

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO E PLANEJAMENTO REGIONAL

WAGNER SILVA ARRAIS DE OLIVEIRA

**TAXA REAL DE CÂMBIO E PODER DE PARIDADE DE COMPRA: UMA
PERSPECTIVA VIA REGRESSÃO QUANTÍLICA COM DADOS
SECULARES PARA A RELAÇÃO LIBRA ESTERLINA-DÓLAR AMERICANO**

Belo Horizonte, MG

UFMG/Cedeplar

2021

WAGNER SILVA ARRAIS DE OLIVEIRA

**TAXA REAL DE CÂMBIO E PODER DE PARIDADE DE COMPRA: UMA
PERSPECTIVA VIA REGRESSÃO QUANTÍLICA COM DADOS
SECULARES PARA A RELAÇÃO LIBRA ESTERLINA-DÓLAR AMERICANO**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado em Economia do Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Economia.
Orientador: Prof. Dr. Mauro Sayar Ferreira

Belo Horizonte, MG
Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional
Faculdade de Ciências Econômicas - UFMG

2021

Ficha Catalográfica

O48t
2021 Oliveira, Wagner Silva Arrais de.
Taxa real de câmbio e poder de paridade de compra [manuscrito]:
uma perspectiva via regressão quantílica com dados seculares para a
relação libra esterlina-dólar americano / Wagner Silva Arrais de Oliveira.
– 2021.
63 f.: il.

Orientador: Mauro Sayar Ferreira.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais,
Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional.
Inclui bibliografia (f. 61-63)

1. Câmbio- Teses. 2. Dólar americano (Moeda) – Teses. 3. Libra
esterlina – Teses. 4. Economia – Teses. I. Ferreira, Mauro Sayar, 1972- .
II. Universidade Federal de Minas Gerais. Centro de Desenvolvimento e
Planejamento Regional. III. Título.

CDD: 306



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO E PLANEJAMENTO REGIONAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

FOLHA DE APROVAÇÃO

WAGNER SILVA ARRAIS DE OLIVEIRA

TAXA REAL DE CÂMBIO E PODER DE PARIDADE DE COMPRA: UMA PERSPECTIVA VIA REGRESSÃO QUANTÍLICA COM DADOS SECULARES PARA A RELAÇÃO LIBRA ESTERLINA - DÓLAR AMERICANO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia, da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, para obtenção do título de Mestre em Economia, área de concentração em Economia.

Aprovado em Belo Horizonte, 31 de agosto de 2021.

BANCA EXAMINADORA - participações por videoconferência:

Prof. Mauro Sayar Ferreira (Orientador) (Cedeplar/FACE/UFMG)

Prof. Igor Viveiros Melo Souza (Cedeplar/FACE/UFMG)

Prof. Roberto Accioly Perrelli (Fundo Monetário Internacional - FMI)

GILBERTO DE ASSIS LIBÂNIO
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia



Documento assinado eletronicamente por **Mauro Sayar Ferreira, Professor do Magistério Superior**, em 01/09/2021, às 08:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Igor Viveiros Melo Souza, Professor do Magistério Superior**, em 03/09/2021, às 08:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Roberto Accioly Perrelli, Usuário Externo**, em 08/09/2021, às 17:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do



[Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.](#)



Documento assinado eletronicamente por **Gilberto de Assis Libanio, Coordenador(a) de curso de pós-graduação**, em 08/09/2021, às 19:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0926143** e o código CRC **28B689B6**.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, a meus pais por todo o apoio que me deram durante a vida (tanto emocional como material), o que me deu tranquilidade para me manter no caminho dos estudos.

À ajuda primordial do meu orientador, Mauro Sayar Ferreira, sempre solícito em tirar minhas dúvidas, auxiliando-me com questões teóricas, econométricas e computacionais.

Aos meus companheiros de lar durante o mestrado (Berto, Lucas e Samia) pela companhia, agradável convivência e conversas durante o tempo em que moramos juntos.

Aos demais colegas de pós-graduação: Aline, Artur, Daniel, Danielle, Felipe, Fransuellen, Juliana, Henrique, Marcelo, Marina, Nayara, Pedrão, Pedrinho, Ramon, Taylon e Yasmin por terem tornado mais leve uma experiência que costuma ser turbulenta para a maioria dos pós-graduandos.

Aos meus amigos da época da graduação: Andreia, Karine, Lebani, Lucas Gerez, Lucas Portela, Mizael, Rafael, Radharani, Renan, Rubão, Sayuri, Thales, Vinícius, Vitor Augusto, Vitor Dornelas, Victor Hugo e Wesley, com quem dividi os melhores quatro anos da minha vida e vivi momentos inesquecíveis.

A todos os professores que colaboraram com a minha formação, desde a pré-escola até a pós-graduação.

RESUMO

Este trabalho analisa a validade da teoria do poder de paridade de compra (PPC) usando dados anuais, de 1800 a 2018, para a taxa real de câmbio (TRC) entre a libra esterlina e o dólar estadunidense. A série filtrada, para levar em conta a tendência determinística conforme previsto pelo efeito Balassa-Samuelson, mostra-se estacionária, indicando validade da PPC. Ajuste cúbico significativo desta série indica comportamento em consonância com modelos de comércio internacional com custos de transação (“*iceberg costs*”) e análises econométricas que incorporam limiares e não linearidades, como os da família TAR. Análise via regressão quantílica revela assimetria no ajuste temporal da série filtrada. Por exemplo, a distribuição empírica condicionada em uma libra muito valorizada é bimodal. Outro exemplo é o fato de a probabilidade de o dólar desvalorizar, condicionado em um dólar muito apreciado, ser diferente da probabilidade de a libra desvalorizar condicionada em uma libra muito valorizada. Do ponto de vista de dinâmica de ajuste, a percepção de velocidade de convergência para a distribuição não condicional revela-se mais otimista (em relação à PPC) e mais rápida em relação à percepção baseada na meia-vida de ajuste focada na média condicional, padrão adotado na literatura.

Palavras-chave: Teoria do Poder da Paridade de Compra, Taxa Real de Câmbio, Dólar Estadunidense, Libra Esterlina, Efeito Balassa-Samuelson, Regressão Quantílica, Assimetria, Convergência.

ABSTRACT

This paper analyzes the validity of the Purchasing Power Parity (PPP) theory using annual data, from 1800 to 2018, for the real exchange rate (RER) between the pound sterling and the US dollar. The filtered series, to take into account the deterministic trend as predicted by the Balassa-Samuelson effect, is stationary, indicating PPP validity. Significant cubic fit of this series indicates behavior in line with international trade models with transaction costs ("iceberg costs") and econometric analyzes that incorporate thresholds and non-linearities, such as those of the TAR family. Analysis via quantile regression reveals asymmetry in the temporal adjustment of the filtered series. For example, the empirical distribution conditioned on a highly valued pound is bimodal. Another example is the fact that the probability of the dollar devaluing, conditioned on a highly appreciated dollar, is different from the probability of the pound devaluing conditioned on a highly appreciated pound. From the point of view of adjustment dynamics, the perception of convergence speed for the unconditional distribution turns out to be more optimistic (in relation to PPP) and faster in relation to the perception based on the half-life focused adjustment on the conditional mean, standard adopted in the literature.

Keywords: Purchasing Power Parity Theory, Real Exchange Rate, US Dollar, Pound Sterling, Balassa-Samuelson Effect, Quantile Regression, Asymmetry, Convergence.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Taxa Real de Câmbio Dólar/Libra para o período 1800-2018	25
Figura 2: Logaritmo da razão do PIB per capita do Reino Unido com o PIB per capita dos Estados Unidos referente ao período 1800-2018	26
Figura 3: Taxa real de câmbio (TRC) para o período 1800-2018 ajustada pelos filtros estrutural e polinomial de ordem 3	28
Figura 4: Densidades das séries de taxa real de câmbio filtradas com a razão do logaritmo dos PIB per capita de Reino Unido e Estados Unidos (estrutural) e com o polinômio cúbico (polinomial)	29
Figura 5: Resíduos do modelo linear estimado por mínimos quadrados ordinários	32
Figura 6: Resíduos do modelo cúbico estimado por mínimos quadrados ordinários	33
Figura 7: Decis ajustados para o modelo linear (Filtro Estrutural)	34
Figura 8: Decis ajustados para o modelo cúbico (Filtro Estrutural)	35
Figura 9: Coeficientes estimados e intervalos de confiança de 90% dos regressores para $h = 1$	38
Figura 10: Coeficientes estimados e intervalos de confiança de 90% dos regressores para $h = 2$	39
Figura 11: Coeficientes estimados e intervalos de confiança de 90% dos regressores para $h = 3$	40
Figura 12: Coeficientes estimados e intervalos de confiança de 90% dos regressores para $h = 4$	41
Figura 13: P-valores dos regressores para cada percentil com horizonte de previsão igual a 1	42
Figura 14: P-valores dos regressores para cada percentil com horizonte de previsão igual a 2	43
Figura 15: P-valores dos regressores para cada percentil com horizonte de previsão igual a 3	44
Figura 16: P-valores dos regressores para cada percentil com horizonte de previsão igual a 4	45
Figura 17: Estatística R^1 para cada percentil levando-se em conta os quatro horizontes de tempo	47

Figura 18: Critério de informação de Akaike para os quatro horizontes de
previsão 48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Estimativas dos coeficientes e estatísticas descritivas referentes à série da taxa real de câmbio filtrada pelos filtros estrutural e polinomial	29
Tabela 2: Autocorrelações dos resíduos, de primeira a quinta ordem, das séries filtradas pelos filtros estrutural e cúbico	30
Tabela 3: Estimativas dos coeficientes pelo método dos mínimos quadrados ordinários para $h = 1, 2, 3$ e 4	49
Tabela 4: Probabilidade condicional de apreciação do dólar, $\Pr(q_{t+h} < q_t q_t)$, e da libra, $\Pr(q_{t+h} > q_t q_t)$, condicional aos percentis escolhidos e para $h = 1, 2, 3$ e 4 (Filtro Estrutural)	55
Tabela 5: Probabilidade condicional de apreciação do dólar, $\Pr(q_{t+h} < q_t q_t)$, e da libra, $\Pr(q_{t+h} > q_t q_t)$, condicional aos percentis escolhidos e para $h = 1, 2, 3$ e 4 (Filtro Polinomial)	55
Tabela 6: Probabilidade condicional de a TRC se situar no interquartil não condicional $\Pr(Q_q(\tau = 0,25) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,75) q_t)$ para $h = 1, 2, 3$ e 4 – Filtro Estrutural	57
Tabela 7: Probabilidade condicional de a TRC aparecer no intervalo incondicional $\Pr(Q_q(\tau = 0,25) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,75) q_t)$ para $h = 1, 2, 3$ e 4 – Filtro Polinomial	57
Tabela 8: Probabilidade condicional de a TRC aparecer no intervalo incondicional $\Pr(Q_q(\tau = 0,40) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,60) q_t)$ para $h = 1, 2, 3$ e 4 – Filtro Estrutural	58
Tabela 9: Probabilidade condicional de a TRC aparecer no intervalo incondicional $\Pr(Q_q(\tau = 0,40) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,60) q_t)$ para $h = 1, 2, 3$ e 4 – Filtro Polinomial	59

LISTA DE SIGLAS E ABREVIações

AR	Autorregressivo
ESTAR	(Exponential Smooth Transition Autoregressive)
FACP	Função de Autocorrelação Parcial
FMI	Fundo Monetário Internacional
MQO	Mínimos Quadrados Ordinários
PIB	Produto Interno Bruto
PPC	Poder da Paridade de Compra
PPI	Sigla em inglês para Índice de Preços ao Produtor
QAR	Quantile Autoregression
STAR	Smooth Threshold AutoRegressive
TAR	Threshold Autoregressive
TRC	Taxa Real de Câmbio

SUMÁRIO

1. Introdução	11
2. Referencial Teórico	15
2.1 Poder da Paridade de Compra	15
2.2 Efeito Balassa-Samuelson	17
3. Referencial Estatístico	20
4. Dados e Modelagem	24
4.1 Dados	24
4.2 Filtros	27
4.3 Estimativas via Mínimos Quadrados Ordinários	30
4.4 Regressão Quantílica	34
5. Resultados	36
5.1 Qualidade do Ajuste	36
5.2 Funções de Densidade Condicionais	49
5.3 Probabilidade Condicional e Valores Não Condicionais	50
5.3.1 Assimetria	51
5.3.2 Convergência e Persistência	53
5.3.3 Probabilidades Interpercentis	56
6. Conclusão	60
7. Bibliografia	62

1. INTRODUÇÃO

A validade da teoria do poder de paridade de compra (PPC) é uma peça-chave para boa parte dos modelos macroeconômicos de economia aberta. Uma condição necessária para a validação da PPC é que a taxa real de câmbio (TRC) apresente um processo de reversão à média. Apesar do consenso a respeito de sua limitação em explicar movimentos de curto prazo da taxa real de câmbio, principalmente na presença de choques na taxa de câmbio nominal – a qual, segundo Rogoff (1996), é altamente responsável pela variação da TRC –, a lógica econômica sugere que, em um horizonte mais longo, a taxa real de câmbio deve convergir para o seu valor de equilíbrio anterior ao choque. Ou seja, em termos estatísticos, uma série de TRC não deveria apresentar raiz unitária.

Artigos que usam dados seculares referentes à taxa real de câmbio tendem a rejeitar a presença de raiz unitária, corroborando a PPC como uma teoria de longo prazo (Frankel, 1986; Glen, 1992; Lothian and Taylor, 1996).

Rogoff (1996), contudo, encontra dificuldade de conciliar a volatilidade de curto prazo da taxa real de câmbio com a taxa de variação muito baixa à qual os choques parecem se dissipar. Rogoff chamou este fato estilizado de “quebra-cabeça da PPC”.

A possibilidade de um ajuste não linear da taxa real de câmbio foi considerada o fato mais importante para explicar essa aparente anomalia, pois reconhece a possibilidade de a TRC seguir um passeio aleatório no período t quando estiver próxima a valores centrais em $t-1$, em regiões conhecidas como banda de inação, que contêm o equilíbrio de longo prazo da TRC. Os custos de transação mais do que compensariam as oportunidades de arbitragem decorrentes de pequenos desajustes, criando tais regiões de inação. No entanto, na presença de grandes desvios do equilíbrio, a arbitragem no comércio e finanças internacionais ultrapassaria os custos de transação, forçando o ajuste da TRC para dentro dos limites centrais.

Por outro lado, a TRC também pode se comportar como um processo autorregressivo convergente se assumir valores extremos em $t-1$. Tal possibilidade encontra respaldo em modelos teóricos que incorporam custos de transação (Taylor, 2003). Esses custos podem assumir a forma de custos de envio “iceberg”. Iceberg porque algumas das mercadorias desaparecem durante

o transporte e porque o custo da transação também pode ser proporcional à distância a partir da qual o bem foi enviado (Taylor e Taylor, 2004).

Michael et al. (1997), Obstfeld e Taylor (1997), Bec et al. (2004), Leon e Najarian (2005), por meio de modelos autorregressivos com limite (Threshold Autorregression, TAR), encontraram evidências que dão suporte à hipótese de não linearidade em várias relações da taxa real de câmbio, o que validaria a explicação da teoria dos custos de transação para o quebra-cabeça da PPC. Segundo esses autores, do ponto de vista apenas estatístico, tais descobertas também explicariam por que testes de raiz unitária tradicionais tendiam a não rejeitar a hipótese de passeio aleatório nas séries de taxa real de câmbio em amostras temporais menores. O principal problema dizia respeito à especificação incorreta da hipótese alternativa, que normalmente impõe um processo linear autorregressivo para a taxa real de câmbio. Devido a este erro de especificação, os resultados indicavam que a PPC era uma teoria falha.

Este trabalho procura caracterizar a distribuição condicional empírica do ajuste da taxa real de câmbio por meio de regressão quantílica autorregressiva (QAR), como desenvolvida por Koenker e Xiao (2002, 2004). Esta metodologia, por ser bastante flexível, permite captar assimetrias no processo de ajuste normalmente não exploradas por métodos paramétricos mais comumente utilizados.

A modelagem utilizada incorpora a possibilidade de ajuste não linear da TRC, como sugerido pelos modelos teóricos com custos de transação e que são normalmente explorados por meio de modelos da família TAR. Contudo, em vez de utilizar a não linearidade presente nestes modelos, adotou-se uma abordagem mais flexível considerando modelos cúbicos, também capazes de captar as diferentes possibilidades de ajuste na TRC como proposto pelos modelos TAR com transição suave (STAR).

Os exercícios encontram dois resultados principais. O primeiro é a presença de heteroscedasticidade no ajuste da TRC a depender dos valores verificados no período anterior. O segundo resultado é uma assimetria no processo de ajuste da TRC caracterizada por probabilidades, de a taxa real de câmbio aumentar ou diminuir, diferentes do que seria esperado em um contexto no qual as distribuições condicionais apresentassem formato similar ao que usualmente é apresentado pelos modelos paramétricos.

