

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**  
**EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**FORMULAÇÃO POSICIONAL NÃO LINEAR**  
**UTILIZANDO VISCOELASTICIDADE PARA**  
**ANÁLISE DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS**

**2015**

R114f Rabelo, João Marcos Guimarães.  
Formulação posicional não linear utilizando viscoelasticidade para  
análise de estruturas treliçadas [manuscrito] / João Marcos Guimarães  
Rabelo. – 2015.  
xv, 107 f., enc.: il.

Orientador: Carlos Alberto Cimini Jr.  
Coorientador: Marcelo Greco.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais,  
Escola de Engenharia.

Anexos: f. 105-107.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Plástico reforçado com vidro -  
Teses. 3. Fibras de vidro - Teses. 4. Viscoelasticidade - Teses. I. Cimini  
Júnior, Carlos Alberto. II. Greco, Marcelo. III. Universidade Federal de Mi-  
nas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 624(043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"FORMULAÇÃO POSICIONAL NÃO LINEAR UTILIZANDO  
VISCOELASTICIDADE PARA ANÁLISE DE ESTRUTURAS  
TRELIÇADAS"**

João Marcos Guimarães Rabelo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

---

Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Júnior  
DEES - UFMG (Orientador)

---

Prof. Marcelo Greco  
DEES-UFMG (Coorientador)

---

Prof. Dr. Estevam Barbosa de Las Casas  
DEES - UFMG

---

Prof. Dr. José Daniel Diniz Melo  
UFRN

Belo Horizonte, 04 de setembro de 2015

*Dedico este trabalho  
a minha família*

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por tudo, em especial pelas oportunidades e pelas pessoas colocadas em meu caminho.

Aos meus queridos pais, Lecy e Manoel e minha irmã, Maria Eugênia, pelo carinho, apoio e incentivo.

Aos meus primos Luzia, Márcio e Maria Clara, por toda ajuda e carinho.

Aos meus orientadores Carlos Cimini e Marcelo Greco, pela paciência, dedicação e incalculáveis ensinamentos a mim concedidos, além da amizade e do exemplo como profissionais.

Aos professores do departamento que contribuíram para a criação de um ambiente rico em aprendizado, transmitindo conhecimento e sendo sempre dedicados e atenciosos, em especial aos professores: Gabriel, Lavall, Greco, Cimini e Roque com os quais cursei disciplinas.

A todos os funcionários do departamento que foram sempre atenciosos e prestativos e cuidaram com zelo da instituição, em especial a Maria Inês pela boa vontade em ajudar.

Aos bons amigos feitos no departamento e em especial ao amigo Juliano com quem dividi publicações e trabalhos.

Aos membros da banca de defesa, Estevam e Daniel, pelas valiosas contribuições e análise desta dissertação.

Aos órgãos de fomento que financiaram os artigos produzidos que deram origem a este trabalho, CAPES e FAPEMIG e ao CNPq pela bolsa de pesquisa, sem os quais não seria possível a realização do mesmo.

A Universidade Federal de Minas Gerais, em especial ao Departamento de Engenharia de Estruturas, pelo ambiente e oportunidade de realização deste curso.

*Jamais considere seus estudos como uma obrigação,  
mas como uma oportunidade invejável para seu  
próprio prazer pessoal e para proveito da  
comunidade à qual seu futuro  
trabalho pertencer.*

*Albert Einstein*

## RESUMO

Esta dissertação trata do estudo do comportamento viscoelástico de fluência de materiais compósitos reforçados por fibras e da viabilidade de substituição de perfis/cabos fabricados em aço pelo Plástico Reforçado com Fibra de Vidro (PRFV). A motivação deste estudo é simular o comportamento ao longo do tempo de estruturas em escala real construídas em PRFV, a partir de ensaios uniaxiais e com isso poder prever a evolução dos deslocamentos destas estruturas considerando os efeitos de fluência. A ideia de utilizar este tipo de material em substituição ao aço se deve às suas características competitivas como baixo peso específico, resistências a agentes corrosivos, isolamento elétrico e magnético, dentre outras. Para esta análise, uma formulação baseada em posições nodais é empregada utilizando o modelo reológico de Zener que é capaz de retratar o fenômeno da fluência através de uma taxa de deformação temporal. Este modelo é descrito e implementado na formulação para descrever a tensão de cálculo da Energia de Deformação e posteriormente todas as derivadas e integrais são calculadas e implementadas para o cálculo do fenômeno. O programa utilizado é capaz de calcular estruturas como torres de transmissão e pontes estaiadas, sendo assim, é apresentada uma análise em uma mísula de Torre de Linha de Transmissão (TLT) de energia elétrica, onde esta mísula é dimensionada com base em equações próprias para o PRFV e analisada em relação ao ganho que se tem no peso específico utilizando esse material, apresentando uma redução de 54,65 %, bem como em relação ao comportamento viscoelástico que apresentou uma evolução de 3,13 % nos deslocamentos devidos aos efeitos de fluência. Apresenta-se também um exemplo de uma ponte estaiada com cabos em PRFV para atentar sobre a necessidade da consideração do fenômeno da fluência em estruturas tracionadas sujeita a carregamentos atuantes durante um longo período de tempo e a altas tensões, neste caso obteve-se deslocamentos superiores a 43,00 % para as primeiras 20000 h de vida útil da estrutura.

**Palavras-chave:** formulação posicional, plástico reforçado com fibra de vidro, modelo reológico, fluência, viscoelasticidade.

## ABSTRACT

This master's thesis deals of the study of the viscoelastic behavior of creep of composite materials reinforced for fibers and of viability replacement of profiles/cables manufactures in steel for Glass Fiber Reinforced Plastics (GFRP). The motivations from study is to simulate the behavior in full-scale structures in time built in GFRP from uniaxial tests and thus be able to predict the evolution of the displacements of these structures considering the effects of creep. The idea of using this material for replacement of steel is due to competitive features such as low specific weight, resistance to corrosive agents, electrical and magnetic insulation and others. For this analysis, a formulation based on nodal positions is employed using the Zener Rheological model which is capable of describe the creep phenomenon at a temporal rate of deformation. This model is describe and implemented in the formulation to describe the calculating stress of Deformation Energy and then all the derivatives and the integrals are calculated and implemented for the calculation of the phenomenon. The program used is able to calculate structures such as transmission towers and cable-stayed bridges, thus, presented is an analysis in a cross arm transmission line tower (TLT) of electricity, where this cross arm is sized based in equations themselves for GFRP and analyzed in relation to specific weight obtained using this material, a reduction of 54,65%, as well as in relation to the viscoelastic behavior that showed an increase of 3,13% in the displacements the effects of creep. It presents also an example of a cable-stayed bridge cables GFRP to pay attention about the need for consideration of the creep phenomenon in tensioned structures subject to active loads for a long period of time and high stresses, in this case there was obtained higher displacements around 46,00% for the first 20,000 hours of service life of the structure.

**Keywords:** Positional formulation, glass fiber reinforced plastic, rheological model, creep, viscoelasticity.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Torre ensaiada na empresa SAE Tower em Betim. ....	4
Figura 2 - Tipos de Materiais Compósitos (BELO, 2006). ....	9
Figura 3 - Processo de pultrusão (REFORCE, 2009). ....	11
Figura 4 - Estado de tensões em um elemento infinitesimal de um sólido. ....	12
Figura 5 - Esquema de uma célula de um material compósito transversalmente isotrópico. ....	17
Figura 6 - Modos de sollicitação da lamina (MOURA et al., 2011). ....	19
Figura 7 - Representação dos dois casos possíveis de falha dos constituintes (a – ruptura da fibra e b – ruptura da matriz) de um material compósito e suas influências (MOURA et al., 2011). ....	20
Figura 8 - Modos de ruptura ao redor de uma fibra rompida: a) descoesão interfacial; b) fissuração da matriz. ....	21
Figura 9 - Bandas de corte observadas em ensaios de compressão de compósitos reforçados por fibras unidirecionais (MOURA et al., 2011). ....	22
Figura 10 - Os modos de microencurvadura: a) extensional; b) de corte (MOURA et al., 2011). ....	22
Figura 11 - Tipos de comportamento viscoelástico: a) Fluência; b) Relaxação; c) Histerese; d) Taxa de deformação (MOURA et al., 2011). ....	23
Figura 12 - Resposta de um teste de deformação de fluência. ....	24
Figura 13 - Resposta da tensão para um teste de relaxação. ....	25
Figura 14 - Elementos reológicos básicos: (a) mola; (b) amortecedor. ....	26
Figura 15 - Comportamento de uma mola e um amortecedor linear (FINDLEY et al., 1989). ....	27
Figura 16 - Modelo de Maxwell. ....	27
Figura 17 - Resposta para a análise do modelo de Maxwell: fluência (a) e relaxação (b). ....	28
Figura 18 - Modelo de Kelvin-Voigt. ....	29
Figura 19 - Resposta para a análise do modelo de Kelvin-Voigt: fluência (a) e relaxação (b). ....	29
Figura 20 – Modelo de Zener. ....	30
Figura 21 - Resposta para a análise do modelo de Zener: fluência (a) e relaxação (b) (MOURA et al., 2011). ....	31

Figura 22 - Esquema dos ensaios simples usados para a determinação das constantes experimentais (BARBERO, 1999). .....	33
Figura 23 - Envelope de falha de uma lâmina unidirecional sob um carregamento normal biaxial. ....	34
Figura 24 - Comparação entre os envelopes de falha pelo critério de Tsai-Wu e Máxima tensão com os valores obtidos experimentais para o caso em que as tensões $\sigma_2$ e $\sigma_6$ são aplicadas simultaneamente e $\sigma_1 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$ . O experimento trata de um tubo feito em vidro-epóxi, adaptado de BARBERO (1999).....	36
Figura 25 - Efeitos do carregamento em um teste de fluência, adaptado de WU (2015).....	39
Figura 26 - Resposta do ensaio de compressão. Dados: $A = 56,05 \text{ cm}^2$ , $E = 22 \text{ GPa}$ , adaptado de (PECCE & COSENZA, 2000).....	40
Figura 27 - Comparação da curva de flambagem proposta por (PECCE & COSENZA, 2000) com resultados experimentais.....	43
Figura 28 - Parametrização da geometria de um elemento de treliça espacial – $\Omega_0$ representa a configuração inicial e $\Omega$ a configuração deformada.....	45
Figura 29 - Pseudo-código da formulação posicional. ....	54
Figura 30 - Elemento de barra com carregamento aplicado. (a) Geometria do modelo reológico e condições de contorno; condição de carregamento, (b) resultado da análise (ASADIPOUR, 2012).....	57
Figura 31 – Resultados dos deslocamentos obtidos com o modelo proposto e da literatura. ..	58
Figura 32 – Geometria da Estrutura Analisada. ....	59
Figura 33 – (a) Resultado da variação da posição para as forças prescritas; (b) detalhe do gráfico anterior a instabilidade; (c) detalhe do gráfico posterior a instabilidade. ....	60
Figura 34 – Calibração da evolução das deformações causadas pelo fenômeno da fluência baseado nos testes experimentais de YOUSSEF (2010). ....	62
Figura 35 - Modelagem em elementos finitos de uma mísula de suspensão de TLT (RABELO et al., 2014b). ....	63
Figura 36 - Situação das cargas adotadas no dimensionamento da estrutura.....	65
Figura 37 - Evolução dos deslocamentos decorrentes da análise do comportamento viscoelástico. ....	70
Figura 38 - Ponte estaiada analisada.....	72
Figura 39 - Principais Elementos de uma Linha de Transmissão.....	86

Figura 40 - Exemplos dos materiais empregados em Torres de LTEs, Madeira, Concreto Armado, Aço Galvanizado, Compósito reforçado por fibras, respectivamente (FLICKR, 2015; CONPREM, 2015; METALICA, 2015; DEZEEN, 2015). .....	89
Figura 41 - Redução do custo de torres de linhas de transmissão conforme a evolução da concepção do projeto (BISNATH et al., 2005). .....	91
Figura 42 - Distância mínima de segurança. ....	94
Figura 43 - Parâmetro "K" (ABNT NBR 5422, 1985). .....	95
Figura 44 – Estrutura de arranjo de seis condutores com espaçador e isolador. ....	99
Figura 45 - Fator de efetividade ( $\alpha$ ) válido para tempo de concentração $\leq 30s$ (GONTIJO, 1994). .....	100
Figura 46 - Cantoneira de abas iguais. ....	102
Figura 47 – Espaçamento entre furos (GONTIJO, 1994). .....	104

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades mecânicas de fibras e materiais na forma maciça (AGARWAL & BROUTMAN, 1990; ASM, 2001; apud MOURA et al., 2011).....	8
Tabela 2 - Propriedades mecânicas de resinas na forma maciça (EUROCOMP DESIGN CODE HANDBOOK, 1996 apud MOURA et al., 2011).....	8
Tabela 3 - Derivadas da variável B. ....	52
Tabela 4 - Derivadas da variável $\dot{x}$ .....	52
Tabela 5 - Propriedades geométricas e mecânicas (YOUSSEF, 2010).....	61
Tabela 6 - Modelagem realizada em elementos finitos. ....	63
Tabela 7 - Propriedades mecânicas empregadas no dimensionamento dos perfis (LABEGALINI et al., 1992; YOUSSEF, 2010; YEH & YANG, 1997; CREATIVE (2004). ....	66
Tabela 8 - Dimensionamento dos perfis à tração. ....	67
Tabela 9 - Dimensionamento dos perfis à compressão. ....	68
Tabela 10 - Comparação entre o peso de uma mísula construída em aço e em PRFV. ....	69
Tabela 11 - Resultado dos deslocamentos após determinados tempos. ....	71
Tabela 12 - Acréscimo de deslocamento. ....	73
Tabela 13 - Classificação da voltagem de uma LTE (IEC, 1993).....	85
Tabela 14 - Distâncias Mínimas do Suporte (ABNT NBR 5422, 1985).....	96
Tabela 15 - Compacidade de cantoneiras de abas iguais.....	102
Tabela 16 - Índice de esbeltez máximo admissível (LABEGALINI et al., 1992). ....	103
Tabela 17 – Propriedades Mecânicas do PRFV. ....	105
Tabela 18 - Tabela de perfis cantoneiras, série baseada em polegadas (FAKURY, 2009)....	107

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $f$  – flecha dos condutores  
 $D_{min}$  – distância mínima de segurança  
 $D_i$  – distância disruptiva reta  
 $U$  – tensão (voltagem) da linha  
 $V$  – carregamento ou sollicitação vertical de cálculo  
 $T$  – carregamento ou sollicitação transversal de cálculo  
 $L$  – carregamento ou sollicitação longitudinal de cálculo  
 $q_0$  – pressão ou sollicitação do vento  
 $b$  – largura da aba da cantoneira  
 $t$  – espessura da aba da cantoneira  
 $C$  – esbeltez crítica efetiva  
 $\lambda_e$  – esbeltez efetiva da seção  
 $\sigma_c$  – tensão crítica de flambagem  
 $\sigma_T$  – tensão se cálculo à tração  
 $A_l$  – área líquida da seção  
 $\sigma_{ij}$  – tensor de tensões  
 $\varepsilon_{ij}$  – tensor de deformações  
 $C_{ijkl}$  – tensor de rigidez  
 $S_{ijkl}$  – tensor de flexibilidade  
 $\tau$  – componentes de cisalhamento do tensor de tensões  
 $\gamma$  – componentes de cisalhamento do tensor de tensões  
 $W$  – trabalho interno realizado  
 $\eta$  – coeficiente relacionado a propriedade de viscosidade do material  
 $\dot{\varepsilon}$  – deformação descrita no tempo  
 $\dot{\sigma}$  – tensão descrita no tempo  
 $T_r$  – temperatura de referência  
 $F_{1l}$  – resistência à tração longitudinal às fibras  
 $F_{1c}$  – resistência à compressão longitudinal às fibras  
 $F_{2t}$  – resistência à tração transversal às fibras

$F_{2c}$  – resistência à compressão transversal às fibras

$F_6$  – resistência ao cisalhamento no plano

$FS$  – fator de segurança

$P_E$  – carga de flambagem de Euler

$P_{ENG}$  – carga de flambagem de Engesser

$\kappa_f$  – fator de forma da seção

$\sigma_u$  – tensão última resistida pelo material

$U_t$  – energia de deformação total

$P$  – energia potencial das forças externas aplicadas

$u$  – energia de deformação específica

$\dot{\chi}$  – velocidade de deformação de um elemento

$\Pi$  – energia potencial estacionária total

$\sigma_A$  – tensão atuante

$\sigma_E$  – tensão de escoamento ou de projeto

$\rho$  – densidade

$\zeta$  – propriedade dielétrica

$w$  – absorção de umidade

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ASCE – American Society of Civil Engineers

CA – Corrente Alternada

CC – Corrente Contínua

GFRP – Glass Fiber Reinforced Plastic

LTE – Linha de Transmissão de Energia

MEF – Método dos Elementos Finitos

PETT – Princípio da Equivalência Tempo-Temperatura

PRF – Plástico Reforçado com Fibras

PRFV – Plástico Reforçado por Fibra de Vidro

TLT – Torre de Linha de Transmissão

# SUMÁRIO

1	Introdução.....	1
1.1	Objetivos do trabalho.....	3
1.2	Organização do Trabalho e Escopo .....	5
2	Materiais Compósitos.....	6
2.1	Métodos de Fabricação .....	10
2.2	Leis Constitutivas .....	11
2.2.1	Análise dos Sólidos Anisotrópicos .....	11
2.2.2	Materiais Ortotrópicos .....	15
2.2.3	Materiais Transversalmente Isotrópicos.....	17
2.2.4	Materiais Isotrópicos .....	18
2.3	Análise das Resistências .....	19
2.3.1	Resistência longitudinal à tração .....	19
2.3.2	Resistência à compressão .....	21
2.4	Comportamento Viscoelástico.....	22
2.4.1	Testes experimentais de materiais viscoelásticos.....	24
2.4.1.1	Teste de Fluência e de Recuperação da Estrutura.....	24
2.4.1.2	Teste de Relaxação.....	25
2.4.2	Modelos para análise do comportamento viscoelástico .....	26
2.4.2.1	Modelo de Maxwell .....	27
2.4.2.2	Modelo de Kelvin-Voigt .....	28
2.4.2.3	Modelo de Zener .....	30
2.5	Critérios de falha.....	32
2.5.1	Critério da máxima tensão.....	33
2.5.2	Critério da teoria geral de resistência para materiais anisotrópicos (Tsai-Wu)..	34
2.6	O Plástico Reforçado com Fibra de Vidro (PRFV) .....	36
2.7	Dimensionamento de perfis (PRFV).....	38
2.7.1	Dimensionamento dos perfis à tração.....	38
2.7.2	Dimensionamento dos perfis à compressão .....	39
2.7.2.1	Dimensionamento dos perfis à flambagem global.....	40
2.7.2.2	Dimensionamento dos perfis à flambagem local .....	41
3	Formulação Posicional .....	44

3.1	Desenvolvimento .....	44
3.2	Modelo reológico de Zener .....	46
3.3	A deformação escrita em termos da variável tempo .....	48
3.4	Passo Algébrico Necessário .....	51
3.5	Comentários Finais sobre a Formulação .....	53
3.6	Organização da formulação no código computacional .....	53
4	Análises Numéricas e Resultados .....	56
4.1	Comparação entre um modelo da literatura e o modelo proposto .....	56
4.2	Análise da viscosidade – Parâmetro $\eta'$ .....	58
4.3	Calibração do modelo .....	60
4.4	Análise do comportamento viscoelástico de uma mísula de TLT .....	62
4.4.1	Modelagem da Estrutura .....	63
4.4.2	Dimensionamento dos perfis à tração .....	66
4.4.3	Dimensionamento dos perfis à compressão .....	67
4.4.4	Comparação entre o peso de uma mísula construída em aço e em PRFV .....	69
4.4.5	Análise do comportamento viscoelástico da mísula de TLT .....	70
4.5	Análise do comportamento viscoelástico de uma ponte estaiada .....	72
5	Conclusões .....	74
	Referências Bibliográficas .....	76
6	Apêndice A .....	84
	Linhas Aéreas de Transmissão de Energia Elétrica .....	84
6.1	Componentes de uma Linha de Transmissão .....	85
6.1.1	Cabos condutores e acessórios .....	86
6.1.1.1	Condutores .....	86
6.1.2	Suportes para as Linhas de Transmissão .....	87
6.1.2.1	Classificação .....	88
6.1.3	Cabos para-raios .....	89
6.2	Torres de Linhas de Transmissão .....	90
6.2.1	Disposição dos cabos condutores nas torres .....	91
6.2.2	Classificação das estruturas .....	91
6.2.3	Determinação das distâncias de segurança .....	93
6.2.4	Solicitações de projeto .....	97
6.2.5	Determinação das Cargas Atuantes .....	97

6.2.5.1	Hipóteses de Carregamento.....	98
6.2.5.2	Determinação dos carregamentos nos pontos de fixação dos cabos .....	99
6.2.6	Dimensionamento dos perfis metálicos.....	101
6.2.6.1	Dimensionamento dos perfis aos esforços de compressão.....	101
6.2.6.2	Dimensionamento dos perfis aos esforços de tração.....	103
Anexo A.....		105
Anexo B.....		107

# 1

## INTRODUÇÃO

A crescente escala global de produção, na qual o consumo de energia passou a se tornar um bem essencial e fundamental para o dia a dia das pessoas, gera o aumento da demanda energética e a criação e adaptação de novas fontes de energia. Neste cenário ocorre também a necessidade da ampliação dos corredores de linhas de transmissão já existentes e a criação de novas e mais modernas linhas, motivando o estudo de novos materiais a serem empregados para redução de custos e para a melhoria de propriedades mecânicas e elétricas.

Falhas estruturais ocorrentes em Torres de Linhas de Transmissão (TLT) e a substituição de componentes em um prazo curto de tempo tem acarretado na busca de novas alternativas de projeto como o emprego de materiais compósitos, visando à facilidade da reposição de peças por se tratar de materiais com baixo peso específico quando comparado aos convencionais (aço e concreto) e cujas peças são de fácil instalação e manutenção, o que contribui para a logística de transporte e de recuperação da estrutura. A inovação no uso deste material em componentes estruturais de TLT vem a trazer benefícios para técnicos de manutenção e operadores de transporte.

Outro atributo de interesse na utilização dos materiais compósitos gira em torno da capacidade da adição de propriedades específicas que podem ser criadas segundo o processo industrial através da proporção dos materiais constituintes empregados. Propriedades como isolamento elétrico dão características que possibilitam a redução das cadeias de isoladores e consequentemente minora as distâncias de segurança, gerando torres mais compactas e corredores de linhas de transmissão com larguras mais estreitas.

As características de baixo peso específico, resistência compatível à do aço, facilidade de montagem, resistência aos agentes químicos do ambiente, entre outras, fazem do PRFV um material vantajoso de ser empregado em torres de linhas de transmissão. Além disso, este ma-

terial apresenta uma excelente propriedade dielétrica (2 a 4 MV/m, de acordo com ICHIKAWA & KADOTANI (1995) *apud* IZUMI *et al.* (1999) o que pode diminuir as distâncias de segurança em uma torre de transmissão devido a maior resistência a formação de um arco de corrente (OKAMOTO & IKEDA, 1967). Como consequência dessa diminuição é possível construir TLT com estrutura mais compacta, gerando a diminuição das faixas de domínio das LTEs.

Como exemplo de aplicações já existentes na literatura, citam-se: SELVARAJ & BABU (2013) ; SELVARAJ( 2013) desenvolveram estudos experimentais sobre painéis *X-braced* feitos em seções pultrudadas de PRF (plástico reforçado por fibras) e uma mísula compósita para aplicação em TLTs encorajando o uso de perfis estruturais de PRF como um material alternativo ao aço, reduzindo as faixas de domínio das linhas de transmissão executadas na Índia. GODAT *et al.* (2013) investigaram a substituição de materiais tradicionais (aço, madeira e concreto) em TLT por membros pultrudados construídos em fibra de vidro, levando a uma melhor compreensão sobre o comportamento do PRF, GODAT *et al.* (2013) analisou o comportamento de perfis com seções quadradas, retangulares, H e I sobre carregamentos axiais. IZUMI *et al.* (1999) desenvolveu um braço de isolamento polimérico e testou para o desempenho mecânico e elétrico. YEH & YANG (1997) ; YEH & YEH (2001) estudaram a viabilidade da construção de uma torre de transmissão em material compósitos como solução para aplicações em ambientes hostis (poluição urbana, maresia, entre outros), realizando experimentos em escala real, analisando o tempo gasto para a montagem da torre e os tipos de juntas a serem empregadas e indicaram sobre a necessidade de estudar os aspectos de fluência nestes materiais.

Em relação ao fenômeno da fluência, BENMOKRANE *et al.* (1995) e ASCIONE *et al.* (2012) afirmam que as deformações devidas aos efeitos viscoelásticos são principalmente causadas pelas resinas utilizadas, ou seja, as deformações relacionadas com as fibras são insignificantes quando comparadas as relacionadas com a matriz e ainda, o volume e a orientação das fibras têm uma grande influência sobre o comportamento de fluência do PRFV.

TLT apresentam complexidade na determinação dos esforços nos componentes estruturais gerando várias hipóteses de carregamento decorrentes da grande variabilidade de ações que podem vir a ocorrer nas estruturas, como cargas de vento, rupturas de condutores e cabos para-raios, montagem e lançamento de cabos, entre outras, o que demanda a execução de ensaios em escala real para garantir seu uso efetivo garantindo condições de segurança e de ser-

viciabilidade. A Figura 1 ilustra uma torre de 67 metros sendo ensaiada em escala real. Para o ensaio desta torre são aplicados os carregamentos previstos que podem ocorrer durante sua vida útil através de cabos tensionados nas diferentes hipóteses de carregamento e ao longo de toda a torre. É interessante observar que esta torre representa uma “família de torres”, de modo que ela atende a situação mais crítica prevista para toda a linha de transmissão, prevendo o estado limite último de solicitação, de modo que nenhuma outra torre falhará sobre os mesmos carregamentos e que nenhuma outra estará submetida a cargas mais críticas que as analisadas.

Modelos numéricos podem então ser empregados para descrever o comportamento linear e não-linear destas estruturas. Em análises estruturais, para se ter um modelo numérico realístico do comportamento mediante solicitações, torna-se necessário, a consideração de não-linearidades geométricas e físicas; neste contexto, efeitos elastoplásticos devem ser considerados junto com os efeitos não lineares geométricos (Greco *et al.*, 2006).

## 1.1 Objetivos do trabalho

O objetivo principal deste trabalho é a implementação do modelo reológico de Zener na formulação posicional apresentada no Capítulo 4 para a análise do comportamento de fluência de estruturas treliçadas. Para esta implementação, a tensão dada pelo modelo é substituída na equação da Energia de Deformação dada pela formulação posicional e toda a resolução de derivadas e integrais do equacionamento é realizada para esta nova concepção. Esta formulação usa posições nodais em vez de deslocamentos nodais, de modo que a deformação é determinada diretamente pela concepção da posição proposta, usando um sistema de coordenadas cartesianas fixado no espaço, onde não existe a montagem de uma matriz de rigidez global e cada elemento finito é resolvido elemento a elemento. Embora simples esta formulação, ela produz bons resultados.

Como objetivos secundários, é dimensionada uma mísula de torre de linha de transmissão de energia em plástico reforçado por fibra de vidro (PRFV), onde encoraja-se o emprego deste material em substituição aos perfis usais de aço. Um exemplo da calibração do modelo empregando este material é apresentado para a simulação de uma análise de comportamento viscoelástico em uma estrutura de uma torre de linha de transmissão e de uma ponte estaiada.



Figura 1 - Torre ensaiada na empresa SAE Tower em Betim.

## 1.2 Organização do Trabalho e Escopo

Esta dissertação de mestrado será organizada da seguinte maneira:

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre os materiais compósitos, apresentando assuntos como critérios de falha, dimensionamento de perfis de PRFV, ligações e métodos de fabricação, entre outros.

O Capítulo 3 descreve a Formulação Posicional com as principais equações que regem os problemas desta formulação numérica, baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF), e a maneira como a mesma é organizada no código computacional.

O Capítulo 4 apresenta os exemplos numéricos e as análises resultantes do emprego da formulação, bem como o dimensionamento de uma mísula de PRFV e a simulação da evolução dos deslocamentos ao longo do tempo desta estrutura e de uma ponte estaiada que utiliza cabos de PRFV.

Por fim, o Capítulo 5 traz as conclusões e observações finais realizadas sobre este trabalho e o Apêndice A traz uma revisão bibliográfica sobre o projeto de linhas de transmissão, focando principalmente no projeto de torres.

# 2

## MATERIAIS COMPÓSITOS

Os Materiais Compósitos são materiais formados pela união macroscópica de duas ou mais frações distintas para que haja a formação de um terceiro material, seja por um processo industrial ou manual, de modo que atenda a propriedades específicas características conforme a necessidade de projeto.

Uma das fases é normalmente descontínua, rígida e resistente, chamada de fibra ou reforço. A outra é uma fase mais fraca de pequena rigidez, designada por matriz. Em alguns processos, dependendo da interação química fibra-matriz surge uma terceira fase designada por interfase. Logo se vê, que as propriedades dos compósitos dependem diretamente da interação entre suas fases (DANIEL & ISHAI, 1994).

Um dos mais importantes parâmetros na avaliação de materiais compósitos é a fração volumétrica da fibra, cuja distribuição determina a homogeneidade do sistema composto. Ao contrário disto, a heterogeneidade desta distribuição no material aumenta a probabilidade de falhas em áreas mais fracas. Esta distribuição homogênea, bem como a geometria e a orientação das fibras determinam a anisotropia do material (DANIEL & ISHAI, 1994).

Os tipos de fases nos materiais compósitos têm diferentes papéis que dependem da performance desejada, as fibras empregadas promovem rigidez e resistência mecânica. A matriz por outro lado, tem a principal função de suportar as solicitações, sendo o principal constituinte que governa as propriedades mecânicas, pois promove proteção e suporte para as fibras que na maioria das vezes são sensíveis, de modo que tensões locais são transferidas de uma fibra para outra fibra, equilibrando a distribuição. Em casos de alta performance de compósitos estruturais, é usual empregar fibras contínuas em direções específicas no material. A interface fibra-matriz, embora tenha uma pequena fração merece atenção, pois é importante no controle

de falhas mecânicas, tenacidade à fratura e todo o comportamento tensão-deformação do material (DANIEL & ISHAI, 1994).

A grande vantagem da utilização desse tipo de material é a capacidade de se criar um novo material com características melhoradas, quando comparadas a de seus constituintes e algumas vezes características que nem estes possuem (JONES, 1999). Uma das razões principais das excelentes propriedades dos compósitos resulta do fato das fibras apresentarem propriedades mecânicas bem superiores às de materiais idênticos em sua forma maciça (MOURA *et al.*, 2011).

Entre as principais propriedades que podem ser melhoradas cita-se rigidez, resistência mecânica, peso específico, propriedade dielétrica, isolamento acústico e térmico. Outra excelente propriedade possível de se conseguir é a expansão térmica praticamente nula, como, por exemplo, estruturas de carbono-epóxi empregadas em antenas de veículos espaciais (MOURA *et al.*, 2011).

Materiais compósitos não são populares devido às lacunas de testes experimentais, portanto, estes materiais foram basicamente usados como estruturas secundárias, como clips, suportes, carenagem, entre outros, onde a falha não causa resultados catastrófico no sistema. No entanto, devido a evolução da tecnologia demandar baixo peso associado com maiores resistências, os materiais compósitos têm se desenvolvido rapidamente nas últimas décadas (YEH & YANG, 1997).

A Tabela 1 fornece as propriedades de alguns tipos de fibras comumente empregados e a Tabela 2 as propriedades de algumas matrizes.

Tabela 1 - Propriedades mecânicas de fibras e materiais na forma maciça (AGARWAL & BROUTMAN, 1990; ASM, 2001; *apud* MOURA *et al.*, 2011).

Material	Módulo de elasticidade $E$ (GPa)	Resistência à tração $\sigma_u$ (GPa)	Densidade $\rho$ (kg/dm <sup>3</sup> )
Fibras:			
Vidro E	72	3,5	2,54
Vidro S	87	4,3	2,49
Carbono (Pitch CP-)	690	2,2	2,15
Carbono (PAN C)	345	2,3	1,85
Boro	393	3,1	2,7
Sílica	72,4	5,8	2,19
Tungstênio	414	4,2	19,3
Berílio	240	1,3	1,83
Kevlar R 49	131	3,6	1,45
Materiais Convencionais:			
Aço	210	0,34-2,1	7,8
Ligas de Al	70	0,14-0,62	2,7
Vidro	70	0,7-2,1	2,5
Tungstênio	350	1,1-4,1	19,3
Berílio	300	0,7	1,83

Tabela 2 - Propriedades mecânicas de resinas na forma maciça (EUROCOMP DESIGN CODE HANDBOOK, 1996 *apud* MOURA *et al.*, 2011).

Resina		$E$ (GPa)	$\sigma_u$ (MPa)	$\epsilon_u$ (%)
Poliéster	Ortoftálica	3,6	55	2,0
	Ortoftálica	3,3	70	3,5
	Isoftálica	4,1	65	2,5
	Isoftálica	3,7	55	1,5
Fenólica	Ressol	2,0	32	1,8
Vinilester	Bisfenol A	3,5	82	6,0
	Novolac	3,5	68	3,5
Epóxicas DGEBA	Tc = 20°	3,2	62	2,0
	Tc = 120°	3,0	90	8,0
Epóxicas DGEBF	Tc = 120°	4,1	125	5,0

Vale a pena observar que nem todas as características são melhoradas simultaneamente com a formação de um material compósito: o que se quer na verdade é criar um material que

tenha características específicas para resistir a uma determinada solicitação que lhe é designada (RABELO & FARAGE, 2011).

