

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ADMINISTRATIVAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISAS EM ADMINISTRAÇÃO**

MARCO TÚLIO DOMINGUES COSTA

**AS FINANÇAS COMPORTAMENTAIS NAS MÉTRICAS DE
INVESTIMENTO: Proposição de um índice de avaliação de risco-retorno**

Belo Horizonte

2025

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ADMINISTRATIVAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISAS EM ADMINISTRAÇÃO**

MARCO TÚLIO DOMINGUES COSTA

**AS FINANÇAS COMPORTAMENTAIS NAS MÉTRICAS DE
INVESTIMENTO: Proposição de um índice de avaliação de risco-retorno**

Tese apresentada ao Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial à obtenção de título de Doutor em Administração.

Área de Concentração: Finanças.

Orientador: Bruno Pérez Ferreira

Belo Horizonte

2025

Ficha catalográfica

C837f Costa, Marco Túlio Domingues.
2025 As finanças comportamentais nas métricas de investimento
[manuscrito]: proposição de um índice de avaliação de risco-retorno /
Marco Túlio Domingues Costa. – 2025.
1v.: il.

Orientador: Bruno Pérez Ferreira
Tese (doutorado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Centro de
Pós-Graduação e Pesquisas em Administração.

Inclui bibliografia.

1. Investimentos - Administração – Teses. 2. Avaliação de riscos -
Teses. 3. Administração – Teses. I. Ferreira, Bruno Pérez. II. Universidade
Federal de Minas Gerais. Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em
Administração. III. Título.

CDD: 332.6

Elaborado por Fabiana Santos CRB-6/2530

Biblioteca da FACE/UFMG. – FS 52/2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ATA

FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISAS EM ADMINISTRAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO

ATA DA DEFESA DE TESE EM ADMINISTRAÇÃO do Senhor **MARCO TÚLIO DOMINGUES COSTA**, REGISTRO Nº 333/2025. No dia 19 de maio de 2025, às 14:00 horas, reuniu-se de forma remota, por videoconferência, a Comissão Examinadora de Tese, indicada pelo Colegiado do Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração do CEPEAD, em 29 de abril de 2025, para julgar o trabalho final intitulado "AS FINANÇAS COMPORTAMENTAIS NAS MÉTRICAS DE INVESTIMENTO: Proposição de um índice de avaliação de risco-retorno", requisito para a obtenção do Grau de Doutor em Administração, linha de pesquisa: Finanças. Abrindo a sessão, o Senhor Presidente da Comissão, Prof. Dr. Bruno Pérez Ferreira, após dar conhecimento aos presentes o teor das Normas Regulamentares do Trabalho Final, passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do candidato. Logo após, a Comissão se reuniu sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do seguinte resultado final:

(x) APROVAÇÃO

() REPROVAÇÃO

O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Senhor Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Senhor Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora. Belo Horizonte, 19 de maio de 2025.

Prof. Dr. Bruno Pérez Ferreira

Orientador CEPEAD/UFMG

Prof. Dr. Marcos Antônio de Camargos

CEPEAD/UFMG

Prof. Dr. Thiago Henrique Barbosa de Carvalho Tavares

IFMG

Profª. Drª. Eliana Márcia Martins Fittipaldi Torga
FUMEC

Prof. Dr. João Guilherme Magalhães Timóteo
UNIMONTES



Documento assinado eletronicamente por **Bruno Perez Ferreira, Professor do Magistério Superior**, em 19/05/2025, às 16:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antonio de Camargos, Professor do Magistério Superior**, em 19/05/2025, às 16:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Thiago Henrique Barbosa de Carvalho Tavares, Usuário Externo**, em 19/05/2025, às 18:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **João Guilherme Magalhães Timóteo, Usuário Externo**, em 19/05/2025, às 20:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Eliana Marcia Martins Fittipaldi Torga, Usuária Externa**, em 20/05/2025, às 12:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4215244** e o código CRC **D5A3F39E**.

Para meus filhos, Maria Clara e Danilo,
por serem minhas maiores fontes de motivação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha esposa pelo grande apoio e incentivo e pela compreensão em relação aos momentos abdicados para pôr em prática este grande objetivo de vida.

Aos meus pais e aos irmãos pelas muitas palavras de força e de incentivo.

Aos amigos feitos durante o doutorado que muitas vezes me ajudaram e me incentivaram ao longo deste momento importante da minha vida. Obrigado aos colegas André, Diana, Esdras, Felipe, Jaqueline, Kelen, Marcos Paulo, Nayane, Nelize, Ricardo e Wanderci.

Aos professores Dra. Eliana Torga, Dr. Thiago Tavares e Dr. Marcos Camargos, por todas as contribuições fornecidas durante a fase de qualificação da minha tese. As proposições trazidas por cada um me ajudaram a enxergar lacunas e alinhar os passos.

Aos professores que durante minha passagem pelo CEPEAD contribuíram para ampliar meu conhecimento da área, sair da minha zona de conforto, enxergar possibilidades diferentes e me formar como pesquisador.

E, em especial, ao meu orientador, Prof. Dr. Bruno Ferreira Pérez, pelas muitas conversas, por todas as orientações ao longo do desenvolvimento desta pesquisa e confiança no meu trabalho e em minha capacidade. Esteve presente desde a minha banca de seleção no programa, assumiu minha orientação mesmo com um projeto apresentado fora do escopo em que trabalha, guiou-me durante toda a jornada, sendo compreensivo às minhas limitações e me apoiando até este momento final.

“[...] somos peões em um jogo cujas forças em grande parte não entendemos.”

Dan Ariely

RESUMO

A presente pesquisa propôs o desenvolvimento de um modelo de avaliação de ativos por meio de um índice que incorpora pressupostos da Teoria do Prospecto à base de razões da família Kappa. De modo generalizado, a compreensão e a necessidade de equilibrar o risco levou ao desenvolvimento de variados modelos de arbitragem e que agora também passam a ser estudadas no campo das finanças comportamentais. Com uma pesquisa aplicada, com abordagem quantitativa e objetivos exploratório, explicativo e descritivo, a pesquisa emprega um procedimento *ex post facto*, para uma análise histórica, e faz uso da simulação e da experimentação, para viabilizar uma análise estatística da sua aplicabilidade. Para tanto, foram empregados como referência os dados relativos aos últimos 18 anos (2007 a 2024) do USA30 como *proxy* do índice *Dow Jones*. Adicionalmente, o arquétipo de índice proposto foi submetido à validação perante os axiomas apresentados em Kroll et al. (2021), tendo sido capaz de atender a três dos quatro axiomas. A razão proposta, denominada no estudo de índice Comportamental, teve suas respostas frente aos resultados reais dos momentos T+1 comparadas às respostas dos índices de Sharpe e Sortino, seja em relação aos dados históricos como também em cenários simulados, apresentando em relação a estes uma ligeira vantagem, especialmente quando os cálculos são baseados em um horizonte temporal de dados de 24 meses. O trabalho apresenta-se de relevância para a ampliação dos estudos de modelos e métricas de análise de investimentos que tomam por base os princípios, heurísticas e vieses típicos das finanças comportamentais. As principais contribuições da tese envolvem a ampliação das proposições teóricas relacionadas a modelos de arbitragem, especialmente relacionada à teoria do prospecto, uma vez que ainda não havia sido encontrado na literatura da área sua aplicação em índices de avaliação de risco-retorno, complementando seu arcabouço teórico. Adicionalmente, o modelo se presta como uma possibilidade adicional para a classificação de carteiras por parte de profissionais do mercado financeiro, auxiliando o processo de tomada de decisões por esses atores. Considera-se que, dada as limitações do estudo, novas contribuições no futuro venham dar continuidade a essa linha de trabalho e contribua para seu aperfeiçoamento.

Palavras-chave: Índice de avaliação de desempenho; Teoria do prospecto; Axiomas de validação de índice; Simulação de Monte Carlo; Cadeia de Markov;

ABSTRACT

This research proposed the development of an asset valuation model through an index that incorporates assumptions from Prospect Theory into the Kappa family of ratios. Broadly speaking, the understanding and need to balance risk have led to the development of various arbitrage models, which are now also being studied in the field of behavioral finance. Using applied research with a quantitative approach and exploratory, explanatory, and descriptive objectives, the study employs an *ex post facto* procedure for historical analysis and utilizes simulation and experimentation to enable a statistical assessment of its applicability. For this purpose, data from the last 18 years (2007 to 2024) of the USA30 (as a proxy for the Dow Jones index) were used as a reference. Additionally, the proposed index archetype was validated against the axioms presented in Kroll et al. (2021), successfully meeting three of the four axioms. The proposed ratio, referred to in the study as the Behavioral ratio, was compared to the Sharpe and Sortino ratios in terms of their responses to real T+1 results – both in historical data and simulated scenarios. The Behavioral Index showed a slight advantage over these traditional metrics, particularly when calculations were based on a 24-month data horizon. This study is relevant for expanding research on investment analysis models and metrics grounded in the principles, heuristics, and biases typical of behavioral finance. The main contributions of this thesis include extending theoretical propositions related to arbitrage models, particularly those tied to Prospect Theory, as no prior literature had applied it to risk-return assessment indices, thereby complementing its theoretical framework. Furthermore, the model serves as an additional tool for portfolio classification by financial market professionals, aiding their decision-making processes. Given the study's limitations, future research is expected to build upon this work and contribute to its refinement.

Keywords: asset valuation index; Prospect Theory; ratio validation axiom; Monte Carlo simulation; Markov Chains.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Círculo de Matrizes Epistêmicas	32
Figura 2 - Desenho da tese	35
Figura 3 - Função de utilidade total e marginal	42
Figura 4 - Representação gráfica da teoria da Utilidade Esperada	43
Figura 5 - Representação gráfica da teoria da perspectiva	50
Figura 6 - Variação do grau de aversão à perda	52
Figura 7 - Comparação de frequência de avaliação de retornos de investimentos	55
Figura 8 - Representação gráfica da fronteira eficiente	60
Figura 9 - Utilidade de ganhos e perdas para o modelo de precificação baseado na TP	68
Figura 10 - Esquemas da cadeia de Markov	90
Figura 11 - Gráficos de transição da cadeia de Markov	91
Figura 12 - Curva da função da Teoria do Prospecto	104
Figura 13 - Curva do denominador do modelo do índice comportamental	105
Figura 14 - Evolução do índice Dow Jones entre 2007 e 2024	117
Figura 15 - Comparativo entre resultado do índice e retorno T+1 com intervalos de 12m.	119
Figura 16 - Comparativo entre resultado do índice e retorno T+1 com intervalos de 24m.	120
Figura 17 - Comparativo entre resultado do índice e retorno T+1 com intervalos de 36m.	120
Figura 18 - Superfície de variação período por λ entre índice Co e Sharpe	122
Figura 19 - Superfície de variação período por λ entre índice Co e Sortino	123
Figura 20 - Cenários simulados para o índice <i>Dow Jones</i>	125

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Estudos recentes sobre aplicações da teoria do prospecto em modelos de precificação de ativos	71
Quadro 2 - Relação da composição do USA30 em 2024	84
Quadro 3 - Estratégias para concepção da pesquisa	86
Quadro 4 - Formas de aplicação da simulação	89
Quadro 5 - Quadro resumo do atendimento aos axiomas de avaliação de índices	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Preços dos ativos da carteira 30 no ano de 2010	111
Tabela 2 - Previsão de valores dos ativos da carteira 30 no ano de 2010	112
Tabela 3 - Retorno previsto dos ativos da carteira 30 no ano de 2010	112
Tabela 4 - Parâmetros de cálculo do índice Co para ativos e para a carteira 30	113
Tabela 5 - Retorno real dos ativos da carteira 30 no ano de 2010	114
Tabela 6 - Quadrado dos retornos negativos para ativos e carteira	114
Tabela 7 - Parâmetros de cálculo do índice de Sortino para ativos e para a carteira 30	115
Tabela 8 - Resultados do comparativo entre Co e Sharpe para dados históricos	121
Tabela 9 - Resultados do comparativo entre Co e Sortino para dados históricos	123
Tabela 10 - Resultados do Teste t pareado para n igual a 12	127
Tabela 11 - Resultados do Teste t pareado para n igual a 24	127
Tabela 12 - Resultados do Teste t pareado para n igual a 36	128
Tabela 13 - Resultados do comparativo entre Co e Sharpe para cenários simulados	129
Tabela 14 - Resultados do comparativo entre Co e Sortino para cenários simulados	130

LISTA DE ABREVIACÕES

ABM – *Agente-based Asset Pricing Model*

ADE – *Average Drawdown at Equity*

CAPM – Modelo de Precificação de Ativos de Capital (*Capital Asset Pricing Model*)

CCAPM – Modelo de Precificação de Ativos de Capital de Consumo

Co – Índice Comportamental

CPT – Teoria da Prospecção Cumulativa

DARA – Diminuição da aversão absoluta ao risco

DGP – Mecanismo de geração de dados (*Data Generation Process*)

HME – Hipótese do Mercado Eficiente

EPP – *Equity premium puzzle*

EU – Utilidade Esperada

LPM – Momentos parciais inferiores (*Low partial moments*)

MCMC – Markov Chain Monte Carlo

MLA – Aversão à perda míope (*Myopic Loss Aversion*)

MMEP1 - Média móvel exponencialmente ponderadas de 1ª ordem

MPT – Teoria Moderna do Portfólio (*Modern Portfolio Theory*)

RFRP – Quebra-cabeça da taxa livre de risco (*risk-free rate puzzle*)

TP – Teoria do Prospecto

TUE – Teoria da Utilidade Esperada

WAL – Ticker da Walmart

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	18
1.1 Contextualização e problematização	20
1.2 Objetivos	25
1.2.1 Objetivo Geral	25
1.2.2 Objetivos específicos	25
1.3 Justificativa e contribuições	26
1.4 Posicionamento epistemológico	29
1.5 Desenho da tese	34
2. REFERENCIAL TEÓRICO	36
2.1 O mercado eficiente e a aversão ao risco	36
2.1.1 A teoria moderna do portfólio e o <i>equity premium puzzle</i>	37
2.1.2 Aversão ao risco	39
2.2 Finanças comportamentais e novas formas de aversão	46
2.2.1 A teoria do prospecto e a aversão à perda	49
2.2.2 Aversão à perda míope	54
2.3 Razões e índices na construção de carteiras	58
2.3.1 Modelos de precificação de ativos	58
2.3.1.1 <i>Capital Asset Pricing Model</i>	58
2.3.1.2 <i>Agent-based Asset Pricing Model</i>	61
2.3.2 Índices na construção de carteiras	63
2.4 Modelo de precificação de ativos baseados na teoria do prospecto	66
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	75
3.1 Hipóteses de pesquisa	75
3.2 Delineamento da pesquisa	79
3.3 Amostra, coleta e análise de dados	83

3.4 Procedimentos e técnicas de simulação	88
3.4.1 Cadeia de Markov	90
3.4.2 O modelo de simulação de Monte Carlo	92
3.4 Limitações metodológicas	96
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	98
4.1 O índice Comportamental	98
4.1.1 Componente do estado referencial (<i>Status quo</i>)	99
4.1.2 Componente de aversão à perda	101
4.1.3 Componente de sensibilidade decrescente	103
4.2 Testes nos axiomas de coerência de rácios	107
4.2.1 Axioma de monotonicidade	107
4.2.2 Axioma de monotonicidade de volume	109
4.2.3 Axioma da invariância da translação livre de risco	109
4.2.4 Axioma da concavidade	110
4.3 Desempenho histórico do índice Comportamental	117
4.4 Desempenho do índice <i>Co</i> nos cenários simulados	124
5. CONCLUSÕES	132
5.1 Principais achados e contribuições da Tese	134
5.2 Limitações, proposições e continuidade da pesquisa	138
REFERÊNCIAS	141
APÊNDICE A	153
APÊNDICE B	157
APÊNDICE C	158
APÊNDICE D	162
APÊNDICE E	163
APÊNDICE F	171

APÊNDICE G	174
APÊNDICE H	177
APÊNDICE I	180
APÊNDICE J	183
APÊNDICE K	186
ANEXO A	189
ANEXO B	219

1. INTRODUÇÃO

Um dos aspectos mais corriqueiros na vida de qualquer indivíduo são as decisões que este precisa tomar. Notoriamente, muitas decisões são tomadas pelos indivíduos todos os dias, desde o momento em que acorda até quando vai dormir, sendo elas desde decisões triviais e pessoais, até, por muitas vezes, decisões que podem ter ressonância sobre a vida de outras pessoas, sobre organizações ou mesmo que tenham relevante impacto social. Decisões entre duas ou mais opções, entre o que é, pessoalmente, certo ou errado, entre fazer ou não fazer, estão ocorrendo a todo momento.

Muito por este motivo, estudos sobre as tomadas de decisões são frequentes em muitos campos distintos, da psicologia à antropologia, e, como não poderia deixar de ser, no campo da administração. Mais particularmente nas finanças, sua compreensão se faz tão relevante que, seja de forma direta ou indireta, praticamente todos os estudos que versam sobre o andamento e/ou desenvolvimento do mercado financeiro vão ter como fim o auxílio a melhores maneiras de se tomar uma decisão.

Decisões acerca de investimentos e aplicações monetárias, entre outros aspectos gerenciais, são relativamente antigas. Eeckhoudt et al. (2005) explicitam a tomada de decisões dentro do contexto econômico/monetário a partir de uma perspectiva histórica de aversão ao risco que remete ao século XVI, ainda com a ideia fixa de que expectativas matemáticas regiam o valor de uma loteria qualquer com iguais perspectivas a qualquer pessoa. Ainda assim, o propósito puramente matemático residia na ideia de melhor decisão.

A ideia da racionalidade frente às decisões financeiras se manteve, ainda que com muitos aperfeiçoamentos, até o fim da primeira metade do século XX. Dos primeiros clássicos da economia, como Adam Smith, John Stuart Mill, Keynes, entre outros, até os proeminentes economistas da escola de Chicago, prevalecia a ideia de um comportamento moldado pela capacidade racional dos tomadores de decisão. A partir do citado período, todavia, surge um significativo avanço para decisões no campo econômico: o emprego da psicologia para contrapor a ideia de que todos os decisores mantenham plena racionalidade (Fiego, 2014).

Desde os primeiros estudos comportamentais em finanças de Ward Edwards, Amos Tversky e Daniel Kahnemann (Fiego, 2014), que contrapõem a ideia da aversão ao risco pela aversão à perda (e mais tarde ajudam a explicar a aversão ao risco pela aversão à perda míope), até estudos

atuais que empregam os princípios comportamentais e perspectivas de decisões para o desenvolvimento de novas matematizações (como em Polach e Kukacka (2019), que incorporam a teoria do prospecto no modelo de precificação de ativos baseado no agente, Chen et al. (2022), que aplicam conceitos das finanças comportamentais em relação a criptoativos, ou Tagawa e Orito (2024), que empregam a teoria do prospecto para expandir o problema de chance restrita que maximiza o lucro, apenas para citar alguns trabalhos) o incremento dos fatores psicológicos e cognitivos na análise das variáveis que influenciam arbítrios em contextos financeiros reforçam a complexidade e a progressão contínua da extensão da relação entre essas temáticas.

As decisões são também fortemente influenciadas em contextos sociais, na qual a diversidade de opiniões ou exposições seletivas implicam diferentes formas de escolhas individuais ou em grupo (Oh, Peh e Schauf, 2024), e que nas situações relacionadas a investimentos podem ocasionar à chamada mentalidade de rebanho (Padmavathy, 2024).

Estudar os caminhos teóricos e práticos das finanças pode ser considerado, portanto, um trabalho contínuo, que necessita da investigação dos mais variados aspectos sociais e do engajamento de pesquisadores das mais diversas vertentes e escolas das teorias financeiras. A diversidade das pesquisas, sobretudo nos tempos atuais, são fatores significativos para o avanço neste ramo científico-social.

É a partir desta ideia que se pretende contextualizar a proposta do presente estudo frente às diversas conceituações e teorias trazidas sobre a tomada de decisão no campo das finanças, desde aspectos mais gerais do desenvolvimento histórico até as primeiras e mais influentes métricas empregadas no campo das finanças. É também a partir dessa contextualização que se apresenta o problema norteador da pesquisa, o qual se pretende responder tanto pela proposição teórica da tese, como a partir do desenvolvimento empírico da pesquisa.

1.1 Contextualização e Problemática

Embora haja a compreensão de que diferentes sujeitos tomam decisões de forma diferente, cada um à sua maneira, as decisões são moldadas, em grande parte, pelos modelos mentais produzidos por um contexto social e ambiental existente. No mercado financeiro, as decisões de investidores são, em geral, baseadas em modelos econômicos ou métricas de rácio pré-estabelecidos que auxiliam o processo de escolhas frente a uma gama ampla e complexa de possibilidades.

Ao longo de muitas décadas, proeminentes pesquisadores e seus diversos estudos contribuíram para a compreensão, ainda que com algumas limitações, das características, vieses, riscos e dilemas relacionados ao mercado financeiro. Entre estes estudos mais relevantes, pode-se citar, por exemplo, desde a lei da utilidade marginal, passando pela hipótese do mercado eficiente e outras teorias das finanças modernas, até construções behavioristas.

A lei da utilidade marginal, segundo Kauder (1965), foi uma teoria construída a muitas mãos. As contribuições de muitos estudiosos ao longo de quase três séculos, entre eles Adam Smith, Jevons e Bernoulli, foram importantes para a compreensão sobre o nível suplementar de satisfação que um indivíduo pode ter ao obter mais uma unidade de determinado bem.

Aplicada não apenas na compreensão do comportamento do consumidor, a teoria deu base, por exemplo, para se compreender valor da riqueza de um indivíduo. A função de utilidade esperada, proposto por Bernoulli, por exemplo, explana que o valor atribuído por um indivíduo à própria riqueza não se refere ao seu valor monetário, mas sim à sua utilidade, ou seja, o objetivo principal é maximizar a utilidade esperada e não sua riqueza (Farias et al., 2021). Essa concepção é apropriadamente útil quando se quer compreender a busca por formas de aumentar o ganho de capital ao mesmo tempo que se mitigam eventuais riscos.

No primeiro terço do século XX as discussões sobre a utilidade marginal extrapolaram o campo matemático-estatístico e se emaranharam com maior propriedade nas discussões entre economistas/financistas como Lange, Bernardelli, Samuelson, Allen e outros, em um movimento de análises da economia e finanças do ponto de vista métrico, sendo, inclusive, ainda hoje adotado como parâmetro da teoria de escolhas de consumidores, como descrevem Lin e Peng (2021).

Todavia, os modelos de arbitragem passariam a ser mais vigorosos a partir da metade do século. A evolução dos estudos em finanças deu um salto relevante a partir da Teoria Moderna do Portfólio proposta por Markowitz (1952), crucial para o aprimoramento da relação entre o melhor retorno possível frente a um nível de risco considerado aceitável a partir de uma carteira composta por um volume de ativos diversificados e que, apesar de não propor especificamente um arbitramento, serviu de base para estudos métricos posteriores que buscavam, justamente, modelos matemáticos que facilitassem as escolhas de ativos para a diversificação.

Além de Markowitz, os trabalhos de Miller e Modigliani, como destaca Stulzn (2022), foram cruciais para a difusão, inclusive do ponto de vista do ensino de finanças, dos modelos de arbitragem, sendo o foco dos estudos da dupla a busca da eficácia social dos mercados financeiros. Seus trabalhos entre o final da década de 1950 e início de 1960 destacavam a importância da diferença real e esperada no preço dos ativos como potencial gerador de lucro, refutando a ideia de que os dividendos eram relevantes para a riqueza dos investidores. Foi, portanto na virada da primeira para a segunda metade do século em que surgia a teoria moderna em finanças.

A essa busca pela eficácia social dos mercados financeiros, compreende-se que os princípios propostos por Miller e Modigliani estão alinhados a outro importante teoria dentro das finanças modernas, a hipótese do mercado eficiente, proposta por Fama (1970, p. 383), que estabelece que os preços dos ativos de mercado “refletem completamente toda informação disponível”. Nesta hipótese, o mercado por si só se organiza para manter um equilíbrio, de modo que eventuais diferenças entre o valor esperado e o valor observado são descritos como anomalias temporárias desse mercado e serão, em breve, corrigidas graças à própria racionalidade do mercado.

É no contexto da teoria moderna de finanças que foram desenvolvidos estudos sobre a escolhas e decisões no campo da diversificação em investimentos, surgindo outras teorias que auxiliariam no arbitramento. O Modelo de Precificação de Ativos de Capital – CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), de Sharpe, Lintner, Treynor e Mossin., é um exemplo e, deles derivados os primeiros índices, corroboram com as ideias de arbitramento como mecanismo suficiente para a definição de preços de ativos e base para composição de carteiras de investimento diversificadas.

Acontece que o excesso de anomalias existentes no mercado fez com que a teoria moderna em finanças descesse sinais de desgaste entre as décadas de 1980 e 1990 (Halfeld e Torres, 2001). Outro ponto de grande discussão desde então foi a interpretação de que a teoria moderna de finanças traz à aversão ao risco, que, embora tenha a função de utilidade esperada regularmente empregada para ajudar a explicar parte dessa aversão ao risco em situações de larga escala, não é capaz de explicar adequadamente essa aversão em situações de risco modestos (Rabin, 2000).

Com a necessidade de compreender, por vias empíricas, a realidade das decisões dos agentes do mercado e, aproveitando o desgaste do modelo econômico prevalecente com as anomalias de mercado, as finanças comportamentais ganharam força, sobretudo a partir da evolução das pesquisas iniciadas com a teoria do prospecto de Kahneman e Tversky (1979). Nessa teoria a aversão ao risco nas decisões de investimento é também um dos pontos-chave, mas a base de sua criação está sustentada em três pontos fundamentais: o *status quo*, a sensibilidade decrescente e a aversão à perda.

Como se pode compreender, um dos pontos críticos na tomada de decisões em um contexto financeiro diz respeito a quão avesso ao risco é um determinado investidor. Por esse motivo a compreensão da aversão ao risco se mostrou um fator chave na construção de modelos que auxiliam nas decisões de investimento. Mas é importante perceber que a leitura da aversão ao risco é diferente na hipótese do mercado eficiente e na teoria do prospecto.

Na teoria do mercado eficiente, a aversão ao risco pode ser explicada como a atribuição mais elevada da utilidade esperada em uma função da utilidade da riqueza, como proposto por Bernoulli.

Na teoria do prospecto, por sua vez, a aversão ao risco pode ser elucidada pela composição combinada da aversão à perda, viés explicado por Kahneman e Tversky (1979), e da contabilidade mental, proposto por Thaler (1985), que em uma avaliação de ativos faz com que o indivíduo esteja menos disposto a suportar riscos. À combinação dos dois vieses Benartzi e Thaler (1995) chamaram de aversão à perda míope.

Os modelos gerais para escolha de ativos na montagem de uma carteira de investimentos são geralmente baseados na mitigação dos riscos para otimização dos ganhos. Mas deve-se destacar que, ao mesmo tempo, essas métricas são razões construídas, basicamente, apoiadas nos pressupostos gerais da Hipótese de Eficiência do Mercado – EMH. Um exemplo disso são os

tipos de métricas mais empregadas até os dias de hoje, como o Índice de Sharpe, proposto por Sharpe (1966) e baseado no CAPM com enfoque na aversão ao risco, o Índice de Treynor (1966), também baseado no CAPM, o Índice de Sortino, uma derivação do Índice de Sharpe proposto por Sortino e Van Der Meer (1991), que em resumo apenas substitui o denominador da razão pelo desvio padrão das variações negativas, entre outros índices.

O CAPM foi proposto por Sharpe, Lintner, Treynor e Mossin (1964) como um modelo para possibilitar a avaliação entre o risco sistemático e o retorno esperado de ativos, em especial as ações, possibilitando seu uso na precificação dos ativos de risco, permitindo a correlação entre o risco inerente e o custo do capital e contribuindo na construção de portfólios equilibrados. Como salienta Levy (2010), o CAPM possui como base, justamente, a função da utilidade esperada. Em outras palavras, o CAPM está arraigado à teoria econômica moderna e, por consequência, os índices prevalentemente empregados também o estão.

Outros índices foram criados ao longo dos anos (como será mais bem explorado no referencial teórico), mas a prevalência pelo uso dos índices supracitados reside, entre outros fatores, no fato de sua relativa simplicidade na aplicação e significativo grau de difusão e compreensibilidade.

Assim, compreendendo que os principais índices que possuem uma linguagem simples e facilmente aplicável estão alinhados à aversão ao risco do ponto de vista da teoria moderna de finanças e, embora a aversão à perda míope esteja no cerne da explicação da aversão ao risco, pelo menos na visão das finanças comportamentais, ainda se carece de um rácio que empregue princípios da teoria do prospecto na análise da relação retorno-risco dos investimentos, estando aí um campo aberto a ser explorado.

Nesta conjectura, a questão de pesquisa que surge é:

Os princípios gerais da teoria do prospecto possibilitam o desenvolvimento de um índice da avaliação de risco-retorno inteligível?

Para isso, o trabalho possui como base tanto a conceituação teórica, observada pela releitura e consulta de trabalhos clássicos e de estudos atuais sobre essa linha que se propõe a pesquisa, como análises práticas usadas como embasamento para a construção dos principais índices usados na avaliação relativa da relação risco-retorno. Ao mesmo tempo que também se embasa

por toda construção teórica-empírica relacionada à teoria do prospecto, incluindo críticas à sua aplicabilidade e complexidade.

1.2 Objetivos

Balizado pela problematização ora apresentada, os objetivos da proposta de pesquisa são expostos, complementarmente, partindo do objetivo geral, que traz o foco principal do estudo e que, por sua vez, é desdobrado nos objetivos específicos.

1.2.1 Objetivo Geral

Propor um modelo de avaliação de ativos por meio de um índice baseado em definições teórico-empíricas da Teoria do Prospecto a fim de testar sua validade teórica, em atendimento a axiomas de validação de índices, e prática, frente a panoramas anormais e variações factíveis do mercado financeiro.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Modelar um novo arquétipo de índice (razão) que inclua pressupostos da Teoria do Prospecto para sua construção e aplicação;
- Avaliar o modelo em relação à sua capacidade de satisfazer aos quatro axiomas para validação de índices proposto por Kroll et al. (2021);
- Verificar desempenho da métrica proposta em situações históricas anormais, tais como em bolhas financeiras e crises econômicas, a partir de uma varredura da variação do mercado nos últimos 18 anos, tomando o índice *Dow Jones* como referencial;
- Fazer simulação do mercado, criando cenários hipotéticos para o índice *Dow Jones* a partir dos 10 mil pontos, para fins realização de testes estatísticos;
- Examinar, comparativamente, a resposta da razão proposta em relação aos tradicionais índices de Sharpe e de Sortino para o levantamento histórico e para os cenários simulados do mercado.

1.3 Justificativa e contribuições

Ao propor o presente estudo, acredita-se que ele possa contribuir com as discussões acerca das aplicações práticas das finanças comportamentais, sobretudo em relação às aplicações relacionadas a contextos reais que ocorrem eventual ou recorrentemente no mercado financeiro.

Como sugere Duxbury (2015), as finanças comportamentais foram construídas ao longo dos anos a partir de sucessivas práticas de experimentação envolvendo tanto a economia, sobretudo a área de finanças, como a psicologia, com enfoque significativo no comportamento dos indivíduos, para possibilitar a elaboração de seus modelos comportamentais e análises experimentais.

De modo geral, as técnicas experimentais sempre foram a chave para esse ramo da economia, mas, justamente por este mesmo motivo, as finanças comportamentais, sobretudo a teoria do prospecto, nela contida, sofreu as principais críticas. Para citar um exemplo, Rossiter (2019) traz um estudo amplo em termos de críticas à teoria do prospecto, incluindo o fato de que o empirismo apresentado nas observações de tomadas de decisões expostas nos estudos dessa teoria não são realmente aplicáveis em situações cotidianas reais.

Todavia, como descrevem Barberis et al. (2021), as finanças comportamentais e, principalmente, a teoria do prospecto identificam e descrevem, de modo ponderado, um leque significativo de posturas e atitudes em relação ao risco. Justamente por isso, pressupõem que seja uma teoria suficiente para esclarecer os preços dos ativos e o comportamento dos investidores. Apesar dessa condição e mesmo depois de muitos anos de sua gradativa construção, ainda carece de suas implicações para alguns aspectos básicos dos preços dos ativos, como a seção de retornos médios, que ainda hoje são feitos pelo CAPM.

Um reflexo dessa carência pode ser observado na análise de Alhenawi, Hassan e Hasan (2022), que aponta que, nas primeiras duas décadas do século XXI, 2,62% das pesquisas possuem as finanças comportamentais como temática principal, enquanto 4,77% são relacionadas aos modelos de precificação de ativos, não havendo dados suficientes que apresentem estatísticas conjuntas das duas temáticas. Nesse estudo, quando se avalia a associação entre tópicos, a temática que mais se associa a outras entre os 27 tópicos estudados é justamente os modelos de precificação de ativos, mas a relação com as finanças comportamentais ainda não são significativas quando comparado à sua relação com tópicos como “estratégias de investimento

e gestão de portfólio” (30,95%), “microestrutura de mercado” (16,47%) ou “econometria” (5,94%).

Apesar de se desvencilhar da episteme funcionalista, típica das finanças modernas, a teoria das finanças comportamentais não se furta à possibilidade de explorar modelos de arbitragem, mas que estejam adequadamente alinhados aos pressupostos estipulados na teoria do prospecto e suas ramificações.

A relação entre arbitramento com as finanças comportamentais existe, e no mesmo estudo supracitado mostrou que 7,11% dos estudos relacionados às finanças comportamentais estão associados a “estratégias de investimento e gestão de portfólio” (Alhenawi, Hassan e Hasan, 2022). Entretanto, ainda são poucos os estudos que se prestam a avançar na aplicação das finanças comportamentais com enfoque na avaliação dos riscos por modelos de precificação dos ativos.

O trabalho de Barberis et al. (2021) se prestou, justamente, a responder os fatores que determinam o retorno médio para os investidores que avaliam o risco de acordo com a teoria da perspectiva, apresentando o que a teoria da perspectiva prevê sobre os retornos médios relativos de ações de pequena capitalização e ações de grande capitalização. Para isso, criaram um modelo atualizado de preços de ativos que incorpora os conceitos e vieses trazidos pela teoria da perspectiva, uma espécie de “CAPM” das finanças comportamentais. As principais contribuições do referido estudo são a explicação de 14 anomalias de mercado frente às 23 anomalias proeminentes que buscaram responder.

Outro estudo que busca trabalhar os conceitos das finanças comportamentais de forma direta para modelo de precificação de ativos foi proposto por Polach e Kukacka (2019), apresentando a proposta de incorporar uma extensão baseada na Teoria da Perspectiva em um modelo de precificação de ativos baseado em agentes, empregando, para tanto, a estrutura do modelo de agente heterogêneo sem, contudo, comprometer a mecânica adjacente do modelo.

Tal qual os estudos de referência supracitados, compreende-se que haja campo para explorar novos mecanismos de aplicação da teoria do prospecto no mercado financeiro. Todavia, há que se considerar que, a depender do nível de complexidade, sua aplicação prática pode ser dificultada, o que exige pensar modelos alinhados a conceitos das finanças comportamentais,

mas que sejam, também, compreensíveis para além do campo académico e permitam sua aplicabilidade de forma mais generalizada, como acontece com os modelos tradicionais hoje.

Voltando aos aspectos críticos à teoria da perspectiva, e que podem interferir na capacidade de proposição de modelos de arbitragem, há o fato de que os testes realizados nessa teoria exigem, em geral, uma habilidade matemática considerável por parte do tomador de decisões, o que, em certo ponto, torna injusto comparar decisões tomadas em experimentos em relação às decisões tomadas no mundo real (Rossiter, 2019). A razão para a grande difusão e aplicação dos índices de Sharpe e de Sortino, por exemplo, é justamente seu atributo intrínseco de possibilitar empregá-los de forma simples e rápida.

Levy (2010) já salienta que, apesar de todas as críticas, o CAPM continua vivo e válido para muitas aplicações, mesmo para análises fora da Teoria da Utilidade Esperada. Ele demonstra que algumas adaptações ao modelo podem ser ajustadas e permitir aplicação na Teoria da Prospecção Cumulativa (CPT), uma versão modificada da teoria do prospecto. É natural, portanto, esperar que os rácios tradicionais continuem a ser utilizados.

A brecha, portanto, está justamente aí: criar um índice que seja coerente com a teoria do prospecto, ou parte dela (trabalhando um viés cognitivo específico, por exemplo), ao mesmo tempo que seja factível na aplicação cotidiana. Daí surge outra justificativa para a pesquisa: se fazer útil não apenas para complemento do arcabouço teórico, mas se prestar também ao emprego por parte da comunidade não científica, ou seja, ser interessante também para investidores e não apenas para académicos.

A tese permite uma contribuição teórica com ineditismo da proposição de um rácio de análise da relação risco-retorno a partir da aplicação dos conceitos de aversão à perda, referencial inicial e sensibilidade decrescente, característicos da teoria do prospecto, abrindo caminho para a exploração dessa vertente em arbitramentos na análise de ativos nos mercados financeiros.

Destarte, o argumento que a tese pretende defender é que existe a possibilidade de aplicar os conhecimentos da teoria do prospecto de forma prática através da proposição de um índice de avaliação relativa da relação risco-retorno de factível usabilidade e que possibilite atestar o carácter funcional do campo das finanças comportamentais. Sua proposição se tornaria, então, útil teórica e empiricamente.

1.4 Posicionamento epistemológico

As considerações epistemológicas são particularmente importantes nas ciências sociais por causa da subjetividade inerente aos fenômenos sociais. A complexidade relacionada à cultura em sociedade torna o processo da pesquisa nessa grande área um desafio que pode ser mais bem gerido a partir da estruturação epistêmica, possibilitando maior confiabilidade nas construções teórico-científicas.

Ao trazer a discussão epistêmica e seus paradigmas à tese, busca-se, ao mesmo tempo, compreender a inserção do trabalho em um modelo de filosofia da ciência e corroborar com a ideia da possibilidade da interlocução de diferentes métodos de forma harmoniosa. Sabe-se que a epistemologia desempenha um papel crucial na definição de questões de pesquisa, nas metodologias adotadas para seu desenvolvimento e, talvez o mais relevante, para a interpretação dos dados da pesquisa, uma vez que as suposições epistemológicas podem determinar o que se pode considerar como evidência válida e quais métodos são apropriados para coletar essa evidência.

Acredita-se que, para o propósito trazido nesta tese, a classificação epistemológica possa se resumir a identificar o posicionamento mais generalizado dos modelos de finanças tradicionais, modernas e comportamentais, traçando um paralelo entre estes e identificando as discussões acerca da condição paradigmática geralmente levantados a respeito desses modelos de economia financeira.

Assim, em um contexto mais genérico, cabe identificar que, para fins das discussões que se pretende empregar para justificativa epistemológica da tese, em sua origem, ainda que naquela época não se propagasse alterações das ideias de uma filosofia científica em finanças, as chamadas finanças tradicionais (ou clássicas) se apresentaram de forma majoritariamente positiva por natureza, mas, como indicado por Sato, Savoia e Famá (2013), pendiam para um caráter mais normativo; as finanças modernas, por sua vez, iniciadas com Markowitz na década de 1950 e reforçadas em evoluções posteriores, como com Sharpe (1964), Black e Scholes, Merton, entre muitos outros, tomam claramente um modelo funcionalista positivista; ao passo que as finanças comportamentais, sob a ótica de Berger e Luckman (2000), apresentam-se de forma predominantemente na perspectiva interpretativista e crítica.

O paradigma funcionalista assume que a sociedade tem uma ordem concreta e objetiva, e que a ciência social pode produzir um conhecimento verdadeiro e preditivo com base em evidências empíricas. Os funcionalistas enfatizam a importância de entender a ordem, o equilíbrio e a estabilidade na sociedade, buscando explicações racionais e promovendo a regulamentação e o controle dos assuntos sociais. Eles adotam uma abordagem pragmática, preocupada em fornecer soluções práticas para os problemas da sociedade. Essa abordagem está enraizada no positivismo e usa métodos das ciências naturais para entender o mundo social (Adarlan, 2017).

Arraigado no positivismo, o paradigma funcionalista compreende que a ciência deve se limitar ao que pode ser observado e medido; em outras palavras, se limita a dados. O pesquisador é visto como separado do tema de estudo e não exerce influência sobre os resultados da pesquisa. Nesse sentido, a teoria financeira não teria impacto nos mercados financeiros, uma vez que a busca por uma representação precisa da dinâmica dos preços poderia ser alcançada exclusivamente através de dados financeiros, o que mostra a inviabilidade desse paradigma para a explicação do mercado financeiro e seus movimentos (Walter, 2021).

Um segundo paradigma, o interpretativista, compreende a realidade social como sendo construída através das interpretações subjetivas dos indivíduos, resultando em múltiplas realidades compartilhadas. Os pesquisadores interpretativos adotam uma perspectiva participante e rejeitam o uso de matemática e biologia como analogias para o estudo da sociedade, enfatizando a compreensão do mundo social a partir da perspectiva dos indivíduos envolvidos nas atividades sociais, questionando a abordagem funcionalista com o argumento de que os valores humanos influenciam a pesquisa científica. Os pesquisadores interpretativos também criticam a visão dos teóricos econômicos que tratam a economia como um fenômeno concreto e tangível e argumentam que o mundo social é uma construção subjetiva e em constante mudança. A pesquisa econômica interpretativa permite a análise do comportamento de mercado juntamente com questões éticas, culturais, políticas e sociais (Adarlan, 2017; Berryman, 2019).

Lagoarde-Segot (2015) salienta que, na perspectiva acadêmica, há substancial predomínio do paradigma positivista funcionalista e da ontologia objetivista, na qual fica saliente a dicotomia que contrapõe valores e fatos de tal maneira que prevalece entre estudiosos das teorias dominantes a ideia de associação entre a análise estatística de dados e os “fatos”. Para o autor, a coesão existente no *mainstream* das pesquisas na área faz com que os pesquisadores ignorem seu próprio posicionamento epistemológico, estimulando a restrição dos debates acadêmicos

em finanças.

Apesar do aparente marasmo para a proposição da diversificação da pesquisa em finanças, como sugerido por Lagoarde-Segot (2015), trata-se de uma justificativa razoável para a resistência aparentemente generalizada à construção de ideias alternativas ao modelo positivista-funcionalista a partir das explicações observadas em MacKenzie (2001).

Como destacam Ardalan (2008), nas ciências sociais, especialmente para administração e para as finanças, as pesquisas possuem potencial de gerar mudanças nos próprios fenômenos investigados e, por essa condição, determinadas teorias financeiras operam como mecanismos de controle administrativo. Tal fato pode ser percebido como posto pelas finanças modernas que estrutura toda visão prática adotada atualmente no campo financeiro, incluindo as regras necessárias, propostas por MacKenzie (2001), para ser tratada como paradigma no campo econômico-financeiro.

Apesar de não cumprir os pressupostos de Popper (1959) para considerá-la paradigmática, na qual argumenta-se que a observação científica é sempre guiada por uma teoria a ser comprovada, as finanças modernas cumprem os critérios estabelecidos por MacKenzie (2001) para se tornar o modelo econômico-financeiro dominante: a mudança da fronteira disciplinar da economia, a demarcação legal e cultural entre comércio legítimo, e a distinção entre conhecimento privado e público. Neste caso, pode-se distinguir a circunstância na qual as finanças modernas já possuem os critérios normalizadores e, portanto, pode-se pressupor as regras do que se enquadra como adequado ou não na prática dos mercados, nas demarcações legais e na fronteira disciplinar da economia, limitando a ascendência das finanças comportamentais.

Ademais, Nicholas Barberis, um dos autores mais prolíficos nas aplicações empíricas reais das finanças comportamentais na atualidade, defende que o aprendizado financeiro necessita de que seja iniciado com o aprofundamento dos conhecimentos das finanças modernas, justamente por apresentar-se de maneira mais compreensível (Barberis, 2013). O referido autor, todavia, não se furta de empregar os conceitos das finanças comportamentais em aplicações práticas que estão entranhadas em parâmetros métricos e matemáticos, como fazem também diversos outros pesquisadores, sobretudo em publicações mais recentes.

Assim, recorre-se aqui à proposição do princípio do círculo de matrizes epistêmicas. Nessa

concepção, conforme apresenta Paula (2016, p. 33), uma análise alternativa da construção científica leva à compreensão de que a incomensurabilidade proposta por Kuhn (1997) e visível em Burrell e Morgan (1979) pode dar espaço a um modelo de construção do conhecimento que “se desenvolve pela mobilização de interesses cognitivos”, somando os esforços da ciência empírico-analítica, típica do positivismo, com o modelo de ciência hermenêutico, de cunho prático, e recuperando, ainda, o papel da filosofia no processo epistêmico para fins da reflexão do conhecimento gerado, garantindo o aspecto emancipatório.

Desse modo, um novo modelo enxerga a possibilidade da interação epistêmica e sua complementaridade para o campo das ciências sociais através do círculo de matrizes epistêmicas, conforme Figura 1, por Paula (2016):

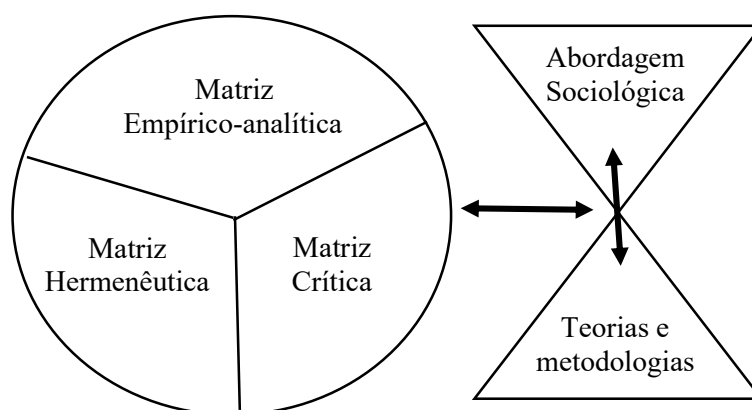


Figura 1 – Círculo de Matrizes Epistêmicas
Fonte: Paula (2016), adaptado.

O círculo de matrizes epistêmicas é uma representação gráfica de como diferentes atores em um dado contexto social ou organizacional percebem e interpretam um determinado conjunto de informações e conhecimentos. Essa ferramenta foi desenvolvida na teoria da escolha social e tem sido aplicada em diversas áreas das ciências sociais, incluindo finanças (Loewenstein, Moore e Weber, 2019).

Conforme explica Paes de Paula (2016), algumas abordagens desenvolvem-se de maneira prevalentemente puras, ao passo que outras abordagens transitam em mais de uma matriz epistêmica, apresentando-se, portanto, de forma híbrida. O incentivo pelas combinações deveria ser estimulado por possibilitar a integração de interesses cognitivos.

As ideias trazidas por Paula (2016) ajudam a desmistificar essa fixação pela incomensurabilidade paradigmática propostas e difundidas pelas ideias de Burrell e Morgan, salientando que muitas vezes há a necessidade de extrapolar as divisas epistêmicas virtualmente estabelecidas. Outrossim, Paula sugere, a partir da tese de incompletude cognitiva e da tese das reconstruções epistemológicas, o abandono da ideia até então concebida dos paradigmas para propor o círculo das matrizes epistêmicas, permitindo uma ponte que une as matrizes para torná-las abordagens híbridas mais complexas e mais completas.

Sendo uma discussão prevalescente em outros campos das ciências sociais, esta proposição pode também ser pensada mais especificamente para o campo econômico-financeiro, permitindo conjecturar a ideia de união entre as finanças modernas e as finanças comportamentais.

Considera-se, portanto, que a interlocução de um modelo epistemológico prevalentemente empírico-crítico com modelos tradicionalmente funcionalistas não há de ser um problema. Ao contrário, pode possibilitar um acréscimo do conhecimento científico na área em voga, a partir da interlocução das matrizes epistêmicas em que cada modelo financeiro se encontra. Uma leitura da perspectiva levantada por Paula (2016) para o campo das finanças permite sugerir, portanto, que novos estudos que interajam as finanças modernas com as finanças comportamentais fluam na interseção da matriz empírico-analítica, nela contida o funcionalismo, com a matriz hermenêutica, base do interpretativismo das finanças comportamentais.

Os modelos de arbitragem, típicos das finanças modernas e de caráter altamente funcionalista, vem crescendo também em associação às finanças comportamentais, quase sempre com embasamento inicial nos próprios modelos das finanças modernas, em um indício da correlação entre modelos epistêmicos distintos, sem haver, contudo, a discussão de que deve haver o sobressalto de um sobre outro. No próprio trabalho de Sato, Savoia e Famá (2013), no qual fazem uma síntese da evolução da função de gestão financeira, os autores, embasados por levantamentos dessa evolução, consideram a coexistência econômica e comportamental de viés positivo em função dos eventos econômicos de grande relevância ocorridos a partir da década de 1980.

Deve-se compreender, entretanto, que tal estruturação conjunta em novo modelo epistêmico é algo a ser construído, mas que pode ter seus primeiros passos pela interlocução existente nas

primeiras propostas de modelos de precificação de ativos que são baseados em finanças comportamentais e que carregam expressões típicas das finanças modernas.

1.5 Desenho da tese

A proposta da tese é que esta seja composta por cinco capítulos. Além da introdução, que apresenta a contextualização, a questão de pesquisa, objetivos, o posicionamento epistemológico trazido pelo trabalho e justificativa e contribuições esperadas, traz, no segundo capítulo, a base teórica com a evolução das finanças, explicando a ascensão das finanças comportamentais e os vieses a elas relacionadas, além dos modelos métricos de avaliação de ativos.

Os procedimentos metodológicos são detalhados e apresentados no capítulo 3, incluindo as hipóteses de pesquisa, as classificações da pesquisa, mecanismos de coleta e análise de dados e as limitações metodológicas. É nesse capítulo também que estão inclusas as explicações teóricas acerca dos métodos de simulação empregados para a pesquisa, que envolveram duas técnicas principais: Cadeias de Markov e Método de Simulação de Monte Carlo.

Os resultados da tese estão apresentados no capítulo 4. Esse capítulo se subdivide em cinco seções, cada uma com propósito de responder a um objetivo específico da pesquisa. Para isso, tanto a ordem dos objetivos como a ordem das seções são apresentadas de maneira evolutiva, na qual inicia-se com a proposição do arquétipo do índice, passa-se por sua validação teórica e finaliza-se com análises comparativas a outros índices relevantes.

Na conclusão da tese, apresentada no quinto capítulo, há uma revisão dos principais pontos discutidos no trabalho através de uma varredura sintética dos assuntos prioritários. Passa-se, então, à discussão dos resultados apresentados e, a partir dessa discussão, são apresentados os principais achados evidenciados pela aplicação prática do estudo. Busca-se, então, apresentar a contribuição original trazida pela pesquisa para a área de finanças, mais especificamente no campo das finanças comportamentais. As considerações finais são fechadas com a indicação dos limites da tese e pelo levantamento das possibilidades de continuidade da pesquisa e de possíveis novas contribuições para estudos complementares.

Para que se compreenda de maneira mais didática a construção da tese, bem como possibilite entender a maneira pensada para sua estruturação, incluindo os fluxos de informação entre os capítulos e suas seções, representa-se o desenho da tese a partir do esquema da Figura 2.

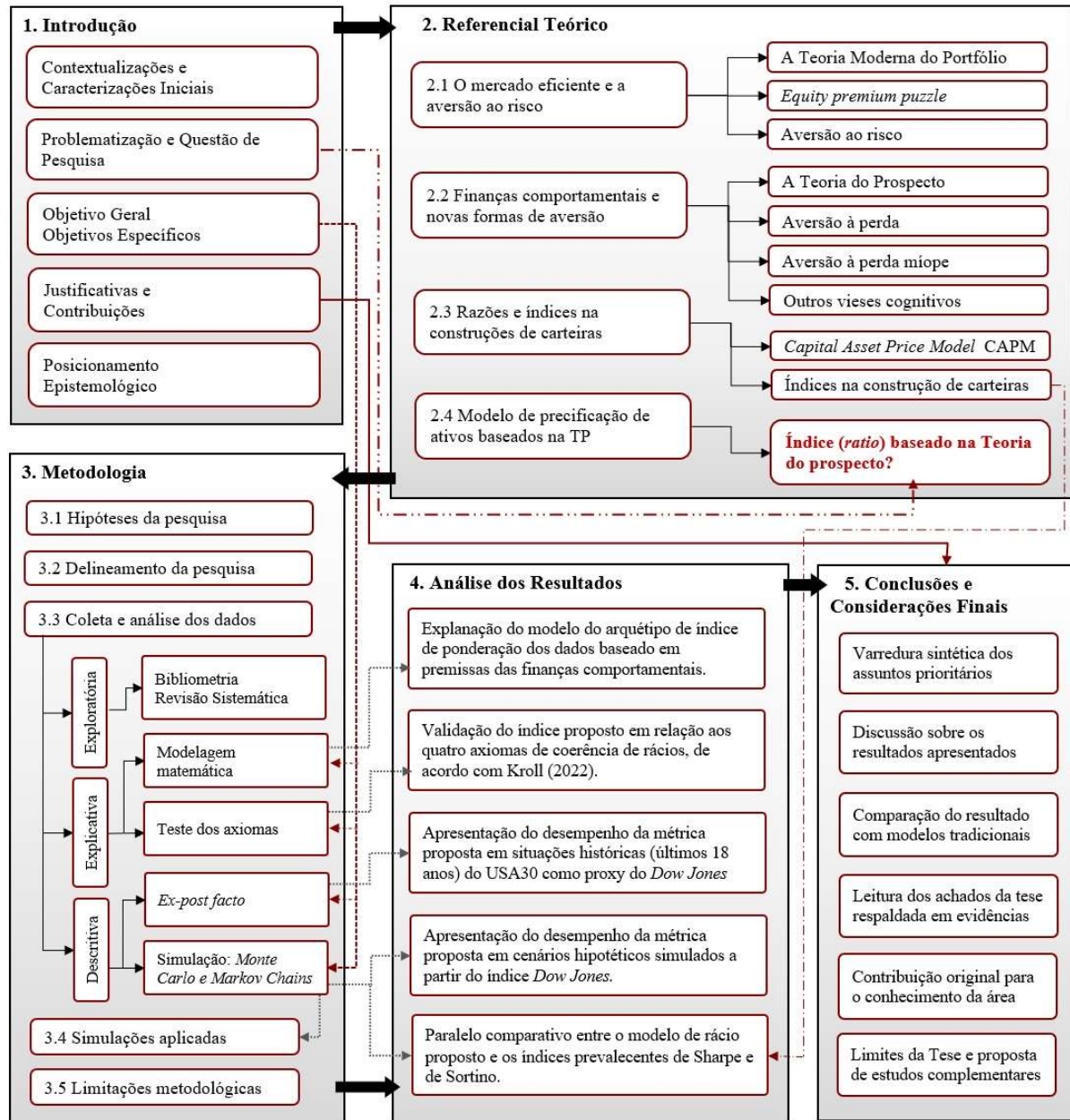


Figura 2 – Desenho da tese
Fonte: Autoria própria.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A estruturação desta revisão bibliográfica se subdivide em quatro partes principais, a saber: a primeira traz a evolução dos estudos em finanças com a conceituação e explicação do desenvolvimento das finanças modernas, suas críticas e suas aplicações, apresentando a ideia do mercado eficiente e as principais conceituações sobre o risco e a aversão ao risco; a segunda parte apresenta o advento das finanças comportamentais e suas limitações, bem como explicita as conceituações acerca da aversão à perda, da aversão à perda míope e de vieses cognitivos aos quais os investidores estão sujeitos. A terceira parte traz explanações e modelos de equações relacionados às razões e índices na construção de carteiras de investimentos que foram amplamente difundidas e empregadas ao longo dos anos. A quarta e última parte traz as aplicações recentes da teoria do prospecto no campo da economia financeira, com destaque para modelos de precificação de ativos propostos ao longo dos últimos anos.

Há que se compreender que, dada a amplitude sobre a temática pesquisada, a evolução das finanças, bem como dos modelos de arbitragem, pode ser explorada de muitas formas distintas, muitas vezes com maior aprofundamento em algum dos pontos em especial. Neste trabalho, pretende-se que essa revisão seja satisfatória para compreensão dos pontos-chave que levam à proposição teórica principal da tese.

2.1 O mercado eficiente e a aversão ao risco

A teoria financeira moderna foi construída ao longo de muitas décadas a partir da contribuição de muitos estudiosos em economia financeira que fizeram com que, ainda hoje, muitos economistas e financistas apliquem pelo menos parte dos princípios trazidos por eles. Sendo Adam Smith considerado o pai da economia moderna, seu princípio sobre o livre mercado teve importante influência para o marginalismo de Jevons e, conseqüentemente, para a concepção da utilidade marginal. As finanças modernas, contudo, tem no último século sua estruturação a partir das ideias macroeconômicas de Keynes, da teoria da alocação ótima de investimentos proposta por Markowitz e das avaliações de opções de Black, Merton e Scholes. Acima de tudo, o século XX marcaria as discussões sobre as suposições da racionalidade dos atores do mercado e a ideia do mercado eficiente. A soma desses esforços tornou a estruturação do modelo prevalecente até, pelo menos, a virada do milênio.

Ainda que novas teorias econômico-financeiras tenham vindo criar alternativas nesse campo de estudo social, sua compreensão ainda se faz pertinente para ter clareza de como chegamos até aqui.

2.1.1 A teoria moderna do portfólio e o *equity premium puzzle*

Em meados do século XX, Harry Markowitz, em seu mais proeminente estudo, descreveu a teoria que ganharia, em questão de pouco tempo, relevância no campo da economia e finanças, e que seria a base dos mecanismos de precificação da diversificação dos investimentos financeiros e lhe ajudaria a ser laureado com o prêmio Nobel de economia: a Teoria Moderna do Portfólio (*Modern Portfolio Theory* – MPT).

Em seu relevante trabalho, Markowitz (1952, p. 77) inicia sua explanação apontando que “o processo de escolha de um portfólio pode ser dividido em duas etapas: a primeira começa com a observação e experiência e finda com a crença do desempenho futuro, ao passo que a segunda inicia com as crenças sobre o desempenho futuro e finda com a escolha da carteira de títulos”. E se pautando especificamente na segunda etapa, sugere que a ideia de maximizar, no limite, o retorno sobre o investimento não é lógica, considerando que esta impede a diversificação da carteira de investimentos. De maneira similar, uma carteira com uma diversificação entre um conjunto de ativos de maior retorno apresenta-se, de forma presunçosa, como uma regra absoluta do melhor investimento valendo-se da lei dos grandes números como justificativa para o máximo retorno sem considerar, contanto, que a intercorrelação existente entre os ativos, muitas vezes, impede que se obtenha o retorno máximo com a mínima variação, de modo que, sendo mais realista, na maneira mais adequada da diversificação, o investidor precisaria lidar com escolhas que envolvam maior ou menor retorno em relação à variação do ativo (Markowitz, 1952).

Apesar do grande enfoque a partir dos anos 1950, a ideia da diversificação dos investimentos como ação favorável aos investidores iniciou-se ainda nos primórdios do século XX, tendo sido realizados estudos focados basicamente na análise de um conjunto de ações como se todas apresentassem igual nível de risco, como, por exemplo, uma publicação britânica de 1909 no *Financial Review of Reviews*, na qual a argumentação ali contida favorecia a ideia de

diversificar as aplicações uma vez que sua análise avaliava justamente a correlação dos ativos e seu potencial em uma carteira hipotética (Damodaran, 2009).

Todavia, a importância dada às ideias de Markowitz reside no conceito proposto de que a relação mútua entre os ativos de uma carteira mitiga a variância total dessa carteira por haver equilíbrio entre a variação negativa de um ativo e positiva de outro, o que reforça a importância da diversificação. Apesar das premissas amplamente questionadas, como retorno normalmente distribuído, a desconsideração de custos de transação ou mesmo assumir que média e variância são fatores suficientes para delinear a função da distribuição de retornos da carteira, esse modelo mantém-se ainda hoje em voga e em discussão tanto no campo prático como no campo acadêmico (Naccarato, Pierini e Ferraro, 2021; Franco, Nicolle e Pham, 2019).

Mais de três décadas adiante, outro estudioso que posteriormente seria laureado, Edward C. Prescott, conjuntamente a Rajnish Mehra, trouxe à tona a discussão acerca da discrepância que os retornos de investimentos em ações possuíam em relação aos títulos públicos americanos ao longo de 90 anos avaliados, em um problema que ficou conhecido como *equity premium puzzle* (EPP).

Mehra e Prescott (1985, p. 145) procuraram demonstrar se a diferença entre os rendimentos médios em ações em relação aos títulos do tesouro americano poderia ser contabilizada por modelos que abstraem o risco, como suposto na teoria do equilíbrio geral de Arrow-Debreu, tendo concluído que “o mais provável é que algum modelo de equilíbrio com fricção seja aquele que contabilize com sucesso o grande prêmio médio do patrimônio líquido”.

O enigma se dá pelo fato de que a grande diferença média do prêmio de risco, diferença excedente entre o investimento em ações e outro investimento considerado livre de riscos (que figura entorno de 5% a 8%), revelar uma excessiva aversão ao risco por parte dos investidores no mercado estudado.

A procura por solução ao *equity premium puzzle* fez com que Weil (1989) esbarrasse em outro enigma: quebra-cabeça da taxa livre de risco (*risk-free rate puzzle* – RFRP), que trouxe luz à discussão de que o prêmio de risco independe da elasticidade intertemporal. Outras soluções foram propostas, e revisitadas pelo próprio Mehra (2007) em uma revisão da literatura publicada em 2008, mas as discussões em torno do enigma e de suas possíveis soluções não são consensuais e continuam abertas, incluindo a continuidade de análises e estudos recentes na

discussão de mecanismos de resolução completa ou parcial do problema (como propostos por: Ardalan, 2022; Hong, 2022; Wang e Mu, 2019). Uma das principais discussões a respeito será abordada mais adiante.

A importância de trazer aqui as ideias supracitadas é a de reforçar que a avaliação dos ativos de investimento e, conseqüentemente, as decisões tomadas nas escolhas da composição de uma carteira, envolvem outros fatores além de simplesmente retorno. O princípio da diversificação em si implica a necessidade de mitigação de riscos assumidos pelos agentes em suas decisões financeiras. A adoção de ativos relativamente livre de riscos também é uma manifestação do comportamento de proteção que o agente adota em relação às suas finanças, sobretudo em momentos de incertezas, do indivíduo ou do ambiente financeiro.

Além disso, foi justamente a Teoria Moderna do Portfólio a base para a construção de modelos de avaliação entre o risco e o retorno esperado de ativos e na criação de razões e índices utilizados na avaliação de portfólios de investimentos, como será adequadamente abordado na seção 2.3. Antes é necessário compreender a origem da percepção e compreensão do risco e da aversão ao risco.

2.1.2 Aversão ao risco

O risco é, historicamente, inerente à condição humana de sobrevivência e evolução, e enfrentar os mais variados tipos de riscos ao longo do tempo foi fator primordial para o desenvolvimento de técnicas e tecnologias que nos trouxeram até o presente. Todavia, a definição geral do risco nem sempre se demonstra de forma clara, sobretudo por justamente ser descrito para explicar situações que ocorrem a muitas áreas da vida. Tal ideia nos exige distinguir as várias maneiras como este se apresenta, diferenciando, por exemplo, o risco físico, que se relaciona às situações que envolvem a integridade do indivíduo de uma forma geral, do risco econômico, que afeta especificamente as decisões financeiras de um sujeito ou organização (Damodaran, 2009).

Um dos pontos fundamentais para auxiliar nesta compreensão, como sugere Knight (1921), é a ideia de que o risco precisa ser caracterizado de forma diferente da incerteza, muito embora seja comum que ambos sejam tratados como sinônimos. A capacidade de mensuração quantitativa deve ser considerada nessa relação entre o que é risco e o que é incerteza.

Outro ponto essencial é identificar que um “mesmo” risco pode ser percebido de forma distinta entre dois indivíduos. Essa premissa pode soar óbvia, mas nem sempre foi assim. Matemáticos ilustres como Pascal e Fermat propunham que expectância matemática de uma loteria fazia com que seu resultado fosse sempre o mesmo, independentemente da atitude de risco, até que Bernoulli, com exemplos como o “Paradoxo de São Petersburgo” e a saga de Seprônio, conseguiu demonstrar que há situações em que diferenças psicológicas nos indivíduos influenciam as decisões de assumir ou não determinado risco ou algum nível deste (Eeckhoudt et al., 2005). A proposta de Bernoulli foi, de fato, importante por tirar o foco das opções estabelecidas pela teoria das probabilidades e dar vista às motivações por trás dos indivíduos, se prestando a vários campos relacionados às tomadas de decisões, sobretudo na economia (Bernstein, 2011).

O princípio da expectância matemática passou a ser usado por diversos matemáticos desde sua formulação, tornando-se uma técnica usual de análise de decisões nas décadas seguintes a sua postulação. Apesar de não considerar o comportamento dos indivíduos perante o risco, sua análise tinha enfoque no valor esperado e não na variância de possíveis retornos, o que possibilitava sua aplicação a diversos tipos de problemas, mas não todos. O princípio da expectância matemática foi uma base para que se chegasse à teoria da utilidade esperada.

Foi justamente da insatisfação quanto às limitações de tal princípio que Bernoulli levantou inconsistências que o levaria a publicar, em 1738, um ensaio escrito em 1731 sob o título “Exposição de uma nova teoria sobre a medição do risco”, que trazia como temática central que “o valor de um item não deve se basear em seu preço, mas na utilidade que ele produz” e que continha o atualmente célebre Paradoxo de São Petersburgo (Bernstein, 2011, p. 103).

Considerado o mais antigo e proeminente paradoxo, tal proposta de Bernoulli é considerada a semente da teoria moderna de decisão, impactando de forma direta nas decisões em economia por apontar circunstâncias de decisões que, baseadas em ganhos esperados ou em utilidades crescentes, são supostamente racionais, mas que em situações reais divergem das decisões normalmente tomadas por agentes racionais (Yukalov, 2021).

O Paradoxo de São Petesburgo trata de um jogo de azar que remunera o apostador em 2^{n-1} valores monetários caso, ao se lançar uma moeda, a cara apareça no n ésimo lançamento. Como desenha em sua explicação, Bernoulli assegura que o indivíduo que siga a expectância matemática estaria disposto a apostar todo o recurso financeiro que dispusesse, por mais rico

que fosse, o que contradiz o comportamento real de uma pessoa (Bernstein, 2011). A ocorrência do paradoxo se dá pelo fato de que a utilidade máxima esperada é satisfeita com um valor ou preço infinito (Yukalov, 2021).

Embora a expectativa matemática atendesse a contextos de jogos de azar, na realidade o tomador de decisão racional, geralmente, optará por otimizar a utilidade esperada. Neste ponto surge a hipótese da utilidade esperada (Bernstein, 2011). A função de utilidade esperada explana que o valor atribuído por um indivíduo à própria riqueza não se refere ao seu valor monetário, mas sim à sua utilidade, ou seja, o objetivo principal é maximizar a utilidade esperada e não sua riqueza.

A importância dada à teoria da utilidade esperada é assim descrita por Bernstein (2011):

A noção de utilidade de Bernoulli – e sua ideia de que a satisfação derivada de um aumento de riqueza especificado seria inversamente proporcional à quantidade de bens anteriormente possuída – foi bastante sólida para exercer uma influência duradoura sobre a obra dos grandes pensadores que se seguiram. A utilidade forneceu a base da Lei da Oferta e da Procura, uma inovação impressionante dos economistas vitorianos que possibilitou a compreensão de como os mercados se comportam e como compradores e vendedores chegam a um acordo sobre o preço (Bernstein, 2011, p. 114).

Considerando essas premissas, podemos distinguir o risco quanto à sua aplicação no campo econômico-financeiro desde a abordagem tradicional. Dentro das finanças, o conceito de risco pode ser traduzido como a “variabilidade dos retornos observados de um investimento em comparação com o retorno esperado do investimento, mesmo quando esses retornos representam resultados positivos”, ou seja, a relação com o risco envolve não apenas o perigo de um resultado negativo, mas também a recompensa possível pela eventual exposição (Damodaran, 2009, p. 24).

Além dessa contextualização do risco sob o ponto de vista financeiro, é necessário acrescentar que a função de utilidade esperada surge como mecanismo de aceitação ao menor risco econômico dentro da abordagem tradicional em finanças (e posteriormente incorporado nas finanças modernas).

A partir desta conceituação fica mais compreensível a ideia geral sobre a aversão ao risco, visto que alguns indivíduos estão mais predispostos do que outros a assumir um maior risco em busca de maior retorno, ao passo que outros indivíduos têm preferência por investimentos mais seguros ainda que estes retornem menor valor financeiro, demonstrando sua aversão.

Adicionalmente, o aumento da riqueza leva à redução da utilidade adicional, uma vez que um mesmo valor já não possui a mesma importância em relação a um maior montante monetário. Tal argumentação feita por Bernoulli ficou conhecida como função de utilidade marginal. Como explica Friedman (1990), a utilidade marginal trata da diferença entre a utilidade de um determinado item possuído em relação a nenhum, entre 2 e 1, entre 3 e 2 e assim sucessivamente, sendo graficamente representado como a inclinação da curva de utilidade total, como pode-se observar na Figura 3.

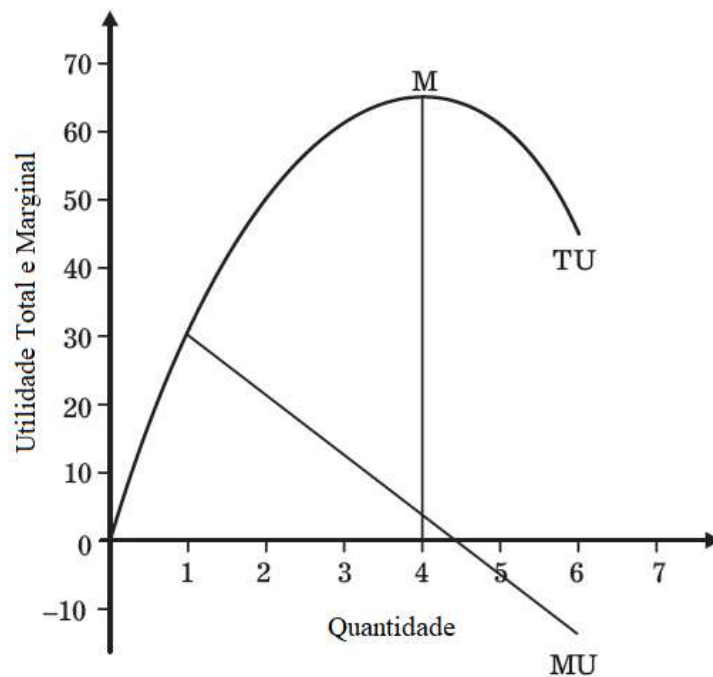


Figura 3 – Função de utilidade total e marginal

Fonte: Friedman (1990), adaptado.