Por exemplo, estima-se em 28% a probabilidade de queda da TRC quando condiciona-se no 10º percentil de sua distribuição não condicional (dólar muito apreciado) e de aumento de 36% quando condiciona-se no 90º percentil não condicional da TRC (dólar muito depreciado). Em caso de ajuste simétrico, essas probabilidades deveriam ser iguais. No entanto, para valores centrais da distribuição não condicional, os ajustes comportam-se de maneira mais simétrica.

Uma pergunta de interesse na literatura refere-se ao tempo (meses ou anos) necessário para que ocorra metade do ajuste da TRC em relação ao seu valor central; ou seja, qual a “meia-vida” do ajuste da TRC. Este exercício é baseado na validade da lei das expectativas iteradas que é aplicada às estimativas do coeficiente autorregressivo para a média condicional. O mesmo procedimento não pode, contudo, ser aplicado à mediana condicional, tendo em vista que a lei das expectativas iteradas não se aplica nesse caso.

Contudo, dado o intuito de obter informação similar relacionada à dinâmica de ajuste, são utilizadas equações de previsão diretas do valor no ano t condicionada nas informações no ano $t-h$, para $h = 1, 2, 3$ e 4 . Estimções são realizadas para todos os percentis condicionais e, a partir deles, é possível verificar o tempo que leva para a TRC se situar dentro de um estreito intervalo central de sua distribuição não condicional. Resultados desse exercício informam sobre a convergência à distribuição de probabilidade não condicional.

Os exercícios são feitos utilizando-se dados anuais, de 1800 a 2018, da taxa real de câmbio dólar americano/libra esterlina. Utiliza-se procedimento sugerido por Lothian e Taylor (2008), sendo filtrada a tendência determinística da série original, cuja origem pode estar associada ao efeito Balassa-Samuelson, sendo que as análises são conduzidas com a parte não filtrada (resíduos) da série de TRC.

Para efeitos de robustez, dois filtros são usados, seguindo Lothian e Taylor (2008). Nosso filtro preferível utiliza o logaritmo da razão do PIB per capita entre os dois países como proxy para captar diferentes ritmos de variação na produtividade de cada país, estando assim em aderência com o efeito Balassa-Samuelson. O segundo filtro tenta captar efeito similar por meio de um polinômio cúbico na tendência.

O restante deste trabalho procede da seguinte forma: nas duas próximas seções são feitas discussões acerca dos referenciais teórico e econométrico que balizam o artigo. Na quarta seção, explica-se como se obtiveram os dados e como foram feitas as escolhas dos filtros e do modelo a serem utilizados nas análises de regressão quantílica. Na quinta seção são apresentados os resultados e análises, enquanto a seção seis conclui o trabalho.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Poder da Paridade de Compra

A teoria da PPC é baseada na validade da seguinte equação:

$$P_t = E_t P_t^* \quad (1)$$

em que P_t e P_t^* referem-se aos níveis de preços interno e externo, respectivamente, e E_t à taxa de câmbio nominal entre as duas moedas (ou o preço interno da moeda estrangeira). Essa relação diz que uma desvalorização na moeda doméstica (aumento de E_t) será refletida por similar aumento do nível de preços doméstico, P_t e/ou por uma redução no nível de preços estrangeiro, P_t^* . Se esse for de fato o caso, deve-se esperar uma taxa real de câmbio constante tal que:

$$q_t = \frac{E_t P_t^*}{P_t} \quad (2)$$

É sabido, porém, que devido à rigidez dos preços, pelo menos no curto prazo, a taxa real de câmbio é influenciada quase inteiramente por variações na taxa de câmbio nominal (Rogoff, 2006), o que implica em oscilação de q_t ao longo do tempo e falha da teoria da PPC no curto prazo. Em um horizonte mais longo, desvios do equilíbrio devem desaparecer à medida que os preços começam a se ajustar. Em termos econométricos, isso é o mesmo que dizer que uma série de taxa real de câmbio não deve apresentar raiz unitária. Com base nesta lógica econômica, vários trabalhos tentaram verificar se as séries de q_t apresentam comportamento estacionário.

Os primeiros testes de validade da PPC foram baseados no tipo Dickey-Fuller Aumentado (Augmented Dickey-Fuller, ADF), cuja equação apresenta a seguinte especificação:

$$\Delta q_t = \alpha_0 + \alpha_1 q_{t-1} + \sum_{j=1}^p \alpha_{j+1} \Delta q_{t-j} + u_t \quad (3)$$

em que $u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma^2)$ corresponde ao termo de erro. A validade da PPC no longo prazo implica que $|\alpha_1| < 1$.

À medida em que séries temporais mais longas passaram a ser usadas e testes de raiz unitária mais poderosos usados, houve tendência a rejeitar a hipótese nula de raiz unitária nas séries de taxa de câmbio real, indicando validade da PPC no longo prazo.

Mais recentemente, a literatura tem considerado outras possibilidades para descrever o processo estocástico seguido por q_t . Um exemplo é a possibilidade de comportamento próximo à de raiz unitária abordado por Kim e Lima (2004). Argumentam que a taxa real de câmbio pode ser mais bem descrita por um processo localmente persistente, que postula uma grande semelhança com a raiz unitária no curto prazo, mas apresentaria um comportamento convergente em horizontes mais longos de tempo. Eles aplicaram o teste Lima-Xiao (2001) e não rejeitam a hipótese de que as taxas reais de câmbio dos países do G7 têm uma raiz próxima à unidade, mas não exatamente 1.

A literatura também avançou para considerar a possibilidade de ajuste não linear para a taxa real de câmbio. A intuição econômica é que os custos de transação podem criar uma região, chamada banda de inação, na qual a arbitragem não é lucrativa, justificando o comportamento de passeio aleatório para a taxa real de câmbio dentro de um determinado intervalo. No entanto, se a taxa real de câmbio é menor (maior) que um limite inferior (superior), o comércio internacional seria lucrativo, levando a taxa real de câmbio a se comportar como um processo autorregressivo.

Os trabalhos de Michael et al. (1997), Taylor et al. (2001), Bec et al. (2004) e Leon e Najarian (2005) utilizam modelos econométricos da família TAR e mostram que tal processo, capaz de captar as não linearidades citadas, descreve melhor o processo estocástico de várias séries de taxa real de câmbio. Uma diferença importante do trabalho de Leon e Najarian reside no fato de não imporem limites simétricos, o que verificaram se ajustar melhor às características das séries de TRC.

Lothian e Taylor (2008) levantam a possibilidade de a taxa de câmbio de equilíbrio se mover gradualmente no tempo. Assim, nos testes estatísticos de estabilidade que assumem que a taxa real de equilíbrio é constante, as estimativas da velocidade de reversão à média estariam viesadas, e tal viés seria

em parte responsável pelo quebra-cabeça da PPC levantado por Rogoff (1996). Como alternativa, os autores utilizam um modelo ESTAR (exponential smooth transition autoregressive), levando em consideração que ajustes em direção à média de longo prazo têm intensidade proporcional ao tamanho do desvio. Como resultado, encontram forte evidencia estatística do efeito Balassa- Samuelson na relação entre libra e dólar, resultado que não se repetiu para a relação entre a libra e o franco.

2.2 Efeito Balassa-Samuelson¹

Sejam dois países (doméstico e estrangeiro) que utilizam o fator de produção trabalho (L) para produzir dois tipos de bens, um comercializável (T) e outro não comercializável (N). A função de produção para estes dois bens, por hipótese, apresenta retornos constantes de escala. As pressuposições com relação ao mercado de trabalho são as de que ele é competitivo e de que os setores de cada país são perfeitamente móveis entre si, mas não entre países. Portanto, há equalização do salário real entre os setores de um mesmo país, de forma que:

$$P_T f'(L_T) = w = P_N g'(L_N) \quad (4)$$

$$P_T^* F'(L_T^*) = w^* = P_N^* G'(L_N^*) \quad (5)$$

em que P_T e P_N são preços dos bens comercializáveis e não comercializáveis; w é o salário real; P_T^* , P_N^* e w^* são estes mesmos valores para o país estrangeiro; f' e g' , F' e G' representam o produto marginal do trabalho para os setores de comercializáveis e não comercializáveis dos países doméstico e estrangeiro, respectivamente.

Como o modelo de diferenças de produtividade Balassa-Samuelson pressupõe validade da PPC para o setor de bens comercializáveis, então retoma-se a equação (1):

$$P_T = E_T P_T^*$$

¹Esta seção está baseada em ANDRÉS et alii (1996) e FARIA e LEÓN-LEDESMA (2000)

Considerem-se também os níveis de preços interno (P) e externo (P^*) como uma média geométrica ponderada dos preços de ambos os setores, ou seja:

$$P = P_T^{1-i} P_N^i \quad (6)$$

$$P^* = P_T^{*1-j} P_N^{*j} \quad (7)$$

em que i e j indicam os pesos do setor de não comercializáveis nas produções total doméstica e estrangeira, respectivamente.

Normalizando os preços para o setor de bens comercializáveis, $P_T = P_T^* = 1$, as equações para os níveis de preços doméstico e estrangeiro ficam:

$$P = P_N^i \quad (6a)$$

$$P^* = P_N^{*j} \quad (7a)$$

De forma similar, empregando a normalização dos preços do setor de comercializáveis, as equações (4) e (5) podem ser escritas da seguinte forma:

$$P_N = f'(L_t) / g'(L_N) \quad (8)$$

$$P_N^* = F'(L_T^*) / G'(L_N^*) \quad (9)$$

Seja a taxa real de câmbio definida como $q_t = P/EP^*$. Assim, substituindo as equações (8) e (9) nas equações (6) e (7) e considerando-se a taxa real de câmbio, obtém-se:

$$q_t = \frac{P}{P^*} = \frac{[f'(L_T) / g'(L_N)]^i}{[F'(L_T^*) / G'(L_N^*)]^j} \quad (10)$$

Desta forma, a equação (10) retrata o efeito Balassa-Samuelson. Importante observar que, de acordo com a equação (10), se o numerador está crescendo a uma taxa superior à do denominador, ocorre um aumento da taxa real de câmbio. Ou seja, um crescimento mais rápido da produtividade do setor de comercializáveis no país doméstico, comparativamente ao mesmo setor no país estrangeiro, acarretaria em uma apreciação da taxa real de câmbio.

Portanto, segundo a teoria, pode-se afirmar que há uma relação positiva entre o crescimento da produtividade do setor de comercializáveis e a valorização da taxa real de câmbio.

3. REFERENCIAL ESTATÍSTICO

Nesta seção, será apresentado brevemente o processo de autorregressão quantílica desenvolvido por Koenker e Xiao (2002, 2004). Seja o processo autorregressivo de uma série qualquer, y_t , representado por:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + u_t, \quad (11)$$

em que $t = 1, \dots, n$. e o τ -ésimo quantil de u é representado por $Q_u(\tau)$. Seja $Q_{y_t}(\tau|y_{t-1})$ o τ -ésimo percentil de y_t condicional a y_{t-1} , o qual pode ser representado por:

$$Q_{y_t}(\tau|y_{t-1}) = \alpha_0(\tau) + \alpha_1(\tau)y_{t-1} \quad (12)$$

onde $\alpha_0(\tau) = \alpha_0 + Q_u(\tau)$, sendo $Q_u(\tau)$ o τ -ésimo percentil de u . Após definir $\alpha(\tau) = (\alpha_0(\tau), \alpha_1(\tau))^T$ e $x_t = (1, y_{t-1})^T$, pode-se reescrever a equação anterior de forma mais sucinta:

$$Q_{y_t}(\tau|y_{t-1}) = x_t^T \alpha(\tau) \quad (13)$$

Os coeficientes do vetor $\alpha(\tau)$ são estimados como proposto por Koenker e Basset (1978). Cada solução do vetor de parâmetros $\hat{\alpha}(\tau)$ corresponde ao τ -ésimo coeficiente da autorregressão quantílica. Dado $\hat{\alpha}(\tau)$, a τ -ésima função quantílica de y_t , condicionada à informação passada, é estimada por:

$$\hat{Q}_{y_t}(\tau|x_{t-1}) = x_t^T \hat{\alpha}(\tau) \quad (14)$$

Agora, suponha a necessidade de um modelo mais amplo, similar, por exemplo, a uma equação do tipo ADF:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \sum_{j=1}^p a_{j+1} \Delta y_{t-j} + u_t \quad (15)$$

É possível, ainda, uma representação por meio de autorregressão quantílica da equação anterior após definir $\alpha(\tau) = (\alpha_0(\tau), \alpha_1(\tau), \dots, \alpha_{p+1}(\tau))$ e $x_t = (1, y_{t-1}, \Delta y_{t-1}, \dots, \Delta y_{t-p})^T$, resultando em:

$$Q_{y_t}(\tau|\mathfrak{F}_{t-1}) = x_t^T \alpha(\tau) \quad (16)$$

em que \mathfrak{F}_t é a σ -álgebra gerada por $\{u_s, s \leq t\}$, e $Q_{y_t}(\tau|\mathfrak{F}_{t-1})$ é o τ -ésimo percentil condicional de y_t condicional a \mathfrak{F}_{t-1} . Dessa forma, tem-se a representação de um modelo QAR(p).

É possível utilizar a equação (16) para testar vários comportamentos do processo estocástico seguido por y_t , que pode possuir um comportamento local muito diferente a depender do percentil observado: para alguns percentis pode representar um padrão convergente; já, para outros, se comportar como um passeio aleatório ou mesmo como uma variável aleatória explosiva.

Artigos que visam testar a teoria do poder de paridade de compra utilizam a equação 15, mas usando a taxa real de câmbio como variável de análise, ou seja:

$$q_t = \alpha + \beta q_{t-1} + \sum_{i=1}^P \varphi_i \Delta q_{t-i} + u_t \quad (17)$$

Conforme a teoria da PPC, a taxa real de câmbio não pode apresentar raiz unitária, o que implica na desigualdade $|\beta| < 1$. De forma análoga, a equação 16 pode ser usada para análises forçada em modelar a toda a distribuição condicional de q_t :

$$Q_{q_t}(\tau|X_{t-h}) = \alpha(\tau) + \beta(\tau)q_{t-h} + \sum_{i=1}^P \varphi_i(\tau)\Delta q_{t-h-i} \quad (18)$$

Enfim, o τ -ésimo percentil de q_{t+h} condicionado ao conjunto de variáveis X_t , pode ser previsto por:

$$\hat{Q}_{q_{t+h}}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau) q_t + \sum_{i=1}^P \hat{\varphi}_i(\tau)\Delta q_{t-i} \quad (19)$$

Porém, neste trabalho, foi escolhido um modelo não linear, com termos autorregressivos nas formas funcionais quadrática e cúbica, para incorporação do ajuste da taxa real de câmbio dólar/libra. Esta especificação leva em conta os modelos da família TAR e a intuição econômica que deriva da hipótese dos custos de transação, responsável pela existência da banda de inação no

comércio internacional. Desta forma, a versão quantílica do modelo não linear terá a seguinte especificação:

$$Q_{qt}(t|X_{t-h}) = \alpha(\tau) + \beta(\tau)q_{t-h} + \gamma(\tau)q_{t-h}^2 + \delta(\tau)q_{t-h}^3 + \sum_{i=1}^P \varphi_i(\tau) \Delta q_{t-h-i} \quad (20)$$

Com as soluções $\hat{\alpha}(\tau)$, $\hat{\beta}(\tau)$, $\hat{\gamma}(\tau)$, $\hat{\delta}(\tau)$ e $\hat{\varphi}_i(\tau)$, para qualquer $(\tau) \in (0; 1)$, estimadas como foi feito na equação (20), pode-se prever o o τ -ésimo percentil de q_{t+h} condicionado ao conjunto de informações X_t a partir da especificação:

$$\hat{Q}_{qt+h}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \sum_{i=1}^P \hat{\varphi}_i(\tau)\Delta q_{t-i} \quad (21)$$

Realizar previsão de $\hat{Q}_{qt+h}(\tau|X_t)$ ao longo de todo o intervalo τ resulta na função densidade acumulada condicionada a X_t , a partir da qual poderão ser computadas as probabilidades de que q_{t+h} cairá dentro de um intervalo específico. Para tal, define-se:

$$F(z|Y) = P(Z \leq z|Y), \quad (22)$$

como a função de distribuição de uma variável aleatória Z condicionada ao conjunto de informações Y . Dessa forma, tem-se que:

$$\tau_z = F(z|Y) = P(Z \leq z|Y) = Q^{-1}(Q_z(\tau|T)), \quad (23)$$

para qualquer $0 < \tau < 1$. Além disso, a probabilidade condicional de que Z esteja no intervalo (\underline{z}, \bar{z}) será:

$$P((\underline{z} < Z < \bar{z}|Y) = Q^{-1}(Q_{\underline{z}}(\tau|Y)) - Q^{-1}(Q_{\bar{z}}(\tau|Y)) = \tau_{\bar{z}} - \tau_{\underline{z}} \quad (24)$$

A contrapartida empírica de $F(z|Y)$ pode ser escrita como:

$$\hat{F}(z|Y) = \sup\{\tau \in (0, 1): \hat{Q}_z(\tau|Y) < z\} = \hat{\tau}_z \quad (25)$$

Enquanto a contrapartida empírica de $P(\underline{z} < Z < \bar{z}|Y)$ é:

$$P(\underline{z} < Z < \bar{z}|Y) = \tau_{\bar{z}} - \tau_{\underline{z}} \quad (26)$$

Para o problema particular deste trabalho, levando-se em conta estimativas de $\hat{Q}_{qt+h}(\tau|X_t)$ ao longo de todo o intervalo τ , é necessária apenas uma fórmula para computar a probabilidade de que q_{t+h} vai se encontrar no intervalo (\underline{q}, \bar{q}) .

