

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Instituto de Ciências Agrárias**  
**Mestrado em Ciências Florestais**

Gabriela Fedrizzi

**Análise comparativa de modelos segmentados e não segmentados na estimativa  
do afilamento de *Khaya* spp.**

Montes Claros  
2024

Gabriela Fedrizzi

**Análise comparativa de modelos segmentados e não segmentados na estimativa do afilamento de *Khaya* spp.**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Ciências Florestais da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências Florestais.

Orientador: Christian Dias Cabacinha

Coorientadora: Adriana Leandra de Assis

Montes Claros  
2024

Fedrizzi, Gabriela.

F292a Análise comparativa de modelos segmentados e não segmentados na estimativa do 2024 afileamento de *Khaya spp* [manuscrito] / Gabriela Fedrizzi. Montes Claros, 2024.

74 f. .: il.

Dissertação (mestrado) - Área de concentração em Ciências Florestais.

Universidade Federal de Minas Gerais / Instituto de Ciências Agrárias.

Orientador(a): Christian Dias Cabacinha.

Banca examinadora: Ximena Mendes de Oliveira, Stanley Schettino, Adriana Leandra de Assis, Christian Dias Cabacinha.

Inclui referências: f. 69-74.

1. Mogno --Teses. 2. Manejo florestal -- Teses. 3. Estatística - Análise -- Teses. I. Cabacinha, Christian Dias. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Instituto de Ciências Agrárias. III. Título.

CDU:  
630\*38

ELABORADA PELA BIBLIOTECA UNIVERSITÁRIA DO  
ICA/UFMG

Rachel Bragança de Carvalho Mota / CRB-6/2838


**Gabriela Fedrizzi**

**Análise comparativa de modelos segmentados e não segmentados na estimativa  
do afilamento de *Khaya* spp.**

Aprovado pela banca examinadora constituída pelos membros:

  
Profa. Ximena Mendes de Oliveira

Universidade Federal da Amazônia – *Campus* Parauapebas

  
Prof. Stanley Schettino

Universidade Federal de Minas Gerais

  
Profa. Adriana Leandra de Assis - Coorientadora

Universidade Federal de Minas Gerais

  
Prof. Christian Dias Cabacinha - Orientador

Universidade Federal de Minas Gerais

**Montes Claros, 22 de julho de 2024**

*Dedico este trabalho aos meus pais, Roseli e Valdemar, e à minha irmã Franciele, pelo apoio incondicional durante todo o mestrado.*

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, por estarem sempre ao meu lado, apoiando todas as minhas escolhas e me dando suporte para realizá-las. Obrigada por vocês serem essas pessoas de coração tão grande.

À minha irmã, por todos os conselhos, ensinamentos e, acima de tudo, por sempre me incentivar a buscar novos desafios. Obrigada por sempre se fazer presente.

À minha amiga Daniela, por todas as hospedagens gratuitas em sua casa durante o período do mestrado. E ao meu amigo Yuri, por todo o companheirismo e apoio durante minha passagem por Montes Claros.

Aos meus amigos, por todos os momentos compartilhados. Algumas escolhas nos levam para longe daqueles que amamos, mas saber que vocês estão ao meu lado, mesmo que seja à distância, traz forças para enfrentar qualquer situação.

Ao meu orientador Christian, por toda orientação, incentivo e paciência durante o desenvolvimento desta pesquisa.

À Universidade Federal de Minas Gerais e ao Instituto de Ciências Agrárias, pelo ensino público, gratuito e de qualidade.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG).

*A inteligência é a capacidade de se adaptar à mudança (Stephen Hawking).*

# **Análise comparativa de modelos segmentados e não segmentados na estimativa do afilamento de *Khaya spp***

## **RESUMO**

A modelagem do afilamento é crucial para a estimativa acurada dos diâmetros ao longo do fuste das árvores, sendo essencial para a gestão florestal e o uso sustentável dos recursos madeireiros. No entanto, a falta de estudos sobre modelos de afilamento para o gênero *Khaya*, conhecido como mogno africano, especialmente em regiões de déficit hídrico no Brasil, limita a compreensão das estratégias para a caracterização do perfil do fuste de povoamentos deste gênero. Este estudo visa preencher essa lacuna, avaliando o ajuste de modelos de afilamento segmentados e não segmentados para o mogno africano, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias eficazes no manejo florestal de povoamentos. Foram avaliados os modelos não segmentados de Hradetzky, Schöpfer e Kozak, além dos modelos segmentados de Clark, Max & Burkhart e Parresol, para estimar o diâmetro ao longo do fuste das árvores de um povoamento de *Khaya spp*. Durante a cubagem rigorosa das árvores amostrais, os diâmetros foram mensurados nas seguintes posições do fuste: 0,3 m, 0,7 m, 1,3 m, 2 m e de 1 m em 1 m até o diâmetro mínimo de 6 cm ou até o final do fuste comercial (inserção dos primeiros galhos da copa). A avaliação da precisão dos modelos foi realizada pelas estatísticas de correlação de Pearson e a raiz quadrada do erro médio (RMSE). Para determinar a acurácia dos modelos, foram avaliadas as estatísticas de desvio (D), desvio padrão das diferenças (SD), soma do quadrado do resíduo relativo (SSRR) e a porcentagem dos resíduos (RP), sendo realizado um ranqueamento considerando os resultados dessas estatísticas em cada posição do fuste avaliada. Adicionalmente, o teste de particionamento de equivalência (TOST) foi aplicado para avaliar as estimativas de diâmetro nas seguintes porções do fuste: basal, intermediária e ponta. Nas condições em que esta pesquisa foi realizada os modelos não segmentados e segmentados, exceto Parresol, foram precisos, com erros de estimativa inferiores a 10%. Os melhores resultados de ajuste e acuracidade foram observados, no modelo não segmentado de Hradetzky e no modelo segmentado de Clark.

Palavras-chave: ajuste; diâmetro; mogno africano.

# Comparative analysis of segmented and non-segmented models in the estimation of taper for *Khaya* spp.

## ABSTRACT

Taper modeling is crucial for the accurate estimation of diameters along the tree stem, being essential for forest management and the sustainable use of timber resources. However, the lack of studies on taper models for the genus *Khaya*, known as African mahogany, especially in regions with water deficits in Brazil, limits the understanding of strategies for characterizing the stem profile of stands of this genus. This study aims to fill this gap by evaluating the fit of segmented and non-segmented taper models for African mahogany, contributing to the development of effective strategies in forest management of stands. The non-segmented models of Hradetzky, Schöepfer, and Kozak, as well as the segmented models of Clark, Max & Burkhart, and Parresol, were evaluated to estimate the diameter along the tree stems in a *Khaya* spp. stand. During the rigorous measurement of sample trees, diameters were measured at the following positions along the stem: 0.3 m, 0.7 m, 1.3 m, 2 m, and at 1 m intervals until the minimum diameter of 6 cm or the end of the commercial stem (insertion of the first branches of the crown). The precision of the models was evaluated using Pearson's correlation statistics and the root mean square error (RMSE). To determine the accuracy of the models, bias (D), standard deviation of the differences (SD), sum of squared relative residuals (SSRR), and residual percentage (RP) statistics were evaluated, and a ranking was performed considering the results of these statistics at each evaluated stem position. Additionally, the two one-sided test (TOST) procedure was applied to evaluate diameter estimates in the following stem portions: basal, intermediate, and tip. Under the conditions in which this research was conducted, both non-segmented and segmented models, except for Parresol, were accurate, with estimation errors below 10%. The best fit and precision results were observed in Hradetzky's non-segmented model and Clark's segmented model.

Keywords: fit; diameter; African mahogany.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. (1) Histograma de frequência residual e (2) dispersão residual dos modelos não segmentados. ....	37
Figura 2. Melhores e piores desempenhos dos modelos não segmentados .....	42
Figura 3. Histograma de frequência residual dos modelos segmentados .....	47
Figura 4. Gráfico de dispersão residual dos modelos segmentados. ....	47
Figura 5. Melhores desempenhos dos modelos segmentados.....	52
Figura 6. Piores desempenhos dos modelos segmentados. ....	52
Figura 7. Resultado do teste de equivalência para a porção basal do fuste.....	58
Figura 8. Resultado do teste de equivalência para a porção acima de 1,3m do solo. ...	58

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Caracterização dos talhões utilizados neste estudo. ....	27
Tabela 2. Distribuição diamétrica dos indivíduos avaliados.....	28
Tabela 3. Descrição das estatísticas utilizadas para a avaliação da acurácia das estimativas dos diâmetros para cada posição ao longo do fuste.....	33
Tabela 4. Estatísticas dos parâmetros utilizados no ajuste de cada modelo não segmentado.....	36
Tabela 5. Estatísticas de precisão dos modelos não segmentados. ....	39
Tabela 6. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Hradetzky. ....	43
Tabela 7. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Schöpfer. ....	43
Tabela 8. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Kozak. ....	44
Tabela 9. Estatística dos parâmetros utilizados no ajuste dos modelos segmentados. ....	46
Tabela 10. Estatísticas de precisão dos modelos segmentados. ....	49
Tabela 11. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Clark. ....	53
Tabela 12. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Max & Burkhart.....	54
Tabela 13. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Parresol. ....	55
Tabela 14. Resultado do teste de equivalência TOST/NHST em cada posição do fuste. ....	57

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Aw	-	Clima tropical de savana
cm	-	Centímetros
D	-	Desvio
DAP	-	Diâmetro a 1,3 metros do solo
h	-	Altura
ha	-	Hectares
Hr	-	Altura relativa
Kg	-	Quilograma
m	-	Metros
m <sup>2</sup>	-	Metro quadrado
m <sup>3</sup>	-	Metro cúbico
r	-	Correlação de Pearson
RMSE	-	Raiz do quadrado médio do erro
RP	-	Porcentagem dos resíduos
SD	-	Desvio padrão das diferenças
SSRR	-	Soma do quadrado do resíduo relativo
t	-	Toneladas

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	15
<b>2. OBJETIVOS</b>	18
2.1. Objetivo geral	18
2.2. Objetivos específicos	18
<b>3. REVISÃO DE LITERATURA</b>	19
3.1. O gênero <i>Khaya spp.</i> e a sua importância no Brasil	19
3.2. Funções de afilamento	21
3.2.1. Modelos não segmentados	22
3.2.2. Modelos segmentados	24
<b>4. MATERIAL E MÉTODOS</b>	26
4.1. Área de Estudo	26
4.2. Coleta dos Dados	27
4.3. Modelos de afilamento não segmentados	28
4.3.1. Modelo de Schöepfer	28
4.3.2. Modelo de Kozak	28
4.3.3. Modelo de Hradetzky	29
4.4. Modelos de afilamento segmentados	30
4.4.1. Modelo de Clark	30
4.4.2. Modelo de Max & Burkhart	31
4.4.3. Modelo de Parresol	31
4.5. Análises Estatísticas	32
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	35
5.1. Ajuste dos modelos não segmentados	35
5.2. Ajuste dos modelos segmentados	45
5.3. Comparação entre os modelos não segmentados e segmentados	56
<b>6. CONCLUSÃO</b>	60
<b>7. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	61
<b>REFERÊNCIAS</b>	63

## 1. INTRODUÇÃO

A forma da árvore é caracterizada pelas variações dos diâmetros ao longo do fuste. Essa variação está relacionada a fatores regionais, climáticos, sítio, idade, tamanho da copa, posição social da copa, espécie e densidade do povoamento (Nigh; Smith, 2012). O estudo da forma do fuste das árvores pode ser realizado a partir de modelos de afilamento, os quais têm sua funcionalidade baseada na representação matemática do perfil do fuste das árvores, possibilitando estimar o diâmetro a uma altura qualquer do fuste, a altura comercial relativa a um diâmetro mínimo de uso, bem como o volume parcial ou total do fuste, através da integração da área das seções dele (Costa *et al.*, 2016).

Tais modelos são divididos em modelos não segmentados, segmentados e funções *Splines*, sendo o uso dos dois primeiros o mais difundido. Os modelos não segmentados de afilamento consideram a forma da árvore como um todo, sem dividi-la em seções. São modelos com menor grau de complexidade, porém podem não capturar com precisão as variações na forma do fuste (Molinari, 2021). Os modelos não segmentados foram os primeiros a serem utilizados e são considerados menos flexíveis que os modelos segmentados, pois foram elaborados com o conceito de que a forma do fuste corresponde a um único sólido, podendo causar problemas em estimativas próximas à base e no ápice do fuste (Manhães, 2016)

Já os modelos segmentados de afilamento dividem o tronco em seções verticais e modelam separadamente a forma de cada uma dessas seções, permitindo uma representação mais detalhada da variação na forma do fuste, porém são modelos de maior complexidade (De Andrade, 2014). Os modelos segmentados melhoram o desempenho nas estimativas da base e do ápice do fuste, porém, apresentam a desvantagem de dependerem de restrições, como pontos de inflexão, para ajustar os modelos (Môra, 2015).

De acordo com Molinari (2021), as funções segmentadas de afilamento proporcionam melhores ajustes do perfil do fuste em relação aos modelos de afilamento não segmentados, principalmente na porção basal, a qual possui maiores deformações e maior concentração de volume. Por outro lado, Yang e Burkhart (2020) relatam que os modelos não segmentados tendem a ser mais robustos em diferentes condições ambientais e para diferentes espécies florestais, pois são desenvolvidos para capturar o comportamento geral do afilamento ao longo do fuste, sem se fixar na criação de múltiplos segmentos para cada fuste.

No Brasil, os modelos de afilamento são utilizados, principalmente, em florestas plantadas homogêneas, sendo pouco utilizados para florestas naturais devido à grande diversidade de espécies e idades que compõem estas florestas e, conseqüentemente, pelos diferentes perfis de fuste, o que resulta em baixa precisão das equações. Ainda existem muitas lacunas na pesquisa que precisam ser exploradas para garantir o sucesso das plantações de mogno africano no Brasil. Como essas plantações são destinadas à produção de madeira de alto valor, são necessários estudos sobre a qualidade da madeira e a resposta a práticas de manejo (Ferraz *et al.*, 2021).

De maneira geral, a modelagem de diâmetros para o gênero *Khaya* no Brasil é escassa, sendo identificados poucos estudos do ajuste de modelos não segmentados e em condições climáticas específicas, não sendo também identificado qualquer estudo abordando o ajuste de modelos segmentados. Neste contexto, e considerando as condições de cultivo para o mogno africano no norte de Minas Gerais, as seguintes perguntas direcionaram este estudo:

- a) Para um erro médio de estimativa de diâmetros menor ou igual a 10%, os modelos não segmentados de Hradetsky, Schöpfer e Kozak geram estimativas adequadas?
- b) Para um erro médio de estimativa de diâmetros menor ou igual a 10%, os modelos

segmentados de Clark, Max & Burkhart e Parresol geram estimativas adequadas?

- c) Avaliando as estimativas nas porções basais, intermediárias e na ponta dos fustes, qual modelo não segmentado é o mais preciso?
- d) Avaliando as estimativas nas porções basais, intermediárias e na ponta dos fustes, qual modelo segmentado é o mais acurado?
- e) Comparando as estimativas de diâmetros nas diferentes porções dos fustes, qual(is) modelo(s), entre todos os que foram avaliados neste estudo, é(são) mais acurado(s)?

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1. Objetivo geral**

Comparar a acuracidade de modelos segmentados e não segmentados para estimar os diâmetros ao longo do fuste de *Khaya spp.*, localizado no norte de Minas Gerais, visando à maior eficiência na estimativa de sortimentos para a espécie.

### **2.2. Objetivos específicos**

- Avaliar a acurácia dos modelos de Hradetzky, Shöpfer, Kozak (não segmentados) e de Clark, Max & Burkhart, Parresol (segmentados) para estimar os diâmetros ao longo do fuste;
- Comparar a acurácia dos modelos segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros ao longo do fuste nas diferentes porções (base, intermediária e ponta);
- Identificar o modelo, ou os modelos, que melhor se ajustaram para a espécie nas condições edafoclimáticas do norte de Minas Gerais.

