

**ANÁLISE NÃO - LINEAR PELO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS DE LIGAÇÕES POR CHAPA
SIMPLES, LEVANDO EM CONTA O COMPORTAMENTO
SEMI - RÍGIDO**

Luciene Antinossi Cordeiro da Mata

À minha avó Júlia,
e aos meus pais,
João e Mary.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Gílson Queiroz, de maneira especial, pela preciosa orientação, incentivo e amizade.

À minha família, pelo apoio e paciência nos momentos mais difíceis.

Ao Departamento de Engenharia de Estruturas e aos professores, pela oportunidade de realização deste trabalho e pelos ensinamentos recebidos.

Aos colegas, pelo saudável ambiente de trabalho, em especial a Valentino Lau pela importante contribuição na etapa final desta pesquisa.

Aos monitores do LAMEC pelo auxílio computacional.

Aos funcionários, sempre solícitos e compreensivos.

Ao CNPq pela concessão da bolsa.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

NOTAÇÕES

RESUMO

ABSTRACT

1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Ligações em estruturas de aço	1
1.2 - Considerações sobre ligação e nó	1
1.3 - Ligações por chapa simples	3
1.4 - Deformações básicas do nó nas ligações por chapa simples.....	5
1.4.1 - Deformações dos meios e dos elementos de ligação	5
1.4.2 - Deformações adicionais da região do nó	6
1.5 - Modelo mecânico do nó para análise da estrutura completa, aplicável à ligação por chapa simples	7
2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
2.1 – Curvas Momento-Rotação	8
2.1.1 – Função de Ramberg-Osgood [7]	9
2.1.2 – Função de Richard-Abbott [8]	11
2.1.3 – Método de ajuste das funções de aproximação aos dados experimentais.....	13
2.1.4 – Função de Richard [9]	14
2.2 – Método da linha da viga	15

2.3 – Ligações por chapa simples.....	18
2.4 – Confiabilidade de ligações consideradas flexíveis	21
2.5 – Considerações da semi-rigidez das ligações na análise de estruturas formadas por barras	28
 3 – OBJETIVO E METODOLOGIA	 30
3.1 – Objetivo.....	30
3.2 – Metodologia	30
3.2.1 – Limitações gerais assumidas.....	31
3.2.2 – Verificações necessárias [14]	32
3.2.3 – Validação dos resultados.....	32
 4 – ANÁLISE DIMENSIONAL DO PROBLEMA	 33
4.1 – Generalidades.....	33
4.2 – Parâmetros de influência	33
4.3 – Grupo completo de produtos adimensionais.....	37
4.4 – Simplificações e faixas de variações dos parâmetros de influência.....	40
 5 – MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS	 43
5.1 – Generalidades.....	43
5.2 – Curvas Momento-Rotação baseadas nas curvas Carga-Deslocamento de um parafuso	44
5.3 – Modelos de elementos finitos utilizados neste trabalho	47
5.3.1 – Casos analisados	47
5.3.2 – Caso I - Suporte rígido.....	48
5.3.2.1 – Análise não-linear.....	50
5.3.2.2 – Modelamento do parafuso.....	55
5.3.2.3 – Condições de contorno	62
5.3.3 – Caso II - Suporte flexível	63
5.3.3.1 – Análise não-linear.....	64

5.3.3.2 – Condições de contorno	67
6 – ANÁLISE PARAMETRIZADA – RESULTADOS OBTIDOS	68
6.1 – Configurações geométricas	68
6.2 – Resultados obtidos	71
6.2.1 – Resultados do MEF – Caso I	71
6.2.2 – Resultados do MEF – Caso II	87
6.3 – Validação dos modelos do MEF	92
6.4 – Considerações sobre os resultados das análises	95
7 – PROPOSIÇÃO DE EQUAÇÕES REPRESENTANDO A RESISTÊNCIA ÚLTIMA E O COMPORTAMENTO M- θ DAS LIGAÇÕES	96
7.1 – Produtos adimensionais	96
7.2 – Curvas Momento-Rotação e resistências últimas propostas	103
7.2.1 – Curvas Momento-Rotação	103
7.2.2 – Resistências últimas	104
7.2.3 – Rotação última	104
7.3 – Comparação entre as curvas M- θ propostas e os resultados obtidos	107
8 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	109
8.1 – Conclusões	109
8.2 – Recomendações para verificação do dimensionamento da ligação ..	113
8.3 – Recomendações para estudos posteriores	114
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	115
BIBLIOGRAFIA	118
APÊNDICE - LISTAGEM DOS ARQUIVOS DE ENTRADA DE DADOS	

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Eixos longitudinais para a representação da estrutura	2
Figura 1.2 – Nó finito.....	2
Figura 1.3 – Modelo mecânico do nó semi-rígido	3
Figura 1.4 – Ligações típicas por chapas simples.....	4
Figura 1.5 – Deformações dos meios e elementos de ligação (a) Situação inderfomada (b) Situação deformada	5
Figura 1.6 – Deformações adicionais do nó (a) Situação inderfomada (b) Situação deformada	6
Figura 1.7 – Modelo mecânico do nó : (a) Ligação viga/mesa do pilar (b) Ligação viga/alma do pilar	7
Figura 2.1 – Classificação das ligações	8
Figura 2.2 – Forma adimensional da função de Ramberg-Osgood	10
Figura 2.3 – Forma adimensional da função de Richard-Abbott.....	12
Figura 2.4 – Assíntotas às funções de Ramberg-Osgood e Richard-Abbott	13
Figura 2.5 – Função de Richard	15
Figura 2.6 – Viga com carregamento distribuído.....	16
Figura 2.7 – Linha da viga	18
Figura 2.8 – Curva Força Cortante-Rotação em ligações por chapa simples .	19
Figura 2.9 – Movimento do ponto de inflexão	20
Figura 2.10 – Curva Momento-Rotação	21
Figura 2.11 – Curvas Momento-Rotação para ligações	22
Figura 2.12 – Ensaios de amostras [12]	23
Figura 2.13 – Respostas das ligações oriundas de fabricantes diferentes (Série 2 [12])	24
Figura 2.14 – Respostas das ligações oriundas do mesmo fabricante (Série 3 [12])	24
Figura 2.15 – Parâmetros para descrever a resposta da ligação	25
Figura 2.16 – Distribuição de frequência	26
Figura 2.17 – Propriedades obtidas nos ensaios da Série 3 [12].....	27

Figura 2.18 – Efeito de ligações semi-rígidas em momentos e flechas – resposta elástica	28
Figura 3.1 – Ligações por chapa simples (a) Viga / mesa do pilar suporte (b) Viga / alma do pilar suporte	31
Figura 3.2 – Dimensões utilizadas nas verificações para a alma e chapa simples	32
Figura 4.1 – Parâmetros que influenciam a ligação viga/mesa do pilar suporte	34
Figura 4.2 – Parâmetros que influenciam a ligação viga/alma do pilar suporte	35
Figura 4.3 – Dimensões para o cálculo do parâmetro H_v	41
Figura 5.1 – Ensaio com um parafuso	44
Figura 5.2 – Curva Carga-Deslocamento para parafuso $\phi=7/8" = 22,2\text{mm}$ e CH $1/2" = 12,5\text{mm}$	46
Figura 5.3 – Diagrama de momento fletor nas ligações por chapa simples	47
Figura 5.4 – Chapa simples ligando viga à mesa do pilar	48
Figura 5.5 – Modelo de elementos finitos – Caso I	49
Figura 5.6 – Malha de elementos finitos – Caso I	51
Figura 5.7 – Relação tensão-deformação para o aço	52
Figura 5.8 – Sistema de barras e mola rotacional para o modelamento do parafuso	55
Figura 5.9 – Deslocamento dos furos (a) Deformada da alma da viga e chapa simples (b) Sentido dos vetores dos deslocamentos dos furos	57
Figura 5.10 – Curva $M-\theta$ para parafuso $\phi=7/8" = 22,2\text{mm}$ e CH $1/2" = 12,5\text{mm}$	58
Figura 5.11 – Deformação elástica da barra rígida	60
Figura 5.12 – Esforços no sistema de barras rígidas (BEAM4) e auxiliar (LINK8)	61
Figura 5.13 – Chapa simples ligando viga à alma do pilar	63
Figura 5.14 – Modelo de elementos finitos – Caso II	65
Figura 5.15 – Modelamento do pilar	66
Figura 6.1 – ANSYS5.4 – Tensões normais SX na alma da viga para a carga última	76

Figura 6.2 – ANSYS5.4 – Tensões normais SX na chapa simples para a carga última	77
Figura 6.3 – ANSYS5.4 – Tensões de Von-Mises SEQV na alma da viga para a carga última	79
Figura 6.4 – ANSYS5.4 – Tensões de Von-Mises SEQV na chapa simples para a carga última	80
Figura 6.5 – Gráfico do comportamento da ligação com o carregamento progressivo, da Análise no. 34 – Caso I.....	81
Figura 6.6 – ANSYS5.4 – Tensões de Von-Mises SEQV na alma do pilar para a carga última	89
Figura 6.7 – ANSYS5.4 – Deformação máxima EPTOX na alma do pilar	90
Figura 6.8 – Gráfico do comportamento da ligação com o carregamento progressivo, da Análise no. 94 – Caso II.....	91
Figura 6.9 – Curvas Momento-Rotação obtidas por Richard [3] – Caso I	93
Figura 6.10 – Curva Momento-Rotação obtida por Queiroz [2] – Caso II	94
Figura 7.1 – Curvas Momento-Rotação para as análises com $n = 5$ e $\phi = 22,2\text{mm}$ (7/8") – Caso I.....	98
Figura 7.2 – Curvas Momento-Rotação para as análises com $n = 5$ e $\phi = 22,2\text{mm}$ (7/8") – Caso II.....	102
Figura 7.3 – Curva Momento-Rotação proposta e resultados do ANSYS5.4 para a Análise no. 34 – Caso I	107
Figura 7.4 – Curva Momento-Rotação proposta e resultados do ANSYS5.4 para a Análise no. 94 – Caso II	108
Figura 8.1 – Diagramas bi-lineares para a curva Momento-Rotação.....	110
Figura 8.2 – Diagramas bi-lineares correspondentes à curva $M/M_u - \theta/\theta_u$ proposta, da Análise no. 34.....	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Parâmetros de Richard para a curva Carga-Deslocamento dos parafusos	45
Tabela 5.2 – Valores das cargas para uma análise – Caso I.....	54
Tabela 5.3 – Valores para a linearização da curva M- θ associada a um parafuso ligando duas chapas	59
Tabela 6.1 – Configurações geométricas – Caso I (ver figura 4.1).....	69
Tabela 6.2 – Configurações geométricas – Caso II (ver figura 4.2).....	70
Tabela 6.3 – Resultados obtidos do ANSYS5.4 - Caso I	73
Tabela 6.4 – Tensões SX da Análise no. 34 – Caso I.....	75
Tabela 6.5 – Tensões SEQV da Análise no. 34 – Caso I	78
Tabela 6.6 – ANSYS5.4 – Flecha vertical UY da extremidade livre, no eixo da viga, da Análise no. 34 – Caso I.....	81
Tabela 6.7 – Valores auxiliares a partir dos resultados do ANSYS5.4 - Caso I	84
Tabela 6.8 – Resultados obtidos do ANSYS5.4, valores auxiliares para o Caso II e superposição I / II	88
Tabela 6.9 – ANSYS5.4 – Flecha vertical UY no eixo da chapa auxiliar, na extremidade livre – Caso II.....	91
Tabela 7.1 – Produtos adimensionais – Caso I.....	97
Tabela 7.2 – Produtos adimensionais – Caso II.....	99
Tabela 7.3 – Formulação final - Caso I.....	105
Tabela 7.4 – Formulação final - Caso II.....	106

NOTAÇÕES

$\overline{\alpha}$	: coeficiente obtido pela média aritmética dos coeficientes α
$\overline{\overline{\alpha}}$	: coeficiente obtido pela média aritmética dos coeficientes $\overline{\alpha}$
$\overline{X}$	: média de uma distribuição normal
$\{R_{externas}\}$	: carga total atuando na estrutura
$\{F_{internas}\}$	: força equivalente às tensões internas atuando nos pontos nodais
ν	: coeficiente de Poisson do aço
ε	: deformações
ϕ	: diâmetro do parafuso, coeficiente de segurança
β	: inclinação da curva $M-\Delta\theta$
π	: produto adimensional
α	: coeficiente determinado para cada análise em função do momento último na ligação obtido pelo ANSYS5.4, relação entre a carga aplicada no passo i e a inicial, direção da barra rígida
Δ	: deslocamentos
θ	: ângulo inicial entre os eixos longitudinais das vigas e dos pilares, rotação relativa entre os eixos longitudinais
θ_i, θ_j	: rotações nas extremidades i e j da viga
$\Delta\theta$	: variação do ângulo original entre os eixos longitudinais das vigas e dos pilares
$\delta'_{m\acute{a}x.}$	: deslocamento máximo da barra igual a 0.1 mm
$\delta''_{m\acute{a}x.}$	: deslocamento máximo igual a 1.75 cm
θ_0	: rotação de referência
θ_1, M_1	: coordenadas do ponto final obtidas em ensaio
$\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4$	: produtos adimensionais para o Caso I
π_5, π_6	: produtos adimensionais para o Caso II
σ_c	: tensão de compressão na seção da extremidade inferior do pilar

ϕ_c	: variação do ângulo do eixo longitudinal do pilar
θ_{eixo}	: rotação do eixo da viga
Δ_i	: incremento de carga, deslocamento do parafuso em cada passo de carga i
$\varphi_{inicial}$	: direção inicial da barra rígida em relação ao eixo vertical
Δl	: deslocamento do sistema de barras rígidas
$\varepsilon_{máx.}$	: deformação máxima da alma do pilar (Caso II)
$\theta_{máx.}$	: rotação limite estabelecida para a bissetriz do ângulo formado pelas barras AC e BC
$\theta_{médio}, \theta_{zmédio}$	: rotação da bissetriz do ângulo formado pelas barras AC e BC
δ_p	: abertura entre as barras rígidas, deslocamento dos centros dos furos
$\phi_{parafuso}$	: diâmetro do parafuso
θ_s	: rotação igual a 0.009 radianos, rotação de serviço para a ligação
$\theta_{seção\ ext.}$	: rotação da seção localizada na extremidade livre da viga
$\theta_{seção\ paraf.}$	: rotação da seção localizada na linha de parafusos
θ_u	: rotação última na ligação
θ_v	: rotação na extremidade da viga
ϕ_v	: variação do ângulo do eixo longitudinal da viga
$\delta x_{sup./inf. ext.}$	: deslocamentos horizontais nos nós superior e inferior da seção localizada na extremidade livre da viga
$\delta x_{sup./inf. paraf.}$	: deslocamentos horizontais nos nós superior e inferior da seção localizada na linha de parafusos
δy_{eixo}	: deslocamento vertical do nó localizado no eixo da viga, na seção da extremidade livre da viga
θ_z	: rotação entre os nós (i) e (j) dos elementos de mola COMBIN39
a	: carga inicial, lado da seção transversal do elemento BEAM4
A, B, C	: coeficientes aos quais são funções dos parâmetros geométricos x e y de cada ligação
$a, b, c, d, e, f, g, h, i$	: coeficientes obtidos no ajuste das curvas $M-\theta$ propostas
A_b	: área equivalente para a barra rígida BEAM4
A_l	: área das barras auxiliares LINK8
a_o, a_1, a_2, a_3	: coeficientes obtidos no ajuste da função proposta para θ_u

A_{sp} : área total da seção da extremidade inferior do pilar
 b_c : largura das mesas do pilar
 b_o, b_1, b_2, b_3 : coeficientes obtidos no ajuste da função proposta para M_u/M_r
 b_v : largura das mesas da viga
 d : altura total do perfil
 d_{furo} : diâmetro do furo considerando uma folga
 E : módulo de elasticidade longitudinal do aço, módulo de elasticidade longitudinal da chapa auxiliar
 e_1 : distância dos centros dos parafusos às bordas da alma da viga e da chapa de ligação
 e_2 : distância entre os centros dos parafusos
 $E_{aço}$: módulo de elasticidade longitudinal do aço
 $EPTOX$: deformação na direção do eixo x (ANSYS5.4)
 E_t : módulo de elasticidade tangente do aço
 f : tensões, folga entre a viga e o elemento suporte
 $F1, F2, F3, F4, F5$: furos correspondentes aos 5 parafusos de uma ligação
 $F_p \cdot \delta_p$: produto equivalente ao produto do penúltimo par de valores da curva $M-\theta$
 F_p : força no parafuso
 F_d : força de cálculo no parafuso
 $F_{res.}$: força residual nos parafusos (componente não alinhada)
 f_{up} : limite de resistência à tração do parafuso
 F_x : força axial na barra de treliça LINK8
 f_y : limite de escoamento do aço, limite de escoamento da chapa auxiliar
 $f_{yaço}$: limite de escoamento do aço
 H_c : altura total da seção transversal do pilar
 h_p, h_1 : distância entre os centros dos parafusos de extremidade da ligação
 H_s : altura da chapa simples
 H_s' : altura líquida da chapa simples
 H_v : altura total da seção transversal da viga
 $H_{v(h1 \text{ máx.})}$: altura total do perfil da viga obtida a partir de um h_1 máximo por

limitação construtiva

- $H_{V(h1 \text{ min.})}$: altura total do perfil da viga obtida a partir de um h_1 mínimo devido à flambagem local
- h_{wc} : altura total da alma do perfil do pilar
- H_{wv} : altura do perfil da viga entre as linhas médias das mesas
- h_{wv} : altura total da alma do perfil da viga
- i : extremidade da viga bi-apoiada, passo de carga
- I : momento de inércia da seção transversal da viga
- I_b : rigidez da barra (elemento BEAM4)
- j : extremidade da viga apoiada;
- K : parâmetro que define a forma da curva, rigidez elástica (inicial)
- k : rigidez da mola rotacional puntual, número de análises para o par n, ϕ
- K_1 : rigidez inicial da curva de Richard
- K_2 : inclinação da curva de Richard após o escoamento
- K_3 : carga de referência no parafuso de Richard
- K_4 : parâmetro de forma para a curva de Richard
- K_p : rigidez plástica (final)
- K_{sec} : módulo secante correspondente a uma rotação de 0.002 radianos
- l : comprimento das barras LINK8
- L, L' : vão da viga, excentricidade da ligação, distância da linha de parafusos à extremidade livre da viga
- l_m : comprimento da barra rígida
- L_{total} : distância da extremidade livre da viga à solda junto à chapa simples
- L_{viga} : comprimento da viga
- M : momento fletor que a viga aplica no pilar
- m : número de pares n, ϕ
- $M_\phi \cdot \theta_\phi$: produto do penúltimo par de valores da curva $M-\theta$
- M_0, M_n : momento de referência, momento de plastificação da chapa junto à solda
- M_1, V_1, M_2, V_2 : forças na região do nó
- M_d : momento de cálculo
- M_{el} : momento elástico limite
- M_{fi}, M_{fj} : momentos nas extremidades i e j da viga para ligação rígida

M_i, M_j	: momentos reais nas extremidades i e j da viga para ligação real
M_{pl}	: momento de plastificação da chapa junto à solda
M_r	: momento de plastificação reduzido pela força cortante da chapa junto à solda
M_s	: momento correspondente a uma rotação de 0.009 radianos, momento de serviço para a ligação
M_{solda}	: momento fletor no pilar na região da solda junto à chapa simples
$M_{paraf.}$	: momento fletor nos parafusos
M_u	: momento último na ligação
M_v	: momento na extremidade da viga
M_z	: momento dos nós (i) e (j) dos elementos de mola COMBIN39
n	: parâmetro que define a forma da curva, número de parafusos na ligação, número de termos da progressão geométrica, número de amostras, número de parâmetros de uma equação homogênea (Teorema de Buckingham)
P	: carga aplicada na extremidade livre da viga (Caso I), da chapa auxiliar (Caso II)
P_1	: nó localizado no eixo do pilar na seção da extremidade inferior
$P_{últ.}$	: carga última na ligação
q_i	: carga no passo i
$q_{inicial}$	: carga inicial
r	: número de unidades básicas para se descrever um fenômeno (Teorema de Buckingham)
R, F	: cargas no parafuso
R_0	: força de referência
R_1, M_1	: valores obtidos pela interseção das retas das rigidezes elástica e plástica
$R_{máx}$	: carga máxima igual a 215 kN obtida dos ensaios de cisalhamento simples de Richard
$ROTX, ROTY, ROTZ$	: rotações nas direções dos eixos x, y e z (ANSYS5.4)
R_{viga}	: reação da viga
S	: inclinação inicial (rigidez), desvio padrão de uma distribuição normal

SEQV	: tensões de Von Mises nos elementos de casca SHELL43 (ANSYS5.4)
S_p	: inclinação da assíntota à curva $M-\theta$ de Richard-Abbott
SX	: tensões normais nos elementos de casca SHELL43 (ANSYS5.4)
t	: espessura da chapa simples, espessura do elemento de casca SHELL43 na região dos parafusos (ANSYS5.4)
t_1, t_2	: espessuras das chapas ligadas pelo parafuso
t_{fc}	: espessura da chapa da mesa do pilar
t_{fv}	: espessura da chapa da mesa da viga
t_s	: espessura da chapa simples
t_{wc}	: espessura da chapa da alma do pilar
t_{wv}	: espessura da chapa da alma da viga
UX	: deslocamento horizontal (ANSYS5.4)
UY, U_y	: flecha vertical da extremidade livre, no eixo da viga, no eixo da chapa auxiliar (ANSYS5.4)
UZ	: deslocamento na direção do eixo z (ANSYS5.4)
V	: reação da viga, força cortante na ligação
V_o, V_n, V_o'	: resistência à força cortante da chapa junto à solda
V_d	: força cortante de cálculo
V_{solda}	: força cortante na solda
w	: carga distribuída na viga
W_x	: módulo elástico de resistência à flexão
x, y	: parâmetros geométricos equivalentes a π_1 e π_2 (Caso I), π_4 e π_5 (Caso II)
$X_{inferior}$	: valor mínimo esperado do parâmetro x dentro de 95% de confiabilidade
z	: variável equivalente a π_3 (Caso I) e π_6 (Caso II) para a curva $M-\theta$ proposta
Z, Z_x	: módulo plástico de resistência à flexão

RESUMO

As ligações por chapa simples são aquelas em que uma chapa é usualmente soldada de fábrica ao elemento suporte, podendo o mesmo ser uma viga ou um pilar, e tal chapa é parafusada, no campo, na alma da viga apoiada. Na prática, uma ligação por chapa simples é considerada flexível, porém, na verdade, é semi-rígida. Este tipo de ligação foi estudado principalmente por Richard, e seus ensaios indicaram que pode-se desenvolver um significativo momento na extremidade da viga apoiada. Neste trabalho, apresenta-se um modelo de elementos finitos para a análise não-linear de ligações por chapa simples, onde os comportamentos Carga-Deslocamento de ligações com um parafuso são os obtidos por Richard. Utilizam-se elementos de casca e de barra, adequados para análise plástica com grandes deslocamentos, e elementos de molas não-lineares, aos quais foi associado o comportamento Carga-Deslocamento individual dos parafusos. Estendeu-se o estudo ao caso de vigas apoiadas em almas de pilares. Todos os resultados obtidos são apresentados sob a forma de curvas Momento-Rotação e de resistências últimas aplicáveis.

ABSTRACT

The single plate framing connections are those where a plate is shop welded to the support element, either a beam or a column, and field bolted to the web of the supported beam. Usually, a single plate connection is assumed to be flexible but, actually, it is semi-rigid. This connection type was studied mainly by Richard, and his tests indicated that a significant moment can be developed at the end of the supported beam. Nonlinear finite element analyses of single plate framing connections are carried out. The assumed Load-Deformation behavior of single bolt connections was based on the tests made by Richard. Shell and beam elements are used, suitable for plastic analyses with large displacements. Nonlinear spring elements are associated with the individual Load-Deformation behavior of the bolts. This research is extended to the case of beams connected to column webs. All the results are presented as Moment-Rotation curves and relevant ultimate strengths.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Ligações em estruturas de aço

A união de elementos estruturais, tais como vigas e pilares, é feita utilizando-se soldas e/ou parafusos (meios de ligação) juntamente com outros componentes auxiliares (elementos de ligação). O conjunto dos meios e elementos de ligação é que constitui o que se chama de ligação.

A especificação e o cálculo das ligações compõem uma parte extremamente importante do projeto final de uma estrutura de aço. Grande parte do custo da construção de uma estrutura metálica depende dos tipos de ligações utilizados e de como são projetadas. Assim, as ligações têm que ser projetadas para serem simples e terem um comportamento adequado durante a vida útil da estrutura, no que se refere à resistência e à rigidez.

Existe hoje um grande desenvolvimento das pesquisas ligadas ao entendimento da influência das ligações nas estruturas de aço.

1.2. Considerações sobre ligação e nó

É prática usual considerar vigas e pilares como barras, utilizando-se apenas os eixos longitudinais destes elementos para se representar a estrutura. As intersecções dos eixos das vigas com os eixos dos pilares formam os nós da estrutura, normalmente considerados pontos infinitamente pequenos e idealizados como flexíveis ou rígidos. Entretanto, existe uma

relação entre o momento fletor que a viga aplica no pilar e a variação do ângulo original entre seus eixos, ou seja, os nós reais são semi-rígidos, conforme figura 1.1.

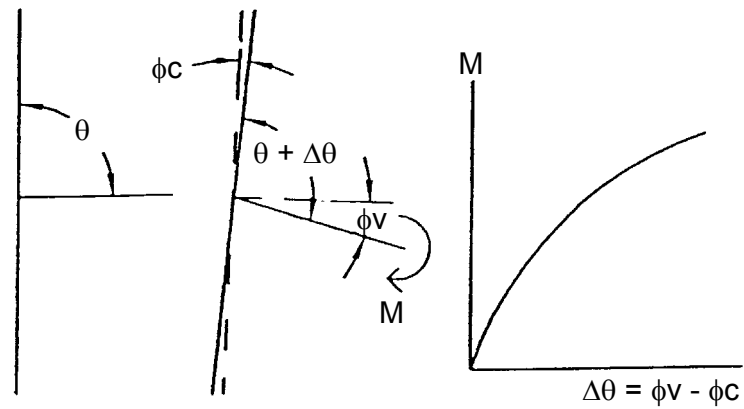


Figura 1.1 – Eixos longitudinais para a representação da estrutura

Além disto, o nó real não é infinitamente pequeno, mas compreende a ligação e mais as regiões afetadas pela mesma no elemento suporte e no elemento apoiado; assim, o nó real tem dimensão finita, como mostrado na figura 1.2.

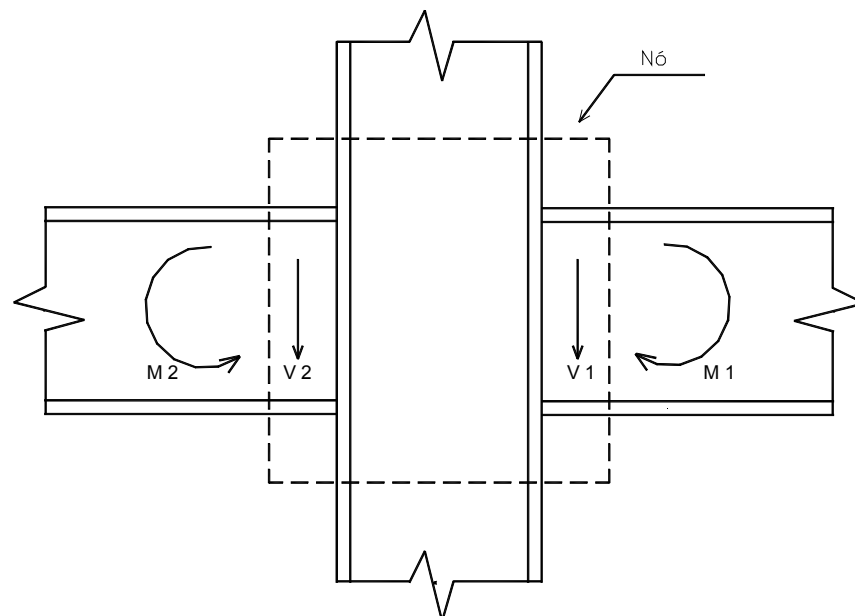


Figura 1.2 – Nó finito

Em uma análise computacional da estrutura completa, é necessário ter-se um modelo de nó que possa representar com confiabilidade o comportamento semi-rígido e que também possa ser usado com facilidade nos programas de análise estrutural disponíveis.

Para tanto, já foi mostrado por Queiroz[1] que o modelo de nó deveria ter tamanho finito, tal como o nó real.

O primeiro modelo mecânico de nó semi-rígido utilizado por Queiroz[2], consistia de uma mola rotacional localizada entre a extremidade do eixo de uma viga e o eixo do pilar, conforme mostrado na figura 1.3.

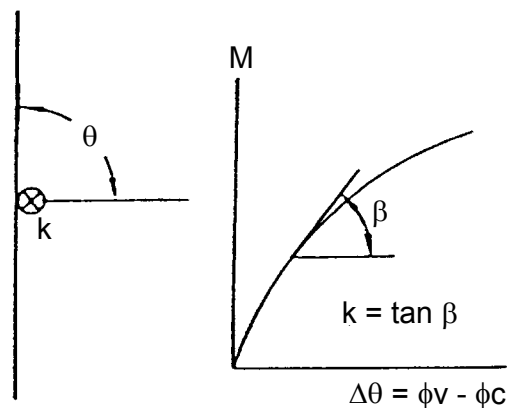


Figura 1.3 – Modelo mecânico de nó semi-rígido

Mas, devido ao tamanho infinitamente pequeno do nó deste modelo, não é possível captar corretamente todas as respostas envolvidas no comportamento do nó real. Apesar disto, tal modelo pode ser usado para alguns tipos de ligações com pouca rigidez (ligações consideradas flexíveis na prática).

1.3. Ligações por chapa simples

Neste trabalho serão estudadas apenas as ligações por chapa simples, em que uma chapa é usualmente soldada de fábrica ao elemento suporte, podendo o mesmo ser uma viga ou um pilar, e parafusada no campo, na alma

da viga. Na figura 1.4(a,b,c,d,e) mostram-se algumas situações práticas de ligações por chapa simples.