4. DADOS E MODELAGEM

4.1 Dados

A taxa real de câmbio anual de 1800 a 1990 é computada a partir da taxa de câmbio nominal dólar/libra e dos índices de preços ao produtor usados por Lothian e Taylor (1996). De 1991 a 2018, as taxas nominais de câmbio dólar/libra são obtidas do International Financial Statistics (IFS), banco de dados do Fundo Monetário Internacional (FMI), e correspondem à média anual. Já o índice de preços ao produtor para os Estados Unidos (PPI, na sigla em inglês) foi obtido do US Bureau of Labor Statistics; para o Reino Unido, o índice de preços ao produtor foi coletado, também, do IFS.

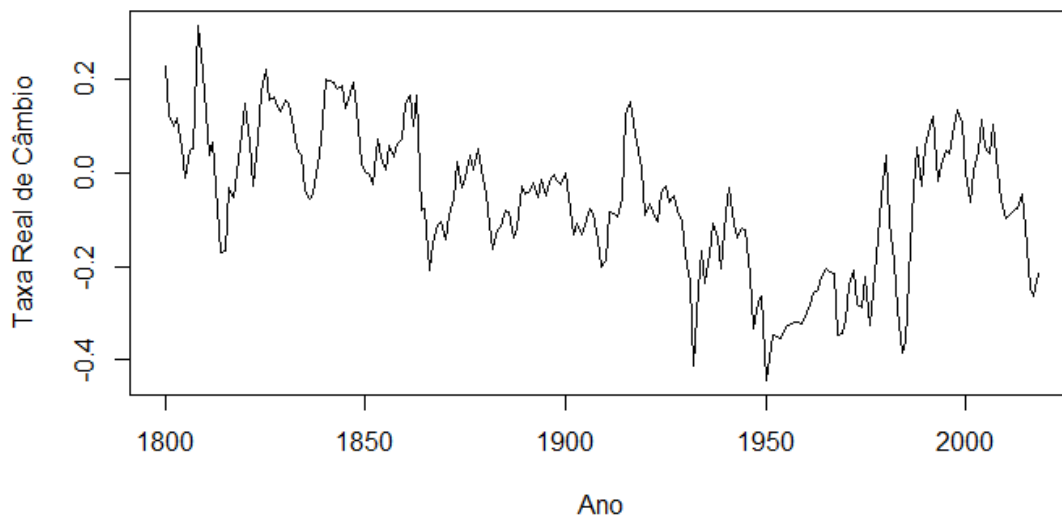
O diferencial de produtividade, sugerido por Lothian e Taylor (2008) como uma aproximação do efeito Balassa-Samuelson, terá como proxy a diferença das taxas de crescimento do PIB per capita de Reino Unido e Estados Unidos para o período entre 1800 e 2018, cujos dados são provenientes do Maddison Project 2020.

A taxa real de câmbio foi calculada a partir do logaritmo da razão entre os índices de preços do Reino Unido (P_t^{RU}) e dos Estados Unidos (P_t^{EU}) multiplicada pela taxa de câmbio nominal entre os dois países:

$$TRC_t = \ln\left(\frac{S_t P_t^{RU}}{P_t^{EU}}\right) \quad (27)$$

Como especificada, um aumento em TRC reflete desvalorização do dólar (valorização da libra). A Figura 1 mostra a evolução da TRC. É possível observar três períodos marcantes. Até o início da segunda metade do século 19, a relação aparenta oscilar em torno de uma média, passando a declinar (apreciação do dólar) posteriormente até um pouco antes da metade do século seguinte. Em seguida, as oscilações anuais parecem ocorrer em torno de uma média, não havendo indicação de nenhuma forte tendência até o final da amostra, em 2018. Fatores históricos parecem capazes de explicar tal comportamento, sendo também aderentes às previsões do efeito Balassa-Samuelson.

Figura 1: Taxa Real de Câmbio Dólar/Libra para o período 1800-2018*

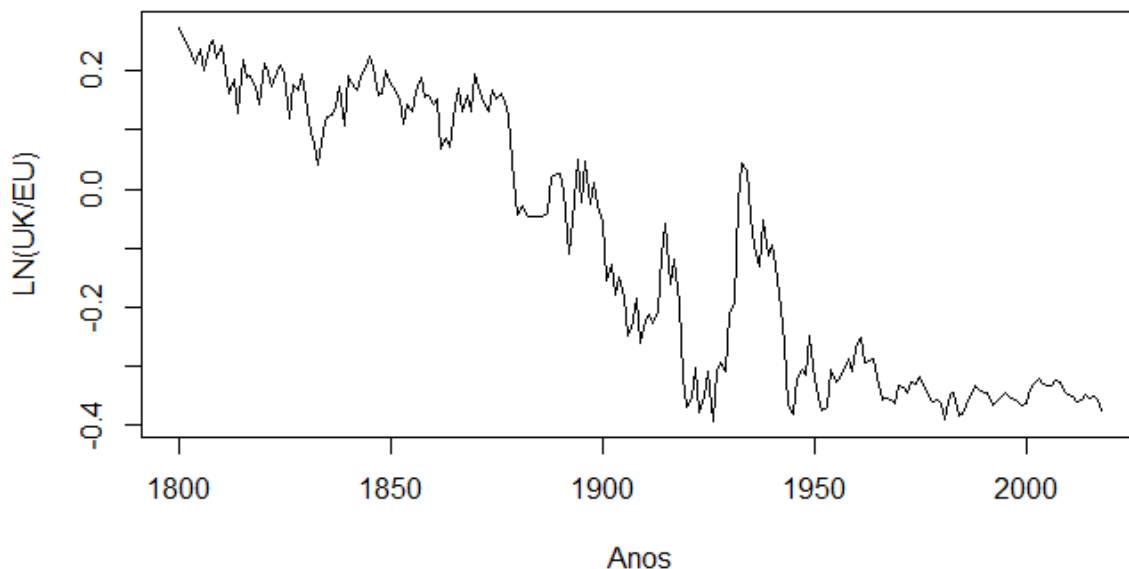


Fonte: Maddison Project 2020

*Aumento representa desvalorização do dólar (valorização da libra).

Na parte inicial da amostra, a Grã-Bretanha era a maior potência industrial do mundo, beneficiada pelo aumento da produtividade decorrente de seu pioneirismo na revolução industrial. Segundo o efeito Balassa-Samuelson, o rápido aumento da produtividade do setor de bens comercializáveis do Reino Unido – em especial do setor industrial – em relação ao mesmo setor em outros países deveria manter a libra esterlina mais valorizada. Contudo, à medida que os Estados Unidos começam a expandir sua produção e a elevar sua produtividade, deveria ocorrer movimento de apreciação do dólar americano como o verificado da metade do século 19 a meados do 20. A partir de 1950, no entanto, a taxa real de câmbio parece oscilar em torno de uma média, sem que seja visualizada a presença de uma tendência determinística. A Figura 2 mostra a evolução do logaritmo da razão do PIB per capita do Reino Unido e dos Estados Unidos, que é a proxy para o diferencial de produtividade entre os dois países.

Figura 2: Logaritmo da razão do PIB per capita do Reino Unido com o PIB per capita dos Estados Unidos referente ao período 1800-2018



Fonte: Maddison Project 2020

Com o intuito de expurgar essas tendências de longo prazo, e em aderência com as previsões do modelo de Balassa-Samuelson, a série TRC é filtrada subtraindo-se o logaritmo da razão do PIB per capita do Reino Unido e dos Estados Unidos, dando origem à série \hat{q}_t .

$$\hat{q}_t = TRC_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \ln \left(\frac{PIBpcRU}{PIBpcEU} \right) \quad (28)$$

Esta razão PIB per capita procura servir de aproximação para o diferencial de produtividade entre as duas regiões. Idealmente, deveriam-se usar dados referentes à produtividade do setor de bens comercializáveis, a fim de se investigar o efeito Balassa-Samuelson empiricamente, porém esses dados não estão disponíveis para o período estudado neste artigo.

Contudo, segundo Lothian (2008), ao aderir-se à hipótese de que a produtividade no setor de bens não comercializáveis foi constante ao longo do período, então a produtividade geral será diretamente proporcional à apresentada pelo setor de bens comercializáveis. Além disso, assumindo-se que

a força de trabalho é proporcional à população total, podem-se medir os termos de produtividade que impulsionam o efeito Balassa-Samuelson como a proporção da produção nacional total - ou seja, o PIB real – em relação à população total, como no estudo clássico de Balassa (1964).

Para fins de robustez, a TRC também é filtrada a partir de um polinômio cúbico na tendência, conforme sugerido por Lothian e Taylor (1996, 2000), em aderência com os três momentos distintos observados na série original. Neste caso, o filtro seria:

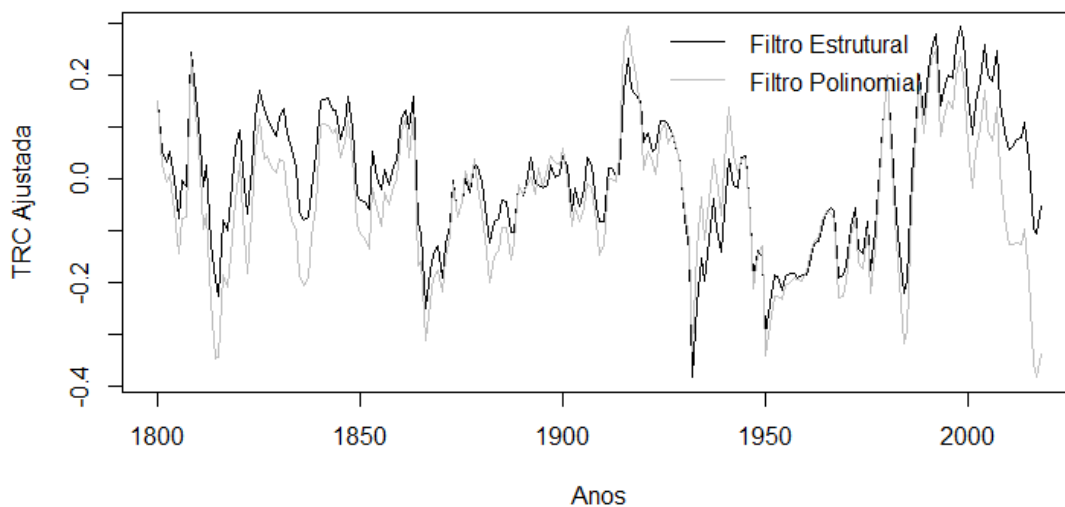
$$\hat{q}_t = TRC_t - (\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 t + \hat{\alpha}_2 t^2 + \hat{\alpha}_3 t^3) \quad (29)$$

4.2 Filtros

Como abordado na subseção 4.1, o filtro estrutural (representado pelo logaritmo da razão entre os PIB per capita de Reino Unido e Estados Unidos) e o filtro polinomial (ilustrado por um polinômio com tendência cúbica) são boas aproximações para o efeito Balassa-Samuelson de longo prazo. Nesta seção, por uma questão de robustez, comparam-se as estatísticas referentes aos dois filtros.

A Figura 3 mostra a evolução dos resíduos das regressões da TRC contra o filtro estrutural e contra o polinômio cúbico, que dão origem às séries $\{\hat{q}_t\}_{t=1800}^{2018}$, que mostram estimativas da taxa real de câmbio após expurgada a tendência de longo prazo. É possível notar bastante similaridade entre ambas, algo esperado, tendo em vista a elevada correlação entre as duas séries (0,87).

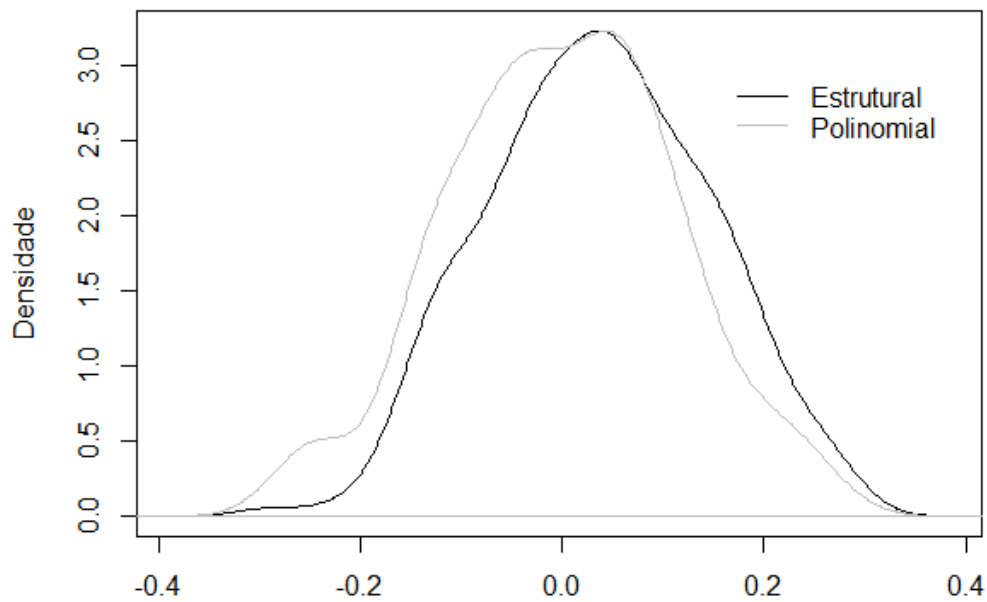
Figura 3: Taxa real de câmbio (TRC) para o período 1800-2018 ajustada pelos filtros estrutural e polinomial de ordem 3



Nota: o filtro estrutural refere-se ao logaritmo da razão entre os PIB per capita de Reino Unido e Estados Unidos, enquanto o filtro polinomial diz respeito ao polinômio com tendência cúbica.

Em relação às medidas de dispersão, as duas séries também apresentaram características bastante parecidas. As séries filtradas, da TRC, pelos filtros estrutural e polinomial apresentaram coeficientes relativos à curtose de 2,5837 e 2,7659 respectivamente e, no que se refere à assimetria, coeficientes de -0,0314 e -0.0594. Além disso, as duas séries apresentaram normalidade segundo o teste de Shapiro-Wilk, conforme pode-se observar pelo gráfico de suas densidades:

Figura 4: Densidades das séries de taxa real de câmbio filtradas com a razão do logaritmo dos PIB per capita de Reino Unido e Estados Unidos (estrutural) e com o polinômio cúbico (polinomial)



Usando desvios-padrão HAC, robustos à heterocedasticidade e à autocorrelação, observa-se que todos os coeficientes de ambas as especificações apresentaram significância estatística. Levando-se em conta a estrutura de autocorrelações dos resíduos das duas séries, de ordem 1 a 5, as séries apresentaram um padrão similar:

Tabela 1: Estimativas dos coeficientes e estatísticas descritivas referentes à série da taxa real de câmbio filtrada pelos filtros estrutural e polinomial

$$\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \ln\left(\frac{PIBpcRU}{PIBpcEU}\right): \text{Filtro estrutural}$$

$$\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 t + \hat{\alpha}_2 t^2 + \hat{\alpha}_3 t^3: \text{Filtro polinomial}$$

Variável Dependente: TRC

Variáveis Independentes	Estrutural	Polinômio Cúbico
$\ln\left(\frac{PIBpcRU}{PIBpcEU}\right)$	0,3726***	
	(0,1292)	
t		0,0022**
		(0,0021)
t ²		-0,0001***
		(0,0000)
t ³		0,0000***
		(0,0000)
Constante	-0,0233**	0,0635**
	(0,0221)	(0,0360)
Observações	219	219
R ²	0,306	0,448
R ² Ajustado	0,303	0,440
AIC	-276,5908	-322,6912
BIC	-266,4236	-305,7459

Nota: *, ** e *** representam rejeição a 1%, 5% e 10% de nível de significância respectivamente.

Tabela 2: Autocorrelações dos resíduos, de primeira a quinta ordem, das séries filtradas pelos filtros estrutural e cúbico

Autocorrelações dos Resíduos	Estrutural	Polinômio Cúbico
Primeira Ordem	0,8506	0,8131
Segunda Ordem	0,6793	0,5911
Terceira Ordem	0,5374	0,4017
Quarta Ordem	0,4364	0,2602
Quinta Ordem	0,3521	0,1383

4.3 Estimativas via Mínimos Quadrados Ordinários

Antes de prosseguir para a modelagem a partir de regressão quantílica da série \hat{q}_t , são exibidas estimativas de regressões para modelar a estrutura autorregressiva da série via mínimos quadrados ordinários. São apresentados resultados apenas para a série derivada do filtro estrutural. Um modelo linear é estimado por ser a forma mais usual apresentada na literatura, permitindo

comparação com outros resultados. O modelo cúbico é estimado para verificar se produz um bom ajuste, algo esperado tendo em vista o sucesso de modelos com estrutura STAR. Os modelos são os seguintes:

$$\hat{q}_t = a + b\hat{q}_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta\hat{q}_{t-i} + u_t \quad (30)$$

$$\hat{q}_t = \alpha + \beta\hat{q}_{t-1} + \gamma\hat{q}_{t-1}^2 + \delta\hat{q}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta\hat{q}_{t-i} + u_t \quad (31)$$

de forma que se supõe que os erros idiossincráticos, \hat{u}_t , apresentem a distribuição de um ruído branco, ou seja, média zero e variância constante. As variáveis dependentes e independentes são exibidas com chapéu pois foram obtidas a partir do resíduo da regressão da taxa real de câmbio contra o filtro.

