudo do problema de armazenagem e movimentação de produtos acabados em uma empresa do setor siderúrgico e que poderá servir de suporte para problemas similares em outras empresas. Através de modelos de programação matemática, propõe-se uma metodologia para a alocação e movimentação desses produtos nos armazéns.

1.2.2 Objetivos específicos

Para alcançar-se o objetivo geral foram traçados os seguintes objetivos específicos:

1. Descrever o contexto de estudo, visando a identificação do problema;
2. Identificar um referencial teórico através de levantamento bibliográfico na literatura de teoria da armazenagem, permitindo assim, obter um melhor embasamento para a concepção do trabalho;
3. Desenvolver modelos matemáticos para representar o problema identificado e auxiliar nas tomadas de decisões pertinentes;
4. Implementar o modelo desenvolvido em um pacote computacional;
5. Analisar os resultados obtidos com o modelo.

1.3 Organização da dissertação

O presente trabalho está dividido em seis capítulos, conforme descrito a seguir.

O capítulo 1 apresenta uma introdução ao trabalho, citando e apresentando fatos e tendências mundiais que contribuem para o aumento da importância dada às questões de armazenagem. Além disso, neste capítulo introdutório são apresentadas as justificativas e a

motivação para o presente trabalho, bem como os objetivos estabelecidos para a realização do mesmo.

No capítulo 2, contextualiza-se o estudo a partir da apresentação do setor da empresa e sua relevância. Logo em seguida, apresenta-se o histórico da empresa no Brasil e, também, a sua importância no cenário industrial. A seguir, é apresentada uma caracterização da empresa, com algumas de suas características de produção e de mercado. Feito isso, descreve-se a logística de movimentação e armazenagem de produtos acabados adotada pela empresa. No final do capítulo, são identificadas as situações tidas como sendo problemáticas.

No capítulo 3, é apresentada a fundamentação teórica do trabalho. Busca-se definir conceitos sobre armazenagem, abordando aqueles que balizarão a execução deste trabalho. Primeiramente são apresentados alguns conceitos e princípios da armazenagem e, logo em seguida, apresentam-se os tratamentos dados na literatura ao problema de agrupamento de produtos e à alocação desses produtos dentro dos armazéns.

No capítulo 4, apresenta-se a modelagem matemática proposta para resolver as situações-problema levantadas. Primeiramente, apresentam-se modelos para o agrupamento de produtos em famílias e, logo em seguida, o modelo desenvolvido para a alocação dessas famílias de produtos dentro das áreas de armazenagem.

O capítulo 5 traz os resultados obtidos com a modelagem proposta. Primeiramente, apresenta-se um exemplo de aplicação da modelagem e, posteriormente, são discutidas a perfomance computacional dos modelos, bem como, alguns resultados práticos obtidos. Também, descreve-se, brevemente, um *software* desenvolvido para facilitar a interface gráfica do modelo de alocação proposto.

Finalizando, as conclusões são apresentadas no Capítulo 6, com sugestões para realização de outros projetos de pesquisa.

Capítulo 2

Contextualização do Estudo

Definidos os objetivos do trabalho, é necessário fazer uma contextualização do sistema em estudo. Primeiramente, é apresentado o segmento de atuação da empresa em questão, seu histórico no Brasil e sua importância no cenário industrial. Em seguida, é realizada uma caracterização da empresa, enfatizando-se sua estrutura logística referente à armazenagem de produtos acabados, de forma a identificar as situações-problema a serem abordadas neste trabalho.

2.1 O setor siderúrgico

Por causa de suas propriedades e de seu baixo custo relativo, o aço passou a representar significativa parcela de todos os metais consumidos pela civilização industrial.

O aço encontra-se presente em vários segmentos da economia, como agricultura (arados, ceifadeiras, colheitadeiras), transportes (caminhões, navios, aviões), construção civil, indústria automobilística, energia, embalagens, diversos aparelhos domésticos e vários outros ramos.

As indústrias siderúrgicas representam hoje um dos alicerces de um país desenvolvido. Constitui-se como um segmento de base, pois fornece produtos e equipamentos para todos os outros segmentos, sendo, portanto, de grande valor estratégico para o desenvolvimento de uma nação.

Dados do ano de 2007 (IBS [12]) mostram que, no Brasil, o valor total faturado com a exportação de produtos siderúrgicos chega a US$ 6,6 bilhões contra um total de exportações brasileiras de US$ 160,6 bilhões, ou seja, atualmente 5,49% do valor das exportações brasileiras são atribuídas ao setor siderúrgico. O saldo comercial do setor (diferença entre exportação e importação) fechou 2007 com *superávit* de US$ 4,7 bilhões, representando

11,8% do saldo da balança comercial brasileira de US$ 40 bilhões.

Logo, o setor siderúrgico também tem um importante papel no cenário industrial brasileiro, com notórios volumes de faturamento, de participação na balança comercial e de emprego da força de trabalho.

E dentro deste contexto siderúrgico, segundo Christopher [9], em um mercado interno dividido entre poucos e grandes concorrentes, como é o caso do Brasil, a empresa que conseguir obter qualquer ganho em relação à concorrência, seja em nível de serviço ou em redução de custos, terá uma vantagem competitiva. Vale lembrar que os processos de obtenção do aço estão muito padronizados e difundidos; consequentemente, alguns produtos estão muito semelhantes. Portanto, a logística pode ajudar consideravelmente uma empresa a atingir um patamar de diferenciação competitiva.

2.2 A empresa

2.2.1 Histórico

A empresa, em foco neste trabalho, é uma das grandes empresas do setor siderúrgico nacional brasileiro, e também é uma das filiais da líder mundial na fabricação de tubos de aço sem costura.

Ao todo, o grupo possui uma capacidade total de produção de 3 milhões de toneladas de tubos laminados a quente, para diversas aplicações, dividida em doze laminações de tubos. Nove destas estão localizadas entre Alemanha (5) e França (4); duas estão no Brasil e uma nos Estados Unidos, além de uma estrutura para processamento final de tubos, na China.

De origem alemã, a empresa foi fundada no Brasil em 1952 com o objetivo de atender as necessidades de tubos de aço sem costura da, até então, nascente indústria petrolífera. Em 2005, um grupo francês comprou a parte alemã do negócio e tornou-se proprietário de 100% do capital da empresa.

O complexo industrial da empresa, localizado no Brasil, possui uma capacidade de produção de 670 mil toneladas de aço bruto por ano. A unidade utiliza 100% de energia renovável em seu processo produtivo. Além disso, no Brasil, a empresa possui duas subsidiárias que atuam na produção e processamento de insumos estratégicos para a produção de aço.

A primeira subsidiária é responsável pela produção de carvão vegetal a partir de florestas de eucalipto. Existem cerca de 130.000 hectares plantados no território de Minas Gerais. Já a outra subsidiária é responsável pela extração e beneficiamento de minério de ferro

em uma mina também localizada no estado de Minas Gerais. Esta última possui um capacidade de produção anual de 4 milhões de toneladas. As duas subsidiárias garantem o fornecimento dos principais insumos para a cadeia produtiva da empresa.

Pelo segundo ano consecutivo, a empresa foi agraciada com o prêmio Excelência Empresarial na categoria metalurgia, concedido pela revista Conjuntura Econômica, do Instituto Brasileiro de Economia, da Fundação Getúlio Vargas (IBRE/FGV). O prêmio elege, pelo 17° ano consecutivo, as 500 maiores sociedades anônimas do Brasil, analisando os valores dos ativos das companhias e suas receitas operacionais líquidas no ano anterior à premiação. ă

2.3 Características do sistema de produção

Atualmente, a unidade industrial brasileira ocupa uma área de aproximadamente 2,5 milhões de metros quadrados e tem uma linha de produção com:

- 2 alto-fornos à carvão vegetal;
- aciaria LD com:
  - forno panela;
  - desgaseificação a vácuo;
  - lingotamento contínuo de barras redondas;
- 2 laminações de tubos com linha de têmpera e revenimento;
- trefilaria;
- forjaria de eixos e semi-eixos automotivos;
- linhas de rosqueamento de tubos.

A empresa adota o sistema de produção *Make to Order*, ou seja, a produção final somente acontece a partir do pedido do cliente. Existem restrições que delimitam e definem o prazo de entrega, a partir do qual, se aceito pelo cliente, tem o pedido registrado em carteira e sua produção autorizada. Neste caso, a partir dos pedidos em carteira ocorre o planejamento das matérias-primas e dos produtos intermediários, a geração das ordens e o sequenciamento da produção. As ordens sequenciadas são liberadas para as áreas de produção que as executam conforme a quantidade, qualidade e prazos determinados, enviando o produto acabado para os armazéns e depois para os clientes.

Além disso, a empresa apresenta a característica de produzir uma gama de tubos diferenciados, fazendo com que os gestores lidem com centenas de itens altamente diversificados.

Objetivar políticas que facilitem o tratamento desses produtos e gerem diminuição do trabalho despendido, tornou-se crucial para o bem-estar da empresa como um todo. Uma alternativa foi a separação dos itens em grupos (famílias), permitindo a escolha e adoção da política mais adequada para cada um deles, principalmente, no que tange ao planejamento da demanda.

2.3.1 Agrupamento de produtos de acordo com a produção

No planejamento mestre da produção, desenvolveu-se um agrupamento por *características de produção*, que foi concebido através de características intrísecas dos produtos, tais como suas características físicas, químicas e o seu processo produtivo, a fim de alocar os recursos necessários e tratar aqueles que são gargalos. Conforme pode ser visto na tabela 2.1, são consideradas as seguintes características dos produtos:

Características dos produtos	
1- Divisão do produto	6- Grupo de aço
2- Linha do produto	7- Estado de fornecimento
3- Grupo do produto	8- Revestimento de superfície
4- Diâmetro externo (Ø) - (faixas)	9- Ensaio de qualidade
5- Comprimento (L) - (faixas)	10- Ponta

Tabela 2.1: Características dos produtos que são usadas para a formação de grupos (famílias) na produção

As famílias são concebidas utilizando-se os atributos possíveis para cada uma dessas características. Como forma de exemplicar um agrupamento de produtos para a produção, considere a situação a seguir:

Um determinado tubo possui os atributos destacados na tabela 2.2. Este produto define uma família que englobará outros produtos semelhantes e será identificada genericamente por ***Família X****, com os seguintes atributos: todos os produtos para condução que precisarão de trefila média; com diâmetro entre 168 e 177,8 milímetros; comprimento superior a 4 metros; constituídos de aço carbono; que serão fornecidos no estado Q+T; revestidos com isolante térmico; que passarão pelo ensaio de qualidade MPB2 e que têm a ponta lisa.*

Sendo assim, dentro da produção, todos os produtos que possuírem as características acima farão parte da família X e não poderão pertencer a outra família.

Este conceito repousa sobre o agrupamento de produtos semelhantes em famílias com o objetivo de fabricá-las em células ou ilhas que reúnam máquinas especialmente selecionadas para este fim. Isto conduz a uma maior automatização, a uma redução do tempo de

Características de Produtos									
Divisão	Linha	Grupo	$\emptyset$ (mm)	L (mm)	Aço	Estado	Superf.	Ensaio	Ponta
Condução	Laminado	Laminado	<168,0	> 4000	Ligado	Q+T	FBE	MPB1	Lisa
	Trefilado	Trefilado l	≥168,0≤177,8		Carbono		Polietil.	MPB1C	Rosca
		Trefilado m	>177,8				Polietil.	MPB2	
		Trefilado p					Outros	MPB2C	
							Jateado	MPB5	
							Isol. Térm.	VD	
							Não Aplica		

Tabela 2.2: Características de produção para um determinado produto

preparação das máquinas (tempo de *setup*), a uma padronização das ferramentas empregadas e a uma redução dos ciclos de fabricação.

Atualmente, para o planejamento mestre da produção, são utilizadas 323 famílias de produtos, cada uma com os seus respectivos atributos.

2.4 Características de mercado

No Brasil, a empresa fornece produtos de alta tecnologia para as indústrias petrolífera, de termogeração, automotiva, de máquinas pesadas, de bens de capital, de extintores e cilindros de alta pressão, de estruturas metálicas aplicadas à arquitetura e à construção, e indústrias que demandam tubos para condução de gases ou de fluidos.

2.4.1 Linhas de Produtos

A linha de produtos da empresa oferece uma ampla gama de tubos e qualidades de aço para as mais diversas aplicações. A seguir, são apresentadas as possibilidades de dimensões físicas e as possíveis aplicações para os produtos.

1. **Dimensões de fabricação**
   - Diâmetro externo (Tubos laminados): 26,9 a 355,6 mm;
   - Diâmeto externo (Tubos trefilados): 5 a 235 mm;
   - Espessura de parede: 2,3 a 38 mm;
   - Comprimento: até 15 m.

2. **Aplicações petrolíferas**

   Tubos para extração de petróleo, revestimento de poços e tubos especiais para extração em ambientes críticos.

3. **Aplicações automobilísticas**

   Tubos para rolamentos, sistemas de freios, injeção diesel, suspensão, juntas homocinéticas, cardans, barras de impacto, colunas de direção, eixos para caminhões, ônibus, caminhonetes, *pick-ups*, máquinas agrícolas e terceiros eixos para *trucks* e carretas.

4. **Aplicações para a indústria em geral**

   - **Tubos condutores**: largamente empregados para condução de fluidos principalmente em refinarias e petroquímicas; tubos de termogeração, utilizados para grandes variações de temperatura, altas pressões de trabalho e em ambientes corrosivos;
   - **tubos semi-acabados**: utilizados na fabricação de cilindros de alta pressão com aplicações em GNV (*Gás Natural Veicular*), Gases do ar e CO^2;
   - **tubos mecânicos**: utilizados pelas indústrias de múltiplos segmentos na fabricação de peças, máquinas e equipamentos diversos;
   - **tubos para gasodutos**: utilizados no transporte e distribuição do gás natural.

5. **Aplicações na construção civil**

   Tubos para estacas, estruturas metálicas e revestimento de linhas de transmissão de dados.

2.4.2 Agrupamento de produtos de acordo com o *marketing*

Assim como no planejamento mestre da produção, também foi concebido, para o planejamento de vendas da empresa, um agrupamento de produtos por *características de mercado*, direcionando os produtos com características semelhantes de vendas para grupos específicos. Tais características envolvem a logística dos canais de distribuição, as condições de venda, o sistema de precificação e o nível de serviço ao cliente.

Conforme pode ser visto na tabela 2.3, são consideradas as seguintes características dos produtos para o agrupamento em famílias de mercado:

Características dos produtos	
1- Unidade de negócio	5- Macrorregião
2- Segmento de mercado	6- Região
3- Sub-segmento de mercado	7- Sub-região
4- Grupo de cliente	8- Tipo de demanda

Tabela 2.3: Características dos produtos que são usadas para a formação de grupos (famílias) no *marketing*

No planejamento de vendas, as famílias são concebidas utilizando-se os atributos possíveis para cada uma dessas características. Como forma de exemplicar um agrupamento de produtos para o *marketing*, considere a situação a seguir:

Um determinado tubo possui os atributos destacados na tabela 2.4. Este produto define uma família que englobará outros produtos semelhantes e será identificada por ***Família Y****, com os seguintes atributos: todos os produtos do negócio de Óleo e Gás que serão vendidos através de uma parceria com o cliente Ppp; que têm como macrorregião a América Latina e como região, o mercado interno brasileiro; que destinam-se a todas as regiões do país e possuem demanda contínua.*

Características de Produtos							
Negócio	Segmento	Sub-segmento	Cliente	MRegião	Região	Sub - região	Demanda
Óleo e Gás	Não aplica	Parceria	Ppp	Am. Latina	Interna	Brasil	Contínua
		Fora Parc.		Ásia	Externa	Países latinos	Eventual
		NewComers		Oceania		Países da Ásia	Projeto
		Outros		América		Países da Oceania	Outras
				África		Países da América	
				Europa		Países da África	
						Países da Europa	

Tabela 2.4: Características de mercado para um determinado produto

Sendo assim, dentro do planejamento de vendas, todos os produtos que possuírem as características acima farão parte da família Y e não poderão pertencer a outra família.

O agrupamento de produtos com características de mercado semelhantes facilita o planejamento de vendas, direcionando planos e permitindo que decisões sejam tomadas para cada grupo de mercado, uma vez que estes não são homogêneos, em sua totalidade.

Hoje existem cerca de 574 famílias de produtos que são utilizadas pelo planejamento de vendas da empresa.

2.5 Combinações de atributos fabris e de mercado

Combinações de atributos de características fabris e de mercado são usadas para o planejamento econômico da empresa. A figura 2.1 mostra o esboço dessas combinações.

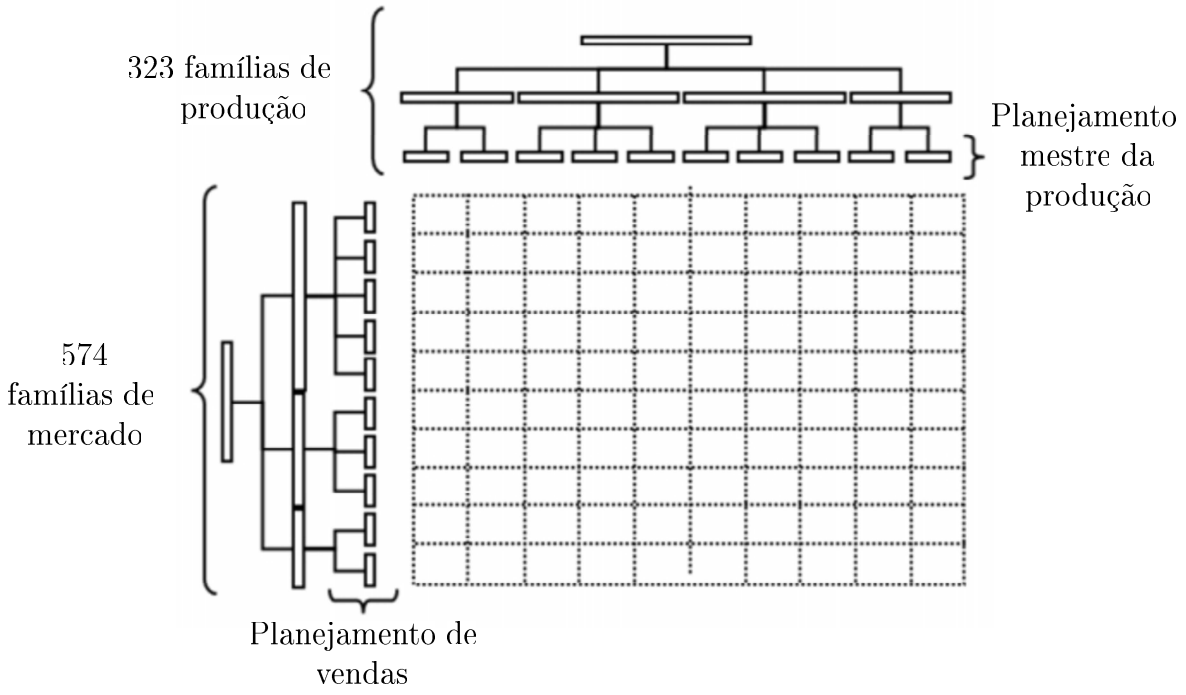

Figura 2.1: Combinações de atributos fabris e de mercado para o planejamento econômico

Existem 323 famílias que são utilizadas pelo planejamento mestre da produção e, 574 famílias que são utilizadas pelo planejamento de vendas da empresa. De tal modo que, um produto pode ser "enxergado"dentro de uma família utilizada pela produção e dentro de uma família utilizada para o *marketing*. Porém, o planejamento econômico da empresa considera a combinação desses dois agrupamentos para elaborar os seus planos de investimento.

É interessante ressaltar que, a princípio, parece haver 185.402 combinações possíveis (323 $\times$ 574). No entanto, nem todas elas são possíveis de existir, ou melhor, não existem produtos que se encaixam em alguma dessas combinações. Hoje, existem 2600 combinações possíveis.

2.6 A logística de expedição de produtos acabados

Na área de logística, a empresa deu início, em 2007, ao projeto de ampliação e centralização da área de expedição de produtos acabados, que deverá ser finalizado no primeiro semestre de 2009. O novo Depósito de Produtos Acabados (DPA) terá capacidade de expedição 20% maior que o anterior e proporcionará à empresa mais qualidade e eficiência na entrega de seus produtos. A expedição projetada será de 670 mil toneladas por ano.

O projeto prevê a construção de um novo galpão com isolamento acústico, para atender ao aumento da demanda do mercado automotivo, o prolongamento da linha férrea existente, que ampliará a capacidade de carregamento ferroviário, a instalação de três pórticos de carregamento e descarregamento de vagões e carretas, e a adequação de pátios e de vias de acesso, na área de armazenagem de produtos petrolíferos. O valor estimado do investimento em infraestrutura é de R$ 20 milhões. Este esforço de engenharia e logística visa garantir que a expedição siga o ritmo de crescimento da produção.

Nos últimos dois anos, a empresa priorizou o abastecimento do mercado interno e as vendas para seus principais clientes, seguindo a política de fidelização e consolidação de parcerias comerciais de longo prazo.

Para 2009, a área de logística investirá na segurança das operações de carregamento, na otimização dos processos através da implantação de novos sistemas e na customização do atendimento aos projetos de exploração de óleo e gás.

Estão envolvidos neste estudo, e considerados como *Sistema de Movimentação e Armazenagem de Produtos Acabados*, as áreas internas à empresa entre as saídas das linhas de produção dos produtos acabados e a expedição de produtos acabados para o consumidor final, conforme pode ser visualizado na figura 2.2. É neste sistema que as decisões sobre a movimentação e armazenagem de produtos devem ser tomadas.

Neste contexto, o *Sistema de Movimentação e Armazenagem de Produtos Acabados* da empresa será apresentado. Para facilitar a apresentação, propõe-se aqui a identificação dos elementos, das atividades e seus sub-sistemas.

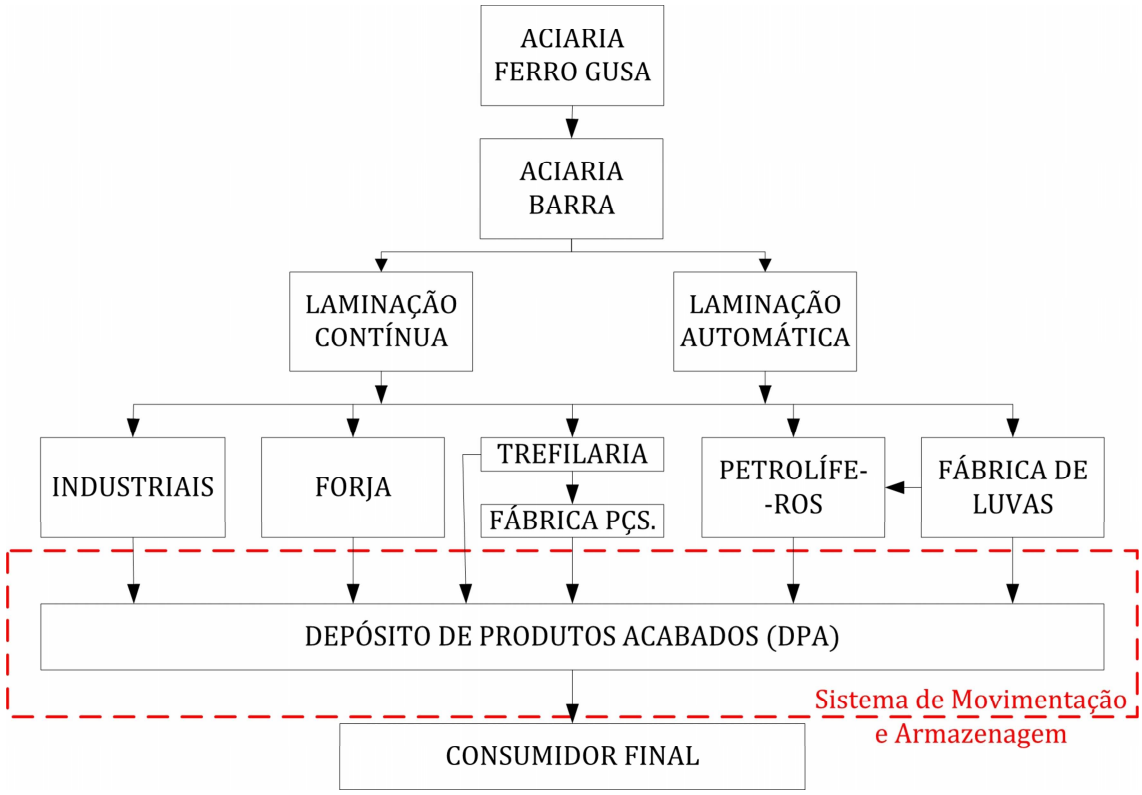

Figura 2.2: Sistema de movimentação e armazenagem de produtos acabados

2.6.1 Elementos do sistema

Após a saída das respectivas linhas de produção e das áreas de ajustagem, os tubos acabados são transportados para uma área de armazenagem através de carretas e tratores internos.

Nessa área de armazenagem, os tubos são armazenados em galpões e pátios que juntos, formam o *Depósito de Produtos Acabados* (DPA). Atualmente, o DPA é composto por dois galpões cobertos (*CL1 e CL2*) e quatro pátios externos de estocagem (*CL3, DL1, DL2 e DL3*). Cada área é destinada à armazenagem de determinados tipos de produtos e mercados específicos. A figura 2.3 traz uma visualização da estrutura física do DPA. Logo abaixo, apresenta-se uma breve descrição de cada galpão e de cada pátio. Para uma melhor visualização da estrutura física de cada uma dessas áreas, pode-se consultar os Anexos.

