

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Faculdade de Engenharia Elétrica**  
**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE**

Mateus de Souza Menezes

**EQUAÇÕES PARABÓLICAS APLICADAS AO ESTUDO DE COBERTURA  
RADIOELÉTRICA EM SISTEMA DE COMUNICAÇÃO DIGITAL P-25**

Belo Horizonte

2025

Mateus de Souza Menezes

**EQUAÇÕES PARABÓLICAS APLICADAS AO ESTUDO DE COBERTURA  
RADIOELÉTRICA EM SISTEMA DE COMUNICAÇÃO DIGITAL P-25**

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego

Belo Horizonte

2025

M543e

Menezes, Mateus de Souza.

Equações parabólicas aplicadas ao estudo de cobertura radioelétrica em sistema de comunicação digital P-25 [recurso eletrônico] / Mateus de Souza Menezes. - 2025.

1 recurso online (70 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Cássio Gonçalves do Rego.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Equações diferenciais parabólicas - Teses. 3. Aspereza de superfície - Teses. I. Rego, Cássio Gonçalves do. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

## "Equações Parabólicas Aplicadas Ao Estudo de Cobertura Radioelétrica em Sistema de Comunicação Digital P-25"

**Mateus de Souza Menezes**

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 04 de abril de 2025.

Por:

**Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego**  
DELTA (UFMG) - Orientador

**Prof. Dr. Diego Andrés Parada Rozo**  
ICTIN (UFLA)

**Prof. Dr. Diego Camilo Tami Lopez**  
ICT (UNIFEI)



Documento assinado eletronicamente por **Cassio Goncalves do Rego, Professor do Magistério Superior**, em 14/04/2025, às 09:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Diego Camilo Tami López, Usuário Externo**, em 23/04/2025, às 08:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Diego Andres Parada Rozo, Usuário Externo**, em 24/04/2025, às 14:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufmg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4082861** e o código CRC **CD49BAEA**.



## **AGRADECIMENTOS**

Este trabalho teve a contribuição de várias pessoas e entidades e, gostaria de expressar meus agradecimentos:

Ao meu orientador, Cássio Gonçalves do Rego, pela dedicação, pelos ensinamentos valiosos e pela inspiração ao longo deste percurso;

Aos professores e colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) da UFMG, pelo compartilhamento de conhecimento, pelas discussões enriquecedoras e pelo apoio mútuo ao longo desta caminhada;

Aos meus pais, Edmir e Emília, pelo amor incondicional, incentivo e apoio de sempre;

À minha noiva, Thaianne, pelo carinho, paciência e por estar ao meu lado nos momentos mais desafiadores desta caminhada;

Aos meus irmãos, Filipe e Lucas, pelo companheirismo e apoio inestimável ao longo da minha trajetória;

À Polícia Militar de Minas Gerais, em especial à Diretoria de Tecnologia em Sistemas, por me propiciar a oportunidade de continuidade dos meus estudos;

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo incentivo e apoio financeiro concedido por meio do Programa de Capacitação de Recursos Humanos (PCRH), que foi fundamental para a realização deste trabalho.

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo o estudo do Método das Equações Parabólicas, com solução numérica por meio do método *Split Step Fourier Transform* (SSFT), aplicando a técnica para análise da propagação de ondas na Região Metropolitana de Belo Horizonte. A técnica, denominada *Split Step Parabolic Equation* (SSPE), foi utilizada neste trabalho como ferramenta principal para a predição de cobertura, permitindo calcular o campo eletromagnético ao longo de diferentes trajetórias em variados tipos de superfícies.

O método foi aplicado a cenários diversos e validado por meio de dados reais de medições em campo, utilizando equipamentos para medir a potência do sinal proveniente de diferentes sites de telecomunicações. E, assim, validar os dados da predição, com os dados reais e com resultados obtidos através de *software* comercial.

Além disso, foi incorporada ao algoritmo numérico a funcionalidade de geração mapas de cobertura, possibilitando a predição detalhada em torno do transmissor. Esse aprimoramento torna o método ainda mais aplicável em projetos reais de sistemas de comunicação sem fio, pois oferece a possibilidade de consolidar uma ferramenta computacional mais completa.

Palavras-chave: SSPE, Equações Parabólicas, retroespalhamento, rugosidade, VHF, casos práticos, predição de cobertura.

## **ABSTRACT**

The objective of this work is to study the Parabolic Equation Method, with numerical solution through the Split Step Fourier Transform method (SSFT), applying the technique to analyze wave propagation in the Metropolitan Region of Belo Horizonte. The technique, called Split Step Parabolic Equation (SSPE), was used in this work as the main tool for predicting coverage, allowing the calculation of the electromagnetic field along different trajectories on various types of surfaces.

The method was applied to different scenarios and validated through real data from field measurements, using equipment to measure the signal power coming from different telecommunications sites. And, thus, the prediction data was validated with real data and with results obtained through commercial software.

In addition, the functionality for generating coverage maps was incorporated into the software, enabling detailed prediction around the transmitter. This improvement makes the method even more applicable in real projects of wireless communication systems, increasing its effectiveness for network planning.

Keywords: SSPE, Parabolic Equations, backscattering, roughness, VHF, practical cases, coverage prediction.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Polarização horizontal e vertical da onda eletromagnética [1] .....	19
Figura 2.2 Propagação de onda do modelo de equações parabólicas .....	20
Figura 2.3 Modelo de propagação considerando ondas diretas e reversas.....	22
Figura 3.1 Sistema de comunicação convencional .....	26
Figura 3.2 Sistema de comunicação troncalizado .....	26
Figura 3.3 Instrumento LMR Master S412E [24] .....	29
Figura 3.4 Antena móvel com base magnética (a) Antena Móvel MV-00A (b) Diagrama de radiação horizontal [32].....	29
Figura 3.5 Antena de GPS com base magnética [33].....	30
Figura 3.6 Plano E típico para antena RFI COL 54 series [34] .....	31
Figura 3.7 Resposta típica do VSWR da antena .....	32
Figura 3.8 Percurso de amostragem para o <i>Site</i> 01 .....	33
Figura 3.9 Percurso de amostragem para o <i>Site</i> 02 .....	34
Figura 3.10 Expansão de pontos amostrados em mesma coordenada geográfica .....	34
Figura 3.11 Pontos amostrais para ambos os <i>sites</i> .....	35
Figura 4.1 Pontos selecionados para teste computacional .....	37
Figura 4.2 Amostragem do sinal medida nos pontos selecionados .....	38
Figura 4.3 Perfil de elevação do <i>Site</i> 01 para o Ponto 01 .....	38
Figura 4.4 Perfil de elevação do <i>Site</i> 01 para o Ponto 22 .....	38
Figura 4.5 Perfil de elevação entre o <i>Site</i> 01 e o ponto de amostra 01 .....	40
Figura 4.6 Perfil de elevação entre o <i>Site</i> 02 e o ponto de amostra 01 .....	40
Figura 4.7 Domínios computacionais .....	41
Figura 4.8 Gráfico de $J(z)$ para a camada absorvente .....	43
Figura 4.9 Intensidade do Sinal para o enlace do <i>Site</i> 01 e ponto 01.....	46
Figura 4.10 Intensidade do Sinal para o enlace do <i>Site</i> 02 e ponto 01.....	47
Figura 4.11 Intensidade de sinal obtido pelo algoritmo numérico nos pontos de interesse ..	47
Figura 4.12 Comparativo entre valores medidos e calculados para o <i>site</i> 01 .....	48
Figura 4.13 Comparativo entre valores medidos e calculados para o <i>site</i> 02 .....	49
Figura 4.14 Varreduras paraxiais conforme ângulo $\alpha$ .....	50
Figura 4.15 Pontos para análise utilizando $\alpha = 3,75^\circ$ .....	51
Figura 4.16 Mapa de cobertura utilizando SSPE em um raio de 5 Km .....	52
Figura 4.17 Meios de propagação não obstrutivo [45].....	54
Figura 4.18 Meios obstrutivo de única aresta e dupla aresta [45] .....	55
Figura 4.19 Parâmetros de predição utilizando o modelo de Lee.....	56
Figura 4.20 Configuração dos limiares de predição .....	57
Figura 4.21 Parâmetros da Estação Radio Base .....	57
Figura 4.22 Configurações de ambiente e terminal do usuário .....	58
Figura 4.23 Classes de serviço .....	58
Figura 4.24 Atualização dos parâmetros de predição .....	59
Figura 4.25 Mapa de cobertura utilizando software comercial em um raio de 5 Km .....	60
Figura 4.26 Mapa de cobertura utilizando classes de serviço .....	61

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Características básicas da repetidora Motorola GTR 8000 ESS .....	30
Tabela 3.2 Características técnicas do combinador de antenas .....	31
Tabela 3.3 Características técnicas do cabo coaxial.....	31
Tabela 3.4 Legenda de cores por qualidade do sinal.....	35
Tabela 4.1 Parâmetros básicos dos elementos de transmissão e recepção .....	41
Tabela 4.2 Condição de contorno de Cauchy .....	44
Tabela 4.3 Parâmetros gerais para análise computacional .....	44
Tabela 4.4 Distribuição dos níveis de intensidade do sinal obtido através do SSPE .....	52
Tabela 4.5 Distribuição dos níveis de intensidade do sinal obtido através do CelPlanner ....	60
Tabela 4.6 Percentual de cobertura em relação aos níveis de intensidade do sinal.....	62

## GLOSSÁRIO

AES	<i>Advanced Encryption Standard</i>
APCO	<i>Association of Public Safety Communications Officials</i>
BTS	<i>Base Transceiver Station</i>
EMBRAPA	<i>Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária</i>
FEM	<i>Finite-Element Method</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FDTD	<i>Finite-Difference Time-Domain</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i>
KML	<i>Keyhole Markup Language</i>
MoM	<i>Method of Moment</i>
NAPE	<i>Narrow Angle Parabolic Equation</i>
PO	<i>Physical Optics</i>
PMMG	<i>Polícia Militar de Minas Gerais</i>
PTD	<i>Physical Theory of Diffraction</i>
RMBH	<i>Região Metropolitana de Belo Horizonte</i>
RSSI	<i>Received Signal Strength Indication</i>
SRTM	<i>Shuttle Radar Topography Mission</i>
SSFT	<i>Split-Step Fourier Transform</i>
SSPE	<i>Split-Step Parabolic Equation</i>
1W-SSPE	<i>One-Way Split-Step Parabolic Equation</i>
2W-SSPE	<i>Two-Way Split-Step Parabolic Equation</i>
UTD	<i>Uniform Theory of Diffraction</i>
VHF	<i>Very High Frequency</i>
PE	<i>Parabolic Equation</i>
WAPE	<i>Wide Angle Parabolic Equation</i>

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
1.1. <b>Motivação e Justificativa do trabalho.....</b>	<b>15</b>
1.2. <b>Estrutura da dissertação.....</b>	<b>16</b>
<b>CAPÍTULO 2 - MODELO DAS EQUAÇÕES PARABÓLICAS.....</b>	<b>17</b>
2.1. <b>Revisão bibliográfica .....</b>	<b>17</b>
2.2. <b>Equações Parabólicas.....</b>	<b>18</b>
2.2.1. <b>Retroespalhamento.....</b>	<b>21</b>
2.3. <b>Conclusões parciais.....</b>	<b>23</b>
<b>CAPÍTULO 3 - MAPEAMENTO DE COBERTURA RADIOELÉTRICA.....</b>	<b>24</b>
3.1. <b>Sistema de Radiocomunicação digital da PMMG .....</b>	<b>25</b>
3.1.1. <b>Sistema APCO-25 .....</b>	<b>25</b>
3.1.2. <b>Vantagens do Sistema .....</b>	<b>27</b>
3.1.3. <b>Infraestrutura de Radiocomunicação.....</b>	<b>27</b>
3.2. <b>Elementos de medição .....</b>	<b>28</b>
3.3. <b>Elementos de transmissão.....</b>	<b>30</b>
3.4. <b>Mapeamento da intensidade do sinal em sistema de rádio P25.....</b>	<b>32</b>
3.5. <b>Conclusões parciais.....</b>	<b>35</b>
<b>CAPÍTULO 4 - PREDIÇÃO DE COBERTURA RADIOELÉTRICA .....</b>	<b>36</b>
4.1. <b>Predição de cobertura utilizando o SSPE .....</b>	<b>36</b>
4.1.1. <b>Amostra do mapeamento da Intensidade .....</b>	<b>36</b>
4.1.2. <b>Perfil de elevação .....</b>	<b>38</b>
4.1.3. <b>Parâmetros para análise computacional.....</b>	<b>41</b>
4.1.4. <b>Implementação computacional para condição de contorno .....</b>	<b>44</b>
4.1.5. <b>Potência recebida e atenuação no caminho .....</b>	<b>45</b>
4.1.6. <b>Intensidade do sinal ao longo do enlace .....</b>	<b>46</b>
4.1.7. <b>Resultado computacional .....</b>	<b>47</b>
4.1.8. <b>Mapa de cobertura.....</b>	<b>49</b>
4.2. <b>Predição de cobertura utilizando <i>software</i> comercial .....</b>	<b>53</b>
4.2.1. <b>Modelo de Lee .....</b>	<b>53</b>
4.2.2. <b>Parâmetros de configuração .....</b>	<b>56</b>
4.2.3. <b>Mapa de cobertura obtida através do CelPlanner™ .....</b>	<b>59</b>

<b>4.3. Comparação dos resultados.....</b>	<b>62</b>
<b>4.4. Conclusões parciais.....</b>	<b>63</b>
<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>64</b>
<b>PROPOSTA DE CONTINUIDADE .....</b>	<b>66</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>67</b>

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

A tecnologia está em constante evolução, o que leva ao surgimento de novas redes de comunicações sem fio e à necessidade de ampliar as redes já existentes [1]. Essas redes, devido à sua abrangência geográfica, quantidade de usuários, capacidade de transmissão de dados e outros fatores, tornam-se cada vez mais complexas e extensas. Nesse cenário, o planejamento de sistemas de comunicação sem fio tornou-se essencial, tendo o estudo de predição de cobertura radioelétrica como etapa inicial e base para o desenvolvimento desses sistemas [2].

A predição de cobertura radioelétrica envolve a determinação da potência média que um transmissor entrega ao ambiente de propagação e avaliar como essa potência se distribui ao longo da área analisada, permitindo minimizar custos de planejamento e implementação [3].

Para realizar a predição de cobertura, os engenheiros buscam modelos de radiopropagação que calculem as perdas do caminho da onda terrestre entre quaisquer dois pontos. No entanto, ainda não há soluções numéricas disponíveis que considerem, de forma tridimensional, todos os fatores relacionados às ondas eletromagnéticas e seus efeitos, como o multipercurso, vegetação, obstáculos diversos, entre outros [4]. Diante dessa limitação, diversos métodos têm sido desenvolvidos ou aprimorados para trabalhar em duas dimensões. Entre os mais destacados estão métodos numéricos, como o Método dos Momentos (MoM) [5] e o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) [2] e métodos analíticos, como o Ray Tracing (RT) [6].

O método da PE, utilizado neste trabalho, é uma abordagem que permite calcular o campo eletromagnético em diferentes perfis de superfícies. Com ele, é possível determinar o comportamento do campo ao longo de todo o caminho analisado, seja em terrenos planos ou irregulares [7]. Essa característica torna o método uma ferramenta eficiente para predição de cobertura em cenários variados.

Para o Método PE, pode-se destacar duas possíveis soluções numéricas: método das diferenças finitas (FD) ou o algoritmo *Split Step Fourier Transform* (SSFT) [1].

O método da PE, especificamente na sua implementação Split-Step Fourier (SSFT), foi utilizado neste trabalho como ferramenta principal para a predição de

cobertura. O método foi aplicado a cenários variados e validado por meio de dados reais obtidos em campanhas de medições de um sistema de comunicação digital. Esses dados permitiram comparar os resultados simulados com medições reais e com dados gerados pelo *software* comercial CelPlanner, evidenciando a precisão do modelo em prever o comportamento do campo eletromagnético em terrenos planos e irregulares.

Além disso, foi incorporada ao algoritmo numérico a funcionalidade de gerar mapas de cobertura, possibilitando a predição detalhada em torno do transmissor. Esse aprimoramento torna o método ainda mais aplicável a projetos reais de sistemas de comunicação sem fio. Essas contribuições reforçam a eficiência e a versatilidade do SSPE como uma ferramenta robusta para o planejamento de redes de comunicação.

### **1.1. Motivação e Justificativa do trabalho**

A busca por técnicas numéricas com boa eficiência computacional, como o método SSFT-PE, que apresentam respostas adequadas em relevos com maiores rugosidades, é uma das principais motivações deste trabalho. No contexto das comunicações sem fio em missões críticas, como aquelas aplicadas à Segurança Pública, a predição de cobertura é uma ferramenta essencial para o planejamento de implantação ou ampliação de redes de rádio. Além disso, a otimização de redes já existentes é um desafio relevante, exigindo métodos cada vez mais precisos para garantir a eficiência dos sistemas de radiocomunicação digital.

A Polícia Militar de Minas Gerais (PMMG), por exemplo, mantém uma rede de radiocomunicação digital que requer constante aprimoramento para garantir cobertura eficiente em diferentes tipos de terreno. O plano estratégico da instituição (2020-2023) incluiu a consolidação e expansão dessa rede como um de seus principais objetivos [8]. Assim, o uso de técnicas avançadas para a predição da cobertura, especialmente em terrenos irregulares, torna-se fundamental para a melhoria do desempenho das operações de radiocomunicação.

Nesse contexto, métodos como o SSPE se destacam por sua eficiência computacional e permite avaliar a propagação do sinal em cenários complexos, contribuindo diretamente para a aplicação de modelos numéricos na Engenharia de

Telecomunicações. O presente trabalho visa, portanto, explorar e validar o uso dessas técnicas em um caso real, alinhando-se às demandas de redes de comunicações críticas e promovendo avanços na área de planejamento e otimização de sistemas de rádio.

## **1.2. Estrutura da dissertação**

A presente dissertação foi organizada de forma a proporcionar uma visão clara e objetiva do estudo desenvolvido. Ela está dividida em capítulos que abordam desde os fundamentos teóricos, práticos e análise dos resultados e as conclusões finais.

No Capítulo 1 foi exposto a contextualização e justificativa do trabalho, apresentando os motivos que levaram a continuidade dos estudos das Equações Parabólicas.

O Capítulo 2 é dedicado à revisão da literatura, onde são abordados os principais conceitos e teorias que sustentam a investigação. Neste capítulo exploram-se trabalhos e pesquisas anteriores que contribuíram para a construção do referencial teórico, bem como a formulação numérica do modelo utilizado.

No Capítulo 3 é apresentado o sistema de rádio digital utilizado para execução do estudo, a infraestrutura de comunicação, os procedimentos de coleta e análise de dados, bem como as ferramentas aplicadas para avaliar a cobertura radioelétrica.