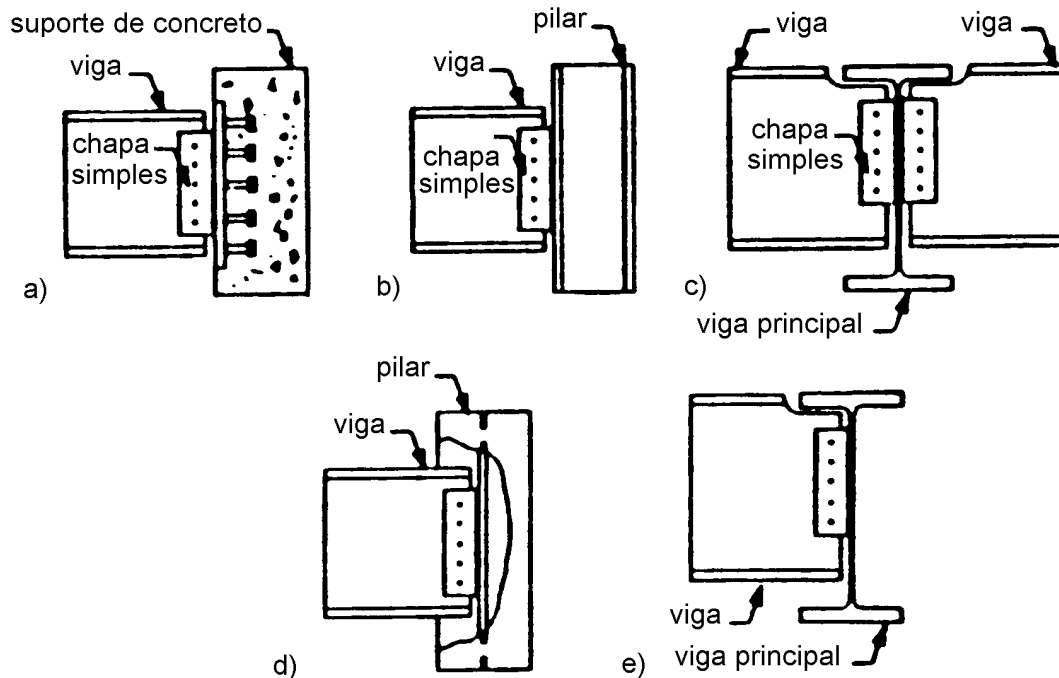


Figura 1.4 – Ligações típicas por chapa simples

As ligações por chapa simples são consideradas flexíveis na prática, porém, na verdade são semi-rígidas.

Os ensaios e estudos feitos por Richard [3], indicam que este tipo de ligação pode desenvolver um significativo momento de extremidade na viga e no elemento suporte. O momento de extremidade, ou a excentricidade da reação neste tipo de ligação, depende dos seguintes fatores:

- Espessuras da chapa e da alma da viga;
- Número, diâmetro e distribuição dos parafusos;
- Relação entre o vão e a altura da viga;
- Carregamento (se uniforme ou concentrado);
- Flexibilidade relativa do elemento de apoio.

1.4. Deformações básicas do nó nas ligações por chapa simples

1.4.1. Deformações dos meios e dos elementos de ligação

Na figura 1.5 mostram-se as seguintes deformações:

- I - escorregamento relativo entre a chapa de ligação e a alma da viga, após o esforço ultrapassar o atrito devido ao aperto dos parafusos;
- II - deformação dos parafusos e dos furos, devido à pressão de contato, após o início do escorregamento;
- III - deformação, no plano, da chapa de ligação.

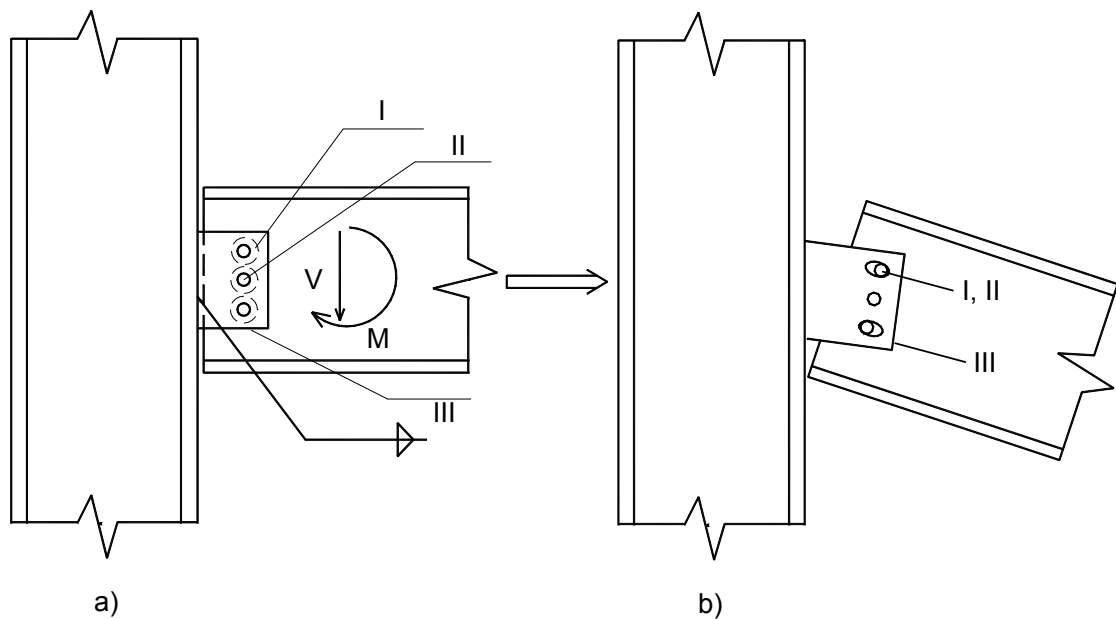


Figura 1.5 – Deformações dos meios e elementos de ligação
(a) Situação indeformada (b) Situação deformada

1.4.2. Deformações adicionais da região do nó

Na figura 1.6, tem-se:

- IV - deformação, no plano, da região da alma da viga afetada pela ligação;
 - V - deformação da região do elemento suporte afetada pela ligação;
- depende do tipo do elemento suporte, viga ou pilar e, no caso de pilar, da posição da ligação (na mesa ou na alma do pilar).

No caso da figura 1.5 é usual desprezar-se a deformação local da alma do pilar, por ser muito baixa.

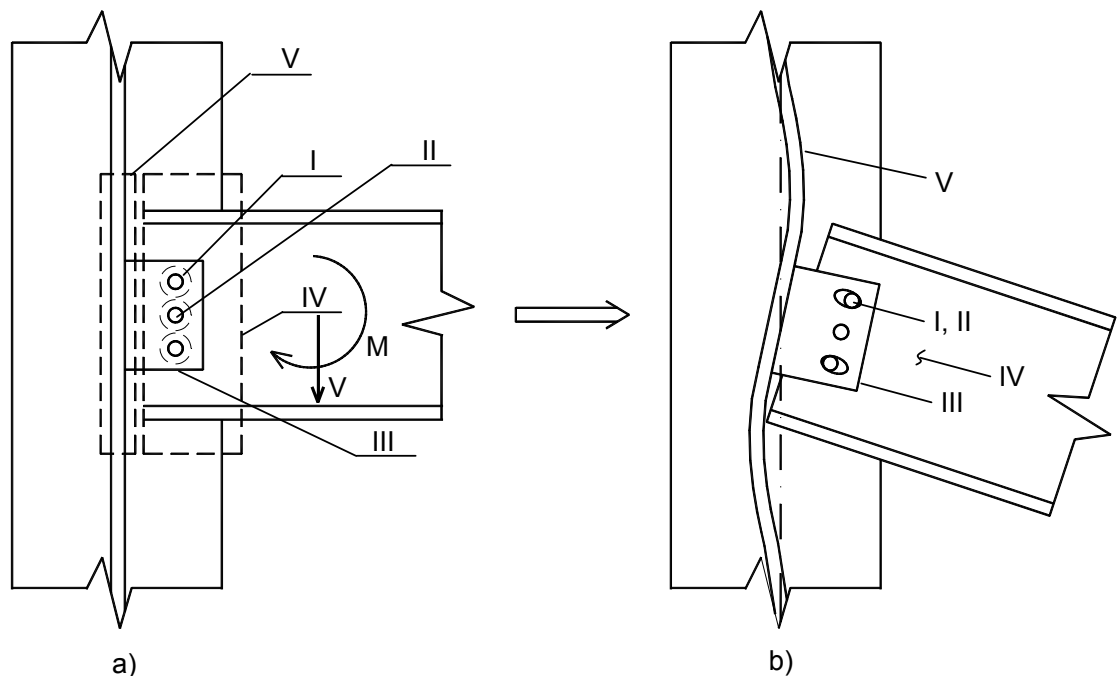


Figura 1.6 – Deformações adicionais do nó
(a) Situação indeformada (b) Situação deformada

1.5. Modelo mecânico do nó para análise da estrutura completa, aplicável à ligação por chapa simples

O modelo mostrado na figura 1.7, com a mola rotacional puntual deslocada do centro do pilar no caso da figura 1.7a, pode ser usado na análise de estruturas completas.

A curva Momento-Rotação ($M-\Delta\theta$: figura 1.1) da mola rotacional puntual constitui parte do escopo deste trabalho.

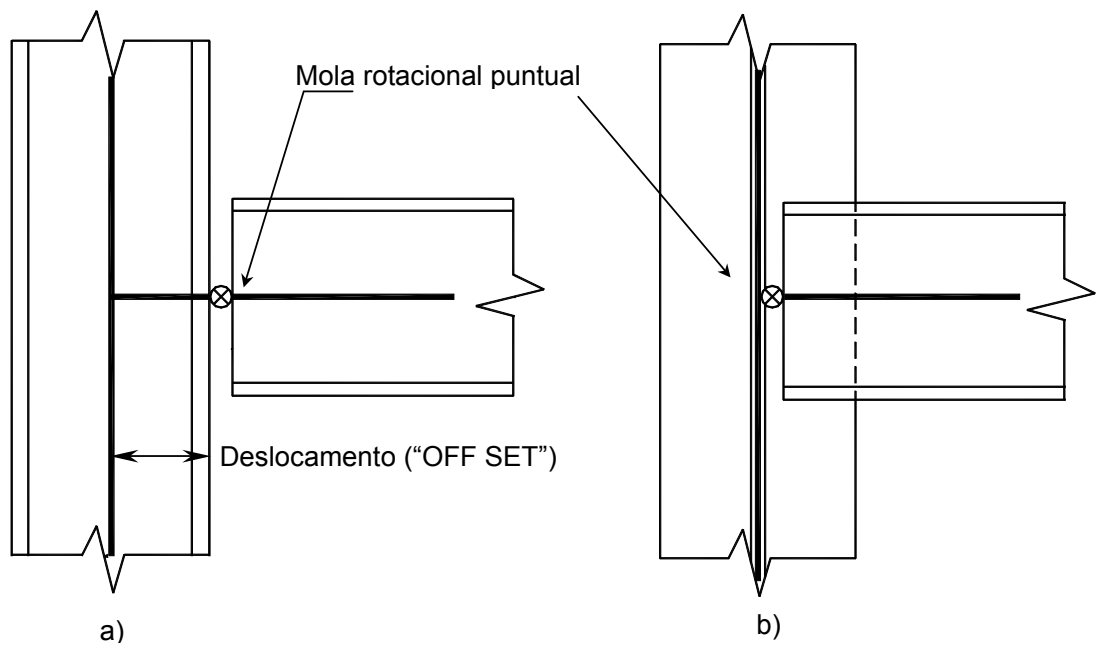


Figura 1.7 - Modelo mecânico do nó : (a) Ligação viga/mesa do pilar
(b) Ligação viga/alma do pilar

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Curvas Momento-Rotação

A principal característica de uma ligação viga/suporte é a relação Momento-Rotação, onde o comportamento é não-linear, mesmo no início do carregamento. Essa relação pode ser descrita por uma curva com a rotação $\Delta\theta$, da viga em relação ao suporte, como abscissa e o momento M como ordenada, conforme figura 2.1. O eixo vertical (M) representa uma ligação infinitamente rígida, e o eixo horizontal ($\Delta\theta$) uma ligação infinitamente flexível. O comportamento real das ligações encontra-se entre os dois eixos, onde se caracteriza a ligação semi-rígida.

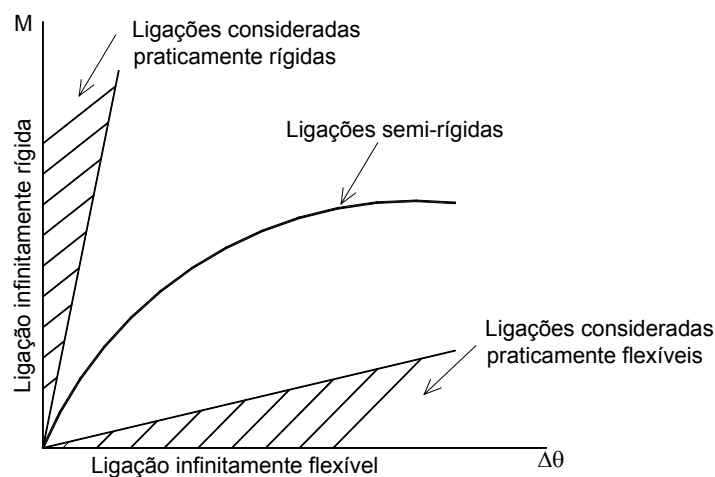


Figura 2.1 – Classificação das ligações

Por ser extremamente dispendioso obter as relações $M-\Delta\theta$ para todos os tipos e tamanhos de ligações usuais na prática, deriva-se uma única curva padrão, expressa em termos de parâmetros adequados, para cada tipo de ligação. Assim, em um programa de análise estrutural, introduzem-se os parâmetros aplicáveis e a função padronizada gera a relação Momento-Rotação específica para cada ligação na estrutura.

Usam-se vários tipos de funções para se modelar o comportamento não-linear das ligações. As funções lineares e bi-lineares [4] proporcionam aproximações muito grosseiras para a curva Momento-Rotação não-linear. Uma função do tipo polinomial [5] é capaz de fornecer uma melhor aproximação, mas devido à sua natureza oscilatória, podem-se obter valores negativos, incorretos, para a rigidez da ligação. Esta rigidez negativa traz dificuldades no processo analítico. Por outro lado, tem-se o procedimento da B - spline cúbica [6]. Este método requer a divisão da faixa de rotações da ligação em um número finito de faixas menores. Dentro de cada faixa, uma função cúbica é ajustada mantendo-se as continuidades da primeira e segunda derivadas entre as faixas adjacentes. Quando se utiliza este método, tem-se um excelente ajuste, mas necessita-se de um grande número de parâmetros. Uma função exponencial oferece um bom ajuste, mas utiliza pelo menos seis parâmetros [7]. Dentre os diversos tipos de funções, as de Ramberg-Osgood e Richard-Abbott são as mais simples, requerendo apenas três e quatro parâmetros, respectivamente [7].

2.1.1. Função de Ramberg-Osgood [7]

Observação: por simplicidade, a rotação relativa $\Delta\theta$ passará a ser chamada de θ , a partir deste ponto.

Expressa-se a rotação θ em termos do momento M da seguinte forma:

$$\theta = \frac{M}{S} \left[1 + K \left(\frac{M}{S} \right)^{n-1} \right] \quad (2.1)$$

Têm-se três parâmetros independentes, sendo S a inclinação (rigidez) inicial, K e n parâmetros que definem a forma da curva.

Pode-se expressar a função em uma forma adimensional:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{M}{M_0} \left[1 + \left(\frac{M}{M_0} \right)^{n-1} \right] \quad (2.2)$$

Os três parâmetros independentes tornam-se M_0 , momento de referência, θ_0 , rotação de referência, e n . Na figura 2.2 mostra-se a família de curvas obtidas pela expressão (2.2).

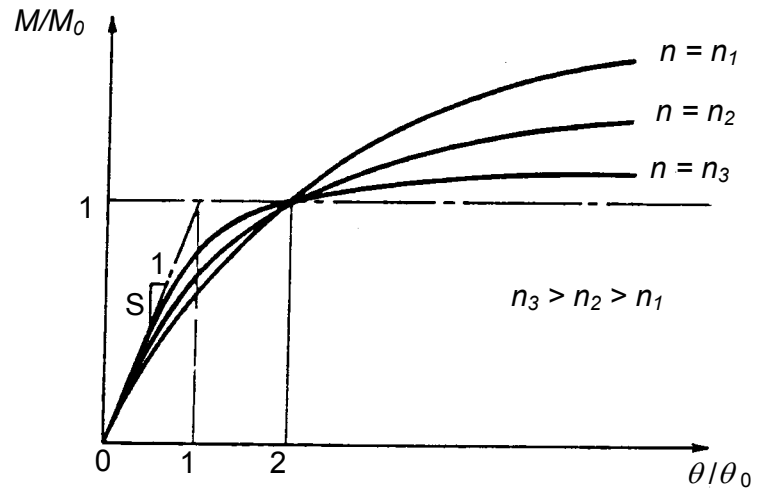


Figura 2.2 – Forma adimensional da função de Ramberg-Osgood

Para a inclinação inicial da curva (figura 2.2) tem-se:

$$S = \left(\frac{dM}{d\theta} \right)_{\theta=0} = \frac{M_0}{\theta_0} \quad (2.3)$$

2.1.2. Função de Richard-Abbott [8]

Expressa-se o momento M em termos da rotação θ da seguinte forma:

$$M = \frac{(S - S_p) \theta}{\left(1 + \left| \frac{(S - S_p) \theta}{M_0} \right|^n\right)^{\frac{1}{n}}} + S_p \theta \quad (2.4)$$

Têm-se quatro parâmetros independentes, sendo S a inclinação (rigidez) inicial, S_p a inclinação da assíntota para grandes valores de θ , M_0 o momento de referência e n um parâmetro que define a forma da curva.

De posse de θ_1 e M_1 que são as coordenadas do ponto final dado (baseado em ensaio), calcula-se S_p :

$$S_p = \frac{M_1 - M_0}{\theta_1} \quad (2.5)$$

$$\frac{S_p}{\frac{M_0}{\theta_0}} = \frac{\frac{M_1}{M_0} - \frac{M_0}{M_0}}{\frac{\theta_1}{\theta_0}} \quad (2.6)$$

Substituindo-se (2.3) em (2.4), obtém-se a seguinte função adimensional:

$$\frac{M}{M_0} = \left[\frac{\left(1 - S_p \frac{\theta_0}{M_0}\right)}{\left(1 + \left| \left(\frac{1}{\theta_0} - \frac{S_p}{M_0}\right) \theta \right|^n\right)^{\frac{1}{n}}} + S_p \frac{\theta_0}{M_0} \right] \frac{\theta}{\theta_0} \quad (2.7)$$

Os parâmetros independentes tornam-se três, de acordo com a função adimensional acima, complementada por (2.5).

Os valores de referência utilizados são M_0 , resistência última da ligação a momento puro (sem força cortante), e θ_0 , rotação da ligação correspondente ao máximo deslocamento tolerado (0,3 polegadas) nos dois parafusos extremos.

A figura 2.3 representa a expressão (2.7) para três valores diferentes de n , com valores positivos de S_p .

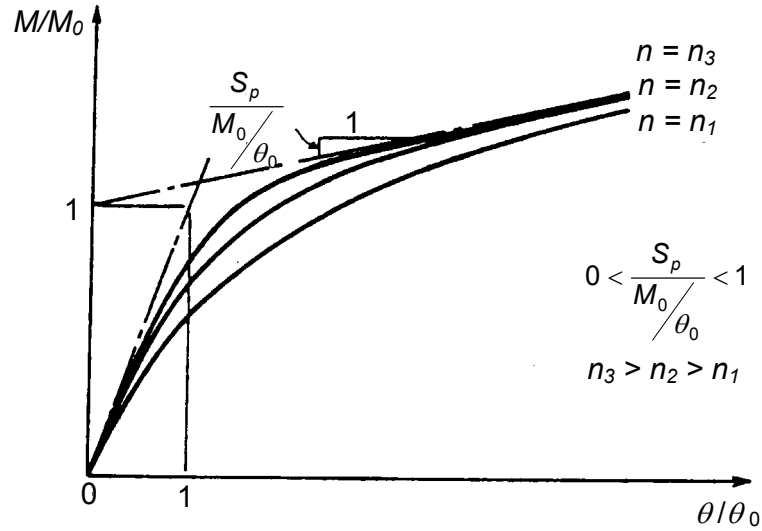


Figura 2.3 – Forma adimensional da função de Richard-Abbott

Comparando-se (2.2) e (2.7), observa-se que à medida em que a relação $\frac{\theta}{\theta_0}$ cresce, as duas funções aproximam-se das assíntotas (figura 2.4):

$$\text{Ramberg-Osgood: } \frac{M}{M_0} = \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.8)$$

$$\text{Richard-Abbott: } \frac{M}{M_0} = 1 + \left(\frac{S_p}{\frac{M_0}{\theta_0}} \right) \frac{\theta}{\theta_0} \quad (2.9)$$

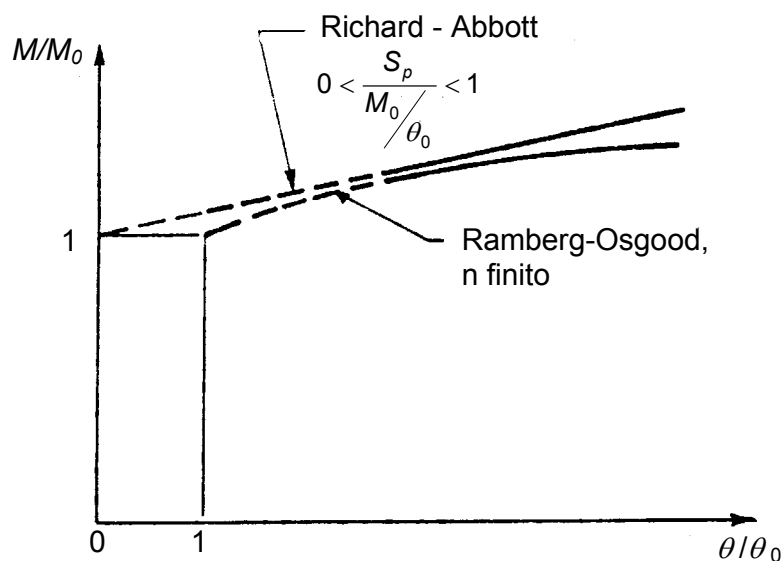


Figura 2.4 – Assíntotas às funções de Ramberg-Osgood e Richard-Abbott

Nota-se (figura 2.4) que a função de Richard-Abbott é melhor do que a de Ramberg-Osgood para aproximar dados que apresentem uma faixa de deformação plástica grande e aproximadamente linear [7].

2.1.3. Método de ajuste das funções de aproximação aos dados experimentais

Pode-se ajustar-se uma função de aproximação adimensional, por exemplo (2.2) ou (2.7), aos dados obtidos em ensaios utilizando-se um método não-linear de mínimos quadrados [7]. Neste método, determinam-se as derivadas das funções adimensionais de aproximação em relação a cada um dos parâmetros independentes. As derivadas são então calculadas em todos os pontos experimentais e usadas como coeficientes em um sistema não-linear de equações simultâneas, onde os parâmetros são as incógnitas.

Calculam-se as derivadas utilizando-se valores iniciais arbitrários para os parâmetros. Substituem-se estas derivadas no sistema não-linear de equações simultâneas, o qual é resolvido, melhorando-se as aproximações dos valores encontrados para os parâmetros. Assume-se a convergência quando as diferenças entre os valores de todos os parâmetros, de um ciclo de iteração

para o seguinte, são menores do que uma tolerância especificada a priori, geralmente da ordem de 0,001% do respectivo parâmetro.

Com base em análises numéricas e comparações com curvas obtidas em ensaios [7], constata-se que a função de aproximação adimensional de Richard-Abbott (2.7), juntamente com o método não-linear utilizando a técnica dos mínimos quadrados para o ajuste dos dados, é mais precisa do que as outras funções mencionadas anteriormente.

2.1.4. Função de Richard [9]

A expressão (2.4) pode ser usada para descrever analiticamente tanto a relação Carga-Deslocamento do parafuso como a curva Momento-Rotação da ligação [9]:

$$R(\Delta) = \frac{(K - K_p)\Delta}{\left(1 + \left|\frac{(K - K_p)\Delta}{R_0}\right|^n\right)^{\frac{1}{n}}} + K_p\Delta \quad (2.10)$$

$$M(\theta) = \frac{(K - K_p)\theta}{\left(1 + \left|\frac{(K - K_p)\theta}{M_0}\right|^n\right)^{\frac{1}{n}}} + K_p\theta \quad (2.11)$$

onde R , M são força ou momento, Δ , θ , deslocamento ou rotação, K , rigidez elástica (inicial), K_p , rigidez plástica (final), R_0 , M_0 , força de referência ou momento de referência e n , parâmetro que define a forma da curva. Estes parâmetros dependem da resistência da ligação e da sua geometria. A figura 2.5 ilustra os 4 parâmetros.

Nota-se na figura 2.5 que os valores de R_1 e M_1 são obtidos a partir da interseção das duas retas que definem as rigidezes elástica e plástica, respectivamente.

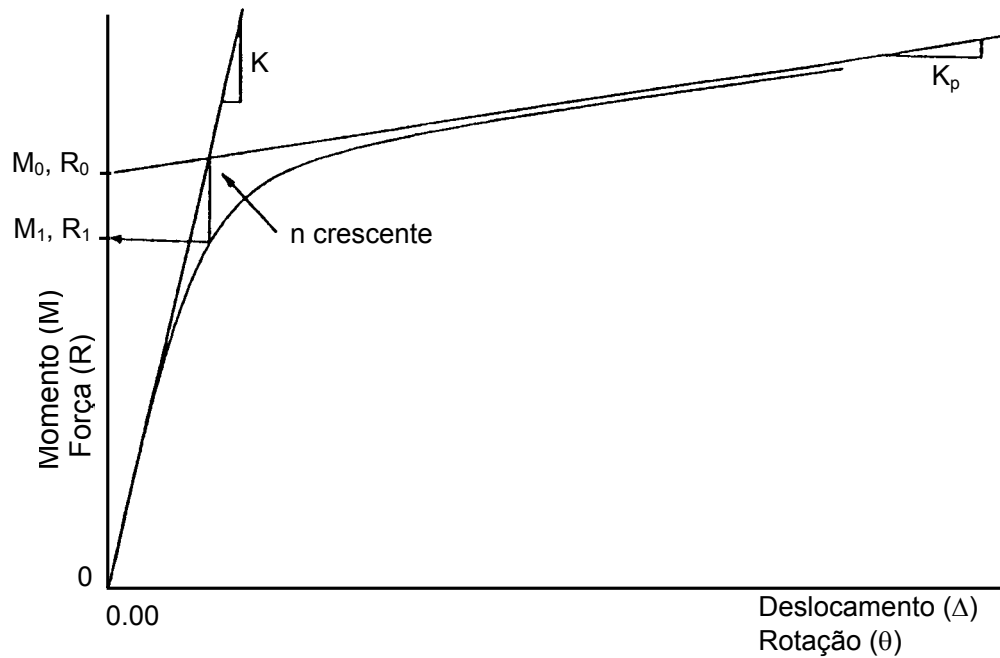


Figura 2.5 – Função de Richard

Obtém-se o parâmetro de forma n pela expressão:

$$n = \frac{-\ln 2}{\ln \left(\frac{M_1}{M_0} - \frac{K_p}{K - K_p} \right)} \quad (2.12)$$

2.2. Método da linha da viga

Tendo-se a curva Momento-Rotação para a ligação, quando o suporte é rígido, usa-se o método da linha da viga para se encontrar o momento e a rotação da ligação em uma viga sujeita a um determinado tipo de carregamento. Este método consiste da construção da linha da viga e da curva Momento-Rotação da ligação, no mesmo diagrama.

Da teoria básica estrutural pode ser mostrado que a rotação θ_i de uma viga prismática ij é dada por (figura 2.6):

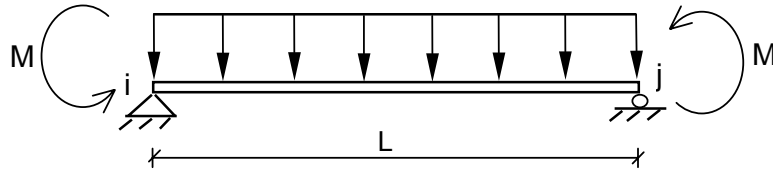


Figura 2.6 – Viga com carregamento distribuído

$$\theta_i = \frac{L}{6EI} [2(M_{fi} - M_i) - (M_{fj} - M_j)] \quad (2.13)$$

onde M_{fi} e M_{fj} são os momentos nas extremidades i e j da viga para uma ligação perfeitamente rígida, M_i e M_j são os momentos parciais (reais) nas extremidades i e j da viga para uma ligação real.

Similarmente, para a extremidade j tem-se:

$$\theta_j = \frac{L}{6EI} [2(M_{fj} - M_j) - (M_{fi} - M_i)] \quad (2.14)$$

Para $\theta_j = 0$ (ligação perfeitamente rígida em j):

$$M_{fj} - M_j = \frac{M_{fi} - M_i}{2} \quad (2.15)$$

Substituindo a equação (2.15) em (2.13), vem que:

$$\theta_i = \frac{L}{4EI} (M_{fi} - M_i) \quad (\text{quando } \theta_j = 0) \quad (2.16)$$

Se a extremidade j for rotulada, então M_{fj} e M_j são ambos nulos e a equação (2.13) torna-se:

$$\theta_i = \frac{L}{3EI} (M_{fi} - M_i) \quad (2.17)$$

Nota-se que as duas equações anteriores (2.16) e (2.17) possuem coeficientes de rigidez familiares para extremidade oposta engastada e rotulada, respectivamente. Se as ligações nas duas extremidades forem

idênticas e o carregamento for simétrico, M_{fi} e M_{fj} são iguais e opostos e, consequentemente, M_i e M_j são também iguais e opostos:

$$M_{fi} - M_{fj} = -(M_{fi} - M_i) \quad (2.18)$$

E assim, a equação (2.13) reduz-se a:

$$\theta_i = \frac{L}{2EI} (M_{fi} - M_i) \quad (2.19)$$

Para o caso da figura 2.6, somente para a carga distribuída:

$$M_{fi} = \frac{wL^2}{12} \quad (2.20)$$

Para ligação totalmente flexível, $M_i = 0$ e, de acordo com a equação (2.19):

$$\theta = \frac{L}{2EI} \cdot \frac{wL^2}{12} = \frac{wL^3}{24EI} \quad (2.21)$$

Para ligação semi-rígida, com $M_i = M$, tem-se:

$$\theta = \frac{w \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I} - \frac{M \cdot L}{2 \cdot E \cdot I} \begin{cases} \text{bi-rotulada : } \theta = \frac{w \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I} & M = 0 \\ \text{bi-engastada : } \theta = 0 & M = \frac{w \cdot L^2}{12} \end{cases} \quad (2.22)$$

Parcela devida ao momento real na extremidade

Parcela devida à carga distribuída w

Tem-se assim, a linha da viga (equação de uma reta):

$$M = \frac{w \cdot L^2}{12} - \frac{w \cdot L^2}{12} \cdot \frac{\theta}{\frac{w \cdot L^3}{24EI}} = \frac{w \cdot L^2}{12} \left(1 - \frac{24EI}{w \cdot L^3} \cdot \theta \right) \quad (2.23)$$

A interseção da linha da viga com a curva Momento-Rotação da ligação determina o momento M_v e a rotação θ_v na extremidade da viga, como mostrado na figura 2.7.

