

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ESCOLA DE ENGENHARIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Análise de volatilidade e risco do mercado transoceânico à
vista de minério de ferro via modelos ARMA-GARCH e medidas
de risco VaR e CVaR

José Henrique do Valle Pácola

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Rodrigues Mesquita

Belo Horizonte

Agosto, 2016

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO Nº 940

**ANÁLISE DE VOLATILIDADE E RISCO DO MERCADO TRANSOCEÂNICO À
VISTA DE MINÉRIO DE FERRO VIA MODELOS ARMA-GARCH E MEDIDAS DE
RISCO VAR E CVAR**

José Henrique do Valle Pácola

DATA DA DEFESA: 05/08/2016


"Análise de Volatilidade e Risco do Mercado Transoceânico à Vista de Minério de Ferro Via Modelos Arma-garch e Medidas de Risco VAR e CVAR"

José Henrique do Valle Pácola

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 05 de agosto de 2016.

Por:



Prof. Dr. Alexandre Rodrigues Mesquita
DELT (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Eduardo Mazoni Andrade Marçal Mendes
DELT (UFMG)



Profa. Dra. Glaura da Conceição Franco
Depto de Estatística (UFMG)

José Henrique do Valle Pácola

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares

Análise de volatilidade e risco do mercado transoceânico à
vista de minério de ferro via modelos ARMA-GARCH e medidas
de risco VaR e CVaR

Dissertação submetida à banca
examinadora designada pelo Colegiado do
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica da Universidade
Federal de Minas Gerais, como parte dos
requisitos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sinais e Sistemas

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Rodrigues Mesquita

Belo Horizonte

Agosto, 2016

P121a

Pácola, José Henrique do Valle.

Análise de volatilidade e risco do mercado transoceânico à vista de minério de ferro via modelos ARMA-GARCH e medidas de risco VaR e CVaR [manuscrito] / José Henrique do Valle Pácola. – 2016.
104 f., enc.: il.

Orientador: Alexandre Rodrigues Mesquita.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndices e anexos: f. 89-104.

Bibliografia: f. 84-88.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Índices de preços - Teses.
3. Minérios de ferro - Teses. I. Mesquita, Alexandre Rodrigues.
II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia.
III. Título.

CDU: 621.3(043)

Para minha esposa Larissa e minha filha Luísa

Para meus pais José e Nilza

Para as minhas irmãs Lílian, Simone e Daniela

Agradecimentos

E como tenho a agradecer. Agradeço primeiramente a Deus. Só a força Divina poderia me manter perseverante na busca deste propósito. Agradeço ainda por Ele ter colocado pessoas tão solidárias ao meu lado durante a realização deste estudo.

Agradeço à minha família, reduto de amor, carinho e compreensão. Às minhas irmãs Lílian, Simone e Daniela. Aos meus pais José e Nilza, perfeitos, que com tanto amor me ensinaram o valor da ética e do trabalho. Agradeço especialmente à minha esposa Larissa, que viveu todo o dia a dia dessa conquista. Foram muitos os momentos de renúncia, e ainda assim sempre me encorajando a seguir perseverante. Agradeço também à minha filha Luísa, um dom de Deus em minha vida, que a cada sorriso me enche de forças para enfrentar os desafios e buscar novos horizontes, e a quem quero repassar os valores que tive de meus pais. Como jamais pensei, meu amor por todos é ainda maior.

Agradeço ao meu orientador Alexandre, por acreditar no meu projeto e se dispor a ser meu mentor. Tenho orgulho de ter sido orientado por um profissional ético, competente e solidário. Obrigado pelas discussões, pela orientação tão assertiva e pela amizade.

Agradeço aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFMG, em especial ao professor Dr. Luís Antônio Aguirre, que por várias vezes me incentivou a continuar na busca dessa conquista.

Agradeço à Vale pelo suporte à realização do curso e à publicação do artigo. Devo agradecimento especial aos gerentes Fernando Cançado, Lilian Grabellos e Ricardo Schmaltz, que me proporcionaram a oportunidade de realizar este curso.

Agradeço à Platts por disponibilizar os dados aqui utilizados.

“Terei que correr o sagrado risco do acaso. E substituirei o destino pela probabilidade.”

(Clarice Lispector, A Paixão Segundo G.H., 1964)

“É melhor acender uma pequena vela do que amaldiçoar a escuridão.”

(Provérbio chinês)

Resumo

Com a transição em 2009 do sistema de precificação do minério de ferro no mercado transoceânico, do anual *benchmark* para o *spot*, as vendas por meio de contratos com base trimestral ou mensal, bem como vendas à vista sem contrato prévio, passaram a responder pela maior parte do minério de ferro vendido no mercado transoceânico. Nesse sentido, os agentes do mercado passaram a ter que lidar com volatilidade, e consequente aumento do risco, antes inexistentes. Os modelos ARCH, GARCH e variações são os mais amplamente utilizados para modelagem da volatilidade de séries financeiras. São também extensamente utilizados para o cálculo das medidas de risco *Value-at-Risk* (VaR) e *Conditional Value-at-Risk* (CVaR), sendo estas as medidas mais frequentemente utilizadas e de melhor assimilação pelos agentes do mercado para medição do risco. Dessa forma, este trabalho tem como objetivo modelar a volatilidade e calcular o risco para três índices do preço à vista do minério de ferro, o Iron Ore Fines 58% Fe, o IODEX 62% Fe e o Iron Ore Fines 65% Fe, de propriedade da Platts. Para tanto, são identificados modelos ARMA-GARCH de diferentes ordens para modelagem da variância condicional das séries de retorno dos índices de preço, sendo consideradas as distribuições de probabilidade normal e *t* de Student para as inovações. Os parâmetros dos modelos são estimados pelo método da máxima verossimilhança, e os modelos são selecionados considerando os critérios de informação AIC e BIC. Selecionados os modelos, usa-se da Simulação de Monte Carlo para inferência das variâncias condicionais e dos retornos futuros para vinte e duas observações, simulando os contratos de venda com base mensal, em que o preço de venda corresponde ao preço médio do último mês. Em seguida, são calculadas as medidas de risco VaR e CVaR via programação linear para nível de confiança variando de 10% a 99%. Finalmente, são calculados os retornos médios mensais truncados com base no CVaR, e discutido se há uma hierarquia de risco e retorno entre os três índices de preço para o minério de ferro.

Palavras-chave: ARCH, GARCH, VaR, CVaR, preço à vista do minério de ferro

Abstract

With the change in the seaborne iron ore pricing mechanism in 2009, from an annual benchmark system to a system based on monthly spot prices, as well as the spot sales without a pre-agreement, market agents have to deal with an increased volatility and, consequently, with an increased risk. ARCH and GARCH models are widely used to model the volatility of financial series. They have also been employed to compute the risk measures such as Value-at-Risk (VaR) and Conditional Value-at-Risk (CVaR). These measures have been increasingly adopted by market agents in evaluating risk. This work aims to model the volatility and compute the risk for the returns of three Platts-owned iron ore spot prices assessments, the Iron Ore Fines 58% Fe, the IODEX 62% Fe and the Iron Ore Fines 65% Fe. For such a purpose, we identify different orders of ARMA-GARCH models as means of modeling the conditional variance of price returns. Both normal and Student's t probability distributions are tested for the innovations. The parameters of the models are estimated via maximum likelihood and the models are selected according to the AIC and BIC information criteria. For the selected models, we run Monte Carlo Simulations to generate samples of future returns in the upcoming month and then compute the VaR and CVaR risk measures using linear programming for confidence levels varying from 10% to 99 %. Finally, we compute trimmed monthly average returns using the CVaR measures, and examined whether there is a hierarchy of risk and return between the three iron ore price assessments.

Keywords: ARCH, GARCH, ARMA-GARCH, VaR, CVaR, iron ore spot prices

Sumário

1	INTRODUÇÃO	6
1.1	HISTÓRICO E MOTIVAÇÃO.....	6
1.2	RELEVÂNCIA	7
1.3	OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	8
2	CONTEXTUALIZAÇÃO DO MERCADO DE MINÉRIO DE FERRO	10
2.1	A INDÚSTRIA DO MINÉRIO DE FERRO	10
2.2	MERCADO TRANSOCEÂNICO DE MINÉRIO DE FERRO	15
2.3	PRECIFICAÇÃO NO MERCADO SPOT	23
3	ANÁLISE DE VOLATILIDADE E RISCO.....	28
3.1	VOLATILIDADE E GESTÃO DE RISCO.....	28
3.2	SÉRIES DE RETORNO E FATOS ESTILIZADOS	30
3.3	MODELO ARCH	33
3.4	MODELO GARCH	36
3.5	MEDIDAS DE RISCO.....	37
3.5.1	MEDIDAS COERENTES DE RISCO	37
3.5.2	VALUE-AT-RISK (VAR).....	39
3.5.3	CONDITIONAL VALUE-AT-RISK (CVAR).....	41
4	METODOLOGIA.....	44
4.1	DADOS – SÉRIES DE PREÇOS E RETORNOS	45
4.2	TESTES ESTATÍSTICOS.....	47
4.2.1	TESTES DE HIPÓTESE PARA RAIZ UNITÁRIA: DICKEY-FULLER E DICKEY-FULLER AUMENTADO	47
4.2.2	TESTE DE NORMALIDADE JARQUE-BERA (JB)	50
4.2.3	TESTE DE DEPENDÊNCIA SERIAL DE LJUNG-BOX	51

4.2.4	TESTE ARCH (MULTIPLICADOR DE LAGRANGE – ARCH-LM).....	52
4.2.5	TESTE DE HETEROSCEDASTICIDADE PARA AS INOVAÇÕES SOBRE A VOLATILIDADE ESTIMADA	53
4.3	MODELAGEM DA VOLATILIDADE	53
4.4	CÁLCULO DO VAR, CVAR E DO RETORNO MÉDIO ESPERADO	58
5	<u>RESULTADOS</u>	<u>61</u>
5.1	CARACTERIZAÇÃO DAS SÉRIES DE PREÇO E DE RETORNO.....	61
5.2	TESTES ESTATÍSTICOS.....	64
5.3	IDENTIFICAÇÃO E SELEÇÃO DO MODELO	69
5.4	VAR E CVAR.....	76
5.5	RETORNO MÉDIO ESPERADO TRUNCADO	80
6	<u>CONCLUSÃO</u>	<u>82</u>
7	<u>REFERÊNCIAS.....</u>	<u>84</u>
	<u>ANEXOS</u>	<u>89</u>
	ANEXO A - FUNÇÕES MATLAB UTILIZADAS NO TRABALHO	89
	ANEXO B – TRABALHO ACEITO NO 24TH WORD MINING CONGRESS, 2016	93

Lista de Figuras

Figura 2-1 - Tipos de produtos de minério de ferro e os processos de aglomeração	14
Figura 2-2 – Exportação de minério de ferro entre 1980 e 2000 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: IISI (1990) e IISI (2000).....	16
Figura 2-3 – Produção de aço bruto entre 1980 e 2000 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: IISI (1990) e IISI (2000)	17
Figura 2-4 – Importação de minério de ferro entre 1980 e 2000 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: IISI (1990) e IISI (2000).....	18
Figura 2-5 – Produção de aço bruto entre 2000 e 2015 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: WSA (2012) e WSA (2015).....	19
Figura 2-6 – Importação de minério de ferro entre 2000 e 2015 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: WSA (2012) e WSA (2015)	20
Figura 2-7 – Exportação de minério de ferro entre 2000 e 2014 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: WSA (2012) e WSA (2015)	20
Figura 2-8 – Participação das principais empresas produtoras de minério de ferro no mercado transoceânico em 2014. Fonte: Market Realist.....	22
Figura 2-9 – Produção de minério de ferro de países selecionados para 2004 e 2016 (milhões de toneladas / ano). Fonte: Financial Times	22
Figura 2-10 - Preço de importação do MFe à vista entregue na China entre 2000 e 2016, média mensal (US\$/tonelada) – Fonte: World Bank.....	25
Figura 3-1 - Representação do significado do VaR e do CVaR em uma distribuição de probabilidade de perdas. Fonte: Sarykalin, Serraino & Uryasev (2008).....	42
Figura 4-1 - Passos para cálculo do VaR e CVaR	58
Figura 5-1 – Índices de preço IODEX 62, IO Fines 58 e IO Fines 65, outubro 2009 a dezembro 2015	61
Figura 5-2 – IO Fines 58 (P_{58}) e retornos 58 (r_{58}).....	62
Figura 5-3 – IODEX 62 (P_{62}) e retornos 62 (r_{62})	62

Figura 5-4 – IO Fines 65 (P_{65}) e retornos 65 (r_{65})	63
Figura 5-5 – Gráfico Q-Q para a série de retornos r_{58}	66
Figura 5-6 – Gráfico Q-Q para a série de retornos r_{62}	66
Figura 5-7 – Gráfico Q-Q para a série de retornos r_{65}	66
Figura 5-8 – FAC e FACP para a série de retornos r_{58}	67
Figura 5-9 – FAC e FACP para a série de retornos r_{62}	67
Figura 5-10 – FAC e FACP para a série de retornos r_{65}	67
Figura 5-11 – Critério AIC para a série de retornos r_{58}	70
Figura 5-12 – Critério BIC para a série de retornos r_{58}	70
Figura 5-13 – Critério AIC para a série de retornos r_{62}	70
Figura 5-14 – Critério BIC para a série de retornos r_{62}	70
Figura 5-15 – Critério AIC para a série de retornos r_{65}	71
Figura 5-16 – Critério BIC para a série de retornos r_{65}	71
Figura 5-17 – FAC e FACP inovações modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) para r_{58}	72
Figura 5-18 – FAC e FACP inovações modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) para r_{62}	73
Figura 5-19 – FAC e FACP inovações modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) para r_{65}	73
Figura 5-20 – Preços P_{58} , retornos r_{58} e variância h_{58}^2	74
Figura 5-21- Preços P_{62} , retornos r_{62} e variância h_{62}^2	74
Figura 5-22 – Preços P_{65} , retornos r_{65} e variância h_{65}^2	75
Figura 5-23 – VaR para as séries de retornos	77
Figura 5-24 – CVaR para as séries de retornos	77
Figura 5-25 – VaR e CVaR IO Fines 58	78
Figura 5-26 – VaR e CVaR IODEX 62	78
Figura 5-27 – VaR e CVaR IO Fines 65	79
Figura 5-28 – VaR e σ VaR	79
Figura 5-29 – CVaR e σ CVaR	79
Figura 5-30 – Retornos médios esperados $E[r]_{\beta}$ para $\beta = 90\%$ e CVaR para $\beta = 90\%$	81

Lista de Tabelas

Tabela 2-1 - Histórico de produção de minério de ferro dos principais países produtores (milhões de toneladas / ano).....	12
Tabela 4-1 – Especificação de referência para os índices de preço de minério de ferro. Fonte: S&P Global Platts (2016), adaptado pelo autor.....	46
Tabela 4-2 – Valores críticos para a estatística Tau (τ) do teste Dickey-Fuller para 1% e 5% de confiança	50
Tabela 4-3 – Valores críticos para a distribuição Chi-Quadrado	51
Tabela 4-4 – Funções MatLab utilizadas durante a etapa de modelagem ARMA-GARCH	54
Tabela 5-1 – Estatística descritiva para as séries de preços e retornos	64
Tabela 5-2 – Estatísticas do teste ADF sobre os retornos.....	65
Tabela 5-3 – Estatísticas do teste JB sobre os retornos.....	65
Tabela 5-4 – Estatísticas do teste LB sobre os retornos	68
Tabela 5-5 – Estatísticas do teste LB sobre os retornos ao quadrado	68
Tabela 5-6 – Estatísticas do teste ARCH-LM sobre os retornos	69
Tabela 5-7 – AIC e BIC para os modelos com menor soma do AIC.....	71
Tabela 5-8 – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1)	72
Tabela 5-9 – Estatísticas do teste ARCH-LM sobre as inovações ao quadrado e sobre o quadrado das inovações dividido pela variância (defasagem 2, confiança = 5%).....	75
Tabela 5-10 – Valores de VaR e desvio padrão (σ VaR) para as séries de retorno	76
Tabela 5-11 – Valores de CVaR e desvio padrão (σ CVaR) para as séries de retorno	76
Tabela 5-12 – Retorno médio esperado truncado $E[r]_{\beta}$	80

1 Introdução

Neste capítulo é introduzida a recente evolução do mercado transoceânico de minério de ferro e o surgimento da volatilidade, que serve como motivador para o estudo. Em seguida, são delineados os objetivos e a organização do trabalho.

1.1 Histórico e motivação

Até meados dos anos 2000 o mercado transoceânico de minério de ferro se caracterizou por uma baixa volatilidade, uma vez que a sua precificação se dava pelo sistema conhecido por “mercado *benchmark*”. Nesse sentido, os preços eram determinados por meio de negociação anual entre uma das três maiores produtoras de minério de ferro, sendo elas a brasileira Vale e as anglo-australianas Rio Tinto e BHP Billiton, e as grandes siderúrgicas japonesas e europeias. O preço acordado passava a ser a referência mundial para os contratos de compra e venda de minério, nos quais ficavam estabelecidas as condições de preço e entrega e que poderiam durar por mais de um exercício fiscal.

Entretanto, a partir dos anos 2000, a produção de aço na China passou a aumentar ano após ano de forma acentuada, com a demanda transoceânica por minério de ferro crescendo, em decorrência, da mesma forma. Uma das consequências foi o declínio na adoção de contratos anuais de compra e venda de minério, uma vez que as mineradoras passaram a obter melhores preços nas vendas à vista, sem contratos previamente definidos e com entrega definida no momento da venda. Essa prática é conhecida como “mercado *spot*”. Além das vendas à vista, contratos de menor prazo, principalmente trimestrais, passaram a ser utilizados no lugar dos contratos anuais, tendo como referência para a precificação índices baseados nos preços do mercado *spot*. Com o crescimento tanto do

mercado *spot* quanto da adoção de contratos de menor prazo, os agentes do mercado de minério de ferro passaram a ter que lidar com uma crescente volatilidade nos preços e conseqüente aumento do risco de mercado.

Estudos de volatilidade e risco para o mercado de *commodities* metálicas e de energia são temas corriqueiros nos estudos acadêmicos, e dão grande base para este trabalho. Muitos estudos se utilizam dos modelos autorregressivos de variância condicional da família ARCH (ENGLE, 1982) e GARCH (BOLLERSLEV, 1986) para modelagem da volatilidade das séries de retornos, bem como para o cálculo das medidas de risco *Value-at-Risk* (VaR) e *Conditional Value-at-Risk* (CVaR).

Há exemplos de estudos utilizando modelos da família GARCH para o mercado de petróleo, como em Agnolucci (2009) e Narayan & Narayan (2007). Para *commodities* metálicas, encontram-se trabalhos para ouro (CAPIE, MILLS & WOOD, 2005; TULLY & LUCEY, 2007), cobre (BRACKER & SMITH, 1999), prata (LEE & LIN, 2011; HARPER ET AL., 2013), entre outros. Modelos ARCH, GARCH e variações são comumente empregados no cálculo das medidas de risco VaR e CVaR fazendo uso de Simulação de Monte Carlo (DENG, MA & YANG, 2011; WANG ET AL., 2010; ALOUI & MABROUK, 2010).

Como a transição do mercado *benchmark* para mercado *spot* no minério de ferro é relativamente recente, há uma escassez relativa de trabalhos envolvendo análise de volatilidade e risco para tal produto. O único estudo encontrado é o de Ma (2013), que se dedicou a estudar a volatilidade do mercado de minério de ferro via modelos EGARCH (*Extended* GARCH) antes e após a modificação no sistema de precificação, de *benchmark* para contratos trimestrais baseados no índice de preço *spot*. O autor baseou seu estudo nos dados históricos da série de preço IODX 62% Fe.

1.2 Relevância

A análise de risco está entre os temas mais importantes em Econometria Financeira, sendo os modelos de variância condicional ARCH e GARCH e as

medidas de risco VaR e CVaR amplamente utilizados para a modelagem da volatilidade condicional e medição do risco, respectivamente. O minério de ferro é um dos principais itens da pauta de exportações brasileiras, mas ainda são poucos os trabalhos que se dedicam a estudar o risco desse mercado, dado que o surgimento de volatilidade no mercado transoceânico é relativamente recente. Com a contextualização do atual cenário de mercado de minério de ferro, a caracterização das séries de retorno dos índices de preço *spot* e a modelagem da volatilidade e mensuração do risco, busca-se com este trabalho colaborar para um maior entendimento da nova conjuntura do mercado de minério de ferro, contribuindo assim para a estimação da volatilidade do preço e quantificação do risco associado a tal mercado. Ademais, o estudo econométrico de retornos de preços faz uso de ferramentas estatísticas e estocásticas, bem como de técnicas de modelagem comuns aos estudos de Engenharia. A área de Sinais e Sistemas lida com ferramentas de tratamento de dados e de modelagem de séries temporais adequadas para a realização do estudo, justificando o enquadramento do tema ao Programa.

1.3 Objetivos e organização do trabalho

Este trabalho visa o estudo da volatilidade e risco do mercado transoceânico de minério de ferro. Pretende-se, também, realizar um estudo comparativo de volatilidade e risco entre os índices de preço à vista de minério de ferro de alto e baixo teor. Os objetivos são:

- Modelar a volatilidade dos índices de preço Platts IO Fines 58% Fe, IODEX 62% Fe e IO Fines 65% Fe via modelos do tipo ARMA-GARCH;
- Selecionar o modelo para cada série de preço utilizando os critérios de informação AIC e BIC;
- Simular os retornos para um mês (22 observações), simulando o sistema de precificação mensal baseado nos índices de preço estudados;
- Calcular as medidas de risco VaR e CVaR para cada índice de preço estudado;

- Estimar o retorno médio esperado no período simulado para cada índice de preço estudado.

É importante salientar que este trabalho tem foco em estudo comparativo de risco, e não na definição de carteira de ativos, muito comum em trabalhos que envolvam as medidas de risco VaR e CVaR.

O capítulo 2 é dedicado à conceituação do mercado de minério de ferro, cujo conhecimento de suas especificidades é de suma importância para a posterior compreensão da metodologia e ferramentas adotadas.

O capítulo 3 é dedicado à revisão da teoria de volatilidade e risco, incluindo um estudo sobre fatos estilizados em séries financeiras. São conceituados os modelos ARCH e GARCH, e as medidas VaR e CVaR.

O capítulo 4 é composto pela metodologia, em que é descrito o passo a passo para realização da identificação, seleção dos modelos e cálculo das medidas de risco. São também descritos os dados utilizados, e os testes estatísticos pré e pós-estimação.

O capítulo 5 traz os resultados, incluindo os modelos selecionados, as variâncias condicionais, os valores de VaR, CVaR e do retorno médio esperado.

O capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho, delineando os principais resultados bem como as sugestões para continuação da pesquisa.

2 Contextualização do Mercado de Minério de Ferro

Neste capítulo é realizada uma breve revisão do mercado de minério de ferro, introduzindo alguns conceitos da indústria, questões de demanda e oferta, a alteração no sistema de precificação de *benchmark* para *spot*, e o surgimento da volatilidade neste mercado.

2.1 A indústria do minério de ferro

O Minério de ferro é um recurso natural mineral não renovável, abundante na crosta terrestre. Inúmeros minerais possuem ferro em sua composição, mas somente os óxidos como a hematita (Fe_2O_3), a magnetita (Fe_3O_4), a goethita (FeO/OH) e a siderita (FeCO_3) apresentam grandes concentrações (DEPARTAMENTO NACIONAL DE PRODUÇÃO MINERAL, 2009) capazes de viabilizar a produção econômica.

A abundância mineral do ferro no planeta e o relativo conhecimento geológico das potenciais jazidas de escala mundial não garantem domínio sobre sua *exploração* (termo técnico cunhado na mineração para designar, em resumo, “exploração econômica de uma jazida”), que varia historicamente com a evolução técnica da atividade e com a dinâmica do mercado. A distribuição locacional da atividade econômica do minério de ferro depende, basicamente, dos seguintes fatores:

- Presença de jazidas de minério de ferro economicamente viáveis;
- Exaustão das jazidas exploradas, o que exige desenvolvimento de novas jazidas;

- Desenvolvimento técnico do maquinário envolvido na produção, principalmente na atividade de lavra, que determina a viabilidade técnica de se explorar uma jazida;
- Desenvolvimento das técnicas de processamento e concentração dos minérios de baixo teor de ferro;
- Política econômica e mineral dos países detentores de recursos;
- A conjuntura econômica internacional, a localização e a evolução da demanda nos mercados consumidores, que determinam, entre outras questões, a viabilidade logística da atividade;
- Rigidez das legislações ambientais incidentes sobre as mineradoras, em que consideráveis volumes de recursos podem ter sua exploração econômica inviabilizada na intenção de se preservar a flora, fauna, recursos hídricos, o relevo natural do terreno e as cavidades com relevância ambiental e/ou histórica;
- Relação da empresa exploradora com as comunidades próximas às jazidas minerais, uma vez que o processo de licenciamento passa por audiências públicas, e a aceitação da atividade pela comunidade é vital para evitar interrupções ou inviabilização da atividade.

Segundo os dados da World Steel Association (2015) na Tabela 2-1, os principais países produtores de minério de ferro são Austrália e Brasil. Outros importantes produtores são China, Índia, Rússia, Ucrânia, África do Sul, Estados Unidos, Canadá e Suécia.

*Tabela 2-1 - Histórico de produção de minério de ferro dos principais países produtores
(milhões de toneladas / ano)*

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Austrália	176,3	181,1	187,2	212,0	234,7	257,5	275,1	299,0	349,8	394,1	432,8	477,3	520,0	608,9	723,7
Brasil	208,8	210,0	225,1	245,6	270,5	292,4	318,6	336,5	346,0	305,0	372,0	397,0	380,1	391,1	399,4
China	105,3	102,0	108,8	122,7	145,7	286,7	355,8	401,9	325,9	241,0	358,5	345,1	336,1	266,1	193,2
Índia	74,9	79,2	86,4	99,1	120,6	142,7	180,9	206,9	223,0	223,6	209,0	191,8	152,6	136,1	129,8
Rússia	86,6	82,5	84,2	91,8	97,0	96,8	103,9	105,0	99,3	92,1	99,1	103,8	103,3	102,5	101,4
Ucrânia	55,7	54,7	58,9	62,5	65,6	68,6	73,1	77,4	71,8	65,8	79,2	81,2	80,8	83,7	82,4
África do Sul	33,7	34,8	36,5	38,1	39,3	39,5	41,3	41,6	49,0	55,4	55,0	52,9	59,0	60,6	66,9
Estados Unidos	63,1	45,8	51,5	48,5	54,7	54,3	52,7	52,5	53,6	26,7	49,9	54,7	54,0	52,0	54,3
Canadá	35,9	27,9	30,9	33,3	28,6	30,1	34,9	34,1	33,4	33,0	37,5	37,1	39,4	41,8	44,2
Suécia	20,6	19,5	20,3	21,5	22,3	23,3	23,3	24,7	23,8	17,7	25,3	26,1	26,5	27,3	28,1

O minério de ferro é a matéria-prima básica da siderurgia, respondendo pelas unidades metálicas (Fe) na alimentação dos reatores de redução, como o alto-forno e os módulos de redução direta. Processado nessas instalações, o minério dá origem ao ferro primário (gusa ou DRI/HBI) que, tratado nas aciarias, converte-se em aço (MOURÃO, 2008). O aço está presente na indústria da construção civil e infraestrutura de base, indústria automobilística, de linha branca, de equipamentos agrícolas, naval, aeroespacial, entre muitas outras, sendo, portanto, essencial para o desenvolvimento econômico de um país.

São duas as principais rotas para a produção de aço: a primeira e mais importante em participação na produção mundial é a rota em alto-forno (*blast furnace-basic oxygen furnace* – BF-BOF), em que a carga metálica (entende-se por carga metálica a mistura de produtos de minério de ferro para alimentação nos fornos de redução) é diretamente carregada no alto-forno ou nos módulos de redução direta, que farão a redução (processo de retirada do oxigênio da carga

metálica); a segunda é a rota que utiliza fornos de arco elétrico (*electric arc furnace – EAF*), em que a carga metálica é basicamente composta por sucata de aço. Cerca de 70% da produção mundial de aço é realizada pela rota BF-BOF (WORLD STEEL ASSOCIATION, 2012), que é a de interesse para o mercado de minério de ferro.

A Figura 2-1 resume as relações entre os tipos de produtos de minério de ferro e os processos de aglomeração. Os produtos de minério de ferro vendidos pelas mineradoras são classificados pela granulometria, sendo divididos em três tipos: granulado (acima de 6,3 mm); *sinter feed* (entre 6,3 mm e 0,15 mm); *pellet feed* (abaixo de 0,15 mm). A definição da granulometria é fundamental para garantir a eficiência do alto-forno. Os minérios granulados possuem partículas maiores e podem ser diretamente carregados no alto-forno, com limite superior de 50 mm para que não se dificulte a reação de redução. Já os minérios finos, *sinter feed* e *pellet feed*, precisam passar por processos de aglomeração para serem carregados no alto-forno. Esses processos são denominados de sinterização e pelletização, respectivamente. Isso é necessário dado que partículas menores que 5 mm ocupam os espaços vazios no interior do alto-forno e prejudicam a fluidez dos gases de redução, que passam em contrafluxo pela carga metálica. Em geral, são as mineradoras as responsáveis pelo processo de pelletização, vendendo as pelotas às siderúrgicas. Entretanto, enquanto parte das siderúrgicas possui usinas pelletizadoras integradas, existem empresas que se encarregam somente do processo de pelletização – compram o *pellet feed* produzido pelas mineradoras, produzem as pelotas e as vendem às siderúrgicas. Já o processo de sinterização é necessariamente realizado pelas siderúrgicas, visto que o produto resultante, o sinter, é um aglomerado relativamente friável que não resiste à grande manuseio e transporte – o que poderia degradá-lo e gerar finos indesejáveis para o alto-forno.

