

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

Ângelo Almeida Freitas

**METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E VALORES
ADMISSÍVEIS DE PROJETO EM BASE B PARA RESISTÊNCIA DE
LAMINADOS COM FUROS CIRCULARES**

Belo Horizonte
2025

Ângelo Almeida Freitas

**METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E VALORES
ADMISSÍVEIS DE PROJETO EM BASE B PARA RESISTÊNCIA DE
LAMINADOS COM FUROS CIRCULARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Mestre em Engenharia de Estruturas”.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Jr

Coorientador: Prof. Dr. Leonardo de Paula Silva Ferreira

Belo Horizonte
2025

F866m	<p>Freitas, Ângelo Almeida. Metodologia para análise de sensibilidade e valores admissíveis de projeto em base B para resistência de laminados com furos circulares [recurso eletrônico] / Ângelo Almeida Freitas. – 2025. 1 recurso online (89 f. : il., color.) : pdf.</p> <p>Orientador: Carlos Alberto Cimini Júnior. Coorientador: Leonardo de Paula Silva Ferreira.</p> <p>Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.</p> <p>Inclui bibliografia.</p> <p>1. Engenharia de estruturas – Teses. 2. Materiais laminados – Teses. 3. Deformações e tensões – Teses. 4. Mecânica da fratura – Teses. I. Cimini Júnior, Carlos Alberto. II. Ferreira, Leonardo de Paula Silva. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.</p>
	CDU: 624(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS



ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS Nº: 414 DO ALUNO ÂNGELO ALMEIDA FREITAS

Às **9:00** horas do dia **23** do mês de **junho** de **2025**, reuniu-se em ambiente virtual, na Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, a Comissão Examinadora indicada pelo Colegiado do Programa em **26 de maio de 2025**, para julgar a defesa da Dissertação de Mestrado intitulada "**Metodologia para análise de sensibilidade e valores admissíveis de projeto em base B para resistência de laminados com furos circulares**", cuja aprovação é um dos requisitos para a obtenção do Grau de MESTRE EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS na área de ESTRUTURAS.

Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, **Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Jr.**, após dar a conhecer aos presentes o teor das Normas Regulamentares passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores, com a respectiva defesa do candidato. Logo após, a Comissão se reuniu, sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foram atribuídas as seguintes indicações:

- (x) Aprovado
- () Reprovado

O resultado final foi comunicado publicamente ao aluno pelo Presidente da Comissão.

Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ata, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora e pelo aluno.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Jr. - DEES - UFMG (Orientador)
Prof. Dr. Leonardo de Paula Silva Ferreira - FEMTO - ST (Coorientador)
Prof. Dr. Rodrigo Guerra Peixoto - DEES - UFMG
Prof. Dr. Maurício Vicente Donadon - ITA

A aprovação do aluno na Defesa da Dissertação de Mestrado não significa que o mesmo tenha cumprido todos os requisitos necessários para obtenção do DIPLOMA de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Para ciência do aluno:

1. Atesto que as alterações solicitadas pela Comissão Examinadora serão cumpridas no prazo determinado pela banca de **ATÉ 60 dias** corridos.
2. Atesto estar ciente que a versão corrigida da dissertação deverá ser entregue ao Repositório Institucional

A todos que me impulsionaram nesta jornada...

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela oportunidade de ingressar no mestrado em 2022, conduzindo o processo de forma sábia e paciente.

Aos meus pais, Neilton e Maria Lúcia, pelo incentivo e apoio desde o início dos meus estudos em Teófilo Otoni, me direcionando ser a pessoa que sou hoje.

Ao ISQ Brasil, por possibilitar a realização dos estudos e flexibilidade de trabalho ao longo destes anos.

À UFMG, por possibilitar a extensão da pesquisa além da universidade e permitir a troca de conhecimento entre estudantes universitários por meio de participação em congressos.

Ao Carlos Cimini, por acreditar no meu desenvolvimento ao longo do trabalho, ampliar meu conhecimento na área de análise de estruturas e material compósitos, sempre trazendo discussões pertinentes e possibilitando um networking imensurável durante a pesquisa e participação no congresso BCCM7.

Ao Leonardo Ferreira, por agregar este trabalho com técnicas de aprendizado de máquina, ampliando a abordagem do estudo no contexto de saúde estrutural aplicado a materiais compósitos.

A todos os professores, pelo conhecimento compartilhado, possibilitando a aplicação dos conceitos no dia a dia da engenharia.

A todos os meus amigos que estiveram comigo ao longo de todo o processo, apoiando e trazendo palavras de conforto mesmo quando tudo parecia impossível, deixo meus agradecimentos, sem vocês essa conquista seria impossível!

Se eu vi mais longe, foi por estar sobre ombros de gigantes.
(Isaac Newton, 1675)

RESUMO

A crescente demanda por previsões do comportamento de trincas em materiais compósitos tem impulsionado avanços significativos nos estudos de falha, especialmente na área da Mecânica da Fratura Linear Elástica. Os métodos tradicionais fundamentam-se na Teoria Clássica de Laminados e nos critérios de falha de *Tsai-Wu*, que abordam a Falha da Primeira Camada e a Falha da Última Camada, incluindo suas respectivas superfícies de falha. Contudo, a necessidade de múltiplos testes associados a esses métodos resulta em altos custos e demanda significativa de mão de obra. Para contornar essa limitação, foi desenvolvida uma abordagem que utiliza o módulo longitudinal E_1 como único parâmetro para determinar as propriedades elásticas dos laminados. Essa metodologia não apenas simplifica os procedimentos de teste, mas também pode ser expandida para prever a resistência de laminados entalhados sob cargas de tração e compressão. Apesar da eficácia dessa abordagem, ela ainda depende de diversos parâmetros do material, como a resistência longitudinal F_1 e a tenacidade à fratura \mathcal{G}_0 , além de fatores geométricos como o diâmetro D e a largura W . Assim, este estudo visa desenvolver uma modelagem em Mecânica da Fratura Finita para determinar tensões de falha em tração e compressão, comparando e identificando as limitações do método aplicado com a literatura. Também é avaliada a sensibilidade global da tensão de falha, considerando diferentes sistemas de materiais e utilizando índices de Sobol. Por fim, um modelo substituto baseado em aprendizado de máquina é proposto para gerar valores admissíveis de projeto em base B, com o intuito de reduzir os custos computacionais e acelerar o processo de análise. Os resultados indicam que os parâmetros mais influentes dependem do laminado e são governados principalmente pelo diâmetro do furo.

Palavras-chave: materiais compósitos; laminados de furo central; teoria dos invariantes; índices de sobol; modelo substituto.

ABSTRACT

The increasing demand for predictions of crack behavior in composite materials has driven significant advancements in failure studies, particularly in the area of Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM). Traditional methods are based on Classical Laminate Theory (CLT) and the Tsai-Wu failure criteria, which address First Ply Failure (FPF) and Last Ply Failure (LPF), including their respective failure surfaces. However, these methods rely on multiple tests, resulting in significant costs. To overcome this limitation, an approach has been developed using the longitudinal modulus E_1 as a single parameter to determine the elastic properties of laminates. This methodology not only simplifies testing procedures but can also be extended to predict the strength of notched laminates under tensile (Open-Hole Tension - OHT) and compressive (Open-Hole Compression - OHC) loadings. Despite the effectiveness of this approach, it still depends on several material parameters, such as longitudinal strength F_1 and fracture toughness \mathcal{G}_0 , as well as geometric factors like diameter D and width W . Therefore, this study aims to develop a finite fracture mechanics model to determine failure stresses in tension and compression (OHT and OHC), comparing the obtained results with data available in the literature and identifying the limitations of the applied method. The global sensitivity of failure stress is evaluated, considering different material systems and using Sobol indices. Finally, a surrogate model based on machine learning is proposed to generate B-basis design allowable values, aiming to reduce computational costs and accelerate the analysis process. The results indicate that the most influential parameters are laminate-dependent and are mainly governed by the hole diameter.

Keywords: composite materials; notched laminates; invariant-based theory; sobol indices; surrogate modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Comparação entre trinca intralaminar e trinca interlaminar.	21
Figura 2.1 – Fluxograma esquemático geral para prever a resistência OHT e OHC utilizando todas as propriedades da lâmina.	26
Figura 2.2 – Componentes de tensão em uma lâmina unidirecional referidos aos eixos de carga e material.	29
Figura 2.3 – Laminado multidirecional com notação de coordenadas para as lâminas individuais.	30
Figura 2.4 – Forças e momentos atuantes em cada lâmina individual.	32
Figura 2.5 – Critério de Tsai-Wu para uma lâmina genérica.	37
Figura 2.6 – Omni Strain Failure Envelope degradado para CFRP <i>IM7/8552</i> usando o critério de falha Tsai-Wu em LPF. A degradação se aplicou apenas às propriedades elásticas da matriz, ao termo de interação e à resistência à compressão longitudinal.	40
Figura 2.7 – Envelope de Falha Omni Strain em CFRP <i>IM7/8552</i> usando LPF e critério de Círculo Unitário em espaço de deformação principal normalizado.	41
Figura 2.8 – Parâmetros geométricos de um espécime com trinca dupla.	42
Figura 2.9 – Chapa entalhada com um furo circular central.	45
Figura 2.10 – Estrutura do modelo substituto perceptron multicamadas.	51
Figura 2.11 – População de valores de projeto em base B para um conjunto de 5 amostras.	52
Figura 3.1 – Curva \mathcal{R} do laminado quase-isotrópico <i>IM7/8552</i>	58
Figura 3.2 – Fluxograma esquemático do modelo analítico proposto (parte 1).	61
Figura 3.3 – Fluxograma esquemático do modelo analítico proposto (parte 2).	62
Figura 3.4 – Fluxograma para análise valores de projeto em base B	63
Figura 4.1 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o material <i>AS4/8552</i> . Laminado com empilhamento $[45/90/-45/0]_{2s}$ e $D/W = 1/6$	64
Figura 4.2 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o material <i>IM7/8552</i> , utilizando a curva \mathcal{R} como entrada. Laminado com empilhamento $[90/0/-45/45]_{3s}$ e $D/W = 1/6$	65
Figura 4.3 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o material <i>IM7/8552</i> , utilizando \mathcal{G}_0 como entrada. Laminado com empilhamento $[90/0/-45/45]_{3s}$ e $D/W = 1/6$	65
Figura 4.4 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o sistema de material <i>M40JB/ThinPreg 80EP/CF</i> . Laminado com empilhamento $[45/90/-45/0]_{10s}$ e $D/W = 1/6$	66

Figura 4.5 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o sistema de material <i>T700/M21</i> . Laminado com empilhamento $[90/45/0/ - 45]_{3s}$ e $D/W = 1/6$	66
Figura 4.6 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHC para o material <i>AS4/8552</i> . Laminado com empilhamento $[45/90/ - 45/0]_{2s}$ e $D/W = 1/6$	68
Figura 4.7 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHC para o material <i>T800-M21</i> . Laminado com empilhamento $[90/45/0/ - 45]_{3s}$ e $D/W = 1/6$	68
Figura 4.8 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHC para o material <i>T700-AR2527</i> . Laminado com empilhamento $[45/90/ - 45/0]_{6T}$ e $D/W = 1/6$	69
Figura 4.9 – Análise de convergência típica dos índices de Sobol.	70
Figura 4.10–Resultados da análise de sensibilidade global OHT utilizando índices de Sobol para o material <i>IM7/8552</i>	71
Figura 4.11–Resultados da análise de sensibilidade global OHT utilizando índices de Sobol para o material <i>AS4/8552</i>	72
Figura 4.12–Resultados da análise de sensibilidade global OHT utilizando índices de Sobol para o material <i>M40JB/ThinPreg 80EP/CF</i>	72
Figura 4.13–Resultados da análise de sensibilidade global OHT utilizando índices de Sobol para o material <i>T700/M21</i>	73
Figura 4.14–Resultados da análise de sensibilidade global OHC utilizando índices de Sobol para o material <i>AS4/8552</i>	74
Figura 4.15–Resultados da análise de sensibilidade global OHC utilizando índices de Sobol para o material <i>T800/M21</i>	74
Figura 4.16–Resultados da análise de sensibilidade global OHC utilizando índices de Sobol para o material <i>T700/AR2527</i>	75
Figura 4.17–Previsões do modelo substituto de rede neural e erro nos dados de treinamento, validação e teste para o material <i>AS4/8552</i>	76
Figura 4.18–Valores admissíveis de projeto OHT em base B para o laminado <i>IM7/8552</i> . Empilhamento $[90/0/ - 45/45]_{3s}$	77
Figura 4.19–Valores admissíveis de projeto OHT em base B para o laminado <i>AS4/8552</i> . Empilhamento $[45/90/ - 45/0]_{2s}$	78
Figura 4.20–Valores admissíveis de projeto OHT em base B para o laminado <i>M40JB/ThinPreg 80EP/CF</i> . Empilhamento $[45/90/ - 45/0]_{2s}$	79
Figura 4.21–Valores admissíveis de projeto OHT em base B para o laminado <i>T700/M21</i> . Empilhamento $[90/45/0/ - 45]_{3s}$	79
Figura 4.22–Valores admissíveis de projeto OHC em base B para o laminado <i>AS4/8552</i> . Empilhamento $[45/90/ - 45/0]_{2s}$	80

Figura 4.23–Valores admissíveis de projeto OHC em base B para o laminado <i>T700/AR2527</i> .	
Empilhamento $[0/-45/90/45]_{6T}$	80
Figura 4.24–Valores admissíveis de projeto OHC em base B para o laminado <i>T800/M21</i> .	
Empilhamento $[45/90/-45/0]_{2s}$	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Masterply obtida em Tsai e Melo (2014) para fibras carbono-epóxi.	34
Tabela 2.2 – Modelo de degradação para o critério de falha de última lâmina, proposta por Liu e Tsai (1998).	38
Tabela 2.3 – Tenacidade à fratura das lâminas 0° para diferentes sistemas carbono/epóxi.	44
Tabela 3.1 – Módulo de elasticidade longitudinal (E_1), desvio padrão correspondente e o módulo de Tsai para a lâmina, utilizados neste trabalho	55
Tabela 3.2 – Componentes de rigidez normalizados para a sequência de empilhamento $[0/+45/-45/90]$, obtido a partir dos dados de lâmina mestre	55
Tabela 3.3 – Propriedades elásticas de laminados quasi-isotrópicos de diferentes sistemas de carbono/epóxi usando a teoria CLT e módulo de Tsai, e erros relativos.	56
Tabela 3.4 – Resistências longitudinais à tração e à compressão das lâminas, desvio padrão e previsões de falha para laminados quase-isotrópicos de diferentes sistemas carbono/epóxi obtidas pelo critério do Círculo Unitário	57
Tabela 3.5 – Tenacidade à fratura \mathcal{G}_0 dos sistemas materiais adotados neste estudo e desvio padrão obtido para análise de sensibilidade e estimativa de projeto em base B	57
Tabela 3.6 – Valores de largura W e diâmetro do furo D , utilizados na análise de sensibilidade, considerando duas razões D/W : 1/4 e 1/6.	59
Tabela 4.1 – Valores médios e admissíveis de projeto em base B para espécimes entalhados em tração com furos abertos para diferentes diâmetros de furo e materiais	82
Tabela 4.2 – Valores médios e admissíveis de projeto em base B para espécimes entalhados em compressão com furos abertos para diferentes diâmetros de furo e materiais	82

LISTA DE ABREVIACOES

ANN	Artificial Neural Network
Adam	Adaptive moment estimation
CDF	Cumulative Distribution Function
CFRP	Carbon Fiber Reinforced Polymer
CLT	Classical Lamination Theory
CUF	Círculo Unitário de Falha
DEES	Departamento de Engenharia de Estruturas
FFM	Finite Fracture Mechanics
FPF	First Ply Failure
FPZ	Fracture Process Zone
LEFM	Linear Elastic Fracture Mechanics
LPF	Last Ply Failure
MLP	Multilayer Perceptron
OHC	Open-Hole Compression
OHT	Open-Hole Tension
PCE	Polynomial Chaos Expansion
PDF	Probability Distribution Function
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais

LISTA DE SÍMBOLOS

E_1	Módulo de elasticidade longitudinal da lâmina.
E_2	Módulo de elasticidade transversal da lâmina.
G_{12}	Módulo de cisalhamento no plano 1–2.
ν_{12}	Razão de Poisson na direção 1–2.
ν_{21}	Razão de Poisson na direção 2–1.
E_x	Módulo de elasticidade longitudinal do laminado.
E_y	Módulo de elasticidade transversal do laminado.
G_{xy}	Módulo de cisalhamento no plano x–y.
ν_{xy}	Razão de Poisson na direção x–y.
ν_{yx}	Razão de Poisson na direção y–x.
$[Q]$	Matriz de rigidez reduzida no sistema local.
$[Q]_{x,y}$	Matriz de rigidez reduzida transformada para o sistema global.
$[T]$	Matriz de transformação de coordenadas locais para globais.
m, n	Cosseno e seno do ângulo de rotação das fibras.
u	Deslocamento no plano médio na direção x .
v	Deslocamento no plano médio na direção y .
w	Deslocamento fora do plano, na direção normal z .
u_0	Deslocamento do ponto do plano médio na direção x .
v_0	Deslocamento do ponto do plano médio na direção y .
$[C]$	Matriz de rigidez de uma lâmina (formulação geral).
$[A], [B], [D]$	Matrizes de rigidez extensional, acoplamento e flexional.
$[a]$	Matriz de flexibilidade extensional do laminado (inversa de $[A]$).
$[A^*], [D^*]$	Matrizes de rigidez extensional, acoplamento e flexional, normalizados.

h	Espessura total do laminado.
z	Coordenada na espessura relativa ao plano médio.
N_x, N_y, N_{xy}	Forças membrana resultantes no laminado.
M_x, M_y, M_{xy}	Momentos fletores resultantes no laminado.
$\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$	Deformações no plano médio.
$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$	Curvaturas do laminado.
$\sigma_1, \sigma_2, \tau_6$	Tensões principais na lâmina.
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_6$	Deformações principais na lâmina.
Tr	Módulo de Tsai
N	Quantidade de amostras que compõe a lâmina mestre
$[Q^*]$	Tensor mestre, calculado usando módulo de Tsai
F_{1t}, F_{1c}	Resistências à tração e compressão na direção 1.
F_{2t}, F_{2c}	Resistências à tração e compressão na direção 2.
F_6	Resistência ao cisalhamento no plano 1–2.
F_1^L	Resistência do laminado não entalhado.
f_1, f_2	Coefficientes lineares do critério de Tsai–Wu.
f_{11}, f_{22}	Coefficientes quadráticos do critério de Tsai–Wu.
f_{12}, f_{66}	Coefficientes quadráticos do critério de Tsai–Wu.
S_{fa}, S_{fr}	Fatores de segurança obtidos do critério de falha.
E_m	Fator de degradação da matriz de um laminado.
σ_∞	Tensão nominal do laminado entalhado na falha.
a_0	Comprimento inicial da trinca no corpo de prova.
L	Comprimento do corpo de prova.
W	Largura do corpo de prova.
R	Raio do furo central.
l	Extensão da fissura no ponto de falha.

u_∞	Deslocamento correspondente a σ_∞ .
\mathcal{G}_{Ic}	Tenacidade à fratura modo I do laminado.
$\mathcal{G}_{Ic}^{(i)}$	Tenacidade à fratura modo I do sublaminado i .
\mathcal{G}_0	Tenacidade à fratura da lâmina a 0° .
\mathcal{K}_{Ic}	Fator de intensidade de tensão no modo I do laminado.
$\mathcal{K}_{Ic}^{(i)}$	Fator de intensidade de tensão no modo I do sublaminado i .
$\mathcal{K}_{Ic}^{(0)}$	Fator de intensidade de tensão da lâmina a 0° .
$\Omega_0^{(i)}$	Razão entre a tensão do sublaminado i e a tensão de referência da lâmina a 0° .
$\bar{\sigma}^{(i)}$	Tensão equivalente do sublaminado i .
$\bar{\sigma}^0$	Tensão equivalente de referência da lâmina 0° .
$\chi^{(i)}$	Fator de reescalonamento ortotrópico do sublaminado i .
$\chi^{(0)}$	Fator de reescalonamento ortotrópico da lâmina 0° .
$\rho^{(i)}$	Parâmetro de ortotropia do sublaminado i .
$E_x^{(i)}, E_y^{(i)}$	Módulos de elasticidade do sublaminado i nas direções x e y .
$G_{xy}^{(i)}$	Módulo de cisalhamento do sublaminado i .
$\nu_{xy}^{(i)}, \nu_{yx}^{(i)}$	Razões de Poisson do sublaminado i .
$t^{(i)}$	Espessura do sublaminado i .
$\bar{E}^{(i)}$	Módulo equivalente do sublaminado i obtido por combinação ortotrópica.
Y	Fator de correção geométrica para o corpo de prova.
\mathcal{R}_{ss}	Valor em regime permanente da curva \mathcal{R} do laminado.
\mathcal{R}_{ss}^0	Valor em regime permanente da curva \mathcal{R} da lâmina 0° .
Δa	Incremento de comprimento da trinca.
l_{fpz}	Comprimento da zona de processo de fratura (FPZ).
ζ	Parâmetro de ajuste da curva \mathcal{R} .
η	Parâmetro de ajuste da curva \mathcal{R} .

K_T^∞	Fator de concentração de tensão na borda do furo de uma chapa infinita.
K_T	Fator de concentração de tensão com largura finita.
M	Parâmetro auxiliar para cálculo de K_T .
S_i	Índice de Sobol de primeira ordem para a variável i .
S_{ij}	Índice de Sobol de interação entre as variáveis i e j .
Y	Saída escalar do modelo substituto.
Θ	Vetor de variáveis de entrada do modelo.
Θ_{NN}	Vetor de parâmetros da rede neural treinada.
λ	Parâmetro de regularização da rede neural.
τ	Função de ativação de uma rede neural.
N_2, N_3	Número de neurônios nas camadas intermediárias da MLP.
B	Valor admissível de projeto em base B (B-basis).
\bar{x}	Valor médio das amostras ensaiadas (no cálculo do valor admissível).
σ	Desvio padrão amostral dos parâmetros de entrada.
k_B	Fator estatístico associado ao nível de confiança (base B).
n	Número de amostras utilizadas na determinação estatística.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	21
1.2	OBJETIVOS	23
1.2.1	Objetivo Geral	23
1.2.2	Objetivos Específicos	23
1.3	JUSTIFICATIVA	24
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	24
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
2.1	TEORIA CLÁSSICA DE LAMINADOS	27
2.2	TEORIA DOS INVARIANTES	33
2.3	CRITÉRIOS DE FALHA	35
2.3.1	Falha de primeira lâmina (FPF)	35
2.3.2	Falha de última lâmina (LPF)	37
2.3.3	Envelope de falha por deformação Omni	38
2.4	MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR	40
2.4.1	Tenacidade a fratura e curvas R	40
2.4.2	Modelos em mecânica da fratura finita	45
2.5	SENSIBILIDADE GLOBAL E MODELAGEM SUBSTITUTA	46
2.5.1	Análise de sensibilidade	47
2.5.2	Modelo substituto	49
2.6	VALORES ADMISSÍVEIS DE PROJETO EM BASE B	51
3	METODOLOGIA	54
3.1	DESCRIÇÃO DE MATERIAIS	54
3.1.1	Propriedades de laminados usando módulo de Tsai	54
3.1.2	Modelo de falha de última lâmina	55
3.1.3	Tenacidade à fratura	56
3.2	PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DE ENTRADA	58
3.3	DISTRIBUIÇÃO DE PARÂMETROS	59
3.4	FLUXOGRAMA DA ANÁLISE	59
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	64
4.1	VERIFICAÇÃO DO MODELO	64
4.1.1	Tração em furo aberto - OHT	64
4.1.2	Compressão em furo aberto - OHC	68
4.2	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	70
4.2.1	Tração em furo aberto - OHT	71
4.2.2	Compressão em furo aberto - OHC	73
4.3	DESENVOLVIMENTO DO MODELO SUBSTITUTO	75
4.4	ANÁLISE DOS VALORES ADMISSÍVEIS DE PROJETO EM BASE B	76
4.4.1	Tração em furo aberto - OHT	77
4.4.2	Compressão em furos abertos - OHC	80
4.4.3	Resumo dos resultados de projeto em base B	81

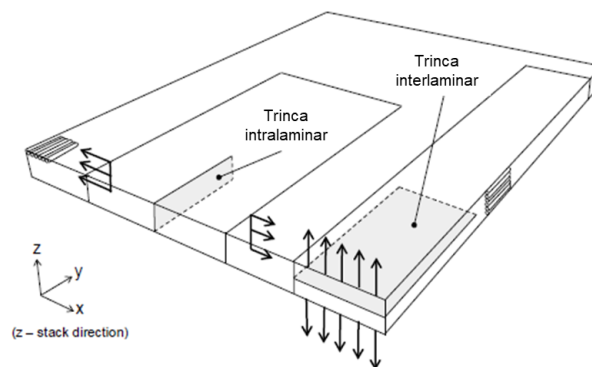
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	83
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	85
	REFERÊNCIAS	87

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O uso de materiais compósitos no desenvolvimento de componentes estruturais, especialmente na indústria aeroespacial, tem se intensificado devido à sua alta rigidez específica, resistência à fadiga, à corrosão e flexibilidade de projeto, aspectos que superam os materiais tradicionais de engenharia (HA; JR, 2018). Com isso, há um crescente esforço no estudo de métodos para prever a falha em compósitos poliméricos, particularmente no âmbito da Mecânica da Fratura Elástica Linear (Linear Elastic Fracture Mechanics - LEFM), para compreender o comportamento de trincas nestas estruturas. Conforme destacado por Catalanotti et al. (2014), este campo de estudo busca determinar, em materiais compósitos, valores de tenacidade à fratura, bem como as curvas de resistência à propagação de trinca, relacionadas ao incremento de comprimento da trinca. Assim, torna-se imprescindível a formulação de mesomodelos que levem em consideração os efeitos da delaminação (trinca interlaminar), em conjunto com os mecanismos de falha do laminado (trinca intralaminar), conforme ilustrado na Figura 1.1.

Figura 1.1 – Comparação entre trinca intralaminar e trinca interlaminar.



Fonte: Adaptado de Czabaj e Ratcliffe (2013).