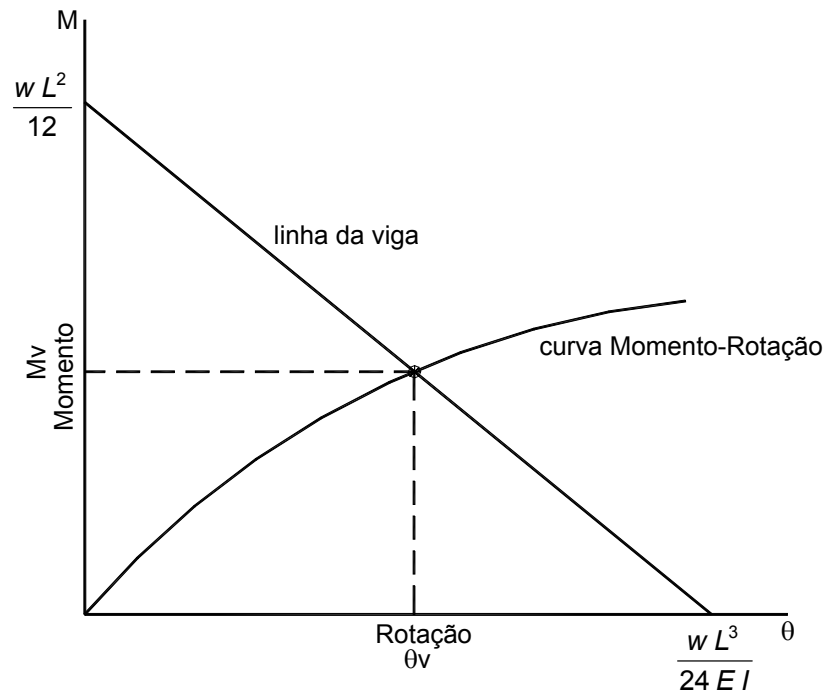


Figura 2.7 – Linha da viga

Observação: no caso geral em que o suporte também gira (como em uma ligação viga/pilar), a análise torna-se mais complexa e, normalmente, são usados programas de computador onde as rigidezes da viga e do pilar, bem como a curva Momento-Rotação da ligação são previamente definidas.

2.3. Ligações por chapa simples

Utilizam-se as ligações por chapa simples para transferir reações da extremidade da viga para os elementos suportes [10].

As ligações para força cortante em estruturas de aço devem ter resistência suficiente para transferir a reação de apoio, bem como capacidade de rotação (ductilidade) suficiente para acomodar as rotações nas extremidades da viga. Se a ligação não for suficientemente flexível, a rigidez

rotacional da ligação causa o desenvolvimento de momentos na extremidade da viga, que também devem ser transferidos, por meio da ligação, ao elemento suporte.

Assim, os principais parâmetros que determinam o comportamento e o projeto de uma ligação são a força cortante e a rotação na extremidade da viga.

Estudos indicam que as relações entre a força cortante e a rotação na extremidade, em uma ligação por chapa simples, são relativamente estáveis e dependem primariamente do fator de forma $\frac{Z_x}{W_x}$ da seção transversal, da razão $\frac{L}{d}$ da viga e da classe de aço utilizado (Z_x é o módulo plástico de resistência à flexão, W_x o módulo elástico de resistência à flexão, L o comprimento da viga e d a altura do perfil).

Mostram-se na figura 2.8 as relações força cortante-rotação real obtidas de alguns ensaios [11].

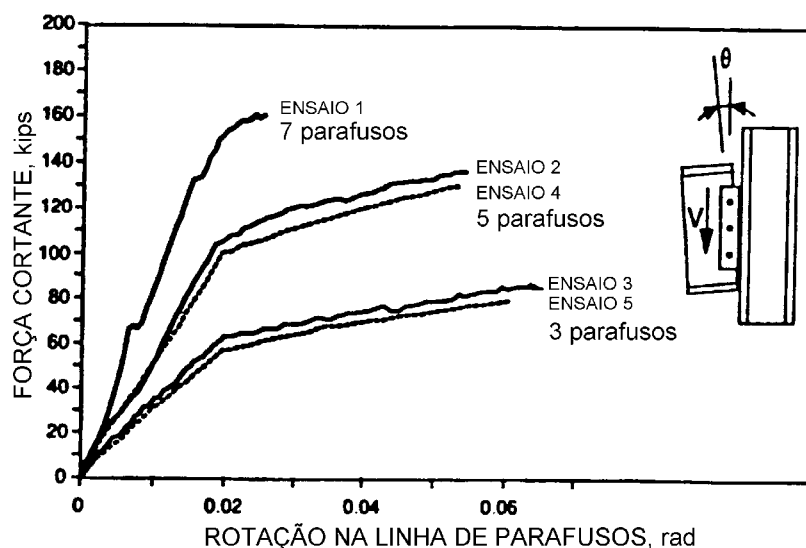


Figura 2.8 – Curva Força Cortante-Rotação em ligações por chapa simples

Pode-se observar que a capacidade de rotação da ligação aumenta quando o número de parafusos diminui.

Para o mesmo conjunto de ensaios, observa-se na figura 2.9 que o ponto de inflexão (momento nulo) da viga se movimenta em direção ao suporte quando a força cortante é aumentada. Quando a ligação é submetida a cargas relativamente altas, o ponto de inflexão permanece estacionário.

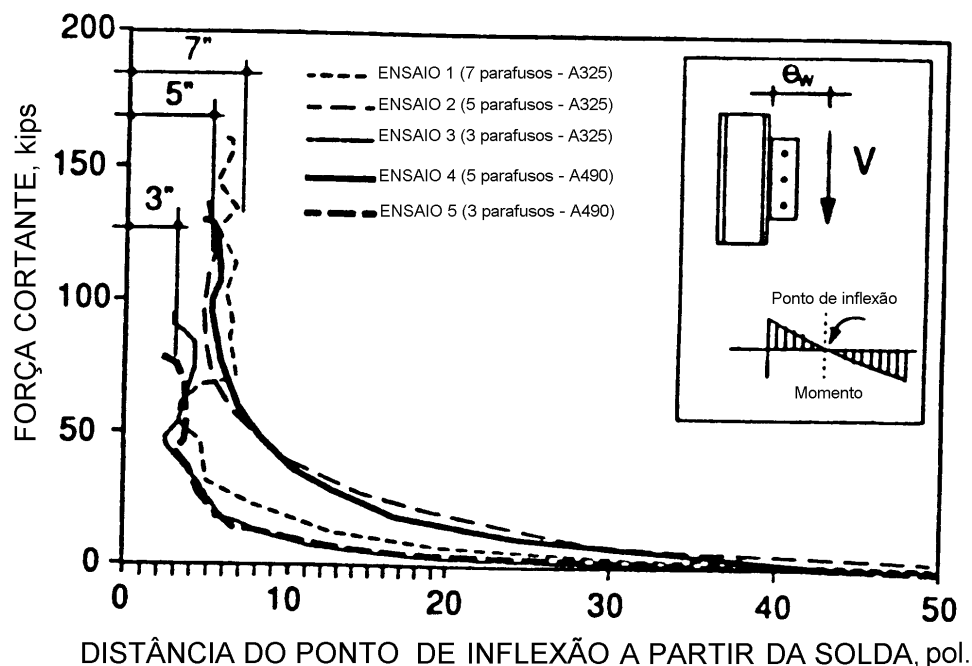


Figura 2.9 – Movimento do ponto de inflexão

Para a obtenção das curvas momento-rotação dos testes anteriores, os momentos e as rotações foram medidos na linha de parafusos. Como a figura 2.10 indica, as ligações com poucos parafusos desenvolvem menores momentos e exibem uma maior ductilidade rotacional.

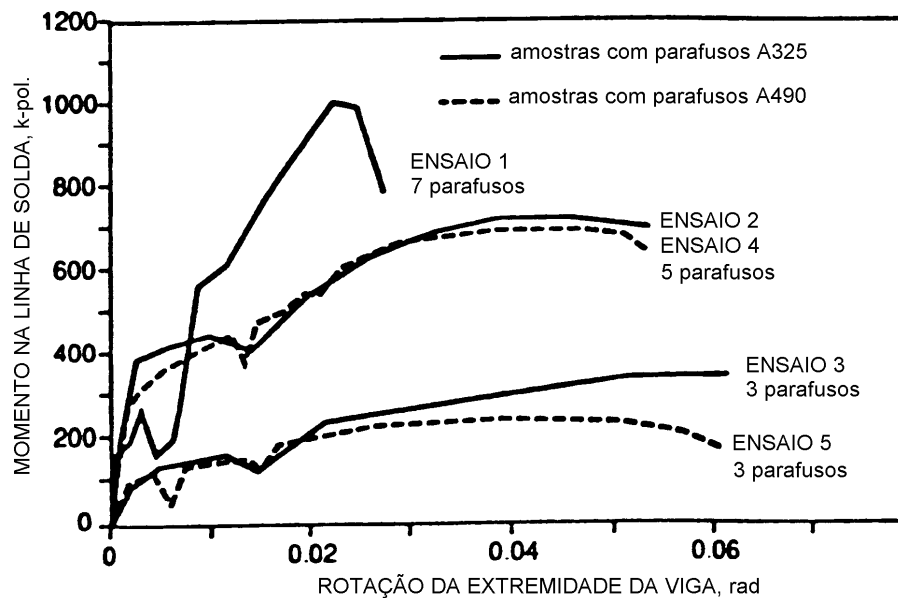


Figura 2.10 – Curva Momento-Rotação

Nas vigas suportadas por ligações flexíveis, quando a carga aumenta, devido à rotação inelástica das ligações, a rigidez rotacional da ligação diminui, causando a diminuição da razão momento-força cortante, ou seja, movimento do ponto de inflexão em direção ao suporte.

2.4. Confiabilidade de ligações consideradas flexíveis

As curvas Momento-Rotação para diferentes tipos de ligação, indicadas na figura 2.11, foram obtidas por Frye e Morris [5] :

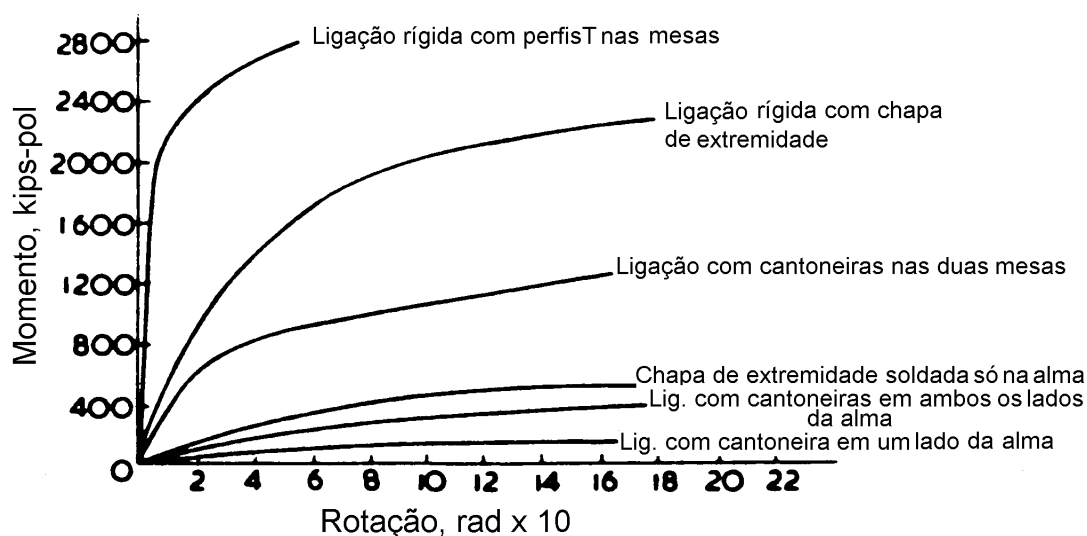


Figura 2.11 – Curvas Momento-Rotação para ligações

As curvas mostradas na figura 2.11 são frequentemente baseadas em um único ensaio e não incluem a consideração da dispersão dos resultados, que é inevitável no comportamento de uma ligação, especialmente se a mesma possui uma região parafusada.

É necessário realizar um número suficiente de ensaios para se obter a base necessária para um prognóstico estatístico do comportamento de uma ligação. A base estatística serve para se estabelecer o grau de confiabilidade da resistência e da rigidez para um tipo de ligação.

A título de ilustração, mostra-se um programa de ensaio [12], onde seis fabricantes voluntários proporcionaram amostras de ligações com cantoneiras duplas parafusadas em ambas as abas, de acordo com as especificações mostradas na figura 2.12.

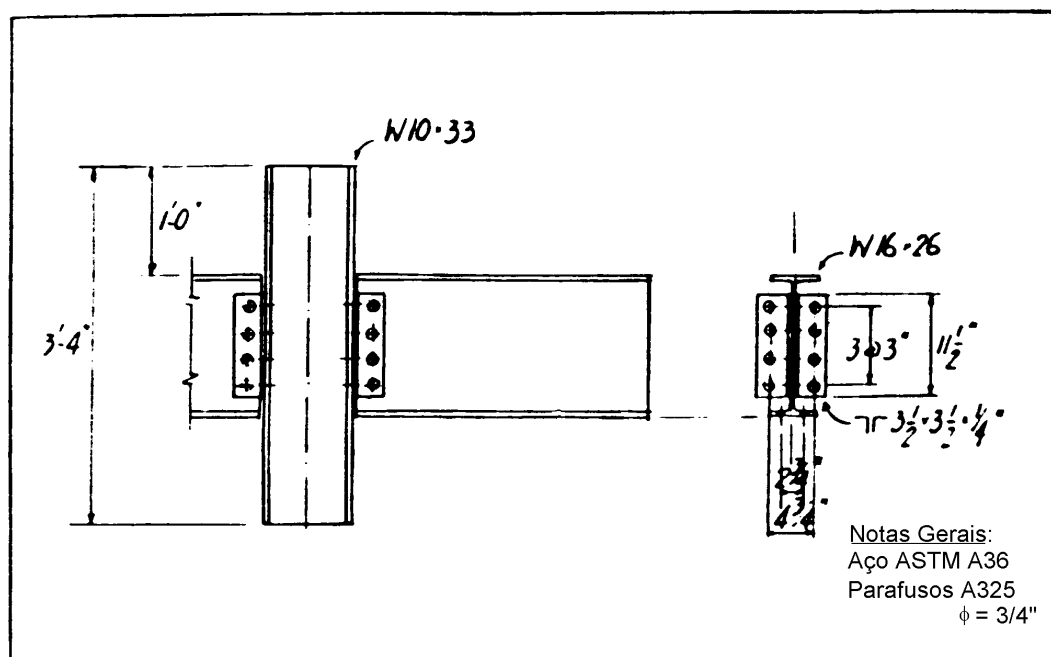


Figura 2.12 – Ensaios de amostras [12]

A seguir têm-se curvas Momento-Rotação de duas séries de ensaios [12], onde:

Série 2 - composta de curvas Momento-Rotação de 22 ligações oriundas de seis fabricantes diferentes (figura 2.13);

Série 3 - composta de curvas Momento-Rotação de 12 ligações oriundas de um mesmo fabricante; observa-se uma consistência na rigidez inicial, mas considerável dispersão após a ocorrência do escorregamento dos parafusos (figura 2.14).

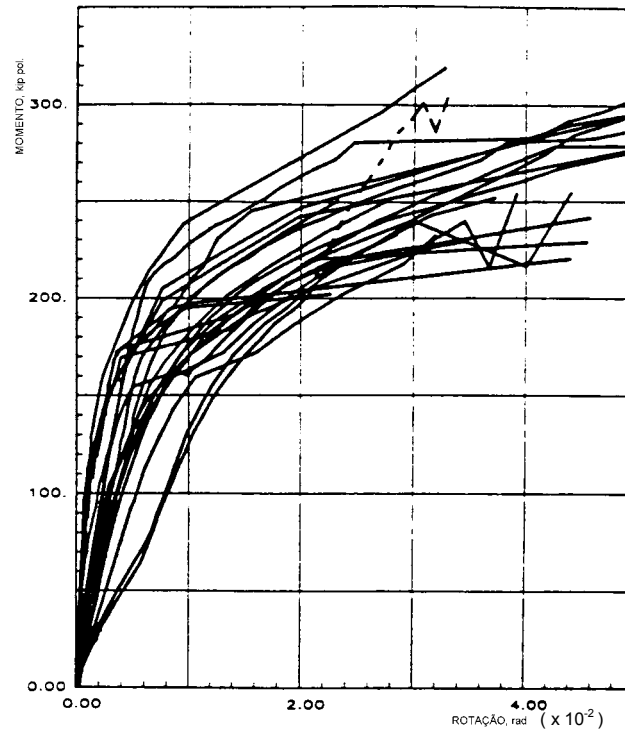


Figura 2.13 – Respostas das ligações oriundas de fabricantes diferentes (Série 2 [12])

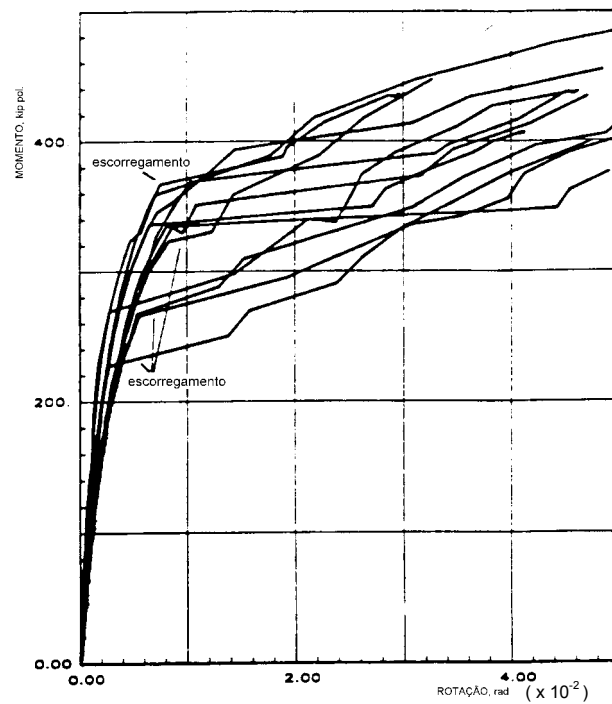


Figura 2.14 – Respostas das ligações oriundas do mesmo fabricante (Série 3 [12])

Os parâmetros usados para descrever a resposta da ligação na análise estatística são K_{sec} , módulo secante baseado no momento correspondente a uma rotação de 0.002 radianos, dentro do regime elástico; M_{el} , momento elástico limite obtido visualmente como o momento no início da região da curva Momento-Rotação correspondente ao “amolecimento”, e M_s , momento correspondente a uma rotação de 0.009 radianos (esta é a rotação de extremidade de uma viga simplesmente apoiada, submetida a uma carga distribuída uniforme, com flecha no meio do vão de $\frac{L}{360}$).

Na figura 2.15 mostram-se estes parâmetros:

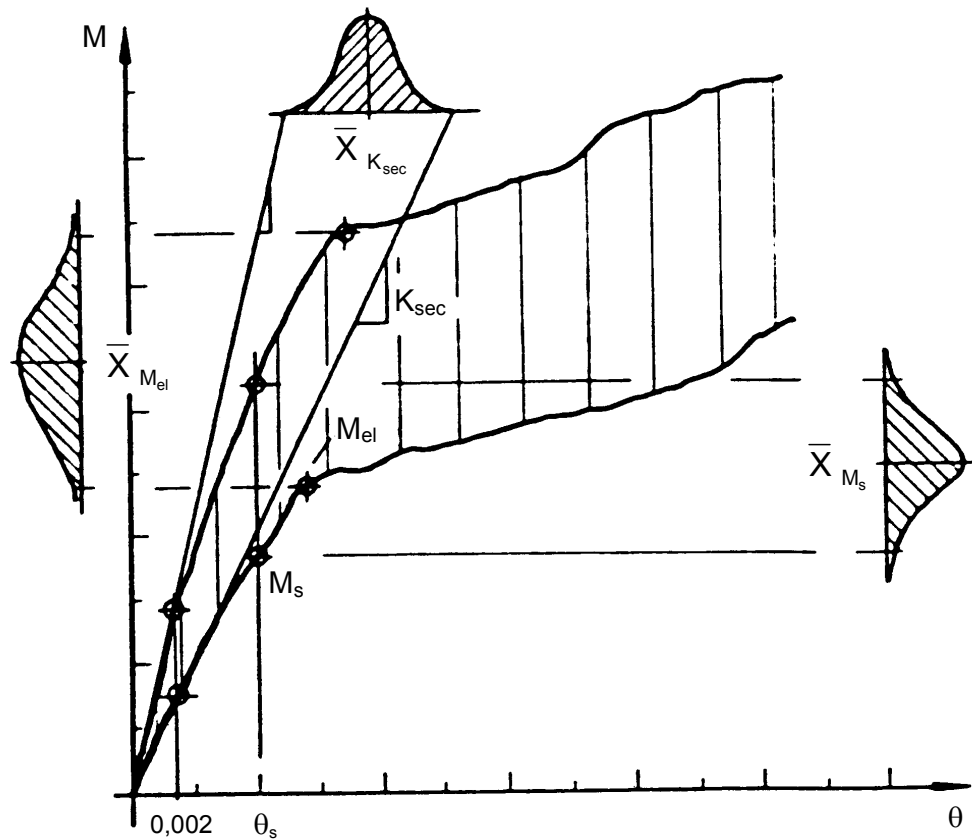


Figura 2.15 – Parâmetros para descrever a resposta da ligação

A distribuição de frequência de cada parâmetro é definida pela média $\bar{X}$ e pelo desvio padrão S , de acordo com a figura 2.16.

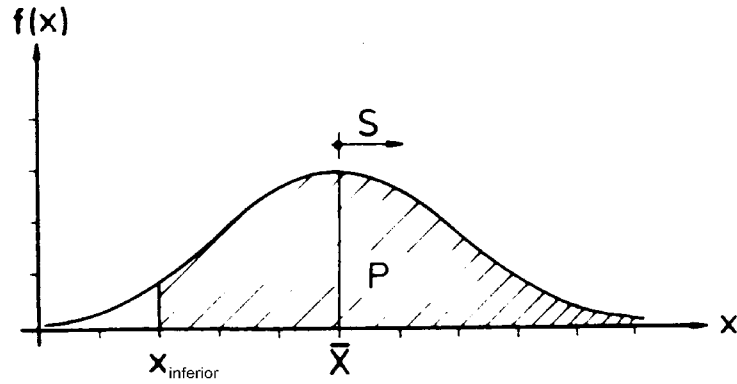


Figura 2.16 – Distribuição de frequência

Tem-se:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.24)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \quad (2.25)$$

onde n é o número de amostras.

Para cada parâmetro calculam-se os valores de $\bar{X}$ e S de uma distribuição normal, e também o valor mínimo de cada parâmetro que pode ser esperado dentro de 95% de confiabilidade.

Mostram-se na figura 2.17 as curvas empíricas Momento-Rotação de Frye e Morris junto à faixa de curvas obtidas em ensaios da Série 3 [12]. Também são mostrados os valores mínimos de M_s e de K_{sec} , para 95% de confiabilidade.

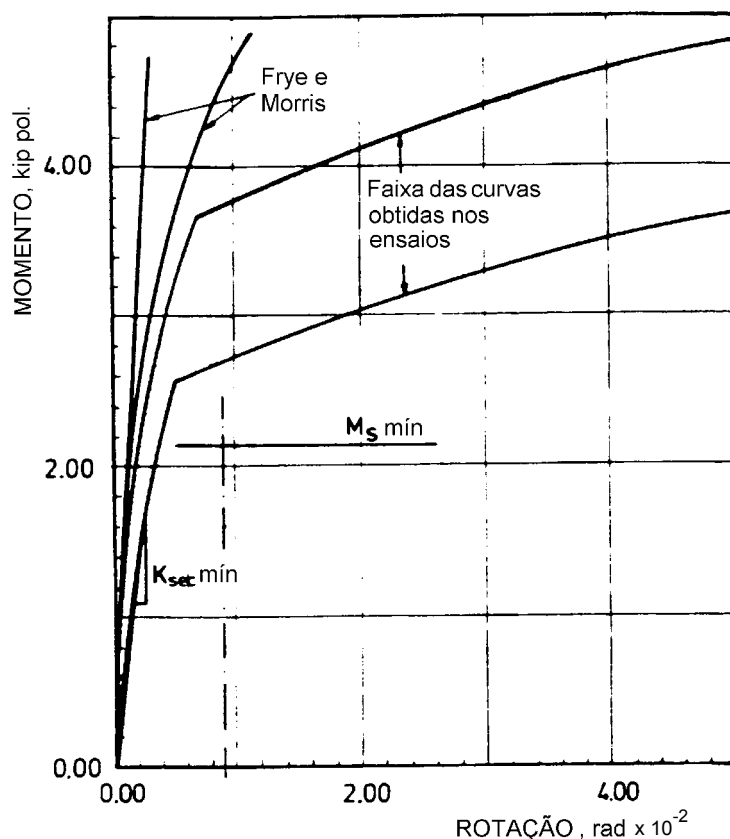


Figura 2.17 – Propriedades obtidas nos ensaios da Série 3 [12]

Nota-se na figura 2.17 que a curva empírica de Frye e Morris é a mais alta. Nota-se também que, por causa da pouca dispersão das rigidezes iniciais obtidas nos ensaios, a rigidez correspondente a 95% de confiabilidade está perto dos valores medidos, mas a resistência de serviço é inferior a qualquer valor observado.

Obtiveram-se conclusões semelhantes na Série 2 [12].

Assim, na escolha do prognóstico determinístico tal como o de Frye e Morris, baseado em formulações empíricas (ou no caso de um ensaio) [5], chega-se a superestimar valores seguros para a resistência e a rigidez da ligação, ou seja, podem encontrar-se valores muito acima daqueles que são os reais para a estrutura. Portanto, tornam-se necessárias análises estatísticas para se estabelecerem estas características.

Comentário: a rigidez da ligação influi nas respostas da estrutura como um todo (esforços solicitantes, deslocamentos etc.). Entretanto, estas respostas são também afetadas pelas rigidezes das vigas e dos pilares, pelas fundações etc. Assim, a dispersão encontrada no comportamento das ligações flexíveis tem influência atenuada, em maior ou menor escala, nas respostas da estrutura completa.

2.5. Consideração da semi-rigidez das ligações na análise de estruturas formadas por barras

Ajustando-se a rigidez das ligações (figura 2.18), otimiza-se a distribuição de momentos nos elementos ligados (vigas, pilares). Tem-se proposto várias técnicas para a representação do comportamento M- θ das ligações. Algumas são baseadas em aproximações lineares simples e outras em funções não-lineares mais sofisticadas [7].

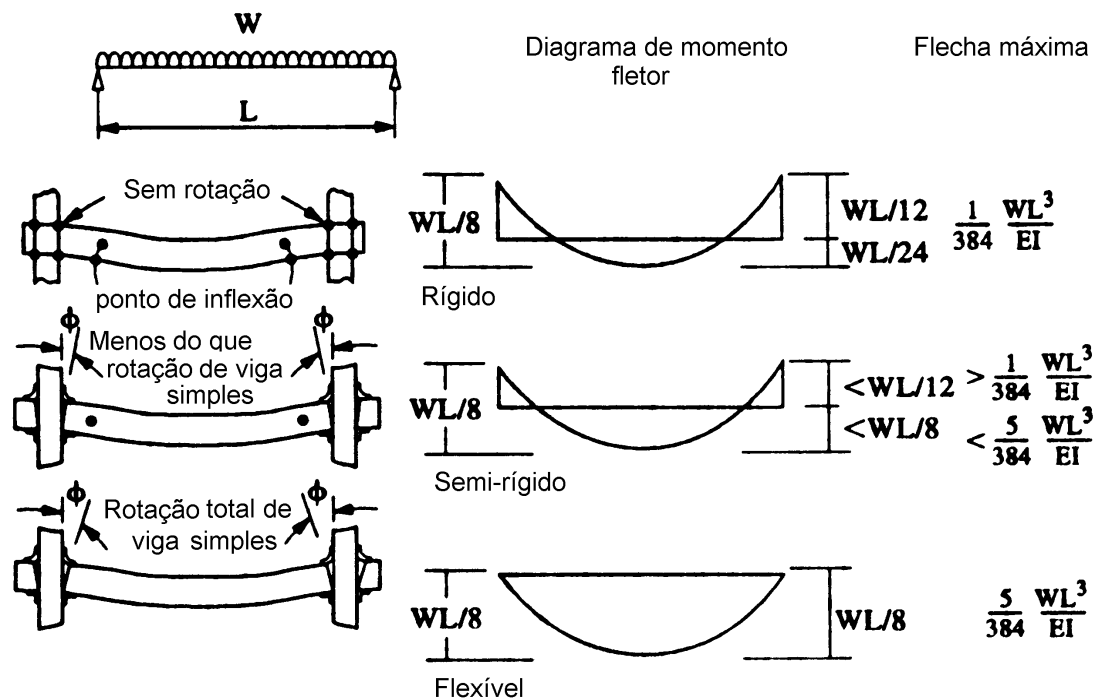


Figura 2.18 – Efeito de ligações semi-rígidas em momentos e flechas - resposta elástica

Algumas considerações devem ser feitas antes da análise de estruturas com ligações semi-rígidas, tais como [13]:

- efeito da flexibilidade da ligação no caso de cargas concentradas e distribuídas, capacidade máxima de carga, deformações e estabilidade dos pórticos;
- métodos de implementação de ligações semi-rígidas na análise de pórticos;
- validade dos diferentes tipos de modelos para o projeto;
- sugestões para procedimentos de projetos de acordo com a flexibilidade da ligação;
- avaliação do benefício de se considerar a flexibilidade da ligação em projetos.

3. OBJETIVO E METODOLOGIA

3.1. Objetivo

Sabe-se que as ligações por chapa simples são previstas primariamente para transmitir força cortante, mas desenvolvem um significativo momento de extremidade na viga e no elemento suporte [3].

O objetivo deste trabalho é determinar, pelo Método dos Elementos Finitos, a relação Momento-Rotação de ligações por chapa simples usuais no Brasil, levando-se em conta a variação de dimensões, do número e diâmetro dos parafusos, tipo e posição dos elementos de apoio. Propõe-se uma curva $M-\theta$ associada ao modelo mecânico apresentado no item 1.5, para que se possa, na análise estrutural, utilizar os resultados obtidos. Propõem-se também, diretrizes para a verificação de estados limites últimos da ligação (dimensionamento).

3.2. Metodologia

São estudados dois tipos de ligações por chapa simples (figura 3.1a, b). No primeiro tipo de ligação tem-se uma viga ligada à mesa de um pilar. No segundo tipo a viga liga-se à alma de um pilar. Nestes dois casos modelou-se a ligação completa pelo Método dos Elementos Finitos, utilizando-se análise não-linear, com variação dos parâmetros envolvidos.

Utilizaram-se informações experimentais para o caso de um parafuso [3].