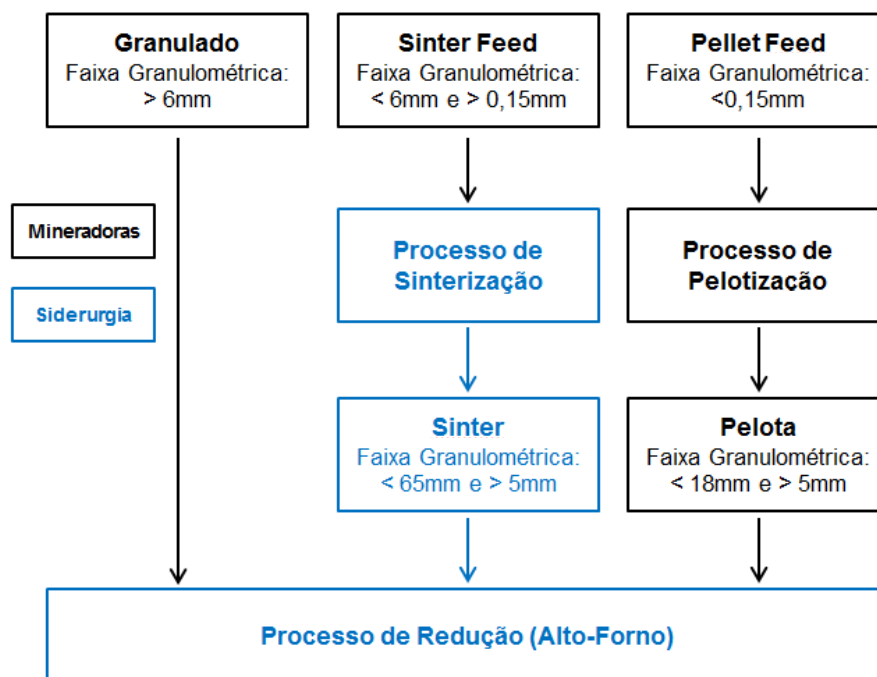


Figura 2-1 - Tipos de produtos de minério de ferro e os processos de aglomeração

Para se produzir aço de qualidade e com retorno econômico, é necessário que o minério de ferro atenda a determinadas características físico-químicas. Se a composição química e física de determinado produto de minério de ferro é superior, como para os minérios granulados e minérios de maior teor de ferro e menor teor de contaminantes, então os custos de produção do aço são reduzidos e a siderúrgica se dispõe a pagar um preço mais elevado por unidade de ferro contido no produto. Por outro lado, minério de qualidade inferior deve possuir um preço inferior o bastante para contrabalançar a queda na produtividade do alto-forno, de forma a compensar custos mais elevados para a siderúrgica. Além disso, produtos de minério de ferro com elevados teores de contaminantes são também penalizados uma vez que podem resultar em aços de pior qualidade e com maiores custos de produção. Todas essas questões são fundamentais para o sistema de precificação do minério de ferro pois afetam o preço final do produto com prêmios e descontos.

As características químicas desejáveis para a carga metálica são:

- Teor de ferro (Fe) preferencialmente acima de 62%
- Teor de sílica (SiO_2) preferencialmente abaixo de 6%
- Teor de alumina (Al_2O_3) preferencialmente abaixo de 2%
- Teor de fósforo (P) preferencialmente abaixo de 0,1%
- Outros elementos e compostos químicos são também controlados de acordo com as características específicas que a siderúrgica deseje para o aço.

2.2 Mercado transoceânico de minério de ferro

O mercado transoceânico de minério de ferro é aquele no qual o minério é exportado de um país para outro e que, necessariamente, em algum momento, tenha o modal marítimo incluído na logística. A origem desse mercado remonta do início do século XX, principalmente com as importações de minério de ferro pelos EUA. Entretanto, foi após a Segunda Guerra Mundial que esse mercado cresceu em importância no contexto mundial, isso dada a necessidade de reconstrução dos países europeus e do Japão, que tiveram sua infraestrutura bastante comprometida devido a batalhas em seus territórios. Antes da Segunda Guerra, 95% da produção de aço estava localizada nos EUA e na Europa, e somente outros sete países não incluídos nessas regiões produziam aço. Em 1975 já eram 60 países produtores de aço (SOUZA, 1991). Ainda segundo Souza (1991), 30,2 milhões de toneladas de minério foram comercializadas em 1950 no mercado transoceânico. Já em 1989, teriam sido mais de 357 milhões de toneladas comercializadas.

A Figura 2-2 traz a exportação dos maiores exportadores de minério de ferro entre os anos de 1980 e 2000, em milhões de toneladas ao ano (exportações totais). Do lado da oferta, Brasil e Austrália sempre foram os principais países exportadores de minério de ferro no mercado transoceânico, isso graças à abundância mineral e às características superiores de suas jazidas, aliadas a políticas adequadas à produção e exportação mineral. África do Sul, Índia, Canadá e Suécia também são

exportadores de relevância nesse mercado. Não presente na figura, a Ucrânia é um grande exportador, mas por via terrestre, o que não configura mercado transoceânico. Os outros grandes produtores mundiais, como Rússia e EUA, são voltados para abastecimento de seu mercado interno, sendo de pouca relevância para o mercado transoceânico, com exceção da China, cuja produção interna afeta suas importações nesse mercado.

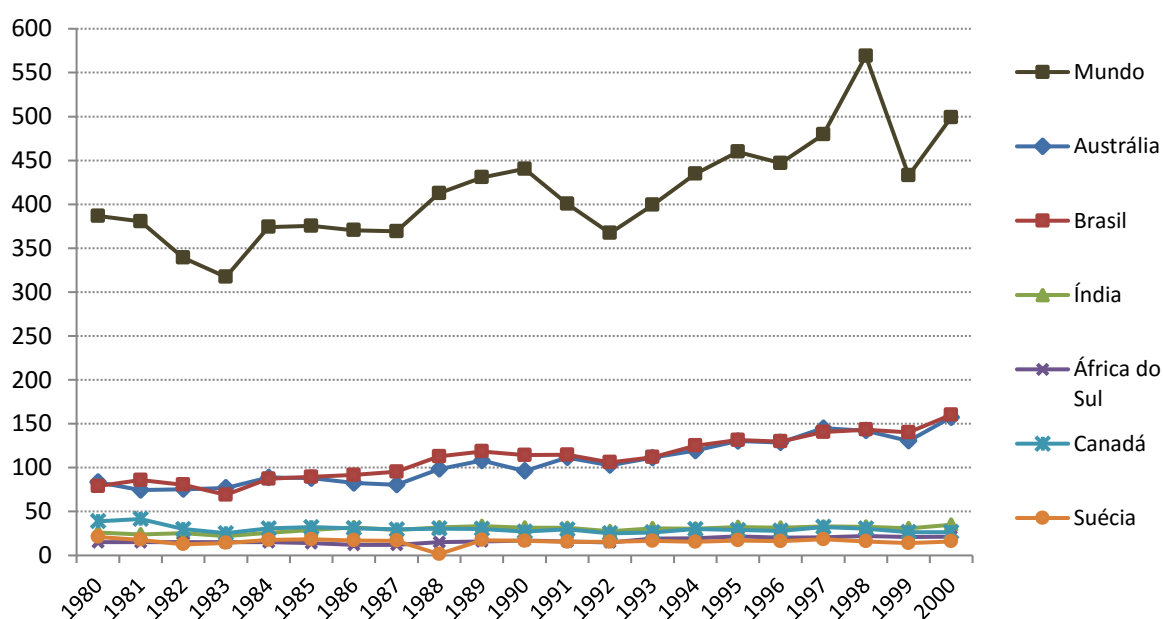


Figura 2-2 – Exportação de minério de ferro entre 1980 e 2000 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: IISI (1990) e IISI (2000)

Do lado da demanda transoceânica, até o início dos anos 2000 esta era direcionada pelas importações do Japão e de países da Europa Ocidental, principais regiões importadoras de minério de ferro até então. Vê-se na Figura 2-3 e na Figura 2-4 a produção de aço e a importação de minério de ferro respectivamente, entre os anos de 1980 e 2000. Vê-se nas figuras que a União Europeia (U.E.) era a maior região produtora de aço e, conseqüentemente, era a maior importadora de minério de ferro – nos gráficos, U.E. 28 corresponde aos 28 países membros da União Europeia, número atingido em 2013 após adesão da Croácia, e vigente em junho de

2016. O Japão também mantinha grande relevância na produção de aço e importação de minério de ferro. Observa-se, ainda, que a China já vinha aumentando sua participação na produção de aço, ultrapassando a produção de aço do Japão na década de 1990. Por consequência, a China apresenta também no período importante aumento na importação de minério de ferro, ainda com a U.E. e o Japão mantendo os postos de maiores importadores de minério de ferro. Destaca-se que no início da década de 1980 a extinta União Soviética e, a partir de sua extinção, a Rússia, são também grandes produtores de minério de ferro. Entretanto, como seus integrantes eram e continuam sendo praticamente autossuficientes na produção de minério e pouco atuantes no mercado transoceânico, suas produções foram suprimidas do gráfico.

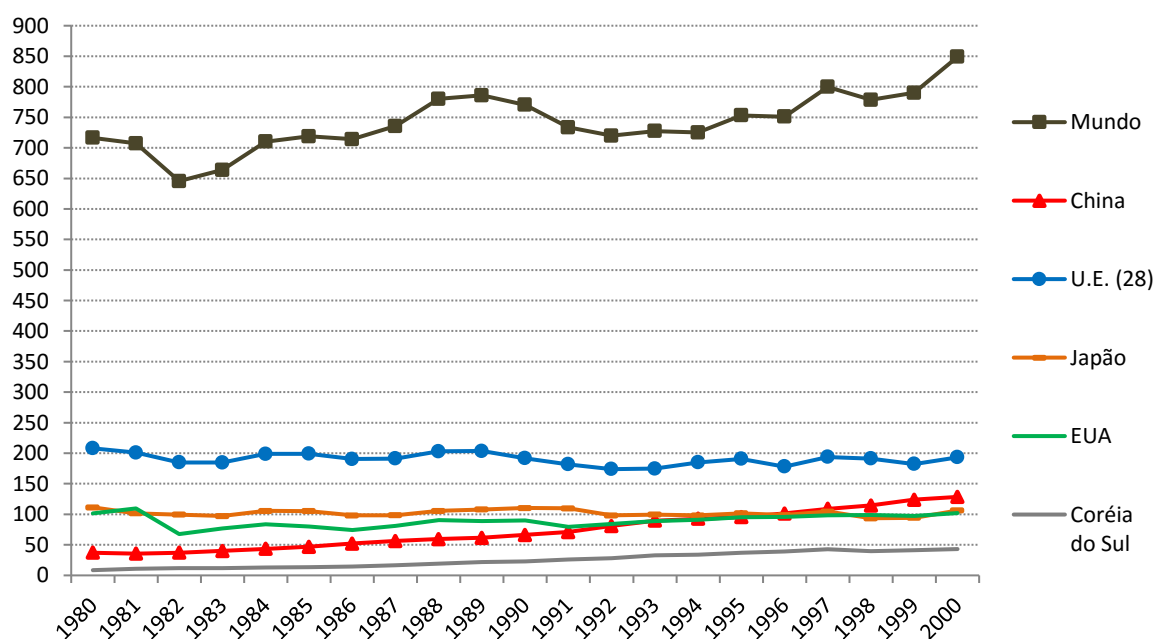


Figura 2-3 – Produção de aço bruto entre 1980 e 2000 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: IISI (1990) e IISI (2000)

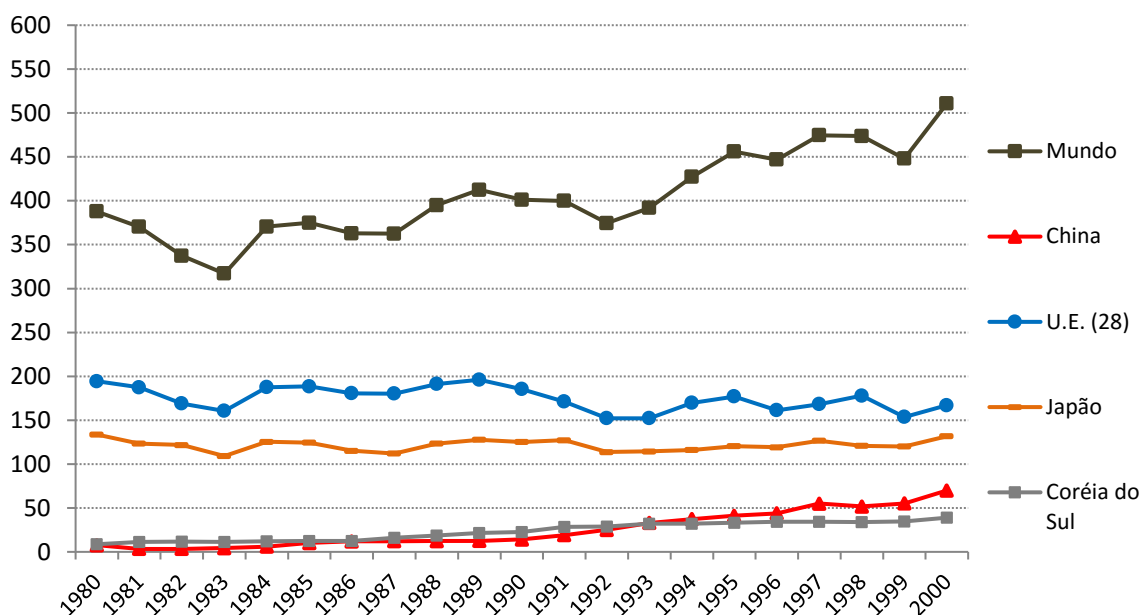


Figura 2-4 – Importação de minério de ferro entre 1980 e 2000 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: IISI (1990) e IISI (2000)

Foi a partir dos anos 2000, porém, que a China passou a ter importância cada vez maior nas importações de minério de ferro. O país passou a apresentar um consistente crescimento econômico, tendo uma taxa média anual de crescimento do Produto Interno Bruto (PIB) acima de 10% de 2000 a 2011, estando sua produção de aço em crescimento desde os anos 1980. Todavia, com a entrada do país na Organização Mundial do Comércio em 2001, o foco no crescimento vertiginoso do PIB e o maior estímulo ao processo de urbanização, industrialização e de desenvolvimento da infraestrutura de base, a produção interna de aço expandiu de forma mais intensa. A Figura 2-5 mostra a produção de aço mundial e de países selecionados entre os anos de 2000 e 2015. Vê-se que o crescimento da produção mundial se deve, basicamente, ao crescimento da produção na China. Os outros países importadores de minério de ferro transoceânico praticamente mantiveram estáveis as produções de aço, com uma leve queda na U.E. após a crise de 2008. Destaca-se que os EUA não se enquadram como grandes importadores de minério de ferro, mas foram mantidos no gráfico a fim de comparação dos outros países com uma economia desenvolvida e com indústria siderúrgica consolidada.

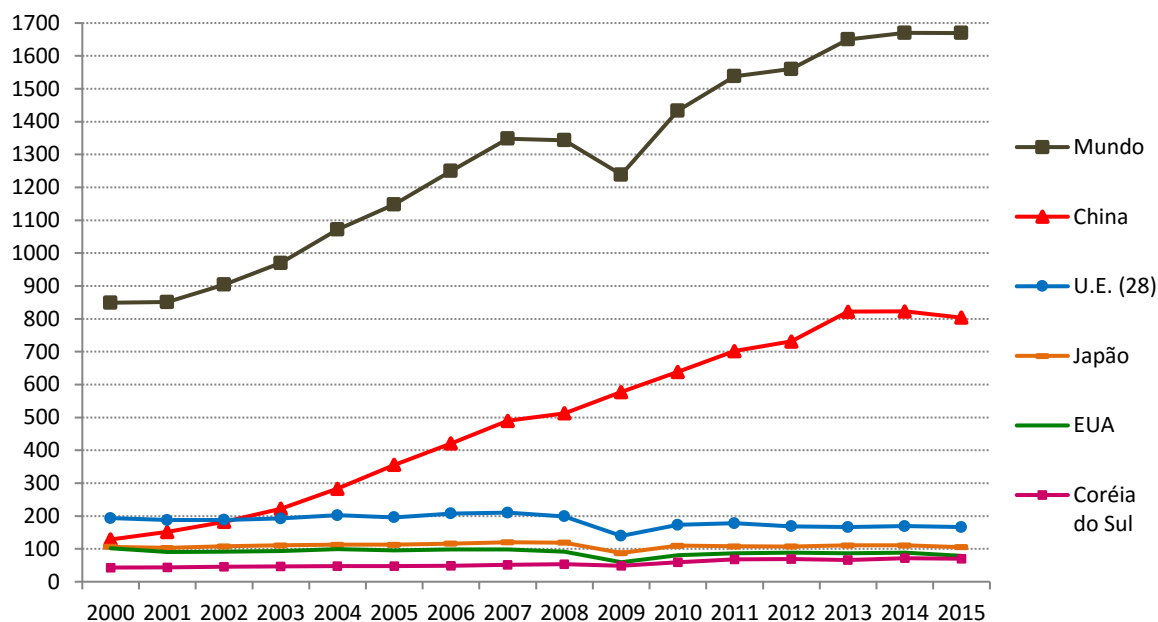


Figura 2-5 – Produção de aço bruto entre 2000 e 2015 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: WSA (2012) e WSA (2015)

A Figura 2-6 traz as importações de minério de ferro entre 2000 e 2015, e a Figura 2-7 as exportações entre 2000 e 2014. Percebe-se que, do lado da demanda, a China passou a ser a protagonista mundial. Os outros países se mantiveram praticamente constantes na importação de minério de ferro. Do lado da oferta, Brasil e, principalmente, Austrália, fortaleceram seu posicionamento nas exportações, com os outros países praticamente estáveis. Exceção foi a Índia, cujas exportações de minério de ferro reduziram quase que 90% no período devido ao banimento das exportações por parte do governo, visando reduzir casos de produção ilegal e corrupção no setor.

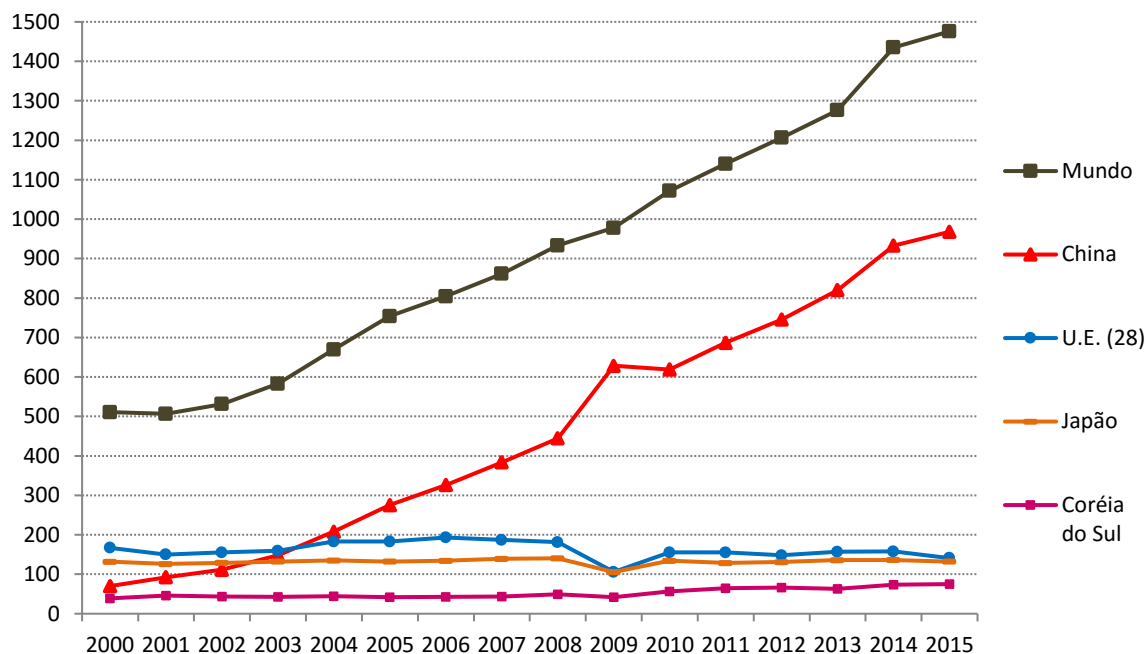


Figura 2-6 – Importação de minério de ferro entre 2000 e 2015 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: WSA (2012) e WSA (2015)

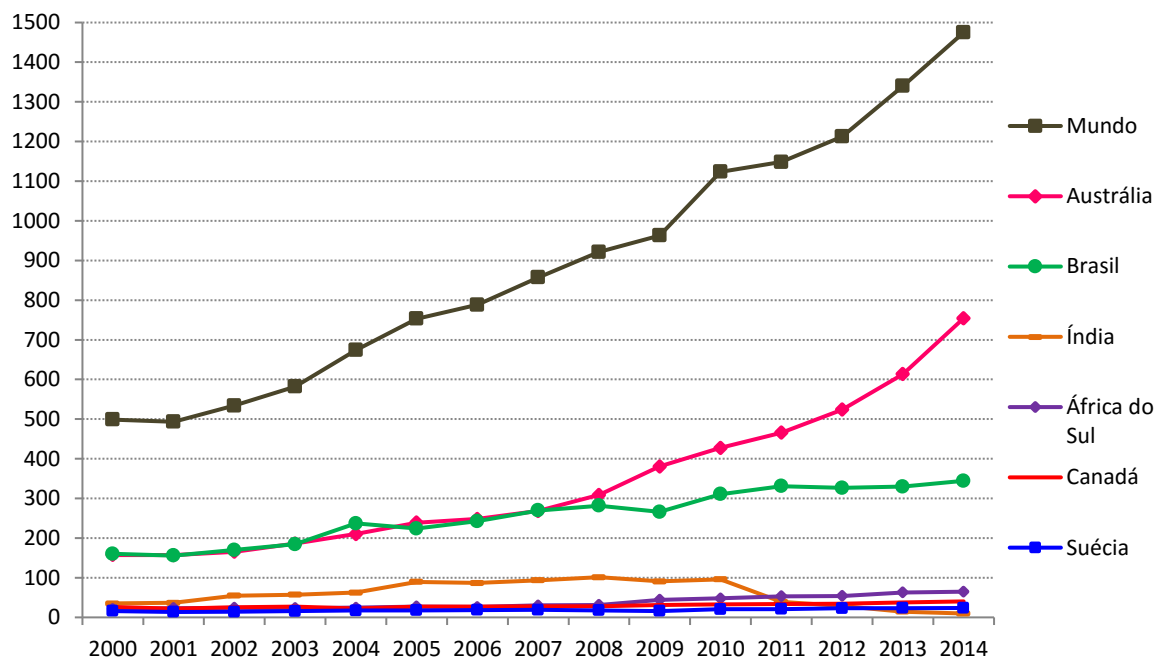


Figura 2-7 – Exportação de minério de ferro entre 2000 e 2014 de países selecionados (milhões de toneladas / ano). Fonte: WSA (2012) e WSA (2015)

Para suprir a necessidade de minério de ferro, a China buscou impulsionar a sua produção interna. Porém, por mais que o governo chinês tenha investido em pesquisas minerais visando aumentar a quantidade e qualidade de suas reservas, não houve sucesso (WU ET AL., 2016). As jazidas chinesas são majoritariamente compostas por minérios magnetíticos, de baixo teor de ferro e maior dureza, que acarretam menor recuperação mássica e oneram os custos. Hurst (2015) explica que a maioria das minas chinesas é de pequena escala, localizada distante das maiores siderúrgicas costeiras, com baixo teor de ferro e elevados teores de contaminantes em seus produtos. Com os elevados custos, o preço do minério chinês por vezes esteve mais alto que o importado. Hurst (2015) observa ainda que entre 2011 e 2014 o preço médio do minério chinês ficou em US\$ 140,53/t, mais de 16% acima do preço do minério importado com a mesma qualidade.

Em termos de produtos substitutos, a utilização de sucata na produção de aço na China cresce lentamente uma vez que a maior parte do aço é empregada na construção civil e de base, cujo ciclo de reciclagem é longo, entre 30 e 50 anos (WU ET AL. 2016). Além disso, a cadeia de sucata de aço é complexa e demanda anos para se consolidar. Por isso, a utilização de sucata nas siderúrgicas chinesas não deve crescer de forma significativa no médio prazo.

Com a demanda de minério elevada e as dificuldades na produção interna, a China se tornou o maior importador de minério de ferro a partir de 2003 no mercado transoceânico, ultrapassando as importações de Japão e da União Europeia, regiões já economicamente desenvolvidas e cuja produção de aço estava estabilizada (Figura 2-6).

Em termos de empresas produtoras, o mercado transoceânico de minério de ferro caracteriza-se como um oligopólio, sendo as principais mineradoras nesse mercado a Vale e as anglo-australianas BHP Billiton e Rio Tinto (Figura 2-8). Uma terceira empresa australiana de relevância no mercado transoceânico é a Fortescue, que iniciou suas operações em 2008, aproveitando o crescimento das importações pela China. Hoje é a quarta maior exportadora para o mercado transoceânico, vendendo produtos de qualidade inferior aos dos outros concorrentes. Por

consequência, Brasil e Austrália vêm mantendo sua importância como maiores países exportadores no mercado transoceânico (Figura 2-9).

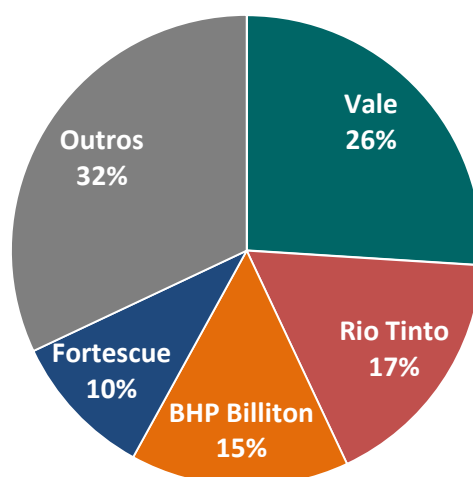


Figura 2-8 – Participação das principais empresas produtoras de minério de ferro no mercado transoceânico em 2014. Fonte: Market Realist

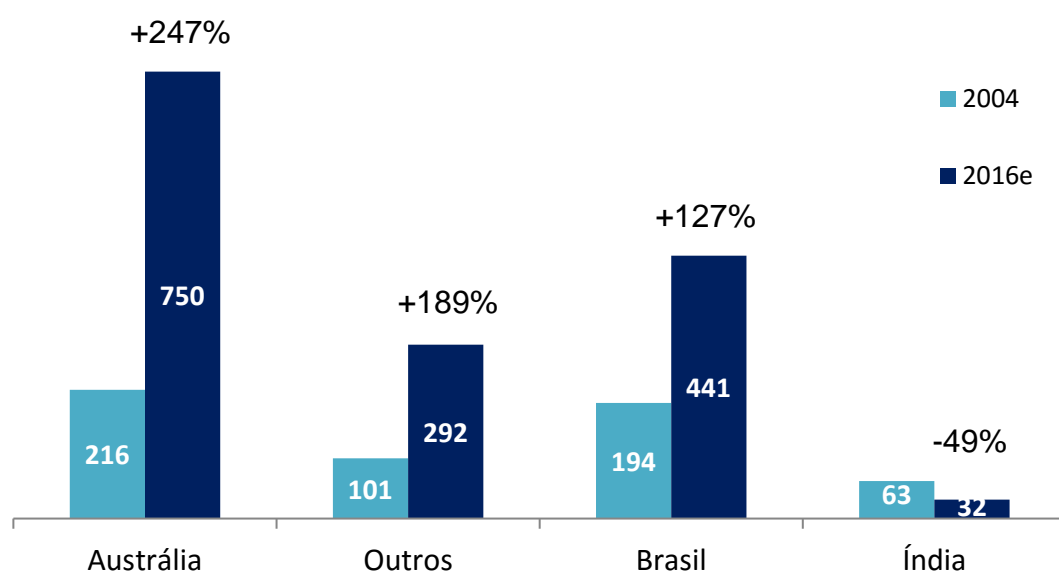


Figura 2-9 – Produção de minério de ferro de países selecionados para 2004 e 2016 (milhões de toneladas / ano). Fonte: Financial Times

2.3 Precificação no mercado spot

Até o final da década de 2000 a precificação do minério de ferro se deu por um sistema conhecido por *benchmark*. Souza (1991) definiu o sistema de precificação *benchmark* como:

“O fundamental da problemática dos preços é que estes não surgem naturalmente como resultado de um mercado regido pelas leis da oferta e da procura. Na realidade, os preços são determinados anualmente na mesa de negociações. Estão associados à imagem de líderes de preços, tanto do lado dos vendedores quanto dos compradores, que conduzem as negociações e estabelecem o preço referencial a ser aplicado a todo o mercado. Quando é materializado o primeiro acordo de preços entre vendedores e compradores (em geral de maior participação no mercado), é criado um referencial de preços, que dificilmente deixa de ser um preço base para os preços de todos os outros integrantes do mercado. Ou seja, o primeiro preço assim determinado passa a representar o valor máximo que será, mais cedo ou mais tarde, reconhecido por todo o mercado”.

Em outras palavras, o preço negociado no mercado transoceânico era determinado anualmente por meio de complexas negociações entre as maiores produtoras de minério de ferro e grupos de grandes siderúrgicas, negociações estas que não duravam tempo inferior a três meses.

As negociações envolviam pré-anúncios de cada um dos lados. Do lado das mineradoras, principalmente a Vale, além das anglo-australianas Rio Tinto e BHP Billiton, lideravam as negociações, mas de forma independente umas das outras. Juntas, essas empresas respondiam por mais de 70% de todo o minério exportado no mercado transoceânico em 2005 (UPADHYAY & VENKATESH, 2006). Do lado das compradoras, escritórios representantes das grandes siderúrgicas alemãs lideravam as negociações de preço para a Europa, e o grupo guiado pela Nippon Steel negociava os preços para o minério entregue na Ásia (SOUZA, 1991). O preço

acordado passava a ser a referência mundial (preço *benchmark*), sendo as atividades de compra e venda realizadas com base nessa referência, via contratos de longo prazo, que poderiam durar por mais de um exercício fiscal e que estabeleciam as condições de preço e entrega. O preço de cada produto de minério de ferro se dava pelo preço de referência, modificado de acordo com o teor de ferro, teores de contaminantes, localização do porto de entrega, dentre outros fatores.

As siderúrgicas preferiam a utilização de um preço de referência por longos prazos visando estabilizar as condições de fornecimento e de preço. Já as mineradoras viam nesse processo, conhecido como liderança de preços, a vantagem de ter a disciplina na indústria, em termos da não existência de concorrência por preços e nem por aumento de fatias de mercado (SOUZA, 1991). Nesse cenário, o mercado era caracterizado por grande estabilidade e ausência de volatilidade latente, sendo que até 2008 praticamente todos os contratos de venda de minério de ferro no mercado transoceânico eram pactuados anualmente.

