

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

**Programa de Pós-Graduação em Saneamento,
Meio Ambiente e Recursos Hídricos**

Luan Marcos da Silva Vieira

**AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DA INCORPORAÇÃO DAS INCERTEZAS DA
CURVA-CHAVE E DO COEFICIENTE DE RUGOSIDADE DE MANNING NA
MODELAGEM HIDRODINÂMICA DE EVENTOS DE CHEIAS NATURAIS**

Belo Horizonte

2023

Luan Marcos da Silva Vieira

**AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DA INCORPORAÇÃO DAS INCERTEZAS DA
CURVA-CHAVE E DO COEFICIENTE DE RUGOSIDADE DE MANNING NA
MODELAGEM HIDRODINÂMICA DE EVENTOS DE CHEIAS NATURAIS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do título de Doutor em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos.

Área de concentração: Recursos Hídricos

Linha de pesquisa: Modelagem de processos hidrológicos

Orientador: Veber Afonso Figueiredo Costa

Coorientador: Julian Cardoso Eleutério

Belo Horizonte

2023

V658a

Vieira, Luan Marcos da Silva.

Avaliação dos efeitos da incorporação das incertezas da curva-chave e do coeficiente de rugosidade de Manning na modelagem hidrodinâmica de eventos de cheias naturais [recurso eletrônico] / Luan Marcos da Silva Vieira.- 2023.

1 recurso online (160 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Veber Afonso Figueiredo Costa.

Coorientador: Julian Cardoso Eleutério.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndices: f. 150-160.

Bibliografia: f. 139-147.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia sanitária - Teses. 2. Recursos hídricos - Teses. 3. Meio ambiente - Teses. 4. Hidrologia - Teses. 5. Aspereza de superfície - Teses. 6. Inferência bayesiana - Teses. 7. Modelagem - Teses. 8. Hidrodinâmica - Teses. 9. Processo decisório - Teses. 10. Avaliação de riscos - Modelos matemáticos - Teses. 11. Incerteza - Teses. 12. Inundações - Teses. 13. Probabilidade - Teses. I. Costa, Veber Afonso Figueiredo. II. Eleutério, Julian Cardoso. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 628(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
COLEGIADO DO CURSO DE GRADUAÇÃO / PÓS-GRADUAÇÃO EM SANEAMENTO, MEIO AMBIENTE E RECURSOS
HÍDRICOS

FOLHA DE APROVAÇÃO

"Avaliação dos Efeitos da Incorporação das Incertezas da Curva-chave Na Modelagem Hidrodinâmica de
Eventos de Cheias Naturais"

LUAN MARCOS DA SILVA VIEIRA

Tese defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos Senhores:

Prof. Veber Afonso Figueiredo Costa

Prof. Luiz Rafael Palmier

Prof. Francisco Eustáquio Oliveira e Silva

Prof. Dirceu Silveira Reis Junior

Prof. Pedro Luiz Borges Chaffe

Aprovada pelo Colegiado do PG SMARH

Versão Final aprovada por

Profa. Priscilla Macedo Moura

Prof. Veber Afonso Figueiredo Costa

Coordenadora

Orientador

Belo Horizonte, 28 de agosto de 2023.



Documento assinado eletronicamente por **Veber Afonso Figueiredo Costa, Professor do Magistério Superior**, em 28/08/2023, às 15:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Luiz Borges Chaffe, Usuário Externo**, em 28/08/2023, às 16:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Dirceu Silveira Reis Junior, Usuário Externo**, em 29/08/2023, às 08:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Francisco Eustaquio Oliveira e Silva, Professor do Magistério Superior**, em 29/08/2023, às 14:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luiz Rafael Palmier, Membro**, em 24/07/2024, às 17:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Priscilla Macedo Moura, Coordenador(a) de curso de pós-graduação**, em 06/08/2024, às 10:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2563837** e o código CRC **32F13D82**.

Referência: Processo nº 23072.250935/2023-91

SEI nº 2563837

À minha mãe, Nelma,
à minha irmã, Lara,
aos meus queridos sobrinhos Dan e Vivi,
e à minha avó Adalgiza (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

A meu Deus, por tanto.

À minha amada mãe, minha maior fonte de inspiração e admiração. Obrigado por sempre permanecer ao meu lado e acreditar em mim.

À minha irmã e meus sobrinhos/afilhados amados que tornaram tudo mais leve. Ao meu cunhado, à minha madrinha Viviane e ao Hugo, pela companhia e parceria de sempre.

Aos meus orientadores, Julian Eleutério, e, em especial, ao professor Veber Costa, que além de me apresentar a inferência Bayesiana, é um exemplo de profissional e pessoa. Sempre me incentivou, esteve disposto a me ajudar e confiou em mim. Muito obrigado por tudo.

Aos professores Palmier e Francisco, por toda atenção, ensinamentos e contribuições para elaboração deste trabalho.

Aos professores do EHR, pelos conhecimentos adquiridos.

Aos funcionários e colegas do EHR, pelo convívio e dicas valiosas.

Aos amigos que fiz durante a pesquisa — Ana Clara, Débora Móller, Felipe Campera — e especialmente ao Júlio Lobo, que com muita boa vontade, paciência e amizade, me ajudou nos desafios da modelagem Bayesiana.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para o desenvolvimento deste estudo.

RESUMO

Efeitos de desastres hidrológicos relacionados à ocorrência de inundações provocam severos danos socioeconômicos em todo o globo. Diante desse cenário, a modelagem matemática de inundações desempenha um papel fundamental no apoio e gerenciamento de risco, na gestão dos recursos hídricos e no auxílio a processos de tomada de decisão. Não obstante, a complexidade inerente à tentativa de representar o fenômeno físico incorpora diferentes graus de incerteza ao processo, o que pode acarretar previsões errôneas e potencialização dos danos. Um exemplo relevante é a incorporação das incertezas na estimativa da vazão via curva-chave na modelagem hidrodinâmica de propagação de cheias. A combinação das incertezas para essas diferentes etapas é refletida nos mapeamentos de inundação e, consequentemente, na eficácia dos planos de gestão de inundações. Buscou-se assim, com o desenvolvimento desta tese, aprofundar a compreensão sobre a contribuição das incertezas neste processo. Para isso, foi desenvolvido um modelo hidráulico probabilístico, que considera tanto as incertezas da curva-chave quanto as incertezas do coeficiente de Manning na modelagem de inundações. Em um primeiro momento, as incertezas da curva-chave foram quantificadas pelo método BaRatin, que tem abordagem Bayesiana e se baseia em informações do conhecimento físico da seção transversal e do trecho fluvial para elicitar distribuições *a priori*. Em um segundo momento, as vazões obtidas das curvas-chave *a posteriori* foram propagadas por meio de um modelo hidráulico probabilístico Bayesiano que quantifica a incerteza acerca do coeficiente de rugosidade. Para aplicação da metodologia foi selecionado um trecho entre as estações fluviométricas de Acorizal e Cuiabá, localizadas no interior do Mato Grosso. Os resultados demonstraram a adequação da metodologia proposta para quantificação de incertezas e comprovou que o modelo de erro autorregressivo de primeira ordem adotado foi apropriado para representar os resíduos das modelagens. No entanto, em relação ao modelo hidráulico probabilístico proposto, identificou-se um desempenho inferior na estimativa das cotas e vazões associadas a valores extremos, evidenciando uma tendência geral de superestimar as cotas e vazões simuladas. Além disso, verificou-se que as incertezas relacionadas à variabilidade da curva-chave e ao coeficiente de rugosidade de Manning tiveram impacto na incerteza preditiva das cotas de inundação, resultando em ampliação dos intervalos de credibilidade tanto da incerteza paramétrica quanto da incerteza total.

Palavras-chave: Inferência Bayesiana; inundações; curva-chave; modelagem hidrodinâmica; propagação de incertezas; análise de risco.

ABSTRACT

Effects of hydrological disasters related to the occurrence of floods cause severe socioeconomic damage around the globe. In this scenario, mathematical modeling of floods plays a key role in supporting risk management, water resource management, and decision-making processes. Nevertheless, the complexity inherent in the attempt to represent the physical phenomenon incorporates different degrees of uncertainty to the process, which can lead to erroneous predictions and damage potentialization. A relevant example is the incorporation of uncertainties in the estimation of flow via the rating curve in the hydrodynamic modeling of flood propagation. The combination of uncertainties for these different steps is reflected in flood mappings and, consequently, in the effectiveness of flood management plans. It was thus sought, with the development of this thesis, to deepen the understanding of the contribution of uncertainties in this process. For this, a probabilistic hydraulic model was developed, which considers both the uncertainties of the rating curve and the uncertainties of the Manning coefficient in flood modeling. In a first moment, the uncertainties of the rating curve were quantified by a Bayesian approach method, which relies on information from the physical knowledge of the cross section and the river stretch to elicit a priori distributions. In a second step, the a posteriori estimated flows were propagated through a Bayesian probabilistic hydraulic model that updated the uncertainty about the roughness coefficient. For the application of the methodology a stretch between the Acorizal and Cuiabá river gauging stations, located in the interior of Mato Grosso, was selected. The results demonstrated the adequacy of the proposed methodology for uncertainty quantification and proved that the first-order autoregressive error model adopted was appropriate to represent the modeling residuals. However, in relation to the proposed probabilistic hydraulic model, an inferior performance was identified in the estimation of the elevations and flows associated with extreme values, evidencing a general tendency to overestimate the simulated elevations and flows. In addition, uncertainties related to the variability of the rating curve and Manning's roughness coefficient were found to have an impact on the predictive uncertainty of flood elevations, resulting in a widening of the credibility intervals of both parametric and total uncertainty.

Keywords: Bayesian Inference; inundation; rating curve; hydrodynamic modeling; uncertainty propagation; risk analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Representação esquemática de um modelo de sistema ambiental e seus componentes.....	24
Figura 3.2 - Etapas de gestão de risco.....	26
Figura 3.3 - Etapas fundamentais da gestão do risco	26
Figura 3.4 - Esquemas de fontes de incertezas e sua propagação.....	28
Figura 3.5 - Representação de um processo Bayesiano. Em a são apresentados os passos que envolvem uma pesquisa científica e em b é representado o fluxo da abordagem Bayesiana, que inclui a definição de distribuições <i>a priori</i> , a determinação da função de verossimilhança e obtenção da distribuição <i>a posteriori</i>	34
Figura 3.6 - Fontes de incerteza da modelagem hidrológica.....	41
Figura 3.7 - Classificação de fontes de incertezas de modelos hidrológicos segundo critérios de gravidade e magnitude quantificadas pelo coeficiente de variação	41
Figura 3.8 - Representação da transição do controle crítico (baixas vazões) para o controle de canal (vazões maiores) em uma seção transversal.....	44
Figura 3.9 - Representação esquemática de métodos para modelagem hidrodinâmica.	52
Figura 3.10 - Representação do método <i>Deep Flood</i> . Os dados de entrada (informações de terreno e chuva) alimentam o modelo de aprendizado. Os modelos são iguais, mas treinados independentemente a partir de diferentes pesos iniciais aleatórios. Cada modelo produz uma profundidade máxima de água por pixel (μ) e um parâmetro de escala ($2b$). Por fim, há uma combinação das saídas para estimativa da profundidade final da água e incerteza preditiva.	54
Figura 3.11 - Representação dos resultados das incertezas epistêmicas, aleatórias, preditivas e erros residuais, em MDEs de áreas específicas das bacias hidrográficas de Zurique (Suíça), Lucerne (Suíça) e Coimbra (Portugal), para o tempo de recorrência de 2 anos.....	55
Figura 4.1 - Esquema metodológico com as principais etapas da tese.....	63
Figura 4.2 - Localização geográfica do trecho do rio Cuiabá estudado e as estações pluviométricas.	64
Figura 4.3 - Curva-chave da seção de Acorizal.....	65
Figura 4.4 - Cotas de Fundo em seções entre a UHE do Manso e Santo Antônio do Leverger	65
Figura 4.5 - Chuvas médias máximas anuais da estação pluviométrica de Acorizal (código: 1556005).	66
Figura 4.6 - Seções transversais do rio Cuiabá localizadas no trecho de estudo (valores em m)	67
Figura 4.7 - Localização da estação fluviométrica de Acorizal	68
Figura 4.8 - Localização da estação fluviométrica de Cuiabá	69
Figura 4.9 - Registros referentes à inundação ocorrida no município de Cuiabá em 1974	72
Figura 4.10 - Níveis da água de alguns eventos de cheias em Cuiabá.....	73
Figura 4.11 - Estimativa da cota de ativação na seção de Acorizal	77

Figura 4.12 - Vista da seção de Acorizal e representação dos controles hidráulicos operantes	77
Figura 4.13 - Perfis altimétricos nas adjacências da seção de Acorizal	80
Figura 4.14 - Simulação hidráulica para verificação de atendimento das premissas da modelagem probabilística da curva-chave.	82
Figura 4.15 - Perfil de velocidades médias no trecho de Acorizal para verificação de atendimento das premissas da modelagem probabilística da curva-chave	82
Figura 4.16 - Representação da calha principal e planície de inundação para seção de Acorizal.....	85
Figura 4.17 - Representação da geometria do modelo hidrodinâmico suas condições de contorno.	88
Figura 4.18 - Hidrograma utilizado para validação	94
Figura 5.1 - Distribuições marginais <i>a posteriori</i> dos parâmetros da curva-chave e do modelo de erro	97
Figura 5.2 - Estimativa pontual da curva-chave em linha sólida preta e intervalos de credibilidade para as incertezas	98
Figura 5.3 - Comparação das curvas-chave estimada pela ANA e simulada.....	99
Figura 5.4 - Análise gráfica de diagnóstico dos resíduos para o modelo de erro especificado. Em ordem: (a) Gráfico de dispersão dos resíduos, (b) Gráfico de resíduo padronizado, (c) Gráfico Normal Q-Q, (d) Gráfico ACF (<i>Autocorrelation Function</i>) e (e) gráfico de densidade dos resíduos.....	100
Figura 5.5 - Comparação entre as vazões observadas e simuladas pela curva-chave mediana em Acorizal com relação a alturas de cotas absolutas, considerando o zero da régua em 140,293 m	102
Figura 5.6 - Detalhe da comparação entre vazões simuladas e observadas com relação a alturas de cotas absolutas, considerando o zero da régua em 140,293 m	102
Figura 5.7 - Geometria do modelo hidrodinâmico utilizado	104
Figura 5.8 – Hidrograma, na seção de Acorizal, referente ao evento de 19 de janeiro a 28 de fevereiro de 1995	105
Figura 5.9 - Perfil de escoamento do trecho simulado para o cenário <i>baseline</i>	105
Figura 5.10 - Resultado da altura de escoamento na seção de Cuiabá para o cenário <i>baseline</i>	106
Figura 5.11 - Hidrograma mediano e os cotogramas observados nas seções de Acorizal e Cuiabá	107
Figura 5.12 - Distribuições marginais <i>a posteriori</i> dos parâmetros simulados pelo modelo	108
Figura 5.13 - Gráfico de dispersão entre n_c e n_p	109
Figura 5.14 - Representação gráfica dos intervalos de credibilidade nas cotas de inundação para o cenário <i>baseline</i>	111
Figura 5.15 - Análise gráfica para diagnóstico dos resíduos do cenário <i>baseline</i> . Em ordem: (a) Gráfico de dispersão das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)), (b) gráfico de densidade (histograma) e distribuição normal teórica (linha contínua) dos resíduos, (c) Gráfico Normal Q-Q dos resíduos e (d) Gráfico ACFP (<i>Partial Autocorrelation Function</i>) das inovações autorregressivas de primeira ordem	

(AR (1)). As linhas tracejadas azuis representam os intervalos de confiança de aproximadamente 95%.	114
Figura 5.16 - Resultado da altura de água na seção de Cuiabá para o cenário <i>baseline</i> . Em linha tracejada vermelha, a cota associada a máxima incerteza conforme as larguras do intervalo de credibilidade da Tabela 5.10.	116
Figura 5.17 - Cotagramas do período analisado para as estações de Acorizal, Cuiabá e o hidrograma de Acorizal para validação do modelo.....	117
Figura 5.18 - Representação gráfica dos intervalos de credibilidade nas cotas de inundação para validação	118
Figura 5.19 - Análise gráfica para diagnóstico dos resíduos do cenário <i>baseline</i> . Em ordem: (a) Gráfico de dispersão das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)), (b) gráfico de densidade (histograma) e distribuição normal teórica (linha contínua) dos resíduos, (c) Gráfico Normal Q-Q dos resíduos e (d) Gráfico ACFP (<i>Partial Autocorrelation Function</i>) das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)). As linhas tracejadas azuis representam os intervalos de confiança de aproximadamente 95%.	121
Figura 5.20 - Distribuições marginais <i>a posteriori</i> de nc , np , θ , τ	122
Figura 5.21 - Misturas das distribuições <i>a posteriori</i> de nc , np , θ , τ	123
Figura 5.22 - Representação gráfica dos intervalos de credibilidade nas cotas de inundação para o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave	126
Figura 5.23 - Comparação das incertezas totais: cenário de simulação do conjunto de curvas-chave (cor magenta) e cenário <i>baseline</i> (linha em cor azul).	128
Figura 5.24 - Incertezas totais (cor magenta) e incerteza paramétrica (cor laranja) para o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave.....	130
Figura 5.25 - Comparação das incertezas paramétricas entre o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave (cor laranja) e o cenário <i>baseline</i> (cor verde)	131
Figura 5.26 - Análise gráfica para diagnóstico dos resíduos do cenário <i>baseline</i> . Em ordem: (a) Gráfico de dispersão das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)), (b) gráfico de densidade (histograma) e distribuição normal teórica (linha contínua) dos resíduos, (c) Gráfico Normal Q-Q dos resíduos e (d) Gráfico ACFP (<i>Partial Autocorrelation Function</i>) das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)). As linhas tracejadas azuis representam os intervalos de confiança de aproximadamente 95%.	133

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Fontes de incerteza em modelagens de inundações	29
Tabela 3.2 - Resumo de algumas técnicas de amostragens de parâmetros.....	38
Tabela 3.3 - Valores médios para as distribuições <i>a priori</i> dos parâmetros da curva chave (<i>a, b, c</i>).....	46
Tabela 4.1 - Informações sobre as estações fluviométricas de Acorizal e Cuiabá....	64
Tabela 4.2 - Distâncias entre as seções transversais utilizadas no modelo hidrodinâmico	67
Tabela 4.3 - Natureza da superfície do canal e margens das estações de Acorizal e Cuiabá.....	69
Tabela 4.4 - Valores de ajuste para fatores que afetam a rugosidade do canal principal (<i>nc</i>) na estação de Acorizal.....	70
Tabela 4.5 - Valores de ajuste para fatores que afetam a rugosidade da planície (<i>np</i>) de inundação na estação de Acorizal.....	71
Tabela 4.6 - Valores de ajuste para fatores que afetam a rugosidade do canal principal (<i>nc</i>) na estação de Cuiabá.....	71
Tabela 4.7 - Valores de ajuste para fatores que afetam a rugosidade da planície de inundação (<i>np</i>) na estação de Cuiabá.....	71
Tabela 4.8 - Resultados descritivos da simulação hidráulica pra verificação de atendimento de premissas da modelagem probabilística da curva-chave	81
Tabela 4.9 - Resultados de variáveis hidráulicas resultantes da simulação hidrodinâmica na seção de Acorizal.....	81
Tabela 4.10 - Distribuições <i>a priori</i> dos parâmetros da curva-chave.....	84
Tabela 4.11 - Distribuições <i>a priori</i> do modelo hidráulico Bayesiano	92
Tabela 4.12 - Cotas de Cuiabá utilizadas na calibração do modelo hidráulico Bayesiano.....	93
Tabela 5.1 - Resumo das distribuições <i>a posteriori</i> dos parâmetros da curva-chave e do modelo de erro na estação de Acorizal	96
Tabela 5.2 - Estatísticas de desempenho para avaliação do modelo de curva-chave	101
Tabela 5.3 - Coeficientes de rugosidade de Manning adotados em cada seção para o cenário observado.....	104
Tabela 5.4 - Distribuições <i>a priori</i> dos parâmetros utilizados no modelo hidráulico Bayesiano no cenário <i>baseline</i>	107
Tabela 5.5 - Estatísticas de escala de convergência (<i>Rhat</i>) das distribuições <i>a posteriori</i> dos parâmetros do modelo	108
Tabela 5.6 - Estatísticas dos resultados <i>a posteriori</i> dos parâmetros do modelo para o cenário <i>baseline</i>	109
Tabela 5.7 - Larguras dos intervalos de credibilidade para cada dia simulado no cenário <i>baseline</i>	111
Tabela 5.8 - Comparação das vazões estimadas pela curva-chave da ANA e simuladas pelo BaRatin para os 13 primeiros dias do evento analisado.....	112
Tabela 5.9 - Estatísticas de desempenho para avaliação do modelo no cenário <i>baseline</i>	113

Figura 5.16 - Resultado da altura de água na seção de Cuiabá para o cenário <i>baseline</i> . Em linha tracejada vermelha, a cota associada a máxima incerteza conforme as larguras do intervalo de credibilidade da Tabela 5.10.	116
Tabela 5.11 - Larguras dos intervalos de credibilidade para cada dia simulado na validação	118
Tabela 5.12 - Estatísticas de desempenho para avaliação do modelo na validação	119
Tabela 5.13 - Estatísticas dos resultados <i>a posteriori</i> dos parâmetros do modelo para o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave.....	124
Tabela 5.14 - Larguras dos intervalos de credibilidade para o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave.....	126
Tabela 5.15 - Comparação dos dados de cotas de inundação máximas observados, simulados e suas incertezas	127
Tabela 5.16 - Variação da largura do intervalo de credibilidade entre os cenários <i>baseline</i> e de simulação do conjunto de curvas-chave	129
Tabela 5.17 - Estatísticas de desempenho para avaliação do modelo na simulação do conjunto de curvas-chave.....	131

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

ADCP - *Acoustic Doppler Current Profiler*

ANA - Agência Nacional de Águas

AR - Autorregressão

ARIMA - *AutoRegressive Integrated Moving Average*

BaM - *Bayesian Modeling*

BMA - *Bayesian Model Averaging*

BMU - *Bayesian Model Updating*

BN - *Bayesian Networks*

BNN - *Bayesian Neural Networks*

CFL - Courant - Friedrichs – Lewy

DREAM - *Differential Evolution Adaptive Metropolis*

FABDEM - *Forest And Buildings removed Copernicus DEM*

GLUE - *Generalized Likelihood Uncertainty Estimation*

HEC-RAS - *Hydrologic Engineering Center-River Analysis System*

HMC - Algoritmo Hamiltoniano Monte Carlo

HPD - *Highest Posterior Density*

I - Diferenciação

MA - Média Móvel

MAE - *Mean Absolute Error*

MCMC - *Markov Chain Monte Carlo*

MDE - Modelo Digital de Elevação

ME - *Mean Error*

NBR - Norma Técnica Brasileira

NSE - *Coeficiente de Eficiência de Nash-Sutcliffe*

NSE - *Nash-Sutcliffe Efficiency*

PBIAS - *Percent Bias*

r^2 - Coeficiente de determinação

Rhat - Parâmetro de convergência de cadeias

RMSE - *Root Mean Square Error*

RUHM - *Rating curve Uncertainty estimation using Hydraulic Modelling*

UHE - Usina Hidrelétrica

USBR - *United States Bureau of Reclamation*

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	OBJETIVOS	22
2.1	<i>Objetivo geral</i>	22
2.2	<i>Objetivos específicos</i>	22
3	REVISÃO DE LITERATURA	23
3.1	<i>Aspectos gerais das incertezas associadas à modelagem de inundações e gestão de risco</i>	23
3.1.1	A gestão do risco	25
3.1.2	Conceitos e tipos de incertezas	27
3.1.3	Modelagem de incertezas com uso da inferência Bayesiana	32
3.1.4	Qualidade da incerteza	39
3.2	<i>Análise de incertezas na curva-chave</i>	40
3.3	<i>Análise de incertezas na modelagem hidrodinâmica</i>	50
4	RESUMO METODOLÓGICO	63
4.1	<i>Caracterização da área de estudo</i>	64
4.2	<i>Modelagem Bayesiana da curva-chave</i>	74
4.3	<i>Verificação do comportamento dos resíduos da modelagem da curva-chave</i>	86
4.4	<i>Modelagem hidráulica</i>	86
4.5	<i>Modelagem hidráulica Bayesiana</i>	89
4.5.1	Calibração do modelo	89
4.5.2	Validação do modelo	93
4.5.3	Simulação das diferentes curvas-chave no modelo hidráulico Bayesiano	94
4.6	<i>Verificação do comportamento dos resíduos da modelagem hidrodinâmica</i>	95
5	RESULTADOS	95
5.1	<i>Modelagem da curva-chave</i>	95
5.1.1	Análise dos resíduos obtidos <i>a posteriori</i> da curva-chave	99
5.1.2	Análise de métricas de desempenho das previsões do modelo	101
5.2	<i>Modelagem hidrodinâmica</i>	103
5.2.1	Cenário <i>baseline</i>	106
5.2.2	Validação do modelo	116

5.2.3	Cenário de simulação do conjunto de curvas-chave	121
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	134
	REFERÊNCIAS	139
	Apêndice A - Equações para cálculo do coeficiente de rugosidade equivalente	148
	Apêndice B - Modelo Bayesiano da curva-chave	151
	Apêndice C - Modelo hidráulico Bayesiano	156

1 INTRODUÇÃO

Efeitos de desastres naturais, tais como inundações fluviais, são responsáveis por grandes prejuízos socioeconômicos em todo o mundo (UNDRR, 2019). Só em 2019, as inundações foram responsáveis por 43% do total de mortes decorrentes de desastres naturais (FROMENT & BELOW, 2020). Entre 2003 e 2020, 49,4% dos municípios brasileiros decretaram situação de emergência ou estado de calamidade pública em virtude de cheias, inundações e alagamentos. Em termos populacionais, mais de 800 mil pessoas foram afetadas por essas cheias em 2020 (ANA, 2021). As consequências desses fenômenos podem causar severos impactos aos seres humanos, ao desenvolvimento econômico e ao patrimônio cultural.

Uma das alternativas que podem contribuir para segurança da população e para a redução dos riscos associados a ocorrência de cheias é a elaboração de mapas de inundações, uma vez que tais dispositivos são capazes de auxiliar na obtenção de previsões de áreas inundáveis mais confiáveis, além de subsidiar a formulação de planos de gestão, tomadas de decisão e implementação de estratégias para minimização de danos (KITIPONGVISES *et al.*, 2020).

As manchas de inundação são representações gráficas decorrentes de simulações hidrológicas e hidrodinâmicas (COSTABILE *et al.*, 2021). Suas extensões são estimadas por métodos e ferramentas avançadas, que incorporam diferentes graus de incertezas, sejam essas de natureza aleatória ou epistêmica. Exemplos de fontes de incertezas incluem aquelas referentes à estimativa de parâmetros dos modelos, às condições de contorno (PAPPENBERGER & BEVEN, 2006; KASTALI *et al.*, 2021), à rugosidade da superfície (PINHEIRO, NAGHETTINI e PALMIER, 2019), à obtenção do hidrograma de cheia (LE COZ *et al.*, 2021) e aos dados topográficos (PAPAIOANNOU *et al.*, 2017).

Apesar dos avanços implementados nos modelos numéricos de simulação ao longo do tempo, as simplificações inerentes à representação dos processos físicos ainda é um aspecto sensível e responsável por imprecisões. Essas simplificações incorporam incertezas estruturais às modelagens, as quais resultam do conhecimento limitado, medições imprecisas, envolvimento de diversas escalas espaço-temporais e processos interativos (BATES; PAPPENBERGER; ROMANOWICZ, 2014; MOGES *et al.*, 2021).

Em adição às incertezas de modelos, as estimativas dos dados de vazões, geralmente utilizados como condição de contorno de modelos hidrodinâmicos, envolvem diversas fontes de incertezas, uma vez que sua medição direta está associada a restrições práticas relacionadas à alta velocidade de escoamento do rio, a dificuldades operacionais e aos custos envolvidos. Na maioria das vezes, tais vazões são obtidas indiretamente, a partir de formulações que relacionam cotas e vazões conhecidas como curvas-chave (MCMILLAN *et al.*, 2018; WESTERBERG *et al.*, 2020; KASTALI *et al.*, 2021).

As incertezas inerentes à conversão de medição do nível da água em séries temporais de descarga, para uma seção transversal de um rio sob condições hidráulicas de referência, geralmente são ignoradas ou não são explicitamente consideradas (LE COZ, 2012). Na literatura são citadas várias fontes de erros, como abordado por McMillan & Westerberg (2015), Kastali *et al.* (2021) e Lucas *et al.* (2023), que citaram fatores que introduzem incertezas nas curvas-chave, como a mudança da forma das seções transversais, a quantidade de sedimentos transportados durante o escoamento, a falta de medições para altas vazões, os erros associados à medição de cotas (leitura e nível do medidor, calibração do equipamento, frequência de medição), os efeitos de remanso e histerese.

Em decorrência da escassez de dados associados às vazões mais altas, a extrapolação da curva-chave torna-se um desafio para a estimativa de descarga (STEINBAKK *et al.*, 2016), mas, concomitantemente, é responsável por incorporar incertezas que podem provocar elevados erros sistemáticos no cômputo de vazões de cheias (LANG *et al.*, 2010; LE COZ, 2012; LE COZ *et al.*, 2014; GARCIA *et al.*, 2020).

Embora haja alguns estudos na literatura que analisaram os efeitos da propagação de incertezas em diferentes etapas de um estudo de inundação, como os realizados por Steinbakk *et al.* (2016), Osorio & Reis (2017) e Lucas *et al.* (2023) na análise de frequência de vazões máximas anuais, Sikorska & Renard (2017) na modelagem chuva-vazão, Garcia *et al.* (2020) e Le Coz (2012) na estimativa de vazões com base em curvas-chave, além de Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019) e Kastali *et al.* (2021) na modelagem hidrodinâmica, ainda há uma escassez de estudos que avaliam e propagam essas incertezas nos resultados das variáveis hidráulicas, como as cotas de inundação.

Nesse contexto, a abordagem Bayesiana tem se destacado como uma alternativa frequentemente utilizada para a quantificação e propagação de incertezas. Estudos realizados por Le Coz *et al.* (2014), Steinbakk *et al.* (2016), Vrugt (2016), Garcia *et al.* (2020) e Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019) indicam que um dos principais benefícios da aplicação do método Bayesiano é a capacidade de atualizar os parâmetros de modelos hidrológicos, hidráulicos e de relações cota-descarga com base no conhecimento prévio do fenômeno, garantindo a incorporação do realismo físico aos expedientes de modelagem e fornecendo estimativas mais rigorosas das incertezas associadas.

Em especial, no estudo de curva-chave, a aplicação da inferência Bayesiana apresenta vantagens importantes, tais como: (i) a incorporação do conhecimento hidráulico em distribuições *a priori* informativas para os parâmetros das funções utilizadas; (ii) a possibilidade de derivar uma função de verossimilhança que traduza a incerteza oriundas das observações dos dados; e (iii) a análise de incerteza pode ser subsidiada por limites de incertezas a partir da distribuição *a posteriori* (MOYEED & CLARKE, 2005; LE COZ, 2012).

O conhecimento especializado utilizado na inferência, como os relacionados aos controles hidráulicos, geometria da seção e coeficientes de rugosidade, possibilita a modelagem da curva-chave com base física. Dentre os métodos Bayesianos disponíveis na literatura para quantificar incertezas em curvas-chave, o BaRatin tem sido frequentemente aplicado em estudos hidrológicos. Esse método BaRatin, desenvolvido por LE COZ *et al.* (2014), permite a incorporação do conhecimento especializado durante o processo de inferência.

Para Pappenberger & Beven (2006) e Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019), a incerteza relacionada às vazões é um dos principais fatores que influenciam a modelagem de inundações. Além dessa fonte de incerteza, os autores mencionaram também as incertezas relacionadas aos dados topobatimétricos e as incertezas inerentes a cada etapa da modelagem, como aquelas decorrentes da definição dos coeficientes de rugosidade. Estudos anteriores têm investigado as incertezas na modelagem de inundações. No entanto, há escassez de trabalhos que as abordam de forma abrangente, considerando a combinação das diferentes fontes e a propagação nas etapas subsequentes.

Algumas iniciativas recentes nesse sentido foram realizadas por Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019) e Kastali *et al.* (2021). Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019) realizaram a calibração de coeficientes de rugosidade de Manning em um trecho fluvial, com auxílio da abordagem Bayesiana, sem considerar, contudo, a incerteza das estimativas das vazões. Kastali *et al.* (2021), embora considerando as incertezas da curva-chave na propagação de cheias com auxílio de um modelo hidrodinâmico, não abordaram questões associadas a incertezas da modelagem hidrodinâmica.

A propagação de incertezas provenientes de várias fontes de erro é essencial para obter uma estimativa confiável da incerteza preditiva. Isso envolve a quantificação da incerteza total associada às variáveis de saída do modelo, conforme mencionado por Vrugt *et al.* (2009) e Garcia *et al.* (2020). Uma ferramenta importante nesse contexto é a utilização das manchas de inundações probabilísticas, conforme destacado por Jung & Merwade (2012) e Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019). Essas manchas representam áreas com diferentes níveis de probabilidade de serem afetadas, levando em conta as diversas fontes de incerteza. Ao aplicar abordagens probabilísticas nas variáveis de saída dos modelos, é possível compreender o impacto das incertezas individuais e relativas, bem como identificar os principais fatores que influenciam a definição das áreas inundadas.

Considerando esse contexto, o objetivo desta pesquisa é avaliar os efeitos das incertezas associadas à curva-chave e ao coeficiente de rugosidade de Manning nas cotas de inundação, por meio do desenvolvimento de um modelo hidráulico probabilístico de cunho Bayesiano. Explorar esse tema é desafiador, em razão da escassez de estudos e métodos que ofereçam orientações para sua investigação, bem como da limitação de dados disponíveis para calibrar e validar os modelos, devido à falta de eventos de cheias registrados.

Nesse âmbito, esta pesquisa visa fornecer elementos metodológicos que contribuam para o avanço do conhecimento científico e possam auxiliar em trabalhos futuros relacionados à quantificação, propagação e avaliação das incertezas nos processos de modelagem de inundação, que é o tema central deste estudo. A inovação deste estudo reside em sua proposta metodológica, que busca combinar e propagar diferentes fontes de incerteza — como as paramétricas, estruturais e de medição — relacionadas à curva-chave na modelagem hidrodinâmica, incluindo a calibração do

coeficiente de rugosidade de Manning, e quantificar seus efeitos nas variáveis de saída, neste caso, especificamente, nas cotas de inundação. Por fim, os principais resultados obtidos evidenciaram que a metodologia proposta é capaz de proporcionar uma visão mais ampla acerca das incertezas associadas às etapas da modelagem de inundação e seus efeitos nas cotas, como, também, das suas limitações e simplificações.

O corpo da presente tese está dividido em 10 capítulos. No Capítulo 1 é realizada uma introdução ao tema, contextualizando a importância do estudo e destacando os principais objetivos da pesquisa. O Capítulo 2 apresenta o objetivo geral da tese e os objetivos específicos que orientaram o desenvolvimento do trabalho. No capítulo 3 é apresentada a revisão de literatura, a qual contém três tópicos principais: (i) aspectos gerais das incertezas associadas à modelagem de inundações e gestão de risco; (ii) análise de incertezas da curva-chave; e (iii) análise de incertezas na modelagem hidrodinâmica. No capítulo 4 é apresentado o resumo metodológico da tese, delineando as principais etapas da pesquisa e detalhando a área de estudo em que a metodologia foi aplicada. Os métodos estatísticos utilizados e a caracterização de cada um dos modelos foram apresentados nos capítulos 5 e 6. O capítulo 7 discorre sobre os resultados obtidos em cada uma das etapas realizadas e cenários simulados. Por fim, nos capítulos 8 e 9 são apresentadas as principais conclusões da tese, bem como as recomendações para futuros trabalhos na área e as referências bibliográficas utilizadas.

2 OBJETIVOS

2.1 *Objetivo geral*

O objetivo geral desta pesquisa é avaliar os efeitos de incertezas da curva-chave e do coeficiente de Manning em cotas de inundações, a partir do desenvolvimento de um modelo hidráulico probabilístico.

2.2 *Objetivos específicos*

Com a finalidade de alcançar o objetivo geral descrito, esta pesquisa prevê os seguintes objetivos específicos:

- Propor um modelo hidráulico probabilístico para propagação das incertezas da curva-chave e do coeficiente de rugosidade de Manning; e
- Avaliar e quantificar os efeitos de incertezas estruturais e paramétricas nas cotas de inundação.

3 REVISÃO DE LITERATURA

A revisão de literatura foi organizada com a finalidade de apresentar um panorama conceitual a respeito dos principais temas abordados nesta tese, que se relacionam com as fontes, tipos e quantificação de incertezas inerentes à modelagem de inundações, tais como a estabelecimento de vazões a partir da curva-chave e modelagem hidrodinâmica. Na sequência, procedem-se as descrições sobre os aspectos gerais das incertezas associadas à modelagem de inundação e gestão de risco, sobre análises de incertezas na curva-chave e sobre análises de incertezas na modelagem hidrodinâmica.

3.1 Aspectos gerais das incertezas associadas à modelagem de inundações e gestão de risco

As inundações são fenômenos que ocorrem em escala global e são responsáveis por uma parcela importante de diferentes tipos de perdas. De acordo com o relatório pleno Conjuntura dos Recursos Hídricos no Brasil (ANA, 2021), mais de 800 mil pessoas foram afetadas por cheias (alagamentos, enxurradas e inundações) só em 2020. Apesar de previsões indicarem uma possível ameaça de aumento de inundações, em razão de mudanças climáticas e uso do solo, há muito tempo já são observados esforços no sentido de tentar compreender as dinâmicas físicas que governam os eventos climáticos e hidrológicos extremos, para avaliar e prever seus impactos, a fim de subsidiar tomadas de decisões e auxiliar o gerenciamento de risco (NGO *et al.*, 2023).

A modelagem de inundações é uma ferramenta importante da análise de risco e envolve etapas como a modelagem hidrológica, para estimar vazões de pico, a modelagem hidráulica, para estimar elevações da água, e análises do terreno, para avaliar extensões de área inundada (MERWADE *et al.*, 2008). Ao se tratar de inundações, a avaliação dos riscos potenciais é um processo complexo, que envolve variados sistemas dinâmicos (aspectos hidrológicos, aspectos hidráulicos, o meio ambiente e os sistemas humanos) e condições relacionadas à própria modelagem, como suas simplificações e as premissas adotadas (PINHEIRO *et al.*, 2019).

ANNIS *et al.* (2020) consideram que as modelagens hidrológicas e hidráulicas representam os componentes centrais da gestão de inundações. Independentemente de sua aplicação, essas modelagens requerem cuidados com as variáveis envolvidas,

com as escalas de tempo e espaço, com o nível de precisão desejado e com as demandas de processamento computacional (BATES; PAPPENBERGER; ROMANOWICZ, 2014; TENG *et al.*, 2017).

Um modelo de sistema ambiental, como o de inundações, pode ser caracterizado como um esquema de seis componentes (Figura 3.1).

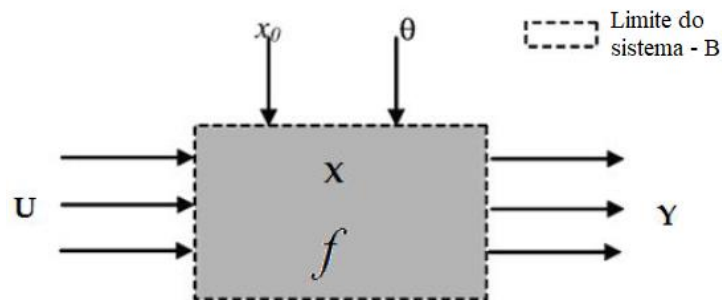


Figura 3.1 - Representação esquemática de um modelo de sistema ambiental e seus componentes.

Fonte: Adaptado de Hutton *et al.* (2011).

na qual $\mathbf{U} = (U_1, U_2, \dots, U_n)$ e $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ representam, respectivamente, as entradas e saídas a partir de vetores de comprimento n ; x_0 representa as condições iniciais do sistema; $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$, é o vetor paramétrico do modelo, com comprimento m e geralmente invariável no tempo, e x representa as variáveis de estado do sistema de um modelo f .

Existe uma variedade de ferramentas que auxiliam a modelagem de inundações, e em todas elas são realizadas suposições simplificadoras, considerando conjuntos reduzidos de processos que ocorrem durante o evento de cheia. Tais simplificações são responsáveis por incorporar incerteza estrutural aos modelos (BATES; PAPPENBERGER; ROMANOWICZ, 2014). As incertezas inerentes aos modelos de inundação afetam o gerenciamento do risco, a análise de incertezas e os mapas de zoneamento da inundação. Cientes da variabilidade da extensão das inundações, especialistas costumam desenvolver estudos e análises de sensibilidade associados aos piores cenários, negligenciando as incertezas relacionadas ao processo, em especial ao hidrograma de projeto, agrupando toda a complexidade e aleatoriedade da transformação chuva-vazão em um hidrograma de projeto para um cenário único (VOLPI *et al.*, 2015; ANNIS *et al.*, 2020).

3.1.1 A gestão do risco

A exposição a riscos sempre esteve associada à existência humana. Com o passar do tempo, os riscos acompanharam os progressos tecnológicos e a globalização. Ao mesmo passo, foram desenvolvidos métodos e regulamentos para gerenciamento desses riscos, a fim de mitigá-los, minimizá-los e controlá-los (JONKMAN; VRIJLING; VROUWENVELDER, 2008).

O risco é um indicador de segurança e sua análise pode auxiliar a tomada de decisões. Na literatura, há uma ampla variedade de conceitos de riscos disponíveis, tanto sob abordagem qualitativa quanto quantitativa. Geralmente, sua definição está vinculada a métodos probabilísticos, conforme apresentado pela ABNT NBR ISO 31000 (2018). Para Jonckman, Vrijling e Vrouwenvelder (2008) o conceito depende de quem o define, assim como de uma noção contextual e uma construção social. Koutsoyiannis (2020) entende o risco como um conceito mais amplo, resultado do produto entre a probabilidade de ocorrência de um evento, a exposição (geralmente expresso em termos monetários) e a vulnerabilidade (expressa entre zero e um, sendo maior conforme a falta de resistência a forças destrutivas).

Em razão da impossibilidade de garantir um risco nulo para os diversos setores da vida social, foram desenvolvidas estratégias para geri-lo. Por exemplo, a Lei 12.334/2010, que estabelece a Política Nacional de Segurança de Barragens, conceitua a gestão do risco como “ações de caráter normativo, bem como aplicações de medidas para prevenção, controle e mitigação de riscos”. Esse conceito é similar aos apresentados por Viseu (2008) e Pimenta (2009). Seguem, na Figura 3.2 e na Figura 3.3, diferentes esquemas de gestão de risco que podem ser aplicados a avaliações de inundações.

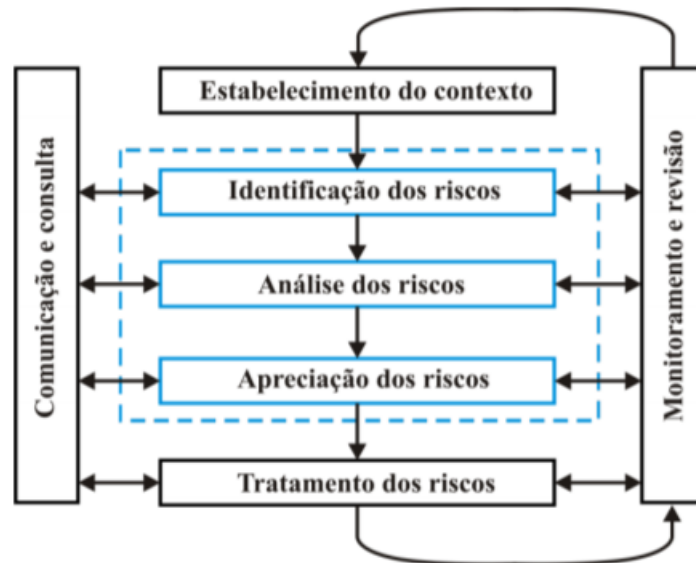


Figura 3.2 - Etapas de gestão de risco

Fonte: AS/NZS (2009)



Figura 3.3 - Etapas fundamentais da gestão do risco

Fonte: Adaptado de Gomes *et al.* (2005)

Para Carr *et al.* (2021) a incorporação do tratamento das incertezas na gestão do risco a partir do uso de previsões probabilísticas é uma tendência nas tomadas de decisões, visto que cenários determinísticos geralmente subestimam as incertezas e podem desencadear previsões incorretas. De forma similar, Ghobadi & Kang (2022) acreditam que a abordagem probabilística surgiu para superar as deficiências presentes em métodos determinísticos convencionais, além de representar de forma mais apropriada a incerteza e extrair informações importantes de dados históricos.

Dada a importância da incorporação das incertezas na gestão do risco, tem havido uma série de esforços nos últimos anos para analisar e modelar inundações, a fim de

compreender melhor os processos associados e entender melhor as variabilidades dos dados de saídas frente às simplificações e erros do modelo. Para maior aprofundamento no tema, o próximo item tratará com mais detalhes as incertezas.

3.1.2 Conceitos e tipos de incertezas

Muitos autores na literatura já abordaram a relação entre a análise de risco e a variedade de incertezas associadas à sua concepção — MORGAN, HENRION e SMALL (1990), MAGNUSSON, FRANTZICH e HARADA (1996), PATÉ-CORNELL (1996) e APEL *et al.* (2008). Para Apel *et al.* (2008), quantificar incertezas gerais e os efeitos das diferentes fontes de incertezas do processo ajuda a julgar a confiabilidade de avaliações de risco. Segundo Hartford & Baecher (2004), a estimativa do risco deve ser realizada com uma estimativa do grau de confiança, pois essa auxilia no processo de tomada de decisão e, para isso, devem ser feitas análises de sensibilidade e incertezas.

A incerteza pode ser definida como “o estado, mesmo que parcial, da deficiência das informações relacionadas a um evento, sua compreensão, seu conhecimento, sua consequência ou sua probabilidade” (ABNT NBR ISSO 31000, 2018). Pereira (2010) cita pontos que deveriam ser explorados em estudos desse tipo:

- a importância do estudo;
- a natureza das incertezas;
- as incertezas nas fases do estudo de risco;
- as incertezas nos modelos;
- as incertezas nos bancos de dados;
- a modelagem da incerteza (métodos probabilísticos/não probabilísticos) e propagação das incertezas;
- as técnicas para analisar os efeitos e propagação das incertezas;
- o julgamento dos especialistas e as incertezas; e
- os métodos para classificação ponderada das incertezas paramétricas.

Existe uma diversidade de fontes de incertezas que interagem de forma não linear na modelagem de processos (BLAZKOVA & BEVEN, 2009). Abrahamsson (2000) fez um

estudo de incertezas relacionadas a análises de riscos, com abordagem notadamente probabilística, e estabeleceu um esquema apresentando para as diferentes fontes de incerteza nas etapas do processo. No esquema representado na Figura 3.4, as principais fontes de incerteza são apresentadas na cor cinza, enquanto as principais técnicas empregadas para compreender os impactos das incertezas nos modelos estão identificadas na cor amarela.

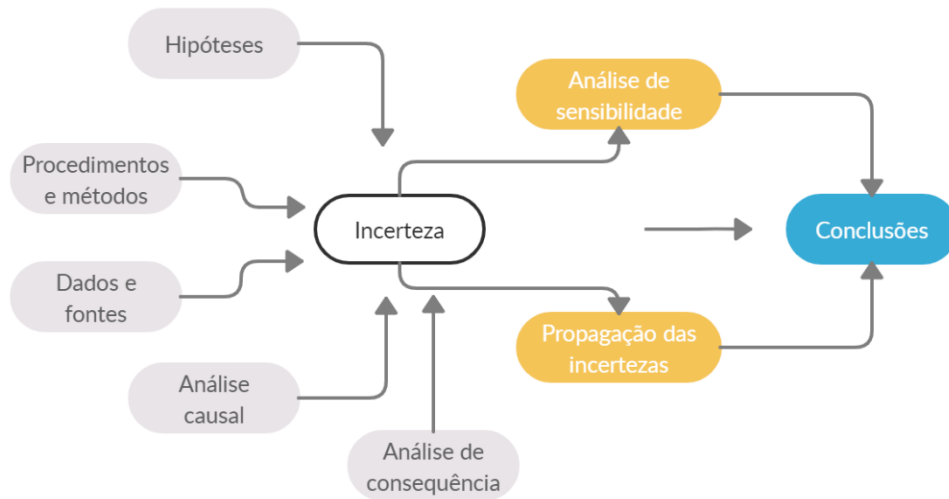


Figura 3.4 - Esquemas de fontes de incertezas e sua propagação

Fonte: Adaptado de Abrahamsson (2000)

As principais fontes de incerteza no risco de inundação são frequentemente classificadas como aleatórias (estocásticas/naturais) e epistêmicas (APEL *et al.*, 2004). A primeira refere-se à variabilidade do processo, ou seja, a quantidades que inerentemente variam no tempo e no espaço. A segunda é associada ao conhecimento incompleto do processo, decorrente da incapacidade de compreendê-lo, medi-lo e descrevê-lo integralmente (PATÉ-CORNELL, 1996; MAGNUSSON, 1996; APEL *et al.*, 2004; MERZ & THIEKEN, 2009). Exemplos de fontes de incertezas associadas à modelagem de inundações incluem aqueles referentes aos parâmetros de modelos, aos dados de entrada (MAGHREBI & VATANCHI, 2021), às condições de contorno (PAPPENBERGER *et al.*, 2006; KASTALI *et al.*, 2021), à rugosidade da superfície (PINHEIRO *et al.*, 2019) e aos dados topográficos (PAPAIOANNOU *et al.*, 2016). Na Tabela 3.1 são apresentadas fontes de incertezas de inundações, conforme a classificação apresentada por Apel *et al.* (2004).