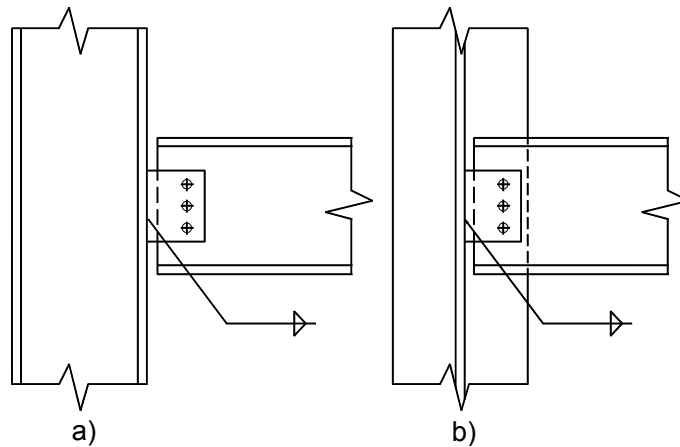


Figura 3.1 – Ligações por chapa simples (a) Viga / mesa do pilar suporte
(b) Viga / alma do pilar suporte

3.2.1. Limitações gerais assumidas

Obedeceram-se às relações estipuladas em [14], baseadas em [15], para se evitar flambagens locais da chapa simples e da alma da viga na região da ligação. Adicionalmente:

- supõe-se que a laje não participe da ligação;
- a estrutura deve ser indeslocável no plano considerado;
- a mesa superior da viga deve ser adequadamente contida lateralmente;
- a mesa inferior da viga deve resistir, sem flambar lateralmente (e localmente), às tensões de compressão introduzidas pelo momento na ligação;
- a linha de centro da ligação deve coincidir com a linha de centro da viga;
- a coluna deve ser contida torcionalmente, independentemente da ligação;
- a solda de ligação com o pilar deve ter resistência igual ou superior à da chapa simples;
- para o caso de viga ligada à mesa do pilar são desprezadas as deformações locais do pilar; para que o pilar seja suficientemente rígido

localmente deve-se ter $t_{fc} \geq 1.5 t_s$ e $t_{wc} \geq 1.2 t_s$, pelo menos no comprimento correspondente à região do nó ($H_v + 1.5 H_c$ acima da viga + $1.5 H_c$ abaixo da viga).

Observação: para significado dos termos anteriores ver figuras 4.1 e 4.2.

3.2.2. Verificações necessárias [14]

I) Alma da viga - levando-se em conta que $t_s = t_w$ em todos os casos pesquisados e que a solicitação local da alma, na seção dos parafusos, é igual à da chapa de ligação, verifica-se esta última (ver item II) e também (figura 3.2):

- $\frac{h_{wv}}{t_{wv}} \leq 3.5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ e $h_p \geq \frac{h_{wv}}{2}$ evitando-se a flambagem local.

II) Chapa de ligação – para se evitar a flambagem local deve-se ter (para aço com $f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$):

- $f \leq 2 t_s$ e $e_1 \leq \phi + 4 t_s$ - evitando-se a deslocabilidade lateral.

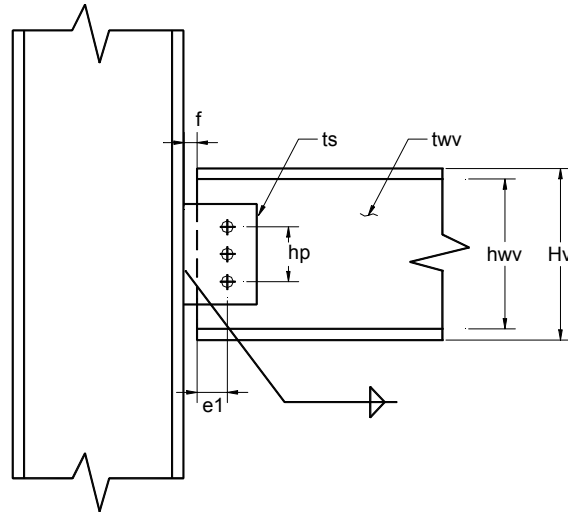


Figura 3.2 – Dimensões utilizadas nas verificações para a alma e chapa simples

3.2.3. Validação dos resultados

Validou-se a análise numérica em função de resultados experimentais da ligação completa e em função de resultados numéricos já obtidos por outros autores ([2], [3]).

4. ANÁLISE DIMENSIONAL DO PROBLEMA

4.1. Generalidades

Apresentam-se os parâmetros que influenciam as respostas das ligações por chapa simples e, através da análise de semelhança mecânica, determina-se um grupo completo de produtos adimensionais de tais parâmetros.

Definem-se também as faixas de variação dos produtos adimensionais.

4.2. Parâmetros de influência

Mostra-se na figura 4.1 uma ligação por chapa simples onde a viga é ligada à mesa do pilar. Aplica-se a carga na extremidade livre da viga.

Os parâmetros que influenciam o comportamento da ligação, considerando-se que o pilar não se deforma localmente, são:

- módulo de elasticidade longitudinal do aço, E ;
- coeficiente de Poisson do aço, ν ;
- módulo de elasticidade tangente do aço, E_t ;
- limite de escoamento do aço, f_y ;
- espessura da chapa da alma da viga, t_{wv} ;
- espessura da chapa das mesas da viga, t_{fv} ;
- espessura da chapa de ligação simples, t_s ;
- diâmetro dos parafusos, ϕ ;

- limite de resistência à tração do parafuso, f_{up} ;
- comprimento da viga até a extremidade livre, tomado igual à excentricidade da ligação, L ;
- altura total da viga, H_v ;
- largura das mesas da viga, b_v ;
- número de parafusos, n ;
- distância dos centros dos parafusos às bordas da chapa de ligação e da alma, e_1 ;
- distância entre os centros dos parafusos, e_2 ;
- folga entre a viga e o pilar (elemento suporte), f .

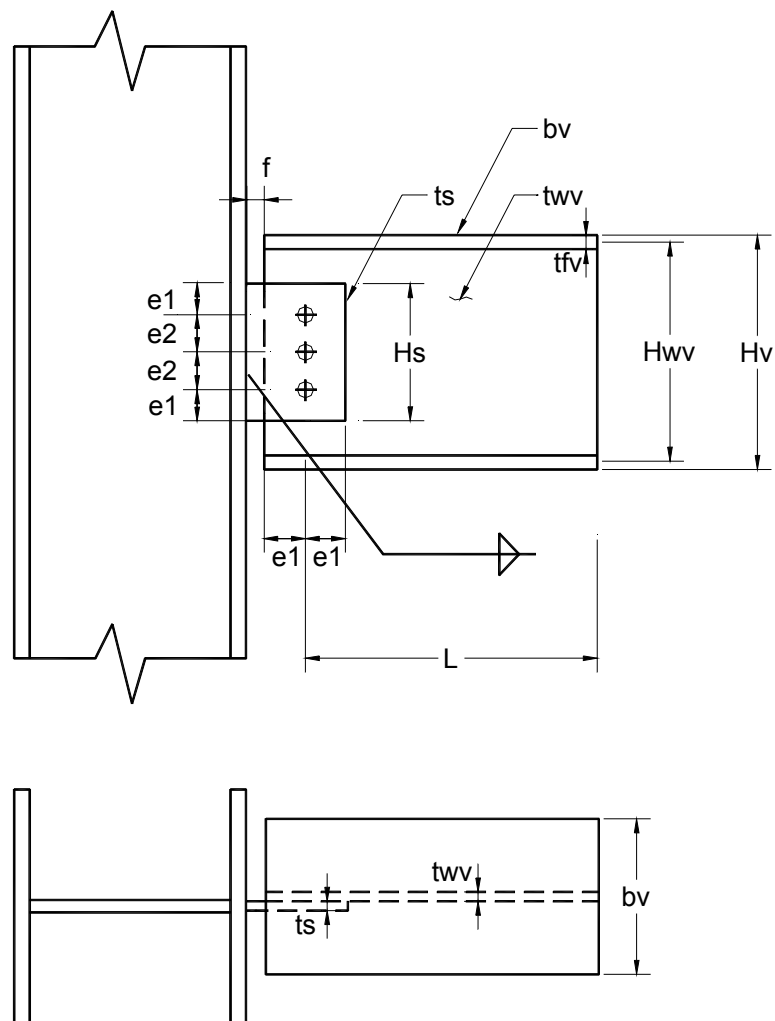


Figura 4.1 – Parâmetros que influenciam a ligação viga/mesa do pilar suporte

Apresenta-se na figura 4.2 uma ligação por chapa simples onde a viga é ligada à alma do pilar. Aplica-se também uma carga na extremidade livre da viga.

Para os parâmetros que influenciam esta ligação, adicionam-se aos apresentados anteriormente:

- espessura da chapa da alma do pilar suporte, t_{wc} ;
- espessura da chapa das mesas do pilar suporte, t_{fc} ;
- altura total da seção do pilar, H_c ;
- largura das mesas do pilar, b_c .

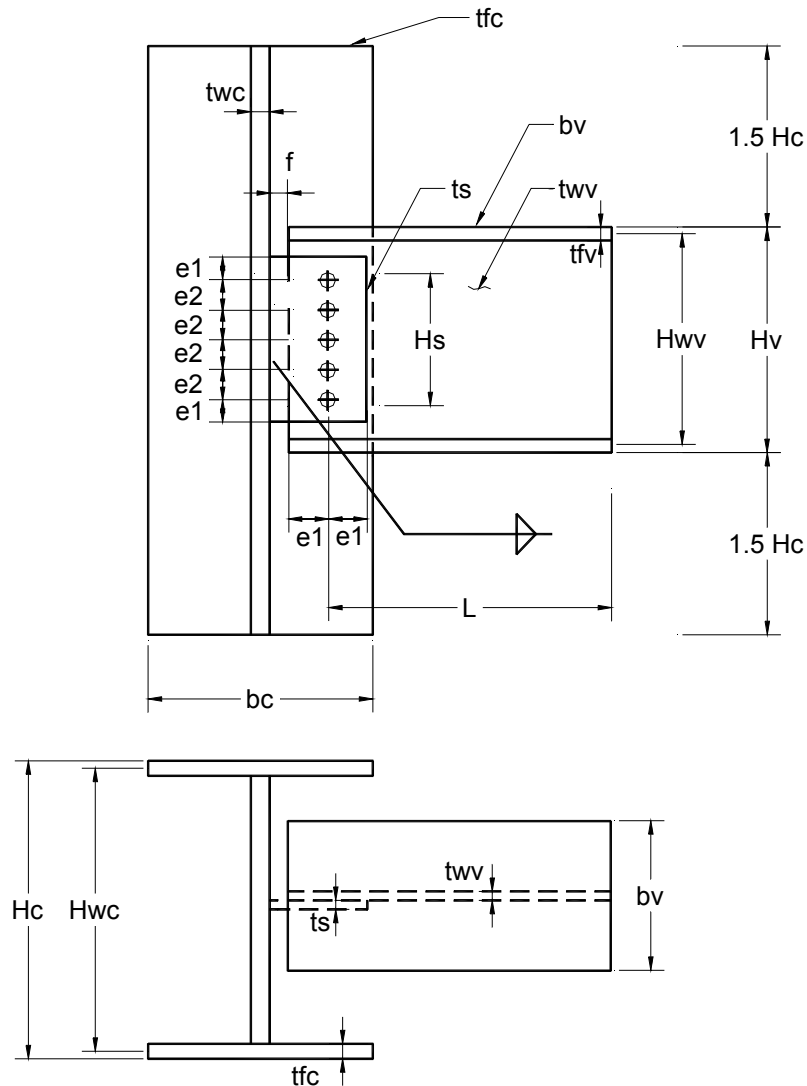


Figura 4.2 – Parâmetros que influenciam a ligação viga/alma do pilar suporte

Fazendo-se uma análise dos parâmetros envolvidos, eliminam-se aqueles considerados constantes e os que apresentam uma relação de dependência com outros. Alguns parâmetros possuem uma influência pequena no comportamento da ligação, podendo-se também eliminá-los. São eles: t_{fv} , H_v , b_v , t_{fc} e b_c .

Os parâmetros que se tornam constantes na análise são E , ν , f_y e E_t , por se adotar um único material para as chapas de aço, f_{up} , por se adotar apenas um material para os parafusos, e f , tomado igual a 10 mm.

Os parâmetros dependentes são e_1 e e_2 , funções do diâmetro do parafuso, e t_s , tomado igual a t_{wv} .

Assim, podem-se descrever os momentos nas ligações mostradas nas figuras 4.1 e 4.2, respectivamente, através das seguintes equações, sendo θ a rotação na extremidade livre da viga:

$$M = M(n, t_{wv}, L, \theta, \phi, K_1, K_2, K_3, K_4) \quad (4.1)$$

desprezando-se a deformação local do pilar (K_1 , K_2 , K_3 , K_4 = coeficientes extraídos do artigo de Richard [3], em função de t_{wv} e ϕ , para comportamento de um parafuso),

$$M = M(n, t_{wc}, H_c, \theta, \phi) \quad (4.2)$$

considerando-se apenas a deformação da alma do pilar.

Observação: a relação Momento-Rotação para o caso da figura 4.2 será obtida pela superposição das rotações θ oriundas de (4.1) e (4.2).

4.3. Grupo completo de produtos adimensionais

Produto adimensional é um grupo de quantidades que, quando multiplicadas, possuem representação dimensional igual à unidade.

Um grupo de produtos adimensionais é denominado completo se estes produtos forem independentes e qualquer outro produto adimensional possível dos parâmetros for um produto de potências dos produtos adimensionais do grupo.

O número de produtos adimensionais independentes, utilizados em uma análise, é baseado no Teorema dos π de Buckingham, consequência da lei da homogeneidade dimensional [16], onde se demonstra que uma equação homogênea na qual figurem n parâmetros pode ser reduzida a uma equação de $n - r$ produtos adimensionais de um grupo completo, sendo r o número de unidades básicas que seriam estritamente necessárias para descrever o fenômeno. Como exemplo, para análises estáticas em regime elástico, o valor de r é igual a 2 (as unidades básicas são força e comprimento).

Pelo procedimento chamado análise dimensional, o fenômeno a ser estudado deve ser formulado como uma relação entre um conjunto de produtos adimensionais dos parâmetros, sendo o número de produtos inferior ao número de parâmetros, de acordo com o teorema anterior. Cada produto é chamado de “número π ”. A grande vantagem desse procedimento consiste na redução considerável de análises para se estabelecer uma relação entre os parâmetros em uma dada faixa de variação.

Considerando-se os parâmetros envolvidos nas equações (4.1) e (4.2), respectivamente, demonstra-se que os seguintes grupos de produtos adimensionais são completos (notar que t_{wv} e ϕ são obrigatórios, para a obtenção de K_1, K_2, K_3, K_4):

$$\frac{M}{M_u}, n, \frac{t_{wv}}{H_s}, \frac{L}{H_s}, \frac{\theta}{\theta_u}, \frac{\phi}{L} \quad (4.3)$$

$$\frac{M}{M_u}, \frac{t_{wc}}{H_s}, \frac{H_c}{H_s}, \frac{\theta}{\theta_u} \quad (4.4)$$

onde M_u e θ_u são o momento último e a rotação última na ligação, respectivamente, determinados para cada um dos casos de ligações por chapa simples estudados, e H_s a altura da chapa simples $(2e_1 + (n-1)e_2)$.

Devido à complexidade da análise para a determinação de uma função matemática que relacione seis variáveis, retiraram-se os produtos adimensionais relacionados aos parâmetros n e ϕ do grupo mostrado na equação (4.3), determinando-se uma função diferente para cada par n, ϕ .

$$\frac{M}{M_u} = \frac{M}{M_u} \left(\frac{t_{wv}}{H_s}, \frac{L}{H_s}, \frac{\theta}{\theta_u} \right) \quad , \text{ para cada par } n, \phi \quad (4.5)$$

Como as rotações θ de (4.4) serão somadas com as de (4.3), utilizaram-se os mesmos pares n, ϕ anteriores para determinar H_s , obtendo-se:

$$\frac{M}{M_u} = \frac{M}{M_u} \left(\frac{t_{wc}}{H_s}, \frac{H_c}{H_s}, \frac{\theta}{\theta_u} \right) \quad , \text{ para cada par } n, \phi \quad (4.6)$$

As equações (4.5) e (4.6) podem ser escritas, respectivamente, como:

$$\frac{M}{M_u} = \frac{M}{M_u} (\pi_1, \pi_2, \pi_3) \quad (4.7)$$

$$\text{onde: } \pi_1 = \frac{t_{wv}}{H_s}$$

$$\pi_2 = \frac{L}{H_s}$$

$$\pi_3 = \frac{\theta}{\theta_u}$$

$$\frac{M}{M_u} = \frac{M}{M_u} (\pi_4, \pi_5, \pi_6) \quad (4.8)$$

$$\text{onde: } \pi_4 = \frac{t_{wc}}{H_s}$$

$$\pi_5 = \frac{H_c}{H_s}$$

$$\pi_6 = \frac{\theta}{\theta_u}$$

A rotação última na extremidade da viga foi obtida pela análise pelo Método dos Elementos Finitos e expressa, para as situações mostradas nas figuras 4.1 e 4.2, respectivamente, por:

$$\theta_u = \theta_u(\pi_1, \pi_2) \quad (4.9)$$

$$\theta_u = \theta_u(\pi_4, \pi_5) \quad (4.10)$$

Também o momento último na ligação foi obtido pela análise pelo Método dos Elementos Finitos e a relação $\frac{M}{M_u}$ para a figura 4.1 é expressa por:

$$\frac{M_u}{M_r} = \frac{M_u}{M_r}(\pi_1, \pi_2) \quad (4.11)$$

onde M_r é o momento de plastificação da chapa junto à solda, reduzido pela influência da força cortante, calculado analiticamente por Drucker Prager [17].

Para a figura 4.2, a relação $\frac{M_u}{M_r}$ é expressa por:

$$\frac{M_u}{M_r} = \frac{M_u}{M_r}(\pi_4, \pi_5) \quad (4.12)$$

onde M_r é dado pela expressão:

$$M_r = \bar{\alpha} H_s t_{wc}^2 f_y \quad (4.13)$$

Para o cálculo de $\bar{\alpha}$, inicialmente define-se um coeficiente α , para cada análise, pela expressão (M_u obtido pelo Método dos Elementos Finitos):

$$\alpha = \frac{M_u}{H_s t_{wc}^2 f_y} \quad (4.14)$$

Calcula-se a média aritmética de todos os coeficientes α determinados por (4.14) para cada par n, ϕ :

$$\bar{\alpha} = \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{k} \quad (4.15)$$

onde k = número de análises para o par n, ϕ em questão.

Pode-se assim, definir:

$$\bar{\alpha} = \sum_{i=1}^m \frac{\bar{\alpha}_i}{m} \quad (4.16)$$

onde m = número de pares n, ϕ .

4.4. Simplificações e faixas de variações dos parâmetros de influência

Adotou-se o aço ASTM A36, com $f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$, para todas as análises. Definem-se os parâmetros relacionados às propriedades do material como sendo $E = 20500 \text{ kN/cm}^2$, $\nu = 0,3$ e $E_t = \frac{E}{1000} = 20,5 \text{ kN/cm}^2$.

Dentre os parâmetros considerados de pouca influência no comportamento da ligação, utilizam-se os seguintes valores constantes: $t_{fv}=12,5 \text{ mm}$, $b_v = 150 \text{ mm}$ e $b_c = 200 \text{ mm}$. Obtém-se H_v (figura 4.3) pela expressão:

$$H_v = \frac{H_{v(h_1 \text{ min.})} + H_{v(h_1 \text{ máx.})}}{2} \quad (4.17)$$

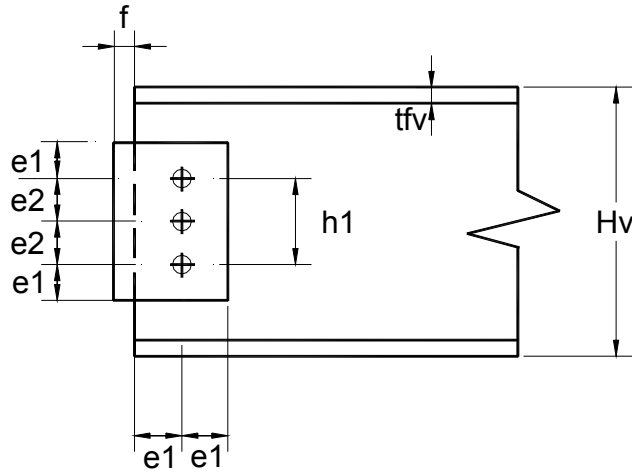


Figura 4.3 – Dimensões para o cálculo do parâmetro H_v

onde:

$$h_1 = \frac{H_{v(h_1 \text{ min.})}}{2} \quad (4.18)$$

devido à flambagem local, e:

$$h_1 = H_{v(h_1 \text{ máx.})} - 2t_{fv} - 40 - 2e_1 \quad (4.19)$$

por limitação construtiva.

Mas:

$$h_1 = (n - 1) e_2 \quad (4.20)$$

Substitui-se (4.20) em (4.19) e (4.18), obtendo-se $H_{v(h_1 \text{ min.})}$ e $H_{v(h_1 \text{ máx.})}$ e, consequentemente, H_v por (4.17). Para os valores de H_v encontrados, adotam-se aqueles mais próximos dos comerciais, de 50 em 50 mm.

Os valores para o parâmetro L , excentricidade da ligação, foram:

$$L = \begin{cases} 0,1 H_v \\ 0,3 H_v \\ 0,5 H_v \end{cases}, \text{ desprezando-se os valores inferiores a 40 mm.}$$

A faixa de variação para o parâmetro n foi estabelecida de maneira a cobrir os casos práticos, tendo-se utilizado 2, 3, 5 e 8 parafusos para o tipo de

ligação mostrado na figura 4.1, e 2, 5, 8 parafusos para a ligação mostrada na figura 4.2. Utilizaram-se parafusos com diâmetro ϕ de 19mm (3/4"), 22,2mm (7/8") e 25,4mm (1").

Adotaram-se quatro valores para o parâmetro $t_{wv} = t_s$, considerando-se as chapas mais utilizadas em projetos de estruturas de aço: 6,35mm (1/4"), 8mm (5/16"), 9,5mm (3/8") e 12,5mm (1/2").

O parâmetro t_{fc} foi tomado igual a $1,5t_{wc}$, onde: $t_{wc} = \begin{cases} 0,8 t_{wv} \\ 1,3 t_{wv} \\ 2 t_{wv} \end{cases}$,

adotando-se os valores comerciais mais próximos.

Ao parâmetro H_c , atribuíram-se os seguintes valores:

$$H_c = \begin{cases} 200 & \text{para } H_v \leq 300 \\ 300 & \text{para } 300 < H_v \leq 600 \\ 400 & \text{para } H_v > 600 \end{cases}$$

5. MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

5.1. Generalidades

O principal objetivo do modelamento de ligações utilizando-se o Método dos Elementos Finitos é o de se estudar a complexa interação entre elementos e meios de ligação. Com uma análise elasto-plástica, produz-se uma contínua relação entre momento fletor aplicado e rotação resultante, até o estado limite último. Dentro deste método, o comportamento de ligações por chapa simples, que inclui o desempenho do parafuso, forças e regiões de contato, efeitos da rigidez e da não-linearidade do material, pode ser modelado. Com a análise pelo Método dos Elementos Finitos pode-se reduzir significativamente o número de ensaios em escala natural, normalmente requerido para se estabelecer o comportamento.

Richard propôs uma curva Momento-Rotação, aplicável a ligações com até nove parafusos, usuais nos Estados Unidos. Tal curva foi desenvolvida através de análises parametrizadas, nas quais os comportamentos Carga-Deslocamento de um parafuso foram baseados em 126 ensaios simples [3].

Nos modelos de elementos finitos apresentados neste trabalho, diferentes do modelo de Richard, utilizam-se elementos de molas não-lineares, para simular os comportamentos Carga-Deslocamento individuais de cada parafuso (obtidos nos 126 ensaios).

5.2. Curvas Momento-Rotação baseadas nas curvas Carga-Deslocamento de um parafuso

Utiliza-se procedimento semelhante ao de Richard [3] que consiste de duas partes:

(a) determinação experimental da relação Carga-Deslocamento para um único parafuso que liga duas chapas (figura 5.1), sobrepondo-se todas as deformações lineares e não-lineares que ocorrem no parafuso e nas chapas ligadas (inclusive deslizamento entre as chapas). É importante salientar que em todas as ligações as chapas não foram pintadas, retirando-se apenas a carepa;

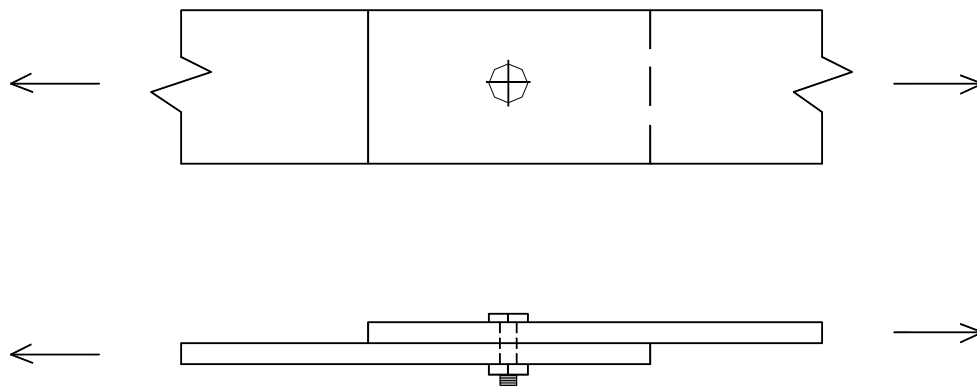


Figura. 5.1 - Ensaio com um parafuso

(b) análise da ligação completa usando-se o Método dos Elementos Finitos, na qual o comportamento não-linear dos parafusos e das chapas ligadas é modelado através de um sistema cujas propriedades são obtidas de (a). Os modelos de elementos finitos foram desenvolvidos para um número suficiente de ligações por chapas simples, de configurações diferentes [3], de acordo com o tipo de comportamento que se queria determinar.

Os ensaios de cisalhamento simples de um parafuso foram realizados para os diâmetros de parafusos e espessuras de chapas mais utilizados nas ligações por chapa simples. A partir dos resultados obtidos para um

determinado parafuso, os valores finais foram determinados fazendo-se a média das leituras do aparelho medidor de deformações e subtraindo-se a resposta elástica das chapas ligadas. Com estes dados, pode-se plotar a curva Carga-Deslocamento relativa ao parafuso e às chapas ligadas (o deslocamento é de um furo em relação ao outro, devido à deformação do parafuso).

Mostram-se na tabela 5.1 os parâmetros extraídos de Richard [3] para se determinarem as curvas Carga-Deslocamento dos parafusos, obtidas por ajuste aos dados dos ensaios, pelo Método dos Mínimos Quadrados.

Tabela 5.1 – Parâmetros de Richard para curva Carga-Deslocamento dos parafusos

$\phi = 3/4"$ (19 mm)				
	CH 1/4" (6,4 mm)	CH 5/16" (8 mm)	CH 3/8" (9,5 mm)	CH 1/2" (12,5 mm)
K_1	7250	9063	10875	14500
K_2	10	-10	0	20
$K_1 - K_2$	7240	9073	10875	14480
K_3	20	50	40	30
K_4	1	0.4	0.5	0.7
$\phi = 7/8"$ (22,2 mm)				$\phi = 1"$ (25,4 mm)
	CH 5/16" (8 mm)	CH 3/8" (9,5 mm)	CH 1/2" (12,5 mm)	CH 1/2" (12,5 mm)
K_1	9063	10875	14500	14500
K_2	9	20	10	20
$K_1 - K_2$	9054	10855	14490	14480
K_3	30	40	40	50
K_4	0.7	0.5	0.7	0.5

Tem-se:

$$K_1 = 2E \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \text{rigidez inicial da curva} \quad (5.1)$$

sendo E o módulo de elasticidade do aço, t_1 e t_2 as espessuras das chapas ligadas pelo parafuso,

K_2 = inclinação da curva após o escoamento,

K_3 = carga de referência no parafuso,

K_4 = parâmetro de forma para a curva.

Substituindo-se os parâmetros da tabela 5.1 na função de Richard (2.10):

$$R(\Delta) = \frac{(K_1 - K_2)\Delta}{\left(1 + \left|\frac{(K_1 - K_2)\Delta}{K_3}\right|^{K_4}\right)^{\frac{1}{K_4}}} + (K_1 - K_2)\Delta \quad (5.2)$$

plotam-se as curvas Carga-Deslocamento para os parafusos utilizadas nas análises.

Mostra-se na figura 5.2 a curva para o parafuso $\phi = 7/8" = 22,2$ mm, ligando duas chapas de $1/2" = 12,5$ mm.

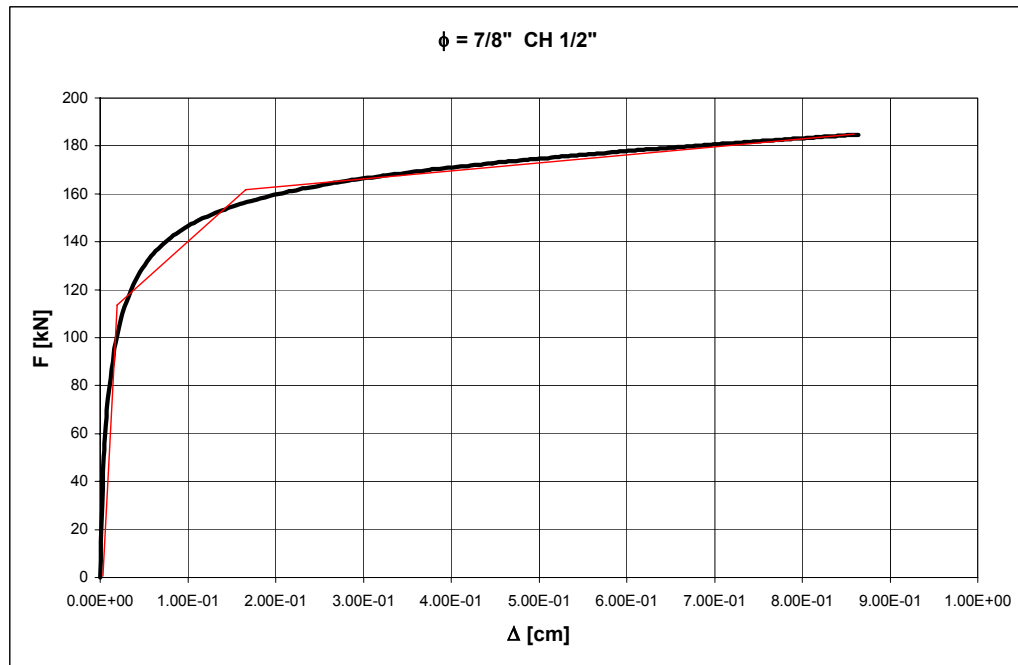


Figura. 5.2 – Curva Carga-Deslocamento para parafuso $\phi=7/8" = 22,2$ mm e CH $1/2" = 12,5$ mm

Utilizaram-se as curvas obtidas por (5.2) para os parafusos, linearizadas em três segmentos de retas, construídos visualmente, como mostrado na figura 5.2.