A partir do teste de autocorrelação de Breusch-Godfrey, estipulou-se $p = 1$ como a ordem do termo de diferenças. Assim, obtiveram-se as seguintes estimativas:

$$\hat{q}_t = -0,0004 + 0,8275\hat{q}_{t-1} + 0,1624dq + \hat{u}_t ;$$

(0,0045) (0,0313) (0,0625)

R^2 ajustado = 0,7297; Breusch-Godfrey LM: 0,0447 (p-valor = 0,8325)

$$\hat{q}_t = -0,0021 + 0,9406\hat{q}_{t-1} + 0,0967\hat{q}_{t-1}^2 - 2,8298\hat{q}_{t-1}^3 + 0,1987dq + \hat{u}_t$$

(0,0056) (0,0550) (0,1938) (0,8784) (0,0614)

R^2 ajustado = 0,7355; Breusch-Godfrey LM: 0,2894 (p-valor = 0,5906)

Entre parênteses estão os desvios-padrão obtidos a partir do estimador HAC. Os p-valores para o teste Breusch-Godfrey indicam rejeição da hipótese de presença de autocorrelação de primeira ordem nos resíduos, cujas evoluções podem ser visualizadas na Figura 5 e na Figura 6. Os resultados do modelo cúbico indicam bom ajuste, com os coeficientes linear e cúbico significativos a 5% de nível de significância.

Figura 5: Resíduos do modelo linear estimado por mínimos quadrados ordinários

$$\hat{q}_t = \hat{a} + \hat{b}\hat{q}_{t-1} + \hat{c}_i\Delta\hat{q}_{t-1} + \hat{u}_t$$

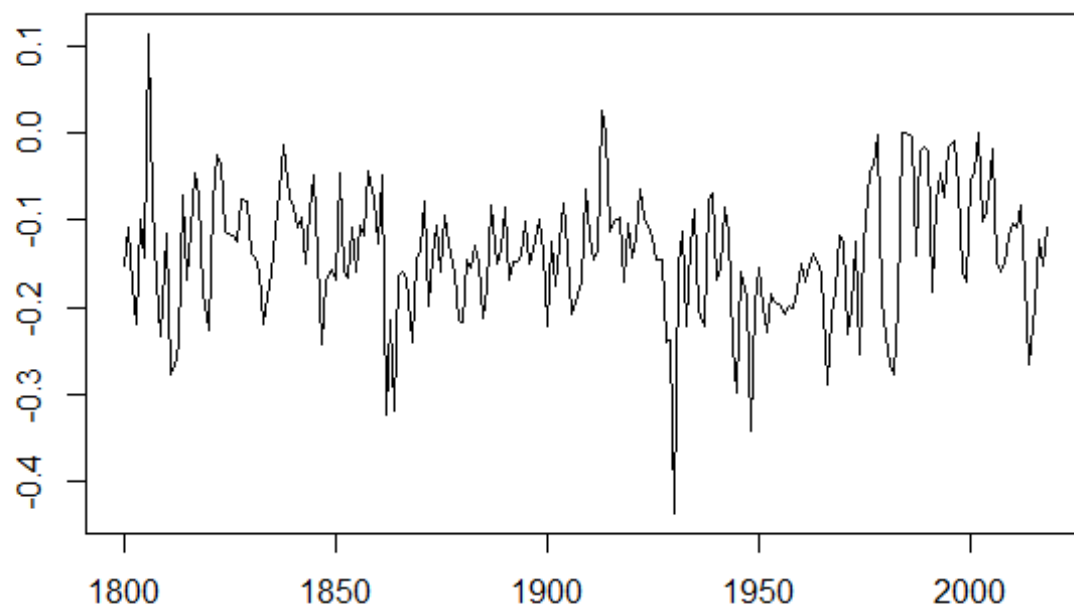
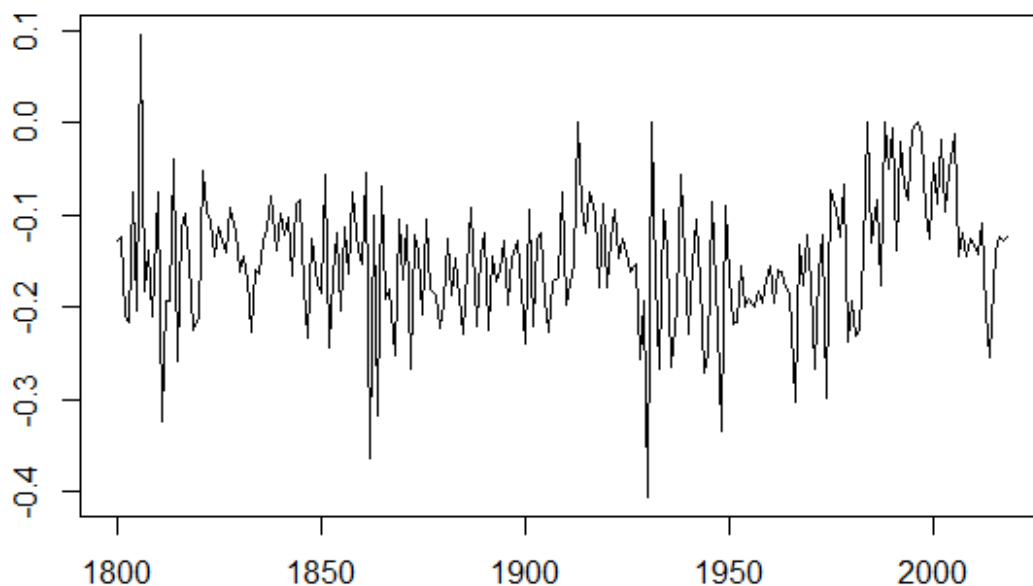


Figura 6: Resíduos do modelo cúbico estimado por mínimos quadrados ordinários

$$\hat{q}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\hat{q}_{t-1} + \hat{\gamma}\hat{q}_{t-1}^2 + \hat{\delta}\hat{q}_{t-1}^3 + \hat{\varphi}_i\Delta\hat{q}_{t-i} + \hat{u}_t$$



O teste de raiz unitária no modelo linear, realizado por meio do teste DF-GLS, rejeita a hipótese nula de presença de raiz unitária, indicando reversão à média no longo prazo. A meia-vida computada a partir do modelo linear é igual a 2,8 anos, em linha com o obtido por Lothian and Taylor (2000) para a série filtrada por meio do polinômio cúbico na tendência.

Teste DF-GLS de Raiz Unitária				
	Estatística	1%	5%	10%
\hat{q}	-4,3606	-3,48	-2,89	-2,57

4.4 Regressão Quantílica

Nas Figuras 7 e 8 são apresentados os ajustes dos decis condicionados estimados para os modelos linear e cúbico. Os decis inferiores referem-se a um dólar condicional mais valorizado (libra mais desvalorizada), enquanto os decis superiores dizem respeito a um dólar condicionalmente mais desvalorizado (libra mais valorizada).

Figura 7: Decis condicionados ajustados para o modelo linear

$$\hat{q}_t(\tau) = \hat{a}(\tau) + \hat{b}(\tau)\hat{q}_{t-1} + \hat{c}_i(\tau)\Delta\hat{q}_{t-1} + \hat{u}_t$$

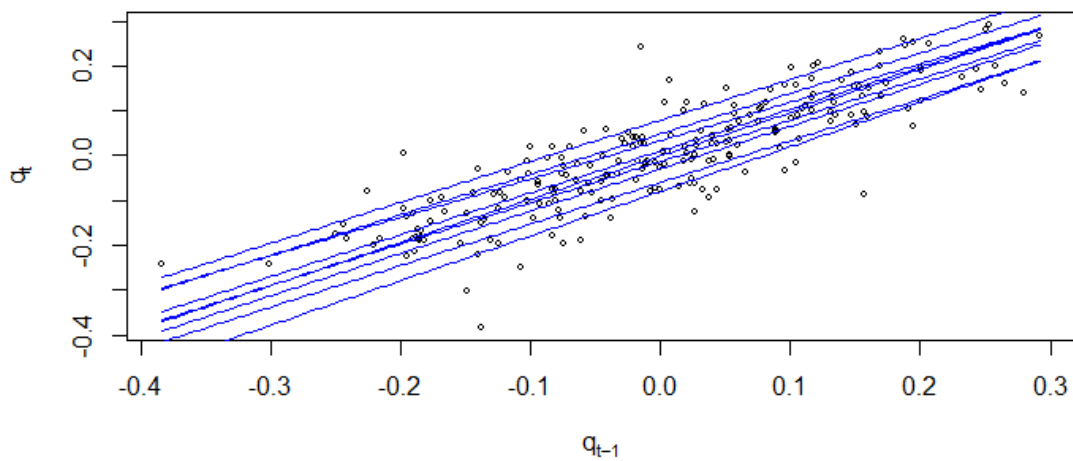
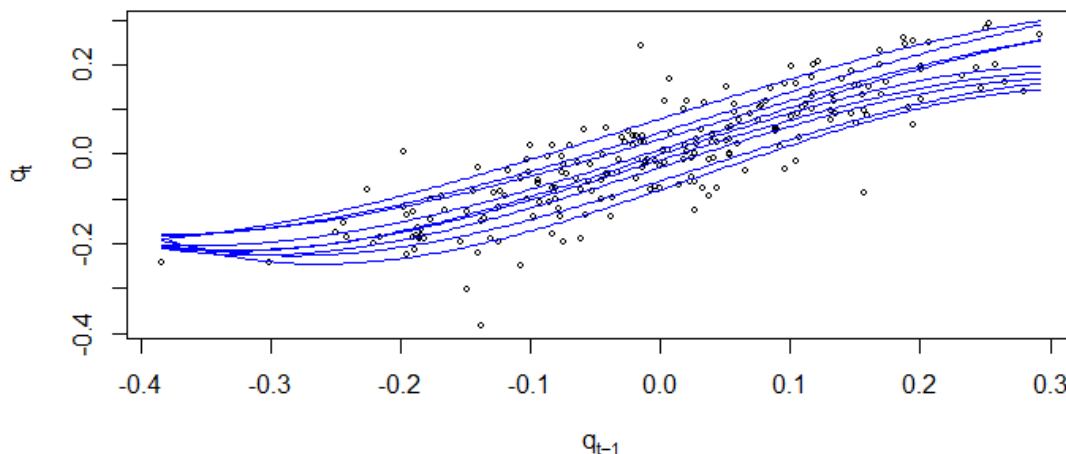


Figura 8: Decis condicionados ajustados para o modelo cúbico

$$\hat{q}_t(\tau) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)\hat{q}_{t-1} + \hat{\gamma}(\tau)\hat{q}_{t-1}^2 + \hat{\delta}(\tau)\hat{q}_{t-1}^3 + \hat{\varphi}_i(\tau)\Delta\hat{q}_{t-i} + \hat{u}_t$$



Inspeção da Figura 7 sugere que q_t não apresenta nenhum padrão de não linearidade ou assimetria, tendo em vista que as curvas se apresentam paralelas umas às outras. Esta perspectiva é alterada quando se avalia o ajuste cúbico, na Figura 8. Valores mais elevados em $t-1$ (dólar desvalorizado/libra apreciada) implicam em maior dispersão da TRC em t do que quando o dólar está mais apreciado (quando os valores são menores). Além disso, observa-se uma distribuição condicional bimodal, com concentração em valores condicionados elevados e baixos de q_t . Isto indica que a libra permanece valorizada ou que se desvaloriza intensamente em t em relação ao valor verificado em $t-1$. Também é possível notar o paralelismo das curvas quando o condicionamento ocorre em valores mais centrais de q_{t-1} . Por fim, menores valores de q_{t-1} (dólar apreciado/libra desvalorizada) resultam em menor variância em t .

5. RESULTADOS

Nesta seção são apresentadas análises a partir da série da taxa real de câmbio dólar/libra regredida contra os dois filtros citados: a proxy para o diferencial de produtividade entre Reino Unido e Estados Unidos e o polinômio de tendência cúbica. O modelo principal é a TRC filtrada pelo diferencial de produtividade, cujos resultados foram comparados, por uma questão de robustez, com os da TRC filtrada pelo polinômio cúbico

Antes de iniciar a análise, determinou-se a ordem do termo de diferenças Δq_{t-i} , a partir de testes de autocorrelação por meio dos resíduos gerados por regressão de MQO. A ordem encontrada foi $p = 1$. Além disso, acrescentaram-se as formas funcionais quadrática e cúbica do componente AR, conforme os modelos iceberg de comércio internacional e da família TAR (threshold autoregressive). Assim, o modelo de previsão utilizado apresenta a seguinte especificação, ilustrada pela equação 21:

$$\hat{Q}_{qt+h}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \hat{\phi}_i(\tau)\Delta q_{t-i}$$

o qual pode ser estimado para todos os percentis e para até quatro períodos à frente, tal que $h = 1, 2, 3, 4$.

5.1 Qualidade do Ajuste

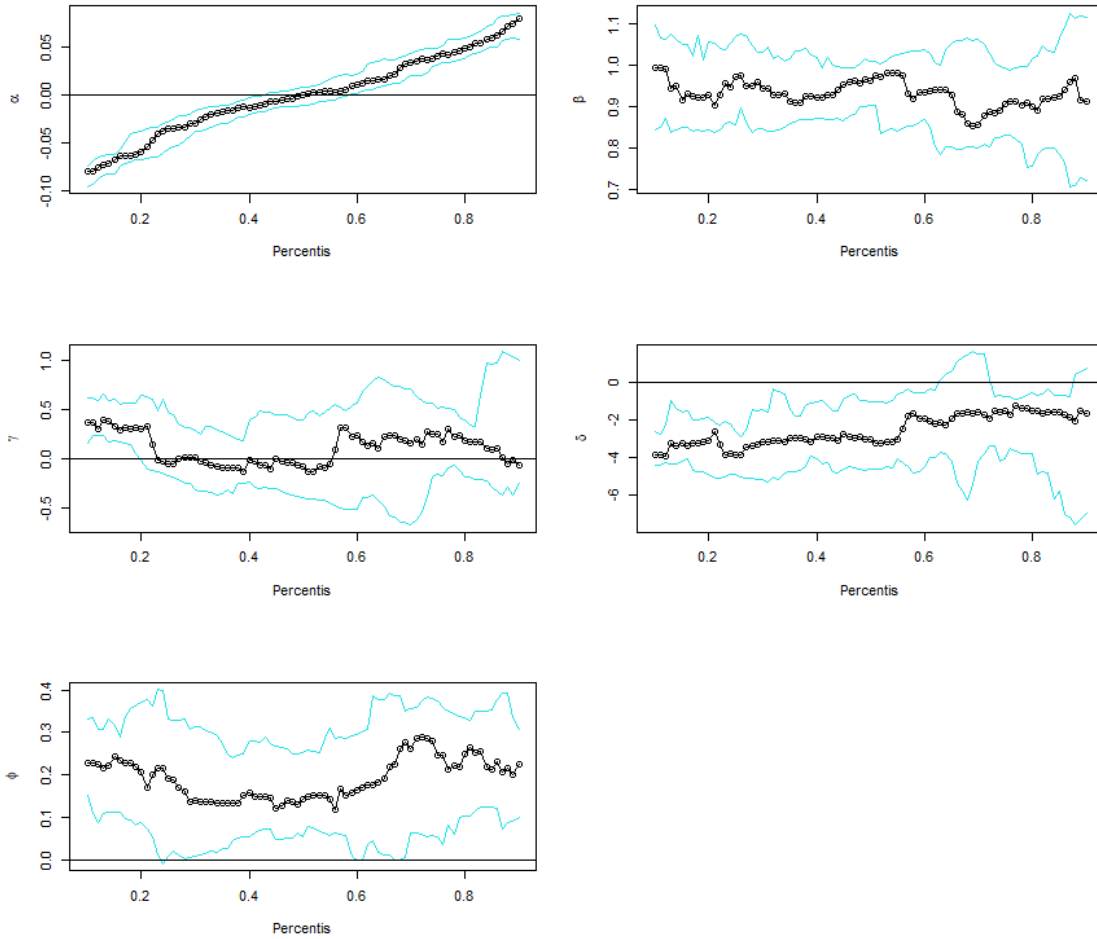
As figuras a seguir exibem os níveis de significância dos regressores para cada percentil e a qualidade do ajuste do modelo, o que é feito por meio da estatística $R^1(\tau)$, criada por Koenker e Machado (1999), e pelo critério de informação de Akaike para $\tau \in (0,10; 0,90)$.