Como a utilidade marginal corresponde à inclinação da utilidade total, ela possui maior valor no instante em que há crescimento súbito da utilidade total decrescendo gradativamente até valores negativos quando se tem a queda da utilidade total após esta ter alcançado seu ápice (Friedman, 1990). A notação que descreve a Teoria da Utilidade Esperada é dada conforme Equação 1:

$$EU(G) = \sum p_i u_i(x_i) \quad (1)$$

Em que, segundo Lejarraga e Hertwig (2022),

- p_i é a probabilidade de cada resultado possível x_i ,

- $u(x_i)$ é uma função positiva, mas que desacelera gradativamente, do valor monetário x_i

A Figura 4 apresenta, como exemplo, um padrão da função de utilidade considerando a possibilidade de perda ou ganho de \$100,00:

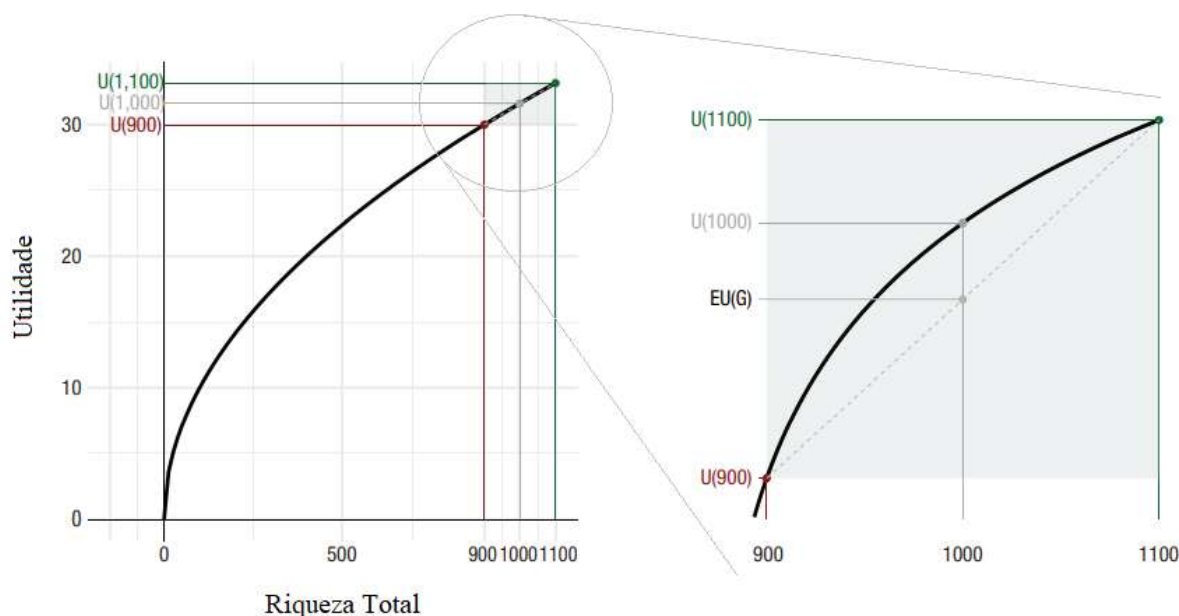


Figura 3 – Representação gráfica da teoria da Utilidade Esperada

Fonte: Lejarraga e Hertwig (2022), adaptado.

Uma característica gráfica observável é que os valores monetários são transformados em utilidades. A característica de curva côncava representa, em termos financeiros, o aumento da aversão ao risco à medida que aumenta o nível de riqueza, isso devido ao fato de $EU(G) < U(EV(G))$, ou seja, a utilidade esperada para uma aposta G é menor que a utilidade do valor esperado da aposta (Lejarraga e Hertwig, 2022). Como demonstrado por Li e Hsee (2021), tal condição faz com que indivíduos que consideram seu nível de riqueza momentânea e a necessidade ou não de recompensa frente a essa riqueza pode tornar os indivíduos financeiramente mais ricos em menos ricos.

Por outro lado, sob a condição de maior riqueza e no contexto de utilidade esperada, há um menor dano de se arcar com o risco eventual, independentemente da forma de mensuração, como nos casos da aversão ao risco *downside* ou da diminuição da aversão absoluta ao risco – DARA (Hammitt, 2022).

A “diminuição da utilidade marginal da teoria da aversão ao risco da riqueza é psicologicamente intuitiva e certamente ajuda a explicar parte de nossa aversão ao risco em larga escala”, assim, a teoria da utilidade esperada se faz compreender completamente adequada à aversão ao risco, tornando-se útil a muitos propósitos e apresentando-se, por vezes, mais atraente que outros modelos alternativos (Rabin, 2000, p. 1282).

Há que se abrir um espaço aqui para explicar que a Hipótese da Eficiência de Mercado – HME, além de estar alinhada à função da utilidade esperada, tornou-se por muitas décadas o modelo predominante da economia ocidental. Fama (1970, p. 383), autor da hipótese, estabelece que os preços dos ativos de mercado “refletem completamente toda informação disponível”. Nesta hipótese, o mercado por si só se organiza para manter um equilíbrio, de modo que eventuais diferenças entre o valor esperado e o valor observado são descritos como anomalias temporárias desse mercado e serão, em breve, corrigidas graças à racionalidade dos agentes que nele operam. A eficiência de mercado e a utilidade esperada, entre outras teses, compõem a teoria financeira moderna.

Contribuições relevantes para a ideia de um mercado autorregulador foram possíveis, em grande parte, pela evolução dos modelos de arbitragem que tiveram, entre muitos outros estudiosos, grande destaque nos estudos de Miller e Modigliani. Na concepção desses estudiosos, os modelos de arbitragem podem ser compreendidos por métodos comparativos entre ativos que avaliam o nível de alavancagem e o potencial de crescimento entre eles. Quando os investidores aplicam o arbitramento, tendem a mitigar a discrepância de valoração dos ativos no mercado, uma vez que aqueles ativos que apresentam supervalorização reduzem seu valor, ao passo que os subvalorizados, por sua vez, sobem, em um movimento que, garantida a oportunidade de arbitramento, possibilita a precificação ideal dos ativos com as eventuais incorreções sendo eliminadas pela força de mercado (Stulzn, 2022).

A HME pode ser considerada uma das hipóteses econômicas mais relevantes do século XX, abrangendo teorias financeiras de significativa importância que vão desde a já citada Teoria Moderna do Portfólio, de Markowitz, até as proposições de Modelos de precificação de ativos, de Sharpe e Traynor (que serão discutidas mais adiante).

Não desconhecendo sua importância, deve-se perceber que a HME passou a apresentar diversos “fenômenos anormais e evidências conflitantes”, o que ficou conhecido pelo termo anomalias, entre as quais está o *equity premium puzzle*, que discute, como já visto, justamente aspectos

relacionados à aversão ao risco (Woo, et al. 2020, p. 2). De modo geral, o excesso de anomalias existentes no mercado fez com que a teoria financeira moderna desse sinal de desgaste no último quarto do século XX.

Assim, um dos pontos críticos à ideia da lógica do mercado eficiente foi, justamente, a compreensão dada à aversão ao risco, uma vez que, embora a função de utilidade esperada seja amplamente invocada para ajudar a explicar parte dessa aversão ao risco em situações de larga escala, o mesmo não é verdadeiro para situações de risco modestos (Rabin, 2000).

Rabin e Thaller (2001, p. 219) trazem uma ampla discussão sobre a aversão ao risco como um desvio mal explicado dentro dos modelos econômico-financeiros padrões. Eles iniciam sua argumentação descrevendo que, diferentemente de diversas anomalias identificadas nos mercados financeiros, a aversão ao risco muitas vezes é facilmente explicada pelos teóricos economistas tradicionais que, em geral, salientam sua ocorrência devido à “maximização da utilidade esperada de uma função côncava de utilidade da riqueza”. Porém, os autores reforçam que tal explicação para a aversão ao risco “não é plausível na maioria das vezes em que os economistas a invocam”. No desenrolar do artigo são apresentadas situações em que o nível de riqueza baixo traria consequências não apenas implausíveis, mas completamente absurdas para a aversão ao risco, o que foi por eles chamado de “descalibração fundamental”.

Rabin e Thaller (2001) explicitam que, considerando que a função de utilidade não incorpora nada além de que é uma função côncava e crescente, um maximizador de utilidades que sempre recusa uma determinada aposta de valor pequeno, também o fará para apostas probabilisticamente similares de grande valor, o que torna a teoria da utilidade esperada implausível. A crítica dos autores inicia-se justamente com a visão limitada da economia em relação à outras ciências sociais, uma vez que esta ciência se põe a crer na existência de um mercado perfeito, com condições perfeitas, em que todos os agentes são racionais e detém as informações necessárias.

Acontece que a mente humana não funciona estritamente na racionalidade de um supercomputador cuja tomada de decisões seja feita por algoritmos rigorosamente calculistas e racionais e, muito embora o custo marginal componha a base objetiva do processo dessas decisões, aspectos subjetivos desse indivíduo, como a seleção e o processamento das informações, influenciam de forma mais significativa o modo como este toma decisão (Yang et al., 2022).

A necessidade de compreender, por vias empíricas, a realidade das decisões dos agentes do mercado e, aproveitando o desgaste do modelo econômico tradicional com as anomalias, a economia comportamental ganhou força, sobretudo a partir da evolução das pesquisas iniciadas com outra teoria importante às finanças: a teoria do prospecto.

Ao longo desta seção foi trazida uma breve evolução dos aspectos relacionados à tomada de decisões frente à situações de risco, apresentando discussões importantes na construção dos estudos em finanças, como a teoria moderna do portfólio, a ideia central da utilidade marginal, da proposta de um mercado eficiente, e, posteriormente, apontando as principais incongruências para que a finanças modernas dessem sinal de desgaste, abrindo espaço para as finanças comportamentais, que serão discutida na próxima seção.

2.2 Finanças comportamentais e novas formas de aversão

A evolução dos estudos em finanças em avaliar a capacidade de tomada de decisões extrapolou o campo econômico-contábil para agregar questões cognitivas nas decisões de investimento, aproximando as pesquisas da psicologia com as de finanças, destacando-se, entre muitos trabalhos proeminentes, o proposto por Allais (1953), que traz o questionamento da racionalidade nas decisões e demonstra a violação dos axiomas da teoria da utilidade, e o trabalho de Von Neumann e Morgenstern (1944), sobre teoria dos jogos e economia comportamental.

Das primeiras análises de violação da teoria da utilidade até o surgimento do primeiro modelo descritivo de tomada de decisões em finanças considerando os aspectos cognitivos, com a teoria do prospecto, passaram-se cerca de duas décadas.

Embora haja controvérsias sobre o efetivo surgimento das finanças comportamentais, é unânime a importância da teoria do prospecto para a difusão e crescimento dos estudos na área, angariando novos estudiosos e identificando, ao longo dos anos, novos fatores comportamentais e vieses que interferem diretamente nas decisões financeiras tomadas, estendendo-se a apresentação de soluções de problemas típicos das finanças modernas.

Como já discutido anteriormente, apesar de a teoria moderna determinar a existência de um mercado em que os agentes são racionais, a grande maioria dos decisores pode não tomar

decisões financeiras ignorando fatores internos e externos que afrontem a pura probabilidade, necessitando da recorrência frequente a heurísticas que simplifiquem os cálculos mentais e, por conseguinte, as decisões. Como destaca Duxbury (2015), a evolução das finanças comportamentais apresentou ao longo dos anos dezenas de desvios cognitivos que afetam a forma como os agentes do mercado financeiro atuam.

A princípio, tomar decisões em finanças pode ser considerado uma ação intrincada por exigir a compreensão extensa de muitas informações e variáveis existentes que interagem entre si e que, por vezes, são demasiadamente complexas. Assim sendo, atalhos mentais são necessários quando o recolhimento e a análise objetiva de todas as informações não é apenas inviável, mas humanamente impossível. Surge, então, os princípios heurísticos.

Antes da proposição da teoria do prospecto, em 1979, Tversky e Kahneman (1974) destacaram em seu primeiro estudo de grande proeminência, que, embora necessárias, as heurísticas podem conduzir a erros sistemáticos nas decisões. Eles sugeriram que os indivíduos estão sujeitos a três heurísticas: representatividade, disponibilidade e ancoragem.

A heurística da representatividade possui por base estereótipos e é normalmente empregada quando se deseja antecipar, de modo intuitivo, determinado evento. Esta heurística traz consigo a possibilidade de algumas avaliações enviesadas dentre as quais estão: insensibilidade à probabilidade de resultados anteriores, que ocorre quando, mesmo havendo dados disponíveis, os resultados probabilísticos são negligenciados; insensibilidade ao tamanho da amostra, referindo-se à falta de consideração em relação ao tamanho das amostras para avaliar a confiança das informações; concepção errônea de acaso, também conhecida como falácia do apostador, que é quando o indivíduo enxerga padrões onde não há e assume decisões erradas baseadas nesses padrões inexistentes; insensibilidade à previsibilidade, quando a previsão são baseadas na representatividade de informações dispostas atualmente; excesso de confiança, tendência de superestimar nossas próprias habilidades e capacidades para obtenção de sucesso nas escolhas e decisões; e, por fim, regressão à média, que trata da ignorância sobre o fato de que, após ocorrência de eventos extremos, novos resultados tendem a regredir à média (Almeida, 2013; Ricciard; Simon, 2023; Padmavathy, 2024).

A heurística da disponibilidade diz respeito à avaliação probabilística a partir das lembranças de ocorrências análogas, sendo benéfica para avaliar frequência e probabilidades quando há acontecimentos de grande escala que são, normalmente, mais fáceis de recordar. Todavia,

sujeita o tomador de decisões a desvios cognitivos, como: enviesamento de recuperabilidade, quando julga-se o tamanho de uma dada classe em função da disponibilidade de casos recuperados mentalmente; enviesamento de imaginação, em qual a frequência é avaliada não pela condição real ou por que estejam retidos na memória, mas cujo exemplos seguem determinada regra; e a correlação ilusória, superestimação da frequência de fatores que pressupõe associação entre eventos simultâneos (Kahneman, 2012; Almeida, 2013).

A heurística da ancoragem ocorre pela adoção de estimativas guiadas por um valor inicial ou ponto referencial, sendo, como já visto, um dos pontos fundamentais da teoria do prospecto. Nesta heurística podem surgir vieses como ajuste insuficiente, que ocorre quando as estimativas são dadas partindo de valores arbitrários distantes dos reais; viés em eventos conjuntivos ou disjuntivos, sendo o cálculo de uma probabilidade mais baixa para um conjunto de eventos que para cada evento separado; e ancoragem subjetiva, na qual a estimativa de um determinado evento ou valor deve ser dada em relação ao qual ele próprio acredita se situar (Kahneman, 2012; Almeida, 2013, Almasour et al., 2023).

Somam-se, aos desvios cognitivos supramencionados, outros vieses comumente observados dentro do contexto das finanças comportamentais: enquadramento, efeito em que diferentes formas de apresentação e estrutura da informação, ainda que sem distorcer ou suprimir parte dela, ocasiona diferentes formas de tomar decisão; dissociação cognitiva, que trata da tensão ou ansiedade interna gerada quando o sujeito está exposto a crenças conflitantes; efeito manada, quando o comportamento decisório do indivíduo é influenciado pelas escolhas prevaletentes de um grupo social, ou seja, a psicologia coletiva dos mercados, influenciada pela conformidade social e pelo medo de ficar de fora, conduzem a resultados negativos; efeito disposição, viés na qual um investidor tende a segurar investimentos perdedores por longo tempo enquanto se desfazem de investimentos que apresentaram bons retornos. A sujeição aos vieses pode, entre outros aspectos, interferir diretamente na percepção de risco por parte do tomador de decisão (Almasour et al., 2023; Ricciard; Simon, 2023; Padmavathy, 2024; Ferdian 2024).

Além de todos os desvios descritos aqui, dois significativos vieses observados no contexto da tomada de decisões em finanças são a aversão à perda e a contabilidade mental. Ambos serão mais explorados na sequência.

2.2.1 A teoria do prospecto e a aversão à perda

A teoria do prospecto foi introduzida no campo econômico no ano de 1979, por meio do artigo intitulado “*Prospect theory: an analysis of decision under risk*” (Teoria do prospecto: uma análise da decisão sob risco), dos estudiosos Daniel Kahneman e Amos Tversky. Também conhecida como teoria da perspectiva, essa linha buscou compreender os efeitos do comportamento dos indivíduos nas decisões tomadas em situações que envolviam algum nível de risco, inaugurando as finanças comportamentais.

Conforme descrevem Werner e Zank (2019), a teoria do prospecto pode ser considerada uma das mais proeminentes e importantes teorias na discussão de decisões sob risco e sob efeito da ambiguidade.

As finanças comportamentais e a teoria do prospecto correlacionam os conhecimentos econômicos e psicológicos que influenciam as decisões e que, por meio de vastos estudos experimentais desde sua proposição inicial, possibilitaram a prática de análises por meios empíricos de diversos vieses comportamentais, bem como contribuiu para a definição de modelos comportamentais, que permitem compreender melhor o funcionamento dos mercados financeiros e também o comportamento dos indivíduos nesse campo (Duxbury, 2015).

Em seu trabalho, Kahneman e Tversky (1979) buscaram apresentar um contraponto à teoria da utilidade esperada, uma vez que essa era a corrente dominante à época, trazendo várias classes de problemas de escolha em que as preferências violam os axiomas dessa teoria.

O número de anomalias estudadas e de vieses comportamentais analisados desde o início da teoria do prospecto é relativamente extenso e, embora Tversky e Kahneman (1974), tenham descrito um conjunto de vieses relacionados à representatividade, à disponibilidade e a ancoragem que ajudaram a explicar o efeito do comportamento nas decisões dos indivíduos, os princípios fundamentais explicados como base da teoria do prospecto são: a) o ponto de referência neutro (*status quo*); b) o princípio de sensibilidade decrescente; c) princípio da aversão à perda, todos adequadamente explorados no artigo clássico de 1979, posteriormente revisitado e replicados em diferentes culturas e línguas por Ruggeri et al. (2020). Tais princípios são difundidos de forma gráfica, como apresentado na Figura 5.

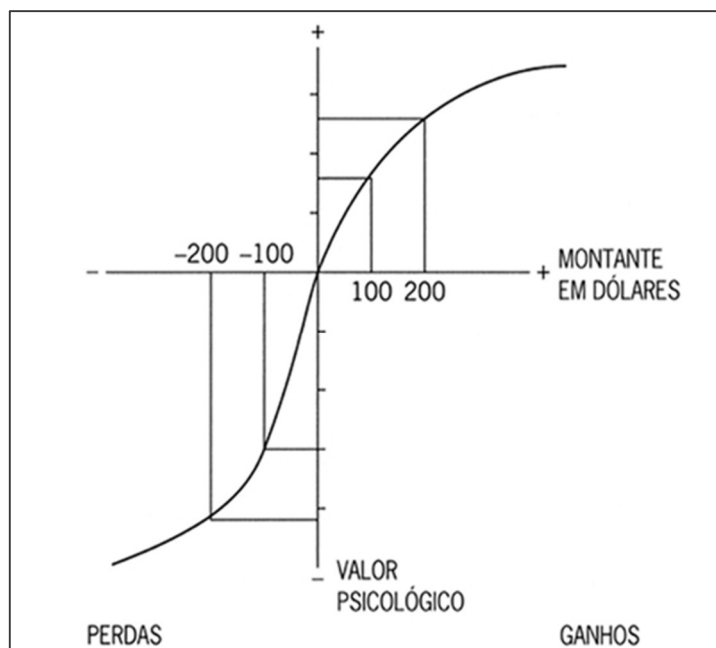


Figura 4 – Representação gráfica da teoria da perspectiva
Fonte: Kahneman (2012)

Em tal representação é possível distinguir o ponto neutro tomado como referência como sendo o ponto central pelo qual qualquer resultado posterior será tomado como perda ou ganho, sendo uma característica distintiva em relação a outros modelos. Seu formato em S denota a característica da sensibilidade decrescente, seja para situações de perdas ou de ganhos, ou seja, isso significa que a maioria das pessoas tende a subestimar grandes probabilidades ao passo que superestimam probabilidades muito pequenas. Além disso, a assimetria observável entre o primeiro e o terceiro quadrante expõe a existência da chamada a aversão à perda (Yang et al., 2022; Werner e Zank, 2019; Polach e Kukacka, 2019).

Em termos gerais, a aversão à perda diz respeito às situações em que um determinado valor de perda, seja essa real ou iminente, é vista como algo emocionalmente pior quando comparada a um ganho de similar valor, partindo sempre de um ponto de referência (Fu, 2022). Em resumo, o efeito psicológico de perder é maior que o de ganhar e, por esse motivo, o indivíduo se receia em situações que possam proporcioná-lo o sentimento da ocorrência ou de efetivação da perda.

No próprio gráfico da Figura 4 a diferença da curvatura e de sua inclinação expressada antes e depois do ponto de referência estabelece uma variação distinta do valor psicológico atribuído em diferentes circunstâncias, dando maior peso às perdas que aos ganhos.

A notação básica que descreve a Teoria do Prospecto é dada conforme Equação 2 e complementada pela Equação 3:

$$V(G) = \sum \pi(p_i)v(x_i) \quad (2)$$

Onde π é uma função empregada para ponderar as probabilidades de resultado de p_i e v é uma função do resultado x_i na qual:

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{se } x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Na qual $\alpha \in [0,1]$ e $\beta \in [0,1]$ alteram o nível da curvatura de $v(x)$ para ganhos, no caso α e perdas, no caso de β , e cujo valor de $\lambda \in [0, \infty]$ especifica o grau de aversão à perda, sendo maiores valores resultado de maior aversão à perda. A probabilidade de ponderação afeta, naturalmente, a predisposição do indivíduo a assumir riscos, todavia é a propriedade da função de valor $v(x_i)$ o critério crítico para a análise entre perdas e ganhos (Lejarraga e Hertwig, 2022).

As Equações (2) e (3), oriundas do trabalho clássico de Kahneman e Tversky (1979), foram estabelecidas considerando no máximo dois resultados diferentes de zero, sendo esse, inclusive um dos pontos de crítica ao modelo, como pode ser visto em Rossiter (2019). Wakker (2022), complementa as equações para que o modelo se estenda para múltiplos resultados. Seja no modelo original, para resultados simples, ou para múltiplos resultados, o maior peso percebido em circunstâncias de perda é adequadamente refletido nas equações propostas.

Kahneman (2012) enfatiza que, em média, a “razão de aversão à perda”, que é o menor ganho necessário para aceitar uma determinada chance de perda, gira entre 1,5 e 2,5, enquanto Polach e Kukacka (2019) apresentam um pequeno levantamento de estudos que mostra que esses valores podem figurar entre 1,38 e 3,2, conforme apresentado na Figura 6.

A diferença na percepção de risco e reação à perda identificada na figura é também atestada nos estudos de Blake, Cannon e Wright (2021) que demonstram em seus estudos que apesar de haver uma razão de aversão à perda generalizada média de 2,4, esse valor pode se alterar por fatores econômicos, sociais e demográficos, atestando uma heterogeneidade em relação à população por eles estudada, variando de forma relativamente significativa, entre outros aspectos em razão da faixa etária, do nível de escolaridade, da classe social e da condição de trabalho. A faixa da razão de aversão à perda observada pelos autores variou entre 1,31 e 4,55.

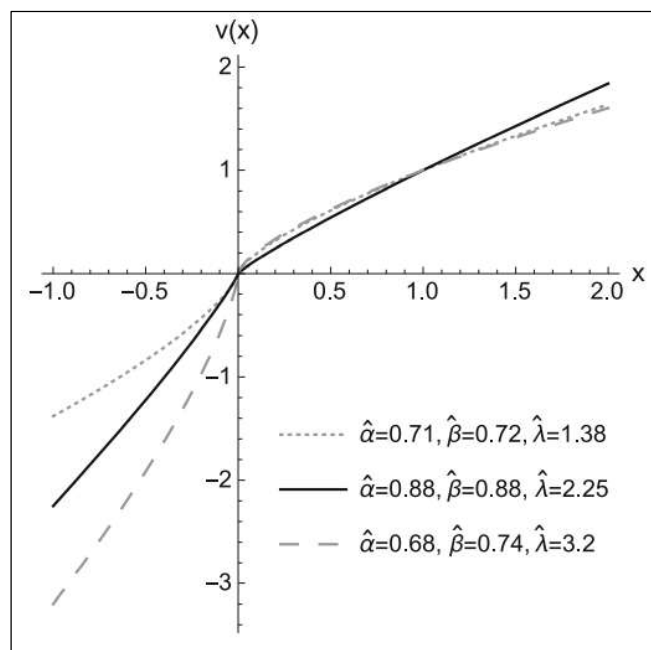


Figura 6 – Variação do grau de aversão à perda.
Fonte: Polach e Kukacka (2019)

Apesar de a razão de aversão à perda apresentar valores médios próximos a 2,0 e alcançarem picos de 3,0 ou 4,0, a depender do estudo, Merckel (2020) acredita ser essa razão uma ilusão ocasionada por um erro de previsão afetivo, uma vez que essa aversão se mostra mais significativa em resultados antecipados do que em circunstâncias vivenciadas de verdade, ou seja, antecipar uma potencial perda possui maior efeito de aversão e desgosto que vivenciá-la.

Cabe destacar que muitas vezes a aversão à perda é tratada pelo termo “aversão ao desapontamento”, difundido pelo trabalho de Gul (1991), cuja conclusão enfatiza que a aversão ao risco implica, necessariamente, aversão ao desapontamento. O próprio termo “desapontamento” sugere a percepção do indivíduo frente a uma expectativa de resultado diferente do desejado. Essa resposta, portanto, pode se diferenciar de acordo com situações e vivências prévias. Como destacam Barberis e Huang (2001), uma perda após outra perda anterior tende a ser mais sentida do que uma perda que ocorre após um ganho e, sendo assim, há diferenças da compreensão da aversão à perda conforme o contexto de investimento.

Quando perdas ou ganhos são considerados em relação à riqueza total do indivíduo, então diz-se que se trata de uma aversão à perda ampla. Por outro lado, quando estão relacionados a alterações no “valor de componentes isolados da riqueza, como a carteira de ações do investidor ou ações individuais que ele possui, dizemos que são definidos de forma restrita” (Barberis e Huang, 2001, p. 1248).

Um dos problemas da aversão à perda é que, quando o indivíduo vivencia uma situação de perda (ainda que não seja real, mas apenas potencial), ele se torna suscetível a comportamentos pouco razoáveis com potencial para gerar maiores prejuízos. Tal comportamento pode ocasionar decisões irracionais que culminam em arrependimento, que, como explicam Lin et al. (2021), é a emoção experimentada ao intuir que decisões distintas poderiam trazer um resultado atual mais desejável. Os autores explicam que esses efeitos são influenciados pelo grau de risco ao qual o indivíduo se expõe e, adicionalmente, influenciam em decisões arriscadas no futuro.

Outro problema neste viés cognitivo é que, em circunstâncias em que se contrapõem duas perdas, sendo uma certa e outra factível de ocorrer e de maior valor, a sensibilidade decrescente pode expor o indivíduo a uma escolha que, no intuito de evitar a perda maior, o exponha a maior risco (Kahneman, 2012).

As discussões acerca da teoria do prospecto e da aversão à perda têm ganhado corpo ao longo dos anos, de modo que há estudos complementares que identificam limitações da teoria e propõem complementações para torná-la mais robusta. Por exemplo, Wakker (2022) formula uma equação adequada da teoria de perspectiva para múltiplos resultados, que ainda não haviam sido descritos desde a proposição original da teoria. Werner e Zank (2019) propõem uma base para a teoria do prospecto em situações em que o ponto de referência não é conhecido, possibilitando, assim, testar a falseabilidade do modelo. Ou ainda Gonzalez e Wu (2022), que estabeleceram novas regras de composição na teoria de perspectiva original e cumulativa; ou a incorporação de uma extensão baseada na teoria do prospecto em um modelo usual de precificação de ativos, implementando a aversão à perda manifestada na aversão ao risco, feita por Polach e Kukacka (2019). É importante destacar que as evoluções na área não se restringem, contudo, aos diversos trabalhos supracitados.

Um ponto chave nesta discussão é que a melhor compreensão da aversão à perda e, por consequência, da Teoria do prospecto e vice-versa, não apenas auxilia a depreender determinados movimentos e decisões de agentes no mercado financeiro, como também serve de base para a compreensão de outros vieses cognitivos, como é o caso da aversão à perda míope. Compreender inclusive o nível da razão da aversão à perda, antecipadamente ou real, pode ajudar a compreender esse outro viés cognitivo.

2.2.2 Aversão à perda míope

Como já descrito na seção que abre esta revisão teórica, na década de 1980, Mehra e Prescott (1985) introduziram a ideia do *equity premium puzzle*, um enigma sobre a incapacidade de uma classe de modelos econômicos em explicar o retorno médio de risco de capital provido por uma carteira diversificada de ações americanas em relação aos títulos públicos emitidos por aquele país. Eles levantam que o modelo de equilíbrio precisaria racionalizar o grande retorno médio do patrimônio líquido observado ao longo de um considerável horizonte de tempo estudado e o pequeno retorno médio sem risco, comuns aos títulos do tesouro.

Um modelo para a explicação do *equity premium puzzle* foi proposto por Benartzi e Thaler (1995), sendo por eles denominado como aversão à perda míope (*myopic loss aversion* – MLA). Este viés comportamental avalia o comportamento de investidores que atuam no mercado em um horizonte de longo prazo, que são avessos a perdas, e que, embora atuem no longo prazo, mantêm a prática de avaliar suas carteiras com frequência. Essa frequência de avaliação faz com que tais indivíduos estejam menos dispostos a suportar os eventuais riscos associados e, portanto, exigem um prêmio de risco relativamente mais elevados (Blavatsky e Pogrebna, 2009; Duxbury, 2015).

A avaliação frequente dos ativos pode ser feita de formas variadas, como por *feedbacks* frequentes ou por visualizações de dados e gráficos de retorno de um determinado fundo ou ativo de investimento. Um exemplo comparativo sobre a frequência de avaliação e seu potencial de influenciar decisões que podem favorecer a escolha de investimentos menos rentáveis no longo prazo é apresentada, conforme Wesslen et al. (2022), na Figura 7.

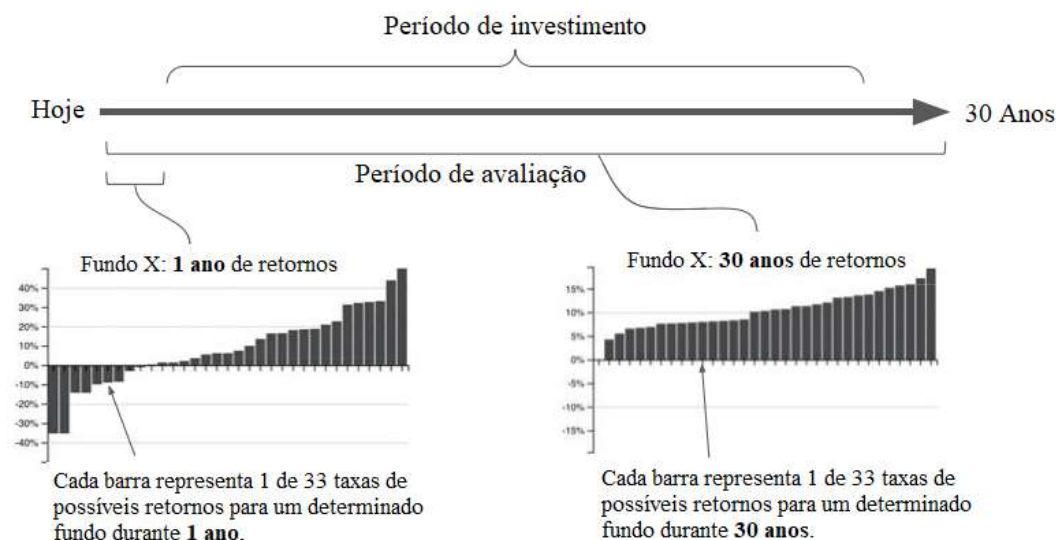


Figura 6 – Comparação de frequência de avaliação de retornos de investimentos
 Fonte: Wesslen et al. (2022), adaptado.

A contabilidade mental, difundida nos estudos de Thaler (1985), pode ser compreendida como métodos implícitos que um sujeito aplica para contabilizar, avaliar e decidir sobre resultados financeiros. A contabilidade mental pode ser realizada com a segregação de perdas e ganhos ou pela agregação delas, organizada como um conjunto de operações cognitivas, e supostamente leva os indivíduos a elaborar transações categorizadas mentalmente e com orçamentos específicos para cada tipo de conta mental (Olsen et al., 2019).

No geral, a contabilidade mental é empregada de forma majoritária com uma dinâmica agregativa, que, em função da própria aversão à perda, pode gerar decisões contraproducentes, já que os valores atribuídos ao dinheiro são feitos com base em critérios subjetivos, como por razão da relação e montantes de pagamentos ou restituições de impostos, por exemplo, ou outras formas relacionadas às diferenças individuais, como nível de conscienciosidade (Olsen et al., 2019; Muehlbacher e Kirchler, 2019).

Assim, a junção dos dois vieses, aversão à perda e contabilidade mental, criam nos investidores uma avaliação distorcida que leva à tomada de decisões irracionais capazes de gerar perdas (ou deixar de obter maiores ganhos). Benartzi e Thaler (1995) asseguraram a compatibilidade dos resultados da MLA à teoria do prospecto de Tversky e Kahneman.

Para Rabin e Thaler (2001), a incorporação da aversão à perda juntamente à contabilidade mental, uma vez que explicam o *equity premium puzzle*, é também a explicação adequada por trás da aversão ao risco frente às variações que este viés pode exprimir em função de distintos cenários.

Por tais motivos, desde sua proposição, a MLA tem sido alvo dos mais variados estudos, experimentais ou não, seja para confirmar a proposição inicial (como em Thaler et al., 1997, e em Costa, 2018), mas também com variações que, entre outras situações, visam identificar este tipo de comportamento em análises focadas no mercado de ações, como Haigh e List (2005) fizeram ao demonstrar que os efeitos da MLA são ainda maiores entre *traders*, ou Baars, Cordes e Mohrschladt (2020) fizeram ao analisar o impacto das taxas de juros na decisão de investimentos de risco; na interação com outros vieses cognitivos, como proposto por Aggarwal e Damodaran (2020) ao avaliar efeitos conjuntos da MLA em situações de ambiguidade; na comprovação da inexistência dos efeitos da MLA em indivíduos na fase da adolescência (Glätzle-Rützler et al., 2015); sobre diferença da propensão à MLA em função da personalidade (Durand, Fung e Limkriangkrai, 2019); ou trabalhos que apresentam resultados com a comparação do efeito do viés entre gêneros (ver: Charness e Gneezy, 2012; Durand, Fung e Limkriangkrai, 2019; Aggarwal e Damodaran, 2020).

Além dos estudos que analisam diretamente os efeitos da MLA, alguns trabalhos se propuseram a compreender mecanismos para redução desses efeitos, como meios para auxiliar a tomada de decisões com uma condição que permita melhor explorar situações de risco.

Um dos primeiros estudos para compreensão de formas de mitigação da MLA está no trabalho experimental de Gneezy e Potters (1997), que apresentaram resultados que explicam como a frequência de feedbacks pode ser uma alternativa para mitigar os efeitos da MLA. Em seu estudo é demonstrado a possibilidade de aplicação em dois tipos de investimentos, um livre de risco e outro relacionado às ações, ou seja, com risco, na qual o agente deve investir por doze rodadas, sendo realizada uma avaliação de cada rodada, quando considerada alta frequência de feedbacks, e em blocos de três, para baixa frequência de feedbacks. Foi por eles observado que ao agregar as rodadas e reduzir o número de feedbacks ainda persistia a MLA, mas em menor grau que quando os feedbacks foram realizados em alta frequência. De modo similar, Langer e Weber (2003) avaliaram o efeito da frequência de feedback e analisaram como o horizonte temporal dos investimentos influi na condição da MLA, além de demonstrarem haver uma interação entre ambos. Hueber e Schwaiger (2022) optaram por verificar forma de mitigação da MLA através de treinamentos, demonstrando que, apesar de não ter apresentado um resultado positivo na média dos participantes, houve redução do efeito nos indivíduos mais atentos.

As pesquisas supracitadas distam em grande parte das práticas normalmente estudadas e trabalhadas na teoria das finanças modernas, mas sofrem do mesmo problema que a maioria dos estudos em finanças comportamentais: o enfoque em pesquisas experimentais. Rossiter (2019), por exemplo, salienta que a teoria do prospecto como um todo, e por extensão a maior parte também dos trabalhos com MLA, não se aplica de fato a situações de tomadas de decisão no mundo real, uma vez que os experimentos desenvolvidos na teoria focam essencialmente como uma escolha entre duas perspectivas ao passo que em um contexto fidedigno à realidade seria necessário considerar mais prospectos ocorrendo de forma simultânea. Além disso, nos experimentos, uma perspectiva sempre é apresentada com um valor probabilístico certo, mas, na realidade, as probabilidades, em geral, são incertas. Além disso, o autor enfatiza que a complexidade da teoria do prospecto exigiria dos indivíduos um nível de conhecimento matemático e probabilístico que poucas pessoas detêm.

Barberis (2013) dá um significativo enfoque a esta questão, salientando que mesmo depois de mais de 30 anos desde a proposição da teoria do prospecto ainda são poucas as aplicações dessa teoria no campo econômico e que tal fato expõe a teoria, erroneamente segundo ele, como algo eficiente em termos experimentais, mas pouco efetivo na aplicação cotidiana. Para o autor o problema da sua aplicação reside substancialmente em sua complexidade. A dificuldade em saber como aplicar a teoria do prospecto ainda se demonstra uma barreira para sua ascensão no campo econômico-financeiro. Todavia, a construção dos estudos nos campos comportamentais visa, desde o princípio, buscar respostas que não eram fornecidas pela conjectura dominante.

Como demonstrado nas revisões de Barberis (2013) e Duxbury (2015), ao longo de décadas muitos estudos reforçaram e ampliaram as ideias da teoria do prospecto, incluindo várias evoluções na compreensão e tratamento da MLA, trazendo significativo enriquecimento e desenvolvimento para as finanças comportamentais. Entre os trabalhos recentes vê-se a busca pela construção de métodos de avaliação de risco-retorno baseados na TP em contraponto aos modelos tradicionais, como será discutido mais adiante.

Ao longo desta seção foram discutidas as finanças comportamentais, desde as heurísticas e vieses, adentrando com maior detalhamento na teoria do prospecto que traz com ela o viés da aversão à perda, e encerrando com discussões acerca da aversão à perda míope e seus impactos nas decisões financeiras. Nas seções seguintes os esforços voltam-se para a compreensão de métricas empregadas e baseadas, primeiro, nas finanças modernas e, posteriormente, nas finanças comportamentais

2.3 Razões e índices na construção de carteiras

A busca pela redução nos riscos em investimentos levou, ao longo de décadas, vários estudiosos em finanças a construções de modelos, razões e índices que pudessem, na maioria das vezes de forma simples, ajudar a mitigá-los e proporcionassem, ao mesmo tempo, um retorno financeiro satisfatório frente àqueles riscos ainda corridos.

2.3.1 Modelos de precificação de ativos

2.3.1.1 *Capital Asset Pricing Model*

Um dos métodos desenvolvidos para abordar a análise de riscos em investimentos foi criado por Willian Sharpe, juntamente com Lintner, Treynor e Mossin, no começo da década de 1960, denominado Capital Asset Pricing Model – CAPM (Modelo de Precificação de Ativos de Capital, em tradução livre). Esse modelo é utilizado especificamente para ajudar na construção de carteiras de investimento mais equilibradas. Em sua pesquisa, Sharpe (1964) apresentou um modelo que possibilitava avaliar a relação entre o risco sistemático e o retorno esperado de ativos, principalmente ações. Com sua popularização, o CAPM passou a ser amplamente utilizado na precificação de ativos de risco, permitindo estabelecer uma conexão entre o risco intrínseco e o custo do capital.

A fórmula para o cálculo do CAPM é demonstrada pela Equação (4).

$$ER_i = R_f + \beta_i(ER_m - R_f) \quad (4)$$

Onde: ER_i se refere à expectativa de retorno do investimento; R_f é a taxa livre de risco; β é o beta do investimento; e $(ER_m - R_f)$ é a equação que representa o prêmio de risco do mercado.

O CAPM utiliza dois componentes para determinar o prêmio de risco de mercado: o primeiro é a taxa de retorno do mercado, normalmente representada por um índice ou benchmark que sirva como aproximação da carteira teórica de mercado, assumindo eficiência na média-variância; o segundo é uma referência ao ativo livre de risco, que na prática costuma ser representado por títulos públicos — embora não sejam totalmente isentos de risco, são os que melhor se adequam a essa condição (Sharpe, 1964; Ross, 1977; Rubinstein, 2006).

A ampla utilização do CAPM ao longo dos anos deve-se principalmente à sua simplicidade e facilidade de interpretação, mantendo-se relevante mesmo diante de modelos mais complexos (Brennan e Zhang, 2018). No entanto, desde sua criação, o modelo tem sido alvo de críticas tanto no âmbito teórico (como pela fragilidade de seus fundamentos) quanto na aplicação prática.

Vale ressaltar que o CAPM se baseia na Teoria da Utilidade Esperada, o que também é um dos motivos de suas limitações. Conforme Levy (2010), se essa teoria for questionada, o próprio CAPM perde validade. Outro ponto criticado, como apontado por Fernández (2019), é a suposição de que todos os investidores têm expectativas homogêneas, levando à previsão de uma carteira ideal única para todos — algo que diverge da realidade, onde as escolhas de investimento são heterogêneas.

Pesquisas empíricas evidenciam que os preços de mercado frequentemente divergem das estimativas geradas pelo CAPM. Uma das razões para essa discrepância reside na premissa de distribuição normal (gaussiana) adotada pelo modelo, enquanto dados reais frequentemente rejeitam essa suposição. Além disso, testes empíricos demonstram que o coeficiente beta, em muitos casos, possui limitada capacidade de explicar a variação dos retornos médios. Por último, conforme destacado por Levy (2010, p. 46), quando se amplia o número de ativos na análise, observa-se que cerca de metade deles apresenta pesos negativos na chamada "carteira de tangência" — um resultado que desafia a noção tradicional de que essa carteira deveria conter apenas ativos com pesos positivos.

Cabe explicar aqui que a carteira de tangência anteriormente citada se refere a um conjunto de ativos que compõem uma carteira que otimiza seu retorno em relação ao risco incorrido em tais investimentos. Essa carteira existiria em uma curva conhecida por fronteira eficiente. A linha do mercado de capitais, ao tangenciar essa curva, demonstra o ponto ou posição da melhor carteira de risco/retorno entre os ativos avaliados. Essa concepção pode ser mais bem compreendida a partir da Figura 8.

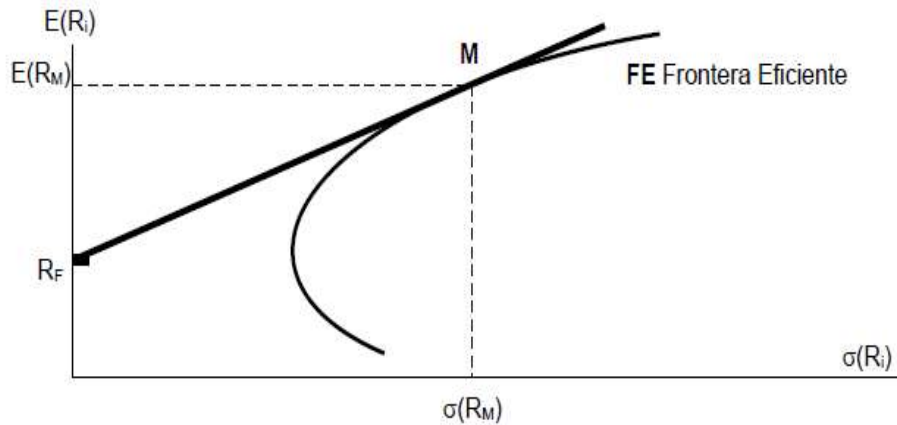


Figura 8 – Representação gráfica da fronteira eficiente

Fonte: Fernández (2019).

Como demonstrado pela Figura 8, um maior retorno requer um maior risco a partir da taxa livre de risco, conforme proposto na Teoria Moderna do Portfólio, e as carteiras que se encaixam na linha do mercado de capitais são melhores que qualquer carteira à direita dessa linha, sendo que o ponto de intersecção traduz o ponto ótimo para a carteira em termos de retorno em relação ao risco dentro dessa fronteira.

O descontentamento com a forma de definição do beta no CAPM levou à proposição de novos modelos, um deles que emprega um beta de consumo, proposto por Breeden (1979), conhecido por Modelo de Precificação de Ativos de Capital de Consumo – CCAPM. Todavia, a maior parte das críticas ao CAPM também são válidas para o CCAPM.

Além do uso do beta de consumo, outra variação propõe um beta que varia ao longo do tempo de análise, o que é conhecido como CAPM condicional. O modelo condicional do CAPM incorpora variâncias e covariâncias que ao longo de um determinado período sofrem alterações, sendo representado, conforme Equação 5:

$$E[R_{it}|I_{t-1}] = \gamma_{0t-1} + \gamma_{1t-1} * \beta_{it-1} \quad (5)$$

Em que I_{t-1} é o nível de informação no final do período $t-1$ e β_{it-1} é o beta condicional do ativo i no período $t-1$.

Em seu estudo, Hollstein, Prokopczuk e Simen (2020) ampliam a capacidade do CAPM condicional de explicar anomalias significativas do mercado, como as de tamanho, de valor e de *momentum*, a partir da substituição de betas calculados através parâmetro diário, como normalmente empregado na proposta inicial do CAPM condicional, por outros calculados a

partir de dados de alta frequência. Em outro estudo relativamente recente, explicam a variação da compatibilidade do beta do CAPM com o período do dia quando o mercado, aberto ou fechado, interfere em sua sensibilidade, mostrando uma relação positiva quando do período da noite.

De maneira distinta, Levy (2010) chama a atenção para explicar, através de sua pesquisa, que há fundamentos para o uso do CAPM no campo acadêmico ou em pesquisas práticas e mesmo empíricas, uma vez que pode ser fortemente apoiado por parâmetros *ex-ante* (ao invés de *ex-post*), o que o valida inclusive dentro de critérios de finanças comportamentais, ainda que não em todas as situações, mas para uma grande parte delas

Todavia, e apesar das muitas discussões em torno da validação e melhor utilização do CAPM, como descreve o próprio Levy (2010), tanto o trabalho de Markowitz como o CAPM proposto por Sharpe foram desenvolvidos como uma derivação da Teoria da Utilidade Esperada e, portanto, sofrem por críticas, sobretudo das finanças comportamentais, uma vez que se a TUE é inválida, logo, também serão inválidas a análise de eficiência e o CAPM.

A rejeição do CAPM, sobretudo direcionada pelos atores do campo acadêmico, criou uma barreira ao modelo quanto ao seu poder de análise estatísticas empíricas de modo a destituí-lo como modelo paradigmático de precificação de ativos em detrimento do modelo de Fama-French de 3 fatores (Brennan e Zhang, 2018), embora este também seja baseado no próprio CAPM. Mas, os modelos de precificação de ativos não se limitaram ao CAPM ou ao modelo de 3 fatores.

2.3.1.2 *Agent-based Asset Pricing Model*

Na última década do século XX um novo modelo de precificação de ativos foi proposto por Brock e Hommes (1998), tendo sido denominado de *Agente-based Asset Pricing Model* (ABM). Baseados na condição de que há heterogeneidade nas expectativas dos diversos agentes de mercado, comprovada por estudos dos anos 1980 e 1990, esse modelo parte do pressuposto de que os agentes tomam diferentes estratégias de investimento de acordo com a lucratividade relativa dessas estratégias no passado. O modelo ganhou espaço, também, pela queda da confiança nas ideias da HME (Polach e Kukacka, 2019).

No modelo de precificação de ativos baseados em agentes os participantes do mercado não são homogêneos, apresentando distinções em relação aos níveis de informações que dispõem, sobre o tipo de estratégia adotada e expectativas que podem variar de pessimista a otimista, formando um mercado complexo em que a interação entre esses agentes é crucial para a formação dos preços dos ativos no mercado. Por tal condição, afirmam Pruna et al. (2018), trata-se de uma ferramenta importante para avaliar teorias comportamentais e econômicas, desde que adequadamente modelada.

Ao longo das últimas décadas vários estudos têm adaptado o modelo, estendendo sua aplicação e análise como feito, por exemplo, pelo próprio Hommes (2006). Pruna et al. (2018) propuseram uma forma de evitar o viés de arrependimento no ABM, e mais recentemente Lux (2021) empregou a estimativa bayesiana de ABM através de partícula adaptativa da Markov Chain Monte Carlo (MCMC). Carvalho et al. (2023) apresentam um modelo logarítmico de marcação de mercado empregando o ABM na avaliação de previsões de mercado, entre outros. O modelo base, todavia, pode ser demonstrado pelo conjunto de equações (6) a (8), descritas e explicadas em Polach e Kukacka (2019):

Considerando um ativo livre de risco que paga uma taxa fixa de retorno e disponível elasticamente e um ativo arriscado que paga um dividendo incerto. Considerando p_t e y_t o dividendo do ativo arriscado e seu processo de dividendo aleatório, respectivamente, e z_t a quantidade do ativo arriscado que um agente compra no tempo t , a dinâmica de riqueza de cada agente assume a seguinte forma:

$$W_{t+1} = R \cdot W_t + Z_t \cdot (p_{t+1} + y_{t+1} - R \cdot p_t) \quad (6)$$

Dada a maximização da média-variância, a demanda ótima $z_{h,t}^*$ para o ativo de risco de agentes do tipo h resolve então o seguinte problema de maximização:

$$\max_{z_{h,t}} \left\{ E_{h,t}(W_{t+1}) - \frac{\alpha}{2} \cdot V_{h,t}(W_{t+1}) \right\} \quad (7)$$

Cuja demanda simplificada é dada por:

$$z_{h,t}^* = \frac{E_{h,t}(p_{t+1} + y_{t+1} - R \cdot p_t)}{\alpha \cdot \sigma^2} \quad (8)$$

Cujo a demanda de equilíbrio é o somatório dos resultados de (8) para todos os agentes.

2.3.2 Índices na construção de carteiras

Muitas contribuições nesse campo seguiram sendo feitas ao longo dos anos, a mais famosa delas foi também desenvolvida por Willian Sharpe e tomou seu nome, sendo amplamente conhecido (e utilizado): o índice de Sharpe (*Sharpe ratio*).

O índice de Sharpe, proposto por Sharpe (1966) é uma razão empregada no auxílio da compreensão sobre o retorno de uma carteira de investimentos em relação ao seu risco, na qual calcula-se qual foi o retorno médio, excluindo-se a taxa livre de risco, em razão da unidade de volatilidade de risco, que mede as flutuações dos preços na carteira. A Equação 9 apresenta a referida formulação.

$$Sharpe\ ratio = \left(\frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \right) \quad (9)$$

Onde: R_p é o retorno do portfólio, R_f é a taxa livre de risco e σ_p é o desvio padrão do retorno do portfólio.

Inicialmente, o índice de Sharpe foi proposto de forma atrelada ao CAPM e à Média-Variância, mas passou a ser empregado em novos contextos, incluindo atribuição de desempenho, gestão de riscos em carteiras e como mecanismos de avaliação do mercado (Lo, 2002).

Todavia, como explica Lo (2002), considerando que tanto o retorno esperado como a volatilidade podem não ser variáveis observáveis, há que se ponderar que a precisão da medição deste índice pode não se apresentar com grande precisão, uma vez que as propriedades medidas tendem a passar por muitas variações em diferentes carteiras e por horizonte temporal do investimento, ou seja, seu resultado torna-se mais impreciso quanto maior for a volatilidade da estratégia de investimento.

Um ponto-chave é que “as propriedades da série temporal das estratégias de investimento podem ter um impacto não trivial no próprio estimador do índice de Sharpe”, sugerindo que suas propriedades estatísticas dependem, necessariamente, das “propriedades estatísticas das séries nas quais ela se baseia”. Tal asseveração induz a concluir que o índice pode requerer uma interpretação mais elaborada do que a que geralmente se emprega, incluindo o tipo de estratégia adotada e o próprio mercado em que se insere (Lo, 2002, p. 45).

Posteriormente, o índice de Sharpe teve uma proposição de generalização, trazida pelo próprio Sharpe (1994), que se propunha permitir ampliar sua aplicação. Mais recentemente, Mahesh e Laha (2021) propuseram uma nova adequação ao modelo original com vista em permitir maior robustez contra a presença de valores discrepantes.

Após grande adesão ao rácio proposto por Sharpe, variações surgiram como proposições de melhorias para atender a análises cujo modelo inicial não era tão efetivo em sua previsão.

Uma dessas variações é o índice de Sortino (*Sortino ratio*), proposto por Sortino e Van der Meer (1991), e possui objetivo similar ao índice de Sharpe, porém sua razão se baliza nos efeitos da volatilidade dos retornos negativos dos ativos que compõem a carteira de investimentos, ou seja, considera apenas a parcela da distribuição dos retornos que sejam inferiores ao menor valor de retorno esperado. sendo, por esse motivo, considerado mais útil na análise de investimentos com maiores riscos de perdas ou maior volatilidade. A equação é descrita em (10).

$$Sortino\ ratio = \left(\frac{R_p - r_f}{\sigma_d} \right) \quad (10)$$

Em que R_p se refere ao retorno esperado da carteira, r_f é taxa livre de risco e σ_d é o desvio padrão da desvantagem (*downside deviation*), que é expressa a partir da raiz apresentada pela Equação (11):

$$\sigma_d = \sqrt{\int_{-\infty}^T (T - r)^2 f(r) dr} \quad (11)$$

Na qual T representa a data-alvo anual, r é a variável aleatória do retorno e $f(r)$ representa a função de distribuição dos retornos anuais.

O índice de Sortino é considerado como uma das razões cujo princípio estão atrelados à família *Kappa* de índices. Introduzidos por Kaplan e Knowles (2004), a família *Kappa* de índices é uma série de medidas de desempenho ajustadas ao risco que utilizam momentos parciais inferiores (LPM, na sigla em inglês) para avaliar o risco, sendo empregados principalmente na classificação de investimentos em termos de atratividade. O modelo matemático geral da família *Kappa* é dado conforme Equação (12):

$$k_n(\tilde{R}_p, T) \equiv \frac{E(\tilde{R}_p) - T}{[LPM_l(\tilde{R}_p, T)]^{1/l}} \quad (12)$$

Na qual a medida de risco é a raiz l -ésima do momento parcial inferior do l -ésimo grau, $LPM_l(\tilde{R}_p, T)$, que é medido da seguinte forma (Equação 13):

$$LPM_l(\tilde{R}_p, T) = \int_{-\infty}^T |\tilde{R} - T|^l f(\tilde{R}) d\tilde{R} \quad (13)$$

O índice *Kappa* de primeiro grau ($l = 1$), fornece exatamente as mesmas informações que *Ômega* fornece e sempre leva à mesma classificação de portfólio que o modelo *Ômega*. sendo também conhecido por índice *Ômega-Sharpe* (Rania, 2016; Kroll et al., 2021).

As razões *Kappa* correspondem às medidas de desempenho com base em funções de utilidade linear mais potência por partes. Nesta condição, a medida *Ômega* apresenta convexidade pelo fato de ter $l=1$ e, por isso, está vinculada à maximização de uma utilidade esperada com aversão à perda, alinhando-se, em partes, à proposta introduzida por Kahneman e Tversky (Rania, 2016).

O índice *Kappa* de segundo grau ($l = 2$), por sua vez é, de fato, análogo ao índice Sortino, como demonstrado na Equação (14):

$$SOR(\tilde{R}_p, T) = \frac{E(\tilde{R}_p) - T}{[\int_{-\infty}^T (T - \tilde{R}_p)^2 f(\tilde{R}_p) d(\tilde{R}_p)]^{1/2}} \equiv \frac{\tilde{R}_p - r_f}{\sqrt{\int_{-\infty}^T (T - r)^2 f(r) dr}} \quad (14)$$

Para além dos índices de Sharpe e de Sortino, já concebidos a partir do CAPM, outro índice traz para o cálculo do rácio o próprio beta já trabalhado na equação do CAPM. Trata-se do índice de Treynor (*Treynor ratio*), que introduz a razão da medida definida com o beta calculado para a carteira analisada (Carmichael e Coën, 2018). Este índice, ao empregar o beta, faz a correlação da carteira com o restante do mercado, avaliando se o tomador de decisão financeiro é compensado por possuir um nível de risco superior ao risco observado no mercado. O índice, proposto por Treynor (1966) é calculado pela Equação (15).

$$Treynor\ ratio = \left(\frac{r_p - r_f}{\beta_p} \right) \quad (15)$$

Em que r_p se refere ao retorno esperado do portfólio, r_f é taxa livre de risco e β_p é o beta do portfólio que é calculado tal qual é para o CAPM.

Assim como visto com o índice de Sharpe, para este rácio também houve a proposição de um modelo generalizado. O índice de Treynor generalizado foi proposto por Hübner (2005, p. 145) e se propõe aplicável a “qualquer modelo incondicional de preços de ativos lineares multi-índices”, sendo calculado a partir da mensuração retorno anormal de um portfólio dividido pela unidade de risco sistemático médio ponderado pelo retorno.

Ao longo do tempo, outras razões e índices foram sendo elaboradas, considerando, para tanto, outros aspectos importantes na análise da relação risco-retorno. Mas por possuírem, em geral, métodos de cálculos mais complexos, obtiveram nível de adesão às vezes inferior aos índices de Sharpe ou o índice de Sortino. Entre esses índices estão o Alfa de Jensen (Jensen, 1968), *Modigliani risk-adjusted performance* (Modigliani, 1997), índice ômega (Keating e Shadwick, 2002), entre outros, todos sustentados dentro dos parâmetros da teoria financeira moderna.

2.4 Modelos de precificação de ativos baseado na teoria do prospecto

Em contraponto à ideia persistente de métodos baseados na utilidade esperada, Barberis e Huang (2001) propuseram uma forma de análise do retorno de ações a partir da concepção da teoria do prospecto. Os pesquisadores basearam-se no avanço dos estudos experimentais sobre tomada de decisão em cenários de risco, utilizando os conceitos de aversão à perda e *mental accounting* (contabilidade mental) para desenvolver um modelo de precificação de ativos. Essa abordagem considerou tanto as escolhas individuais quanto as decisões no contexto de carteiras de investimento. Como conclusão, sugeriram que o uso de evidências experimentais é útil para o refinamento da modelagem das preferências dos investidores e que, apesar de algumas limitações e alternativas para seu desenvolvimento, mostrou-se promissor: um modelo que extrapola o conceito da aversão à perda míope para além da prática experimental. O modelo proposto por Barberis e Huang (2001) pode ser expresso como demonstrado na equação 16:

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \left[\rho^t \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + b_0 \hat{C}_t^{-\gamma} \rho^{t+1} \sum_{i=1}^n v(X_{i,t+1}, S_{i,t}, Z_{i,t}) \right] \quad (16)$$

O primeiro termo nesta especificação de preferência, utilidade sobre consumo C_t , é uma característica padrão dos modelos de precificação de ativos. O parâmetro ρ é o fator de desconto do tempo, e $\gamma > 0$ controla a curvatura da utilidade sobre o consumo. O segundo termo modela a ideia de que o investidor é avesso a perdas com mudanças no valor de ações individuais que possui. A variável $X_{i,t+1}$ mede o ganho ou perda no ativo i entre o tempo t e o tempo $t+1$, com um valor positivo indicando um ganho e um valor negativo, uma perda. A utilidade que o investidor recebe desse ganho ou perda é dada pela função v , e é somada a todas as ações do investidor. É uma função não apenas do ganho ou perda em si, mas também de $S_{i,t}$, o valor das ações do investidor i no tempo t , e de uma variável de estado $z_{i,t}$, que mede os ganhos ou perdas do investidor no ativo antes do tempo t como uma fração de $S_{i,t}$. Ao incluir $S_{i,t}$ e $z_{i,t}$ como argumentos de v , os autores tiveram a intenção de garantir que o desempenho anterior do investimento realizado afete a forma como o investidor percebe as perdas subsequentes.

Para entender é necessária uma breve análise sobre o segundo termo da equação. A variável $z_{i,t}$ acompanha os ganhos e perdas anteriores da ação i . Ela é a razão de $Z_{i,t}$, para $S_{i,t}$, ou seja, $z_{i,t} = Z_{i,t} / S_{i,t}$, sendo $Z_{i,t}$ o nível de referência histórico para a ação i , considerado como a memória do investidor para um nível de preço no qual o ativo costumava ser negociado.

“Quando $z_{i,t} < 1$ ou $Z_{i,t} > S_{i,t}$, o preço da ação hoje é maior do que o valor recordado pelo investidor, isso o traz a sensação de acúmulo de ganho com a referida ação. Já quando $z_{i,t} > 1$ ou $Z_{i,t} < S_{i,t}$, o preço atual da ação é considerado menor que antes, indicando a perda por parte do investidor. Em ambos os casos considerando $Z_{i,t} - S_{i,t}$. Quando se introduz $z_{i,t}$ “permite que v capture evidências experimentais sugerindo que a dor de uma perda depende de resultados anteriores”. Isso é feito definindo v pelas equações demonstradas de 17 a 20 (Barberis e Huang, 2001, p. 1257). Quando $z_{i,t}$:

$$v(X_{i,t+1}, S_{i,t}, 1) = \begin{cases} X_{i,t+1} & \text{Para } X_{i,t+1} \geq 0 \\ \lambda X_{i,t+1} & \text{Para } X_{i,t+1} < 0 \end{cases}, \quad (17)$$

Com $\lambda > 1$, para $z_{i,t} < 1$,

$$v(X_{i,t+1}, S_{i,t}, z_{i,t}) = \begin{cases} S_{i,t} R_{i,t+1} - S_{i,t} R_{f,t} & \text{Para } R_{i,t+1} \geq z_{i,t} R_{f,t} \\ S_{i,t} (z_{i,t} R_{f,t} - R_{f,t}) + \lambda S_{i,t} (R_{i,t+1} - z_{i,t} R_{f,t}) & \text{Para } R_{i,t+1} < z_{i,t} R_{f,t} \end{cases}, \quad (18)$$

e para $z_{i,t} > 1$,

$$v(X_{i,t+1}, S_{i,t}, z_{i,t}) = \begin{cases} X_{i,t+1} & \text{Para } X_{i,t+1} \geq 0 \\ \lambda(z_{i,t}) X_{i,t+1} & \text{Para } X_{i,t+1} < 0 \end{cases}, \quad (19)$$

Com

$$\lambda(z_{i,t}) = \lambda + k(z_{i,t} - 1), \quad (20)$$

A sequência de equações pode ser mais bem compreendida a partir da análise do gráfico trazido na figura 9.

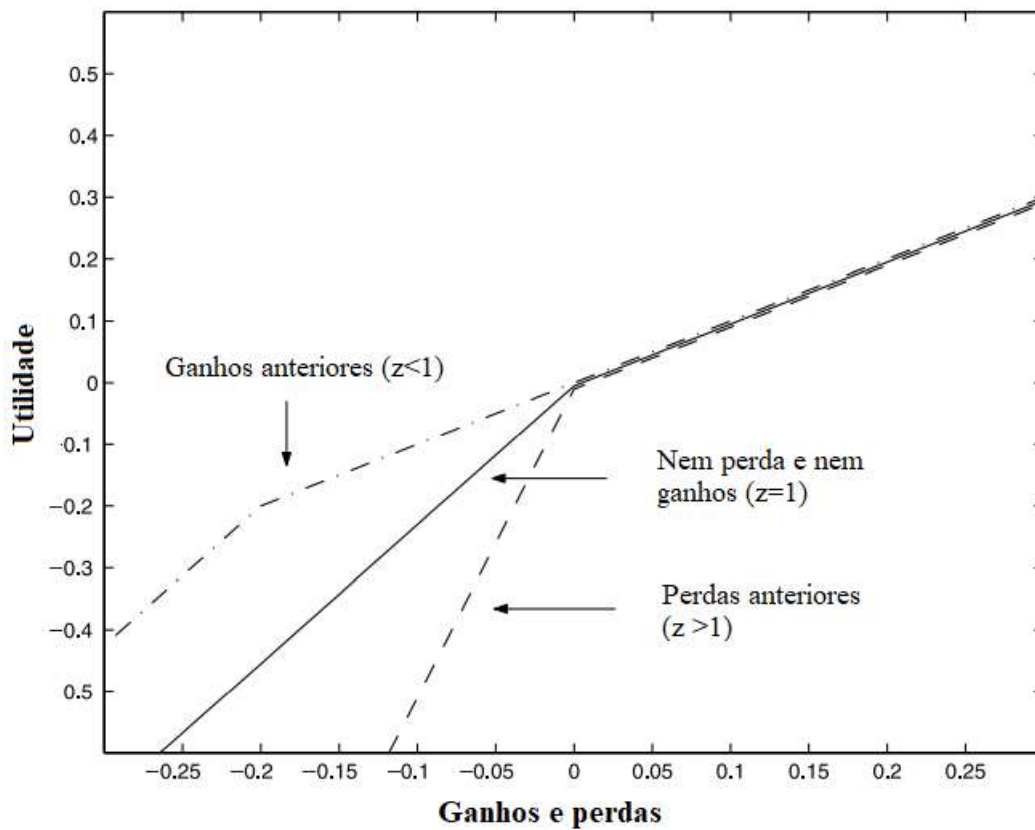


Figura 9 – Utilidade de ganhos e perdas para o modelo de precificação baseado na teoria do prospecto.

Fonte: Barberis e Huang (2001)

O gráfico da Figura 9 representa de forma simplificada a aversão à perda a partir de variações na inclinação e na torção da origem de acordo com ganhos ou perdas anteriores, de modo que possibilita considerar que ganhos anteriores amortecem perdas subsequentes, mas se a perda for significativa a ponto de superar os ganhos antecedentes, sua curva muda para os outros cenários desenhados (Barberis e Huang, 2001). O modelo permite o emprego satisfatório dos conceitos de aversão à perda e também da contabilidade mental.

Para completar a descrição do modelo, a equação para a dinâmica de $z_{i,t}$ pode ser compreendida por (21):

$$z_{i,t+1} = \eta \left(z_{i,t} \frac{\check{R}}{R_{i,t+1}} \right) + (1 - \eta) \quad (21)$$

Na qual R_i é um parâmetro fixo e $\eta \approx 1$. Os autores discutem que nas ocasiões em que o retorno da ação i for particularmente bom, de tal maneira que $R_{i,t-1} > \check{R}$, então a variável de estado $z_{i,t+1}$ cai em valor, mostrando que a reserva de ganhos anteriores do investidor pelo fato de o padrão referencial $z_{i,t}$ crescer em menor grau que o valor da ação $S_{i,t}$ significa que o nível de referência $z_{i,t}$ sobe menos que o preço da ação $S_{i,t}$. Por outro lado, a mesma equação mostra que um retorno considerado ruim acaba por consumir os ganhos anteriores caso $R_{i,t-1} < \check{R}$, uma vez que $z_{i,t}$ sobe, ocasionando uma queda menor de $z_{i,t}$ em relação a $S_{i,t}$ (Barberis e Hung, 2001).

Há um quesito implícito na equação 15 que se refere à “suposição de que a evolução de $z_{i,t}$ não é afetada por quaisquer ações que o investidor possa tomar, como comprar ou vender ações” (Barberis e Hung, 2001, p.1259).

Nos anos que se sucederam, outros trabalhos com enfoque na aplicação da teoria do prospecto em vários segmentos da economia foram sendo desenvolvidos, como demonstra Barberis (2013) em uma revisão sobre 30 anos da teoria do prospecto. No campo específico das finanças as contribuições dessa teoria têm sido as que têm avançado mais. Além do trabalho de 2001, Barberis e Huang (2008) retomam novas análises relacionadas à precificação de ativos e o autor principal o fez novamente e de forma mais completa em 2021 (Barberis, Jin e Wang, 2021), analisando anomalias de mercado e obtendo respostas significativas e explicativas para 14 das 23 anomalias consideradas.

Mais especificamente em análises de ativos financeiros a partir de modelos de precificação, Li e Yang (2013, p. 735) propuseram um modelo que possibilita uma análise das implicações da teoria da perspectiva sobre preços e volumes das ações. Concluem que esta “seja positivamente

relacionada aos retornos das ações, levando a um efeito de disposição, momentum de preço, uma volatilidade de retorno reduzida, e uma correlação de retorno-volume positiva”, demonstrando, ainda, que a aversão ao risco é determinada pelo nível de aversão à perda. Baele et al. (2019) desenvolveram um modelo de precificação de ativos baseados na teorias do prospecto cumulativa, demonstrando que existe uma combinação entre a ponderação de probabilidade e a volatilidade do retorno das ações com variação no tempo que, juntos, correspondem ao padrão de prêmio observado ao longo da série temporal estudada, sendo capaz de responder a três *puzzles* corriqueiramente estudados e frutos de críticas aos modelos padrões de precificação de ativos.

Wang, Wu e Zhong (2021) apresentaram aplicabilidade dos conceitos da teoria do prospecto na avaliação de ações do tipo A e B (de segunda linha) das principais bolsas chinesas, identificando capacidade preditiva significativa dos modelos baseados na teoria do prospecto no mercado de ações B após um marco regulatório existente no mercado local. As aplicações, todavia, não se limitam a estes trabalhos.

Um dos trabalhos recentes ao qual cabe um destaque significativo tendo em vista as discussões que aqui são apresentadas é o artigo de Polach e Kukacka (2019). Em seu estudo os autores apresentam a apropriação de elementos da Teoria do Prospecto no modelo de precificação de ativos baseados no agente. Seguindo o parâmetro inicial do ABM proposto por Brock e Hommes (1998), os autores supracitados inserem o conceito da aversão à perda e o ponto referencial (*status quo*) como uma extensão do modelo com o intuito da avaliação dos agentes sob a ótica de aspectos cognitivos, testando-o a partir da aplicação da simulação de Monte Carlo. As extensões por Polach e Kukacka (2019) são apresentadas nas equações (22) a (25):

Inserção da aversão à perda através da maximização da função de utilidade:

$$F_t(W) = -\exp(-\alpha \cdot B_{h,t} \cdot W) \quad (22)$$

Na qual os parâmetros de aversão à perda seguem:

$$B_{h,t} = \begin{cases} c_g & \text{se } U_{h,t} > 0 \\ c_l & \text{se } U_{h,t} \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

onde c_g e c_l são parâmetros de ganho e perda, respectivamente, e $0 < c_g < c_l$.

Assim, a função de maximização passa, então:

$$\max_{z_{h,t}} \left\{ E_{h,t}(W_{t+1}) - \frac{\alpha \cdot B_{h,t}}{2} \cdot V_{h,t}(W_{t+1}) \right\} \quad (24)$$

e cuja demanda simplificada passa a ser dada por:

$$z_{h,t}^* = \frac{E_{h,t}(p_{t+1} + y_{t+1} - R \cdot p_t)}{\alpha \cdot B_{h,t} \cdot \sigma^2} \quad (25)$$

Sugere-se que o conjunto das equações completas, desde as deduções até as aplicações, para o ABM, incluindo os pressupostos da TP, sejam consultados na íntegra em Polach e Kukacka (2019).

No Quadro 1 estão relacionados alguns estudos mais recentes acerca da aplicação prática dos fundamentos da teoria do prospecto no mercado financeiro, com enfoque específico para a precificação de ativos.

Autor / ano	Título do trabalho	Principais contribuições
Carvalho et al. (2023)	A logarithmic market scoring rule agent-based model to evaluate prediction markets	Apresentam um modelo logarítmico de marcação de mercado empregando o ABM na avaliação de previsões de mercado
Kruttl (2022)	From Which Consumption-Based Asset Pricing Models Can Investors Profit? Evidence from Model-Based Priors	Analisa e compara três modelos de precificação de ativos baseados no consumo, entre eles um relacionado à TP, no intuito de verificar se estes melhoram as previsões de retornos excedentes de um hipotético investidor a partir de 1947.
Levy (2022)	An inter-temporal CAPM based on First order Stochastic Dominance	Emprega critérios de Dominância Estocástica para generalizar o CAPM intertemporal para investidores com aversão ao risco, sem aversão ao risco ou indiferentes ao risco balizados pela TP.
Jin e Sui (2022)	Asset pricing with return extrapolation	Apresenta um novo modelo de precificação de ativos cujo agente figurativo acredita em retorno de ativos de maneira extrapolativa em um modelo que “gera excesso de volatilidade e previsibilidade dos retornos do mercado de ações, um alto prêmio de ações, uma taxa livre de risco baixa e estável e uma baixa correlação entre os retornos do mercado de ações”

Quadro 1 – Estudos recentes sobre aplicações da teoria do prospecto em modelos de precificação de ativos.