Tabela 3.1 - Fontes de incerteza em modelagens de inundações

Módulos	Fontes de incertezas aleatórias	Fontes de incertezas epistêmicas
Estatística de valores extremos	Variáveis como chuva e vazão	Medida de erro
		Posição de plotagem
		Seleção de dados e séries parciais
		Seleção da função de distribuição de probabilidades
		Incerteza na amostragem
Propagação	Mudanças no canal do rio ao longo do tempo	Estimação dos parâmetros
		Seleção do modelo de erro
Relação cota-descarga	Mudanças no canal do rio ao longo do tempo	Medida de erro
	Histerese durante a propagação da onda	Estimação dos parâmetros
		Seleção do modelo de erro
Estimação dos danos	Valor e uso dos imóveis	Método de avaliação dos valores dos imóveis e seus conteúdos
	Relação espaço-temporal da mancha de inundação	Erro na seleção do modelo de dano
		Estimação de parâmetros (ex.: cotas - curva de danos)

Fonte: Adaptado de APEL *et al.* (2004).

A incerteza aleatória não pode ser reduzida, em razão de sua natureza. As incertezas epistêmicas, por outro lado, podem ser reduzidas pela quantificação/medição das variáveis, por equacionamentos físicos ou empíricos, e pelos métodos numéricos e *softwares* utilizados. Nessa perspectiva, muitos autores recomendam que o tratamento dessas incertezas deve ser realizado separadamente, podendo ser representadas sob forma de probabilidades, estimadas a partir do conhecimento de especialistas (MCMILLAN *et al.*, 2010; MOGES *et al.*, 2021).

Cu Thi, Ball e Dao (2018) julgam ser três os erros que mais estão associados a incertezas, quais sejam: (i) erros nas variáveis de entrada (na maioria das vezes envolvem interpolações e derivações de outras medições); (ii) erros no modelo; e (iii) erros nas variáveis de saída. No mesmo sentido, Bates, Pappenberger e Romanowicz (2014) citam fontes de erros na modelagem hidrodinâmica, sendo eles: (i) erros nos *inputs* (em especial os dados de transformação chuva-vazão, dados de topografia, coeficiente de rugosidade e possíveis estruturas hidráulicas existentes no trecho

estudado); (ii) efeitos dos erros de amostragem na estimação/calibração dos parâmetros; (iii) erros estruturais do modelo; e (iv) incerteza na conceitualização do modelo. O conhecimento explícito de cada fonte de erro poderia fornecer orientações estratégicas para alocação de investimentos e a melhoria das predições (VRUGT, 2016).

Ao se tratar de fontes de incerteza, Hutton *et al.* (2011) e Dogulu *et al.* (2015) as classificam em três tipos: (i) estrutural; (ii) paramétricas; e (iii) de medição. A primeira delas, a incerteza estrutural, faz parte da incerteza epistêmica e pode ser reduzida, mas nunca totalmente eliminada. Ela se refere aos erros na representação matemática e no conhecimento limitado e simplificado do processo real, incluindo as discretizações espaço-temporais do modelo. A incerteza paramétrica reflete a incerteza associada à estimação dos parâmetros do modelo, podendo ser de natureza aleatória ou epistêmica. Essa incerteza muitas vezes é manifestada na calibração dos parâmetros do modelo e é frequentemente analisada por meio de técnicas Bayesianas, dentre elas o método *Generalized Likelihood Uncertainty Estimation* (GLUE) e métodos Bayesianos (CU THI, BALL e DAO, 2018). A última incerteza, a de medição, se refere à incerteza nos dados/observações usados para definir as condições iniciais do modelo. Essa geralmente está associada a erros de instrumentação (HUTTON *et al.*, 2011; MOGES *et al.*, 2021).

As incertezas podem ser representadas e tratadas por diversas formas. As abordagens mais recentes requerem uma compreensão matemática e estatística mais aprofundada, além de um maior esforço computacional para auxiliar os cálculos. Essas abordagens incluem aspectos relacionados ao espaço, aos modelos e abordagens aplicadas com rigor matemático, e ao tratamento das fontes de erro (MONTANARI, 2007). Nos trabalhos mais recentes, observa-se a aplicação de métodos de amostragens de Monte Carlo, métodos de inferência Bayesiana, modelagem inversa baseada em mínimos quadrados, soluções analíticas baseadas em séries de Taylor e análises de regressão (MOGES *et al.*, 2021). Contudo, grande parte das abordagens apresentam dificuldades encontradas em inferências estatísticas clássicas, como a determinação de estatísticas para testes de hipótese e a definição de distribuições de probabilidade para as saídas dos modelos (SHI *et al.*, 2023). Seguem alguns tipos de representações de incertezas (PEREIRA, 2010):

- Raciocínio probabilístico: é o raciocínio pautado na indução, baseado em teorias matemáticas de probabilidade. Um exemplo desse tipo de abordagem é o Teorema de Bayes, abordagem principal utilizada nesta pesquisa, que associa a capacidade de se estimar a probabilidade de uma hipótese tomando como referência a probabilidade *a priori* e as novas informações que podem ser conseguidas por meio de observação;
- Representação por intervalos: fornece indícios quanto aos efeitos dos erros de amostragem na inferência;
- Representação em família de curvas probabilísticas: são geralmente curvas associadas a probabilidades de excedência; e
- Representação “fuzzy”: esse tipo de representação busca combinar inteligência artificial, lógica polivalente, teorias de probabilidade e, às vezes, redes neurais para representar valores lógicos entre o verdadeiro e o falso, permitindo o tratamento de atributos imprecisos.

A propagação de incertezas em modelos de inundações é complexa e ainda não é bem compreendida. Morgan & Henrion *et al.* (1990) citam diversos autores que tentaram desenvolver métodos de análises e propagação de incertezas, porém, após discussões e comparações, chegaram a conclusões divergentes para as diferentes técnicas aplicadas. Nessa perspectiva, Annis *et al.* (2020) desenvolveram um estudo de propagação de incertezas em inundações e ressaltaram a importância de pesquisas aprofundadas, de maneira que sejam propagadas as incertezas na modelagem e que sejam comparados os impactos relativos das diferentes fontes de incertezas nas extensões das inundações.

As incertezas globais de modelos podem ser reduzidas, à medida que haja um maior conhecimento das suas fontes e de suas influências no processo. Entretanto, quantificá-las e avaliar seus impactos nas variáveis de entrada e saídas é uma tarefa complexa. Existem na literatura técnicas utilizadas para essa finalidade, destacando-se, dentre elas, a análise de sensibilidade, a análise probabilística, a matemática intervalar, a análise do pior caso e a abordagem por curvas probabilísticas. Em modelos de predição, se destacam o método de Monte Carlo e a abordagem Bayesiana (WESTERBERG *et al.*, 2020).

Entre os diferentes métodos disponíveis na literatura para quantificação de incertezas, a teoria de probabilidades tem sido uma das principais alternativas por fornecer uma base matemática para descrição de variáveis (HALL, 2003; HUTTON *et al.*, 2011). Ao tratar de inundações, Di Baldassarre (2012) apresenta três motivos principais para a realização de estudos probabilísticos em áreas potencialmente afetadas por inundação:

1. As grandes incertezas inerentes aos estudos hidrológicos e hidráulicos;
2. A importância da quantificação das incertezas em estudos dessa magnitude; e
3. A possibilidade de disposição de uma gama maior de opções para os responsáveis por tomar as decisões referentes às ações que deverão ser realizadas.

Nos próximos itens desta revisão bibliográfica serão apresentados alguns métodos de inferência Bayesiana, abordagem que foi selecionada nesta pesquisa para a quantificação das incertezas na modelagem da curva-chave e na modelagem hidrodinâmica das inundações.

3.1.3 Modelagem de incertezas com uso da inferência Bayesiana

Dentre os diferentes métodos disponíveis na literatura acerca da quantificação de incertezas de modelos ambientais e inferência de parâmetros, nesta pesquisa foram aplicados métodos embasados na teoria de probabilidades, assim como recomendado por Hall (2003) e Vrugt (2016). Na escola Bayesiana, cada parâmetro tem sua própria distribuição de probabilidade e essa reflete o desconhecimento sobre ele, ou seja, a incerteza (FERNANDES & SILVA, 2017).

A abordagem Bayesiana encontrou grande aplicação na modelagem de sistemas ambientais e oferece ferramentas adequadas para quantificar as incertezas nas diferentes etapas da modelagem de inundação com rigor estatístico por incorporar conhecimento prévio sobre os parâmetros dos modelos, o que contribui para preservar o realismo físico dos processos e fornecer distribuições de probabilidade *a posteriori* para cada parâmetro do modelo. Essas distribuições *a posteriori* podem ser aplicadas a diferentes análises de risco e para avaliar a propagação de incertezas (REITAN & PETERSEN-ØVERLEIR, 2009). Cu Thi, Ball e Dao (2018) acreditam que a abordagem Bayesiana pode ser considerada uma técnica geral para calibração dos parâmetros de modelos, pois permite descrever explicitamente as incertezas dos dados de

entrada, de saída e dos valores dos parâmetros. Quanto à classificação, geralmente são aplicados métodos pseudo Bayesianos, a exemplo do GLUE (informal), ou métodos Bayesianos padrão (formal) (Shi *et al.*, 2023).

Há alguns anos, a aplicação da abordagem Bayesiana tem se tornado crescente (LLORENTE *et al.*, 2022). No campo da hidrologia mais especificamente, Prieto *et al.* (2021) relacionam algumas das possíveis aplicações da inferência Bayesiana: (i) seleção de modelos hidrológicos com base em dados observados de precipitação e vazão, (ii) melhoria da previsão de modelos; e (iii) avaliação da incerteza a partir de distribuições *a posteriori*.

De acordo com Ghobadi & Kang (2022), a abordagem Bayesiana pode ser classificada em quatro grupos principais, (i) *Bayesian Model Averaging* - BMA, (ii) *Bayesian Model Updating* - BMU, (iii) *Bayesian Networks* - BN e (iv) *Bayesian Neural Networks* - BNN. Exemplos de aplicações dessas técnicas foram realizados por Althoff, Rodrigues e Bazame (2021), Gude, Corns e Long (2020) e Li *et al.* (2022).

A aplicação da inferência Bayesiana para atualização de parâmetros da modelagem hidrológica é uma prática mais comumente observada em estudos de quantificação de incertezas (REITAN & PETERSEN-ØVERLEIR, 2009; VRUGT *et al.*, 2009; MCMILLAN *et al.*, 2010; DOTTO *et al.*, 2012; LE COZ, 2012; LE COZ *et al.*, 2014; BEVEN & BINLEY, 2014; SILVA, NAGHETTINI e FERNANDES, 2014; MIRZAEI *et al.*, 2015; LIMA *et al.*, 2016; STEINBAKK *et al.*, 2016; SIKORSKA & RENARD, 2017; CU THI *et al.*, 2018; LI *et al.*, 2021; KASTALI *et al.*, 2021; MOGES *et al.*, 2021; WU, MARSHALL e SHARMA, 2021). Entretanto, no âmbito da modelagem hidráulica de ondas de cheias e inundações, o cenário é diferente. De fato, são poucos os trabalhos que utilizaram a abordagem Bayesiana na quantificação de incertezas de parâmetros hidráulicos (PAPPENBERGER & BEVEN, 2006; JUNG & MERWADE, 2012; CAMACHO *et al.*, 2015; PINHEIRO; NAGHETTINI e PALMIER, 2019). Nessa linha, Maghrebi & Vatanchi (2021) desenvolveram um estudo mais aprofundado, avaliando também os efeitos das incertezas na construção de mapas de inundação.

O processo de aplicação da abordagem Bayesiana consiste em três principais etapas: (i) descrever o conhecimento disponível sobre um determinado parâmetro em um modelo estatístico por meio da distribuição *a priori* (sua seleção é vista como uma das escolhas mais importantes realizadas pelos pesquisadores na implementação de um

modelo Bayesiano); (ii) definir a função de verossimilhança utilizando as informações dos dados disponíveis; e (iii) combinar a distribuição *a priori* e a verossimilhança usando o Teorema de Bayes, obtendo as distribuições marginais *a posteriori* dos parâmetros (SCHOOT *et al.*, 2021). Uma representação esquemática de um processo Bayesiano é apresentada na Figura 3.5.

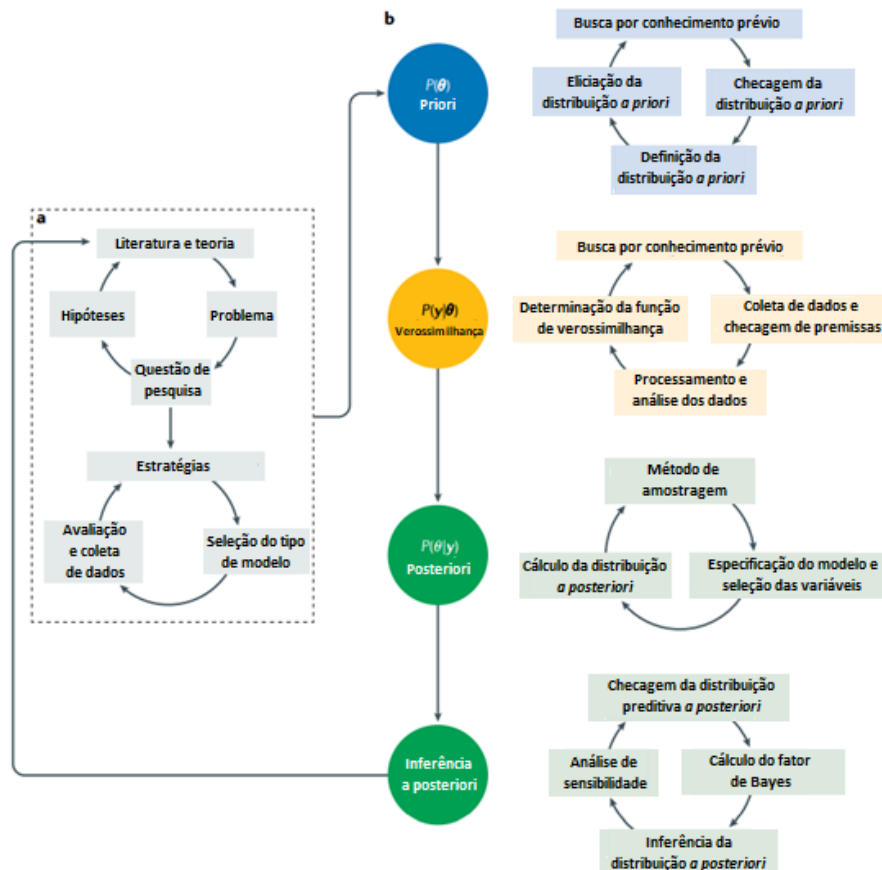


Figura 3.5 - Representação de um processo Bayesiano. Em a são apresentados os passos que envolvem uma pesquisa científica e em b é representado o fluxo da abordagem Bayesiana, que inclui a definição de distribuições *a priori*, a determinação da função de verossimilhança e obtenção da distribuição *a posteriori*.

Fonte: Adaptado de SCHOOT *et al.* (2021).

A partir de um vetor paramétrico de interesse θ , que assume valores dentro de um espaço de parâmetros Θ , e sendo Ω a informação disponível antes de serem observados os dados, ou seja, o conhecimento prévio do especialista sobre θ , pode-se expressar a incerteza de θ por meio de uma distribuição de probabilidade *a priori* $\pi(\theta|\Omega)$, que representa o estado do conhecimento sobre a quantidade aleatória antes da observação dos dados (FERNANDES & SILVA, 2017).

Caso a informação de Ω não seja suficiente, mais informações podem ser obtidas por meio de experimentos. Sendo X uma variável aleatória relacionada a θ , que possa ser observada, e assumindo que θ tenha um valor atual conhecido, a incerteza sobre X pode ser representada pela função de verossimilhança $f(x|\theta, \Omega)$. A incerteza acerca do parâmetro, após a atualização realizada a partir do teorema de Bayes, é representada pela distribuição *a posteriori* ($\pi(\theta|x, \Omega)$) e apresentada na Equação 3-1 (FERNANDES & SILVA, 2017).

$$\pi(\theta|x, \Omega) = \frac{f(x|\theta, \Omega)\pi(\theta|\Omega)}{f(x|\Omega)} \quad (3-1)$$

em que $f(x|\Omega)$ se refere à distribuição preditiva *a priori*, determinada a partir da Equação 3-2.

$$f(x|\Omega) = \int_{\Theta} f(x|\theta, \Omega)\pi(\theta|\Omega)d\theta \quad (3-2)$$

Essa integral é conhecida como estimação da verossimilhança marginal.

As distribuições *a priori* resumem o conhecimento do modelador antes da observação dos dados associados ao fenômeno analisado. Geralmente são classificadas em diferentes níveis de informação — informativas, pouco informativas e informativas — eliciadas com base no julgamento pessoal do pesquisador. As distribuições *a priori* não informativas e pouco informativas atribuem densidade similar *a priori* para todos os possíveis valores do parâmetro. Um exemplo de uso de distribuições *a priori* não informativas ocorre quando há um desconhecimento completo do parâmetro. Para esses casos, os dados serão as principais informações utilizadas para determinação da distribuições *a posteriori* (SCHOOT *et al.*, 2021). Os parâmetros da distribuição *a priori* que incorporam alguma incerteza na especificação dos parâmetros do modelo são denominados hiperparâmetros (a exemplo da média e do desvio padrão de uma distribuição normal) (PAPPENBERGER & BEVEN, 2006; PINHEIRO, NAGHETTINI e PALMIER, 2019; SCHOOT *et al.*, 2021). Diversos trabalhos propõem distribuições *a priori* uniformes, a fim de evitar o enviesamento da exploração do espaço paramétrico.

Outros recorrem a distribuições *a priori* não informativas ou até mesmo impróprias (LLORENTE *et al.*, 2022).

O uso de distribuições *a priori* impróprias na inferência Bayesiana é um tema bastante tratado na literatura, mas ainda cercado de críticas, em grande parte porque essas distribuições *a priori* podem não levar a distribuições *a posteriori* adequadas (AKAIKE, 1980; TARALDSEN, TUFTO e LINDQVIST, 2022). Discussões sobre suas aplicações e dificuldades relacionadas ao uso podem ser encontradas em Tufto *et al.* (2012).

As distribuições informativas são utilizadas quando se tem informação a respeito de regiões do domínio do espaço paramétrico que tem maior densidade, assim como aplicadas por Sikorska & Renard (2017) e Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019). Cabe ressaltar que essas distribuições podem se tornar pouco informativas com a definição de uma grande variância *a priori*. Em geral, não há regra para se eliciar uma distribuição *a priori*, pois seja ela informativa ou não, em alguns casos, podem gerar resultados imprecisos e tendenciosos. Por conta disso, uma análise de sensibilidade prévia do parâmetro pode contribuir para entender a influência que a distribuição *a priori* tem na distribuição *a posteriori* (SCHOOT *et al.*, 2021). Trabalhos como o de Taraldsen *et al.* (2022) descrevem estratégias para construir distribuições *a priori* baseada na verossimilhança (isto é, nos dados), em graus de maior ou menor complexidade. Para os casos em que a distribuição *a priori* não se adequa bem com a verossimilhança, Schoot *et al.* (2021) indicam que não necessariamente o problema está na distribuição *a priori*, pois o modelo pode ter sido mal especificado ou, ainda, os dados podem ser tendenciosos.

A subjetividade que envolve a definição das distribuições *a priori* é considerada por muitos pesquisadores como uma desvantagem do método Bayesiano. Para Schoot *et al.* (2021), atribuir tamanha responsabilidade à seleção da distribuição *a priori* é um peso muito grande, uma vez que há incertezas e subjetividade em muitos processos da inferência Bayesiana, como na seleção do modelo e função de verossimilhança. Além do mais, pode-se enxergar a definição da distribuição *a priori* como uma estratégia para permitir a redução do espaço amostral e melhorar a eficiência da estimativa.

Vrugt (2016) descreve a função de verossimilhança ($L(x|\tilde{Y}) = f(x|\theta, \Omega)$) como um indicativo da similaridade das saídas do modelo e os dados observados. A função de

verossimilhança formaliza a contribuição dos dados para o conhecimento da variável de interesse por meio de uma distribuição de probabilidade condicional. Em casos mais simples, o conhecimento *a posteriori* é dado pela combinação entre a distribuição *a priori* e a função de verossimilhança. Em casos mais complexos, torna-se necessário considerar métodos baseados em amostragem, como os modelos livres de verossimilhança e modelos de cálculos Bayesianos aproximados (TARALDSEN *et al.*, 2022).

O estabelecimento da verossimilhança depende fortemente do modelo de erros adotado e das hipóteses lançadas aos resíduos (ε), que podem ser expressos pela diferença entre os dados observados ($\tilde{Y}$) e as estimativas do modelo (Y) (CAMACHO *et al.*, 2015). A escolha de uma função de verossimilhança apropriada, que reproduza adequadamente o comportamento dos resíduos, é, via de regra, um desafio. Frequentemente são utilizadas distribuições Gaussianas para essa finalidade, mas, em muitas vezes, as premissas de normalidade não são satisfeitas *a posteriori*, o que pode ser melhorado com o uso de modelos de resíduos mais robustos, que considera fontes de erros específicos dos dados utilizados (HUTTON *et al.*, 2014; FERNANDES & SILVA, 2017).

Modelos de resíduos são abordagens que podem agregar diferentes fontes de erros, como de medição, erros paramétricos e erros estruturais (JIANG *et al.*, 2019). Suposições inadequadas adotadas para as propriedades desses erros podem ocasionar previsões não confiáveis e imprecisas (SMITH *et al.*, 2015). Caracterizar os erros permite, além de melhor compreender o modelo, fornecer informações para que os intervalos de predição sejam especificados de forma mais precisa (MOGES *et al.*, 2021).

Ainda se tratando de fontes de erros, um problema comum da inferência Bayesiana e que pode incorporar importantes erros, é a integração numérica. A integração da função de densidade de probabilidade *a posteriori* pode ser realizada (i) por métodos analíticos de aproximações da integral (a exemplo do método de Laplace e da Aproximação Assintótica à Normal), (ii) por métodos de quadratura, que são puramente matemáticos e vêm sendo substituídos por métodos computacionais, e (iii) por simulação estocástica (a exemplo do método de Monte Carlo e *Markov Chain Monte Carlo* - MCMC). Um resumo de algumas técnicas de amostragem é apresentado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Resumo de algumas técnicas de amostragens de parâmetros

Abordagem	Descrição
Métodos baseados na técnica MCMC	
Metropolis – Hastings	Algoritmo utilizado para obter amostras aleatórias de uma distribuição de probabilidades. Utiliza uma distribuição proposta geral, com um passo de aceitação/rejeição associado para o(s) valor(es) do(s) parâmetro(s) proposto(s).
<i>Reversible jump MCMC</i>	Uma extensão do algoritmo Metropolis - Hastings. Permite a simulação de movimentos trans-dimensionais no espaço de parâmetros.
Hamiltonian Monte Carlo	Um algoritmo Metropolis - Hastings baseado na dinâmica Hamiltoniana. Este algoritmo é útil se a amostragem direta for difícil, se a dimensão da amostra for pequena ou se a autocorrelação for elevada. O algoritmo evita o passeio aleatório de Metropolis - Hastings e a sensibilidade, dando uma série de passos informados por gradiente de primeira ordem.
<i>Gibbs sampler</i>	Um algoritmo de Metropolis - Hastings em que a distribuição proposta é a distribuição condicional posterior correspondente, com uma probabilidade de aceitação associada de um.
<i>Particle MCMC</i>	Um algoritmo combinado sequencial de Monte Carlo e MCMC utilizado quando a probabilidade é analiticamente intratável.
<i>Evolutionary Monte Carlo</i>	Um algoritmo MCMC que incorpora características dos algoritmos genéticos. Permite que a cadeia de Markov explore eficaz e eficientemente o espaço de parâmetros e evite ficar presa em modos locais da distribuição <i>a posteriori</i> . É particularmente útil quando a função de distribuição alvo é de elevada dimensão ou multimodal.
Métodos não baseados na técnica MCMC	
<i>Sequential Monte Carlo</i>	Um algoritmo baseado em múltiplos passos de amostragem de importância para cada ponto observado de dados. Frequentemente utilizado para o processamento em linha ou em tempo real de chegadas de dados.
<i>Approximate Bayesian computation</i>	Uma abordagem aproximada, normalmente utilizada quando a função de verossimilhança é analiticamente intratável ou muito dispendiosa do ponto de vista computacional.
<i>Integrated nested Laplace approximations</i>	Uma abordagem aproximada desenvolvida para a grande classe de modelos Gaussianos latentes, que inclui processos Markov Gaussianos e campos aleatórios.
<i>Variational Bayes</i>	A inferência variacional descreve uma técnica de aproximação das distribuições <i>a posteriori</i> através de distribuições aproximadas mais simples. A popular aproximação do campo médio atribui uma distribuição variacional aproximada a cada parâmetro de forma independente. A descida do gradiente é então utilizada para otimizar os parâmetros variacionais de modo a minimizar uma função de perda conhecida como limite inferior da prova.

Fonte: Adaptado de SCHOOT *et al.* (2021).

O método MCMC tem uma abordagem padrão Bayesiana e gera amostras dependentes, com propriedades Markovianas e igualmente distribuídas. Sua aplicação tem sido frequente em simulações de fenômenos ambientais e, para isso, sua cadeia deve ser ergódica (devendo, para tanto, ser irredutível, aperiódica e recorrente) (FERNANDES & SILVA, 2017).

No uso do método MCMC, a utilização de distribuições Gaussianas com média zero e variância constante é algo frequentemente adotado para descrever os resíduos e as distribuições *a priori*. Entretanto, a dificuldade relacionada à estimativa da variância e às más escolhas da distribuição *a priori* pode não gerar resultados coerentes, dificultando a convergência do modelo e comprometendo o seu desempenho e a análise das incertezas (SHI *et al.*, 2023). Nesse sentido, o trabalho de Shi *et al.* (2023) é um exemplo de investigação da importância da adequada definição da variância para melhoria do desempenho da estimativa da incerteza. Pela comparação dos métodos MCMC e GLUE, os resultados apontaram que o MCMC tem um bom desempenho (a métrica estatística do NSE é usada para análise do desempenho) na geração de distribuições *a posteriori* dos parâmetros do modelo e de descargas, além de gerar intervalos de confiança estreitos e simétricos. Ao se tratar do desvio padrão dos dados observados, é verificada uma relação direta entre a estabilidade do valor do desvio e o comprimento dos dados. A faixa de valores do desvio padrão tende a diminuir à medida que o tamanho da amostra aumenta, entretanto os valores medianos são quase os mesmos, independentemente do tamanho da amostra. Por fim, é recomendada uma amostragem de aproximadamente 1.000 valores de desvio padrão e o uso da mediana.

3.1.4 Qualidade da incerteza

De acordo com a técnica de amostragem MCMC, uma simulação adequada ocorre quando as cadeias convergem para uma distribuição estacionária, esperada para uma distribuição alvo, ou seja, quando as cadeias se misturam no espaço paramétrico, amostrando por um período suficientemente longo, em torno de algum valor médio fixo. Nesse sentido, a trajetória das cadeias exhibe autocorrelação em que o estado atual depende do estado anterior (VRUGT, 2016).

A execução de várias cadeias é uma tentativa de se obter convergência, de forma que a distribuição obtida seja similar entre as cadeias. A partir das amostragens MCMC,

por algum software utilizado — a exemplo do Stan (CARPENTER *et al.*, 2017), e do PyMC3 (SALVATIER, WIECKI e FONNESBECK, 2016) —, é aferida a convergência. A estatística mais largamente utilizada para isso é o fator de redução de escala potencial $\hat{R}$, que representa o desvio padrão de uma quantidade escalar de interesse considerando todas as cadeias juntas, dividido pela raiz quadrada média dos desvios padrões de cada cadeia separada. Discussões acerca de métodos de convergência e suas melhorias de diagnósticos são abordadas em trabalhos como o de Vehtari *et al.* (2021).

A qualidade da modelagem pode ser avaliada também a partir da análise do comportamento estatístico dos resíduos, a fim de confirmar as premissas que geralmente embasam a prescrição de funções de verossimilhanças formais, como a homoscedasticidade, a aderência do modelo de distribuição teórico e a correlação serial dos resíduos (FERNANDES & SILVA, 2017; PINHEIRO; NAGHETTINI e PALMIER, 2019; SHI *et al.*, 2023).

Após simuladas as amostras das variáveis de interesse, a avaliação da estimativa da incerteza pode ser realizada por métodos como o estabelecimento de intervalos de incerteza com porcentagens específicas ou por meio de métricas de desempenho, que avaliam a precisão da previsão de valores, isso é, avaliam o desvio entre as previsões e as observações (GUDE, CORNS e LONG, 2020).

3.2 Análise de incertezas na curva-chave

A curva-chave é um importante meio para estimar vazões em uma seção fluvial. Entretanto a compreensão limitada dos processos e dinâmicas ambientais incorpora incertezas na modelagem (SAMADI, TUFFORD e CARBONE, 2017). Inúmeros esforços já foram desenvolvidos para quantificar e compreender as incertezas na modelagem da curva-chave e suas conclusões demonstraram que ignorar essas incertezas pode causar erros nas previsões hidrológicas, na gestão de recursos hídricos e em tomadas de decisão (MCMILLAN, WESTERBERG e KRUEGER, 2018). Na Figura 3.6 e na Figura 3.7 são apresentadas fontes de incerteza da modelagem hidrológica, que também, por analogia, podem ser assumidas no contexto de incertezas da curva-chave. As fontes contemplam incertezas nos dados de entrada, nos parâmetros do modelo de calibração e aquelas relacionadas à estrutura do modelo.

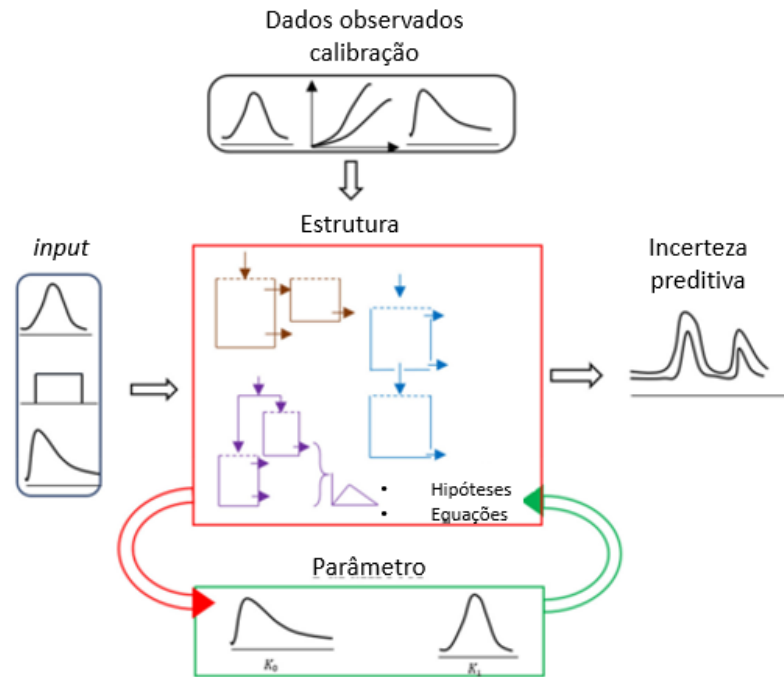


Figura 3.6 - Fontes de incerteza da modelagem hidrológica

Fonte: Adaptado de Moges *et al.* (2021).

Com a finalidade de ilustrar a relevância das incertezas dos dados em modelagens hidrológicas, McMillan *et al.* (2018) representaram as principais fontes de incertezas através de cores (gravidade) e coeficiente de variação, para todos os tipos de dados.

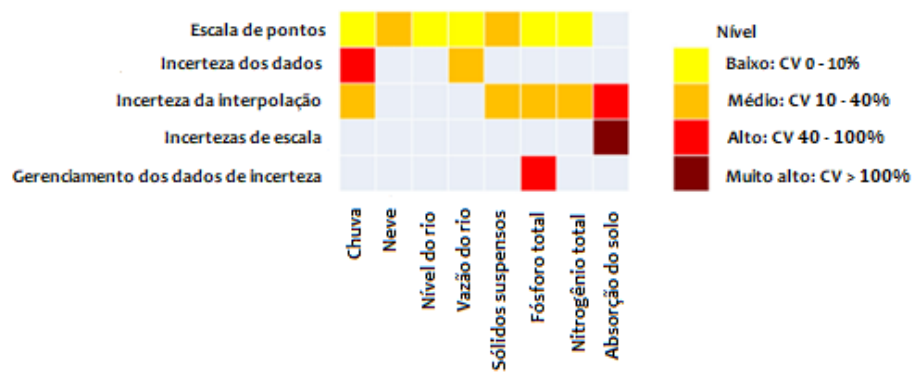


Figura 3.7 - Classificação de fontes de incertezas de modelos hidrológicos segundo critérios de gravidade e magnitude quantificadas pelo coeficiente de variação

Fonte: Adaptado de McMillan *et al.* (2018).

Todas essas incertezas levam à equifinalidade, ou seja, representações de modelos diferentes que podem produzir resultados igualmente adequados. As incertezas paramétricas e estruturais têm sido frequentemente exploradas na literatura, diferente

das incertezas relativas aos dados de entrada, que, embora reconhecidas, são menos estudadas. A escolha cuidadosa da estrutura do modelo pode contribuir para minimizar os efeitos decorrentes das incertezas dos dados de entrada (MCMILLAN, WESTERBERG e KRUEGER, 2018). Sikorska & Renard (2017) e Vrugt *et al.* (2009) consideram que a incerteza dos dados de entrada é uma das principais fontes de incerteza nos modelos hidrológicos. Talvez por esse motivo menos importância se tem dado as incertezas dos parâmetros de saída, que geralmente são assumidas como pequenas e muitas vezes desconsideradas nas análises (MOGES *et al.*, 2021).

Os dados de vazão são essenciais para os estudos hidráulicos e hidrológicos. Sua incerteza provém diretamente da incerteza decorrente da curva-chave, ou métodos como análise de frequência e medições *in loco*. O entendimento das causas, das características das incertezas e os melhores métodos para estimá-las é, portanto, fundamental (KIANG *et al.*, 2018). Em estudos de inundação, as estimativas incertas de vazões podem resultar em importantes incertezas em manchas de inundações. O conhecimento das incertezas associadas às vazões é importante para gestores, sejam eles de recursos hídricos ou de risco, e, em especial, a tomadores de decisão (MCMILLAN & BRASINGTON, 2008). A estimativa da vazão é influenciada por diferentes erros, inclusive erros de interpolação e extrapolação das curvas-chave, histerese e mudanças nas condições locais (MOGES *et al.*, 2021).

As incertezas nos dados de descarga são aleatórias, quando se relacionam com a medição da vazão para uma dada cota, e epistêmicas, quando se trata do modelo. Estudos apontam que os erros epistêmicos podem ter maiores influências na estimativa de descarga do que os erros aleatórios provenientes das medições do nível d'água (LANG *et al.*, 2010; DI BALDASSARRE, 2012; STEINBAKK *et al.*, 2016).

Inúmeras fontes de incertezas afetam o desenvolvimento das curvas-chave, podendo-se citar: (i) erros de medição de cota; (ii) estimativas imprecisas dos valores da vazão, por conta de relações inadequadas entre cota-vazão, em especial nas porções de extrapolação da curva, em que há dificuldade de medição; e (iii) processos físicos que podem incorporar erros, como escoamento não-permanente, efeitos de remansos, alteração da seção hidráulica do canal por transporte de sedimentos, erosão e presença de vegetação (KIANG *et al.*, 2018).

A dificuldade de medir diretamente a vazão do rio durante eventos de cheias é uma das principais razões pelas quais são introduzidas incertezas nessa etapa, em razão de restrições práticas relacionadas à alta velocidade de escoamento, ao perigo que a equipe se sujeita, aos equipamentos utilizados, a restrições econômicas e às dificuldades operacionais no momento do evento (LANG *et al.*, 2010). Incertezas geralmente ignoradas na construção da curva-chave são citadas por Kastali *et al.* (2021) em decorrência da mudança da forma das seções transversais, da quantidade de sedimentos transportados e da falta de medidas para altas vazões.

Le Coz (2012) descreveram os erros relacionados ao estabelecimento dos pares cota-vazão em: (i) erros de medição (erros instrumentais e humanos); (ii) erros de integração no tempo decorrente da não estacionariedade do escoamento durante a medição; e (iii) erros sistemáticos, que ocorrem quando as condições hidráulicas se desviam do regime de referência. Os erros de medição geralmente são assumidos entre 3 e 6%, mas podem aumentar para aproximadamente 20% em más condições de medição. Ao relacionar os erros de medição com a vazão, pode-se estimar uma taxa de 5-20% da descarga medida (LE COZ, 2012; LE COZ *et al.*, 2014; SIKORSKA & RENARD, 2017). Westerberg *et al.* (2020) citam exemplos de valores de erros utilizados como referência em seu trabalho, sendo $\pm 4\%$ para medidores de corrente, $\pm 15\%$ para medições com flutuadores, e $\pm 6\%$ para uso de ADCP (*Acoustic Doppler Current Profiler*) e diluição de sal.

Como citado, a extrapolação da curva-chave é uma importante fonte de incertezas. Tanto na parte de cima, quanto na parte de baixo da curva, há uma maior dificuldade de extrapolar por conta da limitação/ausência de dados para calibração e controles hidráulicos instáveis (LANG *et al.*, 2010; KIANG *et al.*, 2018), o que pode causar estimativas enviesadas de vazão e introduzir erros sistemáticos de grande magnitude (GARCIA *et al.*, 2020). Métodos empíricos de extrapolação (RANTZ *et al.*, 1982) são aceitáveis e frequentemente utilizados na literatura. Estudos, como o de Léonard *et al.* (2000) e de Petersen-øverleir (2006), usaram equações hidráulicas de controles críticos e de canal como informações para extrapolação (LANG *et al.*, 2010). Caso realizada inadequadamente, a extrapolação pode ser responsável por incorporar incertezas que podem provocar erros maiores que 100%, resultando em grandes intervalos de credibilidade (LANG *et al.*, 2010; LE COZ, 2012; LE COZ *et al.*, 2014; GARCIA *et al.*, 2020).

Em termos práticos, uma curva-chave pode ser aproximada por uma função de potência e sua configuração depende fortemente das condições hidráulicas predominantes (LE COZ, 2012; PETERSEN-ØVERLEIR & REITAN, 2009; LE COZ *et al.*, 2014). O modelo de curva-chave é representado pela Equação 3-3:

$$Q(h) = \begin{cases} 0 & \text{se } h \leq h_0 \\ a(h - h_0)^c & \text{se } h > h_0 \end{cases} \quad (3-3)$$

em que:

Q é a vazão (m^3/s);

h é o nível da água (m);

h_0 é o nível da água para vazão nula;

a é uma constante; e

c é um expoente que varia em função de condições de controle hidráulico. Em situações de escoamento uniforme, o expoente c da função potência pode ser aproximado a fórmulas hidráulicas, com valores típicos teóricos iguais a 5/3 para um controle de canal largo, uniforme e retangular, decorrente da equação de Manning-Strickler, 3/2 para vertedores retangulares e 5/2 para vertedores triangulares.

A depender da vazão, as curvas-chave podem ser influenciadas por diferentes controles hidráulicos (Figura 3.8). Caso o controle de canal ocorra, o escoamento é regido principalmente pela geometria do canal e rugosidade ao longo do trecho. Em casos de escoamento não uniforme, condições de contorno de jusante podem atuar e efeitos de remansos devem ser considerados. Para controles críticos, o escoamento é condicionado pela ocorrência de profundidade crítica, verificada na passagem de um escoamento subcrítico para supercrítico, como na crista de vertedores (LE COZ, 2012).

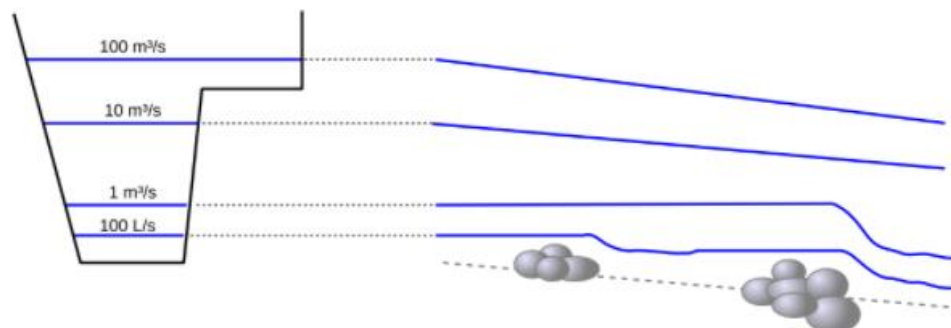


Figura 3.8 - Representação da transição do controle crítico (baixas vazões) para o controle de canal (vazões maiores) em uma seção transversal

Fonte: Adaptado de Le Coz *et al.* (2014)

Trabalhos pioneiros para a estimação de incertezas em curvas-chave contemplam os de Dicknson (1967) e Venetis (1970), fundamentados na regressão não linear de uma função potência com um único segmento. Nos anos seguintes, mais pesquisas se dedicaram a investigar os efeitos das incertezas associadas à curva-chave. Dentre as mais recentes, podem ser citadas Reitan & Petersen-Øverleir (2009); Lang *et al.* (2010); Di Baldassarre *et al.* (2012); McMillan *et al.* (2012); Sikorska & Renard (2017); Juston, Jansson e Gustafsson (2014); Shao *et al.* (2014); Tomkins (2014); Coxon *et al.* (2015); McMillan & Westerberg (2015); Osorio & Reis Jr. (2016); Kiang *et al.* (2018); Westerberg *et al.* (2020) e Moges *et al.* (2021). Apesar de todos utilizarem técnicas de análise de incerteza, os métodos diferem no tratamento da variabilidade da incerteza e nas suposições adotadas para quantificar os diferentes tipos de incertezas (WESTERBERG *et al.*, 2020).

Os métodos Bayesianos têm sido utilizados para estimar intervalos de incerteza e distribuições preditivas para as estimativas de vazão (MOYEED & CLARKE, 2005; RENARD *et al.*, 2010; REITAN & PETERSEN-OVERLEIR, 2009; MCMILLAN *et al.*, 2010; LE COZ *et al.*, 2014; STEINBAKK *et al.*, 2016; GARCIA *et al.*, 2020, KASTALI *et al.*, 2021, QIU *et al.*, 2021 e VIEIRA *et al.*, 2022). Muitos dos trabalhos assumiam premissas de que as mudanças no regime hidráulico de referência eram insignificantes. Tal cenário mudou em 2011, com o trabalho de Reitan & Petersen-Øverleir (2011), que analisaram relações cota-descarga não estacionárias.

A partir do estudo desenvolvido e de uma compilação retrospectiva sobre os avanços e os desafios da avaliação de incertezas de curvas-chave, Mansanarez *et al.* (2019) defenderam a importância da incorporação do conhecimento hidráulico na modelagem das curvas-chave, pois podem contribuir para o estabelecimento de relações cota-descarga mais confiáveis na parte de extrapolação da curva-chave e ainda com a representação de fenômenos como a histerese.

Os métodos Bayesianos encontraram vasta aplicação e uso por sua capacidade em lidar de forma coerente com os parâmetros e incertezas do modelo (VRUGT, 2016). Nessa perspectiva, Le Coz *et al.* (2014), Steinbakk *et al.* (2016), Vrugt (2016), Mansanarez *et al.* (2019), Garcia *et al.* (2020) e Kastali *et al.* (2021) citaram a contribuição do uso de modelos Bayesianos na estimativa de incertezas de curvas-chave, em virtude da atualização dos parâmetros a partir de conhecimento prévio do

fenômeno em questão, preservando o realismo físico e fornecendo estimativas mais rigorosas de incertezas associadas.

No estudo de curvas-chave, a aplicação da inferência Bayesiana e a integração via cadeias de Markov (*Markov Chain Monte Carlo* – MCMC) contribuíram para a análise de incertezas e apresentaram vantagens importantes, dentre elas: (i) a incorporação do conhecimento hidráulico em distribuições *a priori* dos parâmetros nas funções utilizadas a qual permite a inserção de informações prévias acerca da natureza da relação cota-descarga; (ii) a possibilidade de derivar uma função de verossimilhança que traduza as incertezas oriundas das observações dos dados; e (iii) a análise de incerteza pode ser realizada utilizando limites de incertezas a partir das distribuições *a posteriori* (MOYEED & CLARKE, 2005; LE COZ, 2012).

Le Coz *et al.* (2014) propuseram o BaRatin, um método Bayesiano que contribui para a estimativa de incertezas da curva-chave. O método constrói uma função de verossimilhança condicional a partir de dados de cotas e vazões medidas, e se baseia no conhecimento sobre controles hidráulicos para definir distribuições *a priori* informativas para os parâmetros do modelo. Além disso, o BaRatin possibilita a decomposição das incertezas estruturais, paramétricas, de medição e preditivas, por meio da aplicação de um modelo de erro formal (GARCIA *et al.*, 2020).

No BaRatin são assumidas algumas premissas com base em condições de referência teóricas para o escoamento e utilizadas como informações da média *a priori*, tal como mostrado na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Valores médios para as distribuições *a priori* dos parâmetros da curva chave (*a, b, c*)

Tipo de controle	Premissa	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Canal	Seção retangular larga, escoamento constante e uniforme	$K_s B \sqrt{S_e}$	Média do nível do leito	5/3
Crítico (retangular)	Largura média da seção perpendicular ao escoamento, sem remanso	$C_r B_r \sqrt{2g}$	Nível da crista	3/2
Crítico (triangular)	Largura média da seção perpendicular ao escoamento, sem remanso	$C_t \tan \alpha \sqrt{2g}$	Nível do vértice inferior	5/2
Crítico (orifício)	Largura média da seção perpendicular ao escoamento, sem remanso	$C_o A_o \sqrt{2g}$	Nível do centro do orifício	1/2

Fonte: Adaptado de LE COZ *et al.* (2014)

em que:

K_s é o inverso do valor referente ao coeficiente de Manning;

B é a largura média da seção;

B_r é a largura perpendicular ao escoamento;

S_e é a declividade da superfície da água;

C_r é o coeficiente de descarga para uma seção retangular;

C_t é o coeficiente de descarga para uma seção triangular;

C_o é o coeficiente de descarga para a seção de um orifício;

g é a aceleração da gravidade, igual a $9,81 \text{ m/s}^2$;

A_o é a área do orifício;

β é o ângulo médio do triângulo.

No estudo, Le Coz *et al.* (2014) aplicaram o BaRatin em três estações hidrométricas em que havia disponibilidade de dados, com diferentes condições de escoamento e conhecidas as condições de controle. Todas as estações estão localizadas na França, sendo elas pertencentes ao rio Ardèche, em Sauze, ao rio Charbonnières, em Charbonnières-les-Bains, e ao rio Sarre, em Sarrebourg.

Os resultados da modelagem com a aplicação do BaRatin demonstraram versatilidade e confiabilidade do método, para uma correta identificação dos controles hidráulicos. Para os estudos de caso analisados, as medições foram bem representadas pelas incertezas e os dados tiveram boa aderência aos resultados obtidos. Além disso, os autores observaram que a definição de distribuições *a priori* mais precisas para o expoente c da curva-chave reduzem a variação dos resultados diante de diferentes valores de incerteza de medição adotada. Nesse sentido, é ressaltada a importância de especificação de distribuições *a priori* adequadas para c , pois, caso contrário, parâmetros sem coerência podem ser calculados pelo BaRatin.

Em situações em que há a escassez de dados medidos, Le Coz *et al.* (2014) recomendam a definição de distribuições *a priori* mais precisas. Embora o uso de distribuições *a priori* pouco informativas tenha contribuído para o aumento da incerteza e desvio da curva-chave — em especial para baixas vazões —, pode-se afirmar que, caso fossem utilizadas distribuições *a priori* precisas, os valores dos parâmetros *a posteriori* ainda seriam consistentes.

O modelo de erro proposto negligencia o erro para as cotas e assume que o erro para as vazões segue uma distribuição Gaussiana com média zero e desvio padrão conhecido. Entretanto, é reconhecido que os impactos dos erros com relação às cotas se tornam maiores em casos da identificação inadequada de controles hidráulicos e

que as incertezas das vazões dependem das cotas. Em vista disso, são apontadas algumas possíveis consequências que a negligência dos erros para as cotas pode causar, tais como a introdução de viés nos parâmetros da curva-chave e o surgimento de efeitos compensatórios que podem ser criados a partir do termo de erro remanescente (LE COZ *et al.*, 2014).

Por fim, uma das limitações apontadas do BaRatin, segundo Le Coz *et al.* (2014), é a suposição de estacionariedade da relação cota-vazão. Para casos de não estacionariedade, devem ser incorporados parâmetros que traduzam a variação no tempo da relação cota-vazão e que aborde a não estacionariedade dos controles hidráulicos.

Outras aplicações relacionadas à avaliação e à quantificação de incertezas da curva-chave foram desenvolvidas com auxílio do BaRatin por autores como Osorio & Reis (2016), Ocio *et al.* (2017), Kiang *et al.* (2018); Garcia *et al.* (2020) e Kastali *et al.* (2021). Porém, o estudo mais recente encontrado e que mais se aproxima do objetivo desta tese é o de Kastali *et al.* (2021). Os autores aplicaram o BaRatin para quantificar os efeitos que as incertezas da curva-chave, multissegmentada, causam no mapeamento do rio. Para isso, foram utilizados dados da estação hidrométrica Allala, da cidade de Vieux-Tén`es, na Argélia. O trabalho em questão, entretanto, se limita a propagar as incertezas da curva-chave e estimar áreas inundadas; não foi avaliado o comportamento dos resíduos da modelagem e não foi considerada nenhuma influência das incertezas decorrentes da variabilidade do coeficiente de rugosidade de Manning na modelagem hidrodinâmica e manchas de inundações, o que constitui alguns dos objetos da presente pesquisa.

O estudo mais recente encontrado que realiza esse tipo de abordagem foi o de Westerberg *et al.* (2022), aplicado em trechos de rios na Suécia. Nele, a estimativa de incertezas da curva-chave é realizada com auxílio do método chamado de RUHM – *Rating curve Uncertainty estimation using Hydraulic Modelling*. O RUHM combina a modelagem hidráulica unidimensional e a abordagem Bayesiana para incorporar informações relativas ao conhecimento hidráulico do canal e dos dados medidos para calibração. Como etapa metodológica, foi realizada uma análise comparativa entre a curva-chave estabelecida pelo RUHM e aquela obtida pelo método da lei de potência com auxílio do BaRatin, em rios suecos. Seus resultados apontaram para a modelagem de curvas-chave com menos incertezas para poucas medições, em

vazões mais baixas e médias, a partir do RUHM, em comparação com o BaRatin. Esse é um resultado importante, uma vez que as vazões baixas e médias são mais recorrentes que as vazões mais altas. Para uma maior quantidade de dados medidos, a incerteza obtida pelo RUHM e pelo BaRatin foram semelhantes.