No estudo de materiais compósitos, a Teoria Clássica de Laminados (Classical Lamination Theory – CLT) desempenha um papel fundamental na análise dos efeitos de entalhes, complementando o LEFM. Um dos principais desafios dessa teoria, no entanto, é a obtenção das constantes de engenharia das lâminas, um processo frequentemente oneroso e demorado. Para contornar essa limitação, estudos recentes têm adotado o Módulo de Tsai — definido como o traço da matriz de rigidez da lâmina — conforme apresentado por Tsai e Melo (2014), além de empregar critérios de Falha de Última Lâmina (Last Ply Failure – LPF) para o desenvolvimento de novos envelopes de falha (TSAI; MELO, 2016). Nesse contexto, a aplicação da Mecânica da Fratura Finita (Finite Fracture Mechanics – FFM) permite integrar resistência e energia em uma

formulação analítica unificada, fornecendo estimativas de resistência à fratura para laminados de Polímero Reforçado com Fibra de Carbono (Carbon Fiber Reinforced Polymer – CFRP) com entalhes.

No contexto da análise de falha, o desenvolvimento de envelopes no espaço das deformações, como proposto por Tsai e Melo (2016), tem se destacado por simplificar a identificação das falhas em laminados. Nessa abordagem, assume-se que as falhas são predominantemente controladas pelas lâminas orientadas a 0° e 90° , com a matriz já degradada, de modo que a ruptura final é governada pela falha longitudinal das fibras — o que contribui para a simplificação do problema.

No caso de laminados entalhados, Catalanotti et al. (2014) ressaltam a importância de se considerar os mecanismos de falha tanto na ponta quanto ao longo da trinca, com o objetivo de prever com maior precisão a fratura de laminados multidirecionais na presença de concentradores de tensão. Os métodos baseados nessa abordagem procuram satisfazer simultaneamente critérios de resistência e de energia, incorporando a tenacidade à fratura. Para tornar essas análises mais acessíveis e confiáveis, destaca-se a necessidade de ensaios experimentais robustos para a obtenção dos parâmetros relevantes, com ênfase na aplicação da lei do efeito de tamanho a corpos de prova duplamente entalhados — conforme estabelecido na teoria de Bažant e Planas (1998), em substituição ao uso de corpos de prova compactos tradicionais.

O domínio da teoria CLT, aliado às diversas metodologias de previsão de falha, permite obter respostas diferenciadas e mais precisas, sendo fundamental para a seleção apropriada da estratégia analítica. Com base em todos os conceitos discutidos, é possível estabelecer um framework para estimar a tensão de falha em corpos de prova laminados com furo aberto, submetidos à tração (Open Hole Tension – OHT) ou à compressão (Open Hole Compression – OHC), utilizando como entrada apenas as propriedades de material - módulo elástico longitudinal E_1 , a resistência uniaxial F_1 e a tenacidade à fratura do laminado \mathcal{G}_0 , e propriedades geométricas - diâmetro do furo D e largura da placa W .

No projeto de estruturas em materiais compósitos, a definição de valores admissíveis de projeto em base B, é essencial para assegurar a segurança e a confiabilidade estrutural, especialmente no contexto da estimativa da tensão de falha. O valor de projeto em base B corresponde à resistência abaixo da qual, com 95% de confiança, no máximo 10% dos dados experimentais se situam, conforme estabelecido por Defense (2002). A determinação precisa dessa grandeza requer o entendimento dos principais fatores que a influenciam, particularmente as propriedades geométricas e mecânicas dos laminados compósitos. Tais parâmetros são determinantes na resistência à falha do material, sobretudo na presença de entalhes, que atuam como concentradores de tensão e intensificam significativamente o risco de ruptura estrutural.

Para avaliar adequadamente a influência de todos os parâmetros de entrada no problema, ferramentas de análise de sensibilidade, como os índices de Sobol, têm sido amplamente empregadas (FERREIRA et al., 2024). Esses índices fornecem uma quantificação detalhada dos efeitos das variâncias dos parâmetros de entrada (como propriedades do material e geometria) sobre os resultados de saída, permitindo assim uma avaliação mais precisa dos valores admissíveis de projeto em base B para configurações entalhadas de laminados CFRP. Essa abordagem considera as incertezas associadas aos parâmetros de entrada, fornecendo uma base mais robusta para o desenvolvimento de projetos estruturais otimizados e seguros. Neste caso, as redes neurais artificiais (Artificial Neural Networks - ANNs) têm sido bastante utilizada para agilizar a obtenção dos resultados.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é integrar análise de sensibilidade e modelagem substituta à metodologia proposta por Catalanotti et al. (2014), que prevê a resistência de laminados CFRP com furo circular, visando estimar, de forma robusta, valores admissíveis de projeto em base B para espécimes OHT e OHC. Essa abordagem considera as incertezas dos parâmetros geométricos e materiais, permitindo identificar os fatores mais influentes e contribuindo para o desenvolvimento de um modelo substituto mais preciso.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Aplicar a teoria CLT, conceitos de lâmina mestre - *Masterply* e módulo de Tsai para modelar o comportamento estrutural de laminados CFRP e obter as propriedades de rigidez do laminado, considerando as interações entre lâminas e sequência de empilhamento;
- Aplicar o critério LPF para estimar um envelope de falha no espaço de deformações normalizadas, capaz de prever a falha do laminado com furo circular;
- Integrar modelos FFM com a análise de fratura intralaminar, a fim de prever a resistência de laminados em materiais entalhados com furo central;
- Utilizar métodos de análise de sensibilidade - índices de Sobol, para quantificar a influência dos parâmetros de entrada (geométricos e materiais) na tensão de falha dos laminados compósitos entalhados com furo central;
- Desenvolver modelos substitutos baseados em técnicas de aprendizado de máquina, com o objetivo de reduzir os custos computacionais na análise de resistência e fratura, mantendo a precisão dos resultados;
- Calcular os valores admissíveis de projeto em base B, a partir das incertezas nos parâmetros de entrada para configurações entalhadas de diferentes laminados CFRP, utilizando

dados disponíveis na literatura.

1.3 JUSTIFICATIVA

Segundo Camanho et al. (2012), a indústria aeronáutica busca métodos capazes de prever, de forma precisa, fisicamente fundamentada e rápida, a resistência de laminados entalhados com concentrações de tensão. No entanto, esses estudos frequentemente dependem de modelos implícitos não lineares de elementos finitos, que enfrentam problemas de convergência e requerem malhas muito refinadas nas regiões próximas aos furos. Isso eleva significativamente o custo computacional, tornando o processo lento e inviável para a otimização de detalhes estruturais, como furos e outros entalhes em aeronaves.

Diante desse contexto, este trabalho justifica-se pela necessidade de acelerar a avaliação de laminados com furos circulares, amplamente utilizados na indústria aeronáutica. Para isso, integra-se a metodologia proposta por Catalanotti et al. (2014) com técnicas de análise de sensibilidade e o emprego de modelo substituto, construído utilizando rede neural. O uso de índices de sensibilidade, como os de Sobol, possibilita uma compreensão mais profunda do impacto das variáveis de entrada no comportamento de falha, permitindo a determinação de valores admissíveis de projeto em base B com maior precisão. Tais valores são fundamentais para assegurar a segurança e a confiabilidade em projetos de alto desempenho, especialmente em setores nos quais eventuais falhas podem ter consequências severas.

Além disso, o desenvolvimento de modelos substitutos baseados em aprendizado de máquina surge como uma solução promissora para reduzir o elevado custo computacional das simulações tradicionais, sem comprometer a precisão dos resultados. Essa abordagem não apenas acelera o processo de desenvolvimento, como também permite a análise de um número maior de cenários, aumentando a robustez e a confiabilidade do projeto final.

Assim, o presente trabalho busca preencher uma lacuna na engenharia de materiais compósitos, ao propor uma metodologia integrada que contribui simultaneamente para a previsão de falhas e para a otimização computacional, fortalecendo a aplicação de laminados CFRP em projetos estruturais críticos.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em 5 capítulos:

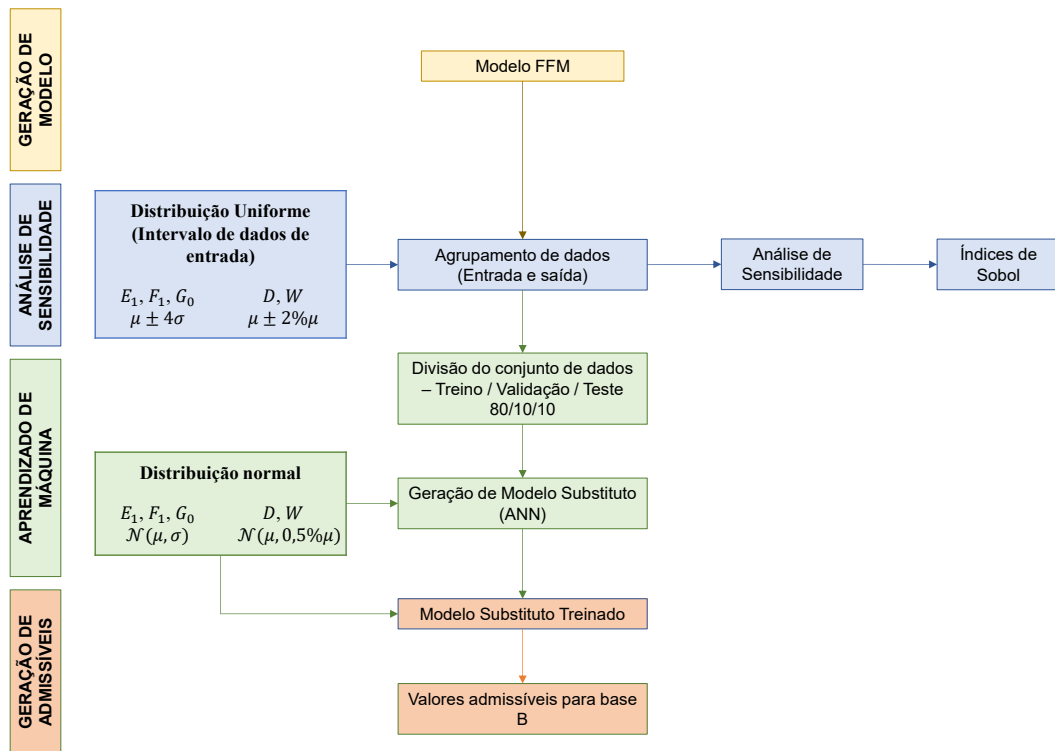
- Introdução (presente capítulo): Apresenta o contexto geral da pesquisa, os objetivos do estudo, a justificativa para a realização do trabalho e as contribuições esperadas.

- **Fundamentação Teórica (capítulo 2):** Fornece a base teórica necessária para o desenvolvimento do estudo, abordando temas como a teoria CLT, a teoria dos invariantes, critérios de falha em compósitos, o FFM, análise de sensibilidade, modelo substituto e valores de projeto em base B.
- **Metodologia (capítulo 3):** Detalha a abordagem metodológica adotada, incluindo a descrição dos materiais utilizados, a análise das propriedades dos laminados, a modelagem de falha, a validação do modelo analítico e do modelo substituto.
- **Resultados e Discussões (capítulo 4):** Apresenta os resultados obtidos a partir das análises realizadas, discutindo suas implicações e comparando-os com a literatura existente.
- **Considerações finais (capítulo 5):** Conclui o trabalho, resumindo os principais pontos e sugerindo direções para pesquisas futuras.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção descreve toda a fundamentação teórica que norteia a obtenção da resistência de falha do laminado com furo circular, σ_{∞} , sujeito à tração (OHT) ou à compressão (OHC), bem como toda a metodologia para a realização da análise de sensibilidade e obtenção de admissíveis de projeto em base B. O procedimento geral está representado esquematicamente no fluxograma mostrado na Figura 2.1 e descrito a seguir.

Figura 2.1 – Fluxograma esquemático geral para prever a resistência OHT e OHC utilizando todas as propriedades da lâmina.



Fonte: Próprio autor.

- **Geração do Modelo FFM:** O processo inicia-se com a compreensão da teoria CLT, da teoria dos invariantes e do conhecimento dos critérios de falha, importantes na aplicação do modelo FFM, fundamentado na teoria LEFM. O modelo utiliza como entradas as propriedades da lâmina, E_1 , F_1 , G_0 , bem como as dimensões do laminado, D e W , e fornece como saída a resistência OHT ou OHC, representada por σ_{∞} .
- **Análise de Sensibilidade:** Os parâmetros de entrada do modelo FFM são amostrados a partir de distribuições uniformes em torno dos valores médios experimentais reportados na literatura. Em seguida, os valores de saída do modelo FFM são utilizados em uma análise de sensibilidade global empregando os índices de Sobol.

- **Aprendizado de máquina:** Os parâmetros de entrada e os valores de σ_∞ são então organizados em conjuntos de treinamento, validação e teste para treinar um modelo substituto baseado em rede neural.
- **Geração de admissíveis:** Para avaliar os valores admissíveis em base B, os parâmetros de entrada $E_1, F_1, \mathcal{G}_0, D$ e W são amostrados a partir de distribuições normais baseadas nos valores experimentais. Em seguida, o modelo substituto é treinado para determinar os valores admissíveis de projeto em base B.

Os fundamentos teóricos necessários para o desenvolvimento do estudo estão apresentados nas seções seguintes.

2.1 TEORIA CLÁSSICA DE LAMINADOS

A teoria CLT, descrita nesta seção, foi baseada no livro Daniel e Ishai (2006), juntamente com as notas de aula de Almeida (2017).

No âmbito deste trabalho, define-se que os materiais compósitos são constituídos de lâminas, que são camadas de fibras unidirecionais incorporadas em uma matriz. Para representar uma lâmina, é possível descrevê-la como um material anisotrópico geral com o uso da lei de Hooke generalizada:

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \quad (2.1)$$

onde $\{\sigma\}$, $\{\varepsilon\}$ e $[C]$ representam, respectivamente, o vetor de tensões, o vetor de deformações e matriz de rigidez de uma lâmina. Devido à simetria dos tensores de tensão e deformação, a matriz $[C]$ pode ser escrita em 36 constantes elásticas independentes. Por outro lado, ao adotar a hipótese de simetria em relação a dois planos, automaticamente se pressupõe a existência de simetria em relação a um terceiro plano, o que reduz o número necessário de constantes para 9 em relação a um material composto específico. No contexto de uma lâmina de material composto ortotrópico sujeita a um estado plano de tensões, a relação constitutiva em termos das constantes elásticas no sistema de coordenadas do material (tensões no eixo, on-axis) é escrita como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

Onde a matriz de rigidez $[Q]$ é a matriz constitutiva, descrita pelos elementos Q_{11} , Q_{12} , Q_{21} , Q_{66} , escrita como função das constantes de engenharia, como segue:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.3)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.4)$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.5)$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (2.6)$$

onde E_1 e E_2 são, respectivamente, os módulos de elasticidade longitudinal e transversal (nas direções 1 e 2), ν_{12} e ν_{21} representam as razões de Poisson, sendo ν_{12} a deformação na direção transversal (direção 2) devido a uma tensão aplicada na direção longitudinal (direção 1), e ν_{21} o seu análogo. O parâmetro G_{12} corresponde ao módulo de cisalhamento elástico no plano 12. Esses parâmetros somam um total de cinco constantes de engenharia, necessárias para caracterizar uma lâmina. No entanto, com a aplicação da relação de Poisson, conforme mostrado na equação a seguir, a caracterização pode ser reduzida a quatro constantes:

$$\nu_{21} = \frac{E_2\nu_{12}}{E_1} \quad (2.7)$$

Para qualquer outro sistema de coordenadas onde as direções x e y são paralelas ao plano da lâmina, as tensões fora do eixo (off-axis) podem ser obtidas:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{Bmatrix} = [Q]_{x,y} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

onde $[Q]_{x,y}$ na equação 2.8 é a matriz constitutiva no sistema global:

$$[Q]_{x,y} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{sx} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{sy} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

A matriz $[Q]_{x,y}$ é obtida por manipulação matemática a partir da transformação da matriz local $[Q]$ para o eixo global:

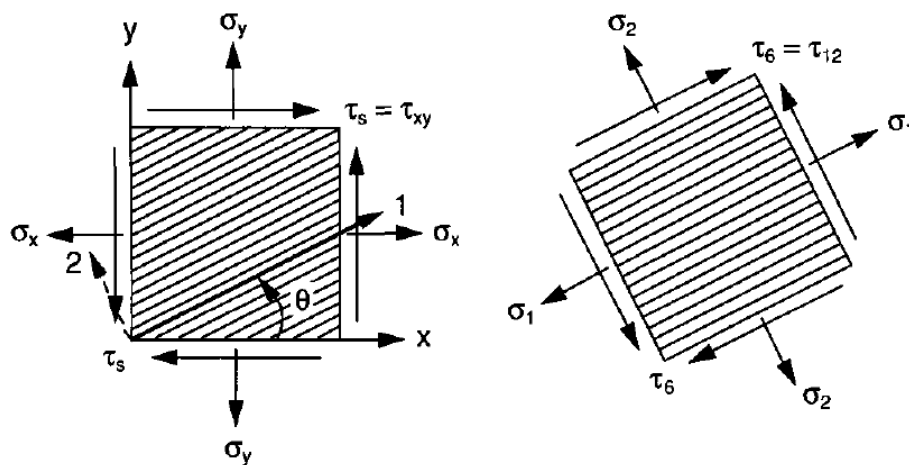
$$[Q]_{x,y} = [T]^{-1}[Q][T] \quad (2.10)$$

onde $[T]$ na equação 2.10 é a matriz de transformação de coordenadas local para global:

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Na equação 2.11, $m = \cos(\theta)$ e $n = \sin(\theta)$, onde θ é um ângulo medido no sentido anti-horário do eixo x ao eixo 1, apresentado na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Componentes de tensão em uma lâmina unidirecional referidos aos eixos de carga e material.



Fonte: Daniel e Ishai (2006).

Um laminado, neste contexto, é formado por lâminas empilhadas em orientações pré-definidas em projeto, sendo descrito pelas características de cada lâmina que o compõe. Além disso, ele pode ser constituído por lâminas de materiais diversos, o que resulta em um laminado híbrido. Para laminados utilizados em peças que sofrem cargas que envolvem membranas e flexão, é uma prática habitual representar esses laminados por meio de equações que descrevem o comportamento de placas. Usando as equações formuladas até este ponto, é possível calcular a tensão para qualquer lâmina específica, identificada como *ply*, em um material compósito:

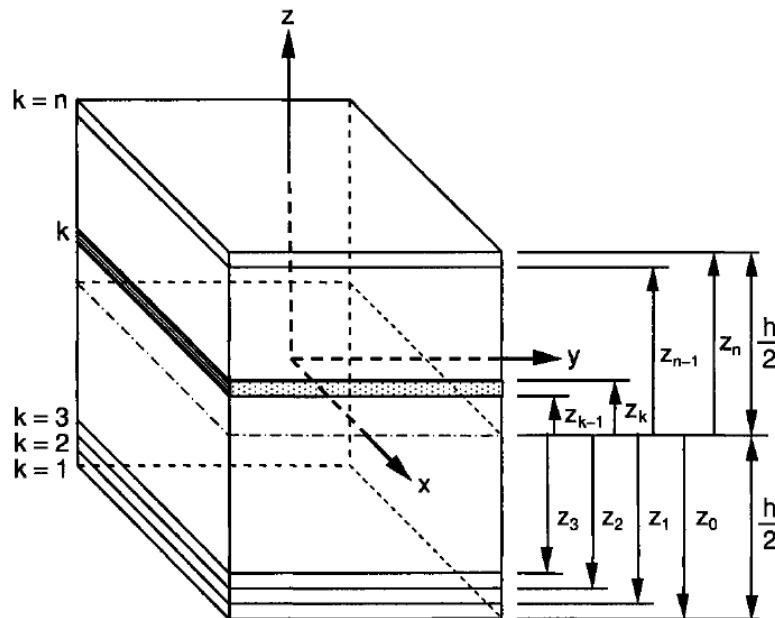
$$\{\sigma\}_{x,y}^k = [Q]_{x,y}^k \{\epsilon\}_{x,y}^k \quad (2.12)$$

Onde ε é a deformação associada a uma lâmina k -ésima, escrita em termos da deformação de membrana, $\{\varepsilon^0\}$ e curvatura $\{\kappa\}$:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

O parâmetro z na equação 2.13 representa a posição da lâmina k em relação à linha central do laminado e a notação 0 indica que a deformação está sendo avaliada na posição em que z é igual a zero (deformações e curvaturas do plano médio), conforme ilustrado na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Laminado multidirecional com notação de coordenadas para as lâminas individuais.



Fonte: Daniel e Ishai (2006).

As informações de deformação do plano de referência ε e as curvaturas do laminado κ , expressas na Equação 2.13, que representam as parcelas de deformação em qualquer ponto do laminado, podem ser obtidas considerando-se a lâmina como uma placa fina segundo a teoria de Kirchhoff-Love. Conforme definido por (OñATE, 2013), uma placa é um sólido plano cuja espessura é muito menor que suas demais dimensões, de modo que o plano médio se encontra equidistante das faces inferior e superior. Esse plano é adotado como plano de referência ($z = 0$) para a formulação das equações cinemáticas no plano. Para essa modelagem, adotam-se as seguintes hipóteses:

1. **Deslocamento vertical no plano médio:** Nos pontos pertencentes ao plano médio ($z = 0$), tem-se $u = v = 0$; ou seja, esses pontos deslocam-se apenas na direção vertical.

2. **Invariância da espessura:** Os pontos ao longo de uma linha normal ao plano médio apresentam o mesmo deslocamento vertical, não havendo variação de espessura durante a deformação.
3. **Tensão plana:** A tensão normal σ_z é considerada desprezível.
4. **Ortogonalidade das normais:** Uma linha reta normal ao plano médio indeformado permanece reta e normal ao plano médio deformado.

Assim, a partir das hipóteses apresentadas, as seguintes relações cinemáticas são obtidas:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x^o &= \frac{\partial u_o}{\partial x} \\ \varepsilon_y^o &= \frac{\partial v_o}{\partial y} \\ \gamma_{xy}^o &= \gamma_s^o = \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x}\end{aligned}\quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}\kappa_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \kappa_{xy} &= \kappa_s = -\frac{2\partial^2 w}{\partial x \partial y}\end{aligned}\quad (2.15)$$

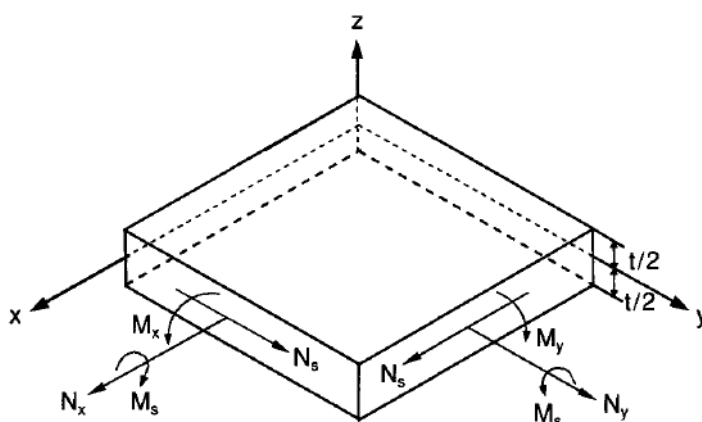
Considerando as curvaturas e as deformações do plano de referência previamente obtidas, é necessário determinar individualmente as cargas em cada lâmina e, em seguida, somá-las para calcular as forças e os momentos totais resultantes no laminado:

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ss} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \\ &\cdot \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix}_k + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{Bmatrix}_k \right) dz\end{aligned}\quad (2.16)$$

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \cdot \left(\begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix}_k + z \begin{pmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{pmatrix}_k \right) z dz \quad (2.17)$$

Na Figura 2.4, as direções de cada força e momento resultante são definidas para uma lâmina.

Figura 2.4 – Forças e momentos atuantes em cada lâmina individual.



Fonte: Daniel e Ishai (2006).

Para uma representação mais precisa da equação constitutiva aplicada a laminados, é usual definir as matrizes $[A]$, $[B]$ e $[D]$ que são, respectivamente, a rigidez de extensão do laminado, a rigidez flexão + extensão (nula para compósitos simétricos) e a rigidez de flexão. Essas matrizes são determinadas com base nas propriedades elásticas do material, na espessura das camadas individuais e na orientação das lâminas:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k (z_k - z_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Os termos i e j na equação 2.18 se referem aos eixos (x,y) e a componente de cisalhamento s , contabilizado em cada lâmina k . Com isso, torna-se possível definir as forças e momentos, atuantes no laminado:

$$\begin{bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\varepsilon^0\} \\ \{\kappa\} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

2.2 TEORIA DOS INVARIANTES

Uma abordagem baseada em invariantes foi proposta para descrever as propriedades elásticas de laminados no estado plano de tensões. Esta abordagem, proposta por Tsai e Melo (2014), utiliza o traço do tensor $[Q]$ (também chamada de módulo de Tsai) como uma constante específica do material, multiplicando o termo Q_{66} da equação 2.2 por 2.

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

A ideia central é estabelecer uma lâmina mestre (denominada *Masterply*), calculada a partir da média dos elementos normalizados do tensor $[Q]$, que é obtido a partir de um banco de dados de materiais. Com isso, uma vez conhecida as constantes elásticas da lâmina (E_1 , E_2 , G_{12} e ν_{12}), é possível calcular o tensor $[Q]$ e conseqüentemente, o módulo de Tsai, a partir das Equações 2.3 a 2.7.

Esta lâmina mestre varia conforme os tipos de fibras, como vidro, carbono ou boro, e as matrizes, como epóxi, poliéster ou vinil. Ha e Jr (2018) destaca que as fibras de carbono CFRPs contínuas e matriz de epóxi apresentaram a menor variação nos coeficientes entre as amostras testadas, quando comparada às fibras de vidro.

Cada elemento Q_{ij}^* do tensor da lâmina mestre é definido como a média do elemento correspondente Q_{ij} , previamente normalizado utilizando o módulo de Tsai, considerando que todas as lâminas têm a mesma espessura:

$$Q_{ij}^* = \frac{\sum_{n=1}^N \frac{Q_{ijn}}{Tr}}{N} \quad (2.21)$$

Na equação 2.21, Q_{ijn} se trata do elemento do tensor $[Q]$ da equação 2.20, Q_{ij}^* é um elemento do tensor mestre $[Q^*]$, Tr é o módulo de Tsai para uma lâmina de material específico ($Tr(Q_n)$) e N é a quantidade de diferentes materiais que compõem a lâmina mestre.

Em complemento, também é possível determinar a soma dos elementos na diagonal de um material composto a partir da normalização dos tensores de rigidez em plano $[A^*]$ e em flexão $[D^*]$:

$$\begin{aligned} [A^*] &= \frac{[A]}{h} \\ [D^*] &= 12 \frac{[D]}{h^3} \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde h representa a espessura do laminado. Além disso, o somatório dos elementos na diagonal dos tensores $[A^*]$ e $[D^*]$ deve ser equivalente ao do tensor $[Q]$, desde que a notação da Equação 2.20 seja empregada.