1. **Galpão CL1**

   O galpão CL1 tem uma área coberta de 3.600 m^2. Esse depósito é destinado à

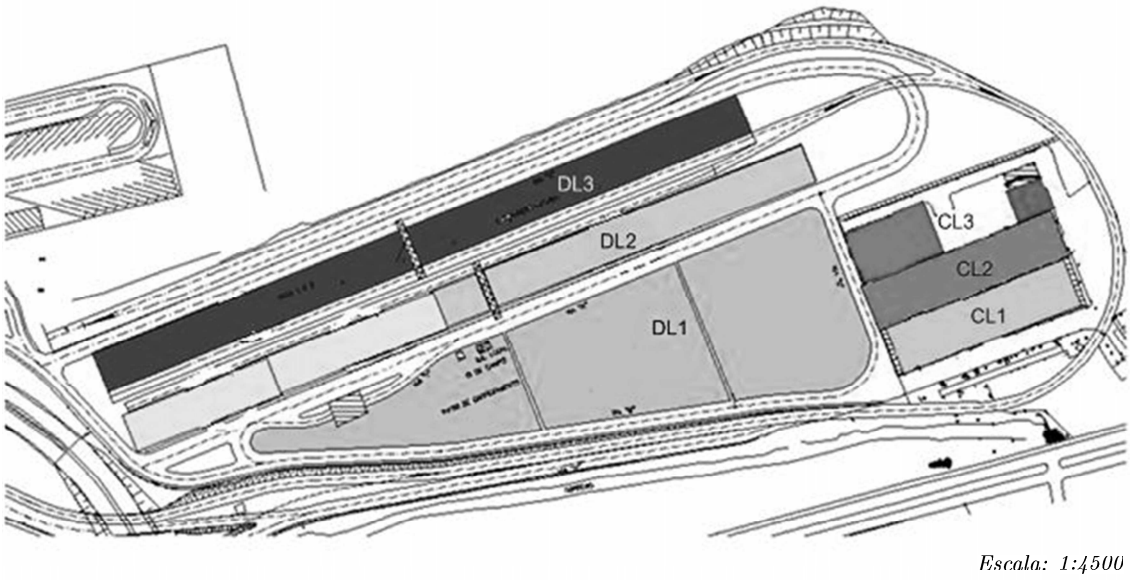

Figura 2.3: Estruturação física do depósito de produtos acabados.

armazenagem de tubos para o mercado automotivo que têm comprimento inferior a 9 metros. Toda operação de carregamento e descarregamento é feita por duas pontes rolantes que operam 24 horas por dia. As capacidades de armazenagem e de expedição podem ser vistas na tabela 2.5.

2. **Galpão CL2**

   O galpão CL2 também tem uma área coberta de 3.600 m^2. Esse depósito é destinado à armazenagem de tubos para o mercado industrial e automotivo com comprimento superior a 9 metros. Toda operação de carregamento e descarregamento é feita por duas pontes rolantes, que também operam 24 horas/dia. As capacidades de armazenagem e de expedição podem ser vistas na tabela 2.5.

3. **Pátio CL3**

   O pátio CL3 é utilizado como área de apoio, quando o nível de estoque está acima do esperado. A capacidade de armazenagem desta área é de 2.000 toneladas e a expedição somente é feita em casos estritamente necessários.

4. **Pátio DL1**

   O pátio DL1 tem uma área de 26.000 m^2. Esta área é destinada à armazenagem de tubos para o mercado de óleo e gás. Toda operação de carregamento é feita por três

tratores do tipo *pás-carregadeiras* que operam 24 horas por dia. As capacidades de armazenagem e de expedição podem ser vistas na tabela 2.5.

5. **Pátio DL2**

   O pátio de estocagem DL2 possui uma área de 13.000 m^2 e é destinado à armazenagem de todos produtos expedidos pelo modal ferroviário. Toda operação é feita por três pórticos (pontes rolantes de maiores dimensões), que operam 24 horas por dia. As capacidades de armazenagem e de expedição também podem ser vistas na tabela 2.5.

6. **Pátio DL3**

   O pátio de estocagem DL3 tem uma área de 13.000 m^2 que é destinada à armazenagem de tubos do segmento de óleo e gás, que são expedidos pelo modal ferroviário. Nesta área, concentram-se, principalmente, grandes projetos. Toda operação é feita por duas pás-carregadeiras que operam 24 horas por dia. As capacidades de armazenagem e de expedição podem ser vistas na tabela 2.5.

Depósitos							
		CL1	CL2	CL3	DL1	DL2	DL3
Capacidades	Armazenagem (*ton*)	2.000	2.500	2.000	8.500	13.500	5.000
	Expedição (*ton/mês*)	6.500	5.500	-	10.000	30.000	5.000
Recursos	Pontes rolantes	2	2	-	-	-	-
	Pás carregadeiras	-	-	-	3	-	2
	Pórticos	-	-	-	-	3	-

Tabela 2.5: Dados dos depósitos

A tabela 2.6 apresenta os percentuais dos volumes de produtos que são destinados para armazenagem em cada um dos depósitos, descritos acima.

Armazenagem por tipo de depósito								
Mercado	Negócio	Expedição	CL1	CL2	CL3	DL1	DL2	DL3
Externo	Todos	Ferroviária	-	-	-	-	100%	-
Interno	Industrial	Ferroviária	-	-	-	-	100%	-
Interno	Industrial	Rodoviária	-	80%	20%	-	-	-
Interno	Óleo e Gás	Rodoviária	-	-	-	70%	-	30%
Interno	Automotivo	Rodoviária	80%	20%	-	-	-	-

Tabela 2.6: Percentuais de armazenagem por depósito

2.6.2 Atividades desenvolvidas

O processo de armazenagem estudado envolve quatro atividades principais: **receber** os tubos provenientes das saídas da produção, **armazenar** esses tubos nas áreas disponíveis, **recuperar** tais produtos para que sejam expedidos e o **despacho**, que representa a consolidação da expedição.

A atividade de *receber* no DPA, os tubos provenientes das saídas da produção consiste em:

1. receber e inspecionar em uma área de triagem, as carretas industriais que vêm da produção transportando os tubos que deverão ser armazenados;
2. direcionar essas carretas para os locais de descarga, de acordo com regras estabelecidas por um sistema de gerenciamento de armazéns (WMS). Este sistema é um dos módulo do sistema de gestão empresarial (ERP) adotado pela empresa.

Após serem direcionados para as respectivas áreas de armazenagem (*depósitos específicos*), os operadores procedem à *armazenagem* dos tubos, na seguinte sequência:

1. utilizando um coletor de informações digital, um operador faz a leituta do código de barras, que vem atrelado ao tubo, a fim de registrar a entrada daquele produto dentro do armazém;
2. com uma ponte rolante ou com uma pá-carregadeira (*empilhadeira*), os operadores descarregam o tubo ou amarrado de tubos;
3. um outro operador indica onde existe espaço suficiente para armazenar aquele produto entrante;
4. a ponte rolante ou a pá-carregadeira transporta o tubo até aquele local indicado;
5. o operador do chão faz a leitura digital do código da posição indicada, e com isso, as informações do produto e do local de armazenagem ficam registradas no sistema. O ciclo se reinicia com a descarga de um outro produto.

A atividade de *recuperação* dos produtos que serão despachados consiste em:

1. emitir um relatório do sistema de informações, contendo a descrição dos produtos que estão liberados para o despacho (a liberação ou não de um determinado produto depende do cumprimento dos prazos acordados com o cliente, dos requisitos do controle de qualidade e dos requisitos fiscais);

2. recuperar as informações dos locais onde os produtos liberados estão armazenados.

De posse das informações de produtos liberados e locais onde estão, prossegue-se à atividade de *despacho*, que consiste em:

1. direcionar às áreas de carregamento, os veículos disponíveis para o transporte dos produtos até o cliente;
2. com pontes rolantes ou pá-carregadeiras, fazer a retirada do produto do seu local de armazenagem e transportá-lo até o veículo de despacho;
3. já em cima do veículo, procede-se à conferência do produto através da leitura digital de seu código de barras, a fim de registrar a saída daquele produto do armazém.

Após a saída do veículo carregado, sucede-se com as atividades fiscais de faturamento e emissão de notas fiscais. Depois disso, o veículo está apto para seguir viagem em direção ao cliente. Vale ressaltar que, em alguns depósitos, também ocorre a expedição via vagões de trem. As atividades descritas acima não mudam devido a esse fato.

2.6.3 Sub-sistemas

Num primeiro instante, identificam-se três sub-sistemas:

1. fluxo de produtos acabados entre o final da linha de produção e as áreas de armazenagem de produto acabado;
2. condicionamento dos produtos acabados dentro das áreas de armazenagem;
3. expedição dos produtos acabados para a entrega ao consumidor final.

De forma integrada, estes sub-sistemas foram estudados e alguns problemas foram identificados.

2.7 Situações-problema

Como dito anteriormente, o sistema de armazenagem da empresa tem como *entrada* os tubos provenientes da produção, que chegam até os armazéns transportados por carretas industriais. Aí chegando, são recebidos, conforme enviados pela produção, e são armazenados. A *saída* do sistema corresponde ao despacho dos tubos para os clientes, em caminhões, carretas e/ou vagões de trem. Para uma melhor visualização, ver a figura 2.4.

Figura 2.4: Sistema de movimentação e armazenagem de produtos

Dadas as entradas e as saídas dos armazéns, surge em suas operações um problema que dificulta o desempenho da atividade de armazenagem da empresa: decidir onde armazenar os tubos dentro do depósito, uma vez que, suas localizações são de suma importância para o bom funcionamento do armazém.

Se a escolha dos locais for feita sem critérios, pode-se aumentar os custos operacionais do armazém. Considere, por exemplo, que um produto que tenha demanda alta, seja armazenado nos locais mais longíquos do ponto de carga e descarga. Isso fará com que os recursos de armazenagem e recuperação se movimentem desnecessariamente por mais vezes e por distâncias maiores.

Considerando também que, existem um agrupamento de produtos em famílias para atender as necessidades do planejamento mestre da produção e, um outro agrupamento para atender o planejamento de vendas da empresa, surge um outro problema, mencionado a seguir.

A partir dessas duas metodologias de agrupamentos, o cenário de armazenagem configura-se da seguinte maneira: quando uma carreta industrial chega ao armazém trazendo os tubos fabricados nas linhas de produção, esses aí chegam agrupados de acordo com um agrupamento desenvolvido para facilitar o planejamento da produção. Logo em seguida, tenta-se alocar esses tubos às posições dos armazéns, segundo critérios dos agrupamentos de tubos, desenvolvidos para atender ao planejamento de vendas da empresa.

Dessa forma, surgem conflitos na armazenagem resultantes da tentativa de interação entre o agrupamento da produção e o agrupamento de mercado, isto é, os armazéns configuram-se numa espécie de zona neutra, onde não se prevalece nem a localização de tubos, baseada

no agrupamento da produção, nem a localização, baseada no agrupamento de vendas.

Podem ser verificados conflitos de armazenagem, como por exemplo, tubos de diâmetro pequeno armazenados embaixo de tubos com diâmetros bem maiores; tubos de comprimentos diferentes armazenados num mesmo local; ou então, tubos com sistemas de amarração diferenciados sendo armazenados juntos.

Para melhorar a eficiência do sistema de armazenagem, deve-se evitar que tais conflitos aconteçam. Não há harmonia logística num sistema onde se pode visualizar corredores de transitação sendo invadidos por extremidades de tubos, ou tubos menores sendo danificados por tubos maiores, ou excesso de produtos em um determinado local e escassez em outro. Isso sem dizer nos riscos operacionais que podem colocar a vida dos operadores em perigo.

Tendo em vista os pontos acima ressaltados, este trabalho se propõe a definir uma metodologia a fim de solucionar tais conflitos, haja vista que sem isso, não será possível solucionar de forma eficaz o problema principal: ajudar a tornar os processos de recebimento, armazenagem e expedição eficientes com seus custos reduzidos. Para isso, tornou-se crucial uma revisão bibliográfica sobre o tema para dar suporte e orientação ao trabalho.

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

No presente capítulo é realizada a fundamentação teórica que norteia o estudo do tema em questão. O conteúdo é dividido em três temáticas. Primeiramente, são descritos os pontos principais da logística de armazenagem. Em seguida, apresenta-se o problema de designação de locais para armazenagem de produtos acabados. E por fim, é apresentado o problema de agrupamento de produtos em famílias.

3.1 Introdução

A armazenagem já foi interpretada como o *"transporte a zero quilômetros por hora"*. Porém, é estimado que a armazenagem e a movimentação de produtos absorvem até 20% dos custos de distribuição física de uma empresa. Por isso, constituem temas merecedores de análise e consideração (BALLOU [2]).

Tradicionalmente, um armazém era descrito como um local onde se guardavam produtos ou matérias primas. Esta visão estática reflete a idéia de que o armazém estabelece a ponte entre a produção e os clientes, acrescentando custos ao processo. Pouca ou nenhuma importância era dada ao planejamento de operações, aos meios de movimentação dos produtos, à rotatividade dos estoques, à utilização dos espaços físicos, aos métodos de trabalho, entre outras atividades associadas à armazenagem de produtos.

Contudo, Carvalho e Oliveira [14] afirmam que esta perspectiva já não corresponde minimamente aos atuais conceitos de armazenagem. Como resultado das novas solicitações de mercado, hoje se busca sincronizar os elementos da cadeia logística, constituindo um sistema dinâmico e eficiente. Benefícios econômicos resultam, portanto, de vários fatores, tais como, diminuição nos custos de transporte, redução nos custos de armazenagem e manuseio dos produtos, menores níveis de estoque, entre outros.

A competição no mercado requer aperfeiçoamento contínuo no projeto e na operação das redes de produção e distribuição de bens, o que torna necessário o alto desempenho para o funcionamento dos armazéns.

A adoção de novas filosofias gerenciais, como o *Just-In-Time* (JIT - justo a tempo) ou a Produção Enxuta, também traz novos desafios para o sistema de armazenagem, incluindo controle de inventário mais apurado, menor tempo de resposta e uma maior variedade de produtos. Além disso, o crescente uso da *Tecnologia da Informação* (TI), como o uso de códigos de barra, comunicação via frequência de rádio e Sistemas de Gerenciamento de Armazéns (*Warehouse Management System* - WMS), também oferece novas oportunidades para o aperfeiçoamento das operações de armazenagem (GU *et al* [22]).

Nas próximas seções serão abordados temas que dizem respeito à armazenagem de produtos, apontando trabalhos da respectiva literatura, visando um melhor embasamento teórico para a execução deste trabalho.

3.2 Conceito de armazenagem

A cadeia de logística integrada, *supply chain*, tem como uma de suas finalidades agregar valor ao cliente, podendo ter diversas interpretações, especialmente quando você é o cliente em questão.

Segundo Ching [7], uma das formas de se obter valor agregado ao cliente é consolidar uma boa logística de suprimento. Para muitas organizações, existe pouco interesse nas atividades logísticas de suprimento. As razões vão desde o desconhecimento sobre quanto pesa suprimentos no custo total da empresa, o pouco controle sobre a movimentação física no fornecimento, até a crença de que o poder de negociação pende mais para o lado do fornecedor.

Uma das formas de se satisfazer as necessidades de uma empresa, é atender ao requisito de que o material utilizado e fornecido pelo processo produtivo deva obedecer às exigências de quantidade, qualidade, oportunidade e preço.

Uma empresa deve projetar sistemas eficazes e eficientes para produzir. Em seguida, deve administrar esses sistemas para fazer o melhor uso da força de trabalho, do capital e dos materiais. Segundo Arnold [1], um dos modos eficazes de se fazer isso é por meio do planejamento e controle do fluxo de materiais que entram, percorrem e saem da produção.

Hax e Candea [21] afirmam que, do processo produtivo, deduz-se a existência de uma série de atividades aplicadas ao armazenamento de materiais, assim como a necessidade da sua movimentação.

Todas essas atividades, relativas à função *armazenagem*, permitem estabelecê-la como

uma seleção das atividades do processo produtivo orientadas para a colocação, ordenação, proteção e expedição dos materiais. Esta seleção de atividades, devidamente ordenada e expressa no seu conteúdo, sucessão e correlações em cada empresa, daria origem ao seu *processo de armazenagem*.

A técnica ou conjunto de técnicas que nos permitem estudar e realizar as atividades da função *armazenagem*, com vista a obter uma maior eficácia global na economia da empresa, é o que se quer significar com o termo *armazenagem*.

Sendo assim, uma vez conceituada a armazenagem, é conveniente ressaltar o papel desempenhado por um armazém. Para isso, Gu *et al.* [22] definem um armazém (*warehouse*) como um componente essencial da cadeia de suprimento. A principal função de um armazém é estocar materiais ao longo da cadeia produtiva. Os estoques intermediários servem pra absorver os impactos causados pela sazonalidade da demanda, pela definição dos tamanhos de lotes de produção, pela disponibilidade de transporte, pelo recebimento de matérias primas e pelas datas de expedição. Além de proporcionar maior estabilidade ao sistema produtivo, algumas atividades de agregação de valor podem ser realizadas no interior de um armazém, tais como customização do produto, rotulação e precificação.

3.3 Importância da armazenagem

Embora, realizando a previsão e a gestão do material, do modo que se considerar mais adequado, torna-se, praticamente, impossível conseguir que a oportunidade se identifique com a simultaneidade de chegada ou saída do material ao local de utilização.

Se o material chegar mais tarde do que o necessário para a sua utilização, não se cumprem os requisitos, o que originará custos adicionais por não armazenar; se chegar antes, paga-se o custo da oportunidade da não utilização para outros fins mais urgentes. Para agir apropriadamente, neste aspecto, é necessário dispor de espaço e outros meios para que o material possa esperar até a sua utilização, o que dá origem a outros custos por armazenar.

Logo, com a armazenagem, deve-se deduzir do compromisso provocado entre os custos, a solução mais segura e satisfatória para a empresa, levando em consideração todos os fatores que influem nos custos de armazenagem, assim como a importância relativa dos mesmos (MÚJICA [33]).

Uma empresa pode reduzir seus custos produtivos, utilizando estoques armazenados. Estes absorvem flutuações dos níveis de produção devido à incertezas do processo de manufatura ou à variações de oferta ou demanda. Além disso, estoques podem reduzir custos de transporte, pois permitem o uso de quantidades maiores e mais econômicas nos lotes de carregamento. Sendo assim, os custos da armazenagem e do manuseio de materiais podem ser justificáveis, uma vez que podem ser compensados com a redução dos

custos de transporte e de produção, conforme mostra o gráfico da figura 3.1.

Nesse gráfico, observa-se que a armazenagem pode ser justificada, desde que dela derivem custos conjuntos mínimos ou se tenda para eles, e nunca quando os seus acréscimos de custo não pressuponham qualquer vantagem para a empresa. A questão é justamente fazer o correto balanço econômico entre os custos de armazenagem, produção e transporte.

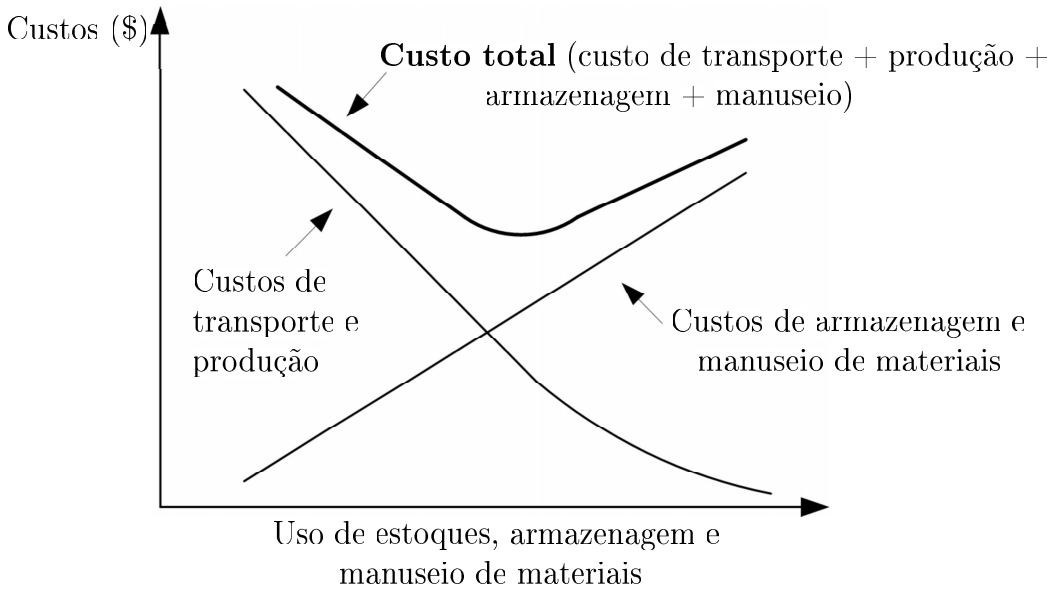

Figura 3.1: Comparação entre custos logísticos
Fonte: Ballou [2]

As observações feitas acima, sobre a importância da armazenagem, estão de acordo com Ballou [3], que aponta quatro razões básicas para uma empresa utilizar espaço físico de armazenagem. São elas:

- **reduzir custos de transporte e produção.** A armazenagem e o estoque associado são despesas adicionadas, mas podem ser compensadas pelos custos menores obtidos a partir do aumento da eficiência no transporte e na produção;

- **coordenação da oferta e demanda.** Empresas com produção sazonal e com demanda constante ou, inversamente, empresas com demanda sazonal e produção constante ou ainda, empresas que utilizam *commodities* em seu processo produtivo têm necessidade de armazenagem. Toda vez que fica muito caro coordenar oferta e demanda de forma precisa, são necessários estoques;

- **necessidade da produção.** A armazenagem pode fazer parte do processo de produção. A manufatura de certos produtos, como queijos, vinhos e bebidas alcoólicas,

requer um período de tempo para maturação ou envelhecimento. Também a armazenagem pode ajudar a evitar a tributação sobre o produto antes da hora certa. Além disso, no armazém podem acontecer algumas etapas da manufatura, como por exemplo, a embalagem e a customização de produtos para clientes específicos;

- **considerações de *marketing*.** Com a armazenagem do produto, próximo aos consumidores, podem-se conseguir entregas mais rápidas. A melhoria no nível de serviço devido a melhor entrega, assim como a maior disponibilidade, pode ter efeito positivo nas vendas.

Juntamente com essas quatro razões expostas, pode-se dizer que a armazenagem possui princípios que devem ser conhecidos e considerados por toda e qualquer empresa que faça uso dela. Esses princípios são expostos na seção a seguir.

3.4 Princípios básicos de armazenagem

Tendo que orientar as atuações para determinar uma solução prática, dentro do compromisso de optar pela alternativa que dará à empresa maior operacionalidade e lucro, necessita-se atuar nas variáveis de maior influência na armazenagem, conhecendo o sentido que precisa ser impresso às ações, em relação a cada variável, para a melhor obtenção dos objetivos visados.

Arnold [1]e Mújica [33] expõem princípios básicos de armazenagem que serão estabelecidos como orientações das ações supracitadas, mostrados a seguir:

- **Princípio da integração de ações**

  Uma boa armazenagem é aquela que integra todos os seus meios e ações no compromisso de resultado mais adequado para a empresa.

  Deve-se considerar sempre que o armazenamento constitui apenas parte de um conjunto e o serviço deste; nunca é um elemento independente e prioritário ao qual se deva adaptar o resto da empresa.

- **Princípio da existência econômica**

  Obter-se-á uma boa armazenagem quando a sua existência for a que originar um custo conjunto mínimo.

- **Princípio do tráfego mínimo**

  Uma boa ordenação da armazenagem é aquela cujo tráfego seja mínimo.

  Entende-se por tráfego o produto resultante das distâncias a percorrer pela frequência de realização do percurso (número de viagens), o que equivale a estabelecer que

as distâncias totais a percorrer devem ser mínimas e que para distâncias iguais o número de viagens deve ser reduzido ao mínimo.

- **Princípio da distância mínima**

  Dada a igualdade das condições restantes, uma boa armazenagem é aquela que exige menores distâncias a serem percorridas pelo material.

  Este princípio é um caso particular do princípio anterior, ao considerarmos as freqüências iguais, mas a sua consideração inicial facilita o estudo e conduz, inevitavelmente, à consecução do tráfego mínimo.

- **Princípio da carga completa**

  Em igualdade de condições, uma boa armazenagem é aquela cuja ordenação utilize os meios de movimentação na sua capacidade máxima.

  O custo de movimentação com um meio é praticamente o mesmo com qualquer carga; quanto mais completa esta for, menores serão os custos unitários resultantes. Esta capacidade pode estar definida por limitações de peso ou dimensões.

- **Princípio da saturação do espaço**

  Uma boa armazenagem é aquela que utiliza com eficiência todo o espaço disponível em superfície e altura, sem oferecer riscos operacionais.

  Todo o espaço disponível está pago; a sua utilização mais eficiente reduz os custos unitários, podendo-se armazenar mais matéria pela mesma despesa total de armazém.

- **Princípio da satisfação e da segurança**

  Em igualdade de condições, será eficiente a armazenagem que produzir o trabalho mais satisfatório e mais seguro para o pessoal.

  A satisfação do pessoal representa um fator importante. A sua consecução reveste-se das enormes vantagens derivadas: a elevação do moral das pessoas, o desenvolvimento da sua iniciativa pessoal, com as reduções de custos correspondentes a um trabalho de melhor realização. A segurança constitui outro fator importante. A armazenagem não poderá ser eficiente, se sujeitar o pessoal a riscos de acidentes desnecessários.

- **Princípio da flexibilidade**

  Em igualdade de condições, será eficiente a armazenagem que puder ser reajustada e reordenada à evolução das necessidades com menor custo.

  A armazenagem deve estar em condições de acompanhar o ritmo da empresa, facilitando-o, em vez de constituir um obstáculo.

É conveniente ressaltar que a prática desses princípios depende do tipo de material que é armazenado. Dependendo do material, os princípios podem ser mais fáceis ou mais difíceis de serem seguidos. A seção seguinte apresenta uma maneira de se classificar os materiais armazenados. Após a classificação destes, pode-se saber quais princípios de armazenagem serão seguidos.

3.5 Estoques e fluxos de materiais

Existem muitas maneiras de classificar os estoques armazenados. Uma classificação frequentemente utilizada, relaciona-se ao fluxo de materiais que entra em uma organização industrial, passa por ela e dela sai, como apresenta a figura 3.2.