5.3. Modelos de elementos finitos utilizados neste trabalho

5.3.1. Casos analisados

Dois modelos de elementos finitos foram desenvolvidos para se estudar o comportamento das ligações por chapa simples: Caso I (suporte rígido) e Caso II (suporte flexível). É importante salientar que casos onde a ligação é feita em ambos os lados de um elemento suporte flexível, havendo simetria geométrica e do carregamento, não foram estudados, pois o comportamento da ligação é equivalente ao caso de elemento suporte rígido.

Na figura 5.3 mostra-se o momento fletor na extremidade da viga apoiada e a consideração da excentricidade da ligação.

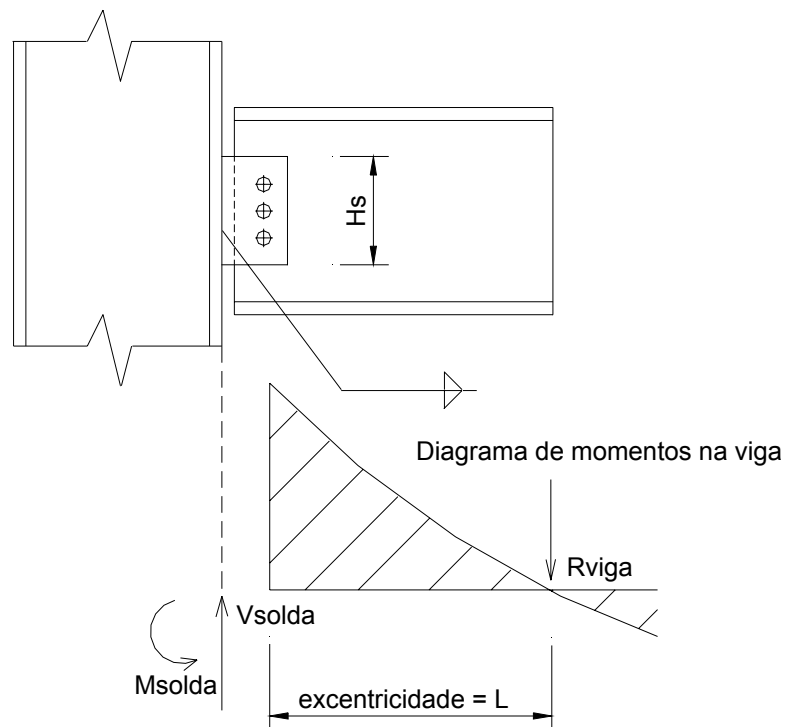


Fig. 5.3 – Diagrama de momento fletor nas ligações por chapa simples

Os arquivos de entrada de dados do ANSYS5.4 para os modelos desenvolvidos são mostrados no Apêndice 1.

5.3.2. Caso I – Suporte rígido

Analizou-se, neste primeiro caso, a viga ligada a um suporte rígido (figura 5.4). Neste modelo considerou-se uma viga em balanço de comprimento igual à excentricidade da ligação (figuras 4.1 e 5.3).

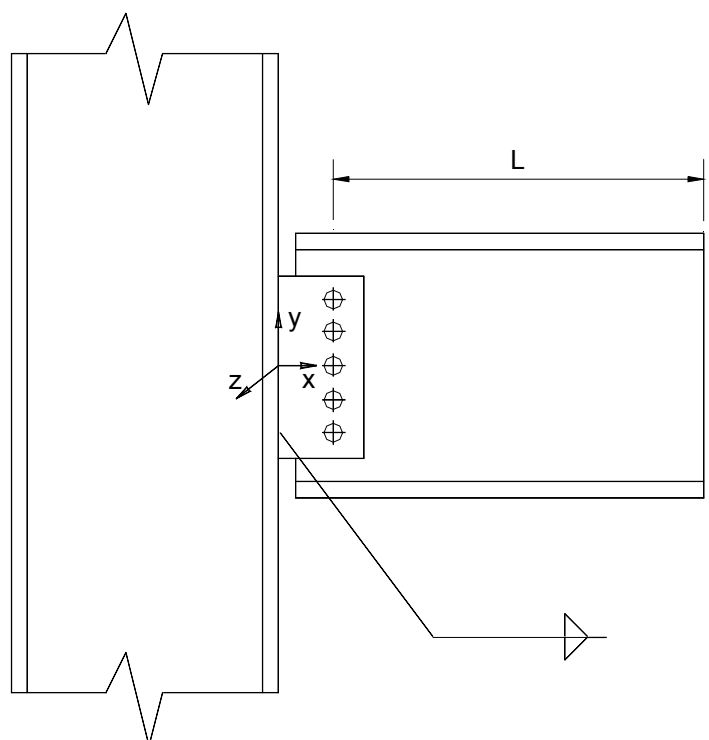


Fig. 5.4 – Chapa simples ligando viga à mesa do pilar

Tendo-se como elemento suporte a mesa de um pilar, a flexibilidade da ligação é afetada pela flexibilidade da alma do pilar, no seu plano. Por ser geralmente muito baixa, despreza-se a flexibilidade associada à deformação local da alma do pilar.

Apresenta-se na figura 5.5 o modelo de elementos finitos utilizado.

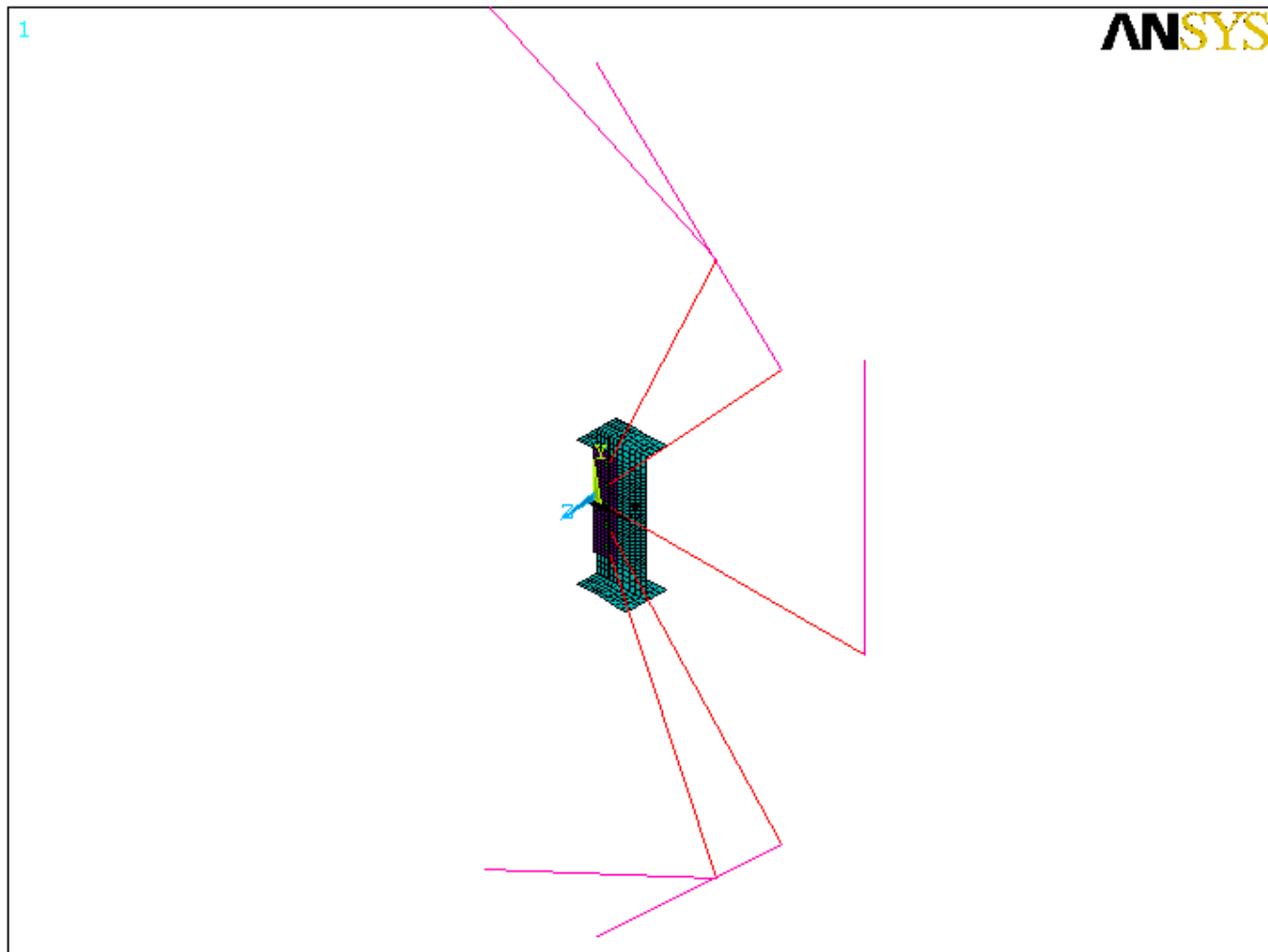


Fig. 5.5 – Modelo de elementos finitos – Caso I

5.3.2.1. Análise não-linear

Os elementos do ANSYS5.4 utilizados para a discretização deste modelo foram:

- SHELL43, elemento de casca, para análise elástica e plástica com grandes deslocamentos, com 4 nós e 6 graus de liberdade por nó (3 translações e 3 rotações) para a alma, mesas da viga apoiada e chapa simples, modelados em seus planos médios;
- BEAM4, elementos de viga 3D, para análise elástica com grandes deslocamentos, com 2 nós e 6 graus de liberdade por nó (3 translações e 3 rotações), para as barras rígidas (ver item 5.3.2.2);
- COMBIN39, elementos de mola não-lineares com capacidade para grandes deslocamentos, com 2 nós e 3 graus de liberdade por nó (utiliza-se o elemento puramente rotacional através da opção torcional, com 3 rotações em cada nó), aos quais foram atribuídos os comportamentos dos parafusos obtidos nos ensaios de cisalhamento simples (ver item 5.3.2.2);
- LINK8, elementos de treliça 3D, para análise plástica, com 2 nós e 3 graus de liberdade por nó (3 translações), para as barras com rigidez desprezível utilizadas para dar estabilidade ao sistema de barras rígidas e molas (ver item 5.3.2.2).

Os elementos de casca SHELL43, na região dos parafusos, foram enrijecidos (espessura do elemento $t = 5 t_s$) propositalmente, porque todas as deformações associadas ao parafuso encontram-se na mola rotacional.

Mostra-se na figura 5.6 a malha de elementos finitos utilizada para os elementos de casca.

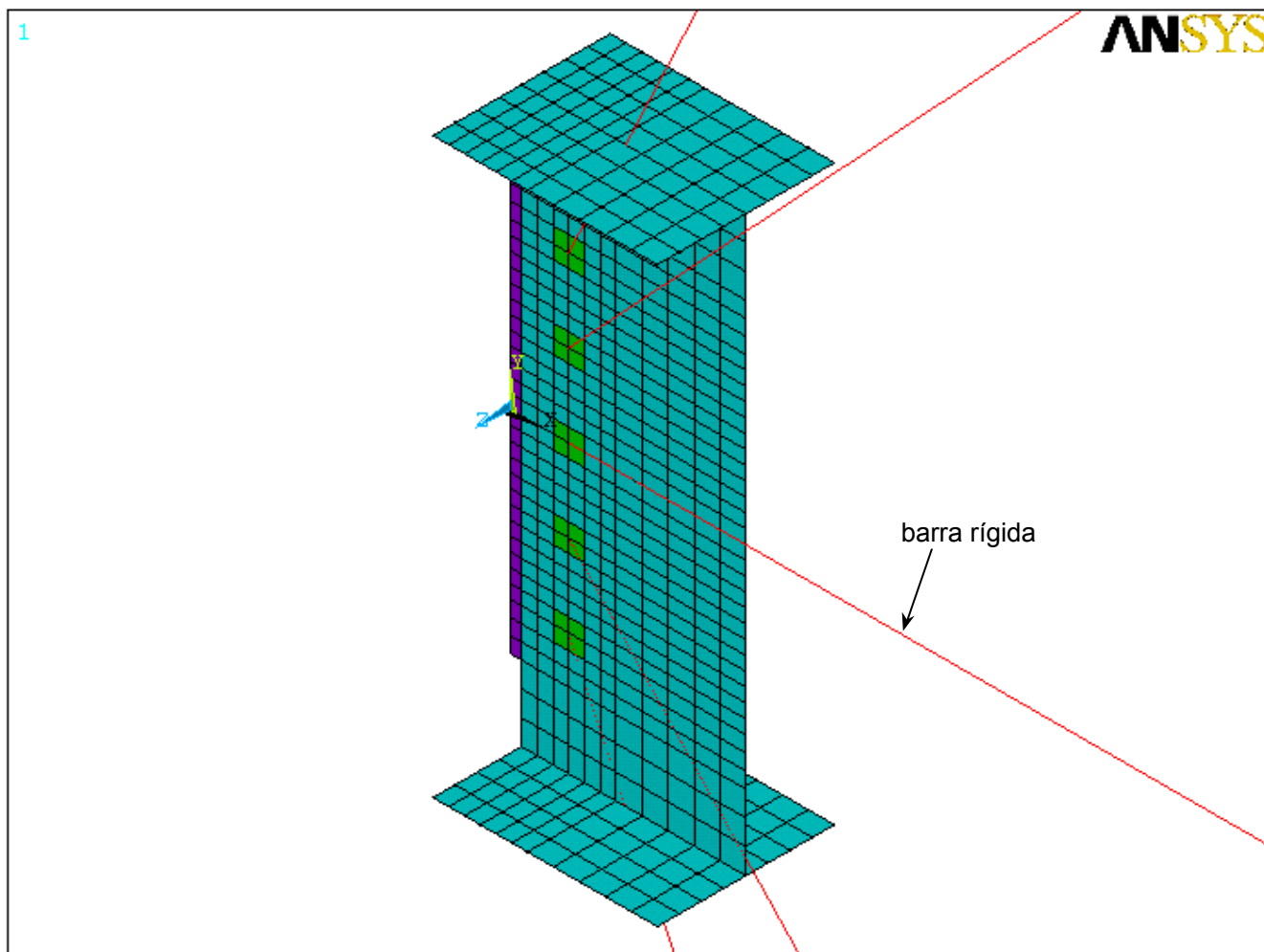


Fig. 5.6 – Malha de elementos finitos – Caso I

Considera-se o aço como material homogêneo e isótropo, com propriedades idênticas na tração e na compressão.

Representa-se o comportamento do aço por uma curva bi-linear tensão-deformação, mostrada na figura 5.7. Gera-se esta curva no ANSYS utilizando-se o comando BKIN (Bilinear Kinematic Hardening). Considera-se a regra de encruamento cinemática, a qual estabelece que, durante a deformação plástica, a superfície de escoamento (obtida pelo critério de escoamento de Von Mises) translada como um corpo rígido no espaço de tensões, mantendo-se o tamanho, a forma e a orientação da superfície inicial de escoamento. Leva-se em conta, nesta regra, o efeito Bauschinger.

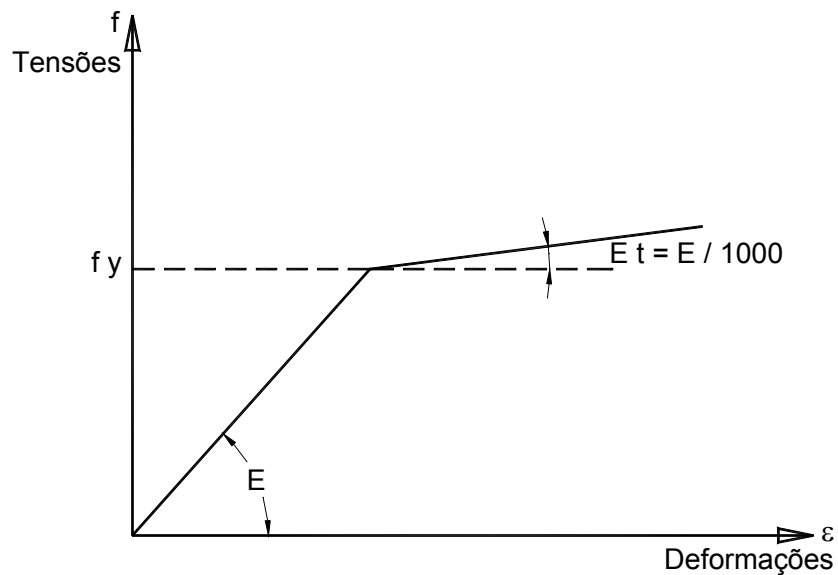


Figura. 5.7– Relação tensão-deformação para o aço

Adota-se a tensão de escoamento do aço f_y igual a 25 kN/cm^2 , e o módulo de elasticidade E igual a 20500 kN/cm^2 (item 4.4).

Como a resposta da estrutura apresenta não-linearidades física e geométrica, requer-se que as cargas sejam aplicadas em incrementos, para caracterizar o comportamento real até o estado limite último.

Determina-se a carga última $P_{últ.}$ na ligação utilizando-se o critério de Drucker-Prager [17], superpondo-se a força cortante e o momento fletor na chapa simples, junto à solda:

$$\frac{M}{M_0} + \left(\frac{V}{V_0} \right)^4 = 1 \quad (5.3)$$

Tem-se (ver figura 4.1):

$$V_0 = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \cdot t_s \cdot H_s \quad (5.4)$$

onde V_0 é a resistência à força cortante da chapa junto à solda,

$$M_0 = M_{pl} = Z \cdot f_y \quad (\text{na ausência de flambagem}) \quad (5.5)$$

sendo M_0 o momento de plastificação da chapa junto à solda,

$$Z = \frac{t_s \cdot H_s^2}{4} \quad (5.6)$$

onde Z é o módulo plástico de resistência à flexão da chapa,

$$M = (L + e_1 + f) \cdot V \quad (5.7)$$

sendo $(L + e_1 + f)$ a distância da extremidade livre, onde está sendo aplicada a carga, à solda. Substituindo-se (5.4) a (5.7) em (5.3), obtém-se $P_{últ.} = V$.

Considerou-se a carga inicial igual a $\frac{P_{últ.}}{4}$, com incrementos decrescentes de carga que seguiram uma progressão geométrica de 9 termos. Obtém-se a razão r da progressão pela expressão:

$$\Sigma = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{(1 - r)} \quad (5.8)$$

sendo Σ o valor de $P_{\text{últ.}}$, a o valor de $\frac{P_{\text{últ.}}}{4}$ e n o número de termos da progressão, igual a 9.

Aplicam-se os incrementos de carga como uma série de passos de cargas (“*loadsteps*”) ou como várias subdivisões dos passos de cargas (“*substeps*”) dentro de cada passo de carga. Mostram-se na tabela 5.2 os incrementos de carga obtidos por (5.8) para uma das análises feitas utilizando-se o programa ANSYS5.4.

Tabela 5.2 – Valores das cargas para uma análise – Caso I

Passo (i)	Incrementos (Δi) [kN]	Carga [kN]	α (q_i / q_{inicial})
1	-	111.250	1.000
2	86.253	197.503	1.775
3	66.872	264.375	2.376
4	51.846	316.221	2.842
5	40.196	356.417	3.204
6	31.164	387.581	3.484
7	24.162	411.743	3.701
8	18.733	430.476	3.869
9	14.524	445.000	4.000

Em cada incremento de carga ocorrem erros, levando a resultados fora da condição de equilíbrio, ou seja, diferença entre as cargas externas e as calculadas com base na resposta da estrutura. Adota-se no programa de elementos finitos, o Método de Newton Raphson, que direciona a solução à convergência no final de cada incremento de carga, tendo-se considerado uma tolerância limite, dada pela expressão abaixo:

$$(\{R_{\text{externas}}\} - \{F_{\text{internas}}\}) \leq 0.01 \cdot \text{carga aplicada} \quad (5.9)$$

sendo $\{R_{\text{externas}}\}$ a carga total atuando na estrutura e adicionada em incrementos passo a passo, $\{F_{\text{internas}}\}$ a força equivalente às tensões internas atuando nos pontos nodais e 0.01 a tolerância usada neste trabalho.

5.3.2.2. Modelamento do parafuso

Tem-se a relação Carga-Deslocamento do parafuso, mas não se sabe a direção da força no mesmo. Assim, o comportamento do parafuso foi modelado por um sistema de mola rotacional e de barras rígidas, onde as direções iniciais destas foram determinadas pelo método elástico, de forma a se reduzir os deslocamentos.

Apresenta-se na figura 5.8 o sistema para o modelamento do parafuso, sendo A o furo da chapa simples, B o furo da alma da viga, A' e B' as novas posições dos furos (sistema deformado) e C a mola rotacional que interliga as barras.

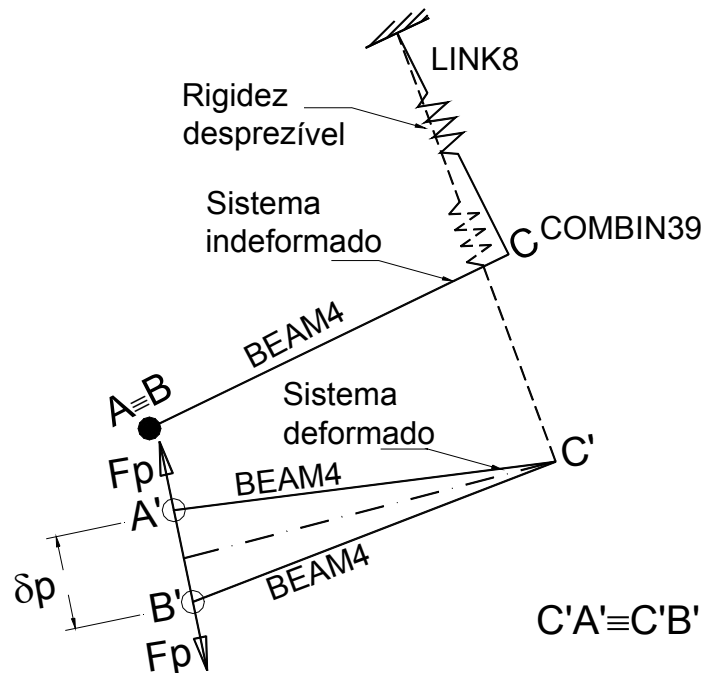


Figura. 5.8– Sistema de barras e mola rotacional para o modelamento do parafuso

Este sistema foi desenvolvido por Gílson Queiroz e apresentado pela primeira vez em [18].

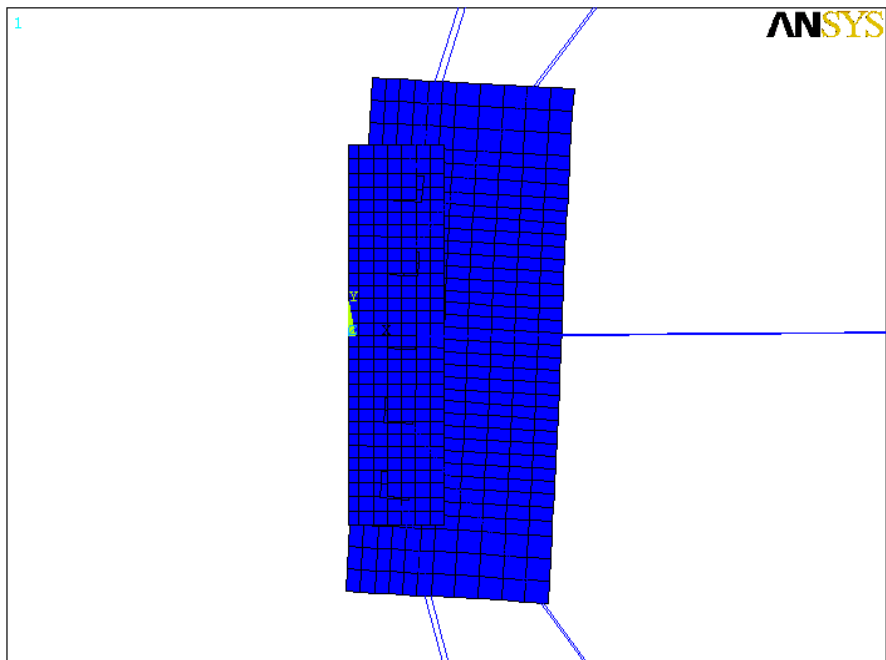
Uma vez que a direção $A'B'$ é a direção na qual o parafuso é solicitado a corte, tem-se $F_p = F_p(\delta_p)$, que é a relação Carga-Deslocamento do parafuso, retratada através da mola rotacional que interliga as barras rígidas em C. Tem-se a abertura δ_p (figura 5.8), como a causa do aparecimento da força F_p no parafuso. É importante salientar que as forças nos parafusos são auto-equilibradas, forçando, assim, uma rotação da bissetriz de $A'B'$ e $B'C'$ durante a abertura destas barras, até que as forças fiquem alinhadas.

Desta forma, cada par de barras representa o comportamento do parafuso correspondente, qualquer que seja a direção de deformação do mesmo, sendo necessário usar a Teoria dos Grandes Deslocamentos para corrigir continuamente tal direção.

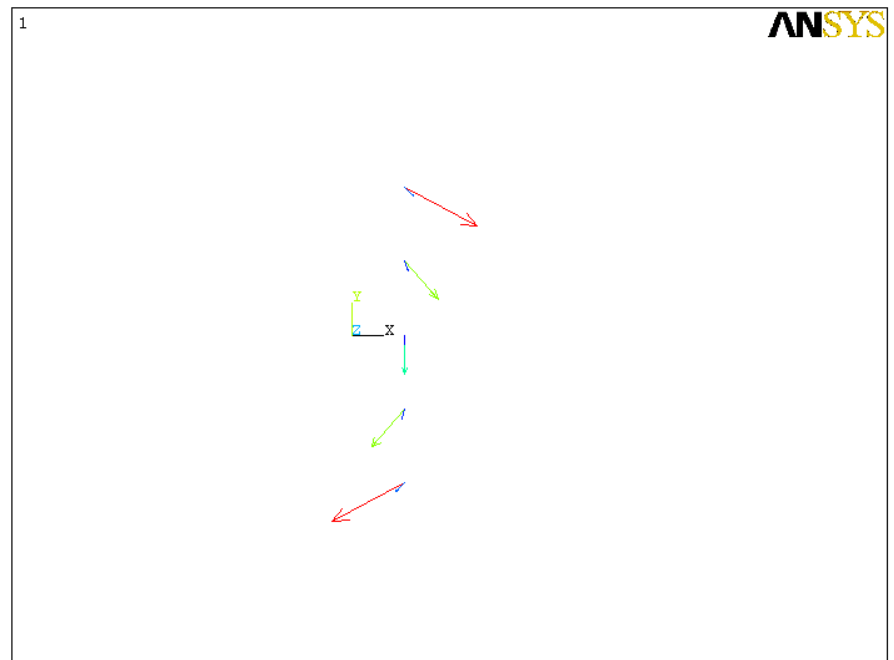
Mostra-se na figura 5.9 a direção dos deslocamentos dos furos para um dado passo de carregamento; durante o processo de carregamento o furo descreve uma curva no espaço. Notam-se dois vetores, sendo o maior associado ao deslocamento do furo da alma da viga e o menor associado ao deslocamento do furo da chapa simples (ligada a um suporte rígido).

Para se atribuir a relação Carga-Deslocamento dos parafusos aos elementos de mola não-lineares (COMBIN39) utilizaram-se curvas Momento-Rotação derivadas de (5.2). Na figura 5.10 cada par M_i, θ_i , foi obtido por $R_i \cdot l_m$,

$\frac{\Delta_i}{l_m}$, sendo $l_m = 100$ cm o comprimento da barra rígida (BEAM4).



(a)



(b)

Fig. 5.9 – Deslocamentos dos furos (a) Deformada da alma da viga e chapa simples
(b) Sentido dos vetores dos deslocamentos dos furos

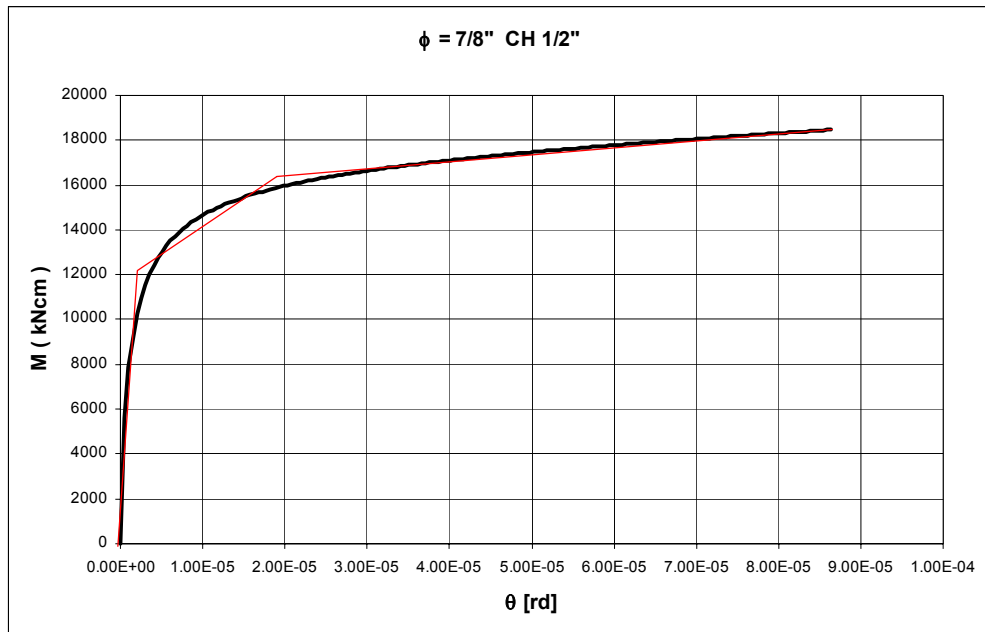


Figura. 5.10– Curva M-θ para parafuso $\phi=7/8'' = 22,2$ mm e CH $1/2'' = 12,5$ mm

Apresentam-se na tabela 5.3, os pares de valores $M_i-\theta_i$ dos segmentos de retas (figura 5.8) utilizados para se definir os elementos de mola não-lineares, para cada combinação espessura de chapa - parafuso.