O Capítulo 4 apresenta a análise e discussão dos resultados computacionais obtidos ao longo do estudo, as implementações desenvolvidas no *software*, comparação com resultados obtidos através de *software* comercial e projeção da cobertura radioelétrica em um mapa de cobertura.

Por fim, a conclusão. Nesse capítulo, são sintetizados os principais achados, bem como as implicações da pesquisa para a área de estudo. Além disso, são discutidas as limitações do estudo e sugestões para futuras pesquisas.

## CAPÍTULO 2 - MODELO DAS EQUAÇÕES PARABÓLICAS

O modelo das equações parabólicas (PE) é uma aproximação da equação de onda que modela a energia propagando em cone centrado em uma direção paraxial [9]. Utilizando o modelo PE, é possível determinar o valor do campo eletromagnético na superfície em terrenos planos ou irregulares [7].

### 2.1. Revisão bibliográfica

O método PE para problemas de propagação foi proposto por M. A. Leontovich em 1944, e seu desenvolvimento pode ser dividido em três fases: A primeira, advinda com os primeiros trabalhos conduzidos por Leontovich e V. A. Fock; A segunda fase ocorre com o avanço da tecnologia e a utilização dos métodos numéricos e, por fim, a terceira fase com a consolidação do método e aplicações em problemas científicos diversos [10].

A primeira fase, conduzida por Leontovich e V. A. Fock [11], focou na simplificação analítica das equações de onda e na solução subsequente da PE. Nesta fase, a aproximação através da equação parabólica foi introduzida para tratar o problema da difração de ondas de rádio ao redor da terra e posteriormente estenderam o método para casos envolvendo a refração atmosférica [12]. A aproximação também foi utilizada para os resultados obtidos por Watson [13] e Van der Pol e Bremmer [14].

Na segunda fase, marcada pelo avanço dos computadores digitais, com maior capacidade de processamento, Hardin e Tappert [15] introduziram uma solução numérica para as Equações Parabólicas em problemas de acústica subaquática. A solução apresentada utilizava o *Split-Step/Fourier*, também denominado *Split-Step Fourier Transformer*. Nesta fase, verificou-se que, apesar de não trazer soluções analíticas, era possível fazer aproximações confiáveis e controladas logo no início da análise com uma solução bem adaptada para cálculos em máquinas com maior capacidade de processamento [16].

Posteriormente, na década de 1980, Dockery e Konstanzer [17] apresentaram avanços na previsão da propagação troposférica usando o modelo PE e com solução

através do SSFT. O novo algoritmo permitiu incluir uma superfície terrestre de condutividade finita e inserir padrões de antena nos cálculos de propagação.

A terceira fase, é marcada pela consolidação do método, no qual rapidamente foi adotada por diversos pesquisadores na área de propagação de ondas com códigos eficientes em função de apresentar eficiência computacional ao longo do percurso [18]. As pesquisas iniciaram com aplicação do método de PE sobre o mar ou terreno plano e, em curto prazo, aplicada à propagação em terrenos irregulares e se tornaram uma solução numérica rápida e eficiente para a maioria dos problemas de propagação de ondas [9].

As vantagens do Modelo PE levaram a criação de *softwares* computacionais para modelagem de propagação de onda, tais como o “PETOOL” [19] e “*Solver – Wireless Coverage Prediction*” [20].

## 2.2. Equações Parabólicas

As equações parabólicas são obtidas a partir das equações de Helmholtz, para o campo elétrico e magnético, assumindo um meio sem fontes (propagando no espaço livre):

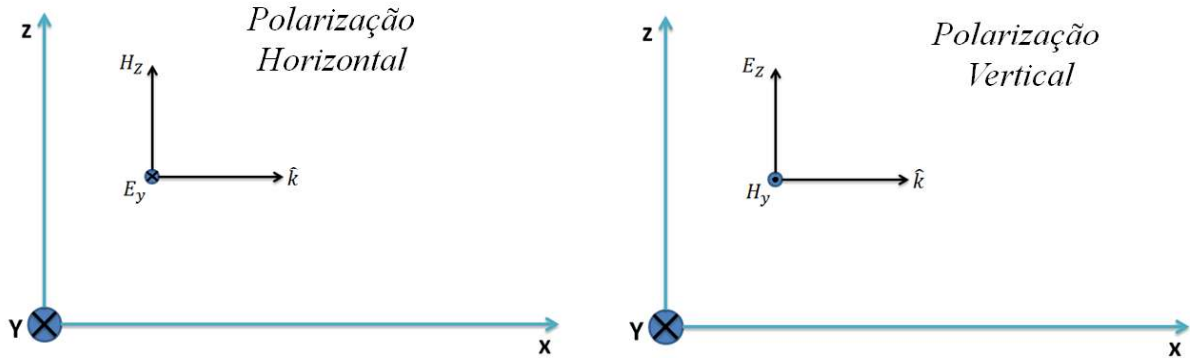
$$\nabla^2 E(\omega) + \omega^2 \mu_0 \epsilon E(\omega) = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 H(\omega) + \omega^2 \mu_0 \epsilon H(\omega) = 0 \quad (2.2)$$

Nas equações (2.1) e (2.2), a frequência angular é dada por  $\omega = 2\pi f$  e  $\epsilon$  é a constante de permissividade do meio; e,  $\mu_0$  é a constante de permeabilidade magnética no vácuo.

Para o modelo proposto, iremos considerar um ambiente em duas dimensões, no qual a onda propaga na direção  $x$  com amplitude variando em  $z$ . Assim, a onda eletromagnética pode ser decomposta pelo modo TE, com polarização horizontal e modo TM, com polarização vertical.

Figura 2.1 Polarização horizontal e vertical da onda eletromagnética [1]



As equações de Helmholtz podem ser descritas na forma diferencial e a equação da onda escalar é dada por:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 n^2 \psi = 0 \quad (2.3)$$

Aqui,  $\psi(x, z)$  representa a componente escalar do campo na direção de propagação  $x$ ,  $z$  é altura em relação ao eixo de coordenadas,  $k$  é o número de onda no vácuo  $\frac{2\pi}{\lambda}$  e  $n$  o índice de refração em função de  $x$  e  $z$  variando lentamente. A equação (2.4) corresponde ao campo magnético orientado na direção  $y$  e polarização horizontal e a equação (2.5) corresponde ao campo elétrico orientado na direção  $y$  e polarização vertical.

$$\psi(x, z) = E_y(x, z) \quad (2.4)$$

$$\psi(x, z) = H_y(x, z) \quad (2.5)$$

A partir da equação (2.3) é possível obter o campo ao longo do eixo  $x$ , introduzindo uma função auxiliar (2.6):

$$u(x, z) = e^{-ikx} \cdot \psi(x, z) \quad (2.6)$$

Utilizando a função auxiliar na equação da onda escalar, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 [e^{ikx} u(x, z)]}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 [e^{ikx} u(x, z)]}{\partial z^2} + k^2 n^2 e^{ikx} u(x, z) = 0 \quad (2.7)$$

Manipulando a equação para se obter os termos em função de  $u(x, z)$ :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + k^2 (n^2 - 1) \right] u(x, z) = 0 \quad (2.8)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} - ik(1 - Q) \right) \left( \frac{\partial}{\partial z} - ik(1 + Q) \right) = 0 \quad (2.9)$$

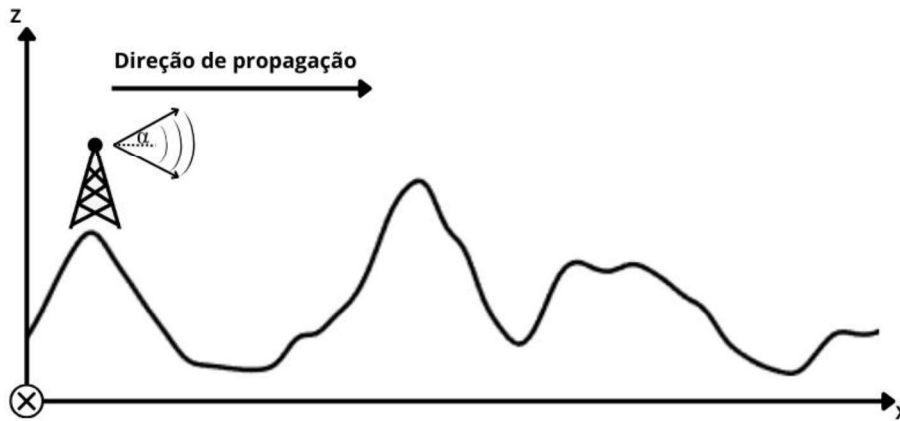
Onde o operador  $Q$  se escreve:

$$Q = \sqrt{\left\{ \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2(x,y) \right\}} \quad (2.10)$$

Da equação (2.9) e, analisando uma onda propagando diretamente (Figura 2.2), ou seja, na direção positiva do eixo  $X$ , temos a Equação Parabólica padrão, também conhecida como NAPE (*Narrow Angle Parabolic Equation*):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + i2k \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} + k^2(n^2 - 1)u(x, z) = 0 \quad (2.11)$$

Figura 2.2 Propagação de onda do modelo de equações parabólicas



A equação (2.11) possui boa precisão para ângulos pequenos, tal como,  $15^\circ$ . À medida que o ângulo ( $\alpha$ ) aumenta, a partir de  $20^\circ$  verifica-se que o erro aumentar relativamente rápido [9].

$$\frac{1}{k^2} \left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| = \text{sen}^2 \alpha \quad (2.12)$$

A expressão obtida, para ângulos inferiores a  $20^\circ$  é conhecida como *Narrow Angle Parabolic Equation* (NAPE), sendo uma modelagem adequada para problemas de propagação de longo alcance. Em problemas com efeitos multipercursos que envolvem ângulos maiores de propagação ou de curto alcance, uma expansão mais precisa do operador  $Q$  que é necessária [21]. Para estes casos, o operador  $Q$  pode se escrito como (2.13) e apresentado de forma simplificada em (2.14):

$$Q = \sqrt{1 + A + B} \quad (2.13)$$

$$Q \approx \sqrt{1 + A} + \sqrt{1 + B} - 1 \quad (2.14)$$

Onde,  $A = \frac{\partial^2}{k^2 \partial z^2}$  e  $B = n^2 - 1$ . Assim, o modelo PE para ângulos maiores, denominado *Wide Angle Parabolic Equation* (WAPE), é obtido através do uso da identidade  $\sqrt{1+A} = 1 + A(\sqrt{1+A} + 1)$ :

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \left[ ik^{-1} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 1} \right)^{-1} + ik(n-1) \right] u = 0 \quad (2.15)$$

O modelo PE pode ser solucionado numericamente a partir do método *Split Step Fourier Transform* (SSFT) que calcula o campo utilizando intervalos discretos ( $\Delta_x$  e  $\Delta_z$ ) a partir de um vetor de posição inicial. A solução da PE utilizando o SSFT ficou conhecida como *Split-Step Parabolic Equation* (SSPE) [19].

Considerando o campo na direção paraxial e aplicando o SSFT na equação (2.11), obtemos a equação (2.16) como solução NAPE:

$$u(x + \Delta_{x,z}) = e^{\left[ ik(n^2-1) \frac{\Delta x}{2} \right]} \times \mathcal{F}^{-1} \left\{ e^{\left( -ip^2 \frac{\Delta x}{2k} \right)} \mathcal{F} \{ u(x, z) \} \right\} \quad (2.16)$$

Na equação (2.16),  $\mathcal{F}^{-1}$  representa a transformada rápida de Fourier inversa (IFFT), e  $\mathcal{F}$  a transformada rápida de Fourier (FFT) e o termo  $p$  é expresso como  $p = k \sin(\alpha)$ . Aplicando o SSFT na equação (2.15), o campo é obtido para a solução WAPE:

$$u(x + \Delta_{x,z}) = e^{\left[ ik(n-1) \frac{\Delta x}{2} \right]} \times \mathcal{F}^{-1} \left\{ e^{\left[ - \left( ip^2 \frac{\Delta x}{k} \right) \left( \sqrt{1 - \left( \frac{p}{k} \right)^2} + 1 \right)^{-1} \right]} \mathcal{F} \{ u(x, z) \} \right\} \quad (2.17)$$

### 2.2.1. Retroespalhamento

No estudo do modelo PE, foi considerando apenas a propagação de onda direta e, neste caso, o modelo denominado *One-Way Split-Step Parabolic Equation* (1W-SSPE), não considera os efeitos da iteração das ondas diretas e reversas, em especial para os relevos propostos que possuem aclives acentuados [22].

Através da equação (2.9), verifica-se que o campo elétrico, ao longo do eixo  $x$ , se dá em ambas as direções (direta e reversa).

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -ik(1 - Q)u_+ \quad (2.18)$$

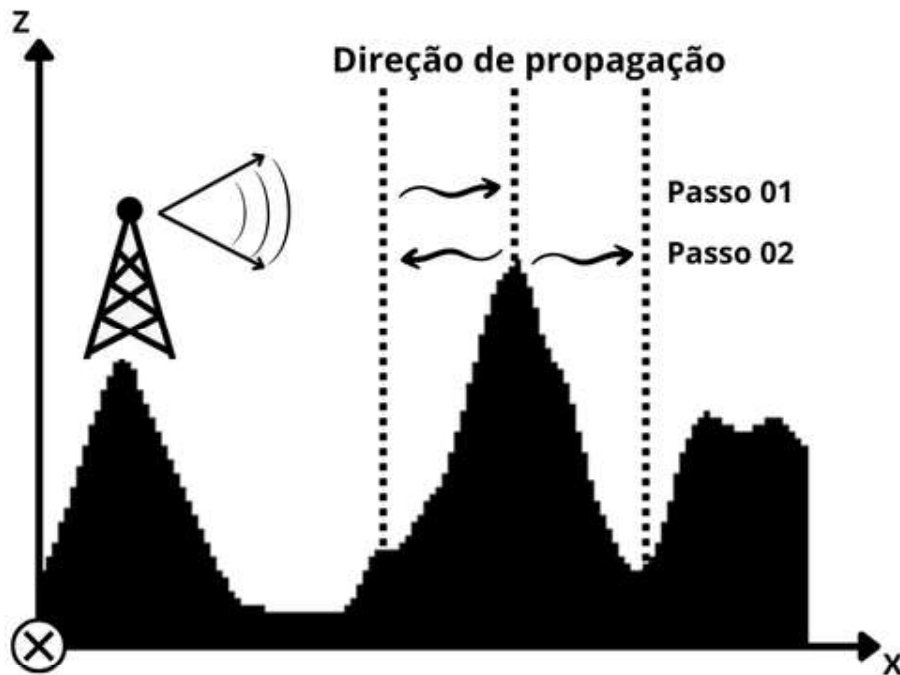
$$\frac{\partial u}{\partial x} = -ik(1 + Q)u_- \quad (2.19)$$

Onde:

$$u = u_- + u_+ \quad (2.20)$$

Verifica-se que, em (2.18), a onda propaga diretamente e, em (2.19), a onda propagando na direção reversa. Portanto, para a obtermos a contribuição da equação reversa, o retroespalhamento, utiliza-se o relevo amostrado apresentado na Figura 2.3. Neste caso, no passo 01 considera-se o campo propagando na direção em direção a  $x = x_{m\acute{a}x}$  e, ao se deparar com o perfil (vertical), no passo 02, têm-se o campo  $u_F(x + \Delta_{x,z})$  propagando em direção à  $x = x_{m\acute{a}x}$  e o campo  $u_B(x - \Delta_{x,z})$  propagando na direção em direção a  $x = x_0$ . Os passos apresentados, podem ser generalizados para o perfil geral do terreno e considerando uma série de obstáculos, no qual teremos diversos números de onda em função destes, propagando em direção à  $x = x_{m\acute{a}x}$  e em direção a  $x = x_0$  [23].

Figura 2.3 Modelo de propagação considerando ondas diretas e reversas



Conforme verificado em (2.9) e aplicando a equação (2.16) no sentido inverso, ou seja, invertendo os sinais de  $k$  e de  $\Delta_{x,z}$ , a equação de onda reversa é obtida por (2.21).

$$u_B(x - \Delta_{x,z}) = e^{[ik(n^2-1)\frac{\Delta x}{z}] \times \mathcal{F}^{-1}\{e^{(-ip^2\frac{\Delta x}{2k})} \mathcal{F}\{u(x,z)\}\}} \quad (2.21)$$

Por fim, conforme utilizado no *software* computacional, o campo final, será o somatório do campo na direção paraxial com as contribuições individuais de cada ponto de retroespalhamento [20] e passa a ser denominado *Two-Way Split-Step Parabolic Equation (2W-SSPE)*

$$u_T(x, z) = u_F(x, z) + \sum_{i=1}^N u_{B_i}(x, z) \quad (2.22)$$

Em que,  $u_T(x, z)$  é a contribuição total,  $u_F(x, z)$  é a contribuição de propagação na direção paraxial,  $N$  é o número de pontos até a origem e  $u_{B_i}(x, z)$  é a contribuição individual do campo reverso.

### 2.3. Conclusões parciais

No início deste capítulo foi apresentado uma breve revisão bibliográfica sobre o método PE proposto por Leontovich em 1944. O método evoluiu em três fases: Na primeira fase, Leontovich e V. A. Fock simplificaram analiticamente as equações de onda, aplicando as equações parabólicas à difração de ondas de rádio e refração atmosférica. Na segunda fase, o avanço computacional permitiu soluções numéricas como o *Split Step/Fourier*, aplicado inicialmente à acústica subaquática e depois à propagação troposférica, incorporando condutividade do solo e padrões de antena. A terceira fase, consolidou-se como ferramenta amplamente adotada para propagação em diversos terrenos, devido à sua eficiência computacional.

Posteriormente, as equações parabólicas foram deduzida a partir das equações de Helmholtz para o campo elétrico e magnético para obter o modelo PE padrão e obter o campo ao longo do caminho. Para solução das equações parabólicas foi introduzido a técnica SSPE a fim de resolver problemas de radiopropagação. A solução inicial abordada considerou apenas a propagação de onda direta e, em seguida, foi apresentado uma solução para obter o campo considerando as contribuições da onda direta e reversa.

### CAPÍTULO 3 - MAPEAMENTO DE COBERTURA RADIOELÉTRICA

O mapeamento da cobertura da rede de rádio é um processo de análise e representação gráfica da intensidade do sinal transmitido em uma determinada área geográfica. Este processo permite ao engenheiro de telecomunicações verificar se os objetivos do projeto de implantação foram alcançados. No presente estudo, a atividade é voltada para analisar a cobertura radioelétrica e, poder assim, comparar e validar os dados de predição de cobertura obtida através do *software* utilizando a técnica SSPE.

Para uma análise em um caso realístico, utilizou-se o sistema de radiocomunicação da Polícia Militar de Minas Gerais presente na Região Metropolitana de Belo Horizonte. O sistema possui uma estrutura com diversos sites e que permitiu coletar medidas da intensidade do sinal recebido em dBm com transmissões oriundas de pontos distintos de transmissão.