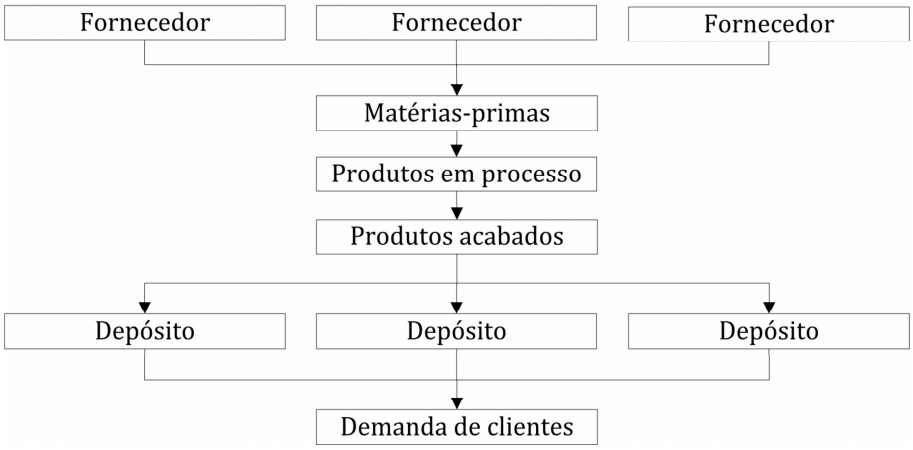

Figura 3.2: Estoques e fluxo de materiais
Fonte: adaptado de Arnold [1]

Esses materiais podem ser conceituados como:

- **matérias-primas**: são itens recebidos que ainda não entraram no processo de produção;
- **suprimentos de manutenção, de reparo e de operação**: itens utilizados na produção que não se tornam partes do produto. Incluem ferramentas manuais, peças sobressalentes, lubrificantes e materiais de limpeza;
- **produtos em processos**: matérias-primas que já entraram no processo de produção e estão em operação;
- **produtos acabados**: os produtos do processo de produção que estão prontos para serem vendidos como itens completos.

Na figura acima, as matérias-primas provêm dos fornecedores e os produtos acabados são destinados aos clientes finais. Neste trabalho, será considerada a armazenagem de produtos acabados.

3.6 Atividades relacionadas à armazenagem de produtos acabados

O processo de armazenagem pode ser visto como um conjunto de atividades interrelacionadas. Uma boa maneira de executar cada uma dessas atividades poderá contribuir para a eficiência do referido processo. Identificam-se quatro atividades principais: **receber** os produtos, **armazenar** esses produtos, **recuperar** tais produtos para que sejam expedidos, e, a consolidação da expedição, ou seja, o **despacho**. A figura 3.3 permite uma visualização dessas atividades e suas respectivas sub-atividades.

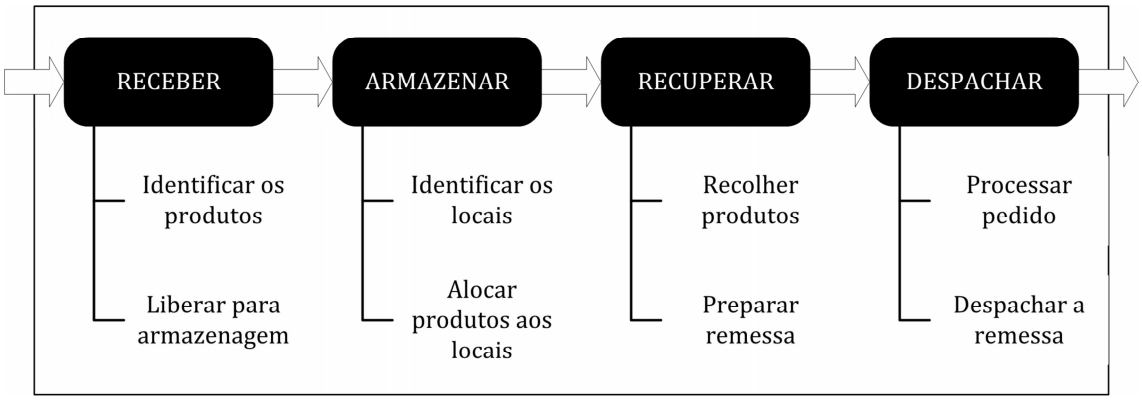

Figura 3.3: Estrutura das atividades envolvidas no processo de armazenagem
Fonte: adaptado de Gu [22]

A atividade de receber os produtos para armazenagem engloba outras duas sub-atividades: identificar os produtos que chegam ao armazém e liberar ou não esses produtos para a armazenagem.

A atividade de armazenar engloba as sub-atividades de identificar os locais possíveis de armazenagem e definir quais locais serão utilizados para cada produto.

Depois disso, ocorre a atividade de recuperar os produtos dentro do armazém, que consiste em recolher tais produtos e preparar a remessa para que haja a consolidação da etapa seguinte que é o despacho dos produtos, propriamente dito.

Durante todo esse processo, é crucial a utilização de um sistema de informação dinâmico

que permita o acesso rápido e eficiente de informações de maneira que, todas as atividades da armazenagem de produtos sejam controladas.

A complexidade dessas atividades depende do número de áreas destinadas ao armazenamento, do número de locais existentes em cada uma das áreas e, naturalmente, do volume e freqüência de movimentação de produtos. Para maximizar a produtividade e minimizar os custos envolvidos, a gestão do armazém deve dar especial atenção ao tratamento dessas atividades.

Além disso, em cada uma das atividades relativas à armazenagem de produtos acabados, surgem problemas que devem ser resolvidos a fim de se evitar custos desnecessários. Será discutido neste trabalho o problema que surge na designação de locais para a armazenagem de produtos acabados.

3.7 Problema de designação de locais para armazenagem

O problema de designação de locais para armazenagem é conhecido na literatura como SLAP (*Storage Location Assignment Problem*). Consiste em designar produtos, que chegam ao depósito, a locais disponíveis para armazenagem, objetivando reduzir o custo da movimentação de materiais e melhorar a utilização do espaço disponível. O problema é formalmente definido abaixo:

Dados:

1. Informações sobre a área de armazenagem, incluindo sua configuração física e o leiaute de armazenagem;
2. Informações sobre os locais de armazenagem, incluindo suas disponibilidades, dimensões físicas e localização;
3. Informações sobre o conjunto de materiais a serem armazenados, incluindo suas dimensões físicas, demanda, quantidade e datas de chegada e partida.

Determinar:

A localização física onde os produtos deverão se armazenados.

Sujeito a critérios e restrições de perfomance, tais como:

1. Infra-estrutura física da área de armazenagem;
2. Capacidade de armazenagem;
3. Compatibilidade entre os produtos e os locais de armazenagem e compatibilidade entre os produtos;

4. Política de recuperação dos produtos armazenados, como por exemplo, se sairá primeiro aquele produto que tiver entrado primeiro (FIFO), ou o contrário, sairá primeiro aquele que tiver entrado por último(LIFO).

O problema de SLAP pode ser dividido em três classes dependendo da quantidade de informação conhecida sobre a entrada e a saída dos produtos do armazém: SLAP baseado em informações sobre o item, SLAP baseado em informações sobre o produto e SLAP sem informações.

- SLAP baseado em informações sobre o item

  Neste problema assume-se que todas as informações sobre a entrada e saída dos itens individuais são conhecidas. Consiste em alocar os itens nos locais disponíveis partindo do pressuposto que dois itens podem ocupar o mesmo local, porém não ao mesmo tempo. A solução ótima deste problema é impraticável devido ao grande tamanho das instâncias típicas. Um exemplo de heurística que fornece uma solução aproximada do problema pode ser encontrada em Goetschalckx e Ratliff [36].

- SLAP baseado em informações sobre o produto

  Frequentemente, somente informações de produtos são conhecidas sobre os itens a serem alocados, e os itens são instâncias dos produtos. Por sua vez, os produtos podem ser ser classificados em classes de produtos como por exemplo, por tamanho ou taxa de demanda. O problema aloca, primeiramente, os itens individuais em classes de produtos, baseado nas características dos produtos, para depois alocar essas classes nos locais de armazenagem.

- SLAP sem informações

  Se nenhuma informação sobre a chegada dos itens é conhecida, apenas políticas muito simples de alocação podem ser usadas. Geralmente, opta-se por uma armazenagem sem critérios.

A partir dessas diferentes formas do SLAP, podem existir algumas políticas de se alocar produtos nos locais de armazenagem. Neste trabalho, serão descritas quatro delas: armazenagem randômica, armazenagem dedicada, armazenagem baseada em classes e agrupamento em famílias. Essas políticas são descritas a seguir:

1. **Armazenagem randômica**

   Se o número de classes de produtos é igual a um, todos os produtos têm a mesma probabilidade de serem alocados randomicamente em qualquer local, desde que haja espaço livre. Essa política resulta em uma alta utilização do espaço (ou baixo requerimento de espaço) às custas do aumento dos tempos de movimentação dos produtos (Choe e Sharp [8]).

2. **Armazenagem dedicada**

   Se o número de classes é igual ao número de produtos, então esta política é chamada de armazenagem dedicada. Nesse tipo de armazenagem, cada produto é armazenado em um local fixo. Possui a vantagem de permitir a familiarização dos produtos e dos locais onde se encontram. Porém, possui a desvantagem da necessidade de locais para todos os produtos, mesmo que alguns não se encontrem no estoque.

   Montulet *et al.* [34] desenvolveram um algoritmo de *branch-and-bound*, cujo objetivo é fornecer uma política de armazenagem dedicada, com custos operacionais reduzidos. Já Lai *et al.* [29] e Zhang *et al.* [41] apresentam heurísticas baseadas em Algoritmos Genéticos e *Simulated Annealing* para o problema onde há restricões de tamanhos dos produtos.

3. **Armazenagem baseada em classes**

   Se o número de classes pode ser qualquer número entre dois e o número de produtos menos um, tem-se uma armazenagem baseada em classes. Essa política proporciona benefícios que estão entre os oferecidos pela armazenagem randômica e pela armazenagem dedicada. A idéia é agrupar produtos dentro das classes de tal maneira que a classe mais movimentada contenha cerca de 15% dos produtos armazenados, mas contribua com cerca 85% do rendimento do negócio. Cada classe é então alocada nas áreas dedicadas do armazém. A alocação dentro das áreas é randômica.

   Geralmente, os itens mais movimentados são denominados A-itens. Os próximos mais movimentados são denominados B-itens, e assim por diante. Muitas vezes, são utilizadas três classes, mas em alguns casos o uso de mais classes pode fornecer ganhos adicionais no tempo de movimentação dos itens.

   A implementação desta política de armazenagem tem impacto positivo no espaço requerido para armazenagem e nos custos de movimentação de material. Soluções analíticas para o caso de 2 ou 3 classes são melhor discutidas em Hausman *et al.* [20] e em Kouvelis e Papanicolaou [24]. Já para o caso geral de n-classes, Eynan e Rosenblatt [15] sugerem um procedimento de busca unidimensional para encontrar limites para o número de classes.

4. **Agrupamento em famílias**

   Todas as políticas de armazenagem discutidas até agora não consideram possíveis relações entre os produtos. Por exemplo, produtos que fazem parte de um mesmo pedido de cliente. Neste caso, pode ser interessante alocar esses produtos próximos uns dos outros dentro do armazém. Ou ainda, alocar juntamente produtos que passaram por um mesmo processo produtivo, ou que tenham dimensões semelhantes, ou outras possibilidades. Pode-se referir a estes produtos como *produtos correlacinados* ou, simplesmente, *produtos similares*.

O agrupamento em famílias também pode ser combinado com as políticas de armazenagem apresentadas acima. Por exemplo, é possível usar a armazenagem baseada em classes e simultaneamente, agrupar os produtos semelhantes.

Produtos similares podem ser identificados em dados históricos da demanda. Frazelle e Sharp [16] apresentam uma regra para identificar produtos similares em um conjunto de pedidos de produtos. Esses autores simularam um estudo no qual esses produtos eram armazenados nos mesmos locais. Reportam reduções de 30 a 40% no número de viagens de recuperação de produtos. Lee [31] também apresenta um outro procedimento para a formação de grupos de produtos similares, que se mostra promissor para um número médio de produtos.

Vale lembrar aqui, que exitem outras políticas de armazenagem e que, uma empresa pode fazer uso de uma delas ou até mesmo, combinar mais de uma. Isso dependerá dos benefícios alcançados com cada uma. Neste trabalho, será discutida com mais detalhes a política de armazenagem baseada no agrupamento de produtos em famílias.

3.8 Agrupamento de produtos em famílias

Uma maneira de se formular o problema de encontrar produtos similares é fazer uso dos conceitos de Tecnologia de Grupo (BURBIDGE [5]). Esses conceitos repousam sobre o agrupamento de peças similares em famílias com o objetivo de fabricá-las em células ou ilhas que reúnam máquinas especialmente selecionadas para este fim. Isto conduz a uma maior automatização, a uma redução do tempo de preparação das máquinas, a uma padronização das ferramentas empregadas e a uma redução dos ciclos de fabricação.

O problema básico na Tecnologia de Grupo é a identificação de células de máquinas e famílias de peças. Sendo assim, procura-se identificar e explorar as similaridades dos produtos, ou peças, e processos de manufatura.

Técnicas de análise para formação de famílias e células tais como as de KING e NAKORNCHAL [23] e KUSIAK [26], baseadas nos atributos de fabricação, ou operações necessárias para a fabricação de uma família, têm sido desenvolvidas e são chamadas de técnicas de Máquina-peça. Esta é a abordagem de agrupamento mais utilizada, atualmente, para o projeto de células de manufatura.

Fazendo-se uma analogia ao agrupamento de peças em células de manufaturas, os produtos a serem armazenados podem ser considerados como sendo as peças e, as características desses produtos como sendo as máquinas. Assim, pode-se utilizar os algoritmos desenvolvidos para o projeto de células de manufatura para se definir agrupamentos de produtos em famílias.

3.8.1 Técnica Característica-Produto (ou Máquina-peça)

No contexto estudado, dado um conjunto de produtos e um número de características essenciais para se determinar a similaridade entre dois produtos, define-se a matriz binária $A_{m \times n}$, denominada *Matriz de Incidência*, onde m é o número de produtos e n é o número de características. Um elemento dessa matriz é nulo se o produto não possui a característica, e, em caso contrário, o elemento da matriz é a unidade.

A Figura 3.4 mostra uma matriz de incidência com 10 produtos e 12 características.

		características											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
r	2	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
o	3	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
d	4	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
u	5	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
t	6	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
o	7	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
s	8	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
	9	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0

Figura 3.4: Matriz de Incidência

Na figura 3.4, o elemento $a_{ik} \in A$ é igual a 1 se o produto i possuir a característica k e nulo, caso contrário. Sendo assim, por exemplo, $a_{24} = 1$ representa o fato do produto 2 possuir a característica 4, e $a_{42} = 0$ representa o fato do produto 4 não possuir a característica 2.

Os algoritmos manipulam linhas e colunas da matriz de incidência, tentando produzir pequenos blocos de agrupados ao longo da diagonal da matriz, como mostrado na figura 3.5. Chandrasekharan e Rajagopalan [6] e Venugopal e Narendran [39] fizeram análises na matriz 0-1 de modo a extrair propriedades para criação de algoritmos de formação de células.

		características											
		9	10	11	6	2	4	7	12	1	5	8	3
p	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
r	7	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
o	10	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
d	2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
u	5	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
t	8	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
o	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
s	4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Figura 3.5: Matriz de Incidência Diagonalizada

Quando não se consegue tal estrutura perfeitamente, os produtos e as características são agrupadas com o objetivo de minimizar os elementos excepcionais para um dado número de grupos de características. Os elementos excepcionais são aqueles que estarão fora dos blocos da diagonal principal com valor 1, representando o número total de características diferentes que os produtos terão em relação a seu grupo de características. O agrupamento da figura 3.6 mostra esta situação, com 4 elementos excepcionais (em destaque). Vale observar que a matriz final será diferente quando se usar diferentes métodos de agrupamento.

		características											
		2	7	11	12	5	8	9	1	2	6	4	10	13
p	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
r	6	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
o	7	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
d	2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
u	5	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
t	9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0
o	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
s	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Figura 3.6: Matriz de Incidência com elementos excepcionais

Durante as duas últimas décadas muitos métodos foram desenvolvidos para resolver o problema de formação de famílias de produtos. CHU [10] classifica estes métodos em:

- manipulação de matriz;
- agrupamento hierárquico;
- agrupamento não hierárquico;
- programação matemática;
- técnicas gráficas; e
- heurísticas.

Neste trabalho, é abordado o uso da programação matemática para resolver-se o problema de formação de famílias de produtos. Um melhor entendimento das demais técnicas pode ser conseguido em Chu [10].

Problemas de agrupamento são formulados como problemas de programação não-linear ou programação linear inteira (BOCTOR [4], KUSIAK e CHOW[27], KUSIAK [25]). Problemas em grande escala, tipicamente requerem métodos heurísticos e aproximados, como relaxação lagrangeana e otimização sub-gradiente(LEE e GARCIA-DIAZ [30]).

3.8.2 Modelos de programação matemática linear inteira

Purcheck [35] foi um dos primeiros a aplicar técnicas de programação linear em problemas de teoria de agrupamento. Como uma técnica de otimização, o objetivo em análise de grupo é maximizar a soma total das similaridades entre cada par de produtos ou minimizar as distâncias entre cada par. Como proposto por Kusiak e Chow [27], a distância entre qualquer par de produtos pode ser qualquer função simétrica tal que $d_{ii} = 0$ e $d_{ij} = d_{ji}$. As medidas de distância euclidiana, distância absoluta, distância de Minkowksi, e a distância de Hamming são algumas das medidas mais usadas em formação de grupos. Modelos desenvolvidos com funções objetivas baseadas em distância podem facilmente ser extendidos às similaridades.

A maioria dos modelos matemáticos, desenvolvidos para a solução de problemas de formação de grupos, considera a medida de distância d_{ij} entre os produtos i e j (KUSIAK [28]). Essa distância é uma função no conjunto dos numeros reais com as seguintes propriedades:

1. reflexiva: $d_{ii} = 0, \forall\ i$;

2. simétrica: $d_{ij} = d_{ji}$, $\forall$ i e j;

3. desigualdade triangular: $d_{ij} \leq d_{ik} + d_{jk}$, $\forall$ i, j e k;

Na matriz de incidência, o elemento a_{ik} é igual a 1 se o produto i possuir a característica k e nulo caso contrário. Sendo assim, pode-se determinar:

- distância absoluta:
  $d_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \mid a_{ik} - a_{jk} \mid$
- distância euclidiana:
  $d_{ij} = [\sum_{k=1}^{n} (a_{ik} - a_{jk})^2]^{1/2}$
- distância de Hamming:
  $d_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \delta(a_{ik} - a_{jk})$

onde: $\delta(a_{ik} - a_{jk}) = \begin{cases} 1 & \text{se } a_{ik} \neq a_{jk} \\ 0 & \text{se não} \end{cases}$

Um modelo de agrupamento clássico, desenvolvido por Kusiak [28], é usado para agrupar n partes dentro de f famílias de partes. Restrições especificam que cada parte pode pertencer a somente uma família de partes e o número requerido de famílias de partes é f. Uma parte pode ser somente associada a uma família de partes que tenha sido formada. Soluções obtidas são ótimas para um f específico, requerendo que todos os valores de f sejam avaliados para encontrar o valor mínimo da função objetivo. Este modelo é conhecido como **Agrupamento pelo Método das $p-$medianas** e é definido como:

Dados:

- m: número de produtos;
- f: número de famílias de produtos (pré-definido);
- d_{ij}: distância entre os produtos i e j.

Variáveis:

- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o produto } i \text{ pertence à família } j \\ 0 & \text{se não} \end{cases}$

Função Objetivo: minimizar a soma total das distâncias entre os produtos i e j:

$$\min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} d_{ij} x_{ij}.$$

Restrições:

- Cada produto pertence a uma única família:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad \forall \ \ i = 1, 2, \ldots, m;$$

- O número total de famílias é igual a f:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ii} = f;$$

- Um produto só pode estar em uma família j se esta família existe ($x_{jj} \geq 0$):

$$x_{ij} \leq x_{jj} \quad \forall \ (i, j) = 1, 2, 3, \ldots, m$$

- Domínio das variáveis:

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall \ (i, j) = 1, 2, 3, \ldots, m$$

Esta formulação de programação matemática apresenta a desvantagem da pré-definição do número de famílias, que pode ser arbitrária e descompromissada com a eficiência do agrupamento.

3.8.3 Considerações sobre agrupamento de produtos

Várias decisões a respeito de uma metodologia de formação de famílias de produtos devem ser consideradas. Estas incluem: o algoritmo a ser empregado, o critério a ser usado como base para o agrupamento e, ações para manipular os elementos excepcionais. É possível utilizar várias técnicas, comparar soluções e determinar qual é a mais apropriada. Entretanto, para problemas até mesmo de tamanho moderado, a determinação do desempenho de um algoritmo se torna muito difícil.

Uma variedade de medidas de desempenho têm sido propostas. Chu [10] diz que o desempenho de algoritmos de formação de grupos pode ser baseado em sua eficiência computacional ou efetividade de seu agrupamento. De acordo com Chu [10], Wei e Kern [40] e Kusiak [28], a eficiência computacional de um método pode ser medida pela complexidade computacional, tempo de execução ou requisitos de memória.

Além de aspectos computacionais, a determinação da medida de efetividade de agrupamento é em si mesma uma tarefa desafiadora. É necessário algum critério de medição para comparar a solução do agrupamento aos dados originais, a um resultado padrão ou a soluções de outros algoritmos. Malakooti e Yang [32], em seus estudos, propuseram algumas medidas de desempenho. Entre elas está a Porcentagem de Elementos Excepcionais (PE).

A qualidade do método de agrupamento pode ser avaliada pelo número de elementos excepcionais. A porcentagem de elementos excepcionais (PE) pode ser obtida pela divisão do número de elementos excepcionais (NE) pelo número total de elementos com valor "1"na matriz final.

Com relação à Tecnologia de Grupo, pode-se dizer que várias técnicas foram, e ainda estão sendo aplicadas para desenvolver novas soluções para agrupamentos. Dispõe-se atualmente de bons algoritmos que utilizam diferentes critérios e cobrem uma grande quantidade de problemas. Estas soluções são muito eficientes quando se obtêm grupos puros, ou seja, todos os elementos da matriz final da solução estão na sua diagonal principal. Entretanto, quando pelas próprias características do problema em estudo, têm-se elementos excepcionais na matriz final, o distanciamento da realidade ou das necessidades de um agrupamento se tornam evidentes. Em relação aos resultados objetivados com a implantação de agrupamentos de produtos, os elementos excepcionais obtidos na solução final podem comprometer, e muito, a obtenção destes, e em muitas vezes, levá-los para níveis piores que os alcançados na estrutura convencional (sem agrupamentos).

A obtenção de elementos excepcionais na matriz final, dada como solução por um algoritmo de Tecnologia de Grupo, significa que não se conseguiu agrupar perfeitamente os produtos em famílias. Isto não é, necessariamente, devido à ineficiência do algoritmo de Tecnologia de Grupo empregado, mas sim em função das características do problema em estudo. Os elementos excepcionais trazem uma série de inconvenientes e muitas vezes contrários aos conceitos de estruturação em famílias de produtos.

Com essas observações sobre os problemas de agrupamento de produtos em famílias e de alocação dessas famílias nos locais de armazenagem, passa-se para a modelagem matemática proposta.

Capítulo 4

Modelagem matemática proposta

4.1 Introdução

Neste trabalho são apresentadas modelagens matemáticas de problemas inerentes aos processos internos do *Sistema de Movimentação e Armazenagem de Produtos Acabados* da empresa em estudo. As aplicações em processos produtivos desta metodologia vêm se tornando cada vez mais frequentes, dados os recentes avanços computacionais dos últimos anos, principalmente no que se refere aos custos de programas, da capacidade de processamento e da capacidade de armazenagens de dados. O que muito, ainda, vem contribuindo para a aplicabilidade desta metodologia é o aumento da disponibilidade de informações internas às empresas, pelos bancos de dados cada vez mais consistentes, e externas às empresas, através das redes computacionais (*Internet*).

Primeiramente é apresentado o modelo de agrupamento de produtos em famílias e em seguida, o modelo de alocação das famílias de produtos nos locais disponíveis para armazenagem.

4.2 Modelo de agrupamento de produtos em famílias

O Modelo de Programação Linear Inteira implementado tem o objetivo de agrupar em famílias (ou grupos), produtos que tenham um número significativo de mesmas características. Ou seja, dois ou mais produtos poderão fazer parte de uma mesma família se algumas de suas características forem compatíveis com aquelas que caracterizam a família. No contexto real estudado identificou-se as características que determinam a possibilidade de armazenagem de produtos em um mesmo local.

Dado um conjunto de produtos e um número de características essenciais para se deter-

minar a similaridade entre dois produtos, define-se a matriz binária $A_{m\times n}$, denominada *Matriz de Incidência*, onde m é o número de produtos e n é o número de características. Um elemento dessa matriz é nulo se o produto não possui a característica, e em caso contrário, o elemento da matriz é a unidade.

Considerando, por exemplo, 5 tubos e 4 características principais, conforme mostrado na tabela 4.1:

Características				
Produto	Característica 1	Característica 2	Característica 3	Característica 4
Tubo 1	1	1	0	0
Tubo 2	1	0	1	0
Tubo 3	1	0	0	1
Tubo 4	0	1	1	0
Tubo 5	0	0	1	0

Tabela 4.1: Exemplo de características de alguns produtos

Desta tabela, pode-se extrair a seguinte *Matriz de Incidência*:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Na matriz A, o elemento a_{ik} é igual a 1 se o produto i possuir a característica k e nulo caso contrário. Como, por exemplo, $a_{21} = 1$ representa o fato do Tubo 2 possuir a característica 1, e $a_{44} = 0$ representa o fato do Tubo 4 não possuir a característica 4.

Para a formulação do problema de formação de grupos, considerou-se ainda a *Distância de Hamming*, d_{ij}, entre dois produtos, apresentada no capítulo anterior.

Tomando como base o Modelo de Agrupamento pelo Método das p-Medianas, algumas alterações são elaboradas a fim de incrementá-lo e permitir que novas decisões possam ser avaliadas. Estas alterações dizem respeito à:

- determinação do número de famílias;
- atribuição de prioridades às características dos produtos.

4.2.1 Determinação do número de famílias

Conforme dito no capítulo anterior, o Modelo de Agrupamento pelo Método das p-Medianas, possui a desvantagem de necessitar da pré-definição do número de famílias. É preciso informá-lo sobre qual o número f de famílias desejado. Dependendo do valor de f, o valor da função objetivo pode crescer ou diminuir. Porém, fica difícil de se estabelecer qual o número preciso de famílias para anular a função objetivo. Cabe ressaltar que, um valor nulo para a função objetivo significa a inexistência de diferenças entre os produtos de cada família.