Tradicionalmente, a Vale era a primeira mineradora a fechar o preço *benchmark*, sendo o seu preço utilizado como referência pelas outras mineradoras, entre elas, BHP Billiton e Rio Tinto (SANTOS, D. A. M., 2010). Em 2008, entretanto, a BHP conseguiu fechar contratos de venda à China com preços superiores aos da Vale, fazendo uso do menor custo de frete marítimo. Essa vantagem no custo de frete é consequência da proximidade maior entre a Austrália, a base de suas operações, e a China. A Rio Tinto seguiu pelo mesmo caminho da BHP.

Com a intensificação do mercado transoceânico, a realidade dos contratos foi alterada. O mercado *spot* sempre funcionou de forma paralela ao *benchmark*, mas de forma tímida frente aos contratos de longo prazo, salvo alguns períodos de demanda elevada. Nessa prática, mineradoras e atravessadores ofertam seu produto à vista às siderúrgicas, sem um contrato prévio de compra e venda. Porém, com a China importando cada vez mais minério no mercado transoceânico a partir dos anos 2000, a demanda superou a oferta mundial, e os contratos anuais já não refletiam a dinâmica de preços em um mercado altamente demandado.

Na Figura 2-10 vê-se o preço médio à vista do minério de ferro entregue na China entre 2000 e 2016. Até meados dos anos 2000 os preços se portavam de forma pouco volátil, regidos pelos contratos anuais. Ainda sim vê-se a partir de 2004 uma escalada nos preços baseados nos contratos *benchmark*, culminando com a ruptura desse mercado. Com a ruptura do mercado *benchmark* entre 2008 e 2009, o preço médio executado passou a se portar de forma mais volátil com a adoção dos preços à vista, do mercado *spot*.

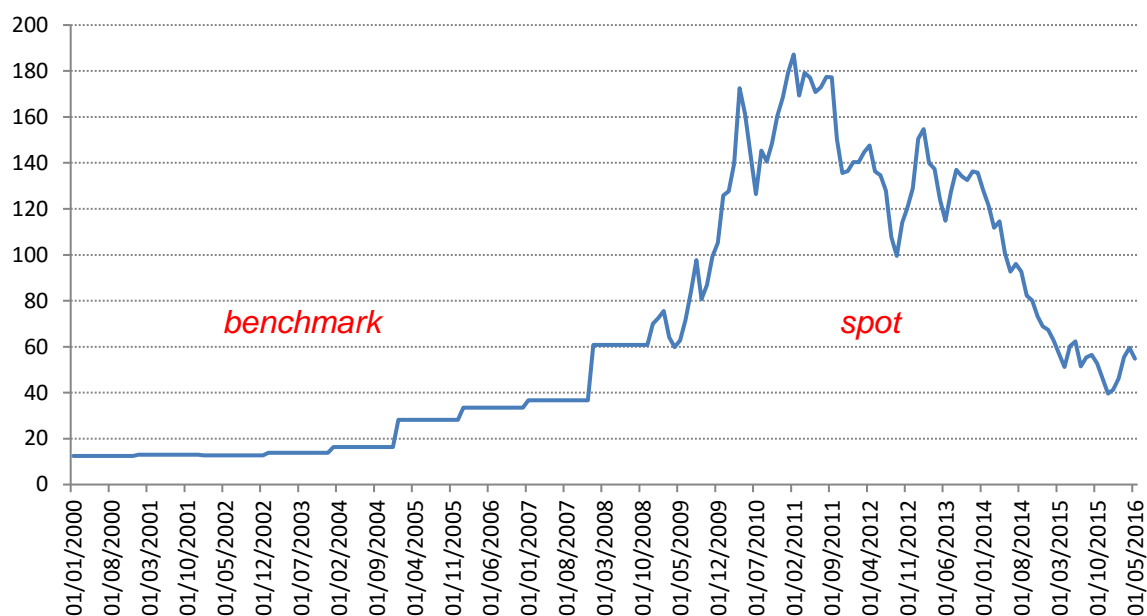


Figura 2-10 - Preço de importação do MFe à vista entregue na China entre 2000 e 2016, média mensal (US\$/tonelada) – Fonte: World Bank

Com a crise de 2008, siderúrgicas chinesas buscaram comprar mais no mercado *spot* dada a queda de preços frente a uma estagnação na demanda de minério de ferro na Europa, e consequente aumento na oferta de minério no mercado transoceânico. Já as mineradoras passaram a reduzir o período dos contratos, de anual para trimestral, e a utilizar mais o mercado *spot* pela possibilidade de vender a preços mais altos com a recuperação do mercado em

2009 e 2010. O mercado *spot*, antes sem expressão, teria representado metade do comércio transoceânico em 2010 (PEREIRA, 2010). Além disso, novas siderúrgicas chinesas apareceram no mercado, muitas médias e pequenas, que preferencialmente adotavam a compra de minério no mercado *spot*.

Com o encurtamento do período dos contratos e a utilização de preços *spot*, os diversos agentes do mercado passaram a conviver com uma volatilidade antes não existente. Segundo dados do World Bank (Figura 2-10), o preço médio à vista do minério de ferro na China em janeiro/2005 estava em US\$ 28,11 por tonelada (média mensal para os finos 62% Fe entregues em Tanjin). Em abril/2010, já com o mercado *spot* amplamente adotado, estava em US\$ 172,47 por tonelada. Em 2011 atingiu, no mês de fevereiro, o pico de US\$ 187,18 por tonelada, um crescimento de 8,5% em relação ao mesmo mês do ano anterior. Já em 2012 houve, em setembro, uma queda para US\$ 99,47 por tonelada. Em 2013 os preços apresentaram uma forte recuperação, atingindo US\$ 150,64 por tonelada em fevereiro. Porém, desde 2014 os preços estão em queda, e em 2016 atingiram o patamar mais baixo dos últimos anos, US\$ 41,25 por tonelada.

Com o advento do mercado *spot*, os contratos de curto prazo passaram a ter como referência de preço índices correspondentes às transações físicas diárias à vista. Este estudo se baseará nos principais índices de preço adotados para o mercado de minério de ferro, o IODEX 62 (Iron Ore Index 62% Fe), o IO Fines 58 (Iron Ore Fines 58% Fe) e o IO Fines 65 (Iron Ore Fines 65% Fe), de propriedade da Platts, uma empresa privada independente que fornece índices de preços para diversos mercados de *commodities* e de metais. Platts é uma empresa McGraw Hill Financial, que, entre outras empresas, é também proprietária da agência de classificação de risco S&P Global Ratings (outrora denominada Standard & Poors). Os índices da Platts utilizam como referência os dados das transações de minério de ferro entregues na China. A Platts normaliza essas transações e lança diariamente o valor do índice para o minério contendo determinada qualidade e entregue em determinado porto na china.

Basicamente, o preço pela tonelada de minério de ferro é composto da seguinte forma:

$$Pv = P \pm pr_{fe} + pr_{gr} - dm_{si} - dm_{al} - dm_p \pm Ng \quad 2-1$$

Na Equação 2-1, Pv representa o preço real a ser pago pelo produto de minério de ferro, que é uma função de: índice de preço P (por exemplo, o IODEX 62); prêmio ou demérito por teor de ferro pr_{fe} , se existir; prêmio em caso de se tratar de produto granulado pr_{gr} ; demérito por sílica dm_{si} , se existir; demérito por teor de alumina dm_{al} , se existir; demérito por teor de fósforo dm_p , se existir. Há ainda a parcela Ng , que compreende possíveis descontos ou prêmios adicionais não englobados nos outros fatores.

Ainda que a Equação 2-1 represente uma forma usual para a precificação, as partes envolvidas podem decidir por não aplicar algum dos prêmios ou deméritos normalmente previstos. Também podem definir deméritos e prêmios diferenciados quando a empresa compradora busca algum tipo de minério com qualidade específica. Há também questões de mercado, em que ao preço P pode ser aplicado um desconto fruto do poder de barganha de uma ou outra parte. O Capítulo 4, referente à Metodologia, apresenta mais informações a respeito dos índices Platts utilizados neste trabalho. Outros índices de preço à vista de minério de ferro existentes no mercado são os do Metal Bulletin e o do The Steel Index (TSI), sendo o último também de propriedade da Platts.

Entendido como se deu o surgimento da volatilidade no mercado transoceânico de minério de ferro e como funciona o atual sistema de precificação, segue-se para a modelagem da volatilidade e medição do risco, objetivos principais deste trabalho.

3 Análise de Volatilidade e Risco

Neste capítulo são apresentados os fatos estilizados de séries econométricas, os modelos de volatilidade ARCH e GARCH e as medidas de risco VaR e CVaR aplicados neste trabalho. Inicialmente são introduzidos os conceitos de volatilidade e gestão de risco.

3.1 Volatilidade e gestão de risco

A gestão de risco de mercado (por vezes também chamado de risco financeiro) tem sido alvo de preocupação cada vez maior entre empresas e agentes de mercado, e é tema crescente nos estudos acadêmicos. Segundo Jorion (1997), o crescimento do interesse na gestão de risco de mercado se deve ao aumento da volatilidade das variáveis financeiras principalmente a partir da década de 1970, com o fim do sistema de taxa de câmbio fixa (regime Bretton Woods, 1971), o choque de preços de petróleo (1973), a queda da bolsa de Nova Iorque (1987) e a queda do índice Nikkei da Bolsa de Tóquio (1989-1992). Pode-se acrescentar nesta lista a crise dos Tigres Asiáticos (1997) e a grande ascensão da China no comércio exterior (década de 2000). Mais recentemente, a grave crise financeira global desencadeada pelo estouro da bolha imobiliária nos EUA em 2008, que gerou grande instabilidade no mercado, e continua gerando efeitos negativos em muitos países e mercados financeiros, principalmente os chamados emergentes, como é o caso do Brasil. Com todas essas e outras ocorrências, é sensível o aumento nas últimas décadas pela procura por meios de proteção contra riscos financeiros.

Supondo-se um mercado complexo, mas determinístico, grandes variações de amplitude não teriam nenhuma influência no risco de investimento. Como, nesse caso, os valores passados determinam valores futuros, maiores variações não

trariam nenhuma aversão ao investidor. Portanto, a previsibilidade – ou a falta da mesma – está bastante relacionada com o risco. Ferramentas que possam inferir e quantificar a previsibilidade podem alterar completamente a visão que os investidores possuem do risco por meio da volatilidade.

Gaio (2009) traz uma revisão das definições de risco de diferentes autores, chegando à conclusão de que o conceito de risco é um termo bastante amplo, mas sempre conectado à possibilidade ou probabilidade de perdas relacionadas à incerteza de um investimento. Nesse sentido, Goulart (2003) define que o risco existe quando há probabilidade de se experimentar retornos diferentes do que se espera. Sabe-se que os retornos de séries financeiras pouco se adequam à distribuição normal, sendo a percepção de risco fortemente influenciada por essa distribuição. Dada a semântica do termo, em geral a palavra risco é associada à probabilidade de perda (prejuízo), sendo em menor grau relacionada à probabilidade de ganho (lucro).

Christoffersen (2011) define o risco de mercado como o risco para uma carteira financeira, advindo dos movimentos dos preços de mercado, como o valor de ações, taxas de câmbio, taxas de juros e preços de *commodities*. Movimentações de preços associadas à probabilidade podem ser entendidas como volatilidade.

Segundo Gaio et al. (2007), em certo sentido, a volatilidade é uma medida da velocidade do mercado. O número “volatilidade”, associado ao preço de uma mercadoria, é a variação do preço de referência a um desvio padrão, ao fim de um período de tempo. Nesse sentido, quanto maior a volatilidade do mercado, preços se alteram com maior intensidade para um mesmo período de tempo e, por consequência, maior é o risco associado a esse mercado. Ainda que muitos obtenham êxito com o maior grau do sobe e desce dos mercados, a volatilidade é um efeito negativo à medida que dificulta previsibilidades por parte dos agentes.

Ainda que todas as empresas estejam sujeitas a risco, principalmente as financeiras, em geral as empresas escolhem o tipo de risco a que desejam estar expostas. Empresas não financeiras aceitam o risco do seu negócio principal, como

as mineradoras, que habitualmente assumem todo o risco na produção de minério, podendo ser mais de um tipo em caso de estratégia de diversificação, e buscam eliminar os outros riscos.

Neste trabalho, o intuito é avaliar o risco do mercado transoceânico de minério de ferro por meio da avaliação do risco de perdas provenientes das oscilações dos índices de preços diários *spot*. A volatilidade diária não é diretamente observável uma vez que há apenas uma medição em um dia comercial, não sendo possível obter uma medida para a variância. Por esse motivo, utilizam-se modelos para estimar esta variância. Dos diversos modelos encontrados, este trabalho se fundamenta nos amplamente utilizados modelos autorregressivos heteroscedásticos de variância condicional (ARCH), propostos por Engle (1982), e sua generalização (GARCH), proposta por Bollerslev (1986). Dada a importância de seu modelo, Engle recebeu em 2003 o Prêmio Nobel de Economia.

3.2 Séries de retorno e fatos estilizados

Estudos econométricos de séries de preços trabalham, em sua maioria, com as séries de retorno dos preços, e não com as séries de preço propriamente ditas. Campbell, Lo & MacKinlay (1997) afirmam duas razões para praticamente todos os aspectos da economia financeira lidar com retornos: primeiro, para o investidor médio, o mercado financeiro funciona praticamente em concorrência perfeita, sendo que suas ações não alteram os preços, e sua oportunidade de ganho se limita às variações dos retornos; segundo, por razões teóricas e empíricas, séries de retornos possuem propriedades estatísticas mais atrativas que séries de preços, como estacionariedade e ergodicidade. Aas & Dimakos (2004) reforçam que a análise estatística de séries de preços é difícil uma vez que preços consecutivos são altamente autocorrelacionados, e as variâncias dos preços crescem com o tempo. Christoffersen (2011) salienta que o risco de mercado é causado pelos movimentos nos preços do ativo ou de forma equivalente nos retornos, e dadas as características superiores dos retornos, esses devem ser o foco da modelagem de risco.

Das duas razões enumeradas por Campbell et al. (1997), a primeira é a de menor interesse para o mercado transoceânico de minério de ferro, uma vez que os agentes do mercado têm forte influência sobre o preço e o mercado se distancia fortemente da concorrência perfeita. Já a segunda é a de maior interesse dados os tratamentos estatísticos que envolvem a modelagem de volatilidade e cálculo de risco em séries de retornos.

Enumerada por Campbell et al. (1997), a estacionariedade é uma característica importante por garantir que, para qualquer conjunto de instantes de tempos t_1, \dots, t_k e para qualquer intervalo de tempo τ , a distribuição conjunta dos retornos $r(t_1, T), \dots, r(t_k, T)$ seja a mesma da distribuição conjunta dos retornos $r(t_1 + \tau, T), \dots, r(t_k + \tau, T)$. A propriedade ergódica garante que a média temporal de uma quantidade convirja para a sua esperança. Ergodicidade é tipicamente satisfeita com observações independentes e identicamente distribuídas (CONT, 2001).

Christoffersen (2011) enumera duas definições de retornos diários. A definição aritmética consiste na diferença entre o preço do dia atual P_t e o preço do dia anterior P_{t-1} , divididos pelo preço do dia anterior, como na Equação 3-1:

$$R_t = \frac{(P_t - P_{t-1})}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \quad 3-1$$

A definição geométrica, ou log-retorno, consiste na computação do logaritmo natural dos retornos do dia atual menos do dia anterior, como na Equação 3-2:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad 3-2$$

O log-retorno possui algumas vantagens com relação ao retorno aritmético. Uma delas é que o retorno para k períodos é igual à simples soma dos retornos

individuais dos k períodos. Pelo Teorema do Limite Central, a soma de variáveis aleatórias, no caso os retornos de um período, assumindo k suficientemente grande, pode ser aproximada por uma variável aleatória gaussiana. Outra vantagem é que os log-retornos são geralmente menos autocorrelacionados que os retornos aritméticos.

Em Cont (2001) se encontra um estudo sobre fatos estilizados em séries de retornos de ativos. Séries de retornos de diferentes ativos, seja de uma ação em bolsa de valores, seja o preço de uma *commodity*, possuem características comuns, chamadas de fatos estilizados. Para evitar simplificações e melhorar a precisão do modelo utilizado, é importante que sejam conhecidos os diversos fatos estilizados da série de retornos de forma que se possa modelar o comportamento tanto da média quanto da variância dos mesmos (COSTA, AIUBE & BAÍDYA, 2004). Cont (2001) enumera onze fatos estilizados comuns às séries de retorno, sendo eles:

- Retornos diários têm autocorrelação muito baixa;
- A distribuição não condicional dos retornos possui caudas mais pesadas que as da distribuição normal;
- Assimetria entre perdas e ganhos, em que mercados podem sofrer grandes quedas ocasionais, mas não subidas igualmente expressivas;
- Gaussianidade agregacional (quanto maior o horizonte de investimento, mais o ativo se aproxima de uma distribuição normal);
- Intermitência (alto grau de variabilidade);
- Agrupamento de volatilidade (*clusters*);
- Caudas pesadas condicionais;
- Decaimento lento de autocorrelação dos retornos absolutos;
- Efeito alavancagem, em que a maioria das medidas de volatilidade de um ativo possui correlação negativa com os retornos do mesmo ativo;
- Correlação entre volume e volatilidade, em que volume de negociações possui correlação com todas as medidas de volatilidade;

- Assimetria nas escalas de tempo, em que medidas de volatilidade mais espaçadas preveem medidas de volatilidade menos espaçadas melhor do que o contrário.

Cont (2001) reforça, entretanto, que esses fatos são generalizações de natureza qualitativa, e geralmente são muito restritivos uma vez que os modelos não costumam reproduzir todas as características estatísticas advindas desses fatos estilizados. Nesse sentido, a análise passa por considerar e buscar constatar quais fatos estão presentes na série em questão.

3.3 Modelo ARCH

Os modelos econométricos como o modelo autorregressivo e de média móvel (ARMA) ou o modelo autorregressivo integrado e de média móvel (ARIMA) são eficazes na modelagem e previsão da média condicional de uma série temporal, isso assumindo que os resíduos são um ruído branco e que a variância é constante. Em outras palavras, a versão básica da modelagem por mínimos quadrados (regressão linear) assume que o valor esperado de todos os termos de erro quando elevados ao quadrado é a mesma em qualquer ponto dado (ENGLE, 2001). No entanto, esta pode ser uma hipótese muito restritiva para as séries de preço de *commodities*, incluindo o minério de ferro, uma vez que estas tendem a alternar entre períodos de alta e baixa volatilidade. Os denominados modelos heteroscedásticos permitem que a variância se altere ao longo do tempo, sendo indicados nesses casos.

Engle (2001) afirma que o desafio da econometria é especificar como a informação é usada para prever a média e a variância de retornos, condicionadas à informação passada. Apesar de muitos modelos terem sido considerados para a média dos retornos e utilizados para previsão dos retornos futuros, praticamente não havia modelos para a variância até surgir o modelo ARCH (ENGLE, 2001). Em séries financeiras, os períodos de alta e baixa volatilidade não são distribuídos aleatoriamente, existindo alguma dependência entre eles. Engle (1982) introduziu o

modelo ARCH a fim de lidar com processos desse tipo. Bera & Higgins (1993) realizaram uma revisão das teorias e estudos predecessores ao modelo ARCH, sendo que em muitos desses estudos os autores já demonstravam consciência a respeito das alterações da variância, mas somente Engle (1982) trouxe um tratamento formal a essa questão. O modelo ARCH ao invés de considerar a heteroscedasticidade como um problema a ser corrigido, admite a mesma como um fenômeno a ser modelado, ou seja, busca modelar também a variância de uma série.

A ideia básica de um modelo ARCH é que os componentes de uma série de tempo não são autocorrelacionados, mas dependentes. Dessa forma, o modelo ARCH busca a estimação da variância condicional dos retornos no qual a variância é expressa como uma defasagem distribuída do quadrado das inovações passadas. Para uma série de log-retornos r_t o modelo ARCH (q) pode ser definido pelas Equações 3-3 e 3-4:

$$r_t = \bar{r} + \varepsilon_t, \varepsilon_t = h_t z_t \quad 3-3$$

$$z_t \sim P(0,1) \quad \text{ou} \quad z_t \sim P(0,1, \nu)$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \quad 3-4$$

Nas equações acima, \bar{r} é um termo constante, ε_t é a inovação, h_t é o desvio padrão condicional, z_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentemente e identicamente distribuídas (i.i.d.) com uma distribuição paramétrica P (como a distribuição normal de média 0 e variância unitária, ou t de Student com graus de liberdade ν). Para garantir variância condicional positiva ($h_t^2 > 0$), os parâmetros devem satisfazer $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_j \geq 0$. O modelo é de ordem $q > 0$. A soma dos parâmetros $\alpha_j, j > 0$, deve ser menor que a unidade para garantir estabilidade.

Segundo Mól (2002), o modelo ARCH possui algumas propriedades desejáveis. Uma delas é que, por meio da técnica de decomposição de erros de predição, pode-se construir a função de verossimilhança, tornando possível a estimação dos parâmetros pelo estimador de máxima verossimilhança. Esta propriedade é importante porque esses estimadores possuem distribuições conhecidas que viabilizam a execução de testes de hipótese diversos. Outra propriedade é que esse modelo implica uma distribuição não condicional com caudas pesadas para os retornos.

Segundo Santos (2006), um modelo ARCH (q) pode ser construído em três etapas:

1. Construir um modelo linear, por exemplo, um modelo ARMA, ARIMA ou ARFIMA, para remover a autocorrelação da série em nível caso esta exista, obtendo seus inovações a fim de testar o efeito ARCH nesta série livre de autocorrelação serial;
2. Especificar e estimar o modelo ARCH para as inovações do modelo do passo 1;
3. Verificar a adequabilidade do modelo ARCH considerado.

Antes de se iniciar uma modelagem ARCH, é necessário realizar alguns testes para verificar se a aplicação desse modelo se justifica. Mais informações a respeito dos testes utilizados neste trabalho são encontradas no Capítulo 4, referente à Metodologia.

Avancini (2015) enumera algumas limitações para o modelo ARCH. Entre elas, pode-se destacar duas de maior relevância. A primeira é que o modelo faz a suposição de que retornos positivos ou negativos produzem o mesmo efeito na volatilidade, já que são considerados os quadrados das inovações (ou dos retornos propriamente ditos em algumas especificações paramétricas). Trata-se de uma desvantagem já que, na prática, a volatilidade reage de forma diferente a retornos

positivos e negativos, e isso não é contemplado. A segunda é que devido ao fato das inovações (ou dos retornos) serem elevadas ao quadrado, algumas inovações grandes e isoladas podem conduzir a previsões sobre-estimadas.

3.4 Modelo GARCH

Em geral, existe uma alta persistência na volatilidade das séries de retornos. Isso faz com que a ordem q no modelo ARCH seja elevada, implicando a necessidade de estimação de um grande número de parâmetros. Engle se deparou com esse problema em suas primeiras aplicações práticas do modelo ARCH (BERA & HIGGINS, 1993). O modelo GARCH, proposto por Bollerslev (1986), constitui uma tentativa de expressar, de forma mais parcimoniosa, a dependência temporal da variância condicional. Nesse modelo, a variância condicional, além de depender do quadrado das inovações passadas como no modelo ARCH, depende também do quadrado das próprias variâncias condicionais passadas. Dessa forma, o modelo GARCH adiciona o modelo ARMA para o erro da variância. A Equação 3-5 traz o modelo GARCH (p,q):

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \delta_i h_{t-i}^2 \quad 3-5$$

Assim como para o modelo ARCH, o modelo GARCH possui algumas restrições nos parâmetros. Para garantir $h_t^2 > 0$, os parâmetros do modelo devem satisfazer $\alpha_0 > 0$, $\alpha_j \geq 0$ e $\delta_i \geq 0$. O modelo deve ser de ordem $q > 0$ e $p \geq 0$. Para garantir a estabilidade, os parâmetros do modelo GARCH (p,q) devem satisfazer a Equação 3-6:

$$\sum_{j=1}^q \alpha_j + \sum_{i=1}^p \delta_i < 1 \quad 3-6$$

Quando é considerada a distribuição t de Student para as inovações, é comum encontrar na literatura as nomenclaturas ARCH- t e GARCH- t para os modelos.

Bollerslev & Wooldridge (1992) expõem que o comportamento da maior parte das séries financeiras tem sido bem captado pelo modelo GARCH (1,1), GARCH (2,1) ou GARCH (1,2). Tal fato indica que uma quantidade parcimoniosa de parâmetros consegue captar o comportamento de diferentes séries financeiras. As etapas para modelagem do modelo GARCH são as mesmas observadas para a modelagem do modelo ARCH.

3.5 Medidas de risco

3.5.1 Medidas coerentes de risco

Seguem algumas definições utilizadas em Artzner et al. (1999), resumidas em Maffra (2013). O estudo de Artzner et al. (1999) se tornou referência para medidas coerentes de risco.

Sejam o espaço de probabilidade definido por (Ω, F, P) e uma variável aleatória $X: \Omega \rightarrow R$, tal que para qualquer $\omega \in \Omega$, $X(\omega)$ é o valor futuro descontado de um ativo (ou de uma carteira de ativos) no tempo T , ou seja, o risco associado ao ativo (ou à carteira de ativos) no período definido entre as datas t e $t + T$ e modelado como uma variável aleatória no espaço de probabilidade acima. Além disso, seja G o conjunto de todas as variáveis aleatórias de Ω em R que modelam o valor futuro de algum ativo financeiro.

Nesse contexto, uma medida de risco é uma função $\rho: G \rightarrow R$, que indica o nível de risco de um ativo utilizando apenas um número real. O valor $\rho(X)$ é interpretado de duas maneiras distintas. Quando $\rho(X) > 0$, $\rho(X)$ indica a quantidade de capital extra que deve ser investida de uma forma livre de risco para atingir níveis aceitáveis de risco. Entretanto, quando $\rho(X) < 0$, $\rho(X)$ indica a quantidade de

capital que pode ser removida da posição atual, mantendo o risco em níveis aceitáveis.

Segundo Artzner et al. (1999), a representação do risco através de um único valor real acarreta em uma grande perda de informação. Porém, simplifica a tomada de decisão ao indicar se um determinado nível de risco é aceitável ou não, ou seja, esta representação é adequada para que $\rho(X)$ desempenhe o papel esperado de uma medida de risco.

Artzner et al. (1999) define que uma medida de risco é considerada coerente se ela satisfaz a quatro axiomas:

1. Subaditividade: a medida de risco total de uma carteira é menor ou igual ao risco da soma individual dos ativos de uma carteira

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y), \forall X, Y \in G \quad 3-7$$

2. Invariância à translação: adicionando ou subtraindo uma quantidade α ao ativo $X \in G$, a medida de risco aumenta ou diminui α

$$\rho(X + \alpha) = \rho(X) + \alpha, \forall \alpha \in R \quad 3-8$$

3. Homogeneidade positiva de grau 1: para todo $\lambda \geq 0$ e todo $X \in G$

$$\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X) \quad 3-9$$

4. Monotonicidade: se os ganhos com o ativo (ou carteira) X são menores que os ganhos com o ativo (ou carteira) Y para todos os cenários, então o

risco na carteira X é maior do que na carteira Y . Para todo X e $Y \in G$ com $X \leq Y$

$$\rho(X) \geq \rho(Y)$$

3-10

3.5.2 Value-at-Risk (VaR)

Value-at-Risk (VaR) é uma das medidas de risco mais adotadas no mercado. Segundo Jorion (2003), o primeiro registro da expressão *Value-at-Risk* foi observado em 1993 em um relatório do G-30 (Grupo dos Trinta, uma corporação internacional de estudos de economia e finanças, que reúne representantes dos setores público e privado ao redor do mundo). Um dos principais fatores para a popularização do VaR ocorreu em 1994, quando o banco J.P. Morgan publicou a sua metodologia para cálculo de risco, sendo o VaR a medida estatística principal. Jorion (2003) cita também como fatores para a adoção e popularização do VaR: a pressão por parte dos reguladores do mercado para um melhor controle do risco financeiro; a globalização do mercado financeiro, ocasionando a exposição de um maior número de fontes de risco; os avanços tecnológicos, que tornaram realidade o gerenciamento de riscos nas empresas.

Segundo Giot & Laurent (2004), o VaR é de fácil entendimento, sendo que associa a perda mais provável de uma carteira a um número expresso em percentil ou em uma quantidade nominal na moeda vigente. A medida descreve a máxima perda econômica que pode ocorrer em um horizonte de tempo t previamente estabelecido, com um nível de confiança β . O valor do VaR é uma aplicação natural dos modelos de volatilidade uma vez que a medida VaR é diretamente relacionada à volatilidade esperada ao longo de um horizonte de tempo (GIOT & LAURENT, 2004).

A definição formal a seguir pode ser encontrada em Pflug (2000). Considere as perdas Y e sua função distribuição de probabilidade F_Y , isto é, $F_Y(u) = P \{Y \leq u\}$.

Para um nível de confiança fixo β , define-se o VaR_β como o β -quantil, como na Equação 3-11:

$$VaR_\beta(Y) = F_Y^{-1}(\beta) = \min\{u: F_Y(u) \geq \beta\} \quad 3-11$$

Implicitamente, o VaR pode ser definido como a menor perda tal que a probabilidade da cauda à direita seja no mínimo β (JORION, 2007), como na Equação 3-12:

$$\beta = \int_{-VaR}^{\infty} f(x)dx \quad 3-12$$

Jorion (2007) traz uma constatação relevante acerca do nível de confiança. Quanto maior o nível de confiança β , mais pobre é a medida VaR uma vez que menos medições se colocam à direita. Portanto, o valor de β depende do objetivo. Se a intenção é apenas obter uma referência do risco, não se faz necessário um β elevado, como 99,9%. Valores menores podem ser utilizados, como $\beta = 99\%$ ou até mesmo 95%. Níveis muito elevados devem ser utilizados quando o valor do VaR de uma carteira é utilizado por si só para a tomada de decisão de investimento, em que há preocupação com os valores das possíveis perdas.

As vantagens de se utilizar o VaR incluem o fato de ser uma medida com sentido mais intuitivo do que o desvio padrão, focando nas perdas e não sendo afetado pela oportunidade de lucros elevados. Entretanto, o VaR não é uma medida coerente de risco, uma vez que não atende à propriedade de subaditividade (ARTZNER et al, 1999). A carência de subaditividade implica que o VaR de uma carteira pode ser maior que a soma dos VaRs de seus componentes individuais.