Para a atividade proposta fora escolhido dois *sites* de telecomunicações que operam em modo troncalizado. Dentre as repetidoras de cada *site*, foi escolhido uma para ser utilizada para as medições, configurando-a para trabalhar em P25 Fase 1, ou seja, espaçamento de canal de 12,5 KHz e modulação *Frequency Division Multiple Access* (FDMA). Durante o período de teste a repetidora ficou ativa em modo de serviço, ou seja, transmitindo continuamente para que o aparelho conseguisse realizar as medições do nível de intensidade do sinal, mas inoperante para ocorrer quaisquer oscilações em virtude das comunicações da rede de rádio.

Para a campanha de medições foi utilizado o Instrumento LMR Master S412E. O instrumento é uma solução para instalação e manutenção de sistemas de rádios, inclusive voltados para a segurança pública, com receptor/analizador de espectro com capacidade de analisar sinal no padrão CW/P25 conforme topologia da rede analisada e realizar o mapeamento de cobertura [24]. Através do instrumento foram realizadas medições de potência de RF, em *Received Signal Strength* (RSSI) e tais medições combinadas com exibições sobrepostas ao mapa para realizar o mapeamento da cobertura no local determinado.

Diversas medições em determinada área foram realizadas e, nesta etapa do trabalho, o desenvolvimento consiste na realização de diversas medições em campo, através de equipamentos para obter o valor da potência do sinal oriundo de *sites* de

telecomunicações distintos e, poder assim, validar os dados da predição e comparar com outra técnica.

### **3.1. Sistema de Radiocomunicação digital da PMMG**

O Sistema de Rádio Digital da PMMG foi implementando a partir do Pregão Presencial Internacional nº 368/2015 que teve como finalidade a aquisição do sistema para atender, inicialmente, 1ª, 2ª e 3ª Regiões de Polícia Militar de Minas Gerais que englobam a Região Metropolitana de Belo Horizonte (RMBH) [25].

A adequação da rede de rádio utilizada pela PMMG ocorreu em virtude de uma resolução da Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) [26]. A nova previsão normativa teve, dentre outros objetivos, otimizar o uso das faixas de frequências, adequá-las às novas tecnologias e atender ao pleito de Órgãos de segurança pública na expansão dos sistemas da época.

A referida resolução alterou aspectos do licenciamento de redes analógicas, definindo que após 31 de dezembro de 2012 não poderiam ser expedidas novas autorizações e nem renovações de sistemas analógicos. Dessa forma, a PMMG foi imposta a iniciar um processo de migração da sua rede de um sistema analógico para um sistema digital de radiocomunicação.

A PMMG, com o objetivo de atender as normas vigentes o que tange ao uso de frequências e, considerando fatores como topografia do estado de Minas Gerais, frequências destinadas em caráter primeiro para a Segurança Pública, interoperabilidade entre sistema digital e analógico, e investimentos anteriores em equipamentos (rádios móveis e portáteis), optou por utilizar o padrão de rádio P25 na faixa de VHF na faixa de 136 a 174 MHz [25].

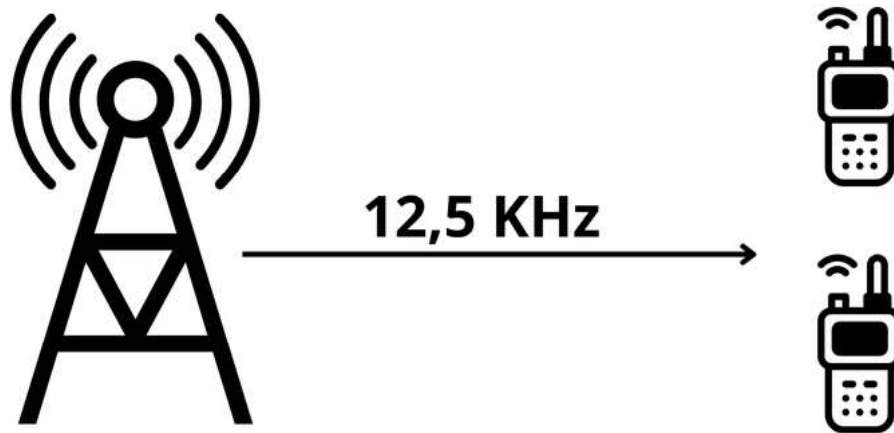
O padrão de rádio digital P25 permitiu uma interoperabilidade entre os sistemas analógicos e digitais, dessa forma, com os mesmos transceptores era possível migrar aos poucos o sistema, sem que a Polícia Militar de Minas Gerais ficasse sem a comunicação via rádio, levando-se em consideração o custo de implantação da nova rede e o tamanho do Estado de Minas Gerais no qual a PMMG atua em todos os 853 municípios.

#### **3.1.1. Sistema APCO-25**

O sistema APCO-25, também conhecido como Projeto 25 ou simplesmente P25, é um padrão desenvolvido para atender às necessidades de comunicação

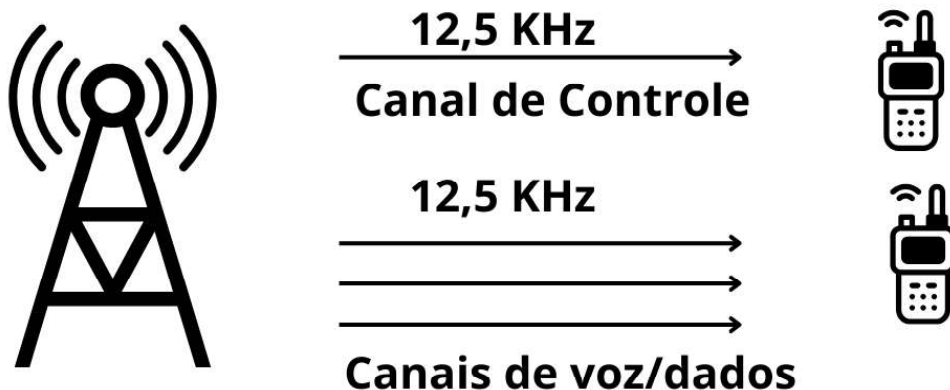
operacional de órgãos estaduais, governamentais e outras organizações [27]. Este sistema é amplamente utilizado para proporcionar interoperabilidade entre diferentes instituições civis e militares, especialmente aquelas voltadas para a Segurança Pública, como polícia, bombeiros e serviços de emergência. O protocolo foi desenvolvido pela APCO (*Association of Public Safety Communications Officials*) e possui um conjunto de normas para comunicação convencional e troncalizado. Atualmente, o P25 está disponível em dois padrões, sendo eles padrão fase 1 e o fase 2 [28].

Figura 3.1 Sistema de comunicação convencional



O sistema de repetição mais básico do P25 é o modo convencional que possui um único canal de comunicação de voz (Figura 3.1). Tal sistema é composto por uma estação fixa, responsável pela recepção e transmissão e pelos equipamentos dos usuários. Já o sistema de comunicação troncalizado (Figura 3.2) é formado a partir da implementação de um canal de controle podendo estabelecer diversos canais de voz ou dados conforme a quantidade de repetidores agregados ao sistema. Tal sistema acrescenta funções de controle de rede, melhora a eficiência do espectro e permite melhor integração com outras estações [29].

Figura 3.2 Sistema de comunicação troncalizado



O padrão P25 fase 1 implementa uma interface aérea digital, com modulação FDMA em canais de banda igual a 12,5 kHz, representando um ganho na utilização do espectro em relação aos sistemas analógicos utilizavam bandas de 20/25KHz, além de permitir um tráfego de dados de 9,6kbps. Já o padrão P25 fase 2 possui novamente um ganho em relação à utilização do espectro ainda que utilize a mesma largura de banda de 12,5KHz. O padrão utiliza uma modulação TDMA de 2 slots permitindo duas comunicações de voz simultaneamente [30]. O padrão possui contínua evolução, possuindo recursos mandatórios e opcionais. Os recursos mandatórios permitem que diferentes fabricantes possuam requisitos para que os sistemas e terminais possam comunicar entre si e proporcionar recursos básicos, tais como: Interface Aérea Comum (CAI), Interface de Sistema de Consoles (CSSI), *Inter RF Subsystem Interface* (ISSI), Largura de banda de 12,5 KHz, *Frequency Division Multiple Access*, Modulação FM (analógica), C4FM (FDMA P25 Fase 1) ou HDQPSK (TDMA P25 Fase 2).

### **3.1.2. Vantagens do Sistema**

O padrão é apreciado por viabilizar a sua implementação em relevos geográficos diversos e a suporte a diferentes configurações de sistemas, tornando-o ideal para diversos órgãos de segurança. Além de outras vantagens, tais como:

- Interoperabilidade: O padrão P25 permite comunicação entre rádios de agências distintas e a migração gradual entre as comunicações analógicas para digitais;
- Criptografia: Suporta comunicações encriptadas, tais como o padrão internacional de criptografia *Advanced Encryption Standard* (AES) com até 256 bits, garantindo a segurança das comunicações;
- Evolução: O padrão está em constante desenvolvimento, permitindo que fabricantes adicionem novas funcionalidades, que podem ser opcionais ou mandatórias conforme as normas P25.

### **3.1.3. Infraestrutura de Radiocomunicação**

Através do Pregão nº 368/2015, a PMMG adquiriu um sistema ASTRO® 25 Troncalizado e Convencional. O Sistema P25 adquirido é composto basicamente por um Controlador Central, Consoles de Despacho IP, Sítios de RF, rádios portáteis e móveis e aplicativos de dados [31].

Os sítios de RF neste contexto, são os locais onde estão instalados a infraestrutura e os equipamentos de radiocomunicação para provimento de cobertura aos usuários.

A infraestrutura de cada sítio de RF pode variar de acordo com o modo de repetição (convencional ou troncalizado). Neste trabalho, o foco será com base em uma infraestrutura de um sistema de comunicação troncalizado sem levar em conta a quantidade de repetidores já que os elementos que compõem a estação possuem características elétricas semelhantes.

O sistema troncalizado ASTRO, em sua concepção, possui duas antenas para recepção (diversidade de RF) e uma para transmissão (de acordo com a quantidade de canais pode ser necessário uma antena adicional), dois multiacopladores para permitir o uso de uma antena para todas as repetidoras e, um combinador para permitir que diversas repetidoras utilizem apenas uma antena de transmissão. O número de repetidoras varia de acordo com a demanda de grupos de conversação, não sendo vinculado o número de grupos ao número de repetidoras e, para tanto, esse número deve ser avaliado de acordo com a demanda de conversação e quantidade de grupos.

### **3.2. Elementos de medição**

Conforme metodologia apresentada, para a realização das medições foram utilizados três elementos:

1. Instrumento LMR Master S412E;
2. Antena de GPS com base magnética;
3. Antena móvel VHF com base magnética.

O instrumento LMR Master S412E (Figura 3.3) será utilizado para analisar os níveis de RSSI e, com utilização do recurso de GPS, permite criar um arquivo .KML com os pontos amostrados. O mapa do local para inserção no instrumento foi criado utilizando o *software* “*Easy Map*” [24].

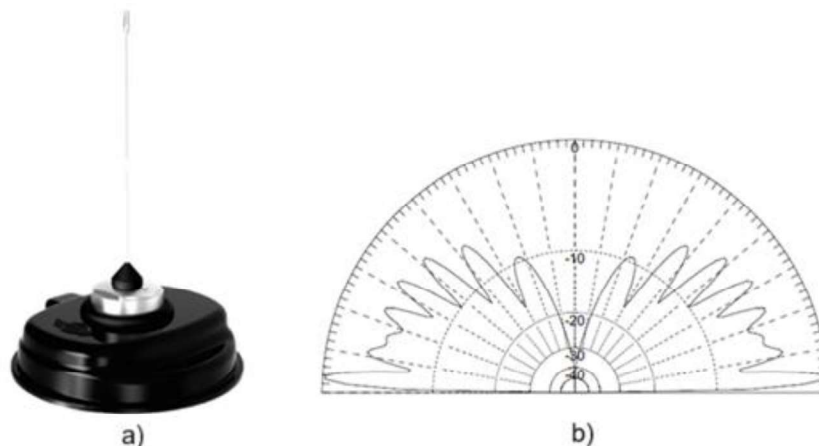
O equipamento executa de forma quantitativa o nível de sinal RSSI em dBm a cada período de 01 (um) segundo. Para obtenção dos valores de RSSI memorizados, o equipamento realiza aproximadamente 50.000 varreduras e armazena a média das varreduras.

Figura 3.3 Instrumento LMR Master S412E [24]



O sistema irradiante foi composto por uma antena móvel, modelo MV-00A da ARS Eletrônica Industrial. Tal antena trata-se de um monopolo vertical de 1/4 de onda com ganho unitário (2,15 dBi) e VSWR inferior a 1,5 [32] e cabeamento de 5 metros com cabo RG-58. A antena é projetada para comunicações móveis, com finalidade de ser instalada no teto dos veículos, através de uma furação ou suporte metálico. No caso do mapeamento de cobertura, a antena foi utilizada sobre o teto do veículo, contudo, fixada através de uma base magnética por se tratar de uma instalação temporária.

Figura 3.4 Antena móvel com base magnética (a) Antena Móvel MV-00A (b) Diagrama de radiação horizontal [32].



Para o georreferenciamento do equipamento e o consequente armazenamento de sua posição geográfica no momento da medição da potência, foi utilizada uma antena GPS com montagem magnética (ativa, 3-5 V), acompanhada de um cabo de extensão de 4,6 metros e conexão do tipo SMA com o equipamento (Figura 3.5)

Figura 3.5 Antena de GPS com base magnética [33]



### 3.3. Elementos de transmissão

Para um melhor entendimento e mapeamento da cobertura da rede de rádio, é fundamental compreender os elementos de transmissão do sistema troncalizado digital P25 instalado na Polícia Militar de Minas Gerais. No que se refere à transmissão, o sistema é composto, essencialmente, por uma repetidora, um combinador de transmissão, cabos e uma antena.

A repetidora utilizada no teste é uma repetidora de alto tráfego e possui as seguintes características básicas [31]:

Tabela 3.1 Características básicas da repetidora Motorola GTR 8000 ESS

Item	Especificação
Marca e modelo	Motorola GTR 8000 ESS
Potência do amplificador	Até 100 W
Faixa de frequência de operação	136–174 MHz
Espaçamento de canal	12, 25 ou 30 kHz
Ciclo de operação	Contínuo

O combinador de transmissão, também conhecido como combinador de RF ou combinador de antenas é o elemento responsável pela otimização do sistema, permitindo que um conjunto de repetidoras utilize uma única antena. Os combinadores em uso na PMMG possuem as seguintes características [25]:

Tabela 3.2 Características técnicas do combinador de antenas

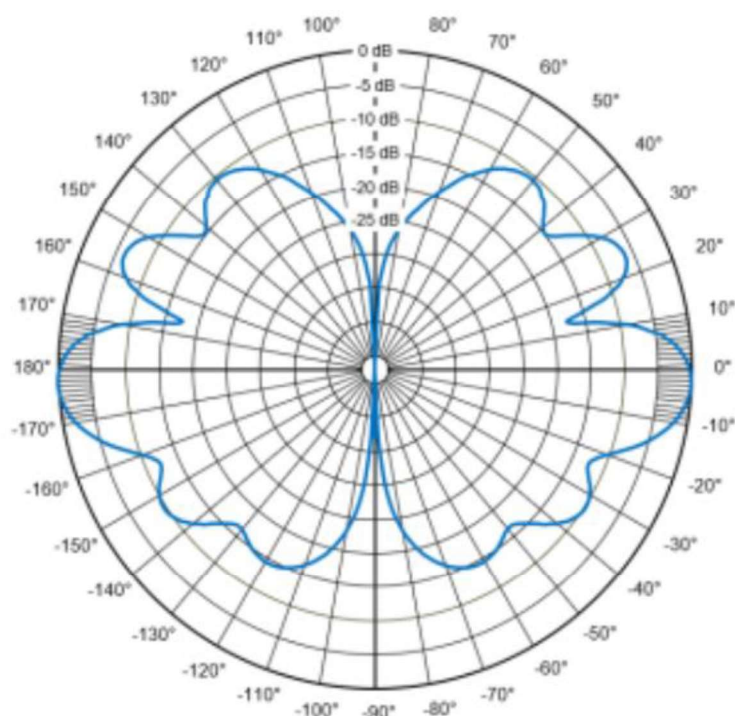
Item	Especificação
Faixa de frequência	162 a 174 MHz
Potência mínima por canal	100 Watts
Espaçamento mínimo de frequência	150 kHz
Máxima perda de inserção por canal	-5,0 dB (com espaçamento de 150 kHz)
Impedância	50 $\Omega$ (Ohms)
Máxima perda de retorno (VSWR)	-20 dB (1.22:1)

Os cabos de antenas utilizados são do tipo coaxial e possuem as seguintes características [25]:

Tabela 3.3 Características técnicas do cabo coaxial

Item	Especificação
Tipo	Cabo coaxial 7/8"
Perda máxima admissível	1,64 dB/100 m (em 174 MHz)
Velocidade de propagação relativa	90%
Impedância nominal	50 $\Omega$ (Ohms)
Capacitância nominal	7 pF/m
VSWR	18 dB (1,288:1)

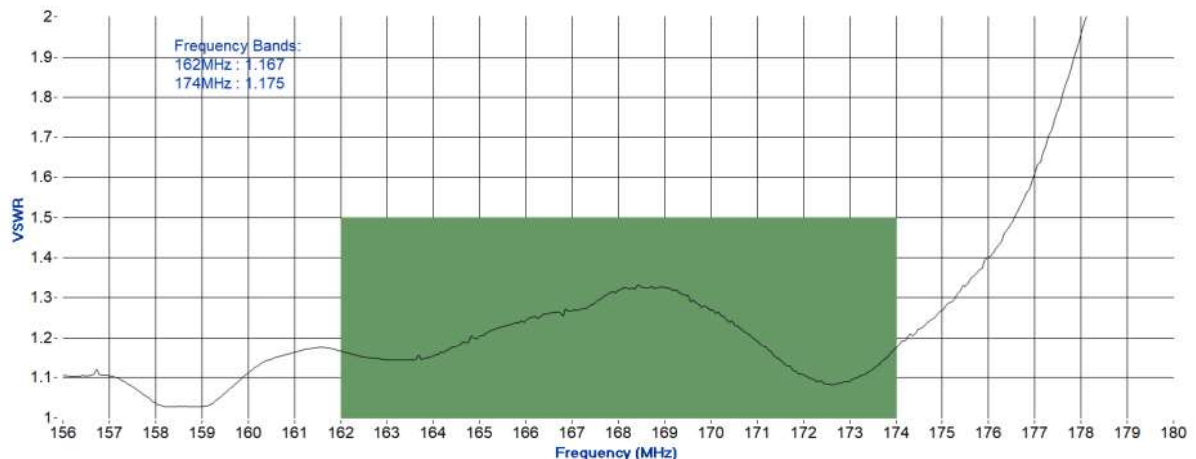
Figura 3.6 Plano E típico para antena RFI COL 54 series [34]



Para a transmissão foi utilizada uma antena omnidirecional que apresenta as seguintes características [34]:

Item	Especificação
Tipo	Colinear encapsulada em fibra de vidro
Ganho	6 dBd (8,1 dBi)
Polarização	Vertical
Impedância nominal	50 $\Omega$ (Ohms)
Faixa de operação	162 a 174 MHz
VSWR	< 1,5:1 (14 dB) (Conforme Figura 3.7)
Parâmetros de radiação (Plano E)	Conforme Figura 3.6

Figura 3.7 Resposta típica do VSWR da antena



### 3.4. Mapeamento da intensidade do sinal em sistema de rádio P25

O mapeamento da intensidade do sinal em sistema de rádio P25 foi realizado na região do Barreiro na cidade de Belo Horizonte. A região foi escolhida considerando ser uma região urbana com intensa atividade industrial e comercial, além de possuir integração com diversos municípios, tais como Contagem, Ibirité, Brumadinho e Nova Lima [35]. Desta forma, considerando o destaque da região, se faz necessário compreender e analisar a cobertura da rede de rádio para atendimento das atividades policiais.