### 3. REVISÃO DE LITERATURA

#### 3.1. O gênero *Khaya* spp. e a sua importância no Brasil

O gênero *Khaya*, pertencente à família botânica Meliaceae, possui um grupo importante de espécies de elevado potencial madeireiro. Atualmente, as espécies desse gênero de maior interesse mundial são *Khaya anthotheca* (Welw) C. DC., *Khaya grandifoliola* C. DC., *Khaya ivorensis* A. Chev. e *Khaya senegalensis* (Desr.) A. Juss., sendo originárias de várias regiões africanas e popularmente conhecidas como mogno africano. (Opuni-Frimpong *et al.*, 2008). De maneira geral, as árvores de mogno africano podem atingir grandes dimensões, com altura variando de 30 a 35 metros e o fuste pode atingir até dois metros de diâmetro (Pinheiro *et al.*, 2011). Silva (2010) e Carvalho *et al.* (2010) quantificaram a densidade da madeira do mogno africano em um valor médio de 471 kg/m<sup>3</sup>. Além disso, em seu local de origem, as espécies pertencentes ao gênero *Khaya* spp apresentam diversos usos medicinais e não madeireiros (Zhang *et al.*, 2009).

Em estudo desenvolvido por Lemmens (2008), foi concluído que o mogno africano pode ser considerado uma espécie de crescimento médio, exigente em luz e que realiza desrama naturalmente, ou seja, os ramos já senescentes se desprendem do fuste sozinhos. Este mesmo estudo diz que, em plantios na Malásia, com 31 anos de idade e com densidade de 70 árvores por hectare, foi atingida uma produtividade média de 8 m<sup>3</sup>.ha<sup>-1</sup>. ano<sup>-1</sup>, com média Diâmetro a 1,30 m do solo (DAP) de 57 cm e altura média de 38,5 m.

Ribeiro *et al.* (2017) relatam que o mogno africano chegou no Brasil na década de 1970, quando um pesquisador da Embrapa Amazônia Oriental recebeu sementes da Costa do Marfim. Essas sementes foram plantadas na sede da Embrapa em Belém (PA) e, na década de 1990, começaram a produzir sementes, que foram utilizadas para novas plantações, principalmente na região Norte do país. Naquela época, foi constatado que

essas árvores pertenciam à espécie *Khaya ivorensis* A. Chev. Após essas plantações começarem a produzir sementes, a área de cultivo de mogno africano se expandiu além da região Norte para outras regiões do Brasil (Ferraz *et al.*, 2021). Segundo a Associação Brasileira de Produtores de Mogno Africano, no ano de 2012, a área plantada da espécie no Brasil era de, aproximadamente, 10 mil hectares. Porém, de acordo com Reis *et al.* (2019), estima-se que a área plantada com a espécie, até o ano de 2018, já chegava em 37 mil hectares.

Em 2015, o Dr. Terrence Pennington (Kew Royal Botanic Gardens) recebeu espécimes de herbário das árvores genótipos e da Reserva Natural do Vale (RNV), classificando-os como *K. grandifoliola* e *K. ivorensis*, respectivamente. Em 2019, a convite da Associação Brasileira dos Produtores de Mogno Africano, o Dr. Gaël U. D. Bouka visitou in loco as árvores genótipos e outras plantações e confirmou que os espécimes pertenciam à espécie *K. grandifoliola*, e não a *K. ivorensis* como anteriormente classificado. Essa conclusão foi alcançada principalmente devido às diferenças morfológicas dos folíolos de *K. grandifoliola* em comparação com outras espécies de *Khaya*. Atualmente, os plantios de *Khaya* spp no Brasil apresentam alta heterogeneidade e carecem de estudos de melhoramento genético (Ferraz *et al.*, 2021).

Castro *et al.* (2008) relataram que, em sistemas silvipastoris no Pará, o mogno africano pode alcançar uma altura de fuste de 12 metros e um DAP (diâmetro à altura do peito) de 22 centímetros aos 7 anos de idade. Falesi e Galeão (2002), citados por Silva (2010), estudaram um reflorestamento no Pará e perceberam que o mogno africano apresentava uma altura média total de 8,5 metros e um DAP de 15,5 centímetros aos 5 anos e 8 meses. Aos 6 anos e 4 meses de idade, esses valores aumentaram para uma altura média de 9,2 metros e um DAP de 17,3 centímetros. Plantios em Minas Gerais têm sido mais produtivos, atingindo uma altura média de 3 metros por ano e um DAP médio de 4 centímetros por ano, próximo aos 5 anos de idade (Ribeiro *et al.*, 2017).

A utilização da espécie para uso não madeireiro no Brasil ainda é pouco explorada, pois a introdução dessa espécie no país ainda é recente e o intuito principal é a produção madeireira. Porém, há estudos recentes avaliando a viabilidade econômica do emprego do mogno africano em sistemas de integração lavoura pecuária e floresta (ILPF), com seu cultivo associado à criação de gado e ao cultivo de café. O uso do componente arbóreo nesses sistemas consiste em uma alternativa de diversificação de renda aos produtores rurais e, também, na geração de serviços ambientais (Reis *et al.*, 2019).

### **3.2. Funções de afilamento**

No planejamento e execução de atividades florestais, o conhecimento sobre a forma do fuste das árvores é imprescindível, principalmente quando se deseja classificar a produção em toras de madeira para sortimento (Costa *et al.*, 2016). O estudo da forma do fuste pode ser realizado por diversas metodologias, sendo uma das mais proeminentes as funções de afilamento. As funções de afilamento descrevem matematicamente o perfil longitudinal do fuste, permitindo estimar diâmetros em diferentes alturas, determinar a altura comercial relativa, realizar estimativas de volume total e parcial dos plantios, entre outras aplicabilidades (Silva *et al.*, 2011).

No Brasil, os modelos de afilamento são utilizados, principalmente, em florestas plantadas homogêneas, sendo pouco utilizados para florestas naturais devido à grande diversidade de espécies e idades que compõem estas florestas e, conseqüentemente, pelos diferentes perfis de fuste, o que resulta em baixa precisão das equações (Campos; Leite *et al.*, 2017). Hojer (1903), foi pioneiro na utilização de equações para descrever a forma do fuste de árvores, a partir disso, diversos estudos sobre afilamento foram conduzidos. De acordo com Andrade (2014), a partir destes estudos foram gerados diversos modelos de estimativa de afilamento, entre eles: Schöepfer (1966), Kozak *et al.* (1969), Demaerschalk (1972), Ormerod (1973), Goulding e Murray (1976), Hradetzky

(1976), Max e Burkhart (1976), Garay (1979), Biging (1984) e Clark *et al.* (1991).

De acordo com Campos e Leite (2017), muitos modelos de afilamento têm sido propostos para expressar perfis de fuste de árvores, levando em consideração a variação de forma e espécies. No entanto, nenhum modelo é capaz de descrever todo o fuste com a mesma precisão e a escolha do modelo mais adequado dependerá do objetivo de cada estudo, pois um determinado modelo pode ter melhor desempenho na estimativa de diâmetros ao longo do fuste, mas pode não ser o modelo ideal para estimar volume ou altura comercial e total.

### 3.2.1. Modelos não segmentados

Os modelos não segmentados descrevem a mudança de diâmetro ao longo do fuste por meio de uma única função e podem ser considerados modelos relativamente fáceis de serem ajustados (Campos; Leite, 2017). Entre estes modelos, pode-se citar o modelo de Schöepfer (1966), também conhecido como Polinômio de Quinto Grau, bem como os modelos de Kozak *et al.* (1969) e de Hradetzky (1976).

De acordo com Molinari (2021), o modelo de Schöepfer é amplamente citado em diversos trabalhos devido à facilidade de ajuste da função, por ser uma função polinomial de fácil integração para a estimativa dos volumes parciais e total de cada fuste e pelas estimativas das estatísticas apresentarem, na maioria das vezes, erros satisfatórios. Já o modelo de Hradetzky se diferencia do Polinômio de Quinto Grau, por apresentar potências fracionárias e inteiras, como tentativa de melhorar a representação do perfil ao longo do fuste (Molinari, 2021). O modelo de Kozak foi desenvolvido considerando o fuste da árvore como um parabolóide quadrático e a sua equação baseia-se em um polinômio quadrático de segunda ordem (Muhairwe, 1994).

Estudos realizados por Dos Santos *et al.* (2021), avaliaram os modelos propostos por Schöepfer e Hradetzky, os quais foram ajustados usando abordagem considerando

apenas efeitos fixos e abordagens de árvore considerando também um termo aleatório, para a espécie *Pinus taeda*. O modelo de Hradetzky superou o modelo de Schöpfer para todas as estatísticas avaliadas, sendo que a melhor modelagem foi obtida com o modelo de Hradetzky com a abordagem mista utilizando a árvore como termo aleatório. Além disso, neste estudo, as potências para a equação de Hradetzky foram selecionadas pelo método de “stepwise”, sendo elas: 0,004; 0,8; 30 e 80.

O estudo sobre o ajuste de modelos de afilamento e sortimento para *Khaya spp*, conduzido por Lopes *et al.* (2018), avaliou os modelos de Kozak, Demaerschalk e Ormerod, sendo o primeiro modelo o que apresentou as melhores estatísticas de qualidade de ajuste. Sendo assim, o modelo de Kozak foi o recomendado para realizar as estimativas de sortimento. No estudo de modelos de afilamento amplamente difundidos, Campos *et al.*, (2017) atestaram que Demaerschalk e Ormerod apresentaram baixo desempenho, com valores de estatística de ajustes inferiores aos demais modelos.

Nos estudos conduzidos por Oliveira (2017), no Norte e no Sudeste do Brasil, os modelos de Schöpfer, Kozak e Hradetzky foram avaliados para estimar os diâmetros ao longo do fuste em povoamentos seminais de mogno africano (*Khaya ivorensis*) em condições de clima úmido, sendo o modelo de Schöpfer o que apresentou os resultados mais acurados. Em estudos conduzidos em sistemas agroflorestais, no Norte do Brasil, o modelo de Kozak apresentou o melhor desempenho para estimativa de afilamento em um povoamento de *Khaya ivorensis* (De Sousa Lopes, 2018).

De acordo com Campos e Leite (2017), devido à facilidade de ajuste e por gerar boa precisão, o modelo de Kozak é o mais difundido na área florestal. A escolha de modelos com maior precisão para a estimativa da forma do fuste é fundamental, pois o ganho em precisão nas estimativas de árvores individualmente, reflete diretamente em ganhos significativos quando levados para o nível de povoamento (Cordeiro *et al.*, 2015).

A principal dificuldade na utilização de modelos não segmentados, é a estimativa

dos diâmetros próximos ao solo, porém, são modelos fáceis de serem ajustados (Molinari, 2021). As previsões, algumas vezes pouco acuradas, geradas por estes modelos, têm estimulado pesquisadores a procurarem outros métodos para melhorar a estimativa das variáveis (Molinari, 2021).

### 3.2.2. Modelos segmentados

O fuste de uma árvore se assemelha a determinados sólidos de revolução. A base da árvore se assemelha a um neilóide, a face intermediária a um parabolóide e a extremidade final a um cone (Scolforo; Figueredo Filho, 1993). A determinação do início e do final de cada figura geométrica ao longo do fuste é praticamente impossível (Nicoletti *et al.*, 2016). De acordo com Molinari (2021), vários autores reconheceram que a forma do fuste da árvore pode apresentar diferentes formas geométricas e que não muda abruptamente de uma forma geométrica para outra, ou seja, é contínua, como foi reconhecido por Kozak (1988) e Newham (1988).

Visando captar as variações ao longo dos fustes, na metade da década de 70, surgiram os modelos segmentados (Max; Burkhart, 1976). Os modelos segmentados de afilamento descrevem seções de um fuste de árvore com equações separadas (Campos; Leite, 2017). O método usual para descrever essas formas é pelo ajuste de cada parte do fuste com uma equação simples ou polinomial, geralmente quadrática, e depois fornece condições para que a curva seja contínua nos pontos de junção dos segmentos (Campos; Leite, 2017).

A partir do entendimento das seções dos fustes das árvores, foram desenvolvidos diversos modelos segmentados, entre eles o modelo de Clark (1991), que divide o fuste das árvores em mais seções e que, de acordo com estudos de Andrade (2014), mostra-se superior ao modelo segmentado de Max e Burkhart (1986).

Nos estudos conduzidos por Hussain *et al.*, (2021), modelos segmentados e de

forma variável para estimativa de afilamento foram comparados e ranqueados. Neste estudo, o modelo de Clark (1991) apresentou maior precisão na estimativa de diâmetro em qualquer altura e, também, na estimativa de volume total. De maneira geral, todos os modelos estudados apresentaram maiores erros de estimativas de diâmetro em alturas próximas ao solo, dificuldade também encontrada em estudos utilizando modelos não segmentados, como descrito por Molinari (2021).

Ao comparar modelos segmentados e não segmentados para a estimativa de afilamento, Cerqueira *et al.*, (2018) apontam que a equação segmentada de Max & Burkhart apresentou resultados precisos e acurados, porém, destacam como um fator limitante para a utilização desta equação a identificação do ponto de mudança de forma do fuste. O modelo de Max & Burkhart também apresentou resultados acurados para o estudo de afilamento nos trabalhos de Souza *et al.*, (2008) e Müller *et al.*, (2014).

Em estudo realizado no ano de 2021 por Bernardi *et al.*, onde também foram comparados modelos segmentados e não segmentados, o modelo de Kozak foi o que apresentou melhores resultados estatísticos de precisão, porém, a análise gráfica de distribuição de resíduos, mostrou que o modelo apresenta tendência de superestimar os diâmetros nas menores alturas, até 6m, e subestimar no meio do fuste, entre 6 e 14 m. A partir da análise residual gráfica, os autores concluíram que o modelo de Muhairwe apresentou os melhores resultados para estimar os diâmetros ao longo do fuste, pois apresentou apenas uma pequena tendência de superestimar os diâmetros próximos ao solo, abaixo de 5 m, permanecendo estável ao longo do fuste.

## 4. MATERIAL E MÉTODOS

### 4.1. Área de estudo

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos de um povoamento localizado na Fazenda Retiro Novo (18°26'13,29"S, 44°27'2,17" O), a aproximadamente 10 km do município de Corinto, região central de Minas Gerais.

O clima do município é classificado como Aw, clima tropical de savana, segundo Köppen e Geiger, com temperatura média anual entre 22°C e 28°C, onde a temperatura do mês mais quente varia entre 27,5°C e 30,5°C, e do mês mais frio varia entre 14,5°C e 19°C. O relevo da propriedade é caracterizado como plano a suavemente ondulado, facilitando a mecanização em todas as etapas da produção florestal, com declividades entre 0,5% e 4%, sem elevações topográficas proeminentes. De acordo com estudo realizado por Casaroli *et al.* (2018), Corinto-MG é considerada uma região de aptidão climática com restrições médias para a cultura do mogno africano.

De acordo com o mapa de solos do estado de Minas Gerais, elaborado pela Fundação Estadual do Meio Ambiente (FEAM) e colaboradores, a região em que o plantio estudado se encontra tem solos classificados como Latossolo Vermelho Distrófico e Cambissolo Háptico Distrófico. Além disso, essa região apresenta domínios morfoclimáticos e fitogeográficos do Cerrado (Couto; Travessos, 2016).

A área da fazenda é de 245,96 hectares (ha), dos quais 172,97 ha são destinados ao plantio de *Khaya* spp, popularmente conhecido como Mogno Africano. O presente estudo foi realizado em 9 dos 10 talhões do povoamento, cujos espaçamentos e idades são apresentados na

Tabela 1.