De acordo com Tsai e Melo (2014), ao normalizar os elementos de $[Q]$ utilizando o módulo de Tsai ($Tr(Q)$), a maioria dos CFRPs apresenta valores muito semelhantes entre si. Especificamente, o módulo de rigidez longitudinal teve um coeficiente de variação próximo a 1,5% entre os CFRPs considerados no estudo. Outros componentes da matriz de rigidez apresentaram variações na faixa de 10,9% a 16,4%. Calculando a média desses valores normalizados individuais (Q_{xx}^* , Q_{xy}^* , Q_{yy}^* e Q_{ss}^*), é possível caracterizar a lâmina mestre.

A Tabela 2.1 indica os valores de lâmina mestre, apresentada em Tsai e Melo (2014). É importante destacar que os resultados divulgados pelos autores foram obtidos a partir de materiais sob temperatura ambiente e em um ambiente seco.

Tabela 2.1 – Masterply obtida em Tsai e Melo (2014) para fibras carbono-epóxi.

Material	Q_{xx}^*	Q_{xy}^*	Q_{yy}^*	Q_{ss}^*	tr
Masterply	0,8815	0,0499	0,0164	0,0342	1,0

Visto que, para as fibras de carbono reforçadas, examinadas por Tsai e Melo (2014), a rigidez ao longo da fibra é responsável por cerca de 88% do traço para os compósitos unidirecionais de carbono/epóxi (elemento Q_{xx}^* da Tabela 2.1), é aceitável considerar uma aproximação do módulo de Tsai como segue:

$$tr[Q] = \frac{E_1}{Q_{xx}^*} \quad (2.23)$$

Desta forma, utilizando a lâmina mestre e o módulo calculado pela equação 2.23, torna-se possível encontrar os componentes de rigidez da lâmina e por fim, aplicando a teoria CLT, pode-se obter as constantes elásticas da lâmina E_1 , E_2 , G_{12} e ν_{12} a partir da lâmina universal 0° utilizando somente E_1 como entrada de material.

2.3 CRITÉRIOS DE FALHA

A determinação da carga que levará ao colapso de um laminado é um tema amplamente discutido, sendo destaque duas metodologias distintas: a falha da primeira lâmina (FPF - First Ply Failure) e a falha da última lâmina (LPF - Last Ply Failure). A primeira abordagem é conservadora e assume que, após a falha da primeira lâmina, o compósito não suportará mais carga, o que pode resultar em estruturas superdimensionadas. A segunda abordagem, por sua vez, utiliza um modelo de falha progressiva, no qual o compósito é carregado em etapas. Em cada uma delas, as lâminas são verificadas individualmente, levando-se em conta os fatores de degradação que reduzem a contribuição das camadas com falhas para a rigidez e resistência totais (ALMEIDA, 2017).

Tsai e Melo (2016) propuseram uma abordagem baseada em invariantes, com o objetivo de definir uma propriedade de resistência independente da orientação das lâminas do laminado. Utilizando um critério de falha polinomial definido no espaço de deformação, os autores estabeleceram uma Envoltória de Falha Omni de Deformação para um laminado com diversas orientações de camadas, na qual é selecionada a lâmina controladora em cada orientação do espaço de deformação.

2.3.1 Falha de primeira lâmina (FPF)

O critério FPF apresenta uma aplicação simples porém conservadora, uma vez que estabelece que a falha de um laminado, sob um determinado carregamento, é calculada identificando a camada com o índice de falha mais elevado. Além disso, esse critério pode indicar falha na direção transversal de uma única camada, o que pode ocorrer em cargas muito inferiores à carga de ruptura do próprio laminado.

Em geral, a falha de uma camada acarreta mudanças em suas propriedades mecânicas, além de causar a redistribuição de cargas para as outras camadas, podendo desencadear a falha de outras lâminas. A ruptura final do laminado ocorre quando uma sequência instável de falhas se desenvolve, resultando na falha de todas as camadas em sequência. Este processo representa um desafio fundamental na análise de laminados, visto que a interação complexa entre as camadas pode levar a cenários de falha altamente variados e, em última instância, à sua falha completa (ALMEIDA, 2017).

Para a abordagem FPF, o critério de falha selecionado é aplicado ao estado de tensão em cada camada separadamente com o uso da teoria de tensor polinômio iterativo Tsai-Wu:

$$f_i \sigma_i + f_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (2.24)$$

Onde f_i e f_{ij} são os tensores de segunda e quarta ordem, respectivamente, para um estado de tensões σ_i e σ_j . Assim, é assumida a existência de falha superficial no espaço de tensões.

Com isso, para um estado de tensão $(\sigma_1, \sigma_2, \tau_6)$ em uma lâmina k , o estado de tensão na falha da mesma lâmina é representado por $S_k(\sigma_1, \sigma_2, \tau_6)$, onde S_k é o fator de segurança para a camada k . A substituição do estado de tensão crítico (de falha) no critério de falha Tsai-Wu resulta em:

$$aS_{fk}^2 + bS_{fk} + c = 0 \quad (2.25)$$

Onde $c = -1$ e a e b são definidos pelas equações que seguem:

$$a = f_{11}\sigma_1^2 + f_{22}\sigma_2^2 + f_{66}\tau_6^2 + f_{12}\sigma_1\sigma_2 \quad (2.26)$$

$$b = f_1\sigma_1 + f_2\sigma_2 \quad (2.27)$$

$$f_1 = \frac{1}{F_{1t}} - \frac{1}{F_{1c}} \quad (2.28)$$

$$f_2 = \frac{1}{F_{2t}} - \frac{1}{F_{2c}} \quad (2.29)$$

$$f_{11} = \frac{1}{F_{1t}F_{1c}} \quad (2.30)$$

$$f_{22} = \frac{1}{F_{2t}F_{2c}} \quad (2.31)$$

$$f_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{f_{11}f_{22}} \quad (2.32)$$

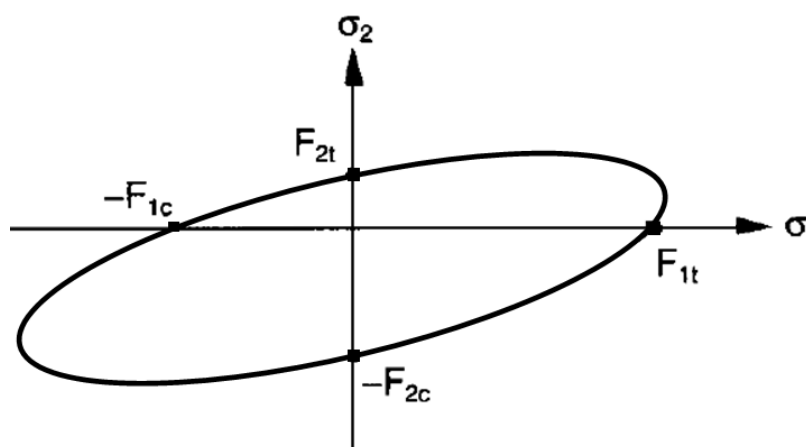
$$f_{66} = -\frac{1}{F_6^2} \quad (2.33)$$

Neste caso, F_{1t} , F_{1c} , F_{2t} , F_{2c} e F_6 são as resistências a tração (índice t), à compressão (índice c) e ao cisalhamento (índice 6) do material estudado. Com isso, a determinação da falha do laminado (em uma das lâminas), ocorre a partir da minimização de S_{fk} :

$$\begin{cases} S_{fa} = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4a}}{2a} \\ S_{fr} = \left| \frac{-b - \sqrt{b^2 + 4a}}{2a} \right| \end{cases} \quad (2.34)$$

Algumas das vantagens do critério Tsai-Wu sobre os outros critérios é que ele possui um ajuste de curva mais preciso aos dados experimentais, além de ser invariante sob rotação do sistema de coordenadas e possui propriedades de simetria semelhantes às dos módulos de rigidez e flexibilidade. Entretanto, são desvantagens as limitações como a dificuldade em diferenciar tração e compressão, a incapacidade de indicar o modo específico de falha, necessidade de muitos dados experimentais e a suposição de comportamento homogêneo durante as análises. (DANIEL; ISHAI, 2006). A envoltória geral do critério Tsai-Wu é mostrada na Figura 2.5.

Figura 2.5 – Critério de Tsai-Wu para uma lâmina genérica.



Fonte: Daniel e Ishai (2006).

2.3.2 Falha de última lâmina (LPF)

O critério LPF ou falha progressiva é conhecido por sua complexidade de aplicação, contudo, ele oferece uma abordagem mais precisa na estimativa da carga de fratura de um laminado. Segundo Almeida (2017), este critério estipula que o laminado somente falha quando todas as camadas do material colapsam de acordo com os critérios de falha específicos para as lâminas em estudo. Isso implica na realização de uma análise estrutural não linear, a fim de capturar adequadamente o comportamento das camadas e prever seu colapso sob cargas complexas. Para o seu cálculo, torna-se necessário definir um modelo de degradação das lâminas falhadas, que reduzem a contribuição de cada lâmina danificada para a rigidez e resistência globais quando identificada a falha durante o processo iterativo.

Liu e Tsai (1998) desenvolveram um critério que considera a direção da deformação transversal em cada camada ao falhar, distinguindo entre falhas nas fibras ou na matriz ao atingir o critério de falha. Se for positiva (indicando tração na camada), considera-se falha na matriz; caso negativa, assumem uma falha nas fibras. Com base nisso, aplicam fatores de degradação para representar com precisão as mudanças na rigidez, multiplicando esses fatores pelas propriedades elásticas correspondentes, como mostrado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Modelo de degradação para o critério de falha de última lâmina, proposta por Liu e Tsai (1998).

Propriedade	Fator de degradação da matriz	Fator de degradação da fibra
E_1	1	0,1
E_2	0,15	0,1
G_{12}	1	0,1
ν_{12}	0,15	0,1
ν_{21}	0,15	0,1

Neste caso, cada lâmina permite apenas uma falha na matriz e nas fibras. Os fatores de degradação para a falha das fibras anulam a rigidez da lâmina, tornando redundante uma eventual falha da matriz. No entanto, se a matriz falhar antes das fibras, a lâmina ainda contribuirá com rigidez na direção das fibras até falhar. Incertezas associadas à falha de materiais compostos reduzem a sensibilidade do envelope final LPF aos valores dos fatores na Tabela 2.2.

Em geral, os estudos de LPF, como destacado por Tsai, Falzon e Aravand (2023), são comprovados experimentalmente, ao contrário do critério de FPF, cuja observação direta é mais difícil, tornando o LPF mais aplicável na prática. Além disso, é importante lembrar que, nesse contexto, a falha na última lâmina é controlada por um laminado do tipo [0/90], formado por camadas cruzadas a 0° e 90°, cuja razão de Poisson efetiva é praticamente nula. Assim, $A_{11} = E_1$, resultando em uma tensão uniaxial ao longo do eixo x no espaço de tensão que implica em uma deformação uniaxial no espaço de deformação. Isso torna o laminado mais apropriado para medir a resistência a tração e compressão em qualquer estudo.

2.3.3 Envelope de falha por deformação Omni

Envelopes de falha são gráficos que representam como os materiais podem falhar, sendo geralmente construídos no espaço de tensão ou deformação. Neste caso, os envelopes podem variar dependendo do laminado específico (TSAI; MELO, 2016):

$$\sigma_i = \frac{1}{h}[A]\{\varepsilon\} \quad (2.35)$$

Onde σ_i representa a tensão no laminado, h é a espessura total do laminado, e $[A_{ij}]$ é a matriz de rigidez do laminado, definida com base na teoria CLT e utilizando as propriedades elásticas degradadas da lâmina para o cálculo.

Embora os envelopes de falha sejam comumente construídos no espaço de tensões — sendo específicos para cada configuração de laminado —, é possível construí-los também no espaço de deformações, com base no critério de Falha da Última Lâmina, tornando-os independentes da sequência de empilhamento e, portanto, do material do laminado como um todo.

Tsai e Melo (2016) propuseram um método baseado em invariantes para a previsão de falha em laminados compostos. Esse método permite a construção de envelopes de falha no espaço de deformações que são independentes da sequência de empilhamento das lâminas, denominados *Omni Strain Failure Envelopes*. Esses envelopes simplificam a análise, eliminando a necessidade de avaliações camada por camada, e podem ser gerados a partir das propriedades elásticas e de resistência de lâminas individuais.

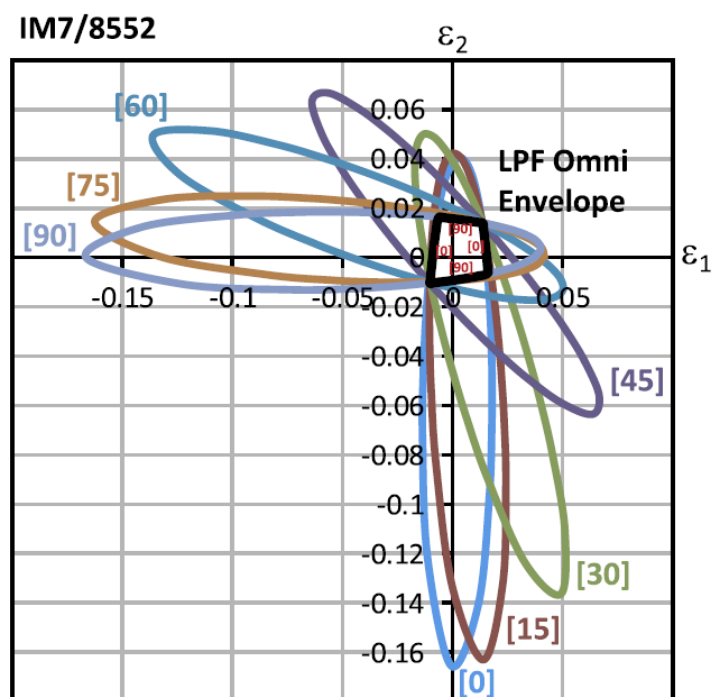
Além disso, esses envelopes podem ser obtidos com base no critério LPF, sendo particularmente aplicáveis a compósitos poliméricos reforçados com fibras de carbono. Nesse contexto, a falha estrutural é controlada pela ruptura longitudinal das lâminas orientadas a 0° e 90° , considerando-se que a matriz já se encontra degradada, o que simplifica ainda mais a modelagem, já que a falha final é governada por mecanismos dominados pelas fibras.

A Figura 2.6 apresenta o envelope gerado para o material compósito *IM7/8552*, utilizando o critério de falha de Tsai-Wu sob a abordagem LPF. A degradação foi aplicada apenas às propriedades elásticas governadas pela matriz (E_2 , G_{12} , ν_{12}), ao termo de interação $F_{12} = \frac{1}{2}$, e à resistência à compressão longitudinal (F_{1c}). Para isso, foi adotado um fator de degradação da matriz de $E_m = 0,15$.

Para simplificar ainda mais a análise, é possível aproximar os envelopes de falha utilizando o chamado Círculo Unitário de Falha no espaço das deformações principais, construído a partir das deformações uniaxiais de tração e compressão até a falha (ϵ_{1T} e ϵ_{1C} , respectivamente), conforme ilustrado na Figura 2.7.

Enquanto os *Omni Strain Failure Envelopes* requerem uma caracterização completa da lâmina, o envelope baseado no Círculo Unitário pode ser definido exclusivamente a partir das deformações longitudinais de tração e compressão até a falha de uma lâmina unidirecional (UD), sendo gerado sem a necessidade de informações associadas aos modos de falha dominados pela matriz. Dessa forma, a caracterização da lâmina, que tradicionalmente exigiria diversos ensaios em diferentes configurações de laminados, pode ser reduzida a apenas dois testes simples em corpos de prova de 0° , sob tração e compressão longitudinais.

Figura 2.6 – Omni Strain Failure Envelope degradado para CFRP IM7/8552 usando o critério de falha Tsai-Wu em LPF. A degradação se aplicou apenas às propriedades elásticas da matriz, ao termo de interação e à resistência à compressão longitudinal.



Fonte: Dalli et al. (2017).

Este critério apresenta elevada precisão para laminados constituídos por lâminas de menor espessura, nos quais a distribuição de tensões ao longo da espessura tende a ser mais uniforme, e apresenta ainda a vantagem de poder ser aplicado sob distintas condições ambientais. Contudo, é importante salientar que o critério não diferencia sequências específicas de empilhamento, sendo válido apenas quando considerado no nível do laminado homogeneizado.

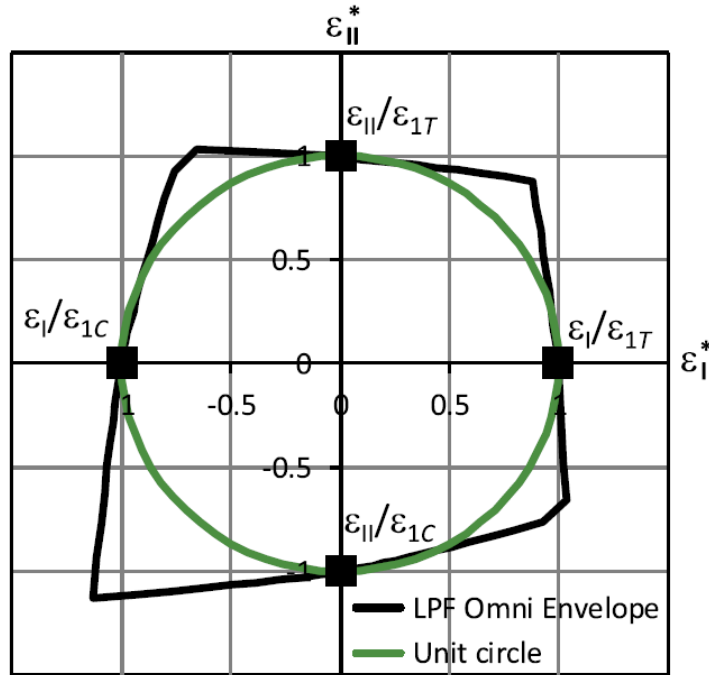
2.4 MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR

2.4.1 Tenacidade a fratura e curvas R

Um modelo analítico desenvolvido por Camanho e Catalanotti (2011) combina as teorias LEFM e CLT para prever a tenacidade à fratura \mathcal{G}_{Ic} de laminados simétricos balanceados, entalhados e multidirecionais, submetidos a uma tensão σ_∞ na direção x (Figura 2.8). A previsão é feita com base nas propriedades elásticas das lâminas e na tenacidade à fratura da lâmina a 0° , \mathcal{G}_0 . Neste caso, a_0 representa o comprimento inicial da trinca, enquanto L e W são, respectivamente, o comprimento e a largura do espécime, e u_∞ é o deslocamento correspondente a σ_∞ .

Considerando uma propagação autossimilar de trincas ao longo de todas as lâminas do laminado, a taxa de liberação crítica de energia do laminado no modo I, \mathcal{G}_{Ic} , é determinada pela

Figura 2.7 – Envelope de Falha Omni Strain em CFRP IM7/8552 usando LPF e critério de Círculo Unitário em espaço de deformação principal normalizado.



Fonte: Dalli et al. (2017).

média ponderada da espessura:

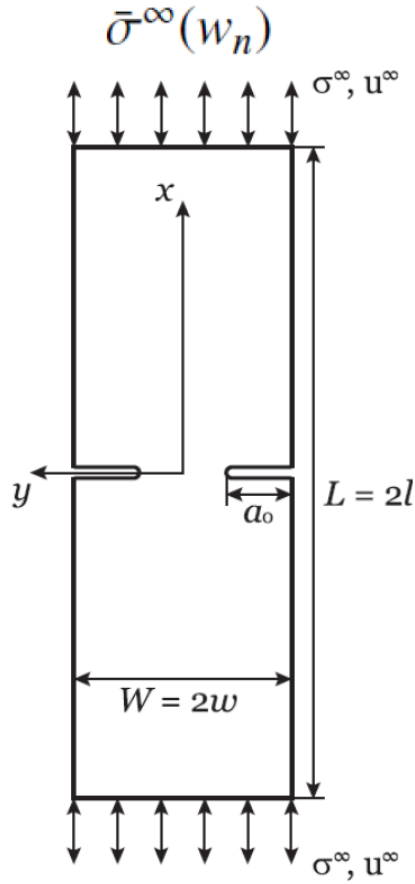
$$\mathcal{G}_{1c} = \frac{\sum_i^N \mathcal{G}_{1c}^{(i)} t^{(i)}}{h}, \quad (i) \neq 90^\circ \quad (2.36)$$

onde $\mathcal{G}_{1c}^{(i)}$ e $t^{(i)}$ são, respectivamente, o valor limite da taxa de liberação de energia e espessura de um sublaminado (i) e h é a espessura total do laminado. Neste contexto, define-se como sublaminado a possibilidade de agrupar várias lâminas em uma laminado numérico balanceado (i). Para camadas com fibras na direção de 90° , que não sofrem fratura das fibras, mas apenas trincas transversais, é recomendado utilizar o valor real de sua tenacidade à fratura na equação 2.36. Alternativamente, pode-se negligenciar a tenacidade à fratura dessas lâminas, uma vez que seu valor é significativamente menor do que a tenacidade à fratura das lâminas com fibras na direção de 0° (CATALANOTTI et al., 2014).

Assim, é possível obter a razão $\Omega_0^{(i)}$, que é uma relação entre a tensão do sublaminado balanceado (i), $\sigma^{(i)}$ e a tensão de falha de um sublaminado a 0° , obtido da teoria CLT usando as propriedades da lâmina e informações do empilhamento (lay-up):

$$\Omega_0^{(i)} = \frac{\bar{\sigma}^{(i)}}{\bar{\sigma}^0} \quad (2.37)$$

Figura 2.8 – Parâmetros geométricos de um espécime com trinca dupla.



Fonte: Adaptado de Arteiro (2016).

onde:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{(i)} &= \frac{\mathcal{K}_{Ic}^{(i)}}{\chi^{(i)} Y \sqrt{\pi a}} \\ \bar{\sigma}^0 &= \frac{\mathcal{K}_{Ic}^0}{\chi^0 Y \sqrt{\pi a}} \end{aligned} \quad (2.38)$$

O termo $\mathcal{K}_{Ic}^{(i)}$ representa a valor limite do fator de intensidade de tensão do sublaminado balanceado i , enquanto $\chi^{(i)}$ é um parâmetro, denominado fator de reescalonamento ortotrópico, que considera os efeitos da ortotropia desse sublaminado. Esse parâmetro foi introduzido por Gang et al. (1992) com base nas propriedades elásticas do sublaminado ortotrópico, por meio do parâmetro ρ :

$$\chi^{(i)} = 1 + 0,1(\rho^{(i)} - 1) - 0,016(\rho^{(i)} - 1)^2 + 0,002(\rho^{(i)} - 1)^3 \quad (2.39)$$

com:

$$\rho^{(i)} = \frac{\left(E_x^{(i)} E_y^{(i)}\right)^{1/2}}{2G_{xy}^{(i)}} - \left(\nu_{xy}^{(i)} \nu_{yx}^{(i)}\right)^{1/2} \quad (2.40)$$

onde $E_x^{(i)}$ e $E_y^{(i)}$ representam os módulos de elasticidade do sublaminado nas direções de ortotropia x e y, $G_{xy}^{(i)}$ é o módulo de cisalhamento do sublaminado e $\nu_{xy}^{(i)}$ e $\nu_{yx}^{(i)}$ são as razões de Poisson correspondentes. Na equação 2.38, Y é um fator de correção geométrica. Ao utilizar a equação 2.38 na equação 2.37, a relação entre a tenacidade à fratura do sublaminado balanceado (i), $\mathcal{K}_{Ic}^{(i)}$, e a tenacidade à fratura das camadas com fibras na direção 0°, $\mathcal{K}_{Ic}^{(0)}$, é estabelecida:

$$\mathcal{K}_{Ic}^{(i)} = \frac{\chi^{(i)} \Omega_0^{(i)}}{\chi^{(0)}} \mathcal{K}_{Ic}^{(0)} \quad (2.41)$$

A tenacidade à fratura do sublaminado balanceado (i), que é medida pela quantidade de energia dissipada por unidade de área, $\mathcal{G}_{Ic}^{(i)}$, é finalmente calculada:

$$\mathcal{G}_{Ic}^{(i)} = \frac{(\mathcal{K}_{Ic}^{(i)})^2}{\dot{E}^{(i)}} \quad (2.42)$$

onde:

$$\dot{E}^{(i)} = \left(\frac{1 + \rho^{(i)}}{2E_x^{(i)} E_y^{(i)}}\right)^{-1/2} \left(\frac{E_y^{(i)}}{E_x^{(i)}}\right)^{-1/4} \quad (2.43)$$

Este modelo analítico prevê a tenacidade à fratura de laminados balanceados dominados por fibras de forma precisa, utilizando apenas as propriedades elásticas das camadas individuais e a tenacidade à fratura das camadas 0°. Camanho e Catalanotti (2011) validaram o modelo através de experimentos, demonstrando sua precisão na previsão da tenacidade à fratura de laminados multidirecionais com várias configurações, usando apenas os dados das camadas 0° e as propriedades elásticas das camadas, tornando-o adequado para calcular a tenacidade à fratura de laminados gerais que não são controlados pela delaminação.

O comportamento de resistência à fratura de laminados compósitos é mais adequadamente descrito por uma curva \mathcal{R} , que representa a capacidade do material de resistir à propagação de danos, como microtrincas, delaminação e o efeito de *bridging* — este último relacionado à contribuição das fibras intactas que ainda transferem carga e elevam a resistência à fratura. A

curva \mathcal{R} de um laminado pode ser estimada a partir da curva \mathcal{R} de uma lâmina a 0° , assumindo-se zonas de processo de fratura (Fracture Process Zone — FPZ) de tamanho equivalente. Assim, o valor em regime permanente da tenacidade à fratura do laminado, \mathcal{R}_{ss} , pode ser obtido a partir do correspondente valor da lâmina 0° , \mathcal{R}_{ss}^0 , substituindo-se \mathcal{G}_{Ic} e $\mathcal{G}_{Ic}^{(i)}$ por \mathcal{R}_{ss} e $\mathcal{R}_{ss}^{(i)}$, respectivamente, nas Equações 2.36 e 2.42.

Apesar da ausência de métodos padronizados para a determinação experimental de curvas \mathcal{R} associadas à fratura por ruptura de fibras, ensaios do tipo *Compact Tension*¹ e, alternativamente, abordagens baseadas na lei do efeito de tamanho têm sido utilizados (BAŽANT; PLANAS, 1998). Dessa forma, a curva \mathcal{R} do laminado constitui uma ferramenta essencial para a previsão da tenacidade à fratura de laminados entalhados, sendo fundamental em modelos de estimativa de resistência à falha.