Os coeficientes estimados e o intervalo de confiança, de 90%, para os regressores em cada um dos quatro horizontes de tempo ($h = 1, 2, 3$ e 4) são exibidos nas Figuras 9, 10, 11 e 12. Em relação a um horizonte de previsão de um ano à frente, a maioria dos coeficientes estimados para o componente autorregressivo com forma linear se encontra próxima de 0,94, com maior oscilação nos percentis mais extremos, apresentando valores maiores para os primeiros percentis e menores, para os últimos.

Padrão semelhante se observa nos horizontes seguintes, com os coeficientes autorregressivos lineares da maioria dos percentis apresentando valores semelhantes, porém com os percentis extremos exibindo valores mais baixos do que os percentis mais centrais, o que pode sinalizar uma convergência mais rápida para a TRC quando esta se encontra em valores mais extremos. Traçou-se uma reta horizontal no valor igual a zero no eixo das abscissas a fim de denotar a significância expressa pelos intervalos de confiança:

Figura 9: Coeficientes estimados e intervalos de confiança de 90% dos regressores para $h = 1$

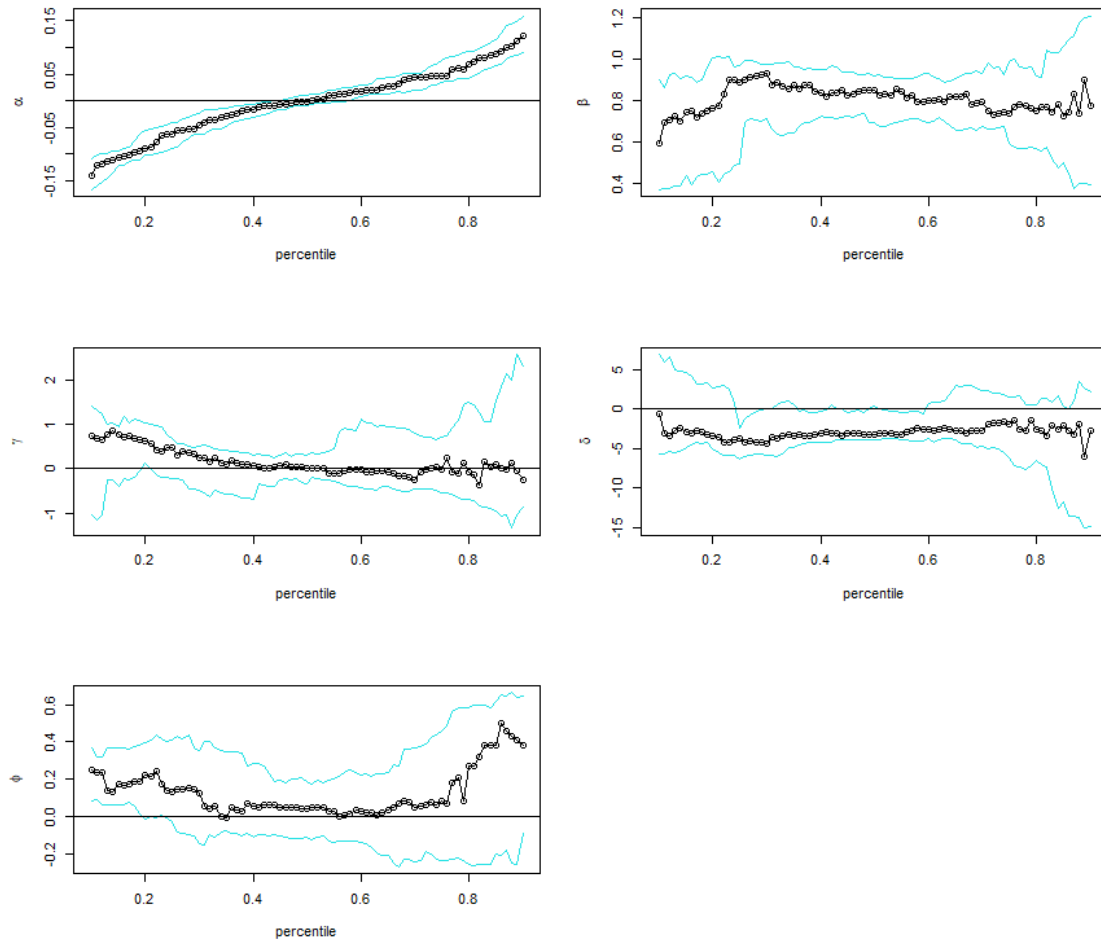
$$\hat{Q}_{qt+1}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \hat{\phi}_i(\tau)\Delta q_{t-i}$$



Nota: a reta, no valor igual a zero, no eixo das abscissas denota a significância expressa pelos intervalos de confiança.

Figura 10: Coeficientes estimados e intervalos de confiança de 90% dos regressores para $h = 2$

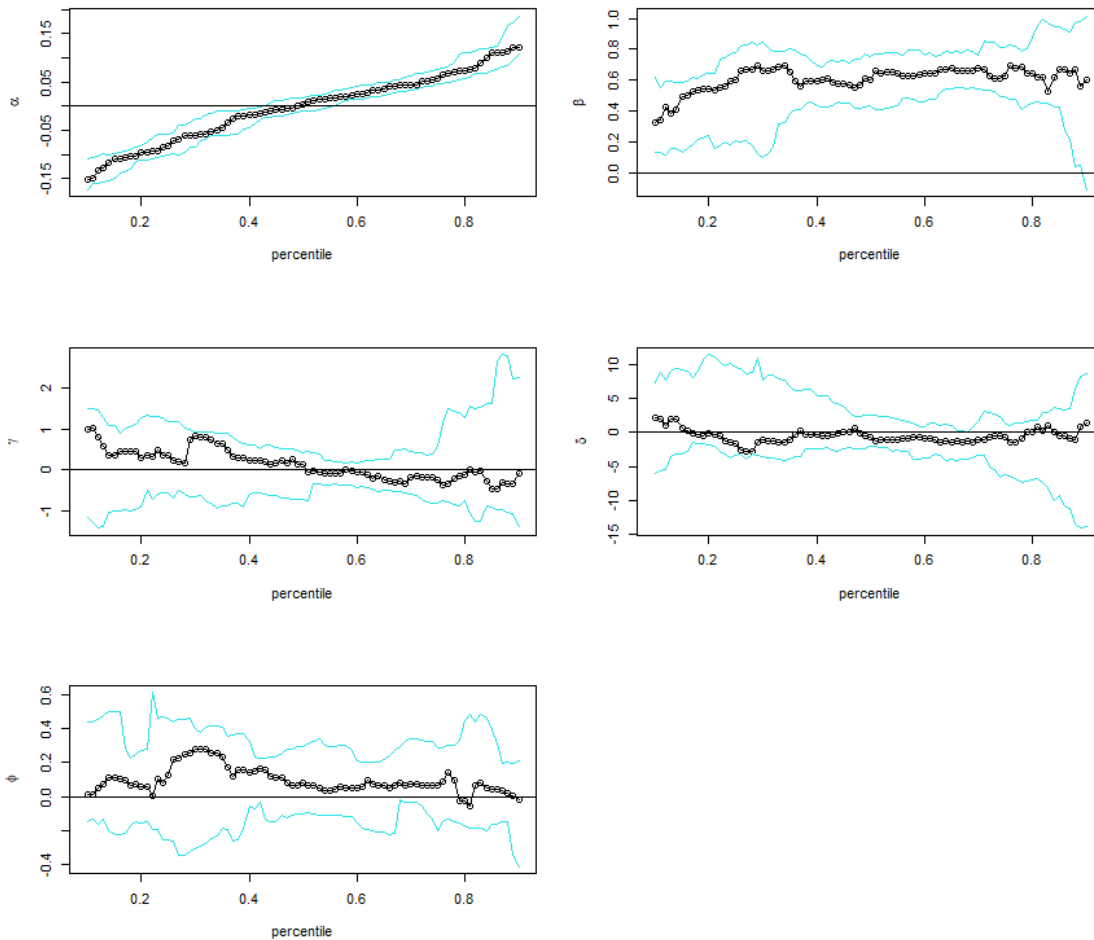
$$\hat{Q}_{qt+2}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \hat{\phi}_i(\tau)\Delta q_{t-i}$$



Nota: a reta, no valor igual a zero, no eixo das abscissas denota a significância expressa pelos intervalos de confiança.

Figura 11: Coeficientes estimados e intervalos de confiança de 90% dos regressores para $h = 3$

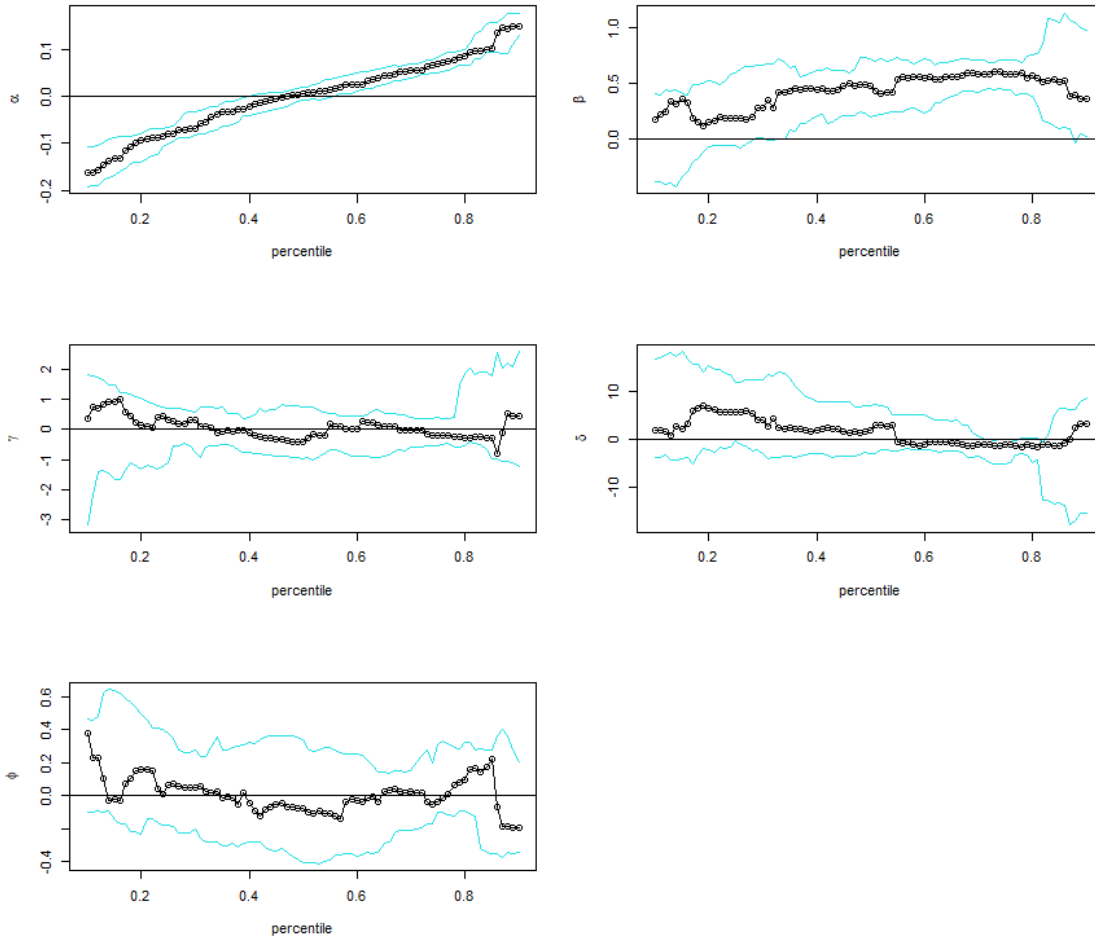
$$\hat{Q}_{qt+3}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \hat{\phi}_i(\tau)\Delta q_{t-i}$$



Nota: a reta, no valor igual a zero, no eixo das abscissas denota a significância expressa pelos intervalos de confiança.

Figura 12: Coeficientes estimados e intervalos de confiança de 90% dos regressores para $h = 4$

$$\hat{Q}_{qt+4}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \hat{\phi}_i(\tau)\Delta q_{t-i}$$

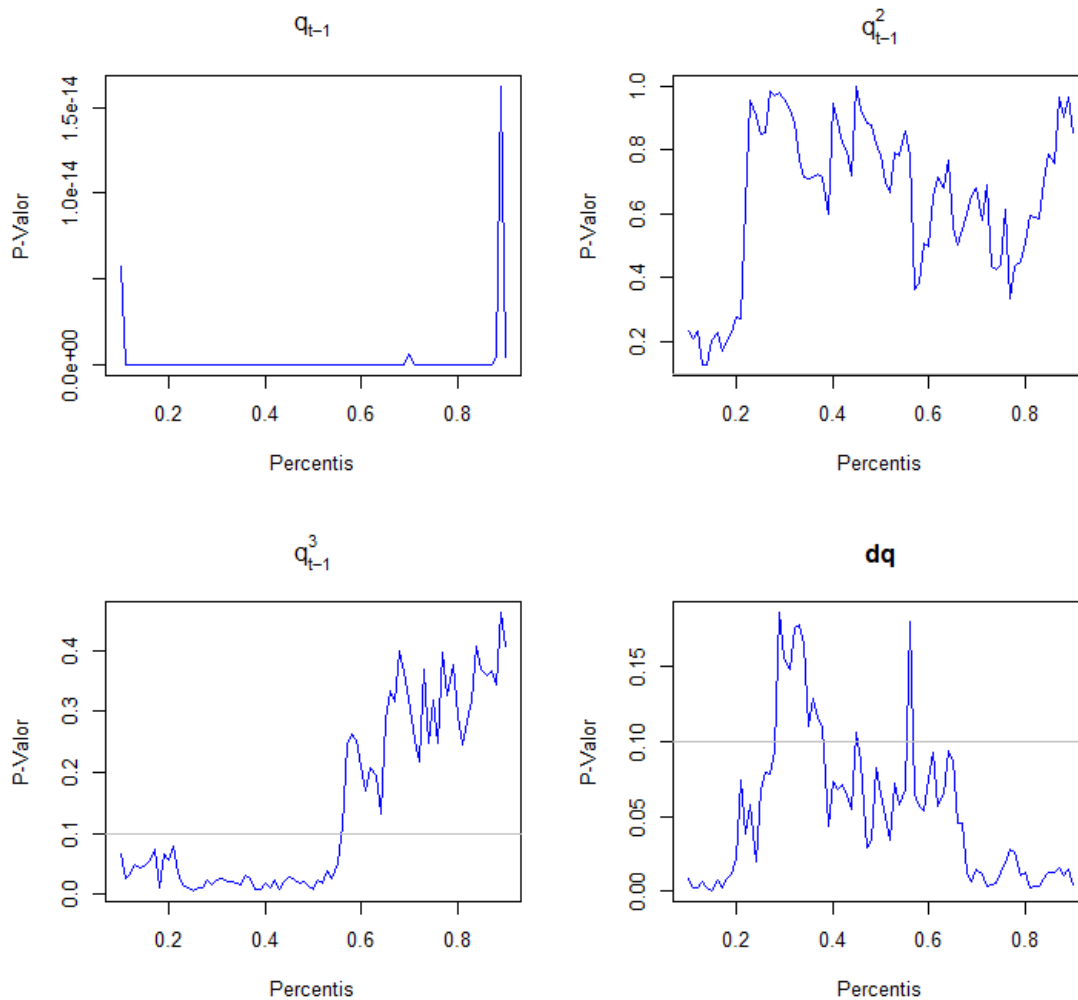


Nota: a reta, no valor igual a zero, no eixo das abscissas denota a significância expressa pelos intervalos de confiança.

