

À CODEME e à METFORM, razão de ser deste trabalho,
aos meus pais Vicente e Donana, exemplos de vida e dignidade,
às minhas filhas Mariana, Izabella e Ludmila, razão de viver, e
a Maristela, esposa e companheira, muito amada,
dedico este trabalho.

À memória de Luis Tomé de Rezende, exemplo
de garra, de companheirismo e dedicação.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Gilson Queiroz, pela orientação firme e eficiente, pela confiança depositada, pela competência e gentileza em me ensinar. E sobretudo pela amizade demonstrada ao longo desses anos.

À Prof. Sofia Maria Carrato Diniz, pela competência e gentileza em co-orientar este trabalho e por me introduzir no “mundo” da Confiabilidade Estrutural.

Aos professores do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG, pela amizade e acolhida. E principalmente pela qualidade do ensino. Em especial, ao Prof. Ricardo Hallal Fakury, meu “orientador permanente”, e ao Prof. Francisco Carlos Rodrigues, pela disponibilidade e colaboração na realização desta pesquisa e sobretudo pela amizade durante todos esses anos.

Aos funcionários do DEES e do LAEES, a Inês em especial, pela prestimosidade e celeridade na ajuda, sempre que solicitada.

Ao engenheiro Wagner Plais, pela inestimável colaboração ao elaborar os programas computacionais de análise de confiabilidade e pela execução dos programas de pré e pós-processamento das análises numéricas, sem os quais não seria possível a realização deste trabalho.

Aos colegas desta pesquisa, os engenheiros Heinz Hackbarth Júnior, Daniel Gordilho Souza, Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani, Lourdiane Gontijo das Mercês Gonzaga, Eduardo Lourenço Pinto – em caráter especial ao companheiro de trabalho Alexander Galvão, pela compreensão, amizade e inesitante ajuda na elaboração deste trabalho.

Aos professores Walter Siokola (Áustria) e Josep Machacek (República Tcheca) pela cessão de dados e literatura técnica.

À diretoria da Codeme e demais colaboradores, pela oportunidade.

À minha família e amigos, pela compreensão e paciência.

Ao povo brasileiro.

SUMÁRIO

RESUMO.....	i
ABSTRACT.....	ii
NOTAÇÕES.....	iii
 1. INTRODUÇÃO.....	 1
1.1. Perfis de alma senoidal.....	2
1.2. Dimensões e materiais dos perfis de alma senoidal.....	7
1.3. Sistemas construtivos com perfis de alma senoidal e suas aplicações.....	9
1.3.1. Pontes e passarelas.....	9
1.3.2. Galpões e coberturas.....	12
1.3.3. Sistemas de pisos.....	13
1.4. Objetivos deste trabalho.....	15
1.4.1. Objetivo geral.....	15
1.4.2. Objetivos específicos.....	16
1.5. Escopo deste trabalho.....	17
 2. COMPORTAMENTO ESTRUTURAL – ESTADO DA ARTE.....	 18
2.1. Introdução.....	18
2.2. Resistência a tensões de cisalhamento – flambagem de alma.....	19
2.3. Resistência a tensões normais.....	29
2.4. Flambagem lateral com torção e com distorção.....	34
2.5. Vigas mistas.....	37
 3. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	 44
3.1. Generalidades.....	44

3.2. Segurança estrutural – normas de cálculo e projeto de estruturas.....	46
3.3. Fundamentos da confiabilidade estrutural.....	52
3.3.1. Problema básico.....	52
3.3.2. Métodos de confiabilidade de primeira ordem.....	55
3.3.3. Simulação de Monte Carlo.....	66
4. ANÁLISE EXPERIMENTAL.....	71
4.1. Ensaaios de FLT.....	72
4.1.1. Descrição dos protótipos e do aparato dos ensaios.....	72
4.1.2. Resultados obtidos.....	78
4.2. Ensaaios de FLD.....	82
4.2.1. Descrição dos protótipos e do aparato dos ensaios.....	82
4.2.2. Resultados obtidos.....	89
4.3. Ensaaios de ligações mistas.....	92
4.3.1. Descrição dos protótipos e do aparato dos ensaios.....	93
4.3.2. Resultados obtidos.....	97
5. ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS.....	104
5.1. Ensaaios de FLT.....	104
5.2. Ensaaios de FLD.....	110
5.3. Ensaaios de ligações mistas.....	115
5.4. Ensaaios de <i>Machacek e Motak</i>	126
6. PROPOSIÇÃO DE MÉTODOS DE CÁLCULO.....	130
6.1. Introdução.....	130
6.2. Flambagem lateral com torção.....	131
6.3. Flambagem local da mesa.....	139

6.4. Flambagem lateral com distorção.....	143
6.5. Resistência da ligação mista.....	151
6.6. Plastificação da viga mista.....	155
6.7. Capacidade de rotação.....	157
7. DESCRIÇÃO ESTATÍSTICA DAS VARIÁVEIS BÁSICAS.....	163
7.1. Introdução.....	163
7.2. Resistência ao escoamento do aço.....	165
7.3. Módulo de elasticidade.....	169
7.4. Variáveis geométricas.....	171
7.5. Tensões residuais.....	179
7.6. Variáveis relativas ao concreto armado.....	183
7.6.1. Concreto.....	183
7.6.2. Aço da armadura.....	185
7.7. Coeficiente profissional.....	186
7.8. Coeficiente de discretização.....	191
7.9. Rigidez rotacional da viga mista.....	193
7.10. Ações.....	195
7.11. Verificação da não-correlação entre as variáveis.....	197
8. ANÁLISE DA SEGURANÇA.....	201
8.1. Introdução.....	201
8.2. Funções de desempenho.....	203
8.2.1. Flambagem lateral com torção.....	203
8.2.2. Flambagem local da mesa.....	204
8.2.3. Flambagem lateral com distorção.....	204

8.2.4. Plastificação da viga mista.....	206
8.3. Apresentação dos resultados.....	206
8.3.1. Flambagem lateral com torção.....	207
8.3.2. Flambagem local da mesa.....	211
8.3.3. Flambagem lateral com distorção.....	213
8.3.4. Plastificação da viga mista.....	216
8.4. Análise comparativa.....	217
9. CONCLUSÕES.....	225
9.1. Avaliação dos resultados.....	226
9.2. Considerações finais.....	230
9.3. Sugestão para trabalhos posteriores.....	234
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	236
 ANEXOS	
Anexo 1.....	I
Anexo2.....	XVII
Anexo 3.....	XXXIV

RESUMO

O uso de perfis de alma senoidal na construção civil tem crescido nos últimos anos. Apesar das vantagens que esse tipo de componente estrutural oferece, as normas e regulamentos internacionais, em especial a norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, ainda não prevêem procedimentos para cálculo e projeto que tratem de todos os fenômenos envolvidos em seu comportamento estrutural. Isso se deve provavelmente ao fato de esses perfis terem sido comercialmente introduzidos somente há poucos anos no mercado da construção civil e ainda pela falta de pesquisas consistentes sobre alguns fenômenos. Torna-se necessário, portanto, desenvolver recomendações para cálculo e projeto de estruturas com esse tipo de perfil que possam representar adequadamente seu comportamento sob os diversos estados limites, a partir dos conceitos e métodos da Confiabilidade Estrutural. Dentro desse contexto, nesta tese são propostos modelos de cálculo de vigas de alma senoidal sujeitas aos estados limites de flambagem lateral com torção (FLT) e flambagem local da mesa (FLM), de vigas mistas de alma senoidal biapoçadas e semicontínuas sujeitas ao estado limite de plastificação da seção e de ligações mistas de resistência parcial. No caso de vigas semicontínuas, considera-se também o estado limite de flambagem lateral com distorção (FLD) na região de momento negativo. Com esse objetivo, foram realizados estudos teóricos, ensaios experimentais e análises numéricas. Os modelos propostos baseiam-se numa adaptação da norma ABNT NBR 8800:2008 e, em alguns casos, da norma estadunidense ANSI/AISC 360-05, em que se despreza a alma senoidal no cálculo das propriedades geométricas. Adicionalmente, é abordada a avaliação da segurança das vigas projetadas conforme um procedimento que incorpora os modelos de cálculo propostos e os coeficientes de ponderação das resistências e das ações das normas brasileira e estadunidense. Para isso, são apresentados: (i) os métodos de confiabilidade utilizados; (ii) as funções de desempenho; (iii) as estatísticas das variáveis básicas; (iv) os índices de confiabilidade implícitos no procedimento. Com base nos resultados obtidos, mostra-se que o procedimento proposto conduz a níveis de confiabilidade comparáveis àqueles dos perfis de alma plana.

ABSTRACT

The use of sinusoidal-web shapes has been increased in the last years. In spite of the advantages this type of structural component may offer, the international standards and specifications as well as the Brazilian standard ABNT NBR 8800:2008 do not provide design procedures for all the phenomena involved in its structural behavior. This is probably due to the fact that these shapes have only recently been introduced in the construction market and also due to the lack of consistent research on some structural phenomena. As a result, there is a need to develop design recommendations for structures with such kind of shapes that properly address their behavior under the various limit states, within the concepts and methods of the Structural Reliability. In this thesis, calculation models for sinusoidal-web beam under the limit states of lateral-torsional buckling (LTB) and flange local buckling (FLB) are proposed. Calculation models for simple supported and semi-continuous composite sinusoidal-web beam as well as for partial strength composite connections are also proposed. For semi-continuous composite beams, the model takes into account the possibility of lateral-distortional buckling (LDB) in the negative moment region. To this aim, theoretical studies, experimental tests and numerical analyses were performed. The proposed models are based on an adaptation of Brazilian standard ABNT NBR 8800:2008 and also eventually on an adaptation of US standard ANSI/AISC 360-05, in which the sinusoidal web is neglected in computing the geometric properties. Additionally, the safety assessment of beams designed by a procedure that incorporates the proposed models and the load and resistance factors of the Brazilian and US standards is performed. To this end, are presented: (i) the used reliability methods; (ii) the performance functions; (iii) the statistics of basic variables; (iv) the implicit reliability indexes. Based on the results, it is shown that the proposed procedure leads to reliability levels comparable to those of plane-web shapes.

NOTAÇÕES

Letras romanas maiúsculas

A	variável aleatória área das mesas
A_{ac}	área comprimida da seção do perfil de aço
A_{at}	área tracionada da seção do perfil de aço
A_c	área da mesa de concreto
A_f	variável aleatória área de uma mesa
A_I	área de influência
A_s	área da armadura
B	variável aleatória largura da mesa
B_f	variável aleatória semi-largura da mesa
B_p	variável aleatória largura da chapa de extremidade
C_b	coeficiente que leva em conta o diagrama de momento fletor
C_{dist}	coeficiente que leva em conta o diagrama de momento fletor
C_w	constante de empenamento
C_w^*	constante de empenamento do perfil de alma corrugada
D	variável aleatória ação permanente
D_c	variável aleatória coeficiente de discretização
D_n	valor nominal da ação permanente
D_x	rigidez à flexão da corrugação por unidade de comprimento
D_y	rigidez à flexão da corrugação por unidade de comprimento
D_{xy}	rigidez à torção da corrugação por unidade de comprimento
E	módulo de elasticidade do aço; variável aleatória módulo de elasticidade do aço da mesa do perfil
E_c	módulo de elasticidade do concreto
E_s	módulo de elasticidade do aço da armadura; variável aleatória módulo de elasticidade do aço da armadura
E_w	variável aleatória módulo de elasticidade do aço da alma,
E_w	módulo de elasticidade do aço da alma do perfil
$(EI)_2$	rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje por unidade de comprimento da viga

F	variável aleatória resistência ao escoamento do aço da mesa do perfil; função
F_e	força máxima aplicada experimental
F_b	resistência da linha superior de parafusos
F_c	variável aleatória resistência do concreto à compressão
F_n	força máxima aplicada numérica
F_p	variável aleatória resistência ao escoamento do aço da chapa de topo
F_s	variável aleatória resistência ao escoamento do aço da armadura
$F_x(x)$	componentes horizontais (na direção x-x) de $T_2(x)$
$F_y(y)$	componentes horizontais (na direção y-y) de $T_2(x)$
$F_X(x)$	função de distribuição acumulada (CDF)
$F_Y(y)$	função de distribuição acumulada (CDF)
G	módulo transversal do aço
H	altura total do perfil de alma senoidal; variável aleatória altura da alma
H_0	variável aleatória altura entre eixos das mesas
I_a	momento de inércia do perfil de aço
I_{fi}	momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo vertical; variável aleatória momento de inércia da mesa inferior
I_{fs}	momento de inércia da mesa superior do perfil de aço em relação ao eixo vertical
I_y	momento de inércia de uma corrugação em relação ao eixo yy; momento de inércia em torno do eixo que passa pela alma; variável aleatória momento de inércia
J	constante de torção; variável aleatória constante de torção
K	coeficiente de flambagem
K_m	variável aleatória geométrica
K_r	variável aleatória rigidez rotacional da viga mista
K_{re}	variável aleatória definida pelo produto de K_r por E
K_t	variável aleatória geométrica
K_1	variável aleatória rigidez da laje
K_2	variável aleatória rigidez da alma
K_3	variável aleatória rigidez rotacional da conexão

L	variável aleatória ação variável
L_n	valor nominal da ação variável
L^-	comprimento da viga, adjacente ao nó, na região de momento negativo
L_0	valor de referência da carga acidental
M	momento fletor; momento aplicado; coeficiente de material
M_{cr}	momento crítico
M_p	momento de plastificação
M_u	momento último aplicado
M_{un}	momento último numérico
M_{ue}	momento último experimental
M_{xy}	momento de torção por unidade de comprimento do diafragma
$M_z(x)$	momentos transversais (em torno de z-z), provocados pela excentricidade das forças $T_I(x)$
M_R^-	momento resistente da seção transversal na região de momentos negativos
M	momento resistente da ligação mista
M^+	momento resistente da viga mista na região de momento positivo
N	número de ciclos de simulação; referente à distribuição normal equivalente
N_{cr}	carga de flambagem por unidade de comprimento do diafragma
Q	parâmetro determinístico que relaciona q_1 e q_2
Q_{Rk}	força nominal resistente de um conector
P	força concentrada; probabilidade; variável aleatória coeficiente profissional
P_{LM}	coeficiente profissional referente ao estado limite de plastificação da ligação mista
P_u	carga última aplicada
P_t	soma de R_s e R_p
R	resistência
R_n	resistência nominal
R_c	resistência da mesa comprimida
R_p	resistência da primeira linha de parafusos

R_s	resistência da armadura ao escoamento
R'_s	resistência da armadura à ruptura
S	solicitação
S_n	solicitação ou efeito das ações nominais
T_c	variável aleatória espessura da laje de concreto
T_{ds}	força resistente de tração de cálculo das barras da armadura longitudinal
T_p	variável aleatória espessura da chapa de extremidade
$T_1(x)$	força resultante correspondente à parte paralela da alma.
$T_2(x)$	força resultante correspondente à parte inclinada da alma.
V	coeficiente de variação
V_R	orça cortante resistente
W_c	variável aleatória módulo de resistência referente ao lado comprimido
W_x	módulo de resistência da seção; variável aleatória módulo de resistência da seção
W_{xy}	ângulo de torção por unidade de comprimento do diafragma
Y	variável aleatória distância entre os eixos da mesa superior e das barras da armadura
Y_0	variável aleatória distância entre o centro geométrico das mesas à face superior da mesa superior
Z_x	variável aleatória módulo plástico

Letras romanas minúsculas

a	comprimento total do diafragma; distância entre vigas;
a_{fn}	valor nominal da variável aleatória A_f
a_s	área da armadura
a_X	parâmetro para cálculo dos cossenos diretores
b	comprimento da parte da corrugação, paralela ao eixo da viga; largura tracionada da laje
b_c	largura efetiva da laje de concreto
b_f	largura da mesa
b_p	largura da chapa
b_{pn}	valor nominal da variável aleatória B_p

b_w	altura da onda senoidal (duas vezes a amplitude)
b'	largura comprimida da laje
c_s	variável determinística que relaciona h_{0m} , e_y , e_x e m
c_w p	arâmetro para cálculo de C_w^*
d	altura total do perfil de aço
d_b	diâmetro dos parafusos
d_s	distância da face comprimida da laje ao centro geométrico da armadura da laje; distância do centro geométrico do perfil de aço ao centro geométrico da armadura
d_t	altura total da viga mista incluindo a espessura da laje
d_l	distância do centro geométrico do perfil de aço até a face superior desse perfil
d_3	distância do centro geométrico da armadura à linha neutra plástica (LNP)
d_4	distanciada força de tração, situada no centro geométrico da área tracionada da seção do perfil de aço, à LNP
d_5	distância da força de compressão, situada no centro geométrico da área comprimida da seção do perfil de aço, à LNP
e	imperfeição geométrica (falta de retilinidade)
e_n	valor nominal da variável aleatória módulo de elasticidade do aço da mesa do perfil
e_x	distância do furo à borda
e_y	distância da linha superior de parafusos à face interna da mesa superior do perfil
f	flecha, função
f_c	resistência a compressão do concreto
f_{ck}	resistência característica do concreto à compressão
f_{ctm}	resistência média do concreto à tração
f_{iy}	resistência ao escoamento inferior
f_{sy}	resistência ao escoamento superior
f_u	resistência última nominal
f_y	resistência ao escoamento nominal
f_{yd}	resistência ao escoamento dinâmica

f_{yp}	valor nominal da variável aleatória resistência ao escoamento do aço da chapa de extremidade
f_{ys}	resistência ao escoamento estática; resistência ao escoamento da armadura; valor nominal da variável aleatória resistência ao escoamento do aço da armadura
f_T	coeficiente de redução da resistência
$f_X(x)$	função densidade de probabilidade (PDF)
$f_Y(y)$	função densidade de probabilidade (PDF)
g	função
h	altura da alma; altura total do diafragma
h_F	altura da fôrma da laje
h_r	altura da corrugação
h_0	altura entre eixos das mesas
h_{0n}	valor nominal da variável aleatória H_0
i_{fin}	valor nominal da variável aleatória inércia da mesa inferior
k_c	parâmetro para cálculo da deformação da armadura
k_{con}	rigidez de um conector
k_e	rigidez secante experimental
k_g	parâmetro que depende das condições de contorno da alma
k_{mn}	valor nominal da variável aleatória geométrica
k_n	rigidez secante numérica
k_n	rigidez rotacional da viga mista obtida da análise numérica
k_p	rigidez rotacional proposta da viga mista
k_r	rigidez rotacional da viga mista
k_{ren}	valor nominal da variável aleatória definida pelo produto de K_r por E
k_{rn}	valor nominal da variável aleatória rigidez rotacional da viga mista
k_{tn}	valor nominal da variável aleatória geométrica
k_1	rigidez à flexão da laje por unidade de comprimento da viga
k_2	rigidez à flexão da alma por unidade de comprimento da viga
k_3	rigidez da conexão de cisalhamento por unidade de comprimento da viga
k_{Im}	rigidez rotacional da laje
k_{In}	rigidez numérica da laje fornecida por <i>Calenzani</i>

l	comprimento destravado da viga; vão da viga; comprimento da barra
l_p	comprimento limite plástico
l_r	comprimento limite elástico
m	distância do furo ao centro da alma
n	quantidade
p_F	probabilidade de falha
p_{Fobj}	probabilidade-objetivo de falha
q	comprimento projetado de uma corrugação na direção do eixo da viga; relação entre a ação variável de referência ou nominal e a ação permanente nominal
q_0	variável determinística que relaciona y_n e h_{0n}
q_1	variável determinística que relaciona t_{cn} e h_{Fn}
q_2	variável determinística que relaciona y_{0n} e h_{Fn}
s	comprimento desenvolvido de uma corrugação; desenvolvimento de w
$s^{(B)}$	capacidade de deformação dos conectores
t_c	espessura da laje de concreto acima da fôrma
t_f	espessura da mesa
t_{fi}	espessura da mesa inferior
t_{fs}	espessura da mesa superior
t_{pn}	valor nominal da variável aleatória T_p
t_w	espessura da alma
u_x	parâmetro para cálculo de C_w^*
w	comprimento da onda senoidal
y	distância entre os eixos da mesa superior e das barras da armadura
y_c	distância do centro geométrico da parte comprimida do perfil de aço até a face superior desse perfil
y_n	valor nominal da variável aleatória Y
y_t	distância do centro geométrico da parte tracionada do perfil de aço até a face inferior desse perfil
y_0	distância entre o centro geométrico das mesas à face superior da mesa superior
z_{xn}	valor nominal da variável aleatória módulo plástico

Letras gregas

Δ_{us}	capacidade de deformação da armadura
Δ_{ui}	capacidade de deformação da mesa inferior
Γ	função gama
Σ_r	variável aleatória tensão residual
α	relação entre os momentos resistentes da ligação mista e da viga mista; variável determinística, referente à posição relativa do comprimento da viga em relação aos limites l_p e l_r
α_{aj}	coeficiente de ajuste
α_g	fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista
α_i	cossenos diretores
β	índice de confiabilidade; parâmetro que depende das condições de contorno da alma
β_C	índice de confiabilidade de <i>Cornell</i>
β_{HL}	índice de confiabilidade de <i>Hasofer e Lind</i>
β_{HLRF}	índice de confiabilidade de <i>Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler</i>
β_{obj}	índice-objetivo de confiabilidade
β_t	parâmetro para cálculo da deformação da armadura
χ	coeficiente de redução da resistência
δ	deslocamento; coeficiente de tendência
δ_s	taxa de armadura (relação A_s/A_c)
δ_0	parâmetro para cálculo da deformação da armadura
ε	raiz quadrada da soma dos quadrados de a_X
ε_{smu}	deformação da armadura envolvida pelo concreto
ε_{sy}	deformação correspondente à resistência ao escoamento da armadura
ε_{su}	deformação correspondente à resistência à ruptura da armadura
$\varepsilon\%$	erro percentual
$\&$	taxa de deformação
ϕ	coeficiente de ponderação da resistência da norma estadunidense
ϕ_m	coeficiente de ponderação da resistência da viga mista da norma estadunidense

γ_a	coeficiente de ponderação da resistência do aço
γ_c	coeficiente de ponderação da resistência do concreto
γ_D	coeficiente de ponderação da ação permanente
γ_L	coeficiente de ponderação da ação acidental
γ_m	coeficiente de segurança aplicado à tensão última ou de referência do material
γ_n	coeficiente de ajustamento θ ângulo da parte inclinada da corrugação
γ_r	coeficiente de ponderação da resistência da norma brasileira
γ_s	coeficiente de segurança aplicado ao carregamento; coeficiente de ponderação da resistência do aço da armadura
η_i	nível de interação da viga mista
λ	índice de esbeltez
λ_{dist}	parâmetro de esbeltez relativo à FLD
λ_p	parâmetro reduzido de flambagem; limite de esbeltez plástico
λ_r	limite de esbeltez elástico
$\bar{\lambda}$	parâmetro reduzido de esbeltez
μ	média
ν	coeficiente de Poisson; parâmetro determinístico que relaciona q_1 e q_2
ν_1	variável determinística que relaciona $a_{fn}, f_y, h_{0n}, a_s, f_{ys}$ e y_n
ν_2	variável determinística que relaciona $c_s, b_{pn}, t_{pn}, f_{yp}, a_s, f_{ys}, y_n$ e h_{0n}
θ_u	capacidade de rotação
ρ	coeficiente de redução da resistência; coeficiente de correlação
σ	desvio-padrão
σ_r	tensão residual do aço
σ_{rn}	valor nominal da tensão residual
$\sigma_x (M_z)$	tensão normal máxima, causada pelos momentos transversais M_z
τ_{cr}	tensão tangencial crítica ou de flambagem elástica
τ_i	tensão tangencial de flambagem inelástica
τ_y	resistência ao escoamento tangencial
ψ	parâmetro determinístico que relaciona ν_2, γ_a e γ_n

1

INTRODUÇÃO

As estruturas de aço e de concreto vêm sendo intensivamente utilizadas em todo o mundo há cerca de 150 e 100 anos, respectivamente [QUEIROZ *et al.* (2001)]. A partir da década de 60, os sistemas mistos de aço e concreto ganham corpo, com o desenvolvimento de métodos e disposições construtivas que garantem o funcionamento conjunto desses dois materiais, ampliando de forma considerável as opções de projeto e construção.

Dentre as opções de perfis que podem ser utilizadas tanto em estruturas mistas com em estruturas de aço, destacam-se os perfis *I* laminados de mesa larga paralela, os chamados perfis “*Wide Flange*” (no Brasil, denominados perfis *W*), que constituem o padrão da construção em todo o mundo. No entanto, quando utilizados em grandes vãos, podem levar a resultados antieconômicos, pois a partir de determinadas dimensões seu peso cresce em proporções muito maiores que sua resistência. Além disso, a grande variação de peso entre as bitolas existentes pode vir a ser um fator que os limite economicamente.

Perfis *I* soldados de alma plana, mais altos e com dimensões fora dos padrões dos perfis *W*, podem ser produzidos visando à redução de peso e custo. No entanto, à medida que a altura das seções aumenta, fenômenos associados à instabilidade da alma, que geralmente não ocorrem em perfis *W* devido às suas proporções, passam a ser cada vez mais importantes, a ponto de reduzir consideravelmente sua resistência, limitando o uso

desses perfis. As soluções usualmente utilizadas para lidar com esse problema, de aumentar a espessura da alma e a colocação de enrijecedores transversais, são ambas de alto custo, sendo geralmente viáveis somente quando se tornam a única opção.

Na busca de soluções para esse problema, chegou-se finalmente aos perfis de alma corrugada, em especial os de alma senoidal. Esses perfis permitem, de maneira simultânea e com ganhos de economia, redução de peso e aumento da capacidade de carga, comparativamente aos perfis tradicionais. Embora já utilizados desde a década de 60, somente com o desenvolvimento de tecnologias de fabricação, notadamente os processos de controle numérico por computador (CNC) e a robótica, que permitiram a completa automatização da fabricação, os perfis de alma corrugada puderam ser produzidos em grande escala e de maneira economicamente viável.

1.1 Perfis de alma senoidal

Os perfis de alma corrugada consistem basicamente de duas chapas planas de aço formando as mesas e uma chapa corrugada soldada a elas formando a alma, constituindo assim um perfil *I* ou *H* (figura 1.1). Outros tipos são reportados na literatura, como os perfis cujas mesas são de concreto protendido, utilizados em pontes (veja-se a seção 1.4 adiante), e os perfis de mesas tubulares, estudados por WANG (2003). A principal característica diferenciadora desses perfis é a presença de corrugações transversais, geralmente de forma trapezoidal ou senoidal. A corrugação senoidal, ao lado de benefícios associados à tecnologia de produção, apresenta a vantagem de reduzir ou mesmo eliminar a flambagem local dos painéis planos existentes na corrugação trapezoidal. A presença das corrugações aumenta consideravelmente a rigidez e a resistência da alma a tensões de cisalhamento e a efeitos localizados, reduzindo a possibilidade de ocorrência de flambagem. Possibilita, assim, a utilização de espessuras de alma bastante inferiores às usuais e a dispensa de enrijecedores.

A relação *altura/espessura* da alma de perfis senoidais pode alcançar valores de até 600, consideravelmente superiores aos usuais dos perfis de alma plana, mesmo no caso de perfis soldados, cuja relação normalmente não supera 200 em vigas de edifícios e 250 em vigas de pontes. Entretanto, enquanto nestes casos a resistência da alma a tensões de cisalhamento é enormemente reduzida, os perfis de alma senoidal são capazes de atingir a resistência plástica ao esforço cortante, mesmo para relação *altura/espessura* tão

elevada. Os fatos acima descritos, aliados à automatização do processo de produção, resultam em ganho considerável de peso e redução dos custos de fabricação, redundando em economia.



Figura 1.1 – Perfil de alma corrugada de geometria senoidal

A descrição do processo de produção dos perfis de alma senoidal, apresentada a seguir, foi retirada de PLAIS (2005) e refere-se à linha de produção da Codeme Engenharia S.A., única empresa brasileira a produzir perfis de alma senoidal até o presente momento.

Inicialmente, as chapas das almas são introduzidas na linha de produção por um desbobinador hidráulico (figura 1.2) para serem retificadas e cortadas de acordo com as dimensões especificadas em projeto (figuras 1.3 e 1.4).



Figura 1.2 – Desbobinador



Figura 1.3 – Retificador



Figura 1.4 – Estação de corte

Em seguida, as chapas são transportadas ao corrugador para que seja executada a conformação senoidal (figura 1.5). Após a conformação, juntamente com as chapas das mesas já preparadas e armazenadas nas laterais da linha de produção, são levadas à estação de montagem. Garras hidráulicas conduzem e pressionam as mesas contra as laterais da alma corrugada (figura 1.6) para o início da soldagem.

As soldas são executadas automaticamente por dois robôs, um em cada mesa do perfil. Vale observar que, diferentemente da soldagem nos perfis de alma plana, nos de alma senoidal, a velocidade de translação, o ângulo de soldagem e a velocidade de avanço do arame não são constantes ao longo da peça, sendo necessário que sejam alterados no decorrer do processo. Ressalta-se um complicador adicional que é a posição de execução que ora é ascendente, ora descendente e outras vezes praticamente plana.



Figura 1.5 – Estação de conformação



Figura 1.6 – Estação de montagem



Figura 1.7 – Estação de soldagem

Para garantir a qualidade da solda nessas condições adversas, o sistema utiliza um processo de soldagem *MAG* de alto desempenho denominado “*T.I.M.E. Process*”, da *Fronius*¹. O processo de soldagem *MAG* é um processo semi ou totalmente automático no qual um arco elétrico é aberto entre o eletrodo e a peça, protegido por uma cortina de gases. O “*T.I.M.E. Process*” possui as seguintes vantagens, dentre outras:

- assegura alta penetração, com constante verificação (“*on-line*”) do perfil da solda;
- minimiza distorções provocadas pelo processo de soldagem;
- permite todas as posições e um menor ângulo de soldagem;
- aumenta consideravelmente a resistência no ensaio de “*Charpy*”.

A determinação da linha de soldagem entre a alma e as mesas é obtida por medição a “laser” do percurso a ser seguido pelos robôs. Para tanto, eles se movimentam de uma extremidade a outra, em ambas as mesas do perfil, fazendo as leituras para a determinação exata da geometria senoidal da alma. Uma vez registrados os percursos, os robôs retornam à extremidade inicial do perfil e executam ambas as soldas quase simultaneamente, a uma velocidade superior a um metro por minuto.

No final do processo, os robôs retornam às posições originais para realização da autoverificação e da autolimpeza dos bicos de soldagem. As garras hidráulicas liberam a peça terminada que é então transportada à estação de saída (figura 1.8).

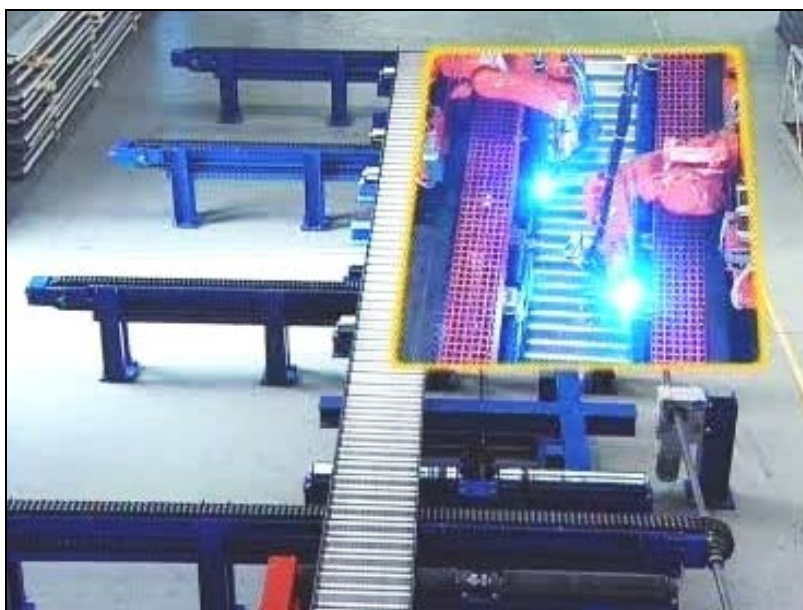


Figura 1.8 – Estação de saída

¹ www.fronius.at

Devido à forma corrugada da alma, as tensões normais nesse elemento da seção transversal, causadas por momento fletor e força normal, são praticamente nulas, exceto numa pequena região muito próxima às mesas, onde a alma possui restrição axial providenciada pela presença destas. A contribuição da alma ao momento resistente de perfis de alma corrugada é, portanto, desprezável. Em termos estáticos, isso significa que o perfil de alma senoidal pode ser representado por um modelo de treliça, onde as mesas, que correspondem aos banzos, são responsáveis pela resistência a momento fletor e força normal, e a alma, que corresponde aos montantes e diagonais, é responsável pela resistência à força cortante (figura 1.9) – para maiores informações sobre o modelo de treliça, veja-se ZEMAN (1999), PLAIS (2005) e SOUZA (2006).

Os perfis de alma senoidal podem ser utilizados em vigas de pisos, vigas de coberturas, vigas de pontes e passarelas, pilares, pórticos, vigas de rolamento, etc., atingindo sua máxima eficiência quando aplicados a elementos estruturais em que a solicitação por flexão for preponderante à solicitação por força normal. Segundo ZEMAN (1999), a faixa ótima de aplicação na engenharia estrutural seria aquela em que se utilizariam perfis W com altura superior a 450 mm e treliças com altura inferior a 1800 mm.

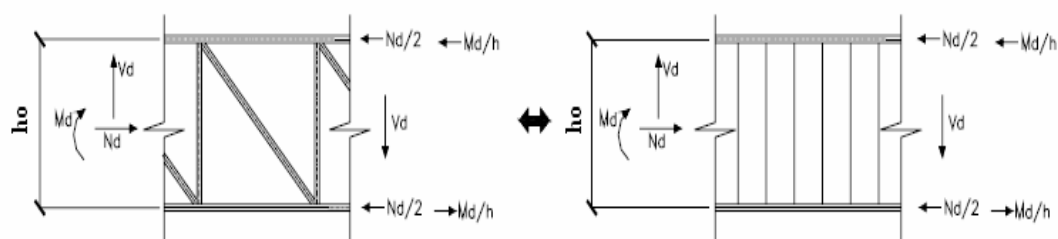


Figura 1.9 – Analogia de treliça

1.2 Dimensões e materiais dos perfis de alma senoidal

A denominação dos perfis de alma senoidal produzidos pela Codeme Engenharia baseia-se na altura livre da alma, na largura das mesas e nas espessuras das chapas utilizadas, conforme a figura 1.10 e a tabela 1.1, sendo que as limitações apresentadas devem-se apenas às características do maquinário e não ao processo de produção ou ao sistema em si.

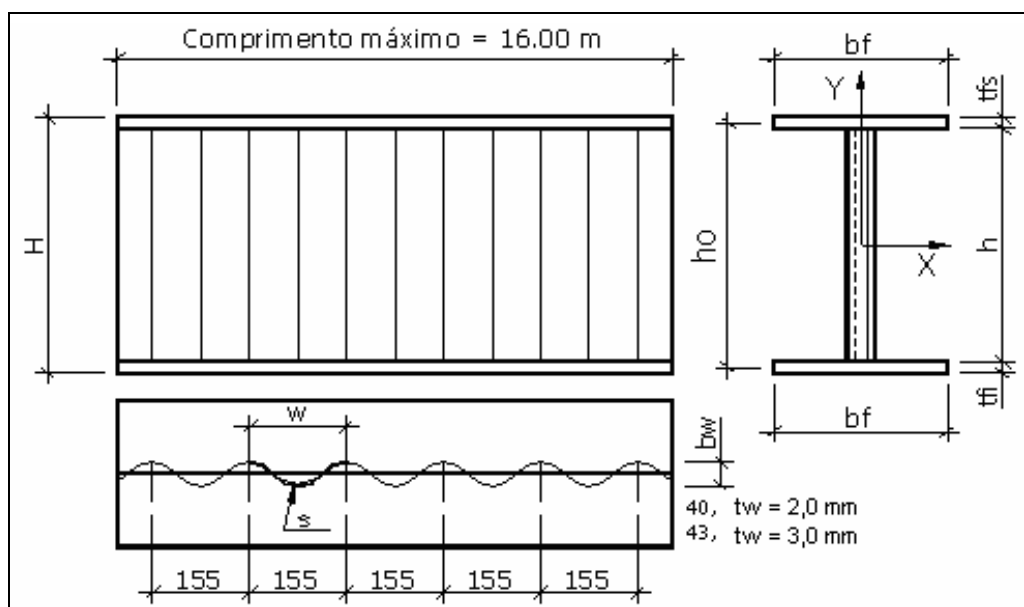


Figura 1.10 – Parâmetros dos perfis de alma senoidal

Tabela 1.1 – Parâmetro dos perfis de alma senoidal

Dimensões da alma (mm)	
Altura h	400, 500, 600, 800, 1000 e 1200
Espessura t_w	2,0 e 3,0
Dimensões das mesas (mm)	
Largura	$125 \leq b_f \leq 350$
Espessura	$4,75 \leq t_{fs} \leq 19,0$ e $4,75 \leq t_{fi} \leq 19,0$
Denominação	
PSS h x b_f x t_{fs}/t_{fi} x t_w	
Materiais	
Aço das mesas	USICIVIL 350: $f_y = 350$ MPa e $f_u = 500$ MPa
Aço da alma	USICIVIL 300: $f_y = 300$ MPa e $f_u = 410$ MPa

Os perfis são produzidos com comprimento máximo de 16,00 m e com apenas duas espessuras de alma, 2 mm e 3 mm. No primeiro caso, a altura total da onda senoidal (ou seja, duas vezes a amplitude) é de 40 mm e no segundo caso, de 43 mm; o comprimento da onda é constante e vale 155 mm. As mesas são constituídas de tiras cortadas a maçarico, a partir de chapas de largura padronizada, normalmente igual a 2440 mm. As chapas da alma são obtidas a partir do corte de bobinas de 1000 mm e 1200 mm. Os aços utilizados são USICIVIL 350² e USICIVIL 300² para as mesas e a alma, respectivamente.

² Fornecidos pela Usiminas – Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais

As tolerâncias de fabricação são essencialmente as mesmas dos perfis de alma plana, sendo que o limite para falta de retilineidade (imperfeição geométrica inicial) é de $l/1000$, onde l é o comprimento do perfil.

1.3 Sistemas construtivos com perfis de alma senoidal

Os perfis de alma corrugada começaram a ser produzidos em 1966 pela empresa sueca Ranabalken para serem utilizados primordialmente em pontes. Desde então, essa empresa e outras, como a GLP Corrugated Plate Industry dos Países Baixos e principalmente a Zeman, da Áustria, têm construído, além de pontes, os mais diversos tipos de estruturas com esses perfis no mercado internacional. Ao lado das pontes, os galpões comerciais e os edifícios industriais tornaram-se a principal aplicação dos perfis de alma corrugada devido ao excelente comportamento mecânico e à elevada eficiência estrutural e executiva desses perfis. Outras importantes aplicações dos perfis de alma corrugada são passarelas, estruturas de correias transportadoras e silos.

1.3.1 Pontes e passarelas

A maioria das pontes construídas com perfis de alma corrugada constitui na verdade sistemas mistos em que a alma é uma chapa corrugada de elevada relação *altura/espessura* (pode atingir 450 ou mais) e as mesas são de aço (chapas ou tubos), de concreto ou uma combinação de ambos; caso sejam de concreto, normalmente é utilizada protensão. As espessuras típicas das chapas da alma situam-se na faixa entre 8 mm e 12,5 mm.

Em 1986 foi construída a primeira ponte utilizando perfis de alma corrugada em um sistema misto, a Ponte Cognac, na França, pela empresa Campenon Bernard (figura 1.11). Seguindo o seu sucesso, várias outras, como o Viaduto Maupré (figura 1.12), as pontes Astérix e Dole (figura 1.12), na Europa, as pontes Shinkai, Ginzan-Miyuki e Hondani (figura 1.13), no Japão, foram construídas nos anos posteriores utilizando essa tecnologia. Outras pontes mistas também foram construídas com perfis de alma corrugada, podendo-se citar uma ponte similar ao Viaduto Maupré, na Coréia de Sul (figura 1.14), a ponte Caracas, na Venezuela, e a ponte Tronko, na Noruega.



Figura 1.11 – Ponte Cognac na França



Figura 1.12 – Viaduto Maupré e Ponte Dole na França

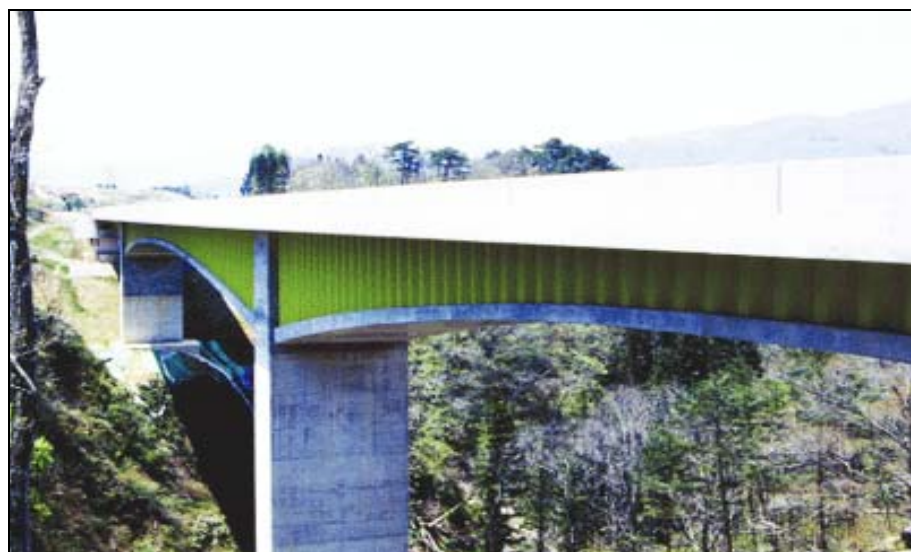


Figura 1.13 – Ponte Hondani no Japão



Figura 1.14 – Ponte na Coréia do Sul

Uma variante do sistema de perfis de alma corrugada foi empregada no “*Viaduct de Franchissement de la Vallée de la Marne*”, na França, onde a alma corrugada foi substituída por tubos circulares soldados intercalados por chapa plana (figura 1.15).



Figura 1.15 - “Viaduct de Franchissement de la Vallée de la Marne”

Os perfis com corrugação senoidal são pouco utilizados em pontes, mas têm grande aplicação em passarelas de pedestres, onde os grandes vãos, aliados à baixa intensidade das cargas, típicos desse tipo de construção, exigem vigas de grande rigidez e pouco peso para que se tenha um sistema funcional e econômico. A figura 1.16 ilustra o uso desses perfis em uma passarela de pedestres construída pela Zeman em Viena, Áustria.



Figura 1.16 – Passarela de pedestres em Viena, Áustria

1.3.2 Galpões e coberturas

No Brasil, os galpões e os edifícios industriais, bem como os sistemas de coberturas, constituem o principal mercado do aço estrutural na construção civil: mais de 80% desse tipo de estrutura é construído em aço. Tradicionalmente, os perfis *I* soldados, os perfis *I* laminados (padrão *S* americano), as cantoneiras e os perfis *U* laminados vêm sendo utilizados na maioria dos sistemas empregados pela indústria da construção civil em aço. Combinações de barras de alma cheia com sistemas treliçados têm sido exaustivamente empregadas, embora nos últimos anos, com as recentes mudanças da arquitetura básica dos galpões e coberturas, tem ganhado corpo o sistema de pórticos engastados de duas águas, utilizando pilares e vigas de alma cheia executados com perfis *I* soldados (em muitos casos de inércia variável) e perfis *W* com mísulas nas regiões dos maiores esforços solicitantes.

Seguindo essas tendências, os perfis de alma senoidal são utilizados economicamente como tesouras nos sistemas de cobertura e como pilares e vigas de pórticos de galpões industriais em vãos da ordem de 20,0 m a 40,0 m e espaçamentos que variam de 7,5 a 12,5 m – veja-se a figura 1.17. Nessas condições, permitem uma redução de peso de 10 a 20%, comparativamente aos demais perfis de alma cheia, e com enorme redução dos custos de fabricação quando comparados aos sistemas treliçados.

Os perfis de alma senoidal podem também ser eficientemente utilizados como vigas de rolamento em galpões industriais, se as reações das rodas não forem muito grandes, dada a pequena espessura da alma – veja-se a figura 1.18. Outro ponto interessante é que, como em grande parte dos casos a fadiga pode ser um fator determinante no

dimensionamento de vigas de rolamento, o perfil senoidal torna-se uma excelente opção, dada sua boa resistência a esse fenômeno e pela ausência de enrijecedores e soldas transversais às tensões axiais.



Figura 1.17 – Cobertura com perfil de alma senoidal



Figura 1.18 – Viga de rolamento com perfil de alma senoidal

1.3.3 Sistemas de pisos

Dentre as várias opções de lajes e vigas que podem ser utilizados em sistemas de pisos, destacam-se os perfis W , projetados como vigas mistas, em conjunto com lajes com fôrma de aço incorporada, as chamadas lajes mistas de aço e concreto. Vigas e lajes mistas de aço e concreto são consideradas o sistema estrutural mais eficiente para suportar as ações gravitacionais das edificações, devido principalmente à facilidade de

construção e à redução de peso, que pode chegar, em sistemas bem dimensionados, a 40%.

Tradicionalmente, as vigas mistas são calculadas como biapoiadas, com ligações rotuladas nos apoios. Nos últimos tempos, todavia, outras variações têm sido propostas e utilizadas para atender às diferentes demandas da indústria da construção moderna, difíceis de ser alcançadas com os sistemas tradicionais, como, por exemplo, maior facilidade de passagem de dutos, redução da altura interpavimentos, maiores vãos, aumento da rigidez e da frequência própria do piso, etc. Dentre elas, destacam-se as vigas mistas semicontínuas. As vigas mistas semicontínuas são aquelas em que as ligações, convencionais ou mistas, são semi-rígidas ou de resistência parcial, proporcionando um melhor aproveitamento das seções mistas, tanto na região de momento positivo quanto na de momento negativo, levando a uma economia significativa de material. Geralmente se pode dizer que o sistema com vigas semicontínuas, se bem projetado, é o que possui a melhor relação *peso/resistência*.

Até o presente momento, os perfis de alma senoidal não têm sido usualmente empregados em sistemas de pisos. No entanto, com a difusão cada vez maior desses perfis e com o aumento do volume de pesquisas nessa área, espera-se que possam ser utilizados tanto como viga biapoiada quanto como semicontínua, principalmente em sistemas com grandes vãos. A figura 1.19 mostra um detalhe de ligação que pode ser utilizado em vigas de alma senoidal e que permite que funcionem como viga mista biapoiada ou semicontínua. Neste caso é necessário que trabalhem em conjunto com armaduras adicionais na laje por meio de conectores de cisalhamento.

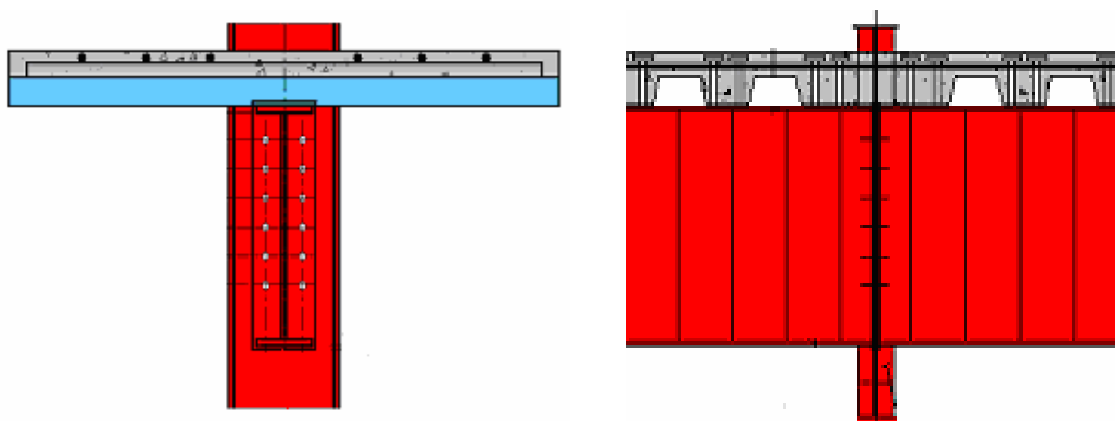


Figura 1.19 – Detalhe de ligação

1.4 Objetivos deste trabalho

A norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008) não aborda perfis de alma corrugada. Mesmo as normas e regulamentos de abrangência internacional não prevêm procedimentos para cálculo e projeto de estruturas com perfil de alma corrugada, em especial a de geometria senoidal, que tratem de todos os fenômenos envolvidos em seu comportamento estrutural. Isso se deve provavelmente ao fato de esses perfis terem sido comercialmente introduzidos somente há poucos anos no mercado da construção civil e ainda pela falta de pesquisas consistentes sobre alguns fenômenos. É necessário, portanto, desenvolver recomendações para cálculo e projeto que possam representar de maneira adequada o comportamento de perfis de alma senoidal sob os diversos modos de falha. De acordo com a tendência de as normas atuais utilizarem métodos semiprobabilísticos, essas recomendações devem ser desenvolvidas a partir dos conceitos e métodos da Confiabilidade Estrutural.

1.4.1 Objetivo geral

Esta tese tem como objetivo geral propor procedimentos de cálculo e projeto de vigas com perfis de alma senoidal relativos aos estados limites de flambagem lateral com torção (FLT) e flambagem local da mesa (FLM) e uma metodologia de cálculo e projeto de vigas mistas biapoçadas e semicontínuas, inclusive com a consideração, onde aplicável, de flambagem lateral com distorção (FLD).

Esta tese é parte de um amplo programa de pesquisa sobre perfis de alma senoidal, realizado pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas – PROPEEs – da UFMG. Fazem parte desse programa os seguintes trabalhos correlatos:

- HACKBARTH JÚNIOR (2006) – Hackbarth Júnior, H. “Estudo da Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço de Alma Senoidal” – Dissertação de Mestrado, 2006.
- SOUZA (2006) – Souza, D.G. “Estudo de Flambagem Local de Mesa de Perfis I com Alma Senoidal via Análise Não-linear pelo MEF” – Dissertação de Mestrado, 2006.
- CALENZANI (2008) – Calenzani, A.F.G., “Proposição de Procedimento para a Determinação da Rigidez Rotacional de Vigas Mistas Contínuas e Semicontínuas com Perfis de Alma Senoidal” – Tese de Doutorado, 2008.

- GONZAGA (2008) – Gonzaga, L.G.M. “Análise Numérico-experimental de Flambagem Lateral com Torção e de Ligações em Vigas com Perfis de Alma Corrugada Senoidal” – Tese de Doutorado, 2008.
- GALVÃO (2008a) – Galvão, A. “Estudo de Vigas Mistas Biapoiadas e Semicontínuas com Perfis de Alma Senoidal” – Projeto de Tese de Doutorado, 2008.
- GALVÃO (2008b) – Galvão, A. “Estudo de Vigas Mistas Biapoiadas e Semicontínuas com Perfis de Alma Senoidal” – Tese de Doutorado (em preparação).
- PINTO (2008) – Pinto, E.L., “Estudos de Flambagem Local da Mesa de Perfis de Alma Senoidal” – Projeto de Tese de Doutorado (em preparação), 2008.

1.4.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos consistem em:

- Propor modelos de cálculo para determinar o momento resistente característico (ou nominal)³ dos perfis de alma senoidal relativos aos estados limites de FLT e FLM.
- Propor modelos de cálculo para determinar a resistência característica de vigas mistas com perfis de alma senoidal, biapoiadas e semicontínuas, na região de momento positivo.
- Determinar a resistência e a capacidade de rotação de ligação mista (figura 1.19) em sistemas semicontínuos, considerando os diversos fatores que as influenciam.
- Propor modelos de cálculo para determinar a resistência característica de vigas mistas semicontínuas com perfis de alma senoidal na região de momento negativo, levando em conta o estado limite de FLD.
- Determinar e descrever os parâmetros estatísticos fundamentais das variáveis aleatórias envolvidas nos modelos propostos.
- Utilizando os conceitos e métodos da Confiabilidade Estrutural, analisar a segurança dos procedimentos propostos que incorporam, além dos modelos de cálculo, os coeficientes de ponderação das ações e das resistências fornecidos nas normas, e verificar se conduzem a níveis de confiabilidade comparáveis aos dos perfis de alma plana implícitos nas normas técnicas.

³ Nesta tese, valores característicos ou característicos nominais são utilizados indistintamente e denominados simplesmente valores nominais (ou, em algumas situações, valores característicos).

1.5 Escopo deste trabalho

Esta tese é composta de nove capítulos e três anexos. No capítulo 2 é apresentado o estado da arte do comportamento dos perfis de alma corrugada referente a diversos estados limites, em que são analisados os aspectos e fenômenos associados à alma corrugada, em especial aqueles referentes à geometria senoidal.

No capítulo 3 apresentam-se conceitos e definições referentes à segurança estrutural assim como as incertezas presentes no projeto de estruturas. É apresentado também um breve histórico do desenvolvimento das normas técnicas e seu processo de calibração. Faz-se ainda um resumo dos fundamentos da Confiabilidade Estrutural e apresentam-se os dois métodos que são utilizados nesta tese: método de confiabilidade de primeira ordem (FORM – “*first order reliability method*”) e simulação de Monte Carlo.

No quarto capítulo, descrevem-se resumidamente os ensaios experimentais realizados em conjunto com outros pesquisadores envolvidos neste estudo. No quinto capítulo, esses ensaios são criteriosamente analisados e são apresentados modelos numéricos desenvolvidos para simular os protótipos ensaiados.

No sexto capítulo, com base em estudos teóricos e análises experimentais e numéricas, são propostos métodos de cálculo e projeto de vigas de alma senoidal referentes aos estados limites de FLT e FLM e de vigas mistas biapoiadas e semicontínuas com perfis de alma senoidal, considerando também o estado limite de FLD.

No capítulo 7 descrevem-se as estatísticas das variáveis básicas relativas aos métodos de cálculo propostos. Os dados foram obtidos da literatura e de um programa de medições realizados pela Codeme Engenharia, cujos resultados são apresentados no anexo 1.

No capítulo 8 são apresentadas as funções de desempenho associadas aos diversos estados limites analisados – a dedução das equações e demais parâmetros são apresentadas no anexo 2 – e os resultados das análises de confiabilidade, obtidos por meio de ferramentas computacionais especialmente desenvolvidas para esta tese (apresentadas no anexo 3).

No capítulo final, os resultados obtidos são avaliados e apresentam-se as conclusões deste trabalho e sugestões para estudos futuros.

2

COMPORTAMENTO ESTRUTURAL – ESTADO DA ARTE

2.1 Introdução

Neste capítulo é feita uma revisão sobre o estado da arte do comportamento de estruturas com perfis de alma corrugada, abordando e analisando de forma crítica os aspectos e fenômenos inerentes ou relacionados especialmente à alma corrugada, com ênfase naqueles próprios da geometria senoidal. Serão estudados apenas os fenômenos diretamente relacionados com os objetivos deste trabalho, com exceção da resistência a tensões de cisalhamento e flambagem de alma, devido à especificidade desses estados limites em perfis de alma corrugada.

Ressalta-se que a bibliografia existente sobre perfis de alma corrugada ainda é escassa e que vários aspectos do comportamento desses perfis ainda necessitam ser estudados e mais bem compreendidos.

Além dos trabalhos apresentados neste capítulo, citam-se os seguintes, referentes a outros aspectos do comportamento de perfis de alma corrugada:

- forças localizadas: ELGAALY e SESHADRI (1997, 1998a, 1998b), NOVAK e MACHACEK (1998, 1999, 2000), MACHACEK e TUMA (2006);
- fadiga: SAAL e EHLBECK (1995), MACHACEK e TUMA (2001, 2002, 2006), TUMA e MACHACEK (2003), ANAMI *et al.* (2005), ANAMI e SAUSE (2005), SAUSE *et al.* (2006), IBRAHIM *et al.* (2006a, 2006b);

- ligações: ROBRA (1997), TAHIR *et al.* (2008), ALISIBRAMULISI (2006);
- incêndio: PEHERSTORFER (1994), TRAUNER e PEHERSTORFER (2006);
- geral: ABBAS *et al.* (2006, 2007), DRIVER *et al.* (2006).

2.2 Resistência a tensões de cisalhamento – flambagem de alma

EASLEY (1975), na busca de uma expressão que pudesse representar a resistência à flambagem de diafragmas de chapas corrugadas de aço, ensaiou diversos modelos projetados de tal forma que o modo de flambagem fosse primordialmente global. *Easley* concluiu que, dentre as diversas opções analisadas, a de *Easley-McFarland* expressa melhor os resultados experimentais. Essa expressão, baseada na teoria de placas ortotrópicas em regime elástico, é apresentada a seguir:

$$N_{cr} = D_y \pi^2 \left(\frac{a^2}{2\alpha n^2 h^4} + \frac{3\alpha}{h^2} + \frac{\alpha^3 n^2}{2\alpha^2} \right) + D_x \pi^2 \frac{n^2}{2\alpha a^2} + D_{xy} \pi^2 \left(\frac{1}{2\alpha h^2} + \frac{\alpha n^2}{2a^2} \right) \quad (2.1)$$

onde (veja-se figura 2.1):

N_{cr} = carga de flambagem por unidade de comprimento do diafragma

a = comprimento total do diafragma

h = altura total do diafragma

$$D_x = Et_w^3 q / 12s \quad (2.2)$$

$$D_y = EI_y / q \quad (2.3)$$

$$I_y = 2bt_w(h_r/2)^2 + t_w h_r^3 / 6 \sin \theta \quad (2.4)$$

t_w = espessura da alma

E = modulo de elasticidade do aço

q = comprimento projetado de uma corrugação na direção do eixo da viga

s = comprimento desenvolvido de uma corrugação

I_y = momento de inércia de uma corrugação em relação ao eixo yy

b = comprimento da parte da corrugação, paralela ao eixo da viga

h_r = altura da corrugação

θ = ângulo da parte inclinada da corrugação

$$D_{xy} = \frac{2M_{xy}}{W_{xy}} = \frac{Et_w^3 s}{6(1+\nu)q} \quad (2.5)$$

M_{xy} = momento de torção por unidade de comprimento do diafragma

W_{xy} = ângulo de torção por unidade de comprimento do diafragma

$$n = \frac{a}{h} \left(\frac{D_y}{\alpha^4 D_y + \alpha^2 D_{xy} + D_x} \right) \text{ (o valor inteiro mais próximo deve ser usado)} \quad (2.6)$$

α = a menor raiz real da seguinte expressão:

$$8D_y^2\alpha^8 + \frac{27}{4}D_yD_{xy}\alpha^6 + (11D_xD_y - \frac{11}{4}D_{xy}^2)\alpha^4 + (\frac{D_{xy}^3}{4D_y} - 3D_xD_{xy})\alpha^2 + (\frac{D_{xy}^2D_x}{4D_y} - D_x^2) = 0 \quad (2.7)$$

Easley demonstra que, caso a espessura da chapa corrugada seja pequena, D_y se torna muito maior que D_x e D_{xy} , podendo-se fazer a seguinte simplificação, sem perda de precisão:

$$\alpha = \left(\frac{D_x}{11D_y} \right)^{1/4} \quad \text{e} \quad n = \frac{a}{h} \left(\frac{D_x}{11D_y} \right)^{1/4} \quad (2.8)$$

$$(2.9)$$

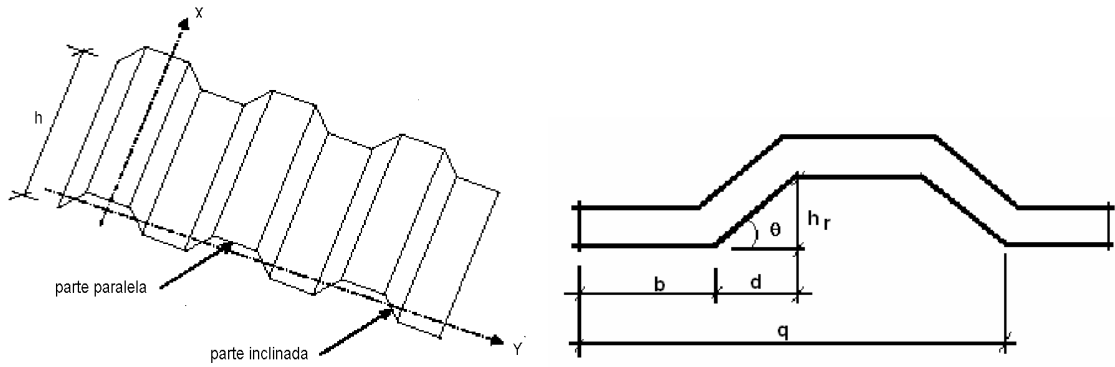


Figura 2.1 – Geometria dos painéis

Além disso, usando diretamente a expressão de n , em vez de o valor inteiro mais próximo, chega-se finalmente à seguinte expressão simplificada:

$$N_{cr} = 36 \frac{D_x^{1/4} D_y^{3/4}}{h^2} \quad (2.10)$$

Finalmente, *Easley* propõe a seguinte modificação na expressão, para ampliar seu campo de aplicação:

$$N_{cr} = 36\beta \frac{D_x^{1/4} D_y^{3/4}}{h^2} = k_g \frac{D_x^{1/4} D_y^{3/4}}{h^2} \quad (2.11)$$

ou, em termos de tensão:

$$\tau_{cr} = k_g \frac{D_x^{1/4} D_y^{3/4}}{h^2 t_w} \quad (2.12)$$

onde t_w é a espessura da chapa de alma e β depende das condições de contorno e varia de 1,0 a 1,9. Numa rápida análise, conclui-se que o valor de 1,0 refere-se à condição de apoio simples e de 1,9, à condição de engaste nas bordas. *Easley*, no entanto, não dá qualquer indicação de valores de β para outras condições de contorno. SAYED-AHMED (2001) argumenta que, da mesma forma que em outras análises baseadas na teoria de placas ortotrópicas, não se levou em conta, na determinação dessas expressões, a possibilidade de empenamento da alma corrugada, ou seja, considerou-se que as mesas fossem infinitamente rígidas perpendiculares ao seu plano, o que evidentemente não é uma condição razoável para mesas de chapas de aço; porém aproxima-se bastante no caso de mesas de concreto. Neste caso, pode-se adotar o valor de 1,9, levando o valor de k_g para 68,4, e naquele, o valor de β deve ser tomado como 1,0, o que faz com que k_g assuma o valor de 36,0. ELGAALY *et al.* (1996), entretanto, propõem valores um pouco diferentes para k_g – 31,6 para apoios simples e 59,2 para engaste.

Os estudos de *Easley-McFarland* mostram ainda a ocorrência de uma pequena queda de resistência na fase pós-flambagem. Essa queda, devidamente comprovada pelos ensaios, situa-se, para pequenas espessuras, em torno de 5%. *Hamilton e Elgaaly* (1993) *apud* ELGAALY *et al.* (1996) também comprovaram a ocorrência de queda de resistência pós-flambagem, porém de maior intensidade. Nos ensaios em que o colapso ocorreu de maneira súbita e resultou da flambagem global da alma, como é o caso da figura 2.2, o valor da queda foi superior a 10%.

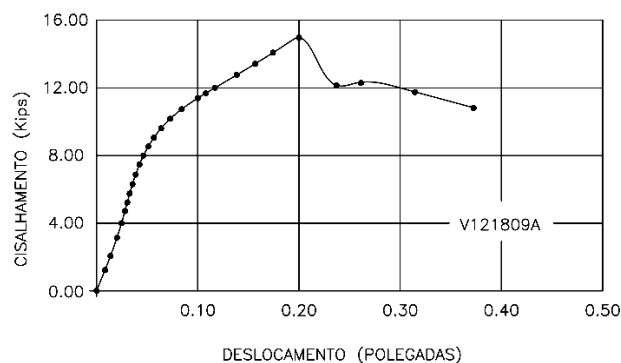


Figura 2.2 – Ensaio mostrando queda de resistência pós-flambagem¹

EL-METWALLY e LOOV (2003) reportam a existência de uma resistência adicional pós-flambagem de até 82%, contrariando *Easley* e *Elgaaly*. SAYED-AHMED (2005b)

¹ adaptada de Elgaaly *et al.* (1996). 1 kip = 4,448 kN. 1 polegada = 25,4 mm.

também encontrou em seus estudos aumento de até 53% na resistência após a ocorrência da flambagem da alma. Analisando essas pesquisas, conclui-se que a razão dessa aparente contradição reside no tipo de flambagem que determina a capacidade de resistência do perfil. Se a flambagem for predominantemente local, isto é, da parte plana (ou quase plana, no caso da corrugação senoidal de pequena amplitude e grande comprimento de onda) do painel de alma, então existirá uma resistência pós-flambagem cuja magnitude vai depender das condições de contorno e da interação (se houver) com a flambagem global da alma. Se esta, entretanto, ocorrer de forma isolada, isto é, sem qualquer interação com a flambagem local dos painéis planos, ou se a interação for desprezável, não haverá resistência pós-flambagem, como se comprova pelos ensaios [ELGAALY *et al.* (1996), SCHWARZ (1990), RAMBERGER (1989 e 1990), PASTERNAK e BRANKA (1996)] e pela teoria de placas ortotrópicas.

Os primeiros ensaios em perfis de alma senoidal foram realizados na Universidade Técnica de Viena [SCHWARZ (1990), RAMBERGER (1989 e 1990)], buscando estudar seu comportamento sob cargas transversais – resistência a cisalhamento e a efeitos localizados. Foram realizados seis ensaios, sendo três deles com aplicação de carga no centro do vão onde havia sido colocado um enrijecedor transversal e outros três com duas cargas aplicadas a aproximadamente um quarto e três quartos do vão, diretamente na mesa do perfil, isto é, sem a presença de enrijecedor, como se pode observar na figura 2.3. Em todos os ensaios foi utilizado apenas um tipo de perfil.

Os ensaios com carga aplicada no centro do vão mostraram comportamento dúctil, com bastante deformação antes que fosse atingido o carregamento máximo – figura 2.4. O modo de falha foi sempre o mesmo – plastificação da alma por tensões de cisalhamento, seguida de flambagem global do painel, envolvendo diversas corrugações, como se observa na figura 2.5. Como era de se esperar, conforme já comentado, também nesse caso houve queda de resistência após a ocorrência da flambagem.

Juntamente com os ensaios, foi apresentado um parecer técnico [RAMBERGER (1990)] em que se afirma que a resistência à força cortante pode ser dada pela carga de plastificação da alma pelas tensões de cisalhamento (subentendendo-se que a relação h/t não fosse superior a 500). Afirma-se ainda que para esses perfis é necessário considerar, no cálculo dos deslocamentos, a contribuição da força cortante, levando-se

ainda em conta a forma da corrugação. No caso de uma carga concentrada (P) no meio do vão (l), a flecha pode ser dada por:

$$f = \frac{Pl^3}{48EI} + \frac{Pl}{4S} \quad (2.13)$$

onde a primeira parcela é a contribuição do momento fletor e a segunda, da força cortante e

$$S = G_s h t_w = G \frac{w}{s} h t_w \quad (2.14)$$

em que G é o módulo transversal do aço, w o comprimento da onda senoidal e s o desenvolvimento de w (veja-se a figura 1.8 do cap.1).

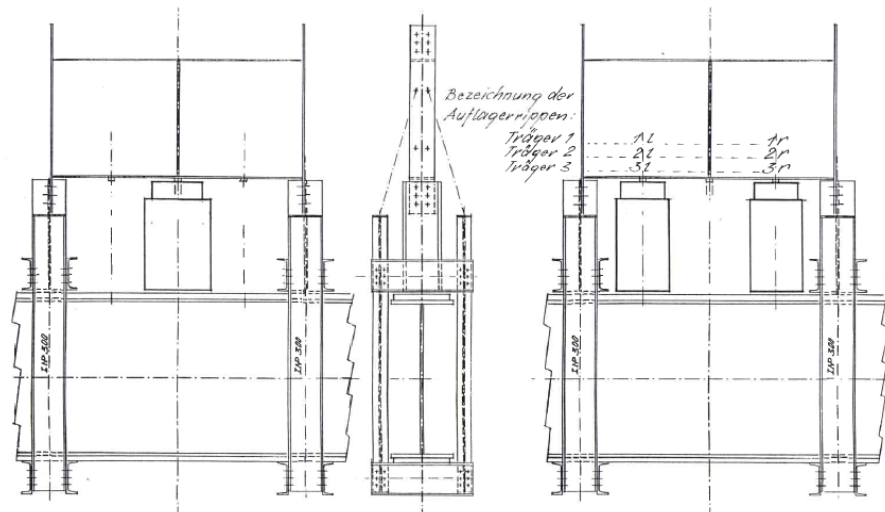


Figura 2.3 – Aparato dos ensaios²

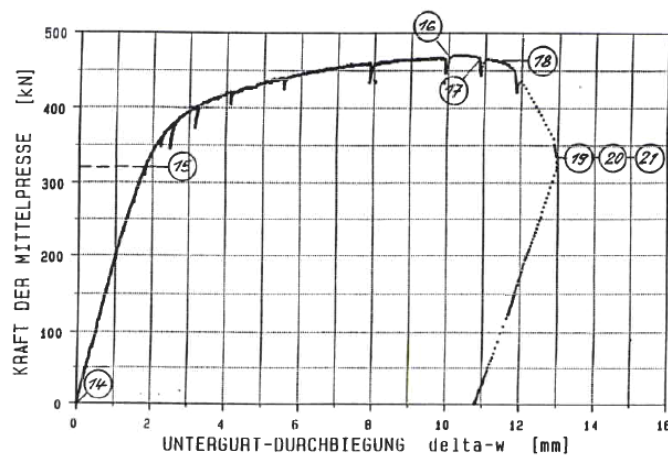


Figura 2.4 – Resultados carga x deslocamento (carga central)²

² Schwarz (1990). Kraft Der Mittelpresse $\cong$ Carga central aplicada. Untergurt-Durchbiegung $\cong$ flecha no meio do vão (subtraindo-se a média dos deslocamentos dos apoios).



Figura 2.5 – Fase final do ensaio³

As pesquisas de *Schwarz* e *Ramberger*, entretanto, não continham proposições mais amplas buscando definir limites em que a flambagem, elástica ou inelástica, passasse a ser o estado limite da resistência ao cisalhamento dos perfis de alma senoidal, o que só veio a ocorrer em 1996 com os trabalhos de PASTERNAK e BRANKA (1996) e PASTERNAK (1996).

PASTERNAK e BRANKA (1996) realizaram quatro ensaios experimentais com carregamentos estáticos e dinâmicos. A carga foi aplicada via enrijecedor transversal no centro da viga nos três primeiros ensaios, conforme pode ser visto na figura 2.7. As relações *largura/altura* e *altura-espessura* (h/t) da alma foram de 1,0 e 750, respectivamente. PASTERNAK (1996) comenta que, mesmo com relação h/t tão elevada, não houve ocorrência de flambagem local e que o comportamento da viga foi favorável, isto é, não houve queda severa na resistência após ter-se atingido a carga máxima. Além disso, a aplicação do carregamento dinâmico até o limiar da fase de serviço não alterou substancialmente o comportamento da viga, reduzindo a carga máxima em apenas 3%, como se depreende da figura 2.6, comparando-se as curvas dos ensaios 2 (estático) e 3 (dinâmico). No quarto ensaio a carga foi aplicada diretamente sobre o perfil sem a presença de enrijecedor.

³ Schwarz (1990)

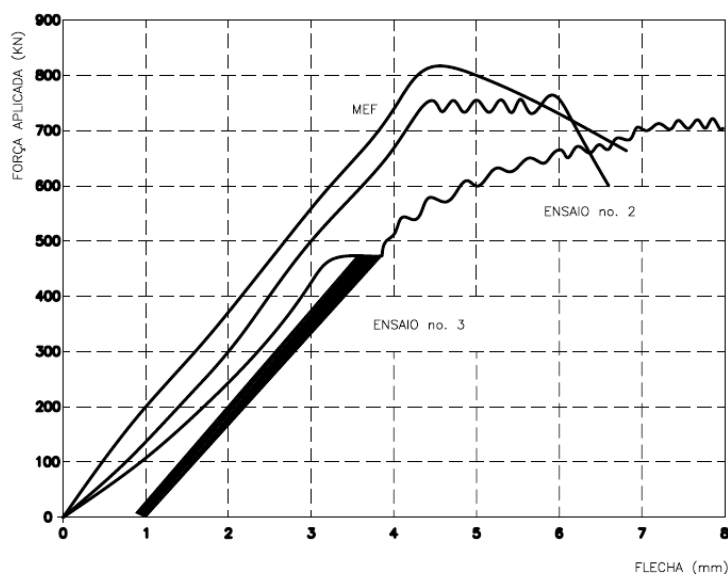


Figura 2.6 – Curvas carga x deslocamento dos ensaios de Pasternak e Branka⁴

O comportamento e o modo de falha observado nos ensaios 2 e 3 (figura 2.7) foram os mesmos encontrados nos estudos de SCHWARZ (1990) e RAMBERGER (1990), ou seja, flambagem global do painel precedida de plastificação. No primeiro ensaio, o modo de falha foi de plastificação do painel seguida do aparecimento súbito de um campo de tração (figura 2.8).

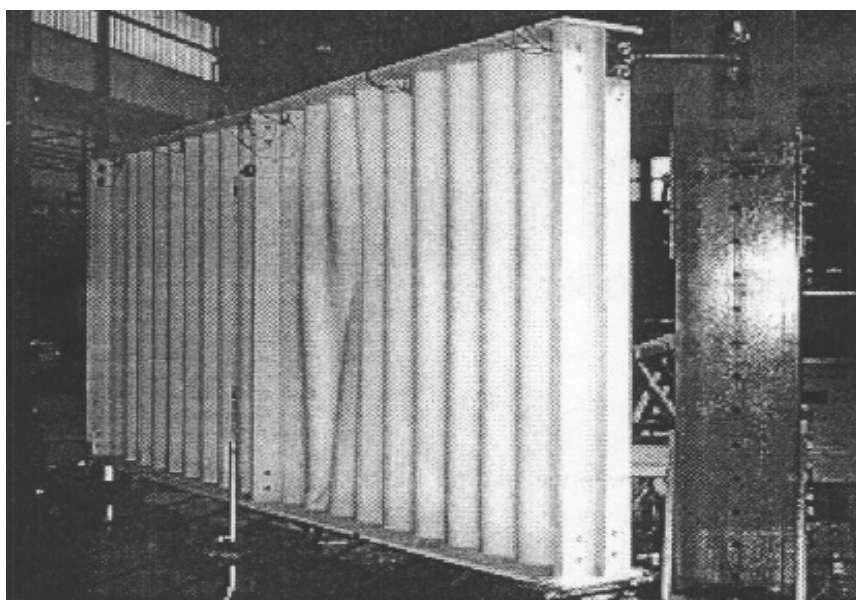


Figura 2.7 – Modo de colapso dos ensaios 2 e 3⁵

⁴ adaptada de Pasternak e Branka (1996)

⁵ Pasternak e Branka (1996)

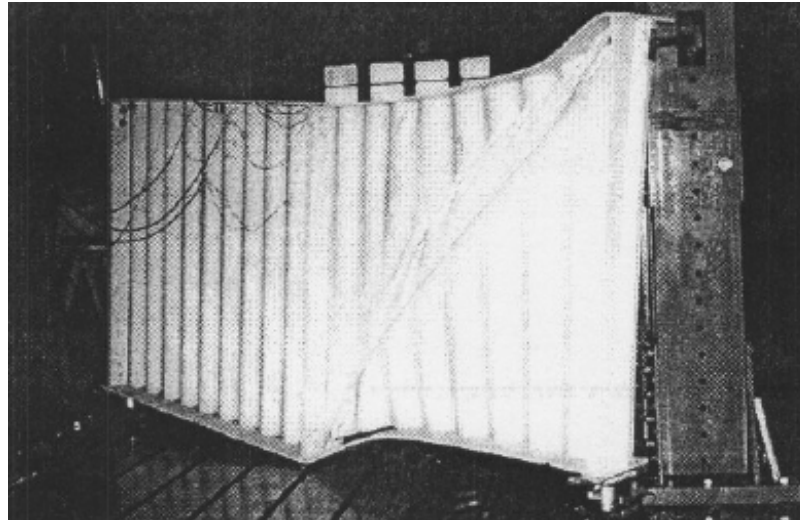


Figura 2.8 – Modo de colapso do ensaio 1⁶

Para ampliar o estudo foram realizadas análises numéricas via método dos elementos finitos, levando-se em conta não-linearidades físicas e geométricas. O modelo foi calibrado com os resultados dos ensaios experimentais, onde se pôde observar boa correlação entre os dois tipos de análise, sendo que o modo de flambagem encontrado foi similar ao dos ensaios 2 e 3 – não houve, entretanto, a formação do campo de tração apresentado pelo ensaio 1. A análise numérica mostrou a ocorrência de flambagem antes da plastificação do painel apenas na situação de alma extremamente fina, fora dos limites da prática, com espessura de 0,3 mm e altura de 1500 mm ($h/t = 5000$).

Com base nesses estudos, *Pasternak* propõe o uso da fórmula de *Easley* para o cálculo da carga crítica (e da tensão crítica, τ_{cr}) e sugere o valor de $k_g = 32,4$ para condição de simples apoio, que deve ser conservadoramente usado em qualquer situação. Esse valor deriva da aplicação de um redutor (0,9) na expressão original de *Easley*. A força cortante resistente (V_R) é calculada pela seguinte expressão, proposta por PASTERNAK (1996), oriunda de modificação do procedimento dado em DAST-Ri 015 (1990):

$$V_R = \kappa_t \frac{f_y}{\sqrt{3}} ht \quad (2.15)$$

onde f_y é a resistência ao escoamento, h e t são a altura e a espessura da alma, respectivamente e κ_t , se λ_p for maior que 1,0, é dado por:

$$\kappa_t = \frac{1}{\lambda_p^{1,5}} \quad (2.16)$$

⁶ Pasternak e Branka (1996)

Caso contrário, κ_t deve ser tomado igual à unidade. O parâmetro reduzido de flambagem é dado por:

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sqrt{3}\tau_{cr}}} \quad (2.17)$$

BRANKA (1999), com base em estudos paramétricos em que se variaram a amplitude e o comprimento de onda da corrugação, propõe um procedimento similar ao de PASTERNAK (1996), mas que leva em consideração a possibilidade de ocorrência de flambagem local. Foram analisadas seções com corrugações como consta na figura 2.9, cuja denominação segue o padrão *WT b_w-w*. Branka observou que, para o padrão de corrugação usualmente adotado (WT 40-155), não há a ocorrência de flambagem antes da plastificação da alma, a não ser em casos de alma extremamente finas, confirmando o que se observou nos ensaios.

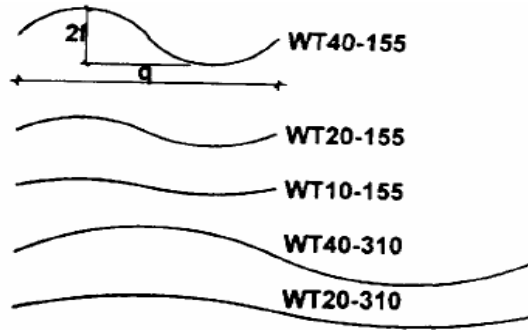


Figura 2.9 – Padrões de corrugação analisados⁷

No procedimento de Branka, κ_t e τ_{cr} são dados por:

$$\kappa_t = \frac{1}{\lambda_p^2} \quad (2.18)$$

$$\tau_{cr,g} = 4k_{\tau,g} \frac{\sqrt[4]{D_x D_y^3}}{h^2 t_w} \quad \text{para flambagem global;} \quad (2.19)$$

$$\tau_{cr,l} = 4k_{\tau,l} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{s} \right)^2 \quad \text{para flambagem local.} \quad (2.20)$$

Nas expressões acima, os valores dos parâmetros de flambagem foram calculados com base nas análises paramétricas que conduziram às seguintes expressões:

⁷ Branka (1999)

$$k_{\tau,g} = 5,34 + \frac{fs}{ht_w} \quad (2.21)$$

$$k_{\tau,l} = 15,065 + \left(\frac{q \cdot 2f}{ht_w} \right)^2 \quad (2.22)$$

Segundo o autor, esse procedimento reflete melhor o comportamento e a resistência dos ensaios em comparação com o método de *Pasternak*. Vale observar, contudo, que a análise paramétrica foi realizada sempre com as mesmas dimensões das mesas (250 mm x 12 mm), que provocaram um grau elevado de engastamento da alma (observe-se o valor mínimo do coeficiente da equação 2.19, igual a $4 \times 15,065 = 60,26 \gg 32,4$). É, portanto, prudente não se fazer extrapolação para outras relações *altura/espessura* da alma e *largura/espessura* das mesas, sem ampliar os estudos realizados.

ELGAALY *et al.* (1996) sugerem que, caso τ_{cr} seja superior a $0,8\tau_y$, se considere a ocorrência da flambagem em regime elastoplástico. Propõem que a tensão de flambagem inelástica (τ_i) seja calculada com a seguinte expressão:

$$\tau_i = (0,8\tau_{cr}\tau_y)^{1/2} \leq \tau_y \quad (2.23)$$

De acordo com o critério de resistência de *Von Mises*, τ_y deve ser tomado aproximadamente igual a 60% da resistência ao escoamento do material.

PLAIS (2005) cita que a Codeme Engenharia utiliza o mesmo critério proposto pelo AISC-LRFD (1999) – ou, atualmente, pelo ANSI/AISC 360-05 (2005) – para o regime elastoplástico. A resistência é dada por:

$$\tau = \rho\tau_y \quad (2.24)$$

onde:

$$\rho = \begin{cases} 1 & \forall \quad \bar{\lambda} \leq \lambda_p \end{cases} \quad (2.25a)$$

$$\rho = \begin{cases} \frac{\lambda_p}{\bar{\lambda}} & \forall \quad \lambda_p < \bar{\lambda} \leq \lambda_r \end{cases} \quad \text{sendo} \quad \begin{cases} \lambda_p = 0,89 \\ \lambda_r = 1,12 \end{cases} \quad (2.25b)$$

$$\rho = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\lambda}^2} & \forall \quad \bar{\lambda} > \lambda_r \end{cases} \quad (2.25c)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\tau_y}{\tau_{cr}}} \quad (2.26)$$

Na formulação acima, adota-se, para o cálculo da tensão crítica (τ_{cr}), a equação proposta por PASTERNAK (1996). Analisando com um pouco mais de atenção, percebe-se que,

a menos de pequenas aproximações, os dois critérios de definição do regime inelástico, o da Codeme Engenharia e o de ELGAALY *et al.* (1996), são idênticos.

2.3 Resistência a tensões normais – plastificação e flambagem da mesa

Conforme observa WANG (2003), muito pouco tem sido estudado e publicado sobre o comportamento de perfis de alma corrugada submetidos a momento fletor puro. Segundo ELGAALY *et al.* (1997), os únicos ensaios experimentais de seu conhecimento até então foram os realizados em 1993 por Hamilton e Elgaaly. Esses ensaios (seis ao todo), apresentados e discutidos por ELGAALY *et al.* (1997), foram realizados com protótipos conforme mostra a figura 2.10, em que as variáveis foram a espessura da chapa da alma e a geometria das corrugações. Como se observa na figura, somente o painel central da alma é corrugado e submetido a momento fletor puro. O gráfico *carga x deslocamento* é mostrado na figura 2.11. Todos os protótipos ensaiados por Hamilton e Elgaaly falharam por escoamento das mesas, seguido de flambagem vertical da mesa comprimida na direção da alma, com exceção de um, cujo ensaio foi interrompido por a carga ter atingido a capacidade utilizável do equipamento de teste. Contudo, acredita-se que o mesmo fenômeno também teria ocorrido com pequeno aumento da carga aplicada, caso o ensaio não tivesse sido paralisado.

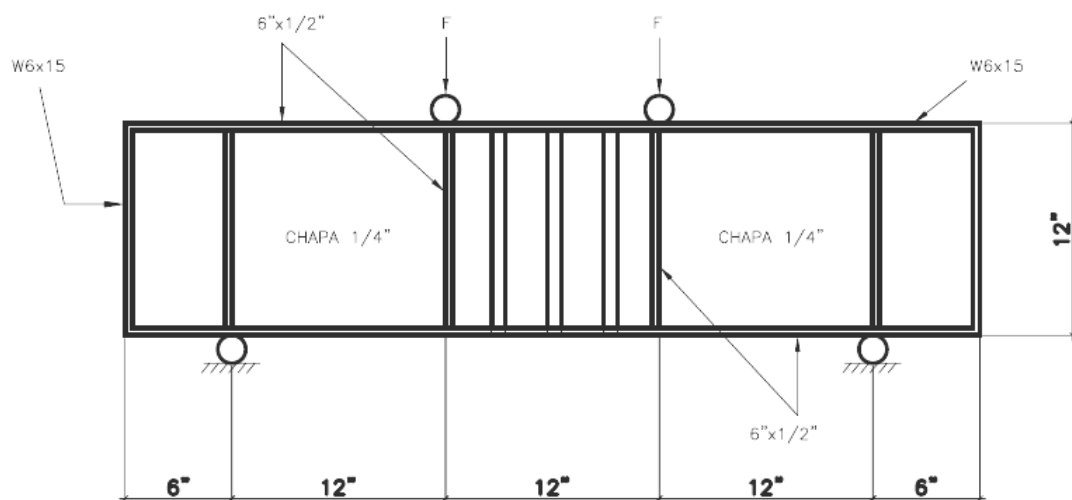
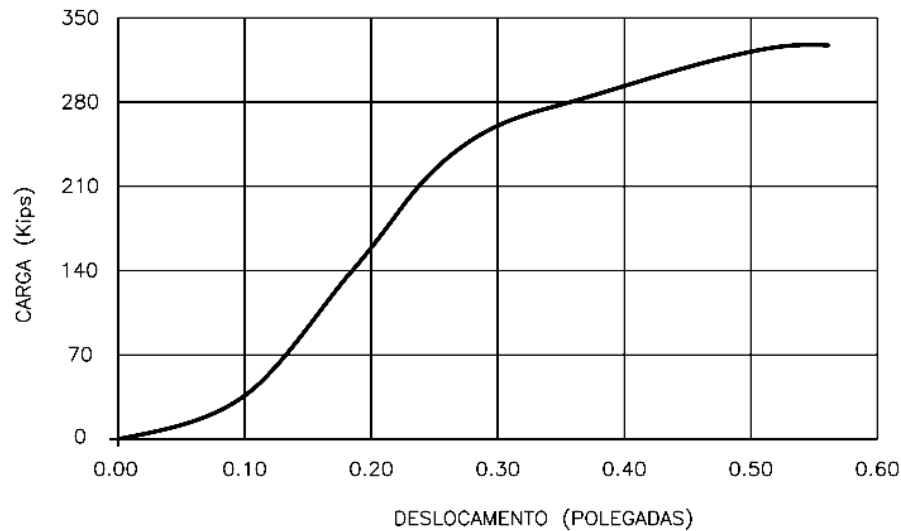


Figura 2.10 – Ensaio de Hamilton de 1993⁸

⁸ adaptada de Elgaaly *et al.* (1997) 1 in = 25,4 mm

Figura 2.11 – Carga x Deslocamento⁹

A carga última de cada protótipo P_{tf} e o momento fletor correspondente M_{en} no painel central estão mostrados na tabela 2.1, juntamente com o momento M_{yf} calculado com a resistência ao escoamento da chapa da mesa (293 MPa e 376 MPa, respectivamente para os quatro primeiros e os dois últimos protótipos) desprezando a contribuição da alma. Mostra-se também na tabela a razão entre esses dois momentos – pode-se observar com clareza que a contribuição da alma para a resistência a momento fletor é insignificante. Em seguida aos ensaios experimentais, Hamilton e Elgaaly procederam a análises numéricas dos protótipos ensaiados, onde se verificou a boa concordância entre as análises numérica (M_{ef}), teórica (M_{yf}) e experimental (M_{en}), como se depreende da tabela 2.2.

Tabela 2.1 – Resultados dos ensaios de Hamilton e Elgaaly de 1993

Protótipo	P_{tf} (kN)	M_{en} (kNm)	M_{yf} (kNm)	M_{en}/M_{yf}
1	1187,7	180,91	180,12	1,004
2	1268,7	193,34	180,12	1,073
3	1149,0	175,04	180,12	0,972
4	1149,4	175,15	180,12	0,972
5	1560,6	237,75	230,97	1,029
6	1464,9	223,18	230,97	0,966

⁹ adaptada de Elgaaly *et al.* (1997). 1 kip = 4,448 kN. 1 polegada = 25,4 mm.

Tabela 2.2 – Relação entre as análises numérica, experimental e teórica

Protótipo	M _{en} (kNm)	M _{yf} (kNm)	M _{ef} (kNm)	M _{ef} / M _{en}	M _{ef} / M _{yf}
1	180,91	180,12	188,82	1,04	1,05
2	193,34	180,12	190,29	0,98	1,06
3	175,04	180,12	185,89	1,06	1,03
4	175,15	180,12	188,26	1,07	1,05
5	237,75	230,97	238,77	1,00	1,03
6	233,18	230,97	233,46	1,00	1,01

Nas pesquisas de ELGAALY *et al.* (1996) e de SAYED-AHMED (2001) não foram encontradas evidências de que possa haver interação entre os comportamentos a flexão e a cisalhamento nos perfis de alma corrugada. Afirmam esses pesquisadores que seus estudos mostram que tais interações de fato não ocorrem. MENDERA e KUCHTA (2003), entretanto, recomendam uma redução de resistência na presença simultânea de elevadas tensões normais e de cisalhamento, como no caso de apoios internos de vigas contínuas. Essa recomendação é baseada em ensaios experimentais em perfis de alma senoidal realizados na Universidade de Cracóvia, na Polônia, onde foi encontrada uma queda de cerca de 8% na situação em que as relações entre a força cortante e o momento fletor aplicados e os resistentes eram próximas de 1,0 (0,93 e 0,92 respectivamente). Os autores propõem então que a seguinte equação de interação deva ser obedecida, quando as relações M_{Sd}/M_{Rd} e V_{Sd}/V_{Rd} forem superiores a 0,8:

$$\frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} + \frac{V_{Sd}}{V_{Rd}} \leq 1,8 \quad (2.27)$$

onde os subscritos *Sd* e *Rd* referem-se aos valores da solicitação e da resistência, respectivamente. Essa recomendação, entretanto, deve ser mais bem analisada, pois embora se tenha tido queda na resistência quando da ocorrência de altos valores simultâneos de momento fletor e força cortante, também houve queda na resistência a momento fletor (5%) na situação em que a força cortante não era de grande monta ($V_{Sd}/V_{Rd} < 0,47$). Ressalta-se que talvez ambas as quedas possam ter a mesma causa, ou seja, imperfeições iniciais dos protótipos, que não foram relatadas no estudo. Além disso, não houve análises numéricas subsequentes que pudessem confirmar definitivamente a existência de interação entre momento fletor e força cortante na ocorrência simultânea de elevados valores das relações M_{Sd}/M_{Rd} e V_{Sd}/V_{Rd} .

WANG (2003) relata estudos teóricos, numéricos e experimentais realizados por *Johnson e Cafolla* (1997), em que foram analisados, não apenas o comportamento a momento fletor, mas também o efeito da alma corrugada na flambagem local da mesa comprimida. Em perfis de alma plana, a esbeltez da mesa comprimida é calculada utilizando-se a metade de sua largura, dividida pela espessura. Porém, em perfis de alma corrugada, a posição da alma varia de seção para seção, havendo determinadas seções em que a distância da alma a uma extremidade da mesa é máxima e à outra é mínima. Conforme *Johnson e Cafolla* (1997) *apud* WANG (2003), a esbeltez da mesa de perfis de alma corrugada, dependendo da geometria das corrugações, deve basear-se na média dessas distâncias. SAYED-AHMED (2005a) também estudou a influência da alma corrugada trapezoidal na flambagem local da mesa comprimida. Diferentemente de *Johnson e Cafolla*, *Sayed-Ahmed*, chegou à conclusão que se deve utilizar a distância máxima no cálculo da esbeltez da mesa e não a distância média, caso se assuma o procedimento especificado pelo AISC-LRFD (1999), em que se prescreve um coeficiente de flambagem $K = 0,763$. Já SIOKOLA (1997) e ZEMAN (1999) propõem que se adote, no caso de perfis de alma senoidal, a distância média reduzida de um quarto da altura da corrugação, porém utilizando um coeficiente de flambagem $K = 0,43$, preconizado pela norma alemã e européia. PROTTE (1993) pesquisou a influência do padrão de corrugação na carga crítica de flambagem local da mesa. SOUZA (2006) estudou o comportamento à flambagem de mesas de perfis de alma senoidal, em que foi estabelecida a influência de diversos fatores tais como a relação *largura/espessura* da mesa, a relação *largura da mesa/altura da corrugação*, a espessura da mesa, dentre outros.

A figura 2.12 mostra as tensões de cisalhamento causadas por forças aplicadas em uma viga de alma corrugada numa parte infinitesimal da alma em interação com as mesas do perfil [HOOP (2003), PASTERNAK e HANNEBAUER (2004), EN 1993-1-5 (2006)]. As tensões de cisalhamento da alma causam tensões adicionais nas mesas, como mostra a figura 2.12, onde se observam também as resultantes $T_1(x)$ e $T_2(x)$, correspondentes às partes paralelas e inclinadas da alma.