Exemplos de valores \mathcal{R}_{ss}^0 para a curva \mathcal{R} estão destacadas na Tabela 2.3, para casos de tração e compressão. Utilizando estes valores, pode-se construir uma curva \mathcal{R} , na qual a tenacidade à fratura varia exponencialmente até um comprimento crítico de fratura l_{fpz} , mantendo-se constante após este valor:

Tabela 2.3 – Tenacidade à fratura das lâminas 0° para diferentes sistemas carbono/epóxi.

Sistema Material	\mathcal{R}_{ss}^0 (N/mm)
Tração	
IM7/8552	205
T800/M21	283
T700/AR2527	254
Compressão	
IM7/8552	61

Fonte: Catalanotti et al. (2014).

$$\mathcal{R}(\Delta a) = \begin{cases} \mathcal{R}_{ss}^0 [1 - (1 - \zeta \Delta a)^\eta], & \Delta a \leq l_{fpz} \\ \mathcal{R}_{ss}^0, & \Delta a > l_{fpz} \end{cases} \quad (2.44)$$

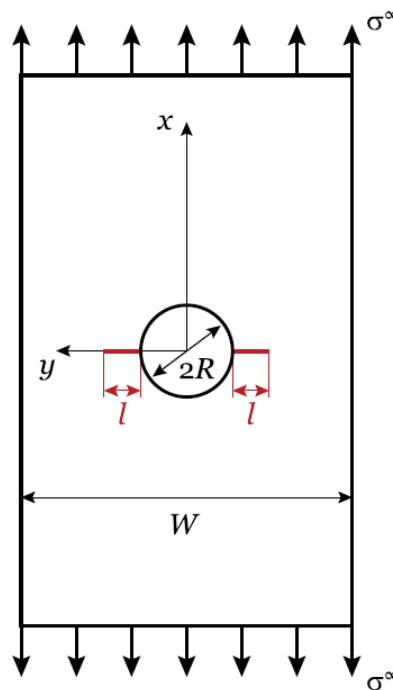
Neste caso, \mathcal{R}_{ss}^0 é o valor em estado estável da tenacidade à fratura para o laminado, obtido a partir de ensaios (CATALANOTTI et al., 2014); ζ e η são parâmetros que melhor ajustam a curva \mathcal{R} .

¹ O ensaio *Compact Tension* (CT) é um método padronizado utilizado para determinar a tenacidade à fratura de materiais, empregando um corpo de prova entalhado submetido à tração para induzir e avaliar a propagação de trincas.

2.4.2 Modelos em mecânica da fratura finita

Dalli et al. (2017) utilizou um critério de falha que combina tensão e energia para prever a fratura em placas laminadas com entalhes circulares não fissurados no centro, utilizando o modo de falha I. Para considerar a curva \mathcal{R} do laminado, foi proposta uma abordagem alternativa que leva em conta os efeitos de reforço representados por essa curva. Isso resultou em previsões significativamente melhores para a resposta de laminados compostos com uma ampla gama de tamanhos de entalhes, sem a necessidade de parâmetros de ajuste ou análises complexas de elementos finitos. Esse critério é aplicado a placas laminadas com um furo circular no centro sujeitas a tensão de falha ao longo do eixo x (Figura 2.9). Neste estudo, o critério FFM combinado de tensão e energia foi formulado da seguinte maneira:

Figura 2.9 – Chapa entalhada com um furo circular central.



Fonte: Dalli et al. (2017).

$$\begin{cases} \frac{1}{l} \int_R^{R+l} \sigma_{xx}(0,y) dy = F_1^L \\ \int_R^{R+l} \mathcal{G}_I(a) da = \int_0^l \mathcal{R}(\Delta a) d\Delta a \end{cases} \quad (2.45)$$

onde R é o raio do furo, $\sigma_{xx}(0,y)$ descreve a variação da tensão em uma seção da placa, F_1^L é a resistência do laminado não entalhado, $\mathcal{G}_I(a)$ é a quantidade de energia liberada pelo modo I (ruptura devido a forças de tração), $\mathcal{R}(\Delta a)$ é uma curva que representa como a resistência da placa muda com o tamanho da trinca e l é o comprimento da trinca no ponto de falha. Na ausência da curva \mathcal{R} , a equação 2.45 pode ser reescrita como:

$$\begin{cases} \frac{1}{l} \int_R^{R+l} \sigma_{xx}(0,y) dy = F_{It}^L \\ \int_R^{R+l} \mathcal{G}_I(a) da = \mathcal{G}_{Ic} \end{cases} \quad (2.46)$$

Neste caso, \mathcal{G}_{Ic} é um valor constante para o laminado, oriundo diretamente da equação 2.36. Para ambas as equações, a distribuição de tensão ao longo da seção do ligamento perpendicular à direção de carga (ao longo do eixo y), $\sigma_{xx}(0,y)$, é calculada como:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(0,y) = \frac{K_T}{K_T^\infty} \sigma^\infty - 2 \left[2 + \left(\frac{R}{y} \right)^2 + 3 \left(\frac{R}{y} \right)^4 - \right. \\ \left. - (K_T^\infty - 3) \left[5 \left(\frac{R}{y} \right)^6 - 7 \left(\frac{R}{y} \right)^8 \right] \right], \quad y > R \end{aligned} \quad (2.47)$$

onde K_T^∞ é o fator de concentração de tensões na borda do furo de uma chapa infinita e K_T/K_T^∞ é fator de Correção de Largura Finita:

$$\begin{aligned} K_T^\infty = 1 + \sqrt{2 \left(\sqrt{\frac{E_x}{E_y}} - \nu_{xy} \right) + \frac{E_x}{G_{xy}}} \\ \frac{K_T}{K_T^\infty} = \left[\frac{3(1-2R/W)}{2+(1-2R/W)^3} + \frac{1}{2} \left(\frac{2R}{W} M \right)^6 - \right. \\ \left. - (K_T^\infty - 3) \left[1 - \left(\frac{2R}{W} M \right)^2 \right] \right] \end{aligned} \quad (2.48)$$

onde E_x , E_y , G_{xy} e ν_{xy} são as constantes elásticas do laminado, definido pela teoria CLT, utilizando os conceitos "Masterply". O parâmetro M é calculado como segue:

$$M^2 = \frac{\sqrt{1 - 8 \left[\frac{3(1-2R/W)}{2+(1-2R/W)^3} - 1 \right]} - 1}{2(2R/W)^2} \quad (2.49)$$

Com isso, o critério de Mecânica da Fratura Finita, que acopla tensão e energia, pode ser resolvido para a extensão da fissura na falha l e para a tensão na falha, σ^∞ , na equação 2.47.

2.5 SENSIBILIDADE GLOBAL E MODELAGEM SUBSTITUTA

Para possibilitar a obtenção de resultados de maneira eficiente, estudos envolvendo inteligência artificial estão em constante desenvolvimento. Segundo Goodfellow, Bengio e Courville (2016),

as ANNs têm sido implementadas com o objetivo de agilizar a solução de problemas. Essas redes neurais consistem em modelos formados por unidades básicas chamadas neurônios, que permanecem interconectadas e realizam cálculos em paralelo. Embora sejam muito eficazes, Ferreira (2024) aponta que, para o processo de treinamento e generalização de dados desconhecidos, é necessário fornecer um grande volume de dados, o que não é viável exclusivamente por meio de experimentos.

Diante dessa dificuldade e da necessidade de reproduzir resultados com precisão em estruturas reais (o que exige calibração com dados experimentais), Ereiz, Duvnjak e Jimenez-Alonso (2022) introduzem uma ampla discussão sobre a atualização de modelos em elementos finitos, abordando procedimentos determinísticos e estocásticos (ou probabilísticos). Nesse contexto, são tratados tópicos importantes, como estudos de sensibilidade de modelos, variabilidade dos parâmetros de entrada para a construção de modelos substitutos, aplicação de incertezas na calibração dos resultados obtidos, e obtenção de estimativas pontuais ou valores ótimos para as análises. Todos esses aspectos formam a base para a efetividade dos resultados alcançados e serão discutidos a seguir.

2.5.1 Análise de sensibilidade

Considerando os múltiplos parâmetros envolvidos na implementação da teoria CLT, a análise de sensibilidade surge como uma etapa alternativa no processo de desenvolvimento. Esse tipo de análise permite identificar parâmetros de entrada significativos, fornecendo métricas quantitativas que avaliam seu impacto nos resultados e possibilitando, assim, a priorização dos parâmetros mais influentes. Entre as técnicas disponíveis, os índices de Sobol são especialmente eficazes para medir a contribuição de cada variável para as incertezas globais do sistema (FURTADO et al., 2021). Isso é particularmente importante em configurações entalhadas, como corpos de prova laminados com furo circular OHT ou OHC, nos quais as concentrações de tensão ao redor do entalhe aumentam a suscetibilidade à falha.

Sasikumar et al. (2023) desenvolveram um modelo analítico para laminados OHT utilizando os métodos de Sobol, FAST e Morris, comparando diferentes abordagens quanto ao custo computacional e aos resultados. O estudo considerou variações no tamanho do furo circular, na razão largura-diâmetro e nas sequências de laminação, a fim de identificar os parâmetros mais influentes. Os três métodos forneceram resultados semelhantes, destacando a resistência à tração das fibras (F_{1t}) como o parâmetro mais sensível em OHT, seguido pela tenacidade à fratura \mathcal{G}_0 e pelo diâmetro do furo (D).

A análise de sensibilidade é, portanto, essencial para identificar os parâmetros críticos em um estudo, uma vez que apenas as propriedades consideradas sensíveis devem ser selecionadas para caracterização experimental detalhada. Dessa forma, ela complementa as campanhas experi-

mentais, contribuindo para reduzir o tempo e os custos associados ao processo de certificação (SASIKUMAR et al., 2023).

Segundo Ferreira et al. (2024), uma das formas de se realizar a análise de sensibilidade é calcular o índice de Sobol, que quantifica a influência de cada dado de entrada no comportamento do modelo. Esse valor é ajustado dentro de uma faixa específica, medindo o impacto de cada variável no resultado obtido.

Para um caso geral, suponha que a resposta do modelo seja definida como:

$$Y = M(\Theta) \quad (2.50)$$

onde $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ corresponde ao vetor que contém as k variáveis de entrada, e Y é uma quantidade escalar, resultado do modelo. Para simplificação, assume-se que os parâmetros de entrada são distribuídos uniformemente, representados como $\pi(Y); U(0, 1)$.

Com isso, a análise de sensibilidade envolve a decomposição da resposta do modelo Y em termos de dimensões crescentes, compondo o índice de sobol:

$$Y = M_0 + \sum_{i=1}^k M_i(\theta_i) + \sum_{i<j}^k M_{ij}(\theta_i, \theta_j) + \dots + M_{1\dots k}(\theta_1, \dots, \theta_k) \quad (2.51)$$

onde M_0 é o valor esperado da saída $E(Y)$. Na equação 2.51, os termos são ortogonais, e cada um pode ser calculado utilizando expectativas condicionais. Especificamente, $M_i(\theta_i)$ e $M_{ij}(\theta_i, \theta_j)$ são as médias condicionais para os parâmetros i e ij , com $i \neq j$, respectivamente (RAQUETI et al., 2023):

$$M_i(\theta_i) = \int_0^1 \dots \int_0^1 M(\theta) d\theta_{\sim i} - M_0 \quad (2.52)$$

$$M_{ij}(\theta_i, \theta_j) = \int_0^1 \dots \int_0^1 M(\theta) d\theta_{\sim ij} - M_0 - M_i(\theta_i) - M_j(\theta_j) \quad (2.53)$$

onde $\sim i$ enfatiza que a variável θ_i é mantida constante. Neste caso, a medida de sensibilidade é realizada por meio da variância da expectativa condicional. Desta forma, utilizando os índices de sobol de primeira ordem:

$$S_i = \frac{\text{Var}[M_i(\theta_i)]}{\text{Var}[M(\theta)]} \quad (2.54)$$

Assim, torna-se possível representar o efeito de cada parâmetro de entrada. Por outro lado, define-se também os índices de sobol de segunda ordem, que indicam os efeitos de interação:

$$S_{ij} = \frac{\text{Var}[M_{ij}(\theta_i, \theta_j)]}{\text{Var}[M(\theta)]} \quad (2.55)$$

Neste estudo, os índices de Sobol de primeira e segunda ordem são calculados para determinar a influência dos parâmetros nas saídas da modelagem. A análise é realizada utilizando simulações de Monte Carlo e a plataforma UQLab (MARELLI; SUDRET, 2014).

2.5.2 Modelo substituto

Com o objetivo de reduzir o custo computacional para determinar os valores admissíveis de projeto em base B, um modelo substituto é proposto, podendo ser construído por meio de um processo Gaussiano, Expansão do Caos Polinomial (Polynomial Chaos Expansion - PCE) ou ANNs.

Li e Wang (2023) desenvolveram um modelo substituto baseado em redes neurais convolucionais, combinado com transformadas de Fourier, capaz de prever a resposta de ondas elásticas em barras compósitas a partir de suas microestruturas. O modelo demonstrou alta precisão nas previsões, além de um custo computacional significativamente reduzido em comparação com simulações por elementos finitos. De forma semelhante, ao combinar LEFM com análise de sensibilidade, esses modelos fornecem uma abordagem robusta para avaliação estrutural, otimizando o esforço computacional ao longo de todo o processo (FURTADO et al., 2021). Neste estudo, o modelo substituto adotado é uma rede neural artificial do tipo perceptron multicamadas (Multilayer Perceptron - MLP), utilizada como um modelo de interpolação no espaço de busca de parâmetros para as propriedades que foram apresentadas anteriormente.

Yan et al. (2020) desenvolveram uma abordagem de modelagem de dano progressivo para estruturas compósitas de grande porte, na qual a aplicação é limitada pelo alto custo computacional da análise não linear por elementos finitos. Para mitigar esse problema, foi proposto um modelo substituto baseado em redes neurais artificiais, treinado off-line com dados em escala mesoscópica e aplicado on-line em modelos macroscópicos de elementos finitos. Comparado à modelagem convencional, o método demonstrou alta precisão, permitindo análises mais eficientes sem comprometer a fidelidade dos resultados. Além disso, como depende apenas das propriedades do material, o modelo substituto pode ser reutilizado para diferentes estruturas

feitas do mesmo material, destacando sua vantagem em termos de versatilidade e redução de custos computacionais.

Segundo Ferreira et al. (2024), o modelo MLP é formado por diferentes camadas de neurônios interconectados, onde cada neurônio recebe as informações da camada anterior, processa-as e as transmite para a próxima camada. Considerando um conjunto de dados treinados de dimensões $M \times N$, onde M é o número de pontos por matriz e N é o número de amostras, o vetor da l -ésima amostra é representado por $\mathbf{x}^{(l)} \in \mathbb{R}^{M \times 1}$. Assim, a saída esperada para uma amostra de treinamento é representada por $\mathbf{y}^{(l)} \in \mathbb{R}^{P \times 1}$, onde P é o número de saídas, caracterizando um aprendizado supervisionado. O objetivo da rede neural, portanto, é mapear a função $F: \mathbf{x}^{(l)} \rightarrow \mathbf{y}^{(l)}$.

O mapeamento da estrutura é alcançado pelo processo de treinamento, no qual o conjunto de parâmetros da rede neural, denominado Θ_{NN} , são atualizados utilizando um conjunto de pares de amostras $\mathbf{x}^{(l)} \rightarrow \mathbf{y}^{(l)}$. Este processo envolve a minimização de uma função de perda com erro quadrático médio.

Na i -ésima camada de uma rede neural, a k -ésima unidade recebe as saídas x_{ij} da camada anterior. Em seguida, todos os valores são multiplicados pelos pesos correspondentes w_{ij} e somados a um viés b_{ij} . Finalmente, uma função de ativação τ é aplicada ao valor obtido, que é então transmitido para a próxima camada. Na camada subsequente, a saída é calculada como:

$$x_{i+1,k} = \tau \left(\sum_{j=1}^m w_{ij} x_{ij} + b_{ij} \right) \quad (2.56)$$

Tendo em vista que todo o processo está relacionado a uma otimização multiparâmetros, Θ_{NN} não é necessariamente único, o que pode resultar em várias redes que se ajustam aos dados inseridos. Para remover a ambiguidade existente e codificar a preferência por determinados conjuntos, adiciona-se uma perda de regularização:

$$R(\Theta_{NN}) = \lambda \sum_i \sum_j (\Theta_{NN})_{ij}^2 \quad (2.57)$$

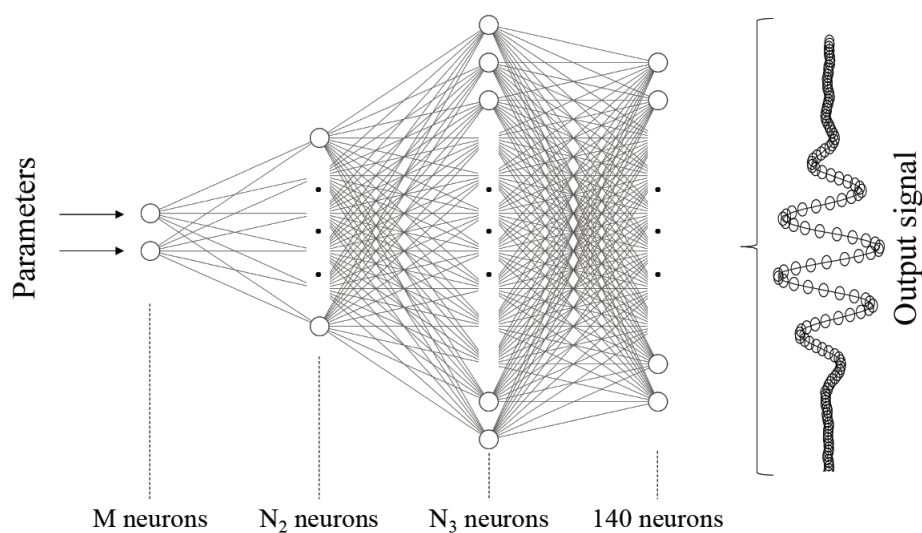
Para minimizar a diferença entre previsões e valores reais, a rede é ajustada aplicando um parâmetro de regularização λ , que induz o algoritmo de otimização a selecionar modelos com parâmetros menores, além de ajudar a reduzir o sobreajuste.

A rede neural é treinada utilizando um conjunto de dados numéricos da análise de sensibilidade, que é dividido em subconjuntos de treinamento, validação e teste nas proporções de 80%, 10% e

10%, respectivamente. Os dados de entrada são normalizados para o intervalo de 0 a 1, enquanto a saída é ajustada para variar entre -1 e 1, a fim de facilitar a convergência do modelo. O processo de treinamento utiliza o otimizador Adam, descrito por Kingma e J.Ba (2014) e adota um critério de parada antecipada baseado no erro dos dados de validação.

A Figura 2.10 apresenta um exemplo do modelo substituto tipo perceptron multicamadas, disponível em Ferreira (2024). Neste caso, a camada de entrada possui M neurônios que representam as variáveis aleatórias atualizadas dentro do processo, e a camada de saída contém 140 neurônios representando a série de saída de dados. O número de camadas ocultas é definido como duas, sendo que a quantidade de neurônios N_2 e N_3 na primeira e na segunda camadas ocultas é escolhida por meio de uma busca exploratória.

Figura 2.10 – Estrutura do modelo substituto perceptron multicamadas.



Fonte: Disponível em Ferreira (2024)

2.6 VALORES ADMISSÍVEIS DE PROJETO EM BASE B

Outro aspecto crítico para garantir a confiabilidade em aplicações estruturais é o conceito de admissíveis de projeto (denominado *allowables*). Esses valores são definidos como limites que quantificam o desempenho do material sob condições específicas. Por exemplo, um *B-basis allowable* garante que não mais do que 10% dos dados experimentais fiquem abaixo do limite com 95% de confiança (DEFENSE, 2002). Neste caso, o valor de projeto em base B é dado por:

$$B = \bar{x} - k_B \sigma \quad (2.58)$$

onde \bar{x} é o valor médio das amostras, k_B é o fator de limite de tolerância unilateral apropriado (obtido na tabela 8.5.10, disponível em Defense (2002) para n amostras), e σ é o desvio padrão

da amostragem.

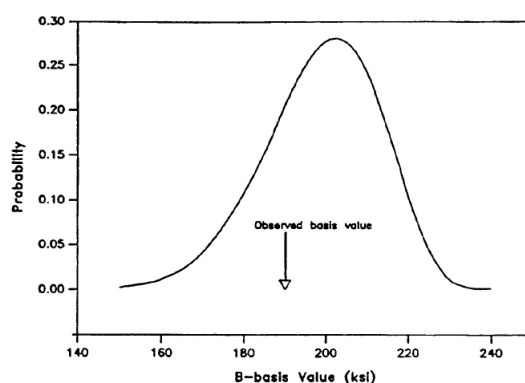
Sasikumar et al. (2023) realizaram estudos de *allowables* de projeto utilizando os valores de referência apresentados no CMH-17 (DEFENSE, 2002). Os *allowables* estimados foram aproximadamente 16% e 11% inferiores às resistências experimentais OHT, demonstrando que esse método é conservador e seguro para a prevenção de falhas em componentes aeronáuticos.

Por outro lado, Vallmajó et al. (2019) conduziu estudos de *allowables* utilizando um modelo analítico aplicado a materiais compósitos com furo central, baseado no módulo de elasticidade (E_1), na resistência sem entalhe (F_{1t}) e na curva \mathcal{R} . O modelo foi validado para o material IM7/8552 e, neste caso, o método de simulação de Monte Carlo foi empregado, mostrando-se menos conservador. Essa abordagem destaca-se como uma alternativa eficiente para o projeto preliminar e para a seleção de empilhamentos e materiais, especialmente em configurações entalhadas.

Embora seja viável quantificar a influência de cada parâmetro de entrada e determinar *allowables* utilizando modelos CLT, esse processo está associado a custos computacionais significativos. Nos últimos anos, a integração de modelos substitutos baseados em redes neurais tem proporcionado uma forma de reduzir o esforço computacional necessário para a análise de sistemas complexos sem comprometer a precisão dos resultados (FERREIRA et al., 2024).

A Figura 2.11 apresenta um exemplo de curva de projeto em base B, ilustrado em Defense (2002). Neste exemplo, foram consideradas 5 amostras genéricas, com valores (em ksi) 226, 227, 226, 232 e 252. Neste caso, $k_B = 3,407$ e $\sigma = 11,13$, resultando em um valor de projeto em base B de 195 ksi, como indicado na Figura 2.11.

Figura 2.11 – População de valores de projeto em base B para um conjunto de 5 amostras.



Fonte: Adaptado de Defense (2002)

Dessa forma, utilizando um modelo substituto treinado com um número previamente definido de amostras, é possível estimar valores de projeto em base B, bem como suas respectivas curvas de distribuição de probabilidade. O modelo funciona como um interpolador eficiente dentro dos

limites da análise. Neste estudo, essa abordagem será aplicada aos resultados de resistência do laminado com furo circular, nas análises OHT e OHC.

3 METODOLOGIA

3.1 DESCRIÇÃO DE MATERIAIS

3.1.1 Propriedades de laminados usando módulo de Tsai

A obtenção das propriedades dos laminados neste trabalho baseia-se nos conceitos mostrados na seção 2.2, sendo determinadas a partir dos dados de lâmina mestre, apresentados na Tabela 2.1. Essa abordagem simplifica significativamente o processo de determinação das propriedades dos laminados, eliminando a necessidade de uma caracterização detalhada para cada sequência de empilhamento específica, proporcionando uma metodologia mais eficiente.

Inicialmente, foram definidos todos os materiais adotados neste estudo, bem como a sequência de empilhamento para as análises. Neste trabalho, serão utilizados os seguintes sistemas materiais para as configurações de estudo, sendo os resultados numéricos comparados com os correspondentes experimentais da literatura:

- OHT: *IM7/8552, M40JB/ThinPreg 80EP/CF, AS4/8552, T700/M21*
- OHC: *AS4/8552, T700/AR2527 e T800/M21*

A Tabela 3.1 reúne todos os materiais utilizados neste estudo, apresentando o módulo de elasticidade longitudinal (E_1), seu desvio padrão correspondente e o módulo de Tsai para a lâmina a 0° , calculado conforme a Equação 2.23. Os valores de E_1 e seus respectivos desvios padrão, empregados nas análises de sensibilidade e na obtenção dos valores de projeto em base B, foram extraídos de Furtado et al. (2021), Falcó et al. (2018) e Amacher et al. (2014) para os materiais *IM7/8552, AS4/8552 e M40JB/ThinPreg 80EP/CF*, respectivamente. Já os dados de E_1 para os materiais *T700/M21, T700/AR2527 e T800/M21* foram obtidos de Dalli et al. (2017). Para esses três últimos materiais, adotou-se uma variação do desvio padrão igual à reportada por Furtado et al. (2021) para o material *IM7/8552*, permitindo avaliar o impacto dessa incerteza nas análises realizadas.

Destaca-se que, para o desenvolvimento das análises de sensibilidade e da estimativa dos valores de projeto em base B relacionados à tensão de falha, os valores de E_1 foram amostrados a partir de distribuições uniformes centradas no valor médio, com perturbações de até $\pm\sigma$ em torno de E_1 .

Neste estudo, foi empregado o laminado quasi-isotrópico $[0/+45/-45/90]$ para todos os materiais, variando somente o número de laminas simétricas, ou não. A Tabela 3.2 apresenta os componentes normalizados para esta sequência de empilhamento, obtido por meio da teoria

Tabela 3.1 – Módulo de elasticidade longitudinal (E_1), desvio padrão correspondente e o módulo de Tsai para a lâmina, utilizados neste trabalho

Material	E_1 [MPa]	σ [MPa]	Módulo de Tsai [MPa]
<i>IM7/8552</i>	171420	2380	194790
<i>T800/M21</i>	172000	2388	195450
<i>T700/M21</i>	130000	1690	147727
<i>T700/AR2527</i>	110000	1430	125000
<i>M40JB/ThinPreg 80EP/CF</i>	222000	14000	252270
<i>AS4/8552 (Tração)</i>	137100	1919	155795
<i>AS4/8552 (Compressão)</i>	114300	1029	129886

CLT, utilizando como entrada para a sua matriz de rigidez os dados de lâmina mestre, apresentado na Tabela 2.1, que independe do material em estudo.