Em virtude do vasto território (aproximadamente 53km<sup>2</sup>) e, não ser o objetivo deste trabalho o mapeamento completo da região e, sim, utilizar um ambiente realístico para se obter medidas da potência recebida para análise da ferramenta



Figura 3.9 Percurso de amostragem para o Site 02



Finalizado os percursos para os *sites* 01 e 02 foram registrados 30.194 pontos de medições (Figura 3.11). Para visualização dos dados amostrados, o equipamento permite configurar uma escala de cores em função dos níveis de intensidade RSSI do sinal para apresentação no mapa, conforme apresentado na Tabela 3.4. Os pontos de amostragem estão sobrepostos no mapa, de acordo com a coordenada geográfica e, conforme apresentado na Figura 3.10, os resultados obtiveram sinais que se enquadram nas categorias bom e razoável.

Figura 3.10 Expansão de pontos amostrados em mesma coordenada geográfica

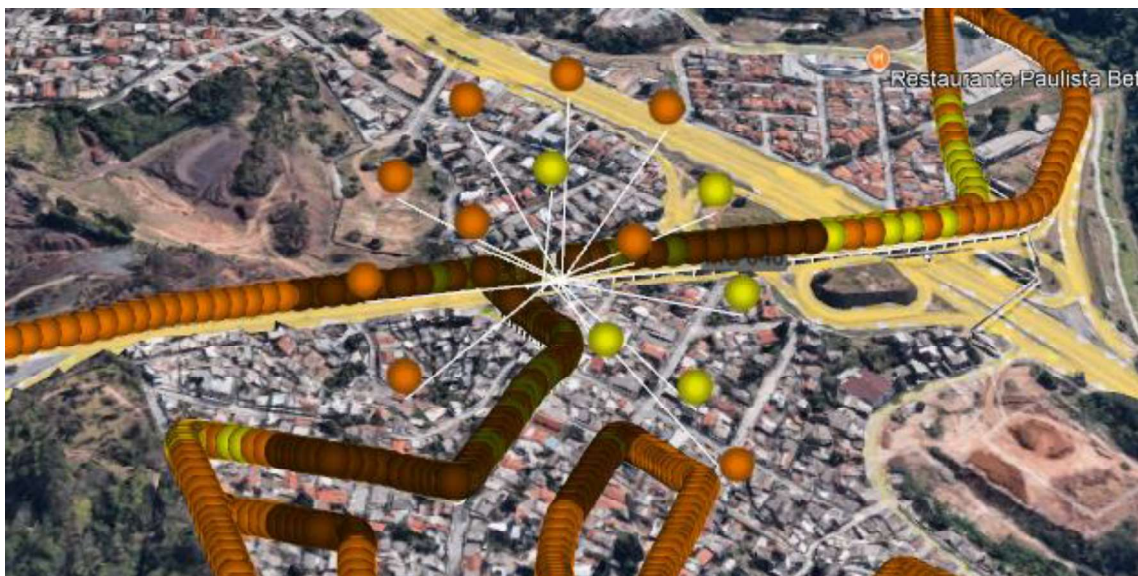


Tabela 3.4 Legenda de cores por qualidade do sinal

Cor	Qualidade do sinal	Nível do sinal
Verde escuro	Excelente	RSSI > -40 dBm
Verde claro	Muito bom	-40 dBm < RSSI < 0.0 dBm
Amarela	Bom	-80 dBm < RSSI < - 40.0 dBm
Laranja	Razoável	-130 dBm < RSSI < - 80.0 dBm
Marrom	Ruim	RSSI < -130 dBm

Figura 3.11 Pontos amostrais para ambos os sites



### 3.5. Conclusões parciais

Este capítulo foi dedicado ao processo de mapeamento da cobertura da rede de rádio para subsidiar a análise dos dados de predição de cobertura a ser obtido através de *software* utilizando a técnica SSPE e através de solução comercial. Considerando um ambiente real, foi apresentado a estrutura de radiocomunicação da Polícia Militar de Minas Gerais na RMBH e detalhado os tipos de sistemas de radiocomunicação utilizados, permitir a implementação desses dados nas ferramentas de predição de cobertura a serem analisadas.

## CAPÍTULO 4 - PREDIÇÃO DE COBERTURA RADIOELÉTRICA

Os engenheiros de rádio e técnicos de campo possuem uma necessidade de obter ferramentas que calculem a perda no caminho entre dois pontos quaisquer [21]. Essas ferramentas permitem se obter a predição de cobertura radioelétrica, ou seja, estimar a intensidade de sinal que será recebida em dado ponto antes da implantação da rede, utilizando cálculos e/ou simulações para antecipar o desempenho do sistema.

Estendendo a análise para diversos pontos de interesse ou para uma área específica, obtém-se um mapa de cobertura, permitindo prever a intensidade do sinal ao longo de uma determinada região e analisar se a cobertura radioelétrica fornecida por uma determinada estação transmissora irá alcançar os objetivos desejados. Para obter a predição de cobertura, será utilizado duas técnicas: SSPE e Modelo de Lee, modelo escolhido para utilização no software comercial. A primeira técnica, será utilizada a técnica SSPE aplicada a enlaces, permitindo gerar um gráfico com a intensidade do campo ao longo da superfície e gerar um mapa de cobertura e exportá-lo para um arquivo .KML para visualização gráfica através de *softwares* que permitem a visualização de dados geoespaciais, tais como o Google Earth. A segunda técnica, será utilizada através de um *software* comercial desenvolvido criar, validar e otimizar redes sem fio de missão crítica com precisão e eficiência, no caso, o CelPlanner™ Edition 10.0 da CelPlan Wireless Global Technologies [36].

### 4.1. Predição de cobertura utilizando o SSPE

A técnica SSPE permite determinar o valor do campo eletromagnético ao longo do percurso em condições de relevo diversas. Nesta etapa, o objetivo será utilizar a técnica para predição da potência recebida em posições geográficas em que o nível de sinal recebido em RSSI já foi obtido através de análise de campo e, desta forma, validar os resultados obtidos através do *software* desenvolvido. Posteriormente, a técnica será utilizada para obter os valores de potência do sinal e gerar um mapa de cobertura e exportá-lo para um arquivo .KML para visualização gráfica através de *softwares* que permitem a visualização de dados geoespaciais, tais como o Google Earth.

#### 4.1.1. Amostra do mapeamento da Intensidade

Considerando o quantitativo de medições realizadas em campo, foi delimitado um percurso de 800 metros de uma rua, em ambiente urbano, na cidade de Belo

Horizonte (4.1), com intuito de realizar a predição da intensidade do sinal recebida utilizando-se de duas fontes de sinais (repetidoras) distintas em cada ponto selecionado. Dessa forma, foi possível traçar o comportamento em diversos pontos e comparar com os resultados da técnica, para distância, elevação e rugosidade distintas de cada enlace para dois *sites* de telecomunicações.

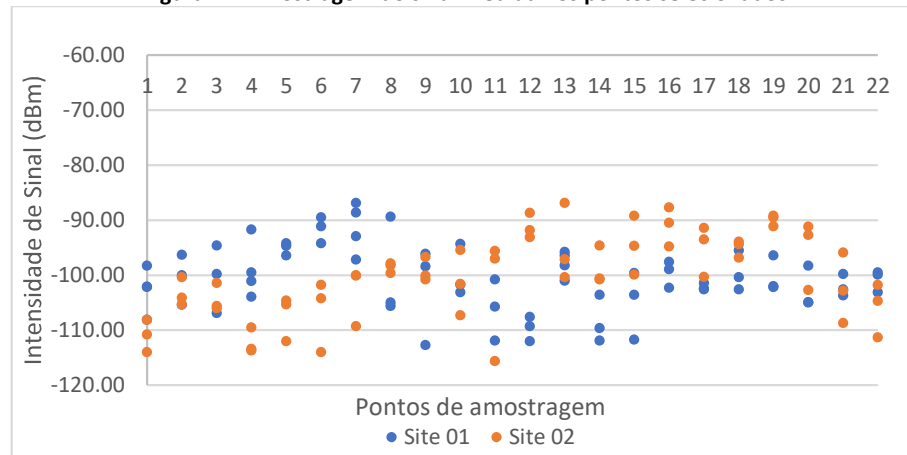
Figura 4.1 Pontos selecionados para teste computacional



No trajeto determinado, 22 pontos foram selecionados ao longo do percurso. Em cada ponto escolhido, foi possível encontrar ao menos três medições armazenadas pelo equipamento, ou seja, foram realizadas no mínimo 150.000 varreduras em cada ponto. Ao todo, a Figura 4.2 apresenta 136 amostras realizadas pelo equipamento para os *sites* 01 (pontos em azul) e 02 (pontos em laranja). No eixo horizontal estão indicados os pontos de amostragem e no eixo vertical o valor, em dBm, dos valores medidos em cada ponto.

O mapeamento da cobertura radioelétrica permite avaliar a intensidade do sinal em um ambiente realístico, ou seja, considerando todos os fatores do meio, permitindo verificar se os resultados estão dentro dos parâmetros previstos. Neste caso, será um meio de estudo para avaliar o comportamento da técnica para os diversos relevos e ambientes de propagação que envolvem os enlaces dos pontos amostrados aos sites de telecomunicações.

Figura 4.2 Amostragem do sinal medida nos pontos selecionados



#### 4.1.2. Perfil de elevação

A partir da seleção das posições geográficas do mapeamento realizado, foi realizado uma análise preliminar dos relevos envolvidos através da ferramenta Google Earth Pro que permitiu verificar que o perfil de elevação e demonstrar as distintas altitudes e distâncias ao longo do percurso de um ponto selecionado em direção ao site 01 (Figura 4.3) e em direção ao site 02 (Figura 4.4).

Figura 4.3 Perfil de elevação do Site 01 para o Ponto 01



Verifica-se que, apesar dos pontos escolhidos estarem próximos entre si, em relação ao mesmo *site*, o relevo apresenta características distintas ao longo de cada enlace, tais como elevações abruptas em um e elevação mais suave em outro, conforme apresentado na Figura 4.3 e Figura 4.4.

Figura 4.4 Perfil de elevação do Site 01 para o Ponto 22

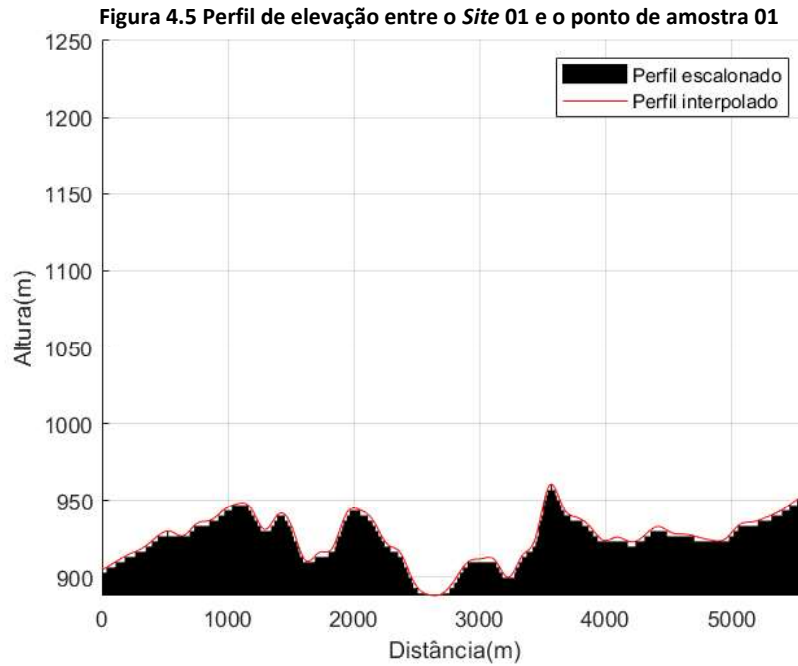


Para a análise computacional, o google Earth não permite a exportação dos dados altimétricos e, para tal, foi utilizado os dados fornecidos pela Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA) através do projeto Brasil em Relevo [37]. O projeto permitiu que fosse disponibilizado os dados de relevo e topografia do Brasil que foram obtidos por uma nave espacial americana durante a missão conhecida como “*Shuttle Radar Topography Mission*” (SRTM). Os dados fornecidos apresentam os seguintes parâmetros:

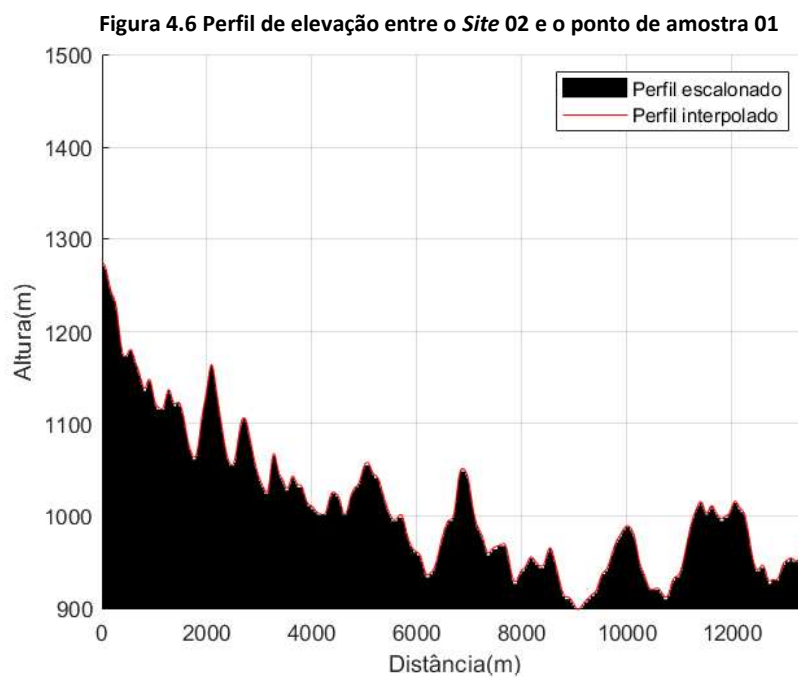
- Formato: GEOTIFF (16 bits);
- Resolução espacial: 90 metros;
- Unidade de altitude: metros;
- Sistema de Coordenadas Geográfica;
- Datum: WGS-84.

Os dados de relevo e topografia obtidos foram utilizados para criar o perfil de elevação de cada enlace formado entre os pontos amostrados e os *sites* de RF. Esses dados foram processados no *software* QGIS, que permitiu gerar os arquivos contendo as informações do perfil de elevação: distância e altitude.

Ao importar os dados para o *software* computacional, verifica-se que o perfil topográfico obtido apresentava variações súbitas devido à resolução espacial de 90 metros, característica do modelo digital de elevação utilizado. Essas variações resultaram em um perfil escalonado, que não representa adequadamente a continuidade do terreno. Para suavizar as descontinuidades causadas pela resolução da amostragem, foi aplicada uma interpolação dos pares ordenados (distância e altitude) utilizando o método numérico de *Spline* Cúbico [20]. Esse procedimento garantiu um traçado mais contínuo e representativo do perfil topográfico, permitindo maior precisão nos cálculos e análises subsequentes.



Os enlaces envolvendo o *Site 01* têm distâncias em torno de 5,5 km e rugosidade ( $\delta$ ) de aproximadamente 18. Já, os enlaces do *Site 02* para os pontos de interesse apresentam distâncias maiores e maior rugosidade, com uma distância média de 13,5 km e rugosidade ( $\delta$ ) de aproximadamente 80.



### 4.1.3. Parâmetros para análise computacional

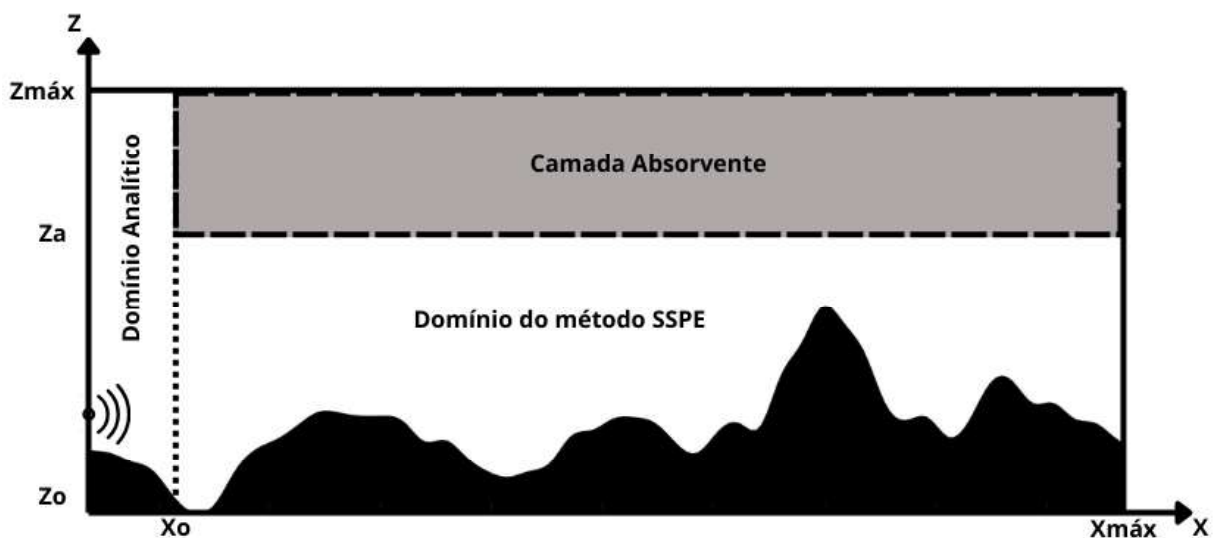
Para executar a análise computacional, o primeiro passo é identificar os parâmetros gerais dos elementos de transmissão e recepção:

Tabela 4.1 Parâmetros básicos dos elementos de transmissão e recepção

Parâmetros	Site 01	Site 02
Frequência do sinal	172,196250 MHz	172,231250 MHz
Potência de transmissão	45 W	45 W
Atenuação	6,64 dB	6,14 dB
Ganho nominal da antena transmissora	8,1 dBi	8,1 dBi
Ganho nominal da antena receptora	2,15 dBi	2,15 dBi
Altura $h_{Rx}$	2 metros	2 metros
Altura $h_{Tx}$	82 metros	52 metros

O Próximo passo é definir os parâmetros dos domínios computacionais que aqui, são distinguidos em duas regiões, conforme Figura 4.7: A primeira região é composta pelo domínio Analítico já a segunda é composta pelo domínio do método SSPE. O domínio do método SSPE possui ainda duas condições de fronteira, superior (camada absorvente) e inferior (perfil do relevo) [38].

