

## EMPREGO DOS PARÂMETROS DE LAMINAÇÃO PARA OTIMIZAÇÃO DE PAINÉIS REFORÇADOS EM COMPÓSITOS SUBMETIDOS A CARGAS COMPRESSIVAS

Data de aceite: 27/03/2020

### Hélio de Assis Pegado

Universidade Federal de Minas Gerais,  
Departamento de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG

<http://lattes.cnpq.br/4122679948024448>

### Laura Tameirão Sampaio Rodrigues

Universidade Federal de Minas Gerais,  
Departamento de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG

**RESUMO:** A indústria aeronáutica emprega diversos programas comerciais para o projeto e análise de estruturas aeroespaciais. Na fase de projeto, o processo de otimização é utilizado visando obter estruturas leves, que resistam as cargas aerodinâmicas e o peso da carga paga e do combustível, e que não sejam susceptíveis a instabilidades, tal como a flambagem. Assim, esta pesquisa destina-se a otimizar painéis reforçados em compósito empregando programas utilizados pela indústria e os parâmetros de laminação. A função objetivo é a minimização do peso, as variáveis de projeto são as espessuras e os parâmetros de laminação, e a restrição é que não flambe após aplicação da carga em compressão. Para validação do modelo, emprega-se o método

em uma placa de alumínio e são comparados o resultado obtido com a solução analítica mostrando a coerência do modelo. Após estudar suas limitações e diferenças aplica-se o mesmo método para um painel em compósito e são analisados e estudados os resultados fornecidos pelo programa.

**PALAVRAS-CHAVE:** otimização, NASTRAN, flambagem

### EMPREGO DOS PARÂMETROS DE LAMINAÇÃO PARA OTIMIZAÇÃO DE PAINÉIS REFORÇADOS EM COMPÓSITOS SUBMETIDOS A CARGAS COMPRESSIVAS

**ABSTRACT:** The aeronautical industry employs various commercial software for the design and analysis of aerospace structures. In the design phase, the optimization process is applied to obtain lightweight structures that withstand aerodynamic loads and the payload and fuel weights. Besides this, the structure must not be susceptible to instabilities such as buckling. Thus, the goal of this research is to optimize composite reinforced panels employing industry - used software and lamination parameters. The objective function is the weight to be minimized, the design variables are the thickness and the lamination parameters, and the restriction is that

it does not buckle after application of the compressive load. The aluminum plate model was simulated, and this result was compared with the analytical solution showing the coherence of the model. After studying its limitations and differences, the same method is applied to a composite panel, and the results provided by the software are analyzed and studied.

## 1 | INTRODUÇÃO

O uso de materiais compósitos em aeronaves tem se popularizado cada vez mais com o seu largo emprego em aeronaves comerciais, inclusive em elementos estruturais. Diversas empresas como a Boeing e a Airbus têm empregado materiais compostos na fabricação de diversos componentes do Boeing 787 Dreamliner (80% compósitos) e do Airbus A350 XWB (53%) o que mostra a importância e a atualidade do estudo de seu comportamento, de suas limitações aeroelásticas e das instabilidades associadas a seu emprego. A Figura 1 mostra o aumento do uso deste tipo material em aeronaves.

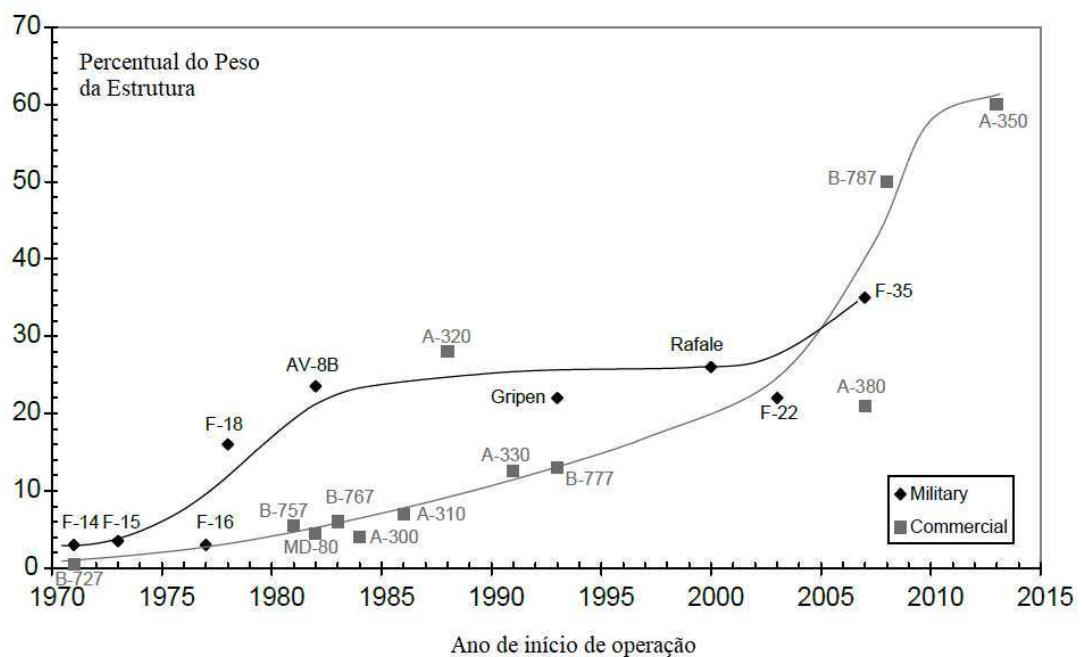


Figura 1: Evolução temporal do uso de compósitos em aeronaves (KASSAPOGLOU,2013).

Esta evolução se deu principalmente pelo aprofundamento do estudo das propriedades do material compósito. Este material é composto por fibras e uma matriz e através da alteração do alinhamento das fibras pode-se obter a resistência desejada. Além disso, sua densidade é bem menor que a do material metálico com uma resistência equivalente, o que se traduz em uma considerável redução de peso.