Autor / ano	Título do trabalho	Principais contribuições
Chen et al. (2022)	Explaining cryptocurrency returns: A prospect theory perspective	Apresenta a divergência que as criptomoedas que são mais aderentes à TP retornam valores futuros menores que aquelas que não são atraentes do ponto de vista da TP e vice-versa.
Levy, H. e Levy, M. (2021)	Prospect theory, constant relative risk aversion, and the investment horizon	Utilizaram uma configuração considerando horizontes distintos com objetivo de avaliar em termos teóricos previsões tanto da Utilidade esperada com constante relativa Preferências de Aversão ao Risco (CRRA) como por diferentes pesos e referências da teoria do prospecto (TP)
Polach e Kukacka (2019)	Prospect Theory in the Heterogeneous Agent Model	Modelo de precificação de ativos baseados no agente com a incorporação de extensões específicas da teoria do prospecto.
Baele et al. (2019)	Cumulative prospect theory, option returns, and the variance premium	modelo de precificação de ativos baseados na teoria do prospecto cumulativa, demonstrando que existe uma combinação entre a ponderação de probabilidade e a volatilidade do retorno das ações com variação no tempo que, juntos, correspondem ao padrão de prêmio observado ao longo da série temporal estudada.

Quadro 1 – Estudos recentes sobre aplicações da teoria do prospecto em modelos de precificação de ativos. (continuação)

A relação de trabalhos elencados no quadro 1, embora não abarquem todos os estudos na área, demonstra a evolução da teoria do prospecto neste campo da economia financeira e a abertura para aplicações poucos exploradas em um histórico relativamente recente.

Apesar dos esforços demonstrados nos estudos supracitados, a análise sistemática elaborada Alhenawi, Hassan e Hasan (2022) apresenta um panorama geral das publicações relacionadas às finanças e possibilita a percepção, a partir dos dados apresentados, do número ainda pequeno de estudos que tratam da relação entre as duas temáticas aqui tratadas: finanças comportamentais e modelos de precificação de ativos. Em suas análises, os autores exploram 20 anos de publicações em finanças, de 2000 a 2019, observando, entre outras linhas de estudos, que, de um total de 40.229 *papers* avaliados, 1.919 deles versaram sobre modelos de precificação de ativos e 1.056 sobre finanças comportamentais. Apesar do volume considerável dos trabalhos nas duas linhas isoladamente, a análise cruzada dos estudos, que avaliou a existência de agregação de duas ou mais temáticas em um mesmo trabalho, possibilita identificar que nenhuma das duas temáticas está entre as cinco mais comuns à outra, embora

ambas se relacionam igualmente com a temática “estratégia de investimento e gestão de portfólio”.

O que se percebe, portanto, é que os estudos de modelos de precificação de ativos alinhados às finanças comportamentais, à teoria do prospecto ou vieses específicos por ela estudados ainda se encontram em processo embrionário. Tal abertura permite inferir que, apesar de incipiente, há campo para que se expanda ainda mais esses estudos.

Adicionalmente, apesar de os estudos financeiros terem avançado na aplicação da teoria do prospecto na precificação de ativos, pontos importantes vêm à tona em relação à possível evolução das pesquisas na área: inicialmente, levanta-se a possibilidade de explorar as teorias elaboradas acerca da precificação de ativos na proposição de modelos de índices como parâmetro de avaliação de ativos baseados nas finanças comportamentais, ou mais especificamente na teoria do prospecto, em contraponto aos índices mais usuais baseados no CAPM, como Sharpe, Sortino e Treynor.

Outro ponto é compreender a complexidade dos modelos baseados na teoria do prospecto e identificar maneiras de torná-los mais acessíveis para além do campo acadêmico ou mesmo se há possibilidades de simplificações capazes de garantir respostas satisfatórias sem perder a essência comportamental e sem perder-se em modelos extensos e de difícil aplicação. Além disso, pode-se buscar verificar se os modelos de precificação de ativos baseados na TP ou eventuais rácios a eles relacionados podem ou não ser respostas satisfatórias para a mitigação ou mesmo a eliminação dos efeitos da MLA nos indivíduos expostos a esse viés em situações de aplicações em ativos no mercado financeiro.

Como propósito complementar, compreende-se a necessidade de que um eventual novo modelo de índice deva se enquadrar nos quatro axiomas propostos por Kroll, Marchioni e Ben-Horin (2021) para a separação da decisão objetiva de otimizar a composição arriscada de uma carteira da decisão subjetiva de otimizar o peso do nível de ativos livres de risco dessa mesma carteira.

Obviamente, as possibilidades abertas por esta ramificação específica não se resumem às supracitadas, tanto pelo fato de novos estudos terem sido feitos para expandir as aplicações reais e factíveis da teoria do prospecto no campo financeiro (como relatado em Barberis, 2013), como os próprios estudos que testam ou buscam falsear os estudos até então publicados nesta área. Ademais, as próprias proposições feitas anteriormente podem sugerir novas ramificações

em termos teóricos e aplicados, possibilitando avançar e reforçar a importância das finanças comportamentais, em especial à teoria do prospecto, no campo.

Ao longo do referencial teórico foi apresentada a evolução dos estudos em finanças com um maior direcionamento aos modelos métricos empregados nas avaliações dos mercados de tal modo que se possa traçar um paralelo entre os modelos e as arbitragens das finanças modernas em relação às proposições e métricas estabelecidas nas finanças comportamentais, incluindo as distinções sobre aplicações empíricas e em contextos reais de cada uma delas.

Em resumo, iniciou-se pela apresentação da teoria moderna do portfólio e da hipótese do mercado eficiente, e como estas estão influenciadas pelos princípios da utilidade esperada e da aversão ao risco. Na sequência, foram apresentados os pontos de crítica desse modelo tradicional em finanças, identificando as incoerências e incapacidades em explicar as anomalias do mercado e dando brecha para o surgimento e a expansão dos estudos das finanças comportamentais. Apoiada por princípios heurísticos nas decisões e pela demonstração da existência de diversos vieses cognitivos, a Teoria do Prospecto se destaca, trazendo princípios novos como a aversão à perda, o ponto referencial e a contabilidade mental. Um novo paralelo é traçado ao apresentar modelos de precificação de ativos, como CAPM e ABM, e das razões de Sharpe, Sortino e Treynor, todos pautados na teoria moderna de finanças, e os modelos de precificação de ativos adaptados ou formulados com base na teoria do prospecto. Considera-se que os assuntos abordados, embora trazidos como recortes em relação à vasta literatura da área, são satisfatoriamente abrangentes para as discussões metodológicas e dos resultados que serão abordados e discutidos mais adiante.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O objetivo deste capítulo é apresentar os procedimentos metodológicos gerais desenvolvidos ao longo de toda a construção da tese. Para tanto, traz-se, inicialmente as hipóteses que dão o direcionamento ao desenvolvimento da pesquisa, o delineamento da pesquisa com a classificação da pesquisa quanto à natureza, aos objetivos, à abordagem e aos procedimentos técnicos e, posteriormente, é apresentada a fonte e método da coleta de dados e os mecanismos propostos para tratamento e análise dos dados da pesquisa.

A quarta seção deste capítulo apresenta a justificativa para a aplicação das simulações computacionais bem como traz os modelos matemáticos das técnicas empregadas para tais simulações, a saber: Cadeia de Markov e o modelo de simulação de Monte Carlo. Ao final do capítulo são apresentadas as limitações metodológicas que delimitam a extensão da pesquisa.

3.1 Hipóteses de pesquisa

Após a apresentação da evolução teórica no desenvolvimento dos estudos em finanças, partindo das conceituações da teoria moderna do portfólio e do modelo do mercado eficiente, e os arbitramentos delas oriundas, até alcançar a teoria do prospecto, seus desdobramentos e a proposta de modelos métricos nela baseados, traz-se aqui a convergência dessas discussões em prol das formulações das ideias necessárias à proposição da tese.

A construção de hipóteses ora apresentadas possui como propósito garantir a argumentação sólida a abonar a validade teórica do modelo do novo arquétipo de índice proposto. Para tanto, são desenvolvidas cinco hipóteses de pesquisa complementares entre si para a identificação da viabilidade teórica e técnica do modelo de índice pretendido. Sendo:

Hipótese 1: O novo modelo de índice baseado na Teoria do Prospecto apresenta-se similarmente útil e inteligível em relação aos modelos de índices prevaescentes

O primeiro modelo de rácio empregado para a avaliação do desempenho de investimentos, como já demonstrado ao longo da revisão da literatura, foi proposto em 1966 por Willian Sharpe, sendo seguido da formulação de índices com igual propósito e aplicação, como Treynor, Sortino e Ômega. Desde então, outros muitos índices e variações dos índices

tradicionais foram propostos com o intuito do aprimoramento e/ou evolução das métricas utilizadas nas avaliações de retorno em relação à variabilidade e risco.

Todavia, a popularidade dos métodos como do índice de Sharpe, Treynor ou de Sortino mantém sua utilização ainda hoje. Estudos recentes empregam esses modelos tradicionais de rácio como referência para o desenvolvimento das pesquisas, demonstrando que, apesar das limitações, sobretudo em relação ao emprego da distribuição gaussiana, ainda são considerados relevantes. Para citar alguns, Barillas *et. al* (2020) propõem a condução de testes de comparação de modelos em situações que empregam o índice de Sharpe ao quadrado. Agarwal e Lorig (2020) propõem o índice de Sharpe implícito para possibilitar a análise de investimentos em mercados financeiros incompletos; Mahesh e Laha (2021) reformulam o modelo de Sharpe e o de Sortino para torná-los mais robustos. Os trabalhos supracitados são apenas alguns dos que empregam esses modelos tradicionais de rácio como referência para o desenvolvimento das pesquisas, demonstrando que, apesar das limitações, sobretudo em relação ao emprego da distribuição gaussiana, ainda são considerados relevantes.

Vidal-García e Vidal (2023) chamam a atenção pela preferência e prevalência da aplicação do índice de Sharpe na análise de desempenho de portfólios de investimento em igual proporção ao redor do mundo, tendo analisado comparativamente a aplicação dos métodos em mercado de 35 países com ao menos um em cada região geográfica do globo. Sua aplicação fez comparação em relação a outros índices e medições, mais precisamente o Alfa de Jansen, o índice de Treynor e Modigliani e Modigliani (M2), analisando retornos diários e mensais de mais de 20 mil fundos mútuos e constatando que os resultados apresentam o mesmo ranking independentemente do método utilizado.

No decorrer da revisão da literatura trazida já foi salientado, conforme Brennan e Zhang (2018), a prevalência do CAPM em relação a modelos mais sofisticados em função da sua simplicidade. Compreende-se que, por extensão, os modelos de índices nele baseados servem-se da mesma simplicidade e popularidade.

As demais hipóteses estão relacionadas aos axiomas de coerência para performance de índices proposto por Kroll et al. (2021)

Hipótese 2: O novo modelo de índice baseado na MLA é coerente com o axioma da monotonicidade

Na avaliação de índices de avaliação de risco/retorno em finanças, o axioma de monotonicidade é um dos princípios fundamentais que se espera que sejam atendidos para que uma medida de desempenho de um investimento seja considerada razoável e útil. Esse axioma estabelece uma relação direta entre o retorno e o risco de um ativo ou carteira de investimentos de modo que, como explica Denault (2001), uma determinada carteira de investimento em comparação com outra precisa apresentar um risco menor para ser considerada de maior valor, ou seja, uma carteira Y vale mais que uma carteira X desde que respeitada a condição apresentada em (26) para todas as variáveis limitadas aleatórias X, Y.

$$X \leq Y, \rho(X) \geq \rho(Y) \quad (26)$$

Kroll et al. (2021) propõem um relaxamento, sem a perda da importância prática, para possibilitar maior coerência nas medidas de risco condicionadas à utilidade do investidor, isso porque as medidas de risco consideradas coerentes aos maximadores ditos racionais também o são para aqueles avessos ao risco. O contrário, todavia, não é verdadeiro.

Nessa condição, a monotonicidade para todo maximador racional avesso ao risco é balizado pelo parâmetro apresentado em (27):

$$\text{Se } \widetilde{R}_x \underset{SD(n)}{D} \widetilde{R}_y, \text{ então } \Psi(\widetilde{R}_x) \underset{(n)}{\geq} \Psi(\widetilde{R}_y) \quad (27)$$

Em que n significa o grau de dominância estocástica, ao passo que a regra SD divide as virtuais distribuições em dois conjuntos distintos: um eficiente e outro não-eficiente. Neste contexto o símbolo Ψ é a representação dada por Kroll et al. (2021) aos axiomas de coerência para performance de índices. Eles explicam que no cerne desse axioma ajustado está a consistência necessária entre classificar as carteiras de investimento e ao mesmo tempo atender à utilidade esperada dos investidores.

Hipótese 3: O novo modelo de índice baseado na MLA atende ao pressuposto do axioma de monotonicidade de volume

O axioma de monotonicidade de volume está relacionado à variação do volume total de capital investido, de maneira que, independentemente do volume de capital aportado, a taxa de desempenho por unidade de capital investido necessariamente deve manter-se invariante. Nesse contexto, a constante positiva, λ , representa e deve assim ser entendida como multiplicador de riqueza (Kroll et al., 2021)

Kroll et al. (2021) exemplificam a aplicação do axioma tomando como referência o índice de Sharpe, conforme apresentado em (28):

$$SR(\xi(1 + \tilde{R}_x)) = \frac{E(\xi(1 + \tilde{R}_x)) - \lambda(1 + R_f)}{Std(\xi(1 + \tilde{R}_x))} = \frac{E(\xi \tilde{R}_x) - \lambda R_f}{Std(\xi \tilde{R}_x)} = \frac{E(\tilde{R}_x) - R_f}{Std(\tilde{R}_x)} = SR(\tilde{R}_x) \quad (28)$$

Kroll et al. (2021) explicitam a diferença desse axioma proposto em relação ao axioma equivalente, e normalmente utilizado, conhecido por homogeneidade positiva, visto que, neste, há o aumento do risco do investimento em função do aumento do volume de capital em carteira. A ideia da monotonicidade de volume é a análise focada no desempenho por cada unidade de capital investido, tal qual é observado pelos índices.

Hipótese 4: O novo modelo de índice baseado na MLA é coerente com o axioma da invariância de translação livre de risco

O modelo tradicional do axioma da invariância de translação, propostos no contexto da *Average Drawdown at Equity* – ADE, é um requisito genuíno aos índices de avaliação risco/retorno e pode ser compreendido, conforme apresenta Denault (2001), a partir da formulação descrita em (29). Nessa proposição, o valor adicional de um investimento livre de risco reduz o risco geral da carteira.

$$\rho(X + \alpha rf) = \rho(X) - \alpha \quad \forall \alpha \in \mathbb{R} \quad (29)$$

Considerando a variável aleatória limitada X e o rf como o preço, em determinado momento futuro, de um investimento referencial sem risco cujo preço atual seja igual a um.

Também para este axioma Kroll et al. (2021, p. 5) propõem uma atualização que se baseia em dois pontos principais: primeiramente o fato de que um rácio para avaliação do desempenho deve considerar, exclusivamente, os ativos de risco da carteira, visto que aqueles livres de risco já produzem efeitos de retorno conhecidos. Adicionalmente, é postulada “uma separação entre a composição ótima do componente de risco do portfólio e a divisão geral do portfólio entre o componente de risco e o componente livre de risco”. Assim, nessa postulação o axioma é definido por (30):

$$\Psi(\alpha \tilde{R}_x + (1 - \alpha)R_f) = \Psi(\tilde{R}_x) \quad (30)$$

Onde $0 < \alpha < 1$ representa a proporção do componente de risco da carteira e R_f trata-se da taxa livre de risco.

Hipótese 5: O novo modelo de índice baseado na MLA respeita o axioma da concavidade

Esse axioma se baseia em um princípio similar ao axioma de convexidade sugerido inicialmente por Föllmer e Schied (2002). O axioma da convexidade sugere que o risco de uma carteira diversificada deve ser igual ou menor que a soma do risco individualizado dos ativos que a compõem (Föllmer e Schied, 2002).

Em Kroll et al. (2021), o rol dos axiomas inclui o axioma da concavidade que busca conjecturar a potencialidade de uma vantagem obtida pelo processo de diversificação, uma vez ocorrida a correlação entre ativos. Eles salientam que a igualdade na relação de concavidade entre dois ativos distintos infere o correlacionamento positivo perfeito e a igual distribuição, o que seria equivalente a conter dois ativos de uma mesma empresa na composição da carteira. Tal axioma é representado pela equação (31):

$$\Psi[\alpha\tilde{R}_x + (1 - \alpha)\tilde{R}_y] \geq \alpha\Psi(\tilde{R}_x) + (1 - \alpha)\Psi\tilde{R}_y \quad (31)$$

3.2 Delineamento da pesquisa

Para caracterização da pesquisa empregou-se como tipologia base as definições dadas pelos autores Gil (2002) e Prodanov e Freitas (2013), classificando a pesquisa quanto à natureza, os objetivos, a abordagem e os procedimentos técnicos empregados.

Quanto à natureza a pesquisa é uma pesquisa aplicada, que conforme explicam Prodanov e Freitas (2013), é uma forma de pesquisa que tem o intuito de, através da aplicação prática, possibilitar a solução de um problema pesquisado. A pesquisa se classifica especificamente como aplicada, uma vez que extrapola a busca pelo conhecimento teórico e, partindo da proposição de um novo modelo de índice, busca-se aplicar tal modelo no anseio de validá-lo.

Adicionalmente, a aplicação prática do índice sob diferentes cenários é que possibilitará identificar se cada um dos pressupostos dos axiomas de Kroll et al. (2021) é respeitado, o que não seria possível de ser alcançado em uma pesquisa básica.

Para compreender a aplicação da pesquisa em relação aos seus objetivos, é necessário dividi-la em duas partes: a primeira é o embasamento teórico para o desenvolvimento geral da pesquisa. Neste quesito, como qualquer pesquisa bibliográfica, trata-se de uma pesquisa exploratória. Do ponto de vista da construção da pesquisa aplicada propriamente dita, os objetivos da pesquisa se classificam como explicativo e descritivo.

Considerando o aspecto exploratório a partir do levantamento bibliográfico, a presente pesquisa buscou explorar três níveis de conteúdos que convergem na contribuição para o desenvolvimento prático posterior: a compreensão da evolução das finanças sob a perspectiva das aversões ao risco e à perda; a identificação de modelos de precificação de ativos e dos rácios na perspectiva das finanças modernas; e a descrição de modelos métricos que incorporam as finanças comportamentais.

A pesquisa é explicativa por estabelecer um novo modelo de indicador de avaliação da relação risco-retorno e, a partir dele, propor a compreensão de fatos considerando dados já ocorridos de modo a compreender a validade do novo pressuposto. É assim classificada por que, conforme Gil (2002, p. 42), esse tipo de pesquisa tem “como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos [...] e explica a razão, o porquê das coisas”.

Ainda no contexto explicativo da pesquisa está a submissão do modelo proposto aos axiomas de validação de índices de relação risco-retorno, no intuito de explicar como o arquétipo matemático é capaz de ser aplicado para além do campo acadêmico.

A pesquisa é descritiva, uma vez que, conforme descreve Vergara (2012), ela possui como propósito evidenciar aspectos de um fenômeno ou de uma população, possibilitando correlacionar variáveis sobre tais de modo a auxiliar na compreensão desses fenômenos ou populações. No estudo em questão, busca-se descrever o comportamento histórico do mercado a partir da aplicação do modelo de índice a proposto e o atendimento a uma lista de axiomas pré-definidos. A submissão do modelo de índice a cenários hipotéticos também ajuda a descrição de diferenças de respostas em relação aos rácios tradicionais, sendo atestada por análises estatísticas.

Quanto à abordagem a pesquisa teve desenvolvimento majoritariamente quantitativo. A fase teórica, tecnicamente não-quantitativa, se resume ao embasamento necessário à pesquisa e na

concepção do modelo de índice da relação risco-retorno a partir dos conceitos da teoria do prospecto. Compreende-se, através de Ternoski, Costa e Menon (2022), que pesquisas qualitativas e quantitativas se diferem principalmente por esta generalizar resultados a partir de preceitos matemáticos-estatísticos, ao passo que aquela não generaliza resultados, mas enfoca em aspectos subjetivos.

A fase prática da pesquisa, cujo desenvolvimento caracteriza o aspecto quantitativo do trabalho, se deu a partir das análises das aplicações do índice proposto, já que tanto para fins descritivos como para explicativos a pesquisa se apoia em dados mensuráveis e põe à prova matemática sua aplicabilidade. A pesquisa quantitativa, como descrevem Ternoski, Costa e Menon (2022) é embasada pela aplicação de métodos estatísticos para medir, qualificar, classificar e tratar um conjunto de dados, sejam estes estritamente quantitativos ou não (dados como variáveis ou atributos que são tomados como dados contínuos).

Para possibilitar o cumprimento de tais fases, a pesquisa emprega como procedimentos técnicos a pesquisa *ex post facto*, simulação, pesquisa experimental e o método comparativo. O procedimento *ex post facto* que, segundo Gil (2002) busca avaliar a relação entre variáveis na qual se possui a variável independente presumível gerada por fatos já ocorridos, ou seja, trata-se de uma análise retrospectiva a partir de dados históricos de modo a analisar eventos passados que permitam identificar relações causais. Para o desenvolvimento desse procedimento, os dados analisados em retrospecto foram obtidos do mercado de ações norte-americano, mais precisamente o índice *Dow Jones*.

Os métodos de simulação permitem a criação de modelos representativos de sistemas reais, permitindo variadas análises que auxiliam na definição de soluções ou otimizações para problemas estudados. Situações em que não se pode atuar diretamente em um sistema real justificam a aplicabilidade de modelos de simulação (Prado, 2014). No presente trabalho a simulação foi desenvolvida por projeções propostas a partir de informações probabilísticas dos dados e utilizando tanto cadeia de Markov como a técnica de simulação de Monte Carlo.

A escolha pelo método de simulação de Monte Carlo se dá por dois motivos principais: por sua relativa simplicidade e facilidade de aplicação, e por se tratar de um mecanismo de simulação amplamente empregado em trabalhos acadêmicos no campo das finanças. A cadeia de Markov, por sua vez, foi escolhida como mecanismo complementar para melhorar a representação das variações do mercado, uma vez que esta parte sempre o valor obtido na última iteração. Este é também um mecanismo muito empregado para simulações em finanças. Como o propósito

principal da tese não trata de qual é o melhor modelo de simulação, mas sim da definição de um arquétipo para novo índice, compreende-se satisfatório o uso de mecanismos já empregados por outras pesquisas da área.

A definição pela aplicação do movimento Browniano como base de distribuição para a simulação, apesar de suas deficiências e incompletudes do ponto de vista ao atendimento da distribuição de probabilidades reais do mercado financeiro, se deu pela inexistência de cenários reais suficientes para análise mais aprofundada do índice proposto e, sobretudo, para possibilitar o processo comparativo aos outros índices (Sharpe e Sortino).

Compreende-se que o movimento dos mercados segue a ideia do caminho aleatório (*Random Walk*) (Suganthi e Jayalalitha, 2019) e, por esse e outros motivos científicos de outras áreas de pesquisa em que a normalidade não se aplica por inteiro, há na literatura adaptações e adequações do movimento browniano com fins melhor representação de movimentos reais. Para exemplificação pode-se citar o movimento Browniano geométrico. A título de exemplo, ele pode ser compreendido em Suganthi e Jayalalitha (2019), o movimento Browniano fracionário misto (ver: Dufitinema, Pynnönen e Sottinen, 2020), ou movimento com saltos (ex.: Ma, 2021). Também para fins de simplificação, a presente pesquisa propõe o emprego do movimento Browniano com picos esporádicos (saltos). O movimento browniano com salto é usado para modelar sistemas complexos e caóticos, onde fenômenos imprevisíveis e saltos aleatórios desempenham um papel significativo, como ocorre no mercado financeiro.

Quanto à etapa classificada por experimental, trata-se do mecanismo de avaliação do índice proposto frente aos axiomas de Kroll *et. al.* (2021) de modo a auxiliar no aceite ou refutação das hipóteses da pesquisa e, por consequência, no atendimento ao último objetivo específico traçado. Como sugere Gil (2002), a pesquisa experimental pressupõe a estipulação de relações causais entre os elementos pesquisados de tal modo que se possa, através da hipótese de pesquisa, esclarecer a investigação pretendida.

No caso específico deste trabalho, compreende-se que para cada axioma avaliado haverá um procedimento experimental simples, tal que se tem como hipótese nula que o resultado da análise e parecer do comportamento do índice em relação a um referido axioma é atendido e, como hipótese alternativa, que tal comportamento frente à exigência axiomática não é respondido, ou seja, refuta-se a capacidade do índice proposto atender ao axioma analisado.

O arquétipo de índice proposto foi elaborado tomando por base a estrutura de um grupo de rácios para avaliação de portfólios conhecido por Kappa, dentre os quais encontra-se, por exemplo, o índice de Sortino (Kroll *et al.*, 2021). De modo similar à proposição de Polach e Kukacka (2019), que propuseram a incorporação de extensões ao ABM baseadas na teoria do prospecto, propõem-se ajustes ao *Kappa ratio* partindo de premissas da TP e relacionadas a vieses cognitivos.

Por fim, o método comparativo, que segundo Gil (2002), envolve a investigação de fenômenos ou fatos para o destaque da similaridade e das diferenças entre eles. Considera-se que este método permite entender melhor as relações e os padrões subjacentes e, por tal motivo, é empregado de forma associada às simulações para avaliar comparativamente o índice proposto aos índices de Sharpe e de Sortino. Essa comparação, todavia, é realizada dentro do conceito dos testes estatísticos.

3.3 Amostra, coleta e análise de dados

Partindo da relação entre os objetivos de pesquisa, de sua abordagem e dos procedimentos técnicos propostos para o desenvolvimento desta pesquisa, traçam-se aqui os mecanismos para definição da amostragem, a forma de coletar os dados e os meios para tratamento e análises das informações obtidas. Existem diversas técnicas para a coletar dados, cada uma associada diretamente com os procedimentos técnicos de pesquisa adotados, tais como entrevistas, questionários, observações, registros documentais, fontes secundárias, entre outros (Gil, 2002; Prodanov e Freitas, 2013).

Tanto no desenvolvimento da etapa experimental como na etapa *ex post facto*, a coleta de dados foi realizada por meio das informações quantificáveis disponibilizadas via fontes secundárias, mais especificamente por meio do *TradingView* e do *Yahoo finance*, levantando dados mensais do *USA 30* que compreendem o período de 2007 a 2024 (totalizando 18 anos de dados). A definição pelo índice *USA 30* foi por servir como uma *proxy* adequada para o índice *Dow Jones*, ao passo que o índice *Dow Jones* foi escolhido por ser um dos principais índices do mercado financeiro estadunidense e, por consequência, ser um índice influente do ponto de vista dos estudos em finanças considerando um aspecto mais generalizado e global. O recorte temporal foi escolhido para permitir que diferentes situações de mercado ocorridas ao longo dos anos selecionados, como oscilações, picos e stress, possam ser contempladas nas análises.

Os registros históricos dos dados referentes à taxa livre de risco foram obtidos por meio da base *Macrotrends LLC*, tomando como referência a taxa de juros dos títulos públicos do tesouro norte-americano. Foram considerados os registros mensais no mesmo período dos dados históricos do índice *Dow Jones*.

Em todos os casos foram empregados, exclusivamente, um levantamento de retornos mensais por considerar que a proposta do índice busca atender análises de médio e longo prazo e que o eventual emprego de dados diários ou por hora (levando em consideração seu alto volume) configuraria um impeditivo prático para a comparação a outros índices, como é proposto neste estudo. As informações, por padrão das fontes de dados, retornam o valor de fechamento ajustado de mercado referente ao primeiro dia útil de cada mês.

Dados de cada um dos ativos que compõem o USA30 do índice *Dow Jones* foram coletados através do *Yahoo finance* como requisito necessário ao teste do axioma de concavidade. Para tanto, foram considerados, especificamente, os ativos eletivos para compor o índice no ano de 2024, sendo os dados históricos considerados especificamente para estes ativos. A relação das ações que foram escolhidas e seus respectivos códigos são apresentados no Quadro 2.

Companhia		Ticker	Companhia		Ticker
1	American Express	AXP	16	JPMorgan Chase	JPM
2	Amgen	AMGN	17	McDonald's	MCD
3	Apple	AAPL	18	Merck	MRK
4	Boeing	BA	19	Microsoft	MSFT
5	Caterpillar	CAT	20	Nike	NKE
6	Chevron	CVX	21	Procter & Gamble	PG
7	Cisco Systems	CSCO	22	Salesforce	CRM
8	Coca-Cola	KO	23	Travelers Companies	TVR
9	Dow Chemical	DOW	24	UnitedHealth Group	UNH
10	Goldman Sachs Group	GS	25	Verizon	VZ
11	Home Depot	HD	26	Visa	V
12	Honeywell International	HON	27	Walgreens	WBA
13	IBM	IBM	28	Walmart	WMT
14	Intel Corporation	INTC	29	Walt Disney	DIS
15	Johnson & Johnson	JNJ	30	3M.	MMM

Quadro 2: Relação da composição do USA30 em 2024
Fonte: Elaborado pelo autor

A partir da aplicação de cálculos estatísticos para a amostragem, foram propostas 67 diferentes carteiras a partir desse conjunto de companhias, cada qual constando 10 diferentes ativos, todos escolhidos de maneira aleatória, de modo que fosse mantidos critérios probabilísticos. Assim, cada ação aparece, em média e aproximadamente, em 30% das carteiras (20,67), com desvio padrão de 3,13. O teste de hipóteses *Z* comprovou que o número de vezes em que cada ação aparece é estatisticamente igual à média populacional, significando que a distribuição dos ativos nas carteiras segue uma distribuição gaussiana, com o ativo de menor frequência aparecendo 13 vezes e o maior em 26 ocasiões.

Na elaboração da etapa da simulação computacional as mesmas fontes de dados foram empregadas e as variações probabilísticas do índice *Dow Jones* anteriormente auferidas foram empregadas para alimentação dos algoritmos e geração dos cenários hipotéticos. Todavia, o horizonte de análise envolve dados relativos a um período de 160 meses partindo dos 10 mil pontos, uma vez que esse é um valor médio ao final de 2009, logo após a crise do *subprime*.

O número de simulações iniciais foi de 10 mil cenários, valor comumente usados na literatura para simulações de variações em índices de mercados. Para as análises comparativas com os índices de Sharpe e de Sortino foram selecionados 100 cenários, cada um representando um percentil dentre a totalidades dos cenários simulados, possibilitando varrer todas as variações esperadas para o modelo. Nas análises, foram considerados os períodos para definição dos retornos de 12 meses, 24 meses e 36 meses.

Duas técnicas para o desenvolvimento foram usadas na elaboração de cenários hipotéticos, para a realização de testagens, avaliações e comparações, e para a construção de carteiras, para a realização dos testes do axioma da concavidade: A cadeia de Markov e o modelo de simulação de Monte Carlo.

Por compreender que os modelos de simulação são capazes de emular o comportamento de uma dada realidade através da transformação do conjunto de informações reais em dados randômicos de variáveis com função probabilística similar à real (Prado, 2014), a própria simulação serve de suporte para o tratamento dos dados da pesquisa. Na seção seguinte são detalhados os princípios matemáticos para a aplicação das duas técnicas.

Para o tratamento dos dados, elaboração dos modelos matemáticos, aplicação do índice tanto nos dados históricos como nos cenários simulados e na comparação com outros índices foram empregados dois softwares: Microsoft Excel, versão 2021, e o *Python*, versão 3.12. Os códigos

desenvolvidos no *Python* e utilizados nas aplicações práticas do trabalho estão disponibilizados nos Apêndices A e B. A interrelação das estratégias de concepção da pesquisa pode ser facilmente compreendida a partir da relação apresentada no Quadro 3:

Tipo de pesquisa	Etapas	Objetivo	Procedimentos técnicos	Fontes de informação	Instrumentos de coleta	Suporte tecnológico
FASE CONCEITUAL						
Exploratória	1	Levantar os aspectos de distinção entre aversão ao risco, aversão à perda e aversão à perda míope na avaliação de opções de investimento;	Bibliográfica: - Bibliometria - Revisão Sistemática	Artigos obtidos das bases: - Web of Science - Scopus - Scielo	Observação	MS Excel Zotero
Explicativa	2	Modelar um novo arquétipo de índice capaz de ponderar dados e mitigar efeito de perdas passadas para decisões de investimentos posteriores;	Modelagem matemática empírica	Modelos de precificação de ativos com base na TP difundidos na literatura	<i>Não Aplicável</i>	MS Excel Python
FASE PRÁTICA / APLICADA						
Explicativa	3	Validar o arquétipo de índice proposto segundo os axiomas de Kroll <i>et al.</i> (2021)	Experimental	Dados da pesquisa: Etapa 2	<i>Não Aplicável</i>	MS Excel Python
Descritiva	4	Verificar desempenho da métrica proposta em situações históricas anormais, tais como em bolhas financeiras e crises econômicas	<i>Ex-post facto</i>	USA 30 (Dow Jones)	Dados secundários: TradingView Yahoo Finanças	MS Excel Python
Descritiva	5	Testar o modelo do índice em cenários simulados de mercados financeiros.	Simulação	USA 30 (Dow Jones)	Dados secundários: TradingView Yahoo Finanças	MS Excel Python
Descritiva	6	Avaliar, comparativamente, o desempenho da métrica proposta em relação aos índices de Sharpe e de Sortino	Método comparativo / Experimental	Etapas 4 e 5	Dados secundários e Cenários simulados computacionalmente	MS Excel Python

Quadro 3: Estratégia de concepção da pesquisa
Fonte: Elaborado pelo autor

O desenvolvimento da pesquisa bibliográfica teve dois propósitos principais: primeiramente, buscar o embasamento teórico para o desenvolvimento da tese de modo a compreender a evolução das pesquisas na área, as possibilidades de desenvolvimento de estudos a partir de temáticas incipientes ou inexistentes e as limitações teóricas no contexto de pesquisa pretendido. Além disso, o propósito adicional foi conhecer as proposições relacionadas à precificação de ativos baseados na teoria do prospecto, familiarizar com os modelos já estabelecidos e definir, a partir de um modelo de referência, um ponto de partida para a construção de uma nova teoria, mais especificamente o modelo do arquétipo de índice proposto nesta pesquisa.

A segunda etapa traz a formulação da modelagem matemática empírica propriamente dita. Essas duas etapas, ambas da fase teórica da pesquisa, auxiliam na resposta ao primeiro objetivo específico traçado para o trabalho, que propõe o modelar uma razão com pressupostos da TP. É também pela segunda etapa que se buscou o atendimento à primeira hipótese de pesquisa.

A terceira etapa da pesquisa, na qual já se inicia a fase aplicada do presente trabalho, se encarrega da validação do arquétipo de índice proposto segundo os axiomas de Kroll *et al.* (2021), atendendo, portanto, ao segundo objetivo específico e, necessariamente, testando as hipóteses 2, 3, 4 e 5 levantadas na primeira seção deste capítulo.

As etapas metodológicas quatro e cinco visam atender, respectivamente, aos terceiro e quarto objetivos específicos empregando, para tanto, a análise histórica mais recente do índice *Dow Jones*, primeiramente aplicando os próprios dados consolidados do índice no período pré-estabelecido e, complementarmente, a partir da simulação de cenários que têm esse índice como fonte de dados base.

No caso do estudo em questão, ao aplicar técnicas de simulação podem-se observar situações atípicas clássicas que dificilmente vão ser observadas tomando um recorte temporal de índices padrões do mercado (*S&P 500*, *Dow Jones*, *Ibovespa*, etc.), possibilitando, assim, analisar a métrica proposta em fatores relevantes, tais como situações de anormalidade e descontinuidade.

Por fim, a última etapa da pesquisa se encarrega da comparação dos resultados de avaliação de risco-retorno do índice proposto aos resultados obtidos empregando os índices tradicionais de Sharpe e de Sortino, respondendo ao quinto objetivo específico. Para comparar tais resultados empregou-se o planejamento experimental pelo uso do quadrado latino e, especificamente para as simulações, testes estatísticos *t* de *Student* para pares de amostras independentes.

3.4 Procedimentos e técnicas de simulação

A simulação é uma forma, dentre muitas técnicas metodológicas, usadas para o desenvolvimento de pesquisas nos mais diversos campos de estudo. Trata-se de um mecanismo que busca reproduzir aspectos da realidade em um ambiente controlado, com o objetivo de analisar e compreender determinados fenômenos sociais. Essa técnica envolve a construção de modelos, geralmente computacionais, que representam sistemas sociais complexos, sendo geralmente empregada quando outros métodos de pesquisa são inviáveis técnica ou financeiramente.

De acordo com Mollona (2008), a simulação computacional envolve a manipulação de dados (símbolos) a partir do emprego de algoritmos limitados por um conjunto de regras e restrições que possibilitarão a derivação de proposições de suposições. Sua adoção, segundo Axelrod (1997), exige a condução de um modelo que analisa resultados a partir de um conjunto de entradas adequadamente selecionadas.

Nas ciências sociais, o desenvolvimento de pesquisas experimentais pode estar muitas vezes limitado pela complexidade das interações existentes socialmente, o que torna árdua a compreensão do comportamento agregado e simultâneos de ações de grupos indivíduos. A questão é que grande parte das pesquisas nesse campo de estudo exige um mapeamento macro, problemas e questões que escalas espacialmente abrangentes, como o efeito de crises econômicas e mudanças climáticas por exemplo, e também uma análise do micro, que envolve a percepção mais individual de cada pessoa (Squazzoni, Jager e Edmonds, 2013).

A simulação, em geral, seguirá uma lógica similar, em termos metodológicos, a um experimento. Contudo, com processos ou ambientes gerados por métodos computacionais, ela possibilita o desenrolar de várias interações ou a possibilidade de muitas observações distintas, permitindo analisar e identificar as consequências de alterações em determinados fatores chaves que se estejam estudando (Carsey e Harden, 2014).

Mollona (2008) salienta que a busca por respostas numéricas acaba ocorrendo justamente pelo fato de não ser possível realizar tratamentos analíticos em determinados estudos devido a sua complexidade e, apesar de possuir limitações, um projeto robusto e bem delimitado é capaz de superar os principais problemas pelos quais implicam resistência em sua utilização.

As limitações da simulação, todavia, estão também relacionadas com informações prévias existentes, o que pode limitar sua utilização. Conforme Vicente (2005), existe uma categorização das possibilidades de aplicação das simulações de acordo com certas limitações, como a existência ou não de dados empíricos e de modelos operacionais prévios, conforme apresentado no Quadro 4:

		Existem dados empíricos	
		Sim	Não
Existe um modelo	Sim	<i>Confirmatório</i>	<i>Projeção</i>
	Não	<i>Busca de modelo</i>	<i>Sem uso Possível</i>

Quadro 4: Formas de aplicação da Simulação

Fonte: Vicente (2005)

A aplicação confirmatória ocorre quando já existem dados para o problema e também já se dispõe de um arquétipo representativo, sendo, por isso, empregada para atestar a validade do modelo, em geral, a partir da submissão do modelo a novos conjuntos de dados que tenham sido coletados em condições distintas. Além disso, pequenas variações no modelo podem auxiliar na compreensão de sua sensibilidade e tolerância em relação a determinadas hipóteses (Vicente, 2005).

No caso da projeção, o emprego da simulação possibilita, a partir de conjunto de entradas de dados atuais (por vezes complexos), a definição de previsões futuras e suas consequências, empregando, para tanto, o processamento de mecanismos hipotéticos (Axelrod, 1997).

Quando há dados empíricos, mas não existe um modelo prévio, o emprego da simulação pode advir justamente para a proposição desse modelo. A formalização de uma nova teoria pode empregar a simulação como um laboratório teórico que possibilite a manipulação de processos de dedução a fim de lidar com sistemas complexos. Nesta situação, para tanto, a formulação deve ser baseada no desenvolvimento de tese com base sólida em uma literatura teórica e precisará ser aprimorado por meio da sucessão de vários testes (Vicente, 2005; Mollona, 2008).

É justamente com o intuito de validar, estatisticamente e axiomáticamente, o modelo de rácio alvitrado que se propõe a elaboração de cenários simulados. Nesta pesquisa recorre-se a duas técnicas específicas: Cadeias de Markov e Método de Monte Carlo.

3.4.1 Cadeia de Markov

As cadeias de Markov são amplamente utilizadas para modelar processos estocásticos em várias áreas científicas, como biologia, ciência da computação e, como esperado, nas finanças, devido às suas diversas vantagens práticas. Elas são fáceis de descrever analiticamente, tornam cálculos complexos tratáveis em muitos domínios e são bem compreendidas, oferecendo algum nível de interpretabilidade quando usadas em algoritmos e se apresentando particularmente adequadas para modelar a geração de dados em séries temporais e grafos (Seabrook; Wiskott, 2023).

Trata-se de uma técnica amplamente utilizada em finanças para modelar e prever o comportamento de variáveis financeiras ao longo do tempo. Segundo Brzeiniak e Zastawniak (2002), as cadeias de Markov são, ao mesmo tempo, simples em sua conceituação e propriedades básicas, e complexas quando se espera uma compreensão aprofundada. Trata-se de um processo estocástico no qual a probabilidade de um evento futuro depende apenas do estado atual e não dos estados anteriores.

Sua condição futura pode ser predita a partir de uma função de probabilidades iniciada com o estado atual em que se encontra determinada situação. Assim, a formação de uma cadeia simples com dois ou três estados gerais pode ser representada, para mera exemplificação, pelas matrizes e esquemas apresentadas na Figura 10 (Norris, 1997).

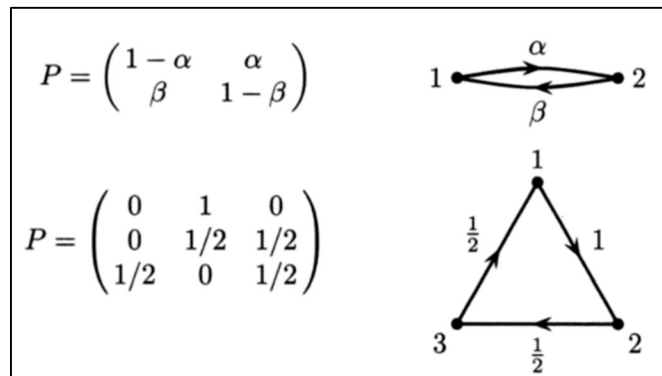


Figura 10 – Esquemas da Cadeia de Markov
Fonte: Norris (1997).

Conforme explicam Seabrook e Wiskott (2023), as cadeias de Markov descrevem a evolução temporal de uma sequência infinita de variáveis aleatórias $X = \{X_t : t \in T\}$, definidas em um espaço de estado S e indexadas por um conjunto de tempo T . Em outros termos, a técnica pode ser formalizada em termos de probabilidades de transição como demonstrado na equação (32):

$$\Pr(X_{t+1} = x \mid X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_t = x_t) = \Pr(X_{t+1} = x \mid X_t = x_t) \quad (32)$$

Se as probabilidades não variarem com o tempo, a cadeia de Markov é chamada de homogênea, e sua evolução pode ser totalmente descrita por probabilidades de transição entre pares de estados em S : $\Pr(X_{t+1} = s_j | X_t = s_i) = P_{ij}$. Estas probabilidades podem ser coletivamente representadas como uma matriz $N \times N$ (Equação 33):

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1N} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N1} & P_{N2} & \cdots & P_{NN} \end{pmatrix} \quad (33)$$

que é chamada de matriz de transição da cadeia de Markov. É importante observar que as probabilidades de transição de cada estado são organizadas ao longo das linhas da matriz na Equação (30), o que significa que a soma das linhas é dada conforme a equação (34):

$$\sum_{j=1}^N P_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (34)$$

Assim, serão consideradas matrizes estocásticas se toda linha da matriz P for uma distribuição de probabilidades (Norris, 1997). As Cadeias de Markov são frequentemente mais bem descritas por diagramas ou grafos, chamados gráficos de transição da cadeia de Markov, como os exemplificados pela Figura 11, considerando quatro estados (Seabrook; Wiskott, 2023):

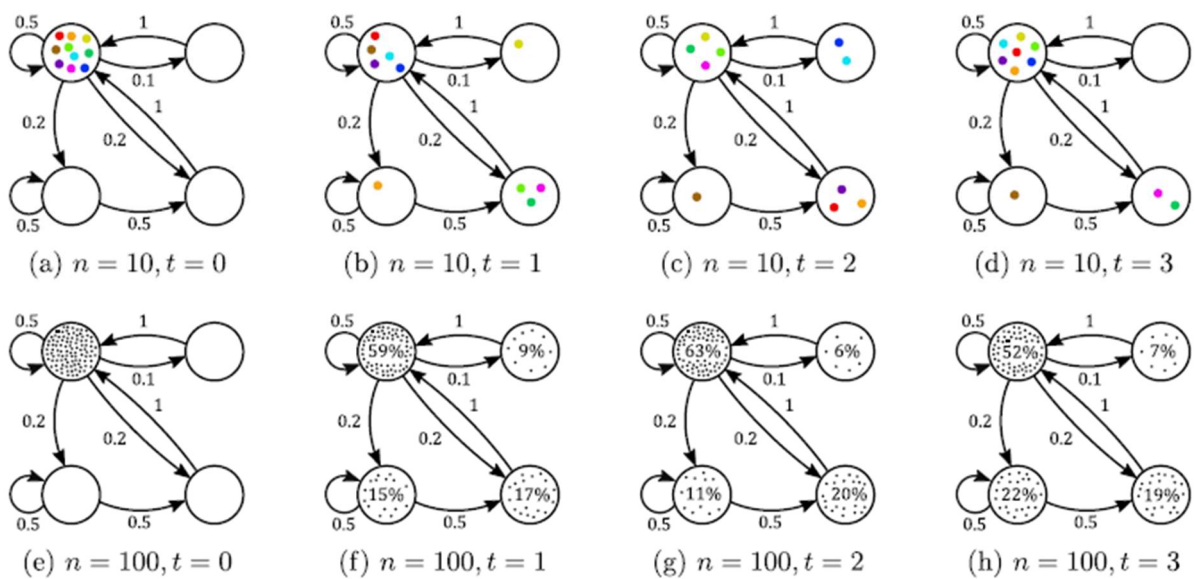


Figura 11 – Gráficos de transição da cadeia de Markov - Adaptado
Fonte: Seabrook e Wiskott (2023)

Nas finanças, a cadeia de Markov pode ser aplicada em diferentes contextos, como previsão de preços de ativos, análise de risco de crédito, alocação de carteira e simulação de séries temporais financeiras. Estudos diversos, como em Chiba, Nardarib e Shephard (2002), Jones e Qins (2022), Lux (2022) ou Yuanfang (2023), descrevem a utilização das propriedades das cadeias de Markov com os processos de simulação de Monte Carlo para aplicações em finanças. Inclusive, como enfocam Seabrook e Wiskott (2023), fazer o processo da cadeia de Markov iterativamente pode gerar sequências de comprimento arbitrários e, sendo assim, ser pouco informativo por não fornecer uma descrição coletiva da evolução do processo. Justamente por isso, o emprego associado de amostragem via Monte Carlo possibilita a geração de diversas trajetórias a partir de um ponto inicial comum.

O modelo de simulação de Monte Carlo é extensamente aplicado em diversas áreas, incluindo uma vasta gama de aplicações e utilizações em finanças, e com propósito principal da modelagem de cenários baseados em distribuições probabilísticas conhecidas. Em função de sua grande aplicabilidade e do enfoque da presente pesquisa, o modelo de simulação de Monte Carlo será abordado de maneira mais detalhada na seção seguinte.

3.4.2 O modelo de simulação de Monte Carlo

O modelo de simulação de Monte Carlo é uma ferramenta com características tanto de flexibilidade como de potência para a estimação de resultados de processos ou sistemas complexos que, em geral, envolvem incerteza ou aleatoriedade (Wang, 2012). Além disso, essa ferramenta possibilita a recriação da repetibilidade de amostras de modo a facilitar estudos e a elaboração de inferências mesmo em situações diversas que limitam uma pesquisa (Carsey e Harden, 2014).

A aplicação desse modelo ocorre nos mais variados ramos de pesquisa, da engenharia à economia. Nos estudos em finanças o emprego do método de simulação de Monte Carlo é amplamente difundido e utilizado, sobretudo nas aplicações de análise quantitativa em finanças ou no estudo de gerenciamento de riscos, visto que nestas situações trabalha-se com os cálculos de quantidades que são realmente valores esperados (Wang, 2012).

Os métodos de Monte Carlo são fundamentados na analogia entre probabilidade e volume a partir da associação de um evento a um conjunto de resultados e pela definição da probabilidade da ocorrência desse evento em função do seu volume ou repetição em relação a um conjunto de

resultados possíveis. Para tanto, o método de Monte Carlo emprega tal ideia de forma inversa, ou seja, estima um determinado valor de um conjunto a partir da interpretação de uma probabilidade obtida a partir do cálculo do volume desse conjunto, valendo-se, para tanto, da Lei dos Grandes Números para assegurar a convergência da estimativa ao valor correto quanto maior for o número de iterações consideradas (Glasserman, 2004).

A ideia por trás desse método é simular repetidamente o processo em questão e, a partir daí, ser capaz de gerar variáveis aleatórias que estejam distribuídas de maneira uniforme, podendo, ainda, ser empregada como mecanismo para transformar essas variáveis em outras distribuições, e então analisar a distribuição dos resultados para obter uma estimativa estatística (Glasserman, 2004).

O modelo de simulação de Monte Carlo típico compreende a obtenção de um conjunto de amostras de dados tomadas aleatoriamente e um mecanismo de geração de dados (normalmente identificado apenas pela sigla DGP, do inglês *Data Generation Process*) capaz de fazer a descrição não observada na população geral, com enfoque em como o fenômeno de interesse é produzido (Carsey e Harden, 2014).

Segundo Glasserman (2004), em um processo genuinamente randômico é necessário um mecanismo que produza uma sequência de variáveis aleatórias U_1, U_2, U_n , de tal modo que cada U_i tenha, ao mesmo tempo, a uniformidade probabilística de estar distribuído entre 0 e 1, e que sejam mutualmente independentes entre si, sendo essa última propriedade de extrema importância para que qualquer par de valor seja não correlacionados.

Um gerador de dados segue os parâmetros apresentados nas equações (35) e (36):

$$x_{i+1} = ax_1 \bmod m \quad (35)$$

$$u_{i+1} = x_{i+1}/m \quad (36)$$

Deve-se destacar que, apesar de toda simulação de Monte Carlo apresentar uma sequência de resultados numéricos teoricamente aleatórios, sua randomização é programada, de modo que seus resultados são, na verdade, pseudoaleatórios. Todavia, os geradores de números aleatórios empregados atualmente imitam de maneira satisfatória a aleatoriedade genuína. Essa capacidade é considerada conveniente e útil para a aplicação e análises probabilísticas e estatísticas (Glasserman, 2004).

De modo geral, o modelo de simulação de Monte Carlo é representado pelas equações apresentadas de (37) e (38), seguem os preceitos dos processos randômicos anteriormente citados (Wang, 2012).

$$\mu = E [h(x)] \quad (37)$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} [h(x_1) + h(x_2) + \dots + h(x_n)] \quad (38)$$

Na qual a equação (34) é a representação geral para a estimação do valor esperado de uma função, sendo que sua estimativa pode ser dada pela média amostral, representada na equação (35).

Como o modelo de simulação de Monte Carlo pode ser aplicado a uma ampla variedade de situações, os modelos matemáticos específicos podem sofrer variações, conforme o contexto, e assim empregar em sua construção diferentes distribuições de probabilidade. Segundo Carsey e Harden (2014), algumas das distribuições empregadas, entre outras, incluem:

- a) Distribuição de Bernoulli: variáveis randômicas que assumem valor 1 ou 0. É dado pela média (39) e pela variância (40).

$$\mu = p \quad / \quad p = P(X = 1) \quad (39)$$

$$\sigma^2 = p(1 - p) \quad (40)$$

- b) Distribuição binomial: variáveis aleatórias associadas à distribuição de Bernoulli uma vez que conta o número de sucessos de uma série de tentativas desta distribuição. Assim, para se determinar uma variável aleatória binomial é necessário o número de tentativas e a probabilidade de sucesso em cada uma delas. A probabilidade para essa distribuição pode ser descrita por (41):

$$P(X = k) = \left(\frac{n!}{(n - k)! k!} \right) p^k (1 - p)^{n-k} \quad (41)$$

Em que k representa o número de sucessos em n tentativas. A média das variáveis binomiais é representada em (42) e sua variância em (43):

$$\mu = np \quad (42)$$

$$\sigma^2 = np(1 - p) \quad (43)$$

- c) Distribuição Gaussiana (normal): descreve uma forma simétrica em formato de sino, caracterizada por sua média μ e seu desvio padrão σ .

No campo de pesquisa das finanças o emprego da distribuição normal é prevalescente a partir da aplicação de um processo estocástico conhecido como movimento browniano.

Os processos estocásticos, de uma maneira geral, são amplamente usados para modelagem da dinâmica dos preços dos ativos no mercado financeiro. O modelo padrão usualmente empregado é o movimento browniano, que usa um modelo matemático para a descrição do caminho temporal da dinâmica do mercado, além de possibilitar análises, em um dado período de tempo, sobre a evolução dos retornos cumulativos (Walter, 2021).

O movimento browniano é particularmente útil na aplicação do modelo de simulação de Monte Carlo. Conforme propõe Glasserman (2004), a simulação de caminhos para diferentes tipos de processos estocásticos pode seguir alguns métodos distintos que possibilitam a representação exata do processo de tempo contínuo que seja composto por datas distribuídas de maneira discreta. Para tanto, pode-se empregar desde o movimento Browniano de uma dimensão, de múltiplas dimensões, até aplicações de equações diferenciais para modelos mais complexos.

Práticas como a simulação de cenários a partir do movimento único e periódico, como o movimento de índices de mercado, podem empregar a concepção do movimento browniano de uma dimensão. Como explica Glasserman (2004), um movimento browniano unidimensional padrão que possua parâmetro temporal $\{w(t), 0 < t < T\}$ segue as propriedades:

- (i) $W(0) = 0$
- (ii) O mapeamento $t \rightarrow W(t)$ é, com probabilidade 1, uma função contínua em $[0, T]$
- (iii) Os incrementos $\{W(t_1) - W(t_0); W(t_2) - W(t_1); \dots W(t_k) - W(t_{k-1})\}$ são independentes para qualquer k e qualquer $0 \leq s < t \leq 1$
- (iv) $W(t) - W(s) \sim N(0, t - s)$ para qualquer $0 \leq s < t \leq 1$

Para constantes μ e $\sigma > 0$, o processo $X(t)$ é um movimento browniano com curso μ e coeficiente de dispersão σ^2 se $[X(t) - \mu t] / \sigma$ for um movimento browniano padrão. Desse modo, a construção padrão para o movimento browniano pode ser dado por (44) (Glasserman, 2004):

$$X(t) = \mu t + \sigma W(t) \quad (44)$$

Fato relevante a se destacar é a existência de discrepâncias entre o modelo teórico e a ocorrência dos eventos na prática do movimento dos mercados, de modo que, em muitos casos,

observações estatísticas mostravam diagnósticos de movimentações não gaussianas, que foi chamado por Walter (2021) de síndrome não browniana. O próprio Walter (2021) porém, explicita uma razão epistemológica para a insistência da aplicação do movimento browniano nos tempos atuais, associando essa representação matemática a um signo de um modelo mental estruturado no princípio da continuidade.

Seu uso pode possuir limitações, mas permite uma base satisfatória para a comparação do comportamento dos índices.

3.5 Limitações metodológicas

As características metodológicas expostas nesta seção introduzem alguns pontos de limitação das análises elaboradas no estudo. É relevante destacar que as limitações mencionadas criam a possibilidade de impactar diretamente nos resultados que serão posteriormente apresentados no trabalho. Todavia, destaca-se que parte das limitações estão relacionadas às limitações dos próprios estudos em determinados campos, como fica mais claramente evidenciado na sequência.

Inicialmente, considera-se como uma limitação da pesquisa a restrição para a construção do modelo do arquétipo do índice que, *a priori*, busca se embasar de maneira prioritária na condição de aversão à perda, no ponto referencial (*status quo*) e na lógica da sensibilidade decrescente, não abordando toda estrutura do modelo de precificação de ativos proposto por Barberis (2001) e não agregando outros vieses amplamente estudados no contexto das finanças comportamentais.

O trabalho também se limita quanto aos procedimentos de validação do índice, visto que são empregados exclusivamente os axiomas propostos por Kroll et al. (2021), por considerar, de maneira genérica, que possuem acessibilidade mais ampla a diferentes possibilidades de avaliação do índice e, portanto, são mais relaxados que os demais axiomas descritos na literatura, como os axiomas de coerência para performance de índices apresentados no contexto da ADE. Deve-se ressaltar que a principal limitação neste caso é que, por ainda não haver índices baseados na teoria do prospecto, também não foram formulados axiomas de coerência que se atenha às suas especificidades.

Mais especificamente para o teste do quarto axioma, referente à concavidade, há a definição por considerar o mesmo conjunto de ativos, independentemente do ano, como mecanismo de acompanhar a série histórica de cada um que compõe determinada carteira. Sabe-se que periodicamente o índice passa por revisões que podem incluir determinada companhia e excluir outra.

A análise do índice proposto se restringirá em relação às variações de mercado à *proxy* do *Dow Jones*, não sendo considerado para análises outras fontes de dados ou acesso a diferentes índices de mercado, independentemente do país ou região. Compreende-se que diferentes mercados podem vir a inferir respostas distintas em relação a um novo índice de análise de risco retorno, ainda que a análise para outros índices tenha mostrado resultado similar independente da bolsa de valores analisada, como evidenciado por Vidal-García e Vidal (2023).

Quanto aos mecanismos de simulação, o emprego das cadeias de Markov para geração de simulações das variações do índice referencial do mercado exclui a adoção de outras técnicas empregadas para isso, tais como o algoritmo genético ou redes neurais. A escolha pelo método de Monte Carlo como princípio para distribuições probabilísticas e construído pelo movimento browniano com picos esporádicos, como já explicitado nas seções anteriores, se dá pela acessibilidade da aplicação e conta com o respaldo de ser um recurso já consolidado nas pesquisas em finanças, embora seja contestado com razoabilidade por ser baseado na distribuição gaussiana, que não representa de maneira fiel o movimento de alta e baixa dos mercados.

Por fim, a verificação dos resultados do índice proposto é limitada à comparação com os índices de Sharpe e de Sortino. O índice de Treynor, também discutido no referencial teórico, não é abordado na comparação por razões óbvias, uma vez que este índice emprega o beta de um ativo em relação ao referencial de mercado para definir o risco e, neste caso, não é possível utilizar a *proxy* do *Dow Jones* frente a ela mesma.

Outros mecanismos de avaliação de risco-retorno propostos posteriormente no campo das finanças foram preteridos em relação aos de Sharpe e de Sortino por estes serem de maior usabilidade e simplicidade. Considera-se, contudo, que a não consideração de outros índices não gera perda qualitativa das análises, uma vez que os resultados práticos entre variados tipos de índice não se distinguem de maneira significativa, como demonstrado em Vidal-García e Vidal (2023).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, são apresentados e analisados os resultados teóricos e práticos deste estudo. As duas seções iniciais se ocupam em apresentar a contribuição teórica da tese, atestando sua viabilidade conjecturada e prática a partir validação às exigências axiomáticas da literatura recente nessa área de estudo.

Em um segundo momento, a partir das duas seções finais, são propostas avaliações empíricas de sua aplicação considerando um histórico de dados reais e representativos do mercado financeiro norte-americano, bem como a partir de um conjunto de cenários hipotéticos que permitem análises comparativas com outros índices de avaliação de risco-retorno, inclusive, por meio da realização de testes estatísticos.

4.1 O índice comportamental

O estabelecimento de novos modelos de arbitragem tende a ser realizado a partir de princípios matemáticos anteriores já disponíveis. Os índices de Sharpe e de Treynor, por exemplo, partem, ambos, dos princípios previstos do CAPM, ao passo que o índice de Sortino é uma atualização do próprio índice de Sharpe. O próprio CAPM tem como referência as bases matemáticas provenientes da teoria do portfólio de Markowitz.

Especificamente no campo das finanças comportamentais, a proposição do modelo de precificação baseado no agente que incorpore extensões da teoria do prospecto, sugeridos por Polach e Kukacka (2019) e já elucidados na revisão teórica deste trabalho, parte do modelo de precificação ABM para, a partir dele, inserir dois pressupostos básicos formulados pela teoria de Kahneman e Tversky (1979), a aversão à perda e do tratamento assimétrico da relação de perdas e ganhos, também chamada de sensibilidade decrescente.

De igual modo, o arquétipo de índice aqui proposto toma bases matemáticas anteriores para propor nelas adequações no sentido de assimilar os três aspectos centrais da teoria do prospecto, propondo, ao mesmo tempo, a possibilidade de atender as necessidades de mitigação de outros vieses comportamentais presentes no contexto geral das finanças comportamentais. Justamente por tal motivo optou-se por designar o novo índice proposto como índice comportamental (*behavioral ratio*).

Para o modelo do índice comportamental, parte-se da estrutura de índices conhecida por *Kappa ratios*, já demonstradas nas equações (12) e (13) do referencial teórico, e nela são incorporadas extensões da aversão à perda, da assimetria entre perdas e ganhos e do *Status quo*. A justificativa para empregar o modelo Kappa como ponto de partida se dá, portanto, justamente pelo seu alinhamento ao princípio da aversão à perda. A partir do modelo Kappa, buscou-se introduzir três extensões básicas da teoria do prospecto: o ponto de referência, a aversão à perda e a sensibilidade decrescente.

4.1.1 Componente do estado referencial (Status quo)

O ponto de referência, como já discutido, é o estado atual ou uma expectativa pré-existente do agente decisor pelo qual tanto as decisões posteriores como a própria percepção em relação às perdas e ganhos ocorrerão.

Em relação aos modelos de índice tradicionais, argumentamos que estes:

- Não levam em consideração a expectativa pré-existente sobre os resultados futuros, tomando a média dos retornos passados como referência para os cálculos;
- Estão sujeitos à maior sensibilidade em situações que existam retornos atípicos e extremos.

Por se tratar de análises que envolvem séries temporais, sugere-se a aplicação da técnica quantitativa de previsão designada modelo da média móvel exponencialmente ponderadas de 1ª ordem (MMEP1). A média móvel exponencial ponderada, especificamente, é uma técnica empregada para prever valores futuros com base em dados históricos, empregadas em séries temporais com tendência, mas sem linearidade. É um método já largamente empregado nas análises financeiras. Conforme explicado por Ackermann e Sellitto (2022, p. 90), a MMEP1 “permite suavizar os picos de dados, considerar os dados anteriores incorporando as características de comportamento da série temporal e possibilita que o peso atribuído aos dados passados seja progressivamente menor”.

De tal modo que, ao empregar o MMEP1 para ajustar os dados de entrada no índice estaria sendo realizada uma previsão de retorno para um período adiante e, ao mesmo tempo, suavizando picos de modo a reduzir o impacto de retornos atípicos nos resultados gerais do índice.

O MMEP1 é descrito por Ackermann e Sellitto (2022, p. 90) conforme Equação (45):

$$D_t = D_{t-1} + \alpha(Y_{t-1} - D_{t-1}) \quad (45)$$

Na qual o resultado estimado no momento atual D_t depende de uma ponderação em relação ao resultado real do período anterior Y_{t-1} com o resultado estimado no período anterior D_{t-1} . A ponderação é realizada pela constante de suavização α que é calculada por $1/(1+n)$.

Adaptando o modelo de previsão às necessidades do índice, a referência do estado referencial atual é dada por 1, de modo que o valor de α deve ser mantida sempre igual a $\frac{1}{2}$ ou 0,5.

Assim, o valor do retorno previsto pode ser representado na Equação (46):

$$R_p^* = R_{p-1}^* + 0,5(R_p - R_{p-1}^*) \quad (46)$$

A média dos retornos previstos no período é, então (Equação 47):

$$\widetilde{R}_p^* = \sum_{1}^m \frac{R_{p-1}^* + 0,5(R_p - R_{p-1}^*)}{m} \quad (47)$$

Adicionalmente, ao invés de empregar valor fixo da taxa livre de risco r_f , como comumente empregado no índice de Sortino, adota-se um limite responsivo, como sugerido em Kroll et al. (2021), em que $T = (\gamma, \alpha)$, que é a medida ponderada do retorno esperado do portfólio e o retorno livre de risco, conforme Equação (48):

$$T(\gamma\alpha) = \gamma E(\widetilde{R}_p) + (1 - \gamma)R_f = \quad (48)$$

Simplificando,

$$T(\gamma\alpha) = \gamma\alpha(E(\widetilde{R}_p) - R_f) + R_f \quad (49)$$

Onde $E(\widetilde{R}_p)$ é o retorno esperado do componente de risco do portfólio e $\gamma \in \mathbb{R}$.

Logo, o numerador para o modelo do índice comportamental é dado pela Equação (50):

$$\widetilde{R}_p^* - T = \left(\sum_{1}^m \frac{R_{p-1}^* + 0,5(R_{p-1} - R_{p-1}^*)}{m} \right) - [\gamma\alpha(E(\widetilde{R}_p^*) - R_f) + R_f] \quad (50)$$

Nesta situação, o modelo possibilita um peso maior referente ao período imediatamente inferior e, dessa maneira, pode acompanhar melhor eventuais tendências, além de reduzir a exposição significativa de valores extremos e discrepantes.

4.1.2 Componente de aversão à perda

Muito embora os índices da família *Kappa* estejam alinhados ao princípio de aversão à perda, nenhum índice de avaliação de risco-retorno assimila as possibilidades de variação no grau desta aversão.

Conforme já discutido no referencial teórico, o grau de aversão à perda pode variar de 1,3 a 4,5 vezes, com um valor mediano próximo a 2,5 e com valor médio de 2,25 obtidos por Kahneman e Tversky. Esse grau de aversão se modifica em função de particularidades dos próprios investidores. Em vários estudos a letra grega λ é empregada para representar o grau de aversão à perda, por exemplo em Tversky e Kahneman (1992), em Barberis e Huang (2001) e em Polach e Kuckacka (2019), e por isso aqui também se empregará o mesmo símbolo para sua representação.

Considera-se que a média dos desvios negativos são importantes para a composição da aversão à perda, porém, por si só, não é capaz de refletir adequadamente a variação da manifestação dessa aversão pelo investidor, que pode manifestá-la por exposição a outros vieses cognitivos. É necessário observar que o grau de manifestação dessa aversão impacta a avaliação de um ativo ou de uma carteira. Por isso, a primeira proposição é a de introduzir o grau de aversão para criar uma medida de peso para situações de ocorrências frequentes de perdas.

Para simplificar a compreensão, considere dois conjuntos de dados relativos aos retornos hipotéticos de um ativo igualmente hipotético em um período de doze meses, conforme apresentado na sequência:

A { 3,5% -3,1% 3,7% -1,5% 4,1% -1,6% 3,5% 2,9% -0,2% -4,1% -2,3% -2,9% }
 B { 0,4% 0,7% 0,6% 0,3% 0,2% -2,8% -0,2% 1,4% -0,5% 1,1% 0,1% 1,3% }

Um cálculo breve permitirá a observação de que o retorno médio e o desvio padrão dos retornos negativos de ambos os conjuntos são idênticos, 0,2% e 1,3%, respectivamente. Todavia, pode-se observar que o primeiro grupo possui uma frequência de retornos negativos maior que o

segundo (sete contra três) e, inclusive, traz um valor isolado de retornos negativos maior para o primeiro grupo que para o segundo, -2,2 contra -1,3, respectivamente. Outro ponto é que no grupo (A) há uma repetição de perdas nos períodos mais recentes (quatro últimos períodos) enquanto o grupo (B) apresenta retornos positivos nos períodos finais.

Tal condição pode gerar uma exposição potencial ao viés cognitivo de enquadramento estreito, que, como já explicado, depende de como as opções são apresentadas ao tomador de decisão e que afeta a decisão à medida que, se a opção tem carga negativa, a tendência é uma decisão contrária e vice-versa. No caso específico, não existe nenhuma garantia que os padrões de retorno nos últimos períodos se repitam nos períodos seguintes.

Desse modo, a correção implica que o retorno negativo deve ser estimado por uma razão inversa ao volume de retornos negativos pelo peso da aversão que as perdas auferidas geram no investidor. Sua representação é dada da seguinte maneira (51):

$$\frac{\int_{-\infty}^T (R_d^* - r)^2 f(r) dr}{z_t} \quad (51)$$

Na qual o numerador representa momento parcial inferior, ou seja, o limite dos retornos negativos em função dos retornos de um período T (conjunto de períodos menores). O denominador z_t , representa o produto entre a frequência de retornos negativos pelo grau de aversão à perda dado pelo sistema demonstrado em (52):

$$z_t = \begin{cases} 1, & \text{se } m_f = 0, \\ \lambda \cdot m_f & \forall m_f \neq 0, \quad 1,3 < \lambda < 4,5 \end{cases} \quad (52)$$

Onde λ é o grau de aversão à perda e m_f é a frequência de momentos negativos dentro do período t analisado.

De tal modo que uma frequência maior de retornos negativos seja considerada no modelo como um desvio ao padrão aleatório dos movimentos do mercado e tenha potencial de mitigar o efeito de outros vieses cognitivos, como a MLA, regressão à média, ou até mesmo excesso de confiança, visto que o enquadramento pode induzir a incapacidade de postulação de regressão à média, inferir que novos resultados positivos continuarão ocorrendo, bem como também possibilitar a ocorrência da MLA.

No caso especificado no exemplo, os enquadramentos podem levar o indivíduo a acreditar que o resultado negativo do grupo (A) tende a continuar e o positivo do grupo (B) também, ignorando a possibilidade de regressão à média quando ambos os ativos estão sujeitos a variações comuns do mercado (quando não é o caso de aspectos fundamentalistas).

Além disso, o agente sujeito à MLA (estando sujeito à aversão à perda e fazendo contabilidade mental) torna-se, por extensão, simplesmente avesso ao risco, uma vez que perdas passadas mais próximas e mais frequentes causam dor e impedem que este assuma o risco de ganhos futuros com o mesmo ativo. Em termos psicológicos um indivíduo, normalmente, é avesso à perda (por temer mais perder que se satisfazer por ganhar), todavia, no mercado financeiro, ao deixar de fazer um movimento por medo de perder, é possível que haja a falta de disposição para se arriscar (já que o resultado futuro é uma incógnita).

Assim, o agente é, de fato avesso ao risco, e não tem em conta a possibilidade da regressão à média. Sabe-se que ganhos passados não garantem ganhos futuros. O mesmo vale para as perdas. Para cada ativo há de existir um percentual médio de crescimento (ou de decréscimo) em um recorte histórico analisado, bem como da frequência de altas e baixas. Tomando esse princípio como parâmetro comparativo, um ativo que tenha tido uma frequência de retornos negativos muito alta no período t não necessariamente repetirá esse padrão e vice-versa.

