

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia de Estruturas
Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas

**IMPLEMENTAÇÃO DE MODELOS DE MICROPLANOS PARA
ANÁLISE NÃO-LINEAR DE ESTRUTURAS DE CONCRETO, UMA
ABORDAGEM ORIENTADA A OBJETOS**

Patrick Perez Ramos Silva

Dissertação apresentada ao corpo docente do curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS.

Orientador: Roque Luiz da Silva Pitangueira

Belo Horizonte
Fevereiro de 2002

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"IMPLEMENTAÇÃO DE MODELOS DE MICROPLANOS PARA
ANÁLISE NÃO-LINEAR DE ESTRUTURAS DE CONCRETO, UMA
ABORDAGEM ORIENTADA A OBJETOS"**

Patrick Perez Ramos Silva

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Roque Luiz da Silva Pitangueira
DEES/UFMG - (Orientador)

Prof. Alcebíades de Vasconcellos Filho
DEES/UFMG

Prof. Luís Eustáquio Moreira
DEES/UFMG

Prof. Raul Rosas e Silva
DEC/PUCRio

Belo Horizonte, 22 de fevereiro de 2002

Honra a teu pai e a tua mãe,
para que se prolonguem os
teus dias na terra que o
Senhor teu Deus te dá
(Êxodo 20:12).

Dedico este trabalho aos
meus pais que sempre me
incentivaram.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a DEUS.

Ao professor Roque pelo apoio e orientação durante o desenvolvimento deste trabalho.

À Michelliny pelo amor e compreensão.

Ao meu primo (irmão) Arlécio Júnior pelo apoio, amizade e companheirismo.

À Escola de Engenharia pelo suporte dado durante todo o curso.

Ao Eliezer pela paciência e amizade desenvolvida nestes dois anos de convivência no LAMEC.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente colaboraram para a execução deste trabalho.

Ao apoio financeiro dado pelos meus pais durante o período de agosto de 1999 a março de 2001.

Ao apoio financeiro dado pelo CNPq através do programa de bolsas durante o período de março de 2001 a março de 2002.

Ao apoio financeiro dado ao projeto de pesquisa pela Pró-Reitoria de Pesquisa da UFMG.

ÍNDICE

CAPÍTULO I.....	1
1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO	1
1.2 ETAPAS DO TRABALHO DE PESQUISA	1
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO.....	2
CAPÍTULO II. ANÁLISE NÃO-LINEAR DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	3
2.1 PRINCIPAIS ELEMENTOS DA ANÁLISE NÃO-LINEAR DE ESTRUTURAS DE CONCRETO	4
2.2 MÉTODOS INCREMENTAIS-ITERATIVOS DE CONTROLE	4
2.2.1 Controle de Carga	6
2.2.2 Controle Direto de Deslocamento.....	6
2.2.3 Controle de Comprimento de Arco.....	8
2.2.4 Controle de Deslocamento Generalizado	9
2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA CONCRETO	9
CAPÍTULO III. MODELOS CONSTITUTIVOS DE MICROPLANOS.....	15
3.1 BASES DOS MODELOS DE MICROPLANOS	16
3.2 MODELO EXPLÍCITO DE MICROPLANOS	18
3.2.1 Restrição Cinemática	18
3.2.2 Tensões nos Microplanos.....	19
3.2.3 Aplicação do P.T.V.....	20
3.3 MODELO DE MICROPLANOS COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA	21
3.3.1 Restrição Cinemática	21
3.3.2 Tensões nos Microplanos.....	24
3.3.3 Aplicação do P.T.V.....	24
3.4 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS.....	25
3.4.1 Lei Volumétrica	26
3.4.2 Lei Desviadora.....	26
3.4.3 Lei Tangencial	27
3.5 LEIS DE DESCARREGAMENTO E RECARREGAMENTO.....	28
3.5.1 Descarregamento e Recarregamento da Lei Volumétrica	29

3.5.2	Descarregamento e Recarregamento da Lei Desviadora	29
3.5.3	Descarregamento e Recarregamento da Lei Tangencial.....	30
3.6	INTEGRAÇÃO NUMÉRICA.....	31
CAPÍTULO IV. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL		34
4.1	PROGRAMAÇÃO ORIENTADA A OBJETOS	35
4.2	PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS	36
4.3	IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS DE MICROPLANOS	37
4.3.1	Expansão da Classe <i>Material</i>	37
4.3.2	Expansão da Classe <i>ConstModel</i>	38
4.3.3	Classe <i>Microplane</i>	40
4.3.4	Classe <i>MicroplaneLaw</i>	41
4.4	OBTENÇÃO DAS TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO E MODELAMENTO DA ARMADURA	42
CAPÍTULO V. EXEMPLOS		44
5.1	ESTUDO DA ESTABILIDADE NUMÉRICA DOS MODELOS IMPLEMENTADOS	45
5.1.1	Variação do Fator de Carga Externa Inicial (FCE).....	46
5.1.2	Variação da Tolerância para Convergência (TOL).....	50
5.1.3	Variação do Número de Microplanos (NMP).....	53
5.1.4	Variação dos Métodos Incrementais-Iterativos (MII)	56
5.1.5	Variação do Número de Elementos Finitos (NEF).....	59
5.1.6	Variação dos Parâmetros dos Materiais (PMT).....	63
5.2	PROBLEMAS DE INSTABILIDADE EM ESTADOS DE TRAÇÃO DOMINANTE	66
5.2.1	Ensaio de Tração Uniaxial	66
5.2.2	Ensaio de Tração com Cisalhamento.....	68
5.3	COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS	71
5.3.1	Ensaio Realizado por Van Mier et al. (1984)	73
5.3.2	Ensaio Realizado por Sinha et al. (1964).....	74
5.3.3	Ensaio Realizado por Reinhardt et al. (1984).....	75
5.4	ESTRUTURAS DE CONCRETO SIMPLES	77
5.4.1	Flexão em Três Pontos.....	77
5.4.2	Compressão Diametral.....	80

5.4.3	Viga de Feenstra e de Borst	84
5.4.4	Console de Concreto Simples	86
5.4.5	O Efeito da Prensa no Ensaio de Compressão Axial	88
5.5	ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO.....	94
5.5.1	Flexão em Viga de Concreto Armado	94
5.5.2	Tração em Barra de Aço Aderente ao Concreto	102
5.5.3	Compressão em Pilar de Concreto Armado.....	109
CAPÍTULO VI. CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....		112
6.1	CONCLUSÕES.....	113
6.2	SUGESTÕES	114

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1: COORDENADAS E PESOS PARA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA SOBRE UMA SEMI-ESFERA COM 21 PONTOS DE INTEGRAÇÃO (BAZANT E OH, 1985).....	32
TABELA 3.2: COORDENADAS E PESOS PARA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA SOBRE UMA SEMI-ESFERA COM 33 PONTOS DE INTEGRAÇÃO (BAZANT E OH, 1985).....	33
TABELA 4.1: FÓRMULAS UTILIZADAS PARA O CÁLCULO DAS TENSÕES E DOS TENSORES CONSTITUTIVOS TANGENTES MACROSCÓPICOS.....	39
TABELA 5.1: PARÂMETROS QUE DESCREVEM O CONCRETO ENSAIADO POR VAN MIER (1984).....	45
TABELA 5.2: PARÂMETROS UTILIZADOS NA ANÁLISE VARIANDO-SE O FATOR DE CARGA EXTERNA INICIAL (FCE).	47
TABELA 5.3: PARÂMETROS UTILIZADOS NA ANÁLISE VARIANDO-SE A TOLERÂNCIA PARA CONVERGÊNCIA (TOL).	50
TABELA 5.4: PARÂMETROS UTILIZADOS NA ANÁLISE VARIANDO-SE O NÚMERO DE MICROPLANOS (NMP).....	53
TABELA 5.5: PARÂMETROS UTILIZADOS NA ANÁLISE VARIANDO-SE OS MÉTODOS INCREMENTAIS-ITERATIVOS (MII).	56
TABELA 5.6: PARÂMETROS UTILIZADOS NA ANÁLISE (NEF).	60
TABELA 5.7: PARÂMETROS UTILIZADOS NA ANÁLISE VARIANDO-SE OS PARÂMETROS DO MATERIAL (PMT).	63
TABELA 5.8: PARÂMETROS DOS MATERIAIS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.	72
TABELA 5.9: TENSÕES MÁXIMAS ATINGIDAS PELO AÇO DA ARMADURA.	95

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1: ALGORITMO PARA PROCESSOS INCREMENTAIS-ITERATIVOS.....	5
FIGURA 2.2: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO TÍPICAS DA ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO.	6
FIGURA 2.3: PROCESSO INCREMENTAL-ITERATIVO DE CONTROLE DE CARGA.....	7
FIGURA 2.4: PROCESSO INCREMENTAL-ITERATIVO DE CONTROLE DIRETO DE DESLOCAMENTO.....	7
FIGURA 2.5: COMPRIMENTO DE ARCO COM TRAJETÓRIA DE ITERAÇÃO ORTOGONAL À TANGENTE INICIAL.	8
FIGURA 2.6: COMPRIMENTO DE ARCO COM TRAJETÓRIA DE ITERAÇÃO ORTOGONAL À TANGENTE ANTERIOR.	8
FIGURA 2.7: COMPRIMENTO DE ARCO COM TRAJETÓRIA DE ITERAÇÃO CIRCULAR.	9
FIGURA 2.8: CLASSIFICAÇÃO DE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA ESTRUTURAS DE CONCRETO: MODELO DISCRETO (A) E MODELO DISTRIBUÍDO (B).	10
FIGURA 2.9: REPRESENTAÇÃO DO MODELO DE MICROPLANOS	13
FIGURA 3.1: ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO DOS MODELOS DE MICROPLANOS.....	16
FIGURA 3.2: INDICAÇÃO DOS MICROPLANOS SOBRE UMA ESFERA UNITÁRIA OZBOLT ET AL.(2001).....	16
FIGURA 3.3: COMPONENTES DE DEFORMAÇÃO ADOTADAS NO MODELO DE CAROL ET AL. (1992).....	19
FIGURA 3.4: COMPONENTES DE DEFORMAÇÃO ADOTADAS NO MODELO DE OZBOLT ET AL. (2001).....	21
FIGURA 3.5: GRÁFICO DA FUNÇÃO DE DESCONTINUIDADE (OZBOLT ET AL., 2001).	23
FIGURA 3.6: GRÁFICO DA FUNÇÃO $f(\sigma_1)$ CONFORME OZBOLT ET AL.(2001).	24
FIGURA 3.7: LEI TENSÃO-DEFORMAÇÃO VOLUMÉTRICA	26
FIGURA 3.8: LEI TENSÃO-DEFORMAÇÃO DESVIADORA.....	27
FIGURA 3.9: LEI TANGENCIAL DE CAROL ET AL.(1992).	27
FIGURA 3.10: LEIS TANGENCIAIS DE OZBOLT ET AL.(2001).....	28
FIGURA 3.11: REGRA DE DESCARREGAMENTO E RECARREGAMENTO PARA A LEI VOLUMÉTRICA.	29
FIGURA 3.12: REGRA DE DESCARREGAMENTO E RECARREGAMENTO PARA A LEI DESVIADORA.....	30

FIGURA 3.13: REGRA DE DESCARREGAMENTO E RECARREGAMENTO PARA A LEI TANGENCIAL (CAROL ET AL.,1992).....	30
FIGURA 3.14: DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL DE UMA ESFERA (CAROL ET AL., 2001).	31
FIGURA 4.1: PRINCIPAIS INSTÂNCIAS DO FEMOOP.....	36
FIGURA 4.2: EXPANSÃO DA HIERARQUIA DA CLASSE MATERIAL.	38
FIGURA 4.3: EXPANSÃO DA HIERARQUIA DA CLASSE CONSTMODEL.	38
FIGURA 4.4: INSTÂNCIAS DA CLASSE MICROPLANE _{CM}	40
FIGURA 4.5: HIERARQUIA DA CLASSE MICROPLANE.....	40
FIGURA 4.6: HIERARQUIA DA CLASSE MICROPLANE _{LAW}	41
FIGURA 4.7: HIERARQUIA DA CLASSE PATH.	42
FIGURA 4.8: HIERARQUIA DA CLASSE CONSTMODEL.	43
FIGURA 4.9: CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO ADOTADA PARA O AÇO.....	43
FIGURA 5.1: MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO ESTUDO DA ESTABILIDADE NUMÉRICA.....	46
FIGURA 5.2: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS UTILIZANDO O MODELO EXPLÍCITO COM DIFERENTES FATORES DE CARGA EXTERNA.	48
FIGURA 5.3: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS UTILIZANDO O MODELO COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA PARA DIFERENTES FATORES DE CARGA EXTERNA.	49
FIGURA 5.4: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS ATRAVÉS DO MODELO EXPLÍCITO COM DIFERENTES TOLERÂNCIAS PARA CONVERGÊNCIA.....	51
FIGURA 5.5: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS ATRAVÉS DO MODELO COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA COM DIFERENTES TOLERÂNCIAS PARA CONVERGÊNCIA.....	52
FIGURA 5.6: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS ATRAVÉS DO MODELO EXPLÍCITO UTILIZANDO DIFERENTES NÚMEROS DE MICROPLANOS.....	54
FIGURA 5.7: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS ATRAVÉS DO MODELO COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA UTILIZANDO DIFERENTES NÚMEROS DE MICROPLANOS.....	55
FIGURA 5.8: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS ATRAVÉS DO MODELO EXPLÍCITO UTILIZANDO DIVERSOS MÉTODOS DE CONTROLE (CDG, CDD E CCA).....	57
FIGURA 5.9: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS ATRAVÉS DO MODELO COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA UTILIZANDO DIVERSOS MÉTODOS DE CONTROLE (CDG, CDD E CCA).....	58
FIGURA 5.10: MALHAS UTILIZADAS NO ENSAIO DE COMPRESSÃO AXIAL.	59

FIGURA 5.11: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS ATRAVÉS DO MODELO EXPLÍCITO UTILIZANDO DIVERSAS MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS (4, 16 E 64 ELEMENTOS).	61
FIGURA 5.12: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS ATRAVÉS DO MODELO COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA UTILIZANDO DIVERSAS MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS (4, 16 E 64 ELEMENTOS).	62
FIGURA 5.13: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS COM O MODELO EXPLÍCITO UTILIZANDO OS PARÂMETROS DO MATERIAL PROPOSTOS POR CAROL ET AL. (1992) E OZBOLT ET AL. (2001).	64
FIGURA 5.14: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO OBTIDAS COM O MODELO COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA UTILIZANDO OS PARÂMETROS DO MATERIAL PROPOSTOS POR OZBOLT ET AL. (2001) E CAROLO ET AL. (1992).	65
FIGURA 5.15: EXPANSÃO LATERAL VERIFICADA NO ENSAIO DE TRAÇÃO AXIAL.	67
FIGURA 5.16: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO DO ENSAIO DE TRAÇÃO AXIAL.	67
FIGURA 5.17: REDUÇÃO LATERAL VERIFICADA NO ENSAIO DE TRAÇÃO AXIAL.	68
FIGURA 5.18: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO DO ENSAIO DE TRAÇÃO AXIAL.	68
FIGURA 5.19: ESTADO DEFORMADO APRESENTADO PELO MODELO EXPLÍCITO NO ENSAIO DE TRAÇÃO COM CISALHAMENTO.	69
FIGURA 5.20: ESTADO DEFORMADO APRESENTADO PELO MODELO COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA NO ENSAIO DE TRAÇÃO COM CISALHAMENTO.	69
FIGURA 5.21: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO DO ENSAIO DE TRAÇÃO COM CISALHAMENTO UTILIZANDO (A) O MODELO EXPLÍCITO E (B) O MODELO COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA.	71
FIGURA 5.22: MALHA UTILIZADA NA SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE COMPRESSÃO AXIAL DE VAN MIER ET AL. (1984).	73
FIGURA 5.23: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DA SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE COMPRESSÃO AXIAL DE VAN MIER ET AL. (1984).	74
FIGURA 5.24: CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DA SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE COMPRESSÃO AXIAL DE SINHA ET AL. (1964).	75
FIGURA 5.25: MALHA UTILIZADA NA SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE TRAÇÃO AXIAL DE REINHARDT ET AL. (1984).	75
FIGURA 5.26: TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO DO ENSAIO DE TRAÇÃO AXIAL DE REINHARDT ET AL. (1984).	76
FIGURA 5.27: DISCRETIZAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS PARA FLEXÃO EM TRÊS PONTOS.	77

FIGURA 5.28: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO PARA O ENSAIO DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS.	78
FIGURA 5.29: VARIAÇÃO DAS TENSÕES NORMAIS HORIZONTAIS PARA O PROBLEMA DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS.	78
FIGURA 5.30: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO PARA O ENSAIO DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS CONSIDERANDO UMA FISSURA INICIAL.	79
FIGURA 5.31: VARIAÇÃO DAS TENSÕES NORMAIS HORIZONTAIS PARA O PROBLEMA DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS, COM UMA FISSURA INICIAL.	79
FIGURA 5.32: COMPARAÇÃO ENTRE AS TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO DO ENSAIO DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS COM E SEM FISSURA INICIAL.	80
FIGURA 5.33: MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO ENSAIO DE COMPRESSÃO DIAMETRAL.	81
FIGURA 5.34: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DO CONTATO ENTRE A PRENSA E O CILINDRO, UTILIZANDO O MÉTODO DE CONTROLE DE DESLOCAMENTO GENERALIZADO.	81
FIGURA 5.35: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DO PONTO A, UTILIZANDO O MÉTODO DE CONTROLE DE DESLOCAMENTO GENERALIZADO.	82
FIGURA 5.36: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DO CONTATO ENTRE A PRENSA E O CILINDRO, UTILIZANDO O MÉTODO DE CONTROLE DIRETO DE DESLOCAMENTO.	83
FIGURA 5.37: VARIAÇÃO DAS TENSÕES NORMAIS HORIZONTAIS PARA O ENSAIO DE COMPRESSÃO DIAMETRAL.	83
FIGURA 5.38: MALHA ADOTADA PARA O ENSAIO DE FEENSTRA E DE BOSRT (1993).	84
FIGURA 5.39: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO ASSOCIADA AO DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO DE APLICAÇÃO DA CARGA F2.	85
FIGURA 5.40: ESTADO DEFORMADO E CONTORNO DE TENSÕES DE CISLHAMENTO PARA O PONTO LIMITE DE CARGA.	85
FIGURA 5.41: MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO ENSAIO DO CONSOLE.	86
FIGURA 5.42: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DO PONTO A.	86
FIGURA 5.43: CONTORNO DE TENSÕES NO CONSOLE: (A) PARA A CARGA MÁXIMA E (B) NO PONTO C DA TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DA FIGURA 5.42.	87
FIGURA 5.44: ESQUEMA DO ENSAIO DE COMPRESSÃO AXIAL COM PRENSA.	88
FIGURA 5.45: MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NA SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE COMPRESSÃO AXIAL COM PRENSA.	89
FIGURA 5.46: VARIAÇÃO DAS TENSÕES NORMAIS VERTICAIS PARA O PROBLEMA DE COMPRESSÃO AXIAL COM PRENSA.	89

FIGURA 5.47: VARIAÇÃO DAS TENSÕES NORMAIS VERTICAIS PARA O PROBLEMA DE COMPRESSÃO AXIAL SEM A PRENSA.....	90
FIGURA 5.48: CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DOS PONTOS A1, B1 E C1, PARA AS SIMULAÇÕES COM E SEM A PRENSA.	91
FIGURA 5.49: CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DOS PONTOS A2, B2 E C2, PARA AS SIMULAÇÕES COM E SEM A PRENSA.	92
FIGURA 5.50: CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DOS PONTOS A3, B3 E C3, PARA AS SIMULAÇÕES COM E SEM A PRENSA.	93
FIGURA 5.51: CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO AÇO.	94
FIGURA 5.52: VIGA UTILIZADA NO ENSAIO.	94
FIGURA 5.53 - MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA NO ENSAIO.....	95
FIGURA 5.54: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DO PONTO A PARA DIVERSAS ÁREAS DE AÇO. 96	
FIGURA 5.55: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DO PONTO A PARA A VIGA COM 4 CM ² DE ÁREA DE AÇO.	96
FIGURA 5.56: DESCRIÇÃO DO ESTADO DA VIGA NO PASSO 4.	97
FIGURA 5.57: DESCRIÇÃO DO ESTADO DA VIGA NO PASSO 5.	98
FIGURA 5.58: DESCRIÇÃO DO ESTADO DA VIGA NO PASSO 6.	99
FIGURA 5.59: DESCRIÇÃO DO ESTADO DA VIGA NO PASSO 7.	100
FIGURA 5.60: DESCRIÇÃO DO ESTADO DA VIGA NO PASSO 34.	101
FIGURA 5.61: DISCRETIZAÇÃO UTILIZADA NO ENSAIO DE ARRANCAMENTO.	102
FIGURA 5.62: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DO PONTO DE APLICAÇÃO DA CARGA.	103
FIGURA 5.63: ESTADO DE TENSÃO DA PEÇA NO PASSO 1.	104
FIGURA 5.64: ESTADO DE TENSÃO DA PEÇA NO PASSO 6.	105
FIGURA 5.65: ESTADO DE TENSÃO DA PEÇA NO PASSO 18.	106
FIGURA 5.66: ESTADO DE TENSÃO DA PEÇA NO PASSO 24.	107
FIGURA 5.67: ESTADO DE TENSÃO DA PEÇA NO PASSO 60.	108
FIGURA 5.68: MALHA UTILIZADA PARA A SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM PILAR DE CONCRETO ARMADO.....	109
FIGURA 5.69: DIAGRAMA DE TENSÕES PARA O CARREGAMENTO MÁXIMO.	110
FIGURA 5.70: TRAJETÓRIA DE EQUILÍBRIO DO TOPO DO PILAR.	111

RESUMO

Este trabalho apresenta resultados da avaliação de duas implementações do modelo de microplanos (Modelo Explícito de Microplanos e Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática) para análise não-linear de estruturas de concreto através do método de elementos finitos. Um rápido estudo sobre os principais elementos de uma análise fisicamente não-linear é apresentado. Em seguida, as limitações dos modelos constitutivos ortotrópicos com dano escalar são discutidas e os modelos de microplanos são apresentados como alternativa. A evolução destes modelos é mostrada resumidamente. A formulação adotada para cálculo das tensões e avaliação da degradação da rigidez é discutida, enfatizando-se a obtenção destas grandezas num ponto material a partir da imposição de leis tensão-deformação em um conjunto de planos (microplanos) arbitrariamente orientados em torno do referido ponto. O detalhamento das implementações adotando a filosofia de programação orientada a objetos é apresentado. Através de simulações de ensaios de compressão axial, tração axial e cisalhamento, mostra-se que o Modelo Explícito de Microplanos apresenta sérios problemas de instabilidade numérica, enquanto o modelo com relaxação cinemática mostra-se mais estável para a mesma seqüência de ensaios. Assim, este modelo é utilizado na simulação de outros ensaios em estruturas de concreto simples, apresentando bons resultados na descrição de diferentes estados de tensão. Por fim, investiga-se o comportamento do Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática na simulação de ensaios em estruturas de concreto armado, considerando o aço como material elasto-plástico e aderência perfeita entre o aço e o concreto.

ABSTRACT

This work presents the evaluation results of two microplane models (the Explicit Microplane Model and the Microplane model with Relaxed Kinematic Constraint) to nonlinear analysis of concrete structures by finite element method. The main elements of a nonlinear physical analysis are studied shortly. The limitations of orthotropic constitutive models with scalar damage are discussed and the microplane models are presented as an alternative approach. The evolution of these models is shortly shown. The formulation used to obtain the stress state and the stiffness degradation of a material point, based on the definition of a set of planes (microplanes) and on the validity of stress-strain laws to each microplane, is discussed. Using object oriented programming methodology, implementations details are presented. Numerical simulations of axial compression, axial tension and shear tests show that the Explicit Microplane Model presents serious numerical instability problems and the Microplane Model with Relaxed Constraint is more stable to the same tests. Then, this model is used to simulate other tests in plain concrete structures, presenting good results for different stress states. Finally, the behavior of the Microplane Model with Relaxed Kinematic Constraint, to simulate reinforced concrete structures, is investigated in a such way that considers the steel as a elastoplastic material and perfect bond between concrete and steel.

CAPÍTULO I

1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

Materiais granulares e heterogêneos, normalmente formados a partir da combinação de diferentes constituintes, têm sido classificados como materiais semi-frágeis, devido à natureza de seu fraturamento. Dentre os materiais que fazem parte deste grupo, citam-se: argamassa, concreto simples, concreto armado, concreto com fibras (naturais ou artificiais) e outros geomateriais.

Em uma modelagem computacional através do método de elementos finitos, os seguintes aspectos precisam ser investigados e implementados de forma eficiente para melhor compreensão dos mecanismos de funcionamento e colapso das estruturas em materiais semi-frágeis:

- (a) Modelos constitutivos adequados;
- (b) Elementos finitos representativos dos fenômenos;
- (c) Métodos de controle da análise não-linear eficientes;
- (d) Tratamento apropriado da heterogeneidade do material.

O projeto de pesquisa do qual esta dissertação faz parte, visa confeccionar um sistema computacional que considera todos estes aspectos.

Esta dissertação refere-se aos itens (a) e (c). Trata-se da implementação, segundo o paradigma de programação orientada a objetos, de dois modelos constitutivos e da adequação entre estes modelos e diferentes métodos de controle de análise não-linear.

1.2 ETAPAS DO TRABALHO DE PESQUISA

Adotando o concreto como material de investigação, o trabalho que aqui se apresenta percorreu as seguintes etapas:

- (a) Implementação de modelos constitutivos de microplanos segundo a filosofia de programação orientada a objetos;
- (b) Avaliação do comportamento dos modelos junto com diversos métodos de controle de análise não-linear;
- (c) Verificação de possíveis problemas de instabilidade numérica nos modelos implementados e eleição do modelo mais adequado;
- (d) Comparação entre os resultados obtidos em simulações numéricas e os resultados de ensaios experimentais disponíveis;

- (e) Avaliação do desempenho do modelo na descrição do comportamento de estruturas de concreto simples e armado.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este trabalho está organizado em 6 capítulos. No capítulo 2, os principais elementos de uma análise fisicamente não-linear de estruturas, através do método de Elementos Finitos, são apresentados. Na primeira parte os principais processos incrementais-iterativos de solução das equações não-lineares de equilíbrio são apresentados resumidamente, com a finalidade de destacar as principais vantagens e desvantagens de cada um. Na seqüência, é feito um histórico dos principais modelos constitutivos utilizados para descrever o comportamento do concreto, destacando-se os modelos distribuídos ortotrópicos. As principais deficiências deste modelo são mostradas e evidencia-se então a necessidade da utilização do modelo distribuído de microplanos.

No capítulo 3, os modelos de microplanos são descritos. Inicialmente a evolução destes modelos é apresentada enfatizando-se os pontos comuns a todos os modelos de microplanos já desenvolvidos e as dificuldades observadas nos modelos iniciais. Em seguida, os dois modelos implementados são devidamente detalhados.

O capítulo 4 trata da implementação computacional. Este capítulo inicia apresentando conceitos básicos da filosofia de programação orientada a objetos. Em seguida, a estrutura do programa de elementos finitos utilizado neste trabalho é apresentada. A implementação dos modelos de microplanos é então detalhada, e os principais métodos são apresentados ressaltando-se o papel de cada um no corpo do programa.

Exemplos numéricos são apresentados e discutidos no capítulo 5. Este capítulo inicia apresentando um estudo da estabilidade numérica dos modelos implementados. Em seguida, o modelo numericamente mais estável, é validado através de comparações entre resultados experimentais e numéricos. Após esta etapa, uma série de simulações numéricas mostram o comportamento deste modelo para diferentes estados de tensão. Por fim, estruturas de concreto armado são simuladas com o objetivo de verificar o funcionamento do modelo na presença de armadura.

O capítulo 6 é dedicado às conclusões obtidas a partir deste trabalho, bem como sugestões para futuros trabalhos de pesquisa.

CAPÍTULO II

ANÁLISE NÃO-LINEAR DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Os principais elementos de uma análise fisicamente não-linear são apresentados neste capítulo. Os métodos incrementais-iterativos de controle utilizados durante o trabalho e os principais modelos constitutivos para análise não-linear de estruturas de concreto são discutidos, enfatizando-se suas vantagens e limitações.

2.1 PRINCIPAIS ELEMENTOS DA ANÁLISE NÃO-LINEAR DE ESTRUTURAS DE CONCRETO

Em mecânica estrutural, um problema é dito não-linear se a rigidez depende dos deslocamentos da estrutura. Esta dependência é dita geometricamente não-linear quando a rigidez é afetada por um estado excessivo de deformação, mesmo sem influência do comportamento do material. Quando a resposta do material é dependente do estado de deformação a que o mesmo é submetido, diz-se tratar-se de um problema fisicamente não-linear. Em estruturas de concreto é comum o tratamento de problemas de fissuração, esmagamento, rigidez residual em regiões danificadas, aderência concreto-aço, entre outros, como problemas fisicamente não-lineares. Em uma análise fisicamente não-linear, através do Método de Elementos Finitos, dois problemas devem ser solucionados:

- (1) Estabelecer técnicas de obtenção da resposta não-linear da estrutura;
- (2) Escolher adequadamente um modelo constitutivo para o cálculo das tensões e da variação da rigidez estrutural.

Na figura 2.1 é apresentado um fluxograma do processo de cálculo das tensões em uma análise não-linear. Observando este fluxograma, percebe-se a importância do modelo constitutivo e do método incremental-iterativo utilizado para a obtenção da resposta não-linear da estrutura. Assim, uma boa descrição numérica do comportamento da estrutura passa por uma escolha adequada do método incremental-iterativo e do modelo constitutivo utilizados na análise.

2.2 MÉTODOS INCREMENTAIS-ITERATIVOS DE CONTROLE

A representação do comportamento não-linear de estruturas de concreto, no espaço parâmetro de carga-deslocamentos envolve fenômenos de aumento de deslocamentos com decréscimo de cargas ou mesmo decréscimo de deslocamentos com decréscimo de cargas como mostram as trajetórias de equilíbrio da figura 2.2.

Na análise não-linear de uma estrutura deseja-se obter as trajetórias de equilíbrio para determinados graus de liberdade da discretização, executando-se um processo incremental- iterativo nas variáveis do problema.

Assim, dado um campo de deslocamentos $\{U\}$ e um fator de carga proporcional μ , equivalentes a um ponto da trajetória de equilíbrio (ponto A na figura 2.2), deseja-se encontrar outro ponto de equilíbrio (ponto B na figura 2.2) de modo que a variação de

determinadas grandezas do problema no passo incremental (do ponto A ao ponto B), seja controlada.

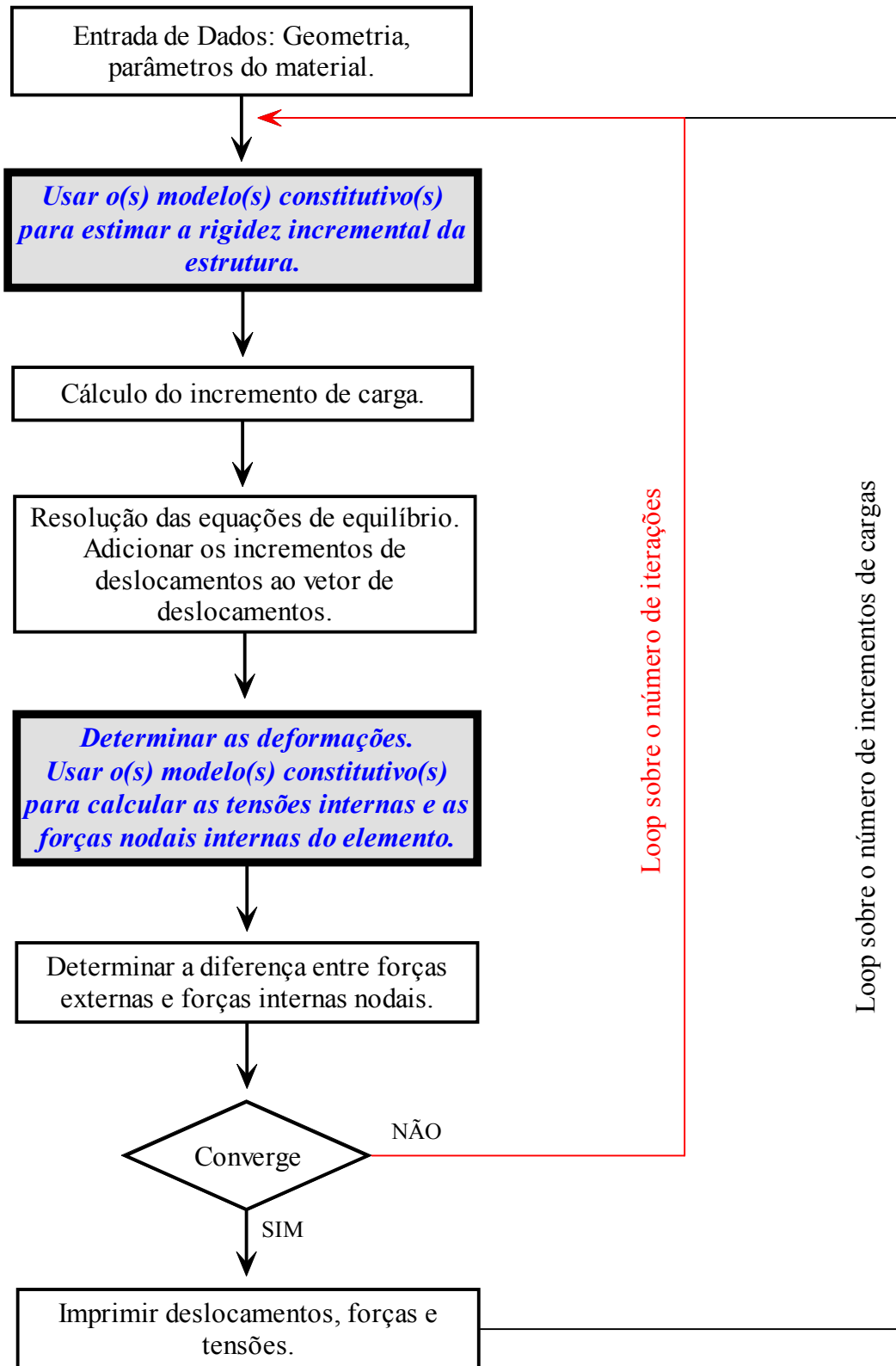


Figura 2.1: Algoritmo para processos incrementais-iterativos.

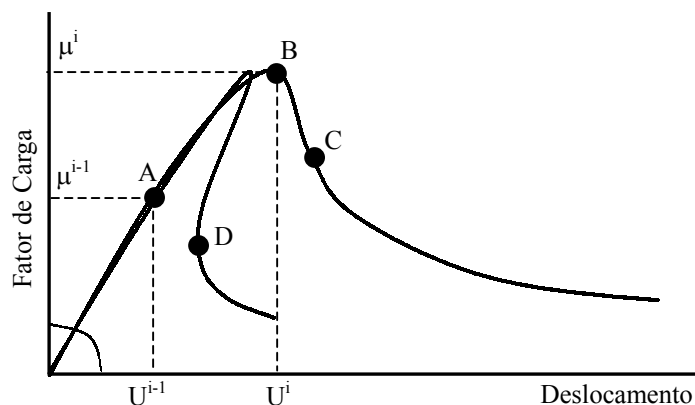


Figura 2.2: Trajetórias de equilíbrio típicas da análise de estruturas de concreto.

Diferentes métodos incrementais-iterativos têm sido usados para análise não-linear de estruturas de concreto, destacando-se os métodos de controle de carga, de controle direto de deslocamentos, de controle de comprimento de arco e de controle de deslocamento generalizado.

A seguir, estes métodos, disponíveis no programa de elementos finitos utilizado neste trabalho, são discutidos brevemente.

2.2.1 Controle de Carga

O controle de cargas é provavelmente o método mais largamente utilizado. Nesse método a carga externa é incrementada de um valor constante somente na primeira iteração de cada passo. Para as demais iterações, o incremento de carga é feito igual a zero, implicando num carregamento externo sempre constante (ver figura 2.3).

Como as iterações são processadas à carga constante, este método falha na passagem por pontos limites. Quando a carga externa ultrapassa o valor correspondente ao ponto limite (ponto B na figura 2.3), a linha horizontal que controla a trajetória de iteração nunca cruza a trajetória de equilíbrio e nenhum ponto de convergência pode ser obtido.

2.2.2 Controle Direto de Deslocamento

Este método supõe que as iterações são processadas a um deslocamento constante (figura 2.4). Uma componente de deslocamento é escolhida como o parâmetro de controle, e é incrementada de um valor constante na primeira iteração. Para as demais iterações a condição de incremento nulo na componente de controle deve ser satisfeita.

Da mesma forma que o método de controle de cargas não permite a passagem por pontos limites, o controle direto de deslocamento é ineficiente se o deslocamento de controle experimenta diminuição de um nível de carga para outro.

Para solucionar as dificuldades destes métodos, combinações de deslocamentos e fator de carga para controlar as iterações têm sido adotadas nos métodos de controle de comprimento de arco e deslocamento generalizado.

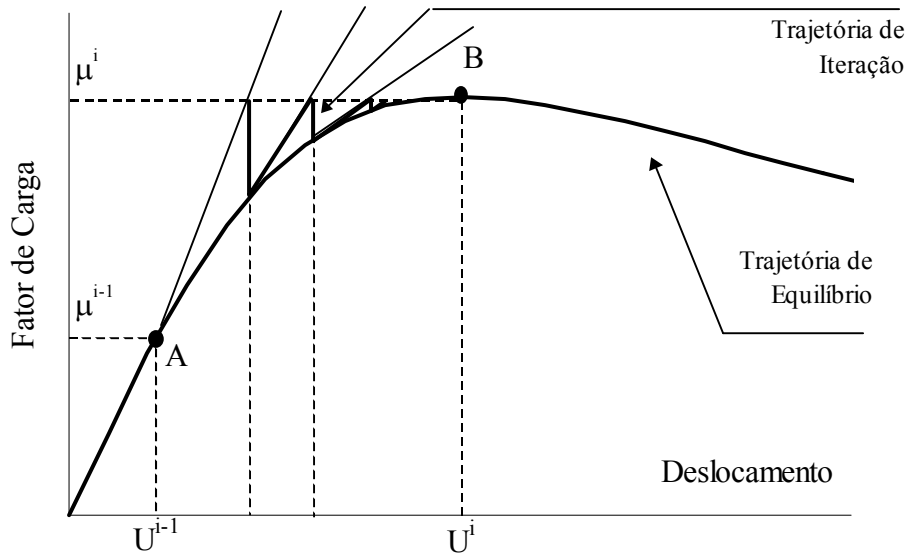


Figura 2.3: Processo incremental-iterativo de controle de carga.

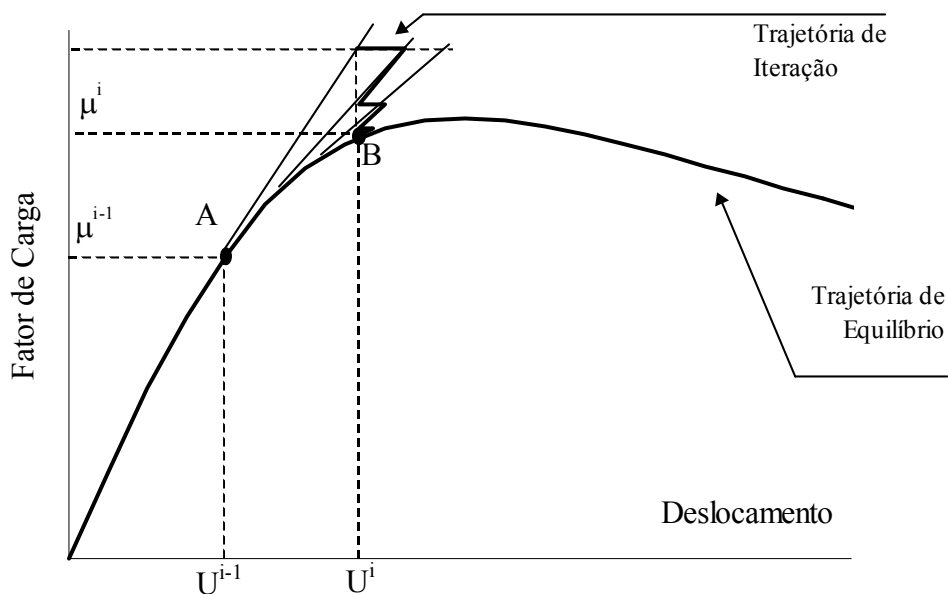


Figura 2.4: Processo incremental-iterativo de controle direto de deslocamento.

2.2.3 Controle de Comprimento de Arco

Nos métodos de comprimento de arco, uma combinação geométrica entre as variáveis deslocamentos e fator de carga proporcional controla o processo iterativo.

As figuras 2.5, 2.6 e 2.7 mostram três variações deste método. Na figura 2.5 tem-se o método atribuído à Ricks (1972, 1979), onde a trajetória de iteração é sempre mantida ortogonal à tangente inicial em cada passo. Na variante proposta por Ramm (1981) a trajetória de iteração é mantida ortogonal à tangente da iteração anterior (figura 2.6). No método atribuído a Crisfield (1981, 1983), a trajetória de iteração é um arco de circunferência como mostra a figura 2.7.

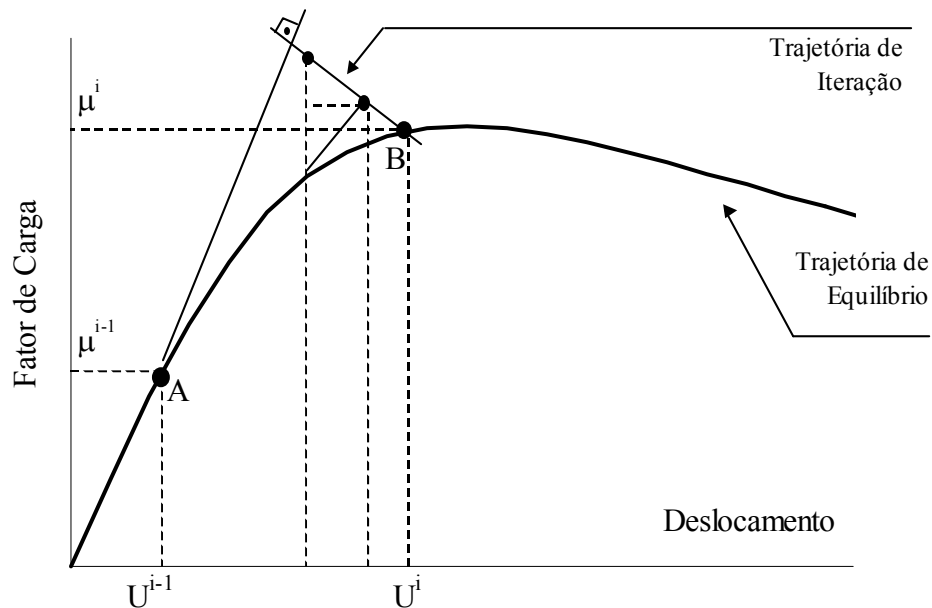


Figura 2.5: Comprimento de arco com trajetória de iteração ortogonal à tangente inicial.

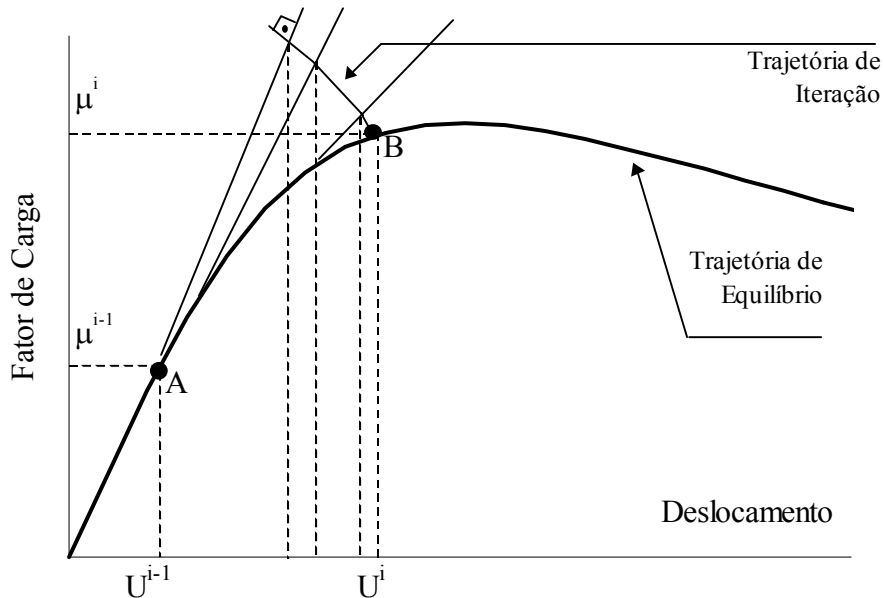


Figura 2.6: Comprimento de arco com trajetória de iteração ortogonal à tangente anterior.