Na indústria aeronáutica, menor peso se traduz em mais carga paga a ser transportada, em consequência maior lucro, ou mais combustível disponível, portanto maior alcance, ou mesmo, uma combinação de aumento de carga paga e combustível disponível.

Uma das possibilidades para minimização do peso bruto da aeronave é a redução de seu peso estrutural (peso vazio), mantendo a mesma resistência ao carregamento e sem sofrer instabilidade estrutural (flambagem). Nesta linha, diversos autores tem procurado obtê-lo empregando diferentes métodos de otimização e abordagens.

Algumas destas técnicas voltadas para otimização de materiais compósitos definem a variação do número de camadas laminadas e dos ângulos de laminação como variáveis de projeto, assumindo que o material possui propriedades ortotrópicas. No entanto, esse tipo de otimização envolve alto custo computacional e consiste em um processo de otimização não linear com variáveis discretas em um espaço não-convexo.

Assim, para resolver o problema de otimização de variáveis discretas na sequência de laminação dos materiais compósitos, Miki (1993) propôs o uso de parâmetros de laminação. Seu método considera que a rigidez no plano e a rigidez à flexão das chapas laminadas simétricas e ortotrópicas são funções dos parâmetros de laminação, que dependem da sequência de laminação.

Fukunaga et al. (1994) apresentaram uma abordagem de otimização das configurações de placas laminadas simetricamente que maximiza as cargas de flambagem sob ação de cargas combinadas. A relação entre as configurações do laminado e as cargas de flambagem são obtidas com base no conceito de parâmetros de laminação. Dutra e Almeida (2015) apresentaram um método de otimização baseado em um metamodelo quadrático usado para estimar a função objetivo. É apresentada uma formulação analítica para obter as derivadas da função objetivo relativas aos parâmetros de laminação. Uma placa em compósito sujeita a cargas combinadas de flexão e torção é otimizada e os resultados são apresentados e discutidos em termos de projeto prático de estruturas aeronáuticas. Quadros e Hernandez (2018) estudaram uma parametrização de Lagrange dos parâmetros de laminação para maximizar a carga de flambagem de uma placa compósita de rigidez variável.

Entretanto, para a indústria aeronáutica é, por vezes, mais importante empregar softwares comerciais de análise estrutural, que são compatíveis com outros utilizados pela área de desenvolvimento, para projetos do que desenvolver uma ferramenta própria para análise. Neste viés, esta pesquisa (PEGADO & RODRIGUES, 2019) emprega um software conhecido na indústria, o NASTRAN/FEMAP (SIEMENS,2020), para análise e otimização estrutural.

Assim, este artigo está estruturado da seguinte forma: a metodologia utilizada na otimização das chapas reforçadas, as hipóteses consideradas, as equações utilizadas na análise de painéis compósitos, a validação dos modelos e os resultados obtidos expressos em tabelas e figuras.

## 2 | OTIMIZAÇÃO

Neste processo são utilizadas como variáveis de projeto os parâmetros de laminação, a espessura da chapa e do reforçador, e o peso como função objetivo. Foram analisadas duas placas reforçadas, uma de alumínio e outra de fibra de carbono. O otimizador usado é uma sub-rotina do NASTRAN (SIEMENS,2020) e sua eficiência na análise dessas chapas reforçadas é testada na chapa de alumínio. Estes resultados são comparados com o Fator de Eficiência de Farrar (Niu, 1997) e a eficácia deste otimizador é demonstrada. Após sua validação, o otimizador do NASTRAN (SIEMENS,2020), o SOL 200, é utilizado para otimização de chapas em compósitos com parâmetros de laminação e espessuras como variáveis de projeto.

### 2.1 Considerações

O modelo satisfaz a Teoria Clássica do Laminado e:

- I. cada camada é quase-homogênea e ortotrópica;
- II. o laminado é fino e suas dimensões laterais são muito maiores que sua espessura e são carregadas apenas no plano (condição de tensão plana);
- III. os deslocamentos são pequenos quando comparados com a espessura do laminado:  $|u|, |v|, |w| \ll h$ ;
- IV. o laminado é simétrico e balanceado, o que significa que a lâmina está disposta em pares ( $+\theta$  e  $-\theta$ ) acima e abaixo do plano médio;
- V. esta placa laminada satisfaz a Regra dos Dez Por Cento, onde o número de camadas em cada ângulo de laminação ( $0, \pm 45$  e  $90^\circ$ ) é no mínimo de 10% do total de camadas.

### 2.2 Modelo da Placa Laminada

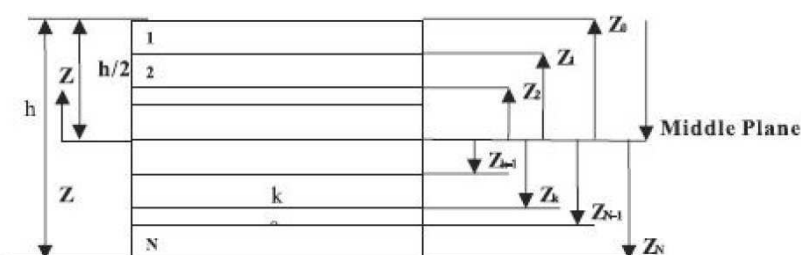


Figura 2. Sequência de Laminação (LIU, HAKKA & TROMPETTE,2004)

A metodologia adotada para o uso dos parâmetros de laminação por Rodrigues (2018) segue o modelo mostrado na Figura 2 e considera que a sequência de laminação pode ser expressa pela Equação 1:

$$[(\pm\theta_n)_{Nn}/\dots/(\pm\theta_2)_{N2}/(\pm\theta_1)_{N1}]_s \quad (1)$$

Segundo MIKI (1993), os parâmetros de laminação são boas opções para serem utilizados como variáveis de projeto no projeto e fabricação de um laminado, pois é possível obter uma região viável dos parâmetros de laminação em um plano bidimensional. Quando existe um laminado simétrico e ortotrópico, a rigidez no plano (matriz A - Eq 2) e a rigidez à flexão (matriz D – Eq 2) tornam-se funções dos parâmetros de laminação, que são funções da sequência de laminação (Figura 2). Como este laminado é simétrico, a rigidez devida ao acoplamento (matriz B - Eq2) é zero.

