

TESE DE DOUTORADO Nº 336

**MODELOS NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA O CÁLCULO DE TENSÕES
INDUZIDAS POR DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EM PROGRAMAS DE
SIMULAÇÃO DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS**

Ósis Eduardo Silva Leal

DATA DA DEFESA: 31/07/2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS – UFMG
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA – PPGEE

**MODELOS NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA O CÁLCULO DE
TENSÕES INDUZIDAS POR DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EM
PROGRAMAS DE SIMULAÇÃO DE TRANSITÓRIOS
ELETROMAGNÉTICOS**

ÓSIS EDUARDO SILVA LEAL

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Engenharia de Potência
Linha de Pesquisa: Sistemas de Energia Elétrica

Orientador: Alberto Resende De Conti

BELO HORIZONTE – MG

JULHO – 2020

L435m

Leal, Ósis Eduardo Silva.

Modelos no domínio do tempo para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas em programas de simulação de transitórios eletromagnéticos [recurso eletrônico] / Ósis Eduardo Silva Leal. - 2020.
1 recurso online (viii, 103 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Alberto Resende de Conti.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndice: f. 102-103.

Bibliografia: f. 91-101.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Descargas elétricas - Teses.
3. Transitórios (Eletricidade) – Teses. 4. Linhas Elétricas - Teses.
5. Engenharia – Modelos – Teses. I. Conti, Alberto Resende de.
II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia.
III. Título.

CDU: 621.3(043)

"Modelos no Domínio do Tempo Para o Cálculo de Tensões Induzidas Por Descargas Atmosféricas em Programas de Simulação de Transitórios Eletromagnéticos"

Ósis Eduardo Silva Leal

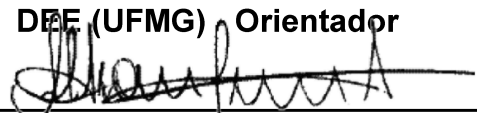
Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 31 de julho de 2020.

Por:



Prof. Dr. Alberto Resende De Conti
DEE (UFMG) Orientador



Prof. Dr. Alexandre Piantini
IEE (USP)



Dr. Célio Fonseca Barbosa
PPGEE (UFMG)



Prof. Dr. Rafael Silva Alípio
DEE (CEFET-MG)



Prof. Dr. Miguel de Brito Guimarães Neto
DEE (CEFET-MG)



Prof. Dr. Fernando Henrique Silveira
DEE (UFMG)

Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus por sempre se fazer presente em minha vida.

Ao meu orientador, conselheiro e inspirador, Prof. Dr. Alberto Resende De Conti, pelos valiosos ensinamentos que vão muito além desta tese de doutorado. Pela orientação atenciosa com eficiência insuperável e competência inigualável. Características que levo como inspiração para minha vida profissional e pessoal.

Aos amigos Fábio, Edmar, Lara, Felipe, Frederico, Alex e Rafael pelas conversas descontraídas durante o bom café da tarde no LRC. Conversas que renderam muitas risadas, ideias e soluções para os problemas enfrentados no doutorado.

Aos meus pais Rita de Cássia e Marilson Alves, que são exemplos de vida cuja inspiração e encorajamento contribuíram para as grandiosas conquistas de seus filhos. Aos meus familiares que, apesar da origem humilde, entenderam as ausências necessárias durante o período de doutorado.

Finalmente, mas não menos importante, um agradecimento especial a minha esposa, Cristiane Leal, e filhas, Cecília Leal e Caroline Leal, que foram sempre compreensivas e grandes incentivadoras mesmo nos momentos mais difíceis.

Dedico esta tese a minhas filhas, Cecília e Caroline, a minha esposa, Cristiane, a meus pais, Rita e Marilson, e a minha avó, Maria Madalena (*in memoriam*).

Resumo

Estudos de sobretensões provocadas por descargas atmosféricas em sistemas elétricos são frequentemente realizados em plataformas de simulação de transitórios eletromagnéticos. Essas plataformas facilitam, por meio de sua vasta e expansiva biblioteca de componentes, uma representação realística de sistemas elétricos com topologia complexa. Porém, os modelos de linha de transmissão disponíveis em tais plataformas não incluem os efeitos de campos eletromagnéticos externos em sua formulação, o que inviabiliza seu uso na simulação de tensões induzidas por descargas atmosféricas indiretas. Para realizar esse tipo de estudo, é necessário implementar um modelo de linha dedicado que inclua o efeito de campos externos e, em seguida, realizar a interface desse modelo com a plataforma de simulação. Esse processo é problemático, pois além de reduzir a eficiência da simulação pode introduzir erros e problemas de instabilidade numérica. Nesta tese, propõem-se dois modelos originais para o cálculo de sobretensões induzidas por descargas atmosféricas que possibilitam o uso direto dos modelos de linhas de transmissão com parâmetros variáveis com a frequência já disponíveis em simuladores de transitórios eletromagnéticos. O primeiro modelo, compatível com o modelo de linha de transmissão JMarti, ou Fd-line, é desenvolvido no domínio modal. O segundo modelo, compatível com o modelo de linha de transmissão ULM (*Universal Line Model*), é desenvolvido diretamente no domínio das fases. A validade dos modelos é demonstrada por meio de comparações com resultados obtidos com modelos consagrados na literatura e resultados experimentais. A eficiência computacional dos modelos propostos e sua sensibilidade à segmentação e às técnicas de integração utilizadas também são investigadas. Os resultados obtidos indicam que os modelos propostos podem ser empregados de forma eficiente e consistente na simulação de tensões induzidas por descargas atmosféricas em plataformas de simulação de transitórios eletromagnéticos.

Palavras-chave: Tensões induzidas, descargas atmosféricas, modelos de linhas de transmissão, simuladores de transitórios eletromagnéticos.

Abstract

Studies of lightning overvoltages in electrical systems are frequently performed in electromagnetic transient simulators. These platforms allow, through their vast and expansive library of components, a realistic representation of electrical systems with complex topology. However, the transmission line models available on such platforms do not include the effects of external electromagnetic fields in their formulation, which hinders their use of such models in the simulation of voltages induced by indirect lightning strikes. In order to perform this type of study, it is necessary to implement a dedicated line model that includes the effect of external fields and then to perform the interface of this model with the electromagnetic transient simulator. This process is problematic for reducing the efficiency of the simulation and introducing errors and numerical instability problems. In this thesis, two novel models are proposed for the calculation of lightning-induced voltages that allow the direct use of the frequency-dependent transmission line models already available in electromagnetic transient simulators. The first model, compatible with the JMarti transmission line model, also known as Fd-line, is developed in the modal domain. The second model, compatible with the Universal Line Model (ULM), is developed in the phase domain. The validity of the models is demonstrated through comparisons with results obtained with models available in the literature and experimental results. The computational efficiency of the proposed models and their sensitivity to segmentation and integration techniques are also investigated. The obtained results indicate that the proposed models can be used efficiently and consistently in the simulation of lightning-induced voltages on electromagnetic transient simulators.

Keywords: Lightning-induced voltages, lightning, transmission line models, electromagnetic transient simulators.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	RELEVÂNCIA E MOTIVAÇÃO	1
1.2	OBJETIVOS	4
1.3	METODOLOGIA	5
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	7
2	DESCARGAS ATMOSFÉRICAS: MODELAGEM PARA ESTUDO DE EFEITOS EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA	9
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	9
2.2	O FENÔMENO DESCARGA ATMOSFÉRICA	10
2.3	MODELOS DE CORRENTE DE RETORNO	12
2.4	CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS PRODUZIDOS POR DESCARGAS ATMOSFÉRICAS	14
2.4.1	<i>Análise para Solo Condutor Perfeito</i>	14
2.4.2	<i>Análise para Solo Condutor Imperfeito</i>	16
2.4.3	<i>Formulações Alternativas para o Cálculo do Campo Elétrico Horizontal no Domínio do Tempo</i>	19
2.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	23
3	MODELOS PARA O CÁLCULO DE TENSÃO INDUZIDA EM LINHAS DE TRANSMISSÃO ILUMINADAS POR CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS EXTERNOS	25
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	25
3.2	CÁLCULO DE TENSÕES INDUZIDAS POR DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EM PLATAFORMAS COMPUTACIONAIS DO TIPO ATP/EMTP	27
3.3	MODELO DE TAYLOR/AGRAWAL	35
3.4	PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO PROPOSTO	40
3.4.1	<i>Solução no Domínio das Fases</i>	40
3.4.2	<i>Solução no Domínio Modal</i>	43

3.4.3	<i>Estratégia de Solução Recursiva</i>	45
3.4.4	<i>Acoplamento em Plataforma de Simulação de Transitórios</i>	46
3.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
4	FORMULAÇÕES MATRICIAIS PARA O CÁLCULO DE TENSÃO INDUZIDA POR DESCARGAS ATMOSFÉRICAS	52
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	52
4.2	VETORIZAÇÃO DA SOLUÇÃO NO DOMÍNIO DAS FASES	53
4.3	VETORIZAÇÃO DA SOLUÇÃO NO DOMÍNIO MODAL	58
4.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
5	CÁLCULO DE TENSÕES INDUZIDAS – VALIDAÇÃO E ANÁLISES	64
5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	64
5.2	COMPARAÇÃO COM MODELOS PARA CÁLCULO DE TENSÃO INDUZIDA	65
5.2.1	<i>Linha de Distribuição sem Perdas</i>	65
5.2.2	<i>Linha de Distribuição com Perdas</i>	67
5.3	COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS	71
5.3.1	<i>Linha de Transmissão a Dois Fios</i>	71
5.3.2	<i>Rede de Distribuição com Topologia Complexa</i>	73
5.4	ANÁLISES DE SENSIBILIDADE	80
5.4.1	<i>Influência do Método de Integração</i>	80
5.4.2	<i>Influência do Número de Segmentos</i>	82
5.4.3	<i>Eficiência Computacional</i>	84
5.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	86
6	CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	88
6.1	CONCLUSÕES	88
6.2	PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	90
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92
	APÊNDICE A – VETORIZAÇÃO DA INTERPOLAÇÃO LINEAR	102

1 Introdução

1.1 Relevância e Motivação

Estudos de planejamento para estabelecer critérios de operação, proteção, expansão ou melhorias do setor elétrico são realizados por meio de modelos matemáticos capazes de representar os componentes do sistema de energia elétrica. Também são estabelecidos indicadores para monitorar a qualidade da energia elétrica fornecida no caso de redes já em funcionamento. Os indicadores de qualidade buscam monitorar parâmetros como frequência, níveis de tensão, número de desligamentos e duração da interrupção de energia, entre outros (ANEEL, 2018). No Brasil, havendo transgressão do limite estabelecido para um determinado indicador de qualidade, a companhia de energia elétrica é obrigada a compensar financeiramente os consumidores afetados (ANEEL, 2018). Tudo isto torna evidente a necessidade de técnicas acuradas para a identificação dos níveis de tensão aos quais o sistema elétrico pode estar sujeito (VELASCO, 2015), dentre os quais se destacam os efeitos causados por descargas atmosféricas, que exercem papel importante no número de desligamentos e queima de equipamentos conectados às redes elétricas (PIANTINI, 2008). Sendo assim, estudos sobre a representação matemática de descargas atmosféricas e de seus impactos nos sistemas de energia elétrica são fundamentais para o desenvolvimento de estratégias de proteção que minimizem os danos aos componentes e equipamentos conectados à rede (COORAY, 2003) e, conseqüentemente, reduzam o número de desligamentos causados por esse fenômeno.

Dentre os diversos componentes de um sistema de energia elétrica, as linhas de transmissão e distribuição merecem especial atenção porque são frequentemente sujeitas aos efeitos diretos ou indiretos de descargas atmosféricas. As interações diretas ocorrem quando a descarga atmosférica incide diretamente sobre a linha. Por outro lado, as interações indiretas ocorrem quando a descarga incide na vizinhança da rede e, por meio dos campos eletromagnéticos associados, induz surtos de tensão em seus condutores.

A modelagem da interação entre as descargas atmosféricas e as linhas de transmissão e distribuição compreende a modelagem da descarga em si, a modelagem da

linha e em como ocorre o acoplamento entre ambos (COORAY, 2003). O modelo matemático utilizado para representar a descarga atmosférica depende da classificação do ponto de incidência (se direta ou indireta), além das características físicas do fenômeno. Descargas diretas são frequentemente representadas por meio de uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência (IEEE, 2010). Por outro lado, as descargas indiretas requerem a modelagem do canal de descarga, o cálculo da distribuição espacial e temporal da corrente de retorno e, finalmente, a determinação dos campos eletromagnéticos associados em vários pontos ao longo da linha iluminada (COORAY, 2003). Em razão da complexidade e das dificuldades envolvidas, os modelos destinados a representar os efeitos das descargas indiretas, em sua grande maioria, são obtidos a partir de aproximações, como, por exemplo, supor que o canal de descarga possa ser tratado como estritamente vertical, desprezando suas ramificações e tortuosidades, considerar a velocidade de propagação da corrente ao longo do canal invariante com a altura, considerar solo plano e homogêneo, negligenciar, em alguns casos, as perdas no solo e, finalmente, desprezar, frequentemente, as perdas associadas à propagação dos surtos ao longo dos condutores da linha de transmissão (ANDREOTTI et al., 2013a). O objetivo principal de tais aproximações é simplificar a formulação do problema e aumentar a eficiência computacional do modelo (PAOLONE et al., 2005a). Contudo, a validade do modelo está fortemente ligada à sua capacidade em representar as diferentes características tanto do fenômeno descarga atmosférica quanto das linhas de transmissão e distribuição. Sendo assim, as aproximações adotadas podem interferir diretamente em seus limites de validade.

Os modelos de linha de transmissão destinados ao estudo de sobretensões causadas por campos eletromagnéticos externos muitas vezes desconsideram a distorção e a atenuação provocadas pelas perdas associadas ao solo e aos condutores no surto que se propaga na linha (ANDREOTTI et al., 2013b; ARAUJO et al., 2001; DE CONTI, 2006; GUO et al., 2017; HØIDALEN, 2003; PAUL, 1994; PAULINO et al., 2009; PIANTINI e JANISZEWSKI, 2009; SEKIOKA, 2005). Isso é feito porque se torna possível simplificar consideravelmente a solução das equações do telegrafista, permitindo, inclusive, a obtenção de formulações analíticas exatas diretamente no domínio do tempo (ANDREOTTI et al., 2009). Estudos demonstram que tais perdas podem ser negligenciadas em linhas cujo comprimento não seja maior que 2 km (HØIDALEN, 2003; RACHIDI et al., 1996). Porém, em redes complexas que contêm

ramificações e diversos componentes essa premissa pode não ser válida (PAOLONE et al., 2005a). Isto porque a presença de ramificações, aterramentos, para-raios e transformadores resulta na ocorrência de sucessivas reflexões decorrentes da interação das ondas de tensão induzidas pela descarga na linha com pontos de descontinuidade de impedâncias. As reflexões fazem com que as tensões induzidas se propaguem por mais tempo nos condutores da linha, viajando de uma terminação a outra, amplificando o efeito das perdas na linha. Portanto, o aumento no tempo de propagação das tensões induzidas ao longo da linha, causado pelas descontinuidades presentes em redes complexas, produz um efeito semelhante ao aumento do comprimento efetivo das linhas (PAOLONE et al., 2005a).

Nas últimas décadas, observou-se uma retomada nas pesquisas relacionadas à obtenção de modelos matemáticos para representar descargas atmosféricas e sua interação com as linhas de transmissão de energia elétrica no caso de incidência em pontos vizinhos à linha (ANDREOTTI et al. 2015a; BRIGNONE et al., 2017; LIU, et al., 2018; NUCCI, 2000; PIANTINI, 2017). Dentre os modelos disponíveis destaca-se o modelo LIOV (acrônimo para *Lightning-Induced Overvoltages*) (NUCCI, 2000), amplamente utilizado na literatura por possibilitar a representação das perdas associadas à propagação dos surtos induzidos ao longo da linha. Além disso, o modelo LIOV (NUCCI, 2000) encontra-se disponível na biblioteca do programa de simulação de transitórios eletromagnéticos EMTP-RV (NAPOLITANO et al., 2008). Outros modelos vêm sendo propostos por diferentes autores (ANDREOTTI et al. 2015a; BRIGNONE et al., 2017; LIU, et al., 2018; NUCCI, 2000; PIANTINI, 2017), mas nenhum deles se encontra diretamente disponível nas bibliotecas de programas para cálculo de transitórios eletromagnéticos como o *Alternative Transients Program* (ATP), o EMTDC/PSCAD e o Matlab/*Simulink*, requerendo, portanto, uma implementação independente por parte do usuário interessado em empregá-los. A vantagem de se realizar o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas em programas de cálculo de transitórios eletromagnéticos é a facilidade na simulação de redes complexas e a possibilidade de uso de sua vasta e expansível biblioteca de componentes. Isso permite a simulação de redes realísticas contendo transformadores, para-raios, ramificações, aterramentos e cargas consumidoras.

Todavia, lacunas evidentes têm sido observadas no que se refere aos modelos disponíveis para calcular tensões induzidas por descargas atmosféricas em simuladores

de transitórios eletromagnéticos. Na realidade, como já comentado, o único modelo disponível na biblioteca de um desses simuladores, o EMTP-RV, é o modelo LIOV. Contudo, este modelo foi desenvolvido utilizando a técnica de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD – *Finite Difference Time Domain*), que têm sua eficiência comprometida à medida que se necessita de uma maior discretização da linha, ou quando se considera um grande número de ramais e alimentadores. Além disto, o modelo LIOV disponível no EMTP-RV impõe uma série de restrições ao usuário, como a possibilidade de representar somente linhas sem perdas com um ou quatro condutores e não permitir a utilização de uma forma de onda arbitrária para a corrente de retorno na base do canal de descargas. Modelos baseados em FDTD também possuem como inconveniente a dependência entre as equações terminais e o tipo de componente conectado em suas terminações. Para evitar esse problema, o modelo LIOV representa o primeiro segmento de cada terminação como um segmento de linha sem perdas (PAOLONE et al., 2001). Esta adaptação pode levar a problemas de instabilidade numérica, como discutido em (BRIGNONE et al., 2018).

Neste contexto, esta tese de doutorado propõe dois modelos matemáticos inéditos para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas em plataformas para simulação de fenômenos transitórios. Esses modelos apresentam as seguintes características principais: eficiência, fácil implementação e, ao contrário dos demais modelos existentes na literatura, a possibilidade de utilização direta dos modelos de linhas de transmissão com perdas variáveis com a frequência já disponíveis nas plataformas de simulação, o que evita a necessidade de implementação de um modelo de linha dedicado ao cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste doutorado consistiu na proposição de modelos para o cálculo de sobretensões provocadas por descargas atmosféricas indiretas em simuladores de transitórios eletromagnéticos utilizando modelos de linha com perdas variáveis com a frequência já disponíveis nessas plataformas.

Como objetivos específicos, pode-se considerar:

- Desenvolver formulações para o cálculo dos efeitos associadas aos campos eletromagnéticos incidentes, gerados por descargas atmosféricas, tanto no

domínio das fases como no domínio modal, que possibilitem o uso de modelos de linha disponíveis em simuladores de transitórios eletromagnéticos;

- Validar os modelos desenvolvidos por meio de comparações com medições de tensões induzidas por descargas atmosféricas com base em dados disponíveis na literatura;
- Verificar o desempenho dos modelos desenvolvidos por meio de comparação com outros modelos de cálculo disponíveis na literatura, realizando estudos comparativos e destacando vantagens, desvantagens e limites de validade;
- Realizar análises buscando identificar a sensibilidade dos modelos com relação às técnicas de integração e segmentação utilizadas;
- Realizar estudos visando identificar a eficiência computacional dos modelos propostos frente às ferramentas e/ou modelos disponíveis na literatura e;
- Realizar estudos em redes com topologias complexas visando demonstrar aplicabilidade e estabilidade dos modelos em estudos considerando diferentes condições terminais, incluindo cargas não lineares.

1.3 Metodologia

A estratégia utilizada para o desenvolvimento desta tese partiu da caracterização do fenômeno descargas atmosféricas e de modelos para a avaliação de seus efeitos indiretos em redes elétricas. Essa definição envolve a caracterização do canal de descarga, o cálculo dos campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas e o estudo da interação desses campos com linhas aéreas.

As investigações relativas à caracterização do canal de descarga atmosférica e as diferentes metodologias para o cálculo dos campos eletromagnéticos associados resultou no conteúdo exposto nos Capítulos 2 e 3. As discussões, além de contextualizar o trabalho e expor as principais formulações disponíveis na literatura, fundamentam a seleção das equações adotadas para caracterizar o fenômeno descarga atmosférica e os campos eletromagnéticos associados.

Posteriormente, são expostos os desenvolvimentos matemáticos que culminaram na proposição de dois modelos inéditos para o cálculo das sobretensões induzidas por

descargas atmosféricas em linhas de transmissão. Como complemento, são propostas equações recursivas para melhorar o desempenho computacional dos modelos. Além disto, apresentam-se formulações alternativas para representar a influência dos campos eletromagnéticos incidentes em modelos de linhas de transmissão com parâmetros variáveis com a frequência disponíveis em plataformas de simulação transitória, o que é feito por meio de fontes de corrente conectadas aos terminais externos da linha. Para reduzir ainda mais o custo computacional necessário para o cálculo das fontes externas e facilitar sua implementação, no Capítulo 4 são propostas formulações matriciais.

Por fim, são realizados inúmeros testes considerando diferentes pontos de incidência de descarga, configurações de linha e resistividade do solo, para demonstrar a capacidade dos modelos propostos em calcular tensões induzidas por descargas atmosféricas de forma correta. Para validar os modelos propostos, os resultados obtidos são comparados com modelos disponíveis na literatura e com resultados experimentais. Com o intuito de destacar o potencial de aplicabilidade dos modelos propostos em estudos mais realísticos, estudos considerando redes complexa também são realizados.

1.4 Produção Bibliográfica

Durante o período de desenvolvimento desta tese foram publicados ou aprovados para publicação quatro artigos em periódicos científicos com classificação QUALIS A1 na área Engenharias IV da CAPES. Estes são listados a seguir:

De Conti, A.; Silva, A. C.; **Leal, O. E. S.**, “Transient analysis of compact distribution lines with dielectric-coated phase cables,” *Electric Power Systems Research*, v. 151, p. 1-8, 2020.

De Conti, A.; **Leal, O. E. S.**, “Time-domain procedures for lightning-induced voltage calculation in electromagnetic transient simulators,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, artigo aprovado para publicação, doi.: 10.1109/TPWRD.2020.2982306, 2020.

De Conti, A.; **Leal, O. E. S.**; Silva, A. C., “Lightning-induced voltage analysis on a three-phase compact distribution line considering different line models,” *Electric Power Systems Research*, v. 187, p. 1-7, 2020.

Leal, O. E. S.; De Conti, A. “Compact Matrix Formulation for Calculating Lightning-Induced Voltages on Electromagnetic Transient Simulators,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, artigo aprovado para publicação, 2020.

Finalmente, foram apresentados três artigos em congressos internacionais relevantes nas áreas de transitórios eletromagnéticos e proteção contra descargas atmosféricas. Esses artigos são listados a seguir:

De Conti, A.; Silva, A. C.; **Leal, O. E. S.**, “Lightning Wave Propagation Characteristics of an Overhead Line with Insulated Phase Conductors,” *International Conference on Lightning Protection (XIV ICLP)*, Rzeszow, Poland, 2018.

Silva, A. C.; De Conti, A.; **Leal, O. E. S.**, “Influence of Insulating Layer on Single-Phase Compact Distribution Line Transient Analysis” *International Conference on Grounding and Earthing (GROUND 2018)*, Pirenópolis, Brasil, 2018.

De Conti, A.; **Leal, O. E. S.**, “Lightning-Induced Voltage Calculations on an Overhead Insulated Cable,” *XV International Symposium on Lightning Protection (XV SIPDA)*, São Paulo, Brasil, 2019.

1.5 Organização do Texto

A presente tese de doutorado encontra-se dividida em sete capítulos, incluindo esta *Introdução*.

O **Capítulo 2** discorre sobre o fenômeno descarga atmosférica e seu processo de formação, modelos matemáticos para descrever o canal de descarga, e modelos matemáticos para o cálculo dos campos eletromagnéticos associados a descargas atmosféricas considerando ou não a resistividade do solo.

No **Capítulo 3**, propõem-se dois métodos originais para o cálculo de tensões induzidas em linhas de transmissão que consideram as perdas no solo tanto na propagação dos campos eletromagnéticos incidentes quanto na propagação das tensões induzidas ao longo da linha. Além disso, propõe-se uma estratégia original para a incorporação do método proposto em programas de cálculo de transitórios eletromagnéticos.

No **Capítulo 4**, são propostas formulações vetorizadas originais para as formulações de cálculo de tensões induzidas em linhas de transmissão obtidas no Capítulo 3. As formulações vetorizadas facilitam a implementação dessas formulações, além de tornar a solução mais eficiente.

O **Capítulo 5** verifica a validade dos modelos propostos a partir de sua aplicação em estudos de caso que compreendem desde reprodução de resultados experimentais à reprodução de resultados obtidos com modelos já consagrados na literatura. Avalia-se, ainda, o impacto da utilização de diferentes técnicas de integração numérica na obtenção dos efeitos dos campos eletromagnéticos incidentes, bem como a eficiência computacional dos modelos propostos.

No **Capítulo 6** são apresentadas as conclusões e propostas de continuidade vislumbradas para este trabalho. As referências bibliográficas utilizadas neste trabalho estão disponíveis no **Capítulo 7**.

2 Descargas Atmosféricas: Modelagem para Estudo de Efeitos em Sistemas de Energia Elétrica

2.1 Considerações Iniciais

Os efeitos da ocorrência de uma descarga atmosférica são sentidos em uma rede elétrica na forma de sobretensões impulsivas que podem ser provocadas por descargas diretas ou indiretas. Sobretensões provocadas por descargas diretas ocorrem quando a descarga atmosférica atinge diretamente algum elemento pertencente ao sistema elétrico, como linhas, equipamentos e estruturas. Por outro lado, sobretensões provocadas por descargas indiretas ocorrem quando o ponto de incidência da descarga localiza-se na vizinhança do sistema elétrico. Nesse caso, o efeito resultante em linhas, equipamentos e estruturas desse sistema se manifesta a partir da indução de tensões pelos campos eletromagnéticos gerados pela descarga. As descargas indiretas ganham destaque devido à sua maior probabilidade de ocorrência, o que aumenta consideravelmente as chances de danos aos sistemas elétricos afetados, especialmente se estes tiverem baixo nível de isolamento, como é o caso de redes de distribuição de energia elétrica. Neste capítulo discutem-se os modelos matemáticos para o cálculo dos campos eletromagnéticos associados a descargas atmosféricas no que concerne aos seus efeitos em linhas de transmissão e distribuição de energia.

A metodologia adotada para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas indiretas em linhas de transmissão ou distribuição pode ser dividida em três etapas: (i) a modelagem da corrente de retorno, (ii) o cálculo dos campos

eletromagnéticos gerados pelas descargas em uma determinada região do espaço e, por fim, (iii) o cálculo da interação desses campos com as linhas em que se deseja determinar as tensões induzidas, para o qual são necessários modelos de acoplamento.

Este capítulo tem início com uma discussão sucinta dos conceitos fundamentais associados às descargas atmosféricas. Em seguida, são apresentados modelos de corrente de retorno denominados *modelos de engenharia*, que permitem o cálculo da distribuição espacial e temporal da corrente de retorno ao longo do canal de descarga sem requerer um esforço computacional considerável. Essa característica é desejável para estudos que envolvam os efeitos de descargas atmosféricas em redes de distribuição com topologias complexas ou para análises estatísticas em que um grande número de simulações é necessário. Cabe destacar que os assuntos discutidos neste capítulo, juntamente com o conteúdo apresentado no Capítulo 3, referente ao acoplamento de campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas com linhas de transmissão, servem de base para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas indiretas.

2.2 O Fenômeno Descarga Atmosférica

A descarga atmosférica é um fenômeno natural que consiste no fluxo de cargas elétricas da terra para a nuvem/atmosfera ou da nuvem/atmosfera para a terra quando do estabelecimento de um canal de descarga (COORAY, 2003; MAZUR e RUHNKE, 1998). Se a carga transportada para a terra possui polaridade negativa, a descarga é denominada negativa. Do contrário, a descarga é denominada positiva. No contexto deste trabalho, as grandezas fundamentais a serem consideradas são a corrente de retorno, ou *return-stroke current*, na língua inglesa, associada ao deslocamento de cargas no canal de descarga, e os campos eletromagnéticos associados à propagação dessa corrente elétrica.

Para exemplificar a formação de uma descarga negativa, considera-se uma nuvem inicialmente carregada com cargas negativas em sua base (parte superior carregada positivamente), como ilustrado na Figura 2.1(a). As cargas da base da nuvem induzem no solo cargas positivas, fazendo surgir uma diferença de potencial muito elevada e, por conseguinte, um campo elétrico também de elevada intensidade em determinados pontos do espaço.

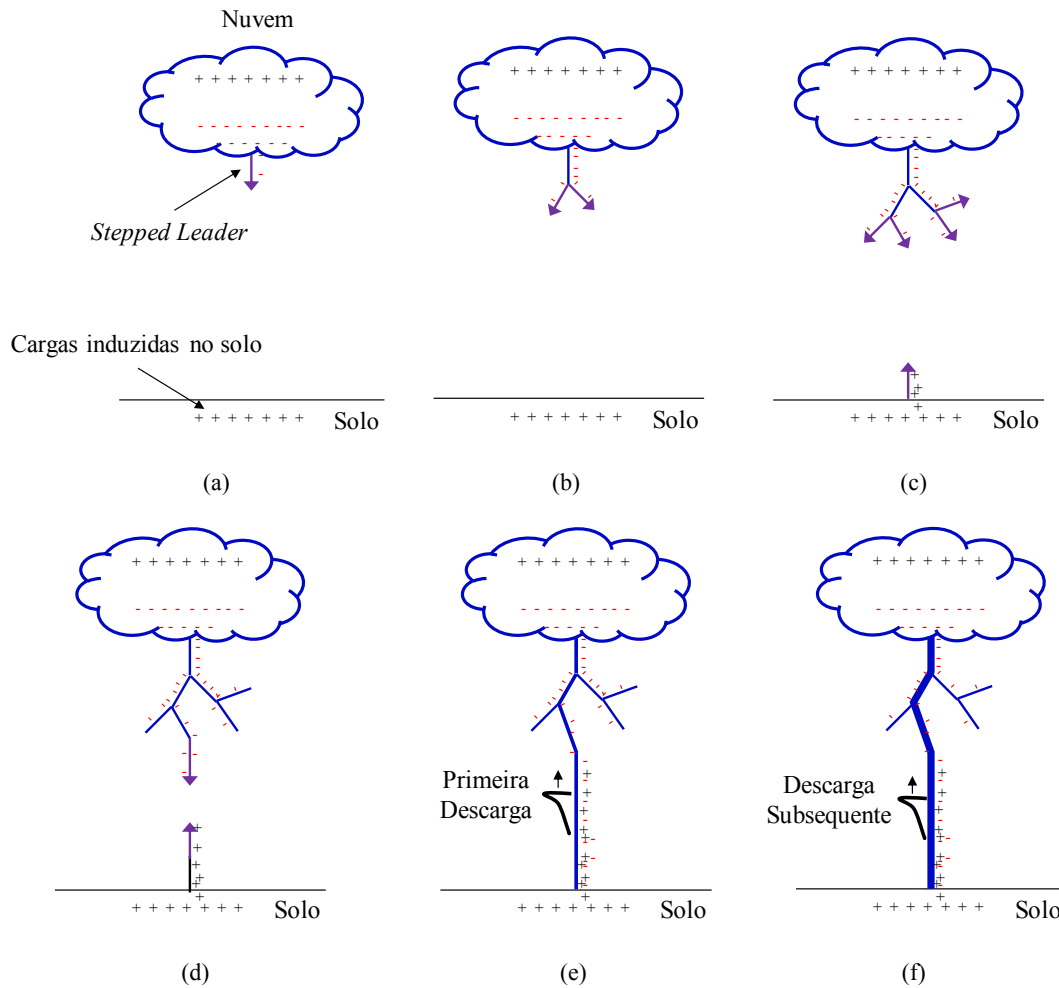


Figura 2.1– Formação do canal de descarga, ocorrência da primeira descarga de retorno e de descarga subsequente: (a) início do canal de descarga; (b) *stepped leader* 1; (c) *stepped leader* 2; (d) *stepped leader* 3; (e) primeira descarga de retorno e; (f) descarga subsequente.

Uma das hipóteses para a iniciação de descargas atmosféricas consiste em supor que esse campo elétrico de elevada intensidade possa romper a rigidez dielétrica do ar em pontos internos à nuvem, fazendo com que haja o deslocamento de cargas para um segmento ionizado que constitui um precursor do canal de descarga [Figura 2.1(a)]. Com o acúmulo de cargas na extremidade deste segmento há, novamente, um aumento do campo elétrico local que leva à ruptura dielétrica de mais uma parcela do ar [Figura 2.1(b)], processo que pode ocorrer em várias direções, criando um canal ramificado e/ou tortuoso. Neste novo segmento, também haverá o acúmulo de cargas seguido de uma eventual ruptura da rigidez dielétrica local, formando outro segmento de canal de descarga [Figura 2.1(c) e Figura 2.1(d)]. Como esse processo ocorre em intervalos discretos de tempo e o avanço do canal de descarga se dá de forma abrupta, o caminho ionizado resultante é denominado *stepped leader*, ou líder por passos, em tradução livre. Esse processo é repetido até que uma das ramificações associadas se

encontre com um canal ascendente formado no sentido solo nuvem, dando origem à primeira descarga de retorno (*first stroke*) (VISACRO, 2005) [Figura 2.1(e)]. Em seguida, pode haver a formação de descargas subsequentes que terão características distintas da primeira, o que é provocado principalmente pelas diferenças nas condições condutivas do canal no momento do surgimento da respectiva descarga (GUIMARÃES, 2017) [Figura 2.1(f)]. Geralmente, a primeira descarga de retorno possui frente de onda mais lenta, valor de pico mais elevado e velocidade de propagação inferior a de descargas subsequentes, além de apresentar picos subsequentes em sua onda característica (DE CONTI e VISACRO, 2007).

2.3 Modelos de Corrente de Retorno

Diversos modelos foram desenvolvidos visando descrever a distribuição espacial e temporal da corrente de retorno de forma a se avaliar a interação entre as descargas atmosféricas e os componentes de sistemas elétricos. Tais modelos, denominados modelos de corrente de retorno, são usualmente classificados como: modelos físicos, modelos de engenharia, modelos eletromagnéticos e modelos por parâmetros distribuídos (COORAY, 2003; DE CONTI et al., 2015; RAKOV e UMAN, 1998).

Para o cálculo de sobretensões induzidas em redes de distribuição, é necessário selecionar um dos modelos propostos para representar a propagação da corrente de retorno ao longo do canal de descarga. A seleção do modelo se fundamenta, no contexto deste trabalho, em sua simplicidade matemática e em sua capacidade de reproduzir as principais características associadas às descargas atmosféricas, como atenuação da corrente de retorno ao longo do canal e campos eletromagnéticos gerados em pontos remotos. Para tanto, os modelos de engenharia, que buscam representar a distribuição espacial e temporal da corrente de retorno ao longo do canal de descarga em função da corrente injetada em sua base, podem ser considerados suficientemente adequados, aliando simplicidade matemática à capacidade de gerar resultados consistentes.

Dentre os vários modelos de engenharia disponíveis na literatura, destacam-se os modelos TL (*Transmission Line Model*) (UMAN e MCLAIN, 1969), MTLL (*Transmission Line Model with Linear Decay*) (RAKOV e DULZON, 1987) e MTLE (*Transmission Line Model with Exponential Decay*) (NUCCI et al., 1988), descritos pela equação (2.1), cujos parâmetros são apresentados na Tabela 2.1 (RAKOV, 1997). Essa

equação descreve a corrente em uma altura arbitrária z' ao longo de um canal de descarga retilíneo e perpendicular ao plano do solo no instante de tempo t em função da corrente injetada na base do canal, $i(0, t)$. Percebe-se que a corrente resultante em z' sofre um atraso igual a z'/v , que corresponde ao tempo necessário para que a corrente injetada na base do canal percorra o segmento de reta formado do ponto de injeção ao ponto em análise, supondo-se uma velocidade de propagação constante v . Percebe-se a presença do fator de atenuação $P(z', t)$, que é dependente do modelo de corrente de retorno considerado. Por fim, $u(t)$ representa a função degrau unitário, que depende da velocidade em que a frente de onda da corrente de retorno viaja ao longo do canal de descarga atmosférica, v .

$$i(z', t) = u\left(t - \frac{z'}{v}\right) \cdot P(z', t) \cdot i\left(0, t - \frac{z'}{v}\right). \quad (2.1)$$

Tabela 2.1 – Modelos de engenharia mais difundidos na literatura (RAKOV, 1997).