Os tipos mais comuns de compósitos são (JONES, 1999):

- i. materiais compósitos fibrosos – que consistem de fibras adicionadas ligadas por matriz capaz de agrupá-las;
- ii. materiais compósitos laminados – que consistem de laminas de materiais variados ligados na maioria das vezes por uma resina específica;
- iii. materiais compósitos particulados – produzidos pela adição de partículas à uma matriz líquida que posteriormente adquire rigidez;
- iv. Combinação dos tipos citados acima.

A Figura 2 ilustra os referentes tipos e suas variações.

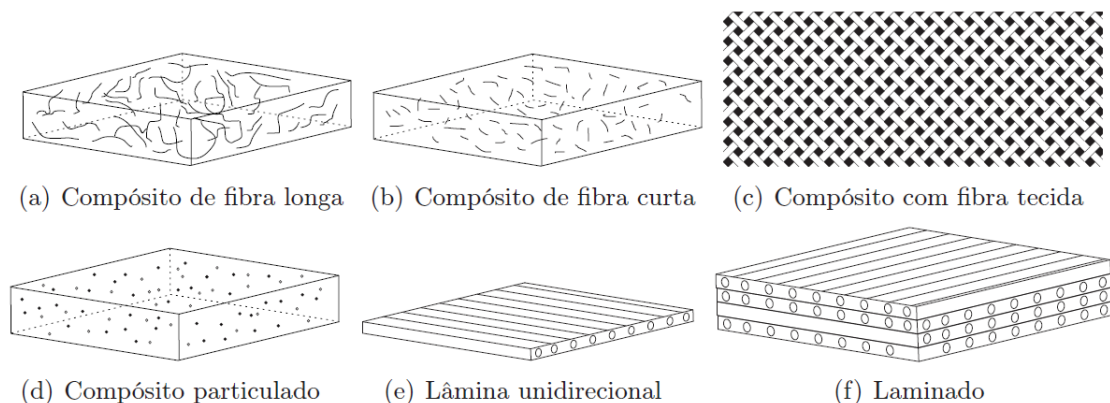


Figura 2 - Tipos de Materiais Compósitos (BELO, 2006).

Um material é dito homogêneo quando suas propriedades são as mesmas em cada ponto independentemente da localização. Já um material heterogêneo apresenta suas propriedades variando de ponto a ponto em um corpo. A concepção de um material homogêneo ou heterogêneo é associada com o nível de observação ou volume característico e com a definição das propriedades envolvidas. Sendo assim, a homogeneidade ou heterogeneidade observada em um material depende da escala adotada (DANIEL & ISHAI, 1994).

Analisando o comportamento estrutural os materiais, de uma maneira geral, podem ser classificados segundo suas propriedades mecânicas ao longo das direções principais (x,y,z), considerando uma escala macroscópica.

## 2.1 Métodos de Fabricação

O desenvolvimento tecnológico tem permitido melhorar os processos de fabricação de modo a torna-los economicamente mais viáveis. Os principais métodos de fabricação são (MOURA *et al.*, 2011):

- i. Moldação por contato: o empilhamento e a impregnação das fibras/laminas é feito manualmente em molde aberto. Vantagens: simplicidade, reduzido investimento, poucas restrições a geometrias, mão-de-obra pouco qualificada. Desvantagens: depende do cuidado e habilidade do operário, baixa produtividade, acabamento superficial somente em uma face, emissão de estireno.
- ii. Moldação por vácuo: consiste na aplicação de vácuo no interior do molde. Injeta-se a resina e a fibra no interior do molde, fecha-se o molde e aplica-se vácuo. Permite a obtenção de duas superfícies lisas, permite produzir componentes de grandes dimensões e boa produtividade.
- iii. Moldação por compressão: Trata-se do processo em que o reforço e a resina são colocados em um molde inferior e posteriormente prensados pelo molde superior.
- iv. Moldação em autoclave: consiste em consolidar uma peça pré-formada através da aplicação simultânea de temperatura, pressão e vácuo. Permite a produção de peças de grandes dimensões e de geometria complexa com excelentes propriedades mecânicas. Apresenta como desvantagens o elevado investimento inicial.
- v. Enrolamento filamentar: processo que consiste em depositar sobre um mandril em rotação fibras enoveladas em *rovings* previamente impregnadas pela a resina. Através da velocidade do giro do mandril e dos sistemas de guia controla-se o ângulo de incidência das fibras. Vantagens: simplicidade, automatização, peças de boas propriedades mecânicas. Desvantagens: limitações na forma das peças, necessidade de acabamentos posteriores.
- vi. Pultrusão: processo contínuo no qual se produzem perfis de seção constante, ocos ou maciços, de diferentes formas e espessuras. As fibras na forma de *roving* são tracionadas através de um recipiente e são banhadas pela resina (onde ocorre a polimerização) em estado líquido, em seguida são conduzidas até a matriz para serem agrupadas e curadas, adquirindo forma e consistência. No final do processo, o perfil é cortado no tamanho desejado. Apresenta a vantagem de

ser um processo contínuo e automático, capacidade de obtenção de materiais com excelentes propriedades mecânicas. Apresenta desvantagens como: fibras só podem ser aplicadas na direção longitudinal, limita-se a fabricação de perfis somente com seção constante. A Figura 3, ilustra este processo.

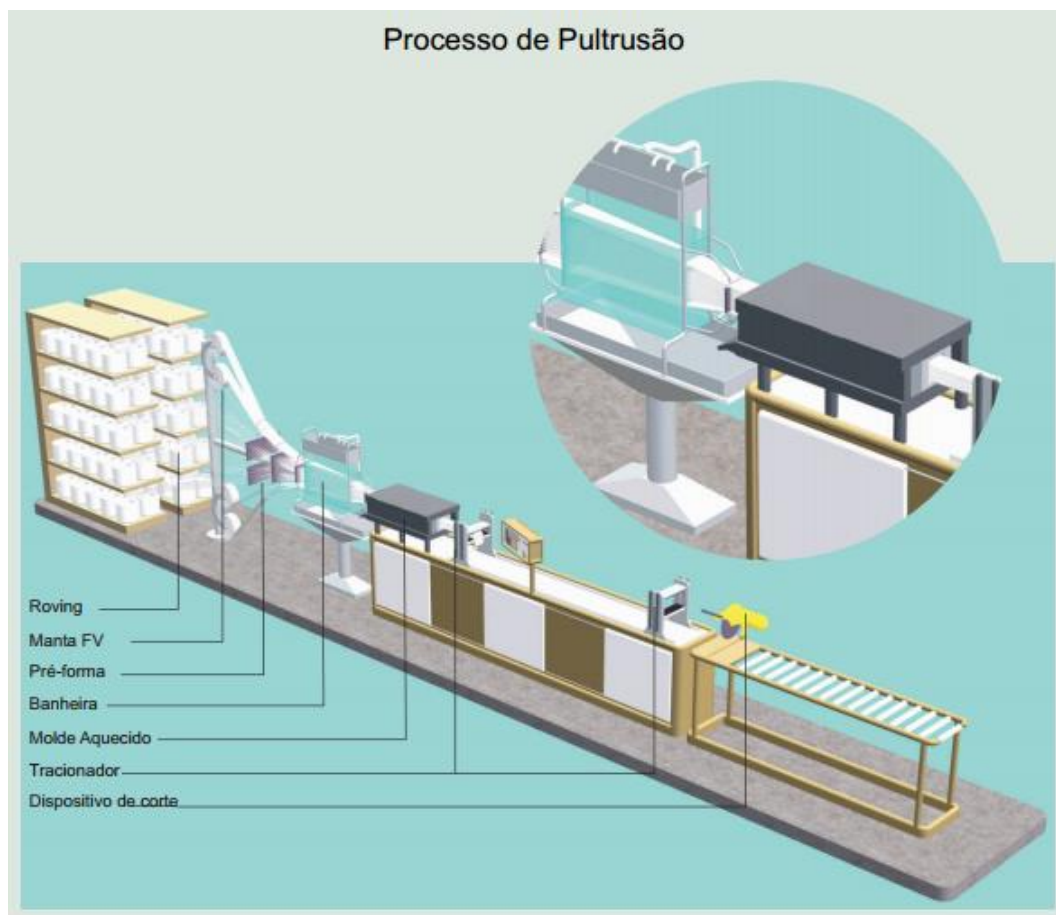


Figura 3 - Processo de pultrusão (REFORCE, 2009).

É importante observar que as restrições e as características de cada processo têm uma influência direta na fração do volume de fibras e nas suas distribuições, o que implica na resistência final do material (YEH & YEH, 2001).

## 2.2 Leis Constitutivas

### 2.2.1 Análise dos Sólidos Anisotrópicos

Um ponto qualquer de um sólido pode estar sujeito a um estado de tensões tridimensional que pode ser representado por nove componentes  $\sigma_{ij}$  atuando nas faces de um cubo infinitesimal com lados paralelos aos eixos 1, 2 e 3 – referenciados em um sistema local (“*on-axis*”), Figura 4. Da mesma forma pode-se representar o estado de deformações por nove com-

ponentes  $\varepsilon_{ij}$ . Os componentes de tensão e deformação podem então serem relacionados pela lei de Hooke generalizada como segue-se:

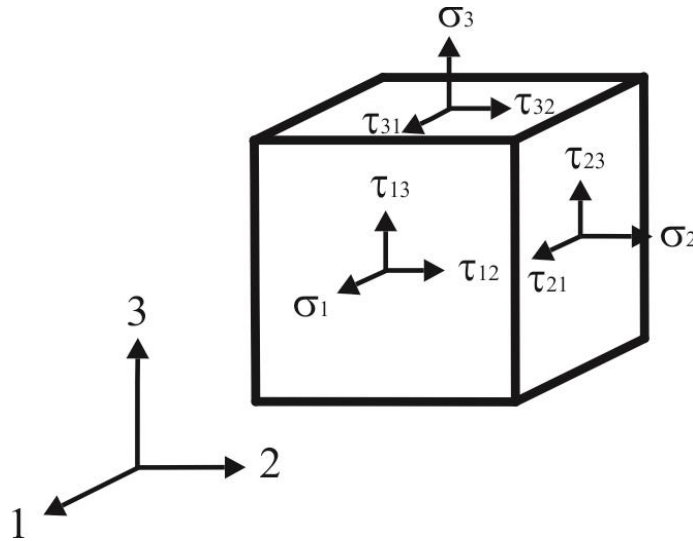


Figura 4 - Estado de tensões em um elemento infinitesimal de um sólido.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{21} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} & C_{1132} & C_{1123} & C_{1121} \\ C_{1111} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} & C_{2232} & C_{2213} & C_{2221} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} & C_{3332} & C_{3313} & C_{3321} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} & C_{2332} & C_{2313} & C_{2321} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3123} & C_{3131} & C_{3112} & C_{3132} & C_{3113} & C_{3121} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1231} & C_{1212} & C_{1232} & C_{1213} & C_{1221} \\ C_{3211} & C_{3222} & C_{3233} & C_{3223} & C_{3231} & C_{3212} & C_{3232} & C_{3213} & C_{3221} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1331} & C_{1312} & C_{1332} & C_{1313} & C_{1321} \\ C_{2111} & C_{2122} & C_{2133} & C_{2123} & C_{2131} & C_{2112} & C_{2132} & C_{2113} & C_{2121} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{32} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

e

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{32} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1111} & S_{1122} & S_{1133} & S_{1123} & S_{1131} & S_{1112} & S_{1132} & S_{1123} & S_{1121} \\ S_{1111} & S_{2222} & S_{2233} & S_{2223} & S_{2231} & S_{2212} & S_{2232} & S_{2213} & S_{2221} \\ S_{3311} & S_{3322} & S_{3333} & S_{3323} & S_{3331} & S_{3312} & S_{3332} & S_{3313} & S_{3321} \\ S_{2311} & S_{2322} & S_{2333} & S_{2323} & S_{2331} & S_{2312} & S_{2332} & S_{2313} & S_{2321} \\ S_{3111} & S_{3122} & S_{3133} & S_{3123} & S_{3131} & S_{3112} & S_{3132} & S_{3113} & S_{3121} \\ S_{1211} & S_{1222} & S_{1233} & S_{1223} & S_{1231} & S_{1212} & S_{1232} & S_{1213} & S_{1221} \\ S_{3211} & S_{3222} & S_{3233} & S_{3223} & S_{3231} & S_{3212} & S_{3232} & S_{3213} & S_{3221} \\ S_{1311} & S_{1322} & S_{1333} & S_{1323} & S_{1331} & S_{1312} & S_{1332} & S_{1313} & S_{1321} \\ S_{2111} & S_{2122} & S_{2133} & S_{2123} & S_{2131} & S_{2112} & S_{2132} & S_{2113} & S_{2121} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{21} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

Estas relações podem ser escritas em notação indicial por:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \\ \varepsilon_{ij} &= S_{ijkl} \sigma_{kl} \end{aligned} \quad (2.3)$$

para  $i,j,k,l=1,2,3$ .  $C_{ijkl}$  é o tensor com os componentes de rigidez e  $S_{ijkl}$  o tensor de flexibilidade.

Pode-se notar que são necessárias 81 constantes para caracterizar o material completamente, no entanto, a simetria dos tensores permite reduzir estas constantes para 36, Eqs (2.5) e (2.6).

Para facilitar a organização contrai-se a notação dos componentes dos tensores e usa-se a letra  $\tau$  para simbolizar os componentes de tensão relacionados a esforços de cisalhamento e a letra  $\gamma$  para simbolizar as deformações decorrentes de distorções, segue-se:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= \sigma_1, \sigma_{22} = \sigma_2, \sigma_{33} = \sigma_3 \\
 \sigma_{23} &= \tau_4, \sigma_{31} = \tau_5, \sigma_{12} = \tau_6 \\
 \varepsilon_{11} &= \varepsilon_1, \varepsilon_{22} = \varepsilon_2, \varepsilon_{33} = \varepsilon_3 \\
 2\varepsilon_{23} &= \gamma_4, 2\varepsilon_{31} = \gamma_5, 2\varepsilon_{12} = \gamma_6 \\
 C_{1111} &= C_{11}, C_{1122} = C_{12}, C_{1133} = C_{13}, C_{1123} = 2C_{14}, C_{1131} = 2C_{15}, C_{1112} = 2C_{16} \\
 C_{2211} &= C_{21}, C_{2222} = C_{22}, C_{2233} = C_{23}, C_{2223} = 2C_{24}, C_{2231} = 2C_{25}, C_{2212} = 2C_{26} \\
 C_{3311} &= C_{31}, C_{3322} = C_{32}, C_{3333} = C_{33}, C_{3323} = 2C_{34}, C_{3331} = 2C_{35}, C_{3312} = 2C_{36} \\
 C_{2311} &= C_{41}, C_{2322} = C_{42}, C_{2333} = C_{43}, C_{2323} = 2C_{44}, C_{2331} = 2C_{45}, C_{2312} = 2C_{46} \\
 C_{3111} &= C_{51}, C_{3122} = C_{52}, C_{3133} = C_{53}, C_{3123} = 2C_{54}, C_{3131} = 2C_{55}, C_{3112} = 2C_{56} \\
 C_{1211} &= C_{61}, C_{1222} = C_{62}, C_{1233} = C_{63}, C_{1223} = 2C_{64}, C_{1231} = 2C_{65}, C_{1212} = 2C_{66}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Assim, as relações dadas nas expressões (2.1) e (2.2), podem ser escritas resumidamente da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \tag{2.5}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} \tag{2.6}$$

Novamente em notação indicial, tem-se:

$$\begin{aligned}\sigma_j &= C_{ij}\varepsilon_j \\ \varepsilon_j &= S_{ij}\sigma_j\end{aligned}\quad (2.7)$$

com  $i, j = 1, 2, 3, 4, 5$  e  $6$ .

As considerações de energia requerem que os tensores apresentem simetria (DANIEL & ISHAI, 1994). O trabalho por unidade de volume pode ser expresso como:

$$W = \frac{1}{2} C_{ij}\varepsilon_i\varepsilon_j \quad (2.8)$$

A partir disto pode-se obter a relação tensão-deformação, Eq. (2.7), pela diferenciação da Eq. (2.8).

$$\sigma_i = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_i} = C_{ij}\varepsilon_j \quad (2.9)$$

Derivando novamente obtêm-se:

$$C_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} \quad (2.10)$$

De maneira similar, trocando os índices da derivação, tem-se:

$$C_{ji} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} \quad (2.11)$$

Desde que a ordem da derivação de  $W$  é irrelevante (DANIEL & ISHAI, 1994), a partir das Eqs. (2.10) e (2.11), pode-se afirmar:

$$C_{ij} = C_{ji} \quad (2.12)$$

Similarmente:

$$S_{ij} = S_{ji} \quad (2.13)$$

Portanto, os tensores  $C$  e  $S$  são simétricos. Assim, o estado de tensões em um ponto pode ser descrito por seis componentes de tensão ou deformação e as relações tensão-deformação Eqs. (2.5) e (2.6) são expressas em termos de 21 constantes independentes.

### 2.2.2 Materiais Ortotrópicos

Os materiais ortotrópicos apresentam 3 planos ortogonais de simetria. Nesse caso os planos  $xy$ ,  $xz$ , e  $yz$  são planos de simetria material onde qualquer tensão simétrica relativa a estes planos só pode provocar deformações simétricas. Analogamente, qualquer tensão anti-simétrica relativa a esses planos só pode provocar deformações anti-simétricas. Para estes materiais, as relações tensão-deformação são as mesmas das Eqs. (2.5) e (2.6), com a ressalva que, neste caso, são somente necessárias 9 constantes elásticas (propriedades mecânicas) para definir o material, os demais termos dos tensores de rigidez e flexibilidade são inter-relacionados (DANIEL & ISHAI, 1994). Para um material que possua eixos paralelos aos eixos de simetria, pode-se observar mais claramente esta afirmação, Eqs. (2.14) e (2.15).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sim & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{44} & 0 & 0 \\ & sim & & & S_{55} & 0 \\ & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

Este número de constantes elásticas não se altera pela mudança dos sistemas de coordenadas de referência, no qual as matrizes de rigidez e flexibilidade, Eqs. (2.14) e (2.15), são totalmente preenchidas. Lembrando que os termos de uma matriz podem ser obtidos pela inversão da outra, assim, podem ser obtidas relações entre as matrizes  $C_{ij}$  e  $S_{ij}$ . Estes termos podem ser determinados pelas seguintes relações, Eq. (2.16), (REDDY & MIRAVETE, 1995):

$$\begin{aligned}
C_{11} &= E_1 \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\Delta}, S_{11} = \frac{1}{E_1} \\
C_{12} &= E_1 \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{\Delta} = E_2 \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{\Delta}, S_{12} = \frac{-\nu_{12}}{E_1} = \frac{-\nu_{21}}{E_2} \\
C_{13} &= E_1 \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{\Delta} = E_3 \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{\Delta}, S_{13} = \frac{-\nu_{31}}{E_2} = \frac{-\nu_{13}}{E_1} \\
C_{22} &= E_2 \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\Delta}, S_{22} = \frac{1}{E_2} \\
C_{23} &= E_2 \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{\Delta} = E_3 \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{\Delta}, S_{23} = \frac{-\nu_{32}}{E_3} = \frac{-\nu_{23}}{E_2} \\
C_{33} &= E_3 \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{\Delta}, S_{33} = \frac{1}{E_3} \\
C_{44} &= G_{23}, C_{55} = G_{13}, C_{66} = G_{12}, S_{44} = \frac{1}{G_{23}}, S_{55} = \frac{1}{G_{13}}, S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \\
\Delta &= 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

onde:

$E_1, E_2, E_3$  = Módulo de Elasticidade ao longo dos eixos principais (1, 2 e 3).

$\nu_{ij}$  = relação de Poisson – definida como a taxa de deformação transversal na direção  $j$  em relação a taxa de deformação axial na direção  $i$ , quando o material é tensionado na direção  $i$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ).

$G_{23}, G_{13}, G_{12}$  = Módulo de cisalhamento nos planos 2-3, 1-3 e 1-2, respectivamente.

Para materiais ortotrópicos três importantes observações podem ser enunciadas (DANIEL & ISHAI, 1994):

- i. Não existem interações entre as tensões normais e as tensões de cisalhamento, ou seja, tensões normais atuando ao longo dos eixos principais só produzem deformações na direção normal, assim como tensões de cisalhamento só produzem distorções.
- ii. Não existem interações entre as tensões de cisalhamento e as deformações normais, ou seja, tensões de cisalhamento atuantes nos planos principais do material produzem somente deformações de cisalhamento.
- iii. Não existem interações entre as tensões de cisalhamento e as deformações de cisalhamento em diferentes planos, ou seja, a tensão de cisalhamento atuando em

um plano principal produz uma deformação de cisalhamento somente neste plano.

### 2.2.3 Materiais Transversalmente Isotrópicos

Um material transversalmente isotrópico é uma particularidade dos materiais ortotrópicos, no qual um dos planos de simetria é também um plano de isotropia. Neste caso, existe portanto, um plano em que as propriedades do material são iguais em todas as direções. É o caso de muitos materiais compósitos reforçados por fibras unidirecionais, Figura 5, como por exemplo, o carbono/epóxi, o aramida/epóxi e o vidro/poliéster.

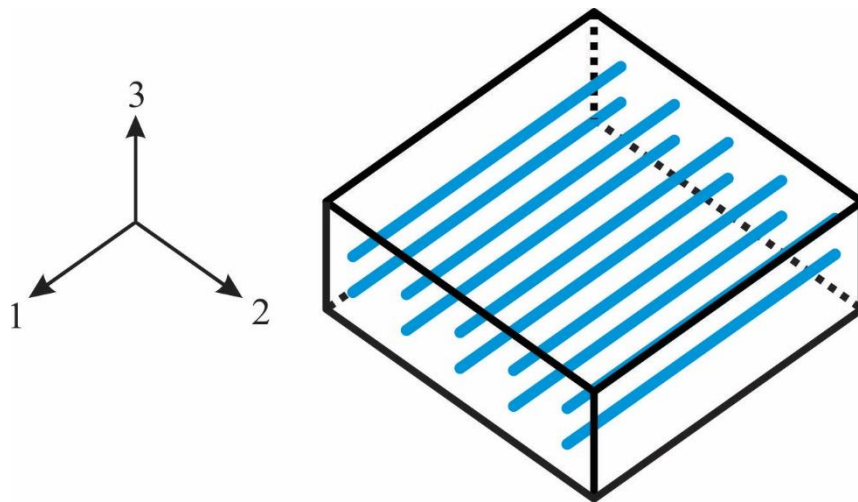


Figura 5 - Esquema de uma célula de um material compósito transversalmente isotrópico.

Devido a esta isotropia existente em um material transversalmente isotrópico pode-se simplificar os tensores Eqs. (2.14) e (2.15) de forma que só serão necessárias, neste caso, 5 constantes para a caracterização do material. Para um plano de isotropia existente nos eixos 2-3, são elas:  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{23}$  e  $G_{12}$ . As Eqs. (2.17) e (2.18) referem-se aos respectivos tensores do material.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{C_{22}-C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ & sim & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2(S_{22} - S_{23}) & 0 & 0 \\ & sim & & & S_{55} & 0 \\ & & & & & S_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

É importante observar que alguns termos serão diferentes caso o plano de isotropia não seja o dos eixos 2 e 3, Figura 5. Das Eqs. (2.17) e (2.18), retiram-se as seguintes simplificações:

$$\begin{aligned} C_{12} &= C_{13}, S_{12} = S_{13} \\ C_{22} &= C_{33}, S_{22} = S_{33} \\ C_{55} &= C_{66}, S_{55} = S_{66} \\ C_{44} &= \frac{C_{22} - C_{23}}{2}, S_{44} = 2(S_{22} - S_{23}) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Particularmente este trabalho trata-se do PRFV (plástico reforçado com fibra de vidro) ou no inglês GFRP (*glass fiber reinforced plastic*), material cujo comportamento é transversalmente isotrópico e que será empregado aqui como sugestão na substituição de componentes metálicos usuais em mísulas de torres de linhas de transmissão, seção 2.6.

### 2.2.4 Materiais Isotrópicos

São os materiais em que todos os planos de simetria são também planos de isotropia, o que leva a ter-se-á todas as propriedades iguais em todas as direções e ainda, as tensões e deformações são simétricas relativamente a todos os planos.

Consegue-se então, nestes materiais, escrever o tensor de tensões somente com duas propriedades independentes  $E$  e  $\nu$ .

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ & sim & & & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2(S_{11} - S_{12}) & 0 & 0 \\ sim & & & & 2(S_{11} - S_{12}) & 0 \\ & & & & & 2(S_{11} - S_{12}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

### 2.3 Análise das Resistências

A ruptura da lamina de um material compósito é um processo complexo, que pode envolver fenômenos distintos (plasticidade, formação de fendas localizadas, delaminação), sendo de difícil previsão (MOURA *et al.*, 2011). A Figura 6 ilustra os principais modos de solicitação da lamina.

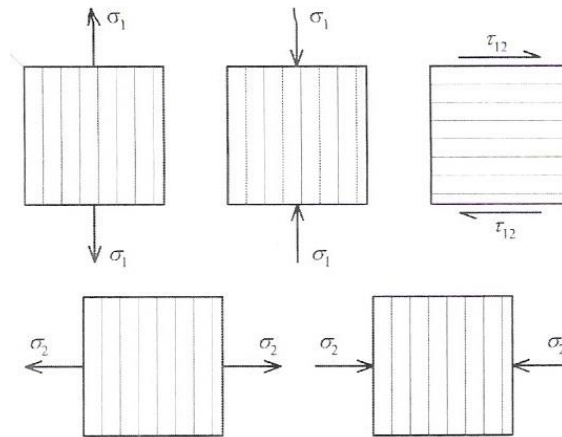


Figura 6 - Modos de solicitação da lamina (MOURA *et al.*, 2011).

#### 2.3.1 Resistência longitudinal à tração

A falha de um material compósito sujeito aos esforços de tração pode ocorrer pela ruptura da fibra ou da matriz, Figura 7.

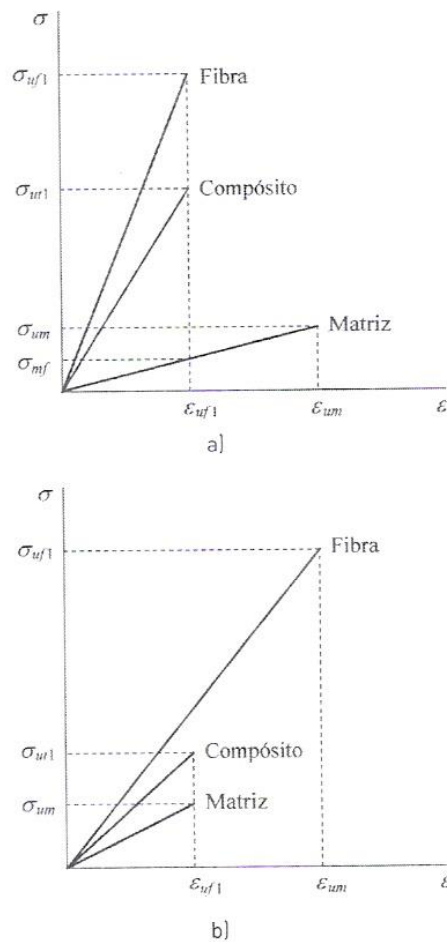


Figura 7 - Representação dos dois casos possíveis de falha dos constituintes (a – ruptura da fibra e b – ruptura da matriz) de um material compósito e suas influências (MOURA *et al.*, 2011).

Do ponto de vista de aplicação estruturais é extremamente desejável que o compósito se rompa pela falha na fibra para que se aproveite ao máximo a resistência destas. O segundo caso, onde a ruptura ocorre pela falha na matriz, é o observado em compósitos de matriz metálica e cerâmica, nos quais se preocupa mais com a rigidez a altas temperaturas ou com a resistência ao desgaste (MOURA *et al.*, 2011).

Em um compósito unidirecional, conforme as tensões vão crescendo, vão ocorrendo sucessivas rupturas em pontos menos resistentes das fibras o que acarreta na redistribuição das tensões pelas fibras restantes através da transferência de carga gradual para a fibra que partiu, até que esta recupere o valor da tensão que atua nas fibras íntegras suficientemente afastadas do ponto de ruptura. Outro mecanismo ocorrente é o acréscimo de tensões nas fibras restantes, principalmente nas mais próximas das fibras que romperam, devido à concentração de tensões (MOURA *et al.*, 2011).

Seja a Figura 8, a qual ilustra um processo de ruptura de uma fibra. Pode-se notar que, devido às altas tensões aplicadas, as superfícies das fibras se separam, gerando instantaneamente na interface fibra-matriz elevadas tensões de cisalhamento. A camada de matriz que circunda as superfícies fraturadas se sujeita às tensões de cisalhamento transmitidas. Logo, se a interface for menos resistente ao corte do que a matriz, dar-se-á ao deslocamento interfacial. No caso oposto, onde a interface é mais resistente ao corte do que a matriz, ocorre uma fenda na matriz seguida de uma zona plástica relativamente extensa (MOURA *et al.*, 2011).

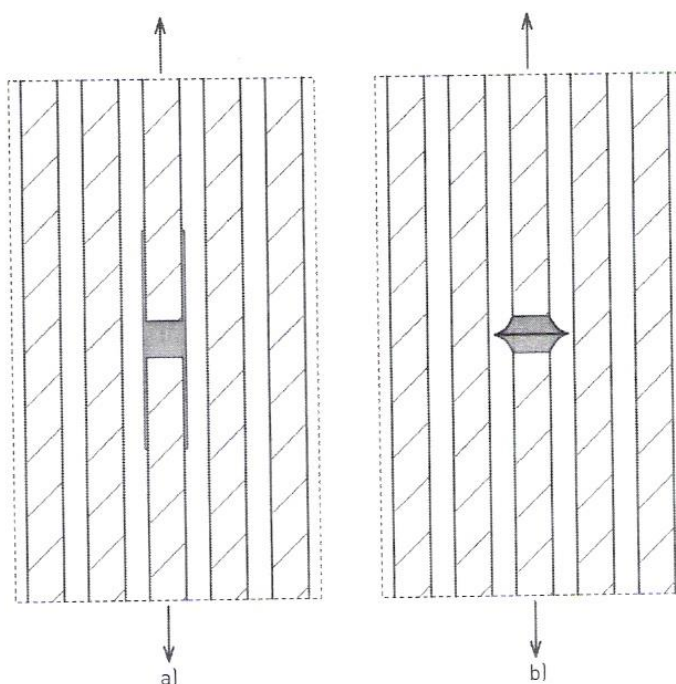


Figura 8 - Modos de ruptura ao redor de uma fibra rompida: a) descoesão interfacial; b) fissuração da matriz.

### 2.3.2 Resistência à compressão

A resistência à compressão de compósitos geralmente é de difícil caracterização devido às dificuldades na realização dos ensaios, o que gera um grande interesse nas análises da micromecânica. Vários estudos mostram que o mecanismo de ruptura à escala micromecânica são as microencurvaturas das fibras, que dão origem às bandas de corte, Figura 9 (MOURA *et al.*, 2011). Ainda segundo (MOURA *et al.*, 2011) existem dois tipos de modelos de previsão da ruptura:

- i. Modelos que analisam a microencurvatura das fibras, trabalhando em uma escala verdadeiramente micromecânica;

- ii. Modelos que consideram a propagação das bandas de corte que surgem decorrentes da microencurvatura.

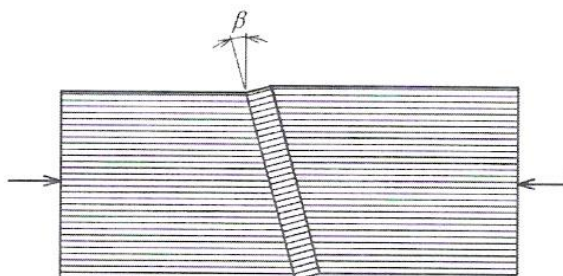


Figura 9 - Bandas de corte observadas em ensaios de compressão de compósitos reforçados por fibras unidirecionais (MOURA *et al.*, 2011).

O modo mais comum de falha observado em análises e experimentos é o de corte, verificado em compósitos com teores de fibras elevados, Figura 10b. Outro modo passível de ocorrência é o extensional, Figura 10a (MOURA *et al.*, 2011).

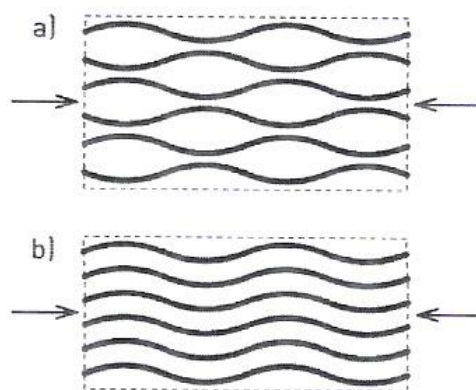


Figura 10 - Os modos de microencurvatura: a) extensional; b) de corte (MOURA *et al.*, 2011).

## 2.4 Comportamento Viscoelástico

Materiais compósitos constituídos por matrizes poliméricas apresentam comportamento viscoelástico, o que faz com que o desempenho ao longo do tempo destes materiais seja um dos fatores mais importantes na análise e no projeto de componentes estruturais em PRFV. Sabe-se que o comportamento dependente do tempo de compósitos poliméricos é significativamente influenciado por várias condições ambientais (temperatura, umidade, partículas químicas) e solicitações mecânicas (que provocam fadiga). Sendo assim, no estudo destes materiais o fenômeno da fluência merece a devida atenção, pois, existem muitas incertezas associadas ao comportamento viscoelástico de fibras reforçadas com matrizes poliméricas, onde ocorre um “escorregamento” das fibras devido à viscosidade das resinas empregadas na composição destes materiais, de forma que, ao longo do tempo, tem-se uma deformação plástica

decorrente deste processo (SCOTT *et al.*, 1995). Nos materiais usualmente empregados, como o aço e o alumínio, os efeitos viscoelásticos só passam a ser relevantes a temperaturas altas, porém, nos materiais compósitos poliméricos, esses efeitos passam a ser significativos em temperaturas ambientais. Isto é, este fenômeno é dependente do tempo de carregamento e do ambiente a que estão submetidas as peças estruturais, afetando sua funcionalidade e durabilidade (RABELO *et al.*, 2014).