Tabela 5.3 – Valores para a linearização da curva M- θ associada a um parafuso ligando duas chapas

$\phi = 3/4"$ (19 mm)							
CH 1/4" (6,4 mm)		CH 5/16" (8 mm)		CH 3/8" (9,5 mm)		CH 1/2" (12,5 mm)	
M [kNcm]	θ [rd]	M [kNcm]	θ [rd]	M [kNcm]	θ [rd]	M [kNcm]	θ [rd]
0	0.00E+00	0	0.00E+00	0	0.00E+00	0	0.00E+00
5200	1.00E-04	7000	3.00E-03	8300	2.50E-04	9000	1.50E-04
8700	7.00E-04	11500	2.90E-03	13000	2.50E-03	12600	1.50E-03
10339	8.64E-03	12820	8.64E-03	14601	8.64E-03	15854	8.64E-03
$\phi = 7/8"$ (22,2 mm)						$\phi = 1"$ (25,4 mm)	
CH 5/16" (8 mm)		CH 3/8" (9,5 mm)		CH 1/2" (12,5 mm)		CH 1/2" (12,5 mm)	
M [kNcm]	θ [rd]	M [kNcm]	θ [rd]	M [kNcm]	θ [rd]	M [kNcm]	θ [rd]
0	0.00E+00	0	0.00E+00	0	0.00E+00	0	0.00E+00
8300	1.00E-04	8800	2.00E-04	12000	1.50E-04	10700	1.50E-04
12300	2.00E-03	14300	3.00E-03	16500	1.95E-03	17800	2.85E-03
13997	8.64E-03	17624	8.64E-03	18470	8.64E-03	21385	8.64E-03

Estudou-se para as barras BEAM4 (figura 5.8) um procedimento para se determinar uma rigidez adequada para todas as análises. Considerou-se $R_{m\acute{a}x}$, a carga máxima obtida dos ensaios de cisalhamento simples de Richard [3] para um parafuso, aproximadamente igual a 215 kN (tabela 5.3). Adotando-se o comprimento da barra $l_m = 100$ cm, e um deslocamento máximo, $\delta'_{m\acute{a}x.}$, de 0.1mm, proveniente da deformação da barra (figura 5.11), determinou-se a rigidez I_b pela expressão:

$$\delta'_{m\acute{a}x.} = \frac{R_{m\acute{a}x.} \cdot l_m^3}{3 \cdot E \cdot I_b} \rightarrow 0.01 = \frac{215 \cdot 100^3}{3 \cdot 20500 \cdot I_b} \rightarrow I_b = 350000 \text{ cm}^4 \quad (5.10)$$

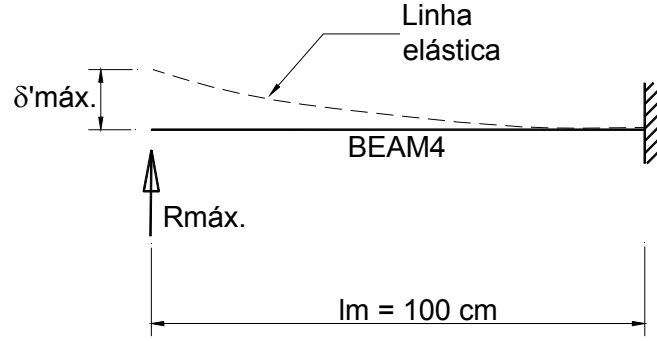


Figura. 5.11– Deformação elástica da barra rígida

Tendo-se $I_b = 350000 \text{ cm}^4$ por (5.10), determina-se a , valor dos lados da seção para este elemento, pela expressão:

$$I_b = \frac{a^4}{12} = 350000 \rightarrow a \cong 46 \text{ cm} \quad (5.11)$$

Calcula-se, assim, uma área equivalente para a barra rígida por:

$$A_b = a^2 = 2116 \text{ cm}^2 \quad (5.12)$$

Para as barras auxiliares, LINK8, necessárias somente para estabilizar o sistema ABC (figura 5.8), determinou-se a área A_l pela expressão:

$$A_l \leq \frac{0.1 \cdot (M_\phi \theta_\phi) \cdot l}{I_m \cdot E \cdot \delta''_{\text{máx.}}} \quad (5.13)$$

sendo $M_\phi \theta_\phi$ o produto do penúltimo par de valores da curva $M-\theta$, dados pela tabela 5.3, para cada situação, l o comprimento das barras LINK8, tomado igual a l_m , e $\delta''_{\text{máx.}}$ o deslocamento máximo de 1.75 cm, obtido pela expressão:

$$\delta''_{\text{máx.}} = l_m \cdot \text{tg}(\theta_{\text{máx.}}) = 100 \cdot \text{tg}(1^\circ) = 1.75 \text{ cm} \quad (5.14)$$

A área das barras LINK8, dada pela expressão (5.13), é obtida estabelecendo-se que a força residual nos parafusos (componente não-alinhada), denominada F_{res} , não deve ultrapassar 10% do valor da força F_p no parafuso, na posição deformada final. Esta força residual é calculada pela expressão aproximada abaixo, tomando-se os momentos em relação ao centro de um furo, conforme figura 5.12:

donde:

sendo F_x a força axial na barra (LINK8). Mas:

$$F_x = \frac{E \cdot A_l \cdot \Delta l}{l}, \text{ com } \Delta l = l_m \cdot \text{tg}(\theta_{\text{médio}}) \quad (5.17)$$

Quando $\theta_{\text{médio}} = \theta_{\text{máx}}$, $\Delta l = \delta''_{\text{máx}}$.

Substituindo-se (5.17) em (5.16) e também o produto $(F_p \delta_p)$ por $(M_\phi \theta_\phi)$, obtém-se (5.13).

Observação: como as expressões (5.14) e (5.15) são aproximadas, o controle de $F_{\text{res}} \leq 0.1 \cdot F_p$ foi feito para cada análise, no último passo de carga, isto é, após o posicionamento automático das barras rígidas (ver Capítulo 6).

5.3.2.3. Condições de contorno

No modelo de elementos finitos (figura 5.6), os nós na ligação da chapa simples com o suporte rígido e apoios das barras LINK8 têm todos os deslocamentos nulos.

Os nós localizados no plano da alma da viga e da chapa simples têm $UZ=0$, $ROTX = ROTY = 0$, eliminando-se, assim, os deslocamentos fora desse plano.

As ligações das barras rígidas AC e BC (figura 5.8) com a chapa simples e com a alma da viga têm rotação liberada no plano destes elementos.

5.3.3. Caso II – Suporte flexível

Analisou-se, neste segundo caso, a viga ligada à alma de um pilar (figura 5.13).

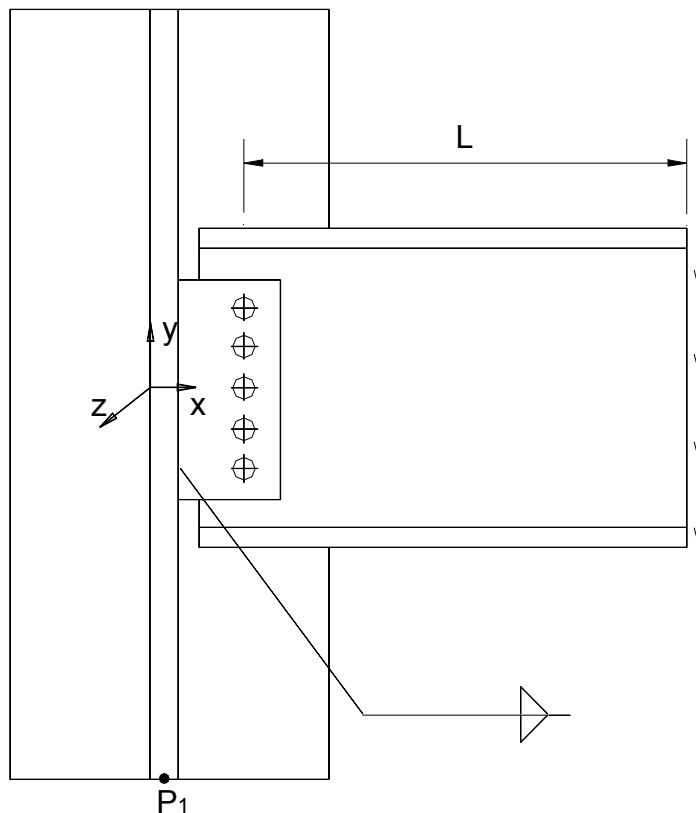


Fig. 5.13 – Chapa simples ligando viga à alma do pilar

Tem-se por finalidade, neste modelo, detectar a flexibilidade da ligação associada à deformação da alma do pilar. Como as demais flexibilidades, tais como deformações das chapas e dos parafusos, já foram obtidas no Caso I, substituíram-se a viga e a chapa simples parafusada à viga por uma chapa auxiliar bastante rígida, superpondo-se as rotações obtidas nos dois casos para se obterem as rotações finais da viga. Apesar da não-linearidade geométrica,

essa superposição é possível porque as rotações obtidas no Caso I são muito pequenas em relação às obtidas no Caso II.

5.3.3.1. Análise não-linear

Utilizaram-se para a discretização deste modelo elementos de casca SHELL43 do ANSYS5.4, para a alma, mesas do pilar e para a chapa auxiliar. Usam-se estes elementos para análise elástica e plástica com grandes deslocamentos, tendo 4 nós com 6 graus de liberdade por nó (3 translações e 3 rotações).

Apresenta-se na figura 5.14 a malha de elementos finitos utilizada para este modelo.

Adotou-se para a chapa auxiliar rígida um material com $E = 100 \cdot E_{aço}$ e $f_y = 100 \cdot f_{y\ aço}$.

As considerações sobre a não-linearidade do material, tais como critério de escoamento e regra de encruamento, bem como sobre o carregamento incremental são as mesmas definidas anteriormente para o Caso I no item 5.3.2.1.

Para o modelamento do pilar interessam as posições corretas dos planos médios das mesas e a altura da alma do pilar (figura 5.15). Localizando-se a alma do pilar entre as faces internas das mesas, o plano médio destas encontra-se afastado da borda da alma de uma distância igual à metade da espessura das mesas. Considerando-se a altura correta da alma, não se altera a flexibilidade e, com a posição correta dos planos médios das mesas, mantêm-se correta a rigidez torcional do pilar.

No modelo de elementos finitos mostrados na figura 5.15, promove-se a compatibilidade dos deslocamentos entre os nós da alma e das mesas do pilar através de equações de compatibilidade. Estas equações acoplam os graus de liberdade dos nós, criando-se uma região rígida entre os mesmos. Geram-se automaticamente estas equações de acoplamento no ANSYS5.4, através do comando CERIG (Constraint Rigid Equation).

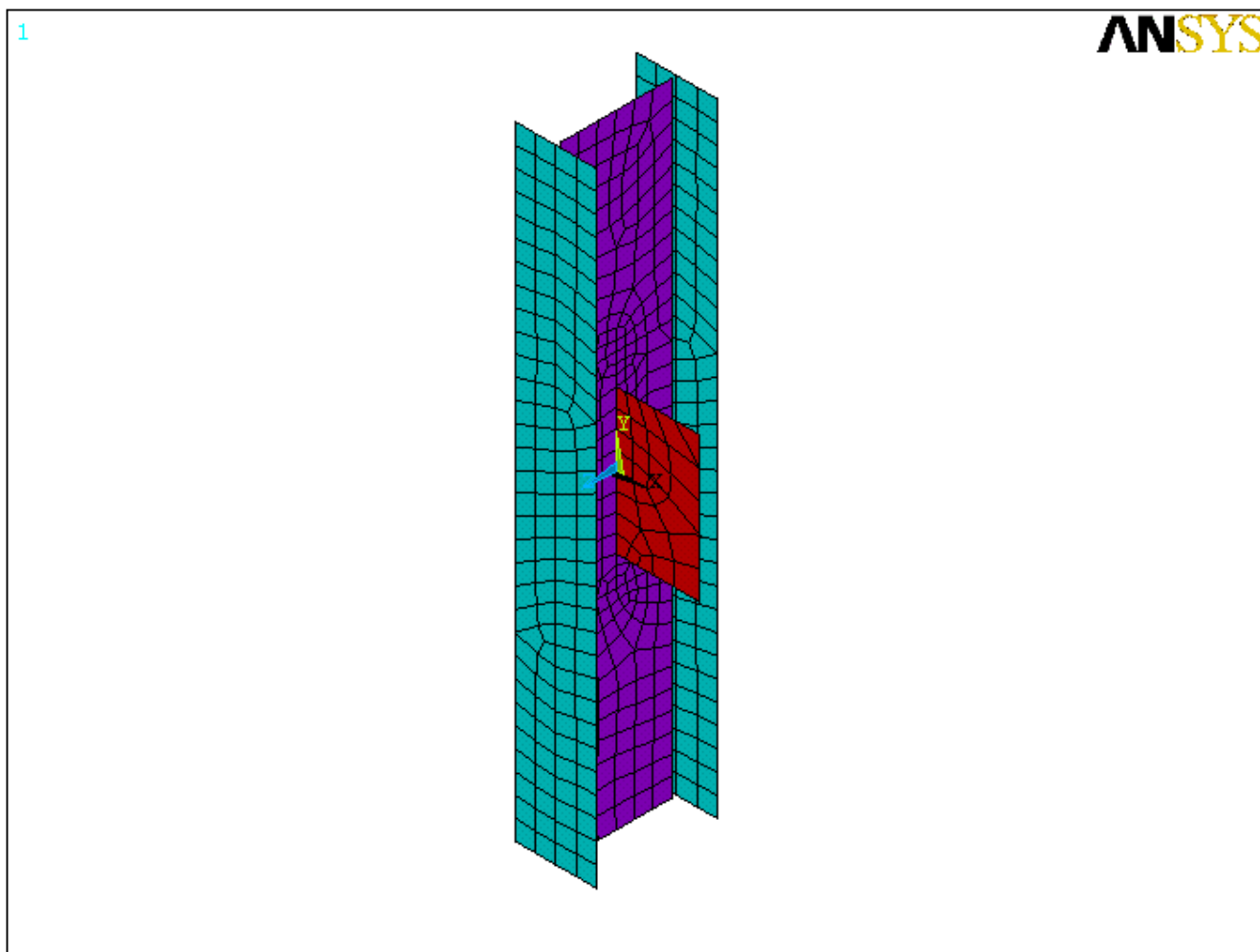


Fig. 5.14 – Modelo de elementos finitos – Caso II

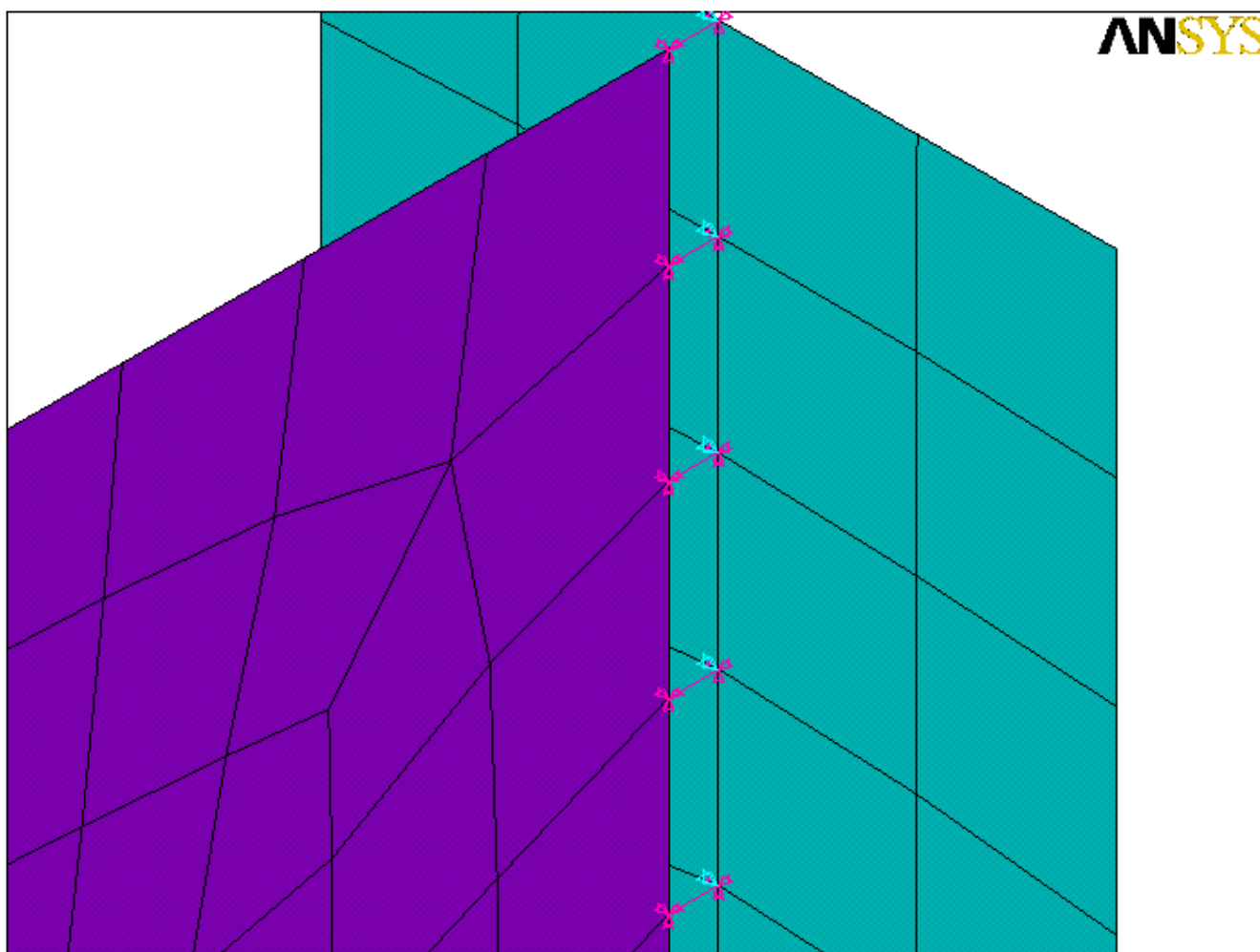


Fig. 5.15 – Modelamento do pilar

5.3.3.2. Condições de contorno

No modelo de elementos finitos (figura 5.14), os nós situados na linha de centro da mesa do pilar têm o deslocamento $UX = 0$, para se eliminar a deformação do pilar como barra, mantendo-se assim apenas a deformação local da alma na região afetada pela ligação (nó real).

Distribuiu-se uma tensão de compressão σ_c na seção localizada na extremidade inferior do pilar, para se equilibrar a força cortante proveniente do carregamento, dada pela expressão:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_{sp}} \quad (5.18)$$

onde P é a carga aplicada na extremidade livre da chapa auxiliar e A_{sp} a área total da seção do pilar. Esta tensão garante o equilíbrio vertical do sistema.

Localiza-se um nó P_1 (figura 5.13) nesta mesma seção, coincidente com o eixo do pilar, ao qual atribui-se $UY = 0$, para eliminar movimento vertical de corpo rígido.

Para os nós localizados no plano da chapa auxiliar, têm-se $UZ = 0$, $ROTX = ROTY = 0$, eliminando-se, assim, deslocamentos fora desse plano.

6. ANÁLISE PARAMETRIZADA – RESULTADOS OBTIDOS

6.1. Configurações geométricas

Nos modelos de elementos finitos apresentados no Capítulo 5, utilizou-se um número suficiente de ligações de configurações diferentes, com base em casos práticos usuais no Brasil, de acordo com o comportamento que se queria determinar. Tais configurações são mostradas nas tabelas 6.1 e 6.2, para cada caso estudado (suporte rígido – Caso I e suporte flexível – Caso II).

Cada configuração corresponde a uma análise pelo Método dos Elementos Finitos. No total, foram feitas 48 análises para o Caso I (sendo 4 análises apenas para validação numérica junto aos resultados obtidos por Richard [3]) e 84 análises para o Caso II (onde 2 análises foram utilizadas para comparações com resultados obtidos por Queiroz [2]).

Tabela 6.1 – Configurações geométricas – Caso I (ver figura 4.1)

$\phi = 3/4" = 19\text{mm}$				$\phi = 7/8" = 22.2\text{mm}$				$\phi = 1" = 25.4\text{mm}$			
e1 = 35 mm				e1 = 40 mm				e1 = 45 mm			
e2 = 60 mm				e2 = 70 mm				e2 = 80 mm			
n	Hs (mm)	twv (mm)	L (mm)	n	Hs (mm)	twv (mm)	L (mm)	n	Hs (mm)	twv (mm)	L (mm)
2	130	6.4	100	2	150	8.0	60	2	170	12.5	60
		9.5	60			8.0	100			12.5	100
		9.5	100			9.5	100	3	250	12.5	90
		12.5	60			12.5	60			12.5	150
3	190	6.4	125	3	220	8.0	150	5	410	12.5	55
		8.0	75			9.5	90			12.5	165
		9.5	125			12.5	90			12.5	275
		12.5	75			12.5	150	8	650	12.5	85
5	310	6.4	40	5	360	8.0	50			12.5	255
		6.4	120			9.5	250			12.5	425
		6.4	200			12.5	50				
		9.5	40			12.5	150				
		12.5	40	8	570	8.0	80				
		12.5	120			9.5	400				
8	490	6.4	350			12.5	80				
		8.0	70			12.5	240				
		9.5	210								
		12.5	70								

Tabela 6.2 – Configurações geométricas – Caso II (ver figura 4.2)

φ = 3/4" =19mm							φ = 7/8" =22.2mm							φ = 1"=25.4mm								
e1 = 35 mm e2 = 60 mm							e1 = 40 mm e2 = 70 mm							e1 = 45 mm e2 = 80 mm								
n	Hs (mm)	twv (mm)	L (mm)	Hc (mm)	twc (mm)	tfc (mm)	n	Hs (mm)	twv (mm)	L (mm)	Hc (mm)	twc (mm)	tfc (mm)	n	Hs (mm)	twv (mm)	L (mm)	Hc (mm)	twc (mm)	tfc (mm)		
2	130	12.5	60	240	9.5	12.5	2	150	8.0	60	240	6.3	9.5	2	170	12.5	60	240	9.5	12.5		
5	310	12.5	40	280	9.5	12.5	5	150	8.0	60	240	9.5	12.5	5	410	12.5	100	240	9.5	12.5		
		12.5	40	480	9.5	12.5			8.0	100	240	6.3	9.5			12.5	12.5	55	385	9.5	12.5	
		12.5	40	480	16.0	25.0			8.0	100	240	9.5	12.5			12.5	55	385	16.0	25.0		
		12.5	120	280	9.5	12.5			12.5	60	240	9.5	12.5			12.5	55	660	9.5	12.5		
		12.5	120	480	9.5	12.5			8.0	50	350	6.3	9.5			12.5	12.5	55	660	16.0	25.0	
		12.5	120	480	16.0	25.0			8.0	50	350	9.5	12.5			12.5	165	385	9.5	12.5		
8	490	8.0	70	210	6.3	9.5	8	360	8.0	50	350	16.0	25.0	8	650	12.5	165	385	16.0	25.0		
		8.0	70	210	9.5	12.5			8.0	50	600	9.5	12.5			12.5	165	660	9.5	12.5		
		8.0	70	490	6.3	9.5			8.0	50	600	16.0	25.0			12.5	165	660	16.0	25.0		
		8.0	70	490	9.5	12.5			12.5	50	350	9.5	12.5			12.5	275	385	9.5	12.5		
		8.0	70	490	16.0	25.0			12.5	50	350	16.0	25.0			12.5	275	385	16.0	25.0		
		8.0	70	840	9.5	12.5			12.5	50	600	9.5	12.5			12.5	275	660	9.5	12.5		
		8.0	70	840	16.0	25.0			12.5	50	600	16.0	25.0			12.5	275	660	16.0	25.0		
		12.5	70	210	9.5	12.5			12.5	150	350	9.5	12.5			8	650	12.5	85	255	9.5	12.5
		12.5	70	490	9.5	12.5			12.5	150	350	16.0	25.0					12.5	85	595	9.5	12.5
		12.5	70	490	16.0	25.0			12.5	150	600	9.5	12.5					12.5	85	595	16.0	25.0
		12.5	70	840	9.5	12.5			12.5	150	600	16.0	25.0					12.5	85	1020	16.0	25.0
		12.5	70	840	16.0	25.0			8.0	80	240	6.3	9.5					12.5	85	1020	25.0	37.5
		12.5	70	840	25.0	37.5			8.0	80	240	9.5	12.5					12.5	255	255	9.5	12.5
									8.0	80	560	9.5	12.5					12.5	255	595	9.5	12.5
					8.0	80	560	16.0	25.0	12.5	255	595	16.0	25.0								
					8.0	80	960	16.0	25.0	12.5	255	1020	16.0	25.0								
					12.5	80	240	9.5	12.5	12.5	255	1020	25.0	37.5								
					12.5	80	560	9.5	12.5	12.5	425	255	9.5	12.5								
					12.5	80	560	16.0	25.0	12.5	425	595	9.5	12.5								
					12.5	80	960	16.0	25.0	12.5	425	595	16.0	25.0								
					12.5	80	960	25.0	37.5	12.5	425	1020	16.0	25.0								
					12.5	240	240	9.5	12.5	12.5	425	1020	25.0	37.5								
					12.5	240	560	9.5	12.5													
					12.5	240	560	16.0	25.0													
					12.5	240	960	16.0	25.0													
					12.5	240	960	25.0	37.5													

6.2. Resultados obtidos

6.2.1. Resultados do MEF – Caso I

Fez-se um grupo de tabelas similares às tabelas 6.3 a 6.6 (que correspondem à Análise no. 34), de forma a reproduzir todos os resultados do ANSYS5.4 que interessavam. Na tabela 6.3 têm-se:

M_z [kN cm] - valor do momento nos nós (i) e (j) de todos os elementos de mola COMBIN39, para cada passo de carga, onde F_1 , F_2 , F_3 , F_4 e F_5 representam cada um dos furos (no caso da Análise 34 são 5 furos). Apresentam-se apenas os valores para o nó (i) uma vez que para o nó (j) têm-se os mesmos valores, mas de sinais contrários. As numerações 895 a 904 são os números dos nós (i) e (j);

θ_z [rd] - rotação devida ao momento M_z entre os nós (i) e (j) correspondentes;

F_x [kN] - força axial nas barras de treliça LINK8, com rigidez desprezível. Apresentam-se os valores por elemento, indicados por (e), seguidos das numerações 758 a 762 destes elementos, em correspondência com os furos;

$\delta x_{sup./inf. ext.}$ [cm] - deslocamentos horizontais nos nós superior e inferior da seção localizada na extremidade livre da viga;

$\delta x_{sup./inf. paraf.}$ [cm] - deslocamentos horizontais nos nós superior e inferior da seção localizada na linha de parafusos;

δy_{eixo} [cm] - deslocamento vertical do nó localizado no eixo da viga, na seção da extremidade livre da viga.

Utilizou-se a seguinte configuração na Análise no. 34:

$$n = 5;$$

$$\phi = 2.22 \text{ cm (7/8")};$$

$$t_{vv} = t_s = 1.25 \text{ cm (1/2")};$$

$$L = 15 \text{ cm};$$

$$e_1 = 4 \text{ cm};$$

$$\begin{aligned}
L_{viga} &= L + e_1 = 19 \text{ cm}; \\
f &= 1 \text{ cm}; \\
L_{total} &= L_{viga} + f = 20 \text{ cm}; \\
H_v &= 50 \text{ cm}; \\
t_{fv} &= 1.25 \text{ cm}; \\
b_v &= 15 \text{ cm}; \\
H_{vv} &= H_v - t_{fv} = 48.75 \text{ cm}; \\
l_m &= 100 \text{ cm}; \\
A_l &= 8.969\text{E-}05 \text{ cm}^2.
\end{aligned}$$

As posições iniciais das barras rígidas (BEAM4) em relação ao eixo horizontal da viga, para cada um dos furos (obtidas com direções de forças nos parafusos baseadas no método elástico), foram:

$$\begin{aligned}
F1: & 64.98^\circ; \\
F2: & 46.97^\circ; \\
F3: & 0^\circ; \\
F4: & - 46.97^\circ; \\
F5: & - 64.98^\circ.
\end{aligned}$$

Observação: para significado dos termos citados acima, ver figuras 4.1 e 5.12.