A incerteza da curva-chave, modelada hidraulicamente por Westerberg *et al.* (2022), é realizada com auxílio da inferência Bayesiana pelo RUHM. O RUHM foi inicialmente apresentado por Mansanarez *et al.* (2019), a partir de um estudo que tem como premissa a consideração do erro associado à vazão, sendo negligenciado o erro das cotas, de acordo com a Equação 3-4. O erro de medição ($\pm 5\%$) adotado pelo ADCP foi consultado pela literatura.

$$\begin{cases} \tilde{h}_i = h_i \\ \tilde{Q}_i = Q_i + \varepsilon_{Q,i} \text{ com } \varepsilon_{Q,i} \sim N(0, u_{Q,i}) \end{cases} \quad (3-4)$$

em que:

$(\tilde{h}_i, \tilde{Q}_i)_{i=1,N}$ são medidas estimadas de cotas e vazões, respectivamente, para os reais valores de $(h_i, Q_i)_{i=1,N}$;

$\varepsilon_Q = (\varepsilon_{Q,1}, \dots, \varepsilon_{Q,N})$ é o vetor de erros das vazões. É assumido que o vetor é independente, com desvio padrão conhecido igual a $u_{Q,i}$.

A função de verossimilhança do modelo $L(\tilde{Q}|\theta, h)$, que expressa a probabilidade dos dados observados, dado o modelo hidráulico e seus parâmetros (altura de rugosidade e dois valores de inclinação da superfície da água, representados pelo vetor $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$), é uma função de densidade de probabilidade Gaussiana. A incerteza da distribuição *a priori* do parâmetro de rugosidade foi representada como uma distribuição uniforme, com valores dentro do intervalo de granulometria do material constituinte da área. As distribuições *a priori* referentes às inclinações das superfícies da água foram definidas como normais, com valores de medições coletadas em campo e erro de medição igual a $\pm 0,023$ m. As amostras da distribuição *a posteriori* foram determinadas por meio da aplicação do MCMC, com convergência das cadeias verificadas para o critério de hidrogramas a partir do conjunto das distribuições *a posteriori* da curva-chave e das cotas correspondentes ao evento de cheia.

3.3 Análise de incertezas na modelagem hidrodinâmica

A modelagem hidrodinâmica de um curso d'água é uma importante tarefa na gestão do risco de inundações, visto que ela permite conhecer seu comportamento e pode auxiliar a elaboração de mapas de inundações, além de contribuir para a tomada de decisões relativas às ações de prevenção e emergência. Os modelos hidrodinâmicos são basicamente modelos matemáticos com base física que simulam uma gama de situações de escoamento (JAHANDIDEH-TEHRANI *et al.*, 2020). Tais processos podem ser descritos pela lei de conservação de massa e pela equação de conservação da quantidade de movimento (ou segunda lei de Newton), que juntas levam às equações de Saint-Venant.

As equações que modelam o escoamento em superfície livre em canais podem assumir diferentes formas em função das simplificações adotadas. Neste trabalho, foram utilizadas as equações de Saint-Venant unidimensionais, em razão do tempo de cálculo requeridas por simulações bidimensionais e da simplicidade de uso. As equações unidimensionais de Saint-Venant representam o princípio de conservação de massa e a segunda lei de Newton para condição de escoamento incompressível, de distribuição hidrostática de pressões e de distribuição uniforme de velocidades nas seções transversais (CHAUDHRY, 2008). Exemplos de aplicações dessas ferramentas no mapeamento de inundações são vistos em Ribeiro, Batista e Coutinho (2016), Haltas *et al.* (2016) e Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019). A equação da continuidade e a equação dinâmica para o escoamento gradualmente variado, deduzidas para um volume de controle infinitesimal, são apresentadas a seguir:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} + q' = 0 \quad (3-5)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\beta Q^2/A)}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - S_0 + S_f + S_e \right) - \beta Q V_x + W_f B = 0 \quad (3-6)$$

nas quais as seguintes variáveis podem ser quantificadas para uma seção transversal, dado um volume de controle:

A é a área ocupada pela água;

Q é a vazão;

q' é a contribuição lateral;

V é o volume de controle;

V_x é a velocidade na direção do eixo x ;

S_0 é a declividade do canal;

g é a aceleração devido à gravidade;

B é a largura do canal na superfície;

W_f é o efeito de resistência do vento;
 S_f é declividade da linha de energia;
 β é o coeficiente de Boussinesq;
 x e y são posições do eixo ao longo do canal; e
 t é o tempo.

A resolução dessas equações é um dos critérios utilizado por Nkwunonwo, Whitworth e Baily (2020) para classificar as modelagens de inundação. Para eles, a modelagem pode ser classificada de acordo com a extensão espacial, a dimensionalidade e a complexidade matemática. Nkwunonwo, Whitworth e Baily (2020) apresentaram uma revisão de ferramentas capazes de realizar modelagens de inundações disponíveis na literatura. Entre elas estão o HEC-RAS (*Army Corps of Engineers*), o MIKE-Flood (DHI), o TELEMAC (*Électricité de France*) e o FLO-2D (Jimmy S. O'Brien). Para a propagação das ondas de cheias deste estudo, o HEC-RAS, em sua versão 5.0.7, foi utilizado. Mais informações sobre essa ferramenta serão apresentadas na metodologia.

A modelagem hidráulica 1-D (unidimensional) geralmente é usada para obter resultados de profundidades e velocidades de escoamento na área de interesse, a partir de um baixo custo computacional. Contudo, não é recomendado para simular com precisão inundações, por conta do complexo comportamento do escoamento nas planícies de inundação. Para esses casos, o modelo 2-D consegue representar melhor o fenômeno físico. As desvantagens de uso associadas aos modelos hidráulicos 2-D se relacionam principalmente à maior quantidade e qualidade dos dados de entrada, como topografia e coeficientes de rugosidade mais detalhados (NGO *et al.*, 2023). Na Figura 3.9 são apresentadas esquematicamente diferentes técnicas de modelagem de inundações.

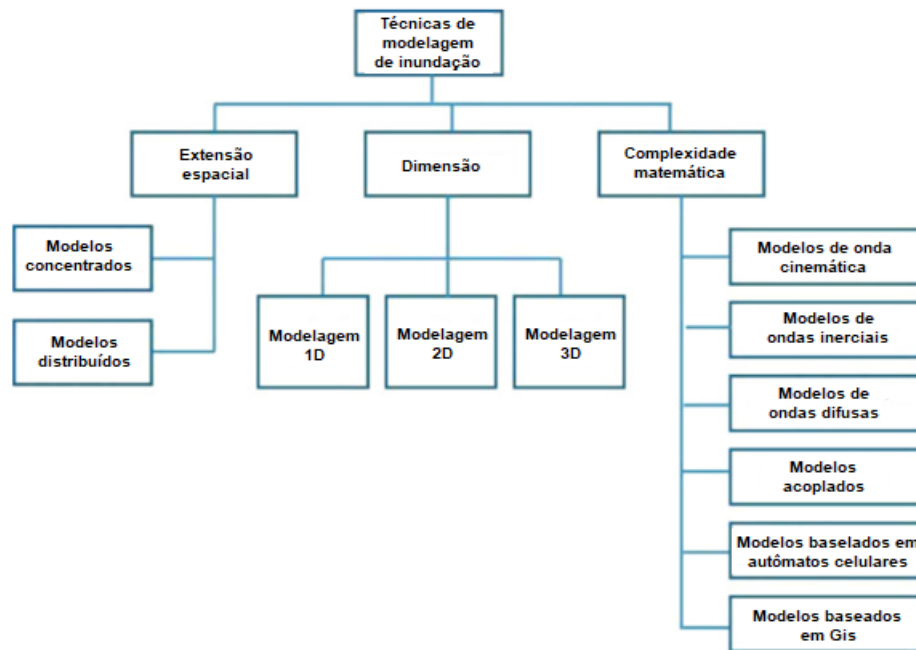


Figura 3.9 - Representação esquemática de métodos para modelagem hidrodinâmica.

Fonte: Adaptado de Nkwunonwo, Whitworth e Baily (2020)

Na modelagem hidrodinâmica, as incertezas se referem a diferentes aspectos, sendo os principais: (i) estimativa da vazão de pico ou hidrograma de inundação; (ii) dados topográficos e batimétricos; (iii) escala do modelo, e (iv) própria modelagem, i.e., aos parâmetros do modelo, como o coeficiente de rugosidade, o número de dimensões consideradas, a representação da geometria, o método numérico adotado para resolver as equações de fluxo hidrodinâmico, a malha ou grade de discretização, e as condições de contorno (PAPPENBERGER & BEVEN, 2006; PINHEIRO, NAGHETTINI e PALMIER, 2019). Eliminar essas incertezas é uma tarefa impossível, em razão de restrições associadas a recursos financeiros, tempo, tecnologia e conhecimento limitado do processo de inundações (ZAHMATKESH, HAN e COULIBALY, 2021). Warmink *et al.* (2010) reforçaram a importância de se avaliar as incertezas associadas ao coeficiente de rugosidade e condições de contorno, uma vez que, quando negligenciadas, podem resultar em diferenças consideráveis com a realidade.

As soluções das equações derivadas da dinâmica dos fluidos não são tão bem resolvidas no espaço e no tempo, por conta do alto esforço computacional demandado (a aplicação em grandes áreas ainda torna o processo mais difícil). Na prática, geralmente é adotado um limite inferior a 10 m de resolução. Para áreas urbanas geralmente são indicadas resoluções entre 1 e 5 m (por conta das estruturas urbanas que podem influenciar o escoamento) (CHAUDHRY *et al.*, 2022). Considerando essas

dificuldades, Chaudhry *et al.* (2022) realizaram simulações utilizando modelos de aprendizado de máquina (*machine learning model*), ferramenta capaz de realizar simulações mais rápidas em grandes escalas.

Os modelos de aprendizado de máquina, implementados por Chaudhry *et al.* (2022), apresentam abordagem probabilística com base em redes neurais. Um importante diferencial do trabalho é a implementação de um modelo de aprendizado profundo nomeado como *Deep Flood*, capaz de quantificar incertezas (aleatórias e epistêmicas) relacionadas às profundidades de escoamento; sua abordagem se aproxima a marginalização Bayesiana (Figura 3.10). De acordo com os autores, a estimativa de incertezas é uma importante vantagem do *Deep Flood*, uma vez que os modelos de aprendizado de máquina anteriormente divulgados não eram capazes de fornecer essas estimativas.

A maioria das pesquisas na área de estimativas de incertezas de inundações ainda se baseiam no formalismo Bayesiano. Devido à complexidade de cálculo do método Bayesiano, geralmente os cálculos são realizados por meio de aproximações numéricas, como a técnica MCMC e a aproximação de Laplace. A aplicação do MCMC é limitada por conta da incapacidade computacional de armazenar milhares de amostras geradas dos parâmetros a cada vez. Em contraste com o MCMC, uma alternativa a essa dificuldade é a inferência variacional, um método Bayesiano que aproxima a distribuição *a posteriori* por uma distribuição variacional tratável, indexada por um parâmetro variacional (CHAUDHRY *et al.*, 2022). Mais informações sobre a inferência variacional são apresentadas por Shen, Chen e Deng (2021).

O método proposto foi validado em bacias hidrográficas de Portugal (Coimbra) e da Suíça (Zurique e Lucerne). A incerteza epistêmica foi modelada aplicando pesos às distribuições *a priori* (as distribuições *a priori* e de verossimilhança foram tratadas como Laplacianas). A incerteza aleatória foi subcategorizada em incerteza com variância homocedástica e heterocedástica, variando-as de acordo com o seu comportamento frente aos *inputs*. Por fim, a incerteza preditiva total foi estimada combinando a incerteza epistêmica e a incerteza aleatória, tratada como uma mistura uniformemente ponderada de distribuições Laplacianas. A partir dos resultados obtidos foram construídos mapas de inundação de profundidade de escoamento com resolução de 1 m (Figura 3.11).

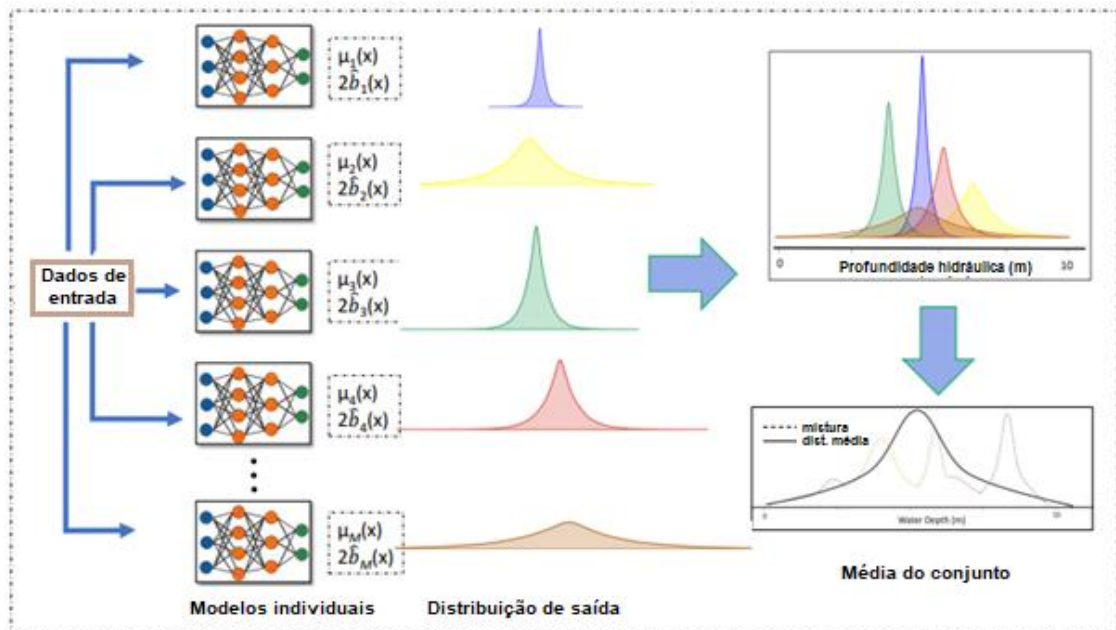


Figura 3.10 - Representação do método *Deep Flood*. Os dados de entrada (informações de terreno e chuva) alimentam o modelo de aprendizado. Os modelos são iguais, mas treinados independentemente a partir de diferentes pesos iniciais aleatórios. Cada modelo produz uma profundidade máxima de água por pixel (μ) e um parâmetro de escala ($2b$). Por fim, há uma combinação das saídas para estimativa da profundidade final da água e incerteza preditiva. Fonte: Adaptado de Chaudhary *et al.* (2022).

Os resíduos da etapa de regressão foram verificados, assim como calculadas métricas de desempenho dos modelos. Os resultados da pesquisa apontaram que o modelo *Deep Flood* obteve resultados considerados precisos, mas com uma largura de incerteza de até 1,5 m. Além disso, foi um dos primeiros trabalhos a apresentar mapas de inundação calculados em alta resolução espacial e com estimativas de incertezas bem calibradas (CHAUDHARY *et al.*, 2022).

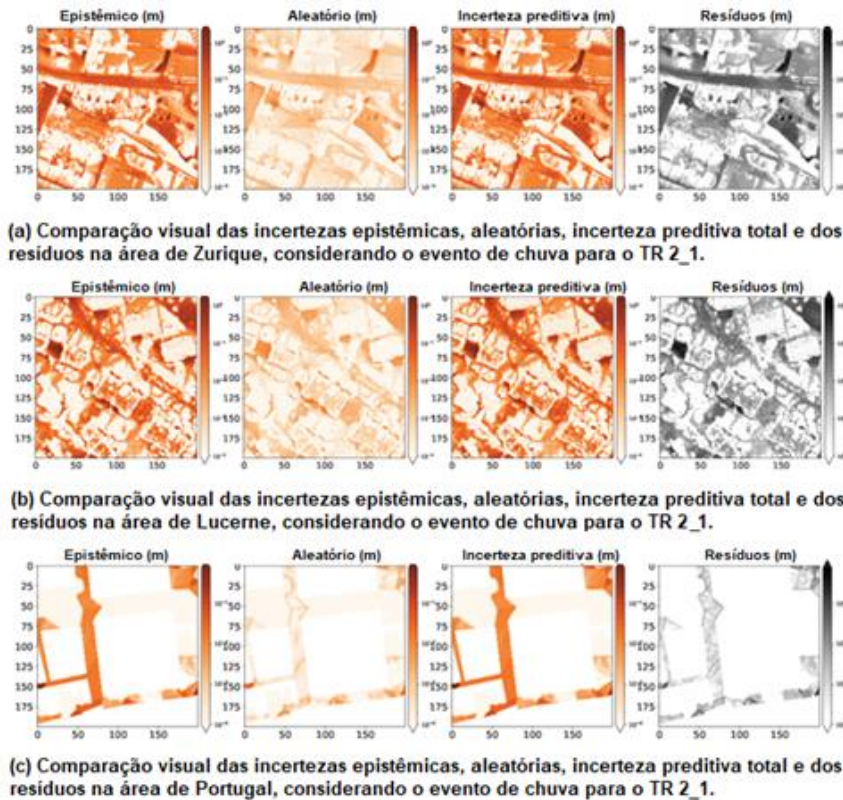


Figura 3.11 - Representação dos resultados das incertezas epistêmicas, aleatórias, preditivas e erros residuais, em MDEs de áreas específicas das bacias hidrográficas de Zurique (Suíça), Lucerne (Suíça) e Coimbra (Portugal), para o tempo de recorrência de 2 anos.

Fonte: Adaptado de Chaudhary *et al.* (2022).

Conforme descrito por Camacho *et al.* (2015) e Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019), o coeficiente de rugosidade de Manning merece atenção especial na modelagem hidrodinâmica e análise de incerteza por dois motivos. O primeiro decorre do fato de tal grandeza ser o principal parâmetro utilizado em modelos de escoamento livre uniforme e gradualmente variado, e o segundo por serem encontrados diversos valores na literatura relativos à sua quantificação. Em decorrência desse fato, tal coeficiente foi amplamente selecionado como parâmetro de calibração (JAHANDIDEH-TEHRANI *et al.*, 2020).

Podem ser citadas incertezas associadas ao coeficiente de rugosidade de Manning decorrentes do caráter subjetivo de sua definição, geralmente atribuído: (i) à experiência de especialistas; (ii) à gama de métodos existentes na literatura para a ponderação da rugosidade global, como o método de Cowan, e (iii) à variabilidade sazonal do uso e ocupação do solo (DOMENEGHETTI, CASTELLARIN e BRATH, 2012; PINHEIRO, NAGHETTINI e PALMIER, 2019). Exemplos de estudos que avaliaram as incertezas do coeficiente de rugosidade de Manning na modelagem hidráulica são Bessar, Matte e Ancil (2020) e Sharma & Regonda (2021).

Bessar, Matte e Anctil (2020) desenvolveram um modelo hidráulico unidimensional que permite a calibração dos coeficientes de rugosidade de Manning em função da vazão do rio, a partir de simulações determinísticas. Foi desenvolvida uma análise de incerteza com foco nas vazões (montante e lateral) e no coeficiente de rugosidade de Manning calibrado. A amostragem de parâmetros foi realizada pelo método hipercubo latino ou *Latin Hypercube Sampling*. As amostras permitiram a caracterização dos erros nas variáveis de interesse (vazão e profundidade de escoamento). Os resultados, avaliados por métricas de desempenho, mostraram que a calibração reduziu consideravelmente os erros do modelo e a análise de incerteza proporcionou melhorias na precisão da simulação numérica.

Uma outra análise de incerteza por meio de simulação determinística foi realizada por Sharma & Regonda (2021), só que neste caso foi utilizado um modelo bidimensional. Diversos cenários foram simulados com o auxílio do HEC-RAS, considerando variações de MDE, de coeficientes de rugosidade de Manning e de condições de contorno, para refletir fontes de incertezas. As análises de incertezas relacionadas ao MDE apontaram que o SRTM – 30 m resultou em maiores erros que o MERIT – 90 m. Quando comparados os dois MDEs, em 99,8 % das células da malha do modelo, os erros referentes às elevações da superfície da água foram inferiores a 0,5 m. A ocorrência dos erros nos MDEs é atribuída à diferença de tempo dos eventos analisados, aos erros dos instrumentos de medição do curso do rio e às alterações morfológicas do canal.

Devido à calibração e otimização do coeficiente de Manning, nas simulações que consideraram os valores otimizados o erro foi menor, com relação aos valores do referido coeficiente coletados de bancos de dados. Ademais, observou-se importante variação dos valores do coeficiente de Manning no tempo, o que pode ter adicionado fontes de incertezas associadas aos diferentes uso e ocupação do solo.

Como acima exemplificado, em estudos de propagações de cheias prevalecem na literatura aplicações de métodos de quantificação de incertezas com análises de sensibilidade, métodos pseudo-Bayesianos e simulações de Monte Carlo (PINHEIRO, NAGHETTINI e PALMIER, 2019). Os trabalhos de Pappenberger & Beven (2006), Jung & Merwade (2012), Ali, Solomatine & Baldassarre (2015) e Zahmatkesh, Han & Coulibaly (2021) são exemplos de aplicação do método GLUE.

Pappenberger & Beven (2006) desenvolveram um estudo em dois trechos de rios europeus, o rio Morava, na República Tcheca, e o Severn, no Reino Unido. O HEC-RAS 3.0 foi o software utilizado para propagação das ondas de cheias. Os principais resultados obtidos, para as diferentes simulações realizadas nos dois estudos de caso, demonstraram que a variação do fator de ponderação do esquema implícito de cálculo não alterou a qualidade dos resultados da simulação hidrodinâmica. No que se refere ao coeficiente de rugosidade, em um trecho de rio não houve mudança entre a incerteza dos coeficientes *a priori* e *a posteriori* para a calha principal; no outro não houve mudança para o coeficiente de rugosidade da planície de inundação. Além disso, todas as simulações apresentaram desempenho e valores de funções de verossimilhança semelhantes.

Jung & Merwade (2012) compararam incertezas no mapeamento de inundações pela simulação de Monte Carlo acopladas ao GLUE, considerando os parâmetros de rugosidade de Manning e a vazão de uma cheia notável. Os autores concluíram que a escolha da função de verossimilhança influencia os limites de incertezas dos mapas de inundações. Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019) consideraram o estudo de Jung & Merwade (2012) um dos mais completos presentes na literatura envolvendo a aplicação do GLUE a situações de cheias extremas. Entretanto, os autores apontam a ausência de análises referentes aos resíduos da modelagem, base para a utilização de funções de verossimilhança formais.

A partir de um estudo desenvolvido em um trecho do rio Johor, na Malásia, Ali, Solomatine e Baldassarre (2015) avaliaram a influência de diferentes fontes de Modelos Digitais de Elevação (MDE) nos modelos de inundação. As simulações de ondas de cheias foram realizadas com auxílio do HEC-RAS unidimensional. Seus resultados indicaram que a qualidade e precisão do MDE refletem diretamente nos resultados da inundação. As estimativas das incertezas do processo foram realizadas por meio da aplicação do GLUE (para identificar o comportamento dos modelos foram adotados dois critérios de rejeição: o erro absoluto médio dos níveis da água simulados e observados, e o valor do coeficiente de rugosidade de Manning da planície de inundação e do canal). As larguras dos limites de incerteza paramétrica para os diferentes modelos ficaram entre 1,5 e 1,6 m.

Dentre as aplicações mais recentes encontradas do GLUE, para modelagem de inundações, Zahmatkesh, Han e Coulibaly (2021) o utilizaram para avaliar as

incertezas relacionadas a chuvas e características hidráulicas (relacionadas ao coeficiente de rugosidade de Manning) incorporadas no mapeamento de inundações, em uma área de Toronto, no Canadá. Alguns dos principais resultados indicaram que a principal incerteza do mapeamento de inundação está presente na entrada de dados do modelo hidrológico e que a consideração dos impactos das mudanças climáticas aumentou a área potencial de inundação e a profundidade de escoamento da água na calha e na planície.

Poucos trabalhos que aplicaram métodos Bayesianos formais em modelagens hidrodinâmicas foram encontrados, dentre eles Camacho *et al.* (2015), Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019) e Reis *et al.* (2020). Camacho *et al.* (2015) avaliaram e compararam abordagens de cunho Bayesiano para avaliação de incertezas na propagação de cheias (1D e 2D) por meio de três amostragens utilizando o método Bayesiano de Monte Carlo, o MCMC e o GLUE. O método Bayesiano de Monte Carlo e o MCMC utilizam-se de modelos estatísticos rigorosos (formais) e a função de verossimilhança depende de suposições relacionadas à correlação, ao viés e à homoscedasticidade dos resíduos, diferentemente do GLUE, no qual a estrutura dos resíduos não determina a forma da função de verossimilhança, e são geradas funções de verossimilhança conhecidas como informais (CAMACHO *et al.*, 2015).

Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019) aplicaram o algoritmo DREAM para quantificar incertezas associadas aos coeficientes de rugosidade de Manning envolvidos na modelagem hidrodinâmica de um trecho do rio São Francisco, no município de Pirapora – MG, e elaborar mapas probabilísticos. O trabalho de Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019) apresentou limitações decorrentes da aplicação do método: por especificações do próprio modelo, foram adotadas distribuições *a priori* uniformes para os coeficientes de Manning, o que não é recomendado pela literatura (USBR, 1986), e definidos desvios padrão com grande intervalo de variação. Além disso, na pesquisa, não foi avaliado nenhum tipo de incerteza referente à curva-chave.

Por fim, Reis *et al.* (2020) também aplicaram a inferência Bayesiana, por meio do GLUE e do DREAM, para quantificação de incertezas. Diferente de Camacho *et al.* (2015) e Pinheiro, Naghettini e Palmier (2019), Reis *et al.* (2020) estimaram parâmetros hidráulicos (o coeficiente de rugosidade de Manning e a declividade do leito) e os compararam com a equação de Manning. As simulações foram validadas com base na comparação entre valores máximos e médios calculados e consultados

em bancos de dados de séries históricas da Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA). Entre suas conclusões, foi notado que o DREAM estimou de forma mais precisa os parâmetros hidráulicos analisados, obtendo menores desvios relativos.

O estudo mais recente encontrado que utilizou a inferência Bayesiana para quantificação de incertezas, em simulações hidrodinâmicas 1-D, foi o de Rios *et al.* (2023), aplicado em trechos do rio Sena. Por meio de um Modelo Bayesiano com amostragens MCMC, chamado de BaM (*Bayesian Modeling*), foram calibrados automaticamente os coeficientes de rugosidade e quantificadas as incertezas utilizando observações de cotas e vazões. As distribuições *a priori* adotadas para o coeficiente de Strickler foram lognormais.

Como visto neste item, o coeficiente de rugosidade de Manning é um parâmetro discutido com frequência na literatura, seja pela incerteza inerente a ele, ou pela sua influência nos resultados, na estabilidade e na precisão do modelo hidrodinâmico. A seguir, a incerteza associada à definição do coeficiente de Manning será discutida com maior detalhamento.

Breve descrição acerca de métodos para determinação do coeficiente de rugosidade de Manning

A definição do coeficiente de rugosidade de Manning, apresentada inicialmente pelo engenheiro irlandês Robert Manning, em 1889, não é trivial, principalmente no que tange sua definição em canais naturais, visto a subjetividade associada à sua escolha. Chow (1959) considera que, para pessoas com mais conhecimentos técnicos, sua determinação é um exercício de bom senso e experiência; já para os iniciantes, a sua determinação advirá de palpites e cada um obterá um valor diferente.

Por simplificação, geralmente é adotado apenas um valor de coeficiente de Manning para uma seção transversal do canal, mas, como demonstrado por CHOW (1959), o coeficiente varia de acordo com o nível da água, isso é, quanto menor a profundidade de escoamento da água, maior serão as influências das irregularidades presentes no fundo do leito e, conseqüentemente, maior o valor do coeficiente.

A importância da determinação do coeficiente de rugosidade de Manning reside principalmente em seu uso, por muitos considerado como o “parâmetro chave” para

uma simulação realista de escoamentos em canais abertos (ATTARI & HOSSEINI, 2019), visto que é um dos principais parâmetros requeridos para o cálculo de parâmetros hidráulicos de escoamento ou de elementos geométricos de condutos livres, a partir da equação de Manning. No entanto, não há um método ou maneira específica para sua determinação, tornando a definição de seu valor uma preocupação frequente e antiga.

Os estudos costumam apresentar o coeficiente de rugosidade de Manning como uma grandeza interpretável, que pode ser estabelecida a partir das características do terreno e que é afetado por diferentes fatores, como a rugosidade da superfície, a vegetação, irregularidades e alinhamento do canal, assoreamentos e erosões, obstruções, tamanho e tipo de canal, cotas e vazões de escoamento, mudanças sazonais, materiais suspensos e do leito (CHOW, 1959). Nesse contexto, a literatura aponta que o coeficiente de Manning é o principal coeficiente de calibração de modelos e sua definição compensa vários tipos de erros relacionados ao processo (VATANCHI & MAGHREBI, 2019).

Em geral, a superfície da calha do rio é heterogênea e, dessa forma, a rugosidade varia de ponto a ponto. A mesma variação ocorre na planície de inundação, embora mais acentuada. Nesse âmbito, estudiosos buscaram estabelecer um coeficiente de Manning equivalente para canais compostos (VATANCHI & MAGHREBI, 2019). Comumente, a maneira mais utilizada para tal é a divisão da seção hidráulica em subseções, cada uma contendo uma área e um perímetro molhado, no qual é considerado um valor de coeficiente de Manning uniforme. A partir disso um valor equivalente é determinado a partir da fórmula de Yen (2002).

$$n_e = \sum_{i=1}^N w_i n_i \quad (3-7)$$

em que:

n_e é o coeficiente de rugosidade de Manning equivalente;

N é o número de seções do canal;

n_i é o coeficiente de rugosidade de Manning na subseção i ; e

w_i é a ponderação do parâmetro na subseção i .

Vatanchi & Maghrebi (2019) citaram 30 equações que representam relações entre parâmetros para a determinação do Manning (Apêndice A). Algumas delas foram desenvolvidas a partir de algumas premissas e hipóteses, como a consideração de

condições ideais, que incluem o regime de escoamento uniforme, trechos do canal retos, ausência de transbordamento da água para planície, declividade suave da linha da água e do fundo. Outros métodos para estimar o coeficiente de rugosidade de Manning foram resumidas por Attari & Hosseini (2019):

- Estimativa do coeficiente de rugosidade a partir da granulometria;
- Estimativa do coeficiente de rugosidade através do método de Cowan;
- Estimativa de rugosidade através de tabelas;
- Estimativa do coeficiente através de comparações com imagens de canais existentes, para qual o coeficiente já foi determinado;
- Estimativa do coeficiente para seções simples com rugosidade variável;
- Estimativa do coeficiente de rugosidade para seções compostas; e
- Estimativa do coeficiente de rugosidade através da calibração de modelos hidráulicos, comparando resultados de parâmetros hidráulicos simulados e observados com a elevação da superfície da água.

No modelo hidrodinâmico HEC-RAS 5.0.7, utilizado nesta pesquisa para a propagação de cheias, o usuário pode escolher o método para definição do coeficiente de Manning. De forma intuitiva e direta, o software oferece a opção para o usuário inserir os valores para o leito e para as margens. Caso isso não seja suficiente para descrever adequadamente a rugosidade lateral na seção transversal, podem ser adicionados novos valores de Manning ou mais valores para o leito (BRUNNER, 2016).

$$n_e = \left[\frac{\sum_{i=1}^N P_i n_i^{1.5}}{P} \right]^{2/3} \quad (3-8)$$

em que:

n_e é o coeficiente de rugosidade de Manning equivalente;

P é o perímetro molhado do canal principal;

n_i é o coeficiente de rugosidade de Manning na subseção i ; e

P_i é o perímetro molhado de cada subseção i .

A rugosidade equivalente é uma outra opção fornecida ao usuário pelo HEC-RAS. Uma das vantagens de utilização da rugosidade equivalente é que ela reflete mudanças no fator de atrito em decorrência da variação da cota, diferentemente do coeficiente de Manning. Ao se tratar de interpolação do coeficiente de rugosidade de Manning na seção transversal, ela ocorre de forma similar à interpolação das seções

transversais entre duas seções, por meio de interpolações lineares (BRUNNER, 2016).

Dada sua importância, na descrição metodológica a seguir, serão abordados em maior detalhe a definição do coeficiente de rugosidade de Manning em duas seções do trecho escolhido como estudo de caso.

4 RESUMO METODOLÓGICO

Neste capítulo, será apresentada a descrição metodológica que embasou as atividades desenvolvidas nesta pesquisa. Os métodos, critérios e premissas selecionadas para uso ocorreram com base na literatura e em práticas comumente realizadas em estudos da área.

Inicialmente, as primeiras atividades se referiram à seleção da área de estudo, coleta e a análise de dados. Todas as atividades subsequentes foram desenvolvidas no trecho selecionado. Segue na Figura 4.1 um esquema metodológico da tese com as principais etapas desenvolvidas.

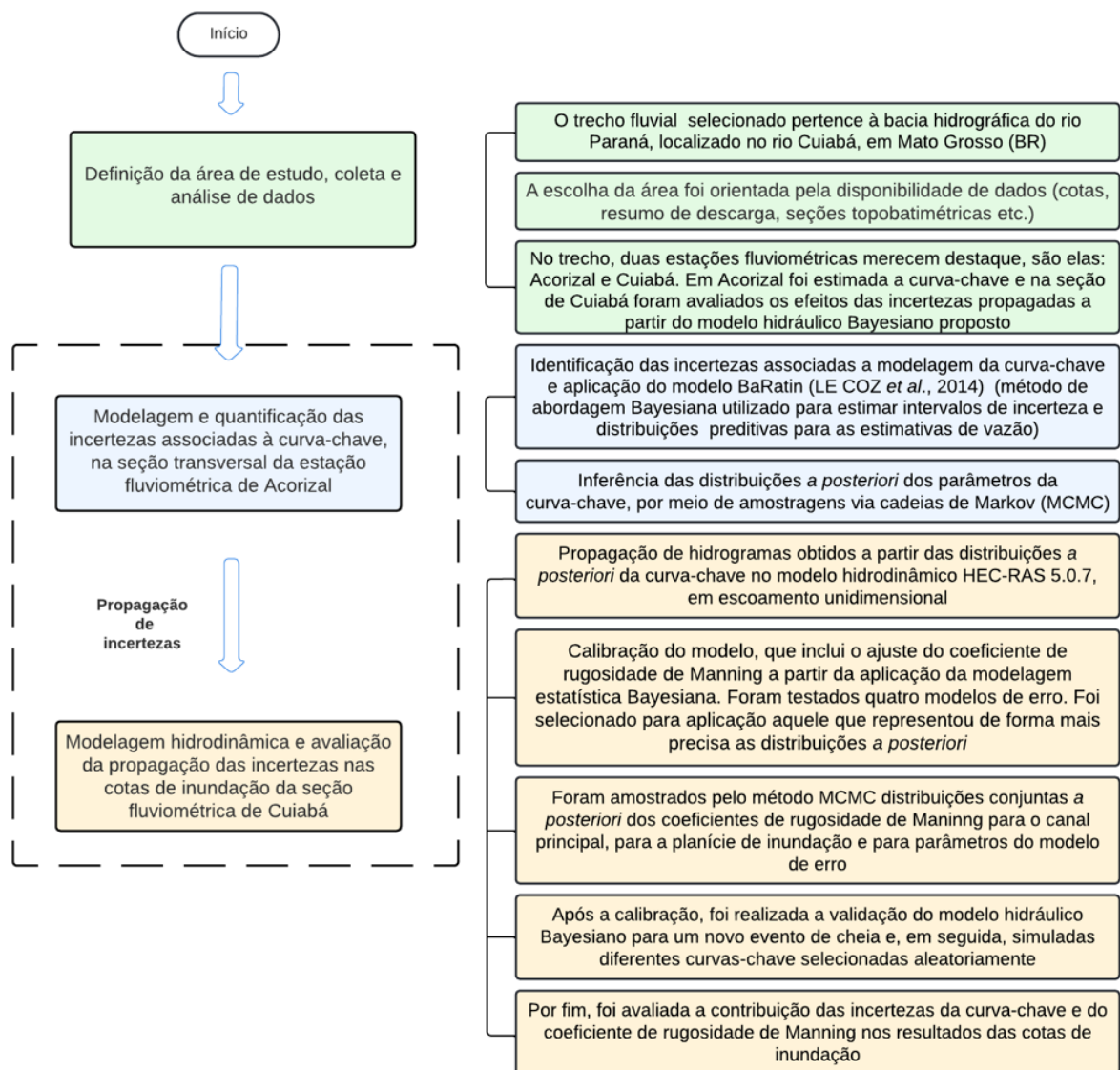


Figura 4.1 - Esquema metodológico com as principais etapas da tese

4.1 Caracterização da área de estudo

Os métodos apresentados na Figura 4.1 foram aplicados em um trecho fluvial pertencente à bacia hidrográfica do rio Paraná, banhado pelo rio Cuiabá, no Mato Grosso – Brasil. O trecho se situa a jusante da Usina Hidrelétrica de Manso, no rio Manso, principal afluente do rio Cuiabá. Nos anos 2000, a usina começou a operar com a finalidade de atender aos múltiplos usos do reservatório e da água, incluindo regularizar as vazões do rio Cuiabá. Seu reservatório inunda uma área aproximada de 427 km², com o nível normal de operação na elevação 287 m e o nível máximo *maximorum* na elevação 289,8 m (FURNAS, 2022). O trecho analisado tem comprimento aproximado de 68 km e localiza-se entre as estações fluviais de Acorizal e Cuiabá (Figura 4.2). Um resumo das principais características das estações é apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Informações sobre as estações fluviométricas de Acorizal e Cuiabá

Estação	Código	Bacia	Rio	Operadora	Latitude	Longitude	Área de drenagem (km²)
Acorizal	66255000	Rio Paraná	Cuiabá	Furnas	-15.2039	-56.3669	19.700
Cuiabá	66260001	Rio Paraná	Cuiabá	Furnas	-15.6156	-56.1086	23.500

Fonte: ANA (2021).

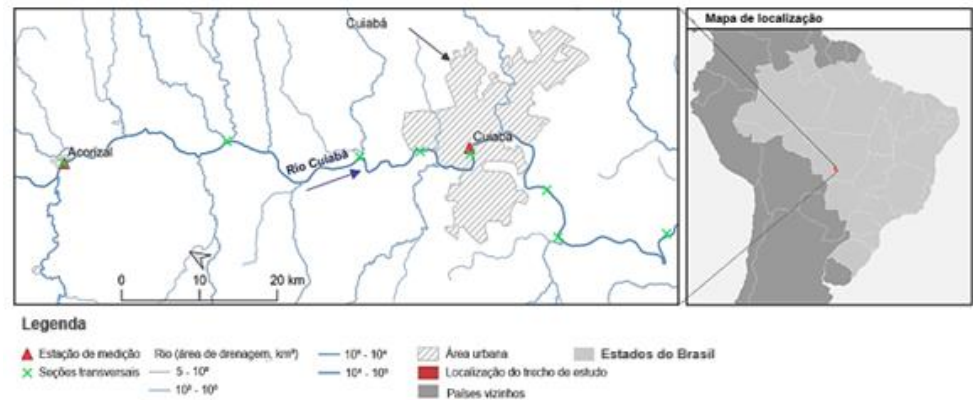


Figura 4.2 - Localização geográfica do trecho do rio Cuiabá estudado e as estações pluviométricas.

Na estação 66255000 encontram-se disponíveis apenas registros limitados no Hidroweb. Especificamente, tem-se acesso a uma única curva-chave, válida entre os anos de 1965 e 2007 (Figura 4.3).

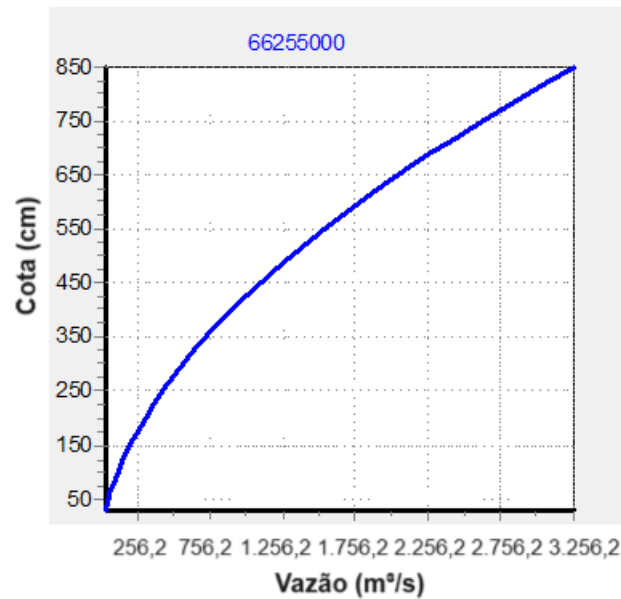


Figura 4.3 - Curva-chave da seção de Acorizal.

Fonte: Adaptado de ANA (2023)

O comprimento total do rio Cuiabá é de aproximadamente 980 km. Geralmente, são observadas declividades em torno de 23 cm/km em Acorizal e 15 cm/km em Cuiabá, com largura média da calha principal em torno de 165 m. Um perfil longitudinal com cotas de fundo dos rios Manso e Cuiabá, extraídas entre dezembro de 2009 e janeiro de 2010, por meio da topobatimetria em 16 seções entre a UHE do Manso e o município de Santo Antônio do Leverger, é apresentado na Figura 4.4.

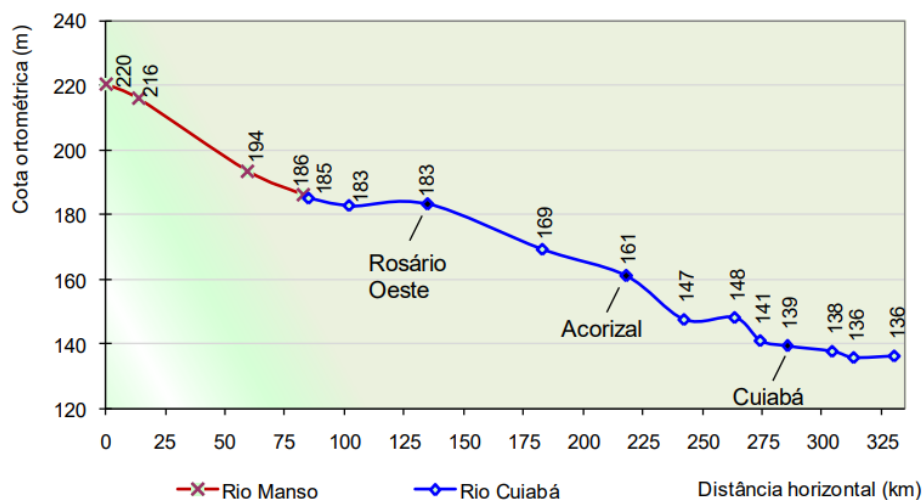


Figura 4.4 - Cotas de Fundo em seções entre a UHE do Manso e Santo Antônio do Leverger

Fonte: Adaptado de Paes (2011).

Em relação à vegetação da área de estudo, é predominante a savana e o cerrado, variando de acordo à constituição local. Nas margens do trecho fluvial a vegetação mais presente é a rasteira e de médio porte.

No que se trata aos aspectos hidrológicos da região, considera-se que o ano hidrológico se inicia em outubro e termina em setembro (Figura 4.5), com período mais chuvoso entre outubro e abril, sendo esse responsável por cerca de 90% de toda precipitação anual.

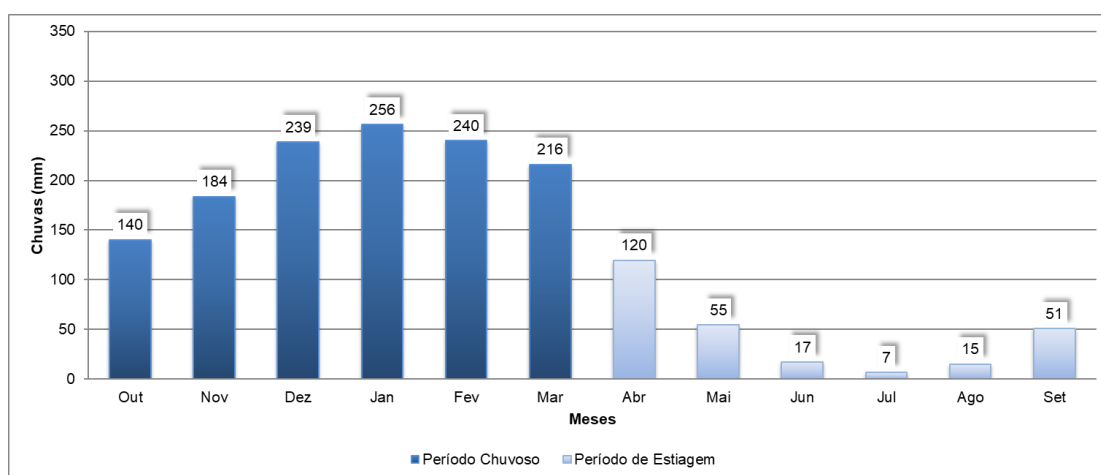


Figura 4.5 - Chuvas médias máximas anuais da estação pluviométrica de Acorizal (código: 1556005).

Todas as informações referentes ao resumo de descarga e às cotas das estações foram coletadas gratuitamente da plataforma HIDROWEB, portal que faz parte do Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos.

A calha no trecho de estudo apresenta largura em torno de 170 a 300 m, com planícies de inundação caracterizadas por serem, em sua maior parte, formadas por áreas rurais. A Figura 4.6 retrata as seções topobatimétricas que foram utilizadas na geometria do modelo HEC-RAS. O eixo das abcissas representa a distância horizontal da seção, em metros, e o eixo das ordenadas a elevação, em metros. Todas as seções foram levantadas entre dezembro de 2009 e janeiro de 2010, para a pesquisa de Paes (2011), por meio de medições topométricas do relevo, com auxílio de níveis topográficos e batimetrias determinadas a partir de leituras de profundidade, por um guincho fluviométrico e ecobatímetro.

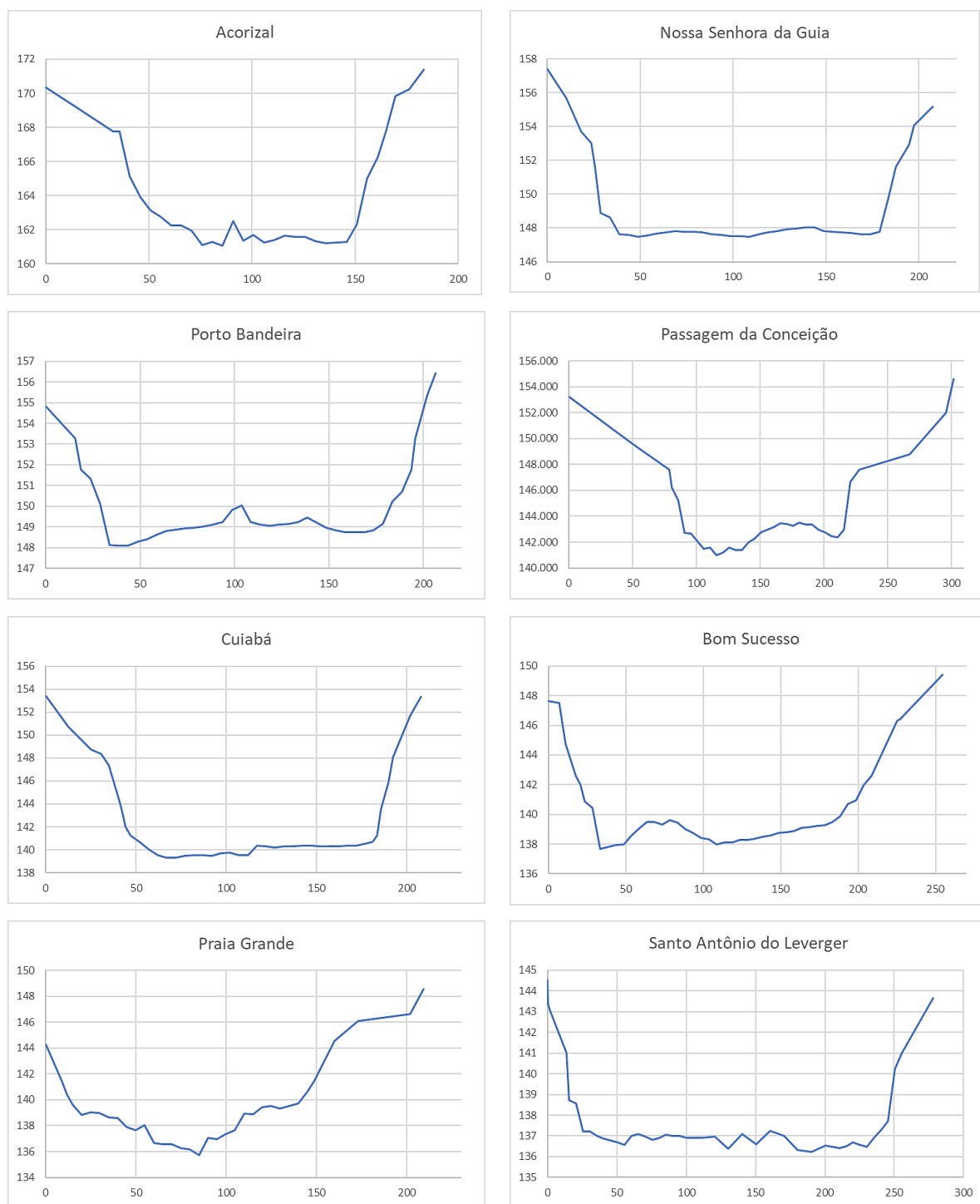


Figura 4.6 - Seções transversais do rio Cuiabá localizadas no trecho de estudo (valores em m)

Fonte: Adaptado de Paes (2011).