Modelo	$P(z', t)$	v
TL	1	v_f
MTLL	$1 - z'/\lambda$	v_f
MTLE	$e^{-\frac{z'}{\lambda}}$	v_f

Pelos parâmetros descritos na Tabela 2.1, é possível inferir que o modelo TL considera a propagação da corrente de retorno ao longo do canal de descarga sem que haja distorção e/ou atenuação. Já os modelos MTLL e MTLE consideram a propagação sem distorção, porém com uma atenuação que depende da constante λ . Para o modelo MTLL, a atenuação é linear com a altura, enquanto para o modelo MTLE a atenuação é exponencial com a altura. Em todos os modelos, a velocidade de propagação é considerada igual a v_f .

Um número considerável de trabalhos utilizando os modelos TL e/ou MTLE no cálculo de tensões induzidas em linhas aéreas é encontrado na literatura, mesmo se sabendo que os campos eletromagnéticos calculados com sua aplicação não reproduzem fielmente todas as características observadas em medições (COORAY, 2012; DE CONTI, 2006; RAKOV e UMAN, 1998). Uma justificativa para a larga utilização do modelo TL consiste na facilidade de se obter uma solução analítica para vários problemas de interesse por conta da simplicidade das equações que o descrevem. A utilização do modelo MTLE nesse tipo de aplicação se deve, em parte, ao fato de esse modelo ter sido

proposto por um dos grupos pioneiros no estudo de tensões induzidas por descargas atmosféricas (NUCCI et al., 1988; 1993) na tentativa de se considerar a atenuação da corrente que se propaga ao longo do canal; seu emprego, portanto, se difundiu mesmo a despeito de suas limitações, especialmente no que tange ao cálculo do campo elétrico vertical na região de campo próximo, que apresenta um crescimento após os instantes iniciais que é incompatível com dados experimentais (COORAY, 2012, Figura 9.17a, p. 354; RAKOV e UMAN, 1998). Embora o modelo MTLL reproduza campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas de forma mais adequada que os modelos TL e MTLE, um número comparativamente menor de publicações o tem utilizado no cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas (BRIGNONE et al., 2019a).

Frente ao apresentado nesta seção, optou-se por utilizar os modelos TL e MTLE para a obtenção dos campos elétricos gerados pelas descargas atmosféricas simuladas. Essa escolha se baseia tanto no esforço computacional reduzido desses modelos, quando comparados a modelos de corrente de retorno mais complexos, quanto na maior disponibilidade de resultados encontrados na literatura referentes ao cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas que possam ser utilizados para a validação dos modelos implementados.

2.4 Campos Eletromagnéticos Produzidos por Descargas Atmosféricas

2.4.1 Análise para Solo Condutor Perfeito

Em geral, as formulações para o cálculo de campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas descritas diretamente no domínio da frequência são as que mais se destacam na literatura, principalmente pela dificuldade de se resolver as equações de Maxwell, que regem o problema, diretamente no domínio do tempo levando-se em conta o solo como um condutor imperfeito. Na tentativa de se contornar este problema, diversas aproximações para as equações desenvolvidas no domínio da frequência foram propostas visando ao cálculo de campos eletromagnéticos no domínio do tempo.

Um método bastante difundido para o cálculo dos campos gerados por descargas atmosféricas no domínio do tempo foi proposto em (UMAN et al., 1975). Nesse trabalho, a formulação foi desenvolvida para um observador em um ponto arbitrário acima da

superfície do solo considerando que o canal pudesse ser representado por uma antena retilínea posicionada verticalmente sobre um solo condutor perfeito. Na Figura 2.2 é apresentada a geometria do problema. As formulações para o campo elétrico vertical (e_z)¹, o campo elétrico radial (e_r) e o campo magnético azimutal (h_ϕ) referentes ao problema analisado são descritas respectivamente pelas equações (2.2), (2.3) e (2.4), obtidas aplicando o método das imagens para relacionar os campos no ponto de observação à corrente que percorre o canal. Na Figura 2.2, a variável c representa a velocidade da luz no vácuo, z' representa a altura do elemento diferencial (dz), h_{ch} é o comprimento do canal, R é a distância entre o elemento diferencial e o ponto de observação (P), e R' é a distância entre P e a imagem do elemento diferencial. Nas equações, além das variáveis já descritas, r é a distância da base do canal à projeção do ponto de observação no solo e $i(z',t)$ é a corrente no elemento diferencial no instante t . Os termos dependentes diretamente da integral da corrente, da variação temporal da corrente e da derivada temporal da corrente em (2.2) e (2.3) são chamados, respectivamente, de parcelas eletrostática, de indução e de radiação (COORAY, 2003).

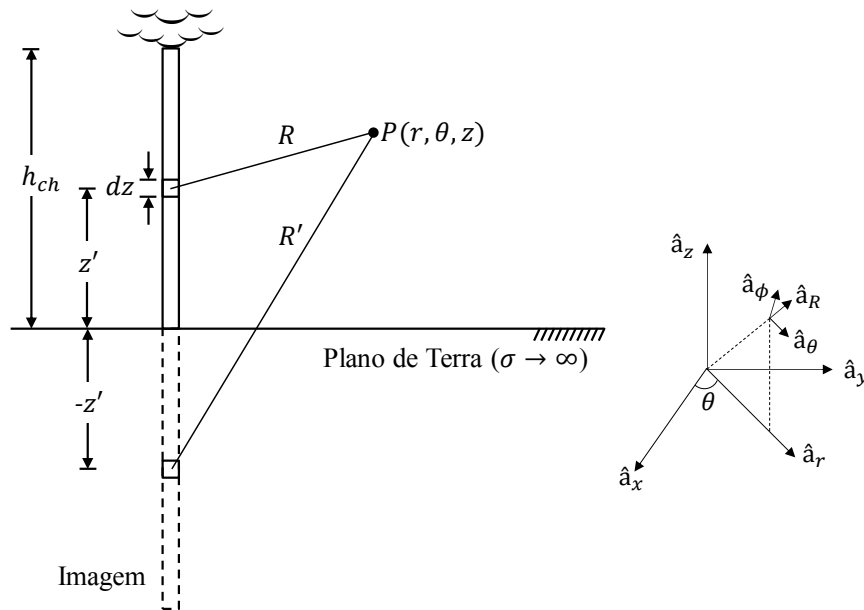


Figura 2.2 – Canal de descarga modelado como antena vertical e retilínea sobre um solo condutor perfeito. Adaptado de (UMAN e MASTER, 1984).

¹ Neste texto, utilizam-se letras minúsculas para representar grandezas elétricas no domínio do tempo, e letras maiúsculas para representá-las no domínio da frequência.

$$e_z(r, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_{-h_{ch}}^{h_{ch}} \frac{2(z-z')^2 - r^2}{R^5} \int_0^t i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau dz' + \int_{-h_{ch}}^{h_{ch}} \frac{2(z-z')^2 - r^2}{cR^4} i\left(z', t - \frac{R}{c}\right) dz - \int_{-h_{ch}}^{h_{ch}} \frac{r^2}{c^2 R^3} \frac{\partial i\left(z', t - \frac{R}{c}\right)}{\partial t} dz \right], \quad (2.2)$$

$$e_r(r, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_{-h_{ch}}^{h_{ch}} \frac{3r(z-z')}{R^5} \int_0^t i\left(z', \tau - \frac{R}{c}\right) d\tau dz' + \int_{-h_{ch}}^{h_{ch}} \frac{3r(z-z')}{cR^4} i\left(z', t - \frac{R}{c}\right) dz' + \int_{-h_{ch}}^{h_{ch}} \frac{r(z-z')}{c^2 R^3} \frac{\partial i\left(z', t - \frac{R}{c}\right)}{\partial t} dz' \right], \quad (2.3)$$

$$h_\phi(r, 0, t) = \frac{1}{4\pi} \left[\int_{-h_{ch}}^{h_{ch}} \frac{r}{R^3} i\left(z', t - \frac{R}{c}\right) dz' + \int_{-h_{ch}}^{h_{ch}} \frac{r}{cR^2} \frac{\partial i\left(z', t - \frac{R}{c}\right)}{\partial t} dz' \right]. \quad (2.4)$$

2.4.2 Análise para Solo Condutor Imperfeito

A despeito da ampla utilização da formulação proposta por (UMAN et al., 1975) em estudos dedicados ao cálculo de campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas, a consideração do solo como um plano condutor perfeito pode levar a erros consideráveis no cálculo do campo elétrico horizontal, que podem chegar a 200% (COORAY, 1992). Isso implica a inevitabilidade de se incluir o efeito do solo no cálculo dos campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas.

O primeiro trabalho encontrado na literatura para o cálculo de campos eletromagnéticos gerados por dipolos sobre um solo condutor imperfeito foi apresentado por Sommerfeld (1909), no qual as equações propostas foram desenvolvidas no domínio da frequência. A avaliação numérica das integrais de Sommerfeld não é trivial, uma vez que estas podem apresentar integrandos oscilatórios, divergentes e/ou singulares. Por essa razão, métodos numéricos têm sido propostos para sua solução, buscando minimizar o custo computacional envolvido (DELFINO et al., 2007; COORAY, 2012).

A partir das integrais de Sommerfeld foram elaboradas duas aproximações bastante utilizadas na literatura (SILVEIRA, 2006). A primeira é proposta por Norton (1936) e a segunda, por Bannister (1984). Apesar de permitirem a solução

aproximada das integrais de Sommerfeld, essas formulações também foram escritas no domínio da frequência. Por conseguinte, requerem transformações numéricas ou equações analíticas aproximadas, processo que pode introduzir erros na resposta. É importante frisar que equações desenvolvidas no domínio da frequência requerem soluções em uma ampla faixa de frequências para a obtenção de respostas no domínio do tempo, o que prejudica ainda mais sua eficiência computacional. Por essa razão, a busca por expressões que sejam escritas diretamente no domínio do tempo tem sido a tônica em trabalhos que visam à inclusão do efeito do solo no cálculo dos campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas.

Em Cooray (2012), por exemplo, são propostas e avaliadas aproximações no domínio do tempo para o cálculo do campo elétrico vertical gerado por descargas atmosféricas, baseadas nos trabalhos de Norton (1936), Bannister (1984) e Wait (1956), cujos resultados são satisfatórios quando comparados aos cálculos realizados com a formulação de Sommerfeld. Além disso, Cooray compara campos elétricos verticais calculados considerando solo condutor perfeito, usando (2.2), ou imperfeito, via integrais de Sommerfeld. Seus resultados mostram que, mesmo supondo solo condutor perfeito, o comportamento do campo elétrico vertical é satisfatoriamente reproduzido quando a distância da descarga até o observador não excede 1 km. Isso torna evidente a pouca influência da condutividade do solo sobre o campo elétrico vertical, fato que justifica o número elevado de publicações com foco no cálculo do campo elétrico horizontal considerando solo condutor imperfeito.

Como o efeito da condutividade do solo se manifesta de forma mais pronunciada nos campos elétricos horizontais, cabe aqui descrever com maior riqueza de detalhes as publicações relacionadas a este tema. Neste sentido, a formulação desenvolvida por Cooray (1992) e posteriormente complementada por Rubinstein (1996) é a que mais se destaca, principalmente pela concordância de seus resultados com a solução das equações de Sommerfeld em determinadas condições de aplicação. Essa formulação é usualmente denominada modelo de Cooray-Rubinstein. A formulação resultante é descrita pelas equações (2.5) e (2.6).

O cálculo do campo elétrico horizontal gerado por descargas atmosféricas utilizando a impedância de superfície do solo proposta por Cooray-Rubinstein se aproxima da solução exata das integrais de Sommerfeld quando a distância do observador

ao ponto de incidência da descarga é maior que 100 m para solos cuja condutividade (σ) se encontra entre 0,01 e 0,001 S/m.

$$E_r(r, z, s) = E_r(r, 0, s) + E_{r,\infty}(r, z, s), \quad (2.5)$$

$$E_r(r, 0, s) = -H_{\phi,\infty}(r, 0, s) \cdot \frac{\sqrt{\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon + \sigma/s}} \quad (2.6)$$

Na equação (2.5), em que s é a variável de Laplace, supõe-se que o campo elétrico horizontal $E_r(r, z, s)$ a uma altura z acima da superfície do solo e a uma distância horizontal r em relação à base do canal seja dado pela soma dos campos horizontais calculados na superfície do solo e na altura z considerando, respectivamente, solo condutor imperfeito, $E_r(r, 0, s)$, e solo condutor perfeito, $E_{r,\infty}(r, z, s)$. O campo $E_r(r, 0, s)$ é dado pela equação (2.6) e $E_{r,\infty}(r, z, s)$ pode ser obtido, diretamente no domínio do tempo, utilizando a equação (2.3). Na equação (2.6), o campo elétrico $E_r(r, 0, s)$ é obtido a partir da multiplicação do campo magnético $H_{\phi,\infty}(r, 0, s)$, calculado supondo-se solo condutor perfeito, por um fator de ponderação que depende da permeabilidade magnética no vácuo (μ_0), da permissividade (ε) e da condutividade do solo (σ). Geralmente, o campo magnético $H_{\phi,\infty}(r, 0, s)$ é calculado diretamente no domínio do tempo conforme equação (2.4), sendo o produto indicado em (2.6) transformado em uma convolução com a transformada inversa de Laplace do fator de ponderação.

Ao utilizar o campo magnético obtido para um solo condutor perfeito, alguns cuidados devem ser tomados principalmente quanto à distância do observador ao ponto de incidência da descarga. Em (COORAY, 2009) é realizada uma ampla discussão sobre os erros cometidos ao se desconsiderar o efeito da condutividade do solo nos cálculos envolvendo o campo magnético para distâncias entre 10 m e 1000 m em relação ao ponto de incidência da descarga e condutividade do solo entre 0,01 e 0,001 S/m. Com base nas equações propostas por Norton (1936) e Bannister (1984), Cooray (2009) demonstra que o erro no valor de pico do campo magnético é aceitável para um observador até 1 km de distância para solos com condutividade entre 0,01 e 0,001 S/m. De forma similar, Khosravi-Farsani et al. (2013) analisam os limites de validade da aproximação de Cooray-Rubinstein ao se considerar a influência do solo no cálculo do campo magnético. Em seu trabalho, foram simulados casos considerando pontos de observação afastados de 100 a 2000 m do ponto de descarga, para solos com

condutividade entre 0,01 e 0,0001 S/m. Os resultados demonstram que, ao se considerar o efeito do solo no cálculo do campo magnético, há uma melhoria significativa na acurácia do método em relação a resultados obtidos com o método de FDTD implementado em (YU et al., 2005).

Tanto nos estudos de Cooray (2009) quanto nos estudos de Khosravi-Farsani et al. (2013), é possível notar a importância de se considerar o efeito do solo na obtenção do campo magnético gerado por descargas atmosféricas, mesmo ao se utilizar a aproximação de Cooray-Rubinstein, em estudos mais rigorosos, principalmente quando a distância entre observador e o ponto de incidência da descarga é superior a 1 km. No entanto, a despeito dessa observação, o cálculo de campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas considerando o efeito do solo com o objetivo de estimar tensões induzidas em linhas aéreas normalmente considera solo condutor perfeito para a determinação do campo magnético azimutal necessário para a solução de (2.6) (ANDREOTTI et al., 2013a; HØIDALEN, 2003; PAULINO e BARBOSA, 2019).

2.4.3 Formulações Alternativas para o Cálculo do Campo Elétrico

Horizontal no Domínio do Tempo

O grande número de publicações utilizando a formulação de Cooray-Rubinstein se dá em função da simplicidade da equação e de sua aplicabilidade em estudos práticos de interferência eletromagnética causada por descargas atmosféricas em redes elétricas ou de telecomunicação. Porém, também são encontrados trabalhos que utilizam abordagens distintas daquela considerada na formulação de Cooray-Rubinstein, como a solução das equações de Maxwell via FDTD, algoritmos robustos e eficientes aplicados às integrais de Sommerfeld, obtenção de aproximações baseadas nas formulações propostas por Sommerfeld e, por fim, a obtenção de aproximações diretamente no domínio do tempo.

Os métodos de solução via FDTD propostos na literatura, fundamentados principalmente no trabalho de (YEE, 1966), buscam resolver as equações de Maxwell que descrevem o problema de campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas diretamente no domínio do tempo. A grande vantagem da técnica de FDTD está na facilidade de se considerar as diferentes características do meio, uma vez que se realiza a discretização simultânea das variáveis tempo e espaço. Porém, o processamento

de um algoritmo baseado na técnica de FDTD exige grande capacidade de armazenamento e pode levar a eventuais problemas de oscilações numéricas. Isso, muitas vezes, inviabiliza a aplicação do método em problemas práticos de maior complexidade, principalmente pelo tempo de processamento necessário para a obtenção da resposta. Contudo, quando corretamente implementada, a técnica de FDTD pode servir como referência para a validação de equações simplificadas. A título de ilustração, as referências (THANG et al., 2015; TOSSANI et al., 2018a ; YANG e ZHOU, 2004; YU et al., 2005) são exemplos de trabalhos que propõem formulações utilizando técnicas de FDTD para o cálculo dos campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas.

Em outra direção, há os trabalhos que descrevem algoritmos ou métodos matemáticos tendo como objetivo solucionar as integrais de Sommerfeld aplicadas no contexto deste trabalho. Porém, assim como o FDTD, tais algoritmos também exigem um tempo de processamento elevado, o que inviabiliza sua aplicação em problemas práticos de maior complexidade. Há de se ressaltar que a solução das integrais de Sommerfeld é tida como a solução exata do problema, então seu estudo serve como referência para todos os outros métodos propostos. Outro fato interessante consiste na dedução direta ou indireta da grande maioria das equações simplificadas propostas na literatura a partir das equações de Sommerfeld, como as equações de Norton (1936), de Bannister (1984) e de Cooray-Rubinstein (LI et al., 2011).

Seguindo uma linha diferente dos demais trabalhos, em (BARBOSA e PAULINO, 2007, 2010; BARBOSA, 2009; BARBOSA et al., 2013) são deduzidas equações para o cálculo dos campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas diretamente no domínio do tempo considerando que a corrente de retorno seja representada pelo modelo TL. Inicialmente, os autores consideram que a corrente injetada na base do canal seja na forma de um trapézio para, na sequência, estender o modelo para uma onda impulsiva com forma de onda arbitrária através de aplicação do teorema da convolução.

Em seu primeiro trabalho, Barbosa e Paulino (2007) supõem que o campo elétrico horizontal gerado por descargas atmosféricas pode ser decomposto em dois termos, conforme apresentado na equação (2.7): (i) $e_{r,q}$, que representa a parcela induzida pelas cargas distribuídas ao longo do canal de descarga e (ii) $e_{r,i}$, que representa a parcela induzida pela corrente no canal de descarga. A parcela induzida pela carga é obtida partindo da equação do potencial escalar obtida por (RUSCK, 1957) para uma corrente

de retorno impulsiva, considerando solo condutor perfeito, cuja derivada negativa em relação a r , nesta condição, representa o campo elétrico horizontal [equações (2.8) e (2.9), válidas a partir do instante de tempo em que os campos eletromagnéticos iluminam o ponto em observação, $t \geq t_0$]. Para obter a componente de campo induzida, os autores solucionam as equações de Maxwell na forma diferencial ainda no domínio da frequência, desprezando correntes de condução². Em seguida propõem uma aproximação assintótica para calcular o campo elétrico induzido por uma corrente trapezoidal. Essa formulação foi posteriormente modificada para levar em consideração um degrau de corrente com amplitude i_d (BARBOSA, 2009), conforme descrito pela equação (2.10). Essa equação depende do campo magnético azimutal dado em (2.11) [válida a partir de $t \geq t_0$]. A generalização para o emprego de uma forma de onda de corrente arbitrária pode ser feita com o cálculo de integrais de convolução considerando $i_d = 1$ em (2.11) e $h_{\phi,d0} = 1$ em (2.10). Nas equações (2.8) a (2.11), $Z_E = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ é a impedância do espaço livre e $a = \pi\sigma/(4\epsilon_0)$.

$$e_r(r, z, t) = e_{r,q}(r, z, t) + e_{r,i}(r, 0, t), \quad (2.7)$$

$$e_{r,q}(r, z, t) = e_s(r, z) \cdot u\left(t - \frac{r}{c}\right) \left\{ 1 - \frac{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 + \left(v \cdot \frac{t}{r}\right)^2\right]^{1.5}} \right\}, \quad (2.8)$$

$$e_s(r, z) = \frac{Z_E \cdot i_d \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot \frac{v}{c} r^2}, \quad (2.9)$$

$$e_{r,i}(r, 0, t) = -Z_E \cdot h_{\phi,d0} \left\{ \frac{\epsilon_R + \frac{a \cdot (t - t_0)}{2}}{[\epsilon_R + a \cdot (t - t_0)]^{1.5}} \right\}, \quad (2.10)$$

$$h_{\phi,d}(r, 0, t) = \frac{i_d \cdot v \cdot t}{2 \cdot \pi \cdot r} \left\{ (v \cdot t)^2 + \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right] \cdot r^2 \right\}^{-0.5}. \quad (2.11)$$

Vale observar que as equações (2.8), (2.9) e (2.11) descrevem o comportamento dos campos eletromagnéticos quando se considera o solo como um plano condutor perfeito (BARBOSA, 2009). Segundo os autores, a equação (2.10) possui os mesmos

² Segundo (BARBOSA, 2009) a influência do solo no campo elétrico horizontal se dá na forma de correntes de condução e de deslocamento. Sendo assim, ao desconsiderar a corrente de condução, somente parte do efeito do solo no cálculo do campo elétrico horizontal será negligenciado. Portanto, a equação (2.10) incorpora ao cálculo do campo elétrico a parte do efeito do solo dada pela corrente de deslocamento no solo.

limites de validade que a formulação de Cooray-Rubinstein (BARBOSA e PAULINO, 2007).

Já em (BARBOSA, 2009; BARBOSA e PAULINO, 2010), a equação que descreve a componente induzida do campo elétrico horizontal foi reformulada de forma a incorporar também o efeito das correntes de condução no solo, tendo como base o trabalho de Sunde (1968). De posse da formulação para o campo elétrico horizontal considerando correntes de condução no solo, a técnica de aproximação assintótica foi novamente utilizada para se obter uma equação que reproduzisse os efeitos da superposição de ambos os campos (induzido e conduzido). A equação final apresentada pelos autores é descrita em (2.12), em que $b = (\sigma \cdot Z_E \cdot r)^{-2}$ e, novamente, $a = \pi \cdot \sigma / (4\epsilon_0)$.

$$e_{r,i}(r, 0, t) = -Z_E \cdot h_{\phi, do} \cdot \left\{ \frac{2\epsilon_r + a \cdot (t - t_o) \cdot [1 + 3b\epsilon_r + 2ab \cdot (t - t_o)]}{2[1 + ab \cdot (t - t_o)]^{0.5} \cdot [\epsilon_r + a \cdot (t - t_o)]^{1.5}} \right\}, \quad (2.12)$$

$$r > \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{\sigma Z_E}. \quad (2.13)$$

Segundos os autores, o uso de (2.7) com suas componentes dadas por (2.8), (2.9), (2.12) e (2.11), ou seja, considerando a corrente de condução no solo, é válido para pontos de observação localizados na faixa de 20 m a 10 km em relação ao ponto de incidência da descarga, desde que seja respeitada a equação (2.13). Em outras palavras, essa formulação é mais geral que a formulação de Cooray-Rubinstein, que é válida somente para distâncias superiores a algumas centenas de metros e solos com resistividade inferior a 1000 Ωm . Barbosa (2009) destaca, ainda, que as restrições impostas por (2.13) não expressam limitações significativas quanto ao uso de (2.12), uma vez que, na maioria das aplicações práticas, tal condição será atendida.

Para validar seu modelo, Barbosa (2009; 2010) comparam resultados obtidos considerando a corrente de condução com aqueles obtidos com as formulações de Cooray-Rubinstein e Sommerfeld para pontos de observação distantes de 10 a 500 m da base do canal, supondo solos com condutividades entre 10^{-3} S/m e 10^{-4} S/m. Em todos os casos, os resultados obtidos com a formulação proposta apresentam boa concordância com a solução das equações de Sommerfeld, com erro absoluto menor que 4%, o que

valida o modelo apresentado. Por sua vez, os resultados obtidos com o modelo de Cooray-Rubinstein só se mostraram aceitáveis quando seus limites de validade foram respeitados.

2.5 Considerações Finais

Para contextualizar e facilitar o entendimento das análises realizadas ao longo desta tese e com o objetivo de fundamentar as escolhas dos métodos utilizados nos desenvolvimentos apresentados, este capítulo abordou de forma sucinta o fenômeno descargas atmosféricas, segundo uma das teorias disponíveis na literatura, e os modelos de corrente de retorno de engenharia mais difundidos no cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas. Em seguida, apresentou uma revisão bibliográfica sobre o cálculo dos campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas, discutindo os principais modelos disponíveis.

Diante do exposto, conclui-se que os modelos matemáticos utilizados para o cálculo da corrente de retorno no canal de descargas atmosféricas e de seus campos eletromagnéticos devem ser capazes de reproduzir, na medida do possível, resultados associados a descargas reais. Além disso, para o estudo da interação de descargas atmosféricas indiretas com sistemas de distribuição com topologia complexa tais modelos devem, preferencialmente, ser eficientes do ponto de vista computacional. Há de se observar que, em geral, o aumento da eficiência do modelo vem em detrimento de sua acurácia, sendo a recíproca verdadeira.

Sendo assim, para o cálculo da corrente de retorno optou-se pelos modelos TL e MTLE. A seleção destes modelos se respalda não somente em sua eficiência, mas também no número de trabalhos disponíveis na literatura que podem ser utilizados para efeito de validação dos modelos implementados nesta tese. Não haveria, contudo, a menor dificuldade quanto à eventual inclusão de outros modelos de corrente de retorno nas análises realizadas, como o modelo MTLL.

Para o cálculo dos campos elétricos horizontais gerados por descargas atmosféricas considerando o efeito de um solo condutor imperfeito, são adotados dois conjuntos de equações. O primeiro, adotado por ser aquele que apresenta menores limitações de aplicação, consiste em calcular o campo elétrico horizontal via equação (2.7) com suas componentes dadas por (2.3), (2.4) e (2.12). O segundo conjunto de equações consiste em calcular o campo elétrico horizontal via (2.5), escrita diretamente

no domínio do tempo, com suas componentes dadas por (2.3), (2.4) e (2.6). A transformada inversa de Laplace de (2.6) utilizada é proposta em (RACHIDI et al., 1996). Este último conjunto de equações é adotado por permitir a reprodução de resultados disponíveis na literatura, uma vez que o cálculo de tensões induzidas em linhas aéreas considera, historicamente, a formulação de Cooray-Rubinstein para o cálculo do campo elétrico horizontal gerado por descargas atmosféricas. Pela mesma razão, também se considera solo condutor perfeito para o cômputo do campo magnético, ainda que se saiba que em algumas situações o efeito do solo no campo magnético pode ser importante para o cálculo de tensões induzidas. Para o cálculo do campo elétrico vertical, decide-se pela utilização da equação (2.2) partindo do pressuposto de que o solo possa ser modelado como um plano condutor perfeito.

Para finalizar, convém comentar que todas as análises apresentadas nesta tese supõem que o solo seja representado com condutividade e permissividade relativa invariantes com a frequência. É sabido, contudo, que ambos os parâmetros são dependentes da frequência e que a amplitude de sua variação depende da resistividade do solo em baixas frequências (ALIPIO e VISACRO, 2014; PORTELA, 1999; SMITH, 1975; VISACRO e ALIPIO, 2012). A título de exemplo, as referências (AKBARI et al., 2013; SILVEIRA et al., 2014) analisam a influência do comportamento da condutividade e da permissividade do solo dependentes com a frequência na propagação dos campos eletromagnéticos associados a descargas atmosféricas, bem como nos níveis de tensão induzidas em linhas aéreas. Os resultados demonstram que os erros na estimativa da tensão induzida, principalmente na amplitude da tensão, quando os parâmetros do solo são considerados constantes, tendem a ser mais pronunciados em solos com condutividade reduzida em baixas frequências. Uma possibilidade para a continuidade deste trabalho consiste na inclusão do efeito da variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência na caracterização dos campos eletromagnéticos incidentes gerados por descargas atmosféricas para o cálculo de tensões induzidas em linhas aéreas.

3 Modelos para o Cálculo de Tensão Induzida em Linhas de Transmissão Iluminadas por Campos Eletromagnéticos Externos

3.1 Considerações Iniciais

Modelos de linha de transmissão formulados com o intuito de incorporar às tradicionais equações do telegrafista o efeito de campos eletromagnéticos gerados por fontes externas são usualmente obtidos por meio da aplicação dos chamados modelos de acoplamento (PAOLONE et al., 2005b). Esses modelos podem ser escritos e solucionados no domínio da frequência ou do tempo. Ambas as possibilidades possuem vantagens e desvantagens. Por exemplo, pressupondo as mesmas condições quanto aos limites de validade e exatidão da resposta, os modelos no domínio da frequência possuem formulação analítica exata e/ou aproximada cuja solução é geralmente mais simples do que modelos no domínio do tempo. Isso ocorre especialmente quando se leva em consideração a variação com a frequência dos parâmetros do solo e de linhas de transmissão, bem como o efeito do solo nos campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas. Por outro lado, é preferível resolver problemas que envolvam a

simulação de elementos não lineares, como para-raios, diretamente no domínio do tempo, uma vez que, no domínio da frequência, a incorporação destes elementos pode representar uma tarefa complexa e ineficiente do ponto de vista computacional (DE CONTI, 2006).

No domínio da frequência, quando da análise de transitórios eletromagnéticos, deve-se resolver o problema repetidamente em uma ampla faixa de frequências, supondo-se regime permanente senoidal em cada uma das frequências em questão. Isso demanda elevado esforço computacional, além requerer a incorporação de alguma técnica de transformação numérica para transpor a solução obtida para o domínio do tempo. No entanto, diante da necessidade de se considerar parâmetros que apresentem variação com a frequência, como as perdas no solo e em condutores de linhas de transmissão e distribuição, torna-se inevitável a solução de integrais de convolução quando o problema é tratado no domínio do tempo o que, também, afeta a eficiência computacional dos modelos desenvolvidos neste domínio (PAUL, 2007).

Na literatura, os modelos de acoplamento mais conhecidos, baseados na teoria de linhas de transmissão, são descritos em (AGRAWAL et al., 1980; CHOWDHURI e GROSS, 1967; PAOLONE, 2001; PAUL, 1976; PIANTINI e JANISZEWSKI, 2009; RUSCK, 1957; TAYLOR et al., 1965). Esses trabalhos pressupõem, para as ondas de tensão e corrente induzidas na linha, o modo de propagação TEM, o que os limita a aplicações nas quais os condutores sejam horizontais e paralelos ao plano do solo. Como discutido em (DE CONTI, 2006; NUCCI et al., 1996), as equações propostas por Taylor e Agrawal são idênticas, diferenciando-se somente pelo número de condutores considerados nas formulações originais e pelo domínio utilizado em sua dedução. Por essa razão, assim como definido por (DE CONTI, 2006), neste trabalho ambos serão tratados como modelo de Taylor/Agrawal.

Além da vantagem já citada de permitir a consideração direta de fenômenos não lineares, modelos de acoplamento desenvolvidos no domínio do tempo podem ser diretamente aplicados em plataformas de simulação computacional do tipo ATP/EMTP por não necessitarem de métodos de adaptação ou de interface entre dois domínios. É importante destacar que o uso de tais plataformas facilita a realização de estudos mais complexos cujo número de elementos (linhas, transformadores, cargas, supressores de surtos etc.) e/ou de simulações é elevado, como é o caso de estudos de sobretensões provocadas por descargas atmosféricas em redes complexas. Contudo, cabe ressaltar que

este trabalho propõe procedimentos para incorporar o efeito dos campos eletromagnéticos provenientes de descargas atmosféricas considerando modelos de linha disponíveis em plataformas de simulação de transitórios eletromagnéticos. Por essa razão, é preferível a utilização de modelos de acoplamento desenvolvidos diretamente no domínio do tempo. Assim, optou-se por utilizar o modelo de Taylor/Agrawal para incluir o acoplamento entre os campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas indiretas e os condutores da linha em estudo.

Ao longo deste capítulo é apresentada a dedução das equações do modelo de Taylor/Agrawal e sua solução via método das características, sendo proposto um método de solução original desenvolvido nos domínios modal e das fases que permite a incorporação direta deste modelo de acoplamento em programas de simulação de transitórios eletromagnéticos no domínio do tempo. Antes, apresenta-se uma breve revisão sobre diferentes estratégias disponíveis na literatura para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas indiretas em plataformas computacionais do tipo ATP/EMTP, com o objetivo de destacar as vantagens associadas à metodologia proposta em relação àquelas existentes.

3.2 Cálculo de Tensões Induzidas por Descargas Atmosféricas em Plataformas Computacionais do Tipo ATP/EMTP

Diversos modelos de linhas de transmissão capazes de descrever a propagação de sinais de tensão e corrente considerando a variação com a frequência de seus parâmetros por unidade de comprimento encontram-se disponíveis na literatura. Dois modelos populares disponíveis em plataformas de simulação de transitórios eletromagnéticos do tipo ATP/EMTP são o Fd-Line (*Frequency-Dependent Line Model*), também conhecido como JMarti (MARTI, 1982), e o ULM (*Universal Line Model*) (MORCHED et al., 1999). Ambos os modelos se fundamentam no método das características, cuja aplicação resulta em um circuito equivalente composto por um par de resistores em paralelo com fontes de corrente contendo termos históricos. Além desses modelos, uma estratégia de solução frequentemente utilizada em estudos de propagação de fenômenos transitórios em linhas de transmissão com perdas consiste na técnica de FDTD.

Dentre os modelos de linha de transmissão listados, somente aqueles baseados em FDTD possuem um método consolidado para o cálculo de tensões induzidas por campos

eletromagnéticos externos levando em conta todas as perdas associadas e sua variação com a frequência (PAOLONE, 2001). O principal motivo para a escassez de métodos capazes de incorporar em modelos de linha de transmissão, baseados no método das características, os efeitos de campos externos consiste na dificuldade de se incorporar as perdas na linha no cálculo das tensões induzidas por esses campos diretamente no domínio do tempo. De fato, a contabilização da distorção e da atenuação na propagação da tensão induzida em cada segmento da linha, considerando a resistividade do solo e dos condutores, não é trivial. Consequentemente, na grande maioria das estratégias de cálculo de tensão induzida disponíveis na literatura, esse efeito é negligenciado (ANDREOTTI et al., 2015a; DE CONTI, 2006; GUO et al., 2017; HØIDALEN, 2003; PAUL, 1994; PAULINO et al., 2009).

Para melhor ilustrar o problema em questão, a Figura 3.1 apresenta a propagação da componente horizontal do campo elétrico $\vec{E}$ gerado por uma descarga atmosférica até que este ilumine um dos condutores de uma linha de transmissão aérea, bem como a propagação da tensão induzida por $\vec{E}$ ao iluminar o condutor. Para o cálculo de $\vec{E}$ na coordenada $x = x_1$ considerando o efeito das perdas no solo, pode-se utilizar um dos modelos descritos no capítulo anterior, como o de Cooray-Rubinstein. Esse cálculo é feito, inicialmente, desconsiderando-se a presença da linha. Supondo agora que a linha esteja presente, pelo teorema da equivalência é possível mostrar que, para que as condições de interface sejam satisfeitas na superfície do condutor diante da presença do campo elétrico incidente, será induzida uma queda de tensão longitudinal v_1 no ponto x_1 , que pode ser tratado como um segmento de linha de comprimento infinitesimal. Esta tensão induzida se propaga em ambos os sentidos na linha. Ao atingir o ponto x_2 , a tensão induzida em x_1 terá sido modificada pelos efeitos de atenuação, distorção associados às perdas na linha e no solo e, também, pela tensão induzida em x_2 , passando a ser denominada v_2 . Na prática, os efeitos associados às perdas na linha e no solo têm sido frequentemente negligenciados nos modelos de linhas de transmissão iluminadas por campos eletromagnéticos externos baseados no método das características quando estes são formulados diretamente no domínio do tempo (ANDREOTTI et al., 2015b).