As amplitudes das ações externas aplicadas também interferem na variação das propriedades. Tensões maiores podem levar a rupturas por fluência no decorrer do tempo. O fenômeno deste comportamento viscoelástico é consequência da Segunda Lei da Termodinâmica, na qual uma parte da energia de deformação é sempre perdida como calor por forças viscosas, mesmo enquanto o restante da energia é armazenada elasticamente. Essa perda não é instantânea e nem infinitamente lenta, é um processo gradual (EMRI & GERGESOVA, 2010).

A natureza viscoelástica se manifesta nas seguintes formas principais (MOURA *et al.*, 2011):

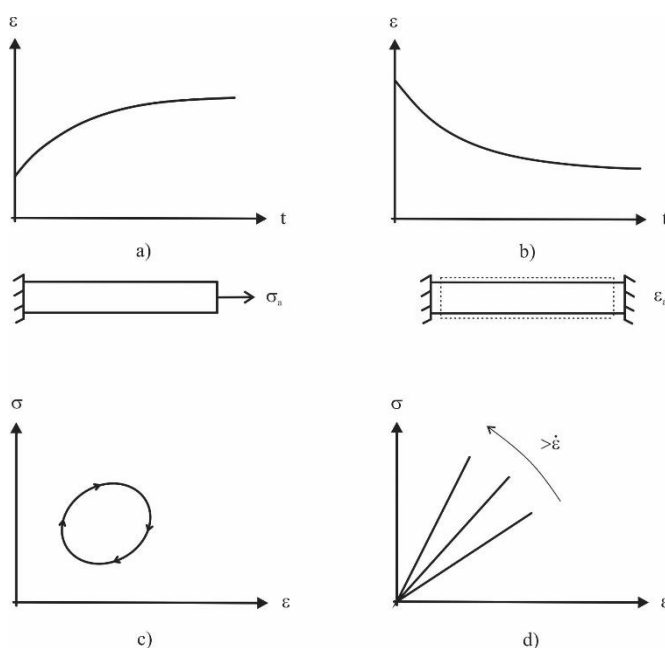


Figura 11 - Tipos de comportamento viscoelástico: a) Fluência; b) Relaxação; c) Histerese; d) Taxa de deformação (MOURA *et al.*, 2011).

Na Figura 11, a primeira situação que a barra está submetida representa um caso de carregamento a tensão constante, no qual, depois de uma dada resposta elástica, verifica-se um aumento gradativo da deformação, fenômeno conhecido por *fluência*, ocorrente em vigas de concreto armado por exemplo. No segundo caso, é imposta à barra uma deformação constante, onde há uma variação da tensão em relação ao valor inicial, fenômeno conhecido por *rela-*

*xação*, que é usual em cordoalhas tensionadas empregadas em concreto protendido. Na terceira situação, tem-se uma barra submetida a um carregamento oscilatório (onde ocorrem esforços de tração e compressão alternadamente), neste caso a curva tensão-deformação assume um ciclo de histerese (tendência de um material ou sistema de conservar suas propriedades na ausência de um estímulo que as gerou), a área delimitada pela elipse define um campo de dissipação (viscoso) de energia. Este fenômeno é de grande interesse no emprego do amortecimento de vibrações como no uso de borrachas e amortecedores. Por último, o comportamento tensão-deformação dos materiais viscoelásticos é sensível à taxa de deformação imposta. Este comportamento junto com o fenômeno da fluência é o objeto do estudo deste trabalho.

### 2.4.1 Testes experimentais de materiais viscoelásticos

Para prever o comportamento viscoelástico de materiais compósitos são realizados testes experimentais para a caracterização do material.

#### 2.4.1.1 Teste de Fluência e de Recuperação da Estrutura

Para analisar o comportamento viscoelástico de fluência, o material é submetido a um carregamento constante e posteriormente este carregamento é retirado; a resposta obtida pelo material é típica da Figura 12.

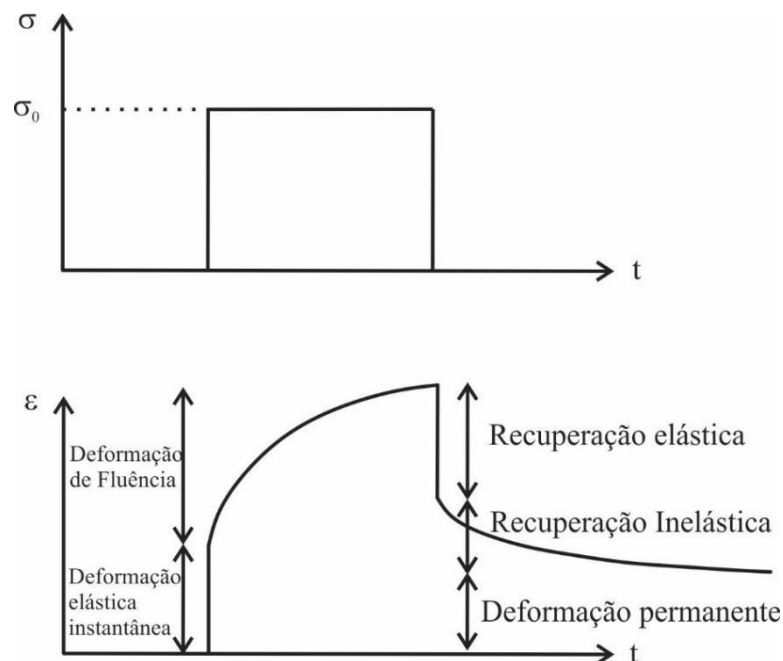


Figura 12 - Resposta de um teste de deformação de fluência.

Pela análise do gráfico, primeiro ocorre uma deformação elástica instantânea seguida por uma deformação gradual ao longo do tempo (deformação de fluência). Esta deformação gradual segue uma taxa que é cada vez menor alcançando um patamar aproximadamente estacionário, mas em muitos materiais este patamar não é perceptível, mesmo após um longo período de tempo. Após descarregado, pode-se verificar que a deformação elástica é recuperada instantaneamente. Após isto, existe então, uma recuperação inelástica gradual ao longo do tempo, esta recuperação inelástica é usualmente muito pequena (desprezível) para metais, porém, ela é significativa para materiais compósitos poliméricos. E por fim, uma deformação permanente pode ocorrer então no material (KELLY, 2015).

#### 2.4.1.2 Teste de Relaxação

Neste teste uma barra é submetida a um tracionamento até atingir uma determinada deformação que é mantida após o cessar do carregamento através da fixação das extremidades da barra. Feito isso é medida a tensão necessária para manter o material viscoelástico em deformação constante de modo que se observa uma perda de tensão no decorrer do tempo, esta perda de tensão é causada por um rearranjo molecular (KELLY, 2015).

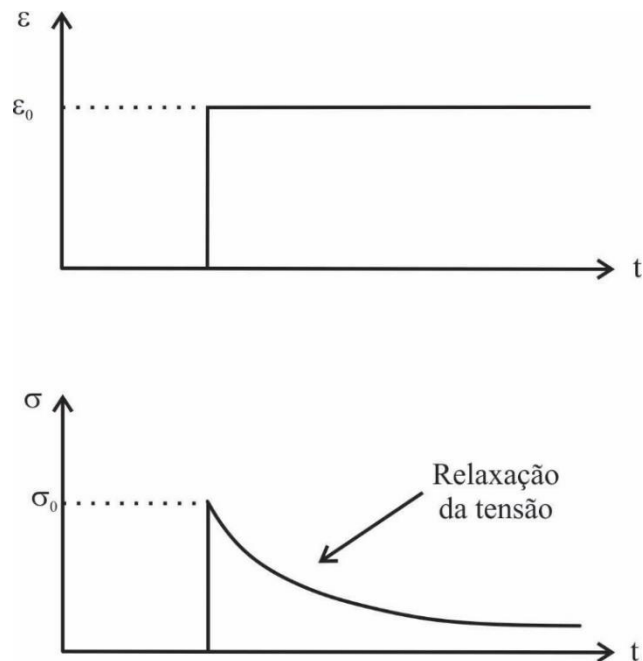


Figura 13 - Resposta da tensão para um teste de relaxação.

### 2.4.2 Modelos para análise do comportamento viscoelástico

Um material dito de comportamento viscoelástico apresenta suas características intermediárias entre o comportamento de um material puramente elástico e o comportamento de um fluido Newtoniano perfeito (comportamento viscoso). Materiais elástico perfeitos quando submetidos a um estado de tensão armazenam toda a energia de deformação, já os fluidos Newtonianos dissipam toda a energia transmitida, à exceção nos estados de tensão hidrostática. Com estes dois conceitos é possível, portanto, construir modelos uniaxiais de comportamento viscoelástico, combinando os efeitos elásticos representados por molas (a) e os efeitos viscosos representados por amortecedores (b), Figura 14.

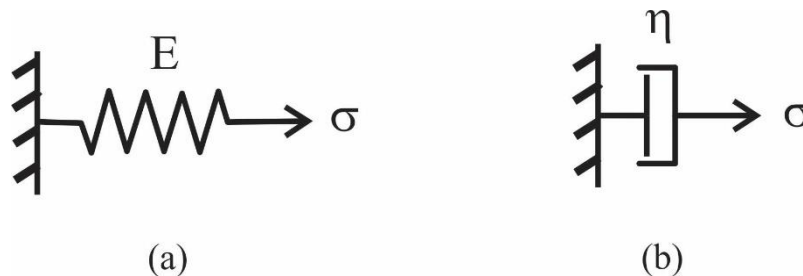


Figura 14 - Elementos reológicos básicos: (a) mola; (b) amortecedor.

A relação da mola Figura 14 (a) pode ser expressa como:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.22)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade ou módulo de Young. Esta mola exibe uma elasticidade e uma recuperação a situação original instantânea, Figura 15 (b).

Já para o amortecedor viscoso Figura 14 (b):

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon} \quad (2.23)$$

onde  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade do material. A Eq. (2.23) mostra que a taxa de deformação  $\dot{\varepsilon}$  é proporcional ao estado de tensão, isto é, o amortecedor se deforma continuamente sobre uma taxa constante quando está sujeito a um passo de tensão conforme mostra o gráfico Figura 15 (d). Analisando por uma situação contrária, quando a deformação é imposta ao amortecedor, a tensão tem um “pico” de valor infinito no instante exato em que a deformação é imposta e então, esta tensão diminui rapidamente com o tempo até zero e permanece em zero, Figura 15 (e) (FINDLEY *et al.*, 1989).

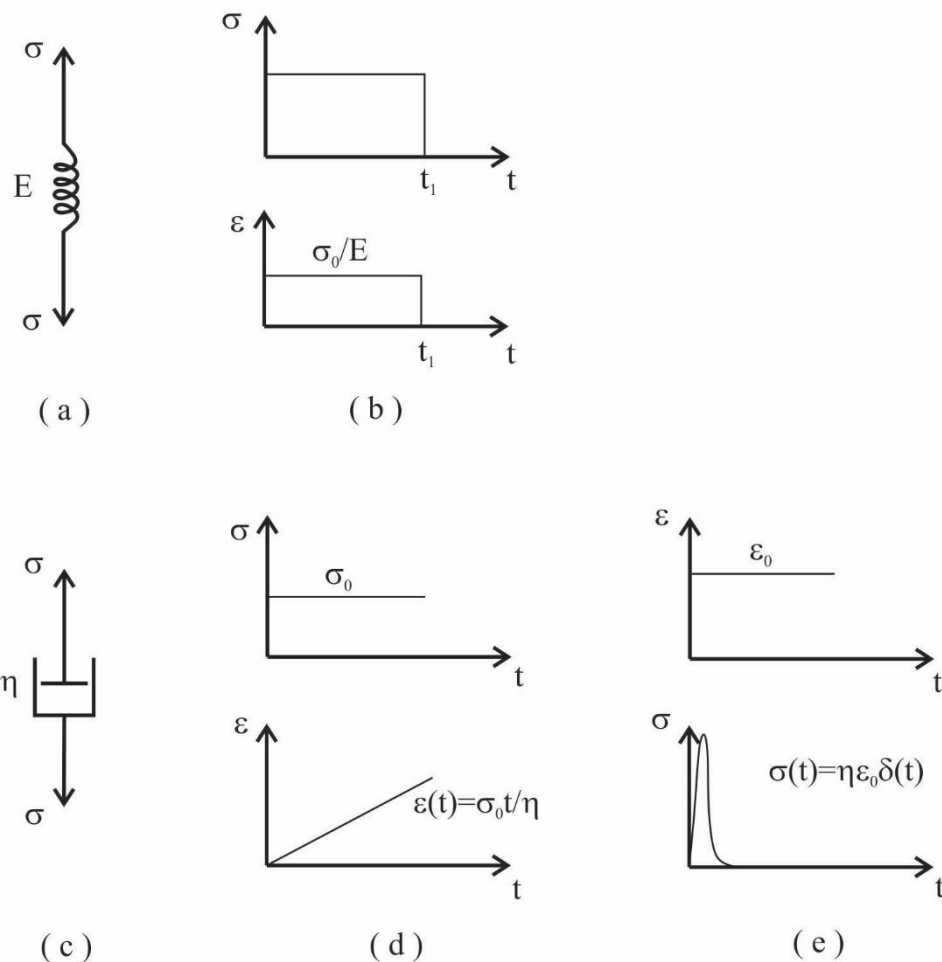


Figura 15 - Comportamento de uma mola e um amortecedor linear (FINDLEY *et al.*, 1989).

Na Figura 15(e),  $\delta(t)$  representa a função matemática delta Dirac que descreve o comportamento para uma mudança de passo na deformação (FINDLEY *et al.*, 1989).

#### 2.4.2.1 Modelo de Maxwell

Um dos modelos mais simples, o modelo de Maxwell é composto por uma mola elástica em série com um amortecedor viscoso, Figura 16. A deformação do modelo é dada pela soma das deformações da mola ( $\epsilon_1$ ) e do amortecedor ( $\epsilon_2$ ) onde o equilíbrio requer que a tensão em ambos os elementos seja igual.

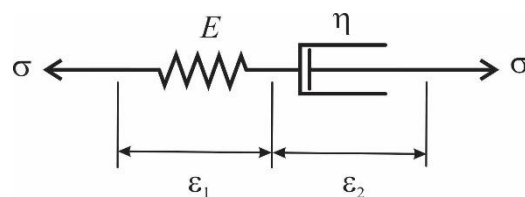


Figura 16 - Modelo de Maxwell.

Deste modelo pode estabelecer as seguintes relações:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \sigma \quad (2.24)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \frac{1}{\eta} \sigma \quad (2.25)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2.26)$$

Derivando as duas primeiras equações em termos do tempo e escrevendo estas duas em termos da terceira equação, pode-se escrever a equação do modelo de Maxwell pela seguinte expressão, Eq. (2.27):

$$\sigma + \frac{\eta}{E} \dot{\sigma} = \eta \dot{\varepsilon} \quad (2.27)$$

Na Figura 17 encontram-se a resposta para o comportamento de fluência e de relaxação de uma análise realizada no modelo de Maxwell:

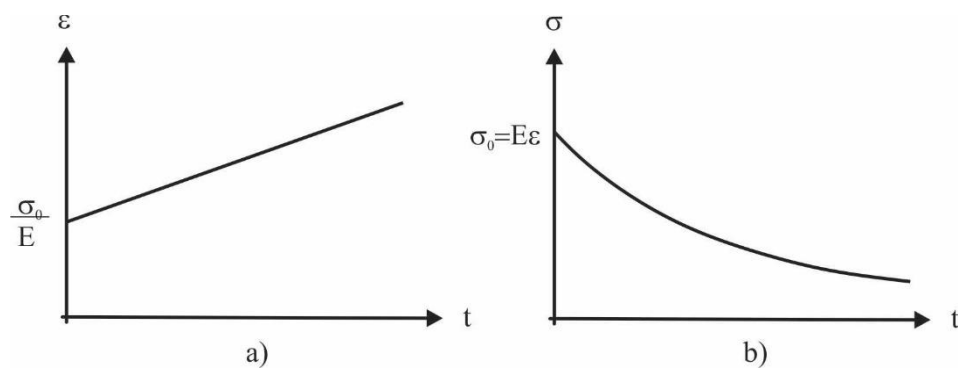


Figura 17 - Resposta para a análise do modelo de Maxwell: fluência (a) e relaxação (b).

Pode-se reparar pelo gráfico anterior que o modelo de Maxwell não descreve corretamente o comportamento de fluência, apresentando somente uma resposta linear, o que não condiz com o resultado de um ensaio de fluência. Este modelo, portanto, é capaz de representar com boa aproximação somente o comportamento da relaxação.

#### 2.4.2.2 Modelo de Kelvin-Voigt

Outro modelo simples é o de Kelvin-Voigt, composto basicamente por uma mola em paralelo com um amortecedor, Figura 18. Neste modelo a tensão total é dada pela soma da tensão atuante na mola ( $\sigma_1$ ) com a tensão atuante no amortecedor ( $\sigma_2$ ). Assume-se que não há flexão neste modelo, de modo que a tensão ocorrente na mola é a mesma que acontece no amortecedor (KELLY, 2015).

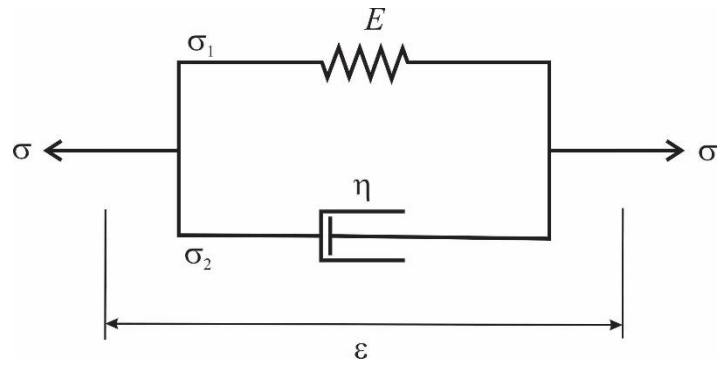


Figura 18 - Modelo de Kelvin-Voigt.

Estabelece-se as seguintes relações:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma_1 \quad (2.28)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\eta} \sigma_2 \quad (2.29)$$

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (2.30)$$

Escrevendo as duas primeiras equações em termos da terceira, pode-se eliminar as tensões  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , o que nos fornece a equação do modelo, Eq. (2.31):

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.31)$$

Na Figura 19, encontram-se a resposta para o comportamento de fluência e de relaxação de uma análise realizada no modelo de Kelvin-Voigt:

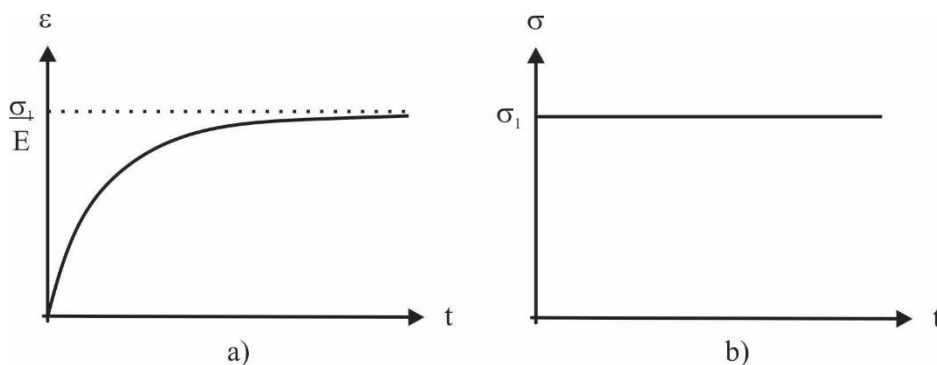


Figura 19 - Resposta para a análise do modelo de Kelvin-Voigt: fluência (a) e relaxação (b).

Como pode-se notar o modelo de Kelvin-Voigt não prevê a ocorrência da relaxação e portanto, não é capaz de descrever este fenômeno. Já para a fluência o modelo apresenta boa concordância com observações experimentais (MOURA *et al.*, 2011). E por fim, o modelo tende à resposta elástica seguindo um caminho amortecido, o que não permite a análise da

evolução dos deslocamentos ao longo do tempo após a resposta de deformação elástica. Diante disso, adota-se o modelo de Zener para realizar esta análise.

### 2.4.2.3 Modelo de Zener

O modelo de Zener incorpora um modelo de Maxwell em paralelo com uma mola, Figura 20, (MOURA *et al.*, 2011):

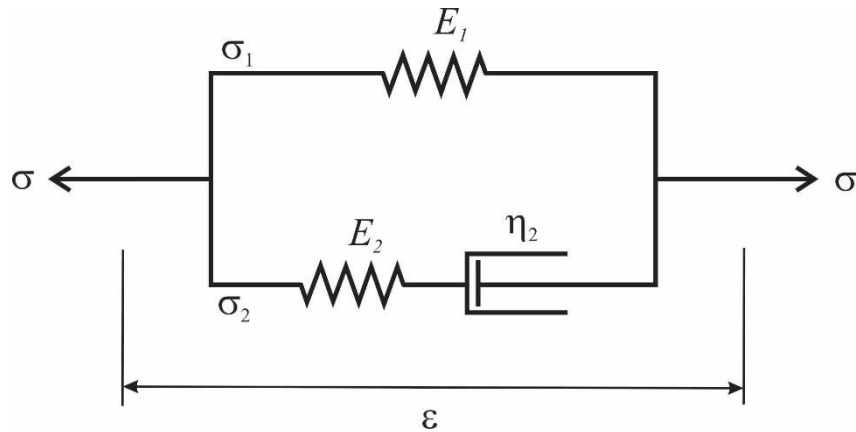


Figura 20 – Modelo de Zener.

Da Figura 20 é possível estabelecer as seguintes relações constitutivas para a tensão total e a deformação total, respectivamente, Eqs. (2.32) e (2.33):

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (2.32)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_2^e + \varepsilon_2^v \quad (2.33)$$

Os subscritos  $( )_1$  e  $( )_2$  referem-se aos trechos: – 1 (elemento elástico) e 2 (elementos elástico e viscoso) do modelo e o sobrescritos  $( )^e$  e  $( )^v$  referem-se aos componentes elástico e viscoso, respectivamente.

Os termos requeridos da Eqs. (2.32) e (2.33) são dados por:

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon \quad (2.34)$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^e = \sigma_2^v \quad (2.35)$$

$$\varepsilon_2^e = \frac{\sigma_2^e}{E_2} \quad (2.36)$$

$$\dot{\varepsilon}_2^v = \frac{\sigma_2^v}{\eta_2} \quad (2.37)$$

onde  $E_1$ ,  $E_2$  e  $\eta_2$  são as propriedades físicas dos elementos apresentados na Figura 20.

Derivando a Eq. (2.33) como uma função do tempo e combinando os termos obtidos pela Eqs. (2.36) e (2.37), considerando também o módulo de elasticidade invariante, tem-se:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}_2}{E_2} + \frac{\sigma_2}{\eta_2} \quad (2.38)$$

A Eq. (2.38) representa a taxa de deformação do modelo. Substituindo as Eqs. (2.32) e (2.34) na Eq. (2.38), tem-se:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma} - E_1 \dot{\varepsilon}}{E_2} + \frac{\sigma - E_1 \varepsilon}{\eta_2} \quad (2.39)$$

Rearranjando os termos e escrevendo a Eq. (2.39) para a tensão  $\sigma$ , segue-se:

$$\sigma = E_1 \varepsilon + \frac{\eta_2 (E_1 + E_2) \dot{\varepsilon}}{E_2} - \frac{\eta_2 \dot{\sigma}}{E_2} \quad (2.40)$$

Que é a equação da tensão para o modelo de Zener. Na Figura 21, encontram-se a resposta para o comportamento de fluência e de relaxação de uma análise realizada no modelo de Zener.

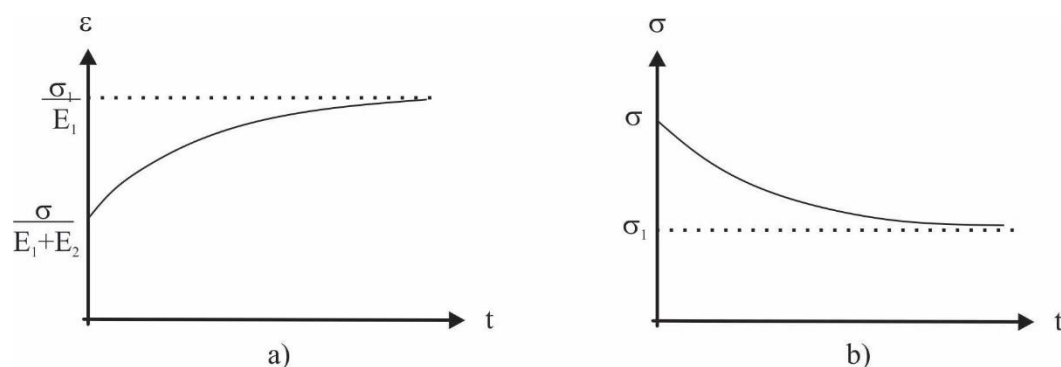


Figura 21 - Resposta para a análise do modelo de Zener: fluência (a) e relaxação (b) (MOURA *et al.*, 2011).

Embora os formatos das curvas sejam semelhantes a resultados experimentais, o modelo de Zener ainda não permite um ajuste rigoroso ao comportamento dos polímeros viscoelásticos, na medida que possui constantes de tempo insuficientes (MOURA *et al.*, 2011). No entanto, permite resultados satisfatórios para análises a curto prazo.

Este modelo será utilizado para o estudo deste trabalho, onde busca-se prever o comportamento de fluência de componentes fabricados em plástico reforçado por fibra de vidro empregados em TLTs.

## 2.5 Critérios de falha

A falha de um elemento estrutural ocorre quando a performance deste elemento é prejudicada, seja por ruptura, fissuração excessiva ou até mesmo deformações exorbitantes que possam comprometer o desempenho funcional da estrutura. Alguns tipos de falhas ocorrentes são (BARBERO, 1999):

- Ruptura da fibra: ocorre sobre tensões geradas pelo carregamento;
- Rachaduras da matriz: indicação do aparecimento de rachaduras microscópicas na matriz polimérica;
- Fratura da matriz: similares as anteriores, mas com rachaduras maiores a nível macrocópico;
- Descolagem das fibras: ocorrem quando a ligação fibra-matriz falha;
- Delaminação: separação entre as laminas de um laminado.

Dos critérios existentes citam-se neste trabalho os dois seguintes:

- i. Critério da Máxima Tensão;
- ii. Critério de Falha de Tsai-Wu.

Para a aplicação destes critérios de falha são necessárias algumas constantes experimentais obtidas de ensaios uniaxiais ou de cisalhamento, são estas, Figura 22:

- Resistência à tração na direção longitudinal da fibras,  $F_{1t}$ .
- Resistência à compressão na direção longitudinal da fibras,  $F_{1c}$ .
- Resistência à tração na direção transversal da fibras,  $F_{2t}$ .
- Resistência à compressão na direção transversal da fibras,  $F_{2c}$ .
- Resistência ao cisalhamento no plano  $F_6$ .
- Valores da resistência ao cisalhamento interlaminar,  $F_4$ ,  $F_5$ .

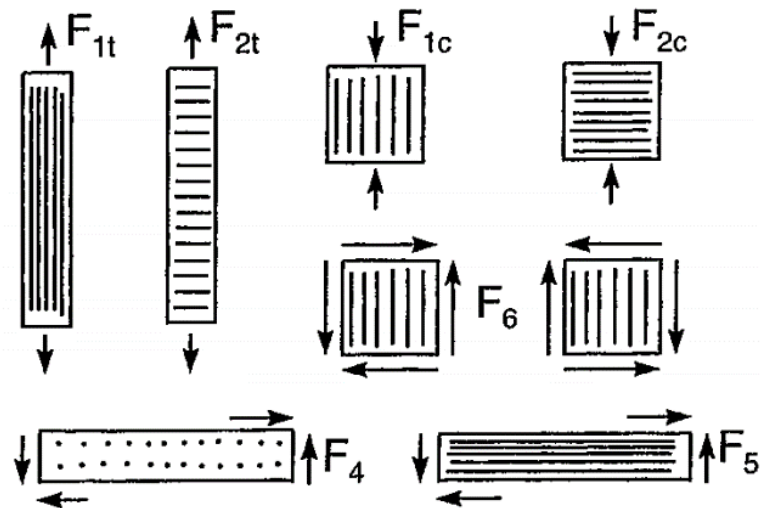


Figura 22 - Esquema dos ensaios simples usados para a determinação das constantes experimentais (BARBERO, 1999).

Na falta de resultados experimentais, a maioria dos valores listados anteriormente podem ser previstos usando equações da micromecânica (BARBERO, 1999).

Como este trabalho trata do emprego do Plástico Reforçado por Fibra de Vidro (PRFV), os critérios serão apresentados para um estado biaxial de tensões (2D), uma vez que o material aqui empregado é transversalmente isotrópico e apresenta, portanto, um eixo de simetria, podendo ser tratado como uma lâmina, assim como apresentado na Figura 22.

### 2.5.1 Critério da máxima tensão

Segundo o critério da máxima tensão, a falha de um material compósito ocorre quando a tensão atuante em uma direção principal é maior que a resistência nesta mesma direção, ou seja, a falha do material ocorre se:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &> F_{1t} \rightarrow \sigma_1 > 0 \\
 |\sigma_1| &> F_{1c} \rightarrow \sigma_1 < 0 \\
 \sigma_2 &> F_{2t} \rightarrow \sigma_2 > 0 \\
 |\sigma_2| &> F_{2c} \rightarrow \sigma_2 < 0 \\
 |\sigma_4| &> F_4 \\
 |\sigma_5| &> F_5 \\
 |\sigma_6| &> F_6
 \end{aligned}
 \tag{2.41}$$

Os valores  $F_{1t}$ ,  $F_{1c}$ ,  $F_{2t}$ ,  $F_{2c}$ ,  $F_4$ ,  $F_5$  e  $F_6$  são os valores últimos resistidos pelo material. Sendo assim, para a utilização deste critério em projetos de compósitos devem ser adotados fatores de segurança ( $FS$ ), majorando as tensões atuantes ou minorando os valores resistentes.

$$\begin{aligned}
 FS\sigma_i \leq Fi &\Rightarrow FS > 1 \\
 \sigma_i > FSFi &\Rightarrow FS < 1
 \end{aligned}
 \tag{2.42}$$

Pode-se também montar envelopes de falha conforme a Figura 23.

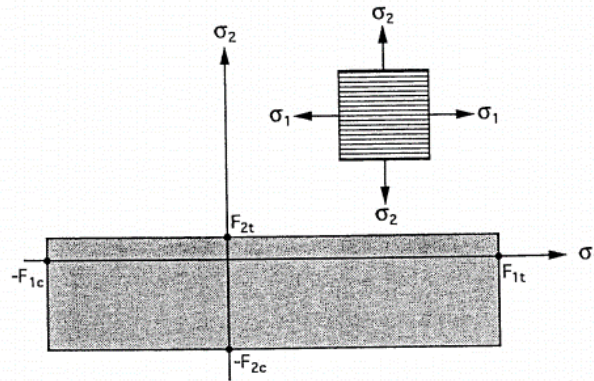


Figura 23 - Envelope de falha de uma lâmina unidirecional sob um carregamento normal biaxial.

O critério da máxima tensão não é conservativo para o estado de tensões onde atuam mais de uma tensão atuante. Ensaios experimentais de resistência biaxiais mostram que existem efeitos de interação entre as tensões que ocasionam a falha fora do envelope de falha, quando dois ou mais componentes de tensão estão próximos do seu limite, veja a Figura 24. Critérios de falha como o de Tsai-Hill e Tsai-Wu foram desenvolvidos principalmente para analisar este ponto (BARBERO, 1999).

### 2.5.2 Critério da teoria geral de resistência para materiais anisotrópicos (Tsai-Wu)

O critério da teoria geral de resistência para materiais anisotrópicos ou critério de Tsai-Wu foi desenvolvido especialmente para a caracterização e projeto de materiais compósitos. Falhas de compósitos são complicadas devido à infinidade de mecanismos independentes e interativos os quais incluem quebras, micro-flambagem, delaminação, cavitação da matriz e propagação de trincas. Devido a isso, um simples critério não é capaz de explicar os mecanismos de falha existentes. Este critério objetiva então prever a falha de materiais compósitos para estado de tensões gerais onde resultados experimentais nem sempre estão disponíveis (TSAI & WU, 1971).

A hipótese básica deste critério é que existe uma superfície de falha no espaço tensorial da seguinte forma escalar:

$$f(\sigma_k) = f_i \sigma_i + f_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \tag{2.48}$$

onde a notação indicial é usada com  $i, j, k = 1, 2, \dots, 6$  e  $f_i$  e  $f_{ij}$  são os tensores de resistência do material de segunda e quarta ordem, respectivamente.

O termo linear  $\sigma_i$  leva em conta as tensões internas que podem descrever a diferença entre as tensões positivas e negativas que induzem falhas. O termo quadrático  $\sigma_i \sigma_j$  define um elipsoide no espaço tensorial (TSAI & WU, 1971; MICELLI & NANNI, 2004).