Tabela 1. Caracterização dos talhões utilizados neste estudo.

Talhão	Área (ha)	Idade (anos)	Espaçamento (m)
1	5,55	7,83	5,0 X 4,0
2	11,25	7,83	4,5 X 5,0
3	32,04	7,42	6,5 X 4,0
4	13,86	7,33	5,0 X 4,5
5	19,22	7,33	5,0 X 4,0
6	30,72	7,25	6,0 X 4,0
7	17,82	7,17	5,0 X 4,0
8	3,22	7,17	5,0 X 4,0
9	38,53	7,08	5,5 X 4,5

De acordo com De Oliveira *et al.* (2023), a evapotranspiração potencial anual varia entre 1.100 e 1.200 mm, com um déficit hídrico acentuado que pode chegar a 210 mm (Romano *et al.*, 2014). Observam-se restrições hídricas e má distribuição das chuvas na região do plantio. Geralmente, ocorre um período de estiagem de quatro a sete meses, com o maior volume de chuvas concentrado entre os meses de outubro e abril, o que pode afetar o crescimento, pois o mogno africano é uma espécie que depende diretamente de fatores como radiação solar, água e nutrientes (Pinheiro *et al.*, 2011).

#### 4.2. Coleta dos dados

Os dados utilizados neste estudo foram coletados de 37 parcelas permanentes circulares de 1.018 m<sup>2</sup>, distribuídas de forma sistemática no povoamento em estudo. Foi realizada a cubagem rigorosa em pé das árvores das duas fileiras centrais de cada parcela, utilizando o dendrômetro eletrônico Criterion RD1000. Durante a cubagem, foram mensurados os diâmetros correspondentes às alturas de 0,3 m; 0,7 m; 1,3 m; 2 m e, após a altura de 2 m, os diâmetros foram coletados a cada metro até o diâmetro mínimo de 6 cm ou, então, até que não fosse mais possível realizar a coleta por influência da copa das árvores. No total, foram coletados dados de 480 indivíduos, com altura total média de 19,41 m. Na Tabela 2, é apresentada a distribuição diamétrica dos indivíduos avaliados.

Tabela 2. Distribuição diamétrica dos indivíduos avaliados.

Intervalo DAP (cm)	Frequência	Maior DAP	Menor DAP	DAP médio
9-14	23	13,9	9,2	12,4
14-19	122	18,9	14,1	16,8
19-24	242	23,9	19	21,4
24-29	81	28,9	24	25,4
>29	12	39,1	29,6	32,2

### 4.3. Modelos de afilamento não segmentados

O procedimento de ajuste foi realizado considerando todos os diâmetros com casca do fuste. Os ajustes foram feitos utilizando a base completa, sem qualquer estratificação dos dados.

#### 4.3.1. Modelo de Schöepfer

O modelo de Schöepfer (1966), também conhecido como polinômio de quinto grau, é expresso pela equação [1]:

$$\frac{d_i}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \beta_4 x^4 + \beta_5 x^5 + \varepsilon_i \quad [1]$$

Onde,

$d_i$  = diâmetro na altura  $h_i$ ;

$DAP$  = diâmetro a 1,30 m do solo;

$\beta_i$  = parâmetros a serem estimados;

$$x = \left(\frac{h_i}{h}\right);$$

$\varepsilon_i$  = erro de estimativa.

#### 4.3.2. Modelo de Kozak

O modelo de Kozak (1969) foi utilizado na sua forma linear conforme equação [2].

$$\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon_i \quad [2]$$

Onde,

$d_i$  = diâmetro na altura  $h_i$ ;

$DAP$  = diâmetro a 1,30 m do solo;

$\beta_i$  = parâmetros a serem estimados;

$$x = \left(\frac{h_i}{h}\right);$$

$\varepsilon_i$  = erro de estimativa.

#### 4.3.3. Modelo de Hradetzky

O modelo proposto por Hradetzky (1976), também conhecido como polinômio de potências fracionárias e inteiras, diferencia-se do modelo proposto por Shöepfer (1966) por apresentar potências fracionárias e inteiras na intenção de melhor representar o perfil das árvores. O modelo de Hradetzky (1976) é representado pela equação [3].

$$\frac{d_i}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 x^{p_1} + \beta_2 x^{p_2} + \dots + \beta_n x^{p_n} + \varepsilon_i \quad [3]$$

Onde,

$d_i$  = diâmetro na altura  $h_i$ ;

$DAP$  = diâmetro a 1,30 m do solo;

$\beta_i$  = parâmetros a serem estimados;

$\rho_i$  = potências;

$$x = \left(\frac{h_i}{h}\right);$$

$\varepsilon_i$  = erro de estimativa.

As potências inteiras e fracionárias foram selecionadas utilizando o método estatístico *Stepwise*, onde é selecionado um conjunto de variáveis independentes que apresentam a melhor regressão, considerando os valores estatísticos mais elevados. As

potências testadas neste estudo foram: 0,009; 0,008; 0,007; 0,006; 0,005; 0,004; 0,09; 0,08; 0,07; 0,06; 0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55 e 60.

#### 4.4. Modelos de afilamento segmentados

O procedimento de ajuste foi realizado considerando todos os diâmetros com casca do fuste. Neste tópico, serão apresentados os modelos segmentados utilizados neste estudo. Os ajustes foram feitos utilizando a base completa, sem estratificação.

##### 4.4.1. Modelo de Clark

O modelo de Clark *et al.* (1991) é representado pela equação [5]. De acordo com De Assis *et al.* (2001), o modelo possui maior flexibilidade para se adaptar a diferentes espécies do que os demais modelos avaliados. Porém, há a necessidade de estimar um maior número de parâmetros, o que pode demandar um conjunto de dados mais abrangente e complexo em comparação com os demais modelos.

$$d_i = \left[ I_S \left\{ D^2 \left( 1 + \left( \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{D^3} \right) * \left( \left( 1 - \frac{h_i}{H} \right)^{a_3} - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{a_3} \right) / \left( \left( 1 - \frac{h_i}{H} \right)^{a_3} - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{a_3} \right) \right\} + I_B \left\{ D^2 - (D^2 - F^2) * \left( \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left( 1 - \frac{h_i}{H} \right)^{\beta_1} \right) / \left( \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left( 1 - \frac{5,2}{H} \right)^{\beta_1} \right) \right\} + I_T \left\{ F^2 \left( \gamma_2 \left( \frac{h_1 - 5,2}{H - 5,2} \right) - 1 \right)^2 + I_M \left( \frac{1 - \gamma_2}{\gamma_1^2} \right) * \left( \gamma_1 - \left( \frac{h_1 - 5,2}{H - 5,2} \right) \right)^2 \right\} \right]^{0,5} + \varepsilon_i \quad [4]$$

Onde,

$\alpha_i$  = parâmetros estimados para a seção do tronco abaixo de 1,3 m;

$\beta_1$  = parâmetro a ser estimado para a seção do tronco entre 1,3 e 5,2 m;

$\gamma_i$  = parâmetros a serem estimados para a seção do tronco acima de 5,2 m;

F = diâmetro com casca (cm) a 5,2 m de altura, diâmetro de Girard;

Se  $h_i < 1,3$  m,  $I_S = 1$ ;

Se  $h_i \geq 1,3$  m,  $I_S = 0$ ;

Se  $h_i > 5,2$  m,  $I_T = 1$ ;

Se  $h_i \leq 5,2$  m,  $I_T = 0$ ;

Se  $1,3 \text{ m} \leq h_i \leq 5,2 \text{ m}$ ,  $I_B = 1$ ; se diferente dessa condição,  $I_B = 0$ ;

Se  $h_i < (5,2 + \gamma_i(h_i - 5,2))$ ,  $I_M = 1$ ; se diferente dessa condição,  $I_M = 0$ .

#### 4.4.2. Modelo de Max & Burkhart

Entre os modelos segmentados, o modelo de Max e Burkhart (1986) é o mais popular, onde os autores do modelo ajustaram a função quadrática do modelo de Kozak (1969). A equação [4] apresenta o modelo de Max e Burkhart (1986).

$$d_i = D[\beta_1 \left(\frac{h_i}{HT} - 1\right) + \beta_2 \left(\left(\frac{h_i}{HT}\right)^2 - 1\right) + \beta_3 \left(a_1 - \frac{h_i}{HT}\right)^2 I_1 + \beta_4 \left(a_2 - \frac{h_i}{HT}\right)^2 I_2]^{0,5} + \varepsilon_i \quad [5]$$

Onde,

$d_i$  = Diâmetro a ser estimado (cm);

D = Diâmetro a 1,3m (cm);

H = Altura total (m);

$h_i$  = Altura comercial (m);

$\beta_i$  = Parâmetros a serem estimados;

$a_1$  e  $a_2$  = Pontos de ligação dos polinômios;

$$x = \left(\frac{h_i}{h}\right).$$

#### 4.4.3. Modelo de Parresol

O modelo de Parresol (1987) se destaca dos demais modelos segmentados, devido à sua simplicidade. Ele emprega uma função logarítmica suave e contínua para representar o afilamento do fuste de árvores. O modelo de Parresol é representado pela

equação [6].

$$d_i = d \left\{ \left( \frac{1}{\frac{h_i}{H_t}} \right)^2 \left( \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{1}{\frac{h_i}{H_t}} \right) \right) + \left( \left( \frac{1}{\frac{h_i}{H_t}} \right) - a \right)^2 \left[ \beta_3 + \beta_4 \left( \left( \frac{1}{\frac{h_i}{H_t}} \right) + 2a \right) \right] I \right\}^{0,5} + \varepsilon_i \quad [6]$$

Onde,

$a$  = ponto de ligação dos polinômios;

$D$  = Diâmetro a 1,3m (cm);

$$Z = \frac{1}{\frac{h_i}{H_t}};$$

$I_i = 1$  se  $Z \geq a_i$ ;

$I_i = 0$  se  $Z < a_i$ .

#### 4.5. Análises estatísticas

Para avaliar a precisão das estimativas foram avaliados, inicialmente, os resultados dos ajustes considerando a significância dos parâmetros estimados para cada modelo, bem como a correlação linear ( $r$ ) entre os diâmetros observados e estimados, a raiz do quadrado médio do erro (RMSE) absoluto e relativo e a análise da dispersão e do histograma de frequências dos resíduos relativos (De Oliveira *et al.*, 2023; Leite *et al.*, 2022).

Adicionalmente, a acurácia das estimativas foi avaliada a partir das estatísticas descritas na Tabela 3, que levam em consideração as diferentes posições do fuste. Após a obtenção desses resultados estatísticos, para os diferentes modelos, foi realizado um ranqueamento considerando os resultados das estatísticas em cada posição avaliada, onde foram atribuídos valores de 3 a 1, sendo 1 a nota da situação que apresentou a maior acurácia e, assim, de forma crescente, até a nota 3, para a situação de menor acurácia. O resultado do ranqueamento foi definido pela soma das notas de todas as estatísticas e o melhor modelo foi aquele que apresentou a menor soma, conforme descrito por Figueiredo *et al.* (2006).

Tabela 3. Descrição das estatísticas utilizadas para a avaliação da acurácia das estimativas dos diâmetros para cada posição ao longo do fuste.

Estadística	Equação
1) Desvio (D)	$\frac{(\sum_{i=1}^n Diff_i)}{n}$
2) Desvio padrão das diferenças (SD)	$\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\left( Diff_i - \left( \frac{(\sum_{i=1}^n Diff_i)}{n} \right) \right)^2}{n-1}}$
3) Soma do quadrado do resíduo relativo (SSRR)	$\sum_{i=1}^n \left( \frac{Diff_i}{d_i} \right)^2$
4) Porcentagem dos resíduos (RP)	$\frac{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{Diff_i}{d_i} \right) * 100 \right]}{n}$

Em que:  $Diff_i$  = diferença entre os diâmetros observados e estimados;  $d_i$  = diâmetro na posição  $i$  do fuste e  $n$  = número de árvores.

Para finalizar as análises estatísticas, foi realizado o teste de equivalência *TOST* (*Two One Sided T-test*) para comparar os diâmetros estimados por cada modelo com os diâmetros observados. Foram consideradas duas porções do fuste nesta análise, a porção basal com diâmetros medidos até a altura de 1,30 m do solo e o restante do fuste com diâmetros medidos acima de 1,3 m do solo.

O teste de equivalência estatística é uma abordagem utilizada para determinar se duas amostras ou populações são suficientemente similares dentro de um intervalo de equivalência predefinido. Diferente dos testes tradicionais de hipóteses, que buscam detectar uma diferença significativa entre grupos, os testes de equivalência verificam se a diferença entre grupos é pequena o suficiente para ser considerada insignificante em termos práticos. As hipóteses testadas são as seguintes:  $H_0$ : afirma que a diferença entre os grupos é maior do que o intervalo de equivalência – ou seja, os grupos não são equivalentes;  $H_1$ : afirma que a diferença entre os grupos está dentro do intervalo de equivalência – ou seja, os grupos são equivalentes.

Para executar o teste, é necessário definir o tamanho do efeito de Cohen ( $d$ ),

medida utilizada para quantificar a magnitude da diferença entre os dois grupos avaliados. Foi utilizado o valor de  $d=0,2$ , que apresenta um efeito pequeno, garantindo maior rigorosidade para o teste e, portanto, um intervalo de equivalência o mais estreito possível.

O teste *TOST* consiste em dois testes unilaterais onde são definidos os limites de equivalência superior e inferior, considerando  $\alpha=5\%$ . O teste foi realizado no ambiente estatístico R (R Core Team, 2022), utilizando o pacote “*TOSTER*” e o código “*TOSTtwo*” (Caldwell, 2022; Lakens, 2017).

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1. Ajuste dos modelos não segmentados

Na modelagem do diâmetro ao longo do fuste de árvores, os parâmetros desempenham um papel crucial na captura da variabilidade da forma do fuste (Costa *et al.*, 2016). Os parâmetros utilizados no ajuste dos modelos não segmentados são apresentados na Tabela 4. Observou-se que para todos os modelos, todos os parâmetros foram significativos considerando um nível de significância estatística até 5%. De acordo com Montgomery et al (2021), a significância estatística dos parâmetros de um modelo é crucial para garantir que cada variável esteja de fato adicionando valor à explicação do comportamento da variável dependente.

Os modelos de Hradetzky e Schöepfer, apresentaram comportamentos muito semelhantes no histograma e dispersão residual (Figuras 1a e 1b). A distribuição de erros apresenta uma assimetria à esquerda devido a uma pequena frequência de erros negativos acima de 20%, mostrando uma pequena tendenciosidade em superestimar os diâmetros, sobretudo para posições entre 5 e 10 m de altura do fuste. Ao analisar os dados observou-se que estes erros estavam associados a árvores com DAP próximos a 14 cm. Já para o modelo de Kozak (Figura 1c), observou-se uma distribuição residual mais simétrica, com redução na tendência em superestimar, sendo os maiores valores de erros ainda registrados para o mesmo grupo de árvores com DAP ~14cm. Ressalta-se que os valores de diâmetros da base de dados registrados para estas árvores foram analisados e não se tratava de erros de medição ou de digitação.

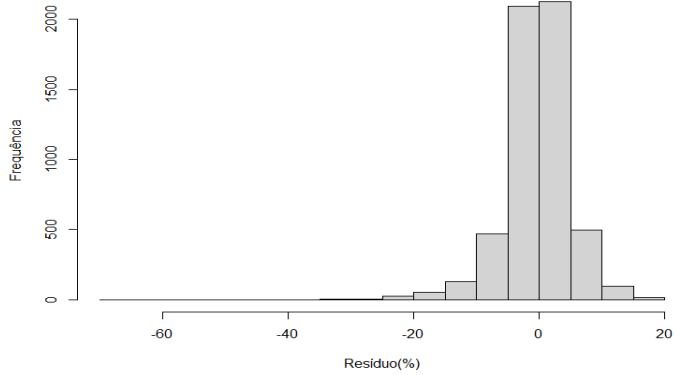
Tabela 4. Estatísticas dos parâmetros utilizados no ajuste de cada modelo não segmentado.