Visando eliminar essa desvantagem, sugere-se reescrever tal modelo a fim de que, o objetivo passe a ser: decidir qual o número de famílias que possibilite grupos com produtos sem diferenças, no que diz respeito às caracteríticas consideradas. Isto é o mesmo que possibilitar distâncias nulas entre os produtos agrupados. E isto pode ser conseguido através da seguinte modelagem:

1. *Dados*:
   - m: número de produtos;
   - d_{ij}: distância de Hamming entre os produtos i e j.
2. *Variáveis*:
$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o produto } i \text{ pertence à família } j \\ 0 & \text{senão.} \end{cases}$$
3. *Modelo*:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ii} \tag{4.1}$$

$$\text{sujeito à} \quad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad \forall\ i = 1, 2, 3, \ldots, m \tag{4.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} d_{ij}x_{ij} = 0 \tag{4.3}$$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \qquad \forall\ (i,j) = 1, 2, 3, \ldots, m \tag{4.4}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall\ (i,j) = 1, 2, 3, \ldots, m \tag{4.5}$$

A função objetivo expressa em (4.1) minimiza o número de famílias. O conjunto de restrições expresso em (4.2) garante que cada produto pertença a uma única família. A restrição (4.3) garante que a soma das distâncias (número de características diferentes) entre os produtos agrupados seja nula. As restrições (4.4) garantem que um produto só

pode estar em uma família j se esta família existir. O domínio das variáveis é definido pelas restrições (4.5).

Em um primeiro instante, pode-se deduzir que o número de famílias que anula a soma das distâncias entre os produtos, seja igual ao número de produtos. Ou seja, uma família para cada produto, como por exemplo, se existirem m produtos, existirão m famílias. Porém, ao se construir a função objetivo (4.1), deseja-se que este número seja minimizado até um valor, abaixo do qual, não se consiga mais anular a soma das distâncias entre os produtos.

Com o artifício acima, é possível eliminar a arbitrariedade que ocorre ao se escolher o número de famílias, e garantir um bom desempenho do agrupamento.

4.2.2 Atribuição de prioridades às características dos produtos

Existe a possibilidade de se trabalhar com um número menor de famílias do que aquele sugerido pelo modelo de agrupamento. Porém, o desempenho do agrupamento será afetado negativamente. Existirão produtos agrupados com características incompatíveis àquelas da família onde esses produtos foram alocados.

Nesse caso, pode ser interessante atribuir prioridades a algumas características. Isso permitirá encontrar agrupamentos baseados no atendimento prioritário das características com maior prioridade. Por exemplo, se priorizarmos uma característica em detrimento de outra, os grupos serão formados considerando que aquela característica é mais importante para a formação dos grupos do que esta. Portanto, se uma característica 1 é mais importante do que uma característica 2 para se definir os grupos, o modelo deverá separar os produtos em função da característica 1, mesmo que haja produtos nos grupos com e sem a característica 2. O que deverá ser evitado são as diferentes variações da característica 1 dentro de um mesmo grupo.

Sendo assim, pode-se introduzir uma ponderação na *Distância de Hamming*, da seguinte maneira:

$$\overline{d}_{ij} = \sum_{k=1}^{n} w_k[\delta(a_{ik} - a_{jk})]$$

;

onde $\overline{d}_{ij}$ representa o número de características diferentes entre os produtos i e j; n é o número de características consideradas; w_k é um peso atribuído à característica k; e

$$\delta(a_{ik} - a_{jk}) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad a_{ik} \neq a_{jk} \\ 0 & \text{senão.} \end{cases}$$

Com esta ponderação das características dos produtos, o modelo de agrupamento de produtos em famílias, fica definido assim:

1. *Dados*:
   - m: número de produtos;
   - f: número de famílias de produtos (pré-definido);
   - $\overline{d}_{ij}$: distância de Hamming ponderada entre os produtos i e j.
2. *Variáveis*:
$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o produto } i \text{ pertence à família } j \\ 0 & \text{senão.} \end{cases}$$
3. *Modelo*:
$$\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} \overline{d}_{ij}x_{ij} \tag{4.6}$$
$$\text{sujeito à} \quad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, i = 1, 2, 3, \ldots, m \tag{4.7}$$
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ii} = f \tag{4.8}$$
$$x_{ij} \leq x_{jj} \qquad \forall\, (i,j) = 1, 2, 3, \ldots, m \tag{4.9}$$
$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, (i,j) = 1, 2, 3, \ldots, m \tag{4.10}$$

A função objetivo expressa em (4.6) minimiza a soma total das distâncias entre os produtos i e j. O conjunto de restrições expresso em (4.7) garante que cada produto pertença a uma única família. A restrição (4.8) garante o número exato pré-definido de famílias. As restrições (4.9) garantem que um produto só pode estar em uma família j se esta família existir. O domínio das variáveis é definido pelas restrições (4.10).

A atribuição de ponderações permite priorizar algumas características, que podem ser julgadas mais importantes ao se definir agrupamentos de produtos em famílias. Este fato, faz com que o Modelo de Agrupamento pelo Método das p-Medianas possibilite mais de uma maneira de se criar os agrupamentos. (Um exemplo numérico será apresentado no capítulo seguinte).

4.3 Agrupamento por características físicas

Os estudos permitiram constatar a necessidade de um agrupamento de produtos voltado para as necessidades das áreas de armazenagem. Tal agrupamento deveria ser consistente

de acordo com as políticas da empresa e tornou-se desejável que ele fosse concebido harmoniosamente com as outras formas de agrupamentos já existentes, objetivando um melhor desempenho para as atividades que dizem respeito ao armazém de produtos acabados, de maneira que não se engessasse o sistema.

Uma nova classificação de produtos para as áreas de armazenagem não interferirá na classificação existente para a produção e para o mercado. Assim um mesmo produto terá um tipo de classificação na produção, outra classificação na expedição e outra na armazenagem. Isso é possível pelo fato dos produtos serem identificados por códigos de barra e que a identificação de um produto específico em qualquer ponto da cadeia logística é feita pela leitura de seu código.

Desse modo, para atender e satisfazer as necessidades de armazenagem e movimentação nos armazéns, propõe-se um agrupamento por características físicas dos produtos.

O agrupamento por características físicas direciona os produtos com características semelhantes para as mesmas famílias. Tais características influenciam nas decisões relacionadas à logística de armazenagem. As características físicas que possuem maior impacto na armazenagem dos tubos acabados são:

- diâmetro externo do tubo;
- comprimento do tubo;
- tipo de embalagem;
- necessidade de desmagnetização (pois alguns tubos possuem imantação não desejada pelos clientes).

Desse modo, os tubos, na armazenagem, serão agrupados em famílias, cujos componentes, terão diâmetros externos e comprimentos semelhantes, mesmo tipo de embalagem, e, caso tenham a necessidade de serem desmagnetizados, ficarão agrupados em uma mesma família. Cabe ressaltar, ainda, que outras características dos produtos também possam vir a ser consideradas.

Devido à grande variedade de tubos, com uma grande diversidade de diâmetros externos, comprimentos e tipos de embalagens diferentes, dividiu-se essas características em faixas, que são aquelas mais expressivas na análise das características dos produtos.

A partir das características selecionadas, foi concebida uma metodologia de agrupamento dos produtos em famílias, utilizando como método o Modelo de Agrupamento pelo Método das p-Medianas, com suas respectivas adaptações. Para isso, tornou-se necessária a construção de uma *Matriz de Incidência* contendo os tubos e as pricipais características selecionadas. Nessa matriz, é verificada a presença ou não de uma característica para um

Produto	Diâmetro Externo					Comprimento				Embalagem			Dm.
	fxa1	fxa2	fxa3	fxa4	fxa5	fxa1	fxa2	fxa3	fxa4	tp1	tp2	tp3	
Tubo 1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
Tubo 2	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
Tubo 3	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
Tubo 4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
Tubo 5	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1

Tabela 4.2: Exemplo de características de alguns produtos

determinado tubo, conforme pode ser visualizado no exemplo da matriz A, escrita a partir de informações da tabela-exemplo 4.2.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Após a definição da *Matriz de Incidência* para os produtos da empresa, parte-se para a utilização do modelo de programação linear inteira desenvolvido para o agrupamento em famílias. A saída deste modelo será o conjunto de famílias que servirá como parâmetro pra o Modelo de Alocação definido a seguir.

4.4 Modelo de alocação

O problema aqui modelado é o problema da alocação de famílias de produtos em locais das áreas de armazenagem da empresa. Entende-se aqui como área de armazenagem cada uma das áreas que a empresa reservou para a estocagem de produtos acabados. Cada área dessas já foi subdividida em locais de armazenagem, identificados por um sistema de endereçamento, adotado pela empresa. As famílias de produtos consideradas aqui são aquelas propostas, especificamente, para a armazenagem de produtos.

Dada uma área de armazenagem específica, um conjunto de famílias de produtos a ser armazenado nesta área, as respectivas quantidades de cada família de produtos e a configuração atual da área, o problema consiste em determinar a quantidade de produtos de uma família, que será alocada em cada local, de maneira que todos os produtos sejam armazenados, e também, um critério econômico que considere toda a configuração proposta com vistas à otimização.

Considerando que cada área de armazenagem pode não estar vazia, isto é, que já existem produtos armazenados em determinados locais, este modelo considera a possibilidade de deslocamento de produtos entre os locais de armazenagem. A viabilidade ou não de deslocamento é avaliada pelo critério de otimização.

4.4.1 Parâmetros de entrada

Em cada depósito existem:

- $I = \{1, 2, \ldots, m\}$: conjunto de famílias de produtos indexadas por i;
- $J = \{1, 2, \ldots, n\}$: conjunto de locais de armazenagem indexados por j;

1. **Dados relacionados às famílias de produto**

   (a) h_i : indicador de movimentação da família i [%];
   Esse indicador é definido pela razão entre o número total de lotes de uma família que foram movimentados em um determinado período e o total do número de lotes movimentados de todas as famílias nesse mesmo período, isto é,

$$h_{Famlia_i} = \frac{\sum \text{lotes movimentados da família } i}{\sum \text{lotes movimentados de todas as famílias}} \times 100$$

   (b) t_i : taxa de ocupação da família i $[ton/m^3]$;
   Pode ser entendida como, quantas toneladas dessa família cabem em um metro cúbico do local de armazenagem.

   (c) v_i^1 : quantidade armazenada da família i $[ton]$;

   (d) v_i^2 : quantidade a ser armazenada da família i $[ton]$;

   (e) $V_i = v_i^1 + v_i^2$: quantidade total da família i; $[ton]$;

2. **Dados relacionados aos locais de armazenagem**

   (a) d_j : distância do local j ao ponto de carga/descarga $[m]$;

   (b) S_j : dimensão do local j $[m^3]$;

   (c) p_j : percentual máximo desejado de preenchimento para o local j;
   Pode ser entendido como quanto se quer preencher da capacidade total de um local. Por exemplo, pode-se preencher 50% da capacidade total do local, ou 70%, ou 90%, etc.;

(d) α_j : penalidade que deve ser associada ao local j, quando ocorrer uma extrapolação do seu percentual máximo desejado de preenchimento;

Em períodos de demanda alta, pode ser necessário ocupar toda a capacidade do depósito. Por isso é permitida a extrapolação dos percentuais desejados de preenchimento dos locais nesses períodos.

Neste trabalho, faz-se a seguinte convenção: $1 \leq \alpha_j \leq 100$, onde um valor de α_j próximo de 1 indica que se penaliza fracamente a extrapolação do percentual desejado de preenchimento, enquanto um valor de α_j próximo de 100 indica uma penalização maior para esta extrapolação.

3. **Dados associados à alocação de famílias aos locais de armazenagem**

(a) $\mathbb{A}$: conjunto de pares ordenados (i, j) tais que, se $(i, j) \in \mathbb{A}$, a família i pode ser alocada no local j;

(b) $\mathbb{E}$: conjunto de pares ordenados (i, j) tais que, se $(i, j) \in \mathbb{E}$, a família i já está alocada na posição j;

Note que $\mathbb{E} \subset \mathbb{A}$.

(c) $K_{ij} - t_i.S_j$: Capacidade de armazenagem da família i no local j. $[ton]$;

(d) $c_{ij}, \forall\ (i, j) \in \mathbb{A}$: Custo fixo total do local j decorrente da possibilidade de desalocação da família i deste local;

Neste trabalho, faz-se a seguinte convenção: $c_{ij} = d_j$.

4.4.2 Definição das variáveis

As variáveis do modelo são:

- $y_{ij} \in \{0, 1\}, \forall\ (i, j) \in \mathbb{A}$ tal que

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ se a família } i \text{ deve ser alocada no local } j, \text{ e} \\ 0 \text{ senão.} \end{cases} \tag{4.11}$$

- $x_{ij}, \forall\ (i, j) \in \mathbb{A}$: quantidade, em ton, da família i a ser alocada no local j;

- $e_{ij}, \forall\ (i, j) \in \mathbb{A}$: excesso, em ton, para o preenchimento do local j com a família i.

4.4.3 Modelo

$$\text{minimizar} \quad \sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} d_j h_i x_{ij} - \sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} c_{ij} y_{ij} + \sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} \alpha_j e_{ij} + \sum_{(i,j)\in\mathbb{E}} c_{ij} \tag{4.12}$$

$$\text{sujeito à} \quad \sum_{j\in J} x_{ij} = V_i \qquad \forall\, i \in I \tag{4.13}$$

$$x_{ij} \leq p_j K_{ij} y_{ij} + e_{ij} \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A} \tag{4.14}$$

$$e_{ij} \leq (1 - p_j) K_{ij} y_{ij} \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A} \tag{4.15}$$

$$\sum_{i\in I} y_{ij} \leq 1 \qquad \forall\, j \in J \tag{4.16}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A} \tag{4.17}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A} \tag{4.18}$$

$$e_{ij} \geq 0 \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A}. \tag{4.19}$$

A Função Objetivo apresentada em (4.12) busca minimizar a soma total dos pesos associados à alocação das famílias de produtos da seguinte maneira:

1. a parcela $\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} d_j h_i x_{ij}$, para atender ao critério de minimização, associa aos locais mais próximos dos pontos de carga/descarga as famílias de produtos que têm uma demanda maior. Por outro lado, associa as famílias de produtos de menor movimentação aos locais mais afastados;

2. a segunda parcela, $\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} c_{ij} y_{ij}$, juntamente com a última parcela, $\sum_{(i,j)\in\mathbb{E}} c_{ij}$, relaciona-se com o custo fixo de desalocar uma família de produtos de um determinado local. Se uma determinada família for alocada em determinado local, não se paga o custo de desalocação c_{ij} (o c_{ij} da última parcela é anulado pelo c_{ij} embutido na segunda parcela). Mas se uma família não for alocada em um local, paga-se o custo da desalocação da quantidade remanescente desta família presente neste local, para que seja armazenada em outro;

3. por fim, a terceira parcela, $\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} \alpha_j e_{ij}$ associa-se à penalização decorrente do excesso de preenchimento dos locais. Estipulando um valor alto para a penalidade α, a variável e_{ij} tenderá a se anular.

A restrição (4.13) garante que a quantidade total da família i a ser armazenada deve ser satisfeita. O conjunto de restrições apresentado em (4.14) e (4.15) garante que a alocação de uma família i num local j deve respeitar a capacidade máxima permitida para esse local. Cada local deve armazenar no máximo uma família de produtos. Isto é garantido pela restrição (4.16). As restrições (4.17), (4.18) e (4.19) representam o domínio das variáveis.

4.4.4 Considerações sobre o modelo de alocação

Usualmente, os produtos a serem armazenados possuem variações em suas características no que diz respeito às dimensões, ao peso, à demanda e à outras propriedades. É comum aplicar certas políticas de armazenagem dependendo dessas características. Nesse trabalho, está sendo proposta a política de agrupamento dos produtos em famílias.

Uma regra básica em alocação de produtos é alocar os "melhores"produtos (ou famílias de produtos) nos locais mais adequados para a armazenagem. Entende-se como mais adequado aquele local que é dotado de acesso rápido e seguro para armazenagem.

Uma medida para se definir os melhores produtos (ou famílias de produtos) pode ser a frequência com que este produto é requerido. Se uma família é demandada frequentemente (h_i alto), é conveniente mantê-la em locais mais acessíveis (d_j pequena). Neste trabalho, procurou-se modelar esse fato com a introdução da parcela $\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} d_j h_i x_{ij}$ na função objetivo (4.12).

Outra consideração a ser feita é que, quando se trata de leiaute de armazenagem, pode-se dizer que é indesejável a sua mudança frequente. Por exemplo, um leiaute que é rearranjado em intervalos curtos de tempo dificulta a operacionalização das atividades de armazenagem. Entretanto, mudanças podem ocorrer, desde que hajam mudanças significativas nas demandas pelos produtos.

O modelo de alocação proposto considera a possibilidade de deslocamento de famílias de produtos entre os locais de armazenagem. A viabilidade ou não do deslocamento é avaliada pelo critério de otimização, que leva em consideração a conjugação dos pesos envolvidos, inclusive o custo de se desalocar famílias de certos locais para serem armazenadas em outros. Quando se considera $c_{ij} = d_j$, procura-se penalizar o deslocamento da família i do local j, com um peso igual àquele que foi pago quando antes se optou pela armazenagem naquele local.

Além das considerações feitas acima, pode-se dizer que um dos fatores que ajudam a melhorar o desempenho da armazenagem é a segurança que esta oferece às pessoas envolvidas em suas atividades. Um local onde se armazenam produtos deve possuir um limite normal e um limite tolerável de preenchimento para a sua capacidade sem que se coloque em risco a segurança das pessoas. O limite normal está um pouco abaixo da capacidade nominal de armazenagem e é o ideal para ser seguido. Porém, quando houver a necessidade de se aumentar a capacidade de armazenagem, pode-se ultrapassar esse limite normal até um limite tolerável. Esse fato, apesar de aceitável, não é o mais indicado, uma vez que se reduz a seguraça das operações de armazenagem. Por isso, o modelo de alocação apresentado procura penalizar e dificultar a existência de excessos de armazenagens.

Tendo sido consideradas as questões acima, pode-se dizer que existem outras maneiras de se modelar o problema em questão. Uma delas, seria considerar a função objetivo como

sendo de minimização de tempos de operação da atividade de alocação de famílias em locais. Abaixo, se descreve essa outra possibilidade de armazenagem.

Considerando que os recursos r utilizados para a movimentação e armazenagem de produtos (pás-carregadeiras, pontes rolantes, entre outros) podem se deslocar com certa velocidade v_r, e que os locais de armazenagem estão a uma distância d_j dos locais de carga/descarga de produtos, pode-se escrever:

$$v_r = \frac{d_j}{t_j} \Rightarrow t_j = \frac{d_j}{v_r},$$

onde t_j corresponde ao tempo que o recurso r leva para transportar uma certa quantidade da família de produtos i do local de carga/descarga até os locais de armazenagem j, ou vice-versa.

Considerando também que, os locais que se situam mais próximos do local de carga e descarga são acessados com um tempo menor do que o tempo para se acessar os locais mais afastados, pode-se associar custos de desalocação c_{ij} menores para esses locais mais à frente. Esse custo tem as mesmas características apresentadas anteriormente, porém ao invés de se assumir $c_{ij} = d_j$, pode-se assumir $c_{ij} = t_j$.

Além disso, pode-se estipular um nível U de segurança para o preenhimento das capacidades dos locais, sob o qual se deseja praticar as atividades de armazenagem. Um valor acima deste nível não será permitido.

Sendo assim, levando-se em conta essas novas possibilidades, o modelo pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} t_j h_i x_{ij} - \sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} t_j y_{ij} + \sum_{(j)\in J} t_j \tag{4.20}$$

$$\text{sujeito à} \quad \sum_{j\in J} x_{ij} = V_i \qquad \forall\ i \in I \tag{4.21}$$

$$\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} e_{ij} \leq U \qquad \forall\ (i,j) \in \mathbb{A} \tag{4.22}$$

$$x_{ij} \leq p_j K_{ij} y_{ij} + e_{ij} \qquad \forall\ (i,j) \in \mathbb{A} \tag{4.23}$$

$$e_{ij} \leq (1-p_j) K_{ij} y_{ij} \qquad \forall\ (i,j) \in \mathbb{A} \tag{4.24}$$

$$\sum_{i\in I} y_{ij} \leq 1 \qquad \forall\ j \in J \tag{4.25}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall\ (i,j) \in \mathbb{A} \tag{4.26}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall\ (i,j) \in \mathbb{A} \tag{4.27}$$

$$e_{ij} \geq 0 \qquad \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}. \tag{4.28}$$

A nova função objetivo apresentada em (4.20) passa a ser de minimização de tempos envolvidos na movimentação dos produtos.

Já as restricões permanecem com o mesmo significado apresentado, no modelo de alocação anterior, com exceção da introdução da restricão (4.22), que restringe as extrapolações no uso das capacidades dos locais a um certo nível U.

Nessa nova modelagem, é preciso saber com rigor os tempos de deslocamento dos recursos. No entanto, muitas vezes não se consegue definir esses tempos, pois existem muitos fatores que influenciam na maneira de se operar os recursos. Por exemplo, um operador pode operar um recurso mais rápido do que outro, e isso altera os tempos de deslocamento. Logo, este modelo justifica-se em um cenário que disponha dos dados precisos dos tempos de operação dos recursos. Caso contrário, fica difícil de ser aplicado. Devido ao não cumprimento das políticas de padronização das operações dos recursos de movimentação, e à consequente indisponibilidade desses dados de tempo na empresa estudada, optou-se por não trabalhar com essa nova possibilidade de modelagem.

4.5 Aplicabilidade dos modelos

Pode-se definir um processo de aplicabilidade para as modelagens sugeridas. A figura 4.1 apresenta um esquema para esse processo.

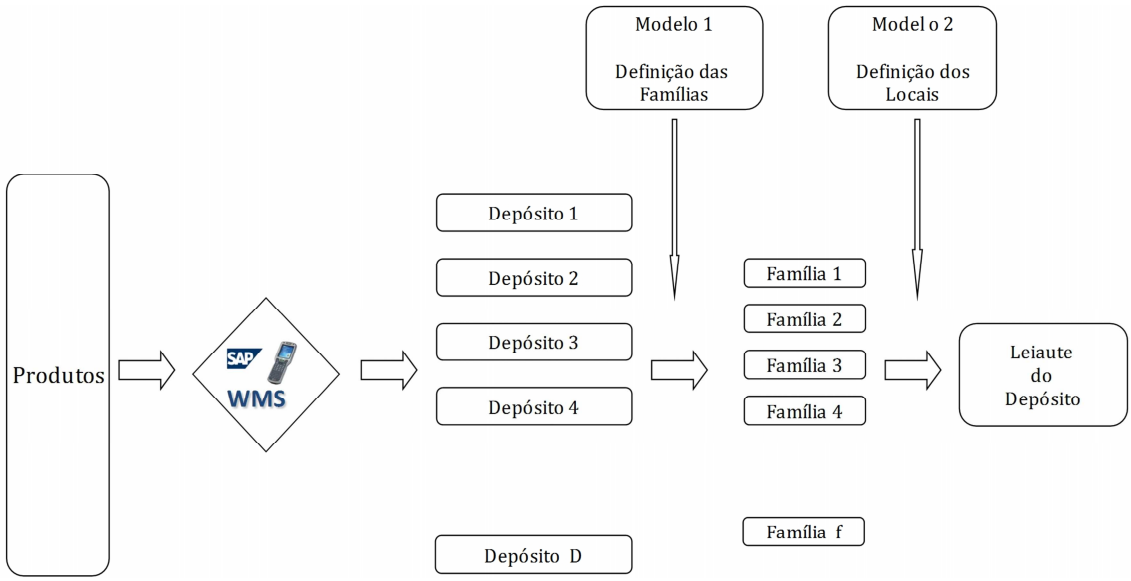

Figura 4.1: Processo de aplicação dos modelos desenvolvidos

Nela é mostrado que: quando os produtos acabados chegam nas áreas de armazenagem,

estes são orientados para quais depósitos deverão ser destinados. Isso é feito por regras de mercado definidas pelo módulo WMS, do sistema de ERP implantado na empresa. Através de informações levantadas junto ao banco de dados da empresa, pode-se definir em quais famílias os produtos serão agrupados através da aplicação do modelo de Agrupamento de produtos.

De posse das informações de quais famílias de produtos estão chegando nos carregamentos para armazenagem, e de quais famílias já se encontram armazenadas, resta definir em quais locais os produtos dessas famílias deverão ser armazenados. Isso pode ser conseguido através da aplicação do modelo de alocação de famílias de produtos.

Ao final desse processo, é possível obter a definição do leiaute de armazenagem para cada depósito. Isso permite uma melhor visão sobre o sistema de movimentação e armazenagem adotado com consequente melhoria no controle de seu funcionamento.

Finalmente, com o intuito de se mostrar a aplicação das modelagens propostas, são apresentados no capítulo seguinte, exemplos práticos com suas respectivas soluções numéricas.

Capítulo 5

Resultados

5.1 Introdução

O exemplo prático a seguir ajuda a entender os modelos, ao mesmo tempo que valida a sua aplicação. Primeiramente, foi aplicado o modelo de agrupamento de produtos em famílias e, posteriormente, o modelo de alocação dessas famílias nas áreas de armazenagem. Logo em seguida, são apresentados alguns dos resultados práticos alcançados com a metodologia desenvolvida, inclusive com a descrição de um software desenvolvido para fornecer uma interface visual gráfica ao modelo de alocação. Para se apresentar a robustez do modelo, foram feitas simulações variando-se o número de produtos e locais disponíveis para armazenagem.

5.2 Exemplo de aplicação da modelagem proposta

Este exemplo mostra a aplicação da modelagem proposta, desde o agrupamento de produtos em famílias até as respectivas alocações nos locais de armazenagem. Para isso, serão considerados dados reais referentes às quantidades e características físicas de 15 produtos que devem ser armazenados numa área com 24 locais disponíveis. Esses locais por sua vez, também possuem certas características que devem ser consideradas. Os procedimentos aqui exemplificados, podem ser aplicados para um número maior de produtos e de locais.