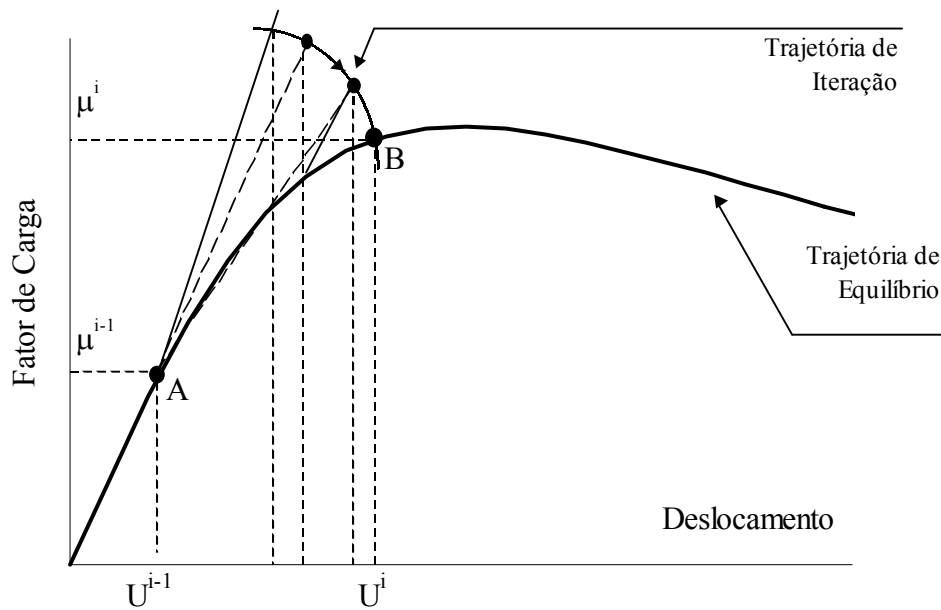


Figura 2.7: Comprimento de arco com trajetória de iteração circular.

2.2.4 Controle de Deslocamento Generalizado

Uma outra combinação entre deslocamentos e fator de carga foi proposta por Yang e Shied (1990). Tal combinação utiliza os valores dos incrementos de deslocamentos e fator de carga da primeira iteração do primeiro passo e da primeira iteração do passo anterior, para controlar a iteração do passo corrente.

A utilização de informações relativas ao primeiro passo a ao passo anterior, permite automatizar o ajuste do tamanho do passo incremental, através do acompanhamento da variação da rigidez, e a troca de sinal do incremento de carga proporcional na ocorrência de pontos limites.

Detalhes das formulações dos métodos de controle acima discutidos podem ser encontrados nas referências citadas e também em Crisfield (1986) e Yang e Kuo (1994).

2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA CONCRETO

Em um meio contínuo e homogêneo a relação entre tensão e deformação é única uma vez que todos os pontos do domínio têm as mesmas propriedades e reagem da mesma maneira às ações externas. Esta é uma propriedade do material conhecida como lei constitutiva.

Na análise via método de elementos finitos admite-se que o meio é contínuo, o material é inicialmente homogêneo e a lei constitutiva é conhecida a priori. Com a aplicação de cargas e conseqüentes deformações o material se torna heterogêneo. Isto acontece devido a ocorrência de dano em tração e compressão nas regiões mais

solicitadas. Tal processo leva eventualmente à formação de descontinuidades geométricas denominadas fissuras ou trincas.

Diferentes modelos têm sido propostos para a representação deste fenômeno, podendo-se dividi-los em dois grupos: os modelos distribuídos e os modelos discretos (figura 2.8).

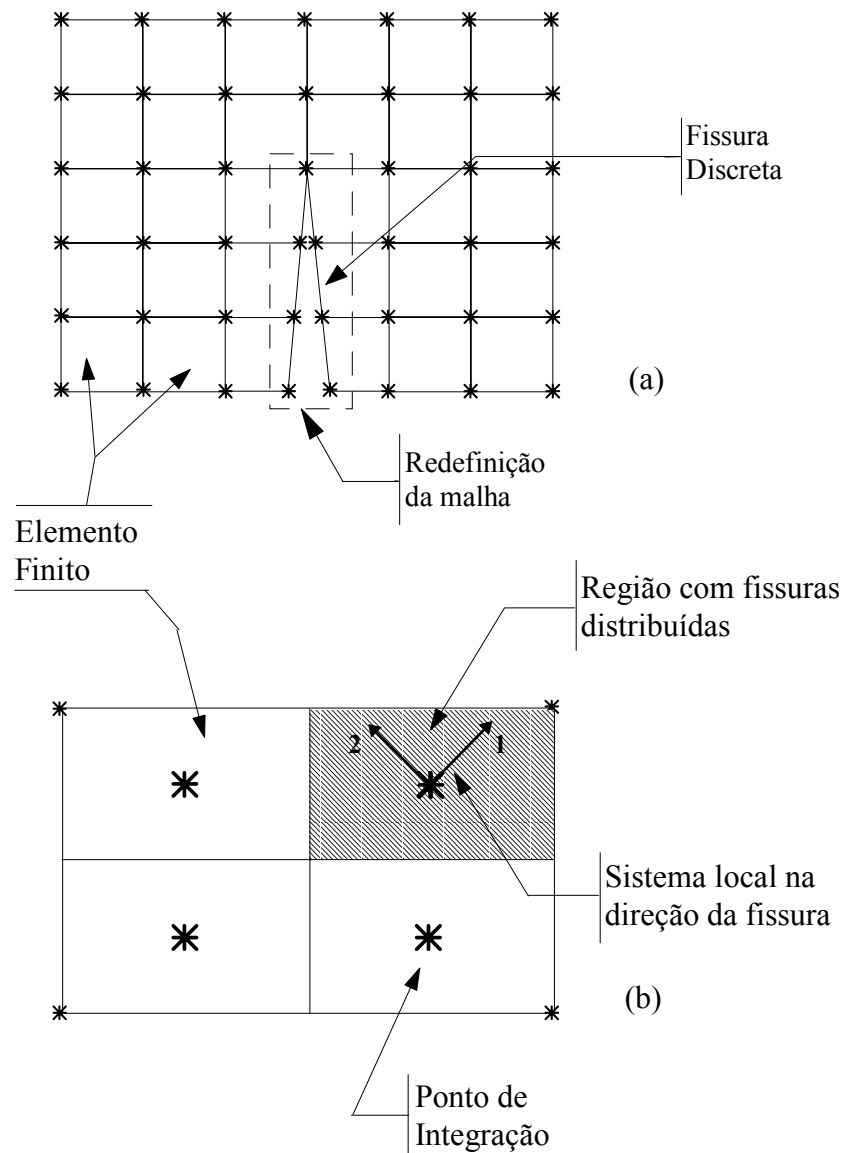


Figura 2.8: Classificação de modelos constitutivos para estruturas de concreto: modelo discreto (a) e modelo distribuído (b).

A escolha de um ou outro modelo depende do propósito da análise. Se se deseja um estudo do comportamento da estrutura como um todo, ou de um conjunto de fissuras, o modelo distribuído é a melhor escolha. Neste caso, a região fissurada é imaginada como um meio contínuo formado por um grande número de fissuras

paralelas (figura 2.8), de modo que a variação da rigidez pode ser avaliada através de relações tensão-deformação representativas da região danificada. Esta possibilidade, evita a redefinição da malha de elementos finitos durante o decorrer da análise, que é uma das grandes limitações dos modelos discretos (Figura 2.8). Este refinamento inerente dos modelos discretos é mais apropriado quando se deseja um detalhamento da descontinuidade geométrica causada por uma fissura macroscópica. Outra limitação dos modelos discretos é a impossibilidade de generalização para tratar regiões em estado de compressão.

Um dos modelos distribuídos mais utilizados foi introduzido inicialmente por Valliappan e Doolan (1972) e considera que o material torna-se ortotrópico na região fissurada.

Os primeiros trabalhos consideravam nulos o módulo de elasticidade na direção perpendicular ao plano de fissura e o módulo de cisalhamento, como mostra a equação a seguir para um problema de estado plano de tensão (Cedollin, 1982).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

Na equação acima, E é o módulo de elasticidade longitudinal; σ_1 , σ_2 e τ_{12} são as tensões e ε_1 , ε_2 , e γ_{12} são as deformações.

O uso do modelo representado pela equação 2.1 resultou em dificuldades numéricas e, em alguns casos, em distorção na configuração de fissuras do modelo de elementos finitos. Por esta razão, alguns pesquisadores resolveram manter o módulo de elasticidade transversal G , com um fator de redução β ($0 < \beta < 1.0$), após a fissuração (Cedollin, 1982).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

O uso do módulo de cisalhamento βG não só remove muitas das dificuldades numéricas como também melhora o realismo do fenômeno de fissuração durante o estudo por elementos finitos.

A evolução do modelo distribuído para representação de fissuras levou a um refinamento do modelo que considera a degradação gradativa da rigidez em lugar da redução brusca dos modelos iniciais, a possibilidade de ocorrência de dano tanto em tração como em compressão e o acoplamento entre as deformações devido ao efeito de Poisson. O modelo com estas características passou a ser denominado modelo de dano escalar.

O modelo de dano escalar admite válida uma relação de compliância entre deformações e tensões num sistema local, posicionado nas direções de ortotropia, dada por

$$\varepsilon_l = C \sigma_l \quad (2.3)$$

onde ε_l é a deformação, σ_l é a tensão referidas ao sistema local e C é a matriz de compliância (Bazant e Oh, 1983).

A inversão da equação (2.3) permite obter a relação entre tensões e deformações referida ao sistema local de coordenadas na forma

$$\sigma_l = D_l^S \varepsilon_l \quad (2.4)$$

onde $D_l^S = C^{-1}$ é o tensor constitutivo secante referido ao sistema local de coordenadas.

Procedendo a transformação de (2.4) para o sistema global de coordenadas, obtém-se:

$$\sigma_g = D_g^S \varepsilon_g \quad (2.5)$$

com,

$$D_g^S = T_\varepsilon^T \cdot D_l^S \cdot T_\varepsilon \quad (2.6)$$

onde D_g^S é o tensor constitutivo secante global, ε_g e σ_g são a deformação e a tensão referidas ao sistema global de coordenadas, respectivamente, e T_ε é a matriz de transformação de deformações entre os sistemas de coordenadas.

A obtenção de trajetórias de equilíbrio envolve um processo iterativo-incremental. Se o processo fizer uso de rigidez tangente, uma relação incremental entre tensões e deformações deve ser obtida, através da diferenciação da equação (2.5).

Com esta formulação o modelo de dano escalar permite uma generalização dos modelos ortotrópicos no que se refere à escolha da matriz de compliância (C na equação 2.3) e à mudança na direção de ortotropia durante a análise (que define a matriz T_ε da equação 2.6).

Apesar da evolução dos modelos ortotrópicos, desde a concepção inicial até as abordagens mais recentes (Bazant e Oh, 1983; Hillerborg et al., 1976), estes ainda apresentam duas grandes limitações: (1) não atendem os requisitos de invariância tensorial, apresentando resultados dependentes da escolha do sistema de referência (Bazant, 1983) e (2) apresentam problemas de convergência na simulação de fenômenos em que o material entra em regime não-linear em mais que uma direção de ortotropia (Pitangueira, 1998).

Para superar estas limitações vários pesquisadores (Bazant e Gambarova, 1984; Carol et al., 1992 e Ozbolt et al., 2001) têm proposto especificar as propriedades constitutivas através de relações tensão-deformação agindo sobre planos de orientação arbitrária no material.

Pode-se compreender o sentido físico desta proposta observando-se o comportamento do concreto. Este é formado por uma matriz e agregados. Assim, a interface entre a matriz e o agregado é quem mais contribui para as deformações inelásticas. A fim de descrever este comportamento, pode-se gerar planos na interface agregado – matriz e simular o comportamento do material nestes planos (figura 2.9).

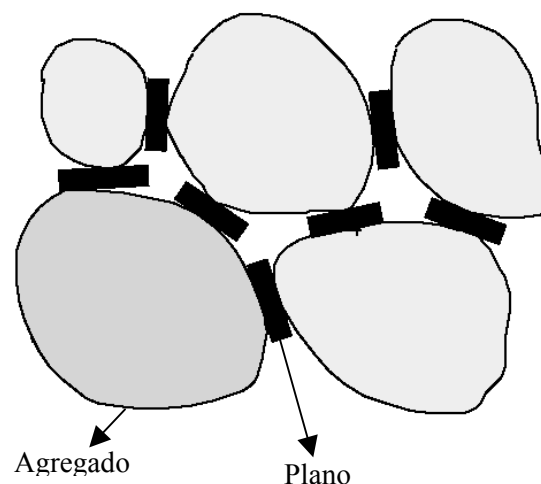


Figura 2.9: Representação do Modelo de Microplanos

A idéia de definir um comportamento inelástico independente para diversos planos com diferentes orientações dentro do material, e então de alguma forma superpor a contribuição de todos estes planos, tem uma longa história.

O primeiro trabalho a considerar planos de orientação arbitrária para descrever o comportamento do material foi proposto por Bazant e Gambarova (1984) e Bazant e Oh

(1985), e foi denominado Modelo de Microplanos. Este modelo foi aperfeiçoado nos trabalhos de Bazant e Prat (1988), Carol et al. (1992) e Ozbolt et al. (2001).

É importante ressaltar que em todos estes trabalhos, apesar do apelo físico acima discutido, a hipótese de homogeneidade do material é sempre mantida. Ou seja, nenhuma consideração geométrica relacionando o posicionamento dos planos com a distribuição espacial dos grãos do material é feita.

CAPÍTULO III

MODELOS CONSTITUTIVOS DE MICROPLANOS

Neste capítulo apresenta-se inicialmente as bases dos modelos de microplanos e o processo evolutivo destes modelos. Em seguida, faz-se uma descrição dos dois modelos implementados neste trabalho. Nesta descrição, as principais diferenças entre o Modelo Explícito de Microplanos e o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática são abordadas. Por fim, apresenta-se relações tensão-deformação requeridas pelos modelos e as ferramentas numéricas utilizadas no cálculo das tensões e dos tensores constitutivos.

3.1 BASES DOS MODELOS DE MICROPLANOS

Conhecendo-se as deformações de um ponto material, através dos Modelos de Microplanos, é possível obter as tensões, bem como o estado de degradação do material neste ponto, utilizando-se do esquema mostrado na figura. 3.1. Em torno do ponto material são gerados vários planos (microplanos) de orientação arbitrária. As deformações nestes microplanos correspondem à aplicação de uma restrição cinemática ao tensor macroscópico de deformações. Através de relações tensão-deformação, válidas para os microplanos, calculam-se as tensões em cada microplano. Aplica-se, por fim, o Princípio dos Trabalhos Virtuais (P.T.V.) obtendo-se o estado macroscópico de tensões e uma avaliação da degradação da rigidez.

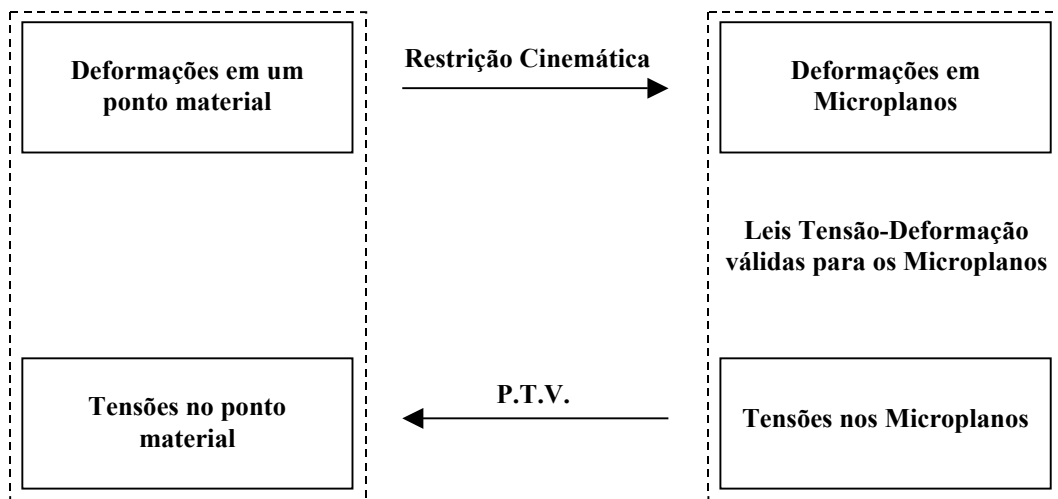


Figura 3.1: Esquema de funcionamento dos Modelos de Microplanos.

A aplicação do procedimento mostrado na figura 3.1 baseia-se no posicionamento dos microplanos em pontos da superfície de uma esfera unitária, conforme ilustra a figura 3.2.

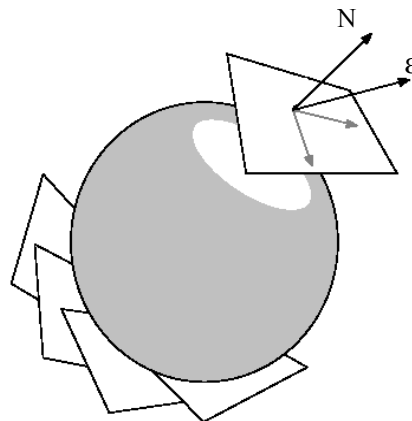


Figura 3.2: Indicação dos microplanos sobre uma esfera unitária Ozbolt et al.(2001).

O primeiro Modelo de Microplanos é devido a Bazant e Gambarova (1984) e Bazant e Oh (1985). Foi aperfeiçoado com o trabalho de Bazant e Prat (1988) e recebeu um tratamento voltado para a implementação computacional com o trabalho de Carol et al. (1992). Por fim, Ozbolt et al. (2001) propuseram uma nova formulação solucionando alguns problemas verificados nas versões anteriores do modelo.

No primeiro modelo (Bazant e Oh, 1985) apenas a componente normal de deformação foi considerada, desprezando-se a rigidez ao cisalhamento nos microplanos. Esta simplificação mostrou-se ineficiente para modelar a resposta em compressão, por várias razões (Bazant e Prat, 1988). Por exemplo, simulações do teste de compressão uniaxial com ocorrência de “strain-softening”, resultaram em localização de deformação exibindo uma resposta na forma de “snap-back”, que pode não corresponder à realidade. Além deste problema, este modelo causa uma restrição sobre o valor do coeficiente de Poisson, ν , do sistema de microplanos. Encontra-se sempre $\nu=0.25$, que é inaplicável para o concreto. Além disto, esta formulação deveria, a princípio, servir para qualquer material e um valor constante do coeficiente de Poisson não faz nenhum sentido.

Depois de explorar um grande número de alternativas, Bazant e Prat (1988) chegaram a conclusão de que deveria ser incluída a parcela de deformação cisalhante em cada microplano. Ao introduzir esta parcela, o coeficiente de Poisson passou a ficar limitado na faixa de $-1 \leq \nu \leq 0.25$. Esta faixa pode descrever o coeficiente de Poisson observado para o concreto, mas o fato do valor não poder exceder 0.25 é fisicamente suspeito. Isto porque o modelo deveria a princípio também funcionar para qualquer outro material, mesmo que este possua coeficiente de Poisson maior que 0.25. Os autores descobriram que um coeficiente de Poisson arbitrário, situado entre $-1 \leq \nu \leq 0.5$, pode ser obtido se, além de considerar a componente cisalhante de deformação, a deformação normal for decomposta nas parcelas volumétrica e desviadora. Assim o segundo modelo surge incluindo, além da decomposição acima referida, uma dependência entre a tensão cisalhante e valores principais de tensão. Ou seja, o modelo deixa de ser puramente cinemático na determinação das tensões nos microplanos e passa a usar uma determinação mista. O modelo assim concebido mostrou-se capaz de descrever testes de compressão incluindo a ocorrência de “strain-softening”.

Nos modelos iniciais teve-se grande cuidado com a consistência em relação aos dados experimentais já conhecidos. Entretanto, não atentou-se muito para a questão da implementação. Desta forma, a terceira formulação (Carol et al., 1992) procurou definir

o Modelo de Microplanos de forma que o código de sua implementação fosse escrito apenas uma vez, de modo a representar tanto o comportamento do material em um único ponto, quanto o comportamento do material em um contexto estrutural. Além disto, conseguiu-se eliminar a determinação mista da formulação anterior, tornando-se um modelo puramente cinemático e recebendo a denominação Modelo Explícito de Microplanos.

Mais recentemente, Ozbolt et al. (2001) propuseram uma nova formulação incluindo uma relaxação na restrição cinemática adotada por Carol et al. (1992), concebendo assim o modelo chamado Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática.

Este trabalho trata da implementação e avaliação dos modelos de Carol et al. (1992) e Ozbolt et al. (2001).

3.2 MODELO EXPLÍCITO DE MICROPLANOS

Como visto na figura 3.1, a formulação de qualquer Modelo de Microplanos envolve a definição da restrição cinemática, a obtenção das tensões em cada microplano e a aplicação do P.T.V.. No trabalho do Carol et al. (1992), estas etapas foram formuladas como mostrado a seguir.

3.2.1 Restrição Cinemática

Neste caso a restrição cinemática é tal que as deformações normal e tangencial (ε_N e ε_T) nos microplanos são iguais à decomposição do tensor macroscópico de deformação ε_{ij} naquela direção (figura. 3.3).

$$\varepsilon_N = \varepsilon_{ij} n_i n_j \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_{Ti} = \varepsilon_{ij} n_j - \varepsilon_N n_i = (\delta_{ij} - n_i n_j) n_k \varepsilon_{jk} \quad (3.2)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker e n_i representa as componente do vetor normal ao microplano.

Além disso, a deformação normal é dividida em duas parcelas: deformação volumétrica (ε_V) e deformação desviadora (ε_D).

$$\varepsilon_V = \varepsilon_{kk} / 3 \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_D = \varepsilon_N - \varepsilon_V \quad (3.4)$$

Note-se que a deformação tangencial (figura. 3.3) é um vetor com três componentes no espaço, mas sua direção sempre permanece no microplano de normal n_i . A deformação normal também é um vetor com três componentes cartesianas na direção da normal n_i , mas apenas suas magnitudes ε_N , ε_V , ε_D são utilizadas.

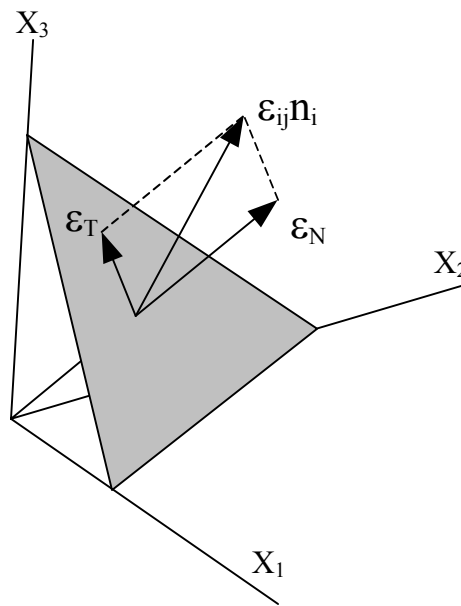


Figura 3.3: Componentes de deformação adotadas no modelo de Carol et al. (1992).

3.2.2 Tensões nos Microplanos

Associadas com as três deformações ε_V , ε_D e ε_T as três tensões correspondentes σ_V , σ_D e σ_T são calculadas adotando-se leis tensão-deformação, definidas apenas em função das deformações correspondentes. O fato das leis para σ_V , σ_D e σ_T serem funções somente das deformações permite que o modelo seja completamente cinemático, sem dependência iterativa no cálculo das tensões. Outra particularidade do modelo de Carol et al. (1992), é a adoção do módulo do vetor ε_T (ver figura. 3.3) para definição da lei tangencial. No item 3.4 são apresentadas as relações constitutivas utilizadas nas leis volumétrica, desviadora e tangencial.

3.2.3 Aplicação do P.T.V.

A relação entre as tensões nos microplanos (σ_V , σ_D e σ_T) e o tensor macroscópico de tensões σ_{ij} é obtida através da aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais. Impondo a igualdade dos trabalhos virtuais realizados pelas componentes macroscópicas de tensões (σ_{ij}) e pelas componentes de tensão nos microplanos (σ_V , σ_D e σ_T), quando aplicada uma variação virtual de deformação $\delta\varepsilon_{ij}$, obtém-se a seguinte equação (Carol et al., 1992):

$$\sigma_{ij} = \sigma_V \delta_{ij} + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \sigma_D n_i n_j d\Omega + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{\sigma_{Tr}}{2} (n_i \delta_{rj} + n_j \delta_{ri} - 2n_i n_j n_r) d\Omega \quad (3.5)$$

onde o domínio de integração (Ω) é a metade superior de uma esfera unitária e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

Para obtenção da resposta estrutural utilizando processos incrementais–iterativos de análise é fundamental que se obtenha uma estimativa da rigidez tangente macroscópica. Portanto é necessário estabelecer uma relação entre incrementos de tensão e deformação na forma

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{tan} d\varepsilon_{kl} \quad (3.6)$$

onde D_{ijkl}^{tan} é o tensor constitutivo tangente macroscópico.

A dedução da expressão para D_{ijkl}^{tan} pode ser encontrada em Bazant e Prat (1988) e em Carol et al. (1992), sendo dada por:

$$\begin{aligned} D_{ijkl}^{tan} &= \frac{E_V^{tan}}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} E_D^{tan} n_i n_j (n_k n_l - \delta_{kl}) d\Omega \\ &+ \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{H_{rs}^{tan}}{4} (n_i \delta_{rj} + n_j \delta_{ri} - 2n_i n_j n_r) (n_k \delta_{sl} + n_l \delta_{sk} - 2n_k n_l n_s) d\Omega \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $E_V^{tan} = \frac{d\sigma_V}{d\varepsilon_V}$ é o módulo de elasticidade tangente da lei volumétrica, $E_D^{tan} = \frac{d\sigma_D}{d\varepsilon_D}$

é o módulo de elasticidade tangente da lei desviadora e H_{rs}^{tan} é uma matriz que relaciona os incrementos de tensão e deformação tangenciais dadas por (Carol et al., 1992):

$$H_{rs}^{tan} = \frac{\tau}{\gamma} \delta_{rs} + \left(E_T^{tan} - \frac{\tau}{\delta} \right) \frac{\varepsilon_{T_r} \varepsilon_{T_s}}{\gamma^2} \quad (3.8)$$

Na equação (3.8), $E_T^{tan} = \frac{d\tau}{d\gamma}$ é o módulo de elasticidade tangente da relação entre os valores absolutos de tensão (τ) e deformação (γ) tangenciais.

3.3 MODELO DE MICROPLANOS COM RELAXAÇÃO CINEMÁTICA

O modelo proposto por Ozbolt et al. (2001) não apresenta grandes modificações em relação ao de Carol et al. (1992). A introdução de uma função de descontinuidade que faz a transição do estado de tração dominante para o de compressão dominante, e a decomposição da parcela cisalhante em duas componentes são as principais mudanças deste modelo.

3.3.1 Restrição Cinemática

A restrição cinemática é tal que cada microplano possui uma parcela normal e cisalhante de deformação (ε_N e ε_T). A componente normal é decomposta em parcelas volumétrica (ε_V) e desviadora (ε_D), e a parcela cisalhante possui duas componentes perpendiculares entre si (ε_M e ε_K). Estas deformações estão indicadas sobre um microplano na figura 3.4 e definidas nas equações (3.9 e 3.10).

$$\vec{\varepsilon}_N = (\varepsilon_D + \varepsilon_V) \vec{n}, \quad \varepsilon_V = \varepsilon_{kk} / 3, \quad \varepsilon_D = (n_i n_j \varepsilon_{ij} - \varepsilon_V) \Psi, \quad (3.9)$$

$$\vec{\varepsilon}_T = (\varepsilon_M \vec{m} + \varepsilon_K \vec{k}), \quad \varepsilon_M = m_i n_j \varepsilon_{ij} \Psi, \quad \varepsilon_K = k_i n_j \varepsilon_{ij} \Psi, \quad (3.10)$$

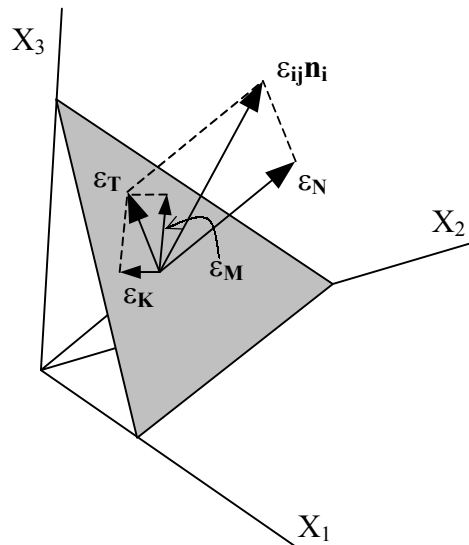


Figura 3.4: Componentes de deformação adotadas no modelo de Ozbolt et al. (2001).

Para definir as deformações cisalhantes no microplano, é fundamental definir as coordenadas das direções M e K. Estas coordenadas são definidas pelos vetores unitários \vec{m} e \vec{k} de componentes m_i e k_i situadas sobre o microplano. Estas componentes podem girar livremente sobre o microplano, possuindo assim infinitas possibilidades para os valores de suas coordenadas. A fim de reduzir estas possibilidades, foi assumido que a direção M é sempre normal ao eixo X_3 . Desta forma, $m_1 = n_2(n_1^2 + n_2^2)^{-1/2}$, $m_2 = -n_1(n_1^2 + n_2^2)^{-1/2}$ e $m_3 = 0$. Porém, quando $n_1 = n_2 = 0$ assume-se $m_1 = 1$ e $m_2 = m_3 = 0$. As coordenadas k_i também situadas sobre o microplano podem ser obtidas pelo produto vetorial $\vec{k} = \vec{m} \times \vec{n}$.

Exceto para a deformação volumétrica, as deformações nos microplanos são iguais a decomposição do tensor macroscópico de deformação ε_{ij} naquela direção multiplicada por uma função ψ .

A função ψ introduz uma relaxação na restrição cinemática. Ela reflete a descontinuidade devido as fissuras de tração. Esta função varia entre 0 e 1 e o seu valor é obtido a partir da máxima tensão principal (σ_1). A função ψ faz a transição entre o estado de tração dominante e o de compressão dominante. Esta função é aplicada tanto para a parcela normal de deformação, quanto para a parcela cisalhante.

A componente volumétrica da parcela normal de deformação não é multiplicada pela função ψ , uma vez que a deformação volumétrica é invariante para qualquer orientação do microplano e ela serve como um indicador macroscópico de dano para o estado de tração dominante.

Quando a componente desviadora é negativa, significa que o microplano está situado próximo à direção ortogonal da direção de dano. Entretanto, a medida que o dano aumenta, as tensões e deformações desviadoras nesses microplanos deveriam aproximar-se de zero. Para levar em conta este efeito, a função de descontinuidade para a deformação desviadora, conforme a figura 3.5, é dada por:

$$\text{Se } \varepsilon_D < 0, \quad \varepsilon_V > 0, \quad \sigma_1 > \sigma_{1,\min} \quad \Rightarrow \quad \psi = e^{-|f(\sigma_1)\varepsilon_V/a_1|}, \quad (3.11a)$$

$$\text{Se } \varepsilon_D > 0 \quad \Rightarrow \quad \psi = 1.0 \quad (3.11b)$$

A resistência ao cisalhamento é dependente da tensão normal no microplano. Para tensões normais positivas (tração), depois de iniciada a fissuração, a resistência cisalhante se reduz a zero. De forma contrária, para tensões normais negativas (compressão), o microplano ainda continua oferecendo resistência ao cisalhamento durante o seu amolecimento devido ao atrito, e geralmente não se reduz a zero. Assim, a função de descontinuidade para a componente cisalhante de deformação, conforme a figura 3.5, é dada por:

$$\text{Se } \varepsilon_V > 0, \quad \sigma_1 > \sigma_{1,\min} \Rightarrow \psi = e^{-|f(\sigma_1)\varepsilon_V / a_1|}, \quad (3.12a)$$

$$\text{Senão } \Rightarrow \psi = 1.0 \quad (3.12b)$$

Nas Equações (3.11a) e (3.12a), a_1 é uma constante do material, σ_1 é a tensão principal máxima e $\sigma_{1,\min}$ é um valor limite mínimo para a tensão principal, conforme figura 3.6. Nesta mesma figura, o gráfico da função $f(\sigma_1)$, dada na equação (3.13) abaixo, é mostrado.

$$\sigma_{1,\min} \leq \sigma_1 \leq 0: \quad f(\sigma_1) = 1 - \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \left| \frac{\sigma_1}{\sigma_{1,\min}} \right| \right), \quad (3.13a)$$

$$\sigma_1 > 0: \quad f(\sigma_1) = 1, \quad (3.13b)$$

$$\sigma_1 < \sigma_{1,\min}: \quad f(\sigma_1) = 0. \quad (3.13c)$$

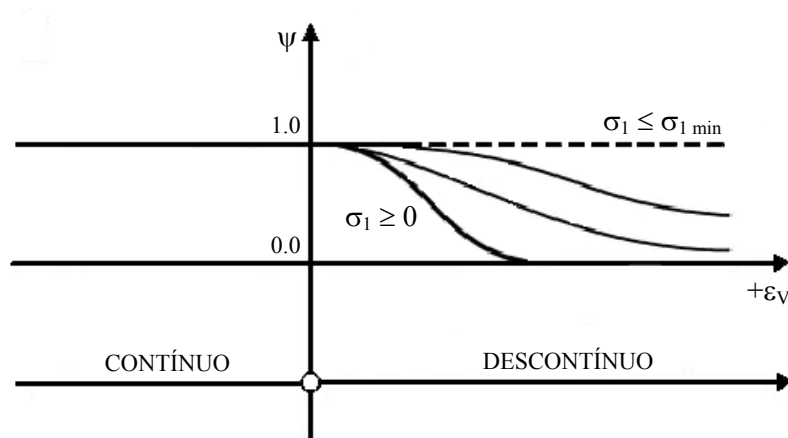


Figura 3.5: Gráfico da função de descontinuidade (Ozbolt et al., 2001).

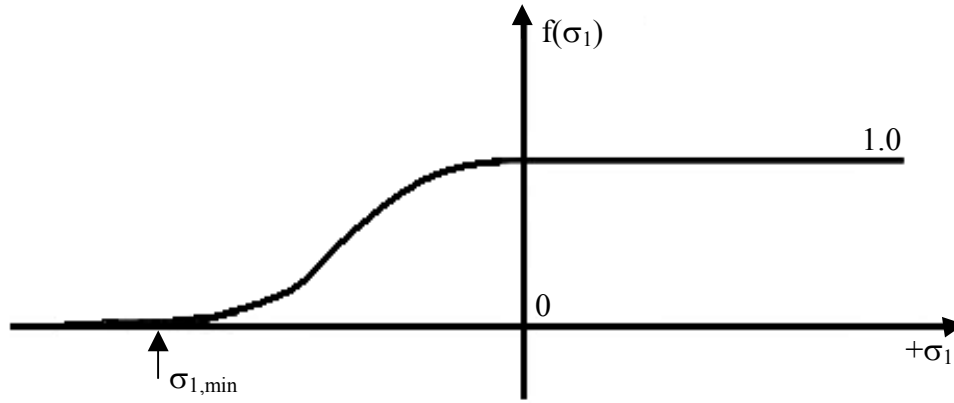


Figura 3.6: Gráfico da função $f(\sigma_1)$ conforme Ozbolt et al. (2001).

3.3.2 Tensões nos Microplanos

As leis tensão-deformação nos microplanos utilizadas neste modelo são semelhantes às utilizadas no modelo explícito. Aqui, continuam existindo uma lei volumétrica e uma desviadora. Entretanto, a lei cisalhante não é mais uma relação entre módulos de tensão e deformação como em Carol et al. (1992). A parcela cisalhante agora possui duas componentes (ϵ_M e ϵ_K) e ambas seguem a mesma lei nos microplanos. No item 3.4 são apresentadas as relações constitutivas utilizadas nas leis volumétrica, desviadora e cisalhante.

3.3.3 Aplicação do P.T.V.

A relação entre as tensões nos microplanos (σ_V , σ_D , σ_M e σ_K) e o tensor macroscópico de tensões σ_{ij} é obtida através da aplicação do princípio dos trabalhos virtuais. Conforme Ozbolt et al. (2001) a expressão para este tensor é:

$$\sigma_{ij} = \sigma_V \delta_{ij} + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \sigma_D n_i n_j d\Omega + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \left[\frac{\sigma_M}{2} (m_i n_j + m_j n_i) + \frac{\sigma_K}{2} (k_i n_j + k_j n_i) \right] d\Omega \quad (3.14)$$

onde o domínio de integração (Ω) é a metade superior de uma esfera unitária e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

A dedução da expressão para o tensor constitutivo tangente macroscópico, D_{ijkl}^{tan} , também pode ser encontrada em Ozbolt et al. (2001), sendo dada por:

$$D_{ijrs}^{tan} = \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} [E_D^{tan} n_i n_j n_r n_s + \frac{1}{3} n_i n_j \delta_{rs} (E_V^{tan} - E_D^{tan}) + \frac{1}{4} (m_i n_j + m_j n_i) (m_r n_s + m_s n_r) E_M^{tan} + \frac{1}{4} (m_i n_j + m_j n_i) (m_r n_s + m_s n_r) E_K^{tan}] d\Omega \quad (3.15)$$

onde $E_V^{tan} = \frac{d\sigma_V}{d\varepsilon_V}$ é o módulo de elasticidade tangente da lei volumétrica, $E_D^{tan} = \frac{d\sigma_D}{d\varepsilon_D}$

é o módulo de elasticidade tangente da lei desviadora e $E_M^{tan} = \frac{d\sigma_M}{d\varepsilon_M}$ e $E_K^{tan} = \frac{d\sigma_K}{d\varepsilon_K}$ são

os módulos de elasticidade que relacionam os incrementos de tensão e deformação tangenciais.

3.4 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS

As leis tensão-deformação nos microplanos utilizadas pelos modelos de Carol et al. (1992) e de Ozbolt et al. (2001) são bastante semelhantes. As leis volumétrica e desviadora são exatamente iguais para os dois modelos. Entretanto a lei de cisalhamento apresenta algumas diferenças.

Os símbolos a , b , p , q , a_1 , a_2 , a_3 , p_1 , p_2 , p_3 e k_a , que aparecem nas fórmulas apresentadas a seguir, são constantes empíricas do material. Estas constantes (parâmetros dos materiais) são geradas a partir de ajustes de curvas obtidas do ensaio de compressão axial, tração axial e cisalhamento. Este processo é bastante trabalhoso e por isso o número de materiais já descritos não é muito grande. Além disto, encontram-se sugestões de diferentes parâmetros para descrever o mesmo material.

Os valores de E_V^0 , E_D^0 e E_T^0 , que também aparecem nas leis tensão-deformação a seguir, são obtidos a partir dos valores do módulo de elasticidade do material (E) e do coeficiente de Poisson (ν), através das relações (Bazant e Prat, 1988):

$$E_V^0 = \frac{E}{1 - 2\nu} \quad (3.16)$$

$$E_D^0 = \eta_0 E_V^0 \quad (3.17)$$

$$E_T^0 = \frac{1}{3} \left[\frac{5(1 - 2\nu)}{1 + \nu} - 2\eta_0 \right] E_V^0 \quad (3.18)$$

onde η_0 é um parâmetro do material.

3.4.1 Lei Volumétrica

Esta lei reproduz diretamente o comportamento macroscópico do material quando somente deformações e tensões volumétricas estão presentes.

Para compressão (figura 3.7), adota-se:

$$\sigma_V = E_V^0 \varepsilon_V e^{-\left(\frac{|\varepsilon_V|}{a_1}\right)^{p_1}} \quad (3.19)$$

E para tração (figura 3.7):

$$\sigma_V = E_V^0 \varepsilon_V \left[\left(1 + \frac{|\varepsilon_V|}{a}\right)^{-p} + \left(\frac{|\varepsilon_V|}{b}\right)^q \right] \quad (3.20)$$

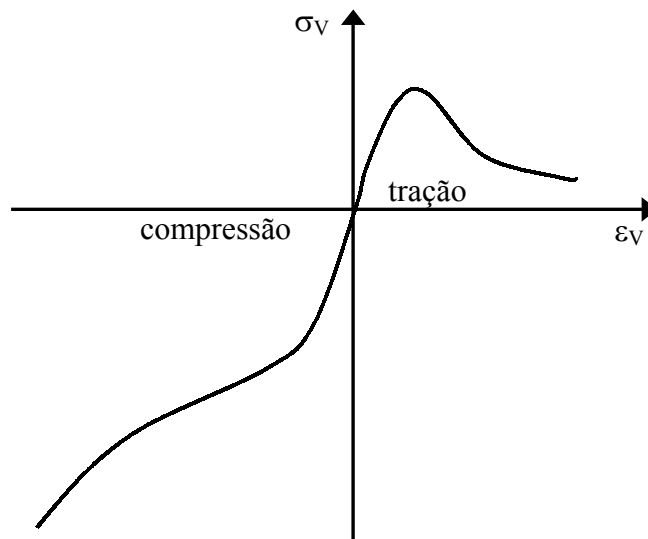


Figura 3.7: Lei tensão-deformação volumétrica

3.4.2 Lei Desviadora

Esta lei é baseada no mesmo tipo de curva exponencial utilizada no comportamento volumétrico. Considera-se um grupo diferente de parâmetros para tração e compressão.

Para compressão (figura 3.8), adota-se:

$$\sigma_D = E_D^0 \varepsilon_D e^{-\left(\frac{|\varepsilon_D|}{a_2}\right)^{p_2}} \quad (3.21)$$

e, para tração (figura 3.8):

$$\sigma_D = E_D^0 \varepsilon_D e^{-\left(\frac{|\varepsilon_D|}{a_1}\right)^{p_1}} \quad (3.22)$$

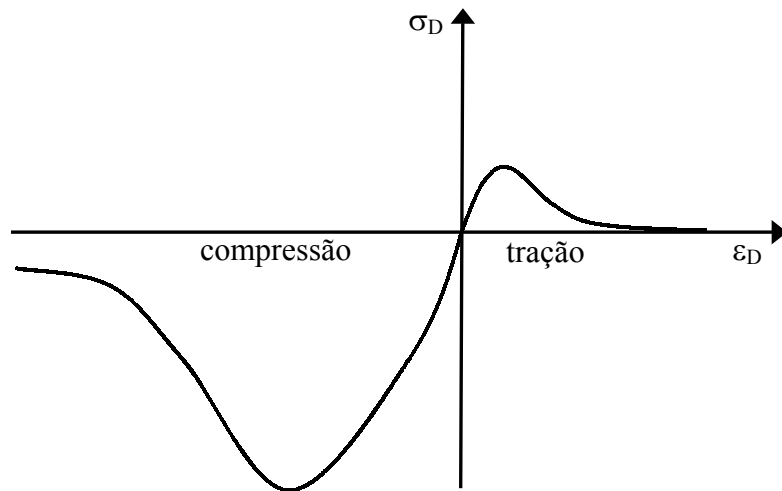


Figura 3.8: Lei tensão-deformação desviadora

3.4.3 Lei Tangencial

Para a lei tangencial, Carol et al. (1992) estabelecem uma relação unidimensional entre os módulos de tensão (τ) e deformação (γ) tangenciais adotando uma curva exponencial, dada por (figura. 3.9):

$$\tau = E_T^0 \gamma e^{-\left(\frac{\gamma}{a_3}\right)^{p_3}} \quad (3.23)$$

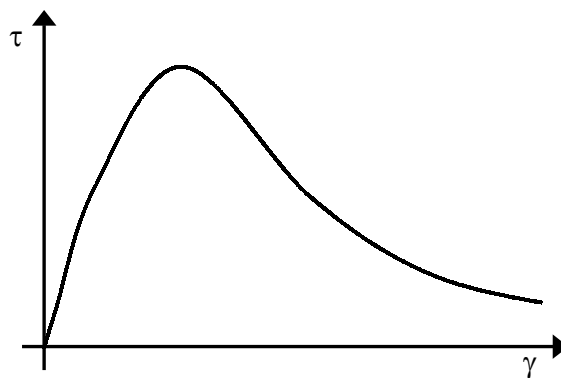


Figura 3.9: Lei tangencial de Carol et al.(1992).

A variável a_3 introduz uma dependência com o confinamento através da relação:

$$a_3 = a_3^0 + k_a \varepsilon_v \quad (3.24)$$

onde ε_v é a deformação volumétrica (usada para medir o confinamento) e a_3^0 e k_a são constantes empíricas do material.

Ozbolt et al. (2001) utiliza, em sua lei tangencial, duas componentes de deformação cisalhante (ε_M e ε_K) em vez de trabalhar com os módulos de tensão e deformação tangenciais. A lei tangencial é a mesma para as duas componentes e é baseada no mesmo tipo de curva exponencial utilizada nas outras leis, sendo dada por (figura 3.10):

$$\sigma_T = E_T^0 \varepsilon_T e^{-\left(\frac{|\varepsilon_T|}{a_3}\right)^{p_3}} \quad (3.25)$$

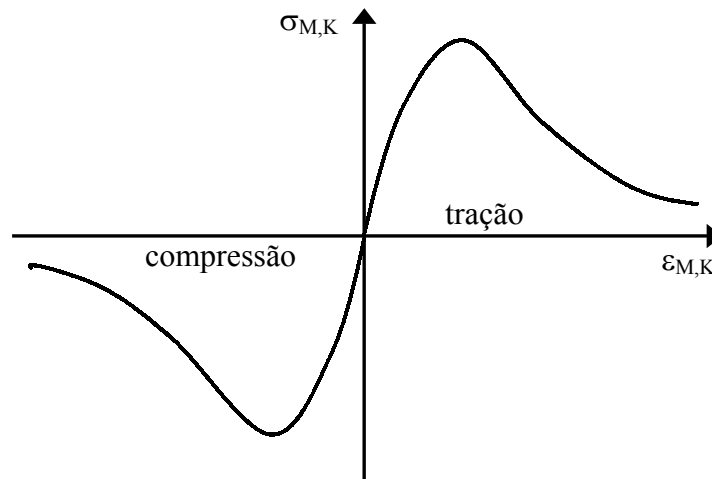


Figura 3.10: Leis tangenciais de Ozbolt et al.(2001).