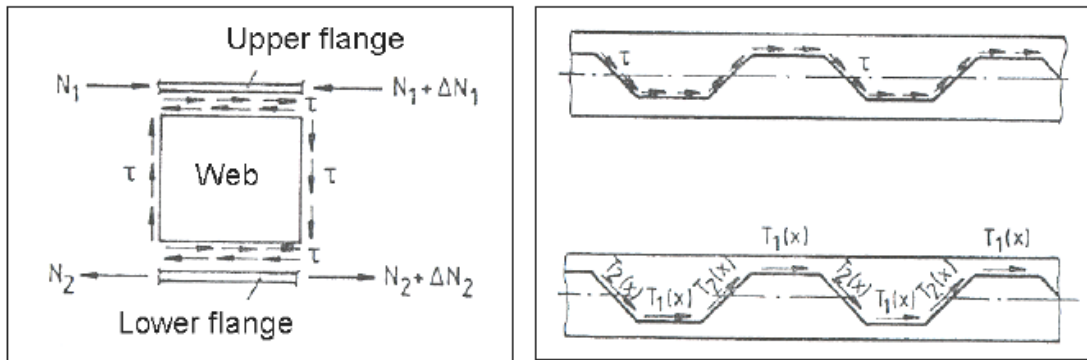


Figura 2.12 – Tensões de cisalhamento em perfis de alma corrugada¹⁰

Essas forças resultantes provocam as seguintes ações nas mesas, considerando que estas sejam modeladas como vigas (veja-se a figura 2.13):

- componentes horizontais (na direção x-x) de $T_2(x)$:

$$F_x(x) = T_2(x) \frac{w - a_1}{a_2} \quad (2.28)$$

- componentes horizontais (na direção y-y) de $T_2(x)$:

$$F_y(x) = T_2(x) \frac{b_t}{a_2} \quad (2.29)$$

- momentos transversais (em torno de z-z), provocados pela excentricidade das forças $T_1(x)$:

$$M_z(x) = T_1(x) \frac{b_t}{2} \quad (2.30)$$

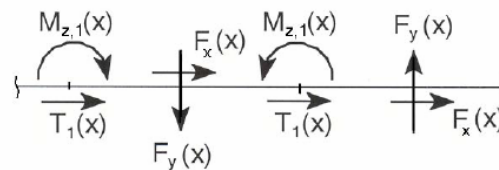
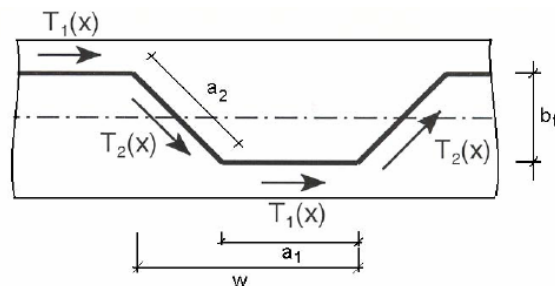


Figura 2.13 – Ações nas mesas causadas pelas tensões de cisalhamento na alma¹⁰

¹⁰ Hoop (2003). Upper flange=mesa superior. Lower flange=mesa inferior

Essas ações causam tensões adicionais nas mesas, normais e de cisalhamento, que devem ser consideradas no dimensionamento de perfis de alma trapezoidal – veja-se ASCHINGER e LINDNER (1997) – conforme determinam EN 1993-1-5 (2006) e DAST-Ri 015 (1990). De acordo com essas normas, essas tensões são levadas em conta, reduzindo-se a resistência ao escoamento das mesas ao multiplicá-la pelo fator:

$$f_T = 1 - 0,4 \sqrt{\frac{\sigma_x(M_z)}{f_{yf} / \gamma}} \quad (2.31)$$

onde $\sigma_x(M_z)$ é a tensão normal máxima, causada pelos momentos transversais M_z .

Todavia, essas tensões não atingem valores elevados e, em perfis de alma senoidal, pode-se prescindir de considerá-las em projeto, podendo-se tomar $f_T = 1,0$, como permite a norma EN 1993-1-5 (2006) – veja-se ainda JOHANSSON *et al.* (2007).

2.4 Flambagem lateral com torção e com distorção

A flambagem lateral com torção – ou com distorção – de vigas com perfil de alma corrugada é sem dúvida o fenômeno que recebeu menos contribuição dos pesquisadores e, conseqüentemente, o que precisa ainda de maior atenção e estudos. Exceto pelos ensaios executados por LINDNER (1990 e 1992) e PASTERNAK (2004), não se tem notícia de ensaios experimentais com maior variedade de perfis, tipos diferentes de corrugação e maior número de protótipos, visando ao estudo de flambagem lateral com torção (FLT) e com distorção (FLD) em vigas com esse tipo de perfil. WANG (2003) reporta a execução de ensaios de FLT, porém de caráter especial, haja vista que os perfis são de um tipo muito particular – as mesas são tubulares –, mas os protótipos, infelizmente, não falharam por FLT.

Em seus trabalhos, LINDNER (1990 e 1992) propõe que as vigas com perfil de alma corrugada sejam calculadas pelas mesmas expressões da norma DIN 18800 parte 2 [DIN 18800 (1990)], próprias para perfis de alma plana. Para o cálculo do momento elástico resistente, Lindner verificou que a constante de torção, J , não difere do valor clássico dos perfis de alma plana, ao contrário da constante de empenamento, C_w . Com base em ensaios e estudos desenvolvidos na Universidade Técnica de Berlim, LINDNER e ASCHINGER (1988 e 1990) propuseram a seguinte equação para o cálculo da constante de empenamento (veja-se a figura 2.1 para esclarecimentos):

$$C_w^* = C_w + (c_w l^2) / (E \pi^2) \quad (2.35)$$

onde:

l = comprimento destravado da viga

C_w^* = constante de empenamento do perfil de alma corrugada

C_w = constante de empenamento do perfil, suposto de alma plana

$$c_w = \frac{h_r^2 h^2}{8u_x(b+d)} \quad (2.36)$$

$$u_x = \frac{h}{2Gbt_w} + \frac{h^2(b+d)^3}{600b^2E} \cdot \frac{I_{ys} + I_{yi}}{I_{ys}I_{yi}} \quad (2.37)$$

$$I_{ys} = b_{fs}t_{fs}^3 / 12 \quad I_{yi} = b_{fi}t_{fi}^3 / 12 \quad (2.38a)$$

$$(2.38b)$$

Os subscritos fs e fi referem-se às mesas superior e inferior, respectivamente.

Além disso, *Lindner* afirma que, caso a seção transversal seja sujeita à flambagem local, deve-se levar em conta a interação entre esta e a flambagem global, de acordo com os preceitos da norma alemã.

PASTERNAK (2004) reporta a realização de ensaios para estudar o comportamento de vigas de alma senoidal submetidas à flambagem lateral com torção. Foram ensaiados dois perfis WT 40-155 (veja-se a subseção 2.2 para denominação), ambos com mesa de 250 mm de largura e espessura de 20 mm, altura de 1000 mm e vão de 6,0 m; a espessura da alma foi de 2,5 mm e 3,0 mm. A figura 2.14 mostra o modo de falha da viga de 3,0 mm de espessura, cuja carga última foi de 810 kN e o resultado da análise numérica, via método dos elementos finitos.

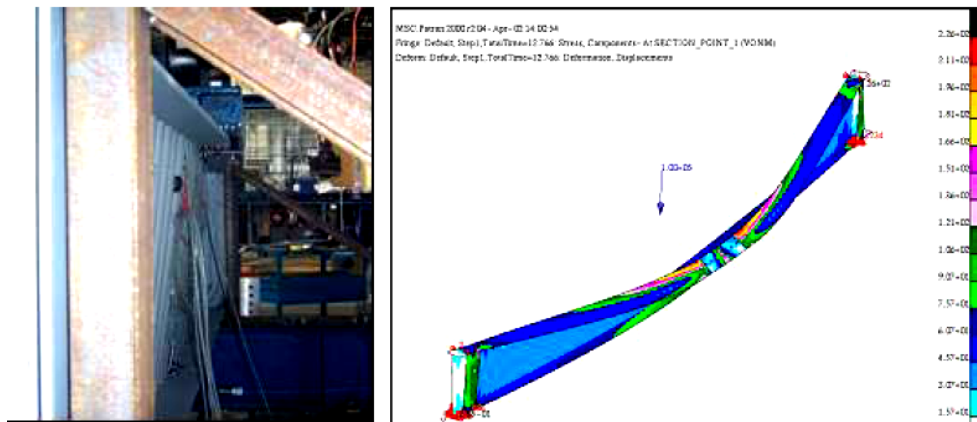


Figura 2.14 – Modo de falha e resultado via MEF¹¹

¹¹ Pasternak (2004)

Na falta de métodos consolidados de obtenção da resistência, SIOKOLA (1997) e ZEMAN (1999) recomendam desprezar a alma e obter o momento resistente a partir da resistência axial da mesa comprimida, considerada como uma barra isolada, sujeita à flambagem por flexão em relação ao seu eixo de maior inércia. FAKURY *et al.* (2005) afirmam que essa recomendação conduz a resultados a favor da segurança para pequenos e médios valores de esbelteza reduzida e a resultados contra a segurança a partir de determinados valores (muito elevados, fora da faixa usual). Como ilustração, comparem-se os resultados apresentados na figura 2.16, para uma viga biapoada, com vínculos de garfo nas extremidades, submetida a momento fletor uniforme. São mostrados os valores obtidos por análise numérica com o programa *Ansys* e com a metodologia de *Siokola*, além dos obtidos utilizando-se o método proposto pelo ANSI/AISC 360-05 (2005) e pela ABNT NBR 8800 (2008), devidamente adaptados à situação dos perfis de alma senoidal.

Segundo afirmou *Siokola* em comunicação privada, seu procedimento foi adotado por razões econômicas e de simplificação. Como a maior parte dos casos usuais encontra-se na fase plástica, ou seja, não se aplica o estado limite de FLT, pode-se considerar um coeficiente de segurança menor, de acordo com a norma alemã, levando à economia de material. Nos demais casos, menos freqüentes, perde-se um pouco em economia, mas ganha-se em simplicidade.

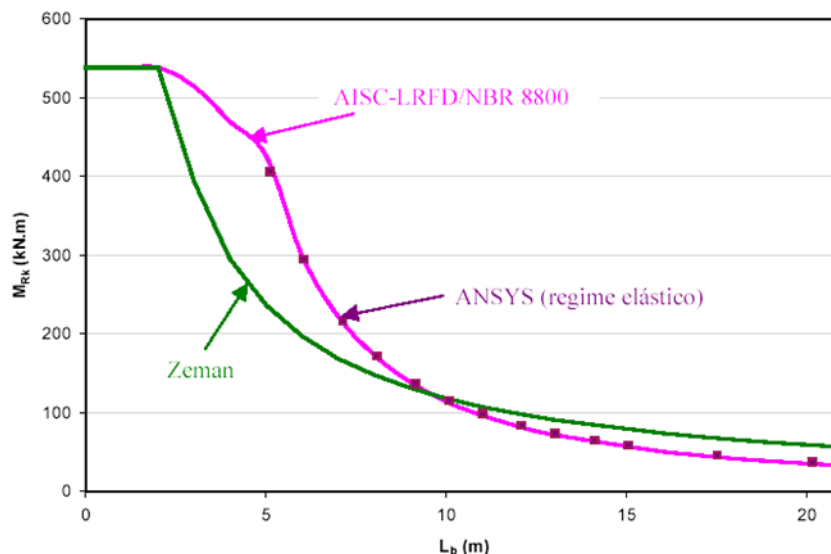


Figura 2.15 – Comparação entre a proposição de *Siokola/Zeman* e a análise numérica¹²

¹² Fakury *et al.* (2005)

A norma europeia EN 1993-1-5 (2006) recomenda que se utilize, para dimensionamento dos perfis de alma corrugada a FLT, o mesmo procedimento prescrito para os perfis de alma plana. Todavia, não fornece qualquer indicação sobre a determinação do momento crítico desses perfis.

Não foram encontrados na literatura técnica trabalhos sobre flambagem lateral com distorção de perfis de alma corrugada. Mesmo em relação aos perfis de alma plana, há escassez de ensaios experimentais de vigas mistas submetidas a esse estado limite. Apenas dois trabalhos experimentais foram encontrados: JOHNSON e FAN (1991) e JOHNSON e CHEN (1993), abordando aspectos da resistência e do comportamento de vigas mistas contínuas na região de momento negativo – para detalhes, veja-se CALENZANI (2008).

2.5 Vigas mistas

O uso de vigas mistas com perfis de alma corrugada em pontes foi uma evolução natural das pesquisas com esse tipo de seção. SAYED-AHMED (2001) apresenta uma interessante descrição de algumas pontes construídas em diferentes países, mostrando em cada caso os aspectos inovadores dos sistemas adotados e citando as pesquisas e respectivas publicações que levaram ao seu desenvolvimento.

EL-METWALLY e LOOV (2003) fazem uma revisão e aprofundam as bases teóricas da resistência ao cisalhamento de vigas com mesas de concreto protendido e alma de chapa corrugada de aço. Apresentam também os resultados de ensaios de cinco vigas, fabricadas com mesa superior de concreto armado, mesa inferior de concreto protendido e alma de chapa de aço, com corrugação em zigue-zague.

MO *et al.* (2003) ensaiaram vigas-caixão de concreto protendido com alma de aço corrugada e demonstraram que os modelos analíticos propostos por eles são capazes de prever o comportamento e a resistência de tais vigas.

Todas as publicações apresentadas acima, entretanto, lidaram com vigas de ponte, em que apenas a alma era confeccionada com aço, com geometria trapezoidal ou em zigue-zague. Somente com MOTAK e MACHACEK (2004) foram feitas as primeiras pesquisas com perfis de alma senoidal projetadas como vigas mistas para uso em pisos de edifícios, em seu senso convencional, isto é, um perfil de aço – no caso, com alma

senoidal – suportando uma laje apoiada na mesa superior. Nessas pesquisas é apresentado também um novo tipo de conector, o Stripcon. Esse conector, adequado especialmente para uso em vigas com lajes mistas de aço e concreto, em que as nervuras são perpendiculares ao eixo das vigas, é constituído de uma tira de aço, com geometria compatível com a corrugação da fôrma de aço, furada em intervalos regulares para a penetração do concreto e fixada à viga com pinos a pólvora (veja-se a figura 2.16).



Figura 2.16 – Conector Stripcon¹³

Foram relatados dois ensaios na Universidade Técnica de Praga, na República Tcheca. As vigas, denominadas EX1 e EX2, ambas com vão de 7,5 m, diferiam apenas no nível de interação entre o perfil de aço e o concreto. A viga EX1 foi projetada para interação completa, com resistência dos conectores 17% superior ao mínimo exigido. Já a viga EX2 apresentava um nível muito baixo de interação com $\eta_i = 0,44$ (veja-se a NBR 8800 para definições). As vigas utilizadas na pesquisa foram PSS 500x200x10x3,0 para o primeiro ensaio e PSS 500x200x10x2,5 para o segundo ensaio, ambas apoiando uma laje mista de 120 mm de altura e 1500 mm de largura, com fôrma de 60 mm de altura e espessura de 0,75 mm. As lajes foram armadas com uma tela soldada, como exigido pelo EN 1994-1-1 (2004). Os resultados da caracterização dos materiais são mostrados na tabela 2.3 e o esquema dos ensaios pode ser apreciado na figura 2.17.

Tabela 2.3 – Caracterização dos materiais¹³

Viga	Concreto		Aço	
	$f_{c,cube}$	E_c	f_{yf}/f_{yw}	E_{af}/E_{aw}
	[MPa]	[GPa]	[MPa]	[GPa]
EX1	25.6	31.2	296.2 / 314.5	210 / 208.3
EX2	25.4	23.0	296.2 / 314.5	210 / 208.3

¹³ Motak e Machacek (2004)



Figura 2.17 – Vista geral do aparato dos ensaios¹⁴

Os resultados dos ensaios são mostrados na tabela 2.4 e comparados com valores calculados teoricamente por meio do EN 1994-1-1 (2004), desprezando-se a alma senoidal. Na tabela são apresentados os seguintes valores: $\eta_i = N/N_f$, onde N é o número real de conectores utilizados e N_f é o número mínimo exigido para interação completa; $F_{pl,R}$ e F_R , respectivamente, a carga que provoca a plastificação total da seção mista do ensaio EX1 e a carga correspondente à resistência dos conectores do ensaio EX2; $F_{el,R}$, a carga que provoca a início do escoamento da mesa inferior e δ_R , a flecha no meio do vão provocada pela carga $F_{el,R}$.

Tabela 2.4 – Comparação entre os resultados dos ensaios e os calculados¹⁴

Viga	Calculados					Obtidos dos Ensaios			
	N / N_f	$F_{pl,R}$	F_R	$F_{el,R}$	δ_R	F_{el}	δ	max F	max δ
	[-]	[kN]	[kN]	[kN]	[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	[mm]
EX1	1.17	189.6	-	158.6	20.2	139.5	18.5	190.3	173.5
EX2	0.44	-	160.9	157.2	26.6	149.8	36-41.8	154.0	100.3

O ensaio EX1 (veja-se as relações *carga x deslocamento* e *carga x deslizamento* na figura 2.18) foi encerrado após a viga ter atingido a distribuição total das tensões

¹⁴ Motak e Machacek (2004)

correspondentes ao momento plástico calculado. Os deslocamentos foram grandes – 173,5 mm para um vão de 7500 mm – correspondendo a uma relação de $l/43$. Mesmo assim, não foram detectados quaisquer sinais de flambagem na alma senoidal, devido a sua resistência (270,2 kN) ser significativamente superior à carga de colapso encontrada (190,3 kN). Também não houve sinais de interação entre a resistência da alma e a ação dos conectores. O final do ensaio é mostrado na figura 2.19.

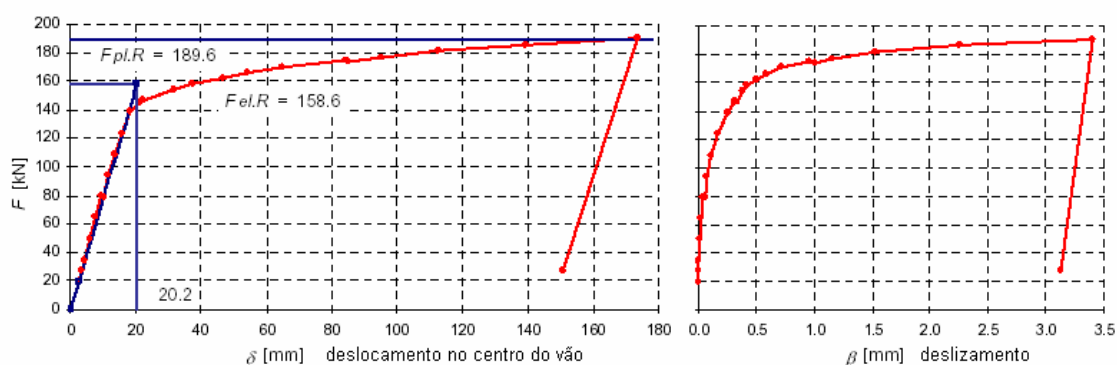


Figura 2.18 – Relações carga x deslocamento e carga x deslizamento (EX1)¹⁵



Figura 2.19 – Fase final do ensaio EX1¹⁵

¹⁵ Motak e Machacek (2004)

A carga de colapso pôde ser prevista razoavelmente pelo valor teórico do momento de plastificação. Entretanto, a carga correspondente ao início do escoamento (139,5 kN) foi apenas de 88% do valor teórico (158,6 kN); após esse valor, o comportamento da viga foi fortemente não-linear. O deslocamento da viga correspondente à carga teórica foi cerca de duas vezes superior à esperada.

Já o ensaio EX2 foi encerrado quando apresentou deslocamentos muito grandes ao se aproximar da máxima carga calculada pela resistência dos conectores, cuja falha foi a responsável pelo colapso da viga, como se esperava. Também nesse caso não houve sinais de flambagem da alma nem de interação entre esta e a ação dos conectores. A carga de colapso atingiu cerca de 95% da prevista e os deslocamentos medidos acompanharam os teóricos até uma carga de aproximadamente 75% da carga elástica calculada. A partir daí os deslocamentos aumentaram rapidamente, devido ao grande deslizamento dos conectores à medida que a carga aplicada se aproximava do valor teórico, como pode ser observado na figura 2.20 – o deslizamento aumentou rapidamente após a carga ter atingido aproximadamente 50% do valor teórico elástico. Veja-se o estado final dos conectores na figura 2.21.

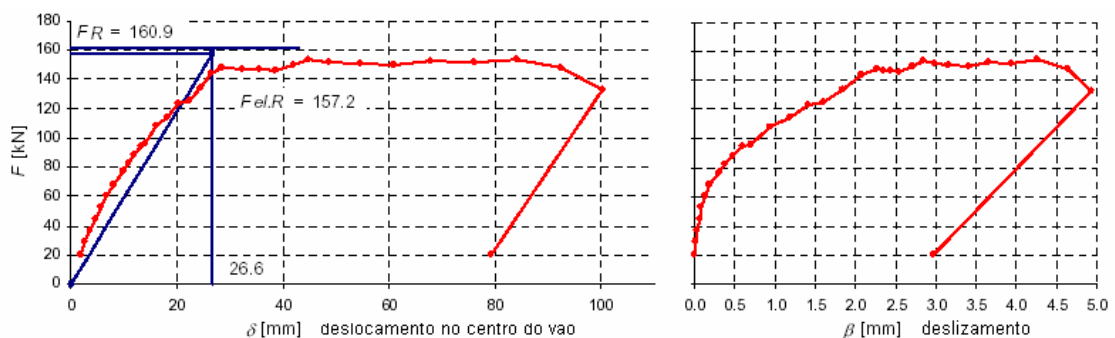


Figura 2.20 – Relações *carga x deslocamento* e *carga x deslizamento* (EX2) ¹⁶

MACHACEK e MOTAK (2006) reportam a execução de mais um ensaio, EX3, em que as mesas são de 200 mm de largura e 10 mm de espessura, a alma com 2,50 mm (2,55 mm efetivamente medidos) e altura de 500 mm. A laje de concreto também é de 120 mm de altura, com fôrma de 60 mm de altura e espessura de 0,75 mm, porém com largura de 1200 mm. Esse ensaio, ao contrário dos demais, foi preparado para falhar por flambagem de alma; para isso o vão foi reduzido para 4500 mm – o objetivo foi

¹⁶ Motak e Machacek (2004)

verificar a interação entre a capacidade de resistência da alma e a ação mista. Os autores apresentam ainda análises numéricas via método dos elementos finitos, cujos resultados foram comparados com os resultados experimentais dos três ensaios, mostrando boa correlação entre os dois tipos de análise – figuras 2.22 a 2.24.



Figura 2.21 – Estado final dos conectores¹⁷

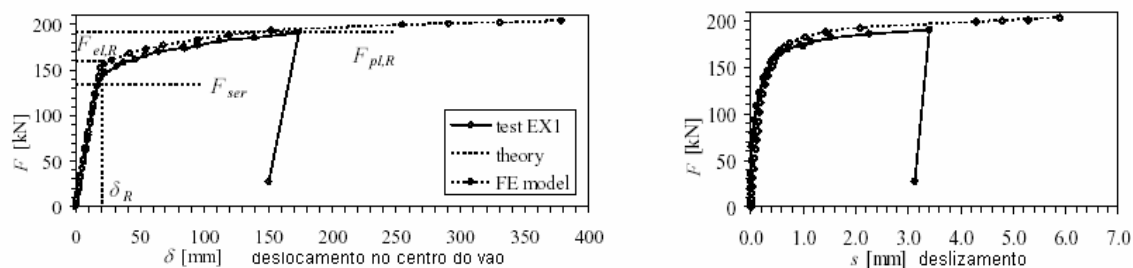


Figura 2.22 – Comparação entre análise numérica e experimental (EX1)¹⁸

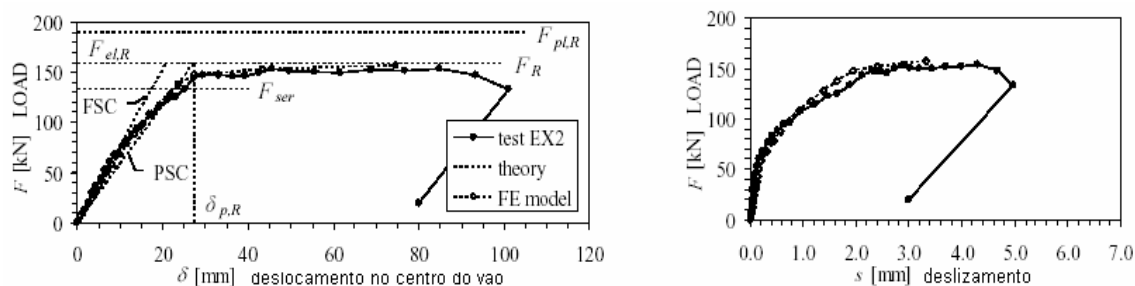


Figura 2.23 – Comparação entre análise numérica e experimental (EX2)¹⁸

¹⁷ Motak e Machacek (2004)

¹⁸ Machacek e Motak (2006)

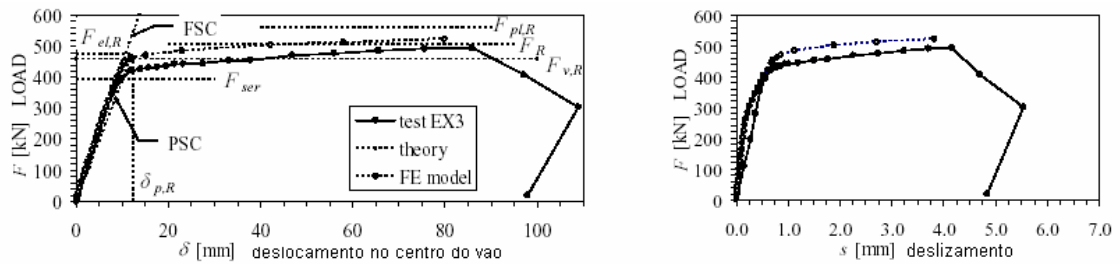


Figura 2.24 – Comparação entre análise numérica e experimental (EX3)¹⁹

Como esperado, o modo de colapso observado no terceiro ensaio foi flambagem da alma, após a ocorrência de grandes deslocamentos verticais da viga. A ocorrência de flambagem no terço externo da viga foi devido à interação entre o cisalhamento e flambagem local sob a carga. Os deslocamentos encontrados coincidiram bem com os calculados até o atingimento de uma carga correspondente a 89% do valor teórico elástico. Mais uma vez, a partir daí, os deslocamentos aumentaram rapidamente, com um comportamento altamente não-linear. A análise numérica do ensaio EX3, apesar da excelente correlação com o resultado experimental, não apresentou flambagem da alma por cisalhamento, provavelmente, segundo consta, por causa do refinamento insuficiente da malha dos elementos da alma.

¹⁹ Machacek e Motak (2004)

3

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

3.1 Generalidades

Os fenômenos que ocorrem em nosso mundo contêm quase sempre uma certa dose de incertezas, isto é, não podem ser previstos com exatidão. De maneira geral, a repetição de medidas de um mesmo fenômeno acarreta múltiplos resultados cuja ocorrência sem qualquer padrão é descrita pelos termos *incerteza*, *aleatoriedade* e *estocástica* [HALDAR e MAHADEVAN (2000)]. Por exemplo, se diversas barras de aço nominalmente “idênticas” forem carregadas até o colapso em um ensaio experimental, cada uma irá falhar sob diferentes valores de carga. A capacidade de carga de uma barra é, portanto, uma grandeza aleatória, ou, mais formalmente, uma *variável aleatória*.

Segundo GALAMBOS (1992), as estruturas devem ser *seguras* e *funcionais*. A estrutura de uma edificação, por exemplo, deve ser resistente e possuir rigidez suficiente para que possa desempenhar bem as funções para as quais foi projetada.

Por *segurança*, entenda-se a capacidade de que um artefato, seja ele um edifício, uma ponte ou uma aeronave, não irá falhar durante seu período de vida útil, de maneira a não paralisar seu uso ou a não causar aos seus usuários e ao público em geral ferimentos, morte ou grandes perdas econômicas. O termo *funcionalidade* (ou *serviço*) significa a exigência de que a estrutura, sob uso normal, não provoque desconforto ou perdas econômicas aos seus usuários. Significa também a exigência de que não ocorram

situações que possam afetar as condições especificadas para o uso normal ou a aparência da construção [GALAMBOS (1992)].

Sistemas estruturais podem falhar ao desempenhar as funções para as quais foram projetados, pois o risco está geralmente implícito nesses sistemas. No caso de uma estrutura, sua segurança é, claramente, uma função da máxima ação (ou combinação de ações) a que possa estar sujeita durante seu tempo de vida útil e depende também de sua resistência (ou capacidade) em suportar essas ações (ou seus efeitos). Como a máxima ação e a capacidade real de uma estrutura, durante sua vida útil, não são possíveis de ser previstas de maneira exata, isto é, determinística, não existe garantia plena de que uma estrutura seja absolutamente segura. Incertezas nos parâmetros envolvidos fazem com que se tenha uma probabilidade não nula de que a estrutura não atenda aos objetivos para os quais foi concebida. Entretanto, a probabilidade de um desempenho insatisfatório pode ser estipulada dentro de limites aceitáveis. Estimativas e previsões são sempre necessárias para esses tipos de problemas e incertezas são inevitáveis pela simples razão de que as informações relativas aos problemas de engenharia são invariavelmente incompletas [ANG e TANG (1984)]. Diante de tais incertezas, a resistência disponível (ou *suprimento*), R , e a solicitação real (ou *demanda*), S , não podem ser determinadas precisamente. Podem, todavia, ser descritas e modeladas como variáveis aleatórias.

Modernamente, segundo ANG e TANG (1984), define-se confiabilidade como a *medida probabilística da garantia de desempenho*, ou seja, na ocorrência de incertezas, o desempenho satisfatório (também referido como *sobrevivência*) pode ser realisticamente garantido somente em termos probabilísticos. Uma maneira alternativa de se olhar para esse problema é considerar o desempenho insatisfatório do sistema – nesse caso, pode-se medir a probabilidade de *falha* do sistema em satisfazer algum critério de desempenho. Aos sistemas de engenharia normalmente estão relacionados diversos critérios de desempenho e uma probabilidade de falha está sempre associada a cada um deles.

O objetivo da Confiabilidade Estrutural é assegurar o evento ($R > S$) durante toda a vida útil da estrutura. Porém, segurança pode ser estabelecida somente em termos da probabilidade $P(R > S)$. Essa probabilidade, portanto, representa uma medida da confiabilidade do componente estrutural (ou da estrutura); a probabilidade do evento

complementar ($R < S$) é a correspondente medida da não-confiabilidade, isto é, da falha. Para as estruturas reais, esse é um problema bastante complexo e, como em todo problema complexo, um balizamento torna-se necessário, o que é feito por meio de normas e especificações técnicas [DINIZ (2006)].

3.2 Segurança estrutural – Normas de cálculo e projeto de estruturas

Tradicionalmente, segundo ANG e TANG (1984), a confiabilidade de sistemas de engenharia era obtida com o uso de coeficientes ou margens de segurança, adotando-se hipóteses conservadoras no processo de cálculo, ou, em outros termos, ao se tentar garantir que a condição menos favorável (ou mínima) da oferta fosse ainda adequada (com alguma margem de segurança) em relação à máxima demanda. O que constituía uma oferta mínima ou uma máxima demanda, entretanto, dependia substancialmente de avaliações subjetivas, além do fato de que a adequação ou não da margem de segurança podia somente ser estimada ou calibrada com base em experiências passadas. Assim, nos métodos tradicionais, tornava-se muito difícil, senão impossível, avaliar quantitativamente as incertezas e, conseqüentemente, pela falta de bases lógicas, o nível de segurança e confiabilidade de um sistema estrutural.

Historicamente, havia dois métodos básicos de se impor esta condição de resistência maior do que as solicitações [MOTTA e MALITE (2002)]:

1. Projeto em *ações últimas*, em que a ação total era majorada por um coeficiente de segurança e o projetista demonstrava que a estrutura ou elemento estrutural considerado podia suportar essa ação majorada. Simbolicamente, isso é expresso por:

$$\gamma_f S \leq R \quad (3.1)$$

onde:

γ_f é um coeficiente de segurança aplicado ao carregamento

S é o carregamento (ações ou solicitações) na estrutura

R é a resistência da estrutura

2. Projeto em *tensões admissíveis*, em que a tensão do material era limitada a uma fração de uma tensão última ou de referência e o projetista demonstrava que, sob o

carregamento esperado ou especificado, a tensão alcançada não excedia o valor admissível. Isso é expresso simbolicamente por:

$$S \leq R / \gamma_m \quad (3.2)$$

onde γ_m é um coeficiente de segurança aplicado à tensão última ou de referência do material.

Segundo GALAMBOS (1992), os coeficientes de segurança eram adotados com base em experiências passadas de sucesso e insucesso aliadas ao senso comum de se adotar valores maiores quando a tecnologia estava se iniciando, reduzindo-os paulatinamente à medida que se aumentava a confiança no processo. A interpretação tradicional do método das tensões admissíveis é a seguinte [DINIZ (2006)]:

- sob cargas de serviço (nominais), o comportamento da estrutura é elástico e linear;
- resistência e carregamento são incertos, mas é postulado que um limite superior para o carregamento e um limite inferior para a resistência podem ser estabelecidos.

Várias objeções a essa maneira de tratar o problema da segurança estrutural podem ser colocadas, do ponto de vista científico, probabilístico e econômico [GALAMBOS (1992)]:

- tensões e deformações nem sempre são lineares; por exemplo, a curva tensão-deformação do concreto é não-linear mesmo para baixas tensões;
- efeitos do tempo (fluência e retração do concreto) e efeitos ambientais (corrosão do aço) introduzem não-linearidades no espaço e no tempo;
- os efeitos das ações nem sempre são lineares;
- comportamento carga-deformação pós-escoamento pode ser dúctil, com grande ou pequena reserva de resistência, ou frágil;
- em algumas circunstâncias é necessário utilizar a capacidade de absorção de energia da região não-linear para resistir a terremotos ou a explosões;
- a chance de exceder o estado limite de início da não-linearidade depende da variabilidade das cargas, dos materiais e do modelo computacional utilizado; a confiabilidade dos elementos dentro da estrutura ou de diferentes estruturas pode então variar consideravelmente;
- novos materiais de construção e técnicas de projeto podem demandar anos de testes até que um fator de segurança possa ser definido;
- todas as ações são assumidas como tendo a mesma variabilidade;

- a probabilidade de falha é desconhecida e o mesmo fator de segurança pode corresponder a distintas probabilidades de falha.

Evidentemente a equação 3.1 poderia tratar os diferentes níveis de incerteza das várias ações atuantes na estrutura ao se aplicar coeficientes distintos a cada uma dessas ações. Analogamente, a equação 3.2 poderia representar também o caso onde dois ou mais materiais diferentes são utilizados como, por exemplo, o concreto armado, aplicando coeficientes diferentes nas tensões últimas do aço e do concreto, de acordo com o grau de incerteza associado a cada material. Percebeu-se então um passo óbvio na evolução dos procedimentos, que seria combinar essas duas aproximações com a introdução de coeficientes de segurança separados a cada tipo de ação e a cada material usado ou à resistência do componente estrutural: essa foi a aproximação adotada pelo novo método que surgiria, o cálculo em estados limites, com vistas a reduzir as objeções inerentes ao método das tensões admissíveis [MOTTA e MALITE (2002)].

De acordo com o conceito fundamental dos estados limites, considera-se que uma estrutura possa ser classificada como satisfatória (segura e funcional) ou insatisfatória (insegura ou não-funcional). A fronteira de separação entre a condição satisfatória e insatisfatória é denominada *estado limite*. Em outros termos, considera-se também estado limite como sendo uma idealização de um evento ou fenômeno indesejável. Algumas vezes, certas condições precedentes a esses eventos ou fenômenos indesejáveis são considerados, em projeto, como estados limites. Em geral, os estados limites são definidos como aqueles a partir dos quais a estrutura não mais satisfaz os critérios de projeto [GULVANESE et al. (2002)].

Os conceitos fundamentais, suposições e metodologias básicas das normas de cálculo em estados limites podem ser resumidos, como a seguir [MOTTA e MALITE (2002)]:

- O formato do critério de cálculo é mostrado na equação 3.3 adiante: usa-se a capacidade última nominal R_n , que é reduzida pelo coeficiente de resistência γ_{mi} , e as ações especificadas em normas, que são ampliadas pelos coeficientes de ponderação γ_{ff} . O coeficiente de resistência γ_{mi} geralmente modifica toda a expressão de R_n , mas em algumas normas [a ABNT NBR 8800 (2008), por exemplo] esses coeficientes podem atuar nos componentes individuais da expressão para R_n .
- As especificações em estados limites reconhecem que as ações, os efeitos das ações e as resistências são todas quantidades aleatórias cujos valores reais são conhecidos

somente por meio da distribuição de probabilidade das quantidades aleatórias individuais que constituem suas partes componentes. É feito uso de métodos de confiabilidade de primeira ou segunda ordem, onde estes forem apropriados (veja-se definições adiante), para desenvolver os coeficientes de resistência γ_{mi} , buscando atingir confiabilidade aproximadamente uniforme em todo o domínio de cálculo.

- Os índices de confiabilidade são calibrados para resultar aproximadamente iguais àqueles das especificações anteriores [veja-se GALAMBOS *et al.* (1982)].
- Para evitar complicações excessivas no cálculo, o número de coeficientes de resistência diferentes é conservado relativamente pequeno.
- Os coeficientes de ponderação das ações, as ações propriamente ditas e suas combinações devem ser indicadas em normas de ações e segurança para serem utilizadas nos cálculos com as normas em estados limites.
- Os critérios de cálculo são baseados nos estados limites alcançados pelos elementos estruturais (uma viga, pilar, solda individual, parafuso, metal base ou ligação) ou pela estrutura como um todo (plastificação, por exemplo).

O formato do critério de segurança de uma norma de cálculo em estados limites de uma maneira geral é o seguinte:

$$\frac{R_{ni}}{\gamma_{mi}} \geq c \left(\sum_{j=1}^p \gamma_{fj} F_{kj} \right) \quad (3.3)$$

onde R_{ni} e F_{kj} são respectivamente a resistência nominal dos componentes estruturais e as ações nominais atuantes, γ_{mi} e γ_{fj} são os coeficientes de ponderação das resistências e das ações, respectivamente e c é um parâmetro de transformação das ações em efeitos na estrutura.

É importante ressaltar que o método dos coeficientes parciais, ou seja, a aplicação de coeficientes individuais a cada variável do problema, constitui a ferramenta básica de aplicação do princípio dos estados limites. Esses coeficientes são determinados com base em análises probabilísticas [GALAMBOS *et al.* (1982) e ELLINGWOOD *et al.* (1982)], trazendo aos projetos mais racionalidade na consideração das incertezas.

Segundo GALAMBOS (1992), todos os parâmetros que entram na determinação da resistência nominal e dos efeitos nominais das ações possuem certos graus de incerteza, que derivam do seguinte:

- Intensidade e distribuição de ações são fenômenos aleatórios por natureza. No máximo, pode-se conhecer apenas sua densidade de probabilidade no tempo e no espaço; pode-se, na melhor hipótese, apenas adivinhar seus valores máximos esperados a partir do senso comum e da experiência. Os carregamentos não ocorrem da maneira idealizada como mostram os livros-texto – como cargas uniformemente distribuídas ou cargas concentradas. Carregamentos de naturezas distintas agem conjuntamente também de maneira aleatória.
- Para que a análise estrutural possa ser executada, simplificações radicais na modelagem da estrutura precisam ser feitas. Há, em qualquer estrutura, inúmeras dessas idealizações e sua combinação resulta em incertezas no cálculo dos efeitos das ações.
- As propriedades dos materiais são sujeitas a variações aleatórias, mesmo considerando-se que um controle de qualidade adequado possa excluir a maioria dos espécimes com defeitos ou de resistência abaixo da esperada.
- Os modelos conceituais de resistência contêm muitas idealizações e suposições que levam à ocorrência de incertezas.

Dada a grande variedade de idealizações nos modelos de avaliação de confiabilidade de estruturas incorporados nas normas técnicas, torna-se adequado dispor de uma classificação. Os métodos de confiabilidade estrutural podem ser divididos em níveis, de acordo com a quantidade de informação usada e disponível sobre o problema estrutural [Madsen *et al.* (1986) *apud* DINIZ (2006)]:

- *Nível 0*: métodos de confiabilidade que usam o formato das *tensões admissíveis*. No método das tensões admissíveis todas as ações são tratadas similarmente e as tensões resistentes são reduzidas por um fator de segurança;
- *Nível 1*: métodos de confiabilidade que empregam um valor característico para cada valor “incerto”. Como exemplo, tem-se o formato do *método dos estados limites*, também chamado LRFD (“*load and resistance factor design*”);
- *Nível 2*: métodos de confiabilidade que empregam dois valores para cada parâmetro “incerto” (usualmente média e variância) e uma medida da correlação entre parâmetros (usualmente covariância);

- *Nível 3*: métodos de confiabilidade que empregam a probabilidade de falha da estrutura como medida de sua confiabilidade, nos quais a função densidade de probabilidade das variáveis básicas é requerida;
- *Nível 4*: métodos que combinam a confiabilidade com a otimização estrutural. Todos os custos incorridos ao longo da vida útil devem ser calculados e referidos ao tempo presente. O objetivo então é a minimização do custo total.

Os últimos anos têm assistido a uma evolução constante das normas técnicas no sentido de se dar um melhor tratamento às incertezas presentes no projeto estrutural. Normas e especificações atuais baseiam-se no método dos estados limites, ou seja, métodos do nível 1 (projeto semiprobabilístico), inclusive as normas vigentes no Brasil. O uso de análises probabilísticas por parte das normas modernas propicia mais informações sobre o comportamento dos sistemas, a influência das diferentes variáveis aleatórias no desempenho da estrutura e a interação entre os diferentes componentes estruturais [DINIZ (2006)].

O princípio de um método de confiabilidade é justificado em termos de um método de nível mais elevado. Assim sendo, um método de nível 1 pode ser justificado no nível 2 (*método do índice de confiabilidade*) ou no nível 3 (*método da probabilidade de falha*), nos quais o método de nível 1 deve fornecer um *índice de confiabilidade* (β) ou de *probabilidade de falha* (p_F), que devem ser próximos a valores-alvo ou, mais formalmente, *valores-objetivo* (β_{obj} e p_{Fobj}). Os parâmetros de um dado método são então determinados por calibração para aproximar seus resultados daqueles obtidos com a utilização do nível mais elevado. O Método dos Estados Limites é rotineiramente calibrado pelos métodos de nível 2 ou nível 3 [DINIZ (2006)].

Os passos que devem ser seguidos para a calibração de normas técnicas são encontrados em MELCHERS (1999), em GALAMBOS (1992) e em FABER e SORENSEN (2002). A calibração de normas técnicas requer geralmente a superação de grandes desafios, sendo um dos maiores a definição dos *valores-objetivo* a ser atingidos. Normalmente, esses valores são obtidos a partir de estudos e análises dos índices de confiabilidade (ou probabilidades de falha) inerentes às práticas anteriores, via normas existentes, que tenham conduzido a estruturas com desempenho considerado satisfatório. Veja-se, por exemplo, as calibrações dos fatores de ponderação das ações da norma norte-americana ASCE 7 [ELLINGWOOD *et al.* (1980) e GALAMBOS *et al.* (1982)] e da norma

canadense NBCC [BARTLETT *et al* (2003a e 2003b)] e dos fatores de ponderação das resistências da primeira versão LRFD da especificação do AISC [RAVINDRA e GALAMBOS (1978), GALAMBOS e RAVINDRA (1978), YURA *et al.* (1978), BJORHOVDE (1978) e BJORHOVDE *et al.* (1978)] e da norma canadense S16.1 [KENNEDY e GAD ALY (1980), CHERNENKO e KENNEDY (1991), ESSA e KENNEDY (2000), SCHMIDT e BARTLETT (2002a e 2002b)].

Escolhidos os valores-objetivo, são então determinados os coeficientes de ponderação das ações (normalmente em normas específicas de ações e segurança) e das resistências (em normas de dimensionamento, geralmente específicas para cada tipo de material utilizado na estrutura).

Para as estruturas de aço ou mistas de aço e concreto, construídas com perfis de alma plana, as normas estabelecem fatores adequadamente calibrados de ponderação da resistência e da solicitação. Para situações não previstas, como o caso dos perfis de alma senoidal nas normas brasileiras, os coeficientes de ponderação da resistência para serem utilizados nas equações de dimensionamento propostas, conforme os objetivos deste trabalho, devem ser determinados a partir dos índices de confiabilidade (nível 2) – ou de probabilidade de falha (nível 3) – relativos aos diversos estados limites a serem considerados no projeto estrutural, com base nos fundamentos da Confiabilidade Estrutural. Ou, de maneira equivalente, como será utilizado nesta tese, por meio de procedimentos que incorporam, além dos modelos de cálculo, os coeficientes de ponderação das ações e das resistências fornecidas nas normas para os perfis usuais de alma plana, e verificar se conduzem a níveis de confiabilidade comparáveis aos das práticas atuais da engenharia estrutural – capítulos 8 e 9.

3.3 Fundamentos da Confiabilidade Estrutural

3.3.1 Problema básico

Como mencionado anteriormente, a confiabilidade de uma estrutura pode ser realisticamente medida somente em termos de probabilidade. Com esse propósito, definem-se as variáveis aleatórias:

X = capacidade ou suprimento

Y = exigência ou demanda

O objetivo da Confiabilidade Estrutural é assegurar a ocorrência do evento $(X > Y)$ durante toda a vida útil da estrutura. Esta garantia é possível somente em termos da probabilidade $P(X > Y)$. Assume-se, neste momento, que as distribuições de probabilidade necessárias de X e Y sejam disponíveis, isto é, $F_X(x)$ ou $f_X(x)$ e $F_Y(y)$ ou $f_Y(y)$ são conhecidas [$F_X(x)$, $F_Y(y)$, $f_X(x)$ e $f_Y(y)$ são respectivamente a função de distribuição acumulada (CDF) e a função densidade de probabilidade (PDF), referentes às variáveis X e Y]. Se as variáveis X e Y forem contínuas e estatisticamente independentes (não correlacionadas), a probabilidade de falha será dada por [ANG e TANG (1984)]:

$$p_F = \int_0^{\infty} F_X(y) f_Y(y) dy \quad (3.4)$$

A probabilidade correspondente da sobrevivência (confiabilidade) é, portanto:

$$p_S = 1 - p_F \quad (3.5)$$

A equação 3.4 pode ser explicada com ajuda da figura 3.1. Se $Y = y$, a probabilidade condicional de falha seria $F_X(y)$, mas como $Y = y$ (ou mais precisamente, $y < Y \leq y + dy$) está associado à probabilidade $f_Y(y)dy$, a integração em todos os valores de Y conduz à equação 3.4.

Como pode ser observado na figura 3.1, a sobreposição das curvas $f_X(x)$ e $f_Y(y)$ representa uma *medida qualitativa* da probabilidade de falha. Sob esse ponto de vista, observa-se ainda o seguinte:

- A região de sobreposição depende das posições relativas de $f_X(x)$ e $f_Y(y)$, como pode ser visto na figura 3.2: quando as duas curvas ficam mais afastadas, p_F diminui, ao passo que p_F aumenta quando as curvas $f_X(x)$ e $f_Y(y)$ ficam mais próximas. A posição relativa entre $f_X(x)$ e $f_Y(y)$ pode ser medida pela relação entre as médias (μ_X/μ_Y), que pode ser chamada de “*fator de segurança central*” ou pela diferença ($\mu_X - \mu_Y$) que é a “*margem de segurança*” média.
- A região de sobreposição também depende do grau de dispersão de $f_X(x)$ e $f_Y(y)$, como mostra a figura 3.3; essas dispersões podem ser expressas em termos dos coeficientes de variação (V) de X e Y .

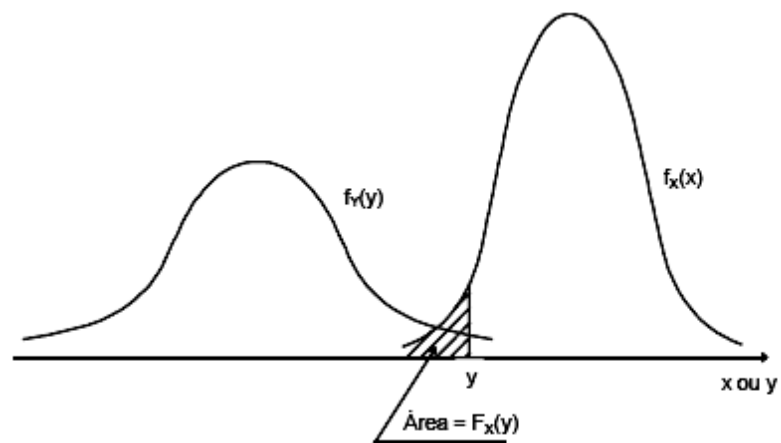


Figura 3.1 – Funções densidade de probabilidade de X e Y ^{1,2}

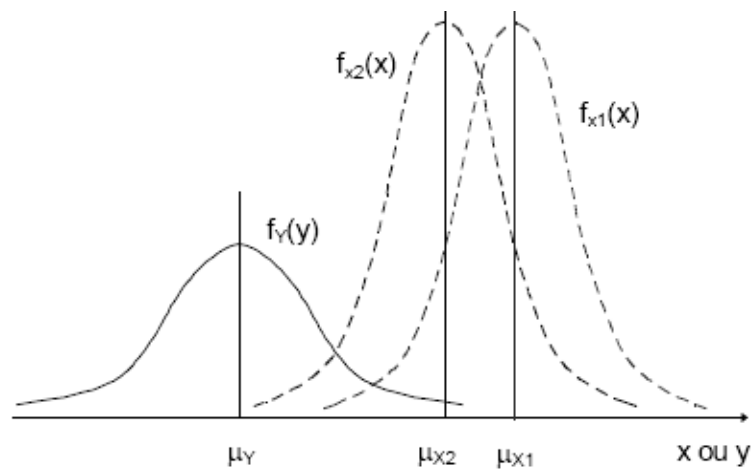


Figura 3.2 – Efeito da posição relativa^{1,2}

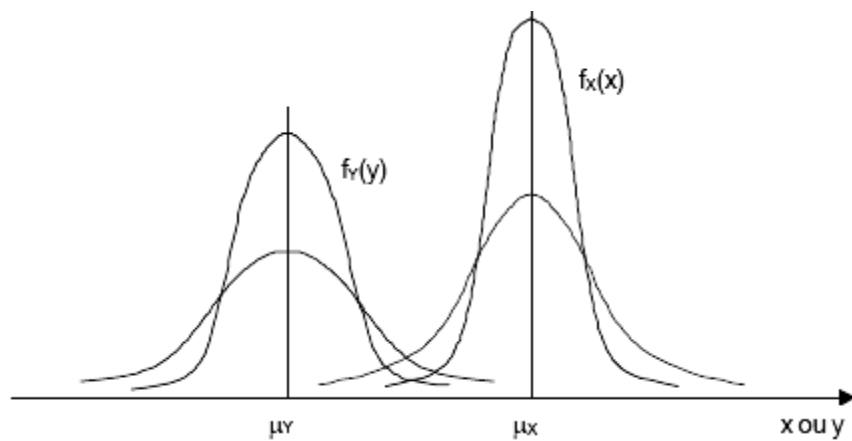


Figura 3.3 – Efeito da dispersão^{1,2}

¹ Adaptada ANG e TANG (1984)

² A área sob cada uma das curvas é igual à unidade

Conclui-se, portanto, que qualquer medida de segurança ou confiabilidade deve ser função da posição relativa assim como do grau de dispersão de $f_X(x)$ e $f_Y(y)$. Além disso, percebe-se que evidentemente a probabilidade de falha depende também da forma de $f_X(x)$ e $f_Y(y)$, ou seja, se as funções são simétricas ou não, se a assimetria é positiva ou negativa, etc. Depende, enfim, do tipo de distribuição das variáveis.

Se X e Y forem correlacionadas, então [DINIZ (2006)]:

$$p_F = \int_0^\infty \int_0^y f_{X,Y}(x, y) dx dy \quad (3.6)$$

onde $f_{X,Y}(x, y)$ é a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis X e Y .

A integral na equação 3.6 indica como a probabilidade de falha pode ser determinada desde que se conheça a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis (que pode ser uma função desconhecida ou muito complicada). Em casos especiais, a resolução da integral pode ser feita analiticamente; em outros, quando o número de variáveis for pequeno, vários tipos de integração numérica podem ser efetivamente empregados [GULVANESE et al. (2002)]. Entretanto, o cálculo de p_F pelas equações 3.4 ou 3.6 é em geral um desafio matemático formidável, sendo necessário que se utilizem métodos analíticos aproximados de primeira ordem (ou, em alguns casos, de segunda ordem) ou métodos de simulação, conforme apresentado a seguir.

3.3.2 Métodos de confiabilidade de primeira ordem

Segundo HALDAR e MAHADEVAN (2000), o primeiro passo na avaliação da confiabilidade de uma estrutura é decidir o critério específico de desempenho e os parâmetros relevantes do carregamento e da resistência, chamados de variáveis aleatórias básicas X_i . A relação funcional entre elas pode ser descrita pela equação abaixo:

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.7)$$

Essa relação é chamada de *função de desempenho* e a probabilidade de que se possa ter $Z < 0$ é a probabilidade de falha (p_F). Matematicamente, essa probabilidade é dada pela equação:

$$p_F = \int \dots \int_{g() < 0} f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (3.8)$$

onde $f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias básicas $X_1, X_2, \dots, X_n$, sendo a integração efetuada na região de falha representada pela inequação $g() < 0$ (veja-se a figura 3.4).

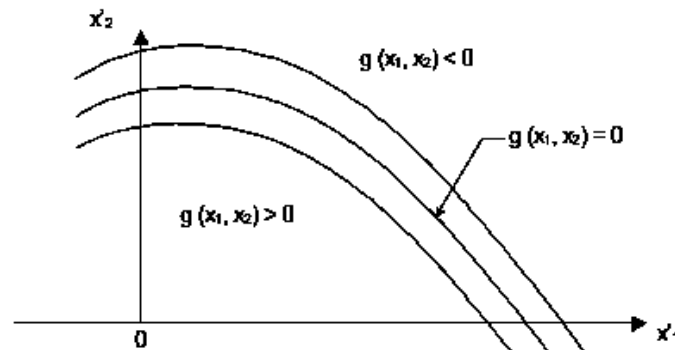


Figura 3.4 – Regiões de sobrevivência e falha no espaço das variáveis reduzidas³

Como comentado, o cálculo da probabilidade de falha p_F pelas equações apresentadas geralmente não é possível na prática. Tornou-se necessário o desenvolvimento de métodos analíticos simplificados, dos quais será apresentado neste trabalho o *método de confiabilidade de primeira ordem* (FORM, “*First Order Reliability Method*”). Originalmente denominado *método avançado de primeira ordem e segundo momento* (AFOSM, “*Advanced First Order Second-Moment Method*”) é derivado do *método de primeira ordem e segundo momento* (FOSM, “*First Order Second-Moment Method*”), também conhecido como MVFOSM (“*Mean Value First Order Second-Moment Method*”). As denominações acima são conforme apresentadas em HALDAR e MAHADEVAN (2000). Alerta-se que não há uniformidade nas denominações dos diversos métodos, variando conforme o autor e a região – veja-se também ANG e TANG (1984) e GULVANESIAN *et al.* (2002). Neste trabalho serão utilizadas as denominações de *Haldar e Mahadevan*.

Originalmente formulado por C.A. Cornell [Cornell (1969) *apud* HALDAR e MAHADEVAN (2000)], o FOSM utiliza uma aproximação baseada somente nos dois primeiros momentos, não sendo necessário que se tenha outras informações sobre a distribuição das variáveis aleatórias.

Conforme comentado, a probabilidade de falha é dada por:

³ Haldar e Mahadevan (2000)

$$p_F = P(Z < 0) \quad (3.9)$$

Considerando, no caso de estruturas, que $Z = R - S$ [utilizando-se o conceito de *margem de segurança*, veja-se ANG e TANG (1984)], onde R e S são, respectivamente, a resistência e a solicitação, assumidas como variáveis estatisticamente independentes e com distribuição normal – é evidente que Z também segue a distribuição normal –, pode-se demonstrar que a probabilidade de falha dependerá da relação entre a média e o desvio-padrão de Z . Essa relação, comumente conhecida por *índice de confiabilidade de Cornell* (β_C), é dada por [HALDAR e MAHADEVAN (2000)]:

$$\beta_C = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.10a)$$

Nos casos em que as variáveis R e S sigam a distribuição normal, a probabilidade de falha pode ser relacionada de forma exata ao índice de confiabilidade, sendo dada pela expressão abaixo:

$$p_f = \Phi(-\beta_C) = 1 - \Phi(\beta_C) \quad (3.11)$$

Uma formulação alternativa proposta por *Rosenblueth e Esteva* (1972) apud HALDAR E MAHADEVAN (2000) também pode ser usada, assumindo-se que as variáveis R e S sejam de distribuição lognormal (por razões físicas, é óbvio que as variáveis R e S são restritas a valores positivos; daí é mais razoável assumir que sejam lognormais ao invés de normais). Nesse caso, a função de desempenho deve ser $Z = \ln Y = \ln R - \ln S$ [introduzindo-se mais uma variável aleatória, $Y = R/S$, utilizando-se o conceito de *fator de segurança* – veja-se ANG e TANG (1984)]. Portanto, Z é uma variável aleatória de distribuição normal e a probabilidade de falha também pode ser relacionada de forma exata ao índice de confiabilidade (equação 3.11). A expressão de cálculo do índice de confiabilidade para essa formulação pode ser dada, aproximadamente, por:

$$\beta \cong \frac{\ln(\mu_R / \mu_S)}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} \quad (3.10b)$$

Segundo o MVFOSM, se a equação de estado limite for não-linear, pode-se generalizar essas formulações como se segue. Os valores dos dois primeiros momentos (média e variância, daí a denominação “*second moment*”, sendo, portanto, um método de nível 2) são obtidos por meio da expansão em série de Taylor da função de desempenho $Z = g(X_i)$ em torno das médias das variáveis básicas X_i :

$$Z = g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_{X_i}) \frac{\partial g}{\partial X_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j) \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} + \dots \quad (3.12)$$

onde as derivadas são avaliadas nos valores das médias das variáveis básicas (daí a denominação “*mean value*”). Truncando a série de *Taylor* nos termos de primeira ordem (daí a denominação “*first order*”), a média pode ser obtida com:

$$\mu_z \cong g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) \quad (3.13)$$

o que significa que a média aproximada de primeira ordem de Z pode ser obtida pelo valor da função avaliada com os valores das médias das variáveis básicas. Se as variáveis básicas forem estatisticamente independentes, pode-se demonstrar que o desvio-padrão é dado por [HALDAR e MAHADEVAN (2000)]:

$$\sigma_z \cong \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \sigma_{X_i}^2} \quad (3.14)$$

O índice de confiabilidade pode ser calculado por meio da equação 3.10, utilizando-se a média e o desvio-padrão computados, respectivamente, por meio das equações 3.13 e 3.14. É importante salientar que a função de desempenho é linearizada na média dos valores das variáveis aleatórias, refletindo o conceito por trás do FOSM [HALDAR e MAHADEVAN (2000)].

O índice de confiabilidade, entretanto, pode ser relacionado exatamente à probabilidade de falha somente em algumas situações, como, por exemplo, no caso em que as variáveis forem estatisticamente independentes e normais e a função de desempenho for linear. Similarmente, se as variáveis forem lognormais e se a função de desempenho for um produto ou quociente das variáveis (como, por exemplo, $Y = R/S$), $Z = \ln Y$ será uma função com distribuição normal e a probabilidade de falha também pode ser relacionada de forma exata ao índice de confiabilidade e calculada pela equação 3.11. Nos casos gerais, todavia, não há uma relação exata entre a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade – este fornece apenas uma idéia aproximada, porém razoável, dos níveis de confiabilidade inerentes a um projeto. Comparando-se dois projetos similares, pode-se dizer que aquele que possui o maior índice β terá a menor probabilidade de falha e, conseqüentemente, a maior confiabilidade. Esse método, entretanto, pode ser utilizado para se estabelecer uma série de coeficientes de ponderação das resistências e das solicitações, estabelecendo assim a consideração das incertezas em uma base lógica e

racional. O FOSM foi utilizado nas primeiras versões de projeto por estados limites de diversas normas ou especificações, a saber: AISC (American Institute of Steel Construction), de 1986, CSA (Canadian Standard Associations), de 1974 e do CEB (Comitê Euro-International du Béton), de 1976, dentre muitas outras [HALDAR e MAHADEVAN (2000)].

Todavia, o FOSM apresenta algumas deficiências. O método não usa, mesmo quando disponíveis, informações sobre a distribuição das variáveis. Além disso, a função de desempenho é linearizada na média dos valores das variáveis básicas, o que introduz erros significativos na análise se a função for não-linear, ao desprezar termos de ordem superior. Porém, a deficiência mais importante é o fato de que os valores dos índices de confiabilidade obtidos por esse método não se apresentam constantes sob formulações diferentes, mas mecanicamente equivalentes, do mesmo sistema. Por exemplo, a *margem de segurança* definida como $R - S < 0$ e o *fator de segurança* definido como $R/S < 1$ são mecanicamente equivalentes e devem conduzir a um mesmo valor do índice de confiabilidade e, conseqüentemente, da probabilidade de falha. Além disso, um problema de engenharia estrutural pode ser formulado em termos de tensão ou capacidade, mas deve conduzir a resultados idênticos, independentemente da formulação escolhida. Todavia, constatou-se que o método apresentado levava a diferentes índices que dependiam da formulação da equação do estado limite. Para contornar essa falta de invariância, foi proposta por Hasofer e Lind (1974) *apud* HALDAR e MAHADEVAN (2000) uma outra maneira de calcular o índice de confiabilidade, dando origem ao que se chamou de *método avançado de primeira ordem e segundo momento* (AFOSM).

O método, proposto por Hasofer e Lind, é aplicável inicialmente apenas a variáveis aleatórias normais. Definindo-se as *variáveis reduzidas* por (figura 3.5):

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \dots (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.15)$$

o *índice de confiabilidade de Hasofer e Lind* (β_{HL}) é então definido como a mínima distância entre a origem das coordenadas reduzidas à superfície de falha, que pode ser expresso por:

$$\beta_{HL} = \sqrt{(\mathbf{x}^*)^T (\mathbf{x}^*)} \quad (3.16)$$

O ponto de mínima distância da superfície de falha é denominado *ponto de projeto*, dado pelo vetor $\mathbf{x}^*(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, no sistema de coordenadas original, e $\mathbf{x}^{**}(x_1^{**}, x_2^{**}, \dots, x_n^{**})$, no sistema de coordenadas reduzidas (veja-se a figura 3.5).

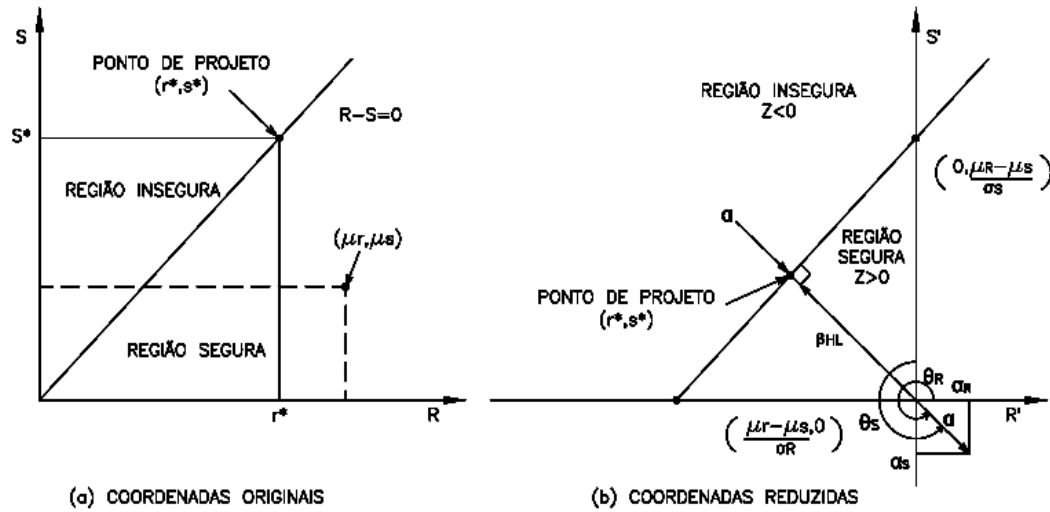


Figura 3.5 – Índice de confiabilidade β_{HL} : função de desempenho linear⁴

Considerando-se inicialmente o estado limite linear de duas variáveis ($Z = R - S = 0$), em coordenadas reduzidas, tem-se:

$$R' = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad \text{e} \quad S' = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (3.17)$$

$$(3.18)$$

Substituindo na equação do estado limite, tem-se a equação do estado limite em coordenadas reduzidas:

$$g() = \sigma_R R' - \sigma_S S' + \mu_R - \mu_S = 0 \quad (3.19)$$

Usando a trigonometria (figura 3.5), chega-se na expressão da distância mínima entre a origem e a superfície de falha, que é, por definição, o índice de confiabilidade:

$$\beta_{HL} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.20)$$

Como se pode notar, embora obtido de maneira diferente – por geometria – esse é o mesmo índice definido pelo FOSM (equação 3.10), se ambas as variáveis R e S forem normais. Isso quer dizer que se o estado limite for linear e as variáveis aleatórias forem normais, ambos os procedimentos fornecerão os mesmos valores para o índice de

⁴ adaptada de Haldar e Mahadevan (2000)

confiabilidade. Da mesma maneira, a probabilidade de falha pode ser calculada de maneira exata com auxílio da equação 3.11.

Em geral, a relação funcional entre as diversas variáveis aleatórias, representadas pelos vetores $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ no sistema original de coordenadas e $\mathbf{X}' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$ no sistema de coordenadas reduzidas, é uma função não-linear. A figura 3.6 ilustra o caso de duas variáveis aleatórias com relação funcional não-linear, onde se mostram a condição de estado limite, $g(\mathbf{X}') = 0$ (evidentemente, também uma função não-linear), e as zonas segura [$g(\mathbf{X}') > 0$] e insegura [$g(\mathbf{X}') < 0$]. Conforme o método de *Hasofer e Lind*, a distância mínima da origem à hiper-superfície representada pela equação do estado limite (ponto de projeto $\mathbf{x}'$) é definida como sendo o índice de confiabilidade, β_{HL} . Esse índice também é invariante nesse caso de função não-linear, porque, independentemente de como a equação do estado limite for formulada, sua forma geométrica e a distância até a origem permanecerá constante. É fácil perceber que quanto mais próximo da origem estiver o ponto de projeto, maior a probabilidade de falha e vice-versa. Esse ponto representa a combinação mais desfavorável das variáveis estocásticas e é apropriadamente denominado também como *ponto mais provável de falha* [HALDAR e MAHADEVAN (2000)].

Assim sendo, no caso de o estado limite ser uma função não-linear, o cálculo da distância mínima torna-se um problema de otimização [GALAMBOS *et al.* (1982), HALDAR e MAHADEVAN (2000)] que minimize a expressão 3.16 sujeito à restrição dada pela equação do estado limite $g(\mathbf{X}') > 0$ (veja-se o algoritmo adiante).

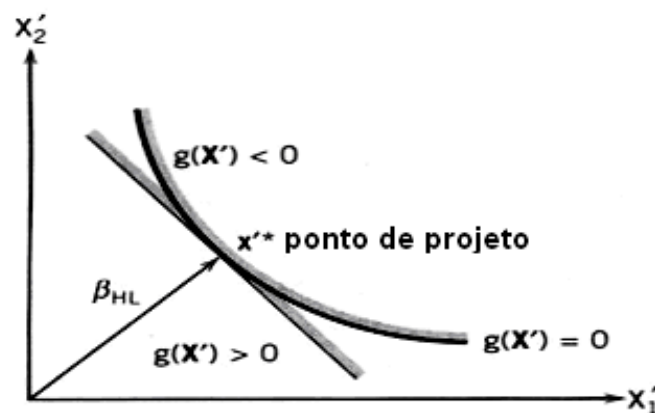


Figura 3.6 – Índice de confiabilidade β_{HL} : função de desempenho não-linear⁵

⁵ Adaptado de Haldar e Mahadevan (2000)

Usando o método dos multiplicadores de *Lagrange* [ANG e TANG (1984)], obtém-se a mínima distância que, por definição, é o índice de confiabilidade:

$$\beta_{HL} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i'^* \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^{2*}}} \quad (3.21)$$

onde $(\partial g / \partial X_i')^*$ são as derivadas parciais avaliadas no ponto de projeto em coordenadas reduzidas – o apóstrofo representa “em coordenadas reduzidas” e o asterisco representa “no ponto de projeto”.

Algumas observações importantes podem ser feitas ao se comparar os dois índices calculados pelo FOSM e pelo AFOSM. Como já observado, se a equação do estado limite for linear e todas as variáveis forem normais, ambos os índices terão o mesmo valor. Entretanto, estritamente falando, o FOSM não se utiliza de quaisquer informações sobre a distribuição de probabilidades das variáveis, enquanto que o AFOSM é aplicável a variáveis com distribuição normal (ou com distribuição normal equivalente – veja-se adiante). A diferença mais importante, contudo, é que no FOSM, o ponto de projeto é a média dos valores das variáveis (veja-se as equações 3.12 a 3.14, onde a linearização ocorre em torno da média), indicando que *ele não se encontra na hiper-superfície do estado limite* (veja-se a figura 3.7 adiante), enquanto que no AFOSM o ponto de projeto, por definição, encontra-se nessa hiper-superfície. Essa é a razão da já referida falta de invariância do FOSM, corrigida pela formulação de *Hasofer e Lind*.

O método de *Hasofer-Lind* apresenta o inconveniente de ser aplicável apenas a variáveis normais. No caso de distribuições não normais, como é comum em problemas de engenharia, tornar-se-á necessário transformar todas as variáveis não normais em variáveis normais equivalentes, o que pode ser feito por meio da *transformação de dois parâmetros*, proposta por *Rackwitz e Fiessler* [Rackwitz e Fiessler (1976) *apud* HALDAR e MAHADEVAN (2000)]. Por meio dessa transformação, chega-se às seguintes expressões para o cálculo da média ($\mu_{X_i}^N$) e do desvio-padrão ($\sigma_{X_i}^N$) das variáveis normais equivalentes:

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \Phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)] \sigma_{X_i}^N \quad (3.22)$$

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]\}}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (3.23)$$

onde $\Phi^{-1}()$ representa a inversa da função distribuição acumulada (CDF) e $\phi()$ representa a função densidade de probabilidade (PDF) da variável normal padrão e $F_{X_i}(x_i)$ e $f_{X_i}(x_i)$ representam respectivamente a CDF e a PDF da variável não normal original.

Calculando-se assim as médias e os desvios-padrão e utilizando a metodologia do AFOSM (ou FORM, como é chamado atualmente e doravante neste trabalho, que, como pode ser observado, é um método de nível 3), obtém-se o índice comumente conhecido como *índice de confiabilidade de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler* (β_{HLRF} ou simplesmente β , como será denominado doravante neste trabalho). Esse índice de confiabilidade também pode ser relacionado de maneira exata com a probabilidade de falha somente se todas as variáveis aleatórias forem de distribuição normal e estatisticamente independentes e se a equação do estado limite for linear.

A aproximação pela transformação das distribuições não normais em normais equivalentes pode se tornar inaceitável se a distribuição original for muito assimétrica, como, por exemplo, a distribuição de extremos tipo II. Nesses casos, usualmente variáveis relacionadas às ações, torna-se necessário colocar um limite inferior no valor da média calculada pela equação 3.22. É sugerido [HALDAR e MAHADEVAN (2000)] que, se esse valor for inferior a zero, se deve tomar como zero o valor da média e alterar a equação para cálculo do desvio-padrão. Ou seja, se $\mu_{X_i}^N < 0$, então:

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{x_i^*}{\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]} \quad (3.24)$$

$$\mu_{X_i}^N = 0 \quad (3.25)$$

O seguinte algoritmo, apresentado em HALDAR e MAHADEVAN (2000) e utilizado neste trabalho, explica os passos necessários para se obter o índice de confiabilidade, incluindo o cálculo dos parâmetros das variáveis normais equivalentes:

Passo 1. Definir a equação do estado limite apropriada.

Passo 2. Assumir um valor inicial para o índice de confiabilidade β . O valor inicial de 3,0 é sugerido.

Passo 3. Assumir valores iniciais para as coordenadas do ponto de projeto x_i^* , $i = 1, 2, \dots, n$. Sugerem-se as médias das variáveis aleatórias.

Passo 4. Calcular a média e o desvio-padrão da distribuição normal equivalente (equações 3.22 a 3.25, no ponto de projeto) de cada variável não normal. Se a variável for normal, utilizar os valores da média e do desvio-padrão da distribuição original.

Passo 5. Calcular as derivadas parciais $(\partial g / \partial X_i)$ avaliadas no ponto de projeto.

Passo 6. Calcular os cossenos diretores α_{X_i} no ponto de projeto:

$$\alpha_{X_i} = \frac{(\partial g / \partial X_i)^* \sigma_{X_i}^N}{\sqrt{\sum_{i=1}^n [(\partial g / \partial X_i)^* \sigma_{X_i}^N]^2}} \quad (3.26)$$

Passo 7. Calcular os novos valores do ponto de projeto com:

$$x_i^* = \mu_{X_i}^N - \alpha_{X_i} \beta \sigma_{X_i}^N \quad (3.27)$$

e repetir os passos 4 a 7 até que haja convergência do valor de α_{X_i} . O valor de tolerância de 0,005 é sugerido.

Passo 8. Calcular o novo valor de β por meio da equação do ponto de projeto (mantendo β como a variável desconhecida), com a condição de se satisfazer a equação do estado limite no ponto de projeto.

Passo 9. Repetir os passos 3 a 8 até haver convergência do valor de β . O valor de tolerância de 0,001 é sugerido.

Esse algoritmo é mostrado geometricamente na figura 3.7. O algoritmo constrói uma aproximação linear (hiper-plano) à hiper-superfície do estado limite em cada ponto de procura e encontra a distância da origem (ponto A) a esse ponto. Na figura 3.7 o ponto B representa o ponto inicial de projeto, usualmente assumido como os valores médios das variáveis, como proposto no passo 3; note-se que B *não está na equação do estado limite* $g(\mathbf{X}') = 0$. A tangente em B é representada pela reta BC onde C é determinado pela reta perpendicular a BC e que passa pela origem. Assim, a distância AD será uma estimativa de β da primeira iteração; à medida que as iterações continuam, o valor converge para o índice de confiabilidade buscado.

Há de se notar que o procedimento do FORM é equivalente a se linearizar a equação do estado limite no ponto de projeto e calcular o índice de confiabilidade utilizando a equação linearizada em vez da original [GALAMBOS *et al.* (1982)].

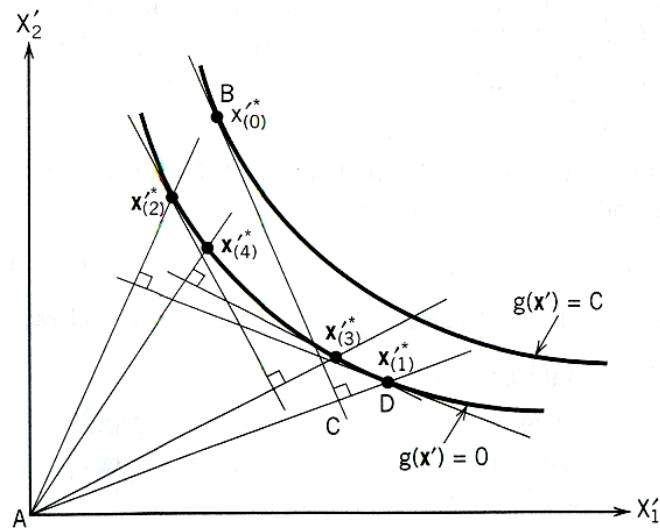


Figura 3.7 – Representação gráfica do algoritmo⁶

A função de desempenho ou de estado limite pode ser não-linear tanto pela relação não-linear entre as variáveis como pelo fato de algumas variáveis não serem normais. Um estado limite linear no sistema original de coordenadas torna-se não-linear quando transformado para o sistema de coordenadas reduzidas (que é onde a procura do ponto de menor distância é realizada) se alguma variável não for normal. Também a transformação de variáveis correlacionadas em variáveis não correlacionadas conduz a não-linearidades [HALDAR e MAHADEVAN (2000)].

Dependendo se a hiper-superfície de falha original for convexa ou côncava em relação à origem, a aproximação de primeira ordem poderá estar ou não do lado da segurança, como pode ser observado na figura 3.8, para o caso de duas variáveis. Para ambas as situações, o FORM fornecerá o mesmo índice de confiabilidade, mas é óbvio que a probabilidade de falha da superfície côncava é maior que a da superfície convexa – nesta, o FORM fica do lado da segurança e naquela, contra.

Se a função densidade de probabilidade conjunta, PDF, das variáveis aleatórias decair rapidamente à medida que se afasta do ponto de distância mínima, então a aproximação

⁶ Haldar e Mahadevan (2000)

de primeira ordem será precisa o suficiente. Entretanto, se o decaimento da PDF for lento e se a função de estado limite for altamente não-linear, deve-se então usar aproximações de ordem superior (SORM – “*Second-Order Reliability Method*”) [HALDAR e MAHADEVAN (2000), ANG e TANG (1984)] ou, dependendo do grau de complexidade, técnicas de simulação, como a *simulação de Monte Carlo* (veja-se 3.3.3).

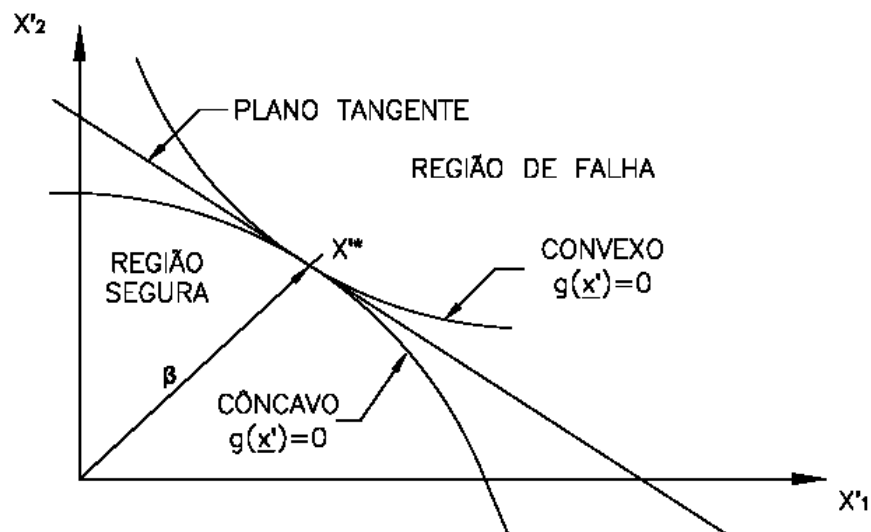


Figura 3.8 – Linearização – hiper-superfícies côncavas e convexas⁷

De uma maneira geral, a precisão da aproximação de primeira ordem é difícil de ser obtida – depende do grau de não-linearidade da função de desempenho. Obviamente, o método é matematicamente exato se a função de desempenho for linear – para funções não-lineares, a precisão pode ser apreciada numericamente somente em casos muito específicos [ANG e TANG (1984)]. Nos casos gerais, a probabilidade de falha “correta” pode ser avaliada via simulação de Monte Carlo. A tabela 3.1 mostra alguns exemplos, envolvendo funções de desempenho não-linear, de comparação entre a probabilidade de falha calculada pelo FORM e aquelas obtidas via simulação de Monte Carlo. Os resultados, embora limitados, evidenciam a validade e a precisão da aproximação de primeira ordem. Além disso, todas as funções de desempenho não-lineares avaliadas são típicas de problemas práticos de engenharia [ANG e TANG (1984)].

⁷ Adaptado de ANG e TANG (1984)

Tabela 3.1 – Comparação de probabilidades de falha⁸

$g(\mathbf{X})$	p_F (FORM)	p_F (Monte Carlo)		
		esperada	Int. 95% Conf.	Tam. amostra
$X_1 X_2 - X_3$	0,0031	0,0034	0,0029 - 0,0040	50000
$2,5 - N \left[\frac{C_c}{1+c_o} H \log \left(\frac{p_o + \Delta p}{p_o} \right) \right]$	0,102	0,096	0,087 - 0,105	4000
$2NCLH^{3/2} - RQ_1$	0,023	0,026	0,024 - 0,029	20000
$1 - (AF + BF^2 + \varepsilon)$	0,142	0,128	0,116 - 0,140	3000

3.3.3 Simulação de Monte Carlo

Simulação, segundo ANG e TANG (1984), é uma reprodução experimental ou teórica (nesse caso, normalmente numérica) do mundo real, baseada num conjunto de hipóteses e modelos conceituais da realidade. Para os fins da engenharia estrutural, a simulação pode ser aplicada para se prever ou estudar o desempenho ou a resposta de um sistema estrutural. A técnica de simulação mais comum para se atingir esse propósito é a chamada *simulação de Monte Carlo*. A simulação de Monte Carlo envolve a repetição sistemática (determinística) da solução da relação que descreve o desempenho ou a resposta da estrutura, utilizando, em cada uma, um conjunto de valores das variáveis aleatórias, gerado conforme as correspondentes distribuições de probabilidade. Ao considerar a simulação de todas as variáveis aleatórias do problema, produz-se um conjunto de números que indica a simulação do problema em si. A resolução determinística do problema para cada simulação é denominada *ciclo de simulação*. Fazendo-se o número de ciclos (N) tender a infinito, o processo de simulação conduz às características estocásticas globais do problema [HALDAR e MAHADEVAN (2000)]. Obtém-se, pela repetição do processo, uma amostra de soluções do problema, cada uma correspondente a um diferente conjunto de valores das variáveis aleatórias envolvidas – uma amostra assim obtida, via simulação de Monte Carlo, é semelhante às obtidas experimentalmente [ANG e TANG (1984)].

Na avaliação de desempenho de uma estrutura, pode-se utilizar a simulação de Monte Carlo para:

⁸ Adaptado de ANG e TANG (1984)

- calcular os parâmetros estatísticos (por exemplo, média e desvio padrão) e estabelecer o tipo de distribuição da resposta do sistema;
- calcular a probabilidade de desempenho insatisfatório (probabilidade de falha).

Com o desenvolvimento atual dos computadores digitais, técnicas de simulação, em especial a de Monte Carlo, vem se tornando cada vez mais uma ferramenta auxiliar de baixo custo (comparativamente aos ensaios experimentais) para se estudar as incertezas intrínsecas aos problemas da engenharia estrutural. Frequentemente, a simulação de Monte Carlo é utilizada (às vezes é a única solução) para verificar ou validar outras técnicas aproximadas, como, por exemplo, FORM e SORM.

A técnica de simulação de Monte Carlo envolve seis etapas essenciais [HALDAR e MAHADEVAN (2000)]:

1. definição do problema em termos das variáveis aleatórias;
2. determinar e descrever os parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias envolvidas;
3. gerar aleatoriamente os valores das variáveis, conforme sua distribuição de probabilidades;
4. resolução determinística do problema para cada série de realização de todas as variáveis aleatórias, isto é, realizar os N ciclos de simulação;
5. extrair as informações probabilísticas da amostra obtida com os N ciclos de simulação;
6. determinar a precisão e a eficiência da simulação.

A primeira etapa envolve o estabelecimento de uma relação (determinística) para descrever a resposta da estrutura, ou seja, em outros termos, a determinação da função de desempenho. Com a simulação de Monte Carlo, pode-se calcular, com a mesma facilidade, probabilidade de falha descrita por funções de desempenho explícitas ou implícitas, como, por exemplo, a resposta de uma estrutura obtida computacionalmente pelo método dos elementos finitos.

A terceira etapa constitui o cerne da técnica de simulação de Monte Carlo e envolve a geração de *números aleatórios* conforme as distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias. Os computadores e os programas atuais geralmente são capazes de gerar números aleatórios segundo uma distribuição uniforme de probabilidade, a partir de um número arbitrário denominado *semente*. Para cada valor da semente, é gerado um

conjunto de números aleatórios entre 0 e 1. Dependendo da capacidade do computador ou do programa, os números podem ser repetidos – por isso são denominados mais apropriadamente de *números pseudo-aleatórios*. Entretanto, a repetição usualmente inicia-se somente após a geração de uma grande quantidade de números, da ordem de 10^9 , valor bastante superior ao que se necessita na prática.

Nesta etapa, a próxima tarefa é transformar os números aleatórios uniformes em outros, segundo uma distribuição especificada. Um método que pode ser utilizado é o denominado *técnica de transformação inversa* ou *método da CDF inversa*. Nessa técnica, a CDF da variável aleatória é igualada aos números aleatórios gerados u_i , ou seja, $F_X(x_i) = u_i$, e o número aleatório desejado é calculado por:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i) \quad (3.28)$$

A quinta etapa, no caso da determinação da probabilidade de falha, envolve a equação 3.8, que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$p_F = \int \dots \int I[g() < 0] f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (3.29)$$

onde $I[g() < 0]$ é um indicador, dado por:

$$I[g() < 0] = \begin{cases} 0 & \text{se } g() > 0 \\ 1 & \text{se } g() \leq 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

Nas equações acima, $g()$ é a função de desempenho, avaliada com os valores das variáveis aleatórias obtidos utilizando-se os números aleatórios gerados segundo a distribuição prescrita. Utilizando as equações 3.29 e 3.30 e considerando as N simulações numéricas, a probabilidade estimada de falha ($\hat{p}_F$) pode ser dada por:

$$\hat{p}_F = \sum_{i=1}^N \left\{ I[g() < 0] \frac{1}{N} \right\} \quad (3.31)$$

Em outros termos: se o valor da função $g()$ for menor que zero, significa que houve falha do sistema – chamando de N_F o número de ciclos de simulação em que $g() < 0$, então a probabilidade de falha pode ser dada por:

$$\hat{p}_F = \frac{N_F}{N} \quad (3.32)$$

A sexta etapa consiste em se verificar a precisão da simulação numérica, pois, como já explicado, a simulação de Monte Carlo é uma técnica de amostragem e, como tal, sofre as limitações da teoria de amostragem – os resultados estão sujeitos a erros de estimativa. Obviamente, a precisão da estimativa depende do número de ciclos de

simulação: para uma pequena probabilidade de falha ou um pequeno número de ciclos, a estimativa de p_F pelas equações 3.31 ou 3.32 pode estar sujeita a erro considerável. Para quantificar esse erro, assume-se que o coeficiente de variação (V) e o erro percentual da probabilidade de falha ($\varepsilon\%$) sejam expressos pelas seguintes equações [HALDAR e MAHADEVAN (2000)]:

$$V(p_F) = \frac{1}{\hat{p}_F} \sqrt{\frac{(1 - \hat{p}_F) \hat{p}_F}{N}} \quad (3.33)$$

$$\varepsilon\% = \sqrt{\frac{(1 - \hat{p}_F)}{N \hat{p}_F}} 200\% \quad (3.34)$$

Ambas as equações acima indicam que o número de ciclos de simulação para se atingir um certo nível de precisão depende da probabilidade de falha, desconhecida *a priori*. Na engenharia estrutural, o valor da probabilidade de falha pode ser muito pequeno, da ordem de 10^{-5} . Assim sendo, no mínimo 100.000 simulações são necessárias para se atingir esse valor. No entanto, para uma estimativa confiável, pelo menos 10 vezes esse valor mínimo seria recomendável [HALDAR e MAHADEVAN (2000)] – isso significa que se aceita um erro percentual da ordem de 63%. Caso se deseje reduzir o erro para cerca de 20%, deve-se aumentar o número de ciclos em pelo menos 100 vezes.

Para que se tenha então uma boa precisão, é necessário processar um número de ciclos de simulação relativamente grande, o que aponta a principal deficiência da simulação de Monte Carlo em sua forma direta. Nos casos em que não se tem estimativas prévias da probabilidade de falha, principalmente em sistemas de engenharia mais complexos, deve-se empregar métodos de tentativa e erro e muitos ciclos de simulação, fazendo com que a técnica de simulação se torne computacionalmente muito onerosa. Diversas *técnicas de redução de variância*, todavia, podem ser empregadas visando à diminuição do número de ciclos de simulação – veja-se ANG e TANG (1984) e HALDAR e MAHADEVAN (2000) para mais informações.

4

ANÁLISE EXPERIMENTAL

Neste capítulo são apresentados os ensaios experimentais realizados no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES), do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG, em modelos em escala real, com o objetivo de obter informações ainda não disponíveis na bibliografia, de estudar e compreender o comportamento de sistemas com perfil de alma senoidal e de calibrar modelos numéricos que utilizam o método dos elementos finitos (MEF). Nos capítulos subsequentes, esses ensaios são analisados e com o auxílio dos modelos numéricos, são propostos métodos e critérios de análise e dimensionamento de perfis de alma senoidal relativo aos estados limites de flambagem lateral com torção (FLT) e flambagem local da mesa (FLM) e uma metodologia de cálculo e dimensionamento de vigas mistas, biapoiadas e semicontínuas, envolvendo flambagem lateral com distorção (FLD), e de ligações mistas. Para tal, além desses ensaios e análises, foram utilizados também ensaios e análises de outros pesquisadores, notadamente os trabalhos de *Machacek* e *Motak* (veja-se o capítulo 2).

São apresentados os seguintes ensaios:

- FLT – ensaios de flambagem lateral com torção em vigas de alma senoidal, realizados em conjunto com *Gonzaga, L.G.M.* [QUEIROZ *et al.* (2006a , 2006b, 2007), PIMENTA *et al.* (2008); GONZAGA (2008)].

- FLD – ensaios de flambagem lateral com distorção, realizados em conjunto com *Calenzani, A.F.G.* [CALENZANI *et al.* (2007), CALENZANI (2008)].
- Ligações mistas – ensaios de ligações mistas de resistência parcial em protótipos com configuração cruciforme, realizados em conjunto com *Galvão, A.* [GALVÃO (2008a e 2008b)].

Os trabalhos são expostos de forma resumida, apresentando-se apenas os aspectos essenciais de sua concepção e os resultados mais importantes, necessários para a compreensão dos fenômenos envolvidos no comportamento estrutural e o cumprimento dos objetivos desta Tese.

4.1 Ensaios de FLT

Foram dimensionadas e ensaiadas quatro vigas de aço com alma senoidal constituídas por seções **I** duplamente simétricas, fletidas em torno do eixo perpendicular à alma, sendo duas vigas sem travamento central e duas com travamento central. Dessa forma foi possível analisar o estado limite último de flambagem lateral com torção (FLT) tanto no regime elástico quanto no plástico. Para o dimensionamento dos modelos foram consideradas as prescrições adotadas pela Codeme Engenharia, apresentadas em PLAIS (2005).

4.1.1 Descrição dos protótipos e do aparato do ensaio

A investigação experimental desta pesquisa consistiu na realização de quatro ensaios em duas vigas simplesmente apoiadas, uma de cinco metros e outra de seis metros de comprimento. Nos dois primeiros ensaios, cada viga foi ensaiada com contenções laterais apenas nos apoios; nos ensaios seguintes, foi adicionada mais uma contenção no centro do vão. Nos ensaios sem contenção central, as vigas tiveram comportamento elástico podendo assim ser reutilizadas nos ensaios com travamento central. Para simplificação de referência, os ensaios e os respectivos protótipos serão assim denominados: P5S e P6S para os protótipos de 5,0 m e 6,0 m de comprimento, sem a contenção central e P5C e P6C com a contenção central, respectivamente.

As vigas foram fabricadas pela Codeme Engenharia S.A. com aços USICIVIL 350 e USICIVIL 300 (veja-se o capítulo 1), respectivamente nas mesas e na alma, situação típica para perfis de alma senoidal produzidos no mercado brasileiro.

Na união da alma senoidal com as mesas do perfil foi executada solda por arco elétrico, por meio do processo de soldagem MAG de alto desempenho denominado “*T.I.M.E. Process*” da *Fronius* (assim como todos os protótipos utilizados neste trabalho). As dimensões nominais das vigas ensaiadas são mostradas na figura 4.1 e apresentadas na tabela 4.1.

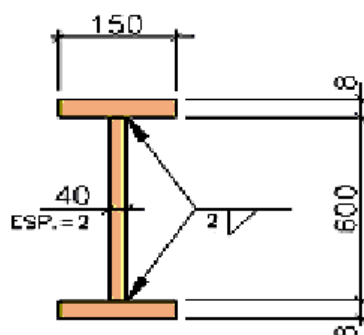


Figura 4.1 – Dimensões nominais da seção transversal dos protótipos

Tabela 4.1 – Dimensões nominais das seções transversais dos modelos

Perfil	L (mm)	h (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)
PSS 600x150x8x2x5000	5000	600	150	8,0	2,0
PSS 600x150x8x2x6000	6000				

Nas extremidades das vigas foram soldados perfis WT 155x39,5 (recortados de perfis W 310x79) com furos alongados para possibilitar a colocação de tirantes junto aos apoios, utilizados para simular a contenção tipo vínculo de garfo durante a execução dos ensaios. A configuração dos protótipos é mostrada na figura 4.2.



A determinação da resistência ao escoamento, f_y , e da resistência última, f_u , foi realizada a partir de ensaios de tração em um corpo de prova (CP1) retirado da chapa da alma e em dois corpos de prova (CP2 e CP3) retirados da chapa das mesas. As amostras ensaiadas apresentaram os resultados descritos pela tabela 4.2 – veja-se também o primeiro parágrafo da subseção 4.2.2

Tabela 4.2 – Resultado dos ensaios de tração em chapas de aço

CP	f_y (MPa)	f_u (MPa)
CP1	343	440
CP2	454	594
CP3	456	608

As tabelas 4.3 e 4.4 apresentam respectivamente as dimensões medidas dos protótipos e as imperfeições geométricas iniciais encontradas, na forma de curvaturas laterais.

Tabela 4.3 – Dimensões medidas das seções transversais dos modelos

Dimensões (mm)	P5S e P5C	P6S e P6C
t_f	8,31	8,39
t_w	2,0	2,0
b_f	150	150
H	593	593
L	5000	6000

Tabela 4.4 – Imperfeições horizontais máximas

Protótipos	Imperfeição horizontal (mm)
P5S e P5C	1,92
P6S e P6C	13,21

As montagens dos ensaios para vigas sem e com contenção central são apresentadas nas figuras 4.3 a 4.5. Durante os ensaios, as medições de deslocamentos, deformações específicas e cargas foram executadas, respectivamente, com transdutores de deslocamentos lineares (DT – “Displacement Transducer”), extensômetros elétricos de resistência (EER) e transdutores de pressão.

Nas figuras 4.3 e 4.4, tem-se a seguinte legenda:

1 – Pórtico de reação	7 – REC (Relógio Comparador)
2 – Atuador hidráulico de 50 T	8 – Laje de reação
3 – Rótula semi-esférica	9 – Mecanismo de translação
4 – Chapas de carga	10 – Aparelho de apoio com rolos
5 – EER (Extensômetro Elétrico de Resistência)	11 – Cilindro maciço de aço
6 – DT (“Displacement Transducer”)	12 – Tirantes para contenção lateral
	13 – Estrutura auxiliar

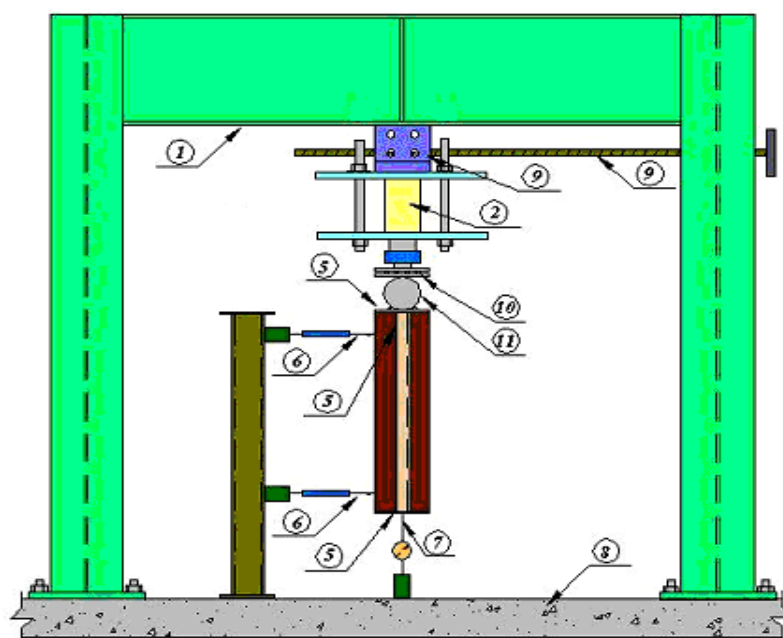


Figura 4.3 – Esquema dos ensaios sem travamento central – seção central

Nos apoios das extremidades das vigas foram utilizados pórticos rígidos em forma de U, conectados às vigas por meio de tirantes, simulando a contenção tipo vínculo de garfo, que restringe deslocamentos verticais, horizontais perpendiculares ao eixo da viga e rotações em torno do eixo da viga, mas libera deslocamentos horizontais na direção do eixo da viga e rotações em torno dos eixos vertical e horizontal perpendicular ao eixo da viga. Para completar o sistema de apoio, em cada modelo foram utilizados roletes metálicos entre a viga e o apoio.