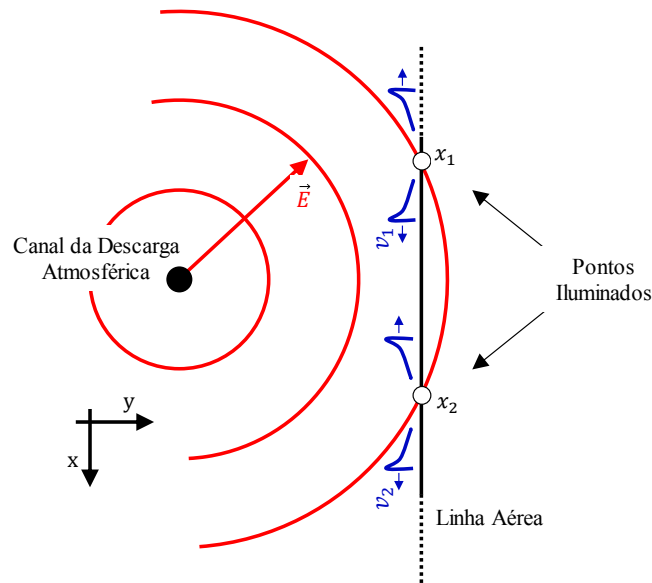


Figura 3.1 – Propagação do campo elétrico gerado por uma descarga atmosférica até iluminar o condutor de uma linha de transmissão aérea.

Na literatura, em função das facilidades inerentes à aplicação da técnica de FDTD para a solução das equações do telegrafista incluindo o efeito de campos eletromagnéticos externos, vários modelos dedicados a acoplar esse tipo de solução a programas para cálculo de transitórios eletromagnéticos podem ser encontrados na literatura (BORGHETTI et al., 2004; 2008; BRIGNONE et al. 2017; 2018; PAOLONE, 2001). Porém, o acoplamento de modelos baseados em FDTD com plataformas de simulação de transitórios eletromagnéticos não é trivial. Isto porque as condições de contorno a serem aplicadas na solução das equações do telegrafista dependem das cargas conectadas nas terminações da linha, o que dificulta o acoplamento desta solução à matriz de admitância de barra tipicamente empregada em tais programas. Para contornar esse problema, é comum a inclusão de um segmento de linha sem perdas nas terminações da linha para conferir generalidade às equações responsáveis por atualizar as correntes e tensões terminais do modelo baseado na técnica de FDTD (BORGHETTI et al., 2004; 2008; BRIGNONE et al. 2017; 2018). Contudo, além de introduzir uma fonte de erros em cada terminação da linha (os segmentos de linha introduzidos em alguns modelos não consideram o efeito dos campos externos), o que pode ser problemático especialmente na simulação de redes complexas contando com grande número de linhas, essa estratégia pode levar a condições de instabilidade numérica, como mostrado em (BRIGNONE et al., 2018).

Outra prática comum em modelos baseados em FDTD é a modelagem das perdas associadas ao retorno pelo solo por meio de equações aproximadas deduzidas diretamente

no domínio do tempo (RACHIDI et. al, 2003; 1999) e negligenciar as perdas nos condutores, uma vez que estas não contribuem significativamente para a distorção e atenuação das ondas de tensão e corrente que se propagam na linha. O uso da formulação aproximada proposta por RACHIDI et al. (2003; 1999) para incluir as perdas associadas ao retorno pelo solo deve ser visto com cautela, haja vista que essa formulação se aplica a linhas aéreas sobre solo de baixa resistividade ($\rho < 1000 \Omega\text{m}$) e seus limites de validade dependem, também, da altura dos condutores da linha, da frequência representativa do fenômeno em estudo e do passo de tempo da simulação. Para descargas atmosféricas, cuja faixa de frequências de interesse varia de zero a alguns MHz, tal formulação deve ser utilizada somente em linhas cuja altura máxima de seus condutores esteja próxima de 10 m, ou seja, linhas tipicamente de distribuição. Apesar dessas simplificações e limitações, os modelos de linha de transmissão baseados na técnica de FDTD são frequentemente utilizados nos trabalhos de análise de sobretensões induzidas por descargas atmosféricas e, principalmente, em estudos de desempenho de linha (BORGHETTI et al., 2017a; 2017b; 2007; DE CONTI et al, 2010; NAPOLITANO et al., 2013), com destaque para o modelo LIOV, hoje disponível no EMTP-RV.

Por outro lado, vários modelos baseados no método das características incluem o efeito de campos eletromagnéticos externos gerados por descargas atmosféricas. Normalmente, esse efeito é representado por meio de fontes independentes de corrente e/ou tensão que são incorporadas às terminações da linha (ANDREOTTI et al., 2015a; DE CONTI, 2006; GUO et al., 2017; HØIDALEN, 2014; 2003; LIU et al., 2018; PAUL, 1994; PAULINO et al., 2009; SEKIOKA, 2005; XÉMARD et al., 2003; 1995). Com exceção dos trabalhos de Xémard et al. (2003; 1995), Høidalen (2014; 2003) e Liu et al. (2018) todos os modelos citados desprezam o efeito das perdas na linha e no solo na propagação das tensões induzidas pelos campos incidentes. Essa hipótese simplifica consideravelmente a solução do problema, permitindo inclusive a obtenção de modelos semianalíticos³. A fundamentação desta premissa parte da possibilidade de se considerar a linha como ideal (sem perdas) quando seu comprimento é inferior a 2 km sem que sejam introduzidos grandes erros no cálculo das tensões induzidas resultantes (HØIDALEN, 2003; RACHIDI et al., 1996). Entretanto, cuidados devem ser tomados quanto ao uso

³ Modelos semianalíticos são modelos que utilizam formulações analíticas em conjunto com métodos numéricos em sua concepção. Geralmente, os métodos numéricos são utilizados para solucionar as integrais de convolução inerentes ao processo de cálculo de tensões induzidas em linhas quando se consideram todas as perdas envolvidas e/ou conferir generalidade quanto ao modelo de corrente de retorno.

indiscriminado de modelos de linhas sem perdas, principalmente em se tratando de sistemas complexos, com muitas ramificações e/ou constituídos de linhas com comprimento superior a 2 km, ou em casos envolvendo solos com resistividade elevada (PAOLONE et al., 2005a).

De modo geral, no modelo tradicional de duas portas, desenvolvido segundo o método das características (BERGERON, 1961; BEWLEY, 1933), a linha de transmissão é representada por um circuito equivalente constituído por uma impedância em série com uma fonte de tensão [Figura 3.2(a)] (MARTI, 1982) ou por uma admitância em paralelo com uma fonte de corrente em ambas as extremidades [Figura 3.2(c)] (MORCHED et al., 1999). Nos circuitos equivalentes, as fontes $b_{0,H}(t)$, $b_{\ell,H}(t)$, $i_{0,H}(t)$ e $i_{\ell,H}(t)$ transportam para o terminal a que estão conectadas o efeito de tensões e correntes resultantes de interações ocorridas nas terminações opostas da linha em instantes de tempo passados. Por essa razão, é usual agregar a essas fontes o subscrito H , abreviação que denota o fato de estas serem fontes atualizadas por termos históricos.

Para incorporar o efeito dos campos eletromagnéticos incidentes nos condutores de uma linha representada segundo o método das características, fontes independentes de corrente e/ou tensão [vide Figura 3.2(b) e Figura 3.2(d), respectivamente] devem ser adicionadas ao modelo de duas portas. A grande vantagem deste procedimento consiste na eficiência quando se pretende estudar um número considerável de casos em um mesmo sistema incluindo variações em componentes como para-raios e aterramentos, já que as fontes são previamente calculadas considerando o efeito do campo eletromagnético indutor na ausência da linha. Sendo assim, o processamento dos efeitos das fontes será necessário somente na primeira simulação. Outra vantagem dessa estratégia de solução consiste na possibilidade de se incluir as fontes resultantes em plataformas de simulação do tipo ATP/EMTP.

Xémard e colaboradores apresentam três diferentes formas de cálculo das fontes de corrente associadas aos efeitos do campo eletromagnético indutor, com a finalidade de incorporar essas fontes externamente ao modelo de linha considerado (XÉMARD et al., 2003; XÉMARD et al., 1995). Em seu primeiro modelo, proposto em (XÉMARD et al., 1995), é considerada a divisão da linha em segmentos de comprimento Δx e, em cada um destes, são incluídas duas fontes de corrente para o cômputo dos efeitos dos campos horizontal e vertical. Do ponto de vista computacional, essa estratégia é ineficiente por

requerer a simulação de vários segmentos de linha. No segundo modelo, as fontes de corrente são calculadas previamente utilizando um algoritmo de FDTD. Para incorporá-las à plataforma ATP, faz-se necessário dividir a linha em dois segmentos, cujo comprimento é igual à metade do comprimento total da linha. Em seguida, são conectadas fontes de corrente no ponto central da linha. Esse método é mais eficiente que o primeiro, mas ainda assim requer a consideração de dois segmentos de linha e de um bloco TACS, no ATP, que tem a finalidade de controlar a interação entre as terminações artificialmente criadas no centro da linha. Em ambos os modelos são incluídas perdas nos condutores e no solo na propagação dos campos eletromagnéticos ao longo da linha, sendo empregado o modelo de acoplamento de Taylor/Agrawal.

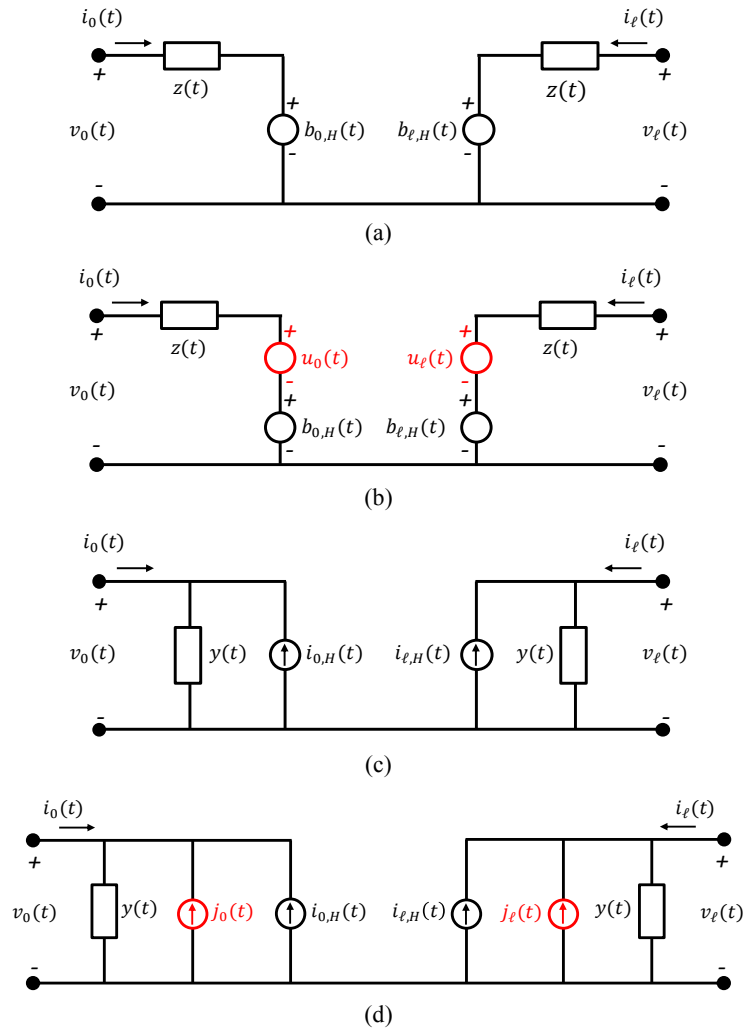


Figura 3.2 – Circuito representativo de modelo de duas portas baseado na solução via método das características para uma linha monofásica: (a) modelo descrito por fontes de tensão; (b) idem (a), porém com a inclusão dos efeitos provenientes dos campos externos representados por fontes de tensão; (c) modelo descrito por fontes de corrente; (d) idem (c), porém com a inclusão dos efeitos provenientes dos campos externos representados por fontes de corrente.

No modelo proposto em (XÉMARD et al., 2003), a influência dos campos é incorporada por meio de fontes de corrente conectadas na terminação da linha. Porém,

diferentemente dos modelos anteriormente propostos pelo autor, as fontes de corrente são obtidas por meio de uma solução no domínio da frequência. Posteriormente, utilizando a transformada rápida de Fourier, são obtidas as fontes de corrente equivalentes no domínio do tempo. É importante notar que nos trabalhos de Xérmard e colaboradores não é descrito qual modelo de linha deve ser utilizado na plataforma EMTP, o que dificulta uma melhor análise de seus modelos.

Hoidalen (1997) supondo uma linha sem perdas e, ainda, um solo condutor elétrico perfeito, propõe um modelo de linha que incorpora o efeito dos campos externos por meio de fonte de tensão independentes. Em seu modelo, adota-se o modelo de corrente de retorno MTLE e o modelo de acoplamento de Taylor/Agrawal. Para utilizá-lo na plataforma ATP, via Models, faz-se necessário o cálculo inicial das fontes de tensão indutoras. Em Hoidalen (2003), o algoritmo proposto é estendido para incorporar o efeito das perdas no solo no cômputo dos campos eletromagnéticos incidentes utilizando a formulação de Cooray-Rubinstein. As perdas na linha são modeladas por meio de impedâncias de retorno pelo solo, escrita diretamente no domínio do tempo (RACHIDI et al., 1996), artificialmente distribuídas.

Na mesma linha do trabalho de Hoidalen (1997), Sekioka (2005) e De Conti (2006) também propõem modelos para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas. O modelo proposto por Sekioka faz uso do modelo de corrente de retorno TL e do modelo de acoplamento de Rusck (1957), sendo os campos eletromagnéticos incidentes calculados por formulações analíticas considerando um solo ideal. Já no modelo proposto por De Conti (2006), o modelo de Taylor/Agrawal é utilizado e os campos são calculados numericamente por meio da solução de (2.2) e (2.3), o que torna possível a consideração do efeito das perdas no solo no cômputo dos campos incidentes sem que se esteja limitado a um único modelo de corrente de retorno. Nos modelos de Sekioka (2005) e De Conti (2006), a linha de transmissão iluminada por campos eletromagnéticos externos é considerada ideal, isto é, sem perdas.

Considerando modelo de corrente de retorno TL, solo condutor perfeito e modelo de acoplamento de Taylor/Agrawal, Andreotti et al. (2009) deduz, para uma linha monofásica e infinita, uma formulação analítica exata para o cálculo da tensão induzida em qualquer ponto da linha diretamente no domínio do tempo. Em (ANDREOTTI et al., 2013a), estende-se o modelo proposto em (ANDREOTTI et al., 2009) para linhas N_f -fásicas com condições terminais genéricas. Em (ANDREOTTI et al., 2015a), passa-se a

considerar as perdas no solo no cálculo dos campos eletromagnéticos incidentes na linha, utilizando, para isso, a aproximação de Cooray-Rubinstein. Nesse modelo, que se baseia na hipótese de linha ideal para o cálculo dos efeitos dos campos eletromagnéticos [fontes de corrente $j_0(t)$ e $j_\ell(t)$ Figura 3.2(d)], utiliza-se um modelo de linha que considera as perdas no solo e nos condutores conforme descrito em (ANDREOTTI et al., 2001).

Por fim, Liu e colaboradores (2018), utilizando o método das características, propõem a solução das equações do telegrafista no Matlab incluindo as perdas associadas. Uma desvantagem do modelo proposto por Liu é a necessidade da síntese de uma função de propagação para cada convolução associada ao cômputo do efeito do campo elétrico horizontal incidente, o que torna a solução ineficiente.

A Tabela 3.1 destaca os principais parâmetros de alguns dos modelos de linha para o cálculo de tensão induzida discutidos nesta seção. Sua análise permite a comparação das diferentes estratégias utilizadas pelos autores em cada estágio dos seus modelos.

Tabela 3.1 – Resumo dos principais modelos discutidos.

		Xémard (2003)	Hoidalén (2003)	Andreotti et al. (2015b)	Liu et al. (2018)
Método de Solução		Numérico	Analítico	Analítico	Numérico
Corrente na base do canal		Qualquer	Qualquer ^a	Qualquer ^a	Qualquer
Modelo de corrente de retorno		MTLE ^b	TL	TL	Qualquer
Modelo de acoplamento		Taylor /Agrawal	Taylor /Agrawal	Taylor /Agrawal	Taylor /Agrawal
Propagação	Ar/Solo	Bannister /Norton ^c	Cooray- Rubinstein	Cooray- Rubinstein	Cooray- Rubinstein
	Linha	Com perdas ^d	Com perdas ^e	Sem perdas ^f	Com perdas
Cálculo dos Campos		Domínio da frequência	Domínio do tempo	Domínio do tempo	Domínio do tempo

^a A corrente injetada na base do canal é obtida utilizando técnicas de linearização e convolução a partir de formulação que representa o modelo de corrente de retorno considerando um degrau de corrente.

^b Os resultados foram obtidos considerando o MTLE como forma de descrever a corrente de retorno, porém a formulação apresentada independe do modelo de corrente de retorno.

^c A formulação de Norton é utilizada para cabos aéreos, já a formulação de Bannister é utilizada para cabos subterrâneos.

^d Não foi apresentado o modelo de linha utilizado nas simulações no ATP.

^e As perdas são incorporadas por impedâncias de retorno pelo solo artificialmente distribuídas ao longo da linha.

^f O circuito para o modelo adotado é conforme apresentado na Figura 3.2(d). Para o cálculo das fontes $j_0(t)$ e $j_\ell(t)$, as perdas são desprezadas; para o cálculo das fontes históricas $i_{0,H}(t)$ e $i_{\ell,H}(t)$, a linha é modelada segundo (ANDREOTTI et al., 2001) que considera as perdas.

3.3 Modelo de Taylor/Agrawal

O modelo de Taylor/Agrawal é descrito pelo conjunto de equações (3.1) (TAYLOR et al., 1965), nas quais se pressupõe uma linha N_f -fásica orientada sobre o eixo x do sistema de coordenadas cartesiano como ilustra a Figura 3.3.

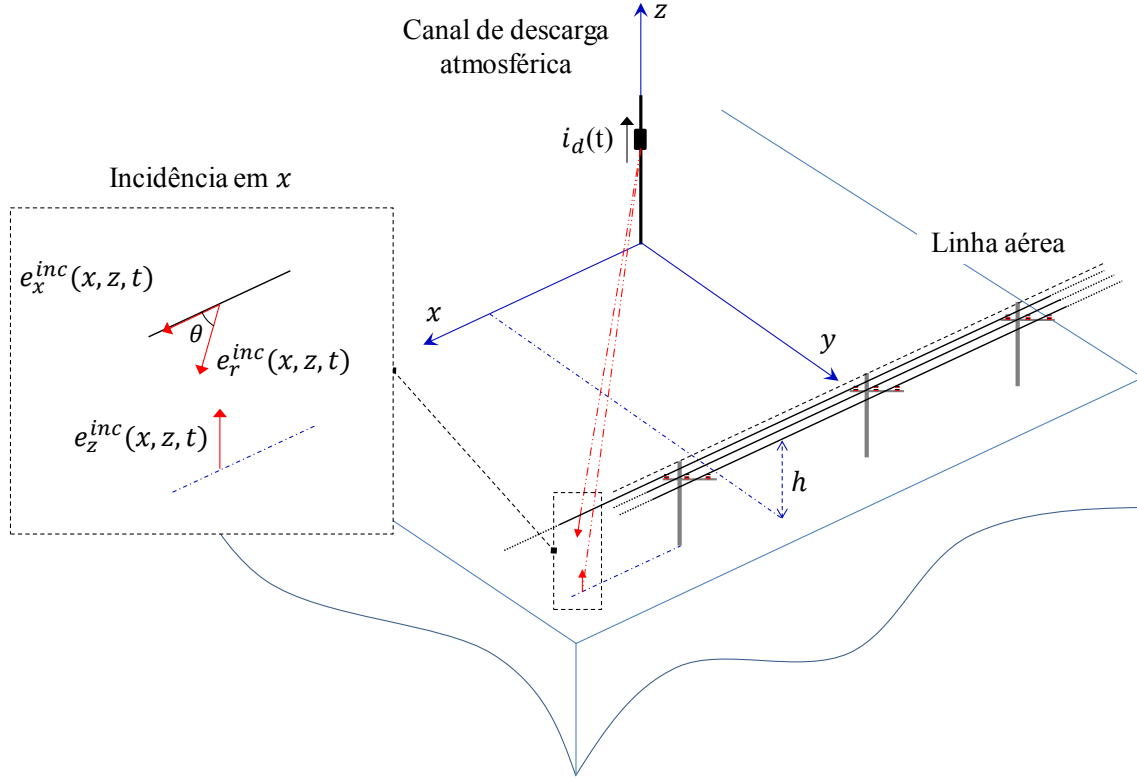


Figura 3.3 – Configuração espacial do sistema em análise.

$$\begin{aligned} \frac{dV(x, s)}{dx} + Z(s)I(x, s) &= s \int_0^h B_y(x, z, s) dz, \\ \frac{dI(x, s)}{dx} + Y(s)V(x, s) &= -Y(s) \int_0^h E_z(x, z, s) dz. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Na equação (3.1), $Z(s)$ é a matriz de impedâncias longitudinais por unidade de comprimento, $Y(s)$ é a matriz de admitâncias transversais por unidade de comprimento, $V(x, s)$ e $I(x, s)$ são vetores de tensão e corrente na coordenada x da linha, $B_y(x, z, s)$ é o vetor densidade de fluxo magnético incidente, $E_z(x, z, s)$ é vetor campo elétrico vertical incidente e s é a variável de Laplace. Todas as matrizes e vetores são de ordem $N_f \times N_f$ e $N_f \times 1$ respectivamente e tanto $B_y(x, z, s)$ quanto $E_z(x, z, s)$ são calculados na ausência da linha. O conjunto de equações apresentado em (3.1) também pode ser escrito

na forma (3.2), na qual a dependência das grandezas em relação à frequência complexa s foi omitida para aliviar a notação (PAUL, 2007).

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Z} \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s \int_0^h \mathbf{B}_y(x, z) dz \\ -\mathbf{Y} \int_0^h \mathbf{E}_z(x, z) dz \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

É de se observar que a equação (3.2) encontra-se descrita em termos da tensão total na linha, $\mathbf{V}(x)$. Segundo Agrawal et al. (1980), a tensão total se relaciona à tensão indutora, $\mathbf{V}^i(x)$, e à tensão de espalhamento (do inglês, *scattered*), $\mathbf{V}^s(x)$, pela relação dada em (3.3).

$$\mathbf{V}(x) = \mathbf{V}^s(x) + \mathbf{V}^i(x) = \mathbf{V}^s(x) - \int_0^h \mathbf{E}_z(x, z) dz. \quad (3.3)$$

Substituindo (3.3) em (3.2) e sabendo que pela lei de Faraday $\mathbf{E}_x(x, z) - \frac{d}{dx} \int_0^h \mathbf{E}_z(x, z) dz = s \int_0^h \mathbf{B}_y(x, z) dz$ (AGRAWAL et al., 1980), é possível reescrever (3.2) somente em função da tensão de espalhamento, do campo elétrico horizontal incidente e da corrente na linha como apresentado na equação (3.4). Nessa equação, $\mathbf{E}_x(x)$ é um vetor $N_f \times 1$ contendo os componentes do campo elétrico horizontal incidente ao longo da linha na direção x , calculados na altura do condutor ($z = h$) e na ausência da linha.

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^s(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Z} \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^s(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_x(x) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Segundo Chen (1999), a solução do sistema linear descrito pela equação (3.4) possui a solução apresentada nas equações (3.5) e (3.6), escritas diretamente no domínio do tempo.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (3.5)$$

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) d\tau. \quad (3.6)$$

Portanto, aplicando a solução proposta por Chen (1999) em (3.4) pode-se escrever (3.7) (DE CONTI, 2006), cuja matriz $\Phi(\ell)$, indicada em (3.8) e denominada matriz de

parâmetros em cadeia, é obtida a partir da representação da linha como um quadripolo, com correntes entrando nos terminais emissor ($x = 0$) e receptor ($x = \ell$), onde ℓ é o comprimento da linha (DE CONTI, 2017; PAUL, 2007). Em $\Phi(\ell)$, $\mathbf{Y}_c$ é a matriz de admitâncias características, dada por $\mathbf{Y}_c = \mathbf{Z}^{-1}\sqrt{\mathbf{Z}\mathbf{Y}}$, $\mathbf{Z}_c$ é a matriz de impedâncias características, dada por $\mathbf{Z}_c = \mathbf{Y}^{-1}\sqrt{\mathbf{Y}\mathbf{Z}}$, e $\mathbf{\Gamma}_v$ é a matriz de constantes de propagação de tensão, dada por $\mathbf{\Gamma}_v = \sqrt{\mathbf{Z}\mathbf{Y}}$ (DE CONTI, 2017). Como todas essas matrizes possuem ordem $N_f \times N_f$, $\Phi(\ell)$ possui ordem $2N_f \times 2N_f$.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}^s(\ell) \\ -\mathbf{I}(\ell) \end{bmatrix} = \Phi(\ell) \begin{bmatrix} \mathbf{V}^s(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix} + \int_0^\ell \Phi(\ell - x) \begin{bmatrix} \mathbf{E}_x(x) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} dx, \quad (3.7)$$

$$\Phi(\ell) = \begin{bmatrix} \cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) & -\sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{Z}_c \\ -\mathbf{Y}_c \sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) & \mathbf{Y}_c \cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{Z}_c \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Expandindo a equação (3.7), pode-se escrever:

$$\mathbf{V}^s(\ell) = \cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{V}^s(0) - \sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) + \int_0^\ell \cosh(\mathbf{\Gamma}_v(\ell - x)) \mathbf{E}_x(x) dx, \quad (3.9)$$

$$-\mathbf{I}(\ell) = -\mathbf{Y}_c \sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{V}^s(0) + \mathbf{Y}_c \cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) - \int_0^\ell \mathbf{Y}_c \sinh(\mathbf{\Gamma}_v(\ell - x)) \mathbf{E}_x(x) dx. \quad (3.10)$$

Fazendo $\mathbf{V}^s(\ell) + \mathbf{Z}_c(-\mathbf{I}(\ell))$ tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^s(\ell) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) &= \cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{V}^s(0) - \sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) + \int_0^\ell \cosh(\mathbf{\Gamma}_v(\ell - x)) \mathbf{E}_x(x) dx \\ &\quad - \sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{V}^s(0) + \cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) - \int_0^\ell \sinh(\mathbf{\Gamma}_v(\ell - x)) \mathbf{E}_x(x) dx, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^s(\ell) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) &= [\cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) - \sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell)] \mathbf{V}^s(0) + [\cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) - \sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell)] \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) \\ &\quad + \int_0^\ell [\cosh(\mathbf{\Gamma}_v(\ell - x)) \mathbf{E}_x(x) - \sinh(\mathbf{\Gamma}_v(\ell - x)) \mathbf{E}_x(x)] dx, \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{V}^s(\ell) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) = e^{-\mathbf{\Gamma}_v \ell} [\mathbf{V}^s(0) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0)] + \int_0^\ell e^{-\mathbf{\Gamma}_v(\ell - x)} \mathbf{E}_x(x) dx. \quad (3.13)$$

Fazendo $\mathbf{V}^s(\ell) - \mathbf{Z}_c(-\mathbf{I}(\ell))$, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^s(\ell) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) &= \cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{V}^s(0) - \sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) + \int_0^\ell \cosh(\mathbf{\Gamma}_v(\ell - x)) \mathbf{E}_x(x) dx \\ &\quad + \sinh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{V}^s(0) - \cosh(\mathbf{\Gamma}_v \ell) \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) + \int_0^\ell \sinh(\mathbf{\Gamma}_v(\ell - x)) \mathbf{E}_x(x) dx, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^s(\ell) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) &= [\cosh(\Gamma_v \ell) + \sinh(\Gamma_v \ell)] \mathbf{V}^s(0) - [\cosh(\Gamma_v \ell) + \sinh(\Gamma_v \ell)] \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) \\ &\quad + \int_0^\ell [\cosh(\Gamma_v(\ell - x)) + \sinh(\Gamma_v(\ell - x))] \mathbf{E}_x(x) dx, \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{V}^s(\ell) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) = e^{\Gamma_v \ell} [\mathbf{V}^s(0) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0)] + \int_0^\ell e^{\Gamma_v(\ell-x)} \mathbf{E}_x(x) dx, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{V}^s(0) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) = e^{-\Gamma_v \ell} [\mathbf{V}^s(\ell) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell)] - e^{-\Gamma_v \ell} \int_0^\ell e^{\Gamma_v(\ell-x)} \mathbf{E}_x(x) dx, \quad (3.17)$$

$$\mathbf{V}^s(0) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) = e^{-\Gamma_v \ell} [\mathbf{V}^s(\ell) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell)] - \int_0^\ell e^{-\Gamma_v x} \mathbf{E}_x(x) dx. \quad (3.18)$$

Como se vê, a determinação das tensões e correntes nos terminais da linha, já incluindo o efeito de campos eletromagnéticos incidentes, pode ser feita a partir das equações (3.13) e (3.18), que por conveniência são reescritas em (3.19). Através de (3.19), é possível notar que o efeito do campo elétrico horizontal é incorporado pela integral ao longo de todo o comprimento da linha. Por outro lado, o campo elétrico vertical, ausente nessas equações, se faz necessário somente no cálculo da tensão total nos pontos de interesse a partir de (3.3).

$$\mathbf{V}^s(\ell) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) = e^{-\Gamma_v \ell} [\mathbf{V}^s(0) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0)] + \int_0^\ell e^{-\Gamma_v(\ell-x)} \mathbf{E}_x(x) dx, \quad (3.19)$$

$$\mathbf{V}^s(0) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) = e^{-\Gamma_v \ell} [\mathbf{V}^s(\ell) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell)] - \int_0^\ell e^{-\Gamma_v x} \mathbf{E}_x(x) dx.$$

Manipulando a equação (3.3), evidenciando-se o vetor de tensões de espalhamento e supondo que a integral de campo elétrico vertical para o i -ésimo condutor pode ser aproximada por $\int_0^{h_i} E_z^i(x, z) dz \approx h_i E_z^i(x)$, é possível escrever a relação apresentada em (3.20).

$$\mathbf{V}^s(x) = \mathbf{V}(x) + \mathbf{h} \mathbf{E}_z(x). \quad (3.20)$$

Na equação (3.20), $\mathbf{h}$ é uma matriz diagonal de ordem $N_f \times N_f$ contendo a altura de cada condutor e $\mathbf{E}_z(x)$ é o vetor de ordem $N_f \times 1$ do campo elétrico calculado ao nível do solo.

Substituindo (3.20) em (3.19) e manipulando de forma a explicitar as relações entre as terminações da linha em cada equação, pode-se escrever

$$\mathbf{V}(\ell) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) = e^{-\Gamma_v \ell} [\mathbf{V}(0) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0)] + \int_0^\ell e^{-\Gamma_v(\ell-x)} \mathbf{E}_x(x) dx + e^{-\Gamma_v \ell} \mathbf{hE}_z(0) - \mathbf{hE}_z(\ell), \quad (3.21)$$

$$\mathbf{V}(0) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) = e^{-\Gamma_v \ell} [\mathbf{V}(\ell) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell)] - \int_0^\ell e^{-\Gamma_v x} \mathbf{E}_x(x) dx - \mathbf{hE}_z(0) + e^{-\Gamma_v \ell} \mathbf{hE}_z(\ell).$$

Definindo U_ℓ e U_0 como

$$U_\ell = \int_0^\ell e^{-\Gamma_v(\ell-x)} \mathbf{E}_x(x) dx + e^{-\Gamma_v \ell} \mathbf{hE}_z(0) - \mathbf{hE}_z(\ell), \quad (3.22)$$

$$U_0 = - \int_0^\ell e^{-\Gamma_v x} \mathbf{E}_x(x) dx - \mathbf{hE}_z(0) + e^{-\Gamma_v \ell} \mathbf{hE}_z(\ell).$$

Pode-se reescrever (3.21) na forma

$$\mathbf{V}(\ell) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) = e^{-\Gamma_v \ell} [\mathbf{V}(0) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0)] + U_\ell, \quad (3.23)$$

$$\mathbf{V}(0) - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) = e^{-\Gamma_v \ell} [\mathbf{V}(\ell) + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell)] + U_0.$$

É interessante notar que, desprezando os termos U_ℓ e U_0 em (3.23), obtêm-se exatamente as equações utilizadas nos modelos de linha de transmissão dependentes da frequência desenvolvidos no domínio das fases ou no domínio modal utilizando o método das características como, por exemplo, o ULM e o Fd-Line. Além disso, as equações propostas em (DE CONTI, 2006), entre outros, para o cômputo das fontes independentes U_ℓ e U_0 podem ser deduzidas a partir de (3.22), bastando para isso considerar linha ideal, o que levaria a uma constante de propagação dada por $e^{-s\ell/c}$.

No domínio do tempo, as relações descritas em (3.22) e (3.23) tornam-se

$$\mathbf{u}_\ell(t) = \int_0^\ell \mathbf{a}_x(\ell - x, t) * \mathbf{e}_x(x, t) dx + \mathbf{a}(\ell, t) * \mathbf{hE}_z(0, t) - \mathbf{hE}_z(\ell, t), \quad (3.24)$$

$$\mathbf{u}_0(t) = - \int_0^\ell \mathbf{a}_x(x, t) * \mathbf{e}_x(x, t) dx - \mathbf{hE}_z(0, t) + \mathbf{a}(\ell, t) * \mathbf{hE}_z(\ell, t),$$

$$\mathbf{v}_\ell(t) - \mathbf{z}_c(t) * \mathbf{i}_\ell(t) = \mathbf{a}(\ell, t) * [\mathbf{v}_0(t) + \mathbf{z}_c(t) * \mathbf{i}_0(t)] + \mathbf{u}_\ell(t), \quad (3.25)$$

$$\mathbf{v}_0(t) - \mathbf{z}_c(t) * \mathbf{i}_0(t) = \mathbf{a}(\ell, t) * [\mathbf{v}_\ell(t) + \mathbf{z}_c(t) * \mathbf{i}_\ell(t)] + \mathbf{u}_0(t).$$

Nas equações (3.24) e (3.25), os termos $\mathbf{a}(\ell, t)$ e $\mathbf{a}_x(x, t)$, denominados matrizes de propagação, representam a transformada inversa de Laplace dos termos $e^{-\Gamma_v \ell}$ e $e^{-\Gamma_v x}$, que são respectivamente exponenciais das matrizes $\Gamma_v \ell$ e $\Gamma_v x$. O símbolo “*”, por sua vez, representa a integral de convolução.

A equação (3.25) corresponde à forma geral da solução das equações de linha de transmissão via método das características com a incorporação de fontes associadas ao efeito de campos eletromagnéticos externos. Essa solução, a menos de $\mathbf{u}_0(t)$ e $\mathbf{u}_\ell(t)$, é a base para os modelos de linhas de transmissão dependentes da frequência disponíveis em plataformas como o ATP e o EMTP. Basta, portanto, resolver de forma eficiente as equações apresentadas em (3.24) para que os efeitos das fontes $\mathbf{u}_0(t)$ e $\mathbf{u}_\ell(t)$ possam ser incorporados nos modelos de linha existentes, a fim de se obter um modelo que considere, também, a ação de campos eletromagnéticos externos. Nas seções a seguir, apresenta-se um novo método para resolver (3.24) tanto no domínio das fases quanto no domínio modal de forma eficiente. Este método é uma contribuição original deste trabalho de doutorado.

3.4 Procedimento de Solução Proposto

Nesta seção apresenta-se uma solução numérica desenvolvida com base no método das características para calcular as fontes de tensão $\mathbf{u}_0(t)$ e $\mathbf{u}_\ell(t)$ descritas em (3.24). Duas possibilidades são apresentadas, sendo a primeira uma abordagem direta no domínio das fases e a segunda uma abordagem no domínio modal, com matriz de transformação real e constante. O emprego de cada uma dessas metodologias possibilita a readequação dos modelos Fd-Line e ULM visando incorporar o efeito de campos eletromagnéticos externos para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas.