Jorion (2007) destaca que VaR é uma medida de risco útil, considerando as seguintes ressalvas:

- VaR não descreve a pior perda. Ao invés disso, a medida VaR deve ser excedida com uma frequência $c = 1 - \beta$, ou seja, caso o nível de confiança seja de 95%, em 5% das vezes espera-se que as perdas ultrapassem o VaR;
- VaR não descreve as perdas que estão na cauda à sua direita, apenas informa com que frequência as perdas podem se colocar à sua direita (isso para um gráfico de perdas);
- VaR é medido com algum erro, ou seja, está sujeito a uma variação durante sua amostragem. Janelas de dados com durações diferentes ou em períodos diferentes irão oferecer VaRs diferentes. Diferentes metodologias estatísticas ou simplificações também influenciam no valor do VaR.

Segundo Jorion (2007), o cálculo do VaR pode ser realizado considerando os dados históricos ou por meio de Simulação de Monte Carlo. Para o autor, a Simulação de Monte Carlo é o método mais eficiente para o cálculo do VaR, uma vez que captura grande quantidade de riscos, inclusive os não-lineares, os de volatilidade e até mesmo os de modelo, podendo incorporar a variação temporal de volatilidade, caudas longas e cenários extremos. Machry (2003) faz uma extensa revisão dos tipos de VaR e das metodologias para cálculo da medida.

3.5.3 Conditional Value-at-Risk (CVaR)

Como o VaR não é uma medida de risco coerente, vários outros modelos têm sido estudados como alternativa para se medir o risco. O *Conditional Value-at-Risk* (CVaR), também conhecido como *Mean Excess Loss* ou ainda *Expected Shortfall* (ES), é um modelo que surgiu como alternativa ao VaR. Para distribuições de probabilidade suaves, o CVaR é definido como a esperança condicional das perdas acima do VaR para um horizonte de tempo t e nível de confiança β (ROCKAFELLAR & URYASEV, 2000). CVaR é definido como na Equação 3-13:

$$CVaR_{\beta}(Y) = E(Y | Y > VaR_{\beta}(Y))$$

3-13

A Figura 3-1 traz uma representação gráfica do VaR e do CVaR em uma distribuição de perdas. Observa-se a representação do VaR como um quantil da distribuição de perdas. Observa-se também o caráter mais conservador do CVaR, por ser uma medida que considera as perdas acima do VaR e que acontecem com probabilidade $1 - \beta$.

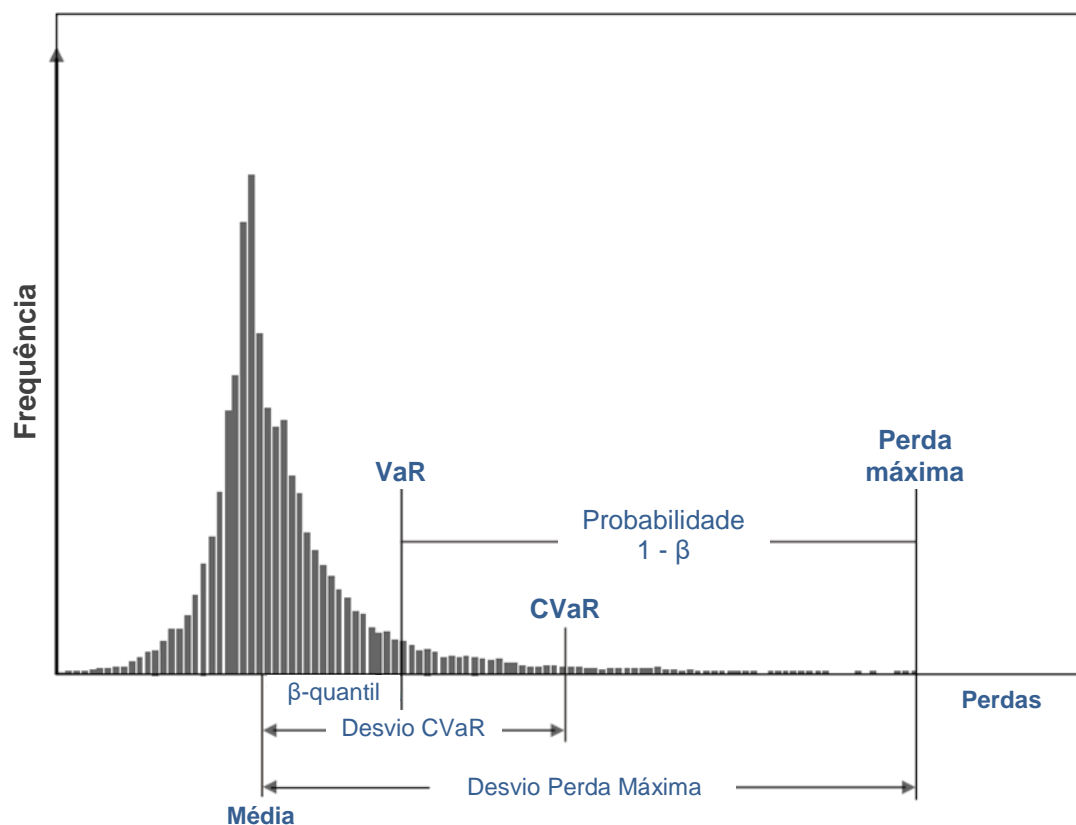


Figura 3-1 - Representação do significado do VaR e do CVaR em uma distribuição de probabilidade de perdas. Fonte: Sarykalin, Serraino & Uryasev (2008)

O CVaR contorna as duas desvantagens do VaR e, adicionalmente, complementa a noção de risco, informando a perda que ocorre com frequência $1 - \beta$, que é maior do que a perda medida pelo VaR_β . Afirma-se, assim, que o CVaR leva em conta a importância das caudas da distribuição de probabilidade das perdas, diferentemente do VaR.

CVaR pode ser calculado como a solução do problema de otimização convexa (PFLUG, 2000) na Equação 3-14:

$$CVaR_\beta(Y) = \inf_{\tau} \left(\tau + \frac{1}{1-\beta} E[\max(Y - \tau, 0)] : \tau \in R \right) \quad 3-14$$

Ainda que seja uma medida coerente de risco, deve-se tomar alguns cuidados ao se utilizar o CVaR. É uma medida mais sensível às caudas do modelo, e por isso exige melhor modelagem da cauda. Dados históricos não costumam modelar bem as caudas, uma vez que pode não haver medidas nessa região. Por isso é importante fazer uso de simulações para o cálculo do CVaR. Da mesma forma que para o VaR, a Simulação de Monte Carlo é o método mais indicado para o cálculo do CVaR.

Sarykalin, Serraino & Uryasev (2008) afirmam que a escolha do VaR em lugar do CVaR é interessante quando o modelo utilizado para construir a distribuição é ruim, já que o VaR não leva em consideração as caudas, cujas estimativas são ruins para um modelo ruim. Isso torna o VaR uma medida muito estável. Por outro lado, como o VaR não leva em consideração a distribuição das caudas, isso pode alterar muito o seu valor com uma pequena modificação no nível de confiança β . Para isso, é interessante calcular vários VaRs para diferentes β . Por não levar em conta as caudas, VaR pode ser também uma medida ruim para distribuições “estritas” com caudas pesadas, como a t de Student.

4 Metodologia

No âmbito da metodologia científica, conforme Prodanov & Freitas (2013), este trabalho se enquadra em uma pesquisa aplicada, quantitativa e descritiva, e tem como característica a aplicação de ferramentas para modelagem de volatilidade e medição de risco de mercado para o minério de ferro.

O objetivo principal é modelar a volatilidade e medir o risco de mercado para o mercado transoceânico de minério de ferro, comparando o risco e o retorno entre os índices de preço de minérios de alto e baixo teor de ferro. Para tanto, a metodologia é dividida nas seguintes etapas:

1. Caracterização estatística das séries de retornos:
 - Estatística descritiva, teste de raiz unitária, análise de normalidade e análise das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial das séries de retorno. Executa-se, ainda, a verificação da presença de heteroscedasticidade (efeito ARCH) nas séries de retorno.
2. Modelagem da volatilidade para as séries de retorno utilizando os modelos ARMA-GARCH:
 - As séries de retornos são divididas em duas janelas, sendo a primeira composta por 1200 observações, utilizada para a identificação dos modelos. A segunda é composta por 336 observações, utilizada para validação dos modelos. São identificados modelos ARMA(r,m)-GARCH(p,q), variando a ordem das parcelas autorregressiva, média-móvel, ARCH e GARCH de 0 a 2, e considerando tanto a distribuição normal quanto a t de Student para as inovações dos retornos. Esses modelos são comparados

entre si por meio dos critérios de informação de AIC e BIC, considerando as janelas de identificação e de validação, para seleção do modelo.

3. Cálculo das medidas de risco:

- Definido o modelo ARMA-GARCH para cada série de preço, faz-se uso da Simulação de Monte Carlo para inferir o retorno diário, a variância condicional e as inovações para a janela de um mês (22 dias), com 10 mil realizações, e calculados VaR e CVaR por meio de Programação Linear para esse período. Todo esse procedimento é realizado mil vezes (segunda Simulação de Monte Carlo), visando reduzir a variância para o VaR e o CVaR. Os retornos são calculados com base no CVaR.

4.1 Dados – Séries de preços e retornos

Para a análise de volatilidade e risco são utilizadas as séries de preço da Platts. Como já introduzido na seção 2.3, a Platts é uma empresa privada, de análise de mercado, que atua nos segmentos de commodities metálicas, petroquímico e energia. É uma unidade da S&P Global, sendo esta uma empresa norte-americana, de propriedade da McGraw Hill Financial. A Platts foi a primeira empresa a divulgar o preço diário à vista para o mercado transoceânico de minério de ferro na China, o IODEX 62% Fe, em junho de 2008. Desde então, vem diversificando sua carteira de índices de preços para diferentes teores de minério de ferro, bem como introduziu índices de prêmios e descontos por qualidade química dos produtos de minério de ferro.

Como neste trabalho pretende-se comparar o risco de mercado para minérios de alto e baixo teor de ferro, foram selecionados três índices divulgados pela Platts:

- Iron Ore Index 62% Fe CFR China (IODEX), o principal índice de preço do mercado transoceânico de minério de ferro, utilizado como referência para precificação da maior parte do minério vendido no mercado asiático (produtos na faixa de 62% Fe);
- Iron Ore Fines 65% Fe CFR China, lançado em agosto de 2009, que serve de referência para precificação dos produtos de minério de ferro considerados de alto teor (faixa de 65% Fe);
- Iron Ore Fines 58% Fe CFR China, lançado em outubro de 2009, que serve de referência para precificação dos produtos de minério de ferro considerados de baixo teor (na faixa de 58% Fe).

Na Tabela 4-1 estão as especificações das referências para a qualidade dos produtos. Mais sobre a metodologia pode ser encontrado em S&P Global Platts (2016).

*Tabela 4-1 – Especificação de referência para os índices de preço de minério de ferro.
Fonte: S&P Global Platts (2016), adaptado pelo autor.*

Índice	Qualidade	Lote (t)	Granulometria	Local de Entrega	Tempo de Entrega	Unidade
IODEX 62% Fe CFR China	62% Fe 8,0% umidade 4,5% sílica 2,0% alumina 0,075% fósforo 0,02% enxofre					
IO Fines 65% Fe CFR China	65% Fe 8,5% umidade 3,5% sílica 1,0% alumina 0,075% fósforo	Mínimo 35.000	Tamanho granular máximo de 10 mm para até 90% do carregamento	CFR principais portos da China, normalizado para o porto de Qingdao	2 a 8 semanas da data de publicação	US\$ / dmt (dry metric ton - tonelada métrica seca)
IO Fines 58% Fe CFR China	58% Fe 10% umidade 5% sílica 4% alumina 0,050% fósforo					

CFR: Cost and Freight, vendedor é responsável pelos custos com o frete.

Os dados utilizados são de outubro de 2009 a dezembro de 2015, totalizando 1536 observações para o preço e 1535 retornos. A data de início marca o primeiro dia de divulgação do IO Fines 58% Fe, o último dos três índices considerados neste trabalho a ser lançado.

Existem algumas críticas à metodologia utilizada pela Platts para calcular os índices. A Platts tem como objetivo divulgar o preço diariamente, independentemente do volume de movimentação física no mercado. Portanto, não há um número mínimo de transações diárias para que se calcule e divulgue o valor para o preço. Outro ponto é que a Platts utiliza não somente a informação de transações concretizadas e reportadas, mas também propostas, ofertas, ou qualquer outra informação de mercado. Isso gera críticas uma vez que, em dias de pouca ou nenhuma transação concretizada, não haveria informação suficiente para refletir a realidade do mercado, e essas ofertas sem fechamento de venda contribuiriam de forma especulativa. Apesar dessas críticas, os índices selecionados são os mais amplamente utilizados para a precificação do minério de ferro, principalmente o IODEX 62% Fe.

A partir das séries de preço, foram definidas as séries de retornos geométricos segundo Equação 3-2. O preço será sempre referenciado por P e o retorno por r . Por exemplo, para o IODEX 62, o preço será P_{62} e seu retorno r_{62} .

4.2 Testes estatísticos

Esta seção traz os testes estatísticos utilizados para verificação de alguns fatos estilizados das séries e que servirão de orientação para o processo de identificação e validação dos resultados obtidos.

4.2.1 Testes de hipótese para raiz unitária: Dickey-Fuller e Dickey-Fuller Aumentado

Os testes de hipótese para verificação de existência de raiz unitária são importantes para averiguar se as séries flutuam ou não em torno de mesma média,

ou se há uma tendência nas séries. Para que a regressão não seja espúria, e para que seja possível realizar as devidas comparações entre as séries de retornos, é importante que não haja tendência nas séries, fazendo uso da diferenciação caso as séries apresentem estas tendências. Por outro lado, aplicar uma diferenciação em uma série já estacionária pode incorrer em modelos enviesados, além de ser um esforço desnecessário. As explicações a seguir estão em Margarido & Anefalos (1999) e Margarido & Junior (2006).

4.2.1.1 Dickey-Fuller (DF)

O primeiro teste de raiz unitária desenvolvido foi o de Dickey & Fuller (1979 e 1981). Basicamente, o teste de raiz unitária DF estima a seguinte autorregressão:

$$\Delta y_t = (\theta - 1)y_{t-1} + e_t \quad 4-1$$

$$\Delta y_t = by_{t-1} + e_t \quad 4-2$$

Em que $\Delta = (y_t - y_{t-1})$, e_t é uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d. e $b = \theta - 1$. A hipótese nula (H_0) é a de que y_t é não estacionária, ou seja, exista ao menos uma raiz unitária, e por consequência $b = 0$. A hipótese alternativa (H_A) é de que a variável seja fracamente estacionária, ou seja, neste caso não há nenhuma raiz unitária e, conseqüentemente, $b < 0$.

Caso haja a necessidade de incluir uma constante μ (representando um intercepto) e tendência (ζ que multiplica t), a Equação 4-2 fica:

$$\Delta y_t = \mu + \zeta t + by_{t-1} + e_t \quad 4-3$$

4.2.1.2 Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

O teste DF faz a pressuposição de que os termos dos erros nas Equações 4-1 e 4-2 são i.i.d. O teste Dickey-Fuller Aumentado, ou ADF, inclui defasagens em relação à variável que está sendo analisada. Nesse caso, a Equação 4-3 pode ser reescrita como:

$$\Delta y_t = \mu + \zeta t + b y_{t-1} + \sum_{j=1}^{\theta-1} \theta_{j+1} \Delta y_{t-j} + e_t \quad 4-4$$

A principal vantagem do teste ADF (Equação 4-4) em relação ao DF é que ao introduzir um número suficiente de defasagens, garante-se que os resíduos não apresentem autocorrelação.

Para os testes DF e ADF calcula-se a estatística Tau (T). A estatística é calculada de acordo com a Equação 4-5:

$$T = \frac{\hat{b}}{se(\hat{b})} \quad 4-5$$

Na equação acima, \hat{b} é um estimador para b nas equações 4-3 e 4-4, e $se(\hat{b})$ é um estimador para o desvio padrão de b . A Tabela 4-2 traz os valores críticos para a estatística T , cujos valores foram tabelados por Dickey e Fuller fazendo uso da Simulação de Monte Carlo.

Tabela 4-2 – Valores críticos para a estatística Tau (τ) do teste Dickey-Fuller para 1% e 5% de confiança

Tamanho da amostra	t_{nc}		t_c		t_{ct}	
	1%	5%	1%	5%	1%	5%
25	-2,66	-1,95	-3,75	-3,00	-4,38	-3,60
50	-2,62	-1,95	-3,58	-2,93	-4,15	-3,50
100	-2,60	-1,95	-3,51	-2,89	-4,04	-3,45
250	-2,58	-1,95	-3,46	-2,88	-3,99	-3,43
500	-2,58	-1,95	-3,44	-2,87	-3,98	-3,42
∞	-2,58	-1,95	-3,43	-2,86	-3,96	-3,41

nc: sem constante

c: possui constante

ct: possui constante e tendência

Neste trabalho, será utilizado apenas o teste ADF.

4.2.2 Teste de normalidade Jarque-Bera (JB)

O teste de Jarque-Bera (JARQUE & BERA, 1987) combina os testes de assimetria e curtose para verificar a normalidade de uma série. A sua ideia central é mensurar a diferença entre a assimetria S e a curtose K da série em questão para a assimetria e a curtose da distribuição normal. A hipótese nula (H_0) é a de que a série segue uma distribuição normal a um dado nível de significância (“valor-p” < 5%, por exemplo), e a estatística JB da série segue uma distribuição Chi-Quadrado (χ^2) com dois graus de liberdade (ν). A hipótese alternativa (H_A) é a de que a série não possui distribuição normal. Na Equação 4-6, N é o número de elementos da série:

$$JB = N \left(\frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right) \quad 4-6$$

A Tabela 4-3 traz os valores críticos para a distribuição χ^2 .

Tabela 4-3 – Valores críticos para a distribuição Chi-Quadrado

ν	Confiança		
	10%	5%	1%
1	2,706	3,841	6,635
2	4,605	5,991	9,210
3	6,251	7,815	11,345
4	7,779	9,488	13,277
5	9,236	11,070	15,086
6	10,645	12,592	16,812
7	12,017	14,067	18,475
8	13,362	15,507	20,090
9	14,684	16,919	21,666
10	15,987	18,307	23,209

É importante destacar que o objetivo ao se verificar a normalidade de uma série não é apenas constatar se a série é normal, mas se ela se aproxima de uma normal. Portanto, a análise não deve se conter à estatística e ao valor-p do teste JB somente. É importante também analisar os valores da curtose e da normalidade em conjunto, pois ainda que o JB aponte para uma significância estatística baixa para a hipótese nula, há casos em que a distribuição pode ser assumida como próxima da normal.

4.2.3 Teste de dependência serial de Ljung-Box

A estatística Q de Ljung-Box (LB) é utilizada para testar se os elementos de uma série são independentes. A hipótese nula (H_0) é que os elementos da série são independentes. A hipótese alternativa (H_A) é a de que os elementos apresentam autocorrelação serial. A estatística Q é calculada como na Equação 4-7:

$$Q = N(N + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\eta_k^2}{(N - k)} \quad 4-7$$

Em que N é número de elementos da série, m é o número de defasagens para o qual se está verificando a existência de autocorrelação e η_k é a autocorrelação da amostra com k defasagens. Q segue uma distribuição χ^2 com $(k - z - w)$ graus de liberdade, em que z e w são as ordens do modelo ajustado. Portanto, rejeita-se a hipótese se $Q > \chi_{1-\alpha, k-z-w}^2$ com um nível de significância α .

O teste LB pode também ser utilizado para o quadrado das inovações, para verificar a presença de efeito ARCH na série.

4.2.4 Teste ARCH (Multiplicador de Lagrange – ARCH-LM)

O teste ARCH-LM foi proposto por Engle (1982), visando testar a presença de heterocedasticidade condicional autorregressiva (componente ARCH) em séries de retorno. Esse teste é estimado pelo método dos mínimos quadrados ordinários.

Considere a relação na Equação 4-8:

$$r_t = c + e_t \quad 4-8$$

Em que r_t é o retorno percentual para o dia t , c é uma constante temporal e e_t é o resíduo de regressão no tempo t . O resíduo é dado em função dos resíduos quadráticos com defasagem e_{t-n}^2 , com $n \geq 0$, α_0 é uma constante e α_n são os estimadores com defasagem n , como na Equação 4-9:

$$e_t^2 = \alpha_t + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_n e_{t-n}^2 \quad 4-9$$

Vê-se na Equação 4-9 que os resíduos quadráticos de uma regressão da série de retornos sobre uma constante são utilizados na composição de uma equação de regressão de ordem n . Uma vez realizada a regressão, o teste Multiplicador de Lagrange – ARCH testa a hipótese nula de que $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$ por meio da estatística $T = N.R^2 \sim \chi_p^2$ (em que N é o número de observações, R é o coeficiente de regressão, e p é o número de graus de liberdade da distribuição qui-quadrado). Caso a hipótese nula (H_0) seja rejeitada, pode-se concluir pela presença de heterocedasticidade condicional autorregressiva.

4.2.5 Teste de heteroscedasticidade para as inovações sobre a volatilidade estimada

Consiste em aplicar o teste ARCH-LM no quadrado das inovações estimadas para a janela de validação, dividido pela variância estimada na janela de validação, para verificar se há a presença de heteroscedasticidade. Espera-se que, com a seleção de um modelo que seja capaz de modelar a heteroscedasticidade das séries, não haja efeito ARCH nessa componente.

4.3 Modelagem da volatilidade

A identificação e seleção do modelo para a volatilidade são realizadas de acordo com os seguintes passos:

1. Identificação de modelos ARMA-GARCH: para cada série de retorno e utilizando os dados da janela de identificação, variando a ordem das componentes AR, MA, ARCH e GARCH de 0 a 2 (excluindo o modelo como todas as componentes nulas) e considerando para as inovações a distribuição normal e a distribuição t de Student. Foram identificados 124 modelos ARMA-GARCH para cada uma das três séries de retorno, sendo 62 assumindo distribuição normal para as

inovações e 62 assumindo a distribuição t de Student, totalizando 372 modelos.

2. Seleção dos modelos: foi realizada via os critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano de Schwarz (BIC). Para cada série de retornos, são calculados os critérios AIC e BIC tanto para a janela de identificação, utilizando a log-verossimilhança na janela de identificação, quanto para a janela de validação, utilizando a log-verossimilhança calculada para a janela de validação. O modelo selecionado é aquele que apresenta o menor valor resultante da combinação entre os valores AIC da janela de identificação e de validação. Neste trabalho, serão calculados também os valores do BIC, para verificar se ambos os critérios convergem para um mesmo modelo, dando preferência para o AIC quando os resultados divergirem, por ser uma função assintoticamente eficiente e que considera a não existência de um modelo verdadeiro entre os modelos ajustados (BURNHAM & ANDERSON, 2004).

A Tabela 4-4 traz as funções do MatLab utilizadas para os testes estatísticos, a identificação e seleção dos modelos ARMA-GARCH:

Tabela 4-4 – Funções MatLab utilizadas durante a etapa de modelagem ARMA-GARCH

Função	Descrição
aicbic	Retorna os resultados dos critérios de informação AIC e BIC
adftest	Executa o teste Augmented Dickey-Fuller par verificar se rejeita a hipótese de haver uma raiz unitária em uma série
autocorr	Constrói o gráfico da função de autocorrelação (FAC) dos elementos de uma série, com o intervalo de confiança definido pelo usuário
archtest	Executa o teste ARCH de Engle para verificar se há heteroscedasticidade residual na série residual

<code>garchset</code>	Configura uma estrutura de especificação de um modelo ARMAX/GARCH
<code>jbtest</code>	Executa o teste de decisão de Jarque-Bera para verificar se os dados de uma série se ajustam a uma distribuição normal com média e variância desconhecidas
<code>lbqtest</code>	Executa o teste Q de Ljung-Box para verificar se rejeita a hipótese de autocorrelação na série residual
<code>parcorr</code>	Constrói o gráfico da função de autocorrelação parcial (FACP) dos elementos de uma série, com o intervalo de confiança definido pelo usuário
<code>qqplot</code>	Constrói o gráfico comparativo entre a distribuição dos dados e a distribuição normal
<code>garchfit</code>	Estima os parâmetros de um modelo ARMAX-GARCH utilizando a função de verossimilhança

Mais informações no Anexo

A função “`garchset`” é utilizada para especificar o modelo ARMA-GARCH a ser modelado, incluindo a ordem e a distribuição para as inovações. A função “`garchfit`” realiza a estimação dos parâmetros do modelo com a estrutura definida pelo “`garchset`” utilizando o método da máxima verossimilhança, sendo a série a ser modelada aquela compreendida pela janela de identificação. A função “`garchfit`” retorna os parâmetros dos modelos, os erros da estimação dos parâmetros, o desvio padrão condicional, as inovações e o valor da log-verossimilhança otimizada.

Uma vez que não há consenso com relação à melhor metodologia para seleção de modelos, sendo várias as metodologias e critérios já estudados e adotados nos mais diferentes trabalhos que realizam identificação, optou-se pela escolha de um modelo que atenda a algum critério de seleção, fazendo uso de critérios de informação na validação cruzada.

O critério de informação proposto por Akaike (1973) é calculado segundo a Equação 4-10:

$$AIC = -2 \ln(L(\theta)) + 2p \quad 4-10$$

Na Equação 4-10, $L(\theta)$ é o valor da log-verossimilhança e p é o número de parâmetros estimados, incluindo os termos constantes. Se o modelo verdadeiro é de dimensão infinita, o que parece ser mais realístico na prática, o AIC oferece uma seleção assintoticamente eficiente de um modelo finito aproximado (HURVICH & TSAI, 1989), selecionando o modelo com a menor distância entre os diversos modelos ajustados e o modelo verdadeiro, considerando que o conjunto de modelos ajustados não contém o modelo verdadeiro.

O critério de informação proposto por Schwarz (1978) é calculado conforme a Equação 4-11:

$$BIC = -2 \ln(L(\theta)) + p \ln(p) \quad 4-11$$

Para o cálculo dos critérios de validação na janela de identificação, são considerados o número de parâmetros identificados e a log-verossimilhança resultantes da estimativa realizada pela função “garchfit”.

Para o cálculo dos critérios de informação na janela de validação, calculam-se, na sequência, as inovações ε_t (Equação 4-12) e a variância h_t^2 (Equação 4-13), de $t = 1201$ a $t = 1535$. Em seguida calcula-se a log-verossimilhança $L(\theta)$ (Equações 4-14 e 4-15) para a janela de validação. Com o valor da log-verossimilhança, são calculados os critérios AIC e BIC para cada modelo na janela de validação.

Para a janela de validação, o cálculo das inovações no tempo t é realizado conforme a Equação 4-12, considerando um modelo ARMA(r,m)-GARCH(p,q):

$$\varepsilon_t = \bar{r} - r_t - \sum_{j=1}^r AR_j r_{t-j} - \sum_{i=1}^m MA_i \varepsilon_{t-i} \quad 4-12$$

Com a série de inovações ε_t , calcula-se o desvio padrão condicional no tempo $t + 1$ conforme a Equação 4-13:

$$h_{t+1} = \sqrt{\alpha_0 + \sum_{j=1}^p \delta_j h_{t+1-j}^2 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t+1-i}^2} \quad 4-13$$

A log-verossimilhança para a distribuição normal é obtida pela Equação 4-14:

$$L(\theta) = -\frac{N}{2} \ln(2\pi) - \sum_{t=1}^N \ln h_t - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \quad 4-14$$

Para a distribuição t de Student, a log-verossimilhança é obtida na Equação 4-15:

$$L(\theta) = N \ln \left[\Gamma \left(\frac{\nu + 1}{2} \right) \right] - \frac{N}{2} \ln(\pi \nu) - N \ln \left[\Gamma \left(\frac{\nu}{2} \right) \right] \\ - \sum_{t=1}^N \left[\ln(hs_t) + \left(\frac{\nu + 1}{2} \right) \ln \left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{hs_t^2 \nu} \right) \right] \quad 4-15$$

Na Equação 4-15, hs é dado por:

$$h^2 = \frac{hs^2 \nu}{\nu - 2} \quad 4-16$$

4.4 Cálculo do VaR, CVaR e do retorno médio esperado

É comum utilizar-se dos dados históricos para o cálculo do VaR e CVaR. Em muitos casos, porém, as técnicas analíticas não podem ser utilizadas e os dados históricos se mostram insuficientes ou insatisfatórios para uma análise histórica. Nesse caso, utiliza-se da Simulação de Monte Carlo. A metodologia para cálculo do VaR e CVaR é resumida na Figura 4-1:

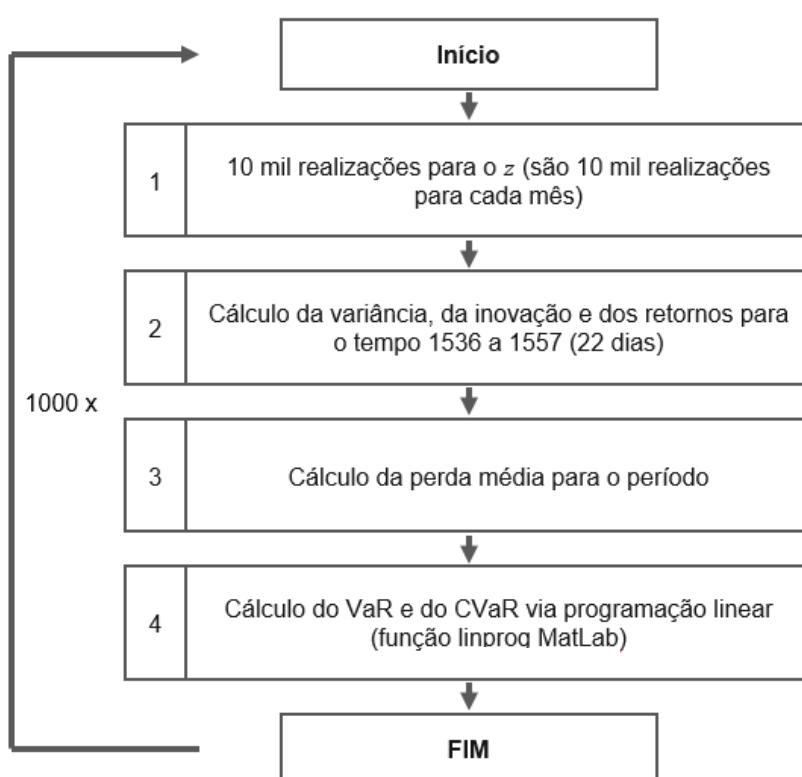


Figura 4-1 - Passos para cálculo do VaR e CVaR

Passo 1: a simulação é iniciada com a informação da inovação no tempo $t = 1535$. Como o objetivo é simular o sistema de precificação mensal para o mercado à vista, simula-se a componente z , i.i.d. com distribuição normal com média zero e variância unitária ou t de Student com grau de liberdade ν para 22 dias (simulando a

quantidade de dias comerciais em um mês). Para cada dia são simuladas 10 mil amostras z .