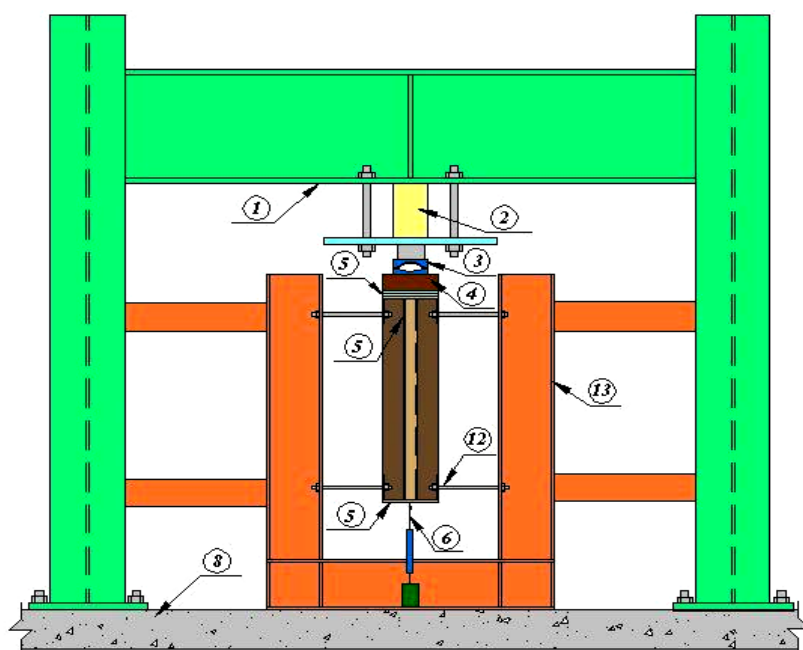


Figura 4.4 – Esquema dos ensaios com travamento central – seção central

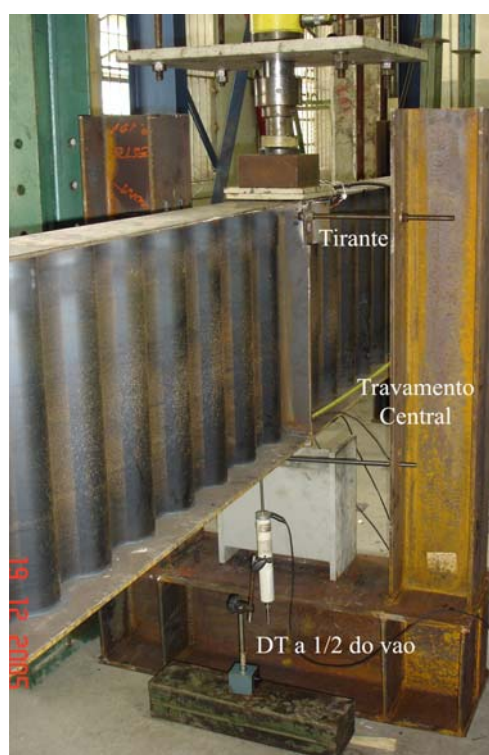


Figura 4.5 – Esquema dos ensaios

Nos ensaios sem travamento central foi utilizado um sistema com rolos sobre um cilindro maciço de aço, entre o atuador hidráulico e a viga, como mostram as figuras 4.3 e 4.5. O atuador hidráulico era deslocado horizontalmente com auxílio de um mecanismo de translação, toda vez que o deslocamento lateral da viga era considerado excessivo, evitando a ocorrência de momento significativo no atuador. Para os ensaios com travamento central foi aplicada uma força vertical na parte superior da viga, distribuída em uma área de aproximadamente 150x150 mm por meio de uma placa rígida, conforme é mostrado na figura 4.4 e 4.5. Em todos os ensaios os carregamentos foram realizados com controle de carga, impondo-se sucessivos incrementos de aproximadamente 5% da força última esperada.

4.1.2 Resultados obtidos

Apresentam-se na tabela 4.5 a *carga última* (P_u), o *momento último* (M_u) e o *modo de colapso* atingidos nos ensaios dos protótipos, além dos momentos de plastificação da seção. Alerta-se que os momentos de plastificação foram calculados com os valores da tensão de escoamento medidos nos ensaios de caracterização, reduzidos conforme o procedimento de ajuste preconizado pelos Memorandos Técnicos 7 e 8 do SSRC (Structural Stability Research Council) [GALAMBOS (1998)] – veja-se a subseção 7.2 do capítulo 7 e GONZAGA (2008).

O estágio final do ensaio P6S é apresentado na figuras 4.6. Nesse ensaio, assim como no ensaio P5S, o modo de colapso obtido foi flambagem lateral com torção (FLT). A figura 4.7 mostra o estágio final do ensaio P6C; pode-se verificar claramente que o modo de colapso foi flambagem local da mesa comprimida (FLM), assim como no ensaio P5C.

Tabela 4.5 – Cargas e modo de colapso obtidos nos ensaios

Protótipo	Contenção central	M_p (kN.cm)	P_u (kN)	M_u (kN.cm)	Modo de colapso
P5S	não	34104	73,7	9215	FLT
P5C	sim	34104	247,9	30997	FLM
P6S	não	34437	40,5	6075	FLT
P6C	sim	34437	211,4	31711	FLM

Com base em cálculos prévios, a expectativa era de que ocorresse flambagem lateral com torção nos ensaios sem contenção central e possivelmente plastificação total das mesas naqueles com contenção central. Entretanto, conforme mostrado na tabela 4.5 e na figura 4.7, nos modelos com travamento central ocorreu colapso por flambagem local da mesa comprimida, para um momento inferior ao de plastificação da seção. Possivelmente, a maneira pela qual a carga foi aplicada nesses protótipos, ou seja, diretamente sobre as mesas por meio de uma placa rígida, tenha sido responsável pelo aparecimento precoce de instabilidade local da mesa comprimida nessa região – veja-se o capítulo 5.



Figura 4.6 – Estágio final do ensaio P6S

As respostas força *versus* deslocamento dos protótipos encontram-se representadas nas figuras 4.8 e 4.9 para os ensaios P5S e P6S e nas figuras 4.10 e 4.11 para os ensaios P5C e P6C, respectivamente.

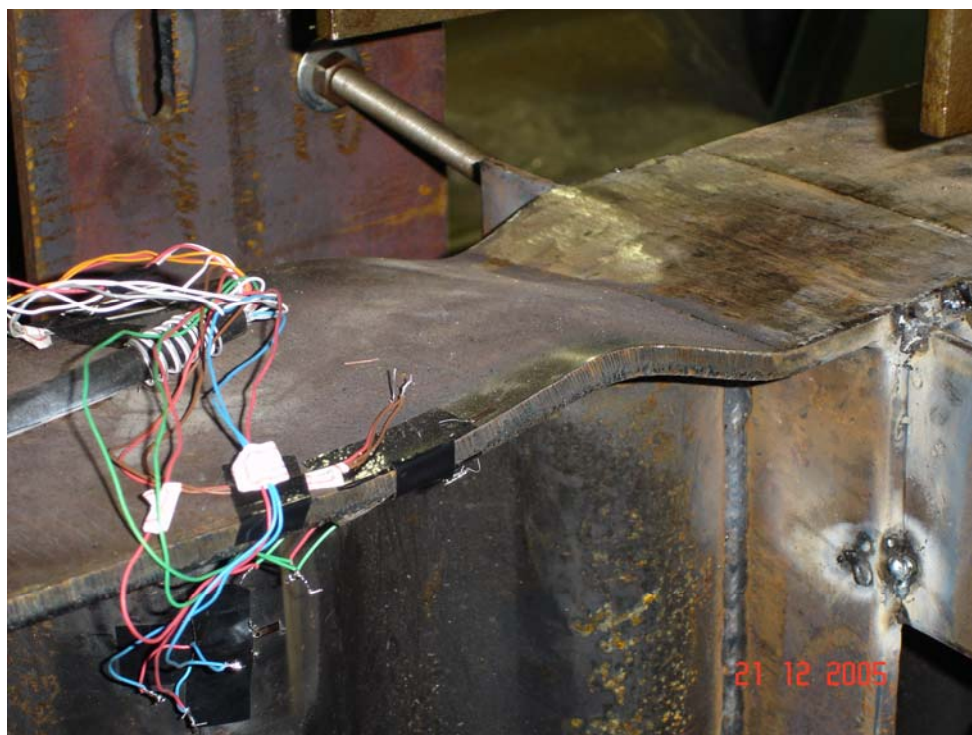


Figura 4.7 – Estágio final do ensaio P6C

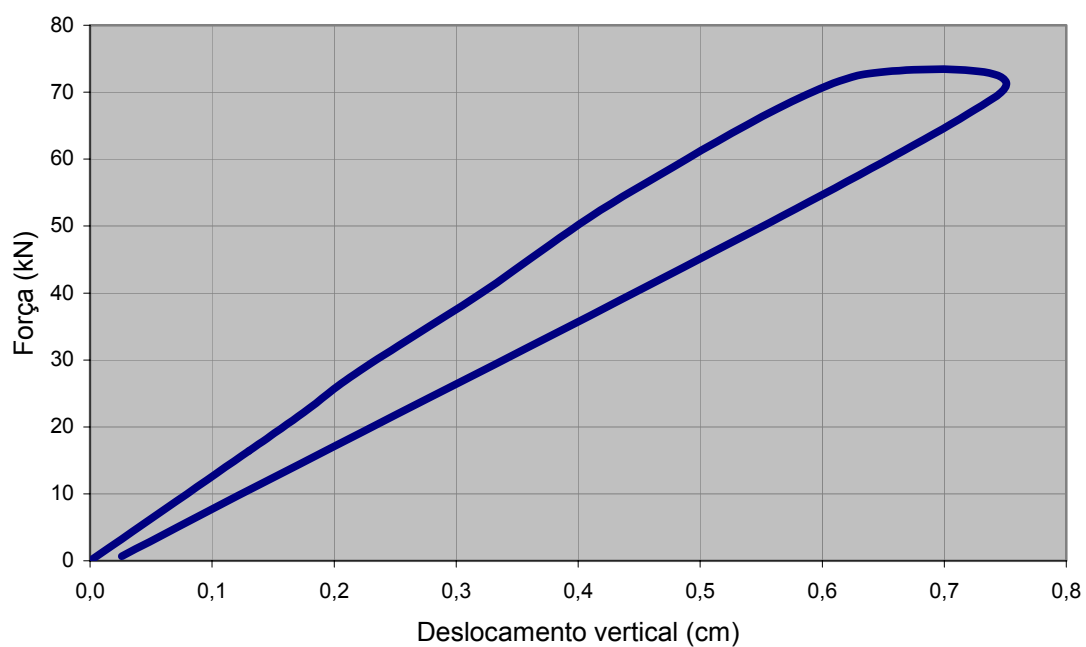


Figura 4.8 – Curva força x deslocamento vertical do ensaio P5S

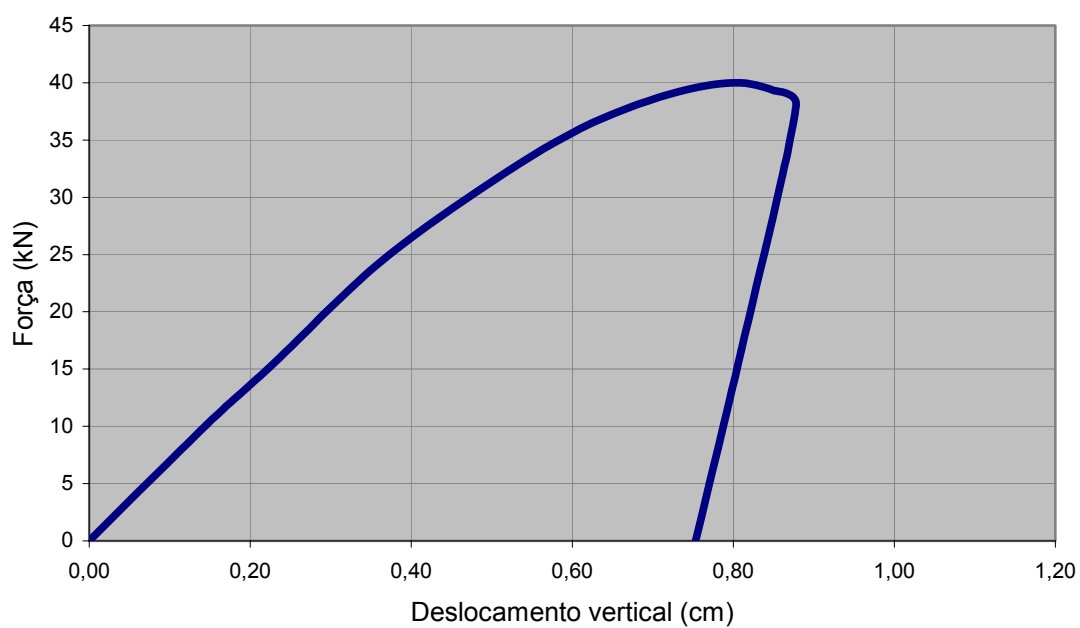


Figura 4.9 –Curva força x deslocamento vertical do ensaio P6S

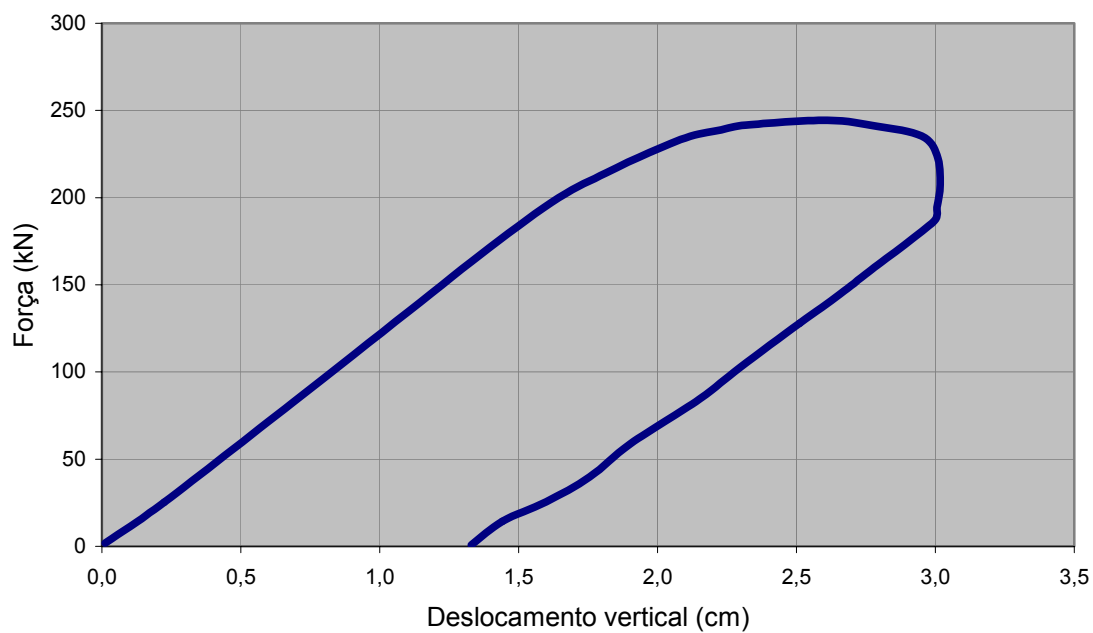


Figura 4.10 – Curva força x deslocamento vertical do ensaio P5C

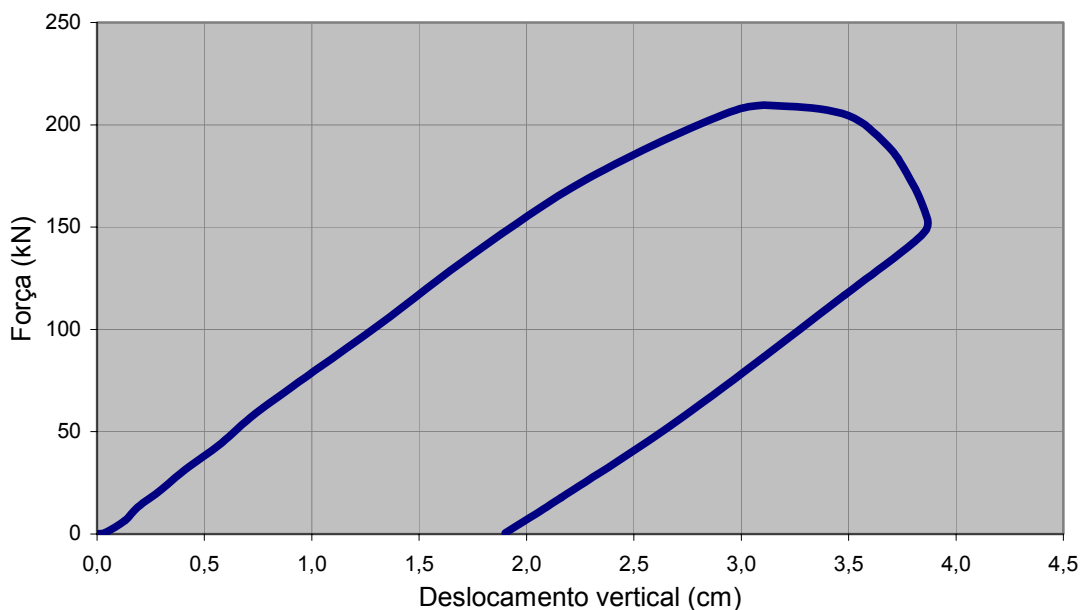


FIGURA 4.11 – Curva força x deslocamento vertical do ensaio P6C

4.2 Ensaio de FLD

A análise experimental de flambagem lateral com distorção consistiu de ensaios de protótipos que simularam o mecanismo “U” invertido de vigas mistas com perfis **I** de alma senoidal. Os protótipos foram solicitados por momentos transversais ocasionados por forças horizontais aplicadas no nível da mesa inferior; veja-se o item 4.2.2 adiante. Em uma estrutura real, esse momento transversal seria induzido pelas imperfeições iniciais e pela tendência de deslocamento lateral da mesa comprimida. Com os resultados obtidos, foi possível determinar as curvas momento x rotação da laje, da alma senoidal e da conexão de cisalhamento, propiciando a determinação experimental da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal – veja-se CALENZANI (2008). Nesta tese, por simplicidade, serão apresentados apenas os resultados referentes à rotação completa dos protótipos.

4.2.1 Descrição dos protótipos e do aparato do ensaio

Os protótipos foram escolhidos para serem representativos de vigas mistas com perfis de alma senoidal na região de momento negativo, agindo como um mecanismo “U” invertido. Cada protótipo era constituído por duas vigas apoiando uma laje de concreto armado com ligação mecânica por meio de conectores de cisalhamento tipo pino com

cabeça. Quatro protótipos, denominados U1P, U2P, U1M e U2M, foram ensaiados no LAEES, com dois tipos de laje de concreto armado – laje maciça (U1P e U2P) e laje mista de aço e concreto (U1M e U2M) e também dois tipos de conexão de cisalhamento – um conector soldado na linha de centro da mesa superior do perfil (U1P e U1M) e dois conectores soldados simetricamente em relação à linha de centro (U2P e U2M). Todos os protótipos foram executados com aço USICIVIL 350 nas mesas e USICIVIL 300 na alma, sempre com o mesmo perfil, PSS 600x150x8x2, considerado típico de uma viga secundária de um piso em que se utilizassem perfis de alma senoidal.

Os protótipos U1P e U2P são mostrados nas figuras 4.12 e 4.13, respectivamente. A laje maciça em concreto armado foi a mesma para ambos os modelos e possuía 100 mm de espessura, tendo um cobrimento de 30 mm para as armaduras positiva e negativa, cujos diâmetros e disposição estão mostrados na figura 4.12. Como pode ser visto, a única diferença entre os dois protótipos é o número e a disposição dos conectores – no protótipo U1P, há somente uma linha, com espaçamento longitudinal de 209 mm e no protótipo U2P, há duas linhas espaçadas de 80 mm, com o mesmo espaçamento longitudinal. Em ambos os casos, o diâmetro dos conectores é de 19 mm e a altura, após a soldagem, de 76 mm.

Os protótipos U1M e U2M são mostrados nas figuras 4.14 e 4.15 respectivamente. Como pode ser notado, utilizou-se laje mista (laje com fôrma de aço incorporada) com espessura total de 140 mm. A fôrma tinha espessura de 1,25 mm e altura de 75 mm. A armadura positiva era constituída apenas pela fôrma de aço incorporada e a armadura negativa por um painel de tela soldada Q-138, com malha quadrada de diâmetro 4,2 mm, espaçamento de 100 mm e cobrimento de 15 mm, como pode ser visto na figura 4.14. A conexão de cisalhamento foi feita por meio de conectores tipo pino com cabeça, cujos arranjos estão mostrados nas figuras 4.14 e 4.15. Nesta, havia duas linhas de conectores, espaçadas de 80 mm na direção transversal, e naquela, uma linha de conectores, colocada exatamente no eixo da mesa superior do perfil de aço. O espaçamento longitudinal entre conectores era de 274 mm, em ambos os casos. Também para esses protótipos foram utilizados conectores de 19 mm e com altura de 76 mm após a soldagem.

O fornecimento do concreto foi feito por usina especializada, sendo que a resistência característica à compressão solicitada foi de 20 MPa.

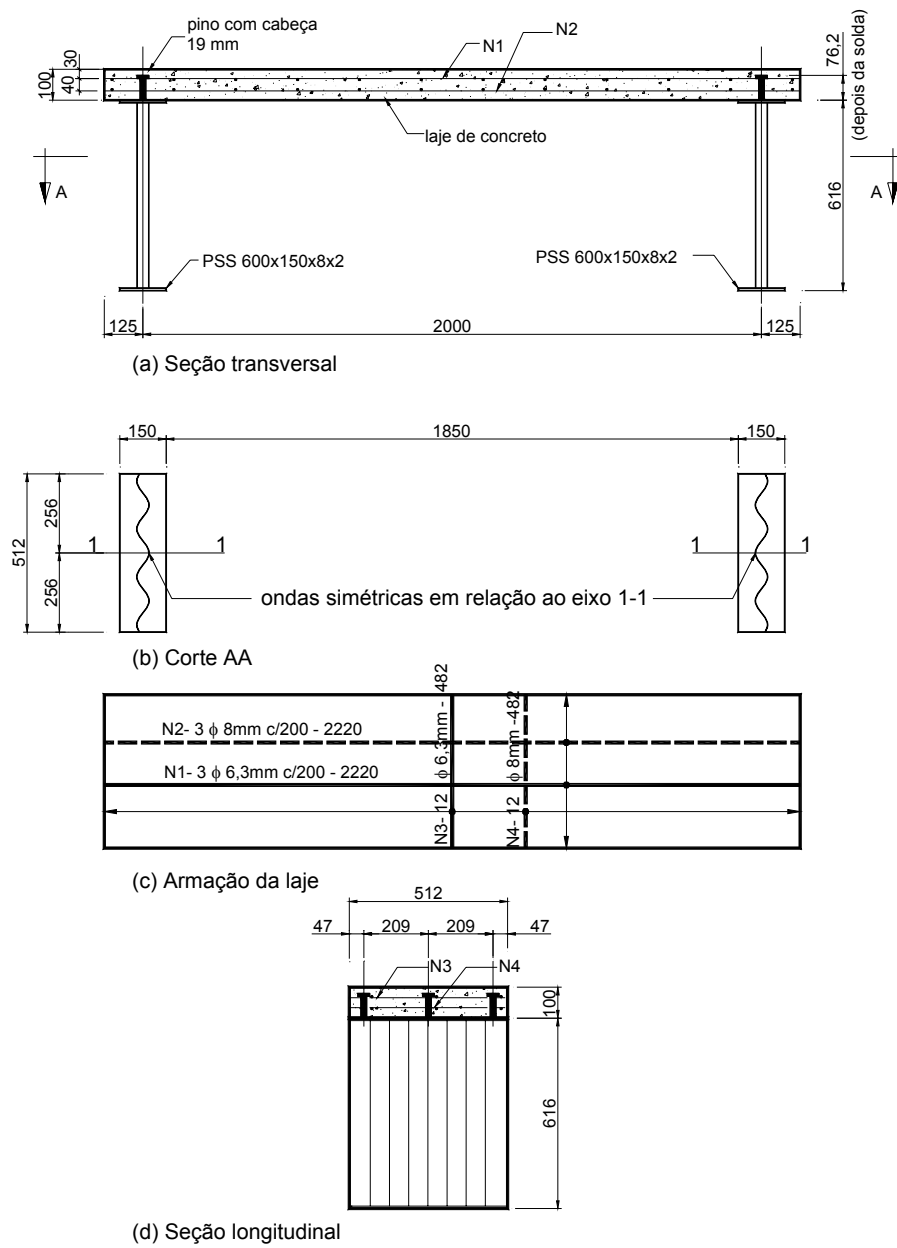


Figura 4.12 – Protótipo U1P

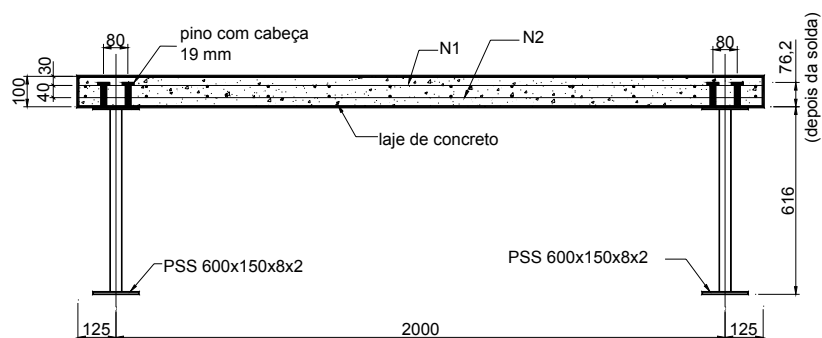
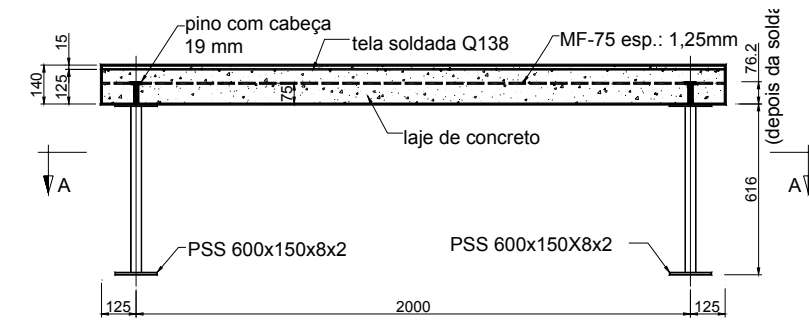
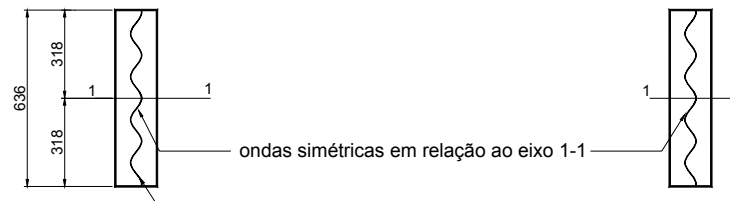


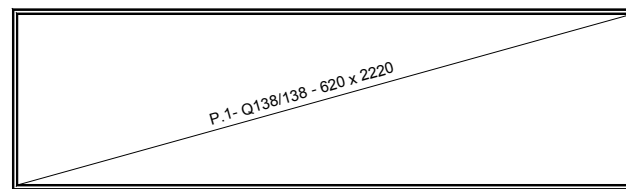
Figura 4.13 – Protótipo U2P



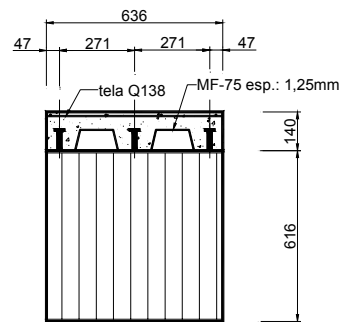
(a) Seção transversal



(b) Corte AA



(c) Armação da laje



(d) Seção longitudinal

Figura 4.14 – Protótipo U1M

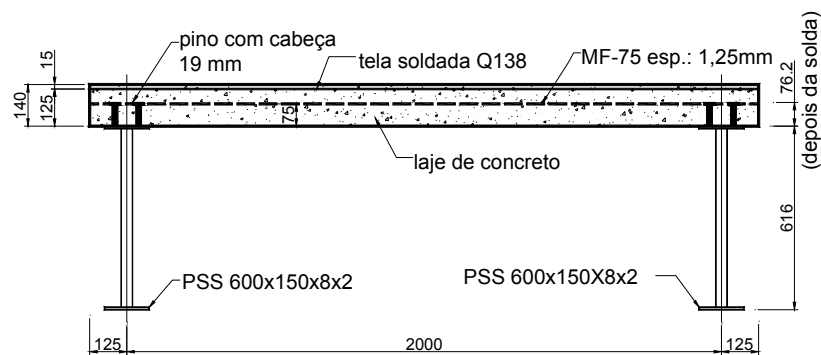


Figura 4.15 – Protótipo U2M

A tabela 4.6 fornece os valores das resistências à compressão dos corpos de prova extraídos do concreto, juntamente com o valor médio da resistência à compressão. A tabela 4.7 fornece os valores das resistências à tração dos corpos de prova e também o valor médio da resistência à tração.

Tabela 4.6– Ensaio de compressão do concreto

Idade ou Protótipo	CP N°	Dimensões D x L (cm)	Força máxima (kN)	Tensão máxima $f_{c,j}$ (MPa)	Tensão média $f_{c,j}$ (MPa)
Idade 14 dias	1	10 x 20	148,27	18,88	19,642
	2	10 x 20	154,39	19,66	
	3	10 x 20	160,14	20,39	
Idade 28 dias	1	10 x 20	167,56	21,33	22,019
	2	10 x 20	164,77	20,98	
	3	10 x 20	186,48	23,74	
U1-P	1	10 x 20	190,12	24,21	25,963
	2	10 x 20	210,84	26,84	
	3	10 x 20	210,84	26,84	
U2-P	1	10 x 20	221,72	27,67	25,293
	2	10 x 20	182,02	22,72	
	3	10 x 20	203,42	25,49	
U1-M	1	10 x 20	176,892	22,07	21,467
	2	10 x 20	166,134	21,19	
	3	10 x 20	168,174	21,14	
U2-M	1	10 x 20	194,82	24,47	23,793
	2	10 x 20	183,94	23,37	
	3	10 x 20	186,35	23,54	

Tabela 4.7 – Ensaio de tração do concreto

Ensaio de tração no concreto (compressão diametral)						
Modelos	CP N°	Dimensões D x L (cm)	Força máxima (kN)	Tensão máxima f_{tj} (MPa)	Tensão média indireta (MPa)	Tensão média direta (MPa)
Idade 8 meses e 24 dias	1	10 x 20	103,377	3,291	3,076	2,769
	2	10 x 20	98,555	3,137		
	3	10 x 20	87,982	2,801		

Três corpos de prova foram ensaiados à compressão para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal do concreto, sendo o ensaio levado até a ruptura. A tabela 4.8 fornece os valores do módulo de elasticidade dos corpos de prova, das resistências à compressão, além do valor médio do módulo de elasticidade.

Quatro corpos de prova extraídos das chapas da alma dos perfis de aço foram ensaiados à tração para a determinação das resistências ao escoamento e à ruptura. A tabela 4.9 fornece os valores dessas resistências para cada um dos corpos de prova, juntamente com o valor médio da resistência ao escoamento.

Tabela 4.8 – Ensaio de módulo de elasticidade do concreto

Ensaio de módulo de elasticidade no concreto							módulo de elasticidade médio (MPa)
Modelos	CP Nº	Dimensões D x L (cm)	f _{cj} (Mpa)	deformação	Tensão (MPa)	módulo de elasticidade (MPa)	
Idade 8 meses e 27 dias	1	10 x 20	21,09	1,580E-05	0,503	19363,2	21601,7
				3,160E-04	6,313		
	2	10 x 20	22,83	1,724E-05	0,501	21331,9	
				3,146E-04	6,843		
	3	10 x 20	27,12	1,580E-05	0,503	24109,9	
				3,318E-04	8,122		

Tabela 4.9 – Ensaio de tração nas chapas da alma do perfil de aço

Ensaio de tração nas chapas da alma do perfil de aço					
CP Nº	Dimensões e x b x l (mm)	tensão de escoamento (MPa)	Valores médios no escoamento		tensão de ruptura (MPa)
			tensão (MPa)	deformação (μstrain)	
1	2 x 50 x 610	349	349,8	1706	470
2	2 x 50 x 610	352			475
3	2 x 50 x 610	349			468
4	2 x 50 x 610	349			467

As medidas das dimensões reais dos protótipos são mostradas na tabela 4.10. Para a viga de aço, as grandezas medidas foram largura e espessura das mesas e altura e espessura da alma. Para a laje de concreto as grandezas medidas foram espessura, largura e comprimento. Todas essas grandezas foram medidas em três pontos ao longo do comprimento do protótipo.

A figura 4.16 mostra o arranjo geral dos ensaios, destacando a posição do modelo “U” em relação ao pórtico de reação. Os modelos foram ensaiados com a laje na parte inferior da montagem, apoiada em blocos de concreto dispostos diretamente sobre a laje de reação. Para medir a rigidez rotacional do mecanismo “U” foi necessário projetar um sistema de aplicação de força que dirigisse simultaneamente forças horizontais de mesma intensidade e sentidos opostos às mesas das duas vigas. Esse sistema foi composto por dois atuadores hidráulicos idênticos dispostos na posição horizontal, de capacidade igual a 46 kN. As forças horizontais foram direcionadas no sentido de abrir os modelos (movimentação da haste do atuador para fora), causando assim tração na face da laje de concreto em contato com o perfil de aço e compressão na face oposta. O aparato geral dos ensaios é mostrado na figura 4.17. Além de relógios comparadores, foram utilizados também extensômetros elétricos colados em ambos os lados da alma das vigas dos modelos “U” visando a detectar o momento transversal do início de escoamento da alma.

Tabela 4.10 – Dimensões geométricas dos modelos

Laje de concreto	Dimensão	Protótipo			
		U1-P	U2-P	U1-M	U2-M
	h	97,18	99,98	142,45	142,48
		101,93	101,49	144,50	139,87
		101,50	103,07	143,78	142,22
	l	514,00	515,00	639,00	634,00
		513,00	517,00	633,00	636,00
		514,00	516,00	635,00	639,00
	b	2257,00	2252,00	2261,00	2251,00
		2256,00	2253,00	2254,00	2248,00
Médias das dimensões					
h	100,20	101,51	143,58	141,52	
l	513,67	516,00	635,67	636,33	
b	2256,50	2252,50	2257,50	2249,50	

Perfil de aço	Dimensão	Vigas dos protótipos							
		U1A-P	U1B-P	U2A-P	U2B-P	U1A-M	U1B-M	U2A-M	U2B-M
	t _{fs}	7,93	7,63	8,80	7,98	8,52	8,29	8,19	8,29
		8,05	7,57	8,11	8,04	8,25	8,60	8,32	8,23
		7,98	7,83	8,42	8,02	8,78	8,60	8,16	8,23
	b _{fs}	149,81	149,63	149,04	149,48	150,11	150,42	149,90	150,15
		149,79	149,57	149,73	149,06	150,13	150,18	150,24	149,91
		149,73	149,73	149,28	149,20			149,94	149,77
	t _{fi}	7,97	8,13	8,65	8,59	9,00	9,05	8,20	8,63
		8,02	7,23	8,08	8,63	9,08	8,94	8,24	8,37
		7,87	7,63	8,47	8,82	9,09	8,75	8,41	8,46
	b _{fi}	149,99	149,21	149,32	149,17	150,01	149,79	150,15	150,16
		150,17	149,52	149,65	149,20	149,79	150,01	150,24	150,23
	t _w	2,44	2,22	2,30	2,37	2,17	2,41	1,94	2,07
		2,57	2,25	2,48	2,07	2,39	2,18	2,32	2,48
		2,73	2,30	2,23	2,11	2,28	2,48	1,95	2,38
	h _w	594,00	601,00	593,00	593,00	591,00	594,00	593,00	593,00
		592,00	603,00	592,00	593,00	591,00	592,00	595,00	593,00
		592,50	604,00	592,00	593,00	593,00	593,00	593,00	594,00
	Média das dimensões								
	t _{fs}	7,99	7,68	8,44	8,01	8,52	8,50	8,22	8,25
	b _{fs}	149,78	149,64	149,35	149,25	150,12	150,30	150,03	149,94
	t _{fi}	7,95	7,66	8,40	8,68	9,06	8,91	8,28	8,49
b _{fi}	150,08	149,37	149,49	149,19	149,90	149,90	150,20	150,20	
t _w	2,58	2,25	2,34	2,18	2,28	2,36	2,07	2,31	
h _w	592,83	602,67	592,33	593,00	591,67	593,00	593,67	593,33	

Notas: 1) dimensões em mm

2) h, b e l são a altura, largura e comprimento da laje de concreto, respectivamente;

t_{fs} e b_{fs} são a espessura e a largura respectivamente da mesa superior do perfil de aço;

t_{fi} e b_{fi} são a espessura e a largura respectivamente da mesa inferior do perfil de aço;

t_w e h_w são a espessura e a altura respectivamente da alma do perfil de aço

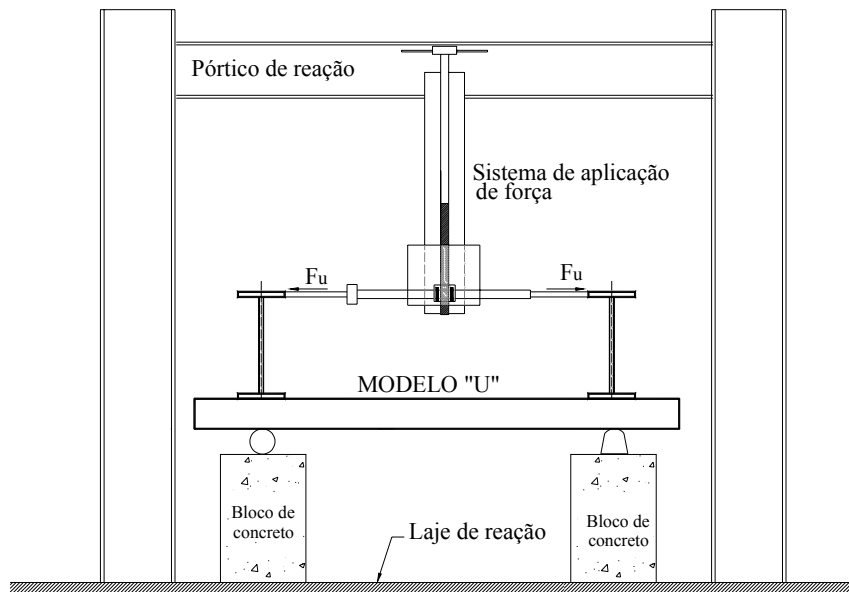


Figura 4.16 – Arranjo geral dos ensaios

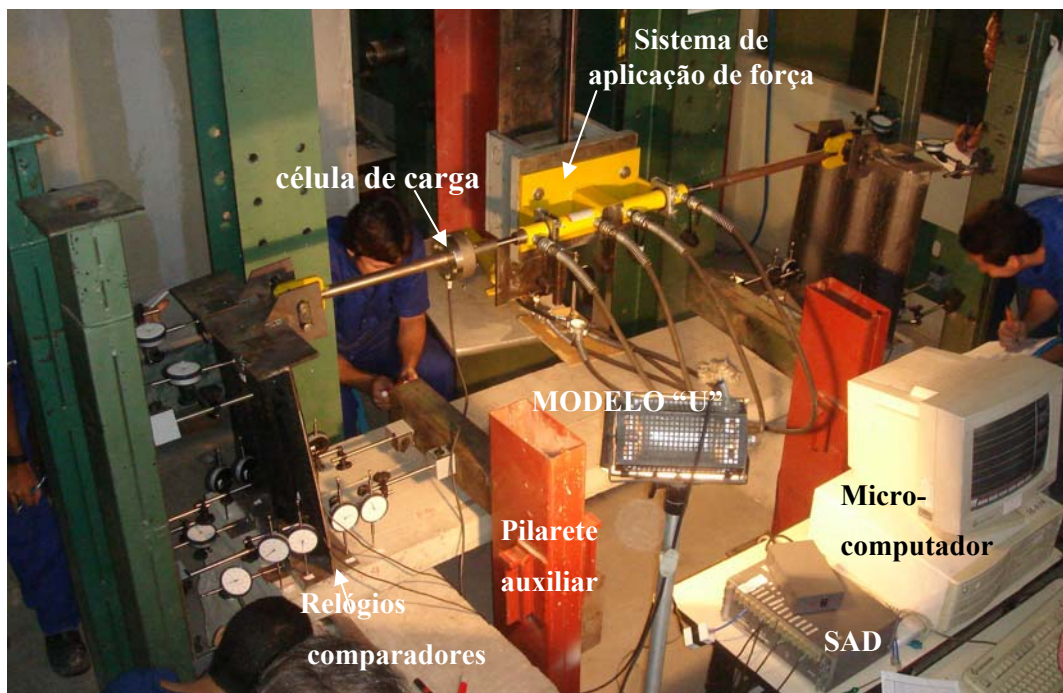


Figura 4.17 – Montagem completa do ensaio

4.2.2 Resultados obtidos

A flexão da alma das vigas dos modelos U1P e U2P pôde ser observada no decorrer dos estágios de carregamento, o que caracterizou bem a distorção sofrida pelo perfil de aço. Em estágios mais avançados de carga, a alma também sofreu flambagem local na região

próxima à mesa superior, onde ocorreu o maior valor de momento transversal (veja-se a figura 4.18-b).



(a) *Viga UIP-B*

(b) *Viga UIP-A*

Figura 4.18 – Flexão da alma dos perfis do protótipo U1P no final do ensaio

A figura 4.19 mostra a curva momento *versus* rotação do protótipo U1P. Nesse ensaio, fissuras devidas à tração do concreto começaram a surgir no centro da laje na face conectada às mesas das vigas de aço e se propagaram extensivamente por todo o comprimento da laje, à medida que o carregamento avançava.

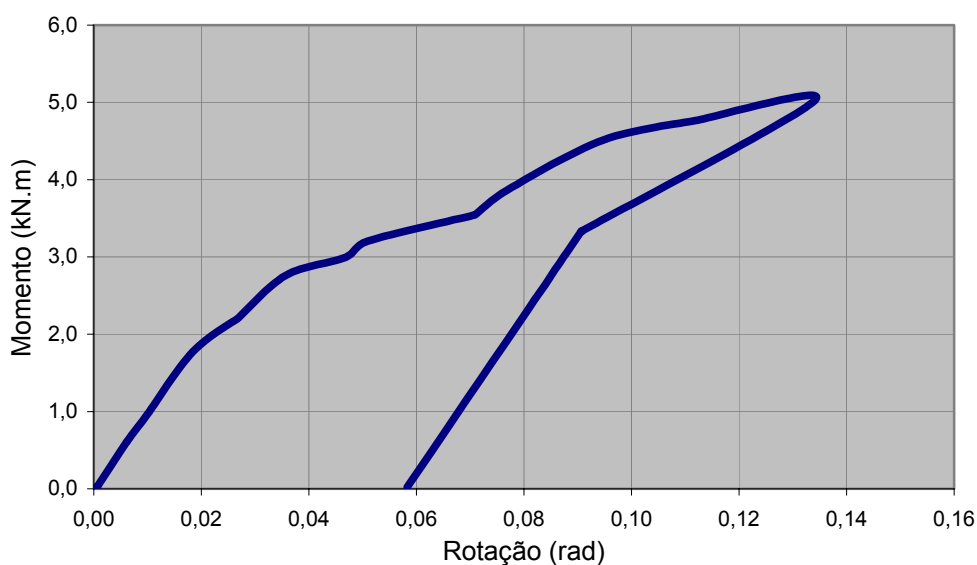


Figura 4.19 – Curva momento x rotação do protótipo U1P

Pode-se notar um comportamento linear da curva da laje até o início dessa fissuração (momento transversal igual a 1,77 kNm) e um patamar de fissuração no ponto de momento transversal igual a 2,76 kNm até o ponto de momento transversal igual a 3,54 kNm.

A figura 4.20 mostra a curva momento *versus* rotação do protótipo U2P. Observou-se, a exemplo do protótipo U1P, um comportamento linear da curva da laje da origem do gráfico até o início da fissuração da laje (momento transversal igual a 2,38 kNm), seguido de um patamar de fissuração até um momento transversal igual a 3,23 kNm. As fissuras devidas à tração do concreto começaram a surgir no centro da laje na face conectada às mesas das vigas de aço e se propagaram extensivamente por todo o comprimento da laje, com padrão semelhante ao do protótipo U1P.

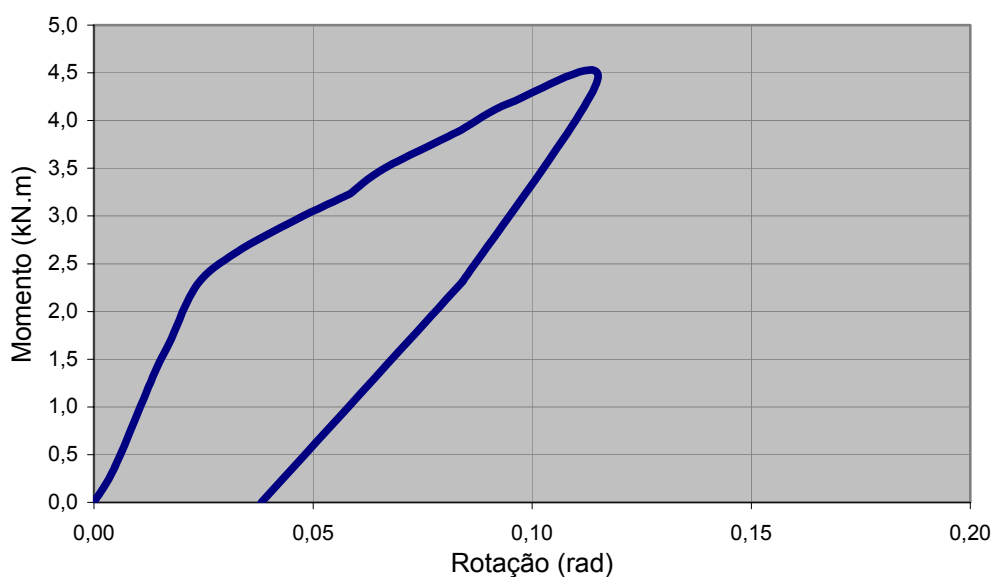


Figura 4.20– Curva momento x rotação da laje do protótipo U2P

Nos ensaios realizados nos protótipos U1M e U2M, não foram observadas fissuras de tração no concreto – a fôrma de aço envolveu a região da laje que foi solicitada à tração durante o ensaio, ocultando ou impedindo-as de se formar no concreto.

A figura 4.21, relativa ao ensaio U1M, e a figura 4.22, relativa ao ensaio U2M, mostram as curvas momento *versus* rotação desses protótipos, onde se pode observar um padrão de comportamento diferente dos ensaios anteriores – não há um patamar de fissuração.

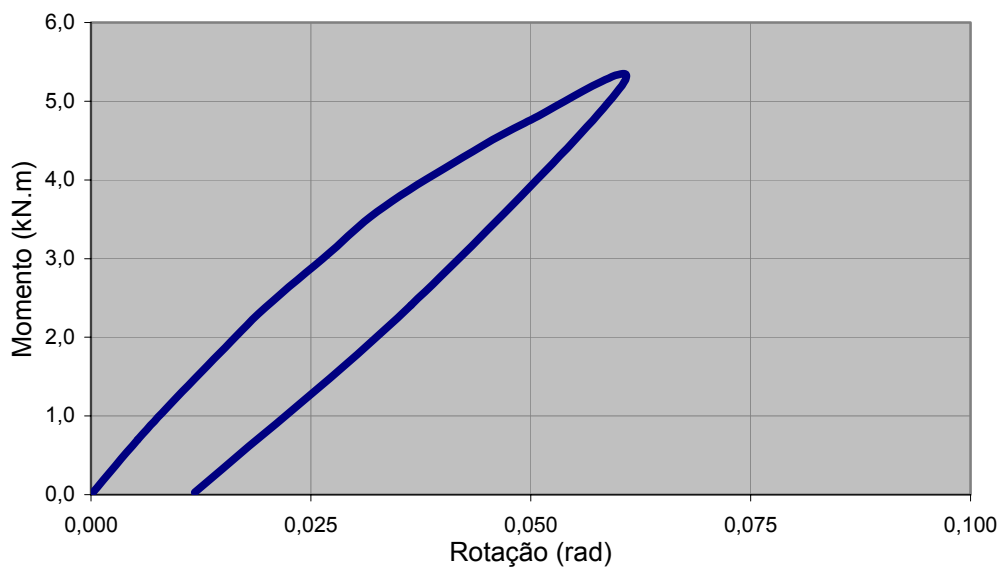


Figura 4.21 – Curva momento x rotação da laje do protótipo U1M

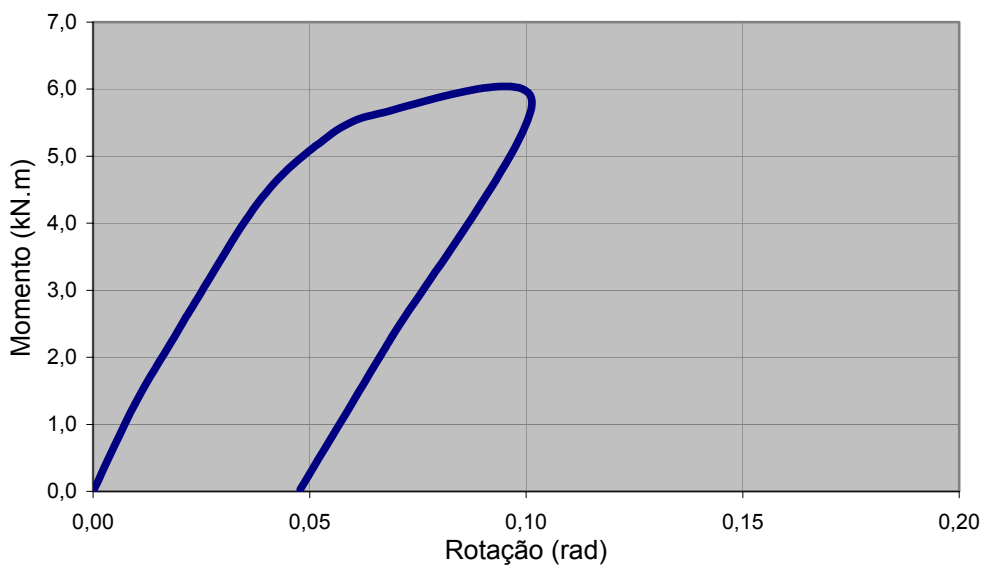


Figura 4.22 – Curva momento x rotação da alma do protótipo U1M

4.3 Ensaios de ligações mistas

Para estudar o comportamento das ligações mistas de aço e concreto com perfis de alma senoidal, ensaiaram-se três modelos constituídos por dois perfis ligados entre si através de um pilar, formando um sistema em *T*. Fazem parte desse sistema, além dos perfis, uma chapa de ligação de topo, de altura total (“flush plate”), a laje de concreto com fôrma de aço incorporada (laje mista), os conectores de cisalhamento tipo pino com

cabeça e as barras de armadura. Esses modelos pretendem simular uma situação de projeto em que uma viga secundária de piso (ou seja, que apóia diretamente uma laje), com perfil de alma senoidal, apóia-se em uma viga principal ou em um pilar, por meio de uma ligação mista. Foram assumidas as seguintes premissas na concepção dos modelos:

- não-ocorrência de flambagem local da mesa comprimida antes que fosse atingida a carga última;
- não-ocorrência de escoamento em nenhum componente do sistema, antes da ocorrência do escoamento das barras da armadura;
- interação total na transmissão de esforços entre o perfil metálico e as barras de armadura via conectores de cisalhamento, ou seja, o número de conectores seria superior ao necessário para transmitir totalmente as tensões de cisalhamento longitudinais, correspondentes à resistência à ruptura das barras da armadura;
- a capacidade do sistema seria limitada pela resistência à tração das barras da armadura ou, em outras palavras, o estado limite último seria a ruptura da armadura.

4.3.1 Descrição dos protótipos e do aparato do ensaio

Com base nas premissas apresentadas, foram construídos os protótipos como se mostra na figura 4.23. Foram utilizados dois perfis: PSS 600x150x12,5x2 para os modelos 1 e 2 e PSS 600x150x8/12,5x2, para o modelo 3, ambos com os aços-padrão utilizados pela Codeme Engenharia na fabricação desses perfis. A razão pela qual o modelo 3 foi construído com a mesa de espessura de 8 mm era a de se verificar a possibilidade de ocorrência de efeitos localizados entre o conector e a mesa superior.

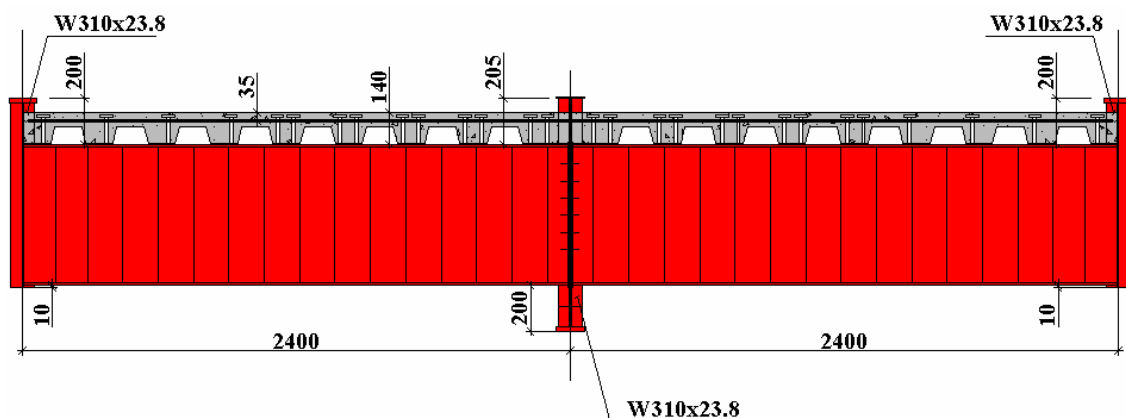


Figura 4.23 – Esquema dos modelos ensaiados

Para a transmissão dos esforços entre o perfil metálico e as barras de armadura foram utilizados conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça, aço ASTM A-108 ($f_y = 345 \text{ MPa}$ e $f_u = 415 \text{ MPa}$), com diâmetro de 19 mm e altura de 135 mm, dispostos dentro das nervuras da fôrma de aço. A laje mista possuía altura total de 140 mm, sendo a altura da fôrma igual a 75 mm com capeamento de concreto de 65 mm. O material da fôrma foi ZAR 280 ($f_y = 280 \text{ MPa}$). Foram utilizadas 6 barras de armadura $\phi 12,5 \text{ mm}$, de aço CA 50 ($f_y = 500 \text{ MPa}$), paralelas ao perfil metálico e barras $\phi 4,2 \text{ mm}$, de aço CA 60 ($f_y = 600 \text{ MPa}$), dispostas transversalmente ao perfil e espaçadas a cada 200 mm, conforme se vê na figura 4.24.

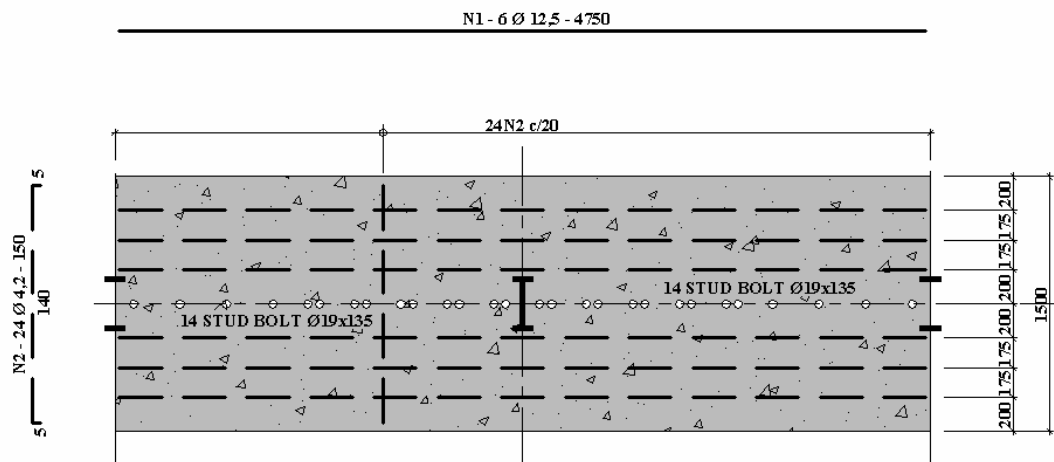


Figura 4.24 – Esquema de colocação da armadura e dos conectores

A ligação dos perfis metálicos foi realizada por meio de uma chapa de topo de aço USICIVIL 350, com espessura de 9,5 mm e parafusos $\phi 19 \text{ mm}$ A325, como ilustrado na figura 4.25. Todos os modelos foram fabricados com a mesma ligação de topo, mas após a realização dos ensaios dos modelos 1 e 3, optou-se, no ensaio do modelo 2, pela remoção dos parafusos da linha mais próxima à mesa tracionada para verificar sua influência no comportamento da ligação.

Foram utilizados extensômetros elétricos de resistência nas barras de armadura mais próximas ao pilar, na mesa comprimida do perfil e ao longo da altura da alma senoidal próximo à chapa de topo da ligação. O deslocamento vertical do modelo no meio do vão, o alongamento da mesa tracionada próximo à ligação da chapa de topo e o deslocamento da face superior da laje de concreto em relação ao pilar foram obtidos por meio de transdutores de deslocamentos. Relógios comparadores foram utilizados para a

determinação do encurtamento da mesa comprimida na região próxima à ligação e também para o deslocamento da face superior da laje de concreto em relação ao pilar.

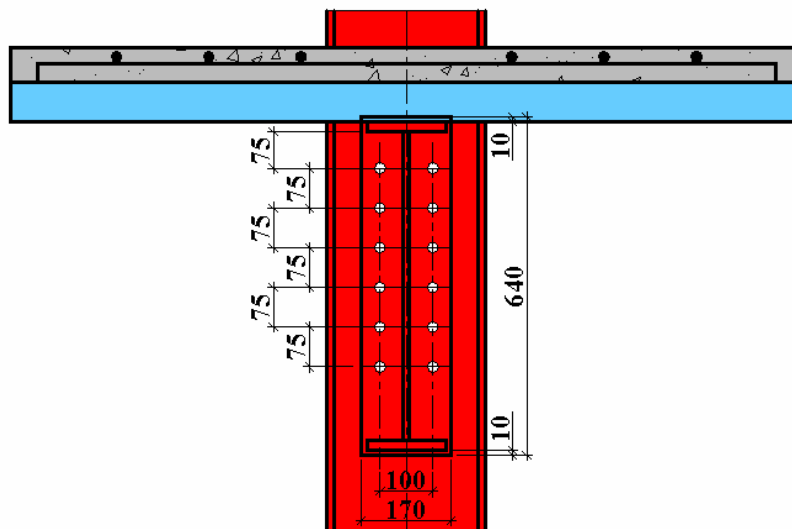


Figura 4.25 – Ligação ensaiada

Os resultados dos ensaios de caracterização do concreto encontram-se nas tabelas 4.11 e 4.12. Ressalta-se que os referentes aos protótipos foram realizados próximo ao dia de cada ensaio. Para a caracterização dos aços, foram confeccionados corpos de prova retirados da mesa comprimida (CP1 a CP3), da alma (CP4 a CP15) e da chapa de topo (CP16 a CP19), assim como das barras da armadura (CP20 a CP22), cujos resultados são mostrados na tabela 4.13. Não se julgou necessário caracterizar o aço da mesa tracionada, haja vista sua pouca ou nenhuma influência no ensaio.

Tabela 4.11 – Resultado dos ensaios de caracterização do concreto

Protótipo	CP	f_c (MPa)	f_c médio (MPa)
lote (28 dias)	CP1	24,86	25,1
	CP2	25,56	
	CP3	24,80	
1	CP4	26,63	26,8
	CP5	26,29	
	CP6	27,38	
2	CP7	23,59	22,6
	CP8	23,71	
	CP9	20,47	
3	CP10	23,45	23,6
	CP11	23,74	
	CP12	-	

Tabela 4.12 – Módulo de elasticidade do concreto

Protótipo	CP	E_c (MPa)	E_c médio (MPa)
1	CP1	28343	26840
	CP2	25336	
2	CP3	24118	24772
	CP4	25425	
3	CP5	23335	25404
	CP6	27473	

Tabela 4.13 – Resultado dos ensaios de caracterização dos aços

CP	f_y (MPa)	f_y médio (MPa)	f_u (MPa)	f_u médio (MPa)
CP1	432	428	596	600
CP2	424		599	
CP3	427		605	
CP4	410	410	519	521
CP5	396		520	
CP6	401		529	
CP7	422		533	
CP8	427		530	
CP9	418		522	
CP10	428		533	
CP11	377		488	
CP12	416		512	
CP13	410		522	
CP14	415		520	
CP15	400		523	
CP16	446	427	598	598
CP17	423		604	
CP18	437		595	
CP19	403		596	
CP20	574	574	686	691
CP21	574		691	
CP22	574		695	

O modelo foi apoiado sobre blocos de concreto e sobre ele posicionou-se um pórtico transversal com um atuador hidráulico de 2000 kN para a aplicação da carga, conforme se mostra na figura 4.26.

Inicialmente, foram definidas etapas de 25 kN de aplicação de carga mas, após o escoamento do aço da armadura, o modelo passou a apresentar deslocamentos sob carga quase constante, o que conduziu ao estabelecimento de etapas com incrementos de deslocamentos em torno de 5 mm. Tanto as etapas de carga quanto as etapas de deslocamento foram alteradas ao longo do ensaio em função da ocorrência de eventos como o surgimento de fissuras na laje de concreto e a dificuldade de introdução de

carga no modelo. Os dados provenientes dos extensômetros elétricos de resistência e dos transdutores de deslocamento foram registrados diretamente pelo sistema de aquisição de dados, enquanto que a leitura dos relógios comparadores foi realizada manualmente em cada etapa, após a estabilização da carga aplicada.

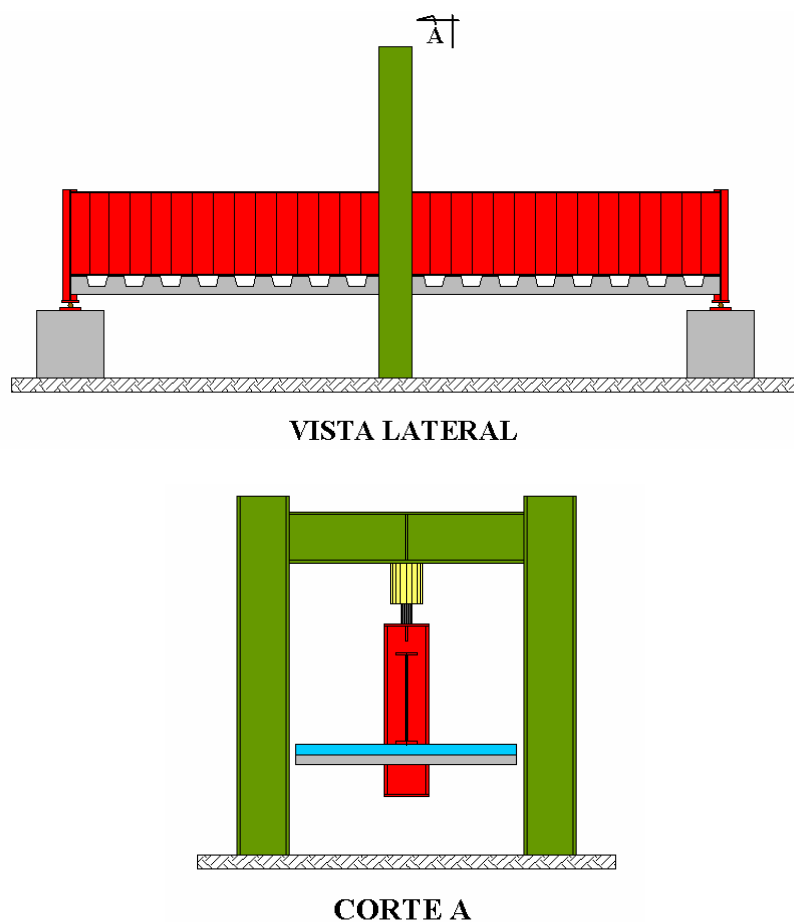


Figura 4.26 – Esquema do aparato dos ensaios

4.3.2 Resultados obtidos

O comportamento global de todos os modelos durante os ensaios foi muito semelhante. Após os incrementos iniciais de carga, surgiram as primeiras fissuras na laje de concreto, praticamente paralelas entre si e perpendiculares ao eixo longitudinal do perfil, conforme mostra a figura 4.27. À medida que se aumentava o valor da carga aplicada, tinha-se um aumento da abertura das fissuras e a diminuição da rigidez do concreto da laje – nessa fase, as barras de armadura eram os principais elementos resistentes da ligação na região tracionada. Esse comportamento só foi modificado após o escoamento das barras de armadura e o aumento da deformação da chapa de topo do

perfil. Os parafusos próximos à mesa tracionada começaram então a contribuir mais efetivamente para a resistência da parte tracionada da ligação, tendo-se observado a formação de *linhas de Lüder* na chapa de ligação, conforme se vê na figura 4.28, denotando o aparecimento de charneiras plásticas nesse elemento.



Figura 4.27 – Fissuras na laje de concreto



Figura 4.28 – Formação de linhas de Lüder

A parti daí, a seção transversal do perfil não mais permaneceu plana, sujeitando a alma senoidal a um complexo estado de deformação, tendo-se observado “planificações” da corrugação em regiões próximas à chapa de topo. Esse fenômeno, similar a um campo de tração, ocorreu mais acentuadamente em um dos lados da ligação devido à assimetria

inevitável do modelo. Iniciava-se como uma distorção da alma e prolongava-se a partir da linha de parafusos mais próxima da mesa tracionada em direção à mesa comprimida, fazendo um ângulo de aproximadamente 45° com o eixo da viga (veja-se a figura 4.29). Em seguida, observou-se uma deformação acentuada da mesa comprimida com queda subsequente da carga, caracterizando a falha dos protótipos. Pôde-se notar também a formação de linhas de Lüder nesse elemento, mostrando que o colapso da mesa ocorreria na fase inelástica (veja-se as figuras 4.30 e 4.31).



Figura 4.29 – Deformação da alma (‘‘campo de tração’’)



Figura 4.30 – Colapso da mesa comprimida



Figura 4.31 – Formação de linhas de Lüder na mesa comprimida

Durante a realização do primeiro ensaio foi detectada a ruptura da solda de composição do perfil, por defeito de fabricação. Como medida de segurança, reforçaram-se as soldas dos modelos 2 e 3 num comprimento de 500 mm a partir da ligação da chapa de topo. Devido ao rompimento da solda, o campo de tração não ficou completamente evidenciado, mas mesmo assim se pôde observar claramente o início de sua formação pelo aparecimento de planificação e distorção da alma, próximo à primeira linha de parafusos, conforme se pode ver na figura 4.32.



Figura 4.32 – Ruína do protótipo 1, com o início de formação do “campo de tração”

As figuras 4.33 a 4.35 apresentam a relação entre a carga aplicada e o deslocamento vertical para os modelos 1, 2 e 3, respectivamente. Apesar de ter ocorrido o rompimento da solda entre a mesa comprimida e a alma, o comportamento e a carga última do modelo 1 foram similares aos dos demais.

A alteração da espessura da mesa da viga do modelo 3 para 8,0 mm não resultou em mudança no comportamento da ligação semi-rígida e não ocorreram deformações localizadas na mesa. A remoção da primeira linha de parafusos não alterou significativamente o comportamento da ligação, embora se tenha observado um ligeiro aumento da ductilidade.

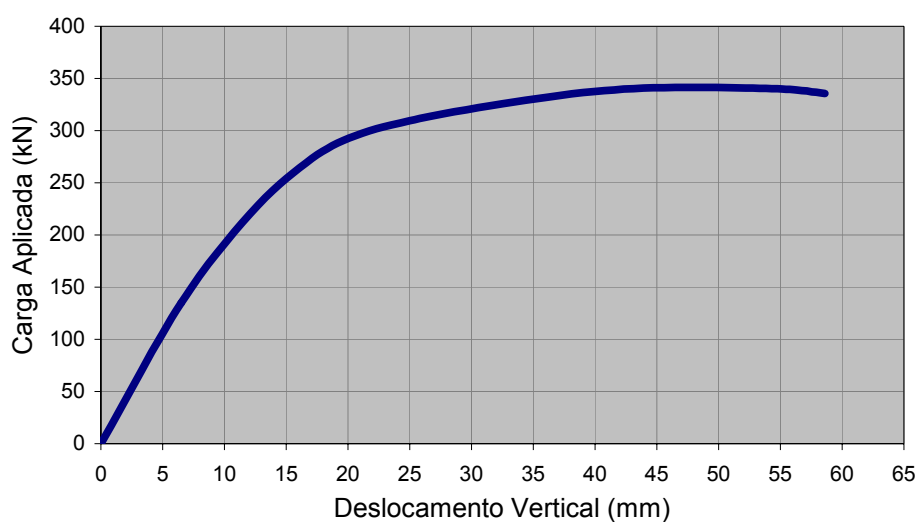


Figura 4.33 – Carga aplicada x deslocamento vertical (protótipo1)

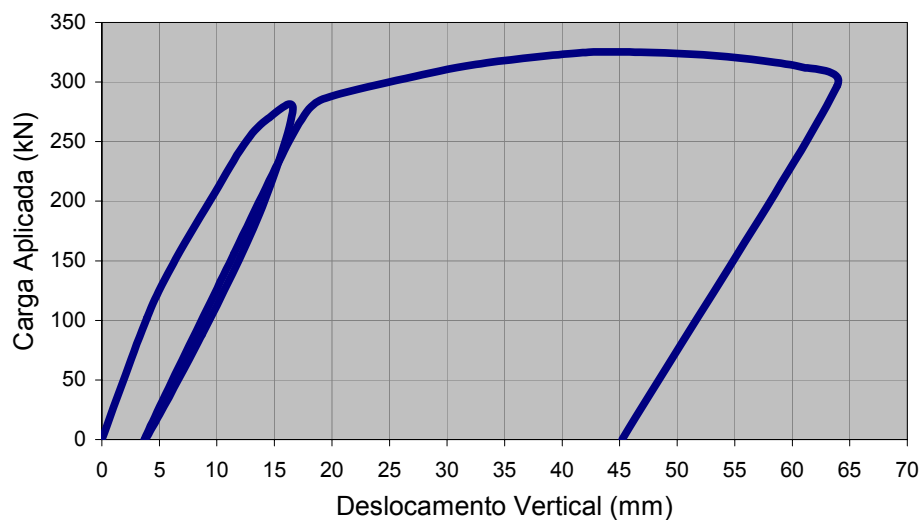


Figura 4.34 – Carga aplicada x deslocamento vertical (protótipo2)

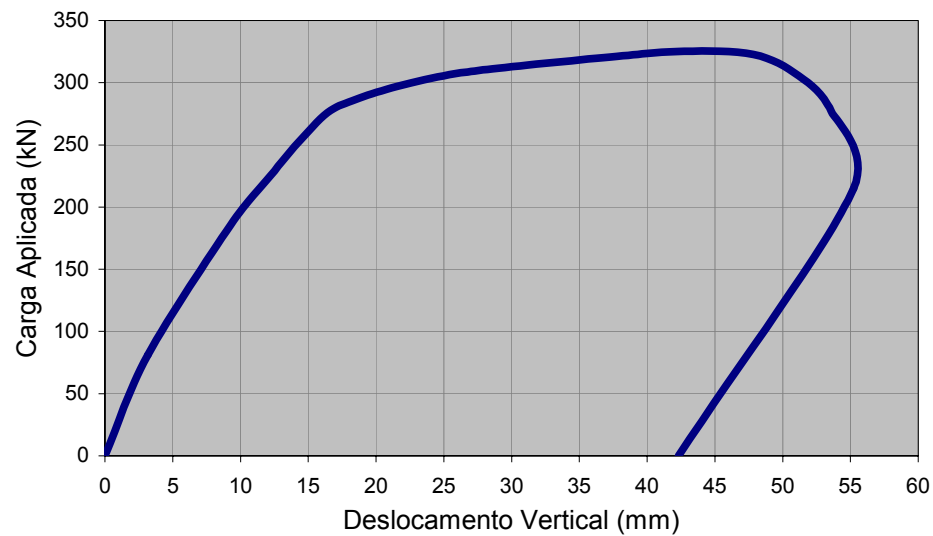


Figura 4.35 – Carga aplicada x deslocamento vertical (protótipo3)

Apresenta-se na figura 4.36 a relação entre a carga aplicada e a deformação da barra de armadura do modelo 1, onde se percebe o efeito “*tension stiffening*”, que é o enrijecimento da barra de armadura produzido pelo concreto que a envolve. Para os demais ensaios, o comportamento foi inteiramente similar. As figuras 4.37 a 4.39 mostram a relação entre a carga aplicada e o deslocamento horizontal da chapa de extremidade, junto à extremidade da mesa tracionada, doravante denominado simplesmente como deslocamento da chapa de extremidade (ou de topo).

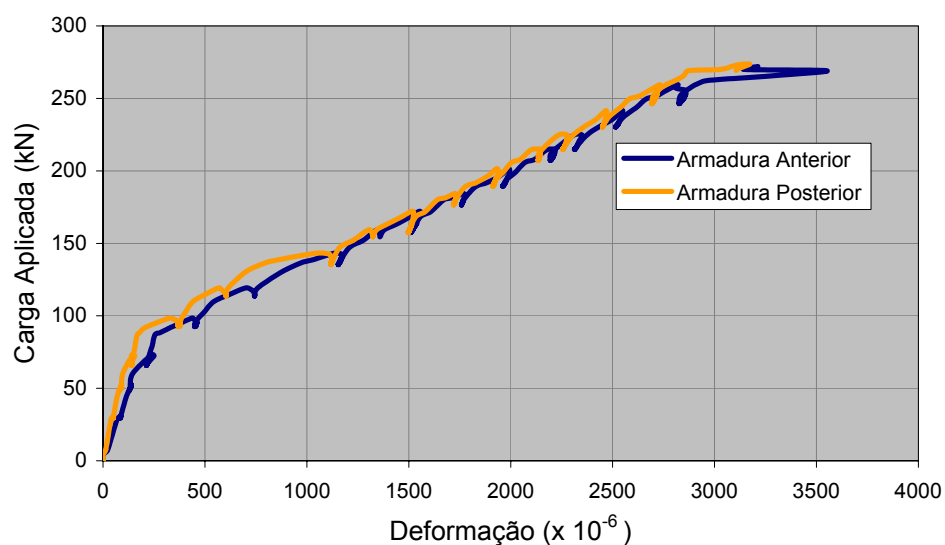


Figura 4.36 – Carga aplicada x deformação da armadura (protótipo 1)

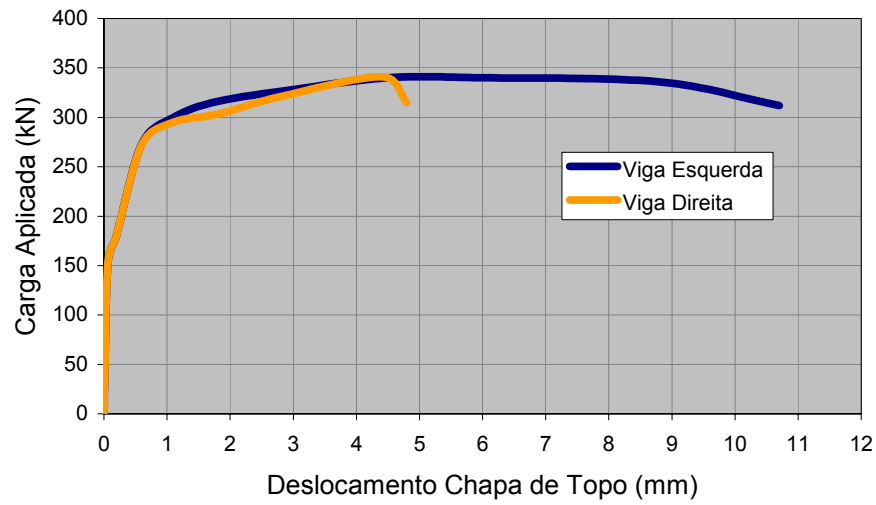


Figura 4.37 – Carga aplicada x deslocamento da chapa (protótipo 1)

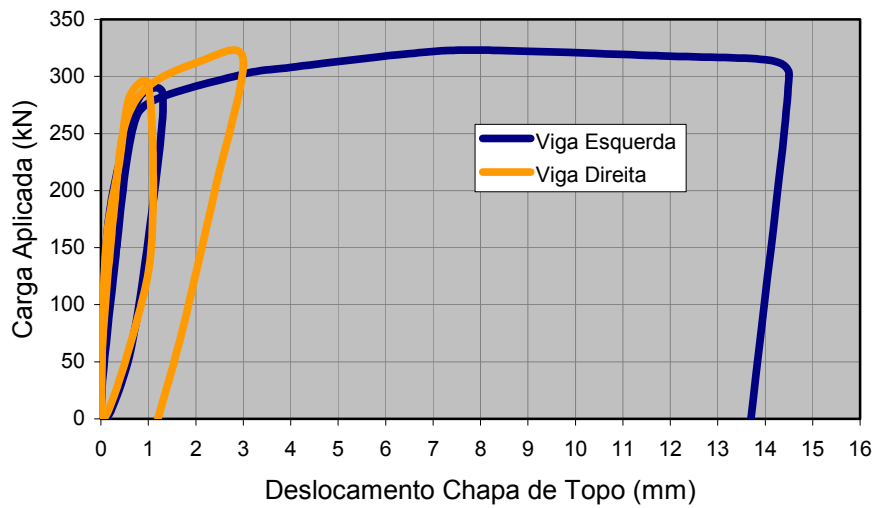


Figura 4.38 – Carga aplicada x deslocamento da chapa (protótipo 2)

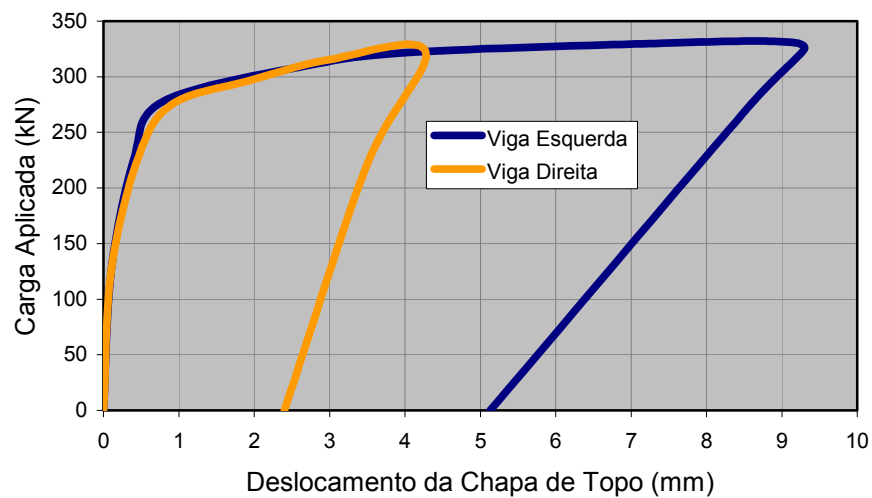


Figura 4.39 – Carga aplicada x deslocamento da chapa (protótipo 3)

5

ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS

Neste capítulo são analisados os resultados dos ensaios mostrados no capítulo anterior e apresentados os modelos numéricos desenvolvidos para ampliar a abrangência da análise experimental. Esses modelos, utilizando o programa *Ansys* 2004 versão 9.0 [ANSYS (2004)], foram calibrados para simular os protótipos ensaiados e utilizados posteriormente em análises paramétricas visando à proposição de métodos de cálculo de estruturas com perfis de alma senoidal.

Também são tecidos comentários e análises adicionais sobre os ensaios de *Machacek* e *Motak*, apresentados no capítulo 2, que foram utilizados por GALVÃO (2008b) para calibrar um modelo de elementos finitos de vigas mistas com alma senoidal.

5.1 Ensaio de FLT

Um modelo de elementos finitos foi desenvolvido por GONZAGA (2008) para simular os protótipos ensaiados, P5S, P5C, P6S e P6C – utilizaram-se dimensões medidas das seções transversais, propriedades e condições de contorno reais (veja-se as tabelas 4.2 a 4.4 do capítulo 4). Todos os aparatos auxiliares foram incluídos no modelo que contemplou também a posição da carga em relação ao centro de cisalhamento da viga.

Todas as chapas foram modeladas usando-se o elemento *SHELL 181* de quatro nós, com exceção da junção da alma senoidal com as mesas, onde foram necessários elementos

triangulares. Na figura 5.1 é mostrada a malha de elementos finitos utilizada – no detalhe, pode-se observar a discretização das mesas.

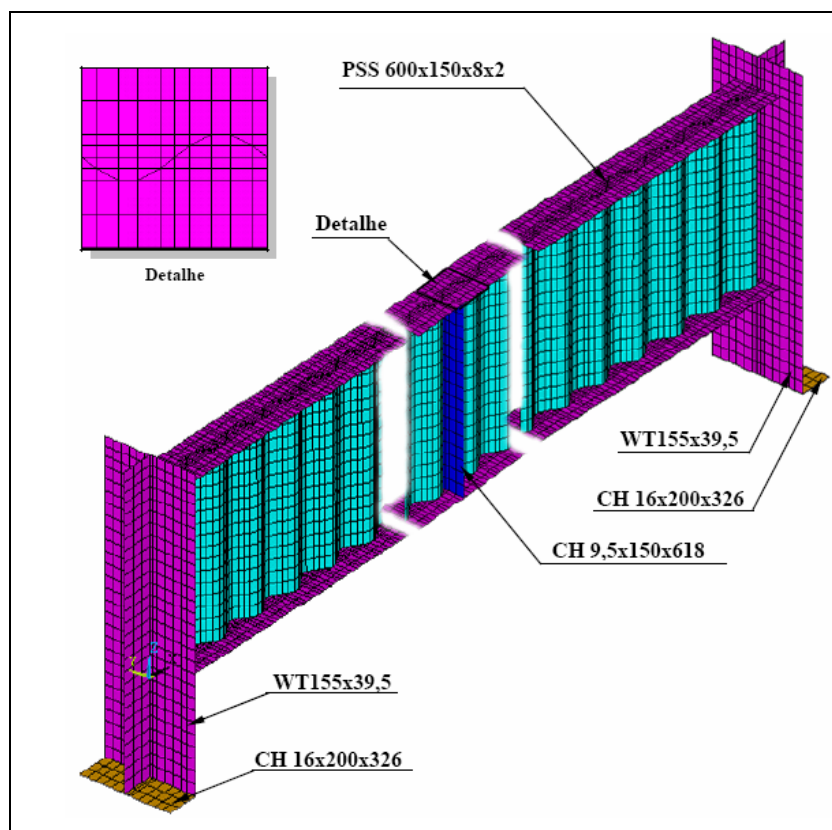


Figura 5.1 – Discretização utilizada

A relação constitutiva dos materiais foi considerada elástica, perfeitamente plástica, obedecendo-se ao critério de escoamento de *Von Mises*. Foram desenvolvidos modelos com e sem tensões residuais, cuja distribuição nas mesas seguiu o *padrão de Lehigh*, com valor máximo de compressão igual a 105 MPa – valor muito elevado para perfis de alma senoidal; veja-se o capítulo 7.

Nos modelos sem contenção central, o carregamento vertical foi aplicado em nós localizados na seção central das vigas, a uma altura de 162 mm da mesa superior. Já para os modelos com a contenção central, foram testadas diversas situações, sendo que o carregamento aplicado diretamente em 63 nós da mesa superior, representando uma área de aplicação de carga de $100 \times 150 \text{ mm}^2$, conduziu aos resultados mais próximos aos dos ensaios. Vale lembrar que isso foi necessário face à maneira com que a carga foi introduzida no protótipo, por meio de uma placa rígida apoiada na mesa, sobre o enrijecedor central. Devido à excentricidade inevitável do carregamento, é provável que

a placa rígida tenha girado levemente, fazendo com que parte da carga fosse aplicada diretamente na mesa. Para maiores detalhes, veja-se GONZAGA (2008).

Para a análise dos modelos foi feita inicialmente análises de *autovalor*, determinando-se, assim, cargas críticas e modos de flambagem. A geometria do modelo foi então alterada, associando-se as imperfeições geométricas iniciais medidas dos protótipos ao maior deslocamento do primeiro modo de flambagem lateral com torção, obtido da análise – veja-se as figuras 5.2 e 5.3 para os protótipos sem e com contenção central, respectivamente.

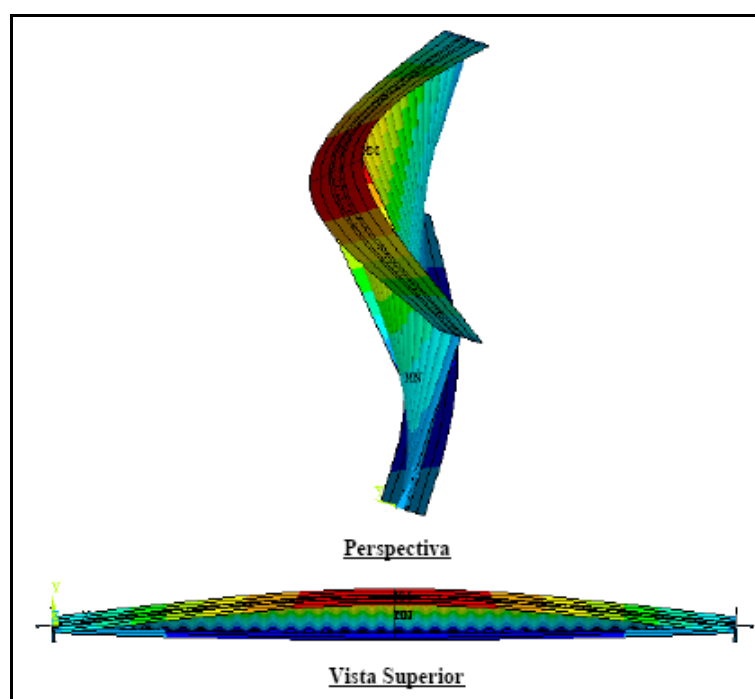


Figura 5.2 – Modo de flambagem lateral com torção – sem contenção central

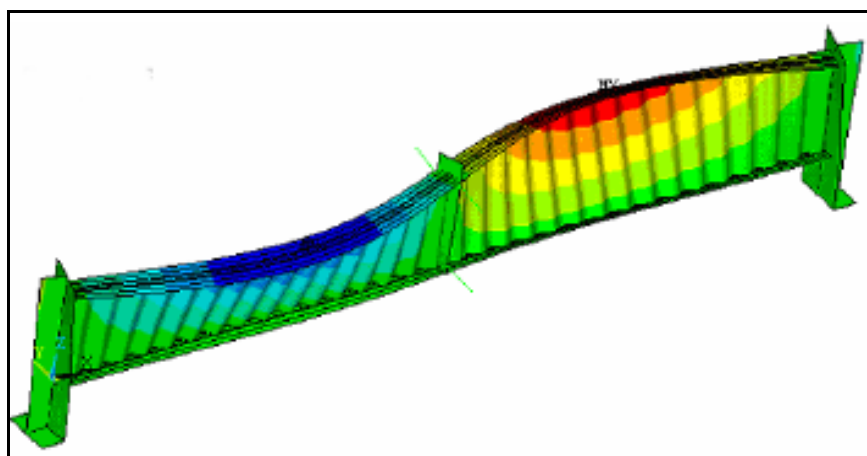


Figura 5.3 – Modo de flambagem lateral com torção – com contenção central

Para cada modelo, após a correção da geometria, foi feita uma análise plástica incremental, considerando-se teoria de grandes deslocamentos. Os resultados obtidos, juntamente com os da análise experimental para efeito de comparação, são apresentados nas figuras 5.4 a 5.7.

Na tabela 5.1 apresentam-se as relações entre os valores dos momentos últimos (em kNcm) obtidos das análises numérica e experimental – como se pode observar, há uma boa correlação entre os dois tipos de análise.

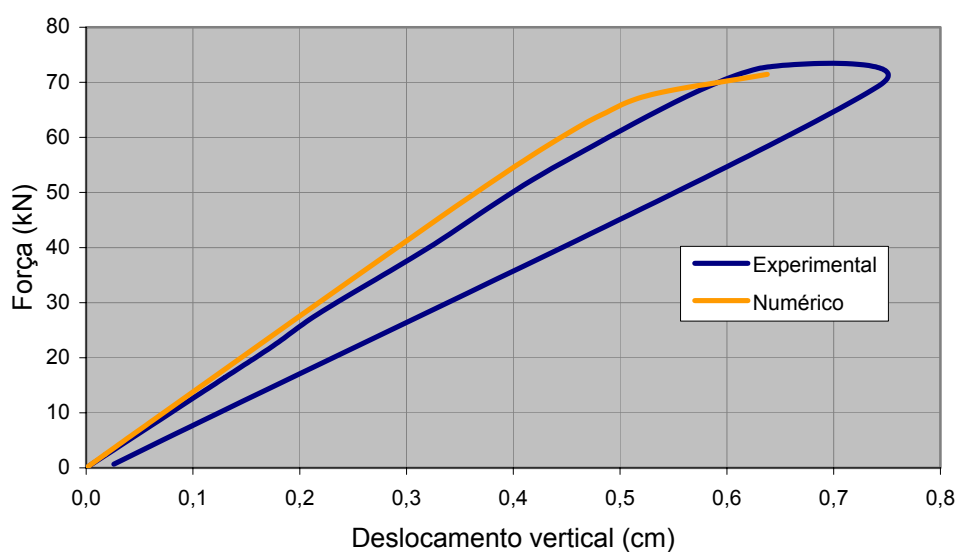


Figura 5.4 – Resultados do protótipo P5S

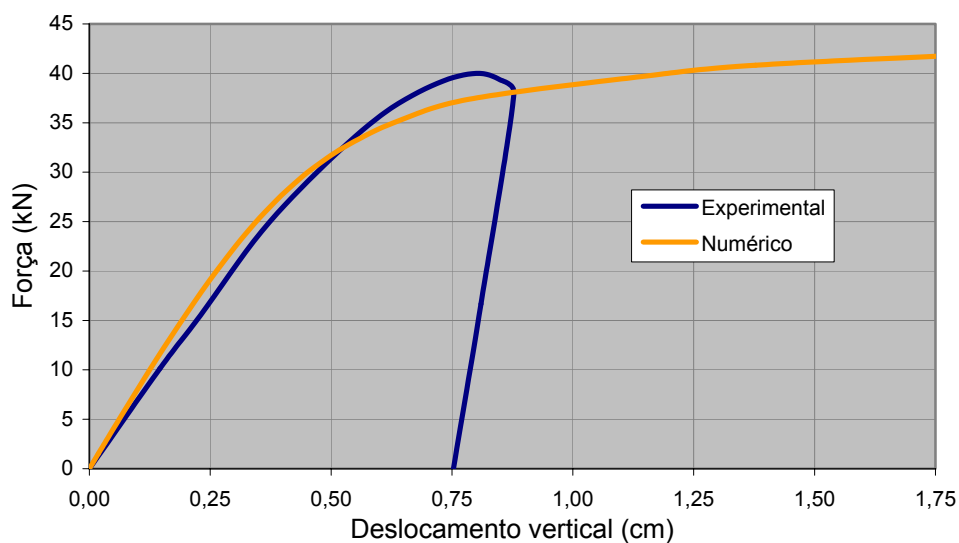


Figura 5.5 – Resultados do protótipo P6S

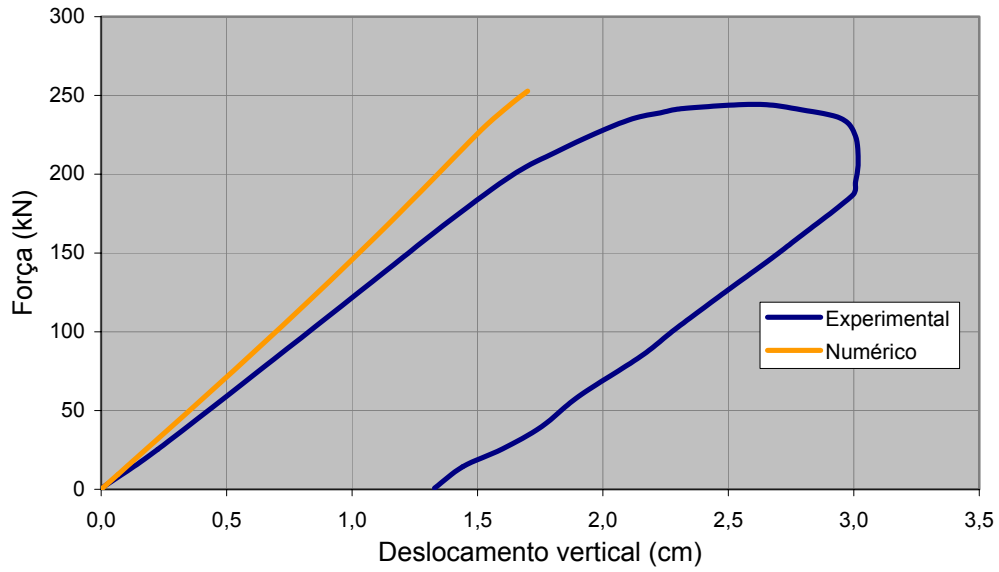


Figura 5.6 – Resultados do protótipo P5C

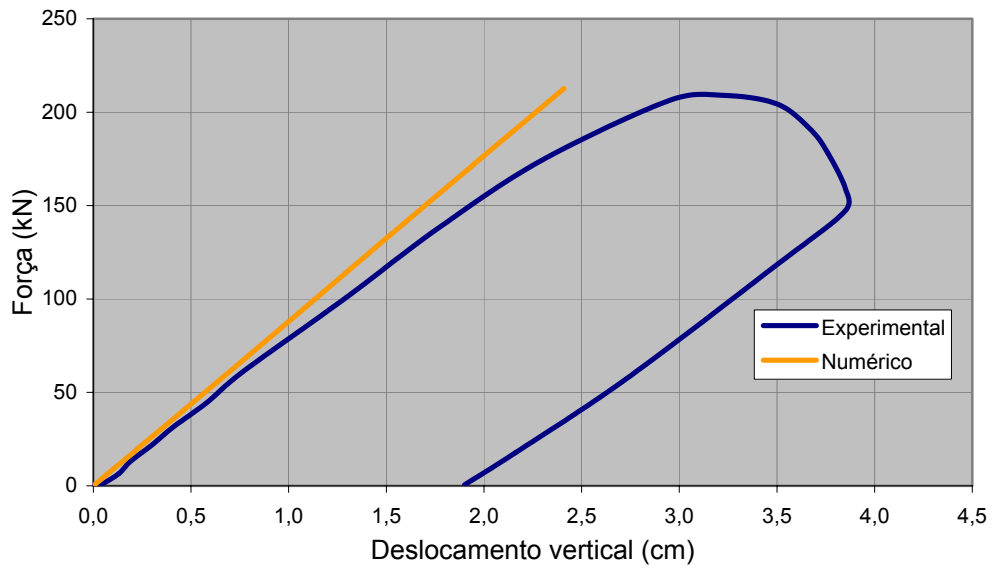


Figura 5.7 – Resultados do protótipo P6C

Tabela 5.1 – Comparação entre as análises numérica e experimental

Protótipo	M_p (kNcm)	Análise Numérica		Análise Experimental	M_{un}/M_{ue}
		M_{cr} (kNcm)	M_{un} (kNcm)	M_{ue} (kNcm)	
P5S	34104	9245	8937	9215	0,970
P5C	34104	83812	31361	30997	1,012
P6S	34437	6863	6291	6075	1,036
P6C	34437	60603	33667	31711	1,062

Para os protótipos sem travamento central, a carga última obtida ficou muito próxima da primeira carga de flambagem da análise linearizada, com seu comportamento aproximando-se de um modelo clássico de flambagem elástica. Esse comportamento, igualmente observado em outros trabalhos [FAKURY *et al.* (2005, 2006a e 2006b), HACKBARTH JÚNIOR (2006) e SAYED-AHMED (2005a)], é típico também para vigas de alma plana – veja-se a seção 6.2 do capítulo 6. A consideração de tensões residuais não influenciou significativamente os resultados – veja-se GONZAGA (2008). Isso se deve ao fato de os valores do índice de esbeltez dos protótipos encontrarem-se em regiões onde as tensões residuais têm influência reduzida no comportamento das vigas: regiões plástica e elástica, para os protótipos com e sem a contenção central, respectivamente.