3.4.1 Solução no Domínio das Fases

Supondo que a linha possa ser dividida em N_s segmentos de comprimento Δx , a função de propagação de cada segmento no domínio da frequência é dada por:

$$\mathbf{A}_{\Delta x} = e^{-\Gamma_v \Delta x}. \quad (3.26)$$

Utilizando técnicas de integração numérica, é possível reescrever a integral do campo horizontal presente nas relações dadas por (3.24) na forma indicada em (3.27).

$$\mathbf{U}_{x,\ell} = \int_0^\ell e^{-\Gamma_v(\ell-x)} \mathbf{E}_x(x) dx = \frac{\Delta x}{\zeta} \left\{ \sum_{n=0}^{N_s} [\rho_n e^{-\Gamma_v[(N_s-n)\Delta x]} \mathbf{E}_x(n\Delta x)] \right\}, \quad (3.27)$$

$$\mathbf{U}_{x,0} = - \int_0^\ell e^{-\Gamma_v x} \mathbf{E}_x(x) dx = - \frac{\Delta x}{\zeta} \left\{ \sum_{n=0}^{N_s} [\rho_{N_s-n} e^{-\Gamma_v[(N_s-n)\Delta x]} \mathbf{E}_x((N_s-n)\Delta x)] \right\}.$$

Substituindo (3.26) nas equações (3.27), tem-se:

$$\mathbf{U}_{x,\ell} = \frac{\Delta x}{\zeta} \left\{ \sum_{n=0}^{N_s} [\rho_n \mathbf{A}_{\Delta x}^{N_s-n} \mathbf{E}_x(n\Delta x)] \right\}, \quad (3.28)$$

$$\mathbf{U}_{x,0} = - \frac{\Delta x}{\zeta} \left\{ \sum_{n=0}^{N_s} [\rho_{N_s-n} \mathbf{A}_{\Delta x}^{N_s-n} \mathbf{E}_x((N_s-n)\Delta x)] \right\}.$$

No domínio do tempo, a equação (3.28) pode ser escrita conforme equação (3.29).

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{x,\ell}(t) &= \frac{\Delta x}{\zeta} \left\{ \sum_{n=0}^{N_s} [\rho_n \mathbf{a}_{\Delta x}(t)^{\overline{N_s-n}} * \mathbf{e}_{x,n}(t)] \right\}, \\ \mathbf{u}_{x,0}(t) &= - \frac{\Delta x}{\zeta} \left\{ \sum_{n=0}^{N_s} [\rho_{N_s-n} \mathbf{a}_{\Delta x}(t)^{\overline{N_s-n}} * \mathbf{e}_{x,N_s-n}(t)] \right\}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Na equação (3.29), $\mathbf{a}_{\Delta x}(t) = \mathbf{a}(\Delta x, t)$ e os parâmetros ρ_n e ζ são constantes que dependem do método de integração numérica a ser utilizado. Valores para ρ_n e ζ referentes aos métodos de Euler, trapezoidal e de Simpson 1/3 são listados na Tabela 3.2. Além disto, $\mathbf{e}_{x,n}(t) = \mathbf{e}_x(n\Delta x, t)$, $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)^{\overline{n}}$ representa a convolução sucessiva de n termos $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$ [exemplo: $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)^{\overline{3}} = \mathbf{a}_{\Delta x}(t) * \mathbf{a}_{\Delta x}(t) * \mathbf{a}_{\Delta x}(t)$] e $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)^{\overline{0}} = \delta(t)$, onde $\delta(t)$ é a função delta de Dirac. Consequentemente, cada integral de convolução presente na equação (3.29) está associada à propagação do campo elétrico incidente ao longo de um comprimento Δx da linha. Para o caso de linha sem perdas, isso equivale a um atraso de tempo desses componentes a fim de agrupar seus efeitos na terminação da linha. Para o caso de linha com perdas, cada componente do campo elétrico incidente também sofre atenuação e distorção.

Tabela 3.2 – Valores para ρ_n e ζ em função do método de integração.

Método de integração	ζ	ρ_n
Euler	1	1
Trapezoidal	2	$\begin{cases} \text{se } n = 0 \text{ ou } N_s; & \rho_n = 1 \\ \text{senão;} & \rho_n = 2 \end{cases}$
Simpson 1/3	3	$\begin{cases} \text{se } n = 0 \text{ ou } N_s; & \rho_n = 1 \\ \text{se } n = \text{par}; & \rho_n = 2 \\ \text{se } n = \text{ímpar}; & \rho_n = 4 \end{cases}$

Para que se realizem as convoluções no domínio do tempo de forma eficiente, é desejável representar uma das funções que se deseja convoluir como uma soma de funções exponenciais (MARTI, 1982; SEMLYEN e DABULEANU, 1975). Isto se faz necessário já que a função de propagação não possui transformada analítica no domínio do tempo. É possível notar que, no caso de (3.29), este procedimento necessita somente da síntese da função de propagação para um único segmento de extensão Δx , isto é, somente de $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$. Porém, a síntese direta da função de propagação, tanto para o segmento quanto para a linha, não é trivial, dado que em altas frequências seu comportamento é oscilatório. Entretanto, ao se admitir que a função $a_\ell(t)$ possa ser representada pela convolução de uma função de fase mínima $p_\ell(t)$ com um impulso atrasado no tempo de τ , ou seja, $a_\ell(t) = p_\ell(t) * \delta(t - \tau)$, é possível representá-la como uma soma de exponenciais de forma relativamente simples (MARTI, 1982). Nessa relação, τ corresponde ao menor tempo de atraso necessário para que um sinal elétrico se propague de uma extremidade a outra da linha. Como um segmento de linha pode ser considerado uma linha de tamanho reduzido, sua função de propagação segue as mesmas premissas consideradas para $a_\ell(t)$. Nesta direção, Castellanos et al. (1997) utilizam uma transformação idempotente para caracterizar a influência de cada modo na matriz de propagação no domínio das fases, o que permite associar a cada modo seu respectivo tempo de atraso. Adicionalmente, Morched et al. (1999) propõem o agrupamento dos modos cujas velocidades de propagação são semelhantes. Esses procedimentos podem ser utilizados diretamente no cálculo de $\mathbf{a}_\ell(t) = \mathbf{a}(\ell, t)$ necessário para solucionar (3.24) e (3.25). Por outro lado, para calcular $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$ pode ser utilizado um único tempo de atraso. Isto é possível porque Δx é usualmente da ordem de poucas dezenas de metros. Sendo assim, não se observam diferenças significativas entre os tempos de atraso associados a cada modo quando o sinal se propaga por uma distância tão curta. Portanto, cada elemento $a_{\Delta x}^{i,j}(t)$ da matriz $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$ pode ser representado por uma soma de funções exponenciais conforme (3.30).

$$a_{\Delta x}^{i,j}(t) = \sum_{m=1}^{N_p} r_m^{i,j} e^{\beta_m(t-\tau_{\Delta x})} u(t - \tau_{\Delta x}). \quad (3.30)$$

Na equação (3.30), $u(t)$ é a função de Heaviside, $\tau_{\Delta x}$ é o tempo de atraso associado ao comprimento de linha Δx , os parâmetros β_m e $r_m^{i,j}$ são, respectivamente, o m -ésimo polo e m -ésimo resíduo associados ao elemento i,j da síntese da matriz de fase mínima dada por $\mathbf{P}_{\Delta x} = \mathbf{A}_{\Delta x} e^{s\tau_{\Delta x}}$ e N_p é o número de polos utilizado na síntese. Como um único atraso de tempo é utilizado para representar todos os elementos de $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$, é fácil mostrar que $\tau_{\Delta x}$ pode ser obtido fazendo $\tau_{\Delta x} = \min\{\boldsymbol{\tau}_\ell\} / N_s$. Nesta expressão, $\boldsymbol{\tau}_\ell$ é o vetor contendo os tempos de atraso associados a cada grupo de modo definido para $\mathbf{a}_\ell(t)$. O vetor $\boldsymbol{\tau}_\ell$ possui ordem $N_M \times 1$, sendo N_M o número de grupos de tempos de atraso. O tempo de atraso associado a cada grupo pode ser obtido utilizando o método proposto por (GUSTAVSEN, 2017).

Atualmente, o método mais difundido na literatura para a síntese da função $\mathbf{P}_{\Delta x}$ é o método de ajuste vetorial (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999). Cabe destacar que o uso desse método permite que a síntese seja realizada de forma a considerar o mesmo conjunto de polos para todos os elementos dessa matriz. Com a representação de $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$ como uma soma de funções exponenciais complexas, as integrais de convolução presentes em (3.29) podem ser resolvidas de forma eficiente utilizando as formulações recursivas propostas em (SEMLYEN e DABULEANU, 1975). No Capítulo 4, essas formulações são discutidas em maior detalhe.

3.4.2 Solução no Domínio Modal

As fontes $\mathbf{U}_\ell$ e $\mathbf{U}_0$ podem ser representadas no domínio modal como as grandezas equivalentes $\mathbf{U}_{\ell,mod}$ e $\mathbf{U}_{0,mod}$, obtidas a partir das relações $\mathbf{U}_\ell = \mathbf{T}_v \mathbf{U}_{\ell,mod}$ e $\mathbf{U}_0 = \mathbf{T}_v \mathbf{U}_{0,mod}$, em que a matriz $\mathbf{T}_v$, de dimensões $N_f \times N_f$, é dependente da frequência e contém em suas colunas os autovetores do produto $\mathbf{ZY}$. A partir dessa transformação, é possível reescrever (3.22) como em (3.31), na qual $e_{mod}^{-\Gamma_v x} = \mathbf{T}_v^{-1} e^{-\Gamma_v x} \mathbf{T}_v$ é uma matriz diagonal, de ordem N_f , cujos elementos $e_{mod}^{-\Gamma_v i x}$ são iguais aos elementos da matriz $e^{-\sqrt{\lambda_i} x}$, em que λ_i representa o i -ésimo autovalor do produto $\mathbf{ZY}$. Por analogia, a mesma relação pode ser obtida para $e_{mod}^{-\Gamma_v(\ell-x)}$, bastando para tal fazer $x = \ell - x$.

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_\ell &= \int_0^\ell \mathbf{T}_v e^{-\Gamma_v(\ell-x)} \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{E}_x(x) dx + \mathbf{T}_v e^{-\Gamma_v \ell} \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{hE}_z(0) - \mathbf{hE}_z(\ell), \\ \mathbf{U}_0 &= - \int_0^\ell \mathbf{T}_v e^{-\Gamma_v x} \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{E}_x(x) dx - \mathbf{hE}_z(0) + \mathbf{T}_v e^{-\Gamma_v \ell} \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{hE}_z(\ell). \end{aligned} \quad (3.31)$$

A transformada inversa de Laplace de (3.31) é igual à obtida para (3.22), exceto pelo fato de que $\mathbf{a}(x, t)$ e $\mathbf{a}(\ell, t)$ passam a ser calculados como $\mathbf{a}(x, t) = \mathbf{t}_v * \mathbf{a}_{mod}(x, t) * \mathbf{t}_v^{-1}$ e $\mathbf{a}(\ell, t) = \mathbf{t}_v * \mathbf{a}_{mod}(\ell, t) * \mathbf{t}_v^{-1}$, com o que se obtém (3.32).

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_\ell &= \int_0^\ell \mathbf{t}_v(t) * \mathbf{a}_{mod}(\ell - x, t) * \mathbf{t}_v^{-1}(t) * \mathbf{e}_x(x, t) dx - \mathbf{hE}_z(\ell, t) + \mathbf{t}_v(t) * \mathbf{a}_{mod}(\ell, t) \\ &\quad * \mathbf{t}_v^{-1}(t) * \mathbf{hE}_z(0, t), \\ \mathbf{u}_0 &= - \int_0^\ell \mathbf{t}_v(t) * \mathbf{a}_{mod}(x, t) * \mathbf{t}_v^{-1}(t) * \mathbf{e}_x^{inc}(x, t) dx - \mathbf{hE}_z(0, t) + \mathbf{t}_v(t) * \mathbf{a}_{mod}(\ell, t) \\ &\quad * \mathbf{t}_v^{-1}(t) * \mathbf{hE}_z(\ell, t). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Em (3.32), os termos $\mathbf{t}_v(t)$ e $\mathbf{a}_{mod}(x, t)$ são, respectivamente, as transformadas inversas de Laplace de $\mathbf{T}_v$ e $\mathbf{A}_{mod}(x)$. Se as matrizes $\mathbf{t}_v(t)$ e $\mathbf{a}_{mod}(x, t)$ forem conhecidas, a solução de (3.32) segue o mesmo procedimento adotado para (3.24). Contudo, em muitos estudos de transitórios em linhas de transmissões aéreas, é possível supor que a matriz de transformação $\mathbf{t}_v$ possa ser considerada real e invariável na frequência, calculada na frequência f_0 definida pelo usuário, sem que se introduzam erros significativos na resposta. Esta é exatamente a premissa básica do modelo dependente da frequência Fd-Line (MARTI, 1982).

Supondo novamente que a linha possa ser dividida em N_s segmentos de comprimento Δx , a função de propagação de cada segmento no domínio modal é dada pela matriz diagonal:

$$\mathbf{A}_{\Delta x, mod}(\Delta x) = \mathbf{e}_{mod}^{-\Gamma_v \Delta x}. \quad (3.33)$$

Utilizando técnicas de integração numéricas e o mesmo procedimento adotado para a solução no domínio das fases, é possível reescrever a integral do campo horizontal presente nas relações dadas na equação (3.32) na forma apresentada na equação (3.34), supondo $\mathbf{t}_v = \text{Re}\{\mathbf{T}_v\}|_{f=f_0}$.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{x,\ell} &= \mathbf{t}_v \left\{ \int_0^\ell [\mathbf{a}_{mod}(\ell - x, t)] * [\mathbf{t}_v^{-1} \mathbf{e}_x(x, t)] dx \right\} \\ &\approx \frac{\Delta x}{\zeta} \left\{ \mathbf{t}_v \sum_{n=0}^{N_s} [\rho_n \mathbf{a}_{\Delta x, mod}(t)^{\overline{N_s-n}} * (\mathbf{t}_v^{-1} \mathbf{e}_{x,n}(t))] \right\}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{x,0} &= -\mathbf{t}_v \left\{ \int_0^\ell [\mathbf{a}_{mod}(x, t)] * [\mathbf{t}_v^{-1} \mathbf{e}_x(x, t)] dx \right\} \\ &\approx -\frac{\Delta x}{\zeta} \left\{ \mathbf{t}_v \sum_{n=0}^{N_s} [\rho_{N_s-n} \mathbf{a}_{\Delta x, mod}(t)^{\overline{N_s-n}} * (\mathbf{t}_v^{-1} \mathbf{e}_{x, N_s-n}(t))] \right\}. \end{aligned}$$

Todas as definições apresentadas para (3.29) continuam válidas para (3.34) exceto que agora $\mathbf{a}_{\Delta x, mod}(t) = \mathbf{a}_{mod}(\Delta x, t)$ é uma matriz diagonal de ordem N_f . Cada elemento de $\mathbf{a}_{\Delta x, mod}(t)$ pode ser representado por uma soma de funções exponenciais como definido em (3.30), mas agora $a_{\Delta x, mod}^{i,j}(t) = 0$ para $i \neq j$. Os parâmetros β_m e $r_m^{i,j}$ podem ser novamente obtidos utilizando o método de ajuste vetorial (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999) e as formulações recursivas proposta em (SEMLYEN e DABULEANU, 1975) são aplicadas novamente para resolver as integrais de convolução presente em (3.34).

3.4.3 Estratégia de Solução Recursiva

A solução das equações (3.29) ou (3.34) requer o cálculo de sucessivas convoluções do campo elétrico tangencial à linha $\mathbf{e}_{x,n}(t)$ a partir do ponto em que $\mathbf{e}_{x,n}(t)$ ilumina a linha até cada uma de suas extremidades. Por exemplo, a contribuição de $\mathbf{e}_{x,0}(t)$, $\mathbf{e}_{x,1}(t)$, ..., $\mathbf{e}_{x, N_s-1}(t)$ para $\mathbf{u}_{x,\ell}(t)$ requer, respectivamente, N_s , $N_s - 1$, ..., 1 convoluções com $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$, totalizando $N_s(N_s + 1)/2$ convoluções matriciais. Como o número de convoluções para calcular $\mathbf{u}_{x,0}(t)$ é o mesmo, a eficiência do modelo é comprometida à medida que N_s aumenta. Para contornar este problema e melhorar a eficiência do modelo, uma estratégia é proposta com base nas expressões recursivas

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{v}}_{x,n-1}(t) &= \mathbf{a}_{\Delta x}(t) * \mathbf{v}_{x,n-1}(t), \\ \mathbf{v}_{x,n}(t) &= \bar{\mathbf{v}}_{x,n-1}(t) + \mathbf{v}'_{x,n}(t), \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde $\mathbf{v}'_{x,n}(t)$ é a tensão longitudinal induzida por $\mathbf{e}_{x,n}(t)$ na coordenada $x = n\Delta x$, $\mathbf{v}_{x,n}(t)$ é a tensão longitudinal total em $x = n\Delta x$ e $\bar{\mathbf{v}}_{x,n-1}(t)$ é a contribuição da tensão longitudinal total proveniente do segmento adjacente em $x = (n - 1)\Delta x$, dada por (3.35).

Seguindo a estratégia proposta, a tensão longitudinal induzida $e_{x,0}(t)$ é convoluída de $x = 0$ para $x = \Delta x$. Em seguida, é adicionada a tensão longitudinal induzida por $e_{x,1}(t)$ e ambas são convoluídas para $x = 2\Delta x$. Essa lógica, ilustrada na Figura 3.4, é repetida até que se complete toda a extensão da linha. Ao fazer isso, cada vetor de campo elétrico horizontal será submetido explicitamente a uma única convolução no cálculo de $u_{x,\ell}(t)$, com raciocínio semelhante aplicável a $u_{x,0}(t)$. Isso significa que, usando (3.35) o número total de convoluções da matriz necessárias para calcular $u_{x,0}(t)$ ou $u_{x,\ell}(t)$ em (3.29) e (3.34) é reduzido de $N_s(N_s + 1)/2$ para N_s . Essa estratégia é usada na implementação dos métodos de solução propostos.

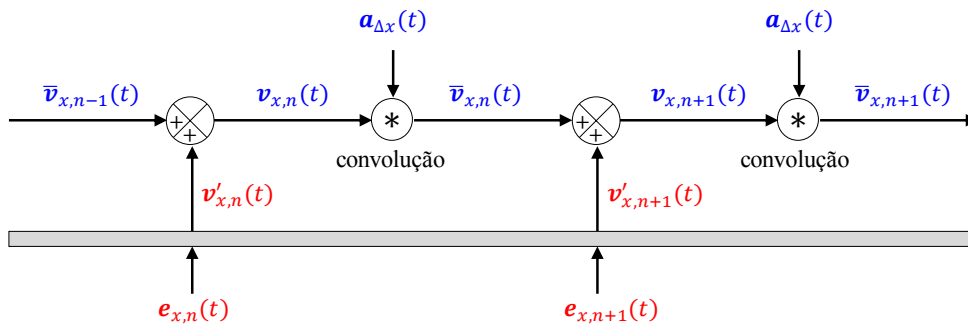


Figura 3.4 – Estratégia de solução recursiva descrita pela equação (3.35).

3.4.4 Acoplamento em Plataforma de Simulação de Transitórios

Como discutido na seção 3.2, várias metodologias encontram-se disponíveis na literatura para se incluir o efeito de campos eletromagnéticos externos em modelos de linhas de transmissão baseados no método das características. Porém, em todos os casos, para inclusão dos efeitos dos campos externos, é necessário implementar tanto o algoritmo para o cômputo das fontes adicionais quanto o modelo de linha em si. Nesta tese, propõe-se o modelo original ilustrado na Figura 3.5(c) que, ao contrário dos modelos disponíveis na literatura, permite a utilização direta dos modelos de linha de transmissão dependentes da frequência disponíveis em plataformas de simulação de transitórios do tipo ATP/EMTP, uma vez que o efeito dos campos externos é incorporado por meio de fontes de corrente conectadas nas terminações da linha.

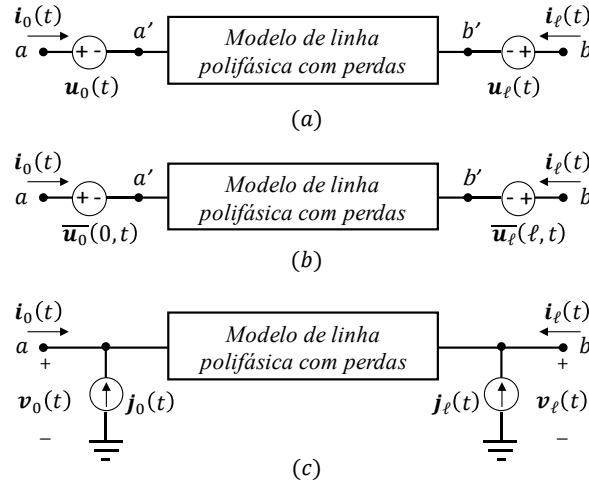


Figura 3.5 – Circuito equivalente proposto para inclusão do efeito de campos eletromagnéticos externos em linha de transmissão polifásica pelo método das características.

Vale observar que a simples inclusão das fontes de tensão $\mathbf{u}_0(t)$ e $\mathbf{u}_\ell(t)$ dadas por (3.24) nas terminações do modelo de linha disponível em uma plataforma de simulação de transitórios, como apresentado em Figura 3.5(a), resulta em um circuito diferente daquele ilustrado em Figura 3.2(b), replicado na Figura 3.6, agora no domínio da frequência. Isto se deve ao fato de que as fontes de tensão internas $\mathbf{b}_{0,H}(t)$ e $\mathbf{b}_{\ell,H}(t)$ na Figura 3.6 são dependentes das tensões nos nós externos ao circuito, $\mathbf{v}_0(t)$ e $\mathbf{v}_\ell(t)$. Por outro lado, no circuito descrito na Figura 3.5(a) as fontes internas do modelo de linha disponível nos simuladores de transitórios eletromagnéticos lerão automaticamente as tensões nos nós a' e b' localizados antes de $\mathbf{u}_0(t)$ e $\mathbf{u}_\ell(t)$. Este problema pode ser resolvido pressupondo que seja possível representar a influência dos campos externos por meio das fontes $\overline{\mathbf{u}}_0(t)$ e $\overline{\mathbf{u}}_\ell(t)$ conforme Figura 3.5(b). O objetivo consiste em incluir as fontes $\overline{\mathbf{u}}_0(t)$ e $\overline{\mathbf{u}}_\ell(t)$ de tal forma que a resposta do circuito da Figura 3.5(b) seja exatamente a mesma do circuito da Figura 3.6, que, por sua vez, corresponde a um modelo de linha que possui em sua formulação a influência dos campos externos.

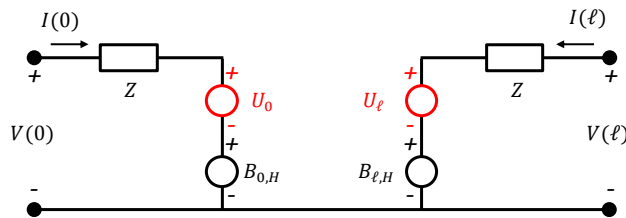


Figura 3.6 – Circuito equivalente de linha iluminada por campos eletromagnéticos externos baseado no método das características no domínio da frequência.

Nos modelos de linha representados pelo método das características, as funções responsáveis pela interação entre as terminações opostas no domínio da frequência são, nesta tese, denominadas $\mathbf{B}_{\ell,H}$ e $\mathbf{B}_{0,H}$. No domínio do tempo, essas funções correspondem,

respectivamente, a $\mathbf{b}_{\ell,H}(t)$ e $\mathbf{b}_{0,H}(t)$. É fácil mostrar que tais funções, para uma formulação que inclua os efeitos dos campos externos, podem ser escritas na forma (DE CONTI, 2017)

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\ell,H} &= e^{-\Gamma v \ell} [2V(0) - \mathbf{B}_{0,H} - \mathbf{U}_0], \\ \mathbf{B}_{0,H} &= e^{-\Gamma v \ell} [2V(\ell) - \mathbf{B}_{\ell,H} - \mathbf{U}_\ell].\end{aligned}\tag{3.36}$$

Ao negligenciar o efeito dos campos externos, tem-se que $\mathbf{U}_0 = 0$ e $\mathbf{U}_\ell = 0$. Neste caso os termos históricos tornam-se (MEYER, 1974)

$$\begin{aligned}\mathbf{B}'_{\ell,H} &= e^{-\Gamma v \ell} [2V(0) - \mathbf{B}'_{0,H}], \\ \mathbf{B}'_{0,H} &= e^{-\Gamma v \ell} [2V(\ell) - \mathbf{B}'_{\ell,H}].\end{aligned}\tag{3.37}$$

A equação (3.37) descreve os termos $\mathbf{B}'_{\ell,H}$ e $\mathbf{B}'_{0,H}$ para uma linha que não considera em sua formulação original a influência dos campos externos como nos circuitos mostrados na Figura 3.5.

Subtraindo (3.36) de (3.37), obtêm-se

$$\begin{aligned}\mathbf{B}'_{\ell,H} - \mathbf{B}_{\ell,H} &= e^{-\Gamma v \ell} [\mathbf{U}_0 - (\mathbf{B}'_{0,H} - \mathbf{B}_{0,H})], \\ \mathbf{B}'_{0,H} - \mathbf{B}_{0,H} &= e^{-\Gamma v \ell} [\mathbf{U}_\ell - (\mathbf{B}'_{\ell,H} - \mathbf{B}_{\ell,H})].\end{aligned}\tag{3.38}$$

Pode-se mostrar que, utilizando o método das características, é possível escrever para as tensões nos nós a e b do circuito da Figura 3.5(b) as expressões

$$\begin{aligned}V(\ell) &= \overline{U}_\ell + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) + \mathbf{B}'_{\ell,H}, \\ V(0) &= \overline{U}_0 + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) + \mathbf{B}'_{0,H}.\end{aligned}\tag{3.39}$$

Repetindo o procedimento para Figura 3.6, é possível escrever as tensões terminais deste circuito na forma

$$\begin{aligned}V(\ell) &= \mathbf{U}_\ell + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(\ell) + \mathbf{B}_{\ell,H}, \\ V(0) &= \mathbf{U}_0 + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}(0) + \mathbf{B}_{0,H}.\end{aligned}\tag{3.40}$$

A equação (3.39) descreve as tensões terminais para o modelo de linha cujos efeitos dos campos eletromagnéticos externos foram incluídos por meio das fontes

externas $\overline{U}_\ell$ e $\overline{U}_0$, enquanto (3.40) descreve estas mesmas tensões para o modelo de linha cujos efeitos foram incorporados por fontes independentes em sua formulação interna.

Substituindo (3.39) em (3.40), obtém-se a relação entre as fontes externas $\overline{U}_\ell$ e $\overline{U}_0$ e as fontes internas U_ℓ e U_0 , dada por

$$\begin{aligned}\overline{U}_\ell &= U_\ell - (\mathbf{B}'_{\ell,H} - \mathbf{B}_{\ell,H}), \\ \overline{U}_0 &= U_0 - (\mathbf{B}'_{0,H} - \mathbf{B}_{0,H}).\end{aligned}\tag{3.41}$$

Substituindo (3.38) em (3.41) tem-se

$$\begin{aligned}\overline{U}_\ell &= U_\ell - e^{-\Gamma v \ell} [U_0 - (\mathbf{B}'_{0,H} - \mathbf{B}_{0,H})], \\ \overline{U}_0 &= U_0 - e^{-\Gamma v \ell} [U_\ell - (\mathbf{B}'_{\ell,H} - \mathbf{B}_{\ell,H})].\end{aligned}\tag{3.42}$$

Finalmente, é possível reescrever a relação entre as fontes externas $\overline{U}_\ell$ e $\overline{U}_0$ e as fontes internas U_ℓ e U_0 substituindo (3.41) em (3.42), que passa ser dada por

$$\begin{aligned}\overline{U}_\ell &= U_\ell - e^{-\Gamma v \ell} \overline{U}_0, \\ \overline{U}_0 &= U_0 - e^{-\Gamma v \ell} \overline{U}_\ell.\end{aligned}\tag{3.43}$$

De posse das relações descritas em (3.43) e das fontes internas U_ℓ e U_0 é possível calcular as fontes de corrente $\mathbf{j}_0(t)$ e $\mathbf{j}_\ell(t)$ do circuito ilustrado na Figura 3.5(c) através da transformada inversa de Laplace de

$$\begin{aligned}J_0 &= Y_c [U_\ell - e^{-\Gamma v \ell} \overline{U}_0], \\ J_\ell &= Y_c [U_0 - e^{-\Gamma v \ell} \overline{U}_\ell].\end{aligned}\tag{3.44}$$

O uso de (3.44) requer a síntese da admitância característica, Y_c , para o que se pode empregar o método de ajuste vetorial.

Enfatiza-se que a representação dos efeitos dos campos externos por fontes independentes de corrente conforme indicado na Figura 3.5(c) permite a utilização de modelos de linha de transmissão presentes em plataformas de simulação como o ATP/EMTP. A vantagem de se utilizar o procedimento proposto está na necessidade de se calcular as fontes de corrente uma única vez, previamente, permitindo que análises de sensibilidade supondo diferentes condições nas terminações das linhas afetadas por

campos externos sejam realizadas de maneira eficiente, já que o processamento para obter as fontes de corrente somente será realizado na primeira simulação. Além disso, a estratégia de solução proposta permite o uso de modelos consolidados como Fd-Line e ULM, disponíveis nas plataformas de simulação de transitórios eletromagnéticos, para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas.

3.5 Considerações Finais

Neste capítulo são propostos dois modelos originais que permitem a solução das equações de linhas de transmissão no domínio do tempo considerando o efeito de campos eletromagnéticos incidentes gerados por descargas atmosféricas. Os modelos se baseiam no emprego do método das características, juntamente com o modelo de acoplamento de Taylor/Agrawal, e consistem em determinar fontes de corrente que podem ser incorporadas às terminações externas da linha iluminada a partir do cômputo dos campos elétricos tangenciais incidentes em diversos pontos ao longo da linha e dos campos elétricos verticais incidentes em suas terminações. A determinação das fontes de corrente indutoras é realizada a partir de duas soluções propostas. Uma, desenvolvida no domínio das fases, é compatível com o modelo de linha de transmissão ULM e denominada modelo estendido no domínio das fases, do inglês *extended phase-domain model* (EPD). A outra, desenvolvida no domínio modal, é compatível com o modelo de linha de transmissão Fd-Line e denominada modelo estendido no domínio modal, do inglês *extended modal-domain model* (EMD).

Além disso, os métodos propostos podem ser facilmente utilizados em programas para estudos de transitórios eletromagnéticos, como é o caso do ATP, onde as fontes de corrente indutoras podem ser diretamente incorporadas aos modelos de linha residentes por meio de fontes externas controladas por Models. A generalidade do método quanto à representação do canal de descarga e dos campos eletromagnéticos incidentes permite, inclusive, a consideração da variação dos parâmetros do solo com a frequência, bastando para isto o desenvolvimento das formulações adequadas para descrever os campos incidentes.

Por fim, ressalta-se que os métodos propostos se destacam por serem os únicos baseados no método das características, desenvolvido no domínio do tempo, para incorporação em plataformas como o ATP/EMTP, que considera as perdas no solo e nos

condutores na propagação das tensões induzidas ao longo da linha sem a necessidade de implementação de todo o modelo de linha.

4 Formulações Matriciais para o Cálculo de Tensão Induzida por Descargas Atmosféricas

4.1 Considerações Iniciais

No Capítulo 3 são apresentados métodos originais para o cálculo dos efeitos de campos eletromagnéticos externos que incidem sobre uma linha de transmissão. No mesmo capítulo, descreve-se a incorporação desse efeito diretamente nos modelos de linha disponíveis em simuladores de transitórios eletromagnéticos por meio de fontes de correntes acopladas às suas terminações externas. Esse procedimento, além de evitar a necessidade de se implementar um modelo de linha dedicado para o cálculo de tensões induzidas, permite o uso da vasta biblioteca de componentes disponível em tais simuladores para a representação de redes em situações realísticas. Porém, a implementação direta das equações propostas no Capítulo 3 para calcular as fontes $\mathbf{u}_{x,\ell}(t)$ e $\mathbf{u}_{x,0}(t)$ pode comprometer a eficiência do modelo. Isto porque o algoritmo recursivo descrito pela equação (3.5), apesar de já reduzir consideravelmente o custo computacional do modelo, deve ser resolvido sucessivas vezes para obter a solução cumulativa do efeito do campo elétrico horizontal em cada uma das extremidades da linha.

Neste capítulo, esse problema é resolvido com a proposição de uma formulação matricial compacta que simplifica significativamente o cálculo das fontes $\mathbf{u}_{x,\ell}(t)$ e $\mathbf{u}_{x,0}(t)$ necessárias para a estimação dos efeitos dos campos eletromagnéticos incidentes em modelos de linhas de transmissão disponíveis em plataformas de simulação de

fenômenos transitórios. A formulação permite o cálculo simultâneo, em cada passo de tempo, de todas as convoluções necessárias para o cálculo de $\mathbf{u}_{x,\ell}(t)$ e $\mathbf{u}_{x,0}(t)$ utilizando o algoritmo recursivo descrito no Capítulo 3. Além disso, as formulações propostas são facilmente implementadas em programas desenvolvidos para resolver problemas matriciais, como o *software* Matlab.

4.2 Vetorização da Solução no Domínio das Fases

Conforme discutido no Capítulo 3, a solução de (3.29) parte da premissa de que os elementos da matriz $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$ possam ser representados como uma soma de exponenciais. Então, pressupõe-se que a representação do elemento $a_{\Delta x}^{i,j}(t)$ dessa matriz possa ser definida como em (4.1), na qual $u(t)$ é a função de Heaviside, os parâmetros β_m e $r_{k,m}^{i,j}$ são, respectivamente, o m -ésimo polo e o m -ésimo resíduo do k -ésimo modo associado ao elemento i,j da síntese da matriz de fase mínima dada por $\mathbf{p}_{\Delta x}(t)$, $\tau_{\Delta x}^k$ é o tempo de atraso associado ao k -ésimo modo, N_M é o número de grupos de modos de propagação e N_p é o número de polos utilizado na síntese. Para conferir generalidade aos desenvolvimentos apresentados neste capítulo, diferentemente de (3.30) a equação (4.1) não considera um tempo de atraso único para a síntese de $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$. A equivalência entre (3.30) e (4.1) é obtida fazendo $N_M = 1$ em (4.1).

$$a_{\Delta x}^{i,j}(t) = \sum_{k=1}^{N_M} \sum_{m=1}^{N_p} r_{k,m}^{i,j} e^{\beta_m(t-\tau_{\Delta x}^k)} u(t - \tau_{\Delta x}^k). \quad (4.1)$$

Substituindo (4.1) em (3.35) e utilizando a formulação recursiva proposta em (SEMLYEN e DABULEANU, 1975) é possível mostrar que

$$\bar{\mathbf{v}}_{x,n}(t) = \sum_{k=1}^{N_M} \left\{ \sum_{m=1}^{N_p} [p_m \bar{\mathbf{b}}_{n,m}^k(t - \Delta t)] + \left[\sum_{m=1}^{N_p} \mathbf{q}_{k,m} \right] \bar{\mathbf{f}}_n^k(t) \right\}, \quad (4.2)$$

$$\bar{\mathbf{b}}_{n,m}^k(t) = p_m \bar{\mathbf{b}}_{n,m}^k(t - \Delta t) + \mathbf{q}_{k,m} \bar{\mathbf{f}}_n^k(t),$$

onde

$$\bar{\mathbf{f}}_n^k(t) = \mathbf{v}_{x,n}(t - \tau_{\Delta x}^k) + \mathbf{v}_{x,n}(t - \tau_{\Delta x}^k - \Delta x), \quad (4.3)$$

$$p_m = (2 + \beta_m \Delta t) / (2 - \beta_m \Delta t), \quad q_{k,m}^{i,j} = r_{k,m}^{i,j} \Delta t / (2 - \beta_m \Delta t).$$

Esse conjunto de equações é a base do método proposto em (MORCHED et al., 1999). O efeito acumulado dos campos elétricos horizontais incidentes para cada extremidade da linha é obtido executando sucessivas soluções de (4.2) e adicionando o termo correspondente a $n = N_S$ em (3.29). No entanto, é necessária a solução de vários termos do somatório de forma sequencial envolvendo um segmento por vez, o que reduz a eficiência do algoritmo. Para solucionar a equação (4.2) de forma mais eficiente, é conveniente escrevê-la na forma matricial. Para isso, inicia-se invertendo a ordem dos somatórios presentes no primeiro termo, como

$$\bar{v}_{x,n}(t) = \sum_{m=1}^{N_p} p_m \sum_{k=1}^{N_M} \bar{b}_{n,m}^k(t - \Delta t) + \sum_{k=1}^{N_M} \left\{ \left[\sum_{m=1}^{N_p} q_{k,m} \right] \bar{f}_n^k(t) \right\}. \quad (4.4)$$

Definindo o termo $\bar{b}_{n,m}(t - \Delta t)$ como em (4.5), as equações (4.4) e (4.2) podem ser reescritas conforme apresentado em (4.6).

$$\bar{b}_{n,m}(t - \Delta t) = \sum_{k=1}^{N_M} \bar{b}_{n,m}^k(t - \Delta t), \quad (4.5)$$

$$\bar{v}_{x,n}(t) = \sum_{m=1}^{N_p} p_m \bar{b}_{n,m}(t - \Delta t) + \sum_{k=1}^{N_M} \left\{ \left[\sum_{m=1}^{N_p} q_{k,m} \right] \bar{f}_n^k(t) \right\}, \quad (4.6)$$

$$\bar{b}_{n,m}(t) = p_m \bar{b}_{n,m}(t - \Delta t) + \sum_{k=1}^{N_M} [q_{k,m} \bar{f}_n^k(t)].$$

A fim de resolver simultaneamente para todos os N_M grupos de modos, a equação (4.6) pode ser reescrita na forma

$$\bar{v}_{x,n}(t) = \sum_{m=1}^{N_p} p_m \bar{b}_{n,m}(t - \Delta t) + \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N_p} q_{1,m} & \sum_{m=1}^{N_p} q_{2,m} & \cdots & \sum_{m=1}^{N_p} q_{N_M,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{f}_n^1(t) \\ \bar{f}_n^2(t) \\ \vdots \\ \bar{f}_n^{N_M}(t) \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

$$\bar{b}_{n,m}(t) = p_m \bar{b}_{n,m}(t - \Delta t) + [q_{1,m} \quad q_{2,m} \quad \cdots \quad q_{N_M,m}] \begin{bmatrix} \bar{f}_n^1(t) \\ \bar{f}_n^2(t) \\ \vdots \\ \bar{f}_n^{N_M}(t) \end{bmatrix}.$$

De forma compacta,

$$\bar{\mathbf{v}}_{x,n} = \sum_{m=1}^{N_p} p_m \bar{\mathbf{b}}_{n,m}(t - \Delta t) + [\mathbf{S}_q][\bar{\mathbf{f}}_n(t)], \quad (4.8)$$

$$\bar{\mathbf{b}}_{n,m}(t) = p_m \bar{\mathbf{b}}_{n,m}(t - \Delta t) + [\mathbf{q}_m][\bar{\mathbf{f}}_n(t)],$$

onde

$$\mathbf{S}_q = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N_p} \mathbf{q}_{1,m} & \sum_{m=1}^{N_p} \mathbf{q}_{2,m} & \cdots & \sum_{m=1}^{N_p} \mathbf{q}_{N_M,m} \end{bmatrix}_{(N_f \times N_f N_M)}, \quad (4.9)$$

$$\mathbf{q}_m = [\mathbf{q}_{1,m} \quad \mathbf{q}_{2,m} \quad \cdots \quad \mathbf{q}_{N_M,m}]_{(N_f \times N_f N_M)},$$

$$\bar{\mathbf{f}}_n(t) = \begin{bmatrix} [\bar{\mathbf{f}}_n^1(t)]^T & [\bar{\mathbf{f}}_n^2(t)]^T & \cdots & [\bar{\mathbf{f}}_n^{N_M}(t)]^T \end{bmatrix}_{(N_f N_M \times 1)}^T.$$

Repetindo o processo, mas buscando resolver (4.8) para todos os N_p polos simultaneamente, obtêm-se

$$\bar{\mathbf{v}}_{x,n}(t) = \begin{bmatrix} p_1 \mathbf{I} & p_2 \mathbf{I} & \cdots & p_{N_p} \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{b}}_{n,1}(t - \Delta t) \\ \bar{\mathbf{b}}_{n,2}(t - \Delta t) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{b}}_{n,N_p}(t - \Delta t) \end{bmatrix} + [\mathbf{S}_q][\bar{\mathbf{f}}_n(t)], \quad (4.10)$$

$$\bar{\mathbf{b}}_{n,m}(t) = \begin{bmatrix} p_1 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & p_2 \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & p_{N_p} \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{b}}_{n,1}(t - \Delta t) \\ \bar{\mathbf{b}}_{n,2}(t - \Delta t) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{b}}_{n,N_p}(t - \Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{q}_{N_p} \end{bmatrix} [\bar{\mathbf{f}}_n(t)],$$

onde $\mathbf{I}$ é uma matriz identidade e $\mathbf{0}$ é uma matriz nula, ambas de ordem N_f .