Escrevendo a Eq. (2.48) para um estado plano de tensões, tem-se (DANIEL & ISHAI, 1994):

$$f_1 \sigma_1 + f_2 \sigma_2 + f_6 \tau_6 + f_{11} \sigma_1^2 + f_{22} \sigma_2^2 + f_{66} \tau_6^2 + 2f_{12} \sigma_1 \sigma_2 + 2f_{16} \sigma_1 \tau_6 + 2f_{26} \sigma_2 \tau_6 = 1 \quad (2.49)$$

onde os coeficientes de resistência podem ser obtidos por (DANIEL & ISHAI, 1994):

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{F_{1t}} - \frac{1}{F_{1c}} \\ f_{11} &= \frac{1}{F_{1t} F_{1c}} \\ f_2 &= \frac{1}{F_{2t}} - \frac{1}{F_{2c}} \\ f_{22} &= \frac{1}{F_{2t} F_{2c}} \\ f_{66} &= \frac{1}{F_6^2} \\ f_{12} &\cong -\frac{1}{2} (f_{11} f_{22})^{1/2} \\ f_6 &= f_{16} = f_{26} = 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

A forma reduzida para o estado plano de tensões deste critério fica:

$$f_1 \sigma_1 + f_2 \sigma_2 + f_{11} \sigma_1^2 + f_{22} \sigma_2^2 + f_{66} \tau_6^2 + 2f_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 1 \quad (2.51)$$

Segundo DANIEL & ISHAI (1994) esta teoria satisfaz os requisitos de transformação de coordenadas seguindo as leis normais de transformação de tensores. Os tensores de propriedades exibem simetrias similares como os tensores de rigidez e de flexibilidade. Os termos de interação podem ser tratados como componentes distintos se os dados experimentais estão disponíveis. Esta teoria através dos termos lineares leva em conta a diferença entre a resistência à tração e compressão. A Figura 24 ilustra um envelope de falha obtido pelo critério de Tsai-Wu e comparando-o com resultados experimentais e com o critério da máxima tensão.

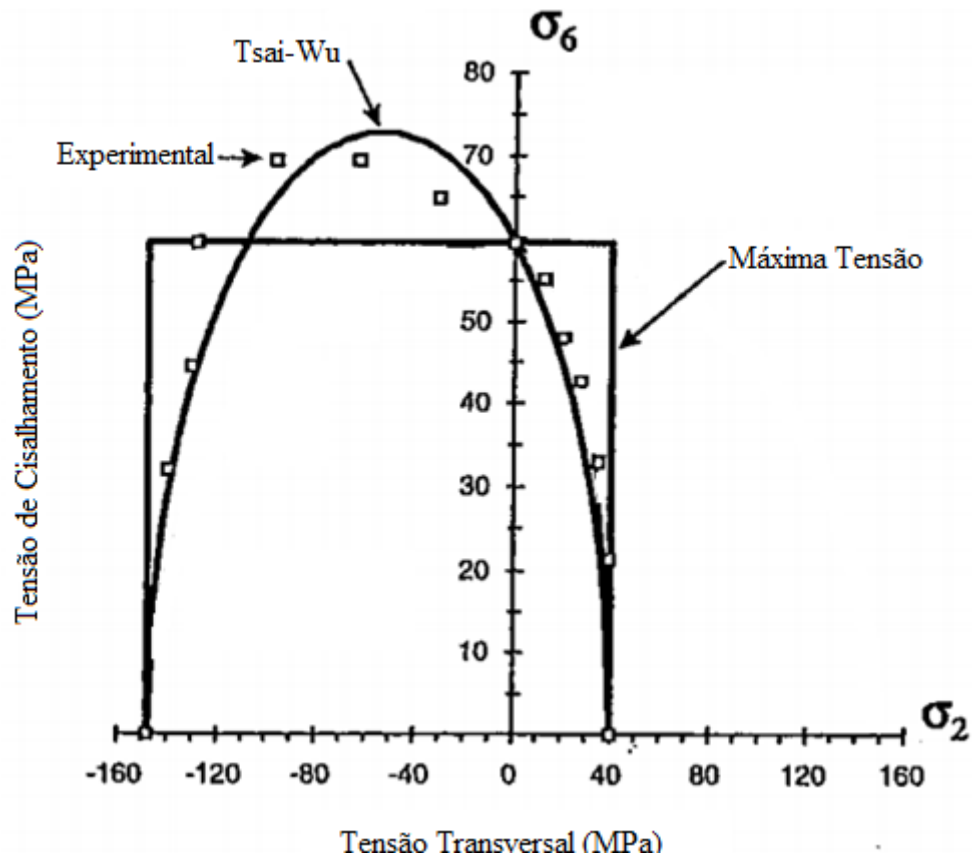


Figura 24 - Comparação entre os envelopes de falha pelo critério de Tsai-Wu e Máxima tensão com os valores obtidos experimentais para o caso em que as tensões  $\sigma_2$  e  $\sigma_6$  são aplicadas simultaneamente e  $\sigma_1 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$ . O experimento trata de um tubo feito em vidro-epóxi, adaptado de BARBERO (1999).

## 2.6 O Plástico Reforçado com Fibra de Vidro (PRFV)

O plástico reforçado com fibra de vidro (PRFV) é essencialmente composto por fibras de vidro e uma matriz polimérica. As fibras usuais mais comumente empregadas são a vidro E e a vidro S. A vidro E tem o menor custo e é usada para fins onde a resistência elétrica e o baixo custo são importantes. A vidro S tem maior resistência, rigidez e deformação última que a vidro E, porém, é mais cara. As resinas mais utilizadas como matrizes poliméricas são a poliéster, a vinil éster e a epóxi. Resinas de poliéster apresentam baixa viscosidade, tempo de cura rápida, estabilidade dimensional e custo moderado, mas, apresentam alta contração volumétrica durante o manufaturamento. Viniléster tem vantagens em relação as poliésteres, como melhor resistência química e térmica, melhor resistência mecânica e são mais fáceis de manipular durante o manufaturamento, mais ainda apresentam uma contração volumétrica significativa e são mais caras que as poliésteres. Por último, as resinas epóxi tem alta resistência mecânica e boa resistência ao fenômeno da fluência, forte adesão as fibras, boas propriedades elétricas, baixa contração e emissão de voláteis durante a cura, mas apresentam um alto

custo (BENMOKRANE, 1995). As resinas também apresentam a importante função de equilibrar a distribuição de tensões no material e proteger as fibras de ataques químicos do ambiente (MICELLI & NANNI, 2004).

Fabricado pelo processo de pultrusão, seção 2.1 e Figura 3, o PRFV pode ser produzido nas mais diversas formas e seções. Este processo é ideal para alcançar boas propriedades mecânicas. Outro processo seria mais caro e não atenderia com as mesmas propriedades para a aplicação em questão (YEH & YANG, 1997). Isto faz com que PRFV tenha sido empregado como solução para aplicação em infraestruturas civis, engenharia mecânica, aeroespacial e naval. Boas propriedades de isolamento elétrico e magnético, expansão térmica controlável, resistência à fadiga, características de amortecimento, alta relação resistência-peso e grandes resistências de tração e compressão fazem do PRFV um material competitivo de ser usado para a substituição do aço em algumas aplicações estruturais (BENMOKRANE *et al.*, 1995). O PRFV ainda é passível do processo de reciclagem, tal como na substituição de agregados como a areia em aplicações da construção civil, o que representa um benefício para o meio ambiente e também melhora as propriedades mecânicas do material hospedeiro (CASTRO *et al.*, 2013).

Perfis pultrudados são produzidos na maioria das vezes com as fibras orientadas ao longo da direção axial do elemento definindo características mecânicas muito diferentes entre as direções longitudinais e transversais (PECCE & COSENZA, 2000). Por causa do grande alongamento permitido tanto pelas fibras como pelas resinas o material compósito assume comportamento linear para grandes deformações e tensões ao contrário dos materiais convencionais (aço e concreto) (BARBERO & TOMBLIN, 1994).

Na aplicação do PRFV deve-se tomar cuidados com a avaliação de suas propriedades e principalmente de seu comportamento no que tange à verificação da estabilidade estrutural, procurando assim evitar possíveis fenômenos de flambagem, que segundo GODAT *et al.* (2013) é o modo de falha predominante em membros de PRFV pultrudados devido à baixa rigidez relativa associada com a pequena espessura. Sob esforços de flexão ou compressão, a flambagem generalizada aparece em baixas tensões e impede os perfis de PRFV de alcançarem sua capacidade de resistência completa. Outros tipos de falhas em componentes de PRFV estão associados à arquitetura e distribuição da fibra, ou seja, em regiões onde a concentração de fibras é baixa ou muito alta (GODAT *et al.*, 2013).

Tentando contornar este problema, tem-se buscado técnicas de aceleração para prever este comportamento, onde busca-se compensar o tempo através da elevação da temperatura, de modo que se consegue traçar uma curva mostrando a deformação ao longo do tempo de componentes feitos com este material. No entanto, deve-se tomar um cuidado adicional, pois, sabe-se da literatura que temperaturas elevadas amolecem a matriz de tal forma que as fibras “*escorregam*” e o comportamento do compósito passe a ser significativamente diferente da resposta para a mesma condição de carga em situações ambientes, gerando um aumento substancial da deformação (SCOTT *et al.*, 1995). Análises de outra ordem demandam tempo e são caras, por isso, processos de aceleração vem ganhando espaço nos estudos do comportamento da fluência. Deve-se ter precaução no uso destas técnicas de aceleração devido ao envelhecimento físico do material em razão das ações ambientais a que está submetido.

A Tabela 17 localizada no Anexo A mostra as propriedades mecânicas de diferentes tipos de PRFV retiradas de referências deste trabalho, note que mesmo tendo-se um PRFV composto pela mesma fibra e mesma resina, suas propriedades podem ser bem diferentes. Este fato é causado principalmente pelo volume de fibras e pela qualidade do processo de fabricação.

## **2.7 Dimensionamento de perfis (PRFV)**

O dimensionamento de materiais compósitos para o emprego em estruturas civis devem levar em conta toda a anisotropia do material, pois, existem falhas associadas a concentradores de tensões, a arquitetura e distribuição das fibras, ligação entre laminas, dentre outros.

Este tópico tratará do dimensionamento de perfis reforçados por fibra de vidro para o emprego em estruturas de torres de linhas de transmissão. Ressalva-se aqui, que os componentes estruturais estão sujeitos a apenas esforços axiais, decorrentes de tração e compressão nas barras. Sendo assim, será abordado apenas o dimensionamento dos perfis a estes esforços (esforços de flexão, cisalhamento e torção não serão levados em conta). Situações decorrentes do projeto como um todo, como por exemplo as ligações dos componentes, não serão abordadas.

### **2.7.1 Dimensionamento dos perfis à tração**

Para o dimensionamento dos perfis à tração pode-se adotar o critério de falha de Tsai-Wu, seção 2.5.2. No caso de estudo deste trabalho, onde as estruturas analisadas são treliça-

das, em que as seções estão sujeitas a esforços de tração e compressão apenas (pois esforços de flexão e cisalhamento são negligenciáveis) e o material é carregado somente ao longo da sua direção principal (carregamento paralelo a direção das fibras), pode-se adotar uma simplificação na qual todas as tensões são nulas, à exceção da tensão  $\sigma_1$ . Isto resulta na simples comparação entre a tensão atuante e a tensão última resistida pelo material, resultando na teoria empregada pelo critério da máxima tensão, Eq: (2.52).

$$\sigma_1 \leq F_{1t} \quad (2.52)$$

onde:

$F_{1t}$  é a resistência longitudinal do PRFV em tração;

Ressalta-se aqui a questão do estudo do fenômeno da fluência, onde materiais carregados em tração acima de 50% da tensão última podem sofrer a ruptura prematura (IZUMI *et al.*, 1999) ao longo do tempo (SÁ *et al.*, 2011). A Figura 25 ilustra o envelope de falha existente decorrido do aumento do nível de tensão em um ensaio de fluência.

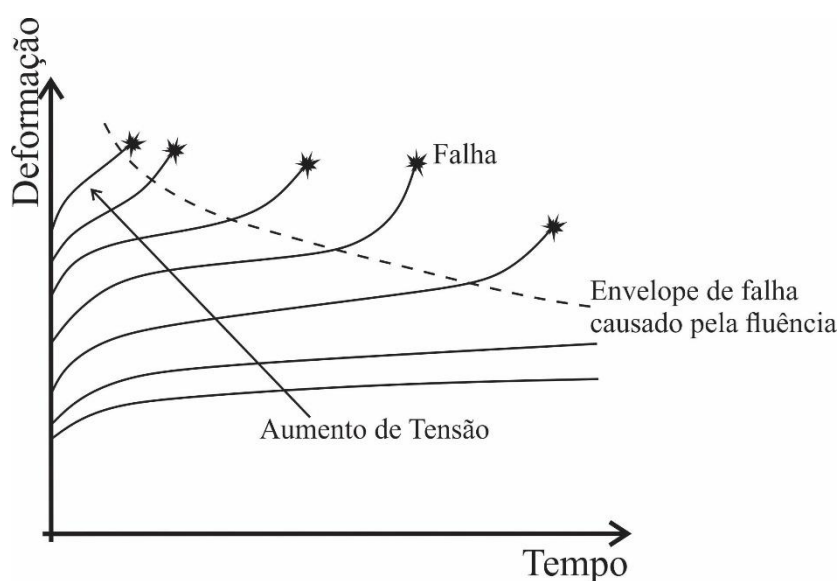


Figura 25 - Efeitos do carregamento em um teste de fluência, adaptado de WU (2015).

### 2.7.2 Dimensionamento dos perfis à compressão

O dimensionamento dos perfis à compressão deve levar em conta a resistência do material. No entanto, em estruturas treliçadas, assim como para os perfis metálicos esbeltos, o que governa o dimensionamento destes materiais é o fenômeno da flambagem. Conforme já descrito, segundo GODAT *et al.* (2013) a flambagem generalizada aparece em baixas tensões e evita que perfis de PRFV cheguem a sua resistência total.

Compósitos reforçados por fibras possuem o comportamento estrutural diferente dos perfis de aço tradicionalmente empregados em engenharia, o que faz com que as regras já usuais não sejam capazes de prever a flambagem e se tornem inválidas para estas análises. Na direção das fibras, as constantes elásticas e as resistências são muito maiores que na direção ortogonal, onde as características da resina governam o problema. Além disso, as taxas entre a resistência e o módulo de elasticidade são muito maiores que no caso do aço. Como consequência disto, a resistência acaba não sendo usada. Este pressuposto torna claro que as regras de projeto para evitar o fenômeno da flambagem não podem ser as mesmas adotadas para o aço (PECCE & COSENZA, 2000).

A Figura 26 ilustra a resposta de um ensaio de compressão realizado em três amostras de plástico reforçado com fibra. É interessante notar que a tensão crítica de falha por flambagem local do material foi de 67MPa (PECCE & COSENZA, 2000) bem menor que a resistência esperada para este material (103.71 MPa), outra observação importante é o comportamento aproximadamente linear durante todo o ensaio do material.

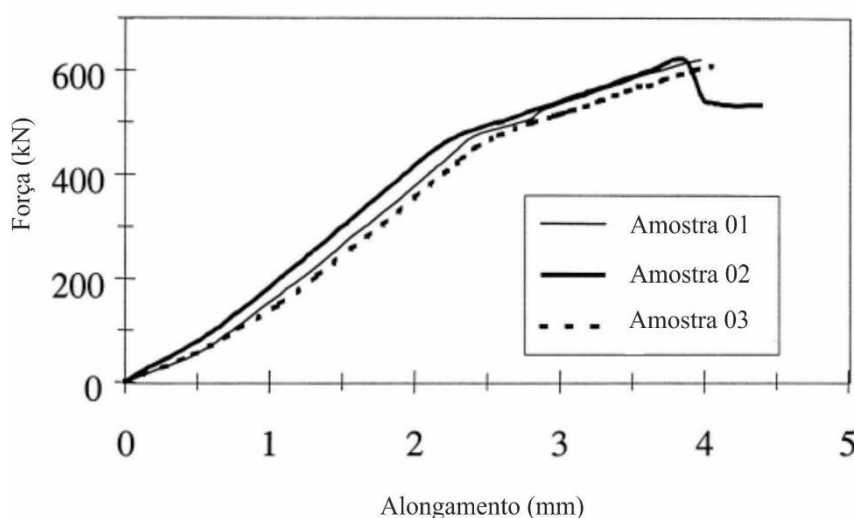


Figura 26 - Resposta do ensaio de compressão. Dados:  $A = 56,05 \text{ cm}^2$ ,  $E = 22 \text{ GPa}$ , adaptado de (PECCE & COSENZA, 2000).

O dimensionamento a compressão dos materiais tradicionais é feito usando diagramas de interação que levam em conta a redução da capacidade de carregamento da coluna devido à flexão. Tais diagramas não existem para perfis de PRFVs (BARBERO & DEVIVO, 1999).

#### 2.7.2.1 Dimensionamento dos perfis à flambagem global

Para uma coluna esbelta de PRFV sujeita a uma compressão axial, a carga de flambagem local ( $P_E$ ) pode ser estimada pela fórmula de Euler, Eq. (2.53):

$$P_E = \frac{\pi^2 E_{11} I}{L^2} \quad (2.53)$$

No entanto, devido à proporção relativamente elevada entre o módulo longitudinal ( $E_{11}$ ) e o módulo de cisalhamento ( $G_{12}$ ), a flexibilidade ao cisalhamento pode adequadamente ser contabilizada utilizando a fórmula de Engesser, Eq. (2.54) (ENGESSER, 1889 *apud* LAUDIERO *et al.*, 2014 e ZUREICK & SCOTT, 1997).

$$P_{Eng} = \frac{P_E}{\left[ 1 + \frac{P_E}{A_g G} \right]} \quad (2.54)$$

onde  $A_g$  é a área bruta (ZUREICK & SCOTT, 1997).

#### 2.7.2.2 Dimensionamento dos perfis à flambagem local

Segundo as análises realizadas por PECCE & COSENZA (2000) baseadas em testes experimentais, a tensão crítica de flambagem local é 30% a 50% menor que a resistência do material, o que ressalta a importância da análise deste fenômeno no desenvolvimento de projetos de compósitos reforçados por fibras.

GODAT *et al.* (2013) fizeram um trabalho experimental em que analisa o comportamento de flambagem local e compara com fórmulas analíticas da literatura. Segundo seu trabalho, a fórmula da tensão crítica de flambagem ( $\sigma_c$ ) que mais se aproxima dos resultados experimentais para materiais reforçados por fibras de vidro é a encontrada no trabalho de PECCE & COSENZA (2000), Eq. (2.55), e que será aqui adotada.

$$\sigma_c = \alpha \beta \pi^2 \frac{E_{11}}{12(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (2.55)$$

onde:

$\alpha$  é o fator para a restrição lateral;

$\beta$  é o fator que leva em conta a ortotropia do material, obtido pela Eq. (2.57);

$E_{11}$  e  $E_{22}$  são os módulos de elasticidade longitudinal e transversal, respectivamente;

$\nu_{12}$  e  $\nu_{21}$  são os coeficientes de Poisson longitudinal e transversal, respectivamente;

$t$  é a espessura da mesa do perfil;

$b$  é a metade da largura da mesa do perfil.

Esta fórmula também pode ser empregada em perfis L (cantoneiras), neste caso,  $b$  é tomado como a largura da aba.

Para a obtenção do coeficiente  $\alpha$  deve-se calcular o fator de forma ( $\kappa_f$ ) correspondente entre a taxa de esbeltez de cada componente da seção (PECCE & COSENZA, 2000), Eq. (2.56):

$$\kappa_f = \frac{b_s t_w}{t_f h} \quad (2.56)$$

onde:

$b_s$  é a metade da largura da aba/mesa do perfil.

$t_f$  é a espessura da aba/mesa do perfil

$h$  é a altura da aba/alma do perfil;

$t_w$  é a espessura da aba/alma do perfil.

Aqui, para fins de entendimento, quando se fala em aba faz-se uma referência a particularidade de perfis cantoneiras, visto que estes serão empregados neste trabalho, nos demais casos a referência é para perfis I ou H. Para perfis cantoneiras  $\kappa_f = 0,5$ .

Uma vez calculado o valor do fator de forma  $\kappa_f$ , o coeficiente  $\alpha$  é dado por:

para  $\kappa_f < 0,30 \rightarrow \alpha = 0,425$

para  $0,30 \leq \kappa_f < 1,152 \rightarrow \alpha = \kappa_f + 0,125$

para  $1,152 \leq \kappa_f \rightarrow \alpha = 1,277$

Aqui, o coeficiente  $\alpha$  leva em conta o engastamento da mesa na alma, ou seja, o tanto que a alma impede a flambagem da mesa (perfis I). Sendo assim, para a condição  $\alpha = 0,425$  tem-se uma condição em que mesa é rotulada em relação à alma, podendo flambar e para  $\alpha = 1,277$  tem-se uma situação de engastamento perfeito, fazendo uma analogia em relação a pilares é semelhante a situação em que uma viga tem rigidez suficiente para engastar o pilar ou quando uma viga é de pequena rigidez e o pilar pode girar livremente.

O coeficiente  $\beta$  pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$\beta = \left( \frac{E_{22}}{E_{11}} \right)^{0.85} \quad (2.57)$$

O expoente desta expressão é obtido através de regressão buscando diminuir o desvio padrão entre os resultados teóricos e numéricos (PECCE & COSENZA, 2000).

A Figura 27 ilustra uma curva de flambagem local de um perfil I comparando-a com resultados experimentais.

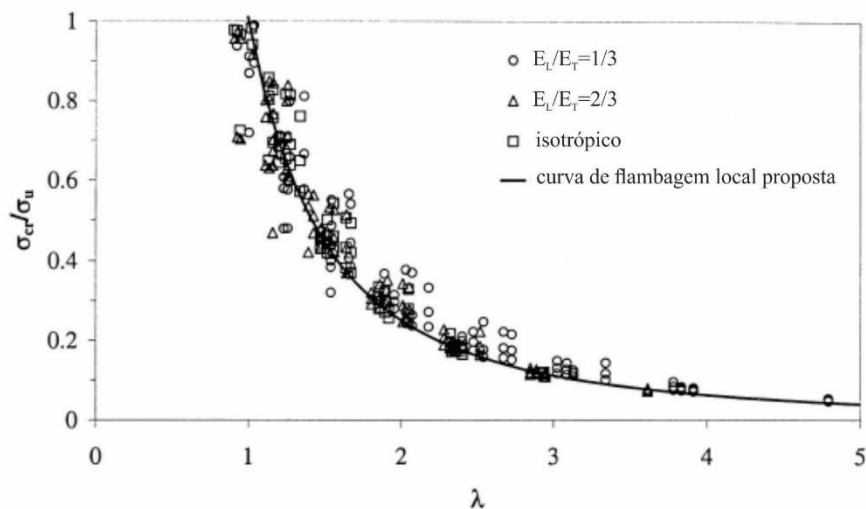


Figura 27 - Comparação da curva de flambagem proposta por (PECCE & COSENZA, 2000) com resultados experimentais.

onde:

$\sigma_u$  é a tensão última resistida pelo material;

$\lambda$  é a esbelteza mecânica definida por, Eq. (2.58):

$$\lambda = \frac{b_s}{t_f} \frac{\sqrt{12}}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} \sqrt{\frac{\sigma_u(1-\nu_L\nu_T)}{E_L}} \quad (2.58)$$

Em análises numéricas deve-se salientar que a flambagem local é influenciada por um número de fatores associados com a anisotropia e não homogeneidade nas propriedades do material, o que causa discrepâncias entre resultados experimentais e análises feitas utilizando o método dos elementos finitos (BANK *et al.*, 1995).

# 3

## FORMULAÇÃO POSICIONAL

Descreve-se neste capítulo uma formulação não linear geométrica aplicada a análise de estruturas reticuladas no espaço expostas a grandes deslocamentos e rotações. Esta formulação se diferencia do método dos elementos finitos (MEF) por levar em consideração as posições nodais do corpo e não os deslocamentos, daí o nome formulação posicional. Nesta a deformação é determinada diretamente através da posição concebida, usando um único sistema de coordenadas global fixo no espaço. Esta formulação foi desenvolvida em CODA (2003) para o caso de problemas estáticos e elásticos e por GRECO *et al.* (2006) para o caso de problemas envolvendo treliças espaciais e é baseada numa descrição Lagrangiana da cinemática de elementos finitos.

Apresenta-se neste capítulo a formulação original com alterações relativas à adaptação para a descrição do comportamento ao longo do tempo de materiais compósitos viscoelásticos, através da consideração da taxa de deformação no tempo. Serão adicionados termos as equações do problema para levar em conta as deformações oriundas do fenômeno da fluência.

### 3.1 Desenvolvimento

Seja um elemento de treliça espacial parametrizado por uma variável  $\xi$ , Figura 28.

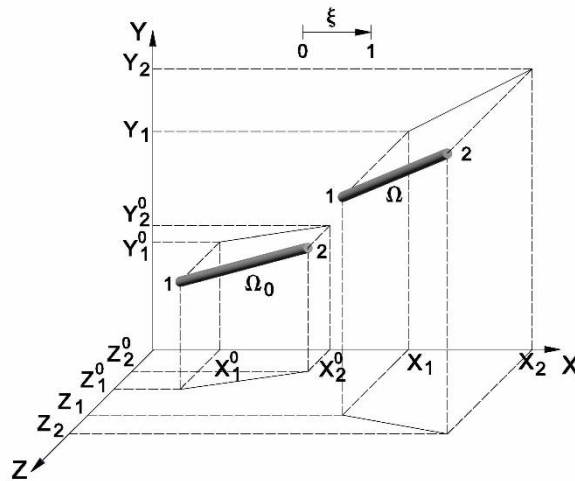


Figura 28 - Parametrização da geometria de um elemento de treliça espacial –  $\Omega_0$  representa a configuração inicial e  $\Omega$  a configuração deformada.

$\xi$  assume valores entre 0 e 1. Nota-se que  $X_1$ ,  $Y_1$  e  $Z_1$  são as coordenadas do nó inicial e  $X_2$ ,  $Y_2$  e  $Z_2$  as coordenadas do nó final do elemento. Assim, pode-se escrever as equações paramétricas do elemento como:

$$x = X_1 + (X_2 - X_1)\xi \tag{3.1}$$

$$y = Y_1 + (Y_2 - Y_1)\xi \tag{3.2}$$

$$z = Z_1 + (Z_2 - Z_1)\xi \tag{3.3}$$

Somente a deformação longitudinal é considerada, com o comprimento inicial definido por  $dso$ . Depois da deformação, o comprimento torna-se  $ds$  e a deformação não linear de engenharia é usada (GRECO *et al.*, 2006). A proposta medida de deformação é, por natureza, a variável Lagrangiana.

$$\varepsilon = \frac{ds - dso}{dso} \tag{3.4}$$

Esta deformação medida apresentada em (3.4) é simplesmente a medida encontrada na literatura e é usada aqui para obter a formulação não-linear geométrica (GRECO *et al.*, 2006). Esta deformação proposta é medida pelo cálculo dos comprimentos relativos referentes ao espaço adimensional representado pela variável  $\xi$ :

$$\varepsilon = \frac{\frac{ds}{d\xi} - \frac{dso}{d\xi}}{\frac{dso}{d\xi}} \tag{3.5}$$

os valores  $ds/d\xi$  e  $dso/d\xi$  podem ser considerados termos auxiliares calculados em função do espaço adimensional. A configuração inicial para uma linha imaginária passando através do centro de massa dos elementos assume a seguinte forma:

$$\frac{dso}{d\xi} = \left( \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\xi}\right)^2} \right)_0 = \left( \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \right)_0 = l_0 \quad (3.6)$$

onde  $l_0$  é o comprimento inicial do elemento finito.

Para qualquer instante a configuração geral é definida para  $ds$ , onde  $ds$  é um comprimento infinitesimal do elemento de barra calculado por:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \quad (3.7)$$

e derivando  $ds$  em relação à  $\xi$ , determina-se a linha central imaginária, pode-se escrever a seguinte expressão:

$$\frac{ds}{d\xi} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\xi}\right)^2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} = l \quad (3.8)$$

a qual determina assim o comprimento do elemento  $l$ .

Com a variação do comprimento do elemento causada pela deformação da estrutura é possível determinar a Energia de Deformação Total  $U_t$  acumulada por cada elemento estrutural, a qual pode ser descrita pela integral da energia de deformação específica  $u$  no volume do elemento.

$$U_t = \int_V u dV = \int_V \int_{\varepsilon} \sigma d\varepsilon dV \quad (3.9)$$

aqui  $\sigma$  é definida como a tensão de Cauchy, que é o conjugado da energia da proposta “deformação não linear de engenharia”.  $U_t$  é assumida ser zero na posição de referência, chamada posição não-deformada.

### 3.2 Modelo reológico de Zener

O modelo reológico de Zener, descrito em 2.4.2.3, será inserido na presente formulação para descrever o comportamento de fluência de sólidos viscoelásticos. A análise realizada será

feita em um espaço uniaxial, onde os elementos apresentam deformação apenas ao longo da sua direção principal.

Voltando na Eq. (2.40):

$$\sigma = E_1 \varepsilon + \frac{\eta_2 (E_1 + E_2) \dot{\varepsilon}}{E_2} - \frac{\eta_2 \dot{\sigma}}{E_2} \quad (2.40)$$

Considerando a formulação não linear apresentada, pode-se escrever a deformação total  $\varepsilon$  pela seguinte expressão:

$$\varepsilon = \left( \frac{\sqrt{B}}{l_0} - 1 \right) \quad (3.10)$$

$l_0$  é o comprimento inicial do elemento.

Definindo  $B$  como segue-se:

$$B = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2 \quad (3.11)$$

O termo  $\dot{\varepsilon}$  é a taxa de deformação da estrutura descrita no tempo, que representa a evolução das deformações ao longo do tempo devido aos efeitos viscoelásticos, a qual pode ser desenvolvida aplicando a Regra da Cadeia em termos dos graus de liberdade, resultando em Eq. (3.12):

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \varepsilon_{,i} \dot{x} \quad (3.12)$$

onde  $\dot{x}$  representa a velocidade de deformação de um elemento finito, descrito pela seguinte expressão:

$$\dot{x} = \frac{1}{\Delta t} \left( \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} - \sqrt{(X_{20} - X_{10})^2 + (Y_{20} - Y_{10})^2 + (Z_{20} - Z_{10})^2} \right) \quad (3.13)$$

ou em outras palavras,  $\dot{x}$  é a velocidade da variação do comprimento do elemento em termos de um passo de tempo  $\Delta t$ .

Relembrando aqui que  $X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2$  são as posições no momento instantâneo atual e  $X_{10}, Y_{10}, Z_{10}, X_{20}, Y_{20}, Z_{20}$  são as posições no instante anterior.

### 3.3 A deformação escrita em termos da variável tempo

Descreve-se neste item o desenvolvimento da formulação posicional para a deformação descrita em termos do tempo utilizando o elemento reológico de Zener. Reescrevendo a Eq. (3.9) utilizando a Eq. (2.40):

$$U_t = \int_V \left( \int_{\varepsilon} E_1 \varepsilon d\varepsilon + \int_{\varepsilon} \frac{\eta(E_1 + E_2)\dot{\varepsilon}}{E_2} d\varepsilon - \int_{\varepsilon} \frac{\eta\dot{\sigma}}{E_2} d\varepsilon \right) dV \quad (3.14)$$

Nesta equação, os termos que contém a deformação devem ser integrados no volume do elemento. Substituindo a Eq. (4.10) na Eq. (4.14) e escrevendo  $d\varepsilon$  em termos de  $dX_i$ :

$$U_t = \int_V \left( \frac{E_1}{2} \left( \frac{\sqrt{B}}{l_0} - 1 \right)^2 + \frac{\eta(E_1 + E_2)}{4l_0^2 E_2} \int_{x_i} \frac{B_i^2}{B} \dot{x} dX_i - \eta \dot{\varepsilon}_2^e \left( \frac{\sqrt{B}}{l_0} - 1 \right) - \frac{\eta E_1}{4l_0^2 E_2} \int_{x_i} \frac{B_i^2}{B} \dot{x} dX_i \right) dV \quad (3.15)$$

Considerando a área transversal invariante, igual a  $A$ , e considerando um mapeamento simples na variável adimensional  $\xi$ , é possível alcançar a integração da Eq. (3.15) ao longo do comprimento do elemento finito, como segue:

$$U_t = l_0 \int_{\xi} A \left( \frac{E_1}{2} \left( \frac{\sqrt{B}}{l_0} - 1 \right)^2 + \frac{\eta(E_1 + E_2)}{4l_0^2 E_2} \int_{x_i} \frac{B_i^2}{B} \dot{x} dX_i - \eta \dot{\varepsilon}_2^e \left( \frac{\sqrt{B}}{l_0} - 1 \right) - \frac{\eta E_1}{4l_0^2 E_2} \int_{x_i} \frac{B_i^2}{B} \dot{x} dX_i \right) d\xi \quad (3.16)$$

Escrevendo a Eq. (3.16) na forma compacta:

$$U_t = \int_0^1 l_0 u_t d\xi \quad (3.17)$$

onde a variável  $u_t$  é um termo associado com a energia de deformação por unidade de comprimento. Para formular a integral indicada em (3.17) é necessário mapear a geometria do corpo estudado (aproximação geométrica aceitável) e conhecer a relação de medida da deformação adotada (GRECO *et al.*, 2006).

A energia potencial das forças aplicadas ( $P$ ) é escrita como:

$$P = \Sigma FX \quad (3.18)$$

onde  $X$  é o conjunto de coordenadas dos pontos independentes uns dos outros. É importante observar que  $P$  não pode ser igual a zero na configuração de referência.

Para problemas conservativos estruturais associados com um sistema referenciado no espaço, é possível escrever a Energia Potencial Estacionária Total ( $\Pi$ ) como uma função da Energia de Deformação Total ( $U_t$ ) e da Energia Potencial das Forças Aplicadas ( $P$ ) atuando em cada nó do elemento finito, Eq. (3.19):

$$\Pi = U_t - P \quad (3.19)$$

Desde que não haja singularidades na integral da Energia de Deformação, o princípio da mínima energia pode então ser aplicado na formulação, no qual o equilíbrio da estrutura ocorre quando a derivada da Energia Potencial Total ( $\Pi$ ) para cada grau de liberdade da estrutural é igual a zero, isto é, quando a taxa da Energia Potencial Total é nula. Escrevendo isto em termos de notação indicial ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ), tem-se:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial X_i} = l_o \int_0^1 \frac{\partial u_t}{\partial X_i} d\xi - F_i = 0 \quad (3.20)$$

A Eq. (3.20) representa um sistema cuja solução adotada consiste em uma estratégia numérica na qual as derivadas são desenvolvidas dentro da integral e integradas analiticamente na variável adimensional  $\xi$ . Pode-se notar que a integral numérica resultante é não linear para as posições nodais e corresponde a um sistema de seis equações para cada elemento finito (devido aos seis graus de liberdade da estrutura) (KLEIBER, 1989).