Hradetzky					Schöpfer					Kozak				
Parâmetro	Estimativa	Std. Erro	Sig.	Potência	Parâmetro	Estimativa	Std. Erro	Sig.	Potência	Parâmetro	Estimativa	Std. Erro	Sig.	Potência
$\beta_{16}$	-9,505E+10	2,05E+10	***	0,9	$\beta_0$	1,239105	0,002693	***	-	$\beta_0$	1,214721	0,003454	***	-
$\beta_{17}$	2,972E+11	7,07E+10	***	0,8	$\beta_1$	-4,819585	0,078499	***	1	$\beta_1$	-1,851743	0,019494	***	1
$\beta_{18}$	-3,336E+11	8,98E+10	***	0,7	$\beta_2$	26,539059	0,642510	***	2	$\beta_2$	0,664199	0,018969	***	2
$\beta_{19}$	1,370E+11	4,32E+10	**	0,6	$\beta_3$	-71,567935	2,097341	***	3					
$\beta_{26}$	6,415E+05	9,119E+04	***	2	$\beta_4$	85,910366	2,88189	***	4					
$\beta_{27}$	-3,414E+05	4,636E+04	***	3	$\beta_5$	-37,301156	1,355432	***	5					
$\beta_{28}$	2,148E+05	2,976E+04	***	4										
$\beta_{29}$	-8,102E+04	1,169E+04	***	5										
$\beta_{30}$	2,245E+04	4,102E+03	***	10										
$\beta_{31}$	-8,579E+04	1,907E+04	***	15										
$\beta_{32}$	3,545E+05	9,097E+04	***	20										
$\beta_{33}$	-1,006E+06	2,859E+05	***	25										
$\beta_{34}$	1,521E+06	4,643E+05	**	30										
$\beta_{35}$	-7,99E+05	2,535E+05	**	35										

Legenda: níveis de significância 0 “\*\*\*”; 0,001 “\*\*”; 0,01 “\*”; 0,05 “.”; 0,1 “.”; 1.

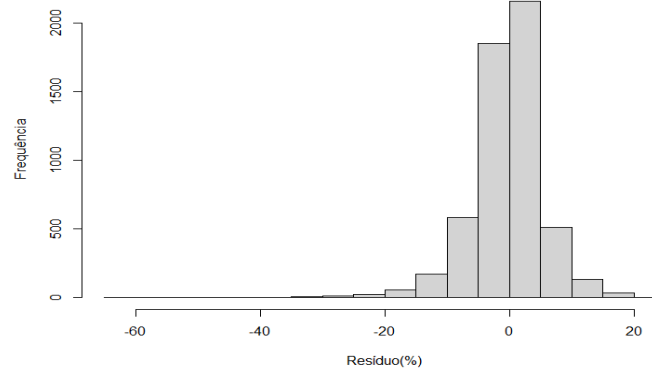
Figura 1. (1) Histograma de frequência residual e (2) dispersão residual dos modelos não segmentados.

Histograma de Frequência



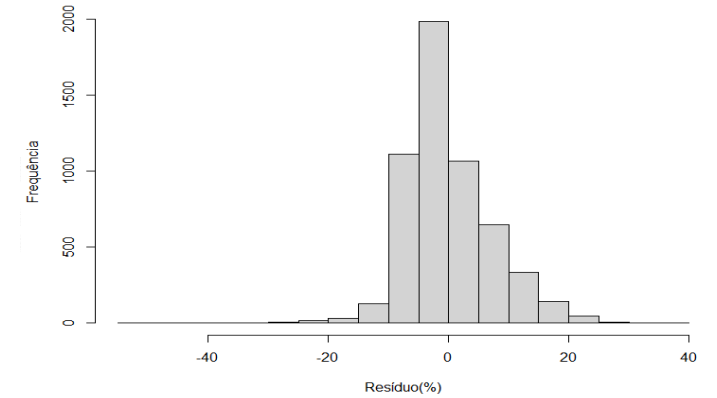
1.a) Hradetzky

Histograma de Frequência



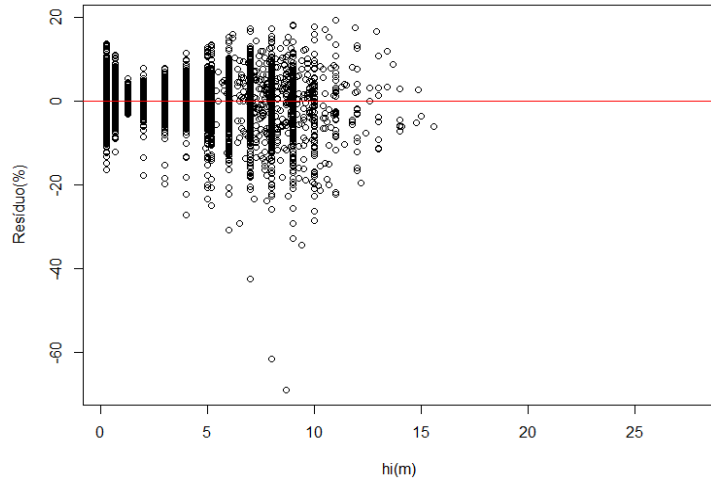
1.b) Schöpfer

Histograma de Frequência



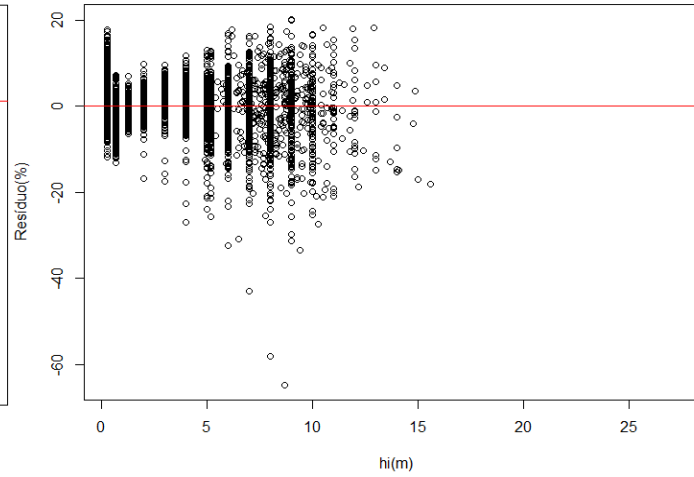
1.c) Kozak

Dispersão Residual



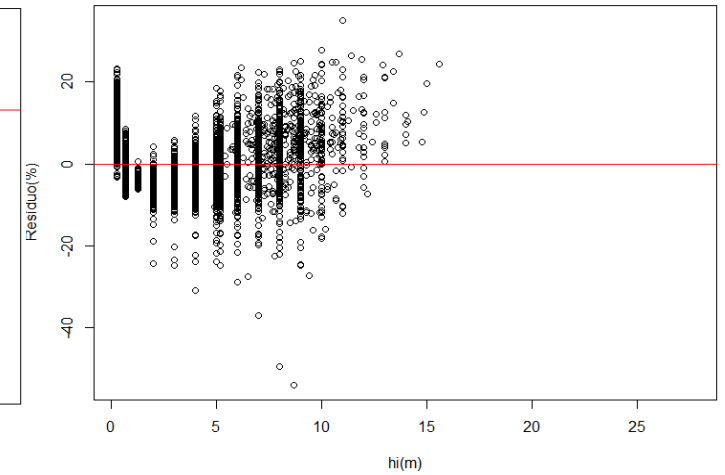
2.a) Hradetzky

Dispersão Residual



2.b) Schöpfer

Dispersão Residual



2.c) Kozak

O histograma de frequência, apresentado na Figura 1, mostra que para os três modelos avaliados a maior parte dos resíduos concentrou-se na faixa de -20 a 20%. Contudo há erros que superam 60%, o que ocorre nas mesmas posições para os três modelos testados. O povoamento utilizado neste estudo é oriundo do plantio de sementes, sem qualquer controle genético, o que significa que é um plantio heterogêneo, com alta variabilidade na forma dos fustes. Essa heterogeneidade pode ter afetado negativamente o desempenho dos modelos na estimativa dos diâmetros, como apontado no estudo de Jobst *et al.* (2022).

O resultado da análise da dispersão residual dos modelos indica que os três modelos avaliados apresentaram distribuição aleatória dos resíduos em torno da linha de ajuste e com variância constante. Os estudos conduzidos por Sharma e Parton (2019); Leites e Soares (2020) destacam uma limitação nos modelos de afilamento não segmentados. Esses modelos utilizam funções matemáticas que não conseguem capturar adequadamente a variação mais pronunciada do diâmetro nas porções superiores do fuste, onde os diâmetros são menores.

As estatísticas de precisão dos modelos de afilamento (Tabela 5), oferecem um indicativo da qualidade geral dos ajustes de cada modelo e apresentam a correlação existente entre os diâmetros estimados e observados. De modo geral, todos os modelos apresentaram bons resultados de ajuste, com correlações superiores a 0,90 e RMSE(%) inferiores a 10%. O polinômio das potências fracionárias e inteiras (Modelo de Hradetzky) e o polinômio do quinto grau (Modelo de Schöpfer) foram as abordagens que apresentaram os melhores valores das estatísticas de correlação ( $r$ ) e de raiz quadrada do erro médio (RMSE), com RMSE inferiores a 1cm, com destaque para o modelo de Hradetzky com RMSE inferior a 5%.

Esse resultado era esperado, pois o modelo de Hradetzky por possuir potências variáveis, tem maior flexibilidade de se ajustar em diferentes bases de dados (Silva *et*

al., 2011; Teo *et al.*, 2018).

Contudo, essas estatísticas não são isoladamente adequadas para a tomada de decisão sobre a escolha do melhor modelo ajustado, uma vez que são calculadas considerando a média global de estimativas, ou seja, podem sofrer interferência de possíveis valores extremos (Nicoletti, *et al.*, 2018) e caracterizarem de maneira geral a qualidade da modelagem.

Tabela 5. Estatísticas de precisão dos modelos não segmentados.

<b>Modelo</b>	<b>Correlação (r)</b>	<b>RMSE (cm)</b>	<b>RMSE (%)</b>
Hradetzky	0,99	0,85	4,82
Schöepfer	0,99	0,94	5,37
Kozak	0,97	1,62	9,17

Como é possível identificar na Tabela 5, o modelo de Kozak apresentou os piores resultados de *r* e RMSE, sendo este último superior à 1,5 cm. Em estudos onde o modelo de Kozak foi testado e comparado com modelos de Schöepfer e Hradetzky, o modelo de Kozak foi o que apresentou os piores resultados de ajuste (Junior *et al.*, 2012; Stepka *et al.*, 2017). Quando comparado com modelos segmentados, o desempenho do modelo de Kozak se mostra mais promissor (Souza *et al.*, 2018).

Na Figura 2, podemos observar o resultado do melhor e pior desempenho de cada modelo, nas estimativas de diâmetros. O modelo de Hradetzky (Figura 2a) se destacou, apresentando o melhor desempenho. O modelo de Kozak teve seu melhor desempenho em um indivíduo com DAP 13,4 cm e altura total de 14 m. O modelo de Schöepfer teve seu melhor desempenho em um indivíduo de DAP 11,6 cm e altura total de 14,9 m e, por fim, o modelo de Hradetzky teve seu melhor desempenho para um indivíduo com DAP 20 cm e altura total de 19 m. Os modelos de Schoepfer e de Kozak apresentaram o desempenho menos satisfatório para o mesmo indivíduo, que possui DAP 23,7 cm e altura total 22 m. O desempenho menos satisfatório para o modelo de Hradetzky foi um indivíduo com DAP 22,9 e altura total 18,4 m. Diversos estudos sobre funções de

afilamento, como já mencionado anteriormente, concluíram que o modelo de Hradetzky apresenta um resultado de ajuste melhor do que outros modelos não segmentados, por suas potências não serem fixas o que lhe permite uma maior aderência à base de dados. Este resultado também foi encontrado nos estudos de Fischer *et al.*, (2001); Figueiredo *et al.*, (2006); Schmidt *et al.*, (2017). Kohler *et al.*, (2016); Nicoletti *et al.*, (2020).

Os três modelos apresentaram comportamento semelhante, apresentando as maiores diferenças entre os diâmetros estimados e observados na parte intermediária do fuste desta árvore. Diferente do observado em estudo desenvolvido por Teo *et al.*, (2018), onde o modelo de Hradetzky apresentou melhor desempenho ao estimar o afilamento em um povoamento de *Eucalyptus grandis* e do estudo conduzido por Assis *et al.*, (2012), onde o modelo de Kozak também apresentou o melhor desempenho para estimar diâmetros, na parte intermediária do fuste das árvores de um povoamento de *Pinus taeda*. Ambos os autores destacam que a parte intermediária dos fustes apresentam características mais homogêneas, facilitando a estimativa do diâmetro, pois os modelos não precisam considerar variações nessas características.

O povoamento de *Khaya spp*, utilizado neste estudo, é oriundo de um plantio seminal o que resulta em um povoamento de formas heterogêneas, onde cada indivíduo pode possuir características diferentes ao longo do fuste, dificultando a estimativa do diâmetro pelas equações. Além da heterogeneidade do povoamento utilizado, uma possível explicação para o baixo desempenho dos modelos em estimar os diâmetros desse indivíduo é que ele se encontra na classe diamétrica entre 20 e 25 cm, onde existem 136 representantes na base de dados, porém, é o único indivíduo dessa classe diamétrica com altura superior a 30m. Isso implica que os modelos, basearam-se na representatividade dos diâmetros observados nas alturas existentes. Como resultado, a estimativa do diâmetro dessa árvore com altura superior às demais se torna imprecisa.

As Tabela 6, Tabela 7 e Tabela 8 apresentam os valores das estatísticas de

acurácia dos ajustes realizados, onde constam os valores das estatísticas avaliadas em cada altura cubada e a nota de 1 a 3 para cada estatística. Para o desvio padrão das diferenças (SD) que não puderam ser calculados devido a posição analisada só possuir dados de uma única árvore, no ranqueamento foi considerado um valor igual a zero.

A avaliação de acurácia garante maior segurança para avaliar o desempenho de cada modelo ao se ajustar à base de dados, uma vez que por ser uma avaliação feita em cada ponto de estimativa, não sofre nenhuma influência de valores extremos, como ocorre em outras avaliações estatísticas que consideram os valores médios de cada ajuste. Este método de avaliação também foi utilizado pelo estudo desenvolvido por Figueiredo *et al.*, (2006).