Tabela 3.2 – Componentes de rigidez normalizados para a sequência de empilhamento [0/ +45/ -45/90], obtido a partir dos dados de lâmina mestre

$\frac{E_x}{T_r}$	$\frac{E_y}{T_r}$	$\frac{G_{xy}}{T_r}$	ν_{xy}
0,336	0,336	0,129	0,308

Desta forma, a partir dos valores normalizados da Tabela 3.2, em conjunto com o módulo de Tsai da Tabela 3.1, pode-se prever os valores de rigidez E_x , E_y , G_{xy} e ν_{xy} dos laminados deste trabalho. A Tabela 3.3 apresenta os valores de rigidez calculados a partir da teoria dos invariantes e teoria CLT diretamente. A análise comparativa entre os valores calculados entre as teorias demonstra que, para os materiais considerados, a metodologia proposta é perfeitamente válida.

3.1.2 Modelo de falha de última lâmina

A partir do conhecimento da resistência longitudinal da lâmina, F_1 , propriedades do laminado determinado pelo módulo de Tsai e critério de falha do Círculo Unitário (seção 2.3), pode-se prever a resistência do laminado não entalhado F_1^L como segue:

$$F_1^L = F_1 \frac{E_x}{E_1} \quad (3.1)$$

A Tabela 3.4 apresenta a previsão das resistências à tração e à compressão dos laminados utilizados neste estudo, desvios padrão σ , bem como F_1^L calculado usando a equação 3.1. Os valores de E_1 e E_x foram apresentados nas Tabelas 3.1 e 3.3, respectivamente, sendo F_1^L calculado usando a equação 3.1. Assim como E_1 , os valores de F_1 e seus respectivos desvios padrão foram extraídos de Furtado et al. (2021), Falcó et al. (2018) e Amacher et al. (2014) para

Tabela 3.3 – Propriedades elásticas de laminados quasi-isotrópicos de diferentes sistemas de carbono/epóxi usando a teoria CLT e módulo de Tsai, e erros relativos.

<i>IM7/8552</i>			
Propriedade elástica	Módulo de Tsai	CLT	Diferença [%]
E_x [MPa]	65480,5	64513	1,5%
E_y [MPa]	65480,5	64513	1,5%
G_{xy} [MPa]	25035,9	24600	1,8%
ν_{xy} [-]	0,308	0,311	-1,0%
<i>T700/M21</i>			
E_x [MPa]	49782	49658,5	0,2%
E_y [MPa]	49782	49658,5	0,2%
G_{xy} [MPa]	18983	18986	0,0%
ν_{xy} [-]	0,311	0,308	1,0%
<i>T700/AR2527</i>			
E_x [MPa]	42018,7	42572	-1,3%
E_y [MPa]	42018,7	42572	-1,3%
G_{xy} [MPa]	16065,5	16306	-1,5%
ν_{xy} [-]	0,308	0,305	1,0%
<i>M40JB/ThinPreg 80EP/CF</i>			
E_x [MPa]	84801,4	80197	5,7%
E_y [MPa]	84801,4	80197	5,7%
G_{xy} [MPa]	32423,1	30494	6,3%
ν_{xy} [-]	0,308	0,315	-2,2%
<i>AS4/8552</i>			
E_x [MPa]	52370,6	52650	-0,5%
E_y [MPa]	52370,6	52650	-0,5%
G_{xy} [MPa]	20023,4	20110	-0,4%
ν_{xy} [-]	0,308	0,309	-0,3%
<i>T800/M21</i>			
E_x [MPa]	65702,0	64401	2,0%
E_y [MPa]	65702,0	64401	2,0%
G_{xy} [MPa]	25120,6	24517	2,5%
ν_{xy} [-]	0,309	0,313	-1,3%

os materiais *IM7/8552*, *AS4/8552* e *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*, respectivamente. Os dados de F_1 para os materiais *T700/M21*, *T700/AR2527* e *T800/M21* foram obtidos de Dalli et al. (2017). Para esses três últimos materiais, adotou-se uma variação do desvio padrão igual à reportada por Furtado et al. (2021) para o material *IM7/8552*, permitindo avaliar o impacto dessa incerteza nas análises realizadas.

3.1.3 Tenacidade à fratura

A Tabela 3.5 apresenta os valores de tenacidade à fratura \mathcal{G}_0 empregados neste estudo para os laminados sob tração e compressão, correspondentes à lâmina a 0° , bem como os respectivos

Tabela 3.4 – Resistências longitudinais à tração e à compressão das lâminas, desvio padrão e previsões de falha para laminados quase-isotrópicos de diferentes sistemas carbono/epóxi obtidas pelo critério do Círculo Unitário

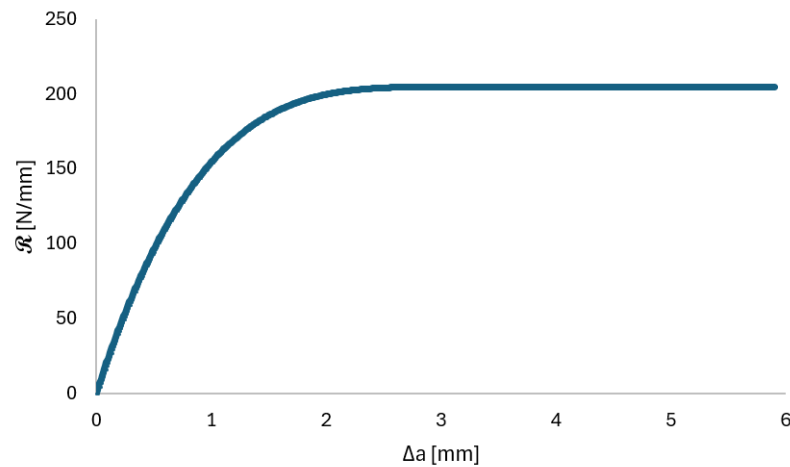
Tração			
Material	F_1 [MPa]	σ [MPa]	F_1^L [MPa]
<i>IM7/8552</i>	2323,47	127,45	888,5
<i>T700/M21</i>	2000,00	110,00	765,9
<i>M40JB/ThinPreg 80EP/CF</i>	2250,00	139,00	859,5
<i>AS4/8552</i>	2106,40	173,00	804,6
Compressão			
<i>IM7/8552</i>	1200,00	–	458,0
<i>T700/AR2527</i>	1500,00	82,00	573,0
<i>AS4/8552</i>	1675,90	87,00	640,2
<i>T800/M21</i>	1669,00	92,00	637,5

desvios padrão σ , conforme disponível na literatura. Destaca-se que, para o material *IM7/8552*, há dados disponíveis tanto para a tenacidade à fratura \mathcal{G}_0 quanto para a curva \mathcal{R} , os quais resultam em diferentes estimativas de tensão de falha quando se aplica a metodologia proposta — como será discutido adiante. Os valores de \mathcal{G}_0 para os materiais *IM7/8552* e *AS4/8552* foram extraídos de Furtado et al. (2021) e Falcó et al. (2018), respectivamente. Para os materiais *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*, *T700/M21*, *T700/AR2527* e *T800/M21*, os dados foram obtidos de Dalli et al. (2017). Nestes quatro últimos casos, adotou-se para o desvio padrão o mesmo valor relativo reportado por Furtado et al. (2021) para o material *IM7/8552*, de forma a possibilitar a avaliação do impacto dessa incerteza nas análises realizadas.

Tabela 3.5 – Tenacidade à fratura \mathcal{G}_0 dos sistemas materiais adotados neste estudo e desvio padrão obtido para análise de sensibilidade e estimativa de projeto em base B

Tração		
Material	\mathcal{G}_0 [N/mm]	σ [N/mm]
<i>IM7/8552</i>	206,75	23,64
<i>T700/M21</i>	391,00	44,60
<i>M40JB/ThinPreg 80EP/CF</i>	61,00	7,00
<i>AS4/8552</i>	125,00	14,30
Compressão		
<i>T700/AR2527</i>	43,00	4,90
<i>AS4/8552</i>	61,00	7,00
<i>T800/M21</i>	37,00	4,20

Os dados da curva \mathcal{R} para o material *IM7/8552*, de forma a preencher a equação 2.44 para uso no modelo da equação 2.45, foram extraídos de Catalanotti et al. (2014). Neste caso, $\zeta = 0,319 \text{ mm}^{-1}$, $\eta = 3,65 (-)$, $l_{fpz} = 2,63$ e $\mathcal{R}_{ss}^0 = 205 \text{ N/mm}$, o que resulta no gráfico da Figura 3.1.

Figura 3.1 – Curva \mathcal{R} do laminado quase-isotrópico *IM7/8552*.

Fonte: Adaptado de Catalanotti et al. (2014).

3.2 PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DE ENTRADA

Além dos parâmetros de material, os parâmetros geométricos também são importantes para calcular a tensão de falha, especialmente o diâmetro do furo, D e a largura do espécime, W . Desta forma, foi definida a utilização dos diâmetros e larguras a seguir para os materiais descritos:

- Para o material *IM7/8552* (DALLI et al., 2017), usando curva \mathcal{R}_{ss}^0 como tenacidade à fratura para os cálculos, foram utilizados diâmetros de 2, 4, 6, 8 e 10 mm. Usando a tenacidade à fratura \mathcal{G}_0 , foram utilizados os diâmetros 2, 4 e 10 mm conforme apresentado em Furtado et al. (2021). Para ambos os casos, foi utilizada uma razão $D/W = 1/6$;
- Para o material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF* (DALLI et al., 2017), foram utilizados diâmetros de 1, 2 e 6 mm, com razão $D/W = 1/6$;
- Para o material *T700/M21* (DALLI et al., 2017), foram utilizados diâmetros de 2, 5, e 8 mm, com razão $D/W = 1/6$;
- Para o material *AS4/8552*, foi considerada a dimensão de espécime apresentado em Chuqui et al. (2021). Assim, foi utilizado um diâmetro de 6.35 mm e razão $D/W = 1/6$.
- Para o material *T700/AR2527*, foi considerada as dimensões de espécime apresentado em Dalli et al. (2017). Assim, foi utilizado um diâmetro de 5 e 7 mm, com razão $D/W = 1/4$;
- Para o material *T800/M21*, foi considerada as dimensões de espécime apresentado em Dalli et al. (2017). Assim, foi utilizado um diâmetro de 3, 5 e 7 mm, com razão $D/W = 1/4$;

A Tabela 3.6 apresenta os valores médios considerados para a amostragem dos parâmetros de diâmetro e largura do furo para razão $D/W = 1/6$ e $D/W = 1/4$.

Tabela 3.6 – Valores de largura W e diâmetro do furo D , utilizados na análise de sensibilidade, considerando duas razões D/W : 1/4 e 1/6.

D/W	1/4			1/6								
Análise	1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D [mm]	3	5	7	1	2	4	5	6	6.35	7	8	10
W [mm]	12	20	28	6	12	24	30	36	38.1	42	48	60

3.3 DISTRIBUIÇÃO DE PARÂMETROS

Para cada propriedade do material, os limites superior e inferior foram definidos com base em dados experimentais, representando os valores máximos e mínimos observados em função da variabilidade nos testes. Esses limites foram estabelecidos como intervalos centrados na média experimental, abrangendo quatro desvios-padrão ($\pm 4\sigma$), assumindo uma distribuição normal dos dados. Essa escolha garante que aproximadamente 99,99% das possíveis variações estejam contidas nos intervalos definidos, assegurando uma cobertura estatística adequada. Essa abordagem busca equilibrar o intervalo de busca na análise de sensibilidade, o cálculo do valor admissível da base B e o treinamento do modelo substituto baseado em aprendizado de máquina. Os valores médios e os desvios-padrão de material utilizados são apresentados nas Tabelas 3.1, 3.4 e 3.5.

Para analisar a influência dos parâmetros de largura e diâmetro do furo no modelo analítico, as propriedades geométricas foram tratadas como distribuições centradas no valor médio, com uma variação de $\pm 2\%$ em torno desse valor, em conformidade com as tolerâncias permitidas para a preparação dos espécimes (FURTADO et al., 2021). Todos os valores médios adotados estão apresentados na Tabela 3.6.

Com base nesses limites, foram geradas amostras uniformemente distribuídas dentro dos intervalos definidos para a análise de sensibilidade baseada nos índices de Sobol. As mesmas amostras foram então utilizadas para treinar o modelo substituto e permitir a estimativa dos valores de projeto em base B por meio de simulações de Monte Carlo. Vale destacar que as distribuições normais utilizadas para gerar os parâmetros de entrada foram caracterizadas pelas médias e desvios-padrão obtidos da literatura.

3.4 FLUXOGRAMA DA ANÁLISE

A obtenção da tensão de falha σ_∞ baseou-se nos conceitos apresentados nas seções 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4, juntamente com os dados previamente descritos, como o módulo de elasticidade longitudinal da lâmina E_1 , a resistência longitudinal F_1 e a curva \mathcal{R}_{ss}^0 ou o valor \mathcal{G}_0 . Com base nessas informações, foi desenvolvido um fluxograma — ilustrado na Figura 3.2 e complementado na Figura 3.3 — que descreve passo a passo o processo de cálculo do modelo de Mecânica da

Fratura Finita, implementado em Python.

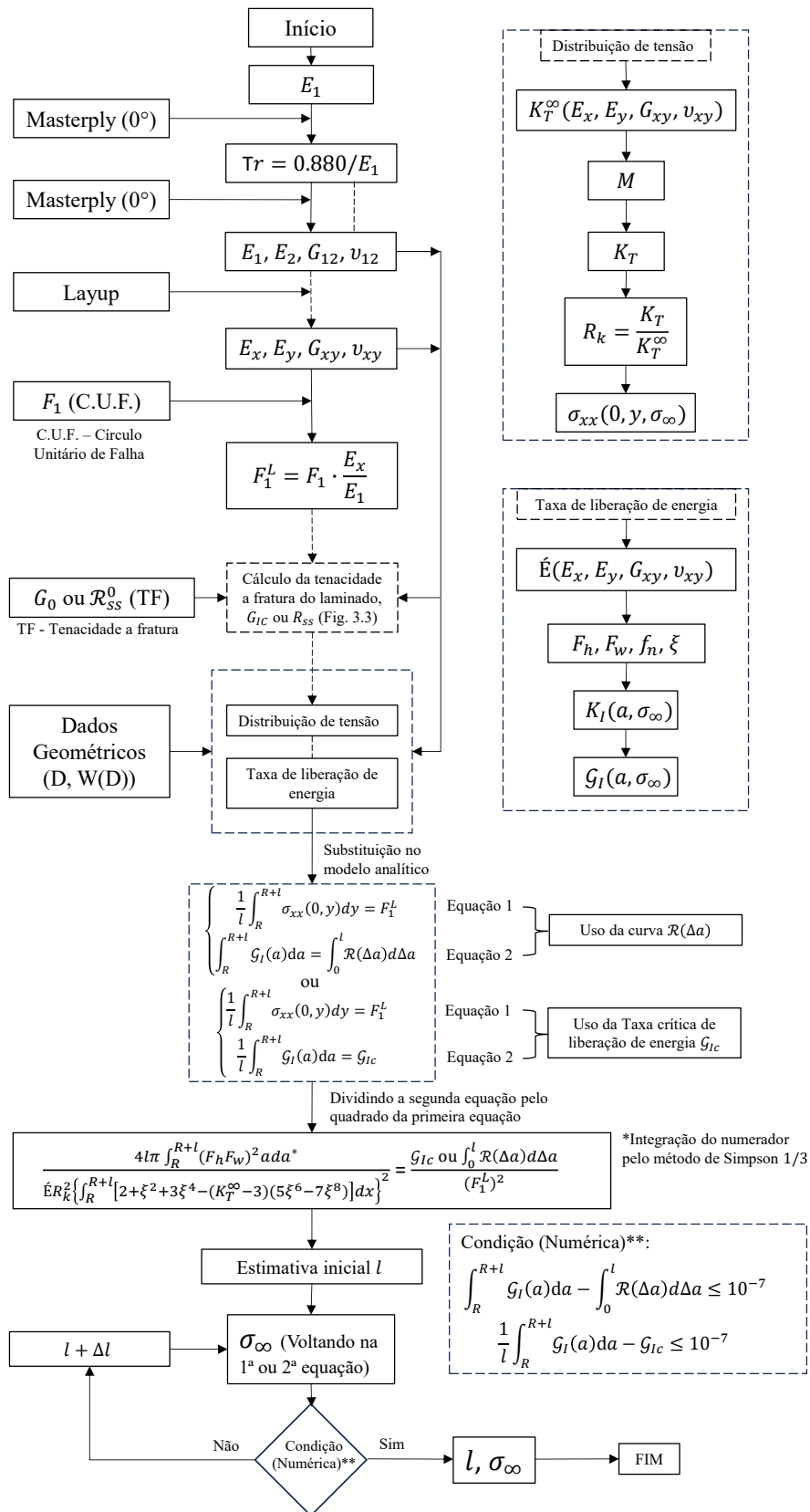
Observando a Figura 3.2, o estudo se inicia com o módulo de elasticidade longitudinal E_1 , obtido por meio de ensaio uniaxial do material, seguido do cálculo do módulo de Tsai, Tr . Com isso, são determinados os demais módulos de elasticidade da lâmina. Utilizando-se a sequência de empilhamento previamente definida (Tabela 3.2), calcula-se os módulos de elasticidade do laminado, permitindo então a determinação da resistência do laminado não entalhado, F_1^L , a partir da equação correspondente.

Dando continuidade ao fluxograma, são atribuídos os dados de tenacidade à fratura da lâmina a 0° — \mathcal{G}_0 ou \mathcal{R}_{ss}^0 — necessários para a definição da tenacidade à fratura do laminado, conforme descrito na Figura 3.3. A partir dos dados geométricos D e W , determina-se a distribuição de tensões e a taxa de liberação de energia no laminado, completando as informações exigidas pelo modelo analítico de Mecânica da Fratura Finita (equações da Seção 2.4). A depender da abordagem adotada — uso da curva \mathcal{R} ou do valor constante \mathcal{G}_0 — têm-se dois sistemas de equações possíveis.

Como a solução do numerador não é direta, aplica-se a integração numérica pelo método de Simpson. Para viabilizar a convergência da equação, adota-se uma estimativa inicial de l igual a 2 mm para todos os sistemas materiais analisados. A convergência é alcançada via método de Newton-Raphson, que fornece o valor de l . Em seguida, retorna-se à equação (1) ou (2) do sistema, verificando-se se a diferença entre os dois lados da igualdade é inferior a 10^{-7} , critério que foi atendido em todos os casos. Com a convergência garantida, obtém-se o valor de σ_∞ , concluindo a análise.

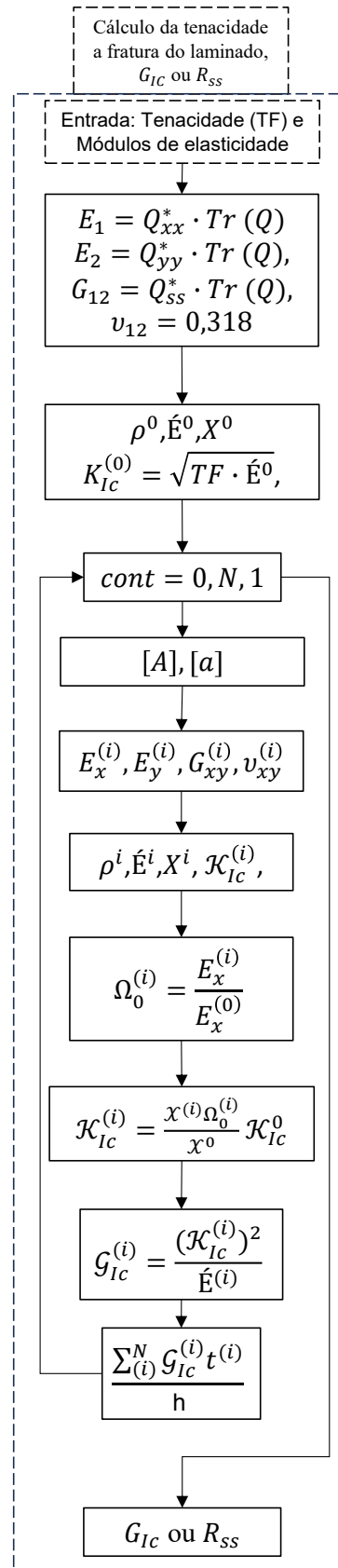
Com base nos resultados de σ_∞ , obtidos a partir de uma distribuição uniforme dos parâmetros de entrada, apresentados anteriormente, é possível realizar a análise de sensibilidade e calcular os valores de projeto em base B e curvas correspondentes seguindo o fluxograma apresentado na Figura 3.4. Esta etapa dá continuidade ao fluxograma da figura 3.2, com foco na avaliação da sensibilidade e na obtenção de valores admissíveis de projeto em base B. O processo emprega um modelo substituto que considera a distribuição normal dos dados de entrada.

Figura 3.2 – Fluxograma esquemático do modelo analítico proposto (parte 1).



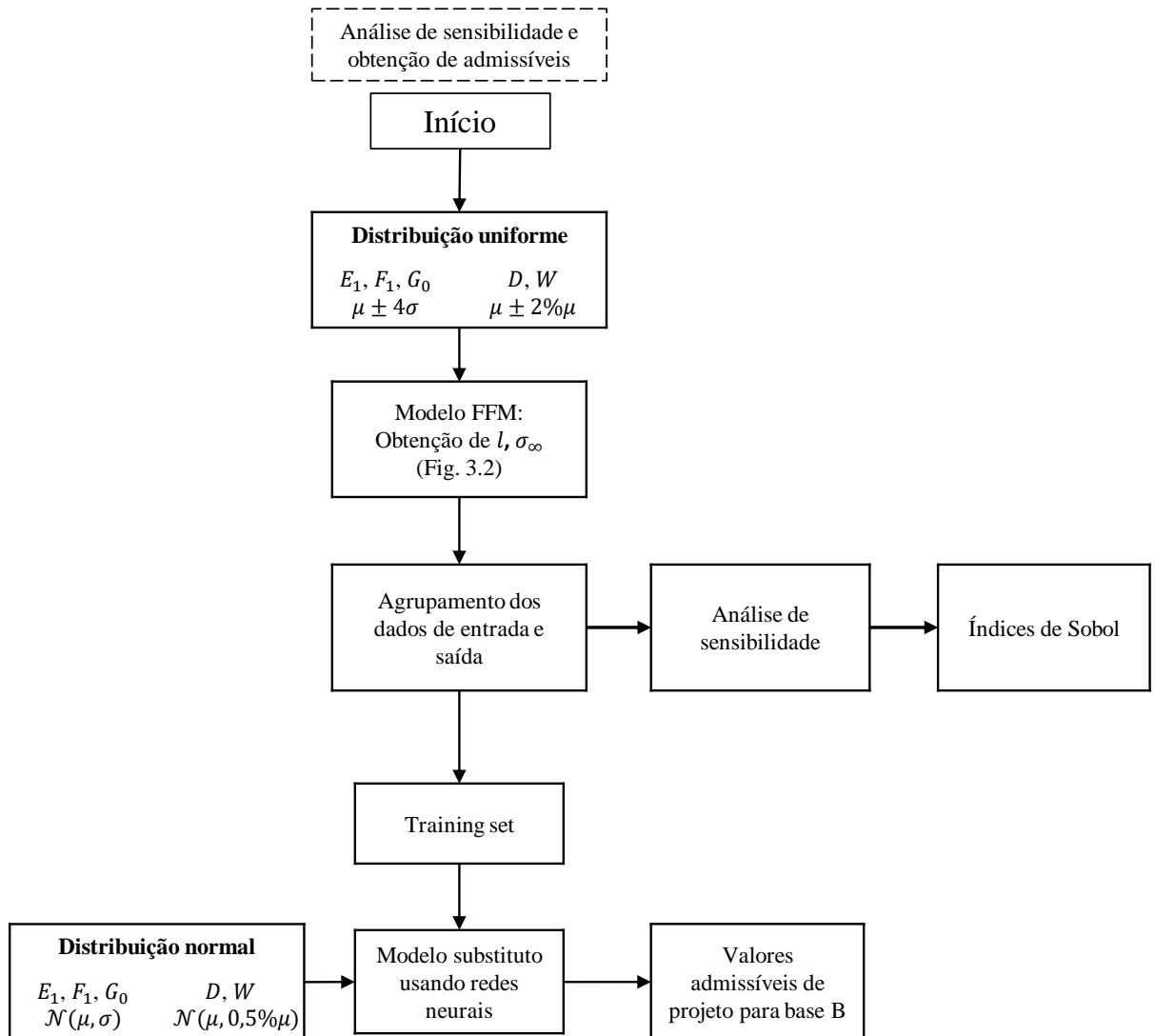
Fonte: Adaptado de Catalanotti et al. (2014).

Figura 3.3 – Fluxograma esquemático do modelo analítico proposto (parte 2).



Fonte: Adaptado de Catalanotti et al. (2014).

Figura 3.4 – Fluxograma para análise valores de projeto em base B



4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 VERIFICAÇÃO DO MODELO

Considerando o fluxograma apresentado na seção 3.4, um sistema não-linear de equações é obtido e deve ser resolvido para obter a tensão na falha, σ_∞ , sendo utilizado o método de integração numérica de Simpson para resolver as integrais obtidas, bem como o método de Newton-Raphson para a convergência das equações.

Para verificar a metodologia implementada, foram utilizados os resultados experimentais da tensão na falha em um espécime com furo aberto submetido à tração (OHT) para os materiais *AS4/8552*, *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*, *T700/M21* e *IM7/8552* (para curva \mathcal{R} e \mathcal{G}_0), apresentados na seção 4.1.1. Para espécimes em compressão (OHC), foram considerados os materiais *AS4/8552*, *T800/M21* e *T700/AR2527*, sendo os resultados apresentados na seção 4.1.2.

4.1.1 Tração em furo aberto - OHT

Das Figuras 4.1 a 4.5, são apresentados os resultados numéricos obtidos para os espécimes submetidos à tração, comparando-os com os resultados experimentais disponíveis na literatura para os materiais *IM7/8552* (CAMANHO; MAIMÍ; DÁVILA, 2007), *AS4/8552* (MARLETT et al., 2011), *M40JB/ThinPreg 80EP/CF* e *T700/M21* (FURTADO et al., 2016).

Figura 4.1 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o material *AS4/8552*. Laminado com empilhamento $[45/90/-45/0]_{2S}$ e $D/W = 1/6$.