4.1.3 Componente de sensibilidade decrescente

Uma terceira inserção ao modelo *Kappa* está relacionado à sensibilidade decrescente. A sensibilidade decrescente, que configura as curvas côncava, para situações de ganho, e convexa, para situações de perda, e que explica a função de valor da teoria do prospecto, é representada no modelo da teoria do prospecto cumulativa pelo símbolo α , e possui como valor estimado 0,88 (Barberis, 2013).

O modelo da teoria do prospecto cumulativa é representado pelas funções apresentadas pela Equação (53) e esboçadas conforme a Figura 12, e foi incorporado na composição do modelo de precificação de ativos proposto por Barberis (2001).

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{se } x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\alpha & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (53)$$

A proposição inicial envolve a transformação do valor de α como índice da raiz que representa o grau do índice *Kappa*. O índice Ômega (Kappa de grau 1) já se alinha à teoria do Prospecto. Todavia, para o modelo proposto, índices menores ou igual a um levam a resultados com valores muito altos, às vezes na casa dos milhares, dificultando o processo comparativo.

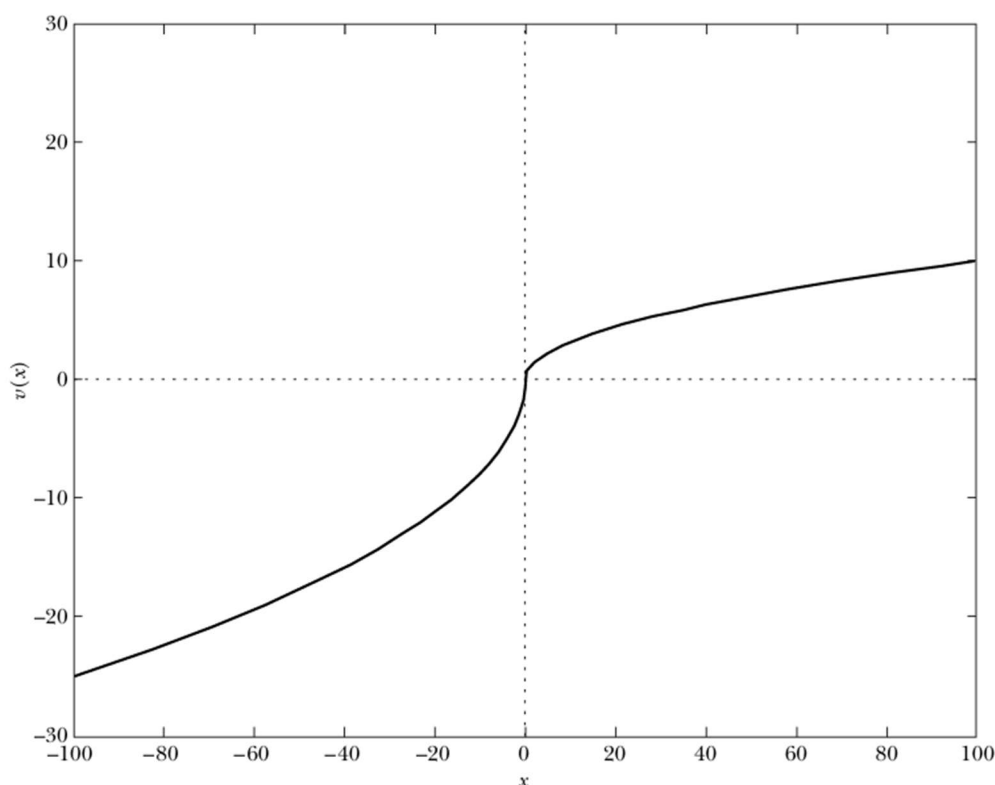


Figura 12 – Curva da função da Teoria do Prospecto
Fonte: Seabrook e Wiskott (2023)

Por outro lado, o índice *Kappa* com o grau 2 ou superior, considerando as extensões adicionais anteriormente apresentadas, levariam o índice a resultados fracionados pequenos que classificariam diferentes situações com resultados muito próximos e, eventualmente, iguais, ainda que apresentem, de fato, riscos diferentes.

Foi proposto o emprego de duas vezes o valor de α como índice da raiz, obtendo valor entre 1,6 e 1,8. Para padronização do valor, considerou-se pertinente utilizar como referência a proporção áurea, uma vez que é uma proporção já empregada em análises financeiras com a sequência de Fibonacci. Normalmente representada pela letra grega ϕ , o valor é de aproximadamente 1,618.

Dessa forma, a representação matemática do desvio *downside* ajustado ao índice comportamental, para toda situação em que haja retornos negativos em ao menos um período no recorte analisado, é dado na equação (54):

(54)

$$\sigma_{\psi} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^T (R_d^* - r)^2 f(r) dr}{z_t}} = \left[\frac{\int_{-\infty}^T (R_d^* - r)^2 f(r) dr}{\lambda \cdot m_f} \right]^{\left(\frac{1}{1,618}\right)}$$

Considerando essa a composição do denominador do modelo, a referida expressão é capaz de reproduzir a curva convexa (relativa ao trecho das perdas) de maneira aproximada à apresentada por Kahneman e Tversky na teoria do prospecto cumulativa, conforme pode ser observado na Figura 13:

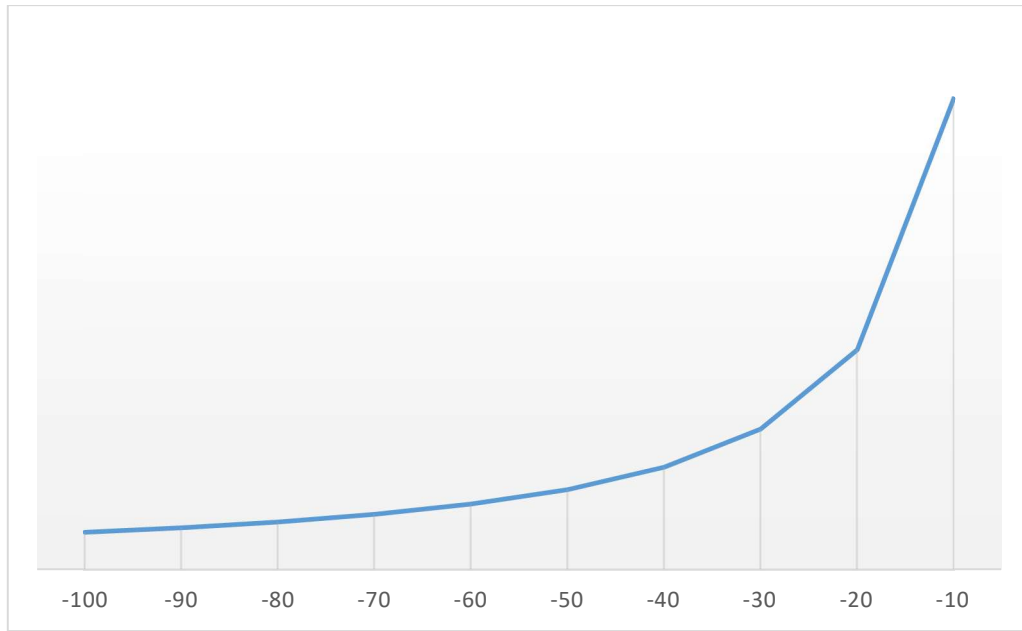


Figura 13 – Curva do denominador do modelo do índice comportamental
Fonte: Elaborado pelo autor.

Todavia, a falta de resultados negativos faz com que o valor do denominador do índice seja nulo, o que impede resultados comparativos, como acontece no índice de Sortino, por exemplo. Nestes casos, a comparação é realizada exclusivamente em relação ao retorno esperado.

Assim, o arquétipo para o índice comportamental é apresentado de forma simplificada e na forma estendida (para situações em que haja resultados negativos) na Equação (55):

$$Co = \frac{\widetilde{R}_p^* - T}{\sigma_{\psi}} = \frac{\left(\sum \frac{R_{p-1}^* + 0,5(R_{p-1} - R_{p-1}^*)}{m} \right) - [\gamma \alpha(E(\widetilde{p}^*) - R_f) + R_f]}{\sqrt{\frac{\int_{-\infty}^T (R_d^* - r)^2 f(r) dr}{\lambda \cdot m_f}}} \quad (55)$$

Em que:

- $\widetilde{R}_p^*$ é O retorno médio da previsão pela MMEP1;
- T é a medida ponderada do retorno mínimo esperado para o portfólio avaliado;
- σ_ψ é o desvio padrão *downside* corrigido para o modelo comportamental;
- R_{p-1}^* é o retorno estimado para o portfólio no período anterior ao momento atual da análise;
- R_{p-1} é o retorno real observado para o portfólio no período anterior ao momento atual da análise;
- m é o número de períodos (meses, semanas, dias, etc.) empregados para a previsão de retorno do portfólio;
- γ é a variável de determinação do percentual de representação do componente de risco na definição do mínimo de retorno aceitável para o portfólio;
- α é o fator de ponderação para o retorno mínimo do portfólio;
- R_f é a taxa livre de risco;
- R_d^* é o retorno previsto para a carteira no período atual de análise;
- r representa a taxa livre de risco empregado no cálculo da integral parcial inferior para a definição do desvio-padrão *downside*;
- λ é o grau de aversão à perda considerado para as análises, podendo variar de 1,3 a 4,55;
- m_f referencia o número de vezes em que há a ocorrência de retornos negativos dentro do conjunto de períodos m analisados;
- φ é a proporção em extrema razão (número áureo) empregado no índice da raiz como fator de correção do desvio *downside* ajustado ao modelo comportamental.

4.2 Testes nos axiomas de coerência de rácios

Os testes do modelo frente aos axiomas de coerência dos índices de avaliação de risco-retorno visam identificar se o arquétipo apresentado possui condição de atender de maneira adequada a avaliação de ativos ou carteira por meio de técnicas objetivas, respeitando os pressupostos de preferências nas decisões dos investidores.

Os quatro axiomas tratados na sequência estão postulados por Kroll et al. (2021) na publicação mais recente sobre axiomas de validação de razões, tendo sido, por tal motivo, escolhido.

4.2.1 Axioma de monotonicidade

Considerando que o axioma de monotonicidade tem o intuito de avaliar a relação entre o retorno e o risco de um ativo ou carteira, seu enfoque é garantir a existência de nexos entre as classificações das carteiras e a utilidade por parte dos agentes. O atendimento a este axioma é alcançado quando, entre duas carteiras hipotéticas x e y , o resultado do índice e a percepção de utilidade pelos investidores estejam alinhados entre si.

Em Kroll et al. (2021) fica demonstrado que o índice de Sharpe não atende este axioma e que os índices da Família *Kappa*, de forma geral, o atendem. Embora a base da construção do índice Comportamental seja o modelo de índice *Kappa*, considerou-se que as inserções propostas podem interferir no resultado da resposta ao axioma, motivo pelo qual o arquétipo proposto foi submetido a avaliação.

Para exemplificação, tomemos as seguintes distribuições:

x : {0,05; 0,07; 0,04; 0,08; 0,06}

y : {0,10; 0,15; 0,07; 0,09; 0,20}

Comparando descritivamente os dois grupos temos para x : $\Sigma = 0,30$; $\mu = 0,06$ e $\sigma = 0,017$, ao passo que y : $\Sigma = 0,61$; $\mu = 0,122$ e $\sigma = 0,053$. É possível observar que um investidor que vise a maximização do resultado vai preferir x em relação a y , ou seja, y traz, nítida e diretamente, um resultado mais favorável.

Todavia, se for considerado para fins de calcular um parâmetro de risco-retorno e, para ambos os casos, uma taxa livre de risco $r_f = 0$, o índice de Sharpe para x será $0,06/0,017 = 3,5$ contra

$0,122/0,053 = 2,3$ de y . Este resultado do índice de Sharpe supõe que a primeira distribuição é melhor, o que não é verdadeiro.

Os índices *Kappas*, em geral, não devolvem valores não nulos e assumem o maior retorno como referência para as decisões de investimento. O mesmo é similarmente válido para o índice Comportamental, no qual, em situações em que todos os retornos dos períodos avaliados são positivos, a resposta do índice é matematicamente indeterminada e sua avaliação é dada especificamente pelo retorno estimado, considerando-o superior a qualquer resultado determinado que tenha alguma variação negativa.

Desse modo, para o exemplo trazido o resultado do numerador do índice serve como parâmetro comparativo e pode variar a classificação conforme a sequência dos retornos apresentados de tal maneira que suavize os resultados e favoreça uma avaliação pela perspectiva de regressão à média.

Empregando os mesmos dados, estabelecendo uma previsão hipotética para um período prévio m_0 10% menor que o primeiro período m_1 , e assumindo $T = r_f = 0$, o resultado para o índice Comportamental comparando as duas distribuições é, então (56):

$$\widetilde{R}_x^* = 5,3 \text{ versus } \widetilde{R}_y^* = 15,1 \quad (56)$$

De tal modo que há preferência pela escolha da distribuição apresentada em y .

Pode-se pressupor que, ao tomar a estimativa ou previsão como parâmetro ao invés da média simples dos retornos, o resultado do índice toma respostas distintas ainda que seja o mesmo conjunto de retornos. Os mesmos dados em uma nova sequência, como demonstrado abaixo, retornam resultados distintos dos apresentados anteriormente:

$$x: \{0,08; 0,07; 0,06; 0,05; 0,04\} \rightarrow \widetilde{R}_x^* = 6,5 \quad (57)$$

$$y: \{0,07; 0,09; 0,10; 0,15; 0,20\} \rightarrow \widetilde{R}_y^* = 10,3 \quad (58)$$

Todavia, como o que se mede através do índice *Co* demonstra que a ordem em que aparecem os resultados importa, é justamente essa diferença que garante que, em qualquer circunstância similar à apresentada anteriormente, o axioma de monotonicidade será atendido. Isso porque no índice comportamental o resultado é auferido em termos de previsão para o primeiro momento futuro m_{t+1} , diferentemente dos índices tradicionais cujo parâmetro é a média de

dados passados, de tal maneira que o investidor passa a se orientar pela previsão baseada na média móvel exponencial ponderada e não pela média simples dos retornos realizados.

Naturalmente, todo desvio padrão *downside* ajustado à aversão à perda que possua valor mais elevado gerará um denominador maior, de tal modo que, para todo $\widetilde{R}_x^* = \widetilde{R}_y^*$, o índice retornará maior valor para o menor desvio.

Assim, em qualquer que seja a circunstância comparativa, o índice comportamental atenderá o axioma de monotonicidade.

4.2.2 Axioma de monotonicidade de volume

Considerando que o axioma de monotonicidade de volume pressupõe a taxa de desempenho por unidade de capital investido mantendo-se invariante, há a garantia de que, independentemente da quantidade de capital investido, não há alteração do resultado do índice.

Tal definição proposta por Kroll et al. (2021) está postulada de modo que todo modelo de índice é, espontaneamente, capaz de atender este axioma. Isso porque a constante positiva ξ é interpretada como um multiplicador do peso do investimento total em determinado ativo. O mesmo é verdadeiro para o índice Comportamental, conforme demonstrado na sequência pela Equação (59):

$$Co\left(\xi(1 + \widetilde{R}_x^*)\right) = \frac{E(\xi(1 + \widetilde{R}_x^*)) - \xi(1 + T)}{\varphi \sqrt{\frac{\sum[\xi(1 + \widetilde{R}_x^*)]^2}{z_t}}} = \frac{E(\xi \widetilde{R}_x) - \xi R_f}{\varphi \sqrt{\frac{\sum[\xi(R_x^*)]^2}{z_t}}} = \frac{E(\widetilde{R}_x) - T}{\sigma_\psi} = Co(\widetilde{R}_x^*) \quad (59)$$

4.2.3 Axioma da invariância de translação livre de risco

O axioma da invariância da translação livre de risco parte do pressuposto da trivialidade do investimento sem risco que, além de acessível, apresenta retornos conhecidos. Desse modo, os resultados dos índices de avaliação da relação risco-retorno devem estar limitados apenas ao componente de risco da carteira de investimento. O axioma postula, então, uma divisão entre o componente de risco e aquele sem risco (Kroll et al., 2021).

Seguindo a demonstração de Kroll et al. (2021) para a verificação da coerência dos índices da família *Kappa* ao axioma da invariância livre de risco e adaptando-a às adequações propostas no índice comportamental, tem-se o atendimento ao axioma, conforme exposto nas Equações (60) e (61).

$$Co(\widetilde{R}_p^*, T) = \frac{E(\widetilde{R}_p^*) - T(\gamma, \alpha)}{\left\{ \frac{E[\text{Max}(T(\gamma, \alpha) - \widetilde{R}_p^*, 0)^2]}{Z_t} \right\}^{\frac{1}{\varphi}}} \quad (60)$$

Considerando a divisão entre componentes com e sem risco, tem-se:

$$Co(\widetilde{R}_p^*, T) = \frac{\alpha(E(\widetilde{R}_e^*) - R_f) - \gamma\alpha(E(\widetilde{R}_p^*) - R_f)}{\left\{ \frac{E[\text{Max}[\gamma\alpha(E(\widetilde{R}_e^*) - R_f) - \alpha(\widetilde{R}_e^* - R_f), 0]^2]}{\lambda \cdot m_f} \right\}^{\frac{1}{\varphi}}} = \frac{(1-\gamma)[E(\widetilde{R}_e^*) - R_f]}{\left\{ \frac{E[\text{Max}[\gamma(E(\widetilde{R}_e^*) - R_f) - (\widetilde{R}_e^* - R_f), 0]^2]}{\lambda \cdot m_f} \right\}^{\frac{1}{\varphi}}}$$

Considerando que todas as variáveis foram anteriormente explicadas.

4.2.4 Axioma da concavidade

O axioma da concavidade está atrelado à diversificação como princípio para que uma carteira se apresente preferencial em relação aos ativos separadamente. Por tal motivo, analisar seu atendimento exige confrontar o resultado do índice para uma carteira com a soma dos resultados desse mesmo índice calculado para cada ativo da carteira individualmente.

Para possibilitar a análise do índice comportamental em relação a esse axioma, foram elaboradas carteiras hipotéticas a partir das ações que compõem o índice *Dow Jones*. Para tanto, foi realizada uma amostragem probabilística a partir do total de ativos que compõe o referido índice, considerando que cada carteira hipotética tenha, exatamente, dez ativos distintos igualmente equilibrados na composição da carteira.

Considerando que o índice *Dow Jones* é composto por 30 ativos diferentes, e utilizando o cálculo de combinação (Equação 62):

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{30!}{10!(30-10)!} = 30.045.015 \quad (62)$$

São possíveis a definição de 30.045.015 carteiras diferentes. A partir da totalidade estimou-se o número de carteiras a serem testadas considerando 90% de confiabilidade, o erro igual a 0,1 e usando a expressão apresentada na Equação (63):

$$n = \frac{N \cdot Z^2 \cdot p \cdot (1 - p)}{E^2 \cdot (N - 1) + Z^2 \cdot p \cdot (1 - p)} \quad (63)$$

$$n = \frac{30.045.015 \cdot 1,645^2 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)}{0,1^2 \cdot (30.045.015 - 1) + 1,645^2 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} = \frac{20.325.640,43}{300.450,81} \cong 67$$

Utilizando o método de simulação de Monte Carlo, foram criadas 67 carteiras hipotéticas as quais foram submetidas à validade do axioma da concavidade. A relação das carteiras simuladas e os códigos de cada ativo que as compõem é apresentada no Apêndice C. A quantidade de vezes que cada ativo aparece nas 67 simulações e a confirmação da condição de escolha respeitando os princípios da aleatoriedade são apresentados no Apêndice D.

Os testes foram replicados para cada carteira em períodos espaçados ao longo dos 216 meses de dados levantados, sempre considerando um intervalo de análise de 12 meses.

A título de exemplo, o cálculo para comprovação do atendimento ao axioma da concavidade é apresentado empregando a carteira simulada 30 e a referência dos retornos para carteira e para os ativos no ano de 2010 com valor $T = R_f$, na qual iguala o valor à taxa de juros do tesouro norte-americano no mesmo período. O valor dos 10 ativos ao longo dos 12 meses está na Tabela 1.

Ticker	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
WAL	17,81	18,02	18,53	17,88	16,85	16,02	17,06	16,71	17,84	18,06	18,03	17,98
KO	27,12	26,36	27,5	26,73	25,7	25,06	27,55	27,94	29,26	30,66	31,59	32,88
INTC	19,40	20,53	22,29	22,84	21,42	19,45	20,60	17,67	19,20	20,05	21,16	21,03
AAPL	6,86	7,31	8,39	9,32	9,17	8,98	9,19	8,68	10,13	10,75	11,11	11,52
GS	148,72	156,35	170,63	145,2	144,26	131,27	150,82	136,93	144,58	161,13	156,14	168,16
CSCO	22,47	24,33	26,03	26,93	23,16	21,31	23,07	19,98	21,90	22,86	19,16	20,23
CRM	15,89	16,99	18,61	21,40	21,63	21,45	24,74	27,47	27,95	29,02	34,80	33,00
CVX	72,12	72,30	75,83	81,44	73,87	67,86	76,21	74,08	81,05	82,60	80,97	91,25
WLD	30,22	31,24	31,5	32,25	32,54	33,10	33,42	33,69	34,06	34,88	34,91	35,85
BA	60,60	63,16	72,61	72,43	64,18	62,75	68,14	61,13	66,54	70,64	63,77	65,26

Tabela 1: Preços dos ativos da carteira 30 no ano de 2010 (valores em dólares).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os valores de previsão empregando o MMEP1 são, então, os descritos na Tabela 2. Para o cálculo do mês de janeiro, considerou-se a média simples dos três meses anteriores como referência do retorno (dados dos retornos reais para todos os ativos estão no Anexo A e o histórico da taxa livre de risco no Anexo B).

<i>Ticker</i>	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
WAL	17,67	17,84	18,19	18,03	17,44	16,73	16,90	16,80	17,32	17,69	17,86	17,92
KO	27,52	26,94	27,22	26,98	26,34	25,70	26,62	27,28	28,27	29,47	30,53	31,70
INTC	19,49	20,01	21,15	21,99	21,71	20,58	20,59	19,13	19,16	19,61	20,38	20,71
AAPL	7,00	7,15	7,77	8,55	8,86	8,92	9,05	8,87	9,50	10,12	10,62	11,07
GS	159,14	157,74	164,19	154,69	149,48	140,37	145,60	141,26	142,92	152,03	154,08	161,12
CSCO	22,93	23,63	24,83	25,88	24,52	22,91	22,99	21,49	21,69	22,28	20,72	20,47
CRM	16,00	16,49	17,55	19,48	20,55	21,00	22,87	25,17	26,56	27,79	31,30	32,15
CVX	74,66	73,48	74,65	78,05	75,96	71,91	74,06	74,07	77,56	80,08	80,52	85,89
WLD	29,64	30,44	30,97	31,61	32,07	32,59	33,00	33,35	33,70	34,29	34,60	35,23
BA	56,02	59,59	66,10	69,27	66,72	64,74	66,44	63,78	65,16	67,90	65,84	65,55

Tabela 2: Previsão de valores dos ativos da carteira 30 no ano de 2010 (valores em dólares).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por sua vez, o retorno esperado para cada um dos ativos da carteira hipotética ao longo dos 12 meses e o retorno mensal da própria carteira é dado na Tabela 3:

<i>Ticker</i>	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
WAL	0,8%	1,0%	1,9%	-0,8%	-3,3%	-4,1%	1,0%	-0,5%	3,1%	2,1%	1,0%	0,3%
KO	-1,4%	-2,1%	1,0%	-0,9%	-2,4%	-2,4%	3,6%	2,5%	3,6%	4,2%	3,6%	3,9%
INTC	-0,4%	2,7%	5,7%	4,0%	-1,3%	-5,2%	0,1%	-7,1%	0,2%	2,3%	4,0%	1,6%
AAPL	-1,9%	2,2%	8,6%	10,0%	3,7%	0,7%	1,5%	-2,1%	7,1%	6,6%	4,9%	4,3%
GS	-6,1%	-0,9%	4,1%	-5,8%	-3,4%	-6,1%	3,7%	-3,0%	1,2%	6,4%	1,4%	4,6%
CSCO	-2,0%	3,1%	5,1%	4,2%	-5,3%	-6,5%	0,3%	-6,6%	1,0%	2,7%	-7,0%	-1,2%
CRM	-0,7%	3,1%	6,4%	11,0%	5,5%	2,2%	8,9%	10,1%	5,5%	4,6%	12,6%	2,7%
CVX	-3,3%	-1,6%	1,6%	4,5%	-2,7%	-5,3%	3,0%	0,0%	4,7%	3,2%	0,6%	6,7%
WLD	2,0%	2,7%	1,7%	2,1%	1,5%	1,6%	1,3%	1,0%	1,1%	1,7%	0,9%	1,8%
BA	8,9%	6,4%	10,9%	4,8%	-3,7%	-3,0%	2,6%	-4,0%	2,2%	4,2%	-3,0%	-0,4%
Cart 30	-0,4%	1,7%	4,7%	3,3%	-1,1%	-2,8%	2,6%	-1,0%	3,0%	3,8%	1,9%	2,4%

Tabela 3: Retorno previsto dos ativos da carteira 30 no ano de 2010 (valores em dólares).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir dos dados dos retornos apresentados na Tabela 3 é possível o cálculo do índice comportamental para cada um dos ativos e para a carteira. Considerando a taxa livre de risco

sendo o título do tesouro americano no mesmo período e um grau de aversão ao risco de 2,25, o cálculo obtém os resultados apresentados na Tabela 4.

Dados:	$T = R_f = 3,22\% \text{ a.a.}$			$\lambda = 2,25$	$\phi = 1,618$		
<i>Ticker</i>	Rp^*	$(Rp^* - T)$	$(Rd^* - Rf)^2$	mt	Zt	$\sigma\psi$	Co
WAL	0,19%	0,63%	0,148%	4	9,00	0,0076	0,82
KO	1,13%	1,49%	0,277%	5	11,25	0,0054	2,75
INTC	0,48%	0,62%	0,901%	6	13,50	0,0107	0,58
AAPL	4,60%	3,68%	0,176%	2	4,50	0,0056	6,58
GS	-0,41%	-0,12%	1,419%	6	13,50	0,0145	-0,08
CSCO	-1,04%	-0,69%	1,846%	6	13,50	0,0169	-0,41
CRM	8,31%	5,26%	0,182%	1	2,25	0,0018	28,52
CVX	0,94%	0,81%	0,556%	5	11,25	0,0091	0,89
WLD	1,77%	1,40%	0,000%	0	0,00	0,0010	<i>N.A.</i>
BA	2,28%	2,13%	0,559%	5	11,25	0,0091	2,35
Cart. 30	1,60%	1,88%	0,160%	4	9,00	0,0043	4,35

Tabela 4: Parâmetros de cálculo do índice Co para ativos e para a carteira 30.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O resultado médio esperado para 12 meses considera a mediana como parâmetro de medida central. A Tabela 4 apresenta o resultado geral do índice comportamental para a carteira 30, que foi de 4,35, resultado superior ao relativo à soma ponderada dos resultados individuais de cada um dos ativos, 4,20. Todavia, embora o resultado específico para esta carteira no ano de 2010 tenha atendido às exigências do axioma de concavidade, o mesmo não é verdadeiro para outras carteiras em outros períodos.

Esse comportamento pode ser verdadeiro para qualquer índice que não considere o cálculo da covariância entre os retornos dos ativos para determinar o risco integrado da carteira, como é o que acontece para qualquer arquétipo de índice da família Kappa. A carteira, de modo geral, irá reduzir os riscos efetivamente, mas isso não é demonstrável simplesmente através do cálculo do índice.

O não atendimento ao axioma da concavidade não é uma exclusividade do índice comportamental proposto. A despeito do que sugerem autores como Kroll et al. (2021), o índice de Sortino, por vezes, também não é capaz de entregar um valor do resultado do índice para a carteira que seja, necessariamente, superior ao resultado da combinação dos próprios ativos que formam essa carteira hipotética, incluindo o próprio conjunto de dados anteriormente apresentado como modo de exemplificação.

Para o índice de Sortino, por exemplo, com o conjunto dos mesmos ativos, no mesmo período e com a variação do preço do ativo demonstrado na Tabela 1 é possível identificar a incapacidade para o atendimento do axioma da concavidade. Os retornos para cada ativo e em cada mês do ano de 2010 para carteiras hipotéticas usados no cálculo do índice de Sortino são apresentados na Tabela 5.

<i>Ticker</i>	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
WAL	-0,32%	1,18%	2,83%	-3,51%	-5,76%	-4,93%	6,49%	-2,05%	6,76%	1,23%	-0,17%	-0,28%
KO	-4,84%	-2,80%	4,32%	-2,80%	-3,85%	-2,49%	9,94%	1,42%	4,72%	4,78%	3,03%	4,08%
INTC	-4,90%	5,82%	8,57%	2,47%	-6,22%	-9,20%	5,91%	-14,22%	8,66%	4,43%	5,54%	-0,61%
AAPL	-8,90%	6,56%	14,77%	11,08%	-1,61%	-2,07%	2,34%	-5,55%	16,71%	6,12%	3,35%	3,69%
GS	-11,92%	5,13%	9,13%	-14,90%	-0,65%	-9,00%	14,89%	-9,21%	5,59%	11,45%	-3,10%	7,70%
CSCO	-6,14%	8,28%	6,99%	3,46%	-14,00%	-7,99%	8,26%	-13,39%	9,61%	4,38%	-16,19%	5,58%
CRM	-13,83%	6,92%	9,54%	14,99%	1,07%	-0,83%	15,34%	11,03%	1,75%	3,83%	19,92%	-5,17%
CVX	-6,33%	0,25%	4,88%	7,40%	-9,30%	-8,14%	12,30%	-2,79%	9,41%	1,91%	-1,97%	12,70%
WLD	0,20%	3,38%	0,83%	2,38%	0,90%	1,72%	0,97%	0,81%	1,10%	2,41%	0,09%	2,69%
BA	11,95%	4,22%	14,96%	-0,25%	-11,39%	-2,23%	8,59%	-10,29%	8,85%	6,16%	-9,73%	2,34%
Cart 30	-4,50%	3,89%	7,68%	2,03%	-5,08%	-4,52%	8,50%	-4,43%	7,32%	4,67%	0,08%	3,27%

Tabela 5: Retorno real dos ativos da carteira 30 no ano de 2010.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O quadrado dos retornos negativos para cada um dos ativos que compõem a carteira e para a própria carteira, base para o cálculo do desvio padrão *downside*, pode então ser observado a partir da Tabela 6.

<i>Ticker</i>	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
WAL	0,00%			0,14%	0,36%	0,27%		0,05%			0,00%	0,00%
KO	0,26%	0,09%		0,09%	0,17%	0,08%						
INTC	0,27%				0,42%	0,90%		2,10%				0,01%
AAPL	0,84%				0,04%	0,05%		0,34%				
GS	1,48%			2,30%	0,01%	0,86%		0,90%			0,11%	
CSCO	0,41%				2,04%	0,68%		1,87%			2,71%	
CRM	1,99%					0,01%						0,30%
CVX	0,43%	0,00%			0,91%	0,71%		0,09%			0,05%	
WLD	0,00%										0,00%	
BA				0,00%	1,36%	0,06%		1,11%			1,00%	
Cart 30	0,23%				0,29%	0,23%		0,22%			0,00%	

Tabela 6: Quadrado dos retornos negativos para ativos e carteira

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 6 também é possível distinguir a quantidade de vezes em que um determinado ativo apresentou um retorno negativo, como por exemplo o primeiro ativo, Walmart (identificado pelo *ticker* WAL), apresentou retornos negativos em sete meses ao longo do período analisado. Os valores que aparecem como 0,00% na tabela, como os que ocorrem para os meses de janeiro, novembro e dezembro para o ativo mencionado, possuem o quadrado do retorno negativo inferior a 0,005%.

Partindo das informações das Tabelas 5 e 6, anteriormente apresentadas, e considerando uma taxa livre de risco de 3,22% ao ano, é possível calcular os resultados do índice de Sortino para cada ativo e para a carteira. O condensado dos dados e seus respectivos resultados são descritos na Tabela 7.

Dados:	$R_f = 0,268\% \text{ a.m.}$					
Ticker	R_p	$(R_p - R_f)$	$\Sigma(R_p - R_f)^2$	n	σ_{down}	Sortino
WAL	0,124%	-0,145%	0,838%	8	3,237%	-0,04
KO	1,293%	1,025%	0,696%	5	3,730%	0,27
INTC	0,520%	0,252%	3,692%	5	8,593%	0,03
AAPL	3,874%	3,606%	1,269%	4	5,632%	0,64
GS	0,426%	0,158%	5,666%	6	9,718%	0,02
CSCO	-0,929%	-1,197%	7,716%	6	11,340%	-0,11
CRM	5,380%	5,111%	2,295%	3	8,747%	0,58
CVX	1,694%	1,426%	2,200%	6	6,055%	0,24
WLD	1,456%	1,187%	0,000%	2	0,138%	8,61
BA	1,933%	1,665%	3,537%	5	8,411%	0,20
Cart. 30	1,577%	1,309%	0,963%	5	4,389%	0,30

Tabela 7: Retorno previsto dos ativos da carteira 30 no ano de 2010 (valores em dólares).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando que a carteira possua pleno equilíbrio entre os ativos que a compõe, ou seja, cada ativo represente 10% da composição da carteira, então o resultado combinado entre os resultados do índice de Sortino para cada ativo individualmente será equivalente a 1,04, valor superior ao calculado para a própria carteira, contrariando o pressuposto presumido para o axioma ora discutido.

A justificativa para tal episódio pode estar relacionada ao padrão de assimetria dos retornos dos ativos individualmente e da própria carteira. Os cálculos de diferentes carteiras simuladas possibilitaram identificar a recorrência de padrões nas assimetrias, de tal modo que uma maior assimetria na carteira em relação à combinação dos ativos tem possibilidade de interferir

diretamente no resultado comparativo e, por consequência, essa possibilidade pode ser suposta também para o atendimento ou não ao axioma da concavidade.

Chen (2016) desenvolve uma análise da assimetria para uma comparação entre os índices da família Kappa e sua capacidade de se conciliar mais adequadamente com os pressupostos da Teoria Moderna do Portfólio, incluindo a revelação de uma relação pitagórica entre medidas de risco baseadas em sua parcela inferior de dispersão e suas contrapartes no modelo tradicional de precificação de ativos (CAPM). Essas condições, em tese, permitem pressupor que o atendimento ao axioma da concavidade seja a ocorrência padrão esperada. Todavia, não há uma explicação direta da possibilidade ou não desse atendimento, e não foram encontrados artigos ou quaisquer referências específicas que empreguem a assimetria unilaterais de baixa como caráter explicativo para o não atendimento ao axioma de concavidade.

O Quadro 5 resume o atendimento aos axiomas apresentados em Kroll et al. (2021) para o índice comportamental, bem como para os índices de Sharpe e de Sortino.

Axioma	Comportamental	Sharpe*	Sortino*
Monotonicidade	Sim	Não	Sim
Monotonicidade de Volume	Sim	Sim	Sim
Invariância de translação livre de risco	Sim	Não, exceto se $T = R_f$ **	Não, exceto se $T = R_f$ **
Concavidade	Não	Sim	Não***
* As respostas sobre o atendimento ou não a cada um dos axiomas é demonstrado em Kroll et al. (2021) e foram tomadas como referência para a elaboração do quadro. ** Kroll et al. (2021) propõem uma alteração para os modelos originais de Sharpe e de Sortino para que haja limite responsivo e, neste caso, ambos os índices também atendem ao referido axioma. Acima, foram consideradas as equações originais. *** Kroll et al. (2021) considera que os índices da família Kappa atendem ao referido axioma, porém os testes empregando os mesmos dados da carteira exemplificada apontam o resultado menor para a carteira que para a combinação dos ativos que a compõe.			

Quadro 5: Quadro resumo do atendimento aos axiomas de avaliação de índices
Fonte: Elaborado pelo autor.

O Quadro 5 demonstra, a partir do comparativo entre as razões selecionadas, que nenhuma das medidas assegura completo atendimento aos axiomas, havendo sempre alguma incoerência latente, indiferentemente do índice escolhido.

4.3 Desempenho histórico do índice comportamental

A análise do desempenho do índice comportamental a partir de avaliação dos dados históricos empregou, como já salientado nos processos metodológicos, o índice *Dow Jones* como referencial de mercado. Com um recorte de dados empregados de janeiro de 2017 até dezembro de 2024, pôde-se empregar diferentes intervalos temporais para o cálculo da razão retorno-risco, mais especificamente para 12 meses, 24 meses e 36 meses, possibilitando averiguar distinções nos resultados em função da variação dos diferentes períodos considerados.

Na Figura 14, é apresentado o gráfico com a variação da pontuação do índice *Dow Jones* ao longo dos 18 anos considerados.

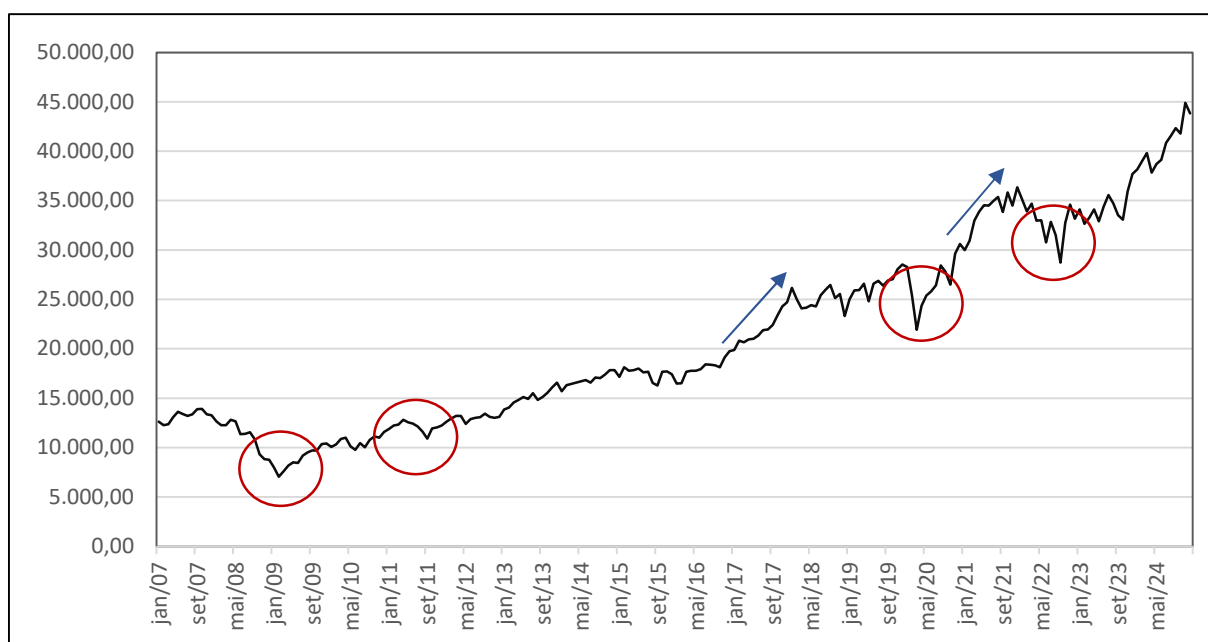


Figura 15 – Evolução do índice *Dow Jones* entre 2007 e 2024

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como se pode observar pela Figura 15, o índice de referência apresentou uma evolução com crescimento de 247%, saindo dos 12.621 pontos em janeiro de 2007 e alcançando 43.828 pontos em dezembro de 2024, com a pontuação mais baixa de 7.063 e a mais alta alcançando 44.910 pontos. No mesmo gráfico são destacados quatro momentos de baixa mais expressivas, além de duas situações com picos de altas.

Entre as baixas observadas, pode-se enumerar as seguintes razões: 1º) Devido ao colapso do mercado imobiliário norte-americano e a crise do *subprime* de impacto global; 2º) Queda do índice influenciada pelo rebaixamento da classificação de crédito dos EUA pela *Standard &*

Poor's; 3º) Incertezas econômicas ocasionadas pela deflagração da pandemia de COVID-19; 4º) Incertezas políticas e econômicas dentro no mercado dos EUA, incluindo tensões comerciais e guerra tarifária.

Entre os picos, a justificativa para a ocorrência de um pico no final do ano de 2017 está na expectativa dos mercados pela reforma tributária americana, fortalecida pelos resultados corporativos significantes. Já entre o fim de 2021 e princípio de 2022, tem-se a influência da recuperação das atividades econômicas pós-pandemia.

Os cenários elucidados permitiram testar o modelo sob circunstâncias que podem ser consideradas atípicas, sobretudo aquelas que submeteram o índice de referência a situações de estresse.

O cálculo do índice Co empregou os primeiros meses como referência prévia para definição da média móvel exponencialmente ponderada de primeira ordem, de modo que, quando o intervalo de avaliação foi de 12 meses, os 12 primeiros meses formaram a base para o cálculo e o resultado do índice foi calculado a partir do 13º mês. O mesmo ocorreu para $n = 24$ e $n = 36$. Além disso, o mesmo procedimento se repetiu para três variações distintas do grau de aversão à perda, com o valor mínimo de $\lambda = 1,3$, o valor mediano de $\lambda = 2,25$ e o valor máximo de $\lambda = 4,5$, sendo a mediana o valor descrito no trabalho de Tversky e Kahneman (1992), o valor mínimo citado em Polach e Kukacka (2019) e valor máximo apresentado em Blake, Cannon e Wright (2021).

De tal modo, as análises foram experimentadas por meio do delineamento pelo Quadrado Greco-latino de matriz $n \times n$, com $n = 3$, sendo o símbolo latino a variação do horizonte temporal e o símbolo grego substituído pelo grau de aversão à perda. A representação para as análises pode ser compreendida a partir da matriz apresentada em (64).

$$\begin{bmatrix} A\alpha & B\alpha & C\alpha \\ A\beta & B\beta & C\beta \\ A\gamma & B\gamma & C\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12m \text{ e } \lambda = 1,3 & 24m \text{ e } \lambda = 1,3 & 36m \text{ e } \lambda = 1,3 \\ 12m \text{ e } \lambda = 2,25 & 24m \text{ e } \lambda = 2,25 & 36m \text{ e } \lambda = 2,25 \\ 12m \text{ e } \lambda = 4,5 & 24m \text{ e } \lambda = 4,5 & 36m \text{ e } \lambda = 4,5 \end{bmatrix} \quad (64)$$

Dois tipos de testes foram realizados: O primeiro comparando o valor direto do índice Co no período T comparado ao retorno observado no período T+1, identificando se o resultado da razão se alinhava com resultados positivos ou negativos do índice de referência do mercado, sendo, por isso, considerada como comparação absoluta.

O segundo teste visou identificar o alinhamento do índice Co com resultados por faixas, sendo uma negativa, para todo resultado inferior ou igual a zero, uma intermediária ou subótima, quando o retorno é inferior a 0,75% ao mês, mas superior a zero, e outra para resultados iguais ou maiores que 0,75%. Para a equivalência, neste caso, o índice precisava apresentar respostas, respectivamente, menor ou igual a zero, entre zero e um, e superior a um. Esse segundo teste é designado como uma comparação relativa.

Nos 204 meses para os quais o cálculo do índice Co foi realizado, observou-se que, quando empregado um período de 12 meses de referência para o cálculo, o índice de acerto para a comparação absoluta foi de 57,8%, ou seja, a cada 12 meses o índice conseguiu detectar assertivamente sete vezes. O gráfico da Figura 15 traz o comparativo ao longo do período analisado.

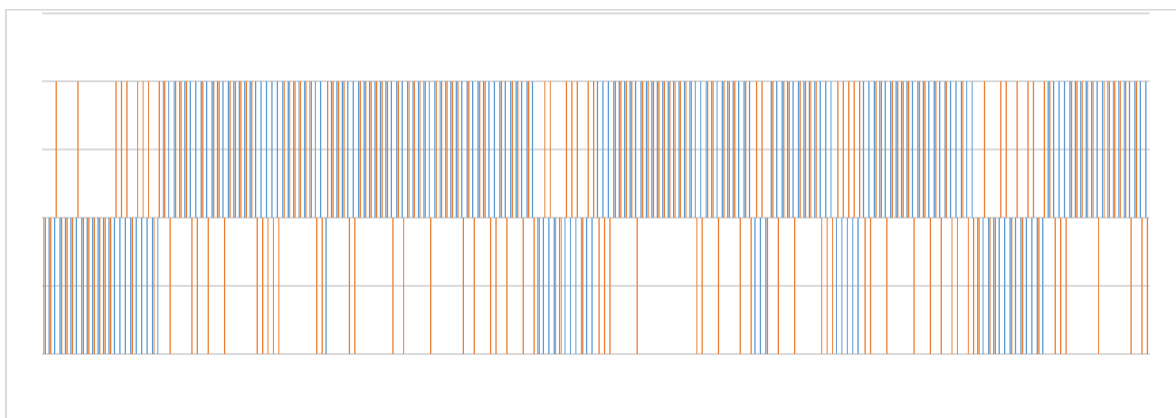


Figura 15 – Comparativo entre resultado do índice e retorno T+1 com intervalos de 12 meses
Fonte: Elaborado pelo autor.

No gráfico da Figura 15, os retornos positivos estão representados pelos traços vermelhos da metade superior, enquanto os retornos negativos são os traços vermelhos inferiores. Os resultados do índice Co estão em azul e seguem os parâmetros de recomendação, quando na metade superior, e de não recomendação, quando na metade oposta, de tal modo que os pares de linhas azul-vermelho conjuntas expressam exatamente as situações em que o índice condiz com o resultado observado no período T+1.

Embora em nenhum dos testes as diferentes escolhas para o grau de aversão à perda tenham apresentado diferença suficiente para alterar o percentual de acerto do índice, ao comparar dois ativos ou duas carteiras diferentes, o diferente grau de aversão à perda pode significar uma alternância sobre qual delas apresenta-se mais vantajosa.

Os resultados observados para as análises com 24 e 36 meses foram, respectivamente, 58,9% e 51,7% de efetividade (comparativos nas Figuras 16 e 17).

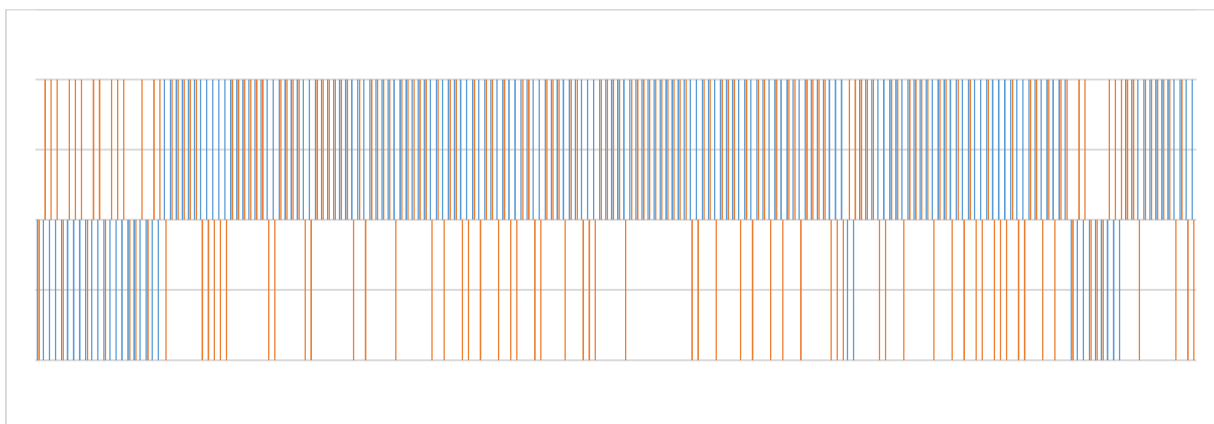


Figura 16 – Comparativo entre resultado do índice e retorno T+1 com intervalos de 24 meses
Fonte: Elaborado pelo autor.

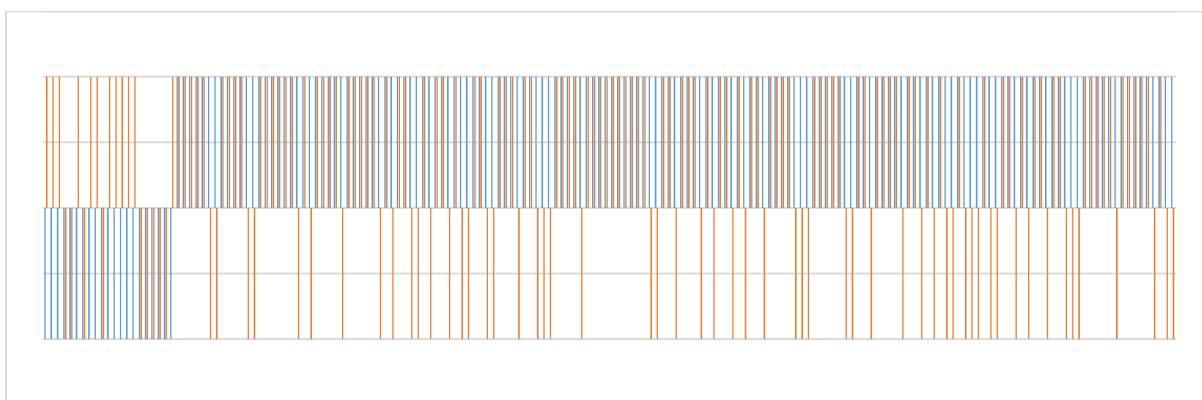


Figura 17 – Comparativo entre resultado do índice e retorno T+1 com intervalos de 36 meses
Fonte: Elaborado pelo autor.

Para todos os três gráficos apresentados são disponibilizados uma tabela dos dados dos resultados dos índices e o retorno real no período T+1 no Apêndice E.

Também foram calculados os valores dos índices de Sharpe e de Sortino para as três situações, com 12, 24 e 36 meses, tendo ambos os índices apresentado nível de acerto em torno de 50%, 57,3% e 47,8%, respectivamente. Em termos comparativos, o índice Co apresentou uma média de acerto 8,6% maior que os dois índices tradicionais na avaliação histórica (ou diferença absoluta de 4,3%).

As comparações relativas foram feitas exclusivamente com o intuito de apresentar um paralelo em relação às razões de Sharpe e Sortino, sendo a comparação realizada de maneira separada

para o par de índices. Os resultados comparativos observados entre Sharpe e Co, para os três períodos e considerando três variações do grau de aversão à perda, são descritos na Tabela 8.

	12 m		24 m		36 m	
	Resultado	%	Resultado	%	Resultado	%
Co p/ $\lambda = 1,3$	35	17,16%	88	45,83%	24	13,33%
Sharpe	31	15,20%	53	27,60%	24	13,33%
Equivalente	138	67,65%	51	26,56%	132	73,33%
Co p/ $\lambda = 2,25$	46	22,55%	84	43,75%	23	12,78%
Sharpe	45	22,06%	53	27,60%	22	12,22%
Equivalente	113	55,39%	55	28,65%	135	75,00%
Co p/ $\lambda = 4,5$	53	25,98%	84	43,75%	25	13,89%
Sharpe	57	27,94%	57	29,69%	28	15,56%
Equivalente	94	46,08%	51	26,56%	127	70,56%

Tabela 8: Resultados do comparativo entre Co e Sharpe para dados históricos

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao avaliar a Tabela 8 é possível observar alguns padrões. Primeiramente, embora o índice de Sharpe não se altere com a mudança do grau de aversão à perda, uma vez que esse parâmetro não é empregado para seu cálculo, as mudanças definidas no grau de aversão à perda, por interferirem no índice comportamental, influenciam o comparativo entre os dois índices em qualquer que seja o horizonte temporal analisado. A mudança de uma determinada resposta do índice Co pode fazer com que este tenha um resultado equivalente ou não em termos de acerto em relação à razão de Sharpe, caracterizando os distintos valores observados em cada um dos nove quadrantes da tabela em questão.

Os valores dos resultados dizem respeito ao número de meses em que um dos índices apresentou um resultado mais assertivo que o concorrente em relação ao período T+1 ou apresentam equivalência entre os índices, seja essa equivalência de acerto ou de erro. Os resultados entre o índice de Sharpe e o índice Co tendem a ser aproximados quando considerados os prazos de 12 meses e 36 meses, com uma prevalência de resultados equivalentes entre os dois índices e uma com uma diferença percentual levemente superior favorável ao índice de Sharpe quando o grau de aversão à perda é de 4,5, como observados nos quadrantes $A\gamma$ (sétimo quadrante) e $C\gamma$ (nono quadrante).

Por outro lado, quando considerado o período de 24 meses, então os resultados foram mais favoráveis ao índice Co, com pequenas diferenças percentuais que o favorecem ligeiramente quanto menor for o grau de aversão à perda. É também nessa faixa que se pode notar a menor proporção de equivalências entre os dois índices.

Os padrões gerais podem ser observados a partir de uma análise gráfica de superfície que expõe os padrões matriciais entre o grau de aversão e o horizonte temporal, conforme Figura 18.

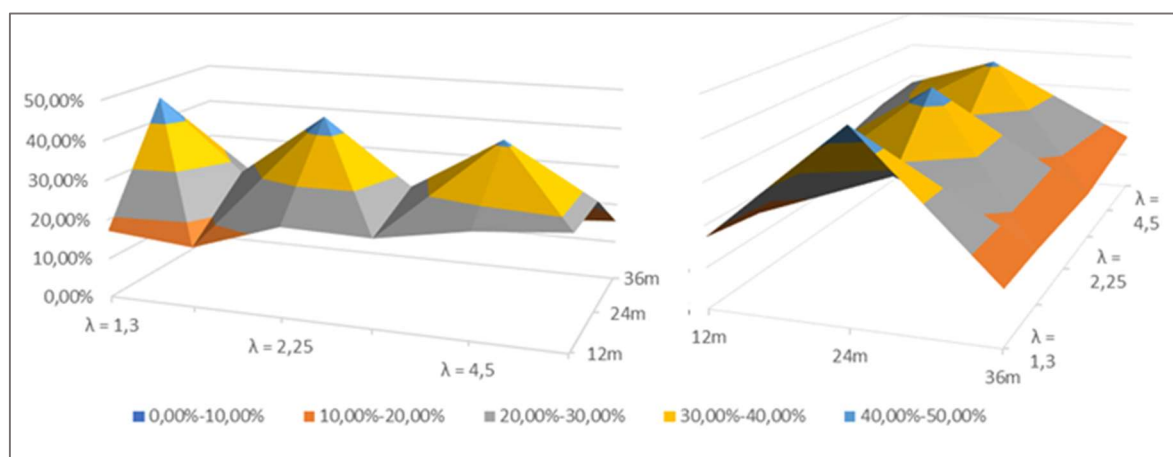


Figura 18 – Superfície de variação período por λ entre índice Co e Sharpe
Fonte: Elaborado pelo autor.

Como pode ser observado no gráfico da Figura 18 (rotacionado para possibilitar melhor visibilidade em cada período), o horizonte temporal de 24 meses cria picos alternados na representação gráfica de superfície (na qual os picos representam o percentual de vezes em que o índice Co obteve uma resposta mais assertiva e os vales representam o percentual para a razão de Sharpe), indicando que nesse período os resultados são mais elevados para o índice Co (pico) em relação ao índice de Sharpe (vale), enquanto que, para 12 meses ou 36 meses, há, em geral, uma variação pouco substancial entre eles, com uma diferença ligeiramente maior para $\lambda = 4,5$.

De maneira similar, a comparação do índice proposto com o índice de Sortino, também considerando três segmentações de períodos e três variações do grau de aversão à perda (mínima, mediana e máxima) são demonstrados na Tabela 9 e podem ser analisados a partir do gráfico de superfície na Figura 19.

	12 m		24 m		36 m	
	Resultado	%	Resultado	%	Resultado	%
Co p/ $\lambda = 1,3$	31	15,20%	82	42,71%	86	47,78%
Sortino	26	12,75%	43	22,40%	10	5,56%
Equivalente	147	72,06%	67	34,90%	84	46,67%
Co p/ $\lambda = 2,25$	36	17,65%	78	40,63%	82	45,56%
Sortino	37	18,14%	43	22,40%	13	7,22%
Equivalente	131	64,22%	71	36,98%	85	47,22%
Co p/ $\lambda = 4,5$	41	20,10%	71	36,98%	73	40,56%
Sortino	49	24,02%	43	22,40%	17	9,44%
Equivalente	114	55,88%	78	40,63%	90	50,00%

Tabela 5: Resultados do comparativo entre Co e Sortino para dados históricos
 Fonte: Elaborado pelo autor.

Na comparação do índice Co com o índice de Sortino, o padrão de maior equivalência para o período de 12 meses, já observado na comparação anterior com índice de Sharpe, se repete, mas, de acordo com grau de aversão à perda considerado, os resultados similares entre as duas razões aproximam-se e vão se reduzindo de quase 72% para valor próximo a 56% à medida que se aumenta o grau de aversão à perda, com maior equivalência no primeiro quadrante ($A\alpha$), em que $\lambda=1,3$.

Considerando o período de 24 e 36 meses esse padrão se inverte, e tanto a proporção de resultados equivalentes diminuem a valores inferiores a 50%, como tende a ser menor à medida que se diminua o grau de aversão à perda, tal como já havia ocorrido para o índice de Sharp no período de 24 meses.

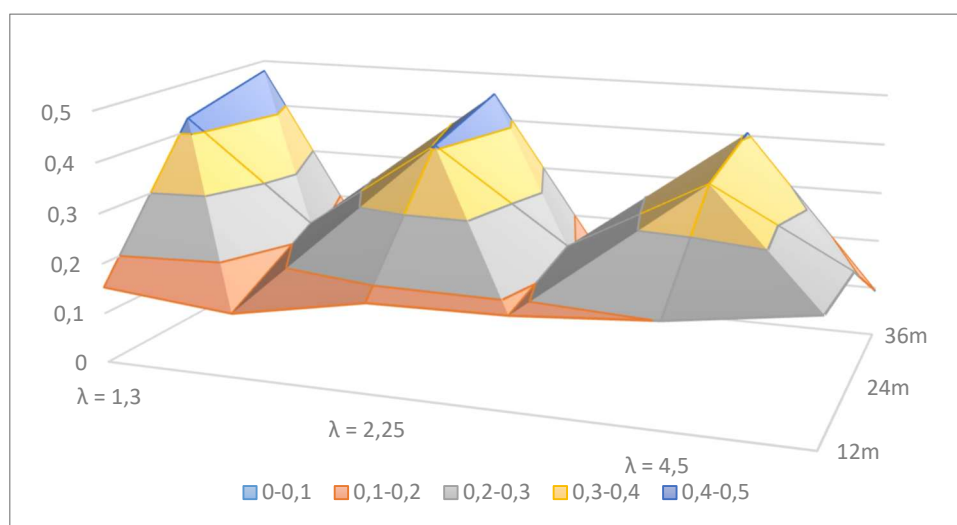


Figura 19 – Superfície de variação período por λ entre índice Co e Sortino.
 Fonte: Elaborado pelo autor.

A leitura da superfície gráfica demonstra uma proximidade da capacidade preditiva percentualmente baixa para ambas as razões no período de 12 meses, enquanto os períodos de 24 e 36 meses têm um percentual maior de respostas mais assertivas para o índice Comportamental. Deve-se destacar, entretanto, que o índice Co apresenta resultados ainda mais significativos em relação a Sortino tanto quanto maior for o número de meses considerados no período dos cálculos, chegando a apresentar quase 48% mais assertivo que Sortino na condição do quadrante $C\alpha$ (terceiro quadrante).

Essa diferença é considerada esperada em grande medida pelo fato de o índice de Sortino não ter sido proposto para avaliações de um ativo ou uma carteira em termos de classificação entre ótimo, subótimo ou inviável, como ocorre para o índice de Sharpe.

O gráfico ainda permite observar que, assim como no índice de Sharpe, a menor diferença também mantém-se ocorrendo quando, nos cálculos, é considerado o curto prazo, incluindo duas situações em que o índice de Sortino mostrou-se mais assertivo, quadrantes $A\beta$ e $A\gamma$.

4.4 Desempenho do índice Co nos cenários simulados

O simples fato de que a pura observação dos resultados históricos do índice proposto e sua comparação com as razões de Sharpe e Sortino não é suficiente para garantir que a nova razão criada apresente, efetivamente, um resultado distinto dos modelos convencionais. Assim, foi proposta uma análise ampliada baseada no mesmo índice de mercado (*Dow Jones*), mas considerando milhares de outros movimentos aleatórios que, embora não tenham de fato ocorrido, são ou seriam probabilisticamente possíveis.

A possibilidade de explorar outras condições de oscilação do índice de referência do mercado, incluindo eventuais picos ou quedas aleatórias, garante que a pesquisa tenha condições de ser avaliada a partir de critérios estatísticos, principalmente permitindo a realização de testes de hipóteses na verificação das similaridades e distinções nas respostas do índice proposto em relação aos tradicionais.

Para tanto, o desenvolvimento dos cenários simulados foi o ponto inicial para verificação de se os padrões observados nas diversas variações do contexto histórico se repetem de fato em situações de movimento do mercado distinto do ocorrido. Todas as simulações partem,

hipoteticamente, do período pós-deflagração da crise do *sub-prime* em que o índice *Dow Jones*, no final do ano de 2008, figurou, aproximadamente, entre 8,5 mil e 11,5 mil pontos e, portanto, foi considerado a pontuação de 10 mil como referência inicial.

Como especificado na metodologia do presente trabalho, a cadeia de Markov foi utilizada para simular cada iteração na sequência dos movimentos de cada cenário simulado, de tal modo que o próximo estado futuro de qualquer ponto em qualquer cenário tome como referência o último estágio gerado. O estado inicial considerado para o princípio das iterações no modelo do algoritmo implementado foi o estável (dentre as possibilidades de alta, baixa ou estável).

As probabilidades dos estados para cada iteração foram calculadas baseando-se nas variações ocorridas no próprio histórico do índice *Dow Jones* e a geração de dados aleatórios elaborados empregando Monte Carlo foi dividida entra a alta, com variações pseudoaleatórias entre 0,0001 e 0,1, a baixa, com variações pseudoaleatórias entre - 0,003 e - 0,1, e estável, oscilando entre - 0,005 e +0,005. A introdução de picos esporádicos, por sua vez trabalhou a inserção de probabilidades, de alta ou de baixa, com variações entre 0,1 e 0,15. A perspectiva para o levantamento probabilístico foi realizada a partir de um período mais amplo, entre janeiro de 2000 e dezembro de 2023. O Apêndice B traz a descrição detalhada do algoritmo implementado para a geração dos cenários avaliados. A representação gráfica de variação para os cenários escolhidos pelo modelo do algoritmo é apresentada na Figura 20.

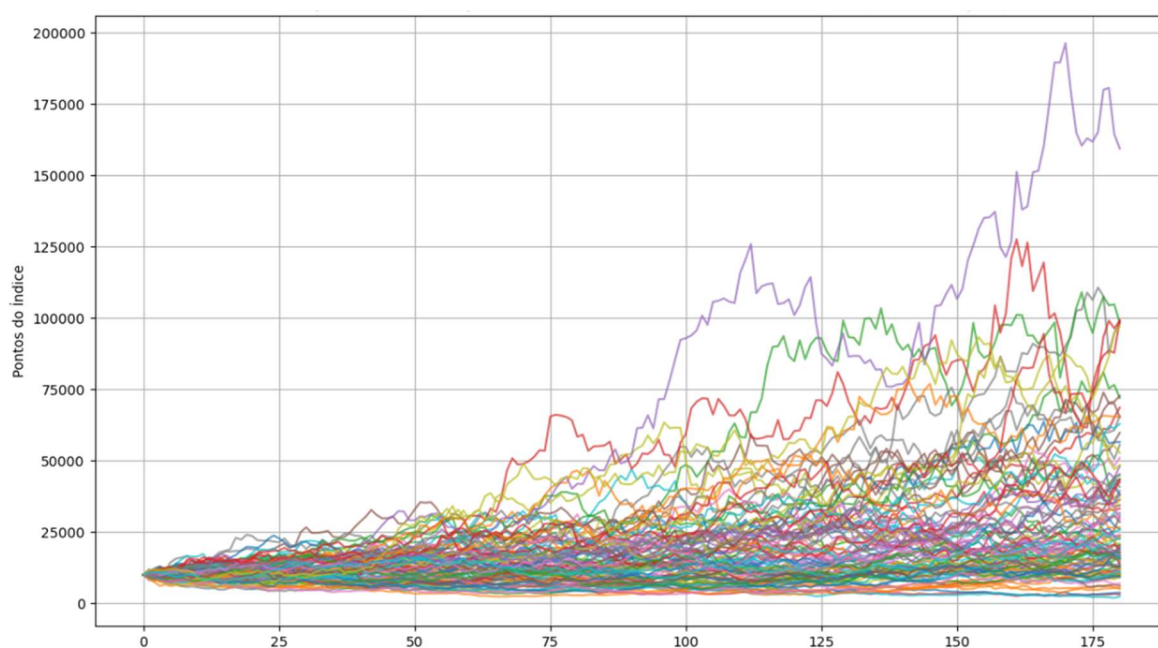


Figura 20 – Cenários simulados para o índice *Dow Jones*.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O gráfico da Figura 20 apresenta especificamente os cem cenários escolhidos dentre os dez mil gerados a partir dos percentis que permitiram varrer todas as possibilidades perante os padrões probabilísticos apresentados por retrospecto pelo índice de referência ao longo de um período de 180 meses. Dos 100 cenários elaborados, 88% deles figuraram em valores superiores aos 10 mil pontos iniciais, com pico próximo a 200 mil pontos e menor registro inferior a 2 mil pontos, sendo 32% desses cenários superiores ao registro histórico real do índice de referência. A variação média para as altas saiu de 10 mil para 39 mil pontos, e para as baixas de 10 mil para 6,9 mil pontos.

O arquétipo do índice proposto foi analisado em cada um desses cenários de maneira a averiguar as circunstâncias em que ele apresenta maior poder de resposta. A avaliação possibilitou identificar que não existe um padrão específico para o poder de resposta do índice, demonstrando que a diferença entre fluxos de altas ou fluxos de baixas não implicam melhor predição por parte do modelo proposto. Em outras palavras, a capacidade de predição independe de se o ativo avaliado (no caso o *USA 30*) está em franca expansão ou se apresenta retração em um determinado período.

No experimento de comparação absoluta para os dados simulados foi realizada comparação par a par entre o índice Co e o índice de Sharpe e entre o índice Co e o índice de Sortino para cada um dos cenários, considerando as mesmas variações de horizonte temporal e de aversão ao risco já consideradas na análise dos dados históricos, porém considerando o total de dados relativos a 180 meses (15 anos). Os resultados médios dos cem cenários foram testados para verificar se há igualdade estatística entre suas médias.

Como ocorrido para os dados históricos, a variação do grau de aversão à perda não configura nenhuma alteração de resultados para o índice comportamental e, portanto, os resultados que seguem discutidos na sequência referem-se às variações do horizonte temporal dos dados empregados para o cálculo.

Quando considerado o horizonte temporal de 12 meses, o índice comportamental apresentou uma média de assertividade de 50,5% contra 50,4% para os índices de Sharpe e de Sortino. O teste t pareado foi escolhido para análise estatística visto a dependência existente (mesma fonte de dados) e a distribuição normal, visto que a própria simulação, ao empregar o método de Monte Carlo, pressupõe distribuição gaussiana dos dados. O resultado do teste é apresentado na Tabela 10.

	Co	Sharpe / Sortino
Média	0,505	0,504
Variância	0,002	0,002
Observações	100	100
Correlação de Pearson	0,394397656	
Hipótese da diferença de média	0	
Graus de liberdade	99	
Stat t	0,224591955	
P-valor (T<=t) uni-caudal	0,411379809	
t crítico uni-caudal	1,660391156	
P-valor (T<=t) bi-caudal	0,822759618	
t crítico bi-caudal	1,984216952	

Tabela 10: Resultados do Teste t pareado para n igual a 12

Fonte: Elaborado pelo autor.

O resultado do P-valor unicaudal de 0,41 possibilita assumir como verdadeira a hipótese nula de igualdade entre as médias e, portanto, inferir que não há diferença entre os resultados apresentados para o índice comportamental e os índices de Sharpe e Sortino para o horizonte temporal de dados de 12 meses.

O mesmo procedimento adotado para o período de 24 meses retornou médias de assertividade de 52% para o índice Co e 50,8% tanto para o índice de Sharpe como para Sortino. O resultado do teste estatístico para essa condição está apresentado na Tabela 11.

	Co	Sharpe / Sortino
Média	0,5197	0,5080
Variância	0,0018	0,0016
Observações	100	100
Correlação de Pearson	0,557099487	
Hipótese da diferença de média	0	
Graus de liberdade	99	
Stat t	2,997612257	
P-valor (T<=t) uni-caudal	0,001720051	
t crítico uni-caudal	1,660391156	
P-valor (T<=t) bi-caudal	0,003440103	
t crítico bi-caudal	1,984216952	

Tabela 11: Resultados do Teste t pareado para n igual a 24

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o resultado do P-valor inferior a 0,05, rejeita-se a hipótese nula de igualdade entre as médias. Assim, pode-se admitir que o índice comportamental apresentou uma assertividade ligeiramente superior aos outros dois índices ao qual foi comparado.

Para o período de 36 meses, os índices de Sharpe e Sortino, que mantêm entre si a mesma proporção de assertividade, apresentaram uma média ligeiramente superior ao índice comportamental, 51,1% contra 50,6%. Porém o teste estatístico (Tabela 12) demonstra que, com P-valor de 0,094, as médias entre os grupos não apresentam diferença estatística significativa, ou seja, assume-se verdadeira a hipótese nula de igualdade das médias. Neste caso, também deve-se assumir que não há distinção no nível de assertividade entre três índices.

	Co	Sharpe / Sortino
Média	0,50630137	0,511438356
Variância	0,002039233	0,002010208
Observações	100	100
Correlação de Pearson	0,630375904	
Hipótese da diferença de média	0	
Graus de Liberdade	99	
Stat t	-1,327765051	
P-valor (T<=t) uni-caudal	0,09365456	
t crítico uni-caudal	1,660391156	
P-valor (T<=t) bi-caudal	0,187309121	
t crítico bi-caudal	1,984216952	

Tabela 12: Resultados do Teste t pareado para n igual a 36

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em relação ao experimento da comparação relativa entre os índices, tanto a diferença entre o horizonte temporal de dados considerados para os cálculos como a variação como o grau de aversão à perda considerado é substancialmente importante nos diferentes resultados encontrados. Além disso, como já ocorrido na análise dos dados históricos, neste tipo de análise o índice de Sharpe e o índice de Sortino não apresentam resultados idênticos entre si.

Repetindo a matriz de experimentação dada pela Equação (64), as apreciações na sequência são apresentadas em nove quadrantes acrescentadas do resultado do teste estatístico t para cada par de variáveis consideradas no modelo de análise.

Na Tabela 13 são demonstrados os resultados comparativos entre o índice Comportamental e o índice de Sharpe.

	12 m			24 m			36 m		
	Média	%	P-valor	Média	%	P-valor	Média	%	P-valor
Co p/ $\lambda = 1,3$	54,36	32,36%	0,0000	34,24	21,67%	0,0002	37,37	25,60%	0,0000
Sharpe	63,57	37,84%		31,5	19,94%		33,44	22,90%	
Equivalente	52,07	30,99%		92,26	59,14%		75,19	51,50%	
Co p/ $\lambda = 2,25$	48,26	28,73%	0,0001	29,86	18,90%	0,0117	32,02	21,93%	0,0003
Sharpe	52,71	31,38%		28,17	17,83%		29,52	20,22%	
Equivalente	69,03	41,09%		99,97	63,27%		84,46	57,85%	
Co p/ $\lambda = 4,5$	48,41	28,82%	0,0001	26,11	16,53%	0,3176	26,65	18,25%	0,0718
Sharpe	53,12	31,62%		25,78	16,32%		25,7	17,60%	
Equivalente	68,47	40,76%		106,11	67,16%		93,65	64,14%	

Tabela 13: Resultados do comparativo entre Co e Sharpe para cenários simulados
 Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados apresentados na Tabela 13 permitem observar que, independentemente do grau de aversão à perda, o índice de Sharpe apresenta maior assertividade na comparação relativa quando considerado o horizonte temporal de 12 meses para a realização dos cálculos, podendo essa conclusão ser confirmada a partir dos resultados do teste estatístico que indicam as diferenças entre as médias das duas razões (grifos vermelhos). Embora o padrão de diferença seja praticamente igual quando o grau de aversão é 2,25 ou 4,5, percebe-se que o índice de Sharpe é ainda mais efetivo quando o grau da aversão à perda é $\lambda = 1,3$.