Na forma compacta (4.10) torna-se:

$$\bar{\mathbf{v}}_{x,n}(t) = [\mathbf{p}][\bar{\mathbf{b}}_n(t - \Delta t)] + [\mathbf{S}_q][\bar{\mathbf{f}}_n(t)], \quad (4.11)$$

$$\bar{\mathbf{b}}_n(t) = [\mathbf{p}_f][\bar{\mathbf{b}}_n(t - \Delta t)] + [\mathbf{q}][\bar{\mathbf{f}}_n(t)],$$

onde

$$\begin{aligned}
 \mathbf{p} &= [p_1 \mathbf{I} \quad p_2 \mathbf{I} \quad \cdots \quad p_{N_p} \mathbf{I}]_{(N_f \times N_f N_p)}, \\
 \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} [\mathbf{q}_1]^T & [\mathbf{q}_2]^T & \cdots & [\mathbf{q}_{N_p}]^T \end{bmatrix}_{(N_f N_p \times N_f N_M)}^T, \\
 \mathbf{p}_f &= \begin{bmatrix} p_1 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & p_2 \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & p_{N_p} \mathbf{I} \end{bmatrix}_{(N_f N_p \times N_f N_p)}, \tag{4.12}
 \end{aligned}$$

$$\bar{\mathbf{b}}_n(t) = \begin{bmatrix} [\bar{\mathbf{b}}_{n,1}(t)]^T & [\bar{\mathbf{b}}_{n,2}(t)]^T & \cdots & [\bar{\mathbf{b}}_{n,N_p}(t)]^T \end{bmatrix}_{(N_f N_p \times 1)}.$$

Finalmente, a equação (4.11) pode ser escrita de forma a incorporar todos os N_s segmentos simultaneamente, na forma:

$$\begin{bmatrix} [\bar{\mathbf{v}}_{x,0}(t)]^T \\ [\bar{\mathbf{v}}_{x,1}(t)]^T \\ \vdots \\ [\bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-1}(t)]^T \end{bmatrix}^T = [\mathbf{p}] \begin{bmatrix} [\bar{\mathbf{b}}_0(t - \Delta t)]^T \\ [\bar{\mathbf{b}}_1(t - \Delta t)]^T \\ \vdots \\ [\bar{\mathbf{b}}_{N_s-1}(t - \Delta t)]^T \end{bmatrix} + [\mathbf{S}_q] \begin{bmatrix} [\bar{\mathbf{f}}_0(t)]^T \\ [\bar{\mathbf{f}}_1(t)]^T \\ \vdots \\ [\bar{\mathbf{f}}_{N_s-1}(t)]^T \end{bmatrix}, \tag{4.13}$$

$$\bar{\mathbf{b}}(t) = [\mathbf{p}_f][\bar{\mathbf{b}}(t - \Delta t)] + [\mathbf{q}][\bar{\mathbf{f}}(t)],$$

ou na forma compacta

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{v}}_x(t) &= [\mathbf{p}][\bar{\mathbf{b}}(t - \Delta t)] + [\mathbf{S}_q][\bar{\mathbf{f}}(t)], \\
 \bar{\mathbf{b}}(t) &= [\mathbf{p}_f][\bar{\mathbf{b}}(t - \Delta t)] + [\mathbf{q}][\bar{\mathbf{f}}(t)], \tag{4.14}
 \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{v}}_x(t) &= [\bar{\mathbf{v}}_{x,0}(t) \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,1}(t) \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-1}(t)]_{(N_f \times N_s)}, \\
 \bar{\mathbf{b}}(t - \Delta t) &= [\bar{\mathbf{b}}_0(t - \Delta t) \quad \bar{\mathbf{b}}_1(t - \Delta t) \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{b}}_{N_s-1}(t - \Delta t)]_{(N_f N_p \times N_s)}, \\
 \bar{\mathbf{f}}(t) &= [\bar{\mathbf{f}}_0(t) \quad \bar{\mathbf{f}}_1(t) \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{f}}_{N_s-1}(t)]_{(N_f N_M \times N_s)}. \tag{4.15}
 \end{aligned}$$

De acordo com (4.3) e (4.9), a composição de $\bar{\mathbf{f}}(t)$ segue a expressão

$$\bar{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x(t - \tau_{\Delta x}^1) \\ \mathbf{v}_x(t - \tau_{\Delta x}^2) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x(t - \tau_{\Delta x}^{N_M}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x(t - \tau_{\Delta x}^1 - \Delta t) \\ \mathbf{v}_x(t - \tau_{\Delta x}^2 - \Delta t) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x(t - \tau_{\Delta x}^{N_M} - \Delta t) \end{bmatrix}. \tag{4.16}$$

Para resolver (4.16) é necessário, primeiramente, obter $\bar{\mathbf{v}}_x(t)$, o que pode ser realizado a partir do vetor $\mathbf{v}_{x,n}(t)$ indicado em (4.3). Para isso, basta escrevê-lo de forma a incorporar a solução simultânea para todos os N_s segmentos de linha, ou seja:

$$\mathbf{v}_x(t) = [\mathbf{v}_{x,0}(t) \quad \mathbf{v}_{x,1}(t) \quad \cdots \quad \mathbf{v}_{x,N_s-1}(t)]_{(N_f \times N_s)}. \quad (4.17)$$

A formulação matricial compacta expressa em (4.14) permite o cômputo das convoluções envolvidas no cálculo do efeito dos campos elétricos incidentes para cada extremidade da linha, simultaneamente, para todos os pontos considerados. Em outras palavras, é possível resolver (3.29a) ou (3.29b) utilizando diretamente o algoritmo recursivo descrito em (3.35). Para o cálculo de (3.29a), $\mathbf{v}_x(t)$ é dado por (4.18a). Por outro lado, para o cálculo de (3.29b), $\mathbf{v}_x(t)$ passa a ser dado por (4.18b).

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_x(t) = & [\rho_0 \mathbf{e}_{x,0}(t) \quad \rho_1 \mathbf{e}_{x,1}(t) \quad \cdots \quad \rho_{N_s-1} \mathbf{e}_{x,N_s-1}(t)] \\ & + [\mathbf{0} \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,0}(t) \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,1}(t) \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-2}(t)], \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_x(t) = & [\rho_{N_s} \mathbf{e}_{x,N_s}(t) \quad \rho_{N_s-1} \mathbf{e}_{x,N_s-1}(t) \quad \cdots \quad \rho_1 \mathbf{e}_{x,1}(t)] \\ & + [\mathbf{0} \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,0}(t) \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,1}(t) \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-2}(t)]. \end{aligned}$$

Finalmente, as fontes indutoras $\mathbf{u}_{x,\ell}(t)$ e $\mathbf{u}_{x,0}(t)$ descritas na equação (3.29) podem ser obtidas por

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{x,\ell}(t) &= \frac{\Delta x}{\zeta} \{ \rho_{N_s} \mathbf{e}_{x,N_s}(t) + \bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-1}(t) \}, \\ \mathbf{u}_{x,0}(t) &= -\frac{\Delta x}{\zeta} \{ \rho_0 \mathbf{e}_{x,0}(t) + \bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-1}(t) \}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

As equações para o caso particular em que $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$ é determinado supondo um único tempo de atraso para todos os modos, como proposto no Capítulo 3, são obtidas fazendo $\tau_{\Delta x}^1 = \tau_{\Delta x}^2 = \cdots = \tau_{\Delta x}^{N_M} = \tau_{\Delta x}$. Como é improvável que todos os tempos de atraso modais sejam múltiplos inteiros do intervalo de tempo adotado, a determinação dos termos históricos presentes (4.16) exigirá uma interpolação. No Apêndice A são descritas as equações para a realização da interpolação linear [vide equação (A.2)]. O fluxograma do algoritmo proposto é mostrado na Figura 4.1.

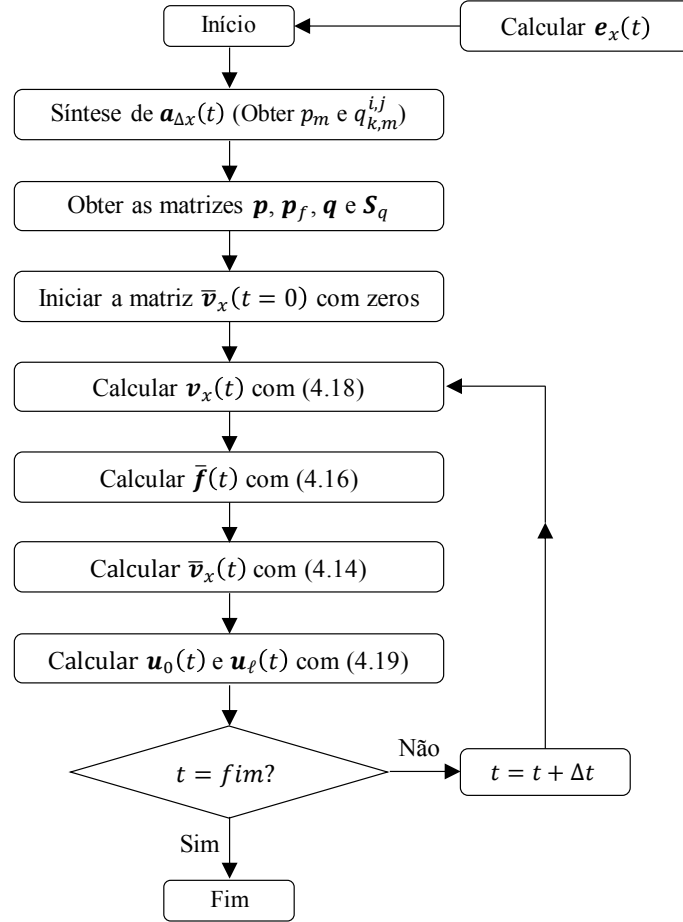


Figura 4.1 – Fluxograma do algoritmo para solução no domínio das fases.

O vetor resultante da convolução entre a função de propagação, $a(\ell, t)$, e a integral do campo elétrico vertical, $he_z(\ell, t)$ ou $he_z(0, t)$, presente em (3.24), também pode ser calculada através do algoritmo proposto, bastando para isto que os termos p_m e $q_{k,m}^{i,j}$ sejam calculados com os polos e resíduos obtidos pela síntese de $a(\ell, t)$. Nesse caso, os tempos de trânsito modais para cada grupo a serem utilizados serão aqueles relativos a toda a extensão da linha.

4.3 Vetorização da Solução no Domínio Modal

Definindo os vetores modais $\bar{v}_{x,n}^{mod}(t) = \mathbf{t}_v^{-1} \bar{v}_{x,n}(t)$, $\mathbf{v}_{x,n}^{mod}(t) = \mathbf{t}_v^{-1} \mathbf{v}_{x,n}(t)$ e $\mathbf{v}_{x,n}'^{mod}(t) = \mathbf{t}_v^{-1} \mathbf{v}_{x,n}'(t)$, a equação recursiva (3.35) pode ser expressa no domínio modal na forma

$$\bar{v}_{x,n-1}^{mod}(t) = a_{\Delta x, mod}(t) * \mathbf{v}_{x,n-1}^{mod}(t), \quad (4.20)$$

$$\mathbf{v}_{x,n}^{mod}(t) = \bar{v}_{x,n-1}^{mod}(t) + \mathbf{v}_{x,n}^{mod}(t).$$

A solução das convoluções descritas em (4.20) é similar ao procedimento realizado para o domínio das fases descrito na seção 4.2, exceto que, neste caso, $\mathbf{a}_{\Delta x, mod}(t)$ é diagonal. Sendo assim, considerando o atraso de tempo $\tau_{\Delta x}^i$ para o i -ésimo modo, os elementos de $\mathbf{a}_{\Delta x, mod}(t)$ podem ser escritos na forma:

$$a_{\Delta x, mod}^{i,i}(t) = \sum_{m=1}^{N_p^i} r_m^{i,i} e^{\beta_m^{i,i}(t-\tau_{\Delta x}^i)} u(t - \tau_{\Delta x}^i), \quad (4.21)$$

onde $\beta_m^{i,i}$ e $r_m^{i,i}$ são obtidos através da síntese de $\mathbf{P}_{\Delta x, mod} = \mathbf{A}_{\Delta x, mod} e^{j\omega \tau_{\Delta x}}$, cujos termos $\tau_{\Delta x}$ e ω são respectivamente uma matriz diagonal contendo os tempos de atraso associados a cada um dos modos e a frequência angular (MORCHED et al., 1999). Com os elementos de $\mathbf{a}_{\Delta x, mod}(t)$ dados por (4.21), a convolução descrita em (4.20) pode ser realizada recursivamente para cada modo fazendo:

$$\bar{v}_{x,n}^{i,mod} = a_{\Delta x, mod}^{i,i}(t) * v_{x,n}^{i,mod}, \quad (4.22)$$

$$\bar{v}_{x,n}^{i,mod} = \sum_{m=1}^{N_p^i} [p_m^{i,i} \bar{b}_{n,m}^i(t - \Delta t)] + \left[\sum_{m=1}^{N_p^i} q_m^{i,i} \right] \bar{f}_n^{i,mod}(t), \quad (4.23)$$

$$\bar{b}_{n,m}^i(t) = p_m^{i,i} \bar{b}_{n,m}^i(t - \Delta t) + q_m^{i,i} \bar{f}_n^{i,mod}(t),$$

$$\bar{f}_n^{i,mod}(t) = v_{x,n}^{i,mod}(t - \tau_{\Delta x}^i) + v_{x,n}^{i,mod}(t - \tau_{\Delta x}^i - \Delta x),$$

onde $p_m^{i,i} = (2 + \beta_m^{i,i} \Delta t) / (2 - \beta_m^{i,i} \Delta t)$, $q_m^{i,i} = r_m^{i,i} \Delta t / (2 - \beta_m^{i,i} \Delta t)$.

Para resolver (4.23) simultaneamente para todos os N_f modos, deve-se reescrevê-la como apresentado em (4.24). Por simplicidade, supõe-se *a priori* que o número de polos N_p^i , utilizado para representar o i -ésimo modo, é igual a N_p .

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{v}}_{x,n}^{mod} = & \sum_{m=1}^{N_p} \left\{ \begin{bmatrix} p_m^{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_m^{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & p_m^{N_f, N_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{b}_{n,m}^1(t - \Delta t) \\ \bar{b}_{n,m}^1(t - \Delta t) \\ \vdots \\ \bar{b}_{n,m}^{N_f}(t - \Delta t) \end{bmatrix} \right\} \\ & + \sum_{m=1}^{N_p} \left\{ \begin{bmatrix} q_m^{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_m^{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & q_m^{N_f, N_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{f}_n^{1,mod}(t) \\ \bar{f}_n^{2,mod}(t) \\ \vdots \\ \bar{f}_n^{N_f,mod}(t) \end{bmatrix} \right\}, \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{b}_{n,m}^1(t) \\ \bar{b}_{n,m}^1(t) \\ \vdots \\ \bar{b}_{n,m}^{N_f}(t) \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} p_m^{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_m^{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & p_m^{N_f, N_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{b}_{n,m}^1(t - \Delta t) \\ \bar{b}_{n,m}^1(t - \Delta t) \\ \vdots \\ \bar{b}_{n,m}^{N_f}(t - \Delta t) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} q_m^{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_m^{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & q_m^{N_f, N_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{f}_n^{1,mod}(t) \\ \bar{f}_n^{2,mod}(t) \\ \vdots \\ \bar{f}_n^{N_f,mod}(t) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Em forma compacta, tem-se que

$$\bar{\mathbf{v}}_{x,n}^{mod} = \sum_{m=1}^{N_p} \{ [\mathbf{p}_m] [\bar{\mathbf{b}}_{n,m}(t - \Delta t)] \} + \left[\sum_{m=1}^{N_p} \mathbf{q}_m \right] [\bar{\mathbf{f}}_n^{mod}(t)], \quad (4.25)$$

$$\bar{\mathbf{b}}_{n,m}(t) = [\mathbf{p}_m] [\bar{\mathbf{b}}_{n,m}(t - \Delta t)] + [\mathbf{q}_m] [\bar{\mathbf{f}}_n^{mod}(t)],$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_m = & \begin{bmatrix} p_m^{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_m^{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & p_m^{N_f, N_f} \end{bmatrix}_{(N_f \times N_f)}, \\ \mathbf{q}_m = & \begin{bmatrix} q_m^{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_m^{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & q_m^{N_f, N_f} \end{bmatrix}_{(N_f \times N_f)}, \\ \bar{\mathbf{b}}_{n,m}(t) = & \begin{bmatrix} \bar{b}_{n,m}^1(t) \\ \bar{b}_{n,m}^1(t) \\ \vdots \\ \bar{b}_{n,m}^{N_f}(t) \end{bmatrix}_{(N_f \times 1)}, \quad \bar{\mathbf{f}}_n^{mod}(t) = \begin{bmatrix} \bar{f}_n^{1,mod}(t) \\ \bar{f}_n^{2,mod}(t) \\ \vdots \\ \bar{f}_n^{N_f,mod}(t) \end{bmatrix}_{(N_f \times 1)}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

A equação (4.25) tem a mesma estrutura da equação (4.6) quando se considera $N_M = 1$. As diferenças entre essas equações são a matriz de resíduos $\mathbf{q}_m$ e a matriz de polos $\mathbf{p}_m$. Em (4.6), $\mathbf{q}_m$ é uma matriz cheia, enquanto em (4.25) essa matriz é diagonal. Por outro lado, em (4.6) $\mathbf{p}_m$ é um termo escalar, enquanto em (4.25) esse termo é uma matriz diagonal. Portanto, aplicando o mesmo procedimento adotado para (4.6) é possível escrever (4.14) na forma

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{v}}_x^{mod}(t) &= [\mathbf{p}][\bar{\mathbf{b}}(t - \Delta t)] + [\mathbf{S}_q][\bar{\mathbf{f}}^{mod}(t)], \\ \bar{\mathbf{b}}(t) &= [\mathbf{p}_f][\bar{\mathbf{b}}(t - \Delta t)] + [\mathbf{q}][\bar{\mathbf{f}}^{mod}(t)],\end{aligned}\tag{4.27}$$

onde $\bar{\mathbf{b}}(t - \Delta t)$, $\mathbf{S}_q$ e $\mathbf{q}$ possuem a mesma estrutura anterior, e as matrizes $\mathbf{p}$, $\mathbf{p}_f$ e $\mathbf{f}^{mod}(t)$ passam a ser dadas por

$$\begin{aligned}\mathbf{p} &= [p_1 \quad p_2 \quad \cdots \quad p_{N_p}]_{(N_f \times N_f N_p)}, \\ \mathbf{p}_f &= \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{p}_{N_p} \end{bmatrix}_{(N_f N_p \times N_f N_p)}.\end{aligned}\tag{4.28}$$

$$\bar{\mathbf{f}}^{mod}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x^{1,mod}(t - \tau_{\Delta x}^1) \\ \mathbf{v}_x^{2,mod}(t - \tau_{\Delta x}^2) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x^{N_f,mod}(t - \tau_{\Delta x}^{N_f}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x^{1,mod}(t - \tau_{\Delta x}^1 - \Delta t) \\ \mathbf{v}_x^{2,mod}(t - \tau_{\Delta x}^2 - \Delta t) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x^{N_f,mod}(t - \tau_{\Delta x}^{N_f} - \Delta t) \end{bmatrix}_{(N_f \times N_s)}.\tag{4.29}$$

$$\mathbf{v}_x^{i,mod}(t) = [\mathbf{v}_{x,0}^{i,mod}(t) \quad \mathbf{v}_{x,1}^{i,mod}(t) \quad \cdots \quad \mathbf{v}_{x,N_s-1}^{i,mod}(t)]_{(1 \times N_s)}.\tag{4.30}$$

Como o número de polos utilizados para representar cada modo não é necessariamente igual, as matrizes $\mathbf{p}$ e $\mathbf{p}_f$ devem ser modificadas. Neste caso, N_p é representado pelo maior valor de N_p^i e as posições excedentes nas matrizes $\mathbf{p}$ e $\mathbf{p}_f$ são preenchidas com zeros. A determinação dos termos históricos em (4.29) também requer interpolação, a qual se encontra descrita no Apêndice A [vide equação (A.5)].

A equação (4.27) permite que as convoluções envolvendo o cálculo do efeito dos campos elétricos horizontais incidentes, obtidos no domínio modal, sejam realizadas simultaneamente para todos os pontos definidos ao longo da linha. Para isso, os termos da matriz $\mathbf{v}_x^{mod}(t)$ são obtidos de maneira similar ao realizado para $\mathbf{v}_x(t)$, dado por

(4.17). Em outras palavras, (4.27) permite resolver (3.34a) ou (3.34b) utilizando o algoritmo recursivo no domínio modal descrito em (4.20). Para resolver (3.34a), $\mathbf{v}_x^{mod}(t)$ é calculado utilizando (4.31a). Por outro lado, para resolver (3.34b), $\mathbf{v}_x^{mod}(t)$ é calculado utilizando (4.31b). O fluxograma descritivo do algoritmo de solução no domínio modal é ilustrado na Figura 4.2.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_x^{mod}(t) = & \mathbf{t}_v^{-1} [\rho_0 \mathbf{e}_{x,0}(t) \quad \rho_1 \mathbf{e}_{x,1}(t) \quad \cdots \quad \rho_{N_s-1} \mathbf{e}_{x,N_s-1}(t)] \\ & + [\mathbf{0} \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,0}^{mod}(t) \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,1}^{mod}(t) \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-2}^{mod}(t)], \\ \mathbf{v}_x^{mod}(t) = & \mathbf{t}_v^{-1} [\rho_{N_s} \mathbf{e}_{x,N_s}(t) \quad \rho_{N_s-1} \mathbf{e}_{x,N_s-1}(t) \quad \cdots \quad \rho_1 \mathbf{e}_{x,1}(t)] \\ & + [\mathbf{0} \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,0}^{mod}(t) \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,1}^{mod}(t) \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-2}^{mod}(t)]. \end{aligned} \quad (4.31)$$

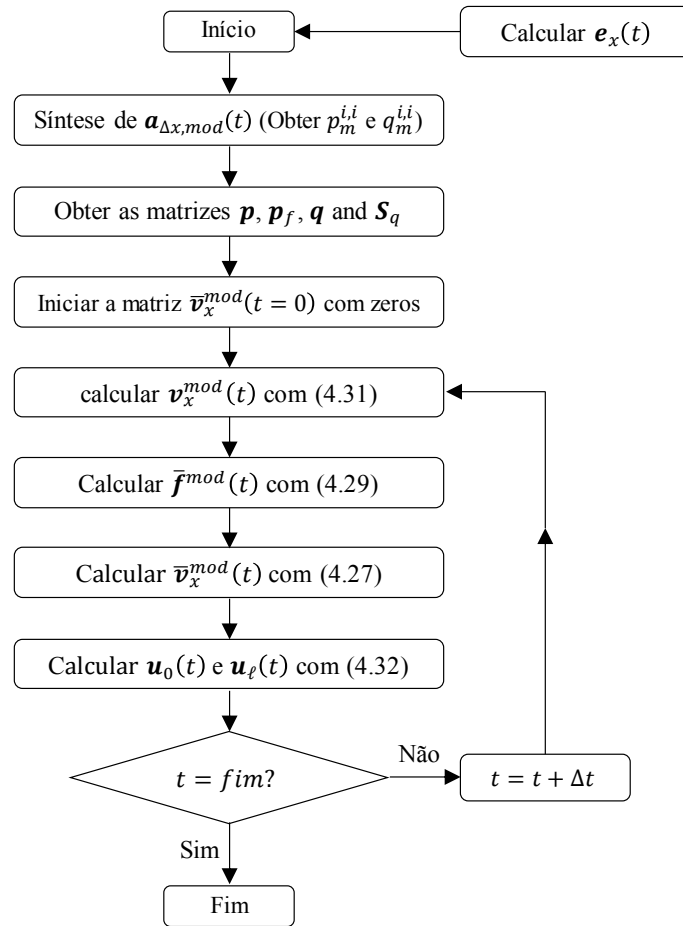


Figura 4.2 – Fluxograma do algoritmo para solução no domínio modal.

Finalmente, as fontes indutoras $\mathbf{u}_{x,\ell}(t)$ e $\mathbf{u}_{x,0}(t)$ descritas na equação (3.34) podem ser obtidas fazendo:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{x,\ell}(t) &= \frac{\Delta x}{\zeta} \{ \rho_{N_s} \mathbf{e}_{x,N_s}(t) + \mathbf{t}_v \bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-1}^{mod}(t) \}, \\ \mathbf{u}_{x,0}(t) &= -\frac{\Delta x}{\zeta} \{ \rho_0 \mathbf{e}_{x,0}(t) + \mathbf{t}_v \bar{\mathbf{v}}_{x,N_s-1}^{mod}(t) \}.\end{aligned}\tag{4.32}$$

Assim como realizado para o domínio das fases, o vetor resultante da convolução entre a função de propagação, $\mathbf{a}_{mod}(\ell, t)$, e o campo elétrico vertical, $\mathbf{t}_v^{-1} \mathbf{h} \mathbf{e}_z(\ell, t)$ ou $\mathbf{t}_v^{-1} \mathbf{h} \mathbf{e}_z(0, t)$, presente em (3.31), também pode ser calculado através do algoritmo proposto, bastando para isto que os termos $p_m^{i,i}$ e $q_m^{i,j}$ sejam calculados com os polos e resíduos obtidos pela síntese de $\mathbf{a}_{mod}(\ell, t)$. Neste caso, os tempos de trânsito modais para cada modo serão aqueles relativos a toda a extensão da linha.

4.4 Considerações Finais

Neste capítulo, duas formulações matriciais compactas originais são propostas para o cálculo das fontes $\mathbf{u}_{x,\ell}(t)$ e $\mathbf{u}_{x,0}(t)$ necessárias para estimar o efeito dos campos eletromagnéticos incidentes gerados por descargas atmosféricas utilizando modelos de linha de transmissão disponíveis em simuladores de transitórios eletromagnéticos. A primeira formulação é descrita no domínio das fases e pode ser diretamente acoplada ao modelo ULM. A segunda formulação é descrita no domínio modal e, por sua vez, pode ser diretamente acoplada ao modelo Fd-Line. Tais formulações tornam a implementação do algoritmo de solução consideravelmente mais simples e eficiente, principalmente quando de sua utilização em programas de alto desempenho voltados para a solução de equações matriciais, como o *software* Matlab.

5 Cálculo de Tensões Induzidas – Validação e Análises

5.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com os modelos propostos, bem como sua validação a partir de comparações com dados de medição e resultados obtidos com modelos consagrados na literatura. Os resultados apresentados também têm o objetivo de avaliar a eficiência computacional e destacar as vantagens dos modelos propostos frente às técnicas comumente utilizadas para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas.

Os procedimentos propostos para o cálculo das fontes de corrente $j_0(t)$ e $j_\ell(t)$ foram implementados pelo autor no *software* Matlab. As fontes de corrente obtidas utilizando o modelo EPD (modelo estendido no domínio das fases) foram então acopladas ao modelo de linha ULM na plataforma EMTP-RV, ao passo que as fontes de correntes obtidas com o modelo EMD (modelo estendido no domínio modal) foram acopladas ao modelo de linha Fd-Line disponível no ATP, denominado JMarti. O acoplamento na plataforma EMTP-RV foi realizado utilizando fontes de corrente controladas denominadas “*I point-by-point device*”. Por outro lado, na plataforma ATP, o acoplamento foi realizado via linguagem Models. Os parâmetros associados às linhas foram calculados considerando a formulação de Carson (1926) para representar a impedância associada ao retorno pelo solo e a formulação exata baseada nas equações de Bessel (PAUL, 2007) para a impedância associada aos parâmetros internos dos condutores. Apesar da existência de formulações mais acuradas para o cálculo da impedância associada ao retorno pelo solo, como aquelas propostas por Sunde (1968), a formulação de Carson (1926) é utilizada para garantir a compatibilidade das fontes de

corrente $\mathbf{j}_0(t)$ e $\mathbf{j}_\ell(t)$, calculadas por meio das formulações matriciais propostas no Capítulo 4, com o modelo de linha JMarti implementado no ATP e com o modelo ULM implementado no EMTP-RV. Além disso, a faixa de frequências utilizada para o cálculo dos parâmetros de linha está compreendida de 0,1 Hz a 10 MHz, considerando 20 pontos por década, logaritmicamente espaçados. Para os modelos EPD e EMD, o cálculo do tempo de atraso mínimo para cada modo foi realizado como proposto por Gustavsen (2017). Diferentes formulações para o cálculo dos campos eletromagnéticos, discutidas no Capítulo 3, foram empregadas com o intuito de demonstrar a generalidade dos modelos propostos.

5.2 Comparação com Modelos para Cálculo de Tensão Induzida

5.2.1 Linha de Distribuição sem Perdas

Nesta seção apresenta-se uma verificação das metodologias propostas utilizando como referência o modelo LIOV para o caso particular de linhas sem perdas e solo condutor perfeito (BORGHETTI et al., 2008). Para tal, são avaliadas duas configurações de linha. A primeira simulação, ilustrada na Figura 5.1, foi realizada considerando uma linha monofásica, com comprimento de 2 km. A linha foi terminada em ambas as extremidades com uma resistência de $500\ \Omega$, que se aproxima de sua impedância de surto. Considerou-se o ponto de incidência da descarga ilustrado na Figura 5.1. Na segunda simulação, considerou-se uma linha trifásica com características semelhantes às de uma linha de distribuição de média tensão com configuração convencional utilizada no Brasil, conforme ilustrado na Figura 5.2. A linha é conectada a um conjunto de resistências que caracteriza sua matriz de impedância de surto.

Para a linha monofásica, os dados foram obtidos por meio do código LIOV disponível em (LIOV, 2020). Para o caso trifásico, foram utilizadas curvas extraídas do manual do usuário do EMTP-RV/LIOV, capturadas por meio da ferramenta WebPlotDigitizer©, disponível em (ROHATGI, 2008). Para avaliar os modelos propostos nesta tese, no caso particular de linhas sem perdas, considerou-se para a resistividade do solo um valor desprezível de $1\ \mu\Omega\text{m}$ e, para a resistência DC dos condutores, um valor de $1\ \mu\Omega/\text{km}$. Para o cálculo dos campos eletromagnéticos foram utilizadas as equações (2.2) e (2.3). O canal de descarga, por sua vez, foi representado pelo modelo TL considerando $v_f = 150\ \text{m}/\mu\text{s}$. Esse valor de velocidade de frente de

corrente de retorno representa o valor médio observado em medições (WANG et al., 2015). A corrente injetada na base do canal, $i_{bc}(0, t)$, é representada pela soma de duas funções de Heidler conforme (5.1), cujos parâmetros são dados na Tabela 5.1.

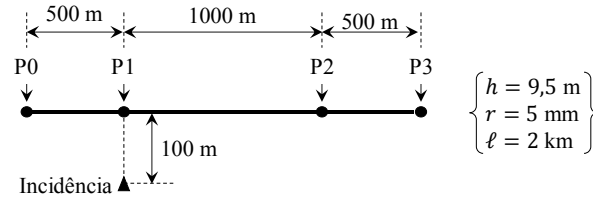


Figura 5.1 – Simulação de tensões induzidas por descargas atmosféricas em uma linha de transmissão monofásica sem perdas (vista superior).

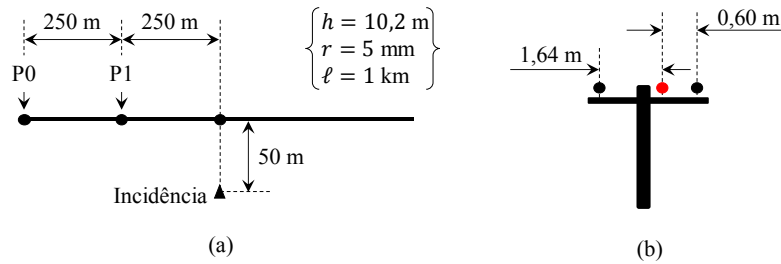


Figura 5.2 – Simulação de tensões induzidas por descargas atmosféricas em linha de transmissão trifásica sem perdas: (a) orientação do ponto de incidência de descarga em relação aos condutores da linha (vista superior); (b) configuração dos condutores da linha de distribuição.

$$i_{bc}(0, t) = \sum_{k=1}^2 \left[\frac{i_k}{\eta_k} \right] \left[\frac{\left(\frac{t}{\tau_{k,1}} \right)^{n_k}}{1 + \left(\frac{t}{\tau_{k,1}} \right)^{n_1}} \right] e^{-\frac{t}{\tau_{k,2}}}; \eta_k = e^{-\left[\frac{\tau_{k,1}}{\tau_{k,2}} \left(n_k \frac{\tau_{k,2}}{\tau_{k,1}} \right)^{n_k} \right]}. \quad (5.1)$$

Tabela 5.1 – Parâmetros da corrente na base do canal (NUCCI, 1993).