5.2.1 Matriz de incidência

Os dados referentes aos produtos encontram-se na tabela 5.1. A partir dessa tabela, pode-se escrever a matriz A a seguir:

Produto	Diâmetro Externo					Comprimento				Embalagem			Dm.
	fxa1	fxa2	fxa3	fxa4	fxa5	fxa1	fxa2	fxa3	fxa4	tp1	tp2	tp3	
Tubo 1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
Tubo 2	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
Tubo 3	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
Tubo 4	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
Tubo 5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
Tubo 6	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
Tubo 7	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
Tubo 8	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
Tubo 9	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
Tubo 10	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
Tubo 11	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
Tubo 12	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
Tubo 13	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
Tubo 14	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
Tubo 15	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1

Tabela 5.1: Características dos produtos do exemplo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz, o elemento $a_{ik} = 1$ quando o produto i possuir a característica k, e $a_{ik} = 0$ caso contrário.

Com essa matriz, pode-se calcular a *Distância de Hamming*, d_{ij}, entre os produtos i e j, a partir da seguinte expressão:

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \delta(a_{ik} - a_{jk}),$$

onde d_{ij} representa o número de características diferentes entre os produtos i e j; n é o número de características consideradas; e

$$\delta(a_{ik} - a_{jk}) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad a_{ik} \neq a_{jk} \\ 0 & \text{senão.} \end{cases}$$

Calculando o valor para as *Distâncias de Hamming* entre os 15 produtos, obtém-se a seguinte matriz:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 5 & 4 & 2 & 2 & 4 & 4 & 5 & 5 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 5 & 4 & 2 & 2 & 4 & 4 & 5 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 3 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & 5 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 5 & 4 & 2 & 0 & 4 & 4 & 3 & 5 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 5 & 4 & 2 & 2 & 4 & 4 & 5 & 5 & 2 & 2 \\ 5 & 5 & 3 & 5 & 5 & 0 & 5 & 3 & 5 & 5 & 5 & 4 & 0 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 4 & 4 & 5 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 7 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 3 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & 5 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 5 & 4 & 2 & 0 & 4 & 4 & 3 & 5 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 2 & 4 & 4 & 5 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 7 & 5 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 2 & 4 & 4 & 5 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 7 & 5 & 2 & 2 \\ 5 & 5 & 5 & 3 & 5 & 4 & 7 & 5 & 3 & 7 & 7 & 0 & 4 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 3 & 5 & 5 & 0 & 5 & 3 & 5 & 5 & 5 & 4 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 3 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & 5 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 3 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & 5 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz, d_{ij} representa o número de características diferentes entre os produtos i e j. Assim, por exemplo, $d_{13} = 2$ significa que, das treze características consideradas, os produtos 1 e 3 diferem-se em duas, conforme pode constatar-se na tabela 5.1.

É interessante observar que a matriz D é simétrica, isto é, $d_{ij} = d_{ji}$. Os elementos da diagonal principal são nulos, pois não existem diferenças quando se compara um produto com ele mesmo.

Os valores obtidos para d_{ij} servirão de parâmetros para o modelo de agrupamento que se mostra a seguir.

5.2.2 Modelo de determinação do número de famílias

Este modelo decidirá qual o número exato de famílias que faz com que, a soma das distâncias d_{ij} entre os produtos i e j seja anulada. No caso deste exemplo, isto pode ser conseguido através da seguinte modelagem:

1. *Dados*:
   - $m = 15$: número de produtos;
   - d_{ij}: distância de Hamming entre os produtos i e j.
2. *Variáveis*:
$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o produto } i \text{ pertence à família } j \\ 0 & \text{senão.} \end{cases}$$
3. *Modelo*:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^{15} x_{ii} \tag{5.1}$$

$$\text{sujeito à} \quad \sum_{j=1}^{15} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, i = 1, 2, 3, \ldots, 15 \tag{5.2}$$

$$\sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^{15} d_{ij} x_{ij} = 0 \tag{5.3}$$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \qquad \forall\, (i, j) = 1, 2, 3, \ldots, 15 \tag{5.4}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, (i, j) = 1, 2, 3, \ldots, 15 \tag{5.5}$$

Esse modelo foi implementado computacionalmente na linguagem C++. O sistema desenvolvido utiliza as rotinas do otimizador CPLEX *versão 9.1* e obtém sua respectiva solução. Nesse exemplo, a solução foi:

$x_{12} = x_{22} = x_{52} = x_{3,15} = x_{8,15} = x_{14,15} = x_{15,15} = x_{49} = x_{99} = x_{613} = x_{13,13} = x_{7,10} = x_{10,10} = x_{11,10} = x_{12,12} = 1$

As demais variáveis x_{ij} são nulas. A solução pode ser melhor escrita da seguinte forma:

- **Função objetivo** – 6;
- **Famílias geradas**:

  1ª *família*: produtos {1, 2 e 5};
  2ª *família*: produtos {3, 8, 14 e 15};
  3ª *família*: produtos {4 e 9};
  4ª *família*: produtos {6 e 13};
  5ª *família*: produtos {7, 10 e 11};
  6ª *família*: produto {12};

- **Tempo computacional para encontrar a solução ótima** – 0,08 segundos.

Logo, o número de famílias necessárias para se anular a soma das distâncias entre os produtos i e j é igual a seis.

Dessa forma, existirão seis famílias de produtos, de forma que, cada uma agrupará produtos com as características mostradas na tabela 5.2:

	Diâmetro Externo					Comprimento				Embalagem			Dm.
Família	fxa1	fxa2	fxa3	fxa4	fxa5	fxa1	fxa2	fxa3	fxa4	tp1	tp2	tp3	
1ª	√						√				√		√
2ª		√					√				√		√
3ª			√				√				√		√
4ª		√					√					√	
5ª		√				√					√		√
6ª			√				√			√			

Tabela 5.2: Características que definem as famílias de produtos para o exemplo

Todos os produtos que possuírem as características das famílias mostradas na tabela 5.2, farão parte de uma dessas famílias, de acordo com suas respectivas características.

5.2.3 Modelo de agrupamento com atribuição de prioridades

Para exemplificar a atribuição de prioridades às características, pode-se estabelecer que os 15 produtos sejam agrupados em 5 famílias (e não em 6).

Atribuindo uma prioridade maior para as características de embalagem, isto é, $w_{10} = 5$, $w_{11} = 5$ e $w_{12} = 5$, e fazendo a prioridade $w_k = 1$ para as demais características, consegue-se o seguinte resultado:

$$\overline{d}_{ij} = \sum_{k=1}^{n} w_k[\delta(a_{ik} - a_{jk})],$$

onde $\overline{d}_{ij}$ representa o número de características diferentes entre os produtos i e j; n é o número de características consideradas; w_k é um peso atribuído à característica k (numa escala que cresce de 1 a 5, conforme a prioridade); e

$$\delta(a_{ik} - a_{jk}) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad a_{ik} \neq a_{jk} \\ 0 & \text{senão.} \end{cases}$$

Calculando o valor para as *Distâncias de Hamming ponderada* entre os 15 produtos, obtém-se a seguinte matriz:

$$\overline{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 13 & 4 & 2 & 2 & 4 & 4 & 13 & 13 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 13 & 4 & 2 & 2 & 4 & 4 & 13 & 13 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 11 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & 13 & 11 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 13 & 4 & 2 & 0 & 4 & 4 & 11 & 13 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 13 & 4 & 2 & 2 & 4 & 4 & 13 & 13 & 2 & 2 \\ 13 & 13 & 11 & 13 & 13 & 0 & 13 & 11 & 13 & 13 & 13 & 12 & 0 & 11 & 11 \\ 4 & 4 & 2 & 4 & 4 & 13 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 15 & 13 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 11 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & 13 & 11 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 13 & 4 & 2 & 0 & 4 & 4 & 11 & 13 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 2 & 4 & 4 & 13 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 15 & 13 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 2 & 4 & 4 & 13 & 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 15 & 13 & 2 & 2 \\ 13 & 13 & 13 & 11 & 13 & 12 & 15 & 13 & 11 & 15 & 15 & 0 & 12 & 13 & 13 \\ 13 & 13 & 11 & 13 & 13 & 0 & 13 & 11 & 13 & 13 & 13 & 12 & 0 & 11 & 11 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 11 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & 13 & 11 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 11 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & 13 & 11 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

E o modelo apresentado no capítulo anterior, para o agrupamento de produtos em famílias, fica escrito da seguinte maneira:

1. *Dados*:

   - $m = 15$ produtos;
   - $f = 5$ famílias;
   - Matriz $\overline{D}$.

2. *Variáveis*:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o produto } i \text{ pertence à família } j \\ 0 & \text{senão.} \end{cases}$$

3. *Modelo*:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^{15}\sum_{j=1}^{15} \overline{d}_{ij} x_{ij} \tag{5.6}$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{j=1}^{15} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, i = 1, 2, 3, \ldots, 15 \tag{5.7}$$

$$\sum_{i=1}^{15} x_{ii} = 5 \tag{5.8}$$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \qquad \forall\, (i, j) = 1, 2, 3, \ldots, 15 \tag{5.9}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, (i, j) = 1, 2, 3, \ldots, 15 \tag{5.10}$$

Esse modelo foi implementado computacionalmente na linguagem C++. O sistema desenvolvido utiliza as rotinas do otimizador CPLEX *versão 9.1* e obtém sua respectiva solução. No caso desse exemplo, a solução foi:

$x_{15} = x_{25} = x_{55} = x_{95} = x_{38} = x_{48} = x_{88} = x_{14,8} = x_{15,8} = x_{66} = x_{13,6} = x_{7,11} = x_{10,11} = x_{11,11} = x_{12,12} = 1$

As demais variáveis x_{ij} são nulas. A solução pode ser melhor escrita da seguinte forma:

- **Função objetivo** – 4;
- **Famílias geradas**:

  1ª *família*: produtos {1, 2, 5 e 9};
  2ª *família*: produtos {3, 4, 8, 14 e 15};
  3ª *família*: produtos {6 e 13};
  4ª *família*: produtos {7, 10 e 11};
  5ª *família*: produtos {12};

- **Tempo computacional para encontrar a solução ótima** – 0,08 segundos.

Nessa solução, devido à prioridade maior atribuída à característca embalagem, o modelo priorizou agrupamentos baseados em semelhança de embalagem entre os produtos. Em todas as famílias geradas, não existem diferenças entre os tipos de embalagem. Mesmo que para isso, pague-se o preço de possuir outras características diferentes dentro dos grupos, como é o caso da segunda família: na tabela 5.1 os produtos 3, 4, 8, 14 e 15 possuem o mesmo tipo de embalagem, porém o produto 4 possui a característica diâmetro diferente dos demais agrupados nessa família. Isto acontece também com a primeira família. Por isso, a função objetivo não se iguala a zero.

A partir dos resultados expostos acima, vale ressaltar que se pode questionar sobre o número de famílias necessárias para se obter uma função objetiva nula (lembrando que uma função objetiva nula equivale a dizer que, os agrupamentos não apresentam diferenças internas entre os produtos). Para evitar a escolha arbitrária, podemos usar o modelo sugerido para definição do número ótimo de famílias.

Sendo assim, uma vez que se sabe em quais famílias os produtos serão agrupados, resta definir a alocação dessas famílias dentro das áreas de armazenagem. Para isso, torna-se necessário saber qual a quantidade a ser armazenada de cada família e quais locais estão disponíveis para a armazenagem dessas famílias.

5.2.4 Modelo de alocação

A fim de exemplificar os resultados da metodologia desenvolvida, considere a área de armazenagem apresentada na figura 5.1. Nesse leiaute, existem 24 locais possíveis de serem ocupados pelas famílias de produtos e um ponto de carga e descarga dos produtos (representado pela figura do caminhão). Considere também que quantidades das 6 famílias de produtos geradas pelo modelo de agrupamento devem ser armazenadas nesses locais.

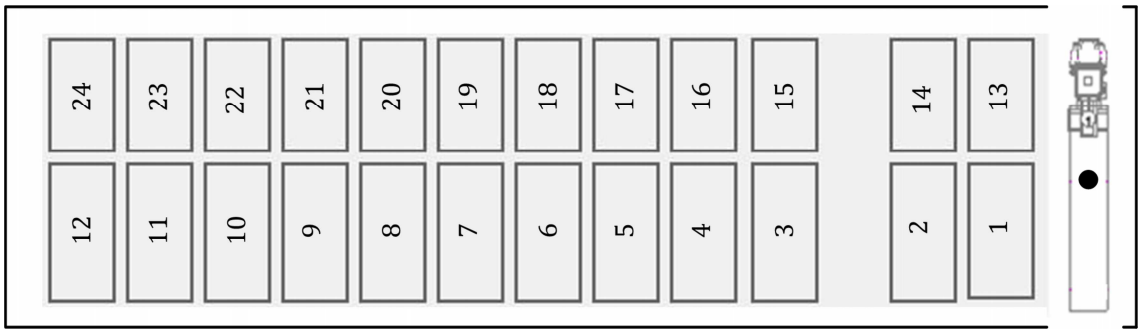

Figura 5.1: Leiaute dos locais de armazenagem para o exemplo

O modelo de alocação fica então definido da seguinte maneira:

Nesse exemplo existem:

- $I = \{1, 2, \ldots, 6\}$: conjunto de famílias de produtos indexadas por i;
- $J = \{1, 2, \ldots, 24\}$: conjunto de locais de armazenagem indexados por j;

1. **Dados relacionados às famílias de produto**

   (a) h_i : indicador de movimentação da família i. [%];

$$h_{Famlia_i} = \frac{\sum \text{lotes movimentados da família } i}{\sum \text{lotes movimentados de todas as famílias}} \times 100$$

   Os indicadores de movimentação das 6 famílias consideradas nesse exemplo são dados na tabela 5.3.

Família	1	2	3	4	5	6	Total
Lotes movimentados	20	66	14	3	90	7	200
h_i (%)	10,00	33,00	7,00	1,50	45,00	3,50	100,00

Tabela 5.3: Indicadores de movimentação das famílias de produtos a serem armazenadas

   (b) t_i : taxa de ocupação da família i. $[ton/m^3]$;
   Pode ser entendida como, quantas toneladas dessa família cabem em um metro cúbico do local de armazenagem. Os valores para as 6 famílias são mostrados na tabela 5.4:

Família	1	2	3	4	5	6
t_i (ton/m^3)	2,00	1,20	0,60	1,70	2,50	0,80

Tabela 5.4: Taxa de ocupação das famílias de produtos a serem armazenadas

   (c) v_i^1 : quantidade que já se encontra armazenada da família i. $[ton]$;
   Num primeiro instante, as quantidades existentes (já armazenadas) nos locais de armazenagem serão consideradas nulas, isto é, $v_i^1 = 0$ para $i = 1, 2, \ldots, 6$.

   (d) v_i^2 : quantidade a ser armazenada da família i. $[ton]$;
   As quantidades a serem armazenadas nos locais de armazenagem do exemplo são dadas na tabela 5.5.

Família	1	2	3	4	5	6
v_i^2 (ton)	10,00	40,00	4,80	5,25	340,00	6,48

Tabela 5.5: Quantidades a serem armazenadas das famílias de produtos

(e) $V_i = v_i^1 + v_i^2$: quantidade total da família i; $[ton]$;
Primeiramente, como as quantidades já armazenadas são nulas, a quantidade total de produtos nos locais serão iguais às quantidades a serem armazenadas, conforme pode ser visto na tabela 5.6.

Família	1	2	3	4	5	6
v_i^1 (ton)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
v_i^2 (ton)	10,00	40,00	4,80	5,25	340,00	6,48
V_i (ton)	10,00	40,00	4,80	5,25	340,00	6,48

Tabela 5.6: Quantidades totais das famílias de produtos

2. **Dados relacionados aos locais de armazenagem**

(a) d_j : distância do local j ao ponto de carga/descarga. $[m]$;
As distâncias dos 24 locais de armazenagem ao ponto de carga e descarga, considerado neste exemplo, são dadas na tabela 5.7.

Local	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d_j (m)	15	19	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52
Local	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
d_j (m)	20	24	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57

Tabela 5.7: Distâncias dos locais ao ponto de carga e descarga

(b) S_j : dimensão do local j. $[m^3]$;
Cada um dos locais possui medidas de comprimento, largura e altura. Fazendo-se a multiplicação dos valores dessas medidas, obtém-se as dimensões de cada local. A tabela 5.8 traz esses valores.

(c) p_j : percentual desejado de preenchimento para o local j;
Pode ser entendido como quanto se quer preencher a capacidade total de um local. Por exemplo, pode-se preencher 50% da capacidade total do local, ou 70%, ou 90%, etc.;
Neste exemplo será considerado $p_j = 90,0\%$ para $j = 1, 2, \ldots, 24$.

Local	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S_j (m^3)	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
Local	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
S_j (m^3)	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

Tabela 5.8: Dimensões dos locais de armazenagem

(d) α_j : penalidade que deve ser associada ao local j, quando ocorrer uma extrapolação do seu percentual desejado de preenchimento;

Diferentes valores foram associados a α, conforme pode se ver mais a frente.

3. **Dados associados à alocação de famílias aos locais de armazenagem**

(a) $\mathbb{A}$: conjunto de pares ordenados (i, j) tais que, se $(i, j) \in \mathbb{A}$, a família i pode ser alocada no local j;

Logo, para este exemplo, o conjunto $\mathbb{A}$ é dado por:

$$\mathbb{A} = \left\{ \begin{array}{cccccccc} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (1,6) & (1,7) & (1,8) \\ (1,9) & (1,10) & (1,11) & (1,12) & (1,13) & (1,14) & (1,15) & (1,16) \\ (1,17) & (1,18) & (1,19) & (1,20) & (1,21) & (1,22) & (1,23) & (1,24) \\ \\ (2,1) & (2,2) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) & (2,7) & (2,8) \\ (2,9) & (2,10) & (2,11) & (2,12) & & & & \\ \\ (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) & (3,6) & (3,7) & (3,8) \\ (3,9) & (3,10) & (3,11) & (3,12) & (3,13) & (3,14) & (3,15) & (3,16) \\ (3,17) & (3,18) & (3,19) & (3,20) & (3,21) & (3,22) & (3,23) & (3,24) \\ \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) & (4,7) & (4,8) \\ (4,9) & (4,10) & (4,11) & (4,12) & (4,13) & (4,14) & (4,15) & (4,16) \\ (4,17) & (4,18) & (4,19) & (4,20) & (4,21) & (4,22) & (4,23) & (4,24) \\ \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) & (5,7) & (5,8) \\ (5,9) & (5,10) & (5,11) & (5,12) & (5,13) & (5,14) & (5,15) & (5,16) \\ (5,17) & (5,18) & (5,19) & (5,20) & (5,21) & (5,22) & (5,23) & (5,24) \\ \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & (6,6) & (6,7) & (6,8) \\ (6,9) & (6,10) & (6,11) & (6,12) & (6,13) & (6,14) & (6,15) & (6,16) \\ (6,17) & (6,18) & (6,19) & (6,20) & (6,21) & (6,22) & (6,23) & (6,24) \end{array} \right\}$$

Pode ser visto no conjunto $\mathbb{A}$ que, com exceção da família 2, todas as demais famílias podem ocupar todos os locais disponíveis. A família 2, devido às suas restrições físicas de comprimento, fica impossibilitada de ser armazenada nos locais de 13 a 24.

(b) $\mathbb{E}$: conjunto de pares ordenados (i, j) tais que, se $(i, j) \in \mathbb{E}$, a família i já está alocada na posição j;

Note que $\mathbb{E} \subset \mathbb{A}$.

Inicialmente considera-se que não existem quantidades das famílias armazenadas nos locais, ou seja, o conjunto $\mathbb{E}$ possui somente pares ordenados do tipo $(0, 0)$.

(c) $K_{ij} - t_i.S_j$: Capacidade de armazenagem da família i no local j. $[ton]$;
Cada local possui uma dimensão física e cada família possui uma taxa de ocupação. O produto destas duas grandezas pelo percentual p_j resulta na quantidade máxima permitida de cada família em cada local. A tabela 5.9 traz esses valores.

Os valores para $p_j.K_{ij}$ mostrados na tabela 5.9 indicam a capacidade máxima permitida para cada local, como por exemplo, $p_4.K_{14} = 21,60$ indica o desejo de se armazenar no máximo 21,60 toneladas da família $i = 1$ no local $j = 4$. Qualquer quantidade que exceda este valor será considerada como excesso de armazenagem.

É interessante observar também, na tabela 5.9, que a capacidade do local varia em função da família que será armazenada nele.

(d) $c_{ij}, \forall\ (i, j) \in \mathbb{A}$: Custo fixo total do local j decorrente da possibilidade de desalocação da família i deste local; É dado que:

$c_{ij} - d_j$, onde d_j é a distância do local j ao ponto de carga/descarga;

Nesta primeira parte do exemplo, não se pagará o custo de desalocação c_{ij}, uma vez que não existem produtos armazenados para serem desalocados.

		Família i	1	2	3	4	5	6
		t_i	2,00	1,20	0,60	1,70	2,50	0,80
Local j	$p_j(\%)$	S_j	$p_j.K_{1j}$	$p_j.K_{2j}$	$p_j.K_{3j}$	$p_j.K_{4j}$	$p_j.K_{5j}$	$p_j.K_{6j}$
1	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
2	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
3	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
4	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
5	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
6	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
7	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
8	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
9	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
10	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
11	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
12	90,00	12,00	21,60	12,96	6,48	18,36	27,00	8,64
13	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
14	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
15	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
16	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
17	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
18	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
19	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
20	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
21	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
22	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
23	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48
24	90,00	9,00	16,20	9,72	4,86	13,77	20,25	6,48

Tabela 5.9: Quantidades máximas permitidas das famílias de produtos em cada local

4. **Definição das variáveis**

   As variáveis do modelo são:

   - $y_{ij} \in \{0,1\}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$ tal que

   $$y_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ se a família } i \text{ deve ser alocada no local } j, \text{ e} \\ 0 \text{ senão.} \end{cases} \tag{5.11}$$

   - $x_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: quantidade, em *ton*, da família i a ser alocada no local j;
   - $e_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: excesso, em *ton*, para o preenchimento do local j com a família i.

5. **Modelo**

$$\text{minimizar} \quad \sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} d_j h_i x_{ij} - \sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} c_{ij} y_{ij} + \sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} \alpha_j e_{ij} + \sum_{(i,j)\in\mathbb{E}} c_{ij} \tag{5.12}$$

$$\text{sujeito à} \quad \sum_{j\in J} x_{ij} = V_i \qquad \forall\, i \in I \tag{5.13}$$

$$x_{ij} \leq p_j K_{ij} y_{ij} + e_{ij} \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A} \tag{5.14}$$

$$e_{ij} \leq (1 - p_j) K_{ij} y_{ij} \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A} \tag{5.15}$$

$$\sum_{i\in I} y_{ij} \leq 1 \qquad \forall\, j \in J \tag{5.16}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A} \tag{5.17}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A} \tag{5.18}$$

$$e_{ij} \geq 0 \qquad \forall\, (i,j) \in \mathbb{A}. \tag{5.19}$$

Alternativamente, para $\forall\, (i,j) \in \mathbb{A}$, o modelo acima também pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{24} d_j h_i x_{ij} - \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{24} c_{ij} y_{ij} + \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{24} \alpha_j e_{ij} + \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{24} c_{ij} \tag{5.20}$$

$$\text{sujeito à} \quad \sum_{j=1}^{24} x_{ij} = V_i \qquad \forall\, i = 1,2,\ldots,6 \tag{5.21}$$

$$x_{ij} \leq p_j K_{ij} y_{ij} + e_{ij} \qquad \forall\, i = 1,2,\ldots,6 \text{ e } j = 1,2,\ldots,24 \tag{5.22}$$

$$e_{ij} \leq (1 - p_j) K_{ij} y_{ij} \qquad \forall\, i = 1,2,\ldots,6 \text{ e } j = 1,2,\ldots,24 \tag{5.23}$$

$$\sum_{i=1}^{6} y_{ij} \leq 1 \qquad \forall\, j = 1,2,\ldots,24 \tag{5.24}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall\, i = 1,2,\ldots,6 \text{ e } j = 1,2,\ldots,24 \tag{5.25}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall\, i = 1,2,\ldots,6 \text{ e } j = 1,2,\ldots,24 \tag{5.26}$$

$$e_{ij} \geq 0 \qquad \forall\, i = 1,2,\ldots,6 \text{ e } j = 1,2,\ldots,24. \tag{5.27}$$

Esse modelo também foi implementado computacionalmente na linguagem C++. O sistema desenvolvido utiliza as rotinas do otimizador CPLEX *versão 9.1* e obtém sua respectiva solução.

Pode-se definir quatro cenários para este exemplo, conforme estabelecido a seguir:

1. Cenário que leva em consideração $v_i{}^1 = 0$ e $\alpha_j = 1$;

2. Cenário que leva em consideração $v_i{}^1 = 0$ e $\alpha_j = 100$;
3. Cenário que leva em consideração $v_i{}^1 \neq 0$ e $\alpha_j = 1$;
4. Cenário que leva em consideração $v_i{}^1 \neq 0$ e $\alpha_j = 100$;

No caso desse exemplo, com $v_i{}^1 = 0$ e $\alpha_j = 1$, o tempo computacional para imprimir a solução foi de *0,06 segundos*, o valor da função objetivo foi de *4977,6* e, os valores ótimos para as variáveis do modelo são mostrados nas tabelas abaixo:

- $y_{ij} \in \{0,1\}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$ tal que

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ se a família } i \text{ deve ser alocada no local } j, \text{ e} \\ 0 \text{ senão.} \end{cases} \tag{5.28}$$

  A tabela 5.10 apresenta os valores para essas variáveis. As demais variáveis y_{ij} que não estiverem na tabela são nulas.

$y_{1,19} = 1$	$y_{4,11} = 1$	$y_{55} = 1$	$y_{5,15} = 1$
$y_{28} = 1$	$y_{51} = 1$	$y_{56} = 1$	$y_{5,16} = 1$
$y_{29} = 1$	$y_{52} = 1$	$y_{57} = 1$	$y_{5,17} = 1$
$y_{2,10} = 1$	$y_{53} = 1$	$y_{5,13} = 1$	$y_{5,18} = 1$
$y_{3,20} = 1$	$y_{54} = 1$	$y_{5,14} = 1$	$y_{6,21} = 1$

Tabela 5.10: Solução 1: variáveis y_{ij} não-nulas

- $x_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: quantidade, em *ton*, da família i a ser alocada no local j;

  A tabela 5.11 apresenta os valores para essas variáveis. As demais variáveis x_{ij} que não estiverem na tabela são nulas.