Figura 4.7 Domínios computacionais



Na primeira região, compreendida entre o ponto de instalação da antena ( $x = 0$ ) e o ponto limítrofe entre a região de campo distante que pode ser calculada com base nos parâmetros da antena e do comprimento de onda:

$$x_0 > 2 \frac{D^2}{\lambda} \quad (4.1)$$

Onde  $D$  é a dimensão máxima da antena e  $\lambda$  o comprimento de onda. No estudo realizado, consideramos que  $x_0 > 48$  metros.

Na segunda região, compreendida entre o ponto ( $x = x_0$ ) e ( $x = x_{m\acute{a}x}$ ), temos o domínio do método SSPE, no qual possui a fronteira inferior delimitada de acordo com o perfil de elevação do enlace analisa e, a fronteira superior, denominada aqui como camada absorvente.

Em um ambiente realístico, o ambiente de propagação em  $Z$  é infinito, contudo, computacionalmente, se faz necessário determinar um limite de amplitude ( $z = z_{m\acute{a}x}$ ). Para tal limite, a seguinte condição deve ser satisfeita [39]:

$$u(x, z)|_{z \rightarrow \infty} = 0 \quad (4.2)$$

Ao realizar a limitação espacial, a precisão da solução numérica é afetada, considerando que são geradas reflexões não físicas. Dessa forma, uma alternativa é implementar uma camada absorvente acima da altura de interesse [22]. No presente trabalho, a camada absorvente, compreendida entre o ponto  $z = z_a$  e  $z = z_{m\acute{a}x}$ , foi adicionada utilizando a janela de Hanning.

$$J(z) = \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi(z - z_a)}{z_{m\acute{a}x} - z_a}\right)}{2} \quad (4.3)$$

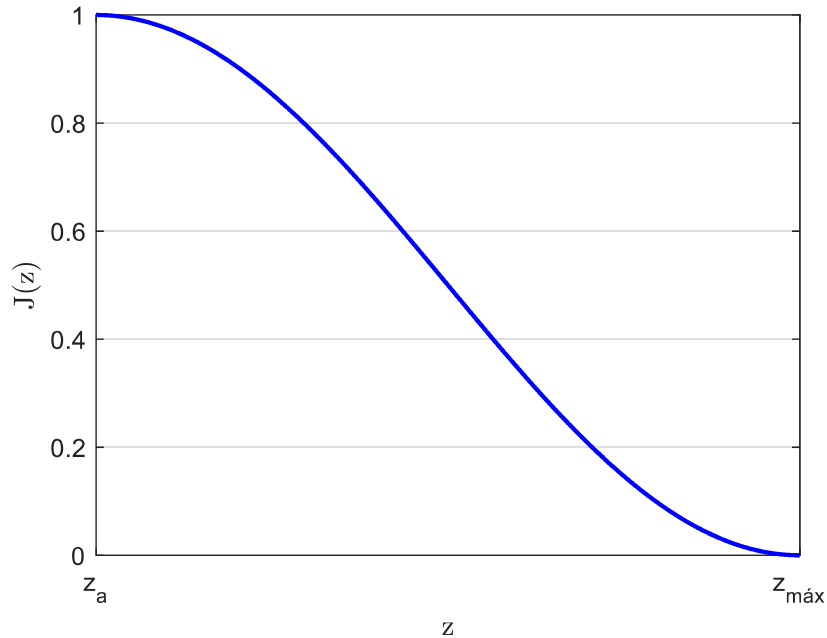
A equação da camada absorvente garante que  $J(z_a) = 1$  e  $J(z_{m\acute{a}x}) = 0$ , ou seja, permite uma atenuação suave (Figura 4.8). Para o estudo, foi definido que a camada absorvente é a metade do domínio computacional, obtendo em o seguinte intervalo da janela de Hanning:

$$z_a = \frac{z_{m\acute{a}x}}{2} \quad (4.4)$$

Na região de interesse, a equação (4.3) resulta em um valor unitário e, na segunda metade do domínio vertical é implementado a camada absorvente. Assim, o

domínio do método SSPE é delimitado região compreendido entre  $x_0 \leq x \leq x_{máx}$  e  $z_0 \leq z \leq z_a$ . No qual  $z_0$  é a menor amplitude do perfil de elevação.

Figura 4.8 Gráfico de  $J(z)$  para a camada absorvente



Na fronteira inferior se faz necessário definir as condições de contorno que deve satisfazer na superfície do solo, aqui denominado condições de contorno do solo [40]. A condição de contorno do solo permite estimar as perdas ocorridas em virtude da interação entre as ondas eletromagnéticas e o solo é dada por (4.5) e, nesta condição,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são constantes.

$$\left[ \alpha_1 \frac{\partial}{\partial z} + \alpha_2 \right] u(x, z) = 0 \quad (4.5)$$

Para os casos em que há uma superfície condutora perfeita, a condição de contorno será de acordo com a polarização, sendo aplicada a condição de contorno de Dirichlet para polarização horizontal ou a condição de contorno de Neumann para polarização vertical [19]. Já para os casos em que há uma superfície condutora finita, ou seja, meio com perdas, será utilizado a condição de contorno de Cauchy, conforme Tabela 4.2.

Tabela 4.2 Condição de contorno de Cauchy

Polarização	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Horizontal	1	$ik\sqrt{\gamma - 1}$
Vertical	1	$\frac{ik\sqrt{\gamma - 1}}{\gamma}$

Onde  $\gamma$  é a permissividade relativa complexa do solo expressa em função da permissividade relativa  $\epsilon_r$ , da condutividade  $\sigma$  e do comprimento de onda  $\lambda$  [40]:

$$\gamma = \epsilon_r + i60\sigma\lambda \quad (4.6)$$

Por fim, fica definido os parâmetros restantes para análise computacional relacionados ao passo computacional, distância inicial e altura máxima além do ângulo de propagação:

Tabela 4.3 Parâmetros gerais para análise computacional

Parâmetros	Site 01	Site 02
Altura $Z_{\text{máx}}$	2500 metros	3000 metros
Distância inicial $x_0$	50 metros	50 metros
Ângulo de propagação NAPE	15°	15°
Passo $\Delta x$	25 metros	25 metros
Passo $\Delta z$	$\Delta z \leq \frac{\lambda}{2 \times \text{sen}(\alpha_{\text{máx}})}$	$\Delta z \leq \frac{\lambda}{2 \times \text{sen}(\alpha_{\text{máx}})}$

#### 4.1.4. Implementação computacional para condição de contorno

As condições de contorno com impedância em superfícies lisas e irregulares não são resolvidas diretamente através da técnica SSPE. Para tal, foi implementado o método *Discrete Mixed Fourier Transform* (DMFT) [41]. A técnica é implementada através de uma função auxiliar  $u(x, m\Delta z)$ , discretizada para  $m = 1, 2, 3, \dots, N$  e  $\Delta z$  atendendo os requisitos já estabelecidos. Para o primeiro passo, temos as seguintes equações:

$$U(x, 0) = A \sum_{m=0}^N r^m u(x, m\Delta z) \quad (4.7)$$

$$U(x, l\Delta p) = A \sum_{m=0}^N u(x, m\Delta z) \left[ \alpha_2 \sin\left(\frac{\pi l m}{N}\right) - \frac{\sin\left(\frac{\pi l}{N}\right)}{\Delta z} \cos\left(\frac{\pi l m}{N}\right) \right] \quad (4.8)$$

$$U(x, N\Delta p) = A \sum_{m=0}^N (-r)^{N-m} u(x, m\Delta z) \quad (4.9)$$

Onde,  $l = 1, 2, 3, \dots, N - 1$  e  $A = \frac{2(1-r^2)}{(1+r^2)(1-r^{2N})}$ . O valor de  $\Delta p$  deve satisfazer igualdade  $\Delta p \Delta z = \frac{\pi}{N}$ . Nos somatórios das equações (4.7) e (4.9) usa-se um fator ponderado de 0,5 para o primeiro e o último termo ( $m = 0, m = N$ ) e  $r$  será dado conforme a equação (4.10) conforme a polarização [9].

$$r = \begin{cases} \sqrt{1 + (\alpha_2 \Delta z)^2} - \alpha_2 \Delta z, & \text{para polarização vertical} \\ -\sqrt{1 + (\alpha_2 \Delta z)^2} - \alpha_2 \Delta z, & \text{para polarização horizontal} \end{cases} \quad (4.10)$$

O segundo passo, obtido através dos resultados anteriores no domínio  $p$  :

$$(x + \Delta x, 0) = \exp \left[ \frac{j\Delta x}{2k_0} \left( \frac{\log r}{\Delta z} \right)^2 \right] U(x, 0) \quad (4.11)$$

$$U(x + \Delta x, l\Delta p) = \exp \left[ j\Delta x \left( \sqrt{k_0^2 - (l\Delta p)^2} - k_0 \right) \right] U(x, l\Delta p) \quad (4.12)$$

$$U(x + \Delta x, N\Delta p) = \exp \left[ \frac{j\Delta x}{2k_0} \left( \frac{\log(-r)}{\Delta z} \right)^2 \right] U(x, N\Delta p) \quad (4.13)$$

Por fim, utilizando a DMFT inversa nos resultados é possível obter a função  $u(x + \Delta x, m\Delta z)$  em função de  $z$ :

$$\begin{aligned} u(x + \Delta x, m\Delta z) &= \frac{2}{N} \sum_{i=0}^N U(x + \Delta x, l\Delta p) \frac{\alpha_2 \sin\left(\frac{\pi i m}{N}\right) - \sin\left(\frac{\pi i}{N}\right) \cos\left(\frac{\pi i m}{N}\right)}{\alpha_2^2 + \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi i}{N}\right)}{\Delta z} \right]^2} \\ &+ U(x + \Delta x, 0)r^m + U(x + \Delta x, N\Delta p)(-r)^{N-m} \end{aligned} \quad (4.14)$$

#### 4.1.5. Potência recebida e atenuação no caminho

O método do SSPE é um processo iterativo em que se obtém uma solução completa para todos os pontos no domínio do método SSPE, ou seja, a partir do cálculo anterior se obtém o valor atual.

Aplicado o método computacional em todo o domínio computacional, os resultados de  $u(x, z)$  já são conhecidos e, dessa forma, é possível obter parâmetros de interesse, tais como, a perda de caminho (*Path Loss*) e a potência recebida [19].

Para calcular a potência recebida, será utilizada a equação (4.15) onde a potência recebida ( $Pr$ ) é obtida em decibéis [20].

$$Pr(x, z) = 20 \log \left( \left| \frac{\lambda}{4\pi\sqrt{x}} u(x, z) e^{-jkx} \right| \right) \quad (4.15)$$

O *Path Loss* (PL) é a relação entre a potência irradiada pela antena transmissora e a potência disponível em um ponto no espaço:

$$PL(x, z) = -20 \log|u(x, z)| + 20 \log(4\pi) + 10 \log(x) - 30 \log(\lambda) \quad (4.16)$$

#### 4.1.6. Intensidade do sinal ao longo do enlace

Obtidos os parâmetros de interesse, é possível representar graficamente, a intensidade do sinal calculado ao longo do enlace para que o engenheiro tenha condições de melhor caracterizar a predição de cobertura obtida através de uma densidade de cores.

Figura 4.9 Intensidade do Sinal para o enlace do Site 01 e ponto 01

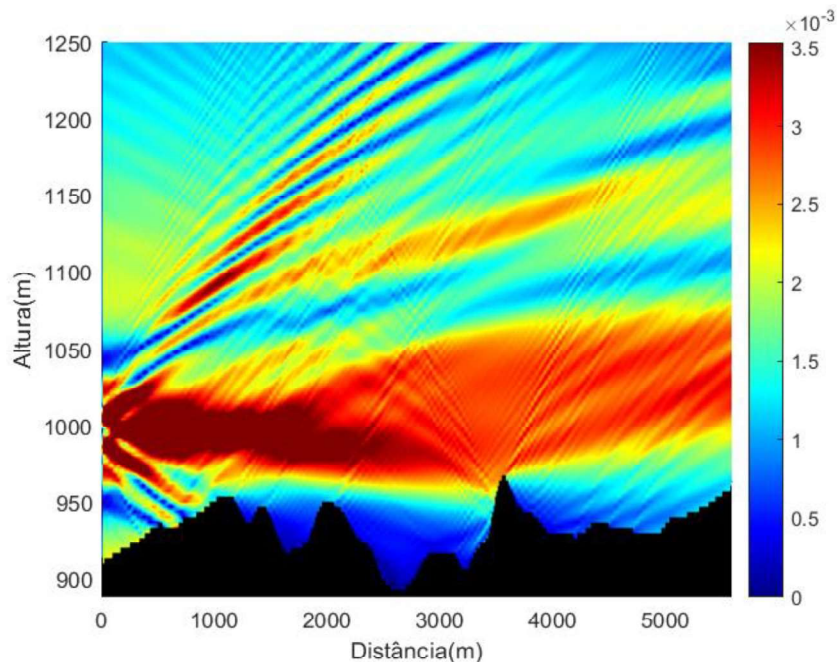
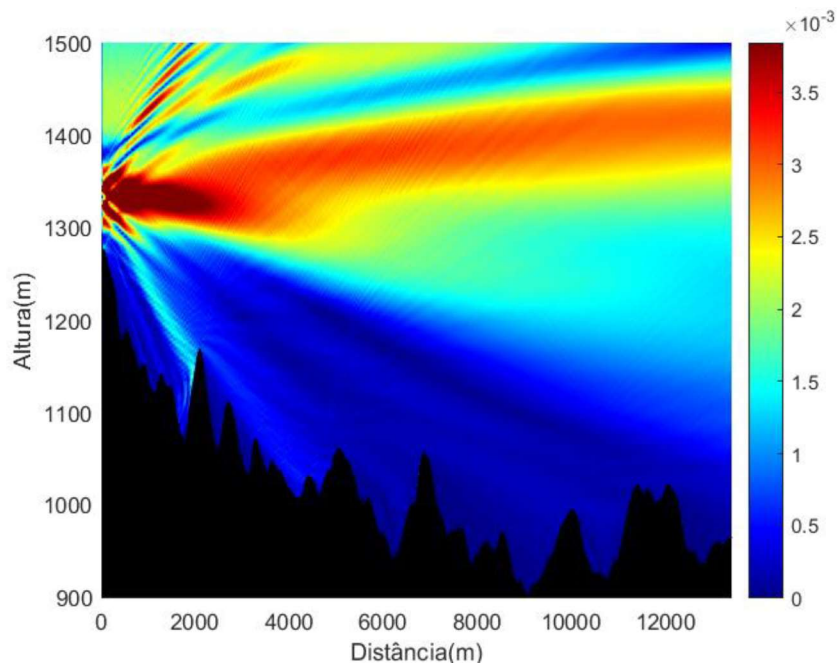
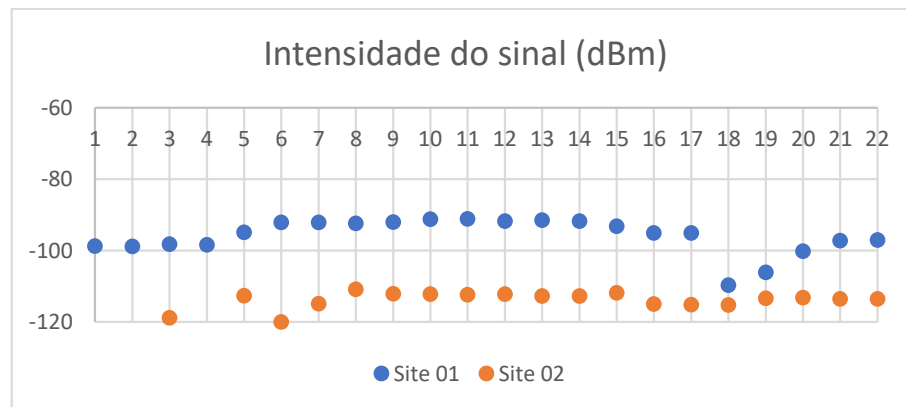


Figura 4.10 Intensidade do Sinal para o enlace do Site 02 e ponto 01



Por fim, temos os valores obtidos pelo algoritmo numérico através do modelo PE para cada enlace nos pontos de interesse estipulados neste trabalho.

Figura 4.11 Intensidade de sinal obtido pelo algoritmo numérico nos pontos de interesse

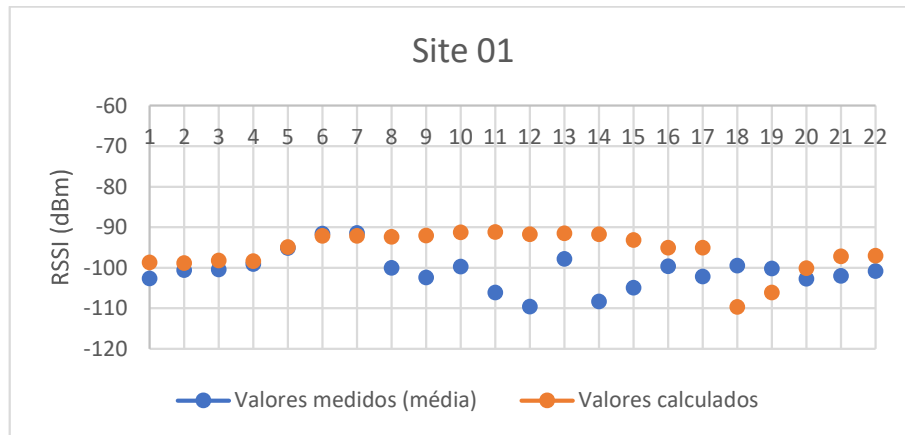


#### 4.1.7. Resultado computacional

A partir dos dados obtidos pela campanha de medição e pelos resultados calculados computacionalmente, podemos comparar os dados e avaliar os resultados obtidos pela técnica para obter um estudo de predição de cobertura na Região Metropolitana de Belo Horizonte.

Para o *Site 01*, temos o seguinte resultado apresentado pela Figura 4.12.