Parâmetro	$k = 1$	$k = 2$
i_k (kA)	10,7	6,5
$\tau_{k,1}$ (μ s)	0.25	2.1
$\tau_{k,2}$ (μ s)	2.5	230
n_k	2	2

A Figura 5.3 e a Figura 5.4 ilustram, respectivamente, as tensões induzidas calculadas nos pontos P0, P1, P2 e P3 da linha monofásica e nos pontos P0 e P1 da linha trifásica. Observa-se nas figuras que, em ambos os casos, os modelos EPD e EMD reproduzem de forma acurada as formas de onda obtidas pelo modelo LIOV. Os pequenos desvios observados na forma de onda da Figura 5.4(a) podem ter como causa erros no método de captura dos dados, já que a qualidade da aproximação está diretamente ligada à qualidade da imagem, tanto em termos de resolução quanto em termos de proporcionalidade nas dimensões das escalas apresentadas. Outro possível ponto de divergência está relacionado à forma de cálculo dos campos eletromagnéticos. O modelo LIOV disponível no EMTP-RV não calcula os campos eletromagnéticos de forma

individual para todos os condutores. Em sua implementação, calcula-se o campo para um condutor e, para os demais, é realizada uma estimativa por meio de uma interpolação linear. Os modelos EPD e EMD, por sua vez, realizam o cálculo destes campos individualmente para todos os condutores. Contudo, tendo em vista as diferentes aproximações utilizadas nos modelos testados e a falta de controle completo sobre os detalhes de implementação computacional do modelo LIOV, as diferenças observadas são consideradas irrelevantes.

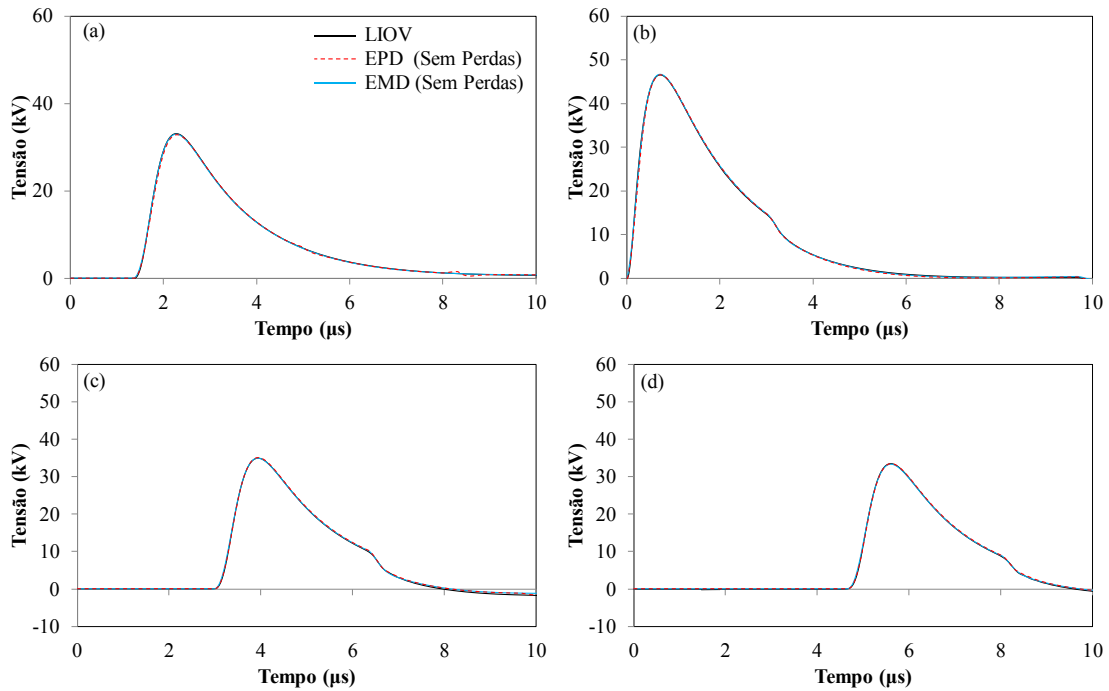


Figura 5.3 – Tensões induzidas na linha monofásica definida na Figura 5.1, sendo as tensões nos pontos P0, P1, P2 e P3 apresentadas nas figuras (a), (b), (c) e (d), respectivamente.

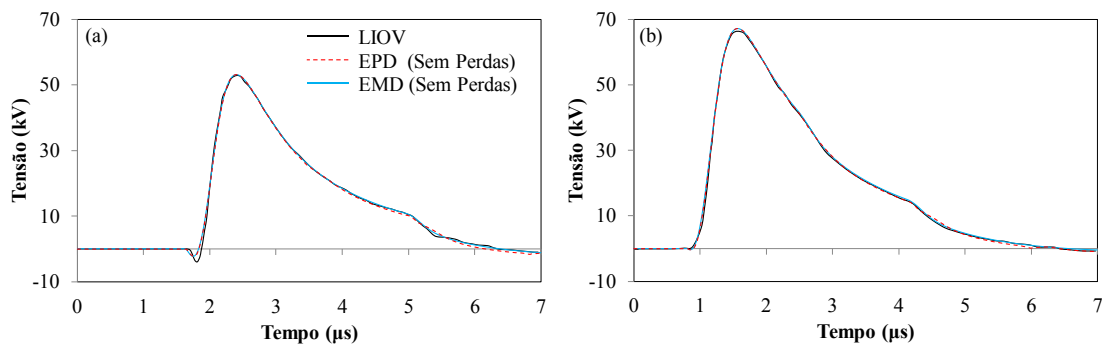


Figura 5.4 – Tensões induzidas no condutor central da linha trifásica definida na Figura 5.2, sendo as tensões nos pontos P0 e P1 apresentadas nas figuras (a) e (b) respectivamente.

5.2.2 Linha de Distribuição com Perdas

Os casos avaliados na seção anterior partem do pressuposto de que o solo e os condutores possam ser considerados sem perdas. Nesta seção, as simulações são realizadas considerando todas as perdas envolvidas. Os resultados são comparados com

a solução das equações do telegrafista descritas em (5.2) e (5.3), que incluem o efeito dos campos eletromagnéticos incidentes, utilizando o algoritmo de FDTD de primeira ordem proposto em (DE CONTI, 2017).

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s(x, t)}{\partial x} + \mathbf{L}_e \frac{\partial \mathbf{i}(x, t)}{\partial t} + \boldsymbol{\zeta}(t) * \frac{\partial \mathbf{i}(x, t)}{\partial t} = \mathbf{e}_x(x, t), \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{i}(x, t)}{\partial x} + \mathbf{G} \mathbf{v}_s(x, t) + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{v}_s(x, t)}{\partial t} = 0,$$

$$\mathbf{v}(x, t) = \mathbf{v}_s(x, t) + \mathbf{v}_i(x, t). \quad (5.3)$$

Na equação (5.2), $\mathbf{v}_s(x, t)$ é o vetor de tensões de espalhamento (do inglês *scattered voltages*) na coordenada x e tempo t , $\mathbf{i}(x, t)$ é o vetor de corrente, $\mathbf{e}_x(x, t)$ é a componente horizontal do campo elétrico incidente, e $\mathbf{L}_e$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{G}$, $\boldsymbol{\zeta}(t)$ são, respectivamente, as matrizes de indutância externa, de capacitância externa, de condutância (matriz diagonal) e de resistência transitória por unidade de comprimento. A resistência transitória $\boldsymbol{\zeta}(t)$ é definida como a transformada inversa de Laplace de $\mathbf{Z}_\zeta = [\mathbf{Z}_i(s) + \mathbf{Z}_g(s)]/s$ (ESCAMILLA et al., 2010), sendo $\mathbf{Z}_i(s)$ a impedância interna dos condutores e $\mathbf{Z}_g(s)$ a impedância associada ao retorno pelo solo. A tensão total $\mathbf{v}(x, t)$ nos pontos de interesse é dada pela soma da tensão incidente $\mathbf{v}_i(x, t)$ com a tensão de espalhamento $\mathbf{v}_s(x, t)$ conforme apresentado na equação (5.3).

A linha simulada é constituída de sete condutores cuja distribuição espacial pode ser vista na Figura 5.5, juntamente com os pontos de incidência de descarga. Essa configuração de linha é comumente utilizada em redes de distribuição no Brasil. Os três condutores superiores, alinhados horizontalmente, possuem raio $r_1 = 8,5$ mm e resistividade DC de $0,11872 \Omega/\text{km}$, estando localizados a uma altura (h) de 8,4 m em relação ao solo. Eles correspondem aos condutores de uma rede de média tensão com tensão nominal de 13,8 kV. Por sua vez, os quatro condutores inferiores, alinhados verticalmente, possuem raio $r_2 = 2,5$ mm e resistividade DC de $1,3403 \Omega/\text{km}$. Eles correspondem aos condutores de uma rede secundária com tensões nominais de 220 V (entre fases) e 127 V (entre fase e neutro). Para evitar redundância nas análises, são apresentadas tensões induzidas nos condutores 4 e 7 identificados na Figura 5.5(c). Além disso, diferentemente dos casos considerados na seção anterior, as cargas resistivas conectadas nas extremidades de cada condutor, descritas na Tabela 5.2, foram definidas de forma a avaliar o desempenho dos modelos na condição crítica de ocorrência de

reflexões sucessivas nas extremidades da linha. Por fim, o conjunto de equações utilizadas para calcular o campo elétrico horizontal inclui a equação (2.5), escrita diretamente no domínio do tempo, e suas componentes dadas por (2.3), (2.4) e (2.6). A transformada inversa de Laplace de (2.6) utilizada é a proposta em (RACHIDI et al., 1996). O modelo de corrente de retorno considerado é o MTLE (NUCCI et al., 1988), com $v_f = 150$ m/ μ s e $\lambda = 2$ km. A corrente injetada na base do canal, uma vez mais, é descrita pela soma de duas funções de Heidler [vide equação (5.1)] cujos parâmetros, descritos na Tabela 5.3, correspondem a uma corrente subsequente típica medida na estação do morro do Cachimbo, Brasil (DE CONTI et al., 2007; VISACRO et al. 2004).

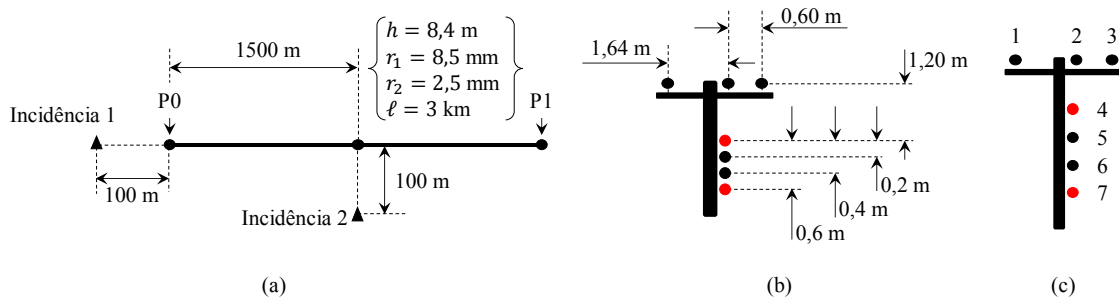


Figura 5.5 – Configuração da linha de distribuição de média e baixa tensão, sendo: (a) orientação do ponto de incidência de descarga em relação aos condutores da linha (vista superior); (b) configuração dos condutores da linha de distribuição e (c) identificação dos condutores.

Tabela 5.2 – Cargas conectadas nas extremidades de cada condutor da linha.

Ponto	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇
P0	100 Ω	300 Ω	400 Ω	∞	250 Ω	400 Ω	550 Ω
P1	300 Ω	400 Ω	100 Ω	550 Ω	400 Ω	250 Ω	∞

Tabela 5.3 – Parâmetros da corrente na base do canal (DE CONTI et al., 2007).

Parâmetro	$k = 1$	$k = 2$
i_k (kA)	15,4	7,2
$\tau_{k,1}$ (μ s)	0,6	4,0
$\tau_{k,2}$ (μ s)	4,0	120
n_k	3,4	2

Em termos dos ajustes realizados, considerou-se para o modelo FDTD dez polos para a síntese da impedância transitória $\zeta(t)$. O número de polos utilizados para a síntese da impedância característica e da função de propagação para os modelos EPD e EMD é apresentado na Tabela 5.4. A linha foi dividida em 1000 segmentos para todos os modelos, valor obtido considerando a condição de Courant, $N_s = \ell/(c\Delta t)$ (PAUL, 2007). O passo de tempo considerado, $\Delta t = 1$ ns, corresponde ao passo de tempo mágico. Em todos os casos é considerada uma condutância por unidade de comprimento de 18,641 pS/m, valor padrão adotado no ATP e que corresponde a 3 mi/km. Além disso, é

considerada uma resistividade do solo de 1000 Ωm e permissividade relativa $\epsilon_r = 10$. Vale notar que o valor de permissividade foi considerado somente para o cálculo dos campos incidentes, tendo em vista que os modelos de linha implementados no ATP fazem uso da equação de Carson, que supõe implicitamente $\epsilon_r = 1$.

	Número de polos				$f_0(\text{kHz})$	N_M
	$a_\ell(t)$	$a_{\Delta x}(t)$	$y_c(t)$	$z_c(t)$		
EPD	10	10	8	-	-	2
EMD	6	8	8	6	63	7

Na Figura 5.6 são mostradas as tensões calculadas nas extremidades dos condutores 4 e 7 para ponto de incidência 1 [Figura 5.6(a) e (b)] e para ponto de incidência 2 [Figura 5.6(c) e (d)]. Observa-se que os resultados obtidos com os modelos EPD e EMD reproduzem as formas de onda calculadas com o método FDTD em todas as situações.

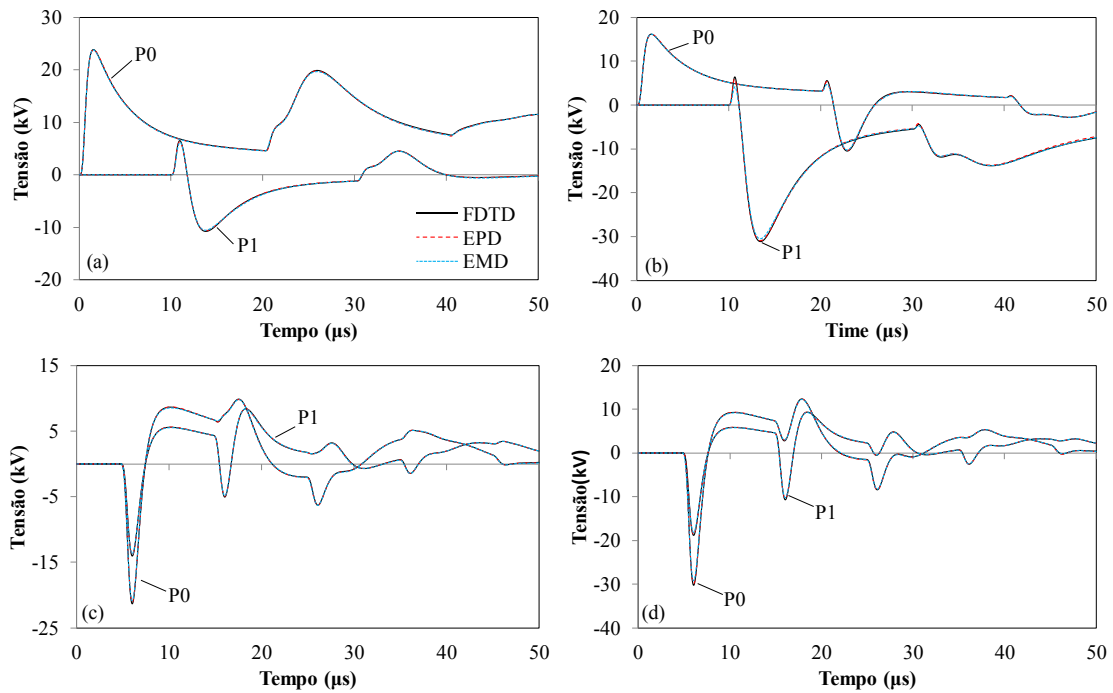


Figura 5.6 – Tensão induzida nos condutores (a) 4 e (b) 7 para o ponto de incidência 1 e nos condutores (c) 4 e (d) 7 para o ponto de incidência 2 da linha apresentada na Figura 5.5.

É interessante notar, nos resultados apresentados na Figura 5.6, que o desempenho do modelo EMD é equivalente ao do modelo EPD mesmo no caso de uma linha com configuração assimétrica. Esse resultado é interessante porque é sabido que a consideração de uma matriz de transformação real e invariável na frequência no modelo EMD reduz sua exatidão na simulação de linhas fortemente assimétricas, o que, no

entanto, não teve implicações no caso testado. Em geral, em simulações em que o modelo EMD conduz a resultados satisfatórios seu uso é preferível porque o modelo EPD realiza convoluções com função de propagação e admitância característica descritas por matrizes cheias, ao passo que o EMD realiza tais convoluções usando função de propagação e impedância característica descritas por matrizes diagonais. Com isso, o número de convoluções a serem realizadas utilizando o modelo EMD é inferior ao número de convoluções realizadas utilizando o modelo EPD. Assim, é possível afirmar que o modelo EMD requer menor esforço computacional quando comparado ao modelo EPD, podendo levar a resultados igualmente satisfatórios no caso de linhas de distribuição aéreas com configurações típicas.

Um ponto importante a ser observado é a seleção da frequência (f_0) utilizada para calcular a matriz de transformação no modelo EMD. A definição do valor de f_0 pode ser realizada com base na faixa de frequências representativas do fenômeno em análise. A análise da resposta do modelo frente a três ou mais diferentes valores para f_0 pode indicar qual o comportamento dos autovetores da matriz de transformação. Geralmente, autovetores com pouca variação na frequência, característica observada em linhas com distribuição geométrica de condutores sem assimetria acentuada, torna a resposta do modelo menos susceptível ao valor de frequência adotado para f_0 . No caso discutido nesta seção, o valor de 63 kHz escolhido para o cálculo da matriz de transformação teve como base o melhor desempenho observado dentre inúmeros testes realizados considerando frequências na faixa de algumas dezenas de kHz a alguns MHz.

5.3 Comparação com Resultados Experimentais

5.3.1 Linha de Transmissão a Dois Fios

Além das comparações com modelos consagrados realizadas na seção 5.2 para validar as metodologias propostas, realiza-se nesta seção uma comparação com resultados experimentais de tensões induzidas medidas por Barker et al. (1996). Em seus experimentos, Barker induziu a ocorrência de descargas atmosféricas nuvem-solo com o lançamento de foguetes em direção a nuvens de tempestade. O experimento consistiu em medir as tensões nas extremidades de uma linha de 682 m de comprimento, ilustrada na Figura 5.7(a), formada por dois condutores alinhados verticalmente e distantes entre si de 1,82 m, cujo condutor mais elevado está localizado a uma altura de 7,5 m. O condutor

inferior foi aterrado em suas extremidades (poste P1 e P15) e no poste P9, este último localizado próximo do centro da linha. O condutor superior corresponde ao condutor fase da linha, enquanto o condutor inferior corresponde ao condutor neutro. Ambos os condutores foram interconectados por uma resistência de $455\ \Omega$ em suas extremidades. A estação de lançamento de foguetes encontrava-se a 145 m de distância da linha e a 400 m de P1. As tensões induzidas nos postes P1 e P9 foram medidas simultaneamente às correntes na base do lançador de foguetes. Para os eventos considerados nesta seção, de números 93-35 e 93-39, a corrente medida apresentou valores de pico de 44,5 e 21,0 kA, respectivamente. As respectivas formas de onda de corrente estão ilustradas nas Figuras 5.7 (b) e (c). Ambas as correntes possuem pequeno tempo de frente, característica comumente observada em descargas subsequentes, o que ocorre por estas serem provenientes de descargas iniciadas por foguetes (WANG et al., 2013).

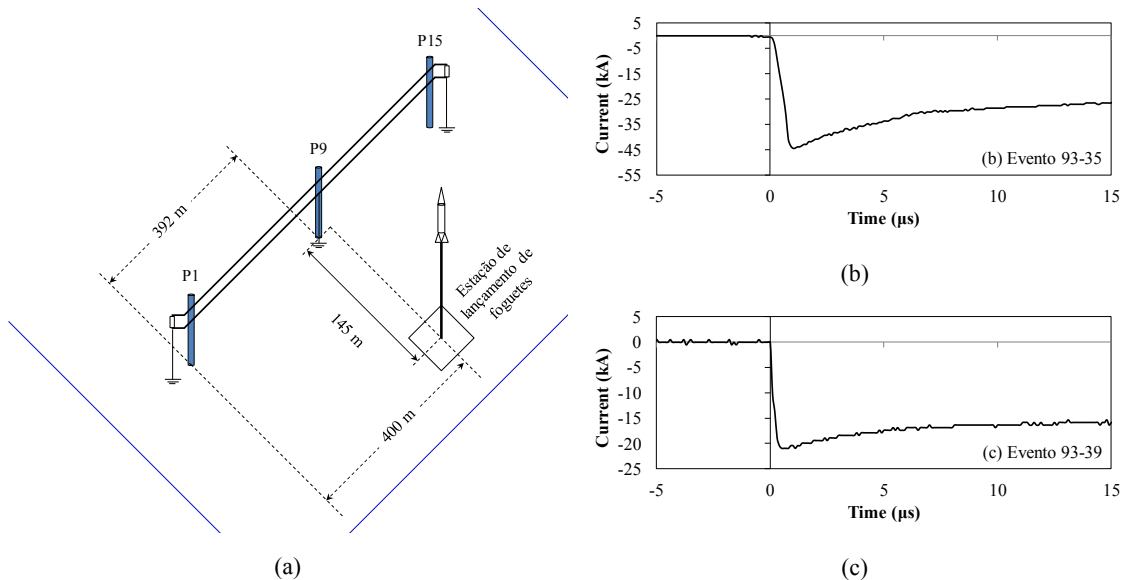


Figura 5.7 – Experimentos de número 93-35 e 93-39 realizados por Barker e colaboradores (1996): (a) distribuição espacial da linha e da estação de lançamento de foguetes; corrente medida na base da estação de lançamento de foguetes (b) evento 93-35; (c) evento 93-39.

Os resultados obtidos com os modelos EPD e EMD propostos nesta tese, apresentados na Figura 5.8, são comparados com as tensões medidas por Barker e colaboradores (1996). Para reproduzir as formas de onda ilustradas na Figura 5.8, foram consideradas resistências de aterramentos de $50\ \Omega$, $30\ \Omega$ e $50\ \Omega$ nos postes P1, P9 e P15, respectivamente, e um solo com resistividade de $200\ \Omega\text{m}$. Os valores de resistência de aterramento estão em consonância com os valores medidos por Barker durante a realização dos eventos. Já o de resistividade do solo está em consonância com valores estimados por (REN et al., 2008) via simulação computacional do evento 93-35 com técnicas 2D e 3D do método FDTD (SUMITANI et al., 2012) testando diferentes

condições de resistividade. Para o cálculo da distribuição espacial e temporal da corrente de retorno, adotou-se o modelo MTLE com velocidade de propagação de 150 m/ μ s e constante de decaimento de 2 km. Os campos eletromagnéticos foram calculados utilizando a formulação de Uman e Master (1984) e Cooray-Rubinstein (COORAY, 1992; RUBINSTEIN, 1996). Além disso, foram considerados $\Delta t = 10$ ns e $\Delta x = 3,41$ m. No modelo EPD, para ajuste de $\mathbf{y}_c(t)$, $\mathbf{a}_\ell(t)$ e $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$ foram utilizados 16, 6, e 4 polos, respectivamente, sendo $N_M = 1$ para ambas as funções de propagação. No modelo EMD, para o ajuste dos modos aéreo e terrestre associados a $\mathbf{y}_c(t)$, $\mathbf{a}_\ell(t)$ e $\mathbf{a}_{\Delta x}(t)$ foram utilizados 14/21, 6/7, e 4/4 polos, respectivamente.

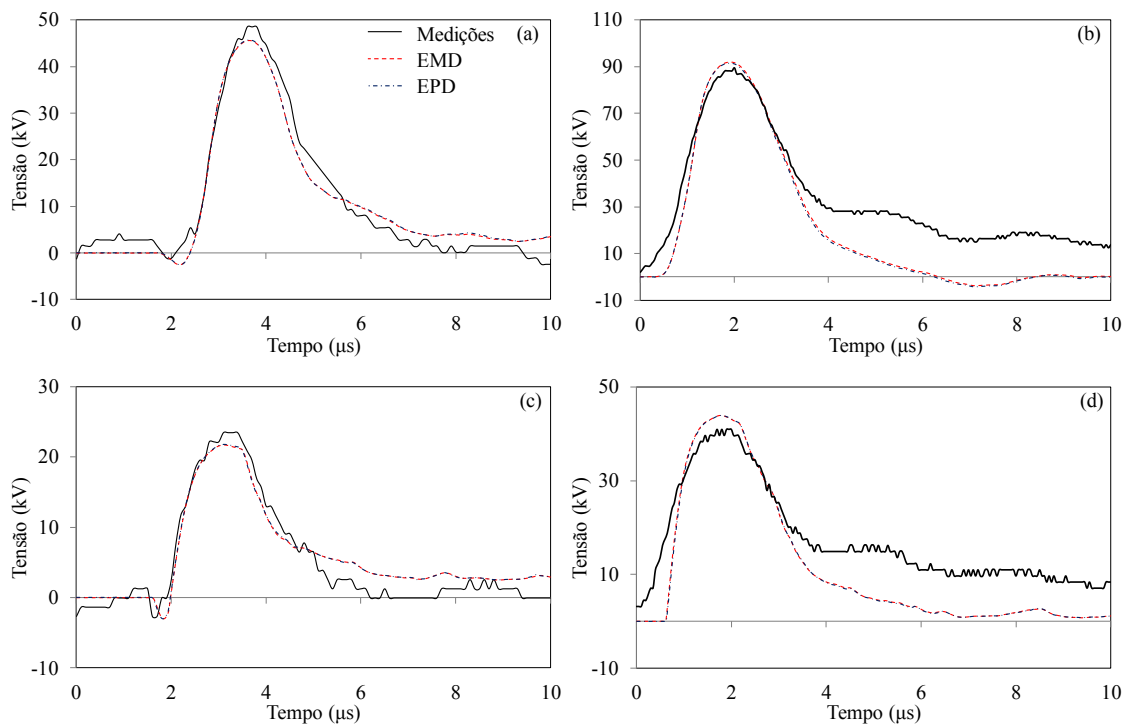


Figura 5.8 – Sobretensões observadas e calculadas para o evento 93-35: (a) poste P1; (b) poste P9. Evento 93-39: (c) poste P1; (d) poste P9.

Os resultados apresentados na Figura 5.8 demonstram que todos os modelos produzem resultados equivalentes, além de reproduzirem satisfatoriamente as formas de onda medidas. Também é possível mostrar que os resultados obtidos são equivalentes àqueles que seriam obtidos com o emprego do modelo FDTD usado como referência nas avaliações apresentadas na seção 5.2.2.

5.3.2 Rede de Distribuição com Topologia Complexa

Nesta seção, os modelos propostos nesta tese são aplicados visando reproduzir o conjunto de resultados experimentais apresentados por Piantini (1997), Nucci et al.

(1998), Piantini et al. (2007) e Paolone (2001) utilizando um modelo em escala reduzida de uma rede de distribuição com topologia complexa. Nos experimentos, a rede foi composta por circuitos equivalentes que emulam o comportamento de transformadores, aterramentos e para-raios. Foram consideradas as configurações de linha ilustradas na Figura 5.9, cujas dimensões, assim como todas as demais grandezas apresentadas neste capítulo, encontram-se indicadas em escala real. A configuração da Figura 5.9(a) é composta por três condutores fase alinhados horizontalmente a uma altura de 10 m em relação à superfície do solo e por um condutor neutro localizado a 8 m do solo. A configuração ilustrada na Figura 5.9(b) é composta por um condutor fase a 10 m de altura e um condutor neutro localizado a 8 m de altura. Todos os condutores utilizados possuem diâmetro de 20 mm.

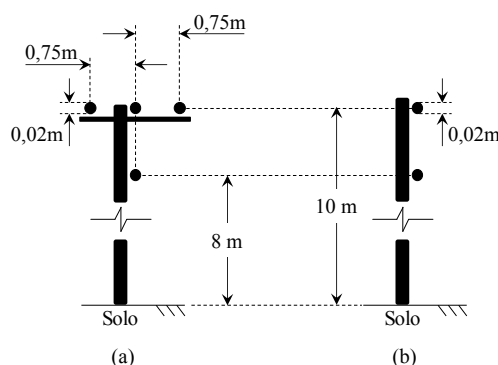


Figura 5.9 – Equivalente em escala real das configurações de rede de distribuição utilizadas nos experimentos de Piantini (2007). (a) Linha de distribuição trifásica a quatro fios e (b) linha de distribuição monofásica a dois fios.

As topologias de rede avaliadas por Piantini (1997) estão ilustradas nas Figuras 5.10 e 5.11. Na Figura 5.10, a rede é composta por um alimentador central de 1422 m e cinco pontos de derivação onde são conectados dez ramais de 150 m cada. Na Figura 5.11, a rede da Figura 5.10 é modificada, passando a contar com seis pontos de derivação onde são conectados doze ramais de 150 m cada. Em ambos os casos, a incidência da descarga ocorre no ponto P_0 e as tensões foram medidas em M1 ou em M2, estando este último presente somente na rede da Figura 5.11 (PIANTINI, 1997).

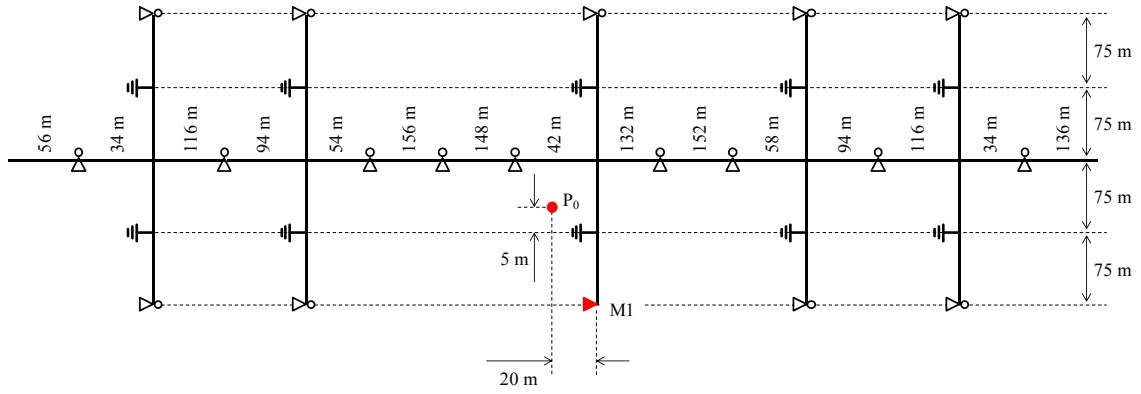


Figura 5.10 – Rede complexa composta por um alimentador central e dez ramais em derivação.

Nos experimentos, o canal de descarga foi representado por um condutor de cobre enrolado em uma haste isolante de tal forma que a velocidade de propagação fosse reduzida para aproximadamente 11% da velocidade da luz. Foram realizados estudos considerando para a corrente de retorno ondas aproximadamente triangulares com tempo de frente de 2 μ s e tempo de meia onda de 85 μ s, com diferentes valores de pico. Por fim, os circuitos equivalentes dos aterramentos, transformadores e para-raios utilizadas nos experimentos são apresentados nas Figuras 5.12, 5.13 e 5.14.

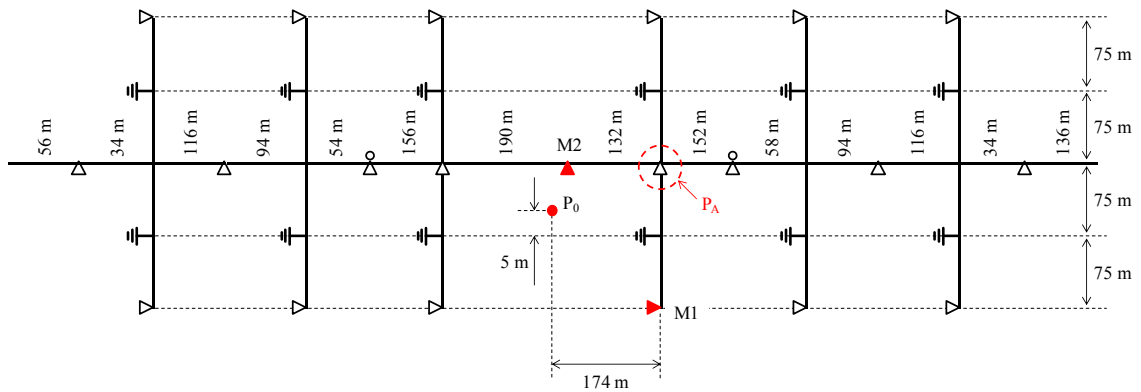


Figura 5.11 – Rede complexa composta por um alimentador central e doze ramais em derivação.

No modelo em escala reduzida, o para-raios é representado por uma combinação de diodos e resistores cujo comportamento se assemelha ao de para-raios comumente utilizados em redes de distribuição. O circuito equivalente em escala real é composto pela associação de resistor não linear (R_{pr}), capacitância (C_{pr}) e indutância (L_{pr}) conforme apresentado na Figura 5.12(a). Os parâmetros da curva $V \times I$ que representa o resistor não linear R_{pr} são dados na Figura 5.12(b). Os valores de C_{pr} e L_{pr} adotados são de 13,5 nF e 1,0 μ H, respectivamente (PIANTINI et al., 2007). Para representar os transformadores de média tensão, foi conectado um capacitor $C_t = 0,5$ nF da fase para o neutro. Além

disso, o circuito que representa os pontos de conexão do neutro com o plano de terra é dado pela associação em série da resistência R_g com a indutância L_g , cujos valores são $50 \, \Omega$ e $10 \, \mu\text{H}$, respectivamente (PIANTINI et al., 2007; PAOLONE, 2001). Por fim, as medições foram realizadas no condutor A dos circuitos apresentados na Figura 5.13(d), na Figura 5.13(e), na Figura 5.14(d) e na Figura 5.14(e). Nos pontos de medição, uma capacitância C_p de $0,65 \, \text{nF}$ foi conectada do condutor ao neutro para representar a capacitância em escala real do sistema de medição (PIANTINI et al., 2007) e a resistência de aterramento foi desconsiderada, como indicado nas Figura 5.13(d) e Figura 5.13(e). A Figura 5.13 ilustra os circuitos conectados nas terminações da rede trifásica a quatro fios para representar o sistema de aterramento [Figura 5.13(a)], o transformador com para-raios [Figura 5.13(b)] e o transformador [Figura 5.13(c)]. Além destes circuitos, ilustram-se dois possíveis circuitos a serem conectados no ponto de medição, sendo um primeiro circuito com para-raios [Figura 5.13(d)] e um segundo sem para-raios [Figura 5.13(e)]. Os respectivos circuitos para a rede monofásica a dois fios são descritos na Figura 5.14.

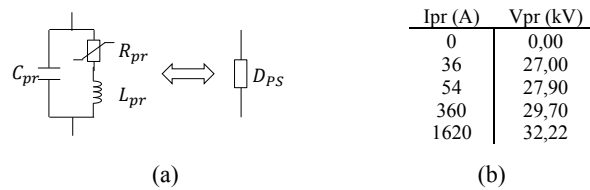


Figura 5.12 – (a) Circuito equivalente para o para-raios em escala real e (b) parâmetros de sua curva $V \times I$ (PAOLONE, 2001).