Com base em cálculos prévios, a expectativa era de que ocorresse plastificação total das mesas nos ensaios com contenção central. Entretanto, conforme mostrado no capítulo anterior, ocorreu colapso por flambagem local da mesa comprimida, para um momento inferior ao de plastificação da seção. Na análise dos resultados, concluiu-se que a excentricidade da carga aplicada nesses protótipos provavelmente tenha induzido altas tensões localizadas na alma. A análise numérica confirmou essa suposição, como mostrado na figura 5.8 – atingiu-se a resistência ao escoamento da alma nas proximidades do ponto de aplicação de carga. Devido à perda de rigidez provocada pelo escoamento, a alma não foi mais capaz de oferecer restrição adequada à mesa comprimida, provocando o aparecimento precoce de instabilidade local, reduzindo a carga última esperada.

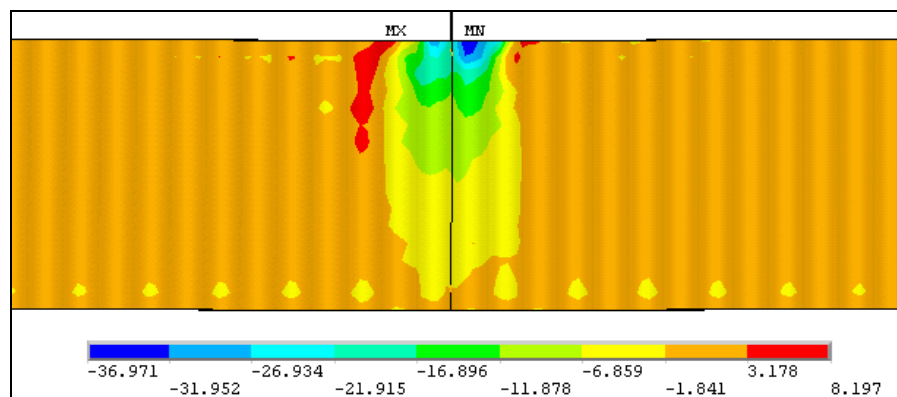


Figura 5.8 – Distribuição de tensões na alma

5.2 Ensaio de FLD

Conforme apresentado no capítulo anterior, o objetivo desses ensaios foi determinar a rigidez rotacional do mecanismo U invertido das vigas mistas de alma senoidal – denominada, por facilidade, a partir desse capítulo, de rigidez rotacional da viga mista. Não foi necessário, portanto, que os ensaios fossem conduzidos até o colapso do protótipo, embora isso tenha ocorrido em alguns – veja-se CALENZANI (2008) para mais informações. Como se verá adiante, a rigidez rotacional foi representada pela rigidez secante, correspondente a um valor de momento em torno de dois terços do momento último dos protótipos. Para efeito desta tese, a maior carga obtida no ensaio foi considerada como a carga última, ou seja, a carga de colapso do protótipo.

Calenzani propôs que a rigidez rotacional da viga mista fosse constituída pela associação em série de três rigidezes: da laje, do perfil de alma senoidal e da conexão. Para isso, foi desenvolvido um procedimento de medição dessas grandezas, conforme foi apresentado no capítulo anterior. Embora o procedimento adotado tenha conduzido a bons resultados, *Calenzani* não propôs uma expressão para o cálculo da rigidez rotacional da conexão, tendo apresentado uma tabela com valores a serem utilizados – veja-se CALENZANI (2008). Esse procedimento, se por um lado é adequado para projeto, por outro, torna mais difícil a análise da segurança, tanto o cálculo do índice de confiabilidade por meio do FORM, quanto da probabilidade de falha via simulação de Monte Carlo. Assim sendo, nesta tese, é proposta uma nova maneira de se obter a rigidez rotacional da viga mista, constituída também por uma associação em série de três rigidezes. A primeira é definida pela rigidez teórica da laje fissurada, a segunda, pela rigidez teórica da alma, conforme expressão desenvolvida por *Calenzani* sem o coeficiente de ajuste, e finalmente a terceira, da conexão, representada pelo inverso da diferença entre o inverso da rigidez total da viga mista e a soma dos inversos das rigidezes da laje e da alma – veja-se a seção 6.4 do capítulo 6 para esclarecimentos.

Assim posto, serão aqui analisados apenas os dados da rigidez total da viga mista, não sendo necessário tecer comentários sobre as rigidezes parciais obtidas nos ensaios.

Um modelo de elementos finitos foi desenvolvido por *Calenzani* para simular os protótipos ensaiados, em que foram utilizadas dimensões e propriedades reais (medidas) dos materiais – tabelas 4.6 a 4.10 do capítulo anterior. Foram utilizados os seguintes elementos: *SOLID 65* para representar a laje de concreto, *SOLID 45* para representar os

conectores de cisalhamento e *SHELL 181* para modelar o perfil de aço. Nos modelos com laje mista, a fôrma de aço foi representada por elementos *LINK 8*. O contato entre a laje de concreto e a face superior da mesa do perfil de aço foi representado pelo par de elementos *CONTA 173* e *TARGE 170*.

A relação constitutiva do aço foi considerada elastoplástica bilinear, com módulo tangente igual a 1/10000 do módulo de elasticidade, obedecendo-se ao critério de escoamento de *Von Mises*, com regra de encruamento isotrópico. O comportamento uniaxial do concreto da laje foi descrito pela curva tensão *versus* deformação mostrada na figura 5.8, na qual uma relação linear elástica é assumida até a metade da resistência à compressão do concreto ($0,5f_{c,j}$) e uma relação parabólica, de $0,5f_{c,j}$ até $f_{c,j}$, considerando que a resistência à compressão do concreto corresponda a uma deformação de compressão igual a 0,2% (2‰ na figura), conforme a ABNT NBR 6118 (2007). O critério de falha de *William-Warnke*, “default” do elemento *SOLID 65*, foi adotado para o concreto da laje. Os coeficientes de transferência de cisalhamento para fissuras abertas e fechadas foram tomados iguais a 0,2 e 0,6, respectivamente. Foi definido coeficiente de atrito nulo entre as superfícies de contato – veja-se CALENZANI (2008) para mais detalhes.

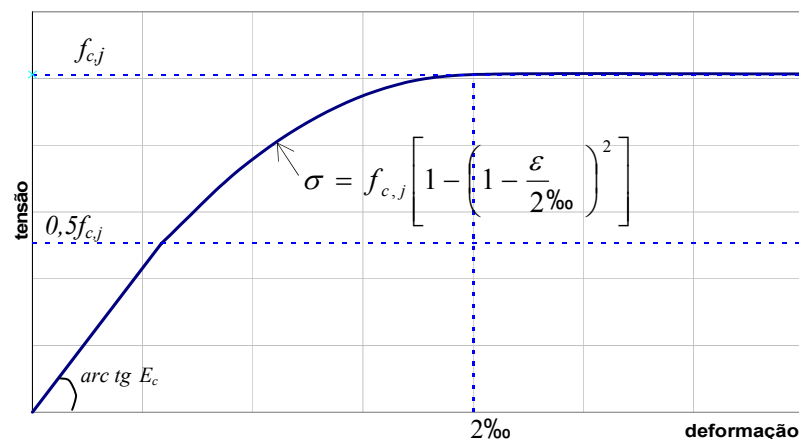


Figura 5.9 – Comportamento uniaxial do concreto

Nas figuras 5.10 e 5.11 são mostradas, a título de ilustração, as malhas de elementos finitos dos modelos U1P e U2M, respectivamente.

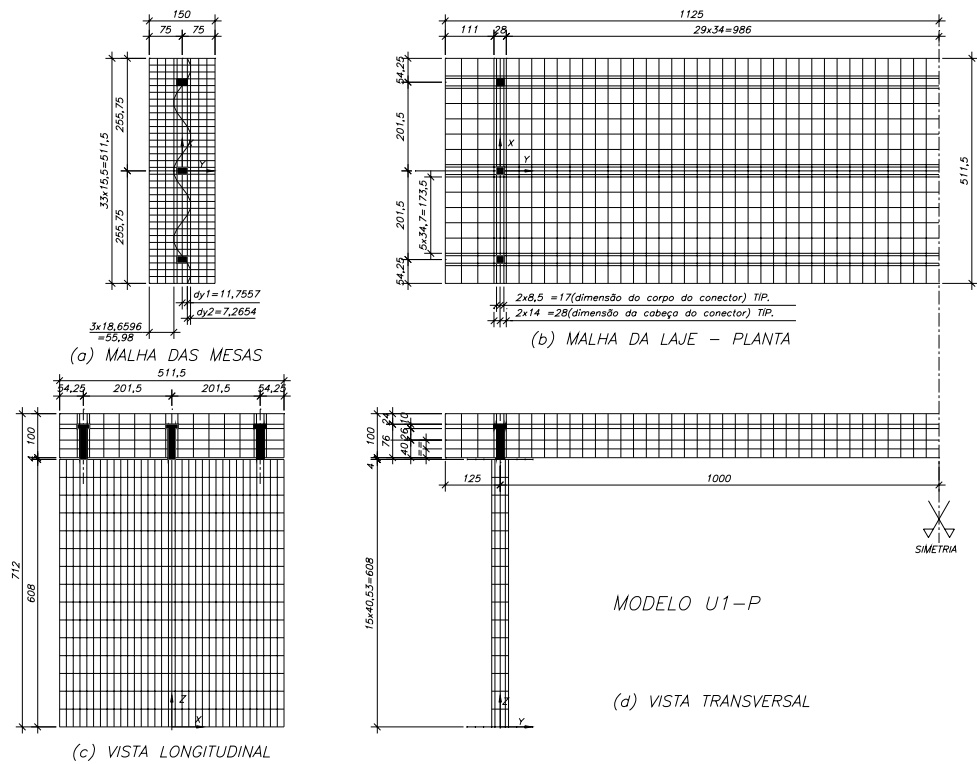
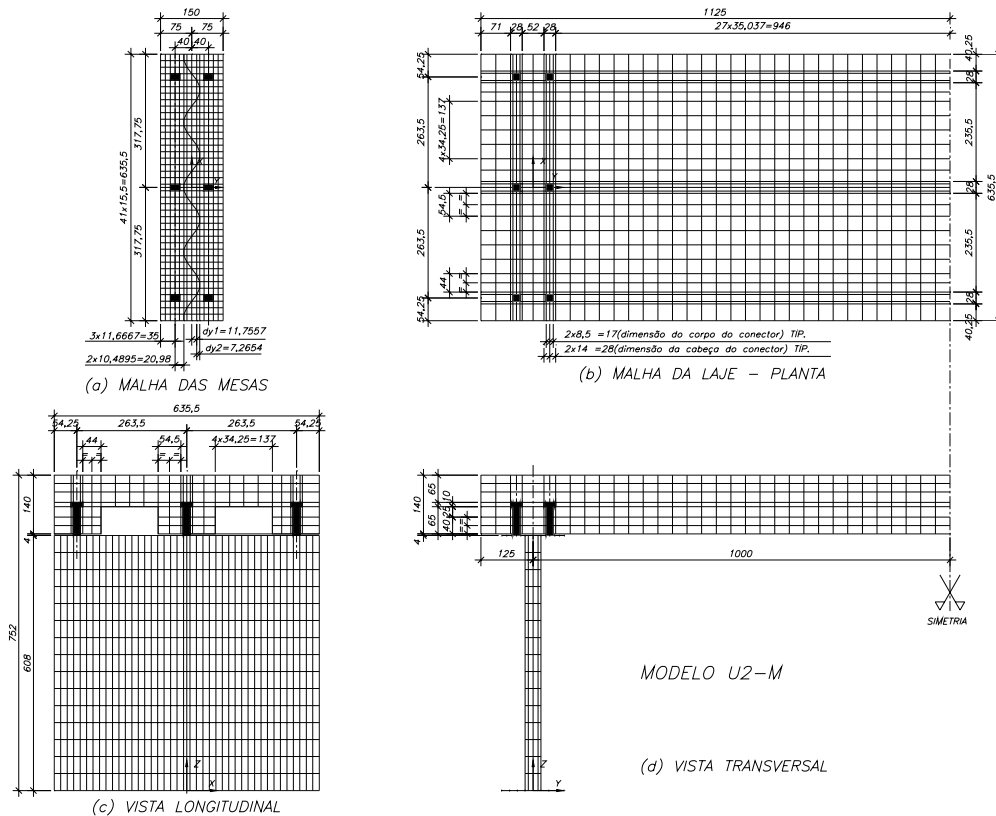


Figura 5.10 – Malha de elementos finitos (U1P)



Duas forças concentradas horizontais foram aplicadas na mesa inferior de aço, nas mesmas posições dos ensaios. O sentido dessas forças também foi o mesmo dos ensaios, provocando tração na face da laje em contato com o perfil de aço e compressão na face oposta.

Nas figuras 5.12 a 5.15, são mostrados os resultados das curvas momento *versus* rotação das análises numéricas, juntamente com os das análises experimentais, para comparação – resalta-se que estas são referentes à rotação total. São mostradas também retas representando as rigidezes secantes experimentais e numéricas, correspondentes a um momento em torno de 2/3 do momento último – onde existe apenas uma reta, significa que as rigidezes são praticamente coincidentes.

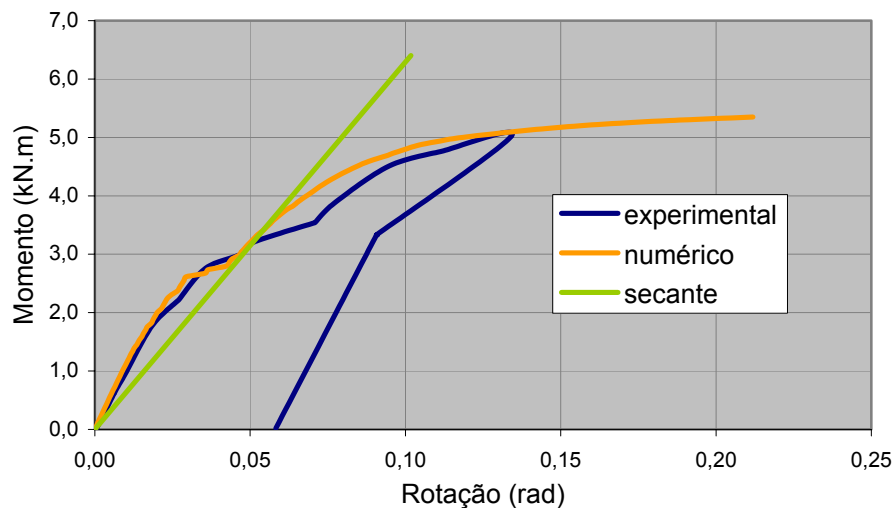


Figura 5.12 – Resultados do modelo UIP

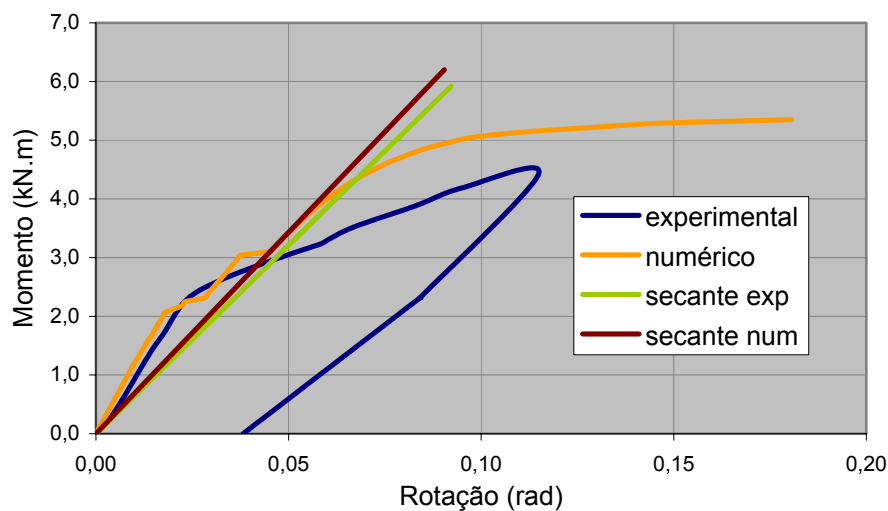


Figura 5.13 – Resultados do modelo U2P

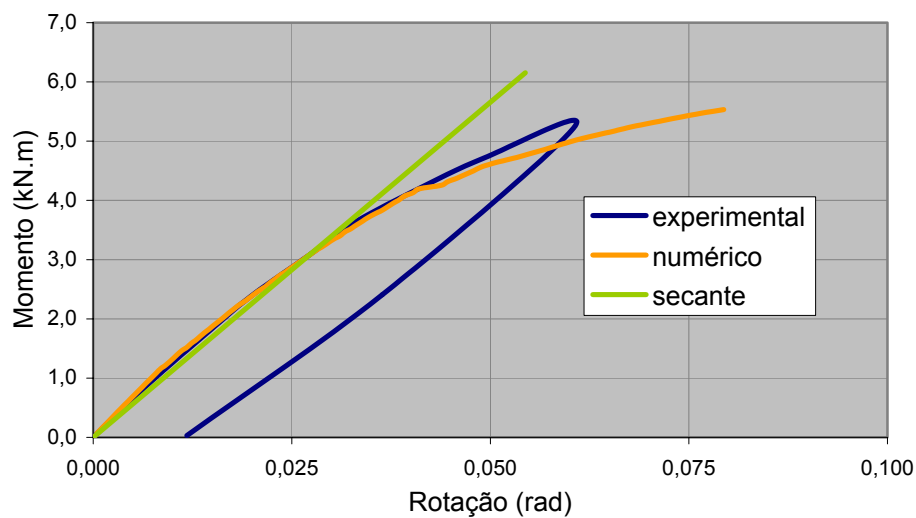


Figura 5.14 – Resultados do modelo U1M

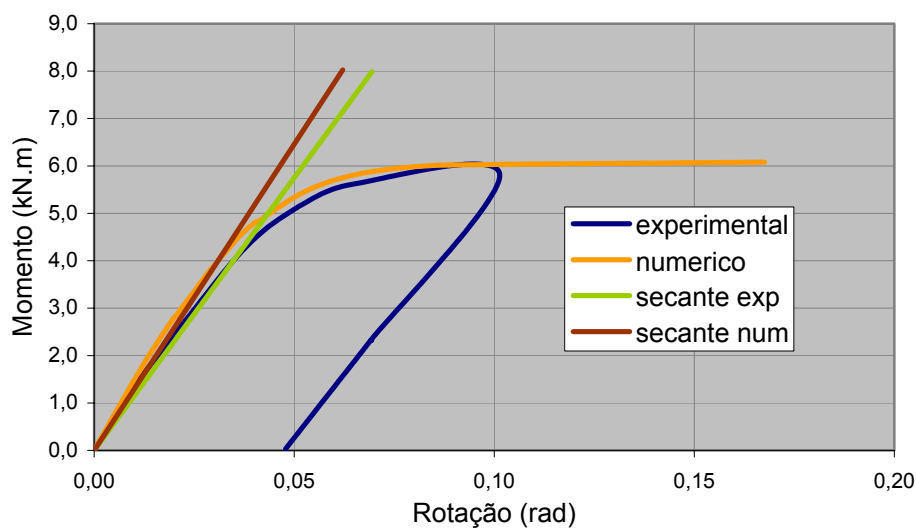


Figura 5.15 – Resultados do modelo U2M

Na tabela 5.2 são mostradas as rigidezes secantes numéricas e experimentais, em kNm/rad, juntamente com a razão entre elas. Com base nos resultados apresentados, conclui-se que os modelos numéricos foram capazes de simular adequadamente o comportamento dos protótipos nos ensaios experimentais.

Tabela 5.2 – Comparação entre as análises numérica e experimental

Protótipo	Rigidez secante numérica (k_n)	Rigidez secante experimental (k_e)	k_n/k_e
U1P	63,96	62,94	1,02
U2P	68,58	64,20	1,07
U1M	113,73	113,15	1,01
U2M	129,19	115,04	1,12

Vale observar que não foi relatada aplicação de carga no sentido de fechar os protótipos (movimentação da haste do atuador para dentro) – não ocorreu, portanto, tração na face superior da laje. Nos ensaios com lajes mistas, não houve um patamar visível de fissuração, haja vista o grande valor da taxa de armadura proporcionada pela fôrma. Isso explica a grande rigidez encontrada para os protótipos com esse tipo de laje, tanto na análise experimental quanto na numérica – compare-se os valores de k_l e k_p da tabela 6.4 do capítulo 6, referentes às lajes plana e mista. Porém, se o sentido da aplicação de carga fosse invertido, ter-se-ia valores bastante inferiores aos encontrados. O cálculo teórico da rigidez fissurada da laje dos protótipos U1M e U2M apresenta valores muito discrepantes para aplicação de carga em sentidos inversos, dada a grande diferença da taxa de armadura tracionada em cada caso. Quando o sentido de aplicação da carga provocar tração na face inferior da laje, a armadura de tração será proporcionada pela fôrma de aço incorporada, cuja área é bastante superior à da tela soldada, que, por sua vez, representará a armadura de tração, quando o sentido de aplicação da carga provocar tração na face superior da laje.

5.3 Ensaios de ligações mistas

Como se afirmou anteriormente, os três ensaios de ligações mistas apresentaram comportamento e resultados bastante similares. Analisando os gráficos das figuras 4.33 a 4.35 do capítulo 4, percebe-se um comportamento praticamente linear dos protótipos até o início do processo de formação de fissuras, que se deu aproximadamente entre um quarto e um terço da carga última, como se pode observar também na figura 4.36. A partir daí, o comportamento torna-se não-linear, podendo-se notar claramente uma diminuição da rigidez à medida que se aumentavam o número e a abertura das fissuras. Nota-se também, a partir desse ponto, uma maior participação da ligação, evidenciada pelo aumento do deslocamento da chapa de topo – figuras 4.37 a 4.39. Com o escoamento das barras da armadura, ocorrido em torno de 80% da carga última, a flexibilidade e, conseqüentemente, os deslocamentos verticais dos protótipos aumentaram sensivelmente, assim como a deformação da chapa de topo. O colapso dos protótipos ocorreu por instabilidade inelástica da mesa comprimida, como se pode observar na figura 4.30. Nas figuras 5.16 a 5.18, nota-se o atingimento da deformação

de escoamento da mesa comprimida, na região onde se encontravam os extensômetros, com carga em torno de 90% a 95% da carga última. A partir daí, há um aumento significativo da deformação, com pouco ou nenhum aumento de carga, até o colapso da mesa comprimida, evidenciado pelo aumento da deformação com queda da carga. Constata-se, entretanto, ao se calcular a força atuante na mesa comprimida, que esta é inferior (pouco mais de 80%) à força necessária para causar o escoamento. Conclui-se, portanto, que o escoamento foi apenas localizado, provavelmente numa região onde as tensões residuais fossem de compressão.

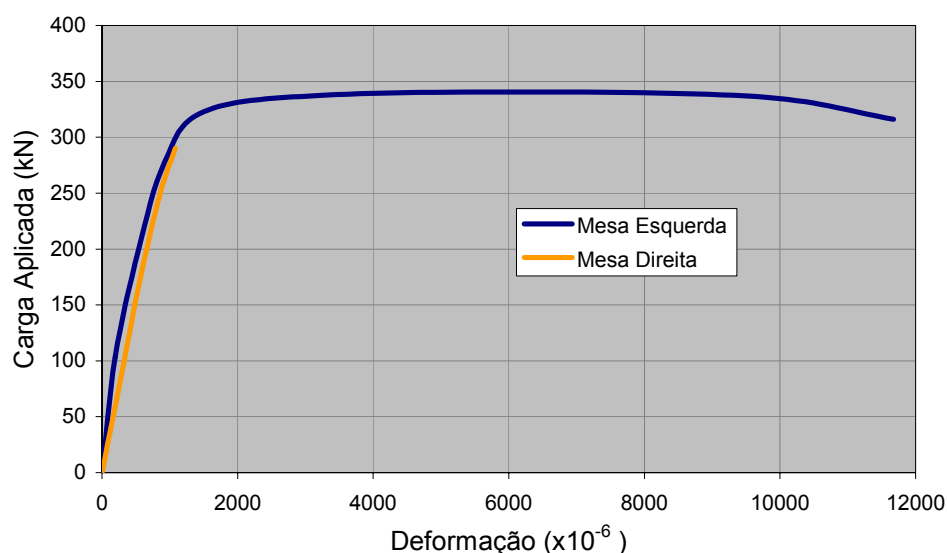


Figura 5.16 – Carga aplicada x deformação da mesa comprimida (protótipo 1)

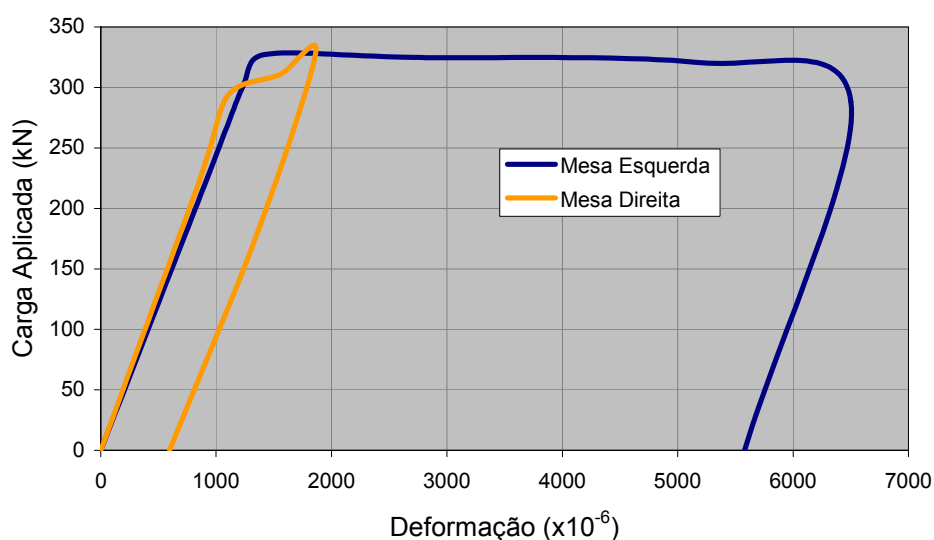


Figura 5.17 – Carga aplicada x deformação da mesa comprimida (protótipo 2)

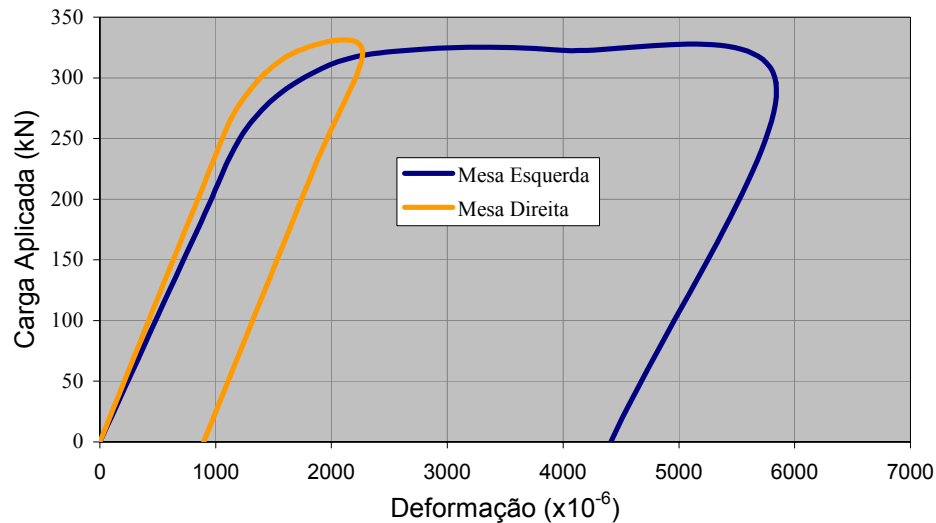


Figura 5.18 – Carga aplicada x deformação da mesa comprimida (protótipo 3)

Observou-se, porém, que a instabilidade da mesa comprimida ocorreria somente após a formação de um mecanismo semelhante a um campo de tração, caracterizado pela presença de deformações plásticas significativas na alma. Esse fenômeno, detectado também por BERGFELT *et al.* (1985), LUO e EDLUND (1996) e PASTERNAK e BRANKA (1996), resultou da distorção excessiva da alma, em consequência do aumento da deformação da chapa de topo provocada pela força desenvolvida na primeira linha de parafusos, após o início da formação dos mecanismos de charneiras plásticas. Essa força provocou um aumento da tensão de cisalhamento vertical da alma junto à chapa de extremidade, causando o esgotamento de sua capacidade de carga – a tensão de *Von Mises* atingiu a resistência ao escoamento da alma, veja-se as figuras 5.26 e 5.27 adiante. Observa-se também que na parte superior da alma ocorreu inversão da tensão de cisalhamento provocada pela força na primeira linha de parafuso.

A distorção da alma, à medida que aumentava a deformação da chapa, resultou numa planificação em diagonal, a partir da primeira linha de parafusos na direção da mesa inferior, em um ângulo de aproximadamente 45° com o eixo da viga. Percebeu-se, então, que o fenômeno caracterizava-se realmente como um mecanismo de campo de tração, permitindo que houvesse ainda um pequeno aumento da carga aplicada. Por outro lado, à medida que se propagava, a planificação da alma provocou, paulatinamente, redução da rigidez das corrugações, na direção perpendicular à sua seção transversal. Com isso, a alma passou a não mais restringir adequadamente a mesa comprimida, que falhou por instabilidade por flexão em relação a seu eixo de menor

inércia, deformando-se na direção da mesa tracionada – veja-se as figuras 4.29 e 4.30 do capítulo 4.

Um modelo mecânico do mecanismo de falha pode ser proposto para vigas com mesa comprimida compacta a partir das informações obtidas nos ensaios. Considera-se que a capacidade de rotação da viga possa vir a ser alcançada tendo em conta a possibilidade de ocorrência de falha da mesa comprimida relativa ao estado limite de instabilidade global por flexão (cuja resistência será representada por R_c). O comprimento de flambagem a ser considerado seria a distância entre a chapa de extremidade e o encontro da mesa comprimida com a diagonal a 45°, a partir da primeira linha de parafusos, multiplicada por um coeficiente de flambagem (K) adequado às condições de contorno. Porém, a falha só aconteceria após a formação do campo de tração, que se daria somente após o atingimento da carga equivalente à soma (P_t) da resistência ao escoamento das barras da armadura (R_s) e da resistência do mecanismo de charneiras plásticas (R_p). Haveria então dois casos distintos. Se a carga equivalente a P_t fosse superior àquela que provocasse a falha da mesa comprimida, ter-se-ia atingido então a carga última do sistema e a capacidade de rotação da ligação. Caso contrário, a rotação da ligação prosseguiria, praticamente sem aumento de carga, até que fosse alcançado um nível de deformação que provocasse alteração nos mecanismos resistentes como, por exemplo, o atingimento da região de encruamento das barras da armadura ou a formação do mecanismo de membrana na chapa de extremidade. A partir desse ponto, novamente haveria aumento da carga aplicada – a capacidade de rotação seria atingida quando a carga alcançasse um valor que provocasse a falha de algum componente do sistema. Como exemplo, citam-se a instabilidade da mesa comprimida, a ruptura das barras da armadura, a ruptura da conexão de cisalhamento e a ruptura da chapa de extremidade ou dos parafusos. Porém, os mecanismos mais prováveis seriam a falha da mesa comprimida e a ruptura das barras da armadura (cuja resistência seria representada por R'_s), por causa da diminuição da ductilidade provocada pelo efeito “*tension stiffening*”, conforme se deduz de SCI 207 (1997).

Contudo, conforme as orientações da norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008), a resistência da ligação mista deve ser limitada pelo escoamento das barras da armadura e não pela sua resistência à tração ou outro mecanismo não dúctil. Assim sendo, mesmo no segundo caso, a carga última do sistema deveria ser tomada igual a P_t .

Resumindo, em ambos os casos, a carga última seria a mesma, representada por P_t . Porém, o mecanismo de colapso e, conseqüentemente, a capacidade de rotação da ligação seriam diferentes – no primeiro caso ($P_t > R_c$), o colapso se daria pela instabilidade da mesa comprimida e, no segundo ($P_t < R_c$), por um dos mecanismos de falha, dados a seguir. Se $R'_s + R_p > R_c$, o colapso ocorreria também por instabilidade da mesa comprimida; caso contrário ($R'_s + R_p < R_c$), por ruptura das barras da armadura. As figuras 5.19 a 5.21 ilustram qualitativamente o modelo do mecanismo de falha. Evidentemente, para a formação do campo de tração, seria necessário o esgotamento da resistência ao cisalhamento da alma, causado pela ação combinada da força cortante com a força desenvolvida pela primeira linha de parafusos. Caso contrário, a falha se daria pela ruptura da armadura.

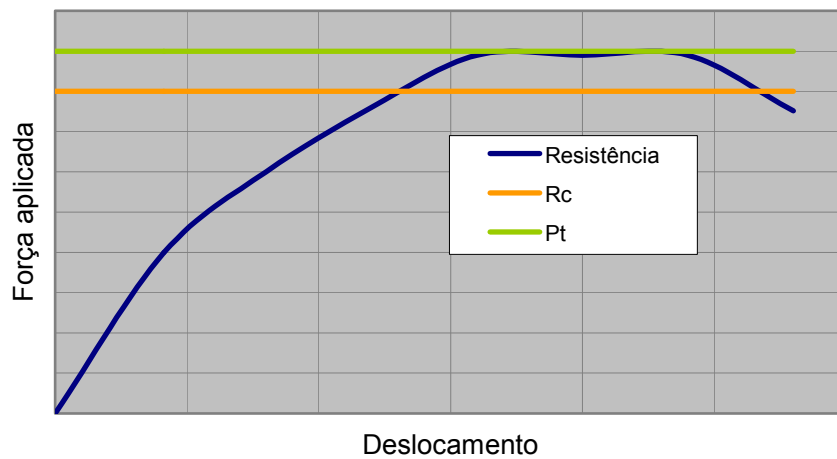


Figura 5.19 – Carga x deslocamento – primeiro caso ($P_t > R_c$)

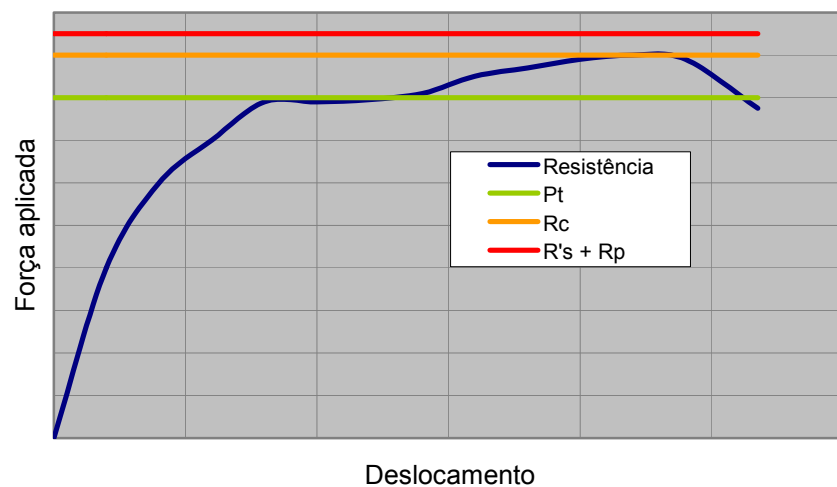


Figura 5.20 – Carga x deslocamento – segundo caso ($P_t < R_c$ e $R'_s + R_p > R_c$)

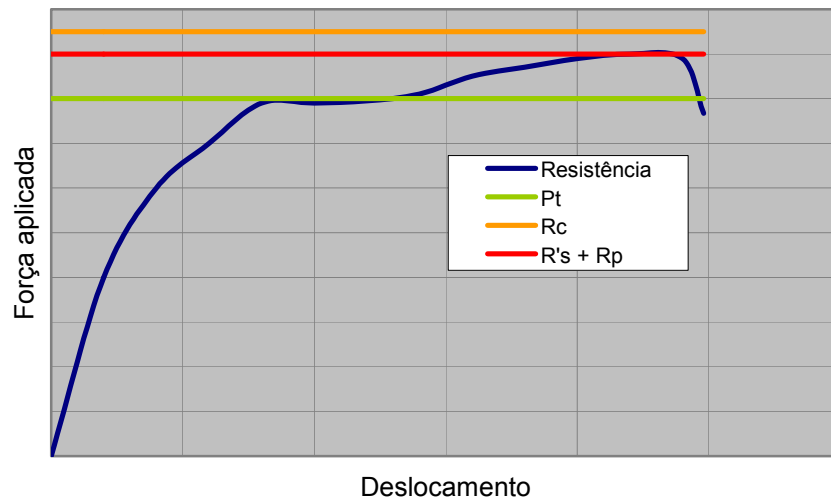


Figura 5.21 – Carga x deslocamento – segundo caso ($P_t < R_c$ e $R'_s + R_p < R_c$)

De maneira geral, pode-se considerar que a mesa seja parcialmente engastada na extremidade em contato com a chapa de ligação e perfeitamente engastada na outra – no caso dos ensaios, por observação, poder-se-ia considerá-la, entretanto, como perfeitamente engastada nas duas extremidades, ou seja, $K = 0,5$. Com isso, o comprimento de flambagem ficaria igual a 26 cm, para os ensaios 1 e 3, e a 22,5 cm, para o ensaio 2. Considerando-se a curva de resistência à compressão da norma brasileira, a resistência da mesa comprimida R_c seria igual a 493 kN, para os protótipos 1 e 3, e 554 kN, para o protótipo 2 – considerando-se valores reais das dimensões e propriedades. A resistência P_t seria igual a 610 kN e $R'_s + R_p$ seria de 696 kN (para cálculo, veja-se a equação 6.28 do capítulo 6). Portanto, $P_t > R_c$ para todos os protótipos e o mecanismo de colapso dar-se-ia pela falha por instabilidade da mesa comprimida, que limitaria também a capacidade de rotação da ligação – hipóteses confirmadas pelo que se observou nos ensaios. Com a devida consideração dos braços de alavanca, as cargas últimas dos protótipos (relativas a P_t) seriam iguais a 337 kN (1 e 3) e 326 kN (2), valores muito próximos aos encontrados nas análises experimental e numérica – veja-se a tabela 5.3 adiante.

Desenvolveu-se [GALVÃO (2008b)] um modelo de elementos finitos para simular os resultados obtidos nos ensaios experimentais. Utilizaram-se, para modelar o perfil de alma senoidal e as chapas de extremidade, elementos *SHELL 181* de quatro nós, com exceção da junção da alma senoidal com as mesas, onde foram necessários elementos triangulares. Para representar a laje de concreto submetida a momento negativo, foram utilizados elementos *LINK 8*, cuja área correspondia à das barras da armadura

longitudinal. Os conectores de cisalhamento foram representados por elementos de mola *COMBIN 39*, com os dados referentes à curva força versus deslizamento obtidos de QUEIROZ (2007), ligados à laje e ao perfil por meio de elementos *LINK 8* de grande rigidez axial. A relação constitutiva dos aços do perfil e da chapa de topo foi considerada elastoplástica bilinear, obedecendo-se ao critério de escoamento de *Von Mises*, com regra de encruamento isotrópico. Não foram consideradas tensões residuais. Para a armadura, a relação constitutiva adotada foi a sugerida na ABNT NBR 8800 (2008), que leva em conta o efeito “*tension stiffening*”, devidamente calibrada com os resultados obtidos nos ensaios, também obedecendo-se ao critério de escoamento de *Von Mises*, com regra de encruamento isotrópico – veja-se *Galvão* para mais detalhes. As condições de contorno foram as mesmas dos ensaios. Para simular o travamento proporcionado pela laje, os nós superiores da alma e os nós correspondentes à laje foram impedidos de se deslocar lateralmente. Para reduzir o custo computacional, foi utilizada a condição de simetria, modelando-se apenas metade do protótipo. A figura 5.22 ilustra o modelo desenvolvido.

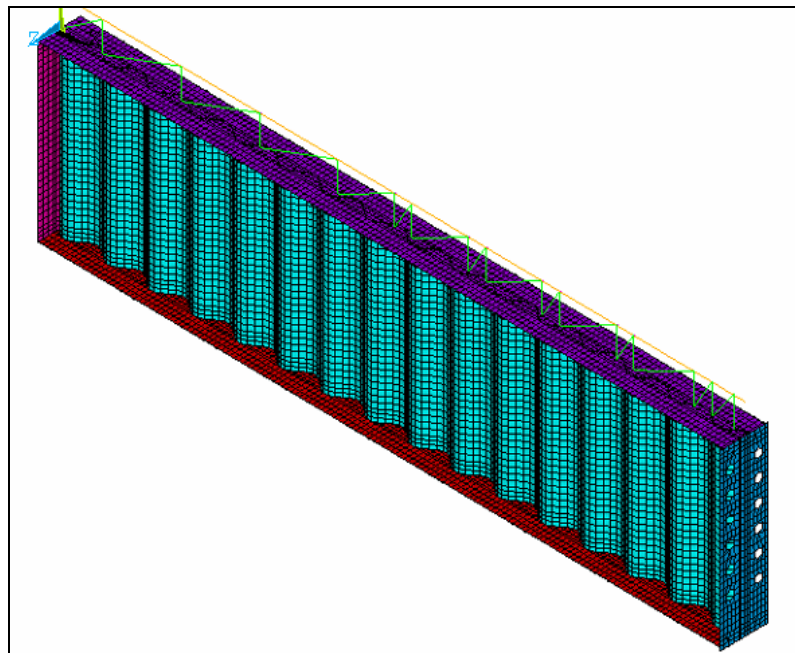


Figura 5.22 – Modelo de elementos finitos de *Galvão*

Nas figuras 5.23 a 5.25 e na tabela 5.3 são apresentados os resultados obtidos. Observa-se que as relações entre os dois tipos de análise (*numérica/experimental*) foram calculadas para os valores máximos das cargas aplicadas. Os valores teóricos foram obtidos pela equação 6.28 do capítulo 6.

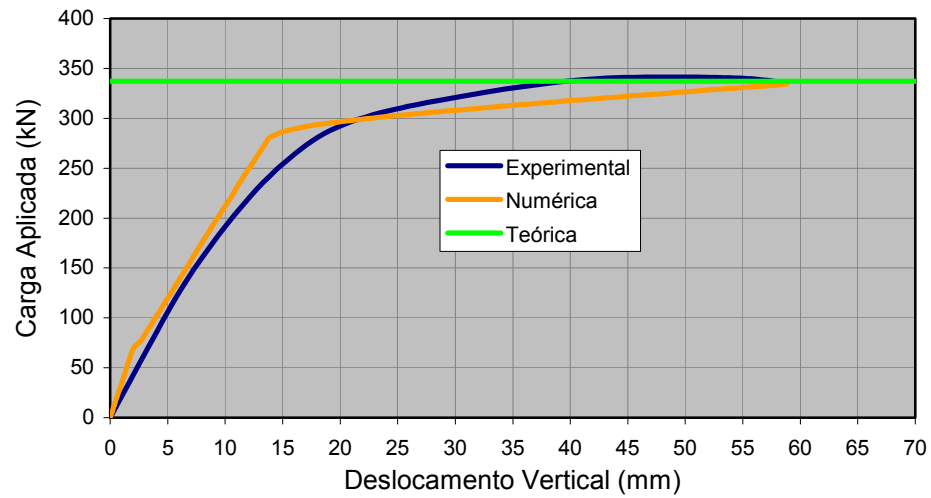


Figura 5.23 – Carga x deslocamento (protótipo 1)

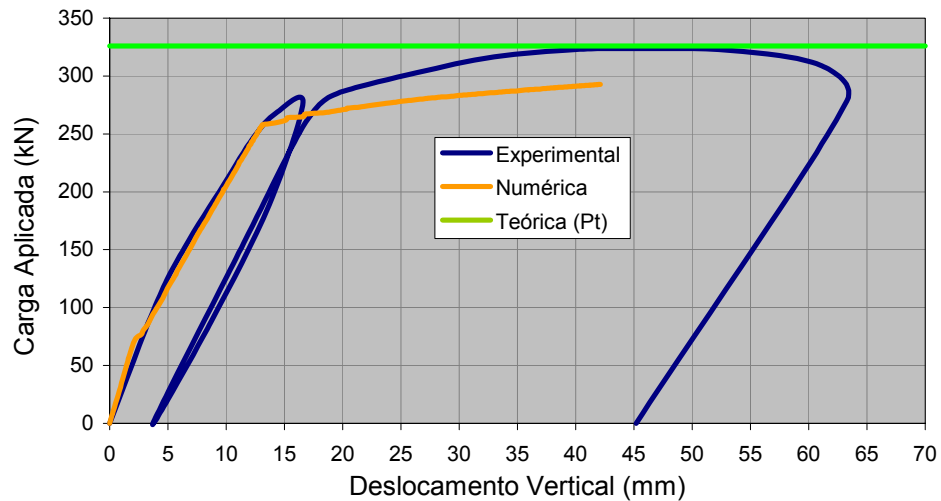


Figura 5.24 – Carga x deslocamento (protótipo 2)

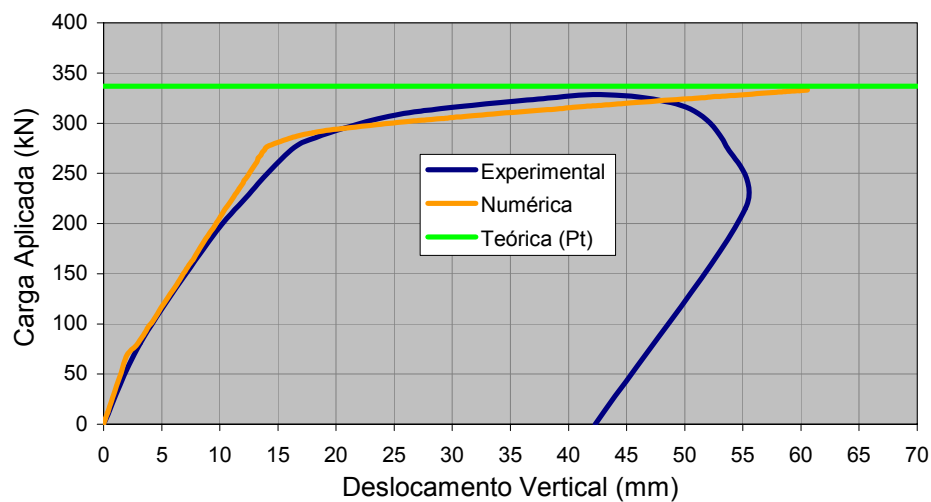
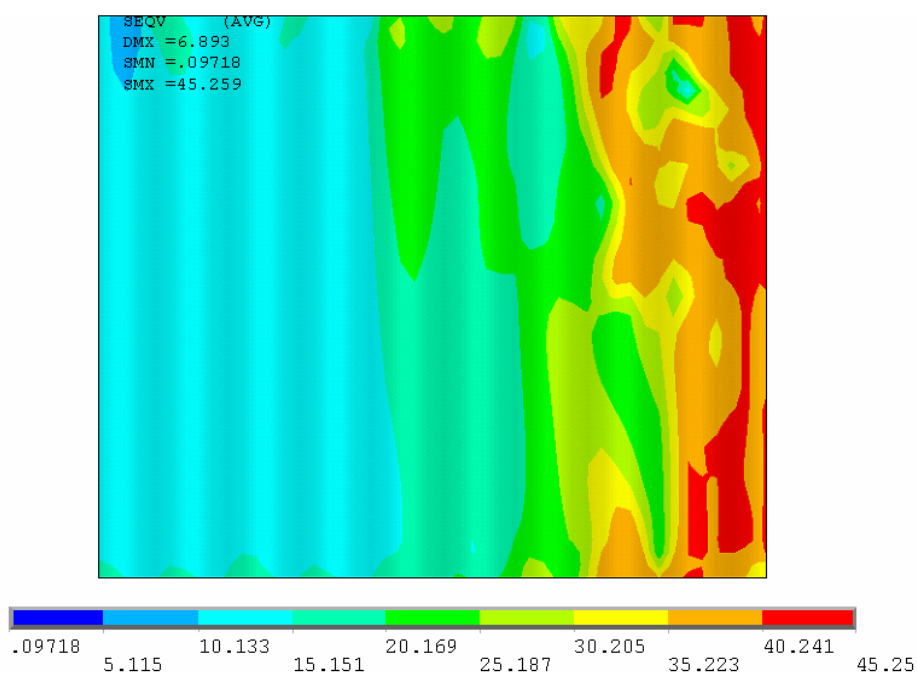


Figura 5.25 – Carga x deslocamento (protótipo 3)

Tabela 5.3 – Comparação numérico versus experimental

Ensaio	Experimental	Numérica	F_n/F_e
	Carga máxima aplicada em kN (F_n)	Carga máxima aplicada em kN (F_e)	
1	341	334	0,98
2	324	293	0,90
3	329	333	1,01

Apresentam-se ainda, nas figuras 5.26 e 5.27, a visualização das tensões de *Von Mises* e de cisalhamento da alma, obtidas da análise numérica. Observa-se, conforme já comentado, que a tensão na alma, junto à chapa de extremidade, atingiu a resistência ao escoamento. Nota-se também a inversão das tensões de cisalhamento na região da alma compreendida entre a primeira linha de parafusos e a mesa tracionada, assim como o aumento da tensão na região restante, ambos causados pela força desenvolvida pelos parafusos – vale lembrar que a tensão na alma provocada apenas pela força cortante é bastante inferior, em torno de 13 kN/cm².

Figura 5.26 – Tensão de *Von Mises* na alma (protótipo 2)

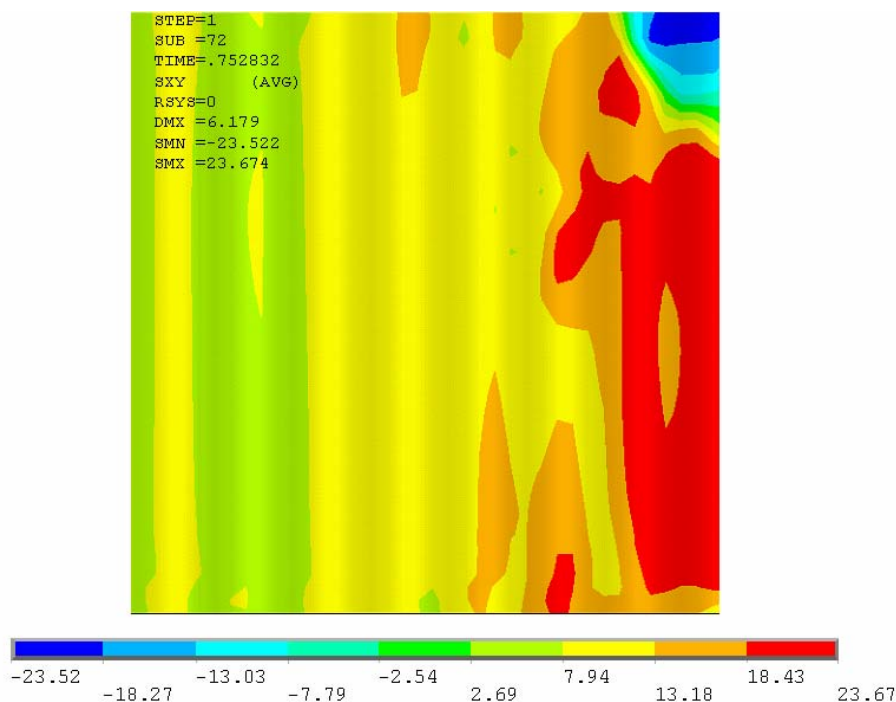


Figura 5.27 – Tensão de cisalhamento na alma (protótipo 1)

Na figura 5.28, pode ser observada claramente a formação das charneiras plásticas na chapa de extremidade, junto à alma, próximo à primeira linha de parafusos e na junção da chapa com a mesa do perfil – compare-se com o que se observou nos ensaios, evidenciado pelas linhas de *Lüder*.

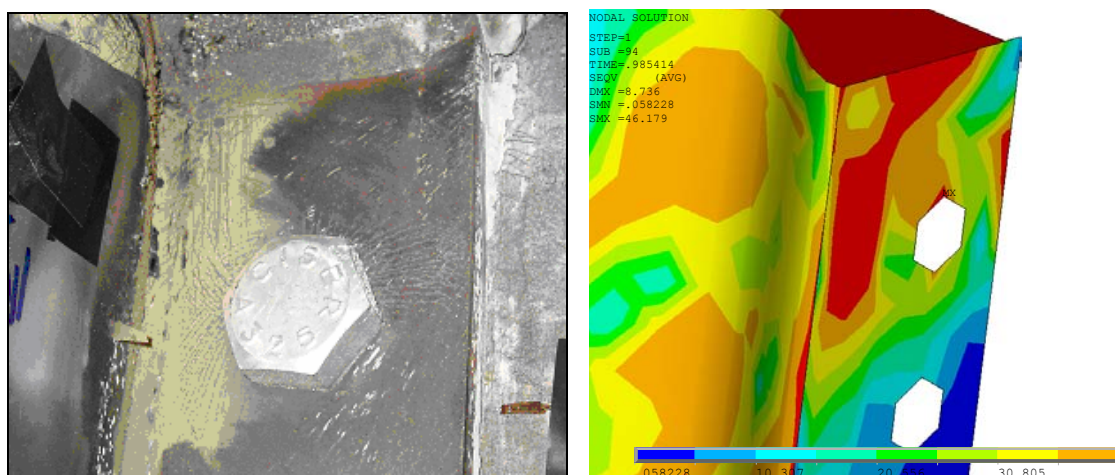


Figura 5.28 – Charneiras plásticas na chapa de extremidade (protótipo 1)

Na figuras 5.29 e 5.30, podem ser observados, respectivamente, o início da deformação (flambagem) da mesa comprimida e o mecanismo de campo de tração, ainda incipiente. Ressalta-se que, face à complexidade do estado de deformação da alma e às limitações

do programa de elementos finitos utilizado, não foi possível captar o desenvolvimento pleno do campo de tração. Embora tenha ficado claro que o mecanismo de colapso apresentado pelo modelo tenha sido flambagem da mesa comprimida, também não foi possível observar o seu pleno desenvolvimento – veja-se GALVÃO (2008b) para mais detalhes.

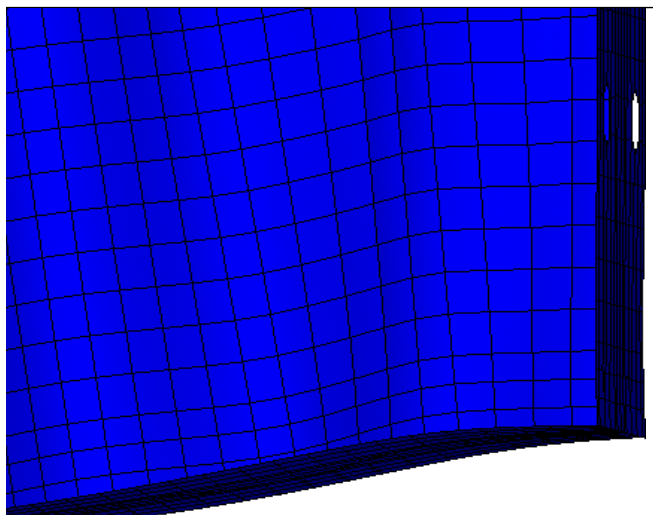


Figura 5.29 – Flambagem incipiente da mesa comprimida (protótipo 2)

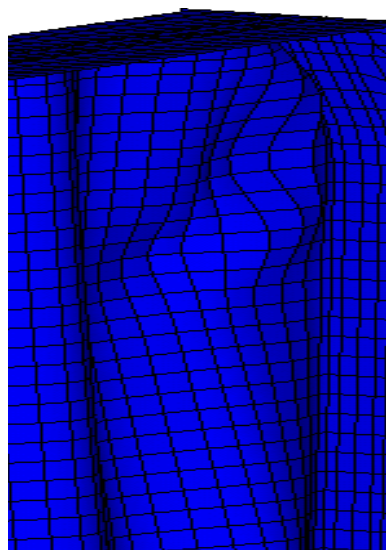


Figura 5.30 – Formação incipiente do campo de tração (protótipo 2)

Como se pode notar, obteve-se boa concordância com os resultados experimentais, demonstrando que o modelo desenvolvido foi capaz de simular adequadamente o comportamento dos protótipos, a despeito das limitações e das simplificações adotadas.

5.4 Ensaios de *Machacek e Motak*

Numa primeira análise dos ensaios de *Machacek e Motak* [MOTAK e MACHACEK (2004), MACHACEK e MOTAK (2006)], observou-se um problema de posicionamento dos conectores nos três protótipos ensaiados. Era intenção dos autores que todos os conectores fossem capazes de colaborar para resistir à força de cisalhamento longitudinal na interface entre o perfil de aço e a laje de concreto, haja vista os graus de interação da viga mista, η_i , reportados nas publicações. Entretanto, sabe-se que conectores posicionados em região de cortante nulo não são mobilizados, pois praticamente não se deformam – não devem, portanto, ser levados em conta no cálculo da viga. Assim sendo, os valores corretos do grau de interação dos protótipos EX1, EX2 e EX3 são, respectivamente, 0,95, 0,37 e 0,51 e não 1,17, 0,44 e 0,66, como publicado. Outro problema que pôde ser levantado é a forma de aplicação do carregamento, diretamente sobre a laje de concreto. Ficou claro, ao se fazerem os cálculos, que as forças aplicadas conduziram ao aparecimento de forças de atrito na interface laje-perfil, capazes de resistir a uma parcela não desprezável do cisalhamento longitudinal. Isso pode explicar por que as vigas dos ensaios EX1 e EX2 foram capazes de atingir cargas próximas às esperadas, respectivamente 100% e 95% dos valores teóricos previstos – o protótipo EX3, conforme previsto, falhou por cisalhamento da alma. Para maiores detalhes sobre a influência do atrito nos resultados de *Machacek e Motak*, veja-se GALVÃO (2008b).

Desenvolveu-se [GALVÃO (2008b)] um modelo de elementos finitos para simular os resultados obtidos nos ensaios experimentais. Utilizaram-se, para modelar o perfil de alma senoidal e as chapas de extremidade, elementos *SHELL 181* de quatro nós, com exceção da junção da alma senoidal com as mesas, onde foram necessários elementos triangulares. Para representar a laje de concreto, foram utilizados elementos *LINK 8*, cuja área era representada pelo produto da largura efetiva, multiplicada pela altura efetiva da laje, calculada com base nas propriedades plásticas da viga mista. Os conectores de cisalhamento foram representados por elementos de mola *COMBIN 39*, com os dados referentes à curva força *versus* deslizamento obtidos por meio dos ensaios “*push test*” dos conectores (fornecidos pelo Prof. Josep Machacek, em comunicação privada), ligados à laje e ao perfil por meio de elementos *LINK 8* de grande rigidez axial. A relação constitutiva dos aços foi considerada elástica, perfeitamente plástica,

obedecendo-se ao critério de escoamento de *Von Mises*. Para o concreto, a relação constitutiva adotada foi a elastoplástica bilinear com módulo tangente igual a 1/1000 do módulo de elasticidade, também obedecendo-se ao critério de escoamento de *Von Mises*, com regra de encruamento isotrópico. As condições de contorno foram as mesmas dos ensaios – apoio simples nas extremidades. Para simular o travamento proporcionado pela laje, os nós superiores da alma e os nós correspondentes à laje foram impedidos de se deslocar lateralmente. Para reduzir o custo computacional, foi utilizada a condição de simetria, modelando-se apenas metade da viga. A figura 5.31 ilustra o modelo desenvolvido.

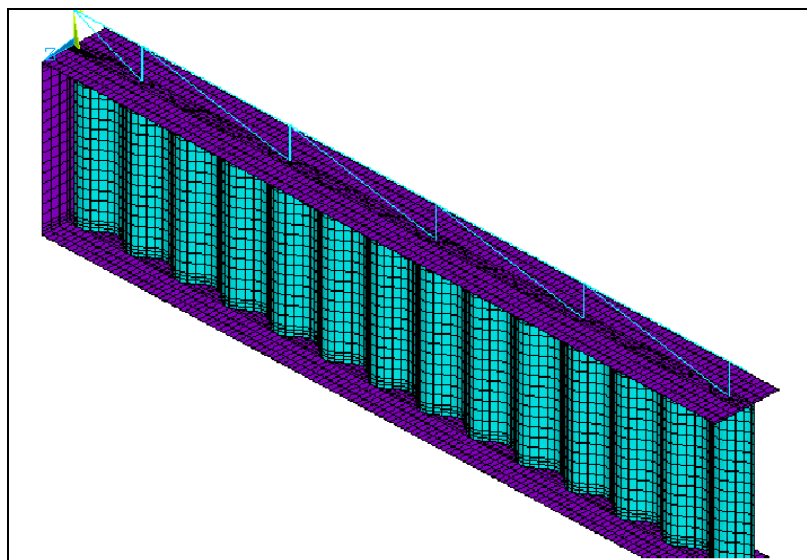


Figura 5.31 – Modelo de elementos finitos

Nas figuras 5.32 a 5.34 são apresentados os resultados obtidos para os três ensaios simulados, juntamente com os experimentais e teóricos (tabela 2.4 do capítulo 2). Ressalta-se que, para simular o efeito do atrito, foram colocados conectores adicionais na região de cortante não nulo. Foi utilizado um coeficiente de atrito igual a 0,3; multiplicando-o pelo valor da força aplicada e dividindo pela resistência nominal dos conectores, chegou-se aos números de um conector de cada lado, para os ensaios EX1 e EX2, e de dois, para o ensaio EX3 – veja-se *Galvão* para mais detalhes.

Na tabela 5.4 apresentam-se ainda as relações *numérico/experimental* dos resultados obtidos. Ressalta-se que essas relações foram calculadas para valores de deslocamento vertical aproximadamente iguais, correspondentes às cargas máximas obtidas nos ensaios experimentais.

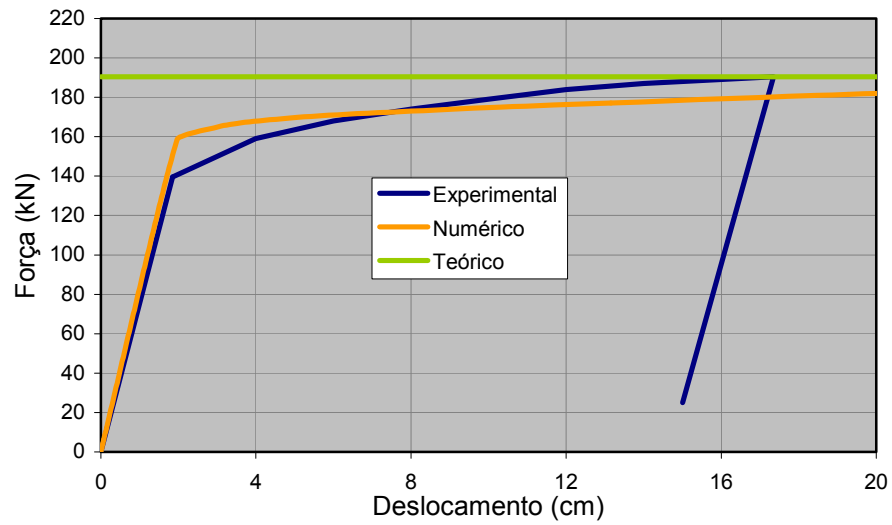


Figura 5.32 – Resultado carga x deslocamento do ensaio EX1

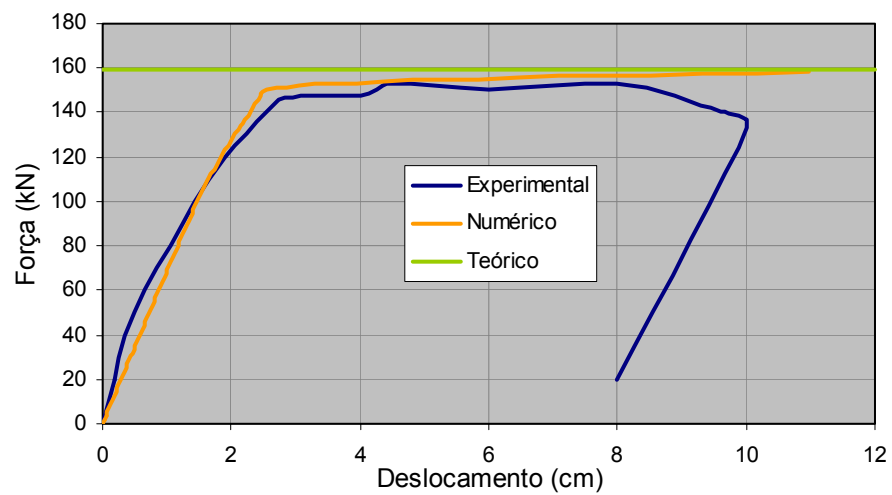


Figura 5.33 – Resultado carga x deslocamento do ensaio EX2

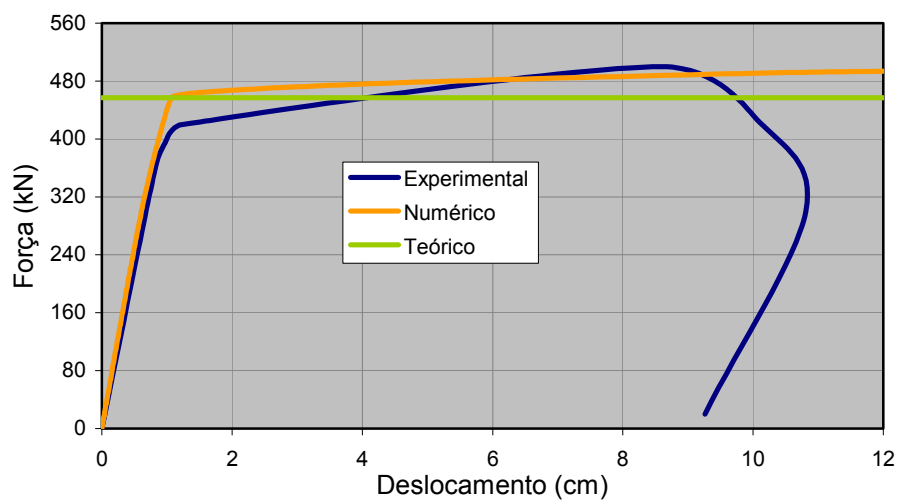


Figura 5.34 – Resultado carga x deslocamento do ensaio EX3

Tabela 5.4 – Comparação numérico versus experimental

Ensaio	Experimental	Numérica	F_n/F_e
	Carga máxima aplicada em kN (F_n)	Carga máxima aplicada em kN (F_e)	
EX1	190,2	181,5	0,95
EX2	154,0	156,8	1,02
EX3	495,7	490,5	0,99

Observa-se, face à boa correlação entre os resultados das análises experimental e numérica, que o modelo de elementos finitos de *Galvão*, a despeito das simplificações adotadas, foi capaz de simular adequadamente os ensaios de *Machacek* e *Motak*. Um ponto que merece comentário é que, diferentemente do modelo numérico de *Machacek* e *Motak*, o modelo desenvolvido foi capaz de captar a flambagem da alma observada no ensaio EX3 (veja-se a seção 2.5), conforme pode ser visto na figura 5.35. Outro ponto interessante a se comentar é que, após o atingimento da resistência ao escoamento da mesa, praticamente não há mais aumento de carga, denotando, conforme esperado, a participação desprezável da alma na resistência a tensões normais na direção axial da viga. Vale lembrar que, nesses ensaios, a linha neutra plástica encontra-se na laje de concreto.

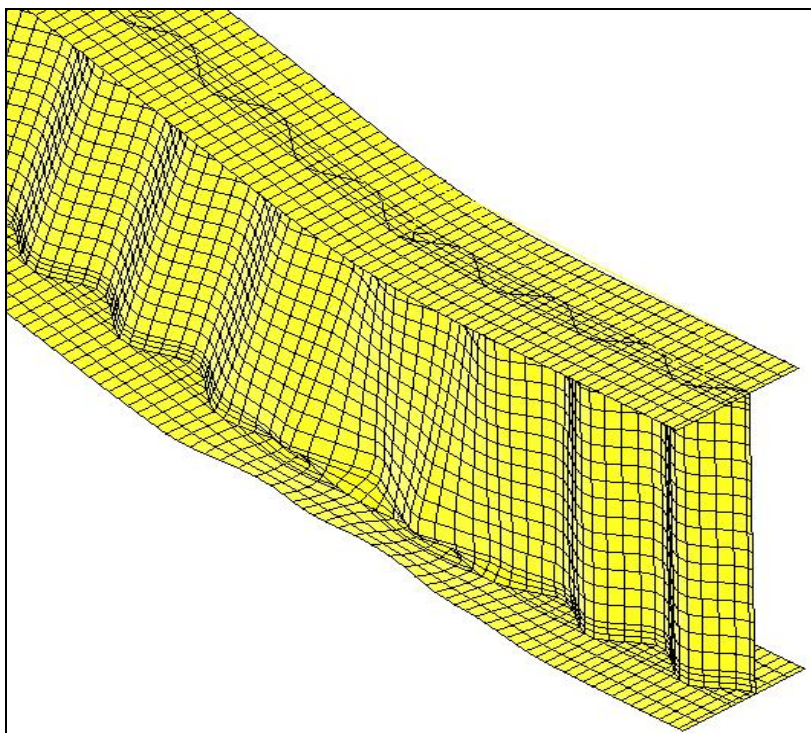


Figura 5.35 – Flambagem da alma – ensaio EX3

6

PROPOSIÇÃO DE MÉTODOS DE CÁLCULO

6.1 Introdução

A norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008) não trata especificamente de estruturas formadas por perfis de alma senoidal – em seu escopo estabelece que os perfis devem ser laminados, soldados não-híbridos ou com seção tubular, com ou sem costura. Diz também que, caso sejam usados perfis híbridos, devem ser feitas as adaptações necessárias e que, para situações ou soluções construtivas não cobertas por ela, devem ser usados procedimentos aceitos pela comunidade técnico-científica, acompanhados de estudos para manter o nível de segurança previsto.

Neste capítulo, com base nos ensaios e estudos teóricos realizados, são propostos modelos de cálculo apropriados para o projeto de vigas sob os estados limites de FLT e FLM e de vigas mistas de aço e concreto, sob os estados limites de FLD na região de momento negativo e de plastificação da seção na região de momento positivo. É proposto ainda um modelo de cálculo de ligações mistas com chapa de topo – veja-se as figuras 4.23 a 4.25. Para tanto, adaptaram-se os conceitos e procedimentos da norma brasileira e também da norma estadunidense ANSI/AISC 360-05 (2005). Vale lembrar que os modelos propostos neste capítulo são referentes aos perfis de alma senoidal fabricados atualmente no Brasil, cujas dimensões e limitações foram apresentadas na subseção 1.1.2

do primeiro capítulo, embora possam também ser estendidos ou adaptados para outras situações.

6.2 Flambagem lateral com torção

Segundo a norma brasileira, o momento resistente de cálculo à FLT, M_{Rd} , é calculado em função do índice de esbeltez $\lambda = l/r_y$. Assim, para perfis I bissimétricos, tem-se que:

$$M_{Rd} = M_p / \gamma_a \quad \text{para } \lambda \leq \lambda_p \quad (6.1)$$

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_a} \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] \leq \frac{M_p}{\gamma_a} \quad \text{para } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r \quad (6.2)$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_a} = \frac{C_b}{\gamma_a} \frac{\pi^2 E I_y}{l^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,0390 \frac{J}{C_w} l^2 \right)} \leq \frac{M_p}{\gamma_a} \quad \text{para } \lambda \geq \lambda_r \quad (6.3)$$

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \lambda_r = \frac{1,38 E \sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 C_w}{I_y} \beta_1^2}} \quad (6.4a)$$

$$(6.4b)$$

onde M_p é o momento de plastificação, γ_a é o coeficiente de ponderação da resistência do aço, I_y , C_w e J são, respectivamente, o momento de inércia em torno do eixo que passa pela alma e as constantes de empenamento e de torção, E é o módulo de elasticidade do aço, C_b é um coeficiente que leva em conta o diagrama de momento fletor,

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) W_x}{EJ} \quad M_r = (f_y - \sigma_r) W_x \quad (6.5)$$

$$(6.6)$$

W_x é o módulo de resistência e σ_r , a tensão residual (tomada igual a $0,3f_y$).

A norma estadunidense adota basicamente o mesmo método de cálculo, com pequenas alterações de forma, dentre elas, o coeficiente de ponderação da resistência (ϕ), que deve ser multiplicado pela resistência nominal e corresponde aproximadamente a $1/\gamma_a$.

Esse modelo, segundo GALAMBOS (1983a), é baseado em teorias consolidadas nas faixas extremas de sua aplicabilidade, isto é, no conceito de se atingir o momento de plastificação (teoria da plasticidade) em vigas com contenções laterais suficientemente próximas e na teoria clássica de bifurcação do equilíbrio em vigas com grande comprimento lateral destravado (teoria de estabilidade elástica). Na faixa intermediária, o procedimento é baseado numa relação empírica que promove uma transição linear entre o momento crítico e o momento de plastificação. Esse processo de cálculo foi devidamente

comprovado por centenas de ensaios experimentais e demonstrou ser capaz de prever com precisão razoável o comportamento de vigas no estado limite de FLT [FUKUMOTO e KUBO (1977), YURA *et al.* (1978), GALAMBOS (1983a)]. A título de ilustração, apresentam-se na figura 6.1, comparações entre a formulação das normas brasileira e estadunidense com os resultados de 312 ensaios de flexão em perfis de alma plana, obtidos da literatura técnica [LEE e GALAMBOS (1962), FUKUMOTO e KUBO (1977), FUKUMOTO *et al.* (1980), FUKUMOTO e YTOH (1981)], em função do índice de esbeltez reduzido, $\lambda_0 = (M_p / M_{cr})^{0,5}$. A análise estatística dos dados mostrou os seguintes valores (*experimental/teórico*): $\delta = 1,02$ e $V = 0,088$, onde δ é o coeficiente de tendência (“*bias coefficient*”).

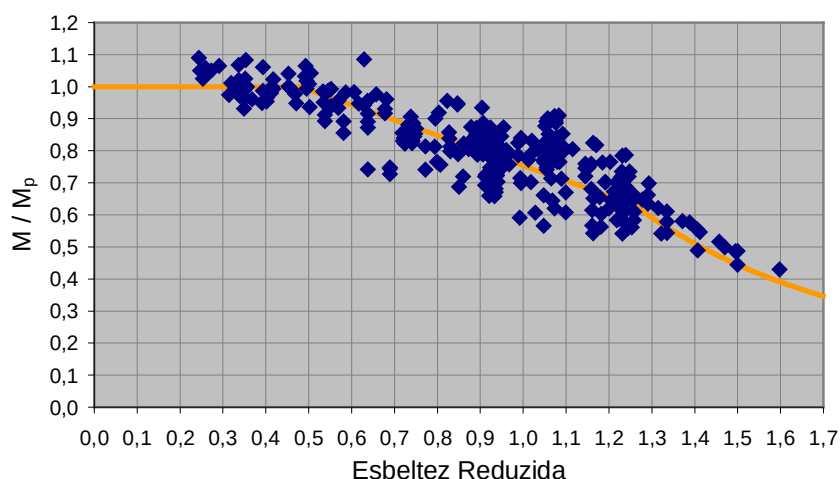


Figura 6.1 – Comparação entre ensaios e a formulação das normas

Nesta tese, propõe-se que o mesmo modelo utilizado pela norma brasileira para as vigas de alma plana seja também utilizado para projeto de vigas de alma senoidal, desprezando-se, porém, a alma no cálculo das propriedades geométricas.

Para verificar a viabilidade dessa proposição, foi realizada uma ampla pesquisa, envolvendo diversos pesquisadores, composta de estudos teóricos e ensaios experimentais, além de uma extensa análise paramétrica utilizando o método dos elementos finitos. Essa pesquisa iniciou-se com FAKURY *et al.* (2005, 2006a, 2006b) e HACKBARTH JÚNIOR (2006) e prosseguiu com QUEIROZ *et al.* (2006a, 2006b, 2007), GONZAGA (2008) e PIMENTA *et al.* (2008).

Como se pode observar, as normas brasileira e estadunidense não explicitam o efeito das imperfeições geométricas em sua formulação, ao contrário da norma européia [EN 1993-1-1 (2005)], que adota para as vigas as mesmas curvas de instabilidade das barras axialmente comprimidas, que levam em conta, além das tensões residuais, as imperfeições geométricas por meio do fator de imperfeição α – veja-se EN 1993-1-1 (2005) para detalhes. Tornou-se necessário, portanto, estudar o efeito das imperfeições no comportamento de vigas no estado limite de FLT, sob o prisma da formulação das normas brasileira e estadunidense.

As imperfeições geométricas influenciam significativamente a resistência a FLT, particularmente na região de média esbeltez, que corresponde à região de comportamento inelástico. Embora as imperfeições geométricas também desempenhem papel preponderante na região de grande esbeltez, sua influência é contrabalançada pela presença inevitável de restrições de extremidade da barra, cujo efeito também é muito grande nessa região [LEE e GALAMBOS (1962), GALAMBOS (1983b, 2006)]. Por isso, em muitas normas, a resistência a FLT no domínio da fase elástica ($\lambda > \lambda_r$) é determinada pelo momento crítico da barra [GALAMBOS (1983a), YURA *et al.* (1978)], face à boa correlação desse procedimento com os ensaios – veja-se a figura 6.4 para valores de esbeltez reduzida superiores a 1,2. Essa assertiva também foi confirmada pelos resultados dos ensaios de FLT apresentados na seção 4.2 do quarto capítulo – nos ensaios de vigas sem contenção central, que apresentaram comportamento elástico, a carga última dos protótipos foi apenas ligeiramente inferior à carga crítica (flambagem linearizada) apresentada pelo modelo de elementos finitos. Comparem-se os valores M_{cr} e M_{ue} relativos aos protótipos P5S e P6S da tabela 5.1 do capítulo 5. A relação M_{ue}/M_{cr} apresenta os valores de 0,99 e 0,89 para P5S e P6S, respectivamente. Vale lembrar que as imperfeições iniciais foram de aproximadamente $l/1300$ e $l/450$ para os protótipos P5S e P6S, respectivamente – coerentemente, o protótipo com a maior imperfeição apresentou a carga última mais distante da carga crítica. Ressalta-se que o alto valor da imperfeição inicial de P6S é atípico para perfis de alma senoidal (veja-se o capítulo 7) e resultou das distorções provocadas pelas soldas das ligações – propositadamente, os perfis não foram desempenados após a fabricação.

As tensões residuais também desempenham papel fundamental na resistência de vigas, em especial na região de comportamento inelástico. Na norma européia EN 1993-1-1 (2005), esse efeito é considerado no fator de imperfeição, que assume valores diferenciados para cada grupo de perfis, classificados conforme a magnitude e o padrão das tensões residuais. Na formulação da norma estadunidense, o efeito das tensões residuais é levado em conta ao se multiplicar a resistência ao escoamento do aço por 0,7. Em versões anteriores dessa norma, o valor da tensão residual era explicitado na formulação – um valor era utilizado para perfis laminados (70 MPa) e outro para perfis soldados (115 MPa).

Centenas de estudos têm mostrado que não apenas a magnitude mas também a forma e a distribuição das tensões residuais na seção transversal influenciam significativamente a estabilidade de vigas e pilares de aço. O padrão de tensões residuais em perfis laminados apresenta tensões de compressão na borda das chapas das mesas, reduzindo a resistência dessas barras para instabilidade em torno do eixo de menor inércia. Por outro lado, em perfis soldados com chapas cortadas a maçarico, o corte térmico induz tensões de tração na borda das chapas, que reduzem o efeito das elevadas tensões de compressão provocadas pela solda de composição dos perfis – veja-se o capítulo 7 e, para maiores informações sobre tensões residuais e seus efeitos na resistência de estruturas de aço, PIMENTA (1997) e GALAMBOS (1998).

Na região de média esbeltez, a influência das imperfeições geométricas é mais sinérgica com a das tensões residuais, ou seja, *é nessa região que a influência conjunta desses dois fatores é mais preponderante* – veja-se BJORHOVDE (1972), PIMENTA (1997) e GALAMBOS (1998).

Os métodos de cálculo a FLT propostos nas normas são uma representação simplificada de um problema deveras complexo. Estudar e incluir todas as variações e propriedades estatísticas que afetam a resistência de vigas de alma senoidal sujeitas a esse estado limite, sob o ponto de vista da Confiabilidade Estrutural, envolveria longos e elaborados ciclos de simulação de Monte Carlo, precedidos por um programa cuidadosamente planejado de aquisição de dados [veja-se GALAMBOS (1983b)], o que estaria além dos objetivos desta tese. Um estudo mais simplificado foi então realizado, cujo objetivo primordial foi inferir a magnitude da imperfeição geométrica a ser utilizada por modelos

de elementos finitos que pudessem representar adequadamente o comportamento de vigas sob o estado limite de FLT – veja-se JOHANSSON *et al.* (2007).

O modelo de elementos finitos desenvolvido por GONZAGA (2008) e apresentado no capítulo anterior, devidamente validado por análise experimental, foi aplicado inicialmente a perfis de alma plana, considerando-se vínculos de garfo [*um procedimento conservador*, dada a presença inevitável de restrições de extremidade nas barras reais, conforme se deduz de GALAMBOS (1983b e 2006)] e tensões residuais de compressão de 70 MPa nas bordas das mesas (*padrão de Lehigh*, típico de perfis laminados e conservador para perfis soldados com chapas de bordas cortadas a maçarico – veja-se o capítulo 7) e imperfeições geométricas iniciais de $l/1000$, $l/3000$ e $l/10000$. Cada valor de imperfeição foi associado ao máximo deslocamento lateral do primeiro modo de flambagem obtido de análises de autovalor, *um procedimento conservador que conduz ao menor valor de resistência última*, conforme se deduz de GALAMBOS (1983b). Segundo observam JOHANSSON *et al.* (2007), o uso simultâneo dos valores máximos das imperfeições conduz geralmente a valores de resistência excessivamente baixos. De acordo com esses autores, deve-se considerar somente uma imperfeição com sua máxima magnitude e as demais, com uma fração de seu máximo valor.

Foram realizadas 294 simulações numéricas (para cada valor de imperfeição) com 31 diferentes perfis de alma plana, com índices de esbeltez, $\lambda = l/r_y$, variando de 29 a 134, buscando cobrir a maior parte do espectro utilizado na prática. Os resultados numéricos obtidos foram então analisados e comparados com as previsões teóricas fornecidas pela ABNT NBR 8800 (2008) e pela ANSI/AISC 360-05 (2005) – conforme já se afirmou, ambas as normas fornecem basicamente os mesmos resultados para o estado limite considerado (FLT). Na tabela 6.1 são apresentados os coeficientes de tendência e de variação da razão entre os valores numéricos e teóricos para os três níveis de imperfeições geométricas iniciais.

Tabela 6.1 – Parâmetros estatísticos

Imperfeição inicial	Coeficiente de tendência	Coeficiente de variação
$l/1000$	0,86	0,071
$l/3000$	0,94	0,050
$l/10000$	0,99	0,048

Na figura 6.2 é apresentada a curva de ajuste perfeito dos momentos teóricos e numéricos, em kNcm. Na figura 6.3 são dados os valores da relação entre os momentos obtidos pela análise numérica e teórica (M_{num}/M_{teo}) em função da relação entre os índices de esbeltez (λ/λ_p). Na figura 6.4, fornecem-se os resultados considerando a relação M/M_p em função do índice de esbeltez reduzido. Ressalta-se que todos estes resultados referem-se à imperfeição de $l/10000$.

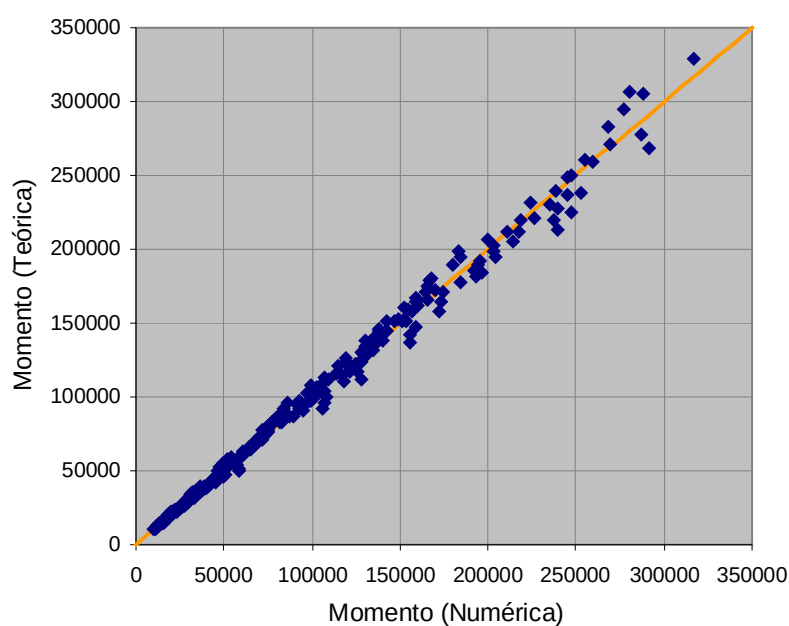


Figura 6.2 – Curva de ajuste perfeito entre as análises

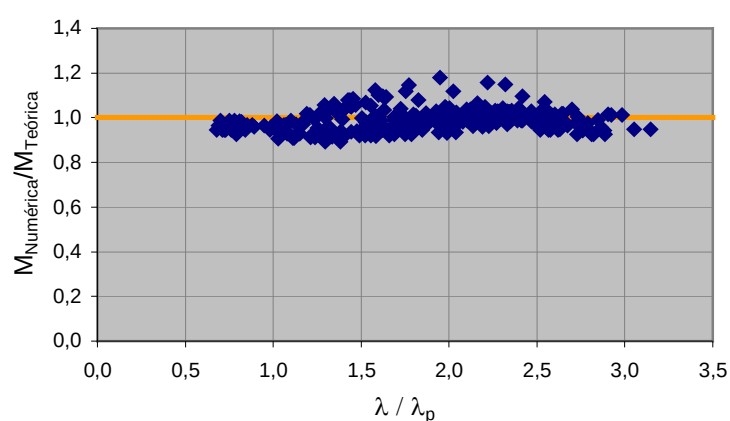


Figura 6.3 – Comparações entre as análises (índice de esbeltez)

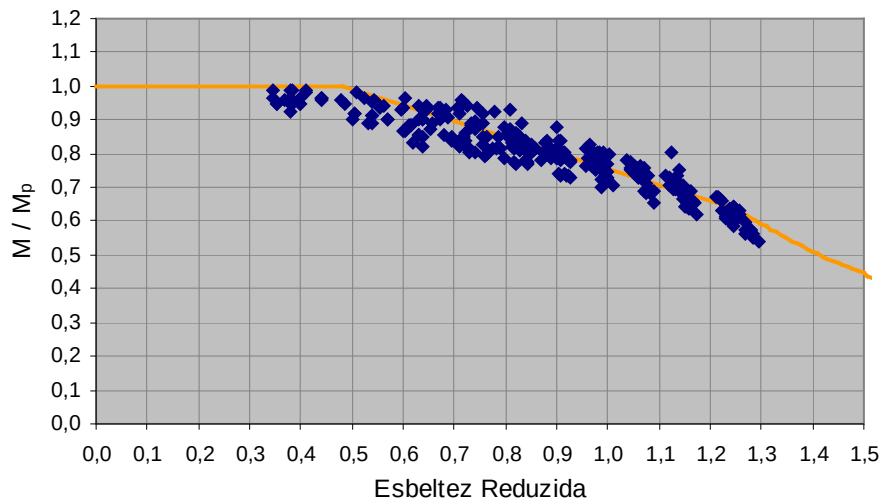


Figura 6.4 – Comparações entre as análises (esbeltez reduzida)

Conclui-se, portanto, que o valor de imperfeição de $l/10000$ é o que melhor correlaciona os dados obtidos com o modelo de elementos finitos de *Gonzaga* com aqueles calculados com a formulação das normas brasileira e estadunidense, para os perfis de alma plana.

Conforme apresentado no capítulo 1, um dos objetivos específicos deste trabalho é verificar, utilizando os conceitos e métodos da Confiabilidade Estrutural, se os procedimentos propostos conduzem a *níveis de confiabilidade comparáveis aos dos perfis de alma plana implícitos nas normas técnicas*. Considerando, conforme demonstrado, que o modelo de cálculo das normas brasileira e estadunidense conduz a bons resultados para perfis de alma plana e o *conservadorismo assumido no modelo de Gonzaga*, concluiu-se que o valor da imperfeição geométrica inicial a ser utilizado na análise paramétrica dos perfis de alma senoidal deveria ser também de $l/10000$. A título de informação, as medidas da imperfeição geométrica inicial dos perfis de alma senoidal não ficaram distantes desse valor, com média de aproximadamente $l/3400$ – não foram coletados dados sobre a forma da imperfeição inicial, veja-se o capítulo 7.

O modelo numérico de *Gonzaga* foi então aplicado a perfis de alma senoidal, considerando-se imperfeição de $l/10000$ e tensão residual de 70 MPa nas mesas, as mesmas utilizadas nas análises dos perfis de alma plana. Foram processados 593 casos com 45 diferentes seções de vigas de alma senoidal, com índices de esbeltez λ variando de 25 a 130. Os resultados foram então comparados com as previsões das normas brasileira e estadunidense (equações 6.1 a 6.6), baseando-se nas seguintes considerações:

- Desprezou-se a alma senoidal no cálculo das propriedades da seção transversal;
- Considerou-se tensão residual de $0,3f_y$, conforme prescrito por ambas as normas;
- Mesmas condições de contorno da análise numérica (vínculos de garfo) e momento uniforme ao longo do vão, isto é, C_b igual a 1,0.