Figura 4.12 Comparativo entre valores medidos e calculados para o *site 01*

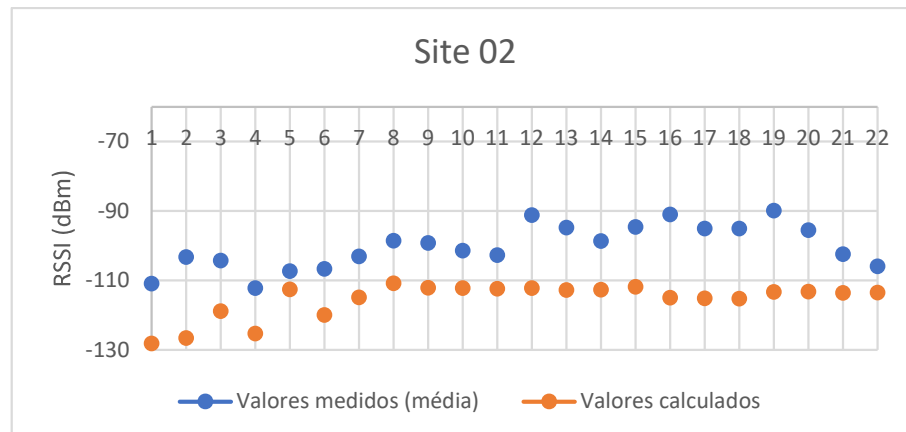


Analisando, verificamos que os resultados calculados possuem um Erro Absoluto Médio (EAM) igual a 4,92 dB e um Desvio Padrão igual a 6,68. Com relação ao desvio padrão verifica-se que, conforme [42], o tipo de ambiente impactará o desvio padrão dos valores de variabilidade de localização. Os valores representativos para o desvio padrão são de 8, 10 e 12 dB para áreas urbanas, suburbanas e abertas, respectivamente. Nos casos apresentados, os resultados foram inferiores aos valores de referência.

Com base nos valores acima, pode ser considerado que o resultado é satisfatório, reforçado pelos valores medidos, que apresentaram um EAM entre os 8,01dB e uma diferença máxima e mínima entre os resultados medidos no mesmo ponto igual a 16,6dB e 1,20dB, respectivamente. Ou seja, para uma predição de cobertura, o algoritmo numérico apresentou resultados dentro da variabilidade medida e, do desvio padrão abaixo dos valores representativos.

Para o *Site 02*, temos o seguinte resultado gráfico:

Figura 4.13 Comparativo entre valores medidos e calculados para o site 02



Analisando, verificamos que os resultados calculados possuem um Erro Absoluto Médio igual a 13,02 dB e um Desvio Padrão igual a 5,62. Considerando os mesmo padrões estabelecidos para o site 01, o resultado é satisfatório considerando que, para esse caso específico, o EAM entre os valores medidos foi de 7,98 dB, apresentando uma diferença máxima e mínima entre os resultados medidos no mesmo ponto igual a 20dB e 1,70dB, respectivamente. Em valores absolutos, mais uma vez, o *software* apresentou comportamento dentro do esperado para uma topologia com maior rugosidade e distância, se comparada ao enlace anterior.

#### 4.1.8. Mapa de cobertura

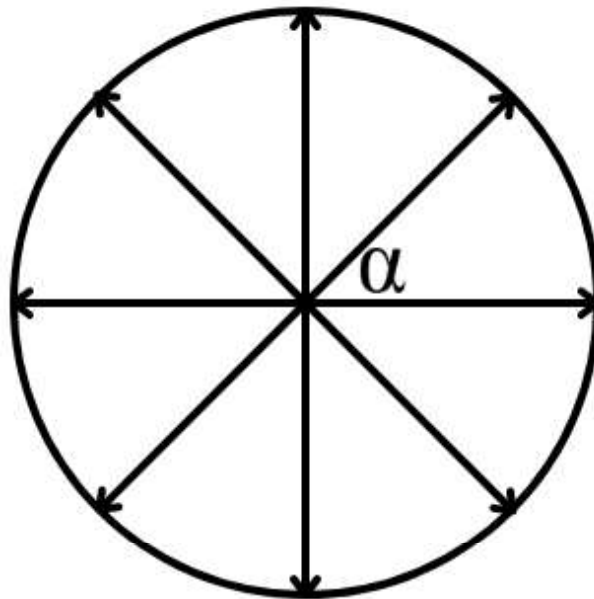
Os níveis de sinal obtidos pelo método das Equações Parabólicas apresentaram boa convergência com os valores medidos, permitindo avaliar a cobertura de sinal em um trajeto específico. No entanto, para estudos de cobertura radioelétrica, especialmente em sistemas de radiocomunicação P25 que utilizam antenas omnidirecionais, é fundamental considerar o lóbulo de radiação horizontal. Nesses casos, a análise em 360° ao redor do Sítio de Repetição torna-se essencial para uma avaliação precisa da cobertura fornecida pela estação repetidora, resultando no chamado mapa de cobertura.

Com base nos resultados computacionais obtidos no capítulo anterior, o *software* utilizado foi adaptado para incorporar um novo recurso que amplia sua funcionalidade. Agora são realizados múltiplos cálculos ponto a ponto ao longo de cada enlace permitindo a geração de um mapa que representa a cobertura em uma área circular centrada no transmissor, e não apenas ao longo da trajetória analisada.

O mapa de cobertura obtido pela ferramenta computacional irá apresentar os resultados computacionais graficamente, podendo ser apresentados em duas formas: (i) Padrão de sobreposição colorido para áreas de cobertura, conforme definição do nível de intensidade do sinal e sem sobreposição no mapa para áreas sem cobertura radioelétrica; (ii) Padrão de sobreposição colorido para áreas de cobertura, conforme nível de intensidade de sinal.

O *software* computacional irá realizar diversas varreduras paraxiais, centradas no ponto da estação repetidora e espaçadas pelo ângulo  $\alpha$ , conforme a Figura 4.14, que irá determinar a quantidade de enlaces de forma que atenda ao requisito de cobrir a área (  $360^\circ$  ) e atenda ao requisito de resolução, ou seja, quanto menor o ângulo, maior será a quantidade de enlaces e menor será cada elemento para preenchimento no mapa.

Figura 4.14 Varreduras paraxiais conforme ângulo  $\alpha$



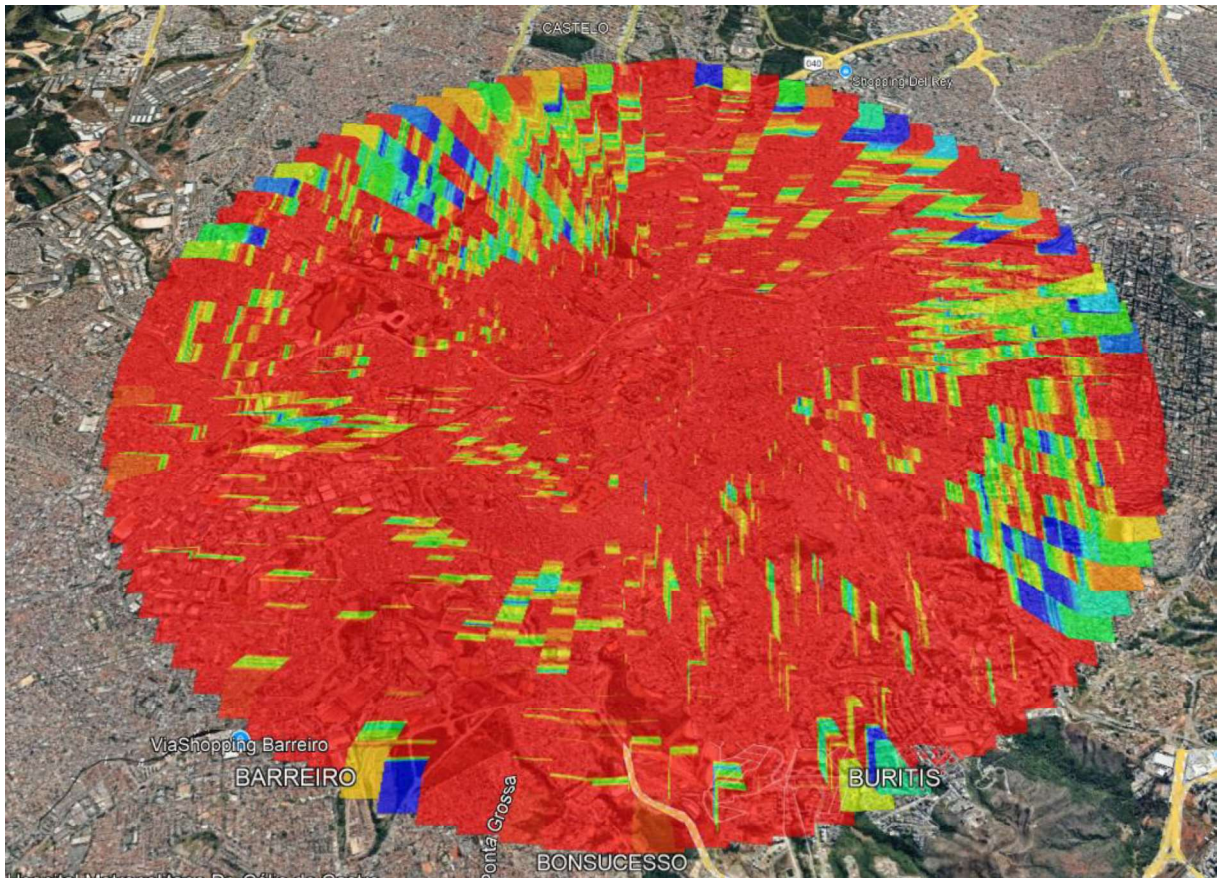
Após definição dos parâmetros para análise computacional que atuaram na solução computacional para cada direção, o usuário deve determinar no *software* o ângulo  $\alpha$ , de tal modo que tenhamos direções paraxiais igualmente espaçadas ao longo do entorno do *site* de telecomunicações e informar a distância para o percurso, ou seja, o raio para análise.

Figura 4.15 Pontos para análise utilizando  $\alpha = 3,75^\circ$



Desta forma, de acordo com os parâmetros escolhidos, o deverá ser utilizado o código GerapontosQGIS.m que irá gerar um arquivo .txt contendo as coordenadas de todos os pontos de todos os pontos e do ponto central (transmissor) para ser utilizado no *software* QGIS (Figura 4.15), obtendo assim o perfil de elevação da origem até cada ponto.

Figura 4.16 Mapa de cobertura utilizando SSPE em um raio de 5 Km



A Figura 4.16 apresenta a predição de cobertura obtida para cobertura para o *site* 01 com ângulo  $\alpha = 3,75^\circ$ , obtendo 96 enlaces e um raio de 5 Km. A Tabela 4.4 apresenta os níveis da potência do sinal previsto, em RSSI e o percentual que esses valores representam na predição de cobertura considerando a área estipulada.

Tabela 4.4 Distribuição dos níveis de intensidade do sinal obtido através do SSPE

Nível do sinal	Percentual de cobertura
RSSI $\geq$ -80 dBm	42,89%
- 85 dBm $\leq$ RSSI < - 80 dBm	19,35%
- 90 dBm $\leq$ RSSI < - 85 dBm	15,15%
- 95 dBm $\leq$ RSSI < - 90.0 dBm	10,27%
- 100 dBm $\leq$ RSSI < - 95.0 dBm	5,83%
- 105 dBm $\leq$ RSSI < - 95.0 dBm	3,20%
- 110 dBm $\leq$ RSSI < - 105.0 dBm	1,77%
- 115 dBm $\leq$ RSSI < - 110.0 dBm	0,86%
RSSI < - 115.0 dBm	0,68%

## 4.2. Predição de cobertura utilizando *software* comercial

O presente trabalho tem como objetivo auxiliar no planejamento de cobertura de sistemas de telecomunicações e, neste caso, existem diversos *softwares* comerciais que possuem tal finalidade, tais como: ICS Telecom, Aircom ASSET e CelPlanner™. Para este trabalho, iremos utilizar o CelPlanner™ Edition 10.0 da CelPlan Wirelles Global Technologies que é uma ferramenta utilizada no planejamento, otimização e validação de redes de telecomunicações, especialmente redes móveis, como as de tecnologia WiMAX, AMPS e LMR/PMR.

A ferramenta possui uma base de dados que permite ao usuário utilizar diversos modelos de antenas existentes, bem como permite gerar um mapa de cobertura e exportar para aplicações como o Google Earth. Para realizar a predição de cobertura, o CelPlanner™ possibilita a seleção de cinco modelos de propagação distintos para a execução dos estudos de predição de cobertura: Lee, Korowajczuk, CelPlan Microcell, Erceg e Cost 231/Hata. Para este estudo, foi escolhido o modelo I, que é baseado no Lee-Picquenard e otimizado pela CelPlan para fornecer previsões rápidas para as aplicações mais comuns. Este modelo considera um parâmetro de atenuação de 1 milha e uma inclinação por década para cada morfologia [43].

Por se tratar de uma ferramenta dedicada, o CelPlanner possui um base de dados que contém informações básicas necessárias para elaboração de projetos e viabilizar a predição de cobertura de forma mais precisa. Esses bancos de dados são: topografia, morfologia, imagem (satélite, fotografia aérea ou mapas), redes lineares, demografia e antenas.

### 4.2.1. Modelo de Lee

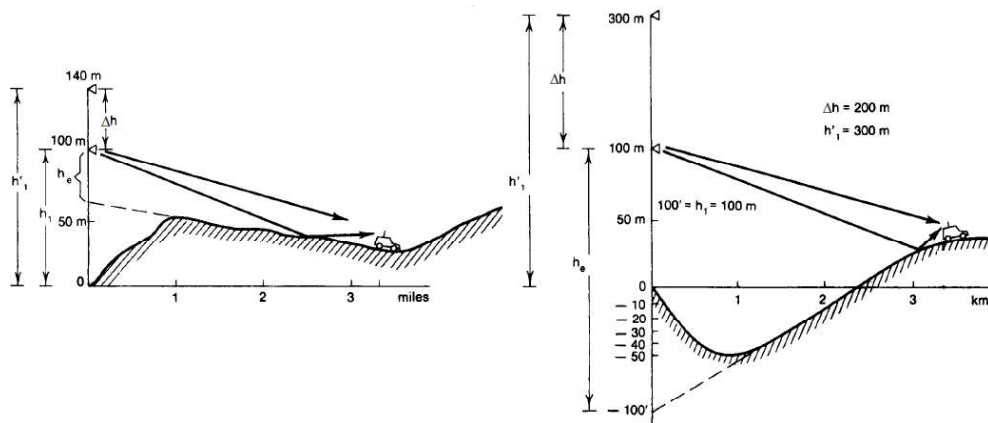
O modelo I - Lee, utiliza expressões de previsão de nível de sinal de RF, ponto a ponto, baseadas nos modelos de Lee e Picquenard, o modelo de Lee é um modelo empírico de propagação de rádio amplamente utilizado para prever a perda de percurso (*path loss*) em ambientes urbanos e suburbanos. O modelo é usualmente utilizado em redes móveis para calcular a atenuação do sinal entre a estação base e o receptor (usuário). Segundo Lee [44], o modelo possui referência a frequência de 850 MHz, entretanto, o modelo foi validado para a faixa de frequência de 150 a 2400 MHz, o que torna viável para a comparação com o caso prático que será utilizado frequências na faixa de 170 MHz.

A fórmula geral do modelo de Lee pode ser descrita com base em três casos: Onda direta, área de sombra e área sobre a água [45]. O caso de onda direta, ou seja, o caminho direto não obstrutivo é aquele que as condições de contorno não obstruem o caminho da onda do transmissor até o receptor (Figura 4.17). Nesse caso, a potência recebida é dada por (4.17):

$$P_r = P_{r_0} - \gamma \log\left(\frac{r}{r_0}\right) + 20 \log\left(\frac{h'_e}{h_1}\right) + \alpha \quad (4.17)$$

Onde,  $P_r$  é a potência recebida,  $P_{r_0}$  é a potência recebida no ponto de referência em dBm,  $r$  é a distância entre a estação transmissora e o receptor,  $r_0$  é a distância entre a estação transmissora e o receptor no ponto de referência,  $h'_e$  é a altura efetiva da antena em relação a uma distância de 1 milha,  $\gamma$  é a o fator de atenuação em função do ambiente,  $h_1$  é a altura da antena e,  $\alpha$  é o fator de correção (ganho ou perda).

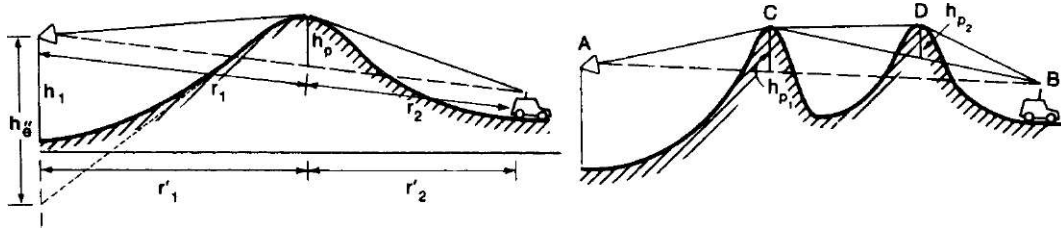
Figura 4.17 Meios de propagação não obstrutivo [45]



Já no caso em que há área de sombra, ou seja, o caminho é obstruído (Figura 4.18) pelo contorno do relevo a potência recebida é dada por (4.18) e, neste caso,  $L$  é a perda por difração. A perda por difração pode ser determinada a partir do caso de uma única aresta (*single knife-edge*) ou de uma dupla aresta (*double knife-edge*) no qual  $L$  é dado por (4.19).

$$P_r = P_{r_0} - \gamma \log\left(\frac{r}{r_0}\right) + 20 \log\left(\frac{h''_e}{h_1}\right) + L + \alpha \quad (4.18)$$

Figura 4.18 Meios obstrutivo de única aresta e dupla aresta [45]



$$\begin{aligned}
 L &= 0 \text{ dB, para } 1 \leq v \\
 L &= 20 \log(0.5 + 0.62v), \text{ para } 0 \leq v < 1 \\
 L &= 20 \log(0.5e^{0.95v}), \text{ para } -1 \leq v < 0: \\
 L &= 20 \log\left(0.4 - \sqrt{0.1184 - (0.1v + 0.38)^2}\right), \text{ para } -2.4 \leq v < -1 \\
 L &= 20 \log\left(\frac{-0.225}{v}\right) \text{ dB, para } v < -2.4
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

No caso de única aresta, onde as distâncias  $r_1$  e  $r_2$  são segmentos de  $r$  em relação ao topo da aresta.  $h_p$  é a altura da aresta e,  $v$  é obtido a partir da equação (4.20). Quando  $h_p$  é nulo, o caminho é tangencial à aresta e, portanto,  $v = 0$ .

$$v = -h_p \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} \tag{4.20}$$

Para o caso da aresta dupla, podem ser formados dois triângulos ACB e CDB mostrados na (4.18) Figura 4.18. Neste caso, cada triângulo pode ser usado para calcular Cada um pode ser usado para calcular  $v$  como  $v_1$  e  $v_2$ . Assim, a perda total de difração é obtida pelo somatório de  $L_1$  e  $L_2$ .