Em relação ao p-valor, para um horizonte de previsão igual a 1, o coeficiente autorregressivo, na forma funcional linear, apresentou significância estatística em todos os percentis, enquanto o termo quadrático não apresentou significância estatística e o cúbico demonstrou significância entre os percentis 10^o e 50^o. Uma linha horizontal cinza foi traçada para delimitar um p-valor referente a 10%:

Figura 13: P-valores dos coeficientes do 10^o ao 90^o percentil da regressão com um passo à frente

$$\hat{Q}_{qt+1}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \hat{\varphi}_i(\tau)\Delta q_{t-i}$$

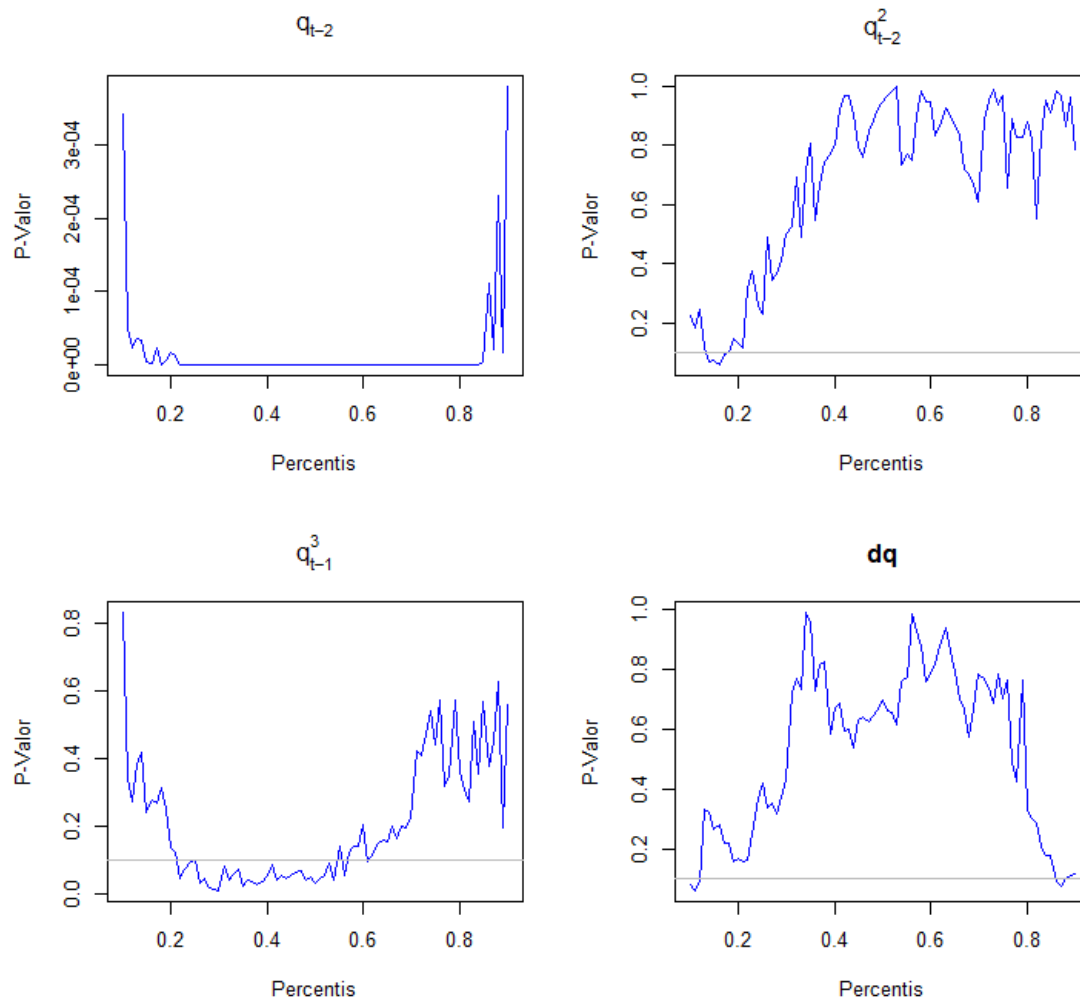


Nota: a linha cinza refere-se ao p-valor igual a 10%

Para um horizonte de previsão igual a 2, observou-se padrão semelhante na significância dos termos autorregressivos: a grande maioria dos percentis do coeficiente linear apresentou significância estatística, o linear não demonstrou significância e o cúbico exibiu significância entre os percentis 20^o e 50^o:

Figura 14: P-valores dos coeficientes do 10^o ao 90^o percentil da regressão com dois passos à frente

$$\hat{Q}_{qt+2}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \hat{\varphi}_i(\tau)\Delta q_{t-i}$$

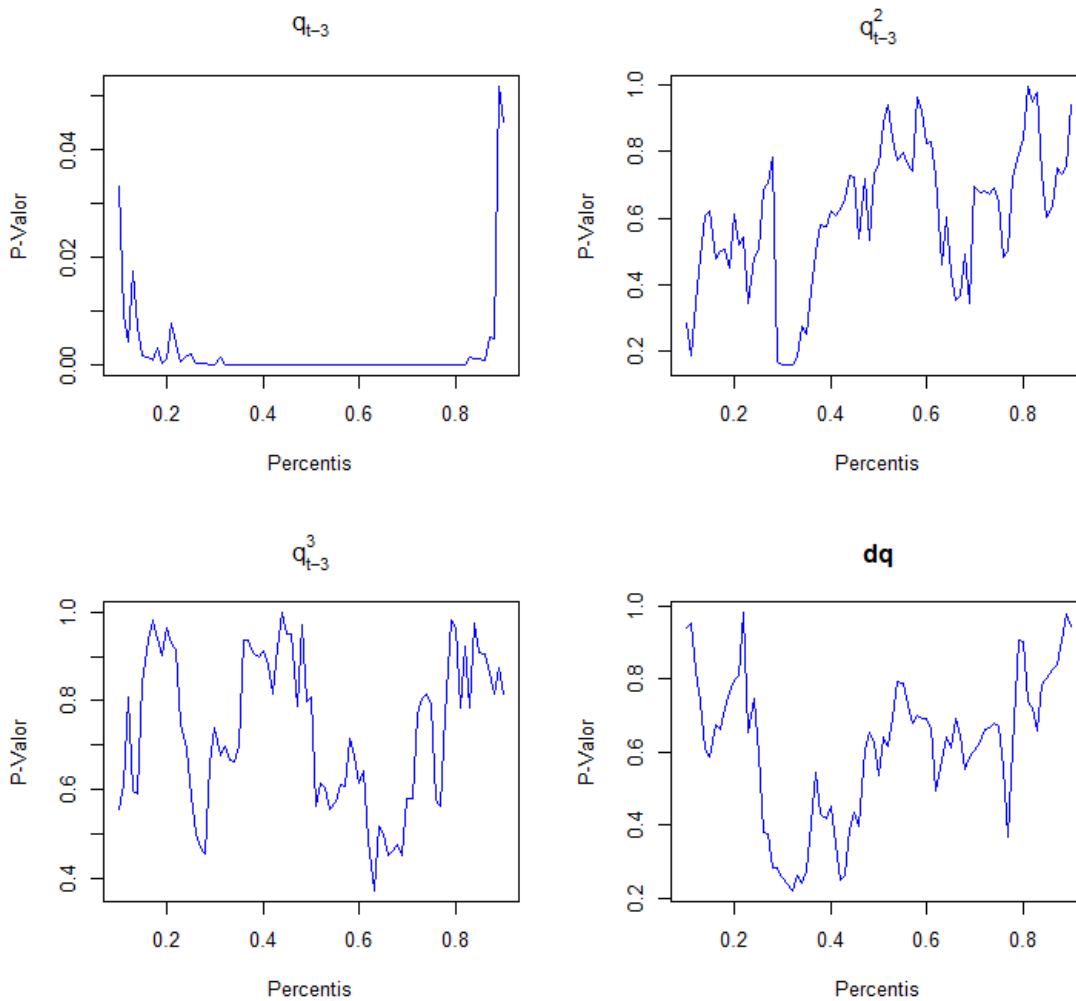


Nota: a linha cinza refere-se ao p-valor igual a 10%

O horizonte de previsão de três anos também apresentou significância estatística para o coeficiente linear na maioria dos percentis, porém os percentis extremos, relacionados a um dólar muito valorizado (à esquerda) ou muito desvalorizado (à direita), não apresentaram significância estatística. Por sua vez, os coeficientes quadrático e cúbico não exibiram significância estatística:

Figura 15: P-valores dos coeficientes do 10^o ao 90^o percentil da regressão com três passos à frente

$$\hat{Q}_{qt+3}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \hat{\varphi}_i(\tau)\Delta q_{t-i}$$

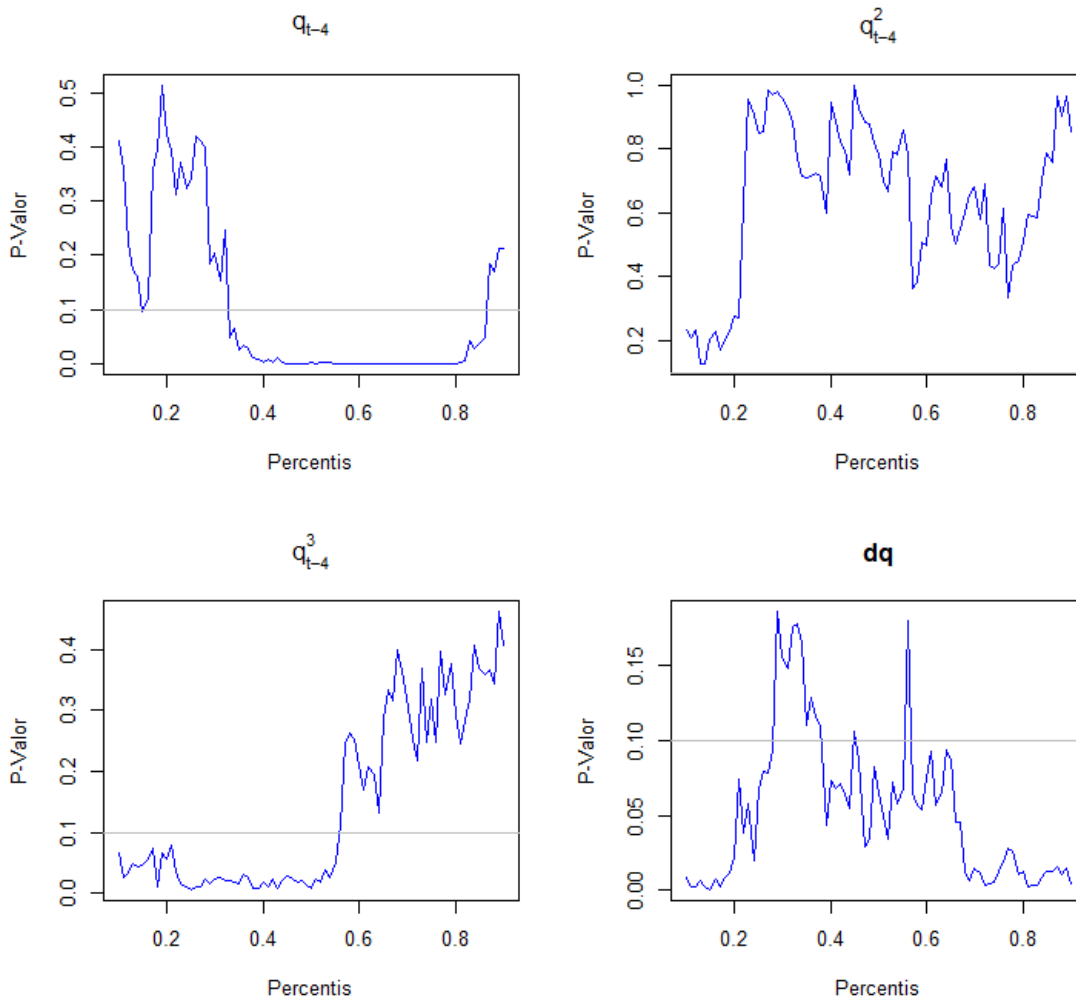


Nota: a linha cinza refere-se ao p-valor igual a 10%

Já para um horizonte de previsão de quatro anos, o coeficiente linear apresentou significância estatística apenas para os percentis situados entre o 40^o e o 80^o, enquanto o quadrático não demonstrou significância e o cúbico exibiu significância entre os percentis 10^o e 50^o.

Figura 16: P-valores dos coeficientes do 10^o ao 90^o percentil da regressão com quatro passos à frente

$$\hat{Q}_{qt+4}(\tau|X_t) = \hat{\alpha}(\tau) + \hat{\beta}(\tau)q_t + \hat{\gamma}(\tau)q_t^2 + \hat{\delta}(\tau)q_t^3 + \hat{\varphi}_i(\tau)\Delta q_{t-i}$$



Nota: a linha cinza refere-se ao p-valor igual a 10%

Koenker e Machado (1999) sugerem um critério análogo ao R^2 , considerando os parâmetros estimados por um modelo de regressão quantílica. Enquanto o R^2 mede o ajuste do modelo em relação à função condicional da média em termos da variância residual, o R^1 mede a qualidade de ajuste do modelo em um percentil específico em termos do somatório absoluto dos resíduos. Assim, esta medida avalia o ajuste do modelo apenas para um dado percentil e é calculada por:

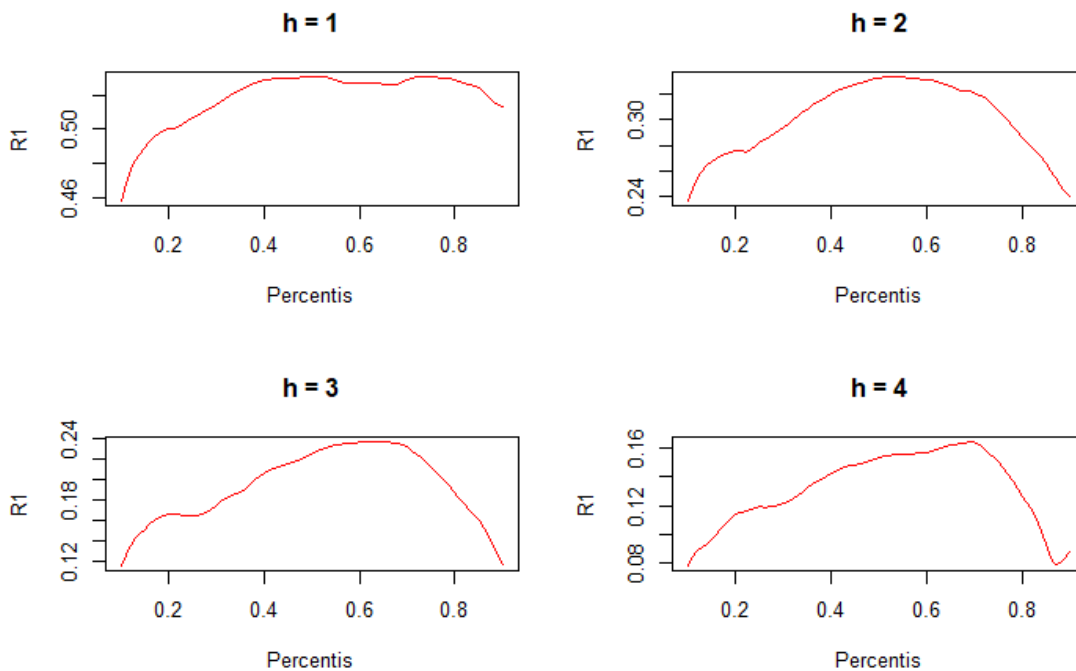
$$R^1(\tau) = 1 - \frac{\hat{v}(\tau)}{\tilde{v}(\tau)}$$

em que τ é o percentil do modelo ajustado, $\hat{v}(\tau)$ é a soma dos erros absolutos ponderados do modelo completo em τ e $\tilde{v}(\tau)$ é a soma dos erros absolutos ponderados do modelo reduzido em τ . O valor deste critério está entre 0 e 1. Quanto maior o coeficiente de determinação $R^1(\tau)$, melhor a qualidade do modelo ajustado.

A estatística $R^1(\tau)$, de maneira geral, indica um bom ajuste para o modelo no caso em que $h = 1$, pois se mantém ao redor de 0,50 para $\tau \in (0,2; 0,9)$. Apesar de apresentar uma queda para os percentis mais extremos, a estatística ainda apresenta valores altos para estes percentis.

Para $h = 2$ observa-se um padrão similar ao de $h = 1$, com a maioria dos percentis também apresentando uma estatística $R^1(\tau)$ elevada, ao redor de 0,30, e queda nos percentis mais extremos. Quando o horizonte de previsão se amplia para três anos, o R^1 cai para em torno de 0,18 na maioria dos percentis (também apresentando redução maior nos percentis extremos); para $h = 4$, o R^1 para a maioria dos percentis recua para cerca de 0,12, com diminuição ainda maior nos percentis extremos.