Tabela 6.3 – Resultados obtidos do ANSYS5.4 – Caso I

Caso I - Análise 34		Mola rotacional		Barra de treliça				
Passo de CARGA	CARGA [kN]	Mz [kN cm]	θ_z [rd]	Fx [kN]	$\delta x_{sup./inf. ext.}$ [cm]	$\delta x_{sup./inf. paraf.}$ [cm]	δy_{eixo} [cm]	
1	111.25	F1: (i) 895 -5325.60	4.884E-04	F1: (e) 758 -6.820E-04	2.94E-02	2.92E-02	-2.71E-02	
		(j) 896 +	4.218E-04		-2.94E-02	-2.92E-02		
		F2: (i) 897 -3149.50	-2.476E-04	F2: (e) 759 5.894E-04				
		(j) 898 +	-2.870E-04					
		F3: (i) 899 -2262.80	5.820E-05	F3: (e) 760 -5.658E-07				
		(j) 900 +	2.992E-05					
2	197.50	F4: (i) 901 -3148.00	3.933E-04	F4: (e) 761 5.891E-04				
		(j) 902 +	3.539E-04					
		F5: (i) 903 -5321.50	-2.611E-04	F5: (e) 762 -6.958E-04				
		(j) 904 +	-3.276E-04					
		F1: (i) 895 -9459.10	1.315E-03	F1: (e) 758 -2.035E-03	5.22E-02	5.19E-02	-4.82E-02	
		(j) 896 +	1.197E-03		-5.23E-02	-5.18E-02		
3	264.38	F2: (i) 897 -5591.40	-7.634E-04	F2: (e) 759 1.642E-03				
		(j) 898 +	-8.332E-04					
		F3: (i) 899 -4017.20	1.044E-04	F3: (e) 760 -3.082E-06				
		(j) 900 +	5.422E-05					
		F4: (i) 901 -5586.90	1.015E-03	F4: (e) 761 1.628E-03				
		(j) 902 +	9.451E-04					
4	316.22	F5: (i) 903 -9446.40	-9.385E-04	F5: (e) 762 -2.109E-03				
		(j) 904 +	-1.057E-03					
		F1: (i) 895 -12129.00	2.544E-03	F1: (e) 758 -2.244E-03	7.56E-02	7.52E-02	-6.92E-02	
		(j) 896 +	2.342E-03		-7.57E-02	-7.51E-02		
		F2: (i) 897 -8192.90	-1.597E-03	F2: (e) 759 2.243E-03				
		(j) 898 +	-1.699E-03					
5	356.42	F3: (i) 899 -5812.90	1.561E-04	F3: (e) 760 -1.728E-05				
		(j) 900 +	8.343E-05					
		F4: (i) 901 -8179.10	1.949E-03	F4: (e) 761 2.243E-03				
		(j) 902 +	1.847E-03					
		F5: (i) 903 -12127.00	-2.054E-03	F5: (e) 762 -2.244E-03				
		(j) 904 +	-2.255E-03					
6	316.22	F1: (i) 895 -12696.00	8.661E-03	F1: (e) 758 -2.255E-03	1.16E-01	1.16E-01	-1.04E-01	
		(j) 896 +	8.233E-03		-1.16E-01	-1.15E-01		
		F2: (i) 897 -12067.00	-2.407E-03	F2: (e) 759 2.245E-03				
		(j) 898 +	-2.584E-03					
		F3: (i) 899 -8956.40	2.606E-04	F3: (e) 760 -8.120E-05				
		(j) 900 +	1.487E-04					
7	356.42	F4: (i) 901 -12064.00	2.979E-03	F4: (e) 761 2.245E-03				
		(j) 902 +	2.803E-03					
		F5: (i) 903 -12689.00	-7.903E-03	F5: (e) 762 -2.256E-03				
		(j) 904 +	-8.328E-03					
		F1: (i) 895 -14260.00	4.280E-02	F1: (e) 758 -2.317E-03	2.25E-01	2.25E-01	-1.96E-01	
		(j) 896 +	4.174E-02		-2.25E-01	-2.24E-01		
8	356.42	F2: (i) 897 -12964.00	8.102E-03	F2: (e) 759 -2.254E-03				
		(j) 898 +	7.566E-03					
		F3: (i) 899 -12373.00	7.475E-04	F3: (e) 760 -5.774E-04				
		(j) 900 +	4.483E-04					
		F4: (i) 901 -12951.00	-7.245E-03	F4: (e) 761 -2.255E-03				
		(j) 902 +	-7.775E-03					
9	356.42	F5: (i) 903 -14241.00	-4.709E-02	F5: (e) 762 -2.329E-03				
		(j) 904 +	-4.814E-02					

Tabela 6.3 – Resultados obtidos do ANSYS5.4 – Caso I (continuação)

Caso I - Análise 34		Mola rotacional		Barra de treliça	$\delta x_{sup./inf. ext.}$	$\delta x_{sup./inf. para f.}$	δy_{eixo}
Passo de CARGA	CARGA	Mz	θz	Fx			
	[kN]	[kN cm]	[rd]	[kN]	[cm]	[cm]	[cm]
6	387.58	F1: (i) 895 -15831.00	5.229E-02	F1: (e) 758 -2.333E-03	3.34E-01 -3.36E-01	3.35E-01 -3.34E-01	-2.89E-01
		(j) 896 +	5.061E-02				
		F2: (i) 897 -13860.00	3.821E-02	F2: (e) 759 -2.308E-03			
		(j) 898 +	3.732E-02				
		F3: (i) 899 -12913.00	1.329E-03	F3: (e) 760 -1.229E-03			
7	411.74	(j) 900 +	8.136E-04		4.93E-01 -4.98E-01	4.96E-01 -4.94E-01	-4.18E-01
		F4: (i) 901 -13833.00	-3.945E-02	F4: (e) 761 -2.314E-03			
		(j) 902 +	-4.034E-02				
		F5: (i) 903 -15794.00	-5.944E-02	F5: (e) 762 -2.353E-03			
		(j) 904 +	-6.111E-02				
8	430.48	F1: (i) 895 -16692.00	7.198E-02	F1: (e) 758 -2.367E-03	7.33E-01 -7.48E-01	7.40E-01 -7.39E-01	-6.04E-01
		(j) 896 +	6.938E-02				
		F2: (i) 897 -15067.00	7.449E-02	F2: (e) 759 -2.374E-03			
		(j) 898 +	7.311E-02				
		F3: (i) 899 -13564.00	1.720E-03	F3: (e) 760 -1.447E-03			
9	445.00	(j) 900 +	9.445E-04		1.21E+00 -1.25E+00	1.23E+00 -1.22E+00	-9.98E-01
		F4: (i) 901 -15016.00	-8.076E-02	F4: (e) 761 -2.391E-03			
		(j) 902 +	-8.212E-02				
		F5: (i) 903 -16683.00	-8.485E-02	F5: (e) 762 -2.401E-03			
		(j) 904 +	-8.742E-02				
8	430.48	F1: (i) 895 -17081.00	1.165E-01	F1: (e) 758 -2.446E-03	7.33E-01 -7.48E-01	7.40E-01 -7.39E-01	-6.04E-01
		(j) 896 +	1.126E-01				
		F2: (i) 897 -16502.00	1.346E-01	F2: (e) 759 -2.483E-03			
		(j) 898 +	1.326E-01				
		F3: (i) 899 -14104.00	-2.229E-03	F3: (e) 760 2.246E-03			
9	445.00	(j) 900 +	-3.220E-03		1.21E+00 -1.25E+00	1.23E+00 -1.22E+00	-9.98E-01
		F4: (i) 901 -16439.00	-1.507E-01	F4: (e) 761 -2.520E-03			
		(j) 902 +	-1.526E-01				
		F5: (i) 903 -17068.00	-1.392E-01	F5: (e) 762 -2.503E-03			
		(j) 904 +	-1.431E-01				
9	445.00	F1: (i) 895 -17788.00	1.393E-01	F1: (e) 758 1.997E-03	1.21E+00 -1.25E+00	1.23E+00 -1.22E+00	-9.98E-01
		(j) 896 +	1.330E-01				
		F2: (i) 897 -16747.00	1.098E-01	F2: (e) 759 -9.544E-04			
		(j) 898 +	1.070E-01				
		F3: (i) 899 -14923.00	8.580E-03	F3: (e) 760 -2.253E-03			
9	445.00	(j) 900 +	7.260E-03		1.21E+00 -1.25E+00	1.23E+00 -1.22E+00	-9.98E-01
		F4: (i) 901 -16711.00	-1.194E-01	F4: (e) 761 -2.464E-03			
		(j) 902 +	-1.221E-01				
		F5: (i) 903 -17739.00	-1.764E-01	F5: (e) 762 -8.030E-04			
		(j) 904 +	-1.826E-01				

Mostram-se na tabela 6.4 os resultados da Análise no. 34 relativos às tensões normais SX nos elementos de casca para a alma da viga e para a chapa simples.

Tabela 6.4 – Tensões SX da Análise no. 34 - Caso I

Passo de CARGA	CARGA [kN]	SX [kN/cm ²]		
		Solda Chapa	Linha vertical dos parafusos	
			Chapa	Alma
1	111.250	9.836 -9.822	2.449 -2.447	1.903 -1.900
2	197.503	17.475 -17.430	4.353 -4.347	3.377 -3.369
3	264.375	22.151 -22.110	5.837 -5.832	4.622 -4.610
4	316.221	23.803 -23.743	6.979 -6.973	5.871 -5.869
5	356.417	24.872 -24.813	8.895 -8.894	6.681 -6.663
6	387.581	25.719 -25.661	10.678 -10.635	8.007 -7.967
7	411.743	26.007 -25.961	12.918 -12.730	10.269 -10.248
8	430.476	26.095 -26.066	15.706 -15.685	13.041 -12.696
9	445.000	26.165 -25.336	17.719 -17.910	14.495 -13.840

Apresentam-se nas figuras 6.1 e 6.2 a distribuição de tensões SX nos elementos da alma da viga e da chapa simples, para a carga última.

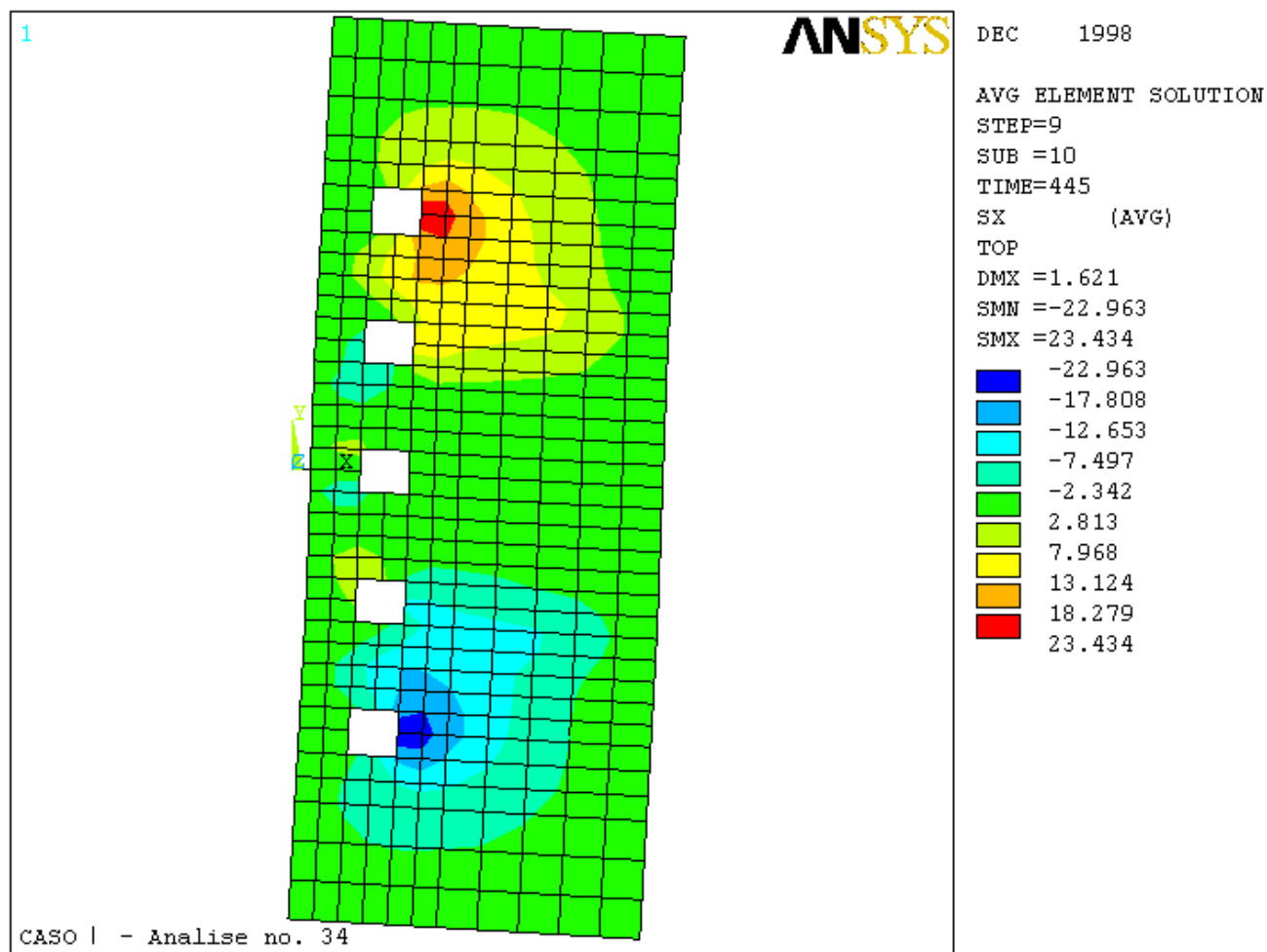


Figura 6.1 – ANSYS5.4 – Tensões normais SX na alma da viga para a carga última

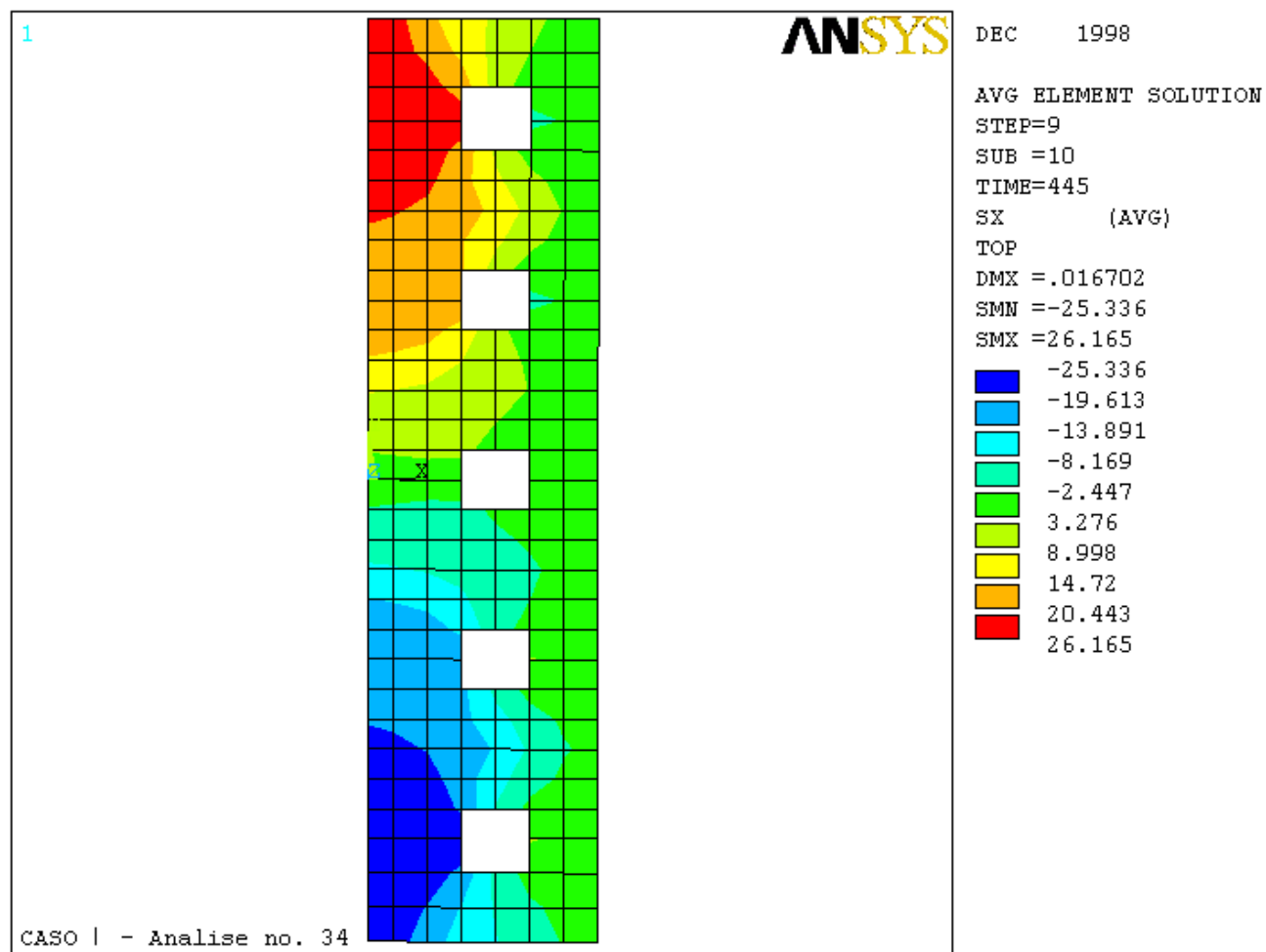


Figura 6.2 –ANSYS5.4 – Tensões normais SX na chapa simples para a carga última

Na tabela 6.5 têm-se os resultados da Análise no. 34 relativos às tensões equivalentes de Von Mises SEQV nos elementos de casca para a alma da viga e para a chapa simples.

Tabela 6.5 – Tensões SEQV da Análise no. 34 - Caso I

Passo de CARGA	CARGA [kN]	SEQV [kN/cm ²]		
		Solda Chapa	Linha vertical dos parafusos	
			Chapa	Alma
1	111.250	10.591	4.775	5.866
2	197.503	18.816	8.470	10.420
3	264.375	23.291	12.113	14.472
4	316.221	25.001	17.020	19.857
5	356.417	25.008	19.590	23.869
6	387.581	25.048	22.174	24.415
7	411.743	25.048	24.252	25.008
8	430.476	25.069	24.303	25.052
9	445.000	25.120	24.427	25.305

Mostram-se nas figuras 6.3 e 6.4 a distribuição de tensões SEQV nos elementos da alma da viga e da chapa simples, para a carga última.

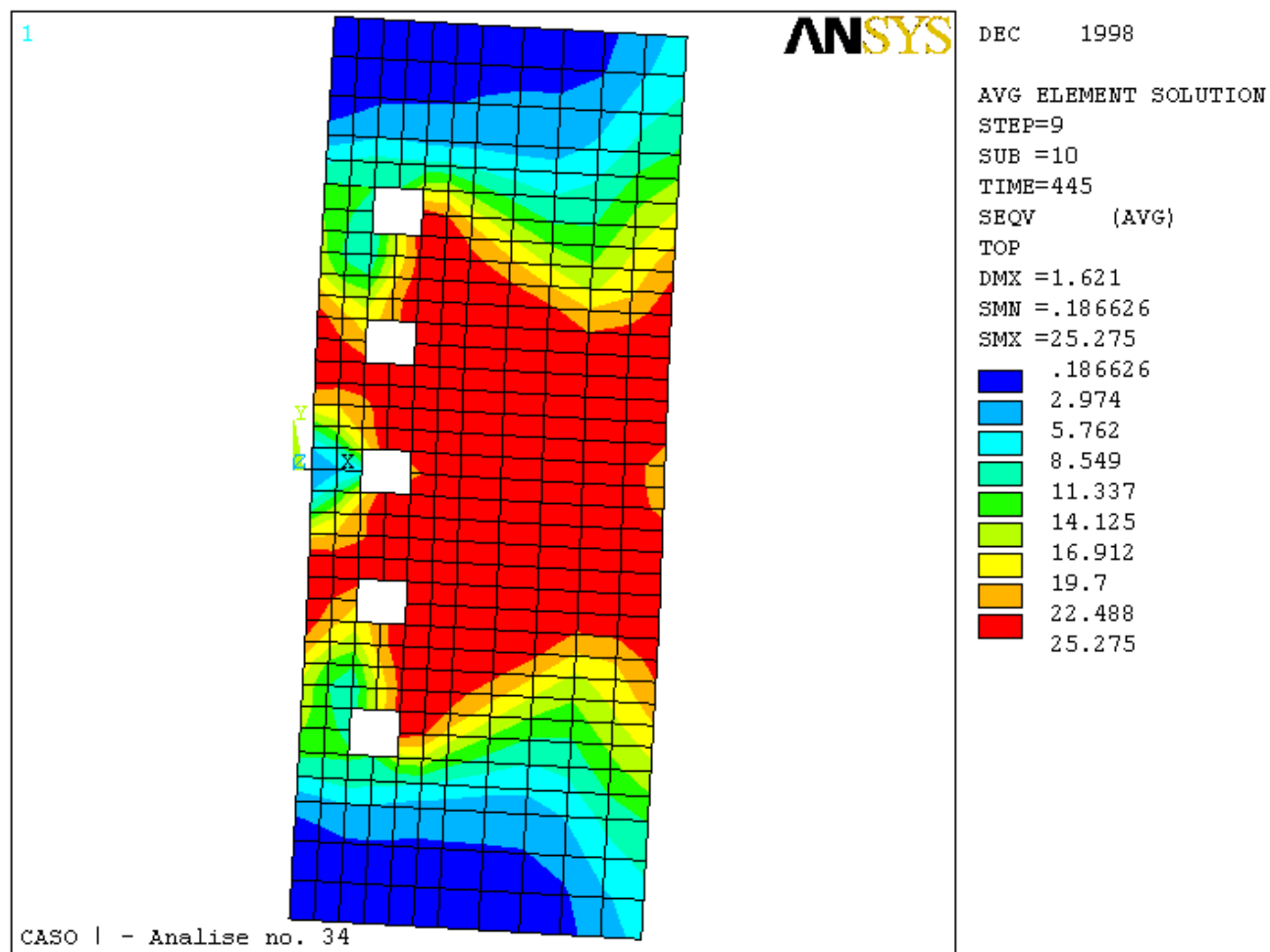


Figura 6.3 – ANSYS5.4 – Tensões de Von Mises SEQV na alma da viga para a carga última

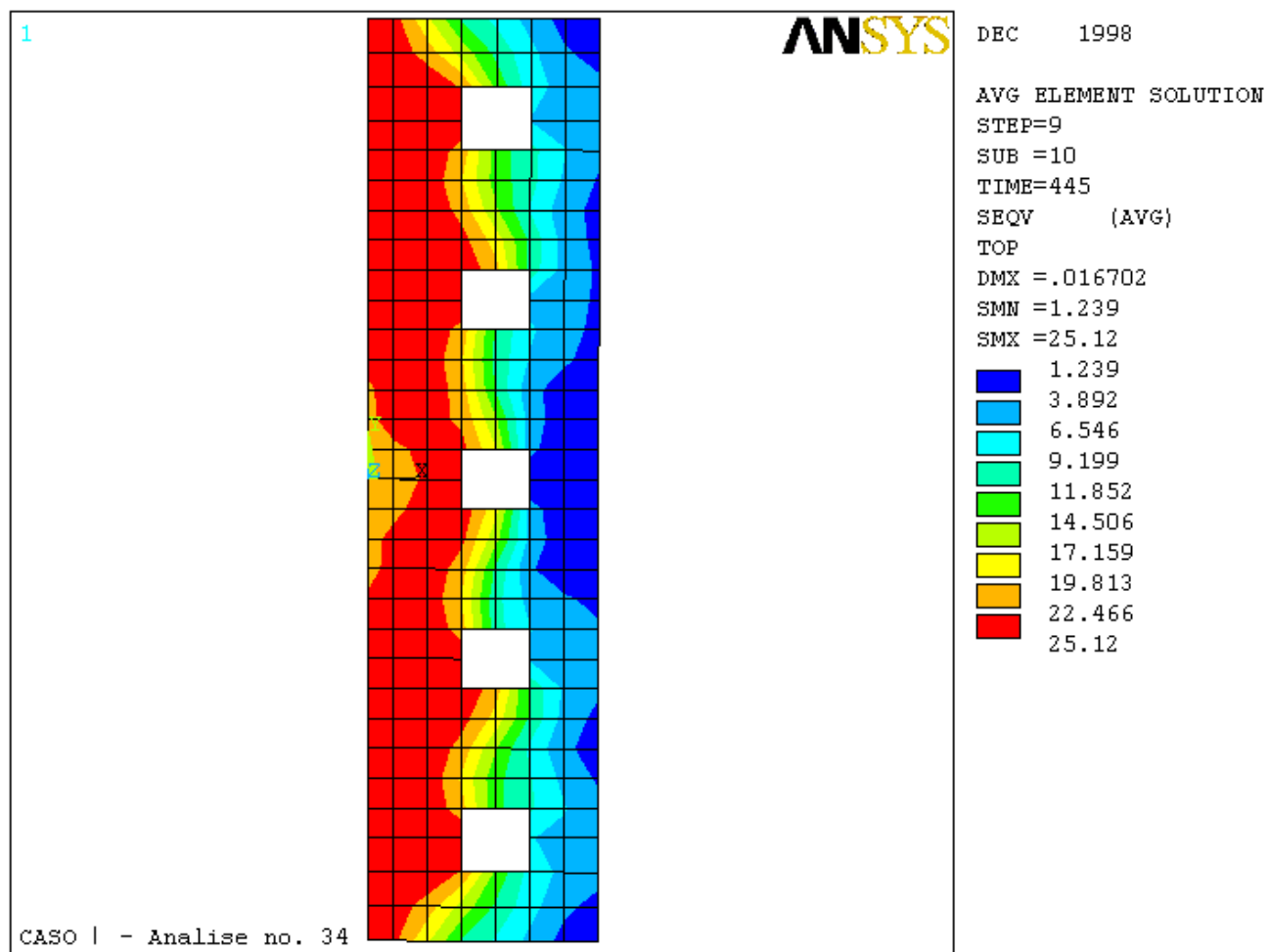


Figura 6.4 – ANSYS5.4 – Tensões de Von Mises SEQV na chapa simples para a carga última

Apresenta-se na tabela 6.6 e na figura 6.5, o comportamento da ligação em função do carregamento progressivo. Nota-se a parada do programa ANSYS5.4 quando a ligação não tinha mais capacidade de carga (figura 6.5).

Tabela 6.6 – ANSYS5.4 - Flecha vertical UY da extremidade livre, no eixo da viga, da Análise no. 34 - Caso I

Passo de CARGA	CARGA [kN]	Uy [cm]
1	111.250	0.027
2	197.503	0.048
3	264.375	0.069
4	316.221	0.104
5	356.417	0.196
6	387.581	0.289
7	411.743	0.418
8	430.476	0.604
9	445.000	0.998

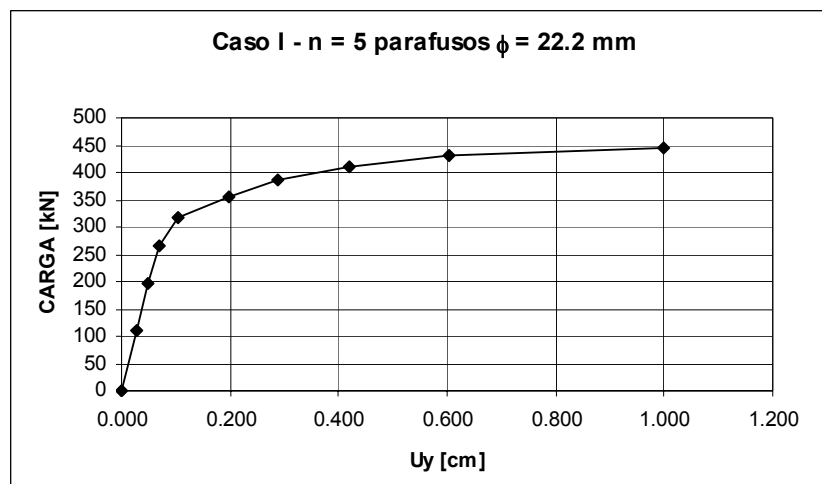


Figura 6.5 – Gráfico do comportamento da ligação com o carregamento progressivo, da Análise no. 34 – Caso I

Com base nas tabelas de resultados do ANSYS5.4 (do tipo da tabela 6.3) foi feito um segundo grupo de tabelas (exemplificadas pela tabela 6.7), com valores auxiliares, para a análise final da ligação. Tais valores auxiliares e sua obtenção a partir dos resultados do ANSYS5.4 são descritos a seguir.

Calcularam-se as forças F_p nos parafusos (representados pelos 5 furos $F1, F2, F3, F4$ e $F5$) por:

$$F_p = \frac{M_z}{l_m} \quad (6.1)$$

Os deslocamentos δ_p dos furos, originalmente coincidentes, são dados pela expressão:

$$\delta_p = (\theta_{z \text{ nó}(i)} - \theta_{z \text{ nó}(j)}) \cdot l_m \quad (6.2)$$

Obtêm-se as direções das barras rígidas localizadas nos furos, para cada passo de carga, considerando-se, a princípio, suas posições iniciais em relação ao eixo vertical dadas por:

$$\varphi_{inicial} = 90^\circ - (\text{direção inicial em relação ao eixo horizontal}) \quad (6.3)$$

A seguir, transformam-se as rotações θ_z , obtidas em *radianos* para cada nó pertencente à mola rotacional, em *graus*, e faz-se a média destas duas rotações, obtendo-se (ver figura 5.12):

$$\theta_{z \text{ médio}} = \frac{\theta_{z \text{ nó}(i)} + \theta_{z \text{ nó}(j)}}{2} \quad (6.4)$$

Assim, calculam-se as direções por:

$$\alpha = \varphi_{inicial} - \theta_{z \text{ médio}} \quad (6.5)$$

para as barras localizadas acima do eixo horizontal da viga, e:

$$\alpha = \varphi_{inicial} + \theta_{z \text{ médio}} \quad (6.6)$$

para as barras localizadas abaixo do eixo horizontal da viga.

As forças residuais F_{res} , nos parafusos, devidas às barras de treliça LINK8, são obtidas por (5.15).

Obtêm-se os momentos na solda M_{solda} , junto à chapa simples por:

$$M_{solda} = CARGA \cdot L_{total} \quad (6.7)$$

Calculam-se os momentos nos parafusos $M_{paraf.}$ pela expressão:

$$M_{paraf.} = CARGA \cdot L \quad (6.8)$$

As rotações do eixo da viga, θ_{eixo} são dadas por:

$$\theta_{eixo} = \frac{\delta y_{eixo}}{L_{total}} \quad (6.9)$$

Determinam-se as rotações na seção localizada na extremidade da viga $\theta_{seção\ ext.}$ por:

$$\theta_{seção\ ext.} = \frac{\delta X_{sup\ ext.} - \delta X_{inf\ ext.}}{H_{wv}} \quad (6.10)$$

e as rotações na seção localizada na linha de parafusos por:

$$\theta_{seção\ paraf.} = \frac{\delta X_{sup\ paraf.} - \delta X_{inf\ paraf.}}{H_{wv}} \quad (6.11)$$

Tabela 6.7 – Valores auxiliares a partir dos resultados do ANSYS5.4 – Caso I

Caso I - Análise 34

Passo de CARGA	CARGA [kN]	Fp [kN]	δp [cm]	Direção α [°]	Fres [kN]	0.10*Fp [kN]	Msolda [kN cm]	Mparaf. [kN cm]	θ eixo [rd]	θ seção paraf. [rd]	θ seção ext. [rd]
1	111.25	53.26	0.0067	24.994	10.24	5.33	2225.00	1668.75	1.36E-03	1.20E-03	1.21E-03
		31.50	0.0039	43.045	14.97	3.15					
		22.63	0.0028	89.997	0.02	2.26					
		31.48	0.0039	43.051	14.97	3.15					
		53.22	0.0067	25.003	10.46	5.32					
2	197.50	94.59	0.0118	24.948	17.20	9.46	3950.06	2962.55	2.41E-03	2.13E-03	2.14E-03
		55.91	0.0070	43.076	23.49	5.59					
		40.17	0.0050	89.995	0.06	4.02					
		55.87	0.0070	43.086	23.31	5.59					
		94.46	0.0118	24.963	17.85	9.45					
3	264.38	121.29	0.0202	24.880	11.13	12.13	5287.50	3965.63	3.46E-03	3.08E-03	3.10E-03
		81.93	0.0102	43.124	21.91	8.19					
		58.13	0.0073	89.993	0.24	5.81					
		81.79	0.0102	43.139	21.93	8.18					
		121.27	0.0201	24.897	11.18	12.13					

Tabela 6.7 – Valores auxiliares a partir dos resultados do ANSYS5.4 – Caso I (continuação)

Caso I - Análise 34

Passo de CARGA	CARGA [kN]	Fp [kN]	δp [cm]	Direção α [°]	Fres [kN]	0.10*Fp [kN]	Msolda [kN cm]	Mparaf. [kN cm]	θ_{eixo} [rd]	$\theta_{\text{seção paraf.}}$ [rd]	$\theta_{\text{seção ext.}}$ [rd]
4	316.22	126.96	0.0428	24.536	5.26	12.70	6324.42	4743.32	5.22E-03	4.74E-03	4.77E-03
		120.67	0.0177	43.173	12.69	12.07					
		89.56	0.0112	89.988	0.73	8.96					
		120.64	0.0176	43.196	12.77	12.06					
		126.89	0.0426	24.555	5.30	12.69					
5	356.42	142.60	0.1054	22.598	2.20	14.26	7128.34	5346.26	9.81E-03	9.20E-03	9.23E-03
		129.64	0.0536	42.581	4.21	12.96					
		123.73	0.0299	89.966	1.93	12.37					
		129.51	0.0530	42.600	4.25	12.95					
		142.41	0.1047	22.292	2.22	14.24					
6	387.58	158.31	0.1683	22.072	1.39	15.83	7751.62	5813.72	1.44E-02	1.37E-02	1.37E-02
		138.60	0.0893	40.866	2.58	13.86					
		129.13	0.0515	89.939	0.00	12.91					
		138.33	0.0883	40.744	2.62	13.83					
		157.94	0.1667	21.567	1.41	15.79					

Tabela 6.7 – Valores auxiliares a partir dos resultados do ANSYS5.4 – Caso I (continuação)

Caso I - Análise 34

Passo de CARGA	CARGA [kN]	Fp [kN]	δp [cm]	Direção α [°]	Fres [kN]	0.10*Fp [kN]	Msolda [kN cm]	Mparaf. [kN cm]	θ_{eixo} [rd]	$\theta_{\text{seção paraf.}}$ [rd]	$\theta_{\text{seção ext.}}$ [rd]
7	411.74	166.92	0.2600	20.970	0.91	16.69	8234.86	6176.15	2.09E-02	2.03E-02	2.03E-02
		150.67	0.1376	38.802	1.73	15.07					
		135.64	0.0776	89.924	1.87	13.56					
		150.16	0.1356	38.364	1.76	15.02					
		166.83	0.2572	20.085	0.93	16.68					
8	430.48	170.81	0.3930	18.459	0.62	17.08	8609.52	6457.14	3.02E-02	3.03E-02	3.04E-02
		165.02	0.1960	35.374	1.27	16.50					
		141.04	0.0992	90.156	2.27	14.10					
		164.39	0.1920	34.343	1.31	16.44					
		170.68	0.3870	16.933	0.65	17.07					
9	445.00	177.88	0.6320	17.219	0.32	17.79	8900.00	6675.00	4.99E-02	5.03E-02	5.04E-02
		167.47	0.2790	36.819	0.34	16.75					
		149.23	0.1319	89.546	1.71	14.92					
		167.11	0.2670	36.112	0.92	16.71					
		177.39	0.6160	14.737	0.13	17.74					

6.2.2. Resultados do MEF – Caso II

Apresentam-se na tabela 6.8 os resultados obtidos do ANSYS5.4 para a Análise no. 94, bem como os valores auxiliares para a análise da ligação. Foram feitas tabelas similares para todas as outras análises do Caso II. Na mesma tabela são apresentadas as rotações finais, obtidas superpondo-se os Casos I e II. Como o último passo de carga do Caso II corresponde a um passo intermediário do Caso I (onde a resistência última foi maior), foi necessário interpolar resultados no Caso I, para a superposição (observa-se que a parcela oriunda do Caso I é muito menor que a do Caso II).