Figura 2. Melhores e piores desempenhos dos modelos não segmentados

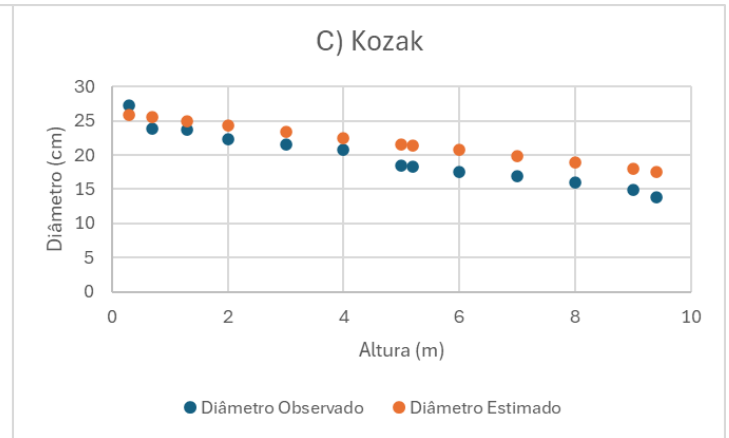
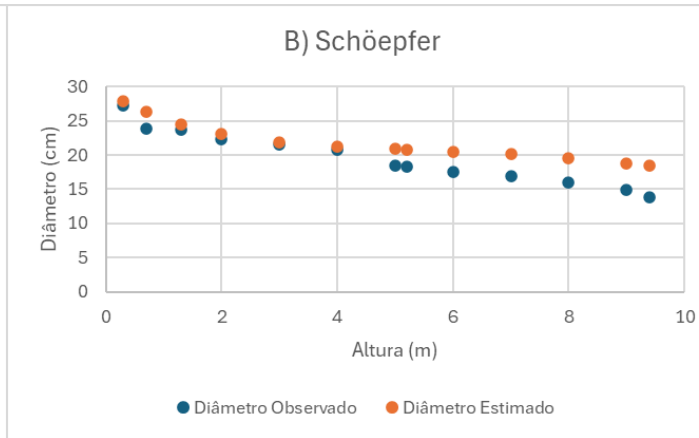
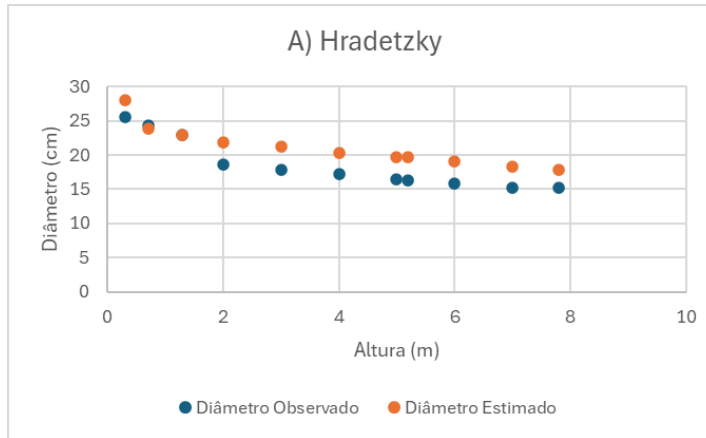
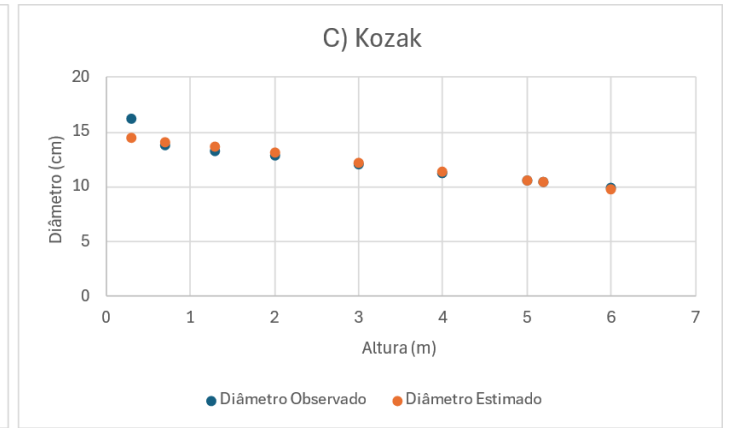
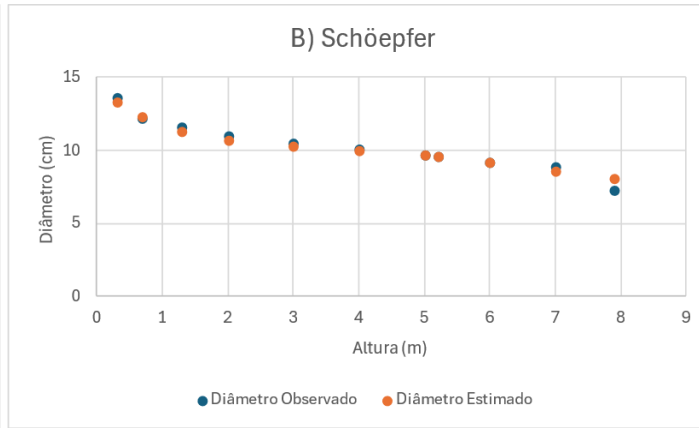
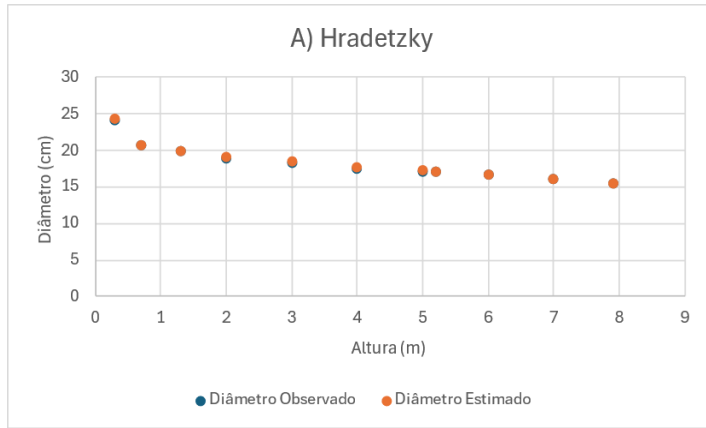


Tabela 6. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Hradetzky.

Hi	D	SD	SSRR	RP	D	SD	SSRR	RP	Nota	Ranking
0,3	-0,001488	1,300719	1,309272	-0,029410	1	2	1	1	5	
0,7	-0,043870	0,904172	0,724347	0,045055	1	2	1	1	5	
1,3	-0,103839	0,339165	0,132189	-0,268229	1	2	1	1	5	
2	-0,025580	0,442657	0,261352	-0,097561	1	1	1	1	4	
3	-0,011723	0,518528	0,413163	-0,082863	1	2	1	1	5	
4	0,075064	0,633224	0,694428	0,283799	1	2	1	1	5	
5	0,055413	0,734932	0,977207	0,084177	2	2	2	1	7	
6	0,023342	0,867083	1,360401	-0,169597	1	2	1	1	5	
7	0,001505	1,015409	1,754326	-0,483044	1	1	1	1	4	
8	-0,055752	1,127721	1,800809	-1,029857	1	1	1	2	5	
9	-0,253594	1,286898	1,233236	-2,253762	2	1	1	2	6	
10	-0,454523	1,402337	0,779716	-3,787329	2	1	2	2	7	
11	-0,180118	1,361293	0,285233	-2,155493	2	2	2	2	8	
12	-0,135158	1,449910	0,129020	-2,414298	2	1	1	2	6	
13	-0,352044	1,091412	0,059787	-3,841213	1	1	1	1	4	
14	-0,503715	0,565735	0,015061	-4,141865	1	2	1	1	5	
15	-0,442067	0	0,001292	-3,594042	1	-	1	1	3	

89

Onde: Hi = posição do fuste; D = Desvio; SD = Desvio padrão das diferenças; SSRR = Soma do quadrado do resíduo relativo; e RP = Porcentagem dos resíduos.

Tabela 7. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Schöepfer.

Hi	D	SD	SSRR	RP	D	SD	SSRR	RP	Nota	Ranking
0,3	0,7281881	1,3155730	1,7620380	3,0401439	2	3	2	2	9	
0,7	-0,9403474	0,9686037	1,5491060	-4,0430537	3	3	3	3	12	
1,3	-0,3528836	0,4802336	0,3063704	-1,3965934	2	3	2	2	9	
2	0,0521875	0,5066943	0,3432664	0,4154143	2	2	2	2	8	
3	0,3755724	0,5166990	0,5482258	1,8842652	2	1	2	2	7	
4	0,2549696	0,6170757	0,7113207	1,1287503	2	1	2	2	7	
5	0,0383901	0,7209724	0,9683729	-0,0895403	1	1	1	2	5	
6	-0,0872089	0,8599142	1,4158290	-0,8257161	3	1	2	3	9	
7	-0,1183268	1,0198440	1,8276390	-1,0882224	2	2	2	2	8	
8	-0,0890324	1,1737920	1,8525370	-1,0274080	2	2	2	1	7	
9	-0,1793168	1,3622600	1,2799130	-1,6434770	1	2	2	1	6	
10	-0,3031243	1,4086050	0,7002127	-2,8614280	1	2	1	1	5	
11	0,0151565	1,3409430	0,2415402	-1,1569350	1	1	1	1	4	
12	-0,0101332	1,5529160	0,1414469	-1,9630660	1	3	2	1	7	
13	-0,4988318	1,2389910	0,0977454	-5,5655490	2	3	2	2	9	
14	-0,7900328	0,9939055	0,0571559	-7,4792840	2	3	3	2	10	
15	-2,0916831	0	0,0289189	-17,0055540	2	-	2	2	6	

128

Onde: Hi = posição do fuste; D = Desvio; SD = Desvio padrão das diferenças; SSRR = Soma do quadrado do resíduo relativo; e RP = Porcentagem dos resíduos.

Tabela 8. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Kozak.

Hi	D	SD	SSRR	RP	D	SD	SSRR	RP	Nota	Ranking
0,3	2,4256423	1,2529350	5,5135420	9,7275604	3	1	3	3	10	
0,7	-0,4134569	0,7945592	0,7298452	-1,7994908	2	1	2	2	7	
1,3	-0,9517222	0,3327486	0,9707888	-4,4521164	3	1	3	3	10	
2	-1,1520612	0,5474823	1,8377251	-5,7096938	3	3	3	3	12	
3	-0,8715340	0,6119441	1,4350075	-4,4652385	3	3	3	3	12	
4	-0,5708042	0,7229848	1,2870088	-3,0255657	3	3	3	3	12	
5	-0,2615830	0,8501207	1,3478324	-1,4236387	3	3	3	3	12	
6	0,0552868	0,9807734	1,6852790	0,3020653	2	3	3	2	10	
7	0,3350456	1,1153100	2,1295080	1,8436643	3	3	3	3	12	
8	0,5553519	1,2517700	2,1428360	3,0393190	3	3	3	3	12	
9	0,6307450	1,4330230	1,4874860	3,5690850	3	3	3	3	12	
10	0,6715657	1,5064930	0,8089779	3,9916350	3	3	3	3	12	
11	1,1651738	1,4187980	0,4155825	7,1863110	3	3	3	3	12	
12	1,3046143	1,5060850	0,1790051	7,5816710	3	2	3	3	11	
13	1,3153952	1,2034600	0,1235136	9,1106700	3	2	3	3	11	
14	1,1998943	0,4734848	0,0448497	9,0847280	3	1	2	3	9	
15	2,4132887	0	0,0384954	19,6202340	3	-	3	3	9	
<b>185</b>										

Onde: Hi = posição do fuste; D = Desvio; SD = Desvio padrão das diferenças; SSRR = Soma do quadrado do resíduo relativo; e RP = Porcentagem dos resíduos.

Entre os modelos não segmentados avaliados, o modelo de Hradetzky foi o que apresentou as estatísticas de precisão mais satisfatória para a estimativa de afilamento de *Khaya spp.* O modelo de Schöepfer, mesmo apresentando resultados inferiores aos do modelo de Hradetzky, obteve bom desempenho nas estimativas de afilamento, de acordo com as análises realizadas nesta pesquisa. No estudo conduzido por N'Guessan e Kouamé (2013), utilizando a espécie *Khaya ivorensis* e o estudo conduzido por Tchamou e Batawila (2015), utilizando a espécie *Khaya grandifoliola*, o modelo de Kozak apresentou desempenho superior ao modelo de Hradetzky para estimativa de afilamento. Os autores Tchamou e Batawila (2015), destacam que os dados utilizados em seus estudos foram oriundos de um plantio clonal, ou seja, que apresenta homogeneidade entre os indivíduos. A variabilidade de formas das árvores deste estudo pode explicar o melhor desempenho dos modelos de Schöepfer e Hradetzky, por conseguir combinar maior número de potências e ainda potências inteiras e fracionárias,

com destaque para o modelo de Hradetzky, conferindo maior flexibilidade para se ajustar à base de dados que possuem maior heterogeneidade.

## **5.2. Ajuste dos modelos segmentados**

Os parâmetros ajustados para os modelos segmentados são apresentados na Tabela 9. A Figura 3 e Figura 4 apresentam a análise gráfica dos resíduos. Para todos os modelos verificou-se que os parâmetros foram significativos para um nível de significância de 5%.

Tabela 9. Estatística dos parâmetros utilizados no ajuste dos modelos segmentados.

Clark				Max & Burkhart				Parresol			
Parâmetro	Estimativa	Std. Erro	Sig	Parâmetro	Estimativa	Std. Erro	Sig	Parâmetro	Estimativa	Std. Erro	Sig
a <sub>1</sub>	7,415E-01	1,732E-02	***	a <sub>1</sub>	0,44361	0,08946	***	a	5,394E+00	1,446E-02	***
a <sub>2</sub>	3,608E+03	1,898E+02	***	a <sub>2</sub>	-2,596E-02	0,01142	*	β <sub>1</sub>	1,027E-01	5,212E-04	***
a <sub>3</sub>	5,975E+01	1,472E+00	***	β <sub>3</sub>	4,324E+00	1,39215	**	β <sub>2</sub>	-1,274E-02	9,133E-05	***
β <sub>1</sub>	5,341E+00	2,980E+01	***	β <sub>4</sub>	-1,076E+01	1,78881	***	β <sub>3</sub>	1,728E-01	9,356E-04	***
g <sub>1</sub>	1,868E+00	3,451E-02	***					β <sub>4</sub>	1,274E-02	9,132E-05	***
g <sub>2</sub>	1,297E+00	4,553E+03	***								

Legenda: níveis de significância 0 “\*\*\*”; 0,001 “\*\*”; 0,01 “\*”; 0,05 “.”; 0,1 “.”; 1.