Portanto, o sistema da Eq. (3.20) pode ser genericamente descrito como:

$$\begin{aligned} g_1(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) &= f_1(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) - F_{X1} = 0 \\ g_2(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) &= f_2(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) - F_{Y1} = 0 \\ g_3(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) &= f_3(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) - F_{Z1} = 0 \\ g_4(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) &= f_4(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) - F_{X2} = 0 \\ g_5(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) &= f_5(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) - F_{Y2} = 0 \\ g_6(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) &= f_6(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) - F_{Z2} = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

ou em notação indicial (índice livre  $i = 1 - 6$  e índice mudo  $j = 1 - 6$ ), segue:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial X_i} = g_i(X_j, F_i) = f_i(X_j) - F_i = 0 \quad (3.22)$$

e ainda em uma representação vetorial:

$$g(X) = f - F = 0 \quad (3.23)$$

É importante notar que neste estudo, as forças aplicadas são independentes das coordenadas (forças conservativas) e a função vetorial  $g(X)$  é não linear em relação aos parâmetros nodais. Para resolver a Eq. (3.20), o procedimento de Newton-Raphson pode ser empregado (KLEIBER, 1989):

$$g(X) \cong g(X_0) + \nabla g(X_0) \Delta X \cong 0 \quad (3.24)$$

onde  $X$  é uma posição qualquer e  $X_0$  é a posição inicial. A partir de agora a terminologia usual de análise não linear pode ser introduzida e o processo pode ser entendido como uma simples resolução de equações não lineares (GRECO *et al.*, 2006).

O processo iterativo de Newton-Raphson é resumido como segue:

(1) Adota-se  $X_0$  como uma configuração inicial. Calcula-se  $g(X_0)$  pela Eq. (3.25):

$$g(X_0) = l_0 \int_0^1 u_{i,ik} d\xi \Big|_{X_0} - F_i \quad (3.25)$$

(2) Para este  $X_0$ , calcula-se a matriz Hessiana (aqui a matriz Hessiana representa a matriz de rigidez (GRECO *et al.*, 2012)). Integrando este valor, como indicado na Eq. (4.26), o resultado é o gradiente de  $g$  em  $X_0$ :

$$\nabla g(X_0) = l_0 \int_0^1 u_{i,ik} d\xi \Big|_{X_0} \quad (3.26)$$

(3) Soluciona-se o Sistema da Eq. (3.26) e determina-se  $\Delta X$ .

(4) Atualiza a posição  $X_0 = X_0 + \Delta X$ . Retorna ao passo (1) até  $\Delta X$  ser menor que a tolerância.

Teoricamente o processo não é incremental. Entretanto, pode-se dividir o carregamento total (ou deslocamento prescrito) em passos cumulativos, o que ajuda a iniciar o procedimento iterativo em uma posição perto do resultado desejado final, reduzindo assim o número de iterações. Este procedimento é realizado da seguinte forma (GRECO *et al.*, 2006):

(a)  $X_0$  definido pela posição inicial,

- (b)  $X_0 = X_0 + \Delta f$ , onde  $\Delta f$  é um incremento de carregamento ou posição previamente armazenado em um vetor,
- (c)  $\{1,2,3,\dots\}$  iterações,
- (d) Retorna ao item *b*.

### 3.4 Passo Algébrico Necessário

Para implementar esta formulação as variáveis envolvidas devem ser determinadas numericamente, assim, o termo  $l_0 u_t$  da Eq. (3.17) é reescrito como:

$$l_0 u_t = \frac{E_1 A l_0}{2} \left( \frac{\sqrt{B}}{l_0} - 1 \right)^2 + \frac{\eta A (E_1 + E_2)}{4 l_0 E_2} \int_{x_i} \frac{B_{,i}^2}{B} \dot{x} dX_i - \eta A l_0 \dot{\varepsilon}_2^e \left( \frac{\sqrt{B}}{l_0} - 1 \right) - \frac{\eta A E_1}{4 l_0 E_2} \int_{x_i} \frac{B_{,i}^2}{B} \dot{x} dX_i \quad (3.27)$$

O primeiro termo da derivada da Eq. (3.27), relacionado ao grau de liberdade  $i$ , é expresso por:

$$l_0 u_{t,i} = \frac{E_1 A B_{,i}}{2 \sqrt{B}} \left( \frac{\sqrt{B}}{l_0} - 1 \right) + \frac{\eta A B_{,i}^2 \dot{x} (E_1 + E_2)}{4 B l_0 E_2} - \frac{\eta A \dot{\varepsilon}_2^e B_{,i}}{2 \sqrt{B}} - \frac{\eta A E_1 B_{,i}^2 \dot{x}}{4 l_0 E_2 B} \quad (3.28)$$

Analogamente a derivada da Eq. (3.27) relacionada ao parâmetro nodal  $k$  é dada por:

$$l_0 u_{t,ik} = \frac{A}{4B} \left[ \frac{E_1}{\sqrt{B}} \left( 2 B B_{,ik} \left( \frac{\sqrt{B}}{l_0} - 1 \right) + B_{,i} B_{,k} \right) + \frac{2 \eta B_{,i}}{B l_0} (B B_{,ik} \dot{x} + B B_{,i} \dot{x}_{,k} + B_{,i} B_{,k} \dot{x}) + \right. \\ \left. + \frac{2 \eta}{\sqrt{B}} (B B_{,i} \dot{\varepsilon}_{2,k}^e + \dot{\varepsilon}_2^e (B_{,i} B_{,k} - B B_{,ik})) \right] \quad (3.29)$$

A Tabela 3 e a Tabela 4 mostram as derivadas de  $B$  e de  $\dot{x}$  necessárias para os cálculos anteriores, respectivamente.

Tabela 3 - Derivadas da variável B.

DERIVADAS DE PRIMEIRA ORDEM	DERIVADAS DE SEGUNDA ORDEM	
$B_1 = -2(X_2 - X_1)$	$B_{11} = 2$	$B_{41} = -2$
$B_2 = -2(Y_2 - Y_1)$	$B_{14} = -2$	$B_{44} = 2$
$B_3 = -2(Z_2 - Z_1)$	$B_{22} = 2$	$B_{52} = -2$
$B_{,4} = 2(X_2 - X_1)$	$B_{25} = -2$	$B_{55} = 2$
$B_{,5} = 2(Y_2 - Y_1)$	$B_{33} = 2$	$B_{63} = -2$
$B_{,6} = 2(Z_2 - Z_1)$	$B_{36} = -2$	$B_{66} = 2$

Tabela 4 - Derivadas da variável  $\dot{x}$ .

DERIVADAS DE $\dot{x}$
$\dot{x}_{,1} = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{S\Delta t}}$
$\dot{x}_{,2} = \frac{Y_1 - Y_2}{\sqrt{S\Delta t}}$
$\dot{x}_{,3} = \frac{Z_1 - Z_2}{\sqrt{S\Delta t}}$
$\dot{x}_{,4} = \frac{X_2 - X_1}{\sqrt{S\Delta t}}$
$\dot{x}_{,5} = \frac{Y_2 - Y_1}{\sqrt{S\Delta t}}$
$\dot{x}_{,6} = \frac{Z_2 - Z_1}{\sqrt{S\Delta t}}$
$S = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2$

Com estes valores calculados, todos os termos necessários para as variáveis nodais  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $Z_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_2$ ,  $Z_2$  podem agora ser calculados, recordando o procedimento de Newton-Raphson para uma dada posição:

- (1) Calcula as funções e suas respectivas derivadas:  $B$ ,  $B_{,i}$ ,  $B_{,k}$  e  $B_{,ik}$ .
- (2) Calcula-se  $U_{t,i}$ ,  $U_{t,ik}$  para cada elemento finito.
- (3) Prossegue-se para o somatório de todos os termos, criando a primeira derivada da energia e seu gradiente (Matriz Hessiana) e resolve-se o problema conforme o que já foi descrito.

### 3.5 Comentários Finais sobre a Formulação

Pode ser notado que nenhuma transformação de sistema de coordenadas foi realizada nesta formulação. Isto é porque esta formulação não envolve a transformação de coordenadas entre sistema local e global ou vice versa. Além disso, as derivadas são calculadas em um único sistema de coordenadas. As forças normais atuantes em cada elemento podem ser calculadas pela equação de Cauchy (GRECO *et al.*, 2006). O esforço normal total pode ser avaliado para cada elemento finito por:

$$N = \int_A \sigma dA \quad (3.30)$$

Pode-se ainda afirmar que existe uma invariância na medida da deformação em relação à formulação não linear geométrica considerada. Uma razão para esta invariância está relacionada com a ausência de sistemas locais de coordenadas para os elementos finitos; consequentemente, a ausência de transformações através de coordenadas locais e globais causadas por rotações. Esta conclusão é muito importante, uma vez que prova a consistência matemática da formulação posicional para elementos finitos de treliça espacial e aborda questões importantes relacionadas com a objetividade da deformação clássica utilizada na formulação. As medidas de deformação clássicas são objetivas para a formulação posicional, pois devem fornecer soluções únicas e não singulares, além de que rotações de corpo rígido não geram tensões (GRECO & COSTA, 2012).

A formulação descrita aqui foi empregada em elementos finitos de treliça espacial. Ressalta-se aqui que ela não se restringe a elementos axiais, sendo também empregada em elementos de vigas no trabalho de BECHO *et al.* (2015).

### 3.6 Organização da formulação no código computacional

A Figura 29 ilustra a maneira como é esquematizado o código da formulação posicional dentro da modelagem numérica. Primeiramente faz-se uma leitura dos dados iniciais do problema (carregamentos, posições nodais, deslocamento prescritos, número de elementos e número de nós) e monta-se o vetor com o comprimento dos elementos e o vetor das forças. Com estes dados inicia-se o processo iterativo onde o código busca a posição de equilíbrio da estrutura.

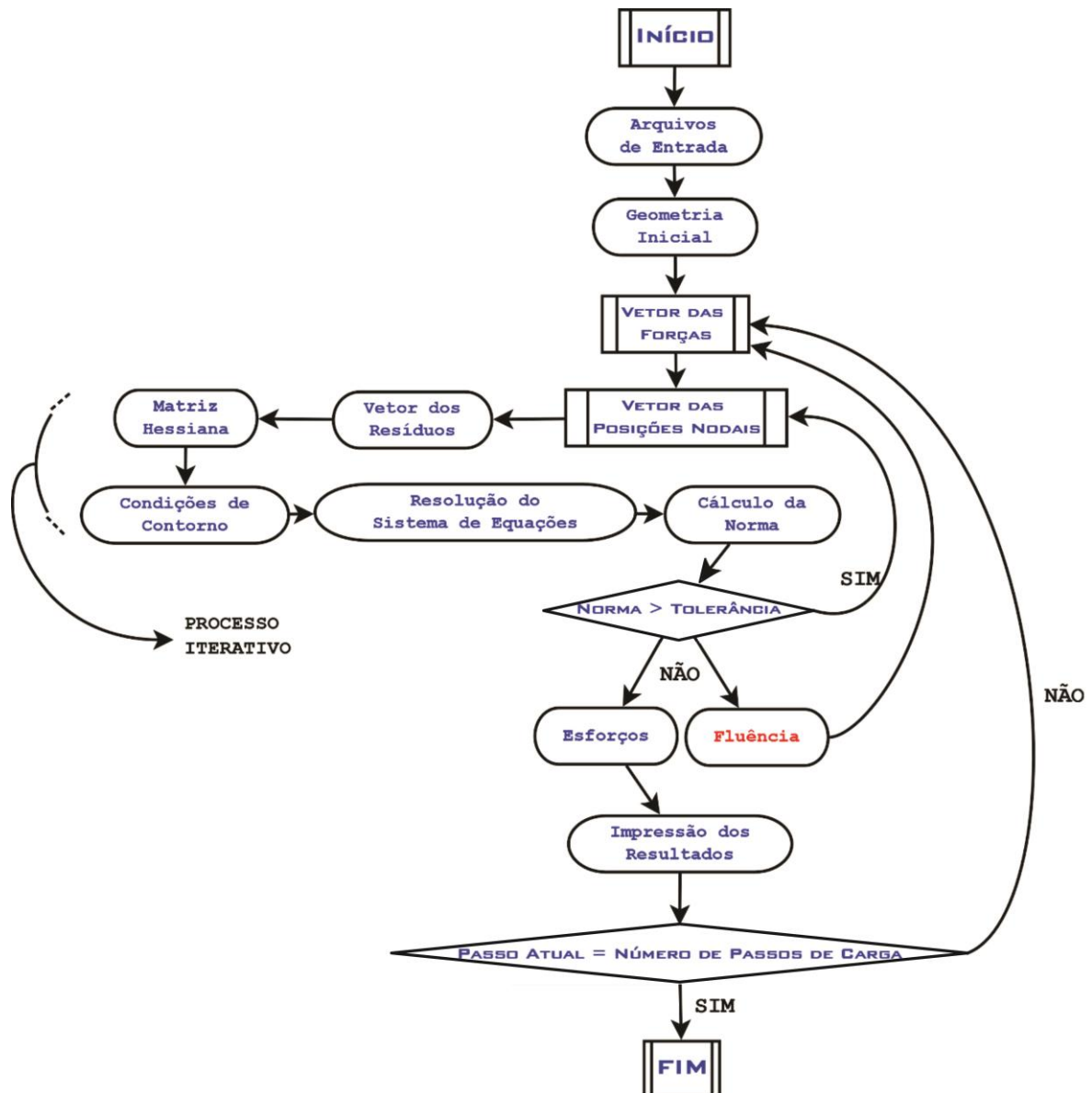


Figura 29 - Pseudo-código da formulação posicional.

Dentro do processo iterativo calcula-se o vetor de resíduos da estrutura, correspondente a diferença entre a energia interna de deformação e a energia externa das forças aplicadas. Calcula-se a Matriz Hessiana e se aplica as condições de contorno para a resolução do problema (semelhantemente ao que é feito para o método dos elementos finitos) e resolve-se o sistema pelo método da eliminação Gaussiana.

Conforme a análise vai sendo feita o método começa a convergir até que a norma Eq. (3.31) fica menor que a tolerância, o processo iterativo é encerrado e passa-se então ao cálculo dos deslocamentos ocasionados pelo fenômeno da fluência. Como no cálculo da parcela de contribuição da fluência é necessário a posição em um passo anterior da análise, a rotina para o cálculo da fluência não fica dentro do laço iterativo, pois isso levaria a uma evolução expo-

nencial dos deslocamentos, o que não condiz com a realidade. Este fato gera um atraso no cálculo da fluência, pois no primeiro passo não se tem a contribuição do fenômeno (a estrutura é equilibrada sem levar em conta a parcela relativa aos deslocamentos causados pela fluência). No entanto, quando se usa o primeiro passo para o cálculo dos deslocamentos elásticos, trabalha-se no tempo zero e passa-se a calcular a contribuição a partir do segundo passo, que já estará trabalhando no decorrer do tempo o que condiz com a realidade. Posteriormente, calculam-se os esforços nos elementos e a posição da estrutura deslocada.

$$Norma = \sqrt{\sum_{i=1}^{gl} v_i^2} \quad (3.31)$$

onde  $gl$  é o número de graus de liberdade da estrutura e  $v_i$  é o resíduo.

É interessante observar que a parcela devido aos acréscimos do fenômeno da fluência vem a corrigir o vetor de cargas e não de deslocamentos, pois é adotada uma estratégia numérica que consiste em gerar um carregamento equivalente aos deslocamentos que teriam sido derivados do processo temporal.

Para a implementação foi utilizado o *software* MatLab® (MATHWORKS, 2015) versão R2013a. Inicialmente esta formulação foi desenvolvida e implementada a partir da adaptação de um código bem mais simples escrito em Fortran (GRECO, 2010).

# 4

## ANÁLISES NUMÉRICAS E RESULTADOS

Para as análises apresentadas a seguir, uma aproximação que despreza a contribuição da relaxação foi adotada. Esta aproximação consiste em fazer a taxa de tensão  $\dot{\sigma}$  ser tomada igual a zero, Eq. (3.14). Esta aproximação é válida somente para o estudo da fluência, no qual a tensão é mantida constante ao longo do tempo. Se a análise se relacionasse ao estudo da relaxação, esta aproximação não seria válida pelo simples fato de que neste fenômeno, a deformação que é mantida constante e a tensão varia ao longo do tempo. Neste caso, a taxa de deformação é que deveria ser tomada igual a zero.

### 4.1 Comparação entre um modelo da literatura e o modelo proposto

Este exemplo é retirado da referência ASADIPOUR (2012). Neste exemplo, uma barra é tracionada em uma extremidade mantendo a outra fixada, onde o carregamento aplicado assume um comportamento triangular, consistindo em uma fase de carga e uma fase de descarga, conforme explicitado pela Figura 30. As propriedades retiradas da referência foram:  $k_0 = 1.0$  (equivalente a  $E_1$  e  $E_2$ ),  $\eta = 1.0$  e  $\Delta t = 0.1$ .

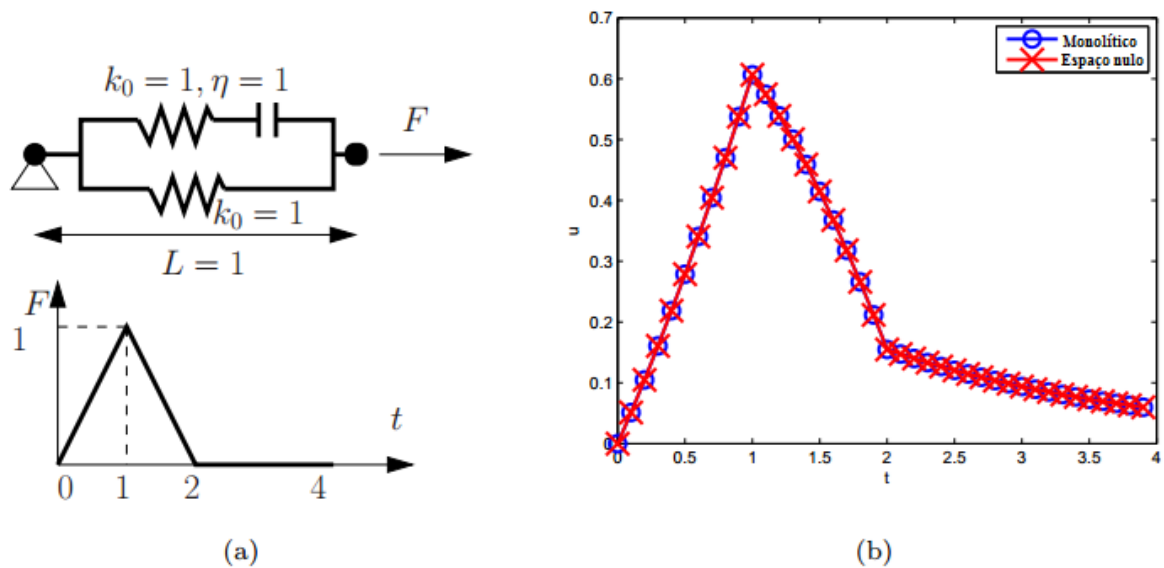


Figura 30 - Elemento de barra com carregamento aplicado. (a) Geometria do modelo reológico e condições de contorno; condição de carregamento, (b) resultado da análise (ASADIPOUR, 2012).

Para alcançar o mesmo comportamento da referência ASADIPOUR (2012) no Modelo, obteve-se as seguintes propriedades:  $E_1 = E_2 = 1,0$ ,  $\eta = 0,2$  e  $\Delta t = 0,1$ . A diferença entre os valores obtidos de  $\eta$  pode ser justificada pela maneira como o modelo reológico é inserido na formulação posicional e como esta trabalha, se diferenciando do equacionamento desenvolvido por ASADIPOUR (2012). Este fato não causa nenhum erro na análise, uma vez que a propriedade  $\eta$  é obtida para um dado elemento através da calibração entre o modelo numérico apresentado e um ensaio experimental. A Figura 31 compara os valores obtidos por Asadipour (2012) com os valores obtidos pelo modelo proposto. Esta comparação é concentrada apenas nas primeiras 2,5 unidades de tempo, pois, depois deste tempo o resultado do modelo começa a divergir da resposta obtida por Asadipour (2012) devido a análise do Modelo convergir rapidamente. O que acontece é que após 2,5 unidades de tempo a resposta do Modelo se mantém constante e não decresce mais conforme a referência.

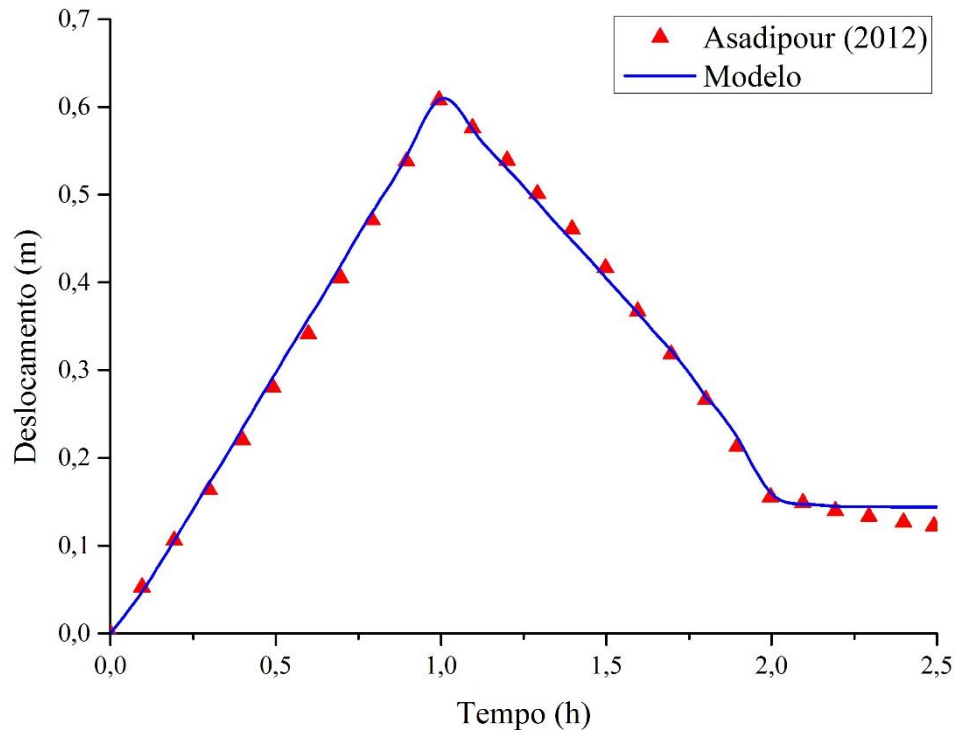


Figura 31 – Resultados dos deslocamentos obtidos com o modelo proposto e da literatura.

#### 4.2 Análise da viscosidade – Parâmetro $\eta'$

Para a análise da viscosidade, adota-se uma aproximação, afim de simplificar o entendimento dos resultados. Esta aproximação se refere ao parâmetro da viscosidade  $\eta'$  mostrado na Eq. (4.1). Esta simplificação é permitida uma vez que  $E_1$  e  $E_2$  são mantidos sempre constantes, de modo que eles não interferem na resposta para um dado  $\eta$  e esta aproximação é sempre válida.

$$\eta' = \eta \left( \frac{E_1 + E_2}{E_2} \right) \quad (4.1)$$

Neste exemplo, demonstra-se o efeito da viscosidade na resposta mecânica de uma estrutura. A aplicação mostrada é de uma típica estrutura (Figura 32) sujeita ao fenômeno de instabilidade conhecido como *snap-through* (ou salto de deslocamentos na resposta). Nesta análise considerou-se a aplicação de carregamento prescrito, realizando-se 200 passos de carregamento e em cada passo uma variação de 0,30 kN.

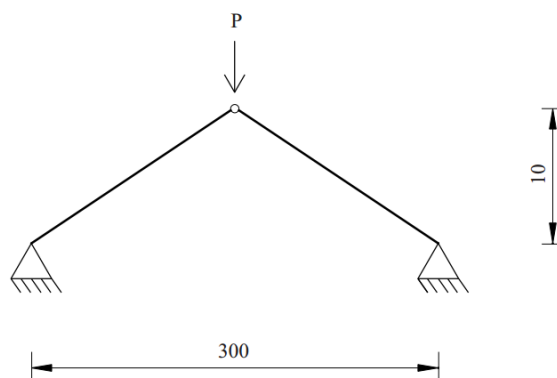


Figura 32 – Geometria da Estrutura Analisada.

A Figura 33 fornece os resultados de deslocamento obtidos para o nó onde foi aplicado o carregamento prescrito. Pode-se notar neste gráfico que, conforme aumenta-se a viscosidade (parâmetro  $\eta'$ ) a força requerida para alcançar a mesma posição é menor. Este fato ocorre, pela simples questão de que o efeito da viscosidade causa uma perda de rigidez estrutural e, portanto, a estrutura entra em um estado de instabilidade “mais cedo” ou em um nível de tensão menor.

Para o parâmetro  $\eta' = 0$  (curva elástica) tem-se o estado de tensão elástico sem considerar os efeitos da viscosidade no material. Figura 33b e Figura 33c mostram em detalhe as regiões do gráfico antes e após a mudança de configuração da estrutura. Os parâmetros usados foram  $A=0,001\text{m}^2$ ,  $E_I=210\text{GPa}$  e  $\Delta t=1000\text{h}$ .

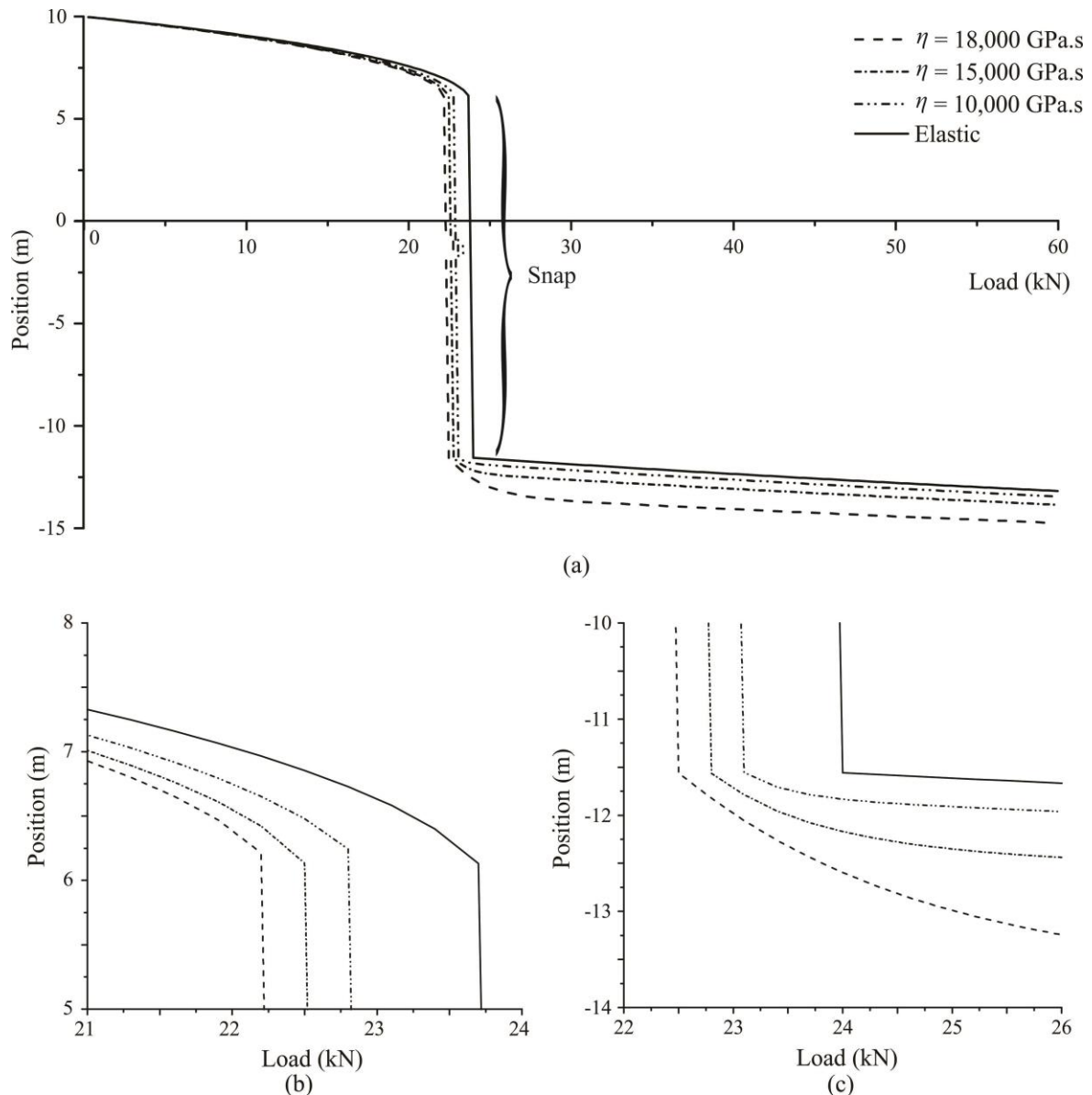


Figura 33 – (a) Resultado da variação da posição para as forças prescritas; (b) detalhe do gráfico anterior a instabilidade; (c) detalhe do gráfico posterior a instabilidade.

### 4.3 Calibração do modelo

Visando a análise do comportamento viscoelástico de estruturas de materiais compósitos, em particular o PRFV, mostra-se aqui uma calibração do modelo com base em um ensaio experimental retirado da referência YOUSSEF (2010). Neste trabalho, YOUSSEF (2010) faz um estudo experimental sobre o comportamento de fluência de barras fabricadas em PRFV durante as primeiras 10000 h em diferentes níveis de tensão – 15%, 30%, 45% e 60% em relação a tensão última – analisando o emprego destas barras em estruturas de concreto (as barras estudadas aqui são semelhantes aos usuais vergalhões de aço empregados em estruturas de concreto armado).

YOUSSEF (2010) também observou a falha por fluência destas barras quando submetidas a níveis de tensão próximos e superiores a 60% da resistência final à tração do material. As propriedades extraídas do trabalho são apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 - Propriedades geométricas e mecânicas (YOUSSEF, 2010).

Tensão última de tração	MPa	854
Módulo de Elasticidade	GPa	46,9
Área	m <sup>2</sup>	7,09 x 10 <sup>-5</sup>
Comprimento	m	1

Para a calibração do modelo, o parâmetro  $\eta'$  foi ajustado de modo a aproximar os resultados obtidos numericamente com os resultados obtidos experimentalmente por YOUSSEF (2010). Uma vez que os valores de  $\eta'$  são obtidos para os diferentes níveis utilizados da tensão máxima, uma regressão linear pelo método dos mínimos quadrados foi realizada obtendo a Eq. (4.2) que fornece o valor de  $\eta'$  para diferentes níveis de tensão atuantes nos elementos:

$$\eta' = 7.8000E12 - 7.7804E04\sigma_a + 0.00029\sigma_a^2 - 3.0129E-13\sigma_a^3 \quad (4.2)$$

onde  $\sigma_a$  é a tensão atuante em MPa. O coeficiente de regressão linear obtido para esta aproximação foi  $R^2 = 0,9445$ .

Com a Eq. (4.2) implementada, foi construído um gráfico para comparar e calibrar o modelo aos diferentes níveis de tensão de ruptura obtidos por YOUSSEF (2010), Figura 34.

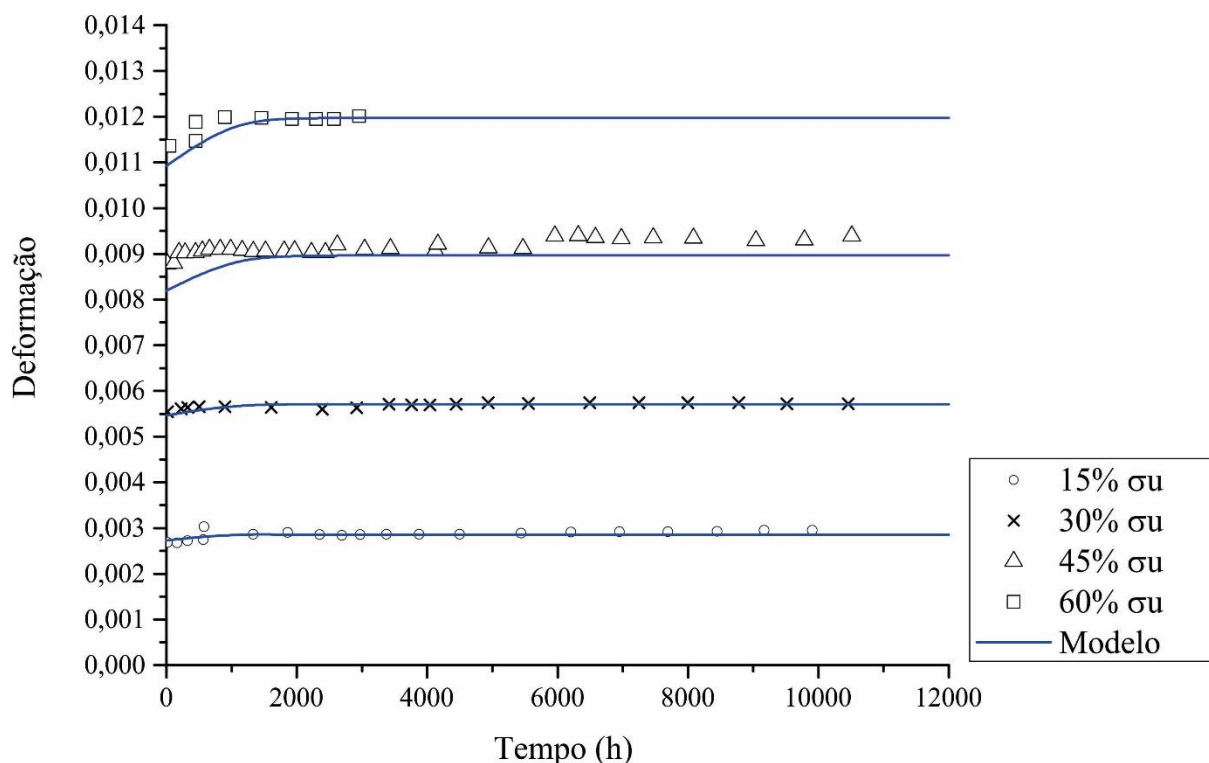


Figura 34 – Calibração da evolução das deformações causadas pelo fenômeno da fluência baseado nos testes experimentais de YOUSSEF (2010).