Passo 2: de posse do modelo ARMA-GARCH selecionado e das 10 mil amostras z , calcula-se 10 mil variâncias h^2 , em seguida as 10 mil inovações ε e por último os 10 mil retornos r , todos para o tempo $t = 1536$. Repete-se o procedimento para $t = 1537$ e assim sucessivamente, até atingir os 22 dias simulados, ou seja, $t = 1557$.

Passo 3: para o cálculo do VaR e CVaR são calculadas as perdas médias diárias em um mês. Na Equação 4-17, AL_n é a perda diária média para um mês na simulação $1 < n < 10000$; $r_{t,n}$ é o retorno no dia t , na simulação n ; e $t_f = 22$ (equivalente a um mês).

$$AL_n = \frac{1}{22} \sum_{T=t_1}^{t_f} \left(1 - e^{\sum_{t=t_1}^T r_{t,n}} \right) \quad 4-17$$

Passo 4: uma vez obtidas as 10 mil perdas diárias médias para o período de um mês, calcula-se o VaR e o CVaR via programação linear, segundo a Equação 4-18 para o CVaR:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{CVaR}_\beta \cong \min_{\tau, \omega_n} \left(\tau + \frac{1}{N(1-\beta)} \sum_{j=1}^N \omega_n \right) \\ \text{sujeito a } \omega_n \geq 0 \\ \omega_n \geq AL_n - \tau. \end{array} \right. \quad 4-18$$

A solução da equação acima fornece também o VaR, que corresponde ao minimizador τ . Mais a respeito de programação linear para cálculo do CVaR em Rockafeller & Uryasev (2000).

O problema de minimização acima é resolvido para $\beta = 0: 10\%: 90\%$ e para $\beta = 95\%, 97,5\%$ e $99,0\%$.

Ao final, é obtida uma medida para o VaR e CVaR. Os passos de 1 a 4 são repetidos 1 mil vezes (segunda Simulação de Monte Carlo), visando obter uma medida de dispersão para o VaR e o VaR.

O CVaR para $\beta = 0$ é igual à perda média esperada $E[AL]$, ou ao retorno médio esperado negativo $-E[r]$. Entretanto, $E[r]$ não é finito quando considerada a distribuição t de Student para as inovações. Nesse caso, pode-se calcular um retorno esperado truncado $E[r]_\beta$, que é função do CVaR $_\beta$, conforme Equação 4-19.

$$E[r]_\beta = \frac{\beta \cdot \text{CVaR}_{1-\beta} - (1 - \beta) \cdot \text{CVaR}_\beta}{1 - 2\beta}, \quad \beta < 0.5 \quad 4-19$$

O retorno esperado truncado $E[r]_\beta$ corresponde ao retorno médio esperado descartando os β quantis superior e inferior. Será utilizado o CVaR para $\beta = 10\%$ para cálculo do $E[r]_\beta$.

5 Resultados

5.1 Caracterização das séries de preço e de retorno

A Figura 5.1 traz as três séries de preço utilizadas neste trabalho. Vê-se que o minério de ferro passou por um ciclo de alta durante os anos de 2009 a 2013, com alguns períodos de oscilações, como uma rápida queda no segundo semestre de 2012 devido a dúvidas quanto ao setor de crédito na China. Desde 2013, os preços vêm apresentando uma persistente queda devido a um excesso de oferta no mercado transoceânico e também a um arrefecimento no crescimento das importações por parte da China.

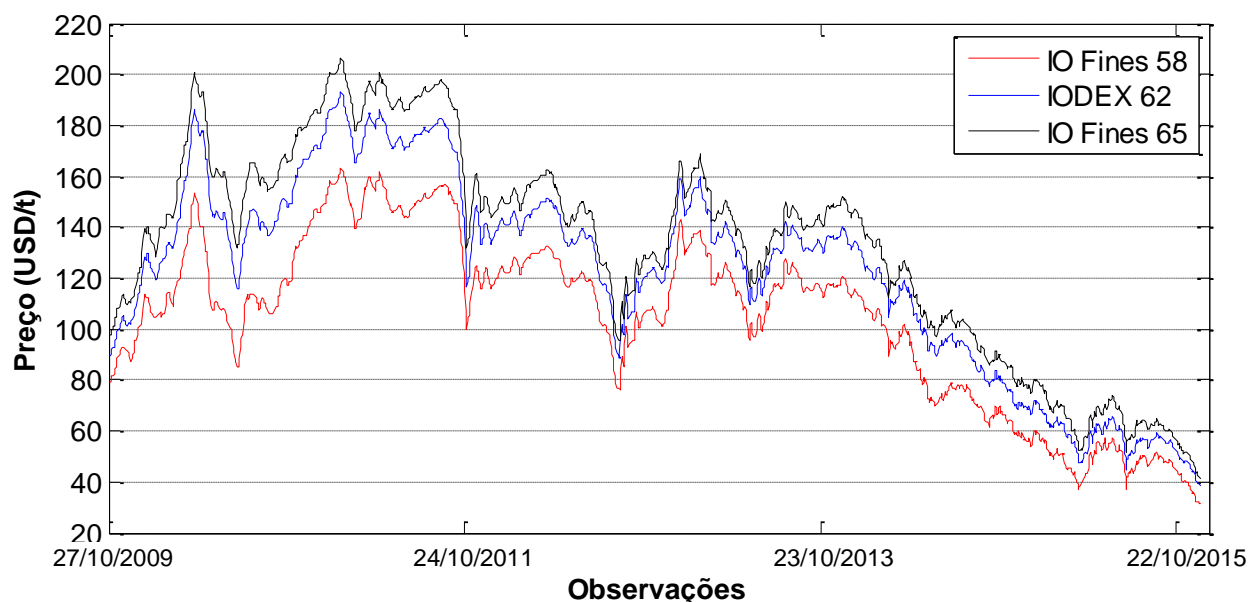


Figura 5-1 – Índices de preço IO Fines 62, IO Fines 58 e IO Fines 65, outubro 2009 a dezembro 2015

A Figura 5-2, Figura 5-3 e a Figura 5-4 trazem, respectivamente, as séries de preço e retornos para cada índice de preço, sendo os retornos calculados segundo a Equação 3-2:

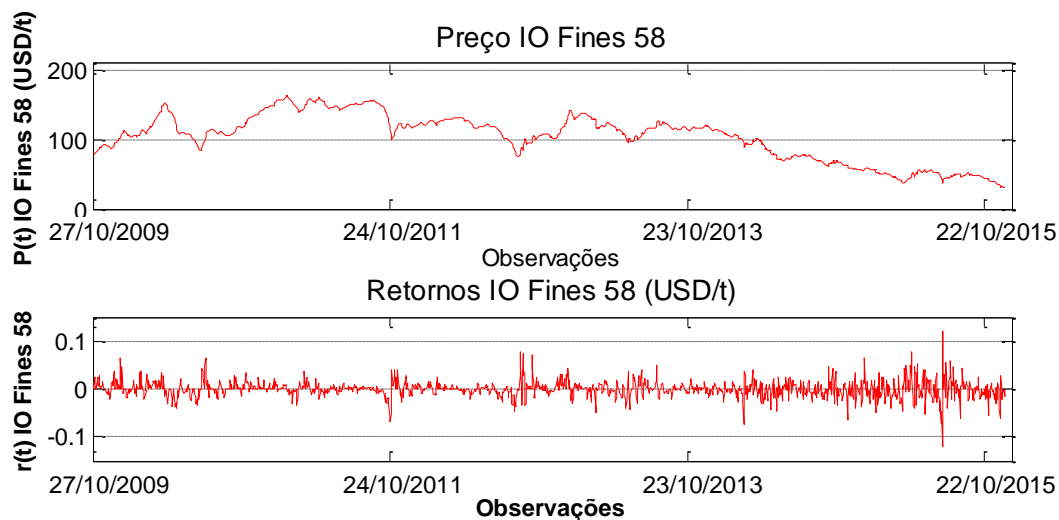


Figura 5-2 – IO Fines 58 (P_{58}) e retornos 58 (r_{58})

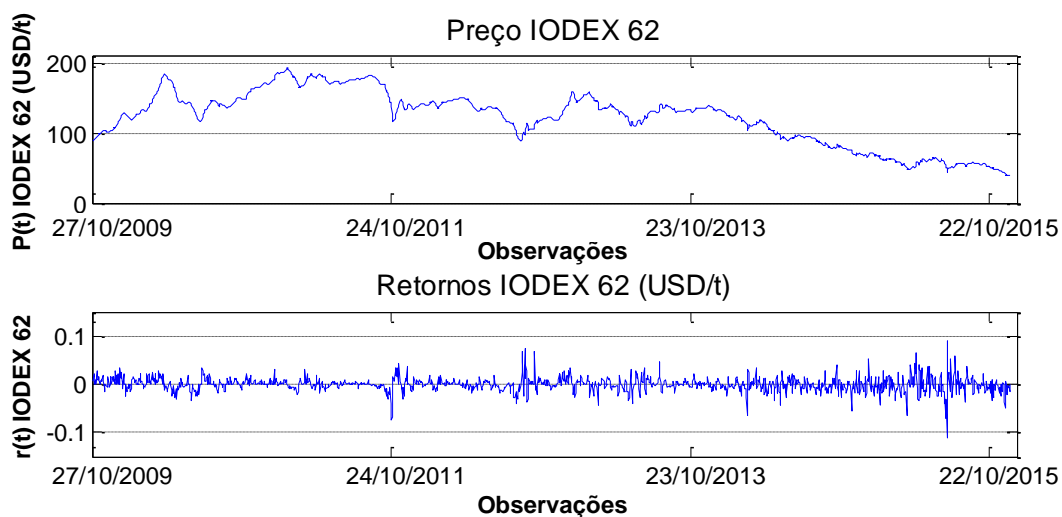


Figura 5-3 – IODEX 62 (P_{62}) e retornos 62 (r_{62})

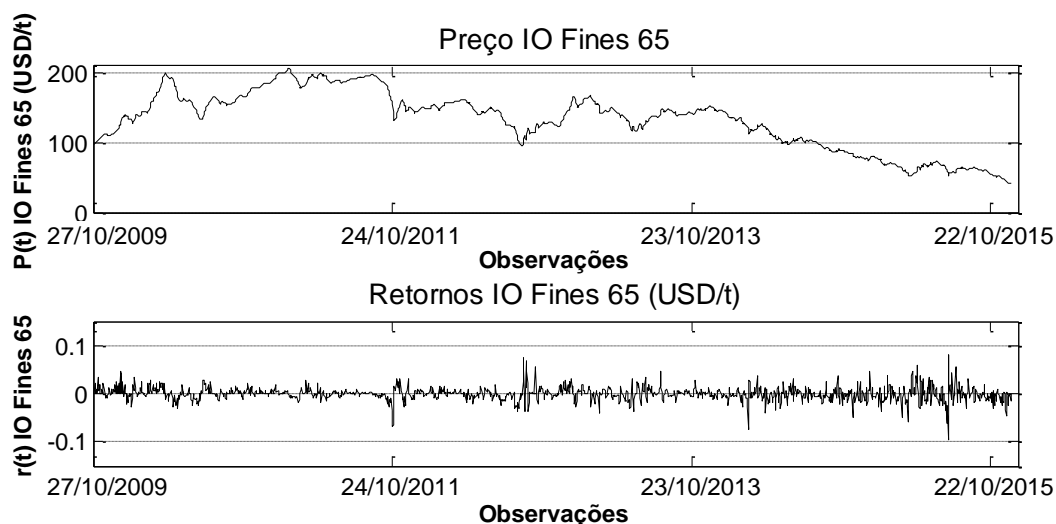


Figura 5-4 – IO Fines 65 (P_{65}) e retornos 65 (r_{65})

Em uma primeira análise visual dos gráficos de preços e retornos, percebe-se que as séries se comportam de forma similar ao longo do tempo, por precificarem a mesma *commodity* (neste trabalho, minério de ferro será tratado como *commodity*, ainda que haja divergências nessa afirmação), embora precifiquem produtos de teores diferentes. Ainda assim, *a priori*, os retornos para o IO Fines 58 (r_{58}) mostram picos mais elevados durante os momentos de maior oscilação dos retornos diários, principalmente no período de baixa, após 2014.

Destaca-se que não foram consideradas as correlações entre as séries uma vez que este trabalho não tem como objetivo a definição de uma carteira. A precificação de cada produto é realizada com base em uma única série de preços, e no contexto das mineradoras, a definição do produto que será vendido está mais intrinsecamente conectada às questões técnicas do que de mercado. Quando uma mina está operando, pouco se pode fazer para enquadrar o produto em outro índice de preço. Uma exceção são as empresas atravessadoras, que podem misturar produtos de diferentes empresas e diferentes qualidades, mas cuja relevância no mercado é relativa, ou as mineradoras que possuem minas de alto e baixo teor de ferro, que podem misturar seus minérios para adequar a qualidade do produto a uma

estratégia de mercado. Entretanto, a estratégia de diversificação de uma mineradora costuma ser realizada por meio do investimento em uma nova *commodity*.

Percebe-se pela Tabela 5-1 que tanto a média quanto o desvio padrão para os retornos são muito próximos entre si para as três séries. A média é da ordem 10^{-4} . Vê-se que os coeficientes de curtose (K) para as três séries de retorno são elevados quando comparados ao coeficiente da distribuição normal, cujo $K = 3$, indicando elevada característica leptocúrtica e presença de caudas pesadas. Esse resultado sugere que assumir uma distribuição com caudas mais pesadas do que a normal para as inovações do modelo ARMA-GARCH se mostra uma hipótese com melhores resultados.

Tabela 5-1 – Estatística descritiva para as séries de preços e retornos

	P_{58}	r_{58}	P_{62}	r_{62}	P_{65}	r_{65}
Média (M, USD/t)	104,0	-6×10^{-4}	122,4	-5×10^{-4}	132,6	-6×10^{-4}
Mediana (Md, USD/t)	110,3	0,0	131,3	0,0	140,8	0,0
Mínimo (Mi, USD/t)	31,2	$-1,2 \times 10^{-1}$	38,6	$-1,1 \times 10^{-1}$	41,3	$-9,7 \times 10^{-2}$
Máximo (Ma, USD/t)	163,3	$1,2 \times 10^{-1}$	193,0	$9,1 \times 10^{-2}$	206,5	$7,9 \times 10^{-2}$
Desvio Padrão (σ)	33,5	$1,7 \times 10^{-2}$	38,8	$1,4 \times 10^{-2}$	41,4	$1,3 \times 10^{-2}$
Assimetria (S)	-0,4	$1,9 \times 10^{-1}$	-0,4	$-6,2 \times 10^{-2}$	-0,4	$3,8 \times 10^{-2}$
Curtose (K)	2,2	9,7	2,3	10,4	2,2	9,6

5.2 Testes estatísticos

O teste de Dickey-Fuller Estendido (ADF) é aplicado aos retornos. Os resultados do teste ADF estão na Tabela 5-2.

Tabela 5-2 – Estatísticas do teste ADF sobre os retornos

	r_{58}	r_{62}	r_{65}
Estatística	-28,3	-27,5	-27,3
Valor Crítico	-1,9	-1,9	-1,9
valor-p	0,001	0,001	0,001
H₀	Rejeita a hipótese	Rejeita a hipótese	Rejeita a hipótese

Com os valores absolutos da estatística significativamente maiores que os valores absolutos dos valores críticos, a hipótese H_0 de que há ao menos uma raiz unitária deve ser rejeitada para as três séries, ou seja, não se rejeita a hipótese de que as séries são estacionárias, isso com valor-p = 0,001, abaixo dos 5% de significância considerados para o teste. Dessa forma, não há a necessidade de aplicar uma diferenciação na série.

O teste de Jarque-Bera (JB) é aplicado para verificar se as séries são normalmente distribuídas. A Tabela 5-3 traz os resultados do teste.

Tabela 5-3 – Estatísticas do teste JB sobre os retornos

	r_{58}	r_{62}	r_{65}
Estatística	2889	3485	2790
Valor Crítico	5,95	5,95	5,95
valor-p	0,001	0,001	0,001
H₀	Rejeita a hipótese	Rejeita a hipótese	Rejeita a hipótese

Os resultados na Tabela 5-3 indicam que a hipótese (H_0) para cada série de que os dados são oriundos de uma distribuição normal deva ser rejeitada, cuja estatística está muito acima do valor crítico, isso para um valor de confiança de 5%. A Figura 5-5, Figura 5-6 e Figura 5-7 corroboram com a não normalidade dos retornos, indicando que obedecem a uma distribuição com caudas pesadas.

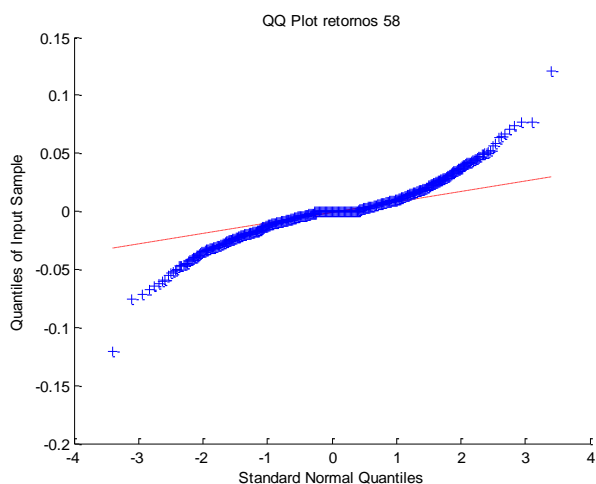


Figura 5-5 – Gráfico Q-Q para a série de retornos r_{58}

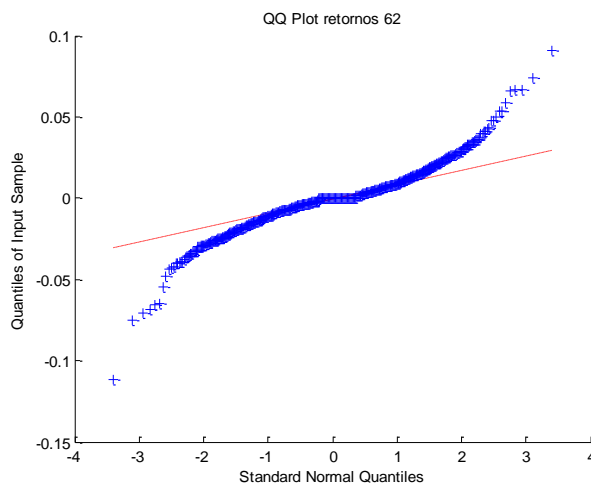


Figura 5-6 – Gráfico Q-Q para a série de retornos r_{62}

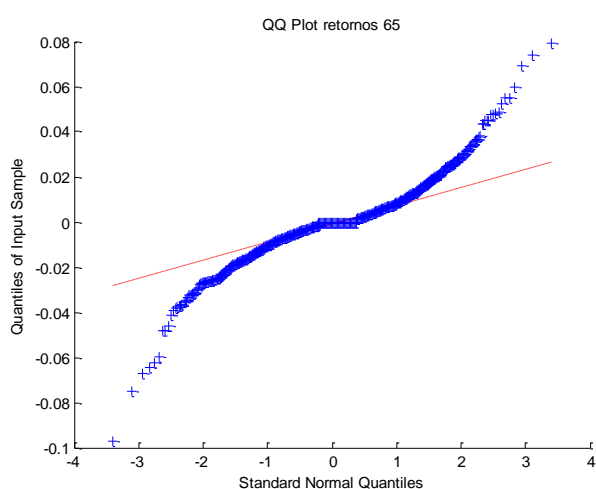


Figura 5-7 – Gráfico Q-Q para a série de retornos r_{65}

A Figura 5-8, Figura 5-9 e a Figura 5-10 trazem as funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) para os retornos. Como se pode verificar, há significativa autocorrelação e autocorrelação parcial nas séries. Como para a modelagem GARCH assume-se que a série a ser modelada seja não autocorrelacionada, não se deve modelar diretamente modelos GARCH para as séries de retorno de minério de ferro. Deve-se antes ajustar um modelo ARMA para que seja removida as autocorrelação.

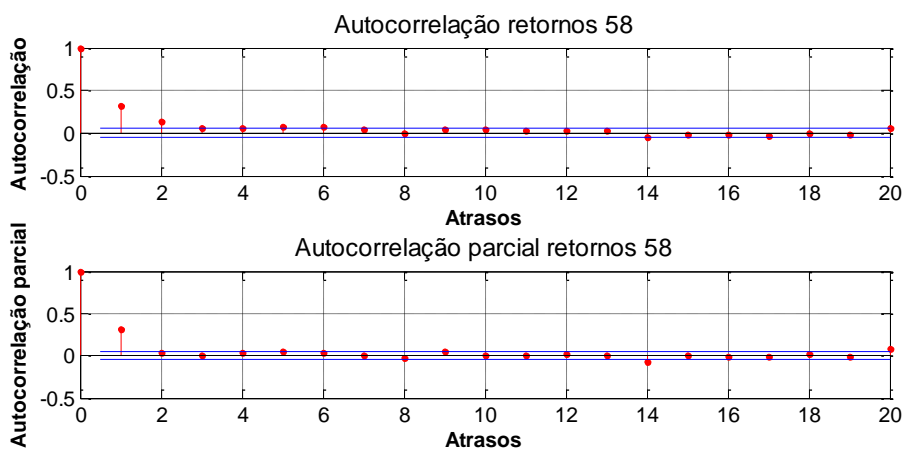


Figura 5-8 – FAC e FACP para a série de retornos r_{58}

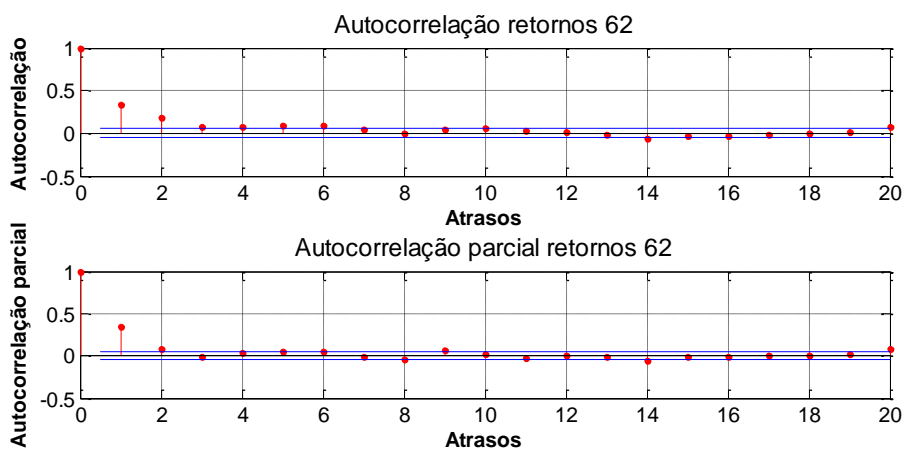


Figura 5-9 – FAC e FACP para a série de retornos r_{62}

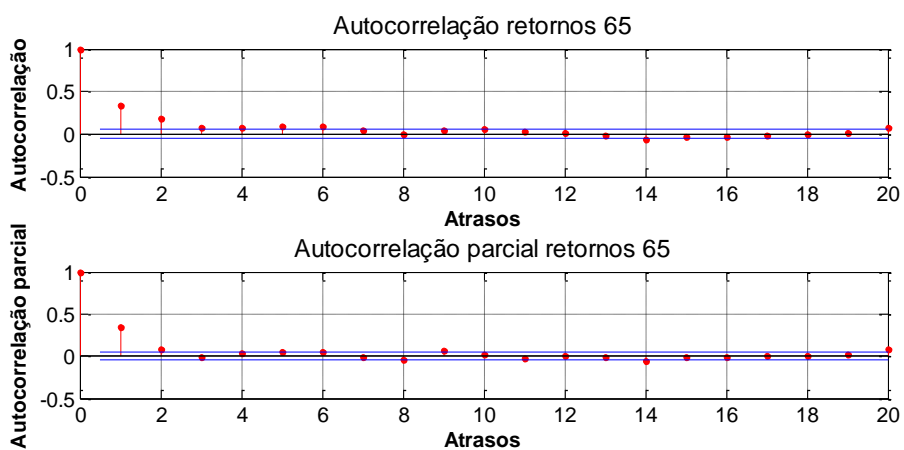


Figura 5-10 – FAC e FACP para a série de retornos r_{65}

O teste de Ljung-Box (LB) é aplicado para verificar a presença de autocorrelação serial.

Tabela 5-4 – Estatísticas do teste LB sobre os retornos

	r_{58}				r_{62}				r_{65}			
Atrasos	1	5	10	20	1	5	10	20	1	5	10	20
Estatística	151,3	198,0	215,0	229,1	176,0	258,4	282,1	300,4	182,3	198,0	215,0	229,1
Valor Crítico	3,8	11,1	18,3	31,4	3,8	11,1	18,3	31,4	3,8	11,1	18,3	31,4
valor-p	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H₀	Rejeita a hipótese				Rejeita a hipótese				Rejeita a hipótese			

Tabela 5-5 – Estatísticas do teste LB sobre os retornos ao quadrado

	r_{58}				r_{62}				r_{65}			
Atrasos	1	5	10	20	1	5	10	20	1	5	10	20
Estatística	222,5	363,1	416,1	500,7	185,3	323,1	387,7	485,4	164,2	363,1	416,1	500,7
Valor Crítico	3,8	11,1	18,3	31,4	3,8	11,1	18,3	31,4	3,8	11,1	18,3	31,4
valor-p	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H₀	Rejeita a hipótese				Rejeita a hipótese				Rejeita a hipótese			

Os resultados do teste de LB na Tabela 5-4 indicam que a hipótese nula (H_0) de que não há autocorrelação nas séries de retorno deve ser rejeitada, isso para primeira, quinta, décima e vigésima defasagens. Como já esperado, o mesmo resultado é encontrado para as séries de retorno ao quadrado (Tabela 5-5), indicando que se deve rejeitar a hipótese de que não há autocorrelação nas séries de retorno ao quadrado. Esse último resultado indica que há efeito ARCH nas séries.

Para confirmar a presença de efeito ARCH, é realizado o teste ARCH-LM de Engle para 2 defasagens (Tabela 5-6).

Tabela 5-6 – Estatísticas do teste ARCH-LM sobre os retornos

	r_{58}	r_{62}	r_{65}
Estatística	221,9	184,9	163,8
Valor Crítico	3,8	3,8	3,8
valor-p	0	0	0
H₀	Rejeita a hipótese	Rejeita a hipótese	Rejeita a hipótese

Os resultados do teste ARCH de Engle na Tabela 5-6 indicam que a hipótese nula (H_0) de que não há efeito ARCH deve ser rejeitada, com valor-p nulo, indicando que há significativo efeito ARCH nas séries de retorno.

Os testes aplicados indicam que as séries de retorno para os índices de preço do minério de ferro se adequam para a aplicação de modelos GARCH dada a presença de efeitos ARCH, com a necessidade de se aplicar um modelo ARMA(r,m) para retirada da autocorrelação das mesmas.

5.3 Identificação e seleção do modelo

Da Figura 5-11 à Figura 5-16 estão ilustrados os critérios AIC e BIC para as janelas de identificação e validação para cada modelo. Vê-se que o modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) é o que apresenta os menores valores para a combinação do AIC para as janelas de identificação e validação para as três séries de retornos. Verifica-se o mesmo para os valores de BIC, com exceção do BIC para a série 58, em que o critério aponta para o ARMA(1,0)-GARCH(1,1), mas com o modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) se posicionando como segunda melhor opção. Para fins de melhor observação, estão omitidas as ordens dos demais modelos.