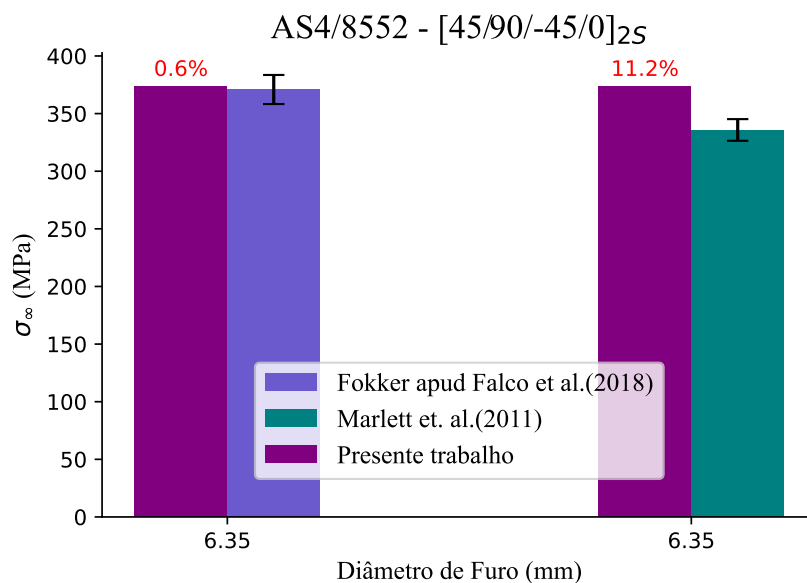


Figura 4.2 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o material IM7/8552, utilizando a curva \mathcal{R} como entrada. Laminado com empilhamento $[90/0/-45/45]_{3S}$ e $D/W = 1/6$.

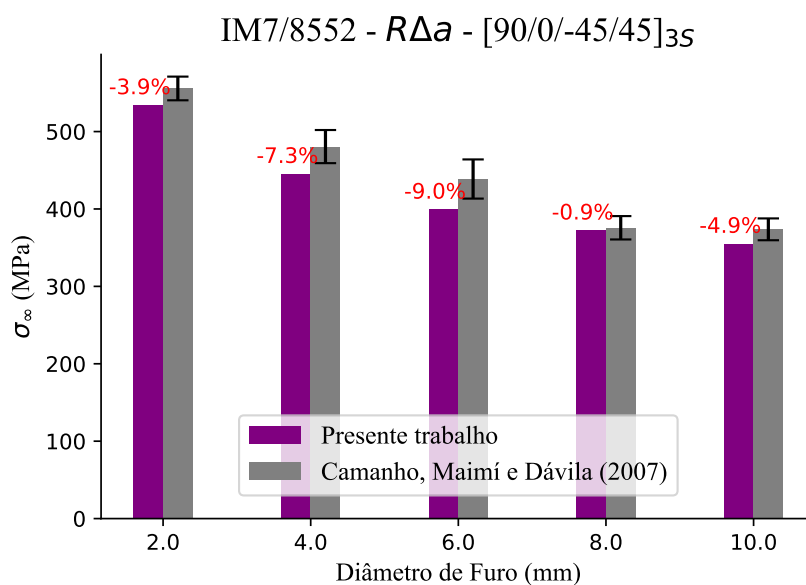
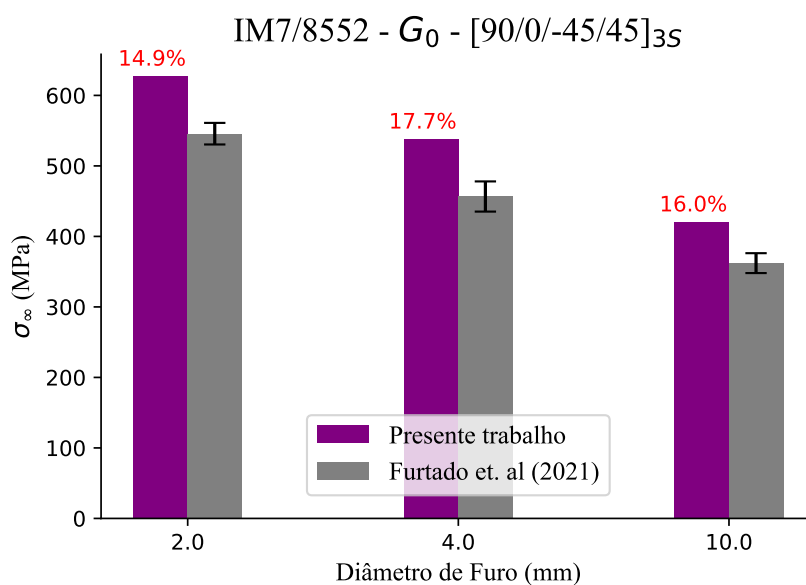


Figura 4.3 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o material IM7/8552, utilizando \mathcal{G}_0 como entrada. Laminado com empilhamento $[90/0/-45/45]_{3S}$ e $D/W = 1/6$.



Observando os resultados obtidos, verifica-se que o modelo numérico fornece previsões consistentes para a tensão de falha na tração em espécimes entalhados com furo central, nas sequências de empilhamento adotadas, resultando, na maioria dos casos, em erros relativos inferiores a 10%. Para o material AS4/8552 sob tração, foram consultadas duas referências para comparar

Figura 4.4 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o sistema de material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*. Laminado com empilhamento $[45/90/-45/0]_{10s}$ e $D/W = 1/6$.

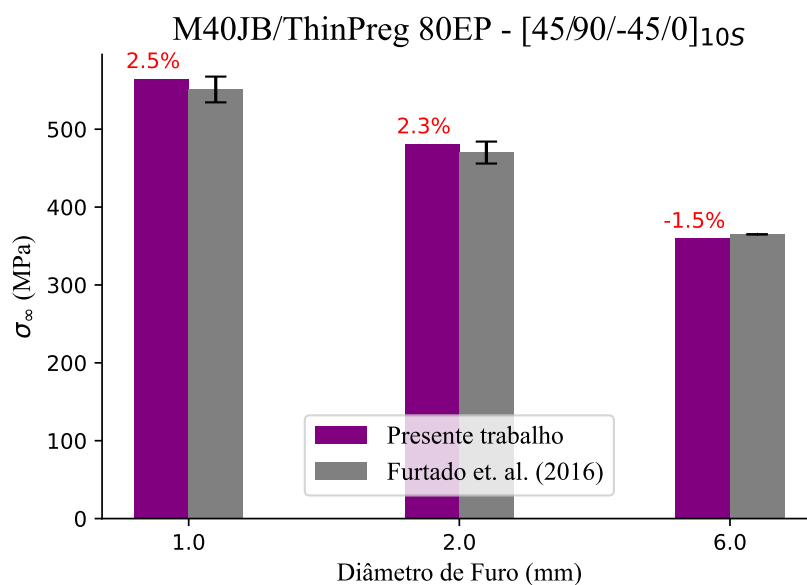
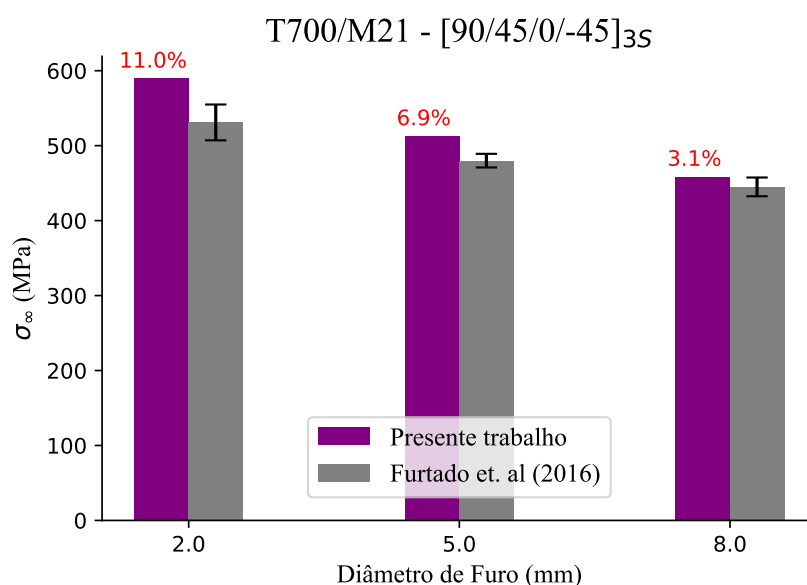


Figura 4.5 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHT para o sistema de material *T700/M21*. Laminado com empilhamento $[90/45/0/-45]_{3s}$ e $D/W = 1/6$.



os resultados obtidos pelo método FFM: Fokker apud Falcó et al. (2018) e Marlett et al. (2011), destacados em azul e verde, respectivamente, na Figura 4.1. Os resultados da análise OHT mostraram melhor concordância com os dados de Fokker, com erro relativo de apenas 0,6% em relação à média experimental reportada por esse autor, contrastando com os 11,2% obtidos

quando comparados aos dados de Marlett et al. (2011).

O erro observado na comparação com Marlett et al. (2011) é compatível com os valores obtidos para outros materiais previamente analisados, sendo, portanto, aceitável em ambas as comparações — especialmente ao se considerar que estes dados referem-se a lâminas de maior espessura.

Para o material *IM7/8552*, observou-se uma maior divergência entre os resultados quando se utilizou o valor de \mathcal{G}_0 como entrada na equação 2.36. Tal discrepância deve-se ao fato de que, embora ambas as abordagens representem a mesma propriedade, elas se originam de tipos distintos de ensaio. Diferentes soluções para o campo de tensões e para a taxa de liberação de energia levam a variações sutis nas previsões do modelo. Conclui-se, portanto, que o valor de \mathcal{G}_0 fornece uma estimativa mais conservadora do que aquela obtida a partir da curva \mathcal{R} . Os resultados associados ao uso de \mathcal{G}_0 como entrada podem ser consultados em Furtado et al. (2021). Por outro lado, conforme Dalli et al. (2017), a resistência à fratura dos compósitos é um processo que evolui com o crescimento do dano. A curva \mathcal{R} captura essa evolução da resistência, proporcionando uma representação mais precisa e resultando em previsões aprimoradas para uma ampla gama de tamanhos de entalhe. Assim, para o projeto, a utilização da curva \mathcal{R} é preferível, especialmente para laminados finos onde a falha é dominada por fratura intralaminar.

Por outro lado, ao comparar o material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF* com os demais materiais deste estudo, observa-se que a diferença em relação ao resultado experimental é inferior a 3%. Isso se deve ao fato de que este laminado é composto por lâminas mais finas, resultando em um maior número de repetições de sublaminados. Essa característica reforça que o método é particularmente aplicável a laminados com lâminas finas, os quais são caracterizados por fraturas intralaminares dominadas por fibras, manifestando-se como falhas frágeis ou por arrancamento sob tração, conforme indicado por Furtado et al. (2016). Adicionalmente, como a metodologia utiliza apenas as propriedades longitudinais do material unidirecional (independentemente do laminado), pode ocorrer uma leve perda de precisão em comparação às medições diretas das propriedades do laminado, o que foi discutido em Catalanotti et al. (2014) e evidenciado pelos resultados obtidos para os materiais *IM7/8552* e *T700/M21*. Dessa forma, a metodologia originalmente proposta por Catalanotti et al. (2014) demonstra o potencial desta ferramenta ao reduzir o custo computacional em comparação com soluções baseadas em elementos finitos, utilizando apenas três dados de entrada para o problema: o módulo de elasticidade longitudinal (E_1), a resistência à tração (F_{1t}) e a tenacidade à fratura, seja pela curva \mathcal{R} ou pelo valor de G_0 do material.

4.1.2 Compressão em furo aberto - OHC

As figuras 4.6, 4.7 e 4.8 apresentam os resultados numéricos obtidos para a tensão de compressão nos sistemas materiais com entalhe, respectivamente, comparando-os com os resultados experimentais disponíveis na literatura para o AS4/8552 (Fokker apud Falcó et al. (2018) e Marlett et al. (2011)), para o T800-M21 (ERçIN et al., 2013) e para o T700/AR2527 (ARTEIRO et al., 2013).

Figura 4.6 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHC para o material AS4/8552. Laminado com empilhamento [45/90/-45/0]_{2s} e D/W = 1/6.

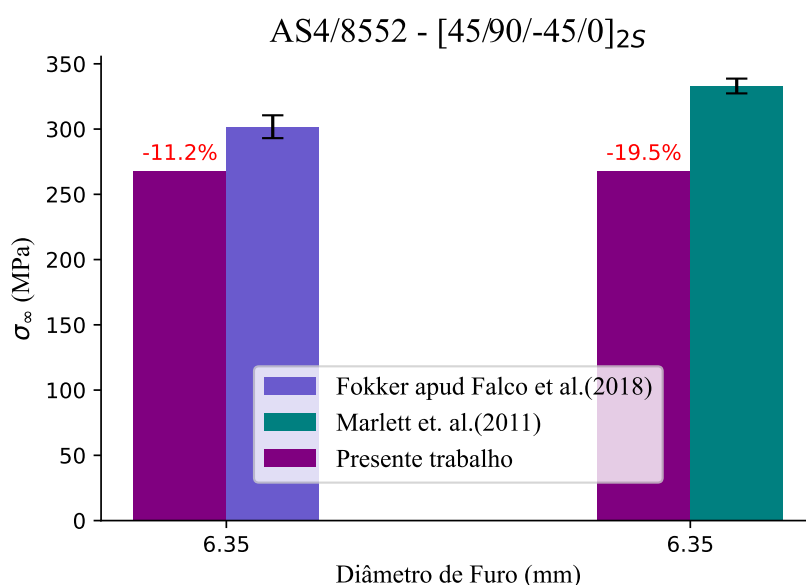


Figura 4.7 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHC para o material T800-M21. Laminado com empilhamento [90/45/0/-45]_{3s} e D/W = 1/6.

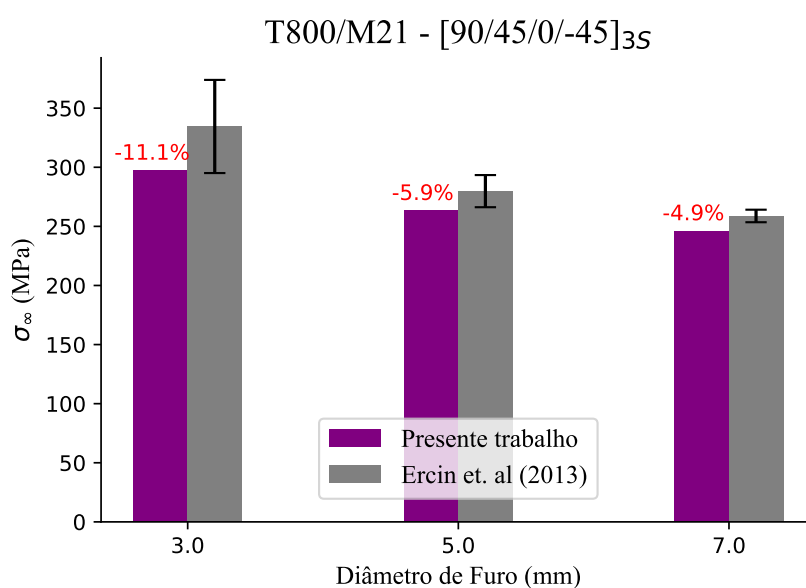
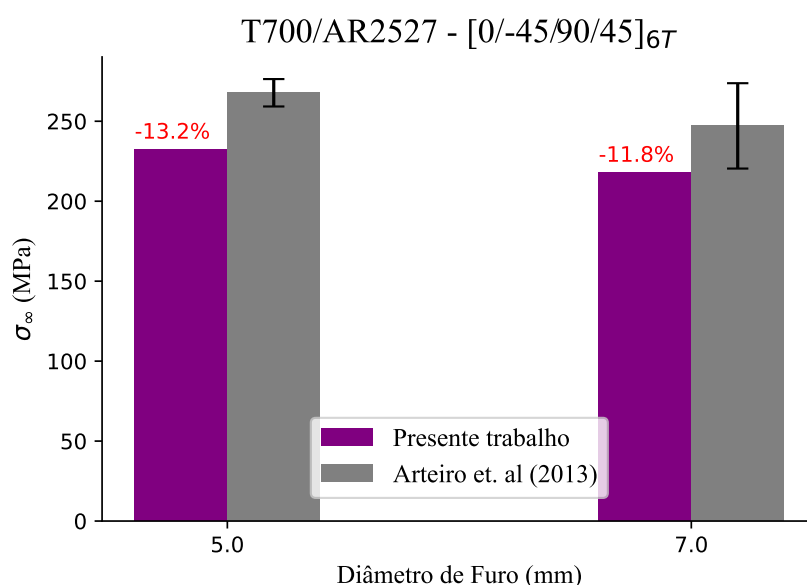


Figura 4.8 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos OHC para o material T700-AR2527. Laminado com empilhamento $[45/90/-45/0]_{6T}$ e $D/W = 1/6$.



Na análise dos resultados, observou-se que a tensão de falha em compressão (OHC) para todos os materiais apresentou erros relativos superiores a 10%, indicando uma tendência da metodologia numérica em subestimar os resultados nessa condição. Essa subestimação pode ser atribuída à baixa resistência à compressão longitudinal, F_{1c} . Nesse contexto, o uso do círculo unitário leva a uma previsão de resistência à compressão F_{1c}^L abaixo do esperado, o que afeta diretamente a estimativa da resistência do laminado sem furo, conforme indicado por Dalli et al. (2017). Além disso, valores reduzidos de tenacidade à fratura, associados à propagação de bandas de deformação, também contribuem para o erro observado, como mencionado por Catalanotti et al. (2014). Esses fatores influenciam o valor final obtido para a tensão de falha, σ_{∞} .

Para o material AS4/8552, assim como no espécime submetido à tração, foram consultadas duas fontes na literatura para comparar os resultados: Fokker apud Falcó et al. (2018) e Marlett et al. (2011), destacado em azul e verde, respectivamente, na Figura 4.6. É importante destacar que, assim como o resultado obtido pelo método OHT, a tensão de falha na compressão (OHC) apresentou uma correlação mais forte com os dados de Fokker, embora tenha sido subestimada em 11,2% em relação aos resultados experimentais médios desse autor, em comparação com os 19,5% obtidos no Marlett et al. (2011). A justificativa anterior do erro para os materiais avaliados em OHC também se aplica a este estudo.

4.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

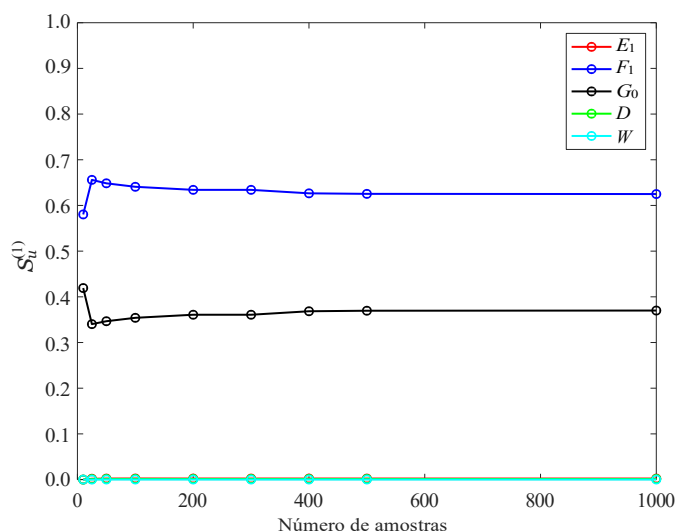
Após a verificação do modelo, foram geradas 1000 amostras uniformes a partir do conjunto de dados numéricos para o desenvolvimento da análise de sensibilidade, com o objetivo de avaliar a sensibilidade global dos parâmetros de entrada sobre os resultados do modelo FFM. Essas amostras foram utilizadas no ambiente UQLab para o cálculo dos índices de Sobol por meio de um metamodelo baseado em PCE.

Em cada caso, foi realizada uma análise de convergência utilizando todas as amostras disponíveis, a fim de determinar o número mínimo necessário para estabilização dos índices de Sobol. Os resultados dessas análises, que consideraram diferentes tamanhos de amostras, indicaram que um mínimo de 200 amostras é necessário para garantir a estabilidade dos índices de Sobol, conforme ilustrado na Figura 4.9. A análise de sensibilidade foi conduzida para todos os sistemas materiais e para todas as configurações geométricas apresentadas nas Tabelas 3.1, 3.4, 3.5 e 3.6.

Em todas as análises, observa-se, de forma geral, que a resistência longitudinal do material passa a exercer influência crescente à medida que o diâmetro da amostra diminui, enquanto a tenacidade à fratura apresenta tendência oposta.

Entretanto, para o material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF* foi identificada uma divergência notável no comportamento dos resultados quando comparados aos demais estudos, possivelmente associada ao elevado desvio padrão relacionado a E_1 ($\sigma = 14000$ MPa), o que indica um espaço amostral amplo para esta propriedade. Essa característica sugere que um número maior de amostras seria necessário para garantir a convergência do interpolador. Assim, recomenda-se uma investigação mais aprofundada deste modelo, sem a utilização do PCE.

Figura 4.9 – Análise de convergência típica dos índices de Sobol.

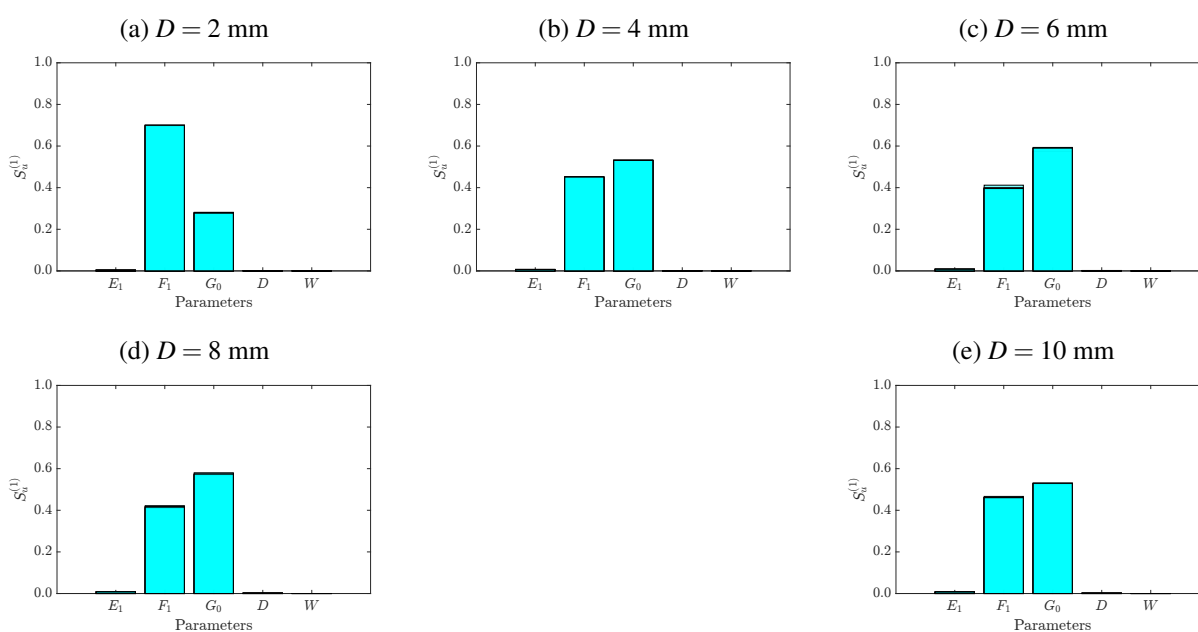


4.2.1 Tração em furo aberto - OHT

- *IM7/8552*

As Figuras 4.10a, 4.10b, 4.10c, 4.10d e 4.10e apresentam os índices de primeira ordem de Sobol para os parâmetros de entrada correspondentes a diâmetros de furo de 2, 4, 6, 8 e 10 mm, respectivamente, para o material *IM7/8552*. A partir desses resultados, constatou-se que os parâmetros mais influentes são F_1 e G_0 . A influência de F_1 é mais pronunciada em diâmetros menores, representando aproximadamente 70% da variância nas simulações com furo de 2 mm, enquanto diminui para cerca de 40% a 45% em diâmetros maiores. Por outro lado, a influência de G_0 apresenta um comportamento inverso, com menor impacto em 2 mm (cerca de 30% da variância total), aumentando para aproximadamente 55% a 60% em diâmetros maiores.

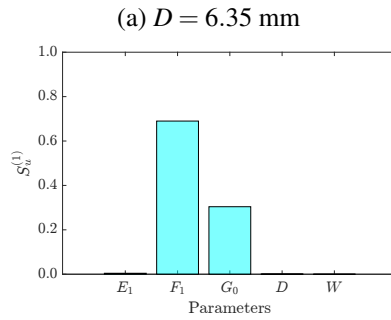
Figura 4.10 – Resultados da análise de sensibilidade global OHT utilizando índices de Sobol para o material *IM7/8552*.



- *AS4/8552*

A Figura 4.11a apresenta os índices de primeira ordem de Sobol para os parâmetros de entrada correspondentes ao diâmetro de furo de 6,35 mm, para o material *AS4/8552*. Os valores obtidos mostram que os parâmetros mais influentes são F_1 e G_0 . A influência de F_1 é significativa neste estudo, representando aproximadamente 70% da variância. A influência de G_0 , por outro lado, contribui com cerca de 30% da variância total.

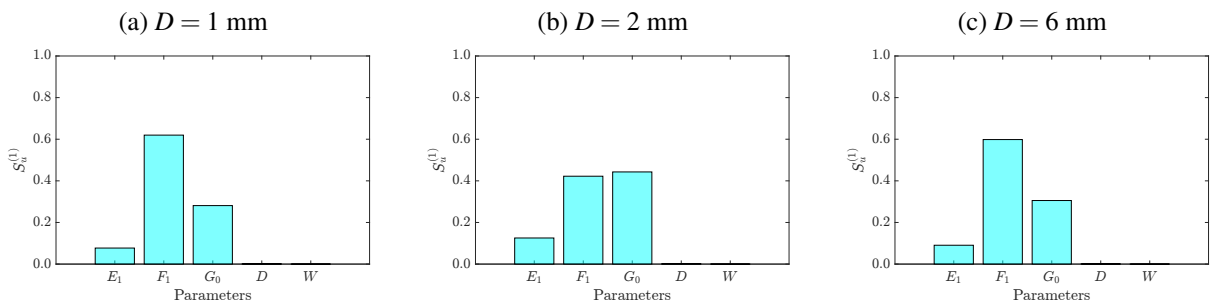
Figura 4.11 – Resultados da análise de sensibilidade global OHT utilizando índices de Sobol para o material AS4/8552.



- *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*

As Figuras 4.12a, 4.12b e 4.12c apresentam os índices de primeira ordem de Sobol para os parâmetros de entrada correspondentes aos diâmetros de furo de 1, 2 e 6 mm, respectivamente, para o material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*. Na Figura 4.12a, os valores obtidos indicam que o parâmetro mais influente é F_1 , contribuindo com aproximadamente 65% da variância. O parâmetro G_0 aparece em seguida, representando cerca de 30% da variância. Na Figura 4.12b, os resultados mudam, com F_1 contribuindo com cerca de 45% da variância total, e G_0 aumentando sua contribuição para cerca de 40%, próximo a F_1 . Na Figura 4.12c, F_1 contribui com cerca de 60% de variância, enquanto G_0 com cerca de 35%. É observado que, para todos os estudos, o valor de E_1 apresenta índice de sobol em torno de 5% a 10%, enquanto os parâmetros de D e W mostram influência desprezível. No geral, para os diferentes diâmetros de furo, F_1 mostra consistentemente a maior influência nos índices de sobol, seguido por G_0 e E_1 .