Pela análise do gráfico, Figura 34, pode-se ver que a equação de regressão para os diferentes valores de  $\eta'$  mostrou uma boa concordância com os resultados experimentais. Relembrando que o parâmetro  $\eta'$  está associado com a propriedade de viscosidade do material.

Usando o modelo calibrado pela Eq. (4.2) é possível, portanto, simular o comportamento de fluência de uma estrutura construída em PRFV, onde existe diferentes níveis de tensão em cada elemento. Um exemplo desta aplicação é apresentado a seguir e mostra a evolução das deformações de uma mísula de torre de linha de transmissão.

#### 4.4 Análise do comportamento viscoelástico de uma mísula de TLT

Antes da análise do comportamento de fluência de uma mísula de Torre de Linha de Transmissão (TLT), proceder-se-á ao dimensionamento dos perfis estruturais à tração e à compressão segundo os critérios previstos na literatura e comparando os resultados com os perfis adotados em aço.

A mísula adotada neste trabalho é típica de uma torre de suspensão e extraída da referência GONTIJO (1994).

#### 4.4.1 Modelagem da Estrutura

Para a obtenção dos esforços, considerou-se todas as barras rotuladas, de modo a poder-se aproximar o comportamento por elementos de treliça espacial, visto que em situações onde só existem carregamentos aplicados nos nós os esforços decorrentes de flexão, quando comparados aos esforços normais, são desprezíveis e essa aproximação é bastante aceitável apresentando resultados satisfatórios para análise de colapso estrutural progressivo (BLANDFORD, 1996). A Figura 35 apresenta a modelagem realizada e a Tabela 6 os dados dos elementos e dos nós.

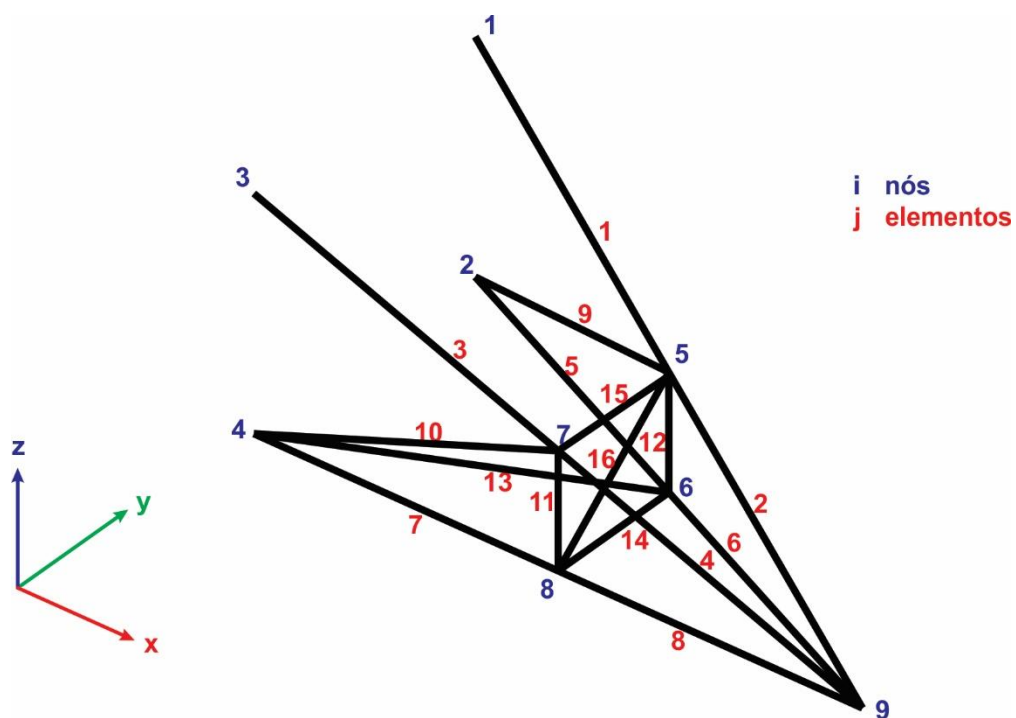


Figura 35 - Modelagem em elementos finitos de uma mística de suspensão de TLT (RABELO *et al.*, 2014b).

Tabela 6 - Modelagem realizada em elementos finitos.

Elemento	Comprimento	Elemento	Comprimento	Nó	Coord. X	Coord. Y	Coord. Z
1	1,53	9	1,53	1	0,00	1,20	1,30
2	1,53	10	1,53	2	0,00	1,20	0,00
3	1,53	11	0,65	3	0,00	0,00	1,30
4	1,53	12	0,65	4	0,00	0,00	0,00
5	1,38	13	1,62	5	1,35	0,90	0,65
6	1,38	14	0,60	6	1,35	0,90	0,00
7	1,38	15	0,60	7	1,35	0,30	0,65
8	1,38	16	0,88	8	1,35	0,30	0,00
				9	2,70	0,60	0,00

Unidades em metros (m).

A mísula, cuja principal função é suportar os cabos condutores e transferir os esforços provindos destes para o corpo da torre, tem todos os carregamentos aplicados no nó 9 e está conectada à torre nos quatro nós de apoio (1, 2, 3 e 4), restringidos nos 3 graus de liberdade de treliça espacial.

Os carregamentos foram aplicados segundo 3 hipóteses de cálculo que consideram as prováveis situações de carregamento ocorrentes neste tipo de estrutura durante sua vida útil. Cada hipótese de cálculo gera duas condições, uma quando a mísula está à esquerda da torre e outra quando a mísula está à direita da torre. O que difere estas situações é a direção na qual foi considerado o efeito provindo do carregamento do vento. Em projetos de TLT considera-se ainda a hipótese destes carregamentos serem aplicados em cada uma das mísulas da torre, o que gera combinações de cada hipótese. Como a análise se restringe apenas a uma mísula, estas combinações não serão consideradas aqui.

As hipóteses de dimensionamento consideradas são (Gontijo, 1994):

- hipótese 1 – Considera-se os cabos condutores intactos com vento máximo nas direções longitudinal, transversal e a 45°;
- hipótese 2 – Considera-se a ruptura de um cabo condutor em qualquer posição com aplicação do vento a velocidade reduzida. Esta condição gera um número de hipóteses igual ao número de condutores;
- hipótese 3 – Considera-se as cargas provindas de montagem da estrutura e lançamento dos cabos e condutores.

A Figura 36 mostra os carregamentos (“árvores de carga”) provindos das hipóteses de cálculo descritas, em vermelho as hipóteses à esquerda e em azul as hipóteses à direita. Os valores são obtidos através das expressões Eqs. (2.5;2.6;2.8), seção 6.2.5.2.

As Características da linha para qual foram calculadas essas hipóteses são (Gontijo, 1994):

- voltagem da linha = 138 kV;
- ângulo da torre = 0°;
- vão de vento = 400 m;
- vão gravante ou vão de peso = 600 m;
- massa do cabo condutor = 6,75 N/m.

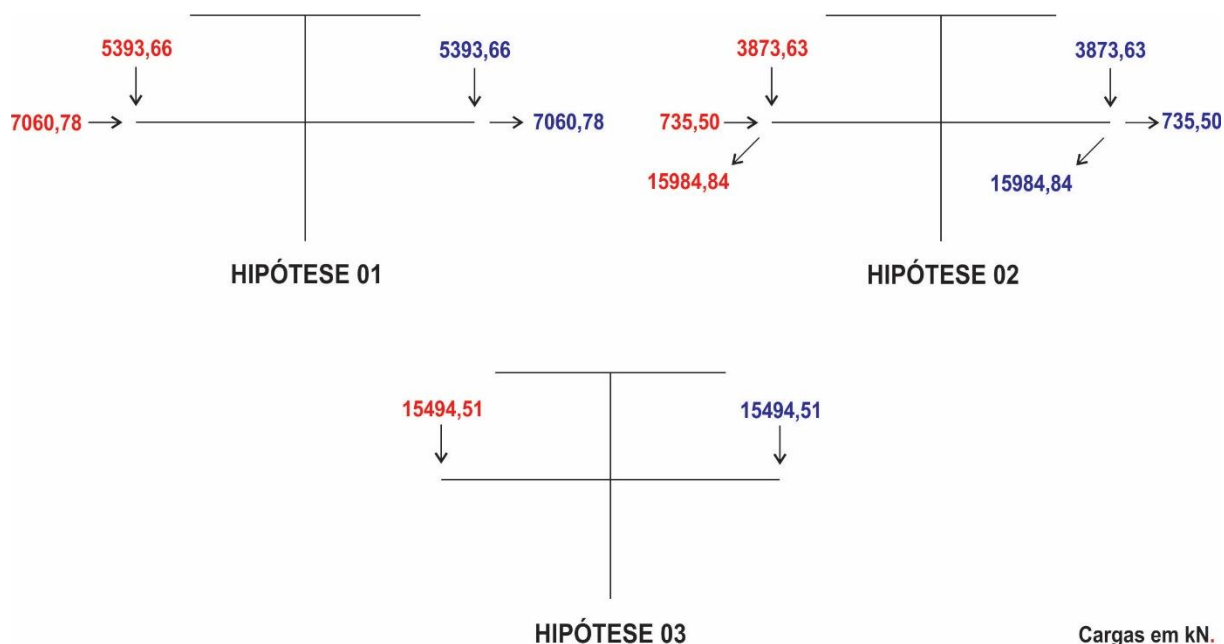


Figura 36 - Situação das cargas adotadas no dimensionamento da estrutura.

A partir dos carregamentos descritos na Figura 36 foram verificados o dimensionamento dos perfis cantoneiras de aço adotados por Gontijo (1994) e comparados os coeficientes de segurança obtidos com o dimensionamento realizado em perfis cantoneiras de PRFV. Os perfis de PRFV foram adotados com base nas tabelas usuais de aço para uma melhor comparação (consulte o Anexo B), além de que, na introdução de um novo material alternativo é recomendado manter a geometria inicial (SOUZA & CIMINI JR, 2007).

Para organizar as seções dos perfis de acordo com a área transversal, agrupou-se estes em três tipos segundo à grandeza numérica dos esforços a que estão submetidos:

- tipo A – elementos 1, 2, 3 e 4; Perfis trabalhando basicamente à tração;
- tipo B – elementos 5, 6, 7 e 8; Perfis trabalhando basicamente à compressão;
- tipo C – elementos 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16; Barras redundantes empregadas para dar estabilidade a estrutura e diminuir o comprimento de flambagem.

Em situações especiais onde ocorrem as hipóteses do dimensionamento, os esforços das barras podem mudar de configuração. Por exemplo, uma barra trabalhando basicamente à tração pode vir a sofrer esforços de compressão quando um condutor da LTE se rompe, daí vê-se a importância de considerar várias hipóteses de carregamento. Os itens seguintes tratam do dimensionamento dos perfis.

As propriedades empregadas para o dimensionamento dos materiais são apresentadas na Tabela 7:

Tabela 7 - Propriedades mecânicas empregadas no dimensionamento dos perfis (LABEGALINI et al., 1992; YOUSSEF, 2010; YEH & YANG, 1997; CREATIVE (2004).

<b>Aço</b>	
Módulo de Elasticidade (GPa)	200,00
Tensão Escoamento (MPa)	250,00
Peso específico (kg/m <sup>3</sup> )	7850,00
<b>PRFV</b>	
Módulo de Elasticidade Longitudinal $E_{11}$ (GPa)	46,90
Módulo de Elasticidade Transversal $E_{22}$ (GPa)	6,55
Módulo de Cisalhamento $G_{12}$ (GPa)	2,56
$\nu_{12}$	0,25
$\nu_{21}$	0,03
Tensão de projeto = 50% da Tensão última (MPa)	427,00
Peso específico (kg/m <sup>3</sup> )	1800,00

A tensão de projeto é tomada como 50% da tensão última devido aos efeitos do fenômeno da fluência já enunciados anteriormente neste trabalho.

#### 4.4.2 Dimensionamento dos perfis à tração

A tensão atuante considerada para o dimensionamento à tração foi aquela de maior magnitude encontrada nas três hipóteses de carregamentos descritas. Os perfis metálicos foram dimensionados comparando a tensão normal atuante com a tensão de escoamento do aço, conforme seção 6.2.6.2.

Para o dimensionamento dos perfis compósitos de PRFV foi adotado o critério da Teoria da Máxima tensão, conforme item 2.5.1. Ressalta-se que na análise considerada aqui, os esforços predominantes são somente axiais e normais, não existindo esforços de cisalhamento e de flexão e nem o acoplamento destes esforços, o que permite o emprego do critério da Teoria da Máxima Tensão.

A Tabela 8 apresenta os esforços de tração obtidos para o dimensionamento dos perfis de aço e de PRFV. A fim de comparação apresenta-se o cálculo do fator de segurança  $FS$ , Eq. (4.3), que representa a relação entre a capacidade resistida pelo material pela força solicitante. Através dessa comparação, pode-se dimensionar os perfis de PRFV para apresentarem uma segurança adicional semelhante a obtida com os perfis de aço, ou seja, fazer com que tanto para um material quanto para o outro se obtenha a mesma relação entre a capacidade resistida e a força solicitante. Os perfis de PRFV foram escolhidos segundo as usuais tabelas de perfis

cantoneiras de aço (série em polegadas) para fins de comparação, porém, eles podem ser fabricados nas mais diversas seções via processo de pultrusão, veja seção 2.1.

$$FS = \frac{\sigma_E}{\sigma_A} \quad (4.3)$$

Tabela 8 - Dimensionamento dos perfis à tração.

Dimensionamento à Tração - Aço					
Tipo	Perfil Adotado	Área m <sup>2</sup>	Tensão MPa	FS	HIPÓTESE
A	L38,1x3,17	0,000232	78,57	3,18	3
B	L50,8x4,76	0,000458	50,26	4,97	2D
C	L22,2x3,17	0,000132	0,31	806,45	2D

Dimensionamento à Tração - PRFV					
Tipo	Perfil Adotado	Área m <sup>2</sup>	Tensão MPa	FS	HIPÓTESE
A	L44,45x4,76	0,000400	31,46	13,57	3
B	L63,50x7,94	0,000948	22,27	19,17	2D
C	L31,75x4,76	0,000277	0,28	1525	2D

Através da análise da Tabela 8 pode-se observar que os fatores de segurança para os perfis de PRFV ficaram bem acima dos fatores de segurança obtidos para os perfis de aço. Isso se dá basicamente por dois motivos: – primeiro, porque a resistência do PRFV à tração é cerca de 1,7 vezes maior que a do aço (aqui já desprezada a parcela referente a perda por fluência); segundo, porque o que governou o dimensionamento dos perfis de PRFV foram os esforços de compressão, que geraram maior área e conseqüentemente fizeram com que o material tivesse uma resistência superior à tração, isto ficará mais claro na seção 4.4.3 seguinte. As hipóteses de carregamento, Figura 36, que geraram o maior esforço nos perfis foram a 2 a direita (tipo B e C) e a hipótese 3 (tipo A).

#### 4.4.3 Dimensionamento dos perfis à compressão

No dimensionamento dos perfis à compressão levou-se em conta a resistência do material. No entanto, por se tratarem de perfis esbeltos, o dimensionamento foi governado pelo fenômeno da flambagem local e global. Para o dimensionamento dos perfis feitos em aço foi adotada a metodologia já descrita neste trabalho, conforme seção 6.2.6.1, que leva em conta a compacidade da cantoneira e segue os padrões de dimensionamento estabelecidos pela ASCE (*American Society of Civil Engineers*); também foi analisada a flambagem de Euler, conforme

seção 2.7.2.1. Para o dimensionamento dos perfis feitos em PRFV à flambagem local, utilizou-se o trabalho realizado por PECCE & COSENZA (2000). Este artigo foi escolhido como referência baseado nos ensaios realizados por GODAT *et al.* (2013). Para a flambagem global utilizou-se a expressão de Engesser, visto que esta leva em conta a grande diferença existente entre o módulo longitudinal e o módulo de cisalhamento, veja 2.7.2.1.

A Tabela 9 apresenta os esforços de compressão obtidos para o dimensionamento dos perfis de aço e de PRFV. Estes esforços foram obtidos para a hipótese de dimensionamento 2 a esquerda, veja Figura 36, os perfis obtidos são os mesmos já enunciados na Tabela 8. A fim de comparação apresenta-se novamente o cálculo do fator de segurança  $FS$ , Eq. (4.3).

Tabela 9 - Dimensionamento dos perfis à compressão.

Dimensionamento à Compressão - Aço						
Tipo	Área m <sup>2</sup>	Tensão MPa	$\sigma_{Euler}$ Eq. (3.53)	$\sigma_{local}$ Eqs. (2.11;2.12)	$FS_{Euler}$	$FS_{local}$
A	0,000232	-28,21	121,34	48,83	4,3	<b>1,7</b>
B	0,000458	-68,32	263,66	107,38	3,9	<b>1,6</b>
C	0,000132	-0,34	110,84	53,38	324,3	<b>156,2</b>

Dimensionamento à Compressão - PRFV						
Tipo	Área m <sup>2</sup>	Tensão MPa	$\sigma_{Engesser}$ Eq. (3.53)	$\sigma_{local}$ Eq. (3.55)	$FS_{Engesser}$	$FS_{local}$
A	0,000400	-12,79	36,64	52,27	<b>2,86</b>	4,09
B	0,000948	-34,37	86,34	71,26	2,51	<b>2,07</b>
C	0,000277	-0,35	52,30	102,44	<b>149,08</b>	292,01

Com relação ao dimensionamento dos perfis à compressão, uma observação interessante é importante de ser salientada. Mantendo-se a área e o momento de inércia constante para um mesmo perfil a fim de comparação, os perfis de aço, por terem alta rigidez, tendem a sofrer a flambagem local bem antes da flambagem global (repare que os  $FS$ s a flambagem local são menores que a metade dos  $FS$ s à flambagem global) visto que esta depende do módulo de rigidez (ou elasticidade), enquanto aquela é dependente da relação  $b/t$  (aba/espessura) do perfil. Já para os perfis de PRFV, por apresentarem baixa rigidez, podem sofrer ou não a flambagem local antes da flambagem global. No caso dos perfis de PRFV, enquanto elementos do tipo A e C sofrem a flambagem global antes da local a situação é inversa para os perfis do tipo B. Ressalta-se que esta afirmação é feita com o objetivo de mostrar como se dão os fenômenos de flambagem nos dois materiais, porém, outras propriedades como área, momento de inércia e resistência também influenciam estes cálculos.

#### 4.4.4 Comparação entre o peso de uma mísula construída em aço e em PRFV

Uma das grandes vantagens de se utilizar materiais compósitos como o PRFV está no baixo peso específico destes materiais. Nesta seção, para ilustrar este pressuposto, apresenta-se uma simples comparação entre o peso que se teria em uma mísula de TLT, Figura 35, construída em PRFV e em aço. O peso específico utilizado foi de 7850Kg/m<sup>3</sup> para o aço e 1800Kg/m<sup>3</sup> para o PRFV, veja a Tabela 7.

Tabela 10 - Comparação entre o peso de uma mísula construída em aço e em PRFV.

<b>Elemento</b>	<b>Aço</b>	<b>PRFV</b>
1	2,78	1,10
2	2,78	1,10
3	2,78	1,10
4	2,78	1,10
5	4,97	2,36
6	4,97	2,36
7	4,97	2,36
8	4,97	2,36
9	1,58	0,76
10	1,58	0,76
11	0,67	0,32
12	0,67	0,32
13	1,68	0,81
14	0,62	0,30
15	0,62	0,30
16	0,92	0,44
<b>Peso Total (Kg)</b> <b>Σ</b>	<b>39,38</b>	<b>17,86</b>

Pela análise da Tabela 10 pode-se ver que uma mísula construída em PRFV é cerca de 54,65% mais leve que uma mísula construída em aço. Em outras palavras, pode-se dizer que em termos de peso, o custo do transporte de uma mísula de TLT construída em PRFV é menos da metade do custo de transporte de uma mísula de TLT construída em aço, o que torna interessante a aplicação deste material. Esta porcentagem pode ser maior ou menor de acordo com o tipo de PRFV que se está utilizando, no que diz respeito ao volume de fibras e resina empregada (RABELO *et al.*, 2014b).

#### 4.4.5 Análise do comportamento viscoelástico da mísula de TLT

Feito o dimensionamento da uma mísula de TLT construída em PRFV e de posse do código numérico, procede-se nesta seção a análise da evolução dos deslocamentos da estrutura ao longo do tempo devido ao efeito do fenômeno da fluência. A análise dos deslocamentos será apresentada para o nó 9, vide Figura 35, que é aquele ao qual são conectados os cabos condutores e as cadeias de isolamento. O peso próprio da estrutura não foi levado em conta visto que ele é insignificante quando comparado aos valores dos carregamentos.

Esta análise foi feita considerando-se as cargas provindas da linha em serviço, desprezando-se assim as cargas de efeitos excepcionais, como cargas de vento e ruptura de cabos. Desta forma, o carregamento tomado é de 5400 N (carga vertical hipótese 1, a carga transversal é devida ao vento máximo nesta hipótese) aplicado na direção Z para baixo, vide Figura 35, no nó número 9.

A resposta para o deslocamento do nó analisado é apresentada no gráfico da Figura 37. Para gerar esta resposta foi utilizado como parâmetro  $\Delta t = 1,000$  h e o parâmetro  $\eta'$  dado pela Eq. (5.1). A Tabela 11 apresenta os valores dos deslocamentos obtidos para diferentes tempos de análise.

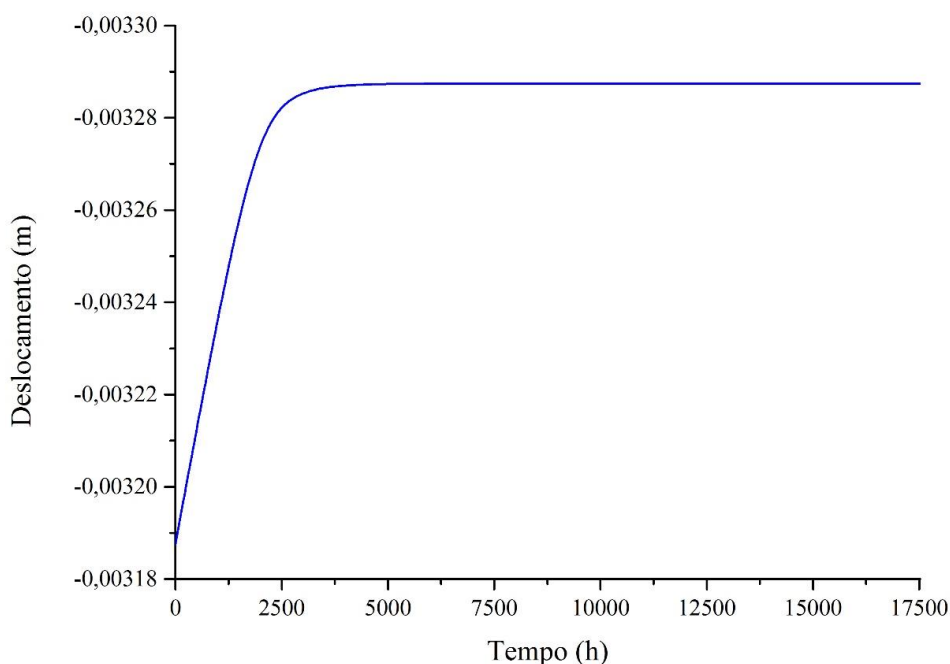


Figura 37 - Evolução dos deslocamentos decorrentes da análise do comportamento viscoelástico.

Tabela 11 - Resultado dos deslocamentos após determinados tempos.

	<b>Deslocamento (<math>\times 10^{-3}</math>) (m)</b>	<b>Aumento do deslocamento em relação a T = 0 (h) (%)</b>
Sem fluência (T = 0 h)	-3,18751	–
Com fluência (T = 1000 h)	-3,23781	1,578
Com fluência (T = 5000 h)	-3,28735	3,132
Com fluência (T = 17500 h)	-3,28740	3,134

Analisando o gráfico da Figura 37 e a Tabela 11 é possível observar que a rápida evolução dos deslocamentos devidos ao efeito da fluência ocorre nas primeiras 1000 h. Este aumento é próximo de 1,58% dependendo do nível de tensão atuante em cada barra. Após 5000 h estes deslocamentos se estabilizam ficando próximos de 3,13%. Estes resultados são compatíveis com aqueles obtidos por YOUSSEF (2010) que encontrou taxas de 2,5% a 12,1% dependendo do nível de tensão. Foi considerado que o comportamento de fluência para perfis em tração é igual ao de perfis em compressão.

A análise foi realizada para as primeiras 17500 h devido a limitações do modelo e dos resultados experimentais utilizados para a calibração. No entanto, após este período outros aspectos tais como condições ambientais devem ser introduzidos no modelo para apresentar com mais confiabilidade o comportamento do material. Embora, o período de deslocamento significativo já tenha sido consolidado.

O nível de tensão é de extrema importância na análise do comportamento de fluência. Os resultados apresentaram um aumento pouco significativo de deslocamentos, o que é bom para o dimensionamento e o emprego do material. Este aumento pouco significativo decorre mais uma vez do fato de que o dimensionamento foi governado pelo fenômeno da flambagem, o que faz com que a capacidade de resistência do material não seja totalmente aproveitada conforme afirmado por GODAT *et al.* (2013).

O deslocamento máximo obtido foi de 3,29 mm (inclusive o deslocamento decorrente do carregamento estático), que é praticamente insignificante e não inviabiliza o uso do material, pois, caso esta mísula gerasse deslocamentos significantes, deveria ser redimensionada para não infringir as distâncias de segurança previstas na seção 6.2.3 e ilustrada na Figura 42.

#### 4.5 Análise do comportamento viscoelástico de uma ponte estaiada

Neste exemplo, busca-se mostrar os efeitos relevantes do comportamento de fluência em uma ponte constituída por estais (cabos que trabalham como tirantes) fabricados em PRFV, quando as tensões atuantes são significativas. Para isto, a Figura 38, dimensões em metros, ilustra o esquema da estrutura que será analisada segundo o acréscimo de deslocamento  $\Delta$ , o qual é obtido pela análise temporal dos efeitos de fluência. A estrutura foi modelada em 20 nós e 19 elementos, sendo restringida nos pontos de apoio, onde o cabo superior possui área de seção transversal igual a  $0,45 \text{ m}^2$  e os cabos verticais igual a  $0,023 \text{ cm}^2$ , estes são igualmente espaçados por 10 m um dos outros. Para o cálculo das áreas foi considerada a tensão igual a 50% da tensão última, conforme fornecida na Tabela 7. O dimensionamento seguiu a teoria já discutida neste trabalho na seção 4.4.2. Para a modelagem foi assumida uma aproximação que considera os cabos como elementos de barras, uma vez que estes estão sujeitos somente a esforços de tração, o que permite dizer que esta aproximação é válida.

Como referências de aplicações já existentes de compósitos reforçados por fibras em cabos de pontes estaiadas, cita-se os trabalhos de MEI *et al.* (2015); WANG & WU (2010) e YANG *et al.* (2015).

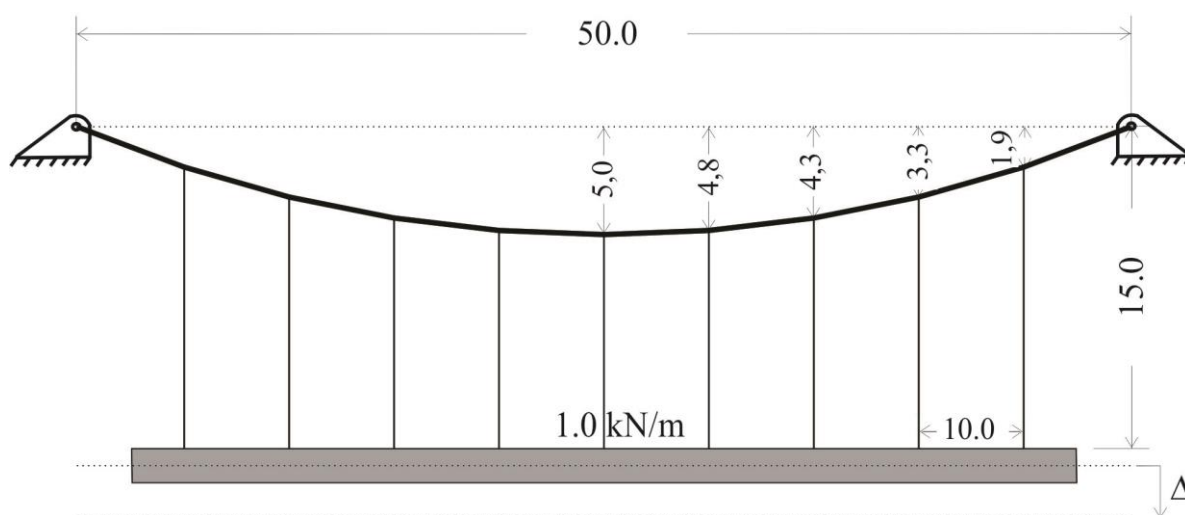


Figura 38 - Ponte estaiada analisada.

A análise foi realizada com 20 incrementos de tempo ( $\Delta t = 1000$  h) e um incremento de carga ( $F = 10000$  N aplicada em cada conexão dos cabos verticais com o tabuleiro da ponte).

A Tabela 12 fornece os deslocamentos obtidos da análise descrita.

Tabela 12 - Acréscimo de deslocamento.

Horas	$\Delta$ (m)	Acréscimo (%)
0	0,00153223	-
1000	0,00207235	35,250759
10000	0,00219433	43,211384
20000	0,00219434	43,211385

Pela análise da Tabela 12, pode ser observado que em situações onde a tensão atuante é elevada para o material (em se tratando do PRFV, tensões acima de 50% da tensão última), o material tende a apresentar deslocamentos consideráveis que podem afetar as condições de serviço da estrutura, informação já observada neste trabalho. Além disso, novamente chama-se a atenção para que a maior parte do deslocamento de fluência ocorre nas primeiras 1000 horas da análise.

# 5

## CONCLUSÕES

O presente trabalho vem a contribuir para um melhor entendimento sobre o uso de compósitos reforçados por fibras, como o PRFV, em aplicações estruturais de engenharia, principalmente no que condiz ao dimensionamento de seções esbeltas sobre compressão e ao comportamento ao longo do tempo deste material. Vem também encorajar o emprego deste material em substituição aos usuais perfis metálicos, decorrentes de suas características de baixo peso específico, isolamento elétrico e magnético e resistência a agentes corrosivos em torres de linhas de transmissão.

O objetivo de propor um modelo de análise viscoelástica foi alcançado e apresentou resultados satisfatórios para as análises apresentadas sobre o ponto de vista do aumento de deslocamentos no decorrer do tempo e sobre a capacidade do modelo de ser calibrado com base em um ensaio experimental e de simular o comportamento de estruturas complexas. A ideia da implementação realizada contribuiu para o desenvolvimento do código da formulação posicional e abriu novas possibilidades de análises, encorajando também a implementação de outros modelos reológicos.

Os exemplos teóricos apresentaram uma boa concordância com as observações esperadas para o comportamento viscoelástico, mostrando que o código apresenta respostas satisfatórias e condizentes com a teoria. Além disto, o código possibilitou sua calibração através dos parâmetros  $\eta'$  e  $\Delta t$  com base em um ensaio uniaxial para simular como se dá o comportamento viscoelástico de uma estrutura mais complexa e maior ao longo do tempo, desta forma, torna-se possível uma vez conhecido um ensaio em um membro, simular como se dará o comportamento viscoelástico de estruturas em escala real, onde os ensaios são muitas vezes caros ou inviáveis.

A mísula dimensionada em PRFV e analisada segundo seu comportamento viscoelástico (acréscimo de 3,13% nos deslocamentos) apresentou resultados satisfatórios que vem a encorajar o seu emprego em substituição as usuais já fabricadas em perfis metálicos. Embora, o PRFV apresente dificuldades na obtenção de suas propriedades mecânicas e alto custo, características como o baixo peso específico (no caso deste trabalho encontrou-se uma redução de 54,65% quando comparado ao aço), propriedade dielétrica e resistência aos agentes corrosivos do meio ambiente tornam-no competitivo, quando se levam em conta custos como transporte e manutenção.