3.5 LEIS DE DESCARREGAMENTO E RECARREGAMENTO

Para modelar o descarregamento e o recarregamento, são introduzidas algumas regras para todas as componentes de tensão-deformação em cada microplano.

O microplano está em um processo de carregamento apenas se $\varepsilon \Delta \varepsilon \geq 0$ e $(\varepsilon - \varepsilon_{\max})(\varepsilon - \varepsilon_{\min}) \geq 0$, onde ε_{\max} e ε_{\min} são a máxima e a mínima deformação atuando no microplano. Esta análise deve ser efetuada para as componentes volumétrica, desviadora e tangenciais.

3.5.1 Descarregamento e Recarregamento da Lei Volumétrica

A curva da lei volumétrica com o processo de descarregamento e recarregamento pode ser observada na figura 3.11.

Em compressão, assume-se que o microplano descarrega e recarrega seguindo o módulo inicial E_V^0 . Entretanto, se durante o descarregamento, a tensão passa do estado de compressão para o de tração, assume-se a lei volumétrica de tração para o cálculo das tensões.

Em tração, é assumido que o microplano descarrega seguindo um módulo secante.

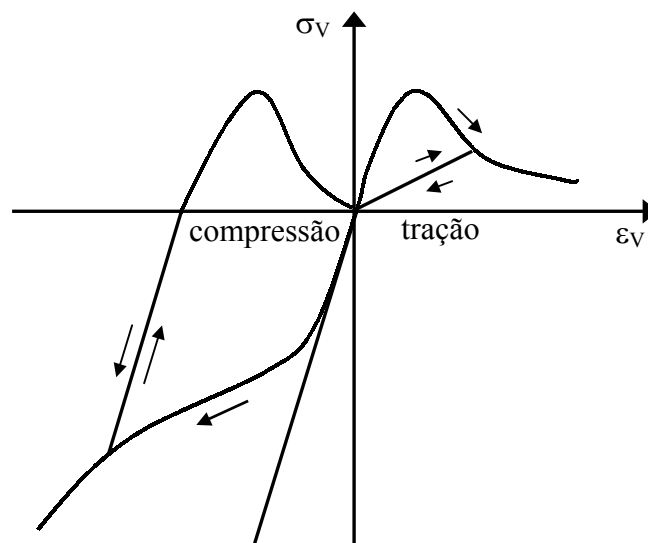


Figura 3.11: Regra de descarregamento e recarregamento para a lei volumétrica.

3.5.2 Descarregamento e Recarregamento da Lei Desviadora

A curva da lei desviadora com o processo de descarregamento e recarregamento pode ser observada na figura 3.12.

De forma semelhante ao descarregamento da lei volumétrica, assume-se que o microplano descarrega e recarrega seguindo o módulo inicial E_D^0 para o estado de compressão. Entretanto, se durante o descarregamento, a tensão passa do estado de compressão para o de tração, assume-se a lei desviadora de tração para o cálculo das tensões.

Em tração, é assumido que o microplano descarrega seguindo um módulo secante.

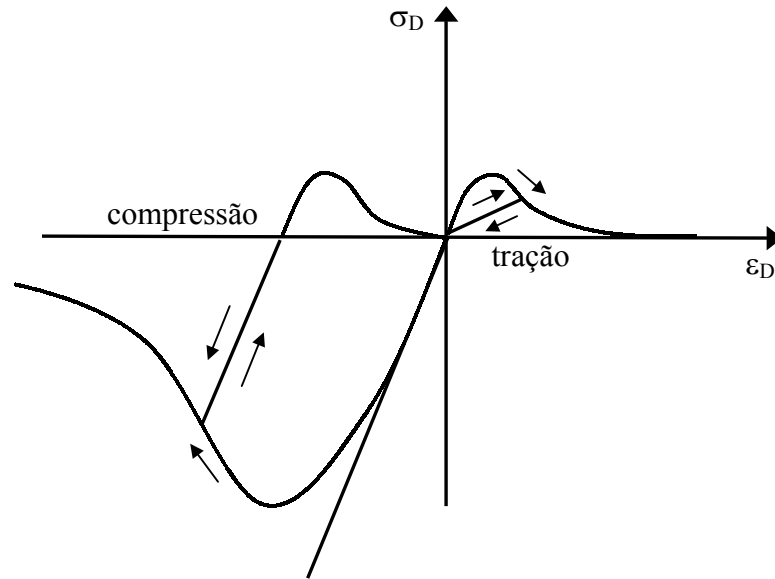


Figura 3.12: Regra de descarregamento e recarregamento para a lei desviadora.

3.5.3 Descarregamento e Recarregamento da Lei Tangencial

Como já foi apresentado no item 3.4.3, a lei tangencial do modelo explícito de microplanos é diferente da lei tangencial do modelo de microplanos com relaxação cinemática. Assim, nesta lei, as regras de descarregamento e recarregamento também são diferentes para os dois modelos.

No modelo proposto por Carol et al. (1992), tanto o descarregamento quanto o recarregamento ocorrem seguindo o módulo inicial. Como nesta lei trabalha-se apenas com os módulos de tensão e deformação, não admite-se valores negativos para tensão. Sendo assim, ao iniciar o descarregamento, o microplano permanece descarregando até a tensão atingir o zero ou o mesmo entrar no processo de recarregamento. Se a tensão atingir o valor de zero, esta permanece neste valor até que o processo de recarregamento se inicie. A regra de descarregamento para o modelo explícito pode ser observada na figura 3.13.

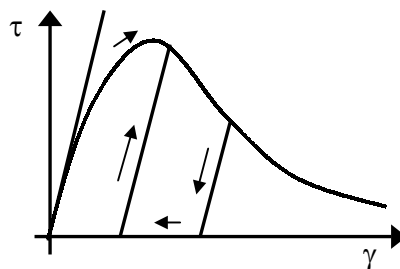


Figura 3.13: Regra de descarregamento e recarregamento para a lei tangencial (Carol et al., 1992).

A lei tangencial proposta por Ozbolt et al. (2001) é bastante semelhante a lei desviadora. Desta forma, a regra de descarregamento e recarregamento utilizada na lei tangencial do modelo de microplanos com relaxação cinemática é exatamente igual a utilizada na lei desviadora.

3.6 INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Como foi apresentado nos itens 3.2.3 e 3.3.3, na obtenção de σ_{ij} e D_{ijkl} , é necessário efetuar uma integração sobre uma semi-esfera. Esta integração é feita numericamente, através da soma dos valores da função a ser integrada em um número de pontos da semi-esfera (figura 3.14). A integração é processada através da equação:

$$\int_{\Omega} F d\Omega = \sum_{K=1}^n F_K X_K \quad (3.26)$$

onde o índice k representa cada um dos microplanos utilizados na integração e X_K representa o peso da integração numérica para cada microplano.

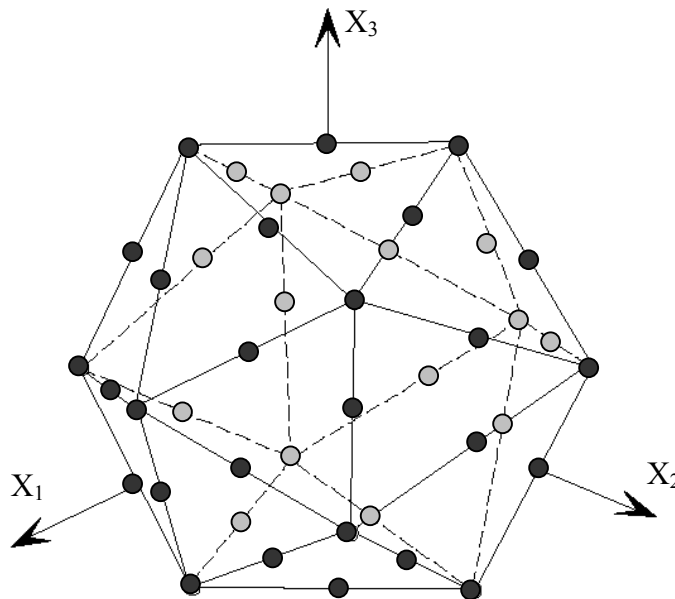


Figura 3.14: Discretização espacial de uma esfera (Carol et al., 2001).

Uma escolha correta do número de microplanos a ser utilizado na análise é fundamental para a sua precisão. Não se pode escolher um número pequeno de microplanos, pois isto acarretaria erros na análise. Entretanto, um número muito grande de microplanos pode não conferir uma precisão melhor ao modelo. Com isto, o esforço computacional seria maior que o necessário.

Estudos realizados por Bazant e Oh (1985) mostram que um total de 21 pontos de integração distribuídos sobre a superfície da semi-esfera, são suficientes para a obtenção das grandezas. São apresentadas nas tabelas 3.1 e 3.2 o peso e as componentes da normal de cada micropiano para as regras de 21 e 33 pontos de integração.

A regra de 33 pontos de integração será utilizada em um estudo da estabilidade numérica dos modelos.

Tabela 3.1: Coordenadas e pesos para integração numérica sobre uma semi-esfera com 21 pontos de integração (Bazant e Oh, 1985).

K_i	n_1	n_2	n_3	X_K
1	0.187592474085	0	0.982246946377	0.0198412698413
2	0.794654472292	-0.525731112119	0.303530999103	0.0198412698413
3	0.794654472292	0.525731112119	0.303530999103	0.0198412698413
4	0.187592474085	-0.850650808352	-0.491123473188	0.0198412698413
5	0.794654472292	0	-0.607061998207	0.0198412698413
6	0.187592474085	0.850650808352	-0.491123473188	0.0198412698413
7	0.577350269190	-0.309016994375	0.755761314076	0.0253968253968
8	0.577350269190	0.309016994375	0.755761314076	0.0253968253968
9	0.934172358963	0	0.356822089773	0.0253968253968
10	0.577350269190	-0.809016994375	-0.110264089708	0.0253968253968
11	0.934172358963	-0.309016994375	-0.178411044887	0.0253968253968
12	0.934172358963	0.309016994375	-0.178411044887	0.0253968253968
13	0.577350269190	0.809016994375	-0.110264089708	0.0253968253968
14	0.577350269190	-0.5	-0.645497224368	0.0253968253968
15	0.577350269190	0.5	-0.645497224368	0.0253968253968
16	0.356822089773	-0.809016994375	0.467086179481	0.0253968253968
17	0.356822089773	0	-0.934172358963	0.0253968253968
18	0.356822089773	0.809016994375	0.467086179481	0.0253968253968
19	0	-0.5	0.866025403784	0.0253968253968
20	0	-0.5	-0.866025403784	0.0253968253968
21	0	1	0	0.0253968253968

Tabela 3.2: Coordenadas e pesos para integração numérica sobre uma semi-esfera com 33 pontos de integração (Bazant e Oh, 1985).

K_i	n_1	n_2	n_3	X_K
1	1	0	0	0.0098535399343
2	0	1	0	0.0098535399343
3	0	0	0	0.0098535399343
4	0.707106781187	0.707106781187	0	0.0162969685886
5	0.707106781187	-0.707106781187	0	0.0162969685886
6	0.707106781187	0	0.707106781187	0.0162969685886
7	0.707106781187	0	-0.707106781187	0.0162969685886
8	0	0.707106781187	0.707106781187	0.0162969685886
9	0	0.707106781187	-0.707106781187	0.0162969685886
10	0.933898956394	0.357537045978	0	0.0134788844008
11	0.933898956394	-0.357537045978	0	0.0134788844008
12	0.357537045978	0.933898956394	0	0.0134788844008
13	0.357537045978	-0.933898956394	0	0.0134788844008
14	0.933898956394	0	0.357537045978	0.0134788844008
15	0.933898956394	0	-0.357537045978	0.0134788844008
16	0.357537045978	0	0.933898956394	0.0134788844008
17	0.357537045978	0	-0.933898956394	0.0134788844008
18	0	0.933898956394	0.357537045978	0.0134788844008
19	0	0.933898956394	-0.357537045978	0.0134788844008
20	0	0.357537045978	0.933898956394	0.0134788844008
21	0	0.357537045978	-0.933898956394	0.0134788844008
22	0.437263676092	0.437263676092	0.785875915868	0.0175759129880
33	0.437263676092	0.437263676092	-0.785875915868	0.0175759129880
24	0.437263676092	-0.437263676092	0.785875915868	0.0175759129880
25	0.437263676092	-0.437263676092	-0.785875915868	0.0175759129880
26	0.437263676092	0.785875915868	0.437263676092	0.0175759129880
27	0.437263676092	0.785875915868	-0.437263676092	0.0175759129880
28	0.437263676092	-0.785875915868	0.437263676092	0.0175759129880
29	0.437263676092	-0.785875915868	-0.437263676092	0.0175759129880
30	0.785875915868	0.437263676092	0.437263676092	0.0175759129880
31	0.785875915868	0.437263676092	-0.437263676092	0.0175759129880
32	0.785875915868	-0.437263676092	0.437263676092	0.0175759129880
33	0.785875915868	-0.437263676092	-0.437263676092	0.0175759129880

CAPÍTULO IV

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Neste capítulo, discute-se a implementação computacional dos modelos de microplanos estudados neste trabalho, segundo a filosofia de programação orientada a objetos. Assim, os conceitos básicos de programação orientada a objetos, o programa de elementos finitos utilizado e a implementação dos modelos constitutivos são apresentados, enfatizando-se as vantagens deste tipo de implementação.

4.1 PROGRAMAÇÃO ORIENTADA A OBJETOS

Antes de apresentar o programa de elementos finitos onde os modelos de microplanos foram inseridos, alguns conceitos básicos e a terminologia de programação orientada a objetos devem ser introduzidos. A programação orientada a objetos possui dois conceitos fundamentais que são a encapsulação e a herança (Stroustrup, 1991). Estes conceitos obrigam o programador a pensar genericamente no problema, levando a um sistema modularizado e de fácil expansão.

Para se entender o princípio de encapsulação é necessário definir-se a relação "cliente-fornecedor". Tomando-se o caso de um programa dividido em um módulo principal e vários módulos secundários, vê-se que estes módulos secundários (fornecedores) executam tarefas específicas sempre que solicitadas pelo módulo principal (cliente). Na programação convencional, a relação entre clientes e fornecedores é feita através de transferência de dados, onde ambas as partes tem conhecimento dos dados e operadores envolvidos. Isto implica que o cliente decide como cada operação deve ser executada, chamando a rotina do fornecedor. Na programação orientada a objetos, esta relação se modifica, pois o cliente deixa de decidir como uma operação vai ser executada e passa a decidir qual operação será. Esta decisão é comunicada ao fornecedor através de mensagens específicas. Desta discussão, pode-se concluir que o cliente passa a não "ver" os dados, pois estes estão protegidos (encapsulados). O acesso a estes dados passa a ser feito por procedimentos (métodos) definidos pelo fornecedor. Assim, o cliente passa a ver apenas algoritmos globais, deixando para os fornecedores a tarefa de manipular seus dados e procedimentos privados.

Para definir o princípio de herança, é fundamental definir o conceito de classe. Uma classe pode ser entendida como uma categoria ou grupo que possui o mesmo tipo de dados e métodos. Assim os elementos de uma classe possuem características comuns mas são diferentes entre si. Chega-se então ao conceito de objeto, que vem dar nome a filosofia de programação. Os objetos passam a ser vistos como instâncias ou elementos de uma classe, onde cada um destes elementos forma uma unidade completa, constituída de dados e métodos que operam sobre estes dados.

Uma classe pode ser constituída por diversas subclasses. Uma classe da qual derivam outras classes é denominada superclasse. Esta hierarquia de classes é concretizada através do princípio da herança. Por este princípio, uma classe hierarquicamente inferior poderá herdar os dados e métodos de sua superclasse. Esta

herança é seletiva, pois uma superclasse define os dados e métodos que as suas subclasses podem herdar e as subclasses podem redefinir alguns métodos definidos pela superclasse.

4.2 PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS

O FEMOOP ("Finite Element Method – Object Oriented Program") é um programa de elementos finitos que teve desenvolvimento inicial no Departamento de Engenharia Civil da Puc-Rio e que vem sendo utilizado em diferentes pesquisas em diversas universidades brasileiras, devido a facilidade de expansão e manutenção do seu código. A figura 4.1 mostra simplificada, a organização das superclasses deste programa (Pitangueira, 1998).

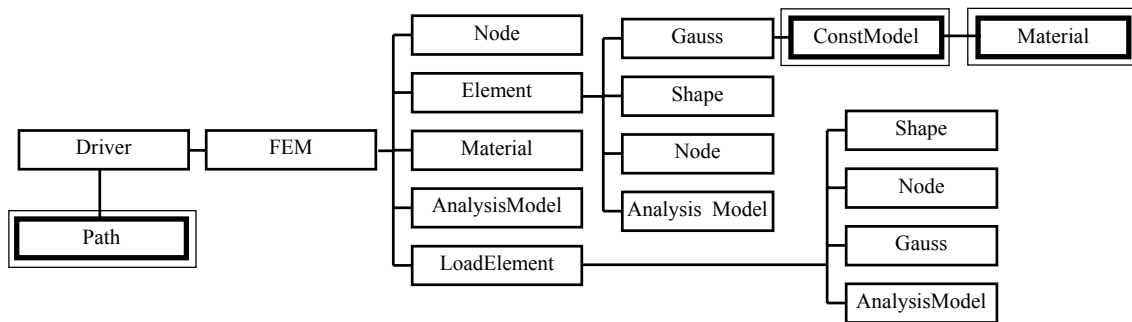


Figura 4.1: Principais instâncias do FEMOOP.

A classe *Driver* é responsável pela definição do tipo de problema a ser solucionado (mecânico, temperatura, etc.), inicializa os objetos da classe *FEM* ("Finite Element Method") e da classe *Path*. A classe *Path* é a responsável pela solução de problemas lineares ou não-lineares através de algoritmos apropriados de obtenção de trajetórias de equilíbrio (controle de carga, deslocamentos, comprimento de arco, etc.). A discretização espacial do domínio em elementos finitos fica a cargo da classe *FEM* que contém métodos para montagem de matrizes e vetores globais bem como impressão de resultados. A responsável pelos dados e métodos que dependem unicamente do tipo de análise escolhido (estado plano de tensões e deformações, sólido, axissimétrico, etc.) é a classe *AnalysisModel*. A classe *Material* descreve os materiais que compõem a discretização através de métodos para a leitura dos dados e para consulta de todos os parâmetros. As informações relativas aos nós (coordenadas, condições de suporte, carregamento, etc.) são de responsabilidade da classe *Node* que possui métodos para

numeração dos graus de liberdade do modelo bem como para consulta e atribuição de valores nodais. A classe *Shape* responde pelas funções de mapeamento e pela conectividade dos elementos. A classe *LoadElement* utiliza os métodos da classe *Shape* e da classe *Gauss* para efeito de cálculo de forças equivalentes nodais. A classe *Gauss* é fundamental para análise fisicamente não-linear. Ela não responde somente por coordenadas e pesos de integração numérica como também deve responder pelo estado constitutivo do material naquele ponto. Como cada ponto de Gauss tem uma história de deformação diferente, para o cálculo das tensões e para a obtenção do tensor constitutivo, cada ponto deve existir como objeto e possuir seu próprio modelo constitutivo. A classe *ConstModel* é responsável pelo cálculo de tensões e modificação da matriz constitutiva.

A solução via método dos elementos finitos de problemas fisicamente não-lineares envolve, particularmente, as classes *Path*, *ConstModel* e *Material*, destacadas na figura 4.1. Para implementação dos modelos de microplanos aqui discutidos, somente as classes *Material* e *ConstModel* foram alteradas.

4.3 IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS DE MICROPLANOS

O modelo explícito de microplanos foi o primeiro modelo a ser implementado. Após alguns testes, observou-se a necessidade da implementação de um novo modelo que apresentasse melhores resultados. Valendo-se da facilidade de expansão do código que a programação orientada a objetos oferece, o modelo de microplanos com relaxação cinemática foi implementado. Apresenta-se a seguir as alterações realizadas nas classes *Material* e *ConstModel*.

4.3.1 Expansão da Classe *Material*

A classe *Material* é uma classe auxiliar da classe *ConstModel* (figura 4.1), fornecendo para esta os parâmetros necessários ao funcionamento do modelo constitutivo. Algumas das classes derivadas da classe *Material*, existentes no FEMOOP, estão mostradas na figura 4.2.

Assim, para que cada ponto de integração pudesse ter seu comportamento tensão-deformação representado por uma combinação de leis constitutivas, conforme os modelos propostos no capítulo 3, foi criada a subclasse *MatMicroplane* (figura 4.2).

Como os dois modelos de microplanos implementados neste trabalho utilizam os mesmos parâmetros para descrever o material, a classe *MatMicroplane* auxilia tanto o modelo explícito quanto o modelo com relaxação cinemática.

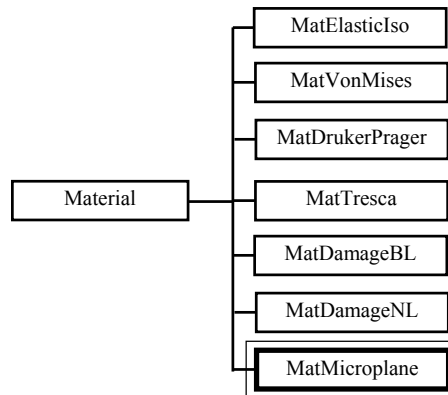


Figura 4.2: Expansão da hierarquia da classe *Material*.

4.3.2 Expansão da Classe *ConstModel*

Para a implementação dos modelos estudados neste trabalho a hierarquia da classe *ConstModel* foi expandida, criando-se a subclasse *MicroplaneCM*, conforme mostra a figura 4.3. A partir dessa classe foram derivadas duas outras classes. A classe *CarolCM*, que representa o modelo explícito e a classe *OzboltCM*, que representa o modelo com relaxação cinemática.

Entre os métodos da classe *MicroplaneCM*, *Stress()* e *ModifyCMatrix()* são os que merecem maior destaque. Devido as diferenças das hipóteses adotadas nos dois modelos, estes métodos foram definidos nas subclasses *CarolCM* e *OzboltCM*.

O método *Stress()* calcula as tensões macroscópicas segundo as equações 3.5 (na classe *CarolCM*) e 3.14 (na classe *OzboltCM*). O método *ModifyCMatrix()* calcula os tensores constitutivos tangentes macroscópicos de acordo com as fórmulas 3.7 (na classe *CarolCM*) e 3.15 (na classe *OzboltCM*). Estas equações estão repetidas na tabela 4.1.

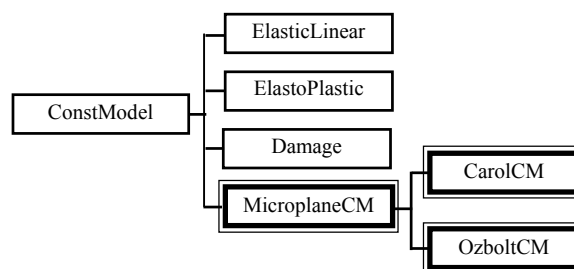


Figura 4.3: Expansão da hierarquia da classe *ConstModel*.

Tabela 4.1: Fórmulas utilizadas para o cálculo das tensões e dos tensores constitutivos tangentes macroscópicos.

Modelo Explícito de Microplanos	
Tensões (σ_{ij})	$\sigma_{ij} = \sigma_V \delta_{ij} + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \sigma_D n_i n_j d\Omega + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{\sigma_{Tr}}{2} (n_i \delta_{rj} + n_j \delta_{ri} - 2n_i n_j n_r) d\Omega$
Tensor Constitutivo Tangente (D_{ijkl})	$D_{ijkl}^{tan} = \frac{E_V^{tan}}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} E_D^{tan} n_i n_j (n_k n_l - \delta_{kl}) d\Omega + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{H_{rs}^{tan}}{4} (n_i \delta_{rj} + n_j \delta_{ri} - 2n_i n_j n_r) (n_k \delta_{sl} + n_l \delta_{sk} - 2n_k n_l n_s) d\Omega$
Modelo com Relaxação Cinemática	
Tensões (σ_{ij})	$\sigma_{ij} = \sigma_V \delta_{ij} + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \sigma_D n_i n_j d\Omega + \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \left[\frac{\sigma_M}{2} (m_i n_j + m_j n_i) + \frac{\sigma_K}{2} (k_i n_j + k_j n_i) \right] d\Omega$
Tensor Constitutivo Tangente (D_{ijkl})	$D_{ijrs}^{tan} = \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \left[E_D^{tan} n_i n_j n_r n_s + \frac{1}{3} n_i n_j \delta_{rs} (E_V^{tan} - E_D^{tan}) + \frac{1}{4} (m_i n_j + m_j n_i) (m_r n_s + m_s n_r) E_M^{tan} + \frac{1}{4} (m_i n_j + m_j n_i) (m_r n_s + m_s n_r) E_K^{tan} \right] d\Omega$

Como pode ser visto nas equações da tabela 4.1 e como já discutido no capítulo 3, para efetuar o cálculo das tensões e do tensor constitutivo tangente macroscópico é necessário uma integração numérica gerando microplanos sobre uma esfera. Além de servir ao processamento da integração numérica, cada um dos microplanos é responsável pela decomposição do tensor macroscópico em diferentes componentes de deformação e pela evolução das leis tensão-deformação para cada uma destas componentes.

Assim, foram criadas duas classes auxiliares (*Microplane* e *MicroplaneLaw*), de modo que os cálculos de σ_{ij} e D_{ijkl} (ver tabela 4.1) fossem efetuados através do instanciamento de N objetos do tipo *Microplane* (onde N é o número de microplanos adotado). Cada um dos objetos *Microplane*, instancia três (no caso de *CarolCM*) ou quatro (no caso de *OzboltCM*) objetos do tipo *MicroplaneLaw*. A figura 4.4 mostra o

diagrama destas instâncias de objetos e os itens seguintes discutem as duas classes auxiliares criadas.

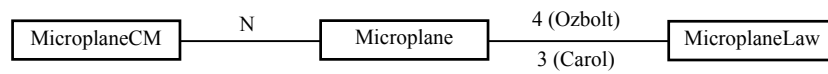


Figura 4.4: Instâncias da classe *MicroplaneCM*.

4.3.3 Classe *Microplane*

Esta classe é a responsável pela decomposição das deformações nos diversos microplanos. Conforme apresentado no capítulo 3, o modelo explícito de microplanos decompõe a deformação em componentes volumétrica, desviadora e tangencial. O modelo de microplanos com relaxação cinemática decompõe as deformações em componentes volumétrica, desviadora, e duas componentes tangenciais (parcelas M e K). Devido a esta diferença, foram criadas duas subclasses para a classe *Microplane*. A subclasse *CarolMP* para o modelo explícito e a classe *OzboltMP* para o modelo com relaxação cinemática (figura 4.5).

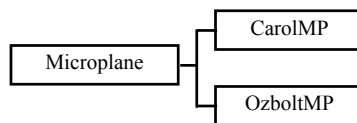


Figura 4.5: Hierarquia da classe *Microplane*.

Na subclasse *CarolMP* estão implementadas as fórmulas da deformação desviadora (ϵ_D) e da deformação tangencial (ϵ_T) apresentadas nas equações (3.4) e (3.2) do capítulo 3. As equações (3.9) e (3.10), que definem as deformações desviadora (ϵ_D) e tangencial (ϵ_T) para o modelo de microplanos com relaxação cinemática, foram implementadas na subclasse *OzboltMP*. A deformação volumétrica não é calculada na classe *Microplane*. Como a deformação volumétrica é invariante, seu cálculo é feito na classe *MicroplaneCM*.

Para o cálculo das deformações nos microplanos, é fundamental que se conheça as componentes que definem a normal ao microplano. Assim cada microplano possui as coordenadas n_1 , n_2 e n_3 , as quais variam de acordo com o número de microplanos utilizado na análise, conforme apresentado nas tabelas 3.1 e 3.2 do item 3.6. Utilizando-

se do conceito de encapsulação oferecido pela filosofia de programação orientada a objetos, a implementação foi realizada permitindo que cada microplano armazene e controle suas variáveis (ϵ_D , ϵ_T , n_1 , n_2 , n_3 e X_K).

4.3.4 Classe *MicroplaneLaw*

Como já comentado, o cálculo das tensões nos microplanos é realizado na classe *MicroplaneLaw*. Conforme apresentado no capítulo 3, cada microplano possui componentes de tensão volumétrica, desviadora e tangencial. Estas componentes são calculadas respectivamente em subclasses específicas, de acordo com a figura 4.6. A subclasse *VollLaw* é a responsável pelo cálculo da tensão volumétrica e a *DevLaw* calcula a tensão desviadora. Devido as diferenças entre as leis tangenciais definidas pelo modelo explícito e pelo modelo com relaxação cinemática, foram implementadas subclasses diferentes para o cálculo das tensões tangenciais dos dois modelos. A subclasse *CarolTanLaw* calcula as tensões tangentes do modelo explícito e a subclasse *OzboltTanLaw* calcula estas tensões para o modelo de microplanos com relaxação cinemática.

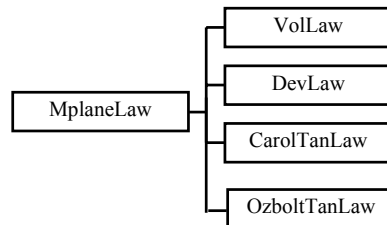


Figura 4.6: Hierarquia da classe *MicroplaneLaw*.

As equações apresentadas no item 3.4 (Relações Constitutivas) e 3.5 (Leis de descarregamento e recarregamento) foram implementadas nas subclasses da classe *MicroplaneLaw* (figura 4.6). Mais uma vez o conceito de encapsulação foi utilizado. Como cada subclasse armazena e controla suas variáveis, o acompanhamento do estado de carregamento em cada microplano, ficou facilitado. Desta forma, pode-se verificar se o microplano está carregando, descarregando ou recarregando sem maiores dificuldades.

4.4 OBTENÇÃO DAS TRAJETÓRIAS DE EQUILÍBRIO E MODELAMENTO DA ARMADURA

Nos itens anteriores deste capítulo, foram apresentadas apenas as modificações realizadas no FEMOOP durante este trabalho. Entretanto, para a realização do mesmo, foram utilizadas duas ferramentas já existentes no programa: os métodos de obtenção da trajetória de equilíbrio e os modelos constitutivos representativos da armadura.

A implementação das várias técnicas de obtenção de trajetórias de equilíbrio é suportada pela classe *Path*, cuja a hierarquia está apresentada na figura 4.7.

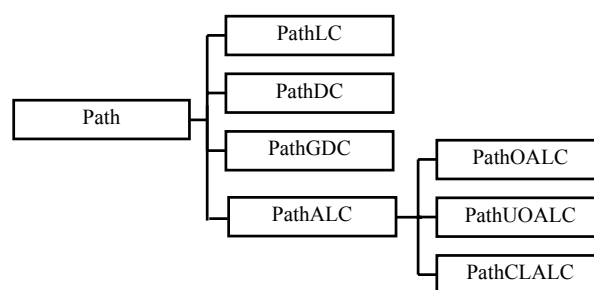


Figura 4.7: Hierarquia da classe *Path*.

A figura 4.7 apresenta os métodos de controle utilizados neste trabalho, conforme apresentado no capítulo 2. A subclasse *PathLC*, suporta a implementação do método de controle de carga. Os métodos de controle direto de deslocamento e controle de deslocamento generalizado estão implementados, respectivamente, nas classes *PathDC* e *PathGDC*. Encontra-se implementado no FEMOOP três variações do método de comprimento de arco (subclasse *PathALC*). Estas variações estão implementadas nas classes *PathOALC*, *PathUOALC* e *PathCALC*, referentes aos casos de trajetória de iteração ortogonal à tangente inicial, trajetória de iteração ortogonal à tangente da iteração anterior e trajetória circular, respectivamente.

Para o modelamento da armadura, o aço foi considerado como material elasto-plástico. O modelo constitutivo que define as leis tensão-deformação para este tipo de material encontra-se implementado na subclasse *ElastoPlastic* (figura 4.8).

A figura 4.9 apresenta a curva tensão-deformação adotada para o aço. Inicialmente o material apresenta um comportamento linear elástico segundo seu módulo de elasticidade (E) até atingir sua tensão de escoamento (f_y).

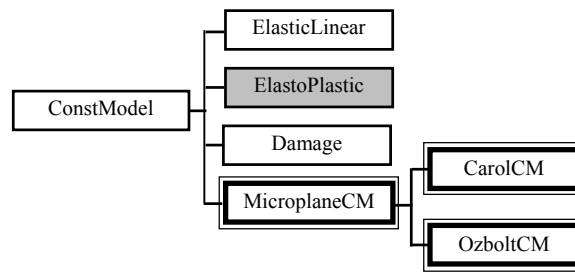


Figura 4.8: Hierarquia da classe *ConstModel*.

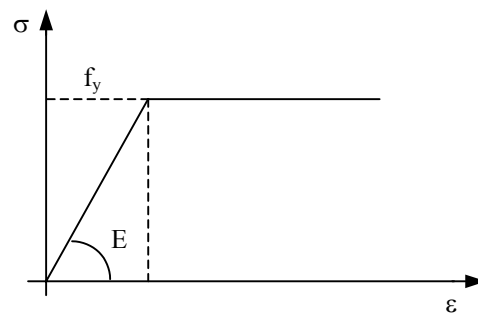


Figura 4.9: Curva tensão-deformação adotada para o aço.

CAPÍTULO V

EXEMPLOS

Este capítulo está subdividido em cinco itens. No item 5.1 realiza-se um estudo da estabilidade numérica dos modelos implementados. O item 5.2 apresenta problemas numéricos que inviabilizam a utilidade do modelo explícito quando deseja-se simular estados de tensão com tração dominante. A comparação dos resultados obtidos através da simulação computacional é comparada com os resultados experimentais no item 5.3. Por fim, várias simulações de ensaios de estruturas de concreto simples e concreto armado são apresentadas, respectivamente, nos itens 5.4 e 5.5.

5.1 ESTUDO DA ESTABILIDADE NUMÉRICA DOS MODELOS IMPLEMENTADOS

Neste primeiro grupo de exemplos deseja-se investigar possíveis problemas de instabilidade numérica dos modelos de microplanos implementados. Para este estudo, foi adotado um ensaio de compressão axial de um cubo de 1 m de lado.

Os parâmetros do material são os do concreto ensaiado por Van Mier et al. (1984). Tanto Carol et al. (1992) quanto Ozbolt et al. (2001) propuseram parâmetros para descrever esse concreto segundo os modelos de microplanos. Os parâmetros sugeridos estão mostrados na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Parâmetros que descrevem o concreto ensaiado por Van Mier (1984).

Parâmetros	Carol et. al (1992) (CAR)	Ozbolt et. al (2001) (OZB)
f_c	38 MPa	38 MPa
E	24060 Mpa	45000 MPa
ν	0.18	0.18
η	0.85	0.80
a	0.005	0.005
b	0.225	0.043
p	0.25	0.75
q	2.25	2.00
a_1	0.0004	0.00010
a_2	0.0043	0.0010
a_3	0.0018	0.0012
p_1	0.5	1.0
p_2	1.5	0.9
p_3	1.5	0.9

A estabilidade numérica do modelo explícito (MEX) e do modelo com relaxação cinemática (MRC) foi avaliada variando-se o fator de carga externa inicial (FCE), a tolerância para convergência (TOL), o número de microplanos (NMP), o método incremental-iterativo (MII), o número de elementos finitos (NEF) e os parâmetros do

material (PMT). Em todas as simulações foram adotados os limites máximos de 200 passos e 50 iterações por passo.

5.1.1 Variação do Fator de Carga Externa Inicial (FCE)

Inicialmente avaliam-se as respostas dos modelos de microplanos mediante variação do fator de carga externa inicial.

A malha de elementos finitos utilizada é composta por quatro elementos quadrados de quatro nós em estado plano de tensões com quatro pontos de integração, conforme mostra-se na figura 5.1. A análise não-linear foi feita utilizando-se uma tolerância para convergência de 10^{-3} , 21 microplanos e o método de controle de deslocamento generalizado (CDG).

Os parâmetros do material utilizados junto ao modelo explícito foram os propostos por Carol et al. (1992). Para o modelo com relaxação cinemática utilizou-se os parâmetros sugeridos por Ozbolt et al. (2001). Estes conjuntos de parâmetros estão apresentados na tabela 5.1. Na tabela 5.2, apresenta-se um resumo dos parâmetros utilizados na análise.

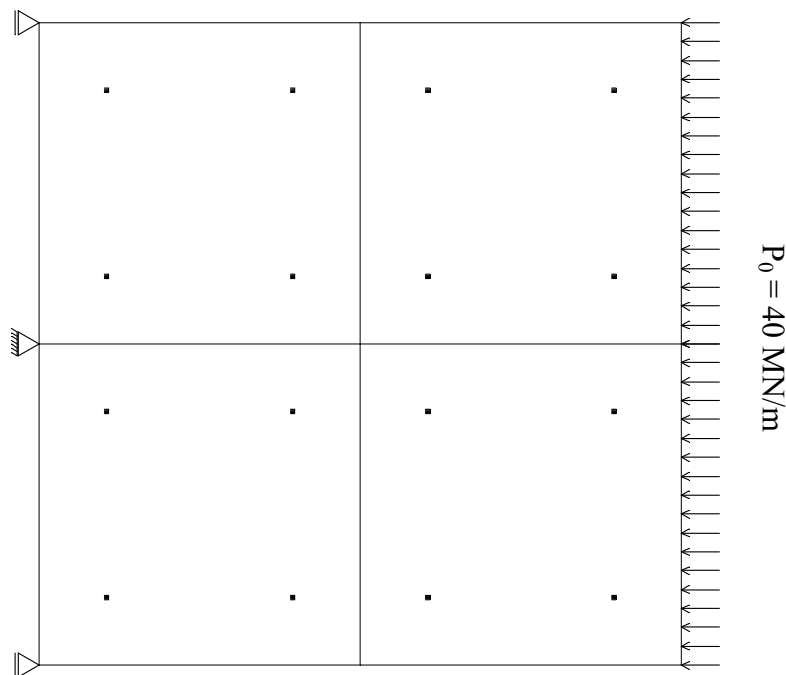


Figura 5.1: Malha de elementos finitos utilizada no estudo da estabilidade numérica.

Na figura 5.2 são apresentadas as trajetórias de equilíbrio obtidas com o modelo explícito para diferentes fatores de carga externa inicial. Para o modelo com relaxação cinemática os resultados estão mostrados na figura 5.3.

Tabela 5.2: Parâmetros utilizados na análise variando-se o fator de carga externa inicial (FCE).

Parâmetros da Análise	Modelo de Microplanos (MMP)	
	Modelo Explícito (MEX)	Modelo com Relaxação Cinemática (MRC)
Fator de Carga Externa Inicial (FCE)	Variável	Variável
Tolerância para Convergência (TOL)	10^{-3}	10^{-3}
Número de Microplanos (NMP)	21	21
Método Incremental-Iterativo (MII)	CDG	CDG
Número de Elementos Finitos (NEF)	4	4
Parâmetros do Material (PMT)	CAR	OZB

Como pode ser observado na figura 5.2, o modelo explícito mostra-se bastante sensível à variação do fator de carga externa inicial. Nota-se também, que a medida que este fator aumenta, o modelo descreve melhor a trajetória de equilíbrio. Este tipo de comportamento caracteriza um problema de instabilidade numérica.

O Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática apresentou melhor estabilidade numérica mediante variação do fator de carga. Analisando a figura 5.3, percebe-se que o modelo descreve, sem dificuldades, a trajetória de equilíbrio para todos os fatores de carga testados neste exemplo.

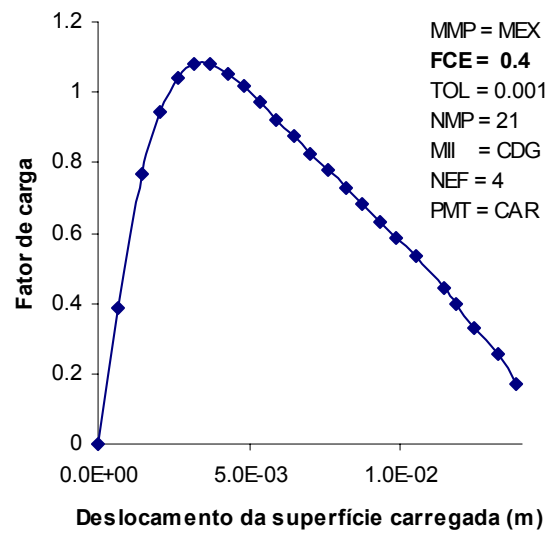
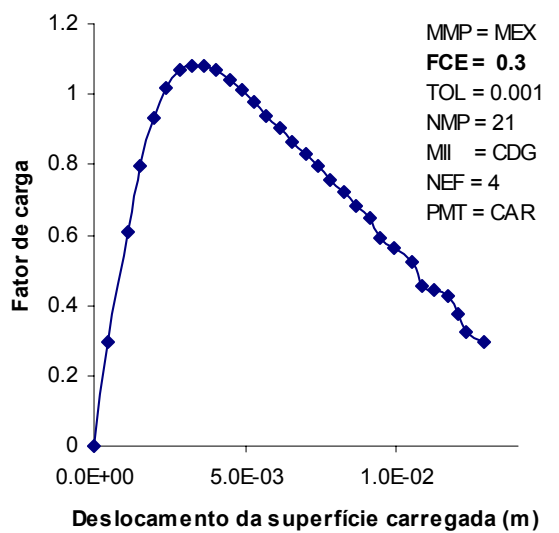
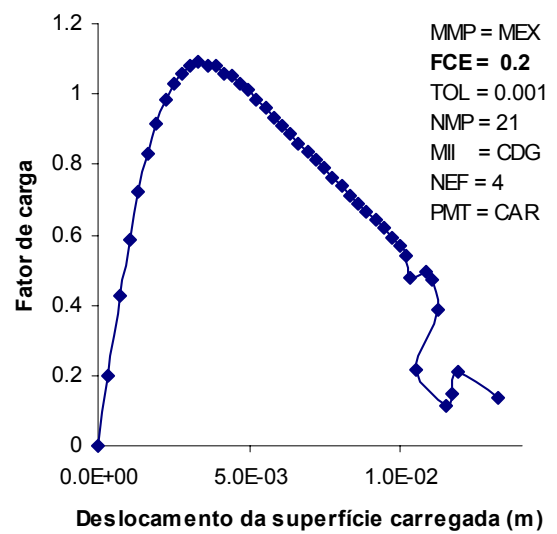
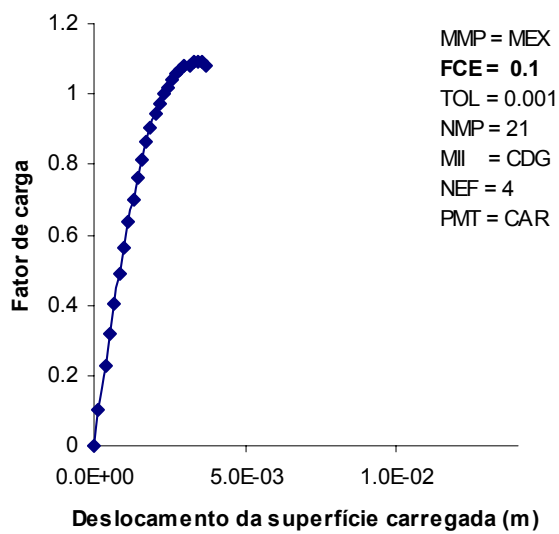


Figura 5.2: Trajetórias de equilíbrio obtidas utilizando o modelo explícito com diferentes fatores de carga externa.