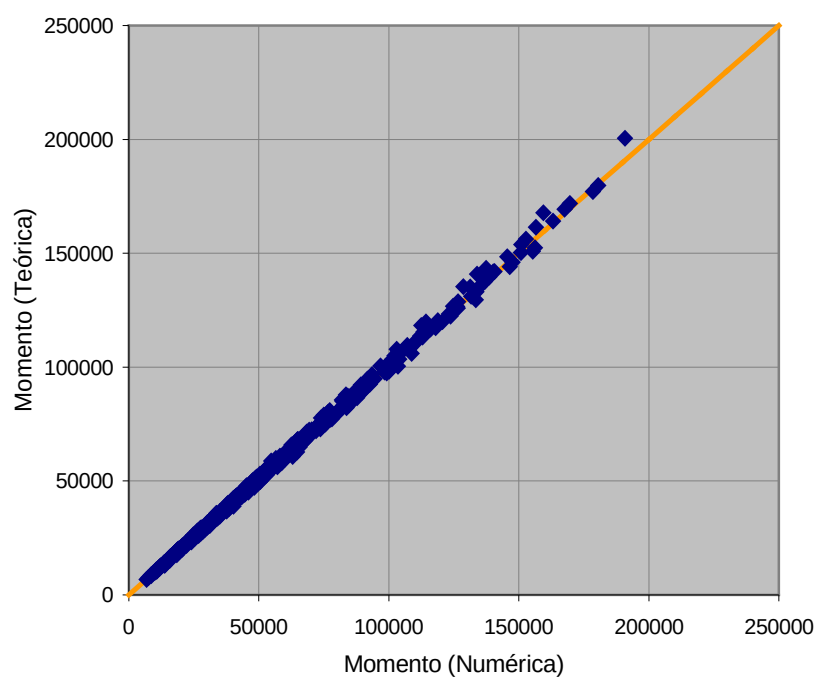


Figura 6.5 – Curva de ajuste perfeito entre as análises

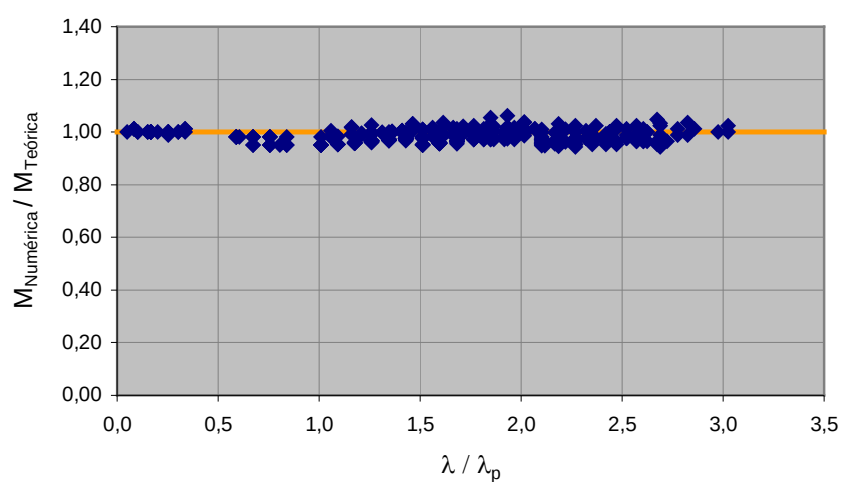


Figura 6.6 – Comparações entre as análises (índice de esbeltez)

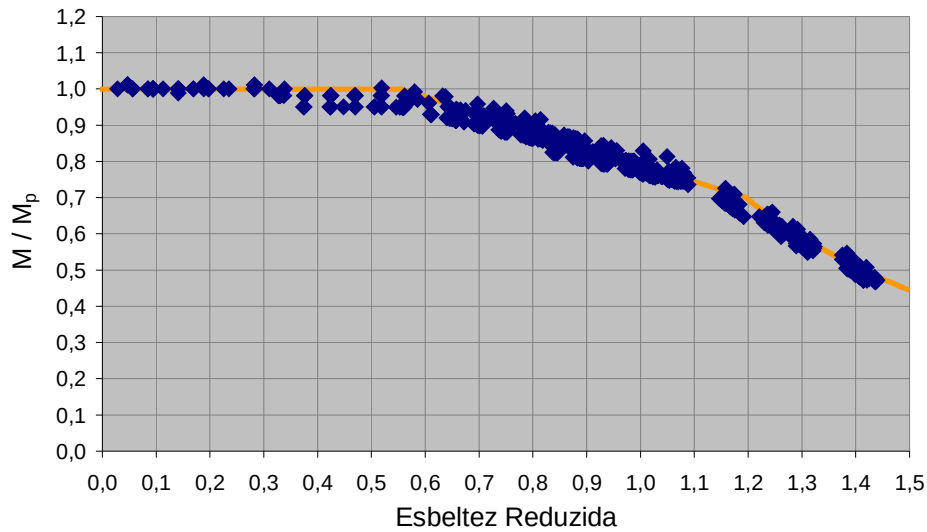


Figura 6.7 – Comparações entre as análises (esbeltez reduzida)

Os coeficientes de tendência e de variação obtidos na análise foram $\delta = 0,98$ e $V = 0,021$. Com isso, considera-se que o modelo de cálculo proposto é adequado e conduz a bons resultados, comparáveis aos dos perfis de alma plana. Os coeficientes de tendência e de variação por região (plástica, inelástica e elástica) são mostrados na tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Parâmetros estatísticos por região

Região	Coeficiente de tendência	Coeficiente de variação
Plástica	0,99	0,020
Inelástica	0,98	0,021
Elástica	0,98	0,022

6.3 Flambagem local da mesa

Também para esse estado limite (FLM), a norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008) apresenta o momento resistente de cálculo em função do índice de esbeltez, no caso, da mesa comprimida, $\lambda = b/t_f$. Para as regiões plástica e inelástica, as equações são exatamente as mesmas do estado limite de FLT, ou seja, as equações 6.1 e 6.2, nas quais os limites, para os perfis laminados, são dados pelas expressões:

$$\lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (6.7a)$$

$$\lambda_r = 0,83 \sqrt{\frac{E}{f_y - \sigma_r}} \quad (6.7b)$$

Para a região elástica, o momento resistente é dado pelo momento crítico; tem-se então:

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_a} = \frac{0,69}{\gamma_a} \frac{EW_c}{\lambda^2} \quad (6.8)$$

onde W_c é o módulo de resistência relativo à mesa comprimida. Para os perfis laminados, b é igual à metade da largura da mesa, ou seja, igual a $b_f/2$. As bases teóricas e as premissas adotadas pela norma brasileira estão resumidas em SOUZA (2006).

Nesta tese, propõe-se que o modelo da norma brasileira para os perfis laminados seja também utilizado para os perfis de alma senoidal, em que a esbeltez da mesa comprimida seja calculada por:

$$\lambda = \frac{b}{t_f} = \frac{b_f/2 - b_w/4}{t_f} \quad (6.9)$$

Para verificar a viabilidade dessa proposição, utilizaram-se os dados fornecidos por SOUZA (2006) – nesse trabalho, foi desenvolvido um modelo de elementos finitos capaz de prever com boa precisão a resistência de vigas de aço, tanto de alma plana quanto de alma senoidal, referente ao estado limite de flambagem local de mesa. Esse modelo foi inicialmente verificado por comparações com normas consolidadas e posteriormente validado por ensaios experimentais realizados por PINTO (2008) – veja-se as figuras 6.8 e 6.9.

Para cobrir um maior espectro de índice de esbeltez, foram escolhidos alguns perfis que não se enquadravam no domínio de utilização prática, devido a estarem fora dos limites de produção dos equipamentos de fabricação. Os dados obtidos foram então divididos, nesta tese, em dois grupos: o primeiro, que reúne todos os perfis analisados por Souza, e o segundo, com apenas os perfis dentro da faixa de utilização prática.

O modelo numérico foi aplicado a 44 diferentes seções de vigas de alma senoidal, considerando-se imperfeição inicial de $b_f/1000$, tensão residual de 105 MPa com padrão similar ao de Lehigh (valor muito elevado para perfis de alma senoidal; veja-se o capítulo 7) e índice de esbeltez λ (calculado pela equação 6.9) variando de 5,4 a 32,8 – veja-se SOUZA (2006) para detalhes. Os resultados foram então comparados com as previsões da norma brasileira, considerando-se as seguintes premissas:

- Desprezou-se a alma senoidal no cálculo das propriedades da seção transversal;
- Considerou-se tensão residual de $0,3f_y$, conforme prescrito pelas normas.



Figura 6.8 – Flambagem local da mesa – ensaio do protótipo 4A



Figura 6.9 – Flambagem local da mesa – ensaio do protótipo 4B

A análise estatística dos dados conduziu aos valores dos coeficientes de tendência e de variação conforme apresentado na tabela 6.3. Os resultados podem ser visualizados nas figuras 6.10 e 6.11 para o primeiro e o segundo grupo, respectivamente. Observa-se boa correlação entre as análises teórica e numérica, confirmando a viabilidade de utilização do modelo proposto.

Tabela 6.3 – Parâmetros estatísticos

Grupo	Coefficiente de tendência	Coefficiente de variação
Primeiro	1,03	0,100
Segundo	1,05	0,064

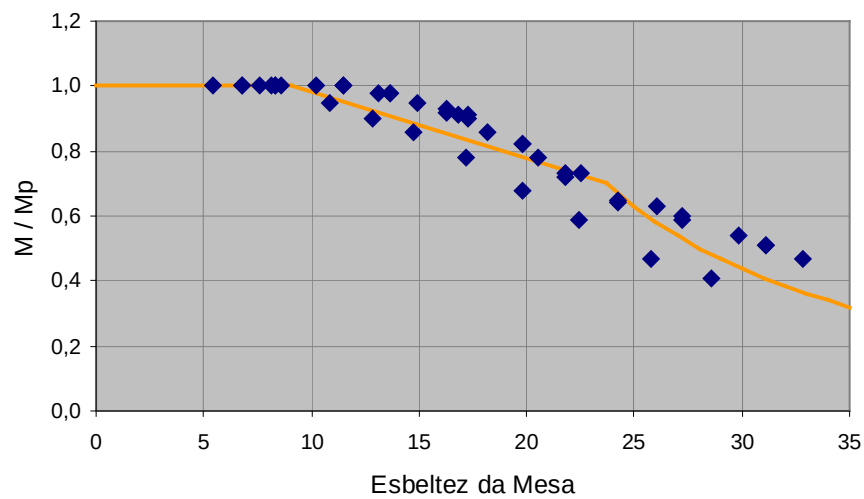


Figura 6.10 – Comparação entre as análises (primeiro grupo)

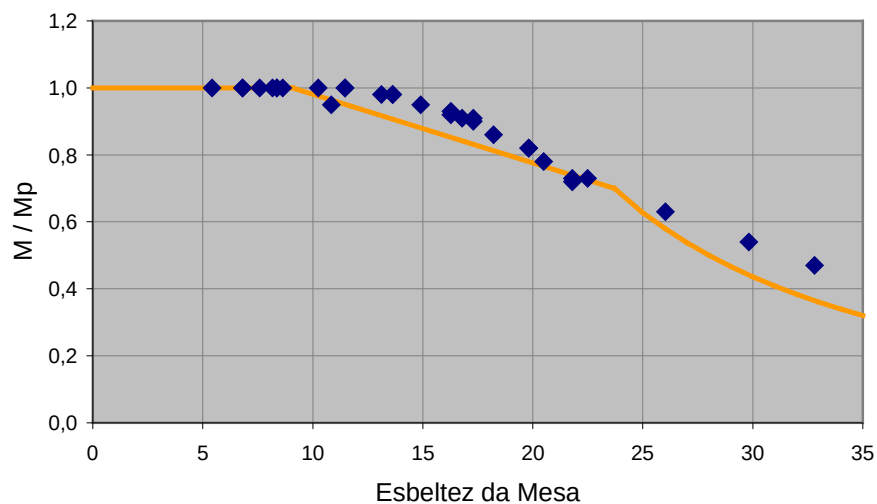


Figura 6.11 – Comparação entre as análises (segundo grupo)

6.4 Flambagem lateral com distorção

De acordo com os procedimentos da ABNT NBR 8800 (2008), o momento resistente a FLD é dado em função do parâmetro λ_{dist} , expresso pela seguinte equação:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_R^-}{M_{cr}}} \quad (6.10)$$

onde M_R^- é o momento resistente da seção transversal e M_{cr} é o momento crítico da viga, ambos referentes à região de momentos negativos.

Para vigas compactas – nessa seção da norma brasileira, não é previsto caso de vigas que não sejam compactas – o momento resistente de cálculo da seção transversal na região de momentos negativos, dado pelo momento de plastificação, pode ser expresso por:

$$M_{Rd}^- = \frac{M_R^-}{\gamma_r} = \left(T_{ds} d_3 + A_{at} \frac{f_y}{\gamma_a} d_4 + A_{ac} \frac{f_y}{\gamma_a} d_5 \right) \quad (6.11)$$

onde

T_{ds} é a força resistente de tração de cálculo das barras da armadura longitudinal, que deverá ser tomada igual a:

$$T_{ds} = A_s \frac{f_{ys}}{\gamma_s} \quad (6.12)$$

A_s , f_{ys} e γ_s são, respectivamente, a área, a resistência ao escoamento e o coeficiente de ponderação da resistência da armadura longitudinal dentro da largura efetiva da laje;

A_{at} é a área tracionada da seção do perfil de aço;

A_{ac} é a área comprimida da seção do perfil de aço;

d_3 é a distância do centro geométrico da armadura à linha neutra plástica (LNP)

d_4 é a distância (braço de alavanca) da força de tração, situada no centro geométrico da área tracionada da seção do perfil de aço, à LNP;

d_5 é a distância (braço de alavanca) da força de compressão, situada no centro geométrico da área comprimida da seção do perfil de aço, à LNP.

O momento crítico, no caso de existirem duas ou mais vigas paralelas, ligadas à mesma laje de concreto, formando o mecanismo “U invertido” (veja-se o capítulo 2 e a norma brasileira para detalhes) pode ser dado pela seguinte equação:

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{l} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r l^2}{\pi^2} \right) EI_{fi}} \quad (6.13)$$

em que:

G é o módulo de elasticidade transversal do aço;

l é o comprimento da viga entre apoios verticais (exige-se que ambas as mesas do perfil de aço possuam contenção lateral nesses apoios);

I_{fi} é o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo vertical;

α_g é um fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista;

C_{dist} é um coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento da viga;

k_r é a rigidez rotacional da viga mista, que depende da rigidez transversal do conjunto formado pela alma do perfil de aço e pela laje, por unidade de comprimento da viga.

O momento fletor resistente de cálculo à flambagem lateral com distorção é dado por:

$$M_{Rd,dist}^- = \chi M_{Rd}^- \quad (6.14)$$

onde χ é o fator de redução para flambagem, obtido da seguinte equação:

$$\chi = 0,658 \lambda_{dist}^2 \quad \text{para } \lambda_{dist} \leq 1,5 \quad (6.15a)$$

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_{dist}^2} \quad \text{para } \lambda_{dist} > 1,5 \quad (6.15b)$$

Na expressão 6.14, se λ_{dist} não superar 0,4, pode-se tomar χ igual a 1,0. Para maiores detalhes sobre o procedimento de cálculo à FLD, deve-se consultar a ABNT NBR 8800 (2008).

Nesta tese, propõe-se o uso do procedimento da norma brasileira também para os perfis de alma senoidal, desprezando-se a alma no cálculo das propriedades geométricas. Propõe-se, com base nos estudos teóricos e nas análises experimental e numérica realizados em conjunto com CALENZANI (2008), que a rigidez rotacional da viga mista seja dada pela equação:

$$\frac{1}{k_r} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad (6.16)$$

onde k_1 é a rigidez da laje, k_2 , a rigidez da alma e k_3 , a rigidez da conexão de cisalhamento, todas por unidade de comprimento da viga. Propõe-se ainda que as expressões de cálculo de k_1 , k_2 e k_3 sejam dadas pelas equações abaixo:

$$k_1 = \frac{\alpha}{a}(EI)_2 = \frac{\alpha}{a} \left[\rho_s(1-\Omega)^2 + \frac{1}{3} \frac{b'\Omega^3}{nb} \right] d_s^3 E_s \quad (6.17)$$

$$k_2 = \frac{0,4E_w(b_w)^2 t_w}{h} \quad (6.18)$$

$$k_3 = \alpha_{aj} \frac{Et_f^3}{b_f} \quad (6.19)$$

onde

$$\Omega = n\rho_s \frac{b}{b'} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n\rho_s} \frac{b'}{b}} - 1 \right) \quad \rho_s = \frac{A_s}{bd_s} \quad n = \frac{E_s}{E_c} \quad (6.20)$$

$$\alpha_{aj} = 0,01 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{0,15} \left(\frac{b_w}{t_f} \right)^{2,2} \left(\frac{t_w}{b_w} \right)^{0,25} \left(\frac{b_f}{b_w} \right)^{0,5} \quad (6.22)$$

Nessas expressões:

α , para vigas de borda, é igual a 2 e, para vigas internas, igual a 3, quando houver apenas três vigas, ou a 4, quando houver quatro ou mais vigas;

a é a distância entre vigas;

$(EI)_2$ é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje, desprezando o concreto tracionado (ou seja, é a rigidez fissurada da laje), por unidade de comprimento da viga, tomada como o menor valor entre a do meio do vão e a de um apoio interno da laje;

b e b' são, respectivamente, as larguras tracionada e comprimida da laje;

E_s e E_w são os módulos de elasticidade dos aços da armadura e da alma do perfil, respectivamente;

A_s é a área da armadura de tração da laje na largura b ;

d_s a distância da face comprimida da laje ao centro geométrico da armadura de tração;

n_1 é o número de conectores na seção transversal;

n_2 é um número que depende da distribuição de conectores ao longo do comprimento.

A dedução da expressão 6.18 e seu significado podem ser verificados em CALENZANI (2008). Vale observar que, nesta tese, a formulação proposta para o cálculo da rigidez rotacional da viga mista é diferente daquela proposta por *Calenzani*, embora os resultados sejam essencialmente os mesmos.

A dedução da equação 6.19 parte da restrição ao deslocamento lateral da mesa comprimida da viga, proporcionada pela conexão de cisalhamento, no modelo U invertido, como mostrado na figura 6.12. A constante de mola rotacional relaciona-se com a força perturbadora F por unidade de comprimento da viga e ao deslocamento lateral da mesa comprimida δ , causada por F , como se segue. No ponto de junção da alma com a laje, a rotação que causaria o deslocamento δ é δ/h e o momento fletor é Fh . A constante de mola rotacional da conexão é, portanto, igual a:

$$k_3 = \frac{Fh^2}{\delta} \quad (6.24)$$

Supondo que a mesa superior seja apoiada apenas nas bordas (vão igual a b_f), a força F relaciona-se com o deslocamento δ pela seguinte expressão:

$$\frac{F}{\delta} = \frac{12EI}{b_f h^2} \quad (6.25)$$

Substituindo 6.25 em 6.24 e lembrando que o momento de inércia I da mesa superior, por unidade de comprimento da viga, é igual a $t_f^3/12$, chega-se a:

$$k_3 = \frac{Et_f^3}{b_f} \quad (6.26)$$

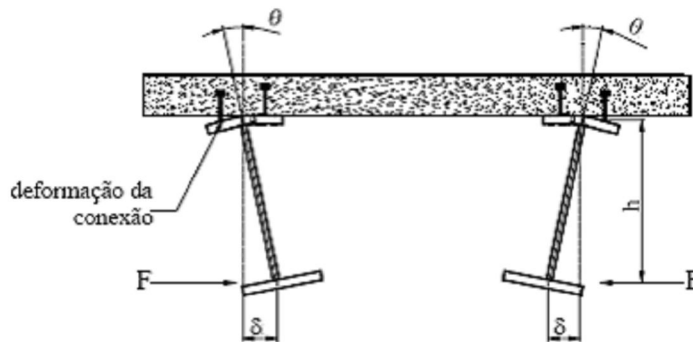


Figura 6.12 – Rigidez rotacional da conexão

Entretanto, foi necessária a introdução de um coeficiente de ajuste na equação acima, haja vista as condições de contorno reais da mesa superior, bastante diferentes da condição de apoio simples assumida inicialmente na análise (veja-se a figura 6.10) e a interação entre a mesa e as diversas outras variáveis que influenciam a rigidez da conexão. Definiu-se, então, o coeficiente de ajuste α_{aj} , dado pela expressão 6.23, em função dos parâmetros estudados por *Calenzani*: espessura (t_f) e largura (b_f) da mesa superior, espessura da alma (t_w), número de conectores na seção transversal (n_1 , que pode ser igual a 1 ou 2) e distribuição de conectores ao longo do comprimento (n_2). No caso de lajes mistas, n_2 é igual a 1 para conectores em todas as ondas da fôrma e a 2 para conectores em ondas alternadas. Para lajes planas, n_2 é igual a 1 para conectores espaçados a no máximo 200 mm e igual a 2, para espaçamento entre 200 mm e 400 mm. Para obtenção da expressão 6.23, utilizou-se a análise paramétrica de *Calenzani*. Para cada modelo analisado, a rigidez rotacional da conexão (k_3) foi calculada com a equação 6.16, sendo a rigidez rotacional da viga mista obtida da análise numérica (denominada, nesse caso, de k_n), a rigidez rotacional da alma (k_2) calculada com a equação 6.18 e a rigidez rotacional da laje (denominada, nesse caso, de k_{lm}) obtida por meio da equação 6.17, considerando que a rigidez a flexão da laje (EI) fosse expressa por um valor compreendido entre a rigidez fissurada e a não fissurada. Esse valor foi calibrado em função das rigidezes numéricas da laje (k_{ln}) fornecidas por *Calenzani*, de tal forma que a média das relações entre k_{lm} e k_{ln} fosse igual a 1,00 – veja-se a tabela 6.4. A razão entre os valores assim obtidos e aqueles calculados pela expressão 6.26 foi definida como o coeficiente de ajuste de cada modelo. Por meio das ferramentas de análise de dados da planilha *Excel* [MICROSOFT (2000)], obteve-se uma equação geral para o coeficiente de ajuste – a figura 6.13 mostra a boa correlação obtida: o coeficiente de regressão R^2 foi superior a 93%. Por meio da aplicação de um redutor (aproximadamente igual a 0,80), para que o maior erro contra a segurança não ultrapassasse 15%, obteve-se finalmente a equação 6.23, com a qual se podem calcular α_{aj} e, conseqüentemente, a rigidez rotacional da conexão (igual a k_{3p} na tabela 6.4) pela equação 6.19. Na tabela 6.4 apresentam-se ainda as relações entre a rigidez rotacional da viga mista proposta nesta tese (k_p , calculada com as equações 6.16 a 6.23) e a numérica (k_n) – note-se o elevado grau de conservadorismo implícito, especialmente para as lajes planas. Esse aparente

conservadorismo é devido à adoção da rigidez fissurada no cálculo da rigidez rotacional da laje (k_l), exigida pela norma brasileira. Essa exigência, porém, faz sentido, pois a fissuração da laje não é causada apenas pelo comportamento do mecanismo U invertido, mas, principalmente, pelas solicitações impostas à estrutura.

Tabela 6.4 – Cálculo da rigidez rotacional proposta – laje plana

Modelos	k_n	k_{1n}	k_1	k_{1m}	k_{1m}/k_{1n}	k_2	k_3	k_{3p}	erro %	k_p	k_p/k_n
U3-P	103	333	209	333	1,00	262	346	298	-13,7	84	0,81
U4-P	107	357	209	333	0,93	262	395	331	-16,3	86	0,80
U5-P	88	264	209	333	1,26	262	220	171	-22,1	69	0,79
U6-P	95	326	209	333	1,02	262	269	190	-29,5	72	0,76
U7-P	131	323	209	333	1,03	455	411	366	-10,9	103	0,79
U8-P	138	355	209	333	0,94	455	489	406	-16,9	106	0,77
U9-P	136	1365	665	1087	0,80	262	381	298	-21,8	115	0,85
U10-P	139	1530	665	1087	0,71	262	406	331	-18,5	120	0,86
U11-P	116	514	363	477	0,93	262	369	298	-19,2	101	0,87
U12-P	118	511	363	477	0,93	262	390	331	-15,2	104	0,88
U15-P	107	381	209	333	0,87	262	395	269	-32,0	81	0,76
U16-P	105	338	209	333	0,99	262	369	298	-19,2	84	0,80
U17-P	84	248	209	333	1,34	262	196	154	-21,5	66	0,79
U18-P	93	334	209	333	1,00	262	254	171	-32,6	69	0,74
U19-P	108	357	209	333	0,93	262	409	379	-7,2	89	0,82
U20-P	140	360	209	333	0,92	455	515	466	-9,5	109	0,78
U21-P	116	259	209	333	1,29	525	269	242	-10,1	92	0,80
U22-P	125	310	209	333	1,07	525	324	269	-17,0	96	0,77
U23-P	133	248	209	333	1,34	910	293	298	1,7	108	0,81
U24-P	149	313	209	333	1,06	910	383	330	-13,9	112	0,75
U25-P	109	236	209	333	1,41	525	234	218	-6,9	89	0,81
U26-P	117	299	209	333	1,11	525	275	242	-11,9	92	0,79
U27-P	140	289	209	333	1,15	525	448	422	-5,8	110	0,79
U28-P	149	320	209	333	1,04	525	555	468	-15,7	113	0,76
U29-P	126	240	209	333	1,39	525	330	380	15,0	107	0,85
U30-P	148	327	209	333	1,02	525	541	422	-22,1	110	0,75
U31-P	101	222	209	333	1,50	525	200	200	-0,2	85	0,85
U32-P	111	299	209	333	1,11	525	244	222	-9,0	89	0,80
U33-P	93	193	209	333	1,73	525	171	180	5,3	82	0,88
U34-P	102	284	209	333	1,17	525	204	200	-2,1	85	0,84
U35-P	119	269	209	333	1,24	525	286	171	-40,2	80	0,67
U36-P	128	305	209	333	1,09	525	344	190	-44,8	84	0,65
U37-P	95	361	209	333	0,92	219	339	302	-10,9	79	0,83
U38-P	125	368	209	333	0,90	379	424	371	-12,5	99	0,79
U39-P	95	357	209	333	0,93	219	339	346	2,2	82	0,86
U40-P	126	363	209	333	0,92	379	436	426	-2,3	102	0,81

Tabela 6.4 – Cálculo da rigidez rotacional proposta – laje mista

Modelos	k_n	k_{1n}	k_1	k_{1m}	k_{1m}/k_{1n}	k_2	k_3	k_{3p}	erro %	k_p	k_p/k_n
U3-M	140	2364	1916	2084	0,88	262	351	298	-15,0	130	0,93
U4-M	145	3233	1916	2084	0,64	262	384	331	-13,8	136	0,94
U5-M	118	1762	1916	2084	1,18	262	239	171	-28,4	98	0,83
U6-M	124	2541	1916	2084	0,82	262	265	190	-28,3	104	0,84
U7-M	196	2002	1916	2084	1,04	455	413	366	-11,2	183	0,94
U8-M	205	2440	1916	2084	0,85	455	455	406	-10,6	193	0,94
U9-M	145	5091	5510	6364	1,25	262	341	298	-12,7	136	0,94
U10-M	150	10786	5510	6364	0,59	262	371	331	-10,7	143	0,95
U11-M	140	2237	1378	1584	0,71	262	370	298	-19,5	127	0,91
U12-M	144	2846	1378	1584	0,56	262	400	331	-17,2	132	0,92
U13-M	137	1722	958	1042	0,61	262	395	298	-24,6	122	0,89
U14-M	142	2279	958	1042	0,46	262	440	331	-24,9	127	0,89
U15-M	137	2394	1916	2084	0,87	262	332	269	-19,2	124	0,91
U16-M	142	4054	1916	2084	0,51	262	363	298	-18,0	130	0,92
U17-M	114	1541	1916	2084	1,35	262	223	154	-30,9	92	0,81
U18-M	118	2908	1916	2084	0,72	262	239	171	-28,4	98	0,83
U21-M	183	1851	1916	2084	1,13	525	325	242	-25,5	152	0,83
U22-M	195	2714	1916	2084	0,77	525	365	269	-26,3	163	0,83
U23-M	237	1805	1916	2084	1,15	910	379	298	-21,4	201	0,85
U24-M	258	2909	1916	2084	0,72	910	435	330	-24,2	215	0,83
U25-M	174	1406	1916	2084	1,48	525	297	218	-26,6	143	0,82
U26-M	183	2944	1916	2084	0,71	525	325	242	-25,5	152	0,83
U27-M	239	2052	1916	2084	1,02	525	556	422	-24,2	208	0,87
U28-M	258	3336	1916	2084	0,62	525	671	468	-30,3	219	0,85
U29-M	225	1843	1916	2084	1,13	525	486	380	-21,8	198	0,88
U30-M	244	3170	1916	2084	0,66	525	584	422	-27,8	208	0,85
U31-M	160	1742	1916	2084	1,20	525	259	200	-22,7	135	0,84
U32-M	165	2692	1916	2084	0,77	525	272	222	-18,4	144	0,87
U33-M	152	1043	1916	2084	2,00	525	238	180	-24,4	125	0,82
U34-M	154	2568	1916	2084	0,81	525	243	200	-17,8	135	0,87
média					1,00	obs: a média e o desvio padrão referem-se aos dois tipos de lajes					
desvio padrão					0,287						

Observa-se que os modelos com a mesma numeração são equivalentes, diferindo apenas pelo tipo de laje. Por exemplo, os modelos U3-P e U3-M, cujos tipos de laje são, respectivamente, plana e mista, possuem o mesmo perfil e o mesmo número e disposição similar de conectores. Comparando-se os valores de k_3 de modelos equivalentes, verifica-se que são muito próximos – a relação entre eles (mista/plana) apresenta média de 1,10 e coeficiente de variação de 14%, demonstrando a robustez do modelo de cálculo.

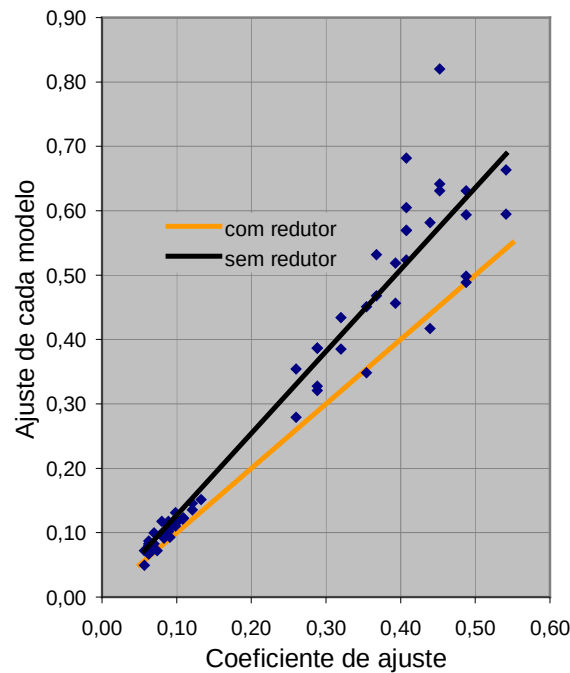


Figura 6.13 – Obtenção da equação do coeficiente de ajuste

Ressalta-se que a formulação da norma brasileira parte do pressuposto de que a linha neutra plástica deve se localizar apenas no perfil de aço – não é previsto o caso de linha neutra situada na laje de concreto. Ou seja, a linha neutra, no caso de perfis de alma senoidal, pode se situar apenas na mesa inferior ou na mesa superior. Observa-se que a localização, com base nas tensões, da LNP na alma não é definida – devido à alma não participar da resistência a tensões normais na direção longitudinal, há um “salto” em sua posição, da face inferior da mesa superior à face superior da mesa inferior.

A norma brasileira permite que a determinação dos efeitos das ações na estrutura seja feita utilizando-se análise global elástica ou, em algumas situações, plástica. Para vigas mistas semicontínuas, a norma brasileira recomenda a utilização da análise global plástica, para um melhor aproveitamento do sistema estrutural. Nesse caso, determina que o momento solicitante de cálculo, para efeito de verificação à FLD, seja dado pela resistência da ligação mista multiplicada por γ_n , onde γ_n é um coeficiente de ajustamento, que pode ser tomado igual a 1,35. Na seção seguinte desta tese, é proposta uma formulação capaz de prever adequadamente a resistência de ligação mista de perfis de alma senoidal com chapa de topo, conforme modelo e geometria apresentados neste trabalho – figura 4.25.

6.5 Resistência da ligação mista

Segundo a ABNT NBR 8800 (2008), numa ligação mista podem ser considerados três componentes: a armadura da laje de concreto, os conectores de cisalhamento e a ligação entre o perfil de aço e o elemento suporte.

Para a ligação mista mostrada na figura 6.14, a norma brasileira apresenta um procedimento de cálculo completo para vigas compactas, com base no comportamento dos componentes, sendo que o elemento de apoio pode ser um pilar ou uma viga. Para isso, devem ser atendidas as seguintes condições, além das apresentadas na figura 6.14 (veja-se a norma brasileira para outras exigências):

- a distância transversal entre furos da chapa de ligação não pode ser inferior a $6 d_b$ e superior a $0,55 b_p$, onde d_b é o diâmetro dos parafusos e b_p a largura da chapa;
- a distância transversal entre furo e borda não pode ser inferior a $1,5 d_b$;
- a espessura da chapa não pode ser superior a $d_b/2$, para que a resistência última da ligação metálica seja comandada pela resistência da chapa e garantir a ductilidade da ligação mista (desde que atendidas outras condições apresentadas na norma);
- a resistência dos conectores de cisalhamento na região de momento negativo deve ser superior à resistência das barras da armadura (interação completa).

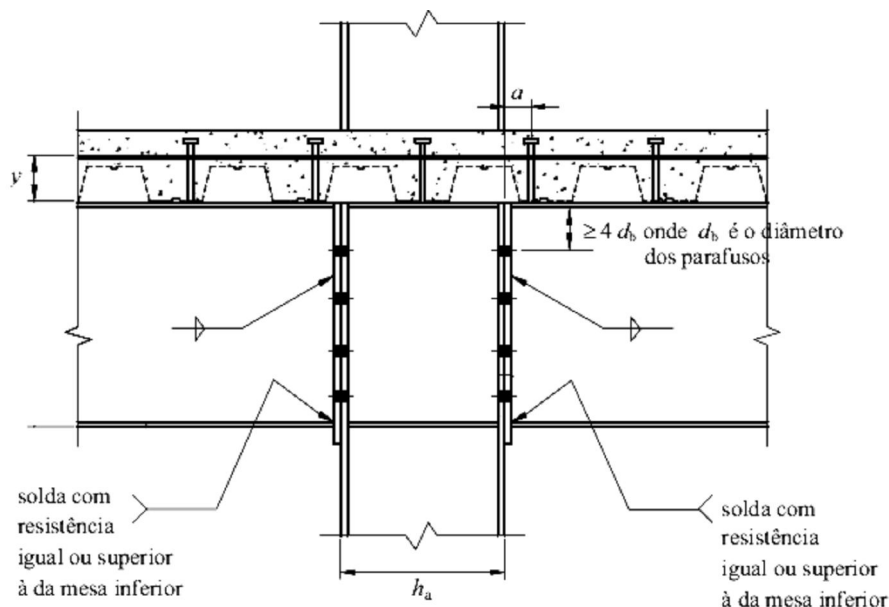


Figura 6.14 – Ligação mista com chapa de extremidade

Nesta tese, propõe-se que o modelo apresentado na norma brasileira seja utilizado para o cálculo da ligação mista ilustrada na figura 4.25 do capítulo 4, que atenda as disposições construtivas exigidas acima, com as seguintes considerações adicionais:

- *desprezam-se a alma no cálculo das propriedades geométricas e, conseqüentemente, as exigências de que esta seja compacta;*
- *considera-se a contribuição da ligação metálica na resistência da ligação mista;*
- *a resistência da mesa comprimida deve ser igual ou superior à soma das forças desenvolvidas pela armadura e pela ligação metálica (veja-se a equação 6.25);*
- *consideram-se outros valores para capacidade de rotação disponível e necessária (veja-se seção 6.7 adiante).*

Assim sendo, o momento fletor resistente é dado pela seguinte expressão:

$$M_{Rd} = \frac{f_{ys}}{\gamma_s} A_s (H - t_{fi} / 2 + y) + \frac{F_b}{\gamma_a} (h_0 + t_{fi} / 2 - e_y) \quad (6.25)$$

onde F_b é a resistência da linha superior de parafusos e e_y , a sua distância à face interna da mesa superior do perfil; y é a distância da mesa superior ao eixo das barras da armadura. A resistência da linha superior de parafusos é obtida a partir do modelo de cálculo (“Equivalent T-Stub”) do EN 1993-1-8 (2005), com base nos resultados de um extenso programa de ensaios realizado na Europa [SCI 207 (1997)]. O modelo considera três modos de falha da linha de parafusos [veja-se a figura 6.15 e o SCI 207 (1997) para detalhes]: o modo 1, plastificação completa da mesa do T , ou seja, a formação de quatro charneiras plásticas, o modo 2, ruptura dos parafusos com plastificação parcial da mesa, isto é, a formação de duas charneiras plásticas, e o modo 3, ruptura dos parafusos.

Com as disposições construtivas exigidas na norma brasileira, pode-se demonstrar que o modo de falha predominante na ligação proposta será sempre o modo 1 [veja-se GONZAGA (2008) e GALVÃO (2008b)] e que, dentre as diversas possibilidades de formação de charneiras plásticas na ligação, a de menor resistência apresenta comprimento equivalente no modelo do “T-Stub” (L_{eq}) igual a $4m+1,25e_x$, onde m e e_x são a distância do furo ao centro da alma e à borda, respectivamente [SCI 207 (1997)]. Sabe-se que o momento de plastificação de cada charneira do T equivalente é igual a:

$$M_p = \frac{L_{eq} t_p^2 f_{yp}}{4} \quad (6.26)$$

Considerando, portanto, o modo 1, a força na linha superior de parafusos é dada por:

$$F_b = \frac{(4m + 1,25e_x)t_p^2 f_{yp}}{m} \quad (6.27)$$

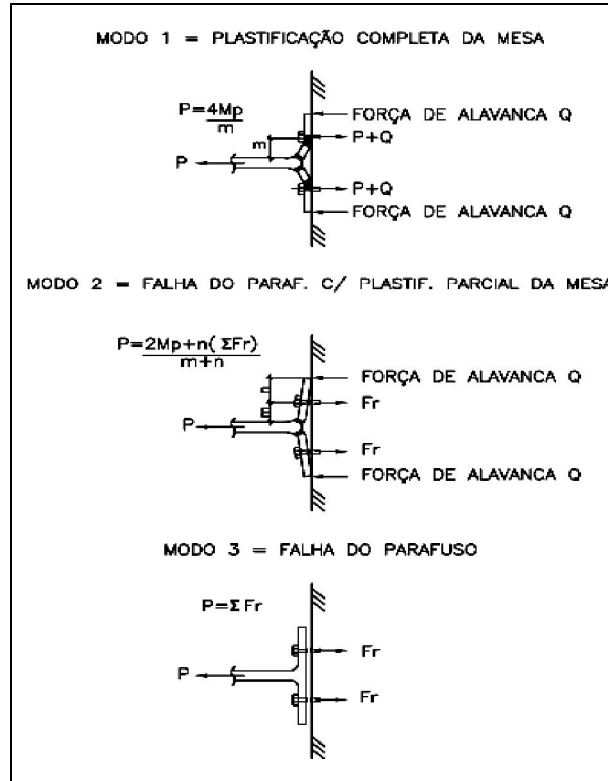


Figura 6.15 – Modos de falha do modelo “T-Stub”

Por simplicidade, pode-se substituir, na equação 6.25, H por h_0 e desprezar as parcelas $t_f/2$, sem erro significativo. Pode-se considerar também que y seja a distância entre os eixos da mesa superior e da armadura. Substituindo a equação 6.27 na equação 6.25, após algumas manipulações, chega-se finalmente na expressão:

$$M_{Rd} = A_s \frac{f_{ys}}{\gamma_s} (h_0 + y) + \frac{1}{2} \left(\frac{h_0}{e_y} - 1 \right) \left(\frac{e_y}{m} \frac{4 + 1,25e_x/m}{1 + e_x/m} \right) b_p t_p^2 \frac{f_{yp}}{\gamma_a} \quad (6.28)$$

Essa proposição foi embasada nas pesquisas realizadas em conjunto com *Galvão* [GALVÃO (2008b)], como apresentado a seguir.

O modelo de elementos finitos apresentado no capítulo anterior – seção 5.3 – foi utilizado numa análise paramétrica em que se variaram a seção transversal do perfil, o número de

barras de armadura e, conseqüentemente, o número de conectores de cisalhamento, as dimensões da chapa de topo e o diâmetro dos parafusos, buscando cobrir a maioria dos casos encontrados na prática. Foram processados 111 modelos, considerando as seguintes premissas:

- a resistência dos modelos não poderia ser reduzida pela plastificação da mesa inferior, devido à força de compressão, ou da alma, pela força cortante aplicada;
- as dimensões da chapa de topo e o diâmetro dos parafusos deveriam obedecer às limitações constantes na ABNT NBR 8800 (2008).

Assim procedendo, o modo de falha dos modelos numéricos seria a ruptura das barras da armadura ou a flambagem da mesa inferior, conforme apresentado no capítulo anterior.

Os resultados são mostrados na figura 6.16 em conjunto com a curva de ajuste perfeito entre as análise numérica e teórica, em que se calculou o momento resistente pela equação 6.28 sem os coeficientes de ponderação das resistências. Como se pode observar, obteve-se uma boa correlação entre os dois tipos de análise, sempre do lado da segurança, justificando plenamente o procedimento proposto. Os coeficientes de tendência e de variação da relação *numérica/teórica* são $\delta = 1,11$ e $V = 0,027$

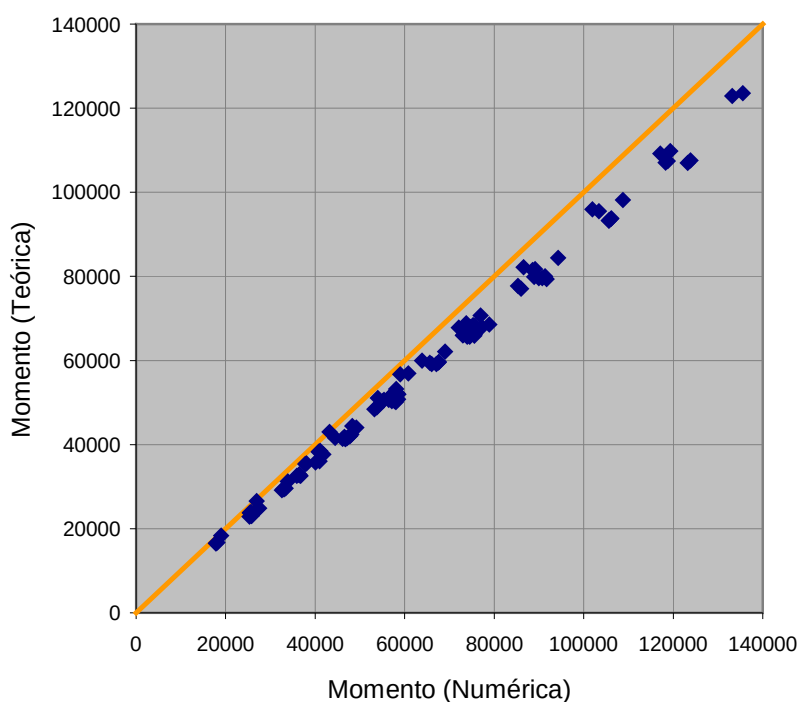


Figura 6.16 – Curva de ajuste perfeito entre as análises (momentos em kNcm)

6.6 Plastificação da viga mista

O momento fletor resistente de cálculo referente à plastificação da viga mista (PVM) de alma plana na região de momento fletor positivo é calculado, conforme a ABNT NBR 8800 (2008), pelas seguintes equações (interação completa):

$$M_{Rd} = T_{ad}(d_1 + h_F + t_c - a/2) \quad (6.29)$$

para linha neutra na laje de concreto e

$$M_{Rd} = C_{ad}(d - y_t - y_c) + C_{cd}(t_c/2 + h_F + d - y_t) \quad (6.30)$$

para linha neutra no perfil metálico, onde

$$T_{ad} = A \frac{f_y}{\gamma_a} \quad a = \frac{T_a}{0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_c} \quad C_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_c t_c \quad C_{ad} = \frac{1}{2}(T_{ad} - C_{cd}) \quad (6.31)$$

$$a \quad (6.34)$$

d é a altura total do perfil de aço;

d_1 é a distância do centro geométrico do perfil de aço até a face superior desse perfil;

y_c é a distância do centro geométrico da parte comprimida do perfil de aço até a face superior desse perfil;

y_t é a distância do centro geométrico da parte tracionada do perfil de aço até a face inferior desse perfil;

h_F é a altura da fôrma da laje;

t_c é a espessura da laje de concreto acima da fôrma;

b_c é a largura efetiva da laje, função do comprimento e do espaçamento das vigas.

Para interação parcial e outras situações, deve-se consultar a norma brasileira.

Novamente, propõe-se que o procedimento da norma brasileira, ilustrado acima, seja utilizado também para o dimensionamento de vigas mistas com perfil de alma senoidal, desprezando-se a alma no cálculo das propriedades geométricas. Assim, o momento fletor resistente de cálculo deve ser calculado pelas expressões 6.29 a 6.34, substituindo-se d por H .

Ressalta-se que não é prevista a situação de a linha neutra plástica localizar-se na mesa inferior do perfil. Como a alma não participa da resistência a tensões normais ao eixo da viga, a única alternativa de localização da LNP no perfil de alma senoidal é na mesa superior.

Para justificar essa proposta, foi realizada, em conjunto com *Galvão* [GALVÃO (2008b)], uma ampla análise paramétrica utilizando o modelo de elementos finitos apresentado no capítulo anterior, devidamente validado por comparação com resultados experimentais reportados na literatura. Foram processados 130 modelos, buscando varrer boa parte do espectro utilizado na prática. Variaram-se a altura da seção, a largura e a espessura das mesas, o vão, inclusive a relação l/d_t , da viga mista (onde d_t é altura total incluindo a espessura da laje), a espessura (inclusive a altura da fôrma de aço incorporada) e a largura efetiva da laje, assim como a resistência característica à compressão do concreto.

Os resultados da análise são apresentados nas figuras 6.17 e 6.18. Na primeira é mostrada a curva de ajuste perfeito entre as análises numérica e teórica, onde se utilizou o momento de plastificação calculado pelo procedimento da norma brasileira, desprezando-se a alma, e na segunda, a relação entre as análises (*numérica/teórica*) para cada modelo processado. Como se observa, obteve-se uma boa correlação entre os dois tipos de análise, justificando plenamente o procedimento proposto. Os coeficientes de tendência e de variação da relação *numérica/teórica* são $\delta = 0,98$ e $V = 0,020$.

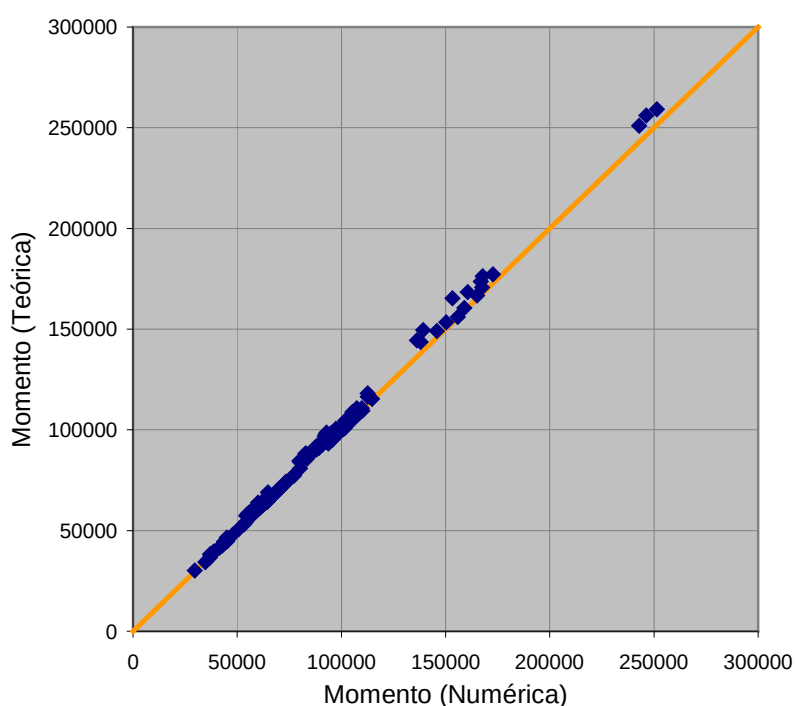


Figura 6.17 – Curva de ajuste perfeito entre as análises (momentos em kNcm)

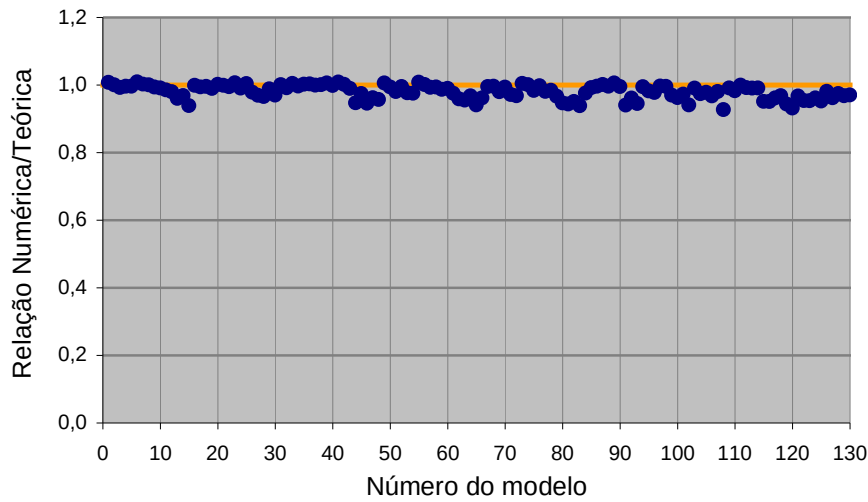


Figura 6.18 – Relação entre as análises

6.7 Capacidade de rotação

Segundo a ABNT NBR 8800 (2008), como a resistência última da ligação em um sistema semicontínuo é sempre menor que o momento plástico negativo da viga mista, a própria ligação mista tem que garantir a rotação necessária para o desenvolvimento do máximo momento positivo da viga, quando se utiliza análise plástica.

A capacidade de rotação da ligação é determinada atribuindo-se aos deslocamentos dos componentes seus valores limites. Assim:

$$\theta_u = \frac{\Delta_{us} + \Delta_{ui} + s^{(B)}}{d + y} \quad (6.35)$$

onde Δ_{us} é a capacidade de deformação da armadura, Δ_{ui} é a capacidade de deformação da mesa inferior e $s^{(B)}$, a capacidade de deformação dos conectores. Em ligações com chapa de topo, considera-se que $\Delta_{ui} = 0$.

A capacidade de deformação dos conectores é dada por:

$$s^{(B)} = 2s^{(A)} \frac{F_{con}^{(B)}}{F_{con}^{(A)}} \quad (6.36)$$

onde:

$$s^{(A)} = \frac{0,7Q_{Rk}}{k_{con}} \quad (6.37)$$

$$F_{con}^{(A)} = k_{cs}s^{(A)} \quad (6.38)$$

$$F_{con}^{(B)} = A_s f_{ys} \quad (6.39)$$

Q_{Rk} é a força nominal resistente de um conector, k_{con} é igual a 100 kN/mm para conectores de 19 mm e k_{cs} é dado por:

$$k_{cs} = \frac{nk_{con}}{\alpha} \quad (6.40)$$

em que n é o número de conectores na região de momento negativo e

$$\alpha = \nu - \frac{(\nu - 1)(d + y)}{d_s(\xi + 1)} \quad (6.41)$$

$$\xi = \frac{I_a}{d_s^2 A_s} \quad (6.42)$$

$$\nu = \sqrt{\frac{(\xi + 1)nk_{con}L^- d_s^2}{EI_a}} \quad (6.43)$$

d_s é a distância do centro geométrico do perfil de aço ao centro geométrico da armadura, I_a é o momento de inércia do perfil de aço e L^- , o comprimento da viga, adjacente ao nó, na região de momento negativo, podendo ser tomado igual a 15% do vão.

A capacidade de deformação das barras da armadura, que devem ser de aço CA-50 com diâmetro mínimo de 12,5 mm, é dada por:

$$\Delta_{us} = L\varepsilon_{smu} \quad (6.44)$$

onde

L é o comprimento de referência para levar em conta o efeito do concreto que envolve a armadura, podendo ser tomado igual a 200 mm, sendo que as distâncias do primeiro conector até à face e até ao centro do elemento de apoio não podem ser inferiores a 100 mm e 200 mm, respectivamente;

ε_{smu} é a deformação da armadura envolvida pelo concreto, correspondente ao limite de resistência, igual a

$$\varepsilon_{smu} = \varepsilon_{sy} - \beta_t \Delta \varepsilon_{sr} + \delta_0 \left(1 - \frac{\sigma_{sr}}{f_{ys}} \right) (\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}) \quad (6.45)$$

com

β_t e δ_0 iguais a 0,4 e 0,8, respectivamente;

$$\Delta \varepsilon_{sr} = \frac{f_{ctm} k_c}{\delta_s E_s} \quad (6.46)$$

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm} k_c}{\delta_s} \left(1 + \frac{\delta_s E_s}{E_c} \right) \quad (6.47)$$

f_{ctm} igual à resistência média do concreto à tração e k_c podendo ser tomado conservadoramente igual a 1,0;

δ_s igual à taxa de armadura (relação A_s/A_c);

A_c igual à área da mesa de concreto;

ε_{sy} e ε_{su} iguais às deformações correspondentes à resistência ao escoamento e à resistência máxima à tração da armadura isolada, respectivamente.

Para mais detalhes e definições deve-se consultar a norma brasileira.

Nesta tese, propõe-se que o procedimento da norma brasileira também seja adotado para a determinação da capacidade de rotação de ligações mistas com perfil de alma senoidal, utilizando-se, porém, 70% da deformação última da armadura envolvida pelo concreto no cálculo da capacidade de deformação das barras da armadura, ou seja:

$$\Delta_{us} = 0,7 L \varepsilon_{smu} \quad (6.48)$$

Essa redução tem por objetivo diminuir a probabilidade da ocorrência de flambagem da mesa comprimida – veja-se a seção 5.3 do capítulo 5 – antes da efetiva redistribuição dos momentos de acordo com a análise plástica. Para verificar essa proposição, foram realizados em conjunto com Galvão [GALVÃO (2008b)] estudos e análises teóricas e numéricas, assim como comparações com os resultados experimentais, como se segue.

Utilizando os dados dos protótipos, podem-se calcular $\Delta_{us} = 0,96$ cm e $s^{(B)} = 0,20$ cm. Pela equação 6.35 chega-se a $\theta_u = 15,8$ mrad. Na figura 6.19 podem-se visualizar as curvas momento *versus* rotação dos protótipos, obtidas dos ensaios, juntamente com a

capacidade última experimental (16,0 mrad) e a calculada pelo procedimento proposto (15,8 mrad).

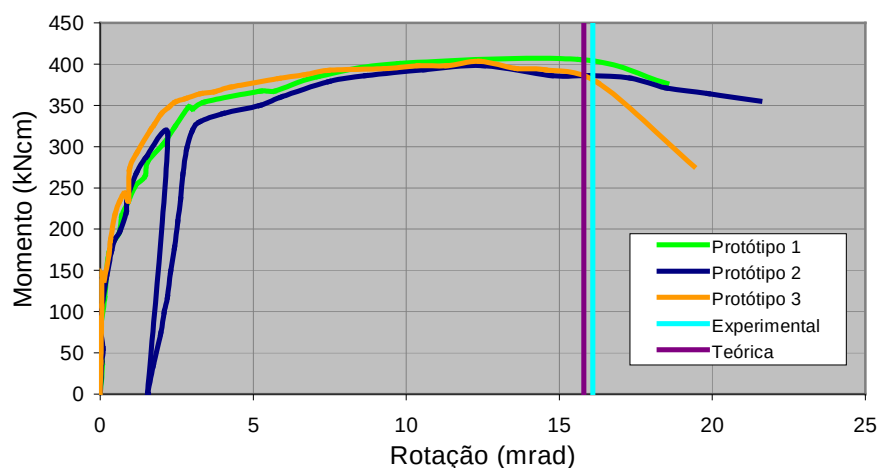


Figura 6.19 – Rotação última – comparação experimental x teórica

Na tabela 6.5 apresentam-se os valores da capacidade de rotação dos protótipos ensaiados, obtidos das análises experimental e numérica, juntamente com os calculados teoricamente conforme o procedimento proposto, utilizando-se os dados reais dos protótipos (teórico 1).

Foram determinadas as capacidades de rotação de seis modelos numéricos utilizados na análise paramétrica, cujos resultados são apresentados também na tabela 6.5, juntamente com os valores da capacidade de rotação teórica calculados segundo o procedimento proposto, para dois valores do comprimento de referência: $L = 310$ mm (teórico 1) e $L = 200$ mm (teórico 2) – o primeiro é a distância entre o primeiro conector e o centro do elemento de apoio e o segundo, o valor preconizado pela norma brasileira.

São apresentados ainda valores de rotação obtidos da análise numérica, correspondentes a 70% da deformação da armadura envolvida pelo concreto (ε_{smu}) – calculada conforme o procedimento da norma brasileira –, com exceção do referente ao protótipo 2, cujo alongamento da armadura não atingiu esse valor (o processamento numérico finalizou com um valor de deformação da armadura correspondente a aproximadamente 63% de ε_{smu}). Salienta-se que a relação constitutiva do aço da armadura utilizada na análise numérica dos protótipos foi determinada com os dados obtidos da análise experimental – para mais informações, veja-se GALVÃO (2008b).

Tabela 6.5 – Comparação de rotação última

Modelo	θ_u (mrad) (experimental)	θ_u (mrad) (numérico)	θ (mrad) (0,7 ε_{smu})	θ_u (mrad) (teórico 1)	θ_u (mrad) (teórico 2)
Protótipo 1	16,0	19,3	14,3	15,8	-
Protótipo 2	16,0	13,3	13,3*	15,8	-
Protótipo 3	16,0	19,6	14,2	15,8	-
H400A	-	19,9	14,2	14,9	10,2
H400B	-	26,5	18,0	17,4	12,0
H600A	-	14,4	10,3	10,6	7,2
H600B	-	16,2	13,0	12,6	8,6
H1000A	-	9,3	6,6	6,8	4,6
H1000B	-	11,2	8,4	8,1	5,5

* correspondente a 63% de ε_{smu}

Como se pode observar, há uma boa correlação entre os resultados das análises experimental, numérica e teórica. Pode-se concluir, portanto, que o procedimento proposto conduz a resultados suficientemente conservadores para ser utilizado em projeto.

Em vigas mistas com perfil de alma senoidal, a rotação necessária para o desenvolvimento do máximo momento positivo da viga é muito inferior à dos perfis de alma plana. Isso se deve a não ser necessária a plastificação completa do perfil senoidal, haja vista que a alma não contribui para resistir ao momento fletor. Assim sendo, pode-se considerar, sem erro significativo, que a rotação de apoio que provoque o início da plastificação da viga seja a rotação necessária. Haja vista as dimensões usuais dos perfis e da laje, pode-se considerar que o início da plastificação da viga mista corresponda ao início do escoamento da mesa inferior (desprezando-se as tensões residuais). Sem erro apreciável, dentro dos limites usuais dos perfis e das lajes, pode-se considerar que a resistência da viga mista na região de momento positivo (M^+), correspondente ao início de plastificação da mesa, e o momento de inércia da viga mista (I) sejam aproximados por:

$$M^+ \cong A_{fi} f_y d_t \quad (6.49)$$

$$I \cong 0,7 A_{fi} d_t^2 \quad (6.50)$$

Chamando de α a relação entre os momentos resistentes da ligação mista (M) e da viga mista (M^+), chega-se às seguintes relações, para $f_y = 350$ MPa e $E = 200000$ MPa:

$$\phi(\text{mrad}) = 0,4167(2 - \alpha) \frac{l}{d_t} \quad \text{para DL e 2CL} \quad (6.51)$$

$$\phi(\text{mrad}) = 0,6250(1 - \alpha) \frac{l}{d_t} \quad \text{para 1CL} \quad (6.52)$$

onde

l/d_t é a relação entre o vão e a altura total da viga mista;

DL significa carga uniformemente distribuída;

1CL significa uma carga concentrada no centro da viga;

2CL significa duas cargas concentradas nos terços do vão da viga.

O valor mínimo de α , conforme a ABNT NBR 8800, deve ser igual a 0,3. Apresenta-se na tabela 6.6, a capacidade de rotação necessária para $\alpha = 0,3$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 0,7$.

Tabela 6.6 – Capacidade de rotação necessária (mrad)

l/d_t	$\alpha = 0,3$		$\alpha = 0,5$		$\alpha = 0,7$	
	DL e 2CL	1CL	DL e 2CL	1CL	DL e 2CL	1CL
12	8,5	5,3	7,5	3,8	6,5	2,3
15	10,6	6,6	9,4	4,7	8,1	2,8
18	12,8	7,9	11,3	5,6	9,8	3,4
21	14,9	9,2	13,1	6,6	11,4	3,9
24	17,0	10,5	15,0	7,5	13,0	4,5

7

DESCRIÇÃO ESTATÍSTICA DAS VARIÁVEIS BÁSICAS

7.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas e descritas as variáveis básicas envolvidas nos modelos de cálculo propostos no capítulo anterior. São também determinados a distribuição de probabilidade de cada variável e seus correspondentes parâmetros estatísticos. Para tal, foram utilizados dados extraídos da literatura técnica e de um amplo programa de medições desenvolvido pela Codeme Engenharia, além daqueles obtidos dos ensaios experimentais apresentados no capítulo quarto. Os dados relativos à geometria e ao sistema produtivo dos perfis referem-se às dimensões e limitações apresentadas na subseção 1.1.2 do primeiro capítulo. Embora se trate de um tipo específico de maquinário e um único produtor (a Codeme Engenharia é o único fabricante de perfis de alma senoidal no Brasil), observa-se que o sistema produtivo e as tolerâncias dimensionais são semelhantes aos dos perfis de alma plana adotados internacionalmente. Outro ponto que merece comentário é que, embora se tenha utilizado somente um tipo de aço na análise estatística, é sabido que apenas duas usinas siderúrgicas são produtoras de chapas grossas no Brasil, ambas pertencentes ao mesmo grupo empresarial. Além disso, as demais, que produzem tiras a quente, que também poderiam ser utilizadas nas mesas dos perfis, utilizam métodos e normas de produção similares aos das usinas produtoras de chapa

grossa. Assim sendo, acredita-se que os parâmetros estatísticos do aço USICIVIL 350 possam ser representativos também dos parâmetros dos demais aços similares.

O programa de medições consistiu na anotação sistemática das dimensões reais dos perfis de alma senoidal fabricados no período compreendido entre o segundo semestre de 2006 e o primeiro semestre de 2008. Foram anotadas as seguintes dimensões: altura total, largura e espessura das mesas superior e inferior e o valor da imperfeição geométrica inicial (falta de retilineidade) em relação ao eixo de menor inércia – veja-se o anexo 1.

As primeiras medidas dos valores da imperfeição geométrica de alguns perfis estavam fora da tolerância de fabricação exigida ($l/1000$, onde l é o comprimento medido do perfil), devido a um problema de ajuste do equipamento. Dessa forma, os valores medidos não foram os que efetivamente ocorreram, pois os perfis foram posteriormente desempenados para adequá-los às tolerâncias exigidas. Para contornar esse problema, tomou-se, para efeito de cálculo, a tolerância máxima como o valor da imperfeição a ser utilizada, ou seja, se a imperfeição medida foi superior a $l/1000$, esta foi tomada como $l/1000$. Esse procedimento é claramente a favor da segurança, haja vista que imperfeições superiores a esse valor não são aceitas pelo controle de qualidade de fabricação. Foram detectados cerca de 40 casos nessa situação, num universo de mais de 500 perfis medidos. Vale registrar ainda que, na maior parte dos casos, a falta de retilineidade era tão pequena (inferior a 1,0 mm) que foi anotada como zero, isto é, inexistente. Nos cálculos, para evitar inconsistência (divisão por zero), o valor foi tomado igual a 1,0 mm. Para determinação dos parâmetros relativos à resistência ao escoamento do aço utilizado nas mesas do perfil, USICIVIL 350, foram utilizados os dados obtidos dos certificados emitidos pela usina siderúrgica. Não foi considerado necessário estudar as estatísticas referentes ao aço utilizado na alma, USICIVIL 300, visto que as propriedades da alma foram desprezadas nos modelos apresentados neste trabalho – veja-se, porém, 7.3 e 7.9.

Ressalta-se que todas as variáveis aleatórias das funções de desempenho (veja-se o oitavo capítulo) utilizadas nesta tese foram consideradas estatisticamente independentes, isto é, não correlacionadas – veja-se a seção 7.11.

Para facilitar a visualização e a compreensão das expressões matemáticas, a partir deste capítulo as variáveis aleatórias serão representadas por letras maiúsculas e as determinísticas e os valores nominais ou específicos das variáveis aleatórias, por

minúsculas. Exceções são os valores nominais da resistência (R_n), da solicitação (S_n) e das ações permanente (D_n) e variável (L_n).

7.2 Resistência ao escoamento do aço

O trabalho de BJORHOVDE (1972) foi um dos primeiros (e um dos mais importantes) a propor métodos probabilísticos para cálculo de estruturas de aço. De acordo com *Bjorhovde*, sendo a resistência ao escoamento dos aços especificada pelas normas um valor “mínimo” (f_y = valor nominal), seria razoável assumir que sua distribuição de frequência tenha assimetria positiva. Ainda segundo o autor, uma boa correlação com os resultados dos ensaios pode ser alcançada com distribuições de *extremos tipo I* (distribuição de Gumbel) ou *tipo III* (distribuição de Weibull). *Bjorhovde*, arbitrariamente, assumiu que a probabilidade de que possam ocorrer valores inferiores ao mínimo especificado é de 2,5%, mesma probabilidade de que possam ocorrer valores maiores que um limite superior. Com o valor nominal da resistência ao escoamento e a estatística do aço ASTM A-572, *Bjorhovde* encontrou os valores de 371 MPa para a média e 14,4 MPa para o desvio-padrão – conseqüentemente, um coeficiente de variação (V) igual a 0,039. Normalizando a média em relação ao valor nominal (f_y = 350 MPa), chega-se ao *coeficiente de tendência* (δ), “*bias coefficient*”, igual a 1,06.

Contrariando *Bjorhovde*, pesquisas mais recentes indicam que a resistência ao escoamento pode ser mais bem descrita por uma distribuição lognormal – na tabela 7.1 apresentam-se valores dos coeficientes de tendência e de variação de aços similares ao ASTM A-572, com resistência nominal ao escoamento de 350 MPa.

Tabela 7.1 – Coeficientes de tendência e de variação

FONTE	AÇO	δ	V
GALAMBOS (2005)	vários	1,06	0,060
BARTLETT <i>et al.</i> (2003)	A-992	1,10	0,056
SCHMIDT e BARTLETT (2002a)	G-350W	1,11	0,054
SCHMIDT e BARTLETT (2002a)	vários	1,11	0,063
<i>Dexter et al.</i> (2000) ¹	A-992	1,12	0,058
<i>Jaquess e Frank</i> (1999) ¹	A-572	1,09	0,071
<i>Frank e Read</i> (1993) ¹	A-572	1,10	0,089

¹ *apud* Bartlett *et al.* (2003)

A título de ilustração, os valores dos coeficientes de tendência e de variação utilizados na calibração da primeira versão em estados limites da especificação do AISC [GALAMBOS E RAVINDRA (1978)] foram 1,05 e 0,10, respectivamente. Na calibração da norma canadense [CAN-CSA-S16-1 (2004)] foram utilizados os seguintes valores: $\delta = 1,07$ e $V = 0,065$ para perfis laminados e $\delta = 1,10$ e $V = 0,110$ para perfis soldados [KENNEDY e GAD ALY (1980)]. Vale lembrar que esses dados não se referem apenas a um tipo particular de aço e sim, a valores considerados adequados para toda a gama de aços utilizados na época.

Os valores da resistência ao escoamento fornecidos nos certificados emitidos pelas usinas siderúrgicas no Brasil são obtidos de ensaios normalmente executados conforme a ASTM A-370 [ASTM A-370 (2008)], que especifica uma taxa máxima de deformação igual a 1042 microdeformações por segundo (μs^{-1}). Conforme se sabe da Metalurgia Mecânica, a taxa de deformação influencia sensivelmente o resultado dos ensaios para obtenção da resistência ao escoamento dos aços. Na figura 7.1, mostram-se quatro valores da resistência ao escoamento: f_{sy} , f_{iy} , f_{yd} e f_{ys} , respectivamente, superior, inferior, dinâmica e estática.

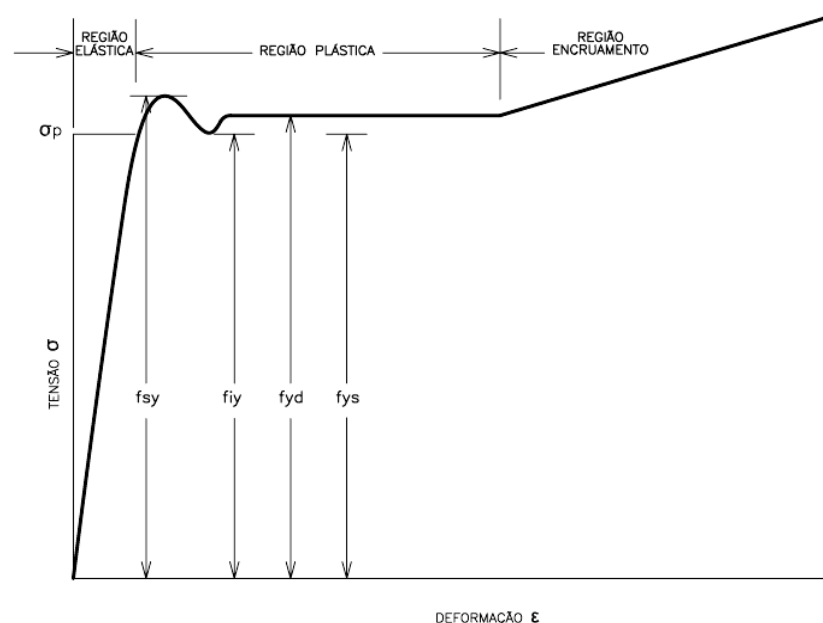


Figura 7.1 – Definição dos termos f_{sy} , f_{iy} , f_{yd} e f_{ys}

De acordo com os Memorandos Técnicos 7 e 8 do Structural Stability Research Council [GALAMBOS (1998)], o valor a ser utilizado tanto em projeto como em pesquisa (portanto o valor nominal f_y) deve ser a *resistência ao escoamento estática*, obtida sob taxa de deformação nula. Pela própria definição, a resistência ao escoamento estática é independente da velocidade do ensaio e não é afetada pelo tipo do equipamento ou pelas dimensões dos protótipos ensaiados. Evidentemente, não é possível testar um espécime sob taxa de deformação nula, mas nesses memorandos é dado um procedimento de ensaio considerado adequado para a obtenção da resistência estática – veja-se GALAMBOS (1998) para maiores detalhes. Segundo essa publicação, o valor obtido conforme a ASTM A-370 é considerado *resistência ao escoamento dinâmica* que, ao contrário da estática, depende da taxa de deformação utilizada no ensaio. Torna-se necessário, portanto, converter os valores fornecidos nos certificados em valores de resistência ao escoamento estática.

De acordo com o Memorando Técnico 8, a relação entre os valores estático e dinâmico pode ser estimada satisfatoriamente pela seguinte equação (em MPa):

$$f_{yd} - f_{ys} = 22,1 + 0,007\dot{\epsilon} \quad (7.1)$$

para taxa de deformação ($\dot{\epsilon}$) na faixa entre $200 \mu s^{-1}$ e $1600 \mu s^{-1}$. Conservadoramente, considerando que os ensaios tenham sido conduzidos sob a máxima taxa permitida ($1042 \mu s^{-1}$) [GALAMBOS e RAVINDRA (1978), KENNEDY e GAD ALY (1980), SCHMIDT e BARTLETT (2002a)], a resistência estática pode ser avaliada por (em MPa):

$$f_{ys} = f_{yd} - 29 \quad (7.2)$$

o que significa que os valores obtidos dos certificados devem ser reduzidos em 29 MPa.

Em FUKUMOTO e ITOH (1981), podem-se calcular os coeficientes de tendência e de variação da resistência ao escoamento estática (valores reduzidos em 29 MPa) de 136 ensaios em perfis soldados (mesa de 8 mm e alma de 6 mm) de aço com resistência ao escoamento nominal de 235 MPa. Os valores encontrados foram: $\delta = 1,08$ e $V = 0,053$ para as mesas e $\delta = 1,31$ e $V = 0,076$ para a alma.

No programa de medições realizado na Codeme, foram selecionados aleatoriamente 332 ensaios relatados nos certificados fornecidos pela Usiminas, usina produtora do aço utilizado nas mesas dos perfis de alma senoidal (USICIVIL 350), no período

compreendido entre 2004 e 2007. O histograma da resistência ao escoamento estática, F , (ajustada pela equação 7.2) é mostrado na figura 7.2 – esses dados referem-se às espessuras de 6,3 mm a 19,0 mm.

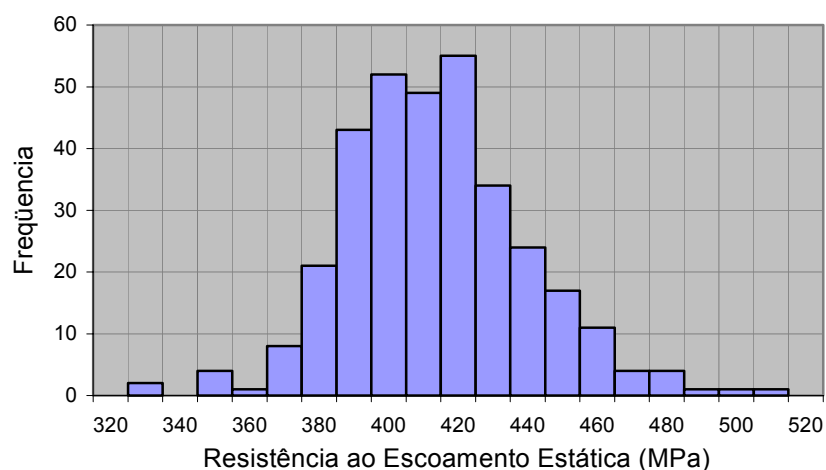


Figura 7.2 – Histograma de F

Foram calculados a média e o desvio-padrão dessas amostras, cujos valores são, respectivamente, 409,1 MPa e 26,5 MPa – portanto, os coeficientes de tendência e de variação são iguais a 1,17 e 0,065, respectivamente. Foram realizados testes de *Kolmogorov-Smirnov* para prova de aderência, cujos resultados para um nível de significância de 5% mostraram que tanto a distribuição normal quanto a lognormal são adequadas. Todavia, a distribuição lognormal é ligeiramente superior e, por isso, foi adotada neste trabalho, em sintonia com as pesquisas mais recentes, mostradas na tabela 7.1. A figura 7.3 mostra a distribuição de frequência e a função de densidade de probabilidade (PDF) lognormal da resistência ao escoamento estática.

Os intervalos de 95% e 99% de confiança da média foram calculados, encontrando-se os seguintes: [406 ; 412] MPa e [405 ; 413] MPa, respectivamente. Como a diferença entre a média e os limites superior e inferior, em ambos os intervalos, foi inferior a 1%, concluiu-se que a amostragem utilizada foi capaz de estimar razoavelmente os parâmetros estatísticos da população.

É interessante notar que o percentil de 2,5% dessa amostragem corresponde praticamente ao valor nominal, conforme preconizou *Bjorhovde*. Essa mesma conclusão pôde ser observada também com os dados de SCHMIDT e BARTLETT (2002a).

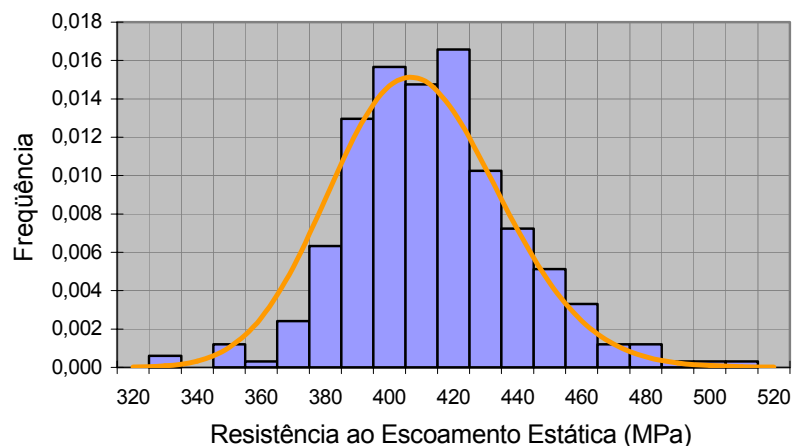


Figura 7.3 – Distribuição de frequência e PDF (lognormal) de F

Por ser referente ao mesmo tipo de aço, a variável aleatória resistência ao escoamento da chapa de extremidade, F_p , pôde ser considerada com os mesmos parâmetros e a mesma distribuição de F .

7.3 Módulo de elasticidade

De acordo com BJORHOVDE (1972), o módulo de elasticidade do aço pode ser tomado como uma variável determinística, embora admita que essa propriedade possua, na realidade, um certo grau de variação. O coeficiente de variação, segundo esse pesquisador, situa-se na faixa entre 0,001 e 0,005, valor muito pequeno se comparado a outras variáveis envolvidas no comportamento de um sistema estrutural.

Por outro lado, SCHMIDT e BARTLETT (2002a) assumem que o módulo de elasticidade seja uma variável aleatória com coeficientes de tendência e de variação iguais a, respectivamente, 1,038 e 0,026, com base nos ensaios realizados por CHERNENKO e KENNEDY (1991). Valores de $\delta = 1,036$ e $V = 0,045$ são sugeridos em GALAMBOS (1998), com base numa reavaliação dos resultados de 341 ensaios apresentados por Galambos e Ravindra (1978). FUKUMOTO *et al.* (1980) encontraram, para perfis laminados, valores de 1,009 para o coeficiente de tendência e de 0,026 para o coeficiente de variação. Já para perfis soldados, FUKUMOTO e YTOH (1981) encontraram valores de 1,046 e 0,010 para os coeficientes de tendência e de variação, respectivamente. BARTLETT *et al.* (2003c) apresentam os valores $\delta = 0,993$ e $V =$

0,034, calculados com os resultados de 119 ensaios. HALDAR e MAHADEVAN (2000) apresentam as medidas do módulo de elasticidade de 41 ensaios da ponte *Golden Gate* nos EEUU, realizados por *Beard* (1937) – os coeficientes de tendência e de variação encontrados foram 1,020 e 0,051, respectivamente. Com os dados apresentados por BRANKA (1999), podem-se calcular os parâmetros do aço das mesas dos perfis de alma corrugada ensaiados: $\delta = 1,012$ e $V = 0,038$. Já o trabalho de PASTERNAK e BRANKA (1996), ao contrário das demais pesquisas, que apresentaram aproximadamente os mesmos resultados, mostrou valores discrepantes: $\delta = 0,944$ e $V = 0,116$. Embora se saiba que o módulo de elasticidade dos aços estruturais não varie substancialmente com a composição química e com o método de fabricação, ressalta-se que o aço ensaiado era diferente dos demais – laminado a frio e de pequena espessura, utilizado na alma dos perfis de alma senoidal estudados. A tabela 7.2 sumariza os dados relatados em todas essas publicações – n é o número de medições.

Tabela 7.2 – Coeficientes de tendência e de variação do módulo de elasticidade

FONTE	n	δ	V
BARTLETT <i>et al.</i> (2003c)	119	0,993	0,034
CHERNENKO e KENNEDY (1991)	7	1,038	0,026
FUKUMOTO e YTOH (1981)	136	1,046	0,010
FUKUMOTO <i>et al.</i> (1980)	96	1,009	0,026
<i>Galambos e Ravindra</i> (1978) ²	197	1,015	0,012
PASTERNAK e BRANKA (1996)	5	0,944	0,116
<i>Beard</i> (1937) ³	41	1,020	0,051
GALAMBOS (1998)	341	1,036	0,045
BRANKA (2000)	30	1,012	0,038

Nesta tese, foi considerado que o módulo de elasticidade, E , é uma função linear (ponderada) dos valores apresentados na tabela 7.2, com exceção dos valores de *Galambos e Ravindra* (1978) *apud* BARTLETT *et al.* (2003c), por já terem sido considerados em GALAMBOS (1998). Utilizando teoria de primeira ordem, pode-se mostrar que os valores dos coeficientes de tendência e de variação são os seguintes: $\delta = 1,03$ e $V = 0,022$. Consoante as publicações apresentadas, assumiu-se que a

² *apud* Bartlett *et al.* (2003c)

³ *apud* Haldar e Mahadevan (2000)

distribuição de probabilidade fosse lognormal. Assumiu-se ainda que o módulo de elasticidade do aço da alma, E_w , possuísse os mesmos parâmetros estatísticos que o módulo de elasticidade do aço das mesas, E .

Como ilustração, os valores dos coeficientes de tendência e de variação utilizados na calibração da primeira versão em estados limites da especificação do AISC [GALAMBOS E RAVINDRA (1978)] e da norma canadense [KENNEDY e GAD ALY (1980)] foram 1,00 e 0,019, respectivamente.

7.4 Variáveis geométricas

As dimensões básicas de um perfil de alma senoidal, b_f , h , t_f e t_w , respectivamente largura da mesa, altura da alma, espessura da mesa e espessura da alma, são fornecidas pelos fabricantes e devem satisfazer a determinadas tolerâncias. SCHMIDT e BARTLETT (2002a) apresentam medições atuais realizadas em perfis soldados de alma plana realizadas no Canadá para as quatro dimensões básicas (nesse caso, a altura total d substitui h), assim como os parâmetros estatísticos de algumas propriedades derivadas – veja-se a tabela 7.3, onde n é o número de medições. De acordo com esses pesquisadores, os valores dos coeficientes de variação são suficientemente pequenos para que se possam considerar, com erro muito pequeno, as propriedades geométricas como quantidades determinísticas, como se pode perceber ao se analisar os dados da tabela.

Tabela 7.3 – Parâmetros estatísticos geométricos atuais dos perfis soldados WWF⁴

dimensão ou propriedade	t_f, t_w	b_f	d	A	I_x	I_y	r_x	r_y	Z_x
n	1805	51	30	107	107	107	107	107	107
δ	1,040	0,998	0,999	1,02	1,01	1,01	0,997	0,996	1,01
V	0,025	0,004	0,002	0,012	0,012	0,014	0,003	0,005	0,011

FUKUMOTO *et al.* (1980) e FUKUMOTO e ITOH (1981) mediram apenas a área da seção transversal, encontrando os valores $\delta = 0,98$ e $V = 0,011$ para perfis laminados e $\delta = 1,02$ e $V = 0,025$ para perfis soldados. Nesses trabalhos, pode-se observar que as propriedades geométricas possuem distribuição de frequência normal.

⁴ Schmidt e Bartlett (2002a)

CHERNENKO e KENNEDY (1991) calcularam as variações das propriedades geométricas dos perfis soldados WWF, quando da determinação da curva de resistência à compressão utilizada na norma canadense – tabela 7.4. Como se pode notar, os valores também possuem a mesma ordem de grandeza daqueles das publicações já citadas.

Tabela 7.4 – Parâmetros estatísticos geométricos dos perfis soldados WWF⁵

dimensão ou propriedade	t_f, t_w	b_f	d	A	I_x	I_y	r_x	r_y	Z_x
n	92	50	50	-	-	-	-	-	-
δ	1,010	0,999	0,999	1,008	1,003	1,008	0,997	1,000	-
V	0,008	0,003	0,004	0,007	0,011	0,011	0,004	0,004	-

KENNEDY e GAD ALY (1980) utilizaram coeficientes diferenciados para cada grandeza geométrica – como exemplo, citam-se os valores referentes à área A e ao módulo plástico Z_x , respectivamente iguais a $\delta = 0,99$, $V = 0,033$ e $\delta = 0,99$, $V = 0,038$, para perfis laminados, e a $\delta = 1,02$, $V = 0,012$ e $\delta = 1,02$, $V = 0,015$, para perfis soldados.

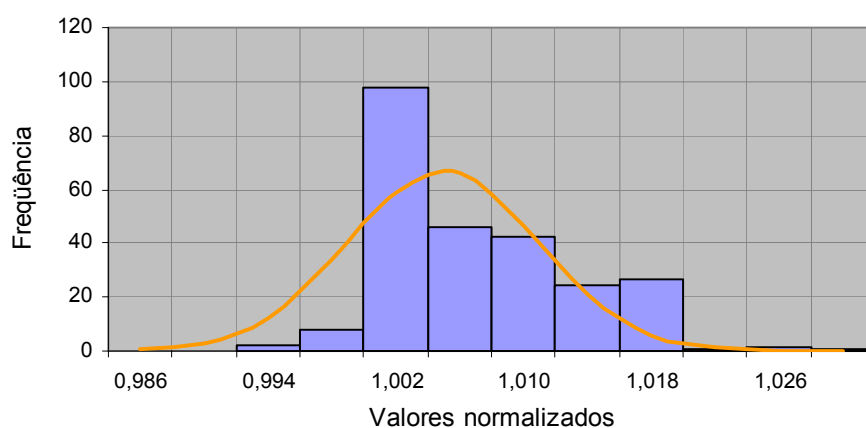
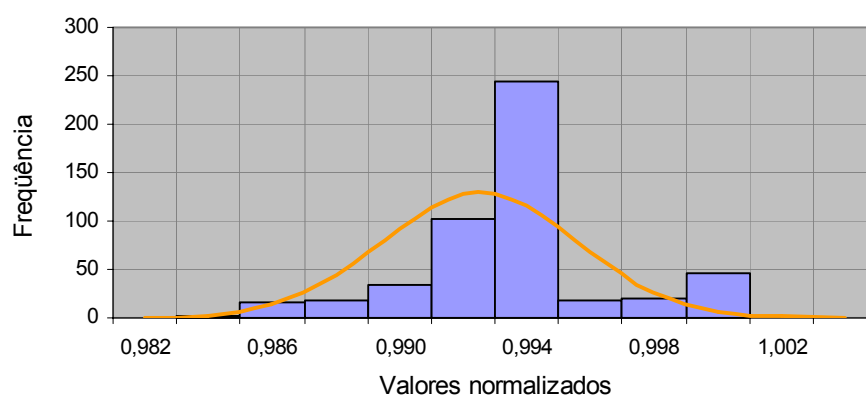
Por outro lado, RAVINDRA e GALAMBOS (1978) utilizaram, nas análises que conduziram à calibração da primeira especificação do AISC em estados limites, uma variável aleatória denominada coeficiente de fabricação que seria responsável por caracterizar as incertezas relativas às dimensões e propriedades geométricas, às tolerâncias de fabricação e montagem, etc. Os valores adotados foram $\delta = 1,0$ e $V = 0,05$. Com os resultados do programa de medições dos perfis de alma senoidal, foram calculados os parâmetros estatísticos das dimensões básicas, b_f , h , t_f (ou B_f , H , T_f), e das propriedades derivadas envolvidas nos modelos de cálculo propostos no capítulo anterior. A tabela 7.5 mostra os valores obtidos – y_0 (ou Y_0) é a distância entre o centro geométrico das mesas à face superior da mesa superior, veja-se a equação 8.17 do capítulo 8. Nota-se que os valores referentes a B , A , H_0 , I_y , W_x e W_c , foram igualados aos referentes a B_f , A_f , H , I_{fi} e Z_x , respectivamente, por serem praticamente os mesmos. Observa-se ainda que, à exceção da variável J , os coeficientes de tendência são bem próximos de 1,0 e os coeficientes de variação são muito pequenos, confirmando o que foi encontrado por Schmidt e Bartlett e Chernenko e Kennedy.

⁵ Chernenko e Kennedy (1991)

Tabela 7.5 – Parâmetros estatísticos geométricos obtidos no programa de medições

dimensão ou propriedade	T_f	B_f (B)	H (H_0)	A_f	A	I_y	I_{fi}	Z_x	W_x (W_c)	Y_0	J	C_w
n	908	908	454	908	454	454	908	454	454	454	454	454
δ	1,035	1,004	0,999	1,039	1,039	1,048	1,048	1,032	1,032	0,993	1,115	1,033
V	0,022	0,005	0,003	0,025	0,025	0,028	0,028	0,023	0,023	0,008	0,068	0,029

Construíram-se as distribuições de frequência das dimensões básicas e das propriedades derivadas e determinaram-se, por testes de aderência de *Kolmogorov-Smirnov*, com nível de significância de 5%, as respectivas funções densidade de probabilidade. Verificou-se que a distribuição normal é adequada para descrever as variáveis B e H_0 e a distribuição lognormal é a que melhor se ajusta ao dados de T_f – figuras 7.4 a 7.6. Os valores estão normalizados pelo valor nominal da variável.


 Figura 7.4 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de B

 Figura 7.5 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de H_0

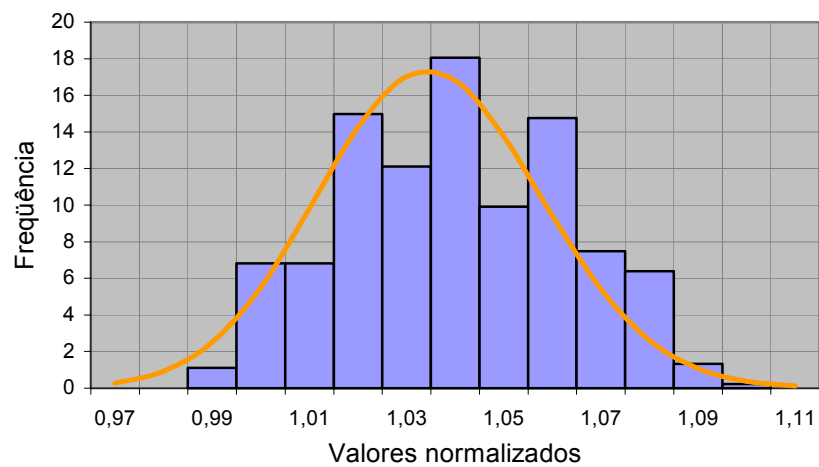


Figura 7.6 – Distribuição de frequência e PDF (lognormal) de T_f

As propriedades A_f , I_{fi} e Z_x podem ser adequadamente descritas pela função densidade de probabilidade normal, de acordo com os cálculos efetuados – veja-se as figuras 7.7 a 7.9. A variável A , área total das mesas, foi considerada com as mesmas características de A_f . A variável Y_0 possui praticamente os mesmos parâmetros que H_0 e pode ser descrita pela mesma função densidade de probabilidade. Obviamente, as variáveis B_p e T_p , respectivamente largura e espessura da chapa da ligação de extremidade, foram consideradas como possuindo os mesmos parâmetros e a mesma distribuição de frequência que suas correspondentes B e T_f do perfil de alma senoidal, por serem os mesmos os métodos de fabricação.

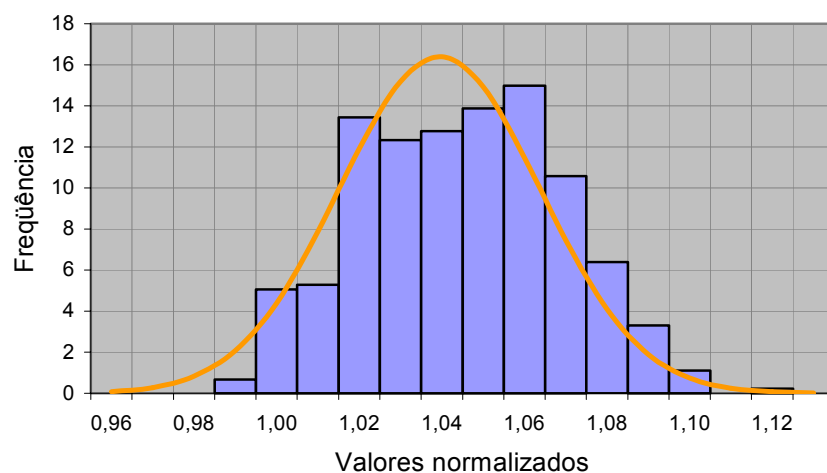
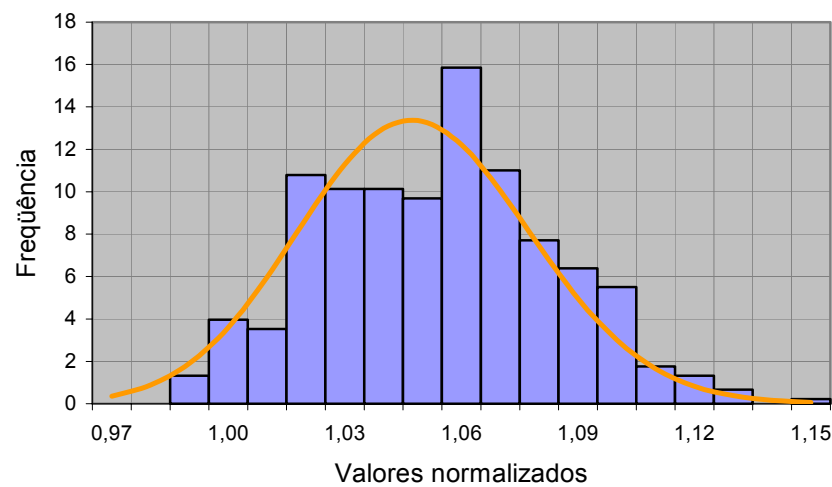
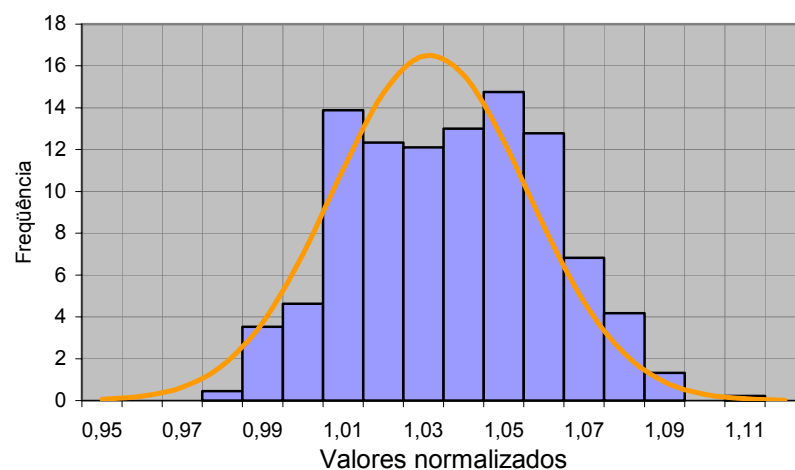


Figura 7.7 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de A_f


 Figura 7.8 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de I_{fi}

 Figura 7.9 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de Z_x

Para simplificar a análise de confiabilidade (veja-se o próximo capítulo), algumas variáveis foram agrupadas, dando origem a novas outras, cujos parâmetros e principais características serão apresentados a seguir. Por esse motivo, as variáveis C_w , J , I_y e W_c não serão descritas pormenorizadamente. Ressalta-se apenas que as variáveis I_y , W_x e W_c possuem a mesma PDF que I_{fi} e Z_x , pelas razões já citadas.

O momento resistente a FLT na fase elástica, conforme a formulação proposta no capítulo anterior, é dado pelo momento crítico, de acordo com a equação 6.3. Atribuiu-se uma nova variável K_t , representada por uma função envolvendo as variáveis I_y , C_w e J , dada pela equação:

$$K_t = \frac{\pi^2 I_y}{l^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,0390 \frac{J}{C_w} l^2 \right)} \quad (7.3)$$

Para verificar a influência do comprimento do vão l (variável determinística) nas características da nova variável, foram calculados os parâmetros estatísticos δ e V , correspondentes aos valores de l iguais a 0, $2l_p$ e $4l_p$, como mostrado na tabela 7.6.

Tabela 7.6 – Parâmetros estatísticos de K_t

Parâmetro	$l = 0$	$l = 2l_p$	$l = 4l_p$
δ	1,041	1,042	1,046
V	0,029	0,029	0,030

Como se pode notar, a variável determinística l praticamente não influencia os parâmetros estatísticos de K_t . Assim sendo, como essa variável refere-se à resistência na fase elástica, foram adotados os valores referentes ao maior comprimento analisado, ou seja, $\delta = 1,05$ e $V = 0,030$. A distribuição de probabilidade normal pode ser utilizada, conforme testes para prova de aderência, e pode ser visualizada na figura 7.10.

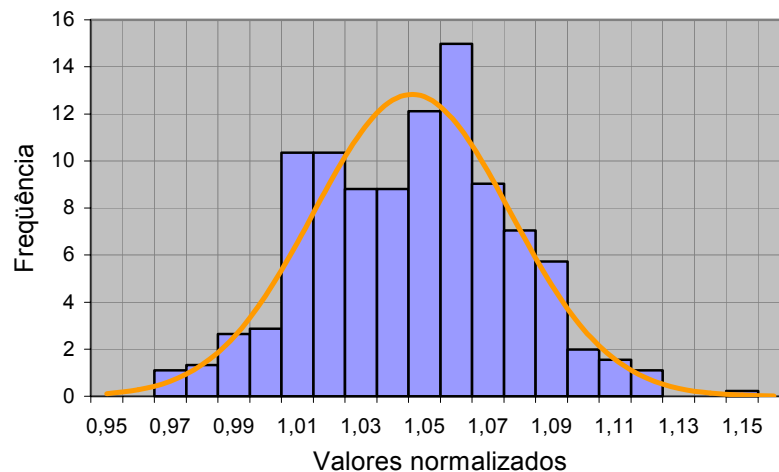


Figura 7.10 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de K_t

O momento resistente a FLM na fase elástica, conforme a formulação proposta no capítulo anterior, é dado pelo momento crítico, de acordo com a equação 6.8. Atribuiu-se também uma nova variável K_m , representada por uma função envolvendo as variáveis T , W_c e B , dada pela equação:

$$K_m = 0,69W_c T^2 B^{-2} \quad (7.4)$$

A análise estatística dos dados conduziu aos valores $\delta = 1,10$ e $V = 0,066$ e à distribuição de probabilidade normal ou lognormal, por meio do teste de *Kolmogorov-Smirnov* para prova de aderência. Embora a distribuição lognormal tenha se mostrado ligeiramente melhor, neste trabalho, por facilidade de análise, foi considerada a distribuição normal. A figura 7.11 ilustra os resultados obtidos.