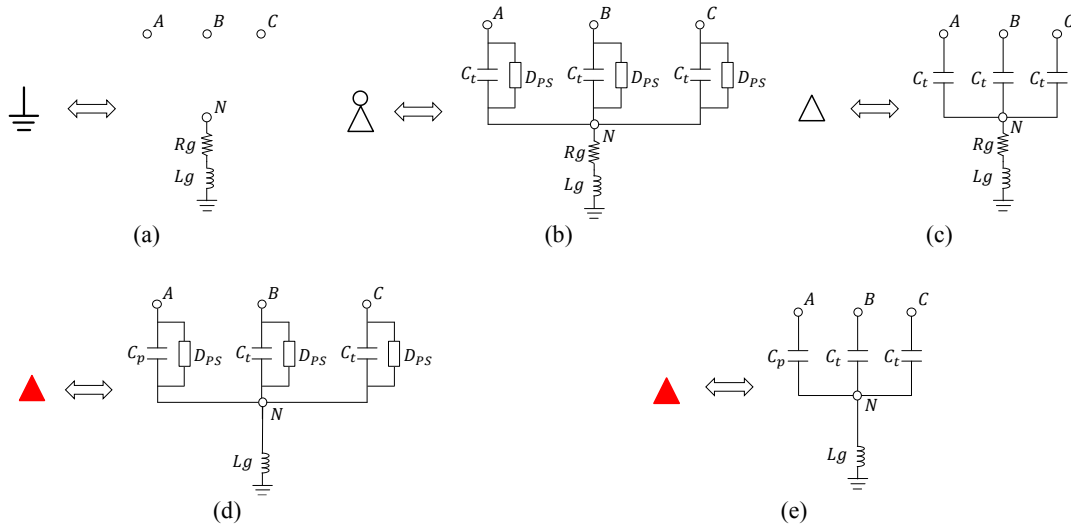


Figura 5.13 – Tipos de terminações conectadas nos circuitos das Figuras 5.10 e 5.11 para rede trifásica a quatro fios [Figura 5.22(a)]. (a) Circuito de aterramento do neutro, (b) transformador com para-raios de proteção, (c) transformador sem proteção, (d) transformador com ponto de medição com para-raios de proteção, e (e) transformador com ponto de medição sem proteção.

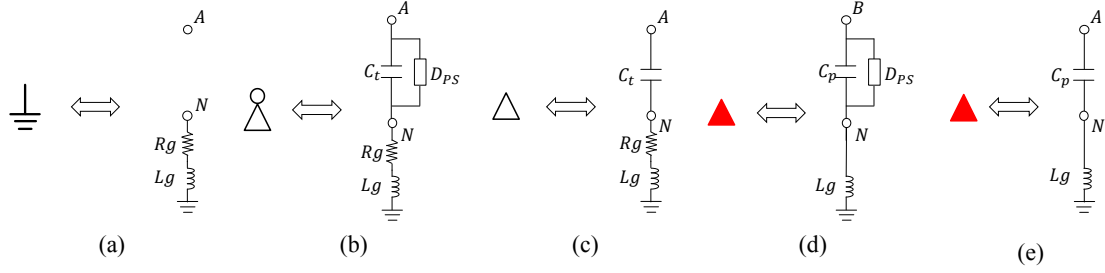


Figura 5.14 – Tipos de terminações conectadas nos circuitos das Figuras 5.10 e 5.11 para rede monofásica a dois fios [Figura 5.22(b)]. (a) Circuito de aterramento do neutro, (b) transformador com para-raios de proteção, (c) transformador sem proteção, (d) ponto de medição com para-raios de proteção, e (e) ponto de medição sem proteção.

Para simular os experimentos cujos resultados são apresentados em (PIANTINI, 1997; NUCCI et al., 1998; PAOLONE, 2001), as redes de distribuição das Figuras 5.10 e 5.11 foram implementadas no ATP. Para isso, as linhas de transmissão foram modeladas utilizando o modelo EMD desprezando as perdas no solo e nos condutores. Para isso, considerou para a resistividade do solo um valor desprezível de $1 \mu\Omega\text{m}$ e, para a resistência DC dos condutores, um valor de $1 \mu\Omega/\text{km}$. Como os resultados obtidos com o modelo EMD são equivalentes àqueles produzidos pelo modelo EPD para configurações de linha similares àquelas adotadas nos experimentos realizados por Piantini et al. (2007) (casos discutidos na seção 5.2), os resultados obtidos com o modelo EPD não são apresentados. O cálculo do campo elétrico vertical foi realizado utilizando a equação (2.2) e o cálculo do campo elétrico horizontal foi realizado utilizando a equação (2.7) com suas componentes dadas por (2.3), (2.4) e (2.12). Embora o canal de descarga, para o experimento realizado por Piantini et al. (2007), seja mais bem descrito por uma antena helicoidal como mostrado em Brignone et al. (2019b), para gerar os resultados obtidos nesta tese o canal de descarga atmosférica foi modelado considerando canal retilíneo representado pelo modelo TL com velocidade de propagação constante de $33 \text{ m}/\mu\text{s}$, como realizado por Piantini et al. (2007) e Paolone (2001).

Na Figura 5.15 são comparadas as tensões medidas e calculadas para a rede da Figura 5.10 considerando sua representação com linhas de transmissão trifásicas a quatro fios [Figura 5.9(a)]. A corrente injetada na base do canal possui valor de pico de 34 kA para a Figura 5.15(a) e de 70 kA para a Figura 5.15(b). No ponto de observação M1 é conectado o circuito de medição descrito na Figura 5.13(e), ou seja, o sistema de medição sem para-raios.

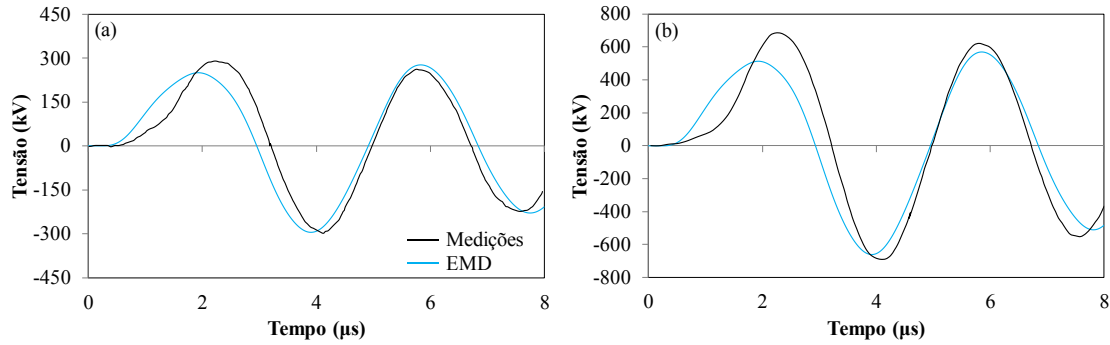


Figura 5.15 – Comparações entre as tensões medidas e calculadas na fase A da rede da Figura 5.10 considerando linha trifásica a quatro fios descrita na Figura 5.9(a). Tensões calculadas e medidas no ponto M1 utilizando o circuito de medição descrito na Figura 5.13(e): (a) pico de corrente de retorno igual a 34 kA; (b) pico de corrente de retorno igual a 70 kA.

Para a rede da Figura 5.11 são utilizadas as duas configurações de linha de transmissão ilustradas na Figura 5.9 com três diferentes configurações de equipamentos, totalizando seis estudos de caso. Na Figura 5.16 são comparadas as tensões obtidas no ponto M2 para uma corrente de retorno cujo valor de pico é de 70 kA. Na Figura 5.16(a), o circuito de medição é dado na Figura 5.14(e). As linhas de transmissão seguem a configuração descrita na Figura 5.9(b) (linha monofásica a dois fios). Por outro lado, na Figura 5.16(b) o circuito de medição é dado na Figura 5.13(e). As linhas de transmissão, por sua vez, correspondem à configuração ilustrada na Figura 5.9(a) (linha trifásica a quatro fios).

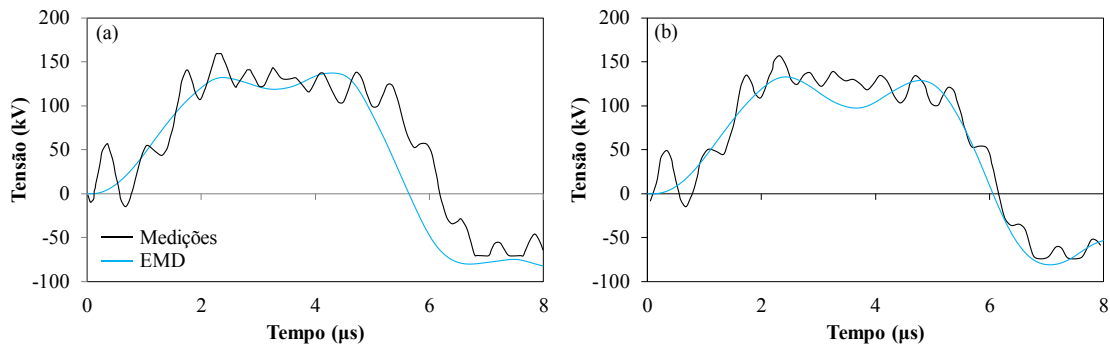


Figura 5.16 – Comparações entre as tensões medidas e calculadas na fase A da rede complexa da Figura 5.11 para o ponto de observação M2, com pico de corrente de retorno igual a 70 kA: (a) circuito composto por linhas de transmissão a dois fios [vide Figura 5.9(b)] e; (b) circuito composto por linhas de transmissão a quatro fios [vide Figura 5.9(a)].

Os resultados ilustrados na Figura 5.17 foram obtidos repetindo as configurações utilizadas para a Figura 5.16, porém todos os para-raios foram removidos e os circuitos de medição passaram a ser descritos por aqueles apresentados nas Figuras 5.13(d) e 5.14(d), respectivamente, para as Figuras 5.17(a) e 5.17(b). Em ambos os casos, o ponto de observação é o M1 e a corrente de retorno possui valor de pico de 34 kA. Por fim, a Figura 5.18 foi obtida utilizando, uma vez mais, a rede descrita na Figura 5.11 retirando

todos os para-raios e incluindo no ponto P_A um transformador protegido conforme Figura 5.14(d) e Figura 5.13(d).

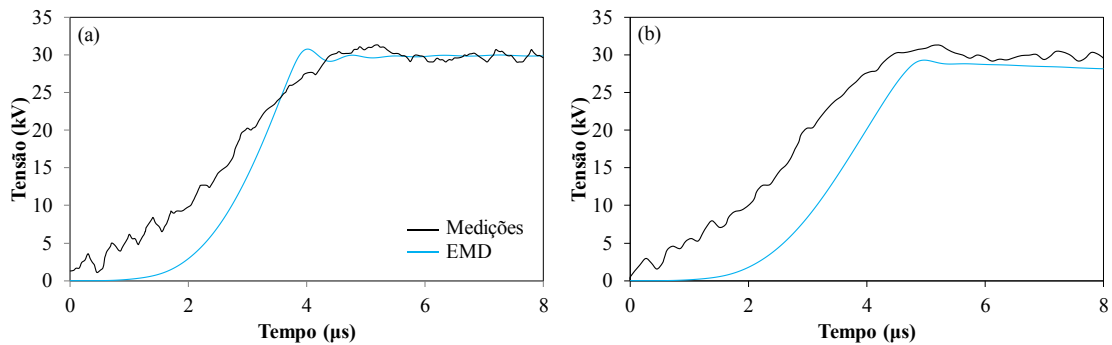


Figura 5.17 – Comparações entre as tensões medidas e calculadas na fase A da rede complexa da Figura 5.11, com pico de corrente de retorno igual a 34 kA e ponto de medição M1: (a) circuito composto por linhas de transmissão a dois fios [vide Figura 5.9(b)]; (b) circuito composto por linhas de transmissão a quatro fios [vide Figura 5.9(a)].

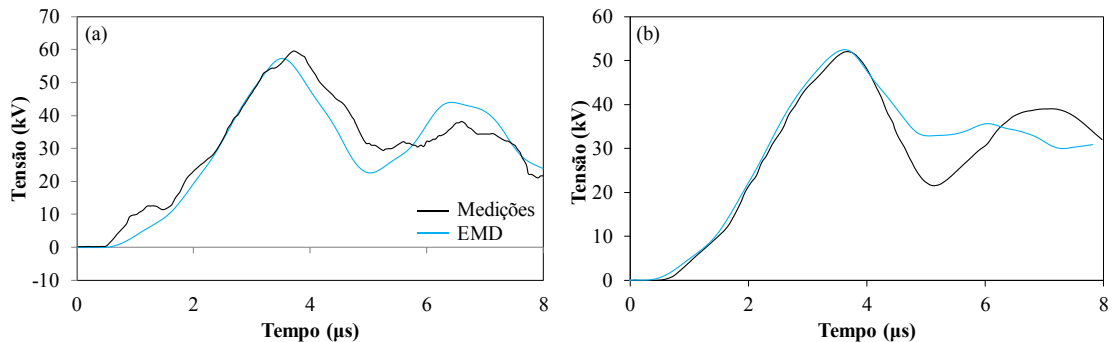


Figura 5.18 – Comparações entre as tensões medidas e calculadas na fase A da rede complexa da Figura 5.11, com pico de corrente de retorno igual a 50 kA e ponto de medição M1: (a) circuito composto por linhas de transmissão a dois fios [vide Figura 5.9(b)]; (b) circuito composto por linhas de transmissão a quatro fios [vide Figura 5.9(a)].

Em todos os casos ilustrados observa-se boa concordância entre as medições e os resultados obtidos com o modelo EMD. Embora não ilustrado, as formas de onda obtidas são equivalentes àquelas obtidas por Paolone (2001) e por Piantini et al. (2007). Como relatado em (PIANTINI et al., 2007; PAOLONE, 2001) as diferenças observadas podem estar relacionadas a: i) erros no sistema de medição (a incerteza global do sistema de medição é inferior a 5%); ii) pequenas diferenças entre a forma de onda triangular considerada nas simulações e a corrente introduzida pelo gerador de corrente utilizado; iii) pequenas diferenças entre a resposta do circuito equivalente do para-raios e do circuito utilizado para representá-lo na rede em escala reduzida; iv) oscilações de alta frequência associadas a ruídos ou comutação proveniente do gerador de corrente e circuito equivalente do para-raios e; v) diferenças nas características do canal de descargas, como variações da velocidade de propagação, atenuações e distorções desconsideradas nas simulações e consideração de canal retilíneo ao utilizar o modelo TL. Como as oscilações discutidas não são provenientes de reflexões nos pontos de conexão entre os diferentes

segmentos de linha, os resultados obtidos com as simulações não são capazes de reproduzi-las (PAOLONE, 2001).

5.4 Análises de Sensibilidade

5.4.1 Influência do Método de Integração

Nesta seção analisa-se a influência da técnica de integração adotada para o cálculo das fontes indutoras dos modelos EPD e EMD propostos nos Capítulos 3 e 4. Para tal, a configuração de linha descrita na Figura 5.19(a) é utilizada considerando os pontos de incidência A e B indicados na Figura 5.19(b). A linha é composta por três condutores alinhados horizontalmente, com comprimento de 3 km, raio de 8,5 mm e resistividade DC de $0,11872 \Omega/\text{km}$. As tensões induzidas são calculadas nos pontos P0 e P1. O campo elétrico vertical é obtido a partir de (2.2) e as equações (2.5) a (2.6) são utilizadas para calcular o campo elétrico horizontal. O modelo de canal de retorno é o MTLE com $v_f = 150 \text{ m}/\mu\text{s}$ e $\lambda = 2 \text{ km}$. Por fim, é considerado um solo com resistividade de $500 \Omega\text{m}$. Os parâmetros para a corrente injetada na base do canal são aqueles apresentados na seção 5.2.2.

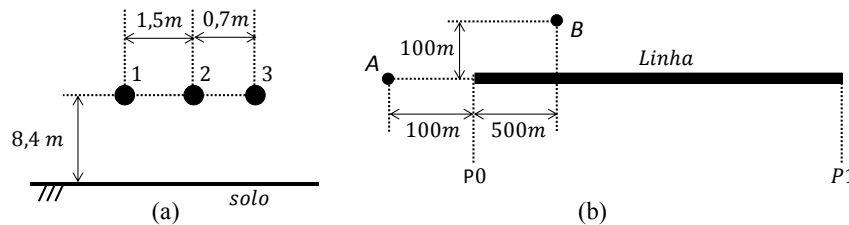


Figura 5.19 – (a) Configuração de linha com condutores com raio de 8,5 mm e resistividade DC de $0,11872 \Omega/\text{km}$; (b) vista superior da linha, cujo comprimento é de 3 km.

Na Figura 5.20 são mostradas as tensões calculadas no condutor 2 considerando a linha dividida em 60 segmentos e o método de integração de Simpson 1/3. Como mostrado mais adiante, na seção 5.4.2, este número de segmentos é suficiente para a convergência dos modelos quando o método de integração de Simpson 1/3 é utilizado. Como se vê, os modelos produzem resultados equivalentes tanto no ponto P0 quanto no ponto P1, para todos os pontos de incidência de descarga descritos na Figura 5.19(b). Em razão disso, as diferentes técnicas de integração apresentadas na Tabela 3.2 serão analisadas somente para o modelo EMD, uma vez que as análises realizadas para o EMD se estendem ao modelo EPD. As cargas conectadas nas extremidades de cada condutor são apresentadas na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Cargas conectadas nas extremidades de cada condutor da linha da Figura 5.19.

Condutor	1	2	3
P0	100 Ω	300 Ω	1 Ω
P1	500 Ω	400 Ω	1 Ω

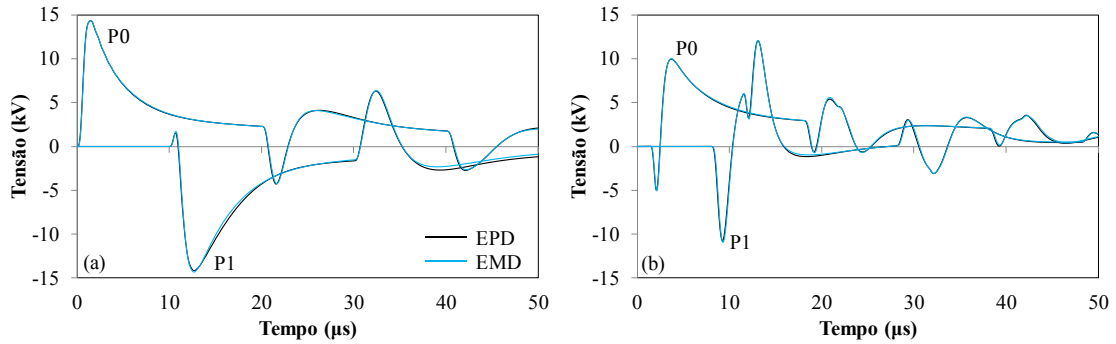


Figura 5.20 – Tensões induzidas no condutor 2 para os pontos de incidência de descarga (a) A e (b) B.

As tensões calculadas para as diferentes técnicas de integração são mostradas na Figura 5.21. Para o ponto de incidência B, os desvios entre os resultados obtidos com as técnicas de integração Simpson 1/3, Trapezoidal e Euler são desprezíveis, principalmente na representação do primeiro pico de tensão. Entretanto, no ponto A são notados grandes desvios em relação à curva de referência, dada pelo método de Simpson, especialmente para o método de integração de Euler. Isto não significa que os métodos propostos são dependentes das técnicas de integração. Todavia, há uma interdependência entre a técnica de integração utilizada e o número de segmentos necessários para convergência dos métodos propostos. Portanto, optar por utilizar a técnica de integração trapezoidal ou de Euler traz como consequência a necessidade de se empregar um número maior de segmentos para a convergência do método tendo como referência a técnica de integração de Simpson 1/3. Assim, com base nos resultados apresentados nesta seção, sugere-se o emprego da técnica de integração de Simpson 1/3 nas implementações dos modelos EPD e EMD.

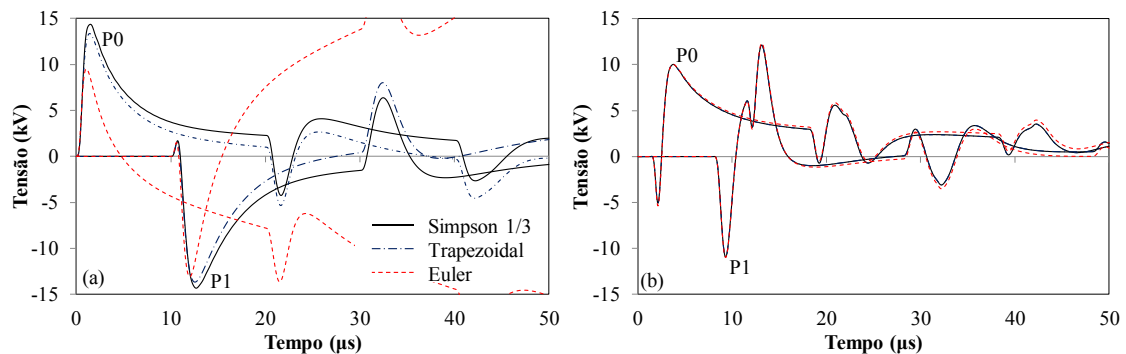


Figura 5.21 – Sobreensões induzidas no condutor 2 para os pontos de incidência de descarga (a) A e (b) B em função das técnicas de integração.

5.4.2 Influência do Número de Segmentos

É importante analisar a sensibilidade dos modelos propostos quanto ao número de segmentos necessários para representar a influência dos campos elétricos horizontais incidentes. O estudo consiste em encontrar o menor valor de N_s que não compromete a acurácia dos resultados obtidos com os modelos propostos, tendo como referência a forma de onda de tensão calculada com $N_s = 1000$ para a linha ilustrada na Figura 5.5. Cabe lembrar que $N_s = 1000$ é obtido considerando que o passo de tempo adotado seja igual ao tempo mágico na regra de Courant. Para isso, o erro médio quadrático normalizado (E_{RMS}), do inglês *normalized root-mean-square (rms)*, dado por (5.4), é utilizado como referência. Nesta expressão, N_t denota o número total de passos de tempo, $u_{k,0}^i = v_0^i(k\Delta t)$ e $u_{k,\ell}^i = v_\ell^i(k\Delta t)$, cujos termos v_0^i e v_ℓ^i são as tensões na i -ésima terminação para P_0 e P_1 , respectivamente. A primeira variável (u) em (5.4) é obtida para $N_s = 1000$, enquanto a segunda variável (u') é calculada considerando N_s variando de 30 a 100. Por fim, como sugerido na seção 5.4.1, a técnica de integração Simpson 1/3 é empregada.

$$E_{RMS} = \sum_{i=1}^{N_f} \left(\frac{\sum_{k=0}^{N_t-1} \sqrt{|u_{k,0}^i - u'_{k,0}{}^i|^2 / N_t}}{|\max(u_{k,0}^i) - \min(u_{k,0}^i)|} + \frac{\sum_{k=0}^{N_t-1} \sqrt{|u_{k,\ell}^i - u'_{k,\ell}{}^i|^2 / N_t}}{|\max(u_{k,\ell}^i) - \min(u_{k,\ell}^i)|} \right). \quad (5.4)$$

A Figura 5.22 descreve o erro E_{RMS} para os pontos de incidência 1 e 2 apresentados na Figura 5.5, considerando os modelos EPD, EMD e FDTD. Percebe-se que os modelos propostos são menos sensíveis que o modelo FDTD de 1ª ordem quanto à segmentação da linha. Isto significa que os modelos propostos exigirão o cálculo do campo horizontal em menos pontos, diminuindo o esforço computacional e consequentemente o tempo de processamento. Por exemplo, o erro normalizado obtido considerando 60 segmentos para os modelos EPD e EMD é de 0,19 e $6,5 \times 10^{-3}$, respectivamente, para os pontos de incidência 1 e 2. Utilizando o FDTD, o erro para 100 segmentos é de 0,28 e 40×10^{-3} . Isso significa que será necessária uma segmentação superior a 100 segmentos para se obter a mesma acurácia com FDTD em ambos os casos.

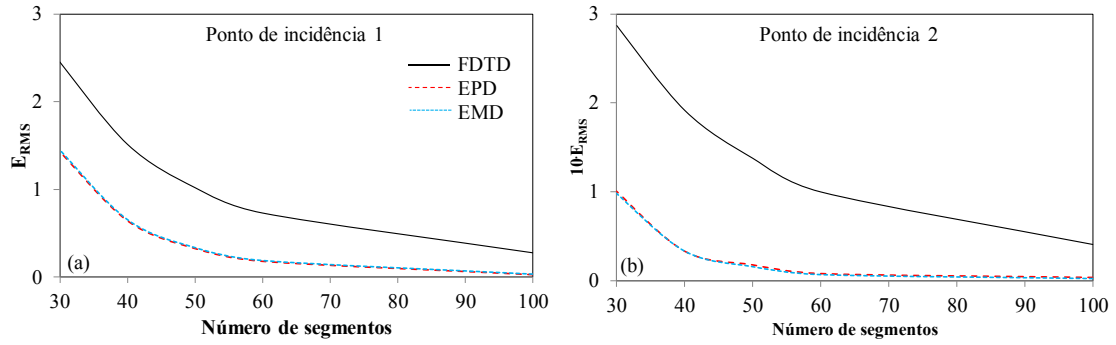


Figura 5.22 – Erro normalizado dado por (5.4) para os pontos de incidência (a) 1 e (b) 2 descrito na Figura 5.5.

Na Figura 5.23 é mostrada a forma de onda da tensão induzida nas extremidades do condutor 7 considerando 60 (ponto de incidência 1) ou 40 (ponto de incidência 2) segmentos. As formas de onda obtidas com os modelos propostos reproduzem aquelas obtidas considerando $N_s = 1000$ com acurácia superior ao FDTD, principalmente para o ponto 2.

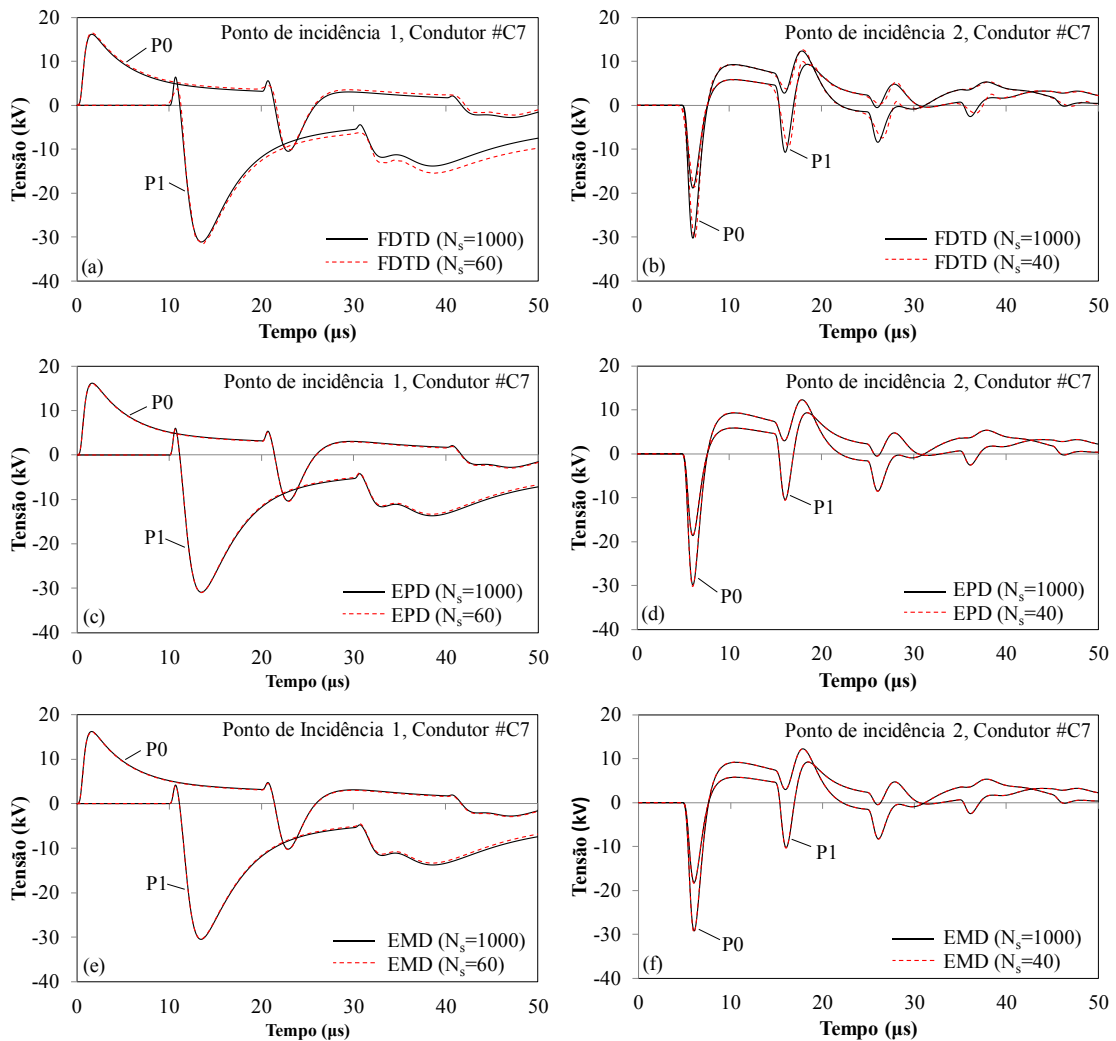


Figura 5.23 – Tensão induzida nas extremidades do condutor 7 para os pontos de incidência 1 e 2 em função de N_s .

Embora não mostrado, neste caso em específico seria necessário um mínimo de 100 segmentos no método FDTD para reproduzir com a mesma acurácia as formas de onda obtidas considerando 1000 segmentos. Isso confirma os resultados indicados pelo erro normalizado apresentado na Figura 5.22. Os resultados apresentados nas Figuras 5.22 e 5.23 mostram, também, que o ponto de incidência 2 favorece a redução de segmentos em todos os modelos testados. Isto está associado ao fato de que este ponto de incidência traz como resultado campos horizontais simétricos em relação ao centro da linha.

5.4.3 Eficiência Computacional

Nesta seção compara-se o tempo médio requerido para cada modelo calcular as tensões induzidas por descargas atmosféricas tomando-se como referência os resultados apresentados nas seções 5.2.2 e 5.4.2 para o ponto de incidência 2. A simulação é dividida em quatro etapas, denominadas cálculo dos campos eletromagnéticos (etapa 1), cálculo e ajuste dos parâmetros (etapa 2), determinação das fontes de corrente $j_0(t)$ e $j_\ell(t)$ utilizando as formulações matriciais propostas no Capítulo 4, vide Figura 3.5, (etapa 3) e cálculo da tensão induzida (etapa 4). Como discutido na seção 5.4.2 para o ponto de incidência 2, são requeridos 40 segmentos para uma boa acurácia dos modelos propostos. Por outro lado, para o FDTD são necessários 100 segmentos. Por esta razão, o tempo médio requerido para completar cada passo do cálculo das sobretensões apresentado na Tabela 5.6 foi computado considerando a linha subdividida em 40 e 100 segmentos. O tempo médio apresentado para a etapa 1 é referente ao cálculo dos campos eletromagnéticos em um único condutor. As simulações foram realizadas em um computador composto por uma CPU de 2,1 GHz e 6 GB de memória RAM de 1330 MHz, considerando passo de tempo de 10 ns e tempo total de 50 μ s.

Tabela 5.6 – Tempo médio de simulação.					
Modelo	N_s	Tempo (s)			
		Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 4
FDTD	40	16,86	12,51	-	0,59
	100	40,94			0,99
EPD	40	17,26	22,02	3,39	1,32
	100	41,34		4,61	
EMD	40	17,26	13,31	2,83	1,08
	100	41,34		3,10	

Como visto na Tabela 5.6, o modelo EMD é mais eficiente que o modelo EPD. Esse resultado já era esperado, porque na etapa 2 o modelo EPD requer o ajuste de três matrizes completas, enquanto no modelo EMD somente matrizes diagonais são ajustadas.

Além disso, o modelo EMD requer menos convoluções nas etapas 3 e 4 do que o modelo EPD.

A Tabela 5.6 também mostra que, para um determinado número de segmentos, o desempenho do modelo EMD é comparável ao do método FDTD. As diferenças são observadas principalmente na etapa 1, onde o método FDTD requer cálculos em N_s pontos (um no meio de cada segmento de linha (PAUL, 2007)) em vez de $N_s + 1$ pontos, e na etapa 3, que é imaterial para o FDTD. Ainda em relação à etapa 3, embora não mostrado, a utilização das formulações propostas no Capítulo 4 propicia reduções no tempo de processamento superiores a 60% para o modelo EPD e 90% para o modelo EMD. Na etapa 4, o tempo exigido pelos modelos propostos é insensível à segmentação de linha, enquanto para o método FDTD o custo computacional é proporcional ao número de segmentos. Isso pode ser visto como uma vantagem do método FDTD se for possível reduzir N_s sem perda de precisão. No entanto, se esse não for o caso, o método FDTD será menos eficiente. Por exemplo, para $N_s = 1000$, o tempo de simulação associado à etapa 4 para o método FDTD aumenta para 4,98 s, enquanto para os modelos propostos permanece o mesmo listado na Tabela 5.6. Contudo, os desvios observados na Figura 5.23(b) ao se considerar 40 segmentos não inviabilizariam o uso do método FDTD em algumas situações de interesse prático, como a determinação do primeiro pico de tensão induzida.

Deve-se notar que os modelos propostos requerem uma discretização espacial mais grosseira em comparação com o método FDTD na situação considerada. De fato, para o ponto de incidência 2 apenas 40 segmentos são necessários para obter resultados precisos com os métodos propostos, enquanto 100 segmentos são necessários no método FDTD para obter resultados comparáveis ao caso $N_s = 1000$. Isso significa que a etapa 1 pode ser executada com maior eficiência se forem considerados os modelos propostos. É possível que o tempo necessário na etapa 2 seja reduzido no método FDTD se uma expressão direta no domínio do tempo for usada para representar a impedância de retorno pelo solo (TOSSANI et al., 2018b). No entanto, o método aqui considerado para determinar $\zeta(t)$ tem a vantagem de ser geral e de poder ser usado mesmo nos casos em que uma expressão analítica não esteja disponível para representar essa variável diretamente no domínio do tempo. Esse método também tem a vantagem de incluir automaticamente a impedância dos condutores nos cálculos. Uma redução no tempo exigido pelo método FDTD na etapa 4 dependeria do número de termos exponenciais

necessários para ajustar $\zeta(t)$ no domínio do tempo (TOSSANI et al., 2018b). Se esse número for reduzido, uma simulação mais eficiente poderá ser realizada.

Se simulações sucessivas precisarem ser realizadas considerando diferentes pontos de incidência de descarga, por exemplo, em um estudo estatístico usando o método de Monte Carlo (NAPOLITANO et al., 2018), a etapa 2 é calculada apenas uma vez, enquanto as etapas 1, 3 e 4 devem ser repetidas para cada evento de raio. Como a etapa 1 corresponde à maior parte do tempo total da simulação, a segmentação mais grosseira exigida pelos métodos propostos pode ser vista como uma vantagem. Além disso, a etapa 3 corresponde a uma fração menor do tempo típico gasto na etapa 1. Consequentemente, é improvável que o cálculo $j_0(t)$ e $j_\ell(t)$ aumente significativamente o tempo total de simulação em comparação com uma solução tradicional de FDTD. Sendo necessárias simulações sucessivas para um ponto de incidências único, por exemplo, para testar a influência de para-raios e diferentes impedâncias de aterramento conectadas nas extremidades da linha nas tensões induzidas por descargas atmosféricas, as etapas 1 a 3 precisam ser calculadas uma única vez.

5.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados resultados obtidos com os métodos propostos para o cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas em programas de cálculo de transitórios eletromagnéticos. Os estudos de casos englobam linhas ideais sobre um plano condutor perfeito, linhas com perdas e solo com resistividade constante para diferentes resistividades, resultados experimentais em linhas reais e, por fim, resultados experimentais considerando modelos em escala reduzida de redes de distribuição com topologia complexa. Em todos os casos simulados, os desvios observados entre os modelos propostos e os modelos de referência (LIOV ou FDTD de 1ª ordem) podem ser considerados desprezíveis. Para os casos experimentais, principalmente para os resultados referentes à rede complexa, considera-se que os desvios observados entre os resultados calculados e medidos são pequenos, principalmente levando-se em conta a complexidade dos sistemas simulados e o número de equipamentos representados. Assim, os casos simulados demonstram com clareza a acurácia dos métodos propostos no cálculo de tensões induzidas em linhas aéreas. Por essa razão, todos os modelos são considerados válidos e podem ser utilizados para o cálculo de tensões induzidas por campos eletromagnéticos externos.

Além disso, foi demonstrado que o número de segmentos a ser utilizado está intimamente ligado ao método de integração selecionado e, conseqüentemente, pode influenciar na eficiência dos modelos. Foi demonstrado que os resultados obtidos com os modelos EPD e EMD para o cálculo de tensões induzidas reproduzem satisfatoriamente resultados obtidos com a técnica de FDTD, adotada como referência, sendo possível utilizar um número menor de segmentos na maior parte das situações de interesse, o que aumenta consideravelmente a eficiência computacional dos modelos. Além disso, como é possível usar os polos, resíduos e atrasos de tempo fornecidos pelos programas de cálculo de transitórios eletromagnéticos após ajustar a admitância característica e a função de propagação da linha, apenas a função de propagação de um único segmento precisa ser ajustada independentemente, o que simplifica a etapa 2.