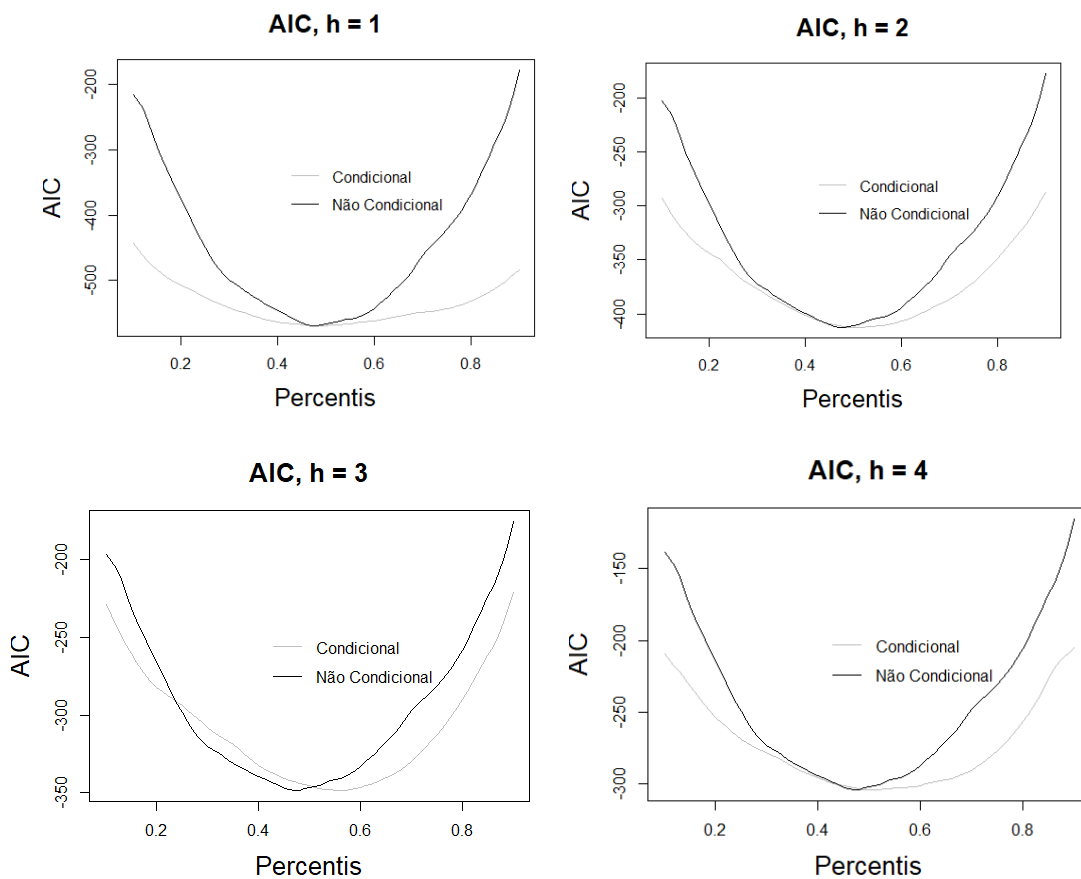
Figura 17: Estatística R^1 para cada percentil levando-se para $h = 1, 2, 3$ e 4



Nota: enquanto o R^2 mede o ajuste do modelo em relação à função condicional da média em termos da variância residual, o R^1 mede a qualidade de ajuste do modelo em um percentil específico em termos do somatório absoluto dos resíduos.

Os gráficos abaixo ilustram a qualidade do ajuste do modelo a partir do critério de informação de Akaike (AIC) para os quatro horizontes de previsão. Neste caso, além dos percentis condicionais, pode-se observar também uma curva referente aos percentis não condicionais, obtida a partir de uma regressão contra o intercepto. Para os quatro horizontes de tempo o modelo apresenta melhor ajuste em relação aos percentis mais centrais, os quais apresentam menores valores pelo critério AIC.

Figura 18: Critério de informação de Akaike (AIC) para os quatro horizontes de previsão



:

Em termos gerais, para todos os horizontes de previsão, os valores dos coeficientes autorregressivos com a forma funcional linear apresentam valores maiores para os percentis centrais do que para os extremos, o que reflete assimetria no padrão de ajuste da taxa real de câmbio. Tal assimetria implica

que a TRC é mais persistente se os desvios não forem muito acentuados, ou seja, quando q_{t-h} estiver mais próxima de valores centrais.

Esses padrões são consistentes com o tipo de ajuste que ocorre em modelos de comércio na presença de custos de transação (modelos “iceberg”), os quais têm suporte na literatura que utiliza modelos da família TAR (Threshold Autorregressive).

Em uma perspectiva mais geral, a piora na qualidade do ajuste para horizontes mais longos sugere que a maior parte do ajuste esperado, levando-se em conta a teoria do poder de paridade de compra, ocorre em intervalos de tempo menores do que aqueles sugeridos pelas análises de meia-vida de ajustes.

Para efeitos comparativos, a tabela apresenta coeficientes e estatísticas para modelos cúbicos estimados por mínimos quadrados ordinários (MQO) para os quatro horizontes de tempo.

Tabela 3: Estimativas dos coeficientes pelo método dos mínimos quadrados ordinários para $h = 1, 2, 3$ e 4

$$\hat{q}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\hat{q}_{t-1} + \hat{\gamma}\hat{q}_{t-1}^2 + \hat{\delta}\hat{q}_{t-1}^3 + \hat{\varphi}_i\Delta\hat{q}_{t-i} + \hat{u}_t$$

	h = 1	h = 2	h = 3	h = 4
Intercepto	-0,002 (0,006)	-0,004 (0,008)	-0,005 (0,010)	-0,006 (0,010)
\hat{q}_{t-1}	0,941*** (0,055)	0,7702*** (0,085)	0,503*** (0,099)	0,3706*** (0,106)
\hat{q}_{t-1}^2	0,097 (0,224)	0,173 (0,319)	0,189 (0,372)	0,297 (0,397)
\hat{q}_{t-1}^3	-2,829** (1,174)	-2,759* (1,672)	0,599 (1,957)	1,434 (2,089)
$\Delta\hat{q}_{t-i}$	0,199*** (0,068)	0,184* (0,097)	0,074* (0,114)	0,065* (0,122)
R ² Ajustado	0,736	0,468	0,278	0,181

Nota: *, ** e *** representam rejeição a 1%, 5% e 10% de nível de significância respectivamente

5.2 Funções de Densidade Condicionais

Uma vantagem da abordagem a partir da regressão quantílica é a possibilidade de se explorar o comportamento das funções de densidade condicionais, as quais, de acordo com análises prévias, podem se diferenciar dependendo dos valores condicionais. Os resultados obtidos após a construção dessas funções empíricas auxiliam a avaliação de vários outros padrões em relação ao ajuste das taxas reais de câmbio. Neste trabalho, especificamente, busca-se avaliar a probabilidade de a taxa real de câmbio futura se encontrar em intervalos específicos, o que pode aumentar a intuição a respeito de como ocorre o ajuste da TRC dólar/libra.

Para construir tais funções empíricas, devem-se escolher, primeiramente, alguns valores. A fim de analisar os ajustes da TRC sob vários cenários distintos, decidiu-se utilizar valores que correspondessem a toda a distribuição não condicional da TRC. Assim, foram escolhidos os seguintes percentis não condicionais de q_t : 5^o, 10^o, 25^o, 40^o, mediana, 60^o, 75^o, 90^o e 95^o. Ressalta-se que percentis não condicionais inferiores (superiores) referem-se ao dólar mais apreciado (depreciado).

5.3 Probabilidade Condicional a Valores Não Condicionais

A Tabela 4 apresenta as probabilidades condicionais de q_{t+h} se situar em intervalos específicos. A expressão $\Pr(q_{t+h} < q_t | q_t)$ refere-se à probabilidade de q_{t+h} ser menor que q_t , condicionada em $q_t = Q_q(\tau)$, $\tau = \{0,05; 0,10; 0,25; 0,40 \text{ e } 0,50\}$. Já a expressão $\Pr(q_{t+h} > q_t | q_t)$ refere-se às probabilidades condicionadas de q_{t+h} ser maior que q_t , condicionada em $q_t = Q_q(\tau)$, $\tau = \{0,60; 0,75; 0,90; 0,95\}$. As colunas de 2 a 5 exibem as probabilidades para $h = 1, 2, 3$ e 4 , respectivamente.

Um padrão assimétrico de ajuste pode ser verificado se $P(q_{t+h} < Q_q(\tau) | Q_q(\tau)) \neq P(q_{t+h} > Q_q(1 - \tau) | Q_q(1 - \tau))$, ou seja, quando, por exemplo, a probabilidade de observar q_{t+h} menor que o 5^o percentil não condicional, quando condicionado nesse valor, for diferente da probabilidade de q_{t+h} assumir valor superior ao 95^o percentil não condicional, quando condicionado neste valor.

Outro padrão possível de ser verificado a partir das probabilidades é se a dinâmica de ajuste da distribuição condicional converge para a distribuição não condicional, ou seja:

$$P(q_{t+h} < Q_q(\tau)|Q_q(\tau)) = P(q_{t+h} > Q_q(1 - \tau)|Q_q(1 - \tau)) = \tau \quad (33)$$

Baseando-se nesse critério, em vez de se observar o ajuste da taxa real de câmbio em termos de meia-vida — o que pode ser uma forma limitada de analisar o comportamento da TRC — abre-se a oportunidade de se pensar no tempo necessário para se convergir para a distribuição não condicional.

5.3.1 Assimetria

Em termos gerais, as distribuições empíricas condicionais apresentam alguma simetria, com exceção às observações encontradas em seus extremos. Por exemplo, condicionando-se q_t na mediana não condicional, observa-se que a probabilidade de q_{t+1} encontrar-se abaixo de q_t é exatamente 50% para um horizonte de previsão de 1 e 2 anos, enquanto para $h = 3$ a probabilidade é de 48% e para $h = 4$, de 46%, comportamento próprio de uma distribuição condicional com alta simetria quando observada do ponto de vista da mediana.

Condicionando-se q_t no 40º percentil, as probabilidades de a TRC se encontrar abaixo de q_t é 49% para $h = 1$ e 46% para $h = 2$, bem próximo das probabilidades de q_{t+1} situar acima do 60º percentil quando o exercício é condicionado em q_t neste percentil não condicional: 50% para $h = 1$ e 47% para $h = 2$. No caso de q_t condicionado no 25º e 75º percentis não condicionados, as probabilidades são, respectivamente, 45% para $h = 1$ e 40% para $h = 2$ de situar abaixo de q_t , e 42% para $h = 1$ e 37% para $h = 2$ de situar acima de q_t .

Para um horizonte de previsão um pouco maior, de 3 e 4 anos, os mesmos intervalos ainda apresentam alguma simetria. Levando-se em conta $h = 3$, a probabilidade de a TRC ser observada abaixo do 40º percentil não condicionado, quando condicionado neste percentil, é de 42%, enquanto é de 48% de ser encontrada acima do 60º percentil. Já de ser encontrada abaixo do percentil 25º

e acima do percentil 75^o, é praticamente a mesma (35% e 36%, respectivamente).

Por sua vez, em um horizonte de tempo de 4 anos, a probabilidade de a TRC se situar abaixo do percentil 40^o (de 41%) é um pouco menor do que acima do percentil 60^o (de 45%), e a probabilidade de se encontrar abaixo do percentil 25^o (de 31%) é um pouco inferior à de se encontrar acima do percentil 75^o (35%).

No entanto, para os percentis mais extremos, observou-se um padrão mais assimétrico no comportamento do ajuste da taxa real de câmbio dólar/libra. Para o horizonte de previsão de um ano, ao condicionar as estimativas no 10^o e 90^o percentis não condicionados, percebe-se maior distância: enquanto a probabilidade de a TRC encontrar-se abaixo do 10^o percentil é de 28%, a de localizar-se acima do percentil 90 passa a ser de 36%.

Ou seja, a probabilidade de uma apreciação futura do dólar, dado que o dólar já se encontra em um patamar de alta valorização (o que é ilustrado pelo primeiro decil da taxa real de câmbio), é oito pontos percentuais menor do que a probabilidade de o dólar se desvalorizar se estiver em um patamar de elevada desvalorização (referente ao 90^o percentil). Ou, analogamente, a probabilidade de o dólar se apreciar, dado que está muito apreciado, é menor do que de a libra se apreciar dado que já está muito valorizada.

Já para horizontes mais longos, como para $h = 2$ ou $h = 3$, a diferença se reduz: no caso de $h = 2$, a probabilidade de a TRC se encontrar abaixo do 10^o percentil é de 28% e de 25% de se encontrar acima do 90^o percentil; já no caso de $h = 3$, as probabilidades são 20% e 23%, respectivamente.

Há evidências crescentes de que a grande maioria do comércio internacional ocorre em uma "moeda dominante", a qual, mais frequentemente, costuma ser o dólar americano (Goldberg e Tille, 2008; Gopinath, 2015). Consistente com esta evidência, Casas et al. (2016) desenvolvem um "paradigma de moeda dominante" (DCP) que assume que os preços são principalmente rígidos em dólar, o que poderia explicar o fato de o dólar apresentar uma probabilidade condicional de se apreciar menor que a da libra.

Além disso, ao analisarem-se os percentis mais extremos da taxa real de câmbio, observaram-se assimetrias persistentes para os quatro horizontes de previsão. Para $h = 1$, as probabilidades de a taxa real de câmbio se encontrar abaixo do percentil 5^o e acima do percentil 95^o são 25% e 32% respectivamente,

enquanto para $h = 2$ são de 15% e 20% e, para um horizonte de três anos à frente, de 12% e 20%. Já para um horizonte de quatro anos, houve uma redução do diferencial, e a probabilidade de a TRC se encontrar abaixo de percentil 5º foi de 11% e a de situar acima do percentil 95º, de 15%.

5.3.2 Convergência e Persistência

Esses resultados parecem motivar uma discussão com o intuito de verificar o padrão de convergência da distribuição condicional. Ao final da subseção anterior, exemplificou-se uma situação de persistência na probabilidade de ajuste da taxa real de câmbio: a probabilidade para que a TRC permaneça abaixo do percentil 5º varia acentuadamente de 25%, em $h = 1$, para 15% em $h = 2$, mas mantém-se praticamente estável nos horizontes de tempo seguintes (12% para três anos à frente e 11%, para quatro).

Tal padrão é observado também no 90º percentil, cuja probabilidade para que a TRC se encontre acima deste percentil não condicional é de 36% no primeiro ano, enquanto, para o segundo ano, há um forte ajuste para 25% e, para os anos seguintes, o comportamento demonstra uma persistência, com a probabilidade apresentando leve queda para 23% no terceiro ano e para 20% no quarto ano.

Se a probabilidade condicional de a TRC estar acima do 90º percentil condicional se apresentasse próxima de sua probabilidade não condicional (de 10%), poder-se-ia argumentar que tal persistência no comportamento do ajuste da TRC refletiria apenas o fato de que esta já se encontraria em seu equilíbrio de longo prazo, onde deveria continuar por algum tempo.

Contudo, a previsão da taxa real de câmbio, nos quatro horizontes de tempo, situou-se longe da probabilidade não condicional de 10%, o que sinaliza para a existência de alguma margem para reduções na TRC em um horizonte maior de tempo. Padrão semelhante foi observado para a probabilidade de a TRC se encontrar acima de 75% nos quatro horizontes observados (42% para $h = 1$, 37% para $h = 2$ e 36% para $h = 3$ e 4).

Os demais percentis que se encontram mais distantes da mediana (0,10 e 0,25) também apresentaram discrepância e persistência no desajuste da TRC, apesar de essa assimetria diminuir conforme aumenta-se o horizonte de tempo

da previsão. A probabilidade de a TRC se situar abaixo de 10% é a mesma nos dois primeiros anos, de 28%, porém um forte ajuste para 20% ocorre no terceiro ano, valor que se mantém para o período seguinte. Já em relação ao 40º percentil, a probabilidade de a TRC se encontrar abaixo deste valor é de 49% no primeiro ano, com queda nos dois anos seguintes, para 46% e 42%, e estabilidade no último ano, em relação ao penúltimo, com probabilidade de 41%, atingindo praticamente a probabilidade incondicional.

De forma geral, a taxa real de câmbio dólar/libra apresentou resultados semelhantes, seja quando regredida contra o filtro estrutural seja quando regredida contra o filtro polinomial, porém a diferença relevante diz respeito à velocidade de convergência, em valores extremos, para os valores não condicionais: para os percentis 5º, 10º e 95º, o modelo com filtro polinomial apresentou convergência após um horizonte de previsão de 4 anos, com porcentagens respectivas de 5%, 12% e 8%.

A probabilidade de a TRC se encontrar abaixo do décimo percentil é de 28% nos dois primeiros anos, reduz-se para 20% no terceiro ano e mantém-se em 20% no último período da previsão. Enquanto a probabilidade de se encontrar acima do percentil 90º é de 36% em $h = 1$, reduzindo-se para 25%, 23% e 20%, respectivamente, nos anos seguintes.

Em relação ao percentil 25º, a probabilidade de a taxa real de câmbio se encontrar abaixo dessa margem é de 45% em $h = 1$ e apresenta quedas consideráveis nos três anos previstos seguintes: 40%, 35% e 31%, porém ainda distantes do percentil não condicional, assim como ocorre com o percentil 75º: 42% em $h = 1$, redução para 37% em $h = 2$ e persistência nos dois períodos seguintes, 36% em $h = 3$ e em $h = 4$.

Contudo, quando se condiciona a TRC a valores próximos da mediana, a probabilidade se encontra mais próxima do valor de equilíbrio no primeiro ano, tornando-se cada vez mais próxima conforme aumenta-se o horizonte de tempo. A probabilidade de a taxa real de câmbio se localizar abaixo do percentil 40º é de 49% no primeiro ano, mas, nos três anos seguintes, reduz-se para 46%, 42% e 41%, ficando bem próxima da taxa de equilíbrio.

Comportamento semelhante pode ser observado para o percentil 60º, acima do qual a probabilidade de a taxa real de câmbio se situar é de 50% no

primeiro ano da previsão, mas cai para 47% em $h = 2$, apresenta leve alta para 48% no terceiro ano e reduz-se para 45% no último ano do horizonte de previsão.

Em termos gerais, os resultados referentes ao comportamento da taxa real de câmbio dólar/libra, apresentados até aqui, assemelham-se aos descritos pelos modelos da família TAR: persistência alta para valores próximos da mediana e convergência mais rápida conforme há uma aproximação dos valores extremos.