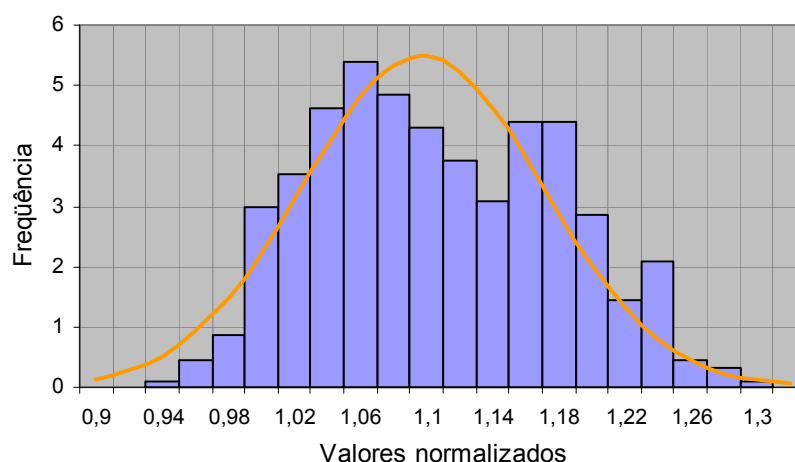


Figura 7.11 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de K_m

Não houve medições da distância entre os eixos da mesa superior da viga semicontínua e das barras da armadura da laje na região da ligação mista (y). Portanto, não foram obtidos dados para se determinar precisamente os parâmetros estatísticos da variável Y . Não foi julgado necessário, haja vista a pouca influência que essa variável exerce nos resultados da análise de confiabilidade (veja-se o capítulo 8). A experiência tem mostrado que essa dimensão é sujeita a erros significativos de execução. Por ser colocada junto à face superior da laje (armadura negativa), cerca de 25 mm abaixo desta, a armadura fica sujeita a ser deslocada de sua posição inicial devido a pisoteio durante a fase de concretagem. Por facilidade de análise, considerou-se que essa variável siga uma distribuição normal e que haja uma probabilidade muito pequena (aproximadamente 2,5%) de que possam ocorrer valores superiores ao valor nominal. Assumiu-se também que haja um limite inferior, abaixo do qual a probabilidade de ocorrência de valores seja também de 2,5 % – arbitrariamente, assumiu-se ainda que esse limite fosse de 60% do

valor nominal, um valor razoável, haja vista que o limite inferior absoluto é a face da fôrma e a menor relação entre as alturas da fôrma e da laje é de 0,375. Com esses dados calcularam-se os valores dos coeficientes de tendência e de variação, iguais a 0,80 e 0,25, respectivamente.

Os dados referentes à espessura da laje (T_c) foram obtidos das pesquisas de *lajes mistas de aço e concreto* – veja-se ABNT NBR 8800 (2008) para definições e esclarecimentos – desenvolvidas no DEES-EE-UFG, a saber: MELO (1999), SILVA (1999), SOUZA NETO (2001), CAMPOS (2001), GOMES (2001a), BRENDOLAN (2007). Foram utilizadas 78 medições realizadas ao longo dos trabalhos que conduziram aos seguintes valores: $\delta = 0,99$ e $V = 0,029$. As distribuições de probabilidade normal e lognormal mostraram-se apropriadas para descrever os dados obtidos, segundo teste de *Kolmogorov-Smirnov*. A distribuição normal, todavia, conduziu a uma menor diferença entre as distribuições acumuladas e, por isso, foi adotada neste trabalho. A figura 7.12 apresenta a distribuição de frequência e a PDF de T_c .

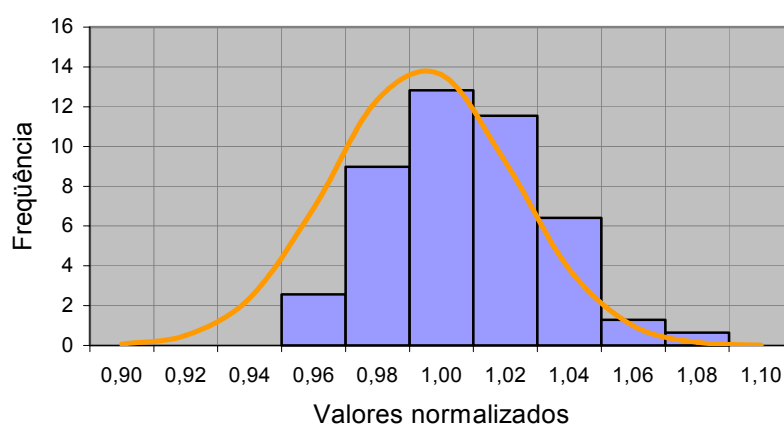


Figura 7.12 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de T_c

Vale comentar que os protótipos (lajes) foram executados seguindo-se o mesmo procedimento realizado no campo, com exceção de que foram moldados com a fôrma totalmente apoiada. Como na prática as fôrmas são apoiadas somente sobre as vigas, sendo raro o uso de escoramento, o procedimento adotado levou a valores de espessura menores que os encontrados no campo. A experiência mostra que a espessura da laje não é uniforme ao longo do vão, sendo praticamente igual ao valor nominal junto aos pilares

e maior que esse valor no meio do vão. No entanto, o uso (muito comum) de contra-flechas nas vigas pode mudar completamente esse quadro, tornando muito difícil prever uma distribuição espacial da variação da espessura. Por outro lado, o uso de equipamentos de última geração para controle e distribuição do concreto sobre as fôrmas (régua vibratórias, mira a “laser”, máquinas desempenadoras com controle de espessura, etc.), cada vez mais comum na execução de lajes mistas, conduzem a uma menor variação da espessura final da laje. Com isso, considerou-se que os resultados obtidos das referidas pesquisas são adequados e podem ser utilizados neste trabalho.

A variável h_F , altura da fôrma de aço, foi considerada determinística, dada a pequena variabilidade relativa às demais variáveis envolvidas.

Na análise de dados da imperfeição geométrica, encontrou-se um valor médio de $l/3424$, com grande dispersão de resultados – não foi possível determinar uma distribuição de frequência conhecida. FUKUMOTO *et al.* (1980) e FUKUMOTO e ITOH (1981) mediram as imperfeições geométricas de perfis laminados e soldados, respectivamente, e chegaram aos seguintes valores médios: $l/12500$, para os perfis laminados e $l/3380$, para os perfis soldados, também com grande dispersão de resultados. Observaram também, por meio de testes para prova de aderência de *qui-quadrado* e *Kolmogorov-Smirnov*, que a distribuição de extremos tipo III (distribuição de *Weibull*) era uma boa aproximação para os valores medidos.

7.5 Tensões residuais

Perfis estruturais e chapas de aço contêm tensões que surgem e permanecem durante a transformação do aço em um produto acabado. Chamadas de tensões residuais, são derivadas de deformações plásticas que resultam essencialmente do resfriamento não-uniforme da peça [PIMENTA (1997)]. Sendo de origem essencialmente térmica, as tensões residuais são influenciadas pelo módulo de elasticidade, pelo coeficiente de dilatação linear do material e pelo gradiente de temperatura. Assim sendo, a magnitude e a distribuição das tensões residuais dependem do tipo de seção transversal, da temperatura de laminação, corte ou soldagem, das condições de resfriamento, dos métodos de retificação das peças e das propriedades inerentes ao tipo de metal. Por outro

lado, a resistência ao escoamento não tem participação significativa na magnitude e na distribuição das tensões residuais, de acordo com TALL (1964 e 1966).

Nos perfis laminados (perfis *I* e *W*), as mesas, sendo a parte mais espessa, resfriam-se mais lentamente que a região da alma. Da mesma forma, a parte central das mesas resfria-se mais lentamente que as bordas – conseqüentemente, aparecerão tensões residuais de compressão nas regiões de resfriamento mais rápido e tensões residuais de tração onde o resfriamento for mais lento. Isso se dá, respectivamente, nas bordas das mesas (e também na porção central da alma) e na junção entre a alma e as mesas.

Nos perfis soldados (neste trabalho serão tratados apenas o caso dos perfis com chapas cortadas a maçarico), as chapas por si só já apresentam tensões residuais resultantes do resfriamento desigual após a laminação, com padrão semelhante ao dos perfis laminados. Em contrapartida, o corte a maçarico introduz tensões residuais de tração nas bordas e de compressão na região central das chapas. Ao se executar a solda de união das mesas com a alma, o aquecimento e o posterior resfriamento não-uniforme da seção introduzirão deformações permanentes que aumentarão a intensidade e a largura da região das tensões de compressão nas mesas e a intensidade da tensão de tração na região da solda – como se pode perceber, o processo de fabricação de perfis soldados introduz um padrão de tensões residuais bastante mais complexo que o dos perfis laminados. A figura 7.13 ilustra qualitativamente o processo.

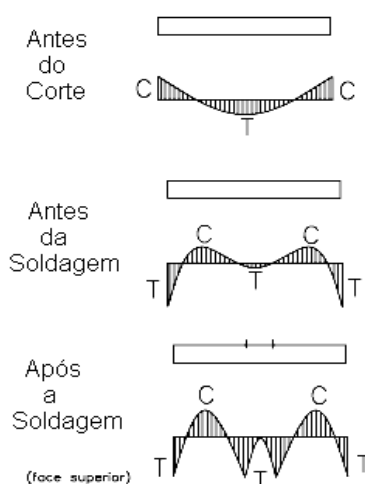


Figura 7.13 – Formação do padrão de tensões residuais⁶

⁶ adaptada de Pimenta (1997)

Diversos estudos foram realizados para se determinar o efeito das dimensões da seção transversal dos perfis nas tensões residuais [veja-se PIMENTA (1997) para maiores detalhes]. Foi demonstrado que a soldagem tem uma maior influência na distribuição e magnitude das tensões residuais de perfis pequenos e médios do que na de perfis pesados. Na figura 7.14, pode-se notar a grande diferença entre as tensões residuais dos perfis 12H79 e 14H202, de massa $118,5 \text{ kg/m}$ e $322,4 \text{ kg/m}$, respectivamente. Na junção entre a mesa e a alma, o efeito da solda nas chapas mais finas do perfil 12H79 é claramente evidenciado pela presença de maior tensão residual de tração. Os mesmos estudos demonstram que o tipo de solda utilizado não é um fator significativo na formação das tensões residuais – observou-se que a quantidade de calor introduzida no processo é o fator primordial. Nos casos em que a dimensão da solda representa uma menor percentagem da área transversal do perfil, o calor imposto por unidade de volume também é menor, reduzindo a magnitude das tensões residuais, e vice-versa.

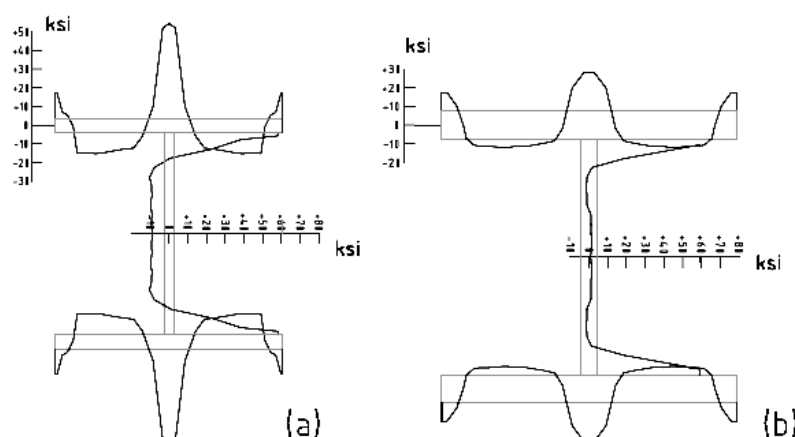


Figura 7.14 – Comparação das tensões residuais dos perfis 12H79 (a) e 14H202 (b)⁷

De acordo com BJORHOVDE (1972), as tensões residuais em qualquer elemento da seção transversal, seja de compressão ou de tração, podem ser consideradas variáveis aleatórias segundo a distribuição de probabilidade normal. A assunção da distribuição normal é substanciada pelos resultados de medidas de tensões residuais em perfis de mesma seção transversal. Esses e outros estudos indicam desvios-padrão de aproximadamente 20 a 35 MPa, que correspondem a coeficientes de variação entre 5 e

⁷ adaptada de Pimenta (1997) 1ksi = 6,895 MPa

10%. É preciso ressaltar que essa conclusão baseia-se em dados que foram extraídos de ensaios em perfis de mesma seção transversal, não levando em conta a natureza aleatória global da magnitude e padrão das tensões residuais em diferentes tipos de perfis, conforme cada processo de fabricação, como, por exemplo, perfis laminados, perfis soldados com chapa de bordas laminadas, de bordas cortadas a maçarico, etc.

Os resultados apresentados por BJORHOVDE (1972) referem-se a perfis H, originalmente destinados a serem usados como pilar, não devendo ser diretamente estendidos a perfis I, típicos de vigas. FUKUMOTO e ITOH (1981) realizaram medições de tensões residuais em 34 perfis I soldados, nominalmente idênticos, onde se constatou a diferença no padrão de distribuição das tensões nas mesas em comparação com o dos perfis H. A grande magnitude das tensões de tração, que se aproximam do valor da tensão de escoamento do aço na vizinhança da solda, e sua distribuição em mais da metade da área das mesas, juntamente com a presença de pequenos valores de tensão de compressão nas bordas das mesas, são a principal diferença em relação ao que se observa nos perfis H. Há que se levar em conta, entretanto, as pequenas dimensões da seção estudada. Visto que as chapas componentes das mesas foram obtidas por meio de corte a maçarico, seria de se esperar que em suas bordas aparecessem tensões residuais de tração. Entretanto, a grande energia introduzida pelo processo de soldagem, haja vista a dimensão dos dois filetes de solda (6 mm) e as pequenas dimensões das mesas (largura de 100 mm e espessura de 8 mm), induziu o aparecimento de tensões de compressão que sobrepujaram as tensões iniciais de tração devidas ao corte. Em perfis soldados com maiores dimensões de mesa e principalmente em perfis de alma senoidal, em que a energia de soldagem é muito baixa (a dimensão da solda não ultrapassa 3 mm e ocorre em apenas um lado da alma) não ocorre essa inversão.

Os valores médios das tensões residuais de compressão encontrados por FUKUMOTO e ITOH (1981), normalizados pela tensão de escoamento medida, foram 0,12 e 0,466 para a média e o coeficiente de variação, respectivamente – o alto valor do coeficiente de variação é devido ao baixo valor encontrado para a média. Segundo CHERNENKO e KENNEDY (1991), com base na revisão dos trabalhos de diversos pesquisadores, o coeficiente de variação das tensões residuais de perfis formados por chapas cortadas a maçarico pode ser tomado aproximadamente igual a 0,30.

A norma canadense CAN-CSA-S16-1 (2004), baseada no padrão mais favorável de tensões residuais de pilares WWF – perfis soldados com chapa cortada a maçarico –, classifica-os em uma curva de flambagem mais resistente que a dos perfis laminados, seguindo as recomendações de *Chernenko* e *Kennedy*. Isso demonstra que a consideração de tensões residuais em perfis soldados de alma plana com chapas cortadas a maçarico e principalmente em perfis senoidais, seguindo-se a distribuição e magnitude de tensões residuais de perfis laminados, é um procedimento conservador.

Neste trabalho, com base nas pesquisas de BJORHOVDE (1972) e CHERNENKO e KENNEDY (1991), a tensão residual, Σ_r , foi considerada uma variável aleatória com distribuição normal e com valores dos coeficientes de tendência e de variação iguais a 1,0 e 0,30, respectivamente. Embora se saiba que não há correlação significativa entre as tensões residuais e a resistência ao escoamento do aço, considerou-se que a razão entre os valores nominais da tensão residual média de compressão e a resistência nominal ao escoamento é de 0,30, seguindo-se os preceitos das normas brasileira e estadunidense.

7.6 Variáveis relativas ao concreto armado

7.6.1 Concreto

A resistência do concreto, como se sabe, depende do grau e do controle de qualidade empregado em sua produção. Conforme *Mirza* (1979) *apud* DINIZ e FRANGOPOL (1997), para concreto de resistência normal, abaixo de 27,6 MPa, o coeficiente de variação pode ser tomado igual a 0,10, 0,15 e 0,20 para controle de qualidade excelente, médio e baixo, respectivamente.

De acordo com ABNT NBR 6118 (2007), a resistência característica do concreto, f_{ck} , é tomada como sendo o valor que tem apenas 5% de probabilidade de não ser atingido pelos corpos de prova retirados de um dado lote de material. A ABNT NBR 12655 (1996) estabelece a seguinte relação entre o valor característico e o valor médio da resistência (considera-se que a distribuição seja normal):

$$f_{ck} = f_{cm}(1 - 1,645V) \quad (7.5)$$

Na falta de maiores informações sobre as estatísticas do concreto, diversos autores utilizam a equação 7.5 e os valores do coeficiente de variação, conforme a qualidade de

execução, para estimar o valor do coeficiente de tendência da variável resistência a compressão do concreto, denominada F_c nesta tese [GOMES *et al.* (1997), GOMES (2001b), NOGUEIRA (2006)].

Neste trabalho, foram utilizados dados obtidos dos estudos correlatos [CALENZANI (2008), GALVÃO (2008a, 2008b)] e das pesquisas de lajes mistas de aço e concreto, a exemplo dos utilizados para a variável espessura da laje de concreto, além de outros extraídos da literatura técnica [OLIVEIRA (2004), SANTOS (2006), SALABERRY (2005), OLIVEIRA (2005), ROMERO (2007), SIMÕES (2007)]. A análise estatística desses dados ($n = 115$) conduziu aos valores $\delta = 1,25$ e $V = 0,152$.

Foi realizado teste de *Kolmogorov-Smirnov* para prova de aderência, com nível de significância de 5%, com o qual se concluiu que a distribuição lognormal é a que melhor se ajusta aos dados obtidos, como mostra a figura 7.15.

Com o valor calculado do coeficiente de variação, o controle de qualidade pode ser classificado como médio segundo o critério de *Mirza*. Para efeito de comparação com os valores fornecidos nas normas brasileiras, se a distribuição fosse normal, o valor do f_{ck} calculado seria de apenas 93% do valor especificado. Considerando a distribuição lognormal, o valor que tem apenas 5% de probabilidade de não ser atingido é de 96% do valor do f_{ck} especificado.

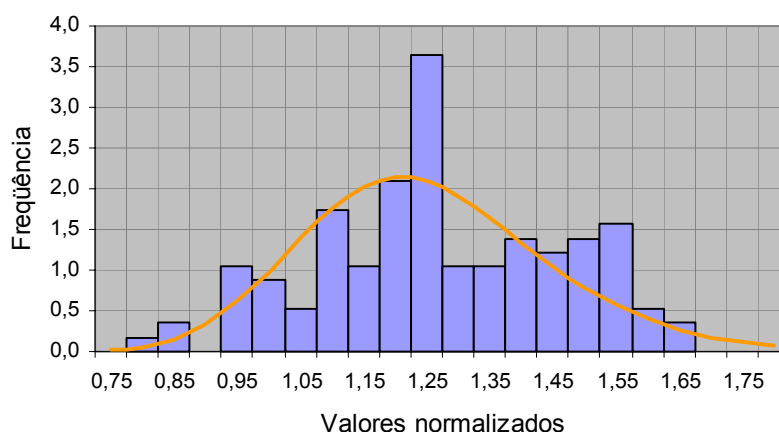


Figura 7.15 – Distribuição de frequência e PDF (lognormal) de F_c

Para a determinação da estatística do módulo de elasticidade do concreto, E_c , foi utilizada a expressão da ABNT NBR 6118 (2007), que relaciona o módulo de elasticidade com a

resistência à compressão do concreto, e simulação de Monte Carlo – foram realizadas 5000 ciclos de simulação. Com os parâmetros estatísticos de F_c calculados neste trabalho, obtiveram-se os valores $\delta = 1,12$ e $V = 0,076$ e distribuição de probabilidade lognormal, como se observa na figura 7.16.

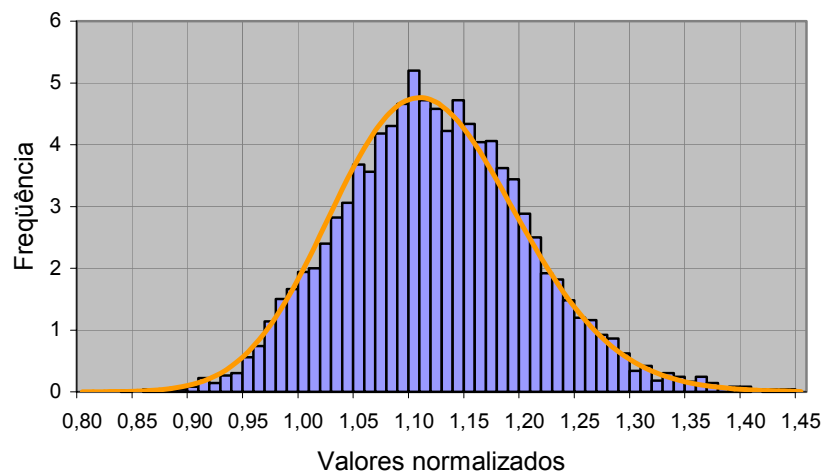


Figura 7.16 – Distribuição de Frequência e PDF (lognormal) de E_c

7.6.2 Aço da armadura

O módulo de elasticidade do aço da armadura, E_s , foi considerado possuindo os mesmos parâmetros estatísticos que o módulo de elasticidade do aço das mesas do perfil de alma senoidal (E). Os dados referentes à resistência ao escoamento do aço da armadura, F_s , foram obtidos de certificados das usinas siderúrgicas e das mesmas fontes dos dados utilizados na análise da resistência do concreto. Vale observar que:

- os valores extraídos foram corrigidos pela equação 7.2, embora essa equação não tenha sido desenvolvida para aços de barras de armadura; na falta de maiores informações, assumiu-se que fosse adequada;
- toda a variabilidade da resistência das barras de armadura é considerada devida apenas ao aço – nos ensaios, a resistência ao escoamento é calculada com a área nominal da barra. Assim sendo, a variável área da armadura, a_s , é considerada determinística – essa assunção é corroborada pela análise e interpretação dos dados utilizados e também dos fornecidos em DINIZ e FRANGOPOL (1997).

Os valores obtidos para os parâmetros estatísticos foram, respectivamente, 1,11 e 0,041 para os coeficientes de tendência e de variação. A distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados ($n = 63$) também é a lognormal, para um nível de significância de 5% – figura 7.17.

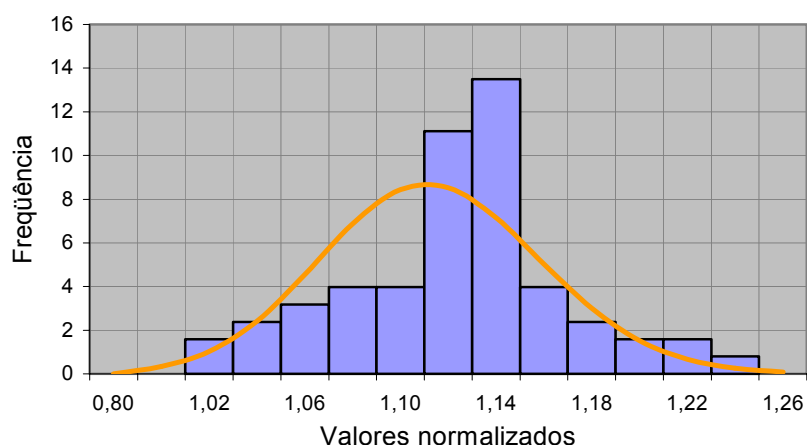


Figura 7.17 – Distribuição de frequência e PDF (lognormal) de F_{ys}

7.7 Coeficiente Profissional

O coeficiente profissional P é a relação entre o valor da resistência medida ou ensaiada e a prevista pelas equações de projeto dadas nas normas ou especificações. Essa relação possui características estocásticas e pode ser considerada mais uma variável aleatória que caracteriza a variabilidade da resistência da barra, oriunda das incertezas do modelo estrutural adotado – por isso é também denominada mais apropriadamente de *erro de modelo*. Porém, a denominação *coeficiente profissional* foi consagrada pelo uso nas análises de confiabilidade de estruturas de aço ao longo dos anos e será utilizada nesta tese.

A variável aleatória coeficiente profissional P , doravante denominada simplesmente coeficiente profissional, é tomada nesta tese como a razão entre os valores obtidos das análises numéricas e das equações do momento resistente propostas no capítulo anterior. Com os dados obtidos, calculam-se os valores dos coeficientes de tendência e de variação (δ e V , respectivamente) e busca-se ajustar uma distribuição de frequência. Nos casos em que se dispõe de dados experimentais, os valores dos coeficientes de tendência e de

variação obtidos da análise estatística são corrigidos por meio do procedimento apresentado no Memorando Técnico 10 do SSRC [GALAMBOS (1998)]. Segundo esse procedimento, os parâmetros estatísticos de P são determinados em duas etapas. Na primeira, a análise experimental é utilizada para calibrar e validar o modelo numérico e são calculados os coeficientes de tendência e de variação da razão entre os valores obtidos das análises experimental e numérica, aqui denominados δ^e e V^e – o coeficiente de tendência é numericamente igual à média pois, evidentemente, o valor nominal do coeficiente profissional é 1,0. Na segunda etapa, a análise numérica é usada para verificar as equações teóricas propostas, quando então são calculados os coeficientes de tendência e de variação da razão entre os valores obtidos das análises numérica e teórica, aqui denominados δ^n e V^n . Conforme as orientações do memorando, o coeficiente de tendência de P (δ) é calculado pelo produto dos dois valores dos coeficientes de tendência obtidos ($\delta = \delta^e \delta^n$) e o de variação, pela raiz quadrada da soma dos quadrados dos dois coeficientes de variação ($V = \sqrt{(V^e)^2 + (V^n)^2}$). Assumiu-se que esse procedimento não alterasse o tipo da distribuição de frequência de P .

Na proposição dos métodos de cálculo para os estados limites FLT e FLM, consoante as recomendações das normas brasileira e estadunidense, foram estabelecidas três regiões distintas de comportamento das vigas: plástica, inelástica e elástica. Coerentemente, o coeficiente profissional deveria ser calculado separadamente para cada região. Isso, entretanto, não foi possível para o estado limite de FLM, devido à falta de dados suficientes para se fazer um cálculo consistente.

Na tabela 7.7 são apresentados os valores dos coeficientes de tendência e de variação dos coeficientes profissionais obtidos neste trabalho para os diversos modos de falha considerados. Observa-se que, nessa tabela, são apresentados também os valores de δ^e e V^e , assim como os de δ^n e V^n . Na tabela, PLM significa o estado limite referente à resistência (plastificação) da ligação mista e PVM, a resistência (plastificação) da viga mista, ambos relativos ao momento fletor.

Não foi possível, neste trabalho, a determinação do coeficiente profissional referente ao estado limite de FLD. Na análise de confiabilidade, foram utilizados valores limites para se avaliar a faixa de variação dos índices de confiabilidade desse modo de falha.

Tabela 7.7 – Parâmetros dos coeficientes profissionais

Est. Limite	δ^e	V^e	Origem	Região	n	δ^n	V^n	Origem	δ	V
FLT	0,98	0,039	Tab. 5.1	Plástica	65	0,99	0,020	Tab. 6.2	0,97	0,044
				Inelástica	406	0,98	0,021		0,97	0,044
				Elástica	114	0,98	0,022		0,96	0,045
FLM	-	-	-	Todas	44	1,03	0,100	Tab. 6.3	1,03	0,100
PLM	1,04	0,061	Tab. 5.3	-	111	1,11	0,027	Seç. 6.5	1,15	0,067
PVM	1,01	0,033	Tab. 5.4	-	130	0,98	0,020	Seç. 6.6	0,99	0,039

Foram realizados testes de *Kolmogorov-Smirnov* com nível de significância de 5%. Comprovou-se que os coeficientes profissionais podem ser descritos pela distribuição normal, com exceção dos referidos a seguir, para os quais não foi possível determinar uma distribuição de probabilidade conhecida. Em dois casos, um referente à plastificação da viga mista e outro à fase plástica de FLT, a razão foi a não-inclusão da fase de encruamento na relação constitutiva do aço empregada na análise numérica. Por isso, na maioria dos modelos analisados, os valores convergiram para a plastificação completa da seção, provocando um acúmulo artificial de casos com valores iguais ou muito próximos a 1,0, prejudicando a determinação da distribuição de probabilidade “verdadeira” (figura 7.18). Em ambos os casos, a distribuição normal se ajustou melhor aos dados obtidos e foi a utilizada nesta tese, embora não tenha conduzido a valores da diferença de distribuição acumulada abaixo do valor limite do nível de significância de 5%. Num outro caso, referente à fase elástica de FLT, o problema também pode ser creditado à análise numérica, pelo uso da subdivisão automática da carga máxima aplicada no modelo. Com isso, também houve um acúmulo artificial de casos apresentando exatamente o mesmo valor. Se alguns desses fossem expurgados (cerca de 30 em 114), as distribuições normal e lognormal seriam adequadas, sem praticamente haver alteração nos valores dos parâmetros estatísticos. Optou-se, no entanto, por manter todos os dados na análise estatística e, com base nas informações disponíveis, procurar estimar o tipo de distribuição. Como na região inelástica e na análise global dos dados a distribuição normal foi adequada, assumiu-se a distribuição normal também para as demais regiões. Nas figuras 7.18 a 7.23 são mostradas as distribuições de frequência de P para cada modo de falha considerado. Ressalta-se que os valores apresentados nessas figuras não estão corrigidos pelo procedimento do Memorando Técnico 10.

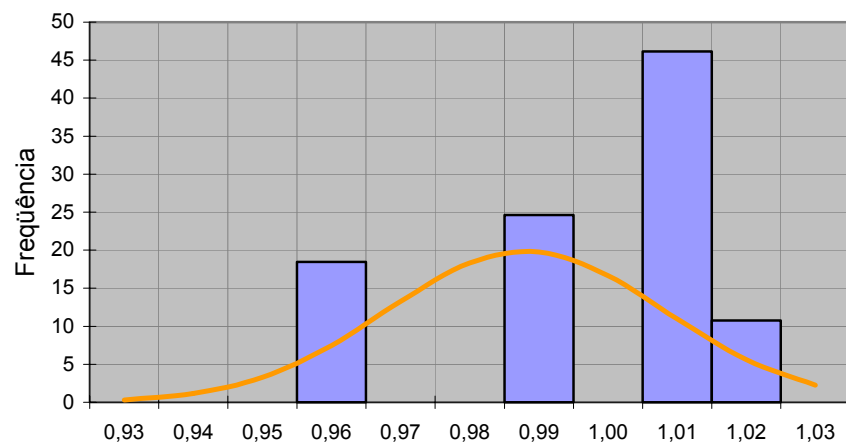


Figura 7.18 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de P (FLT-plástica)

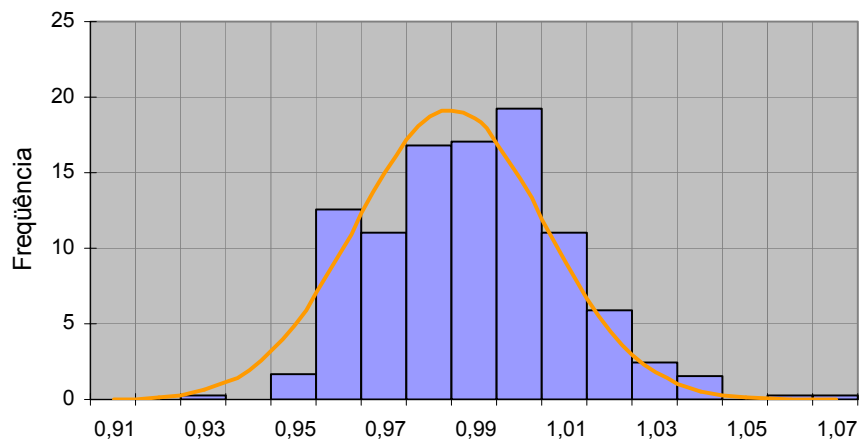


Figura 7.19 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de P (FLT-inelástica)

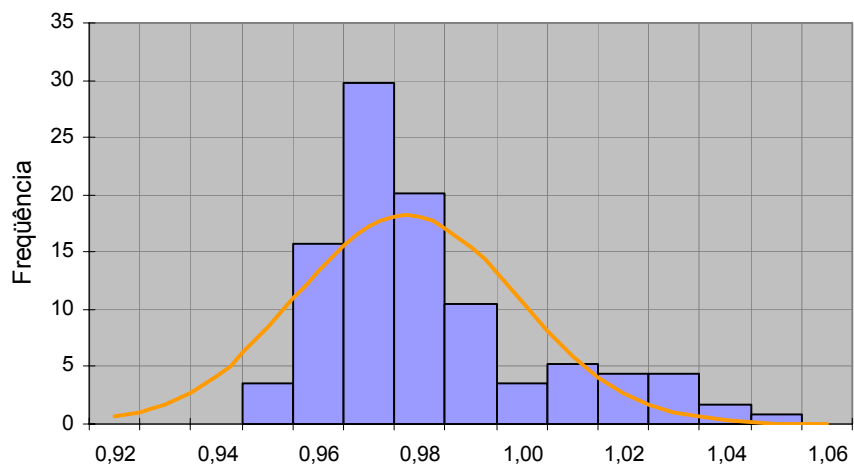


Figura 7.20 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de P (FLT-elástica)

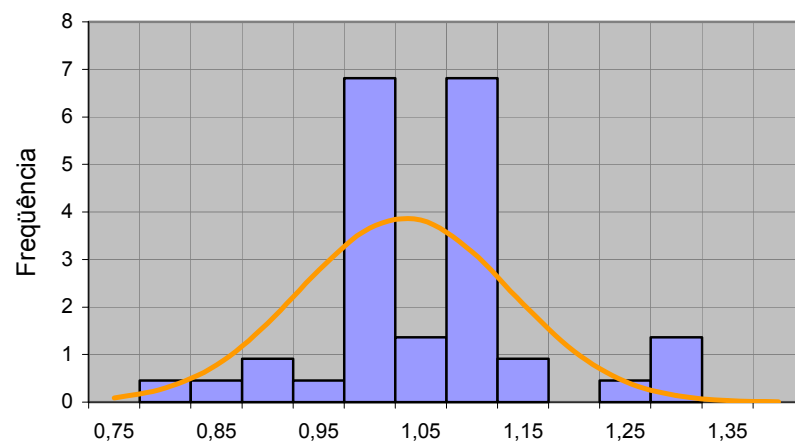


Figura 7.21 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de P (FLM)

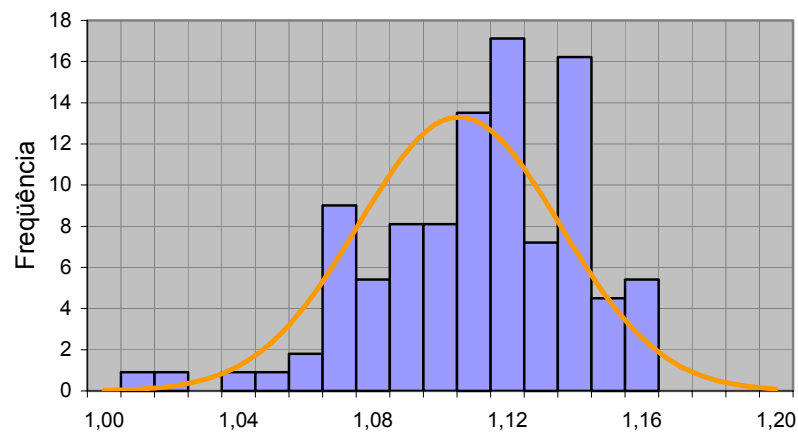


Figura 7.22 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de P (PLM)

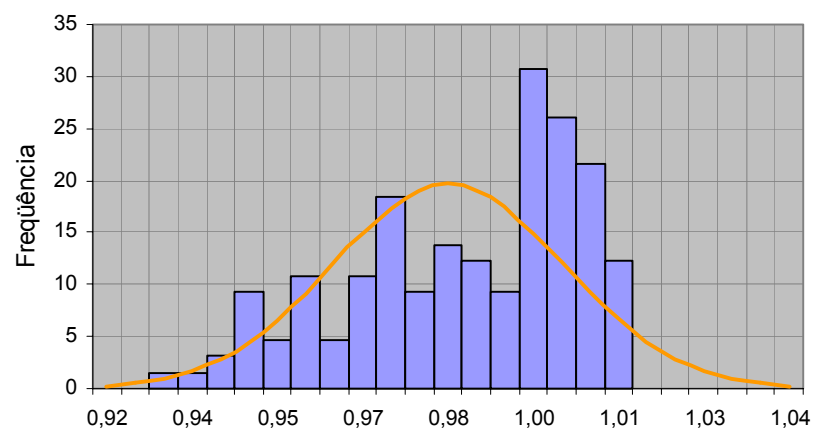


Figura 7.23 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de P (PVM)

7.8 Coeficiente de Discretização

Embora o perfil de alma senoidal seja um perfil soldado cujas largura e altura possam ser executadas com qualquer medida, não é isso o que ocorre geralmente na prática. A altura da alma é padronizada de acordo com os submúltiplos das larguras-padrão de bobinas, sendo as seguintes as utilizadas: 400 mm, 500 mm, 600 mm, 800 mm, 1000 mm e 1200 mm. As larguras das mesas são padronizadas em 150 mm, 200 mm, 250 mm, 300 mm e 350 mm. Teoricamente, também é possível qualquer combinação entre essas larguras e as espessuras utilizadas, que são 6,30 mm, 8,0 mm, 9,5 mm, 12,5 mm, 16,0 mm e 19,0 mm. Porém, para evitar distorções iniciais de fabricação muito pronunciadas e para evitar que a resistência da seção fique muito comprometida por flambagem local da mesa, são utilizadas apenas 24 combinações entre largura e espessura de mesa – em conjunto com as seis alturas disponíveis, chega-se a um total de 144 seções.

Considerando que sejam utilizadas apenas as 144 seções, ao se escolher um perfil com resistência de cálculo maior ou igual aos efeitos das ações aplicadas (obedecendo-se aos critérios das normas), consegue-se quase sempre uma capacidade extra, devido a haver uma quantidade discreta de seções para resistir ao efeito das ações, que é uma função contínua. As relações entre o momento fletor resistente das seções e o momento aplicado em função do momento aplicado (em kNm) são mostradas na figura 7.24, considerando que a viga esteja lateralmente travada ao longo do vão.

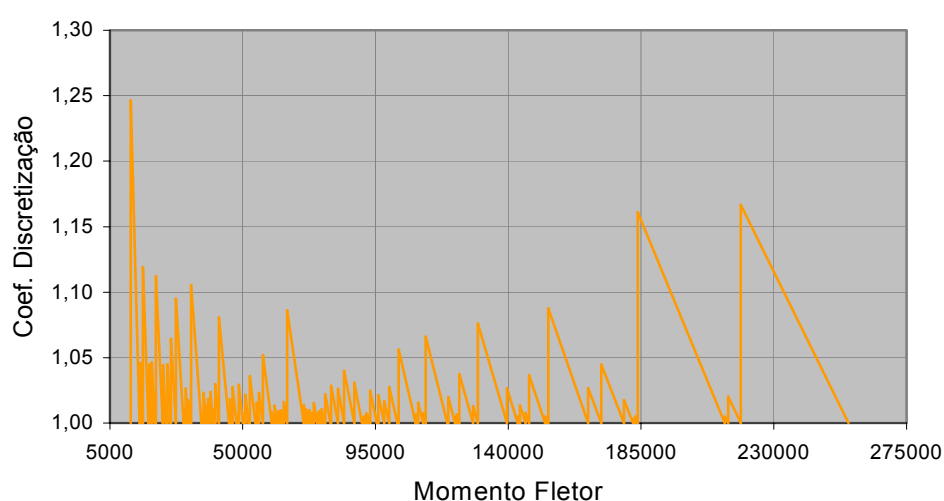


Figura 7.24 – Coeficiente de Discretização

As linhas verticais que definem o lado esquerdo de cada pico representam o ponto de transição onde a capacidade de cada seção se torna insuficiente e a seção próxima mais resistente deve ser selecionada. A relação entre o momento resistente da seção e o momento atuante é denominada coeficiente de discretização (D_c) e, embora não esteja explicitamente considerada nas formulações propostas, pode ser tratada como mais uma variável aleatória que influencia a variabilidade da resistência. Vale lembrar que a largura de 130 mm e a espessura de 4,75 mm, embora sejam possíveis, não foram utilizadas na análise, pois são pouco utilizadas na prática.

O coeficiente de discretização não foi considerado na calibração da norma estadunidense, embora pareça haver uma tendência para sua utilização em versões futuras [BARTLETT *et al.* (2003c)]. Também não foi considerado na calibração da norma canadense – veja-se KENNEDY e GAD ALY (1980) –, um procedimento conservador, conforme se afirma no Memorando Técnico 10 do SSRC [GALAMBOS (1998)]. Foi, entretanto, utilizado na calibração dos fatores de ponderação de resistência de elementos de pontes [KENNEDY e BAKER (1984)] e está sendo proposta sua utilização na calibração dos coeficientes de ponderação da resistência das versões futuras da norma canadense [SCHMIDT e BARTLETT (2002b)].

A análise estatística dos dados mostrados na figura 7.24 conduziu aos valores de 1,04 para a média do coeficiente de discretização (igual ao coeficiente de tendência, já que, evidentemente, o valor nominal do coeficiente de discretização é igual a 1,0) e de 0,0437 para o desvio padrão – conseqüentemente, o coeficiente de variação é de 0,042. Teste de *qui-quadrado* para prova de aderência indica que a distribuição de extremos de *Weibull* é uma boa aproximação para os dados obtidos, como se observa na figura 7.25.

A título de comparação, apresentam-se os valores utilizados por *Schmidt e Bartlett* para o fator de discretização na análise de flexão de vigas com perfis soldados WWF, fabricados no Canadá: média de 1,04 e coeficiente de variação de 0,031. Na calibração da norma de pontes, *Kennedy e Baker* utilizaram os valores de $\delta = 1,06$ e $V = 0,039$

As análises de confiabilidade apresentadas no próximo capítulo foram realizadas com e sem o coeficiente de discretização, pois se pode alegar que existe sempre a possibilidade de se empregarem valores de largura e altura de perfis diferentes daqueles utilizados no cálculo de D_c – veja-se o anexo 1. Além disso, índices de confiabilidade calculados sem o

coeficiente de discretização são sempre necessários para efeito de comparação entre perfis de alma senoidal e de alma plana, pois, conforme já foi dito, na calibração da norma estadunidense – e também da brasileira – não foi utilizada essa variável.

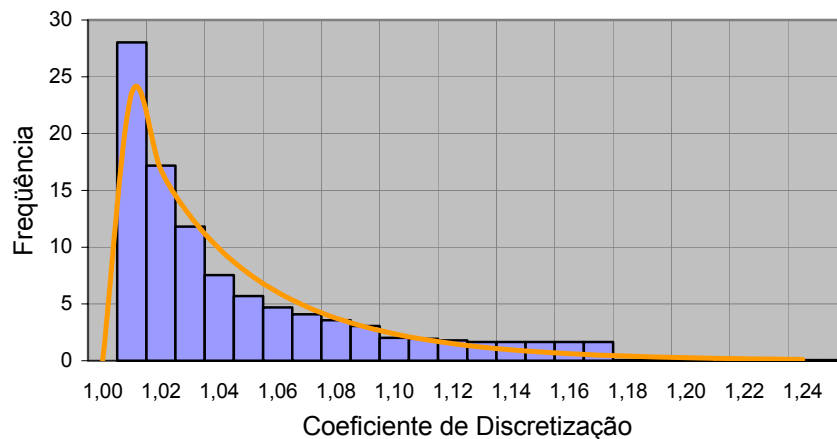


Figura 7.25 – Distribuição de frequência e PDF (*Weibull*) de D_c

7.9 Rigidez rotacional da viga mista

Os dados iniciais da variável K_r , que mede a rigidez rotacional da viga mista no estado limite de flambagem lateral com distorção, foram obtidos de CALENZANI (2008). Como mostrado no capítulo anterior, nesta tese foi proposta uma formulação diferente da apresentada por esse autor, tornando necessária uma nova análise estatística dos dados. Os parâmetros estatísticos dessa variável foram calculados em duas etapas, similarmente aos dos coeficientes profissionais. Na primeira, foram obtidos os coeficientes de tendência e de variação das razões entre os resultados das análises experimental e numérica e entre os resultados das análises numérica e teórica. Na segunda etapa, obtiveram-se os parâmetros estatísticos e a distribuição de frequência, por meio de simulação de Monte Carlo, considerando as equações teóricas propostas. No processo de simulação, foram utilizadas as estatísticas das variáveis básicas dessas equações. Finalmente, o coeficiente de tendência de K_r foi calculado pelo produto dos três coeficientes de tendência encontrados e o coeficiente de variação, pela raiz quadrada da soma dos quadrados dos coeficientes de variação obtidos. Mais uma vez, assumiu-se que esse procedimento não alterasse o padrão de distribuição de frequência da variável.

Os valores das razões entre os resultados obtidos das análises experimental e numérica variaram entre 0,89 e 0,99 (tabela 5.2), sendo que os menores valores são referentes à conexão com dois conectores de cisalhamento na seção. Os coeficientes de tendência e de variação foram $\delta = 0,95$ e $V = 0,050$. Já os valores das razões entre os resultados obtidos das análises numérica e teórica, conforme mostrado no capítulo anterior, foram conservadores e um pouco mais dispersos (tabela 6.4), como pode ser avaliado pelos parâmetros obtidos: $\delta = 1,33$ e $V = 0,075$.

A formulação teórica proposta para o cálculo da rigidez rotacional, dada no capítulo anterior, é aqui reproduzida novamente, por facilidade. A expressão de cálculo de K_r é dada pela equação abaixo:

$$\frac{1}{K_r} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} \quad (7.6)$$

onde K_1 é a rigidez à flexão da laje, K_2 , a rigidez à flexão da alma e K_3 , a rigidez da conexão de cisalhamento, todas por unidade de comprimento da viga. As expressões de cálculo de K_1 , K_2 e K_3 são dadas pelas equações abaixo:

$$K_1 = \frac{\alpha}{a} \left[R_s (1 - \Omega)^2 + \frac{1}{3} \frac{b' \Omega^3}{Nb} \right] D_s^3 E_s \quad (7.7)$$

$$K_2 = \frac{0,4 E_w (b_w)^2 T_w}{H} \quad (7.8)$$

$$K_3 = A_{aj} \frac{E T_f^3}{B_f} \quad (7.9)$$

onde

$$\Omega = N R_s \frac{b}{b'} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{N R_s} \frac{b'}{b}} - 1 \right) \quad R_s = \frac{a_s}{b D_s} \quad N = \frac{E_s}{E_c} \quad (7.10)$$

a

$$A_{aj} = 0,01 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{0,15} \left(\frac{b_w}{T_f} \right)^{2,2} \left(\frac{T_w}{b_w} \right)^{0,25} \left(\frac{B_f}{b_w} \right)^{0,5} \quad (7.13)$$

Na simulação de Monte Carlo, foram gerados 5000 números aleatórios para cada variável aleatória pertinente às equações acima, de acordo com a respectiva distribuição de

probabilidade. Vale comentar que a estatística de D_s foi tomada igual à de T_c e a de T_w igual à de T_f . Além disso, o módulo de elasticidade do aço da fôrma da laje foi considerado com os mesmos parâmetros estatísticos do módulo do aço das mesas dos perfis. As variáveis α , a , b , b' , b_w e a_s foram consideradas determinísticas.

Os estudos mostraram que os parâmetros estatísticos de K_r não são muito sensíveis à variação da relação entre os valores nominais das variáveis, tanto das determinísticas quanto das aleatórias – dentro dos valores práticos extremos, o coeficiente de tendência variou de 1,02 a 1,07 e o de variação permaneceu no intervalo entre 0,025 e 0,058. Para efeito desta tese, foram assumidos os valores $\delta = 1,02$ e $V = 0,058$. Por análise de *Kolmogorov-Smirnov*, demonstra-se que a distribuição normal ajusta-se adequadamente aos dados obtidos, como mostra a figura 7.26. Utilizando as relações entre as análises experimental e numérica e entre esta e a teórica, chegou-se finalmente aos valores $\delta = 1,29$ e $V = 0,107$.

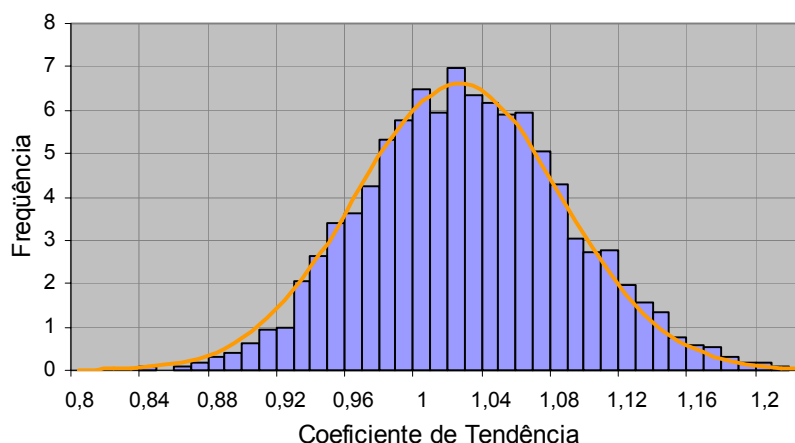


Figura 7.26 – Distribuição de frequência e PDF (normal) de K_r

7.10 Ações

Neste trabalho são tratadas apenas as ações de gravidade – ação permanente (“*dead load*” D) e ação variável (acidental, “*live load*” L). Na falta de dados e análises estatísticas das ações de gravidade no Brasil, utilizaram-se os fornecidos em GALAMBOS *et al.* (1982). Esses dados foram os utilizados no desenvolvimento e calibração dos coeficientes de ponderação das ações da ASCE 7-05 (2006). Essa norma e suas edições anteriores foram

baseadas em ELLINGWOOD *et al.* (1980), “*Development of a Probability-Based Load Criterion for American National Standard A58*”. A combinação básica para ações de gravidade, com os respectivos fatores de ponderação das ações, é a seguinte: $1,2D + 1,6L$. Os fatores de ponderação, desenvolvidos utilizando-se análises probabilísticas de primeira ordem (FORM) e pesquisas de amplo espectro da confiabilidade inerente às práticas contemporâneas de projeto [ASCE 7-05 (2006)], devem ser usados independentemente dos materiais utilizados na estrutura. Assim, somente os parâmetros básicos e a distribuição de probabilidades são aqui comentados, de forma breve, haja vista que os carregamentos, as combinações e os fatores de ponderação das ações são os mesmos, tanto para o caso de perfis de alma plana como para os perfis senoidais. Foi considerada, além da combinação básica para ações de gravidade da ASCE-7, também a combinação (simplificada) de acordo com a ABNT NBR-8681 (2003): $1,35D + 1,5L$.

As ações permanentes, segundo GALAMBOS *et al.* (1982), podem ser consideradas com distribuição de probabilidade normal com coeficientes de tendência e de variação iguais a 1,05 e 0,10, respectivamente. Os estudos estatísticos das ações variáveis acidentais, devidas à ocupação de edificações, conduzem a valores de $\delta = 1,00$ e $V = 0,250$ e indicam que uma distribuição de extremos do tipo I (*Gumbel*) ajusta-se excelentemente aos dados coletados [GALAMBOS *et al.* (1982)].

A ASCE 7-05 (2006) fornece a seguinte equação para o carregamento nominal de ocupação (carga acidental):

$$L_n = L_0(0,25 + 4,57 / \sqrt{A_I}) \geq 0,4L_0 \quad (7.14)$$

onde L_n e L_0 são os valores nominais e de referência da carga acidental, considerando um período de recorrência de 50 anos e A_I é a área de influência em m^2 . As normas brasileiras não utilizam esse tipo de redução no cálculo de vigas. Nas edificações comumente construídas no Brasil, a relação entre as ações variáveis acidentais e as permanentes varia de 0,5 a 3,0 – portanto, esse intervalo [0,5 3,0] foi utilizado neste trabalho. Quando a análise envolveu a norma estadunidense, utilizando, portanto, a equação 7.14, o intervalo ampliou-se para [0,5 4,0], para contrabalançar a redução considerada.

7.11 Verificação da não-correlação entre as variáveis

Conforme comentado no início deste capítulo, considerou-se que todas as variáveis das funções de desempenho utilizadas nesta tese são estatisticamente independentes. Essa consideração, se óbvia para algumas variáveis, como a resistência ao escoamento dos aços, resistência à compressão do concreto, módulo de elasticidade do aço, etc., requer uma análise um pouco mais apurada para outras. Nesta seção, são apresentados alguns estudos para verificar a ocorrência de correlação entre algumas variáveis e, caso afirmativo, quantificá-la. De acordo com HALDAR e MAHADEVAN (2000), duas variáveis podem ser consideradas estatisticamente independentes se o seu coeficiente de correlação, calculado com valores obtidos por técnicas de amostragem, for inferior a $\pm 0,3$ e perfeitamente correlacionadas se o coeficiente for superior a $\pm 0,9$.

O primeiro caso a ser analisado é se há correlação entre as variáveis H_0 e A_f . À primeira vista, poder-se-ia afirmar que há uma chance dessa correlação existir, pois ambas as variáveis dependem da espessura das mesas, T_f , embora sua influência em H_0 seja muito pequena, haja vista as dimensões dos perfis. Torna-se necessário, portanto, quantificar o valor dessa correlação. Utilizando as ferramentas da planilha *Excel* [MICROSOFT (2000)], calculou-se o valor do coeficiente de correlação (ρ) dos dados das duas variáveis, obtidos do programa de medições. O valor encontrado foi $\rho = 0,06$, muito baixo, denotando independência estatística entre as duas variáveis – veja-se a figura 7.27.

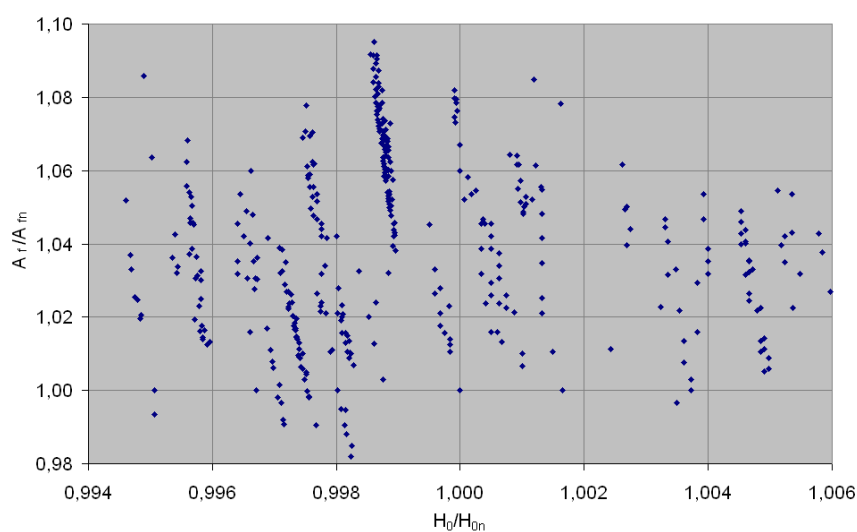


Figura 7.27 – Correlação entre A_f e H_0

O segundo caso refere-se às variáveis A e Y_0 que participam da formulação do estado limite de plastificação da viga mista, com a linha neutra plástica localizada na laje – veja-se o capítulo 8. A expressão que determina o valor de Y_0 é a seguinte:

$$Y_0 = \frac{A_{fi} H_0}{A_{fi} + A_{fs}} = H_0 \frac{1}{1 + A_{fs} / A_{fi}} \quad (7.15)$$

Como se percebe, Y_0 é correlacionada com H_0 e talvez haja correlação também com a razão entre as áreas das mesas, mas não com a área total A . De fato, conforme esperado, o cálculo do coeficiente de correlação entre Y_0 e A apresentou também um valor muito baixo, igual a 0,02, permitindo que essas variáveis sejam consideradas estatisticamente independentes – figura 7.28.

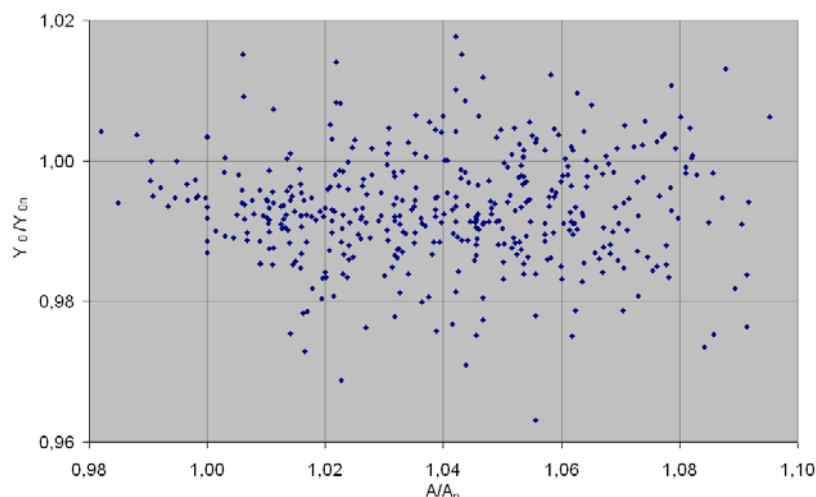


Figura 7.28 – Correlação entre Y_0 e A

Por fim, apresenta-se o caso das variáveis K_r e E . Verifica-se, analisando as expressões 7.6 a 7.13, que há correlação entre K_3 e E . É necessário, no entanto, observar que não foi estudada a influência do módulo de elasticidade do aço (no caso, da mesa superior) na rigidez da conexão. São necessárias ainda mais pesquisas para estudar a influência dessa variável na rigidez da conexão, além de outras, como por exemplo, o módulo de elasticidade do concreto e a taxa de armadura da laje. Entretanto, nesta tese, considerou-se que a rigidez da conexão fosse diretamente influenciada pelo módulo de elasticidade E – assim, torna-se necessário verificar se há ou não correlação significativa entre K_r e E .

Por meio da análise dos dados obtidos da simulação de Monte Carlo, utilizada para determinar a distribuição de frequência de K_r , e considerando a variação dos parâmetros que influenciam a rigidez rotacional da viga mista, verificou-se que a correlação entre essas duas variáveis pode ou não ser significativa, dependendo da relação entre K_1 , K_2 e K_3 . Quando o valor de K_r for muito influenciado por K_1 ou K_2 , ou seja, quando os valores de K_1 ou K_2 forem muito inferiores ao de K_3 , o coeficiente de correlação é muito pequeno, podendo atingir até 0,16 (figura 7.29) – nesse caso, pode-se dizer que as variáveis são estatisticamente independentes. Por outro lado, quando o valor de K_3 for muito inferior aos outros dois, o coeficiente de correlação pode ser de até 0,69, denotando correlação significativa entre as variáveis – veja-se a figura 7.30.

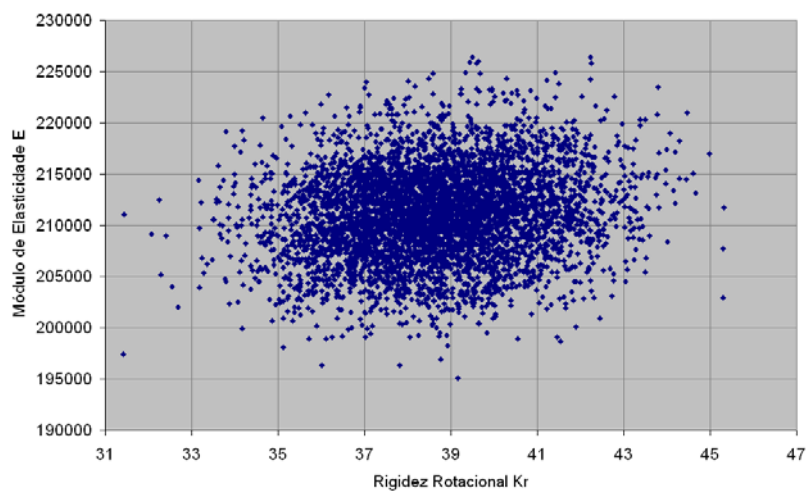


Figura 7.29 – Correlação entre K_r e E (0,16)

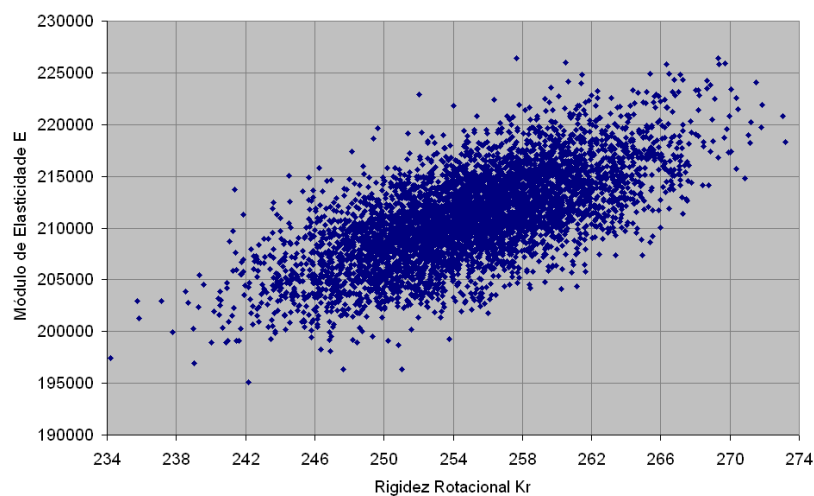


Figura 7.30 – Correlação entre K_r e E (0,69)

Assim sendo, para manter todas as variáveis como não correlacionadas, criou-se então uma nova variável denominada K_{re} , definida pelo produto de K_r por E . Foi realizada nova simulação de Monte Carlo, de onde foram obtidos valores dos coeficientes de tendência e de variação, que também não oscilaram muito com a relação entre os valores nominais das variáveis – para efeito desta tese, podem-se adotar os valores $\delta = 1,05$ e $V = 0,063$.

Foi realizado teste de *Kolmogorov-Smirnov* para prova de aderência, que demonstrou que a distribuição lognormal pode ser utilizada – veja-se figura 7.31. Com os parâmetros referentes às relações entre as análises experimental e numérica e entre esta e a teórica (como apresentado na seção 7.9), chega-se finalmente aos valores de $\delta = 1,33$ e $V = 0,109$, que foram utilizados na análise de segurança da formulação proposta. No capítulo seguinte, a título de ilustração e para verificar como a correlação influencia os resultados nesse caso, são comparados os valores obtidos com K_r e E , consideradas não correlacionadas, aos obtidos com a nova variável K_{re} .

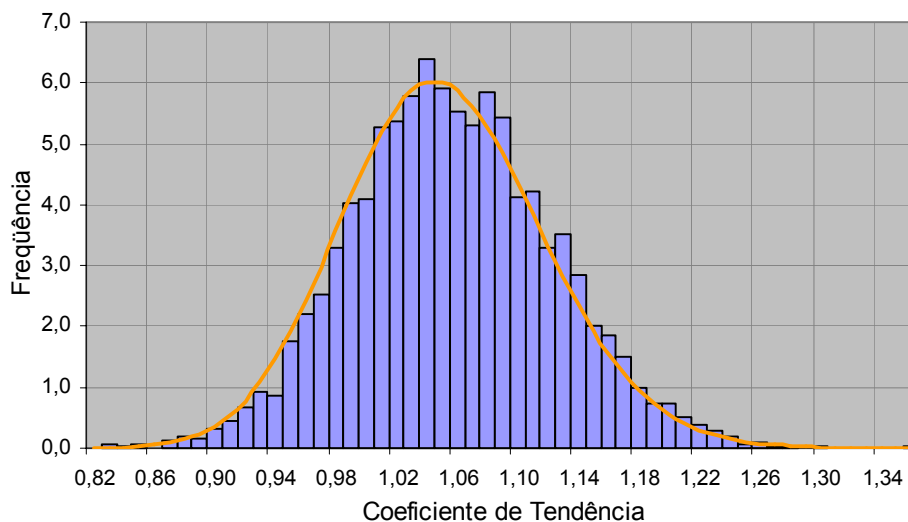


Figura 7.31 – Distribuição de frequência e PDF (lognormal) de K_{re}

8

ANÁLISE DA SEGURANÇA

8.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados da análise de confiabilidade de vigas de aço sob os estados limites de FLT e FLM e de vigas mistas sob os estados limites de FLD, na região de momento negativo, e de plastificação, na região de momento positivo, a partir dos modelos de cálculo propostos no capítulo sexto. Foram utilizados dois métodos de análise: FORM e simulação de Monte Carlo. Para tal, ferramentas computacionais foram desenvolvidas especialmente para esta tese [PLAIS e PIMENTA (2008)]. Essas ferramentas são apresentadas de forma breve no anexo 3, onde também se apresentam algumas comparações com análises de confiabilidade reportadas na literatura.

Ainda a partir das formulações propostas, foram definidas as variáveis aleatórias básicas, consideradas estatisticamente independentes (não correlacionadas) – veja-se o sétimo capítulo – e a relação funcional entre elas, a chamada função de desempenho, que pode ser descrita genericamente pela expressão, conforme apresentada no terceiro capítulo:

$$g(\mathbf{X}) = R(\cdot) - S(\cdot) \quad (8.1)$$

onde $\mathbf{X}$ é um vetor que contém as variáveis aleatórias básicas e $R(\cdot)$ e $S(\cdot)$ são as funções que definem a resistência e a solicitação do elemento estrutural, respectivamente. As funções $R(\cdot)$ e $S(\cdot)$ são definidas para cada estado limite analisado.

No desenvolvimento das equações de estado limite (apresentado no anexo 2) foi utilizado o formato da norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008) – em alguns casos, também da norma estadunidense ANSI/AISC 360-05 (2005), para comparação. A resistência nominal R_n está relacionada à solicitação nominal S_n pelas inequações 8.2a e 8.2b, dadas abaixo, conforme os formatos das normas estadunidense e brasileira, respectivamente¹:

$$\phi R_n \geq \gamma S_n = c(\gamma_D D_n + \gamma_L L_n) \quad R_n / \gamma_m \geq \gamma S_n = c(\gamma_D D_n + \gamma_L L_n) \quad (8.2a)$$

$$(8.2b)$$

onde

ϕ e γ_m são os coeficientes de ponderação da resistência dados nas normas estadunidense e brasileira, respectivamente, para cada estado limite analisado;

γ_D e γ_L são os coeficientes de ponderação das ações permanente e acidental, tomados iguais a 1,2 e 1,6, respectivamente, na ASCE 7-05 (2006) e a 1,35 (valor médio) e 1,5, respectivamente, na ABNT NBR 8681 (2003);

D_n e L_n são, respectivamente, os valores nominais das ações permanente e variável;

c é um parâmetro (determinístico) de transformação das ações em efeitos na estrutura (por exemplo, $c = sl^2/8$, onde s é o espaçamento dos perfis e l o comprimento do vão).

Chamando de q a relação entre a ação variável – de referência (L_0) no caso da norma estadunidense (veja-se a equação 7.14 do capítulo anterior) e nominal (L_n) no caso da brasileira – e a ação permanente nominal D_n para uma área de influência de 1000 ft² (92 m²), conforme GALAMBOS (1983a), têm-se:

$$D_n = \frac{1,38}{q} L_n \quad (8.3a)$$

para análises segundo a ANSI/AISC 360-05 (2005) e

$$D_n = \frac{1}{q} L_n \quad (8.3b)$$

segundo a ABNT NBR 8800 (2008), com as quais, juntamente com as inequações 8.2a e 8.2b (considerando, no limite, a igualdade entre a resistência e a solicitação de cálculo), se chega nas seguintes expressões:

¹ Observa-se que na norma brasileira γ_D , γ_L , D_n e L_n são denominados γ_{gr} , γ_{qr} , F_{gk} e F_{qk} , respectivamente.

$$L_n = \frac{\phi R_n / c}{1,38 \gamma_D / q + \gamma_L} = \frac{\phi R_n}{c \gamma} \quad (8.4a)$$

$$L_n = \frac{R_n / (\gamma_m c)}{\gamma_D / q + \gamma_L} = \frac{R_n / \gamma_m}{c \gamma} \quad (8.4b)$$

Essas expressões, “*mutatis mutandis*”, foram utilizadas na determinação das equações de estado limite, dadas no anexo 2, para cálculo do índice de confiabilidade ou da probabilidade de falha.

Ressalta-se que a resistência nominal é avaliada com os valores nominais de cada variável, de acordo com as expressões das funções de desempenho apresentadas a seguir. Vale lembrar que nesta tese foi considerado apenas o caso de combinação de ações gravitacionais, isto é, ação permanente (D) e ação variável acidental (L).

Na simulação de Monte Carlo, é calculada a probabilidade de falha por meio da equação 3.32, com os valores de $g(\cdot) < 0$ obtidos nos diversos ciclos de simulação – veja-se a subseção 3.3.3 do capítulo 3. Para efeito de comparação com a análise via FORM, com os valores da probabilidade de falha serão calculados índices de confiabilidade β com auxílio da equação 3.11 do capítulo 3.

8.2 Funções de desempenho

8.2.1 Flambagem Lateral com Torção

Conforme definido na formulação proposta, a resistência à flambagem lateral com torção é dividida em três regiões: plástica, inelástica e elástica. Vale comentar que o comprimento da viga foi considerado uma variável determinística, assim como as grandezas l_p e l_r , representando os limites das regiões de comportamento distinto e de aplicação das equações propostas [YURA *et al.* (1978)]. A seguir, são apresentadas as funções de desempenho, baseadas nas equações propostas no capítulo sexto, onde P é o coeficiente profissional e D_c é o coeficiente de discretização – veja-se o capítulo 7.

Região plástica:

$$g(\cdot) = PD_c Z_x F - c(D + L) \quad (8.5)$$

Região inelástica:

$$g(\cdot) = PD_c Z_x (F - \alpha \Sigma_r) - c(D + L) \quad (8.6)$$

onde α é uma variável determinística, referente à posição relativa do comprimento da viga em relação aos limites l_p e l_r , dada por:

$$\alpha = \frac{l - l_p}{l_r - l_p} \quad (8.7a)$$

Região elástica:

$$g(\cdot) = PD_c K_t E - c(D + L) \quad (8.8)$$

onde

$$K_t = \frac{\pi^2 I_y}{l^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,0390 \frac{J}{C_w} l^2 \right)} \quad (8.9)$$

Vale lembrar que, nas expressões das funções de desempenho, a primeira parcela corresponde à resistência e a segunda, à solicitação – veja-se a equação 8.1.

8.2.2 Flambagem local da mesa

Também divide-se em três regiões. Nas regiões plástica e inelástica, as funções de desempenho são dadas pelas mesmas equações 8.5 e 8.6. Os limites das regiões de comportamento distinto também foram considerados variáveis determinísticas. Na equação 8.6, α é dada por:

$$\alpha = \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \quad (8.7b)$$

Na região elástica, a função de desempenho é dada por:

$$g(\cdot) = PD_c K_m E - c(D + L) \quad (8.10)$$

onde

$$K_m = 0,69 W_c T^2 B^{-2} \quad (8.11)$$

8.2.3 Flambagem lateral com distorção

De acordo com o modelo proposto, há três regiões de comportamento distinto da viga: plástico, quando λ_{dist} for igual ou inferior a 0,4, inelástico, quando for maior que 0,4 e igual ou inferior a 1,5 e elástico, quando λ_{dist} for maior que 1,5. Entretanto, as regiões plástica e inelástica podem ser agrupadas numa mesma função de desempenho, fazendo-

se o valor de χ (veja-se a equação 8.12 adiante) ficar constante e igual a 1,0, se λ_{dist} for igual ou inferior a 0,4. Neste trabalho, λ_{dist} foi considerado uma variável determinística, similarmente ao comprimento da viga no estado limite de FLT.

Nas fases plástica e inelástica, são previstos dois casos:

- o primeiro, quando a linha neutra plástica estiver na mesa inferior da viga (LNFi);
- o segundo, quando a linha neutra plástica estiver na mesa superior (LNFs).

A título de simplificação, considerou-se que a linha neutra plástica encontra-se sempre no eixo das mesas, inferior ou superior. Como a espessura máxima da chapa da mesa utilizada é de 19,0 mm e a menor altura da seção é de 400 mm, observa-se que o erro introduzido nessa simplificação é de pequena monta, podendo ser desprezado na análise. Vale lembrar que a localização da linha neutra plástica na alma, baseada nas tensões, é indefinida, isto é, há um “salto” em sua posição da face interna da mesa inferior até a face interna da mesa superior, pelo fato de a alma não participar da resistência a tensões normais na direção do eixo da viga. Não são previstos casos em que a linha neutra se localize acima da mesa superior. Assim sendo, as equações propostas no capítulo 6 conduzem às funções de desempenho, como se segue.

Regiões plástica e inelástica (LNFi):

$$g(\cdot) = P\chi[A_f F H_0 + a_s F_s (H_0 + Y)] - P_{LM}[a_s F_s (H_0 + Y) + c_s B_p T_p^2 F_p] \quad (8.12)$$

onde c_s , dada pela expressão:

$$c_s = \frac{1}{2} \left(\frac{h_{0n}}{e_y} - 1 \right) \left(\frac{e_y}{m} \frac{4 + 1,25 e_x / m}{1 + e_x / m} \right) \quad (8.13)$$

é uma variável determinística (as distâncias m , e_x e e_y foram consideradas determinísticas) e P_{LM} é o coeficiente profissional referente ao estado limite de plastificação da ligação mista. Ressalta-se que, como foi utilizada a análise global plástica, a solicitação para o cálculo da flambagem lateral com distorção é determinada a partir da resistência da ligação mista, conforme prescreve a ABNT NBR 8800 (2008) – veja-se a seção 6.4 do capítulo 6. Observa-se ainda que, como λ_{dist} foi considerado uma variável determinística, a variável χ também o é – veja-se as equações 6.15a e 6.15b do capítulo 6.

Regiões plástica e inelástica (LNFs):

$$g(\cdot) = P\chi(A_f F H_0 + A_s F_s Y) - P_{LM} [a_s F_s (H_0 + Y) + c_s B_p T_p^2 F_p] \quad (8.14)$$

É necessário dizer que, nas equações 8.12 e 8.14, a variável A_f se refere às mesas superior e inferior, respectivamente.

Região elástica:

$$g(\cdot) = P c_r (K_{re})^{1/2} (I_{fi})^{1/2} - P_{LM} [a_s F_s (H_0 + Y) + c_s B_p T_p^2 F_p] \quad (8.15)$$

onde c_r é uma variável determinística dada por:

$$c_r = \frac{0,877 \alpha_g c_{dist}}{\pi} \quad (8.16)$$

8.2.4 Plastificação da viga mista

São previstos dois casos de localização da linha neutra plástica (LNP): na laje e na mesa superior. Também para efeito de simplificação da análise, considerou-se que a linha neutra se encontre no eixo da capa de concreto, no primeiro caso, e no eixo da mesa superior, no segundo caso. Ressalta-se também que essa simplificação não conduz a erros apreciáveis, dadas as dimensões dos elementos envolvidos. Com isso, as equações 6.31 a 6.37 do capítulo 6 conduzem às funções de desempenho dadas a seguir.

LNP na laje (LNL):

$$g(\cdot) = PAF \left(Y_0 + h_F + \frac{1}{2} T_c \right) - c(D + L) \quad (8.17)$$

LNP na mesa superior (LNFs):

$$g(\cdot) = P \left[A_f F H_0 + 0,85 b_c F_c T_c \left(h_F + \frac{1}{2} T_c \right) \right] - c(D + L) \quad (8.18)$$

Observa-se que A_f se refere à área da mesa inferior.

8.3 Apresentação dos resultados

Nesta seção são apresentados os resultados das análises de segurança via FORM e via simulação de Monte Carlo, em forma de tabelas e de gráficos para uma melhor visualização. Na tabela 8.1 encontram-se os coeficientes de ponderação das ações e da resistência das normas estadunidense e brasileira que foram utilizados nesta tese. Na tabela 8.2 apresentam-se resumidamente os parâmetros de todas as variáveis aleatórias

que foram utilizados nas análises, com exceção dos referentes aos coeficientes profissionais – observa-se que estes foram apresentados na tabela 7.7 do capítulo anterior.

Tabela 8.1 – Coeficientes de ponderação das ações e da resistência

ANSI/AISC	NBR 8800
$\gamma_D = 1,20$	$\gamma_D = 1,35$
$\gamma_L = 1,60$	$\gamma_L = 1,50$
$\phi = 0,90$	$\gamma_a = 1,10$
$\phi_m = 0,85$	$\gamma_s = 1,15$
–	$\gamma_c = 1,40$

Tabela 8.2 – Parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias básicas

Parâmetros				
Variáveis		δ	V	Distribuição
Ação	Permanente D	1,05	0,100	Normal
	Variável L	1,00	0,250	Gumbel
Resistência	Módulo plástico Z_x	1,03	0,023	Normal
	Geométrica K_f	1,05	0,030	Normal
	Geométrica K_m	1,10	0,066	Normal
	Áreas A e A_f	1,04	0,025	Normal
	Centro de gravidade da seção Y_o	0,99	0,008	Normal
	Altura da seção H_o	1,00	0,003	Normal
	Momento de inércia da mesa inferior I_{fi}	1,05	0,028	Normal
	Largura da chapa de topo B_p	1,00	0,005	Normal
	Espessura da chapa de topo T_p	1,04	0,022	Lognormal
	Parâmetro rotacional K_{re}	1,33	0,109	Lognormal
	Resistência ao escoamento F e F_p	1,17	0,065	Lognormal
	Tensão residual Σ_r	1,00	0,300	Normal
	Módulo de elasticidade E	1,03	0,022	Lognormal
	Espessura da capa de concreto T_c	0,99	0,029	Normal
	Posição da armadura Y	0,80	0,250	Normal
	Resistência do concreto F_c	1,25	0,152	Lognormal
	Resistência ao escoamento F_s	1,11	0,041	Lognormal
	Coeficiente de discretização D_c	1,04	0,042	Weibull

8.3.1 Flambagem lateral com torção

Apresentam-se, a seguir, os índices de confiabilidade via FORM (β_1 e β_2) e via simulação de Monte Carlo (β_3 e β_4), tanto para as recomendações da norma brasileira quanto da estadunidense. Os índices ímpares são correspondentes aos resultados calculados com o coeficiente de discretização e os pares, sem a consideração dessa variável. Na tabela 8.3 e nas figuras 8.1 e 8.2, encontram-se os resultados da região plástica. Como se observa, os

índices calculados pelos dois métodos de análise de confiabilidade são basicamente os mesmos.

Tabela 8.3 – Índices de Confiabilidade FLT-Plástica

Relação de carga q	ANSI/AISC				NBR 8800			
	β_1	β_2	β_3	β_4	β_1	β_2	β_3	β_4
0,5	3,9	3,8	3,8	3,7	4,0	3,8	3,9	3,8
1,0	3,6	3,4	3,5	3,4	3,5	3,3	3,4	3,3
1,5	3,4	3,3	3,4	3,2	3,2	3,1	3,2	3,1
2,0	3,3	3,1	3,2	3,2	3,1	3,0	3,0	3,0
2,5	3,2	3,1	3,2	3,1	3,0	2,9	3,0	2,9
3,0	3,2	3,0	3,1	3,0	3,0	2,8	2,9	2,8
3,5	3,1	3,0	3,1	3,0	-	-	-	-
4,0	3,1	3,0	3,1	3,0	-	-	-	-

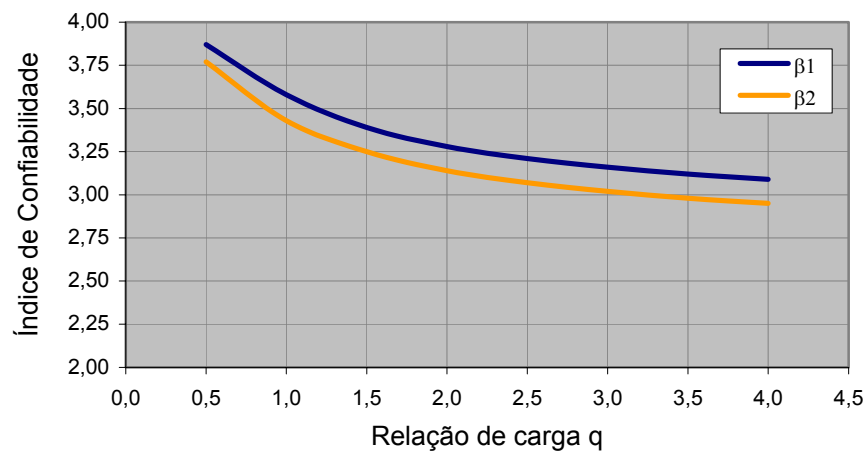


Figura 8.1 – Índices de confiabilidade FLT-Plástica (ANSI/AISC)

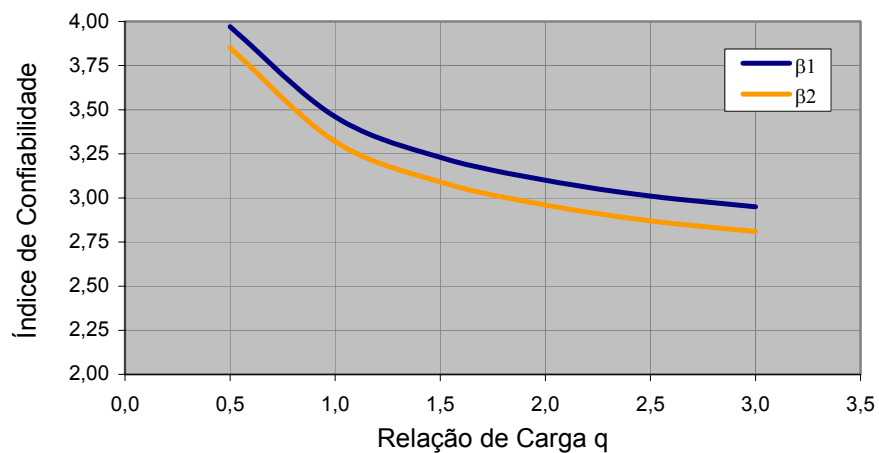


Figura 8.2 – Índices de confiabilidade FLT-Plástica (NBR 8800)

Na tabela 8.4 apresentam-se os resultados da fase inelástica, para $\alpha = 0,5$. Lembra-se que o valor de α varia de 0,0 a 1,0, correspondendo, respectivamente, aos limites das regiões plástica e elástica. À medida que se reduz seu valor, o índice de confiabilidade da região inelástica tende ao da região plástica. Por outro lado, quanto maior o valor de α , maior se torna o índice de esbeltez – conseqüentemente, o índice de confiabilidade aproxima-se do índice da região elástica. Nas figuras 8.3 e 8.4 são apresentados os resultados oriundos das análises FORM. Também na região inelástica, ambos os métodos (FORM e simulação de Monte Carlo) fornecem praticamente os mesmos índices de confiabilidade. Da mesma forma, na tabela 8.5 e nas figuras 8.5 e 8.6 mostram-se os resultados obtidos da região elástica. Novamente, observa-se que os índices de confiabilidade calculados pelos dois métodos são similares.

Tabela 8.4 – Índices de Confiabilidade FLT-Inelástica ($\alpha = 0,5$)

Relação de carga q	ANSI/AISC				NBR 8800			
	β_1	β_2	β_3	β_4	β_1	β_2	β_3	β_4
0,5	3,7	3,6	3,5	3,5	3,9	3,8	3,7	3,7
1,0	3,5	3,4	3,4	3,3	3,4	3,3	3,4	3,3
1,5	3,4	3,2	3,4	3,2	3,2	3,1	3,2	3,1
2,0	3,3	3,1	3,2	3,1	3,1	3,0	3,1	3,0
2,5	3,2	3,1	3,1	3,1	3,0	2,9	3,0	2,9
3,0	3,2	3,0	3,1	3,0	3,0	2,8	2,9	2,9
3,5	3,1	3,0	3,1	2,9	-	-	-	-
4,0	3,1	3,0	3,0	2,9	-	-	-	-

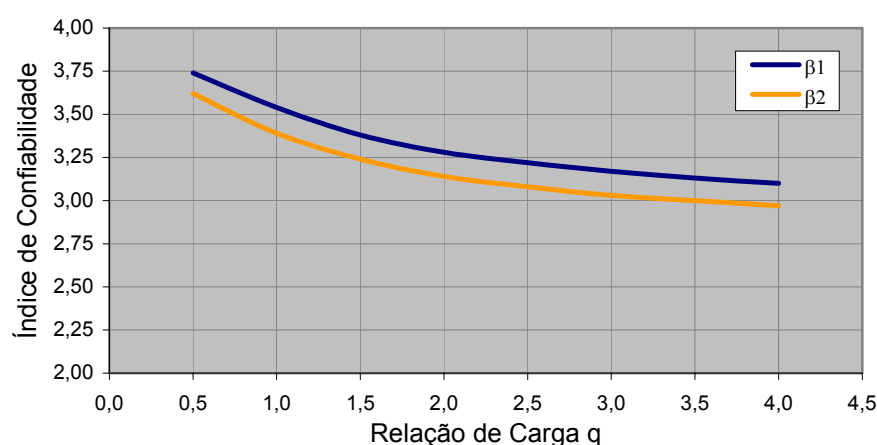


Figura 8.3 – Índices de confiabilidade FLT-Inelástica (ANSI/AISC)

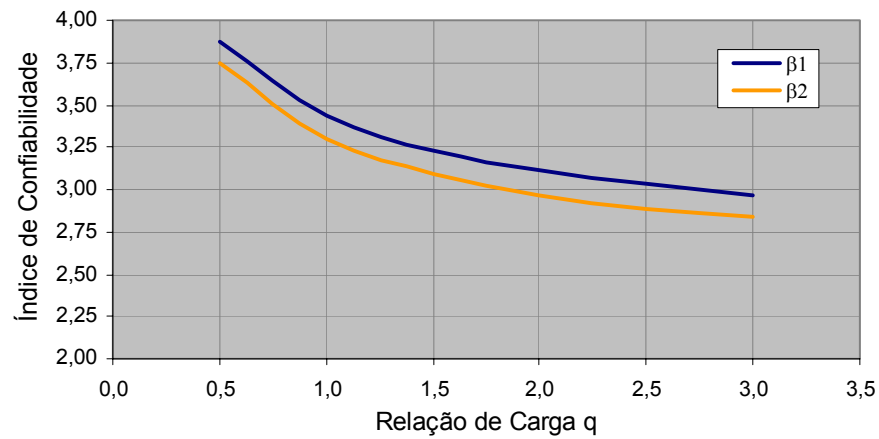


Figura 8.4 – Índices de confiabilidade FLT-Inelástica (NBR 8800)

Tabela 8.5 – Índices de Confiabilidade FLT-Elástica

Relação de carga q	ANSI/AISC				NBR 8800			
	β_1	β_2	β_3	β_4	β_1	β_2	β_3	β_4
0,5	3,4	3,2	3,2	3,2	3,5	3,4	3,4	3,4
1,0	3,1	3,0	3,0	2,9	3,0	2,9	2,9	2,9
1,5	3,0	2,8	2,9	2,8	2,8	2,7	2,8	2,7
2,0	2,9	2,7	2,8	2,7	2,7	2,6	2,7	2,5
2,5	2,8	2,7	2,8	2,6	2,6	2,5	2,6	2,5
3,0	2,8	2,6	2,7	2,6	2,6	2,4	2,5	2,4
3,5	2,7	2,6	2,7	2,6	-	-	-	-
4,0	2,7	2,6	2,7	2,6	-	-	-	-

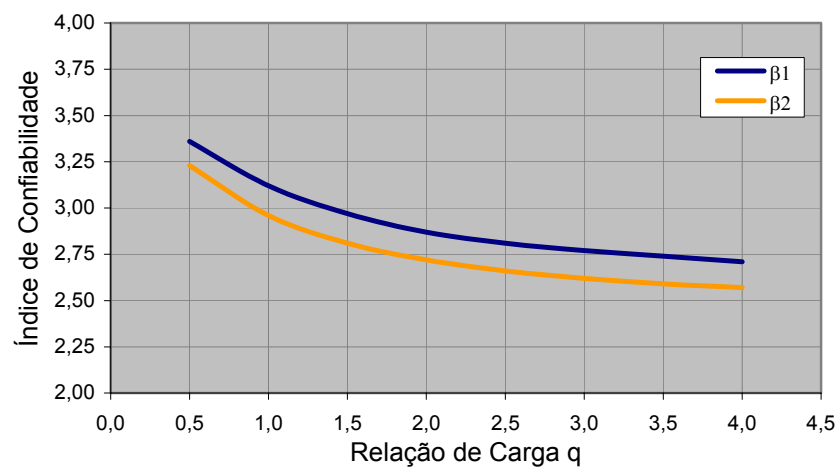


Figura 8.5 – Índices de confiabilidade FLT-Elástica (ANSI/AISC)

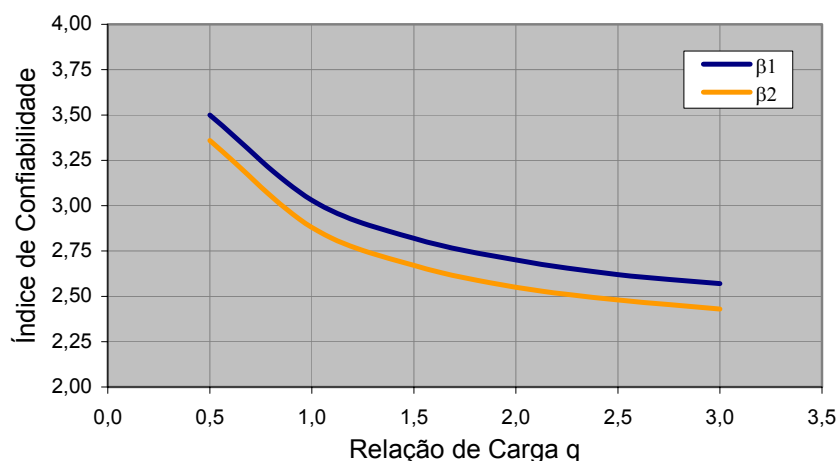


Figura 8.6 – Índices de confiabilidade FLT-Elástica (NBR 8800)

8.3.2 Flambagem local da mesa

Também para este estado limite, foram calculados os índices de confiabilidade com os dois métodos: via FORM (β_1 e β_2) e via simulação de Monte Carlo (β_3 e β_4), para ambas as normas. Da mesma forma, os índices ímpares são correspondentes aos resultados calculados com o coeficiente de discretização e os pares, sem sua consideração. Todavia, são apresentados apenas os índices referentes à fase elástica, já que a formulação e as variáveis das fases plástica e inelástica são exatamente as mesmas das referentes ao estado limite de FLT, com exceção dos coeficientes profissionais que, mesmo sendo diferentes, conduziram basicamente aos mesmos resultados. Os índices obtidos estão mostrados na tabela 8.6 e ilustrados nas figuras 8.7 e 8.8.

Apresenta-se na figura 8.9 uma comparação entre os índices de confiabilidade segundo o modelo da norma brasileira, via FORM, sem o coeficiente de discretização, calculados para dois níveis de valores dos parâmetros estatísticos do coeficiente profissional (veja-se a seção 6.3): $\delta = 1,03$ e $V = 0,100$, para o primeiro grupo (utilizados para se calcular os valores dados na tabela 8.6) e $\delta = 1,05$ e $V = 0,064$, para o segundo. Vale lembrar que a curva do primeiro grupo corresponde a de β_2 na figura 8.8. Observa-se que a mudança dos parâmetros revela-se importante para todas as relações de carga pesquisadas, aumentando substancialmente os valores do índice de confiabilidade. No entanto, esse aumento tornou-se desnecessário, haja vista que todos os valores do índice encontram-se acima do valor mínimo aceitável pelas normas brasileira e estadunidense – veja-se o

capítulo 9. Nota-se que os dois métodos de análise de confiabilidade conduzem basicamente aos mesmos valores do índice de confiabilidade.