As distâncias entre as seções transversais são apresentadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Distâncias entre as seções transversais utilizadas no modelo hidrodinâmico

Nomes das seções transversais	Distância (km)
Acorizal - Nossa Sr ^a da Guia	24
Nossa Sr ^a da Guia - Porto Bandeira	21
Porto Bandeira - Passagem da Conceição	11

Nomes das seções transversais	Distância (km)
Passagem da Conceição - Cuiabá	11
Cuiabá - Bom Sucesso	19
Bom Sucesso - Praia Grande	9
Praia Grande - Santo Antônio do Leverger	17

Fonte: Paes (2011).

O leito de Acorizal se caracteriza como arenoso, e as margens são constituídas de argila e vegetação rasteira. Em Cuiabá, o leito é predominantemente arenoso com cascalho e as margens são arenosas com arbustos (FURNAS, 2011) (Tabela 4.3). Valores do coeficiente de rugosidade de Manning iguais a 0,030 e 0,049 foram estimados, respectivamente, para o canal principal e para a planície de inundação da estação de Acorizal e 0,035 e 0,054 para a estação de Cuiabá. Esses valores foram estimados a partir do método de Cowan (1956), com base em limites teóricos de Arcement & Schneider (1989), em imagens de satélite do Google Earth (Figura 4.7 e Figura 4.8) e em fichas descritivas das estações fluviométricas, disponibilizadas pelo Departamento de Hidrometeorologia e Programação Energética de Furnas.

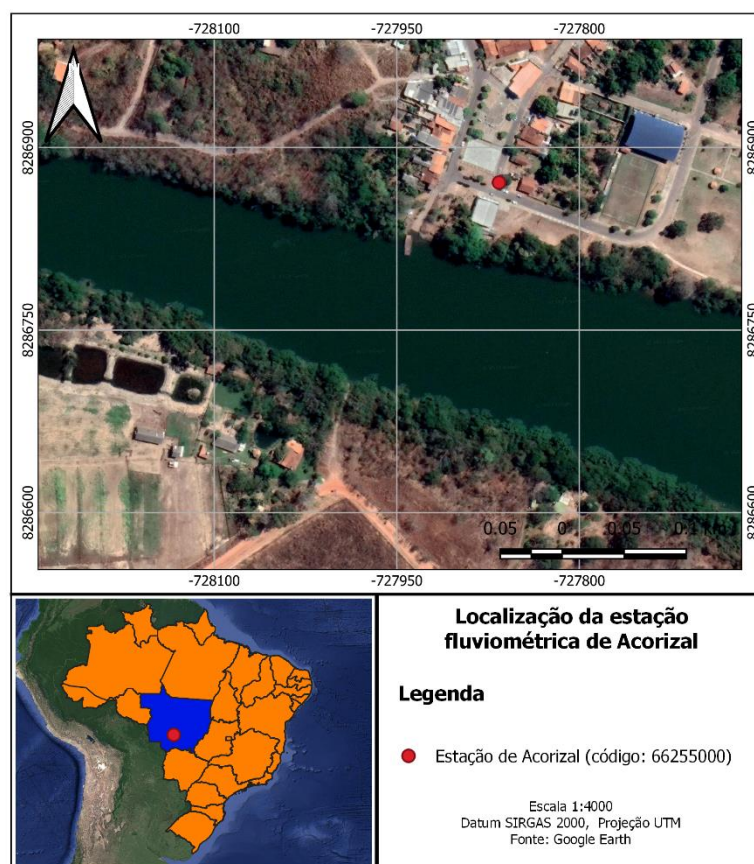


Figura 4.7 - Localização da estação fluviométrica de Acorizal



Figura 4.8 - Localização da estação fluviométrica de Cuiabá

Tabela 4.3 - Natureza da superfície do canal e margens das estações de Acorizal e Cuiabá

Estação	Natureza e inclinação das margens		Zero da régua
	Leito	Margens esquerda e direita	
Acorizal	Areia	Argilosa com inclinação suave e vegetação rasteira	163,265
Cuiabá	Areia e cascalho	Arenosa com inclinação suave e arbustos	140,293

Fonte: FURNAS (2021).

O método selecionado para estimar os valores do coeficiente de rugosidade de Manning (n) para o canal principal e para planície de inundação é orientado para aplicação em escoamento unidimensional em canal aberto. Os valores de rugosidade da planície foram determinados independentemente dos valores do canal principal, visto seu potencial de variabilidade. Para o canal principal, os fatores que mais influenciam no valor do coeficiente são o tipo e o tamanho dos materiais que compõem o leito e as margens do canal, e a forma do canal (ARCEMENT & SCHNEIDER, 1989). De acordo com Cowan (1956), o valor de n pode ser estimado como:

$$n = (n_b + n_1 + n_2 + n_3 + n_4)m \quad (4-1)$$

na qual,

n_b é o valor base para um canal retilíneo, uniforme, suave, com materiais naturais;

n_1 é a correção do valor para efeitos de irregularidades da superfície;

n_2 é o valor para variações na forma e no tamanho da seção transversal do canal;

n_3 é um valor para obstruções;

n_4 é um valor para vegetações e condições de escoamento; e

m é a correção do valor para meandrização do canal.

Seguem na Tabela 4.4 e na Tabela 4.5 os valores da composição da rugosidade de Manning, pelo método de Cowan, para a estação de Acorizal. Na Tabela 4.6 e na Tabela 4.7 são apresentados os valores de rugosidade de Manning para a estação de Cuiabá.

Tabela 4.4 - Valores de ajuste para fatores que afetam a rugosidade do canal principal (n_c) na estação de Acorizal

Parâmetro	n adotado
n_b	0,020
n_1	0,005
n_2	0,000
n_3	0,000
n_4	0,005
m	1,000
n_c	0,030

Para a planície de inundação, de forma similar, foram seguidas as orientações de Arcement & Schneider (1989) e estimados os valores do Manning (Tabela 4.5), a partir da Equação (4-1), em que,

n_b é o valor base para superfície natural do solo da planície de inundação;

n_1 é a correção do valor para efeitos de irregularidades na planície de inundação;

n_2 é o valor para variações na forma e no tamanho da seção da planície de inundação e igual a 0,0;

n_3 é um valor para obstruções na planície de inundação;

n_4 é um valor para vegetações e condições de escoamento na planície; e

m é a correção do valor para sinuosidade da planície de inundação e igual a 1,0.

Tabela 4.5 - Valores de ajuste para fatores que afetam a rugosidade da planície (n_p) de inundação na estação de Acorizal

Parâmetro	n adotado
n_b	0,015
n_1	0,005
n_2	0,000
n_3	0,004
n_4	0,025
m	1,000
n_p	0,049

Tabela 4.6 - Valores de ajuste para fatores que afetam a rugosidade do canal principal (n_c) na estação de Cuiabá

Parâmetro	n adotado
n_b	0,025
n_1	0,005
n_2	0,000
n_3	0,000
n_4	0,005
m	1,000
n_c	0,035

Tabela 4.7 - Valores de ajuste para fatores que afetam a rugosidade da planície de inundação (n_p) na estação de Cuiabá

Parâmetro	n adotado
n_b	0,020
n_1	0,005
n_2	0,000
n_3	0,004
n_4	0,025
m	1,000
n_p	0,054

De posse dos dados mencionados, foi possível desenvolver um modelo hidrodinâmico unidimensional capaz de propagar os hidrogramas de cheias da seção de Acorizal para a seção de Cuiabá, na qual ocorreram as avaliações dos resultados de manchas de inundações e incertezas.

Ocorrências de cheias e inundações em Cuiabá

O rio Cuiabá tem um histórico de cheias e inundações. Na segunda quinzena de março de 1974, o município de Cuiabá sofreu com uma cheia que resultou em níveis de água de aproximadamente 10,85 m, atingindo cerca de 2.400 edificações, onde residiam

cerca de 12.000 pessoas, causando prejuízos financeiros da ordem de milhões de dólares (PAES, 2011). Registros de um jornal da época e fotos do evento são apresentados na Figura 4.9



Figura 4.9 - Registros referentes à inundação ocorrida no município de Cuiabá em 1974

Fonte: História. Proteção e Defesa Civil, Mato Grosso. Acesso em 29 de abril de 2023. Disponível em <<https://www.defesacivil.mt.gov.br/historia>>.

Paes (2011) descreveu alguns níveis linimétricos de referência para o rio Cuiabá fornecidos pela Superintendência de Defesa Civil do Mato Grosso. Tais valores foram considerados a partir de áreas alagadas a montante do Pantanal, sendo eles: nível de alerta igual a 8,50 m, nível de emergência igual a 9,50 m e nível de calamidade igual a 11 m. Informações atuais, disponíveis no site da prefeitura de Cuiabá, atualizaram a cota de alerta de inundação para o rio Cuiabá para valores a partir de 7,5 a 8 m (BARBANT, 2023).

Segundos dados da Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA), coletados no portal HidroWeb, a estação fluviométrica de Cuiabá (código 66260001), a mais representativa para o município, apresenta dados de cotas registrados desde janeiro de 1933. Com essas informações, e tomando como referência o nível de alerta apresentado por Paes (2011), foi elaborado um gráfico com a representação de séries temporais de cotas de água das principais cheias medidas no município (Figura 4.10).

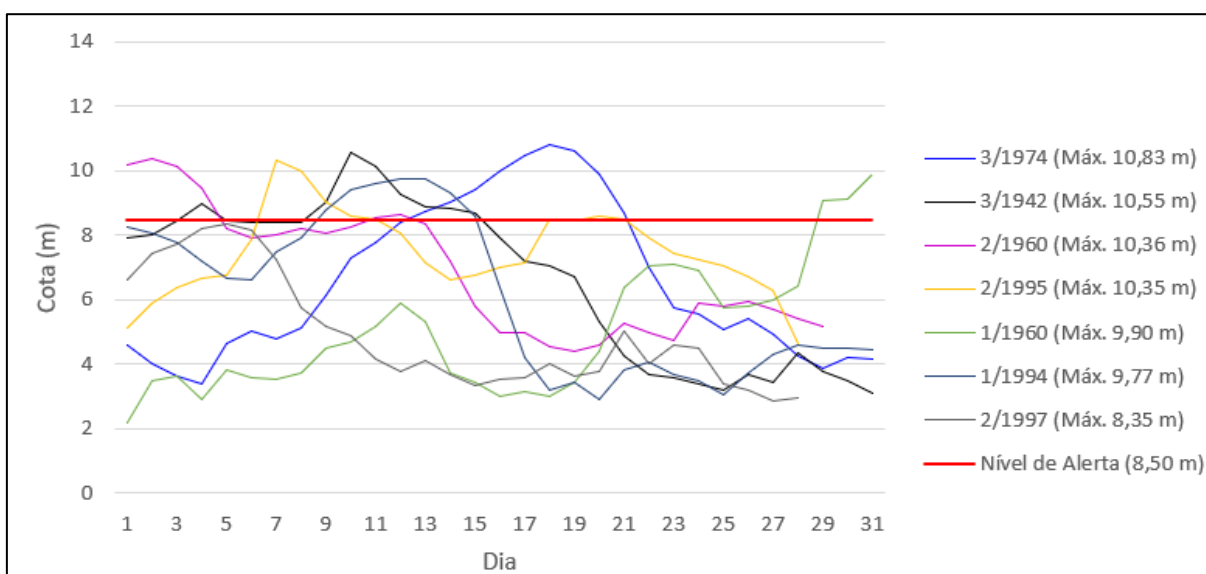


Figura 4.10 - Níveis da água de alguns eventos de cheias em Cuiabá

Fonte: ANA (2023) e PAES (2011).

Outra inundação que merece destaque é a de fevereiro de 1995. Apesar de a inundação de 1974 ter tido um nível de água superior, o evento de 1995 desencadeou mais prejuízos — cerca de 7.750 desabrigados —, visto uma maior ocupação de pessoas nas planícies de inundações e uma maior área da cidade impermeabilizada (PAES, 2011).

Em razão dos recorrentes eventos de inundação, no ano 2000 teve início a operação da Usina Hidrelétrica no rio Manso, a montante de Cuiabá, sob responsabilidade de Furnas Centrais Elétricas, subsidiária da Eletrobrás. Quando idealizada inicialmente, seu principal uso seria para contenção de cheias, por meio da regularização das vazões. Mais adiante, a produção de energia também se tornou uma das prioridades. Atualmente, a UHE Manso ainda está sob responsabilidade de Furnas e é capaz de verter 2.990 m³/s, com um nível máximo *maximorum* de 289,8 m (FURNAS, 2023; PAES, 2011).

No presente estudo, foi utilizada a abordagem Bayesiana para modelar a transformação da cota em vazão (curva-chave) e, a partir dessa modelagem, foram

quantificadas as incertezas estruturais e paramétricas do modelo. Esta fase teve como foco a estimativa de distribuições *a posteriori* dos parâmetros da curva-chave e do modelo de erro estrutural por meio da aplicação do método BaRatin (LE COZ *et al.*, 2014).

4.2 Modelagem Bayesiana da curva-chave

Como já mencionado, nesta etapa será aplicado o método BaRatin para representar as incertezas da curva-chave. Nesse método, as relações cota-descarga podem ser expressas pelas propriedades hidráulicas/geométricas da seção de medição e pelos controles hidráulicos (GARCIA *et al.*, 2020). A curva-chave pode ser traduzida como uma função potência $f_{RC}(h_t, \theta)$, sendo h_t o nível de água, em um dado tempo t , e θ um vetor que representa os parâmetros do modelo.

Sob a perspectiva estatística, pode-se assumir que, em um dado instante t , numa seção transversal do rio, a vazão predita pela curva chave, $\hat{q}_t$, é representada por (GARCIA *et al.*, 2020):

$$\hat{q}_t = f_{RC}(h_t, \theta) \quad (4-2)$$

A vazão predita no tempo t ($\hat{q}_t$) também pode ser descrita com um erro associado, ou seja:

$$\hat{q}_t = q_t + e_t^{RC}(\beta) \quad (4-3)$$

em que q_t é a vazão real (desconhecida) para um instante t e $e_t^{RC}(\beta)$ é o termo que representa o termo do erro estrutural (combinação de erros aleatórios e epistêmicos). Garcia *et al.* (2020) apontam desafios enfrentados para incorporar erros sistemáticos na estimativa da curva-chave em decorrência da falta de metodologia disponível na literatura e dos efeitos que a suposição de hipóteses traz para o modelo estatístico. Fazem parte das hipóteses a consideração que os erros são serialmente independentes e que as incertezas epistêmicas podem ser tratadas como aleatórias. Tal premissa influencia os resultados, podendo acarretar previsões de descargas tendenciosas e gerar maiores incertezas nos intervalos de credibilidade. Não obstante, nesta pesquisa, foi assumido que os resíduos da modelagem são estatisticamente independentes e, para fim de inferência, serão tratados como aleatórios.

Os modelos de erros são frequentemente assumidos como normais, com média zero e variância constante. Entretanto, a homoscedasticidade geralmente não é satisfeita na modelagem de curvas-chave (LE COZ, 2012; PETERSEN-ØVERLEIR, 2004). Nas situações em que a heterocedasticidade é observada, essa deve ser contabilizada. Métodos como mínimos quadrados, mínimos quadrados ponderados, mínimos quadrados generalizados e estimativa de verossimilhança são utilizados para tratar a heterocedasticidade em modelos de regressão (PETERSEN-ØVERLEIR, 2004).

O modelo de erro estrutural adotado neste trabalho seguiu as recomendações de Sikorska & Renard (2017), as quais preconizam que tal termo é uma variável Gaussiana, com média zero e desvio padrão linearmente relacionado às vazões preditas para acomodar a heterocedasticidade dos resíduos. Formalmente:

$$e_t^{RC}(\boldsymbol{\beta}) \sim N(0, (\beta_0 + \hat{q}_t \cdot \beta_1)^2) \quad (4-4)$$

em que β_0 e β_1 são parâmetros inferidos a partir dos dados, representando o intercepto e o coeficiente angular do modelo de erros, respectivamente.

De forma similar, a vazão medida $\tilde{q}_t$ pode ser assim representada:

$$\tilde{q}_t = q_t + e_t^{GP} \quad (4-5)$$

na qual e_t^{GP} expressa os erros para cada ponto de medição, modelados como variáveis Gaussianas com média zero e desvio padrão δ_t (também relacionado a vazão predita).

Agrupando as Equações 5-2 e 5-4, tem-se:

$$\tilde{q}_t = \hat{q}_t - e_t^{RC}(\boldsymbol{\beta}) + e_t^{GP} \quad (4-6)$$

A função de verossimilhança condicional construída considera uma função de densidade de probabilidade Gaussiana para as medições, centrada na curva-chave e com a variância dada pela soma das variâncias de $e_t^{RC}(\boldsymbol{\beta})$ e e_t^{GP} , ou seja:

$$p(\tilde{q}|\theta, \beta, \tilde{h}) = \prod_{i=1}^M N(\tilde{q}_{ti}; \hat{q}_{ti}, (\beta_0 + \hat{q}_t \cdot \beta_1)^2 + \delta_{ti}^2) \quad (4-7)$$

Finalmente, a distribuição *a posteriori* dos parâmetros do modelo é representada na Equação 5-7, a seguir:

$$(\theta, \beta|\tilde{q}, \tilde{h}) \propto p(\tilde{q}|\theta, \beta, \tilde{h}) \cdot p(\theta, \beta) \quad (4-8)$$

Para entender o comportamento do escoamento em Acorizal, foi feita uma simulação hidráulica considerando seções transversais a montante e a jusante da seção fluvial. A condição de contorno de montante foi o hidrograma de vazões observadas na seção. Realizada a análise dos resultados da simulação, foram observados pequenos efeitos de remanso e um regime de escoamento próximo ao uniforme. Em razão disso, a premissa de escoamento uniforme foi adotada nas etapas subsequentes, assim como a profundidade normal como condição de contorno de jusante.

Um modelo mais geral assume que a curva-chave de uma seção do rio consiste em vários segmentos (STEINBAKK *et al.*, 2016). Após as análises das seções batimétricas e do comportamento do escoamento na seção de Acorizal, admitiu-se que o escoamento uniforme operava para vazões mais baixas (na calha principal) e para vazões mais altas (na planície de inundação) (Figura 4.12). Nesse sentido, a curva-chave foi limitada a uma lei de potência com dois segmentos (SIKORSKA & RENARD, 2017), separadas por cotas de ativação $k_1 = b_1, k_2 = b_2$, que representam as transições, operando o controle de canal em ambos os segmentos (Equação 5-8). A distribuição *a priori* de k_2 foi inferida a partir da referência do zero da régua e da cota de extravasamento da calha principal (Figura 4.11), e teve um valor aproximado de 6,90 m. Formalmente:

$$f_{RC}(h_t, \theta) = \begin{cases} a_1(h_t - b_1)^{c_1} & \text{se } k_1 < h_t < k_2 \\ a_1(h_t - b_1)^{c_1} + a_2(h_t - b_2)^{c_2} & \text{se } k_2 < h_t \end{cases} \quad (4-9)$$

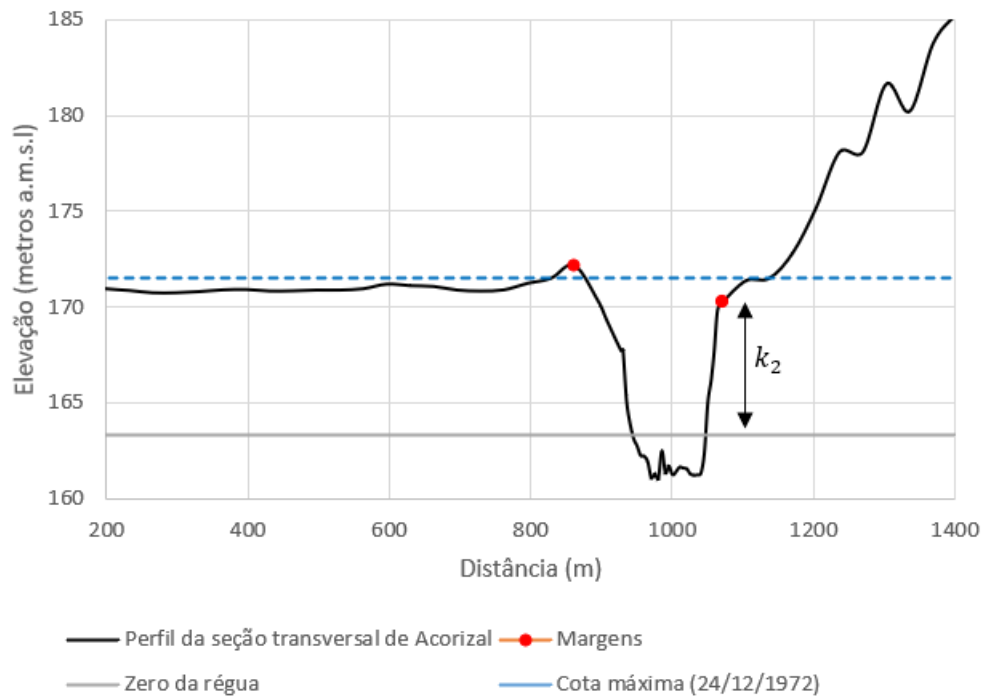


Figura 4.11 - Estimativa da cota de ativação na seção de Acorizal

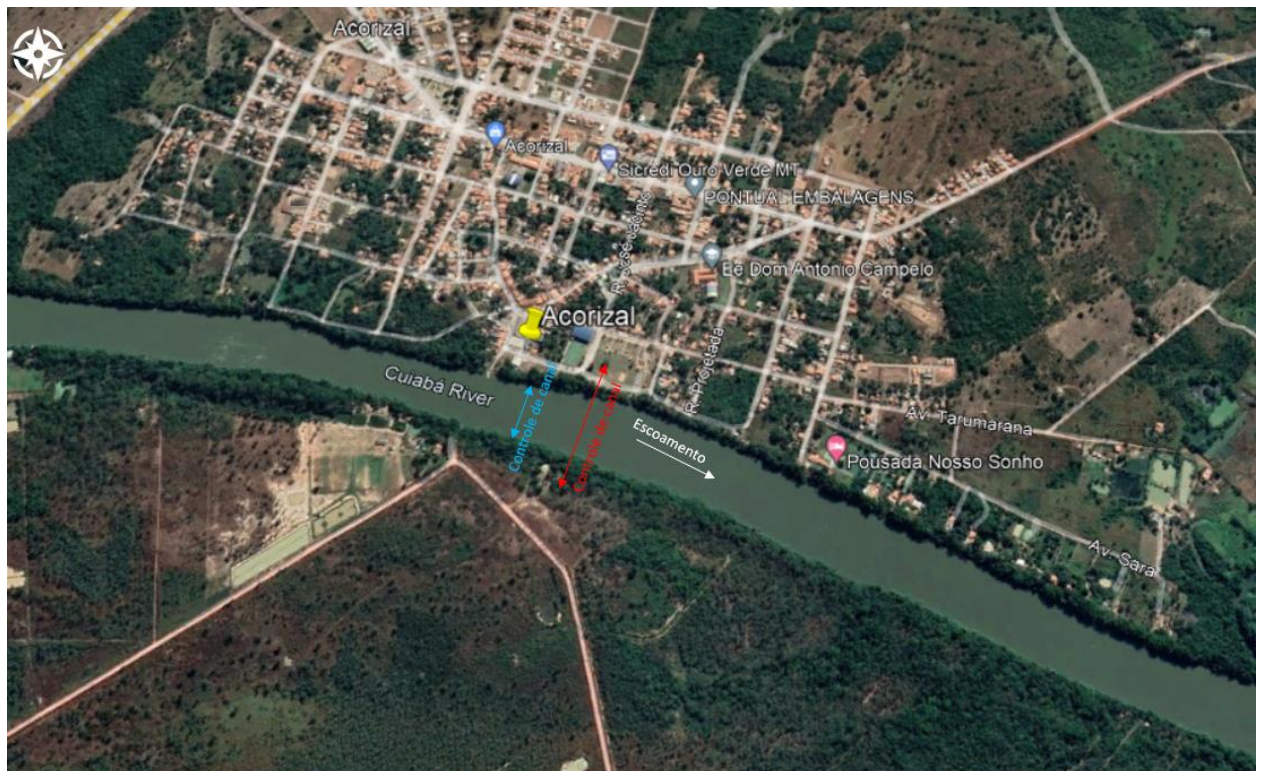


Figura 4.12 - Vista da seção de Acorizal e representação dos controles hidráulicos operantes

Fonte: Google Earth (2022)

A inferência Bayesiana foi realizada com auxílio do pacote estatístico de licença livre e código aberto RStan (*Stan Development Team*, 2020), no software R (Apêndice B). Esse pacote realiza a inferência da distribuição conjunta *a posteriori* por amostragem

MCMC, por meio do algoritmo Hamiltoniano Monte Carlo (HMC) (STAN, 2020). Além disso, refere-se a um pacote amplamente utilizado no meio técnico-científico em todo o mundo, bastante conhecido por sua flexibilidade e eficiência computacional.

Para especificação do modelo, foram inseridos os elementos necessários para a aplicação Bayesiana, como as distribuições *a priori*, responsáveis por descrever as incertezas definidas previamente para cada parâmetro do modelo, e a função de verossimilhança.

Para descrever as distribuições *a priori* dos parâmetros do modelo da curva-chave, foi assumido que o parâmetro a varia em função da largura da seção transversal (B_w), do coeficiente de Manning (n) e da declividade média do trecho (S), representada pela equação de Manning-Stricker (premissa adotada para o uso do escoamento uniforme como condição de referência) (Equação (4-10)). Assim como preconizado por Sikorska & Renard (2017), foram assumidas distribuições Gaussianas para todos os parâmetros da curva-chave, do tipo $N(\mu, \sigma^2)$, com média μ e variância σ^2 . O parâmetro a é expresso por:

$$a(B_w, n, S) = \frac{1}{n} B_w \sqrt{S} \quad (4-10)$$

A variância do parâmetro a foi estimada pela propagação de incerteza a partir da expansão da série de Taylor de primeira ordem (JCGM 100, 2008):

$$u^2(a) = \left(\frac{\sqrt{S}}{n} \right)^2 \cdot \sigma^2(B) + \left(-\frac{B\sqrt{S}}{n^2} \right)^2 \cdot \sigma^2(n) + \left(\frac{B}{2n\sqrt{S}} \right)^2 \cdot \sigma^2(S) \quad (4-11)$$

O valor central adotado para c na equação da curva-chave foi igual a 5/3, assumindo que o canal é aproximadamente retangular, de escoamento constante e uniforme. Assim como Le Coz *et al.* (2014) e Sikorska & Renard (2017), o desvio padrão de c foi definido igual a 0,025. Com relação ao parâmetro b , ele foi estimado de maneira similar a Sikorska & Renard (2017), sendo assumido o valor igual a 1 m para variância. O valor adotado reflete as imprecisões decorrentes das possíveis irregularidades de fundo do canal.

Por último, o valor esperado de k_1 foi estipulado de forma similar a Sikorska & Renard (2017) através da relação $k_1 = b_1$. Semelhante a k_1 , k_2 foi inferido a partir da relação $k_2 = b_2$, considerando a cota de extravasamento da calha principal (Figura 5.1).

Como descrito anteriormente, as premissas de escoamento aproximadamente uniforme, na seção de Acorizal, foram estipuladas após a investigação do comportamento hidráulico do escoamento (simulação hidráulica) e análise da topografia da área. Para essa caracterização física, primeiramente foram traçados perfis longitudinais no MDE, em seções que distam aproximadamente 20 km entre elas (Figura 4.13).

No que tange à topografia, foram identificadas variações importantes, em especial na forma da seção transversal de Acorizal, entre os diferentes modelos digitais de elevação analisados, quais sejam, ALOS PALSAR (resolução horizontal de 12,5 m), SRTM (resolução horizontal de 30 m) e o modelo digital de Terreno FABDEM - *Forest And Buildings removed Copernicus DEM* (2021), com resolução horizontal de 30 m. Nenhum dos três modelos citados apresentava seção semelhante àquela utilizada por Paes (2011). Assim, reconhecendo as limitações da pesquisa e buscando melhor representar a seção transversal, foi assumido que a combinação do MDT FABDEM com a seção apresentada por Paes (2011) seria a melhor opção, uma vez que o MDT apresentou mais detalhes da planície de inundação e, a seção de Paes (2011) apresentou mais detalhes do canal principal, principalmente no que diz respeito ao fundo do canal.

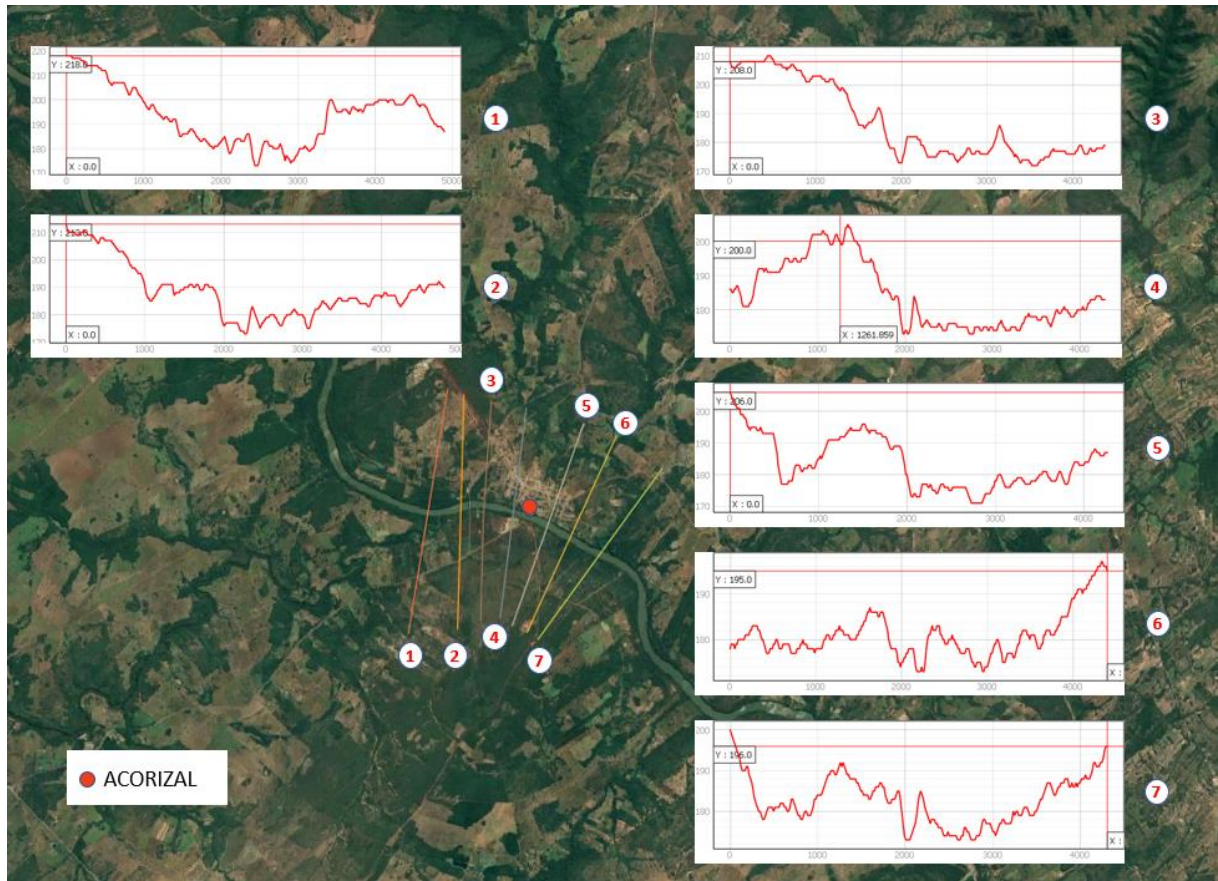


Figura 4.13 - Perfis altimétricos nas adjacências da seção de Acorizal

De acordo com a Figura 4.13, na margem esquerda são verificadas elevações mais altas a montante de Acorizal e na margem direita a topografia se torna mais suave e menos encaixada.

Outro aspecto relevante, no que diz respeito à presença de incertezas decorrentes da topografia, relaciona-se ao valor a ser adotado como zero da régua. Na ficha descritiva disponibilizada por Furnas (2021) consta que o zero está na elevação 163,265 m, em divergência com o valor apresentado por Paes (2011), igual a 164,83 m. Segundo Paes (2011), devido à falta de dados, o valor foi obtido a partir da comparação de níveis de água e das altitudes ortométricas medidas na campanha do levantamento topobatimétrico. Neste caso, foi considerada como referência para a pesquisa a cota de 163,265 m.

A geometria do modelo contou com a inclusão de uma seção a montante de Acorizal, chamada Porto Cachoeirinha, localizada a 35 km de Acorizal, nas coordenadas 15°03'16,5134"S e 56°26'36,9405"W. Para simulação, foi utilizado um hidrograma de vazões medidas em janeiro de 1995 (disponível na plataforma HIDROWEB para a estação fluviométrica de código 66255000) como condição de contorno de montante

e a profundidade normal como condição de contorno de jusante. Os resultados da simulação são apresentados na Tabela 4.8, na Tabela 4.9, na Figura 4.14 e na Figura 4.15.

Tabela 4.8 - Resultados descritivos da simulação hidráulica pra verificação de atendimento de premissas da modelagem probabilística da curva-chave

Estação	Vazão (m³/s)	Velocidade média (m/s)	Elev. do NA (m)	Nº de Froude	Declividade (m/m)	Elevação crítica (m)
Porto Cachoeirinha	2941,79	2,68	178,39	0,33	0,001661	139,41*
Acorizal	2941,73	3,58	168,73	0,48	0,003701	
Nossa S. da Guia	2941,59	1,34	159,65	0,14	0,000267	
Porto Bandeira	2941,38	2,25	156,13	0,30	0,001344	
P. da Conceição	2941,22	1,54	152,78	0,19	0,000554	
Cuiabá	2941,05	1,76	150,65	0,20	0,000589	
Bom Sucesso	2940,69	1,17	148,67	0,14	0,000282	
Praia Grande	2940,27	1,70	146,28	0,22	0,000715	
Santo A. do L.	2939,89	1,00	144,19	0,13	0,000235	

*O valor da profundidade crítica foi inserido na seção de Santo Antônio do Lerveger apenas por ser a seção que apresentava a elevação mais baixa.

Os cálculos da Tabela 4.8 se basearam na consideração de um canal aproximadamente retangular, com vazão máxima do hidrograma de 2.941,29 m³/s, coeficiente de Manning de 0,053 para o canal principal, 0,073 para a planície de inundação e aceleração da gravidade igual a 9,81 m/s².

Seguem, na Tabela 4.9, na Figura 4.14 e na Figura 4.15, os resultados de variáveis hidráulicas na seção de Acorizal para a propagação do hidrograma simulado.

Tabela 4.9 - Resultados de variáveis hidráulicas resultantes da simulação hidrodinâmica na seção de Acorizal

Tempo (dia)	Vazão (m³/s)	Elev. do NA (m)	Nº de Froude	Velocidade média (m/s)
31 JAN 1995	1576,54	166,48	0,46	3,00
01 FEB 1995	1929,22	167,08	0,47	3,21
02 FEB 1995	2262,53	167,63	0,47	3,37
03 FEB 1995	2584,47	168,18	0,48	3,47
04 FEB 1995	2825,36	168,56	0,48	3,54
05 FEB 1995	2934,36	168,72	0,48	3,57
06 FEB 1995	2941,73	168,73	0,48	3,58
07 FEB 1995	2663,37	168,31	0,48	3,49
08 FEB 1995	2237,00	167,59	0,47	3,36

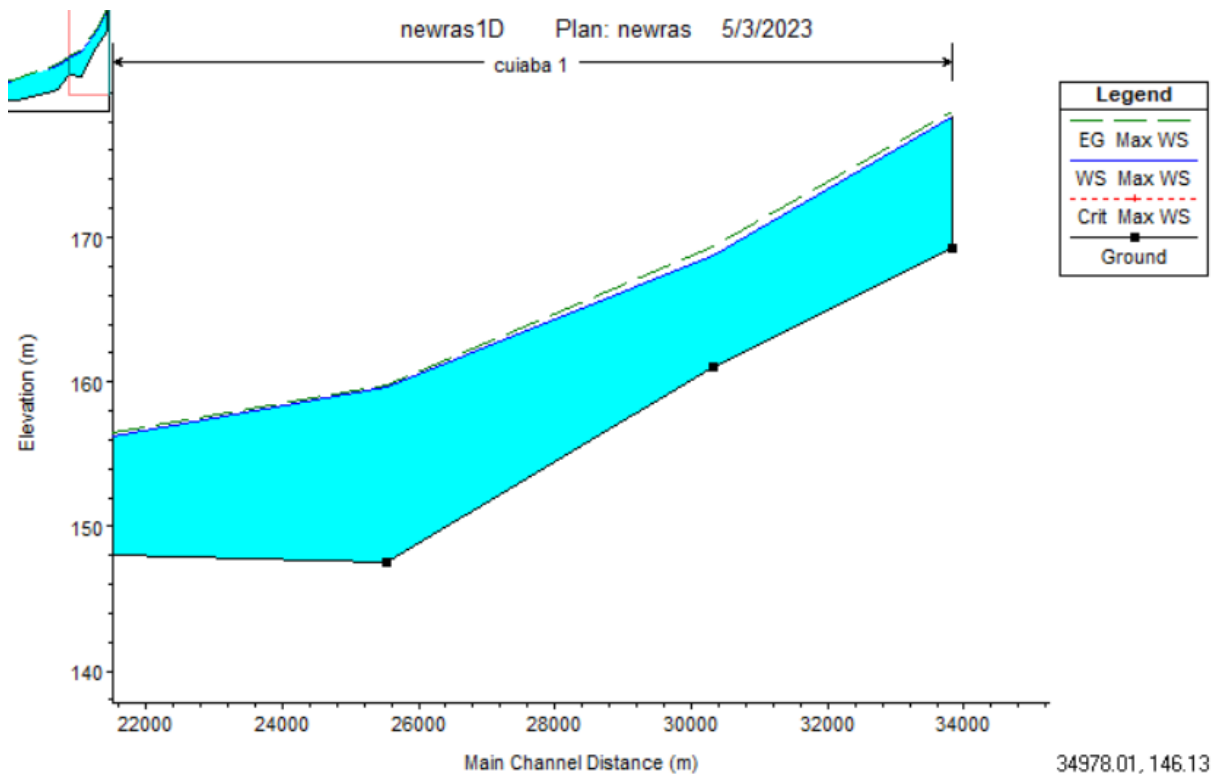


Figura 4.14 - Simulação hidráulica para verificação de atendimento das premissas da modelagem probabilística da curva-chave.

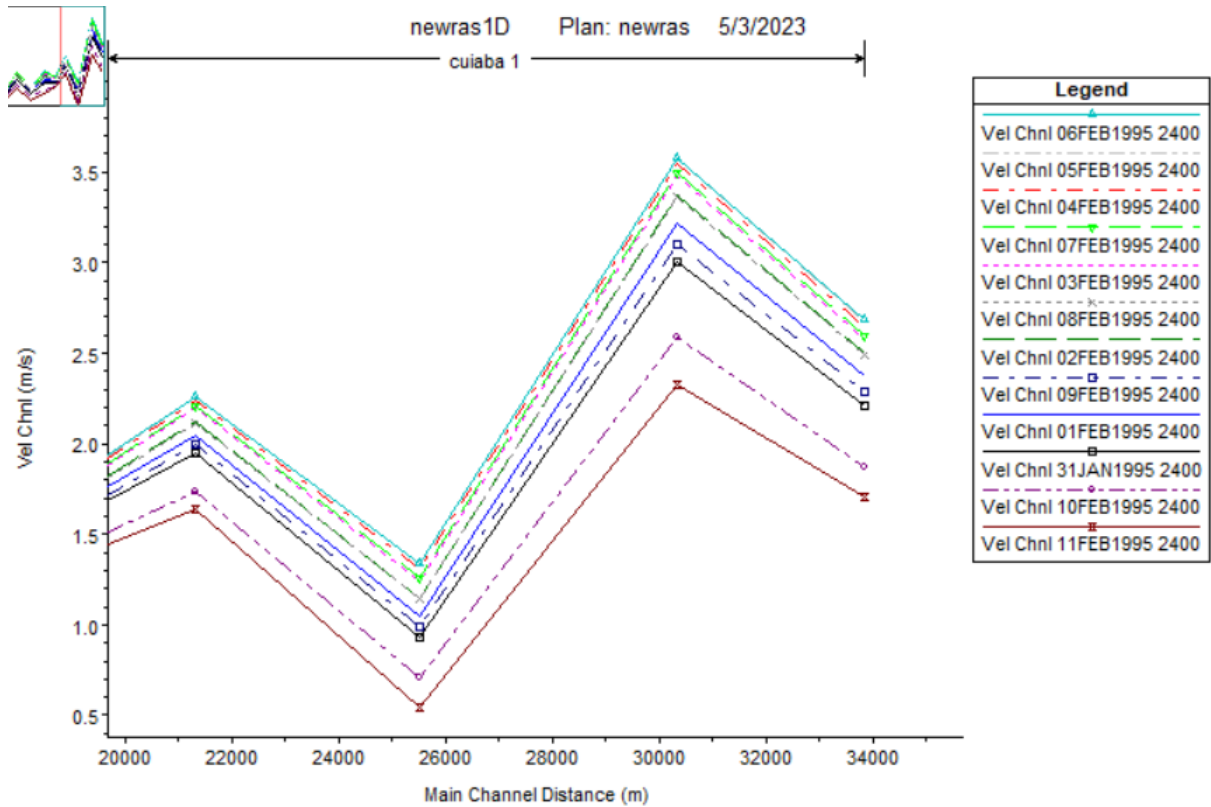


Figura 4.15 - Perfil de velocidades médias no trecho de Acorizal para verificação de atendimento das premissas da modelagem probabilística da curva-chave

De acordo com a Figura 4.14, a Figura 4.15, a Tabela 4.8 e a Tabela 4.9, assume-se que na seção de Acorizal ocorre um regime de escoamento subcrítico, não

permanente e variado, com velocidade média em torno de 3,2 m/s. Na condição de contorno de jusante (seção de Santo Antônio do Leverger), a declividade fraca foi verificada (a declividade normal foi inferior à crítica), o que permite a inserção da profundidade normal como condição de contorno de jusante.

Nesse contexto, também foi assumida a premissa de que o regime de escoamento na seção de Acorizal é aproximadamente uniforme, requisito necessário para o uso das hipóteses adotadas para os parâmetros da curva-chave. Assim, a equação da curva-chave, para ambos os controles hidráulicos identificados na seção (controle de canal e controle de planície), está representada na Equação 5-11:

$$Q = \frac{1}{n} B_w \sqrt{S} (h_0 - b)^{5/3} \quad (4-12)$$

A função de verossimilhança descrita no modelo BaRatin foi construída a partir de dados de resumo de descarga (cotas e vazão) medidos entre os anos de 1993 a 1999 (período que abrange as análises de calibração e validação realizadas). As medições provavelmente foram executadas por meio de molinetes e a incerteza de medição para o parâmetro da vazão foi considerada cerca de $\pm 7\%$ da vazão, ou $0,07\hat{q}_t$ (desvio padrão adotado para representar o erro de medição por molinete) (LE COZ *et al.*, 2014).

Para realizar as simulações MCMC com o Stan, o usuário deve definir o número de cadeias de Markov que serão simuladas em paralelo, os valores iniciais e o número de realizações de cada cadeia. Assim como sugerido por Sturtz, Ligges e Gelman (2005), é indicado que sejam simuladas ao menos três cadeias em paralelo, com valores iniciais diferentes, para que o espaço amostral paramétrico seja explorado de maneira mais completa e com maior possibilidade de convergência.

Foram definidas quatro cadeias e a realização de 1.000 simulações de cada parâmetro, resultando em 4.000 iterações. Para os valores iniciais dos parâmetros, o Stan possibilita escolher as opções *random (default)*, a qual são gerados valores aleatórios para os parâmetros, ou a opção zero, em que todos os parâmetros são iniciados do zero. A convergência foi aferida pelo critério de Brooks-Gelman_Rubin (Gelman, 2013), que indica convergência para um $R_{hat} < 1,1$.

Para a obtenção dos descritores estatísticos e das distribuições marginais *a posteriori* dos parâmetros da curva-chave foi excluído o período de *warm-up* (adotado, como *default*, igual à metade das iterações de cada cadeia), para auxiliar no alcance da convergência. Não foi considerado o *thinning* para reduzir a correlação serial, visto que o Stan tem baixa autocorrelação (STAN, 2022).

Na Tabela 4.10 são apresentadas as distribuições *a priori* dos parâmetros da curva-chave.

Tabela 4.10 - Distribuições *a priori* dos parâmetros da curva-chave

	$\pi(k_1 \text{ e } k_2)$	$\pi(a_1 \text{ e } a_2)$	$\pi(c_1 \text{ e } c_2)$
Canal principal	$N(-2,0; 1,0^2)$	$N(193,23; 24,24^2)$	$N(1,67; 0,025^2)$
Planície de inundação	$N(6,9; 1,0^2)$	$N(163,18; 41,31^2)$	$N(1,67; 0,025^2)$

Para os parâmetros da equação de Manning-Stricker, foram consideradas diferentes distribuições. A representação do coeficiente de Manning seguiu as orientações da CEIWR-HEC (1986), que recomenda a distribuição lognormal. O parâmetro de posição foi centrado na estimativa a partir do método de Cowan para a calha principal e para a planície de inundação. O desvio padrão (σ) foi calculado com base na equação descrita pelo CEIWR-HEC (1986) para uma distribuição log-normal:

$$\sigma_n = n \sqrt{e^{(0,582+0,1 \ln(n))^2} - 1} \quad (4-13)$$

distribuições *a priori* iguais a $LN(0,030; 0,007)$ e $LN(0,049; 0,01)$ foram adotadas para a calha principal e para a planície de inundação de Acorizal, respectivamente.

A largura da seção transversal e a declividade são consideradas uniformemente distribuídas, com representações iguais a $U(177; 210)$ para a largura da calha principal, $U(144; 570)$ para a largura da planície de inundação (Figura 4.16) e $U(0,000221; 0,000245)$ para a declividade. A escolha pelo uso de distribuições *a priori* uniforme foi mais conservadora, uma vez que eram conhecidas as diferenças entre os diferentes MDEs e as seções analisadas.

As estimativas da largura da calha e da planície de inundação foram realizadas a partir da combinação entre as seções batimétricas apresentadas por Paes (2011) e

FABDEM, com resolução espacial de 30 m (Figura 4.16). A média e a variância das distribuições foram calculadas com base nas medidas descritivas de cada distribuição.

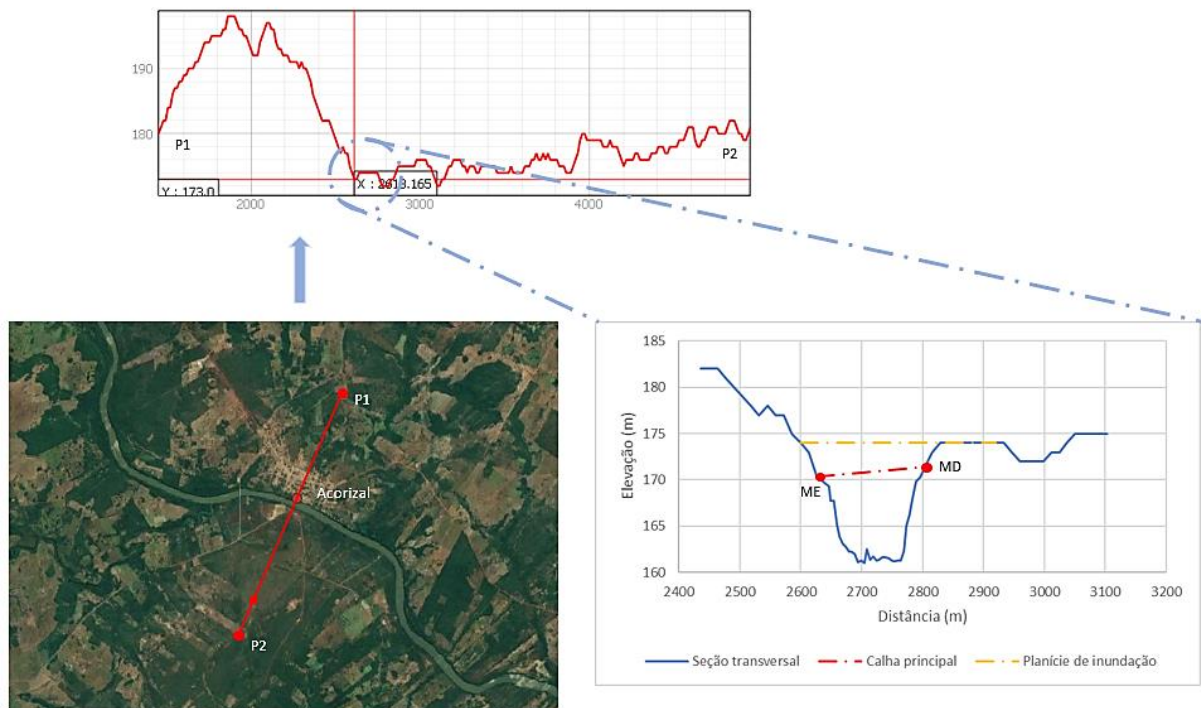


Figura 4.16 - Representação da calha principal e planície de inundação para seção de Acorizal.

Por fim, foram empregadas distribuições *a priori* Gaussianas truncadas para os parâmetros da reta de regressão modelo de erro da Equação 5-3, sendo elas $\beta_0 \sim N(0,100)$ e $\beta_1 \sim N(0,1)$. Ao assumir distribuições Gaussianas, incorpora-se a suposição que os parâmetros seguem uma distribuição normal, com simetria em torno da média, o que implica que a maioria dos valores prováveis para β_0 e β_1 estejam concentrados em torno da média. Ao definir os valores da média e do desvio padrão para essas distribuições, procurou-se representar o pouco conhecimento prévio acerca dos parâmetros.

As incertezas na predição dos parâmetros da curva-chave são estimadas a partir da variação dos valores obtidos pelas diversas repetições das simulações MCMC. Dessa maneira, após a obtenção das amostras da distribuição conjunta *a posteriori*, as incertezas totais e paramétricas foram resumidas em intervalos de credibilidade de 95% com maior densidade *a posteriori* (HPD).