Quando observado o número de cenários em que a resposta foi efetivamente melhor, o padrão é similar, não havendo grande diferença quando alterado o grau de aversão à perda empregado para os cálculos. No primeiro caso ($\lambda = 1,3$), o índice de Sharpe foi melhor em 56 entre os 100 cenários avaliados, contra 40 do índice comportamental (em quatro ocasiões ambos apresentaram mesmo nível de resposta). No segundo caso, as ocorrências foram 55 para Sharpe contra 39 para Co, enquanto no terceiro caso foram 58 contra 36, respectivamente. A demonstração sobre em qual cenário um índice prevaleceu sobre outro é apresentada no Apêndice F.

Os padrões de resultados para os horizontes temporais de 24 meses e de 36 meses se diferem do primeiro, mas apresentam semelhanças entre si. Em ambos os horizontes temporais considerados, os resultados comparativos entre os índices são estatisticamente equivalentes quando o grau de aversão à perda empregado para o cálculo do índice comportamental é igual

a 4,5. Por outro lado, o índice comportamental apresenta melhor resultado que o índice de Sharpe quanto menor for o grau de aversão à perda considerado (grifos azuis).

A quantidade de cenários em que cada índice se sobressai, todavia, apresenta diferenças mais discrepantes. No primeiro caso ($\lambda = 1,3$), o índice comportamental foi melhor em 63 cenários avaliados contra apenas 31 do índice de Sharpe e com seis ocorrências iguais entre eles, quando considerado o período de 24 meses, e 58 cenários contra 32 (com dez resultados iguais), quando o horizonte empregado no cálculo foi de 36 meses. Quando considerado $\lambda = 2,25$ essa diferença se reduz para 52 do índice Co contra 43 para Sharpe, para o período de 24 meses, e 59 versus 37, se o período for de 36 meses. As relações dos resultados gerais desses cenários são apresentadas nos Apêndices G e H.

Na Tabela 10 são demonstrados os resultados comparativos entre o índice comportamental e o índice de Sortino.

	12 m			24 m			36 m		
	Média	%	P-valor	Média	%	P-valor	Média	%	P-valor
Co p/ $\lambda = 1,3$	50,95	30,33%	0,0000	44,33	28,06%	0,0000	45,01	30,83%	0,0000
Sortino	58,90	35,06%		23,67	14,98%		27,96	19,15%	
Equivalente	58,15	34,61%		90	56,96%		73,03	50,02%	
Co p/ $\lambda = 2,25$	48,22	28,70%	0,0002	38,95	24,65%	0,0000	38,97	26,69%	0,0000
Sortino	52,60	31,31%		20,38	12,90%		24,2	16,58%	
Equivalente	67,18	39,99%		98,67	62,45%		82,83	56,73%	
Co p/ $\lambda = 4,5$	48,4	28,81%	0,0002	33,75	21,36%	0,0000	32,5	22,26%	0,0000
Sortino	52,79	31,42%		17,78	11,25%		20,33	13,92%	
Equivalente	66,81	39,77%		106,47	67,39%		93,17	63,82%	

Tabela 10: Resultados do comparativo entre Co e Sortino para cenários simulados

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na comparação do índice comportamental com o índice de Sortino, todos os quadrantes apresentam diferenças estatisticamente significativas entre as médias em favor de um ou de outro índice, sempre com P-valor apresentando valores praticamente nulos. O mesmo padrão observado anteriormente se repete para o horizonte mais curto, sendo a razão de Sortino mais assertiva para a comparação relativa nesse período, como destacado na Tabela 10 pelos grifos em vermelho.

Nesse horizonte temporal, o número de cenários em que o índice Comportamental se sobressaiu foi o mesmo, independentemente do grau de aversão à perda considerado para o cálculo, apresentando sempre mais assertivo em 40 ocasiões. Em todas estas situações o índice de Sortino se apresentou-se mais assertivo que o índice Co por uma diferença muito similar: 56 vezes para cenários com $\lambda = 1,3$ e $\lambda = 2,25$ e 57 vezes para a situação em que $\lambda = 4,5$. O Apêndice I traz o aglutinado dos resultados de cada cenário para esse período.

Quando considerado o período de 24 ou 36 meses como referência para os cálculos, o índice comportamental se sobressaiu, na média, mais assertivo que o índice de Sortino (grifos azuis). Além disso, é possível observar que a diferença das médias é maior tanto quanto menor for o grau de aversão à perda considerado, algo similar ao já observado na comparação com o índice de Sharpe, mas que, contra Sortino, apresentou-se mais incisivo, chegando a uma diferença de quase o dobro no quadrante *Ba* (segundo quadrante).

Essa diferença é ainda mais saliente quando considerado o número de cenários em que o índice comportamental apresentou melhores respostas durante as análises: considerando o horizonte temporal de 24 meses e para $\lambda = 4,5$, o índice Co chegou a melhor assertividade em 92 cenários contra 6 cenários pelo índice de Sortino, sendo duas ocorrências de respostas equivalentes. Para $\lambda = 2,25$, o índice Co apresentou-se mais efetivo em 95 cenários contra 5 vezes de Sortino, maior diferença entre todas as situações analisadas. Na condição de $\lambda = 1,3$ a diferença foi de 92 contra 6 a favor da razão comportamental. O resumo das respostas de cada cenário nesse período está no Apêndice J.

No período em que os cálculos foram feitos com 36 meses de parâmetro as diferenças foram: para $\lambda = 4,5$, 87 cenários versus 10 cenários; para $\lambda = 2,25$, esses resultados se repetiram. Quando considerado $\lambda = 4,5$, o índice Co foi melhor em 83 cenários contra 15 cenários que se sobressaiu o índice de Sortino. O Apêndice K traz o resumo das respostas de cada cenário.

No geral, é no panorama de 24 meses que o resultado se mostrou mais favorável ao índice comportamental.

5 CONCLUSÕES

Em seu livro intitulado *The Drunkard's Walk (O andar do bêbado, na tradução brasileira)*, publicado originalmente em 2008, o escritor, matemático e pesquisador estadunidense Leonard Mlodinow apresenta de maneira simples (quase lúdica) como a aleatoriedade é influente em variadas situações da vida e expõe as dificuldades para assumirmos a existência e o papel dessa aleatoriedade nas decisões que adotamos e que os indivíduos, de forma geral, tomam, sobretudo em circunstâncias complexas e que envolvam incertezas. Afinal, assumir que alguém seja responsável por todo sucesso ou todo o fracasso observado após uma decisão (ignorando diversos fatores externos e influências de ações anteriores) é sempre uma ideia mais cômoda e simples.

O fascínio pelo ato de tomar uma decisão atravessou séculos, conquistou matemáticos e foi responsável, entre muitas outras coisas, por dar início a uma importante vertente dos estudos econômicos que hoje chamamos de finanças.

Neste trabalho a avaliação do risco foi ponto de partida nas discussões teóricas apresentadas na revisão da literatura. Um dos pontos principais sobre os estudos teóricos e práticos das decisões, a concepção do risco foi moldada sob a perspectiva de muitos pensadores e aqui foi exposta como referência dos trabalhos de Markowitz, Sharpe, Treynor, chegando a Fama e a ideia da racionalidade dos agentes e a eficiência dos mercados até que um quebra-cabeças (*equity premium puzzle*), identificado por Mehra e Prescott, mostrou que a sensatez nas decisões nem sempre era uma regra.

Somado a diversos outros vieses, foi também discutido o surgimento de uma nova área de estudo que buscou demonstrar, justamente, os motivos pelos quais, mesmo diante de decisões que são relativamente simples do ponto de vista matemático, há decisões não apenas questionáveis como, por vezes, completamente absurdas. A Economia comportamental (e sua derivada finanças comportamentais), inauguradas com Kahneman e Tversky, encontraram apoio que aqui foi demonstrado através das percepções de Thaller, Rabin, Benartzi, Duxbury, Barberis, entre outros.

Seja pela ótica das finanças modernas, seja pela percepção das finanças comportamentais, as métricas para a avaliação de ativos, carteiras e dos próprios mercados foi demonstrada sob diferentes perspectivas, e os modelos de arbitragem têm se mostrado, apesar de muitas

limitações, significativamente importantes para balizamento das mais diversas decisões relacionadas a investimentos.

Partindo dessa contextualização, o trabalho se propôs a responder à questão da viabilidade da existência de uma métrica de avaliação da relação risco-retorno a partir de princípios das finanças comportamentais, mais especificamente focado nos três pressupostos básicos da Teoria do Prospecto, que mantivesse um padrão compreensível como os dos rácios tradicionais.

A busca pela resposta a essa condição necessitou passar por algumas proposições que objetivaram e nortearam o trabalho. A primeira proposição foi a modelagem de arquétipo de índice que assimilasse os princípios da TP. Posteriormente, compreendeu-se importante comprovar que o arquétipo fosse suficientemente capaz de cumprir com o que se espera dele e, por isso, ele foi submetido a testes em relação aos axiomas de validação de índices descritos em Kroll et al. (2021).

A tese objetivou, ainda, verificar desempenho da métrica proposta em situações históricas anormais, tais como em bolhas financeiras, quedas e picos no mercado, além de crises econômicas. Tomando o índice *Dow Jones* como referencial do mercado norte-americano, foi realizada varredura em sua variação nos últimos 18 anos e avaliado se em períodos de alta ou de baixa o índice proposto gerava algum padrão de resposta. Uma análise de cem cenários simulados para o *Dow Jones* serviu de complemento para a compreensão da aplicabilidade do índice proposto.

Por fim, o índice proposto também foi submetido a uma análise comparativa com os índices de Sharpe e de Sortino tanto para o levantamento histórico como para os cem cenários selecionados entre as 10 mil simulações feitas sobre o mercado representado pelo *Dow Jones*. As análises foram realizadas tanto do ponto de vista objetivo, na qual verificou-se se os índices eram capazes de prever os movimentos posteriores do mercado, como também pela ótica da comparação relativa, na qual um índice pode estar “mais adequado” que outro pela proximidade da resposta esperada.

A proposição desta pesquisa presume assumir uma interação entre duas bases epistemológicas distintas, a matriz empírico hermenêutica e a matriz interpretativista, que, embora não seja propriamente uma conjectura inédita, é, em grande medida, um caminho ainda pouco explorado.

Na sequência são apresentados os principais achados ao longo do estudo e as contribuições possibilitadas pelo desenvolvimento desta tese.

5.1 Principais achados e contribuições da Tese

Ao buscar referenciais teóricos para a proposição do desenvolvimento de um novo arquétipo de razão para avaliação da relação risco-retorno, foi possível identificar a amplitude e profundidade com a qual os modelos de arbitragem têm sido construídos desde suas primeiras proposições e, sobretudo, em períodos recentes.

Seguindo um princípio de apropriação de elementos da Teoria do Prospecto para a precificação de ativos feitas por Polach e Kukacka (2019), a proposta trazida neste trabalho estabeleceu novas estruturas de cálculo para uma razão de avaliação de carteiras e ativos, algo que não havia sido identificado na literatura até então. Partindo da proposição de três mudanças estruturais no modelo geral dos cálculos da família *Kappa*, o modelo proposto altera parte dos fundamentos gerais da maioria dos modelos de índices existentes: trabalhar com os retornos médios da previsão dos preços dos ativos (ou da carteira) em oposição à médias dos retornos passados. Essa proposição buscou captar o princípio do estado referencial, uma vez que, tendo o valor de α fixado em 0,5, consegue captar os resultados passados, mas com maior ênfase no último período.

Outro aspecto distintivo do modelo proposto faz referência à aversão à perda. Embora os índices da família *Kappa* estejam alinhados à percepção das perdas ao invés da variabilidade, como ocorrem em outros índices, os modelos atuais ignoram a existência de diferentes graus dessa aversão. Ao incorporar essa variável ao modelo é possível pontuar não apenas o medo que a perda gera no investidor, como penalizar situações geradoras de enquadramento estreito que, em última instância, possuem a potencialidade de gerar situações de aversão à perda míope.

Por fim, ainda a respeito do modelo matemático para o rácio estudado, a adequação do índice da raiz, em contramedida ao seu equivalente na potenciação do modelo de precificação de ativos, permitiu a adequação dos resultados do índice proposto a valores que viabilizam sua análise e a comparação durante seu emprego. Para isso foi proposta a utilização da proporção áurea, mantendo o arquétipo entre a primeira e a segunda ordem da família *Kappa*.

Assim, embora possua mais elementos em seus cálculos, o índice comportamental é apresentado de maneira exequível e, portanto, considera-se que tenha atendido a primeira hipótese da pesquisa.

Na validação do índice frente aos axiomas de validação de índices propostas por Kroll et al. (2021), três pontos principais merecem destaque: as análises do primeiro, do terceiro e do quarto axioma. No primeiro deles, o axioma da monotonicidade, o índice comportamental é suficientemente capaz de atendê-lo, como já ocorre para outros índices da família *Kappa* e em oposição ao que ocorre no caso do índice de Sharpe, apresentando-se, sob essa perspectiva, mais favorável que este.

Em relação ao axioma da invariância de translação livre de risco, terceiro apresentado e que considera a necessidade de incluir nos cálculos do numerador uma composição que inclua componentes com e sem risco, o índice comportamental foi proposto de modo a já incluir os parâmetros com e sem risco, de modo que ele já se apresenta conforme os próprios requisitos pressupostos por Kroll et al. (2021).

Ao considerar o quarto e último axioma (concavidade), todavia, foi possível analisar, mediante cálculos de diferentes carteiras simuladas com base nos ativos que compõem o índice de referência do mercado, que o índice comportamental não consegue atendê-lo em todas as situações possíveis. Apesar do argumento apresentado em Kroll et al. (2021) de que todos os modelos de rácios atendem a esta perspectiva axiomática, o cálculo com o índice de Sortino possibilitou identificar que este também não é capaz de atender o axioma em todas as ocasiões e, por tal motivo, é trazido aqui uma argumentação contrária ao que propuseram os autores e é procedida a identificação da incoerência de parte do trabalho apresentado por eles. Cabe destacar que no referido artigo os autores explicitam o atendimento aos quatro axiomas, mas não demonstram, na prática, o desenvolvimento matemático para o segundo e para o quarto deles, limitando-se a demonstração da capacidade de satisfação da monotonicidade e do PRTI. Para consideração da validação do axioma de concavidade, os autores mencionam que este é idêntico ao axioma de convexidade da ADE, introduzidos por Artzner et al. (1999). Estes, por sua vez, apresentam várias sequências de postulados, alguns com limitadas demonstrações dos desdobramentos matemáticos, porém, nenhum deles com uma exemplificação por meio de dados reais, e sem a submissão de qualquer índice à prova, limitando, assim a identificação de possíveis incompatibilidades por parte de qualquer rácio.

Uma primeira avaliação sugere a possibilidade de que o atendimento ou não ao axioma esteja relacionado ao padrão de assimetria dos retornos dos ativos e sua comparação com a assimetria da carteira, embora não seja possível apresentar uma conclusão efetiva, carecendo análises mais detalhadas.

Portanto, as hipóteses de pesquisa 2, 3 e 4 também foram atendidas. A hipótese 5, todavia, não pôde ser comprovada para o modelo proposto.

O modelo do índice comportamental também foi submetido a testes que visaram identificar o nível de assertividade em relação aos resultados no momento $T+1$, tanto para um período de registros históricos do *Dow Jones* como para cenários simulados. Os índices de Sharpe e de Sortino passaram pelas mesmas avaliações nos mesmos períodos como forma de também possibilitar uma análise comparativa entre as três razões. Dois tipos de testes foram empreendidos: um denominado comparativo absoluto, que simplesmente confrontava os resultados de cada índice (Co, Sharpe e Sortino) em relação à alta ou baixa no mercado, e outro comparativo relativo, que avaliou qual deles se aproximou mais de apresentar uma resposta adequada perante a três condições (ótima, subótima e negativa).

No comparativo absoluto, tanto para os dados históricos como para os dados simulados, houve uma regularidade dos resultados apresentados, de modo que, considerando uma média geral para as diferentes possibilidades experimentadas, o índice comportamental apresentou uma assertividade média pouco superior a 56% nos dados históricos, enquanto os dados simulados apontaram um resultado de aproximadamente 51%, sendo em ambos os casos o resultado melhor quando considerado, isoladamente, um horizonte temporal de dados de 24 meses. Os índices de Sharpe e de Sortino, por suas vezes, apresentaram resultados idênticos entre si em todas as situações analisadas, seja no histórico ou nas simulações, ambos com pouco mais de 50,5% de assertividade. Nas simulações, apenas o período de análise com dados relativos a 24 meses apresentou diferença de média estatisticamente significativa entre o índice Co e os outros dois.

Nas comparações relativas, as particularidades e os diferentes resultados apresentaram-se mais perceptíveis. O índice Co mostrou-se inferior em capacidade de coerência dos seus resultados ao momento $T+1$, tanto frente ao índice de Sharpe como frente ao índice de Sortino, quando o horizonte temporal de dados analisados foi de 12 meses, independentemente do grau de aversão à perda considerado em seu cálculo. Porém, no geral, foi melhor nos períodos de 24 meses e de

36 meses, denotando uma melhor resposta a partir de análises de médio e longo prazo. O período de 24 meses apresentou maiores discrepâncias, principalmente quando comparado ao índice de Sortino, na qual o índice Co chegou a ser melhor em mais de 90 cenários em um dos conjuntos de simulações realizados.

Embora não se possa afirmar que o índice proposto seja muito superior aos demais, é factível a afirmação de que este índice melhora, minimamente, a resposta perante os resultados futuros. Mas, é indiscutível que a aleatoriedade ainda dita as regras e limita, em grande medida, os índices a um papel majoritariamente de classificação de carteiras baseadas no passado.

Isentando este trabalho das discussões acerca das classificações entre carteiras distintas, é necessário fazer um importante aceno à *Navalha de Ockham*¹: se os resultados do índice de Sortino para a comparação absoluta são idênticos ao índice de Sharpe, os resultados da comparação relativa são inferiores e considerando ainda que ambos os índices ferem ao menos um dos axiomas analisados neste trabalho, é seguro afirmar que, por maior simplicidade nos cálculos, o índice de Sharpe é preferível, em qualquer circunstância aqui analisada, ao índice de Sortino. Portanto, empregar o índice de Sortino com vista nas possibilidades de análises para investimentos futuros (para além da classificação de carteiras no passado) não se apresenta como uma alternativa viável havendo outra possibilidade de igual resultado, porém de cálculo mais simples (Sharpe).

Assim, considerando os achados aqui apresentados e discutidos, salienta-se como principais contribuições desta tese:

- i. Do ponto de vista da ampliação das teorias relacionadas a modelos de arbitragem, a proposição de um novo modelo de índice que incorpora elementos da Teoria do Prospecto e que se proponha a considerar em suas análises os vieses que podem influenciar decisões de investimento.
- ii. Do ponto de vista da utilização como ferramenta de análise profissional, o arquétipo trazido no presente trabalho surge como uma alternativa para emprego por analistas profissionais no

¹ Também conhecida como princípio da parcimônia, a Navalha de Ockham sugere que, entre explicações para um fenômeno, a mais simples - com menos suposições - é geralmente a melhor. Não é uma verdade absoluta, mas um princípio lógico que evita complexidade desnecessária.

momento de classificar as carteiras de investimentos, auxiliando nas decisões de investimentos futuros.

iii. Do ponto de vista acadêmico, possibilita a abertura para novas discussões e estudos acerca da aplicação de princípios das finanças comportamentais para além dos experimentos tradicionalmente realizados neste campo de estudo, com o intuito da ampliação de seu emprego em métricas de análises de investimentos.

5.2 Limitações, proposições e continuidade da pesquisa

Apesar de o estudo ter sido realizado de maneira sistemática e considerado um período amplo que permitiu um volume de dados significativo, é importante destacar que existem certas limitações a serem consideradas. As primeiras limitações estão relacionadas aos aspectos metodológicos e já foram apresentadas no terceiro capítulo deste trabalho, entre as quais estão desde as técnicas para proposição do novo arquétipo de índice até os tratamentos estatísticos empregados.

Além disso, a pesquisa apresenta limitações quanto aos procedimentos de validação do índice, uma vez que foram utilizados exclusivamente os quatro axiomas propostos por Kroll et al. (2021), não levando em consideração outros axiomas como os estabelecidos no contexto da Análise de Decisão Estocástica (ADE).

O emprego do índice *Dow Jones* como *proxy* de mercado também se denota como limitante, considerando a existência de diversos índices relevantes no mercado global. No próprio mercado norte-americano há outros índices importantes que poderiam servir de parâmetro para as análises propostas neste estudo. Adicionalmente, no presente trabalho também não foram analisadas as respostas do índice proposto na comparação entre distintas carteiras compostas por variados e diferentes ativos com ou sem risco.

Quanto às simulações, optou-se pelas cadeias de Markov e pelo método de Monte Carlo, e por extensão aplicando o princípio do movimento Browniano, em detrimento de outras técnicas computacionais mais elaboradas, como algoritmos genéticos ou redes neurais. O padrão de distribuição gaussiana empregado nas simulações, ainda que se tenha empregado os picos esporádicos, são incapazes de representar com plena exatidão o movimento dos mercados, ainda

que o façam de modo razoavelmente aceitável para a proposição de estudos e análises acadêmicas e empíricas.

Por fim, a avaliação do índice Comportamental foi comparada exclusivamente aos índices de Sharpe e de Sortino. Outras métricas, como os tradicionais índices de Treynor, Alfa de Jansen, Ômega, MM ou outras proposições mais recentes também foram deixadas de lado, tendo em vista o fato de Sharpe e Sortino oferecerem maior simplicidade e usabilidade sem comprometer a qualidade da análise, como já evidenciado por Vidal-García e Vidal (2023), que demonstraram pouca variação prática entre diferentes índices.

Outras limitações com apontamentos necessários estão relacionadas à própria análise e apresentação dos resultados. A construção do índice tomando por base a família *Kappa* limita a estrutura dos cálculos propostos e podem influenciar os resultados alcançados. Além disso, as extensões relacionadas às finanças comportamentais não incluem todas as heurísticas ou consideram todos os vieses estudados nessa área da economia financeira e, por isso, podem não atender a todos as possíveis irracionalidades aos quais os investidores eventualmente estão expostos ou apresentam em suas decisões.

Compreende-se, a partir das próprias limitações, uma série de possibilidades de continuidade nas análises ou mesmo na proposição de novos estudos.

Considera-se relevante, por exemplo, a aplicação do índice comportamental para a avaliação e teste em outros mercados, seja no próprio contexto de referência norte-americano ou, mesmo, e principalmente, de outros países, através dos indicadores de desempenho de ativos das principais bolsas de valores ao redor do mundo, incluindo, mas não se limitando: índice *Nikkei*, *Nasdaq*, *S&P 500*, *FTSE 100*, *DAX 40*, *CAC 40*, *Euro Stoxx*, *Hang Seng*, *IPC (Mex)* e o *Ibovespa*.

O arquétipo de índice proposto deve ser submetido a outros axiomas propostos em estudos diversos para além dos quatro apresentados em Kroll et al. (2021) de modo apresentar maiores garantias de sua aplicabilidade técnica e viabilidade teórica. Notadamente, essa proposta também induz a compreensão da necessidade de estudos que proponham postulados axiomáticos aderentes às finanças comportamentais, algo ainda não proposto na literatura, visto a incipiência das proposições métricas dessa área.

Entende-se necessária a demonstração da aplicabilidade do índice comportamental na avaliação comparativa entre carteiras cujo as composições sejam formadas por ativos distintos entre si,

demonstrando o potencial do modelo como ferramenta de classificação desses portfólios, como normalmente são empregados os demais índices.

É importante elucidar com clareza os motivos que levam os índices da família *Kappa* a não atender o axioma de concavidade. Neste estudo foi demonstrado o fato de que, em contraposição à sugestão do artigo de Kroll et al. (2021), o índice de Sortino, principal e mais empregado índice da família *Kappa*, não é suficientemente capaz de atender, em qualquer circunstância, ao referido axioma. De igual modo, o índice comportamental também apresentou limitações para o atendimento pleno desse postulado.

Por fim, as evoluções nas pesquisas podem ser propostas a partir de novas conjecturas e adequações ao modelo matemático aqui introduzido de modo a torná-lo simplificado ou para que este possa incluir intrinsecamente outras variáveis capazes incorporar diferentes heurísticas mentais ou de mitigar distintos vieses cognitivos que foram negligenciados nesta proposta inicial.

REFERÊNCIAS

- ACKERMANN, A. E. F.; SELLITTO, M. A. Métodos de predicción de demanda: una revisión de la literatura. **Gestión y Organización**. v. 32, n. 85, p. 1-32, 2022.
- AGGARWAL, D.; DAMODARAN, U. Ambiguity attitudes and myopic loss aversion: Experimental evidence using carnival games. **Journal of Behavioral and Experimental Finance**, v. 25, p. 1-9, 2020.
- AGARWAL, A.; LORIG, M. The implied Sharpe ratio. **Quantitative Finance**. v. 20, n. 6, p. 1009-1026, 2020.
- ALHENAWI, Y.; HASSAN M.; HASAN, R. Evolution of research in finance over the last two decades: A topographical view. **Research in International Business and Finance**. v. 59, 2022.
- ALMEIDA, M. S. P. E. F. Enquadramento e contabilidade mental no processo de tomada de decisão. Dissertação de mestrado. Universidade de Aveiro. 2013.
- ALLAIS, M. Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école Américaine. **Econometrica**. v. 21, n. 4, p. 503–546, 1953.
- ARDALAN, K. **On the role of paradigms in finance**. New York: Ashgate, 2008.
- ARDALAN, K. Underdiversification puzzle, volatility puzzle and equity premium puzzle: a common solution. **Studies in Economics and Finance**. v. 40, n. 2, p. 249-265, 2022.
- ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J. M.; HEATH, D. Coherent measures of risk. **Math. Finance**, v. 9, p. 203–228, 1999.
- AXELROD, R. **Advancing the art of simulation in the social science**. In: CONTE, R.; HEGSELMANN, R.; TERNA, P. *Simulating Social Phenomena*. London: Springer, 1997.
- BAARS, M.; CORDES, H.; MOHRSCHLADT, H. How negative interest rates affect the risk-taking of individual investors: Experimental evidence. **Finance Research Letters**. v. 32, p. 1-6, 2020.
- BAELE, L.; DRIESSEN, J.; EBERT, S.; LONDONO, J.; SPALT, O. Cumulative prospect theory, option returns, and the variance premium. **Review of Financial Studies**. v. 32, p. 3667-3723, 2019.
- BARBERIS, N. Thirty Years of Prospect Theory in Economics: A Review and Assessment. **Journal of Economic Perspectives**. v. 27, n. 1, p. 173–196, 2013.

BARBERIS, N.; HUANG, M. Mental accounting, loss aversion, and individual stock returns. **Journal of Finance**. v. 56, p.1247-1292, 2001.

BARBERIS, N.; HUANG, M. Stocks as Lotteries: The Implications of Probability Weighting for Security Prices. **American Economic Review**. v. 98, n. 5, p. 2066 –2100, 2008.

BARBERIS, N.; LAWRENCE, J. J.; BAOLIAN, W. Prospect Theory and Stock Market Anomalies. **Journal of Finance**. v. 76, n. 5, p. 2639-2687, 2021.

BARILLAS, F.; KAN, R.; ROBOTTI, C.; SHANKEN, J. Model Comparison with Sharpe Ratios. **Journal of financial and quantitative analysis**. v. 55, n. 6, p. 1840-1874, 2019.

BENARTZI, S.; THALER, R. Myopic loss aversion and the equity premium puzzle. **Quarterly Journal of Economics**. v. 110, p. 73–92, 1995.

BERGER, P. L.; LUCKMANN, T. **A construção social da realidade**: tratado de sociologia do conhecimento / The social construction of reality: sociology of knowledge treaty. 19 ed. Petrópolis: Vozes, 2000. 247 p.

BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos Deuses**: A Fascinante História do Risco. Rio de Janeiro: Campus, 2011.

BERRYMAN, D. R. Ontology, Epistemology, Methodology, and Methods: Information for Librarian Researchers. **Medical Reference Services Quarterly**, 38:3, 271-279, 2019.

BLAKE, D.; CANNON, E.; WRIGHT, D. Quantifying loss aversion: Evidence from a UK population survey. **Journal of Risk and Uncertainty**. v. 63, p. 27–57, 2021.

BLAVATSKYY, P.; POGREBNA, G. Myopic loss aversion revisited. **Economics Letters**. v. 104, p. 43-45, 2009.

BREEDEN, D.T. An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. **Journal of Financial Economics**. v.7, p.265-296, 1979.

BRENNAN, M.; ZHANG, Y. Capital Asset Pricing with a Stochastic Horizon. **Journal Of Financial and Quantitative Analysis**. Vol. 55, no. 3, p. 783-827, 2018.

BRZEINIAK, Z.; ZASTAWNIAK, T. **Basic Stochastic Process**. London: Springer, 2002.

BURRELL, G.; MORGAN, G. **Sociological paradigms and organizational analysis**. London: Heinemann Educational Books, 1979.

CARMICHAEL, B.; COËN, A. Asset pricing models with errors-in-variables. **Journal of Empirical Finance**. v. 15, p. 778-788, 2018.

CARSEY, T. M.; HARDEN, J. J. **Monte Carlo Simulation and resampling methods for social science**. Los Angeles: SAGE publications, 2014.

CHARNESS, G.; GNEEZY, U. Strong Evidence for Gender Differences in Risk Taking. **Journal of Economic Behavior and Organization**, v. 85, p. 50–58, 2012.

CHEN, J.M. . **Sortino, Omega, Kappa: The Algebra of Financial Asymmetry**. In: Postmodern Portfolio Theory. Quantitative Perspectives on Behavioral Economics and Finance. Palgrave Macmillan, New York, 2016.

CHEN, R. X.; LEPORI, G. M.; TAI, C. C.; SUNG, M. C. Explaining cryptocurrency returns: A prospect theory perspective. **Journal Of International Financial Markets Institutions & Money**. v. 79, p. 1-22, 2022.

CHIBA; NARDARIB; SHEPHARD. Markov chain Monte Carlo methods for stochastic volatility models. **Journal of Econometrics**. v. 108, 281-316, 2002.

CONTE, R.; HEGSELMANN, R.; TERNA, P. **Simulating Social Phenomena**. London: Springer, 1997.

COSTA, R. B. (2018). A systematic test for myopic loss aversion theory. **Review of Behavioral Finance**. v. 10, n. 4, p. 320-335, 2018.

DAMODARAN, A. **Gestão estratégica do risco: uma referência para a tomada de riscos empresariais**. Porto Alegre: Bookman, 2009.

DENAULT, M. Coherent allocation of risk capital. **Journal of Risk**, v. 4, p.1–34, 2001.

DUFITINEMA, J.; PYNNÖNEN, S.; SOTTINEN, T. Maximum likelihood estimators from discrete data modeled by mixed fractional Brownian motion with application to the Nordic stock markets. **Communications in Statistics - Simulation and Computation**. v. 51, n. 9, p. 5264-5287, 2020.

DURAND, R. B.; FUNG, L.; LIMKRIANGKRAI, M. Myopic Loss Aversion, Personality, and Gender. **Journal of behavioral finance**. v. 20, n. 3, p. 339-353, 2019.

DUXBURY, D. Behavioral finance: insights from experiments I: theory and financial markets. **Review of Behavioral Finance**. v. 7, n. 1, p. 78-96, 2015.

EECKHOUDT, L.; GOLLIER, C.; SCHLESINGER, H. **Economic and financial decision under risk**. New Jersey: Princeton University Press, 2005.

FAMA, E. The Behavior of Stock-Market Prices. **The Journal of Business**, v. 38, n. 1, p. 34-105, 1965.

FAMA, E. Efficient Capital Markets: a review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**. v. 25. n. 2, p. 383-417, 1970.

FARIAS, T. A.; SALIM, P. H.; RIBEIRO, R S. S. Aversão ao risco e resposta comportamental: uma exploração histórico-econômica. **Revista de Estudos Sociais**, v. 22, n. 45, 2021.

FELLNER, G.; SUTTER, M. Causes, consequences, and cures of myopic loss aversion – an experimental investigation. **The Economic Journal**, v. 119, p. 900–916, 2009.

FERNANDES, P. CAPM: Na absurd model. **SSRN Electronic Journal**. p. 1-16, 2019.

FIEGO, J. B. **Quan la presa de decisions no és racional**. Trabalho final de curso. Universidad Pompeu Fabra Barcelona, 2014.

FÖLLMER, H.; SCHIED, A., Convex measures of risk and trading constraints. **Finance Stoch.** V. 6, n. 4, p. 429–447, 2002.

FRANCO, C. de; NICOLLE, J.; PHAM, H. Bayesian learning for the Markowitz Portfolio Selection Problem. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**. v. 22, n. 7, p. 1-40, 2019.

FRIEDMAN, D. D. **Price Theory**: An Intermediate Text. South-Western Publishing Co., 1990.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisas**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GLASSERMAN, P. **Monte Carlo methods in financial engineering**. New York: Springer, 2004.

GLÄTZLE-RÜTZLER, D.; SUTTER, M.; ZEILEIS, A. No myopic loss aversion in adolescents? – An experimental note. **Journal of Economic Behavior & Organization**. v. 111, p. 169–176, 2015.

GNEEZY, U.; POTTERS, J. An experiment on risk taking and evaluation periods. **Quarterly Journal of Economics**. v. 102, p. 631–645, 1997.

GONZALEZ, R.; WU, G. Composition rules in original and cumulative prospect theory. **Theory and Decision**. v. 92, p. 647–675, 2022.

GUL, F. A theory of disappointment aversion. **Econometrica**. v. 59. N. 3, p. 667-686, 1991.

HAIGH, M.S., LIST, J.A. Do professional traders exhibit myopic loss aversion? An experimental analysis. **Journal of Finance**. v. 60, n. 1, p. 523–534, 2005.

HAMMITT, J. K. Downside risk aversion vs decreasing absolute risk aversion: an intuitive exposition. **Theory and Decision**. v. 95, p. 1–10, 2023.

HAUFELD, M.; TORRES, F. F. L. Finanças Comportamentais: aplicações no contexto brasileiro. **RAE - Revista de Administração de Empresas**. v. 41, n.2, p. 64-71, 2001.

HEMPEL, C. G. **Philosophy of Natural Science**. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1966.

HOLLSTEIN, F.; PROKOPCZUK, M.; SIMEN, C. W. The Conditional Capital Asset Pricing Model Revisited: Evidence from High-Frequency Betas. **Management Science**. v. 66, n. 6, p. 2474-2494, 2020.

HONG, A. Transactions costs and the equity premium puzzle. **Finance research Letters**. v. 49, 2022.

HÜBNER, G. The Generalized Treynor Ratio. **Review of Finance**. v. 9, p. 415–435, 2005.

JENSEN, M. J. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945–1964. **Journal of Finance**. v. 23, p. 389–416, 1968.

JIN, L. J. J.; SUI, P. F. Asset pricing with return extrapolation. **Journal of Financial Economics**. v. 145, p. 273–295, 2022.

JONES, G. L; QIN, Q. Markov Chain Monte Carlo in Practice. **Annual Review of Statistics and Its Application**. v. 9, 557–5787, 2022.

KAHNEMAN, D. **Rápido e devagar**: duas formas de pensar. Rio de Janeiro: Objetiva, 2012.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. **Econometrica**. v. 47, n. 2, p. 263–291, 1979.

KAPLAN, P.; KNOWLES, J. A. Kappa: a generalized downside risk-adjusted performance measure. **Journal Performance Measures**. v. 8, p. 42–54, 2004.

KAUDER, E. **A History of Marginal Utility Theory**. New Jersey: Princenton University Press, 1965.

KEATING, C.; SHADWICK, W.F. A universal performance measure. **Journal Performance Measuring**. v. 6, n. 3, p. 59–84, 2002.

KNIGHT, F. H. **Risk, uncertainty and profit**. New York: hart, Schaffner and Marx, 1921.

KOVÁCS, Z. L. **Redes neurais artificiais**: fundamentos e aplicações. 4 ed. São Paulo: editora Livraria da física, 2006.

KROLL, Y.; MARCHIONI, A.; BEN-HORIN, M. Coherent portfolio performance ratios. **Quantitative Finance**. v. 21, n. 9, p. 1589-1603, 2021.

KRUTTLI From Which Consumption-Based Asset Pricing Models Can Investors Profit? Evidence from Model-Based Priors. **Journal of Financial Econometrics**. v. 20, n. 3, p. 539-567, 2022.

KUHN, T. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. 5. ed. São Paulo: Perspectiva, 1962/1997. 264 p.

LAGOARDE-SEGOT, T. Diversifying finance research: From financialization to sustainability. **International Review of Financial Analysis**. v. 39, p. 1–6, 2015.

LANGER, T.; WEBER, M. Does binding of feedback influence myopic loss aversion? An experimental analysis. **CEPR Discussion Paper**, v. 4084, 2003

LAZER, D. M. J.; PENTLAND, A.; WATTS, D. J.; ARAL, S.; ATHEY, S.; CONTRACTOR, N.; FREELON, D.; GONZALES-BAYLON, S.; KING, G.; WAGNER, C. Computational social science: Obstacles and opportunities. **Science**. v. 369, n. 6507, p. 1060-1062, 2020.

LEJARRAGA, T.; HERTWIG, R. Three Theories of Choice and Their Psychology of Losses. **Perspectives on Psychological Science**. v. 17, n. 2, p. 334–345, 2022.

LEVY, H. The CAPM is Alive and Well: A Review and Synthesis. **European Financial Management**. v. 16, n. 1, p. 43-71, 2010.

LEVY, H. An inter-temporal CAPM based on First order Stochastic Dominance. **European Financial Management**. v. 298, n. 2, p. 734-739, 2022.

LEVY, H.; LEVY, M. Prospect theory, constant relative risk aversion, and the investment horizon. **Plos One**. p. 1-21, 2021.

LI, Y.; YANG, L. (2013). Prospect theory, the disposition effect, and asset prices. **Journal of Financial Economics**. v. 107, p. 715-739, 2013.

LIN, C-C.; PENG, S-S. The role of diminishing marginal utility in the ordinal and cardinal utility theories. *Australian economic papers*. v. 58, n. 3, p. 233-246, 2021.

LIN, H.; LIANG, J.; YANG, J.; WU, F. Effects of experienced regret on risky decision making are dependent on risky degree. **Scandinavian Journal of Psychology**. v. p. 1-18, 2021.

LIU, S.; OOSTERLEE, C. W.; BOHTE, S. M. Pricing Options and Computing Implied Volatilities using Neural Networks. **Risks**. v. 7, n. 16, 2019.

LO, A. W. Statistics of Sharpe Ratios. **Financial Analysts Journal**, v. 58, n. 4, p. 36-52, 2002.

MA, H. Taylor based jump diffusion model of fractional Brownian motion of stock price. **J. Phys.: Conf. Ser.** v. 1744, 2021.

MACKENZIE, D. Physics and finance: S-terms and modern finance as a topic for science studies. **Science, Technology & Human Values**, v. 26, n. 2, p. 115-144, 2001.

MAHESH, K. C.; Laha, A. K. A Robust Sharpe Ratio. **Sankhya B**. v. 83, p. 444–465, 2021.

MALKIEL, B. G. The Efficient Market Hypothesis and Its Critics. **Journal of economic perspectives**. v. 17, n. 1, p. 59-82, 2003.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of Finance**. v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952

MEHRA, R. The Equity Premium Puzzle: A Review. **Foundations and Trends in Finance**. v. 2, n. 1, p. 1-81, 2007.

MEHRA, R., PRESCOTT, E. The equity premium: a puzzle. **Journal of Monetary Economics**. v. 15, n. 2, p. 145–161, 1985.

MERCKEL, C. Financial Loss Aversion Illusion. **Review of Finance**. v. 24, n. 2, p. 381–413, 2020.

MIGHELI, M. On the Importance of Replicating Experiments in Economics. **Social Epistemology**. v. 36, n. 2, p. 238-250, 2022.

MODIGLIANI, F.; MILLER, M. The cost of capital, corporation finance and the theory of investment. **American Economic Review**, v. 48, n. 3, p. 261-297, 1958.

MODIGLIANI, F. Liquidity Preference and the Theory of Interest and money. **Econometrica**. v. 12, n. 1, p. 45–88, 1944.

MODIGLIANI, F. Risk-Adjusted Performance. **Journal of Portfolio Management**. p. 45–54, 1997.

MOLLONA, E. Computer simulation in social sciences. **Journal of Management & Governance**. v. 12, p. 205–211, 2008.

MLODINOW, L. **O Andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2017

MUEHLBACHER, S.; KIRCHLER, E. Individual Differences in Mental Accounting. **Frontiers in Psychology**. v. 10, p. 1-15, 2019.

NACCARATO, A.; PIERINI, A.; FERRARO, G. Markowitz portfolio optimization through pairs trading cointegrated strategy in long-term investment. **Ann Oper Res.** v. 299, p. 81–99, 2021.

NORRIS, J. R. **Markov Chains**. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

NWOGUGU, M. A further critique of cumulative prospect theory and related approaches. **Applied Mathematics and Computation.** v. 179, n. 2, 15, p. 451-465, 2006.

OH, P., PEH, J.W.; SCHAUF, A. The functional aspects of selective exposure for collective decision-making under social influence. **Scientific Reports.** V. 14, p. 6412, 2024.

OLIVEIRA, D. J. S. Social Management: Epistemology Beyond Paradigms. **Organ. Soc.** V. 28, n. 98, p. 582-606, 2021.

OLSEN, J.; KASPER, M.; KOGLER, C.; MUEHLBACHER, S.; KIRCHLER, E. Mental accounting of income tax and value added tax among self-employed business owners. **Journal of Economic Psychology.** v. 70, p. 125-139, 2019.

PADMAVATHY, M. Behavioral Finance and Stock Market Anomalies: Exploring Psychological Factors Influencing Investment Decisions. **Shanlax International Journal of Management,** v. 11, n. 1, p. 191–97, 2024.

PAGNOTTONI, P. Neural Network Models for Bitcoin Option Pricing. **Frontiers Artificial Intelligence.** v. 2, 2019.

PAULA, A. P. P. Para além dos paradigmas nos Estudos Organizacionais: o Círculo das Matrizes Epistêmicas. **Cad. EBAPE.BR,** v. 14, n. 1, 2016.

PETERSON, R. S. A directive leadership style in group decision making can be both virtue and vice: Evidence from elite and experimental groups. **Journal of Personality and Social Psychology.** v. 72, n. 5, p. 1107–1121, 1997.

POLACH, J.; KUKACKA, J. Prospect Theory in the Heterogeneous Agent Model. **J Econ Interact Coord.** v. 14. p. 147–174, 2019.

POPPER, K. **A Lógica da Descoberta Científica**. Londres: Hutchinson, 1959.

PRADO, D. S. do. **Teoria das Filas e da Simulação**. 5. ed. Nova Lima: Falconi Editora, 2014.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

PRONKO, L.; KOLESNIK, T.; SAMBORSKA, O. Essence and Concept of Capitalization of Enterprises its Types and Methods of Evaluation. **European Journal of Sustainable Development**, v.10, n. 1, p. 551-560, 2021.

RABIN, M. **Diminishing Marginal Utility of Wealth Cannot Explain Risk Aversion**. In: Choices, Values, and Frames. D. Kahneman & A. Tversky, eds. New York: Cambridge University Press, p. 202-08, 2000.

RABIN, M.; THALLER, R. Anomalies: Risk Aversion. **The Journal of Economic Perspectives**. v. 15, n. 1, p. 219-232, 2001.

RANIA, H. K. Structured products under generalized kappa ratio. **Economic Model**. v. 58, p. 599-614, 2016

ROSS, S. A. Capital Asset Pricing Model (CAPM), Short-Sale Restrictions and Related Issues. **Journal of Finance**. v. 32, n. 1, p. 177-183, 1977.

ROSSITER, J. R. A critique of prospect theory and framing with particular reference to consumer decisions. **Journal of Consumer Behaviour**. v. 18, p. 1-7, 2019.

ROY, A. D. Safety First and the Holding of Assets. **Econometrica**, v. 20, n. 3, p. 431–449, 1952.

RUBINSTEIN, M. **A History of the Theory of Investments**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.

RUGGERI, K.; ALÍ, S.; BERGE, M. L.; BERTOLDO, G.; BJØRNDAL, L. D.; CORTIJOS-BERNABEU, A.; FOLKE, T. Replicating patterns of prospect theory for decision under risk. **Nature Human Behaviour**. v. 4, n. 6, p. 622–633, 2020.

SALMON, W. C. The spirit of logical empiricism: Carl G. Hempel's role in twentieth-century philosophy of science. **Philosophy of Science**. v. 66, n. 3, p. 333-350, 1999.

SARIEV, E.; GERMANO, G. Bayesian regularized artificial neural networks for the estimation of the probability of default. **Quantitative finance**. v. 20, n. 2, p. 311-328, 2019.

SATO, A. T.; SAVOIA, J. R. F.; FAMÁ, R. Financial theory evolution. **International Journal of Education and Research**. v. 1, n. 4, p. 1-18, 2013.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: A theory for market equilibrium under conditions of risk. **Journal of Finance**. v. 19, p. 425–442, 1964.

SHARPE, W. F. Mutual fund performance. **The Journal of Business**, v. 2, n. 1, p.119-138, 1966.

- SHARPE, W. F. The Sharpe ratio. **Journal of Portfolio Management**. v. 21, p. 49-58, 1994.
- SHEARMUR, J. Agassi's "Sensationalism" and Popper on the Empirical Basis. **Philosophy of the Social Sciences**. v. 53, n. 1, p. 39-48, 2022.
- SHILLER, R. J. From Efficient Markets Theory to Behavioral Finance. **Journal of Economic Perspectives**. v. 17, n. 1, p. 83-104, 2003.
- SHIRVANI, A.; FABOZZI, F. J.; RACHEVA-IOTOVA, B.; RACHEV, S.T. (2021). Option Pricing with Greed and Fear Factor: The Rational Finance Approach. **Journal Of Derivatives**. v. 29, n. 2, p. 77-119, 2021.
- SORTINO, F. A.; VAN DER MEER, R. The Dutch triangle. **Journal of Portfolio Management**, v. 18, p. 27-31, 1991.
- SQUAZZONI, F.; JAGER, W.; EDMONDS, B. Social Simulation in the Social Sciences: A Brief Overview. **Social Science Computer Review**. v. 32, n.3, 2013.
- STULZN, R. M. Merton Miller's Contribution to Modern Finance. **Journal of Applied Corporate Finance**. v. 34, n. 1, p. 118-128, 2022.
- SUGANTHI, K.; JAYALALITHA, G. Geometric Brownian Motion in Stock Prices. **Journal of Physics: Conference Series**. v. 1377, 2019.
- SUTTER, M. Are teams prone to myopic loss aversion? An experimental study on individual versus team investment behavior. **Economics Letters**, v. 97, p. 128-32, 2007.
- TABAK, B. M., CORTES, A. Aversão míope à perda - um estudo experimental. **Revista de Economia e Administração**. v.7, n. 4, p. 419-436, 2008
- TAGAWA, K; ORITO, Y. **Prospect theory-based formulation of portfolio optimization problem using loan and its solution by evolutionary algorithm**. 13th International Conference on Business and Industrial Research - IEEE Xplore, 2024
- TERNOSKI, S.; COSTA, Z. F.; MENON, R. A. **A pesquisa quantitativa e qualitativa em ciências sociais aplicadas**. Ponta Grossa: Atena, 2022.
- THALER, R. Mental accounting and consumer choice. **Marketing Science**. Vol. 4, p. 199-214, 1985.
- THALER, R.; TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D.; SCHWARTZ, A. The effect of myopia and loss aversion on risk taking: na experimental test. **Quarterly Journal of Economics**. v. 102, n. 2, p. 647-661, 1997.

TREYNOR, J. L. How to rate management investment funds. **Harvard Business Review**. v. 43, p. 63–75, 1966.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. The framing of decisions and rationality of choices. **Science**. v. 2021, p. 453-458, 1974.

VERGARA, S. C. **Métodos de pesquisa em Administração**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

VICENTE, P. The use of simulation as a research methodology in social sciences. **Cad. EBAPE.BR**. v. 3, n. 1, p.1-9, 2005.

VIDAL-GARCÍA, J.; VIDAL, M. Sharpe Ratio: International Evidence. **SSRN**. 2023.

WAKKER, P. P. The correct formula of 1979 prospect theory for multiple outcomes. **Theory and Decision**. v. 92. p., 2022.

WALTER, C. The Brownian Motion in Finance: An Epistemological Puzzle. **Topoi**. v. 40, n. 4, 2021.

WANG, H. **Monte Carlo simulation with applications to finance**. New York: CRC press, 2012.

WANG; Y.; MU, C. Can ambiguity about rare disasters explain equity premium puzzle? **Economics Letters**. v. 183, p. 1-6, 2019

WANG, J.; WU, C.; ZHONG, X. Prospect theory and stock return: Evidence from Foreign Share Markets. **Pacific-Basin Finance Journal**. v. 69, 2019.

WEIL, P. The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle. **Journal of Monetary Economics**. v. 24, p. 401-421, 1989.

WERNER, K. M.; ZANK, H. A revealed reference point for prospect theory. **Economic Theory**. v. 67, n. 4, p.731-773, 2019.

WESSLEN, R.; KARDUNI, A.; MARKANT, D.; DOU, W. W. Effect of uncertainty visualizations on myopic loss aversion and the equity premium puzzle in retirement investment decisions. **IEEE Transactions on visualization and computer graphics**. v. 28, n. 1, p. 454-464, 2022.

WOO, K.; MAI, C.; MCALEER, M.; WONG, W. (2020). Review on Efficiency and Anomalies in Stock Markets. **Economies**. v. 8, n. 1, p. 1-51, 2020.

WU, J. Derivative pricing using binomial tree simulation. **International Journal of Social Science and Economic Research**. v. 7, n. 8, p. 2723-2731, 2022.

YANG, X.; YANG, S.; WANG, Y.; ZHANG, S.; LUO, S. Understanding the paradox between tragedies of the commons and the anticommons: From a cognitive psychology perspective. **Frontiers in Psychology**. v. 13, p. 1-11, 2022.

YUANFANG, Z. Optimization of financial market risk prediction system based on computer data simulation and Markov chain Monte Carlo. **Soft computing**. 2023.

YUKALOV, V. I. A resolution of St. Petersburg paradox. **Journal of Mathematical Economics**. v. 97, p. 1-12, 2021.

APÊNDICE A – Código para simulação dos cenários hipotéticos de *Dow Jones*

```

1      ##### Código dos cenários do Dow Jones #####
2
3      # Especificando o diretório do arquivo
4      diretorio = r'C:\Users\marco\OneDrive\tese'
5
6      # Importando pacotes
7      import numpy as np
8      import pandas as pd
9      import yfinance as yf
10     import matplotlib.pyplot as plt
11
12     # Baixando os dados históricos do Dow Jones
13     dados = yf.download('^DJI', start='2000-01-01', end='2023-01-01')
14     retornos = dados['Close'].pct_change().dropna()
15
16     # Definindo os estados possíveis
17     bins = [-np.inf, -0.005, 0.005, np.inf]
18     labels = ['baixa', 'estável', 'alta']
19     estados = pd.cut(retornos, bins=bins, labels=labels)
20
21     # Ajustando a matriz de transição para dados probabilísticos levantados
22     matriz_transição = pd.DataFrame({
23         'baixa': [0.34, 0.34, 0.34],
24         'estável': [0.16, 0.16, 0.16],
25         'alta': [0.50, 0.50, 0.50]
26     }, index=['baixa', 'estável', 'alta'])
27
28     # Função de Monte Carlo para realizar simulação baseada nas condições probabilísticas

```

```

29 def simulação_monte_carlo(estado_inicial, matriz, meses):
30     estados_possíveis = matriz.columns
31     estado_atual = estado_inicial
32     simulação = [estado_atual]
33     pontos = [10000] # Índice inicial de 10.000 pontos
34
35     for _ in range(meses):
36         estado_atual = np.random.choice(estados_possíveis, p=matriz.loc[estado_atual])
37         simulação.append(estado_atual)
38
39         # Aplicando variação de pontos baseado no estado
40         if estado_atual == 'alta':
41             pontos.append(pontos[-1] * (1 + np.random.uniform(0.0001, 0.1))) # Alta maior
42         elif estado_atual == 'baixa':
43             pontos.append(pontos[-1] * (1 - np.random.uniform(0.003, 0.1))) # Baixa maior
44         else:
45             pontos.append(pontos[-1] * (1 + np.random.uniform(-0.005, 0.005))) # Estável
46
47         # Introduzindo picos esporádicos
48         if np.random.rand() < 0.1:
49             pico = np.random.uniform(0.1, 0.15)
50             if np.random.rand() < 0.5:
51                 pontos[-1] *= (1 + pico) # Pico positivo
52             else:
53                 pontos[-1] *= (1 - pico) # Pico negativo
54
55     return pontos
56
57     # Executando 10 mil simulações baseado nos dados anteriores
58     n_simulações = 10000
59     meses = 180 # 15 anos de meses

```

```

60  simulações = [simulação_monte_carlo('alta', matriz_transição, meses) for _ in
    range(n_simulações)]

61

62  # Calculando o percentil das simulações geradas
63  valores_finais = [sim[-1] for sim in simulações]
64  percentis = np.percentile(valores_finais, np.arange(0, 100, 1))
65
66  # Selecionando 100 simulações representativas de cada percentil
67  simulações_selecionadas = []
68  for p in percentis:
69      simulação_proxima = min(simulações, key=lambda x: abs(x[-1] - p))
70      simulações_selecionadas.append(simulação_proxima)
71
72  # Gráfico dos resultados das 100 simulações selecionadas
73  plt.figure(figsize=(14, 8))
74  for sim in simulações_selecionadas:
75      plt.plot(sim, alpha=0.7)
76  plt.xlabel('Meses')
77  plt.ylabel('Pontos do Índice')
78  plt.title('Simulação do Índice Dow Jones usando Cadeias de Markov e Monte Carlo (100
    Simulações Selecionadas)')
79  plt.grid(True)
80  plt.show()
81
82  # Exibir dados de variação em uma tabela
83  dados_variação_selecionada = pd.DataFrame(simulações_selecionadas).T
84  dados_variação_selecionada.columns = [f'Simulação {i+1}' for i in
    range(len(simulações_selecionadas))]
85  print(dados_variação_selecionada)
86
87  # Exportar para arquivo .CSV
88  dados_variação.to_csv('dados_variação2.csv', index=False)

```

```
89
90 # Ler a planilha para separar em abas distintas cada simulação
91 diretorio = r'C:\Users\marco\OneDrive\Área de Trabalho'
92 nome_arquivo = 'dados.xlsx'
93 caminho_completo = os.path.join(diretorio, nome_arquivo)
94 df = pd.read_excel(caminho_completo)
95
96 # Função para limpar o nome das colunas
97 def limpar_nome(nome):
98     # Substitui caracteres inválidos por um sublinhado
99     return re.sub(r'[\\/*?:\[\]]', '_', nome)
100
101 # Criar um objeto ExcelWriter
102 with pd.ExcelWriter(os.path.join(diretorio, 'planilha_separada.xlsx')) as writer:
103     # Iterar sobre cada coluna do DataFrame
104     for coluna in df.columns:
105         # Limpar o nome da coluna
106         nome_planilha = limpar_nome(coluna)
107         # Criar um DataFrame com apenas a coluna atual
108         df_coluna = df[[coluna]]
109         # Salvar o DataFrame em uma nova planilha com o nome da coluna limpa
110         df_coluna.to_excel(writer, sheet_name=nome_planilha, index=False)
```

APÊNDICE B – Código para simulação das carteiras

```

1      ##### Código para simulação de carteiras #####
2
3      # Importando pacotes
4      import numpy as np
5      import pandas as pd
6      import yfinance as yf
7      from itertools import combinations
8
9      # Especificar o diretório do arquivo
10     diretorio = r'C:\Users\marco\OneDrive\Área de Trabalho'
11
12     # Lista de tickers de ações do Dow Jones
13     dow_jones_tickers = [
14         'AAPL', 'MSFT', 'AMGN', 'AXP', 'BA', 'CAT', 'CRM', 'CSCO', 'CVX', 'DIS',
15         'DOW', 'GS', 'HD', 'HON', 'IBM', 'INTC', 'JNJ', 'JPM', 'KO', 'MCD',
16         'MMM', 'MRK', 'NKE', 'PG', 'TRV', 'UNH', 'V', 'VZ', 'WBA', 'WMT']
17
18     # Gerar combinações únicas de 10 ações para cada carteira
19     portfolios = list(combinations(dow_jones_tickers, 10))[68]
20
21     # Baixar dados históricos de preços
22     data = yf.download(dow_jones_tickers, start='2007-01-01', end='2024-12-01')['Adj Close']
23     data
24

```

APÊNDICE C – Carteiras simuladas para teste do Axioma de Concavidade

Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7
GS	MSFT	INTC	MRK	MCD	DOW	INTC
INTC	AXP	TVR	TVR	JPM	IBM	MMM
AAPL	WMT	KO	WMT	WMT	HOM	PG
NKE	CRM	PG	DOW	DOW	GS	IBM
AAPL	GS	AAPL	MSFT	HON	MRK	CSCO
NKE	MRK	HOM	HOM	NKE	AAPL	GS
JPM	VZ	JPM	AXP	UNH	DIS	WMT
HON	DOW	BA	CSCO	MRK	JPM	UNH
CVX	HON	GS	MCD	VZ	TVR	JNJ
KO	TVR	WMT	V	GS	CRM	HOM

Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10	Carteira 11	Carteira 12	Carteira 13	Carteira 14
DOW	DIS	HON	TVR	NKE	CAT	AAPL
MSFT	KO	AAPL	MMM	TVR	BA	HOM
MMM	AXP	V	PG	HD	VZ	CAT
AMGN	AAPL	MSFT	AXP	VZ	INTC	CRM
CRM	MMM	PG	JPM	MMM	V	WBA
CAT	IBM	CAT	INTC	PG	AXP	V
AMGN	MCD	INTC	MCD	DIS	HOM	MRK
MRK	DOW	AMGN	V	UNH	CSCO	KO
INTC	HOM	VZ	CRM	TVR	NKE	TVR
HD	BA	KO	CAT	AXP	CRM	JPM

Carteira 15	Carteira 16	Carteira 17	Carteira 18	Carteira 19	Carteira 20	Carteira 21
MSFT	NKE	AAPL	DOW	IBM	JPM	AMGN
MCD	DIS	CVX	WMT	HON	UNH	HON
VZ	IBM	V	GS	UNH	PG	DIS
CSCO	GS	TVR	UNH	CVX	CVX	GS
WMT	IBM	MCD	V	CSCO	JNJ	V
V	VZ	CSCO	AAPL	VZ	MSFT	JPM
CAT	JPM	MMM	VZ	V	VZ	MRK
NKE	CAT	CAT	HON	TVR	MRK	CRM
CRM	PG	UNH	CRM	GS	WMT	CAT
BA	HON	WBA	AXP	INTC	GS	AMGN

Carteira 22	Carteira 23	Carteira 24	Carteira 25	Carteira 26	Carteira 27	Carteira 28
INTC	DIS	PG	GS	CVX	VZ	DOW
V	NKE	V	MMM	V	CAT	CVX
JNJ	MMM	UNH	INTC	PG	DIS	V
VZ	MSFT	CVX	BA	INTC	WMT	PG
NKE	CAT	MCD	JPM	DIS	INTC	HON
MCD	MRK	JNJ	IBM	UNH	AAPL	MRK
MMM	CVX	DIS	CSCO	WBA	KO	BA
AXP	UNH	AAPL	JNJ	IBM	JPM	WBA
WMT	IBM	BA	UNH	BA	GS	DIS
BA	AXP	MMM	JPM	CVX	HD	IBM

Carteira 29	Carteira 30	Carteira 31	Carteira 32	Carteira 33	Carteira 34	Carteira 35
VZ	WMT	WMT	MCD	UNH	MRK	WBA
MSFT	KO	WBA	CVX	WMT	DIS	KO
CSCO	INTC	VZ	MRK	HON	MCD	MRK
HD	AAPL	INTC	AXP	NKE	JPM	JNJ
HOM	GS	HON	HD	DOW	UNH	IBM
WBA	CSCO	AAPL	KO	CAT	AXP	NKE
WMT	CRM	HD	CSCO	JNJ	JNJ	CRM
BA	CVX	MMM	CRM	HD	CRM	MSFT
MMM	DIS	CRM	IBM	PG	MSFT	AMGN
CAT	BA	DOW	WBA	DIS	JPM	AXP

Carteira 36	Carteira 37	Carteira 38	Carteira 39	Carteira 40	Carteira 41	Carteira 42
MMM	GS	NKE	PG	NKE	V	WMT
CVX	CSCO	IBM	AMGN	IBM	INTC	AAPL
CAT	JNJ	WMT	MMM	WMT	IBM	DOW
MRK	CRM	CSCO	V	CRM	GS	CRM
HOM	UNH	UNH	HD	HOM	WMT	MSFT
CAT	JPM	V	WBA	AAPL	JPM	WBA
WMT	MRK	BA	DIS	JPM	AMGN	DIS
AXP	V	CVX	CVX	AMGN	CSCO	MCD
HD	HOM	JNJ	TVR	VZ	HD	MMM
WBA	NKE	INTC	CAT	CAT	KO	CVX

Carteira 43	Carteira 44	Carteira 45	Carteira 46	Carteira 47	Carteira 48	Carteira 49
WMT	CRM	AAPL	HON	CVX	WMT	KO

GS	WBA	HON	AAPL	IBM	HOM	INTC
JPM	DIS	TVR	TVR	TVR	DIS	PG
MSFT	DOW	MRK	VZ	UNH	CVX	HON
IBM	JPM	DOW	IBM	WBA	CRM	UNH
V	MRK	AMGN	PG	KO	DOW	MRK
BA	HD	JPM	DIS	CRM	PG	DIS
CSCO	CSCO	CAT	CAT	AXP	MRK	NKE
MCD	BA	WMT	INTC	JNJ	CAT	INTC
AAPL	WMT	MCD	HD	NKE	AMGN	GS

Carteira 50	Carteira 51	Carteira 52	Carteira 53	Carteira 54	Carteira 55	Carteira 56
JNJ	INTC	WBA	AMGN	HON	HOM	AMGN
DOW	JNJ	HON	MCD	CVX	JPM	INTC
V	WBA	WMT	PG	VZ	MCD	HD
CAT	KO	HD	BA	UNH	MRK	CSCO
HD	V	KO	CAT	MSFT	MMM	VZ
PG	DIS	MCD	CRM	GS	AAPL	MMM
UNH	MMM	PG	TVR	AAPL	WMT	AAPL
WBA	UNH	MRK	VZ	MRK	CSCO	WBA
NKE	AXP	CSCO	CVX	PG	IBM	NKE
V	CSCO	UNH	MRK	MMM	AXP	GS

Carteira 57	Carteira 58	Carteira 59	Carteira 60	Carteira 61	Carteira 62	Carteira 63
WMT	V	MSFT	AXP	CRM	JPM	AMGN
AMGN	UNH	AAPL	JNJ	AXP	HON	JNJ
NKE	HON	CSCO	HOM	KO	TVR	MSFT
CVX	MMM	NKE	MCD	DOW	PG	DIS
AXP	MSFT	MCD	CVX	JPM	AXP	BA
MRK	MRK	VZ	HD	JNJ	CRM	NKE
CRM	AAPL	WMT	V	CVX	AAPL	KO
MCD	MCD	CVX	CRM	INTC	MRK	GS
DIS	JPM	MMM	JPM	CSCO	KO	VZ
PG	CRM	INTC	MSFT	MCD	MSFT	AXP

Carteira 64	Carteira 65	Carteira 66	Carteira 67
JNJ	MSFT	AXP	MMM
AMGN	NKE	HON	CAT

BA	AMGN	IBM	NKE
KO	JNJ	AMGN	VZ
AXP	DIS	JNJ	AMGN
MSFT	KO	MER	JNJ
DIS	IBM	MMM	MER
AAPL	PG	HMD	JPM
WBA	TVR	HON	HON
CSCO	JPM	CHE	IBM

APÊNDICE D – Repetitividade dos ativos nas carteiras simuladas

Ticker	Repetição	Teste Z
AXP	23	3,39879
AMGN	19	-7,33423
AAPL	25	8,76530
BA	17	-12,70074
CAT	23	3,39879
CVX	23	3,39879
CSCO	22	0,71553
KO	19	-7,33423
DOW	16	-15,38399
GS	21	-1,96772
HD	16	-15,38399
HON	21	-1,96772
IBM	22	0,71553
INTC	23	3,39879
JNJ	20	-4,65097
JPM	27	14,13180

Ticker	Repetição	Teste Z
MCD	21	-1,96772
MRK	26	11,44855
MSFT	20	-4,65097
NKE	23	3,39879
PG	22	0,71553
CRM	26	11,44855
TVR	17	-12,70074
UNH	22	0,71553
VZ	22	0,71553
V	24	6,08204
WBA	18	-10,01748
WMT	27	14,13180
DIS	24	6,08204
MMM	23	3,39879
Média	21,73333	
Desvio Padrão	3,05053	

APÊNDICE E – Comparativo entre resultado dos índices e retornos T+1

Histórico 12 meses					Histórico 12 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1	Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jan/08	-1,14	-1,27	-0,32	-3,33%	jul/11	0,30	0,40	6,85	-4,55%
fev/08	-1,02	-1,13	-0,63	-0,31%	ago/11	0,30	0,40	3,73	-6,19%
mar/08	-0,92	-1,08	-0,84	4,23%	set/11	-0,03	-0,03	1,09	9,37%
abr/08	-0,73	-0,82	-1,11	-1,76%	out/11	0,10	0,13	0,95	0,59%
mai/08	-0,72	-0,75	-2,12	-10,52%	nov/11	0,14	0,16	1,05	1,27%
jun/08	-0,63	-0,57	-2,58	-0,08%	dez/11	0,07	0,08	0,79	3,25%
jul/08	-0,53	-0,49	-2,76	1,14%	jan/12	0,09	0,10	0,73	2,36%
ago/08	-0,41	-0,38	-3,11	-6,32%	fev/12	0,08	0,09	0,68	1,82%
set/08	-0,46	-0,39	-3,92	-14,39%	mar/12	0,11	0,12	0,78	-0,15%
out/08	-0,51	-0,41	-3,91	-5,56%	abr/12	0,04	0,04	0,49	-6,34%
nov/08	-0,53	-0,42	-3,87	-0,78%	mai/12	-0,05	-0,05	-0,02	3,79%
dez/08	-0,56	-0,44	-3,97	-9,07%	jun/12	0,05	0,05	0,16	0,88%
jan/09	-0,67	-0,52	-3,95	-11,97%	jul/12	0,11	0,10	0,43	0,50%
fev/09	-0,78	-0,59	-3,84	7,51%	ago/12	0,22	0,18	0,84	2,51%
mar/09	-0,59	-0,48	-3,83	7,09%	set/12	0,47	0,37	2,35	-2,68%
abr/09	-0,52	-0,45	-3,71	3,78%	out/12	0,23	0,16	2,77	-0,68%
mai/09	-0,44	-0,37	-3,24	-0,92%	nov/12	0,19	0,16	2,78	0,46%
jun/09	-0,35	-0,31	-2,75	8,29%	dez/12	0,17	0,14	2,75	5,61%
jul/09	-0,23	-0,21	-2,08	3,26%	jan/13	0,22	0,19	2,94	1,24%
ago/09	-0,20	-0,19	-1,61	2,00%	fev/13	0,19	0,17	2,80	3,57%
set/09	-0,12	-0,10	-1,12	-0,28%	mar/13	0,23	0,21	3,10	1,65%
out/09	0,04	0,04	-0,58	6,24%	abr/13	0,28	0,22	3,61	1,68%
nov/09	0,20	0,19	0,15	0,48%	mai/13	0,71	0,79	19,74	-1,57%
dez/09	0,21	0,18	0,52	-3,76%	jun/13	0,49	0,60	19,28	3,74%
jan/10	0,32	0,29	1,12	2,26%	jul/13	0,57	0,73	21,12	-4,68%
fev/10	0,80	1,34	10,96	4,83%	ago/13	0,31	0,32	9,65	1,94%
mar/10	0,78	1,24	20,06	1,09%	set/13	0,30	0,30	8,63	2,54%
abr/10	0,69	1,01	19,52	-8,20%	out/13	0,48	0,45	9,25	3,25%
mai/10	0,29	0,28	4,55	-3,82%	nov/13	0,61	0,46	9,83	2,80%
jun/10	0,22	0,21	2,90	6,84%	dez/13	0,68	0,52	7,48	-5,52%
jul/10	0,21	0,19	2,33	-4,52%	jan/14	0,28	0,21	5,46	3,75%
ago/10	0,06	0,05	1,53	7,51%	fev/14	0,34	0,26	5,11	0,61%
set/10	0,14	0,15	1,52	2,85%	mar/14	0,27	0,20	4,36	0,53%
out/10	0,19	0,18	1,84	-1,24%	abr/14	0,24	0,18	3,78	0,62%
nov/10	0,07	0,07	1,23	4,92%	mai/14	0,21	0,16	3,30	0,44%
dez/10	0,15	0,15	1,39	2,43%	jun/14	0,27	0,16	3,46	-1,78%
jan/11	0,26	0,24	1,78	2,53%	jul/14	0,13	0,09	3,04	3,04%
fev/11	0,26	0,25	2,11	0,47%	ago/14	0,39	0,25	4,67	-0,53%
mar/11	0,19	0,18	1,89	3,71%	set/14	0,31	0,24	4,71	1,85%
abr/11	0,24	0,22	2,01	-2,13%	out/14	0,29	0,22	4,56	2,34%
mai/11	0,41	0,51	2,82	-1,50%	nov/14	0,27	0,20	4,26	-0,21%
jun/11	0,49	0,68	9,24	-2,42%	dez/14	0,18	0,15	3,34	-3,83%