Figura 3. Histograma de frequência residual dos modelos segmentados

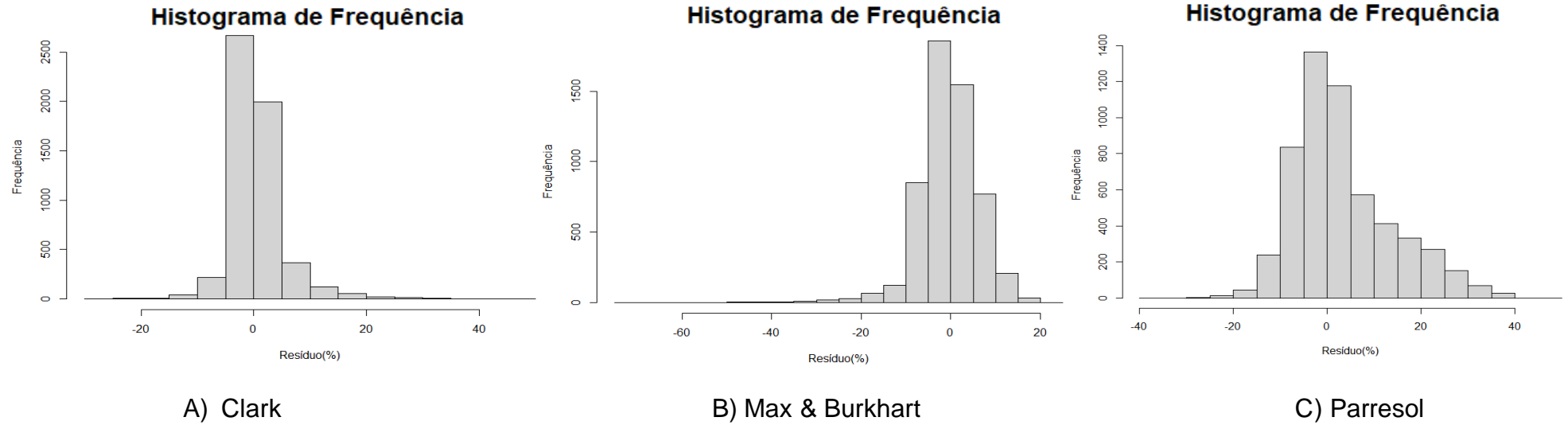
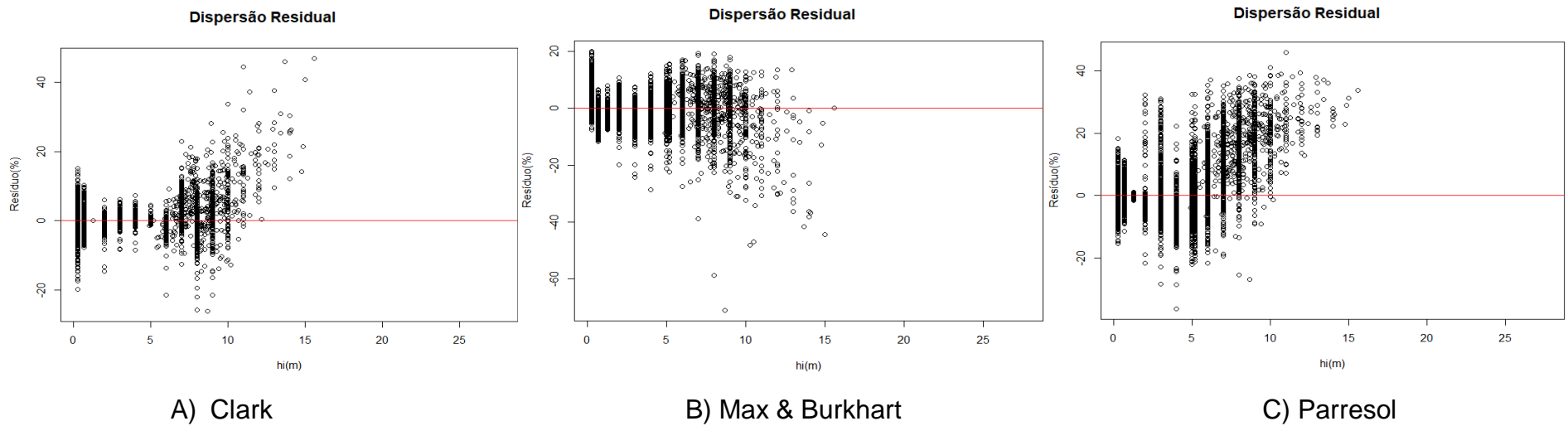


Figura 4. Gráfico de dispersão residual dos modelos segmentados.



A avaliação da dispersão residual mostra que os modelos ajustados neste estudo apresentaram os maiores valores de diferença entre os diâmetros observados e estimados nas porções mais elevadas do fuste, onde ocorrem os menores diâmetros. O modelo de Clark apresentou uma pequena tendência em subestimar os diâmetros e o modelo de Max & Burkhart, certa tendência em superestimar, assim como os modelos não segmentados. Os modelos de Clark e Max & Burkhart apresentam uma maior frequência de erros entre -20 a 20%. Esse comportamento também foi identificado na avaliação do ajuste de modelos não-segmentados deste estudo e nos modelos segmentados e não segmentados avaliados no estudo de Lansanova *et al.* (2013). O modelo de Clark (Figura 4a) apresentou uma dispersão residual mais leptocúrtica, portanto menos variada que os demais modelos (Figura 4b e c). A dispersão distribuída ao longo do eixo zero indica que em todos os modelos a variância dos resíduos é constante. Há algumas árvores em que os erros ultrapassam os 20%, indicando a presença de possíveis outliers, no entanto, como observado na análise gráfica dos resíduos e nas estatísticas de correlação e RMSE, estes valores não afetaram a qualidade dos ajustes de nenhum modelo. Considerando estes resultados, o modelo que se demonstrou mais acurado e melhor ajustado à base de dados dos modelos segmentados foi o de Clark. Nos estudos de Santos *et al.* (2014), Leite *et al.* (2018), Soares *et al.* (2020) e Silva e Leite (2022) o modelo de Clark foi o que apresentou o menor viés e a maior precisão na estimativa de afilamento, mesmo com a presença de outliers.

Mesmo com a presença de heterogeneidade na base de dados, os modelos segmentados de Clark e Max & Burkhart se mostram capazes de se ajustar e de capturar as variações existentes, em comparação ao modelo de Parresol. Como apontado no estudo de Souza *et al.* (2008), o modelo de Parresol possui baixa precisão em florestas heterogêneas, podendo essa ser uma das justificativas para o baixo desempenho do

modelo. O modelo apresentou uma forte tendência em subestimar os diâmetros. Os resultados da análise de precisão dos modelos (Tabela 10), onde foram avaliados os valores de correlação ( $r$ ) e da raiz quadrada do erro médio (RMSE), reforçam a baixa capacidade do modelo de Parresol em se ajustar a base de dados utilizada neste estudo.

Tabela 10. Estatísticas de precisão dos modelos segmentados.

<b>Modelo</b>	<b>Correlação (r)</b>	<b>RMSE</b>	<b>RMSE (%)</b>
Clark	0,99	0,75	4,28
Max & Burkhart	0,98	1,11	6,31
Parresol	0,92	2,53	14,39

Não há certezas para justificar a baixa precisão do modelo de Parresol, mas um dos possíveis motivos é a heterogeneidade do povoamento. Reforçando essa justificativa, no estudo conduzido por Tchamou e Batawila (2015) o modelo de Parresol apresenta um bom desempenho para estimar os diâmetros de um plantio clonal, portanto mais homogêneo, de *Khaya grandifoliola*.

O modelo de Clark apresentou as melhores estatísticas de precisão, não só em comparação com os modelos segmentados como também com os modelos não-segmentados, apresentando erro médio na estimativa dos diâmetros inferior a 80 cm. No estudo de Silva *et al.* (2014) ao ser comparado com outros modelos segmentados, o modelo de Clark foi o que apresentou o menor erro de estimativa dos diâmetros nas porções mais altas do fuste da espécie *Khaya ivorensis*. E quando comparado com outros modelos não lineares no estudo de Soares *et al.* (2020), o modelo de Clark apresentou um bom desempenho para estimar o diâmetro ao longo do fuste de *Khaya anthotheca*, que possuíam formas complexas, apresentando irregularidades na superfície do fuste. O modelo de Clark é um modelo semi-paramétrico, o que significa que combina elementos de modelos paramétricos e não paramétricos (Zhao *et al.*, 2004). Tal característica traz maior flexibilidade ao modelo, capturando com mais precisão mudanças abruptas e irregulares dos fustes das árvores. Além disso, o modelo de Clark

é considerado robusto, ou seja, é menos sensível a outliers e erros na base de dados (Soares *et al.*, 2020).

As Figura 5 e 6 apresentam os melhores e piores desempenhos de cada modelo segmentado, reforçando a melhor capacidade do modelo de Clark (Figura 6a) de se ajustar à base de dados utilizada. O modelo de Max & Burkhart teve seu melhor desempenho para o mesmo indivíduo que o modelo de Kozak, que apresenta DAP 13,4 cm e altura total de 14 m. O modelo de Parresol teve seu melhor desempenho em um indivíduo de DAP 15,1 cm e altura total de 18,7 m e, por fim, o modelo de Clark teve seu melhor desempenho para um indivíduo com DAP 15,5 cm e altura total de 14 m. Os modelos de Clark e Parresol apresentaram o seu desempenho menos satisfatório para o mesmo indivíduo, que possui DAP 24,6 cm e altura total 21,8 m. O modelo de Max & Burkhart apresentou o desempenho menos satisfatório para o mesmo indivíduo que os modelos segmentados de Schöepfer e Kozak. Mesmo em seu desempenho menos satisfatório, o modelo de Clark demonstrou uma diferença menor entre os diâmetros reais e observados, quando comparado aos modelos de Max & Burkhart e Parresol. Todos os modelos segmentados apresentaram o seu pior desempenho no mesmo indivíduo que os modelos não segmentados. A Figura 6c evidencia a sensibilidade do modelo de Parresol na presença de ruídos na base, pois apresentou maiores diferenças entre os diâmetros para o mesmo indivíduo. Na Figura 2, que apresenta os piores desempenhos dos modelos, é possível identificar que o modelo de Clark foi o que apresentou as menores diferenças entre os diâmetros reais e estimados, demonstrando que é um modelo com baixa sensibilidade à presença de indivíduos com formas mais heterogêneas. Gregoire e Valentine (2007) destacam que a menor sensibilidade do modelo de Clark decorre do fato que, ao invés de depender exclusivamente de valores individuais, o modelo leva em conta a distribuição geral dos diâmetros das árvores no povoamento, sendo essa abordagem mais eficiente para lidar com dados heterogêneos.

Nas avaliações de acurácia dos modelos, as quais avaliam as estimativas feitas pelos modelos em cada altura analisada, o modelo de Clark continuou apresentando desempenho superior aos demais modelos segmentados avaliados (Tabela 11,

Tabela 12 e

Tabela 13). No estudo de Soares *et al.* (2020), o modelo de Clark apresentou os melhores resultados para as estatísticas de desvio, desvio padrão das diferenças, SSRR e RP e atribuíram o melhor desempenho do modelo de Clark ao fato dele ser um modelo simples e robusto. O melhor desempenho do modelo de Clark, neste estudo, reforça a justificativa de que ele é um modelo capaz de identificar melhor as variações existentes em um plantio de origem seminal.

Figura 5. Melhores desempenhos dos modelos segmentados.

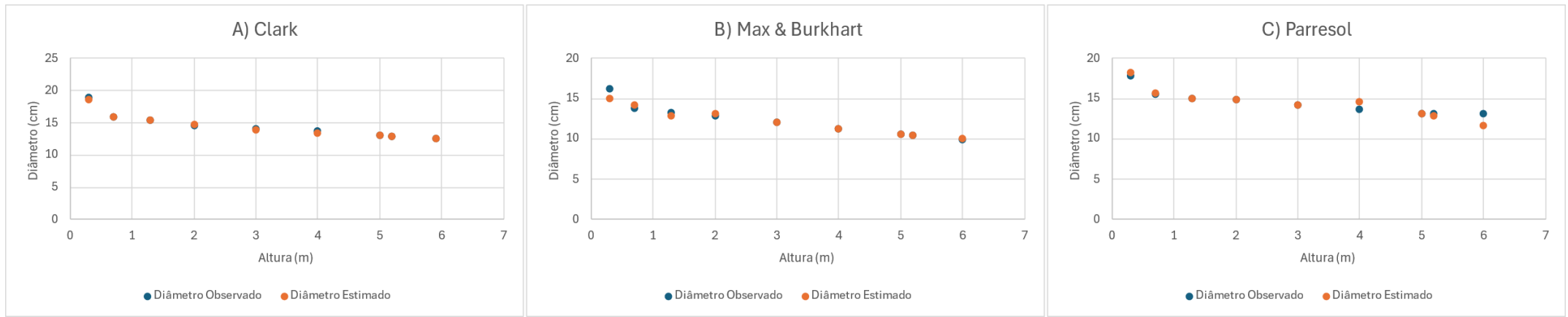


Figura 6. Piores desempenhos dos modelos segmentados.

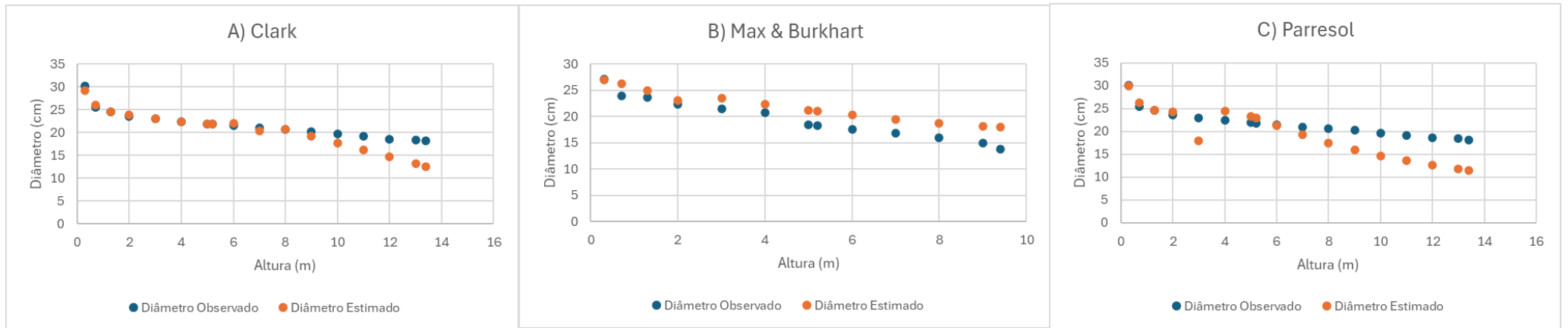


Tabela 11. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Clark.

Hi	D	SD	SSRR	RP	D	SD	SSRR	RP	Nota	Ranking
0,3	0,0248136	1,3270520	1,4618650	-0,2963316	2	2	1	2	7	
0,7	-0,0778828	0,7791862	0,5827561	-0,3426154	2	1	1	2	6	
1,3	0	0	0	0	1	1	1	1	4	
2	-0,1385633	0,3340243	0,1760391	-0,6952360	2	1	1	2	6	
3	0,0679506	0,2769074	0,1241853	0,3925459	1	1	1	1	4	
4	0,1218850	0,2055414	0,0990462	0,6992168	1	1	1	1	4	
5	0,0314362	0,0687901	0,0102595	0,1905143	1	1	1	1	4	
6	-0,4387546	0,3564249	0,4561186	-2,4036150	2	1	1	2	6	
7	0,5080654	0,5901911	1,0334260	3,1690300	2	1	1	2	6	
8	-0,2419095	0,8437398	0,8796101	-1,2600184	1	1	1	2	5	
9	0,3800193	1,0719260	0,8833460	2,5738120	2	1	1	2	6	
10	0,9274777	1,2212120	0,8052558	6,3270990	2	1	1	2	6	
11	1,7385745	1,2663790	0,6321574	11,7461780	2	1	2	2	7	
12	2,2731700	1,3012030	0,4003299	14,9384280	2	1	1	2	6	
13	2,7092990	1,1253870	0,4257149	20,2716400	2	1	1	2	6	
14	2,8450980	0,5689176	0,2736117	22,4992700	2	1	1	2	6	
15	5,0128230	0	0,1660942	40,7546600	2	-	2	2	6	
<b>95</b>										

Onde: Hi = posição do fuste; D = Desvio; SD = Desvio padrão das diferenças; SSRR = Soma do quadrado do resíduo relativo; e RP = Porcentagem dos resíduos.

Tabela 12. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Max &amp; Burkhart.

Hi	D	SD	SSRR	RP	D	SD	SSRR	RP	Nota	Ranking
0,3	1,4489672	1,2631770	2,7944750	5,8560814	3	1	3	3	10	
0,7	-0,9580898	0,8984715	1,5107956	-4,2052675	3	2	3	3	11	
1,3	-0,6694811	0,5794397	0,6817384	-2,8802399	3	3	3	3	12	
2	0,0518172	0,7593237	0,7928888	0,2514058	1	2	2	1	6	
3	-0,7997992	0,7035833	1,4187223	-4,0839182	3	2	2	3	10	
4	-0,3383850	0,7639771	1,0563447	-1,7078379	2	2	2	2	8	
5	0,0637797	0,8385250	1,1740390	0,3602246	2	2	2	2	8	
6	0,3158493	0,9212320	1,5356270	1,5897120	1	2	2	1	6	
7	0,3865832	1,0453192	1,9110260	1,7105950	1	2	2	1	6	
8	0,3028829	1,1461058	1,7671038	0,9489248	2	2	2	1	7	
9	-0,0530153	1,3138260	1,2751450	-1,4848720	1	2	2	1	6	
10	-0,5657802	1,3815850	0,9727170	-5,4812400	1	2	2	1	6	
11	-0,6279108	1,5525950	0,4839863	-6,5085680	1	3	1	1	6	
12	-1,0455610	1,8588130	0,4146214	-9,9269080	1	3	2	1	7	
13	-2,0888960	1,6414650	0,4993116	-18,6079100	1	3	2	1	7	
14	-2,4955910	1,7107191	0,3534147	-21,9284500	1	3	3	1	8	
15	-5,4639930	0	0,1973377	-44,4227100	3	-	3	3	9	

133

Onde: Hi = posição do fuste; D = Desvio; SD = Desvio padrão das diferenças; SSRR = Soma do quadrado do resíduo relativo; e RP = Porcentagem dos resíduos.