Figura 4.12 – Resultados da análise de sensibilidade global OHT utilizando índices de Sobol para o material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*.

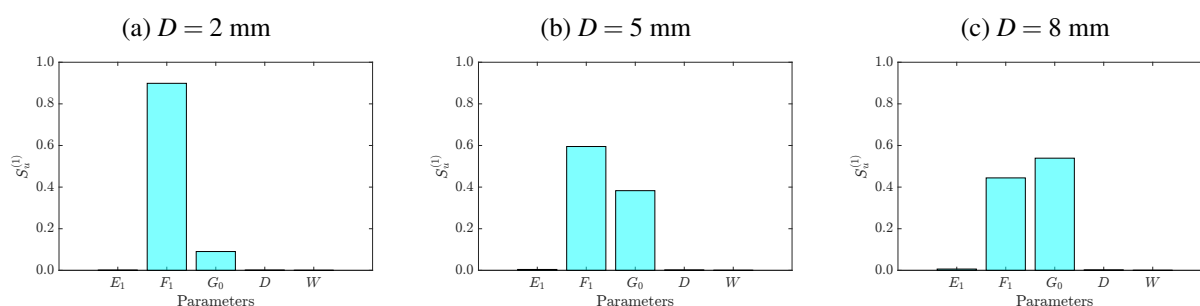


- *T700/M21*

As Figuras 4.13a, 4.13b e 4.13c apresentam os índices de primeira ordem de Sobol para os parâmetros de entrada correspondentes a diâmetros de furo de 2, 5 e 8 mm, respectivamente, para o material *T700/M21*. Na Figura 4.13a, os índices de Sobol indicam que F_1 é o parâmetro mais influente, contribuindo com aproximadamente 90% da variância. O parâmetro G_0 exibe uma influência menor, representando cerca de 10% da variância. Na Figura 4.13b, a influência

de F_1 diminui para cerca de 60%, enquanto \mathcal{G}_0 apresenta um aumento considerável, contribuindo com aproximadamente 35% da variância. Finalmente, a Figura 4.13c apresenta os resultados para um diâmetro de furo de 8 mm. Nesse caso, a influência entre os valores F_1 e \mathcal{G}_0 se invertem, na qual F_1 representando cerca de 45% da variância, e \mathcal{G}_0 contribuindo com aproximadamente 55%. É observado que os parâmetros de E_1 , D e W mostram influência desprezível para todos os diâmetros neste estudos. Esses resultados destacam que, para o sistema de materiais *T700/M21*, os parâmetros F_1 e \mathcal{G}_0 dominam a variância em todos os diâmetros de furo, com F_1 mostrando uma influência particularmente alta em diâmetros menores, que se reduz ao aumentar o diâmetro de furo.

Figura 4.13 – Resultados da análise de sensibilidade global OHT utilizando índices de Sobol para o material *T700/M21*.



4.2.2 Compressão em furo aberto - OHC

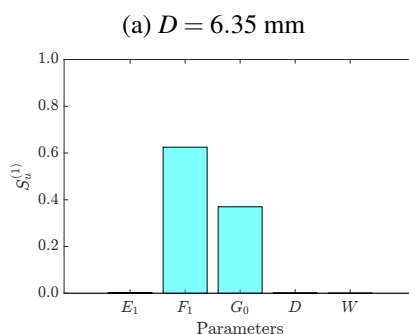
- AS4/8552

A Figura 4.14 apresenta os índices de Sobol de primeira ordem para os parâmetros de entrada, considerando um diâmetro de furo de 6,35 mm, para o material *AS4/8552*. Os índices de Sobol revelam que os parâmetros mais influentes são F_1 e \mathcal{G}_0 , similarmente ao comportamento deste material sob tração. Neste caso, F_1 é responsável por aproximadamente 60% da variância total, enquanto \mathcal{G}_0 contribui com cerca de 35%. Assim como nos espécimes OHT, a influência dos demais parâmetros (E_1 , D e W) é desprezível nesta análise.

- T800/M21

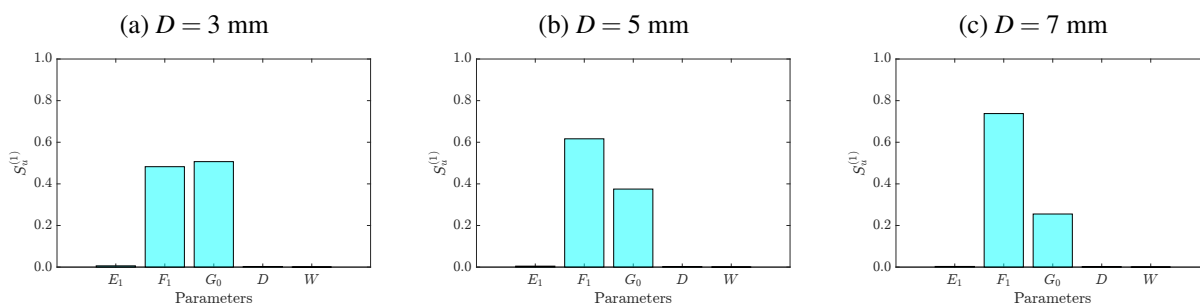
As Figuras 4.15a, 4.15b e 4.15c mostram os índices de Sobol de primeira ordem para os parâmetros de entrada correspondentes aos diâmetros de furo de 3, 5 e 7 mm, respectivamente, para o material *T800/M21*. Na Figura 4.15a, os índices de Sobol indicam que tanto F_1 quanto \mathcal{G}_0 têm influência significativa, cada um contribuindo quase igualmente, com F_1 responsável por aproximadamente 45% e \mathcal{G}_0 com cerca de 50%. Na Figura 4.15b, a influência de F_1 aumenta, sendo responsável por cerca de 60% da variância, enquanto \mathcal{G}_0 contribui com aproximadamente 40%. Finalmente, na Figura 4.15c, F_1 domina a variância com uma contribuição de aproximadamente 75%, enquanto \mathcal{G}_0 apresenta influência reduzida, contribuindo com cerca de

Figura 4.14 – Resultados da análise de sensibilidade global OHC utilizando índices de Sobol para o material AS4/8552.



25%. Assim como nos estudos anteriores, a influência dos demais parâmetros (E_1 , D e W) é desprezível nesta análise. Esses resultados sugerem que, para o sistema de materiais *T800/M21* sob compressão, F_1 e G_0 são os parâmetros dominantes, com F_1 ganhando mais influência à medida que o diâmetro do furo aumenta.

Figura 4.15 – Resultados da análise de sensibilidade global OHC utilizando índices de Sobol para o material *T800/M21*.



- *T700/AR2527*

As Figuras 4.16a e 4.16b apresentam os índices de Sobol de primeira ordem para os parâmetros de entrada correspondentes aos diâmetros de furo de 5 e 7 mm, respectivamente, para o material *T700/AR2527*. Na Figura 4.16a, para um diâmetro de furo de 5 mm, os índices de Sobol indicam que tanto F_1 quanto G_0 têm influência significativa, sendo responsáveis por cerca de 65% e 35%, respectivamente, da variância. Finalmente, na Figura 4.16b, F_1 domina a variância com uma contribuição de aproximadamente 75%, enquanto G_0 apresenta influência reduzida, contribuindo com cerca de 25%. Para todos os diâmetros de furos, os demais parâmetros, E_1 , D e W mostram influência desprezível. Esses resultados mostram que, para o sistema de materiais *T700/AR2527* sob compressão, F_1 e G_0 são os parâmetros dominantes, com F_1 ganhando mais influência à medida que o diâmetro do furo aumenta.

Figura 4.16 – Resultados da análise de sensibilidade global OHC utilizando índices de Sobol para o material T700/AR2527.



4.3 DESENVOLVIMENTO DO MODELO SUBSTITUTO

Para a análise dos valores admissíveis de projeto em base B, o custo computacional de 1000 simulações utilizando o modelo FFM é significativo. Cada simulação demanda aproximadamente 6 minutos por diâmetro de furo, resultando em um tempo total de cerca de 78 minutos para completar todas as 12 análises indicadas na Tabela 3.6. Isso evidencia o elevado custo computacional associado ao modelo FFM, especialmente quando se trabalha com grandes volumes de dados necessários para análises de confiabilidade. Para mitigar esse desafio, os dados obtidos na análise de sensibilidade de Sobol foram utilizados no treinamento de um modelo substituto, com o objetivo de acelerar o processo sem comprometer a acurácia dos resultados.

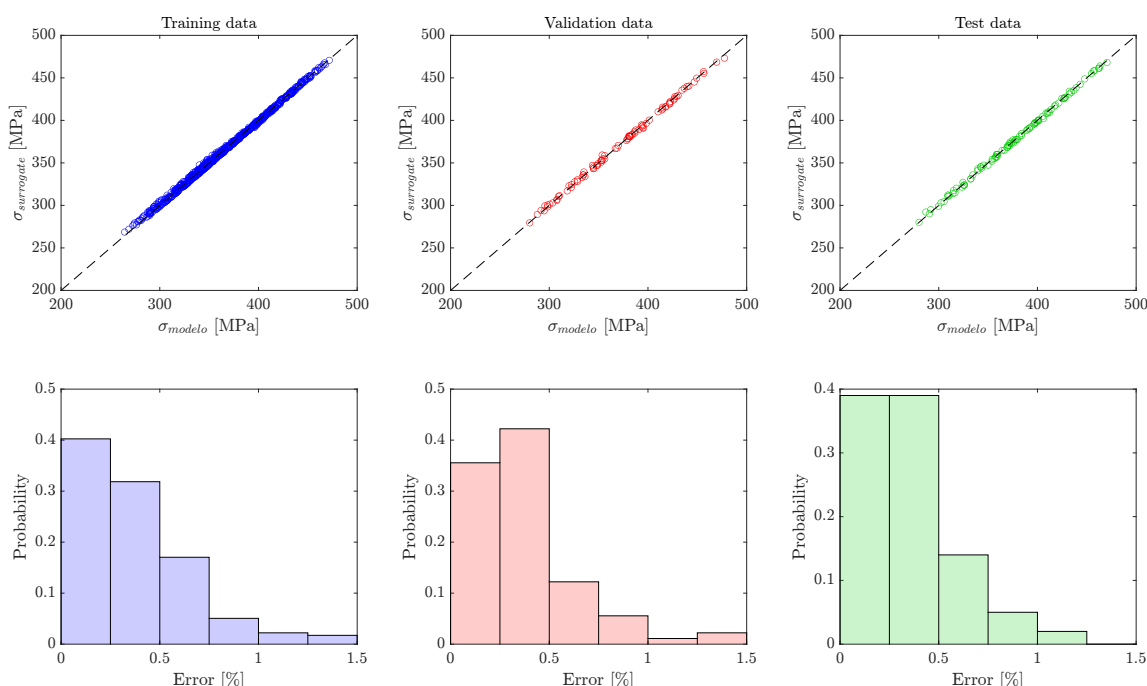
Neste estudo, um modelo substituto foi treinado para cada diâmetro de furo utilizando 1000 amostras aleatórias oriundas da análise de sensibilidade. Esse modelo atua como um interpolador dentro dos limites da análise. A camada de entrada da rede neural é composta por cinco neurônios correspondentes às variáveis aleatórias E_1 , F_1 , G_0 , D e W , enquanto a camada de saída possui um único neurônio representando σ_{∞} . A arquitetura da rede inclui duas camadas ocultas, com 50 e 100 neurônios, respectivamente. O conjunto de dados utilizado no treinamento, derivado da análise de sensibilidade, foi dividido em subconjuntos de treinamento, validação e teste, nas proporções de 80%, 10% e 10%, respectivamente, como indicado em Ferreira et al. (2024):

- **Conjunto de Treinamento (*Training Dataset*):** Responsável pelo ajuste dos pesos e parâmetros internos da rede neural, constituindo a etapa em que o modelo efetivamente “aprende” os padrões e relações presentes nos dados. Neste estudo, utilizou-se o otimizador Adam (*Adaptive Moment Estimation*, conforme (KINGMA; J.BA, 2014)), adotando-se uma taxa de aprendizado fixa de 0,001. O processo de treinamento foi controlado por um critério de parada antecipada baseado no erro de validação, de modo que o treinamento era interrompido sempre que esse erro não apresentava redução em três etapas consecutivas.

- **Conjunto de Validação (*Validation Dataset*):** Mantido separado dos dados de treinamento, é utilizado para monitorar o desempenho do modelo durante o processo de aprendizado, orientar o ajuste de hiperparâmetros e definir o critério de parada antecipada (*early stopping*). Esse conjunto é fundamental para detectar e mitigar o sobreajuste (*overfitting*), situação em que o modelo se adapta excessivamente aos dados de treinamento, comprometendo sua capacidade de generalização.
- **Conjunto de Teste (*Test Dataset*):** Exclusivamente reservado para a etapa final, não participa do processo de treinamento ou validação. É empregado para realizar uma avaliação imparcial do desempenho do modelo treinado, sendo essencial para verificar sua capacidade de generalização frente a dados não observados previamente.

A Figura 4.17 apresenta os resultados do treinamento para o diâmetro de furo de 6,35 mm associado ao material AS4/8552. O mesmo procedimento foi aplicado a todos os materiais e diâmetros de furo avaliados. Em todos os casos, os erros nos dados de treinamento, validação e teste permaneceram consistentemente abaixo de 1%, garantindo a precisão dos resultados.

Figura 4.17 – Previsões do modelo substituto de rede neural e erro nos dados de treinamento, validação e teste para o material AS4/8552.



4.4 ANÁLISE DOS VALORES ADMISSÍVEIS DE PROJETO EM BASE B

Com base nos desvios padrão do capítulo 3, amostras das propriedades mecânicas e geométricas foram usadas como entradas para o modelo substituto por ANN. Para a análise em base B, realizaram-se 10.000 simulações: enquanto o modelo FFM leva 780 minutos, a ANN executa em 0,15 segundos, demonstrando enorme redução de tempo. A seguir, apresenta-se a análise

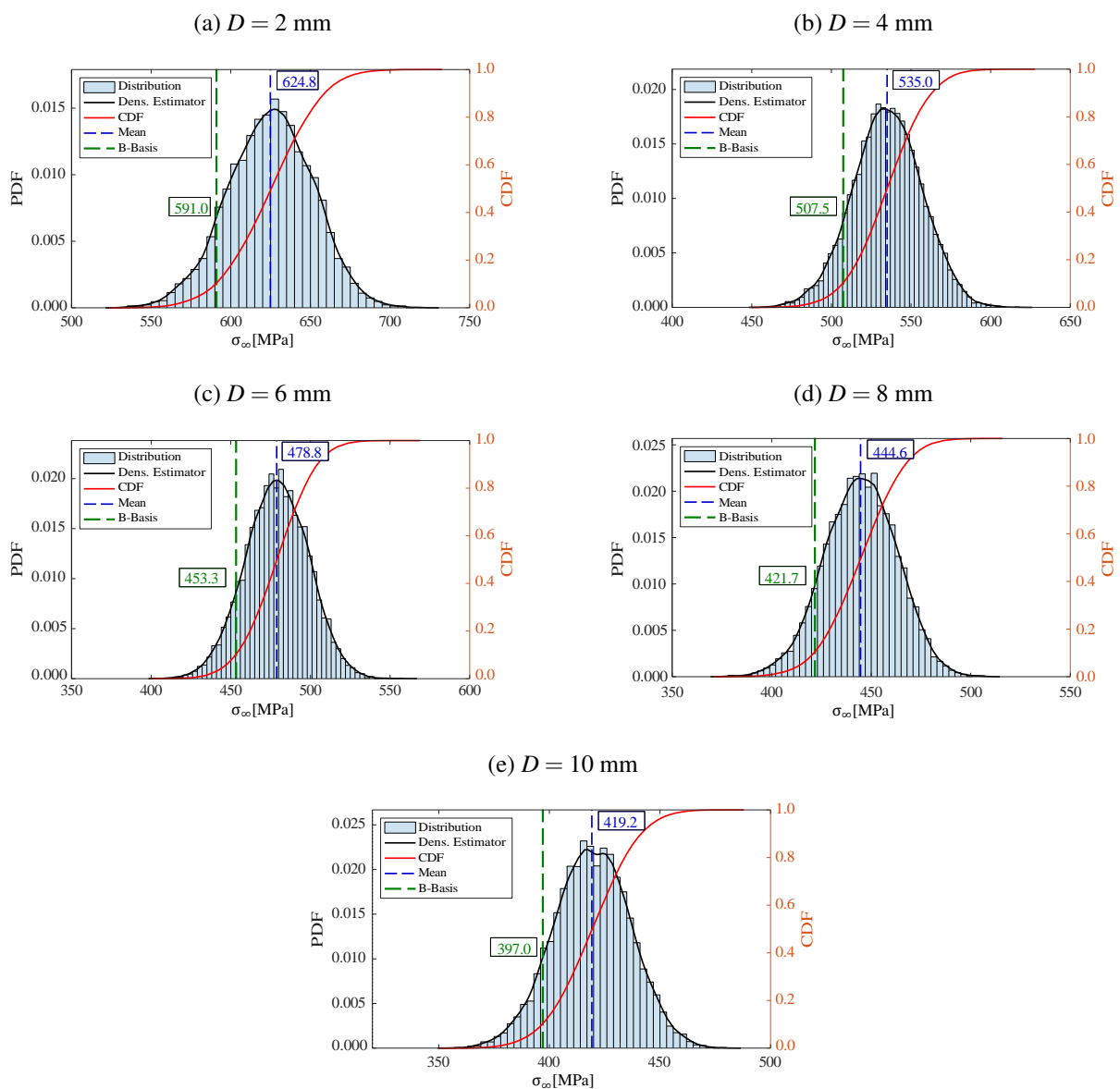
dos valores admissíveis em base B, com destaque para os valores médios e admissíveis das distribuições obtidas a partir do modelo substituto e das propriedades de entrada amostradas.

4.4.1 Tração em furo aberto - OHT

- *IM7/8552*

As Figuras 4.18a, 4.18b e 4.18c, 4.18d e 4.18e mostram os valores admissíveis de projeto em base B de tensão de falha na tração, nos furos de diâmetro de 2, 4, 6, 8 e 10 mm, respectivamente, para o material *IM7/8552*.

Figura 4.18 – Valores admissíveis de projeto OHT em base B para o laminado *IM7/8552*. Empilhamento [90/0/−45/45]_{3s}.

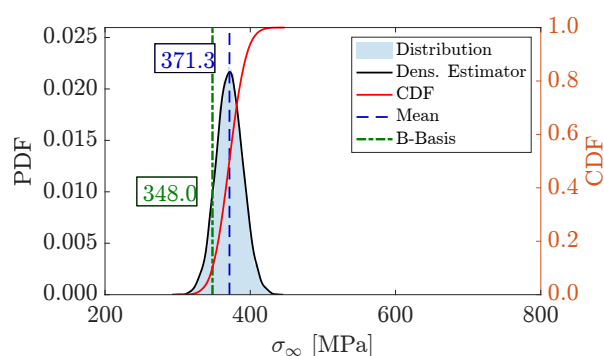


Observa-se que a tensão de resistência com entalhe σ_∞ tende a diminuir em magnitude à medida que o diâmetro do furo aumenta, conforme observado nos valores médios das funções de distribuição de probabilidade - PDFs (Probability Distribution Functions).

- *AS4/8552*

A Figura 4.19 mostra o valor de tensão em furo aberto admissível em base B obtido para um diâmetro de furo de 6,35 mm para o material *AS4/8552*.

Figura 4.19 – Valores admissíveis de projeto OHT em base B para o laminado *AS4/8552*. Empilhamento $[45/90/-45/0]_{2S}$.



- *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*

As Figuras 4.20a, 4.20b e 4.20c mostram os valores admissíveis de projeto em base B de tensão de falha na tração, nos furos de diâmetro de 1, 2 e 6 mm, respectivamente, para o material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*.

- *T700/M21*

As Figuras 4.21a, 4.21b e 4.21c mostram os valores admissíveis de projeto em base B de tensão de falha na tração, nos furos de diâmetro de 2, 5 e 8 mm para o material *T700/M21*, respectivamente.

Figura 4.20 – Valores admissíveis de projeto OHT em base B para o laminado *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*. Empilhamento $[45/90/-45/0]_{2s}$.

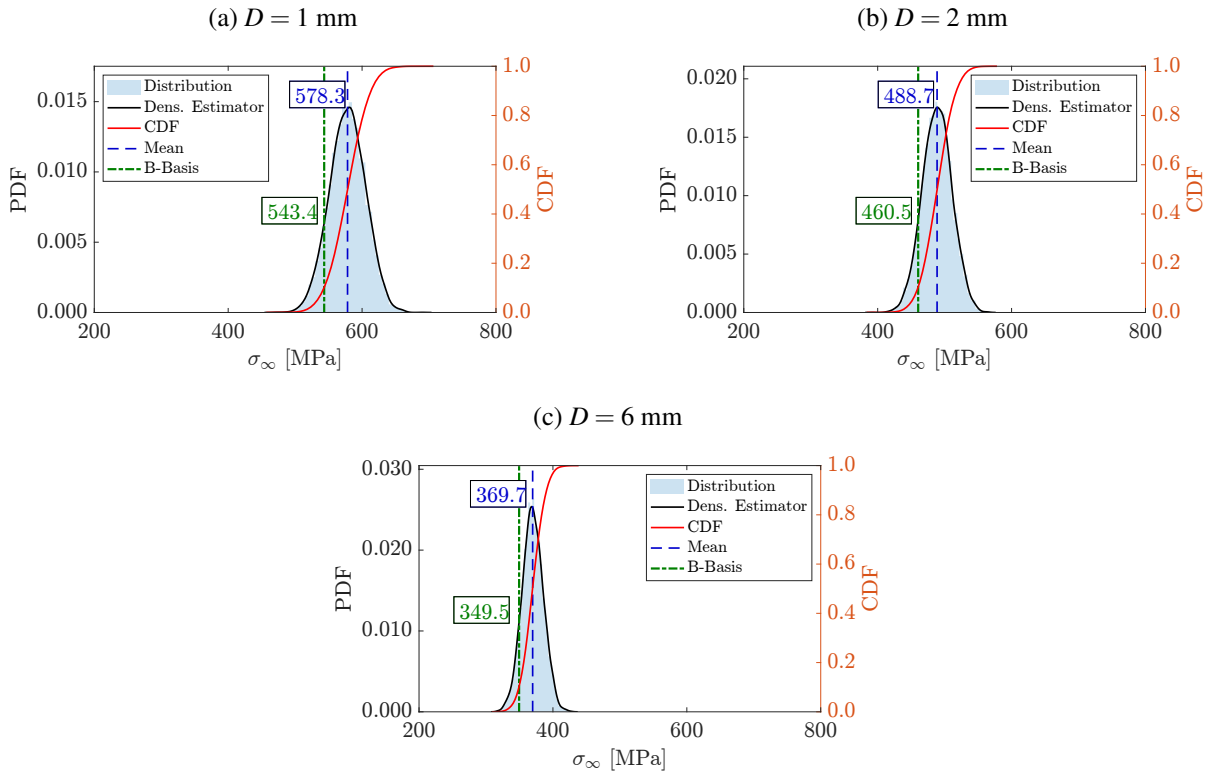
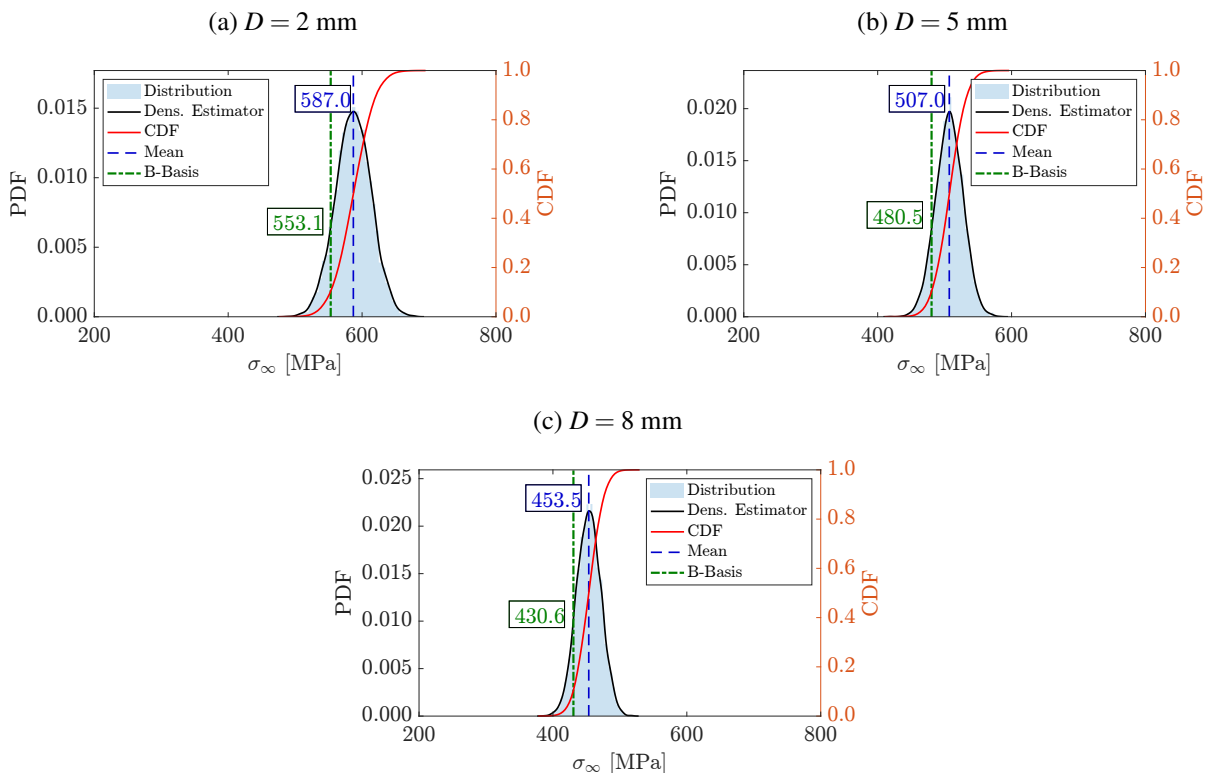


Figura 4.21 – Valores admissíveis de projeto OHT em base B para o laminado *T700/M21*. Empilhamento $[90/45/0/-45]_{3s}$.