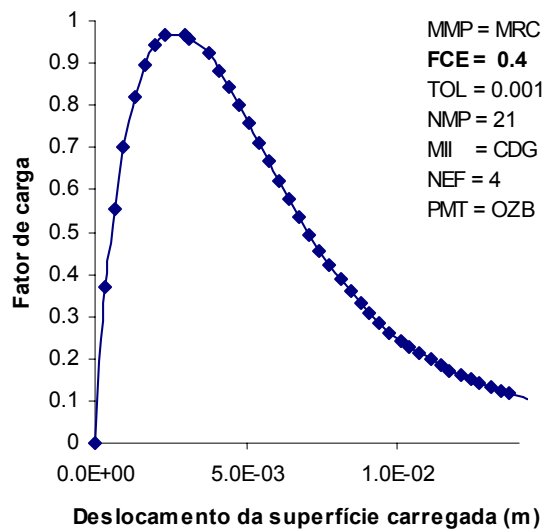
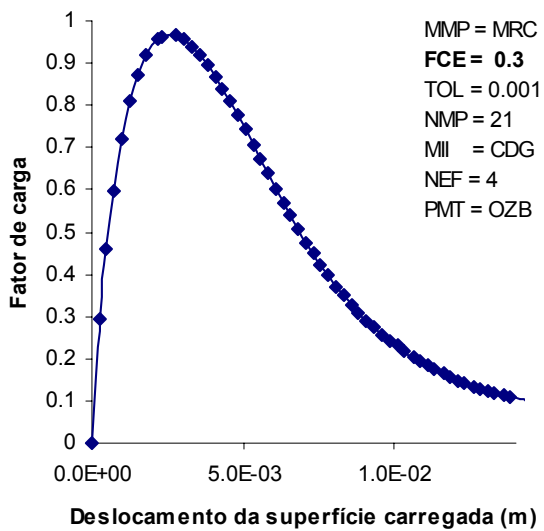
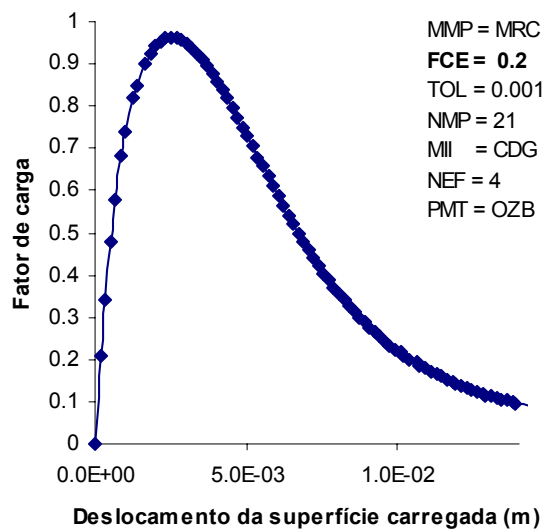
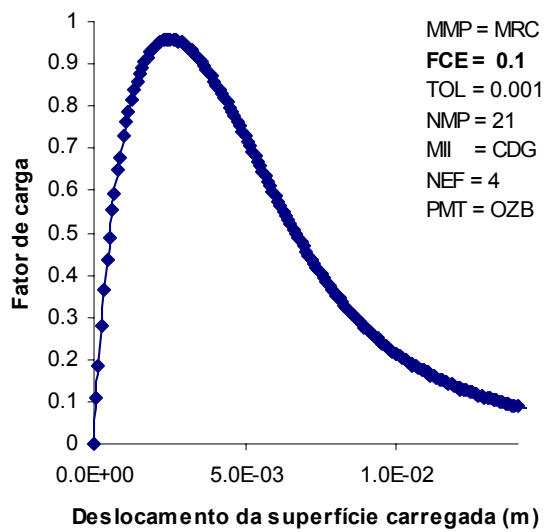


Figura 5.3: Trajetórias de equilíbrio obtidas utilizando o modelo com relaxação cinemática para diferentes fatores de carga externa.

5.1.2 Variação da Tolerância para Convergência (TOL)

Neste item, as respostas dos modelos de microplanos serão avaliadas de acordo com a variação da tolerância para convergência.

Foi utilizada a malha da figura 5.1 para a realização deste grupo de testes. A análise não-linear foi realizada utilizando-se um fator de carga externa inicial de 0.2, 21 microplanos e o método de controle de deslocamento generalizado (CDG).

Os parâmetros do material utilizados junto ao modelo explícito foram os propostos por Carol et al. (1992). Para o modelo com relaxação cinemática utilizou-se os parâmetros sugeridos por Ozbolt et al. (2001). Estes conjuntos de parâmetros estão apresentados na tabela 5.1. Na tabela 5.3, apresenta-se um resumo dos parâmetros utilizados nesta análise.

Tabela 5.3: Parâmetros utilizados na análise variando-se a tolerância para convergência (TOL).

Parâmetros da Análise	Modelo de Microplanos (MMP)	
	Modelo Explícito (MEX)	Modelo com Relaxação Cinemática (MRC)
Fator de Carga Externa Inicial (FCE)	0.2	0.2
Tolerância para Convergência (TOL)	Variável	Variável
Número de Microplanos (NMP)	21	21
Método Incremental-Iterativo (MII)	CDG	CDG
Número de Elementos Finitos (NEF)	4	4
Parâmetros do Material (PMT)	CAR	OZB

Os resultados obtidos neste grupo de testes estão apresentados nas figuras 5.4 e 5.5. Analisando-os, pode-se afirmar que mediante a variação da tolerância não há mudança significativa na descrição da trajetória de equilíbrio quando utiliza-se o modelo com relaxação cinemática. Entretanto, quando o modelo utilizado é o explícito, percebe-se uma variação na descrição das trajetórias. Assim, o modelo explícito de microplanos também mostrou-se bastante instável quando submetido à variação da tolerância para convergência.

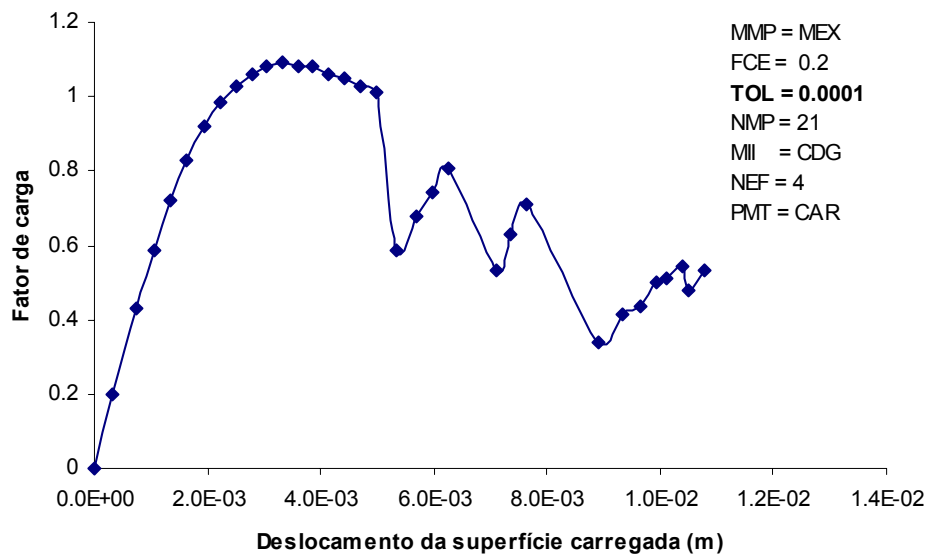
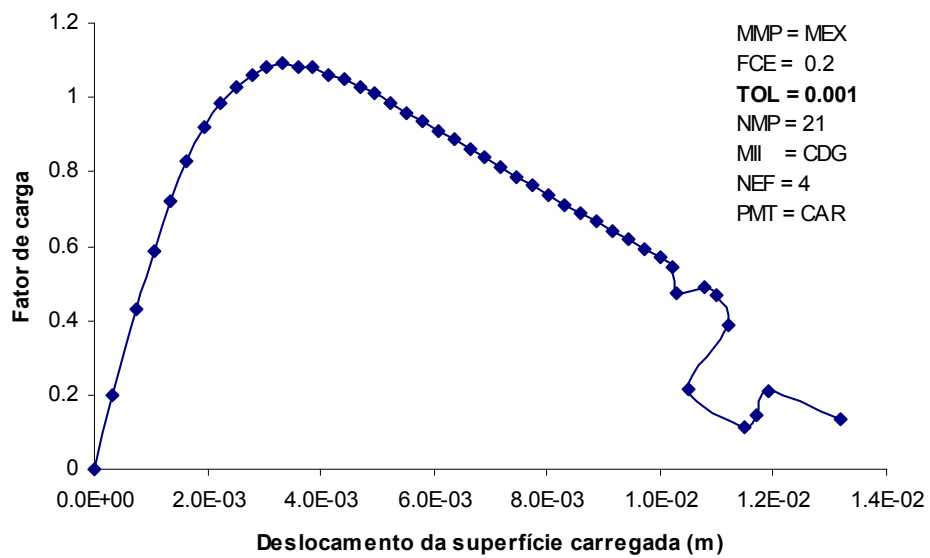


Figura 5.4: Trajetórias de equilíbrio obtidas através do modelo explícito com diferentes tolerâncias para convergência.

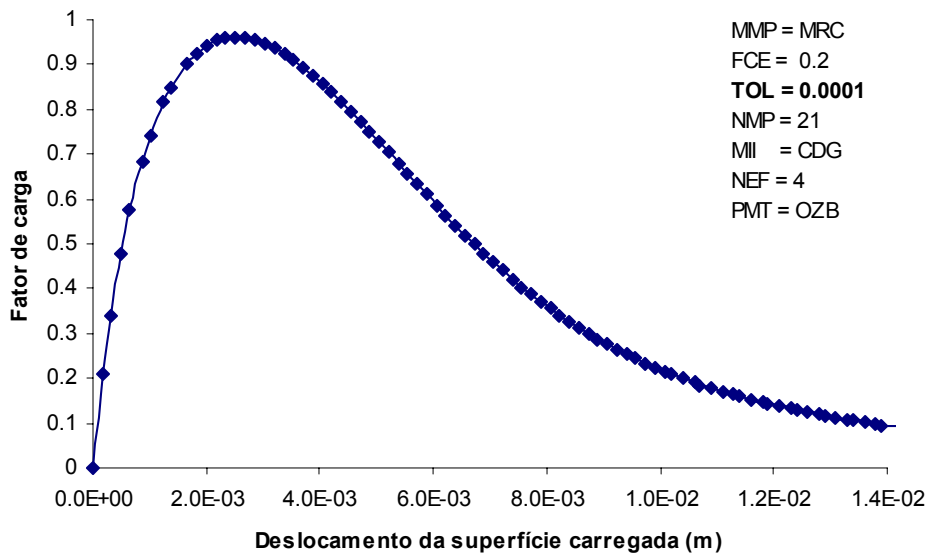
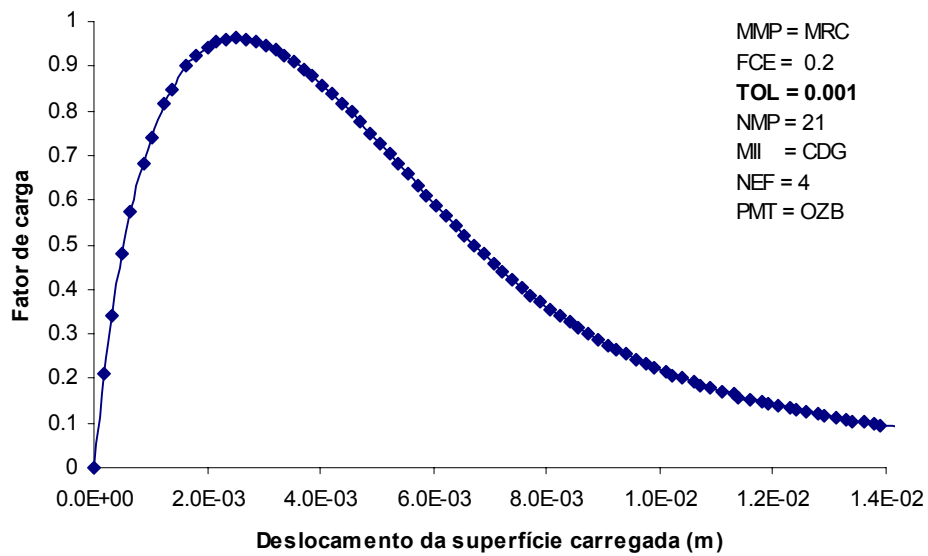


Figura 5.5: Trajetórias de equilíbrio obtidas através do modelo com relaxação cinemática com diferentes tolerâncias para convergência.

5.1.3 Variação do Número de Microplanos (NMP)

Segundo Bazant e Oh (1985), o número de microplanos mais eficiente para a integração numérica sobre a semi esfera é 21. Neste mesmo trabalho verifica-se que 28 e 33 microplanos apresentam a mesma precisão encontrada com 21 microplanos. Entretanto, quanto menor o número de microplanos utilizados na integração numérica, menor o esforço computacional. Por isso o número de 21 microplanos é considerado o mais eficiente. A fim de demonstrar que a precisão da resposta não varia significativamente ao se optar por um número maior de microplanos, foram efetuados ensaios adotando 33 microplanos na integração numérica sobre a semi esfera.

Para a realização deste grupo de testes foi utilizada a malha da figura 5.1. A análise não-linear foi realizada utilizando-se um fator de carga externa inicial de 0.2, tolerância para convergência de 10^{-3} e o método de controle de deslocamento generalizado (CDG).

Os parâmetros do material utilizados junto ao modelo explícito foram os propostos por Carol et al. (1992). Para o modelo com relaxação cinemática utilizou-se os parâmetros sugeridos por Ozbolt et al. (2001). Estes conjuntos de parâmetros estão apresentados na tabela 5.1. Na tabela 5.4, apresenta-se um resumo dos parâmetros utilizados nesta análise.

As figuras 5.6 e 5.7 mostram as trajetórias de equilíbrio obtidas utilizando 21 e 33 microplanos.

Tabela 5.4: Parâmetros utilizados na análise variando-se o número de microplanos (NMP).

Parâmetros da Análise	Modelo de Microplanos (MMP)	
	Modelo Explícito (MEX)	Modelo com Relaxação Cinemática (MRC)
Fator de Carga Externa Inicial (FCE)	0.2	0.2
Tolerância para Convergência (TOL)	10^{-3}	10^{-3}
Número de Microplanos (NMP)	Variável	Variável
Método Incremental-Iterativo (MII)	CDG	CDG
Número de Elementos Finitos (NEF)	4	4
Parâmetros do Material (PMT)	CAR	OZB

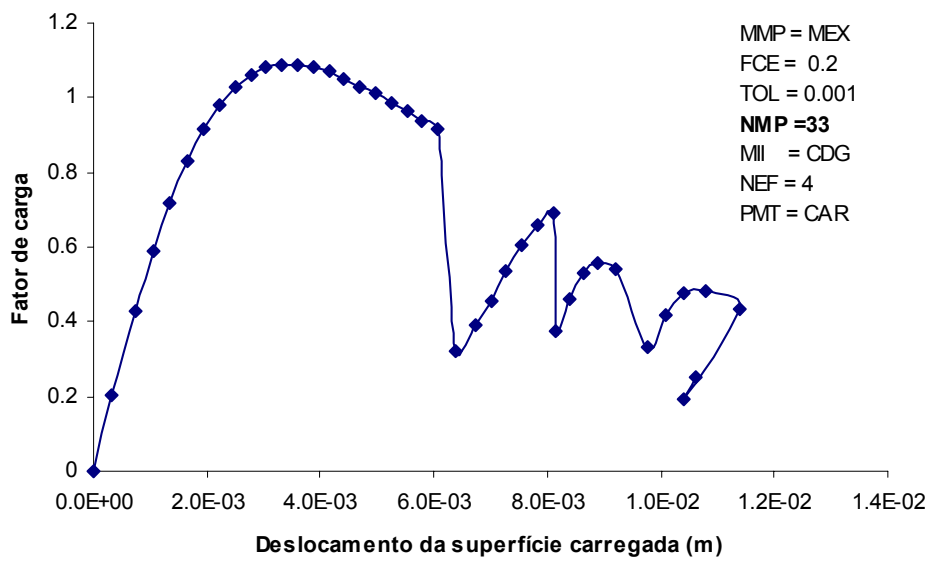
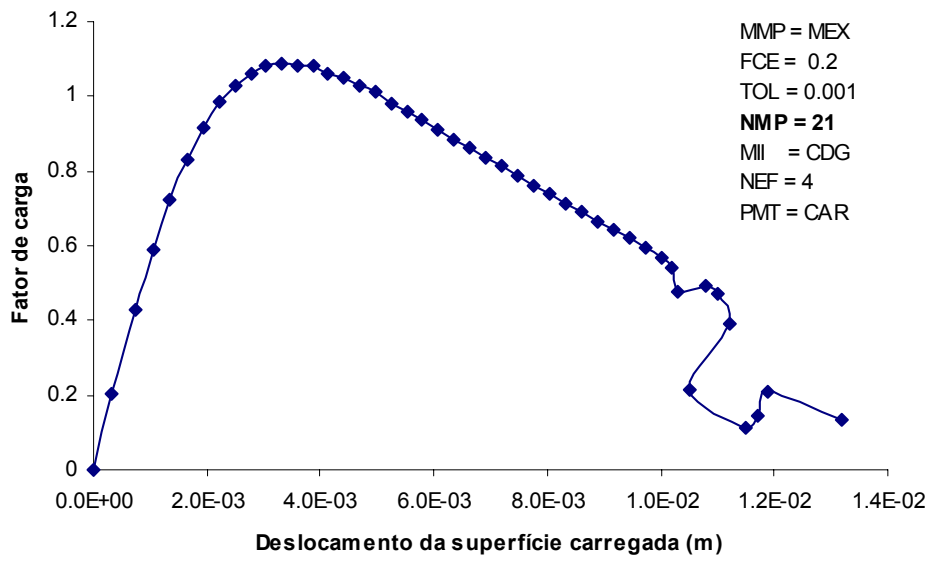


Figura 5.6: Trajetórias de equilíbrio obtidas através do modelo explícito utilizando diferentes números de microplanos.

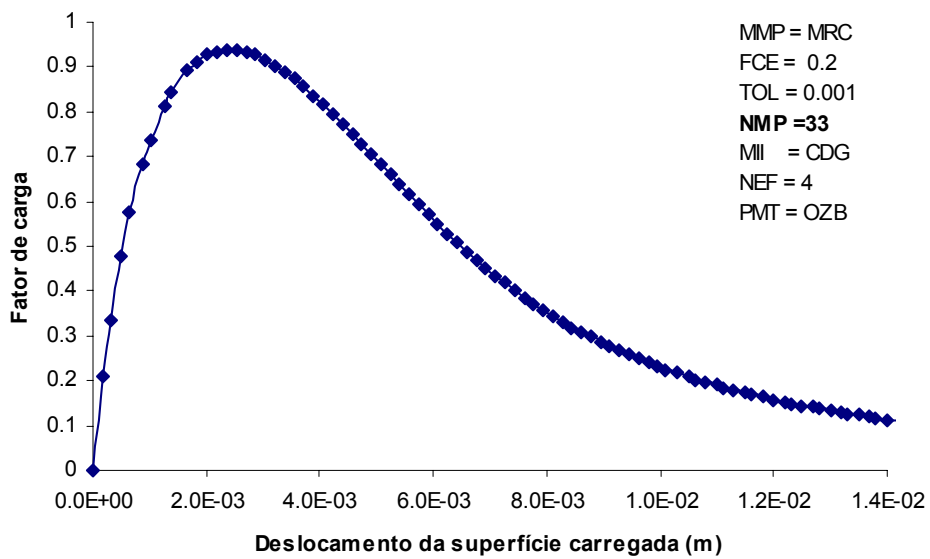
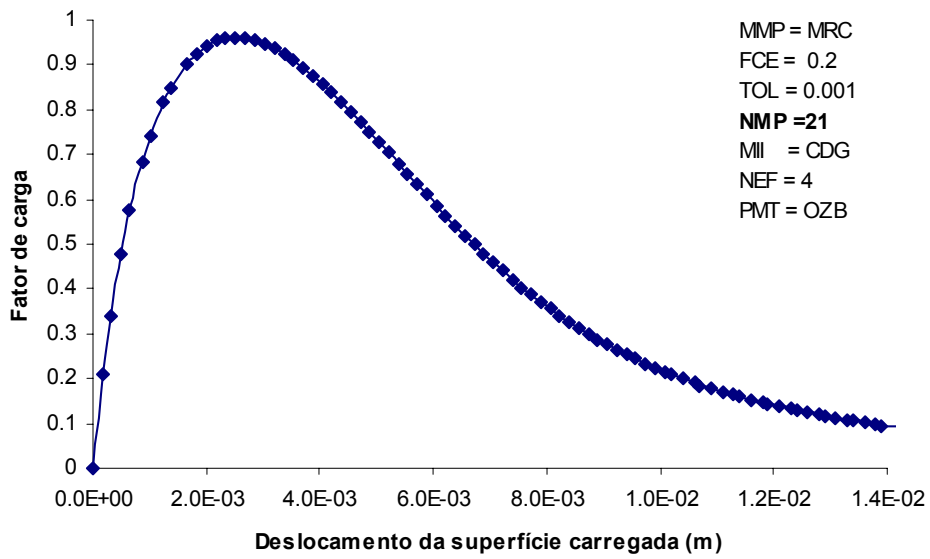


Figura 5.7: Trajetórias de equilíbrio obtidas através do modelo com relaxação cinemática utilizando diferentes números de microplanos.

Como pode ser observado nas figuras 5.6 e 5.7, o aumento do número de microplanos na integração numérica sobre a semi esfera não ofereceu nenhuma melhora na resposta do modelo constitutivo. Assim, o uso de um número de microplanos maior que 21, apenas aumenta o esforço computacional da análise. No caso do modelo explícito, o aumento do número de microplanos aumenta a dificuldade para convergência, caracterizando novamente problemas de instabilidade numérica.

5.1.4 Variação dos Métodos Incrementais-Iterativos (MII)

O FEMOOP permite que a análise não-linear seja realizada através de vários métodos de controle. Neste estudo, os métodos de controle de deslocamento generalizado (CDG), controle direto de deslocamento (CDD) e o de comprimento de arco circular (CCA) são analisados junto ao modelo de microplanos.

Para a realização da análise não-linear o fator de carga foi mantido em 0.2. Com base nos estudos anteriores, foi utilizada uma tolerância para convergência de 10^{-3} , 21 microplanos e a malha de elementos finitos apresentada na figura 5.1.

Os parâmetros do material utilizados junto ao modelo explícito foram os propostos por Carol et al. (1992). Para o modelo com relaxação cinemática utilizou-se os parâmetros sugeridos por Ozbolt et al. (2001). Estes conjuntos de parâmetros estão apresentados na tabela 5.1. Na tabela 5.5, apresenta-se um resumo dos parâmetros utilizados nesta análise.

Tabela 5.5: Parâmetros utilizados na análise variando-se os métodos incrementais-iterativos (MII).

Parâmetros da Análise	Modelo de Microplanos (MMP)	
	Modelo Explícito (MEX)	Modelo com Relaxação Cinemática (MRC)
Fator de Carga Externa Inicial (FCE)	0.2	0.2
Tolerância para Convergência (TOL)	10^{-3}	10^{-3}
Número de Microplanos (NMP)	21	21
Método Incremental-Iterativo (MII)	Variável	Variável
Número de Elementos Finitos (NEF)	4	4
Parâmetros do Material (PMT)	CAR	OZB

Como pode ser observado na figuras 5.8, o modelo explícito de microplanos teve um desempenho melhor junto aos métodos de controle direto de deslocamento e de deslocamento generalizado. Este modelo apresentou problemas de instabilidade numérica quando utilizado com o método de controle de comprimento de arco.

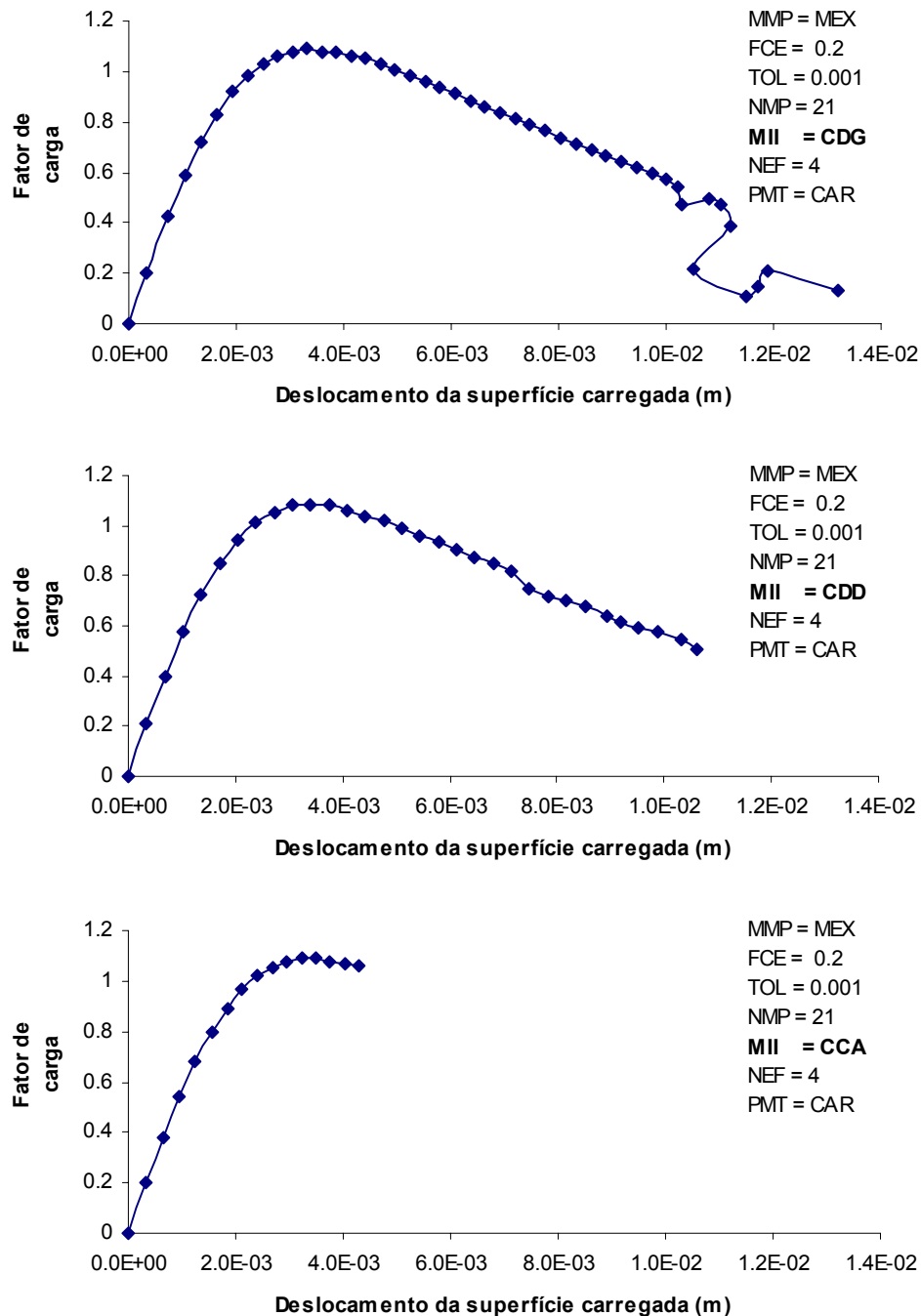


Figura 5.8: Trajetórias de equilíbrio obtidas através do modelo explícito utilizando diversos métodos de controle (CDG, CDD e CCA).

A figura 5.9 mostra que o modelo de microplanos com relaxação cinemática apresentou um bom desempenho junto a todos os métodos de controle. O método de controle de comprimento de arco, com o qual o modelo explícito apresentou problemas de convergência, não apresentou qualquer problema junto ao modelo com relaxação cinemática.

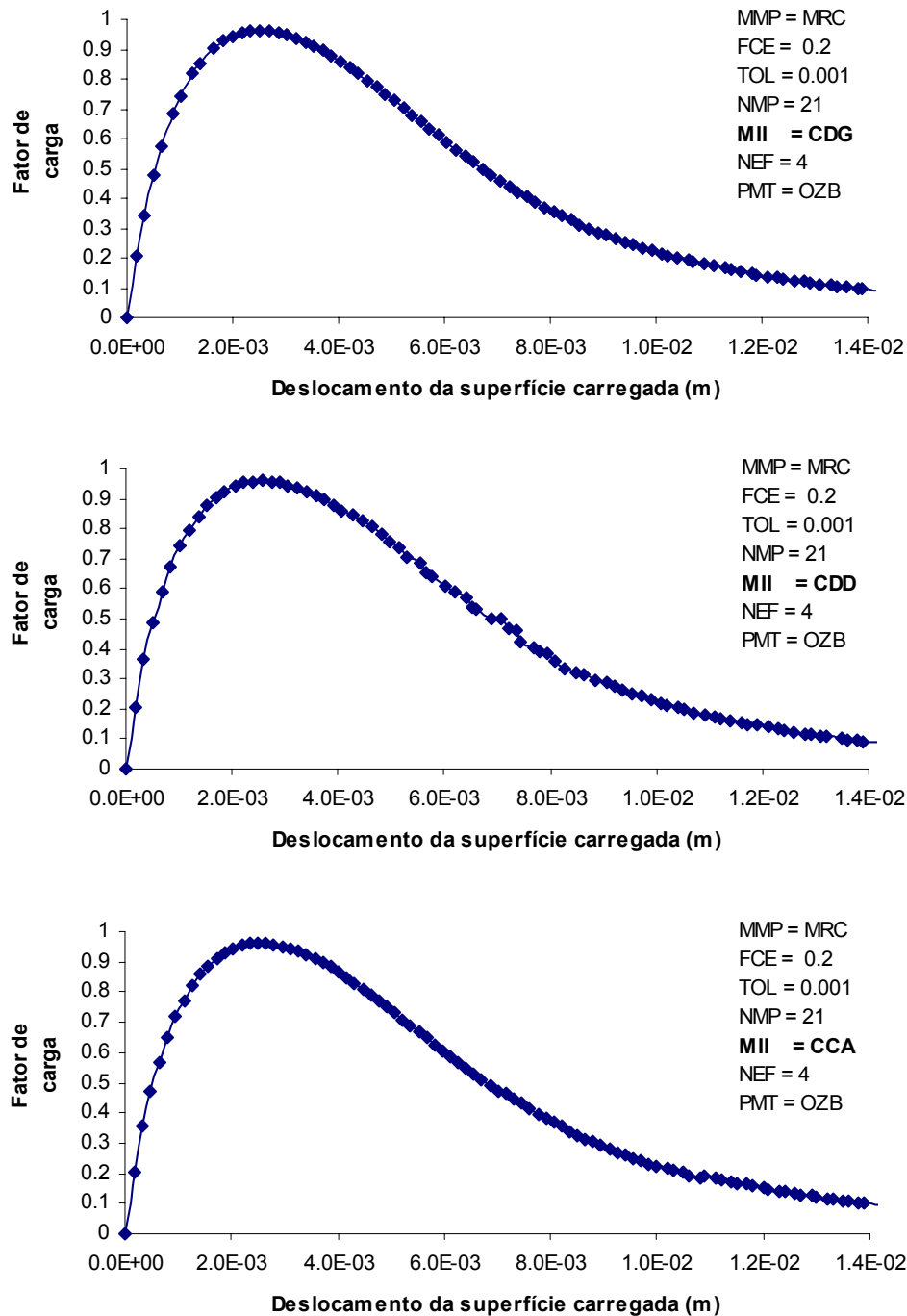


Figura 5.9: Trajetórias de equilíbrio obtidas através do modelo com relaxação cinemática utilizando diversos métodos de controle (CDG, CDD e CCA).

5.1.5 Variação do Número de Elementos Finitos (NEF)

Para esta análise são adotadas 3 malhas de elementos finitos. Uma com 4 elementos (figura 5.1) e outras duas com 16 e 64 elementos, conforme figura 5.10. Para estas malhas, serão realizados ensaios de compressão axial, com carga de referência $P_0 = 40 \text{ MN/m}$. A análise não-linear foi realizada com fator de carga externa inicial de 0.2, tolerância para convergência de 10^{-3} , 21 microplanos e foi utilizado o método de controle de deslocamento generalizado (CDG).

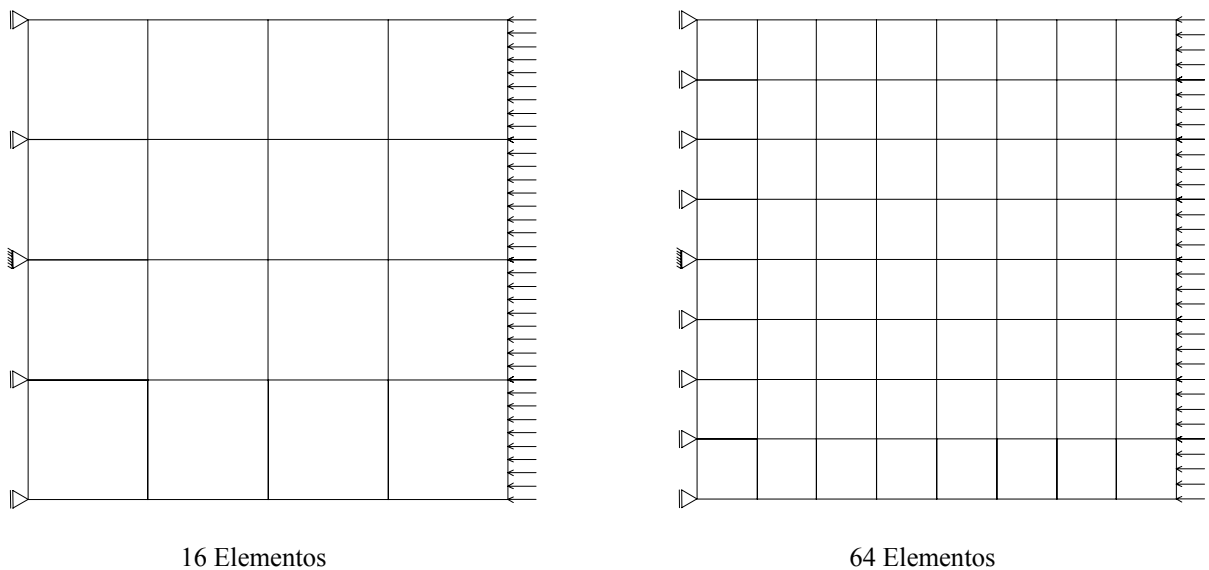


Figura 5.10: Malhas utilizadas no ensaio de compressão axial.

Os parâmetros do material utilizados junto ao modelo explícito foram os propostos por Carol et al. (1992). Para o modelo com relaxação cinemática utilizou-se os parâmetros sugeridos por Ozbolt et al. (2001). Estes conjuntos de parâmetros estão apresentados na tabela 5.1. Na tabela 5.6, apresenta-se um resumo dos parâmetros utilizados nesta análise.

Como pode ser observado na figura 5.11, o modelo explícito mostrou-se bastante sensível à variação da malha. À medida que o número de elementos finitos aumenta, o modelo apresenta problemas de instabilidade numérica e a convergência torna-se mais difícil.

O Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática comportou-se bem mediante a variação da malha de elementos finitos. De acordo com os resultados

apresentados na figura 5.12, mesmo com a variação da malha, o amolecimento do material foi descrito sem maiores dificuldades de convergência.

Tabela 5.6: Parâmetros utilizados na análise (NEF).

Parâmetros da Análise	Modelo de Microplanos (MMP)	
	Modelo Explícito (MEX)	Modelo com Relaxação Cinemática (MRC)
Fator de Carga Externa Inicial (FCE)	0.2	0.2
Tolerância para Convergência (TOL)	10^{-3}	10^{-3}
Número de Microplanos (NMP)	21	21
Método Incremental-Iterativo (MII)	CDG	CDG
Número de Elementos Finitos (NEF)	Variável	Variável
Parâmetros do Material (PMT)	CAR	OZB

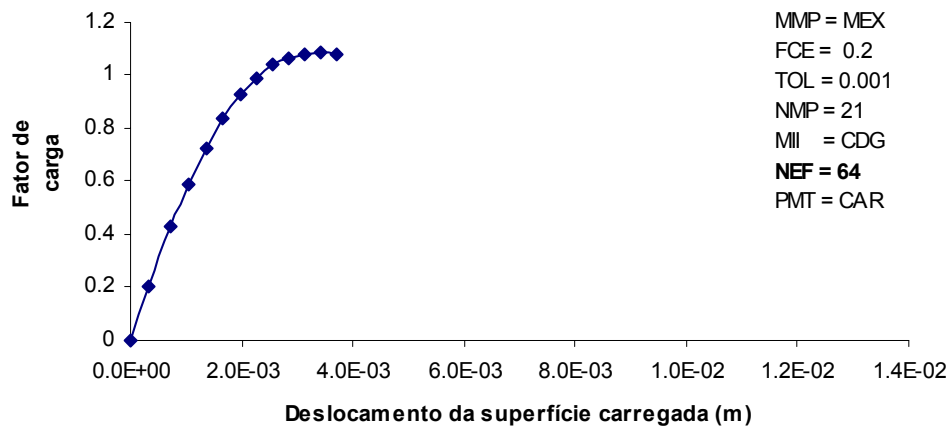
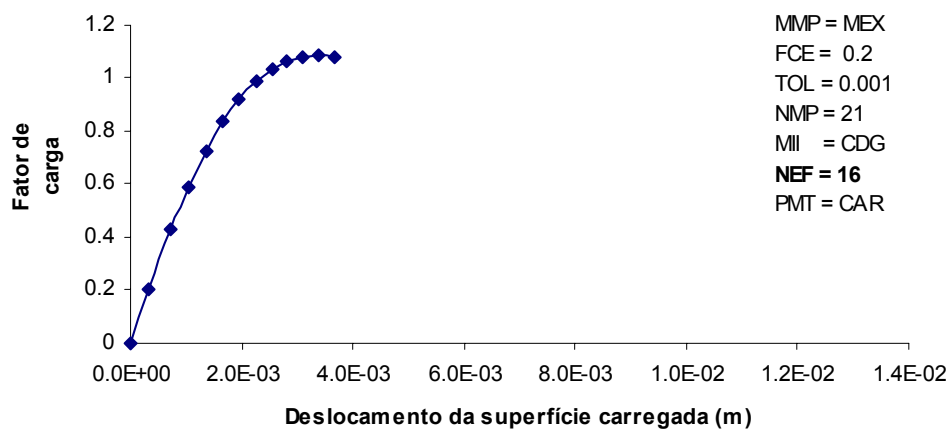
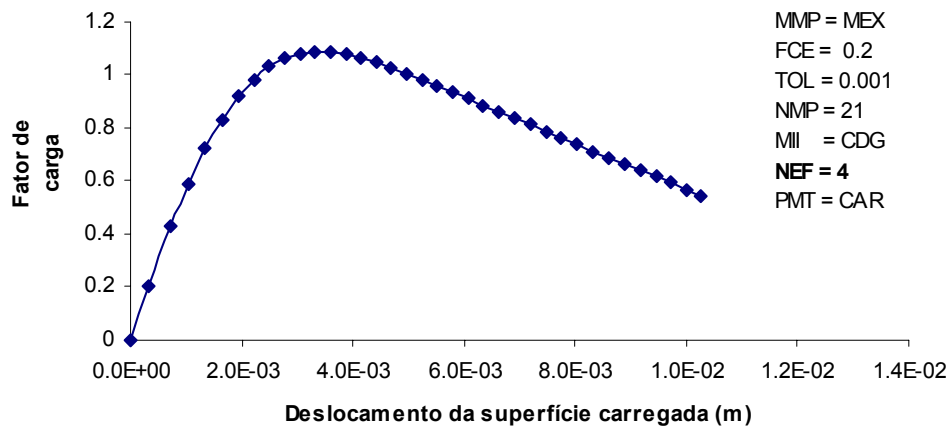


Figura 5.11: Trajetórias de equilíbrio obtidas através do modelo explícito utilizando diversas malhas de elementos finitos (4, 16 e 64 elementos).

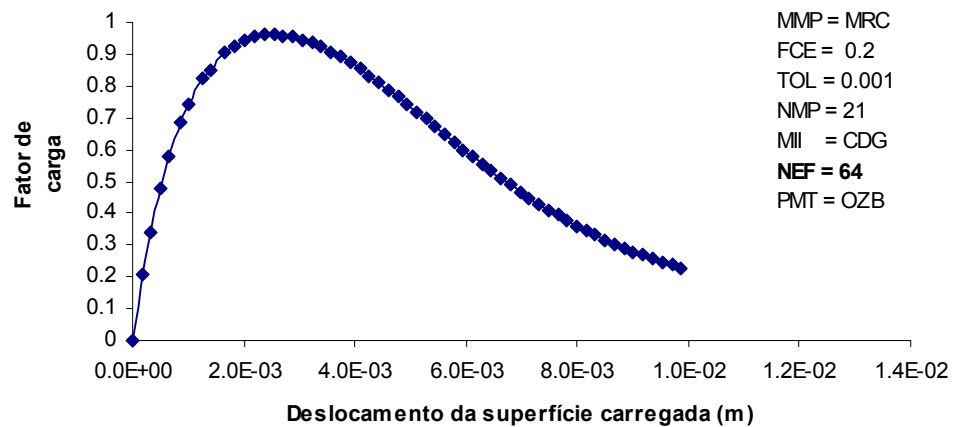
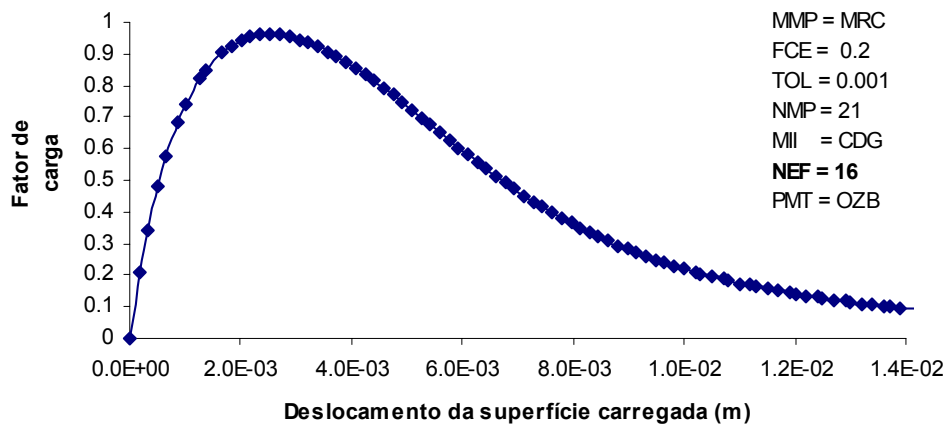
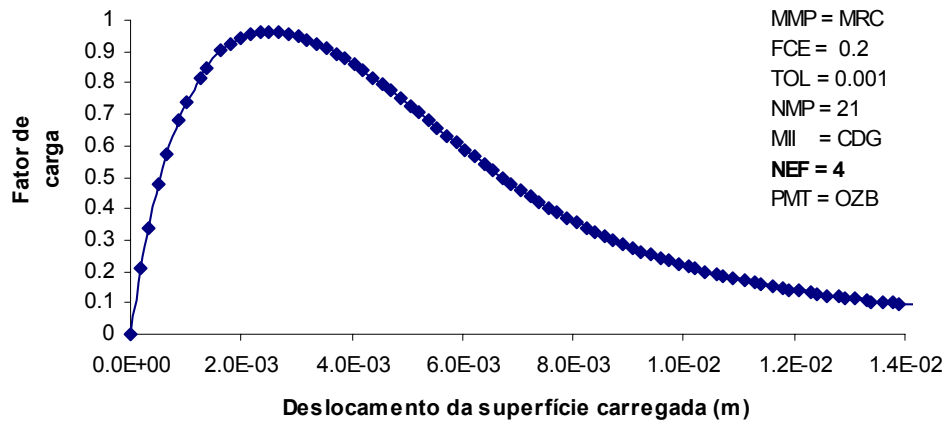


Figura 5.12: Trajetórias de equilíbrio obtidas através do modelo com relaxação cinemática utilizando diversas malhas de elementos finitos (4, 16 e 64 elementos).

5.1.6 Variação dos Parâmetros dos Materiais (PMT)

Os parâmetros utilizados para descrever o material através do modelo de microplanos são gerados a partir de resultados de curvas experimentais. O ajuste destes parâmetros é de fundamental importância para uma correta simulação numérica do material.

Como já mostrado na tabela 5.1, Carol et. al. (1992) e Ozbolt et. al.(2001) propuseram parâmetros diferentes para descrever o concreto ensaiado por Van Mier et. al (1984). Até aqui, todos os ensaios foram realizados utilizando os parâmetros materiais propostos por Carol et al. (1992) junto ao modelo explícito e os propostos pelo Ozbolt et al. (2001) junto ao modelo com relaxação cinemática. Nesta etapa da análise, os materiais propostos por ambos serão simulados pelos dois modelos implementados. Com isso será possível avaliar a sensibilidade do modelo à variação destes parâmetros.

Para esta análise foi adotado um fator de carga externa inicial de 0.2, tolerância para convergência de 10^{-3} , 21 microplanos, o método de controle de deslocamento generalizado e uma malha de 4 elementos finitos (figura 5.1). O resumo dos parâmetros utilizados nesta análise estão apresentados na tabela 5.7.

Tabela 5.7: Parâmetros utilizados na análise variando-se os parâmetros do material (PMT).

Parâmetros da Análise	Modelo de Microplanos (MMP)	
	Modelo Explícito (MEX)	Modelo com Relaxação Cinemática (MRC)
Fator de Carga Externa Inicial (FCE)	0.2	0.2
Tolerância para Convergência (TOL)	10^{-3}	10^{-3}
Número de Microplanos (NMP)	21	21
Método Incremental-Iterativo (MII)	CDG	CDG
Número de Elementos Finitos (NEF)	4	4
Parâmetros do Material (PMT)	Variável	Variável

Nas figuras 5.13 e 5.14 estão mostradas as trajetórias de equilíbrio obtidas com os dois modelos implementados utilizando os parâmetros propostos por Ozbolt et al. (2001) e Carol et al. (1992).