A incerteza paramétrica é quantificada pela variabilidade das amostras dos conjuntos de parâmetros da equação da curva-chave, obtidos a partir da distribuição *a posteriori*

conjunta. Para cada etapa da simulação das vazões modeladas os intervalos amostrais dos parâmetros se tornam mais estreitos. Por sua vez, a incerteza total foi contabilizada por amostragem de uma distribuição normal, com base nos resíduos da regressão. Para cada curva-chave, um vetor de resíduos independentes foi simulado, calculado com base no modelo de erro, e adicionado à vazão predita.

4.3 Verificação do comportamento dos resíduos da modelagem da curva-chave

Após a estimação das distribuições *a posteriori*, procedeu-se à verificação das hipóteses adotadas quanto aos resíduos gerados na modelagem da curva-chave. Para isso, foram avaliadas as características dos resíduos gerados a partir da diferença entre a vazão simulada e a observada na seção de Acorizal.

As análises dos resíduos foram realizadas de acordo com a avaliação das principais hipóteses assumidas na verossimilhança de cada modelo, quais sejam:

- avaliação da correlação serial dos resíduos;
- análise da variância das séries de resíduos; e
- análise da normalidade dos resíduos.

Ao final das simulações MCMC, foram obtidas 2.000 amostras para cada variável da modelagem da curva-chave. De posse dessas informações, as incertezas foram avaliadas a partir de descritores estatísticos como a média, o desvio padrão, a mediana, a moda e os percentis de 5% e 95%.

Além dos descritores estatísticos, foram desenvolvidos histogramas para apresentar o comportamento das distribuições *a posteriori* de cada parâmetro, frente à distribuição *a priori* previamente eliciada. Por fim, foram apresentadas graficamente a curva-chave com a representação das incertezas paramétricas, total e de medição, juntamente com os dados registrados pela ANA.

4.4 Modelagem hidráulica

A modelagem hidráulica foi realizada com auxílio do software gratuito HEC-RAS (*Hydrologic Engineering Center-River Analysis System*), desenvolvido pelo Corpo de Engenheiros dos Estados Unidos (versão 5.0.7). A escolha do modelo unidimensional ocorreu em função de limitações relacionadas ao tempo de cálculo, da simplicidade

do uso, e com a finalidade de evitar a incorporação de outras fontes de incertezas existentes em dados requeridos em simulações bidimensionais.

O HEC-RAS é simulado a partir das equações unidimensionais de Saint-Venant (equações da continuidade e de conservação da quantidade de movimento), que representam o princípio de conservação de massa e a segunda lei de Newton. Algumas das premissas adotadas pelo modelo compreendem escoamento incompressível, distribuição hidrostática de pressões em cada seção transversal e carga total igual para todos os pontos de uma seção transversal (CHAUDHRY, 2008). As equações são aproximadas utilizando o método implícito de diferenças finitas (as equações ainda permanecem não lineares) e resolvidas numericamente utilizando o método de Newton-Raphson (BRUNNER, 2016).

O software é capaz de calcular perfis de linha d'água em diferentes regimes de escoamento. Em toda modelagem hidrodinâmica são agregadas incertezas de caráter aleatório e epistêmico, por conta das diferentes especificidades do HEC-RAS, como as condições iniciais, as condições de contorno, a discretização temporal dos cálculos computacionais, a discretização espacial referente ao espaçamento das seções transversais, o coeficiente de rugosidade de Manning e a existência/representação de estruturas hidráulicas e áreas inefetivas (BRUNNER, 2016). Tais componentes, em especial as discretizações temporais e espaciais, podem influenciar a estabilidade e a convergência do modelo.

O cálculo computacional do sistema considerado foi realizado segundo as premissas de escoamento não permanente, com intervalo de tempo de 1h, de modo que a condição CFL (Courant - Friedrichs – Lewy) fosse satisfeita. Tal condição é apresentada a seguir:

$$(CFL < 1) \rightarrow Co < 1 \quad \forall \vec{r} \in \text{domínio}$$

em que $\vec{r}$ é o vetor posição e Co é o número de Courant.

O número de Courant representa o escoamento advectivo em cada volume finito da malha, sendo que, para equações hidrodinâmicas, ele é definido como:

$$Co = \frac{v\Delta t}{\Delta x} \quad (4-14)$$

na qual v é a velocidade da onda na posição analisada (m/s); Δt é o intervalo de tempo computacional (s); e Δx é a largura média da célula (m).

Há situações em que, apesar de a condição de Courant ser satisfeita, ocorrem dispersões numéricas acentuadas da onda de cheia, em virtude da adoção de intervalos temporais e espaciais grandes ou pequenos. Para esses casos, é interessante testar diferentes combinações de Δx e Δt , avaliando os resultados das simulações e a estabilidade do modelo.

A geometria do modelo contou com oito seções transversais (Figura 4.6). Nas seções de Acorizal e Santo Antônio do Leverger foram definidas as condições de contorno, quais sejam, a montante o hidrograma de referência e a jusante a profundidade normal (Figura 4.17). O evento de 19/01/1995 a 28/02/1995 serviu como referência para simulação das ondas de cheias utilizadas na calibração do coeficiente de rugosidade e quantificação das incertezas.

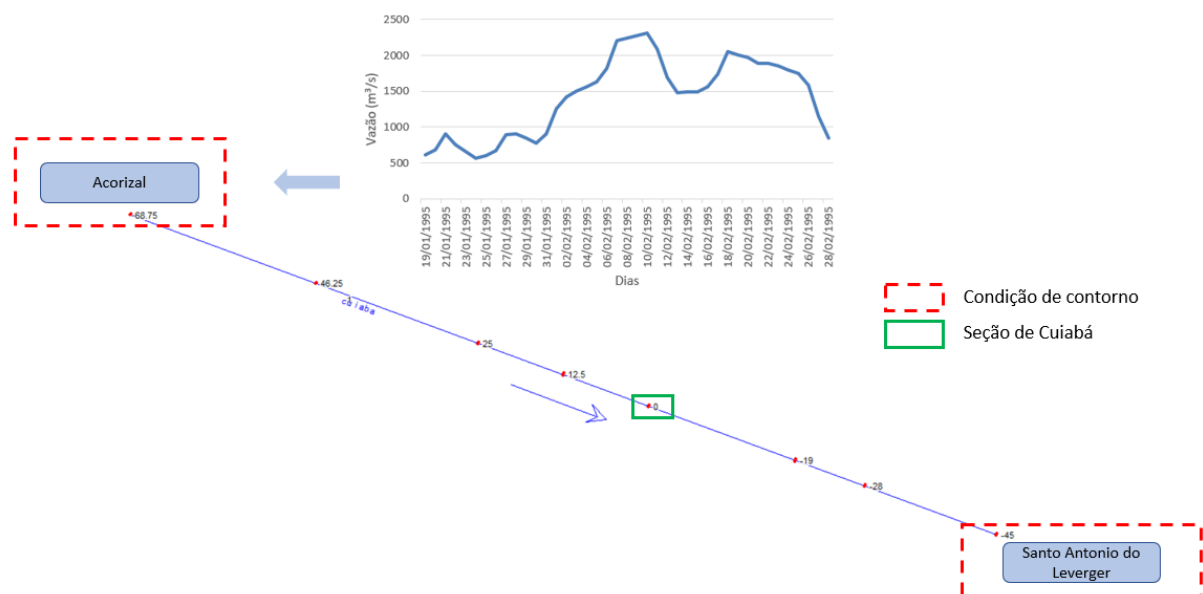


Figura 4.17 - Representação da geometria do modelo hidrodinâmico suas condições de contorno.

Antes de realizar a modelagem hidráulica Bayesiana, foi criado um cenário para servir de referência e ponto de comparação para as simulações posteriores. Esse cenário correspondeu à propagação do hidrograma de cheia medida no período de 19 de janeiro a 28 de fevereiro de 1995. O objetivo principal da elaboração desse cenário foi conhecer os resultados da simulação hidráulica sem a incorporação de incertezas paramétricas e totais.

4.5 Modelagem hidráulica Bayesiana

4.5.1 Calibração do modelo

O modelo hidráulico HEC-RAS foi acoplado a um pacote Python, de código aberto (PyMC3), de modelagem estatística Bayesiana, que simula a distribuição conjunta *a posteriori* por amostragem MCMC. Esse pacote foi selecionado em função da possibilidade de sua interação com o HEC-RAS por meio do HEC-RAS *Controller* (LEON & GOODELL, 2016).

A função *edit_hydrograph* do HEC-RAS *Controller* permitiu que o hidrograma fosse variado em função das vazões estimadas para cada curva-chave (considerando os dois segmentos). Cada um dos hidrogramas tem 41 dados, o mesmo comprimento do evento de referência.

Concomitantemente à simulação, a calibração do coeficiente de Manning ocorreu por simulações MCMC. O coeficiente de Manning desempenha um importante papel na modelagem hidrodinâmica e seus valores são essenciais para a resolução das equações de Saint-Venant. Sua escolha é fundamental para precisão do modelo e depende de fatores como a cobertura do solo, erosão, deposição de materiais, obstruções e descargas (KASTALI *et al.*, 2021).

A calibração e a propagação de incertezas nesta etapa são resumidas nos seguintes passos:

- 1) determinação de hidrogramas, na seção de Acorizal, a partir do conjunto das distribuições *a posteriori* da curva-chave e das cotas correspondentes ao evento de cheia;
- 2) para cada hidrograma, a onda de cheia é propagada e a distribuição conjunta *a posteriori* dos parâmetros do modelo hidrodinâmico e do modelo de erro é estimada sob a hipótese de que os resíduos das cotas são normalmente distribuídos, homocedásticos e com função de autocovariância regida por um modelo autoregressivo de primeira ordem. A função de versossimilhança pode ser escrita de acordo com a Equação 6-2 e a distribuição *a posteriori* de acordo com a Equação 6-3.

$$p(\tilde{\mathbf{h}}|\mathbf{h}, \mathbf{q}^{(i)}, n, \theta, \tau, \mathcal{H}) = MVN(\tilde{\mathbf{h}}_t, \hat{\mathbf{h}}_t, \gamma) \quad (4-15)$$

$$p(n, \theta, \tau | \mathbf{h}, \mathbf{q}^{(i)}, \tilde{\mathbf{h}}, \mathcal{H}) \propto p(\tilde{\mathbf{h}} | \mathbf{h}, \mathbf{q}^{(i)}, n, \theta, \tau, \mathcal{H}) p(n, \theta, \tau) \quad (4-16)$$

na qual $\mathcal{H}$ denota os pares de cota e descarga utilizados na construção da curva-chave, n é o coeficiente de rugosidade de Manning da seção de Cuiabá; $\mathbf{h}$ é o vetor de cotas na seção de montante; $\mathbf{q}^{(i)}$ é o vetor de vazões preditas pela curva-chave na seção de montante, condicionado $\mathbf{h}$; i é o índice que representa um dado hidrograma predito; γ é uma matriz que representa a função de autocovariância do processo, a qual é uma função de θ e τ (coeficiente de correlação e erro, respectivamente); $\tilde{\mathbf{h}}$ é o vetor de cotas observadas na seção de jusante e $\hat{\mathbf{h}}$ é vetor de cotas preditas pelo HEC-RAS na seção de jusante, que são funções de $\mathbf{h}, \mathbf{q}$ e n .

Na Equação 6-2 cada hidrograma é analisado separadamente.

- 3) Sob tais condições, cada hidrograma vai gerar uma distribuição *a posteriori* para n , θ e τ condicionado a q . Dessa forma, pode-se estimar a distribuição geral dos parâmetros a partir de uma mistura de distribuições que independe das vazões (o paradigma de calibração contempla as cotas) (Steinbakk *et al.*, 2016). Assim:

$$p(n, \theta, \tau | \mathbf{h}, \tilde{\mathbf{h}}, \mathcal{H}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(n, \theta, \tau | \mathbf{h}, \mathbf{q}^{(i)}, \tilde{\mathbf{h}}, \mathcal{H}) \quad (4-17)$$

que corresponde a uma aproximação da distribuição marginal *a posteriori* de n , θ e τ . A Equação 6-4 também pode ser representada como:

$$\begin{aligned} p(n, \theta, \tau | \mathbf{h}, \tilde{\mathbf{h}}, \mathcal{H}) &= \int \int p(n, \theta, \tau, \boldsymbol{\theta}_{RC}, \sigma_{RC} | \mathbf{h}, \tilde{\mathbf{h}}, \mathcal{H}) d\boldsymbol{\theta}_{RC} d\sigma_{RC} \\ &= \int \int p(n, \theta, \tau | \mathbf{h}, \tilde{\mathbf{h}}, q, \mathcal{H}) p(q | \boldsymbol{\theta}_{RC}, \sigma_{RC}, \mathbf{h}, \mathcal{H}) p(\boldsymbol{\theta}_{RC}, \sigma_{RC} | \mathcal{H}) d\boldsymbol{\theta}_{RC} d\sigma_{RC} \end{aligned} \quad (4-18)$$

na qual $p(q | \boldsymbol{\theta}_{RC}, \sigma_{RC}, \mathbf{h}, \mathcal{H})$ é a distribuição *a posteriori* das vazões associadas a cada cota do evento de cheia e $p(\boldsymbol{\theta}_{RC}, \sigma_{RC} | \mathcal{H})$ é a distribuição *a posteriori* dos parâmetros da curva-chave e do modelo de erro estrutural correspondente. Embora seja possível atualizar os parâmetros da curva-chave durante a calibração na modelagem hidrodinâmica, ela não foi realizada em virtude de altos custos computacionais para propagação da onda de cheia.

Por fim, a distribuição preditiva das cotas no trecho a jusante, para um novo evento de inundação, é:

$$p(\mathbf{h}^*|\mathbf{h}, \tilde{\mathbf{h}}, \mathcal{H}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \iiint p(\mathbf{h}^*|\mathbf{h}, \tilde{\mathbf{h}}, \mathcal{H}, \mathbf{q}_{(k)}^*, n, \theta, \tau) p(n, \theta, \tau|\mathbf{h}, \tilde{\mathbf{h}}, \mathcal{H}) dnd\theta d\tau \quad (4-19)$$

sendo $\mathbf{h}^*$ e $\mathbf{q}_{(k)}^*$ cotas e vazões, respectivamente, do novo evento de inundação.

As distribuições *a priori* para os coeficientes de Manning e para o desvio padrão das cotas são apresentadas na Tabela 4.11, na qual n_c e n_p representam os coeficientes de rugosidade de Manning para a calha principal e para a planície de inundação para a seção de Cuiabá, respectivamente.

Para uma investigação mais aprofundada, a incerteza preditiva foi estimada com base em quatro modelos de erros diferentes utilizados na construção da função de verossimilhança: homocedástico independente, heterocedástico independente, homocedástico autoregressivo e heterocedástico autoregressivo. Após realizar simulações para cada um desses modelos, foi constatado, a partir da análise de métricas de desempenho e avaliação do diagnóstico dos resíduos, que o modelo homocedástico autoregressivo apresentou um ajuste moderadamente superior em relação aos demais, sendo capaz de melhor representar o comportamento dos resíduos.

A verossimilhança do modelo Bayesiano adotado leva em consideração a autocorrelação do erro por meio de um modelo autorregressivo de primeira ordem. Para representá-la, foi implementado um modelo AR (1) no Pymc3 (Apêndice C), no qual a observação atual depende linearmente da observação anterior. No modelo, o parâmetro de regressão theta (θ) traduz os efeitos da observação anterior no valor atual da série, ou seja, o coeficiente de correlação. O parâmetro tau (τ) retrata o resíduo, isto é, a variabilidade que a regressão não consegue representar. Quanto maior o valor de tau, menor a previsibilidade da série e, consequentemente, maior é a sua aleatoriedade.

O modelo AR (1) foi ajustado aos dados de cotas observadas na seção de Cuiabá (Equação 6-7). Para cada um dos parâmetros, foram especificadas distribuições *a priori* (Tabela 4.11) e, em seguida, o Pymc3 realizou as inferências Bayesianas utilizando o algoritmo de amostragem MCMC. Todas as estatísticas calculadas (a exemplo da média, desvio padrão, intervalos de credibilidade e medidas de desempenho) foram realizadas a partir das cadeias amostradas. Os intervalos de

variação do coeficiente de rugosidade de Manning definidos na distribuição uniforme *a priori* foram selecionados com base em Baptista & Lara (2006).

$$h_t = \theta h_{t-1} + \tau, \tau \sim U(0,1; 100) \quad (4-20)$$

na qual:

h_t é uma variável aleatória referente a cota no tempo t ;
 θ é o coeficiente autorregressivo de ordem 1; e
 τ representa a variância do ruído.

Tabela 4.11 - Distribuições *a priori* do modelo hidráulico Bayesiano

Parâmetro	$\pi(n_c)$	$\pi(n_p)$	$\pi(\theta)$	$\pi(\tau)$
	$U(0,02; 0,08)$	$U(0,03; 0,2)$	$U(0; 1)$	$U(0,1; 100)$

No modelo hidráulico foram desenvolvidas realizações de 3 cadeias, com 1.000 iterações. O *warm-up* adotado foi igual à metade das iterações de cada cadeia. A Tabela 4.12 apresenta as cotas do evento de calibração utilizado no modelo hidráulico, referentes à seção de Cuiabá.

Para análise e avaliação dos resultados da simulação em Python, foi desenvolvido um código na linguagem de programação R, que forneceu valores da estatística de convergência da distribuição conjunta *a posteriori*, gráficos *a posteriori* e a representação das incertezas totais nas cotas de inundação. A fim de obter intervalos de credibilidade mais realistas para a incerteza preditiva total, o erro estrutural foi incorporado, sendo expresso no código por meio de uma distribuição normal multivariada, com média igual ao valor simulado e a matriz de variância-covariância regida pela função de autocovariância de modelo um AR (1), de acordo a Equação 6-8.

$$Variância = \frac{\sigma^2}{1-\theta^2} \theta^t; \tau = \frac{1}{\sigma^2} \text{ e } |\theta| < 1 \therefore \quad (4-21)$$

$$Variância = \frac{\theta^t}{\tau(1-\theta^2)}$$

na qual:

σ^2 é a variância do modelo autorregressivo de ordem 1; e
 θ^t é o parâmetro do modelo autorregressivo de ordem 1.

Tabela 4.12 - Cotas de Cuiabá utilizadas na calibração do modelo hidráulico Bayesiano

Data	Cota de Cuiabá (m)	Data	Cota de Cuiabá (m)	Data	Cota de Cuiabá (m)
19/01/1995	143,71	2/2/1995	146,18	16/2/1995	147,28
20/01/1995	143,19	3/2/1995	146,65	17/2/1995	147,46
21/01/1995	144,14	4/2/1995	146,94	18/2/1995	148,78
22/01/1995	144,36	5/2/1995	147,05	19/2/1995	148,72
23/01/1995	143,96	6/2/1995	148,15	20/2/1995	148,88
24/01/1995	143,76	7/2/1995	150,64	21/2/1995	148,80
25/01/1995	143,34	8/2/1995	150,30	22/2/1995	148,20
26/01/1995	144,04	9/2/1995	149,30	23/2/1995	147,71
27/01/1995	144,61	10/2/1995	148,87	24/2/1995	147,52
28/01/1995	144,87	11/2/1995	148,79	25/2/1995	147,34
29/01/1995	144,80	12/2/1995	148,34	26/2/1995	147,03
30/01/1995	144,79	13/2/1995	147,43	27/2/1995	146,58
31/01/1995	144,73	14/2/1995	146,90	28/2/1995	144,94
1/2/1995	145,44	15/2/1995	147,04		

Na sequência, foi realizada a validação do modelo hidráulico Bayesiano.

4.5.2 Validação do modelo

Após o ajuste do modelo hidráulico Bayesiano durante a calibração foram obtidas 6.000 estimativas *a posteriori* dos coeficientes de rugosidade de Manning para a planície, para o canal principal, para os parâmetros do modelo de erro (θ e τ) e para as cotas de Cuiabá em cada um dos 41 dias simulados.

Na sequência, foi realizada a validação do modelo hidráulico Bayesiano para avaliação da sua capacidade em fazer previsões confiáveis. Nesta fase, houve a comparação dos dados de cotas preditas com os valores medidos, disponíveis no HIDROWEB, para o evento de 19/01/1997 a 28/02/1997 (foi selecionado um novo evento, de mesmo comprimento daquele utilizado na etapa de calibração). Métricas de desempenho — Erro Médio (ME), Erro Médio Absoluto (MAE) e o coeficiente de desempenho de Nash-Sutcliffe (NSE) — foram calculadas para avaliar o quão bem o modelo se ajustou aos valores medidos. Segue, na Figura 4.18, o hidrograma observado para o período avaliado.

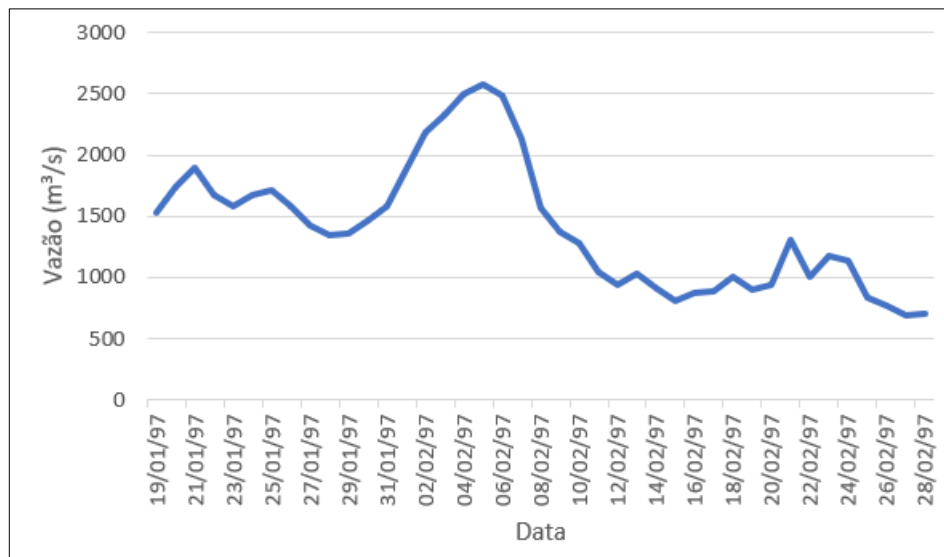


Figura 4.18 - Hidrograma utilizado para validação

O hidrograma propagado no modelo hidráulico foi construído a partir da curva-chave criada pelo método BaRatin. O processo de construção teve como referência as cotas observadas na seção de Acorizal no período de 19/01/1997 a 28/02/1997, para o qual, cada cota diária medida, foi relacionada a vazão extraída da curva-chave mediana. Os coeficientes de rugosidade de Manning utilizados nas seções do modelo hidráulico foram determinados a partir da média dos valores obtidos durante a etapa de calibração, por meio de amostragem Bayesiana.

Foram realizadas 1.000 simulações hidráulicas para propagar o hidrograma de validação predito da seção de Acorizal até a seção de Cuiabá. Nesta etapa, não foram utilizadas amostragens Bayesianas pelo método MCMC.

4.5.3 Simulação das diferentes curvas-chave no modelo hidráulico Bayesiano

Após a calibração e validação do modelo, foram realizadas novas previsões por meio da simulação. Durante essa etapa, foram selecionadas aleatoriamente curvas-chave para serem propagadas no modelo hidráulico Bayesiano, levando em consideração os mesmos modelos de erros e especificações das distribuições *a priori* da calibração.

O método de amostragem Bayesiana utilizado foi o MCMC, seguindo o mesmo número de iterações e cadeias estabelecido na etapa de calibração. Apenas as curvas-chave que resultaram em amostragens *a posteriori*, de n_c , n_p , θ e τ com valores de $\hat{R}$ menores que 1,2 (GELMAN *et al.*, 1995), foram consideradas para a avaliação dos resultados.

Após a seleção das curvas-chave, foi determinada a mistura dos resultados a *posteriori*, ou seja, a média dos resultados obtidos. Além disso, foram analisadas as contribuições das incertezas e avaliados os resíduos da modelagem.

4.6 Verificação do comportamento dos resíduos da modelagem hidrodinâmica

Após a propagação das vazões das curvas-chave no modelo hidráulico Bayesiano, foi realizada a verificação das hipóteses adotadas em relação aos resíduos gerados pela modelagem. Para isso, foram analisadas as características dos resíduos, que correspondem à diferença entre as cotas simuladas e observadas na seção de Cuiabá.

A análise dos resíduos foi conduzida de maneira semelhante à etapa de modelagem da curva-chave, levando em consideração as principais hipóteses assumidas na construção do modelo. Essas hipóteses incluíam a avaliação da correlação serial dos resíduos, a análise da variância das séries de resíduos e a verificação da normalidade dos resíduos.

As incertezas foram avaliadas utilizando descritores estatísticos, como média, desvio padrão, mediana, moda, percentis de 5% e 95%, e intervalos HPD (*Highest Posterior Density*).

A etapa de cálculo e avaliação de métricas de desempenho foi essencial para avaliar as previsões, pois permitiu analisar a qualidade das mesmas e verificar o quão bem o modelo se ajusta aos dados observados.

5 RESULTADOS

Nos próximos itens serão apresentados os resultados das modelagens Bayesianas da curva-chave e das modelagens hidráulicas Bayesianas, juntamente com a avaliação dos resultados e análise das incertezas.

5.1 Modelagem da curva-chave

Uma vez que as distribuições de probabilidade *a priori* para os parâmetros da curva-chave foram definidas, as distribuições *a posteriori* foram exploradas por meio de simulações MCMC. As estatísticas *a posteriori* dos parâmetros para os dois segmentos da curva chave e do modelo de erro são apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Resumo das distribuições *a posteriori* dos parâmetros da curva-chave e do modelo de erro na estação de Acorizal

Parâmetro	Média	Desvio padrão	95% HPD*
a_1	87,38	4,87	78,09 - 97,45
a_2	161,51	42,72	74,36 - 242,14
b_1	-0,22	0,04	-0,30 - -0,14
b_2	6,94	0,97	5,09 - 8,89
c_1	1,65	0,02	1,60 - 1,70
c_2	1,66	0,02	1,61 - 1,71
k_2	6,94	0,97	5,09 - 8,89
β_0	2,01	1,62	0,08 - 5,81
β_1	0,01	0,01	0,00 - 0,03

*HPD é o maior intervalo de densidade *a posteriori* (intervalo de 95% de credibilidade)

O modelo de curva-chave desenvolvido na seção de Acorizal foi construído sob a hipótese de que dois controles hidráulicos de canal operavam, um no canal principal e outro na planície de inundação. A estimativa pontual da transição entre os tramos da curva-chave inferida (k_2) foi de 6,94 m, com intervalo de credibilidade de 95% entre 5,09 e 8,89 m. Tal fato, contudo, era esperado, em razão das informações imprecisas para estimá-lo, como limitações relacionadas a modelos digitais de terreno, à topobatimetria, à definição das margens, à modelagem hidráulica e à distribuição *a priori* pouco informativa eliciada para o referido parâmetro. Situação similar foi verificada para o parâmetro a_2 , o qual apresentou intervalo de credibilidade parecido com o intervalo da distribuição *a priori*, o que pode ter sido influenciado pelas incertezas referentes à planície de inundação e à falta de dados de medições de vazão na área. Em grande parte dos parâmetros, as médias *a posteriori* permaneceram próximas às estimativas *a priori*, o que permite inferir que as análises da seção para definição das distribuições *a priori* foram adequadas.

A Figura 5.1 apresenta histogramas de frequência que descrevem as distribuições *a posteriori* dos parâmetros da curva-chave, do modelo de erro utilizado e das variáveis da equação de Manning Stricker, juntamente com as distribuições *a priori*. Observa-se que as distribuições *a posteriori* são unimodais e em sua maioria aproximadamente simétricas, exceto aquelas referentes aos parâmetros β_0 e β_1 , que são fortemente assimétricas à direita, e n_c e n_p , que apresentam leve assimetria positiva. Para os parâmetros β_0 e β_1 , a redução da variância das distribuições obtidas *a posteriori* evidencia a influência trazida pela função de verossimilhança. Um intervalo estreito foi obtido para c , influenciado pelas distribuições *a priori* informativas, que refletiam o fenômeno físico, envolvendo as características da seção e controle hidráulico (LE COZ *et al.*, 2014).

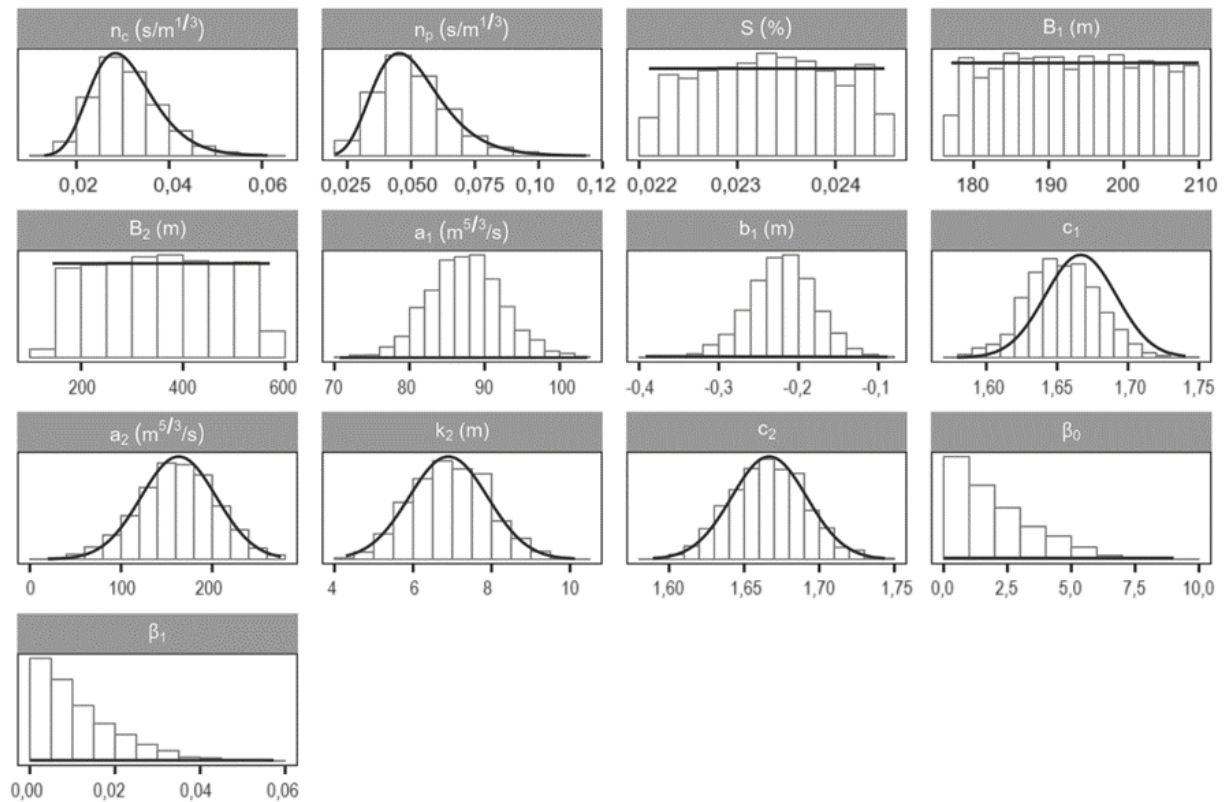


Figura 5.1 - Distribuições marginais *a posteriori* dos parâmetros da curva-chave e do modelo de erro

Para os parâmetros $n_c, n_p, B_1, B_2, a_2, k_2, c_1$ e c_2 as distribuições *a posteriori* permaneceram similares às distribuições *a priori*, enquanto outros tiveram uma distinção mais acentuada. Para os parâmetros c_1 e c_2 esse comportamento já era esperado, uma vez que as distribuições *a priori* são bastante informativas. No caso de a_2 , a ausência de medições na planície provavelmente foi a razão pela qual a distribuição *a posteriori* não foi alterada com relação à distribuição *a priori*.

A curva-chave inferida é apresentada na Figura 5.2. Em geral, as estimativas medianas da curva-chave estão próximas das vazões medidas para elevações médias. Ao se tratar de quantificação de incertezas, nota-se que na parte inferior da curva-chave, a incerteza paramétrica é uma pequena parte da incerteza total, e a incerteza estrutural prevalece. Para valores acima de 6,9 m, na porção de extrapolação da curva, o intervalo de credibilidade foi amplo e a incerteza paramétrica aumentou. Isso provavelmente ocorreu em decorrência da escassez de informações nas cotas mais altas, o que acarretou distribuições *a priori* e *a posteriori* similares, refletindo a grande incerteza associada às cotas maiores, assim como observado nos trabalhos de Le Coz *et al.* (2014), Sikorska & Renard (2017) e Garcia, Costa e Silva (2020).

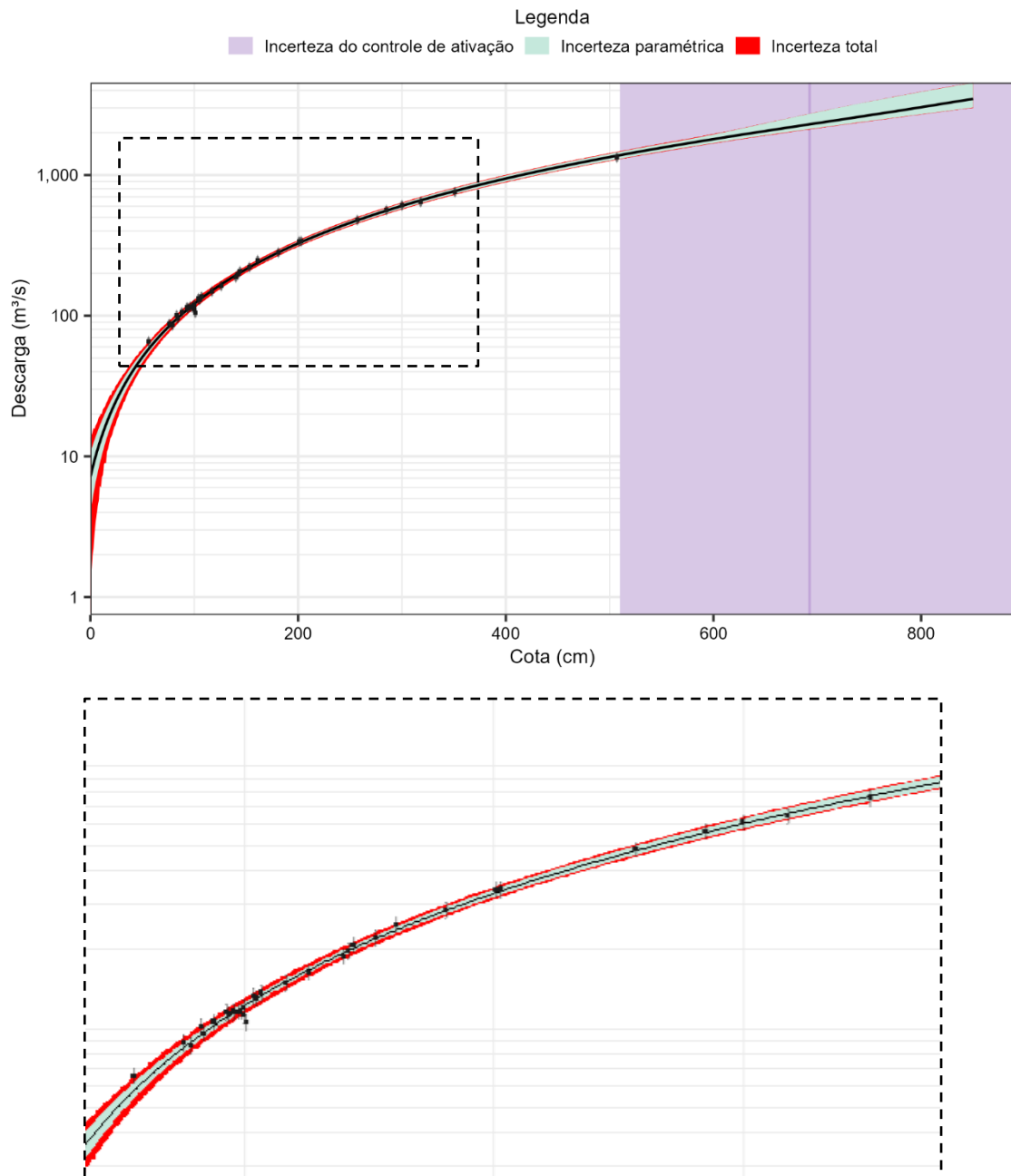


Figura 5.2 - Estimativa pontual da curva-chave em linha sólida preta e intervalos de credibilidade para as incertezas

Por fim, para uma investigação mais profunda, a incerteza preditiva associada às vazões foi estimada. Apesar da falta de dados na parte superior da curva para melhor avaliação, notou-se que o modelo de erros utilizado foi capaz de representar a incerteza em grande parte das observações para cotas médias, com intervalos de predição que englobaram praticamente todos os pontos das medições e as barras de erro. Na Figura 5.3 é apresentada uma comparação entre as curvas-chave medidas e simuladas. Pode-se observar que as vazões simuladas foram bastante semelhantes às vazões medidas na maioria das cotas. No entanto, é importante ressaltar que, para

elevações acima de 4,0 m, há apenas um dado medido disponível, o que resulta em maiores incertezas.

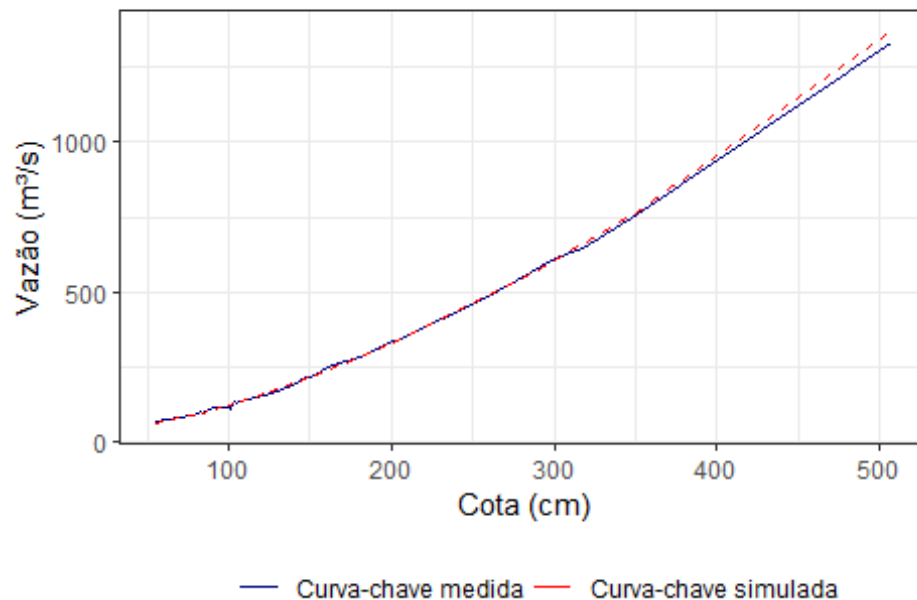
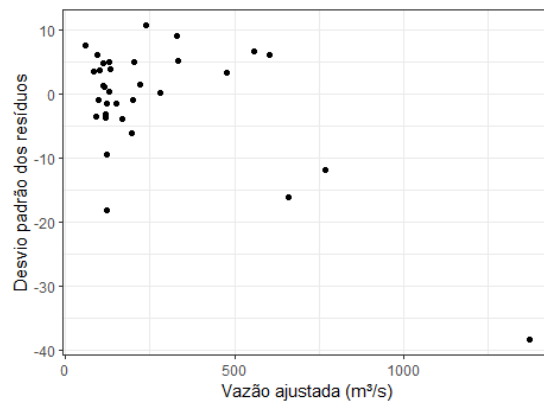


Figura 5.3 - Comparação das curvas-chave estimada pela ANA e simulada

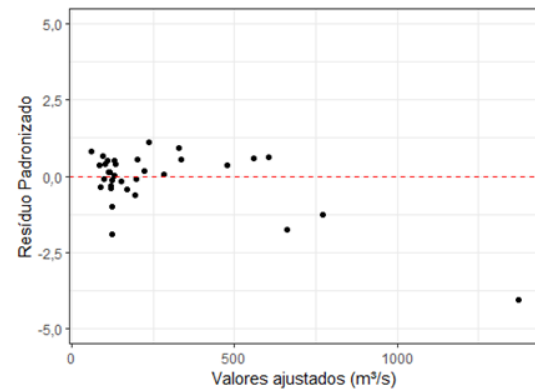
5.1.1 Análise dos resíduos obtidos *a posteriori* da curva-chave

Após a inferência, foram realizados diagnósticos para verificar se os pressupostos do comportamento dos resíduos das vazões da curva-chave se mantiveram após a inferência. Tal etapa é necessária para se avaliar a confiabilidade das estimativas das vazões preditas a partir da curva-chave e do modelo de erro estrutural adotado. Os gráficos da Figura 5.4 exibem as verificações das diferentes suposições estabelecidas. O gráfico (a) indica um padrão aleatório entre os resíduos e a vazão predita pelo modelo, o que sugere independência dos resíduos. A ocorrência de um possível *outlier* é observada, o que aponta uma vazão incomum simulada ou possível erro de medição. O gráfico (b), referente aos resíduos padronizados, sinaliza para a homogeneidade da variância, ou seja, a homoscedasticidade dos resíduos. Os gráficos (c) e (e) demonstram que os resíduos são aproximadamente normalmente distribuídos, com assimetria para esquerda em quantis teóricos de vazões mais baixas. Ao considerar a autocorrelação dos resíduos (gráfico d), são verificados indícios de independência serial, uma vez que os coeficientes de correlação, para todos os lags, estão contidos nos limites de confiança de 95%.

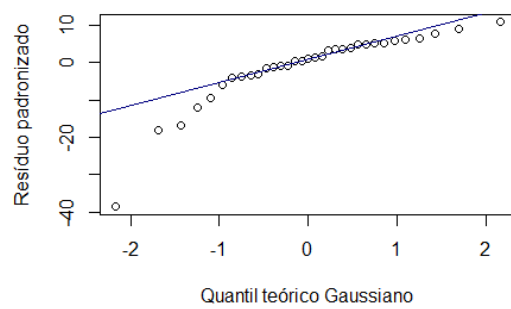
(a)



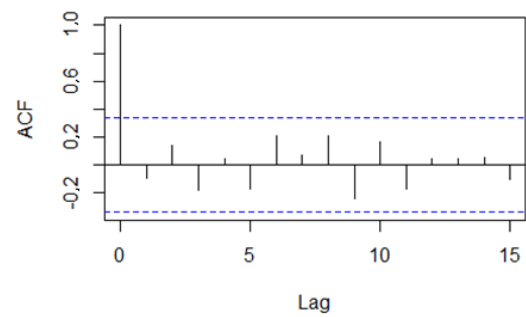
(b)



(c)



(d)



(e)

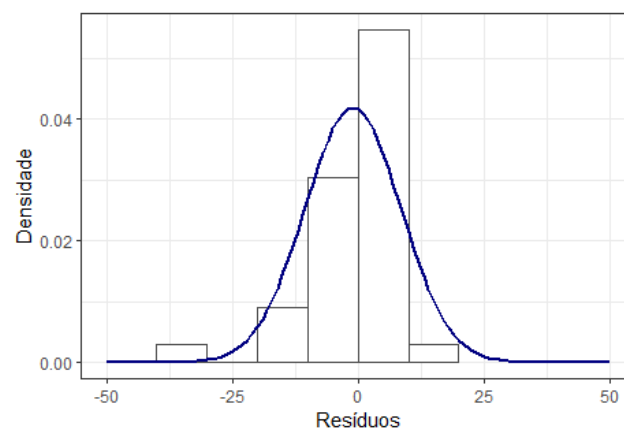


Figura 5.4 - Análise gráfica de diagnóstico dos resíduos para o modelo de erro especificado. Em ordem: (a) Gráfico de dispersão dos resíduos, (b) Gráfico de resíduo padronizado, (c) Gráfico Normal Q-Q, (d) Gráfico ACF (*Autocorrelation Function*) e (e) gráfico de densidade dos resíduos.

5.1.2 Análise de métricas de desempenho das previsões do modelo

Para avaliação da qualidade dos ajustes entre os valores de vazões observadas e simuladas foram calculadas medidas estatísticas de desempenho por meio da função `gof` do pacote em R, chamado `hydroGOF`, de 03 de novembro de 2020, na versão 0.4-0. Os principais resultados são apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Estatísticas de desempenho para avaliação do modelo de curva-chave

Medida estatística	Sigla	Valor
Erro Médio	ME	0,97
Erro Absoluto Médio	MAE	6,19
Raiz do Erro Quadrático Médio	RMSE	9,41
Eficiência de Nash-Sutcliffe	NSE	0,99
Eficiência de Nash-Sutcliffe modificada	mNSE	0,99
Índice de concordância	d	0,99
Coefficiente de determinação	r^2	0,99

No geral, as métricas indicaram um ajuste apropriado entre as estimativas do modelo e os dados observados. As métricas NSE, mNSE, d, e r^2 apresentaram valores altos, próximos a 1. O ME igual a 0,97 indica que, em média, os valores de vazão simulados estão ligeiramente maiores que os observados. Ao se tratar do MAE e do RMSE, a diferença entre seus valores indica que os desvios aumentam de maneira relativamente suave com a vazão.

Por fim, como mencionado anteriormente, o modelo proposto demonstrou um desempenho adequado na simulação de vazões média, entretanto apresentou dificuldades em prever vazões mais baixas, como pode ser observado na Figura 5.5 e na Figura 5.6. De fato, percebe-se que as vazões simuladas com auxílio do método BaRatin superestimaram aquelas observadas em todo o período analisado. No entanto, as maiores diferenças foram verificadas entre os últimos treze dias de janeiro (19/01/1995 a 31/01/1995) e dois últimos dias de fevereiro (27/02/1995 e 28/02/1995), com variações entre 35,18 m³/s e 40,32 m³/s.

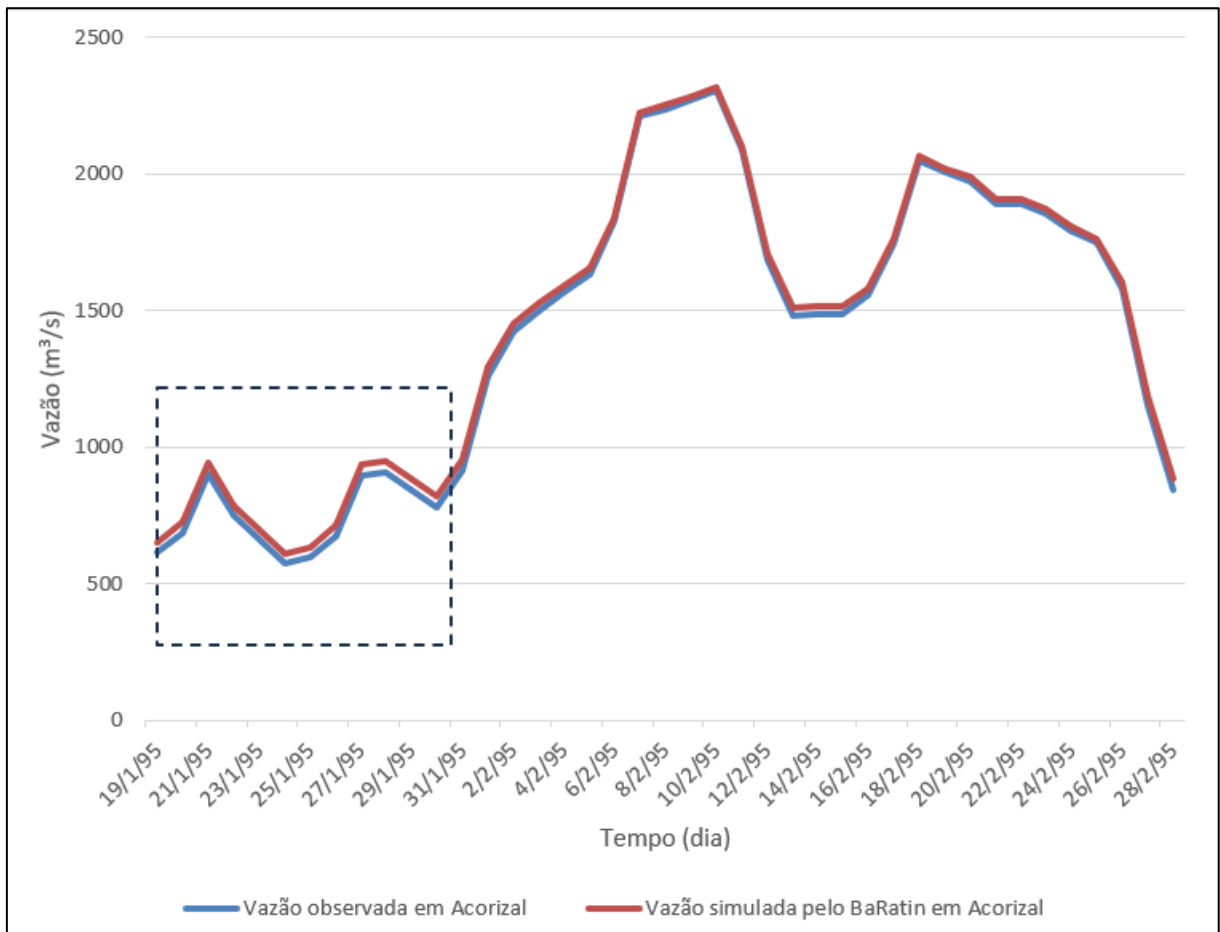


Figura 5.5 - Comparação entre as vazões observadas e simuladas pela curva-chave mediana em Acorizal com relação a alturas de cotas absolutas, considerando o zero da régua em 140,293 m

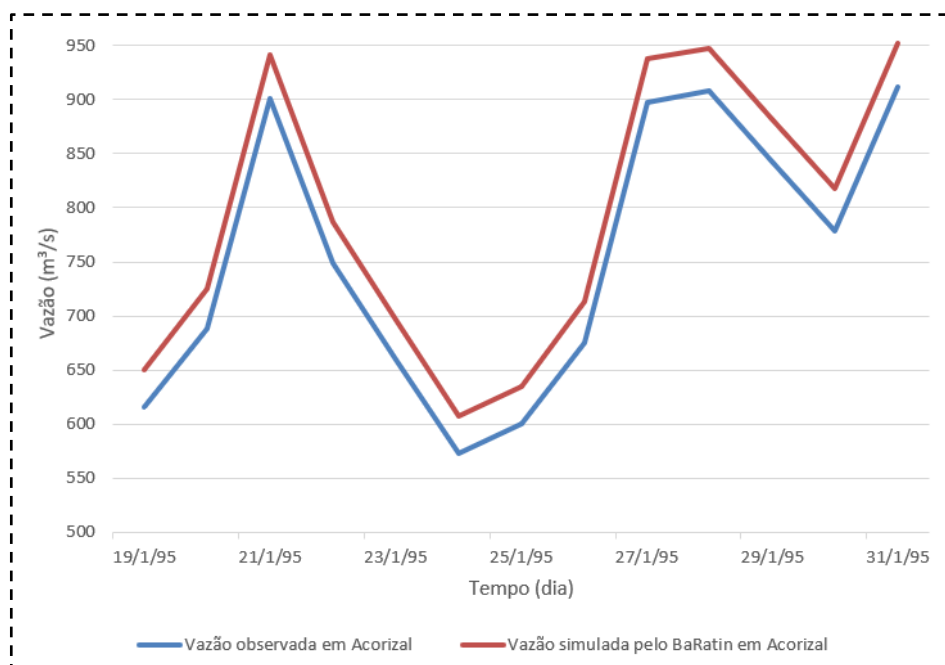


Figura 5.6 - Detalhe da comparação entre vazões simuladas e observadas com relação a alturas de cotas absolutas, considerando o zero da régua em 140,293 m

5.2 Modelagem hidrodinâmica

Nesta etapa, foram propagados diversos hidrogramas de cheias no modelo hidrodinâmico HEC-RAS 5.0.7, em versão unidimensional. As distintas etapas realizadas para avaliação e quantificação das diferentes fontes de incertezas das modelagens podem ser resumidas em dois cenários:

- i. Cenário *baseline* – Simulação do hidrograma predito da curva-chave mediana, juntamente com a calibração do coeficiente de rugosidade de Manning na seção de Cuiabá; e
- ii. Cenário de simulação do conjunto de curvas-chave – Simulação de hidrogramas preditos por um conjunto de curvas-chaves selecionadas aleatoriamente, combinado com o ajuste do coeficiente de rugosidade de Manning na seção de Cuiabá.