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^o \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (2)$$

Onde M é a intensidade dos momentos de flexão pura e cisalhamento por unidade de comprimento e N é a força direta ou de cisalhamento por unidade de comprimento produzida por cargas no plano. As matrizes de rigidez A, B e D podem ser expressas pela invariante de rigidez U e doze parâmetros de laminação (RODRIGUES, 2018). Ao considerar o laminado como simétrico, a matriz de acoplamento de rigidez B será zero e, em seguida, o número de parâmetros de laminação será reduzido para 8. Da mesma forma, vários fabricantes adotam como prática de projeto que as lâminas são ortotrópicas e podem ter apenas 0° / 45° / 90° como ângulos de laminação, reduzindo assim os parâmetros de laminação para 6. Portanto, as seguintes expressões são usadas para a rigidez no plano e a rigidez à flexão:

$$\begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{22} \\ A_{66} \\ A_{16} \\ A_{26} \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} 1 & \xi_1^A & \xi_2^A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2^A & 1 & 0 \\ 1 & -\xi_1^A & \xi_2^A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2^A & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\xi_3^A}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\xi_3^A}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{12} \\ D_{22} \\ D_{66} \\ D_{16} \\ D_{26} \end{bmatrix} = \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} 1 & \xi_1^D & \xi_2^D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2^D & 1 & 0 \\ 1 & -\xi_1^D & \xi_2^D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2^D & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\xi_3^D}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\xi_3^D}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Os parâmetros de laminação são apresentados na Equação 4, onde o subscrito D representa a matriz D e o subscrito A, a matriz correspondente A.

$$\begin{aligned} \xi_{[1,2,3]}^A &= \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} [\cos 2\varphi, \cos 4\varphi, \sin 2\varphi] dz & e & & \xi_{[1,2,3]}^D = \\ \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} [\cos 2\varphi, \cos 4\varphi, \sin 2\varphi] z^2 dz & & & & \end{aligned} \quad (4)$$

Após análise das equações 2 e 4, pode-se observar que os parâmetros de laminação estão relacionados aos termos  $D_{16}$  e  $D_{26}$  da matriz [D]. Estes termos não contribuem significativamente para as análises e, como a falha por flambagem será estudada, o parâmetro  $\xi_3^D$  poderá ser desprezado. E como o laminado é simétrico e balanceado em relação ao plano médio, o parâmetro de laminação  $\xi_3^A$  não será levado em consideração neste estudo, portanto, os seguintes parâmetros de laminação serão considerados durante a otimização do painel:

$$\begin{aligned} \xi_1^A &= \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \cos 2\varphi dz, \quad \xi_2^A = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \cos 4\varphi dz, \quad \xi_1^D = \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} \cos 2\varphi z^2 dz & e & \\ \xi_2^D &= \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} \cos 4\varphi z^2 dz & & & \end{aligned} \quad (5)$$

Embora os parâmetros de laminação permitam uma otimização contínua do laminado com um número relativamente baixo de variáveis de projeto, não é possível evitar a acomodação de várias lâminas em uma sequência com o mesmo ângulo de laminação. Portanto, após otimizar o laminado usando os parâmetros de laminação, será necessário usar um banco de dados de laminado para obter a solução discreta do laminado.

O painel compósito possui uma sequência de lâminas dispostas em ângulos é simétrico em relação ao plano do médio. Conforme afirma (MIL-HDBK-17-3F, 2002) e (NIU, 1992), a principal vantagem do uso do laminado simétrico é o desacoplamento entre o comportamento de membrana e da flexão da estrutura. Em um laminado simétrico, de acordo com a notação mostrada na Figura 3 e de acordo com a Equação 2, a matriz de laminado [B] se cancela.



Figura 3: Notação para Espessura do laminado e Sequência de Laminação (MIL HDBK-17-3F,2002)

Os laminados balanceados (Figura 4) são aqueles em que todas as camadas, menos  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , são acomodadas nos pares  $+\theta$  e  $-\theta$  acima e abaixo do plano médio do laminado. Para o conjunto de laminados compostos por camadas com ângulos  $0 / \pm 45/90$ , cada lâmina de  $+45^\circ$  deve ser acompanhada por uma de  $-45^\circ$ . Os laminados balanceados têm vantagens semelhantes às dos simétricos.

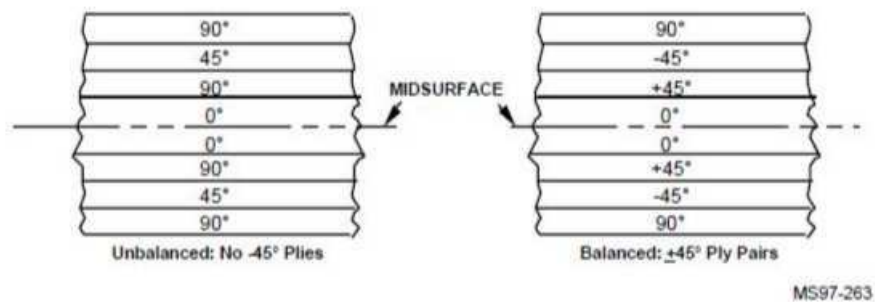


Figura 4: Laminado balanceado e Desbalanceado (MIL HDBK 17-3F,2002)

A regra dos 10% foi seguida em vários projetos estruturais de materiais compósitos e demonstrou bons resultados, sendo adotada até os dias atuais. A regra de 10% determina que pelo menos 10% das camadas finais do laminado tenham ângulos de laminação ( $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  e  $90^\circ$ ). O uso dessa prática de projeto produz laminados mais robustos e menos suscetíveis à fragilidade associada a laminados estritamente ortotrópicos (BAILLIE; LAY & PASRICHA, 1997).