Tabela 13. Estatísticas de acurácia para a estimativa de afilamento do modelo de Parresol.

Hi	D	SD	SSRR	RP	D	SD	SSRR	RP	Nota	Ranking
0,3	-0,007722	1,4342930	1,5238380	0,0019475	1	3	2	1	7	
0,7	-0,053960	0,9545041	0,8369717	0,0743978	1	3	2	1	7	
1,3	0,057543	0,1123316	0,0182431	0,3468982	2	2	2	2	8	
2	-0,472674	0,8139319	1,5986367	-2,1663631	3	3	3	3	12	
3	0,330858	2,1086400	5,1268614	0,9069645	2	3	3	2	10	
4	-1,284156	0,9670130	3,6391939	-6,8017355	3	3	3	3	12	
5	-0,480890	1,3691545	3,1746004	-2,0118588	3	3	3	3	12	
6	0,726977	1,4476526	4,6560090	4,8472630	3	3	3	3	12	
7	1,730231	1,4478486	7,7772170	10,6120730	3	3	3	3	12	
8	2,421059	1,4891296	8,2818172	14,6601876	3	3	3	3	12	
9	2,813009	1,5992930	6,1562730	17,2437200	3	3	3	3	12	
10	2,989325	1,6245650	3,2771928	19,3167580	3	3	3	3	12	
11	3,578766	1,5216310	1,6312346	23,1202190	3	2	3	3	11	
12	3,770786	1,7646300	0,9383922	24,1884930	3	2	3	3	11	
13	3,603300	1,5419890	0,6120924	25,4534500	3	2	3	3	11	
14	3,444178	1,0899988	0,3231613	25,3475800	3	2	2	3	10	
15	3,845296	0	0,0977348	31,2625700	1	-	1	1	3	

174

Onde: Hi = posição do fuste; D = Desvio; SD = Desvio padrão das diferenças; SSRR = Soma do quadrado do resíduo relativo; e RP = Porcentagem dos resíduos.

### 5.3. Comparação entre os modelos não segmentados e segmentados

Quando comparamos os resultados do ajuste dos modelos avaliados neste estudo, observamos que o modelo de Hradetzky demonstrou as melhores estatísticas dentro do conjunto de modelos não segmentados, enquanto o modelo de Clark se destacou dentro do conjunto de modelos segmentados. Além disso, ao compararmos os resultados do ajuste específico entre o modelo de Hradetzky e o modelo de Clark, constatamos que o modelo de Hradetzky apresentou as melhores estatísticas de ajuste, tanto em termos de correlação quanto de precisão, em comparação com o modelo de Clark. Todos os modelos não segmentados e o segmentado de Max & Burkhart apresentaram uma pequena tendência em superestimar os diâmetros, os únicos modelos que não apresentaram esta tendência foram os modelos segmentados de Clark e de Parresol. A superestimação causa desvios na classificação de sortimentos, pois a alocação incorreta de toras para categorias de maior valor distorce o sortimento dos plantios e compromete a qualidade dos produtos (Téo *et al.*, 2013). Além disso, a superestimação pode acarretar danos econômicos, uma vez que contratos baseados em estimativas errôneas de volume podem resultar em penalidades financeiras, pois a quantidade real de madeira não corresponde à quantidade negociada.

Para comparar os diâmetros estimados por cada modelo com o diâmetro real, foi aplicado o teste *TOST* (*Two One Sided T-Test*) para avaliar a equivalência das médias dos diâmetros, considerando o valor de Cohen's D de  $d=0,2$ . O valor de 0,2 se refere ao tamanho do efeito padronizado, que quantifica a magnitude da diferença entre os grupos de forma padronizada, permitindo comparações consistentes independentemente das unidades de medida originais (Lakens, 2017). Optou-se por considerar  $d=0,2$  para a geração de limites pequenos para o intervalo de equivalência

para verificação de modelos com maior acurácia na estimativa de diâmetros nas diferentes porções do fuste das árvores.

Em ambas as porções, todos os modelos avaliados apresentaram equivalência significativa e não apresentaram diferenças estatísticas entre o diâmetro observado e estimado, exceto o modelo de Kozak (não segmentado), que apresentou diferença significativa entre as médias dos diâmetros estimados e observados (Tabela 13). O resultado gráfico desta análise é apresentado nas Figura 7 e Figura 8.

Tabela 14. Resultado do teste de equivalência *TOST/NHST* em cada posição do fuste.

Porção do fuste	Hradetzky	Schöepfer	Kozak	Clark	Max & Burkhart	Parresol
Até 1,30 m	Eq/Ndif	Eq/Ndif	Eq/Dif	Eq/Ndif	Eq/Ndif	Eq/Ndif
Acima de 1,30 m	Eq/Ndif	Eq/Ndif	Eq/Dif	Eq/NDif	Eq/Ndif	Eq/NDif

Onde: "Eq/Ndif" = Diâmetros equivalentes e não diferem estatisticamente; "Eq/Dif" = Diâmetros equivalentes e diferem estatisticamente.

Os modelos não segmentados apresentaram bons ajustes para a porção basal do fuste, esse resultado contradiz o afirmado por Molinari (2021), que indicava que os modelos segmentados proporcionavam melhores ajustes nas porções basais quando comparado com os modelos não segmentados. Considerando esta análise, o modelo de Kozak (não segmentado) foi aquele que apresentou os piores desempenhos nas estimativas. O modelo de Parresol, mesmo apresentando bom resultado nos testes TOST, foi o modelo que apresentou as piores estatísticas de acurácia e precisão de modelagem, com o maior valor de RMSE (14,55%), sendo seu uso, não indicado para estimativas de sortimento de *Khaya spp.* Os modelos de Hradetzky e Schöepfer (não segmentados), Clark e Max & Burkhart (segmentado) nas avaliações consideradas neste estudo, apresentaram os melhores resultados.

Os estudos de Hastie *et al.*, (2009); Murphy (2012) e Géron (2019) explicam que a simplicidade e a robustez de modelos simples os tornam menos suscetíveis a problemas de sobreajuste em comparação a modelos mais complexos. De acordo com Breiman *et al.* (1984), bem como Burkhart e Tomé (2012), modelos com menos

parâmetros possuem uma maior probabilidade de capturar tendências subjacentes dos dados sem ser influenciados pela presença de ruídos na base de dados.

Figura 7. Resultado do teste de equivalência para a porção basal do fuste.

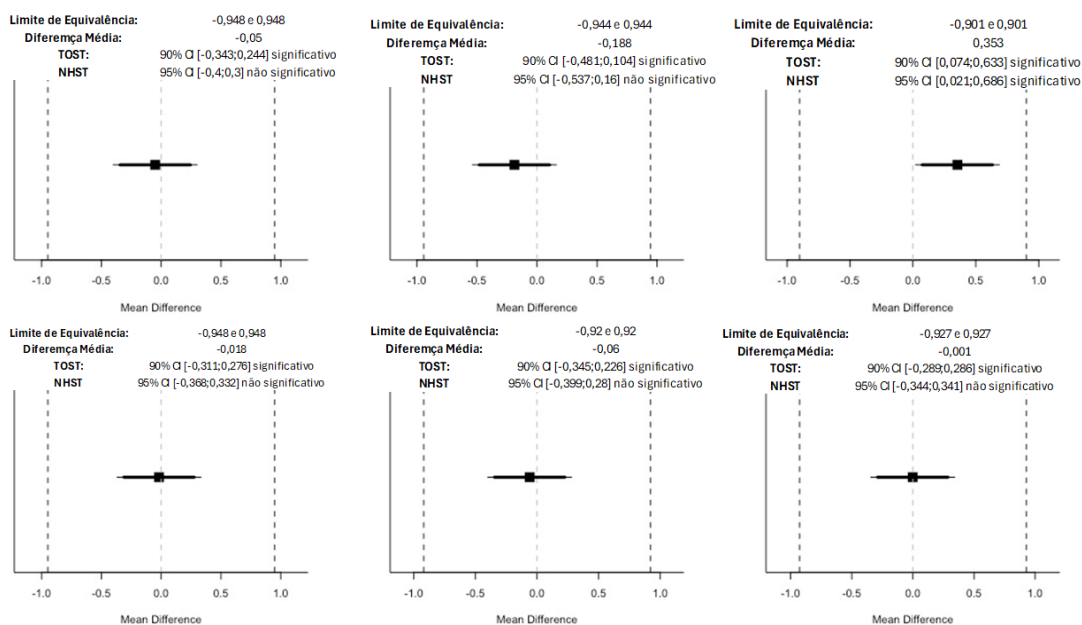
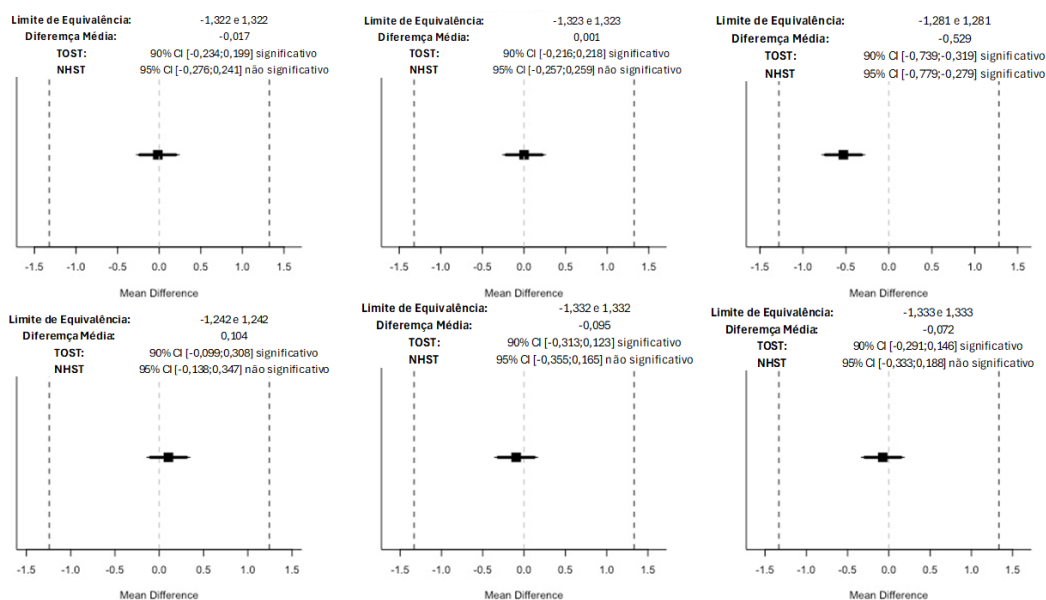


Figura 8. Resultado do teste de equivalência para a porção acima de 1,3m do solo.



Embora o modelo de Hradetzky apresente, em geral, resultados melhores que o modelo de Clark, comparativamente, de acordo com os autores anteriormente citados, considera-se que Clark é um modelo menos suscetível a problemas de sobreajuste, uma vez que utiliza menos parâmetros para descrever a variação ao

longo do fuste. Por outro lado, modelos segmentados são mais complexos de ajustar e implementar na etapa de estimativas de sortimento, tornando o modelo de Hradetzky, neste sentido, mais atrativo.

## 6. CONCLUSÃO

Nas condições em que esta pesquisa foi realizada e considerando as perguntas inicialmente formuladas, os resultados permitem concluir que, os modelos não segmentados e segmentados, exceto Parresol, foram precisos com erros médios de estimativa inferiores a 10%.

Os modelos não segmentados de Hradetzky e Schöepfer, assim como o modelo segmentado de Clark e Max & Burkhart, apresentaram resultados mais precisos na estimativa de diâmetros nas diferentes porções do fuste. Em contrapartida, o modelo não segmentado de Kozak apresentou desempenho inferior nas diferentes porções do fuste.

De modo geral, os modelos não segmentados demonstraram maior precisão em comparação aos modelos segmentados estudados. Os melhores resultados de ajuste e precisão foram observados para os modelos não segmentados de Hradetzky e para o modelo segmentado de Clark.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A demanda da indústria moveleira por madeira nobre representa uma ameaça às florestas nativas, pois impulsiona a extração ilegal de espécies de alta importância ecológica, contribuindo para o desmatamento e a perda de biodiversidade. No cenário mundial atual, onde os impactos negativos das mudanças climáticas ganham cada vez mais visibilidade, a implementação de práticas que busquem mitigar tais impactos ganha cada vez mais espaço no mercado. A madeira do mogno africano é nobre, possuindo potencial para auxiliar o abastecimento do mercado florestal e contribuir para a diminuição da extração ilegal de espécies nativas. Diante disso, estudos que geram informações técnicas sobre o mogno africano, estão contribuindo para disseminação de seu cultivo e para a diminuição da extração ilegal de espécies nativas

A escolha do modelo mais adequado para estimar os diâmetros ao longo do fuste varia de acordo com inúmeros fatores como: espécie utilizada, homogeneidade do povoamento, idade dos indivíduos arbóreos, tipo de solo, condições climáticas do local etc. O povoamento utilizado neste estudo possui alta heterogeneidade genética, pois é oriundo do plantio de sementes sem rastreabilidade, ou seja, não é possível determinar quais espécies do gênero *Khaya* formam o povoamento.

Os resultados obtidos neste estudo irão preencher uma lacuna dessa informação na literatura, pois não foram encontrados estudos sobre o ajuste de modelos para a estimativa de afilamento do gênero *Khaya spp* em regiões com características edafoclimáticas como as deste estudo.

O desempenho superior dos modelos não segmentados, de Hradetzky e Schöpfer, e segmentado, de Clark e Max & Burkhart, que foram os modelos que se ajustaram satisfatoriamente à base de dados, retornando valores de correlação

superiores à 0,9 e RMSE próximos a 1 cm, além de apresentarem diâmetros estimados equivalentes nas diferentes porções do fuste e o desempenho geral ruim do modelo de Parresol, indica que, em determinadas situações, os modelos segmentados podem ter dificuldades em se ajustar às variações na forma e estrutura dos fustes.