Um outro ponto vem a chamar para a atenção de altos acréscimos decorrentes do fenômeno da fluência, quando a estrutura está submetida a tensões da ordem de 50% (no caso do PRFV) da tensão última e carregamentos que atuam durante grande tempo na vida da estrutura. O exemplo da ponte estaiada apresentou um acréscimo de 46,18% em relação ao deslocamento esttico instantâneo para as primeiras 20000 horas, o que mostra a necessidade de consideração deste fenômeno.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ABNT NBR 5032. (2004). *Isoladores para linhas aéreas com tensões acima de 1000 V - Isoladores de porcelana de vidro para sistemas de corrente alternada.*
- ABNT NBR 5422. (1985). *Projeto de Linhas Aéreas de Transmissão de Energia.*
- ABNT NBR 7276. (2005). *Sinalização de advertência em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica.*
- AGARWAL, B. D. & L. J. BROUTMAN. (1990). *Analysis and performance of fibers composites.* John Wiley & Sons.
- ASADIPOUR, N. (2012). *Modelling of Non-linear Viscoelastic Tissues with Bar Elements.* Ed: Centre de Recerca Matemàtica - CRM. Master of Science in Advanced Mathematics and Mathematical Engineering, Universidade Politècnica da Catalunya, Catalunya, 51p.
- ASCE (1986). *Guide for Design of Steel Transmission Towers.* American Society of Civil Engineers, Nova York
- ASCIONE, L.; BERARDI, V. P. & D'APONTE, A. (2012). *Creep phenomena in FRP materials.* Mechanics Research Communications, Vol. 43, pp. 15-21.
- ASM (2001). *Engineering Materials Handbook.* ASM International.
- BANK, L. C.; YIN, J. & NADIPELI, M. (1995). *Lobal buckling of pultruded beams - nonlinearity, anisotropy and inhomogeneity.* Construction and Building Materials. Vol. 9, pp. 325-331.
- BARBERO, E. (1999). *Introduction to Composite Materials Design.* Taylor & Francis Group, Nova York.

- BARBERO, E. & DEVIVO, L. (1999). *Beam-Column Design Equations for Wide-Flange Pultruded Structural Shapes*. Journal of Composites for Construction, Vol. 3, pp.185-191.
- BARBERO, E. & TOMBLIN, J. (1994). *A phenomenological design equation for FRP columns with interaction between local and global buckling*. Thin-Walled Structures, Vol. 18 pp. 117-131.
- BECHO, J. S.; RABELO, J. M. G.; GRECO, M. & BARROS, F. B. (2015). *Nonlinear Positional Formulation for Viscoelastic Mechanical Behavior and Creep of Beams and Framed Structures*. MecSol 2015, International Symposium on Solid Mechanics, Belo Horizonte, MG.
- BELO, I. M. (2006). *Análise Eficiente de Compósitos Laminados Planos Utilizando a Formulação de Elementos Finitos Corrigida a Priori sem os Efeitos de Travamento*. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba.
- BENMOKRANE, B.; CHAALLAL, O. & MASMOUDI, R. (1995). *Glass fibre reinforced plastic (GFRP) rebars for concrete structures*. Construction and Building Materials, Vol. 9, pp. 353-364.
- BISNATH, S.; BRITTEN, A.C. & CRETCHLEY, D.H. (2005). *The planning, design and construction of overhead power lines*. Crown Publications cc, Johannesburg.
- BLANDFORD, G. E. (1996). *Progressive failure analysis of inelastic space truss structures*. Computer & Structures, Vol. 58, pp. 981-990.
- CASTRO, A. C. M.; RIBEIRO, M. C. S. & SANTOS, J. (2013). *Sustainable waste recycling solution for the glass fibre reinforced polymer composite materials industry*. Construction and Building Materials, Vol. 45, pp. 87-94.
- CARRION, J. E.; HJELMSTAD, K. D. & LAFAVE, J. M. (2005). *Finite element study of composite cuff connections for pultruded box sections*. Composite Structures, Vol. 70, pp. 153-169.
- CODA, H. B. (2003). *An exact FEM geometric non-linear analysis of frames based on position description*. São Paulo.

- CONPREM, C.P. (2014). Acessado em 28 de Outubro, URL: <<http://13596.br.all.biz/ostes-de-concreto-g58603>>.
- CREATIVE PULTRUSION INC. (2004). *The Pultex pultrusion global design manual of standard and custom fiber reinforced polymer structural profiles*. Vol 4, Rev 9.
- DANIEL, I. M. & ISHAI, O. (1994). *Engineering Mechanics of Composite Materials*. Oxford University Press, Nova York.
- DEVIANTART (2014). *230kV with anti-corona rings*. Acessado em 11 de Novembro, URL: <<http://www.deviantart.com>>.
- DEZEEN (2014). Acessado em 28 de Outubro, <<http://www.dezeen.com/2009/03/30/high-voltage-transmission-line-towers-by-archetype/>>
- EMRI, I. & GERGESOVA, M. (2010). *Time-Dependent Behavior of Solid Polymers*. Crispulo Gallegos, Vol. 1, 86p, Reino Unido.
- EN 50431-1. (2001). *Overhead electrical lines exceeding AC 45kV. Part 1: General requirements - Common specifications*. CENELEC, Brussels.
- ENGESSER, F. (1889). *Über die Knickfestigkeit gerader Stäbe*. Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen, Vol. 35(4), pp.455-462 (em Alemão).
- EUROCOMP DESIGN CODE HANDBOOK. (1996). *Structural Design of Polymers and Composites*. Chapman and Hall.
- FAKURY, R. H. (2009). *Dimensionamento básico de elementos de estruturas de aço*. Versão 3. Escola de Engenharia. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- FINDLEY, W. N.; LAI, J. S. & ONARAN, K. (1989). *Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials*. Courier Corporation, Estados Unidos.
- FLICKR. (2014). Acessado em 28 de Outubro. <<https://www.flickr.com/photos/92036053@N06/8708539406/>>.
- FRITSCH, J.; HIERMAIER, S. & STROBL, G.. (2009). *Characterizing and modeling the non-linear viscoelastic tensile deformation of a glass fiber reinforced polypropylene*. Composites Science and Technology, Vol. 69, pp.2460-2466.

- GODAT, A.; LÉGERON, F.; GAGNÉ, V. & MARMION, B. (2013). *Use of pultruded members for electricity transmission towers*. Composite Structures, Vol. 105, pp. 408-421.
- GONTIJO, C.R. (1994). *Cálculo de Torres para Linhas de Transmissão*. Ed. IEA. Belo Horizonte.
- GRECO, M. (2010). *Análise dinâmica não linear de estruturas tensegrity e treliças espaciais* (Processo INPI 10573-4 / RS 10573-4). Patente: Programa de Computador. Número do registro: RS 10573-4, data de registro: 08/06/2010, título: "Análise dinâmica não linear de estruturas tensegrity e treliças espaciais (Processo INPI 10573-4 / RS 10573-4)", Instituição de registro: INPI - Instituto Nacional da Propriedade Industrial.
- GRECO, M. & COSTA, L. J. R. (2012). Discussão sobre "*The logarithmic strains measure applied to the nonlinear positional formulation for space truss analysis*" e "*Nonlinear positional formulation for space truss analysis*". Finite Elements in Analysis and Design. Vol. 52, pp. 93-95.
- GRECO, M.; GESUALDO, F. A. R.; VENTURINI, W. S. & CODA, H. B. (2006). *Nonlinear positional formulation for space truss analysis*. Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 42, pp.1079-1086.
- GRECO, M.; MENIN, R. C. G.; FERREIRA, I. P. & BARROS, F. B. (2012). *Comparison between two geometrical nonlinear methods for truss analyses*. Structural Engineering and Mechanics. Vol. 41(6), pp.735-750.
- HIBBELER, R. C. (2010). *Resistência dos Materiais*. Ed. Pearson, São Paulo.
- ICHIKAWA, K. & KADOTANI, K. (1995). *Breakdown strength on the interface in composite insulation*. Static Electricity Society. Vol. 19 , pp.92-98 (em Japonês).
- IEC. (1993). *Insulation Coordination Part I: Definitions, Principles and Rules*. Geneva.
- IRVINE, H.M. (1981). *Cable Structures*. Institute of Technology, Massachusetts.
- IZUMI, K.; TAKAHASHI, T. & TANIGUCHI, T. (1999). *Mechanical characteristics of line post type polymer insulation arm for 154 kV*. Electrical Engineering in Japan, 11 November, Vol. 126, pp. 1481-1487.

- IZUMI, K.; TAKAHASHI, T. & TANIGUCHI, T. (1999). *Mechanical Characteristics of Line Post Type Polymer Insulation Arm for 154kV*. Electrical Engineering Gakkai Ronbunshi. Vol. 126, pp.1481-1487.
- JONES, R.M. (1999). *Mechanics of Composite Materials*. Grupo Taylor & Francis, New York.
- KELLY, P. (2015). *Solid Mechanics Part I: An Introduction to Solid Mechanics*. Acessado em 2 de fevereiro. URL: <[http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part\\_I/index.html](http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part_I/index.html)>.
- KIESSLING, F.; NEFZGER, P.; NOLASCO, J.F. & KAJINTZYK, U. (2003). *Overhead Power Lines: Planning, Design and Construction*. Ed. Springer, Berlin.
- KLEIBER, M. (1989). *Incremental Finite Element Modeling in Non-linear Solid Mechanics*. Ellis, Horwood, Inglaterra.
- KRAVITZ, R. A. (1982). *Transmission line tower analysis and design in review*. IEEE Power Eng. Soc., pp.82 WM 204-6.
- LABEGALINI, P.R.; LABEGALINI, R.D.; FUCHS, R.D., & ALMEIDA, M.T. (1992). *Projetos Mecânicos das Linhas de Aéreas de Transmissão*. Ed. Edgard Blucher Ltda, 2ªed, São Paulo.
- LAUDIERO, F.; MINGHINI, F. & TULLINI, N. (2014). *Buckling and Postbuckling Finite-Element Analysis of Pultruded FRP Profiles under Pure Compression*. Journal of Composite for Construction. Vol. 18.
- MARKUS, O. (2004). *Circuitos Elétricos - Corrente Contínua e Corrente Alternada*. Ed. Érica Ltda, Tatuapé.
- MATHWORKS (2015). *Matlab online reference documentation*. Acessado em 23 de Março. URL: <<http://www.mathworks.com/>>.
- MEI, K.; Li, Y. & Lu, Z. (2015). *Application study on the first cable-stayed bridge with CFRP cables in China*. Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition), Vol. 2, I. 4, pp. 242-248.

- METALICA (2014). Acessado em 28 de Outubro. URL: <<http://www.metalica.com.br/torre-de-transmissao-de-energia>>.
- MICELLI, F. & NANNI, A. (2004). Durability of FRP rods for concrete structures. *Construction and Building Materials*, Vol. 18, pp. 491-503.
- MOURA, M. F. S. F.; MORAIS, A. B. & MAGALHÃES, A. G. (2011). *Materiais Compósitos - Materiais, Fabrico e Comportamento Mecânico*. Ed. Publindústria, Edições Técnicas, Porto.
- OKAMOTO, H. & IKEDA, Y. (1967). *Arc Resistance and Application of FRP to Arms in Overhead Power-Line Towers*. IEEE Transactions on power apparatus and systems. Vol. 86, pp.1098-1102.
- PECCE, M. & COSENZA, E. (2000). *Local buckling curves for the design of FRP profiles*. *Thin-Walled Structures*, 20 Abril, Vol 37, pp. 207-222.
- RABELO, J. M. G.; BECHO, J. S.; GRECO, M. & CIMINI JR, C. A. (2014). *Formulação não-linear posicional para a análise de materiais viscosos*. XXXV CILAMCE - Iberian Latin American Congress On Computational Methods In Engineering, Fortaleza, CE.
- RABELO, J. M. G. & FARAGE, M. C. R. (2011). *Computational Analysis of Composite Materials via the Finite Element Method*. XXXII CILAMCE - Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, OuroPreto, MG.
- RABELO, J. M. G.; GRECO, M. & CIMINI JR, C. A. (2014b). Análise comparativa do peso de uma mísula de torre de linha de transmissão construída por plástico reforçado por fibra de vidro e em aço. XIII CONEM – Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Uberlândia, MG.
- REDDY, J.N. & MIRAVETE, A. (1995). *Practical Analysis of Composite Laminates*. CRC Press, Boca Raton.
- REFORCE (2009). *Manual de Engenharia, Características, Propriedades e Aplicações*, Passo de Torres.

- SÁ, M. F.; GOMES, A. M.; CORREIA, J. R. & SILVESTRE, N. (2011). *Creep behavior of pultruded GFRP elements - Part 1: Literature review and experimental study*. Composite Structures, Vol. 93, pp. 2450-2459.
- SÁ, M.; GOMES, A. M.; CORREIA, J. R. & SILVESTRE, N. (2011). *Creep behavior of pultruded GFRP elements - Part 2: Creep behavior of pultruded GFRP elements*. Composite Structures. Vol. 93, pp.2409–2418.
- SCOTT, D. W.; LAI, J. S. & ZUREICK, A. H. (1995). *Creep Behavior of Fiber-Reinforced Polymeric Composites: A Review of the Technical Literature*. Journal of Reinforced Plastics and Composites, pp.588-617.
- SELVARAJ, M. & BABU, R. R. (2013). *Analysis and experimental testing of built-up composite cross arm in a transmission line tower for mechanical performance*. Composite Structures, Vol. 96, pp. 1-7.
- SELVARAJ, M.; KULKARNI, S. & BABU, R. R. (2013). *Structural evaluation of FRP pultruded sections overhead transmission line towers*. International Journal of Civil and Structural Engineering, Vol. 2, Nº3.
- SOLOSTOCKS (2014). Acessado em 11 de Novembro. URL: <<http://www.solostocks.com.br>>.
- SOUZA, M. W. & CIMINI JR, C. A. (2007). *GFRP Applied to Capacitor Bank Structures of Electric Energy Substations*. 16th International Conference On Composite Materials, Kyoto, Japan.
- STRONGWELL CORPORATION (2013). *Properties of extren®*. Strongwell Design Manual, Bristol, Virgínia, EUA.
- TORANGE (2014). *Subjects. Electricis. Isoladores de linha de transmissão*. Acessado em 15 de Novembro. URL: <<http://www.torange-pt.com>>.
- TRANSMISSÃO PAULISTA (2014). Acessado em Outubro. URL:<<http://slideplayer.com.br/slide/1232845/>>.
- TSAI, S. W. & WU, E. M. (1971). *A General Theory of Strength for Anisotropic Materials*. Journal of Composite Materials, Vol. 5, pp.58-80.

- WANG, X. & WU, Z. (2010). *Integrated high-performance thousand-metre scale cable-stayed bridge with hybrid FRP cables*. Composites Part B: Engineering, Vol. 41, Issue 2, pp. 166-175.
- YANG, Y., WANG, X. & WU, Z. (2015). *Experimental Study of Vibration Characteristics of FRP Cables for Long-Span Cable-Stayed Bridges*. Journal of Bridge Engineering, Vol. 20(4).
- WU, C. (2015). *Long term performance of polymers*. Acessado em 12 de Março. URL: <<http://www.me.umn.edu/labs/composites/Projects/Polymer%20Heat%20Exchanger/Creeep%20description.pdf>>.
- YEH, H. Y. & YANG, S. C. (1997). *Building of a composite transmission tower*. Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 16, pp. 414-424.
- YEH, H. Y. & YEH, H. L. (2001). *A simple failure analysis of the composite transmission tower*. Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 20, pp. 1054-1065.
- YOUSSEF, T. A. (2010). *Time-Dependent Behavior of Fibre Reinforced Polymer (FRP) Bars and FRP Reinforced Concrete Beams Under Sustained Load*. Tese de Doutorado, Universidade de Sherbrooke, Sherbrooke.
- ZUREICK, A. & SCOTT, D. (1997). *Short-term Behavior and Design of Fiber-Reinforced Polymeric Slender Members under Axial Compression*. Journal of Composite for Construction. Vol. 1, pp.140-149.

# 6

## APÊNDICE A

### LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Com a revolução industrial e novo estilo de vida da sociedade, a energia elétrica passou a ser indispensável na vida das pessoas. Quando olha-se ao redor é praticamente impossível não ver algum equipamento de uso pessoal que não dependa, mesmo que indiretamente, da energia elétrica. Por serem em geral as grandes fontes de energia localizadas em áreas remotas e não populadas, torna-se necessário a construção de Linhas de Transmissão de Energia (LTEs) que podem ser subterrâneas ou aéreas. Além disso, à medida em que o consumo de energia de uma população cresce, a ampliação da voltagem das linhas já existentes torna-se necessária para suprir a nova demanda de energia exigindo novas ou maiores faixas de serviço, o que acarreta em custos elevados principalmente em zonas urbanas.

No decorrer da vida útil das estruturas de LTE os seus componentes passam a perder eficiência, o que ocasiona perdas da energia transportada. Sendo assim, a solução mais econômica de uma LTE é aquela em que a soma dos custos das perdas de energia ao longo da vida útil da linha mais o custo do investimento seja a mínima possível.

A primeira LTE conhecida foi construída na Alemanha em 1882; possuía 50 km de extensão e transportava uma voltagem de 2.4kV em corrente contínua. Em 1889 no Oregon (EUA) construíam-se a primeira linha monofásica em corrente alternada de 4kV. Outro desta-

que foi a construção em 1891, novamente na Alemanha, da primeira linha trifásica que ligava as cidades de Lauffen e Frankfurt, transportava 12kV em corrente alternada numa extensão de 179 km (BISNATH *et al.*, 2005). No Brasil por volta de 1883 era construída sua primeira LTE em Diamantina (MG) com 2km de extensão, sua função era acionar bombas hidráulicas em uma mina de diamantes (LABEGALINI *et al.*, 1992).

Para garantir condições de segurança e desempenho, houve a necessidade por parte de projetistas e fornecedores de componentes de Linhas de Transmissão de Energia (LTE) da padronização das tensões de operação de acordo com os valores mais convenientes para facilitar a fabricação dos elementos que as compõem, conforme apresentado na Tabela 13.

Tabela 13 - Classificação da voltagem de uma LTE (IEC, 1993).

<b>Voltagem</b>	<b>Classificação</b>
Abaixo de 1kV	Baixa Voltagem (LV)
Entre 1kV e 45kV	Média Voltagem (MV)
Entre 45kV e 300kV	Alta Voltagem (AV)
Entre 300kV e 750kV	Extra Alta Voltagem (EAV)
Acima de 800kV	Ultra Alta Voltagem (UAV)

## 6.1 Componentes de uma Linha de Transmissão

Uma Linha Transmissão de Energia exige um elevado estudo sobre seu desempenho envolvendo a capacidade de isolamento dos cabos condutores em relação aos obstáculos e as partes não energizadas e das solicitações mecânicas, sem descuidar do fator econômico. Uma LTE é composta basicamente pelos elementos apresentados na Figura 39.

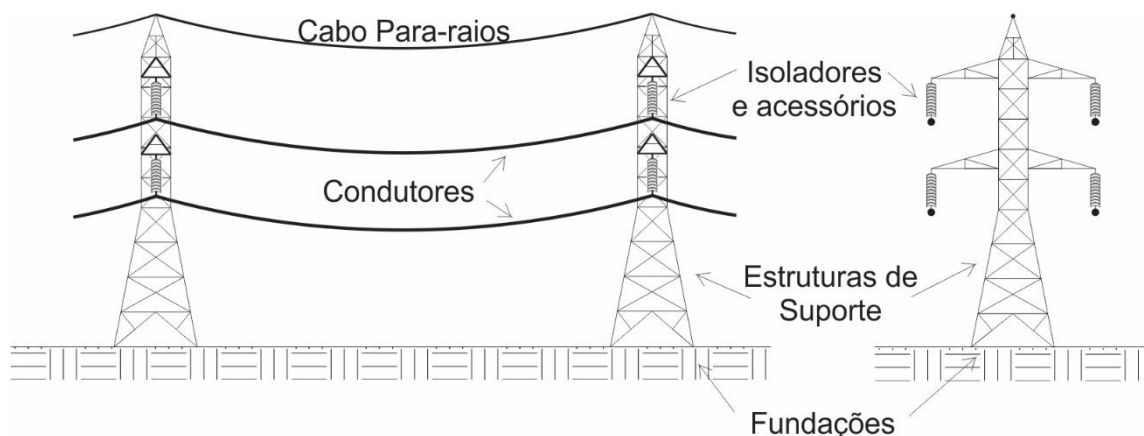


Figura 39 - Principais Elementos de uma Linha de Transmissão.

Sendo:

- cabos condutores de energia e acessórios;
- torres de linhas de transmissão (estruturas de suporte);
- fundações;
- cabos de guarda ou para-raios;
- aterramentos;
- acessórios diversos.

### 6.1.1 Cabos condutores e acessórios

#### 6.1.1.1 Condutores

Os condutores das linhas de transmissão são submetidos a carregamentos axiais provindos das ações ambientais (vento, temperatura e gelo em algumas regiões) e do peso próprio. Além disso, o vento provoca vibrações que podem levar ao rompimento por fadiga junto às cadeias de isolamento, o que acaba por impedir o total aproveitamento da resistência mecânica dos condutores, (LABEGALINI *et al.*, 1992). Para diminuir estes problemas, busca-se aumentar o tamanho das flechas dos condutores o que exige torres mais elevadas.

Como na maioria dos casos a razão entre a flecha e o vão é menor que 1/8, pode-se aproximar a flecha dos condutores pela equação de uma parábola (IRVINE, 1981):

$$f = \frac{l^2 \cdot p}{8 \cdot T_0} \quad (6.1)$$

onde:

$l$  é o comprimento do vão;

$p$  é o peso próprio unitário do condutor;

$T_0$  é a componente horizontal de tração do condutor.

Calculada então a flecha máxima do condutor, a menor distância tomada deve obedecer às normas e procedimentos segundo a ABNT NBR 5422 (1985), sendo chamada de *altura de segurança*.

Os cabos para-raios das Linhas de Transmissão empregam a importante função de proteger todo o conjunto das LTEs recebendo as descargas atmosféricas e evitando assim que elas atinjam os condutores.

### 6.1.2 Suportes para as Linhas de Transmissão

Os suportes das LTEs desempenham como principais funções a recepção das cargas provenientes dos condutores e das estruturas de isolamento para descarregarem sob o terreno ao qual a linha é construída e garantir as distâncias mínimas de segurança das partes energizadas aos obstáculos do terreno e as próprias estruturas.

A voltagem a ser transmitida, o número de circuitos, a altura dos obstáculos a serem atravessados, o acesso a equipamentos de transporte, as restrições das faixas de domínio entre outros aspectos determinam o tipo de suporte a ser escolhido.

Na construção de LTEs, portanto, existem numerosas possibilidades no projeto de suportes, diante disso a seleção do design e do material mais apropriado a ser empregado deve levar em consideração alguns parâmetros importantes (KIESSLING *et al.*, 2003):

- otimização da faixa de domínio (*right-of-way*), uma vez que a obtenção de terrenos para a construção de novos corredores de linhas de transmissão vem ficando de difícil obtenção, além de custos elevados em áreas urbanas e agrícolas;
- redução dos impactos ambientais, especialmente em relação aos impactos causados pelos campos elétricos e magnéticos, impactos visuais e de locação;
- um projeto primário para garantir que a LTE é capaz de transferir a energia necessária a um preço razoável;
- o prospectivo tempo de vida da LTE a qual ela deverá atender;

- locação e a utilidade da LTE;
- o terreno e o acesso de técnicos de manutenção e de caminhões de transporte;
- número de circuitos a serem instalados;
- os carregamentos mecânicos e climáticos a ser resistido pelos condutores, componentes e estrutura;
- a altura necessária para atravessar os obstáculos do terreno;
- o terreno sob a LTE e a suas vizinhanças;
- as possibilidades de adquirir as faixas de domínio e as compensações a serem pagas aos donos;
- o nível Cerâmico – relacionado ao número de dias no ano a que uma área está sujeita a tempestades/relâmpagos – e a disposição dos fios terra;
- a possibilidade dos projetos dos suportes;
- os métodos a serem usados na construção e na manutenção das linhas;
- o investimento necessário para a construção da LTE.

#### 6.1.2.1 Classificação

Pode-se classificar os suportes em basicamente três tipos (LABEGALINI *et al.*, 1992):

- i. Segundo a função estrutural:
  - Estruturas de suspensão;
  - Estruturas de ancoragem;
  - Estruturas de derivação;
  - Estruturas de transposição de fases.
- ii. Segundo a forma de resistir as solicitações:
  - Estruturas autoportantes;
  - Estruturas rígidas (ancoragem);
  - Estruturas flexíveis;
  - Estruturas mistas ou semi-rígidas;
  - Estruturas estaiadas.
- iii. Segundo os materiais empregados, Figura 40.

- Estruturas de madeira;
- Estruturas de concreto armado;
- Estruturas metálicas;
- Estruturas em materiais compósitos.

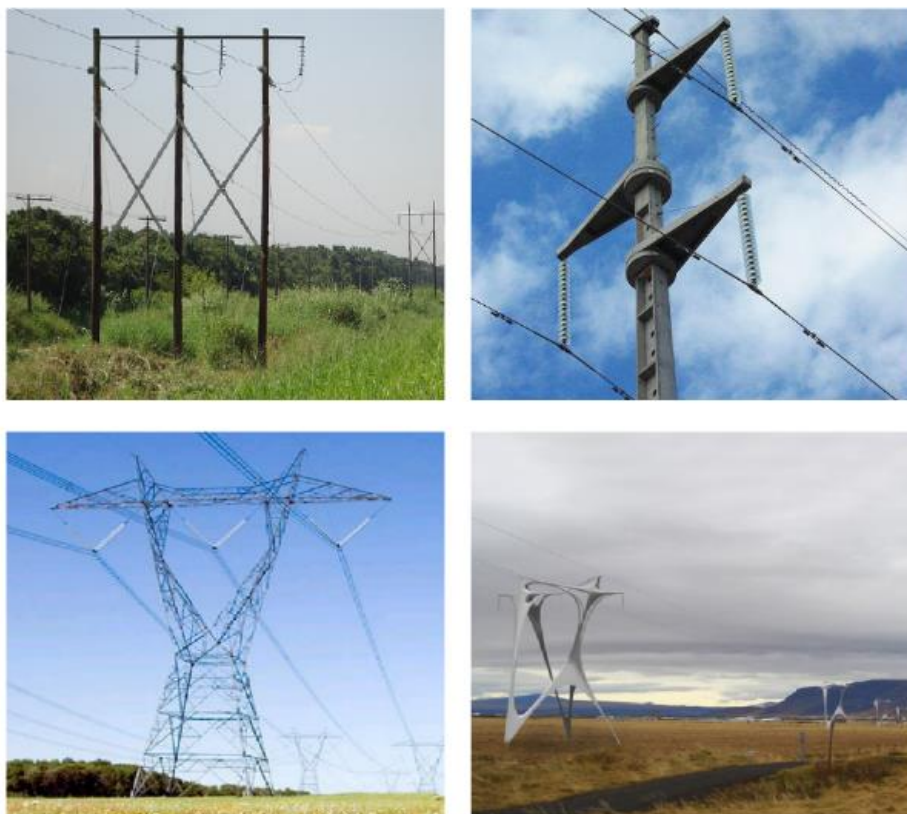


Figura 40 - Exemplos dos materiais empregados em Torres de LTEs, Madeira, Concreto Armado, Aço Galvanizado, Compósito reforçado por fibras, respectivamente (FLICKR, 2015; CONPREM, 2015; METALICA, 2015; DEZEEN, 2015).

As estruturas treliçadas, por serem objeto de estudo deste trabalho, serão estudadas em um tópico a parte com maiores detalhes, veja o item 6.2.

### 6.1.3 Cabos para-raios

Os cabos para-raios apresentam a principal função de proteger as linhas de transmissão de descargas atmosféricas, evitando assim que estas atinjam diretamente os cabos condutores, caso que levaria a falha da estrutura isolante gerando um curto-circuito fase-terra (LABEGALINI *et al.*, 1992).

A correta disposição destes cabos evita a exposição direta a grande maioria dos raios, em outras palavras, quanto menor o “ângulo de cobertura” gerado pela disposição dos cabos

para-raios mais eficiente será a proteção, embora isto aumente os custos da estrutura (LABEGALINI *et al.*, 1992).

Dois tipos comuns de falhas são associados as descargas atmosféricas (BISNATH *et al.*, 2005):

- iii. *blackflashovers* – neste tipo de falha a descarga elétrica decorrente do relâmpago eleva a tensão existente na linha que ultrapassa a resistência de isolamento da linha levando a falha das estruturas isolantes.
- iv. *shielding failure* – neste tipo de falha a “blindagem” da estrutura falha devido a inadequada localização do cabo para-raios, fazendo com que a descarga atmosférica atinja diretamente os cabos condutores. Esta falha ocorre normalmente em locais entre torres.

## 6.2 Torres de Linhas de Transmissão

As estruturas treliçadas de aço galvanizado são comumente empregadas para fins de suportes nas linhas de transmissão, devido à grande versatilidade de montagem e custo benefício em regiões onde não há restrições de faixas de domínio. Estas estruturas permitem, através do acréscimo ou decréscimo de módulos, serem adaptadas as variações do terreno.

O projeto das torres em uma nova LTE envolve a geração de uma família de estruturas, onde cada torre executa uma diferente função de suporte para a mesma configuração de condutores. Estas estruturas são projetadas tendo como prioridade o custo mínimo de modo que diferentes tipos de torres têm sido empregados, onde a evolução do projeto tem trazido a redução de custos (BISNATH *et al.*, 2005), Figura 41.

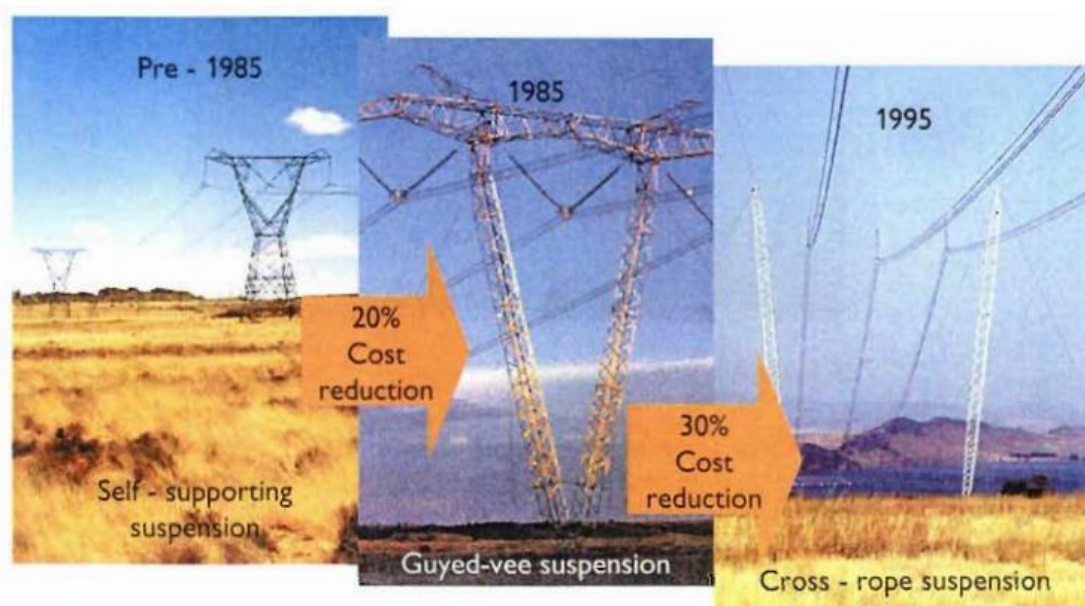


Figura 41 - Redução do custo de torres de linhas de transmissão conforme a evolução da concepção do projeto (BISNATH *et al.*, 2005).

### 6.2.1 Disposição dos cabos condutores nas torres

Para determinação da dimensão e tamanho das torres de transmissão devem ser levados em conta as três disposições básicas dos cabos condutores (LABEGALINI *et al.*, 1992):

- i. disposição em plano horizontal – quando todos os condutores de fase de um mesmo circuito se encontram em um plano horizontal. Esta solução gera estruturas com alturas menores. Empregadas preferencialmente em linhas de tensões extra e ultra elevadas;
- ii. disposição em plano vertical – quando todos os condutores se encontram em um mesmo plano vertical. Esta disposição é ideal para situações onde a faixa de servidão da linha tem limitações de largura. Empregadas em linhas de circuitos simples;
- iii. disposição triangular – disposição em que os condutores se posicionam segundo vértices de um triângulo. Resulta em estruturas de alturas intermediárias. Empregadas tanto para linhas em circuito simples como para linhas em circuito duplo.

### 6.2.2 Classificação das estruturas

As torres de linhas de transmissão integram uma “família das estruturas” para uma determinada linha conforme anteriormente anunciado, sendo assim classificadas nos seguintes tipos (LABEGALINI *et al.*, 1992; KIESSLING *et al.*, 2003):

- suspensão ou alinhamento – são as torres dimensionadas para suportar o peso dos cabos, isoladores e ferragens. Devem suportar as forças horizontais decorrentes da pressão do vento, forças verticais excepcionais (montagem e manutenção) e também pelas forças longitudinais provindas da ruptura de um ou mais cabos. Durante a operação normal, os condutores não transferem forças de tensão para os suportes, sendo os suportes econômicos mais favoráveis;
- terminal ou ancoragem total – são as torres colocadas no início ou no fim das linhas tendo a função de manter os cabos esticados. Devem resistir às mesmas solicitações das torres de suspensão e as forças axiais longitudinais em condições de maior intensidade do vento. São os suportes mais solicitados.
- ancoragem intermediária – semelhantes às torres de terminal, porém com trações longitudinais equilibradas à frente e à ré. São torres menos reforçadas que as anteriores, pois devem resistir apenas aos esforços decorrentes do tensionamento dos cabos durante a montagem ou na situação de ruptura de algum deles, servindo como pontos rígidos ao longo da linha, além de servirem como segurança evitando possíveis falhas por efeito cascata. São recomendados em projetos para serem arranjadas em distâncias entre 5 a 10 km de modo a prover pontos rígidos na linha;
- torres para mudança de direção – estruturas que devem suportar além dos esforços já descritos, aqueles decorrentes da mudança de direção da linha. Nestas estruturas os isoladores ficam inclinados sem a ação do vento;
- transposição ou rotação da fase – estruturas especiais encarregadas de fazer a transposição de fases;
- derivação – são as torres que permitem que se façam sangrias ao longo das linhas para alimentar um determinado ramal existente.

Além desta classificação, as torres são classificadas segundo a forma de transferência dos esforços ao solo em estruturas autoportantes e estruturas estaiadas.