### 2.3 Simulação com NASTRAN (SIEMENS, 2020)

As variáveis de projeto são as espessuras do revestimento e do reforçador bem como os parâmetros de laminação ( $\xi$ ). Para essas simulações, foi utilizado o tipo MAT2 que define as propriedades do material, para materiais anisotrópicos lineares e independentes da temperatura, e para os elementos isoparamétricos de casca, o elemento PSHELL que define as propriedades de membrana, flexão e cisalhamento transversal dos elementos de casca. Para impor as restrições, o

DCONSTR foi usado e a função de minimização de peso objetivo é ativada usando o comando DESOBJ. Três soluções NASTRAN (SIEMENS,2020) são usadas: a solução de otimização (SOL200), a estática (SOL101) e a solução de flambagem (SOL105).

## 2.4 Metodologia

### 2.4.1 Análise Teórica

Este modelo foi desenvolvido usando a metodologia de Niu (1997) que é resumida em Rodrigues (2018). O ponto ótimo e as dimensões da placa reforçada são obtidas empregando o Fator de Eficiência da Farrar. A seguir, são apresentadas as principais considerações e equações utilizadas para estimar as dimensões.

Algumas hipóteses são impostas para esta análise:

- I. O painel é longo o suficiente para permitir que seja tratado como uma coluna, o que significa que não há restrições impostas às suas bordas longitudinais;
- II. o painel possui fixações (apoios) no final de sua estrutura, em relação ao comprimento  $L$ , apesar disto,  $L$  é considerado como o comprimento efetivo do painel;
- III. A conexão placa-reforçador não restringe a flambagem da placa.

A Figura 5 mostra um painel típico reforçado e sem flanges (NIU, 1997), em que  $t$  é a espessura do revestimento,  $b$  é o espaçamento entre os reforçadores,  $b_w$  é a profundidade do reforçador,  $L$  é o comprimento,  $f$  é a tensão aplicada,  $f_o$  é a tensão de flambagem inicial da seção do painel e  $f_E$  é a tensão de Euler.

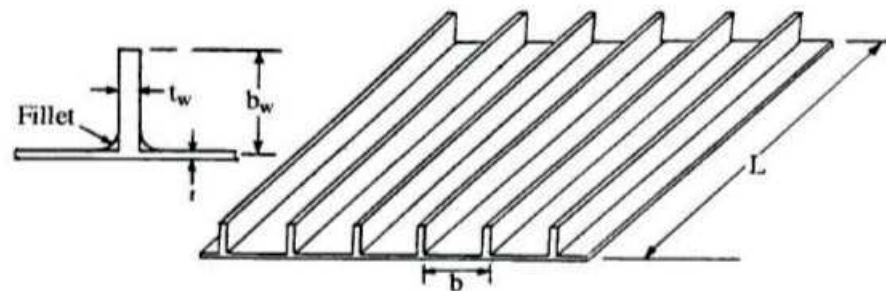


Figura 5: Painel com Reforçadores integrados sem-flanges (NIU,1997)

De acordo com Niu (1997), o fator de eficiência de Farrar é:

$$F=1.314 \frac{R_b^3 R_t (4 + R_b R_t)^{1/4}}{1 + R_b R_t} \left( \frac{f_E}{f_o} \right)^{1/4} \quad (6)$$

onde  $R_b$  é a relação  $R_b = \frac{b_w}{b}$ ,  $R_t = \frac{t_w}{t}$ , é a tensão de flambagem inicial de uma longa placa com espaçamento de reforçador  $b$ , uma espessura da placa simplesmente apoiada nas bordas  $t$ , e  $f_E = 3.62E_t \left(\frac{t}{b}\right)^2$ .

O fator de eficiência de Farrar pode ser escrito como  $F=f\left(\frac{L}{NE_t}\right)^{1/2}$  onde  $L$  é o comprimento do painel e  $E_t$  o módulo tangente. NIU (1997) emprega variáveis auxiliares para resolver este problema graficamente.

$$J_1=b\left(\frac{E_t}{NL^3}\right)^{1/4}, J_2=t_w\left(\frac{E_t}{NL}\right)^{1/2}, J_3=b_w\left(\frac{E_t}{NL^3}\right)^{1/4} \text{ e } J_4=t\left(\frac{E_t}{NL}\right)^{1/2} \quad (7)$$

Estas variáveis são obtidas assumindo um valor para  $Rb$ .  $F$  e o ponto ótimo  $Rb$  são encontrados usando diagramas (Niu, 1997).

Um painel reforçado extrudado de Al 2024-T3 otimizado foi projetado, seguindo a metodologia do Fator de Eficiência de Farrar proposta por (NIU, 1997), que resiste a uma carga de compressão de 100000 N/m (269777 lbs / in). A metodologia proposta pelo autor foi seguida e os resultados são apresentados nas tabelas contendo os resultados.

#### 2.4.2 Painel Metálico – Método dos Elementos Finitos

Após a aplicação do software NASTRAN (SIEMENS,2020) para otimizar uma chapa reforçada com as mesmas dimensões da calculada analiticamente pelo fator de eficiência de Farrar, estes resultados foram comparados. Suas diferenças foram analisadas e o modelo foi considerado validado. A seguir, o otimizador foi aplicado para obter as dimensões ideais para placas compósitas e metálicas reforçadas.

Um modelo de elementos finitos para simular um painel reforçado foi desenvolvido como mostrado na Figura 6 para executar a otimização. Esse modelo foi desenvolvido usando apenas um material, tanto para a placa quanto para o reforçador (Al 2024 T3), com as características mostradas na Tabela 1.