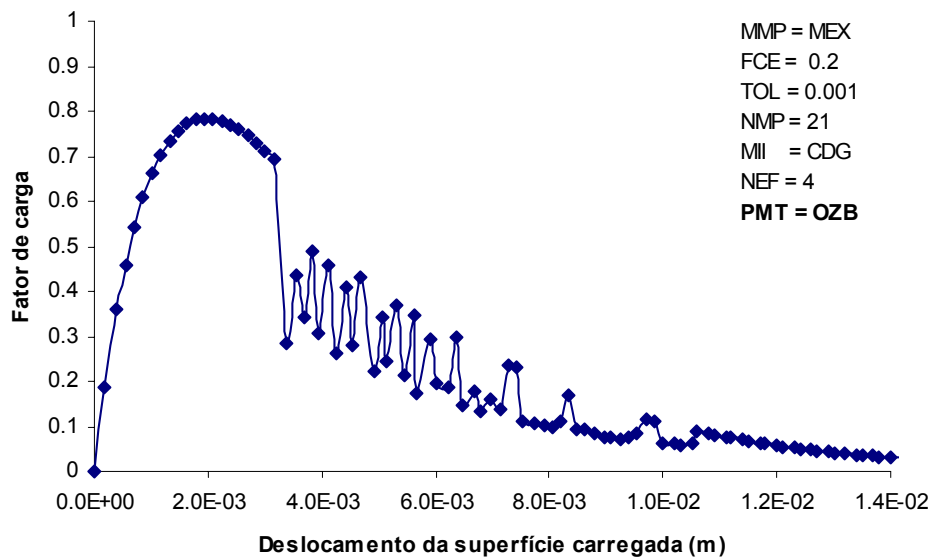
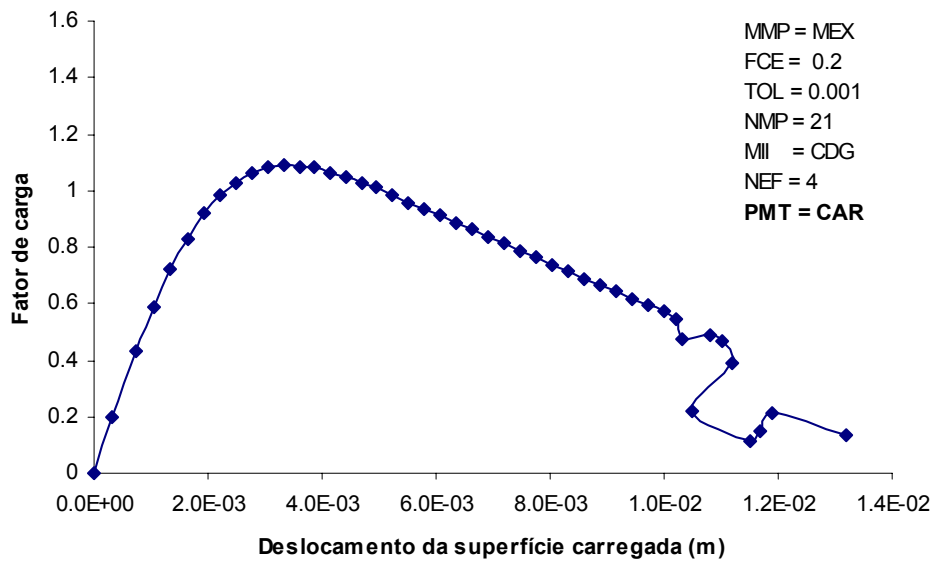


Figura 5.13: Trajetórias de equilíbrio obtidas com o modelo explícito utilizando os parâmetros do material propostos por Carol et al. (1992) e Ozbolt et al. (2001).

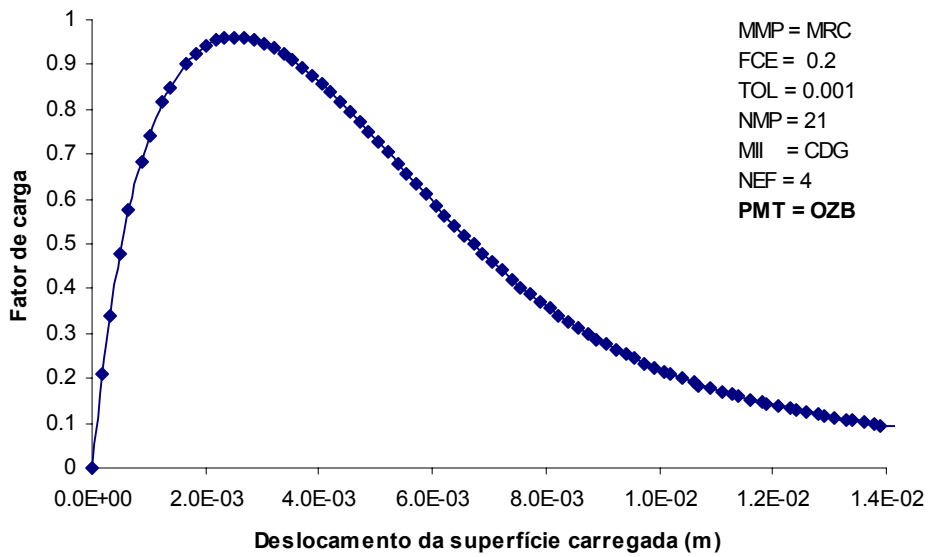
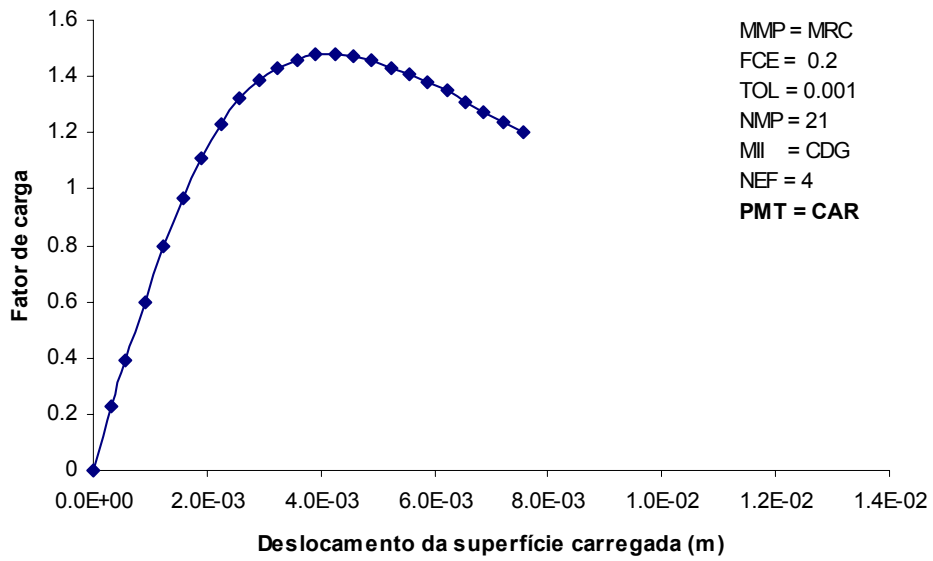


Figura 5.14: Trajetórias de equilíbrio obtidas com o modelo com relaxação cinemática utilizando os parâmetros do material propostos por Ozbolt et al. (2001) e Carolo et al. (1992).

Conforme os resultados apresentados nas figuras 5.13 e 5.14, os parâmetros propostos por Ozbolt et al. (2001) descrevem melhor o ensaio realizado por Van Mier et al. (1984). Pode-se também observar que para um mesmo conjunto de parâmetros o modelo explícito apresentou maiores problemas de instabilidade numérica. Verifica-se ainda que, dependendo dos parâmetros adotados, os modelos tem maior ou menor dificuldade em descrever as trajetórias de equilíbrio.

5.2 PROBLEMAS DE INSTABILIDADE EM ESTADOS DE TRAÇÃO DOMINANTE

Este item dedica-se ao estudo dos problemas de instabilidade apresentados pelo Modelo Explícito de Microplanos quando o estado de tensão dominante é de tração. Serão apresentadas simulações numéricas de tração axial e de tração com cisalhamento a fim de demonstrar tais problemas. As simulações foram realizadas tanto com o Modelo Explícito de Microplanos como com o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática.

5.2.1 Ensaio de Tração Uniaxial

Para este ensaio foi adotado um cubo unitário com 1,0 m de lado, discretizado com um elemento finito quadrangular de quatro nós em estado plano de tensão com quatro pontos de integração (figura 5.15). Admitiu-se uma tolerância para a convergência de 10^{-3} e a análise não-linear foi realizada utilizando-se o método de deslocamento generalizado. O parâmetro generalizado de deslocamento foi obtido a partir de um fator de carga externa inicial de 0,3 e a carga de referência adotada foi 5.32 MN/m.

Os parâmetros do material utilizados com o modelo explícito foram os propostos por Carol et al. (1992). Para o modelo com relaxação cinemática utilizou-se os parâmetros sugeridos por Ozbolt et al. (2001). Estes conjuntos de parâmetros estão apresentados na tabela 5.1.

Como pode ser observado na figura 5.15, o modelo explícito exibiu uma expansão lateral incompatível com o comportamento normalmente observado. No gráfico da figura 5.16 percebe-se que no início do ensaio, antes do concreto iniciar um processo de fissuração, há uma redução lateral como esperado. Entretanto, a medida que o carregamento aumenta, começa a existir uma expansão lateral.

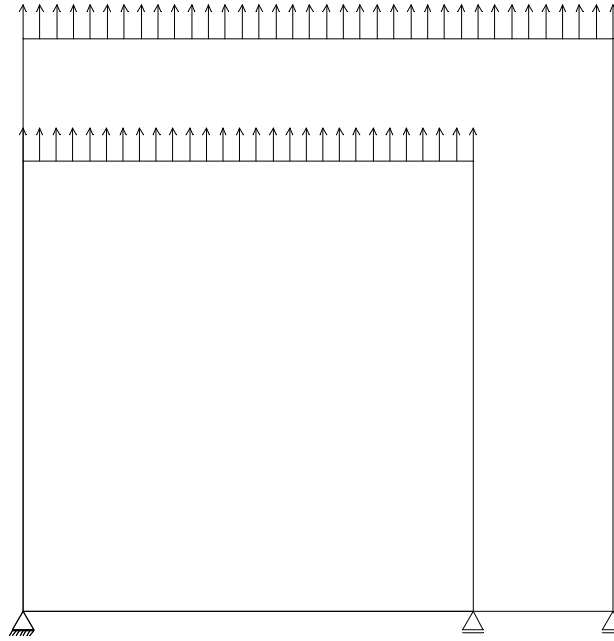


Figura 5.15: Expansão lateral verificada no ensaio de tração axial.

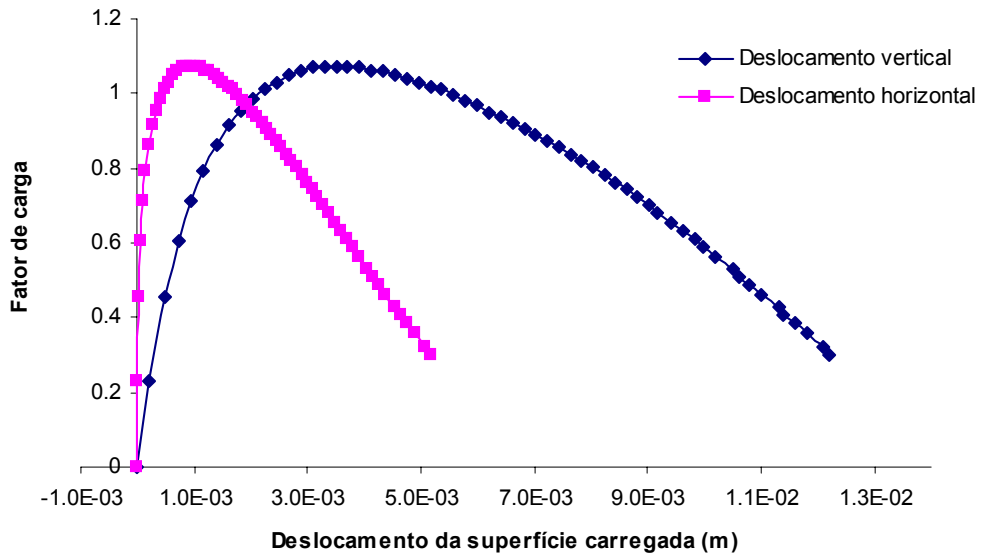


Figura 5.16: Trajetórias de equilíbrio do ensaio de tração axial.

Para a simulação com o modelo com relaxação cinemática os resultados estão mostrados nas figuras 5.17 e 5.18. Como pode ser observado nestas duas figuras, o deslocamento lateral apresenta um comportamento compatível com o esperado.

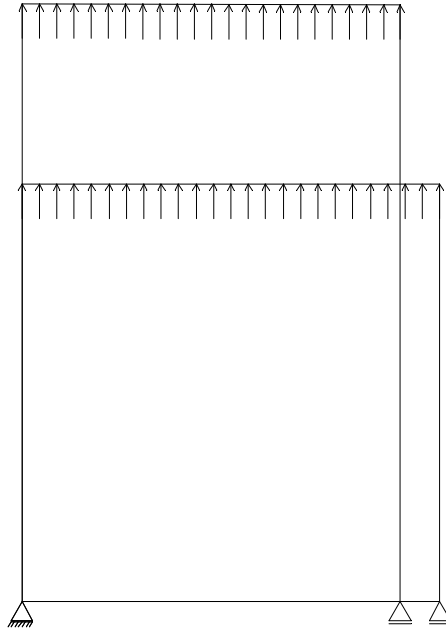


Figura 5.17: Redução lateral verificada no ensaio de tração axial.

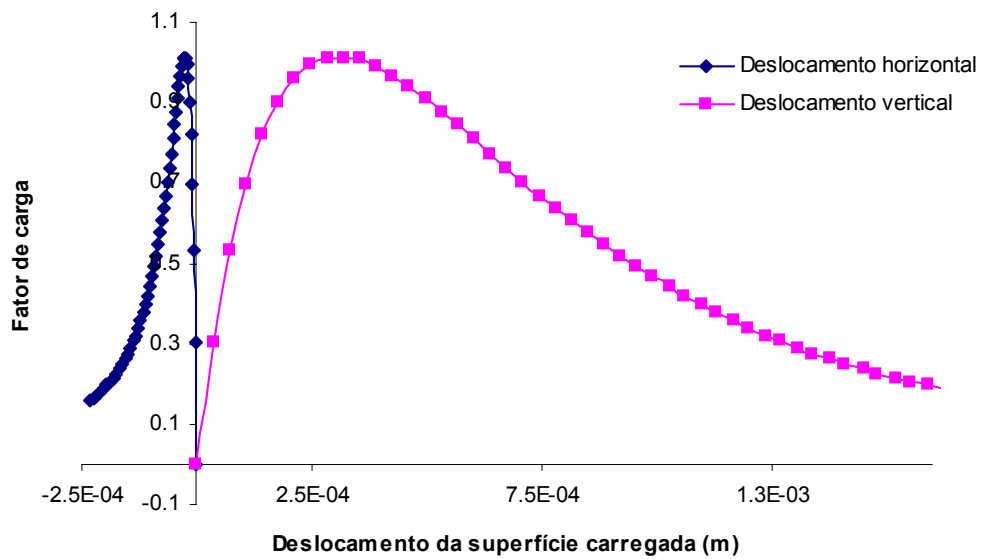


Figura 5.18: Trajetórias de equilíbrio do ensaio de tração axial.

5.2.2 Ensaio de Tração com Cisalhamento

Para a realização deste ensaio, adotou-se as mesmas características do ensaio de tração axial, acrescentando-se apenas uma carga de cisalhamento no valor de 2.0 MN/m.

Para a simulação com o modelo explícito, o estado deformado da malha de elementos finitos está mostrado na figura 5.19. Observando-se esta figura, percebe-se

que a carga de cisalhamento está sendo aplicada em um sentido e o corpo de prova está deformando-se no sentido contrário.

O mesmo exemplo foi simulado utilizando-se o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática. Este modelo conseguiu simular de forma coerente este tipo de sollicitação conforme pode ser observado na deformada apresentada na figura 5.20.

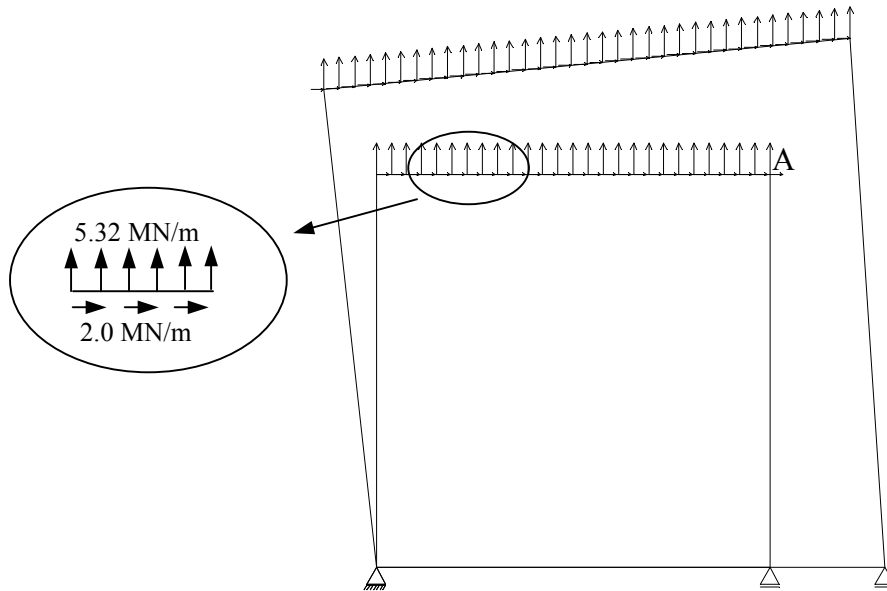


Figura 5.19: Estado deformado apresentado pelo modelo explícito no ensaio de tração com cisalhamento.

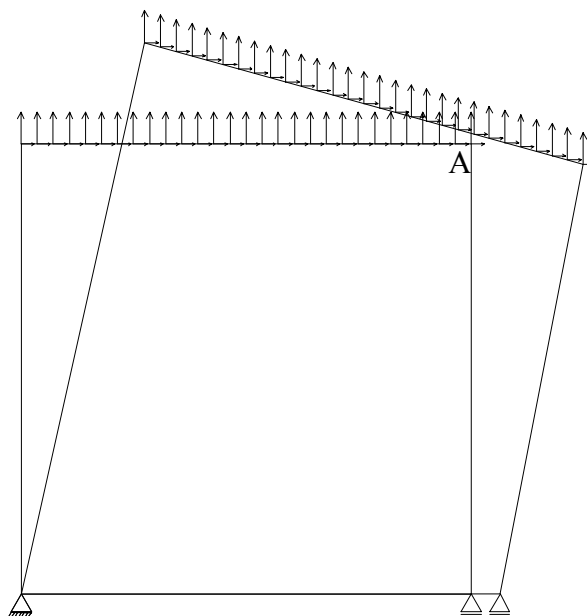


Figura 5.20: Estado deformado apresentado pelo modelo com relaxação cinemática no ensaio de tração com cisalhamento.

O comportamento anômalo apresentado pela forma deformada do corpo de prova no ensaio realizado com o modelo explícito, também pode ser observado na trajetória de equilíbrio do ponto A na figura 5.21(a). Entretanto, observando os resultados obtidos com o modelo com relaxação cinemática (figura 5.21(b)), percebe-se que a trajetória de equilíbrio apresenta um formato coerente.

Os dois exemplos acima investigados mostram que o Modelo Explícito de Microplanos apresenta sérios problemas em simulações que envolvem estados de tração dominante. Os dois exemplos também mostram que a formulação proposta por Ozbolt et al. (2001) solucionou tais problemas, devido à aplicação de uma relaxação à restrição cinemática conforme apresentado no capítulo 2.

Em Ozbolt et al. (2001) pode ser encontrada a explicação matemática para os problemas de instabilidade do Modelo Explícito de Microplanos, aqui apresentados.

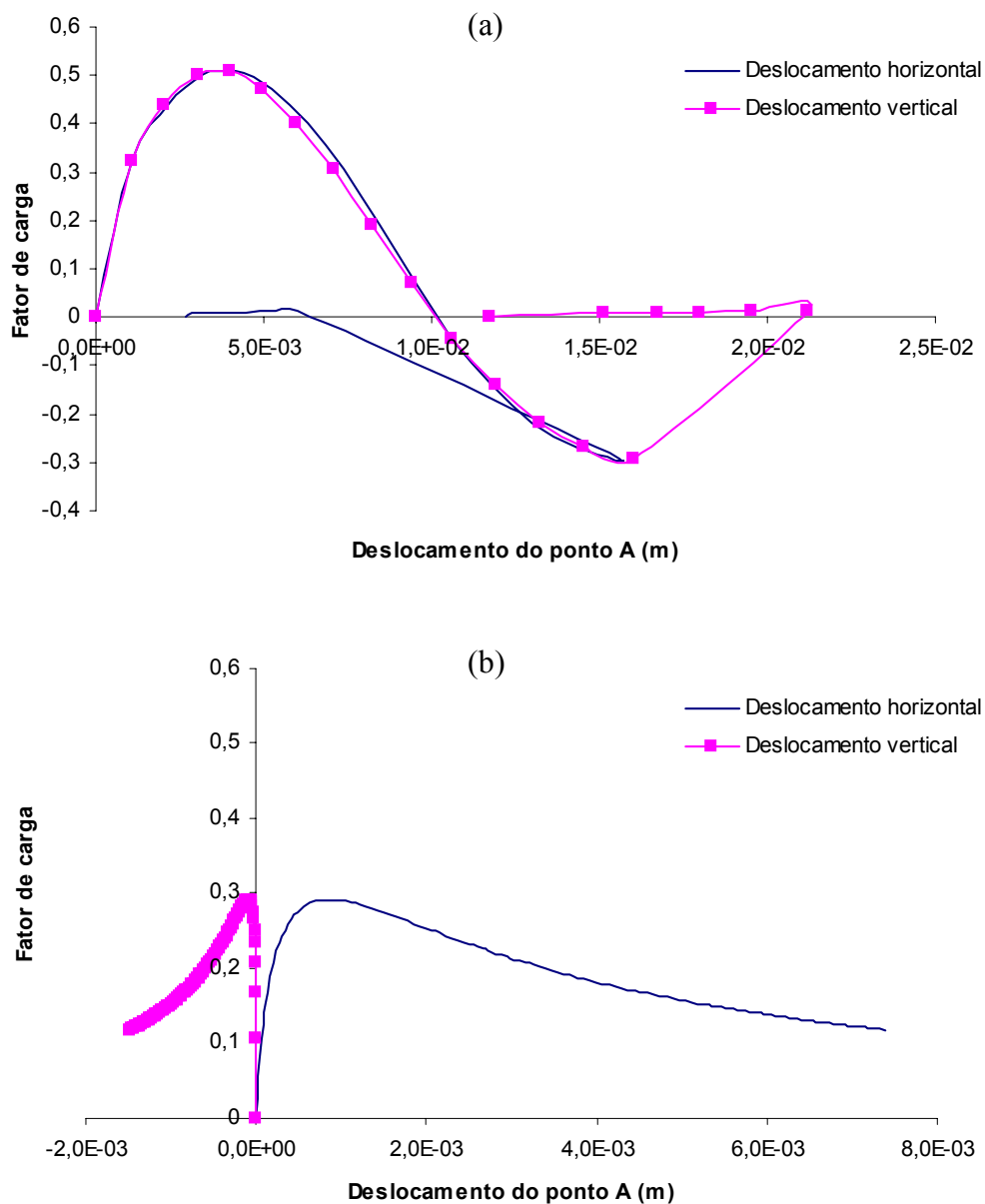


Figura 5.21: Trajetórias de equilíbrio do ensaio de tração com cisalhamento utilizando (a) o modelo explícito e (b) o modelo com relaxação cinemática.

5.3 COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Como já dito anteriormente, os parâmetros utilizados para descrever o material através do modelo de microplanos são gerados a partir de resultados de curvas experimentais. Em Ozbolt et al. (2001) pode-se encontrar sugestões de parâmetros que descrevem alguns materiais ensaiados experimentalmente. A seguir, simulações numéricas de alguns materiais serão apresentadas. A resposta do Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática será então comparada com os dados de ensaios

disponíveis na literatura. Para esta comparação serão tomados dois ensaios de compressão axial (Van Mier et al. (1984) e Sinha et al. (1964)) e um de tração axial (Reinhardt et al. (1984)).

Os parâmetros dos materiais utilizados para realizar as simulações destes ensaios estão apresentados na tabela 5.8.

É importante ressaltar que nas três simulações, deseja-se comparar a resposta constitutiva do material e não o comportamento estrutural revelado em cada um dos ensaios. Em outras palavras, os aspectos geométricos (tamanho e formato do corpo de prova) que podem influenciar na resposta estrutural nem sempre são levados em consideração.

Tabela 5.8: Parâmetros dos materiais utilizados nas simulações numéricas.

Parâmetros	Van Mier et al. (1984)	Sinha et al. (1964)	Reinhardt et al. (1984)
f_c	38 Mpa	29.0 Mpa	52.0 Mpa
E	45000 MPa	27500 Mpa	34700 Mpa
ν	0.18	0.18	0.18
η	0.8	0.8	1.0
a	0.005	0.005	0.005
b	0.043	0.043	0.043
p	0.75	0.75	0.75
q	2.00	2.0	2.0
a_1	0.00010	0.00007	0.000072
a_2	0.0010	0.0013	0.0022
a_3	0.0012	0.0015	0.0025
p_1	1.0	1.0	1.0
p_2	0.9	0.82	1.0
p_3	0.9	0.82	1.0

5.3.1 Ensaio Realizado por Van Mier et al. (1984)

Para este ensaio foi utilizada uma malha de 4 elementos quadrangulares de quatro nós com quatro pontos de integração (figura 5.22) formando um cubo unitário. A análise não-linear foi realizada utilizando um fator de carga externa inicial de 0.2, tolerância para convergência de 10^{-3} , 21 microplanos e adotando o método de controle de deslocamento generalizado. A carga de referência adotada foi de $P_0 = 40 \text{ MN/m}$.

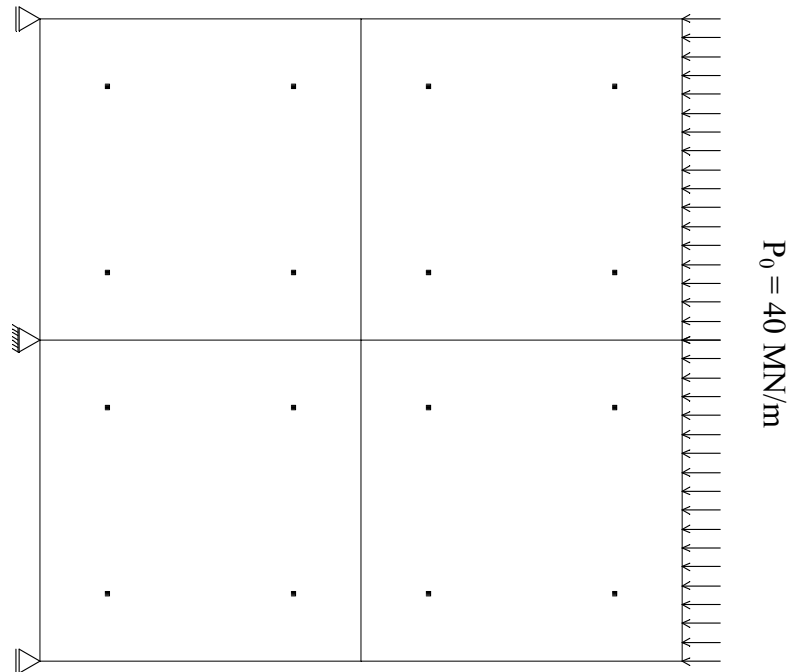


Figura 5.22: Malha utilizada na simulação do ensaio de compressão axial de Van Mier et al. (1984).

A comparação entre os resultados numérico, obtido com o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática, e experimental está apresentada na figura 5.23.

A partir da figura 5.23 verifica-se que o modelo de microplanos foi capaz de simular com bastante precisão o ensaio realizado por Van Mier et al. (1984). Observa-se uma pequena diferença entre os resultados na parte final do ramo descendente da trajetória de equilíbrio. Esta diferença pode estar relacionada aos aspectos geométricos do ensaio que, como já foi dito, não foram considerados.

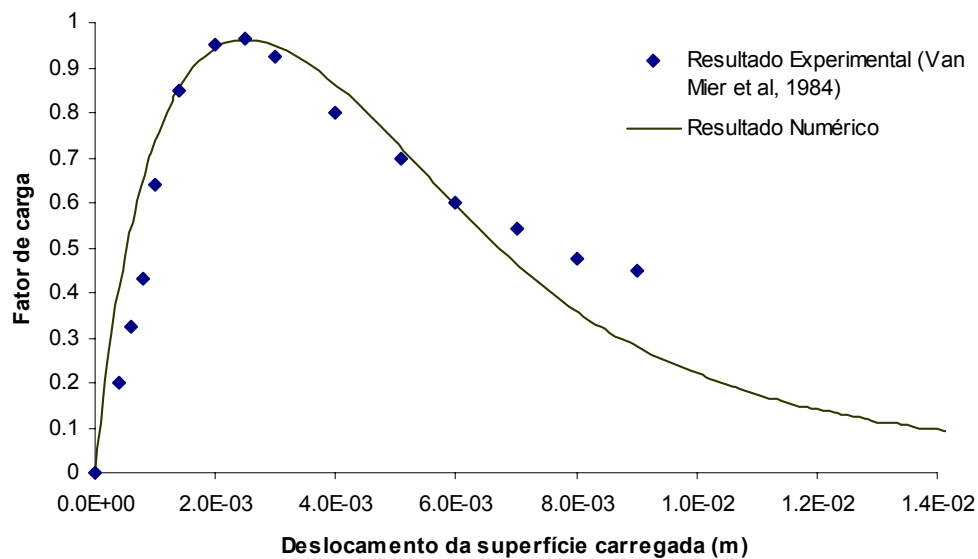


Figura 5.23: Trajetória de equilíbrio da simulação do ensaio de compressão axial de Van Mier et al. (1984).

5.3.2 Ensaio Realizado por Sinha et al. (1964)

O ensaio de compressão axial realizado por Sinha et al. (1964) também foi simulado. Nesse ensaio, Sinha et al. (1964) utilizou um corpo de prova cilíndrico. Entretanto, o estágio atual da implementação do modelo de microplanos ainda não permite efetuar uma análise utilizando elementos finitos tridimensionais e nem axissimétricos. Assim, optou-se por simular numericamente um cubo unitário e comparar os valores de deformação e tensão obtidos com os resultados extraídos do ensaio experimental.

A discretização e os parâmetros da análise não-linear foram os mesmos do ensaio anterior (figura 5.22) e a carga de referência adotada foi de 29 MN/m.

Na figura 5.24 os resultados de tensão e deformação obtidos numérica e experimentalmente são apresentados. Observa-se uma diferença acentuada entre os resultados numérico e experimental no ramo descendente da curva tensão-deformação. Isto pode ser devido ao fato de não ter sido utilizado o mesmo formato e tamanho do corpo de prova do ensaio experimental. Ou seja, a diferença observada pode novamente estar relacionada com os aspectos geométricos do ensaio.

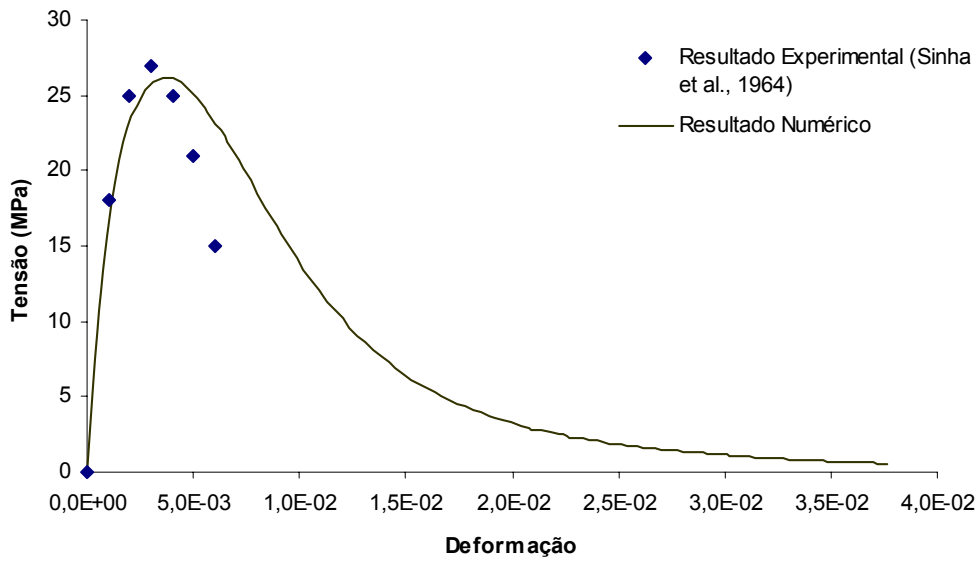


Figura 5.24: Curva tensão-deformação da simulação do ensaio de compressão axial de Sinha et al. (1964).

5.3.3 Ensaio Realizado por Reinhardt et al. (1984)

O ensaio de tração axial de Reinhardt et al. (1984) também foi simulado utilizando-se o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática. A simulação numérica foi então realizada adotando-se uma malha de 32 elementos para um corpo de prova com altura de 25 mm, largura de 40 mm e espessura de 25 mm. No meio do corpo de prova foi introduzido um entalhe de 5 mm conforme figura 5.25. Ressalta-se que a altura de 25 mm corresponde à porção do corpo de prova onde as medidas de deslocamentos foram feitas.

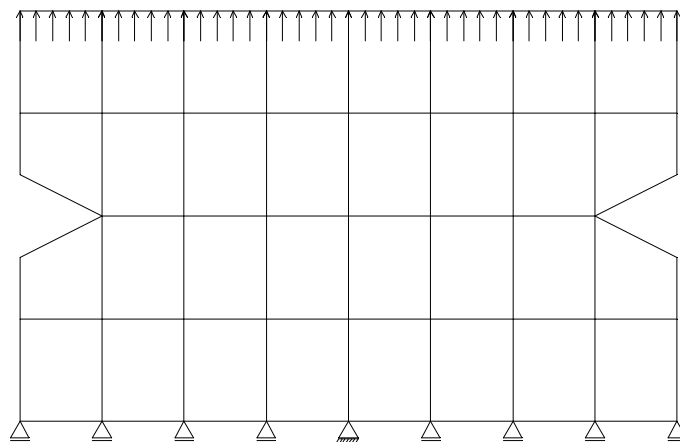


Figura 5.25: Malha utilizada na simulação do ensaio de tração axial de Reinhardt et al. (1984).

A análise não-linear foi processada utilizando o método de controle de comprimento de arco circular, tolerância para convergência de 10^{-3} , 4 pontos de integração, 21 microplanos, fator de carga externa inicial de 0.1 e carga de referência de 80 kN/m.

Na figura 5.26 são apresentados os resultados de tensão \times deslocamento para este ensaio. Observa-se que a simulação numérica conseguiu descrever com boa aproximação o ensaio realizado no laboratório. Neste caso não ocorreu a diferença no ramo descendente observada nos ensaios anteriores. Isto se deve, provavelmente, à consideração do tamanho da região onde as medidas experimentais foram realizadas.

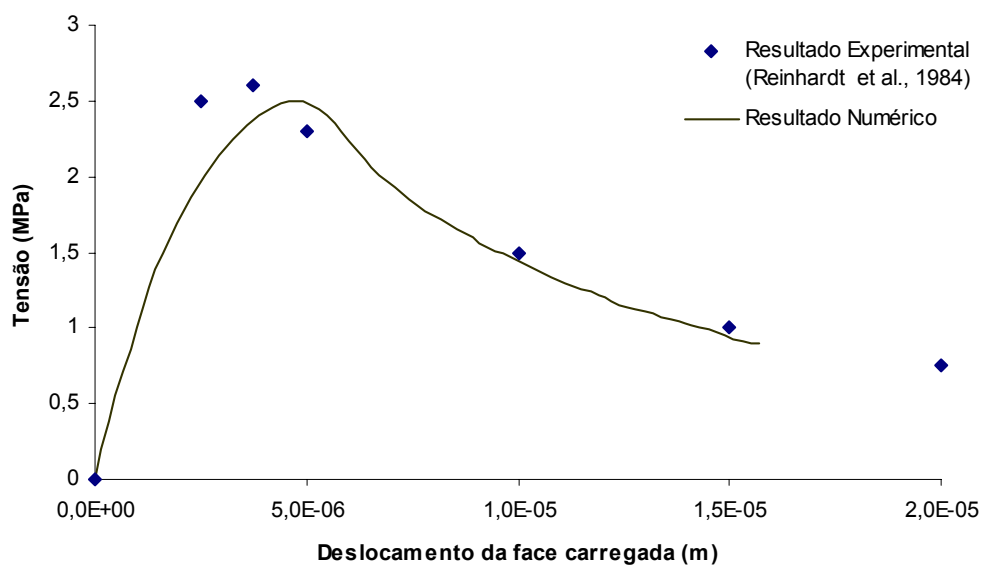


Figura 5.26: Trajetórias de equilíbrio do ensaio de tração axial de Reinhardt et al. (1984).

Através dos resultados apresentados neste item, verifica-se que o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática consegue, com boa precisão, representar numericamente ensaios realizados no laboratório. Para isto, basta gerar os parâmetros necessários para descrever o material simulado.

5.4 ESTRUTURAS DE CONCRETO SIMPLES

Neste grupo de exemplos, são apresentados resultados de simulações numéricas de peças de concreto simples submetidas a diferentes estados de tensão. Estes diferentes estados de tensão são abordados em cinco itens. O item 5.4.1 trata da simulação do ensaio de flexão em três pontos. No item 5.4.2 o ensaio de compressão diametral é simulado. A viga de Feenstra e de Borst (1993) foi modelada no item 5.4.3. O item 5.4.4 trata de um ensaio numérico de um console de concreto simples. Por fim, investiga-se o efeito da prensa através da simulação do ensaio de compressão axial no item 5.4.5.

Para a realização destas simulações foram adotados os parâmetros propostos por Ozbolt et al. (2001) para o concreto ensaiado por Van Mier et al. (1984). A análise não-linear foi realizada utilizando o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática e 21 microplanos.

5.4.1 Flexão em Três Pontos

Uma viga de 1.8 m de comprimento, 0.5 m de altura e 0.1 m de espessura é utilizada para simulação do ensaio de flexão em três pontos.

Elementos finitos quadrangulares de 4 nós, em estado plano de tensões, com nove pontos de integração formam a discretização da viga (figura 5.27). Cada elemento possui 0.15 m de comprimento e 0.10 m de altura.

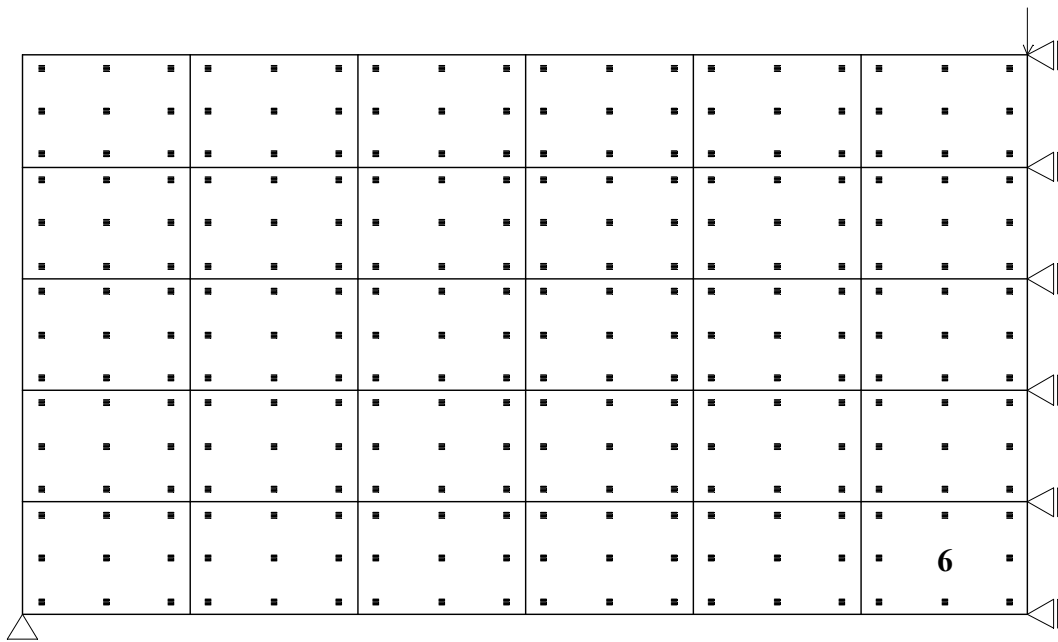


Figura 5.27: Discretização de elementos finitos para flexão em três pontos.

Admitindo-se uma tolerância para a convergência de 10^{-3} , foram utilizados 100 passos, com no máximo 50 iterações para obtenção da trajetória de equilíbrio da figura 5.28. A análise não-linear foi feita utilizando o método de controle de deslocamento generalizado, tomando-se a carga de referência $P_0 = 50$ kN. O parâmetro generalizado de deslocamento foi obtido a partir de um fator de carga externa inicial de 0.05.

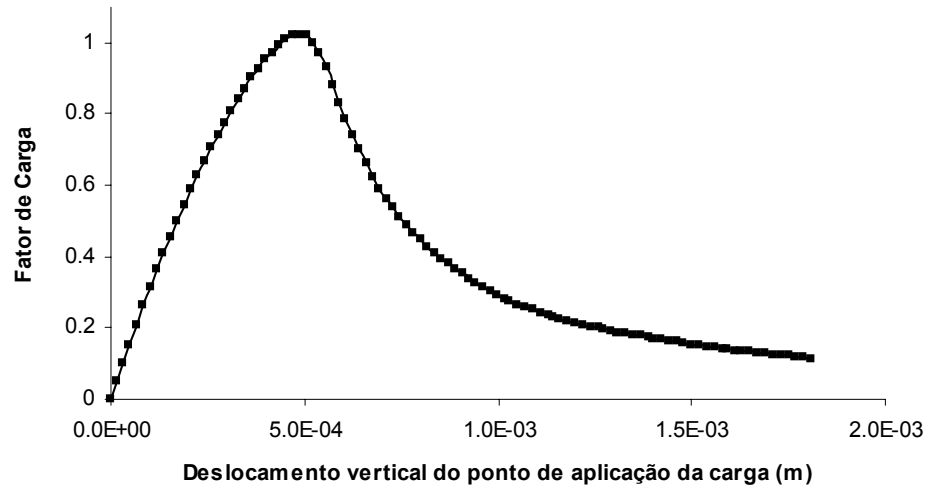


Figura 5.28: Trajetória de equilíbrio para o ensaio de flexão em três pontos.

Na figura 5.29 é apresentada a variação de tensões normais horizontais da viga associadas ao ponto limite de carga. Observa-se que a região tracionada atinge o seu limite a tração $f_t = 5.30$ MPa, e a partir de então há um aumento de deformação com redução de carga conforme a figura 5.28.

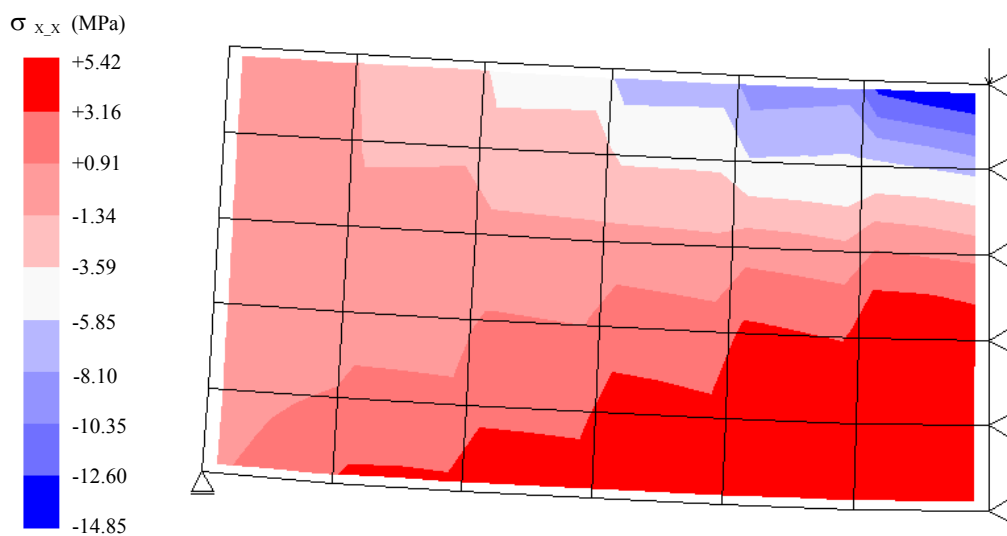


Figura 5.29: Variação das tensões normais horizontais para o problema de flexão em três pontos.

Para simular o efeito da fissura inicial neste ensaio, optou-se por tornar o elemento 6 (figura 5.27) menos resistente, alterando-se os valores dos parâmetros a_1 e p_1 . Os valores assumidos foram $a_1 = 0,000010$ e $p_1 = 0,5$.

Na figura 5.30 pode-se observar a trajetória de equilíbrio obtida utilizando-se os mesmos parâmetros de controle da análise anterior.