Histórico 12 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jan/15	0,27	0,27	3,43	5,47%
fev/15	0,30	0,33	3,87	-2,13%
mar/15	0,19	0,23	4,31	0,19%
abr/15	0,18	0,21	3,87	0,78%
mai/15	0,19	0,22	3,70	-2,37%
jun/15	0,09	0,11	2,65	0,22%
jul/15	0,16	0,18	2,91	-6,75%
ago/15	-0,13	-0,12	-0,14	-1,64%
set/15	-0,16	-0,15	-0,93	8,29%
out/15	0,01	0,01	-0,50	0,14%
nov/15	-0,04	-0,04	-0,60	-1,85%
dez/15	-0,07	-0,08	-0,96	-5,66%
jan/16	-0,11	-0,11	-1,19	0,16%
fev/16	-0,24	-0,22	-2,14	6,93%
mar/16	-0,03	-0,03	-1,26	0,35%
abr/16	-0,03	-0,03	-0,90	-0,08%
mai/16	-0,04	-0,05	-0,82	0,68%
jun/16	0,01	0,02	-0,37	2,68%
jul/16	0,06	0,07	0,10	-0,30%
ago/16	0,22	0,29	1,19	-0,64%
set/16	0,24	0,33	2,10	-1,06%
out/16	0,04	0,04	1,39	5,21%
nov/16	0,16	0,21	1,71	3,14%
dez/16	0,29	0,37	2,28	0,31%
jan/17	0,57	2,27	7,18	4,57%
fev/17	0,69	2,85	23,36	-0,92%
mar/17	0,53	1,66	21,05	1,15%
abr/17	0,57	1,75	20,50	0,14%
mai/17	0,58	1,59	20,39	1,43%
jun/17	0,61	1,67	20,83	2,34%
jul/17	0,60	1,64	20,82	0,08%
ago/17	0,62	1,48	21,10	1,89%
set/17	0,75	1,54	22,97	4,14%
out/17	1,00	2,14	100,00	3,63%
nov/17	1,03	2,00	100,00	1,64%
dez/17	0,99	1,86	100,00	5,56%
jan/18	1,07	2,34	100,00	-4,52%
fev/18	0,53	0,42	34,52	-3,93%
mar/18	0,38	0,27	5,95	0,00%
abr/18	0,35	0,24	5,76	0,81%
mai/18	0,37	0,26	6,50	-0,83%
jun/18	0,30	0,26	6,46	4,47%

Histórico 12 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jul/18	0,34	0,31	6,62	1,92%
ago/18	0,39	0,35	7,19	1,65%
set/18	0,38	0,35	7,42	-5,34%
out/18	0,12	0,10	4,23	1,43%
nov/18	0,07	0,06	2,88	-8,88%
dez/18	-0,15	-0,12	-0,35	6,95%
jan/19	-0,12	-0,10	-1,20	3,44%
fev/19	0,03	0,03	-0,43	-0,15%
mar/19	0,11	0,09	0,38	2,35%
abr/19	0,15	0,13	1,02	-6,86%
mai/19	0,00	0,00	0,36	7,03%
jun/19	0,13	0,11	0,77	0,83%
jul/19	0,07	0,06	0,68	-1,84%
ago/19	0,01	0,01	0,34	1,81%
set/19	0,01	0,01	0,13	0,34%
out/19	0,11	0,09	0,58	3,57%
nov/19	0,15	0,13	0,86	1,58%
dez/19	0,42	0,39	3,38	-1,11%
jan/20	0,27	0,25	3,21	-10,17%
fev/20	-0,05	-0,04	0,59	-13,80%
mar/20	-0,22	-0,16	-0,49	11,03%
abr/20	-0,09	-0,08	-0,72	4,21%
mai/20	0,04	0,03	-0,26	1,64%
jun/20	-0,02	-0,02	-0,28	2,34%
jul/20	-0,01	0,00	-0,22	7,52%
ago/20	0,11	0,08	0,16	-2,34%
set/20	0,06	0,05	0,19	-4,68%
out/20	0,00	0,00	0,02	11,77%
nov/20	0,09	0,08	0,25	3,19%
dez/20	0,10	0,10	0,42	-2,13%
jan/21	0,09	0,09	0,46	3,05%
fev/21	0,26	0,24	0,99	6,48%
mar/21	0,68	1,08	11,83	2,57%
abr/21	0,62	0,86	8,73	1,80%
mai/21	0,57	0,80	8,87	-0,20%
jun/21	0,53	0,87	8,66	1,15%
jul/21	0,51	0,83	8,38	1,11%
ago/21	0,42	0,64	7,27	-4,41%
set/21	0,36	0,48	6,78	5,71%
out/21	0,60	0,89	8,42	-3,85%
nov/21	0,35	0,39	8,24	5,25%
dez/21	0,39	0,44	7,45	-3,47%

Histórico 12 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jan/22	0,34	0,37	8,00	-3,68%
fev/22	0,18	0,20	4,49	2,12%
mar/22	0,10	0,10	3,28	-5,15%
abr/22	-0,08	-0,08	0,55	-0,20%
mai/22	-0,13	-0,13	-0,83	-6,96%
jun/22	-0,25	-0,24	-1,92	6,50%
jul/22	-0,13	-0,13	-1,97	-4,33%
ago/22	-0,22	-0,24	-2,75	-9,16%
set/22	-0,28	-0,27	-2,69	13,61%
out/22	-0,12	-0,15	-2,39	5,37%
nov/22	0,00	0,00	-1,28	-4,49%
dez/22	-0,12	-0,16	-1,81	2,54%
jan/23	-0,05	-0,06	-1,35	-4,52%
fev/23	-0,06	-0,07	-1,29	1,60%
mar/23	-0,07	-0,08	-1,28	2,19%
abr/23	0,03	0,03	-0,61	-3,79%
mai/23	-0,02	-0,02	-0,61	4,24%
jun/23	0,13	0,14	0,43	3,02%
jul/23	0,09	0,09	0,69	-2,70%
ago/23	0,11	0,12	1,03	-3,88%
set/23	0,20	0,28	3,83	-1,77%
out/23	-0,05	-0,05	1,08	8,41%
nov/23	0,02	0,02	0,51	4,51%
dez/23	0,20	0,24	2,03	0,89%
jan/24	0,17	0,20	2,47	1,90%
fev/24	0,33	0,39	4,12	1,73%
mar/24	0,33	0,39	4,28	-5,36%
abr/24	0,14	0,16	3,16	1,92%
mai/24	0,27	0,29	3,49	0,75%
jun/24	0,21	0,21	3,17	4,03%
jul/24	0,23	0,24	3,18	1,43%
ago/24	0,33	0,31	3,26	1,53%
set/24	0,50	0,42	4,52	-1,65%
out/24	0,50	0,42	8,19	7,17%
nov/24	0,51	0,40	8,37	-2,76%
dez/24	0,30	0,27	6,71	-0,22%

Histórico 24 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jan/09	-1,21	-1,01	-2,48	-11,97%
fev/09	-1,20	-0,96	-2,53	7,51%
mar/09	-1,05	-0,90	-2,56	7,09%
abr/09	-1,01	-0,88	-2,54	3,78%
mai/09	-1,00	-0,87	-2,54	-0,92%
jun/09	-0,98	-0,85	-2,51	8,29%
jul/09	-0,84	-0,76	-2,17	3,26%
ago/09	-0,81	-0,74	-1,99	2,00%
set/09	-0,82	-0,74	-1,94	-0,28%
out/09	-0,81	-0,73	-1,92	6,24%
nov/09	-0,71	-0,65	-1,61	0,48%
dez/09	-0,70	-0,62	-1,39	-3,76%
jan/10	-0,69	-0,62	-1,32	2,26%
fev/10	-0,65	-0,57	-1,12	4,83%
mar/10	-0,61	-0,52	-0,88	1,09%
abr/10	-0,64	-0,53	-0,85	-8,20%
mai/10	-0,66	-0,54	-0,95	-3,82%
jun/10	-0,63	-0,54	-0,90	6,84%
jul/10	-0,56	-0,47	-0,69	-4,52%
ago/10	-0,59	-0,51	-0,71	7,51%
set/10	-0,48	-0,42	-0,44	2,85%
out/10	-0,41	-0,37	0,00	-1,24%
nov/10	-0,38	-0,35	0,38	4,92%
dez/10	-0,34	-0,30	0,71	2,43%
jan/11	-0,28	-0,25	1,26	2,53%
fev/11	-0,20	-0,20	3,86	0,47%
mar/11	-0,28	-0,28	3,87	3,71%
abr/11	-0,33	-0,32	3,86	-2,13%
mai/11	-0,38	-0,39	3,57	-1,50%
jun/11	-0,38	-0,39	3,86	-2,42%
jul/11	-0,51	-0,52	3,36	-4,55%
ago/11	-0,57	-0,58	2,36	-6,19%
set/11	-0,61	-0,61	1,27	9,37%
out/11	-0,46	-0,48	1,35	0,59%
nov/11	-0,52	-0,52	1,11	1,27%
dez/11	-0,49	-0,50	1,03	3,25%
jan/12	-0,42	-0,41	1,23	2,36%
fev/12	-0,40	-0,39	1,36	1,82%
mar/12	-0,42	-0,41	1,29	-0,15%
abr/12	-0,42	-0,43	1,20	-6,34%
mai/12	-0,40	-0,43	1,28	3,79%
jun/12	-0,32	-0,33	1,73	0,88%

Histórico 24 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jul/12	-0,38	-0,38	1,65	0,50%
ago/12	-0,33	-0,33	1,71	2,51%
set/12	-0,40	-0,37	1,60	-2,68%
out/12	-0,46	-0,43	1,44	-0,68%
nov/12	-0,44	-0,42	1,43	0,46%
dez/12	-0,49	-0,45	1,22	5,61%
jan/13	-0,42	-0,40	1,23	1,24%
fev/13	-0,42	-0,40	1,17	3,57%
mar/13	-0,36	-0,35	1,32	1,65%
abr/13	-0,37	-0,36	1,27	1,68%
mai/13	-0,32	-0,29	1,47	-1,57%
jun/13	-0,31	-0,28	1,45	3,74%
jul/13	-0,24	-0,21	1,72	-4,68%
ago/13	-0,25	-0,21	2,13	1,94%
set/13	-0,17	-0,15	4,69	2,54%
out/13	-0,32	-0,24	4,56	3,25%
nov/13	-0,28	-0,22	4,78	2,80%
dez/13	-0,27	-0,21	5,05	-5,52%
jan/14	-0,38	-0,29	4,24	3,75%
fev/14	-0,36	-0,29	4,01	0,61%
mar/14	-0,39	-0,30	3,78	0,53%
abr/14	-0,39	-0,28	3,75	0,62%
mai/14	-0,35	-0,26	6,97	0,44%
jun/14	-0,43	-0,31	7,02	-1,78%
jul/14	-0,47	-0,38	7,10	3,04%
ago/14	-0,44	-0,35	7,31	-0,53%
set/14	-0,50	-0,43	6,90	1,85%
out/14	-0,46	-0,37	6,97	2,34%
nov/14	-0,42	-0,31	7,07	-0,21%
dez/14	-0,43	-0,35	6,12	-3,83%
jan/15	-0,58	-0,46	4,68	5,47%
fev/15	-0,48	-0,41	4,66	-2,13%
mar/15	-0,57	-0,50	4,59	0,19%
abr/15	-0,60	-0,52	4,52	0,78%
mai/15	-0,61	-0,53	4,08	-2,37%
jun/15	-0,61	-0,53	3,80	0,22%
jul/15	-0,68	-0,57	3,35	-6,75%
ago/15	-0,66	-0,52	1,62	-1,64%
set/15	-0,70	-0,58	0,96	8,29%
out/15	-0,54	-0,51	1,17	0,14%
nov/15	-0,58	-0,54	1,00	-1,85%
dez/15	-0,64	-0,61	0,57	-5,66%

Histórico 24 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jan/16	-0,63	-0,60	0,29	0,16%
fev/16	-0,68	-0,63	-0,09	6,93%
mar/16	-0,54	-0,54	0,19	0,35%
abr/16	-0,53	-0,54	0,31	-0,08%
mai/16	-0,53	-0,56	0,31	0,68%
jun/16	-0,52	-0,55	0,33	2,68%
jul/16	-0,45	-0,46	0,65	-0,30%
ago/16	-0,49	-0,52	0,57	-0,64%
set/16	-0,48	-0,51	0,56	-1,06%
out/16	-0,51	-0,56	0,32	5,21%
nov/16	-0,46	-0,52	0,42	3,14%
dez/16	-0,41	-0,46	0,75	0,31%
jan/17	-0,39	-0,43	1,25	4,57%
fev/17	-0,41	-0,45	1,44	-0,92%
mar/17	-0,40	-0,44	1,55	1,15%
abr/17	-0,39	-0,43	1,61	0,14%
mai/17	-0,40	-0,44	1,65	1,43%
jun/17	-0,36	-0,38	1,84	2,34%
jul/17	-0,33	-0,36	1,97	0,08%
ago/17	-0,28	-0,36	3,21	1,89%
set/17	-0,23	-0,29	4,66	4,14%
out/17	-0,34	-0,37	4,69	3,63%
nov/17	-0,28	-0,31	5,04	1,64%
dez/17	-0,23	-0,24	4,86	5,56%
jan/18	-0,06	-0,20	13,02	-4,52%
fev/18	-0,15	-0,20	36,39	-3,93%
mar/18	-0,35	-0,37	8,63	0,00%
abr/18	-0,37	-0,40	8,01	0,81%
mai/18	-0,37	-0,37	8,71	-0,83%
jun/18	-0,42	-0,44	9,00	4,47%
jul/18	-0,40	-0,44	9,11	1,92%
ago/18	-0,38	-0,39	9,55	1,65%
set/18	-0,37	-0,34	9,23	-5,34%
out/18	-0,41	-0,33	7,01	1,43%
nov/18	-0,50	-0,37	7,04	-8,88%
dez/18	-0,56	-0,38	2,76	6,95%
jan/19	-0,45	-0,33	2,68	3,44%
fev/19	-0,47	-0,34	2,56	-0,15%
mar/19	-0,46	-0,33	2,55	2,35%
abr/19	-0,45	-0,32	2,63	-6,86%
mai/19	-0,49	-0,36	2,05	7,03%
jun/19	-0,40	-0,31	2,17	0,83%

Histórico 24 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jan/20	-0,53	-0,44	0,92	-10,17%
fev/20	-0,51	-0,40	0,21	-13,80%
mar/20	-0,50	-0,36	-0,31	11,03%
abr/20	-0,36	-0,28	-0,25	4,21%
mai/20	-0,31	-0,25	-0,11	1,64%
jun/20	-0,28	-0,21	0,02	2,34%
jul/20	-0,28	-0,21	0,02	7,52%
ago/20	-0,22	-0,17	0,17	-2,34%
set/20	-0,23	-0,19	0,13	-4,68%
out/20	-0,21	-0,17	0,13	11,77%
nov/20	-0,11	-0,10	0,37	3,19%
dez/20	-0,02	-0,02	0,79	-2,13%
jan/21	-0,08	-0,07	0,78	3,05%
fev/21	-0,07	-0,06	0,77	6,48%
mar/21	-0,02	-0,02	0,93	2,57%
abr/21	-0,01	-0,01	1,01	1,80%
mai/21	0,05	0,04	1,18	-0,20%
jun/21	0,00	0,00	1,15	1,15%
jul/21	0,01	0,01	1,14	1,11%
ago/21	0,04	0,03	1,05	-4,41%
set/21	-0,01	-0,01	1,08	5,71%
out/21	0,03	0,03	1,14	-3,85%
nov/21	-0,02	-0,02	1,12	5,25%
dez/21	0,01	0,01	1,14	-3,47%
jan/22	-0,01	-0,01	1,19	-3,68%
fev/22	0,03	0,03	1,51	2,12%
mar/22	0,17	0,23	7,36	-5,15%
abr/22	0,00	0,01	5,22	-0,20%
mai/22	-0,06	-0,07	4,75	-6,96%
jun/22	-0,15	-0,18	2,79	6,50%
jul/22	-0,13	-0,16	2,66	-4,33%
ago/22	-0,26	-0,31	1,87	-9,16%
set/22	-0,33	-0,34	0,79	13,61%
out/22	-0,17	-0,21	1,31	5,37%
nov/22	-0,26	-0,29	1,29	-4,49%
dez/22	-0,34	-0,38	0,95	2,54%
jan/23	-0,32	-0,35	1,00	-4,52%
fev/23	-0,40	-0,44	0,64	1,60%
mar/23	-0,46	-0,49	0,19	2,19%
abr/23	-0,48	-0,51	-0,07	-3,79%
mai/23	-0,54	-0,58	-0,53	4,24%
jun/23	-0,51	-0,54	-0,51	3,02%

Histórico 24 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jul/23	-0,51	-0,55	-0,38	-2,70%
ago/23	-0,56	-0,62	-0,57	-3,88%
set/23	-0,58	-0,64	-0,62	-1,77%
out/23	-0,68	-0,76	-1,09	8,41%
nov/23	-0,58	-0,67	-0,57	4,51%
dez/23	-0,60	-0,69	-0,37	0,89%
jan/24	-0,59	-0,66	-0,01	1,90%
fev/24	-0,56	-0,61	0,47	1,73%
mar/24	-0,58	-0,63	0,67	-5,36%
abr/24	-0,59	-0,64	0,78	1,92%
mai/24	-0,59	-0,61	0,91	0,75%
jun/24	-0,56	-0,58	1,58	4,03%
jul/24	-0,61	-0,62	1,73	1,43%
ago/24	-0,58	-0,57	2,10	1,53%
set/24	-0,54	-0,59	5,11	-1,65%
out/24	-0,84	-0,80	4,67	7,17%
nov/24	-0,80	-0,78	4,44	-2,76%
dez/24	-0,81	-0,81	4,21	0,00%

Histórico 36 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jan/10	-3,30	-3,00	-0,81	2,26%
fev/10	-3,32	-2,96	-0,76	4,83%
mar/10	-3,29	-2,97	-0,64	1,09%
abr/10	-3,36	-2,99	-0,65	-8,20%
mai/10	-3,33	-2,95	-0,81	-3,82%
jun/10	-3,34	-2,94	-0,95	6,84%
jul/10	-3,26	-2,88	-0,86	-4,52%
ago/10	-3,25	-2,93	-0,90	7,51%
set/10	-3,18	-2,92	-0,85	2,85%
out/10	-3,13	-2,81	-0,90	-1,24%
nov/10	-3,10	-2,80	-0,90	4,92%
dez/10	-3,00	-2,68	-0,76	2,43%
jan/11	-2,94	-2,58	-0,66	2,53%
fev/11	-2,80	-2,40	-0,95	0,47%
mar/11	-2,71	-2,24	-0,67	3,71%
abr/11	-2,62	-2,16	-0,58	-2,13%
mai/11	-2,54	-2,09	-0,55	-1,50%
jun/11	-2,58	-2,19	-0,28	-2,42%
jul/11	-2,51	-2,20	-0,20	-4,55%
ago/11	-2,45	-2,20	-0,34	-6,19%
set/11	-2,42	-2,17	-0,35	9,37%
out/11	-2,53	-2,49	0,30	0,59%
nov/11	-2,55	-2,47	0,82	1,27%
dez/11	-2,53	-2,36	1,15	3,25%
jan/12	-2,37	-2,25	1,57	2,36%
fev/12	-2,29	-2,46	2,21	1,82%
mar/12	-2,00	-2,09	2,42	-0,15%
abr/12	-1,69	-1,79	2,32	-6,34%
mai/12	-1,27	-1,31	2,04	3,79%
jun/12	-0,89	-0,89	2,13	0,88%
jul/12	-0,60	-0,57	1,88	0,50%
ago/12	-0,26	-0,25	1,55	2,51%
set/12	0,06	0,06	1,47	-2,68%
out/12	0,37	0,35	1,52	-0,68%
nov/12	0,64	0,61	1,34	0,46%
dez/12	0,87	0,83	1,29	5,61%
jan/13	0,96	0,91	1,56	1,24%
fev/13	1,04	0,99	1,65	3,57%
mar/13	1,12	1,06	1,65	1,65%
abr/13	1,20	1,14	1,67	1,68%
mai/13	1,41	1,41	2,06	-1,57%
jun/13	1,53	1,57	2,17	3,74%

Histórico 36 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jul/13	1,69	1,68	2,08	-4,68%
ago/13	1,80	1,79	2,38	1,94%
set/13	2,02	1,90	3,82	2,54%
out/13	2,06	1,94	3,63	3,25%
nov/13	2,09	1,89	3,85	2,80%
dez/13	2,15	1,91	3,82	-5,52%
jan/14	1,99	1,77	3,24	3,75%
fev/14	1,86	1,66	3,04	0,61%
mar/14	1,77	1,58	2,96	0,53%
abr/14	1,72	1,52	2,72	0,62%
mai/14	1,71	1,45	4,39	0,44%
jun/14	1,68	1,36	4,64	-1,78%
jul/14	1,68	1,37	5,20	3,04%
ago/14	1,76	1,41	6,13	-0,53%
set/14	1,95	1,69	7,21	1,85%
out/14	2,25	1,72	6,56	2,34%
nov/14	2,32	1,78	6,16	-0,21%
dez/14	2,38	1,93	5,10	-3,83%
jan/15	2,31	1,90	4,12	5,47%
fev/15	2,25	1,92	4,07	-2,13%
mar/15	2,23	1,98	4,30	0,19%
abr/15	2,24	1,90	4,64	0,78%
mai/15	2,46	2,20	5,24	-2,37%
jun/15	2,41	2,19	5,04	0,22%
jul/15	2,37	2,15	5,20	-6,75%
ago/15	2,07	1,78	2,60	-1,64%
set/15	2,01	1,78	1,86	8,29%
out/15	1,85	1,74	2,22	0,14%
nov/15	1,83	1,65	2,44	-1,85%
dez/15	1,79	1,68	2,58	-5,66%
jan/16	1,72	1,54	1,69	0,16%
fev/16	1,69	1,51	1,37	6,93%
mar/16	1,59	1,48	1,36	0,35%
abr/16	1,57	1,46	1,29	-0,08%
mai/16	1,54	1,48	1,16	0,68%
jun/16	1,51	1,40	1,21	2,68%
jul/16	1,47	1,36	1,12	-0,30%
ago/16	1,47	1,40	1,32	-0,64%
set/16	1,38	1,36	1,37	-1,06%
out/16	1,31	1,33	1,22	5,21%
nov/16	1,20	1,25	1,21	3,14%
dez/16	1,13	1,18	1,23	0,31%

Histórico 36 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jan/17	1,17	1,25	1,55	4,57%
fev/17	1,12	1,22	1,76	-0,92%
mar/17	1,10	1,23	1,68	1,15%
abr/17	1,07	1,20	1,61	0,14%
mai/17	1,02	1,14	1,60	1,43%
jun/17	0,99	1,11	1,56	2,34%
jul/17	0,98	1,08	1,64	0,08%
ago/17	1,00	1,09	2,03	1,89%
set/17	1,03	1,08	2,58	4,14%
out/17	1,02	1,08	2,80	3,63%
nov/17	1,01	1,08	2,99	1,64%
dez/17	1,03	1,06	2,80	5,56%
jan/18	1,13	1,20	7,35	-4,52%
fev/18	1,18	1,20	19,18	-3,93%
mar/18	1,20	1,19	4,85	0,00%
abr/18	1,24	1,23	4,71	0,81%
mai/18	1,29	1,29	5,17	-0,83%
jun/18	1,36	1,37	5,71	4,47%
jul/18	1,40	1,44	6,25	1,92%
ago/18	1,62	1,84	7,50	1,65%
set/18	1,76	1,92	7,73	-5,34%
out/18	1,87	1,78	5,39	1,43%
nov/18	1,95	1,85	5,64	-8,88%
dez/18	1,75	1,44	2,60	6,95%
jan/19	1,81	1,56	2,96	3,44%
fev/19	1,86	1,61	3,30	-0,15%
mar/19	2,00	1,74	3,15	2,35%
abr/19	2,05	1,78	3,17	-6,86%
mai/19	1,93	1,57	2,69	7,03%
jun/19	1,89	1,61	2,81	0,83%
jul/19	1,92	1,63	2,79	-1,84%
ago/19	1,94	1,64	2,89	1,81%
set/19	1,97	1,59	2,96	0,34%
out/19	2,01	1,54	3,06	3,57%
nov/19	2,06	1,55	3,03	1,58%
dez/19	2,08	1,56	2,94	-1,11%
jan/20	2,04	1,62	2,82	-10,17%
fev/20	1,80	1,35	1,50	-13,80%
mar/20	1,49	1,02	0,48	11,03%
abr/20	1,35	0,99	0,43	4,21%
mai/20	1,32	0,98	0,46	1,64%
jun/20	1,29	0,96	0,45	2,34%

Histórico 36 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jul/20	1,26	0,93	0,46	7,52%
ago/20	1,18	0,90	0,60	-2,34%
set/20	1,12	0,89	0,58	-4,68%
out/20	1,07	0,87	0,42	11,77%
nov/20	0,97	0,84	0,43	3,19%
dez/20	0,95	0,82	0,48	-2,13%
jan/21	0,90	0,80	0,37	3,05%
fev/21	0,86	0,74	0,45	6,48%
mar/21	0,84	0,71	0,66	2,57%
abr/21	0,83	0,70	0,81	1,80%
mai/21	0,83	0,71	0,83	-0,20%
jun/21	0,83	0,70	0,88	1,15%
jul/21	0,83	0,70	0,85	1,11%
ago/21	0,82	0,69	0,72	-4,41%
set/21	0,78	0,68	0,71	5,71%
out/21	0,79	0,67	0,82	-3,85%
nov/21	0,77	0,68	0,89	5,25%
dez/21	0,82	0,73	1,11	-3,47%
jan/22	0,83	0,75	1,15	-3,68%
fev/22	0,85	0,79	1,12	2,12%
mar/22	0,91	0,82	3,80	-5,15%
abr/22	0,91	0,84	2,46	-0,20%
mai/22	0,96	0,91	2,68	-6,96%
jun/22	0,95	0,89	1,48	6,50%
jul/22	0,94	0,90	1,45	-4,33%
ago/22	0,92	0,87	1,37	-9,16%
set/22	0,86	0,81	0,64	13,61%
out/22	0,81	0,82	0,84	5,37%
nov/22	0,81	0,82	1,01	-4,49%
dez/22	0,79	0,83	0,95	2,54%
jan/23	0,80	0,81	1,02	-4,52%
fev/23	0,83	0,88	1,30	1,60%
mar/23	0,93	1,11	1,97	2,19%
abr/23	0,98	1,11	2,06	-3,79%
mai/23	0,95	1,10	1,88	4,24%
jun/23	0,93	1,08	1,86	3,02%
jul/23	0,92	1,07	1,89	-2,70%
ago/23	0,91	1,06	1,58	-3,88%
set/23	0,89	1,02	1,33	-1,77%
out/23	0,87	1,02	1,35	8,41%
nov/23	0,87	0,98	1,19	4,51%
dez/23	0,80	0,91	1,20	0,89%

Histórico 36 meses				
Data	Sharpe	Sortino	Co	Ret T+1
jan/24	0,78	0,86	1,27	1,90%
fev/24	0,76	0,84	1,28	1,73%
mar/24	0,74	0,80	1,05	-5,36%
abr/24	0,69	0,75	0,72	1,92%
mai/24	0,64	0,69	0,53	0,75%
jun/24	0,62	0,65	0,54	4,03%
jul/24	0,59	0,62	0,63	1,43%
ago/24	0,57	0,60	0,66	1,53%
set/24	0,60	0,63	1,60	-1,65%
out/24	0,58	0,62	1,45	7,17%
nov/24	0,57	0,61	2,11	-2,76%
dez/24	0,57	0,62	1,70	0,00%

APÊNDICE F

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 1,3$, $m = 12$ e $n = 170$

	Co	Sharpe		Co	Sharpe		Co	Sharpe
Sim 1	61	44	Sim 36	37	65	Sim 71	46	42
Sim 2	50	46	Sim 37	58	58	Sim 72	48	71
Sim 3	50	68	Sim 38	47	52	Sim 73	32	40
Sim 4	49	34	Sim 39	43	46	Sim 74	45	47
Sim 5	58	55	Sim 40	41	66	Sim 75	46	61
Sim 6	50	45	Sim 41	63	54	Sim 76	52	52
Sim 7	38	36	Sim 42	31	33	Sim 77	48	45
Sim 8	47	81	Sim 43	52	67	Sim 78	46	61
Sim 9	43	40	Sim 44	52	46	Sim 79	51	77
Sim 10	49	50	Sim 45	55	50	Sim 80	66	67
Sim 11	58	55	Sim 46	44	70	Sim 81	39	55
Sim 12	49	41	Sim 47	49	58	Sim 82	56	62
Sim 13	44	57	Sim 48	50	61	Sim 83	50	44
Sim 14	26	44	Sim 49	55	73	Sim 84	50	76
Sim 15	41	47	Sim 50	51	28	Sim 85	39	78
Sim 16	42	40	Sim 51	45	43	Sim 86	59	70
Sim 17	53	39	Sim 52	33	31	Sim 87	43	38
Sim 18	43	36	Sim 53	41	42	Sim 88	44	53
Sim 19	50	58	Sim 54	52	62	Sim 89	69	56
Sim 20	43	47	Sim 55	50	47	Sim 90	42	64
Sim 21	36	26	Sim 56	46	59	Sim 91	42	38
Sim 22	63	66	Sim 57	52	46	Sim 92	57	49
Sim 23	62	70	Sim 58	41	54	Sim 93	39	46
Sim 24	65	85	Sim 59	41	57	Sim 94	48	56
Sim 25	53	46	Sim 60	51	39	Sim 95	41	42
Sim 26	50	51	Sim 61	41	41	Sim 96	50	45
Sim 27	49	58	Sim 62	42	54	Sim 97	58	57
Sim 28	46	66	Sim 63	49	57	Sim 98	55	47
Sim 29	51	69	Sim 64	46	44	Sim 99	63	62
Sim 30	32	28	Sim 65	68	54	Sim 100	54	48
Sim 31	38	32	Sim 66	42	47	Média	48,17	52,49
Sim 32	48	48	Sim 67	46	62	Desvio P.	8,12784	12,4011
Sim 33	46	57	Sim 68	48	53			
Sim 34	51	54	Sim 69	48	44			
Sim 35	50	66	Sim 70	45	52			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 2,25$, $m = 12$ e $n = 170$

	Co	Sharpe		Co	Sharpe		Co	Sharpe
Sim 1	61	44	Sim 36	37	65	Sim 71	46	44
Sim 2	50	46	Sim 37	58	58	Sim 72	48	71
Sim 3	50	68	Sim 38	47	53	Sim 73	32	42
Sim 4	49	34	Sim 39	43	46	Sim 74	45	48
Sim 5	58	55	Sim 40	41	66	Sim 75	47	61
Sim 6	50	45	Sim 41	63	54	Sim 76	53	53
Sim 7	39	36	Sim 42	31	35	Sim 77	48	45
Sim 8	47	81	Sim 43	52	67	Sim 78	46	61
Sim 9	44	41	Sim 44	52	46	Sim 79	51	77
Sim 10	49	50	Sim 45	55	52	Sim 80	66	67
Sim 11	58	55	Sim 46	44	70	Sim 81	39	56
Sim 12	49	41	Sim 47	50	59	Sim 82	56	62
Sim 13	44	57	Sim 48	50	61	Sim 83	50	44
Sim 14	26	44	Sim 49	54	73	Sim 84	50	78
Sim 15	41	47	Sim 50	51	28	Sim 85	40	78
Sim 16	42	40	Sim 51	45	43	Sim 86	60	70
Sim 17	53	39	Sim 52	33	33	Sim 87	43	38
Sim 18	43	36	Sim 53	42	42	Sim 88	44	53
Sim 19	50	58	Sim 54	52	62	Sim 89	69	56
Sim 20	43	47	Sim 55	50	47	Sim 90	42	64
Sim 21	36	26	Sim 56	46	59	Sim 91	42	38
Sim 22	63	66	Sim 57	52	46	Sim 92	57	49
Sim 23	62	70	Sim 58	41	54	Sim 93	39	46
Sim 24	65	85	Sim 59	41	57	Sim 94	48	57
Sim 25	53	46	Sim 60	51	39	Sim 95	41	42
Sim 26	50	51	Sim 61	41	41	Sim 96	50	45
Sim 27	49	58	Sim 62	41	54	Sim 97	58	57
Sim 28	46	67	Sim 63	49	57	Sim 98	55	49
Sim 29	51	69	Sim 64	46	44	Sim 99	63	62
Sim 30	32	28	Sim 65	68	54	Sim 100	55	48
Sim 31	38	32	Sim 66	42	47	Média	48,26	52,71
Sim 32	48	48	Sim 67	47	62	Desvio P.	8,11983	12,3397
Sim 33	46	57	Sim 68	48	53			
Sim 34	52	54	Sim 69	48	44			
Sim 35	50	66	Sim 70	45	52			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 4,5$, $m = 12$ e $n = 170$

	Co	Sharpe		Co	Sharpe		Co	Sharpe
Sim 1	61	44	Sim 36	37	67	Sim 71	46	47
Sim 2	50	46	Sim 37	59	58	Sim 72	48	71
Sim 3	51	69	Sim 38	47	53	Sim 73	33	42
Sim 4	49	34	Sim 39	43	46	Sim 74	45	48
Sim 5	58	55	Sim 40	41	68	Sim 75	47	61
Sim 6	50	45	Sim 41	64	55	Sim 76	55	58
Sim 7	39	37	Sim 42	31	35	Sim 77	48	47
Sim 8	47	81	Sim 43	52	67	Sim 78	46	62
Sim 9	44	41	Sim 44	52	46	Sim 79	51	77
Sim 10	49	50	Sim 45	55	52	Sim 80	66	67
Sim 11	58	56	Sim 46	44	70	Sim 81	39	56
Sim 12	49	41	Sim 47	50	59	Sim 82	56	62
Sim 13	44	57	Sim 48	50	61	Sim 83	50	44
Sim 14	26	44	Sim 49	54	73	Sim 84	52	79
Sim 15	41	47	Sim 50	51	29	Sim 85	40	78
Sim 16	42	42	Sim 51	45	43	Sim 86	60	71
Sim 17	53	39	Sim 52	33	33	Sim 87	43	38
Sim 18	43	36	Sim 53	42	42	Sim 88	44	53
Sim 19	50	58	Sim 54	52	62	Sim 89	69	56
Sim 20	44	48	Sim 55	50	47	Sim 90	42	64
Sim 21	36	28	Sim 56	46	59	Sim 91	42	38
Sim 22	63	66	Sim 57	52	48	Sim 92	57	49
Sim 23	62	70	Sim 58	41	56	Sim 93	39	46
Sim 24	65	85	Sim 59	42	58	Sim 94	48	57
Sim 25	53	46	Sim 60	51	39	Sim 95	41	42
Sim 26	50	53	Sim 61	41	41	Sim 96	51	46
Sim 27	49	58	Sim 62	41	54	Sim 97	58	59
Sim 28	46	67	Sim 63	49	57	Sim 98	55	49
Sim 29	51	69	Sim 64	46	44	Sim 99	63	63
Sim 30	32	28	Sim 65	69	55	Sim 100	55	48
Sim 31	38	32	Sim 66	42	47	Média	48,41	53,12
Sim 32	48	48	Sim 67	50	64	Desvio P.	8,16879	12,3479
Sim 33	46	57	Sim 68	48	53			
Sim 34	52	54	Sim 69	48	44			
Sim 35	50	66	Sim 70	45	52			

APÊNDICE G

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 1,3$, $m = 24$ e $n = 158$

	Co	Sharpe		Co	Sharpe		Co	Sharpe
Sim 1	23	26	Sim 36	32	26	Sim 71	36	37
Sim 2	32	37	Sim 37	40	27	Sim 72	23	9
Sim 3	28	29	Sim 38	27	25	Sim 73	21	21
Sim 4	31	21	Sim 39	32	31	Sim 74	37	45
Sim 5	41	41	Sim 40	34	26	Sim 75	47	41
Sim 6	36	36	Sim 41	37	30	Sim 76	35	33
Sim 7	21	18	Sim 42	26	22	Sim 77	32	32
Sim 8	33	33	Sim 43	44	27	Sim 78	33	29
Sim 9	40	35	Sim 44	37	28	Sim 79	26	31
Sim 10	38	30	Sim 45	40	30	Sim 80	41	40
Sim 11	29	31	Sim 46	24	27	Sim 81	21	29
Sim 12	17	23	Sim 47	36	34	Sim 82	29	25
Sim 13	41	37	Sim 48	21	24	Sim 83	45	38
Sim 14	51	32	Sim 49	37	27	Sim 84	31	35
Sim 15	40	38	Sim 50	28	35	Sim 85	35	23
Sim 16	24	20	Sim 51	24	23	Sim 86	27	33
Sim 17	39	39	Sim 52	30	26	Sim 87	26	32
Sim 18	26	22	Sim 53	40	21	Sim 88	47	44
Sim 19	29	25	Sim 54	26	34	Sim 89	53	37
Sim 20	42	43	Sim 55	51	49	Sim 90	39	26
Sim 21	7	14	Sim 56	33	37	Sim 91	34	24
Sim 22	18	24	Sim 57	43	30	Sim 92	23	33
Sim 23	36	41	Sim 58	38	33	Sim 93	26	42
Sim 24	16	12	Sim 59	21	19	Sim 94	46	41
Sim 25	41	48	Sim 60	47	37	Sim 95	48	44
Sim 26	30	25	Sim 61	16	25	Sim 96	64	41
Sim 27	42	43	Sim 62	21	15	Sim 97	36	35
Sim 28	39	42	Sim 63	50	40	Sim 98	49	43
Sim 29	47	37	Sim 64	44	40	Sim 99	36	34
Sim 30	2	14	Sim 65	36	25	Sim 100	52	35
Sim 31	35	40	Sim 66	45	30	Média	34,24	31,5
Sim 32	35	27	Sim 67	36	26	Desvio P.	10,4583	8,50252
Sim 33	28	27	Sim 68	23	34			
Sim 34	48	43	Sim 69	36	35			
Sim 35	35	37	Sim 70	51	50			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 2,25$, $m = 24$ e $n = 158$

	Co	Sharpe		Co	Sharpe		Co	Sharpe
Sim 1	27	34	Sim 36	28	24	Sim 71	35	40
Sim 2	29	33	Sim 37	35	28	Sim 72	20	9
Sim 3	20	22	Sim 38	25	23	Sim 73	21	21
Sim 4	31	20	Sim 39	27	29	Sim 74	36	43
Sim 5	36	38	Sim 40	28	23	Sim 75	39	36
Sim 6	28	30	Sim 41	33	24	Sim 76	32	33
Sim 7	21	17	Sim 42	24	20	Sim 77	26	27
Sim 8	27	28	Sim 43	39	26	Sim 78	27	28
Sim 9	39	33	Sim 44	31	23	Sim 79	19	25
Sim 10	32	24	Sim 45	39	30	Sim 80	37	39
Sim 11	22	31	Sim 46	23	24	Sim 81	16	27
Sim 12	17	23	Sim 47	34	27	Sim 82	27	25
Sim 13	33	25	Sim 48	18	17	Sim 83	29	29
Sim 14	50	32	Sim 49	27	19	Sim 84	26	30
Sim 15	38	34	Sim 50	28	35	Sim 85	31	18
Sim 16	23	19	Sim 51	22	23	Sim 86	21	22
Sim 17	34	37	Sim 52	27	27	Sim 87	26	30
Sim 18	26	23	Sim 53	37	21	Sim 88	42	36
Sim 19	26	22	Sim 54	17	23	Sim 89	44	35
Sim 20	33	34	Sim 55	47	49	Sim 90	39	25
Sim 21	7	14	Sim 56	17	26	Sim 91	33	22
Sim 22	11	14	Sim 57	41	30	Sim 92	19	28
Sim 23	30	36	Sim 58	30	32	Sim 93	23	40
Sim 24	11	4	Sim 59	19	13	Sim 94	41	34
Sim 25	35	42	Sim 60	40	34	Sim 95	36	36
Sim 26	29	26	Sim 61	17	23	Sim 96	53	33
Sim 27	43	38	Sim 62	17	12	Sim 97	32	31
Sim 28	27	35	Sim 63	43	40	Sim 98	48	42
Sim 29	45	26	Sim 64	43	39	Sim 99	34	32
Sim 30	2	14	Sim 65	30	23	Sim 100	42	29
Sim 31	28	35	Sim 66	39	30	Média	29,86	28,17
Sim 32	33	24	Sim 67	30	21	Desvio P.	9,55898	8,33764
Sim 33	21	21	Sim 68	20	29			
Sim 34	45	43	Sim 69	29	32			
Sim 35	31	33	Sim 70	38	49			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 4,5$, $m = 24$ e $n = 158$

	Co	Sharpe		Co	Sharpe		Co	Sharpe
Sim 1	30	38	Sim 36	25	21	Sim 71	34	38
Sim 2	26	27	Sim 37	32	29	Sim 72	19	7
Sim 3	14	14	Sim 38	23	22	Sim 73	20	21
Sim 4	30	19	Sim 39	26	29	Sim 74	33	40
Sim 5	32	34	Sim 40	26	24	Sim 75	30	32
Sim 6	30	29	Sim 41	31	27	Sim 76	28	32
Sim 7	17	17	Sim 42	21	21	Sim 77	17	19
Sim 8	21	21	Sim 43	32	26	Sim 78	25	24
Sim 9	38	35	Sim 44	19	20	Sim 79	13	17
Sim 10	27	22	Sim 45	33	31	Sim 80	31	35
Sim 11	22	33	Sim 46	19	21	Sim 81	15	23
Sim 12	16	23	Sim 47	33	25	Sim 82	21	20
Sim 13	29	21	Sim 48	18	18	Sim 83	25	25
Sim 14	47	31	Sim 49	25	10	Sim 84	23	31
Sim 15	29	28	Sim 50	27	33	Sim 85	27	16
Sim 16	21	19	Sim 51	23	23	Sim 86	20	19
Sim 17	31	33	Sim 52	23	24	Sim 87	24	30
Sim 18	23	23	Sim 53	34	21	Sim 88	31	29
Sim 19	25	22	Sim 54	15	13	Sim 89	28	22
Sim 20	31	31	Sim 55	44	46	Sim 90	35	24
Sim 21	7	14	Sim 56	13	20	Sim 91	29	22
Sim 22	10	11	Sim 57	42	34	Sim 92	15	23
Sim 23	26	29	Sim 58	28	30	Sim 93	22	40
Sim 24	9	4	Sim 59	19	12	Sim 94	39	32
Sim 25	34	46	Sim 60	23	31	Sim 95	29	28
Sim 26	24	24	Sim 61	15	18	Sim 96	44	29
Sim 27	40	37	Sim 62	16	12	Sim 97	32	28
Sim 28	21	24	Sim 63	39	41	Sim 98	35	43
Sim 29	42	20	Sim 64	38	40	Sim 99	27	28
Sim 30	1	14	Sim 65	28	27	Sim 100	37	26
Sim 31	23	33	Sim 66	32	25	Média	26,11	25,78
Sim 32	30	22	Sim 67	22	19	Desvio P.	8,63034	8,55591
Sim 33	12	17	Sim 68	17	21			
Sim 34	37	35	Sim 69	27	31			
Sim 35	33	34	Sim 70	27	46			

APÊNDICE H

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 1,3$, $m = 36$ e $n = 146$

	Co	Sharpe		Co	Sharpe		Co	Sharpe
Sim 1	43	48	Sim 36	22	27	Sim 71	31	39
Sim 2	50	40	Sim 37	47	40	Sim 72	26	18
Sim 3	32	38	Sim 38	35	25	Sim 73	28	18
Sim 4	8	16	Sim 39	46	38	Sim 74	33	39
Sim 5	51	50	Sim 40	37	36	Sim 75	56	35
Sim 6	48	34	Sim 41	43	31	Sim 76	45	36
Sim 7	28	23	Sim 42	30	23	Sim 77	39	31
Sim 8	28	38	Sim 43	45	44	Sim 78	32	34
Sim 9	39	30	Sim 44	42	36	Sim 79	19	31
Sim 10	45	34	Sim 45	52	41	Sim 80	54	43
Sim 11	43	34	Sim 46	32	26	Sim 81	18	30
Sim 12	24	24	Sim 47	46	44	Sim 82	40	29
Sim 13	36	27	Sim 48	17	19	Sim 83	49	41
Sim 14	43	31	Sim 49	31	36	Sim 84	40	41
Sim 15	38	45	Sim 50	45	29	Sim 85	25	26
Sim 16	38	27	Sim 51	25	19	Sim 86	27	27
Sim 17	45	41	Sim 52	35	20	Sim 87	19	28
Sim 18	43	31	Sim 53	41	29	Sim 88	38	41
Sim 19	40	27	Sim 54	33	26	Sim 89	59	44
Sim 20	34	38	Sim 55	59	47	Sim 90	58	41
Sim 21	4	7	Sim 56	28	28	Sim 91	52	34
Sim 22	12	13	Sim 57	47	43	Sim 92	26	30
Sim 23	30	41	Sim 58	46	36	Sim 93	42	38
Sim 24	9	7	Sim 59	28	9	Sim 94	62	49
Sim 25	45	35	Sim 60	50	41	Sim 95	44	44
Sim 26	40	42	Sim 61	30	27	Sim 96	58	46
Sim 27	39	48	Sim 62	26	16	Sim 97	33	38
Sim 28	30	31	Sim 63	56	56	Sim 98	57	50
Sim 29	41	44	Sim 64	35	35	Sim 99	27	29
Sim 30	5	9	Sim 65	41	44	Sim 100	42	42
Sim 31	30	30	Sim 66	55	39	Média	37,37	33,44
Sim 32	52	34	Sim 67	22	22	Desvio P.	12,584	10,3146
Sim 33	31	28	Sim 68	22	23			
Sim 34	46	44	Sim 69	48	32			
Sim 35	51	51	Sim 70	40	45			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 2,25$, $m = 36$ e $n = 146$

	Co	Sharpe		Co	Sharpe		Co	Sharpe
Sim 1	39	47	Sim 36	20	23	Sim 71	28	37
Sim 2	45	38	Sim 37	44	38	Sim 72	18	12
Sim 3	29	34	Sim 38	32	23	Sim 73	26	15
Sim 4	8	16	Sim 39	43	37	Sim 74	32	38
Sim 5	48	46	Sim 40	28	33	Sim 75	48	34
Sim 6	46	30	Sim 41	33	28	Sim 76	40	35
Sim 7	26	21	Sim 42	25	22	Sim 77	32	25
Sim 8	16	20	Sim 43	41	42	Sim 78	27	28
Sim 9	30	29	Sim 44	33	30	Sim 79	10	22
Sim 10	39	30	Sim 45	44	38	Sim 80	34	31
Sim 11	34	29	Sim 46	31	23	Sim 81	15	25
Sim 12	24	24	Sim 47	39	40	Sim 82	35	27
Sim 13	34	21	Sim 48	9	13	Sim 83	43	41
Sim 14	43	31	Sim 49	26	25	Sim 84	32	32
Sim 15	29	41	Sim 50	42	29	Sim 85	22	24
Sim 16	31	25	Sim 51	24	19	Sim 86	24	24
Sim 17	40	41	Sim 52	34	18	Sim 87	16	24
Sim 18	40	30	Sim 53	41	29	Sim 88	34	33
Sim 19	34	25	Sim 54	25	24	Sim 89	44	36
Sim 20	28	21	Sim 55	53	48	Sim 90	53	41
Sim 21	4	7	Sim 56	16	17	Sim 91	48	34
Sim 22	9	10	Sim 57	37	38	Sim 92	22	24
Sim 23	19	29	Sim 58	41	27	Sim 93	40	38
Sim 24	9	6	Sim 59	27	9	Sim 94	46	40
Sim 25	41	32	Sim 60	44	37	Sim 95	33	36
Sim 26	39	42	Sim 61	26	22	Sim 96	49	43
Sim 27	28	38	Sim 62	24	16	Sim 97	30	40
Sim 28	24	27	Sim 63	47	49	Sim 98	41	37
Sim 29	34	35	Sim 64	36	35	Sim 99	26	28
Sim 30	5	9	Sim 65	36	43	Sim 100	33	31
Sim 31	26	26	Sim 66	50	38	Média	32,02	29,52
Sim 32	50	31	Sim 67	16	19	Desvio P.	11,3591	9,76024
Sim 33	27	22	Sim 68	19	18			
Sim 34	37	35	Sim 69	45	32			
Sim 35	38	47	Sim 70	37	40			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 4,5$, $m = 36$ e $n = 146$

	Co	Sharpe		Co	Sharpe		Co	Sharpe
Sim 1	38	46	Sim 36	18	22	Sim 71	25	38
Sim 2	42	41	Sim 37	40	40	Sim 72	10	8
Sim 3	20	24	Sim 38	29	22	Sim 73	25	14
Sim 4	8	16	Sim 39	41	34	Sim 74	25	36
Sim 5	44	44	Sim 40	23	27	Sim 75	38	28
Sim 6	40	26	Sim 41	20	19	Sim 76	36	33
Sim 7	25	24	Sim 42	21	16	Sim 77	25	18
Sim 8	12	14	Sim 43	33	36	Sim 78	25	25
Sim 9	27	27	Sim 44	22	26	Sim 79	8	15
Sim 10	35	28	Sim 45	39	34	Sim 80	21	19
Sim 11	32	29	Sim 46	30	22	Sim 81	13	19
Sim 12	25	25	Sim 47	30	31	Sim 82	25	26
Sim 13	30	17	Sim 48	8	10	Sim 83	35	38
Sim 14	40	32	Sim 49	24	25	Sim 84	16	19
Sim 15	24	35	Sim 50	37	26	Sim 85	17	20
Sim 16	30	24	Sim 51	24	19	Sim 86	25	21
Sim 17	32	34	Sim 52	29	17	Sim 87	16	23
Sim 18	37	35	Sim 53	36	31	Sim 88	34	30
Sim 19	25	22	Sim 54	16	14	Sim 89	16	24
Sim 20	24	18	Sim 55	48	44	Sim 90	50	39
Sim 21	4	7	Sim 56	15	13	Sim 91	46	34
Sim 22	9	10	Sim 57	32	35	Sim 92	17	17
Sim 23	14	24	Sim 58	41	26	Sim 93	34	35
Sim 24	8	6	Sim 59	27	9	Sim 94	32	26
Sim 25	36	29	Sim 60	35	34	Sim 95	27	30
Sim 26	38	37	Sim 61	27	22	Sim 96	38	36
Sim 27	17	24	Sim 62	23	16	Sim 97	33	40
Sim 28	23	24	Sim 63	36	38	Sim 98	24	23
Sim 29	30	34	Sim 64	29	28	Sim 99	18	22
Sim 30	5	9	Sim 65	27	38	Sim 100	28	26
Sim 31	23	23	Sim 66	38	32	Média	26,65	25,7
Sim 32	39	26	Sim 67	9	8	Desvio P.	10,3058	9,44789
Sim 33	13	13	Sim 68	17	16			
Sim 34	20	21	Sim 69	34	30			
Sim 35	32	43	Sim 70	24	37			

APÊNDICE I

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 1,3$, $m = 12$ e $n = 170$

	Co	Sortino		Co	Sortino		Co	Sortino
Sim 1	61	44	Sim 36	37	65	Sim 71	46	41
Sim 2	50	46	Sim 37	59	58	Sim 72	48	71
Sim 3	50	68	Sim 38	47	50	Sim 73	32	39
Sim 4	49	34	Sim 39	43	46	Sim 74	44	47
Sim 5	58	55	Sim 40	40	65	Sim 75	45	61
Sim 6	50	44	Sim 41	61	54	Sim 76	52	52
Sim 7	38	35	Sim 42	31	33	Sim 77	49	45
Sim 8	47	81	Sim 43	51	64	Sim 78	46	60
Sim 9	43	40	Sim 44	52	45	Sim 79	51	77
Sim 10	48	48	Sim 45	55	49	Sim 80	66	67
Sim 11	58	55	Sim 46	44	70	Sim 81	39	55
Sim 12	49	41	Sim 47	49	58	Sim 82	60	64
Sim 13	44	57	Sim 48	50	61	Sim 83	50	44
Sim 14	26	44	Sim 49	55	73	Sim 84	50	74
Sim 15	41	47	Sim 50	49	26	Sim 85	40	78
Sim 16	42	40	Sim 51	45	43	Sim 86	57	70
Sim 17	53	39	Sim 52	33	31	Sim 87	43	38
Sim 18	43	36	Sim 53	41	42	Sim 88	44	52
Sim 19	50	57	Sim 54	52	62	Sim 89	69	56
Sim 20	44	49	Sim 55	50	45	Sim 90	43	63
Sim 21	35	25	Sim 56	46	58	Sim 91	42	38
Sim 22	63	66	Sim 57	52	46	Sim 92	57	49
Sim 23	62	70	Sim 58	42	53	Sim 93	39	45
Sim 24	65	85	Sim 59	39	57	Sim 94	48	55
Sim 25	53	46	Sim 60	51	39	Sim 95	41	42
Sim 26	50	51	Sim 61	41	41	Sim 96	50	45
Sim 27	49	58	Sim 62	42	54	Sim 97	58	57
Sim 28	45	63	Sim 63	48	54	Sim 98	54	46
Sim 29	51	69	Sim 64	46	44	Sim 99	63	61
Sim 30	32	27	Sim 65	68	54	Sim 100	54	48
Sim 31	50	68	Sim 66	42	47	Média	48,19	52,49
Sim 32	48	48	Sim 67	46	62	Desvio P.	8,07127	12,3472
Sim 33	46	57	Sim 68	48	53			
Sim 34	48	52	Sim 69	48	44			
Sim 35	50	66	Sim 70	45	52			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 2,25$, $m = 12$ e $n = 170$

	Co	Sortino		Co	Sortino		Co	Sortino
Sim 1	61	44	Sim 36	37	65	Sim 71	46	42
Sim 2	50	46	Sim 37	59	58	Sim 72	48	71
Sim 3	50	68	Sim 38	47	50	Sim 73	32	40
Sim 4	49	34	Sim 39	43	46	Sim 74	44	47
Sim 5	58	55	Sim 40	40	66	Sim 75	45	61
Sim 6	50	44	Sim 41	62	54	Sim 76	52	52
Sim 7	38	36	Sim 42	31	33	Sim 77	49	45
Sim 8	47	81	Sim 43	51	65	Sim 78	46	60
Sim 9	43	40	Sim 44	52	45	Sim 79	51	77
Sim 10	49	49	Sim 45	55	49	Sim 80	66	67
Sim 11	57	55	Sim 46	44	70	Sim 81	39	55
Sim 12	49	41	Sim 47	49	58	Sim 82	60	64
Sim 13	44	57	Sim 48	50	61	Sim 83	50	44
Sim 14	26	44	Sim 49	55	73	Sim 84	50	74
Sim 15	41	47	Sim 50	50	26	Sim 85	41	78
Sim 16	42	40	Sim 51	45	43	Sim 86	58	70
Sim 17	53	39	Sim 52	33	31	Sim 87	43	38
Sim 18	43	36	Sim 53	41	42	Sim 88	44	52
Sim 19	50	57	Sim 54	52	62	Sim 89	69	56
Sim 20	44	49	Sim 55	50	45	Sim 90	42	63
Sim 21	35	26	Sim 56	46	58	Sim 91	42	38
Sim 22	63	66	Sim 57	52	46	Sim 92	57	49
Sim 23	62	70	Sim 58	42	53	Sim 93	39	45
Sim 24	65	85	Sim 59	39	57	Sim 94	48	55
Sim 25	53	46	Sim 60	51	39	Sim 95	41	42
Sim 26	50	51	Sim 61	41	41	Sim 96	50	45
Sim 27	49	58	Sim 62	42	54	Sim 97	58	57
Sim 28	45	65	Sim 63	48	54	Sim 98	54	47
Sim 29	51	69	Sim 64	46	44	Sim 99	63	61
Sim 30	32	27	Sim 65	68	54	Sim 100	54	48
Sim 31	50	68	Sim 66	42	47	Média	48,22	52,6
Sim 32	48	48	Sim 67	46	62	Desvio P.	8,08738	12,3223
Sim 33	46	57	Sim 68	48	53			
Sim 34	48	53	Sim 69	48	44			
Sim 35	50	66	Sim 70	45	52			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 4,5$, $m = 12$ e $n = 170$

	Co	Sortino		Co	Sortino		Co	Sortino
Sim 1	61	44	Sim 36	37	65	Sim 71	46	43
Sim 2	50	46	Sim 37	58	58	Sim 72	48	71
Sim 3	50	68	Sim 38	47	50	Sim 73	32	41
Sim 4	49	34	Sim 39	43	46	Sim 74	45	47
Sim 5	58	55	Sim 40	41	66	Sim 75	46	61
Sim 6	50	45	Sim 41	63	54	Sim 76	53	52
Sim 7	38	36	Sim 42	31	34	Sim 77	49	45
Sim 8	47	81	Sim 43	52	67	Sim 78	46	60
Sim 9	43	41	Sim 44	52	46	Sim 79	51	77
Sim 10	49	50	Sim 45	55	49	Sim 80	66	67
Sim 11	58	55	Sim 46	44	70	Sim 81	39	55
Sim 12	49	41	Sim 47	49	58	Sim 82	60	64
Sim 13	44	57	Sim 48	50	61	Sim 83	50	44
Sim 14	26	44	Sim 49	55	73	Sim 84	50	76
Sim 15	41	47	Sim 50	51	28	Sim 85	42	78
Sim 16	42	40	Sim 51	45	43	Sim 86	59	70
Sim 17	53	39	Sim 52	33	31	Sim 87	43	38
Sim 18	43	36	Sim 53	41	42	Sim 88	44	52
Sim 19	50	57	Sim 54	52	62	Sim 89	69	56
Sim 20	44	49	Sim 55	50	47	Sim 90	42	63
Sim 21	36	26	Sim 56	46	58	Sim 91	42	38
Sim 22	63	66	Sim 57	52	46	Sim 92	57	49
Sim 23	62	70	Sim 58	42	53	Sim 93	39	45
Sim 24	65	85	Sim 59	41	57	Sim 94	48	55
Sim 25	53	46	Sim 60	51	39	Sim 95	41	42
Sim 26	50	51	Sim 61	41	41	Sim 96	50	45
Sim 27	49	58	Sim 62	42	54	Sim 97	58	57
Sim 28	46	66	Sim 63	48	57	Sim 98	55	47
Sim 29	51	69	Sim 64	46	44	Sim 99	63	61
Sim 30	32	27	Sim 65	68	54	Sim 100	55	48
Sim 31	50	68	Sim 66	42	47	Média	48,4	52,79
Sim 32	48	48	Sim 67	46	62	Desvio P.	8,08165	12,2856
Sim 33	46	57	Sim 68	48	53			
Sim 34	51	53	Sim 69	48	44			
Sim 35	50	66	Sim 70	45	52			

APÊNDICE J

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 1,3$, $m = 24$ e $n = 158$

	Co	Sortino		Co	Sortino		Co	Sortino
Sim 1	63	7	Sim 36	34	21	Sim 71	49	28
Sim 2	48	26	Sim 37	43	23	Sim 72	25	9
Sim 3	28	25	Sim 38	35	19	Sim 73	24	15
Sim 4	36	11	Sim 39	34	24	Sim 74	40	35
Sim 5	51	29	Sim 40	36	15	Sim 75	52	38
Sim 6	46	34	Sim 41	49	24	Sim 76	43	25
Sim 7	38	9	Sim 42	45	9	Sim 77	37	26
Sim 8	33	30	Sim 43	55	25	Sim 78	37	27
Sim 9	56	22	Sim 44	51	23	Sim 79	36	21
Sim 10	44	24	Sim 45	53	18	Sim 80	56	25
Sim 11	39	28	Sim 46	37	22	Sim 81	49	20
Sim 12	23	17	Sim 47	50	29	Sim 82	32	20
Sim 13	52	26	Sim 48	28	16	Sim 83	51	34
Sim 14	57	18	Sim 49	38	27	Sim 84	57	29
Sim 15	53	17	Sim 50	29	30	Sim 85	43	17
Sim 16	35	16	Sim 51	30	16	Sim 86	30	28
Sim 17	45	31	Sim 52	35	20	Sim 87	37	26
Sim 18	43	21	Sim 53	46	15	Sim 88	50	37
Sim 19	34	23	Sim 54	38	26	Sim 89	67	31
Sim 20	46	39	Sim 55	82	23	Sim 90	41	22
Sim 21	17	12	Sim 56	37	33	Sim 91	37	22
Sim 22	18	25	Sim 57	58	24	Sim 92	31	26
Sim 23	47	35	Sim 58	44	25	Sim 93	29	38
Sim 24	17	12	Sim 59	24	15	Sim 94	63	31
Sim 25	68	28	Sim 60	47	33	Sim 95	62	34
Sim 26	42	19	Sim 61	27	16	Sim 96	80	34
Sim 27	52	34	Sim 62	22	14	Sim 97	63	27
Sim 28	50	30	Sim 63	69	15	Sim 98	82	20
Sim 29	51	35	Sim 64	57	30	Sim 99	48	25
Sim 30	3	14	Sim 65	64	16	Sim 100	60	30
Sim 31	28	25	Sim 66	49	19	Média	44,33	23,67
Sim 32	41	14	Sim 67	41	25	Desvio P.	14,6405	7,3141
Sim 33	31	25	Sim 68	49	22			
Sim 34	67	31	Sim 69	53	24			
Sim 35	57	23	Sim 70	74	16			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 2,25$, $m = 24$ e $n = 158$

	Co	Sortino		Co	Sortino		Co	Sortino
Sim 1	56	8	Sim 36	30	19	Sim 71	42	28
Sim 2	44	22	Sim 37	37	23	Sim 72	22	9
Sim 3	21	19	Sim 38	33	17	Sim 73	22	15
Sim 4	36	11	Sim 39	29	22	Sim 74	39	33
Sim 5	46	26	Sim 40	31	13	Sim 75	42	31
Sim 6	35	26	Sim 41	45	19	Sim 76	40	25
Sim 7	38	8	Sim 42	43	7	Sim 77	31	21
Sim 8	26	25	Sim 43	47	22	Sim 78	31	26
Sim 9	55	22	Sim 44	41	20	Sim 79	30	17
Sim 10	36	17	Sim 45	51	18	Sim 80	51	24
Sim 11	31	28	Sim 46	35	20	Sim 81	42	18
Sim 12	23	17	Sim 47	47	23	Sim 82	29	20
Sim 13	43	17	Sim 48	23	8	Sim 83	35	26
Sim 14	53	18	Sim 49	28	19	Sim 84	51	24
Sim 15	49	15	Sim 50	29	30	Sim 85	38	12
Sim 16	32	14	Sim 51	26	16	Sim 86	24	17
Sim 17	40	29	Sim 52	29	19	Sim 87	37	24
Sim 18	40	20	Sim 53	43	15	Sim 88	43	27
Sim 19	30	19	Sim 54	29	17	Sim 89	55	27
Sim 20	37	30	Sim 55	78	23	Sim 90	41	21
Sim 21	17	12	Sim 56	21	26	Sim 91	36	20
Sim 22	11	15	Sim 57	56	24	Sim 92	26	21
Sim 23	35	29	Sim 58	36	24	Sim 93	25	35
Sim 24	12	4	Sim 59	22	9	Sim 94	55	26
Sim 25	59	24	Sim 60	40	30	Sim 95	49	25
Sim 26	39	19	Sim 61	25	15	Sim 96	70	28
Sim 27	51	29	Sim 62	18	11	Sim 97	56	21
Sim 28	38	24	Sim 63	63	16	Sim 98	81	19
Sim 29	46	23	Sim 64	55	28	Sim 99	45	23
Sim 30	3	14	Sim 65	58	14	Sim 100	50	24
Sim 31	21	19	Sim 66	43	19	Média	38,95	20,38
Sim 32	39	12	Sim 67	35	20	Desvio P.	13,8501	6,28093
Sim 33	24	20	Sim 68	46	17			
Sim 34	60	32	Sim 69	46	23			
Sim 35	51	21	Sim 70	62	17			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 4,5$, $m = 24$ e $n = 158$

	Co	Sortino		Co	Sortino		Co	Sortino
Sim 1	52	8	Sim 36	27	16	Sim 71	38	26
Sim 2	38	17	Sim 37	34	24	Sim 72	19	6
Sim 3	15	12	Sim 38	31	16	Sim 73	21	15
Sim 4	35	11	Sim 39	28	22	Sim 74	35	29
Sim 5	42	22	Sim 40	27	14	Sim 75	33	27
Sim 6	35	25	Sim 41	36	17	Sim 76	36	24
Sim 7	34	8	Sim 42	39	7	Sim 77	22	14
Sim 8	20	18	Sim 43	40	22	Sim 78	27	20
Sim 9	52	22	Sim 44	28	17	Sim 79	23	10
Sim 10	31	15	Sim 45	43	17	Sim 80	45	21
Sim 11	27	27	Sim 46	30	17	Sim 81	35	15
Sim 12	22	17	Sim 47	40	20	Sim 82	20	13
Sim 13	39	13	Sim 48	22	8	Sim 83	30	22
Sim 14	50	18	Sim 49	26	10	Sim 84	43	23
Sim 15	41	11	Sim 50	28	28	Sim 85	34	11
Sim 16	29	13	Sim 51	25	16	Sim 86	22	13
Sim 17	37	25	Sim 52	25	16	Sim 87	33	22
Sim 18	36	19	Sim 53	40	15	Sim 88	32	21
Sim 19	28	19	Sim 54	26	8	Sim 89	37	14
Sim 20	35	27	Sim 55	73	21	Sim 90	37	20
Sim 21	17	12	Sim 56	16	20	Sim 91	32	20
Sim 22	10	12	Sim 57	52	24	Sim 92	20	16
Sim 23	30	21	Sim 58	34	24	Sim 93	23	35
Sim 24	10	4	Sim 59	22	8	Sim 94	52	25
Sim 25	53	25	Sim 60	23	27	Sim 95	38	20
Sim 26	34	19	Sim 61	22	13	Sim 96	59	24
Sim 27	46	27	Sim 62	17	11	Sim 97	49	17
Sim 28	32	15	Sim 63	53	13	Sim 98	61	19
Sim 29	43	17	Sim 64	46	25	Sim 99	37	21
Sim 30	2	14	Sim 65	50	14	Sim 100	44	22
Sim 31	15	12	Sim 66	37	16	Média	33,75	17,78
Sim 32	36	10	Sim 67	23	15	Desvio P.	12,2511	5,99087
Sim 33	15	17	Sim 68	43	13			
Sim 34	49	26	Sim 69	43	23			
Sim 35	48	22	Sim 70	51	16			

APÊNDICE K

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 1,3$, $m = 36$ e $n = 146$

	Co	Sortino		Co	Sortino		Co	Sortino
Sim 1	49	37	Sim 36	29	24	Sim 71	35	32
Sim 2	65	32	Sim 37	60	34	Sim 72	27	17
Sim 3	33	32	Sim 38	37	24	Sim 73	28	16
Sim 4	8	16	Sim 39	49	32	Sim 74	50	26
Sim 5	64	36	Sim 40	39	33	Sim 75	73	29
Sim 6	55	30	Sim 41	52	18	Sim 76	50	31
Sim 7	35	13	Sim 42	39	14	Sim 77	39	30
Sim 8	35	38	Sim 43	52	42	Sim 78	36	31
Sim 9	58	21	Sim 44	46	34	Sim 79	24	29
Sim 10	50	29	Sim 45	56	35	Sim 80	55	42
Sim 11	47	37	Sim 46	44	23	Sim 81	22	28
Sim 12	30	22	Sim 47	50	38	Sim 82	40	29
Sim 13	38	22	Sim 48	37	16	Sim 83	55	31
Sim 14	62	18	Sim 49	35	31	Sim 84	41	41
Sim 15	56	32	Sim 50	47	22	Sim 85	30	26
Sim 16	40	23	Sim 51	27	16	Sim 86	32	20
Sim 17	55	36	Sim 52	39	14	Sim 87	29	27
Sim 18	53	15	Sim 53	46	23	Sim 88	66	33
Sim 19	40	25	Sim 54	33	25	Sim 89	61	44
Sim 20	35	36	Sim 55	90	21	Sim 90	64	30
Sim 21	4	7	Sim 56	35	27	Sim 91	60	29
Sim 22	12	13	Sim 57	72	35	Sim 92	27	27
Sim 23	35	39	Sim 58	46	34	Sim 93	43	37
Sim 24	11	7	Sim 59	28	8	Sim 94	75	45
Sim 25	76	22	Sim 60	54	39	Sim 95	48	34
Sim 26	44	35	Sim 61	35	22	Sim 96	83	30
Sim 27	39	48	Sim 62	26	15	Sim 97	63	17
Sim 28	46	16	Sim 63	65	47	Sim 98	72	40
Sim 29	56	30	Sim 64	62	31	Sim 99	29	29
Sim 30	5	9	Sim 65	54	31	Sim 100	58	31
Sim 31	33	32	Sim 66	60	31	Média	45,01	27,96
Sim 32	61	30	Sim 67	27	22	Desvio P.	16,745	9,22548
Sim 33	31	28	Sim 68	33	16			
Sim 34	46	44	Sim 69	56	28			
Sim 35	74	34	Sim 70	45	36			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 2,25$, $m = 36$ e $n = 146$

	Co	Sortino		Co	Sortino		Co	Sortino
Sim 1	43	38	Sim 36	27	20	Sim 71	32	30
Sim 2	56	26	Sim 37	56	32	Sim 72	19	11
Sim 3	30	30	Sim 38	34	22	Sim 73	26	13
Sim 4	8	16	Sim 39	46	32	Sim 74	49	25
Sim 5	61	33	Sim 40	30	30	Sim 75	66	30
Sim 6	48	26	Sim 41	42	15	Sim 76	43	30
Sim 7	33	11	Sim 42	34	13	Sim 77	32	24
Sim 8	18	19	Sim 43	45	40	Sim 78	29	25
Sim 9	48	19	Sim 44	36	28	Sim 79	15	21
Sim 10	43	27	Sim 45	48	32	Sim 80	35	31
Sim 11	37	31	Sim 46	39	19	Sim 81	19	23
Sim 12	30	22	Sim 47	41	35	Sim 82	35	27
Sim 13	36	16	Sim 48	28	10	Sim 83	46	29
Sim 14	62	18	Sim 49	28	20	Sim 84	33	32
Sim 15	47	28	Sim 50	43	21	Sim 85	26	24
Sim 16	33	21	Sim 51	26	16	Sim 86	29	17
Sim 17	49	35	Sim 52	38	12	Sim 87	26	24
Sim 18	50	16	Sim 53	46	23	Sim 88	60	25
Sim 19	34	23	Sim 54	25	23	Sim 89	45	36
Sim 20	29	19	Sim 55	81	21	Sim 90	55	29
Sim 21	4	7	Sim 56	23	16	Sim 91	54	29
Sim 22	9	10	Sim 57	62	31	Sim 92	23	22
Sim 23	24	27	Sim 58	41	25	Sim 93	41	37
Sim 24	11	6	Sim 59	27	8	Sim 94	57	36
Sim 25	71	19	Sim 60	47	34	Sim 95	37	27
Sim 26	42	35	Sim 61	31	19	Sim 96	74	28
Sim 27	28	38	Sim 62	24	15	Sim 97	57	17
Sim 28	39	12	Sim 63	56	40	Sim 98	56	28
Sim 29	48	23	Sim 64	61	31	Sim 99	27	28
Sim 30	5	9	Sim 65	49	30	Sim 100	48	22
Sim 31	30	30	Sim 66	54	29	Média	38,97	24,2
Sim 32	59	27	Sim 67	21	19	Desvio P.	15,2828	8,13398
Sim 33	27	22	Sim 68	30	11			
Sim 34	37	35	Sim 69	53	28			
Sim 35	61	34	Sim 70	41	32			

Comparativo de assertividade das simulações quando $\lambda = 4,5$, $m = 36$ e $n = 146$