Propriedades do Al 2024-T3 Extrudado		
Módulo Tangente (Et)	66,2x10 <sup>3</sup> N/mm <sup>2</sup>	9,16x10 <sup>3</sup> Ksi
Poisson (ν)	0,33	0,33
Densidade (ρ)	2,8x10 <sup>-3</sup> g/mm <sup>3</sup>	0,1 lb/in <sup>3</sup>

Tabela 1: Propriedades do Material (RICE,2003)

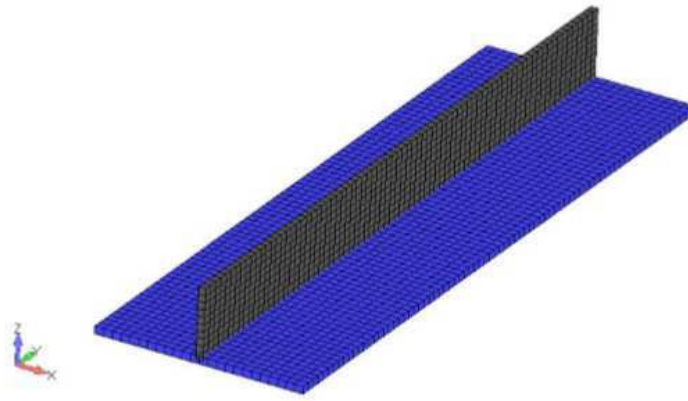


Figura 6: Painel Reforçado – NASTRAN / FEMAP (Rodrigues,2018)

O modelo da Figura 6 mostra as condições de contorno empregadas no modelo NASTRAN (SIEMENS,2020) e foi desenvolvido com elementos tipo placa (PLATE) para o reforçador e a placa, e com propriedades (PROPERTY) distintas, uma vez que possuem espessuras diferentes.

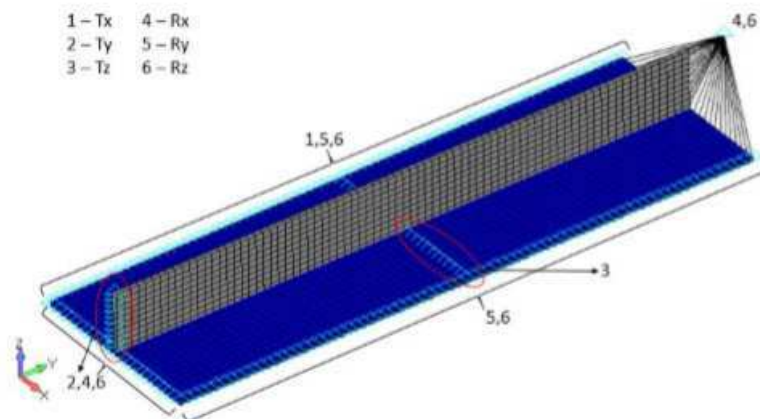


Figura 7: Condições de Contorno - FEMAP (Rodrigues,2018)

Em relação à carga aplicada no modelo, foi definido que o painel reforçado seria submetido apenas a uma carga de compressão, sem cisalhamento. E, essa carga de compressão foi aplicada como mostrado na Figura 8, usando um elemento rígido do tipo RBE2 para distribuir a carga igualmente entre os nós da placa que estão localizados na borda do reforçador.

O objetivo da otimização era minimizar o peso da estrutura, para isso a carga de compressão constante foi mantida, e as espessuras da placa e do reforçador foram alteradas até obter as dimensões ótimas. Esta estrutura ideal teve que suportar a carga de compressão sem flambar, usando uma restrição dentro do otimizador (SOL 105).

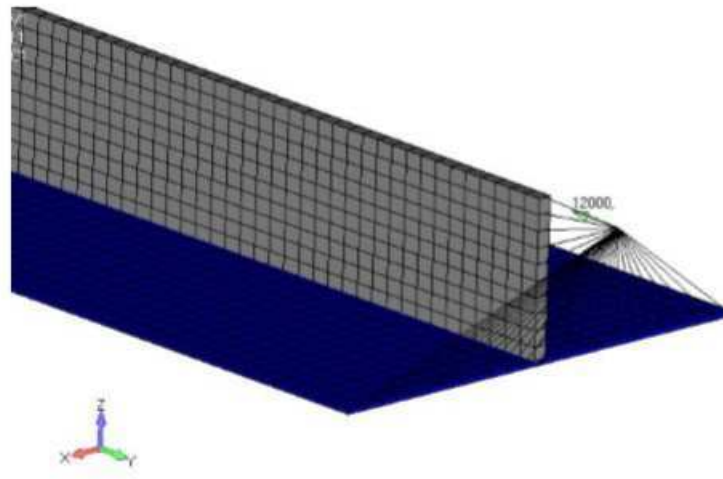


Figura 8: Carga aplicada no Reforçador (10000 daN)

### 2.4.3 Otimização de placas em compósito

Este modelo foi desenvolvido usando fibra de carbono, com propriedades diferentes já que existe um material com o número de camadas diferentes para a placa e outro para o reforçador, de acordo com a Figura 9, e portanto com espessuras diferentes.

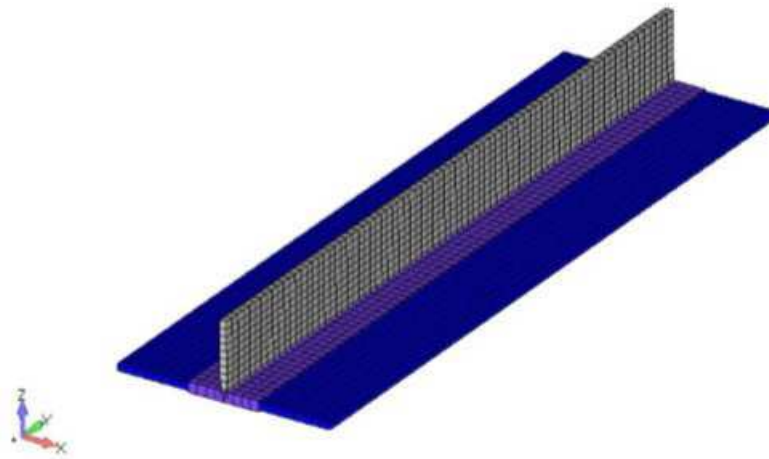


Figura 9: Placa de Compósito Reforçada (RODRIGUES,2018)

A base do reforçador é composto tanto do material da placa quanto da malha do reforçador, conforme mostrado na Figura 10. O modelo foi desenvolvido com elementos do tipo placa (PLATE) para o reforçador e placa. A espessura do reforçador é chamada de  $t_{web}$ , da placa é  $t$  e da base  $t_{wbase}$ .