Tabela 8.6 – Índices de Confiabilidade FLM-Elástica

Relação de carga q	ANSI/AISC				NBR 8800			
	β_1	β_2	β_3	β_4	β_1	β_2	β_3	β_4
0,5	3,2	3,0	3,0	2,9	3,4	3,2	3,3	3,2
1,0	3,2	3,0	3,0	2,9	3,1	3,0	3,0	2,9
1,5	3,1	2,9	3,0	2,9	3,0	2,8	2,9	2,8
2,0	3,0	2,9	2,9	2,8	2,9	2,7	2,8	2,7
2,5	3,0	2,8	2,8	2,8	2,8	2,7	2,8	2,7
3,0	2,9	2,8	2,8	2,8	2,8	2,6	2,7	2,6
3,5	2,9	2,8	2,8	2,7	-	-	-	-
4,0	2,9	2,8	2,8	2,7	-	-	-	-

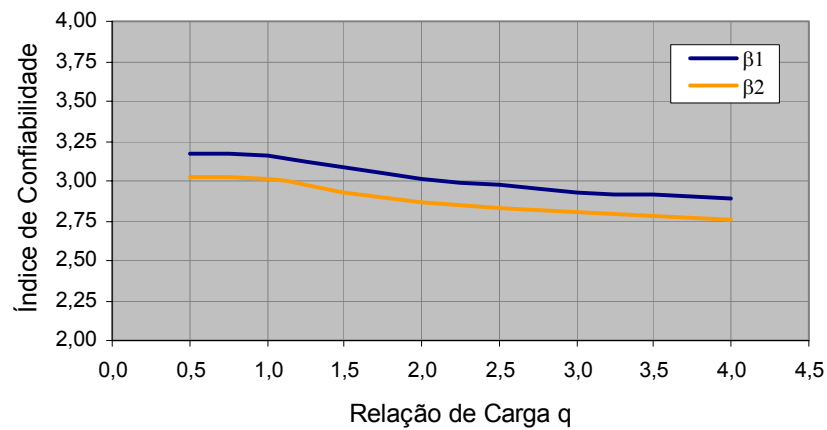


Figura 8.7 – Índices de confiabilidade FLM-Elástica (ANSI/AISC)

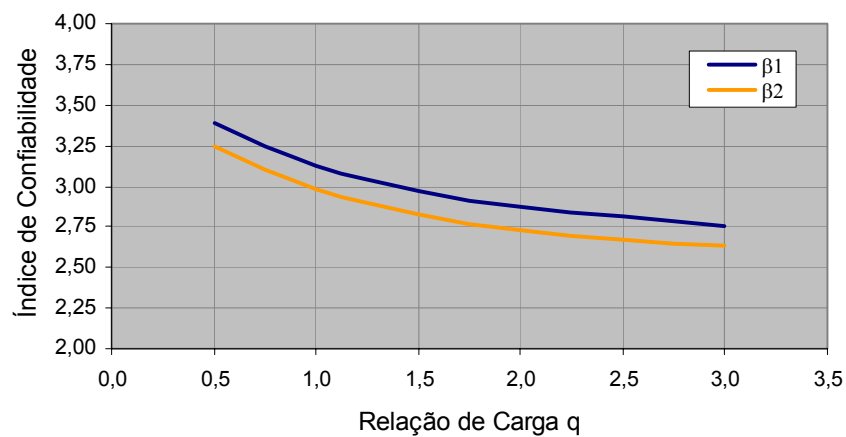


Figura 8.8 – Índices de confiabilidade FLM-Elástica (NBR 8800)

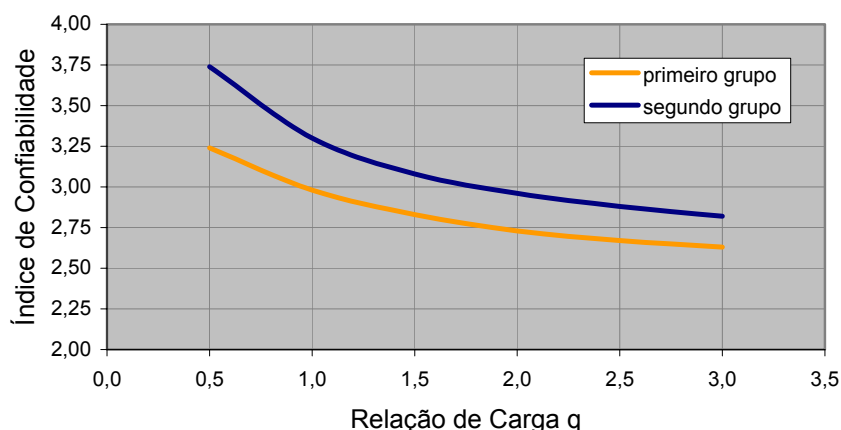


Figura 8.9 – Comparação dos índices do primeiro e do segundo grupo

8.3.3 Flambagem lateral com distorção

Para este estado limite, são apresentados os índices de confiabilidade conforme calculados pelo FORM, segundo o formato da norma brasileira. Conforme mencionado no capítulo anterior, não foi possível, nesta tese, a determinação do coeficiente profissional P para este estado limite. Valores limites foram estabelecidos para se calcular a faixa de variação dos índices de confiabilidade. Como limites do coeficiente de tendência e do coeficiente de variação, arbitraram-se os valores $\delta = 0,95$ e $\delta = 1,15$ e $V = 0,025$ e $V = 0,100$ – veja-se o capítulo 9. Os índices de confiabilidade foram calculados para combinações nesses intervalos, conforme se observa nas tabelas 8.7 e 8.8, para as regiões inelástica e elástica, respectivamente. Consoante o que foi verificado para os demais coeficientes profissionais, considerou-se também que P referente ao estado limite de FLD siga o padrão de distribuição normal.

Tabela 8.7 – Índices de Confiabilidade FLD-Inelástica

Coeficiente de tendência de P	LNFi				LNFs			
	Coeficiente de variação de P				Coeficiente de variação de P			
	0,025	0,050	0,075	0,100	0,025	0,050	0,075	0,100
0,95	3,1	2,7	2,3	1,9	2,8	2,5	2,2	1,9
1,00	3,7	3,2	2,7	2,3	3,3	3,0	2,6	2,2
1,05	4,3	3,7	3,1	2,6	3,7	3,4	3,0	2,6
1,10	4,8	4,2	3,5	2,9	4,2	3,8	3,3	2,8
1,15	5,3	4,7	3,9	3,2	4,7	4,2	3,7	3,1

Tabela 8.8 – Índices de Confiabilidade FLD-Elástica

Coeficiente de tendência de P	Limite inferior $q_0 = 0,083$ e $\nu_2 = 1,00$				Limite superior $q_0 = 0,25$ e $\nu_2 = 0,07$			
	Coeficiente de variação de P				Coeficiente de variação de P			
	0,025	0,050	0,075	0,100	0,025	0,050	0,075	0,100
0,95	2,3	2,1	1,8	1,5	3,3	3,0	2,5	2,2
1,00	2,8	2,6	2,2	1,9	3,9	3,4	2,9	2,5
1,05	3,4	3,0	2,6	2,2	4,4	3,9	3,3	2,8
1,10	3,9	3,5	3,0	2,5	4,9	4,4	3,7	3,1
1,15	4,3	3,9	3,3	2,8	5,4	4,8	4,0	3,4

Para a região inelástica, foram utilizados valores dos parâmetros determinísticos (veja-se o anexo 2) que conduziram aos menores índices de confiabilidade – ressalta-se que a influência desses parâmetros é pequena. Para a região elástica, os índices foram calculados para valores extremos dos parâmetros q_0 e ν_2 . No limite inferior, q_0 e ν_2 foram tomados iguais a 0,083 e 1,00, respectivamente, e no limite superior, iguais a 0,25 e 0,07.

Nas figuras 8.10 e 8.11 apresenta-se a visualização gráfica dos índices referentes aos casos de localização da linha neutra na mesa inferior (LNFi) e na mesa superior (LNFs), respectivamente. Nas figuras 8.12 e 8.13 visualizam-se os índices de confiabilidade calculados para a região elástica. Observa-se que os índices estão em função dos coeficientes de tendência e de variação.

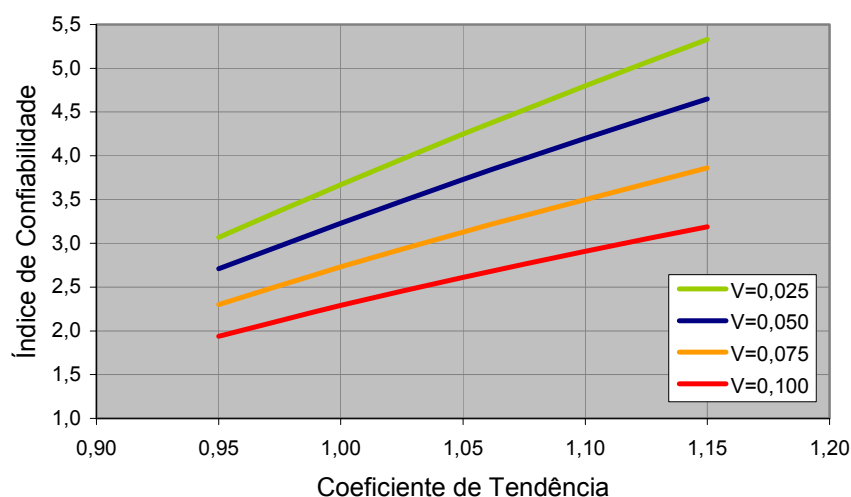


Figura 8.10 – Índices de confiabilidade FLD (LNFi)

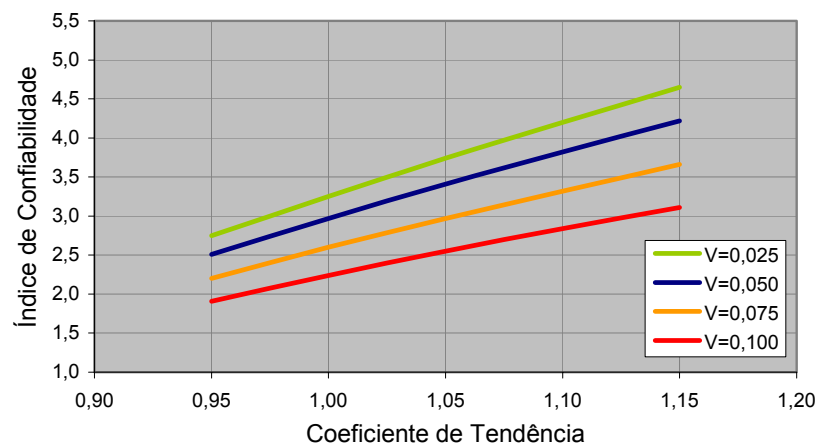


Figura 8.11 – Índices de confiabilidade FLD (LNFs)

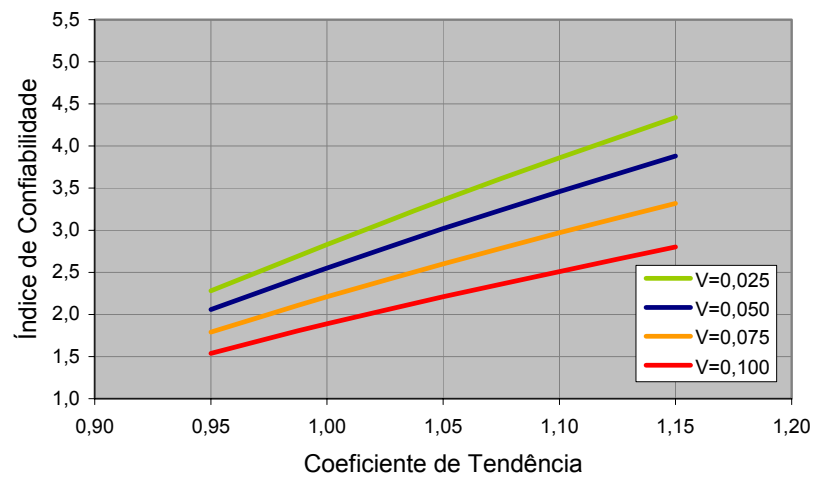


Figura 8.12 – Índices de confiabilidade FLD (Elástica - Inferior)

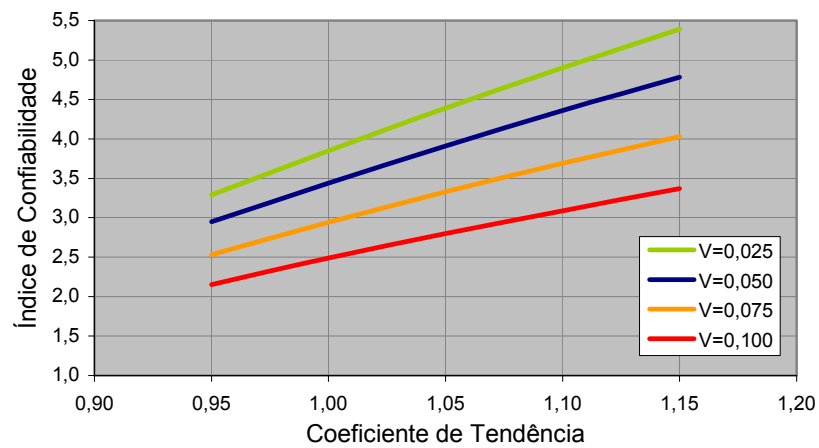


Figura 8.13 – Índices de confiabilidade FLD (Elástica - Superior)

8.3.4 Plastificação da viga mista

Para este estado limite, são apresentados novamente índices de confiabilidade calculados utilizando os modelos das normas brasileira e estadunidense. Nas tabelas 8.9 e 8.10 são apresentados os índices β_1 e β_2 , calculados via FORM e por simulação de Monte Carlo, respectivamente. Na primeira, são apresentados os resultados para a LNP na laje (LNL) e na segunda, os referentes à LNP na mesa superior (LNFs). Foram utilizados os valores dos parâmetros que conduziram aos menores índices de confiabilidade – veja-se o anexo 2. Observa-se que os índices calculados pelos dois métodos de análise de confiabilidade são praticamente os mesmos.

Tabela 8.9 – Índices de Confiabilidade PVM-LNL

Relação de carga q	ANSI/AISC		NBR 8800	
	β_1	β_2	β_1	β_2
0,5	3,9	3,9	4,0	4,0
1,0	3,6	3,5	3,4	3,4
1,5	3,4	3,3	3,2	3,1
2,0	3,2	3,2	3,0	3,0
2,5	3,2	3,1	3,0	3,0
3,0	3,1	3,1	2,9	2,9
3,5	3,1	3,1	-	-
4,0	3,0	3,0	-	-

Tabela 8.10 – Índices de Confiabilidade PVM-LNFs

Relação de carga q	ANSI/AISC		NBR 8800	
	β_1	β_2	β_1	β_2
0,5	3,2	3,1	3,4	3,3
1,0	3,1	3,1	3,1	3,1
1,5	3,0	3,0	2,9	2,9
2,0	3,0	3,0	2,8	2,8
2,5	2,9	2,9	2,8	2,8
3,0	2,9	2,9	2,7	2,7
3,5	2,9	2,9	-	-
4,0	2,9	2,9	-	-

Os resultados referentes aos calculados via FORM (β_1), são ilustrados nas figuras 8.14 e 8.15, para LNL e LNFs, respectivamente. Pode-se demonstrar que os parâmetros q_1 e q_2 praticamente não têm influência no valor do índice de confiabilidade – veja-se a seção seguinte.

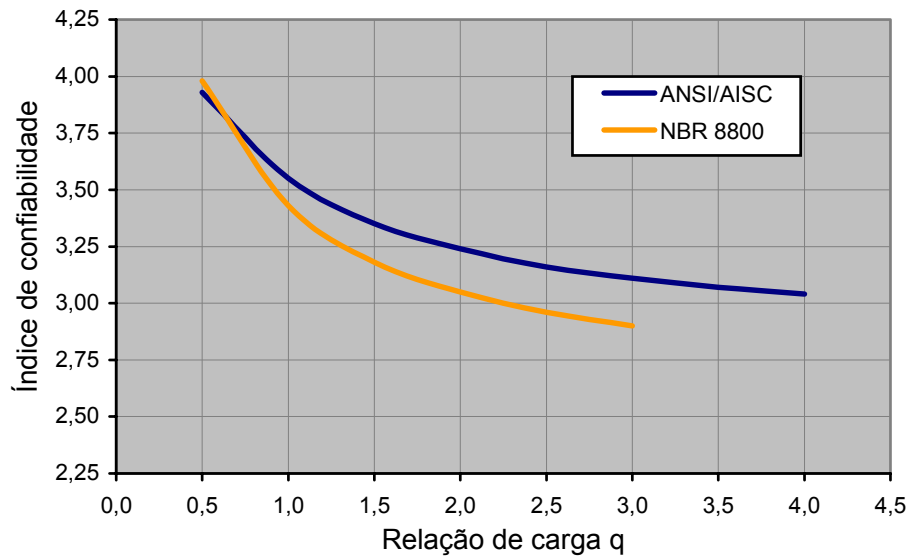


Figura 8.14 – Índices de confiabilidade PVM-LNL

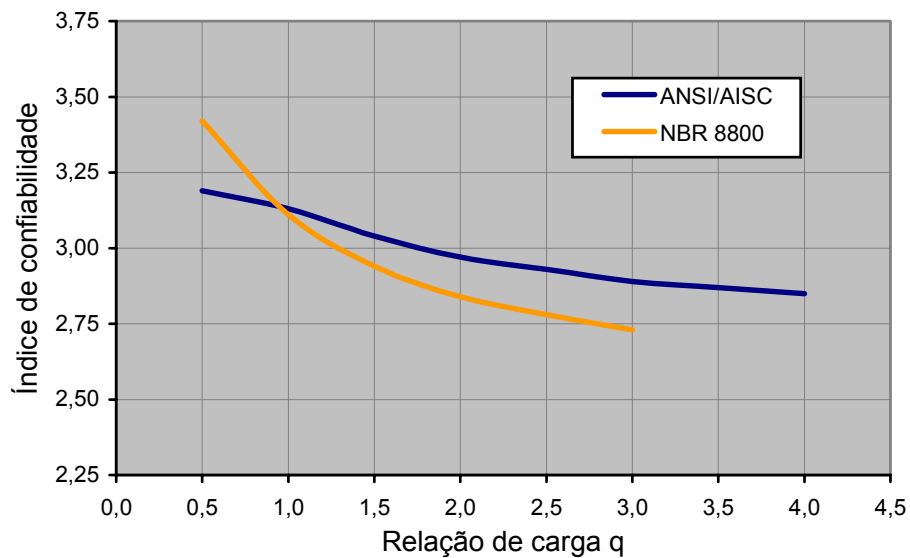


Figura 8.15 – Índices de confiabilidade PVM-LNFs

8.4 Análise comparativa

Uma análise interessante que pode ser feita é verificar como a esbelteza no estado limite de FLT, ou em outros termos, o parâmetro α , afeta a confiabilidade da viga. Na tabela 8.4, comparem-se os valores de β_l relativos ao modelo da norma brasileira, obtidos com o coeficiente de discretização, com seus similares apresentados na tabela 8.11, para $\alpha =$

0,2 e $\alpha = 0,8$. Observa-se, como comentado anteriormente, que ao se reduzir o valor de α os índices de confiabilidade tendem aos valores da região plástica. Por outro lado, aumentando-se o valor de α , os índices diminuem, aproximando-se dos valores da região de comportamento elástico.

Tabela 8.11 – Índices de Confiabilidade FLT-inelástica

Relação de carga q	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,8$
0,5	4,0	3,6
1,0	3,4	3,3
1,5	3,2	3,1
2,0	3,1	3,0
2,5	3,0	3,0
3,0	3,0	2,9

Afirmou-se anteriormente que, para a região inelástica de FLD, a influência dos parâmetros determinísticos era pequena. Para demonstrar, foram comparados índices de confiabilidade calculados com diferentes valores dos parâmetros – veja-se as tabelas A.1 e A.2 do anexo 2. Considere-se o índice apresentado na tabela 8.7 referente a LNFi, para $\delta = 0,95$ e $V = 0,100$. O valor $\beta = 1,9$ foi obtido considerando-se os seguintes valores extremos dos parâmetros: $\nu_1 = 1,97$, $\nu_2 = 0,67$ e $q_0 = 0,083$ – o valor de χ nesse caso é igual a 1,00, considerando-se os valores de $\gamma_n = 1,35$, $\gamma_a = 1,10$ e $\gamma_s = 1,15$. Os valores extremos de $\nu_1 = 0,61$, $\nu_2 = 0,09$ e $q_0 = 0,25$ ($\chi = 1,00$) conduzem ao valor de $\beta = 2,2$. Alterando-se o valor de ν_1 para 1,45 ($\chi = 0,65$) chega-se a $\beta = 2,3$, que é o maior valor nessa situação. Por outro lado, na região elástica, a influência dos parâmetros é grande, como se percebe facilmente comparando-se os resultados da tabela 8.8 referentes aos valores $q_0 = 0,083$ e $\nu_2 = 1,00$ com os referentes a $q_0 = 0,25$ e $\nu_2 = 0,07$.

Para verificar como a consideração da correlação entre K_r e E influencia os resultados da confiabilidade na região elástica de FLD, computou-se também alguns índices utilizando essas variáveis como não correlacionadas. Apresentam-se na tabela 8.12 os resultados obtidos – β_1 refere-se ao cálculo com K_{re} e β_2 , com K_r e E . Observa-se que a não consideração da correlação não influenciou os resultados, que são praticamente iguais nos dois casos.

Tabela 8.12 – Comparação entre índices

parâmetros				β_1	β_2
δ	V	ν_2	q_0		
0,95	0,025	0,05	0,083	3,09	3,08
1,00	0,050	0,50	0,125	2,88	2,88
1,05	0,075	0,75	0,167	2,74	2,74
1,10	0,100	0,95	0,250	2,59	2,58
1,15	0,100	0,95	0,250	2,87	2,86
1,15	0,025	0,05	0,083	5,23	5,22

Ainda referente ao estado limite de FLD, estudou-se a influência que a variável Y , posição da armadura, exerce nos índices de confiabilidade. Não tendo sido julgado necessário determinar com precisão a estatística dessa variável, arbitraram-se valores para os parâmetros estatísticos, conforme apresentado na capítulo 7. A tabela 8.13 apresenta os valores de β obtidos em função desses parâmetros, utilizando-se valores dos coeficientes de tendência e de variação de P , assim como dos parâmetros determinísticos, que conduziram aos menores índices de confiabilidade. Como se pode notar, conforme se afirmou no capítulo 7, essa variável praticamente não influencia os resultados dos índices de confiabilidade.

Tabela 8.13 – Índices de Confiabilidade FLD

parâmetros		β	
δ	V	LNFi	LNFS
0,70	0,150	1,94	1,92
0,70	0,300	1,94	1,92
0,80	0,150	1,94	1,91
0,80	0,250	1,94	1,91
0,80	0,300	1,94	1,91
1,00	0,150	1,92	1,89
1,00	0,300	1,92	1,89

Nesta tese, a variável h_F foi considerada determinística, visto que o processo de produção do “*steel deck*” – em série e com equipamento automático – conduz a diferenças dimensionais insignificantes, em comparação com as demais variáveis. No entanto, optou-se por considerá-la como aleatória na determinação das equações de estado limite – veja-se a subseção 8.3.8 – para estudar sua influência nos índices de confiabilidade do estado limite de plastificação da viga mista (PVM). A tabela 8.14 apresenta os valores de

β obtidos arbitrando-se parâmetros estatísticos para h_F , para modelo da norma brasileira e relação de carga $q = 2,0$. Foram utilizados os valores dos parâmetros determinísticos $\nu = 0,15$ e $q_I = 1,0$. Vale lembrar que os valores apresentados nas tabelas 8.9 e 8.10 da seção anterior foram obtidos com $\delta = 1,00$ e $V = 0,000$.

Tabela 8.14 – Índices de Confiabilidade PVM

parâmetros		β	
δ	V	LNL	LNFs
0,95	0,025	3,03	2,71
0,95	0,050	3,03	2,71
0,95	0,075	3,03	2,70
1,00	0,000	3,05	2,80
1,05	0,025	3,06	2,87
1,05	0,050	3,06	2,87
1,05	0,075	3,06	2,85

Conforme se pode perceber, a influência da variável h_F nos índices de confiabilidade não é grande, mesmo no caso de ocorrer valores do coeficiente de variação relativamente elevados, especialmente para o caso da linha neutra na laje de concreto.

Na tabela 8.15 apresentam-se resultados referentes a PVM para LNL, obtidos via FORM para relação de carga $q = 2,0$, variando-se os parâmetros q_1 e q_2 – veja-se os limites nas subseções A.3.8 e A.3.9 do anexo 2. Como se afirmou, esses parâmetros não têm influência significativa nos índices.

Tabela 8.15 – Índices de Confiabilidade PVM-LNL

parâmetros		β	
q_1	q_2	ANSI/AISC	NBR 8800
0,4	2,5	3,246	3,054
0,4	17,0	3,237	3,045
1,0	2,5	3,244	3,052
1,0	17,0	3,237	3,045

Apresentam-se, nas figuras 8.16 e 8.17, índices de confiabilidade referentes a PVM para casos de localização da linha neutra na mesa superior (LNFs), obtidos via FORM, variando-se os parâmetros para demonstrar sua influência – foram utilizados os valores mostrados na tabela 8.16.

Tabela 8.16 – Valores dos parâmetros utilizados

Índice de Confiabilidade	Parâmetro	
	ν	q_1
β_1	0,15	1,0
β_2	0,50	0,7
β_3	2,00	0,4
β_4	10,00	0,4

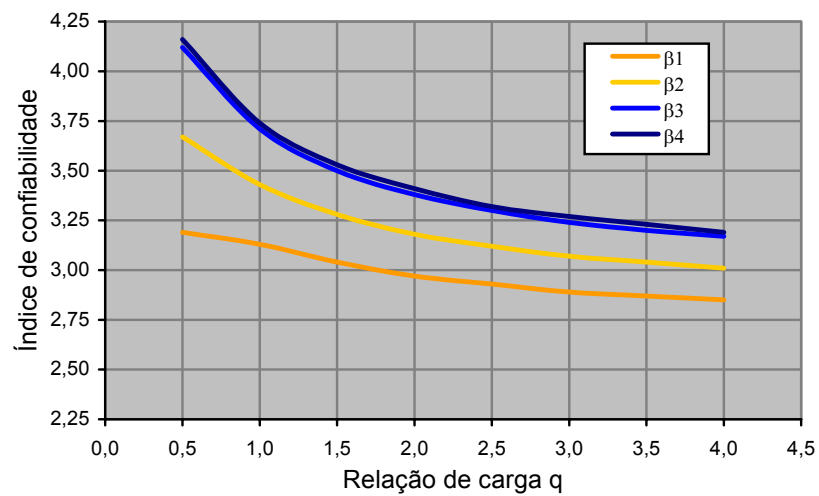


Figura 8.16 – Índices de confiabilidade PVM-LNFs (ANSI/AISC)

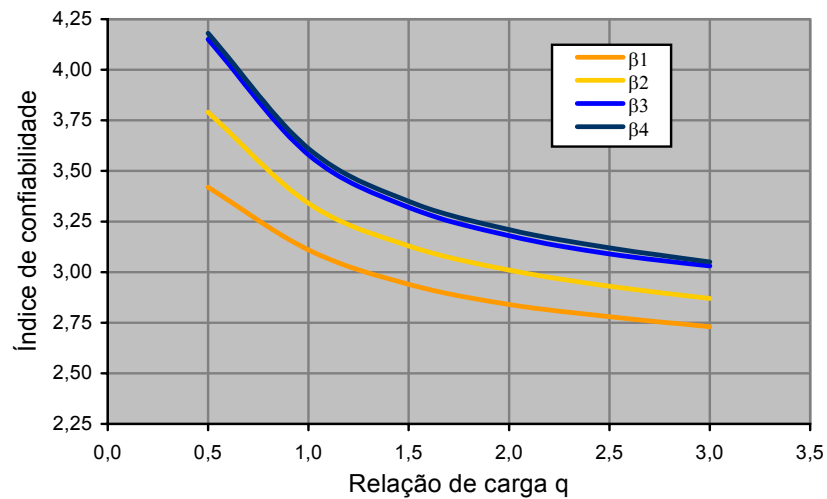


Figura 8.17 – Índices de confiabilidade PVM-LNFs (NBR 8800)

Como comentado na subseção 8.3.8, os resultados não são alterados significativamente para valores de ν superiores a 2,0 – o parâmetro q_1 , da mesma forma que no caso LNL

(LNP na laje), não influencia significativamente o valor do índice de confiabilidade. Vale comentar ainda que valores de ν menores que 1,5, dentro dos valores nominais das variáveis utilizados na prática, corresponde à localização da LNP na laje, embora nessa faixa seja teoricamente possível a LNP localizar-se na mesa superior. Isso significa que, na prática, os valores mínimos dos índices de confiabilidade são bastante superiores aos mostrados na tabela 8.10 da seção anterior, correspondendo aproximadamente aos referentes ao índice β_3 apresentados na figura 8.17.

Inúmeras análises de confiabilidade reportadas na literatura foram realizadas via FOSM podendo-se citar, como exemplo, GALAMBOS e RAVINDRA (1978), GALAMBOS (1983a, 2006), YURA *et al.* (1978), BARTLETT *et al.* (2003c), KENNEDY e GAD ALY (1980), KENNEDY e BAKER (1984), dentre outras. Algumas especificações e normas sugerem, por facilidade, o uso do FOSM para a determinação do coeficiente de ponderação da resistência obtida por meio de ensaios, como, por exemplo, AISI (2007) e EN 1990 (2002) – veja-se também GULVANESE (2002).

A título de comparação, os índices de confiabilidade referentes ao estado limite de FLT (sem o coeficiente de discretização) foram calculados também segundo o procedimento FOSM apresentado em GALAMBOS (1983b e 2006). O método, cuja função de desempenho é dada por $Z = R/S$, usa o conceito de *fator de segurança* – veja-se a subseção 3.3.2 do capítulo 3. Os resultados obtidos são mais precisos se a resistência R e a solicitação S possuírem distribuição lognormal [BARTLETT *et al.* (2003c)].

De acordo com o procedimento, pode-se representar a resistência da viga por:

$$R = PMFR_n \quad (8.19)$$

onde P , M e F são os coeficientes profissional, de material e de fabricação e R_n é a resistência nominal. Os coeficientes de material e de fabricação são variáveis aleatórias que caracterizam a variabilidade da resistência oriunda das incertezas relativas ao material e às propriedades geométricas, respectivamente.

O índice de confiabilidade, para os modelos das normas estadunidense e brasileira, é dado, respectivamente, por:

$$\beta \cong \frac{\ln(\mu_R / \mu_S)}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} = \frac{\ln \left[\frac{\delta_M \delta_P \delta_F \gamma}{\phi(1,38\delta_D / q + \delta_L)} \right]}{\left[V_M^2 + V_P^2 + V_F^2 + \frac{(1,38\delta_D V_D / q)^2 + (\delta_L V_L)^2}{(1,38\delta_D / q + \delta_L)^2} \right]^{1/2}} \quad (8.20a)$$

$$\beta \cong \frac{\ln(\mu_R / \mu_S)}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} = \frac{\ln \left[\frac{\delta_M \delta_P \delta_F \gamma}{(\delta_D / q + \delta_L) / \gamma_a} \right]}{\left[V_M^2 + V_P^2 + V_F^2 + \frac{(\delta_D V_D / q)^2 + (\delta_L V_L)^2}{(\delta_D / q + \delta_L)^2} \right]^{1/2}} \quad (8.20b)$$

No caso da região plástica de FLT, pode-se representar a resistência nominal por $z_{\eta f_y}$ (veja-se a equação 8.5) e tomar os parâmetros estatísticos de M e F pelos seus correspondentes de F e Z_x dados na tabela 8.4 – não se confunda F da equação 8.19 (coeficiente de fabricação) com F da tabela 8.4 (resistência ao escoamento). De maneira similar, para a região elástica, a resistência pode ser representada por k_{me_n} (veja-se a equação 8.8) e os parâmetros de M e F podem ser tomados pelos de E e K_t da tabela 8.4. Já para a região inelástica, a função de desempenho dada pela equação 8.6, sem a consideração do coeficiente de discretização, pode ser reescrita como:

$$g(\cdot) = PZ_x J - c(D + L) \quad (8.21)$$

onde

$$J = F - \alpha \Sigma_r \quad (8.22)$$

Dessa forma, representando a resistência nominal por $z_{\eta f_n}$, os parâmetros estatísticos de M são calculados por teoria de primeira ordem, utilizando a equação 8.22 e os parâmetros de F e Σ_r da tabela 8.4, e resultam iguais a $\delta = 1,20$ e $V = 0,087$. Na tabela 8.17, apresentam-se os resultados obtidos. Ressalta-se que os resultados da região inelástica referem-se a $\alpha = 0,5$.

Consistentemente, os valores de β decrescem da fase plástica para a fase elástica, seguindo o padrão encontrado nas análises via FORM e simulação de Monte Carlo. Observa-se, comparando os resultados da tabela 8.17 com os referentes a β_2 das tabelas 8.5 a 8.7, que os resultados obtidos pelos três métodos são próximos, sendo que os obtidos pelo FOSM são um pouco mais elevados. As figuras 8.18 e 8.19 ilustram a

comparação FOSM x FORM para os modelos segundo a norma estadunidense e brasileira, respectivamente, para as regiões plástica e elástica.

Tabela 8.17 – Índices de confiabilidade FLT- FOSM

Relação de carga q	ANSI/AISC			NBR 8800		
	Plástica	Inelástica	Elástica	Plástica	Inelástica	Elástica
0,5	3,9	3,7	3,3	4,2	4,0	3,6
1,0	3,8	3,7	3,2	3,7	3,7	3,2
1,5	3,6	3,6	3,1	3,4	3,4	2,9
2,0	3,5	3,5	3,0	3,3	3,2	2,8
2,5	3,4	3,4	2,9	3,1	3,1	2,6
3,0	3,3	3,3	2,8	3,0	3,0	2,6
3,5	3,3	3,3	2,8	-	-	-
4,0	3,2	3,2	2,7	-	-	-

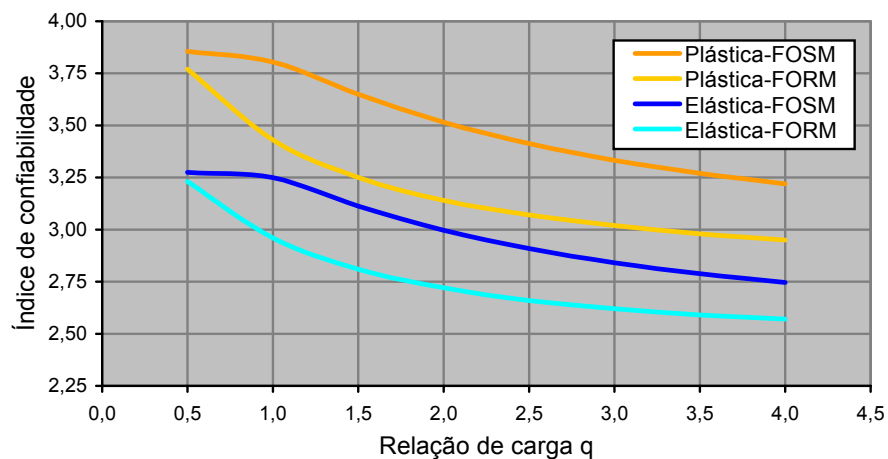


Figura 8.18 – Comparação FOSM x FORM (ANSI/AISC)

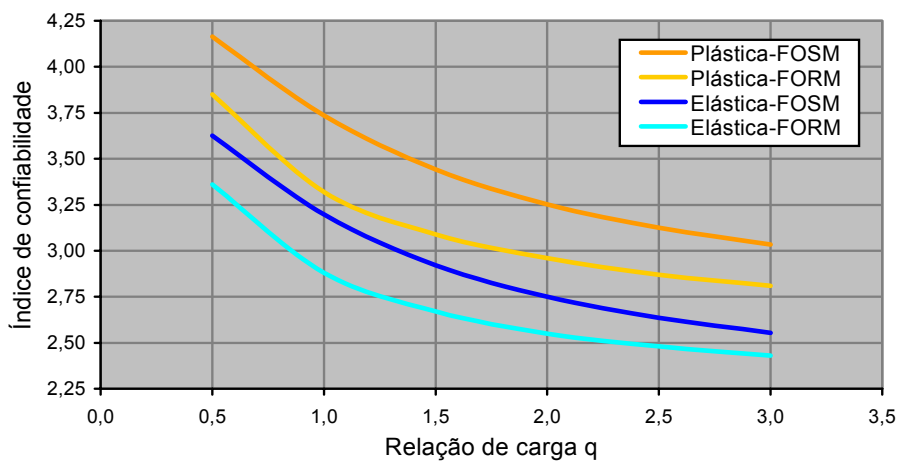


Figura 8.19 – Comparação FOSM x FORM (NBR 8800)

9

CONCLUSÕES

Neste capítulo são feitas avaliações dos índices de confiabilidade apresentados no capítulo anterior. São feitas também comparações entre os índices obtidos via modelo da norma brasileira com os obtidos via modelo da norma estadunidense. Mesmo sabendo que a relação de carga q não tem a mesma conotação nos dois modelos de estado limite utilizados – vale lembrar que na norma estadunidense a carga nominal é diferente da carga de referência – nesta tese, quando se fizer comparações entre índices, não se levará em conta essa diferença.

Os índices de confiabilidade são avaliados e comparados com os valores implícitos nas normas brasileira e estadunidense para perfis de alma plana, obtidos da literatura. Foram sugeridas correções no modelo de cálculo nos casos em que os índices de confiabilidade foram inferiores ao valor mínimo aceitável das normas brasileira e estadunidense para combinação de ações gravitacionais.

Finalmente são tecidos os comentários finais e são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

9.1 Avaliação dos resultados

O primeiro ponto a ser observado nos resultados obtidos é a ausência de uniformidade dos índices de confiabilidade. Observações similares foram relatadas na literatura para estruturas com perfis de alma plana – veja-se GALAMBOS *et al.* (1982), GALAMBOS (1983a), CASTRO (1997), BARTLETT *et al.* (2003c), CASTANHEIRA (2004), ANSI/AISC 360-05 (2005). Nota-se, entretanto, que a partir de determinado valor da relação de carga, os índices permaneceram praticamente constantes, para o mesmo estado limite. A região de comportamento elástico do estado limite de FLM apresentou a melhor uniformidade encontrada neste estudo, notadamente os índices calculados com o modelo da norma estadunidense.

Observa-se, ao se comparar os índices de confiabilidade calculados pelos dois modelos de estado limite utilizados nesta tese, uma maior uniformidade encontrada no modelo estadunidense. Isso de certa forma já era esperado, pois os coeficientes de ponderação das ações e das resistências do ANSI/AISC 360-05 (2005) foram estabelecidos por um processo de otimização de forma tal que os desvios de β em relação ao valor-objetivo (β_{obj}) fossem minimizados [ELLINGWOOD *et al.* (1982)]. Além disso, vale lembrar que na falta de dados estatísticos das ações de gravidade no Brasil adotaram-se os fornecidos em GALAMBOS *et al.* (1982), que serviram de base para o estabelecimento dos coeficientes de ponderação das ações fornecidos na ASCE 7-05 (2006), utilizados pela ANSI/AISC 360-05 (2005).

Sabe-se que a ocorrência de desvios é inevitável, haja vista o formato do método dos estados limites, que utiliza basicamente os mesmos coeficientes de ponderação das ações, independentemente da situação de projeto, do estado limite ou do material empregado. Também os coeficientes de ponderação das resistências são mantidos em número relativamente pequeno, para evitar complicações excessivas no cálculo. Isso pode implicar em desvios significativos dos índices de confiabilidade em relação ao valor-objetivo, se os coeficientes de ponderação não forem adequadamente escolhidos. Analisando-se as figuras 8.1 a 8.8, 8.14 e 8.15, observa-se que os índices calculados pelo modelo da norma brasileira são mais conservadores na região de baixa relação de carga e mais liberais para relação de carga elevada, em comparação com os obtidos via modelo

estadunidense. Esse fato indica que os coeficientes de ponderação das ações de gravidade utilizados na norma brasileira deveriam ser revisados, a partir de um necessário e amplo programa de obtenção de dados estatísticos das ações no Brasil.

Outro ponto que merece ser comentado é que o uso do coeficiente de discretização contribuiu para o aumento dos índices de confiabilidade, conforme se afirmou anteriormente (seção 7.8 do sétimo capítulo). Observou-se ainda que o valor absoluto desse aumento é praticamente constante, independentemente da relação de carga – veja-se as figuras 8.1 a 8.8. Assim, proporcionalmente, os maiores aumentos ocorreram nas situações que apresentaram os menores valores do índice de confiabilidade. Esse fato pôde ser observado também em BARTLETT *et al.* (2003c).

Os índices de confiabilidade apresentados no capítulo anterior foram avaliados e comparados com os valores mínimos implícitos nas normas brasileira e estadunidense para os perfis de alma plana – 2,6 podendo chegar a 2,4 nos casos em que a relação de carga q for elevada [veja-se comentário B.3.3 da ANSI/AISC 360-05 (2005)] e nos casos de vigas sujeitas a FLT no regime elástico [veja-se GALAMBOS (1983a)]. Em GALAMBOS (2006), afirma-se que os índices de confiabilidade das vigas projetadas de acordo com a ANSI/AISC 360-05 (2005) para as faixas usuais de combinação de cargas são superiores a 2,5.

Observa-se que os índices referentes ao estado limite de flambagem lateral com torção (FLT), nas regiões plástica e inelástica, foram todos superiores ao valor mínimo de 2,6, inclusive aqueles obtidos com relação de carga elevada. Já para a região elástica, nota-se que os índices calculados sem o coeficiente de discretização, utilizando o modelo da norma brasileira para relação de carga entre 2,5 e 3,0, apresentaram valores inferiores a 2,6, porém iguais ou superiores a 2,4.

Também para os estados limites de FLM e PVM (plastificação da viga mista), todos os índices apresentaram valores iguais ou superiores a 2,6 em todas as regiões e situações pesquisadas.

Pode-se concluir, portanto, que a confiabilidade de vigas de alma senoidal sujeitas a FLT e FLM, assim como de vigas mistas biapoiadas no estado limite de plastificação, projetadas segundo o procedimento proposto nesta tese, está adequada e compatível com os níveis inerentes às vigas de alma plana.

Não sendo possível, nesta tese, descrever e determinar a estatística do coeficiente profissional P relativo ao estado limite de FLD, optou-se por fazer a análise arbitrando valores limites dos parâmetros estatísticos para se estudar a faixa de variação do índice de confiabilidade. Os valores limites foram estabelecidos de forma a não haver probabilidade significativa de os parâmetros estatísticos reais encontrarem-se fora da faixa compreendida entre tais limites. O limite inferior do coeficiente de tendência (0,95) foi estabelecido por não se ter encontrado valores inferiores na literatura – nesta tese, o menor valor do coeficiente de tendência de P foi 0,96, correspondente à faixa elástica de FLT. O limite superior (1,15) foi escolhido por conduzir a valores de β já bastante elevados. Com relação ao coeficiente de variação, o limite superior (0,100) foi arbitrado considerando-se que este é um dos maiores valores encontrados na literatura e não é muito inferior ao máximo encontrado [$V = 0,130$ para vigas I soldadas esbeltas, GALAMBOS (1983a)]. Valores elevados do coeficiente de variação de P estão geralmente relacionados a análises com mais de um tipo de seção [$V = 0,110$ para flexão de vigas laminadas e soldadas, KENNEDY e GAD ALY (1980)] e a elevados valores do coeficiente de tendência [$\delta = 1,14$ para vigas esbeltas, GALAMBOS (1983a)]. Nesta tese, o maior valor encontrado do coeficiente de variação, correspondente ao estado limite de FLM, foi $V = 0,100$. Pelo exposto, considerou-se, portanto, que 0,100 fosse um valor razoável para o limite superior. Para determinar o limite inferior, considerou-se que não haveria valores inferiores a 0,025.

Observando as figuras 8.10 a 8.13 do capítulo anterior, percebe-se que a relação entre o índice de confiabilidade e o coeficiente de tendência, referentes ao estado limite de FLD, é praticamente linear no intervalo pesquisado. O mesmo acontece em relação ao coeficiente de variação. Como era de se esperar, à medida que cresce o coeficiente de tendência, aumenta o índice de confiabilidade e aumentando-se o coeficiente de variação, o índice de confiabilidade diminui. Observa-se, com os dados obtidos, que os valores dos parâmetros estatísticos do coeficiente profissional influenciam substancialmente a confiabilidade de vigas mistas de alma senoidal submetidas a FLD.

Analizando os valores das tabelas 8.7 e 8.8, percebe-se que, no limite inferior da faixa pesquisada, a confiabilidade está abaixo do mínimo aceitável. *É necessário, portanto, que se façam ajustes no modelo de cálculo até que se possa conhecer e determinar*

adequadamente a estatística do coeficiente profissional relativo ao estado limite de FLD. Sugere-se alterar provisoriamente o valor do coeficiente de ajustamento γ_n de 1,35, sugerido pela ABNT NBR 8800 (2008), para 1,50 – com isso o menor valor da tabela 8.7 passa de 1,9 para 2,6 e o da tabela 8.8, de 1,5 para 2,3. Embora o valor 2,3 esteja ainda abaixo do mínimo, isso se daria apenas nessa situação específica: se o coeficiente de variação for realmente 0,100, o coeficiente de tendência for igual a 0,95 e os parâmetros determinísticos assumirem valores limites. Se, por exemplo, o coeficiente de variação for igual a 0,09 ou o de tendência for 0,97, β assumiria o valor de 2,40, dentro da faixa aceitável, portanto. A figura 9.1 ilustra os resultados obtidos com $\gamma_n = 1,50$ em comparação com os obtidos com $\gamma_n = 1,35$, para a região elástica no limite inferior dos parâmetros determinísticos e com $V = 0,100$.

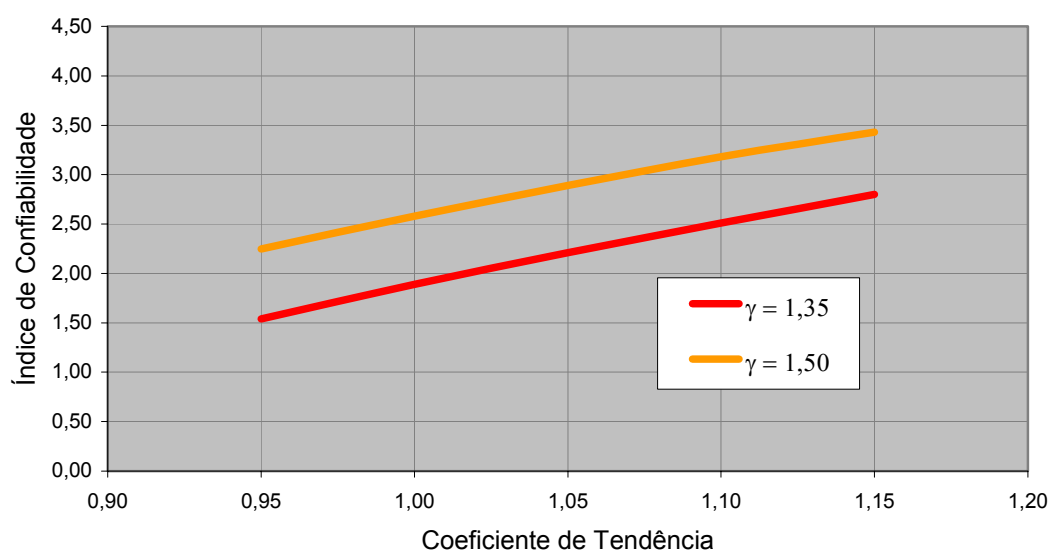


Figura 9.1 – Comparação entre índices para $\gamma_n = 1,35$ e $\gamma_n = 1,50$

Assim sendo, adotando-se o valor $\gamma_n = 1,50$, considera-se que a confiabilidade de vigas semicontínuas de alma senoidal submetidas ao estado limite de FLD, projetadas segundo o procedimento proposto nesta tese, está adequada e compatível com os níveis inerentes aos perfis de alma plana.

9.2 Considerações finais

Neste trabalho, foram propostos modelos de cálculo de vigas de alma senoidal relativos aos estados limites de flambagem lateral com torção (FLT) e flambagem local da mesa (FLM). Também foram propostos modelos de cálculo de vigas mistas biapoiadas e semicontínuas com esse tipo de perfil, inclusive com a consideração, quando aplicável, de flambagem lateral com distorção (FLD). Utilizando os conceitos e métodos da Confiabilidade Estrutural, verificou-se a segurança dos procedimentos propostos que incorporam, além dos modelos de cálculo, os coeficientes de ponderação das ações e das resistências fornecidos nas normas técnicas.

Os resultados alcançados e as principais conclusões são resumidos a seguir.

1. Nos ensaios de FLT, verificou-se que a resistência das vigas de alma senoidal na região de comportamento elástico aproxima-se bastante da resistência calculada pelo momento crítico. Nos ensaios com contenção central, a maneira de aplicação da carga alterou o mecanismo de colapso esperado da viga, de plastificação da seção para flambagem local da mesa. Desenvolveu-se um modelo de elementos finitos para simular o comportamento dos protótipos. Os resultados numéricos obtidos foram comparados com os experimentais, obtendo-se boa correlação entre os dois tipos de análise.
2. Os resultados obtidos com os ensaios de FLD foram adequados para se calcular as rigidezes secantes dos protótipos correspondentes a um momento de 2/3 do momento último. Por meio de um modelo de elementos finitos, obtiveram-se rigidezes secantes que foram comparadas com as experimentais – concluiu-se que o modelo foi capaz de simular adequadamente o comportamento observado nos ensaios.
3. Nos ensaios de ligação mista observou-se que a participação da ligação metálica tornou-se mais efetiva após o escoamento das barras da armadura. O colapso dos protótipos ocorreu por flambagem inelástica da mesa comprimida, após o aparecimento de um mecanismo de campo de tração na alma. Esse fenômeno resultou da distorção excessiva da alma, em consequência do aumento da deformação da chapa de topo provocada pela força desenvolvida na primeira linha de parafusos, após o início da formação dos mecanismos de charneiras plásticas. Essa força provocou um aumento da tensão de cisalhamento vertical da alma junto à chapa de extremidade,

causando o esgotamento de sua capacidade de carga. À medida que se propagava, o mecanismo de campo de tração provocava uma planificação da alma e, paulatinamente, a redução da rigidez das corrugações, na direção perpendicular à sua seção transversal. Com isso, a alma passou a não mais restringir adequadamente a mesa comprimida, que falhou por instabilidade por flexão em relação a seu eixo de menor inércia, deformando-se na direção da mesa tracionada. Observou-se a formação de charneiras plásticas na chapa de topo, evidenciadas pelo aparecimento de *linhas de Lüder*. Um modelo mecânico do mecanismo de falha foi proposto a partir dos resultados dos ensaios. Um modelo de elementos finitos foi desenvolvido para simular os ensaios – os resultados numéricos foram comparados aos experimentais, demonstrando que o modelo foi capaz de simular adequadamente o comportamento dos protótipos.

4. Os ensaios de *Machacek e Motak* foram analisados e utilizados para calibrar um modelo de elementos finitos. Observou-se que o posicionamento dos conectores conduziu a uma redução do grau de interação da viga mista, parcialmente compensada pelas forças de atrito na interface laje-perfil. O modelo numérico, a despeito de simplificações adotadas, mostrou-se adequado para simular o comportamento dos ensaios experimentais.
5. Foram propostos métodos de cálculo apropriados para o projeto de vigas sob os estados limites de FLT e FLM, de vigas mistas de aço e concreto, sob os estados limites de FLD e de plastificação da seção, onde aplicáveis, e de ligações mistas com chapa de topo. Os métodos foram desenvolvidos a partir de uma adaptação dos conceitos e procedimentos da norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008) e também da norma estadunidense ANSI/AISC 360-05 (2005), em que se desprezou a alma senoidal no cálculo das propriedades geométricas da seção.
6. Os modelos numéricos desenvolvidos foram utilizados em análises paramétricas com o intuito de verificar os métodos de cálculo propostos. Observou-se que os métodos são adequados para descrever o comportamento e determinar a resistência de vigas de alma senoidal sob os estados limites considerados.
7. Foi estudada a influência das imperfeições iniciais – geométrica e de material – na resistência de vigas de alma plana e senoidal sujeitas a FLT. Observou-se que, devido

ao conservadorismo adotado no desenvolvimento do modelo numérico, o valor de imperfeição geométrica de $l/10000$ é o que melhor correlaciona os resultados obtidos com aqueles calculados com a formulação das normas brasileira e estadunidense, para os perfis de alma plana. Concluiu-se, considerando que o modelo de cálculo das normas brasileira e estadunidense conduza a bons resultados para perfis de alma plana e o conservadorismo assumido no modelo, que o valor da imperfeição geométrica inicial a ser utilizado na análise paramétrica dos perfis de alma senoidal deveria ser também de $l/10000$.

8. Foi proposto, a partir de estudos teóricos, numéricos e experimentais, um novo modelo de cálculo da rigidez rotacional de vigas mistas a FLD, mais simples, mas com o mesmo nível de precisão que o anterior, proposto por CALENZANI (2007).
9. Verificou-se que o modelo de cálculo (“Equivalent T-Stub”) do EN 1993-1-8 (2005) pode ser utilizado para se calcular a força desenvolvida na primeira linha de parafusos da chapa de topo.
10. A capacidade de rotação da ligação mista pode ser calculada pelo modelo fornecido na norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008), utilizando-se, porém, 70% da deformação última da armadura envolvida pelo concreto no cálculo da capacidade de deformação das barras da armadura.
11. Desenvolveu-se um amplo programa de medições das dimensões reais dos perfis de alma senoidal fabricados no Brasil. Foram anotadas as seguintes dimensões: altura total, largura e espessura das mesas superior e inferior e o valor da imperfeição geométrica inicial (falta de retinidade) em relação ao eixo de menor inércia. Além disso, anotou-se a resistência ao escoamento do aço utilizado nas mesas dos perfis de alma senoidal (USICIVIL 350) a partir dos certificados fornecidos pela usina produtora, no período compreendido entre 2004 e 2007.
12. Estudaram-se as estatísticas das variáveis básicas envolvidas nos modelos de cálculo propostos – foram obtidos os coeficientes de tendência e de variação, assim como a distribuição de frequência – por meio de dados extraídos da literatura técnica e do programa de medições, além daqueles obtidos dos ensaios experimentais. Verificou-se também a possibilidade de ocorrência de correlação entre as variáveis. Entretanto,

- não foi possível descrever e determinar a estatística do coeficiente profissional referente ao estado limite de FLD.
13. A partir das equações de cálculo de resistência fornecidas nos modelos propostos, foram desenvolvidas as funções de desempenho e as respectivas equações de estado limite, utilizando os modelos de estado limite das normas brasileira e estadunidense.
 14. Desenvolveram-se ferramentas computacionais adequadas para calcular os índices de confiabilidade. Dois métodos foram utilizados: FORM e simulação de Monte Carlo.
 15. A comparação de índices de confiabilidade obtidos com o modelo da norma brasileira com seus similares obtidos via norma estadunidense indicou que os coeficientes de ponderação das ações da norma brasileira necessitam ser revisados.
 16. Verificou-se que os índices de confiabilidade obtidos via FOSM para o estado limite de FLT mostraram-se mais elevados que os calculados segundo FORM e simulação de Monte Carlo.
 17. Os índices de confiabilidade foram avaliados e comparados com os valores implícitos nas normas brasileira e estadunidense para perfis de alma plana. Concluiu-se que a confiabilidade de vigas de alma senoidal sujeitas a FLT e FLM, assim como de vigas mistas biapoiadas no estado limite de plastificação, projetadas segundo o procedimento proposto nesta tese, está adequada e compatível com os níveis inerentes às vigas de alma plana.
 18. Na ausência dos dados do coeficiente profissional referente a FLD, arbitraram-se valores limites dos parâmetros estatísticos para se estudar a faixa de variação do índice de confiabilidade. Os valores limites foram estabelecidos de forma a não haver probabilidade significativa de os parâmetros estatísticos reais encontrarem-se fora da faixa compreendida entre tais limites.
 19. Verificou-se que no limite inferior da faixa pesquisada a confiabilidade de vigas mistas semicontínuas sujeitas a FLD estava abaixo do mínimo aceitável. Sugeriu-se um ajuste no modelo de cálculo – alterar provisoriamente o valor do coeficiente de ajustamento γ_n de 1,35, sugerido pela ABNT NBR 8800 (2008), para 1,50 – até que se possa conhecer e determinar precisamente a estatística do coeficiente profissional relativo ao estado limite de FLD. Com isso, considerou-se que a confiabilidade de vigas semicontínuas de alma senoidal submetidas ao estado limite de FLD, projetadas

segundo o procedimento proposto nesta tese, está adequada e compatível com os níveis inerentes aos perfis de alma plana.

De modo geral, pelo que se observou das pesquisas e análises desenvolvidas neste trabalho e nos trabalhos correlatos [HACKBARTH JÚNIOR (2006), SOUZA (2006), CALENZANI (2008), GONZAGA (2008), GALVÃO (2008b), PINTO (2008)], *considera-se que esta tese tenha contribuído para a compreensão de diversos fenômenos relacionados ao comportamento de estruturas com perfis de alma senoidal. Presume-se, enfim, que esta tese tenha atingido seus objetivos, geral e específicos, conforme apresentados no capítulo introdutório.*

9.3 Sugestões para trabalhos posteriores

Embora utilizados desde a década de 60, somente com a automatização da fabricação, permitida pela moderna tecnologia de fabricação, em especial os equipamentos controlados por computador (CNC) e a robótica, os perfis de alma corrugada puderam ser produzidos e comercializados em escala industrial no mercado da construção. Essa é, provavelmente, a principal razão da escassez de pesquisas com esse tipo de perfil, em especial, os de alma senoidal. Muitos aspectos do comportamento de perfis de alma senoidal ainda necessitam ser investigados e diversos métodos utilizados para cálculo e dimensionamento ainda carecem de comprovação experimental.

Sugerem-se os seguintes trabalhos que podem dar prosseguimento a esta pesquisa:

1. Análise da segurança, via métodos e conceitos da Confiabilidade Estrutural, de modelos de cálculo da resistência à força cortante desenvolvidos a partir da norma brasileira.
2. Desenvolvimento de métodos de cálculo mais apropriados da resistência a forças localizadas, em especial as oriundas de pontes rolantes. Os métodos existentes são incompletos e não levam em conta as dimensões (largura e comprimento) de aplicação da força.
3. Análise da segurança, via métodos e conceitos da Confiabilidade Estrutural, de modelos de cálculo da resistência a forças localizadas desenvolvidos a partir da norma brasileira.

4. Análise experimental e numérica visando à obtenção de dados para se conhecer mais precisamente o comportamento de vigas mistas de alma senoidal sujeitas a FLD e determinar a estatística do coeficiente profissional relativo a esse estado limite.
5. Determinar um limite numérico para a capacidade de distorção da alma senoidal e propor um modelo de cálculo da capacidade de rotação da ligação mista levando-se diretamente em conta esse parâmetro
6. Análise da segurança, via métodos e conceitos da Confiabilidade Estrutural, de modelos de cálculo da resistência a forças axiais de compressão desenvolvidos a partir da norma brasileira.
7. Estudos e análises experimental e numérica para verificar a existência ou não de interação entre força cortante e momento fletor em perfis de alma senoidal [confirmação ou não da recomendação de MENDERA e KUCHTA (2003)].
8. Desenvolvimento de modelos de cálculo de ligações, inclusive de placas de base de pilares, a partir dos conceitos da norma brasileira e verificar sua confiabilidade.
9. Verificação de métodos de cálculo à fadiga, segundo o modelo da norma brasileira.
10. Verificação do comportamento e determinação da resistência de perfis de alma senoidal em temperatura elevada.
11. Proposição de métodos de cálculo e projeto de perfis de alma senoidal de altura variável e verificação da confiabilidade.
12. Utilização dos conceitos e métodos da confiabilidade de sistemas para verificação da segurança de vigas (mistas e não mistas) de alma senoidal, considerando os possíveis modos de falha.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abbas *et al.* (2006) – Abbas, H.H., Sauce, R., Driver, R.G., “Behavior of Corrugated Web I-Girders Under In-Plane Loads” – Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2006, Estados Unidos da América.
- Abbas *et al.* (2007) – Abbas, H.H., Sauce, R., Driver, R.G., “Simplified Analysis of Flange Transverse Bending of Corrugated Web I-Girders Under In-Plane Moment and Shear” – Engineering Structures, Elsevier, 2007, Reino Unido.
- ABNT NBR 8681 (2003) – “Ações e Segurança nas Estruturas” – Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 2003, Rio de Janeiro, Brasil.
- ABNT NBR 6118 (2007) – “Projeto de Estruturas de Concreto-Procedimento” – Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 2007, Rio de Janeiro, Brasil.
- ABNT NBR 8800 (2008) – “Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios” – Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 2008, Rio de Janeiro, Brasil.
- AISC-LRFD (1999) – “Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings” – 3rd edition, AISC – American Institute of Steel Structures, Chicago, Illinois, 1999, Estados Unidos da América.
- AISI (2007) – “North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members” – 2007 edition, AISI – American Iron and Steel Institute, 2007, Estados Unidos da América.
- Alisibramulisi (2006) – Alisibramulisi, A.B., “Analysis of Corrugated Web Beam to Column Extended End Plate Connection using Lusas Software” – Tese de Mestrado, Universiti Teknologi Malaysia, 2006, Malásia.
- Anami *et al.* (2005) – Anami, K., Sause, R., Abbas, H.H. “Fatigue of Web-Flange Weld of Corrugated Web Girders: Influence of Web Corrugation Geometry and Flange Geometry on Web-Flange Weld Toe Stresses” – International Journal of Fatigue Vol.27, pag. 373-381, Elsevier, 2005, Londres, Reino Unido.
- Anami e Sause (2005) – Anami, K., Sause, R. “Fatigue of Web-Flange Weld of Corrugated Web Girders: Analytical Evaluation of Fatigue Strength of Corrugated Web-Flange Weld” – International Journal of Fatigue Vol.27, pag. 383-393, Elsevier, 2005, Londres, Reino Unido.
- Ang e Tang (1984) – Ang, H.S., Tang, W.H. “Probability Concepts in Engineering Planning and Design – Decision, Risk and Reliability” Vol. 2, John Willey & Sons, 1984, Estados Unidos da América.

- ANSI/AISC 360-05 (2005) – American National Standard ANSI/AISC 360-05, 2005 “Specification for Structural Steel Building”. AISC, Chicago, Illinois, Estados Unidos da América.
- ANSYS (2004) – “Theory Reference” – Houston, USA: ANSYS Inc., 2004, Estados Unidos da América.
- ASCE 7-05 (2006) – ASCE Standard ASCE/SEI 7-05 “Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures”, American Society of Civil Engineers, 2006, Estados Unidos da América.
- Aschinger e Lindner (1997) – Aschinger, R., Lindner, J., “Zu Besonderheiten bei Trapezstegtragern” – Ernst & Sohn, Stahlbau 66, Heft 3, 1997, Alemanha.
- ASTM A-370 (2008) – ASTM Standard A-370-08a “Standard Test Methods and Definitions for Mechanical Testing of Steel Products” – ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008, Estados Unidos da América.
- Barbosa (2004) – Barbosa, A.H., “Análise de Confiabilidade Estrutural Utilizando o Método de Monte Carlo e Redes Neurais” – Dissertação de Mestrado, 2004, PPGECC, Departamento de Engenharia Civil, UFOP, Ouro Preto, Brasil.
- Barbosa *et al.* (2005) – Barbosa, A.H., Freitas, M.S.R., Neves, F.A., ““Análise de Confiabilidade Estrutural Utilizando o Método de Monte Carlo e Redes Neurais” – REM: Revista Escola de Minas, Vol. 58, No. 3, 2005, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.
- Bartlett *et al.* (2003a) – Bartlett, F.M., Hong, H.P., Zhou, W. “Load Factor Calibration for the Proposed 2005 Edition of the National Building Code of Canada: Statistics of Load and Load Effect” – Canadian Journal of Civil Engineering No. 30, pag. 429-439, 2003, Canadá.
- Bartlett *et al.* (2003b) – Bartlett, F.M., Hong, H.P., Zhou, W. “Load Factor Calibration for the Proposed 2005 Edition of the National Building Code of Canada: Companion-Action Load Combination” – Canadian Journal of Civil Engineering No. 30, pag. 440-448, 2003, Canadá.
- Bartlett *et al.* (2003c) – Bartlett, F.M., Dexter, R.J., Graeser, M.D., Jelinek, J.J., Schmidt, B.J., Galambos, T.V. “Updating Standard Shape Material Properties Database for Design and Reliability” – Engineering Journal, AISC, First Quarter, 2003, Estados Unidos da América.
- Bergfelt *et al.* (1985) – Bergfelt, A., Edlund, B., Leiva, L. “Trapezoidally Corrugated Girder Webs. Shear Buckling. Patch Loading” – Ingénieurs et Architectes Suisses 111, 1985, Suíça.
- Bjorhovde (1972) – Bjorhovde, R. “Deterministic and Probabilistic Approaches to the Strength of Steel Columns” – PhD. Dissertation, Lehigh University, 1972, Estados Unidos da América.
- Bjorhovde (1978) – Bjorhovde, R. “The Safety of Steel Columns” – Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST3, 1978, Estados Unidos da América.

- Bjorhovde *et al.* (1978) – Bjorhovde, R., Galambos, T.V. e Ravindra, M.K. “LRFD Criteria for Steel Beam-Columns” – Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST9, 1978, Estados Unidos da América.
- Branka (1999) – Branka, P., “Tragverhalten von Trager mit Schlanken, Ebenen und Profilierten Stege” – Dissertação de Doutorado – Universidade de Brandemburgo, 1999, Cottbus, Alemanha.
- Brendolan (2007) – Brendolan, G., “Análise do Comportamento e da Resistência de um Sistema de Lajes com Fôrma de Aço Incorporada” – Dissertação de Mestrado, PROPEEs-UFMG, 2007, Belo Horizonte, Brasil.
- Calenzani *et al* (2007) – Calenzani, A.F.G.,Fakury,R.H., Paula, F.A., Rodrigues, F.C., Queiroz, G., Pimenta, R.J. “Determinação da Rigidez Rotacional de Vigas Mistas de Alma Senoidal no Estado Limite de Flambagem Lateral com Distorção” – CMNE/CILAMCE, 2007, Porto, Portugal.
- Calenzani (2008) – Calenzani, A.F.G., “Proposição de Procedimento para a Determinação da Rigidez Rotacional de Vigas Mistas Contínuas e Semicontínuas com Perfis de Alma Senoidal” – Tese de Doutorado, 2008, PROPEEs-UFMG, Belo Horizonte, Brasil.
- Campos (2001) – Campos, P.C., “Efeito da Continuidade no Comportamento e na Resistência de Lajes Mistas com Fôrma de Aço Incorporada” – Dissertação de Mestrado, 2001, PROPEEs-UFMG, Belo Horizonte, Brasil.
- Castanheira (2004) – Castanheira, A.M., “ Avaliação da Confiabilidade de Vigas Dimensionadas pela NBR 8800” – Dissertação de Mestrado, 2004, PPGEC, Departamento de Engenharia Civil, UFOP, Ouro Preto, Brasil.
- Castro (1997) – Castro, L.A., “Análise da Segurança no Projeto de Estruturas: Método dos Estados Limites” – Dissertação de Mestrado, EESC-USP, 1997, São Carlos, Brasil.
- CAN-CSA-S16-1 (2003) – “Limit States Design of Steel Structures” – The Canadian Standards Association, 2003, Ontario, Canadá.
- Chernenko e Kennedy (1991) – Chernenko, D.E., Kennedy, D.J.L. “An Analysis of the Performance of Welded Wide Flange Columns” – Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.18, pag.537-555, 1991, Canadá.
- DAST-Ri 015 (1990) – “Deutscher Ausschuss für Stahlbau: DAST-Richtlinie 015 – Träger mit schlanken Stegen” – Stahlbau-Verlagsgesellschaft, 1990, Colônia, Alemanha.
- DIN 18800 (1990) – “DIN 18 800 Teil 2: Stahlbauten; Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken”, 1990, Alemanha.
- Diniz e Frangopol (1997) – Diniz, S.M., Frangopol, D.M., “Reliability Bases for High Strength Concrete Columns” – Journal of Structural Engineering, ASCE, 1997, Estados Unidos da América.
- Diniz (2006) – Diniz, S.M.C. “A Confiabilidade Estrutural e a Evolução das Normas Técnicas” – VI Simpósio da EPUSP, 2006, São Paulo, Brasil.

- Driver *et al.* (2006) – Driver, R.G., Abbas, H.H., Sauce, R., “Shear Behavior of Corrugated Web Bridge Girder” – Journal of Structural Engineering, ASCE, 2006, Estados Unidos da América.
- Easley (1975) – Easley, J. T., “Buckling Formulas for Corrugated Metal Shear Diaphragms” – Journal of the Structural Division, pp. 1403-1417, 1975, Estados Unidos da América.
- Elgaaly *et al.* (1996) – Elgaaly, M., Seshadri, A. & Hamilton, R. W., “Shear Strength of Beams with Corrugated Webs” – Journal of Structural Engineering, pp. 390-397, 1996, Estados Unidos da América.
- Elgaaly *et al.* (1997) – Elgaaly, M., Seshadri, A. & Hamilton, R. W., “Bending Strength of Steel Beams with Corrugated Webs” – Journal of Structural Engineering, pp. 772-782, 1997, Estados Unidos da América.
- Elgaaly e Seshadri (1997) – Elgaaly, M. & Seshadri, A., “Girders with Corrugated Webs Under Partial Compressive Edge Loading” – Journal of Structural Engineering, pp. 783-790, 1997, Estados Unidos da América.
- Elgaaly e Seshadri (1998a) – Elgaaly, M. & Seshadri, A., “Steel Built-up Girders with Trapezoidally Corrugated Webs” – Engineering Journal, AISC, First Quarter, 1998, Estados Unidos da América.
- Elgaaly e Seshadri (1998b) – Elgaaly, M. & Seshadri, A., “Depcting the Behavior of Girders with Corrugated Webs up to Failure using Nonlinear Finite Element Analysis” – Advances in Engineering Software, Elsevier, Vol.29, No.3, 1998, Reino Unido.
- Ellingwood *et al.* (1982) – Ellingwood, B., MacGregor, J.G.,Galambos, T.V., Cornell, C.A., “Development of a Probability-Based Load Criterion for American National Standard A58” – NBS Special Publication 577, National Bureau of Standards, United States Department of Commerce, Washington, D.C., Estados Unidos da América.
- Ellingwood *et al.* (1982) – Ellingwood, B., MacGregor, J.G.,Galambos, T.V., Cornell, C.A., “Probability-Based Load Criteria: Load Factors and Load Combinations” – Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST5, 1982. Estados Unidos da América.
- El-Metwally e Loov (2003) – El-Metwally, A., Loov, R.E. “Corrugated Steel Webs for Prestressed Concrete Girders” – Materials and Structures, Vol. 36, pag. 127-134, 2003, Canadá.
- EN 1990 (2002) – “Eurocode 0: Basis of Structural Design” – European Committee for Standardization, 2002, Bruxelas, Bélgica.
- EN 1993-1-1 (2005) – “Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings” – European Committee for Standardization, 2005, Bruxelas, Bélgica.
- EN 1993-1-5 (2006) – “Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-5: Plated Structures Elements” – European Committee for Standardization, 2006, Bruxelas, Bélgica.

- EN 1993-1-8 (2005) – “Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-8: Design of Joints” – European Committee for Standardization, 2005, Bruxelas, Bélgica.
- EN 1994-1-1 (2004) – “Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings” – European Committee for Standardization, 2004, Bruxelas, Bélgica.
- Essa e Kennedy (2000) – Essa, H.S., Kennedy, D.J.L. “Proposed Provisions for the Design of Steel Beam-Columns in S16-2001” – Canadian Journal of Civil Engineering No. 27, pag. 610-619, 2000, Canadá.
- Faber e Sorensen (2002) – Faber, M.H., Sorensen, J.D., “Reliability Based Code Calibration” – The Workshop on Reliability Based Code Calibration, JCSS – Joint Committee on Structural Safety, Março, 2002, Suíça.
- Fakury *et al.* (2005) – Fakury, R.H., Hackbarth Júnior, H., Calenzani, A.F.G., Queiroz, G., Pimenta, R.J. “Determinação do Momento Fletor Resistente de Vigas de Aço de Alma Senoidal à Flambagem Lateral com Torção”. XXVI Congresso Ibero-latinoamericano de Mecânica Computacional – XXVI CILAMCE, 2005, Guarapari, Brasil.
- Fakury *et al.* (2006a) – Fakury, R.H., Hackbarth Júnior, H., Calenzani, A.F.G., Queiroz, G., Pimenta, R.J., “Sobre o Momento Fletor Resistente de Vigas de Aço de Alma Senoidal de Seção I Monossimétrica à Flambagem Lateral com Torção” – XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, 2006, Campinas, SP, Brasil.
- Fakury *et al.* (2006b) – Fakury, R.H., Hackbarth Júnior, H., Calenzani, A.F.G., Queiroz, G., Pimenta, R.J. “Determinação do Momento Fletor Resistente de Vigas de Aço de Alma Senoidal à Flambagem Lateral com Torção”. III Congresso Internacional da Construção Metálica – III CICOM, 2006, Ouro Preto, Brasil.
- Fukumoto e Kubo (1977) – Fukumoto, Y., Kubo, M. “Na Experimental Review of Lateral Buckling of Beams and Girders” – International Colloquium on Stability of Structures under Static and Dynamic Loads – ASCE, 1977, Washington, D.C., Estados Unidos da América.
- Fukumoto *et al.* (1980) – Fukumoto, Y., Itoh, Y. Kubo, M. “Strength Variation of Laterally Unsupported Beams” – Journal of the Structural Division, Vol. 106, No. ST1, 1980, Estados Unidos da América.
- Fukumoto e Itoh (1981) – Fukumoto, Y., Itoh, Y. “Statistical Study of Experiments on Welded Beams” – Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST1, 1981, Estados Unidos da América.
- Galambos e Ravindra (1978) – Galambos, T.V. e Ravindra, M.K. “Proposed Criteria for Load and Resistance Factor Design” – Engineering Journal, AISC, First Quarter, 1978, Estados Unidos da América.
- Galambos *et al.* (1982) – Galambos, T.V., Ellingwood, B., MacGregor, J.G., Cornell, C.A. “Probability-Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice” – Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST5, 1982. Estados Unidos da América.

- Galambos (1983a) – Galambos, T.V. “A World View of Beam Stability and Design Practice” – Proceedings of SSRC Annual Meeting, 1983, Estados Unidos da América.
- Galambos (1983b) – Galambos, T.V. “Reliability of Axially Loaded Columns” – Engineering Structures, Elsevier, Vol.5, No1, 1983, Reino Unido.
- Galambos (1998) – Galambos, T.V. “Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures” – John Willey & Sons, 5ª edição, 1998, Estados Unidos da América.
- Galambos (1992) – Galambos, T.V. “Engineering Safety – Design Codes” – McGraw-Hill, 1992, Estados Unidos da América.
- Galambos (2006) – Galambos, T.V. “Reliability of the Member Stability Criteria in the 2005 AISC Specification” – Engineering Journal, AISC, Fourth Quarter, 2006, Estados Unidos da América.
- Galvão (2008a) – Galvão, A. “Estudo de Vigas Mistas Biapoiadas e Semicontínuas com Perfis de Alma Senoidal” – Projeto de Tese de Doutorado, PROPEEs-UFGM, 2008, Belo Horizonte, Belo Horizonte, Brasil.
- Galvão (2008b) – Galvão, A. “Estudo de Vigas Mistas Biapoiadas e Semicontínuas com Perfis de Alma Senoidal” – Tese de Doutorado (em preparação), PROPEEs-UFGM, 2008, Belo Horizonte, Brasil.
- Gomes *et al.* (1997) – Gomes, H.M., Awruch, A.M., Rocha, M.M., “Análise da Confiabilidade no Projeto de Estruturas de Concreto Armado” – XXVIII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Vol. 1, 1997, São Carlos, Brasil.
- Gomes (2001a) – Gomes, L.C., “Estudo do Sistema de Lajes Mistas com Fôrma de Aço Incorporada Empregando Concreto Estrutural Leve” – Tese de Mestrado, PROPEEs-UFGM, 2001, Belo Horizonte, Brasil.
- Gomes (2001b) – Gomes, H.M., “Técnicas de Avaliação da Confiabilidade em Estruturas de Concreto Armado” – Tese de Doutorado, PPGE-UFRGS, 2001, Belo Horizonte, Brasil.
- Gonzaga (2008) – Gonzaga, L.G.M. “Análise numérico-experimental de flambagem lateral com torção e de ligações em vigas com perfis de alma corrugada senoidal” – Tese de Doutorado, PROPEEs-UFGM, 2008, Belo Horizonte, Brasil.
- Gulvanesian *et al.* (2002) – Gulvanesian, H., Calgaro, J.A., Holicky, M., “Designers’ Guide to EN 1990 - Eurocode: Basis of Structural Design” – Thomas Telford Publishing, 2002, Londres, Reino Unido.
- Hackbarth Júnior (2006) – Hackbarth Júnior, H. “Estudo da Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço de Alma Senoidal” – Dissertação de Mestrado, PROPEEs-UFGM, 2006, Belo Horizonte, Brasil.
- Haldar e Mahadevan (2000) – Haldar, A., Mahadevan, S., 2000. “Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design” John Wiley & Sons, 2000, New York, Estados Unidos da América.
- Hoop (2003) – Hoop, H. G. de, “Girders with Corrugated Webs” – Literature Study, Tese de Mestrado, 2003, Holanda.

- Ibrahim *et al.* (2006a) – Ibrahim, S.H., El-Dakhakhni, W.W., Elgaaly, F. “Fatigue of Corrugated-Web Plate Girders: Experimental Study” – Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 132, No. 9, pag. 1371-1380, 2006, Estados Unidos da América.
- Ibrahim *et al.* (2006b) – Ibrahim, S.H., El-Dakhakhni, W.W., Elgaaly, F. “Fatigue of Corrugated-Web Plate Girders: Analytical Study” – Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 132, No. 9, pag. 1381-1392, 2006, Estados Unidos da América.
- Johansson *et al.* (2007) – Johansson, B., Maquoi, R., Sedlacek, G., Müller, C., Beg, D., “Commentary and Worked Examples to EN 1993-1-5 Plated Structural Elements” – ECCS-JRC Joint Report EUR 22898 EN-2007, 2007, Luxemburgo.
- Johnson e Fan (1991) – Johnson, R.P., Fan, C.K.R. “Distortional Lateral Buckling of Continuous Composite Beams”. Proc. Inst. Civil Eng., Part 2, 131-161, 1991, Reino Unido.
- Johnson e Chen (1993) – Johnson, R.P., Chen, S. “Stability of Continuous Composite Plate Girdes with U-frame Action”. Proc. Inst. Civil Eng., Part 2, 187-197, 1993, Reino Unido.
- Kennedy e Gad Aly, (1980) – Kennedy, D.J.L., Gad Aly, M. “Limit States Design of Steel Structures – Performance Factors” – Canadian Journal of Civil Engineers, Vol. 7, 1980, Canadá.
- Kennedy e Baker (1984) – Kennedy, D.J.L., Baker, K.A. “Resistance Factor for Steel Highway Bridges” – Canadian Journal of Civil Engineers, Vol. 11, 1984, Canadá.
- Lee e Galambos (1962) – Lee, G.C., Galambos, T.V., “Post-Buckling Strength of Wide-Flange Beams” – Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.88, 1962, Estados Unidos da América.
- Lindner (1990) – Lindner, J., “Lateral Torsional Buckling of Beam with Trapezoidally Corrugated Webs” – International Colloquium East-European Session, Stability of Steel Structures, pp. 79-82, 1990, Budapeste, Hungria.
- Lindner (1992) – Lindner, J., “Zur Bemessung von Trapeztegetragern” – Ernst & Sohn, Stahlbau 61, Heft 10, 1992, Alemanha.
- Lindner e Aschinger (1988) – Lindner, J., Aschinger, R., “Grenzschubtragen von I-Tragen mit Trapezformig Profilierten Stegen” - Ernst & Sohn, Stahlbau 57, Heft 12, 1988, Alemanha.
- Lindner e Aschinger (1990) – Lindner, J., Aschinger, R., “Zur Torsionssteifigkeit von Trapeztegetragern” - Ernst & Sohn, Stahlbau 59, Heft 4, 1990, Alemanha.
- Luo e Edlund (1996) – Luo, R., Edlund, B., “Shear Capacity of Plate Girder with Trapezoidally Corrugated Webs” – Thin-Walled Structures vol. 26, pp 19-44, Elsevier Science Ltd., 1996, Reino Unido.
- Machacek e Tuma (2001) – Machacek, J., Tuma, M., “Fatigue Strength of Girders with Sinusoidally Undulating Webs” (em tcheco) – XXVII Celostatny Aktiv Pracovnikov Odburo Ocelovych Konstrukcil, 2001, Eslováquia.

- Machacek e Tuma (2002) – Machacek, J., Tuma, M., “Fatigue Life of Girders with Undulating Webs” – Eurosteel 2002, Coimbra, Portugal.
- Machacek e Tuma (2006) – Machacek, J., Tuma, M., “Fatigue Life of Girders with Undulating Webs” – Journal of Constructional Steel Research, 62, 168-177, Elsevier, 2005, Reino Unido.
- Machacek e Motak (2006) – Machacek, J., Motak, J., “Stripcon Shear Connectors in Composite Girders” – SSRC Conference – 2006, Lisboa, Portugal.
- Melchers (1999) – Melchers, R. E., “Structural Reliability – Analysis and Prediction, John Wiley & Sons, 1999, Reino Unido.
- Melo (1999) – Melo, C.B.F., “Análise do Comportamento e da Resistência do Sistema de Lajes Mistas” – Dissertação de Mestrado, 1999, PROPEEs-UFMG, Brasil.
- Mendera e Kuchta (2003) – Mendera, Z., Kuchta, K., “Analysis of the Behaviour of Steel Girders with Corrugated Webs in the Light of Testing” – XLIX Konferencja Naukowa KILiW PANiKN PZITB “Krynica 2003”, Band 2, 213-220, 2003, Polônia.
- Microsoft (2000) – “Microsoft Office Excel 2000” – Microsoft Corporation, 2000, Estados Unidos da América.
- Mo *et al.* (2003) – Mo, Y.L., Jeng, C.H., Krawinkler, H. “Experimental and Analitical Study of Innovative Prestressed Concrete Box-Girder Bridges” – Materials and Structures, Vol.36, pag. 99-107, Canadá.
- Motta e Malite (2002) – Motta, L.A.C., Malite, M. “Análise da Segurança no Projeto de Estruturas: Método dos Estados Limites” – Cadernos de Engenharia de Estruturas nº 20, pag. 1-32, 2002, EESC-USP, São Carlos, Brasil.
- Motak e Machacek (2004) – Motak, J., Machacek, J., “Experimental Behaviour of Composite Girders with Steel Undulating Web and Thin-Walled Shear Connectors Hilt Stripcon” – Journal of Civil Engineering and Management (English Editions), Vol. X, No.1, 45-49, 2004, Lituânia.
- Nogueira (2006) – Nogueira, H.A.T., “Avaliação da Confiabilidade de Pilares Curtos em Concreto Armado Projetados Segundo a NBR 6118:2003” – Tese de Mestrado, PROPEEs-UFMG, 2006, Belo Horizonte, Brasil.
- Novak e Machacek (1998) – Novak, R., Machacek, J., “Girders with Undulating Webs” – CTU Report (em tcheco), Department of Steel Structures, CTU (Czech Technical University in Prague), 1998, Praga, República Tcheca.
- Novak e Machacek (1999) – Novak, R., Machacek, J., “Local Buckling of Undulating Webs” – Department of Steel Structures, CTU (Czech Technical University in Prague), 1999, Praga, República Tcheca.
- Novak e Machacek (2000) – Novak, R., Machacek, J., “Design Resistance of Undulating Webs under Patch Loading” – Proceedings of the 3rd International Conference “Coupled Instabilities in metal Structures CIMS’2000, 371-378, 2000, Lisboa, Portugal.
- Oliveira (2004) – Oliveira, W.L.A., “Análise Teórica e Experimental de Pilares de Concreto Armado sob Ação de Força Centrada com Resistência Média à

- Compressão do Concreto de 40 MPa” – Tese de Mestrado, EESC-USP, 2004, São Carlos, Brasil.
- Oliveira (2005) – Oliveira, S.L., “Taxa de Amadurecimento Longitudinal Mínima em Vigas de Concreto de Alta Resistência com Fibras de Aço” – Dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, 2005, Rio de Janeiro, Brasil.
- Pasternak (1996) – Pasternak, H., “Expert Opinion on the Transverse Loadbearing Capacity of Corrugated Web Beams” – Braunschweig/Cottbus, 1996, Alemanha.
- Pasternak e Branka (1996) – Pasternak, H., Branka, P., “Loadbearing Characteristics of Corrugated Web Beams – Final Report” – Brandenburg Technical University, 1996, Cottbus, Alemanha.
- Pasternak e Branka (1999) – Pasternak, H., Branka, P., “Tragverhalten von Wellstegtragern unter Lokaler Lasteinleitung” – Erscheint in Bauingenieur 5/99, 1999, Alemanha.
- Pasternak e Hannebauer (2004) – Pasternak, H., Hannebauer, D., “Träger mit Profilierten Stegen” – Stahlbau-Kalender, Ernst & Sohn, 2004, Alemanha.
- Pasternak (2004) – Pasternak, H., “Girders With Sinusoidally Corrugated Webs – Load Carrying Capacity and Stability” – 2004 SSRC Annual Technical Session Proceedings, 2004, Estados Unidos da América.
- Peherstorfer (1994) – Peherstorfer, H., “Orientierende Brandversuche an Geschweissten I-Trägern mit Stegen aus Geviertten Blechen” – Institut für Brandschutztechnik und Sicherheitsforschung, 1994, Alemanha.
- Pimenta (1997) – Pimenta, R.J., “Proposição de uma Curva de Flambagem para Perfis I Soldados Formados por Chapas Cortadas a Maçarico” – Dissertação de Mestrado, PROPEEs-UFMG, 1997, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.
- Pimenta *et al.* (2008) – Pimenta, R.J., Gonzaga, L.G.M., Queiroz, G., Diniz, S.M., “Confiabilidade de um Método Proposto para Verificação de FLT em Vigas de Alma Senoidal” – XXXIII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, EST05_104, 2008, Santiago, Chile.
- Pinto (2008) – Pinto, E.L., “Estudos de Flambagem Local da Mesa de Perfis de Alma Senoidal” – Projeto de Tese de Doutorado (em preparação), PROPEEs-UFMG, 2008, Belo Horizonte, Brasil.
- Plais (2005) – Plais, W., “Perfis de Alma Senoidal” Versão 1.0 – Codeme Engenharia S.A., 2005, Betim, Brasil.
- Plais e Pimenta (2008) – Plais, W., Pimenta, R.J., “Ferramentas Computacionais para Cálculo da Confiabilidade Estrutural” – Codeme Engenharia S.A.(não publicada), 2008, Betim, Brasil.
- Protte (1993) – Protte, W., “Zur Gurtbeulung eines Trägers mit Profilierten Stegblech” – Ernst & Sohn, Stahlbau 62, Heft 11, 1993, Alemanha.
- Queiroz *et al.* (2001) – Queiroz, G.; Pimenta, R.J. e da Mata, L.A.C. “Elementos das Estruturas Mistas Aço-Concreto” – Ed. O Lutador, 1ª.edição, 2001, Belo Horizonte, Brasil.

- Queiroz *et al.* (2006a) – Queiroz, G., Gonzaga, L.G.M., Fakury, R.H., Rodrigues, F.C., Pimenta, R.J. “Lateral-Torsional Buckling of Sinusoidally-Corrugated Web Beams” – SSRC Conference – 2006, Lisboa, Portugal.
- Queiroz *et al.* (2006b) – Queiroz, G., Gonzaga, L.G.M., Fakury, R.H., Rodrigues, F.C., Pimenta, R.J. “Flambagem Lateral com Torção em Vigas com Perfil de Alma Corrugada Senoidal” – XXVII Congresso Ibero-latinoamericano de Mecânica Computacional – XXVII CILAMCE, 2006, Belém, Brasil.
- Queiroz *et al.* (2007) – Queiroz, G., Gonzaga, L.G.M., Fakury, R.H., Rodrigues, F.C., Pimenta, R.J. “Flambagem Lateral com Torção em Vigas com Perfis de Alma Senoidal” – REM: Revista Escola de Minas, Vol. 60, No.2, 2007, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.
- Queiroz (2007) – Queiroz, F.D., “Finite Element Analysis of Composite Beams: The Influence of Different Levels of Shear Connection” – Tese de Doutorado, Imperial College, 1997, Londres, Reino Unido.
- Ramberger (1989) – Ramberger, G., “Über Die Berechnung von Geschweissten I-Trägern mit Stegen aus Gewellten Blechen” – Technische Universität Wien, Institut für Stahlbau, 1989, Alemanha.
- Ramberger (1990) – Ramberger, G., 2. “Über Die Berechnung von Geschweissten I-Trägern mit Stegen aus Gewellten Blechen” – Technische Universität Wien, Institut für Stahlbau, 1990, Alemanha.
- Ravindra e Galambos (1978) – Ravindra, M.K., Galambos, T.V. “Load and Resistance Factor Design for Steel” – Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST9, 1978, Estados Unidos da América.
- Robra (1997) – Robra, J., “Untersuchung des Tragverhaltens von Rahmenecken: Träger als Wellstegträger - Eckblech als Schlankes Wellblech” – Fakultät für Bauingenieurwesen und Architektur - Lehrstuhl für Stahlbau – Cottbus, 1997, Alemanha.
- Romero (2007) – Romero, D.V.S., “Reforço à Flexão de Vigas de Concreto Armado por Meio de Protensão Externa” – Dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, 2007, Rio de Janeiro, Brasil.
- Saal e Ehlbeck (1995) – Saal, H., Ehlbeck, J., “Bericht Nr. 943040 Untersuchungen zur Einleitung Dynamischer Lasten in Wellstegträger WTB-750 300*12, 1995, Universität Karlsruhe, Karlsruhe, Alemanha.
- Salaberry (2005) – Salaberry, R.D., “Limite de Deformação das Fibras de Carbono Usadas no Reforço à Flexão de Vigas de Concreto Armado” – Dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, 2005, Rio de Janeiro, Brasil.
- Santos (2006) – Santos, E.W.F., “Reforço de Vigas de Concreto Armado à Flexão por Encamisamento Parcial” – Dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, 2006, Rio de Janeiro, Brasil.
- Sause *et al.* (2006) – Sause, R., Abbas, H.H., Driver, R.G., Anami, K., Fisher, J.W. “Fatigue Life of Girders with Trapezoidal Corrugated Webs” – Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 132, No. 7, 2006, Estados Unidos da América.

- Sayed-Ahmed (2001) – Sayed-Ahmed, E. Y., “Behaviour of Steel and (or) Composite Girders with Corrugated Steel Webs” – Canadian Journal of Civil Engineering Vol.28, pp. 656-672, 2001, Canadá.
- Sayed-Ahmed (2005a) – Sayed-Ahmed, E.Y., “Lateral Torsion-Flexure Buckling of Corrugated Web Steel Girder”, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures & Buildings 158, 2005, Estados Unidos da América.
- Sayed-Ahmed, E. Y. (2005b) – “Plate Girders with Corrugated Steel Webs” – Engineering Journal, AISC, First Quarter, pp. 1-13, 2005, Estados Unidos da América.
- Schmidt e Bartlett (2002a) – Schmidt, B.J., Bartlett, F.M. “Review of Resistance Factor for Steel: Data Collection” – Canadian Journal of Civil Engineers, Vol. 29, 2002, Canadá.
- Schmidt e Bartlett (2002b) – Schmidt, B.J., Bartlett, F.M. “Review of Resistance Factor for Steel: Resistance Distributions and Resistance Factor Calibration” – Canadian Journal of Civil Engineers, Vol. 29, 2002, Canadá.
- Schwarz (1990) – Schwarz, L., “Prufbericht Uber Versuch an I-Tragern mit Gewelltem Stegblech” – Technische Universitat Wien, Institut fur Stahlbau, 1990, Alemanha.
- SCI 207 (1997) – The Steel Construction Institute, “Joints in Steel Construction: Moment Connections” – P-207, 1997, Ascot, Reino Unido.
- Silva (1999) – Silva, H.J.F., “Análise do Sistema de Laje Mista com Fôrma de Aço Incorporada Aplicado A Estruturas Prediais em Concreto Armado” – Dissertação de Mestrado, PROPEEs- UFMG, 1999, Belo Horizonte, Brasil.
- Simões (2007) – Simões, M.L.F., “Reforço à Flexão de Vigas de Concreto Armado por Encamisamento Parcial” – Dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, 2007, Rio de Janeiro, Brasil.
- Siokola (1997) – Siokola, W. “Wellstegträger: Herstellung und Anwendung von Trägern mit Profiliertem Steg” – Ernst & Sohn, Stahlbau 66, Heft 9, 1997, Alemanha.
- Souza (2006) – Souza, D.G. “Estudo de Flambagem Local de Mesa de perfis I com Alma Senoidal via Análise Não-linear pelo MEF” – Dissertação de Mestrado, PROPEEs-UFMG, 2006, Belo Horizonte, Brasil.
- Souza Neto (2001) – Souza Neto, A.S., “Análise do Comportamento e da Resistência de um Sistema de Lajes Mistas com Ancoragem de Extremidade com Considerações sobre a Fôrma de Aço Isolada e o Atrito nos Apoios “ – Dissertação de Mestrado, PROPEEs-UFMG, 2001, Belo Horizonte, Brasil.
- Wang (2003) – Wang, X. “Behavior of Steel Members with trapezoidallycorrugated Webs and Tubular Flanges under Static Loading” – Tese de doutorado – Universidade de Drexel, 2003, Estados Unidos da América.
- Tahir *et al.* (2008) – Tahir, M.M., Sulaiman, A., Anis, A., “Experimental Tests on Composite and Non-composite Connections using Trapezoid Web Profiled Steel Sections” – Steel Structures, KSSC, 2008, Coréia do Sul.

- Tall (1964) – Tall, L., “Recent Development in the Study of Column Behaviour” – Journal of the Institute of Engineers, vol. 36, No. 12, 1964, Estados Unidos da América.
- Tall (1966) – Tall, L., “Welded Built-up Columns” – Fritz Engineering Laboratory Report No. 321.2, Lehigh University, 1966, Bethlehem, Estados Unidos da América.
- Timoshenko e Gere (1961) – Timoshenko, S.P., Gere, J.M. “Theory of Elastic Stability” MacGraw-Hill, 2ª edição, 1961, Nova York, Estados Unidos da América.
- Trahair (1993) - Trahair, N.S., “Flexural-Torsional Buckling of Structures”, E & FN Spon, 1993, Londres, Reino Unido.
- Trauner e Peherstorfer (2006) – Trauner, T., Peherstorfer, H., “Prüfbericht – Tragender Wellstegträger” – Institut für Brandschutztechnik und Sicherheitsforschung, Bericht Nr. 06090412, 2006, Alemanha
- Tuma e Machacek (2003) – Tuma, M., Machacek, J., “Fatigue Life of Girders with Undulating Webs” (em tcheco) – Programa de Estudos de Doutorado, Universidade Técnica de Praga, 2003, Praga, República Tcheca.
- Yura *et al.* (1978) – Yura, J.A., Galambos, T.V., Ravindra, M.K. “The Bending Resistance of Steel Beams” – Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST9, 1978, Estados Unidos da América.
- Zeman (1999) – Zeman & Co Gesellschaft mbh, “Corrugated Web Beam” – Technical Documentation, 1999, Viena, Áustria.

A1

MEDIÇÕES

Apresentam-se na tabela A.1 as medidas realizadas em alguns perfis de alma senoidal produzidos na Codeme Engenharia, no período compreendido entre o segundo semestre de 2006 e o primeiro semestre de 2008, utilizadas nesta tese. Na tabela:

h é a altura livre da alma;

d é a altura total do perfil;

b_f é a largura da mesa;

t_f é a espessura da mesa;

t_w é a espessura da alma;

e é a imperfeição geométrica (falta de retilineidade).

Na tabela A.2 apresenta-se o levantamento de dados da resistência ao escoamento do aço USICIVIL 350, extraídos dos certificados da usina emitidos no período compreendido entre 2004 e 2007. Foram anotados os valores obtidos de acordo com a norma ASTM A 370, conforme informado nos certificados. Esses valores são referentes à resistência ao escoamento dinâmico, como observado em GALAMBOS (1998). Os dados referentes à resistência ao escoamento estática foram calculados por meio da equação 7.2 do capítulo 7. Cada cor corresponde a uma espessura de chapa, conforme apresentado a seguir.