Os parâmetros do modelo foram calibrados considerando o evento de 19/01 a 28/02/1995 e o modelo foi validado com base no evento de 19/01 a 28/02/1997.

A geometria do modelo hidrodinâmico para os dois cenários simulados, incluindo a etapa de calibração e validação, contou com 27 seções transversais, iniciando em Acorizal e se estendendo até Santo Antônio do Leverger. Entre as seções transversais da Figura 4.5 foi realizada uma interpolação com espaçamento de 4.800 m (Figura 5.7).

Antes de prosseguir com as etapas mencionadas, foi simulado o hidrograma observado durante o evento de 19/01 a 28/02/1995, no trecho em questão. Essa simulação teve o propósito de entender o comportamento do escoamento no trecho e identificar a ocorrência de possíveis fenômenos hidráulicos, como remansos e reassaltos hidráulicos. Para essa simulação, o coeficiente de rugosidade de Manning foi adotado conforme descrito na Tabela 5.3.

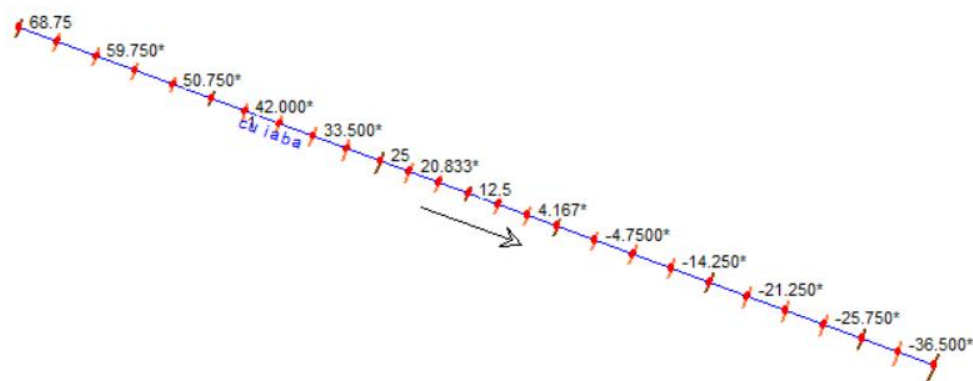


Figura 5.7 - Geometria do modelo hidrodinâmico utilizado

Tabela 5.3 - Coeficientes de rugosidade de Manning adotados em cada seção para o cenário observado

Principais seções transversais	Descrição	np*	nc**
68,75	Acorizal	0,049	0,03
46,25	Nossa Senhora da Guia	0,049	0,03
25	Porto Bandeira	0,049	0,03
12,5	Passagem da Conceição	0,049	0,03
0	Cuiabá	0,054	0,035
-19	Bom Sucesso	0,054	0,035
-28	Praia Grande	0,054	0,035
-45	Santo Antônio do Lerveger	0,054	0,035

*np representa o coeficiente de rugosidade de Manning da planície de inundação nas margens direita e esquerda;

**nc representa o coeficiente de rugosidade de Manning da calha principal.

As condições de contorno selecionadas consistiram no hidrograma observado na seção de montante (Figura 5.8), e a declividade normal na seção de jusante, com valor igual a 0,000223 m/m.

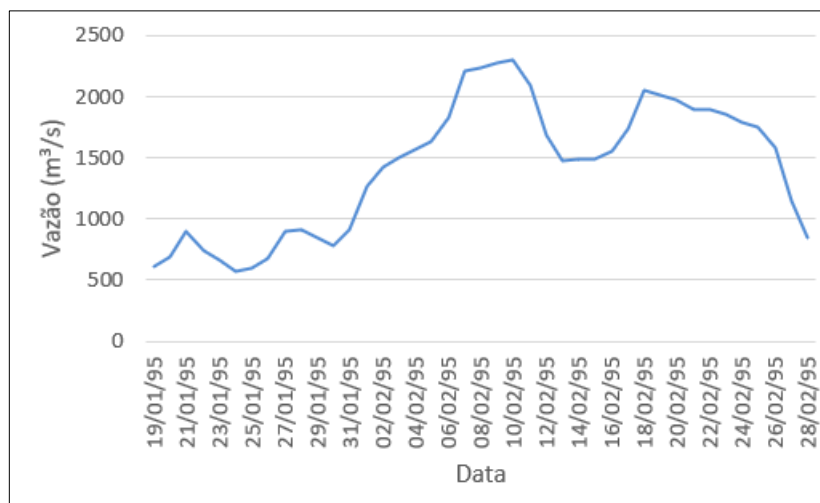


Figura 5.8 – Hidrograma, na seção de Acorizal, referente ao evento de 19 de janeiro a 28 de fevereiro de 1995

Para esta pesquisa, os resultados mais relevantes da simulação são o perfil de escoamento no trecho simulado (Figura 5.9) e as profundidades de escoamento na seção de Cuiabá (Figura 5.10).

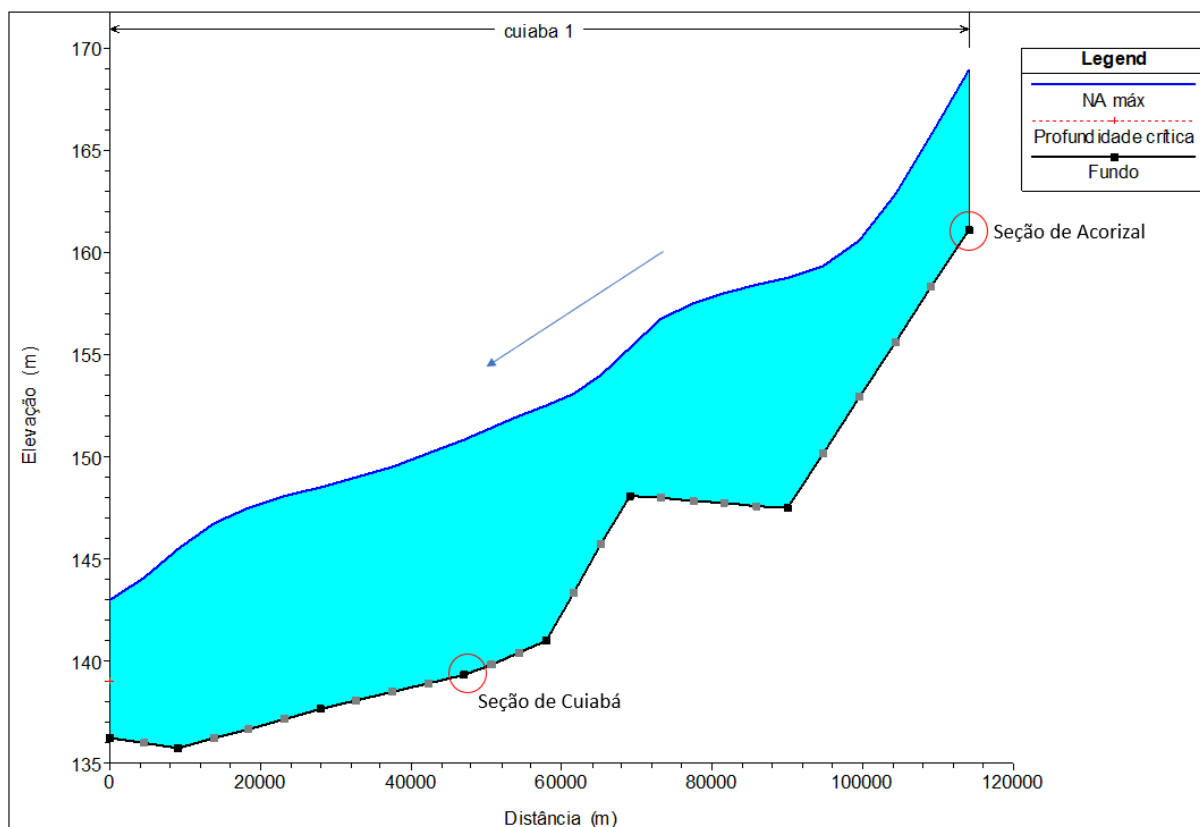


Figura 5.9 - Perfil de escoamento do trecho simulado para o cenário *baseline*

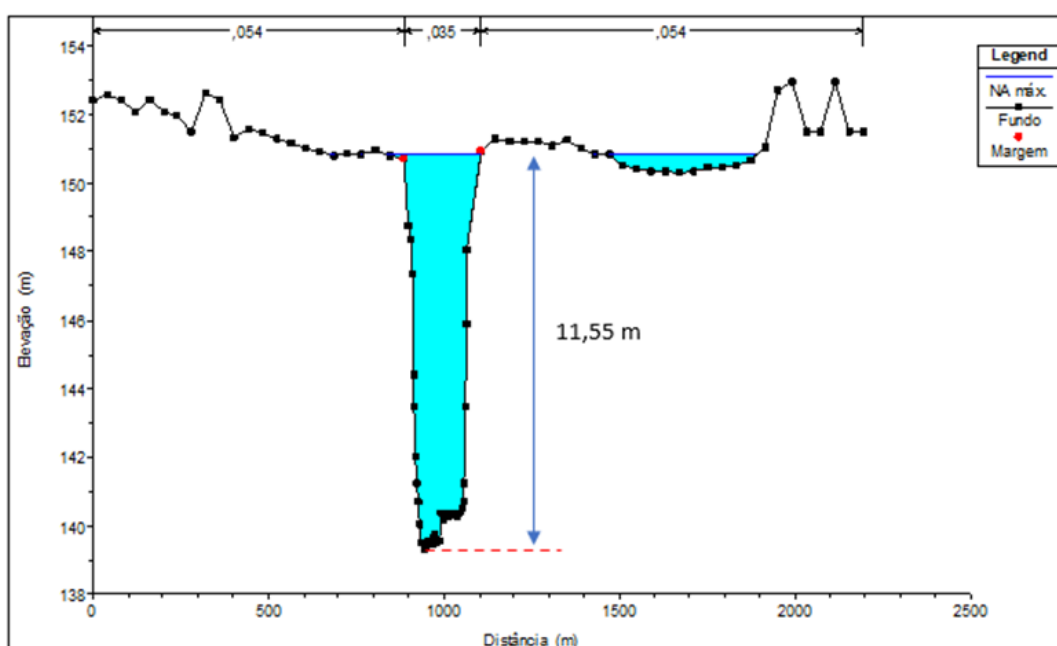


Figura 5.10 - Resultado da altura de escoamento na seção de Cuiabá para o cenário *baseline*

É possível verificar que, em todo o trecho mostrado na Figura 5.9, o regime de escoamento é subcrítico, com o número de Froude variando entre 0,12 e 0,36. Na seção de Cuiabá, a velocidade máxima calculada foi de 1,34 m/s, com altura máxima de água igual a 11,55 m (elevação 150,84 m). Não foram identificadas ocorrências de possíveis fenômenos hidráulicos, como ressaltos hidráulicos ou curvas de remanso, nas proximidades da seção de Cuiabá. No entanto, foi observada uma variação na velocidade do fluxo de 2,72 m/s para 1,16 m/s e alturas de 7,86 m a 11,28 m entre as seções de Acorizal e Nossa Senhora da Guia, o que indica a possibilidade de ocorrência de remanso nesse trecho.

5.2.1 Cenário *baseline*

No cenário *baseline* foi realizado o processo de calibração dos parâmetros do modelo. Durante essa etapa, os parâmetros do modelo de erro e os coeficientes de rugosidade de Manning (planície de inundação e calha principal) foram estimados. Para a modelagem dos erros, são utilizadas distribuições *a priori* específicas, que descrevem as características dos erros antes de levar em consideração os dados observados. Em razão da falta de conhecimento específico sobre os parâmetros, foram utilizadas distribuições *a priori* uniformes, segundo intervalos recomendados na literatura, a exemplo de Baptista & Lara (2018) (Tabela 5.4).

Tabela 5.4 - Distribuições *a priori* dos parâmetros utilizados no modelo hidráulico Bayesiano no cenário *baseline*

Parâmetro	$\pi(n_c)$	$\pi(n_p)$	$\pi(\theta)$	$\pi(\tau)$
	$U(0,02; 0,08)$	$U(0,03; 0,2)$	$U(0; 1)$	$U(0,1; 100)$

A geometria do modelo hidráulico tem a mesma conformação apresentada no item 7.2.1, variando apenas a condição de contorno de montante, qual seja, o hidrograma de entrada. Para esse cenário, o hidrograma foi criado a partir da curva-chave mediana estimada na etapa anterior, considerando as cotas observadas no evento de 19/01 a 28/02/1995, na seção de Acorizal. Seguem, na Figura 5.11, o hidrograma correspondente e os cotagramas observados nas seções de Acorizal e Cuiabá.

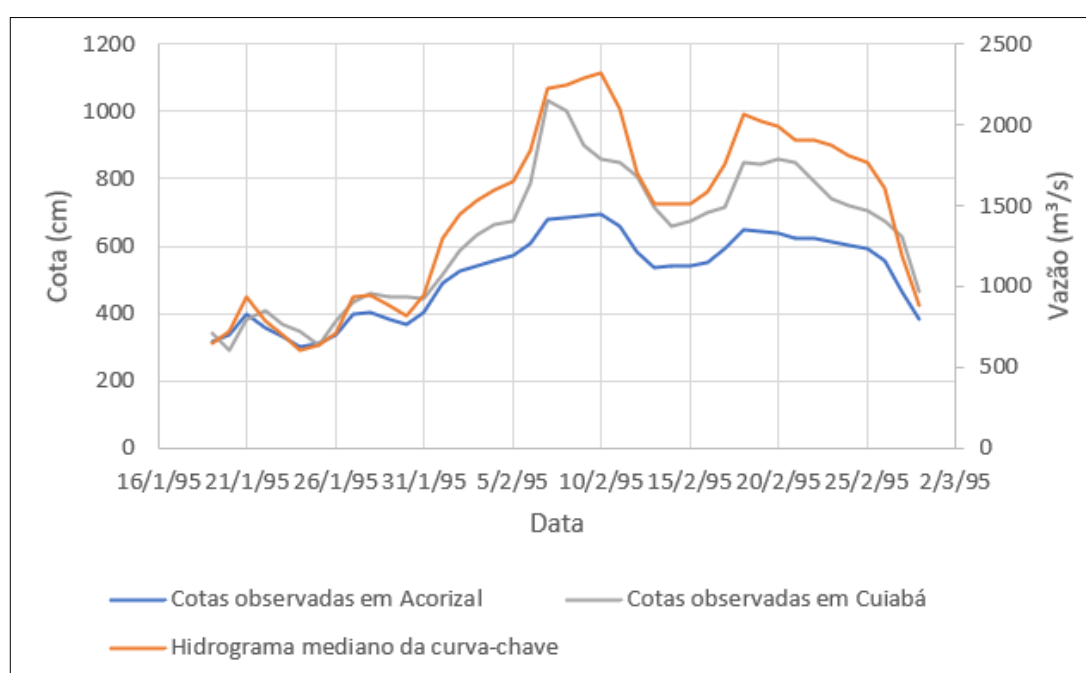


Figura 5.11 - Hidrograma mediano e os cotagramas observados nas seções de Acorizal e Cuiabá

A maior cota observada e a maior vazão simulada ocorreram em 10 de fevereiro de 1995, com valores aproximados de 147,263 cm e 2.320 m³/s, respectivamente. As cotas de Cuiabá, que serviram para a inferência Bayesiana, foram coletadas no HIDROWEB, considerando o mesmo período. Os resultados da modelagem hidráulica Bayesiana, considerando a atribuição do hidrograma da curva-chave mediana na função “*edit_hydrograph*” (responsável por editar o hidrograma dentro do arquivo do modelo HEC-RAS) são apresentados a seguir (Figura 5.12, Tabela 5.5 e Tabela 5.6).

I. Convergência

Tabela 5.5 - Estatísticas de escala de convergência (*Rhat*) das distribuições *a posteriori* dos parâmetros do modelo

<i>Rhat</i>	n_c	n_p	θ	τ
	1,03	1,12	1,02	1,00

II. Densidades marginais *a posteriori* dos parâmetros do modelo

Na Figura 5.12 são apresentadas as densidades marginais *a posteriori* dos parâmetros do modelo e na Figura 5.13 o gráfico de dispersão entre n_c e n_p .

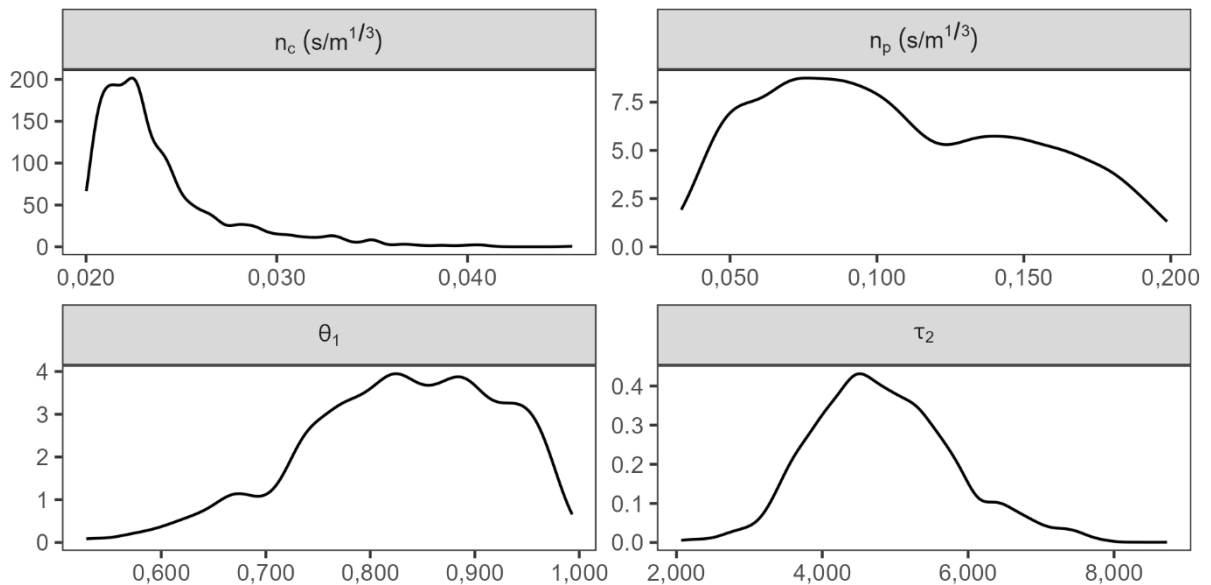


Figura 5.12 - Distribuições marginais *a posteriori* dos parâmetros simulados pelo modelo

As distribuições marginais de n_c e θ exibem comportamentos assimétricos, com a primeira apresentando assimetria positiva e a segunda, assimetria negativa. São observadas reduções de aproximadamente 81,70%, 67,40% e 96,27% nas variâncias das distribuições *a posteriori* dos parâmetros n_c , θ e τ , respectivamente, influenciadas pelos dados da função de verossimilhança. Porém, diferentemente desses parâmetros, a variância da distribuição *a posteriori* de n_p permaneceu similar à da distribuição *a priori*, uma vez que não há dados observados de cotas na planície de inundação (cota inicial da planície na elevação 150,71 na margem esquerda e 150,93 na margem direita) para contribuir com a atualização da distribuição *a posteriori*.

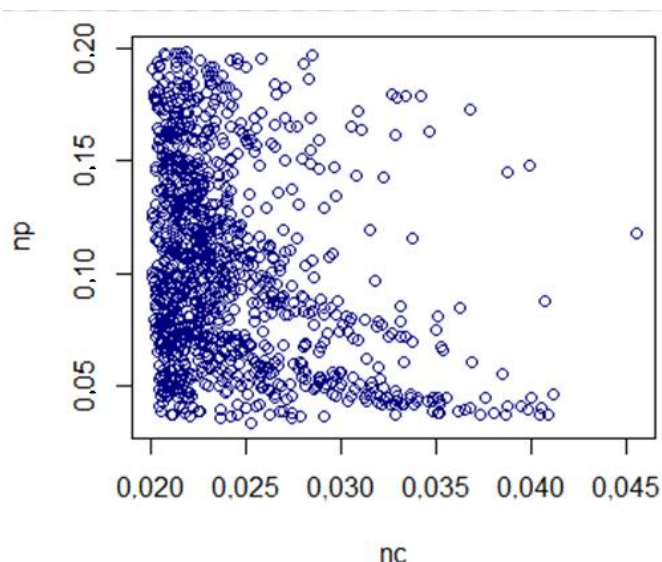


Figura 5.13 - Gráfico de dispersão entre n_c e n_p

Com o objetivo de investigar a possível relação entre os coeficientes de rugosidade de Manning na calha principal e na planície de inundação, criou-se o gráfico de dispersão (Figura 5.13). Entretanto, os resultados obtidos não revelaram evidências de possíveis associações entre as duas variáveis. Para uma análise mais aprofundada, os coeficientes de correlação de Pearson e Spearman foram calculados, ambos apontando para uma correlação fraca e negativa, apresentando valores iguais a -0,20.

Além disso, foram realizadas análises das correlações entre os demais parâmetros do modelo e os resultados também não evidenciaram relações lineares fortes entre eles. Os valores dos coeficientes de correlação encontrados foram: n_c e τ igual a -0,08, n_c e θ igual a 0,53, n_p e τ igual a 0,1, n_p e θ igual a -0,09 e entre θ e τ igual a 0,0025.

III. Estatísticas dos resultados *a posteriori* dos parâmetros

Tabela 5.6 - Estatísticas dos resultados *a posteriori* dos parâmetros do modelo para o cenário *baseline*

Medida estatística	n_c	n_p	θ	τ
Valor mínimo	0,020	0,033	0,528	2,066
1º Quartil	0,021	0,071	0,768	4,162
Mediana	0,023	0,099	0,834	4,761
Média	0,024	0,106	0,829	4,840
3º Quartil	0,024	0,141	0,900	5,427
Valor máximo	0,045	0,198	0,993	8,728
Desvio padrão	0,003	0,042	0,093	0,963
95% HPD*	0,020 – 0,031	0,040 – 0,184	0,652 – 0,978	3,232 – 6,961

*HPD é o maior intervalo de densidade *a posteriori* (intervalo de 95% de credibilidade)

Os limites dos intervalos das distribuições *a priori* uniformes, eliciados para os parâmetros n_p e θ , foram pouco informativos. No entanto, o limite inferior foi aumentado em ambas as situações, o que resultou em uma redução de suas variâncias, especialmente para θ . As distribuições *a posteriori* dos parâmetros θ e n_p apresentaram intervalos de credibilidade maiores, com largura de 0,326 para o parâmetro θ e 0,144 para o coeficiente de rugosidade de Manning da planície de inundação (cerca de 1.328 valores amostrados não pertencem ao intervalo de 0,040 - 0,184, isso é, quase 23%), sendo as duas distribuições aproximadamente bimodais e assimétricas. Os largos intervalos de credibilidade e os valores de desvio padrão refletem a falta de cotas de inundação na planície. Do ponto de vista físico, contudo, os valores de coeficiente de rugosidade de Manning obtidos *a posteriori* estão aderentes a recomendações da literatura, como Chow (1959), Arcement & Schneider (1989) e Baptista & Lara (2006).

O gráfico de densidade marginal *a posteriori* do coeficiente de rugosidade de Manning da calha principal revela uma forte assimetria positiva, sugerindo a possibilidade de ocorrência de *outliers* na simulação MCMC. Essa suposição é reforçada por estatísticas como o intervalo de credibilidade, que indica uma probabilidade de 95% dos valores estarem entre 0,02 e 0,031, e o valor médio de 0,024. Esses valores se distanciam consideravelmente do valor máximo de 0,045.

IV. Estimativa das incertezas nas cotas de inundação

A representação gráfica das incertezas nas cotas de inundação e as larguras dos intervalos de credibilidade ($Q_{95} - Q_{05}$) são apresentadas na Figura 5.14 e na Tabela 5.7, respectivamente.

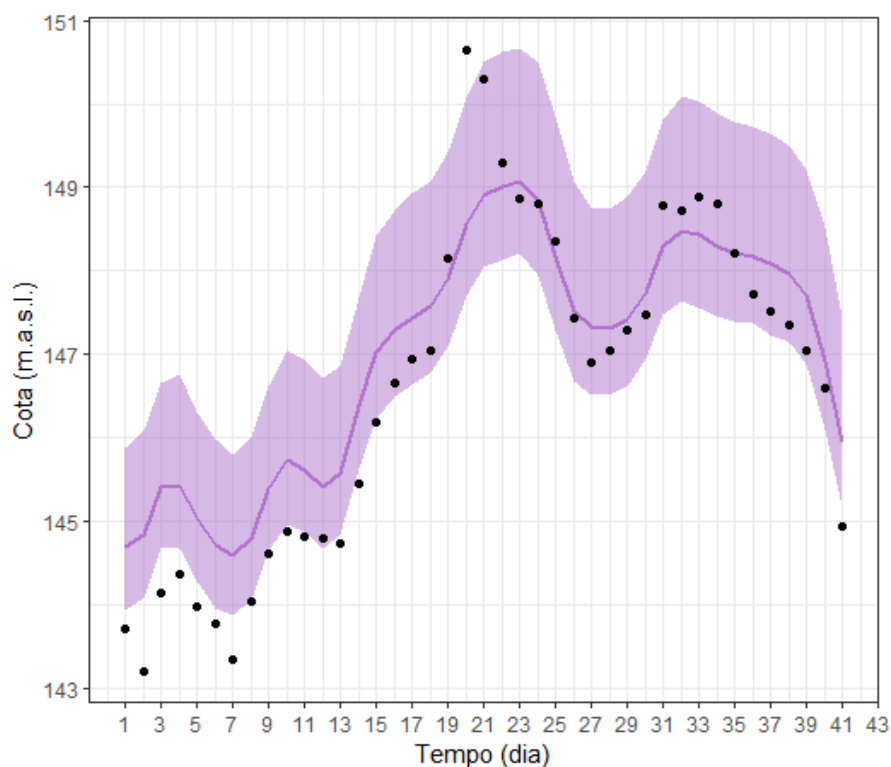


Figura 5.14 - Representação gráfica dos intervalos de credibilidade nas cotas de inundação para o cenário *baseline*

Tabela 5.7 - Larguras dos intervalos de credibilidade para cada dia simulado no cenário *baseline*

Larguras dos intervalos de credibilidade					
Dia	(m)	Dia	(m)	Dia	(m)
1	1,89	16	2,29	31	2,37
2	1,90	17	2,26	32	2,47
3	1,92	18	2,39	33	2,45
4	2,04	19	2,31	34	2,46
5	1,99	20	2,33	35	2,44
6	1,95	21	2,48	36	2,47
7	1,93	22	2,49	37	2,43
8	1,95	23	2,55	38	2,46
9	2,00	24	2,61	39	2,45
10	2,09	25	2,59	40	2,40
11	2,12	26	2,51	41	2,26
12	2,08	27	2,38		
13	2,04	28	2,31		
14	2,11	29	2,32		
15	2,19	30	2,31		

A análise dos resultados revela que as cotas de inundação podem variar consideravelmente dentro do intervalo entre os quantis de 5% e 95%, com largura máxima de incerteza total predita de aproximadamente 2,7 m. Observou-se que as faixas de incerteza foram mais amplas para as cotas mais elevadas, o que reflete diferentes fatores, dentre eles: (i) a limitada disponibilidade de dados; (ii) as incertezas relacionadas à estimativa das vazões mais altas por meio da curva-chave; e (iii) as diversas incertezas inerentes à modelagem hidráulica, como a precisão do

levantamento topográfico, a seleção dos valores de rugosidade de Manning e as simplificações inerentes ao próprio modelo hidráulico utilizado.

Apenas 61% dos dados observados encontram-se dentro dos limites de incerteza calculados, indicando que o modelo não conseguiu reproduzir parte da variabilidade observada. Além disso, o modelo tende a fornecer estimativas superestimadas para as cotas de inundação na maior parte do período analisado. Essas evidências sugerem que o modelo apresentou desempenho inadequado em algumas faixas de cotas, principalmente no início do evento. Isso pode ser observado nas distribuições preditivas de cotas, que mostraram cotas observadas fora dos limites de incerteza estimados.

O baixo desempenho do modelo no início da simulação pode ser explicado por algumas simplificações realizadas no modelo hidrodinâmico, como, por exemplo, a ausência de alguma condição inicial, a não consideração de pontes no trecho a montante de Cuiabá, como a avenida Ciríaco Cândia e a avenida Miguel Sutil, e a desconsideração de contribuições laterais presentes no trecho. A não consideração desses fatores esteve associada intenção de deixar a modelagem mais leve, com processamento mais rápido, exigindo um menor esforço e tempo computacional. Adicionalmente, uma hipótese que pode explicar o baixo desempenho é a superestimação das vazões obtidas pela curva-chave mediana no trecho inicial de simulação (entre os dias 19/01/1995 e 31/01/1995). Essa superestimação pode ter exercido influência na superestimação das cotas simuladas, resultando em variações de até quase 41 m³/s sobre a vazão observada (Tabela 5.8).

Tabela 5.8 - Comparação das vazões estimadas pela curva-chave da ANA e simuladas pelo BaRatin para os 13 primeiros dias do evento analisado

Data	1/19/1995	1/20/1995	1/21/1995	1/22/1995	1/23/1995	1/24/1995	1/25/1995
Vazão obs.	615,2	688,4	900,7	748,3	659,3	572,6	599,8
Vazão sim.	650,4	725,6	940,8	787,0	696,8	607,0	635,1
Variação (m ³ /s)	35,2	37,2	40,2	38,7	37,5	34,4	35,2
Data	1/26/1995	1/27/1995	1/28/1995	1/29/1995	1/30/1995	1/31/1995	
Vazão obs.	675,4	897,0	908,1	842,4	779,1	911,8	
Vazão sim.	713,1	937,3	947,8	881,7	817,3	951,7	
Variação (m ³ /s)	37,7	40,3	39,8	39,3	38,2	39,9	

Para uma análise mais abrangente do seu desempenho, são apresentados na Tabela 5.9 os resultados de algumas métricas, e na Figura 5.15, o diagnóstico dos resíduos da simulação.

V. Análise de métricas de desempenho da modelagem

Na Tabela 5.9 são apresentadas as métricas de desempenho utilizadas para avaliar o modelo. O valor de 0,95 para r^2 indica que praticamente toda dispersão é explicada pelo modelo. O NSE apontou um valor que indica um bom ajuste do modelo, entretanto o valor de 0,84 reflete a influência de alguns fatores, dentre eles: (i) a influência das distâncias entre os dados observados e simulados no início do evento; e (ii) a dificuldade que o modelo teve em representar as cotas mais altas, acima da cota na elevação 150 m.

Entre as métricas de erro médio, MAE e RMSE, é verificada uma diferença de 0,14. Essa diferença pode estar relacionada à penalização dos dois valores de cotas observadas mais altas, que são iguais a 150,643 m e 150,303 m, no cálculo do RMSE. Por último, o valor positivo do PBIAS indica que há uma tendência de superestimação nas cotas preditas em relação às cotas observadas.

Tabela 5.9 - Estatísticas de desempenho para avaliação do modelo no cenário *baseline*

Medida estatística	Sigla	Valor
Erro Absoluto Médio	MAE	0,65
Raiz do Erro Quadrático Médio	RMSE	0,79
Eficiência de Nash-Sutcliffe	NSE	0,84
Coefficiente de determinação	r^2	0,95
Viés Percentual (%)	PBIAS	0,30

VI. Análise dos resíduos da simulação

Finalizando a avaliação do modelo de erro proposto, foi realizado o diagnóstico dos resíduos (Figura 5.15). Em uma série temporal qualquer, os resíduos seriam obtidos pela diferença entre as cotas observadas e ajustadas pelo modelo, isso é, $\tilde{h} = h - \hat{h}$.

Ao utilizar o modelo AR (1), a parcela referente aos resíduos de inovação (*innovation residuals*) surge naturalmente, representando a parte não explicada pelo modelo de autorregressão. Para filtrar os *innovation residuals*, a série temporal dos resíduos foi

ajustada a um processo ARIMA de primeira ordem, com grau de diferenciação (I) igual a zero e ordem de Média Móvel (MA) igual a zero. Da lista dos resultados fornecidos pelo ajuste, o componente *innovation residuals* foi utilizado para verificação do diagnóstico (Figura 5.15).

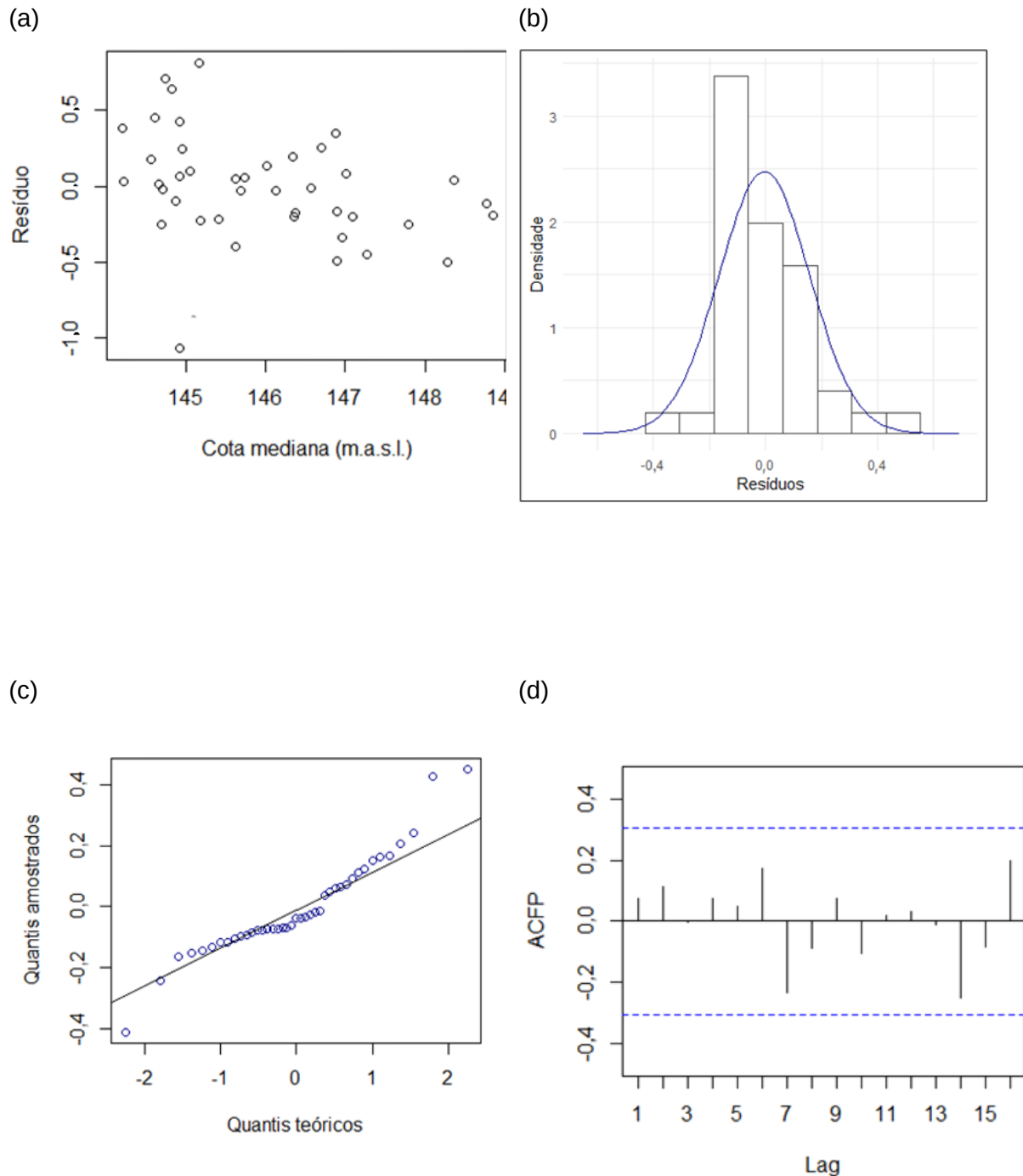


Figura 5.15 - Análise gráfica para diagnóstico dos resíduos do cenário *baseline*. Em ordem: (a) Gráfico de dispersão das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)), (b) gráfico de densidade (histograma) e distribuição normal teórica (linha contínua) dos resíduos, (c) Gráfico Normal

Q-Q dos resíduos e (d) Gráfico ACFP (*Partial Autocorrelation Function*) das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)). As linhas tracejadas azuis representam os intervalos de confiança de aproximadamente 95%.

Com a finalidade de avaliar as suposições de erros estabelecidas para o modelo AR (1), foram elaborados os gráficos da Figura 5.15. O gráfico de dispersão (a) demonstra que os resíduos foram distribuídos aleatoriamente em torno de zero, com indicativos de que a variância dos erros é constante. Evidências apontadas em (b) e (c) sugerem que é razoável assumir que os erros são normalmente distribuídos, apesar de haver ligeiros desvios da reta de referência nos valores de cotas das extremidades e uma maior assimetria para direita. Por último, com base no gráfico (d), a função de autocorrelação parcial dos resíduos demonstrou que o modelo de erro adotado é apto a remover a correlação serial entre os resíduos.

Em resumo, dado o caráter complexo e não linear da modelagem, julga-se que o modelo de erro autorregressivo de primeira ordem se mostrou adequado na representação dos resíduos da simulação, sendo capaz de atender às suposições estipuladas, no que tange à aleatoriedade e independência, homoscedasticidade, normalidade e ausência de correlação serial no termo de inovação.

VII. Simulação hidráulica do hidrograma de cheia derivado da curva-chave mediana

A fim de melhor compreender a altura de escoamento na seção de Cuiabá, foi adotado o hidrograma predito pela curva-chave mediana como condição de contorno de montante. Os coeficientes de rugosidade de Manning da calha principal e da planície de inundação considerados na geometria do modelo foram iguais aos valores obtidos a partir da calibração ($n_c = 0,024$ e $n_p = 0,106$).

Segue na Figura 5.16 o resultado de altura de água na seção de Cuiabá para o hidrograma simulado na calibração.

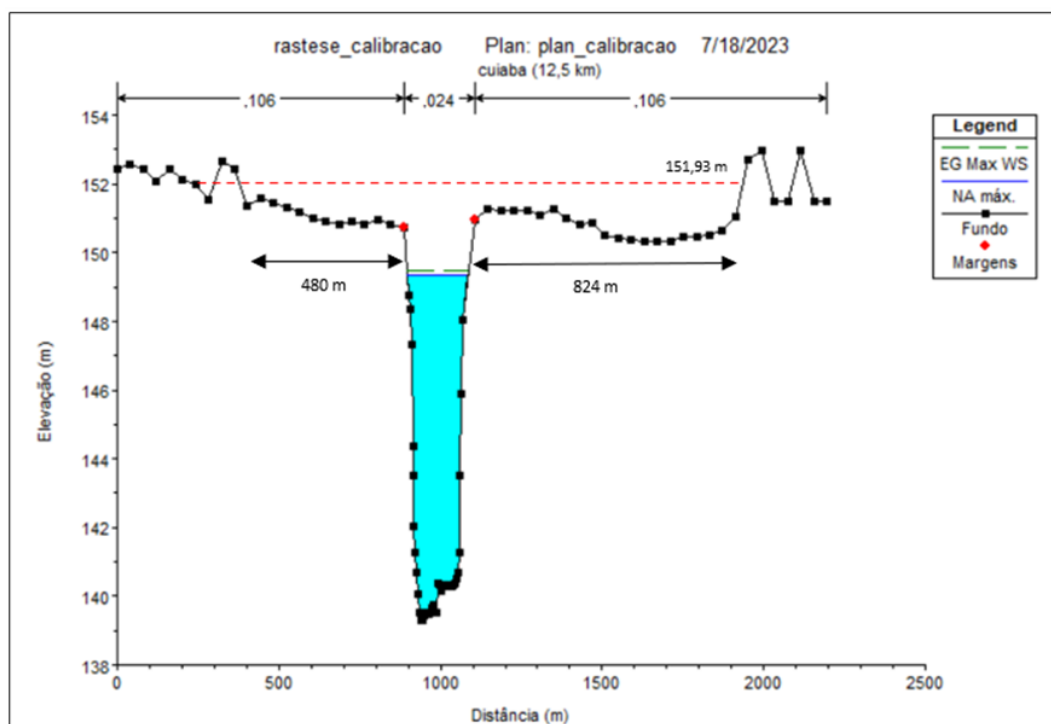


Figura 5.16 - Resultado da altura de água na seção de Cuiabá para o cenário *baseline*. Em linha tracejada vermelha, a cota associada a máxima incerteza conforme as larguras do intervalo de credibilidade da Tabela 5.10.

Após a simulação, foi obtida uma altura de escoamento de aproximadamente 10 m (elevação de 149,32 m). Ao considerar o limite superior do intervalo de credibilidade (Tabela 5.7), a elevação máxima do nível de água (NA) pode atingir a cota de 151,93 m (Figura 5.16). Se isso acontecer, o escoamento tem o potencial de alcançar a planície de inundação, representando um risco considerável de danos e prejuízos em uma extensão de aproximadamente 824 m na margem direita e 480 m na margem esquerda.

5.2.2 Validação do modelo

A abordagem utilizada para validação do modelo hidráulico Bayesiano proposto consistiu em simular um novo evento de cheia e verificar sua capacidade preditiva. Para isso, foi simulado um evento de cheia da estação de Acorizal ocorrido de 19 de janeiro a 28 de fevereiro de 1997. Os cotogramas do período analisado para as estações de Acorizal, Cuiabá e o hidrograma de Acorizal são apresentados na Figura 5.17.

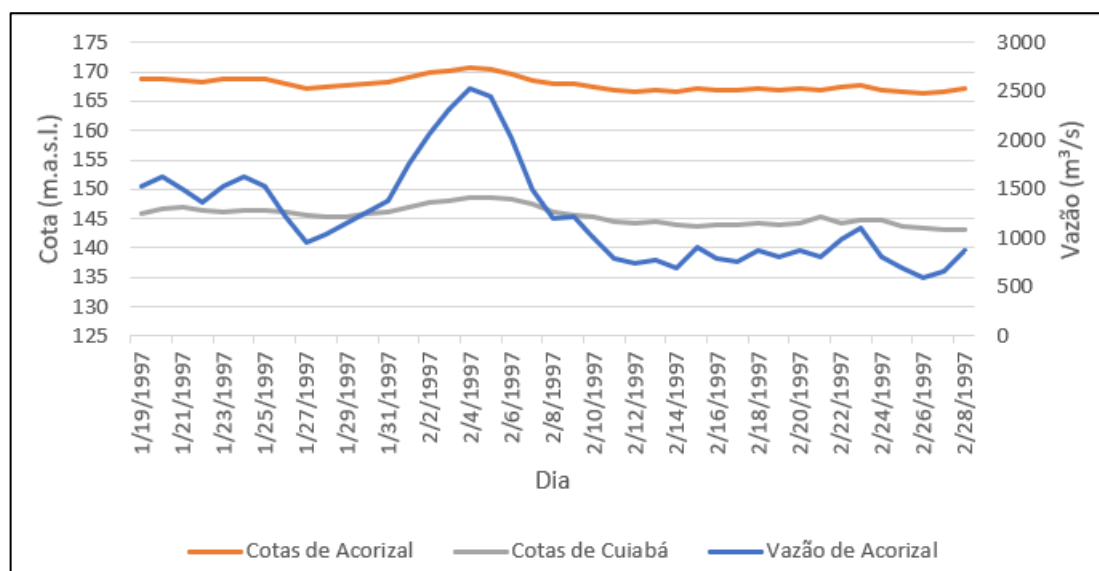


Figura 5.17 - Cotagramas do período analisado para as estações de Acorizal, Cuiabá e o hidrograma de Acorizal para validação do modelo

O hidrograma tem o mesmo comprimento (41 dias) do evento de calibração e foi estimado com base na curva-chave mediana, considerando as cotas de Acorizal observadas no período. No total foram realizadas 1.000 simulações no HEC-RAS para obtenção de cotas de inundações na seção de Cuiabá, com valores de coeficientes de rugosidade de Manning para a calha principal e para planície de inundação selecionados aleatoriamente a partir da distribuição conjunta obtida *a posteriori* na etapa da calibração.

I. Estimativa das incertezas nas cotas de inundação

Na Figura 5.18 e na Tabela 5.11 são apresentadas as faixas de incertezas das cotas de inundação para cada dia do hidrograma simulado. A área hachurada representa a faixa de incerteza total, a linha sólida magenta indica a mediana das cotas simuladas, a linha superior tracejada em cor azul escuro o quantil de 75%, a linha tracejada inferior o quantil de 25%, enquanto os pontos correspondem aos dados observados.

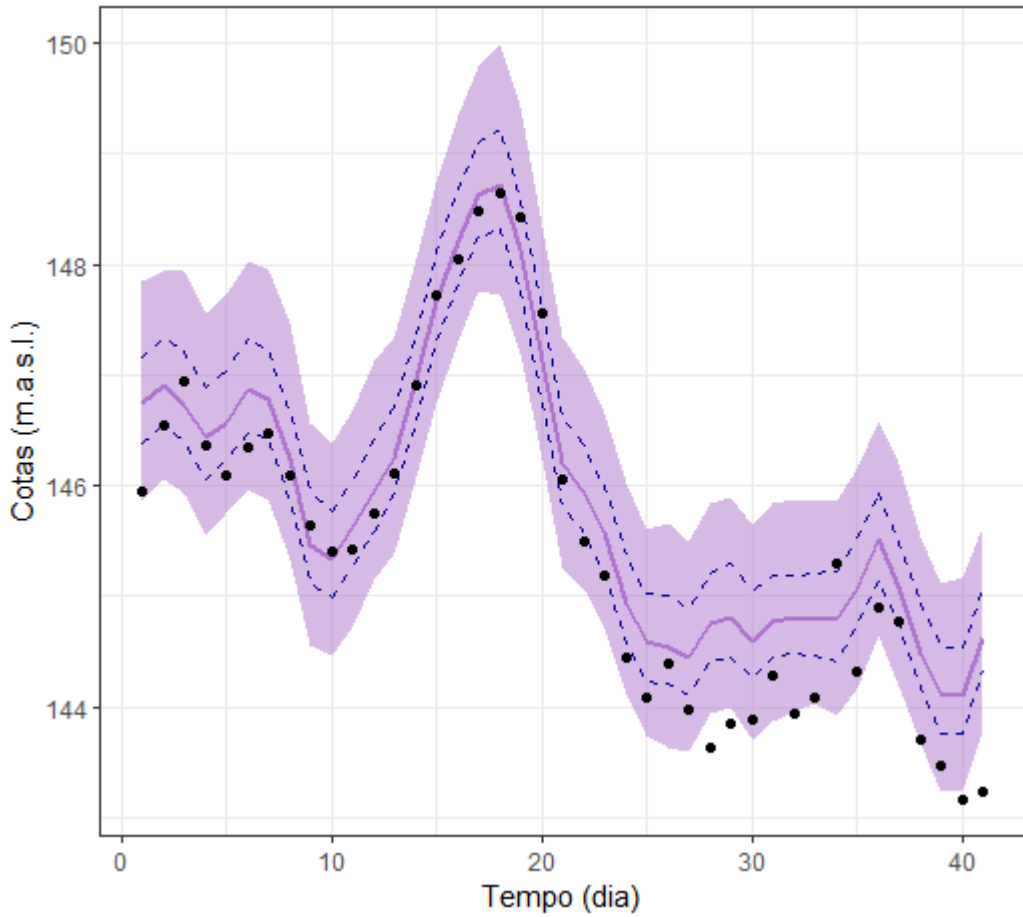


Figura 5.18 - Representação gráfica dos intervalos de credibilidade nas cotas de inundação para validação

Tabela 5.11 - Larguras dos intervalos de credibilidade para cada dia simulado na validação

Larguras dos intervalos de credibilidade					
Dia	(m)	Dia	(m)	Dia	(m)
1	1,99	16	1,99	31	1,93
2	1,87	17	2,04	32	1,96
3	2,01	18	2,03	33	1,91
4	2,01	19	2,26	34	1,81
5	1,98	20	2,23	35	1,93
6	2,06	21	2,08	36	1,92
7	2,08	22	2,06	37	2,00
8	2,12	23	1,98	38	1,87
9	2,12	24	1,93	39	1,88
10	2,00	25	1,90	40	1,90
11	1,92	26	1,86	41	1,83
12	1,94	27	2,01		
13	1,96	28	1,89		
14	1,94	29	1,90		
15	1,97	30	1,89		

As estimativas das larguras dos ICs indicam um valor médio de $\pm 1,97$ m. Quando observadas as cotas medianas previstas, verifica-se que, na maior parte do período analisado, o modelo superestimou as cotas observadas. Tal ocorrência pode estar

associada à superestimação das vazões no trecho entre as cotas na elevação 143,713 m e 144,733 m (Figura 5.6) e à influência dos valores amostrados dos coeficientes de Manning na calha principal e na planície de inundação. Apesar de as cotas do evento não terem contemplado a planície de inundação e a correlação entre n_c e n_p ser relativamente baixa, os valores amostrados para n_p podem ter influenciado os resultados, de modo que o modelo tenha tentado compensar matematicamente seus valores aumentando o n_c .