- Estruturas autoportantes – dimensionadas para transmitir seus esforços ao solo através de suas fundações, sendo preferidas em terreno irregulares, terminais e como estruturas de ancoragem.
- Estruturas estaiadas – nestas estruturas são empregados tirantes (cabos de aço fixados ao solo) para absolver os esforços longitudinais e transversais e enrijecê-las. São estruturas mais leves e por isso mais econômicas.

### 6.2.3 Determinação das distâncias de segurança

As Torres de Linhas de Transmissão (TLTs) desempenham duas grandes funções:

- i. fixação dos cabos condutores através das estruturas isolantes, garantindo as devidas distâncias de isolamento dos cabos condutores à estrutura e ao terreno;
- ii. receber os esforços provindos dos carregamentos e peso próprio e transferí-los ao solo pelas suas fundações.

O dimensionamento destas estruturas, portanto, deve atender não somente aos esforços mecânicos, mas também as solicitações de isolamento elétrico mantendo as distâncias mínimas de segurança.

As dimensões são fixadas de modo a fornecer segurança e desempenho aceitável diante das solicitações decorrentes de sobre tensões que podem ocorrer por uma maior demanda no consumo de energia ou pelas descargas atmosféricas, buscando sempre atender também ao fator econômico.

Com relação às distâncias de segurança, a ABNT NBR 5422 (1985) recomenda:

“As distâncias mínimas do suporte devem ser, obrigatoriamente, determinadas em função de estudos que levem em consideração as várias solicitações elétricas a que a linha de transmissão será submetida, devidamente coordenadas com as condições de vento que ocorrem simultaneamente com cada uma das referidas solicitações.”

A Figura 42 ilustra a maneira como são determinadas as distâncias de segurança mínimas empregando cadeia de isoladores em balanço, onde esta tem a liberdade de oscilar de acordo com a direção do vento.

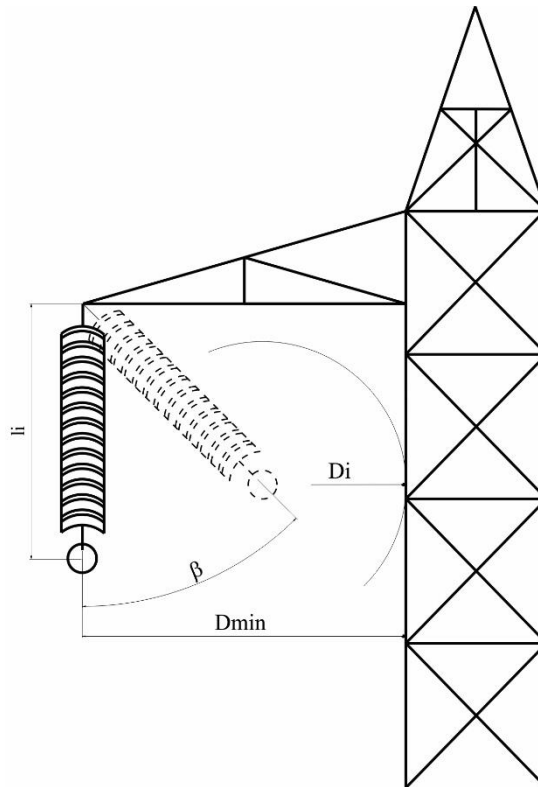


Figura 42 - Distância mínima de segurança.

Da Figura 42 obtêm-se:

- $D_{min}$  distância mínima, respeitado os valores da Tabela 14.
- distância disruptiva reta ( $D_i$ ) da cadeia em metros, dada pela Eq. (2.2):
- o ângulo de balanço  $\beta$  devido à ação do vento sobre os cabos condutores, calculado pela Eq. 2.3;

$$D_i = (n - 1) \cdot p_i + d_i \quad (6.2)$$

onde:

$n$  = número de isoladores;

$p_i$  e  $d_i$  são fornecidos pelo fabricante.

$$\beta = \text{tg}^{-1} \cdot (K \cdot \text{tg} \beta_R) \quad (6.3)$$

onde:

$K$  = valor obtido pela Figura 43;

$\beta_R$  = ângulo de balanço dado pela Eq. 2.4;

$$\operatorname{tg} \beta_R = \frac{q_0 \cdot D}{\rho \cdot (V/H)} \quad (6.4)$$

onde:

$q_0$  = pressão dinâmica de referência, conforme seção 8.2.1 da ABNT NBR 5422 (1985);

$D$  = diâmetro do condutor (m);

$\rho$  = peso unitário do condutor (N/m);

$V$  = vão de peso (m) ou vão gravante;

$H$  = vão de vento (m).

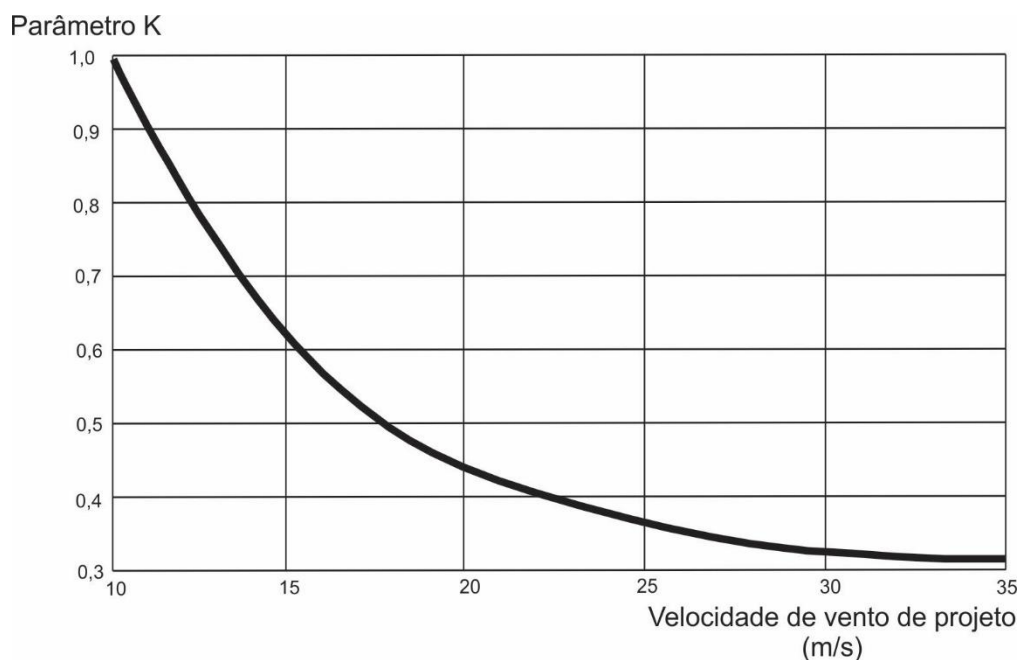


Figura 43 - Parâmetro "K" (ABNT NBR 5422, 1985).

As distâncias mínimas no suporte são determinadas levando em consideração as várias solicitações elétricas e mecânicas a que a linha de transmissão está submetida, levando em conta carregamentos providos das ações do vento e dos efeitos da temperatura, entre outros.

Conforme afirma a ABNT NBR 5422 (1985) além destas considerações, para eventuais manutenções com a linha operando, todos os espaçamentos devem ser verificados para garantir a segurança dos operadores eletricitistas.

Tabela 14 - Distâncias Mínimas do Suporte (ABNT NBR 5422, 1985).

Descrição		Distâncias Mínimas
Mesmo Circuito	Distância horizontal entre fases para $U \leq 50\text{kV}$	Tomar o maior valor entre: a) $D = 0,22 + 0,01D_U$ b) $D = 0,37\sqrt{f} + 0,0076D_U$
	Distância vertical entre fases para $U \leq 50\text{kV}$	1,0 metro
	Para $U > 50\text{kV}$	não especificado
Circuitos Diferentes	Distância horizontal entre fases	Tomar o maior valor entre: a) $D = 0,22 + 0,01D_U$ b) $D = 0,37\sqrt{f} + 0,0076D_U$
	Distância vertical entre fases	$D = 0,50 + 0,01D_U$ respeitado o mínimo de 1,0 metro
Distância entre fase e cabo para-raios		$D = 0,22 + 0,01D_U$
Distância entre partes vivas e aterradas:		
– elementos do suporte		$D = 0,03 + 0,005D_U$
– estais		$D = 0,09 + 0,006D_U$

onde:

$D_U$  é a distância em metros numericamente igual à tensão da linha  $U$  em kV;

$f$  é a flecha dos condutores.

Nota-se que quando o condutor possui a liberdade de movimento na direção transversal estas distâncias mínimas devem ser consideradas com a posição da cadeia de isoladores mais desfavorável.

Nas situações que a distância for dada em função da flecha, esta distância deverá ser considerada na condição de trabalho de maior duração e referir-se ao vão de vento para o qual o suporte é projetado (ABNT NBR 5422, 1985).

Para tensões superiores a 50kV e altitudes acima dos 1000 metros, o valor da segunda expressão de  $D$  deverá ser acrescido em 3% a cada 300 metros de altitude acima dos 1000 metros (ABNT NBR 5422, 1985).

A distância mínima  $D$  quando o caso de circuitos diferentes, em fases diferentes, deverá ser obtida tomando-se  $D_U$  como a diferença entre fases das tensões dos dois circuitos ou como a tensão fase-terra do circuito de maior tensão, adotando-se sempre o maior valor resultante de  $D$ .

#### 6.2.4 Solicitações de projeto

As barras que compõem a estrutura devem ser dimensionadas de forma a resistir aos esforços e às solicitações ambientais com segurança (esforços provindos da manutenção, pressão do vento, peso dos cabos condutores e acessórios, variações de temperatura e mudanças de direção do traçado).

Diante disso têm-se três tipos principais de forças atuantes:

- i. forças verticais: oriundas do peso dos cabos condutores e para-raios, peso dos isoladores e acessórios e peso próprio dos componentes da torre;
- ii. forças horizontais: decorrentes principalmente da ação do vento sobre os cabos condutores e sobre os isoladores, além dos elementos da torre. Outro tipo de força horizontal comum é quando se tem mudanças de direção no traçado da linha;
- iii. forças longitudinais: ocorrem devido às forças axiais de tração nos cabos condutores variáveis com a temperatura e com a pressão do vento, além das situações atípicas como quando um cabo condutor se rompe.

#### 6.2.5 Determinação das Cargas Atuantes

Os diferentes carregamentos externos atuantes simultaneamente nas TLT são combinados em hipóteses de carregamentos de uma maneira adequada de modo a contemplar requerimentos como confiabilidade, proteção e segurança. As hipóteses de carregamento devem considerar todas as condições de cargas a serem esperadas pelas estruturas durante sua construção e sua vida útil, levando em conta até mesmos os danos considerados improváveis (KIESSLING *et al.*, 2003).

Para o projeto das estruturas, todas as ações de uma determinada hipótese de carregamento são assumidas como atuando simultaneamente e a estrutura deve ser concebida para suportar a carga de projeto máxima vertical, transversal ou longitudinal e as combinações destes valores máximos especificados. No entanto, por exemplo, existem membros na estrutura que são dimensionados para um caso de carga que consiste em uma situação na qual

atuam cargas verticais mínimas combinadas com a máxima transversal e longitudinal (ASCE, 1986) *apud* (KRAVITZ, 1982), pois nestas situações o rearranjo de esforços causam tensões maiores no membros a serem dimensionados.

As cargas atuantes em TLTs ocorrem de duas maneiras: frequentemente (peso próprio dos componentes) e excepcionalmente (cargas providas de vento e gelo). As principais cargas atuantes são:

- i. Peso próprio dos componentes estruturais (condutores, isoladores, amortecedores, sinalização, etc.);
- ii. Carregamento de vento (considerado máximo ou reduzido);
- iii. Carregamento de gelo (somente considerado em algumas regiões);
- iv. Carregamento oriundo da mudança de direção da linha devido à força de tração dos cabos;
- v. Carregamentos especiais que ocorrem nas fases de construção e de manutenção.

Como pode ser observado, a ocorrência ou não destas cargas vai depender do local onde a LTE está inserida e da maneira como esta é construída. Além disso, estas cargas não ocorrem independentemente e são consideradas no projeto como hipóteses de carregamento.

#### 6.2.5.1 Hipóteses de Carregamento

Várias são as hipóteses de carregamento para as TLTs simuladas, onde o objetivo principal é garantir o dimensionamento de cada elemento estrutural frente a maior solicitação que possa vir a ocorrer durante a sua vida útil na estrutura. Não existe um número definido de hipóteses de cálculo que devem ser consideradas; dependerá do tipo da linha, estrutura e o meio ambiente. Ou seja, o número de hipóteses de carregamento irá variar de acordo com cada projeto específico.

Exemplo de hipóteses de carregamento consideradas de acordo com os trabalhos de KIESSLING *et al.* (2003) e LABEGALINI *et al.* (1992):

- i. Cabos intactos, ângulo do alinhamento  $\leq 3^\circ$ , vento máximo considerado em qualquer direção, geralmente a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  da linha;
- ii. Um cabo para-raios rompido, ângulo do alinhamento  $\leq 3^\circ$ , vento reduzido considerado em qualquer direção, geralmente a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  da linha;

- iii. Um condutor rompido, ângulo do alinhamento  $\leq 3^\circ$ , vento reduzido considerado em qualquer direção, geralmente a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  da linha;
- iv. Desbalanceamento vertical de montagem com vento nulo;
- v. Carga vertical de montagem com vento nulo;

Além destas hipóteses, ainda são analisadas hipóteses relativas à combinação destas, como por exemplo, a hipótese *iii* gera um número de combinações relativo ao número de condutores da linha, ou seja, para uma linha com quatro condutores conforme a Figura 39, deve-se analisar quatro vezes a hipótese *iii*, uma para cada condutor.

#### 6.2.5.2 Determinação dos carregamentos nos pontos de fixação dos cabos

Os carregamentos de projeto segundo GONTIJO (1994) são:

- Carregamento Vertical: Ocorrente devido ao peso próprio dos condutores e acessórios:

$$V = (P_c N_{cf} V_g + P_{cf}) K_v \quad (6.5)$$

onde:

$P_c$  = Peso do cabo condutor ou para-raios por comprimento.

$N_{cf}$  = Número de cabos condutores por fase, Figura 44.

$V_g$  = Vão gravante ou vão de peso da estrutura.

$P_{cf}$  = Peso das cadeias de isoladores e das ferragens de fixação dos cabos, Figura 44.

$K_v$  = Coeficiente de ponderação para as cargas verticais. Sugerido igual a 1,15 para o vão gravante máximo e 1,0 para o vão gravante mínimo.



Figura 44 – Estrutura de arranjo de seis condutores com espaçador e isolador.

- Carregamento Transversal: Ocorrente devido a ação do vento e as mudanças de direção da LTE:

$$T = (q_0 N_{cf} \alpha d V_v \text{sen}^2 \varphi + 1,2 q_0 S_i) K_{t1} + T_0 \text{sen}(w\gamma) K_{t2} \quad (6.6)$$

onde:

$q_0$  = Pressão do vento, Eq. (2.7).

$$q_0 = \frac{1}{2} \rho V_p^2 \quad (6.7)$$

$\rho$  = Massa específica do ar.

$V_p$  = Velocidade do vento de projeto.

$N_{cf}$  = Número de condutores por fase.

$\alpha$  = Fator de efetividade, Figura 45.

$d$  = Diâmetro do cabo condutor ou para-raios.

$V_v$  = Vão de vento da torre.

$\varphi$  = Ângulo de incidência do vento em relação a direção da linha.

$S_i$  = Área da cadeia de isoladores projetada ortogonalmente sobre um plano vertical.

$K_{t1}$  = Coeficiente de ponderação devido à ação do vento.

$T_0$  = Valor máximo de tração do cabo.

$w$  = Tomado igual a 1 (para torres em ângulo na extremidade da linha) ou 0,5 (para torres em ângulo no meio da linha).

$\gamma$  = Valor do ângulo de mudança de direção da linha.

$K_{t2}$  = Coeficiente de ponderação devido à força de tração nos cabos.

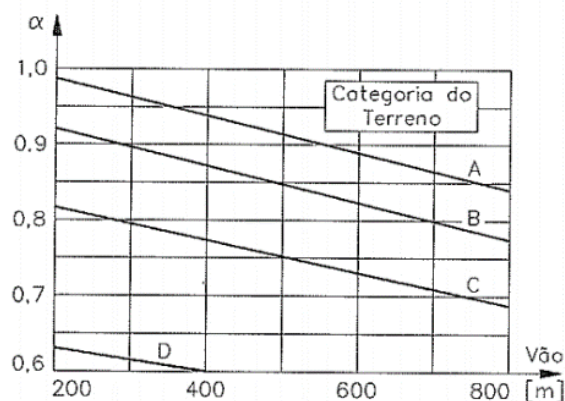


Figura 45 - Fator de efetividade ( $\alpha$ ) válido para tempo de concentração  $\leq 30s$  (GONTIJO, 1994).

- Carregamento Longitudinal: Ocorre devido ao rompimento dos cabos condutores ou para-raios e a ancoragem destes em torres de início ou fim de linha:

$$L = zT_0K_1 \quad (6.8)$$

onde:

$z$  = Tomado igual a 0,7 (no caso do rompimento do cabo condutor em torres de suspensão) ou igual a 1,0 (no caso do rompimento do cabo para-raios em torres de suspensão e ancoragem, no caso do rompimento do cabo condutor em torres de ancoragem e no caso de tração dos cabos em torres de fim de linha).

$T_0$  = Tração máxima ocorrente no cabo.

$K_1$  = Coeficiente de ponderação para cargas longitudinais.

### 6.2.6 Dimensionamento dos perfis metálicos

Neste tópico serão abordados os critérios para o dimensionamento das barras de estruturas treliçadas para TLTs conforme a norma *Guide for Design of Steel Transmission Towers* (ASCE, 1986) e as referências LABEGALINI *et al.* (1992) e KIESSLING *et al.* (2003). Por se tratarem de estruturas treliçadas serão abordados somente os dimensionamentos dos esforços à compressão e à tração. Os esforços provindos de cisalhamento e flexão são praticamente desprezíveis, sendo apenas considerados nas ligações (cisalhamento) e na instalação de equipamentos ou cargas provindas de operários (flexão).

#### 6.2.6.1 Dimensionamento dos perfis aos esforços de compressão

O dimensionamento à compressão leva em conta o fenômeno da flambagem, visto que os perfis geralmente utilizados são esbeltos e estão sujeitos a falha por este fenômeno bem antes mesmo de chegarem a sua resistência mecânica. Sendo assim, devem ser levados em consideração a rigidez do perfil, sua compactidade, o grau de fixação, a esbeltez e a excentricidade das ligações (LABEGALINI *et al.*, 1992).

Para a verificação da estabilidade dos membros estruturais de aço em compressão da estrutura é considerada a seção transversal efetiva. Quando se excede certas taxas entre a largura da aba  $b$  e a espessura da aba  $t$ , Figura 46, o efeito da flambagem local na instabilidade necessita de ser considerado pela redução da área da seção transversal adotada (KIESSLING *et al.*,

2003). Para este fim, divide-se a compacidade da cantoneira em três grupos conforme a Tabela 15, unidades no sistema internacional.

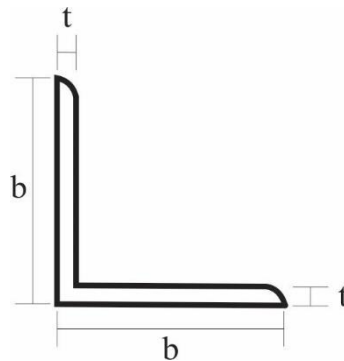


Figura 46 - Cantoneira de abas iguais.

Tabela 15 - Compacidade de cantoneiras de abas iguais.

Grupo	
1º	$\frac{b}{t} \leq \frac{663}{\sqrt{\sigma_E}}$
2º	$\frac{663}{\sqrt{\sigma_E}} \leq \frac{b}{t} \leq \frac{994}{\sqrt{\sigma_E}}$
3º	$\frac{b}{t} \leq 20$
$\sigma_E = \text{Tensão de escoamento do aço (kgf/cm}^2\text{)}$	

Para o dimensionamento dos perfis à compressão deve-se analisar a esbelteza crítica efetiva:

$$C = \pi \sqrt{\frac{2E}{\sigma_E}} \quad (6.9)$$

e compará-la com a esbelteza efetiva da seção:

$$\lambda_e = \frac{kL}{r} \quad (6.10)$$

aqui:

$k$  é o coeficiente de flambagem

$L$  é o comprimento do elemento

$r$  é o raio de giração.

A tensão limite crítica de flambagem  $\sigma_c$  é então dada por:

$$\sigma_c = \sigma - \left( \frac{\sigma^2}{4\pi^2 E} \right) \lambda_e^2 \dots \text{para } \lambda_e \leq C \quad (6.11)$$

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda_e^2} \dots \text{para } \lambda_e > C \quad (6.12)$$

$E$  é o módulo de elasticidade.

$\sigma$  é definida para os vários grupos de perfis:

1º grupo:  $\sigma = \sigma_E$

2º grupo:  $\sigma = \sigma_E (1,8 - 0,0021 \cdot (b/t) \cdot \sqrt{\sigma_E})$

3º grupo:  $\sigma = 590580 / (b/t)^2$

Além disso, devem ser garantidos os limites de esbeltez para os diversos elementos, Tabela 16:

Tabela 16 - Índice de esbeltez máximo admissível (LABEGALINI *et al.*, 1992).

Elementos		Índice de esbeltez
Comprimidos	Montante	150
	Braços	150
	Diagonais	200
Tracionados		375
Redundantes		250

#### 6.2.6.2 Dimensionamento dos perfis aos esforços de tração

Para o dimensionamento dos perfis aos esforços de tração, a norma da ASCE (1986) dita que o estado limite é o de escoamento da área líquida da seção transversal da cantoneira. Sendo assim, verifica-se que:

$$\sigma_T = \frac{N_d}{A_t} < \sigma_E \quad (6.13)$$

onde:

$\sigma_T$  é a tensão de cálculo à tração.

$N_d$  é a solicitação de cálculo de tração, calcula pelo esforço atuante vezes um coeficiente de segurança.

$A_l$  é a área líquida da seção, dada pela Eq. (2.14).

$$A_l = \left( A_b - \sum tdf + \frac{\sum ts^2}{4g} \right) C_t \quad (6.14)$$

onde:

$A_b$  é a área bruta da seção.

$t$  é a espessura da cantoneira.

$df$  é o diâmetro do furo equivalente ao diâmetro do parafuso mais um acréscimo referente ao tipo de sistema de furação (punção = 3,17mm, outros = 1,60mm).

$g$  espaçamento entre dois furos na direção perpendicular à força de tração ( $N_d$ ), Figura 47.

$s$  é o espaçamento entre dois furos na direção paralela à força de tração ( $N_d$ ), Figura 47.

$C_t$  é um número adimensional referente a concentração de tensões na ligação entre as cantoneiras somente por uma aba, sendo igual a 1 para a ligação feita nas duas abas, 0,75 para uma ligação em uma aba feita com somente 1 parafuso e 0,85 para uma ligação em somente uma aba com mais de um parafuso.

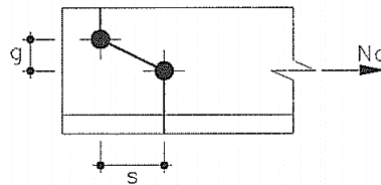


Figura 47 – Espaçamento entre furos (GONTIJO, 1994).

## ANEXO A

Tabela 17 – Propriedades Mecânicas do PRFV.

PRFV	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	Vf %	E11 GPa	E22 GPa	$\nu_{12}$	G12 GPa	F1t MPa	F1c MPa	F2t MPa	F2c MPa	F6 MPa	$\zeta$ MV/m	Arc R s	w (%)	Referência
1	1720,00	–	17,20	5,52	0,33	2,93	207,00	207,00	48,3	103,00	31,00	1,38	–	0,60	Strongwell (2013)*
1	–	–	19,55	9,72	–	–	301,00	–	61,00	–	–	–	–	–	Godat <i>et al.</i> (2013)
1	1700,00	–	29,53	4,49	–	–	321,15	–	37,68	–	–	–	–	–	Souza (2007)
1	–	–	25,10	–	–	–	418,10	–	–	–	–	–	–	–	SÁ <i>et al.</i> (2011)
1	–	–	24,00	7,50	0,31	2,60	–	–	–	–	–	–	–	–	Bank <i>et al.</i> (1995)
1	1660,79	45,00	17,24	5,52	0,35	2,90	227,53	227,53	51,71	113,76	37,92	1,57	120,00	0,60	Creative (2004)*
2	–	–	20,87	–	–	–	246,00	–	–	–	–	–	–	–	Godat <i>et al.</i> (2013)
2	1940,00	–	17,90	5,52	0,33	2,93	207,00	207,00	48,3	110,00	31,00	1,38	–	0,60	Strongwell (2013)*
2	–	–	22,00	7,50	0,30	2,40	–	–	–	–	–	–	–	–	Peece & Cosenza (2000)
2	–	–	27,90	–	–	4,70	474,00	347,00	–	–	80,70	–	–	–	Zureick & Scott (1997)
2	–	–	46,90	–	–	–	854,00	–	–	–	–	–	–	–	Youseff (2010)
2	1660,79	45,00	20,68	6,89	0,35	2,90	258,55	258,55	55,16	137,90	41,37	1,57	120,00	0,60	Creative (2004)*
2	–	–	24,60	10,30	0,33	3,70	–	–	–	–	–	–	–	–	Bank <i>et al.</i> (1995)
2	–	45,00	30,34	6,55	0,25	2,56	655,00	448,16	33,78	88,25	55,99	–	–	–	Yeh e Yang (1997)
3	–	–	26,10	5,54	0,32	2,52	325,00	–	61,00	–	34,00	–	–	–	Carrion <i>et al.</i> (2005)
3	2100,00	55,00	39,00	8,60	0,28	3,80	1080,00	620,00	39,00	128,00	89,00	–	–	–	Daniel & Ishai (1994)
3	–	–	50,00	20,00	0,32	22,50	700,00	–	–	–	–	–	–	–	Selvaraj <i>et al.</i> (2012)

\* dados retirados de manuais de fabricantes

onde:

1 – resina poliéster

2 – resina vinil éster

3 – resina epóxi

w – taxa de absorção de umidade

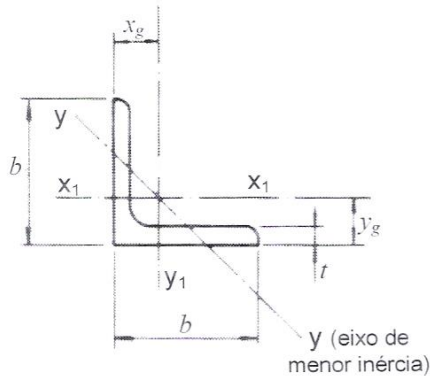
Arc R – resistência a formação de um arco de corrente

$\zeta$  – propriedade dielétrica

$\rho$  – densidade

# ANEXO B

Tabela 18 - Tabela de perfis cantoneiras, série baseada em polegadas (FAKURY, 2009).



- $b$  = largura das abas
- $t$  = espessura das abas
- $x_g$  = posição  $x_1$  do centro geométrico
- $y_g$  = posição  $y_1$  do centro geométrico
- $A_g$  = área bruta
- $I_{x1}$  = momento de inércia em relação ao eixo  $x_1$
- $W_{x1}$  = módulo de resistência elástico em relação ao eixo  $x_1$
- $r_{x1}$  = raio de giração em relação ao eixo  $x_1$
- $I_{y1}$  = momento de inércia em relação ao eixo  $y_1$
- $W_{y1}$  = módulo de resistência elástico em relação ao eixo  $y_1$
- $r_{y1}$  = raio de giração em relação ao eixo  $y_1$
- $r_3$  = raio de giração mínimo

Designação (mm x mm)	b (mm)	t (mm)	$x_g = y_g$ (mm)	$A_g$ (cm <sup>2</sup> )	massa (kg/m)	$I_{x1} = I_{y1}$ (cm <sup>4</sup> )	$W_{x1} = W_{y1}$ (cm <sup>3</sup> )	$r_{x1} = r_{y1}$ (cm)	$r_3$ (cm)
L 12,70 x 3,17	12,70	3,17	4,3	0,70	0,55	0,10	0,11	0,37	0,25
L 15,88 x 3,17	15,88	3,17	5,1	0,90	0,71	0,20	0,19	0,47	0,37
L 19,05 x 3,17	19,05	3,17	5,9	1,11	0,87	0,36	0,27	0,57	0,38
L 22,20 x 3,17	22,20	3,17	6,6	1,32	1,04	0,58	0,38	0,66	0,46
L 25,40 x 3,17	25,40	3,17	7,6	1,48	1,19	0,83	0,49	0,79	0,48
L 25,40 x 4,76	25,40	4,76	8,1	2,19	1,73	1,25	0,66	0,76	0,48
L 25,40 x 6,35	25,40	6,35	8,6	2,84	2,22	1,66	0,98	0,76	0,48
L 31,75 x 3,17	31,75	3,17	8,9	1,95	1,50	1,67	0,82	0,97	0,64
L 31,75 x 4,76	31,75	4,76	9,7	2,77	2,20	2,50	1,15	0,97	0,61
L 31,75 x 6,35	31,75	6,35	10,2	3,62	2,86	3,33	1,47	0,94	0,61
L 38,10 x 3,17	38,10	3,17	10,7	2,32	1,83	3,33	1,15	1,17	0,76
L 38,10 x 4,76	38,10	4,76	11,2	3,42	2,68	4,58	1,64	1,17	0,74
L 38,10 x 6,35	38,10	6,35	11,9	4,45	3,48	5,83	2,13	1,15	0,74
L 44,45 x 3,17	44,45	3,17	12,2	3,71	2,14	5,41	1,64	1,40	0,89
L 44,45 x 4,76	44,45	4,76	13,0	4,00	3,15	7,50	2,30	1,37	0,89
L 44,45 x 6,35	44,45	6,35	13,5	5,22	4,12	9,57	3,13	1,35	0,86
L 50,80 x 3,17	50,80	3,17	14,0	3,10	2,46	7,91	2,13	1,60	1,02
L 50,80 x 4,76	50,80	4,76	14,5	4,58	3,63	11,70	3,13	1,58	1,02
L 50,80 x 6,35	50,80	6,35	15,0	6,06	4,74	14,60	4,10	1,55	0,99
L 50,80 x 7,94	50,80	7,94	15,5	7,42	5,83	17,50	4,91	1,53	0,99
L 50,80 x 9,52	50,80	9,52	16,3	8,76	6,99	20,00	5,73	1,50	0,99
L 63,50 x 4,76	63,50	4,76	17,5	5,80	4,57	23,00	4,91	1,98	1,24
L 63,50 x 6,35	63,50	6,35	18,3	7,67	6,10	29,00	6,40	1,96	1,24
L 63,50 x 7,94	63,50	7,94	18,8	9,48	7,44	35,00	7,87	1,93	1,24
L 63,50 x 9,52	63,50	9,52	19,3	11,16	8,76	41,00	9,35	1,91	1,22
L 76,20 x 4,76	76,20	4,76	20,8	7,03	5,52	40,00	7,21	2,39	1,50
L 76,20 x 6,35	76,20	6,35	21,3	9,29	7,29	50,00	9,50	2,36	1,50
L 76,20 x 7,94	76,20	7,94	22,1	11,48	9,07	62,00	11,60	2,34	1,50
L 76,20 x 9,52	76,20	9,52	22,6	13,61	10,71	75,00	13,60	2,31	1,47
L 76,20 x 12,70	76,20	12,70	23,6	17,74	14,00	91,00	18,00	2,29	1,47
L 88,90 x 6,35	88,90	6,35	24,6	10,90	8,56	83,70	13,00	2,77	1,76
L 88,90 x 7,94	88,90	7,94	25,2	13,50	10,59	102,00	16,00	2,75	1,75
L 88,90 x 9,52	88,90	9,52	25,8	16,00	12,58	121,00	19,20	2,75	1,75
L 101,60 x 6,35	101,60	6,35	27,7	12,51	9,81	125,00	16,40	3,17	2,00
L 101,60 x 7,94	101,60	7,94	28,4	15,48	12,19	154,00	21,30	3,15	2,00
L 101,60 x 9,52	101,60	9,52	29,0	18,45	14,57	183,00	24,60	3,12	2,00
L 101,60 x 11,11	101,60	11,11	29,5	21,35	16,80	208,00	29,50	3,12	1,98
L 101,60 x 12,70	101,60	12,70	30,0	24,19	19,03	233,00	32,80	3,10	1,98
L 127,00 x 6,35	127,00	6,35	34,1	15,73	12,34	252,00	27,10	4,00	2,53
L 127,00 x 7,94	127,00	7,94	34,7	19,50	15,31	308,00	33,40	3,97	2,53
L 127,00 x 9,52	127,00	9,52	35,3	23,29	18,30	362,00	39,50	3,94	2,51
L 127,00 x 11,11	127,00	11,11	35,8	26,96	23,52	417,00	45,70	3,93	2,50
L 127,00 x 12,70	127,00	12,70	36,3	30,64	24,10	470,00	52,50	3,91	2,49
L 127,00 x 15,88	127,00	15,88	37,6	37,80	29,80	566,00	64,00	3,86	2,46
L 152,40 x 9,52	152,40	9,52	41,70	28,10	22,20	641,00	57,40	4,78	3,02
L 152,40 x 12,70	152,40	12,70	42,70	37,09	29,20	828,00	75,40	4,72	3,00
L 152,40 x 15,88	152,40	15,88	43,90	45,86	36,00	1007,0	93,50	4,67	2,97
L 152,40 x 19,05	152,40	19,05	45,20	54,44	42,70	1173,0	109,90	4,65	2,97
L 203,20 x 15,88	203,20	15,88	56,60	62,90	48,70	2472,4	168,90	6,31	4,01
L 203,20 x 19,05	203,20	19,05	57,90	73,81	57,90	2901,1	199,90	6,27	3,99

Nota: Os perfis indicados são fornecidos pela GERDAU e pela BELGO, mediante consulta prévia.