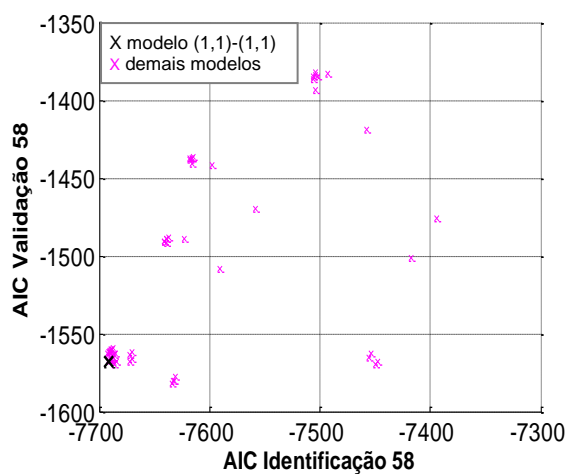


Figura 5-11 – Critério AIC para a série de retornos r_{58}

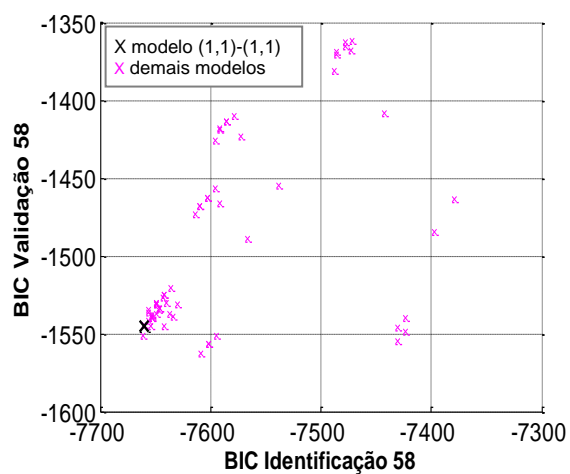


Figura 5-12 – Critério BIC para a série de retornos r_{58}

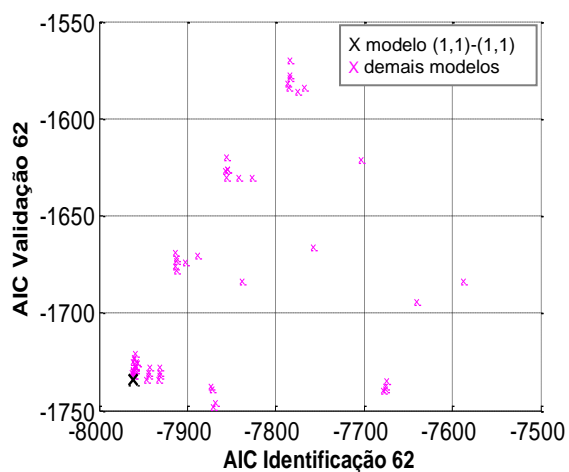


Figura 5-13 – Critério AIC para a série de retornos r_{62}

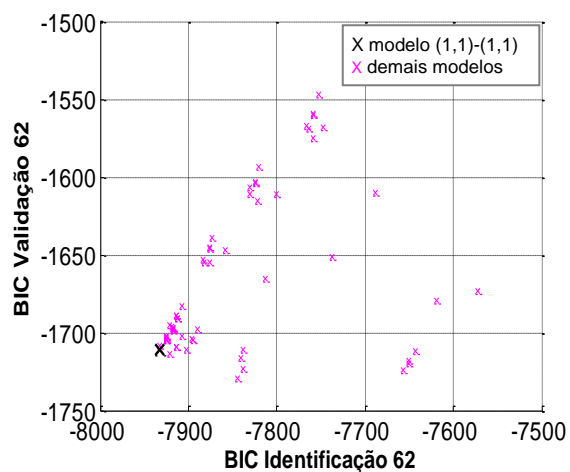


Figura 5-14 – Critério BIC para a série de retornos r_{62}

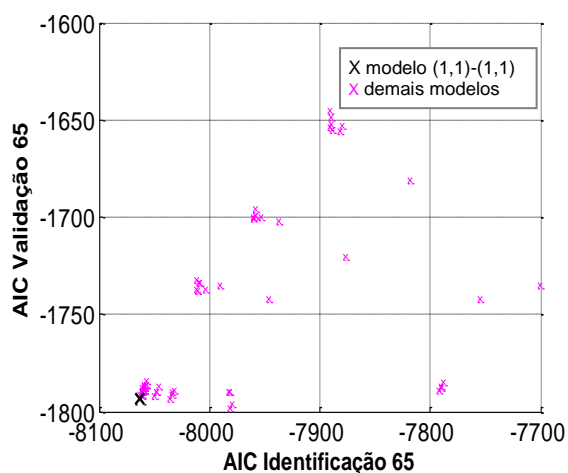


Figura 5-15 – Critério AIC para a série de retornos r_{65}

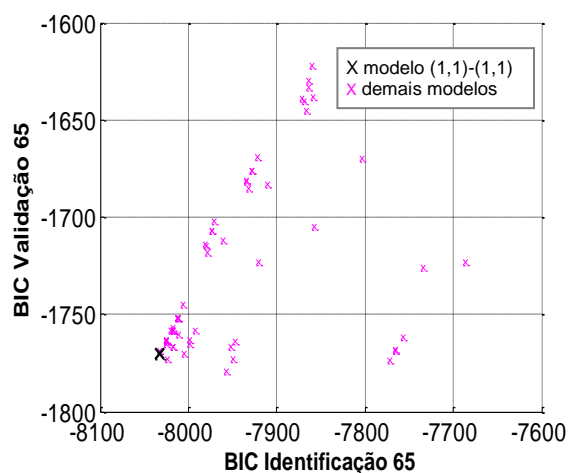


Figura 5-16 – Critério BIC para a série de retornos r_{65}

A Tabela 2-1 traz os quatro modelos com a menor combinação de AIC para a janela de identificação e AIC para a janela de validação para as séries de preço. Observa-se que o modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) é o que apresenta a menor soma de AIC para as três séries de preço (linhas em cinza).

Tabela 5-7 – AIC e BIC para os modelos com menor soma do AIC

Modelo	Série	AIC Ident.	AIC Validação	Soma AIC	BIC Ident.	BIC Validação	Soma BIC
(1,1)(1,1)	r_{58}	-7691	-1568	-9259	-7660	-1545	-9206
(1,1)(1,1)	r_{62}	-7962	-1734	-9480	-7932	-1711	-9427
(1,1)(1,1)	r_{65}	-8063	-1793	-9696	-8032	-1770	-9643
(2,0)(1,1)	r_{58}	-7691	-1567	-9258	-7660	-1544	-9204
(2,0)(1,1)	r_{62}	-7963	-1731	-9478	-7932	-1708	-9425
(2,0)(1,1)	r_{65}	-8063	-1791	-9694	-8032	-1769	-9641
(1,0)(1,1)	r_{58}	-7686	-1570	-9256	-7661	-1551	-9212
(1,1)(2,1)	r_{62}	-7961	-1732	-9477	-7925	-1705	-9415
(1,1)(2,1)	r_{65}	-8061	-1792	-9693	-8025	-1765	-9630
(2,1)(1,1)	r_{58}	-7689	-1567	-9256	-7653	-1540	-9193
(2,1)(1,1)	r_{62}	-7961	-1730	-9477	-7925	-1703	-9415
(1,1)(1,2)	r_{65}	-8061	-1791	-9692	-8025	-1764	-9630

Com base nos resultados acima, optou-se, então, pelo modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) para modelagem das séries de retornos. Os parâmetros dos modelos selecionados estão na Tabela 5-8, bem como o erro padrão para cada parâmetro.

Tabela 5-8 – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1)

	ARMA(1,1)			GARCH(1,1)		
	\bar{r}	r_1	m_1	α_0	α_1	δ_1
r_{58}	$-1,5152 \times 10^{-4}$	$5,4491 \times 10^{-1}$	$-1,70301 \times 10^{-1}$	$9,7940 \times 10^{-6}$	$7,1175 \times 10^{-1}$	$2,8825 \times 10^{-1}$
Erro padrão	$1,8149 \times 10^{-4}$	$5,2710 \times 10^{-2}$	$6,4301 \times 10^{-2}$	$2,2309 \times 10^{-6}$	$4,7700 \times 10^{-2}$	$3,4200 \times 10^{-2}$
r_{62}	$-1,8060 \times 10^{-4}$	$6,3881 \times 10^{-1}$	$-2,5831 \times 10^{-1}$	$7,9082 \times 10^{-6}$	$7,4237 \times 10^{-1}$	$2,5763 \times 10^{-1}$
Erro padrão	$1,4880 \times 10^{-4}$	$4,2551 \times 10^{-1}$	$5,5923 \times 10^{-1}$	$1,9785 \times 10^{-6}$	$4,5720 \times 10^{-1}$	$3,5681 \times 10^{-1}$
r_{65}	$-1,3585 \times 10^{-4}$	$6,1653 \times 10^{-1}$	$-2,4203 \times 10^{-1}$	$6,7558 \times 10^{-6}$	$7,3571 \times 10^{-1}$	$2,6429 \times 10^{-1}$
Erro padrão	$1,4200 \times 10^{-4}$	$4,4563 \times 10^{-2}$	$5,7731 \times 10^{-2}$	$1,5920 \times 10^{-6}$	$4,3803 \times 10^{-2}$	$3,1954 \times 10^{-1}$

A Figura 5-17, a Figura 5-18 e a Figura 5-19 trazem as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para as inovações do modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1). Como se pode observar nas figuras, as autocorrelações e autocorrelação parciais foram significativamente reduzidas.

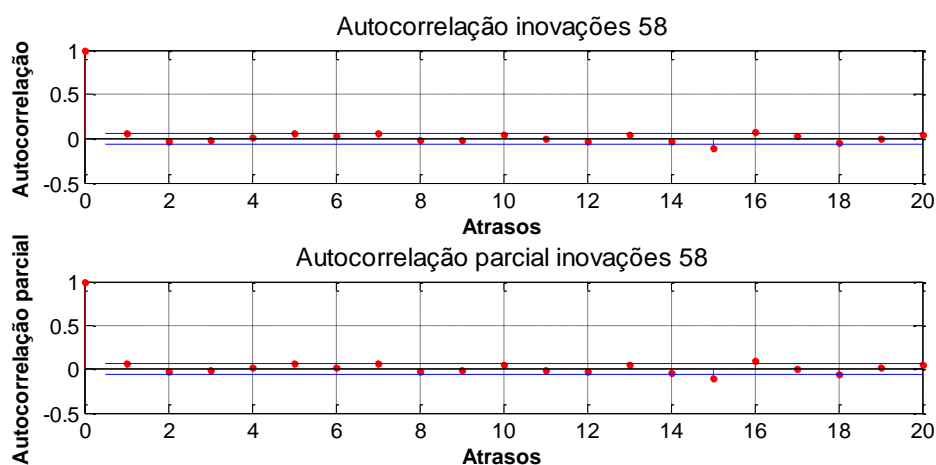


Figura 5-17 – FAC e FACP inovações modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) para r_{58}

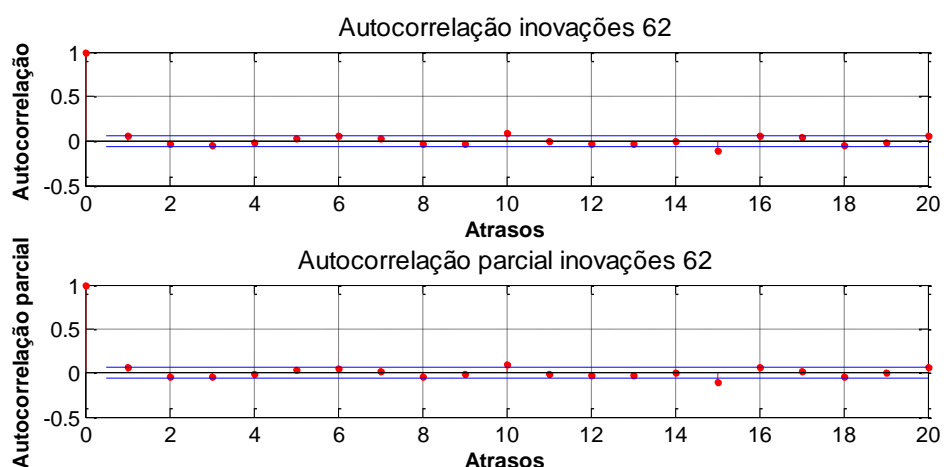


Figura 5-18 – FAC e FACP inovações modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) para r_{62}

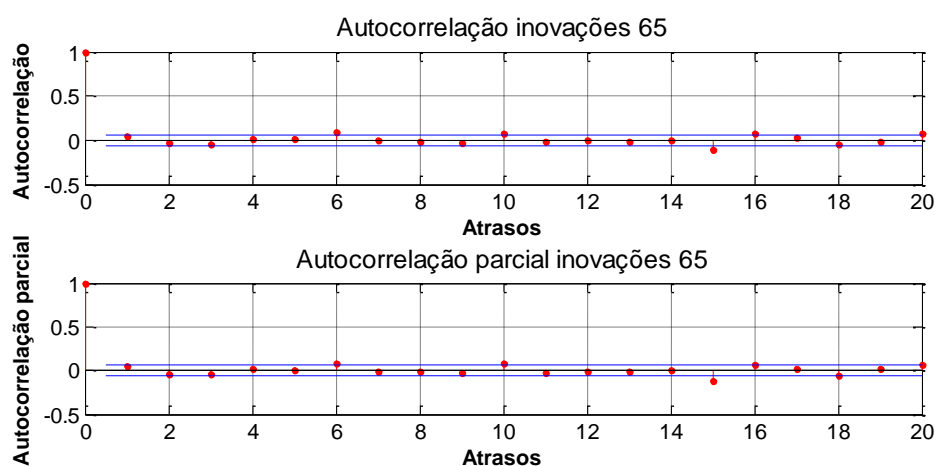


Figura 5-19 – FAC e FACP inovações modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) para r_{65}

A Figura 5-20, a Figura 5-21 e a Figura 5-22 trazem os preços, os retornos e a variância condicional (h^2) para cada série de preço. Uma análise visual permite inferir o comportamento similar para a variância condicional, como esperado, porém com picos mais elevados para a série de retorno do IO Fines 58, principalmente nos anos de 2011, 2014 e 2015.

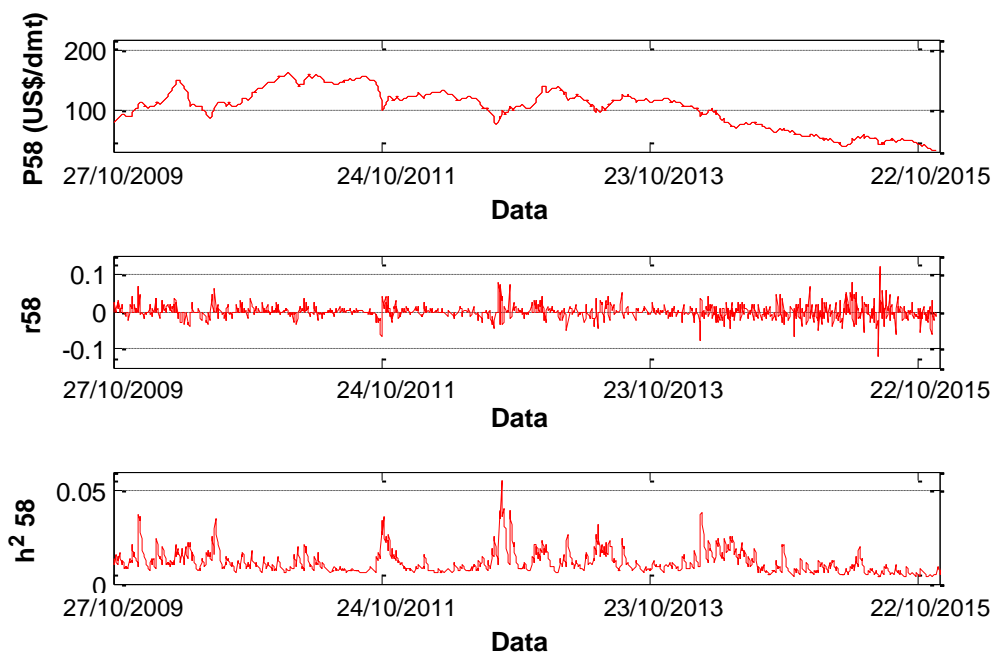


Figura 5-20 – Preços P_{58} , retornos r_{58} e variância h^2_{58}

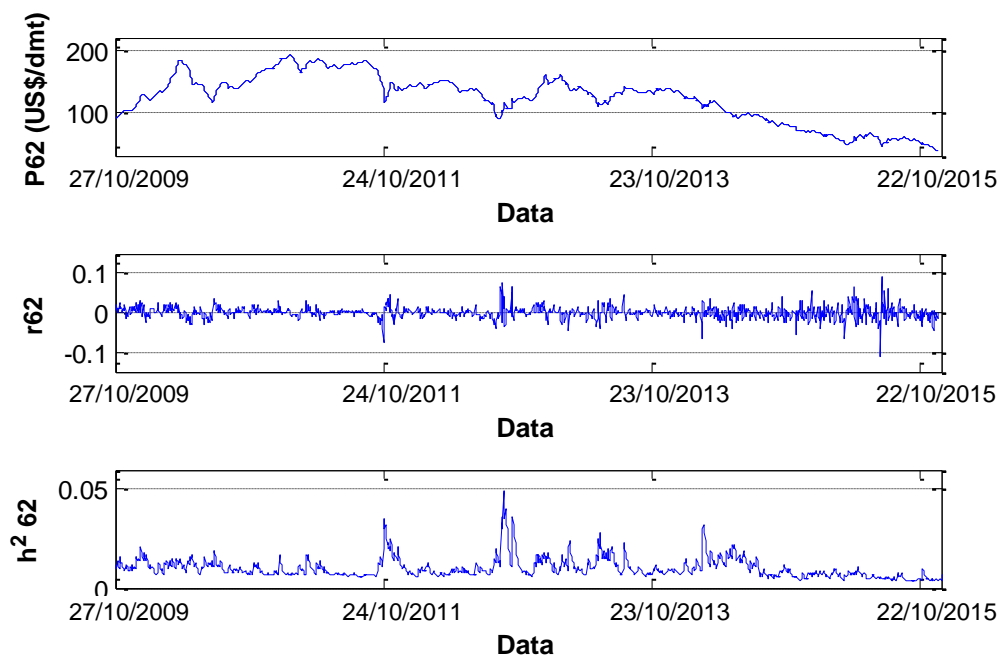


Figura 5-21- Preços P_{62} , retornos r_{62} e variância h^2_{62}

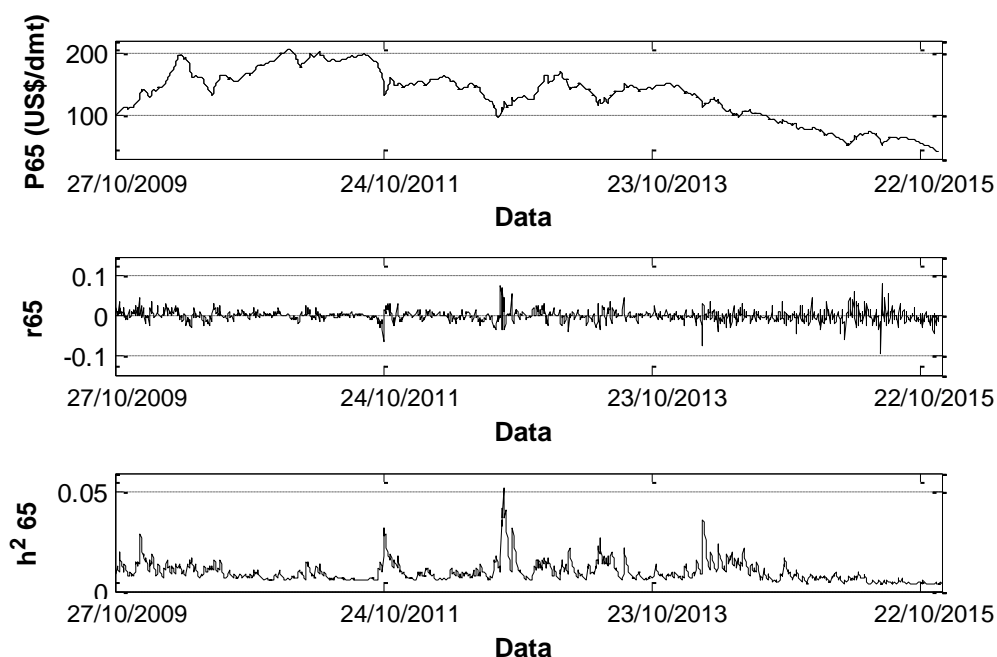


Figura 5-22 – Preços P_{65} , retornos r_{65} e variância h_{65}^2

Na Tabela 5-9 estão os resultados do ARCH-LM aplicado ao quadrado das inovações (ε^2) e ao quadrado das inovações dividido pela variância (ε^2/h^2). Vê-se que os modelos removeram a heteroscedasticidade da componente, com a hipótese H_0 rejeitada para as três séries, com valor-p = 0,55 para r_{58} , 0,91 para r_{62} e 0,88 para r_{65} .

Tabela 5-9 – Estatísticas do teste ARCH-LM sobre as inovações ao quadrado e sobre o quadrado das inovações dividido pela variância (defasagem 2, confiança = 5%)

	ε_t^2			ε_t^2/h_t^2		
	r_{58}	r_{62}	r_{65}	r_{58}	r_{62}	r_{65}
Estatística	18,5	52,5	53,5	1,19	0,19	0,25
Valor Crítico	5,99	5,99	5,99	5,99	5,99	5,99
valor-p	$9,5 \times 10^{-5}$	$3,9 \times 10^{-12}$	$2,5 \times 10^{-12}$	0,55	0,91	0,88
H_0	Rejeita a hipótese	Rejeita a hipótese	Rejeita a hipótese	Aceita a hipótese	Aceita a hipótese	Aceita a hipótese

5.4 VaR e CVaR

A Tabela 5-10 e a Tabela 5-11 trazem os valores do VaR (minimizador τ da Equação 4-18) e do CVaR, respectivamente, resultantes da otimização da Equação 4-18, e os desvios padrão σ para os VaRs e CVaRs.

Tabela 5-10 – Valores de VaR e desvio padrão (σ VaR) para as séries de retorno

β	VaR 58	σ VaR 58	VaR 62	σ VaR 62	VaR 65	σ VaR 65
10,0%	-0,0482	0,0010	-0,0429	0,0010	-0,0398	0,0009
20,0%	-0,0267	0,0006	-0,0223	0,0006	-0,0213	0,0005
30,0%	-0,0138	0,0005	-0,0097	0,0005	-0,0100	0,0004
40,0%	-0,0036	0,0004	0,0001	0,0004	-0,0011	0,0004
50,0%	0,0055	0,0004	0,0090	0,0004	0,0069	0,0004
60,0%	0,0145	0,0004	0,0178	0,0004	0,0148	0,0004
70,0%	0,0243	0,0005	0,0273	0,0005	0,0234	0,0004
80,0%	0,0364	0,0006	0,0390	0,0006	0,0340	0,0006
90,0%	0,0557	0,0009	0,0576	0,0009	0,0509	0,0008
95,0%	0,0755	0,0014	0,0764	0,0013	0,0681	0,0012
97,5%	0,0979	0,0022	0,0974	0,0020	0,0875	0,0018
99,0%	0,1339	0,0045	0,1308	0,0043	0,1184	0,0040

Tabela 5-11 – Valores de CVaR e desvio padrão (σ CVaR) para as séries de retorno

β	CVaR 58	σ CVaR 58	CVaR 62	σ CVaR 62	CVaR 65	σ CVaR 65
10,0%	0,0145	0,0005	0,0176	0,0004	0,0147	0,0004
20,0%	0,0208	0,0005	0,0237	0,0005	0,0203	0,0004
30,0%	0,0266	0,0005	0,0293	0,0005	0,0254	0,0004
40,0%	0,0324	0,0006	0,0350	0,0005	0,0305	0,0005
50,0%	0,0387	0,0006	0,0411	0,0006	0,0360	0,0005
60,0%	0,0459	0,0007	0,0480	0,0007	0,0423	0,0006
70,0%	0,0548	0,0009	0,0565	0,0008	0,0500	0,0008
80,0%	0,0672	0,0012	0,0683	0,0011	0,0608	0,0010
90,0%	0,0894	0,0018	0,0893	0,0017	0,0802	0,0016
95,0%	0,1146	0,0030	0,1128	0,0028	0,1020	0,0026
97,5%	0,1440	0,0049	0,1403	0,0046	0,1275	0,0043
99,0%	0,1915	0,0092	0,1843	0,0086	0,1689	0,0082

A Figura 5-23 e a Figura 5-24 mostram o VaR e CVaR de acordo com o nível de confiança β .

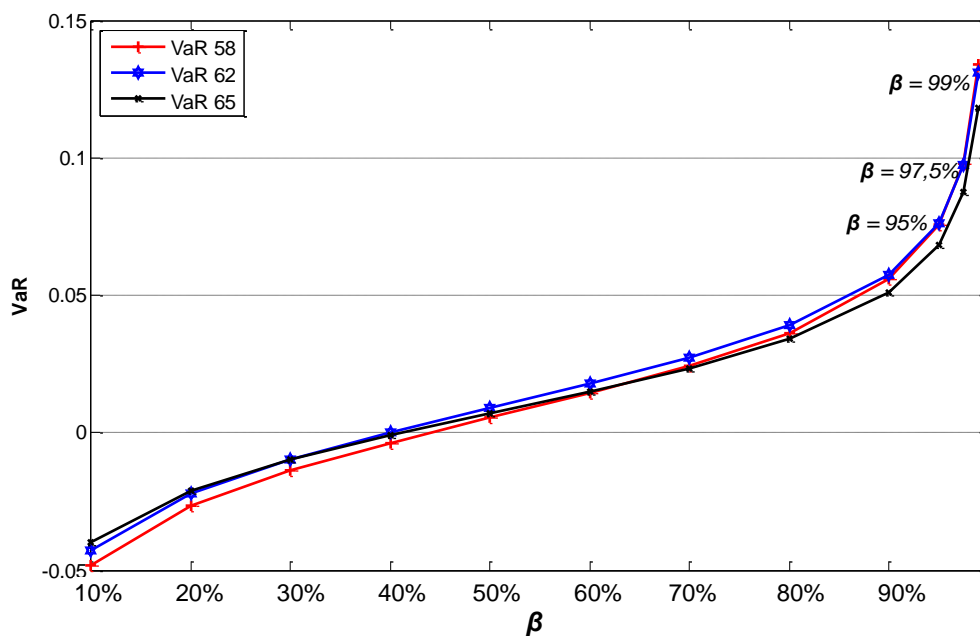


Figura 5-23 – VaR para as séries de retornos

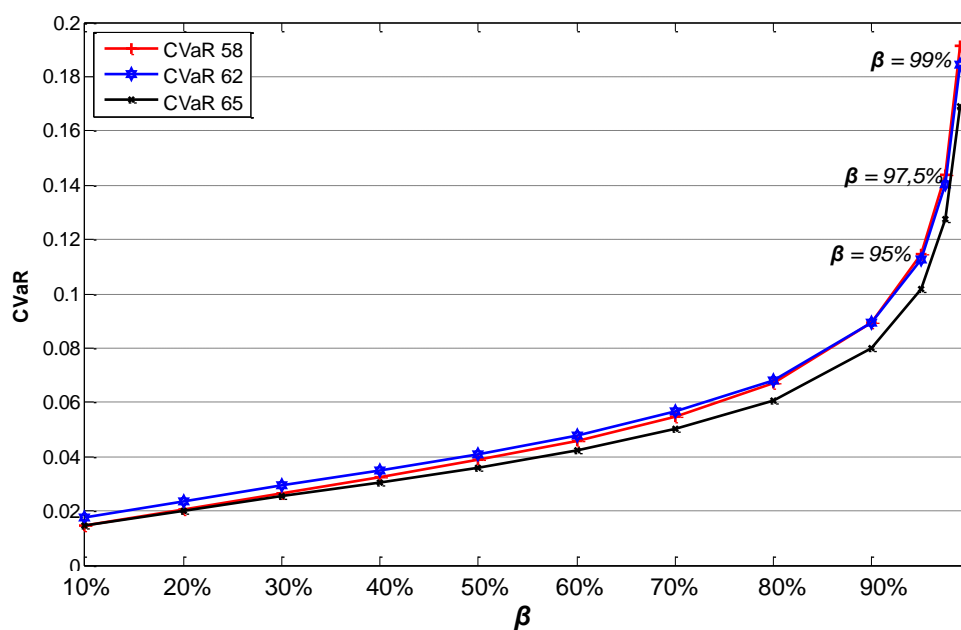


Figura 5-24 – CVaR para as séries de retornos

Pela Figura 5-23 nota-se que os valores do VaR para cada série de preço e para um mesmo β são relativamente próximos entre si. Entretanto, é possível constatar que há uma hierarquia de risco, ainda que não acentuada, entre as séries. Nota-se que o risco é menor para o IO Fines 58 para $\beta \geq 60\%$, e que há uma inversão entre o IODEX 62 e IO Fines 58 com $\beta = 95\%$. É possível também observar que para $\beta < 40\%$ os valores do VaR são negativos, indicando possibilidade de ganho (perdas negativas) nesses casos. Esse comportamento de alternância entre os valores de risco dos índices e a possibilidade de ganhos é consequência de o VaR ignorar as perdas que se posicionam à sua direita na cauda.

Na Figura 5-25, Figura 5-26 e Figura 5-27 encontram-se o VaR e o CVaR para cada série de preços, para fins de comparação.

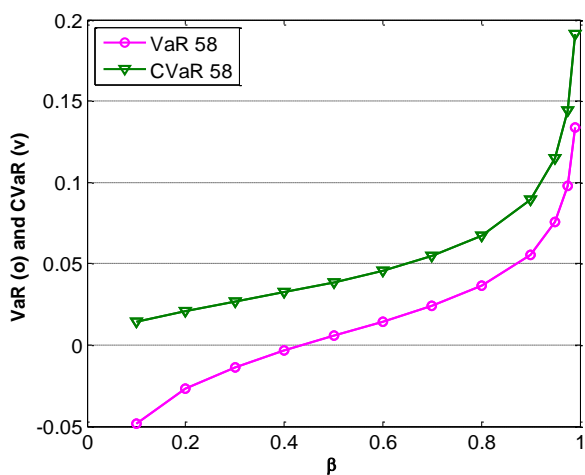


Figura 5-25 – VaR e CVaR IO Fines 58

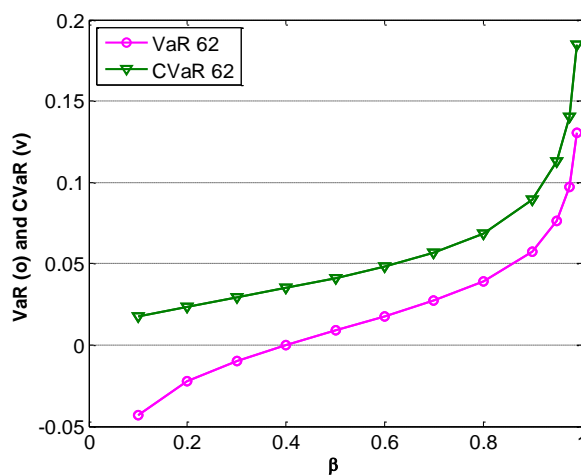


Figura 5-26 – VaR e CVaR IODEX 62

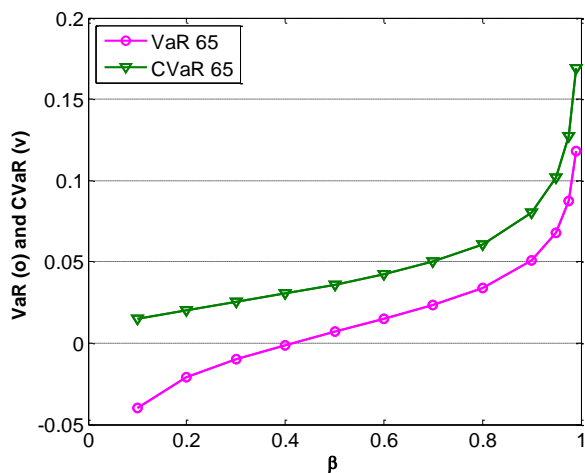


Figura 5-27 – VaR e CVaR IO Fines 65

A Figura 5-28 e Figura 5-29 trazem o valor e os desvios padrão para o VaR e CVaR, com $\beta \geq 90\%$.