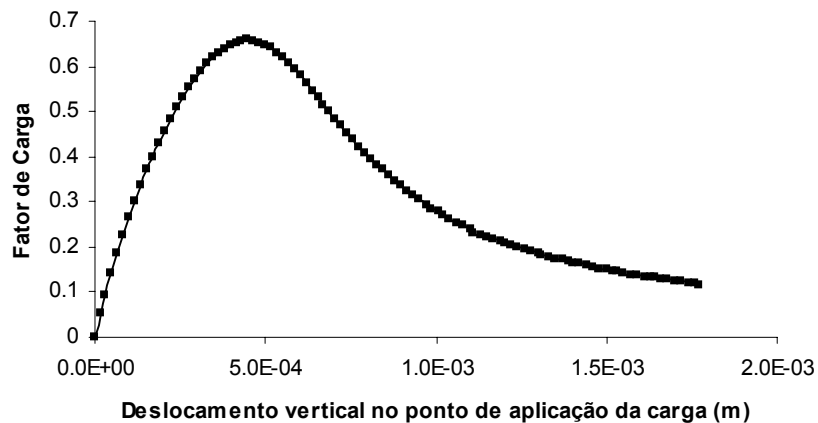


Figura 5.30: Trajetória de equilíbrio para o ensaio de flexão em três pontos considerando uma fissura inicial.

O contorno de tensões normais horizontais da estrutura associado ao ponto limite de carga pode ser observado na figura 5.31. Devido à introdução da fissura inicial, a região mais tracionada se situa logo acima do elemento 6. Percebe-se também que no ponto limite de carga, a estrutura atinge o seu limite de resistência à tração.

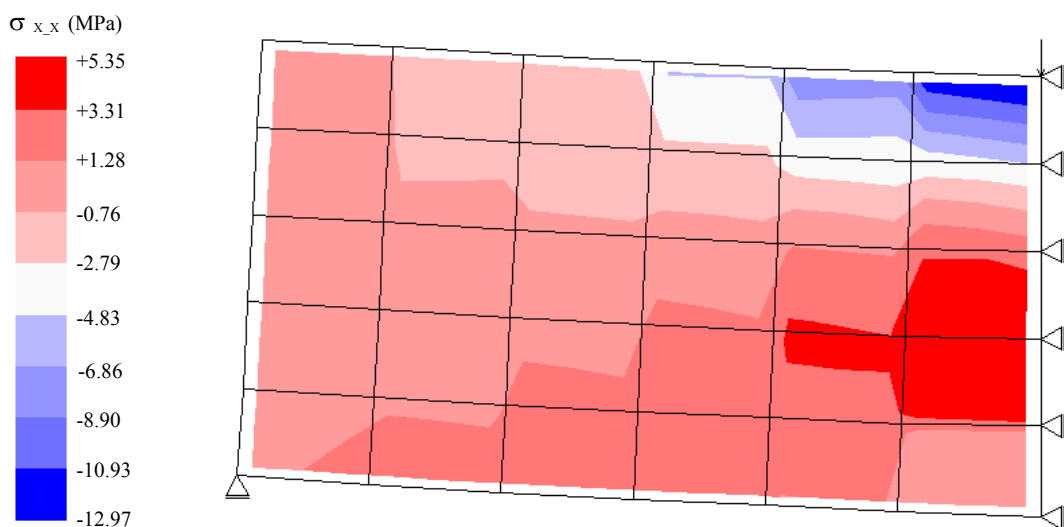


Figura 5.31: Variação das tensões normais horizontais para o problema de flexão em três pontos, com uma fissura inicial.

Na figura 5.32 são apresentadas as trajetórias de equilíbrio para os dois casos analisados. Como se pode observar, a viga com fissura inicial apresentou características de menor resistência e maior ductilidade.

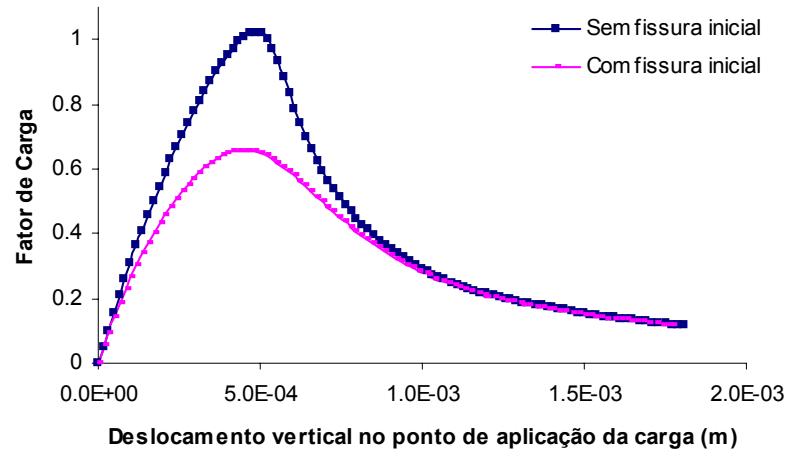


Figura 5.32: Comparação entre as trajetórias de equilíbrio do ensaio de flexão em três pontos com e sem fissura inicial.

5.4.2 Compressão Diametral

O ensaio de compressão diametral é utilizado para medir de forma indireta a resistência a tração do concreto. Na simulação deste ensaio, foi utilizado um cilindro com 4 cm de raio e 16 cm de altura com uma trinca central inicial de 1 cm. Devido as condições de simetria do problema, apenas um quarto do cilindro foi discretizado. Para isto foram utilizados elementos triangulares de 3 nós em estado plano de tensões e 4 pontos de integração. A fim de simular a prensa, adotou-se um material elástico linear muito mais resistente que o concreto. A carga de referência aplicada foi de 40 kN dividida em duas de 20 kN. A malha de elementos finitos, as restrições nodais e o sistema de carregamento podem ser observados na figura 5.33.

Na primeira tentativa de simular este ensaio, foi adotado o método de controle de deslocamento generalizado para a análise não-linear com uma tolerância para a convergência de 2×10^{-4} . Variou-se o valor do fator de carga externa inicial e o melhor resultado obtido foi com o valor de 0.01. Entretanto, ainda assim o resultado não foi satisfatório. Como pode ser observado na figura 5.34, este método não conseguiu descrever parte do ramo descendente da trajetória de equilíbrio.

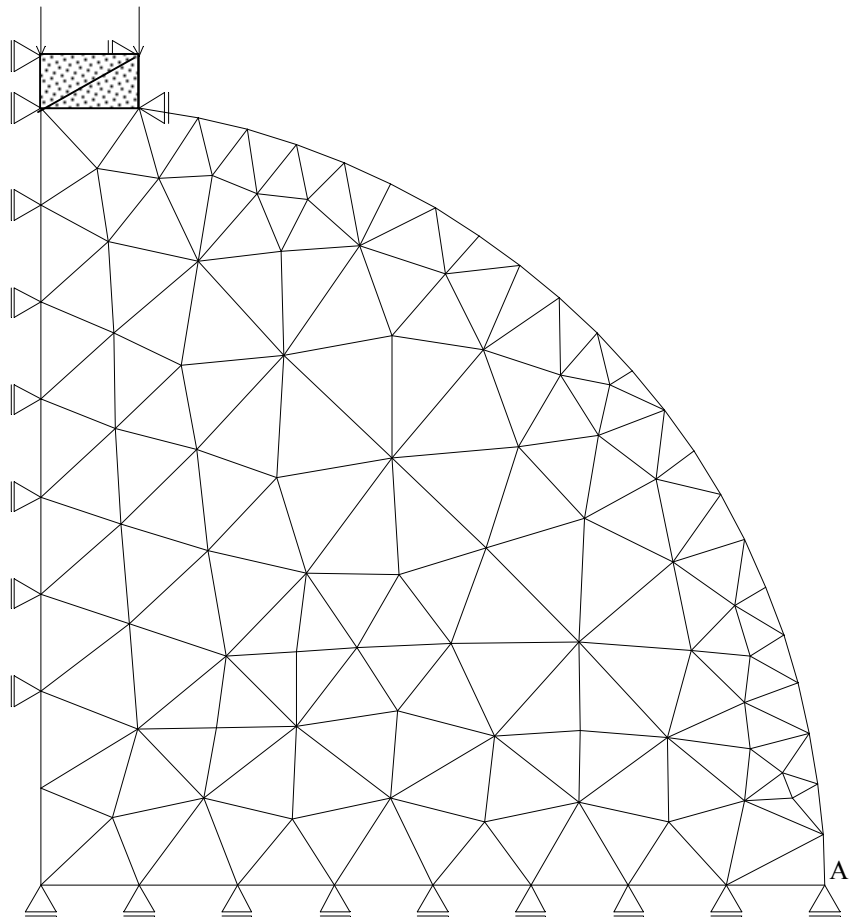


Figura 5.33: Malha de elementos finitos utilizada no ensaio de compressão diametral.

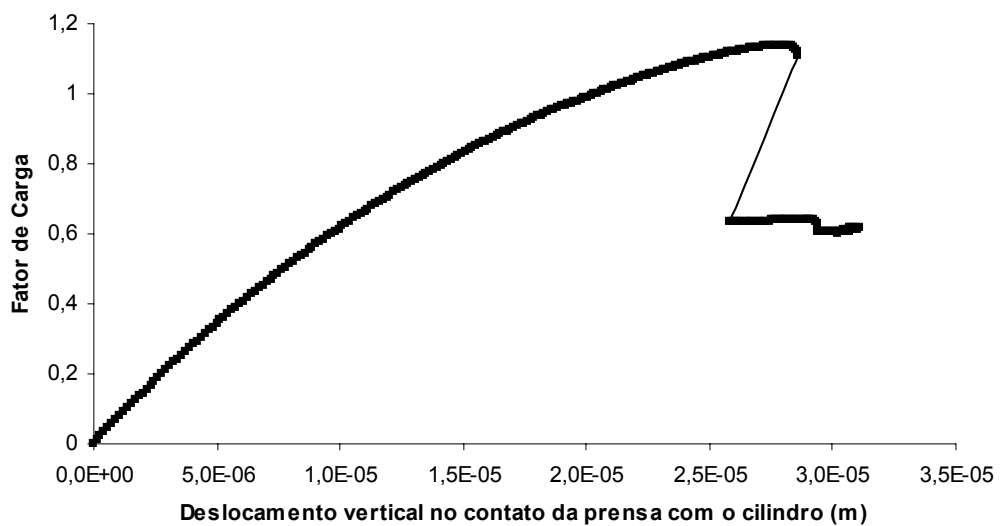


Figura 5.34: Trajetória de equilíbrio do contato entre a prensa e o cilindro, utilizando o método de controle de deslocamento generalizado.

Para estabelecer um processo que pudesse descrever melhor este ensaio, aproveitou-se os resultados obtidos com o método de controle de deslocamento generalizado para verificar a possibilidade de controlar diretamente o deslocamento de algum nó. Através da trajetória de equilíbrio do ponto A (figura 5.35), observou-se que o deslocamento horizontal deste ponto está sempre aumentando. Assim, optou-se por controlar este deslocamento através do método de controle direto de deslocamento.

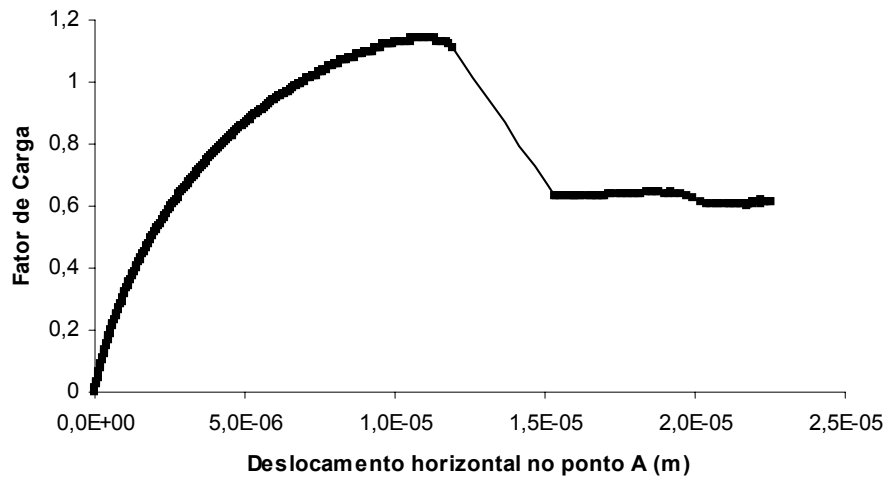


Figura 5.35: Trajetória de equilíbrio do ponto A, utilizando o método de controle de deslocamento generalizado.

Utilizando um acréscimo de deslocamento horizontal sempre constante e igual a 1×10^{-7} m no ponto A, foi possível descrever melhor o ensaio simulado. Observa-se através da figura 5.36 que o método de controle direto de deslocamento conseguiu descrever toda a trajetória de equilíbrio no contato entre a prensa e o corpo de prova.

Através do contorno de tensões normais horizontais associadas ao ponto limite do carregamento (figura 5.37), verifica-se que o concreto atingiu seu limite de resistência a tração, o qual é da ordem de 5.30 MPa. Após atingir seu limite de resistência a tração, o fator de carga começa a sofrer redução dando-se início ao amolecimento do material.

Os resultados aqui apresentados demonstram que a escolha do método de controle é função do problema que se deseja descrever. Por isso, não é possível eleger um único método que melhor se adeque ao modelo de microplanos. O fundamental é, conhecendo-se as restrições de cada método, escolher um que se adeque melhor ao problema em questão.

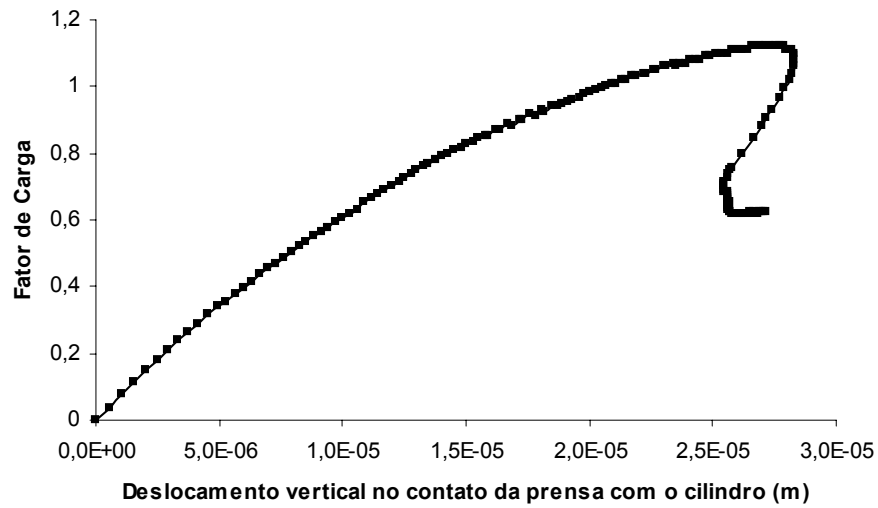


Figura 5.36: Trajetória de equilíbrio do contato entre a prensa e o cilindro, utilizando o método de controle direto de deslocamento.

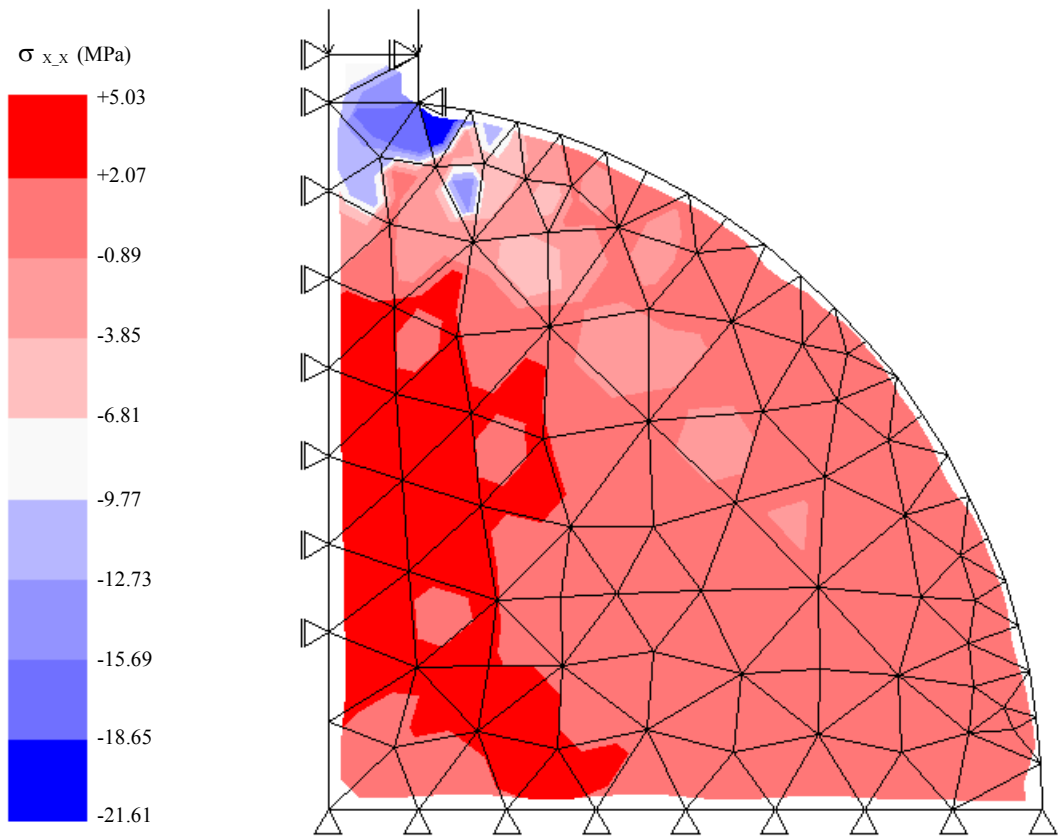


Figura 5.37: Variação das tensões normais horizontais para o ensaio de compressão diametral.

5.4.3 Viga de Feenstra e de Borst

Esta simulação pretende mostrar o funcionamento do modelo na presença de altas tensões de cisalhamento. Adota-se o ensaio sugerido por Feenstra e de Borst (1993) para uma viga com 0.4 m de comprimento, 0.1 m de altura e 0.1 m de espessura com fissura de 0.005 m de abertura e 0.02 m de altura iniciais (ver figura 5.38).

Para discretização da viga foram utilizados elementos finitos quadrangulares de quatro nós, em estado plano de tensões, com quatro pontos de integração. As cargas aplicadas tem a seguinte relação: $F_1 = (10/11)F$ e $F_2 = (1/11)F$, onde F é a carga de referência, adotada como 66 kN.

A trajetória de equilíbrio para o deslocamento vertical do ponto de aplicação da carga F_2 , mostrada na figura 5.39, bem como o estado deformado com o contorno de tensões cisalhantes associados ao ponto limite de carga mostrados na figura 5.40, foram obtidos com o método de controle direto de deslocamento. O deslocamento do ponto de aplicação da carga F_2 foi incrementado de -6.0×10^{-6} m e a tolerância para a convergência foi de 10^{-3} .

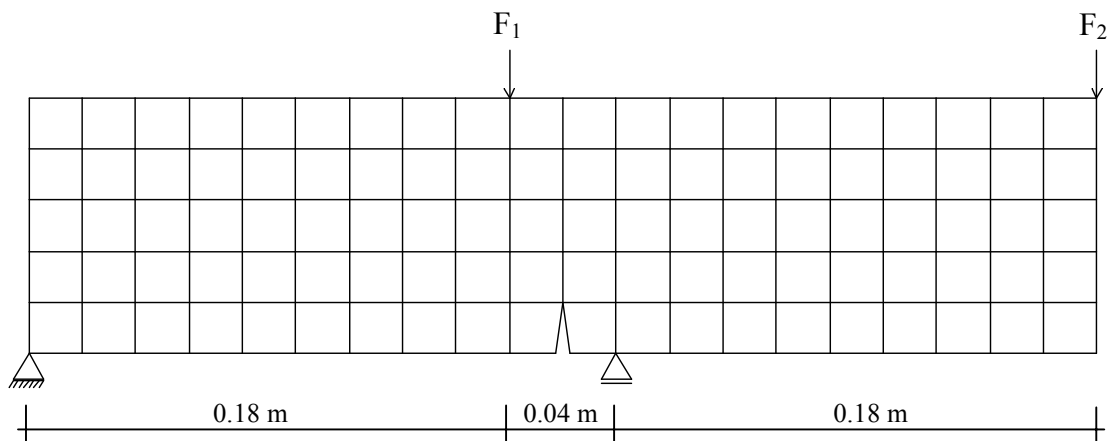


Figura 5.38: Malha adotada para o ensaio de Feenstra e de Bosrt (1993).

Observando os resultados obtidos, percebe-se que o modelo de microplanos com relaxação cinemática também é capaz de descrever satisfatoriamente estados de tensão envolvendo altas tensões de cisalhamento.

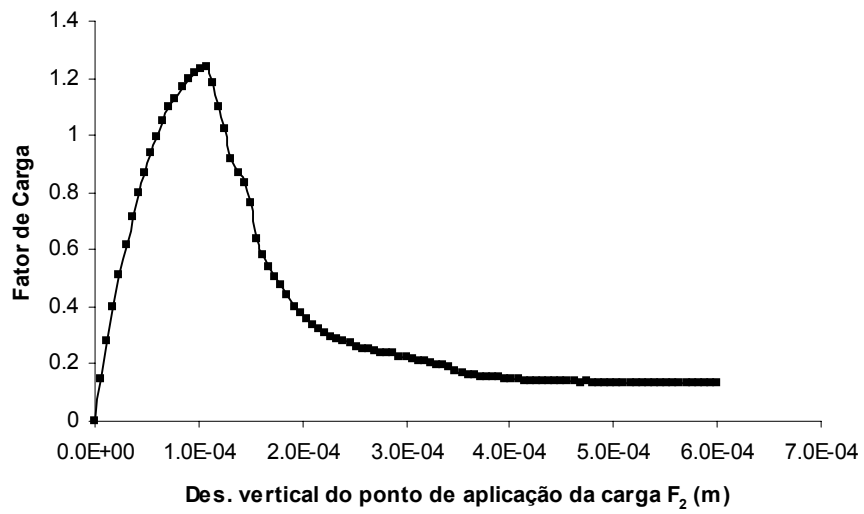


Figura 5.39: Trajetória de equilíbrio associada ao deslocamento vertical do ponto de aplicação da carga F_2 .

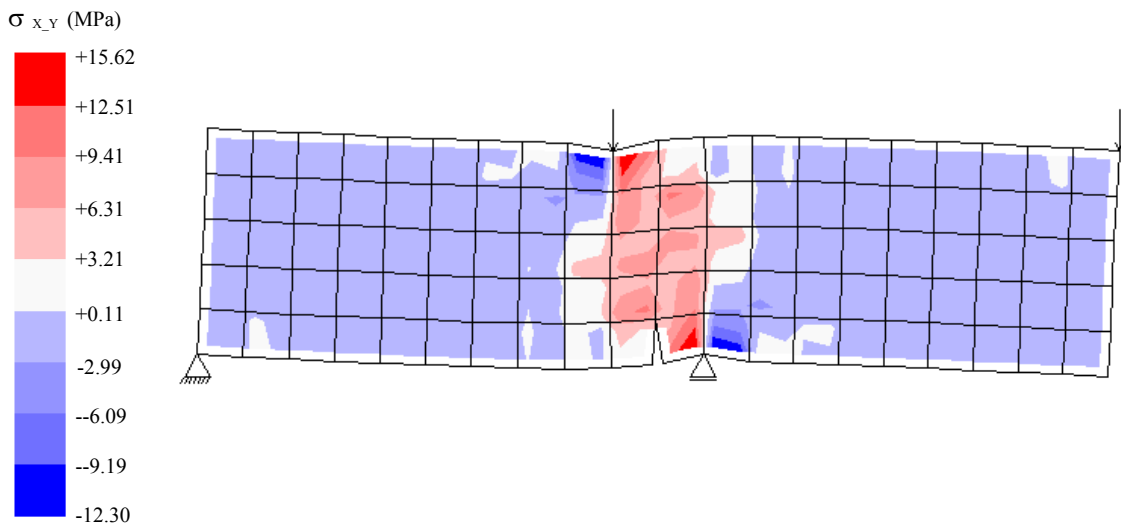


Figura 5.40: Estado deformado e contorno de tensões de cisalhamento para o ponto limite de carga.

5.4.4 Console de Concreto Simples

Nesta simulação numérica um console de 1.0 m de espessura foi discretizado conforme a malha apresentada na figura 5.41 (elementos quadrangulares de 4 nós em estado plano de tensões e 4 pontos de integração). Foi utilizado o método de controle de comprimento de arco inicialmente ortogonal (Ricks, 1979) com fator de carga externa de 0.1, tolerância para convergência de 10^{-4} e a carga de referência de 4.60 MN/m. A trajetória de equilíbrio do ponto A da figura 5.41 está mostrada na figura 5.42.

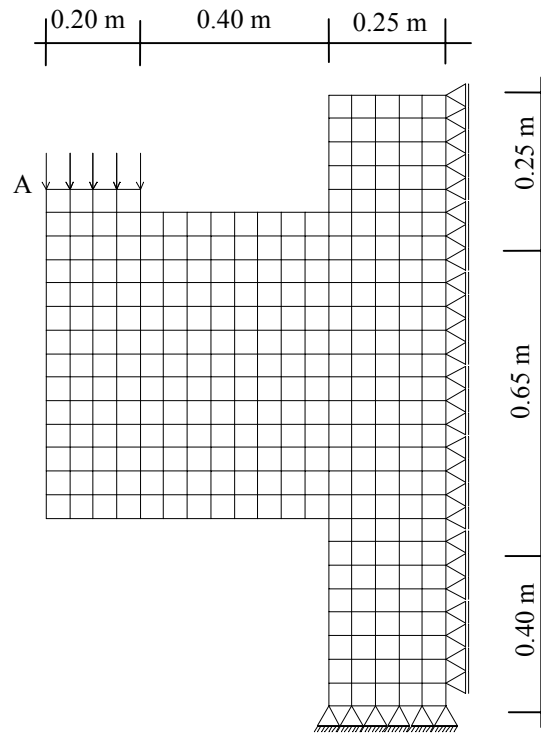


Figura 5.41: Malha de elementos finitos utilizada no ensaio do console.

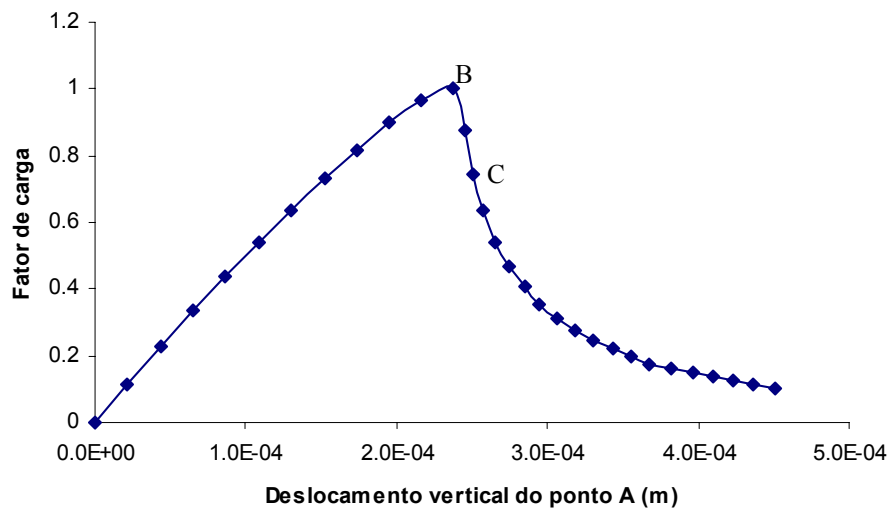


Figura 5.42: Trajetória de equilíbrio do ponto A.

Na figura 5.43(a) é apresentado o contorno de tensões e o estado deformado do console para a maior carga do ensaio (ponto B da figura 5.42). Analisando os valores de tensão desenvolvidos na estrutura, percebe-se que o concreto atingiu o seu $f_t = 5.30$ MPa. A partir deste momento o concreto inicia um processo de fissuração e o núcleo de tensão se desloca para uma região ainda não fissurada, conforme a figura 5.43(b), que corresponde ao ponto C da figura 5.42.

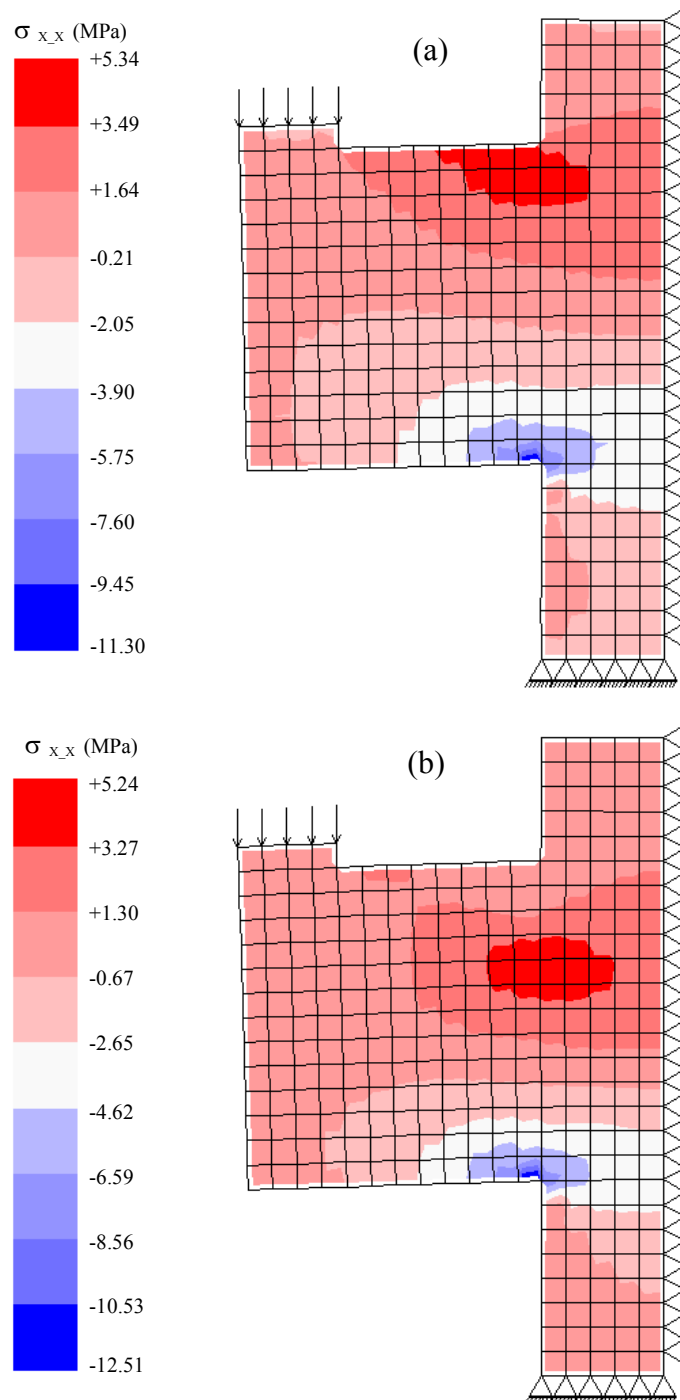


Figura 5.43: Contorno de tensões no console: (a) para a carga máxima e (b) no ponto C da trajetória de equilíbrio da figura 5.42.

5.4.5 O Efeito da Prensa no Ensaio de Compressão Axial

Nesta simulação toma-se um paralelepípedo de 0.3 m de lado e 0.01 m de espessura, submetido à compressão axial, introduzida através de duas placas (figura 5.44). O material das placas foi simulado como linear elástico com módulo de elasticidade igual à 5×10^6 MPa.

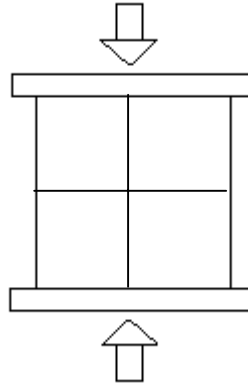


Figura 5.44: Esquema do ensaio de compressão axial com prensa.

Para minimizar o esforço computacional, a simetria do problema foi considerada, discretizando-se apenas a quarta parte do sólido comprimido. Nesta discretização foi utilizada uma malha de 110 elementos quadrados de quatro nós em estado plano de tensão, com nove pontos de integração. A figura 5.45 apresenta a discretização utilizada e indica a prensa em achurado. Algumas restrições nodais foram inseridas de forma que as condições de simetria fossem válidas. A carga de referência aplicada foi de 0.41 MN/m, uniformemente distribuída sobre a prensa.

A análise não-linear foi realizada utilizando o método de controle de deslocamento generalizado com um fator de carga externa inicial igual à 0.1. Para uma tolerância para convergência de 10^{-4} , adotou-se os limites de 100 passos e 50 iterações por passo.

Na figura 5.46 mostra-se a variação das tensões normais verticais associadas ao valor máximo de carga (0.42 MN/m), juntamente com o estado deformado do bloco de concreto.

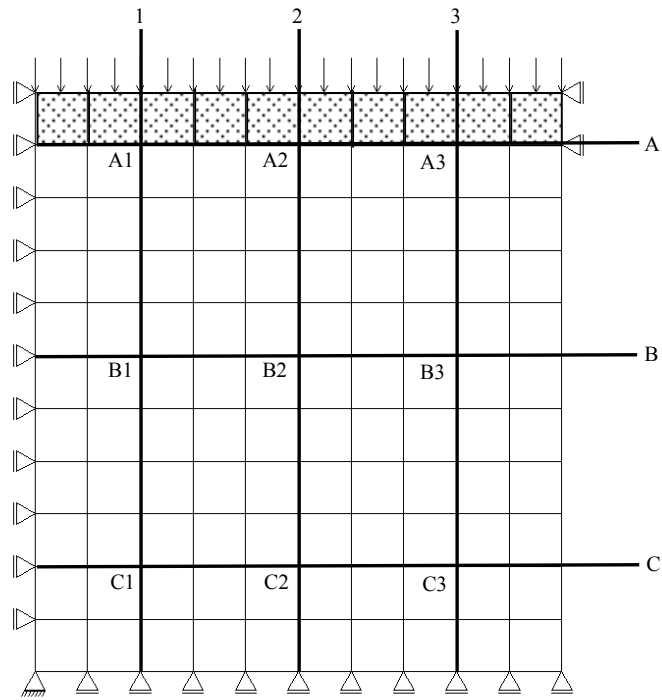


Figura 5.45: Malha de elementos finitos utilizada na simulação do ensaio de compressão axial com prensa.

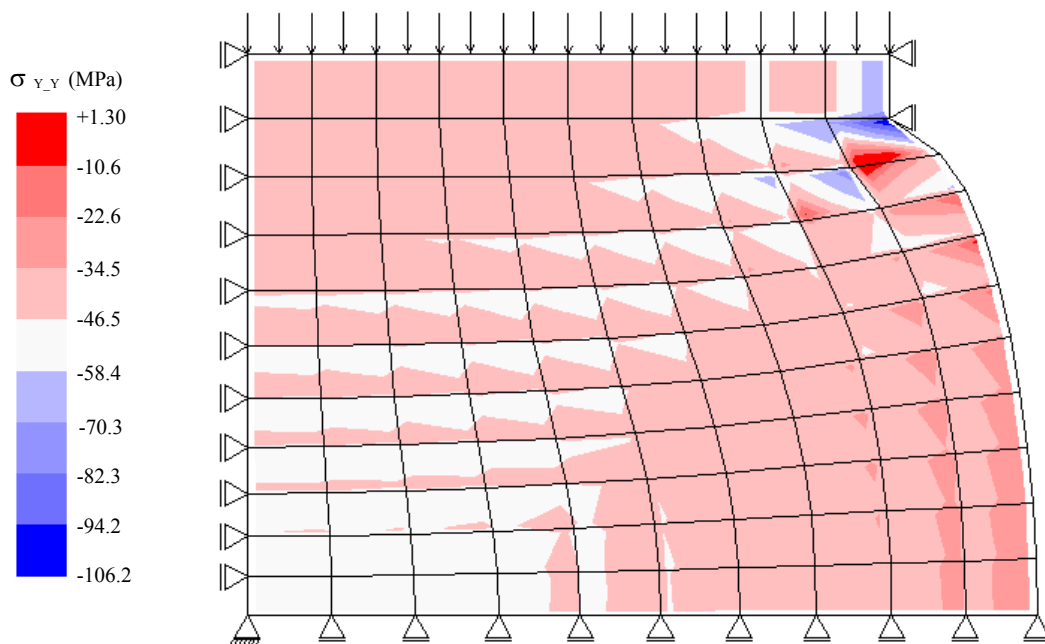


Figura 5.46: Variação das tensões normais verticais para o problema de compressão axial com prensa.

Para o caso de inexistência da prensa, estas grandezas também associadas à carga máxima obtida (0.38 MN/m), estão mostradas na figura 5.47.

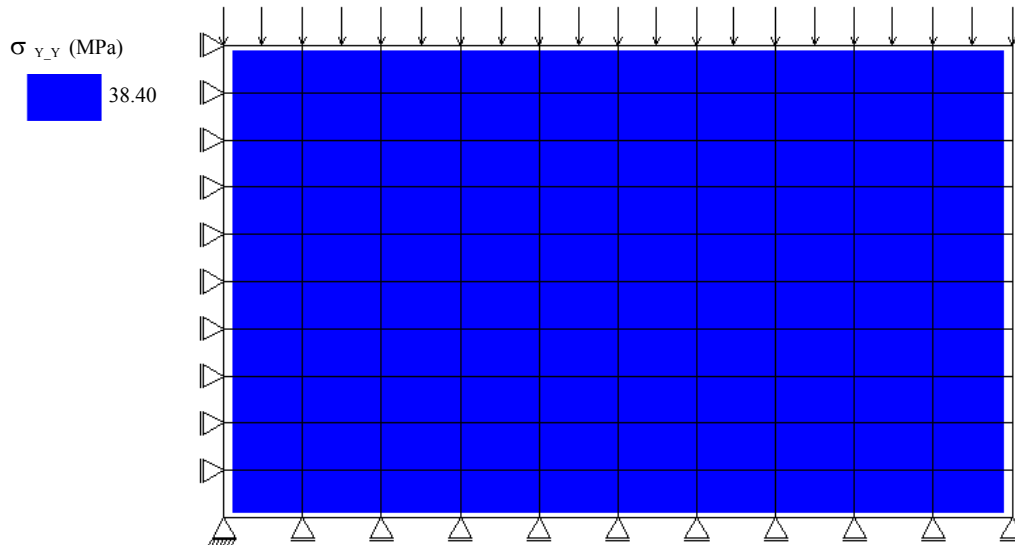


Figura 5.47: Variação das tensões normais verticais para o problema de compressão axial sem a prensa.

Como a prensa impede por atrito o deslocamento horizontal da superfície carregada, ocorre um abaulamento do corpo de prova (figura 5.46). Ao impedir o deslocamento horizontal da face carregada, a prensa gera tensões de confinamento aumentando a resistência da peça. É por este motivo que, apesar do f_c do concreto ser de aproximadamente 40 MPa, foram atingidas tensões da ordem de 58 MPa (figura 5.46).

Quando não se considera a existência da prensa (figura 5.47), o abaulamento deixa de existir e o concreto atinge tensões compatíveis com a sua resistência característica de compressão.

Na figura 5.48 apresenta-se curvas tensão-deformação para os pontos A1, B1 e C1, indicados na figura 5.45. Para os pontos A2, B2 e C2, tais curvas estão mostradas na figura 5.49. Para os pontos A3, B3 e C3, as curvas estão na figura 5.50.

Como se pode observar nestas figuras, a resposta tensão-deformação, quando não se considera a existência da prensa, é sempre a mesma, independentemente do ponto escolhido para medir deformação. Entretanto, quando a prensa é considerada, a resposta varia de acordo com a localização deste ponto.

Esta variação, notadamente observada nos ramos descendentes das curvas, permite refletir sobre a caracterização constitutiva do material. Esta caracterização é influenciada pelo atrito com a prensa, pela rigidez da máquina de ensaio e pela configuração geométrica do corpo de prova.

Assim, o posicionamento dos medidores de deformação passa a ser decisivo na tarefa de distinguir o comportamento do material do comportamento estrutural da peça ensaiada.

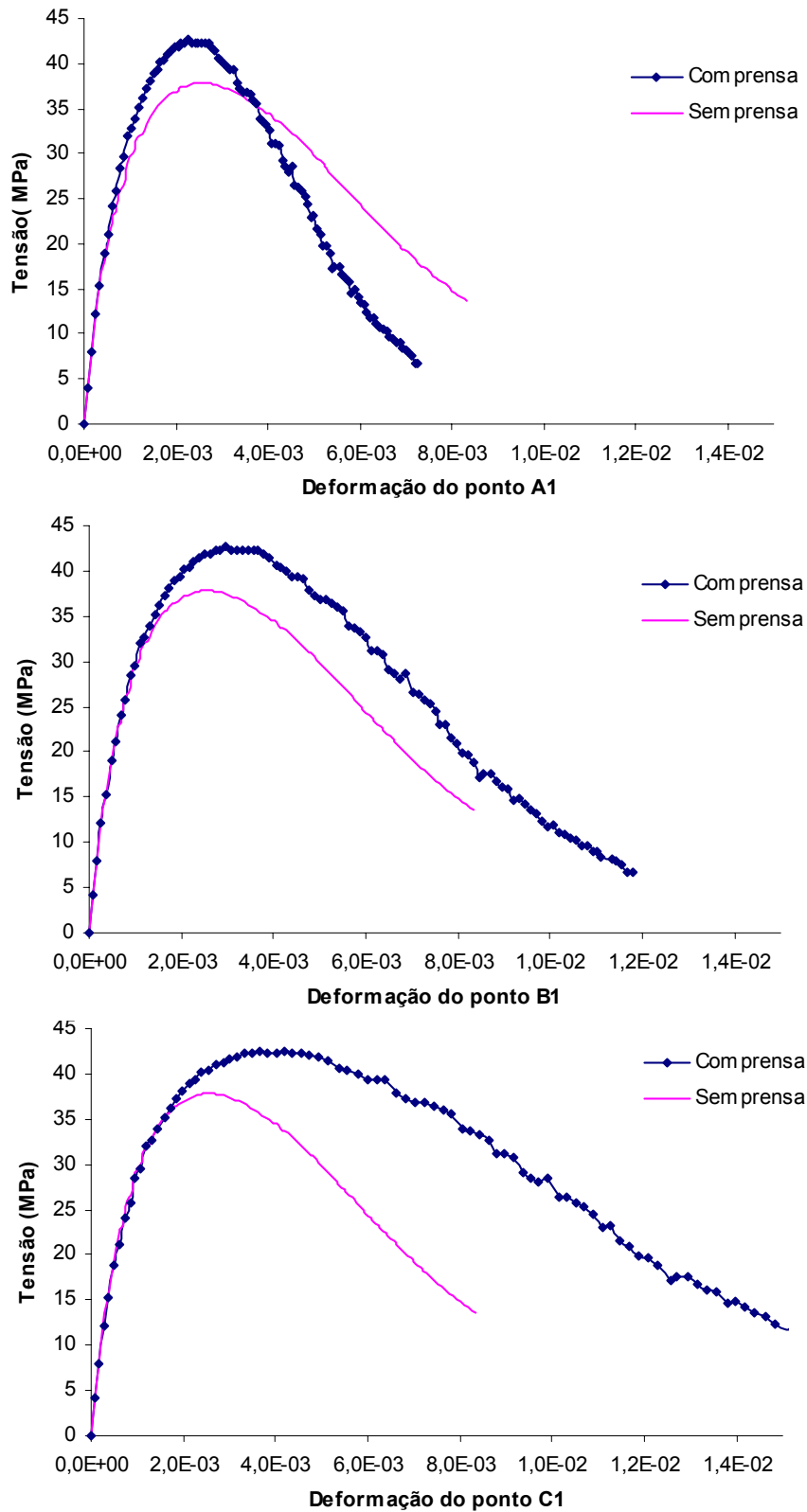


Figura 5.48: Curvas tensão-deformação dos pontos A1, B1 e C1, para as simulações com e sem a prensa.