Ao considerar a faixa de incerteza entre os quantis de 25 e 75%, verifica-se que aproximadamente 50% dos dados observados estão contidos nesse intervalo. O maior afastamento dos dados observados em relação à mediana ocorre em torno do vigésimo quinto dia, o que corrobora com os indicativos já apresentados anteriormente de que o modelo tem dificuldade de representar as cotas mais baixas.

Avaliações mais detalhadas da eficiência do modelo serão desenvolvidas a partir das métricas de desempenho e análise dos resíduos da modelagem.

II. Análise de métricas de desempenho da modelagem

Na Tabela 5.12 são apresentadas as métricas de desempenho utilizadas para avaliar o modelo.

Tabela 5.12 - Estatísticas de desempenho para avaliação do modelo na validação

Medida estatística	Sigla	Valor
Erro Absoluto Médio	MAE	0,44
Raiz do Erro Quadrático Médio	RMSE	0,54
Eficiência de Nash-Sutcliffe	NSE	0,87
Coefficiente de determinação	r^2	0,95
Viés Percentual (%)	PBIAS	0,30

A análise de desempenho do modelo foi realizada com base nas medidas de desempenho apresentadas na Tabela 5.12. De forma geral, o modelo apresentou um desempenho adequado na maior parte do tempo, com visível redução por volta do 25º dia. Considerando o valor do MAE, é indicado que o modelo erra, em média, aproximadamente 0,44 m em relação às observações reais. Ao comparar o aumento do RMSE em relação ao MAE, observa-se que a ausência de cotas mais elevadas limitou a variação entre as duas métricas. Apesar do RMSE dar maior peso aos erros

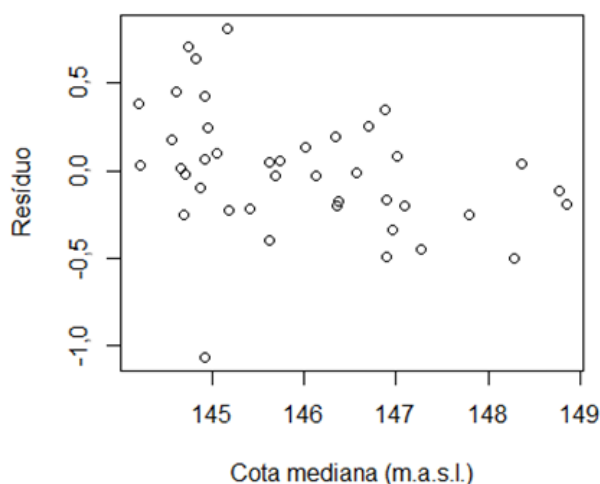
mais elevados, foi calculado o valor igual a 0,54, sugerindo um ajuste razoável, com erros quadráticos médios relativamente pequenos.

O NSE igual a 0,87 indica que o modelo é capaz de explicar 87% da variabilidade das observações. O valor possivelmente não foi maior em razão do baixo desempenho apresentado no final do evento para cotas abaixo de 150 m. A medida r^2 sugere boa concordância entre os dados observados e as estimativas do modelo. Por fim, de maneira análoga ao que foi observado no cenário *baseline*, o valor positivo da métrica PBIAS também evidenciou uma tendência de superestimação das cotas simuladas em relação às cotas observadas.

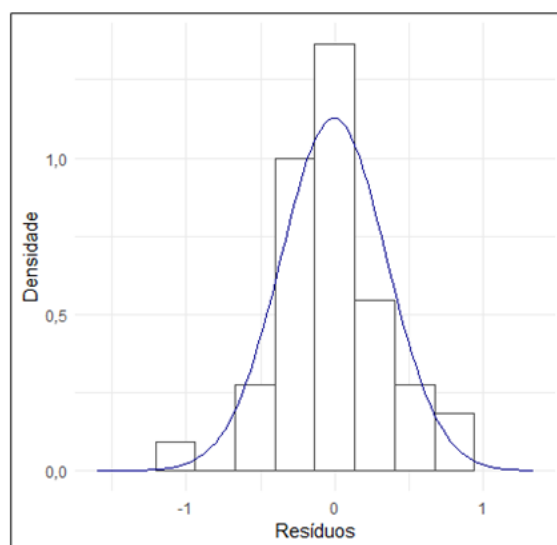
III. Análise dos resíduos da simulação

Na Figura 5.19 são apresentados os resultados para análises de diagnóstico dos resíduos.

(a)



(b)



(c)

(d)

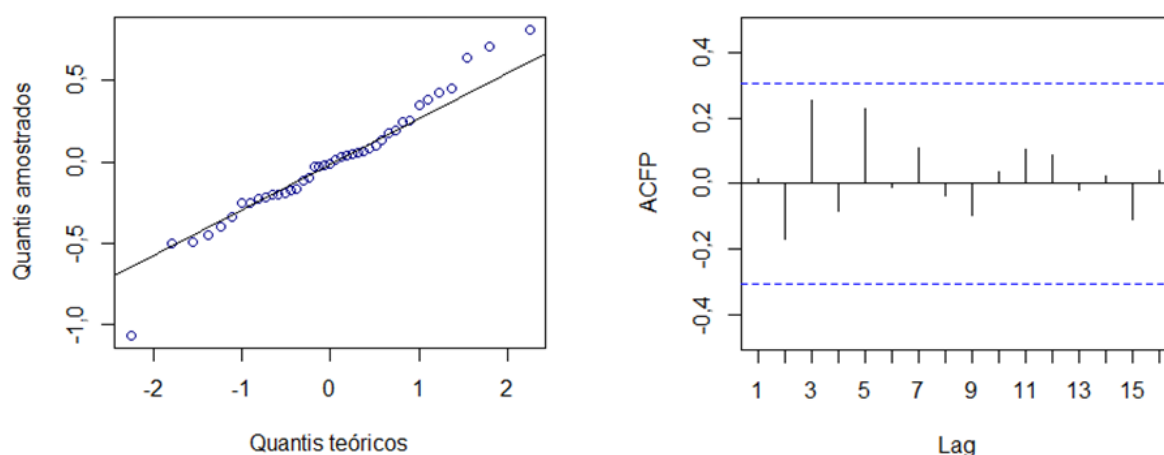


Figura 5.19 - Análise gráfica para diagnóstico dos resíduos do cenário *baseline*. Em ordem: (a) Gráfico de dispersão das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)), (b) gráfico de densidade (histograma) e distribuição normal teórica (linha contínua) dos resíduos, (c) Gráfico Normal Q-Q dos resíduos e (d) Gráfico ACFP (*Partial Autocorrelation Function*) das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)). As linhas tracejadas azuis representam os intervalos de confiança de aproximadamente 95%.

Ao analisar o gráfico de dispersão (a), pode-se observar que os resíduos apresentam homocedasticidade. O histograma (b) e o diagrama quantil-quantil (c) sugerem que a suposição de normalidade dos resíduos foi razoavelmente atendida. No entanto, é possível notar leves assimetrias e desvios nos quantis teóricos dos valores de cotas nas extremidades, principalmente à direita. O gráfico de autocorrelação parcial (d) aponta a ausência de correlação significativa entre as observações nas diferentes defasagens, ou seja, não há dependência serial entre os *innovation residuals*.

Apesar do desempenho inferior na simulação de cotas mais baixas, é possível afirmar que, de forma geral, o modelo de erro proposto foi adequado para representar os resíduos da modelagem de validação. Assim como no cenário *baseline*, as suposições assumidas de normalidade, independência e ausência de correlação serial foram atendidas.

5.2.3 Cenário de simulação do conjunto de curvas-chave

O cenário final foi composto pela simulação de hidrogramas criados a partir do conjunto das distribuições *a posteriori* da curva-chave e das cotas correspondentes ao evento de cheia. Cada curva-chave demorou cerca de 19 h para ser propagada e serem amostrados os parâmetros (n_c, n_p, θ, τ) . Sendo assim, foram obtidos os resultados de 159 curvas-chave e, dessas constatou-se que em 67 curvas os parâmetros convergiram, de acordo ao critério de Gelman-Rubin $< 1,2$.

Para análise dos resultados, apenas as curvas-chave cujos parâmetros apresentaram convergência foram selecionadas. No esquema numérico MCMC, foram utilizadas 3 cadeias de Markov, com um total de 2.000 iterações cada uma, e o *burn-in* foi estipulado como a metade das iterações. As distribuições marginais *a posteriori* de cada parâmetro, considerando as 67 curvas-chave, são demonstradas na Figura 5.20, enquanto as misturas de cada distribuição são apresentadas na Figura 5.21.

I. Densidades *a posteriori* dos parâmetros simulados pelo modelo

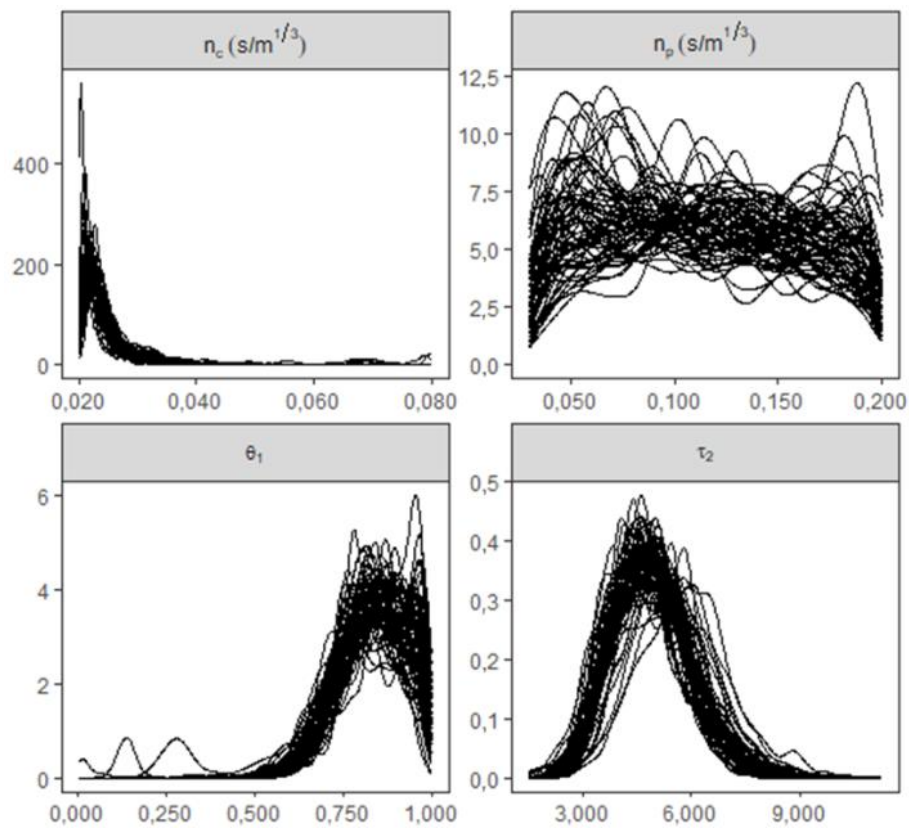


Figura 5.20 - Distribuições marginais *a posteriori* de n_c , n_p , θ , τ

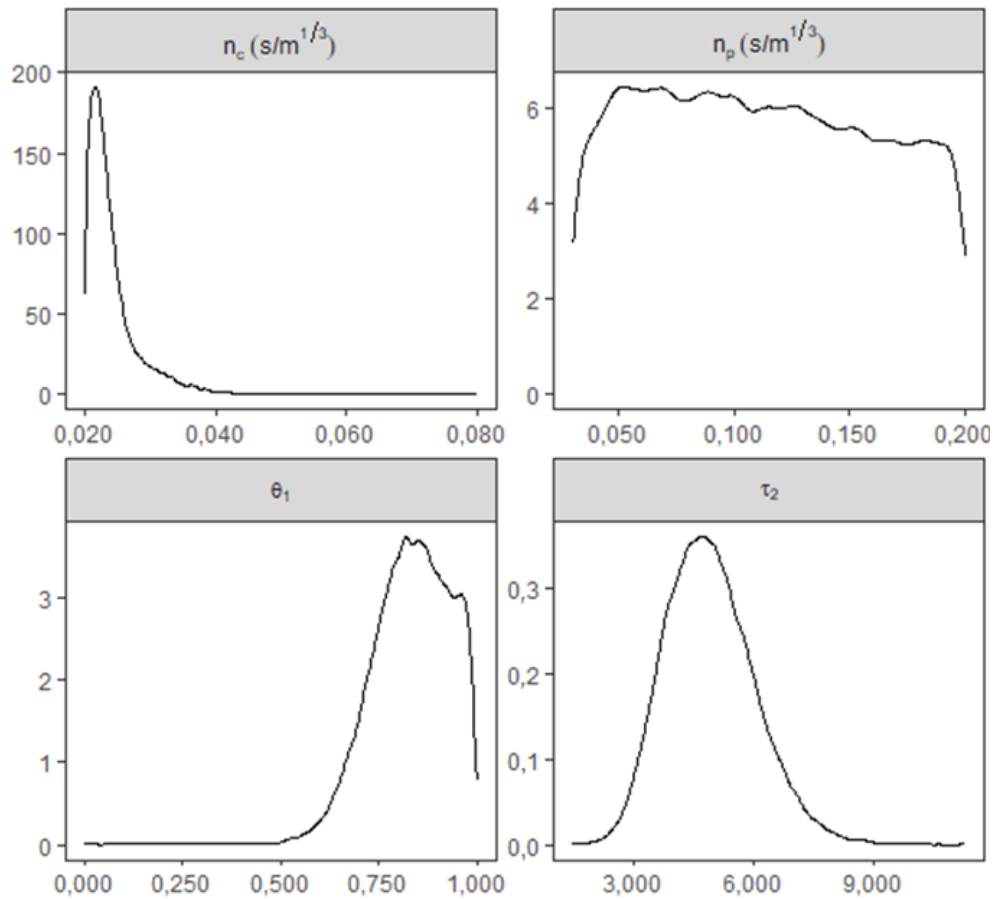


Figura 5.21 - Misturas das distribuições *a posteriori* de n_c , n_p , θ , τ

Em geral, as amostras de n_c , θ e τ obtidas *a posteriori* permitiram inferir que os parâmetros foram identificados para todas as curvas-chave, com pequenas variações entre elas. O parâmetro n_c apresentou forte assimetria positiva, enquanto θ apresentou assimetria negativa e τ demonstrou uma forma aproximadamente simétrica. No entanto, o mesmo comportamento não foi observado para n_p . Por meio da Figura 5.20, é possível identificar uma ampla dispersão entre as distribuições *a posteriori* para as diferentes curvas-chave, que resultam na alta variância da mistura da Figura 5.21. De fato, de forma similar ao que ocorreu no cenário *baseline*, a mistura de n_p revelou que a distribuição *a priori* é similar à distribuição marginal *a posteriori*. Tal comportamento demonstra a pequena influência da função de verossimilhança em razão da falta de cotas na planície de inundação.

Para uma avaliação mais aprofundada, descritores estatísticos de cada parâmetro são apresentados na Tabela 5.13.

I. Estatísticas dos resultados *a posteriori* dos parâmetros

Tabela 5.13 - Estatísticas dos resultados *a posteriori* dos parâmetros do modelo para o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave

Medida estatística	n_c	n_p	θ	τ
Valor mínimo	0,020	0,030	0,001	1,509
1º Quartil	0,021	0,070	0,767	4,131
Mediana	0,023	0,110	0,839	4,846
Média	0,024	0,112	0,832	4,924
3º Quartil	0,025	0,153	0,910	5,628
Valor máximo	0,079	0,200	0,999	11,278
Desvio padrão	0,005	0,048	0,102	1,108
95% HPD*	0,020 – 0,032	0,030 – 0,190	0,661 – 0,998	2,876 – 7,120

*HPD é o maior intervalo de densidade *a posteriori* (intervalo de 95% de credibilidade)

Ao comparar a Figura 5.21 com a Figura 5.12, juntamente com a Tabela 5.13 e a Tabela 5.6, pode-se inferir:

- Aumento de incertezas: a propagação dos hidrogramas obtidos a partir do conjunto de curvas-chave causou o aumento da largura dos intervalos de credibilidade para todos os parâmetros analisados, especialmente para os parâmetros do modelo de erro AR (1). Com efeito, a estatística desvio padrão confirma o aumento da variabilidade dos parâmetros. Entre cenários, o desvio padrão do n_c aumentou 66,67%, o de n_p 14,28%, o de θ 9,67% e o de τ 15,05%. Um ponto de destaque é o valor do desvio padrão dos resíduos, que se aproxima de 0,45 m. Tal valor pode estar compensando a diferença existente entre as cotas modeladas e observadas;
- Identificação de parâmetros: o coeficiente de rugosidade de Manning da calha principal foi o parâmetro menos afetado pelas incertezas decorrentes da curva-chave. Para esse parâmetro, os resultados entre cenários foram similares quando observadas estatísticas como a mediana e a média. Nos parâmetros n_p , θ e τ verifica-se uma maior alteração de valores entre os cenários, com médias, medianas e quartis. Ao se tratar de valores extremos (mínimos e máximos), até mesmo o parâmetro n_c apresentou diferenças importantes. No cenário *baseline*, o valor máximo foi de 0,045, enquanto no segundo cenário, esse valor aumentou para 0,079, contribuindo para a assimetria observada na distribuição.

O aumento das incertezas referentes aos coeficientes de rugosidade de Manning pode resultar em valores sem interpretação física e, com isso, as

diferenças entre as cotas preditas e observadas podem ser compensadas com o aumento dos valores dos erros;

- Coeficientes de Manning: é notada a diferença entre o valor médio apresentado entre a Tabela 5.13, a Tabela 5.6 (ambos iguais a 0,024) e o valor calculado pelo método de Cowan para o coeficiente de rugosidade de Manning na calha principal igual a 0,035 (Tabela 4.6). Reconhecidas as limitações e desafios associados à estimativa do valor que melhor represente a natureza do leito, é notado que os valores médios inferidos pelo modelo foram menores que os valores recomendados pela literatura, a exemplo de Baptista & Lara (2006).

Algumas hipóteses inicialmente foram levantadas para justificar a redução do coeficiente de rugosidade de Manning na calha principal e o aumento do coeficiente de rugosidade na planície de inundação, sendo elas a existência de alguma possível relação entre os dois coeficientes de rugosidade e/ou a realização de alguma compensação matemática pelo modelo hidráulico.

Conforme o gráfico de dispersão apresentado na Figura 5.13, foi descartada alguma possível correlação entre os dois coeficientes. Nesse sentido, o modelo hidráulico pode ser o responsável por causar essa variação nos valores, por meio de uma compensação matemática. Tal processo pode ainda sofrer influências decorrentes da vazão superestimada da curva-chave (Figura 5.5).

I. Estimativa das incertezas nas cotas de inundação

A representação gráfica das incertezas preditivas nas cotas de inundação é apresentada na Figura 5.22 e na Tabela 5.14.

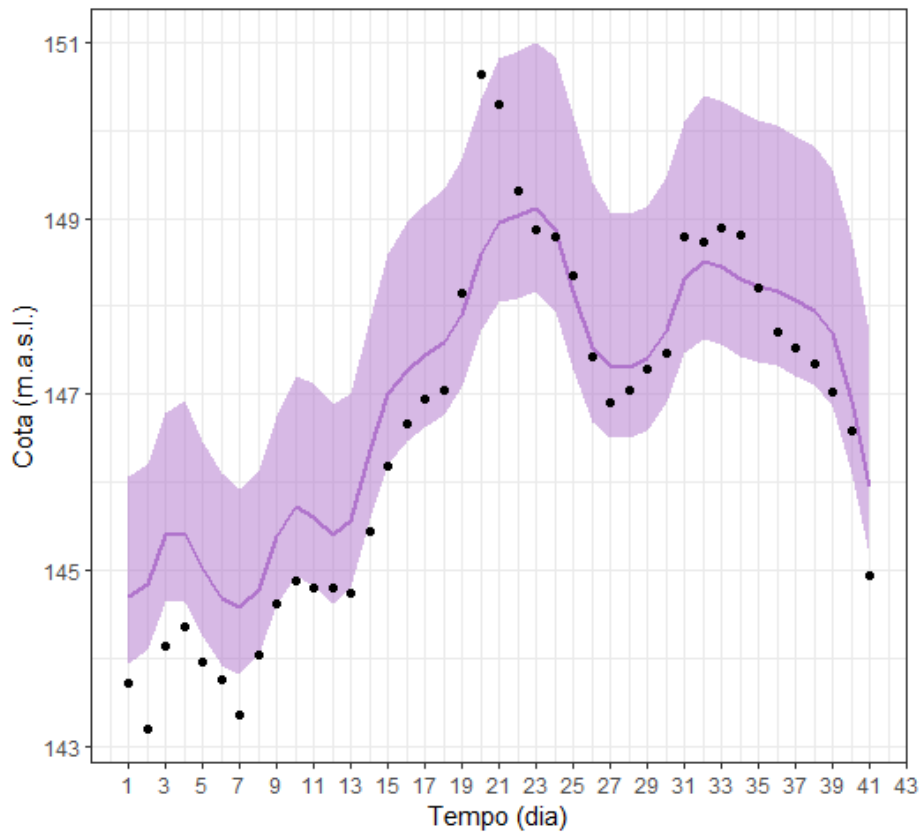


Figura 5.22 - Representação gráfica dos intervalos de credibilidade nas cotas de inundação para o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave

Tabela 5.14 - Larguras dos intervalos de credibilidade para o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave

Larguras dos intervalos de credibilidade					
Dia	(m)	Dia	(m)	Dia	(m)
1	2,12	16	2,48	31	2,62
2	2,11	17	2,53	32	2,76
3	2,15	18	2,56	33	2,77
4	2,27	19	2,58	34	2,78
5	2,21	20	2,64	35	2,74
6	2,16	21	2,76	36	2,73
7	2,10	22	2,80	37	2,73
8	2,10	23	2,81	38	2,71
9	2,14	24	2,88	39	2,68
10	2,26	25	2,87	40	2,65
11	2,29	26	2,71	41	2,52
12	2,26	27	2,58		
13	2,21	28	2,54		
14	2,25	29	2,54		
15	2,38	30	2,56		

A análise dos intervalos de incerteza preditiva das cotas de inundação para cada dia simulado permitiu concluir que, de forma geral, as incertezas ficaram entre 2,10 m e 2,88 m. A probabilidade de cobertura para o segundo cenário foi maior que para o cenário *baseline*. Isso demonstra que a consideração da incerteza da curva-chave contribuiu para a representação de cotas mais extremas, altas e baixas.

Adicionalmente, de acordo com a Figura 5.22 e a Tabela 5.14, verifica-se que as incertezas da curva-chave desencadearam uma maior assimetria das distribuições preditivas das cotas de inundação, quando comparadas ao cenário *baseline*, apresentando valores de Q95% mais elevado (em média, 0,25 m). Ao se tratar do Q05%, as cotas entre os dois cenários apresentaram valores similares.

A Tabela 5.15 fornece um resumo das incertezas, a partir do modelo hidráulico estatístico desenvolvido, relativo às cotas de inundação coletadas no Hidroweb e àquelas obtidas pela simulação do cenário *baseline*.

Tabela 5.15 - Comparação dos dados de cotas de inundação máximas observados, simulados e suas incertezas

Seção		Dados observados	Cenário de <i>baseline</i>	Cenário de simulação
Cuiabá	NA máx. (m)	10,35	9,18	8,82
	Cota máx. (m)	150,643	149,32*	149,11*
	Amplitude máx. do IC (m)	-	2,59	2,88
	máx.(Q ₉₅ - mediana) (m)	-	1,68	2,00

*Maior cota mediana

A variabilidade decorrente de propagação de cheias a partir das 67 curvas-chave selecionadas aleatoriamente, combinadas com a variação do Manning, resultou em uma incerteza total de $\pm 2,88$ m (Tabela 5.14), o que é suficiente para alcançar mais de 1 km de distância a partir das margens e atingir áreas residenciais, mercados, shopping e comércios, causando diversos danos socioeconômicos. Quando esse valor é comparado com a incerteza total do cenário *baseline*, verifica-se a possibilidade de um aumento de aproximadamente 30 cm de lâmina d'água. Esse aumento evidencia que as incertezas decorrentes da variabilidade das curvas-chave e dos coeficientes de rugosidade de Manning contribuem para o aumento das incertezas de cotas de inundação, representando cerca de 3,5% da altura máxima de escoamento.

De forma ilustrativa, segue a representação dos efeitos que as incertezas decorrentes da variabilidade das curvas-chave e dos coeficientes de rugosidade de Manning podem causar na seção de Cuiabá (Figura 5.23). Para isso, é considerado o NA máximo igual a 149,11 m, obtido a partir da propagação das 67 curvas-chave, e as incertezas totais desse cenário (2,88 m) e do cenário *baseline* (2,59 m).

Uma comparação dia a dia da diferença de larguras dos intervalos de credibilidade também é apresentada na Figura 5.23. A hachura em cor magenta indica a incerteza total para o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave, enquanto a mediana desse cenário é apresentada por uma linha em cor magenta do tipo contínua. Sobrepostos a esses resultados, foram incluídos limites dos intervalos de credibilidade do cenário *baseline* (linha tracejada) e a respectiva mediana (linha contínua), ambas em cor azul.

As diferenças entre as incertezas totais do cenário *baseline*, obtido a partir do hidrograma oriundo da curva-chave mediana, e do cenário de simulação de hidrogramas preditos por um conjunto de curvas-chave resultaram em variações de 0,18 a 0,41 m (Tabela 5.16). As maiores divergências foram observadas em cotas mais elevadas. No entanto, no que se refere aos valores medianos, ambos os cenários apresentaram resultados similares.

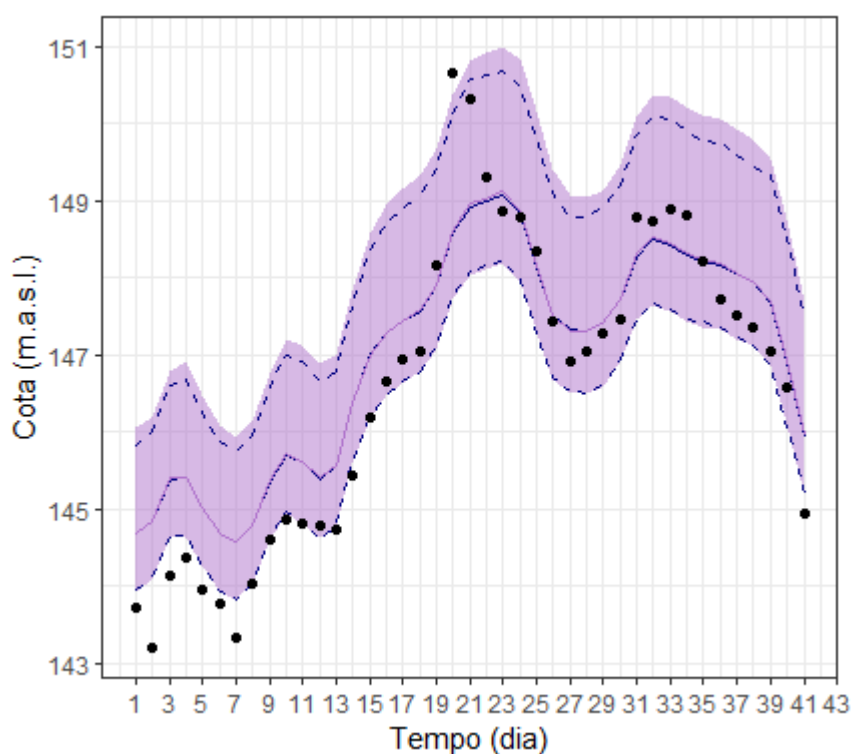


Figura 5.23 - Comparação das incertezas totais: cenário de simulação do conjunto de curvas-chave (cor magenta) e cenário *baseline* (linha em cor azul).

Tabela 5.16 - Variação da largura do intervalo de credibilidade entre os cenários *baseline* e de simulação do conjunto de curvas-chave

Variação das incertezas totais entre cenários					
Dia	(m)	Dia	(m)	Dia	(m)
1	0,24	16	0,26	31	0,25
2	0,21	17	0,28	32	0,33
3	0,21	18	0,27	33	0,29
4	0,24	19	0,31	34	0,33
5	0,24	20	0,30	35	0,41
6	0,22	21	0,29	36	0,35
7	0,18	22	0,34	37	0,37
8	0,18	23	0,34	38	0,37
9	0,20	24	0,40	39	0,22
10	0,24	25	0,35	40	0,22
11	0,23	26	0,31	41	0,21
12	0,21	27	0,32		
13	0,22	28	0,28		
14	0,21	29	0,22		
15	0,23	30	0,28		

Todos esses resultados demonstram a necessidade de haver um maior rigor técnico, critérios e premissas assertivas para modelar uma curva-chave e para definir valores de coeficientes de rugosidade de Manning, em razão de seus possíveis efeitos nas cotas de inundações.

Com a finalidade de aprofundar a compreensão sobre as incertezas e avaliar os efeitos das simulações das diferentes curvas-chave na incerteza paramétrica, foram comparadas as incertezas totais e as incertezas paramétricas do segundo cenário (Figura 5.24) e as incertezas paramétricas entre os dois cenários estabelecidos (Figura 5.25).

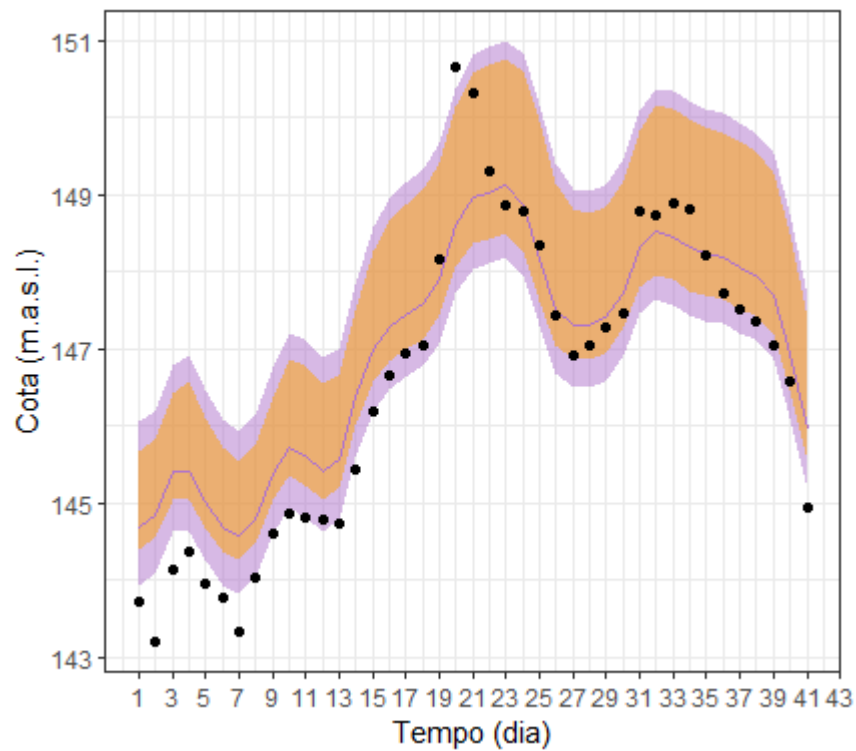


Figura 5.24 - Incertezas totais (cor magenta) e incerteza paramétrica (cor laranja) para o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave

A incerteza paramétrica média representou cerca de 73,2% da incerteza total média no cenário de simulação do conjunto de curvas-chave, com larguras de incertezas que variam entre 1,25 e 2,34 m (Figura 5.24).

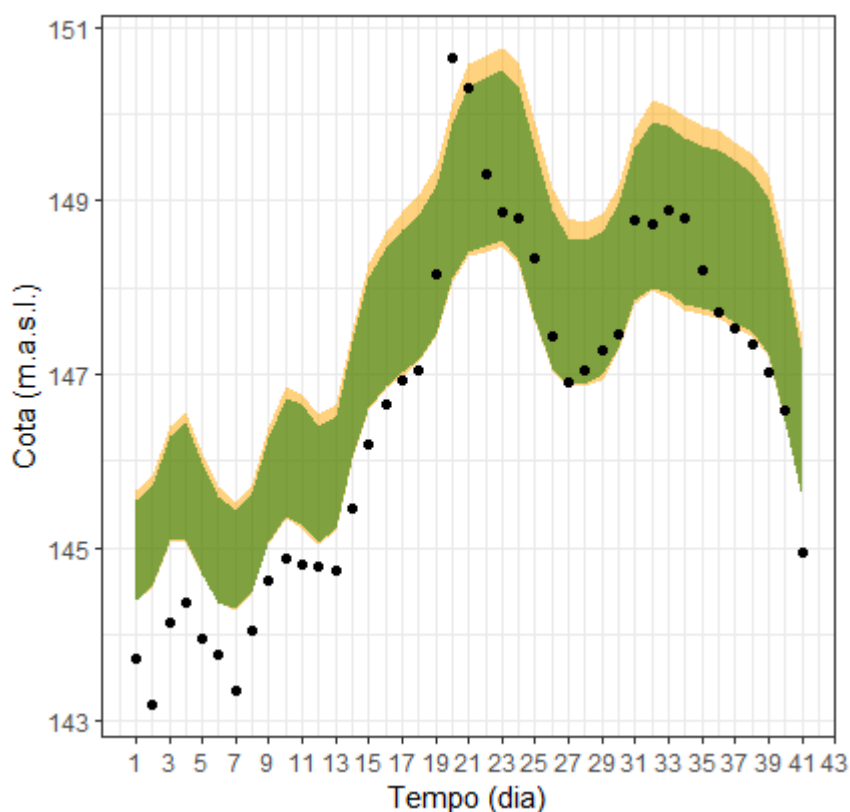


Figura 5.25 - Comparação das incertezas paramétricas entre o cenário de simulação do conjunto de curvas-chave (cor laranja) e o cenário *baseline* (cor verde)

Conforme ilustrado na Figura 5.25, é perceptível que as incertezas das curvas-chave e dos coeficientes de rugosidade de Manning contribuíram para um aumento da incerteza paramétrica. Nota-se que, em alguns dias, especialmente em cotas mais altas, a incerteza paramétrica foi maior, a exemplo do dia 23, com incrementos de até 0,34 m.

VIII. Análise de métricas de desempenho da modelagem

Na Tabela 5.17 são apresentadas as métricas de desempenho utilizadas para avaliar o modelo.

Tabela 5.17 - Estatísticas de desempenho para avaliação do modelo na simulação do conjunto de curvas-chave

Medida estatística	Sigla	Valor
Erro Absoluto Médio	MAE	0,66
Raiz do Erro Quadrático Médio	RMSE	0,79
Eficiência de Nash-Sutcliffe	NSE	0,84
Viés Percentual (%)	PBIAS	0,30
Coefficiente de determinação	r^2	0,95

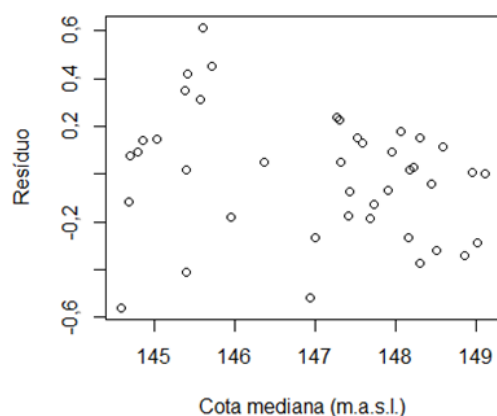
Os resultados da Tabela 5.17 demonstraram que o modelo não apresentou dispersões elevadas, com valores relativamente baixos de MAE e RMSE. Tanto o NSE quanto o r^2 apresentaram valores iguais em ambos os cenários de simulação, indicando uma adequação razoável dos valores simulados em relação aos dados medidos e um bom desempenho geral do modelo.

De forma similar, o resultado do PBIAS indica que o modelo apresenta um erro sistemático de 30%. Os valores calculados para os dois cenários simulados e para a validação permaneceram inalterados, sugerindo que, em todas as simulações, os valores de cotas simuladas são, em média, aproximadamente 30% maiores que as cotas observadas (essa estimativa não considera os treze primeiros dias simulados de janeiro (19/01/1995 a 31/01/1995), em que o modelo não obteve um ajuste razoável).

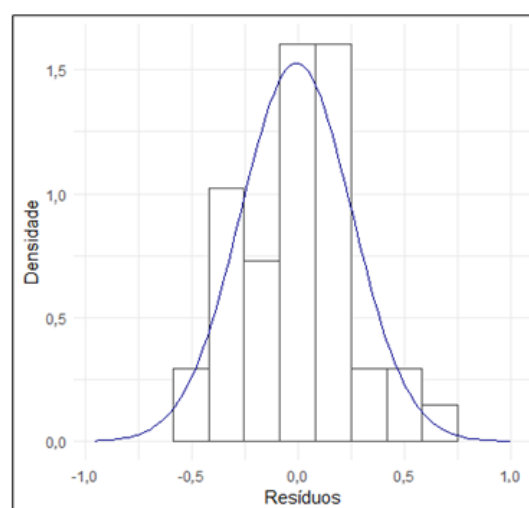
IX. Análise dos resíduos da simulação

Por fim, para uma melhor avaliação do desempenho do modelo, foi realizado o diagnóstico dos resíduos da simulação (Figura 5.26).

(a)



(b)



(c)

(d)

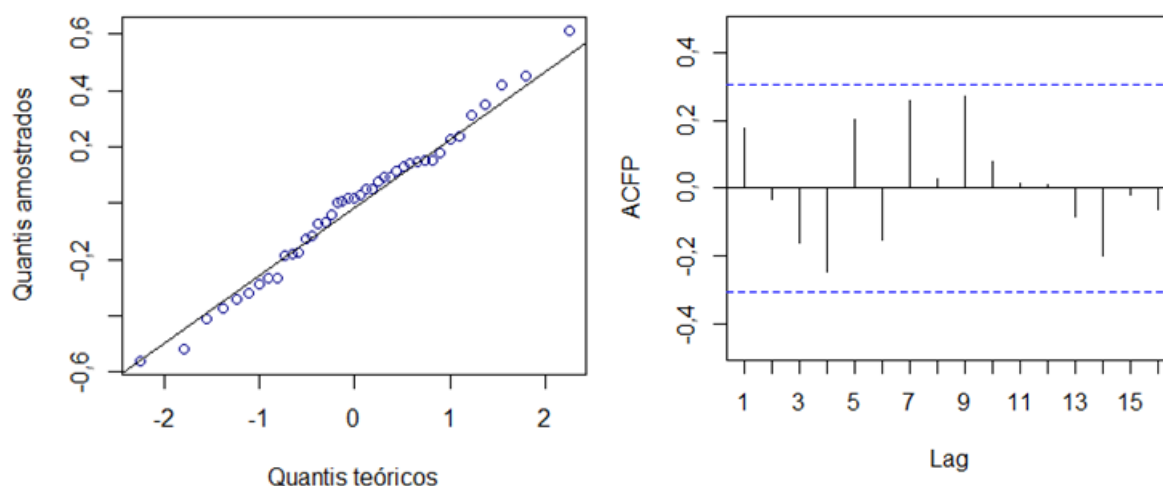


Figura 5.26 - Análise gráfica para diagnóstico dos resíduos do cenário *baseline*. Em ordem: (a) Gráfico de dispersão das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)), (b) gráfico de densidade (histograma) e distribuição normal teórica (linha contínua) dos resíduos, (c) Gráfico Normal Q-Q dos resíduos e (d) Gráfico ACFP (*Partial Autocorrelation Function*) das inovações autorregressivas de primeira ordem (AR (1)). As linhas tracejadas azuis representam os intervalos de confiança de aproximadamente 95%.

Por meio do gráfico (a) nota-se que os erros se apresentam dispersos aleatoriamente, sem nenhum padrão aparente e com variância constante, indicando possível independência e homocedasticidade.

Ao analisar os gráficos (b) e (c), são observados indícios da possível normalidade dos erros. Essa inferência pode ser corroborada pela forma do histograma em (b), que se assemelha a uma distribuição normal, apresentando pequenas assimetrias. Além disso, ao observar a distribuição dos erros em (c), nota-se que os pontos estão próximos da reta de referência, com pequenas divergências nas extremidades. Por fim, no gráfico de autocorrelação parcial (d), pode-se inferir que o modelo autorregressivo de primeira ordem representou adequadamente os erros das simulações, não sendo observadas correlações seriais significativas dos *innovation residuals* nas diferentes defasagens.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho foram avaliadas as incertezas associadas à proposição de um modelo hidráulico probabilístico que incorpora incertezas da curva-chave e do coeficiente de Manning.

Dentre as conclusões obtidas a partir das modelagens, destacam-se os seguintes pontos:

Modelagem da curva-chave

- Diante do amplo intervalo de confiança de 95% da estimativa central da transição entre os segmentos da curva-chave inferida (5,09 m a 8,89 m) e sua importância na modelagem, é crucial enfatizar a necessidade de utilizar informações como MDTs e topobatimetria com boa precisão e confiabilidade. Além disso, a adoção de modelos hidráulicos e a especificação de distribuições *a priori* consistentes com os processos físicos são essenciais para reduzir as incertezas de inferência;
- A redução da variância observada nas distribuições *a posteriori* dos parâmetros do modelo de erro (β_0 e β_1) e do parâmetro c da curva-chave sugere que as análises dos controles hidráulicos na seção de Acorizal foram realizadas adequadamente. No entanto, para a maioria dos parâmetros ($n_c, n_p, B_1; B_2, a_2, k_2, c_1, c_2$) as distribuições *a posteriori* permaneceram similares às distribuições *a priori*. Tal ocorrência deve estar associada à limitada quantidade de medições utilizadas;
- As estimativas medianas da curva-chave estão próximas das vazões medidas para elevações médias. Ao se tratar de quantificação de incertezas, a incerteza paramétrica é uma pequena parte da incerteza total, e a incerteza estrutural prevalece. Apesar da falta de dados na parte superior da curva para melhor avaliação, notou-se que o modelo de erros utilizado foi capaz de representar a incerteza em grande parte das observações para cotas médias;
- O diagnóstico dos resíduos realizado para avaliar a confiabilidade das estimativas das vazões preditas a partir da curva-chave e do modelo de erro estrutural adotado revelou que os resíduos podem ser considerados independentes, homocedásticos e aproximadamente normalmente

distribuídos. Esses resultados sugerem que as suposições estipuladas para o modelo de erro foram atendidas.

Modelagem hidrodinâmica

- As distribuições marginais *a posteriori* do coeficiente de rugosidade de Manning e dos parâmetros do modelo de erro (θ e τ), para o cenário *baseline*, indicaram reduções nas variâncias das distribuições, influenciadas pelos dados. Todavia, a distribuição *a posteriori* de n_p permaneceu similar à distribuição *a priori*, uma vez que há dados observados de cotas na planície de inundação;
- As faixas de incerteza foram mais amplas para as cotas mais elevadas, o que pode ser atribuído a diferentes fatores, dentre eles: (i) a limitada disponibilidade de dados; (ii) as incertezas relacionadas à estimativa das vazões mais altas por meio da curva-chave; e (iii) as diversas incertezas inerentes à modelagem hidráulica, como a precisão do levantamento topográfico, a seleção dos valores de rugosidade de Manning e as simplificações inerentes ao próprio modelo hidráulico utilizado;
- O modelo conseguiu ter uma cobertura de aproximadamente 61% das cotas observadas. Além disso, ele tende a fornecer estimativas superestimadas para as cotas de inundação;
- Considerando as incertezas estimadas pelo modelo e a simulação hidrodinâmica do hidrograma mediano da curva-chave, foi verificado que a elevação máxima do nível da água pode atingir a cota de 151,93 m na seção de Cuiabá. Caso isso ocorra, há o potencial do escoamento atingir uma extensão de aproximadamente 824 m na margem direita e 480 m na margem esquerda, o que pode causar diversos danos e prejuízos socioeconômicos;

Por fim, seguem as principais conclusões levantadas a partir do segundo cenário, composto pela simulação dos hidrogramas criados a partir do conjunto de curvas-chave:

- O coeficiente de rugosidade de Manning da planície de inundação foi o parâmetro que apresentou maior dispersão entre as distribuições *a posteriori* para as diferentes curvas-chave. Essa variabilidade é refletida pela grande variância da mistura;

- A propagação dos hidrogramas obtidos a partir do conjunto de curvas-chave provocou um aumento na variância dos intervalos de credibilidade para todos os parâmetros analisados, especialmente para θ e τ ;
O coeficiente de rugosidade de Manning da calha principal foi o parâmetro menos afetado pelas incertezas decorrentes da curva-chave. Por outro lado, o aumento das incertezas referentes aos coeficientes de rugosidade de Manning pode resultar em valores sem interpretação física e, com isso, as diferenças entre as cotas preditas e observadas podem ser compensadas com o aumento dos valores dos erros;
- Reconhecidas as limitações e desafios associados à estimativa do valor do coeficiente de Manning, é notado que o valor médio do coeficiente de rugosidade de Manning para a calha principal inferido pelo modelo foi menor que os valores recomendados pela literatura, a exemplo de Baptista & Lara (2006). Uma hipótese que justifique tal ocorrência pode ser o elevado desvio padrão do modelo de erro;
- A consideração da incerteza da curva-chave contribuiu para uma melhor representação de cotas mais extremas, altas e baixas, em comparação ao cenário *baseline*;
- A extensão de áreas inundadas na seção de Cuiabá pode aumentar, quando comparada ao cenário *baseline*, podendo alcançar aproximadamente 1 km das margens. No que concerne a altura do nível da água, foram verificados incrementos de até 30 cm entre cenários, isso é, as incertezas decorrentes da variabilidade das curvas-chave e da definição do coeficiente de rugosidade de Manning representam cerca de 3,5% da altura máxima de escoamento;
- As maiores divergências foram observadas em cotas mais elevadas. Os resultados demonstram a importância de haver medições de vazões em cotas mais altas;
- A incerteza paramétrica média representou cerca de 73,2% da incerteza total média no cenário de simulação do conjunto de curvas-chave, com larguras dos intervalos de credibilidade que variam entre 1,25 e 2,34 m. Ademais, as incertezas das curvas-chave e dos coeficientes de rugosidade de Manning contribuíram também para o aumento da incerteza paramétrica;
- Os resultados das métricas sugeriram que, no geral, o modelo apresentou um desempenho adequado, capaz de reproduzir razoavelmente os valores

simulados em relação aos dados medidos e apresentando um erro sistemático de 30%; e

Vislumbrando contribuir na quantificação de incertezas associadas a modelagens hidráulicas e fornecer informações que possam auxiliar na melhoria da gestão de riscos, tomadas de decisões e estimativa de danos relacionados à ocorrência de inundações, são apresentadas a seguir algumas recomendações para trabalhos futuros.

- Recomenda-se investigar métodos para estimativa das incertezas preditivas relacionadas também às vazões e considerar seus efeitos nas variáveis de saída do modelo hidrodinâmico, como cotas e velocidades de escoamento.

Apesar de ser reconhecida a importância da propagação das incertezas relacionadas à vazão, esta pesquisa não marginalizou a distribuição *a posteriori* da vazão. Os desafios inerentes à propagação combinada das incertezas estruturais da curva-chave, da vazão e do coeficiente de rugosidade de Manning requerem abordagens cuidadosas computacionais e matemáticas, frente à representação adequada do processo.

Os efeitos dessas incertezas nas variáveis de cota e velocidade de escoamento podem subsidiar a estimativa de perdas humanas e danos financeiros, estimativas essas que atualmente ainda estão sujeitas a grandes variações e incertezas.

- Em adição, recomenda-se o desenvolvimento de um modelo hidráulico probabilístico acoplado, de forma que a modelagem da curva-chave e a modelagem hidráulica probabilística se comuniquem. Nesse âmbito, um fator que dificultou a realização desse procedimento durante a construção do modelo foi o uso do modelo HEC-RAS e o HEC-RAS *Controller*, que têm limitada permissão para executar processos por meio de diferentes linguagens de programação.

Sugere-se também investigar abordagens alternativas de modelagem que sejam capazes de reduzir o tempo de simulação e que sejam avaliadas diferentes condições de escoamento, considerando diferentes controles hidráulicos.

- Recomenda-se a seleção de eventos de cheias que contenham uma maior quantidade de dados e, além disso, que contemplem informações de cotas na planície de inundação. Esses dados contribuirão para que haja uma melhor calibração dos parâmetros do modelo, o que pode melhorar a reprodução das cotas mais altas e levar a intervalos de credibilidade mais estreitos;
- As incertezas referentes à curva-chave foram especificadas no modelo hidráulico como condição de contorno de montante. Nesse sentido, para trabalhos futuros, recomenda-se avaliar os efeitos decorrentes da adoção de curvas-chave como condição de contorno de jusante ou, ainda, uma condição de contorno em outra seção qualquer do trecho; e
- Por último, sugere-se que sejam avaliadas mais profundamente os cálculos entre os valores do coeficiente de rugosidade de Manning da calha principal e da planície de inundação, pelo modelo hidráulico, de modo a melhor compreender suas definições.