Considera-se, ainda, que os modelos não segmentados são mais simples de serem utilizados, possuem menor grau de complexidade para a modelagem em comparação aos modelos segmentados.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, L. M. *et al.* Função de afilamento para estimar o volume de fuste de plantações de *Eucalyptus grandis* no Brasil. **Forest Ecology and Management**, v. 466, p. 118042, 2020. Disponível em: <https://www.ipef.br/publicacoes/scientia/nr121/cap05.pdf>. Acesso em: 01 mar. 2024.
- ANDRADE, V. C. L.; CALEGARIO, N.; SCOLFORO, J. R. S. Análise de algumas alternativas para obter o coeficiente angular da reta no método da altura relativa. **Ciência Florestal**, v. 16, n. 3, p. 303–317, 2006. <https://doi.org/10.5902/198050981910>. Acesso em: 09 nov. 2023.
- ASSIS, T. F. *et al.* Modelos de afilamento para *Pinus taeda* L. em povoamentos clonais no Brasil. **Revista Árvore**, v. 36, n. 3, p. 451-460, 2012.
- BERNARDI, L. K. *et al.* Diferentes modelos para o afilamento do tronco de *Eucalyptus* sp. para o cenário florestal brasileiro. **Ciência Florestal**, v. 31, p. 1364-1382, 2021.
- BREIMAN, L. *et al.* Classification and Regression Trees. Boca Raton: **Chapman and Hall/CRC**, 1984.
- BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. Modeling Forest Trees and Stands. **Dordrecht: Springer**, 2012.
- CALDWELL, A. R. Exploring Equivalence Testing with the Updated TOSTER R Package. PsyArXiv, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.31234/osf.io/ty8de>.
- CAMPOS, B. P. F. *et al.* Descrição do perfil do tronco de árvores em plantios de diferentes espécies por meio de redes neurais artificiais. **Pesquisa florestal brasileira**, Colombo, v. 37, n. 90, p. 99-107, abr./jun. 2017.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 5. ed. Viçosa: Editora UFV, 2017. 605 p.
- CARVALHO, A. M.; SILVA, B. T. B.; LATORRACA, J. V. F. Avaliação da usinagem e caracterização das propriedades físicas da madeira de mogno africano (*A. Chev.*). *Khaya ivorensis*. **Cerne**, v. 6, p. 106-114, 2010.
- CASAROLI, D. *et al.* Aptidão edafoclimática para o mogno-africano no Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 28, n. 1, p. 357-368, mar., 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.5902/1980509831606>.
- CASTRO, A.C. *et al.* Sistema silvipastoril na Amazônia: ferramenta para elevar o desempenho produtivo de búfalos. **Ciência Rural**, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-84782008000800050>.
- CERQUEIRA, C. L. *et al.* Funções de afilamento para eucalipto em sistema de integração Lavoura-Pecuária-Floresta. **Advances in Forestry Science**, 2018.

CORDEIRO, M. A. *et al.* Estimativa do volume de *Acacia mangium* utilizando técnicas de redes neurais artificiais e máquinas vetor de suporte. **Pesquisa florestal brasileira**, Colombo, v. 35, n. 83, p. 255-261, jul./set. 2015.

COSTA, E. A. *et al.* Função de afilamento e sortimentos de madeira para *Araucaria angustifolia*. **Ciência Florestal**, v. 26, p. 523-533, 2016.

COUTO, L. C. O., TRAVASSOS, L. E. P. De Corinto à Diamantina: Geossistemas no contato entre a Planície do Rio das Velhas e a Serra do Espinhaço Meridional, Minas Gerais. **Caderno de Geografia**, v. 26, n. 1, p. 61-76, 2016.

CERQUEIRA, C. L. *et al.* Funções de afilamento para eucalipto em sistema de integração Lavoura-Pecuária-Floresta. **Advances in Forestry Science**, 2018

DE OLIVEIRA, R. R. *et al.* Índice de local para *Khaya* Spp. usando o diâmetro dominante. **Observatório de La Economía Latinoamericana**, v. 21, n. 12, p. 27351–27374, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.55905/oelv21n12-209>.

DE SOUSA LOPES, L. S. *et al.* Ajuste de modelos de taper e sortimento de toras de mogno africano em sistemas agroflorestais em Belterra, Pará. **Revista Agroecossistemas**, v. 10, n. 1, p. 18-28, 2018.

DOS SANTOS, G. M. *et al.* Modelagem mista generalizada para estimar afilamento do fuste de árvores de *Pinus taeda* em diferentes espaçamentos de plantio. **Advances in Forestry Science**, v. 8, n. 1, p. 1261-1269, 2021.

FERRAZ, F. A.C. *et al.* African mahogany plantation highlights in Brazil. **Floresta e Ambiente**, v. 28, n. 3, p.e20200081, 2021. <https://doi.org/10.1590/2179-8087-FLORAM-2020-0081>

FIGUEIREDO, E. O. *et al.* Seleção de modelos polinomiais para representar o perfil e volume do fuste de *Tectona grandis* Lf. **Acta Amazônica**, v. 36, p. 465-482, 2006.

FISCHER, F. *et al.* Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v. 11, p. 167-188, 2001.

GÉRON, A. Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems. 2nd ed. **Sebastopol: O'Reilly Media**, 2019.

GOMES, K. M. A *et al.* Eficiência na estimativa volumétrica de madeira na Floresta Nacional do Tapajós. **Nativa**, v. 6, n. 2, p. 170-176, 2018.

GREGOIRE, T. G; VALENTINE, H. T. Sampling strategies for natural resources and the environment. **Chapman and Hall/CRC**, 2007.

HANN, D. W. *et al.* Análise da robustez do modelo de Hradetzky em diferentes condições. **Forest Ecology and Management**, v. 252, p. 142-153, 2007.

HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. **The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction**. 2nd ed. New York: Springer, 2009.

HERYATI, Y. *et al.* Growth performance and biomass accumulation of a plantation in three soil series of ultisols. Khaya ivorensis. **American Journal of Agricultural and Biological Sciences**, 2011.

HUSSAIN, A. *et al.* Segmented taper models form for Manchurian fir and Korean spruce in northeastern China. **CERNE**, v. 27, 2021.

INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA DO BRASIL (INMET). **Dados históricos (2021/2022)**. Brasília DF, 2022.

JOBST, L. J., *et al.* The effect of latent and error non-normality on measures of fit in structural equation modeling. **Educational and Psychological Measurement**, v. 82, n. 5, p. 911-937, 2022.

JUNIOR, M. Y. *et al.* Funções de afilamento para plantios desbastados de Pinus taeda. **Floresta**, v. 42, n. 1, p. 169-176, 2012.

KOHLER, S. V. *et al.* Evolution of tree stem taper in Pinus taeda stands. **Ciência Rural**, v. 46, p. 1185-1191, 2016.

KRISNAWATI, H. *et al.* Ecology, silviculture and productivity. Bogor: **CIFOR**, 2011. 24p.

LAKENS, D. Equivalence tests: A practical primer for t tests, correlations, and meta-analyses. **Social psychological and personality science**, v. 8, n. 4, p. 355-362, 2017.

LEITE, H. G. *et al.* Análise comparativa de modelos para estimar o diâmetro ao longo do fuste de árvores de Eucalyptus grandis W. Hill ex Maiden em diferentes regiões do Brasil. **Floresta**, v. 53, n. 1, 2023.

LEITE, H. G. *et al.* Modelagem do diâmetro ao longo do fuste de Eucalyptus grandis W. Hill ex Maiden em diferentes regiões do Brasil. **Floresta**, v. 48, n. 4, p. 847-856, 2018.

LEITE, M. V. S. *et al.* Classificação da capacidade produtiva com alturas de árvores dominantes estimadas por RNA. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 32, n. 3, p. 1552-1574, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.5902/1980509867120>.

LOPES, L. S. de S. *et al.* Ajuste de modelos de taper e sortimento de toras de mogno africano em sistemas agroflorestais em Belterra, Pará. **Embrapa Amazônia Oriental-Artigo em periódico indexado (ALICE)**, 2018.

MANHÃES, L. P. **Análises de modelos de taper na estimativa de diâmetros ao longo do fuste e do volume de árvores de Eucalyptus sp.** Trabalho de conclusão de curso, 2016.

MENDONÇA, N. *et al.* Previsão de diâmetros ao longo do fuste de eucalipto via redes neurais artificiais. **ENCICLOPÉDIA BIOSFERA**, v. 11, n. 22, 2015.

MOLINARI, J. R. A. **Spline de Bézier e modelos segmentados e não segmentados para descrever o perfil do fuste e estimar sortimento de madeira**. 2021.

MONTGOMERY, D. C. *et al.* Introduction to linear regression analysis. **John Wiley & Sons**, 2021. Disponível em: [https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=tClqEAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR13&dq=Montgomery,+D.+C.,+Peck,+E.+A.,+%26+Vining,+G.+G.+Introduction+to+Linear+Regression+Analysis,+6th+edition\)&ots=lgtcUxe0OI&sig=njDoEdsS4VyCy5SJKgrRDUBsQcl#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=tClqEAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR13&dq=Montgomery,+D.+C.,+Peck,+E.+A.,+%26+Vining,+G.+G.+Introduction+to+Linear+Regression+Analysis,+6th+edition)&ots=lgtcUxe0OI&sig=njDoEdsS4VyCy5SJKgrRDUBsQcl#v=onepage&q&f=false)  
Acesso em: 02 set. 2024.

MÔRA, R. **Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeito mistos em fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna***. Tese de doutorado, 2015. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/xmlui/bitstream/handle/1884/40830/R%20-%20T%20-%20ROMULO%20MORA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 16 ago. 2024.

MUHAIRWE, C. K. **Examination and modelling of tree form and taper over time for interior Lodgepole Pine**. University of British Columbia, British, 1994.

MÜLLER, M. D. *et al.* Equações de altura, volume e afilamento para eucalipto e acácia estabelecidos em sistema silvipastoril. **Floresta**, v. 44, n. 3, p. 473-484, 2014.

MURPHY, K. P. **Machine Learning: A Probabilistic Perspective**. Cambridge: MIT Press, 2012.

N'GUESSAN, K. E., KOUAMÉ, F. N. A taper function for estimating stem volume of *Khaya ivorensis* A. Chev. in Ivory Coast. **Journal of Tropical Forest Science**, v. 25, n. 2, p. 207-215, 2013.

NICOLETTI, M. F. *et al.* Descrição do perfil do fuste de árvores por meio das funções de afilamento. **Scientia Agraria Paranaensis**, p. 365-372, 2016.

NICOLETTI, M. F. *et al.* Exatidão de dendrômetros ópticos para determinação do volume de árvores em pé. **Ciência Florestal**, v. 25, p. 395-404, 2015.

NICOLETTI, M. F. *et al.* Modelagem não linear para descrever o afilamento do fuste em pinus taeda. **Brazilian Journal of Biometrics**, v. 36, n. 4, p. 846-859, 2018.

NICOLETTI, M. F., *et al.* Equações hipsométricas, volumétricas e funções de afilamento para *Pinus* spp. **Revista de Ciências Agroveterinárias**, v. 19, n. 4, p. 474-482, 2020.

OLIVEIRA, X. M. de. **Modelos de afilamento para *Khaya ivorensis* A. Chev. em plantações no estado do Pará, Brasil**. 2017. 130 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, 2017.

PAULA, S. L. *et al.* Afilamento de fustes de *Pinus elliottii* Engelm. var. *elliottii* em diferentes condições de déficit hídrico. **Ciências Florestais**, v. 27, n. 4, p. 1025-1034, 2017.

PIMENTEL, A. **Funções de afilamento e volume por sortimento para *Pinus caribaea* var. *hondurensis***. 2009. 82p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, 2009.

PINHEIRO, A. L. *et al.* Ecologia, silvicultura e tecnologia de utilizações dos mogno-africanos (*Khaya* spp.). Viçosa: **Sociedade Brasileira de Agrossilvicultura**, 2011.

POLTRONIERI, L. S. *et al.* **Identificação de doenças em mogno-africano no Estado do Pará**. Belém: Embrapa Amazônia Oriental - Circular Técnica n. 18, p. 13, 2000.

R Core Team. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2022. Disponível em: <https://www.R-project.org/>. Acesso em: 04 jun. de 2024.

REIS, C. A. F. *et al.* Mogno-africano (*Khaya* spp.): atualidades e perspectivas do cultivo no Brasil. **Embrapa Florestas-Livro científico** (ALICE), 2019.

RIBEIRO, A. *et al.* O cultivo do mogno africano (*Khaya* spp.) e o crescimento da atividade no Brasil. **Floresta e Ambiente**, v. 24, p. e00076814, 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/2179-8087.076814>

SANTOS, J. L. D. *et al.* Modelagem do diâmetro ao longo do fuste de árvores de *Tectona grandis* L. f. em diferentes regiões do Brasil. **Revista Brasileira de Engenharia Florestal**, v. 38, n. 4, p. 723-732, 2014.

SCHAEGL, D. E. Equações de afilamento para o volume total do fuste de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* na região do Triângulo Mineiro. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 91, n. 91, p. 173-183, 2007.

SCHIKOWSKI, A. B. *et al.* Estudo da forma do fuste utilizando redes neurais artificiais e funções de afilamento. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 35, n. 82, p. 119-127, 2015.

SCHMIDT, L. *et al.* Modelagem do perfil e do volume do fuste de *Tectona grandis* L. f. no estado do Pará. **Agrarian Academy**, v. 4, n. 07, 2017.

SCOLFORO, J. R. S.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Mensuração florestal 2: volumetria**. Lavras: ESAL/FAEPE, 1993. 126p.

SHARMA, M., PARTON, W. J. A new taper equation for estimating tree volume and biomass in young lodgepole pine stands in western Canada. **Forest Ecology and Management**, v. 436, p. 228-238, 2019.

SILVA, A. C.; LEITE, H. G. Análise comparativa de modelos para estimar o volume comercial de árvores de *Pinus taeda* L. no estado do Paraná, Brasil. **Scientia Forestalis**, v. 50, n. 121, e20210074, 2022.

SILVA, B. T. B. **Avaliação da usinagem e caracterização das propriedades físicas da madeira de mogno africano (*Khaya ivorensis* A. Chev.)**. Seropédica: Instituto de Florestas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2010.

SILVA, F. D. *et al.* Taper functions to describe the stem profile and total bole volume for *Pinus caribaea* var. *hondurensis* in the Triangulo Mineiro. **Volume 91**, p. 367-376, 2011.

SILVA, J. N. M. *et al.* Modelagem do diâmetro ao longo do fuste de *Khaya ivorensis* A. Chev. em plantações no estado do Pará, Brasil. **Scientia Forestalis**, v. 42, n. 103, p. 449-458, 2014.

SOARES, P. C. *et al.* Utilização de modelos mistos lineares e não lineares para estimar o diâmetro ao longo do fuste de árvores de *Khaya anthotheca* (Welw.) C. DC. **Floresta**, v. 50, n. 4, e20190043, 2020.

SOUZA, C. A. M. *et al.* Avaliação de modelos de afilamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp. **Revista Árvore**, v. 32, p. 453-463, 2008.

SOUZA, G. S. A. D. *et al.* Evaluation of non-linear taper equations for predicting the diameter of eucalyptus trees. **Revista Árvore**, v. 42, 2018.

STEPKA, T. F. *et al.* Modelos volumétricos e funções de afilamento para *Pinus taeda* L. na região Dos Campos Gerais, Paraná, Brasil. **Espacios**, v. 38, n. 21, p. 26-34, 2017.

TCHAMOU, N., BATAWILA, K. Equations de cubage et d'affûtage pour *Khaya grandifoliola* C.DC. au Cameroun. **Bois et Forêts des Tropiques**, n. 327, v. 1, p. 53-64, 2015.

TÉO, S. J. *et al.* Modelos de afilamento para *Pinus elliottii* em diferentes idades, na região de Caçador, SC. **Floresta**, v. 43, n. 3, 2013.

TEO, S. J. *et al.* Taper models and stem form of *Eucalyptus*, in different site qualities. **Nativa: Pesquisas Agrárias e Ambientais**, v. 6, n. Especial, 2018.

TEO, S. Y. *et al.* Desempenho de modelos de afilamento para estimar o volume e diâmetro em diferentes seções do fuste de *Eucalyptus grandis*. **Revista Árvore**, v. 42, n. 6, p. e420603, 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA (UFV); UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS (UFLA). Fundação Estadual do Meio Ambiente (FEAM). **Mapa de Solos de Minas Gerais**. Belo Horizonte: CETEC, 2010.

YANG, S. I., & BURKHART, H. E. Robustness of parametric and nonparametric fitting procedures of tree-stem taper with alternative definitions for validation data. **Journal of Forestry**, v. 118, n. 6, p. 576-583, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/jofore/fvaa036>.

ZANIN, G. J. *et al.* Estimativa do Afilamento do Fuste de Araucária Utilizando Técnicas de Inteligência Artificial. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 48, n. 115, p. e-115, 2020.

ZHAO, D. *et al.* Individual-tree diameter increment models for three major southern pine species. **Forest Ecology and Management**, v. 190, n. 2-3, p. 205-217, 2004.