Finalmente, a principal vantagem dos métodos de solução propostos é a possibilidade de acoplar automaticamente $\mathbf{j}_0(t)$ e $\mathbf{j}_\ell(t)$ aos modelos de linhas de transmissão já disponíveis em simuladores de transitórios eletromagnéticos. Em nenhum dos casos testados foram observadas instabilidades numéricas como as que podem aparecer ao se fazer a interface das equações do telegrafista solucionadas pelo método FDTD com simuladores de transitórios eletromagnéticos (BRIGNONE et al., 2018). Isso já era esperado porque as fontes $\mathbf{j}_0(t)$ e $\mathbf{j}_\ell(t)$ são calculadas de forma independente das condições terminais da linha e são representadas nos simuladores por pares de pontos tempo/corrente que não são, em absoluto, influenciados pela resposta dinâmica do sistema simulado em função da presença de cargas, sejam elas lineares ou não lineares.

6 Conclusões e Propostas de Continuidade

6.1 Conclusões

A motivação para o desenvolvimento desta tese de doutorado consiste na inexistência de modelos capazes de permitir a utilização dos modelos de linha de transmissão com perdas variáveis com a frequência disponíveis nas bibliotecas de programas de simulação de transitórios eletromagnéticos para o cálculo de tensões induzidas por descargas indiretas. Na revisão bibliográfica foram apresentados os modelos disponíveis na literatura para o cálculo de tensões induzidas para aplicação em plataformas computacionais para simulação de transitórios eletromagnéticos. Foi demonstrado que somente um dos modelos discutidos, denominado LIOV, está disponível neste tipo de plataforma. Contudo, a plataforma em questão é o EMTP-RV, que requer uma licença paga para sua utilização. Além disso, restrições são impostas ao usuário ao utilizar o código LIOV disponível na plataforma. Uma dessas restrições é a impossibilidade de se considerar as perdas na linha, o que pode impossibilitar a aplicação em linhas cujo comprimento seja superior a alguns quilômetros, linhas sobre solo de alta resistividade e em redes complexas.

Foi demonstrado que em todos os modelos de solução das equações do telegrafista baseados no método das características, com exceção dos modelos propostos em (LIU et al., 2018; XÉMARD et al., 2003; 1995), a propagação da tensão induzida é realizada supondo linha ideal e sem perdas, fato não observado na prática. Para atacar esse problema, propõem-se dois modelos inéditos que permitem a solução das equações do telegrafista no domínio do tempo considerando o efeito de campos eletromagnéticos incidentes gerados por descargas atmosféricas e as perdas no solo e condutores na propagação do efeito dos campos na linha. O efeito desses campos pode ser incorporado em plataformas de simulação do tipo ATP/EMTP por meio de fontes de corrente conectadas às terminações externas da linha iluminada. A determinação das fontes de

corrente indutoras é realizada a partir de duas soluções propostas, uma no domínio das fases, compatível com o modelo de linha de transmissão ULM e denominada modelo estendido no domínio das fases (EPD), e outra no domínio modal, compatível com o modelo de linha de transmissão Fd-Line e denominada modelo estendido no domínio modal (EMD).

Os resultados obtidos com os modelos propostos reproduzem satisfatoriamente resultados obtidos como a técnica de FDTD, adotada como referência, sendo possível utilizar um número menor de segmentos na maior parte das situações de interesse, o que aumenta consideravelmente a eficiência computacional dos métodos. O menor número de segmentos necessários para a convergência dos métodos propostos torna os seus algoritmos potencialmente mais eficientes do que aqueles baseados na técnica de FDTD, o que é relevante em análises de sensibilidade onde se pretende avaliar diferentes condições terminais de uma linha, ou até mesmo de uma rede, já que se necessita calcular as fontes de corrente indutoras uma única vez para um determinado ponto de incidência da descarga. Além disto, resultados de vários experimentos, incluindo rede complexa compostas por várias linhas, ramais de ligação, transformadores e elementos não lineares, foram satisfatoriamente reproduzidos com os modelos propostos. Assim, os casos simulados demonstram com clareza a acurácia dos métodos propostos no cálculo de tensões induzidas em linhas aéreas. Por essa razão, todos os modelos são considerados válidos e podem ser utilizados para o cálculo de tensões induzidas por campos eletromagnéticos externos.

Além disso, os modelos propostos podem ser facilmente utilizados em programas para estudos de transitórios eletromagnéticos, como é o caso do ATP, onde as fontes de corrente indutoras podem ser diretamente incorporadas aos modelos de linha residentes por meio de fontes externas controladas por Models.

Finalmente, pode-se avaliar a possibilidade de se utilizar as ferramentas de síntese disponíveis em simuladores de transitórios eletromagnéticos para a obtenção dos polos e resíduos das funções de propagação de cada segmento. Isso facilitaria a utilização dos métodos propostos, uma vez que o usuário não precisaria realizar o cálculo dos parâmetros da linha, tampouco implementar uma técnica de ajuste específica. Naturalmente, ao utilizar as ferramentas de ajuste presentes nos simuladores de

transitórios eletromagnéticos, o usuário ficaria restrito às formulações para cálculo de parâmetros disponíveis nessas plataformas.

6.2 Propostas de Continuidade

Com base nos desenvolvimentos apresentados nesta tese e nos objetivos definidos para este doutorado, vários são os caminhos a serem seguidos de forma a complementar os resultados já apresentados.

No tocante ao cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas, seria interessante avaliar a sensibilidade dos modelos quanto ao número de polos necessários para representar cada segmento da linha levando-se em conta diferentes configurações de linha, diferentes valores de resistividade para representar o solo, e diferentes comprimentos dos segmentos. Nestas condições, avaliar também a relação entre a convergência dos resultados obtidos com a técnica de integração de Simpson e comprimento do segmento em relação à regra de estabilidade de Courant definida para o FDTD. Verificar se técnicas mais refinadas de integração numéricas como a Quadratura de Gauss-Legendre permitiriam reduzir, ainda mais, a quantidade de segmentos a serem utilizados para representar a influência dos campos eletromagnéticos horizontais. Todos esses estudos dariam ao usuário um conjunto de parâmetros que facilitariam a aplicação dos modelos propostos aproveitando ao máximo sua eficiência.

Um ponto importante a ser avaliado é o impacto de se utilizar as fontes de corrente externas $\mathbf{j}_0(t)$ e $\mathbf{j}_\ell(t)$ calculadas no domínio modal em modelos de linha desenvolvidos no domínio das fases. Isto porque o custo computacional para o cálculo destas fontes é inferior ao exigido pelos cálculos diretamente no domínio das fases. Avaliar, também, em quais situações práticas o modelo EMD não poderia ser aplicado em função da simplificação adotada em sua formulação, que supõe uso de matriz de transformação real.

Por outro lado, torna-se importante a aplicação dos modelos propostos em análises de rede complexas realísticas como realizado por De Conti et al. (2014; 2012a; 2012b), porém considerando as perdas ao longo da linha. Ainda em relação a aplicações práticas em redes complexas, pode-se realizar análises de desempenho destas linhas utilizando métodos estatísticos como o método de Monte Carlo, tudo isso considerando a modelagem dos diversos componentes diretamente nos simuladores eletromagnéticos com ATP e EMTP-RV.

Finalmente, como os métodos são genéricos quanto à representação do canal de descarga e dos campos eletromagnéticos incidentes, pode-se avaliar a influência da variação dos parâmetros do solo com a frequência no cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas. Neste caso formulações adequadas para descrever os campos incidentes devem ser utilizadas, sendo também necessário alterar os modelos de linha de transmissão disponíveis nos programas de simulação de transitórios eletromagnéticos, o que poderia ser feito utilizando as técnicas propostas por (DE CONTI e EMÍDIO, 2016; ZANON, 2019).

Referências Bibliográficas

AGRAWAL, A. K.; PRICE, H. J.; GURBAXANI, S. H., Transient response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. EMC-22, n. 2, p. 119–129, 1980.

AKBARI, M.; SHESHYEKANI, K.; PIRAYESH, A.; RACHIDI, F.; PAOLONE, M.; BORGHETTI, A.; NUCCI, C. A., Evaluation of lightning electromagnetic fields and their induced voltages on overhead lines considering the frequency dependence of soil electrical parameters. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 55, n. 6, p. 1210–1219, 2013.

ALIPIO, R.; VISACRO, S., Modeling the frequency dependence of electrical parameters of soil. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 56, n. 5, p. 1163–1171, 2014.

ANDREOTTI, A.; MARTINIS, U. D.; MAFFUCCI, A.; MIANO, G., A mixed frequency and time domain approach for accurate evaluation of the dynamics of lemp-excited lossy multiconductor power lines. **Electrical Engineering**, v. 83, n. 3, p. 147–155, 2001.

ANDREOTTI, A.; ASSANTE, D.; MOTTOLA, F.; VEROLINO, L., An exact closed-form solution for lightning-induced overvoltages calculations. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 24, n. 3, p. 1328–1343, 2009.

ANDREOTTI, A.; PIERNO, A.; RAKOV, V. A.; VEROLINO, L., Analytical formulations for lightning-induced voltage calculations. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 55, n. 1, p. 109–123, 2013a.

ANDREOTTI, A.; PIERNO, A.; RAKOV, V. A., An analytical approach to calculation of lightning induced voltages on overhead lines in case of lossy ground – part I: model development. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 28, n. 2, p. 1213–1223, 2013b.

ANDREOTTI, A.; PIERNO, A.; RAKOV, V. A., A new tool for calculation of lightning-induced voltages in power systems – part II: Validation study. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 30, n. 1, p. 334–341, 2015a.

ANDREOTTI, A.; PIERNO, A.; RAKOV, V. A., A new tool for calculation of lightning-induced voltages in power systems – part I: Development of circuit model. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 30, n. 1, p. 334–341, 2015b.

ARAUJO, A. E. A.; PAULINO, J. O. S.; SILVA, J. P.; DOMMEL, H. W., Calculation of lightning-induced voltages with Rusck's method in EMTP – Part I: comparison with measurements and Agrawal's coupling model. **Electric Power Systems Research**, v. 60, n. 1, p. 49–54, 2001.

ANEEL. **Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional** – PRODIST – módulo 8: Qualidade da Energia Elétrica, Brasília, 2018.

Disponível em: < <https://www.aneel.gov.br/modulo-8>>.

BANNISTER, P. R., **Extension of finitely conducting earth-image-theory results to any range**. New London: Naval Underwater systems center, 1984.

BARBOSA, C. F.; PAULINO, J. O. S., An approximate time-domain formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 49, n. 3, p. 593–601, 2007.

BARBOSA, C. F., **Campos eletromagnéticos produzidos por descargas atmosféricas: uma abordagem analítica no domínio do tempo**. Belo Horizonte: Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Maio, 2009.

BARBOSA, C. F.; PAULINO, J. O. S., A time-domain formula for the horizontal electric field at the earth surface in the vicinity of lightning. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 52, n. 3, p. 640–645, 2010.

BARBOSA, C. F.; PAULINO, J. O. S.; BOAVENTURA, W. D. C., A time-domain method for the horizontal electric field calculation at the surface of two-layer earth due to lightning. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 55, n. 2, p. 371–377, 2013.

BARKER, P. P.; SHORT, T. A.; EYBERT-BERARD, A. R.; BERLANDIS, J. P., Induced voltage measurements on an experimental distribution line during nearby rocket triggered lightning flashes, **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 11, n. 2, p. 980-995, 1996.

BERGERON, L., **Water hammer in hydraulics and wave surges in electricity**, New Yorker: John Wiley & Sons Inc., American Edition, 1961.

BEWLEY, L. V., Traveling waves on transmission systems. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 50, n. 2, p. 532-550, 1931.

BORGHETTI, A.; GUTIERREZ, J. A.; NUCCI, C. A.; PAOLONE, M.; PETRACHE, E.; RACHIDI, F., Lightning-induced voltages on complex distribution systems: models, advanced software tools and experimental validation, **Journal of Electrostatics**, v. 60, p. 163-174, 2004.

BORGHETTI, A.; NUCCI, C. A.; PAOLONE, M., An improved procedure for the assessment of overhead line indirect lightning performance and its comparison with the IEEE Std. 1410 Method. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 22, n. 1, p. 684-692, 2007.

BORGHETTI, A.; NAPOLITANO, F.; MAHSEREDJIAN, J.; NUCCI, C. A.; PAOLONE, M.; RACHIDI, F., **An advanced interface between the LIOV code and the EMTP-RV**. International Conference on Power Systems Transients (IPST). **Anais...**2008.

BORGHETTI, A.; NAPOLITANO, F.; NUCCI, C. A.; TOSSANI, F., Influence of the return stroke current waveform on the lightning performance of distribution lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 32, n. 4, p. 1800-1808, 2017a.

BORGHETTI, A.; NAPOLITANO, F.; NUCCI, C. A.; TOSSANI, F., Response of distribution networks to direct and indirect lightning: influence of surge arresters location, flashover occurrence and environmental shielding. **Electric Power Systems Research**, v. 153, p. 73–81, 2017b.

BRIGNONE, M.; DELFINO, F.; PROCOPIO, R.; ROSSI, M.; RACHIDI, F., Evaluation of power system lightning performance, part i: model and numerical solution using the PSCAD-EMTDC platform. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 59, n. 1, p. 137-145, 2017.

BRIGNONE, M.; MESTRINER, D.; PROCOPIO, R.; PIANTINI, A.; RACHIDI, F., On the stability of FDTD-based numerical codes to evaluate lightning-induced overvoltages in overhead transmission lines. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 62, n. 1, p. 108 - 115, 2018.

BRIGNONE, M.; MESTRINER, D.; PROCOPIO, R.; DELFINO, F., A review on the return stroke engineering models attenuation function: Proposed expressions, validation and identification methods. **Electric Power Systems Research**, v. 172, p. 230-241, 2019a.

BRIGNONE, M.; MESTRINER, D.; PROCOPIO, R.; ROSSI, M.; PIANTINI, A.; RACHIDI, F., EM fields generated by a scale model helical antenna and its use in validating a code for lightning-induced voltage calculation. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, n. 61, n. 3, p. 778-787, 2019b.

CASTELLANOS, F.; MARTÍ, J. R.; MARCANO, F., Phase-domain multiphase transmission line models, **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 19, n. 4, p. 241–248, 1997.

CARSON, J. R., Wave propagation in overhead wires with ground return, **The Bell System Technical Journal**, v.5, n. 4, p. 539-554, 1926.

CHEN, C. T., **Linear system theory and design**. 3. ed. New York: Oxford University Press. Inc., 1999.

CHOWDHURI, P.; GROSS, E. T. B., Voltage surges induced on overhead lines by lightning strokes. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, v. 114, n. 12, p. 1899, 1967.

COORAY, V., **Horizontal fields generated by return strokes**. American Geophysical Union (AGU), p. 67–78, 1992.

COORAY, V. **The lightning flash**. 2. ed. London: Institution of Engineering and Technology, 2003.

COORAY, V., Propagation effects due to finitely conducting ground on lightning-generated magnetic fields evaluated using Sommerfeld's integrals. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 51, n. 3 PART 1, p. 526–531, 2009.

COORAY, V., **Lightning electromagnetics**. 1. ed. London: The Institution of Engineering and Technology, 2012.

DE CONTI, A. R., **Modelos para definição de ondas de corrente e tensão representativas das solicitações de sistemas de distribuição por descargas atmosféricas**. Belo Horizonte, MG, Brasil: Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Agosto, 2006.

DE CONTI, A.; VISACRO, S., Analytical representation of single- and double-peaked lightning current waveforms. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 49, n. 2, p. 448–451, 2007.

DE CONTI, A. R.; PEREZ, E.; SOTO, E.; SILVEIRA, F. H.; VISACRO, S.; TORRES, H., Calculation of lightning-induced voltages on overhead distribution lines including insulation breakdown. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 25, n. 4, p. 3078–3084, 2010.

DE CONTI, A. R.; SILVEIRA, F. H.; VISACRO, S., **On the role of transformer grounding and surge arresters on protecting loads from lightning-induced voltages in complex distribution networks**. International Conference on Lightning (ICLP), Vienna, Austria. **Anais...**2012a.

DE CONTI, A. R.; SILVEIRA, F. H.; VISACRO, S. F., Lightning overvoltages on complex low-voltage distribution networks. **Electric Power Systems Research**, v. 85, p. 7–15, 2012b.

DE CONTI, A.; SILVEIRA, F. H.; VISACRO, S., On the role of transformer grounding and surge arresters on protecting loads from lightning-induced voltages in complex distribution networks. **Electric Power Systems Research**, v. 113, p. 204–212, 2014.

DE CONTI, A. R.; SILVEIRA, F. H.; VISACRO, S.; CARDOSO, T. C. M., A review of return-stroke models based on transmission line theory. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v. 136, p. 52–60, 2015.

DE CONTI, A.; EMÍDIO, M. P. S., Extension of a modal-domain transmission line model to include frequency-dependent ground parameters, **Electric Power Systems Research**, v. 138, p. 120–130, 2016.

DE CONTI, A. R., **Unidade 6: Solução das equações de linha de transmissão no domínio da frequência**. Belo Horizonte: Notas de aula da disciplina: Aplicações especiais da teoria de linhas de transmissão, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, 2017.

DELFINO, F.; PROCOPIO, R.; ROSSI, M.; RACHIDI, F.; NUCCI, C. A., An algorithm for the exact evaluation of the underground lightning electromagnetic fields. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 49, n. 2, p. 401–411, 2007.

ESCAMILLA, J. C.; MORENO, P.; NAREDO, J. L., **A new model of multiconductor transmission lines for time domain transient analysis**. 14th International Conference on Harmonics and Quality of Power - ICHQP. **Anais...IEEE**, 2010.

GUIMARÃES, M. De B. N., **Observação e modelagem dos processos físicos envolvidos na formação das descargas atmosféricas**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Setembro, 2017.

GUO, J.; XIE, Y. Z.; QIU, A. C., Calculation of lightning induced voltages on overhead lines using an analytical fitting representation of electric fields. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 59, n. 3, p. 879–886, 2017.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A., Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 14, n. 3, p. 1052–1061, 1999.

GUSTAVSEN, B., Optimal time delay extraction for transmission line modeling. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 32, n. 1, p. 45–54, 2017.

HØIDALEN, H. K., **Lightning induced voltages in low-voltages systems with emphasis on lossy ground effects**. International Conference on Power Systems Transients (IPST). **Anais...**1997.

HØIDALEN, H. K., Analytical formulation of lightning-induced voltages on multiconductor overhead lines above lossy ground. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 45, n. 1, p. 92–100, 2003.

HØIDALEN, H. K., **Calculation of lightning-induced overvoltages using Models**. SINTEF Energy Research. **Anais...**2014.

IEEE STD 1410. **IEEE guide for improving the lightning performance of electric power overhead distribution lines**. Transmission and Distribution Committee of the IEEE Power & Energy Society, EUA, 2010.

KHOSRAVI-FARSANI, M.; MOINI, R.; SADEGHI, SE. H. H.; RACHIDI F., On the validity of approximate formulas for the evaluation of the lightning electromagnetic fields in the presence of a lossy ground. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 55, n. 2, p. 362–370, 2013.

LI, D.; WANG, C.; LIU, X., General time-domain formula for horizontal electric field excited by lightning. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 53, n. 2, p. 395–400, 2011.

LIOV Code, versão livre. [Online]. Disponível em: <http://www.liov.ing.unibo.it>, acessado em 2020.

LIU, X.; FAN, G.; LIANG, G.; WANG, L., Calculation of lightning induced overvoltages on overhead lines: model and interface with Matlab/Simulink. **IEEE Access**, v. 6, p. 47308–47318, 2018.

MAZUR, V.; RUHNKE, L. H., Model of electric charges in thunderstorms and associated lightning. **Journal of Geophysical Research**, v. 103, n. D18, p. 23299–23308, 1998.

MARTI, J. R., Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-101, n. 1, p. 147–157, 1982.

MEYER, W. S.; DOMMEL, H. W., Numerical modelling of frequency-dependent transmission-line parameters in an electromagnetic transients program. **IEEE Transmission & Distribution Committee of the IEEE Power Engineering Society**,

v. PAS-93, n 5, 1401-1409, 1974.

MORCHED, A.; GUSTAVSEN, B.; TARTIBI, M., A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 14, n. 3, p. 1032–1038, 1999.

NAPOLITANO, F.; BORGHETTI, A.; NUCCI, C.; PAOLONE, M.; RACHIDI, F.; MAHSEREDJIAN, J., **An advanced interface between the liov code and the EMTP-RV**. International Conference on Lightning Protection (ICLP). **Anais...**2008.

NAPOLITANO, F.; BORGHETTI, A.; MESSORI D.; NUCCI, C. A.; MARTINEZ, M. L. B.; LOPES, G. P.; LARA, J. I., Assessment of the lightning performance of compact overhead distribution lines. **IEEE Transactions on Power and Energy**, v. 133, n. 12, p. 1-7, 2013.

NAPOLITANO, F.; TOSSANI, F.; BORGHETTI, A.; NUCCI, C. A., Lightning performance assessment of power distribution lines by means of stratified sampling Monte Carlo method. **IEEE Transactions on Power Delivery**. v. 33, n. 5, p. 2571–2577, 2018.

NORTON, K. A., The propagation of radio waves over the surface of the earth and in the upper atmosphere. **Proceedings of the Institute of Radio Engineers**, v. 24, n. 0731-5996, p. 1367–1387, 1936.

NUCCI, C. A.; MAZZETTI, C.; RACHIDI, F.; IANOZ, M., **On lightning return stroke models for LEMP calculations**. 19th International Conference on Lightning Protection. **Anais...**1988.

NUCCI, C. A.; RACHIDI, F.; MICHEL, M. V.; MAZZETTI, C., Lightning-induced voltages on overhead lines. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 35, n. 1, p. 75–86, 1993.

NUCCI, C. A.; RACHIDI, F.; IANOZ, M.; MAZZETTI, C., Comparison of two coupling models for lightning-induced overvoltage calculations. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 10, n. 1, p. 330–339, 1996.

NUCCI, C. A.; BORGHETTI, A.; PIANTINI, A.; JANISZEWSKI, J. M., **Lightning-induced voltages of distribution overhead lines: comparison between experimental results from a reduced-scale model and most recent approaches**. International Conference on Lightning Protection (ICLP). **Anais...**1998.

NUCCI, C. A., **The Lightning Induced Over-Voltage (LIOV) code**, 2000 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings. **Anais...**2000.

PAOLONE, M. **Modeling of lightning-induced voltages on distribution networks for the solution of power quality problems**. Bologna: PhD Thesis, University of Bologna Department of Electrical Engineering XIV course, 2001.

PAOLONE, M.; NUCCI, C. A.; RACHIDI, F., **A new finite difference time domain scheme for the evaluation of lightning induced overvoltages on multiconductor overhead lines**, International Conference on Lightning Protection (ICLP). **Anais...** 2001.

PAOLONE, M.; PEREZ, E.; BORGHETTI, A.; NUCCI, C., **Comparison of two computational programs for the calculation of lightning-induced voltages on distribution systems**. International Conference on Power Systems (IPST), *Anais* ...2005a.

PAOLONE, M.; RACHIDI, F.; BORGHETTI, A.; NUCCI, C. A.; RUBINSTEIN, M.; RAKOV, V. A.; UMAN, M. A., Lightning electromagnetic field coupling to overhead lines: theory, numerical simulations, and experimental validation. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 51, n. 3, p. 532-547, 2005b.

PAUL, C. R., Frequency response of multiconductor transmission lines illuminated by an electromagnetic field. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 18, n. 4, p. 183-190, 1976.

PAUL, C. R., A SPICE model for multiconductor transmission lines excited by an incident electromagnetic field, **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 36, n. 4, p. 342-354, 1994.

PAUL, C. R., **Analysis of multiconductor transmission lines**. 2. ed. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2007.

PAULINO, J. O. S.; BARBOSA, C. F.; LOPES, I. J. S.; MIRANDA, G. C., Time-domain analysis of rocket-triggered lightning-induced surges on an overhead line, **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 51, n. 3, p. 725-731, 2009.

PAULINO, J. O. S.; BARBOSA, C. F., On lightning-induced voltages in overhead lines over high-resistivity ground. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 61, n. 5, p. 1499-1506, 2019.

PIANTINI, A. **Tensões induzidas por descargas atmosféricas indiretas em linhas aéreas, rurais e urbanas, considerando diferentes métodos de proteção - modelagens teórica e experimental e aplicação ao cálculo de interrupções**. São Paulo: Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Fevereiro, 1997.

PIANTINI, A.; JANISZEWSKI, J. M.; BORGHETTI, A.; NUCCI, C. A.; PAOLONE, M., A scale model for the study of the LEMP response of complex power distribution networks. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 22, p. 710-720, 2007.

PIANTINI, A., **Lightning protection of overhead power distribution lines**. International Conference on Lightning Protection (ICLP). *Anais*...2008.

PIANTINI, A.; JANISZEWSKI, M. J., Lightning-induced voltages on overhead lines: application of the extended Rusck model. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 51, n. 3, p. 548-558, 2009.

PIANTINI, A., Extension of the Rusck model for calculating lightning-induced voltages on overhead lines considering the soil electrical parameters. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 59, n. 1, p. 154-162, 2017.

PORTELA, C., **Measurement and modeling of soil electromagnetic behavior**. International Symposium on Electromagnetic Compatibility. Symposium Record. *Anais*...1999.

RACHIDI, F.; NUCCI, C. A.; IANOZ, M.; MAZZETTI, C., Influence of a lossy ground on lightning-induced voltages on overhead lines. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 38, n. 3, p. 250–264, 1996.

RACHIDI, F.; NUCCI, C. A.; IANOZ, M., Transient analysis of multiconductor lines above a lossy ground. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 14, n. 1, p. 294–302, 1999.

RACHIDI, F.; LOYKA, S.L.; NUCCI, C.A.; IANOZ, M., A new expression for the ground transient resistance matrix elements of multiconductor overhead transmission lines. **Electric Power Systems Research**, v. 65, p. 41-46, 2003.

RAKOV, V.A.; DULZON, A. A., Calculated electromagnetic fields of lightning return strokes, **Tekh. Elektrodinamic**, n. 1, p. 87-89, 1987.

RAKOV, V. A., **Lightning electromagnetic fields: Modeling and measurements**. International Symposium on Electromagnetic Compatibility. **Anais...**1997.

RAKOV, V. A.; UMAN, M. A., Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 40, n. 4, p. 403–426, 1998.

REN, H.; ZHOU, B.; RAKOV, V. A.; SHI, L.; GAO, C.; YANG, JIAN-HUA., Analysis of lightning-induced voltages on overhead lines using a 2-D FDTD method and Agrawal coupling model, **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 50, n. 3, p. 651-659, 2008.

ROHATGI, A., **Ferramenta computacional WebPlotDigitizer 4.1.**, 2018, Disponível em: <<https://automeris.io/WebPlotDigitizer>>.

RUBINSTEIN, M., An approximate formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close, intermediate, and long range. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 38, n. 3, p. 531–535, 1996.

RUSCK, S., **Induced lightning overvoltages on power transmission lines with special reference to the overvoltage protection of low voltage networks**. [s.l.] Royal Inst. Technol., 1957.

SEMLYEN, A.; DABULEANU, A., Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. PAS-94, p. 561-571, 1975.

SEKIOKA, S., **An equivalent circuit for analysis of lightning-induced voltages on multiconductor system using an analytical expression**. International Conference on Power Systems Transients (IPST). **Anais...**2005.

SILVEIRA, F. H., **Modelagem para cálculo de tensões induzidas por descargas atmosféricas**. Belo Horizonte, MG, Brasil: Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Dezembro, 2006.

SILVEIRA, F. H.; VISACRO, S.; ALÍPIO, R.; DE CONTI, A., Lightning-induced

voltages over lossy ground: The effect of frequency dependence of electrical parameters of soil. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 56, n. 5, p. 1129–1136, 2014.

SMITH, K. S., **Unviuersal impedance for soil**. Defense Nuclear Agency. **Anais...** Washington: 1975.

SOMMERFELD, A., **Über die ausbreitung der wellen in der drahtlosen telegraphie**. *Annalen der physik*, p. 665–736, 1909.

SUMITANI, H.; TAKESHIMA, T.; BABA, Y.; NAGAOKA, N.; AMETANI, A.; TAKAMI, J.; OKABE, S.; RAKOV, V. A., 3-D FDTD computation of lightning-induced voltages on an overhead two-wire distribution line, **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**. v. 54, n. 5, p. 1161-1168, 2012.

SUNDE, E. D., **Earth conduction effects in transmission systems**. 1. ed. Toronto, Canadá: General Publishing Company Ltda, 1968.

THANG, T. H.; BABA, Y.; PIANTINI, A.; RAKOV, V. A., Lightning-induced voltages in the presence of nearby buildings: FDTD simulation versus small-scale experiment. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 57, n. 6, p. 1601- 1607, 2015.

TAYLOR, C.; SATTERWHITE, R.; HARRISON, C., The response of a terminated two-wire transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 13, n. 6, p. 987–989, 1965.

TOSSANI, F.; BORGHETTI, A.; NAPOLITANO, F.; NUCCI, C. A.; PIANTINI, A., Lightning performance of overhead power distribution lines in urban areas. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 33, n. 2, p. 581-588, 2018a.

TOSSANI, F.; NAPOLITANO, F.; BORGHETTI A., Inverse Laplace transform of the ground impedance matrix of overhead lines. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 60, n. 6, p. 2033–2036, 2018b.

UMAN, M.A.; MCLAIN, D.K., Magnetic field of the lightning return stroke, **Journal of Geophysical Research**, v. 74, n. 28, p. 6899-6910, 1969.

UMAN, M. A.; MCLAIN, D. K.; KRIDER, E. P., The electromagnetic radiation from a finite antenna. **American Journal of Physics**, v. 43, n. 1, p. 33–38, 1975.

UMAN, M. A.; MASTER, J. M., Lighting induced voltages on power lines: Theory. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, p. 2502–2518, 1984.

VELASCO, J. A. M., **Transient analysis of power systems solution techniques, tools and applications**. 1. ed. John Wiley & Sons, Ltd, 2015.

VISACRO, S.; SOARES JR., A.; SCHROEDER, M. A. O.; CHERCHIGLIA, L. C. L.; SOUZA, V. J., Statistical analysis of lightning current parameters: Measurements at Morro do Cachimbo station. **Journal of Geophysical Research**, v. 109, p. D01105, 2004.

VISACRO, S. F., **Descargas atmosféricas: Uma abordagem de engenharia**. 1. ed. São

Paulo: Artiber Editora Ltda, 2005.

VISACRO, S. F.; ALIPIO, R., Frequency dependence of soil parameters: Experimental results, predicting formula and influence on the lightning response of grounding electrodes. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 27, n. 2, p. 927–935, 2012.

WAIT, J. R., Transient fields of a vertical dipole over homogeneous curved ground. **Canadian Journal of Physics**, v. 34, n. 1, p. 27–35, 1956.

WANG, D.; TAKAGI, N.; GAMEROTA, W. R.; UMAN, M. A.; HILL, J. D.; JORDAN, D. M., Initiation processes of return strokes in rocket-triggered lightning. **Canadian Journal of Physics**, v. 118, p. 9880–9888, 2013.

WANG, D.; TAKAGI, N.; GAMEROTA, W. R.; UMAN, M. A.; JORDAN, D. M., Lightning attachment processes of three natural lightning discharges. **Canadian Journal of Physics**, v. 120, p. 10637–10644, 2015.

XÉMARD, A.; BARATON, P.; BOUTET, F., **Modelling with EMTP of overhead lines illuminated by an external electromagnetic field**. International Conference on Power Systems Transients (IPST). **Anais...**1995.

XÉMARD, A.; BARATON, P.; BRESSAC, B.; QAKO, N.; MAHSEREDJIAN, J.; SIMARD, G., **Presentation of an approach based on EMTP for the calculation of lightning induced overvoltages**. International Conference on Power Systems Transients (IPST). **Anais...**2003.

YANG, C.; ZHOU, B., Calculation methods of electromagnetic fields very close to lightning. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 46, n. 1, p. 133–141, 2004.

YEE, K. S., Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 14, n. 3, p. 302–307, 1966.

YU, W.; LIU, Y.; SU, T.; HUNAG, N. T.; MITTRA, R., A robust parallel conformal finite-difference time-domain processing package using the MPI library. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**, v. 47, n. 3, p. 39–59, 2005.

ZANON, F. DE O. S., **Implementação do modelo ULM na plataforma ATP para o estudo de transitórios em linhas de transmissão aéreas com configuração assimétrica**. Belo Horizonte, MG, Brasil: Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Dezembro, 2019.

Apêndice A – Interpolação Linear Vetorizada

Considerando que

$$\begin{aligned}\bar{\tau}_{\Delta x}^k &= \left\lfloor \frac{\tau_{\Delta x}^k}{\Delta x} \right\rfloor (\bar{\tau}_{\Delta x}^k \in \mathbb{N}), \\ \xi_{\Delta x}^k &= \frac{\tau_{\Delta x}^k}{\Delta x} - \bar{\tau}_{\Delta x}^k \quad (0 < \xi_{\Delta x}^k < 1),\end{aligned}\tag{A.1}$$

onde $\bar{\tau}_{\Delta x}^k$ e $\xi_{\Delta x}^k$ são a parte inteira e fracionária da divisão $\tau_{\Delta x}^k/\Delta x$, respectivamente, a equação (4.16) pode ser reescrita, considerando uma interpolação linear, na forma

$$\begin{aligned}\bar{f}(t) &= [I_{(N_f N_M)} - \bar{\xi}_{\Delta x}] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^1 \Delta t) \\ \mathbf{v}_x(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^2 \Delta t) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^{N_M} \Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^1 \Delta t - \Delta t) \\ \mathbf{v}_x(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^2 \Delta t - \Delta t) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^{N_M} \Delta t - \Delta t) \end{bmatrix} + \\ &\quad [\bar{\xi}_{\Delta x}] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^1 \Delta t - 2\Delta t) \\ \mathbf{v}_x(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^2 \Delta t - 2\Delta t) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^{N_M} \Delta t - 2\Delta t) \end{bmatrix},\end{aligned}\tag{A.2}$$

onde $I_{(N_f N_M)}$ é uma matriz identidade de ordem $N_f N_M$ e

$$\bar{\xi}_{\Delta x} = \begin{bmatrix} \xi_{\Delta x}^1 I_{(N_f)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \xi_{\Delta x}^1 I_{(N_f)} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \xi_{\Delta x}^{N_M} I_{(N_f)} \end{bmatrix}_{(N_f N_M \times N_f N_M)}\tag{A.3}$$

A obtenção da formulação para o domínio modal é similar, bastando para tal considerar que

$$\begin{aligned}\bar{\tau}_{\Delta x}^i &= \left\lfloor \frac{\tau_{\Delta x}^i}{\Delta x} \right\rfloor (\bar{\tau}_{\Delta x}^i \in \mathbb{N}), \\ \xi_{\Delta x}^i &= \frac{\tau_{\Delta x}^i}{\Delta x} - \bar{\tau}_{\Delta x}^i \quad (0 < \xi_{\Delta x}^i < 1),\end{aligned}\tag{A.4}$$

onde $\bar{\tau}_{\Delta x}^i$ e $\xi_{\Delta x}^i$ são a parte inteira e fracionária da divisão $\tau_{\Delta x}^i/\Delta x$, respectivamente. Então a equação (4.29) pode ser reescrita, considerando uma interpolação linear, na forma

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{f}}^{mod}(t) = & \left[\mathbf{I}_{(N_f)} - \bar{\boldsymbol{\xi}}_{\Delta x} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x^{1,mod}(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^1 \Delta t) \\ \mathbf{v}_x^{2,mod}(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^2 \Delta t) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x^{N_f,mod}(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^{N_M} \Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x^{1,mod}(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^1 \Delta t - \Delta t) \\ \mathbf{v}_x^{2,mod}(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^2 \Delta t - \Delta t) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x^{N_f,mod}(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^{N_M} \Delta t - \Delta t) \end{bmatrix} + \\
 & \left[\bar{\boldsymbol{\xi}}_{\Delta x} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x^{1,mod}(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^1 \Delta t - 2\Delta t) \\ \mathbf{v}_x^{2,mod}(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^2 \Delta t - 2\Delta t) \\ \vdots \\ \mathbf{v}_x^{N_f,mod}(t - \bar{\tau}_{\Delta x}^{N_M} \Delta t - 2\Delta t) \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

onde $\mathbf{I}_{(N_f)}$ é uma matriz identidade de ordem N_f e

$$\bar{\boldsymbol{\xi}}_{\Delta x} = \begin{bmatrix} \bar{\xi}_{\Delta x}^1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\xi}_{\Delta x}^1 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \bar{\xi}_{\Delta x}^{N_M} \end{bmatrix}_{(N_f \times N_f)} \tag{A.6}$$