As condições de contorno aplicadas no modelo de elementos finitos para placas reforçadas de compósitos são as mesmas que as aplicadas no modelo para placa reforçada metálica. Em relação à carga aplicada no modelo, foi definido

que o painel reforçado seria submetido apenas a uma carga de compressão, sem cisalhamento. Portanto, essa carga de compressão foi aplicada da mesma maneira que no modelo reforçado com material metálico, como mostrado na Figura 8.

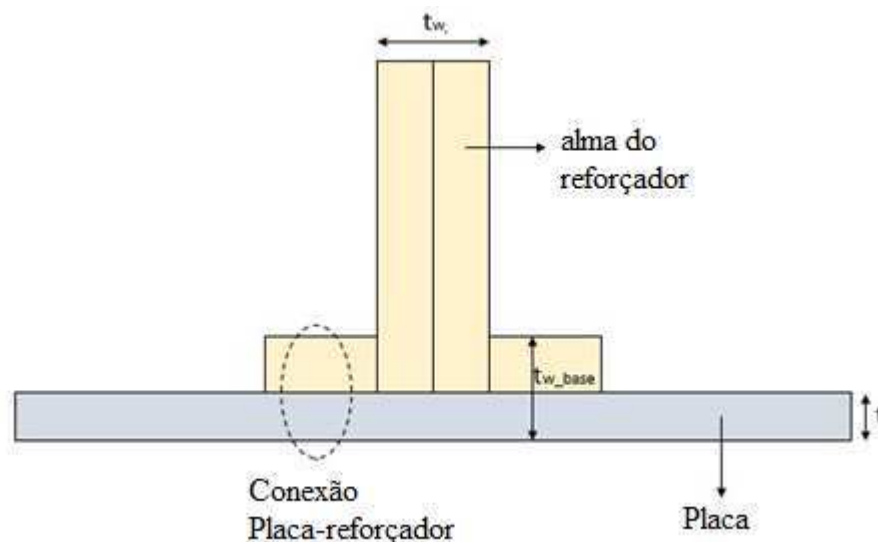


Figura 10: Base do Reforçador em Compósito (Rodrigues,2018)

Assim como na placa de metal, a função objetivo era minimizar o peso da estrutura. Portanto, durante a solução de otimização, a carga compressiva foi mantida constante, e as espessuras da placa e do reforçador variaram. Na otimização do painel reforçado, os parâmetros de laminação da placa e do painel reforçado também foram variados. Foi obtida uma estrutura que suportaria a carga de compressão imposta, respeitando a restrição de flambagem no otimizador (SOL 105).

### 3 | DISCUSSÕES E RESULTADOS

Os resultados obtidos na pesquisa são apresentados na forma de tabelas e figuras. Os resultados que comprovam a validade do modelo adotado são apresentados inicialmente e, logo após, são apresentados os resultados referentes à otimização de uma placa reforçada em material metálico e, finalmente, os resultados referentes à otimização utilizando os parâmetros de laminação.

#### 3.1 Resultado do Modelo Teórico

Os resultados do modelo teórico foram obtidos seguindo a metodologia de Niu (1997) com o uso de vários ábacos, a maioria deles construídos experimentalmente. Rodrigues (2018) mostra como calculá-los em seu trabalho com a aplicação do Fator de Eficiência de Farrar e os resultados são transcritos na Tabela 2. Como é

um método gráfico utilizando ábaco fornecidos por Niu (1997), a solução de Farrar fornece dois pontos ótimos que são apresentados na Tabela cuja massa prevista após o cálculo é a mesma.

Dados de Entrada				N (N/mm)	N(lbs/in)	R <sub>b</sub>
				1.000	5.710,2	0,33
Resultados Parciais	ótimo	F	R <sub>t</sub>	J <sub>4</sub>	f (psi)	Et (psi)
	1	0,65	1,20	1,2	40.000	5,4x10 <sup>6</sup>
	2	0,65	2,7	0,8	40.000	5,4x10 <sup>6</sup>
Resultados Finais			Ponto Ótimo	M (kg)	t (mm)	t <sub>w</sub> (mm)
			1	0,717	3,884	4,661
			2	0,717	2,590	6,993

Tabela 2: Resultados do Modelo Teórico e Dados de Entrada (Rodrigues,2018)

A Figura 11 mostra o resultado após a otimização, e seu resultado para uma placa de metal sujeita a uma força de compressão é apresentado na Tabela 3. Esta Tabela 3 apresenta uma comparação entre os dois pontos “ótimos” do modelo teórico e o resultado do modelo de elementos finitos. Essa diferença provavelmente se deve a imposição do fator de eficiência Farrar de 0,65 no modelo teórico para um painel ótimo reforçado e ao uso de gráficos. O ponto 2 apresenta um resultado mais próximo dos resultados do NASTRAN. Um modelo de otimização foi desenvolvido para o material metálico, no qual o material possuía o mesmo módulo tangente  $E_t$  do modelo teórico, uma vez que o NASTRAN SOL105 é linear, ou seja, não considera a plasticidade do material. As variáveis de projeto são as espessuras da placa e do reforçador. Observa-se que para a espessura da placa o resultado obtido por Farrar é bem próximo do NASTRAN (1%) enquanto para a espessura do reforçador o resultado fica mais distante (18%).