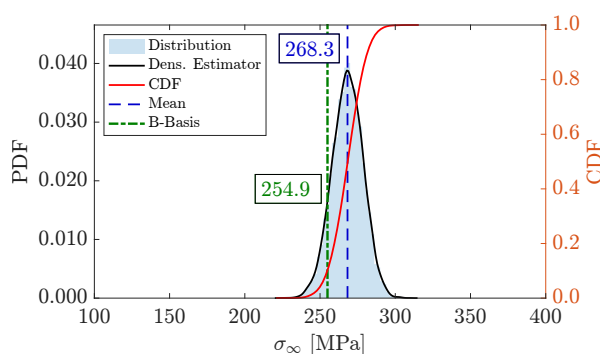


4.4.2 Compressão em furos abertos - OHC

- AS4/8552

A Figura 4.22 mostra o valor admissível de projeto em base B de tensão de falha na compressão, no furo de diâmetro de 6,35 mm para o material AS4/8552.

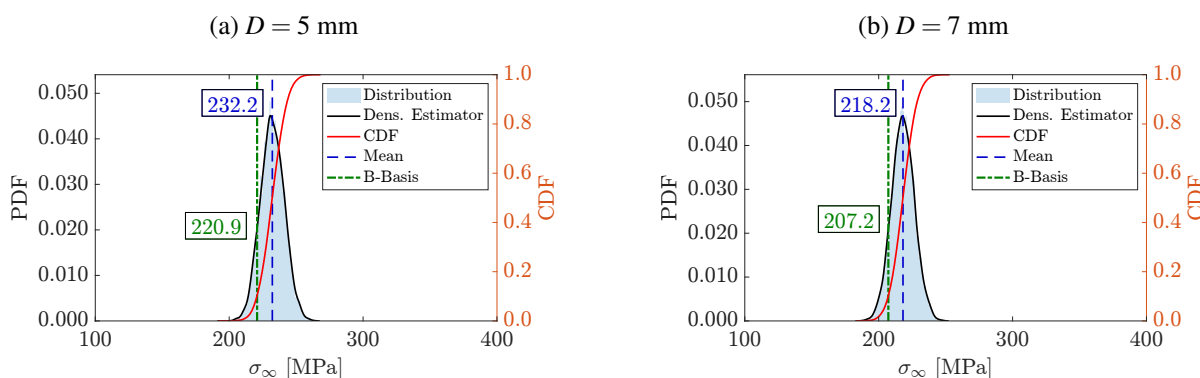
Figura 4.22 – Valores admissíveis de projeto OHC em base B para o laminado AS4/8552. Empilhamento $[45/90/-45/0]_{2s}$.



- T700/AR2527

As Figuras 4.23a e 4.23b mostram os valores admissíveis de projeto em base B de tensão de falha na compressão, nos furos de diâmetro de 5 e 7 mm para o material T700/AR2527.

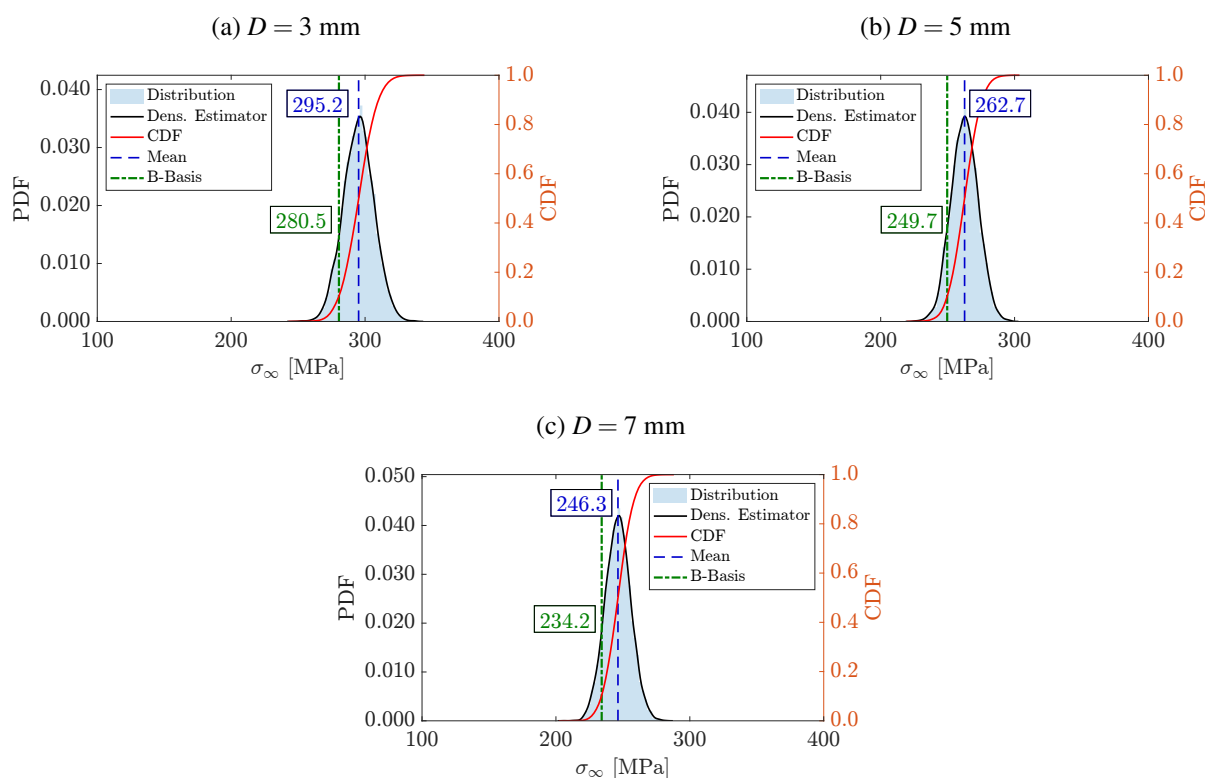
Figura 4.23 – Valores admissíveis de projeto OHC em base B para o laminado T700/AR2527. Empilhamento $[0/-45/90/45]_{6T}$.



- T800/M21

As Figuras 4.24a, 4.24b e 4.24c mostram os valores admissíveis de projeto em base B de tensão de falha na compressão, nos furos de diâmetro de 3, 5 e 7 mm para o material T800/M21.

Figura 4.24 – Valores admissíveis de projeto OHC em base B para o laminado *T800/M21*. Empilhamento $[45/90/-45/0]_{2s}$.



4.4.3 Resumo dos resultados de projeto em base B

Os resultados dos valores admissíveis de projeto em base B para os materiais analisados neste estudo estão resumidos na Tabela 4.1 para tração em furos abertos (OHT) e na Tabela 4.2 para compressão em furos abertos (OHC), proporcionando uma avaliação abrangente do material sob diferentes condições de carga. Uma tendência consistente é observada, onde os valores de tensão de falha diminuem à medida que o diâmetro do furo aumenta. Essa redução é refletida nos valores médios das funções de densidade de probabilidade (Probability Distribution Functions - PDFs) para diâmetros maiores, o que destaca a diminuição da resistência do material com o aumento do tamanho do furo. Notavelmente, esse comportamento é consistente tanto em tração quanto em compressão, sugerindo que os sistemas de material exibem uma sensibilidade semelhante à presença de furos maiores.

Tabela 4.1 – Valores médios e admissíveis de projeto em base B para espécimes entalhados em tração com furos abertos para diferentes diâmetros de furo e materiais

Material		1	2	4	5	6	6,35	8	10
IM7/8552	σ_{∞} [MPa]	-	624,8	535,0	-	478,8	-	444,6	419,2
	<i>B</i> [MPa]	-	591,0	507,5	-	453,3	-	421,7	397,7
AS4/8552	σ_{∞} [MPa]	-	-	-	-	-	371,3	-	-
	<i>B</i> [MPa]	-	-	-	-	-	348,0	-	-
M40JB/ThinPreg 80EP/CF	σ_{∞} [MPa]	578,3	488,7	-	369,7	-	-	-	-
	<i>B</i> [MPa]	543,4	460,5	-	349,5	-	-	-	-
T700/M21	σ_{∞} [MPa]	-	587,0	-	507,0	-	-	453,5	-
	<i>B</i> [MPa]	-	553,1	-	480,5	-	-	430,6	-

Tabela 4.2 – Valores médios e admissíveis de projeto em base B para espécimes entalhados em compressão com furos abertos para diferentes diâmetros de furo e materiais

Material		3	5	6.35	7
AS4/8552	σ_{∞} [MPa]	-	-	268,3	-
	<i>B</i> [MPa]	-	-	254,9	-
T700/AR2527	σ_{∞} [MPa]	-	232,2	-	218,2
	<i>B</i> [MPa]	-	220,9	-	207,2
T800/M21	σ_{∞} [MPa]	295,2	262,7	-	246,2
	<i>B</i> [MPa]	280,5	249,7	-	234,2

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, foi implementado um modelo de Mecânica da Fratura Finita para avaliar a tensão de falha de laminados quasi-isotrópicos com furos de diferentes diâmetros, sujeitos a tração e compressão, utilizando o software de código aberto Python. O modelo foi desenvolvido para prever a falha utilizando apenas o módulo de elasticidade longitudinal (E_1), a resistência longitudinal (F_1) e a tenacidade à fratura das lâminas na orientação 0° (\mathcal{G}_0), indicado nas Tabelas 3.1, 3.4 e 3.5, respectivamente. Os resultados foram comparados com a literatura para os sistemas de materiais *T800/M21*, *IM7/8552* e *T700/AR2527*, onde $D/W = 1/4$, bem como para *T700/M21*, *M40JB/ThinPreg 80EP/CF* e *AS4/8552*, onde $D/W = 1/6$, explorando também as análises de Sobol e valores admissíveis de projeto na base B em diferentes configurações de diâmetro de furo.

De maneira geral, os resultados OHT obtidos para os materiais *AS4/8552*, *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*, *T700/M21* e *IM7/8552* (para a curva \mathcal{R} e \mathcal{G}_0) indicaram que o modelo numérico desenvolvido fornece previsões consistentes para sistemas de materiais com entalhes nas sequências de empilhamento adotadas, resultando em erros relativos inferiores a 10% na maioria das análises. Para o material *IM7/8552*, ao se utilizar \mathcal{G}_0 como entrada nas análises, foi identificada uma divergência em comparação com a curva \mathcal{R} . Essa discrepância ocorre porque, embora ambas as abordagens representem a mesma propriedade, elas provêm de diferentes tipos de testes. Soluções distintas para o campo de tensão e para a taxa de liberação de energia resultam em pequenas variações nas previsões do modelo. Além disso, ao comparar o material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF* com os demais materiais deste estudo, observa-se que a diferença em relação ao resultado experimental é inferior a 3%. Essa precisão pode ser atribuída ao fato de que este laminado é composto por lâminas mais finas, resultando em um maior número de repetições de sublaminados, o que reforça que o método se ajusta melhor a laminados com lâminas mais finas. É importante ressaltar que a metodologia utiliza apenas as propriedades longitudinais do material unidirecional, independentemente do laminado, o que pode levar a uma leve perda de precisão em comparação com medições diretas das propriedades do laminado, como indicado em Dalli et al. (2017).

Nos testes de OHT realizados para o material *AS4/8552*, observou-se uma correlação significativa com os resultados obtidos por Fokker apud Falcó et al. (2018), apresentando um erro relativo de apenas 0,6% em relação aos valores experimentais. Em contraste, os dados de Marlett et al. (2011) mostraram uma discrepância maior, de 11,2%. De modo geral, o erro obtido para este material é comparável ao observado em outros materiais, considerando que o resultado disponibilizado se refere a uma lâmina de maior espessura, de forma que o resultado obtido é

aceitável em ambas as comparações.

Para os resultados de compressão (OHC) obtidos para os materiais *AS4/8552*, *T800/M21* e *T700/AR2527*, observou-se que a tensão de falha na compressão apresenta erros relativos superiores a 10%, indicando que a metodologia empregada tende a subestimar os resultados sob essas condições. Essa subestimação pode ser atribuída à baixa resistência à compressão longitudinal (F_1), conforme discutido por Catalanotti et al. (2014), além dos baixos valores de tenacidade à fratura, que estão associados à propagação de bandas de deformação. Para o material *AS4/8552*, os melhores resultados também foram obtidos com Fokker apud Falcó et al. (2018), embora tenha sido observada uma subestimação de 11,2% neste caso e de 19,5% em comparação aos dados de Marlett et al. (2011). Com o resultado obtido, as justificativas anteriores, indicada aos demais materiais, também se aplicam a este.

A análise de sensibilidade global, realizada com 1000 amostras de dados numéricos, avaliou a influência dos parâmetros de entrada nos resultados do modelo FFM. Esta análise foi realizada para todos os materiais apresentados, considerando os valores médios das propriedades dos materiais como entradas para a análise, bem como as propriedades geométricas dos furos. Para cada material, a análise de convergência garantiu a estabilidade dos índices de Sobol entre as amostras.

Para o material *AS4/8552*, a análise de Sobol revelou que os parâmetros mais influentes são F_1 e \mathcal{G}_0 , com F_1 exercendo uma contribuição significativa para a variância total. Para o material *IM7/8552*, os índices de Sobol demonstraram que os parâmetros mais influentes são F_1 e \mathcal{G}_0 . A influência de F_1 é significativa em diâmetros menores, diminuindo à medida que os diâmetros aumentam. Em contrapartida, a influência de \mathcal{G}_0 apresentou um comportamento oposto, mostrando uma menor influência em 2 mm e aumentando em diâmetros maiores.

No caso do material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*, observou-se um comportamento distinto em diâmetros maiores, onde o índice de Sobol associado à resistência do módulo elástico F_1 apresentou um impacto mais significativo para os diâmetros de 1 mm e 6 mm, enquanto para 2 mm houve um equilíbrio maior com o valor de \mathcal{G}_0 . Tal comportamento pode estar relacionado a limitações do estudo com PCE, decorrentes do amplo espaço amostral associado ao elevado desvio padrão de E_1 para este material.

Para o material *T700/M21*, os resultados indicaram a predominância de F_1 em configurações com furos menores, mas à medida que o diâmetro do furo aumentava, a influência de \mathcal{G}_0 se tornava mais pronunciada. Em furos com diâmetro de 8 mm, os índices de Sobol indicaram uma reversão na importância dos parâmetros, com \mathcal{G}_0 contribuindo principalmente para a variância. Para avaliar o *AS4/8552* em mais detalhe, sugere-se testes com mais diâmetros de furos para entender se essa influência tende a seguir o mesmo padrão.

Para aumentar a eficiência computacional, foi implementado um modelo substituto, fornecendo uma aproximação interpolativa robusta dentro do intervalo de dados de treinamento. Este modelo, além de acelerar os cálculos, permitiu a geração de valores admissíveis de projeto na base B para configurações de tração e compressão, permitindo previsões de resistência em diferentes configurações de furos com alta precisão. Os valores admissíveis de projeto na base B obtidos para a tensão de falha σ_{∞} dos laminados foram utilizadas para fornecer valores estatisticamente confiáveis de resistência em diferentes diâmetros de furo. As previsões foram feitas para todos os materiais e os resultados revelaram que o modelo substituto representa com precisão o comportamento do modelo FFM, reduzindo significativamente o tempo de processamento sem comprometer a precisão. Ressalta-se que foram realizadas 10000 simulações. Enquanto o modelo FFM demanda aproximadamente 780 minutos para concluir essa análise, o modelo substituto executa a mesma tarefa em apenas 0,15 segundos, evidenciando uma redução drástica no tempo computacional.

O estudo demonstrou a eficácia do modelo de Mecânica da Fratura Finita e do modelo substituto na previsão de falhas em laminados entalhados em várias configurações de material e diâmetro de furo. A análise de sensibilidade, combinada com a modelagem substituta, revelou as complexas interações entre F_1 , \mathcal{G}_0 e E_1 e destacou a dependência dos resultados no diâmetro do furo. Essas descobertas oferecem diretrizes valiosas para campanhas experimentais focadas e contribuem para uma melhor compreensão do comportamento de resistência e falha em materiais compósitos.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para a continuidade da pesquisa, as seguintes sugestões são aplicáveis e pertinentes ao campo de estudo de fratura em laminados com entalhes:

1. Realização de ensaios experimentais no material *AS4/8552* contemplando mais diâmetros de furos, de forma a permitir uma comparação de resultados similar aos demais materiais;
2. Expansão do estudo para laminados Double-Double, de forma a verificar as limitações da metodologia empregada neste trabalho e incluir com possíveis melhorias no estudo;
3. Realização de ensaios para os materiais onde a curva \mathcal{R} não está disponível, de forma a compreender a influência nos resultados das análises;
4. Realização de uma análise de sensibilidade mais aprofundada com um conjunto de dados mais amplo, utilizando técnicas estatísticas para entender melhor as interações entre os parâmetros e seu impacto na variabilidade das propriedades mecânicas;
5. Avaliar métodos alternativos ou ajustes no PCE para a obtenção dos índices de sobol para o material *M40JB/ThinPreg 80EP/CF*, associados a estudos de convergência, considerando o elevado desvio padrão reportado na literatura para E_1 , que amplia o espaço

amostral de estudo;

6. Implementação de modelos numéricos avançados, como técnicas de aprendizado de máquina e redes neurais, para prever a falha em diferentes configurações de entalhe e condições de carga;
7. Análise comparativa dos modos de falha em laminados de diferentes compósitos, investigando como as propriedades dos materiais influenciam na obtenção das tensões de falha;
8. Avaliar a inclusão de condições ambientais de temperatura e umidade, em conjunto com análise experimental, de forma a avaliar o desempenho dos laminados e a validade dos modelos numéricos nestas condições.

Referências

- ALMEIDA, S. F. M. de. *Materiais Compósitos*. São Paulo, SP: Universidade de São Paulo, 2017.
- AMACHER, R.; CUGNONI, J.; BOTSIS, J.; SORENSEN, L.; SMITH, W.; DRANSFELD, C. Thin ply composites: Experimental characterization and modeling of size-effects. *Composites Science and Technology*, Elsevier, v. 101, p. 121–132, 2014.
- ARTEIRO, A.; CATALANOTTI, G.; XAVIER, J.; CAMANHO, P. P. Notched response of non-crimp fabric thin-ply laminates. *Composites Science and Technology*, v. 79, p. 97–114, 2013.
- ARTEIRO, A. J. C. *Structural Mechanics of Thin-Ply Laminated Composites*. Tese (PhD Thesis) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), Porto, Portugal, 2016. Access: openAccess, License: <<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>>. Disponível em: <<https://hdl.handle.net/10216/83363>>.
- BAŽANT, Z. P.; PLANAS, J. *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*. London, England: CRC Press, 1998. ISBN 0-8493-8284-X.
- CAMANHO, P.; CATALANOTTI, G. On the relation between the mode I fracture toughness of a composite laminate and that of a 0 ply: Analytical model and experimental validation. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 78, p. 2535–2546, 2011.
- CAMANHO, P.; ERÇİN, G.; CATALANOTTI, G.; MAHDI, S.; LINDE, P. A finite fracture mechanics model for the prediction of the open-hole strength of composite laminates. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, v. 43, n. 8, p. 1219–1225, 2012. ISSN 1359-835X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359835X12000978>>.
- CAMANHO, P. P.; MAIMÍ, P.; DÁVILA, C. G. Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics. *Composites Science and Technology*, Elsevier, v. 67, p. 2715–2727, 2007.
- CATALANOTTI, G.; ARTEIRO, A.; HAYATI, M.; CAMANHO, P. Determination of the mode I crack resistance curve of polymer composites using the size-effect law. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, Porto, Portugal, v. 118, p. 49–65, 2014.
- CHUAQUI, T. R. C.; NIELSEN, M. W. D.; COLTON, J.; BUTLER, R.; RHEAD, A. T. Effects of ply angle and blocking on open-hole tensile strength of composite laminates: A design and certification perspective. *Composites Part B*, Elsevier Ltd, Bath, UK; Atlanta, USA, v. 207, p. 108–582, dez. 2021. ISSN 1359-8368. Available online 28 December 2020.
- CZABAJ, M. W.; RATCLIFFE, D. J. G. Comparison of intralaminar and interlaminar mode-I fracture toughness of unidirectional im7/8552 graphite/epoxy composite. *15th US-Japan Conference on Composite Materials*, 2013.

- DALLI, D.; DANZI, P. S. C. F.; ARTEIRO, A.; CAMANHO, P. Prediction of size effects in open-hole laminates using only the young's modulus, the strength, and the r-curve of the 0° ply. *Composites: Part A*, v. 101, p. 306–317, 2017.
- DANIEL, I. M.; ISHAI, O. *Engineering Mechanics of Composite Materials*. Second edition. New York, EUA: Oxford University Press, 2006. ISBN 978-0-19-515097-1.
- DEFENSE, D. of. *Mil-hdbk-17-1f: Composite Materials Handbook, Volume 1 - Polymer Matrix Composites Guidelines for Characterization of Structural Materials*. [S.l.]: U.S. Department of Defense, 2002.
- EREIZ, S.; DUVNJAK, I.; JIMENEZ-ALONSO, J. F. Review of finite element model updating methods for structural applications. *Structures*, Elsevier Ltd, v. 41, p. 684–723, Jul 2022. ISSN 2352-0124.
- ERÇİN, G.; CAMANHO, P.; XAVIER, J.; CATALANOTTI, G.; MAHDI, S.; LINDE, P. Size effects on the tensile and compressive failure of notched composite laminates. *Composite Structures*, v. 96, p. 736–744, 2013. ISSN 0263-8223. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822312004795>>.
- FALCÓ, O.; ÁVILA, R. L.; TIJS, B.; LOPES, C. S. Modelling and simulation methodology for unidirectional composite laminates in a virtual test lab framework. *Composite Structures*, Elsevier, Madrid, Spain, v. 190, p. 137–159, 2018.
- FERREIRA, L. de P. S. Contributions on shm in composite materials: Lamb wave analysis via 1-d-cnn with numerical models. Belo Horizonte, Minas Gerais, 2024.
- FERREIRA, L. de P. S.; TELOLI, R. de O.; SILVA, S. da; FIGUEIREDO, E.; MAIA, N.; CIMINI, J. C. A. Bayesian data-driven framework for structural health monitoring of composite structures under limited experimental data. *Structural Health Monitoring*, p. 23, 2024.
- FURTADO, C.; ARTEIRO, A.; CATALANOTTI, G.; XAVIER, J.; CAMANHO, P. P. Selective ply-level hybridisation for improved notched response of composite laminates. *Composite Structures*, Elsevier, v. 145, p. 1–14, 2016.
- FURTADO, C.; PEREIRA, L. F.; TAVARES, R. P.; SALGADO, M.; OTERO, F.; CATALANOTTI, G.; ARTEIRO, A.; BESSA, M. A.; CAMANHO, P. P. A methodology to generate design allowables of composite laminates using machine learning. *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier Ltd, Cambridge, MA, USA; Porto, Portugal; Delft, The Netherlands; Zwijnaarde, Belgium; Barcelona, Spain; Évora, Portugal, v. 233, December 2021.
- GANG, B.; S., H.; Z., S.; B., F. The role of material orthotropy in fracture specimens for composites. *Int. J. Solids Structures*, v. 29, p. 1105–1116, 1992.
- GOODFELLOW, I.; BENGIO, Y.; COURVILLE, A. *Deep learning*. MIT Press, 2016.
- HA, S. K.; JR, C. A. C. Theory and validation of the master ply concept for invariant-based stiffness of composites. *Journal of Composite Materials*, v. 52, n. 12, p. 1699–1708, 2018.
- KINGMA, D.; J.BA. Adam: A method for stochastic optimization. *arXiv*, Computer Science, Machine Learning, 2014.

- LI, H.; WANG, Q. A surrogate model for finite element simulation of elastic wave propagation in composite materials. *arXiv*, v. 8, p. 1–8, 2023. Posted: 21 Apr 2023. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2304.10443>>.
- LIU, K.-S.; TSAI, S. W. A progressive quadratic failure criterion for a laminate. *Composites Science and Technology*, v. 58, 1998.
- MARELLI, S.; SUDRET, B. Uqlab: A framework for uncertainty quantification in matlab. ASCE, Reston, VA, p. 2554–2563, 2014.
- MARLETT, K.; NG, Y.; TOMBLIN, J.; HOOPER, E. *NCAMP Test Report: CAMP-RP-2010-002 Rev A. Hexcel 8552 AS4 Unidirectional Prepreg at 190 gsm & 35% RC Qualification Material Property Data Report*. [S.l.], 2011.
- OñATE, E. *Structural Analysis with the Finite Element Method. Volume 2, Beams, Plates and Shells: Linear Statics*. Springer, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8743-1>>.
- RAQUETI, R. da S.; TELOLI, R. de O.; SILVA, S. da; BUSSETTA, P.; JR., A. C. On the use of stochastic bouc–wen model for simulating viscoelastic internal variables from a finite element approximation of steady-rolling tire. *Journal of Vibration and Control*, v. 29, n. 19–20, p. 4799–4813, 2023.
- SASIKUMAR, A.; TURON, A.; CÓZAR, I. R.; VALLMAJÓ, O.; CASERO, J. C.; LOZZO, M. D.; ABDEL-MONSEF, S. Sensitivity analysis methodology to identify the critical material properties that affect the open hole strength of composites. *Journal of Composite Materials*, v. 57, n. 10, p. 1791–1805, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/00219983231163272>>.
- TSAI, S. W.; FALZON, B. G.; ARAVAND, A. *DOUBLE–DOUBLE: Simplifying the Design and Manufacture of Composite Laminates*. Belfast, Northern Ireland: Stanford University, 2023. ISBN 9778-0-9819143-5-0.
- TSAI, S. W.; MELO, J. D. D. An invariant-based theory of composites. *Composites Science and Technology*, v. 100, p. 237–243, 2014.
- TSAI, S. W.; MELO, J. D. D. A unit circle failure criterion for carbon fiber reinforced polymer composites. *Composites Science and Technology*, v. 123, p. 71–78, 2016.
- VALLMAJÓ, O.; CÓZAR, I.; FURTADO, C.; TAVARES, R.; ARTEIRO, A.; TURON, A.; CAMANHO, P. Virtual calculation of the b-value allowables of notched composite laminates. *Composite Structures*, v. 212, p. 11–21, 2019. ISSN 0263-8223. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822318345318>>.
- YAN, S.; ZOU, X.; ILKHANI, M.; JONES, A. An efficient multiscale surrogate modelling framework for composite materials considering progressive damage based on artificial neural networks. *Composites Part B: Engineering*, v. 194, p. 108014, 2020. ISSN 1359-8368. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359836820303279>>.