REFERÊNCIAS

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR ISO 31000:2018** - Gestão de riscos - Diretrizes. Rio de Janeiro: ABNT, 2018.
- Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA). **Conjuntura de Recursos Hídricos do Brasil**. Disponível em: <https://relatorio-conjuntura-ana2021.webflow.io/>. Acesso em: 14 set. 2022.
- ABRAHAMSSON, M. **Treatment of uncertainty in risk based regulations and standards for risk analysis**. Lund University, 2000.
- AKAIKE, H. **Seasonal adjustment by a Bayesian modeling**. Journal of time series analysis, v. 1, n. 1, p. 1-13, 1980.
- ALI, A. MD; SOLOMATINE, D. P.; DI BALDASSARRE, G. **Assessing the impact of different sources of topographic data on 1-D hydraulic modelling of floods**. Hydrology and Earth System Sciences, v. 19, n. 1, p. 631-643, 2015.
- ALTHOFF, D.; RODRIGUES, L. N.; BAZAME, H. C. **Uncertainty quantification for hydrological models based on neural networks: the dropout ensemble**. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, v. 35, p. 1051-1067, 2021.
- ANNIS, A. et al. **Quantifying the relative impact of hydrological and hydraulic modelling parameterizations on uncertainty of inundation maps**. Hydrological Sciences Journal, v. 65, n. 4, p. 507-523, 2020.
- APEL, H. et al. **Flood risk assessment and associated uncertainty**. Natural Hazards and Earth System Sciences, v. 4, n. 2, p. 295-308, 2004.
- APEL, H.; MERZ, B.; THIEKEN, A. H. **Quantification of uncertainties in flood risk assessments**. International Journal of River Basin Management, v. 6, n. 2, p. 149-162, 2008.
- ARCEMENT JR., G. J.; SCHNEIDER, V. R. **Guide for Selecting Manning's Roughness Coefficients for Natural Channels and Floodplains**. Denver: United States Geological Survey, 1989.
- AS/NZS. **Risk management – Principles and guidelines**. ISO 31000:2009. New Zealand: [s.n.].
- ATTARI, M.; HOSSEINI, S. M. **A simple innovative method for calibration of Manning's roughness coefficient in rivers using a similarity concept**. Journal of Hydrology, v. 575, p. 810-823, 2019.
- BAPTISTA, M; LARA, M. **Fundamentos de Engenharia Hidráulica**. 4 ed. Belo Horizonte: UFMG, 2006.
- BATES, P. D.; PAPPENBERGER, F.; ROMANOWICZ, R. J. **Uncertainty in flood inundation modelling**. In: Applied uncertainty analysis for flood risk management. p. 232-269, 2014.
- BARBANT, M. **Prefeitura de Cuiabá**. Disponível em: <https://www.cuiaba.mt.gov.br/ordem-publica/defesa-civil-monitora-bairros-e-alerta-populacao-para-situacao-dos-corregos-que-cortam-a-capital/29775>. Acesso em: 19 abr. 2023.
- BEVEN, K.; BINLEY, A. **GLUE: 20 years on**. Hydrological processes, v. 28, n. 24, p. 5897-5918, 2014.

BESSAR, M. A.; MATTE, P.; ANCTIL, F. **Uncertainty Analysis of a 1D River Hydraulic Model with Adaptive Calibration**. Water, v. 12, n. 2, p. 561, 2020.

BLAZKOVA, S.; BEVEN, K. **A limits of acceptability approach to model evaluation and uncertainty estimation in flood frequency estimation by continuous simulation**: Skalka catchment, Czech Republic. Water Resources Research, v. 45, n. 12, 2009.

BRASIL. **Lei nº 12.334**, de 20 de setembro de 2010. Estabelece a Política Nacional de Segurança de Barragens destinadas à acumulação de água para quaisquer usos, à disposição final ou temporária de rejeitos e à acumulação de resíduos industriais, cria o Sistema Nacional de Informações sobre Segurança de Barragens e altera a redação do art. 35 da Lei no 9.433, de 8 de janeiro de 1997, e do art. 4º da Lei no 9.984, de 17 de julho de 2000. Diário Oficial da União, Brasília, 21 set. 2010.

BRUNNER, G.; CEIWR-HEC. **HEC-RAS - River Analysis System Hydraulic Reference Manual – version 5.0**. US Army Corps of Engineers, Institute for Water Resources, 2016.

CAMACHO, R. A. et al. **A comparison of Bayesian methods for uncertainty analysis in hydraulic and hydrodynamic modeling**. Journal of the American Water Resources Association, v. 51, n. 5, p. 1372-1393, 2015.

CARPENTER, B. et al. **Stan**: A probabilistic programming language. Journal of statistical software, v. 76, 2017.

CARR, R. H. et al. **Improving the Use of Hydrologic Probabilistic and Deterministic Information in Decision-Making**. Bulletin of the American Meteorological Society, v. 102, n. 10, p. E1878-E1896, 2021.

CEIWR-HEC. **Accuracy of Computed Water Surface Profiles**. US Army Corps of Engineers Institute for Water Resources Hydrologic Engineering Center. RD-26. 1-210, 1986.

CHAUDHRY, M. H. **Open-channel flow**. 2 ed. Springer, 2008.

CHAUDHARY, P. et al. **Flood uncertainty estimation using deep ensembles**. Water, v. 14, n. 19, p. 2980, 2022.

CHOW, Ven T. **Open-channel hydraulics**. McGraw-Hill civil engineering series, 1959.

COSTABILE, P. et al. **Terrestrial and airborne laser scanning and 2-D modelling for 3-D flood hazard maps in urban areas**: New opportunities and perspectives. Environmental Modelling & Software, v. 135, p. 104889, 2021.

COXON, G. et al. **A novel framework for discharge uncertainty quantification applied to 500 UK gauging stations**. Water resources research, v. 51, n. 7, p. 5531-5546, 2015.

CU THI, P.; BALL, J. E; DAO, N. H. **Uncertainty Estimation Using the Glue and Bayesian Approaches in Flood Estimation**: A case Study—Ba River, Vietnam. Water, v. 10, n. 11, p. 1641, 2018.

DI BALDASSARRE, G. **Floods in a changing climate**: inundation modelling. Cambridge University Press, 2012.

DICKINSON, W. T. **Accuracy of discharge determinations**. Tese de Doutorado. Colorado State University. Libraries, 1967.

DOGULU, N. et al. **Estimation of predictive hydrologic uncertainty using the**

quantile regression and UNEEC methods and their comparison on contrasting catchments. Hydrology and Earth System Sciences, v. 19, n. 7, p. 3181-3201, 2015.

DOMENEGHETTI, A.; CASTELLARIN, A.; BRATH, A. **Assessing rating-curve uncertainty and its effects on hydraulic model calibration.** Hydrology and Earth System Sciences, v. 16, n. 4, p. 1191-1202, 2012.

DOTTO, C. B. S. et al. **Comparison of different uncertainty techniques in urban stormwater quantity and quality modelling.** Water research, v. 46, n. 8, p. 2545-2558, 2012.

FERNANDES, W.; SILVA, A. T. **Introduction to Bayesian Analysis of Hydrologic Variables.** In: NAGHETTINI, M., Editor. Fundamentals of Statistical Hydrology. Springer, cap. 11, p. 497-536, 2017.

FROMENT, R.; BELOW, R. **Disaster* Year in Review 2019.** Centre for Research on the Epidemiology of Disasters (CRED), 58, 2020. Disponível em: <https://reliefweb.int/report/world/cred-crunch-newsletter-issue-no-58-april-2020-disaster-2019-year-review>. Acesso em: 23 set. 2021.

GARCIA, R.; COSTA, V.; SILVA, F. **Bayesian rating curve modeling:** Alternative error model to improve low-flow uncertainty estimation. Journal of Hydrologic Engineering, v. 25, n. 5, p. 04020012, 2020.

GELMAN, A. et al. **Bayesian data analysis.** Chapman and Hall/CRC, 1995.

GELMAN, A. et al. **Bayesian Data Analysis – Computation in R and Stan**, 3. ed. New York: Chapman and Hall/CRC, 2013.

GHOBADI, F.; KANG, D. **Improving long-term streamflow prediction in a poorly gauged basin using geo-spatiotemporal mesoscale data and attention-based deep learning:** A comparative study. Journal of Hydrology, v. 615, p. 128608, 2022.

GOMES, A. S. et al. **Grupo de trabalho de análise de riscos em barragens.** Lisboa, Portugal, 2005.

GUDE, V.; CORNS, S.; LONG, S. **Flood prediction and uncertainty estimation using deep learning.** Water, v. 12, n. 3, p. 884, 2020.

HALL, J. W. **Handling uncertainty in the hydroinformatic process.** Journal of Hydroinformatics, v. 5, n. 4, p. 215-232, 2003.

HALTAS, I.; ELÇİ, S. TAYFUR, G. **Numerical Simulation of Flood Wave Propagation in Two-Dimensions in Densely Populated Urban Areas due to Dam Break.** Water Resources Management, p. 1-23, 2016.

HARTFORD, D. N. D; BAECHER, G. B. **Risk and uncertainty in dam safety.** Thomas Telford, 2004.

HUTTON, C. J. et al. **Uncertainty Quantification and Reduction in Urban Water Systems (UWS) Modelling:** Evaluation Report. 92 p. 2011.

JAHANDIDEH-TEHRANI, M. et al. **Hydrodynamic modelling of a flood-prone tidal river using the 1D model MIKE HYDRO River:** calibration and sensitivity analysis. Environmental Monitoring and Assessment, v. 192, n. 2, p. 1-18, 2020.

JCGM (Joint Committee for Guides in Metrology). **Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement.** Report of the Joint Committee for Guides in Metrology. Sèvres, France: JCGM, 2008.

- JIANG, X. et al. **Toward improved probabilistic predictions for flood forecasts generated using deterministic models**. Water Resources Research, v. 55, n. 11, p. 9519-9543, 2019.
- JONKMAN, S. N.; VRIJLING, J. K.; VROUWENVELDER, A. C. W. M. **Methods for the estimation of loss of life due to floods: a literature review and a proposal for a new method**. Natural Hazards, v. 46, p. 353-389, 2008.
- JUNG, Y.; MERWADE, V. **Uncertainty quantification in flood inundation mapping using generalized likelihood uncertainty estimate and sensitivity analysis**. Journal of Hydrologic Engineering, v. 17, n. 4, p. 507-520, 2012.
- JUSTON, J.; JANSSON, P.; GUSTAFSSON, D. **Rating curve uncertainty and change detection in discharge time series: case study with 44-year historic data from the Nyangores River, Kenya**. Hydrological Processes, v. 28, n. 4, p. 2509-2523, 2014.
- KASTALI, A. et al. **Design flood and flood-prone areas under rating curve uncertainty: Area of Vieux-Ténès, Algeria**. Journal of Hydrologic Engineering, v. 26, n. 3, p. 1-12, 2021.
- KIANG, J. E. et al. **A comparison of methods for streamflow uncertainty estimation**. Water Resources Research, v. 54, n. 10, p. 7149-7176, 2018.
- KITTIPONGVISES, S. et al. **AHP-GIS analysis for flood hazard assessment of the communities nearby the world heritage site on Ayutthaya Island, Thailand**. International Journal of Disaster Risk Reduction, v. 48, p. 101612, 2020.
- KOUTSOYIANNIS, D. **Stochastics of Hydroclimatic Extremes - A cool look at risk**. Open Academic Editions, Athens, 2020.
- LANG, M. et al. **Extrapolation of rating curves by hydraulic modelling, with application to flood frequency analysis**. Hydrological Sciences Journal—Journal des Sciences Hydrologiques, v. 55, n. 6, p. 883-898, 2010.
- LE COZ, J. **A literature review of methods for estimating the uncertainty associated with stage-discharge relations**. WMO Rep. PO6a, v. 21, 2012.
- LE COZ, J. et al. **Combining hydraulic knowledge and uncertain gaugings in the estimation of hydrometric rating curves: A Bayesian approach**. Journal of Hydrology, v. 509, p. 573-587, 2014.
- LE COZ, J. et al. **Estimation bayésienne des courbes de tarage et des incertitudes associées: application de la méthode BaRatin au Congo à Brazzaville**. Proceedings of the International Association of Hydrological Sciences, v. 384, p. 25-29, 2021.
- LEON, A. S.; GOODELL, C.; **CONTROLLING, HECRAS**. using MATLAB. Environmental Modelling & Software, v. 84, p. 339-348, 2016.
- LÉONARD, J. et al. **Rating curve modelling with Manning's equation to manage instability and improve extrapolation**. Hydrological sciences journal, v. 45, n. 5, p. 739-750, 2000.
- LI, D. et al. **Characterizing distributed hydrological model residual errors using a probabilistic long short-term memory network**. Journal of Hydrology, v. 603,126888, p. 1-11, 2021.
- LI, D. et al. **Hydrologic multi-model ensemble predictions using variational Bayesian deep learning**. Journal of Hydrology, v. 604, p. 127221, 2022.

- LIMA, C. H. R. et al. **A hierarchical Bayesian GEV model for improving local and regional flood quantile estimates**. *Journal of Hydrology*, v. 541, p. 816-823, 2016.
- LLORENTE, F. et al. **On the safe use of prior densities for Bayesian model selection**. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, v. 15, n. 1, p. e1595, 2022.
- LUCAS, M. et al. **Are historical stage records useful to decrease the uncertainty of flood frequency analysis? A 200 - year long case study**. *Journal of Hydrology*, v. 624, 129840, 2023.
- MAGHREBI, M. F.; VATANCHI, S. M. **Uncertainty Analysis of Stage-Discharge Curves by Generalized Likelihood Uncertainty Estimation (GLUE) Method**. *Environmental Modeling & Assessment*, v. 26, n. 4, p. 447-458, 2021.
- MAGNUSSON, S. E.; FRANTZICH, H.; HARADA, K. **Fire safety design based on calculations: Uncertainty analysis and safety verification**. *Fire Safety Journal*, v. 27, n. 4, p. 305-334, 1996.
- MANSANAREZ, V. et al. **Rapid Stage-Discharge Rating Curve Assessment Using Hydraulic Modeling in an Uncertainty Framework**. *Water Resources Research*, v. 55, p. 9765-9787, 2019.
- MCMILLAN, H. et al. **Impacts of uncertain river flow data on rainfall–runoff model calibration and discharge predictions**. *Hydrological Processes*, v. 24, n. 10, p. 1270–1284, 2010.
- MCMILLAN, H. K.; BRASINGTON, J. **End-to-end flood risk assessment: A coupled model cascade with uncertainty estimation**. *Water Resources Research*, v. 44, n. 3, 2008.
- MCMILLAN, H. K.; WESTERBERG, I. K. **Rating curve estimation under epistemic uncertainty**. *Hydrological Processes*, v. 29, n. 7, p. 1873-1882, 2015.
- MCMILLAN, H. K.; WESTERBERG, I. K.; KRUEGER, T. **Hydrological data uncertainty and its implications**. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Water*, v. 5, n. 6, e1319, p. 1-14, 2018.
- MERWADE, V. et al. **Uncertainty in flood inundation mapping: current issues and future directions**. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 13, n. 7, p. 608-620, 2008.
- MERZ, B.; THIEKEN, A. H. **Flood risk curves and uncertainty bounds**. *Natural hazards*, v. 51, n. 3, p. 437-458, 2009.
- MIRZAEI, M. et al. **Application of the generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) approach for assessing uncertainty in hydrological models: a review**. *Stochastic environmental research and risk assessment*, v. 29, n. 5, p. 1265-1273, 2015.
- MOGES, E. et al. **Review: Sources of Hydrological Model Uncertainties and Advances in Their Analysis**. *Water*, v. 13, n. 28, p. 1-23, 2021.
- MONTANARI, A. **What do we mean by ‘uncertainty’? The need for a consistent wording about uncertainty assessment in hydrology**. *Hydrological Processes: An International Journal*, v. 21, n. 6, p. 841-845, 2007.
- MORGAN, M. G.; HENRION, M.; SMALL, M. **Uncertainty: a guide to dealing with uncertainty in quantitative risk and policy analysis**. Cambridge University Press, 1990.

- MOYEED, R. A.; CLARKE, R. T. **The use of Bayesian methods for fitting rating curves, with case studies**. *Advances in Water Resources*, v. 28, n. 8, p. 807-818, 2005.
- NKWUNONWO, U. C.; WHITWORTH, M.; BAILY, B. **A review of the current status of flood modelling for urban flood risk management in the developing countries**. *Scientific African*, v. 7, p. e00269, 2020.
- NGO, H. et al. **Reconstruction of the 1374 Rhine river flood event around Cologne region using 1D-2D coupled hydraulic modelling approach**. *Journal of Hydrology*, v. 617, p. 129039, 2023.
- OCIO, D. et al. **The role of rating curve uncertainty in real-time flood forecasting**. *Water Resources Research*, v. 53, n. 5, p. 4197 - 4213, 2017.
- OSORIO, A. L. N.; REIS JR, D. S. **A Bayesian approach for the evaluation of rating curve uncertainties in flood frequency analyses**. In: *World Environmental and Water Resources Congress 2016*, p. 482-491, 2016.
- PAES, R. **Análise da translação da onda de cheia efluente do reservatório da UHE Manso na bacia hidrográfica do rio Cuiabá, Mato Grosso** (Dissertação de mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- PAPAIIOANNOU, G. et al. **Probabilistic flood inundation mapping at ungauged streams due to roughness coefficient uncertainty in hydraulic modelling**. *Advances in Geosciences*, v. 44, p. 23-34, 2017.
- PAPPENBERGER, F.; BEVEN, K. J. **Ignorance is bliss: Or seven reasons not to use uncertainty analysis**. *Water Resources Research*, v. 42, n. 5, p. 1–8, 2006.
- PATÉ-CORNELL, M. E. **Uncertainties in risk analysis: Six levels of treatment**. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 54, n. 2–3, p. 95–111, 1996.
- PEREIRA, W. J. G. **Proposta metodológica para identificação, classificação e minimização das incertezas em estudos de riscos**. Tese (Doutorado em Engenharia) - Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2010.
- PETERSEN-ØVERLEIR, A. **Accounting for heteroscedasticity in rating curve estimates**. *Journal of Hydrology*, v. 292, n. 1-4, p. 173-181, 2004.
- PETERSEN-ØVERLEIR, A. **Modelling stage - discharge relationships affected by hysteresis using the Jones formula and nonlinear regression**. *Hydrological sciences journal*, v. 51, n. 3, p. 365-388, 2006.
- PETERSEN-ØVERLEIR, A.; REITAN, T. **Bayesian analysis of stage - fall - discharge models for gauging stations affected by variable backwater**. *Hydrological Processes: An International Journal*, v. 23, n. 21, p. 3057-3074, 2009.
- PIMENTA, L. **Abordagens de riscos em barragens de aterro**. Lisboa: LNEC, v. 28, p. 32-33, 2009.
- PINHEIRO, V. B.; NAGHETTINI, M.; PALMIER, L. R. **Uncertainty estimation in hydronamic modeling using Bayesian techniques**. *Brazilian Journal of Water Resources*, v. 24, 2019.
- PRIETO, C. et al. **Identification of dominant hydrological mechanisms using Bayesian inference, multiple statistical hypothesis testing, and flexible models**. *Water Resources Research*, v. 57, n. 8, p. 1-32, 2021.

- QIU, J. et al. **Combining a segmentation procedure and the BaRatin stationary model to estimate nonstationary rating curves and the associated uncertainties.** Journal of Hydrology, v. 597, p. 126168, 2021.
- RANTZ, S. E. **Measurement and computation of streamflow.** US Department of the Interior, Geological Survey, 1982.
- REIS, G. C. et al. **Analysis of the Uncertainty in Estimates of Manning's Roughness Coefficient and Bed Slope Using GLUE and DREAM.** Water, v. 12, n. 11, p. 3270, 2020.
- REITAN, T.; PETERSEN-ØVERLEIR, A. **Bayesian methods for estimating multi-segment discharge rating curves.** Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, v. 23, n. 5, p. 627–642, 2009.
- REITAN, T.; PETERSEN-ØVERLEIR, A. **Dynamic rating curve assessment in unstable rivers using Ornstein-Uhlenbeck processes.** Water Resources Research, v. 47, n. 2, 2011.
- RENARD, B. et al. **Understanding predictive uncertainty in hydrologic modeling: The challenge of identifying input and structural errors.** Water Resources Research, v. 46, n. 5, 2010.
- RIBEIRO N., A.; BATISTA, L. F. D. R.; COUTINHO, R. Q. **Methodologies for generation of hazard indicator maps and flood prone areas: municipality of Ipojuca/PE.** Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 21, n. 2, p. 377-390, 2016.
- RIOS, F. M. et al. **Bayesian calibration of a 1D hydrodynamic model used as a rating curve in a tidal river: Application to the Lower Seine River, France,** EGU General Assembly 2023, Vienna, Austria, EGU23-6587, 2023.
- SALVATIER, J.; WIECKI, T. V.; FONNESBECK, C. **Probabilistic programming in Python using PyMC3.** PeerJ Computer Science, v. 2, p. e55, 2016.
- SAMADI, S.; TUFFORD, D. L.; CARBONE, G. J. **Estimating hydrologic model uncertainty in the presence of complex residual error structures.** Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, v. 32, n. 5, p. 1259-1281, 2017.
- SCHOOT, R. V. et al. **Bayesian statistics and modelling.** Nature Reviews Methods Primers, v. 1, n. 1, p. 1, 2021.
- SHAO, Q. et al. **Uncertainty estimation with bias-correction for flow series based on rating curve.** Journal of Hydrology, v. 510, p. 137-152, 2014.
- SHARMA, V. C.; REGONDA, S. K. **Two-dimensional flood inundation modeling in the Godavari River Basin, India - insights on model output uncertainty.** Water, v. 13, n. 2, p. 191, 2021.
- SHEN, G.; CHEN, X.; DENG, Z. **Variational learning of Bayesian neural networks via Bayesian dark knowledge.** In: Proceedings of the Twenty-Ninth International Conference on International Joint Conferences on Artificial Intelligence, p. 2037-2043, 2021.
- SHI, P. et al. **Some statistical inferences of parameter in MCMC approach and the application in uncertainty analysis of hydrological simulation.** Journal of Hydrology, v. 617, p. 128767, 2023.
- SIKORSKA, A. E.; RENARD, B. **Calibrating a hydrological model in stage space to account for rating curve uncertainties: general framework and key challenges.** Advances in water resources, v. 105, p. 51-66, 2017.

- SILVA, F. E.; NAGHETTINI, M.; FERNANDES, W. **Avaliação bayesiana das incertezas nas estimativas dos parâmetros de um modelo chuva-vazão conceitual**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 19, n. 4, p. 148-159, 2014.
- SMITH, T.; MARSHALL, L.; SHARMA, A. **Modeling residual hydrologic errors with Bayesian inference**. Journal of Hydrology, v. 528, p. 29-37, 2015.
- STAN DEVELOPMENT TEAM. **RStan**: the R interface to Stan. R package version 2.21.3. Disponível em: <http://mc-stan.org/>. Acesso em: 12 de fev. 2022.
- STEINBAKK, G. H. et al. **Propagation of rating curve in design flood estimation**. Water Resources Research, v. 52, n. 9, p. 6897–6915, 2016.
- STURTZ, S.; LIGGES, U.; GELMAN, A. **R2WinBUGS**: a package for running WinBUGS from R. Journal of Statistical software, v. 12, p. 1-16, 2005.
- TARALDSEN, G.; TUFTO, J.; LINDQVIST, Bo H. **Improper priors and improper posteriors**. Scandinavian Journal of Statistics, v. 49, n. 3, p. 969-991, 2022.
- TENG, J. et al. **Flood inundation modelling**: A review of methods, recent advances and uncertainty analysis. Environmental modelling & software, v. 90, p. 201-216, 2017.
- TOMKINS, K. M. **Uncertainty in streamflow rating curves: methods, controls and consequences**. Hydrological Processes, v. 28, n. 3, p. 464-481, 2014.
- TUFTO, J. et al. **Estimating Brownian motion dispersal rate, longevity and population density from spatially explicit mark-recapture data on tropical butterflies**. Journal of Animal Ecology, v. 81, n. 4, p. 756-769, 2012.
- UNDRR. **Global Assessment Report on Disaster Risk Reduction**. Geneva, Switzerland: United Nations Office for Disaster Risk Reduction (UNDRR), 2019.
- VATANCHI, S. M.; MAGHREBI, M. F. **Uncertainty in rating-curves due to manning roughness coefficient**. Water Resources Management, v. 33, n. 15, p. 5153-5167, 2019.
- VEHTARI, A. et al. **Rank-normalization, folding, and localization**: An improved $\hat{R}$ for assessing convergence of MCMC (with discussion). Bayesian analysis, v. 16, n. 2, p. 667-718, 2021.
- VENETIS, C. **A note on the estimation of the parameters in logarithmic stage-discharge relationships with estimates of their error**. Hydrological Sciences Journal, v. 15, n. 2, p. 105-111, 1970.
- VIEIRA, L. M. et al. **Assessing the effects of rating curve uncertainty in flood frequency analysis**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 27, p. e11, 2022.
- WISEU, T. **Segurança dos vales a jusante de barragens - Metodologias de apoio à gestão do risco**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Lisboa, Portugal: Universidade Técnica de Lisboa, 2008.
- VOLPI, E. et al. **One hundred years of return period**: Strengths and limitations. Water Resources Research, v. 51, n. 10, p. 8570-8585, 2015.
- VRUGT, J. A. **Markov chain Monte Carlo simulation using the DREAM software package**: Theory, concepts, and MATLAB implementation. Environmental Modelling & Software, v. 75, p. 273-316, 2016.
- VRUGT, J. A. et al. **Equifinality of formal (DREAM) and informal (GLUE) Bayesian approaches in hydrologic modeling? Stochastic environmental research and risk assessment**. v. 2, n.7, p.1011-1026, 2009.

WARMINK, J. et al. **Uncertainty in design water levels due to uncertain bed form roughness in the River Rhine**. River Flow 2010, p. 359-366, 2010.

WESTERBERG, I. K. et al. **Hydrological model calibration with uncertain discharge data**. Hydrological Sciences Journal, p. 2441-2456, 2020.

WESTERBERG, I. et al. **The RUHM framework for rapid rating curve uncertainty estimation**: comparison to power-law methods and potential using drone-derived data. In: EGU General Assembly Conference Abstracts, Vienna, Austria, p. EGU22-13348, 2022.

WU, X.; MARSHALL, L.; SHARMA, A. **Quantifying input error in hydrologic modeling using the Bayesian error analysis with reordering (BEAR) approach**. Journal of Hydrology, v. 598, p. 126202, 2021.

YEN, B. C. **Open channel flow resistance**. Journal of hydraulic engineering, v. 128, n. 1, p. 20-39, 2002.

ZAHMATKESH, Z.; HAN, S.; COULIBALY, P. **Understanding uncertainty in probabilistic floodplain mapping in the time of climate change**. Water, v. 13, n. 9, p. 1248, 2021.

Apêndice A - Equações para cálculo do coeficiente de rugosidade equivalente

- 1) $\frac{\sum n_i A_i}{A}$
- 2) $\left[\frac{1}{P} \sum (n_i^2 P_i) \right]^{1/2}$
- 3) $\left[\frac{\sum n_i^{3/2} P_i R_i^{1/4}}{P R^{1/4}} \right]^{2/3}$
- 4) $\left[\frac{\sum n_i^{1/2} P_i R_i^{7/12}}{P R^{7/12}} \right]^2$
- 5) $\frac{R^{7/6} \sum P_i \sqrt{R_i}}{\sum_{n_i} \frac{P_i R_i^{5/3}}{n_i}}$
- 6) $\sqrt{\sum n_i^2 \frac{A_i}{A}}$
- 7) $\frac{\sum (n_i P_i)}{P}$
- 8) $\left[\frac{\sum n_i^{3/4} P_i R_i^{3/8}}{P R^{3/8}} \right]^{4/3}$
- 9) $\left[\frac{\sum n_i^{1/2} P_i R_i^{2/3}}{P R^{2/3}} \right]^2$
- 10) $\frac{\sum (n_i P_i R_i^{1/2})}{P R^{1/2}}$
- 11) $\frac{A}{\sum (A_i / n_i)}$
- 12) $\left[\frac{1}{P} \sum (n_i^{3/4} P_i) \right]^{4/3}$
- 13) $\left[\frac{\sum n_i^{3/4} P_i R_i^{1/2}}{P R^{1/2}} \right]^{4/3}$
- 14) $\left[\frac{\sum n_i^{1/2} P_i R_i^{5/12}}{P R^{5/12}} \right]^2$
- 15) $\frac{\sum (n_i P_i R_i^{1/3})}{P R^{1/3}}$
- 16) $\left[\frac{\sum (n_i^{3/2} A_i)}{A} \right]^{2/3}$
- 17) $\left[\frac{R^{1/3}}{P} \sum \frac{n_i^2 P_i}{R_i^{1/3}} \right]^{1/2}$
- 18) $\left[\frac{\sum n_i^{3/4} P_i R_i^{1/8}}{P R^{1/8}} \right]^{4/3}$
- 19) $\frac{P R^{7/6}}{\sum_{n_i} \frac{P_i}{R_i^{7/6}}}$
- 20) $\frac{\sum (n_i P_i R_i^{1/6})}{P R^{1/6}}$
- 21) $\left[\frac{1}{P} \sum (n_i^{3/2} P_i) \right]^{2/3}$
- 22) $\left[\frac{\sum n_i^2 P_i R_i^{2/3}}{P R^{2/3}} \right]^{1/2}$
- 23) $\frac{\sum n_i P_i / R_i^{1/6}}{P / R^{1/6}}$
- 24) $\frac{P R^{5/3}}{\sum_{n_i} \frac{P_i}{R_i^{5/3}}}$
- 25) $\frac{\sum (n_i P_i R_i^{5/6})}{P R^{5/6}}$
- 26) $\frac{P}{\sum (P_i / n_i)}$
- 27) $\left[\frac{\sum n_i^{3/2} P_i R_i^{3/4}}{P R^{3/4}} \right]^{2/3}$
- 28) $\left[\frac{\sum n_i^{1/2} P_i R_i^{1/3}}{P R^{1/3}} \right]^2$
- 29) $\frac{\sum P_i R_i^{5/3}}{\sum_{n_i} \frac{P_i}{R_i^{5/3}}}$
- 30) $e \left[\frac{\sum P_i h_i^{3/2} \ln n_i}{\sum P_i h_i^{3/2}} \right]$

*Para maiores detalhes das equações, consultar Vatanchi e Maghrebi (2019).

Apêndice B - Modelo Bayesiano da curva-chave

```
# MCMC setup
n.iterations <- 1000
n.warmup <- n.iterations/2
n.chains <- 4
n.posterior <- n.chains * (n.iterations - n.warmup)

# -----

# Stan configuration
options(mc.cores = parallel::detectCores() - 1)
rstan_options(auto_write = TRUE)

# -----
|
# load data
data <- read_csv(discharge_measures_path)

# Bayesian estimation of the rating curve
# -----
if(READ_ONLY){

  model.fit <- readRDS(model_results_path)
  post <- rstan::extract(model.fit)

} else {

  # fit the model
  model.fit <- stan(
    file = model_path,
    data = append(list(N = nrow(data),
                      y = data$Stage_cm/100, # convert stages from cm to m
                      q = data$Discharge_cms),
                  list_data),
    init = inits_rating_curve,
    chains = n.chains,
    iter = n.iterations
  )

  # save model output
  saveRDS(model.fit, file = model_results_path)

  # summary of the model
  model.fit

  # save summary statistics of the parameters
  write.csv2(summary(model.fit, digits = 6), file = model_parameters_path)

  # extract posterior distribution of the output of the model
  post <- rstan::extract(model.fit)

  # save posterior
  write.csv(x = post,
            file = posterior_rating_curve_path,
            row.names = FALSE)
}
```

```

# plot rating curve
# -----

# range of elevations to plot in the rating curve:
range_elev <- c(0, 850) # maximum stage recorded is 820 cm

# data frame to store the estimated rating curve
df <- data.frame(y = seq(range_elev[1], range_elev[2], 1),
                 Qlwr_total = NA, Q_total = NA, Qupr_total = NA, # total uncertainty
                 Qlwr_par = NA, Q_par = NA, Qupr_par = NA)      # parametric uncertainty

for(j in 1:nrow(df)){

  # create variables to store the median of the estimates
  rc_mean <- numeric(length(post$nc)) # before accounting for the model's error
  Q <- array(NA, c(length(rc_mean), 1)) # accounting for the model's error

  for(i in 1:length(post$nc)){
    if (df$y[j]/100 > post$k2[i]) {
      rc_mean[i] <- post$a2[i] * (df$y[j]/100 - post$b2[i])^post$c2[i] + post$a1[i] * (df$y[j]/100 - post$b1[i])^post$c1[i]
    } else {
      rc_mean[i] <- post$a1[i] * (df$y[j]/100 - post$b1[i])^post$c1[i]
    }
    desvp <- post$beta0[i] + post$beta1[i] * rc_mean[i]
    Q[i, ] <- rnorm(1, rc_mean[i], desvp)
  }
  df[j, c('Qlwr_total', 'Q_total', 'Qupr_total')] <- quantile(as.vector(Q), c(0.025, 0.5, 0.975)) # total uncertainty
  df[j, c('Qlwr_par', 'Q_par', 'Qupr_par')] <- quantile(rc_mean, c(0.025, 0.5, 0.975)) # parametric uncertainty
}

```

```

# data frame to store the activation bands
df_k2 <- data.frame(lower = rep(quantile(post$k2, 0.025) * 100, 2),
                    upper = rep(quantile(post$k2, 0.975) * 100, 2),
                    est = rep(quantile(post$k2, 0.500) * 100, 2),
                    y = c(0, max(df$Qupr_total)))

# Rating curve plot
ggplot(df %>% filter(y %% 1 == 0)) +

  geom_ribbon(data = df_k2, aes(xmin = lower, xmax = upper, y=y, fill = "k2")) +
  geom_vline(xintercept = df_k2$est[1], color = "#c2a5d9", linewidth = 0.5) +
  geom_ribbon(aes(ymin = Qlwr_total, ymax = Qupr_total, x = y, fill = "total")) +
  geom_ribbon(aes(ymin = Qlwr_par, ymax = Qupr_par, x = y, fill = "para")) +
  geom_path(aes(y = Q_par, x = y), linewidth = 0.5) +

  geom_errorbar(data = data, aes(ymin = Discharge_cms - Discharge_cms * list_data$sigma_q,
                                ymax = Discharge_cms + Discharge_cms * list_data$sigma_q,
                                x = Stage_cm), width= 0.3, linewidth = 0.5, alpha = 0.5, color = "grey10",
              inherit.aes = FALSE) +

  geom_point(data = data, aes(x = Stage_cm, y = Discharge_cms), size = 0.5, shape = 15, color = "grey10") +
  labs(x = 'Cota (cm)', y = 'Descarga (m³/s)', fill = "Legenda") +

```



```

      beta1 = dnorm(post$beta1, 0, 1)) %>%
  reshape2::melt()
priors2 <- data.frame(nc = post$nc, np = post$np, S = 100 * post$S, B1 = post$B1, B2 = post$B2,
  a1 = post$a1, a2 = post$a2,
  b1 = post$b1, k2 = post$k2, c1 = post$c1, c2 = post$c2,
  beta0 = post$beta0, beta1 = post$beta1) %>%
  reshape2::melt()
priors$value2 <- priors2$value

# set the names of the variables for the figure
var_names <- list(
  'nc'=bquote(n[c] ~ (s * "/" * m^{1/3})),
  'np'=bquote(n[p] ~ (s * "/" * m^{1/3})),
  'S'= bquote(S ~ ("%")),
  'B1'=bquote(B[1] ~ "(m)"),
  'B2'=bquote(B[2] ~ "(m)"),
  'a1'=bquote(a[1] ~ (m^{5/3} * "/" * s)),
  'b1'=bquote(b[1] ~ "(m)"),
  'c1'=bquote(c[1]),
  'a2'=bquote(a[2] ~ (m^{5/3} * "/" * s)),
  'k2'=bquote(k[2] ~ "(m)"),
  'c2'=bquote(c[2]),
  'bota0'=bquote(beta[0]),
  'beta1'=bquote(beta[1])
)

var_labeller <- function(variable,value){
  return(var_names[value])
}

# function to calculate the breaks of the histogram
brx <- function(x){
  pretty(range(x),
    n = nclass.Sturges(x),min.n = 1)
}

# organize data to plot
data.plot <- data.frame(matrix(unlist(post), ncol = length(post),
  byrow=FALSE,
  dimnames = list(1:length(post$nc), names(post)))) %>%
  mutate(S = 100 * S)
data.plot <- reshape2::melt(data.plot) %>%
  filter(variable %in% c("a1","a2", "b1","k2", "c1","c2", "nc","np", "S", "B1","B2", "beta0", "beta1"))

plot_historama <- function(data, var){
  geom_histogram(data = subset(data, variable == var),
    mapping = aes(x = value, y = after_stat(density)),
    fill = "white", color = "grey50", size = 0.3,
    breaks = brx(data$value[which(data$variable == var)]))
}

```

```

# generate initial values for MCMC chains
inits_rating_curve <- function(...){

  nc <- rlnorm(1, list_data$mu_nc, 0.582 + 0.10 * list_data$mu_nc)
  np <- rlnorm(1, list_data$mu_np, 0.582 + 0.10 * list_data$mu_np)

  S <- runif(1, list_data$S_lwr, list_data$S_upr)
  B1 <- runif(1, list_data$B1_lwr, list_data$B1_upr)
  B2 <- runif(1, list_data$B2_lwr, list_data$B2_upr)

  b1 <- rnorm(1, list_data$mu_b1, list_data$sigma_b1) # b1 = k1
  k2 <- rnorm(1, list_data$mu_k2, list_data$sigma_k2)
  c1 <- rnorm(1, list_data$mu_c1, list_data$sigma_c1)
  c2 <- rnorm(1, list_data$mu_c2, list_data$sigma_c2)

  while(b1 >= min(data$Stage_cm) / 100) { b1 <- rnorm(1, list_data$mu_b1, list_data$sigma_b1)}
  while(k2 <= b1) { k2 <- rnorm(1, list_data$mu_k2, list_data$sigma_k2)}

  a1 = 1/nc * B1 * sqrt(S)
  a2 = 1/np * (B2 - B1) * sqrt(S)

  beta0 <- runif(1, 0, 1)
  beta1 <- runif(1, 0, 1)

  return(list(nc = nc, np = np,
             B1 = B1, B2 = B2,
             a1 = a1,
             b1 = b1,
             c1 = c1,
             a2 = a2,
             k2 = k2,
             c2 = c2,
             S = S,
             beta0 = beta0,
             beta1 = beta1))
}

```

```

transformed parameters{

    real b2 = k2;
}

model {

    vector[N] qfit;
    vector[N] sd_q = sigma_q * q; // estimated flow with the rating curve
    real error; // standard deviation of the measured flows due to measurement uncertainty

    // prior distributions
    nc ~ lognormal(mu_nc, sd_nc);
    np ~ lognormal(mu_np, sd_np);

    a1 ~ normal(mean_a1, sd_a1);
    b1 ~ normal(mu_b1, sigma_b1);
    c1 ~ normal(mu_c1, sigma_c1);

    a2 ~ normal(mean_a2, sd_a2);
    k2 ~ normal(mu_k2, sigma_k2);
    c2 ~ normal(mu_c2, sigma_c2);

    beta0 ~ normal(0, 100);
    beta1 ~ normal(0, 1);

    for (i in 1:N) {
        if (y[i] > k2) {
            qfit[i] = a2 * (y[i] - k2)^c2 + a1 * (y[i] - b1)^c1;
        } else {
            qfit[i] = a1 * (y[i] - b1)^c1;
        }

        error = beta0 + beta1 * qfit[i];
        q[i] ~ normal(qfit[i], sqrt((error^2 + sd_q[i]^2))); //  $N(0, a) + N(0, b) = N(0, (a^2 + b^2)^{0.5})$ 
    }
}

generated quantities {
    real a1_mean_hat = mean_a1;
    real a2_mean_hat = mean_a2;
    real a1_sd_hat = sd_a1;
    real a2_sd_hat = sd_a2;
    real nc_var_hat = var_nc;
    real np_var_hat = var_np;
}

# Parameters of the prior distribution
list_data = list(
    mu_nc = log(0.03),
    mu_np = log(0.049),
    S_lwr = 0.000221,
    S_upr = 0.000245,
    B1_lwr = 177,
    B1_upr = 210,
    B2_lwr = 144,
    B2_upr = 570,
    mu_b1 = -2,
    sigma_b1 = 1,
    mu_k2 = 6.9,
    sigma_k2 = 1,
    mu_c1 = 5/3,
    sigma_c1 = 0.025,
    mu_c2 = 5/3,
    sigma_c2 = 0.025,
    sigma_q = 0.07
)

```

Apêndice C - Modelo hidráulico Bayesiano

```

hecras_version = "RAS507.HECRASCONTROLLER" # hecras controller RAS620.HECRASCONTROLLER

}# -----
# 3) STAGE-FLOW DATA
}# -----

y_jus_abs = cotas["cuiaba_abs_m"].values.tolist()
y_mon_abs = cotas["acorizal_abs_m"].values.tolist()
y_mon = cotas["acorizal_m"].values.tolist()
length = y_jus_abs.__len__()
}# -----
# 3) STAGE-FLOW DATA
}# -----

y_jus_abs = cotas["cuiaba_abs_m"].values.tolist()
y_mon_abs = cotas["acorizal_abs_m"].values.tolist()
y_mon = cotas["acorizal_m"].values.tolist()
length = y_jus_abs.__len__()
}# -----
# 4) FUNCTION LAYER
}# -----

def open_hecras(project_path, RASversion = hecras_version):
    RC = win32com.client.Dispatch(RASversion) # atribuir funcoes do hec ras controller a um objeto - RC
    # RC.ShowRAS() # abrindo o HEC
    RC.Project_Open(r'%s' % project_path) # abrir projeto
    RC.Compute_HideComputationWindow() # esconder a janela # RC.Compute_ShowComputationWindow()
}
    return RC

def hecras(nc, np, nodeID=nodeCuiaba, variable=2): # variable {2: Nivel Agua, 9: Vazão}
    # Python function to get the water level
    for i in range(len(nodes)):
        Var_Mann = RC.Geometry_SetMann_LChR(river, reach, nodes[i], np, nc, np)

    Sim = RC.Compute_CurrentPlan(None, None, True)
    varOutput = []
    for stage_t in range(1, profiles[0]):
        varOutput.append(RC.Output_NodeOutput(1, 1, nodeID + 1, None, stage_t + 1, variable)[0])
}
    return numpy.array(varOutput)

```

```

Sim = RC.Compute_CurrentPlan(None, None, True)
varOutput = []
for stage_t in range(1, profiles[0]):
    varOutput.append(RC.Output_NodeOutput(1, 1, nodeID + 1, None, stage_t + 1, variable)[0])
return numpy.array(varOutput)

def hecras_2(nc, np, profiles, nodeID=nodeCuiaba):
    # Python function to get the water level and flow estimates
    for i in range(len(nodes)):
        Var_Mann = RC.Geometry_SetMann_LChR(river, reach, nodes[i], np, nc, np)

    Sim = RC.Compute_CurrentPlan(None, None, True)
    stageOutput = []
    flowOutput = []
    for stage_t in range(1, profiles[0]):
        stageOutput.append(RC.Output_NodeOutput(1, 1, nodeID + 1, None, stage_t + 1, 2)[0])
        flowOutput.append(RC.Output_NodeOutput(1, 1, nodeID + 1, None, stage_t + 1, 9)[0])

    return numpy.array([*stageOutput, *flowOutput])

@as_op(itypes=[tt.dscalar, tt.dscalar], otypes=[tt.dvector])
def hecras_mcmc(nc, np, nodeID=nodeCuiaba):
    # Theano function to get the water level
    for i in range(len(nodes)):
        Var_Mann = RC.Geometry_SetMann_LChR(river, reach, nodes[i], np, nc, np)

    # simulacao
    Sim = RC.Compute_CurrentPlan(None, None, True)

    # extrair resultados
    WSE = []
    for stage_t in range(1, profiles[0]):
        WSE.append(RC.Output_NodeOutput(1, 1, nodeID + 1, None, stage_t + 1, 2)[0])
    for stage_t in range(1, profiles[0]):
        for node_i in range(len(nodesecoos)):
            WSE.append(RC.Output_NodeOutput(1, 1, nodesecoos[node_i] + 1, None, stage_t + 1, 2)[0])
            WSE.append(RC.Output_NodeOutput(1, 1, nodesecoos[node_i] + 1, None, stage_t + 1, 9)[0])
    return numpy.ravel(WSE)

def hecras_teste(nc, np, variable=2):
    for i in range(len(nodes)):
        Var_Mann = RC.Geometry_SetMann_LChR(river, reach, nodes[i], np, nc, np)

    # simulacao
    Sim = RC.Compute_CurrentPlan(None, None, True)

    # extrair resultados
    WSE = []
    for stage_t in range(1, profiles[0]):
        for node_i in range(len(nodesecoos)):
            WSE.append(RC.Output_NodeOutput(1, 1, nodesecoos[node_i] + 1, None, stage_t + 1, 2)[0])
            WSE.append(RC.Output_NodeOutput(1, 1, nodesecoos[node_i] + 1, None, stage_t + 1, 9)[0])
    return numpy.ravel(WSE)

def lines_that_contain(string, fp):
    """Get the index of elements in a list which contain a given string
    return [line for line in range(fp.__len__()) if string in fp[line]]

def edit_hydrograph(file_dir, flows):

```

```

N_lines = len(flows)//10 # complete lines (10 elements)
N_lines_rest = len(flows) % 10 # number of elements in the incomplete line (less than 10 elements)

if N_lines == 0:
    N_lines_edit = 1
elif N_lines_rest == 0:
    N_lines_edit = N_lines
else:
    N_lines_edit = N_lines + 1

# create new lines and populate them with the flows
new_lines = []
if N_lines >= 1:
    for line in range(0, N_lines):
        new_lines.append('%8.2f' * 10 + '\n' % tuple(flows[(0 + line * 10):(10 + line * 10)]))
new_lines.append('%8.2f' * N_lines_rest + '\n' % tuple(flows[(N_lines * 10):]))

# open the file and read its content
my_file = open(file_dir, "r")
string_list = my_file.readlines()
start_line_flow = int(lines_that_contain('Flow Hydrograph', string_list)[0]) + 1
# replace existing lines with flows with the new lines
for line in range(start_line_flow, start_line_flow + N_lines_edit):
    string_list[line] = new_lines[line - start_line_flow]
my_file.close()
# open the file again but to write the new data
my_file = open(file_dir, "w")
new_file_contents = ''.join(string_list)
my_file.write(new_file_contents)
my_file.close()

# -----
# 5) INITIALIZE HEC RAS AND EXTRACT GEOMETRY INFO
# -----

RC = open_hecras(ras_prj_path, hecras_version)

# identificando intervalos de tempo (profiles)
profiles = list(RC.Output_GetProfiles())

# geometria (identificacao do rio, trecho e secoes transversais)
river = RC.Geometry_GetRivers()[1][0]
reach = RC.Geometry_GetReaches(1)[2][0]
nodes = RC.Geometry_GetNodes(1, 1)[3]
nodes = list(nodes)

call(["taskkill", "/F", "/IM", "Ras.exe"]) # closes hecras

```

```

config.mode = 'FAST_RUN'

N_total = N_draws + N_tune
chains = list(range(1, N_chains + 1))
chains = [y for x in chains for y in (x,) * N_total]
iter = list(range(1, N_total + 1)) * N_chains

for RC_realization in CC_eval:

    # STEP 1: Set hydrograph

    RC = open_hecras(ras_prj_path, hecras_version)

    qq = [] # flows obtained from the rating curve to be added in the HEC-RAS file
    qfit = numpy.zeros(shape=len(y_mon)) # fitted values (without the Gaussian residual)
    for i in range(len(y_mon)):
        if y_mon[i] > baratin["k2"][RC_realization]:
            #  $Q = a1 * (y-b1)^{c1} + a2 * (y-b2)^{c2}$ 
            qfit[i] = baratin["a2"][RC_realization] * (y_mon[i] - baratin["b2"][RC_realization]) \
                ** (baratin["c2"][RC_realization]) + baratin["a1"][RC_realization] \
                * (y_mon[i] - baratin["b1"][RC_realization]) \
                ** (baratin["c1"][RC_realization])
        else:
            #  $Q = a1 * (y-b1)^{c1}$ 
            qfit[i] = baratin["a1"][RC_realization] * (y_mon[i] - baratin["b1"][RC_realization]) \
                ** (baratin["c1"][RC_realization]) #  $Q = a * (y-b)^c$ 
            qq.append(numpy.random.normal(qfit[i], baratin["beta0"][i] + baratin["beta1"][i] * qfit[i]))

    edit_hydrograph(file_dir=ras_hydrograph_path, flows=qq) # edit the hydrograph in hec ras's file
    call(["taskkill", "/F", "/IM", "Ras.exe"]) # closes hecras

    # STEP 2: MCMC sampling

    for chain in range(N_chains):

        RC = open_hecras(ras_prj_path, hecras_version)

        # STEP 2: MCMC sampling

        for chain in range(N_chains):

            RC = open_hecras(ras_prj_path, hecras_version)

            # run the mcmc
            with pm.Model() as model:
                # Prior distribution
                nc = pm.Uniform("nc", lower=0.02, upper=0.08)
                np = pm.Uniform("np", lower=0.03, upper=0.2)
                theta = pm.Uniform("theta", lower=0, upper=1) # assumes 95% of prob mass is between -2 and 2
                tau = pm.Uniform("tau", lower=0.1, upper=100) # precision of the innovation term
                y_est = pm.Deterministic("y_est", hecras_mcmc(nc, np)) # estimated water level downstream
                likelihood = pm.AR1("likelihood", k=theta, tau_e=tau, observed=y_est[0:41] - y_jus_abs)
                step = pm.DEMetropolisZ() # Choosing the sampler - Metropolis
                # Sampling
                trace = pm.sample(draws=N_draws, tune=N_tune, step=pm.DEMetropolisZ(), chains=1, cores=1,
                                discard_tuned_samples=False, progressbar=False,
                                start={'nc': truncnorm.rvs(a=0.02, b=0.1, loc=0.04, scale=0.005),
                                         'np': truncnorm.rvs(a=0.04, b=0.2, loc=0.08, scale=0.005)})
                idata = az.from_pymc3(trace)
            call(["taskkill", "/F", "/IM", "Ras.exe"]) # closes hecras

            # extract the realizations of each variable
            posterior = pm.trace_to_dataframe(trace)

            if chain > 0:
                data = data.append(posterior)
            else:
                data = posterior

```