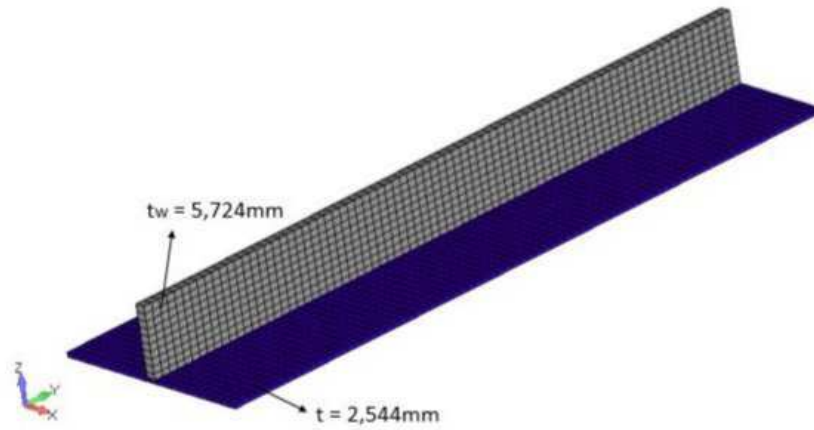


Figure 11: Resultado obtido pelo Nastran para Placa Metálica Reforçada (Rodrigues,2018)

	Teórico 1	Diferença Teórico 1 x NASTRAN	Teórico 2	<b>NASTRAN</b>	Diferença Teórico 2 x NASTRAN
t(mm)	3.884	53%	<b>2.590</b>	<b>2.544</b>	<b>1%</b>
$t_w$ (mm)	4.661	22%	<b>6.993</b>	<b>5.724</b>	<b>18 %</b>
m (kg)	0.717	18%	<b>0.717</b>	<b>0.587</b>	<b>18%</b>

Tabela 2: Comparação Teórica e Modelo NASTRAN

### 3.2 Painel Reforçado Laminado e Metálico

Foi realizada a simulação em NASTRAN e seus resultados validados após compará-los com o resultado analítico, conforme é mostrado na Tabela 3. Assim, pode-se empregar o mesmo modelo para materiais compósitos. A Figura 12 mostra as dimensões obtidas pelo otimizador NASTRAN para um painel metálico com uma configuração composta por placa, base do reforçador e reforçador, e a Figura 13 mostra um painel com uma configuração semelhante confeccionado com fibra de carbono. A Tabela 3 transcreve estes valores otimizados obtidos para as espessuras da placa metálica e da placa em compósito. Observa-se que as espessuras obtidas são muito próximas, exceto a espessura do reforçador cuja diferença entre o metal e o compósito é de cerca de 25%.

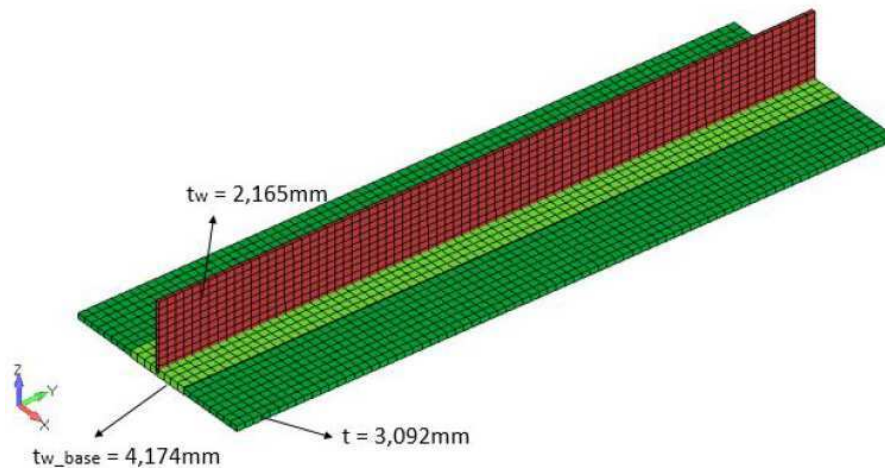


Figura 12: Espessuras do Painel Metálico Reforçado Otimizado (Rodrigues,2018)

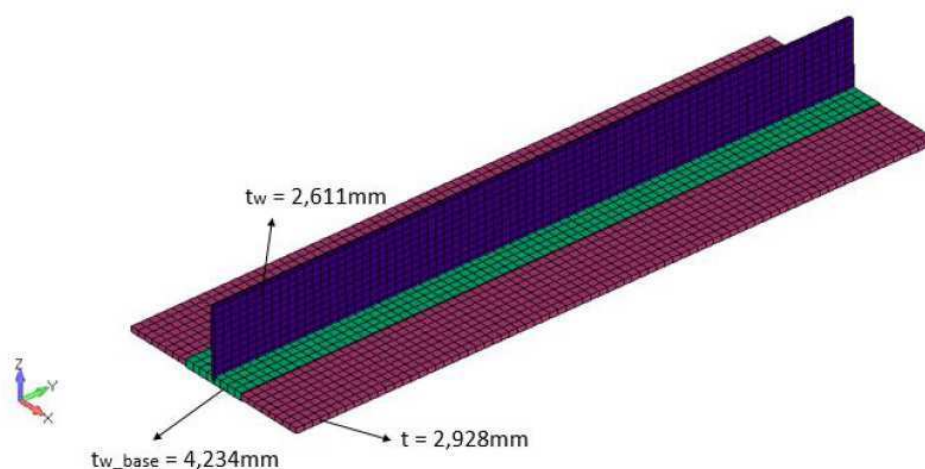


Figura 13: Espessuras do Painel Compósito Reforçado Otimizado (Rodrigues, 2018)

Model o	Placa (mm)	Reforçador (mm)	Espessura da base do Reforçador (mm)
Metálico	3,092	2,165	4,174
Laminado	2,928	2,611	4,234

Tabela 4: Resultados da Otimização empregando NASTRAN

Como esperado, o peso da estrutura metálica está bem acima da placa laminada, como mostrado na Tabela 5. O peso da estrutura foi calculado usando a densidade do material ( $\rho_{Al} = 2,8 \times 10^{-3} \text{g/mm}^3$  e  $\rho_{lam} = 1,56 \times 10^{-3} \text{g/mm}^3$ ). Esta placa deve resistir à carga compressiva aplicada sem flambar. A Figura 14 mostra os modos de flambagem obtidos após a simulação NASTRAN.