$x_{1,19} = 10,00$	$x_{4,11} = 5,25$	$x_{55} = 30,00$	$x_{5,15} = 22,50$
$x_{28} = 14,40$	$x_{51} = 30,00$	$x_{56} = 30,00$	$x_{5,16} = 22,50$
$x_{29} = 12,96$	$x_{52} = 30,00$	$x_{57} = 27,25$	$x_{5,17} = 22,50$
$x_{2,10} = 12,64$	$x_{53} = 30,00$	$x_{5,13} = 22,50$	$x_{5,18} = 20,25$
$x_{3,20} = 4,80$	$x_{54} = 30,00$	$x_{5,14} = 22,50$	$x_{6,21} = 6,48$

Tabela 5.11: Solução 1: variáveis x_{ij} não-nulas

- $e_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: excesso, em *ton*, para o preenchimento do local j com a família i.

  A tabela 5.12 apresenta os valores não-nulos para essas variáveis.

$e_{28} = 1,44$	$e_{53} = 3,00$	$e_{56} = 3,00$	$e_{5,14} = 2,25$	$e_{5,17} = 2,25$
$e_{51} = 3,00$	$e_{54} = 3,00$	$e_{57} = 0,25$	$e_{5,15} = 2,25$	
$e_{52} = 3,00$	$e_{55} = 3,00$	$e_{5,13} = 2,25$	$e_{5,16} = 2,25$	

Tabela 5.12: Solução 1: variáveis e_{ij} não-nulas

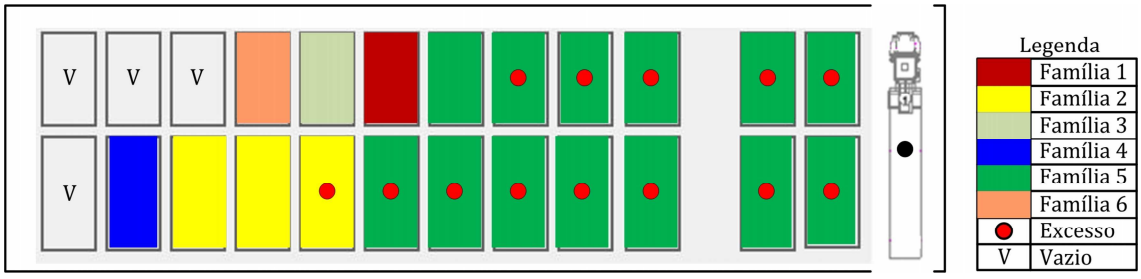

Figura 5.2: Solução para a alocação com volume inicial nulo e baixa penalidade para o excesso

Pode-se associar uma visualização gráfica a essa solução numérica do modelo de alocação. A figura 5.2 traz esses resultados.

Conforme pode se visualizar nessa proposta de leiaute, a família 5 ocupa as posições mais próximas do ponto de carga/descarga, e as demais famílias ocupam os locais mais afastados desse ponto. Isso é pertinente, haja visto que a família 5 possui um indicador de movimentação maior dos que os demais. Outra observação importante é que devido à baixa penalização imposta ao excesso de preenchimento dos locais de armazenagem, o modelo sugere que é melhor se pagar o custo pelo uso do excesso dessas posições do que pagar o custo referente à ocupação de todas as posições dessa área de armazenagem.

A solução acima configura-se na solução minimizadora da função objetivo. Porém, o decisor pode analisar o leiaute e sugerir modificações, como por exemplo, mudar uma família de lugar. Por exemplo, pode-se desejar que os produtos da família 4 sejam armazenados no local 22. Para isso, basta fixar o local 22 para essa família. Porém, a função objetivo sofre um acréscimo e deixa de ser ótima.

Posteriormente a esse resultado, foi avaliada a configuração do leiaute para essas famílias selecionadas, com penalidade maior ($\alpha = 100$) para o excesso de produtos nos locais de armazenagem, ainda num cenário com volume inicial nulo. Os resultados foram obtidos com um tempo computacional de *0,09 segundos*, o valor da função objetivo é igual a *5174,4* e, os valores ótimos para as variáveis do modelo podem ser visualizados nas tabelas 5.13, 5.14 e na figura 5.3.

- Variáveis y_{ij}

A tabela 5.13 apresenta os valores para essas variáveis. As demais variáveis y_{ij} que não estiverem na tabela são nulas.

$y_{1,20} = 1$	$y_{3,21} = 1$	$y_{54} = 1$	$y_{5,13} = 1$	$y_{5,18} = 1$
$y_{29} = 1$	$y_{4,23} = 1$	$y_{55} = 1$	$y_{5,14} = 1$	$y_{5,19} = 1$
$y_{2,10} = 1$	$y_{51} = 1$	$y_{56} = 1$	$y_{5,15} = 1$	$y_{6,22} = 1$
$y_{2,11} = 1$	$y_{52} = 1$	$y_{57} = 1$	$y_{5,16} = 1$	
$y_{2,12} = 1$	$y_{53} = 1$	$y_{58} = 1$	$y_{5,17} = 1$	

Tabela 5.13: Solução 2: variáveis y_{ij} não-nulas

- $x_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: quantidade, em *ton*, da família i a ser alocada no local j;

  A tabela 5.14 apresenta os valores para essas variáveis. As demais variáveis x_{ij} que não estiverem na tabela são nulas.

$x_{1,20} = 10,00$	$x_{3,21} = 4,80$	$x_{54} = 27,00$	$x_{5,13} = 20,25$	$x_{5,18} = 20,25$
$x_{29} = 12,96$	$x_{4,23} = 5,25$	$x_{55} = 27,00$	$x_{5,14} = 20,25$	$x_{5,19} = 2,50$
$x_{2,10} = 12,96$	$x_{51} = 27,00$	$x_{56} = 27,00$	$x_{5,15} = 20,25$	$x_{6,22} = 6,48$
$x_{2,11} = 12,96$	$x_{52} = 27,00$	$x_{57} = 27,00$	$x_{5,16} = 20,25$	
$x_{2,12} = 1,12$	$x_{53} = 27,00$	$x_{58} = 27,00$	$x_{5,17} = 20,25$	

Tabela 5.14: Solução 2: variáveis x_{ij} não-nulas

- $e_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: excesso admissível, em *ton*, para o preenchimento do local j com a família i.

  Para $\alpha = 100$, todas as variáveis e_{ij} são nulas, não existindo assim, extrapolação dos limites desejados de preenchimento das capacidades dos locais.

A saída do modelo de alocação forneceu uma sugestão de configuração para o leiaute conforme ilustrado pela figura 5.3.

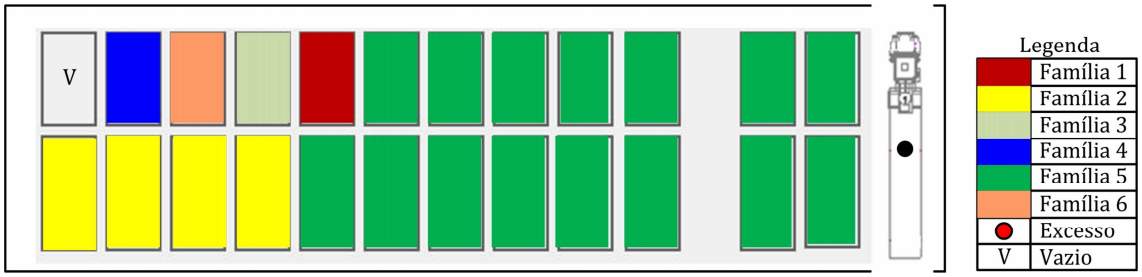

Figura 5.3: Solução para a alocação com volume inicial nulo e alta penalidade para o excesso

Quando foi aplicada uma penalidade maior para a existência de excesso, o modelo sugeriu "espalhar"mais os produtos pelos locais de armazenagem, ao invés de se ter extrapolações de capacidades nos locais. Reconfigurações também podem ser feitas, como foi sugerido anteriormente, porém, com consequente perda da otimalidade da solução.

Com relação ao comportamento das funções objetivo nas duas possibilidades exemplificadas (com $\alpha = 1$ e $\alpha = 100$), pode-se construir o gráfico da figura 5.4, que apresenta a participação de cada parcela pertencente à respectiva função objetivo em seu valor mínimo final.

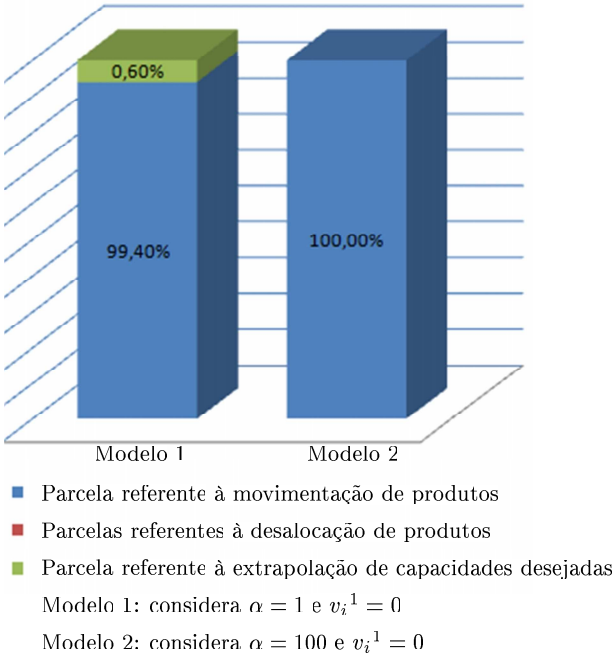

Figura 5.4: Gráfico das participações percentuais de cada parcela na função objetivo

Como pode ser verificado no gráfico acima, a parcela referente à movimentação de produtos, $(\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} d_j h_i x_{ij})$, possui maior participação (99,4%) no valor da função objetivo do modelo com baixa penalidade para o excesso de armazenagem. Os outros 0,60% são devidos a participação da parcela referente à extrapolação dos limites desejados de armazenagem, $\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} \alpha_j e_{ij}$. No modelo que utiliza maior penalidade para o excesso, a participação da parcela de movimentação de produtos chega a ser 100%.

Por fim, exemplifica-se o cenário caracterizado pela existência de quantidades das famílias de produtos que já se encontram armazenadas nos locais de armazenagem. Quando novas quantidades dessas famílias chegam para serem armazenadas, o modelo avalia se é conveniente continuar armazenando as famílias nos mesmos locais em que elas já estão ou se é melhor realocá-las. Para exemplificar este fato, considerar-se-á o mesmo exemplo anterior, porém com as quantidades de produtos indicadas pela tabela 5.15 abaixo.

Família	Ind. de Mov.	Taxa de Ocupação	Quant. Existente	Quant. a Armazenar
(i)	h_i	t_i , (ton/m^3)	${v_i}^1$, (ton)	${v_i}^2$, (ton)
1	0,10	2,00	10,00	6,00
2	0,33	1,20	45,00	15,00
3	0,07	0,60	4,00	0,50
4	0,015	1,70	7,00	0,50
5	0,45	2,50	227,00	100,00
6	0,035	0,80	5,40	0,40

Tabela 5.15: Dados das famílias de produtos a serem armazenadas, considerando ${v_i}^1 \neq 0$

Os locais onde as famílias já se encontram armazenadas podem ser visualizados a partir do conjunto $\mathbb{E}$ a seguir:

$$\mathbb{E} = \left\{ \begin{array}{cccccccc} (1,19) & (2,8) & (2,9) & (2,10) & (3,20) & (4,11) & (5,1) & (5,2) \\ (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) & (5,7) & (5,13) & (5,14) & (5,15) \\ (5,16) & (5,17) & (5,18) & (6,21) & & & & \end{array} \right\}$$

Nesse exemplo, com ${v_i}^1 \neq 0$ e $\alpha_j = 1$, o tempo computacional para imprimir a solução foi de *0,09 segundos*, o valor da função objetivo foi de *4513,9* e, os valores ótimos para as variáveis do modelo são mostrados nas tabelas abaixo:

- Variáveis y_{ij}

  A tabela 5.16 apresenta os valores para essas variáveis. As demais variáveis y_{ij} que não estiverem na tabela são nulas.

$y_{1,19} = 1$	$y_{2,12} = 1$	$y_{55} = 1$	$y_{57} = 1$	$y_{5,17} = 1$
$y_{28} = 1$	$y_{3,20} = 1$	$y_{53} = 1$	$y_{5,13} = 1$	$y_{5,18} = 1$
$y_{29} = 1$	$y_{4,22} = 1$	$y_{54} = 1$	$y_{5,14} = 1$	$y_{6,21} = 1$
$y_{2,10} = 1$	$y_{51} = 1$	$y_{55} = 1$	$y_{5,15} = 1$	
$y_{2,11} = 1$	$y_{52} = 1$	$y_{56} = 1$	$y_{5,16} = 1$	

Tabela 5.16: Solução 3: variáveis y_{ij} não-nulas

- $x_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: quantidade, em *ton*, da família i a ser alocada no local j;

  A tabela 5.17 apresenta os valores para essas variáveis. As demais variáveis x_{ij} que não estiverem na tabela são nulas.

$x_{1,19} = 16,00$	$x_{2,12} = 3,84$	$x_{55} = 30,00$	$x_{57} = 27,00$	$x_{5,17} = 22,50$
$x_{28} = 14,40$	$x_{3,20} = 4,50$	$x_{53} = 30,00$	$x_{5,13} = 22,50$	$x_{5,18} = 7,50$
$x_{29} = 14,40$	$x_{4,22} = 7,50$	$x_{54} = 30,00$	$x_{5,14} = 22,50$	$x_{6,21} = 5,80$
$x_{2,10} = 14,40$	$x_{51} = 30,00$	$x_{55} = 30,00$	$x_{5,15} = 22,50$	
$x_{2,11} = 12,96$	$x_{52} = 30,00$	$x_{56} = 30,00$	$x_{5,16} = 22,50$	

Tabela 5.17: Solução 3: variáveis x_{ij} não-nulas

- $e_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: excesso, em *ton*, para o preenchimento do local j com a família i.

  A tabela 5.18 apresenta os valores não-nulos para essas variáveis.

$e_{28} = 1,44$	$e_{51} = 3,00$	$e_{54} = 3,00$	$e_{5,13} = 2,25$	$e_{5,16} = 2,25$
$e_{29} = 1,44$	$e_{52} = 3,00$	$e_{55} = 3,00$	$e_{5,14} = 2,25$	$e_{5,17} = 2,25$
$e_{2,10} = 1,44$	$e_{53} = 3,00$	$e_{56} = 3,00$	$e_{5,15} = 2,25$	

Tabela 5.18: Solução 3: variáveis e_{ij} não-nulas

Quando o modelo é rodado para este cenário de volume inicial não-nulo, com $\alpha = 1$, obtém-se a configuração para o leiaute mostrada na figura 5.5.

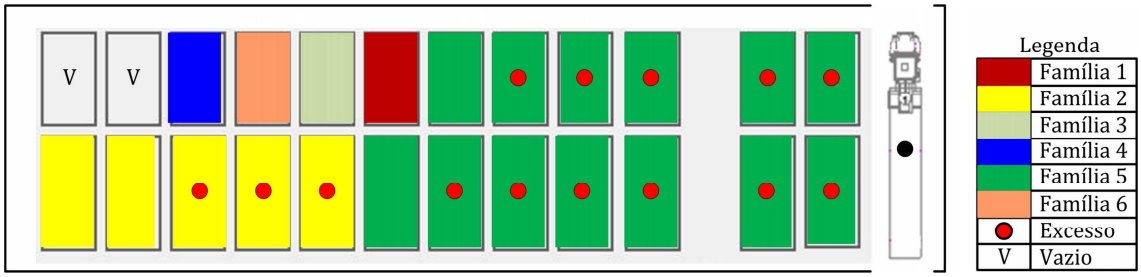

Figura 5.5: Solução para a alocação com volume inicial não-nulo e baixa penalidade para o excesso

O resultado que se pode visualizar na figura 5.5 acima, mostra que o modelo manteve boa parte da configuração inicial, ou seja, aquela mostrado na figura 5.2, salvo a realocação da família 4 em função de menores custos encontrados com essa mudança e com as novas quantidades entrantes. Também vale observar que devido à baixa penalização imposta ao excesso de preenchimento dos locais de armazenagem, o modelo sugere que é melhor se pagar o custo pelo uso do excesso dessas posições do que se pagar o custo referente à ocupação de todas as posições dessa área de armazenagem.

Avalia-se também como ficaria a configuração do leiaute para essas famílias selecionadas, com penalidade maior ($\alpha = 100$) para o excesso de produtos nos locais de armazenagem, e com volume inicial não-nulo. Neste caso, o conjunto $\mathbb{E}$ é dado por:

$$\mathbb{E} = \left\{ \begin{array}{cccccccc} (1,20) & (2,9) & (2,10) & (2,11) & (2,12) & (3,21) & (4,23) & (5,1) \\ (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) & (5,7) & (5,8) & (5,13) \\ (5,14) & (5,15) & (5,16) & (5,17) & (5,18) & (5,19) & (6,22) & \end{array} \right\}$$

Os resultados foram obtidos com um tempo computacional de *0,08 segundos*, o valor da função objetivo é igual a *4510,5* e, os valores ótimos para as variáveis do modelo podem ser visualizados nas tabelas 5.19, 5.20 e na figura 5.6.

- Variáveis y_{ij}

  A tabela 5.19 apresenta os valores para essas variáveis. As demais variáveis y_{ij} que não estiverem na tabela são nulas.

- $x_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: quantidade, em *ton*, da família i a ser alocada no local j;

  A tabela 5.20 apresenta os valores para essas variáveis. As demais variáveis x_{ij} que não estiverem na tabela são nulas.

$y_{1,20} = 1$	$y_{2,12} = 1$	$y_{53} = 1$	$y_{5,13} = 1$	$y_{5,18} = 1$
$y_{28} = 1$	$y_{3,21} = 1$	$y_{54} = 1$	$y_{5,14} = 1$	$y_{5,19} = 1$
$y_{29} = 1$	$y_{4,23} = 1$	$y_{55} = 1$	$y_{5,15} = 1$	$y_{6,22} = 1$
$y_{2,10} = 1$	$y_{51} = 1$	$y_{56} = 1$	$y_{5,16} = 1$	
$y_{2,11} = 1$	$y_{52} = 1$	$y_{57} = 1$	$y_{5,17} = 1$	

Tabela 5.19: Solução 4: variáveis y_{ij} não-nulas

$x_{1,20} = 16,00$	$x_{2,12} = 8,16$	$x_{53} = 27,00$	$x_{5,13} = 20,25$	$x_{5,18} = 20,25$
$x_{28} = 12,96$	$x_{3,21} = 4,50$	$x_{54} = 27,00$	$x_{5,14} = 20,25$	$x_{5,19} = 16,50$
$x_{29} = 12,96$	$x_{4,23} = 7,50$	$x_{55} = 27,00$	$x_{5,15} = 20,25$	$x_{6,22} = 5,80$
$x_{2,10} = 12,96$	$x_{51} = 27,00$	$x_{56} = 27,00$	$x_{5,16} = 20,25$	
$x_{2,11} = 12,96$	$x_{52} = 27,00$	$x_{57} = 27,00$	$x_{5,17} = 20,25$	

Tabela 5.20: Solução 4: variáveis x_{ij} não-nulas

- $e_{ij}, \forall\ (i,j) \in \mathbb{A}$: excesso, em *ton*, para o preenchimento do local j com a família i.

  Para $\alpha = 100$, todas as variáveis e_{ij} são nulas, não existindo assim, extrapolação dos limites desejados de preenchimento das capacidades dos locais.

A saída do modelo de alocação forneceu uma sugestão de configuração para o leiaute conforme ilustrado pela figura 5.6.

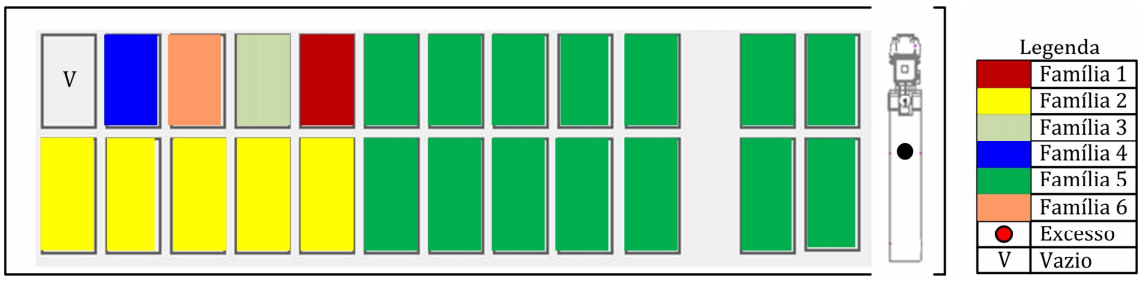

Figura 5.6: Solução para a alocação com volume inicial não-nulo e alta penalidade para o excesso

Assim como no caso com volume inicial nulo, aqui também, quando foi aplicada uma penalidade maior para a existência de excesso, o modelo sugeriu "espalhar"mais os produtos pelos locais de armazenagem, ao invés de se ter extrapolações de capacidades nos locais. O modelo também sugeriu a desalocação da família 5 do local 8 devido ao fato de encontrar menores custos com essa mudança e com as novas quantidades entrantes.

Com relação ao comportamento das funções objetivo nas duas possibilidades exemplificadas para volume inicial não-nulo (com $\alpha = 1$ e $\alpha = 100$), pode-se construir o gráfico da figura 5.7, que apresenta a participação de cada parcela pertecente à respectiva função objetivo em seu valor mínimo final.

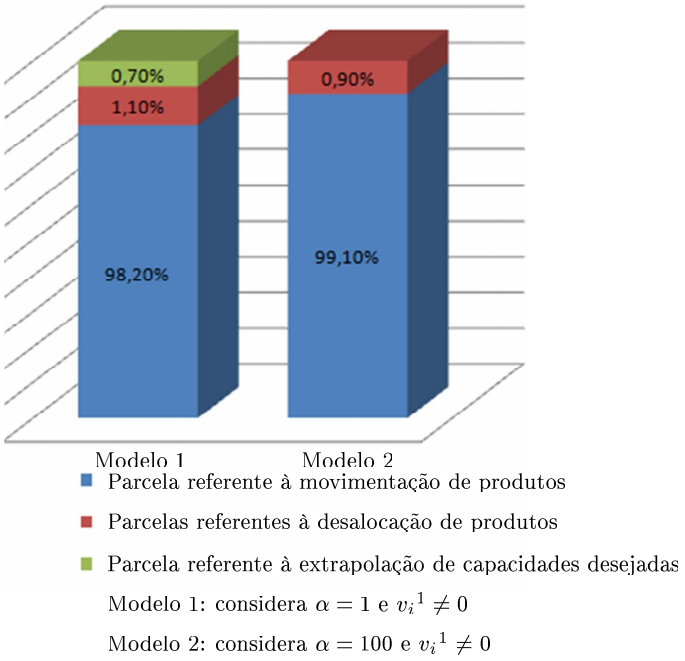

Figura 5.7: Gráfico das participações percentuais de cada parcela na função objetivo

Como pode ser verificado no gráfico acima, a parcela referente à movimentação de produtos, $(\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} d_j h_i x_{ij})$, possui maior participação (98,2%) no valor da função objetivo do modelo com baixa penalidade para o excesso de armazenagem. As parcelas referentes à desalocação de produtos, $(-\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} c_{ij} y_{ij} + \sum_{(i,j)\in\mathbb{E}} c_{ij})$, participam com 1,10% do valor da função objetivo e os outros 0,70% são devidos a participação da parcela referente à extrapolação dos limites desejados de armazenagem, $\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} \alpha_j e_{ij}$.

No modelo que utiliza maior penalidade para o excesso, a participação da parcela de movimentação de produtos chega a ser de 99,10%. Os outros 0,90% são devidos às desalocações de produtos.

A figura 5.8 resume os diferentes cenários propostos na exemplificação numérica da modelagem proposta.

Em todos os cenários considerados, o modelo alocou a família de maior movimentação (Família 5) próximo ao ponto de carga e descarga. Atendeu também, às exigências de preenchimento das capacidades de armazenagem de cada local, de acordo com decisão de se permitir ou não a extrapolação dessas capacidades. Por fim, o modelo avaliou os

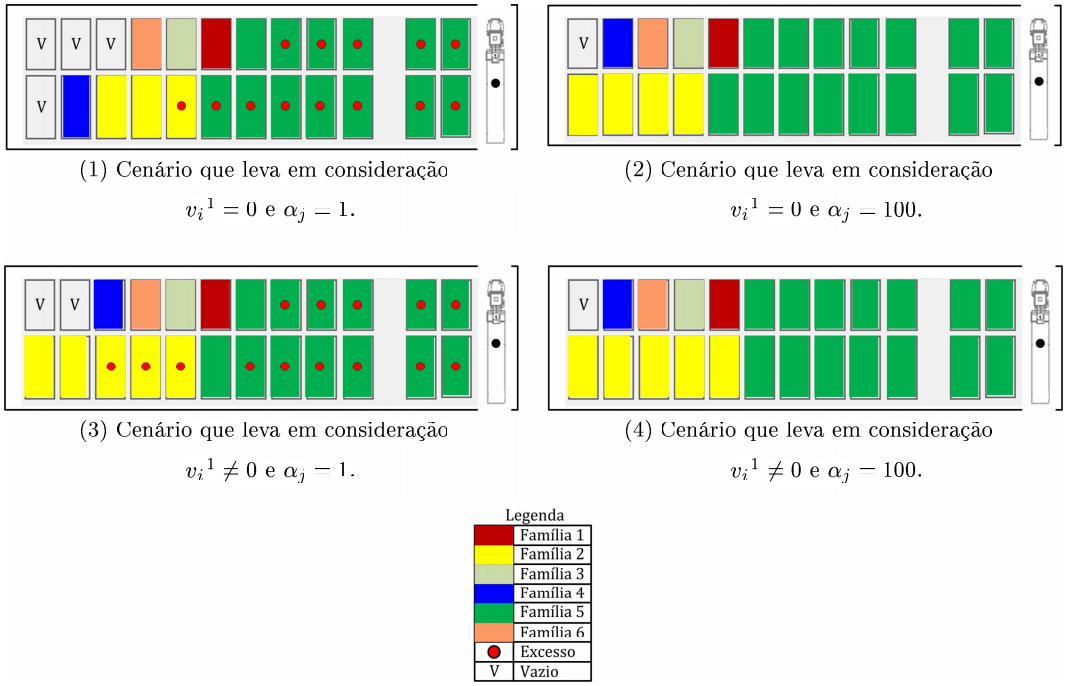

Figura 5.8: Soluções propostas para a exemplificação de diferentes cenários

ganhos resultantes da desalocação de algumas famílias para serem alocadas em outros locais dentro da mesma área de armazenagem. Assim, propôs a mudança da Família 4 de local no cenário 3 quando comparado com o cenário 1.