Tabela 4: Probabilidade condicional de apreciação do dólar, $\Pr(q_{t+h} < q_t | q_t)$, e da libra, $\Pr(q_{t+h} > q_t | q_t)$, condicional aos percentis escolhidos e para $h = 1, 2, 3$ e 4 (Filtro Estrutural)*

$q_t = Qq(t)$	$\Pr(q_{t+1} < q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+2} < q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+3} < q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+4} < q_t q_t)$
$\tau = 0,05$	0,25	0,15	0,12	0,11
$\tau = 0,10$	0,28	0,28	0,20	0,20
$\tau = 0,25$	0,45	0,40	0,35	0,31
$\tau = 0,40$	0,49	0,46	0,42	0,41
Mediana	0,50	0,50	0,48	0,46
	$\Pr(q_{t+1} > q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+2} > q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+3} > q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+4} > q_t q_t)$
$\tau = 0,60$	0,50	0,47	0,48	0,45
$\tau = 0,75$	0,42	0,37	0,36	0,36
$\tau = 0,90$	0,36	0,25	0,23	0,20
$\tau = 0,95$	0,32	0,20	0,20	0,15

* Valores referem-se à probabilidade de a TRC encontrar-se abaixo dos percentis não condicionais (para os percentis 5°, 10°, 25° e 40°) ou acima (para os percentis 60°, 75°, 90° e 95°)

Tabela 5: Probabilidade condicional de apreciação do dólar, $\Pr(q_{t+h} < q_t | q_t)$, e da libra, $\Pr(q_{t+h} > q_t | q_t)$, condicional aos percentis escolhidos e para $h = 1, 2, 3$ e 4 (Filtro Polinomial)*

$q_t = Qq(t)$	$\Pr(q_{t+1} < q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+2} < q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+3} < q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+4} < q_t q_t)$
$\tau = 0,05$	0,23	0,20	0,11	0,05
$\tau = 0,10$	0,29	0,27	0,19	0,12
$\tau = 0,25$	0,39	0,40	0,34	0,31
$\tau = 0,40$	0,49	0,47	0,43	0,44
Mediana	0,52	0,50	0,48	0,50
	$\Pr(q_{t+1} > q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+2} > q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+3} > q_t q_t)$	$\Pr(q_{t+4} > q_t q_t)$
$\tau = 0,60$	0,45	0,45	0,43	0,43
$\tau = 0,75$	0,42	0,39	0,36	0,34
$\tau = 0,90$	0,38	0,26	0,22	0,21
$\tau = 0,95$	0,26	0,16	0,14	0,08

* Valores referem-se à probabilidade de a TRC encontrar-se abaixo dos percentis não condicionais (para os percentis 5°, 10°, 25° e 40°) ou acima (para os percentis 60°, 75°, 90° e 95°)

5.3.3 Probabilidades Interpercentis

Outro resultado interessante de se mencionar resulta de situações em que se condiciona a taxa real de câmbio aos percentis centrais, ou seja, $\tau = \{0,25; 0,40; \text{mediana}; 0,60; 0,75\}$. Pode-se observar uma simetria maior do ajuste da taxa real de câmbio, de forma que a probabilidade de que uma queda na taxa de câmbio, após uma apreciação do dólar, é próxima da probabilidade de a taxa subir quando se condiciona a uma apreciação semelhante da libra.

1º Caso: $\Pr(Q_q(\tau = 0,25) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,75)|q_t)$

Os resultados até aqui apresentaram aderência com a teoria do poder de paridade de compra, no entanto uma discussão mais consistente sobre convergência, de acordo com a teoria da PPC, deve também observar a convergência para outros intervalos da distribuição não condicional.

É importante considerar a probabilidade de a taxa real de câmbio se encontrar em um intervalo entre quartis, como $\Pr(Q_q(\tau = 0,25) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,75)|q_t)$, que deve ser próxima de 50% em caso de convergência total, uma vez que essa propriedade seria uma indicação da presença da região de banda de inação, a qual consta nos modelos de poder de paridade de compra quando utilizada a hipótese de custos de transação.

A partir da Tabela 6 pode-se observar que, ao se partir da previsão para um ano em direção a quatro anos, as probabilidades para a maioria dos percentis (destacadamente os mais centrais) se direcionam para a convergência de 50%. As exceções são alguns percentis mais extremos, como o 5º, o 10º e o 95º, sendo os dois primeiros referentes a um dólar apreciado (libra depreciada) e o último, a um dólar desvalorizado (libra desvalorizada).

Esses resultados sugerem algum suporte para a teoria do poder de paridade de compra e, de certa forma, parecem oferecer uma resposta ao “quebra-cabeça da PPC”, mencionado por Rogoff (1996), dado que esta hipótese é baseada na meia-vida do ajuste da taxa real de câmbio, e os resultados mencionados acima apontam que a convergência total, em direção ao interquartil não condicional, acontece dentro de alguns anos.

As probabilidades apresentadas pela Tabela 6 mostram padrões reveladores que podem corroborar a teoria da PPC. Por exemplo, quando se

pensa na previsão de um ajuste para um horizonte de quatro anos, as probabilidades migram mais rápido para valores mais próximos do esperado quando se parte dos percentis não condicionais extremos 25º, 75º e 90º (56%, 48% e 45% respectivamente) do que quando se parte dos percentis centrais, 40º, 50º e 60º, os quais apresentam probabilidades de 60%, 59% e 57%.

Desajustes da taxa real de câmbio, quando esta parte de valores próximos aos centrais, levam mais tempo para se dissiparem, mesmo quando há uma correção inicial mais acentuada. Esses resultados também estão em compasso com a noção de convergência mais veloz em direção a valores centrais na presença de desvios mais agudos do valor de equilíbrio e com o conceito de maior persistência quando a TRC ainda está próxima de valores centrais.

Porém, os percentis extremos (5º, 90º e 95º) indicam ajustes mais lentos do que a porcentagem esperada, apresentando 38% para um horizonte de quatro anos. Aliás, são os percentis extremos inferiores, 5º e 10º, que apresentam diferencial de probabilidade mais relevante quando se observam os diferentes filtros, estrutural e polinomial.

Tabela 6: Probabilidade de a TRC se situar no interquartil não condicional $\Pr(Q_q(\tau = 0,25) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,75)|q_t)$ para $h = 1, 2, 3$ e 4 – Filtro Estrutural

qt=Qq(t)	h=1	h=2	h=3	h=4
$\tau = 0,05$	0,08	0,23	0,23	0,38
$\tau = 0,10$	0,11	0,27	0,29	0,38
$\tau = 0,25$	0,55	0,55	0,56	0,56
$\tau = 0,40$	0,80	0,64	0,62	0,60
Mediana	0,88	0,66	0,60	0,59
$\tau = 0,60$	0,82	0,67	0,63	0,57
$\tau = 0,75$	0,59	0,57	0,52	0,48
$\tau = 0,90$	0,21	0,30	0,40	0,45
$\tau = 0,95$	0,09	0,23	0,25	0,38

Tabela 7: Probabilidade de a TRC se situar no interquartil não condicional $\Pr(Q_q(\tau = 0,25) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,75)|q_t)$ para $h = 1, 2, 3$ e 4 – Filtro Polinomial

$q_t=Q_q(t)$	$h=1$	$h=2$	$h=3$	$h=4$
$\tau = 0,05$	0,16	0,30	0,39	0,46
$\tau = 0,10$	0,26	0,34	0,47	0,52
$\tau = 0,25$	0,61	0,51	0,57	0,57
$\tau = 0,40$	0,80	0,59	0,59	0,57
Mediana	0,77	0,61	0,60	0,52
$\tau = 0,60$	0,72	0,66	0,55	0,48
$\tau = 0,75$	0,59	0,52	0,49	0,45
$\tau = 0,90$	0,35	0,35	0,35	0,41
$\tau = 0,95$	0,08	0,28	0,26	0,35

2º Caso: $\Pr(Q_q(\tau = 0,40) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,60)|q_t)$

Analisou-se também o intervalo não condicional central $\Pr(Q_q(\tau = 0,40) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,60)|q_t)$, que, em caso de convergência total da taxa real de câmbio, deve apresentar probabilidade próxima de 20% ao fim do período analisado.

A Tabela 8 ilustra que, ao se partir de uma previsão com horizonte de um ano em direção a uma de quatro anos, a maioria das probabilidades, inclusive algumas referentes a percentis mais extremos (percentis 90º e 95º, que denotam um dólar mais desvalorizado), dirige-se a uma convergência de 20%. As exceções ficam por conta dos percentis 5º e 10º (que dizem respeito a um dólar mais valorizado), que, no horizonte de previsão quatro períodos adiante, ultrapassam em seis e sete pontos percentuais, respectivamente, a porcentagem de 20%.

Tabela 8: Probabilidade condicional de a TRC aparecer no intervalo não condicional $\Pr(Q_q(\tau = 0,40) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,60)|q_t)$ para $h = 1, 2, 3$ e 4 – Filtro Estrutural

$q_t=Q_q(t)$	$h=1$	$h=2$	$h=3$	$h=4$
$\tau = 0,05$	0,06	0,11	0,14	0,26
$\tau = 0,10$	0,10	0,12	0,18	0,27
$\tau = 0,25$	0,27	0,23	0,28	0,26
$\tau = 0,40$	0,37	0,33	0,32	0,23
Mediana	0,46	0,38	0,28	0,23
$\tau = 0,60$	0,42	0,29	0,27	0,20
$\tau = 0,75$	0,35	0,18	0,19	0,23
$\tau = 0,90$	0,09	0,15	0,16	0,18
$\tau = 0,95$	0,02	0,15	0,14	0,15

Para o mesmo modelo, porém a partir do filtro polinomial, os percentis centrais (25º, 40º, mediana, 60º e 75º) parecem apresentar uma convergência um pouco mais lenta para a probabilidade de 20%, enquanto os percentis mais extremos inferiores (5º e 10º) parecem mais distantes de apresentar convergência. Por sua vez, os percentis extremos superiores (90º e 95º) apresentam padrão parecido ao do filtro estrutural.

Tabela 9: Probabilidade condicional de a TRC aparecer no intervalo não condicional $\Pr(Q_q(\tau = 0,40) \leq q_{t+h} \leq Q_q(\tau = 0,60)|q_t)$ para $h = 1, 2, 3$ e 4 – Filtro Polinomial

$q_t=Q_q(t)$	$h=1$	$h=2$	$h=3$	$h=4$
$\tau = 0,05$	0,03	0,11	0,08	0,09
$\tau = 0,10$	0,03	0,07	0,09	0,10
$\tau = 0,25$	0,22	0,20	0,25	0,28
$\tau = 0,40$	0,37	0,31	0,30	0,27
Mediana	0,42	0,34	0,27	0,26
$\tau = 0,60$	0,32	0,29	0,21	0,24
$\tau = 0,75$	0,21	0,13	0,15	0,14
$\tau = 0,90$	0,02	0,14	0,13	0,15
$\tau = 0,95$	0,02	0,10	0,15	0,16

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho, estudou-se a distribuição condicional da série de taxa real de câmbio dólar/libra referente a um intervalo de mais de duzentos anos, de 1800 a 2018. A análise é realizada após se filtrar tendência estrutural resultante do efeito Balassa-Samuelson, através do diferencial do logaritmo do PIB per capita de ambos os países e da tendência cúbica da taxa real de câmbio, como em Lothian e Taylor (2008).

Os exercícios, realizados por meio de regressão quantílica, identificaram assimetria na distribuição condicional do ajuste temporal da taxa real de câmbio, caracterizada por probabilidades, de a taxa real de câmbio aumentar ou diminuir, diferentes do que seria esperado em um contexto no qual as distribuições condicionais apresentassem formato similar ao que usualmente é apresentado pelos modelos paramétricos, como aqueles obtidos via regressão de mínimos quadrados ordinários. Estas assimetrias foram caracterizadas e estimadas a partir da construção de funções densidades condicionais empíricas.

Por exemplo, estima-se em 28% a probabilidade de queda da TRC quando condiciona-se no 10º percentil de sua distribuição não condicional (dólar muito apreciado) e de aumento de 36% quando condiciona-se no 90º percentil não condicional da TRC (dólar muito depreciado). Em caso de ajuste simétrico, essas probabilidades deveriam ser iguais. Por outro lado, levando-se em conta valores centrais da distribuição não condicional, os ajustes comportam-se de maneira mais simétrica.

As estimativas apresentadas também indicam que após três ou quatro anos as probabilidades condicionadas convergem para as não condicionadas. Além disso, análises de probabilidade indicam uma perspectiva ainda mais positiva para a teoria do poder de paridade de compra, uma vez que sugerem um horizonte de três a quatro anos para a taxa real de câmbio atingir uma convergência quase completa para sua distribuição não condicional.

No entanto, partindo-se de percentis mais extremos, um horizonte de tempo de quatro anos não parece suficiente para levar a taxa real de câmbio a apresentar convergência total em direção a sua probabilidade não condicional. Futuramente, seria adequado realizar uma análise com uma janela temporal mais restrita e que englobasse outras moedas. Este estudo cobriu dois séculos,

porém, durante este período, houve relevante mudança tecnológica, o que poderia influenciar a meia-vida de ajuste, tanto devido ao aumento da velocidade de informação e da arbitragem quanto devido à introdução de outras moedas e outros ativos, que podem ser substitutos relevantes do dólar e da libra.

7. BIBLIOGRAFIA

Andrés, J., Hermanddo, I. e Krueger, M.,. Growth, inflation and the exchange rate regime. *Economics Letters*, 53,1996. p. 61-65.

Balassa, B. (1964). The purchasing-power parity doctrine: a reappraisal, *Journal of Political Economy*, vol. 72, p. 584–96.

Bec, F., Carrasco, M. e Salem, M. (2004) Detecting mean reversion in real exchange rates from a multiple regime STAR model, Rochester Center for Economic Research.

Casas, C., Diez, F., Gopinath, G., and Gourinchas, P.-O. (2016). Dominant currency paradigm, NBER.

Enders, W. (1988) ARIMA and cointegration tests of the PPP under fixed and flexible exchange rates, *Review of Economics and Statistics*, 70, 504–8.

Faria, J. R. e León-Ledesma, M. Testing the Balassa-Samuelson effect: implications for growth and PPP. *Studies in Economics*, Department of Economic University of Kent- UK.Sepetenber 2000. Disponível em: <http://www.ukc.ac.ul>.

Frankel, J. (1986) International capital mobility and crowding-out in the US economy: imperfect integration of financial markets of good markets? NBER.

Froot, K. e Rogoff, K. (1995) Perspectives on PPP and long-run real exchange rates, em *Handbook of International Economics*, Vol. 3 (Eds) G.

Goldberg, L. S. e Tille, C. (2008). Vehicle currency use in international trade. *Journal of International Economics*, 76(2):177–192.

Gopinath, G. (2015). The International Price System. Em Jackson Hole Symposium, volume 27. Kansas City Federal Reserve.

Grossman e K. Rogoff, North-Holland, Amsterdam, pp. 1647–88. Glen, J. D. (1992) Real exchange rates in the short, medium, and long run, *Journal of International Economics*, 33, 147–66.

Kim, S. e Lima, L. R. (2004), A new perspective on the PPP hypothesis, EPGE, Fundação Getúlio Vargas.

Koenker, R. (2005) *Quantile Regression*, Cambridge University Press.

Koenker, R. e Basset, G. (1978) Regression quantiles, *Econometrica*, 46, 33–50.

Koenker, R. e Xiao, Z. (2002) Unit root quantile autoregression with applications on asymmetric business cycle dynamics, University of Illinois at Urbana-Champaign.

Koenker, R. e Xiao, Z. (2004) Unit root quantile autoregression inference, *Journal of the American Statistical Association*, 99, 775–87.

Leon, H. e Najarian, S. (2005) Asymmetric adjustment and nonlinear dynamics in real exchange rate, *International Journal of Finance and Economics*, 10, 15–39.

Lima, L. R. e Xiao, Z. (2001) Comovement between two process with local persistence, University of Illinois at Urbana-Champaign.

Lothian, J. e Taylor, M. (1996) Real exchange rate behavior: the recent float from the perspective of the past two centuries, *Journal of Political Economy*, 104, 488–509.

Lothian, J.R. e Taylor, M.P. (2008) Real exchange rates over the past two centuries: how important is the Harrod-Balassa-Samuelson effect?

Michael, P., Nobay, A. e Peel, D. (1997) Transaction costs and nonlinear adjustment in real exchange rates: an empirical investigation, *Journal of Political Economy*, 105, 862–80.

Obstfeld, M. e Rogoff, K. (2000) The six major puzzles in international macroeconomics: is there a common cause?, NBER Working Paper No. 7777.

Obstfeld, M. e Taylor, A. (1997) Nonlinear aspects of goods-market arbitrage and adjustment: Heckscher's commodity points revisited, NBER.

Rogoff, K. (1996) The purchasing power parity puzzle, *Journal of Economic Literature*, 34, 647–68.

Taylor, M. P. (2003) Purchasing power parity, *Review of International Economics*, 11, 436–52.

Taylor, M. P. e Taylor A. M. (2004) The Purchasing Power Parity Debate, NBER.