Por último, na condição sobre a água, a perda de caminho no espaço livre é aplicada (4.21)(4.3), onde  $d$  é a distância entre o transmissor e o receptor e  $\lambda$  é o comprimento de onda.

$$P_r = \frac{P_t}{(4\pi d/\lambda)^2} \tag{4.21}$$

### 4.2.2. Parâmetros de configuração

Para realizar a predição de cobertura utilizando o CelPlanner deve ser criado um projeto e alguns parâmetros devem ser utilizados na configuração, tais como: parâmetros de predição, limiares de predição, parâmetros dos *sites* e terminais, além das classes de serviços [43]. Conforme proposto, o parâmetro de predição utilizado, foi utilizado o Modelo I- Lee (Figura 4.19). Para o modelo utilizado, o software permite a calibração de até 34 modelos para maior precisão.

Figura 4.19 Parâmetros de predição utilizando o modelo de Lee

Type	Terrain Type Description	1 mile Signal Strength (dBm)	Loss per Decade (dB/Decade)
<input checked="" type="checkbox"/> 00	Water	-45	20
<input checked="" type="checkbox"/> 01	Low vegetation	-49	43
<input checked="" type="checkbox"/> 02	Medium vegetation	-49	45
<input checked="" type="checkbox"/> 03	Dense vegetation	-55	50
<input checked="" type="checkbox"/> 04	Suburban Area	-60	39
<input checked="" type="checkbox"/> 05	Urban Area	-64	43
<input checked="" type="checkbox"/> 06	Dense Urban Area	-70	55
<input type="checkbox"/> 07		0	0
<input type="checkbox"/> 08		0	0
<input type="checkbox"/> 09		0	0
<input type="checkbox"/> 10		0	0
<input type="checkbox"/> 11		0	0
<input type="checkbox"/> 12		0	0
<input type="checkbox"/> 13		0	0
<input type="checkbox"/> 14		0	0
<input type="checkbox"/> 15		0	0
<input type="checkbox"/> 16		0	0
<input type="checkbox"/> 17		0	0
<input type="checkbox"/> 18		0	0
<input type="checkbox"/> 19		0	0
<input type="checkbox"/> 20		0	0
<input type="checkbox"/> 21		0	0
<input type="checkbox"/> 22		0	0
<input type="checkbox"/> 23		0	0
<input type="checkbox"/> 24		0	0
<input type="checkbox"/> 25		0	0
<input type="checkbox"/> 26		0	0
<input type="checkbox"/> 27		0	0
<input type="checkbox"/> 28		0	0
<input type="checkbox"/> 29		0	0
<input type="checkbox"/> 30		0	0
<input type="checkbox"/> 31		0	0
<input checked="" type="checkbox"/> Nd	Type not defined	-49	43

Os níveis de cada parâmetro de predição estudado devem ser definidos e ajustados no CelPlan para representar graficamente, em função de cores, cada nível previsto. No caso do nível de sinal (*signal level*), os limiares de predição (*prediction thresholds*), foram configurados em oito níveis com valores superiores à -115 dBm (Figura 4.20).

Figura 4.20 Configuração dos limiares de predição

The screenshot shows the 'CelPlan - Prediction Thresholds' dialog box. It contains the following sections and values:

- Signal Level:** -80, -85, -90, -95, -100, -105, -110, -115
- S/N Ratio:** 60, 50, 40, 30, 25, 20, 15, 10
- Interference Level:** 5, 12, 17, 20, 25, 30, 40, 50
- Service Margin:** 30, 25, 20, 15, 10, 5, 0, -5
- Bit Error Rate:** 1.0E-12, 1.0E-09, 1.0E-06, 1.0E-05, 1.0E-04, 1.0E-03, 1.0E-02, 1.0E-01
- Available Data Rate:** 10, 5, 2, 1, 0.512, 0.256, 0.064, 0.001
- Service Availability:** 99.9999, 99.9990, 99.9900, 99.9000, 99.0000, 98.0000, 97.0000, 96.0000
- Number of Servers:** 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1
- Ricean K Factor:** 100, 20, 10, 6, 2, 1, 0.5, 0
- Downstream/Upstream:** Downstream Service Only, Upstream Service Only, Downstream and Upstream From Different Servers, Downstream and Upstream From Same Server
- 'No Line of Sight' Prediction:** None

Posteriormente, deve ser ajustado os parâmetros do *site*, aqui denominado de *Radio Base Station* (BTS). O CelPlan permite que o usuário edite os dados relacionados a cada estação, que deverão ser inseridos os parâmetros gerais da estação, tais como: Localização geográfica (latitude e longitude), antena, cabos, potência.

Figura 4.21 Parâmetros da Estação Radio Base

The screenshot shows the 'CelPlan - Radio Base Station - BTS' dialog box. It contains the following sections and values:

- Site:** Name, Latitude, Longitude
- Type:** Standard
- Donor:**
- Active:**  Active
- Phase:** Phase 1
- Area:**
- BSC:** BSC01
- MSC:** MSC01
- Incumbent Site:**  Incumbent Site
- Power From Link Budget:**  Power From Link Budget
- Override Terrain Altitude:** 0 m
- Model:** I-Lee
- Parameters:** P25\_170Mhz\_calbradc
- Adjustments:** Adj 1
- Sectors:** 1
- Resolution:** 3"
- Radius:** 9 Km
- Services:** F01 - ERB\_EXISTENTE, F02 - ALTO TRÁFEGO, F03, F04, F05, F06, F07, F08

Str	Cod	Typ	Azm	Tilt	Alt	Antenna	Plt	Plt	Pwr	Frq	Radio	Channel	Mig
1	1002	TR	0	0	85.0	DB616E-8C	V	V	47.05	170.2	VHF	No Channel	0

O software permite ainda que seja realizada a predição considerando diversas configurações para usuários do sistema, que são chamadas de classes de serviço

(Figura 4.23). As classes de serviço possuem informações sobre o terminal do usuário e do ambiente de operação (Figura 4.22). Utilizando as classes de serviço, o resultado é dado em percentuais de cobertura e áreas atendidas, conforme as classes de serviço ativas, além de visualização gráfica do resultado.

Figura 4.22 Configurações de ambiente e terminal do usuário

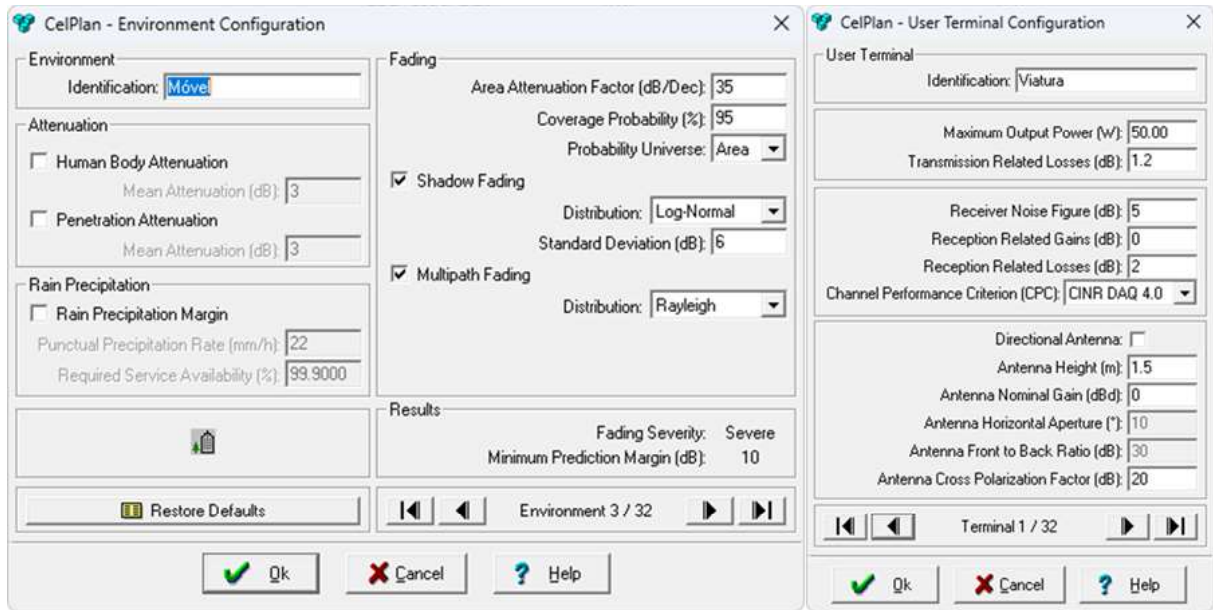
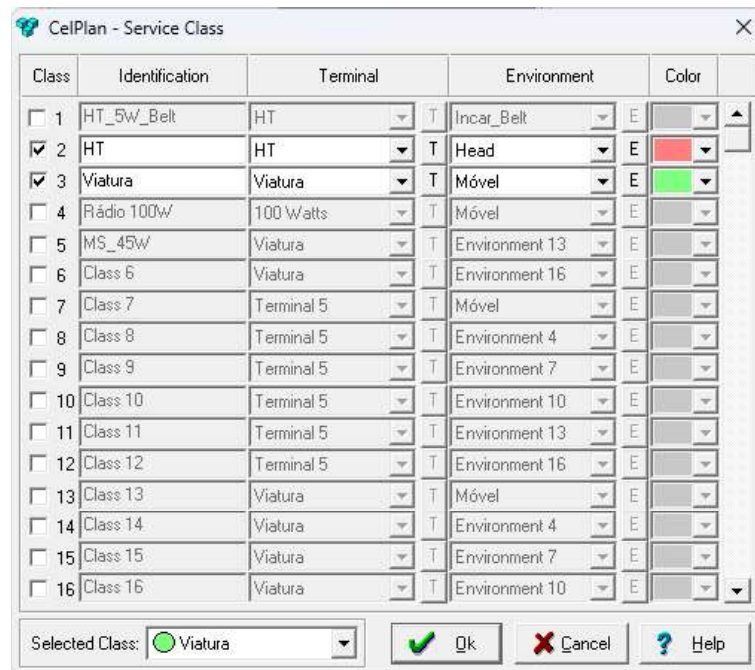


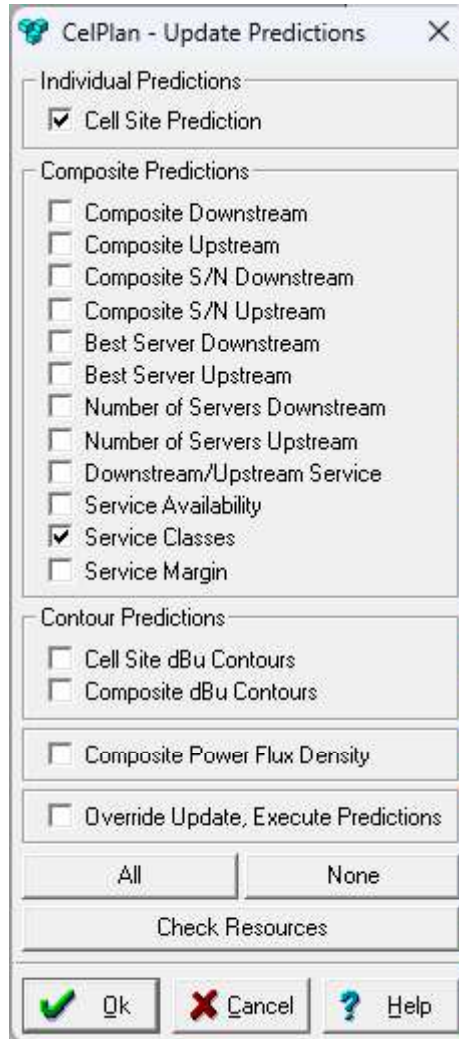
Figura 4.23 Classes de serviço



Por fim, ajustado os parâmetros de configuração, deve se atualizar as previsões (Figura 4.24) utilizando uma previsão de site individual (*Individual Predictions*) ou por

composição (*Composite Prediction*). A predição individual considera um enlace direto, do *site* até o usuário ou vice-versa. Já a predição por composição apresenta o comportamento combinado, ou global, dos sites ativos no projeto.

Figura 4.24 Atualização dos parâmetros de predição



### 4.2.3. Mapa de cobertura obtida através do CelPlanner™

Através do *software* CelPlanner™, utilizando o Modelo de Lee e as configurações do sistema P25, foi possível obter o Mapa de cobertura. Conforme predição realizada utilizando o método SSPE, o software foi executado para o mesmo *site* e para um raio de 5 Km (Figura 4.25). A Tabela 4.4 apresenta os níveis da potência do sinal previsto, em RSSI e o percentual que esses valores representam na predição de cobertura considerando a área estipulada.

Figura 4.25 Mapa de cobertura utilizando software comercial em um raio de 5 Km

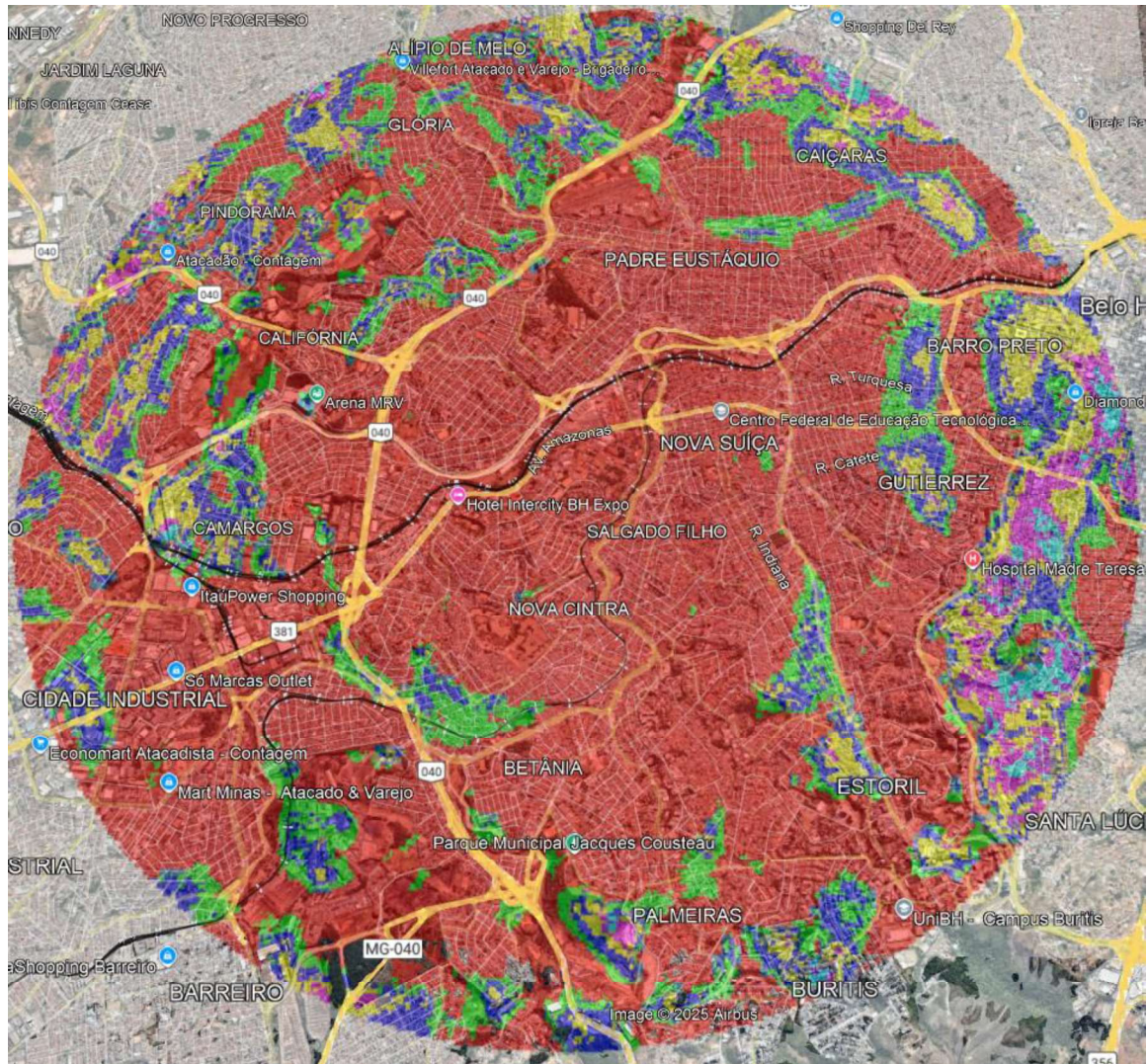


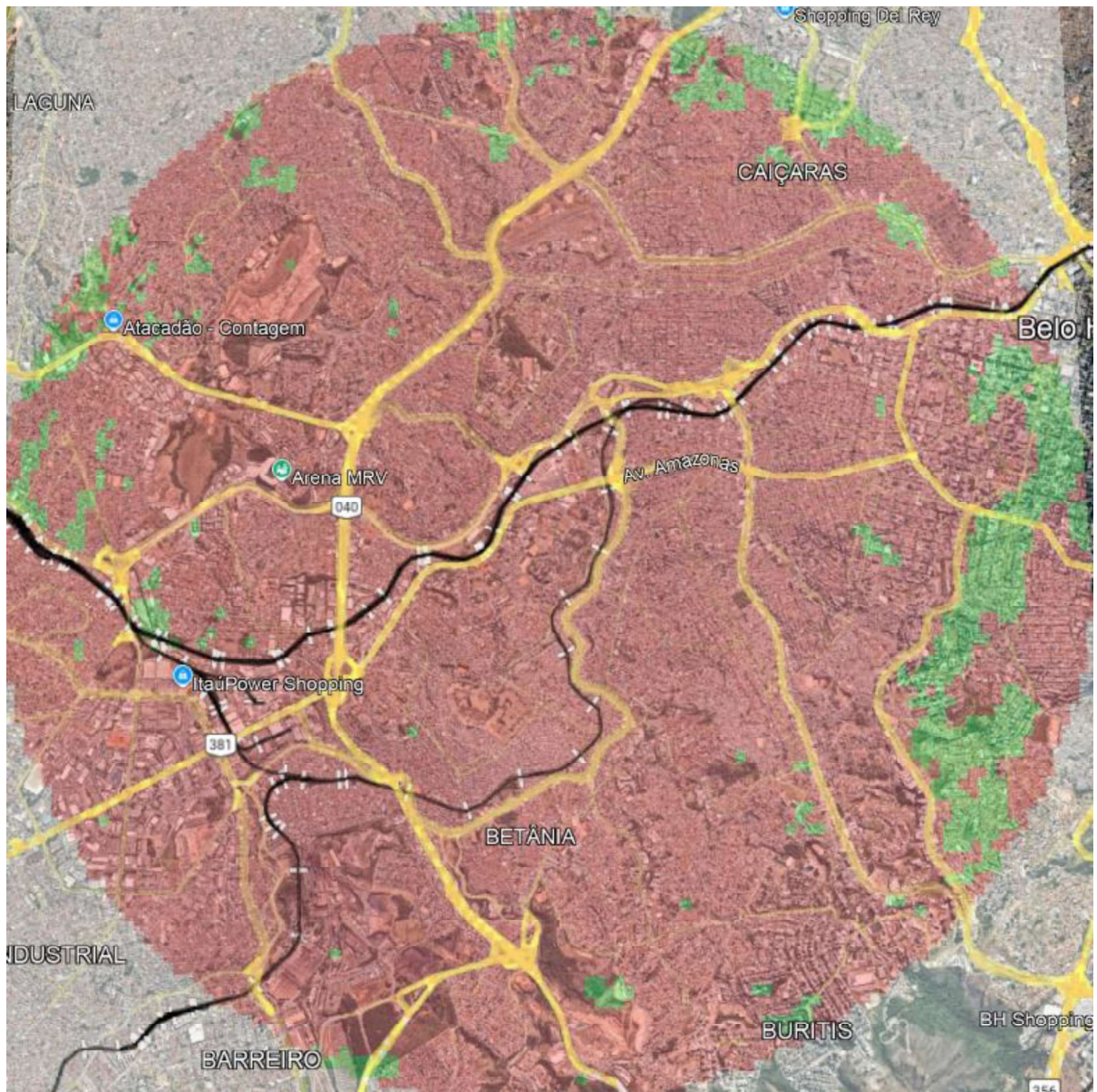
Tabela 4.5 Distribuição dos níveis de intensidade do sinal obtido através do CelPlanner

Nível do sinal	Percentual de cobertura (%)
RSSI $\geq$ -80 dBm	67,20%
- 85 dBm $\leq$ RSSI < - 80 dBm	12,70%
- 90 dBm $\leq$ RSSI < - 85 dBm	10,10%
- 95 dBm $\leq$ RSSI < - 90.0 dBm	6,30%
- 100 dBm $\leq$ RSSI < - 95.0 dBm	2,50%
- 105 dBm $\leq$ RSSI < - 95.0 dBm	1,20%
- 110 dBm $\leq$ RSSI < - 105.0 dBm	0,00%
- 115 dBm $\leq$ RSSI < - 110.0 dBm	0,00%
RSSI < - 115.0 dBm	0,00%

O software permite ainda realizar a predição de cobertura por classe de serviço, de forma que é possível sobrepor no mapa cobertura prevista para Transmissão utilizando rádio móvel ou rádio portátil, por exemplo. Nestes casos, os

equipamentos utilizam antenas diferentes e possuem potências de transmissão distintas, representando graficamente coberturas diferentes sobrepostas como pode ser visualizado na Figura 4.26 que representa, na cor vermelha, a cobertura prevista para atender rádio portátil e, na cor verde, cobertura prevista para rádio móvel e, em áreas não preenchidas com sideradas áreas de sombra para ambos os equipamentos.