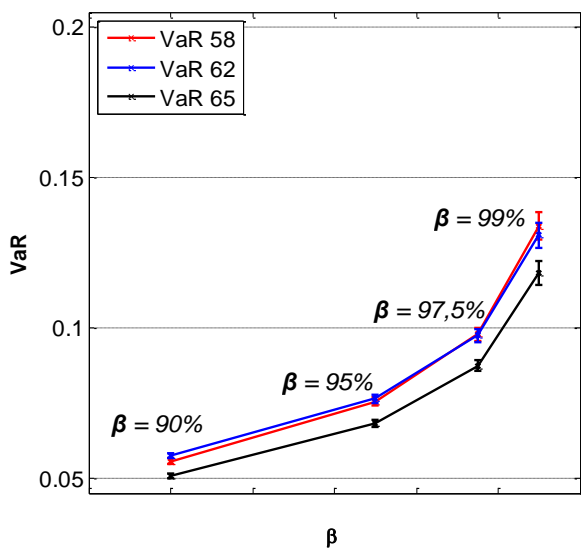


Figura 5-28 – VaR e σ VaR para $\beta \geq 90\%$

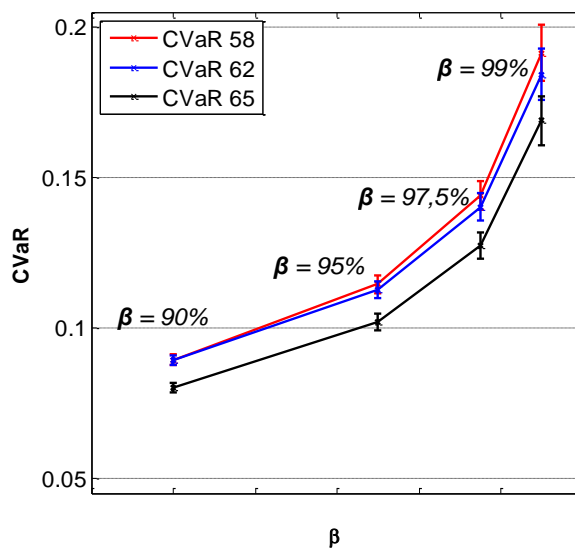


Figura 5-29 – CVaR e σ CVaR para $\beta \geq 90\%$

Ainda que sejam relativamente próximos, inclusive com alguma sobreposição quando se consideram os desvio-padrão, principalmente para o CVaR, nota-se que há uma hierarquia no risco. Observando tanto a Figura 5-24 quanto a Figura 5-29, nota-se que o CVaR para o IO Fines 58 é bem próximo ao do IODEX 62, sendo que a partir de $\beta = 90\%$ o CVaR para o IO Fines 58 passa a ser superior ao CVaR para o IODEX 62. Já o CVaR para o IO Fines 65 é inferior para qualquer β , exceto para $\beta = 10\%$. Pode-se concluir que o risco para o mercado do 65 é menor quando se considera o sistema de precificação baseado na média do índice Platts no mês anterior.

5.5 Retorno médio esperado truncado

A Tabela 5-12 traz os retornos médios esperados truncados $E[r]_{\beta}$ para cada série de retorno, calculados segundo a Equação 4-19, para $\beta = 10\%$. Vê-se que os retornos são negativos, sendo o mais negativo o $E[r]_{\beta}$ para a série de retornos do IODEX 62. O $E[r]_{\beta}$ menos negativo é o para o IO Fines 58.

Tabela 5-12 – Retorno médio esperado truncado $E[r]_{\beta}$

Séries de retornos	$E[r]_{\beta}$
r_{58}	-0,51%
r_{62}	-0,86%
r_{65}	-0,65%

A Figura 5-30 traz os $E[r]_{\beta}$ calculados e os $CVaR_{90}$.

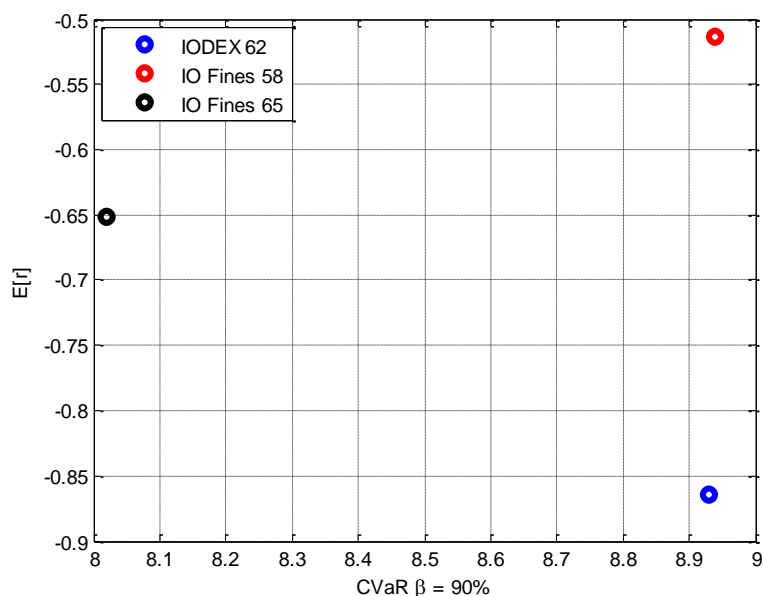


Figura 5-30 – Retornos médios esperados $E[r]_{\beta}$ para $\beta = 90\%$ e CVaR para $\beta = 90\%$

Pela Figura 5-30, vê-se que o IODEX 62 apresenta CVaR e retorno negativo mais elevados quando comparado com o IO Fines 65, representando uma dominância do IO Fines 65 sobre o IODEX 62. O IO Fines 58 também apresenta retorno negativo menor do que o IODEX 62, com valores de CVaR muito próximos entre ambos. Já entre IO Fines 65 e IO Fines 58, vê-se que não há dominância, uma vez que o IO Fines 65 apresenta retorno negativo maior do que o do IO Fines 58, mas com CVaR menor, indicando que a máxima perda para o IO Fines 65 é menor com uma probabilidade de 90%.

Apesar desses resultados, destaca-se que a metodologia descarta as perdas para $\beta < 10\%$ e $\beta > 90\%$. Dado que o valor do CVaR aumenta consideravelmente para $\beta > 90\%$, principalmente para o IODEX 58, os valores para os $E[r]_{\beta}$ podem se alterar à medida que o β se aproxime de 0.

6 Conclusão

Este estudo teve como objetivo apresentar uma metodologia para modelagem da volatilidade do mercado transoceânico de minério de ferro, fazendo uso dos modelos ARMA-GARCH e medidas de risco VaR e CVaR. Foram testadas as hipóteses de distribuição normal gaussiana e t de Student para as inovações, e utilizados os critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano de Schwarz (BIC) para seleção dos modelos. Para o cálculo dos critérios, fez-se uso de validação cruzada, considerando a log-verossimilhança para a janela de identificação e a log-verossimilhança para a janela de validação. O cálculo das medidas de risco foi realizado se utilizando das técnicas de programação linear e de Simulação de Monte Carlo.

A análise empírica se constituiu da aplicação da metodologia às séries de retornos dos índices de preço à vista Platts IO Fines 58, IODEX 62 e IO Fines 65, com o intuito de comparar o risco entre os mercados de minério de ferro de alto e baixo teor.

Após a identificação de diferentes ordens de modelos ARMA-GARCH, o modelo selecionado segundo os critérios definidos na metodologia para as três séries de retornos foi o ARMA(1,1)-GARCH(1,1) com distribuição t de Student para as inovações. O modelo se mostrou capaz de remover as autocorrelações e a heteroscedasticidade das séries de retorno, indicando sucesso na modelagem. As variâncias condicionais indicam comportamento similar entre as três séries de preço em termos de volatilidade.

Para o cálculo do risco, foi simulado o sistema de precificação mensal, em que o preço de venda é a média dos preços dos últimos 30 dias. Foram calculados os valores do VaR e do CVaR, em que se observa maior coerência nos valores do

CVaR, que é considerada uma medida coerente de risco. Os resultados indicam que o IO Fines 65 apresenta menor risco de mercado ao se considerar o CVaR, com o IO Fines 58 e IODEX 62 muito próximos entre si. Ao se considerar os retornos médios esperados, percebe-se um compromisso entre risco e retorno para o IO Fines 65 e IO Fines 58, com o IODEX 62 se mostrando uma opção menos interessante devido ao retorno médio esperado negativo mais elevado entre as três séries, com CVaR próximo ao do IO Fines 65. Faz-se a ressalva, entretanto, de que o cálculo foi realizado para $\beta = 10\%$.

Ainda que os resultados obtidos se mostrem relevantes, a maior contribuição deste trabalho é a metodologia desenvolvida, que permite analisar a volatilidade e calcular as medidas de risco para o minério de ferro em qualquer período, simulando diferentes formas de precificação.

Com relação à metodologia, sugere-se para trabalhos futuros a aplicação de ferramentas para teste das medidas de risco, como o *backtesting*, isso tanto para o VaR quanto para o CVaR, com o objetivo de verificar se o modelo de volatilidade selecionado é eficaz para medir o risco. Sugere-se, também, incorporar a análise de quebra estrutural uma vez que, claramente, as séries de preço apresentam períodos muito discrepantes na média, o que pode influenciar os resultados. Sugere-se, ainda, estudar a dependência entre as séries financeiras e incluí-la no cálculo do risco e retorno.

Com relação à análise empírica, sugere-se calcular as medidas de risco para outros sistemas de precificação, como o trimestral ou o trimestral defasado de um mês, bem como a utilização de outros índices de preço, de forma a endossar a conclusão deste trabalho.

7 Referências

AAS, K.; DIMAKOS, X. K. **Statistical modelling of financial time series: An introduction**. Norwegian Computing Center, 2004.

AGNOLUCCI, P. **Volatility in crude oil futures: a comparison of the predictive ability of GARCH and implied volatility models**. *Energy Economics*, v. 31, n. 2, p. 316-321, 2009.

AKAIKE, H. **Maximum likelihood identification of gaussian autoregressive moving average models**. *Biometrika*, v. 60, n. 2, p. 255-265, 1973.

ALOUI, C.; MABROUK, S. **Value-at-risk estimations of energy commodities via long-memory, asymmetry and fat-tailed GARCH models**. *Energy Policy*, v. 38, n. 5, p. 2326-2339, 2010.

ARTZNER, P.; DEBALDEN, F.; EBER, J. M.; HEATH, D. **Coherent measures of risk**. *Mathematical finance*, v. 9, n. 3, p. 203-228, 1999.

AVANCINI, G. T. **Estudo da volatilidade da série de preços da soja por meio de modelos GARCH e modelos ARFIMA**. 2015. 100 f. Dissertação (Mestrado). Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo. Piracicaba - SP.

BERA, A. K.; HIGGINS, M. L. **ARCH models: properties, estimation and testing**. *Journal of economic surveys*, v. 7, n. 4, p. 305-366, 1993.

BOLLERSLEV, T. **Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity**. *Journal of econometrics*, v. 31, n. 3, p. 307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T.; WOOLDRIDGE, J. M. **Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances**. *Econometric reviews*, v. 11, n. 2, p. 143-172, 1992.

BRACKER, K.; SMITH, K. L. **Detecting and modeling changing volatility in the copper futures market**. *Journal of Futures Markets*, v. 19, n. 1, p. 79-100, 1999.

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. **Multimodel inference understanding AIC and BIC in model selection**. *Sociological methods & research*, v. 33, n. 2, p. 261-304, 2004.

CAMPBELL, J. Y.; LO, A. W. C.; MACKINLAY, A. C. *The econometrics of financial markets*. Vol. 2. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1997.

CAPIE, F.; MILLS, T. C.; WOOD, G. **Gold as a hedge against the dollar.** *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, v. 15, n. 4, p. 343-352, 2005.

CHRISTOFFERSEN, P. F. *Elements of financial risk management*. 2 ed. San Diego, CA: Academic Press, 2011.

CONT, R. **Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues.** *Quantitative Finance*. v. 1. p 223-236, 2001.

COSTA, B. M.; AIUBE, F. A. L.; BAÍDYA, T. K. N. Fatos estilizados e volatilidade de retorno do petróleo WTI. In: XXIV ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2004, p. 01-08.

DENG, L.; MA, C.; YANG, W. **Portfolio optimization via pair copula-GARCH-EVT-CVaR model.** *Systems Engineering Procedia*, v. 2, p. 171-181, 2011.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE PRODUÇÃO MINERAL. *Economia Mineral do Brasil*. Brasília - DF. 2009. 764 p.

DICKEY. D. A.; FULLER, W. A. **Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root.** *Journal of the American statistical association*, v. 74, n. 366a, p. 427-431, 1979.

DICKEY. D. A.; FULLER, W. A. **Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root.** *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, v. 49. n. 4. p. 1057-1072, 1981.

ENGLE, R. F. **Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation,** *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, v. 50, p. 987-1008, 1982.

ENGLE, R. F. **GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics.** *The Journal of Economic Perspectives*, v. 15, n. 4, p. 157-168, 2001.

GAIO, L. E. **Gestão de risco no mercado financeiro internacional:** Uma análise comparativa entre modelos de volatilidade para mensurar o Value-At-Risk. 2009. 99 f. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto - SP.

GAIO, L. E.; PESSANHA, G. R. G.; DE OLIVEIRA, D. R.; DE ÁZARA, L. N. **Análise da volatilidade do índice Bovespa: um estudo empírico utilizando modelos da classe ARCH.** *Revista Contemporânea de Economia e Gestão*, v. 5, n. 1, p. 7-16, 2007.

GIOT, P.; LAURENT, S. **Modelling daily value-at-risk using realized volatility and ARCH type models.** *Journal of Empirical Finance*, v. 11, n. 3, p. 379-398, 2004.

GOULART, A. M. C. **Evidenciação contábil do risco de mercado por Instituições financeiras no Brasil.** 2003. 202 f. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo - SP.

HARPER, A.; JIN, Z.; SOKUNLE, R.; WADHWA, M. **Price volatility in the silver spot market: an empirical study using Garch applications.** *Journal of Finance and Accountancy*, v. 13, n. 1, 2013.

HURST, L. **Assessing the competitiveness of the supply side response to China's iron ore demand shock.** *Resources Policy*, v. 45, p. 247-254, 2015.

HURVICH, C. M.; TSAI, C. **Regression and time series model selection in small samples.** *Biometrika*, v. 76, n. 2, p. 297-307, 1989.

INTERNATIONAL IRON AND STEEL INSTITUTE. *Steel statistical yearbook 2000*. Brussels, 2000.

INTERNATIONAL IRON AND STEEL INSTITUTE. *Steel statistical yearbook 1990*. Brussels, 1990.

JARQUE, C. M.; BERA, A. K. **A test for normality of observations and regression residuals.** *International Statistical Review*, v. 55, n. 2, p. 163-172, 1987.

JORION, P. **Financial risk manager handbook**. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2003.

JORION, P. **Financial risk manager handbook**. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2007.

JORION, P. **Value at risk**. New York, NY: McGraw-Hill, 1997.

LEE, W.; LIN, H. **Portfolio value at risk with Copula-ARMAX-GJR-GARCH model: Evidence from the gold and silver futures.** *African Journal of Business Management*, v. 5, n. 5, p. 1650, 2011.

MA, Y. **Iron ore spot price volatility and change in forward pricing mechanism.** *Resources Policy*, v. 38, n. 4, p. 621-627, 2013.

MACHRY, M. S. **O uso do Value at Risk (VaR) como medida de risco para fundos de pensão.** 2003. 130 f. Dissertação (Mestrado). Escola de Administração de Empresas de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo - SP.

MAFFRA, S. A. R. S. **Risco e seleção de portfólios com a medida CVaR e o modelo GO-GARCH.** 2013. Dissertação (Mestrado). Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Rio de Janeiro - RJ.

MARGARIDO, M. A.; ANEFALOS, L. C. **Testes de raiz unitária e o software SAS.** *Agricultura em São Paulo*, v. 46, n. 2, p. 19-45, 1999.

MARGARIDO, M. A., MEDEIROS JUNIOR, H. **Teste para mais de uma raiz unitária: uso do software SAS® na elaboração de uma rotina para o teste dickey-pantula.** *Pesquisa & Debate*. v. 17. n. 1. p. 149-170, 2006.

MÓL, A. L. R. **Value at risk como medida de risco da volatilidade dos ajustes diários em mercados futuros de café.** 2002. 113 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Lavras. Lavras - MG.

MOREIRA, V. R. **Gestão de riscos do agronegócio no contexto cooperativista**. 2009. 208 f. Tese (Doutorado). Escola de Administração de Empresas de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas. São Paulo - SP.

MOURÃO, J. M. **Estudo prospectivo do setor siderúrgico: NT do minério de ferro e pelotas e situação atual e tendências 2025**. Centro de Gestão e Estudos Estratégicos da Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, Brasília, 49p, 2008.

NARAYAN, P. K.; NARAYAN, S. **Modelling oil price volatility**. *Energy Policy*, v. 35, n. 12, p. 6549-6553, 2007.

PEREIRA N. A T. **Adeus benchmark? Entenda as mudanças na precificação do minério de ferro**. InfoMoney, 2010. Disponível em <<http://www.infomoney.com.br/ultimas-noticias/noticia/1820860/adeus-benchmark-entenda-mudancas-precificacao-minerio-ferro>>. Acesso em 10 jan 2016.

PFLUG, G. C. **Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk**. *Probabilistic constrained optimization*. Springer US, p. 272-281, 2000.

PRODANOV, C. C.; DE FREITAS, E. C. Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico - 2ª Edição. Editora Feevale, 2013.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. **Optimization of conditional value-at-risk**. *Journal of risk*, v. 2, p. 21-42, 2000.

SANTOS, D. A. M.. **Análise econômica e financeira do projeto de minério eluvionar de Cassinga Norte em Angola**. 2010. 141 f. Dissertação (Mestrado). Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto - MG.

SANTOS, E. P. **Alternativas para o tratamento de ultrafinos de minério de ferro da Mina do Pico/MG por flotação em coluna**. 2010. 136 f. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre - RS.

SANTOS, T. F. M. S. **Valor em risco auto-regressivo condicional: o caso de índices brasileiros**. 2006. 104 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife - PE.

SARYKALIN, S.; SERRAINO, G.; URYASEV, S. **Value-at-risk vs. conditional value-at-risk in risk management and optimization**. *Tutorials in Operations Research. INFORMS, Hanover, MD*. p. 270-294, 2008.

SCHWARZ, G. **Estimating the dimension of a model**. *The Annals of Statistics*, v. 6, p. 461-464, 1978.

SOUZA, G. S. **A dinâmica do mercado transoceânico de minério de ferro: evolução histórica e perspectivas no ano 2000**. 1991. Tese (Doutorado). Instituto de Geociências, Universidade Estadual de Campinas. Campinas - SP.

S&P GLOBAL PLATTS. Methodology and specification guide iron ore. 2016.

TULLY, E.; LUCEY, B. M. **A power GARCH examination of the gold market**. *Research in International Business and Finance*, v. 21, n. 2, p. 316-325, 2007.

UPADHYAY, R. K.; VENKATESH, A. S. **Current strategies and future challenges on exploration, beneficiation and value addition of iron ore resources with special emphasis on iron ores from eastern India**. *Applied Earth Science: Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy: Section B*, v. 115, 4, p. 187-195, 2006.

WANG, Z. R.; CHEN, X. H.; JIN, Y. B.; ZHOU, Y. J. **Estimating risk of foreign exchange portfolio: Using VaR and CVaR based on GARCH-EVT-Copula model**. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 389, 21, p. 4918-4928, 2010.

WORLD STEEL ASSOCIATION. Steel statistical yearbook – 2012. Brussels, 2012. 110 p.

WORLD STEEL ASSOCIATION. Steel statistical yearbook – 2015. Brussels, 2015. 126 p.

WU, J.; YANG, J.; MA, L.; LI, Z; SHEN, X. **A system analysis of the development strategy of iron ore in China**. *Resources Policy*, v. 48, p. 32-40, 2016.

Anexos

Anexo A - Funções MatLab utilizadas no trabalho

aicbic	
Proposta e Descrição	<p>Cálculo dos critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano de Schwarz (BIC) utilizando os valores da função log-verossimilhança otimizada como entradas.</p> $AIC = (-2 * \text{LogLikelihood}) + (2 * \text{NumParams})$ $BIC = (-2 * \text{LogLikelihood}) + (\text{NumParams} * \text{Log}(\text{NumObs}))$
Sintaxe	[AIC, BIC] = aicbic(LogLikelihood, NumParams, NumObs)
Argumentos	<p>LogLikelihood: vetor contendo os valores da função de log-verossimilhança otimizada (LLF);</p> <p>NumParams: número de parâmetros associado a cada valor de LLF;</p> <p>NumObs: tamanho do vetor de observações associado a cada valor de LLF.</p>

adftest	
Proposta e Descrição	Executa o teste de hipótese Augmented Dickey-Fuller para verificação da hipótese nula de presença de raiz unitária na série temporal univariada a um dado nível de significância alpha.
Sintaxe	[H, pValue, stat, cValue, reg] = adftest(y,alpha)
Argumentos	y: vetor com as observações da série a ser testada

archtest	
Proposta e Descrição	<p>Executa o teste de hipótese de Engle para a presença de efeito ARCH na série. Testa a hipótese nula de que uma série temporal de resíduos em distúrbios Gaussianos i.i.d., ou seja, não apresenta efeito ARCH</p> $AIC = (-2 * \text{LogLikelihood}) + (2 * \text{NumParams})$ $BIC = (-2 * \text{LogLikelihood}) + (\text{NumParams} * \text{Log}(\text{NumObs}))$
Sintaxe	[H, pValue, ARCHstat, CriticalValue] = archtest(Residuals, Lags, Alpha)

Argumentos	<p>Residuals: vetor de resíduos de um modelo ajustado a ser testado;</p> <p>Lags (opcional): vetor de inteiros positivos indicando o número de defasagens dos resíduos da amostra ao quadrado incluído no teste ARCH. Se não especificado, adota-se 1;</p> <p>Alpha (opcional): nível de significância da hipótese testada. Se não especificado, adota-se 0,05.</p>
------------	---

autocorr	
Proposta e Descrição	Calcula e imprime o gráfico de autocorrelação de uma série temporal univariada dentro de um intervalo de confiança
Sintaxe	[ACF, Lags, Bounds] = autocorr(Series, nLags, M, nSTDs)
Argumentos	<p>Series: vetor de observações de uma série temporal univariada a ser testada;</p> <p>nLags (opcional): vetor de inteiros positivos indicando o número de defasagens para cálculo da autocorrelação. Se não especificado, adota-se 20 ou o tamanho da série se menor do que 20;</p> <p>M (opcional): escalar não negativo indicando o número de defasagens para o qual a autocorrelação teórica é efetivamente zero. Se não especificado, adota-se 0;</p> <p>nSTDs (opcional): escalar positivo indicando o número de desvios padrão para calcular o erro de estimativa da autocorrelação das amostras. Se não especificado, adota-se 2 (aproximadamente 95% de intervalo de confiança).</p>

garchfit	
Proposta e Descrição	Estima os parâmetros de um modelo ARMAX para a média condicional e de um modelo GARCH para a variância condicional
Sintaxe	[Coeff, Errors, LLF, Innovations, Sigma, Summary] = garchfit(Spec, Series, X)
Argumentos	<p>Series: vetor de observações de uma série temporal univariada a ter os parâmetros do modelo ARMAX-GARCH para a média e a variância condicionais estimados;</p> <p>Spec (opcional): especificação da estrutura do modelo ARMAX-GARCH a ser ajustado. A estrutura é definida chamando previamente a função "garchset";</p> <p>X (opcional): matriz de regressão de uma série temporal de dados observados.</p>
Retorno	<p>Coeff: estrutura contendo o valor dos parâmetros</p> <p>Errors: estrutura contendo o erro padrão para os coeficientes</p> <p>LLF: valor da log-verossimilhança otimizada associada aos parâmetros estimados presentes na estrutura Coeff;</p> <p>Innovations: vetor de inovações inferidas da série</p>

	<p>Sigma: Desvio padrão condicional correspondente às inovações</p> <p>Summary: estrutura que armazena informações a respeito do processo de otimização.</p>
--	--

garchset	
Proposta e Descrição	Cria ou modifica a estrutura de um modelo GARCH
Sintaxe	Spec = garchset('Parameter1', Value1, 'Parameter2', Value2, ...)
Argumentos	<p>Os argumentos são os parâmetros definidos em GARCH Toolbox user's guide. Entre eles, destaca-se:</p> <ul style="list-style-type: none"> • R: ordem da parcela autorregressiva de um modelo ARMA (R,M) • M: ordem da parcela média-móvel de um modelo ARMA (R,M) • P: ordem da parcela GARCH da variância condicional • Q: ordem da parcela ARCH da variância condicional • Distribution: distribuição a ser assumida para as inovações, podendo ser 'Gaussian' ou 'T'.

jbtest	
Proposta e Descrição	Executa o teste de hipótese de Jarque-Bera para a hipótese nula de que os dados na série são provenientes de uma distribuição normal univariada a um dado nível de significância alpha.
Sintaxe	[H, pValue, stat, cValue, reg] = adftest(y,alpha)
Argumentos	y: vetor com as observações da série a ser testada

lbqtest	
Proposta e Descrição	Executa o teste de hipótese da estatística Q de Ljung-Box. Testa a hipótese nula de que uma série temporal não é autocorrelacionada
Sintaxe	[H, pValue, Qstat, CriticalValue] = lbqtest(Series, Lags, Alpha, DoF)
Argumentos	<p>Series: vetor de observações de uma série temporal univariada para qual é calculada a estatística Q de Ljung-Box;</p> <p>Lags (opcional): vetor de inteiros positivos contendo o número de defasagens para o cálculo da estatística Q de Ljung Box. Se não especificado, adota-se 20 ou o tamanho da série se menor do que 20;</p> <p>Alpha (opcional): nível de significância. Se não especificado, adota-se 0,05;</p> <p>DoF (opcional): escalar aplicado a todas as defasagens correspondendo ao grau</p>

	de liberdade da distribuição Chi-quadrado. Se não especificado, adota-se os elementos da série como definição para o grau de liberdade.
--	---

linprog	
Proposta e Descrição	Tenta resolver o problema de programação linear do tipo: $\min_x f' * x \text{ sujeita a } \begin{cases} A * x \leq b \\ Aeq * x = beq \\ lb \leq x \leq ub \end{cases}$
Sintaxe	[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,LAMBDA] = linprog(f,A,b)
Argumentos	f: vetor contendo os coeficientes da função objetivo A: matriz b: vetor
Retorno	Coeff: estrutura contendo o valor dos parâmetros; Errors: estrutura contendo o erro padrão para os coeficientes; LLF: valor da log-verossimilhança otimizada associada aos parâmetros estimados presentes na estrutura Coeff; Innovations: vetor de inovações inferidas da série; Sigma: desvio padrão condicional correspondente às inovações; Summary: estrutura que armazena informações a respeito do processo de otimização.

parcorr	
Proposta e Descrição	Calcula e imprime o gráfico de autocorrelação parcial de uma série temporal univariada dentro de um intervalo de confiança
Sintaxe	[ACF, Lags, Bounds] = autocorr(Series, nLags, M, nSTDs)
Argumentos	Series: vetor de observações de uma série temporal univariada a ser testada; Lags (opcional): vetor de inteiros positivos indicando o número de defasagens para cálculo da autocorrelação parcial. Se não especificado, adota-se 20 ou o tamanho da série se menor do que 20; R (opcional): escalar não negativo indicando o número de defasagens para o qual a autocorrelação parcial teórica é efetivamente zero. Se não especificado, adota-se 0; nSTDs (opcional): escalar positivo indicando o número de desvios padrão para calcular o erro de estimativa da autocorrelação parcial das amostras. Se não especificado, adota-se 2 (aproximadamente 95% de intervalo de confiança).

Anexo B – Trabalho aceito no 24th World Mining Congress, 2016**VOLATILITY AND RISK ANALYSIS OF LOW AND HIGH-GRADE IRON ORE SPOT PRICE SERIES**

**J.H.V. PÁCOLA^{1,2}, A. R. MESQUITA¹, R.R. TORRES²*

*¹Graduate Program in Electrical Engineering - Federal University of Minas Gerais
Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901
Belo Horizonte, MG, Brazil*

*(*Corresponding author: jose.pacola@vale.com)*

*²Vale S.A
Av. de Ligação 3580, prédio 1, 1º andar, Mina de Águas Claras, 34.000-000
Nova Lima, MG, Brazil*

VOLATILITY AND RISK ANALYSIS OF LOW AND HIGH-GRADE IRON ORE SPOT PRICE SERIES

ABSTRACT

This work is devoted to the modeling of volatility in different iron ore spot price series and to the comparison of market risk between low and high-grade iron ore products. The study is based on three price benchmark assessments for iron ore spot prices: Platts's Iron Ore Fines 58% Fe CFR China (IODEX 58), Iron Ore Fines 62% Fe CFR China (IODEX 62), and Iron Ore Fines 65% Fe CFR China (IODEX 65). The conditional volatilities of the three benchmark price assessments are estimated using different orders of Autoregressive Moving Average (ARMA) models combined with different orders of Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) processes, namely ARMA–GARCH models. In the volatility-modeling step the hypotheses of normal and Student's *t* distributions for innovations are tested. Once the best-fit model is chosen using Akaike's and Bayesian information criteria, the conditional variance and daily returns are simulated for a window of one month and used to compute risk measures such as Value-at-Risk (VaR) and Conditional-Value-at-Risk (CVaR). Considering a monthly pricing mechanism, we compare expected returns and risk measures for the three price series and conclude that a preference for certain grades of iron may be justified during a given period of time.

KEYWORDS

ARCH, GARCH, ARMA-GARCH, VaR, CVaR, Iron ore price volatility

INTRODUCTION

Before the mid-2000s, the seaborne iron ore market was characterized by a low volatility, given that contracts were made in an annual basis and prices were pre-agreed between big sellers and big steel producers. However, since the abrupt growth of steel production in China during the 2000s, the seaborne iron ore demand increased sharply. As a result, annual contracts faced a decline as sellers found better prices in the spot market. With the growth of the spot market, high volatility of spot prices has been observed and widely reported by the press, specially following the global financial crisis of 2008 (Ma, 2013). We can also mention the fall of iron ore prices observed since 2014 due to the growing uncertainty regarding Chinese economic numbers and the excess of iron ore supply in the seaborne market.

With the advent of the iron ore spot market and the increase in volatility, market participants must now deal with the increased risk. Our goal with this paper is to study the volatility and risk of the iron ore spot market. Here we estimate and compare the conditional variance, Value-at-Risk (VaR), Conditional Value-at-Risk (CVaR) and the expected monthly average returns of the three price assessments for the iron ore products 58% Fe, 62% Fe and 65% Fe. Then we discuss which price series has lower levels of volatility and risk, and the interplay between risk and return for the price series.

The expansion of iron ore spot market

Iron ore is a raw material mainly used for the production of steel. Iron ore products differ in chemical quality, most importantly in the grades of iron (Fe), silica (SiO₂), alumina (Al₂O₃), phosphorus (P), sulfur (S) and moisture (H₂O). Iron ore products also differ in particles size. Both chemical and physical compositions are taken into account in the IODEX standard specification.