	Co	Sortino		Co	Sortino		Co	Sortino
Sim 1	42	37	Sim 36	23	20	Sim 71	26	29
Sim 2	49	27	Sim 37	49	32	Sim 72	11	7
Sim 3	21	20	Sim 38	31	21	Sim 73	25	12
Sim 4	8	16	Sim 39	44	29	Sim 74	41	22
Sim 5	57	32	Sim 40	25	24	Sim 75	55	24
Sim 6	42	22	Sim 41	29	8	Sim 76	39	28
Sim 7	28	13	Sim 42	30	9	Sim 77	25	17
Sim 8	14	13	Sim 43	36	36	Sim 78	27	22
Sim 9	45	18	Sim 44	25	24	Sim 79	12	15
Sim 10	38	26	Sim 45	42	29	Sim 80	22	19
Sim 11	34	31	Sim 46	36	17	Sim 81	15	17
Sim 12	29	22	Sim 47	32	26	Sim 82	25	26
Sim 13	32	12	Sim 48	26	7	Sim 83	36	25
Sim 14	58	18	Sim 49	26	20	Sim 84	17	19
Sim 15	42	23	Sim 50	38	18	Sim 85	21	20
Sim 16	32	20	Sim 51	26	16	Sim 86	26	15
Sim 17	38	29	Sim 52	33	11	Sim 87	21	20
Sim 18	42	16	Sim 53	37	23	Sim 88	54	20
Sim 19	25	20	Sim 54	16	13	Sim 89	17	24
Sim 20	25	16	Sim 55	74	18	Sim 90	52	27
Sim 21	4	7	Sim 56	19	10	Sim 91	51	28
Sim 22	9	10	Sim 57	53	26	Sim 92	18	15
Sim 23	19	22	Sim 58	41	24	Sim 93	35	34
Sim 24	10	6	Sim 59	27	8	Sim 94	38	18
Sim 25	65	16	Sim 60	36	32	Sim 95	32	24
Sim 26	40	30	Sim 61	30	19	Sim 96	63	25
Sim 27	17	24	Sim 62	23	15	Sim 97	56	17
Sim 28	35	7	Sim 63	45	29	Sim 98	37	18
Sim 29	40	22	Sim 64	54	26	Sim 99	19	22
Sim 30	5	9	Sim 65	40	27	Sim 100	40	17
Sim 31	21	20	Sim 66	42	26	Média	32,5	20,33
Sim 32	48	23	Sim 67	14	8	Desvio P.	14,1732	7,33065
Sim 33	13	13	Sim 68	26	8			
Sim 34	20	21	Sim 69	40	25			
Sim 35	51	33	Sim 70	28	29			

ANEXO A – Histórico do valor dos ativos do USA30

Companhia	Ticker	jan/09	fev/09	mar/09	abr/09	mai/09	jun/09
American Express	AXP	\$ 16,73	\$ 12,06	\$ 13,63	\$ 25,22	\$ 24,85	\$ 23,24
Amgen	AMGN	\$ 54,85	\$ 48,93	\$ 49,52	\$ 48,47	\$ 49,94	\$ 52,94
Apple	AAPL	\$ 3,22	\$ 3,19	\$ 3,75	\$ 4,49	\$ 4,85	\$ 5,09
Boeing	BA	\$ 42,31	\$ 31,44	\$ 35,58	\$ 40,05	\$ 44,85	\$ 42,50
Caterpillar	CAT	\$ 30,85	\$ 24,61	\$ 27,96	\$ 35,58	\$ 35,46	\$ 33,04
Chevron	CVX	\$ 70,52	\$ 60,71	\$ 67,24	\$ 66,10	\$ 66,67	\$ 66,25
Cisco Systems	CSCO	\$ 14,97	\$ 14,57	\$ 16,77	\$ 19,32	\$ 18,50	\$ 18,65
Coca-Cola	KO	\$ 21,36	\$ 20,43	\$ 21,98	\$ 21,52	\$ 24,58	\$ 24,00
Dow	DOW	\$ 54,84	\$ 51,75	\$ 48,34	\$ 51,56	\$ 54,56	\$ 56,47
Goldman Sachs Group	GS	\$ 80,73	\$ 91,08	\$ 106,02	\$ 128,50	\$ 144,57	\$ 147,44
Home Depot	HD	\$ 21,53	\$ 20,89	\$ 23,56	\$ 26,32	\$ 23,16	\$ 23,63
Honeywell International	HON	\$ 32,81	\$ 26,83	\$ 27,86	\$ 31,21	\$ 33,16	\$ 31,40
IBM	IBM	\$ 91,65	\$ 92,03	\$ 96,89	\$ 103,21	\$ 106,28	\$ 104,42
Intel Corporation	INTC	\$ 12,90	\$ 12,74	\$ 15,03	\$ 15,78	\$ 15,72	\$ 16,55
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 57,69	\$ 50,00	\$ 52,60	\$ 52,36	\$ 55,16	\$ 56,80
JPMorgan Chase	JPM	\$ 25,51	\$ 22,85	\$ 26,58	\$ 33,00	\$ 36,90	\$ 34,11
McDonald's	MCD	\$ 58,02	\$ 52,25	\$ 54,57	\$ 53,29	\$ 58,99	\$ 57,49
Merck	MRK	\$ 27,22	\$ 23,08	\$ 25,51	\$ 23,11	\$ 26,30	\$ 26,66
Microsoft	MSFT	\$ 17,10	\$ 16,15	\$ 18,37	\$ 20,26	\$ 20,89	\$ 23,77
Nike	NKE	\$ 11,31	\$ 10,38	\$ 11,72	\$ 13,12	\$ 14,26	\$ 12,95
Procter & Gamble	PG	\$ 54,50	\$ 48,17	\$ 47,09	\$ 49,44	\$ 51,94	\$ 51,10
Salesforce	CRM	\$ 6,65	\$ 7,00	\$ 8,18	\$ 10,70	\$ 9,49	\$ 9,54
Travelers Companies	TVR	\$ 38,64	\$ 36,15	\$ 40,64	\$ 41,14	\$ 40,66	\$ 41,04
UnitedHealth Group	UNH	\$ 28,33	\$ 19,65	\$ 20,93	\$ 23,52	\$ 26,60	\$ 24,98
Verizon	VZ	\$ 27,92	\$ 26,67	\$ 28,23	\$ 28,36	\$ 27,35	\$ 28,72
Visa	V	\$ 12,34	\$ 14,18	\$ 13,90	\$ 16,24	\$ 16,93	\$ 15,56
Walgreens	WBA	\$ 27,41	\$ 23,86	\$ 25,96	\$ 31,43	\$ 29,79	\$ 29,40
Walmart	WMT	\$ 15,71	\$ 16,41	\$ 17,37	\$ 16,80	\$ 16,58	\$ 16,15
Walt Disney	DIS	\$ 16,77	\$ 18,16	\$ 20,68	\$ 21,90	\$ 23,33	\$ 24,22
3M.	MMM	\$ 53,79	\$ 45,46	\$ 49,72	\$ 57,60	\$ 57,10	\$ 60,10

Companhia	Ticker	jul/09	ago/09	set/09	out/09	nov/09	dez/09
American Express	AXP	\$ 28,33	\$ 33,82	\$ 33,90	\$ 34,84	\$ 41,83	\$ 40,52
Amgen	AMGN	\$ 62,31	\$ 59,78	\$ 60,23	\$ 53,62	\$ 56,35	\$ 56,57
Apple	AAPL	\$ 5,84	\$ 6,01	\$ 6,62	\$ 6,73	\$ 7,14	\$ 7,53
Boeing	BA	\$ 42,91	\$ 49,67	\$ 54,15	\$ 47,80	\$ 52,41	\$ 54,13
Caterpillar	CAT	\$ 44,06	\$ 45,31	\$ 51,33	\$ 55,06	\$ 58,39	\$ 56,99
Chevron	CVX	\$ 69,47	\$ 69,94	\$ 70,43	\$ 76,54	\$ 78,04	\$ 76,99
Cisco Systems	CSCO	\$ 22,01	\$ 21,60	\$ 23,54	\$ 22,81	\$ 23,40	\$ 23,94
Coca-Cola	KO	\$ 24,92	\$ 24,39	\$ 26,85	\$ 26,66	\$ 28,60	\$ 28,50
Dow	DOW	\$ 53,26	\$ 48,78	\$ 54,40	\$ 54,82	\$ 57,20	\$ 59,35
Goldman Sachs Group	GS	\$ 163,30	\$ 165,46	\$ 184,35	\$ 170,17	\$ 169,66	\$ 168,84
Home Depot	HD	\$ 25,94	\$ 27,29	\$ 26,64	\$ 25,09	\$ 27,36	\$ 28,93
Honeywell International	HON	\$ 34,70	\$ 36,76	\$ 37,15	\$ 35,89	\$ 38,47	\$ 39,20
IBM	IBM	\$ 117,93	\$ 118,05	\$ 119,61	\$ 120,61	\$ 126,35	\$ 130,90
Intel Corporation	INTC	\$ 19,25	\$ 20,32	\$ 19,57	\$ 19,11	\$ 19,20	\$ 20,40
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 60,89	\$ 60,44	\$ 60,89	\$ 59,05	\$ 62,84	\$ 64,41
JPMorgan Chase	JPM	\$ 38,65	\$ 43,46	\$ 43,82	\$ 41,77	\$ 42,49	\$ 41,67
McDonald's	MCD	\$ 55,06	\$ 56,24	\$ 57,07	\$ 58,61	\$ 63,25	\$ 62,44
Merck	MRK	\$ 28,62	\$ 30,92	\$ 30,16	\$ 29,49	\$ 34,53	\$ 34,84
Microsoft	MSFT	\$ 23,52	\$ 24,65	\$ 25,72	\$ 27,73	\$ 29,41	\$ 30,48
Nike	NKE	\$ 14,16	\$ 13,85	\$ 16,18	\$ 15,54	\$ 16,22	\$ 16,52
Procter & Gamble	PG	\$ 55,51	\$ 54,11	\$ 57,92	\$ 58,00	\$ 62,35	\$ 60,63
Salesforce	CRM	\$ 10,84	\$ 12,97	\$ 14,23	\$ 14,19	\$ 15,67	\$ 18,44
Travelers Companies	TVR	\$ 43,07	\$ 50,42	\$ 49,23	\$ 49,79	\$ 52,39	\$ 49,86
UnitedHealth Group	UNH	\$ 28,06	\$ 28,00	\$ 25,04	\$ 25,95	\$ 28,67	\$ 30,48
Verizon	VZ	\$ 29,98	\$ 29,01	\$ 28,29	\$ 27,66	\$ 29,41	\$ 30,97
Visa	V	\$ 16,36	\$ 17,77	\$ 17,28	\$ 18,94	\$ 20,25	\$ 21,86
Walgreens	WBA	\$ 31,05	\$ 33,88	\$ 37,47	\$ 37,83	\$ 38,89	\$ 36,72
Walmart	WMT	\$ 16,63	\$ 16,96	\$ 16,36	\$ 16,56	\$ 18,18	\$ 17,82
Walt Disney	DIS	\$ 25,12	\$ 26,04	\$ 27,37	\$ 27,46	\$ 29,55	\$ 30,16
3M.	MMM	\$ 70,52	\$ 72,10	\$ 73,80	\$ 73,57	\$ 77,44	\$ 82,67

Companhia	Ticker	jan/10	fev/10	mar/10	abr/10	mai/10	jun/10
American Express	AXP	\$ 37,66	\$ 38,19	\$ 41,26	\$ 46,12	\$ 39,87	\$ 39,70
Amgen	AMGN	\$ 58,48	\$ 56,61	\$ 59,84	\$ 57,31	\$ 51,78	\$ 52,60
Apple	AAPL	\$ 6,86	\$ 7,31	\$ 8,39	\$ 9,32	\$ 9,17	\$ 8,98
Boeing	BA	\$ 60,60	\$ 63,16	\$ 72,61	\$ 72,43	\$ 64,18	\$ 62,75
Caterpillar	CAT	\$ 52,24	\$ 57,05	\$ 62,85	\$ 68,09	\$ 60,76	\$ 60,07
Chevron	CVX	\$ 72,12	\$ 72,30	\$ 75,83	\$ 81,44	\$ 73,87	\$ 67,86
Cisco Systems	CSCO	\$ 22,47	\$ 24,33	\$ 26,03	\$ 26,93	\$ 23,16	\$ 21,31
Coca-Cola	KO	\$ 27,12	\$ 26,36	\$ 27,50	\$ 26,73	\$ 25,70	\$ 25,06
Dow	DOW	\$ 50,39	\$ 50,97	\$ 46,74	\$ 43,93	\$ 51,00	\$ 53,21
Goldman Sachs Group	GS	\$ 148,72	\$ 156,35	\$ 170,63	\$ 145,20	\$ 144,26	\$ 131,27
Home Depot	HD	\$ 28,01	\$ 31,20	\$ 32,35	\$ 35,23	\$ 33,86	\$ 28,07
Honeywell International	HON	\$ 38,64	\$ 40,16	\$ 45,27	\$ 47,47	\$ 42,77	\$ 39,03
IBM	IBM	\$ 122,39	\$ 127,16	\$ 128,25	\$ 129,00	\$ 125,26	\$ 123,48
Intel Corporation	INTC	\$ 19,40	\$ 20,53	\$ 22,29	\$ 22,84	\$ 21,42	\$ 19,45
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 62,86	\$ 63,00	\$ 65,20	\$ 64,30	\$ 58,30	\$ 59,06
JPMorgan Chase	JPM	\$ 38,94	\$ 41,97	\$ 44,75	\$ 42,58	\$ 39,58	\$ 36,61
McDonald's	MCD	\$ 62,43	\$ 63,85	\$ 66,72	\$ 70,59	\$ 66,87	\$ 65,87
Merck	MRK	\$ 36,41	\$ 35,17	\$ 35,61	\$ 33,41	\$ 32,12	\$ 33,34
Microsoft	MSFT	\$ 28,18	\$ 28,67	\$ 29,29	\$ 30,54	\$ 25,80	\$ 23,01
Nike	NKE	\$ 15,94	\$ 16,90	\$ 18,38	\$ 18,98	\$ 18,09	\$ 16,89
Procter & Gamble	PG	\$ 61,55	\$ 63,28	\$ 63,27	\$ 62,16	\$ 61,09	\$ 59,98
Salesforce	CRM	\$ 15,89	\$ 16,99	\$ 18,61	\$ 21,40	\$ 21,63	\$ 21,45
Travelers Companies	TVR	\$ 50,67	\$ 52,59	\$ 53,94	\$ 50,74	\$ 49,47	\$ 49,25
UnitedHealth Group	UNH	\$ 33,00	\$ 33,86	\$ 32,67	\$ 30,31	\$ 29,07	\$ 28,40
Verizon	VZ	\$ 27,50	\$ 27,04	\$ 29,00	\$ 27,01	\$ 25,72	\$ 26,19
Visa	V	\$ 20,51	\$ 21,32	\$ 22,76	\$ 22,56	\$ 18,11	\$ 17,69
Walgreens	WBA	\$ 36,05	\$ 35,24	\$ 37,09	\$ 35,15	\$ 32,04	\$ 26,70
Walmart	WMT	\$ 17,81	\$ 18,02	\$ 18,53	\$ 17,88	\$ 16,85	\$ 16,02
Walt Disney	DIS	\$ 30,22	\$ 31,24	\$ 31,50	\$ 32,25	\$ 32,54	\$ 33,10
3M.	MMM	\$ 80,49	\$ 80,15	\$ 83,57	\$ 88,67	\$ 79,31	\$ 78,99

Companhia	Ticker	jul/10	ago/10	set/10	out/10	nov/10	dez/10
American Express	AXP	\$ 44,64	\$ 39,87	\$ 42,03	\$ 41,46	\$ 43,22	\$ 42,92
Amgen	AMGN	\$ 54,53	\$ 51,04	\$ 55,11	\$ 57,19	\$ 52,69	\$ 54,90
Apple	AAPL	\$ 9,19	\$ 8,68	\$ 10,13	\$ 10,75	\$ 11,11	\$ 11,52
Boeing	BA	\$ 68,14	\$ 61,13	\$ 66,54	\$ 70,64	\$ 63,77	\$ 65,26
Caterpillar	CAT	\$ 69,75	\$ 65,16	\$ 78,68	\$ 78,60	\$ 84,60	\$ 93,66
Chevron	CVX	\$ 76,21	\$ 74,08	\$ 81,05	\$ 82,60	\$ 80,97	\$ 91,25
Cisco Systems	CSCO	\$ 23,07	\$ 19,98	\$ 21,90	\$ 22,86	\$ 19,16	\$ 20,23
Coca-Cola	KO	\$ 27,55	\$ 27,94	\$ 29,26	\$ 30,66	\$ 31,59	\$ 32,88
Dow	DOW	\$ 51,61	\$ 67,98	\$ 66,50	\$ 63,72	\$ 58,96	\$ 59,73
Goldman Sachs Group	GS	\$ 150,82	\$ 136,93	\$ 144,58	\$ 161,13	\$ 156,14	\$ 168,16
Home Depot	HD	\$ 28,51	\$ 27,82	\$ 31,68	\$ 30,90	\$ 30,21	\$ 35,06
Honeywell International	HON	\$ 42,86	\$ 39,06	\$ 43,94	\$ 47,11	\$ 47,32	\$ 50,61
IBM	IBM	\$ 128,40	\$ 123,13	\$ 134,14	\$ 143,60	\$ 141,46	\$ 146,76
Intel Corporation	INTC	\$ 20,60	\$ 17,67	\$ 19,20	\$ 20,05	\$ 21,16	\$ 21,03
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 58,09	\$ 57,02	\$ 61,96	\$ 63,74	\$ 61,55	\$ 61,85
JPMorgan Chase	JPM	\$ 40,28	\$ 36,36	\$ 38,06	\$ 37,63	\$ 37,40	\$ 42,42
McDonald's	MCD	\$ 69,73	\$ 73,06	\$ 74,51	\$ 77,77	\$ 78,30	\$ 76,76
Merck	MRK	\$ 32,86	\$ 33,53	\$ 35,10	\$ 34,62	\$ 32,87	\$ 34,37
Microsoft	MSFT	\$ 25,81	\$ 23,47	\$ 24,49	\$ 26,67	\$ 25,26	\$ 27,91
Nike	NKE	\$ 18,41	\$ 17,50	\$ 20,04	\$ 20,36	\$ 21,53	\$ 21,36
Procter & Gamble	PG	\$ 61,16	\$ 59,67	\$ 59,97	\$ 63,57	\$ 61,07	\$ 64,33
Salesforce	CRM	\$ 24,74	\$ 27,47	\$ 27,95	\$ 29,02	\$ 34,80	\$ 33,00
Travelers Companies	TVR	\$ 50,45	\$ 48,99	\$ 52,10	\$ 55,20	\$ 53,99	\$ 55,71
UnitedHealth Group	UNH	\$ 30,45	\$ 31,72	\$ 35,11	\$ 36,05	\$ 36,52	\$ 36,11
Verizon	VZ	\$ 29,06	\$ 29,53	\$ 32,59	\$ 32,48	\$ 32,01	\$ 35,78
Visa	V	\$ 18,34	\$ 17,25	\$ 18,57	\$ 19,54	\$ 18,46	\$ 17,59
Walgreens	WBA	\$ 28,55	\$ 26,88	\$ 33,50	\$ 33,88	\$ 34,85	\$ 38,96
Walmart	WMT	\$ 17,06	\$ 16,71	\$ 17,84	\$ 18,06	\$ 18,03	\$ 17,98
Walt Disney	DIS	\$ 33,42	\$ 33,69	\$ 34,06	\$ 34,88	\$ 34,91	\$ 35,85
3M.	MMM	\$ 85,54	\$ 78,55	\$ 86,71	\$ 84,22	\$ 83,98	\$ 86,30

Companhia	Ticker	jan/11	fev/11	mar/11	abr/11	mai/11	jun/11
American Express	AXP	\$ 43,38	\$ 43,57	\$ 45,20	\$ 49,08	\$ 51,60	\$ 51,70
Amgen	AMGN	\$ 55,08	\$ 51,33	\$ 53,45	\$ 56,85	\$ 60,54	\$ 58,35
Apple	AAPL	\$ 12,12	\$ 12,61	\$ 12,45	\$ 12,50	\$ 12,42	\$ 11,99
Boeing	BA	\$ 69,48	\$ 72,01	\$ 73,93	\$ 79,78	\$ 78,03	\$ 73,93
Caterpillar	CAT	\$ 97,01	\$ 102,93	\$ 111,35	\$ 115,41	\$ 105,80	\$ 106,46
Chevron	CVX	\$ 94,93	\$ 103,75	\$ 107,49	\$ 109,44	\$ 104,91	\$ 102,84
Cisco Systems	CSCO	\$ 21,15	\$ 18,56	\$ 17,15	\$ 17,52	\$ 16,80	\$ 15,61
Coca-Cola	KO	\$ 31,43	\$ 31,96	\$ 33,17	\$ 33,73	\$ 33,41	\$ 33,65
Dow	DOW	\$ 56,72	\$ 54,93	\$ 55,97	\$ 57,56	\$ 62,90	\$ 62,16
Goldman Sachs Group	GS	\$ 163,62	\$ 163,78	\$ 158,60	\$ 151,01	\$ 140,73	\$ 133,09
Home Depot	HD	\$ 36,77	\$ 37,47	\$ 37,06	\$ 37,15	\$ 36,28	\$ 36,22
Honeywell International	HON	\$ 53,32	\$ 55,13	\$ 56,84	\$ 58,29	\$ 56,69	\$ 56,73
IBM	IBM	\$ 162,00	\$ 161,88	\$ 163,07	\$ 170,58	\$ 168,93	\$ 171,55
Intel Corporation	INTC	\$ 21,46	\$ 21,47	\$ 20,18	\$ 23,15	\$ 22,51	\$ 22,16
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 59,77	\$ 61,44	\$ 59,25	\$ 65,72	\$ 67,29	\$ 66,52
JPMorgan Chase	JPM	\$ 44,94	\$ 46,69	\$ 46,10	\$ 45,63	\$ 43,24	\$ 40,94
McDonald's	MCD	\$ 73,67	\$ 75,68	\$ 76,09	\$ 78,31	\$ 81,54	\$ 84,32
Merck	MRK	\$ 31,63	\$ 31,06	\$ 31,48	\$ 34,28	\$ 35,04	\$ 33,65
Microsoft	MSFT	\$ 27,73	\$ 26,58	\$ 25,39	\$ 25,92	\$ 25,01	\$ 26,00
Nike	NKE	\$ 20,62	\$ 22,26	\$ 18,93	\$ 20,58	\$ 21,11	\$ 22,50
Procter & Gamble	PG	\$ 63,13	\$ 63,05	\$ 61,60	\$ 64,90	\$ 67,00	\$ 63,57
Salesforce	CRM	\$ 32,28	\$ 33,07	\$ 33,40	\$ 34,65	\$ 38,06	\$ 37,24
Travelers Companies	TVR	\$ 56,26	\$ 59,93	\$ 59,48	\$ 63,28	\$ 62,08	\$ 58,38
UnitedHealth Group	UNH	\$ 41,05	\$ 42,58	\$ 45,20	\$ 49,23	\$ 48,95	\$ 51,58
Verizon	VZ	\$ 35,62	\$ 36,92	\$ 38,54	\$ 37,78	\$ 36,93	\$ 37,23
Visa	V	\$ 17,46	\$ 18,26	\$ 18,41	\$ 19,53	\$ 20,27	\$ 21,07
Walgreens	WBA	\$ 40,44	\$ 43,34	\$ 40,14	\$ 42,72	\$ 43,63	\$ 42,46
Walmart	WMT	\$ 18,69	\$ 17,33	\$ 17,35	\$ 18,33	\$ 18,41	\$ 17,71
Walt Disney	DIS	\$ 36,12	\$ 36,51	\$ 36,84	\$ 37,50	\$ 37,51	\$ 38,62
3M.	MMM	\$ 87,92	\$ 92,23	\$ 93,50	\$ 97,21	\$ 94,38	\$ 94,85

Companhia	Ticker	jul/11	ago/11	set/11	out/11	nov/11	dez/11
American Express	AXP	\$ 50,04	\$ 49,71	\$ 44,90	\$ 50,62	\$ 48,04	\$ 47,17
Amgen	AMGN	\$ 54,70	\$ 55,40	\$ 54,96	\$ 57,27	\$ 57,91	\$ 64,21
Apple	AAPL	\$ 13,95	\$ 13,74	\$ 13,62	\$ 14,46	\$ 13,65	\$ 14,46
Boeing	BA	\$ 70,47	\$ 66,86	\$ 60,51	\$ 65,79	\$ 68,69	\$ 73,35
Caterpillar	CAT	\$ 98,79	\$ 91,00	\$ 73,84	\$ 94,46	\$ 97,88	\$ 90,60
Chevron	CVX	\$ 104,02	\$ 98,84	\$ 92,59	\$ 105,05	\$ 102,82	\$ 106,40
Cisco Systems	CSCO	\$ 15,97	\$ 15,67	\$ 15,50	\$ 18,53	\$ 18,64	\$ 18,08
Coca-Cola	KO	\$ 34,01	\$ 35,23	\$ 33,78	\$ 34,16	\$ 33,62	\$ 34,98
Dow	DOW	\$ 63,28	\$ 68,42	\$ 62,50	\$ 63,94	\$ 59,31	\$ 51,90
Goldman Sachs Group	GS	\$ 134,97	\$ 116,22	\$ 94,55	\$ 109,55	\$ 95,86	\$ 90,43
Home Depot	HD	\$ 34,93	\$ 33,38	\$ 32,87	\$ 35,80	\$ 39,22	\$ 42,04
Honeywell International	HON	\$ 50,55	\$ 45,51	\$ 41,80	\$ 49,88	\$ 51,55	\$ 51,74
IBM	IBM	\$ 181,85	\$ 171,91	\$ 174,87	\$ 184,63	\$ 188,00	\$ 183,88
Intel Corporation	INTC	\$ 22,33	\$ 20,13	\$ 21,33	\$ 24,54	\$ 24,91	\$ 24,25
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 64,79	\$ 65,80	\$ 63,69	\$ 64,39	\$ 64,72	\$ 65,58
JPMorgan Chase	JPM	\$ 40,45	\$ 37,56	\$ 30,12	\$ 34,76	\$ 30,97	\$ 33,25
McDonald's	MCD	\$ 86,48	\$ 90,41	\$ 87,82	\$ 92,85	\$ 95,52	\$ 100,33
Merck	MRK	\$ 32,54	\$ 31,56	\$ 31,18	\$ 32,90	\$ 34,09	\$ 35,95
Microsoft	MSFT	\$ 27,40	\$ 26,60	\$ 24,89	\$ 26,63	\$ 25,58	\$ 25,96
Nike	NKE	\$ 22,54	\$ 21,66	\$ 21,38	\$ 24,09	\$ 24,05	\$ 24,09
Procter & Gamble	PG	\$ 61,49	\$ 63,68	\$ 63,18	\$ 63,99	\$ 64,57	\$ 66,71
Salesforce	CRM	\$ 36,18	\$ 32,19	\$ 28,57	\$ 33,29	\$ 29,61	\$ 25,36
Travelers Companies	TVR	\$ 55,13	\$ 50,46	\$ 48,73	\$ 58,35	\$ 56,25	\$ 59,17
UnitedHealth Group	UNH	\$ 49,63	\$ 47,52	\$ 46,12	\$ 47,99	\$ 48,77	\$ 50,68
Verizon	VZ	\$ 35,29	\$ 36,16	\$ 36,80	\$ 36,98	\$ 37,73	\$ 40,12
Visa	V	\$ 21,39	\$ 21,97	\$ 21,43	\$ 23,32	\$ 24,24	\$ 25,38
Walgreens	WBA	\$ 39,04	\$ 35,21	\$ 32,89	\$ 33,20	\$ 33,72	\$ 33,06
Walmart	WMT	\$ 17,57	\$ 17,73	\$ 17,30	\$ 18,91	\$ 19,63	\$ 19,92
Walt Disney	DIS	\$ 38,87	\$ 38,90	\$ 39,04	\$ 41,63	\$ 41,99	\$ 43,09
3M.	MMM	\$ 87,14	\$ 82,98	\$ 71,79	\$ 79,02	\$ 81,04	\$ 81,73

Companhia	Ticker	jan/12	fev/12	mar/12	abr/12	mai/12	jun/12
American Express	AXP	\$ 50,14	\$ 52,89	\$ 57,86	\$ 60,21	\$ 55,83	\$ 58,21
Amgen	AMGN	\$ 67,93	\$ 68,01	\$ 67,97	\$ 71,11	\$ 69,52	\$ 72,91
Apple	AAPL	\$ 16,30	\$ 19,37	\$ 21,41	\$ 20,86	\$ 20,63	\$ 20,86
Boeing	BA	\$ 74,18	\$ 74,95	\$ 74,37	\$ 76,80	\$ 69,61	\$ 74,30
Caterpillar	CAT	\$ 109,12	\$ 114,21	\$ 106,52	\$ 102,77	\$ 87,62	\$ 84,91
Chevron	CVX	\$ 103,12	\$ 109,12	\$ 107,21	\$ 106,56	\$ 98,31	\$ 105,50
Cisco Systems	CSCO	\$ 19,65	\$ 19,88	\$ 21,15	\$ 20,16	\$ 16,33	\$ 17,17
Coca-Cola	KO	\$ 33,77	\$ 34,93	\$ 37,01	\$ 38,16	\$ 37,37	\$ 39,09
Dow	DOW	\$ 55,50	\$ 53,01	\$ 45,49	\$ 47,05	\$ 45,12	\$ 41,06
Goldman Sachs Group	GS	\$ 111,47	\$ 115,14	\$ 124,37	\$ 115,15	\$ 95,70	\$ 95,86
Home Depot	HD	\$ 44,39	\$ 47,57	\$ 50,31	\$ 51,79	\$ 49,34	\$ 52,99
Honeywell International	HON	\$ 55,25	\$ 56,71	\$ 58,12	\$ 57,75	\$ 52,99	\$ 53,16
IBM	IBM	\$ 192,60	\$ 196,73	\$ 208,65	\$ 207,08	\$ 192,90	\$ 195,58
Intel Corporation	INTC	\$ 26,42	\$ 26,88	\$ 28,11	\$ 28,40	\$ 25,84	\$ 26,65
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 65,91	\$ 65,08	\$ 65,96	\$ 65,10	\$ 62,43	\$ 67,56
JPMorgan Chase	JPM	\$ 37,30	\$ 39,24	\$ 45,98	\$ 42,98	\$ 33,15	\$ 35,73
McDonald's	MCD	\$ 99,05	\$ 99,28	\$ 98,10	\$ 97,45	\$ 89,34	\$ 88,53
Merck	MRK	\$ 36,49	\$ 36,40	\$ 36,62	\$ 37,42	\$ 35,83	\$ 39,81
Microsoft	MSFT	\$ 29,53	\$ 31,74	\$ 32,26	\$ 32,01	\$ 29,19	\$ 30,59
Nike	NKE	\$ 26,00	\$ 26,98	\$ 27,11	\$ 27,97	\$ 27,05	\$ 21,95
Procter & Gamble	PG	\$ 63,04	\$ 67,62	\$ 67,21	\$ 63,64	\$ 62,29	\$ 61,25
Salesforce	CRM	\$ 29,20	\$ 35,79	\$ 38,63	\$ 38,93	\$ 34,65	\$ 34,56
Travelers Companies	TVR	\$ 58,30	\$ 57,97	\$ 59,20	\$ 64,32	\$ 62,49	\$ 63,84
UnitedHealth Group	UNH	\$ 51,79	\$ 55,75	\$ 58,94	\$ 56,15	\$ 55,77	\$ 58,50
Verizon	VZ	\$ 37,66	\$ 38,11	\$ 38,23	\$ 40,38	\$ 41,64	\$ 44,44
Visa	V	\$ 25,16	\$ 29,09	\$ 29,50	\$ 30,75	\$ 28,80	\$ 30,91
Walgreens	WBA	\$ 33,36	\$ 33,16	\$ 33,49	\$ 35,06	\$ 30,52	\$ 29,58
Walmart	WMT	\$ 20,45	\$ 19,69	\$ 20,40	\$ 19,64	\$ 21,94	\$ 23,24
Walt Disney	DIS	\$ 43,10	\$ 43,11	\$ 43,74	\$ 43,78	\$ 45,71	\$ 48,50
3M.	MMM	\$ 86,71	\$ 87,60	\$ 89,21	\$ 89,36	\$ 84,41	\$ 89,60

Companhia	Ticker	jul/12	ago/12	set/12	out/12	nov/12	dez/12
American Express	AXP	\$ 57,71	\$ 58,30	\$ 56,86	\$ 55,97	\$ 55,90	\$ 57,48
Amgen	AMGN	\$ 82,60	\$ 83,92	\$ 84,29	\$ 86,49	\$ 88,80	\$ 86,20
Apple	AAPL	\$ 21,81	\$ 23,76	\$ 23,83	\$ 21,26	\$ 20,90	\$ 19,01
Boeing	BA	\$ 73,91	\$ 71,40	\$ 69,60	\$ 70,44	\$ 74,28	\$ 75,36
Caterpillar	CAT	\$ 84,21	\$ 85,33	\$ 86,04	\$ 84,81	\$ 85,24	\$ 89,61
Chevron	CVX	\$ 109,58	\$ 112,16	\$ 116,56	\$ 110,24	\$ 105,69	\$ 108,14
Cisco Systems	CSCO	\$ 15,95	\$ 19,08	\$ 19,09	\$ 17,15	\$ 18,91	\$ 19,65
Coca-Cola	KO	\$ 40,40	\$ 37,40	\$ 37,93	\$ 37,18	\$ 37,92	\$ 36,25
Dow	DOW	\$ 40,76	\$ 38,60	\$ 36,69	\$ 29,24	\$ 40,41	\$ 46,07
Goldman Sachs Group	GS	\$ 100,90	\$ 105,72	\$ 113,68	\$ 122,39	\$ 117,79	\$ 127,56
Home Depot	HD	\$ 52,18	\$ 56,75	\$ 60,37	\$ 61,38	\$ 65,07	\$ 61,85
Honeywell International	HON	\$ 55,26	\$ 55,64	\$ 56,88	\$ 58,30	\$ 58,39	\$ 60,42
IBM	IBM	\$ 195,98	\$ 194,85	\$ 207,45	\$ 185,81	\$ 181,55	\$ 182,96
Intel Corporation	INTC	\$ 25,70	\$ 24,83	\$ 22,66	\$ 21,63	\$ 19,57	\$ 20,62
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 69,22	\$ 67,43	\$ 68,91	\$ 70,82	\$ 69,73	\$ 70,10
JPMorgan Chase	JPM	\$ 36,00	\$ 37,14	\$ 40,48	\$ 41,68	\$ 41,08	\$ 43,97
McDonald's	MCD	\$ 89,36	\$ 89,49	\$ 91,75	\$ 86,80	\$ 87,04	\$ 88,21
Merck	MRK	\$ 42,12	\$ 41,05	\$ 43,00	\$ 43,51	\$ 42,24	\$ 39,04
Microsoft	MSFT	\$ 29,47	\$ 30,82	\$ 29,76	\$ 28,54	\$ 26,61	\$ 26,71
Nike	NKE	\$ 23,34	\$ 24,34	\$ 23,73	\$ 22,84	\$ 24,37	\$ 25,80
Procter & Gamble	PG	\$ 64,54	\$ 67,19	\$ 69,36	\$ 69,24	\$ 69,83	\$ 67,89
Salesforce	CRM	\$ 31,09	\$ 36,29	\$ 38,17	\$ 36,49	\$ 39,42	\$ 42,03
Travelers Companies	TVR	\$ 62,65	\$ 64,74	\$ 68,26	\$ 70,94	\$ 70,82	\$ 71,82
UnitedHealth Group	UNH	\$ 51,09	\$ 54,30	\$ 55,41	\$ 56,00	\$ 54,39	\$ 54,24
Verizon	VZ	\$ 45,14	\$ 42,94	\$ 45,57	\$ 44,64	\$ 44,12	\$ 43,27
Visa	V	\$ 32,27	\$ 32,06	\$ 33,57	\$ 34,69	\$ 37,43	\$ 37,90
Walgreens	WBA	\$ 36,36	\$ 35,76	\$ 36,44	\$ 35,23	\$ 33,91	\$ 37,01
Walmart	WMT	\$ 24,81	\$ 24,20	\$ 24,60	\$ 25,01	\$ 24,01	\$ 22,74
Walt Disney	DIS	\$ 49,12	\$ 49,14	\$ 49,47	\$ 49,66	\$ 49,79	\$ 52,28
3M.	MMM	\$ 91,23	\$ 92,60	\$ 92,42	\$ 87,60	\$ 90,95	\$ 92,85

Companhia	Ticker	jan/13	fev/13	mar/13	abr/13	mai/13	jun/13
American Express	AXP	\$ 58,81	\$ 62,15	\$ 67,46	\$ 68,41	\$ 75,71	\$ 74,76
Amgen	AMGN	\$ 85,46	\$ 91,55	\$ 102,51	\$ 104,21	\$ 100,53	\$ 98,66
Apple	AAPL	\$ 16,27	\$ 15,76	\$ 15,81	\$ 15,81	\$ 16,06	\$ 14,16
Boeing	BA	\$ 73,87	\$ 76,90	\$ 85,85	\$ 91,41	\$ 99,02	\$ 102,44
Caterpillar	CAT	\$ 98,39	\$ 92,37	\$ 86,97	\$ 84,67	\$ 85,80	\$ 82,49
Chevron	CVX	\$ 115,15	\$ 117,15	\$ 118,82	\$ 122,01	\$ 122,75	\$ 118,34
Cisco Systems	CSCO	\$ 20,57	\$ 20,85	\$ 20,90	\$ 20,92	\$ 24,11	\$ 24,33
Coca-Cola	KO	\$ 37,24	\$ 38,72	\$ 40,44	\$ 42,33	\$ 39,99	\$ 40,11
Dow	DOW	\$ 54,73	\$ 53,37	\$ 50,49	\$ 47,65	\$ 42,63	\$ 48,44
Goldman Sachs Group	GS	\$ 147,86	\$ 149,76	\$ 147,15	\$ 146,07	\$ 162,08	\$ 151,25
Home Depot	HD	\$ 66,92	\$ 68,50	\$ 69,78	\$ 73,35	\$ 78,66	\$ 77,47
Honeywell International	HON	\$ 64,96	\$ 66,74	\$ 71,73	\$ 70,01	\$ 74,69	\$ 75,53
IBM	IBM	\$ 193,97	\$ 191,83	\$ 203,74	\$ 193,46	\$ 198,69	\$ 182,54
Intel Corporation	INTC	\$ 21,04	\$ 20,88	\$ 21,83	\$ 23,95	\$ 24,28	\$ 24,23
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 73,92	\$ 76,11	\$ 81,53	\$ 85,23	\$ 84,18	\$ 85,86
JPMorgan Chase	JPM	\$ 47,05	\$ 48,92	\$ 47,46	\$ 49,01	\$ 54,59	\$ 52,79
McDonald's	MCD	\$ 95,29	\$ 95,90	\$ 99,69	\$ 102,14	\$ 96,57	\$ 99,00
Merck	MRK	\$ 41,24	\$ 40,74	\$ 42,15	\$ 44,82	\$ 44,53	\$ 44,29
Microsoft	MSFT	\$ 27,45	\$ 27,80	\$ 28,60	\$ 33,10	\$ 34,90	\$ 34,54
Nike	NKE	\$ 27,02	\$ 27,23	\$ 29,50	\$ 31,80	\$ 30,83	\$ 31,84
Procter & Gamble	PG	\$ 75,16	\$ 76,18	\$ 77,06	\$ 76,77	\$ 76,76	\$ 76,99
Salesforce	CRM	\$ 43,03	\$ 42,31	\$ 44,71	\$ 41,11	\$ 42,33	\$ 38,18
Travelers Companies	TVR	\$ 78,46	\$ 80,42	\$ 84,19	\$ 85,41	\$ 83,72	\$ 79,92
UnitedHealth Group	UNH	\$ 55,21	\$ 53,45	\$ 57,21	\$ 59,93	\$ 62,63	\$ 65,48
Verizon	VZ	\$ 43,61	\$ 46,53	\$ 49,15	\$ 53,91	\$ 48,48	\$ 50,34
Visa	V	\$ 39,48	\$ 39,66	\$ 42,46	\$ 42,12	\$ 44,53	\$ 45,69
Walgreens	WBA	\$ 39,96	\$ 40,94	\$ 47,68	\$ 49,51	\$ 47,76	\$ 44,20
Walmart	WMT	\$ 23,32	\$ 23,59	\$ 24,94	\$ 25,91	\$ 24,95	\$ 24,83
Walt Disney	DIS	\$ 53,88	\$ 54,59	\$ 56,80	\$ 60,83	\$ 62,84	\$ 63,08
3M.	MMM	\$ 100,55	\$ 104,00	\$ 106,31	\$ 104,71	\$ 110,27	\$ 109,35

Companhia	Ticker	jul/13	ago/13	set/13	out/13	nov/13	dez/13
American Express	AXP	\$ 73,77	\$ 71,91	\$ 75,52	\$ 81,80	\$ 85,80	\$ 90,73
Amgen	AMGN	\$ 108,29	\$ 108,94	\$ 111,93	\$ 116,14	\$ 114,08	\$ 114,08
Apple	AAPL	\$ 16,16	\$ 17,40	\$ 17,03	\$ 18,67	\$ 19,86	\$ 20,04
Boeing	BA	\$ 105,10	\$ 103,92	\$ 117,50	\$ 130,50	\$ 134,25	\$ 136,49
Caterpillar	CAT	\$ 82,91	\$ 82,54	\$ 83,40	\$ 83,36	\$ 84,60	\$ 90,81
Chevron	CVX	\$ 125,89	\$ 120,43	\$ 121,50	\$ 119,96	\$ 122,44	\$ 124,91
Cisco Systems	CSCO	\$ 25,59	\$ 23,31	\$ 23,43	\$ 22,56	\$ 21,25	\$ 22,43
Coca-Cola	KO	\$ 40,08	\$ 38,18	\$ 37,88	\$ 39,57	\$ 40,19	\$ 41,31
Dow	DOW	\$ 49,31	\$ 46,76	\$ 56,73	\$ 51,63	\$ 66,65	\$ 66,65
Goldman Sachs Group	GS	\$ 164,03	\$ 152,13	\$ 158,21	\$ 160,86	\$ 168,94	\$ 177,26
Home Depot	HD	\$ 79,03	\$ 74,49	\$ 75,85	\$ 77,89	\$ 80,67	\$ 82,34
Honeywell International	HON	\$ 79,00	\$ 75,75	\$ 79,05	\$ 82,57	\$ 84,26	\$ 86,98
IBM	IBM	\$ 186,30	\$ 174,10	\$ 176,88	\$ 171,17	\$ 171,62	\$ 179,16
Intel Corporation	INTC	\$ 23,33	\$ 21,98	\$ 22,92	\$ 24,47	\$ 23,84	\$ 25,95
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 93,50	\$ 86,41	\$ 86,69	\$ 92,61	\$ 94,66	\$ 91,59
JPMorgan Chase	JPM	\$ 55,73	\$ 50,53	\$ 51,69	\$ 51,54	\$ 57,22	\$ 58,48
McDonald's	MCD	\$ 98,08	\$ 94,36	\$ 96,21	\$ 96,52	\$ 97,37	\$ 97,03
Merck	MRK	\$ 45,93	\$ 45,09	\$ 45,40	\$ 42,99	\$ 47,51	\$ 47,72
Microsoft	MSFT	\$ 31,84	\$ 33,40	\$ 33,28	\$ 35,40	\$ 38,13	\$ 37,41
Nike	NKE	\$ 31,46	\$ 31,41	\$ 36,32	\$ 37,88	\$ 39,57	\$ 39,32
Procter & Gamble	PG	\$ 80,30	\$ 77,89	\$ 75,59	\$ 80,75	\$ 84,22	\$ 81,41
Salesforce	CRM	\$ 43,75	\$ 49,13	\$ 51,91	\$ 53,36	\$ 52,09	\$ 55,19
Travelers Companies	TVR	\$ 83,55	\$ 79,90	\$ 84,77	\$ 86,30	\$ 90,74	\$ 90,54
UnitedHealth Group	UNH	\$ 72,85	\$ 71,74	\$ 71,61	\$ 68,26	\$ 74,48	\$ 75,30
Verizon	VZ	\$ 49,48	\$ 47,38	\$ 46,67	\$ 50,51	\$ 49,62	\$ 49,14
Visa	V	\$ 44,25	\$ 43,60	\$ 47,78	\$ 49,17	\$ 50,87	\$ 55,67
Walgreens	WBA	\$ 50,25	\$ 48,07	\$ 53,80	\$ 59,24	\$ 59,20	\$ 57,44
Walmart	WMT	\$ 25,98	\$ 24,33	\$ 24,65	\$ 25,58	\$ 27,00	\$ 26,23
Walt Disney	DIS	\$ 63,15	\$ 64,49	\$ 64,65	\$ 68,59	\$ 70,54	\$ 72,61
3M.	MMM	\$ 117,43	\$ 113,58	\$ 119,41	\$ 125,85	\$ 133,51	\$ 140,25

Companhia	Ticker	jan/14	fev/14	mar/14	abr/14	mai/14	jun/14
American Express	AXP	\$ 85,02	\$ 91,28	\$ 90,03	\$ 87,43	\$ 91,50	\$ 94,87
Amgen	AMGN	\$ 118,95	\$ 124,02	\$ 123,34	\$ 111,75	\$ 115,99	\$ 118,37
Apple	AAPL	\$ 17,88	\$ 18,79	\$ 19,17	\$ 21,07	\$ 22,61	\$ 23,23
Boeing	BA	\$ 125,26	\$ 128,92	\$ 125,49	\$ 129,02	\$ 135,25	\$ 127,23
Caterpillar	CAT	\$ 93,91	\$ 96,97	\$ 99,37	\$ 105,40	\$ 102,23	\$ 108,67
Chevron	CVX	\$ 111,63	\$ 115,33	\$ 118,91	\$ 125,52	\$ 122,79	\$ 130,55
Cisco Systems	CSCO	\$ 21,91	\$ 21,80	\$ 22,42	\$ 23,11	\$ 24,62	\$ 24,85
Coca-Cola	KO	\$ 37,82	\$ 38,20	\$ 38,66	\$ 40,79	\$ 40,91	\$ 42,36
Dow	DOW	\$ 64,24	\$ 63,07	\$ 61,96	\$ 62,80	\$ 63,54	\$ 62,26
Goldman Sachs Group	GS	\$ 164,12	\$ 166,45	\$ 163,85	\$ 159,82	\$ 159,81	\$ 167,44
Home Depot	HD	\$ 76,85	\$ 82,03	\$ 79,13	\$ 79,51	\$ 80,23	\$ 80,96
Honeywell International	HON	\$ 86,85	\$ 89,91	\$ 88,31	\$ 88,44	\$ 88,68	\$ 88,49
IBM	IBM	\$ 168,76	\$ 176,87	\$ 183,86	\$ 187,66	\$ 176,09	\$ 173,14
Intel Corporation	INTC	\$ 24,54	\$ 24,76	\$ 25,81	\$ 26,69	\$ 27,32	\$ 30,90
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 88,47	\$ 92,12	\$ 98,23	\$ 101,29	\$ 101,46	\$ 104,62
JPMorgan Chase	JPM	\$ 55,36	\$ 56,82	\$ 60,71	\$ 55,98	\$ 55,57	\$ 57,62
McDonald's	MCD	\$ 94,17	\$ 95,15	\$ 98,03	\$ 101,38	\$ 101,43	\$ 100,74
Merck	MRK	\$ 50,51	\$ 54,34	\$ 54,13	\$ 55,84	\$ 55,17	\$ 55,16
Microsoft	MSFT	\$ 37,84	\$ 38,31	\$ 40,99	\$ 40,40	\$ 40,94	\$ 41,70
Nike	NKE	\$ 36,42	\$ 39,15	\$ 36,93	\$ 36,47	\$ 38,46	\$ 38,78
Procter & Gamble	PG	\$ 76,62	\$ 78,66	\$ 80,60	\$ 82,55	\$ 80,79	\$ 78,59
Salesforce	CRM	\$ 60,53	\$ 62,37	\$ 57,09	\$ 51,65	\$ 52,63	\$ 58,08
Travelers Companies	TVR	\$ 81,28	\$ 83,84	\$ 85,10	\$ 90,58	\$ 93,45	\$ 94,07
UnitedHealth Group	UNH	\$ 72,28	\$ 77,27	\$ 81,99	\$ 75,04	\$ 79,63	\$ 81,75
Verizon	VZ	\$ 48,02	\$ 47,58	\$ 47,57	\$ 46,73	\$ 49,96	\$ 48,93
Visa	V	\$ 53,86	\$ 56,49	\$ 53,97	\$ 50,65	\$ 53,71	\$ 52,68
Walgreens	WBA	\$ 57,35	\$ 67,95	\$ 66,03	\$ 67,90	\$ 71,91	\$ 74,13
Walmart	WMT	\$ 24,89	\$ 24,90	\$ 25,48	\$ 26,57	\$ 25,59	\$ 25,02
Walt Disney	DIS	\$ 76,40	\$ 79,34	\$ 80,07	\$ 80,81	\$ 81,05	\$ 81,59
3M.	MMM	\$ 128,19	\$ 134,73	\$ 113,42	\$ 116,29	\$ 119,18	\$ 119,76

Companhia	Ticker	jul/14	ago/14	set/14	out/14	nov/14	dez/14
American Express	AXP	\$ 88,00	\$ 89,55	\$ 87,54	\$ 89,95	\$ 92,42	\$ 93,04
Amgen	AMGN	\$ 127,39	\$ 139,38	\$ 140,46	\$ 162,18	\$ 165,31	\$ 159,29
Apple	AAPL	\$ 23,90	\$ 25,62	\$ 25,19	\$ 27,00	\$ 29,73	\$ 27,59
Boeing	BA	\$ 120,48	\$ 126,80	\$ 127,38	\$ 124,91	\$ 134,36	\$ 129,98
Caterpillar	CAT	\$ 100,75	\$ 109,07	\$ 99,03	\$ 101,41	\$ 100,60	\$ 91,53
Chevron	CVX	\$ 129,24	\$ 129,45	\$ 119,32	\$ 119,95	\$ 108,87	\$ 112,18
Cisco Systems	CSCO	\$ 25,23	\$ 24,99	\$ 25,17	\$ 24,47	\$ 27,64	\$ 27,82
Coca-Cola	KO	\$ 39,29	\$ 41,72	\$ 42,66	\$ 41,88	\$ 44,83	\$ 42,22
Dow	DOW	\$ 59,63	\$ 57,22	\$ 55,72	\$ 53,81	\$ 51,83	\$ 53,64
Goldman Sachs Group	GS	\$ 172,87	\$ 179,11	\$ 183,57	\$ 189,99	\$ 188,41	\$ 193,83
Home Depot	HD	\$ 80,85	\$ 93,50	\$ 91,74	\$ 97,52	\$ 99,40	\$ 104,97
Honeywell International	HON	\$ 87,42	\$ 90,66	\$ 88,65	\$ 91,51	\$ 94,31	\$ 95,12
IBM	IBM	\$ 183,08	\$ 183,68	\$ 181,32	\$ 157,03	\$ 154,90	\$ 153,25
Intel Corporation	INTC	\$ 33,89	\$ 34,92	\$ 34,82	\$ 34,01	\$ 37,25	\$ 36,29
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 100,09	\$ 103,73	\$ 106,59	\$ 107,78	\$ 108,25	\$ 104,57
JPMorgan Chase	JPM	\$ 57,67	\$ 59,45	\$ 60,24	\$ 60,48	\$ 60,16	\$ 62,58
McDonald's	MCD	\$ 94,56	\$ 93,72	\$ 94,81	\$ 93,73	\$ 96,81	\$ 93,70
Merck	MRK	\$ 54,10	\$ 57,32	\$ 56,53	\$ 55,25	\$ 57,59	\$ 54,15
Microsoft	MSFT	\$ 43,16	\$ 45,43	\$ 46,36	\$ 46,95	\$ 47,81	\$ 46,45
Nike	NKE	\$ 38,56	\$ 39,28	\$ 44,60	\$ 46,49	\$ 49,65	\$ 48,08
Procter & Gamble	PG	\$ 77,32	\$ 83,11	\$ 83,74	\$ 87,27	\$ 90,43	\$ 91,09
Salesforce	CRM	\$ 54,25	\$ 59,09	\$ 57,53	\$ 63,99	\$ 59,87	\$ 59,31
Travelers Companies	TVR	\$ 89,56	\$ 94,71	\$ 93,94	\$ 100,80	\$ 104,45	\$ 105,85
UnitedHealth Group	UNH	\$ 81,05	\$ 86,68	\$ 86,25	\$ 95,01	\$ 98,63	\$ 101,09
Verizon	VZ	\$ 50,42	\$ 49,82	\$ 49,99	\$ 50,25	\$ 50,59	\$ 46,78
Visa	V	\$ 52,75	\$ 53,13	\$ 53,34	\$ 60,36	\$ 64,55	\$ 65,55
Walgreens	WBA	\$ 68,77	\$ 60,52	\$ 59,27	\$ 64,22	\$ 68,61	\$ 76,20
Walmart	WMT	\$ 24,53	\$ 25,17	\$ 25,49	\$ 25,42	\$ 29,18	\$ 28,63
Walt Disney	DIS	\$ 83,68	\$ 84,01	\$ 85,74	\$ 85,88	\$ 86,88	\$ 87,96
3M.	MMM	\$ 117,79	\$ 120,39	\$ 118,46	\$ 128,56	\$ 133,85	\$ 137,38

Companhia	Ticker	jan/15	fev/15	mar/15	abr/15	mai/15	jun/15
American Express	AXP	\$ 80,69	\$ 81,59	\$ 78,12	\$ 77,45	\$ 79,72	\$ 77,72
Amgen	AMGN	\$ 152,26	\$ 157,72	\$ 159,85	\$ 157,91	\$ 156,26	\$ 153,52
Apple	AAPL	\$ 29,29	\$ 32,12	\$ 31,11	\$ 31,29	\$ 32,57	\$ 31,36
Boeing	BA	\$ 145,37	\$ 150,85	\$ 150,08	\$ 143,34	\$ 140,52	\$ 138,72
Caterpillar	CAT	\$ 79,97	\$ 82,90	\$ 80,03	\$ 86,88	\$ 85,32	\$ 84,82
Chevron	CVX	\$ 102,53	\$ 106,68	\$ 104,98	\$ 111,06	\$ 103,00	\$ 96,47
Cisco Systems	CSCO	\$ 26,36	\$ 29,51	\$ 27,52	\$ 28,83	\$ 29,31	\$ 27,46
Coca-Cola	KO	\$ 41,17	\$ 43,30	\$ 40,55	\$ 40,56	\$ 40,96	\$ 39,23
Dow	DOW	\$ 53,67	\$ 49,71	\$ 51,36	\$ 52,61	\$ 50,86	\$ 48,61
Goldman Sachs Group	GS	\$ 172,41	\$ 189,79	\$ 187,97	\$ 196,42	\$ 206,19	\$ 208,79
Home Depot	HD	\$ 104,42	\$ 114,75	\$ 113,61	\$ 106,98	\$ 111,42	\$ 111,13
Honeywell International	HON	\$ 93,07	\$ 97,85	\$ 99,30	\$ 96,08	\$ 99,20	\$ 97,08
IBM	IBM	\$ 146,44	\$ 154,68	\$ 153,30	\$ 163,61	\$ 162,04	\$ 155,37
Intel Corporation	INTC	\$ 33,04	\$ 33,25	\$ 31,27	\$ 32,55	\$ 34,46	\$ 30,42
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 100,14	\$ 102,51	\$ 100,60	\$ 99,20	\$ 100,14	\$ 97,46
JPMorgan Chase	JPM	\$ 54,38	\$ 61,28	\$ 60,58	\$ 63,26	\$ 65,78	\$ 67,76
McDonald's	MCD	\$ 92,44	\$ 98,90	\$ 97,44	\$ 96,55	\$ 95,93	\$ 95,07
Merck	MRK	\$ 57,48	\$ 55,82	\$ 54,81	\$ 56,79	\$ 58,06	\$ 54,28
Microsoft	MSFT	\$ 40,40	\$ 43,85	\$ 40,65	\$ 48,64	\$ 46,86	\$ 44,15
Nike	NKE	\$ 46,13	\$ 48,56	\$ 50,17	\$ 49,42	\$ 50,83	\$ 54,01
Procter & Gamble	PG	\$ 84,29	\$ 85,13	\$ 81,94	\$ 79,51	\$ 78,39	\$ 78,24
Salesforce	CRM	\$ 56,45	\$ 69,38	\$ 66,81	\$ 72,82	\$ 72,75	\$ 69,63
Travelers Companies	TVR	\$ 102,82	\$ 107,44	\$ 108,13	\$ 101,11	\$ 101,12	\$ 96,66
UnitedHealth Group	UNH	\$ 106,25	\$ 113,63	\$ 118,29	\$ 111,40	\$ 120,21	\$ 122,00
Verizon	VZ	\$ 45,71	\$ 49,45	\$ 48,63	\$ 50,44	\$ 49,44	\$ 46,61
Visa	V	\$ 63,73	\$ 67,83	\$ 65,41	\$ 66,05	\$ 68,68	\$ 67,15
Walgreens	WBA	\$ 73,75	\$ 83,08	\$ 84,68	\$ 82,93	\$ 85,84	\$ 84,44
Walmart	WMT	\$ 28,33	\$ 27,98	\$ 27,42	\$ 26,02	\$ 24,76	\$ 23,64
Walt Disney	DIS	\$ 88,89	\$ 89,03	\$ 89,28	\$ 89,88	\$ 90,29	\$ 90,96
3M.	MMM	\$ 135,69	\$ 141,00	\$ 137,91	\$ 130,75	\$ 133,00	\$ 129,01

Companhia	Ticker	jul/15	ago/15	set/15	out/15	nov/15	dez/15
American Express	AXP	\$ 76,06	\$ 76,72	\$ 74,13	\$ 73,26	\$ 71,64	\$ 69,55
Amgen	AMGN	\$ 176,59	\$ 151,78	\$ 138,32	\$ 158,18	\$ 161,10	\$ 162,33
Apple	AAPL	\$ 30,32	\$ 28,19	\$ 27,57	\$ 29,88	\$ 29,57	\$ 26,32
Boeing	BA	\$ 144,17	\$ 130,68	\$ 130,95	\$ 148,07	\$ 145,45	\$ 144,59
Caterpillar	CAT	\$ 78,63	\$ 76,44	\$ 65,36	\$ 72,99	\$ 72,65	\$ 67,96
Chevron	CVX	\$ 88,48	\$ 80,99	\$ 78,88	\$ 90,88	\$ 91,32	\$ 89,96
Cisco Systems	CSCO	\$ 28,42	\$ 25,88	\$ 26,25	\$ 28,85	\$ 27,25	\$ 27,16
Coca-Cola	KO	\$ 41,08	\$ 39,32	\$ 40,12	\$ 42,35	\$ 42,62	\$ 42,96
Dow	DOW	\$ 42,00	\$ 51,48	\$ 52,13	\$ 51,67	\$ 42,40	\$ 43,76
Goldman Sachs Group	GS	\$ 205,07	\$ 188,60	\$ 173,76	\$ 187,50	\$ 190,02	\$ 180,23
Home Depot	HD	\$ 117,03	\$ 116,46	\$ 115,49	\$ 123,64	\$ 133,88	\$ 132,25
Honeywell International	HON	\$ 100,01	\$ 94,50	\$ 90,14	\$ 98,32	\$ 98,96	\$ 98,60
IBM	IBM	\$ 154,73	\$ 141,26	\$ 138,47	\$ 133,80	\$ 133,17	\$ 131,45
Intel Corporation	INTC	\$ 28,95	\$ 28,54	\$ 30,14	\$ 33,86	\$ 34,77	\$ 34,45
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 100,21	\$ 93,98	\$ 93,35	\$ 101,03	\$ 101,24	\$ 102,72
JPMorgan Chase	JPM	\$ 68,53	\$ 64,10	\$ 60,97	\$ 64,25	\$ 66,68	\$ 66,03
McDonald's	MCD	\$ 99,86	\$ 95,02	\$ 98,53	\$ 112,25	\$ 114,16	\$ 118,14
Merck	MRK	\$ 56,22	\$ 51,35	\$ 47,09	\$ 52,12	\$ 50,55	\$ 50,37
Microsoft	MSFT	\$ 46,70	\$ 43,52	\$ 44,26	\$ 52,64	\$ 54,35	\$ 55,48
Nike	NKE	\$ 57,61	\$ 55,88	\$ 61,49	\$ 65,51	\$ 66,14	\$ 62,50
Procter & Gamble	PG	\$ 76,70	\$ 70,67	\$ 71,94	\$ 76,38	\$ 74,84	\$ 79,41
Salesforce	CRM	\$ 73,30	\$ 69,36	\$ 69,43	\$ 77,71	\$ 79,69	\$ 78,40
Travelers Companies	TVR	\$ 106,12	\$ 99,55	\$ 99,53	\$ 112,89	\$ 114,57	\$ 112,86
UnitedHealth Group	UNH	\$ 121,40	\$ 115,70	\$ 116,01	\$ 117,78	\$ 112,71	\$ 117,64
Verizon	VZ	\$ 46,79	\$ 46,01	\$ 43,51	\$ 46,88	\$ 45,45	\$ 46,22
Visa	V	\$ 75,34	\$ 71,30	\$ 69,66	\$ 77,58	\$ 79,01	\$ 77,55
Walgreens	WBA	\$ 96,63	\$ 86,55	\$ 83,10	\$ 84,68	\$ 84,03	\$ 85,15
Walmart	WMT	\$ 23,99	\$ 21,58	\$ 21,61	\$ 19,08	\$ 19,61	\$ 20,43
Walt Disney	DIS	\$ 91,38	\$ 92,51	\$ 92,69	\$ 92,69	\$ 92,86	\$ 94,19
3M.	MMM	\$ 126,53	\$ 118,84	\$ 118,53	\$ 131,44	\$ 130,91	\$ 125,95

Companhia	Ticker	jan/16	fev/16	mar/16	abr/16	mai/16	jun/16
American Express	AXP	\$ 53,50	\$ 55,58	\$ 61,40	\$ 65,43	\$ 65,76	\$ 60,76
Amgen	AMGN	\$ 152,73	\$ 142,28	\$ 149,93	\$ 158,30	\$ 157,95	\$ 152,15
Apple	AAPL	\$ 24,34	\$ 24,17	\$ 27,25	\$ 23,43	\$ 24,96	\$ 23,90
Boeing	BA	\$ 120,13	\$ 118,18	\$ 126,94	\$ 134,80	\$ 126,15	\$ 129,87
Caterpillar	CAT	\$ 62,24	\$ 67,70	\$ 76,54	\$ 77,72	\$ 72,51	\$ 75,81
Chevron	CVX	\$ 86,47	\$ 83,44	\$ 95,40	\$ 102,18	\$ 101,00	\$ 104,83
Cisco Systems	CSCO	\$ 23,79	\$ 26,18	\$ 28,47	\$ 27,49	\$ 29,05	\$ 28,69
Coca-Cola	KO	\$ 42,92	\$ 43,13	\$ 46,39	\$ 44,80	\$ 44,60	\$ 45,33
Dow	DOW	\$ 47,06	\$ 51,17	\$ 52,07	\$ 51,00	\$ 47,98	\$ 49,24
Goldman Sachs Group	GS	\$ 161,56	\$ 149,53	\$ 156,98	\$ 164,11	\$ 159,48	\$ 148,58
Home Depot	HD	\$ 125,76	\$ 124,12	\$ 133,43	\$ 133,89	\$ 132,12	\$ 127,69
Honeywell International	HON	\$ 98,25	\$ 96,48	\$ 106,67	\$ 108,78	\$ 108,37	\$ 110,74
IBM	IBM	\$ 119,19	\$ 125,16	\$ 144,66	\$ 139,40	\$ 146,85	\$ 144,97
Intel Corporation	INTC	\$ 31,02	\$ 29,59	\$ 32,35	\$ 30,28	\$ 31,59	\$ 32,80
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 104,44	\$ 105,21	\$ 108,20	\$ 112,08	\$ 112,69	\$ 121,30
JPMorgan Chase	JPM	\$ 59,50	\$ 56,30	\$ 59,22	\$ 63,20	\$ 65,27	\$ 62,14
McDonald's	MCD	\$ 123,78	\$ 117,19	\$ 125,68	\$ 126,49	\$ 122,06	\$ 120,34
Merck	MRK	\$ 48,32	\$ 47,88	\$ 50,45	\$ 52,29	\$ 53,65	\$ 54,93
Microsoft	MSFT	\$ 55,09	\$ 50,88	\$ 55,23	\$ 49,87	\$ 53,00	\$ 51,17
Nike	NKE	\$ 62,01	\$ 61,59	\$ 61,47	\$ 58,94	\$ 55,22	\$ 55,20
Procter & Gamble	PG	\$ 81,69	\$ 80,29	\$ 82,31	\$ 80,12	\$ 81,04	\$ 84,67
Salesforce	CRM	\$ 68,06	\$ 67,75	\$ 73,83	\$ 75,80	\$ 83,71	\$ 79,41
Travelers Companies	TVR	\$ 107,04	\$ 107,52	\$ 116,71	\$ 109,90	\$ 114,14	\$ 119,04
UnitedHealth Group	UNH	\$ 115,16	\$ 119,10	\$ 128,90	\$ 131,68	\$ 133,67	\$ 141,20
Verizon	VZ	\$ 49,97	\$ 50,73	\$ 54,08	\$ 50,94	\$ 50,90	\$ 55,84
Visa	V	\$ 74,49	\$ 72,39	\$ 76,48	\$ 77,24	\$ 78,94	\$ 74,17
Walgreens	WBA	\$ 79,72	\$ 78,94	\$ 84,24	\$ 79,28	\$ 77,40	\$ 83,27
Walmart	WMT	\$ 22,12	\$ 22,11	\$ 22,83	\$ 22,29	\$ 23,59	\$ 24,34
Walt Disney	DIS	\$ 94,33	\$ 94,40	\$ 94,46	\$ 95,52	\$ 95,82	\$ 95,95
3M.	MMM	\$ 126,25	\$ 131,16	\$ 139,32	\$ 139,94	\$ 140,73	\$ 146,41

Companhia	Ticker	jul/16	ago/16	set/16	out/16	nov/16	dez/16
American Express	AXP	\$ 64,46	\$ 65,58	\$ 64,04	\$ 66,42	\$ 72,04	\$ 74,08
Amgen	AMGN	\$ 172,03	\$ 170,06	\$ 166,81	\$ 141,16	\$ 144,07	\$ 146,21
Apple	AAPL	\$ 26,05	\$ 26,52	\$ 28,26	\$ 28,39	\$ 27,63	\$ 28,95
Boeing	BA	\$ 133,66	\$ 129,45	\$ 131,74	\$ 142,43	\$ 150,56	\$ 155,68
Caterpillar	CAT	\$ 82,76	\$ 81,95	\$ 88,77	\$ 83,46	\$ 95,56	\$ 92,74
Chevron	CVX	\$ 102,48	\$ 100,58	\$ 102,92	\$ 104,75	\$ 111,56	\$ 117,70
Cisco Systems	CSCO	\$ 30,53	\$ 31,44	\$ 31,72	\$ 30,68	\$ 29,82	\$ 30,22
Coca-Cola	KO	\$ 43,63	\$ 43,43	\$ 42,32	\$ 42,40	\$ 40,35	\$ 41,46
Dow	DOW	\$ 45,16	\$ 45,61	\$ 48,67	\$ 49,40	\$ 52,44	\$ 53,55
Goldman Sachs Group	GS	\$ 158,81	\$ 169,46	\$ 161,27	\$ 178,24	\$ 219,29	\$ 239,45
Home Depot	HD	\$ 138,24	\$ 134,12	\$ 128,68	\$ 122,01	\$ 129,40	\$ 134,08
Honeywell International	HON	\$ 110,75	\$ 111,11	\$ 110,99	\$ 105,01	\$ 109,09	\$ 110,92
IBM	IBM	\$ 153,42	\$ 151,76	\$ 151,73	\$ 146,80	\$ 154,95	\$ 158,55
Intel Corporation	INTC	\$ 34,86	\$ 35,89	\$ 37,75	\$ 34,87	\$ 34,70	\$ 36,27
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 125,23	\$ 119,34	\$ 118,13	\$ 115,99	\$ 111,30	\$ 115,21
JPMorgan Chase	JPM	\$ 63,97	\$ 67,50	\$ 66,59	\$ 69,26	\$ 80,17	\$ 86,29
McDonald's	MCD	\$ 117,65	\$ 115,66	\$ 115,36	\$ 112,57	\$ 119,27	\$ 121,72
Merck	MRK	\$ 55,93	\$ 59,87	\$ 59,51	\$ 55,99	\$ 58,35	\$ 56,13
Microsoft	MSFT	\$ 56,68	\$ 57,46	\$ 57,60	\$ 59,92	\$ 60,26	\$ 62,14
Nike	NKE	\$ 55,50	\$ 57,64	\$ 52,65	\$ 50,18	\$ 50,07	\$ 50,83
Procter & Gamble	PG	\$ 85,59	\$ 87,31	\$ 89,75	\$ 86,80	\$ 82,46	\$ 84,08
Salesforce	CRM	\$ 81,80	\$ 79,42	\$ 71,33	\$ 75,16	\$ 72,00	\$ 68,46
Travelers Companies	TVR	\$ 116,22	\$ 118,71	\$ 114,55	\$ 108,18	\$ 113,35	\$ 122,42
UnitedHealth Group	UNH	\$ 143,20	\$ 136,05	\$ 140,00	\$ 141,33	\$ 158,32	\$ 160,04
Verizon	VZ	\$ 55,41	\$ 52,33	\$ 51,98	\$ 48,10	\$ 49,90	\$ 53,38
Visa	V	\$ 78,05	\$ 80,90	\$ 82,70	\$ 82,51	\$ 77,32	\$ 78,02
Walgreens	WBA	\$ 79,25	\$ 80,71	\$ 80,62	\$ 82,73	\$ 84,73	\$ 82,76
Walmart	WMT	\$ 24,32	\$ 23,81	\$ 24,04	\$ 23,34	\$ 23,48	\$ 23,04
Walt Disney	DIS	\$ 96,60	\$ 97,81	\$ 97,82	\$ 97,87	\$ 98,57	\$ 99,12
3M.	MMM	\$ 149,12	\$ 149,86	\$ 147,34	\$ 138,20	\$ 143,59	\$ 149,30