Modelo	Peso (kg)
Liga de Alumínio	0,551
Laminado	0,309

Tabela 5: Peso da Estrutura após Otimização (Rodrigues,2018)

A Tabela 6 apresenta os valores obtidos para os parâmetros de laminação após a otimização. Com um banco de dados de laminados, é possível obter a configuração dos laminados que satisfazem estes parâmetros.

Componente Estrutural	$\xi_1^A$	$\xi_2^A$	$\xi_1^D$	$\xi_2^D$
Reforçador	0,3182	0,0348	0,0537	-0,0625
Placa	0,2560	0,0529	-0,0851	-0,0913
Base	0,2853	0,0443	0,0215	-0,199

Tabela 6: Parâmetros de Laminação obtidos após a Simulação (Rodrigues,2018)

O uso do FEMAP/NASTRAN (SIEMENS,2020) permite mostrar visualmente as regiões sujeitas a flambagem através de um código de cores conforme se observa na Figura 14.

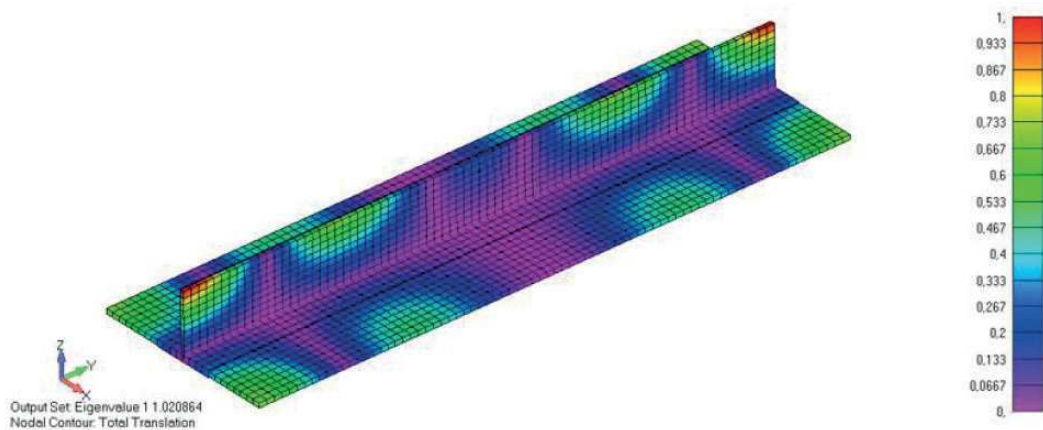


Figura 14: Análise de Flambagem da Placa de Compósito Reforçada– NASTRAN (RODRIGUES, 2018)

## 4 | CONCLUSÕES

O uso de parâmetros de laminação permitiu uma otimização consistente do painel reforçado compósito e mostrou suas vantagens em relação a otimização discreta com base no número e na direção de cada lâmina laminada.

Os resultados foram coerentes e, a partir da análise do material metálico, observa-se que as diferenças entre o modelo teórico do Fator de Eficiência de Farrar e o resultado obtido pelo NASTRAN são baixas.

Como esperado, o peso do compósito é mais leve e o resultado foi obtido mais rapidamente usando os parâmetros de laminação e o otimizador NASTRAN, que é o mais usado na indústria aeronáutica.

## REFERÊNCIAS

- Bailie J; Ley, R.; Pasricha, A, 1997. **A summary and review of composite laminate design guidelines**. National Aeronautics and Space Administration, Final, n. 22.
- Dutra, T.A. and Almeida, S.F.M., 2015. **Composite Plate Stiffness Multicriteria Optimization using Lamination Parameters**. *Composite Structures*, Elsevier, v.133, p. 166-177.
- Fukunaga,H., Sekine,H., Satot, M. and Lino, A.,1995. **Buckling Design of Symmetrically Laminated Plates using Lamination Parameters**. *Computer and Structures*, Pergamon, v.57, n.4, p. 643-649.
- Kassapoglou,C..**Design and Analysis of Composite Structures with Applications to Aerospace Structures**. John Wiley and Sons Ltd, 2010.
- Liu,B. Haftka, R. and Trompette, P., 2004. **Maximization of buckling loads of composite panels using flexural lamination parameters**. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, v. 26, n. 1-2, p.28–36.
- Miki, M., 1993. **Optimum Design of Laminated Composite Plates using Lamination Parameters**. *AIAA Journal*. AIAA, v. 31, n.5, p.921-922.
- MIL-HDBK-17-3F, 2002. **Polymer Matrix Composites, Materials Usage, Design and Analyses**. *Composite Materials Handbook*, US Department of Defense, v.3.
- Niu, M.C-Y, 1997. **Airframe Stress Analysis and Sizing**. Hong Kong Conmilit Press LTD. P. 617-648.
- Pegado, H.A. & Rodrigues, L.T.S..**Optimization of Composite Stiffened Panels using Lamination Parameters**. Anais do 2º Congresso Aeroespacial Brasileiro, Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2019.
- Pegado, H.A. & Rodrigues, L.T.S. **Thin walled stiffened plates: optimization using Lamination Parameters**. *Brazilian Journal of Development*, v.5, n.12, 2019.
- Quadros, H.B.; Hernandez, J.A., 2018. **A Lagrange Parametrization for the Design of Variable Stiffness Laminates**.*Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, v. 58, n. 1, p.129-137.
- Rice, R. C., 2003. **Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS)**. *National Technical Information Service*, cap 1-4.
- Rodrigues, L.T.S., 2018. **Otimização Estrutural de um painel reforçado utilizando parâmetros de laminação**. *Trabalho de Conclusão de Curso*, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- SIEMENS. **NX NASTRAN User's Guide**. Disponível em: [https://docs.plm.automation.siemens.com/data\\_services/resources/nxnastran/10/help/en\\_US/tDocExt/pdf/User.pdf](https://docs.plm.automation.siemens.com/data_services/resources/nxnastran/10/help/en_US/tDocExt/pdf/User.pdf). Acessado em: 13 jan 2020.