5.3 Resultados práticos

Apresentam-se aqui, alguns dos resultados obtidos com a aplicação da metodologia na empresa estudada. Como dito anteriormente, os modelos propostos foram implementados computacionalmente na linguagem C++. O sistema desenvolvido recupera os dados de um banco de dados e, utilizando as rotinas do otimizador *CPLEX versão 9.1*, gera os modelos obtendo suas respectivas soluções.

Com o modelo de agrupamento, foram definidas 36 famílias que agrupam os produtos descritos em dados históricos da empresa. Cada uma dessas famílias possui suas próprias características que definem quais produtos deverão ser agrupados nelas. O número de 36 famílias é um número que, a partir das características consideradas (*diâmetro externo, comprimento, tipo de embalagem e necessidade de desmagnetização*), não permite a presença de produtos nas famílias com características diferentes daquelas que definem essas famílias.

As figuras 5.9 e 5.10 trazem exemplos de dados de 2 das 36 famílias que foram definidas a partir da metodologia de agrupamento de produtos. Os valores quantitativos expressos nessas figuras correspondem aos dados de dezembro de 2007.

Na figura 5.9 pode-se observar que a Família 8, cujos produtos possuem certas características físicas, esteve presente (dezembro de 2007) em quatro depósitos e em cada um desses, ela apresentou valores distintos para o volume em toneladas e para os indicadores de movimentação em relação às demais famílias que estavam armazenadas. É interessante destacar que uma família pode possuir diferentes valores para o indicador de movimentação entre os depósitos. Isso é justificado pelo fato de existirem diferentes demandas pelos produtos de cada depósito.

A outra figura, 5.10, traz características da Família 27. Essa família agrupa produtos com certas características físicas e esteve presente (dezembro de 2007) em cinco depósitos. Em cada depósito ela possuía uma quantidade em toneladas e um indicador de movimentação.

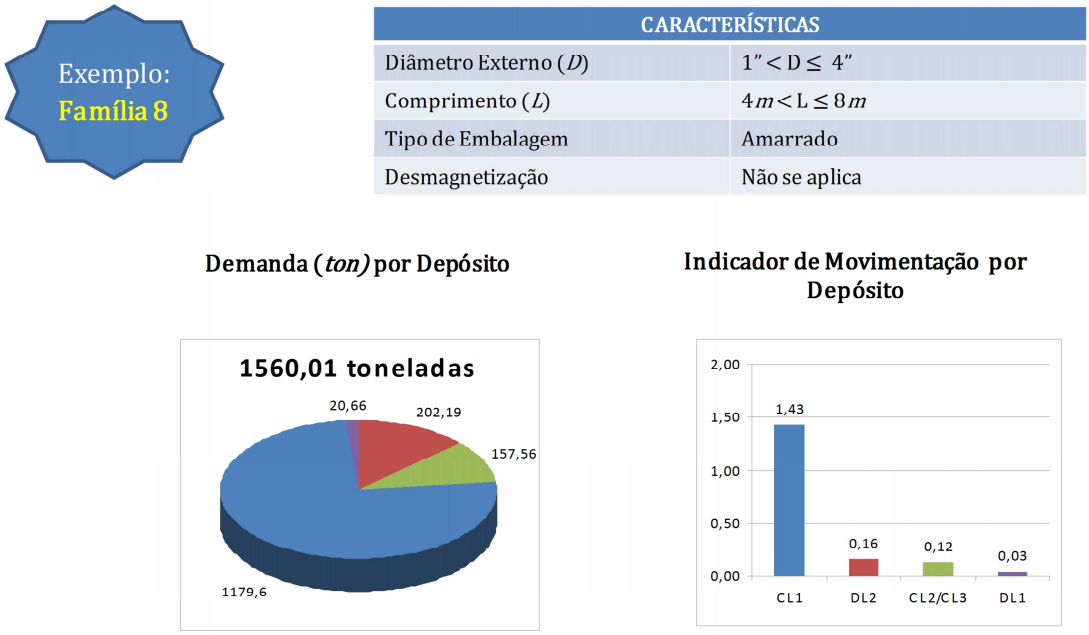

Figura 5.9: Exemplo de um agrupamento gerado: Família 8

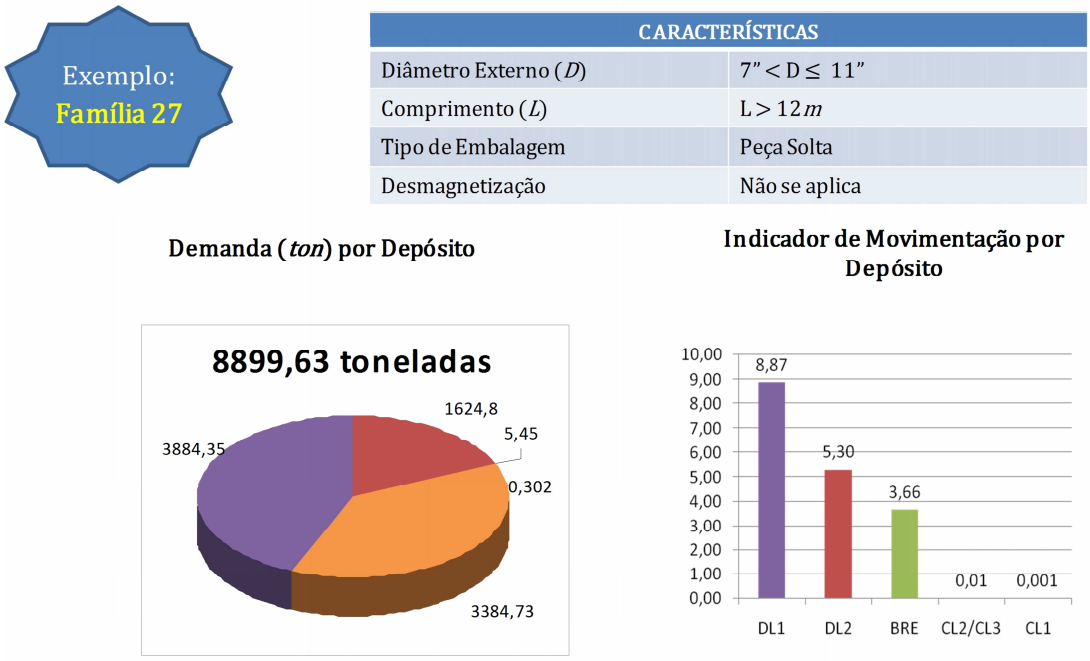

Figura 5.10: Exemplo de um agrupamento gerado: Família 27

Após a definição das famílias, foi implementado o modelo de alocação de produtos nos depósitos. Este modelo de alocação foi testado em diferentes cenários de armazenagem de produtos dentro da áreas de armazenagem da empresa.

Para exemplificar os resultados obtidos, durante o mês de abril de 2008, aplicou-se o modelo de alocação para uma das áreas de armazenagem (depósito CL1) da empresa. Existia um conjunto de produtos que já estavam armazenados nesta área. Esses produtos foram agrupados em famílias de acordo com o modelo de agrupamentos proposto. Os dados desses produtos podem ser vistos na figura 5.11. As cores, nessa figura, podem facilitar a visualização gráfica dos resultados.

As famílias mostradas na figura 5.11 estavam armazenadas dentro da área considerada (CL1). Efetuou-se um levantamento dos locais onde essas famílias encontravam-se e definiu-se um mapeamento dessas localizações. Posteriormente, baseado nos mesmos dados da figura 5.11, aplicou-se o modelo de alocação e foi proposta uma nova configuração do leiaute para a área considerada. O antes e o depois da aplicação do modelo podem ser vistos na figura 5.12.

Como se pode observar na figura 5.12, antes da solução proposta, a maioria dos locais eram ocupados por mais de uma uma família de produtos. Isto implica em produtos com características físicas diferentes sendo armazenados em um mesmo local. Foi observado na época que: os corredores de transitação interna estavam sendo invadidos por extremidades

Índice	Nome	Indicador de Movimentação	Taxa de Ocupação (ton/m^3)	Quantidade (ton)
(i)		(h_i)	(t_i)	(V_i)
1	1	1.82	2.90	15.90
2	2	11.22	1.60	221.34
3	6	18.15	1.70	297.47
4	7	27.60	1.80	330.00
5	8	25.15	0.70	400.00
6	9	2.11	0.90	33.95
7	10	0.07	0.40	0.80
8	13	0.44	3.20	9.38
9	14	0.07	1.60	0.16
10	16	3.87	1.30	56.17
11	20	0.15	0.60	2.48
12	22	0.15	0.60	0.94
13	24	0.80	1.20	13.85
14	26	0.07	1.70	1.97
15	35	0.07	1.40	3.15
16	36	6.90		62,44
17	31	0.15	3.90	2.38
18	32	0.22	0.90	2.17
19	33	0.95	1.70	10.66

Figura 5.11: Dados das famílias

de tubos; tubos de diâmetro maior estavam armazenados sobre tubos de diâmetro menor, provocando assim, avarias nestes últimos; tubos com diferentes tipos de embalagem sendo armazenados num mesmo local e quantidades da mesma família de produtos espalhadas pelo depósito, sem critério algum.

Além disso, supondo-se que todos os produtos dessa área de armazenagem fossem despachados até que o depósito se esvaziasse completamente, seria necessário que se movimentasse esses produtos utilizando os recursos disponíveis. Considerando a movimentação em duas dimensões, a parcela $\sum_{(i,j)\in\mathbb{A}} d_j h_i x_{ij}$ da função objetivo assumiria um determinado valor para essa movimentação. Esse valor seria decrescido de 22,8% caso a movimentação se desse com os produtos alocados de acordo com a situação proposta. Ou seja, haveria uma redução da movimentação de produtos dentro do depósito caso se adotasse a situação proposta.

O modelo também foi testado nas outras áreas de armazenagem e mostrou-se capaz de propor leiautes condizentes com as necessidades da empresa. Entretanto, a leitura dos arquivos, que contém a solução gerada do modelo, ficou um tanto quanto árdua. Uma maneira de se contornar essa situação foi através da construção de uma interface visual gráfica. Para isso desenvolveu-se um *software*, conforme descrito na seção seguinte.

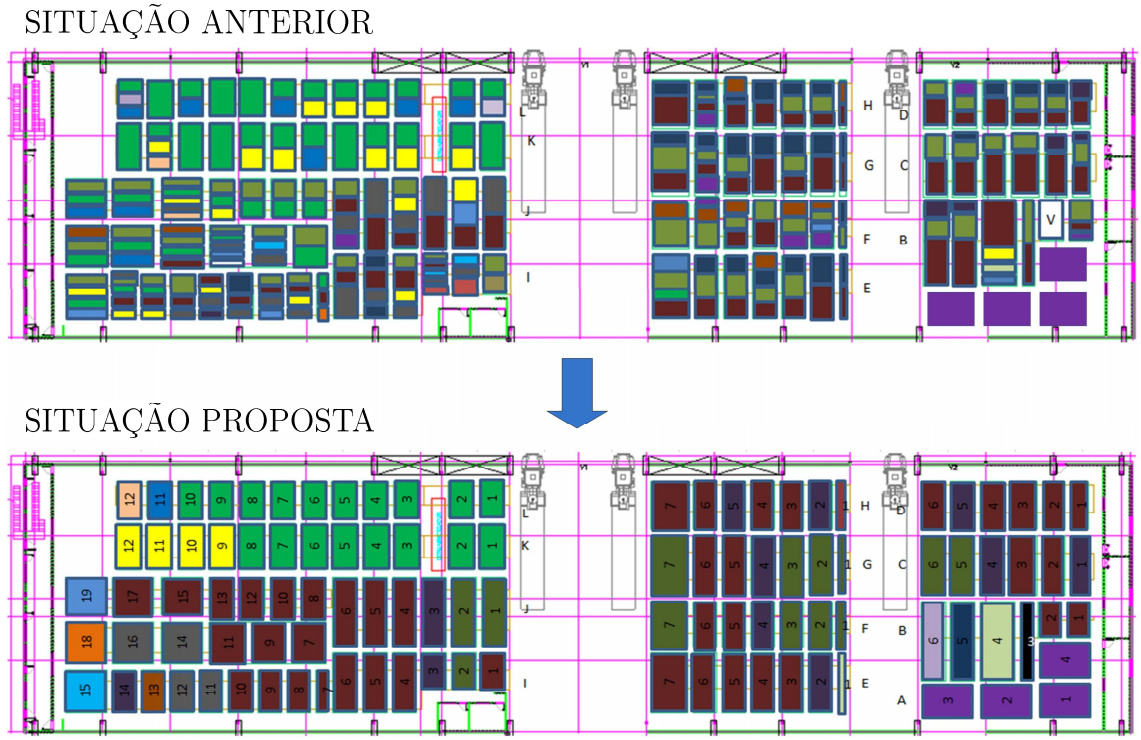

Figura 5.12: Comparação entre o antes e o depois da situação proposta

5.4 Software desenvolvido

O *software* foi desenvolvido em linguagem C# e tem como principal função gerar uma interface visual gráfica para a solução do modelo de alocação de famílias de produtos. A figura 5.13 esquematiza a sua lógica de funcionamento.

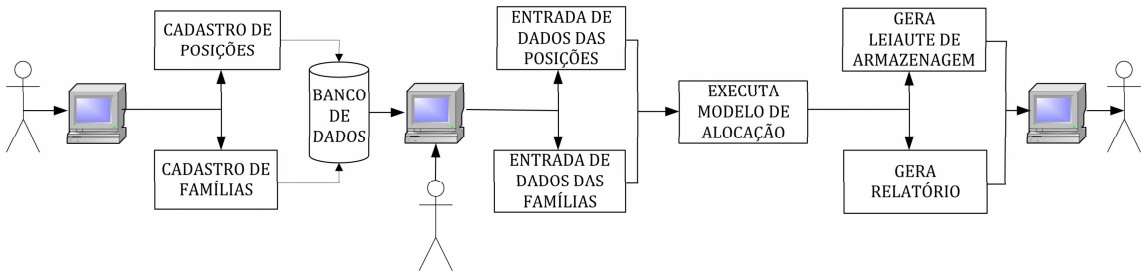

Figura 5.13: Lógica de funcionamento do software desenvolvido

No aplicativo, primeiramente, o usuário tem acesso a uma janela que contém as áreas de armazenagem da empresa. Nessa tela, ele seleciona uma dessas áreas e então é redi-

recionado para uma nova janela que apresenta a estruturação física da área escolhida. Logo em seguida, o usuário pode cadastrar as posições (locais) daquela área com suas respectivas características, tais como, distância, superfície e altura. O mesmo é feito para as famílias que serão armazenadas naquela área. Nesse caso, cadastram-se as características principais que definem as famílias, tais como comprimento, diâmetro externo, tipo de embalagem e necessidade de desmagnetização. Esses cadastros são salvos e ficam armazenados em um banco de dados desenvolvido para a aplicação.

Para se visualizar a solução gráfica do modelo de alocação para uma determinada área, o usuário deve acessar as informações de famílias e posições que se encontram cadastradas no banco de dados para aquela área. O usuário, através de uma janela contendo campos a serem preenchidos, pode definir os dados de entrada para o modelo.

Em seguida, o usuário procede com a execução do modelo de alocação, clicando em um botão próprio para isso. Esse evento chama o programa que lê os dados de entrada e executa o modelo de alocação, realizando sua otimização. Ao término da otimização, o *software* imprime uma imagem aérea da área de armazenagem contendo a proposta do leiaute otimizado. Existe também, a possibilidade de se comparar mais de uma proposta. A figura 5.14 traz uma visualização desse resultado.

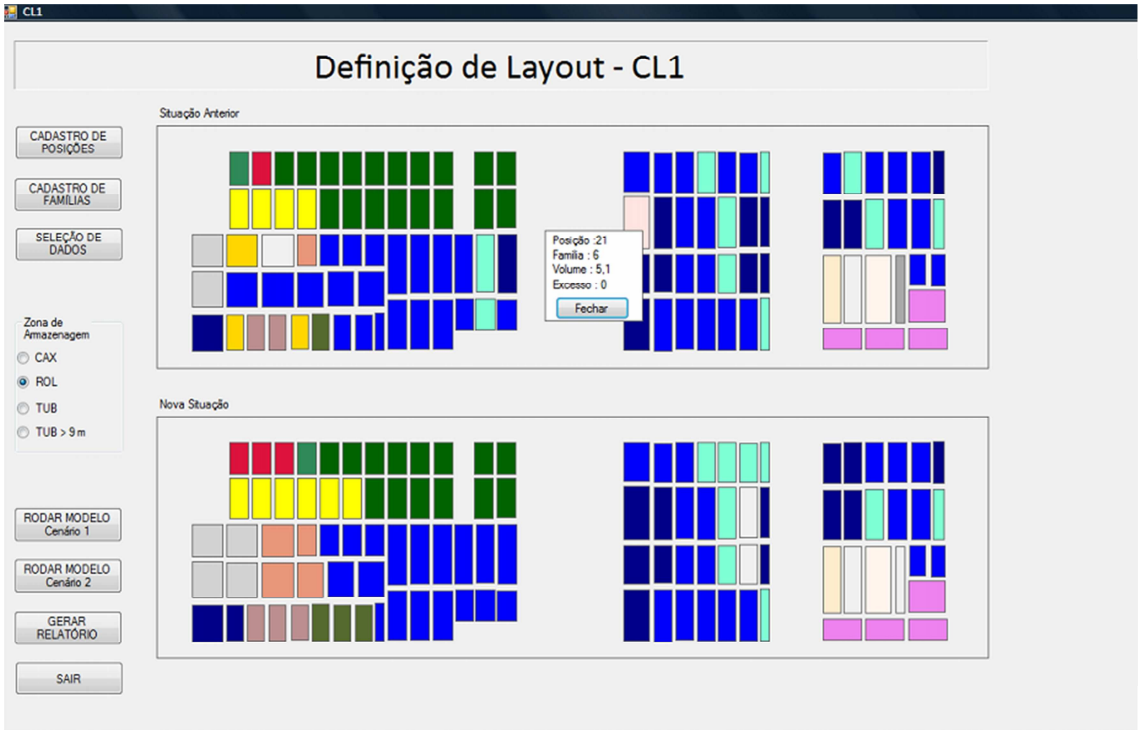

Figura 5.14: Exemplo de interface gerada pelo software

Associado a essa interface gráfica, existe a possibilidade de se imprimir um relatório

contendo todas as informações sobre o leiaute proposto, tais como família por local e quantidades a serem armazenadas.

5.5 Performance computacional

Para se apresentar a robustez dos modelos propostos, foram feitas várias simulações variando-se o número de produtos e de locais para a medição do tempo computacional. Os problemas foram resolvidos em uma plataforma Turion 64x2 com processador AMD de 1,86 GHz, 2 GB de memória RAM e sistema operacional Windows Vista 2007. Utilizou-se o solver *CPLEX versão 9.1.*

Na tabela 5.21 são apresentados alguns resultados computacionais para o modelo de agrupamento de produtos em famílias, a partir de instâncias com diferentes possibilidades para o número de produtos a serem agrupados. Nesta tabela apresentam-se o número de características consideradas essenciais para o agrupamento, o número de famílias geradas, os tempos de processamento, os limites superiores (LS), os limites inferiores (LI) e os *gaps* para as soluções encontradas.

Produtos	Características	Famílias	Tempo de CPU (s)	LS	LI	*Gap (%)*
15	13	6*	0,02	0,00	0,00	0,00
15	13	4	0,03	3,00	3,00	0,00
98	13	39*	0,39	0,00	0,00	0,00
98	13	20	0,40	40,00	40,00	0,00
98	13	5	45,04	162,00	162,00	0,00
115	13	26*	0,66	0,00	0,00	0,00
115	13	20	0,69	110,00	110,00	0,00
115	13	5	1,09	137,00	137,00	0,00
115	20	35*	0,52	0,00	0,00	0,00
115	20	20	0,67	32,00	32,00	0,00
115	20	5	0,95	164,00	0,00	0,00
115	60	35*	0,56	0,00	0,00	0,00
115	60	20	0,67	96,00	96,00	0,00
115	60	5	0,98	492,00	492,00	0,00

Valores com (*) representam os agrupamentos com distâncias nulas entre os produtos.

Tabela 5.21: Resultados computacionais para o modelo de agrupamento

Observa-se que em quase todas as instâncias, o modelo foi capaz de encontrar a solução ótima em tempos menores que 1 segundo, salvo a quinta e oitava instâncias que apresentaram tempos de 45,04 e 1,09 segundos, respectivamente. Observa-se também, que os

tempos computacionais tendem a aumentar quando o número de famílias a serem geradas para uma determinada quantidade de produtos é reduzido.

Com relação aos valores da função objetivo, observa-se que estes aumentam à medida que se reduz o número de famílias geradas. Existe um número ótimo de famílias, abaixo do qual não se consegue mais anular a função objetivo. Números menores que esse ótimo, fazem com que existam produtos com características diferentes sendo agrupados juntos. Por isso a função objetivo, que minimiza a soma das distâncias entre os produtos, não apresenta valores nulos nesses casos.

Já na tabela 5.22 são apresentados alguns resultados computacionais para o modelo de alocação, a partir de instâncias com diferentes possibilidades para o número de famílias e para o número de locais, mantendo-se todos os parâmetros constantes. Nesta tabela também se apresentam os tempos de processamento, os limites superiores (LS), os limites inferiores (LI) e os *gaps* para as soluções encontradas.

N^o de Famílias	N^o de Locais	Tempo de CPU (s)	LS	LI	*Gap (%)*
4	24	0,09	1168,4	1168,4	0,00
	47	0,11	687,6	687,6	0,00
	80	0,09	483,4	483,4	0,00
	108	0,14	483,4	483,4	0,00
7	24	2,17	1371,6	1371,6	0,00
	47	0,92	772,0	772,0	0,00
	80	0,61	535,4	535,4	0,00
	108	1,03	535,4	535,4	0,00
10	24	21,86	975,6	975,6	0,00
	47	25,58	533,1	533,1	0,00
	80	58,94	363,3	363,3	0,00
	108	91,48	363,3	363,3	0,00
14	80	103,52	732,4	732,4	0,00
	108	154,41	732,4	732,4	0,00
20	80	271,54	300,3	300,3	0,00
	108	155,72	300,3	300,3	0,00
30	80	973,95	305,7	305,7	0,00
	108	1007,99	305,7	305,7	0,00
36	80	3600,00	3881,7	3820,1	1,61
	108	3600,00	3830,8	3820,7	0,26

Tabela 5.22: Resultados computacionais para o modelo de alocação

Os modelos matemáticos aplicados na modelagem de problemas gerados em Sistemas de Planejamento e de Decisão onde a movimentação e a armazenagem de produtos estão

presentes, envolvem na maioria das vezes, variáveis de decisão positivas contínuas, binárias e outras também de natureza discreta.

Em alguns destes contextos, as decisões podem estar reduzidas a um número finito de alternativas, porém esse número de alternativas pode crescer de maneira não-polinomial se expresso pelo número de produtos considerados. Os modelos assim gerados são conhecidos na literatura especializada como problemas de difícil resolução numérica ou problemas *NP-Completos* (ver GAREY e JOHNSON [17]), como é o caso apresentado nessa dissertação.

Conforme se pode perceber, o tempo de CPU aumenta à medida que o número de famílias vai aumentando. E no pior caso considerado, que é o de alocar 36 famílias de produtos dentro de 108 locais possíveis (maior número de locais entre todas as áreas de armazenagem), após uma hora, a diferença entre o limite superior da solução (LS) e o limite inferior (LI) ainda era de 0,26%. Essa diferença significa que a solução está, no máximo, a 0,26% da solução ótima.

Porém, observando os tempos computacionais para o modelo de alocação, pode-se dizer que eles não ultrapassam o tempo disponível para tomada de decisão sobre o leiaute de armazenagem, uma vez que cenários podem ser testados em tempos relativamente curtos se comparados ao tempo de giro dos estoques dentro dos armazéns.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

O número de decisões que devem ser tomadas na operação de armazéns suporta a utilização de métodos que auxiliem a tomada dessas decisões. E é neste contexto que o presente trabalho foi concebido. Desenvolveu-se uma metodologia, baseada em modelos de programação linear, para auxiliar o processo de armazenagem de produtos acabados. Com isso, se tornou possível determinar com antecedência como será realizada a alocação de produtos dentro de armazéns.

Na contextualização do estudo, foram apresentados problemas de uma empresa no que tange à armazenagem e movimentação de produtos acabados. Esses problemas podem perfeitamente ocorrer em outras empresas também. Logo, as soluções propostas aqui podem ser expandidas para esses outros casos.

Algumas dificuldades foram encontradas nas fases de identificação dos problemas e sua compreensão. Isso ocorre com frequência em sistemas de maior complexidade, dado que existem muitas variáveis envolvidas nos processos e poucas informações registradas sobre algumas delas. Apesar dessas dificuldades, o trabalho conseguiu contorná-las através de um intensiva pesquisa de campo associada à revisão do estado da arte sobre as questões de armazenagem.

No levantamento bibliográfico, foi possível perceber a necessidade de se atuar nas variáveis de maior influência na armazenagem, conhecendo o sentido que precisa ser impresso às ações, em relação a cada variável, para a melhor obtenção dos objetivos visados. Assim, tem-se que orientar as atuações para determinar uma solução prática, dentro do compromisso de optar pela alternativa que dará à empresa maior operacionalidade com custos reduzidos. Essas orientações dão origem a um conjunto de princípios, a partir dos quais, as práticas de armazenagem devem ser projetadas.

A modelagem proposta teve a preocupação de ser coerente com esses princípios, uma vez que leva em consideração as necessidades de alocar ou desalocar produtos dentro

dos armazéns. Essas necessidades geram movimentações que devem estar de acordo com os princípios da integração de ações, da existência econômica, do tráfego mínimo, da distância mínima, da saturação do espaço, da flexibilidade, da satisfação e da segurança.