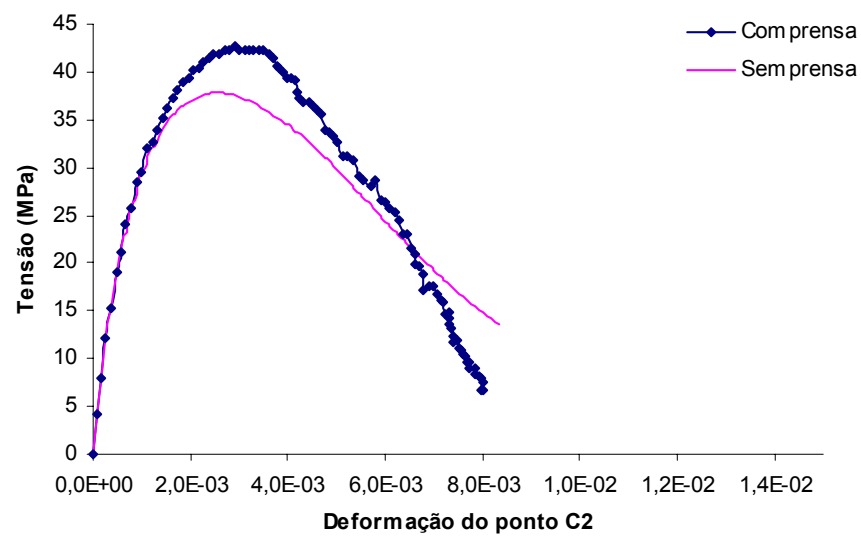
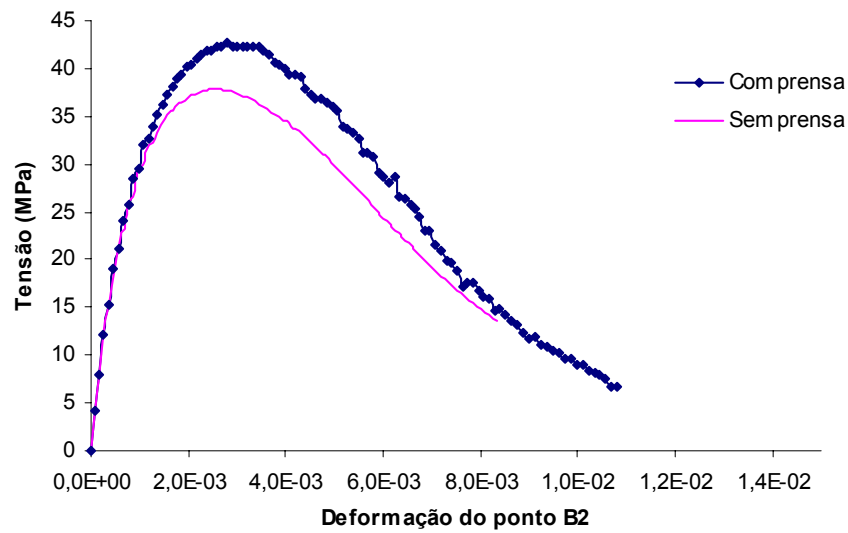
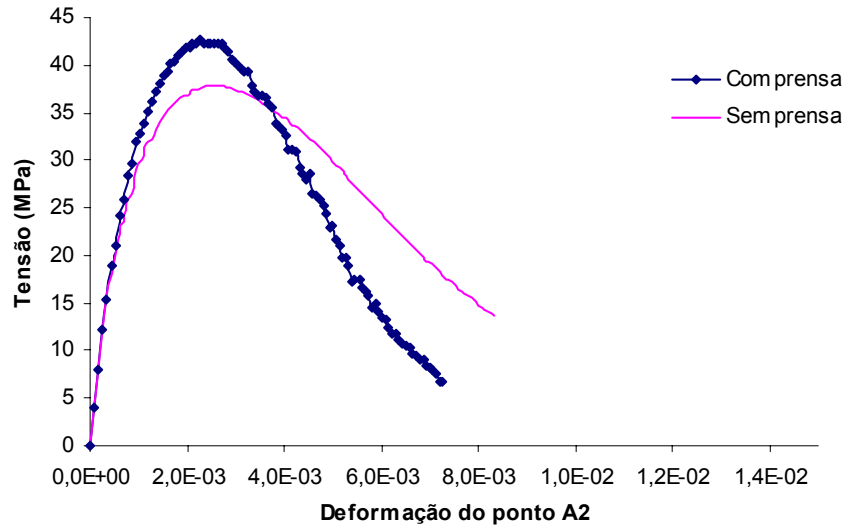


Figura 5.49: Curvas tensão-deformação dos pontos A2, B2 e C2, para as simulações com e sem a prensa.

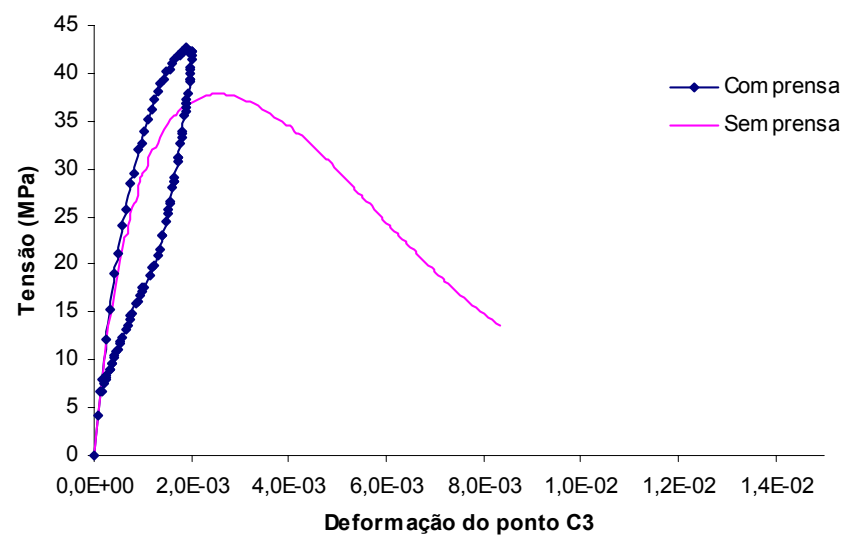
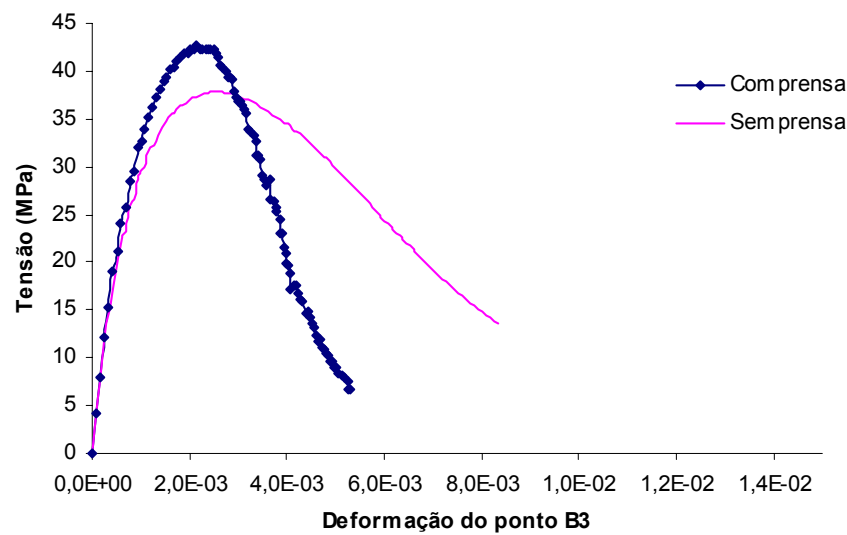
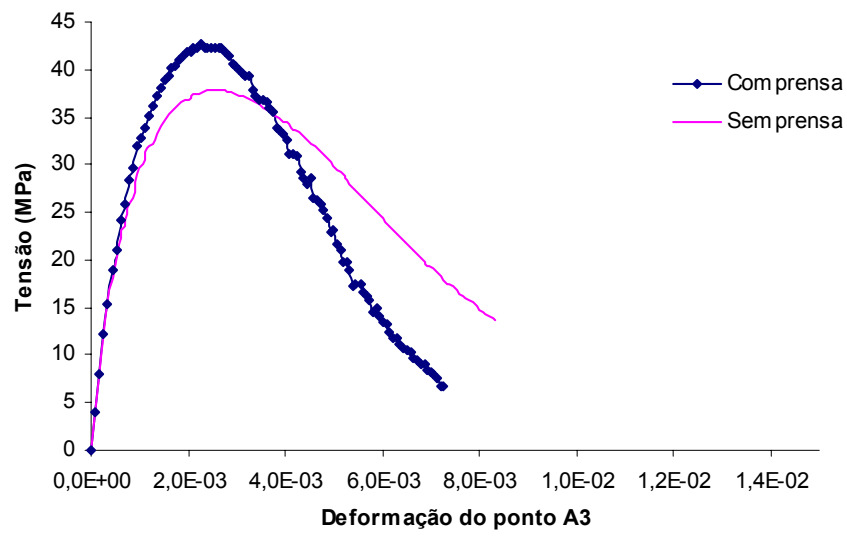


Figura 5.50: Curvas tensão-deformação dos pontos A3, B3 e C3, para as simulações com e sem a prensa.

5.5 ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

Apresentam-se aqui três simulações numéricas em peças de concreto armado.

Nas três simulações o concreto é modelado com os parâmetros do material do concreto ensaiado por Van Mier et al. (1984).

O aço é tratado como material elasto-plástico com tensão limite de escoamento de 500 MPa e módulo de elasticidade longitudinal de 2.1×10^5 MPa (ver figura 5.51).

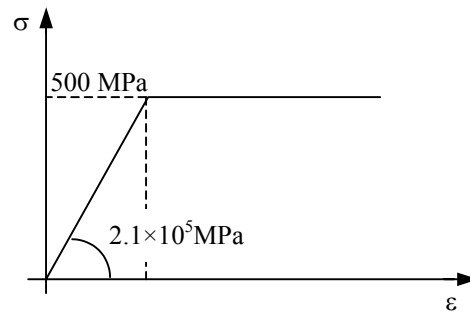


Figura 5.51: Curva tensão-deformação do aço.

Elementos finitos quadrangulares em estado plano de tensões são usados para representar o concreto. As barras da armadura são simuladas com elementos finitos de treliça plana. A aderência entre concreto e aço é admitida perfeita.

Novamente, são adotados 21 pontos para as integrações do modelo de microplanos com relaxação cinemática.

5.5.1 Flexão em Viga de Concreto Armado

Neste exemplo, uma viga de concreto armado com 1.8 m de comprimento, 0.5 m de altura e 0.1 m de espessura é utilizada para simulação do ensaio de flexão em três pontos (Figura 5.52).

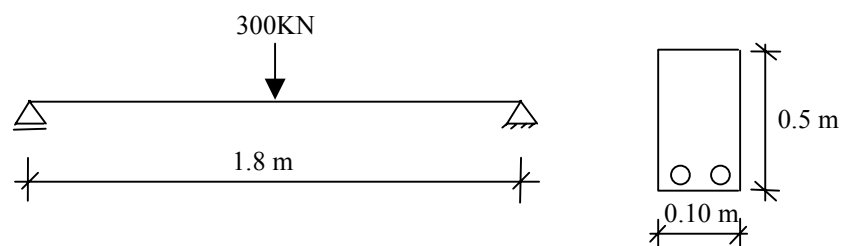


Figura 5.52: Viga utilizada no ensaio.

Valendo-se da condição de simetria, a viga foi discretizada em 36 elementos. Destes, 30 eram retangulares de 4 nós em estado plano de tensão com integração 3×3 (Figura 5.53). Estes elementos simulam o concreto. O aço foi simulado por 6 elementos de treliça plana de dois nós localizados na linha inferior da viga (Figura 5.53). A análise não-linear foi efetuada utilizando o método de controle de arco inicialmente ortogonal (Ricks, 1972 e 1979). A carga de referência adotada foi de 150 kN, o fator de carga externa inicial foi de 0.1 e a tolerância para convergência foi fixada em 10^{-4} .

A viga foi analisada para áreas de armadura de 10 cm², 8 cm², 6 cm², 4 cm² e 2 cm². As trajetórias de equilíbrio para o ponto A (figura 5.53) estão mostradas na figura 5.54. A tabela 5.9 apresenta as áreas de aço utilizadas e as respectivas tensões máximas atingidas durante o ensaio.

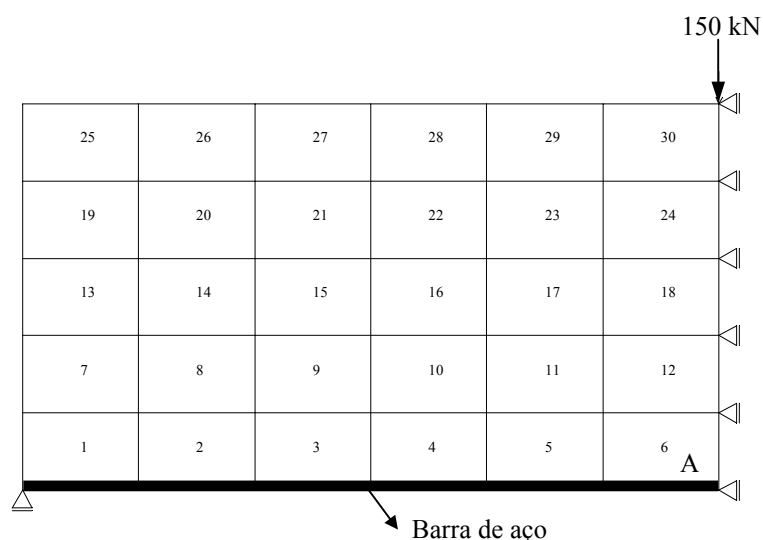


Figura 5.53 - Malha de elementos finitos utilizada no ensaio.

Tabela 5.9: Tensões máximas atingidas pelo aço da armadura.

Área de aço (cm ²)	Tensão Máxima atingida (MPa)
10	294
8	342
6	413
4	500
2	500

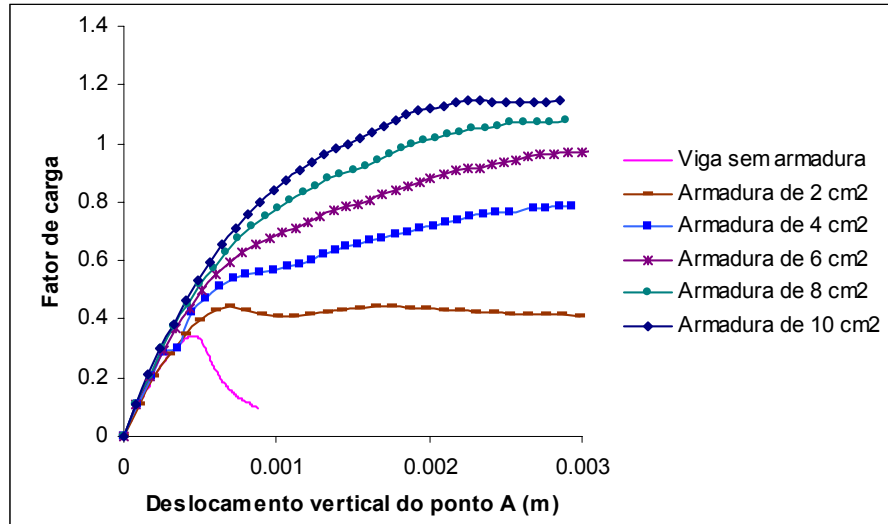


Figura 5.54: Trajetória de equilíbrio do ponto A para diversas áreas de aço.

Tomando-se separadamente a trajetória de equilíbrio do ponto A relativa à viga com 4 cm² de área de aço (figura 5.55), pode-se analisar o processo de fissuração do concreto, escoamento da armadura e esmagamento do concreto comprimido.

Para os passos 4, 5, 6, 7 e 34 (figura 5.55), as figuras 5.56, 5.57, 5.58, 5.59 e 5.60 mostram o estado deformado da viga, o contorno de tensões normais horizontais, a variação das tensões normais para a seção do meio do vão, a variação das tensões ao longo da barra de aço e a variação das tensões no concreto próximo a armadura.

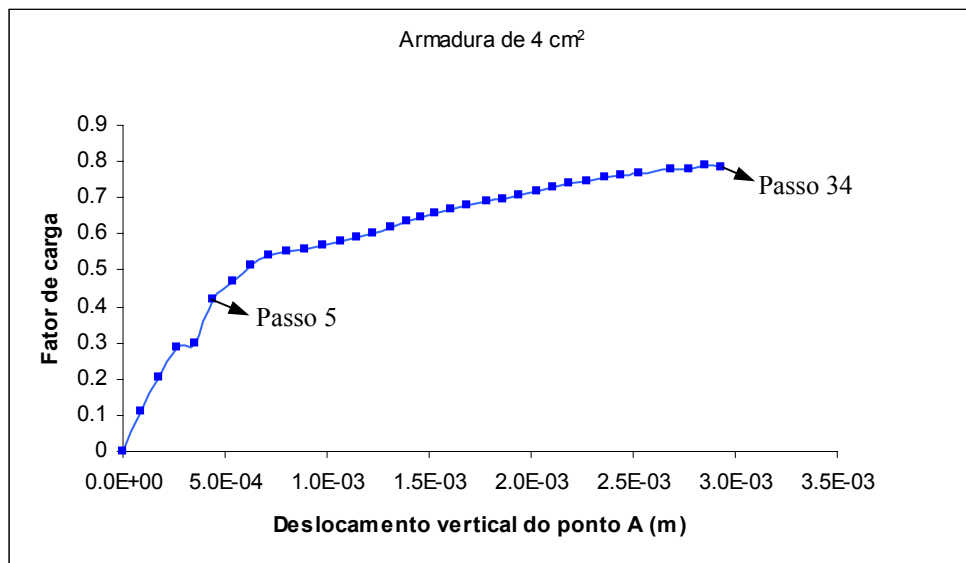


Figura 5.55: Trajetória de equilíbrio do ponto A para a viga com 4 cm² de área de aço.

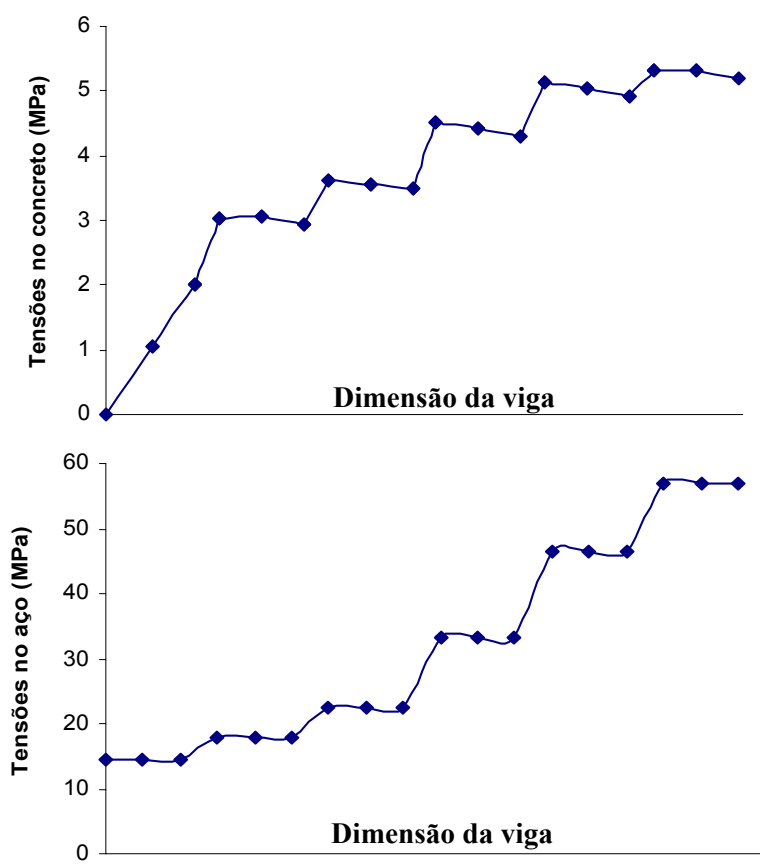
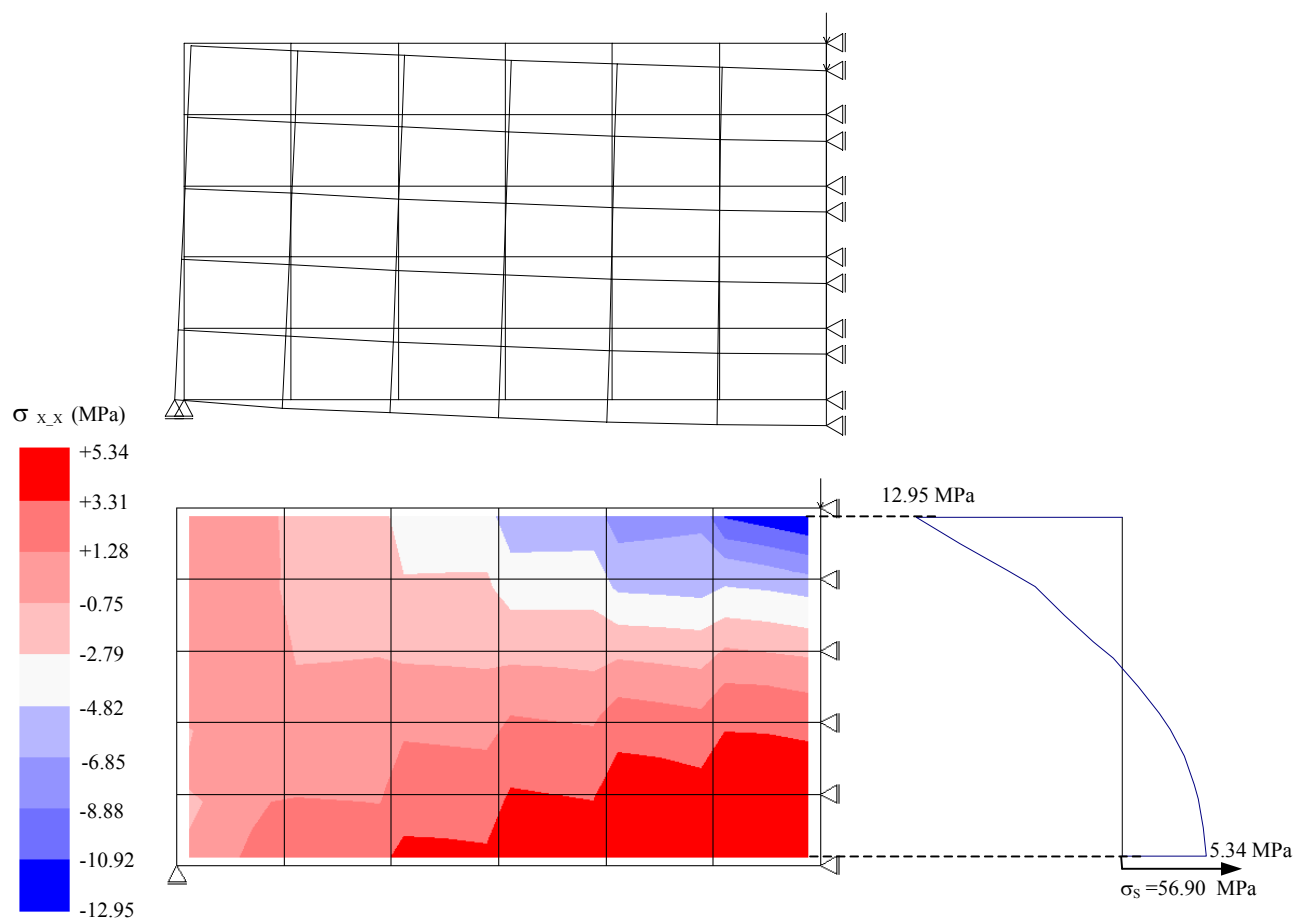


Figura 5.56: Descrição do estado da viga no passo 4.

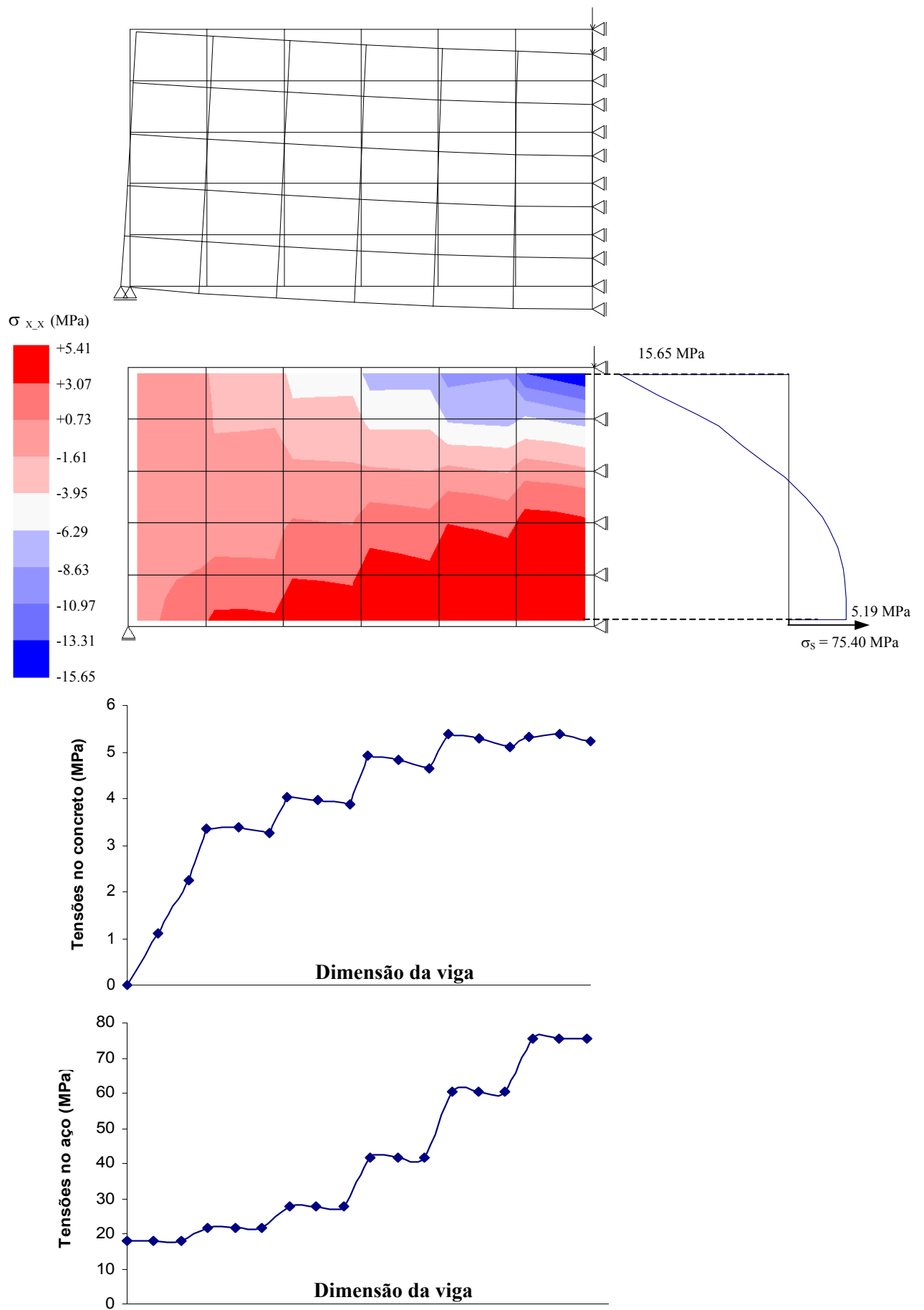


Figura 5.57: Descrição do estado da viga no passo 5.

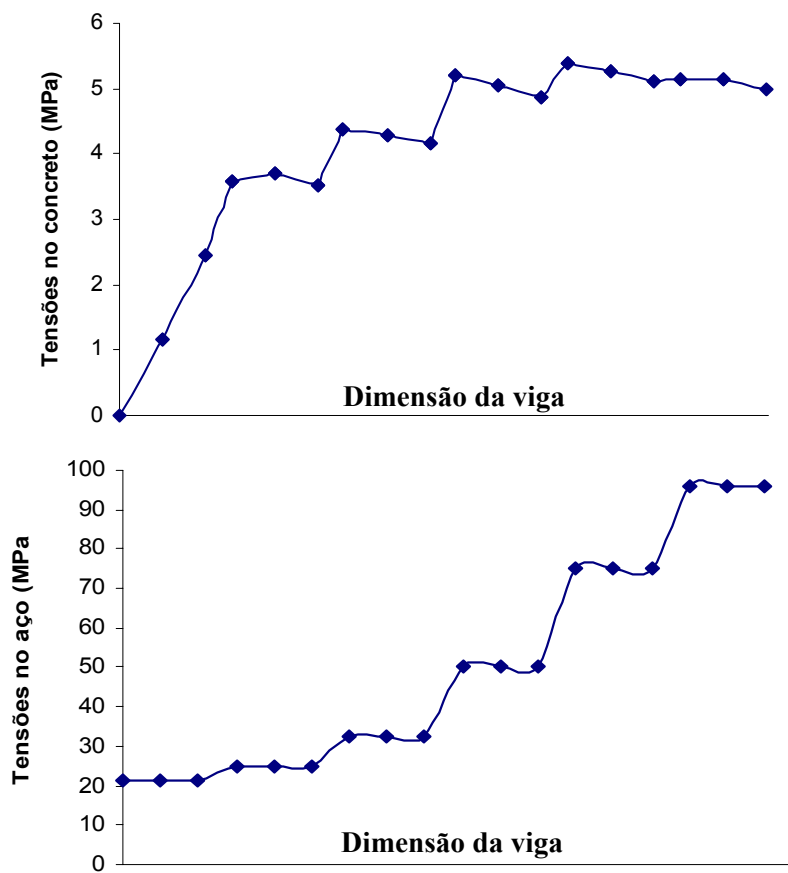
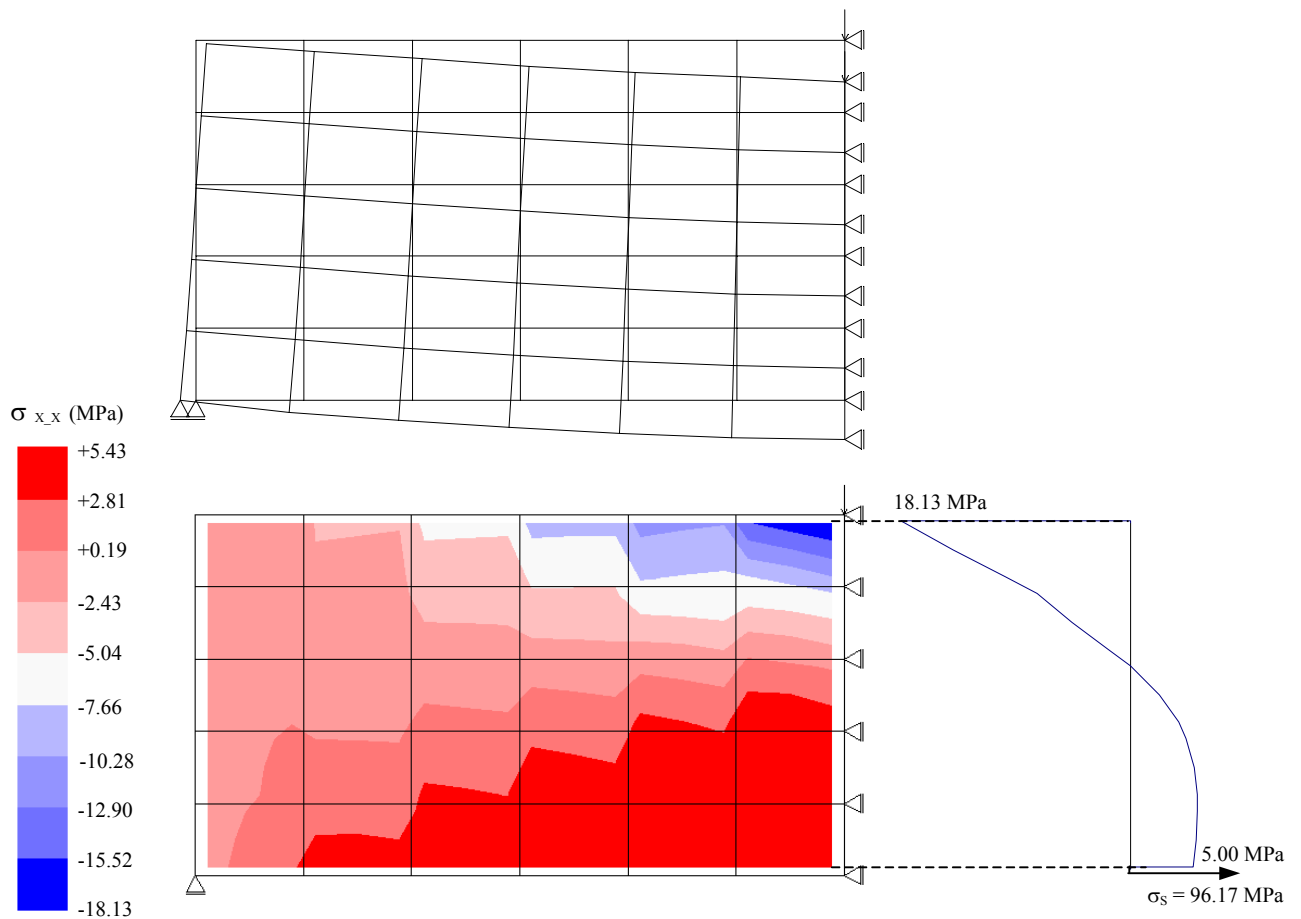


Figura 5.58: Descrição do estado da viga no passo 6.

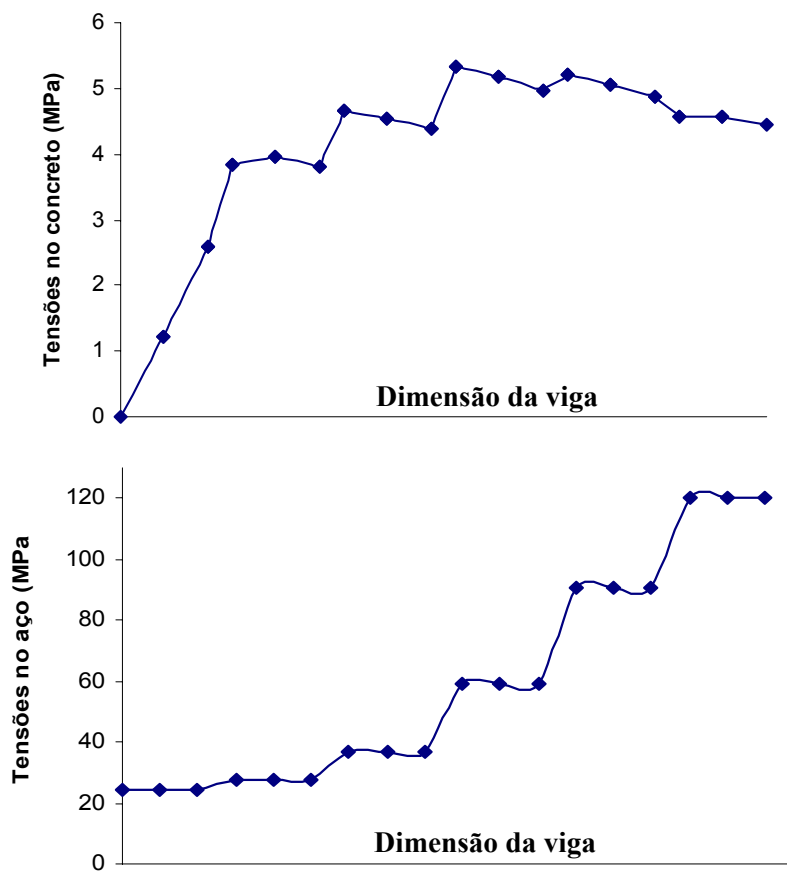
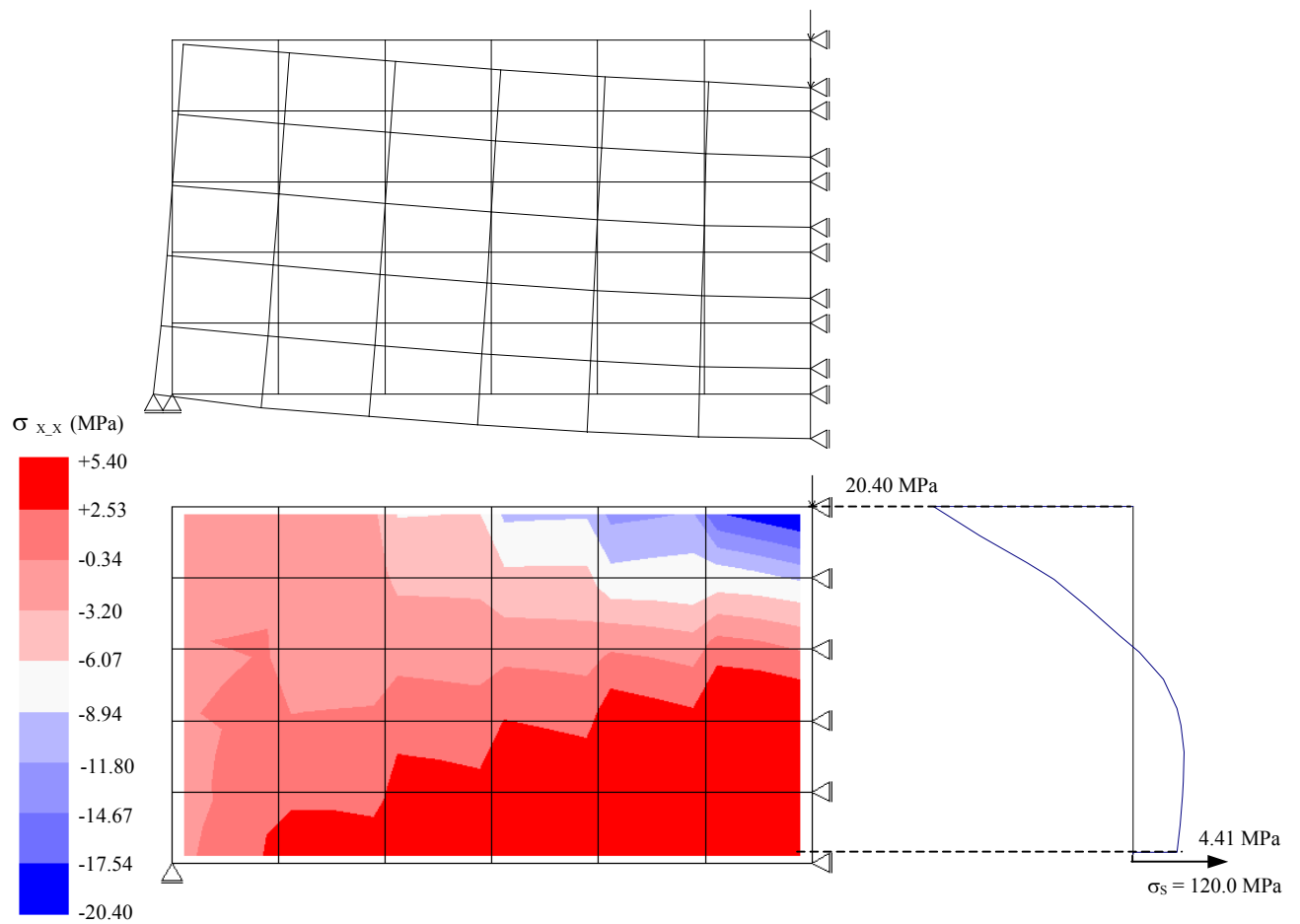


Figura 5.59: Descrição do estado da viga no passo 7.

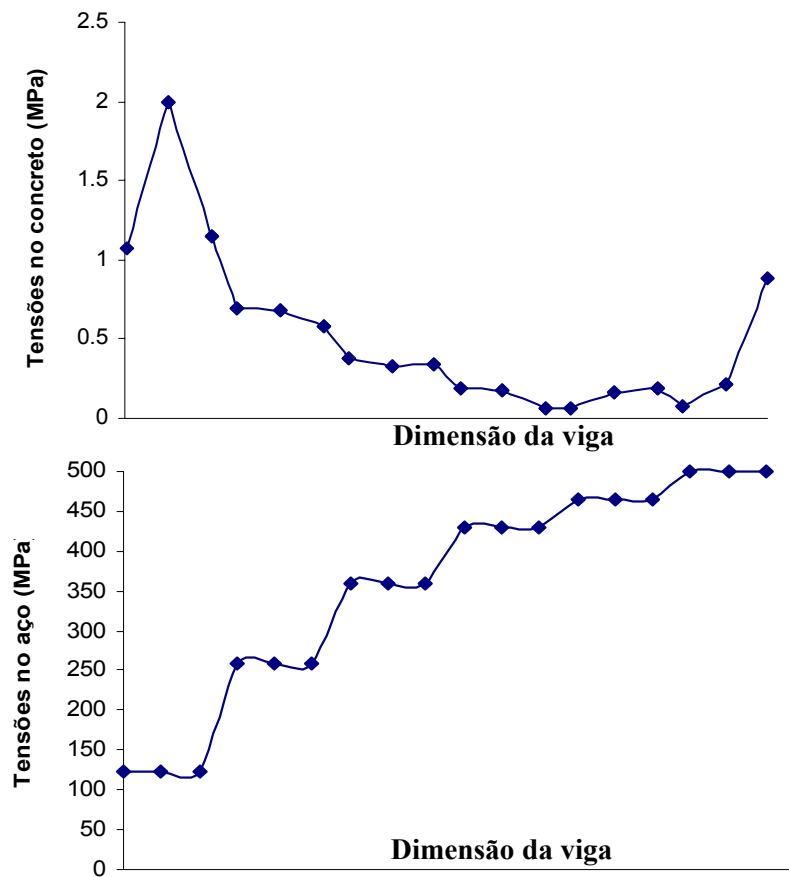
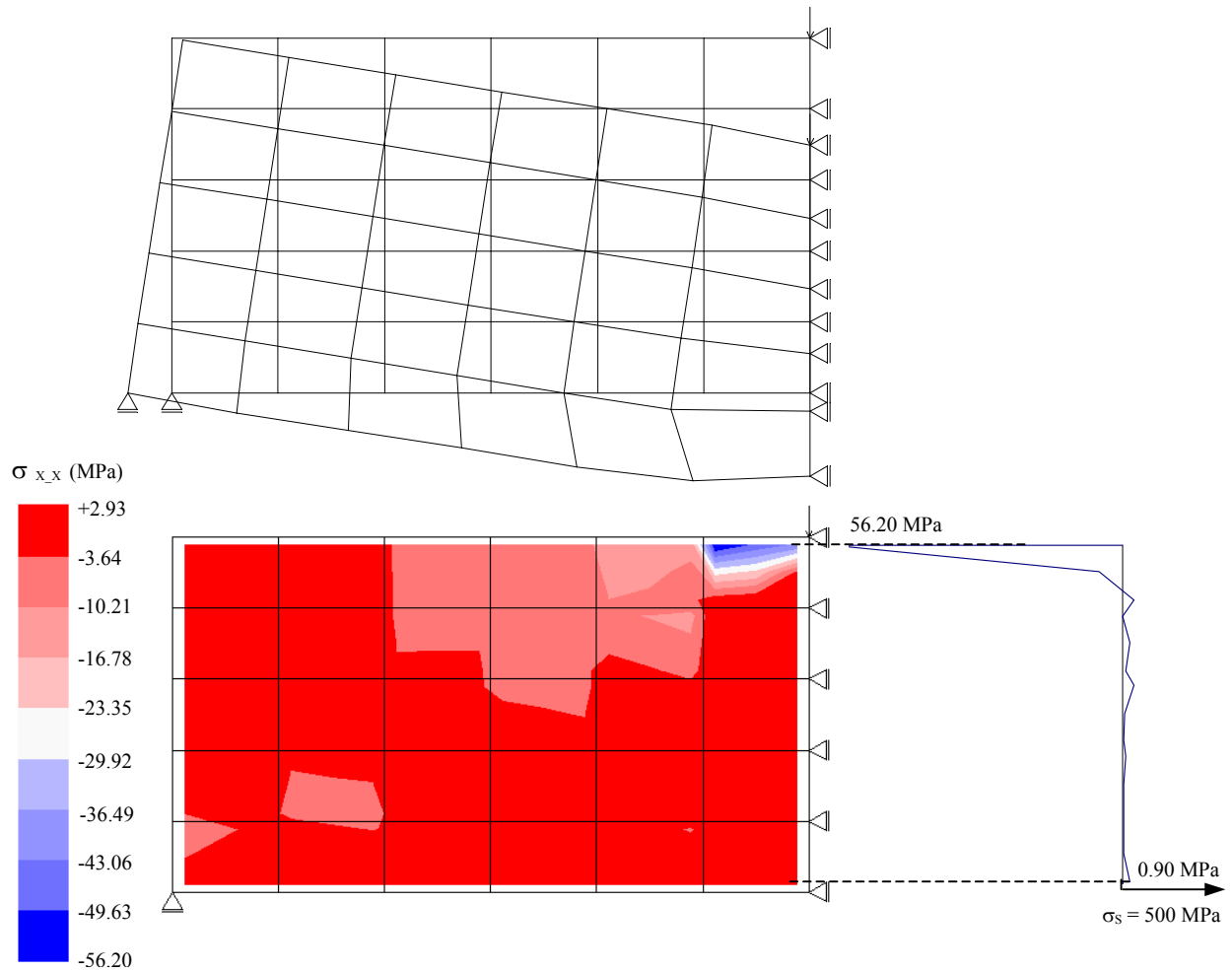


Figura 5.60: Descrição do estado da viga no passo 34.

Antes de atingir a fissuração, o concreto apresentou sua maior tensão de tração na fibra mais externa da seção transversal no passo 4 (figura 5.56). No passo 5 (figura 5.57), onde as primeiras fissuras começam a aparecer, a fibra mais externa possui uma tensão de tração inferior à tensão da fibra vizinha. Este fato caracteriza o início do processo de fissuração. A medida que a fissura vai aumentando, a diferença entre os valores de tensões de tração entre a fibra mais externa e a fibra vizinha também aumenta, conforme mostrado nas figura 5.58 e 5.59

No início do processo de fissuração o aço ainda estava longe de atingir seu limite de tensão de escoamento. Isto somente aconteceu no passo 34. Como pode ser visto na figura 5.60, o concreto já está completamente fissurado e já não oferece qualquer resistência à tração, o aço atingiu seu limite de escoamento e o concreto foi esmagado atingindo-se o limite de resistência à compressão.

5.5.2 Tração em Barra de Aço Aderente ao Concreto

Para realizar a simulação do ensaio de arrancamento foi utilizada uma peça de concreto armado com 1.5 m de comprimento, 0.5 m de altura e 0.2 m de espessura. Foi adotada uma área de 10 cm^2 para a barra de aço e aplicada uma carga de 500 kN.