Until 2009, the price of reference for iron ore was the price negotiated directly between big mining companies and big steel producers. This practice, known as the Year Global Benchmark (YGB), required long-term negotiation (up to six months) and prices would be held for the whole year (Liu, 2011). According to Wårell (2014), the YGB pricing system was a way to avoid the volatility of the iron ore prices and to keep the stability of the market.

However, since the 2000s the demand for iron ore products started to grow sharply, driven by the increase in industrialization and urbanization processes in China and other developing countries. As a consequence, new iron ore companies were created in different countries and the big miners installed new production capacity. In this context, new producers of iron ore emerged in China and, even with lower quality products and high costs of production, were able to sell at prices above the YGB, thus resulting in the emergence of the iron ore spot market (Franco, 2008).

In 2010, major iron ore mining companies Vale, Rio Tinto and BHP Billiton (Big Three) abandoned the YGB and adopted pricing systems based on IODEX. Primarily, in this system the price was determined by the three-month average spot prices IODEX (quarterly pricing mechanism). Since then, sellers adopt a mix of quarterly, monthly (one-month average spot prices) and spot (price set on the time of the transaction) price mechanisms, the majority of them based on IODEX. This change in the pricing mechanism is what motivates our study of the new volatility and risk involved in this market.

IODEX, which is a price index assessed by Platts, a division of McGraw Hill Financial, gives daily price information about seaborne iron ore transactions in the spot market (Platts, 2015). The transactions are normalized considering quality of the product, time and port delivery, and then are published as iron ore indices, in a dry metric ton base (dmt). IODEX 62 was first published in Singapore in late 2008, and was globally recognized as the primary index of the iron ore spot price in 2010. In this work we use the indices Iron Ore Fines 62% Fe CFR China (IODEX 62); Iron Ore Fines 58% Fe CFR China (here called IODEX 58); Iron Ore Fines 65% Fe CFR China (here called IODEX 65).

LITERATURE REVIEW

The daily volatility is not directly observable because there is only one observation in a trading day, so we use econometric models to model the volatility. The most widely used models are the Autoregressive Conditional Heteroskedasticity models (ARCH), proposed by Engle (1982) and the Generalized ARCH (GARCH), proposed by Bollerslev (1986).

Volatility and risk in metals and oil markets have been widely studied. There are works modeling price volatility using models of the GARCH family for copper (Smith & Bracker, 2003), gold (Tully & Lucey, 2007), silver (Lee & Lin, 2011), and a lot more works on other metallic commodities. There are also several examples using the GARCH family in the oil market such as Agnolucci (2009) and Narayan and Narayan (2007). ARCH models and variations are also commonly used in the computation of VaR and CVaR risk measures (Wang, Chen, Jin & Zhou, 2010; Aloui & Mabrouk, 2010; Angelidis, Benos & Degiannakis, 2004).

In the iron ore market, volatility and risk analysis are relatively new subjects. Ma (2013) compared the volatility of IODEX 62 before and after the change on the pricing mechanism, for the spot pricing mechanism to the quarterly mechanism, to replace the role of annual pricing. For the two subsample periods considered (October 8, 2008-March 9, 2010 for spot mechanism, and March 10, 2010-September 21, 2012 for the quarterly mechanism), the results have shown that the quarterly pricing mechanism seems to alleviate the volatility of the spot price. Additionally, the author concluded that only negative shocks have a gradual effect on the volatility of iron ore prices after the adoption of the quarterly pricing mechanism.

THEORETICAL FOUNDATIONS

ARCH and GARCH models

Econometric models such as autoregressive moving average model (ARMA) or autoregressive integrated moving average model (ARIMA) are effective in modeling and forecasting the conditional mean of a series, assuming that the residues are white and that the noise variance is constant. However, this can be a very restrictive hypothesis for commodities prices, since they tend to alternate between periods of high and low volatility. On the other hand, heteroskedastic models allow the noise variance to be time-varying.

In financial series, periods of high and low volatility are not randomly distributed, existing some dependence between them. ARCH and GARCH models deal with processes of this type. Engle (1982) introduced the ARCH models in order to estimate the variance of the United Kingdom inflation. The heteroskedasticity implies that the variance is not stationary. The basic idea of an ARCH model is that the components of a time series are not correlated, but dependent, and this dependence can be expressed as a quadratic function of the past innovations. For a log-return time series r_t the model ARCH(q) can be described as:

$$r_t = \bar{r} + h_t z_t \quad (1)$$

$$z_t \sim P(0,1) \text{ or } P_\nu(0,1, \nu) \quad (2)$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j z_{t-j}^2. \quad (3)$$

In the equations above, \bar{r} is a constant term, h_t is the conditional standard deviation, z_t is a sequence of independent and identically distributed random variables (i.i.d.) with a parametric distribution such as P or P_ν (respectively normal or Student's t with degrees of freedom ν) of mean zero and unit variance. To ensure $h_t^2 > 0$, the parameters must satisfy $\alpha_0 > 0$ and $\alpha_j \geq 0$. The model is of order $q > 0$. The sum of $\alpha_j, j > 0$, must be less than 1 to ensure bounded variance.

Bollerslev (1986) introduced the GARCH model, which adds an ARMA model for the error variance i.e., the variance depends not only of the past innovations, but also of the past variance. Equation (4) gives the GARCH(p,q) model with r_t and z_t defined as in Equation (1) and (2):

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j z_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \delta_i h_{t-i}^2 \quad (4)$$

In order to have always $h_t^2 > 0$, the parameters must satisfy $\alpha_0 > 0$, $\alpha_j \geq 0$ and $\delta_i \geq 0$. The model is of order $q > 0$ and $p \geq 0$. To ensure bounded variance, the coefficients must satisfy Equation (5):

$$\sum_{j=1}^q \alpha_j + \sum_{i=1}^p \delta_i < 1. \quad (5)$$

To use models of the ARCH family, the return series must not be autocorrelated. Therefore, if the series is autocorrelated, it is necessary to apply linear models as ARMA(r,m) or ARIMA(r,m,i) on returns in order to void the autocorrelation and then work with the residual series as an ARCH family model. These are namely the ARMA-GARCH models. When is considered the Student's t distribution for the innovations, the models can be called ARCH- t and GARCH- t .

VaR and CVaR Risk Measures

One of the main objectives of risk management is to evaluate and improve the performance of financial organizations in light of the risks taken in their activity. Artzner, Delbaen, Eber and Heath (1999) defined four properties that a risk measure must have to be a coherent risk measure: translation invariance, subadditivity, positive homogeneity and monotonicity.

VaR is one of the most adopted risk measures in the market, even though it is not a coherent measure of risk. The VaR_β describes the highest economic loss that can occur in a horizon of time t previously established, with a level of confidence β . As in Pflug (2000), let Y be the losses and let F_Y be its distribution function, i.e. $F_Y(u) = P\{Y \leq u\}$. For a fixed level β , we define the VaR_β as the β -quantile, as in Equation (6):

$$VaR_\beta(Y) = F_Y^{-1}(\beta) = \min\{u: F_Y(u) \geq \beta\}. \quad (6)$$

Benefits of using VaR include that it is more meaningful than standard deviation, focusing on losses and not being affected by the opportunity of high profits. However, there are two drawbacks in using VaR that relate to its lack of subadditivity and convexity (Artzner et al., 1999). First, the VaR of a portfolio can be higher than the sum of the VaR of its individual components. Second, the problem of minimizing the VaR of a portfolio may have multiple local minimizers.

An alternative to VaR is the CVaR, also known as Mean Excess Loss or Expected Shortfall. In simple words, $CVaR_\beta$ is the conditional expectation of the loss above VaR_β for the time horizon t and level of confidence β (Uryasev & Rockafeller, 1999). $CVaR_\beta$ is computed as in Equation (7):

$$CVaR_\beta(Y) = E(Y | Y > VaR_\beta(Y)). \quad (7)$$

The $CVaR_\beta$ may be computed as the solution of the convex optimization problem (Pflug, 2000), as in Equation (8):

$$CVaR_\beta(Y) = \inf_{\tau} \left(\tau + \frac{1}{1-\beta} E[\max(Y - \tau, 0)] \right). \quad (8)$$

CVaR overcomes the two drawbacks of VaR, and, additionally, complements information of VaR_β informing the loss that occurs with frequency $1 - \beta$, that is higher than the loss in VaR_β . Therefore, it is possible to say that $CVaR_\beta$ takes into account the whole of the losses' distribution tail, something that VaR does not do.

EXPERIMENTAL METHODS AND RESULTS

Samples

The samples are the Iron Ore Fines 58, IODEX 62 and Iron Ore Fines 65 for the interval of October 27, 2009 (being October the month of introduction of the last released IODEX 58) until December 11, 2015, totalizing 1,535 samples for each IODEX. In this work we call the three as "IODEX" in order to simplify. Figure 1 shows the three IODEX plotted.

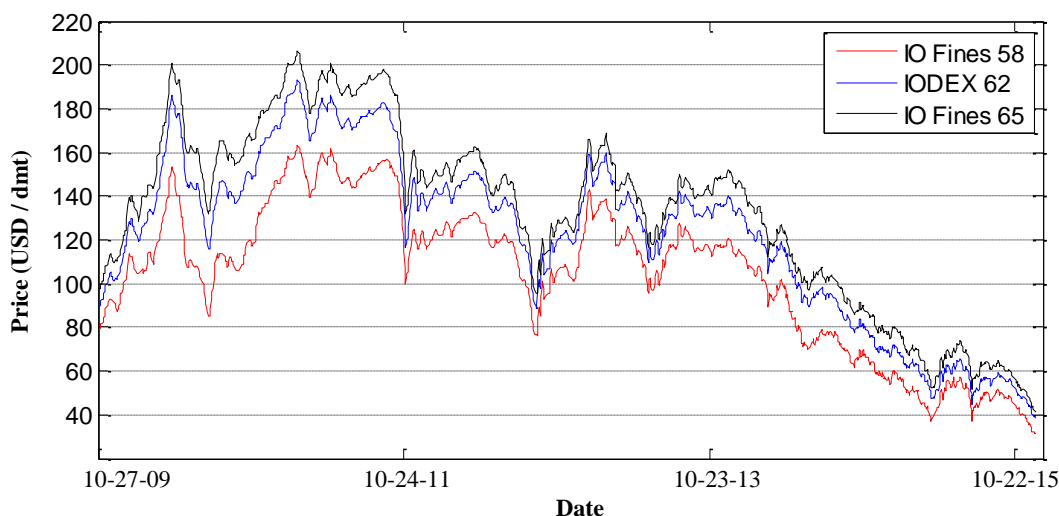


Figure 1 – Platts IODEX 58, 62 and 65 from October 27, 2009 until December 11, 2015

In order to obtain a stationary series, we computed the log-returns for each IODEX, as in Equation (9), where the log-return $r_{P,t}$ at time t is expressed as a function of the price series P :

$$r_{P,t} = \ln(P_{P,t}) - \ln(P_{P,t-1}). \quad (9)$$

Table 1 shows some statistics for the prices series and returns r_P . High values of kurtosis and Jarque-Bera for the return series show that they are leptokurtic, that is, they are more peaked and have fatter tails than for the normal distribution. Based on the high absolute values of the Augmented Dickey-Fuller test (ADF test) for the return series, we can trust the stationarity of the return series, not seen for the IODEX series. We also tested the autocorrelation in the return series using the Ljung-Box Q-test. We found that the three return series are autocorrelated considering 95% confidence (null p-values).

Table 1 – Descriptive statistics for IODEX P and return series r_P

	IODEX 58	r_{58}	IODEX 62	r_{62}	IODEX 65	r_{65}
Mean (US\$/dmt)	104.01	-0.0006	122.3826	-0.0005	132.5641	-0.0006
Median (US\$/dmt)	110.25	0.0000	131.2500	0.0000	140.7500	0.0000
Standard Deviation (US\$/dmt)	33.4827	0.0165	38.7576	0.0141	41.4341	0.0134
Skewness	-0.3933	0.1851	-0.3813	-0.0627	-0.3511	0.0385
Kurtosis	2.2	9.7	2.3	10.4	2.2	9.6
Jarque-Bera	79.4	2,889.4	72.6	3,485.4	67.8	2,790.3
Augmented Dickey-Fuller	-0.7	-28.3	-0.655	-27.5	-0.685	-27.3
Ljung-Box Q-test (lag 1)	-	151.3	-	176.0	-	182.3
Ljung-Box Q-test (lag 5)	-	198.0	-	258.4	-	198.0

Engle (1982) proposed the ARCH Lagrange Multipliers test (ARCH-LM), which verifies the presence of heteroskedasticity in the series. For the null hypothesis of no ARCH effects in the series, we found null p-values for the three IODEX series and for the three return series lagged by one day (1 sample), seven days (5 samples) and one month (22 samples). In words, the series have strong ARCH effects for any of the lag periods tested.

Modeling the conditional volatility

As in Tsay (2005), low-order GARCH models, say, GARCH(1,1), GARCH(2,1), and GARCH(1,2), are used in most applications. In this work we considered the ARMA model for the log-return series for each IODEX in order to eliminate the autocorrelation of the series, and then fitted GARCH models for the innovations. We fitted combinations of ARMA(r,m)-GARCH(p,q) for each IODEX varying r , m , p from order 0 to 2, and q from order 1 to 2. We split the time series into two parts, the first being the “fit window”, composed by the first 1,200 samples, and the second the “validation window”, with the last 353 samples. During the fit step, we tested either hypothesis of normal distribution and Student’s t distribution for the innovations. We used maximum likelihood to fit the parameters and, in the case of Student’s t innovations, we rounded the number of degrees of freedom to the nearest integer after optimization. In total, we fitted 324 models for the fit window, being 54 for each return series and distribution hypothesis for the innovations.

As suggested in Dziak, Coffman, Lanza and Li (2012), we considered both Akaike’s Information Criterion (AIC) and Bayesian Information Criterion (BIC) to choose the order for the models. We computed both criteria to the fit window and validation window, and add the values for each criterion. For all the return series, both criteria elected the same model structure, which was the ARMA(1,1)-GARCH(1,1) model with Student’s t innovations with degree of freedom three. Table 2 shows the coefficients of the model for each return series and Figure 2 shows the IODEX, the log-returns and the volatility h^2 for IODEX 62.

Table 2 – Coefficients for the ARMA(1,1)-GARCH(1,1)

	ARMA(1,1)			GARCH(1,1)		
	\bar{r}	r_1	m_1	α_0	α_1	δ_1
r_{58}	-1.5152×10^{-4}	5.4491×10^{-1}	-1.70301×10^{-1}	9.7940×10^{-6}	7.1175×10^{-1}	2.8825×10^{-1}
r_{62}	-1.8060×10^{-4}	6.3881×10^{-1}	-2.5831×10^{-1}	7.9082×10^{-6}	7.4237×10^{-1}	2.57631×10^{-1}
r_{65}	-1.3585×10^{-4}	6.1653×10^{-1}	-2.4203×10^{-1}	6.7558×10^{-6}	7.3571×10^{-1}	2.6429×10^{-1}

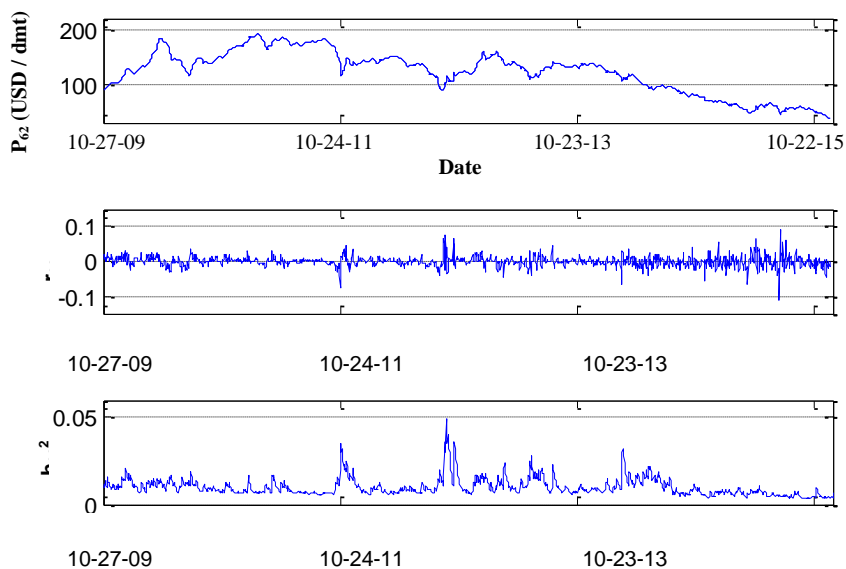


Figure 2 – IODEX 62 and corresponding log-returns and conditional variance in the fitting window

Computing VaR and CVaR

With the models for each IODEX at hand, we compute next the VaR and CVaR measures. We aim to evaluate the risk for the one-month pricing system and, thus, we simulated the returns r_p for a window of 22 days as the IODEX are released only on business days. We initialized the simulation with the information available on time $t = 1,535$. We sampled randomly $N = 10,000$ innovations and then computed the variance $h_{t,j}^2$ and return $r_{t,j}$ for the time $t_j = 1,536$. We repeated the procedure until time $t_f = 1,557$ (22 days).

From the simulated returns r_p , we computed for each IODEX the aggregated loss for one month following Equation (10). In the equation, AL is the daily average of the aggregated loss for the simulated returns r_p in a period of one month.

$$AL_j = \frac{1}{22} \sum_{T=t_1}^{t_f} \left(1 - e^{\sum_{t=t_1}^T r_{t,j}} \right) \quad (10)$$

The motivation behind this definition of loss is in that contracts are often priced considering the time average across previous months. If we draw N Monte Carlo samples of AL_j , we can approximate the expression for the CVaR in Equation (7) by the following linear program in Equation (11):

$$\begin{cases} \text{CVaR}_\beta \cong \min_{\tau, \omega_j} \left(\tau + \frac{1}{N(1-\beta)} \sum_{j=1}^N \omega_j \right) \\ \text{subject to } \omega_j \geq 0 \\ \omega_j \geq AL_j - \tau. \end{cases} \quad (11)$$

The solution gives us both the CVaR and the VaR, which corresponds to the minimizer τ . We solved the minimization problem varying the confidence level β from 0 to 90%, with increments of 10%, and for $\beta = \{95\%, 97.5\%, 99\%\}$. Since the expression in Equation (11) is only approximated, we repeated the Monte Carlo procedure until the standard deviation for the CVaR_β was below 1%. Figures 3 and 4 show, respectively, the VaR and CVaR for the different confidence levels.

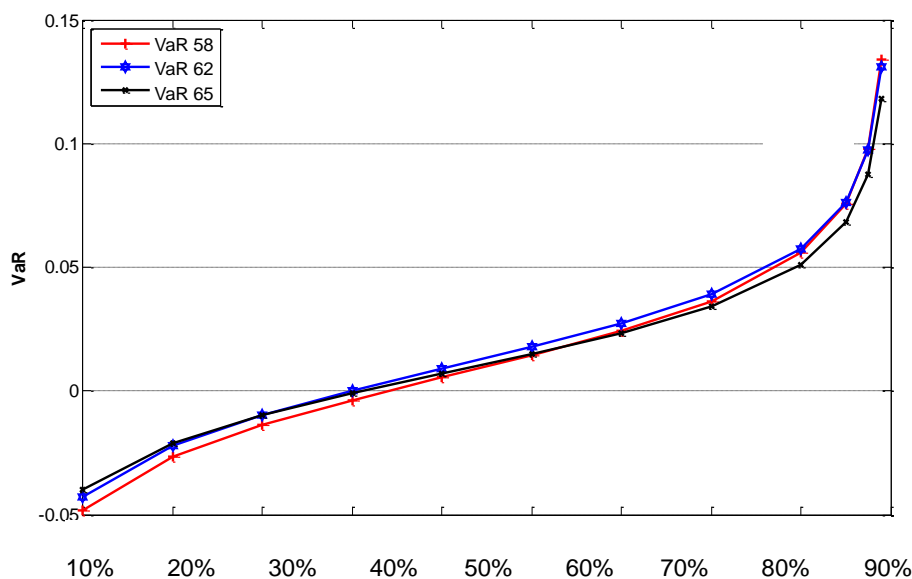


Figure 3 – VaR for the IODEX 58, 62 and 65

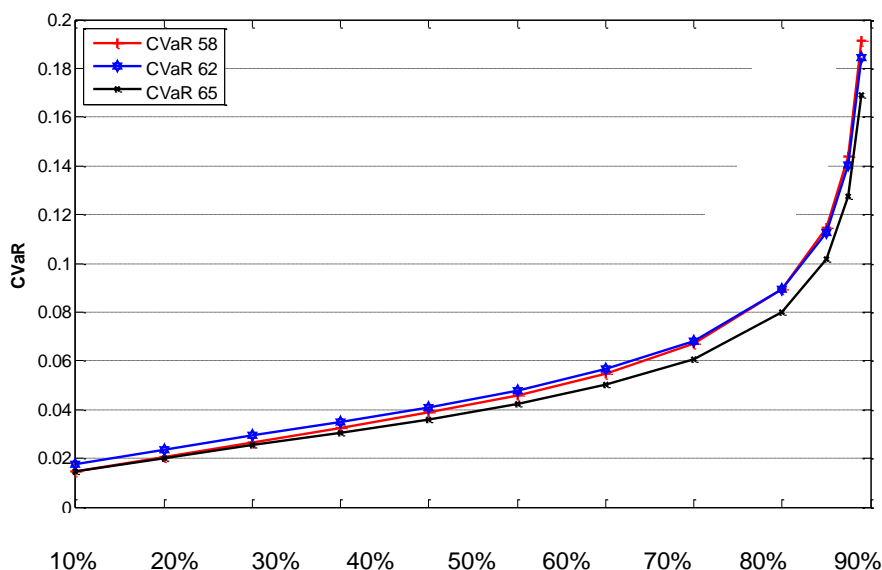


Figure 4 – CVaR for the IODX 58, 62 and 65

Table 3 shows the values of VaR and CVaR computed. Considering the figures and the table, we can see that for $\beta < 60\%$ the IODX 65 shows higher VaR than the IODX 58. For $\beta > 60\%$, there is an inversion and the IODX 65 presents the lowest values of VaR.

Focusing on CVaR, that is a coherent measure of risk, we can see that the IODX 58 has the highest CVaR for $\beta > 90\%$. IODX 65 has the lowest CVaR for $\beta > 20\%$. We can conclude that IODX 65 is the one with the lowest risk when considering the monthly pricing mechanism.

Table 3 – VaR and CVaR for confidence level β

β	VaR 58	VaR 62	VaR 65	CVaR 58	CVaR 62	CVaR 65
10.0%	-4.82	-4.29	-3.98	1.45	1.76	1.47
30.0%	-1.38	-0.97	-1.00	2.66	2.93	2.54
50.0%	0.55	0.90	0.69	3.87	4.11	3.60
70.0%	2.43	2.73	2.34	5.48	5.65	5.00
90.0%	5.57	5.76	5.09	8.94	8.93	8.02
95.0%	7.55	7.64	6.81	11.46	11.28	10.20
99.0%	13.39	13.08	11.84	19.15	18.43	16.89

Computing expected returns

The CVaR for $\beta = 0$ is equal to the expected average loss or, more interestingly, to minus the expected return. However, this expected value is not finite in the case of Student's t-distribution for the innovations. For this reason, we make use of the computed CVaR to define a trimmed expected average return, as in Equation (12):

$$R_{\beta} = \frac{\beta \cdot \text{CVaR}_{1-\beta} - (1 - \beta) \cdot \text{CVaR}_{\beta}}{1 - 2\beta}, \quad \beta < 0.5. \quad (12)$$

This trimmed average return corresponds to the expected average return discarding the lower and the higher β quantiles. Table 4 shows the trimmed average returns for $\beta = 10\%$ and Figure 5 shows these

average returns versus the CVaR with confidence level 90% for the three IODEX. As we can see, the IODEX 58 has the lowest average negative return and the highest CVaR. Comparing with the IODEX 65, there is no dominance once the IODEX 65 has the lowest CVaR of the three series, but higher negative average return than the IODEX 58. IODEX 62 presents the highest negative average return and CVaR similar to the IODEX 58. We can conclude that the IODEX 62 is the one with the worst performance under our simulations.

Table 4 – Expected trimmed returns for $\beta = 10\%$

Price Series	R_β
IODEX 58	-0.51%
IODEX 62	-0.86%
IODEX 65	-0.65%

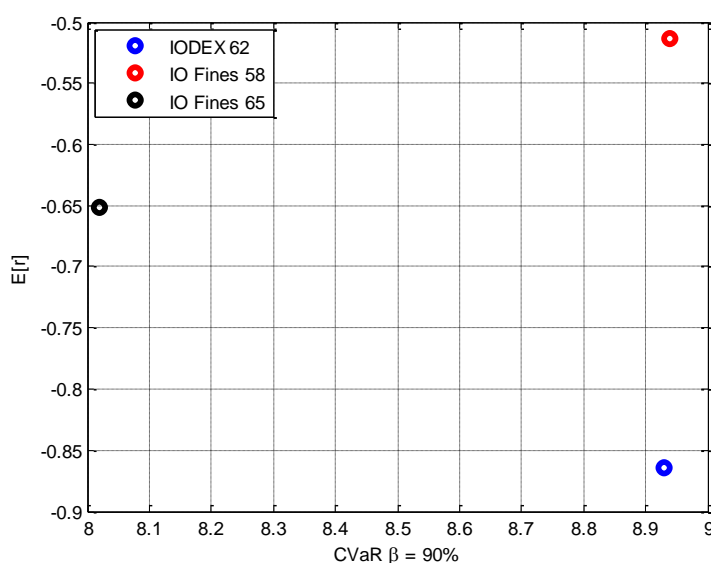


Figure 5 – CVaR(90%) and the expected trimmed returns for the IODEX 58, 62 and 65

CONCLUSION

We tested different orders of ARMA-GARCH models for the conditional variance of the iron ore spot price series using cross-validation. Considering AIC and BIC information criteria, the best performing models for the iron ore spot prices was the simple ARMA(1,1)-GARCH(1,1) with t-student innovations. The ARMA(1,1) was sufficient to remove the autocorrelation in the three return series. The hypothesis of Student's t distribution for the innovations is recognized to lead better average performance than the normal distribution as in Hansen and Lunde (2005) and Orhan and Köksal (2012).

Examining the CVaR for the price assessments Platts IODEX 58, IODEX 62 and IODEX 65, we concluded that the IODEX 65 is the one with the lowest risk, being IODEX 58 and IODEX 62 similar in terms of risk. The IODEX 62's CVaR is close to the IODEX 58's CVaR mainly with β between 70% and 95%. For example, the average loss that we can expect in one month for the IODEX 58 with 95% of confidence is 11.46% while for the IODEX 62 is 11.28%.

When we consider the compromise between expected average returns and risk, we notice the worst performance for the IODEX 62. Between IODEX 58 and IODEX 65, there is no dominance as the IODEX 65 provides less risk and the IODEX 58 provides better expected average return. One of the hypotheses for the worst performance for the IODEX 62 is that it suffers more with market speculation and

futures spread once it is the most traded and future traded type of iron ore in the world, although futures are commonly traded considering the TSI index, not the IODEX.

Finally, we must emphasize that the validity of the present results may vary in the medium-term as model parameters change. Different results may also occur in the case of other pricing mechanisms and actual prices may also be affected by factors such as the chemical quality of products (e.g. lower Fe and higher SiO₂ than the specifications in each IODEX).

ACKNOWLEDGEMENT

We thank Ines Avogadro and Platts for the permission of using IODEX data.

REFERENCES

- Agnolucci, P. (2009). Volatility in crude oil futures: a comparison of the predictive ability of GARCH and implied volatility models. *Energy Economics*, 31(2), 316-321.
- Aloui, C., & Mabrouk, S. (2010). Value-at-risk estimations of energy commodities via long-memory, asymmetry and fat-tailed GARCH models. *Energy Policy*, 38(5), 2326-2339.
- Angelidis, T., Benos, A., & Degiannakis, S. (2004). The use of GARCH models in VaR estimation. *Statistical methodology*, 1(1), 105-128.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203-228. DOI: 10.1111/1467-9965.00068
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Econometrica*, 50(4), 987-327.
- Dziak, J. J., Coffman, D. L., Lanza, S. T., & Li, R. (2012). Sensitivity and specificity of information criteria. *PeerJ PrePrints*, 3, e1350.
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation, *Econometrica*, 50 (4), 987-1008.
- Franco, P. C. A. M. (2008). *Modelo estrutural de previsão de preço e volume negociado de minério de ferro [Structural model of iron ore's price and negotiated volume forecast]*. (Master's thesis). Retrieved from Repositório da FGV.
- Hansen, P. R., & Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH (1, 1)? *Journal of applied econometrics*, 20(7), 873-889.
- Lee, W. C., & Lin, H. N. (2011). Portfolio value at risk with Copula-ARMAX-GJR-GARCH model: Evidence from the gold and silver futures. *African Journal of Business Management*, 5(5), 1650-1662.
- Liu, H. (2011). The Study of Iron Ore Pricing Mechanism and China's Countermeasure. *Contemporary Logistics*, (5), 19.
- Ma, Y. (2013). Iron ore spot price volatility and change in forward pricing mechanism. *Resources Policy*, 38(4), 621-627.
- Narayan, P. K., & Narayan, S. (2007). Modelling oil price volatility. *Energy Policy*, 35(12), 6549-6553.

- Orhan, M., & Köksal, B. (2012). A comparison of GARCH models for VaR estimation. *Expert Systems with Applications*, 39(3), 3582-3592.
- Pflug, G. C. (2000). Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk. *Probabilistic constrained optimization* (pp. 272-281). Springer US.
- Platts (2015). Methodology and specifications guide – Iron Ore. Platts
- Smith, K. L., & Bracker, K. (2003). Forecasting changes in copper futures volatility with GARCH models using an iterated algorithm. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 20(3), 245-265.
- Tsay, R. S. (2005). *Analysis of Financial Time Series*. (3rd. ed.). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Tully, E., & Lucey, B. M. (2007). A power GARCH examination of the gold market. *Research in International Business and Finance*, 21(2), 316-325.
- Uryasev, S., & Rockafellar, R. T. (1999). Optimization of conditional value-at-risk. *Department of Industrial & Systems Engineering*, University of Florida.
- Wang, Z. R., Chen, X. H., Jin, Y. B., & Zhou, Y. J. (2010). Estimating risk of foreign exchange portfolio: Using VaR and CVaR based on GARCH–EVT–Copula model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(21), 4918-4928.
- Wårell, L. (2014). The effect of a change in pricing regime on iron ore prices. *Resources Policy*, 41, 16-22. DOI: 10.1016/j.resourpol.2014.02.002