Ainda no levantamento bibliográfico, percebeu-se que os produtos podem apresentar certas relações entre si. O estudo dessas relações permite identificar produtos similares, que podem receber o mesmo tratamento na armazenagem. A política de agrupamento em famílias permite encontrar esses produtos. O modelo apresentado por Kusiak [27] agrupa esses produtos em f famílias. Porém, possui a desvantagem da pré-definição do número de famílias, que pôde ser contornada neste trabalho se reescrevendo tal modelo. A nova função objetivo determina o número necessário de famílias para se agrupar eficientemente os produtos.

Com base no referencial identificado, foi proposto um modelo matemático de programação linear visando determinar quais os melhores locais de armazenagem para cada família de produtos nas estruturas estabelecidas. A função objetivo do modelo visa minimizar a soma total dos pesos associados à alocação dessas famílias. A consideração de questões de movimentação e localização no modelo proposto está em acordo com os fundamentos de logística empresarial, que considera o conjunto dessas duas decisões integradas à questão dos estoques, fundamental para um bom planejamento de redes logísticas.

O modelo proposto foi implementado na linguagem C++ e utiliza as funções do otimizador CPLEX versão 9.1. Com o modelo de agrupamento foram definidas 36 famílias de produtos, que se distinguem entre si por 4 grupos de características principais: comprimento, diâmetro externo, tipo de embalagem e necessidade de desmagnetização dos produtos. Os resultados obtidos com o modelo de alocação se validaram na prática e estão condizentes com as necessidades da empresa. Para a maioria das aplicações neste estudo, os modelos conseguiram ser resolvidos em tempos hábeis para a tomada de decisão. Porém, esses tempos aumentavam significativamente quando o número de produtos a serem alocados aumentava. Isto está de acordo com que foi visto na literatura, uma vez que se tratam de problemas considerados como de difícil resolução numérica.

Outros tipos de tratamento poderiam ser dados ao problema considerado. Um desses é o tratamento dado ao problema de empacotamento em 2 ou 3 dimensões (GAREY e JOHNSON [17]). Os produtos podem ser caracterizados pela largura a_j, pela altura h_j e pelo comprimento b_j, referenciado por uma tripla ordenada $\{a_j, h_j, b_j\}$, ou seja, $\{a_j, h_j, b_j\} \neq \{h_j, a_j, b_j\}$ (rotações implicam em itens distintos), para todo $j \in J = \{1, 2, ..., n\}$. Inicialmente há uma disponibilidade de pelo menos m locais tridimensionais, tendo dimensões internas: largura A_i, altura H_i e comprimento B_i. O problema consistiria em se "empacotar"todos os n produtos, utilizando a menor quantidade possível de espaço. Também é considerado como um problema de difícil resolução numérica.

A metodologia aqui apresentada está sendo implantada na empresa e passará a ser adotada assim que as novas disposições dos armazéns forem concluídas. Tal metodologia também

está sendo difundida para outras plantas da empresa para que seja adotada por estas.

Como sugestões para trabalhos futuros, ressalta-se a implementação de técnicas computacionais (como métodos heurísticos) para resolução de instâncias de dimensões mais elevadas, de forma a se obter boas soluções em tempos de processamento razoáveis. O modelo desenvolvido conjuga os pesos de alocação e desalocação em função dos locais. Também podem ser feitos estudos mais precisos dos outros custos envolvidos na armazenagem, como o custo de recursos tais como, a mão-de-obra e os equipamentos utilizados. Estes custos podem ser inseridos na função objetivo do modelo de alocação, a fim de se obter soluções que também contemplem essas outras questões operacionais.

Por fim, espera-se que este trabalho contribua para o estudo do tema na literatura, por ter sido tratado um problema real. Também é intenção que este texto venha ajudar os profissionais que lidam com a logística de armazenagem, nos seus respectivos processos de tomada de decisão.

Referências Bibliográficas

[1] J. R. T. Arnold. *Administração de materiais.* Ed. Atlas, São Paulo, 1999.

[2] R. H. Ballou. *Logística Empresarial: transportes, administração de materiais e distribuição física.* Ed. Atlas, São Paulo, 1993.

[3] R. H. Ballou. *Gerenciamento da cadeia de suprimentos: planejamento, organização e logística empresarial.* Bookman, Porto Alegre, 2001.

[4] F. Boctor. A linear formulation of the machine-part cell formation problem. *Internattional Journal of Production Research*, 29(2):343–356, 1991.

[5] J. L. Burbidge. *The Introduction of Group Technology.* John Wiley, 1975.

[6] M. P. Chandrasekharan and R. Rajagopalan. Groupability: Analysis of the properties of binary data matrices for group technology. *Internattional Journal of Production Research*, 27(6):1039–1052, 1992.

[7] H. Y. Ching. *Gestão de estoques na cadeia de logística integrada.* Ed. Atlas, São Paulo, 1999.

[8] K. Choe and G.P. Sharp. Small parts order picking: design and operation. *Disponível em:*, 1991.

[9] M. Christopher. *Logística e Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos: estratégias para a redução de custos e melhorias dos serviços.* Pioneira, São Paulo, 2001.

[10] C. H. Chu. Cluster analysis in manufacturing cell formation. *Omega*, pages 289–295, 1989.

[11] Centro de Estudos em Logística. Panorama logístico: custos logísticos no brasil. Relatório de pesquisa, COPPEAD/UFRJ, 2008.

[12] Instituto Brasileiro de Siderurgia. *Anuário Estatístico.* IBS, Rio de Janeiro, 2008.

[13] D. J. Bowersox e D. J. Closs. *Logística Empresarial: o processo de integração da cadeia de suprimento.* Atlas, São Paulo, 2001.

[14] J. M. Carvalho e J. A. Oliveira. Programação de operações em sistemas com tempo de processamento variável. *Pesquisa Operacional*, 22:323–344, 2002.

[15] A. Eynan and M. J. Rosenblatt. Establishing zones in singlecommand class-based rectangular as/rs. *IIE Transactions*, 26(1):38–46, 1994.

[16] E. A. Frazelle and G. P. Sharp. Correlated assignment strategy can improve order-picking operation. *Industrial Engineering*, 4:33–37, 1989.

[17] M.R. Garey and D.S. Johnson. *Computers and Intractability: a Guide to the Theory of NP-Completeness*. W.H. Freeman, 1979.

[18] S.C. Graves, W. H. Hausman, and L.B. Schwarz. Storage retrieval interleaving in automatic warehousing systems. *Management Science*, 23(9):935–945, 1977.

[19] T. Gudehus. *Principles of Order Picking: operations in distribution and warehousing systems*. W. Girardet, Essen, Germany, 1973.

[20] W. H. Hausman, L.B. Schwarz, and S.C. Graves. Optimal storage assignment in automatic warehousing systems. *Management Science*, 22(6):629–638, 1976.

[21] A. Hax and D. Candea. *Production and Inventory Management*. Prentice-Hall, New Jersey, 1984.

[22] J.Gu, L. F. McGinnis, and M. Goetschalckx. Research on warehouse operation: a comprehensive review. *European Jounal of Operation Research*, 177:1–21, 2007.

[23] J. R. King and V. Nakornchai. Machine-component group formation in group tecnology: Review and extension. *International Journal of Production Research*, 20, 1982.

[24] P. Kouvelis and V. Papanicolaou. Expected travel time and optimal boundary formulas for a two-class-based automated storage/retrieval system. *International Journal of Production Research*, 33(10):2889–2905, 1995.

[25] A. Kusiak. The generalizd group technology concept. *Internattional Journal of Production Research*, 25(4):561–569, 1987.

[26] A. Kusiak. *Intelligent Manufacturing Systems*. Prentice Hall International - New Jersey, 1990.

[27] A. Kusiak and W. Chow. Decomposition of manufacturing systems. *RA*, 4(5):457–471, 1988.

[28] A. Kusiak and W. S. Chow. Efficient solving of the group technology problem. *Journal of Manufacturing Sistems*, 6:117–124, 1987.

[29] K. K. Lai, J. Xue, and G. Zhang. Layout design for a paper reel warehouse: a two-stage heuristic approach. *International Journal of Production Economics*, 75(3):231–243, 2002.

[30] H. Lee and A. Garcia-Diaz. A network flow approach to solve clustering problems in group technology. *Internattional Journal of Production Research*, 31(3):606–612, 1993.

[31] M. K. Lee. A storage assignment policy in a man-on-board automated storage/retrieval system. *International Journal of Production Research*, 30(10):2281–2292, 1992.

[32] B. Malakooti and Z. Yang. A variable-parameter unsupervised learning clustering neural network approach with application to machine-part group formation. *International Journal of Production Research*, 33:2395–2413, 1995.

[33] J. L. Mújica. *A armazenagem na prática*. Ed. Pórtico, Lisboa, 1983.

[34] P. Montulet, A. Langevin, and D. Riopel. Minimizing the peak load: An alternate objective for dedicated storage policies. *International Journal of Production Research*, 36(5):1369–1385, 1998.

[35] G.F.K. Purcheck. A mathematical classification as a basis for the design of group technology production cells. *Production Engineer*, 54(1):35–48, 1974.

[36] M. Ratliff and H.D. Ratliff. Shared storage policies based on the duration stay of unit loaas. *Management Science*, 36(9):1120–1132, 1990.

[37] L.B. Schwarz, S.C. Graves, and W. H. Hausman. Storage retrieval interleaving in automatic warehousing systems. *AIIE Transactions*, 10(3):260–270, 1978.

[38] J.P. van den Berg. A literature survey on planning and control of warehousing systems. *AIIE Transactions*, 31:751–762, 1999.

[39] V. Venugopal and T. T. Narendran. Design of cellular manufacturing systems based on asymptotic forms of a boolean matrix. *European Jounal of Operation Research*, 67:405–417, 1993.

[40] J. C. Wei and G. M. Kern. Commonality analysis: a linear cell clustering algorithm for group technology. *Internattional Journal of Production Research*, 27(12):2052–2062, 1989.

[41] G. Zhang, J. Xue, and K.K. Lai. A class of genetic algorithms for multiple-level warehouse layout problems. *International Journal of Production Research*, 40(3):731–744, 2002.

Anexos

1. Estrutura física do galpão CL1

   A figura 6.1 mostra a planta baixa do galpão CL1. É um galpão com área coberta de 3.600 m^2. Sua estrutura de armazenagem contitui-se de tubos ou perfis fincados no chão, denominados *fueiros*, que servirão de hastes entre as quais, os produtos serão armazenados (ver esboço na figura 6.2).

   O galpão possui áreas destinadas à carga e descarga de produtos, onde carretas industriais entram trazendo produtos para serem armazenados e carretas e/ou caminhões saem com os produtos expedidos.

   Existem duas pontes rolantes que percorrem todo o galpão fazendo movimento de translação na longitude do galpão. Uma está impedida de se sobrepor à outra.

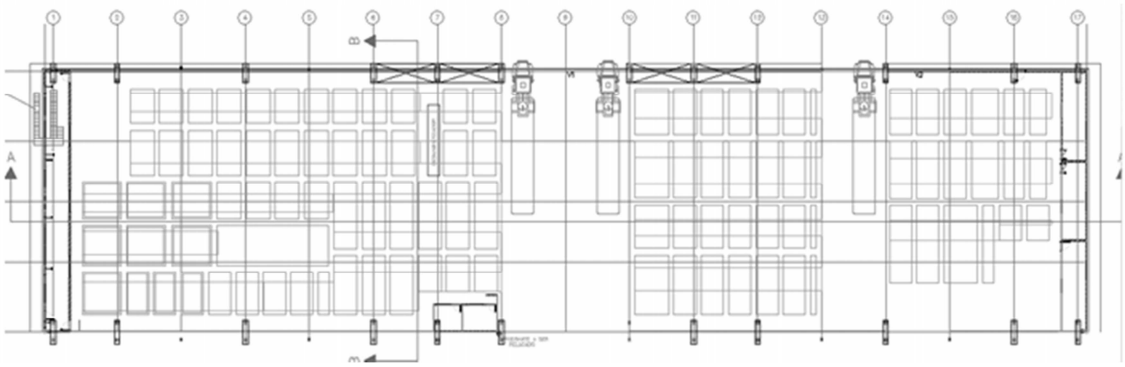

Figura 6.1: Estruturação física do galpão CL1

2. Estrutura física do galpão CL2

   A figura 6.3 mostra a planta baixa do galpão CL2. É um galpão com área coberta de 3.600 m^2. Sua estrutura de armazenagem contitui-se de *boxes* dentro dos quais, os produtos serão armazenados (ver esboço na figura 6.4). Os *boxes* se diferem dos fueiros por terem capacidade maior de armazenamento e por não serem fixos. Podem ser montados em qualquer local.

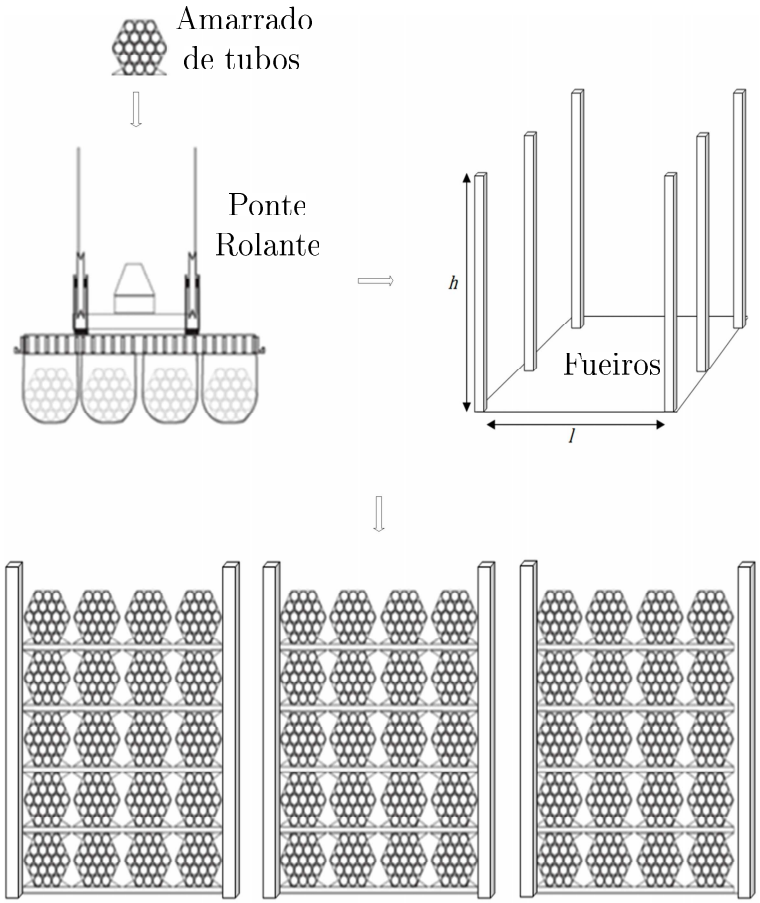

Figura 6.2: Estruturação da armazenagem no galpão CL1

O galpão também possui áreas destinadas à carga e descarga de produtos, onde carretas industriais entram trazendo produtos para serem armazenados e carretas e/ou caminhões saem com os produtos expedidos.

Existem duas pontes rolantes que percorrem todo o galpão fazendo movimento de translação na longitude do galpão. Uma está impedida de se sobrepor à outra.

3. Estrutura física do pátio CL3

A figura 6.5 mostra a planta baixa do pátio CL3. É um pátio com área de 3000 m^2. Os produtos são armazenados em pilhas sobre estruturas denominadas *gelos baianos* (ver esboço na figura 6.6).

O pátio também possui áreas destinadas à carga e descarga de produtos, onde carretas industriais entram trazendo produtos para serem armazenados e carretas e/ou caminhões saem com os produtos expedidos. O pátio CL3 é utilizado como área de apoio quando o nível de estoque está acima do esperado. A capacidade

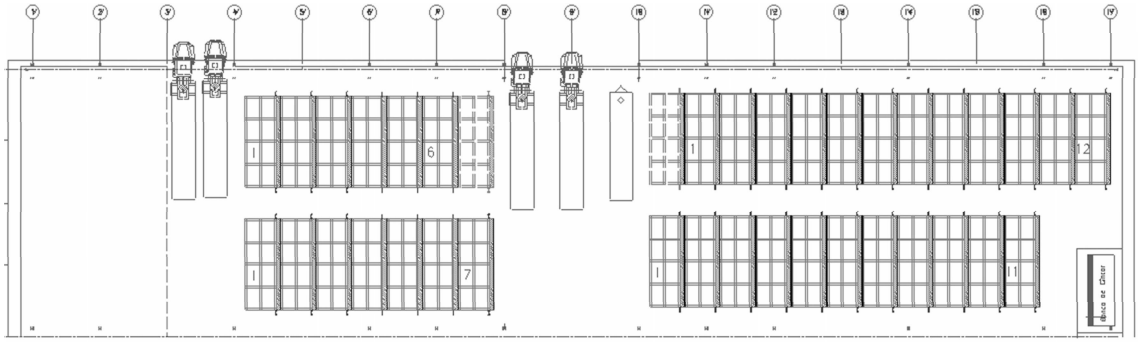

Figura 6.3: Estruturação física do galpão CL2

de armazenagem desta área é de 2.000 toneladas e a expedição somente é feita em casos estritamente necessários. Existem empilhadeiras (pás-carregadeiras) que movimentam os produtos nesse pátio.

4. Estrutura física do pátio DL1

   A figura 6.7 mostra a planta baixa do pátio DL1. É um pátio com área de 26.000 m^2. Esta área é destinada à armazenagem de tubos para o mercado de óleo e gás. Toda operação de carregamento é feita por três tratores do tipo *pás-carregadeiras* que operam 24 horas por dia. As capacidades de armazenagem e de expedição podem ser vistas na tabela 2.5. A armazenagem também é feita sobre gelo baiano.

5. Estrutura física do pátio DL2

   A figura 6.8 mostra a planta baixa do pátio DL2. É um pátio com área de 13.000 m^2 e é destinado à armazenagem de todos produtos expedidos pelo modal ferroviário. Toda operação é feita por três pórticos (pontes rolantes de maiores dimensões) que operam 24 horas por dia. As capacidades de armazenagem e de expedição também podem ser vistas na tabela 2.5. A armazenagem também é feita utilizando-se gelos baianos e boxes.

6. Estrutura física do pátio DL3

   O pátio DL3 está passaando por uma restruturação física e por isso não possui uma planta baixa ainda. É um pátio com área de 1de 13.000 m^2 que é destinada à armazenagem de tubos do segmento de óleo e gás que são expedidos pelo modal ferroviário. Nesta área concentram-se, principalmente, grandes projetos. Toda operação é feita por duas pás-carregadeiras que operam 24 horas por dia. As capacidades de armazenagem e de expedição podem ser vistas na tabela 2.5. A armazenagem também é feita utilizando-se gelos baianos.

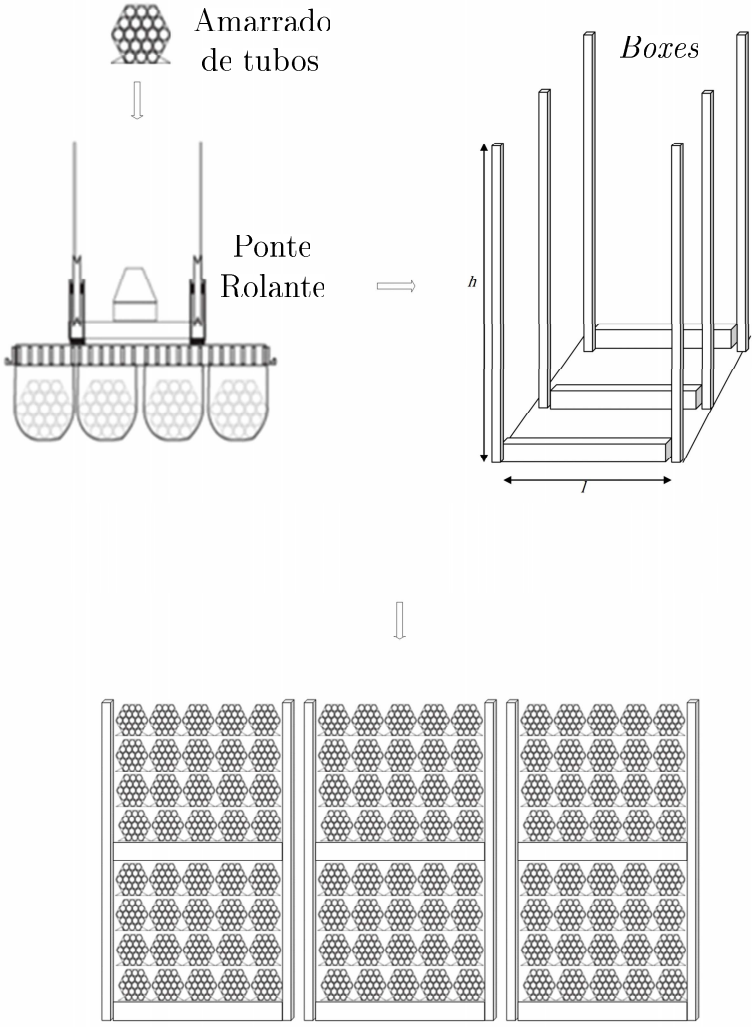

Figura 6.4: Estruturação da armazenagem no galpão CL2

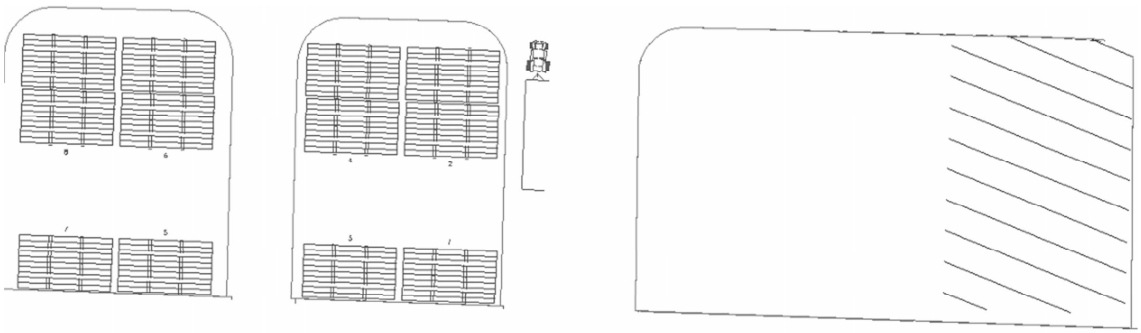

Figura 6.5: Estruturação física do pátio CL3

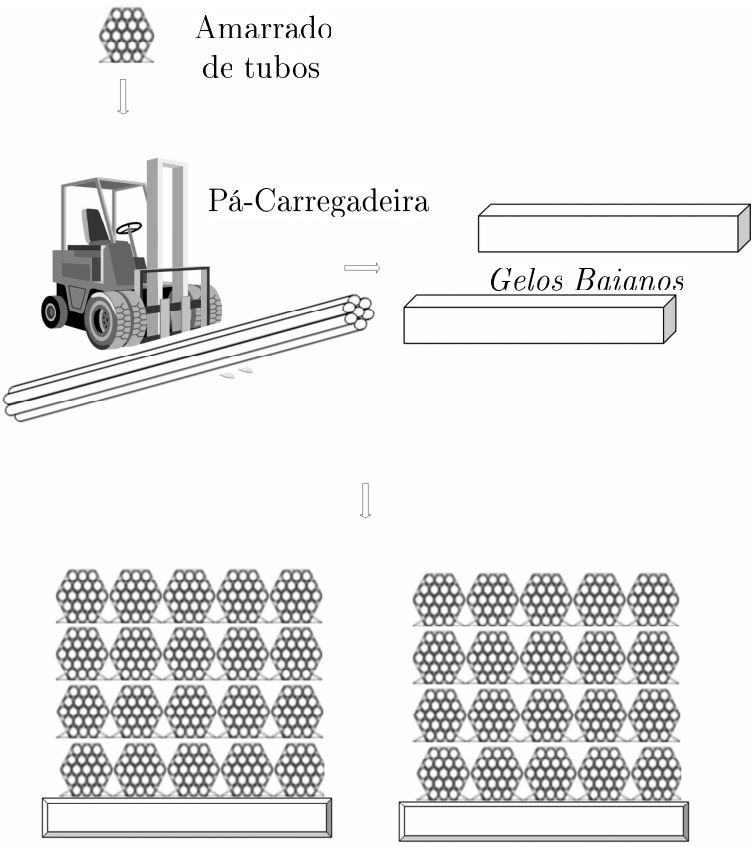

Figura 6.6: Estruturação da armazenagem no pátio CL3

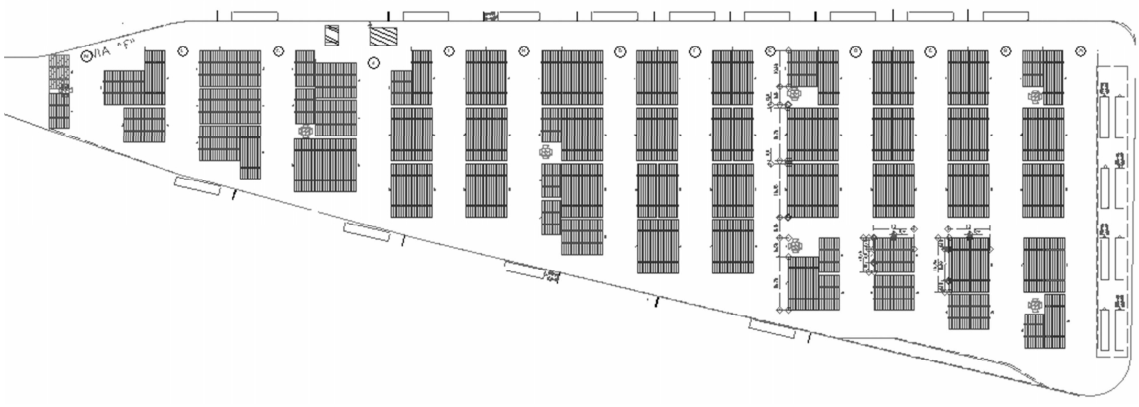

Figura 6.7: Estruturação física do pátio DL1

Figura 6.8: Estruturação física do pátio DL2