Companhia	Ticker	jan/17	fev/17	mar/17	abr/17	mai/17	jun/17
American Express	AXP	\$ 76,38	\$ 80,06	\$ 79,11	\$ 79,25	\$ 76,94	\$ 84,24
Amgen	AMGN	\$ 156,68	\$ 176,53	\$ 164,07	\$ 163,32	\$ 155,24	\$ 172,23
Apple	AAPL	\$ 30,34	\$ 34,25	\$ 35,91	\$ 35,91	\$ 38,19	\$ 36,01
Boeing	BA	\$ 163,42	\$ 180,23	\$ 176,86	\$ 184,83	\$ 187,63	\$ 197,75
Caterpillar	CAT	\$ 95,66	\$ 96,66	\$ 92,76	\$ 102,26	\$ 105,43	\$ 107,46
Chevron	CVX	\$ 111,35	\$ 112,50	\$ 107,37	\$ 106,70	\$ 103,48	\$ 104,33
Cisco Systems	CSCO	\$ 30,72	\$ 34,18	\$ 33,80	\$ 34,07	\$ 31,53	\$ 31,30
Coca-Cola	KO	\$ 41,57	\$ 41,96	\$ 42,44	\$ 43,15	\$ 45,47	\$ 44,85
Dow	DOW	\$ 51,07	\$ 51,46	\$ 52,12	\$ 49,90	\$ 48,59	\$ 48,71
Goldman Sachs Group	GS	\$ 229,32	\$ 248,06	\$ 229,72	\$ 223,80	\$ 211,26	\$ 221,90
Home Depot	HD	\$ 137,58	\$ 144,91	\$ 146,83	\$ 156,10	\$ 153,51	\$ 153,40
Honeywell International	HON	\$ 113,29	\$ 119,20	\$ 119,56	\$ 125,56	\$ 127,33	\$ 127,62
IBM	IBM	\$ 166,70	\$ 171,76	\$ 166,33	\$ 153,10	\$ 145,79	\$ 146,93
Intel Corporation	INTC	\$ 36,82	\$ 36,20	\$ 36,07	\$ 36,15	\$ 36,11	\$ 33,74
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 113,25	\$ 122,21	\$ 124,55	\$ 123,47	\$ 128,25	\$ 132,29
JPMorgan Chase	JPM	\$ 84,63	\$ 90,62	\$ 87,84	\$ 87,00	\$ 82,15	\$ 91,40
McDonald's	MCD	\$ 122,57	\$ 127,65	\$ 129,61	\$ 139,93	\$ 150,89	\$ 153,16
Merck	MRK	\$ 59,11	\$ 62,81	\$ 60,59	\$ 59,43	\$ 62,08	\$ 61,11
Microsoft	MSFT	\$ 64,65	\$ 63,98	\$ 65,86	\$ 68,46	\$ 69,84	\$ 68,93
Nike	NKE	\$ 52,90	\$ 57,16	\$ 55,73	\$ 55,41	\$ 52,99	\$ 59,00
Procter & Gamble	PG	\$ 87,60	\$ 91,07	\$ 89,85	\$ 87,33	\$ 88,09	\$ 87,15
Salesforce	CRM	\$ 79,10	\$ 81,35	\$ 82,49	\$ 86,12	\$ 89,64	\$ 86,60
Travelers Companies	TVR	\$ 117,78	\$ 122,24	\$ 120,54	\$ 121,66	\$ 124,85	\$ 126,53
UnitedHealth Group	UNH	\$ 162,10	\$ 165,38	\$ 164,01	\$ 174,88	\$ 175,18	\$ 185,42
Verizon	VZ	\$ 49,01	\$ 49,63	\$ 48,75	\$ 45,91	\$ 46,64	\$ 44,66
Visa	V	\$ 82,71	\$ 87,94	\$ 88,87	\$ 91,22	\$ 95,23	\$ 93,78
Walgreens	WBA	\$ 81,94	\$ 86,38	\$ 83,05	\$ 86,54	\$ 81,02	\$ 78,31
Walmart	WMT	\$ 22,25	\$ 23,64	\$ 24,03	\$ 25,06	\$ 26,20	\$ 25,23
Walt Disney	DIS	\$ 99,22	\$ 99,31	\$ 99,47	\$ 99,61	\$ 100,13	\$ 100,33
3M.	MMM	\$ 146,16	\$ 155,80	\$ 159,97	\$ 163,73	\$ 170,95	\$ 174,06

Companhia	Ticker	jul/17	ago/17	set/17	out/17	nov/17	dez/17
American Express	AXP	\$ 85,23	\$ 86,10	\$ 90,46	\$ 95,52	\$ 97,71	\$ 99,31
Amgen	AMGN	\$ 174,51	\$ 177,77	\$ 186,45	\$ 175,22	\$ 175,66	\$ 173,90
Apple	AAPL	\$ 37,18	\$ 41,00	\$ 38,53	\$ 42,26	\$ 42,96	\$ 42,31
Boeing	BA	\$ 242,46	\$ 239,66	\$ 254,21	\$ 257,98	\$ 276,80	\$ 294,91
Caterpillar	CAT	\$ 113,95	\$ 117,49	\$ 124,71	\$ 135,80	\$ 141,15	\$ 157,58
Chevron	CVX	\$ 109,19	\$ 107,62	\$ 117,50	\$ 115,89	\$ 118,99	\$ 125,19
Cisco Systems	CSCO	\$ 31,45	\$ 32,21	\$ 33,63	\$ 34,15	\$ 37,30	\$ 38,30
Coca-Cola	KO	\$ 45,84	\$ 45,55	\$ 45,01	\$ 45,98	\$ 45,77	\$ 45,88
Dow	DOW	\$ 45,51	\$ 44,40	\$ 39,06	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,00
Goldman Sachs Group	GS	\$ 225,33	\$ 223,74	\$ 237,19	\$ 242,48	\$ 247,64	\$ 254,76
Home Depot	HD	\$ 149,60	\$ 149,87	\$ 163,56	\$ 165,78	\$ 179,82	\$ 189,53
Honeywell International	HON	\$ 130,33	\$ 132,39	\$ 135,71	\$ 138,03	\$ 149,32	\$ 146,83
IBM	IBM	\$ 138,18	\$ 136,62	\$ 138,58	\$ 147,15	\$ 147,07	\$ 146,54
Intel Corporation	INTC	\$ 35,47	\$ 35,07	\$ 38,08	\$ 45,49	\$ 44,84	\$ 46,16
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 132,72	\$ 132,37	\$ 130,01	\$ 139,41	\$ 139,33	\$ 139,72
JPMorgan Chase	JPM	\$ 91,80	\$ 90,89	\$ 95,51	\$ 100,61	\$ 104,52	\$ 106,94
McDonald's	MCD	\$ 155,14	\$ 159,97	\$ 156,68	\$ 166,91	\$ 171,97	\$ 172,12
Merck	MRK	\$ 60,91	\$ 60,89	\$ 61,05	\$ 52,53	\$ 52,70	\$ 53,65
Microsoft	MSFT	\$ 72,70	\$ 74,77	\$ 74,49	\$ 83,18	\$ 84,17	\$ 85,54
Nike	NKE	\$ 59,05	\$ 52,81	\$ 51,85	\$ 54,99	\$ 60,42	\$ 62,55
Procter & Gamble	PG	\$ 90,82	\$ 92,27	\$ 90,98	\$ 86,34	\$ 89,99	\$ 91,88
Salesforce	CRM	\$ 90,80	\$ 95,49	\$ 93,42	\$ 102,34	\$ 104,32	\$ 102,23
Travelers Companies	TVR	\$ 128,09	\$ 121,18	\$ 122,52	\$ 132,45	\$ 135,57	\$ 135,64
UnitedHealth Group	UNH	\$ 191,81	\$ 198,90	\$ 195,85	\$ 210,22	\$ 228,17	\$ 220,46
Verizon	VZ	\$ 48,40	\$ 47,97	\$ 49,49	\$ 47,87	\$ 50,89	\$ 52,93
Visa	V	\$ 99,56	\$ 103,52	\$ 105,24	\$ 109,98	\$ 112,59	\$ 114,02
Walgreens	WBA	\$ 80,67	\$ 81,50	\$ 77,22	\$ 66,27	\$ 72,76	\$ 72,62
Walmart	WMT	\$ 26,66	\$ 26,02	\$ 26,05	\$ 29,10	\$ 32,41	\$ 32,92
Walt Disney	DIS	\$ 100,44	\$ 101,20	\$ 101,88	\$ 102,20	\$ 102,50	\$ 103,16
3M.	MMM	\$ 168,19	\$ 170,83	\$ 175,49	\$ 192,46	\$ 203,28	\$ 196,79

Companhia	Ticker	jan/18	fev/18	mar/18	abr/18	mai/18	jun/18
American Express	AXP	\$ 99,40	\$ 97,51	\$ 93,28	\$ 98,75	\$ 98,30	\$ 98,00
Amgen	AMGN	\$ 186,05	\$ 183,77	\$ 170,48	\$ 174,48	\$ 179,62	\$ 184,59
Apple	AAPL	\$ 41,86	\$ 44,53	\$ 41,95	\$ 41,31	\$ 46,72	\$ 46,28
Boeing	BA	\$ 354,37	\$ 362,21	\$ 327,88	\$ 333,56	\$ 352,16	\$ 335,51
Caterpillar	CAT	\$ 162,78	\$ 154,63	\$ 147,38	\$ 144,36	\$ 151,91	\$ 135,67
Chevron	CVX	\$ 125,35	\$ 111,92	\$ 114,04	\$ 125,11	\$ 124,30	\$ 126,43
Cisco Systems	CSCO	\$ 41,54	\$ 44,78	\$ 42,89	\$ 44,29	\$ 42,71	\$ 43,03
Coca-Cola	KO	\$ 47,59	\$ 43,22	\$ 43,43	\$ 43,21	\$ 43,00	\$ 43,86
Dow	DOW	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,00
Goldman Sachs Group	GS	\$ 267,89	\$ 262,93	\$ 251,86	\$ 238,33	\$ 225,88	\$ 220,57
Home Depot	HD	\$ 200,90	\$ 182,27	\$ 178,24	\$ 184,80	\$ 186,55	\$ 195,10
Honeywell International	HON	\$ 152,88	\$ 144,68	\$ 138,36	\$ 138,52	\$ 141,62	\$ 137,92
IBM	IBM	\$ 156,36	\$ 148,84	\$ 146,55	\$ 138,46	\$ 134,97	\$ 133,44
Intel Corporation	INTC	\$ 48,14	\$ 49,29	\$ 52,08	\$ 51,62	\$ 55,20	\$ 49,71
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 138,19	\$ 129,88	\$ 128,15	\$ 126,49	\$ 119,62	\$ 121,34
JPMorgan Chase	JPM	\$ 115,67	\$ 115,50	\$ 109,97	\$ 108,78	\$ 107,01	\$ 104,20
McDonald's	MCD	\$ 171,14	\$ 157,74	\$ 156,38	\$ 167,44	\$ 160,01	\$ 156,69
Merck	MRK	\$ 56,50	\$ 51,70	\$ 51,94	\$ 56,13	\$ 56,76	\$ 57,88
Microsoft	MSFT	\$ 95,01	\$ 93,77	\$ 91,27	\$ 93,52	\$ 98,84	\$ 98,61
Nike	NKE	\$ 68,22	\$ 67,03	\$ 66,44	\$ 68,39	\$ 71,80	\$ 79,68
Procter & Gamble	PG	\$ 86,34	\$ 78,52	\$ 79,28	\$ 72,34	\$ 73,17	\$ 78,06
Salesforce	CRM	\$ 113,91	\$ 116,25	\$ 116,30	\$ 120,99	\$ 129,33	\$ 136,40
Travelers Companies	TVR	\$ 149,92	\$ 139,00	\$ 138,86	\$ 131,60	\$ 128,52	\$ 122,34
UnitedHealth Group	UNH	\$ 236,78	\$ 226,16	\$ 214,00	\$ 236,40	\$ 241,51	\$ 245,34
Verizon	VZ	\$ 54,07	\$ 47,74	\$ 47,82	\$ 49,35	\$ 47,67	\$ 50,31
Visa	V	\$ 124,23	\$ 122,94	\$ 119,62	\$ 126,88	\$ 130,72	\$ 132,45
Walgreens	WBA	\$ 75,26	\$ 68,89	\$ 65,47	\$ 66,45	\$ 62,39	\$ 60,01
Walmart	WMT	\$ 35,53	\$ 30,00	\$ 29,66	\$ 29,49	\$ 27,51	\$ 28,55
Walt Disney	DIS	\$ 103,26	\$ 104,08	\$ 104,22	\$ 104,81	\$ 104,82	\$ 104,89
3M.	MMM	\$ 209,44	\$ 196,90	\$ 183,54	\$ 162,52	\$ 164,90	\$ 164,47

Companhia	Ticker	jul/18	ago/18	set/18	out/18	nov/18	dez/18
American Express	AXP	\$ 99,52	\$ 105,98	\$ 106,49	\$ 102,73	\$ 112,27	\$ 95,32
Amgen	AMGN	\$ 196,55	\$ 199,81	\$ 207,29	\$ 192,79	\$ 208,25	\$ 194,67
Apple	AAPL	\$ 47,57	\$ 56,91	\$ 56,44	\$ 54,72	\$ 44,65	\$ 39,44
Boeing	BA	\$ 356,30	\$ 342,79	\$ 371,90	\$ 354,86	\$ 346,76	\$ 322,50
Caterpillar	CAT	\$ 143,80	\$ 138,85	\$ 152,49	\$ 121,32	\$ 135,67	\$ 127,07
Chevron	CVX	\$ 126,27	\$ 118,46	\$ 122,28	\$ 111,65	\$ 118,94	\$ 108,79
Cisco Systems	CSCO	\$ 42,29	\$ 47,77	\$ 48,65	\$ 45,75	\$ 47,87	\$ 43,33
Coca-Cola	KO	\$ 46,63	\$ 44,57	\$ 46,19	\$ 47,88	\$ 50,40	\$ 47,35
Dow	DOW	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,00
Goldman Sachs Group	GS	\$ 237,43	\$ 237,81	\$ 224,24	\$ 225,37	\$ 190,69	\$ 167,05
Home Depot	HD	\$ 197,52	\$ 200,77	\$ 207,15	\$ 175,88	\$ 180,32	\$ 171,82
Honeywell International	HON	\$ 152,86	\$ 152,29	\$ 159,32	\$ 144,82	\$ 146,75	\$ 132,12
IBM	IBM	\$ 138,43	\$ 139,91	\$ 144,43	\$ 110,25	\$ 118,70	\$ 108,57
Intel Corporation	INTC	\$ 48,10	\$ 48,43	\$ 47,29	\$ 46,88	\$ 49,31	\$ 46,93
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 132,52	\$ 134,69	\$ 138,17	\$ 139,99	\$ 146,90	\$ 129,05
JPMorgan Chase	JPM	\$ 114,95	\$ 114,58	\$ 112,84	\$ 109,02	\$ 111,19	\$ 97,62
McDonald's	MCD	\$ 157,54	\$ 162,23	\$ 167,29	\$ 176,90	\$ 188,51	\$ 177,57
Merck	MRK	\$ 62,81	\$ 65,40	\$ 67,64	\$ 70,19	\$ 75,65	\$ 72,86
Microsoft	MSFT	\$ 106,08	\$ 112,33	\$ 114,37	\$ 106,81	\$ 110,89	\$ 101,57
Nike	NKE	\$ 76,91	\$ 82,20	\$ 84,72	\$ 75,04	\$ 75,12	\$ 74,14
Procter & Gamble	PG	\$ 80,88	\$ 82,95	\$ 83,23	\$ 88,68	\$ 94,51	\$ 91,92
Salesforce	CRM	\$ 137,15	\$ 152,68	\$ 159,03	\$ 137,24	\$ 142,76	\$ 136,97
Travelers Companies	TVR	\$ 130,14	\$ 131,60	\$ 129,71	\$ 125,13	\$ 130,37	\$ 119,75
UnitedHealth Group	UNH	\$ 253,22	\$ 268,46	\$ 266,04	\$ 261,35	\$ 281,36	\$ 249,12
Verizon	VZ	\$ 51,64	\$ 54,37	\$ 53,39	\$ 57,09	\$ 60,30	\$ 56,22
Visa	V	\$ 136,74	\$ 146,89	\$ 150,09	\$ 137,85	\$ 141,71	\$ 131,94
Walgreens	WBA	\$ 67,62	\$ 68,56	\$ 72,90	\$ 79,77	\$ 84,67	\$ 68,33
Walmart	WMT	\$ 29,74	\$ 31,95	\$ 31,30	\$ 33,43	\$ 32,55	\$ 31,05
Walt Disney	DIS	\$ 105,08	\$ 106,10	\$ 106,25	\$ 106,54	\$ 107,51	\$ 107,94
3M.	MMM	\$ 177,52	\$ 176,34	\$ 176,17	\$ 159,07	\$ 173,84	\$ 159,31

Companhia	Ticker	jan/19	fev/19	mar/19	abr/19	mai/19	jun/19
American Express	AXP	\$ 102,70	\$ 107,74	\$ 109,30	\$ 117,23	\$ 114,71	\$ 123,44
Amgen	AMGN	\$ 187,11	\$ 190,08	\$ 189,98	\$ 179,32	\$ 166,70	\$ 184,28
Apple	AAPL	\$ 41,61	\$ 43,29	\$ 47,49	\$ 50,17	\$ 43,77	\$ 49,48
Boeing	BA	\$ 385,62	\$ 439,96	\$ 381,42	\$ 377,69	\$ 341,61	\$ 364,01
Caterpillar	CAT	\$ 133,16	\$ 137,34	\$ 135,49	\$ 139,42	\$ 119,81	\$ 136,29
Chevron	CVX	\$ 114,65	\$ 119,58	\$ 123,18	\$ 120,06	\$ 113,85	\$ 124,44
Cisco Systems	CSCO	\$ 47,29	\$ 51,77	\$ 53,99	\$ 55,95	\$ 52,03	\$ 54,73
Coca-Cola	KO	\$ 48,13	\$ 45,34	\$ 46,86	\$ 49,06	\$ 49,13	\$ 50,92
Dow	DOW	\$ 39,00	\$ 39,00	\$ 39,47	\$ 38,40	\$ 37,40	\$ 35,04
Goldman Sachs Group	GS	\$ 198,01	\$ 196,70	\$ 191,99	\$ 205,92	\$ 182,49	\$ 204,60
Home Depot	HD	\$ 183,53	\$ 185,14	\$ 191,89	\$ 203,70	\$ 189,85	\$ 207,97
Honeywell International	HON	\$ 143,63	\$ 154,07	\$ 158,92	\$ 173,63	\$ 164,31	\$ 174,59
IBM	IBM	\$ 128,39	\$ 131,94	\$ 134,77	\$ 133,98	\$ 121,30	\$ 131,72
Intel Corporation	INTC	\$ 47,12	\$ 52,96	\$ 53,70	\$ 51,04	\$ 44,04	\$ 47,87
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 133,08	\$ 136,64	\$ 139,79	\$ 141,20	\$ 131,15	\$ 139,28
JPMorgan Chase	JPM	\$ 103,50	\$ 104,36	\$ 101,23	\$ 116,05	\$ 105,96	\$ 111,80
McDonald's	MCD	\$ 178,78	\$ 183,84	\$ 189,90	\$ 197,57	\$ 198,27	\$ 207,66
Merck	MRK	\$ 70,97	\$ 77,51	\$ 79,30	\$ 75,05	\$ 75,53	\$ 79,95
Microsoft	MSFT	\$ 104,43	\$ 112,03	\$ 117,94	\$ 130,60	\$ 123,68	\$ 133,96
Nike	NKE	\$ 81,88	\$ 85,73	\$ 84,21	\$ 87,83	\$ 77,14	\$ 83,95
Procter & Gamble	PG	\$ 96,47	\$ 98,55	\$ 104,05	\$ 106,48	\$ 102,91	\$ 109,65
Salesforce	CRM	\$ 151,97	\$ 163,65	\$ 158,37	\$ 165,35	\$ 151,41	\$ 151,73
Travelers Companies	TVR	\$ 125,54	\$ 132,91	\$ 137,16	\$ 143,75	\$ 145,57	\$ 149,52
UnitedHealth Group	UNH	\$ 270,20	\$ 242,22	\$ 247,26	\$ 233,07	\$ 241,80	\$ 244,01
Verizon	VZ	\$ 55,06	\$ 56,92	\$ 59,13	\$ 57,19	\$ 54,35	\$ 57,13
Visa	V	\$ 135,01	\$ 148,12	\$ 156,19	\$ 164,43	\$ 161,33	\$ 173,55
Walgreens	WBA	\$ 72,26	\$ 71,19	\$ 63,27	\$ 53,57	\$ 49,34	\$ 54,67
Walmart	WMT	\$ 31,94	\$ 33,00	\$ 32,51	\$ 34,28	\$ 33,81	\$ 36,83
Walt Disney	DIS	\$ 108,15	\$ 108,49	\$ 108,67	\$ 108,72	\$ 109,65	\$ 109,93
3M.	MMM	\$ 167,47	\$ 173,39	\$ 173,72	\$ 158,44	\$ 133,56	\$ 144,93

Companhia	Ticker	jul/19	ago/19	set/19	out/19	nov/19	dez/19
American Express	AXP	\$ 124,37	\$ 120,37	\$ 118,28	\$ 117,28	\$ 120,12	\$ 124,49
Amgen	AMGN	\$ 186,58	\$ 208,62	\$ 193,51	\$ 213,25	\$ 234,72	\$ 241,07
Apple	AAPL	\$ 53,26	\$ 52,19	\$ 55,99	\$ 62,19	\$ 66,81	\$ 73,41
Boeing	BA	\$ 341,18	\$ 364,09	\$ 380,47	\$ 339,91	\$ 366,18	\$ 325,76
Caterpillar	CAT	\$ 131,67	\$ 119,00	\$ 126,31	\$ 137,80	\$ 144,73	\$ 147,68
Chevron	CVX	\$ 123,11	\$ 117,72	\$ 118,60	\$ 116,14	\$ 117,13	\$ 120,51
Cisco Systems	CSCO	\$ 55,40	\$ 46,81	\$ 49,41	\$ 47,51	\$ 45,31	\$ 47,96
Coca-Cola	KO	\$ 52,63	\$ 55,04	\$ 54,44	\$ 54,43	\$ 53,40	\$ 55,35
Dow	DOW	\$ 32,17	\$ 34,46	\$ 33,91	\$ 31,84	\$ 31,72	\$ 32,20
Goldman Sachs Group	GS	\$ 220,13	\$ 203,91	\$ 207,23	\$ 213,38	\$ 221,35	\$ 229,93
Home Depot	HD	\$ 213,69	\$ 227,91	\$ 232,02	\$ 234,58	\$ 220,51	\$ 218,38
Honeywell International	HON	\$ 172,46	\$ 164,62	\$ 169,20	\$ 172,73	\$ 178,55	\$ 177,00
IBM	IBM	\$ 141,59	\$ 129,45	\$ 138,90	\$ 127,73	\$ 128,42	\$ 128,03
Intel Corporation	INTC	\$ 50,55	\$ 47,41	\$ 51,53	\$ 56,53	\$ 58,05	\$ 59,85
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 130,22	\$ 128,36	\$ 129,38	\$ 132,04	\$ 137,49	\$ 145,87
JPMorgan Chase	JPM	\$ 116,00	\$ 109,86	\$ 117,69	\$ 124,92	\$ 131,76	\$ 139,40
McDonald's	MCD	\$ 210,72	\$ 217,97	\$ 214,71	\$ 196,70	\$ 194,48	\$ 197,61
Merck	MRK	\$ 79,13	\$ 82,45	\$ 80,27	\$ 82,63	\$ 83,13	\$ 86,72
Microsoft	MSFT	\$ 136,27	\$ 137,86	\$ 139,03	\$ 143,37	\$ 151,38	\$ 157,70
Nike	NKE	\$ 86,03	\$ 84,50	\$ 93,92	\$ 89,55	\$ 93,49	\$ 101,31
Procter & Gamble	PG	\$ 118,04	\$ 120,23	\$ 124,38	\$ 124,51	\$ 122,06	\$ 124,90
Salesforce	CRM	\$ 154,50	\$ 156,07	\$ 148,44	\$ 156,49	\$ 162,89	\$ 162,64
Travelers Companies	TVR	\$ 146,62	\$ 146,96	\$ 148,69	\$ 131,06	\$ 136,72	\$ 136,95
UnitedHealth Group	UNH	\$ 249,01	\$ 234,00	\$ 217,32	\$ 252,70	\$ 279,87	\$ 293,98
Verizon	VZ	\$ 55,27	\$ 58,16	\$ 60,36	\$ 60,47	\$ 60,24	\$ 61,40
Visa	V	\$ 178,00	\$ 180,82	\$ 172,01	\$ 178,86	\$ 184,51	\$ 187,90
Walgreens	WBA	\$ 54,49	\$ 51,19	\$ 55,31	\$ 54,78	\$ 59,60	\$ 58,96
Walmart	WMT	\$ 36,79	\$ 38,09	\$ 39,56	\$ 39,09	\$ 39,70	\$ 39,61
Walt Disney	DIS	\$ 110,09	\$ 110,37	\$ 110,44	\$ 110,65	\$ 111,03	\$ 111,51
3M.	MMM	\$ 146,08	\$ 135,21	\$ 137,45	\$ 137,94	\$ 141,94	\$ 147,50

Companhia	Ticker	jan/20	fev/20	mar/20	abr/20	mai/20	jun/20
American Express	AXP	\$ 129,87	\$ 109,93	\$ 85,61	\$ 91,25	\$ 95,07	\$ 95,20
Amgen	AMGN	\$ 216,05	\$ 199,73	\$ 202,73	\$ 239,22	\$ 229,70	\$ 235,86
Apple	AAPL	\$ 77,38	\$ 68,34	\$ 63,57	\$ 73,45	\$ 79,48	\$ 91,20
Boeing	BA	\$ 318,27	\$ 275,11	\$ 149,14	\$ 141,02	\$ 145,85	\$ 183,30
Caterpillar	CAT	\$ 131,35	\$ 124,24	\$ 116,04	\$ 116,38	\$ 120,13	\$ 126,50
Chevron	CVX	\$ 107,14	\$ 93,34	\$ 72,46	\$ 92,00	\$ 91,70	\$ 89,23
Cisco Systems	CSCO	\$ 45,97	\$ 39,93	\$ 39,31	\$ 42,38	\$ 47,82	\$ 46,64
Coca-Cola	KO	\$ 58,40	\$ 53,49	\$ 44,25	\$ 45,89	\$ 46,68	\$ 44,68
Dow	DOW	\$ 32,33	\$ 30,19	\$ 29,30	\$ 28,95	\$ 29,31	\$ 28,78
Goldman Sachs Group	GS	\$ 237,75	\$ 200,77	\$ 154,59	\$ 183,42	\$ 196,49	\$ 197,62
Home Depot	HD	\$ 228,10	\$ 217,84	\$ 186,71	\$ 219,83	\$ 248,48	\$ 250,51
Honeywell International	HON	\$ 173,22	\$ 162,17	\$ 133,79	\$ 141,90	\$ 145,85	\$ 144,59
IBM	IBM	\$ 137,29	\$ 124,31	\$ 105,96	\$ 119,93	\$ 119,30	\$ 115,36
Intel Corporation	INTC	\$ 63,93	\$ 55,52	\$ 54,12	\$ 59,98	\$ 62,93	\$ 59,83
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 148,87	\$ 134,48	\$ 131,13	\$ 150,04	\$ 148,75	\$ 140,63
JPMorgan Chase	JPM	\$ 132,36	\$ 116,11	\$ 90,03	\$ 95,76	\$ 97,31	\$ 94,06
McDonald's	MCD	\$ 213,97	\$ 194,17	\$ 165,35	\$ 187,56	\$ 186,32	\$ 184,47
Merck	MRK	\$ 81,47	\$ 73,00	\$ 73,36	\$ 75,65	\$ 76,97	\$ 73,74
Microsoft	MSFT	\$ 170,23	\$ 162,01	\$ 157,71	\$ 179,21	\$ 183,25	\$ 203,51
Nike	NKE	\$ 96,30	\$ 89,38	\$ 82,74	\$ 87,18	\$ 98,58	\$ 98,05
Procter & Gamble	PG	\$ 124,62	\$ 113,23	\$ 110,00	\$ 117,87	\$ 115,92	\$ 119,57
Salesforce	CRM	\$ 182,31	\$ 170,40	\$ 143,98	\$ 161,95	\$ 174,79	\$ 187,33
Travelers Companies	TVR	\$ 131,62	\$ 119,81	\$ 99,35	\$ 101,21	\$ 106,98	\$ 114,05
UnitedHealth Group	UNH	\$ 272,45	\$ 254,96	\$ 249,38	\$ 292,47	\$ 304,85	\$ 294,95
Verizon	VZ	\$ 59,44	\$ 54,16	\$ 53,73	\$ 57,45	\$ 57,38	\$ 55,13
Visa	V	\$ 198,97	\$ 181,76	\$ 161,12	\$ 178,72	\$ 195,24	\$ 193,17
Walgreens	WBA	\$ 50,85	\$ 45,76	\$ 45,75	\$ 43,29	\$ 42,94	\$ 42,39
Walmart	WMT	\$ 38,16	\$ 35,89	\$ 37,87	\$ 40,52	\$ 41,35	\$ 39,93
Walt Disney	DIS	\$ 111,52	\$ 111,63	\$ 112,02	\$ 112,08	\$ 112,84	\$ 113,39
3M.	MMM	\$ 132,65	\$ 124,78	\$ 114,13	\$ 127,02	\$ 130,80	\$ 130,42

Companhia	Ticker	jul/20	ago/20	set/20	out/20	nov/20	dez/20
American Express	AXP	\$ 93,32	\$ 101,59	\$ 100,25	\$ 91,24	\$ 118,59	\$ 120,91
Amgen	AMGN	\$ 244,67	\$ 253,32	\$ 254,16	\$ 216,94	\$ 222,04	\$ 229,92
Apple	AAPL	\$ 106,26	\$ 129,04	\$ 115,81	\$ 108,86	\$ 119,05	\$ 132,69
Boeing	BA	\$ 158,00	\$ 171,82	\$ 165,26	\$ 144,39	\$ 210,71	\$ 214,06
Caterpillar	CAT	\$ 132,88	\$ 142,31	\$ 149,15	\$ 157,05	\$ 173,59	\$ 182,02
Chevron	CVX	\$ 83,94	\$ 83,93	\$ 72,00	\$ 69,50	\$ 87,18	\$ 84,45
Cisco Systems	CSCO	\$ 47,10	\$ 42,22	\$ 39,39	\$ 35,90	\$ 43,02	\$ 44,75
Coca-Cola	KO	\$ 47,24	\$ 49,53	\$ 49,37	\$ 48,06	\$ 51,60	\$ 54,84
Dow	DOW	\$ 31,50	\$ 31,06	\$ 33,88	\$ 34,64	\$ 33,51	\$ 33,51
Goldman Sachs Group	GS	\$ 197,96	\$ 204,87	\$ 200,97	\$ 189,04	\$ 230,58	\$ 263,71
Home Depot	HD	\$ 265,49	\$ 285,04	\$ 277,71	\$ 266,71	\$ 277,41	\$ 265,62
Honeywell International	HON	\$ 149,37	\$ 165,55	\$ 164,61	\$ 164,95	\$ 203,92	\$ 212,70
IBM	IBM	\$ 117,43	\$ 117,78	\$ 116,21	\$ 106,65	\$ 117,98	\$ 120,24
Intel Corporation	INTC	\$ 47,73	\$ 50,95	\$ 51,78	\$ 44,28	\$ 48,35	\$ 49,82
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 145,76	\$ 153,41	\$ 148,88	\$ 137,11	\$ 144,68	\$ 157,38
JPMorgan Chase	JPM	\$ 96,64	\$ 100,19	\$ 96,27	\$ 98,04	\$ 117,88	\$ 127,07
McDonald's	MCD	\$ 194,28	\$ 213,52	\$ 219,49	\$ 213,00	\$ 217,44	\$ 214,58
Merck	MRK	\$ 76,51	\$ 81,31	\$ 79,09	\$ 71,71	\$ 76,65	\$ 78,00
Microsoft	MSFT	\$ 205,01	\$ 225,53	\$ 210,33	\$ 202,47	\$ 214,07	\$ 222,42
Nike	NKE	\$ 97,61	\$ 111,89	\$ 125,54	\$ 120,08	\$ 134,70	\$ 141,47
Procter & Gamble	PG	\$ 131,12	\$ 138,33	\$ 138,99	\$ 137,10	\$ 138,87	\$ 139,14
Salesforce	CRM	\$ 194,85	\$ 272,65	\$ 251,32	\$ 232,27	\$ 245,80	\$ 222,53
Travelers Companies	TVR	\$ 114,42	\$ 116,04	\$ 108,19	\$ 120,71	\$ 129,65	\$ 140,37
UnitedHealth Group	UNH	\$ 302,78	\$ 312,55	\$ 311,77	\$ 305,14	\$ 336,34	\$ 350,68
Verizon	VZ	\$ 57,48	\$ 59,27	\$ 59,49	\$ 56,99	\$ 60,41	\$ 58,75
Visa	V	\$ 190,40	\$ 211,99	\$ 199,97	\$ 181,71	\$ 210,35	\$ 218,73
Walgreens	WBA	\$ 40,71	\$ 38,02	\$ 35,92	\$ 34,04	\$ 38,01	\$ 39,88
Walmart	WMT	\$ 43,13	\$ 46,28	\$ 46,64	\$ 46,25	\$ 50,93	\$ 48,05
Walt Disney	DIS	\$ 113,47	\$ 113,56	\$ 113,74	\$ 114,14	\$ 114,83	\$ 115,49
3M.	MMM	\$ 125,80	\$ 136,30	\$ 133,92	\$ 133,74	\$ 144,42	\$ 146,14

Companhia	Ticker	jan/21	fev/21	mar/21	abr/21	mai/21	jun/21
American Express	AXP	\$ 116,26	\$ 135,26	\$ 141,44	\$ 153,35	\$ 160,13	\$ 165,23
Amgen	AMGN	\$ 241,43	\$ 224,92	\$ 248,81	\$ 239,64	\$ 237,94	\$ 243,75
Apple	AAPL	\$ 131,96	\$ 121,26	\$ 122,15	\$ 131,46	\$ 124,61	\$ 136,96
Boeing	BA	\$ 194,19	\$ 212,01	\$ 254,72	\$ 234,31	\$ 247,02	\$ 239,56
Caterpillar	CAT	\$ 182,84	\$ 215,88	\$ 231,87	\$ 228,11	\$ 241,08	\$ 217,63
Chevron	CVX	\$ 85,20	\$ 100,00	\$ 104,79	\$ 103,07	\$ 103,79	\$ 104,74
Cisco Systems	CSCO	\$ 44,58	\$ 44,87	\$ 51,71	\$ 50,91	\$ 52,90	\$ 53,00
Coca-Cola	KO	\$ 48,15	\$ 48,99	\$ 52,71	\$ 53,98	\$ 55,29	\$ 54,11
Dow	DOW	\$ 28,76	\$ 27,71	\$ 27,88	\$ 22,46	\$ 28,45	\$ 34,87
Goldman Sachs Group	GS	\$ 271,17	\$ 319,48	\$ 327,00	\$ 348,45	\$ 372,02	\$ 379,53
Home Depot	HD	\$ 270,82	\$ 258,34	\$ 305,25	\$ 323,67	\$ 318,91	\$ 318,89
Honeywell International	HON	\$ 195,37	\$ 202,35	\$ 217,07	\$ 223,04	\$ 230,91	\$ 219,35
IBM	IBM	\$ 113,77	\$ 113,60	\$ 127,29	\$ 135,52	\$ 137,30	\$ 140,02
Intel Corporation	INTC	\$ 55,51	\$ 60,78	\$ 64,00	\$ 57,53	\$ 57,12	\$ 56,14
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 163,13	\$ 158,46	\$ 164,35	\$ 162,73	\$ 169,25	\$ 164,74
JPMorgan Chase	JPM	\$ 128,67	\$ 147,17	\$ 152,23	\$ 153,81	\$ 164,24	\$ 155,54
McDonald's	MCD	\$ 207,84	\$ 206,14	\$ 224,14	\$ 236,08	\$ 233,89	\$ 230,99
Merck	MRK	\$ 73,49	\$ 69,25	\$ 73,51	\$ 71,04	\$ 72,36	\$ 77,77
Microsoft	MSFT	\$ 231,96	\$ 232,38	\$ 235,77	\$ 252,18	\$ 249,68	\$ 270,90
Nike	NKE	\$ 133,59	\$ 134,78	\$ 132,89	\$ 132,62	\$ 136,46	\$ 154,49
Procter & Gamble	PG	\$ 128,21	\$ 123,53	\$ 135,43	\$ 133,42	\$ 134,85	\$ 134,93
Salesforce	CRM	\$ 225,56	\$ 216,50	\$ 211,87	\$ 230,32	\$ 238,10	\$ 244,27
Travelers Companies	TVR	\$ 136,30	\$ 145,50	\$ 150,40	\$ 154,66	\$ 159,70	\$ 149,71
UnitedHealth Group	UNH	\$ 333,58	\$ 332,22	\$ 372,07	\$ 398,80	\$ 411,92	\$ 400,44
Verizon	VZ	\$ 54,75	\$ 55,30	\$ 58,15	\$ 57,79	\$ 56,49	\$ 56,03
Visa	V	\$ 193,25	\$ 212,39	\$ 211,73	\$ 233,56	\$ 227,30	\$ 233,82
Walgreens	WBA	\$ 50,25	\$ 47,93	\$ 54,90	\$ 53,10	\$ 52,66	\$ 52,61
Walmart	WMT	\$ 46,83	\$ 43,31	\$ 45,28	\$ 46,64	\$ 47,34	\$ 47,01
Walt Disney	DIS	\$ 115,60	\$ 116,94	\$ 116,94	\$ 117,30	\$ 117,65	\$ 120,00
3M.	MMM	\$ 146,86	\$ 146,36	\$ 161,09	\$ 164,82	\$ 169,76	\$ 166,07

Companhia	Ticker	jul/21	ago/21	set/21	out/21	nov/21	dez/21
American Express	AXP	\$ 170,53	\$ 165,96	\$ 167,53	\$ 173,78	\$ 152,30	\$ 163,60
Amgen	AMGN	\$ 241,54	\$ 225,53	\$ 212,65	\$ 206,97	\$ 198,88	\$ 224,97
Apple	AAPL	\$ 145,86	\$ 151,83	\$ 141,50	\$ 149,80	\$ 165,30	\$ 177,57
Boeing	BA	\$ 226,48	\$ 219,50	\$ 219,94	\$ 207,03	\$ 197,85	\$ 201,32
Caterpillar	CAT	\$ 206,75	\$ 210,87	\$ 191,97	\$ 204,01	\$ 193,35	\$ 206,74
Chevron	CVX	\$ 101,81	\$ 96,77	\$ 101,45	\$ 114,49	\$ 112,87	\$ 117,35
Cisco Systems	CSCO	\$ 55,37	\$ 59,02	\$ 54,43	\$ 55,97	\$ 54,84	\$ 63,37
Coca-Cola	KO	\$ 57,03	\$ 56,31	\$ 52,47	\$ 56,37	\$ 52,45	\$ 59,21
Dow	DOW	\$ 36,00	\$ 36,13	\$ 40,99	\$ 37,75	\$ 37,16	\$ 35,48
Goldman Sachs Group	GS	\$ 374,88	\$ 413,51	\$ 378,03	\$ 413,35	\$ 380,99	\$ 382,55
Home Depot	HD	\$ 328,19	\$ 326,18	\$ 328,26	\$ 371,74	\$ 400,61	\$ 415,01
Honeywell International	HON	\$ 233,79	\$ 231,91	\$ 212,28	\$ 218,62	\$ 202,24	\$ 208,51
IBM	IBM	\$ 134,64	\$ 134,05	\$ 132,70	\$ 119,49	\$ 117,10	\$ 133,66
Intel Corporation	INTC	\$ 53,72	\$ 54,06	\$ 53,28	\$ 49,00	\$ 49,20	\$ 51,50
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 172,20	\$ 173,13	\$ 161,50	\$ 162,88	\$ 155,93	\$ 171,07
JPMorgan Chase	JPM	\$ 151,78	\$ 159,95	\$ 163,69	\$ 169,89	\$ 158,83	\$ 158,35
McDonald's	MCD	\$ 242,71	\$ 237,46	\$ 241,11	\$ 245,55	\$ 244,60	\$ 268,07
Merck	MRK	\$ 76,87	\$ 76,29	\$ 75,11	\$ 88,05	\$ 74,91	\$ 76,64
Microsoft	MSFT	\$ 284,91	\$ 301,88	\$ 281,92	\$ 331,62	\$ 330,59	\$ 336,32
Nike	NKE	\$ 167,51	\$ 164,74	\$ 145,23	\$ 167,29	\$ 169,24	\$ 166,67
Procter & Gamble	PG	\$ 142,23	\$ 142,39	\$ 139,80	\$ 142,99	\$ 144,58	\$ 163,58
Salesforce	CRM	\$ 241,93	\$ 265,27	\$ 271,22	\$ 299,69	\$ 284,96	\$ 254,13
Travelers Companies	TVR	\$ 148,92	\$ 159,71	\$ 152,01	\$ 160,88	\$ 146,95	\$ 156,43
UnitedHealth Group	UNH	\$ 412,22	\$ 416,27	\$ 390,74	\$ 460,47	\$ 444,22	\$ 502,14
Verizon	VZ	\$ 55,78	\$ 55,00	\$ 54,01	\$ 52,99	\$ 50,27	\$ 51,96
Visa	V	\$ 246,39	\$ 229,10	\$ 222,75	\$ 211,77	\$ 193,77	\$ 216,71
Walgreens	WBA	\$ 47,15	\$ 50,75	\$ 47,05	\$ 47,02	\$ 44,80	\$ 52,16
Walmart	WMT	\$ 47,52	\$ 49,37	\$ 46,46	\$ 49,81	\$ 46,88	\$ 48,23
Walt Disney	DIS	\$ 121,25	\$ 124,08	\$ 129,92	\$ 130,32	\$ 131,87	\$ 132,04
3M.	MMM	\$ 165,49	\$ 162,82	\$ 146,66	\$ 149,39	\$ 142,17	\$ 148,51

Companhia	Ticker	jan/22	fev/22	mar/22	abr/22	mai/22	jun/22
American Express	AXP	\$ 179,82	\$ 194,54	\$ 187,00	\$ 174,71	\$ 168,82	\$ 138,62
Amgen	AMGN	\$ 227,14	\$ 226,48	\$ 241,82	\$ 233,19	\$ 256,74	\$ 243,30
Apple	AAPL	\$ 174,78	\$ 165,12	\$ 174,61	\$ 157,65	\$ 148,84	\$ 136,72
Boeing	BA	\$ 200,24	\$ 205,34	\$ 191,50	\$ 148,84	\$ 131,40	\$ 136,72
Caterpillar	CAT	\$ 201,56	\$ 187,58	\$ 222,82	\$ 210,54	\$ 215,85	\$ 178,76
Chevron	CVX	\$ 131,33	\$ 144,00	\$ 162,83	\$ 156,67	\$ 174,66	\$ 144,78
Cisco Systems	CSCO	\$ 55,67	\$ 55,77	\$ 55,76	\$ 48,98	\$ 45,05	\$ 42,64
Coca-Cola	KO	\$ 61,01	\$ 62,24	\$ 62,00	\$ 64,61	\$ 63,38	\$ 62,91
Dow	DOW	\$ 34,14	\$ 31,18	\$ 30,84	\$ 27,46	\$ 24,37	\$ 27,33
Goldman Sachs Group	GS	\$ 354,68	\$ 341,29	\$ 330,10	\$ 305,49	\$ 326,85	\$ 297,02
Home Depot	HD	\$ 366,98	\$ 315,83	\$ 299,33	\$ 300,40	\$ 302,75	\$ 274,27
Honeywell International	HON	\$ 204,48	\$ 189,75	\$ 194,58	\$ 193,51	\$ 193,62	\$ 173,81
IBM	IBM	\$ 133,57	\$ 122,51	\$ 130,02	\$ 132,21	\$ 138,84	\$ 141,19
Intel Corporation	INTC	\$ 48,82	\$ 47,70	\$ 49,56	\$ 43,59	\$ 44,42	\$ 37,41
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 172,29	\$ 164,57	\$ 177,23	\$ 180,46	\$ 179,53	\$ 177,51
JPMorgan Chase	JPM	\$ 148,60	\$ 141,80	\$ 136,32	\$ 119,36	\$ 132,23	\$ 112,61
McDonald's	MCD	\$ 259,45	\$ 244,77	\$ 247,28	\$ 249,16	\$ 252,21	\$ 246,88
Merck	MRK	\$ 81,48	\$ 76,58	\$ 82,05	\$ 88,69	\$ 92,03	\$ 91,17
Microsoft	MSFT	\$ 310,98	\$ 298,79	\$ 308,31	\$ 277,52	\$ 271,87	\$ 256,83
Nike	NKE	\$ 148,07	\$ 136,55	\$ 134,56	\$ 124,70	\$ 118,85	\$ 102,20
Procter & Gamble	PG	\$ 160,45	\$ 155,89	\$ 152,80	\$ 160,55	\$ 147,88	\$ 143,79
Salesforce	CRM	\$ 232,63	\$ 210,53	\$ 212,32	\$ 175,94	\$ 160,24	\$ 165,04
Travelers Companies	TVR	\$ 166,18	\$ 171,83	\$ 182,73	\$ 171,06	\$ 179,04	\$ 169,13
UnitedHealth Group	UNH	\$ 472,57	\$ 475,87	\$ 509,97	\$ 508,55	\$ 496,78	\$ 513,63
Verizon	VZ	\$ 53,23	\$ 53,67	\$ 50,94	\$ 46,30	\$ 51,29	\$ 50,75
Visa	V	\$ 226,17	\$ 216,12	\$ 221,77	\$ 213,13	\$ 212,17	\$ 196,89
Walgreens	WBA	\$ 49,76	\$ 46,09	\$ 44,77	\$ 42,40	\$ 43,83	\$ 37,90
Walmart	WMT	\$ 46,60	\$ 45,05	\$ 49,64	\$ 51,00	\$ 42,88	\$ 40,53
Walt Disney	DIS	\$ 136,97	\$ 137,16	\$ 137,26	\$ 138,31	\$ 139,64	\$ 142,97
3M.	MMM	\$ 138,81	\$ 124,28	\$ 124,47	\$ 120,58	\$ 124,82	\$ 108,20

Companhia	Ticker	jul/22	ago/22	set/22	out/22	nov/22	dez/22
American Express	AXP	\$ 154,02	\$ 152,00	\$ 134,91	\$ 148,45	\$ 157,59	\$ 147,75
Amgen	AMGN	\$ 247,47	\$ 240,30	\$ 225,40	\$ 270,35	\$ 286,40	\$ 262,64
Apple	AAPL	\$ 162,51	\$ 157,22	\$ 138,20	\$ 153,34	\$ 148,03	\$ 129,93
Boeing	BA	\$ 159,31	\$ 160,25	\$ 121,08	\$ 142,51	\$ 178,88	\$ 190,49
Caterpillar	CAT	\$ 198,25	\$ 184,71	\$ 164,08	\$ 216,46	\$ 236,41	\$ 239,56
Chevron	CVX	\$ 163,78	\$ 158,06	\$ 143,67	\$ 180,90	\$ 183,31	\$ 179,49
Cisco Systems	CSCO	\$ 45,37	\$ 44,72	\$ 40,00	\$ 45,43	\$ 49,72	\$ 47,64
Coca-Cola	KO	\$ 64,17	\$ 61,71	\$ 56,02	\$ 59,85	\$ 63,61	\$ 63,61
Dow	DOW	\$ 23,72	\$ 26,91	\$ 30,83	\$ 29,57	\$ 28,31	\$ 27,09
Goldman Sachs Group	GS	\$ 333,39	\$ 332,67	\$ 293,05	\$ 344,51	\$ 386,15	\$ 343,38
Home Depot	HD	\$ 300,94	\$ 288,42	\$ 275,94	\$ 296,13	\$ 323,99	\$ 315,86
Honeywell International	HON	\$ 192,46	\$ 189,35	\$ 166,97	\$ 204,02	\$ 219,55	\$ 214,30
IBM	IBM	\$ 130,79	\$ 128,45	\$ 118,81	\$ 138,29	\$ 148,90	\$ 140,89
Intel Corporation	INTC	\$ 36,31	\$ 31,92	\$ 25,77	\$ 28,43	\$ 30,07	\$ 26,43
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 174,52	\$ 161,34	\$ 163,36	\$ 173,97	\$ 178,00	\$ 176,65
JPMorgan Chase	JPM	\$ 115,36	\$ 113,73	\$ 104,50	\$ 125,88	\$ 138,18	\$ 134,10
McDonald's	MCD	\$ 263,37	\$ 252,28	\$ 230,74	\$ 272,66	\$ 272,79	\$ 263,53
Merck	MRK	\$ 89,34	\$ 85,36	\$ 86,12	\$ 101,20	\$ 110,12	\$ 110,95
Microsoft	MSFT	\$ 280,74	\$ 261,47	\$ 232,90	\$ 232,13	\$ 255,14	\$ 239,82
Nike	NKE	\$ 114,92	\$ 106,45	\$ 83,12	\$ 92,68	\$ 109,69	\$ 117,01
Procter & Gamble	PG	\$ 138,91	\$ 137,94	\$ 126,25	\$ 134,67	\$ 149,16	\$ 151,56
Salesforce	CRM	\$ 184,02	\$ 156,12	\$ 143,84	\$ 162,59	\$ 160,25	\$ 132,59
Travelers Companies	TVR	\$ 158,70	\$ 161,64	\$ 153,20	\$ 184,46	\$ 189,81	\$ 187,49
UnitedHealth Group	UNH	\$ 542,34	\$ 519,33	\$ 505,04	\$ 555,15	\$ 547,76	\$ 530,18
Verizon	VZ	\$ 46,19	\$ 41,81	\$ 37,97	\$ 37,37	\$ 38,98	\$ 39,40
Visa	V	\$ 212,11	\$ 198,71	\$ 177,65	\$ 207,16	\$ 217,00	\$ 207,76
Walgreens	WBA	\$ 39,62	\$ 35,06	\$ 31,40	\$ 36,50	\$ 41,50	\$ 37,36
Walmart	WMT	\$ 44,02	\$ 44,18	\$ 43,23	\$ 47,44	\$ 50,81	\$ 47,26
Walt Disney	DIS	\$ 143,01	\$ 144,63	\$ 144,90	\$ 148,01	\$ 148,46	\$ 151,58
3M.	MMM	\$ 119,76	\$ 103,97	\$ 92,39	\$ 105,17	\$ 105,32	\$ 100,26

Companhia	Ticker	jan/23	fev/23	mar/23	abr/23	mai/23	jun/23
American Express	AXP	\$ 174,93	\$ 173,99	\$ 164,95	\$ 161,34	\$ 158,56	\$ 174,20
Amgen	AMGN	\$ 252,40	\$ 231,66	\$ 241,75	\$ 239,74	\$ 220,65	\$ 222,02
Apple	AAPL	\$ 144,29	\$ 147,41	\$ 164,90	\$ 169,68	\$ 177,25	\$ 193,97
Boeing	BA	\$ 213,00	\$ 201,55	\$ 212,43	\$ 206,78	\$ 205,70	\$ 211,16
Caterpillar	CAT	\$ 252,29	\$ 239,55	\$ 228,84	\$ 218,80	\$ 205,75	\$ 246,05
Chevron	CVX	\$ 174,02	\$ 160,77	\$ 163,16	\$ 168,58	\$ 150,62	\$ 157,35
Cisco Systems	CSCO	\$ 48,67	\$ 48,42	\$ 52,28	\$ 47,25	\$ 49,67	\$ 51,74
Coca-Cola	KO	\$ 61,32	\$ 59,51	\$ 62,03	\$ 64,15	\$ 59,66	\$ 60,22
Dow	DOW	\$ 27,63	\$ 27,78	\$ 23,48	\$ 26,07	\$ 21,29	\$ 21,17
Goldman Sachs Group	GS	\$ 365,81	\$ 351,65	\$ 327,11	\$ 343,44	\$ 323,90	\$ 322,54
Home Depot	HD	\$ 324,17	\$ 296,54	\$ 295,12	\$ 300,54	\$ 283,45	\$ 310,64
Honeywell International	HON	\$ 208,48	\$ 191,48	\$ 191,12	\$ 199,84	\$ 191,60	\$ 207,50
IBM	IBM	\$ 134,73	\$ 129,30	\$ 131,09	\$ 126,41	\$ 128,59	\$ 133,81
Intel Corporation	INTC	\$ 28,26	\$ 24,93	\$ 32,67	\$ 31,06	\$ 31,44	\$ 33,44
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 163,42	\$ 153,26	\$ 155,00	\$ 163,70	\$ 155,06	\$ 165,52
JPMorgan Chase	JPM	\$ 139,96	\$ 143,35	\$ 130,31	\$ 138,24	\$ 135,71	\$ 145,44
McDonald's	MCD	\$ 267,40	\$ 263,91	\$ 279,61	\$ 295,75	\$ 285,11	\$ 298,41
Merck	MRK	\$ 107,41	\$ 106,24	\$ 106,39	\$ 115,47	\$ 110,41	\$ 115,39
Microsoft	MSFT	\$ 247,81	\$ 249,42	\$ 288,30	\$ 307,26	\$ 328,39	\$ 340,54
Nike	NKE	\$ 127,33	\$ 118,79	\$ 122,64	\$ 126,72	\$ 105,26	\$ 110,37
Procter & Gamble	PG	\$ 142,38	\$ 137,56	\$ 148,69	\$ 156,38	\$ 142,50	\$ 151,74
Salesforce	CRM	\$ 167,97	\$ 163,61	\$ 199,78	\$ 198,37	\$ 223,38	\$ 211,26
Travelers Companies	TVR	\$ 191,12	\$ 185,12	\$ 171,41	\$ 181,14	\$ 169,24	\$ 173,66
UnitedHealth Group	UNH	\$ 499,19	\$ 475,94	\$ 472,59	\$ 492,09	\$ 487,24	\$ 480,64
Verizon	VZ	\$ 41,57	\$ 38,81	\$ 38,89	\$ 38,83	\$ 35,63	\$ 37,19
Visa	V	\$ 230,21	\$ 219,94	\$ 225,46	\$ 232,73	\$ 221,03	\$ 237,48
Walgreens	WBA	\$ 36,86	\$ 35,53	\$ 34,58	\$ 35,25	\$ 30,37	\$ 28,49
Walmart	WMT	\$ 47,96	\$ 47,38	\$ 49,15	\$ 50,32	\$ 48,96	\$ 52,39
Walt Disney	DIS	\$ 154,89	\$ 168,17	\$ 169,07	\$ 169,17	\$ 175,77	\$ 176,02
3M.	MMM	\$ 96,22	\$ 90,08	\$ 87,88	\$ 88,81	\$ 78,01	\$ 83,68

Companhia	Ticker	jul/23	ago/23	set/23	out/23	nov/23	dez/23
American Express	AXP	\$ 168,88	\$ 157,99	\$ 149,19	\$ 146,03	\$ 170,77	\$ 187,34
Amgen	AMGN	\$ 234,15	\$ 256,34	\$ 268,76	\$ 255,70	\$ 269,64	\$ 288,02
Apple	AAPL	\$ 196,45	\$ 187,87	\$ 171,21	\$ 170,77	\$ 189,95	\$ 192,53
Boeing	BA	\$ 238,85	\$ 224,03	\$ 191,68	\$ 186,82	\$ 231,63	\$ 260,66
Caterpillar	CAT	\$ 265,17	\$ 281,13	\$ 273,00	\$ 226,05	\$ 250,72	\$ 295,67
Chevron	CVX	\$ 163,66	\$ 161,10	\$ 168,62	\$ 145,73	\$ 143,60	\$ 149,16
Cisco Systems	CSCO	\$ 52,04	\$ 57,35	\$ 53,76	\$ 52,13	\$ 48,38	\$ 50,52
Coca-Cola	KO	\$ 61,93	\$ 59,83	\$ 55,98	\$ 56,49	\$ 58,44	\$ 58,93
Dow	DOW	\$ 16,14	\$ 17,68	\$ 16,00	\$ 8,43	\$ 7,16	\$ 11,59
Goldman Sachs Group	GS	\$ 355,87	\$ 327,71	\$ 323,57	\$ 303,61	\$ 341,54	\$ 385,77
Home Depot	HD	\$ 333,84	\$ 330,30	\$ 302,16	\$ 284,69	\$ 313,49	\$ 346,55
Honeywell International	HON	\$ 194,13	\$ 187,94	\$ 184,74	\$ 183,26	\$ 195,92	\$ 209,71
IBM	IBM	\$ 144,18	\$ 146,83	\$ 140,30	\$ 144,64	\$ 158,56	\$ 163,55
Intel Corporation	INTC	\$ 35,77	\$ 35,14	\$ 35,55	\$ 36,50	\$ 44,70	\$ 50,25
Johnson & Johnson	JNJ	\$ 167,53	\$ 161,68	\$ 155,75	\$ 148,34	\$ 154,66	\$ 156,74
JPMorgan Chase	JPM	\$ 157,96	\$ 146,33	\$ 145,02	\$ 139,06	\$ 156,08	\$ 170,10
McDonald's	MCD	\$ 293,20	\$ 281,15	\$ 263,44	\$ 262,17	\$ 281,84	\$ 296,51
Merck	MRK	\$ 106,65	\$ 108,98	\$ 102,95	\$ 102,70	\$ 102,48	\$ 109,02
Microsoft	MSFT	\$ 335,92	\$ 327,76	\$ 315,75	\$ 338,11	\$ 378,91	\$ 376,04
Nike	NKE	\$ 110,39	\$ 101,71	\$ 95,62	\$ 102,77	\$ 110,27	\$ 108,57
Procter & Gamble	PG	\$ 156,30	\$ 154,34	\$ 145,86	\$ 150,03	\$ 153,52	\$ 146,54
Salesforce	CRM	\$ 225,01	\$ 221,46	\$ 202,78	\$ 200,83	\$ 251,90	\$ 263,14
Travelers Companies	TVR	\$ 172,61	\$ 161,23	\$ 163,31	\$ 167,44	\$ 180,62	\$ 190,49
UnitedHealth Group	UNH	\$ 506,37	\$ 476,58	\$ 504,19	\$ 535,56	\$ 552,97	\$ 526,47
Verizon	VZ	\$ 34,08	\$ 34,98	\$ 32,41	\$ 35,13	\$ 38,33	\$ 37,70
Visa	V	\$ 237,73	\$ 245,68	\$ 230,01	\$ 235,10	\$ 256,68	\$ 260,35
Walgreens	WBA	\$ 29,97	\$ 25,31	\$ 22,24	\$ 21,08	\$ 19,94	\$ 26,11
Walmart	WMT	\$ 53,29	\$ 54,20	\$ 53,31	\$ 54,47	\$ 51,90	\$ 52,55
Walt Disney	DIS	\$ 178,65	\$ 181,18	\$ 181,30	\$ 184,52	\$ 186,02	\$ 189,04
3M.	MMM	\$ 93,22	\$ 89,18	\$ 78,27	\$ 76,04	\$ 82,83	\$ 91,40

ANEXO B – Histórico da taxa livre de risco referencial (juros do título do tesouro americano)

Data	Último	Abertura	Máxima	Mínima	Var%
01/02/2007	4,577	4,577	4,577	4,577	-4,92%
01/03/2007	4,648	4,648	4,648	4,648	1,55%
01/04/2007	4,628	4,628	4,628	4,628	-0,43%
01/05/2007	4,892	4,892	4,892	4,892	5,70%
01/06/2007	5,027	5,027	5,027	5,027	2,76%
01/07/2007	4,733	4,733	4,733	4,733	-5,85%
01/08/2007	4,527	4,527	4,527	4,527	-4,35%
01/09/2007	4,594	4,594	4,594	4,594	1,48%
01/10/2007	4,473	4,473	4,473	4,473	-2,63%
01/11/2007	3,949	3,949	3,949	3,949	-11,71%
01/12/2007	4,035	4,035	4,035	4,035	2,18%
01/01/2008	3,597	3,597	3,597	3,597	-10,86%
01/02/2008	3,519	3,519	3,519	3,519	-2,17%
01/03/2008	3,421	3,421	3,421	3,421	-2,78%
01/04/2008	3,734	3,734	3,734	3,734	9,15%
01/05/2008	4,067	3,74	4,141	3,683	8,92%
01/06/2008	3,975	4,058	4,288	3,858	-2,26%
01/07/2008	3,958	3,967	4,178	3,771	-0,43%
01/08/2008	3,825	3,958	4,094	3,763	-3,36%
01/09/2008	3,829	3,827	3,909	3,251	0,10%
01/10/2008	3,97	3,748	4,11	3,402	3,68%
01/11/2008	2,92	3,959	3,984	2,908	-26,45%
01/12/2008	2,22	2,96	2,962	2,04	-23,97%
01/01/2009	2,851	2,25	2,894	2,148	28,42%
01/02/2009	3,021	2,851	3,058	2,619	5,96%
01/03/2009	2,668	3,02	3,045	2,462	-11,68%
01/04/2009	3,119	2,668	3,166	2,65	16,90%
01/05/2009	3,461	3,115	3,754	3,072	10,97%
01/06/2009	3,537	3,492	4,008	3,454	2,20%
01/07/2009	3,482	3,527	3,766	3,261	-1,55%
01/08/2009	3,401	3,512	3,893	3,374	-2,33%
01/09/2009	3,305	3,403	3,534	3,272	-2,82%
01/10/2009	3,388	3,318	3,581	3,106	2,51%
01/11/2009	3,198	3,396	3,563	3,154	-5,61%
01/12/2009	3,837	3,207	3,918	3,196	19,98%
01/01/2010	3,588	3,858	3,904	3,563	-6,49%
01/02/2010	3,619	3,606	3,828	3,537	0,86%
01/03/2010	3,833	3,625	3,928	3,593	5,91%
01/04/2010	3,659	3,839	4,013	3,655	-4,54%
01/05/2010	3,303	3,663	3,713	3,064	-9,73%
01/06/2010	2,935	3,3	3,427	2,928	-11,14%
01/07/2010	2,905	2,942	3,132	2,855	-1,02%
01/08/2010	2,47	2,925	2,972	2,419	-14,97%
01/09/2010	2,512	2,482	2,849	2,449	1,70%
01/10/2010	2,603	2,515	2,731	2,334	3,62%

01/11/2010	2,797	2,621	2,967	2,458	7,45%
01/12/2010	3,288	2,809	3,568	2,797	17,55%
01/01/2011	3,374	3,305	3,497	3,253	2,62%
01/02/2011	3,422	3,372	3,77	3,372	1,42%
01/03/2011	3,47	3,44	3,598	3,143	1,40%
01/04/2011	3,29	3,476	3,619	3,283	-5,19%
01/05/2011	3,059	3,297	3,323	3,041	-7,02%
01/06/2011	3,16	3,07	3,221	2,842	3,31%
01/07/2011	2,793	3,162	3,223	2,773	-11,63%
01/08/2011	2,234	2,82	2,858	1,976	-20,00%
01/09/2011	1,917	2,222	2,278	1,674	-14,18%
01/10/2011	2,116	1,919	2,42	1,717	10,37%
01/11/2011	2,072	2,135	2,153	1,872	-2,10%
01/12/2011	1,876	2,079	2,167	1,798	-9,43%
01/01/2012	1,795	1,876	2,094	1,792	-4,31%
01/02/2012	1,974	1,797	2,08	1,797	9,95%
01/03/2012	2,214	1,983	2,399	1,931	12,17%
01/04/2012	1,919	2,237	2,308	1,884	-13,33%
01/05/2012	1,563	1,919	1,966	1,533	-18,56%
01/06/2012	1,643	1,57	1,728	1,442	5,14%
01/07/2012	1,47	1,652	1,66	1,381	-10,56%
01/08/2012	1,548	1,468	1,863	1,446	5,36%
01/09/2012	1,633	1,552	1,894	1,542	5,50%
01/10/2012	1,694	1,623	1,856	1,599	3,73%
01/11/2012	1,616	1,702	1,781	1,556	-4,61%
01/12/2012	1,757	1,618	1,847	1,564	8,67%
01/01/2013	1,985	1,757	2,037	1,757	13,00%
01/02/2013	1,881	1,99	2,064	1,836	-5,24%
01/03/2013	1,852	1,877	2,087	1,827	-1,53%
01/04/2013	1,673	1,875	1,888	1,638	-9,65%
01/05/2013	2,132	1,668	2,235	1,614	27,39%
01/06/2013	2,487	2,157	2,667	1,999	16,69%
01/07/2013	2,588	2,495	2,755	2,415	4,02%
01/08/2013	2,789	2,584	2,936	2,552	7,80%
01/09/2013	2,615	2,837	3,007	2,59	-6,24%
01/10/2013	2,552	2,614	2,759	2,471	-2,41%
01/11/2013	2,746	2,56	2,839	2,554	7,60%
01/12/2013	3,026	2,753	3,036	2,752	10,20%
01/01/2014	2,644	3,038	3,041	2,646	-12,63%
01/02/2014	2,649	2,666	2,786	2,57	0,20%
01/03/2014	2,719	2,61	2,821	2,592	2,63%
01/04/2014	2,646	2,726	2,81	2,596	-2,69%
01/05/2014	2,475	2,659	2,7	2,402	-6,46%
01/06/2014	2,532	2,484	2,662	2,475	2,31%
01/07/2014	2,562	2,53	2,692	2,441	1,16%
01/08/2014	2,345	2,562	2,591	2,303	-8,46%
01/09/2014	2,495	2,357	2,655	2,354	6,41%
01/10/2014	2,335	2,5	2,508	1,865	-6,40%

01/11/2014	2,173	2,309	2,407	2,166	-6,96%
01/12/2014	2,17	2,178	2,347	2,009	-0,12%
01/01/2015	1,639	2,2	2,213	1,637	-24,48%
01/02/2015	1,997	1,653	2,164	1,649	21,81%
01/03/2015	1,927	2,005	2,259	1,852	-3,50%
01/04/2015	2,035	1,93	2,11	1,802	5,64%
01/05/2015	2,123	2,049	2,366	2,046	4,32%
01/06/2015	2,349	2,128	2,5	2,106	10,66%
01/07/2015	2,187	2,373	2,47	2,176	-6,91%
01/08/2015	2,214	2,2	2,293	1,905	1,24%
01/09/2015	2,035	2,214	2,303	2,035	-8,10%
01/10/2015	2,146	2,042	2,183	1,904	5,44%
01/11/2015	2,208	2,137	2,377	2,13	2,89%
01/12/2015	2,269	2,217	2,358	2,12	2,79%
01/01/2016	1,923	2,293	2,293	1,911	-15,28%
01/02/2016	1,738	1,933	1,966	1,53	-9,59%
01/03/2016	1,77	1,737	2,002	1,702	1,85%
01/04/2016	1,835	1,784	1,941	1,685	3,65%
01/05/2016	1,851	1,83	1,89	1,7	0,88%
01/06/2016	1,475	1,844	1,856	1,406	-20,33%
01/07/2016	1,45	1,471	1,628	1,321	-1,70%
01/08/2016	1,578	1,463	1,635	1,463	8,87%
01/09/2016	1,598	1,58	1,752	1,519	1,24%
01/10/2016	1,826	1,6	1,879	1,593	14,24%
01/11/2016	2,39	1,838	2,417	1,716	30,92%
01/12/2016	2,446	2,397	2,641	2,34	2,35%
01/01/2017	2,466	2,439	2,555	2,305	0,81%
01/02/2017	2,397	2,461	2,524	2,31	-2,79%
01/03/2017	2,389	2,415	2,629	2,348	-0,33%
01/04/2017	2,289	2,396	2,405	2,165	-4,19%
01/05/2017	2,206	2,282	2,423	2,181	-3,62%
01/06/2017	2,304	2,213	2,309	2,103	4,41%
01/07/2017	2,296	2,314	2,398	2,225	-0,33%
01/08/2017	2,121	2,303	2,321	2,086	-7,64%
01/09/2017	2,339	2,127	2,359	2,016	10,30%
01/10/2017	2,378	2,344	2,477	2,273	1,65%
01/11/2017	2,415	2,379	2,437	2,304	1,58%
01/12/2017	2,405	2,411	2,504	2,314	-0,40%
01/01/2018	2,713	2,429	2,754	2,416	12,77%
01/02/2018	2,864	2,724	2,957	2,648	5,59%
01/03/2018	2,741	2,866	2,936	2,739	-4,31%
01/04/2018	2,955	2,759	3,035	2,717	7,82%
01/05/2018	2,86	2,959	3,128	2,759	-3,20%
01/06/2018	2,86	2,862	3,01	2,822	0,00%
01/07/2018	2,962	2,858	2,99	2,807	3,55%
01/08/2018	2,86	2,958	3,016	2,808	-3,42%
01/09/2018	3,065	2,86	3,113	2,855	7,15%
01/10/2018	3,149	3,067	3,261	3,046	2,75%

01/11/2018	2,993	3,155	3,25	2,988	-4,95%
01/12/2018	2,686	3,037	3,05	2,679	-10,27%
01/01/2019	2,633	2,686	2,799	2,543	-1,98%
01/02/2019	2,717	2,645	2,74	2,624	3,19%
01/03/2019	2,407	2,719	2,768	2,34	-11,41%
01/04/2019	2,504	2,43	2,614	2,424	4,02%
01/05/2019	2,133	2,509	2,578	2,126	-14,79%
01/06/2019	2,007	2,126	2,178	1,974	-5,93%
01/07/2019	2,007	2,045	2,15	1,939	0,03%
01/08/2019	1,499	2,025	2,061	1,443	-25,31%
01/09/2019	1,668	1,508	1,908	1,429	11,24%
01/10/2019	1,688	1,67	1,86	1,505	1,17%
01/11/2019	1,774	1,689	1,973	1,67	5,13%
01/12/2019	1,919	1,796	1,952	1,693	8,18%
01/01/2020	1,505	1,919	1,946	1,503	-21,58%
01/02/2020	1,163	1,514	1,684	1,116	-22,71%
01/03/2020	0,668	1,105	1,283	0,318	-42,59%
01/04/2020	0,646	0,663	0,785	0,543	-3,34%
01/05/2020	0,653	0,63	0,745	0,59	1,08%
01/06/2020	0,658	0,64	0,959	0,618	0,78%
01/07/2020	0,533	0,658	0,724	0,52	-18,94%
01/08/2020	0,706	0,535	0,789	0,504	32,51%
01/09/2020	0,686	0,713	0,731	0,604	-2,93%
01/10/2020	0,874	0,689	0,877	0,653	27,42%
01/11/2020	0,842	0,855	0,975	0,718	-3,61%
01/12/2020	0,916	0,847	0,986	0,834	8,82%
01/01/2021	1,071	0,93	1,187	0,906	16,81%
01/02/2021	1,407	1,071	1,614	1,06	31,38%
01/03/2021	1,744	1,395	1,776	1,383	23,99%
01/04/2021	1,626	1,737	1,753	1,528	-6,77%
01/05/2021	1,581	1,631	1,707	1,469	-2,78%
01/06/2021	1,468	1,608	1,639	1,354	-7,13%
01/07/2021	1,226	1,47	1,485	1,128	-16,51%
01/08/2021	1,307	1,237	1,379	1,127	6,65%
01/09/2021	1,492	1,317	1,567	1,26	14,18%
01/10/2021	1,561	1,501	1,705	1,453	4,58%
01/11/2021	1,456	1,575	1,693	1,412	-6,71%
01/12/2021	1,512	1,477	1,56	1,335	3,82%
01/01/2022	1,784	1,531	1,902	1,529	17,99%
01/02/2022	1,822	1,787	2,065	1,739	2,12%
01/03/2022	2,345	1,84	2,557	1,668	28,74%
01/04/2022	2,938	2,352	2,981	2,352	25,26%
01/05/2022	2,849	2,932	3,203	2,706	-3,00%
01/06/2022	3,017	2,864	3,498	2,833	5,86%
01/07/2022	2,658	3,024	3,103	2,618	-11,90%
01/08/2022	3,196	2,669	3,198	2,516	20,27%
01/09/2022	3,829	3,198	4,019	3,174	19,78%
01/10/2022	4,05	3,813	4,338	3,562	5,78%

01/11/2022	3,611	4,058	4,243	3,6	-10,84%
01/12/2022	3,879	3,62	3,905	3,402	7,41%
01/01/2023	3,51	3,848	3,848	3,321	-9,49%
01/02/2023	3,928	3,516	3,983	3,333	11,89%
01/03/2023	3,473	3,938	4,091	3,285	-11,57%
01/04/2023	3,433	3,524	3,639	3,253	-1,15%
01/05/2023	3,646	3,45	3,859	3,296	6,21%
01/06/2023	3,841	3,639	3,892	3,57	5,33%
01/07/2023	3,967	3,845	4,094	3,727	3,29%
01/08/2023	4,106	3,965	4,366	3,949	3,51%
01/09/2023	4,579	4,114	4,688	4,06	11,52%
01/10/2023	4,926	4,614	5,021	4,53	7,58%
01/11/2023	4,33	4,926	4,935	4,247	-12,10%
01/12/2023	3,866	4,321	4,349	3,783	-10,72%