A figura 5.61 apresenta a discretização utilizada neste ensaio. Foram utilizados 90 elementos retangulares de 4 nós em estado plano de tensões, com integração 2×2 para simular o concreto. O aço foi simulado utilizando-se 15 elementos de treliça plana de 2 nós localizados no meio da peça. A análise não-linear foi efetuada utilizando o método de controle de arco circular. O fator de carga externa inicial foi de 0.2 e a tolerância para convergência foi fixada em 10^{-3} .

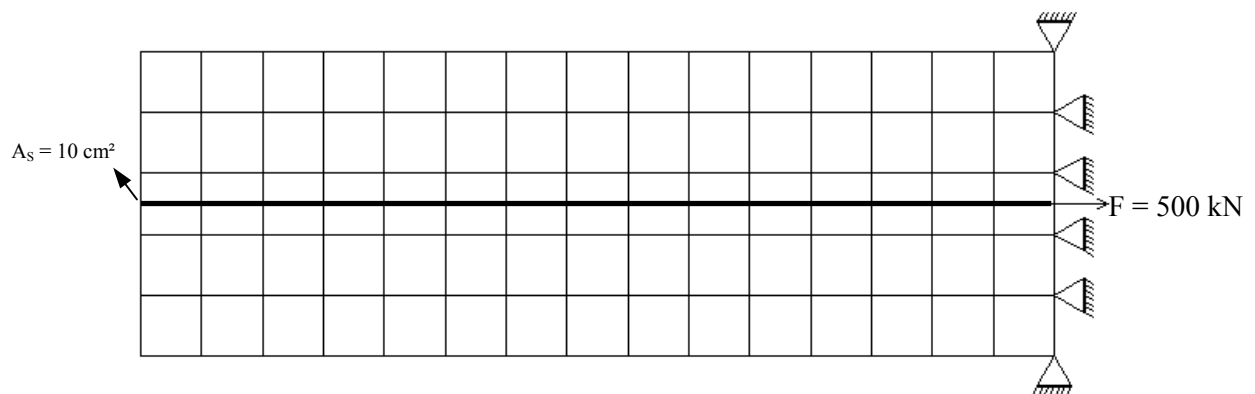


Figura 5.61: Discretização utilizada no ensaio de arrancamento.

A trajetória de equilíbrio relativa ao ponto de aplicação da carga está mostrada na figura 5.62. Nas figuras 5.63, 5.64, 5.65, 5.66 e 5.67 apresentam-se o contorno de tensões normais horizontais e a variação destas tensões na barra de aço e no concreto próximo à armadura para diversos passos de carga.

Analisando as figuras 5.63, 5.64, 5.65, 5.66 e 5.67 percebe-se que a medida que a carga na barra de aço vai aumentando, o concreto vai oferecendo resistência ao arrancamento até atingir seu limite de tensão de tração. Ao atingir este limite, o concreto fissa e o núcleo de tração se desloca para uma região ainda não fissurada.

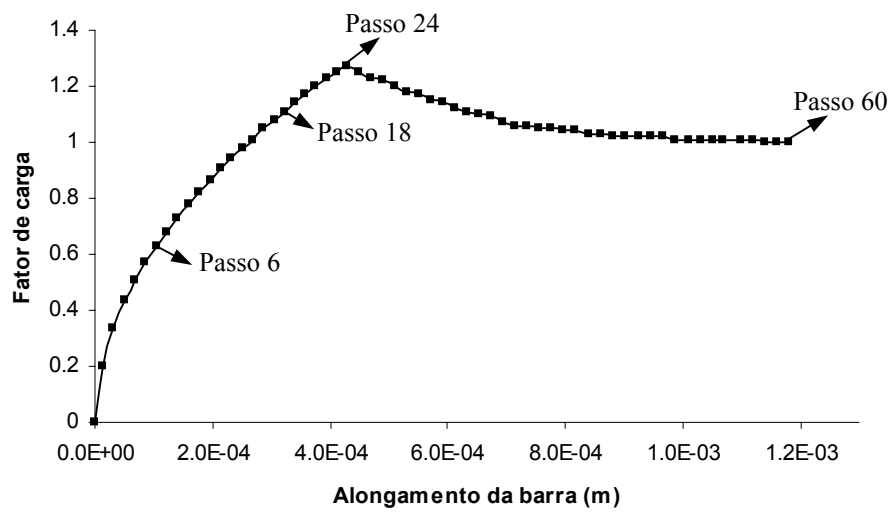
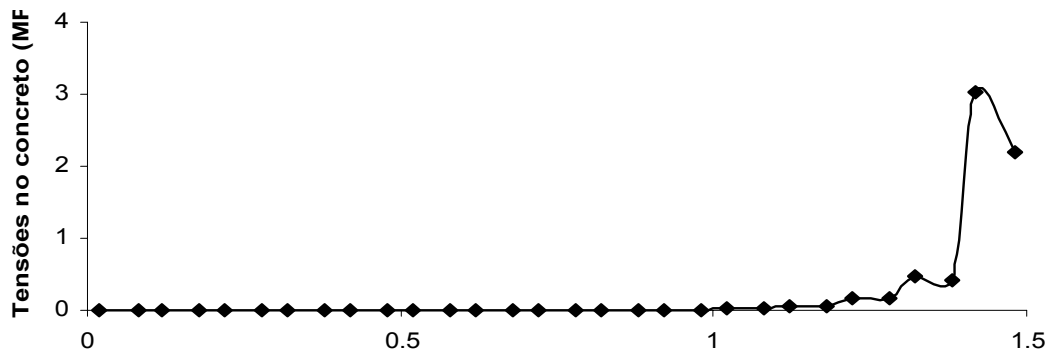
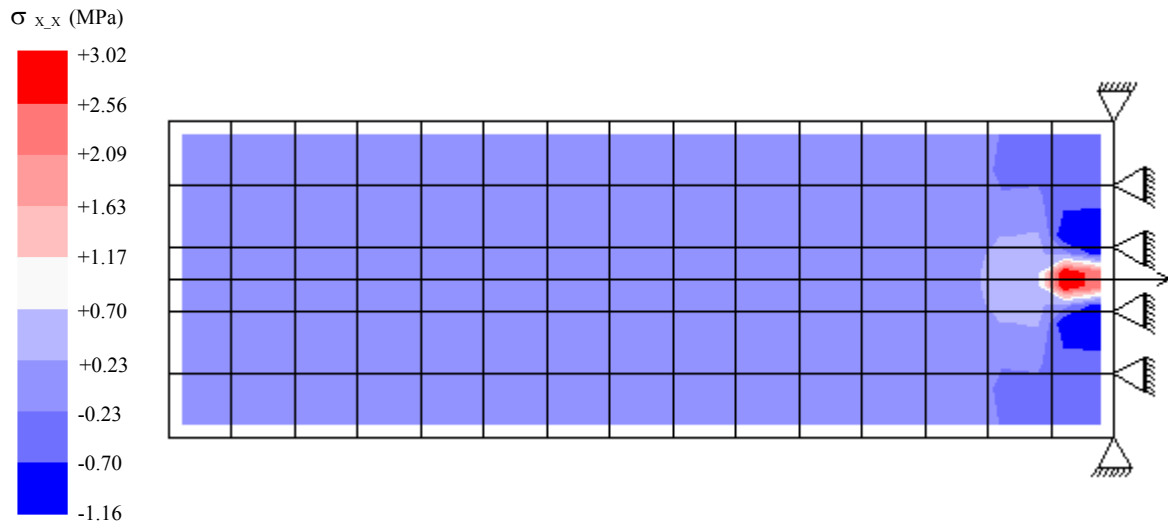
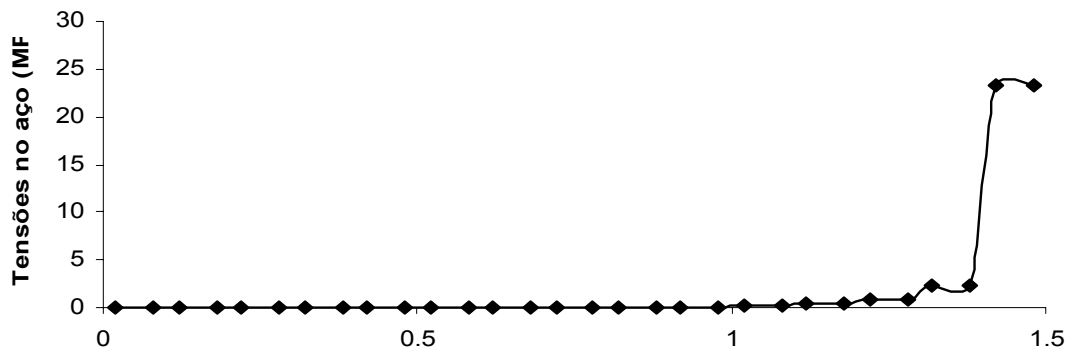


Figura 5.62: Trajetória de equilíbrio do ponto de aplicação da carga.

Passo 1



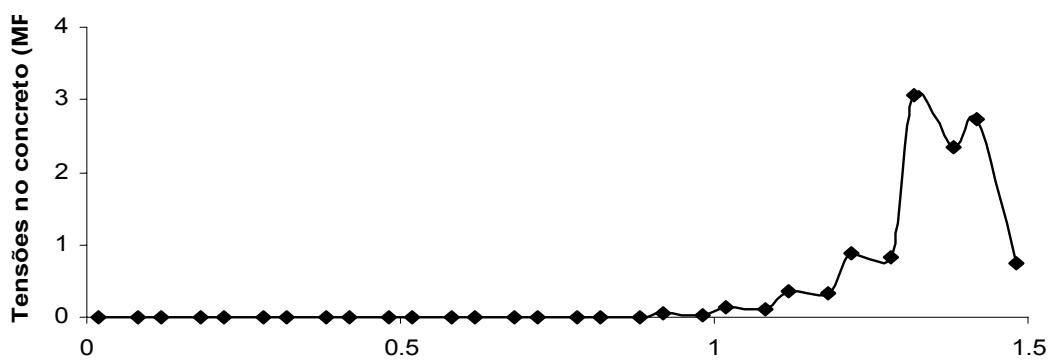
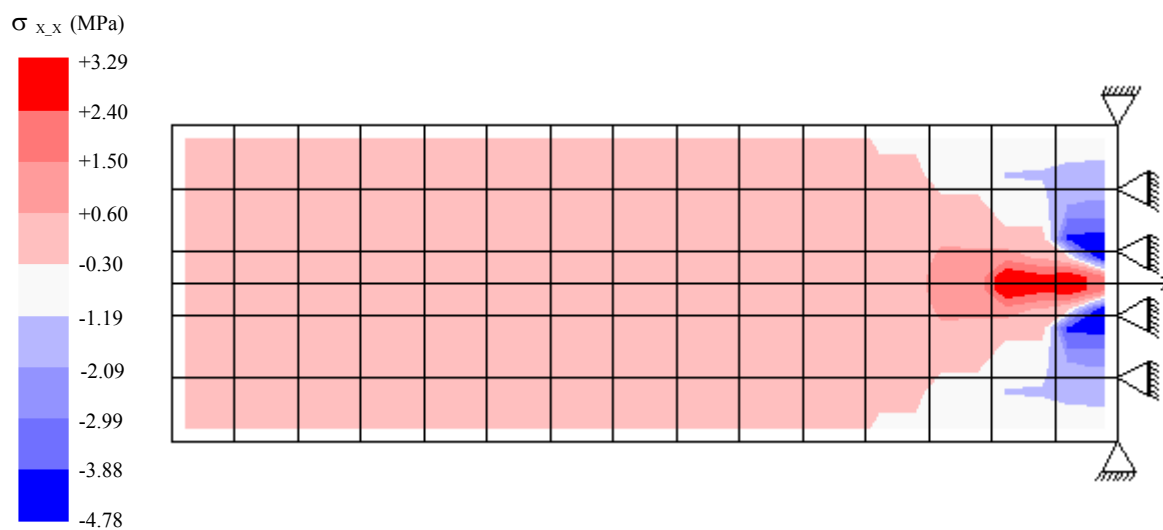
Distribuição de tensões no concreto próximo a armadura, ao longo da peça



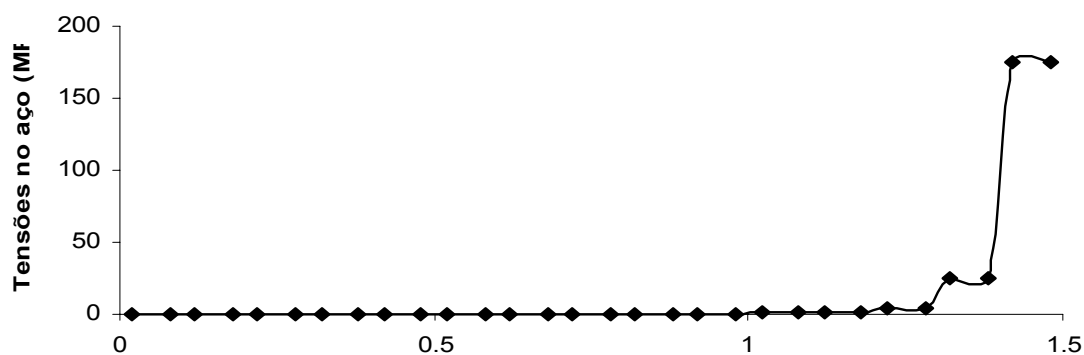
Distribuição de tensões no aço ao longo da peça

Figura 5.63: Estado de tensão da peça no passo 1.

Passo 6



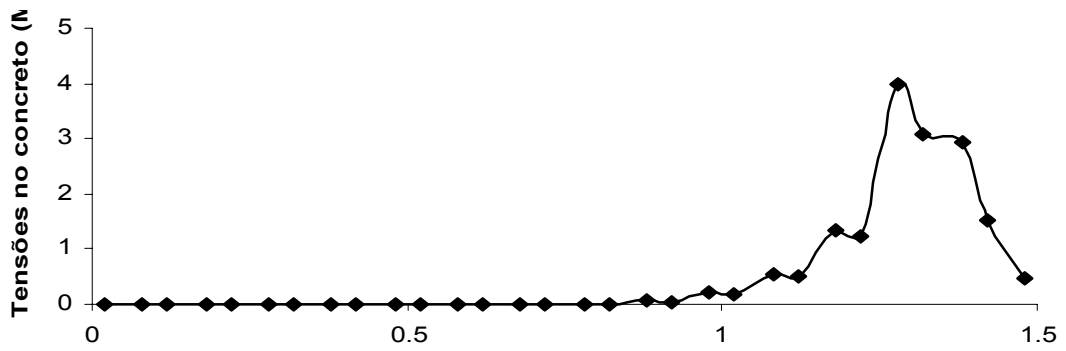
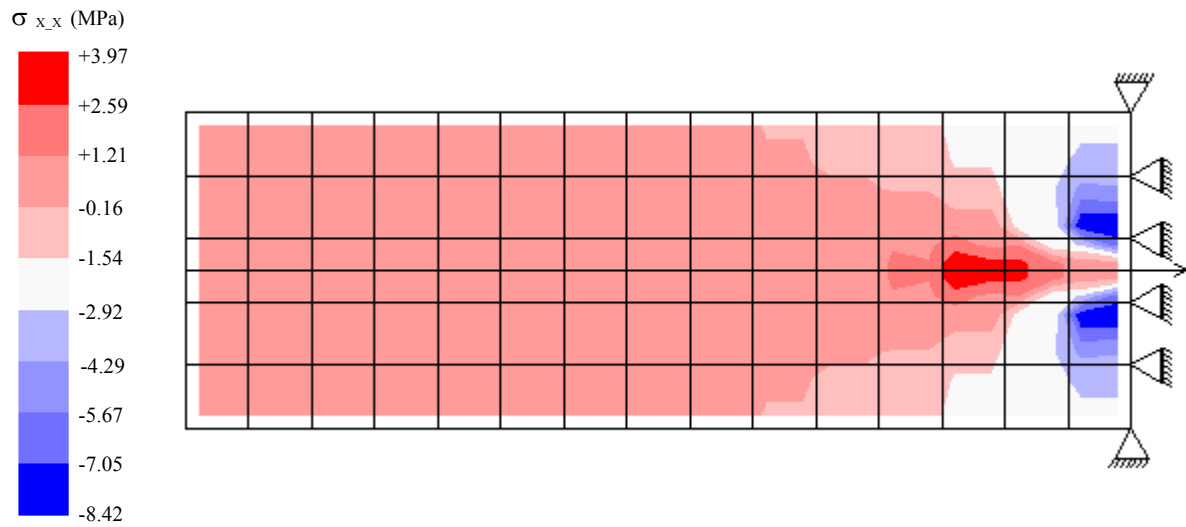
Distribuição de tensões no concreto próximo a armadura, ao longo da peça



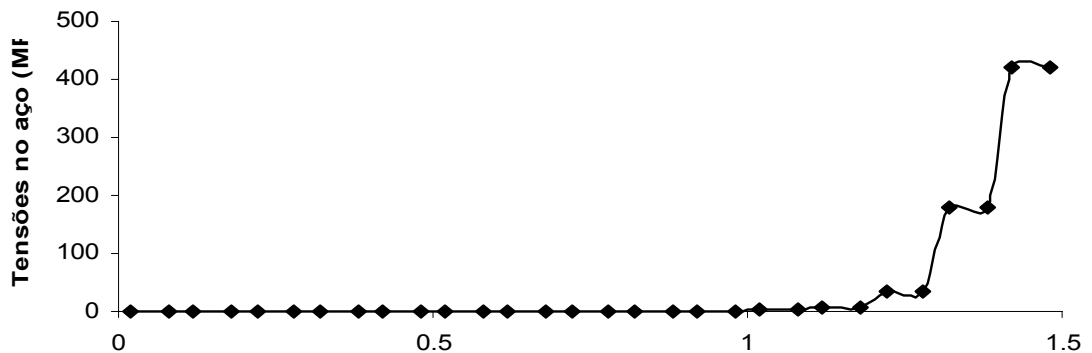
Distribuição de tensões no aço ao longo da peça

Figura 5.64: Estado de tensão da peça no passo 6.

Passo 18



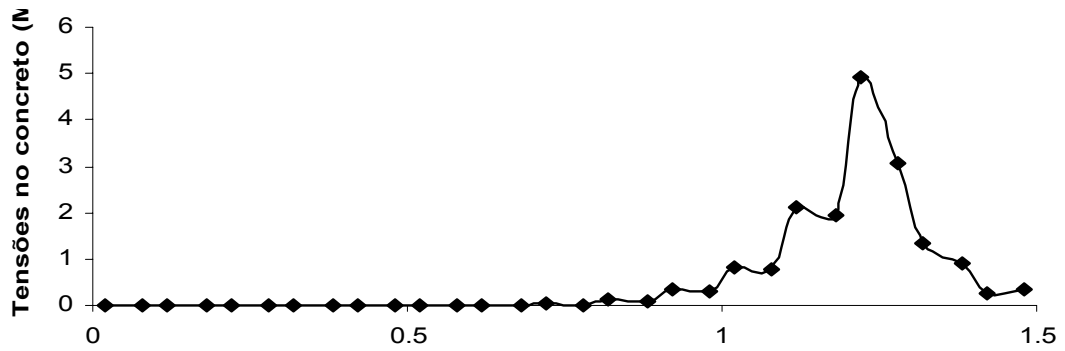
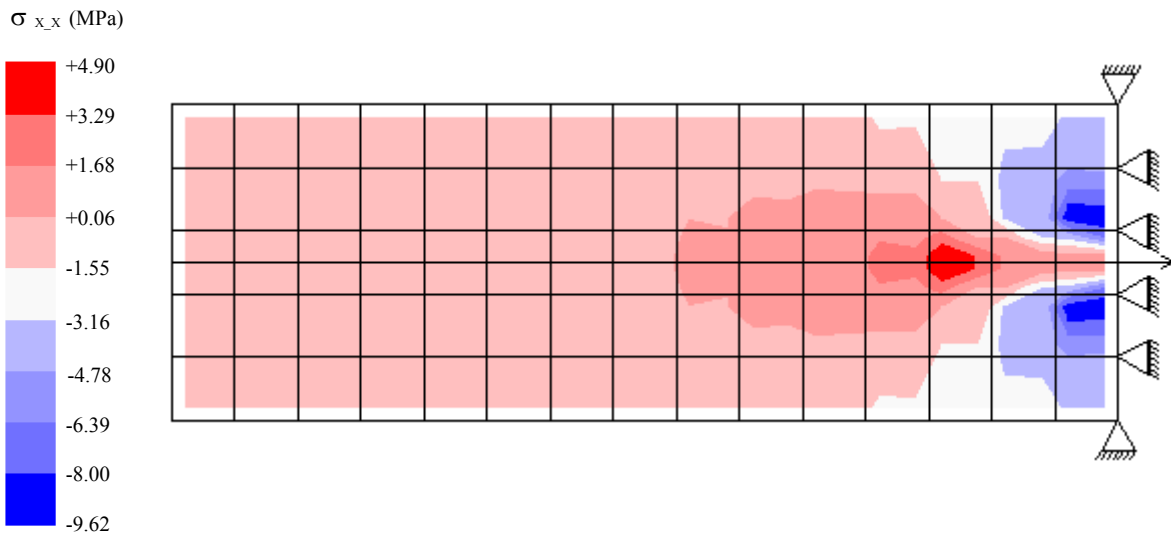
Distribuição de tensões no concreto próximo a armadura, ao longo da peça



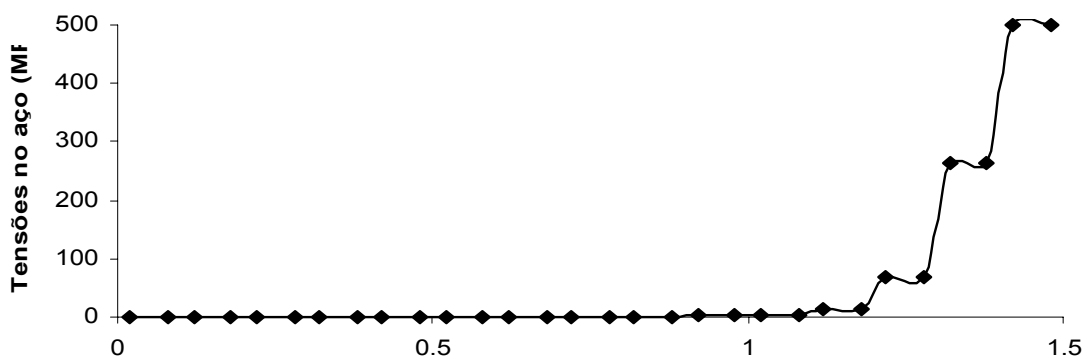
Distribuição de tensões no aço ao longo da peça

Figura 5.65: Estado de tensão da peça no passo 18.

Passo 24



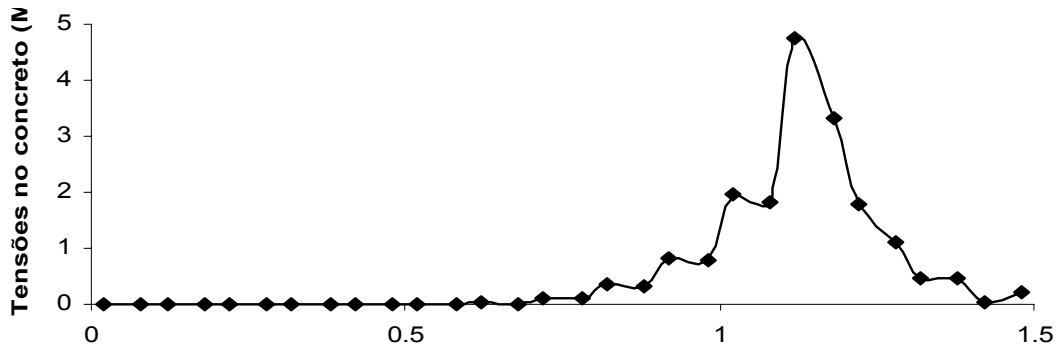
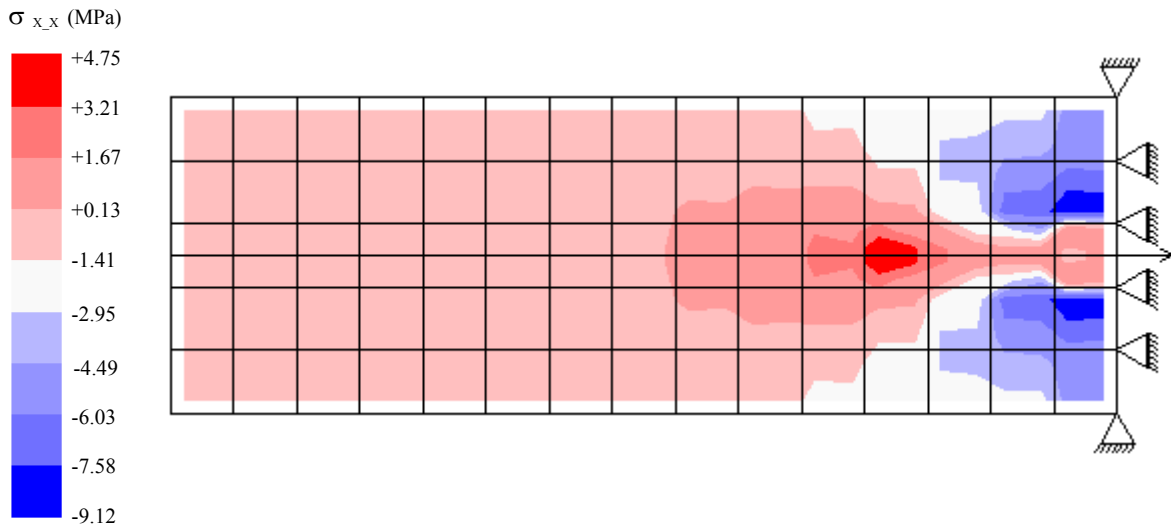
Distribuição de tensões no concreto próximo a armadura, ao longo da peça



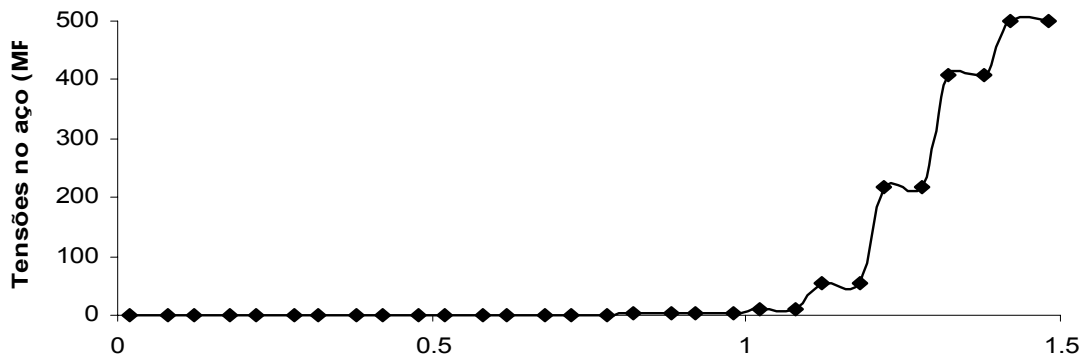
Distribuição de tensões no aço ao longo da peça

Figura 5.66: Estado de tensão da peça no passo 24.

Passo 60



Distribuição de tensões no concreto próximo a armadura, ao longo da peça



Distribuição de tensões no aço ao longo da peça

Figura 5.67: Estado de tensão da peça no passo 60.

5.5.3 Compressão em Pilar de Concreto Armado

A figura 5.68 mostra a discretização em elementos finitos de um pilar de concreto armado. O pilar tem dimensões $0.40\text{ m} \times 0.40\text{ m} \times 1.10\text{ m}$, entretanto, apenas uma parte foi discretizada devido à simetria. Foram utilizados elementos retangulares de 4 nós em estado plano de tensão para descrever o concreto e elementos de treliça plana de 2 nós para descrever o aço. Os elementos de aço estão em destaque na malha de elementos finitos apresentada na figura 5.68. A integração numérica foi realizada com 4 pontos de Gauss para os elementos de concreto e 2 pontos de Gauss para os elementos de aço. A área adotada para as barras de aço de cada estribo foi de 9 cm^2 e para a barra longitudinal foi de 16 cm^2 .

A análise não-linear foi efetuada utilizando o método de controle de comprimento de arco circular. A carga de referência adotada foi de 16.5 MN/m , o fator de carga externa inicial adotado foi 0.1 e a tolerância para convergência foi fixada em 10^{-3} .

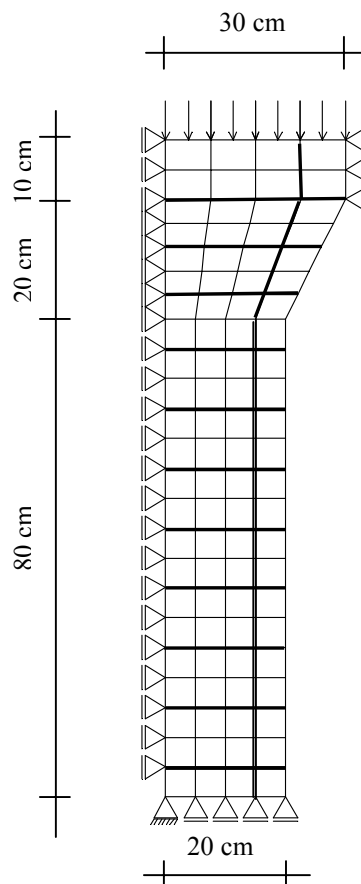


Figura 5.68: Malha utilizada para a simulação numérica de um pilar de concreto armado.

A figura 5.69 apresenta os contornos de tensões normais vertical e horizontal para a carga máxima obtida na simulação. Na figura 5.70 é mostrada a trajetória de equilíbrio para o topo do pilar.

Analisando os resultados apresentados nas figuras 5.69 e 5.70, observa-se que o uso conjunto do modelo de microplanos e do modelo de armadura permitiu descrever o comportamento esperado. A armadura confinou a parte interna do pilar, submetendo-o a tensões de compressão. Em contra partida, a parte externa à armadura longitudinal está submetida a tensões de tração, indicando a tendência de destacamento do recobrimento.

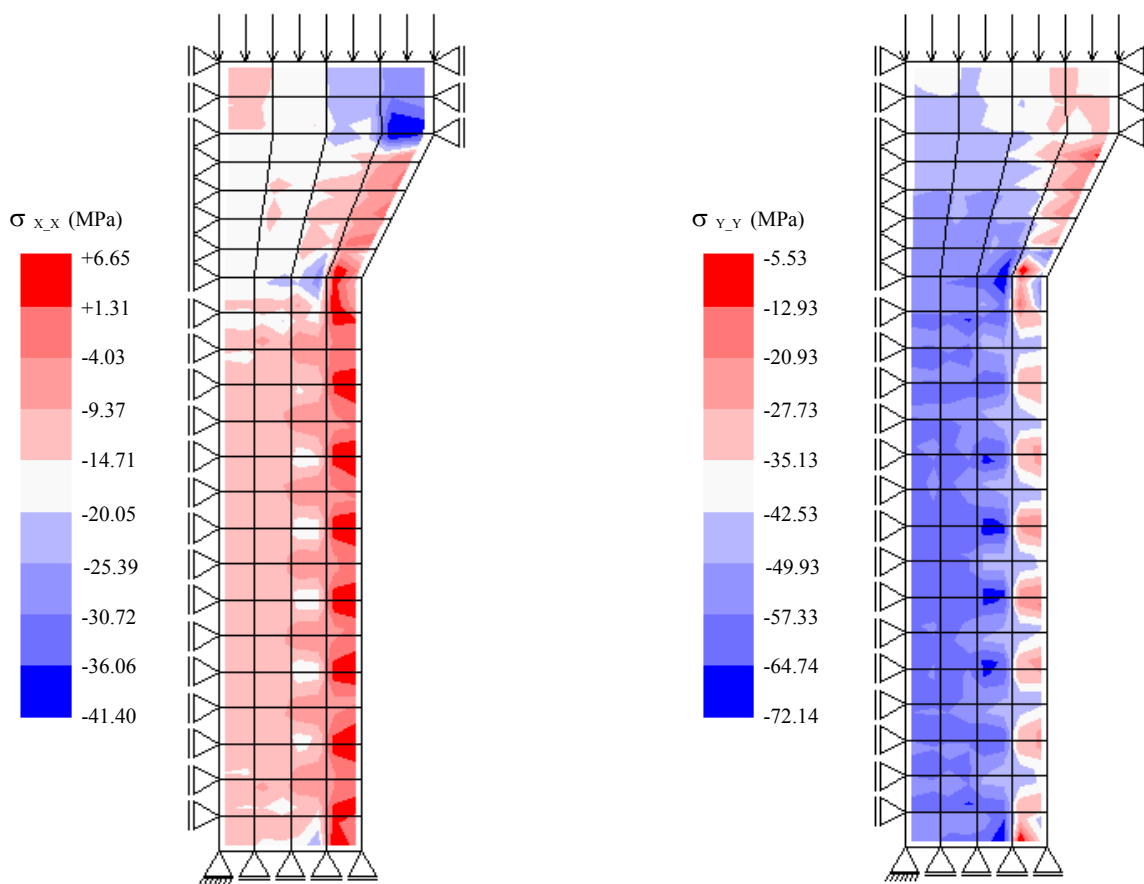


Figura 5.69: Diagrama de tensões para o carregamento máximo.

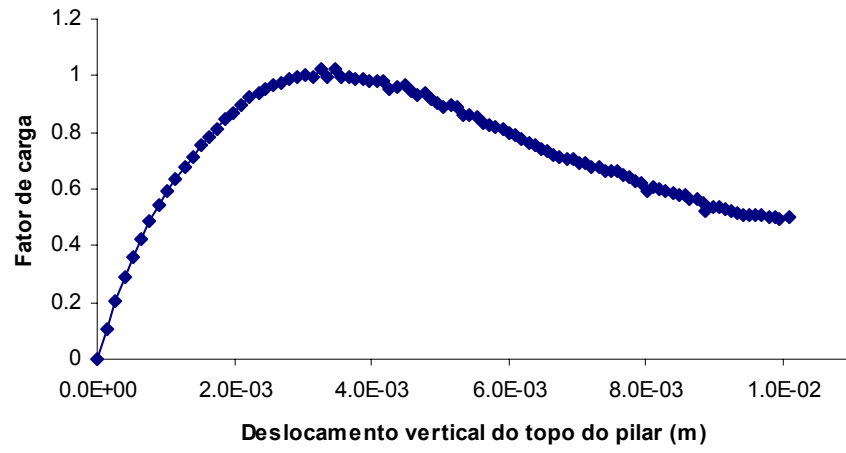


Figura 5.70: Trajetória de equilíbrio do topo do pilar.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Este capítulo apresenta as conclusões obtidas através dos resultados gerados por este trabalho e algumas sugestões para futuros trabalhos de pesquisa.

6.1 CONCLUSÕES

Como dito anteriormente, este trabalho é parte de um sistema computacional para análise de estruturas construídas em materiais semi-frágeis heterogêneos. Neste sentido, o trabalho que aqui se apresenta, expandiu o sistema com a incorporação de dois modelos constitutivos de microplanos: O Modelo Explícito de Microplanos e o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática.

Sendo o sistema baseado no paradigma de programação orientada a objetos, sua expansão foi feita sem grandes alterações em sua estrutura conforme discutido no capítulo 4. Além disso elementos fundamentais para uma análise fisicamente não-linear, já existentes no sistema, permitiram a obtenção dos resultados apresentados no capítulo 5.

A apreciação dos modelos implementados e a análise dos resultados obtidos permitem enumerar algumas conclusões.

A tarefa de implementação e validação dos modelos constitutivos ficou extremamente facilitada, uma vez que a metodologia de programação utilizada permitiu a adição de novos módulos ao sistema sem interferência nos módulos existentes. Especificamente neste trabalho, os modelos constitutivos foram adicionados com a implementação dos métodos que interagem com o restante do sistema para processamento da análise não-linear.

No que se refere à estabilidade numérica dos modelos implementados, pode-se dizer que o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática tem melhor performance que o Modelo Explícito de Microplanos. O estudo apresentado no item 5.1 demonstra este fato através da variação de diversos parâmetros controladores da análise não-linear.

Além da extrema sensibilidade numérica revelada pelo Modelo Explícito de Microplanos, este ainda apresenta sérias limitações em simulações que envolvem estados de tração dominante conforme discutido no item 5.2. Conclusão semelhante foi reportada por outros pesquisadores (Ozbolt et al. 2001).

Levando-se em consideração a evolução dos modelos de microplanos (tratada no capítulo 3) e os problemas de instabilidade numérica discutidos no capítulo 5, pode-se

dizer que, no atual estágio de desenvolvimento destes modelos, o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática é o mais adequado para representação do comportamento de materiais semi-frágeis.

A utilização dos parâmetros do material obtidos experimentalmente na análise com o Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática, permitiu descrever os resultados experimentais conforme demonstrado no item 5.3. Entretanto, é importante ressaltar a necessidade de distinção clara entre caracterização do comportamento do material e comportamento estrutural da peça associada.

O Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática mostrou-se capaz de descrever a resposta de estruturas de concreto para diferentes tipos de solicitação como demonstrado através das simulações numéricas do item 5.4.

O uso conjunto do Modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática e de um modelo de armadura simples permitiu descrever o comportamento das estruturas de concreto armado simuladas no item 5.5. Entretanto, investigações mais aprofundadas do uso do modelo juntamente com outros modelos de armadura e aderência, ainda são necessárias.

O modelo de Microplanos com Relaxação Cinemática revelou-se bastante estável quando utilizado com diferentes métodos de controle, sem apresentar problemas de localização que dificultassem a convergência da solução não-linear. Ficou claro também, que não existe um único método de controle capaz de fornecer qualquer solução não-linear. Assim conclui-se que, é mais importante examinar a adequação entre os métodos de controle e o modelo discreto proposto para a solução de determinado problema.

6.2 SUGESTÕES

Diversas sugestões para trabalhos futuros de pesquisa podem ser motivados por este trabalho, como as discutidas a seguir.

Ainda não é possível simular uma grande quantidade de peças de concreto, devido à dificuldade de obtenção dos parâmetros dos materiais. Desta forma, a

elaboração de métodos computacionais que permitam gerar estes parâmetros a partir de propriedades físicas características do material, como resistência característica à compressão (f_c) e à tração (f_t), módulo de elasticidade longitudinal (E) e energia de fraturamento (G), seria de grande utilidade.

Até o presente momento, não existe registro de nenhuma simulação numérica, utilizando-se o modelo de microplanos, de ensaios realizados no Brasil. Assim, utilizando-se do processo de geração automática de parâmetros dos materiais, sugere-se que sejam realizadas simulações numéricas de peças confeccionadas e ensaiadas no Brasil.

É de suma importância comparar os resultados obtidos com os modelos de microplanos e com outros modelos constitutivos. Isto ainda não foi realizado, porque ainda não se consegue gerar os parâmetros materiais do modelo de microplanos a partir das propriedades físicas características do material. Com isto, é muito difícil compatibilizar, para o modelo de microplanos, os parâmetros adotados por outros modelos.

A forma tridimensional do modelo de microplanos já encontra-se implementada no FEMOOP. Entretanto, não houve tempo hábil para realização de testes que avaliassem e validassem o modelo para análises tridimensionais. Reconhecendo-se a utilidade deste tipo de análise, sugere-se que sejam realizados testes a fim de que se possa utilizar a forma tridimensional do modelo com a devida segurança.

A versão atual do modelo de microplanos considera o material sempre homogêneo. Entretanto, pode-se tratar a heterogeneidade do material através deste modelo, associando o posicionamento dos microplanos com a distribuição espacial dos grãos do material. Para isto, em vez de se considerar microplanos em torno de uma esfera unitária, pode-se associar a microestrutura sólida do material ao tamanho da esfera.

Neste trabalho, o aço foi considerado elasto-plástico em elementos finitos de treliça, posicionados entre elementos planos de concreto. A aderência entre o aço e o concreto foi considerada perfeita. Sugere-se a utilização do modelo de microplanos

junto a outros modelos de armadura, a fim de simular os fenômenos de interação concreto-aço.

Aqui, o modelo de microplanos foi utilizado apenas para descrever o concreto. Entretanto, este modelo pode ser utilizado para descrever outros tipos de materiais granulares. Sugere-se a realização de trabalhos para simular estruturas confeccionadas com concreto com fibras, argamassas e outros geomateriais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batoz, J. L. e Daht, G., 1979, *Geometrically Non-Linear Analysis – A Correlation of Finite Element Notations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 14, pp. 1262-1267.

Bazant, Z. P., 1983, *Comment on Orthotropic Models for Concrete and Geomaterials*, Journal of the Engineering Mechanics (ASCE), Vol. 109, No. 3, pp. 849-865.

Bazant, Z. P. e Gambarova., 1984, *Crack Shear in Concrete: Crack Band Microplane Model*, Journal of Structural Engineering, Vol. 110, No. 9, pp. 2015-2035.

Bazant, Z. P. e Oh, B. H., 1983, *Crack Band Theory for Fracture of Concrete*, Matériaux et Constructions, Vol. 16, No. 93, pp. 155-177.

Bazant, Z. P. e Oh, B. H., 1985, *Microplane Model for Progressive Fracture of Concrete and Rock*, Journal of the Engineering Mechanics (ASCE), Vol. 111, No. 4 , pp. 559-583.

Bazant, Z. P. e Prat, P.C., 1988, *Microplane Model for Brittle-Plastic Material: I. Theory*, Journal of the Engineering Mechanics (ASCE), Vol. 114, No. 10 , pp. 1672-1688.

Bazant, Z. P. e Prat, P.C., 1988, *Microplane Model for Brittle-Plastic Material: II. Verification*, Journal of the Engineering Mechanics (ASCE), Vol. 114, No. 10 , pp. 1689-1703.

Bazant, Z. P.; Xiang, Y. e Prat, P.C., 1996, *Microplane Model for Concrete: I. Stress-Strain Boundaries and Finite Strain*, Journal of the Engineering Mechanics (ASCE), Vol. 122, No. 3 , pp. 245-253.

Bazant, Z. P.; Xiang, Y. e Prat, P.C., 1996, *Microplane Model for Concrete: II. Data Delocalization and Verification*, Journal of the Engineering Mechanics (ASCE), Vol. 122, No. 3 , pp. 255-262.

Carol, I.; Bazant, Z. P. e Prat, P.C., 1992, *New Explicit Microplane Model for Concrete: Theoretical Aspects and Numerical Implentation*, Int. J. Solids Structures, Vol. 29, No. 9, pp. 1173-1191.

Carol, I., Jirasek, M. and Bazant, Z., 2001, *A Thermodynamically Consistent Approach to Microplane Theory. Part I. Free Energy and Consistent Microplane Stress*, Int. J. Solids Structures, Vol. 38, pp. 2921-2931.

Carol, I., Kuhl, E. and Steinmann, P., 2001, *A Thermodynamically Consistent Approach to Microplane Theory. Part II. Dissipation and Inelastic Constitutive Modeling*, Int. J. Solids Structures, Vol. 38, pp. 2933-2952.

Cedolin, L. and Dei Poli, S., 1982, *Subcommittee 3 on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, State of Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete*, ASCE Structural Engineering Division, New York, 1982.

Crisfield, M. A., 1981, *A Fast Incremental / Iterative solution procedure that Handles Snap-Through* Computers & Structures, vol. 13, pp. 55-62.

Crisfield, M. A., 1983, *An Arc Length Method Including Line Searches and Accelerations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 19, pp. 1269-1289.

Crisfield, M. A., 1986, *Finite Elements and Solution Procedures for Structural analysis*, Pineridge Press Limited, Swansea.

Feenstra, P. H. E de Borst, R., 1993, *Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete*, Heron, Vol. 38, No. 4, pp. 1- 76.

Hillerborg, A.; Modéer, M. e Peterson, P., 1976, *Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Finite Mechanics and Finite Elements*, Cement and Concrete Research, Vol. 6, pp. 773-782.

Ozbolt, J. Li, Y. Kozar, I., 2001, *Microplane Model for Concrete With Relaxed Kinematic Constraint*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 38, pp. 2683-2711.

Pitangueira, R. L. S., 1998, *Mecânica de Estruturas de Concreto com Inclusão de Efeitos de Tamanho e Heterogeneidade*, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

- Ramm, E., 1981, *Strategies for Tracing the Nonlinear Response near Limit Points*, In *Nonlinear Finite Element Analysis in Structural Mechanics* (edited by W. Wunderlich, E. Stein and K. J. Bathe), pp. 63-83, Springer, Berlin.
- Ricks, E., 1972, *The Application of Newtons Method to the Problem of Elastic Stability*, *Journal of Applied Mechanics*, pp. 1060-1065.
- Ricks, E., 1979, *An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems*, *International journal of Solids and Structures*, Vol. 15, pp. 529-551.
- Stroustrup, B., 1991, *The C++ programming Language*, Addison Wesley, 2^a edição.
- Valliappan, S. e Doolan, T. F., 1972, *Nonlinear Stress Analysis of Reinforced Concrete*, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol. 121, No. 1 , pp 7-15.
- Van Mier, J. G. M., 1984, *Strain-softening of Concrete under Multiaxial Loading Conditions*, PhD Thesis, Eindhovein University of Thecnology, The Netherlands.
- Yang, Y. B. e Shieh, M. S., 1990, *Solution Method for Non-Linear Problems with Multiple Critical Points*, *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 12, pp. 210-2116.
- Yang, Y. B. e Kuo, S. R., 1994, *Theory & Analysis of Nonlinear Framed Structures*, Prentice Hall, Singapore.