Figura 4.26 Mapa de cobertura utilizando classes de serviço



### 4.3. Comparação dos resultados

O presente capítulo apresentou predições de cobertura utilizando o *software* desenvolvido utilizando o método SSPE, que permitiu uma análise de forma gráfica ao longo do percurso até os pontos de referência. Em um segundo momento, uma análise através de um mapa de cobertura abrangendo uma área em torno de um *site* de telecomunicação. E, por fim, foi realizado uma análise, através de um *software* comercial que permitiu realizar uma predição de cobertura para o mesmo *site* utilizado para o método do SSPE.

Considerando os resultados apresentados na seção 4.1.7 verifica-se que, para os *sites* 01 e 02, a técnica apresentou boa convergência em relação aos dados medidos. Através do EAM entre os valores medidos e calculados, sugere-se que a diferença entre os valores previstos é relativamente baixa, ainda mais considerando a variabilidade do sinal medido em ambos os casos. Com relação ao desvio padrão verifica-se que, conforme [42], o tipo de ambiente impactará o desvio padrão dos valores de variabilidade de localização. Os valores representativos para o desvio padrão são de 8, 10 e 12 dB para áreas urbanas, suburbanas e abertas, respectivamente. Nos casos apresentados, o resultados foram inferiores aos valores de referência.

Tabela 4.6 Percentual de cobertura em relação aos níveis de intensidade do sinal

Nível do sinal	SSPE	CelPlanner
RSSI $\geq$ -80 dBm	42,89%	67,20%
- 85 dBm $\leq$ RSSI < - 80 dBm	19,35%	12,70%
- 90 dBm $\leq$ RSSI < - 85 dBm	15,15%	10,10%
- 95 dBm $\leq$ RSSI < - 90.0 dBm	10,27%	6,30%
- 100 dBm $\leq$ RSSI < - 95.0 dBm	5,83%	2,50%
- 105 dBm $\leq$ RSSI < - 95.0 dBm	3,20%	1,20%
- 110 dBm $\leq$ RSSI < - 105.0 dBm	1,77%	0,00%
- 115 dBm $\leq$ RSSI < - 110.0 dBm	0,86%	0,00%
RSSI < - 115.0 dBm	0,68%	0,00%

Quando se analisa os resultados obtidos nas seções 4.1.8 e 4.2.3, verifica-se que o CelPlanner apresentou divergência em relação aos dados obtidos através do *software* utilizando o SSPE. Nos resultados obtidos, considerando um limiar de recepção dos rádios de -110 dBm, ambas as técnicas apresentariam resultados de cobertura similares, sendo que, para o CelPlanner cobertura seria de 100% para a

à área analisada e 98,46% de cobertura se verificado através do método do SSPE. Entretanto, quando se analisa em relação aos níveis de tensão e percentuais previstos de cada nível de intensidade de sinal recebido (Tabela 4.6), os sinais previstos pelo CelPlanner são superiores apesar de ambas apresentarem manchas de cobertura similares quando se analisa os pontos de maior intensidade do campo e os pontos que apresentam maior atenuação. Tal fato pode se dar por diversos fatores, inclusive pelo fato da aplicação ter sido calibrada, considerando os diversos tipos de relevo da RMBH, além de considerando fatores topográficos e morfológicos.

Neste estudo, consideras os fatores morfológicos como os dados que são definidos para uso do solo que, no contexto do CelPlan utiliza classificações como: urbano, suburbano, urbano denso, vegetação (baixa, média, florestas) [46].

#### **4.4. Conclusões parciais**

O presente capítulo foi dedicado à obtenção de predição de cobertura radioelétrica utilizando a técnica SSPE através de software implementado no Matlab e o modelo de Lee através do software CelPlanner. A técnica SSPE foi empregada para determinar a intensidade do campo ao longo da superfície considerando enlaces ponto a ponto em relação ao *site* e apresentou boa convergência em relação aos dados obtidos no mapeamento da cobertura. A técnica, possibilitou ainda, obter o mapa de cobertura exportáveis para KML, permitindo visualização em *softwares* geoespaciais, como Google Earth.

O Modelo de Lee foi utilizado para predição de cobertura através do *software* comercial CelPlanner™ Edition 10.0, usado para projetar e otimizar redes sem fio. A utilização de ambas as técnicas permitiu uma análise sobre o desempenho do SSPE em relação à campanha de medição e comparativo com técnicas comercialmente utilizada e, considerando principalmente os resultados apresentados pela validação dos dados medidos e projeção da mancha de cobertura, obtidos um resultado satisfatório.

## CONCLUSÃO

Com base nos estudos desenvolvidos ao longo deste trabalho, foi possível compreender a evolução e aplicação do modelo das equações parabólicas para a predição de cobertura radioelétrica. Desde sua formulação inicial por Leontovich e Fock até sua consolidação como ferramenta amplamente utilizada na modelagem de propagação, observou-se sua relevância na análise de radiocomunicações em diferentes cenários.

A implementação da técnica SSPE no MATLAB demonstrou-se eficaz na determinação da intensidade de campo ao longo da superfície, permitindo a obtenção de mapas de cobertura compatíveis com softwares geoespaciais, como o Google Earth. A modelagem realizada apresentou boa convergência em relação aos dados de mapeamento real da cobertura, indicando a aplicabilidade da técnica no planejamento de sistemas de radiocomunicação.

Além disso, a investigação da estrutura de radiocomunicação da Polícia Militar de Minas Gerais na Região Metropolitana de Belo Horizonte possibilitou uma contextualização prática da aplicação dos modelos analisados. A implementação desses dados em ferramentas de predição permitiu validar os resultados obtidos, contribuindo para a avaliação da cobertura e desempenho da rede em um ambiente real.

O estudo comparativo entre a técnica SSPE e o modelo de Lee, implementado no software comercial CelPlanner, permitiu avaliar a performance de ambas as abordagens. A análise dos resultados demonstrou que a técnica SSPE, ao permitir a obtenção de mapas de cobertura, apresentou dados de potência recebida em RSSI inferiores aos apresentados pelo CelPlanner, entretanto, ambas apresentaram mapas de predição de cobertura similares quando se analisa os pontos de maior intensidade do campo e os pontos que apresentam maior atenuação. Vale ressaltar que, o *software* comercial foi utilizado considerando fatores de calibração dos dados para a RMBH, o que otimiza o software em relação ao SSPE em relação a fatores topográficos e morfológicos.

Dessa forma, o trabalho realizado reforça a importância da utilização de modelos matemáticos e computacionais no planejamento de redes de radiocomunicação, demonstrando que a técnica SSPE pode ser aplicada com sucesso em estudos de propagação, além de se configurar como uma alternativa às soluções comerciais existentes.

## PROPOSTA DE CONTINUIDADE

Esta seção apresenta sugestões para a continuidade deste estudo para ampliar as análises realizadas, aprimorar os métodos empregados e investigar novas possibilidades dentro do escopo deste trabalho.

A seguir, são listadas algumas direções que podem ser exploradas em pesquisas futuras:

Implementar na aplicação uma forma automática de tratar os dados de topografia diretamente no *software* e obter o perfil de elevação para os enlaces sem a necessidade de utilizar softwares intermediários, tais como o QGIS;

Desenvolver um propagador para análise tridimensional (3D) utilizando o modelo de Equações Parabólicas para aplicação em ambientes diversos: *outdoor* e *indoor*;

Ampliar a análise para relevos diversos, com simulação e comparação com dados realísticos em frequências diversas e propor uma ferramenta que busque a solução NAPE ou WAPE, em virtude dos parâmetros do relevo e comprimento de onda.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Rozo, Diego Andres Parada., “Métodos de equação parabólica aplicados à previsão de cobertura radioelétrica,” PPGEE/UFMG, Belo Horizonte, MG, 2018.
- [2] Batista, Cláudio Garcia, “Propagador baseado em janela deslizante com formulação FDTD incondicionalmente estável de alta ordem,” PPGEE/UFMG, Belo Horizonte, MG, 2012.
- [3] Marcelo Lúcio Nunes, “Predição de cobertura radioelétrica em ambiente urbano complexo utilizando base de dados descritiva de alta resolução,” PPGEE/UFMG, Belo Horizonte, 2017.
- [4] G. Apaydin e L. Sevgi, “The Split-Step-Fourier and Finite-Element-Based Parabolic-Equation Propagation-Prediction Tools: Canonical Tests, Systematic Comparisons, and Calibration,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, pp. 66 - 79, 2010.
- [5] C. Batista; C. Rego, “An integral equation model for radiowave propagation over inhomogeneous smoothly irregular terrain,” *Microwave and Optical Technology Letters*, pp. 26-31, 2012.
- [6] D. A. P. Rozo, “PARABOLIC EQUATION AND RAY TRACING FORMULATIONS FOR THE DEVELOPMENT OF RADIOWAVE PROPAGATION MODELS IN NON-HOMOGENEOUS MEDIA,” Belo Horizonte, MG, 2023.
- [7] Kristin Åstebøl, “Numerical Methods for Electromagnetic Field Propagation over an Undulating Surface in the Frequency Region of 110 MHz,” NTNU - Trondheim, 2013.
- [8] Polícia Militar de Minas Gerais, “Plano Estratégico: 2020 – 2023,” Belo Horizonte, MG, 2020.
- [9] M. Levy, “Parabolic Equation Methods for Electromagnetic Wave Propagation,” IET, 2000.
- [10] E. S. Malevich, M. S. Mikhailov e V. A. Permyakov, “Method of the Parabolic Equation and its Application in Educational and Engineering Practice,” IV International Conference on Information Technologies in Engineering Education, Moscow, Rússia, 2018.
- [11] M. Leontovich e V. Fock, “Solution of propagation of electromagnetic waves along the Earth's surface by the method of parabolic equations,” *Journal of Physics USSR*, vol. 10, pp. 13-23, 1946.
- [12] V. A. Fock, *Electromagnetic Diffraction and Propagation Problems*, Pergamon Press, 1965.
- [13] G. N. Watson, “The diffraction of electric waves by the earth,” *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 95, pp. 83-66, 1918.
- [14] B. v. d. Pol e H. Bremmer, “The propagation of radiowaves over a finitely conducting earth,” *Philosophical Magazine*, vol. 24, pp. 171-176, 1937.

- [15] R. Hardin e F. Tappert, "Applications of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations," *SIAM Rev.*, vol. 15, p. 423, 1973.
- [16] F. Tappert, "The parabolic equation method," em *Wave Propagation in Underwater Acoustics*, New York, J.B. Keller and J.S. Papadakis, 1977, pp. 224-287.
- [17] G. D. Dockery e G. C. Konstanzer, "Recent Advances in Prediction of Tropospheric Propagation Using the Parabolic Equation," *Johns Hopkins APL Technical Digest*, vol. 8, pp. 404-412, 1987.
- [18] V. Gadwal e A. Barrios, "Channel modeling using the parabolic equation for RF communications," *IEEE Military Communications Conference*, pp. 1-6, 2009.
- [19] O. Ozgun, M. K. G. Apaydin e L. Sevgi, "PETOOL: MATLAB-based one-way and two-way split-step parabolic equation tool for radiowave propagation over variable terrain," *Computer Physics Communications*, vol. 182, p. 2638–2654, 2011.
- [20] R. Oliveira, "Predição de cobertura radioelétrica usando métodos de equação parabólica em ambiente metroviário urbano na faixa de VHF," PPGEE/UFMG, 2018.
- [21] G. Apaydin e L. Sevgi, *Radio wave propagation and parabolic equation modeling*, Wiley, 2018.
- [22] L. Sevgi, C. Uluisik e F. Akleman, "A MATLAB-based two-dimensional parabolic equation radiowave propagation package," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 47, nº 4, pp. 164-175, 2005.
- [23] O. Ozgun, "Recursive two-way parabolic equation approach for modeling terrain," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 57, p. 2706–2714, 2009.
- [24] Anritsu, "MR Master Land Mobile Radio Modulation Analyzer," [Online]. Available: <https://www.anritsu.com/en-us/test-measurement/products/s412e>. [Acesso em 28 Novembro 2024].
- [25] Polícia Militar de Minas Gerais, "Edital de Licitação, pregão presencial internacional 368/2015. Registro de Preços para aquisição do Sistema de Radiocomunicação Digital, Tecnologia P25 fase 2, em VHF para a 1ª, 2ª e 3ª Regiões de Polícia Militar de Minas Gerais (Região Metropolitana de B)," 2024. [Online]. Available: <https://www.compras.mg.gov.br>. [Acesso em 05 maio 2024].
- [26] ANATEL, "Resolução nº 568, de 15 de dezembro de 2008 (REVOGADA)," [Online]. Available: <https://www.anatel.gov.br/legislacao/resolucoes/26-2011/35-resolucao-568>. [Acesso em 05 maio 2024].
- [27] N. D. Grechanik, A. V. Arzhakov e O. V. Tarakanov, "Research in radio frequency signals using APCO P25 standart in Moscow," *2017 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering*, 2017.

- [28] BYNE, “Entenda o P25,” [Online]. Available: [www.byne.com.br/entenda-o-p25](http://www.byne.com.br/entenda-o-p25). [Acesso em 27 Outubro 2024].
- [29] CISA, “Statement of Project 25 (P25) User Needs. Project 25 Steering Committee,” [Online]. Available: <https://cisa.gov..> [Acesso em 27 Novembro 2024].
- [30] T. Diab, P. Martins e P. Godlewski, “Control Channel Scheduling for APCO Phase 2 Air Interface,” *2006 IEEE 17th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, 2006.
- [31] Motorola Solutions, “Sistema ASTRO® 25 Troncalizado e Convencional,” [Online]. Available: <https://www.motorolasolutions.com>. [Acesso em 20 Novembro 2024].
- [32] ARS Antenas Profissionais, “Antena móvel MV-00A,” [Online]. Available: <https://arseletronica.com.br/solucoes/antena-movel-mv-00a/>. [Acesso em 05 Dezembro 2024].
- [33] Anritsu, “Magnetic Mount GPS Antenna 2000-1528-R,” [Online]. Available: <https://www.anritsu.com/en-au/components-accessories/products/2000-1528-R>.
- [34] RFI Americas, “VHF Meander™ Collinear 6dBd 162-174MHz PIM Rated,” [Online]. Available: <https://www.rfiamericas.com/product/vhf-meandertm-collinear-6dbd-162-174mhz-pim-rated/>. [Acesso em 09 Dezembro 2024].
- [35] Prefeitura de Belo Horizonte, “Barreiro,” [Online]. Available: <https://prefeitura.pbh.gov.br/barreiro>. [Acesso em 05 Dezembro 2025].
- [36] CELPLAN Technologies, “CellDesigner,” [Online]. Available: <https://celplan.com/pt/celldesigner/>. [Acesso em 10 Dezembro 2024].
- [37] EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA (EMBRAPA), “Relevo do Brasil,” [Online]. Available: <https://www.cnpm.embrapa.br/projetos/relevobr/index.htm>. [Acesso em 11 Dezembro 2024].
- [38] D. -D. Wang, X. -L. Xi, Y. -R. Pu, J. -F. Liu e L. -L. Zhou, “Parabolic Equation Method for Loran-C ASF Prediction Over Irregular Terrain,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 15, pp. 734-737, 2016.
- [39] P. Zhang, L. Bai, Z. Wu e F. Li, “Effect of window function on absorbing layers top boundary in parabolic equation,” *Proceedings of 2014 3rd Asia-Pacific Conference on Antennas and Propagation*, 2014.
- [40] D. Dockery e J. R. Kuttler, “An improved impedance-boundary algorithm for fourier split-step solutions of the parabolic wave equation,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, pp. 1592-1599, 1996.

- [41] Kuttler, James R.; Janaswamy, Ramakrishna, "Improved Fourier transform methods for solving the parabolic wave equation," *Radio Science*, vol. 37, nº 2, pp. 1-11, 2002.
- [42] ITU-R, "Method for point-to-area predictions for terrestrial services in the frequency range 30 MHz to 4 000 MHz," 2019.
- [43] CelPlan Technologies, "CelPlanner User Guide Rev. 04," 2001.
- [44] W. C. Y. Lee e Ph.D.David J. Y. Lee, *Integrated Wireless Propagation Models*, McGraw-Hill Education, 2015.
- [45] W. C. Y. Lee, *Wireless and Cellular Communications*, 3 ed., McGraw-Hill Education.
- [46] Celplan Global Connectivity Solutions, "Geographical Database - CelPlan," [Online]. Available: <https://celplan.com.br/geographical-database/>.
- [47] "Improved High-Order FDTD parallel propagator for realistic urban scenarios and atmospheric conditions," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. PP, nº 99, p. 1.