Tabela A.1 – Medidas dos perfis

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
1	400	150	6,3	2,0	5994	408	151	151	6,6	6,5	6
2	400	150	6,3	2,0	5994	408	150	152	6,6	6,6	6
3	400	150	6,3	2,0	7744	406	152	152	6,8	6,7	25
4	400	150	6,3	2,0	7744	406	150	150	6,7	6,7	22
5	400	150	6,3	2,0	10007	407	149	150	6,6	6,6	18
6	400	150	6,3	2,0	10007	407	151	152	6,4	6,6	10
7	400	150	6,3	2,0	10007	407	150	150	6,8	6,5	20
8	400	150	6,3	2,0	10007	407	152	152	6,7	6,7	0
9	800	150	6,3	2,0	11340	808	149	150	6,7	6,7	12
10	800	150	6,3	2,0	11340	808	151	150	6,7	6,7	11
11	400	150	6,3	2,0	10007	408	151	152	6,3	6,3	8
12	400	150	6,3	2,0	10007	408	154	150	6,5	6,5	12
13	400	150	6,3	2,0	10007	408	152	152	6,4	6,3	10
14	400	150	6,3	2,0	10007	408	151	152	6,5	6,5	9
15	400	150	6,3	2,0	1037	408	152	152	6,5	6,4	0
16	400	150	6,3	2,0	1037	408	152	152	6,5	6,4	0
17	600	150	6,3	2,0	7628	608	152	152	6,5	6,5	6
18	600	150	9,5	2,0	2162	614	152	152	9,8	9,8	0
19	600	150	6,3	2,0	7628	608	150	150	6,4	6,5	8
20	600	150	9,5	2,0	2162	614	150	150	9,7	9,8	0
21	600	150	6,3	2,0	7628	608	152	151	6,4	6,4	8
22	600	150	9,5	2,0	2162	614	152	150	9,7	9,8	0
23	600	150	6,3	2,0	7628	608	150	150	6,4	6,5	10
24	600	150	9,5	2,0	2162	614	150	152	9,7	9,7	0
25	400	150	6,3	2,0	10007	410	150	151	6,6	6,5	15
26	400	150	6,3	2,0	10007	410	152	152	6,6	6,5	13
27	400	150	6,3	2,0	10007	411	154	152	6,4	6,5	17
28	400	150	6,3	2,0	10007	409	152	150	6,5	6,3	14
29	400	150	6,3	2,0	10007	408	151	151	6,3	6,3	16
30	400	150	6,3	2,0	10007	409	149	150	6,6	6,6	9
31	400	150	6,3	2,0	10007	410	152	152	6,5	6,6	12
32	400	150	6,3	2,0	10007	410	150	150	6,6	6,4	10
33	400	150	6,3	2,0	9753	409	149	150	6,3	6,3	6
34	400	150	6,3	2,0	9753	408	150	152	6,5	6,5	7
35	800	150	6,3	2,0	11340	808	149	150	6,6	6,7	10
36	800	150	6,3	2,0	11340	808	150	152	6,8	6,7	12
37	800	150	6,3	2,0	11340	808	151	152	6,5	6,7	18
38	800	150	6,3	2,0	11340	808	152	152	6,5	6,6	20
39	400	250	8,0	2,0	9694	410	253	252	8,3	8,2	4
40	400	250	8,0	2,0	9694	410	250	252	8,3	8,4	6
41	400	150	6,3	2,0	3170	408	151	152	6,4	6,4	0
42	400	150	6,3	2,0	3170	408	150	152	6,4	6,5	0
43	400	150	6,3	2,0	3170	408	151	151	6,4	6,4	0
44	400	150	6,3	2,0	3170	408	152	152	6,5	6,5	0
45	400	150	6,3	2,0	2962	408	150	150	6,4	6,5	0
46	400	150	6,3	2,0	2962	408	151	152	6,5	6,4	0
47	800	170	9,5	2,0	10174	818	171	169	9,5	9,6	16

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
48	800	170	9,5	2,0	10174	817	170	172	9,7	9,6	29
49	800	170	9,5	2,0	10174	817	170	169	9,6	9,6	10
50	800	170	9,5	2,0	10174	817	170	172	9,6	9,7	8
51	800	170	9,5	2,0	10174	817	169	171	9,5	9,5	10
52	800	170	9,5	2,0	10174	818	171	170	9,6	9,6	5
53	800	170	9,5	2,0	10174	818	170	172	9,4	9,6	5
54	800	150	6,3	2,0	7246	811	151	153	6,6	6,5	6
55	800	170	9,5	2,0	2564	819	172	170	9,8	9,9	0
56	800	150	6,3	2,0	7246	810	150	150	6,5	6,6	8
57	800	170	9,5	2,0	2564	818	172	172	9,8	9,8	0
58	800	150	6,3	2,0	7246	810	152	152	6,6	6,6	7
59	800	170	9,5	2,0	2564	819	170	172	9,8	9,8	0
60	800	150	6,3	2,0	7246	811	151	150	6,5	6,5	10
61	800	170	9,5	2,0	2564	818	170	170	9,8	9,7	0
62	800	150	6,3	2,0	7246	812	149	152	6,6	6,4	14
63	800	170	9,5	2,0	2564	817	171	172	9,8	9,8	0
64	800	150	6,3	2,0	7246	811	150	150	6,5	6,5	6
65	800	170	9,5	2,0	2564	817	172	172	9,8	9,6	0
66	800	150	6,3	2,0	7246	811	152	150	6,6	6,4	10
67	800	170	9,5	2,0	2564	819	170	172	9,8	9,6	0
68	800	150	6,3	2,0	7246	812	152	150	6,3	6,5	6
69	800	170	9,5	2,0	2564	818	172	171	9,9	9,8	0
70	800	150	6,3	2,0	7246	811	150	152	6,5	6,5	8
71	800	170	9,5	2,0	2564	818	171	172	9,8	9,9	0
72	800	150	6,3	2,0	7246	812	151	152	6,4	6,6	6
73	800	170	9,5	2,0	2564	818	172	170	9,8	9,7	0
74	800	150	6,3	2,0	7246	811	150	152	6,5	6,6	5
75	800	170	9,5	2,0	2564	818	171	171	9,5	9,8	0
76	800	150	6,3	2,0	7246	812	150	150	6,6	6,5	9
77	800	170	9,5	2,0	2564	818	171	172	9,8	9,7	0
78	800	150	6,3	2,0	7246	812	150	152	6,6	6,6	8
79	800	170	9,5	2,0	2564	818	172	171	9,5	9,6	0
80	800	150	6,3	2,0	7736	806	152	150	6,6	6,5	10
81	800	170	9,5	2,0	2431	818	170	171	9,8	9,9	0
82	800	150	6,3	2,0	7736	805	152	152	6,5	6,6	6
83	800	170	9,5	2,0	2431	818	172	171	9,5	9,5	0
84	800	150	6,3	2,0	7736	806	152	152	6,5	6,5	9
85	800	170	9,5	2,0	2431	818	172	172	9,8	9,8	0
86	800	150	6,3	2,0	7736	806	152	152	6,6	6,5	9
87	800	170	9,5	2,0	2431	818	170	170	9,8	9,8	0
88	800	150	6,3	2,0	7736	805	151	152	6,5	6,5	12
89	800	170	9,5	2,0	2431	818	172	170	9,8	9,9	0
90	800	150	6,3	2,0	7736	805	150	152	6,4	6,5	10
91	800	170	9,5	2,0	2431	818	172	172	9,7	9,7	0
92	800	150	6,3	2,0	7736	806	152	152	6,6	6,6	10
93	800	170	9,5	2,0	2431	818	172	172	9,8	9,9	0
94	800	150	6,3	2,0	7736	806	151	152	6,4	6,6	10
95	800	170	9,5	2,0	2431	818	171	172	9,7	9,8	0

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
96	800	170	9,5	2,0	10174	818	172	172	9,6	9,6	12
97	800	170	9,5	2,0	10174	818	172	172	9,6	9,6	10
98	800	150	6,3	2,0	7246	806	150	150	6,5	6,5	10
99	800	170	9,5	2,0	2564	818	172	171	9,8	9,8	0
100	800	150	6,3	2,0	7246	810	152	151	6,6	6,5	10
101	800	170	9,5	2,0	2564	818	172	172	9,7	9,9	0
102	800	150	6,3	2,0	7246	806	151	152	6,4	6,5	9
103	800	170	9,5	2,0	2564	818	172	170	9,6	9,5	0
104	800	150	6,3	2,0	7246	806	151	152	6,5	6,5	8
105	800	170	9,5	2,0	2564	818	172	172	9,7	9,7	0
106	800	170	9,5	2,0	9817	818	170	172	9,6	9,4	4
107	800	170	9,5	2,0	9817	818	172	172	9,6	9,6	10
108	800	170	9,5	2,0	9817	818	170	172	9,6	9,4	16
109	800	170	9,5	2,0	9817	818	171	172	9,6	9,5	12
110	800	170	9,5	2,0	9817	818	172	170	9,6	9,5	18
111	800	170	9,5	2,0	9817	817	170	171	9,6	9,6	4
112	800	170	9,5	2,0	9817	817	170	171	9,5	9,5	7
113	800	170	9,5	2,0	9817	816	170	172	9,5	9,6	3
114	800	170	9,5	2,0	9817	818	170	170	9,6	9,6	4
115	600	150	12,5	2,0	2384	617	148	150	12,5	12,5	0
116	600	150	12,5	2,0	2384	617	148	150	12,5	12,5	0
117	600	150	12,5	2,0	2384	617	148	150	12,5	12,5	0
118	600	150	12,5	2,0	2384	617	148	150	12,5	12,5	0
119	600	150	12,5	2,0	2384	618	150	150	12,5	12,5	0
120	600	150	12,5	2,0	2384	618	150	150	12,5	12,5	0
121	600	150	12,5	2,0	2384	620	150	150	12,5	12,5	0
122	600	150	12,5	2,0	2384	617	150	150	12,5	12,5	0
123	500	150	6,3	2,0	8141	508	152	152	6,5	6,5	10
124	500	150	6,3	2,0	2848	506	152	152	6,5	6,5	3
125	500	150	6,3	2,0	8141	508	150	150	6,4	6,4	9
126	500	150	6,3	2,0	2848	508	150	150	6,4	6,4	0
127	500	150	6,3	2,0	11433	508	152	152	6,5	6,5	9
128	500	150	6,3	2,0	728	508	152	152	6,5	6,5	0
129	500	150	6,3	2,0	10692	506	150	150	6,5	6,5	10
130	500	150	6,3	2,0	10692	506	150	151	6,5	6,5	10
131	500	150	6,3	2,0	8141	506	150	150	6,4	6,4	10
132	500	150	6,3	2,0	2848	506	150	150	6,4	6,4	0
133	600	150	6,3	2,0	7830	608	150	150	6,4	6,4	0
134	600	150	9,5	2,0	2270	615	150	150	9,5	9,5	0
135	600	150	6,3	2,0	7830	608	152	152	6,3	6,3	4
136	600	150	9,5	2,0	2270	614	149	150	9,7	9,7	0
137	600	150	6,3	2,0	7830	608	150	150	6,5	6,5	5
138	600	150	9,5	2,0	2270	614	150	150	9,7	9,7	0
139	600	150	6,3	2,0	7830	608	152	152	6,4	6,4	5
140	600	150	9,5	2,0	2270	615	150	150	9,6	9,6	0
141	600	250	9,5	2,0	6144	615	251	251	9,7	9,7	0
142	600	250	8,0	2,0	2270	610	251	251	8,3	8,3	0
143	600	150	6,3	2,0	7830	608	152	152	6,4	6,4	5

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
144	600	150	9,5	2,0	2270	615	153	153	9,8	9,8	0
145	600	150	6,3	2,0	7830	608	151	151	6,5	6,5	6
146	600	150	9,5	2,0	2270	615	153	153	9,7	9,7	0
147	600	150	6,3	2,0	7307	610	152	152	6,4	6,4	5
148	600	150	9,5	2,0	2164	615	152	152	9,7	9,7	0
149	600	150	6,3	2,0	7307	610	150	150	6,4	6,4	6
150	600	150	9,5	2,0	2164	615	150	150	9,7	9,7	0
151	800	300	9,5	2,0	9243	818	300	299	9,7	9,8	3
152	800	300	9,5	2,0	9243	817	301	299	9,8	9,8	0
153	800	300	9,5	2,0	9243	819	301	302	9,7	9,6	0
154	800	300	9,5	2,0	9243	818	302	303	9,8	9,8	0
155	1000	160	8,0	2,0	1173	1009	160	160	8,45	8,49	0
156	1000	160	8,0	2,0	1173	1009	160	160	8,45	8,49	0
157	1000	160	8,0	2,0	1173	1009	160	160	8,45	8,49	0
158	1000	160	8,0	2,0	1173	1009	160	160	8,45	8,49	0
159	1000	160	8,0	2,0	1173	1009	160	160	8,45	8,49	0
160	1000	160	8,0	2,0	5427	1009	160	160	8,45	8,49	0
161	1000	160	9,5	2,0	10646	1012	160	161	9,58	9,57	0
162	1000	160	9,5	2,0	10646	1011	161	160	9,61	9,54	0
163	1000	160	9,5	2,0	10646	1010	161	161	9,57	9,56	0
164	1000	160	9,5	2,0	10646	1011	162	159	9,67	9,59	2
165	1000	160	9,5	2,0	10646	1011	160	161	9,57	9,52	2
166	1000	160	12,5	2,0	2119	1017	160	162	12,99	12,85	0
167	1000	160	12,5	2,0	2879	1017	160	162	12,99	12,85	0
168	1000	160	12,5	2,0	2490	1017	160	162	12,76	12,84	0
169	1000	160	12,5	2,0	1728	1017	160	162	12,82	12,9	0
170	1000	160	12,5	2,0	1342	1017	160	162	12,78	12,82	0
171	1200	250	12,5	2,0	6481	1220	251	252	12,7	12,72	0
172	1000	250	12,5	2,0	5735	1018	250	250	12,77	12,77	1
173	1000	250	12,5	2,0	5735	1018	251	251	12,77	12,73	0
174	1000	250	12,5	2,0	5735	1017	250	250	12,88	12,81	0
175	1000	250	12,5	2,0	5735	1017	252	250	12,8	12,86	0
176	1000	250	12,5	2,0	5735	1018	250	250	12,77	12,89	0
177	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	200	200	8,37	8,38	2
178	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	202	201	8,34	8,34	2
179	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	202	200	8,32	8,32	2
180	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	200	200	8,38	8,35	3
181	1000	200	8,0	2,0	11967	1008	203	201	8,41	8,38	2
182	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	200	201	8,34	8,51	2
183	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	202	201	8,41	8,46	0
184	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	202	200	8,36	8,42	0
185	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	201	201	8,31	8,34	2
186	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	204	202	8,4	8,44	0
187	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	201	200	8,34	8,2	2
188	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	201	202	8,4	8,32	2
189	1000	200	8,0	2,0	11967	1006	200	200	8,42	8,41	2
190	800	150	6,3	2,0	7190	807	152	151	6,59	6,81	0
191	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,84	6,68	0

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
192	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	151	6,71	6,82	0
193	800	150	6,3	2,0	7190	807	152	150	6,71	6,88	0
194	800	150	6,3	2,0	7190	807	153	151	6,8	6,77	0
195	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	152	6,82	6,67	0
196	800	150	6,3	2,0	7190	807	151	152	6,89	6,7	0
197	800	150	6,3	2,0	7190	807	151	151	6,61	6,71	0
198	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,96	6,7	0
199	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,71	6,85	0
200	800	200	9,5	2,0	8401	812	201	201	9,69	9,71	0
201	800	200	9,5	2,0	8401	813	200	201	9,56	9,45	0
202	800	200	9,5	2,0	8200	812	200	200	9,61	9,56	0
203	800	200	9,5	2,0	8200	812	201	201	9,49	9,51	0
204	800	200	9,5	2,0	8200	812	201	201	9,71	9,65	0
205	800	150	6,3	2,0	7111	807	152	150	6,64	6,79	0
206	800	150	6,3	2,0	7111	807	154	153	6,62	6,59	0
207	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,64	6,49	0
208	800	150	6,3	2,0	7111	807	153	151	6,62	6,63	0
209	800	150	6,3	2,0	7111	807	151	152	6,66	6,61	0
210	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,65	6,68	0
211	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,6	6,67	0
212	800	150	6,3	2,0	7111	807	152	152	6,6	6,61	0
213	800	150	6,3	2,0	7111	807	151	150	6,64	6,6	0
214	800	150	6,3	2,0	7111	807	151	150	6,54	6,69	0
215	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,59	6,68	0
216	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,67	6,78	0
217	800	150	6,3	2,0	7111	807	151	153	6,65	6,64	0
218	800	150	6,3	2,0	7111	807	152	152	6,68	6,73	0
219	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,61	6,63	0
220	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,66	6,83	0
221	800	150	6,3	2,0	7111	807	153	152	6,63	6,78	0
222	800	150	6,3	2,0	7190	807	151	151	6,6	6,67	0
223	800	150	6,3	2,0	7190	807	151	150	6,55	6,58	0
224	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,57	6,68	0
225	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,59	6,75	0
226	800	150	6,3	2,0	7190	807	152	152	6,61	6,74	0
227	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	152	6,67	6,67	0
228	800	150	6,3	2,0	7190	807	153	151	6,67	6,95	0
229	600	200	8,0	2,0	9702	612	202	200	8,27	8,46	1
230	600	200	8,0	2,0	9702	612	200	200	8,47	8,56	0
231	600	200	8,0	2,0	9702	612	202	201	8,33	8,53	0
232	600	200	8,0	2,0	9702	612	201	200	8,44	8,32	0
233	600	200	8,0	2,0	9702	612	200	200	8,39	8,43	0
234	600	200	8,0	2,0	9702	612	200	200	8,38	8,39	1
235	600	200	8,0	2,0	9702	612	201	202	8,3	8,42	0
236	600	200	8,0	2,0	9702	612	201	201	8,45	8,38	0
237	600	200	8,0	2,0	9702	612	199	201	8,39	8,49	0
238	600	200	8,0	2,0	9702	612	201	202	8,44	8,46	0
239	600	200	8,0	2,0	9702	613	200	200	8,42	8,37	0

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
240	1000	300	9,5	2,0	11598	1009	299	300	9,8	9,86	0
241	1000	300	9,5	2,0	11598	1009	300	300	9,84	9,86	0
242	1000	300	9,5	2,0	11598	1009	298	300	9,81	9,74	1
243	1000	300	9,5	2,0	11598	1009	300	300	9,75	9,62	0
244	1000	300	9,5	2,0	11598	1009	301	300	9,69	9,67	0
245	1000	300	9,5	2,0	11598	1009	300	300	9,77	9,7	1
246	1000	300	9,5	2,0	11598	1011	299	301	10	9,93	0
247	1000	300	9,5	2,0	11598	1011	301	302	9,81	9,78	0
248	1000	300	9,5	2,0	11598	1010	298	300	9,82	9,95	0
249	1000	300	9,5	2,0	11598	1010	299	300	9,82	9,65	0
250	1000	300	9,5	2,0	11598	1010	299	300	9,79	9,58	0
251	1000	300	9,5	2,0	11598	1010	300	300	9,81	9,77	0
252	1000	300	9,5	2,0	11598	1010	301	300	9,81	9,89	0
253	800	150	6,3	2,0	4993	807	150	151	6,71	6,95	0
254	800	150	6,3	2,0	4993	807	150	150	6,71	6,68	0
255	800	150	6,3	2,0	4993	807	150	150	6,61	6,67	0
256	800	150	6,3	2,0	4993	807	151	152	6,63	6,71	0
257	800	150	6,3	2,0	4993	807	149	150	6,69	6,69	0
258	800	150	6,3	2,0	4993	807	150	150	6,7	6,68	0
259	800	150	6,3	2,0	4993	807	152	150	6,6	6,65	0
260	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,7	6,68	0
261	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	151	6,57	6,62	0
262	800	150	6,3	2,0	4993	807	150	150	6,67	6,92	0
263	800	150	6,3	2,0	4993	807	150	150	6,58	6,81	0
264	800	150	6,3	2,0	4993	807	151	151	6,72	6,81	0
265	800	150	6,3	2,0	4993	807	150	151	6,63	6,61	0
266	800	150	6,3	2,0	4993	807	150	150	6,67	6,65	0
267	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	151	6,75	6,67	0
268	800	150	6,3	2,0	7190	807	151	149	6,69	6,81	0
269	600	150	6,3	2,0	9123	609	152	151	6,77	6,68	0
270	600	150	6,3	2,0	9123	609	152	152	6,9	6,91	0
271	800	150	6,3	2,0	7190	809	150	150	6,67	6,62	0
272	800	150	6,3	2,0	7190	806	150	150	6,74	6,56	0
273	800	150	6,3	2,0	7190	806	150	150	6,65	6,68	0
274	800	150	6,3	2,0	7190	807	153	151	6,55	6,73	0
275	800	150	6,3	2,0	7190	807	151	150	6,58	6,78	0
276	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	151	6,71	6,58	0
277	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,58	6,5	0
278	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	151	6,75	6,61	0
279	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,69	6,67	0
280	800	150	6,3	2,0	7190	807	152	151	6,98	6,54	0
281	800	150	6,3	2,0	7190	807	152	151	6,69	6,62	0
282	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,71	6,67	0
283	800	150	6,3	2,0	7190	807	151	151	6,94	6,72	0
284	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,5	6,95	0
285	800	150	6,3	2,0	7190	807	151	150	6,38	6,72	0
286	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,57	6,63	0
287	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	150	6,63	6,75	0

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
288	800	150	6,3	2,0	7190	807	150	151	6,72	6,39	0
289	800	260	9,5	2,0	9056	813	260	260	9,64	9,6	0
290	800	260	9,5	2,0	9056	813	260	260	9,81	9,81	0
291	800	260	9,5	2,0	9056	813	260	260	9,77	9,61	0
292	500	250	8,0	2,0	11434	513	251	250	8,34	8,34	2
293	500	250	8,0	2,0	11434	512	252	251	8,31	8,36	0
294	500	250	8,0	2,0	11434	513	251	251	8,36	8,32	1
295	500	250	8,0	2,0	11434	512	253	253	8,4	8,38	1
296	400	150	6,3	2,0	9708	407	152	152	6,7	6,61	0
297	400	150	6,3	2,0	9708	407	152	150	6,67	6,62	0
298	400	150	6,3	2,0	9829	407	150	150	6,61	6,64	0
299	1200	300	19,0	3,0	7141	1231	301	300	19,19	19,14	0
300	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	300	300	19,11	19,13	0
301	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	300	300	19,2	19,16	0
302	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	301	300	19	19,16	0
303	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	300	300	18,94	18,99	0
304	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	300	302	19,24	19,18	0
305	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	300	300	18,96	19,15	0
306	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	300	300	18,94	19	0
307	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	300	300	18,97	19,02	0
308	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	302	300	19,04	19	0
309	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	302	301	19,11	19,19	0
310	600	200	8,0	2,0	9702	612	201	201	8,45	8,45	0
311	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	300	300	19,15	19,09	0
312	1200	300	19,0	3,0	7141	1230	300	300	18,7	18,94	0
313	1200	300	19,0	3,0	7141	1231	301	300	19,32	19,34	0
314	1200	300	19,0	3,0	7141	1231	300	300	19,34	19	0
315	600	200	8,0	2,0	9702	612	200	200	8,38	8,4	1
316	500	250	9,5	2,0	3076	512	253	251	9,67	9,49	0
317	500	250	9,5	2,0	3076	512	253	251	9,67	9,49	0
318	500	250	9,5	2,0	3076	512	250	250	9,79	9,9	0
319	500	250	9,5	2,0	3076	512	250	251	9,78	9,82	0
320	500	250	9,5	2,0	3076	512	250	250	9,8	9,81	0
321	500	250	9,5	2,0	3076	512	251	251	9,69	9,54	0
322	500	250	9,5	2,0	3076	512	251	250	9,7	9,63	0
323	500	250	9,5	2,0	3076	512	253	251	9,8	9,85	0
324	500	250	9,5	2,0	3076	512	252	250	9,57	9,63	0
325	500	250	9,5	2,0	3076	512	252	250	9,66	9,53	0
326	800	150	6,3	2,0	10978	808	151	151	6,7	6,81	1
327	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	152	6,77	6,76	1
328	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	152	6,71	6,77	0
329	800	150	6,3	2,0	10978	807	152	152	6,79	6,77	1
330	800	150	6,3	2,0	10978	807	151	151	6,69	6,71	1
331	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	150	6,7	6,7	1
332	1000	300	12,5	3,0	7141	1017	300	302	12,4	12,43	0
333	1000	300	12,5	3,0	7141	1017	300	300	12,41	12,54	0
334	1000	300	12,5	3,0	7141	1017	301	300	12,31	12,42	0
335	1000	300	12,5	3,0	7141	1017	303	301	12,42	12,45	0

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
336	1200	250	16,0	2,0	10232	1224	252	250	16,33	16,4	0
337	1200	250	16,0	2,0	10232	1224	250	251	16,3	16,2	0
338	1200	250	16,0	2,0	10232	1224	250	250	16,41	16,32	0
339	1200	250	16,0	2,0	10232	1224	251	249	16,21	16,08	0
340	1200	250	16,0	2,0	10232	1224	250	250	16,3	16,41	0
341	1200	250	12,5	2,0	8142	1217	251	251	12,71	12,68	0
342	1200	250	12,5	2,0	7936	1217	251	251	12,56	12,59	0
343	1200	250	12,5	2,0	7936	1217	250	250	12,63	12,65	0
344	1200	250	12,5	2,0	7936	1217	250	250	12,77	12,65	0
345	1200	250	12,5	2,0	7936	1218	250	250	12,72	12,62	0
346	1200	250	12,5	2,0	7936	1218	250	250	12,64	12,53	0
347	1200	250	16,0	2,0	7807	1225	250	251	16,15	16,45	0
348	1200	250	12,5	2,0	8142	1217	250	250	12,69	12,68	0
349	1200	250	12,5	2,0	7936	1217	250	249	12,72	12,75	0
350	1200	250	12,5	2,0	7936	1217	250	250	12,72	12,79	0
351	1200	250	12,5	2,0	6934	1217	250	250	12,75	12,71	0
352	1200	250	16,0	2,0	7807	1225	250	250	16,33	16,31	0
353	1200	250	16,0	2,0	7807	1225	250	250	16,17	16,33	0
354	1200	250	16,0	2,0	7807	1225	252	250	16,36	16,25	0
355	1200	250	16,0	2,0	7807	1225	249	250	16,31	16,17	0
356	1200	250	16,0	2,0	7807	1225	250	251	16,16	16,1	0
357	1200	250	16,0	2,0	7807	1225	251	251	16,25	16,51	0
358	1200	250	12,5	2,0	7936	1217	250	250	12,69	12,72	0
359	1200	250	12,5	2,0	7936	1217	250	250	12,66	12,69	0
360	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	151	6,76	6,83	1
361	800	150	6,3	2,0	10978	807	151	150	6,72	6,8	1
362	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	150	6,69	6,82	0
363	800	150	6,3	2,0	10978	807	153	151	6,7	6,82	1
364	800	150	6,3	2,0	10978	806	150	150	6,72	6,75	1
365	800	150	6,3	2,0	10978	806	150	151	6,59	6,63	1
366	800	150	6,3	2,0	10978	807	151	151	6,52	6,57	0
367	800	150	6,3	2,0	10978	807	152	150	6,68	6,69	1
368	800	150	6,3	2,0	10978	806	150	150	6,64	6,73	1
369	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	151	6,63	6,69	0
370	800	150	6,3	2,0	10978	807	151	153	6,72	6,6	1
371	800	150	6,3	2,0	10978	809	152	152	6,77	6,72	1
372	800	150	6,3	2,0	10978	807	151	150	6,82	6,89	1
373	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	150	6,71	6,9	0
374	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	150	6,6	6,72	0
375	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	152	6,67	6,67	0
376	800	150	6,3	2,0	10978	806	152	152	6,69	6,52	0
377	800	150	6,3	2,0	10978	808	152	150	6,75	6,72	0
378	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	150	6,83	6,72	0
379	800	150	6,3	2,0	10978	808	151	150	6,77	6,79	1
380	800	150	6,3	2,0	10978	808	150	150	6,82	6,72	1
381	800	150	6,3	2,0	10978	807	151	152	6,74	6,77	0
382	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	150	6,73	6,8	0
383	800	150	6,3	2,0	10978	807	150	150	6,6	6,75	0

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
384	800	150	6,3	2,0	10978	808	150	152	6,74	6,8	0
385	800	150	6,3	2,0	10978	808	150	150	6,77	6,75	1
386	1000	300	12,5	3,0	7141	1017	301	300	12,31	12,45	0
387	1000	300	12,5	3,0	7141	1017	301	301	12,32	12,75	0
388	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	300	300	12,35	12,52	0
389	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	300	300	12,37	12,63	0
390	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	300	300	12,22	12,48	0
391	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	302	300	12,22	12,32	0
392	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	300	300	12,14	12,41	0
393	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	301	300	12,75	12,78	1
394	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	302	302	12,55	12,81	0
395	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	300	301	12,7	12,52	0
396	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	302	301	12,33	12,41	0
397	1000	300	12,5	3,0	7141	1018	300	300	12,33	12,43	0
398	800	200	9,5	2,0	8200	812	200	200	9,8	9,65	0
399	800	200	9,5	2,0	8200	812	200	200	9,81	9,81	0
400	800	200	9,5	2,0	8200	812	199	200	9,89	9,77	0
401	800	200	9,5	2,0	8200	812	200	201	9,83	9,86	0
402	800	200	9,5	2,0	8200	812	201	201	9,84	9,79	0
403	800	200	9,5	2,0	8200	812	200	200	9,77	9,78	0
404	800	200	9,5	2,0	8200	812	201	202	9,81	9,71	0
405	800	200	9,5	2,0	8200	812	200	200	9,9	9,61	0
406	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,68	6,64	0
407	800	150	6,3	2,0	7111	806	149	150	6,57	6,7	0
408	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,67	6,6	0
409	800	150	6,3	2,0	7111	807	153	151	6,61	6,57	0
410	800	150	6,3	2,0	7111	807	152	150	6,57	6,6	0
411	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,67	6,65	0
412	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,67	6,59	0
413	800	150	6,3	2,0	7111	807	152	150	6,66	6,73	0
414	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,64	6,73	0
415	800	150	6,3	2,0	7111	807	149	153	6,65	6,68	0
416	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,6	6,72	0
417	800	150	6,3	2,0	7111	807	153	151	6,63	6,63	0
418	800	150	6,3	2,0	7111	807	151	150	6,71	6,69	0
419	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,64	6,58	0
420	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,63	6,6	0
421	800	150	6,3	2,0	7111	807	151	152	6,64	6,67	0
422	800	150	6,3	2,0	7111	807	149	150	6,62	6,52	0
423	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,63	6,64	0
424	800	150	6,3	2,0	7111	807	152	152	6,62	6,53	0
425	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	151	6,59	6,5	0
426	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,61	6,67	0
427	800	150	6,3	2,0	7111	807	150	150	6,63	6,65	0
428	600	250	9,5	2,0	13032	614	250	251	9,6	9,6	0
429	600	250	9,5	2,0	13032	614	250	250	9,6	9,6	0
430	600	250	9,5	2,0	13032	614	250	250	9,6	9,6	0
431	600	250	9,5	2,0	13032	614	250	250	9,6	9,7	0

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
432	600	250	9,5	2,0	13032	614	250	250	9,7	9,7	0
433	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	200	200	8,1	8,3	0
434	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	200	200	8,1	8,3	0
435	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	200	200	8,1	8,1	0
436	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	200	200	8,3	8,2	0
437	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	200	202	8,3	8,1	0
438	1000	200	8,0	2,0	11967	1007	201	202	8,3	8,1	0
439	800	150	6,3	2,0	11027	806	150	150	6,6	6,6	0
440	800	150	6,3	2,0	11027	806	150	150	6,7	6,6	0
441	800	150	6,3	2,0	15096	806	152	150	6,7	6,7	0
442	800	150	6,3	2,0	15096	806	151	150	6,6	6,7	0
443	800	150	6,3	2,0	14789	806	154	150	6,6	6,7	0
444	800	150	6,3	2,0	14789	809	150	150	6,6	6,7	0
445	800	150	6,3	2,0	7571	806	150	150	6,6	6,6	0
446	800	150	9,5	2,0	10125	813	153	151	9,6	9,6	0
447	600	300	9,5	2,0	10032	614	302	300	9,6	9,6	0
448	1200	300	12,5	2,0	10848	1219	300	300	12,9	12,9	0
449	600	350	9,5	2,0	13100	613	352	351	9,7	9,6	0
450	600	350	9,5	2,0	13100	613	350	350	9,7	9,6	0
451	600	350	9,5	2,0	13326	613	350	350	9,6	9,6	0
452	600	350	9,5	2,0	12826	613	353	350	9,6	9,6	0
453	600	350	9,5	2,0	12826	613	351	349	9,6	9,7	0
454	600	350	9,5	2,0	12826	613	350	350	9,7	9,7	0
455	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	248	250	16,1	16,1	0
456	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	250	250	16,1	16,1	0
457	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	250	250	16,1	16	0
458	1200	250	16,0	2,0	12034	1224	250	248	16,2	16,1	0
459	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	250	251	16,2	16,1	0
460	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	251	249	16,1	16,3	0
461	1200	250	16,0	2,0	12034	1224	249	248	16,1	16,2	0
462	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	250	250	16,1	16,1	0
463	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	250	251	16,2	16,2	0
464	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	248	250	16,2	16,2	0
465	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	250	250	16,3	16,1	0
466	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16,1	16,2	0
467	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16,2	16,1	0
468	1200	250	16,0	2,0	12034	1223	250	250	16,2	16,1	0
469	1200	250	16,0	2,0	7807	1224	251	250	16	16,2	0
470	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16	16,1	0
471	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16	16	0
472	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16,1	16,1	0
473	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	251	250	16	16,1	0
474	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	251	251	16,1	16,1	0
475	1200	320	19,0	3,0	3911	1232	320	318	18,7	18,7	0
476	1200	320	19,0	3,0	3911	1232	320	318	18,8	18,8	0
477	1200	320	19,0	3,0	3911	1232	320	318	18,9	18,9	0
478	1200	320	19,0	3,0	3911	1232	319	320	18,7	18,9	0
479	1200	320	19,0	3,0	3911	1232	319	320	18,9	18,9	0

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
480	1200	320	19,0	3,0	3911	1232	319	320	18,9	18,9	0
481	1200	320	19,0	3,0	3911	1235	321	320	19,3	19,2	0
482	1200	320	19,0	3,0	3911	1235	321	320	19,5	19,7	0
483	1200	320	19,0	3,0	3911	1235	321	320	18,9	19	0
484	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	251	16	16,1	0
485	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16,1	16,7	0
486	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	251	251	16	16,1	0
487	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	252	251	16	16,5	0
488	1200	250	16,0	2,0	7807	1224	250	250	16	16	0
489	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16	16	0
490	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	251	16,2	16	0
491	1200	250	16,0	2,0	7807	1224	250	250	16,1	16,1	0
492	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16	16	0
493	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16	16	0
494	1200	250	16,0	2,0	7807	1225	250	250	16	16	0
495	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16	16	0
496	1200	250	12,5	2,0	7936	1218	247	250	12,8	12,7	0
497	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	250	12,6	12,7	0
498	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	247	12,7	12,7	0
499	1200	250	12,5	3,0	3720	1216	249	249	12,6	12,6	0
500	1200	250	12,5	3,0	3720	1216	249	249	12,6	12,6	0
501	1200	250	12,5	3,0	3720	1216	249	249	12,6	12,6	0
502	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	249	12,8	12,5	0
503	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	250	12,9	12,7	0
504	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	250	12,5	12,6	0
505	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	249	249	12,5	12,7	0
506	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	249	249	12,6	12,8	0
507	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	249	250	12,7	12,4	0
508	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	251	249	12,6	12,6	0
509	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	249	250	12,7	12,9	0
510	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	250	12,6	12,7	0
511	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	249	251	12,4	12,6	0
512	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	250	12,6	12,6	0
513	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	250	12,5	12,7	0
514	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	251	12,5	12,5	0
515	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	249	12,9	12,6	0
516	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	249	249	12,8	12,9	0
517	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	250	12,9	12,9	0
518	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	252	250	12,6	12,9	0
519	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	248	250	12,8	12,6	0
520	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	250	250	12,3	12,4	0
521	1200	250	12,5	2,0	7936	1216	249	250	12,4	12,5	0
522	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16,1	16,1	0
523	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	251	251	16,1	16,1	0
524	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16,2	16	0
525	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	252	250	16,1	16,2	0
526	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	251	250	16	16	0
527	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	251	16	16,1	0

Item	NOMINAL					MEDIDO					
	h	b _f	t _f	t _w	L	d	b _{f1}	b _{f2}	t _{f1}	t _{f2}	e
528	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16	16,1	0
529	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16,3	16,3	0
530	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	250	16,6	16,3	0
531	1200	250	16,0	2,0	7807	1223	250	251	16	16,1	0
532	1200	320	19,0	3,0	4050	1233	320	320	19,4	19,4	0
533	1200	320	19,0	3,0	4050	1233	320	320	19,4	19,4	0
534	1200	320	19,0	3,0	4050	1233	321	321	19,1	19,2	0
535	1200	320	19,0	3,0	4050	1233	321	320	19,2	19,2	0
536	1200	320	19,0	3,0	4050	1233	320	319	19,2	19,2	0
537	1200	320	19,0	3,0	4050	1233	320	320	19,4	19,4	0
538	1200	320	19,0	3,0	4050	1233	320	320	19,5	19,5	0
539	600	300	9,5	2,0	8569	614	300	300	9,5	9,6	0
540	600	300	9,5	2,0	8569	614	300	300	9,6	9,6	0
541	600	300	9,5	2,0	7249	614	300	300	9,6	9,6	0
542	600	300	9,5	2,0	7249	615	301	302	10	9,6	0
543	600	300	9,5	2,0	7249	614	300	300	10	9,6	0
544	600	250	8,0	2,0	7127	612	252	252	8	8,1	0
545	600	250	8,0	2,0	7127	612	252	250	8	8,1	0
546	600	250	8,0	2,0	7127	612	250	251	8	8	0
547	600	250	8,0	2,0	7127	612	250	250	8	8,1	0
548	600	250	8,0	2,0	7127	612	249	250	8	8	0
549	600	250	8,0	2,0	7127	612	250	250	8,2	8,1	0
550	600	250	8,0	2,0	7127	612	250	250	8,1	8	0
551	600	250	8,0	2,0	7127	612	250	250	8,1	8,2	0
552	600	250	8,0	2,0	7127	612	250	250	8,1	8,1	0
553	600	250	8,0	2,0	7127	612	250	250	8	8,1	0
554	600	250	8,0	2,0	7127	611	250	250	8,2	8,1	0
555	600	250	8,0	2,0	7127	611	250	250	8	8	0
556	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,5	8,5	0
557	600	250	8,0	2,0	7968	612	253	251	8,4	8,5	0
558	600	250	8,0	2,0	7968	612	252	251	8,5	8,3	0
559	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,5	8,4	0
560	600	250	8,0	2,0	7968	612	248	250	8,5	8,3	0
561	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,5	8,5	0
562	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,4	8,5	0
563	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	249	8,4	8,3	0
564	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	249	8,4	8,5	0
565	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,3	8,6	0
566	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,3	8,5	0
567	600	250	8,0	2,0	7968	612	252	250	8,3	8,4	0
568	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,3	8,4	0
569	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,3	8,4	0
570	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	251	8,3	8,3	0
571	600	250	8,0	2,0	7968	612	252	251	8,3	8,3	0
572	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,3	8,3	0
573	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	250	8,4	8,3	0
574	600	250	8,0	2,0	7968	612	250	249	8,4	8,3	0

chapa de 6,3 mm

chapa de 9,5 mm

chapa de 16,0 mm

chapa de 8,0 mm

chapa de 12,5 mm

chapa de 19,0 mm

Tabela A.2 – Dados da resistência ao escoamento

Item	f_y (dinâmico)	f_y (estático)
1	477	448
2	476	447
3	486	457
4	468	439
5	483	454
6	468	439
7	504	475
8	482	453
9	510	481
10	431	402
11	470	441
12	485	456
13	461	432
14	406	377
15	403	374
16	467	438
17	470	441
18	466	437
19	536	507
20	466	437
21	462	433
22	434	405
23	482	453
24	391	362
25	457	428
26	509	480
27	475	446
28	439	410
29	462	433
30	451	422
31	464	435
32	445	416
33	457	428
34	485	456
35	470	441
36	501	472
37	445	416
38	457	428

Item	f_y (dinâmico)	f_y (estático)
39	444	415
40	469	440
41	475	446
42	467	438
43	492	463
44	418	389
45	436	407
46	420	391
47	448	419
48	418	389
49	448	419
50	442	413
51	459	430
52	460	431
53	438	409
54	442	413
55	438	409
56	445	416
57	441	412
58	441	412
59	444	415
60	451	422
61	445	416
62	487	458
63	471	442
64	440	411
65	466	437
66	460	431
67	496	467
68	429	400
69	439	410
70	453	424
71	439	410
72	441	412
73	436	407
74	440	411
75	433	404
76	441	412

Item	f_y (dinâmico)	f_y (estático)
77	429	400
78	429	400
79	430	401
80	414	385
81	385	356
82	428	399
83	447	418
84	445	416
85	422	393
86	425	396
87	436	407
88	422	393
89	441	412
90	439	410
91	445	416
92	447	418
93	456	427
94	460	431
95	437	408
96	427	398
97	458	429
98	426	397
99	440	411
100	426	397
101	414	385
102	439	410
103	442	413
104	424	395
105	424	395
106	439	410
107	424	395
108	418	389
109	402	373
110	450	421
111	445	416
112	404	375
113	431	402
114	441	412

Item	f_y (dinâmico)	f_y (estático)
115	428	399
116	419	390
117	395	366
118	421	392
119	419	390
120	400	371
121	436	407
122	458	429
123	411	382
124	403	374
125	402	373
126	353	324
127	409	380
128	413	384
129	424	395
130	398	369
131	403	374
132	442	413
133	409	380
134	426	397
135	412	383
136	426	397
137	435	406
138	426	397
139	435	406
140	398	369
141	411	382
142	419	390
143	429	400
144	418	389
145	428	399
146	424	395
147	431	402
148	412	383
149	413	384
150	420	391
151	468	439
152	447	418
153	471	442
154	468	439
155	487	458
156	468	439
157	486	457
158	426	397

Item	f_y (dinâmico)	f_y (estático)
159	436	407
160	432	403
161	489	460
162	493	464
163	470	441
164	445	416
165	442	413
166	405	376
167	442	413
168	451	422
169	441	412
170	456	427
171	455	426
172	376	347
173	442	413
174	427	398
175	449	420
176	470	441
177	418	389
178	441	412
179	452	423
180	445	416
181	438	409
182	444	415
183	449	420
184	448	419
185	438	409
186	416	387
187	415	386
188	402	373
189	412	383
190	421	392
191	414	385
192	420	391
193	436	407
194	418	389
195	445	416
196	447	418
197	427	398
198	450	421
199	437	408
200	458	429
201	458	429
202	431	402

Item	f_y (dinâmico)	f_y (estático)
203	458	429
204	427	398
205	443	414
206	449	420
207	455	426
208	466	437
209	479	450
210	528	499
211	466	437
212	422	393
213	449	420
214	452	423
215	448	419
216	410	381
217	476	447
218	463	434
219	478	449
220	497	468
221	432	403
222	430	401
223	458	429
224	435	406
225	438	409
226	402	373
227	448	419
228	416	387
229	416	387
230	413	384
231	430	401
232	440	411
233	435	406
234	413	384
235	438	409
236	429	400
237	439	410
238	423	394
239	430	401
240	431	402
241	427	398
242	358	329
243	446	417
244	452	423
245	447	418
246	452	423

Item	f_y (dinâmico)	f_y (estático)
247	453	424
248	460	431
249	432	403
250	425	396
251	484	455
252	414	385
253	420	391
254	448	419
255	444	415
256	427	398
257	442	413
258	418	389
259	432	403
260	450	421
261	423	394
262	411	382
263	431	402
264	419	390
265	452	423
266	471	442
267	440	411
268	439	410
269	428	399
270	454	425
271	475	446
272	445	416
273	473	444
274	461	432
275	433	404

Item	f_y (dinâmico)	f_y (estático)
276	430	401
277	424	395
278	422	393
279	454	425
280	435	406
281	423	394
282	456	427
283	461	432
284	457	428
285	444	415
286	450	421
287	402	373
288	407	378
289	424	395
290	410	381
291	409	380
292	375	346
293	410	381
294	452	423
295	397	368
296	425	396
297	410	381
298	422	393
299	410	381
300	375	346
301	410	381
302	424	395
303	418	389
304	421	392

Item	f_y (dinâmico)	f_y (estático)
305	420	391
306	411	382
307	419	390
308	397	368
309	406	377
310	419	390
311	419	390
312	435	406
313	399	370
314	375	346
315	410	381
316	435	406
317	427	398
318	438	409
319	394	365
320	450	421
321	423	394
322	421	392
323	403	374
324	415	386
325	430	401
326	440	411
327	408	379
328	427	398
329	409	380
330	502	473
331	413	384
332	408	379

A2

EQUAÇÕES DE ESTADO LIMITE

A.1 Transformação de variáveis

Como mostrado no terceiro capítulo, se as variáveis aleatórias não possuírem distribuição de probabilidade normal, tornar-se-á necessário transformá-las em variáveis normais equivalentes, para que os índices de confiabilidade β via FORM possam ser calculados. São apresentadas, a seguir, as expressões utilizadas para realizar as transformações dos parâmetros estatísticos, obtidas a partir das equações 3.24 e 3.25. Vale lembrar que o sobrescrito N refere-se à distribuição normal equivalente, o subscrito n refere-se ao valor nominal da variável e o asterisco significa “no ponto de projeto”, ou seja, que a transformação é realizada no ponto de projeto.

Distribuição lognormal:

$$\delta_X^N = \frac{x^*}{x_n} \left[1 - \ln \left(\frac{x^*}{x_n} \frac{1}{\delta_X} \right) - \frac{1}{2} \ln(1 + V_X^2) \right] \quad (\text{A.1})$$

$$V_X^N = \frac{x^*}{x_n} \frac{\sqrt{\ln(1 + V_X^2)}}{\delta_X^N} \quad (\text{A.2})$$

Distribuição de Weibull:

$$\delta_X^N = \frac{x^*}{x_n} - \frac{\Phi^{-1}\left[F_X\left(\frac{x^*}{x_n}\right)\right]\phi\left\{\Phi^{-1}\left[F_X\left(\frac{x^*}{x_n}\right)\right]\right\}}{f_X\left(\frac{x^*}{x_n}\right)} \quad (\text{A.3})$$

$$V_X^N = \frac{1}{\delta_X^N} \frac{\phi\left\{\Phi^{-1}\left[F_X\left(\frac{x^*}{x_n}\right)\right]\right\}}{f_X\left(\frac{x^*}{x_n}\right)} \quad (\text{A.4})$$

onde

$$F_X\left(\frac{x^*}{x_n}\right) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x^*}{x_n} \frac{1}{w_1}\right)^{V_X^{-1,08}}\right] \quad (\text{A.5})$$

$$f_X\left(\frac{x^*}{x_n}\right) = \frac{V_X^{-1,08}}{w_1} \left(\frac{x^*}{x_n} \frac{1}{w_1}\right)^{(V_X^{-1,08}-1)} \exp\left[-\left(\frac{x^*}{x_n} \frac{1}{w_1}\right)^{V_X^{-1,08}}\right] \quad (\text{A.6})$$

$$w_1 = \frac{\delta_X}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{V_X^{-1,08}}\right)} \quad (\text{A.7})$$

e Γ é a função gama.

Distribuição de Gumbel:

$$\delta_X^N = \frac{x^*}{x_n} - \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_X V_X \Phi^{-1}\left[\exp(-e^{-m})\right]\phi\left\{\Phi^{-1}\left[\exp(-e^{-m})\right]\right\}\exp(m + e^{-m}) \quad (\text{A.8})$$

$$V_X^N = \frac{1}{\delta_X^N} \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_X V_X \phi\left\{\Phi^{-1}\left[\exp(-e^{-m})\right]\right\}\exp(m + e^{-m}) \quad (\text{A.9})$$

onde

$$m = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\delta_X V_X} \left[\left(\frac{x^*}{x_n} \right) - \delta_X \left(1 - \frac{0,5772\sqrt{6}}{\pi} V_X \right) \right] \quad (\text{A.10})$$

Se o valor do coeficiente de tendência da distribuição normal equivalente das distribuições de *Weibull* e de *Gumbel* for negativo, deve-se tomá-lo igual a zero e calcular o desvio-padrão pela equação 3.26, como recomendado por HALDAR e MAHADEVAN (2000). Porém, nas ferramentas numéricas de análise de confiabilidade, o valor do coeficiente de tendência foi tomado igual a 0,00001 para se evitar inconsistência (divisão por zero).

Observa-se que, se as variáveis possuírem *distribuição de probabilidade normal*, é óbvio que se tenha:

$$\delta_X^N = \delta_X \quad (\text{A.11})$$

$$V_X^N = V_X \quad (\text{A.12})$$

A.2 Cossenos diretores e coordenadas do ponto de projeto

De acordo com o procedimento do FORM, utilizando-se o algoritmo de *Ayyub e Haldar*, é necessário inicialmente calcular os cossenos diretores das variáveis aleatórias, a partir da equação 3.28, e as coordenadas do ponto de projeto, com o auxílio da equação 3.29. Por facilidade de apresentação, a equação 3.28 pode ser reescrita como:

$$\alpha_{X_i} = \frac{a_{X_i}}{\left(\sum_{i=1}^n a_{X_i}^2 \right)^{1/2}} = \frac{a_{X_i}}{\varepsilon} \quad (\text{A.13})$$

onde

$$a_{X_i} = \frac{\partial g(\cdot)}{\partial X_i} \sigma_{X_i}^N = \frac{\partial g(\cdot)}{\partial X_i} \delta_{X_i}^N V_{X_i}^N x_{in} \quad (\text{A.14})$$

e x_{in} é o valor nominal da variável X_i .

Da mesma forma, a equação 3.29, pode ser reescrita como:

$$\frac{x_i^*}{x_{in}} = \delta_{X_i}^N (1 - \alpha_{X_i} \beta V_{X_i}^N) \quad (\text{A.15})$$

A.3 Equações de estado limite

Nas subseções seguintes, para cada estado limite considerado, serão apresentadas as equações específicas que definem as funções de desempenho no estado limite, isto é, na condição em que se tenha $g(\cdot) = 0$, que serão utilizadas tanto nas análises via FORM quanto nas simulações de Monte Carlo.

Ressalta-se que foram utilizadas as funções de desempenho apresentadas no capítulo 8 – equações 8.5 a 8.18 –, juntamente com as expressões que relacionam a resistência e a sollicitação de cálculo fornecidas nas normas brasileira e estadunidense – equações 8.3 e 8.4 do capítulo 8.

São apresentadas ainda as equações específicas que definem os cossenos diretores e as coordenadas do ponto de projeto. Observa-se que, conforme a metodologia FORM, todas as funções são avaliadas no ponto de projeto.

A.3.1 Flambagem lateral com torção – região plástica

Utilizando-se a equação 8.4a do capítulo 8, a função de desempenho (equação 8.5) no estado limite, avaliada no ponto de projeto conforme o modelo de estado limite da ANSI/AISC 360-05 (2005), pode ser escrita da seguinte forma:

$$p^* d_c^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \frac{f^*}{f_y} - \frac{\phi}{1,38 \gamma_D / q + \gamma_L} \left(\frac{1,38}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.16a})$$

Ressalta-se que os valores nominais das variáveis P e D_c são unitários e por isso não foram explicitados na equação acima.

Os valores dos cossenos diretores são calculados com:

$$\alpha_P = d_c^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \frac{f^*}{f_y} \frac{\delta_P^N V_P^N}{\varepsilon} = \frac{a_P}{\varepsilon} \quad (\text{A.17})$$

$$\alpha_{D_c} = p^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \frac{f^*}{f_y} \frac{\delta_{D_c}^N V_{D_c}^N}{\varepsilon} = \frac{a_{D_c}}{\varepsilon} \quad (\text{A.18})$$

$$\alpha_{Z_x} = p^* d_c^* \frac{f^*}{f_y} \frac{\delta_{Z_x}^N V_{Z_x}^N}{\varepsilon} = \frac{a_{Z_x}}{\varepsilon} \quad (\text{A.19})$$

$$\alpha_F = p^* d_c^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \frac{\delta_F^N V_F^N}{\varepsilon} = \frac{a_F}{\varepsilon} \quad (\text{A.20})$$

$$\alpha_D = -\frac{1,38}{q} \frac{\phi}{1,38\gamma_D / q + \gamma_L} \frac{\delta_D^N V_D^N}{\varepsilon} = \frac{a_D}{\varepsilon} \quad (\text{A.21a})$$

$$\alpha_L = -\frac{\phi}{1,38\gamma_D / q + \gamma_L} \frac{\delta_L^N V_L^N}{\varepsilon} = \frac{a_L}{\varepsilon} \quad (\text{A.22a})$$

onde ε é dado pela equação:

$$\varepsilon = \sqrt{a_P^2 + a_{D_c}^2 + a_{Z_x}^2 + a_F^2 + a_D^2 + a_L^2} \quad (\text{A.23})$$

Nas subseções seguintes, não serão mais apresentadas as equações de ε , que é sempre dado pela raiz quadrada da soma dos quadrados de a_X – veja-se a equação A.13.

As coordenadas do ponto de projeto são:

$$\begin{aligned} p^* &= \delta_P^N (1 - \alpha_P \beta V_P^N) & d_c^* &= \delta_{D_c}^N (1 - \alpha_{D_c} \beta V_{D_c}^N) \\ \frac{z_x^*}{z_{xn}} &= \delta_{Z_x}^N (1 - \alpha_{Z_x} \beta V_{Z_x}^N) & \frac{f^*}{f_y} &= \delta_F^N (1 - \alpha_F \beta V_F^N) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{d^*}{d_n} = \delta_D^N (1 - \alpha_D \beta V_D^N) \quad \frac{l^*}{l_n} = \delta_L^N (1 - \alpha_L \beta V_L^N) \quad (\text{A.29})$$

Usando-se a equação 8.4b e o modelo de estado limite da ABNT NBR 8800 (2008), as equações A.16a, A.21a e A.22a modificam-se para:

$$p^* d_c^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \frac{f^*}{f_y} - \frac{1}{\gamma_a (\gamma_D / q + \gamma_L)} \left(\frac{1}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.16b})$$

$$\alpha_D = -\frac{1}{q} \frac{1}{\gamma_a (\gamma_D / q + \gamma_L)} \frac{\delta_D^N V_D^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.21b})$$

$$\alpha_L = -\frac{1}{\gamma_a(\gamma_D/q + \gamma_L)} \frac{\delta_L^N V_L^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.22b})$$

A.3.2 Flambagem lateral com torção – região inelástica

De igual maneira, nesta região, as funções de estado limite referentes aos modelos da ANSI/AISC 360-05 (2005) e da ABNT NBR 8800 (2008), avaliadas no ponto de projeto, podem ser escritas, respectivamente, por:

$$p^* d_c^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \left(\frac{f^*}{f_y} - 0,3\alpha \frac{\sigma_r^*}{\sigma_{rn}} \right) - \frac{\phi}{1,38\gamma_D/q + \gamma_L} \left(\frac{1,38}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.30a})$$

$$p^* d_c^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \left(\frac{f^*}{f_y} - 0,3\alpha \frac{\sigma_r^*}{\sigma_{rn}} \right) - \frac{1}{\gamma_a(\gamma_D/q + \gamma_L)} \left(\frac{1}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.30b})$$

onde o fator 0,3 é a relação entre os valores nominais da tensão residual (σ_{rn}) e da resistência ao escoamento (f_y).

Os cossenos diretores são dados por:

$$\alpha_P = d_c^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \left(\frac{f^*}{f_y} - 0,3\alpha \frac{\sigma_r^*}{\sigma_{rn}} \right) \frac{\delta_P^N V_P^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.31})$$

$$\alpha_{D_c} = p^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \left(\frac{f^*}{f_y} - 0,3\alpha \frac{\sigma_r^*}{\sigma_{rn}} \right) \frac{\delta_{D_c}^N V_{D_c}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.32})$$

$$\alpha_{Z_x} = p^* d_c^* \left(\frac{f^*}{f_y} - 0,3\alpha \frac{\sigma_r^*}{\sigma_{rn}} \right) \frac{\delta_{Z_x}^N V_{Z_x}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.33})$$

$$\alpha_{\Sigma_r} = -0,3\alpha p^* d_c^* \frac{z_x^*}{z_{xn}} \frac{\delta_F^N V_F^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.34})$$

O cosseno diretor referente à variável F permanece dado pela equação A.20 e os referentes às variáveis D e L continuam sendo dados, respectivamente, pelas equações A.21a, A.21b (ANSI/AISC), A.22a e A.22b (NBR 8800). Observa-se que, caso α seja tomado igual a zero, as equações acima tornam-se iguais às suas correspondentes da região plástica.

A coordenada do ponto de projeto referente à variável tensão residual é dada por:

$$\frac{\sigma_r^*}{\sigma_{rn}} = \delta_{\Sigma_r}^N \left(1 - \alpha_{\Sigma_r} \beta V_{\Sigma_r}^N \right) \quad (\text{A.35})$$

As demais permanecem dadas pelas equações A.23 a A.28. Nas subseções seguintes, não serão mais explicitadas as equações das coordenadas do ponto de projeto, haja vista que são expressas sempre de acordo com a equação A.15, “*mutatis mutandis*”, ou seja, alteram-se apenas os índices e os símbolos das variáveis correspondentes.

A.3.3 Flambagem lateral com torção – região elástica

As funções de estado limite referentes aos modelos das normas estadunidense e brasileira podem ser expressas, respectivamente, por:

$$p^* d_c^* \frac{k_t^*}{k_t} \frac{e^*}{e_n} - \frac{\phi}{1,38 \gamma_D / q + \gamma_L} \left(\frac{1,38}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.36a})$$

$$p^* d_c^* \frac{k_t^*}{k_m} \frac{e^*}{e_n} - \frac{1}{\gamma_a (\gamma_D / q + \gamma_L)} \left(\frac{1}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.36b})$$

Os cossenos diretores são expressos pelas seguintes equações:

$$\alpha_P = d_c^* \frac{k_t^*}{k_m} \frac{e^*}{e_n} \frac{\delta_P^N V_P^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.37})$$

$$\alpha_{D_c} = p^* \frac{k_t^*}{k_m} \frac{e^*}{e_n} \frac{\delta_{D_c}^N V_{D_c}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.38})$$

$$\alpha_{K_t} = p^* d_c^* \frac{e^*}{e_n} \frac{\delta_{K_t}^N V_{K_t}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.39})$$

$$\alpha_E = p^* d_c^* \frac{k_t^*}{k_m} \frac{\delta_E^N V_E^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.40})$$

Os demais cossenos diretores são dados pelas equações A.21a, A.22a (ANSI/AISC), A.21b e A.22b (NBR 8800).

A.3.4 Flambagem local da mesa

As equações referentes a FLM, correspondentes às fases plástica e inelástica, são exatamente as mesmas referentes a FLT, já apresentadas. Na fase elástica, as equações são dadas a seguir. As funções de estado limite referentes aos modelos das normas ANSI/AISC e NBR 8800 podem ser expressas, respectivamente, por:

$$p^* d_c^* \frac{k_m^*}{k_m} \frac{e^*}{e_n} - \frac{\phi}{1,38 \gamma_D / q + \gamma_L} \left(\frac{1,38}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.41a})$$

$$p^* d_c^* \frac{k_m^*}{k_{mn}} \frac{e^*}{e_n} - \frac{1}{\gamma_a (\gamma_D / q + \gamma_L)} \left(\frac{1}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.41b})$$

Os cossenos diretores são expressos pelas seguintes equações:

$$\alpha_P = d_c^* \frac{k_m^*}{k_{mn}} \frac{e^*}{e_n} \frac{\delta_P^N V_P^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.42})$$

$$\alpha_{D_c} = p^* \frac{k_m^*}{k_{mn}} \frac{e^*}{e_n} \frac{\delta_{D_c}^N V_{D_c}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.43})$$

$$\alpha_{K_m} = p^* d_c^* \frac{e^*}{e_n} \frac{\delta_{K_m}^N V_{K_m}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.44})$$

$$\alpha_E = p^* d_c^* \frac{k_m^*}{k_{mn}} \frac{\delta_E^N V_E^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.45})$$

Os demais cossenos diretores são dados pelas equações A.21a, A.22a (ANSI/AISC), A.21b e A.22b (NBR 8800).

A.3.5 Flambagem lateral com distorção – LNFi

Segundo a formulação proposta para as regiões plástica e inelástica e o modelo da ABNT NBR 8800 (2008), no estado limite deve-se ter:

$$\chi \left[\frac{a_{fn} f_y h_{on}}{\gamma_a} + \frac{a_s f_{ys} (h_{on} + y_n)}{\gamma_s} \right] - \gamma_n \left[a_s f_{ys} (h_{on} + y_n) + c_s b_{pn} t_{pn}^2 f_{yp} \right] = 0 \quad (\text{A.46})$$

em que γ_s é o coeficiente de ponderação da resistência do aço da armadura e γ_n é o coeficiente de ajustamento. Definem-se as seguintes relações determinísticas:

$$\nu_1 = \frac{a_{fn} f_y h_{0n}}{a_s f_{ys} (h_{0n} + y_n)} \quad \nu_2 = \frac{c_s b_{pn} t_{pn}^2 f_{yp}}{a_s f_{ys} (h_{0n} + y_n)} \quad q_0 = \frac{y_n}{h_{0n}} \quad \text{a}$$

$$(A.47)$$

$$(A.49)$$

Vale lembrar que a área da armadura a_s é uma variável determinística. Utilizando a equação A.46 e as relações acima, pode-se demonstrar que a função de desempenho (equação 8.12 do capítulo 8) no estado limite, avaliada no ponto de projeto, pode ser escrita da seguinte forma:

$$R(\cdot) - S(\cdot) = 0 \quad (A.50)$$

onde

$$R(\cdot) = p^* \left[\nu_1 \frac{a_f^* f_y^* h_0^*}{a_{fn} f_y h_{0n}} + \frac{1}{1 + q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) \right] \quad (A.51)$$

$$S(\cdot) = \frac{p_{LM}^*}{\chi} \left[\frac{1}{1 + q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) + \nu_2 \frac{b_p^*}{b_{pn}} \left(\frac{t_p^*}{t_{pn}} \right)^2 \frac{f_p^*}{f_{yp}} \right] \quad (A.52)$$

$$\chi = \frac{(1 + \nu_2) \gamma_n \gamma_a \gamma_s}{\gamma_a + \nu_1 \gamma_s} \quad (A.53)$$

A equação de estado limite acima é válida dentro do intervalo $0 \leq \lambda_{dist} \leq 1,5$ ou, em termos do fator de redução, $0,39 \leq \chi \leq 1,0$. Isso significa que, dados os valores dos coeficientes de ponderação, as relações ν_1 e ν_2 devem ser adequadamente tomadas para que o fator de redução χ , avaliado pela expressão A.53, fique dentro desse intervalo. Vale lembrar que a área da mesa nas equações acima refere-se à mesa superior.

Fez-se um estudo dos valores que as relações ν_1 e ν_2 podem assumir na prática, considerando os perfis disponíveis, a largura e espessura das chapas e a área das barras de armadura normalmente utilizadas nas ligações mistas, restritos à condição de que se tenha a linha neutra plástica da viga mista na mesa inferior. Essa condição é garantida, considerando os valores práticos estudados, se ν_1 estiver dentro dos intervalos mostrados na tabela A.1, em função da relação q_0 . Os valores de ν_2 situam-se entre os valores mostrados na tabela. Os valores de c_s encontram-se no intervalo $[5,0 \ 20,0]$.

Tabela A.1 – Intervalo das relações ν_1 e ν_2

q_0	LNFi			
	ν_1 mín.	ν_1 máx.	ν_2 mín.	ν_2 máx.
0,083	0,70	1,97	0,11	0,67
0,100	0,69	1,94	0,11	0,65
0,125	0,68	1,90	0,11	0,62
0,167	0,65	1,83	0,10	0,58
0,200	0,63	1,58	0,09	0,55
0,250	0,61	1,45	0,09	0,42

Os cossenos diretores podem ser expressos por meio das seguintes equações:

$$\alpha_P = \left[\nu_1 \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{f^*}{f_y} \frac{h_0^*}{h_{0n}} + \frac{1}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) \right] \frac{\delta_P^N V_P^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.54})$$

$$\alpha_{Af} = p^* \nu_1 \frac{f^*}{f_y} \frac{h_0^*}{h_{0n}} \frac{\delta_{Af}^N V_{Af}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.55})$$

$$\alpha_F = p^* \nu_1 \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{h_0^*}{h_{0n}} \frac{\delta_F^N V_F^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.56})$$

$$\alpha_{H_0} = \left[p^* \left(\nu_1 \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{f^*}{f_y} + \frac{1}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \right) - \frac{p_{LM}^*}{\chi} \frac{1}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \right] \frac{\delta_{H_0}^N V_{H_0}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.57})$$

$$\alpha_{F_s} = \left\{ p^* \left[\frac{1}{1+q_0} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) \right] - \frac{p_{LM}^*}{\chi} \frac{1}{1+q_0} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) \right\} \frac{\delta_{F_s}^N V_{F_s}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.58})$$

$$\alpha_Y = \left(p^* \frac{f_s^*}{f_{ys}} \frac{q_0}{1+q_0} - \frac{p_{LM}^*}{\chi} \frac{q_0}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \right) \frac{\delta_Y^N V_Y^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.59})$$

$$\alpha_{PLM} = -\frac{1}{\chi} \left[\frac{1}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) + \nu_2 \frac{b_p^*}{b_{pn}} \left(\frac{t_p^*}{t_{pn}} \right)^2 \frac{f_p^*}{f_{yp}} \right] \frac{\delta_{PLM}^N V_{PLM}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.60})$$

$$\alpha_{B_p} = -\frac{p_{LM}}{\chi} \left[\nu_2 \left(\frac{t_p^*}{t_{pn}} \right)^2 \frac{f_p^*}{f_{yp}} \right] \frac{\delta_{B_p}^N V_{B_p}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.61})$$

$$\alpha_{T_p} = -2 \frac{p_{LM}}{\chi} \nu_2 \frac{b_p^*}{b_{pn}} \frac{t_p^*}{t_{pn}} \frac{f_p^*}{f_{yp}} \frac{\delta_{T_p}^N V_{T_p}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.62})$$

$$\alpha_{F_p} = -\frac{p_{LM}}{\chi} \left[\nu_2 \frac{b_p^*}{b_{pn}} \left(\frac{t_p^*}{t_{pn}} \right)^2 \right] \frac{\delta_{F_p}^N V_{F_p}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.63})$$

A.3.6 Flambagem lateral com distorção – LNFs

De igual maneira, segundo a formulação proposta e o modelo de estado limite disposto na ABNT NBR 8800 (2008), deve-se ter:

$$\chi \left[\frac{a_{fn} f_y h_{on}}{\gamma_a} + \frac{a_s f_{ys} y_n}{\gamma_s} \right] - \gamma_n \left[a_s f_{ys} (h_{on} + y_n) + c_s b_{pn} t_{pn}^2 f_{yp} \right] = 0 \quad (\text{A.64})$$

onde γ_n é um coeficiente de ajustamento, podendo ser tomado igual a 1,35 [ABNT NBR 8800 (2008)]. Lembra-se que, neste caso, a área da mesa refere-se à mesa inferior. Pode-se demonstrar também que a função de desempenho (equação 8.14) no estado limite, avaliada no ponto de projeto, pode ser escrita conforme a equação A.50, onde se tem:

$$R(\cdot) = p^* \left(\nu_1 \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{f^*}{f_y} \frac{h_0^*}{h_{on}} + \frac{q_0}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \frac{y^*}{y_n} \right) \quad (\text{A.65})$$

$$S(\cdot) = \frac{p_{LM}^*}{\chi} \left[\frac{1}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \left(\frac{h_o^*}{h_{on}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) + \nu_2 \frac{b_p^*}{b_{pn}} \left(\frac{t_p^*}{t_{pn}} \right)^2 \frac{f_p^*}{f_{yp}} \right] \quad (\text{A.66})$$

A variável χ e as relações ν_1 e ν_2 permanecem dadas pelas equações anteriores (LNFs). Os cossenos diretores podem ser expressos por meio das seguintes equações:

$$\alpha_P = \left[\nu_1 \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{f^*}{f_y} \frac{h_0^*}{h_{on}} + \frac{q_0}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \frac{y^*}{y_n} \right] \frac{\delta_P^N V_P^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.67})$$

$$\alpha_{H_0} = \left[p^* \nu_1 \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{f^*}{f_y} - \frac{p_{LM}^*}{\chi} \frac{1}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \right] \frac{\delta_{H_0}^N V_{H_0}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.68})$$

$$\alpha_{F_s} = \left\{ p^* \left[\frac{q_0}{1+q_0} \frac{y^*}{y_n} \right] - \frac{p_{LM}^*}{\chi} \frac{1}{1+q_0} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) \right\} \frac{\delta_{F_s}^N V_{F_s}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.69})$$

Os demais cossenos diretores permanecem dados pelas equações anteriores (LNFi).

Na tabela A.2 mostram-se os intervalos estudados dos valores práticos de ν_2 e os valores em que deve estar a relação ν_1 para que seja satisfeita a condição de que a LNP se encontre na mesa superior. Lembra-se que χ deve estar entre 0,39 e 1,0.

Tabela A.2 – Intervalo das relações ν_1 e ν_2

q_0	LNFs			
	ν_1 mín.	ν_1 max.	ν_2 min.	ν_2 máx.
0,083	1,20	3,00	0,09	1,00
0,100	1,19	2,96	0,09	0,97
0,125	1,16	2,89	0,08	0,93
0,167	1,16	2,79	0,08	0,87
0,200	1,09	2,54	0,07	0,82
0,250	1,08	2,43	0,07	0,63

A.3.7 Flambagem lateral com distorção – região elástica

Pode-se mostrar que, segundo a formulação proposta para a região elástica e o modelo da ABNT NBR 8800 (2008), simplificadamente, deve-se ter:

$$\frac{c_r (k_{ren})^{1/2} (i_{fin})^{1/2}}{\gamma_a} - \gamma_n \left[a_s f_{ys} (h_{0n} + y_n) + c_s b_{pn} t_{pn}^2 f_{yp} \right] = 0 \quad (\text{A.70})$$

A função de estado limite é dada pela equação A.50, onde

$$R(\cdot) = p^* \left(\frac{k_{re}^*}{k_{rn}} \right)^{1/2} \left(\frac{i_{fi}^*}{i_{fin}} \right)^{1/2} \quad (\text{A.71})$$

$$S(\cdot) = \frac{p_{LM}^*}{\psi} \left[\frac{1}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) + \nu_2 \frac{b_p^*}{b_{pn}} \left(\frac{t_p^*}{t_{pn}} \right)^2 \frac{f_p^*}{f_{yp}} \right] \quad (\text{A.72})$$

$$\psi = \gamma_a \gamma_n (\nu_2 + 1) \quad (\text{A.73})$$

Pode-se mostrar também que os cossenos diretores são expressos por:

$$\alpha_P = \left(\frac{k_{re}^*}{k_{rn}} \right)^{1/2} \left(\frac{i_{fi}^*}{i_{fin}} \right)^{1/2} \frac{\delta_P^N V_P^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.74})$$

$$\alpha_{K_{re}} = \frac{1}{2} p^* \left(\frac{k_{re}^*}{k_{rn}} \right)^{-1/2} \left(\frac{i_{fi}^*}{i_{fin}} \right)^{1/2} \frac{\delta_{K_{re}}^N V_{K_{re}}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.75})$$

$$\alpha_{I_{fi}} = \frac{1}{2} p^* \left(\frac{k_{re}^*}{k_{rn}} \right)^{1/2} \left(\frac{i_{fi}^*}{i_{fin}} \right)^{-1/2} \frac{\delta_{I_{fi}}^N V_{I_{fi}}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.76})$$

$$\alpha_{P_{LM}} = -\frac{1}{\psi} \left[\frac{1}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) + v_2 \frac{b_p^*}{b_{pn}} \left(\frac{t_p^*}{t_{pn}} \right)^2 \frac{f_p^*}{f_{yp}} \right] \frac{\delta_{P_{LM}}^N V_{P_{LM}}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.77})$$

$$\alpha_{F_s} = -\frac{p_{LM}^*}{\psi} \frac{1}{1+q_0} \left(\frac{h_o^*}{h_{0n}} + q_0 \frac{y^*}{y_n} \right) \frac{\delta_{F_s}^N V_{F_s}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.78})$$

$$\alpha_{H_0} = -\frac{p_{LM}^*}{\psi} \frac{1}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \frac{\delta_{H_0}^N V_{H_0}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.79})$$

$$\alpha_Y = -\frac{p_{LM}^*}{\psi} \frac{q_0}{1+q_0} \frac{f_s^*}{f_{ys}} \frac{\delta_Y^N V_Y^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.80})$$

$$\alpha_{B_p} = -\frac{p_{LM}}{\psi} \left[v_2 \left(\frac{t_p^*}{t_{pn}} \right)^2 \frac{f_p^*}{f_{yp}} \right] \frac{\delta_{B_p}^N V_{B_p}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.81})$$

$$\alpha_{T_p} = -2 \frac{p_{LM}}{\psi} v_2 \frac{b_p^*}{b_{pn}} \frac{t_p^*}{t_{pn}} \frac{f_p^*}{f_{yp}} \frac{\delta_{T_p}^N V_{T_p}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.82})$$

$$\alpha_{F_p} = -\frac{p_{LM}}{\psi} \left[v_2 \frac{b_p^*}{b_{pn}} \left(\frac{t_p^*}{t_{pn}} \right)^2 \right] \frac{\delta_{F_p}^N V_{F_p}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.83})$$

A.3.8 Plastificação da viga mista – LNL

Por meio das equações 8.4a (ANSI/AISC) e 8.4b (NBR 8800), a função de desempenho (equação 8.17) no estado limite, avaliada no ponto de projeto, pode ser expressa pelas seguintes equações, respectivamente:

$$p^* \frac{a^*}{a_n} \frac{f^*}{f_y} \left(q_2 \frac{y_0^*}{y_{0n}} + \frac{h_F^*}{h_{Fn}} + q_1 \frac{t_c^*}{t_{cn}} \right) \frac{1}{Q} - \frac{\phi_m}{1,38 \gamma_D / q + \gamma_L} \left(\frac{1,38}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.84a})$$

$$p^* \frac{a^*}{a_n} \frac{f^*}{f_y} \left(q_2 \frac{y_0^*}{y_{0n}} + \frac{h_F^*}{h_{Fn}} + q_1 \frac{t_c^*}{t_{cn}} \right) \frac{1}{Q} - \frac{1}{\gamma_a (\gamma_D / q + \gamma_L)} \left(\frac{1}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) = 0 \quad (\text{A.84b})$$

onde ϕ_m é o coeficiente de ponderação da resistência da viga mista (ANSI/AISC) e:

$$q_1 = \frac{t_{cn}}{2h_{Fn}} \quad q_2 = \frac{y_{0n}}{h_{Fn}} \quad Q = 1 + q_1 + q_2 \quad (\text{A.85})$$

$$\text{a} \quad (\text{A.87})$$

Os cossenos diretores podem ser avaliados pelas equações:

$$\alpha_P = \frac{a^*}{a_n} \frac{f^*}{f_y} \left(q_2 \frac{y_0^*}{y_{0n}} + \frac{h_F^*}{h_{Fn}} + q_1 \frac{t_c^*}{t_{cn}} \right) \frac{1}{Q} \frac{\delta_P^N V_P^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.88})$$

$$\alpha_A = p^* \frac{f^*}{f_y} \left(q_2 \frac{y_0^*}{y_{0n}} + \frac{h_F^*}{h_{Fn}} + q_1 \frac{t_c^*}{t_{cn}} \right) \frac{1}{Q} \frac{\delta_A^N V_A^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.89})$$

$$\alpha_F = p^* \frac{a^*}{a_n} \left(q_2 \frac{y_0^*}{y_{0n}} + \frac{h_F^*}{h_{Fn}} + q_1 \frac{t_c^*}{t_{cn}} \right) \frac{1}{Q} \frac{\delta_F^N V_F^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.90})$$

$$\alpha_{Y_0} = p^* \frac{a^*}{a_n} \frac{f^*}{f_y} \frac{q_2}{Q} \frac{\delta_{Y_0}^N V_{Y_0}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.91})$$

$$\alpha_{H_F} = p^* \frac{a^*}{a_n} \frac{f^*}{f_y} \frac{1}{Q} \frac{\delta_{H_F}^N V_{H_F}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.92})$$

$$\alpha_{T_c} = p^* \frac{a^*}{a_n} \frac{f^*}{f_y} \frac{q_1}{Q} \frac{\delta_{T_c}^N V_{T_c}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.93})$$

Os cossenos diretores referentes às variáveis ação permanente e ação variável são dados pelas equações A.21a e A.22a (ANSI/AISC), A.21b e A.22b (NBR 8800), respectivamente.

Um ponto que merece comentário é que se optou por considerar H_F como aleatória nas formulações acima, mesmo sendo essa variável considerada determinística, com o intuito de estudar sua influência nos resultados da análise de confiabilidade. Para considerá-la determinística na análise, basta fazer os valores dos coeficientes de tendência e de variação iguais, respectivamente, a 1,0 e 0,0. Com isso, a coordenada do ponto de projeto normalizado fica igual a 1,0 e o cosseno diretor, igual a zero.

Ressalta-se que o limite de aplicabilidade das equações apresentadas, isto é, que a linha neutra esteja localizada na laje, é dada pela condição de que a resistência da viga de aço seja igual ou inferior à resistência da laje de concreto. Essa condição, em termos nominais, é expressa pela inequação:

$$a_n f_y \leq 0,85 f_{ck} b_c t_{cn} \quad (\text{A.94})$$

Pode-se demonstrar que essa condição, em termos de valores de cálculo, pode ser expressa por:

$$\nu \leq \frac{q_2}{1 + q_1} \quad (\text{A.95})$$

onde

$$\nu = \frac{a_{fn} f_y h_{0n}}{0,85 b_c f_{ck} t_{cn} (h_{Fn} + 0,5 t_{cn})} \quad (\text{A.96a})$$

$$\nu = \frac{a_{fn} f_y h_{0n}}{0,85 b_c f_{ck} t_{cn} (h_{Fn} + 0,5 t_{cn})} \frac{\gamma_c}{\gamma_a} \quad (\text{A.96b})$$

para os modelos de estado limite segundo as normas estadunidense e brasileira, respectivamente. Vale lembrar que γ_a e γ_c são os coeficientes de ponderação da resistência do aço e do concreto, respectivamente, e que b_c é uma variável determinística. A seguir, são apresentados os valores que as relações q_1 e q_2 podem apresentar na prática. A relação q_1 encontra-se normalmente dentro do intervalo [0,4 1,0], em função das alturas da forma e da capa de concreto empregadas. Dentro da faixa de utilização, pode-se mostrar que q_2 varia entre 2,5 e 17,0 – apesar da faixa ser ampla, isso tem pouca importância, pois essa relação não interfere de maneira significativa nos valores do índice de confiabilidade – veja-se o capítulo 8.

A.3.9 Plastificação da viga mista – LNFs

Segundo a formulação proposta e os modelos de estado limite da ANSI/AISC 360-05 (2005) e da ABNT NBR 8800 (2008), deve-se ter, respectivamente:

$$\phi_m \left[a_{fn} f_y h_{0n} + 0,85 b_c f_{ck} t_{cn} \left(h_F + \frac{1}{2} t_{cn} \right) \right] - c(\gamma_D D_n + \gamma_L L_n) = 0 \quad (\text{A.97a})$$

$$a_{fn} \frac{f_y}{\gamma_a} h_{0n} + 0,85 b_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} t_{cn} \left(h_F + \frac{1}{2} t_{cn} \right) - c(\gamma_D D_n + \gamma_L L_n) = 0 \quad (\text{A.97b})$$

Pode-se demonstrar que as equações de estado limite são expressas pela equação A.50, onde se deve ter:

$$R(\cdot) = p^* \left[v \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{f^*}{f_y} \frac{h_0^*}{h_{0n}} + \frac{f_c^*}{f_{ck}} \frac{t_c^*}{t_{cn}} \frac{1}{1+q_1} \left(\frac{h_F^*}{h_{Fn}} + q_1 \frac{t_c^*}{t_{cn}} \right) \right] \frac{1}{1+v} \quad (\text{A.98})$$

$$S(\cdot) = \frac{\phi_m}{1,38 \gamma_D / q + \gamma_L} \left(\frac{1,38}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) \quad (\text{A.99a})$$

$$S(\cdot) = \frac{1}{\gamma_a (\gamma_D / q + \gamma_L)} \left(\frac{1}{q} \frac{d^*}{D_n} + \frac{l^*}{L_n} \right) \quad (\text{A.99b})$$

As expressões A.99a e A.99b referem-se aos modelos de estado limite da ANSI/AISC e NBR 8800, respectivamente.

Os cossenos diretores são determinados pelas seguintes expressões:

$$\alpha_P = \left[v \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{f^*}{f_y} \frac{h_0^*}{h_{0n}} + \frac{f_c^*}{f_{ck}} \frac{t_c^*}{t_{cn}} \frac{1}{1+q_1} \left(\frac{h_F^*}{h_{Fn}} + q_1 \frac{t_c^*}{t_{cn}} \right) \right] \frac{1}{1+v} \frac{\delta_P^N V_P^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.100})$$

$$\alpha_{Af} = p^* v \frac{f^*}{f_y} \frac{h_0^*}{h_{0n}} \frac{1}{1+v} \frac{\delta_{Af}^N V_{Af}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.101})$$

$$\alpha_F = p^* v \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{h_0^*}{h_{0n}} \frac{1}{1+v} \frac{\delta_F^N V_F^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.102})$$

$$\alpha_{H_0} = p^* v \frac{a_f^*}{a_{fn}} \frac{f^*}{f_y} \frac{1}{1+v} \frac{\delta_{H_0}^N V_{H_0}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.103})$$

$$\alpha_{F_c} = p^* \left[\frac{t_c^*}{t_{cn}} \frac{1}{1+q_1} \left(\frac{h_F^*}{h_{Fn}} + q_1 \frac{t_c^*}{t_{cn}} \right) \right] \frac{1}{1+\nu} \frac{\delta_{F_c}^N V_{F_c}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.104})$$

$$\alpha_{T_c} = p^* \left[\frac{f_c^*}{f_{ck}} \frac{1}{1+q_1} \left(\frac{h_F^*}{h_{Fn}} + 2q_1 \frac{t_c^*}{t_{cn}} \right) \right] \frac{1}{1+\nu} \frac{\delta_{T_c}^N V_{T_c}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.105})$$

$$\alpha_{H_F} = p^* \frac{f_c^*}{f_{ck}} \frac{t_c^*}{t_{cn}} \frac{1}{1+q_1} \frac{1}{1+\nu} \frac{\delta_{H_F}^N V_{H_F}^N}{\varepsilon} \quad (\text{A.106})$$

Os cossenos diretores referentes às variáveis ação permanente e ação variável permanecem sendo dadas pelas equações A.21a e A.22a (ANSI/AISC), A.21b e A.22b (NBR 8800), respectivamente.

A condição de validade das expressões acima é dada também pelo parâmetro ν , da seguinte forma:

$$\frac{q_2}{1+q_1} \leq \nu \leq \frac{q_2}{1+q_1} \frac{1}{2y_{0n}/h_{0n}-1} \quad (\text{A.107})$$

A segunda inequação refere-se à condição de que a linha neutra não pode se localizar na mesa inferior. Os valores que o parâmetro ν podem apresentar na prática dependem dos perfis, das alturas da forma e da capa de concreto e da largura efetiva da laje, além dos valores da resistência ao escoamento do aço e da compressão do concreto e dos respectivos coeficientes de ponderação. Pode-se mostrar que ν está contido no intervalo entre 0,15 e 30,0 – veja-se no capítulo 8 que esse parâmetro não interfere de maneira significativa nos valores do índice de confiabilidade, a partir de valores superiores a 2,0.

A3

APRESENTAÇÃO DAS FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

Neste anexo serão apresentadas de forma resumida as ferramentas computacionais desenvolvidas para cálculo do índice de confiabilidade via FORM, utilizando-se o algoritmo de *Rackwitz*, modificado por *Ayyub* e *Haldar* [HALDAR e MAHADEVAN (2000)], e da probabilidade de falha via simulação de Monte Carlo [PLAIS e PIMENTA (2008)]. Essas ferramentas foram desenvolvidas no formato de *planilha Excel* em linguagem VBA [MICROSOFT (2000)]. No caso do FORM, para cada estado limite analisado, foi criada uma ferramenta específica, chamada de *BetaForm* seguida da denominação do estado limite. Já no caso da simulação de Monte Carlo, uma única ferramenta foi desenvolvida, a *SimMC*, capaz de simular numericamente a probabilidade de falha para qualquer função explícita das variáveis – o usuário deve informar ao programa quais e quantas são as variáveis (limitadas a, no máximo, vinte), qual a distribuição de probabilidade de cada uma (foram programadas as distribuições normal, lognormal, de *Gumbel* e de *Weibull*) e qual a relação entre elas. Para facilitar a análise, as variáveis, sua distribuição de probabilidade e a função de desempenho de cada estado limite estudado nesta tese foram pré-programadas.

Na ferramenta *BetaForm*, foi utilizada a função *SOLVE* da Excel para realizar os dois ciclos de iteração contidos no algoritmo. Conforme sugerido em HALDAR e

MAHADEVAN (2000), os valores iniciais das coordenadas do ponto de projeto são tomados iguais às médias das variáveis básicas (no caso, normalizadas pelos valores nominais; iguais, portanto, aos coeficientes de tendência) e β é tomado igual a 3,0. Nas figuras A.1 a A.4 são apresentadas algumas imagens ilustrativas dessa ferramenta.

Calcular Beta				Acumulado 7			
				Iterações 2			
δF	1,17	V F	0,065	γD	1,35	αF	0,242416
δP	0,97	V P	0,044	γL	1,50	αP	0,168444
δD_c	1,04	V D_c	0,042	γ_R	1,10	αD_c	0,168073
δD	1,05	V D	0,100	q	2,00	αD	-0,056479
δL	1,00	V L	0,250	β_{inicial}	3,00	αL	-0,934834
δZ	1,03	V Z	0,023			αZ	0,086644
δFN	1,1663	V FN	0,0619	X F	1,1145	Iterações	2
δPN	0,9700	V PN	0,0440	X P	0,9487	β	2,96
$\delta D_c N$	1,0480	V $D_c N$	0,0439	X D_c	1,0251		
δDN	1,0500	V DN	0,1000	X D	1,0676		
δLN	0,3719	V LN	1,6121	X L	2,0316		
δZN	1,0300	V ZN	0,0230	X Z	1,0239	Equação	0,000001

Figura A.1 – Apresentação do BetaForm FLT-Plástica

Calcular Beta		Acumulado 6					
		Iterações 3					
δP	1,00	V P	0,050	v_1	3,00	αP	0,587788
δAf	1,03	V Af	0,018	v_2	0,50	αAf	0,141495
δF	1,17	V F	0,065	γ_n	1,35	αF	0,505801
δH_0	1,00	V H_0	0,020	γ_{R1}	1,10	αH_0	0,083227
δAs	1,00	V As	0,000	γ_{R2}	1,15	αAs	0,000000
δFs	1,10	V Fs	0,050	q0	0,10	αFs	-0,197466
δY	0,80	V Y	0,125	β_{inicial}	3,00	αY	-0,036747
δPLM	1,05	V PLM	0,050			αPLM	-0,484701
δBp	1,00	V Bp	0,020			αBp	-0,076347
δTp	1,04	V Tp	0,022			αTp	-0,168852
δFp	1,17	V Fp	0,065			αFp	-0,249207
$\delta N P$	1,0000	V N P	0,0500	χ	0,5630	Iterações	2
$\delta N Af$	1,0300	V N Af	0,0180	X P	0,8957	β	3,55
$\delta N F$	1,1602	V N F	0,0582	X Af	1,0207		
$\delta N H_0$	1,0000	V N H_0	0,0200	X F	1,0390		
$\delta N As$	1,0000	V N As	0,0000	X H_0	0,9941		
$\delta N Fs$	1,0979	V N Fs	0,0518	X As	1,0000		
$\delta N Y$	0,8000	V N Y	0,1250	X Fs	1,1378		
$\delta N PLM$	1,0500	V N PLM	0,0500	X Y	0,8130		
$\delta N Bp$	1,0000	V N Bp	0,0200	X PLM	1,1403		
$\delta N Tp$	0,9998	V N Tp	0,0223	X Bp	1,0054		
$\delta N Fp$	1,1655	V N Fp	0,0689	X Tp	1,0131		
				X Fp	1,2366	Equação	0,000001

Figura A.2 – Apresentação do BetaForm FLD-LNFI

Calcular Beta						Acumulado	8
						Iterações	2
δF	1,17	$V F$	0,065	γD	1,35	αF	0,277194
δP	1,03	$V P$	0,100	γL	1,50	αP	0,412338
δD_c	1,00	$V D_c$	0,000	γ_R	1,10	αD_c	0,000000
δD	1,05	$V D$	0,100	q	3,00	αD	-0,073027
δL	1,00	$V L$	0,250	$\beta_{inicial}$	3,00	αL	-0,842884
δZ	1,03	$V Z$	0,023	α	0,50	αZ	0,083553
$\delta \Sigma_r$	1,00	$V \Sigma_r$	0,300	σ_{rn}/f_y	0,30	$\alpha \Sigma_r$	-0,174278
δFN	1,1659	$V FN$	0,0614	$X F$	1,1063	Iterações	2
δPN	1,0300	$V PN$	0,1000	$X P$	0,9023	β	3,01
$\delta D_c N$	1,0000	$V D_c N$	0,0000	$X D_c$	1,0000		
δDN	1,0500	$V DN$	0,1000	$X D$	1,0730	Equação	0,000001
δLN	0,4836	$V LN$	1,1528	$X L$	1,8959		
δZN	1,0300	$V ZN$	0,0230	$X Z$	1,0241		
$\delta \Sigma_r N$	1,0000	$V \Sigma_r N$	0,3000	$X \Sigma_r$	1,1571		

Figura A.3 – Apresentação do BetaForm FLM

Calcular Beta						Acumulado	10
						Iterações	2
δP	1,00	$V P$	0,050	γ_D	1,20	αP	0,219809
δA	1,00	$V A$	0,020	γ_L	1,60	αA	0,085323
δF	1,17	$V F$	0,065	γ_R	1,10	αF	0,275508
δY_o	1,00	$V y_o$	0,020	q_1	0,50	αy_o	0,021021
δH_f	1,00	$V H_f$	0,000	q_2	0,50	αH_f	0,000000
δT_c	1,04	$V T_c$	0,022	q	2,00	αT_c	0,024048
δD	1,05	$V D$	0,100	$\beta_{inicial}$	3,00	αD	-0,106616
δL	1,00	$V L$	0,250			αL	-0,925263
δNP	1,0000	$V NP$	0,0500	$X P$	0,9651	Iterações	3
δNA	1,0000	$V NA$	0,0200	$X A$	0,9946	β	3,17
δNF	1,1657	$V NF$	0,0614	$X F$	1,1031		
$\delta N y_o$	1,0000	$V N y_o$	0,0200	$X y_o$	0,9987	Equação	0,000000
$\delta N H_f$	1,0000	$V N H_f$	0,0000	$X H_f$	1,0000		
$\delta N T_c$	1,0400	$V N T_c$	0,0220	$X T_c$	1,0383		
δND	1,0500	$V ND$	0,1000	$X D$	1,0855		
δNL	0,2887	$V NL$	2,1778	$X L$	2,1341		

Figura A.4 – Apresentação do BetaForm VM

Na ferramenta *SimMC*, os números aleatórios de distribuição uniforme foram gerados por meio da função *RND*, sem utilização de semente específica. Para a transformação da distribuição uniforme nas diversas distribuições programadas, foi utilizado o *método da*

transformação inversa – veja-se o capítulo 3. Apresenta-se na figura A.5 uma imagem ilustrativa dessa ferramenta.

Simulação			☐ Monitorar Valores		
Variáveis	12	Casos	FLD - Elastica		
Parâmetros	4		ν_2	1,00	
Gerações	100.000		γ	1,35	
Equação	0,0000		γ_1	1,10	
Executadas	100.000		q	0,083	
Negativos	340				
Falha	0,00340				
Beta	2,71				
COV	0,054				
ε %	10,8				
	Distribuição	δ	V	x_i/x_n	Descrição
1	Normal	1,00	0,050		P_r
2	Normal	1,04	0,039		K_r
3	LogNormal	1,04	0,026		E
4	Normal	1,05	0,028		L_{fi}
5	Normal	1,05	0,050		P_s
6	Normal	1,00	0,000		A_s
7	LogNormal	1,10	0,050		F_{ys}
8	Normal	1,00	0,020		D_o
9	Normal	0,80	0,125		Υ
10	Normal	1,00	0,020		B_p
11	LogNormal	1,04	0,022		T_p
12	LogNormal	1,17	0,065		F_{yp}

Figura A.5 – Apresentação do SimMC

Para averiguar a qualidade da ferramenta *SimMC* e dos números aleatórios gerados, foram utilizados diversos casos apresentados na literatura [ANG e TANG (1984), BARBOSA (2004), BARBOSA *et al.* (2005)], processados com o mesmo número relatado de simulações e com um número bem maior, para reduzir o erro percentual. A tabela A.3 mostra os resultados obtidos em comparação com os apresentados na literatura – n é o número de simulações realizadas, p_{f1} , p_{f2} e p_{f3} significam, respectivamente, as

probabilidades de falha apresentadas na literatura e as calculadas pela SimMC com o mesmo número de simulação e com um número maior. O erro percentual ($\varepsilon\%$) foi calculado pela equação 3.36.

Tabela A.3 – Comparação de resultados de simulação de Monte Carlo

Função de desempenho	n	p_{f1}	p_{f2}	$\varepsilon\%$	n	p_{f3}	$\varepsilon\%$
$X_1 - X_2$	3.000	0,04020	0,03933	18%	200.000	0,03995	3,1%
$X_1^2 / X_2 - 1$	-	3,44E-4	-	-	500.000	3,30E-4	16%
$18,46 - 7,477E4X_1 / X_2^3$	5000	0,00931	0,01080	27%	100.000	0,00975	6,4%
$X_1X_2 - X_3$	50.000	0,00340	0,00310	16%	500.000	0,0304	5,1%
$2,5 - X_1 \left[\frac{X_2}{1 + X_3} X_4 \log \left(\frac{X_5 + X_6}{X_7} \right) \right]$	4.000	0,09600	0,09375	9,6%	40.000	0,09053	3,2%
$X_1X_2X_3X_4^{1,5} - X_5X_6$	20.000	0,02600	0,02420	9,0%	200.000	0,02468	2,8%
$1 - (X_1X_2 + X_3X_2^2 + X_4)$	3.000	0,12800	0,13200	9,4%	30.000	0,13607	2,9%

As probabilidades de falha “exatas” do primeiro e do terceiro exemplos, segundo BARBOSA (2004), são iguais a 0,03985 e 0,00961, respectivamente – os valores encontrados pelo programa *SimMC* (p_{f3}) são praticamente os mesmos. No segundo exemplo, a probabilidade de falha correta é a indicada na tabela, conforme ANG e TANG (1984) – note-se que o valor encontrado pelo programa é muito próximo. No quarto exemplo, para uma probabilidade de falha de 0,0034, o intervalo de 95% de confiança é [0,0029 0,0040], onde se encontram contidos os valores obtidos pelo programa, tanto para 50.000 quanto para 500.000 simulações. O mesmo se dá para os exemplos quinto, sexto e sétimo, cujos intervalos são, respectivamente [0,087 0,105], [0,024 0,029] e [0,116 0,140]. Como se pode perceber, há uma boa concordância entre os valores obtidos na literatura e aqueles calculados pelo SimMC.