Utilizou-se a seguinte configuração na Análise no. 94:

$$t_s = 1.25 \text{ cm};$$

$$t_{wc} = 0.95 \text{ cm};$$

$$t_{fc} = 1.25 \text{ cm};$$

$$L_{total} = 20 \text{ cm};$$

$$H_c = 35 \text{ cm};$$

$$H_s = 36 \text{ cm}.$$

Observação: para o significado dos termos acima, ver figura 4.2.

Limitou-se a deformação da alma do pilar, para o Caso II, em $\varepsilon_{m\acute{a}x} \leq 0.02$, por se tratar de pequenas deformações (tabela 6.8). É importante salientar que, devido ao diagrama bi-linear usado para o material, não foram usados dados relativos ao encruamento nas análises.

Apresenta-se na figura 6.6 a distribuição de tensões de Von Mises e na figura 6.7 a distribuição das deformações plásticas na alma do pilar, ambos para a carga última.

Tabela 6.8 – Resultados obtidos do ANSYS5.4, valores auxiliares para o Caso II e superposição I / II

CASO II - Análise 94			CASO I		CASO II			CASO I + CASO II			
Passo de CARGA	CARGA [kN]	Msolda [kN cm]	δx sup/inf. ext. [cm]	θ seção ext. [rd]	δy eixo [cm]	δx sup/inf. ext. [cm]	θ seção ext. [rd]	θ seção ext. [rd]	σ chapa Von Mises [kN/cm ²]	σ alma Von Mises [kN/cm ²]	ε máx.
1	27.81	556.25		3.02E-04	2.71E-02	9.57E-02 -9.64E-02	5.34E-03	5.64E-03	4.515	22.048	7.35E-04
2	49.38	987.51		5.36E-04	4.82E-02	1.85E-01 -1.87E-01	1.03E-02	1.09E-02	7.979	24.666	2.46E-03
3	66.09	1321.87		7.17E-04	6.92E-02	2.83E-01 -2.86E-01	1.58E-02	1.65E-02	10.485	24.954	5.05E-03
4	79.06	1581.11		8.57E-04	1.04E-01	3.77E-01 -3.82E-01	2.11E-02	2.19E-02	13.182	24.968	7.74E-03
5	89.10	1782.09		9.66E-04	1.96E-01	4.64E-01 -4.70E-01	2.59E-02	2.69E-02	15.793	24.999	1.04E-02
6	96.90	1937.91		1.05E-03	2.89E-01	5.43E-01 -5.49E-01	3.03E-02	3.14E-02	17.820	25.002	1.29E-02
7	102.94	2058.71		1.12E-03	4.18E-01	6.14E-01 -6.19E-01	3.43E-02	3.54E-02	19.483	25.002	1.52E-02
8	107.62	2152.37		1.17E-03	6.04E-01	6.80E-01 -6.85E-01	3.79E-02	3.91E-02	20.899	25.014	1.75E-02
9	111.25	2225.00	2.94E-02 -2.94E-02	1.21E-03	9.98E-01	7.32E-01 -7.39E-01	4.09E-02	4.21E-02	22.081	25.026	1.94E-02

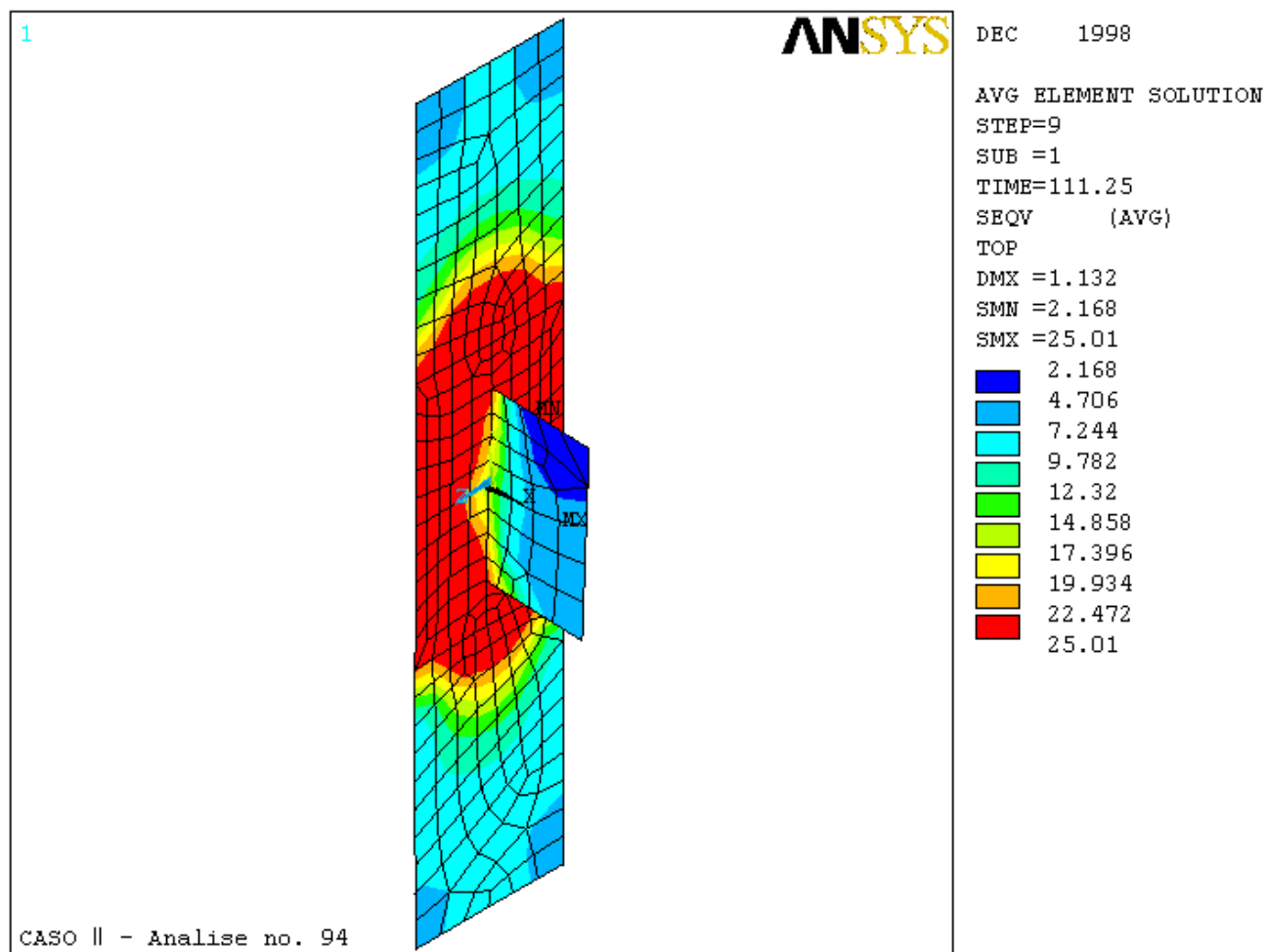


Figura 6.6 – ANSYS5.4 – Tensões de Von Mises SEQV na alma do pilar para a carga última

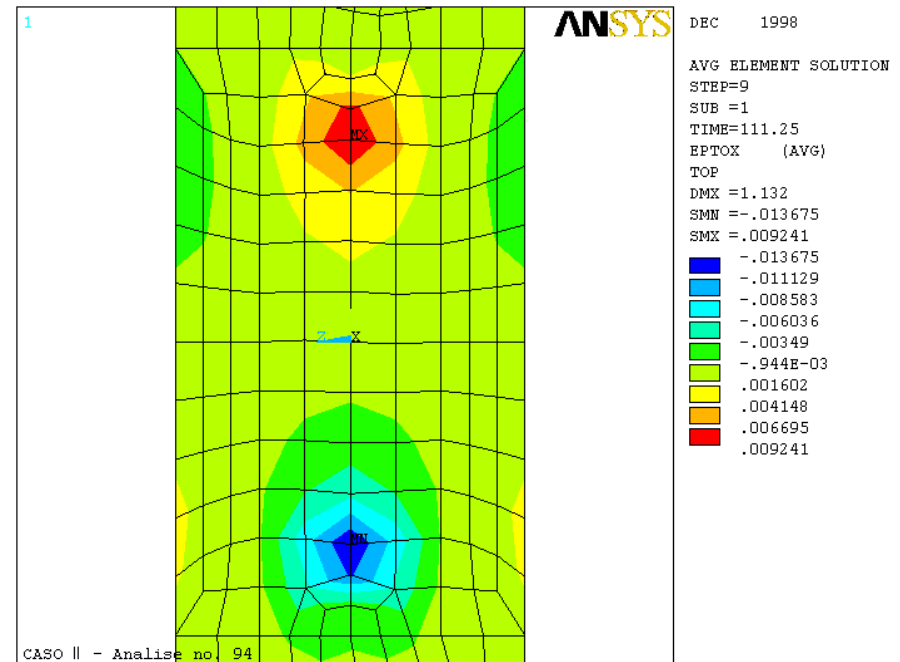
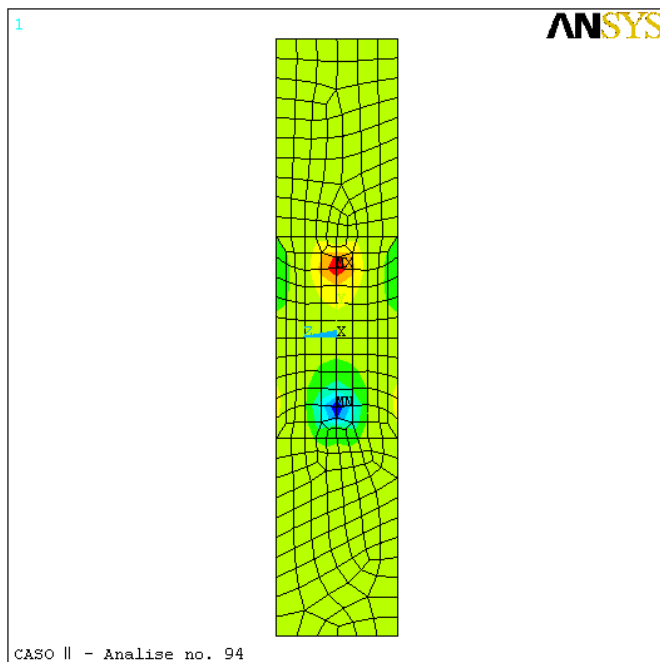


Figura 6.7 – ANSYS5.4 – Deformação máxima EPTOX na alma do pilar

Mostra-se na tabela 6.9 e na figura 6.8 o comportamento da ligação em função do carregamento progressivo.

Tabela 6.9 – ANSYS5.4 - Flecha vertical UY no eixo da chapa auxiliar, na extremidade livre – Caso II

Passo de CARGA	CARGA [kN]	Uy [cm]
1	27.81	0.027
2	49.38	0.048
3	66.09	0.069
4	79.06	0.104
5	89.10	0.196
6	96.90	0.289
7	102.94	0.418
8	107.62	0.604
9	111.25	0.998

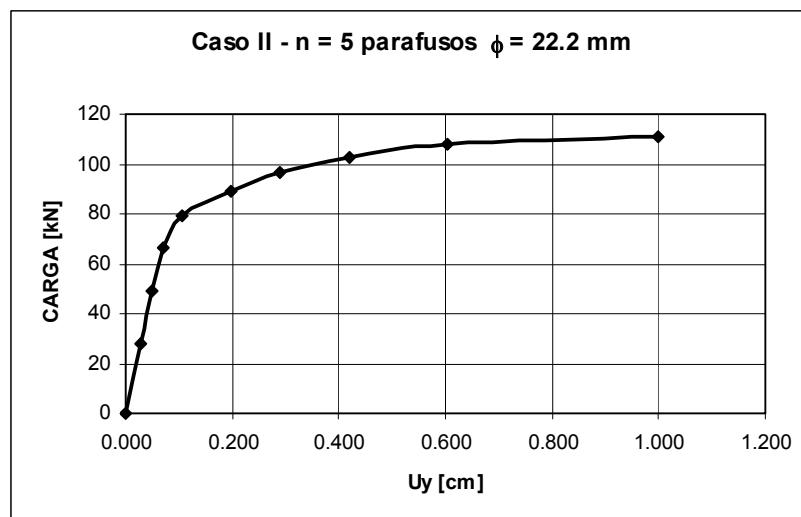


Figura 6.8 – Gráfico do comportamento da ligação com o carregamento progressivo, da Análise no. 94 – Caso II

Calculam-se os momentos na solda M_{solda} , junto à alma do pilar por:

$$M_{solda} = CARGA \cdot L_{total} \quad (6.12)$$

Determinam-se as rotações na seção localizada na extremidade da chapa auxiliar, $\theta_{seção\ ext.}$, por:

$$\theta_{seção\ ext.} = \frac{\delta X_{sup\ ext.} - \delta X_{inf\ ext.}}{H_s} \quad (6.13)$$

6.3. Validação dos modelos do MEF

Mostra-se na figura 6.9 uma comparação entre os resultados obtidos com o modelo proposto de elementos finitos para o Caso I e as curvas obtidas por Richard [3]: curva obtida por ajuste utilizando Mínimos Quadrados, e curva obtida experimentalmente para a ligação completa.

Utilizou-se a mesma configuração usada por Richard, para a análise pelo MEF (para significado dos termos ver figura 4.1):

$$n = 5;$$

$$\phi = 2.22 \text{ cm (7/8")};$$

$$t_{wv} = t_s = 0.8 \text{ cm (5/16")};$$

$$L = 30.48 \text{ cm};$$

$$e_1 = 4 \text{ cm};$$

$$e_2 = 7.62 \text{ cm}$$

$$L_{viga} = L + e_1 = 34.48 \text{ cm};$$

$$f = 1 \text{ cm};$$

$$L_{total} = L_{viga} + f = 35.48 \text{ cm};$$

$$H_v = 50 \text{ cm};$$

$$t_{fv} = 1.25 \text{ cm};$$

$$b_v = 1.25 \text{ cm};$$

$$H_{wv} = H_v - t_{fv} = 48.75 \text{ cm};$$

$$I_m = 100 \text{ cm};$$

$$A_l = 1.356E-04 \text{ cm}^2.$$

As posições iniciais das barras rígidas (BEAM4) em relação ao eixo horizontal da viga, para cada um dos furos, foram:

F1: 75.96°;

F2: 63.43°;

F3: 0°;

F4: - 63.43°;

F5: - 75.96°.

As propriedades do material foram $f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$ e $E = 20500 \text{ kN/cm}^2$.

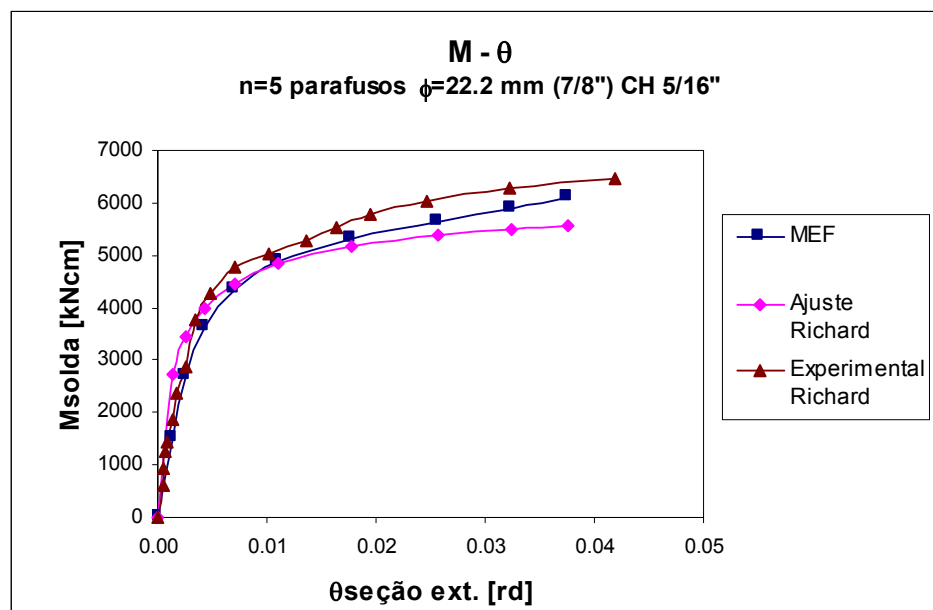


Figura 6.9 – Curvas Momento-Rotação obtidas por Richard [3] – Caso I

Apresenta-se na figura 6.10, uma comparação entre os resultados obtidos com o modelo de elementos finitos desenvolvido para o Caso II e os obtidos experimentalmente por Queiroz [2].

Utilizou-se a mesma configuração de Queiroz [2] para a análise pelo MEF (para significado dos termos ver figura 4.2):

$$t_s = 1 \text{ cm};$$

$$t_{wc} = 0.61 \text{ cm};$$

$$t_{fc} = 1 \text{ cm};$$

$$b_c = 20.04 \text{ cm}$$

$$L_{total} = 72.3 \text{ cm};$$

$$H_c = 29.09 \text{ cm};$$

$$H_s = 30 \text{ cm}.$$

As propriedades do material foram $f_y = 29.35 \text{ kN/cm}^2$ e $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$.

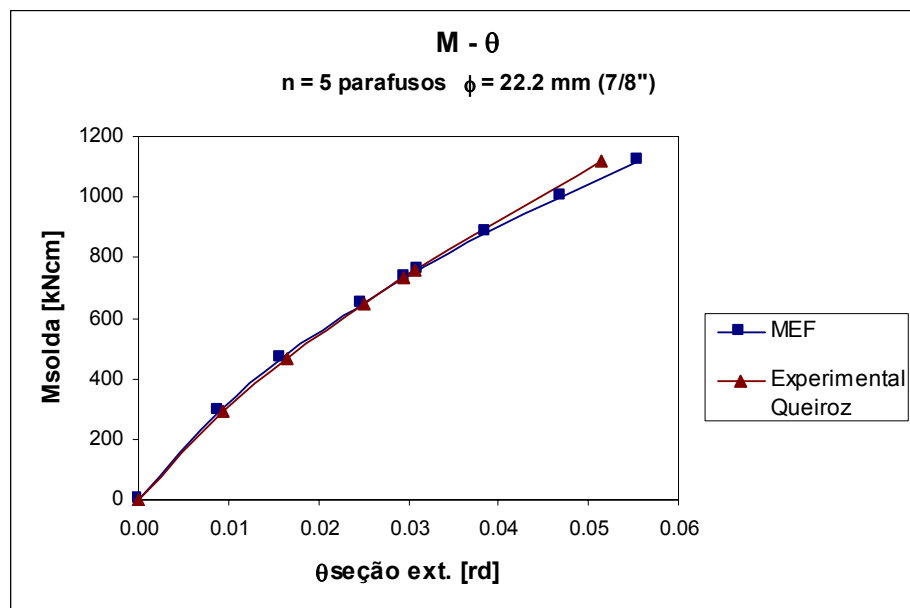


Figura 6.10 – Curva Momento-Rotação obtida por Queiroz [2] – Caso II

6.4. Considerações sobre os resultados das análises

Existem pequenas diferenças entre os resultados apresentados em forma de gráficos, obtidos do ANSYS5.4 (itens 6.2.1 e 6.2.2), e os resultados apresentados nas tabelas. Estas diferenças devem-se à utilização de valores médios nas representações gráficas, para que se tornem mais uniformes. Nas tabelas, para as análises, estas médias não foram consideradas, uma vez que podem-se ter valores finais inferiores aos reais.

Para a determinação das rotações na seção da extremidade da viga para os Casos I e II, utilizaram-se (6.10) e (6.13), partindo-se do princípio de que as seções permanecem planas.

É importante salientar que a malha de elementos finitos utilizada provou ser suficientemente refinada uma vez que os resultados dos modelos de elementos finitos coincidiram com os resultados numéricos e experimentais disponíveis na bibliografia [3] (ver item 6.3).

7. PROPOSIÇÃO DE EQUAÇÕES REPRESENTANDO A RESISTÊNCIA ÚLTIMA E O COMPORTAMENTO M- θ DAS LIGAÇÕES

Cada passo de carga corresponde a um momento na chapa junto à solda e a uma rotação, calculada subtraindo-se algebricamente os deslocamentos horizontais dos nós superior e inferior da seção localizada na extremidade ligada da viga (Caso I) ou da chapa auxiliar (Caso II), e dividindo-se pela altura correspondente.

Aos resultados obtidos, procura-se ajustar uma curva do comportamento Momento-Rotação, que possa ser utilizada em um programa de análise estrutural, bem como uma resistência última da ligação.

7.1. Produtos adimensionais

Apresentam-se os valores dos números π , produtos adimensionais (ver item 4.3), junto aos resultados (M- θ) obtidos pelo MEF, para todas as análises com $\phi = 22.2$ mm (7/8") e $n = 5$, nas tabelas 7.1 e 7.2, Caso I e Caso II, respectivamente.

Têm-se nas figuras 7.1 e 7.2 as curvas Momento-Rotação para as análises apresentadas nas tabelas 7.1 e 7.2.

Observação: os valores de θ e M apresentados nas tabelas e figuras 7.1 e 7.2, correspondem a $\theta_{seção\ ext.}$ (6.13) e M_{solda} (6.12), respectivamente.

Tabela 7.1 – Produtos adimensionais - Caso I

φ = 7/8" = 22.2 mm										
	n	θ (rad) ANSYS5.4	M (kNcm) ANSYS5.4	Mr (kN cm) Drucker-Prager	Mu (kN cm) ANSYS5.4	θu (rad) ANSYS5.4	M/Mu	π ₁ (twv / Hs)	π ₂ (L / Hs)	π ₃ (θ / θu)
Análise no. 31	5	0.0000000000 0.0007149949 0.0012690667 0.0016988308 0.0020341538 0.0022988103 0.0025410872 0.0028138872 0.0032040615 0.0036739692	0.000 860.000 1526.760 2043.700 2444.490 2755.220 2996.130 3182.910 3327.720 3440.000	3440.000	3440.000	0.0036739692	0.0000000000 0.2500000000 0.4438255814 0.5940988372 0.7106075581 0.8009360465 0.8709680233 0.9252645349 0.9673604651 1.0000000000	0.0222222222 0.0222222222 0.0222222222 0.0222222222 0.0222222222 0.0222222222 0.0222222222 0.0222222222 0.0222222222 0.0222222222	0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889	0.0000000000 0.1946110125 0.3454211473 0.4623965696 0.5536665438 0.6257020982 0.6916462877 0.7658984065 0.8720980872 1.0000000000
	5	0.0000000000 0.0014542154 0.0025819897 0.0047624615 0.0100781538 0.0166738462 0.0217167179 0.0274250256 0.0336988718 0.0385971282	0.000 1813.200 3218.970 4308.840 5153.820 5808.900 6316.800 6710.550 7015.830 7252.500	7252.500	7252.500	0.0385971282	0.0000000000 0.2500103413 0.4438428128 0.5941178904 0.7106266805 0.8009513961 0.8709824199 0.9252740434 0.9673671148 1.0000000000	0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889	0.6944444444 0.6944444444 0.6944444444 0.6944444444 0.6944444444 0.6944444444 0.6944444444 0.6944444444 0.6944444444 0.6944444444	0.0000000000 0.0376767768 0.0668959030 0.1233890126 0.2611114949 0.4319970663 0.5626511339 0.7105457560 0.8730927238 1.0000000000
	5	0.0000000000 0.0008880821 0.0015759385 0.0021087590 0.0025231795 0.0028480205 0.0031155077 0.0035534769 0.0040930256 0.0049745641	0.000 1343.800 2385.700 3193.530 3819.870 4305.500 4682.030 4973.960 5200.310 5375.800	5375.800	5375.800	0.0049745641	0.0000000000 0.2499720972 0.4437851111 0.5940566985 0.7105677295 0.8009040515 0.8709457197 0.9252501953 0.9673555564 1.0000000000	0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222	0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889 0.1388888889	0.0000000000 0.1785245969 0.3167993072 0.4239082924 0.5072161973 0.5725165973 0.6262875758 0.7143293060 0.8227908127 1.0000000000
	5	0.0000000000 0.0012065846 0.0021427692 0.0031019282 0.0047651282 0.0092299487 0.0137491282 0.0203277949 0.0303725128 0.0503589744	0.000 2225.000 3950.060 5287.500 6324.420 7128.340 7751.620 8234.860 8609.520 8900.000	8380.000	8900.000	0.0503589744	0.0000000000 0.2500000000 0.4438269663 0.5941011236 0.7106089888 0.8009370787 0.8709685393 0.9252651685 0.9673617978 1.0000000000	0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222 0.0347222222	0.4166666667 0.4166666667 0.4166666667 0.4166666667 0.4166666667 0.4166666667 0.4166666667 0.4166666667 0.4166666667 0.4166666667	0.0000000000 0.0239596741 0.0425498982 0.0615963340 0.0946232179 0.1832830957 0.2730224033 0.4036578411 0.6031201629 1.0000000000

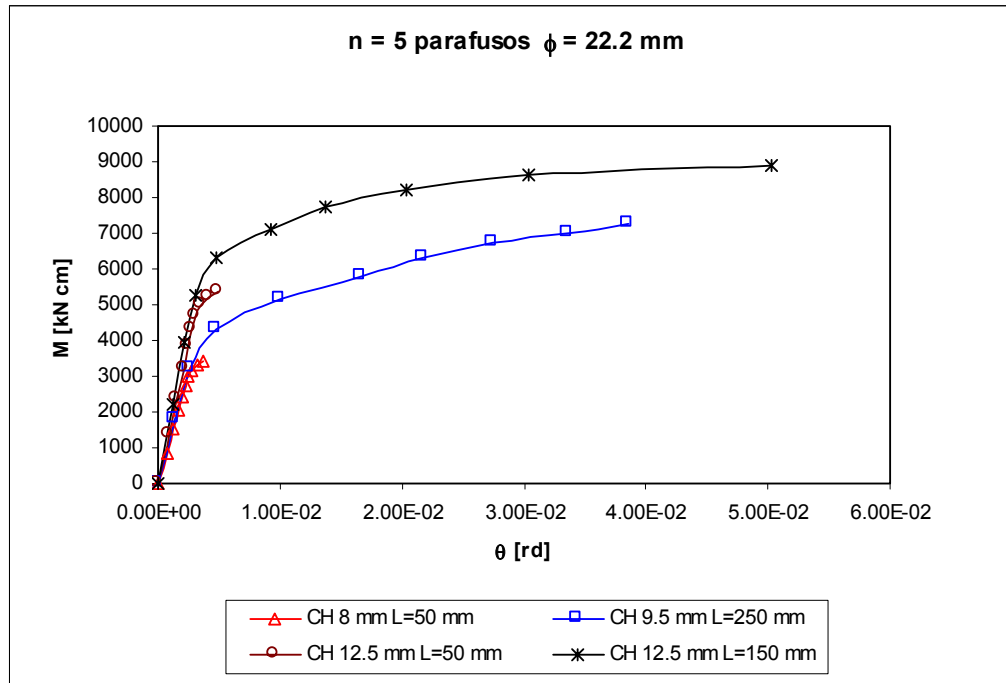


Figura 7.1 – Curvas Momento-Rotação para as análises com $n=5$ e $\phi = 22.2$ mm (7/8")
– Caso I

Na figura 7.1 vê-se que para um certo par n, ϕ , os parâmetros que influenciam o comportamento $M-\theta$ são $t_{wv} = t_s$ (associado a π_1) e L (associado a π_2).

Tabela 7.2 – Produtos adimensionais - Caso II

ϕ = 7/8" = 22.2 mm										
	n	θ (rad) ANSYS5.4	M (kNcm) ANSYS5.4	Mr (kN cm)	Mu (kN cm) ANSYS5.4	θu (rad) ANSYS5.4	M/Mu	π₄ (twc / Hs)	π₅ (Hc / Hs)	π₆ (θ / θu)
Análise no. 85	5	0.0000000000 0.0069670821 0.0125916991 0.0195721496 0.0274651000 0.0359127726 0.0453826795 0.0549714752	0.000 215.000 376.250 537.500 698.750 860.000 1026.690 1193.380	878.491	1193.380	0.0549714752	0.0000000000 0.1801605524 0.3152809667 0.4504013810 0.5855217952 0.7206422095 0.8603211048 1.0000000000	0.0175000000 0.0175000000 0.0175000000 0.0175000000 0.0175000000 0.0175000000 0.0175000000 0.0175000000	0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222	0.0000000000 0.1267399506 0.2290587818 0.3560419199 0.4996245761 0.6532983244 0.8255677933 1.0000000000
	5	0.0000000000 0.0096677726 0.0150748085 0.0221826778 0.0266145408 0.0317478011 0.0381954974 0.0442206079	0.000 860.000 1193.380 1526.760 1699.070 1871.390 2043.700 2177.300	1997.576	2177.300	0.0442206079	0.0000000000 0.3949846140 0.5481008589 0.7012171038 0.7803564047 0.8595002985 0.9386395995 1.0000000000	0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889	0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222	0.0000000000 0.2186259553 0.3409000748 0.5016366536 0.6018583206 0.7179413074 0.8637488093 1.0000000000
	5	0.0000000000 0.0021678560 0.0038595944 0.0052342197 0.0064021816 0.0073970325 0.0082685872 0.0090827761 0.0099268393 0.0107756359	0.000 860.000 1526.760 2043.700 2444.490 2755.220 2996.130 3182.910 3327.720 3440.000	5666.255	3440.000	0.0107756359	0.0000000000 0.2500000000 0.4438255814 0.5940988372 0.7106075581 0.8009360465 0.8709680233 0.9252645349 0.9673604651 1.0000000000	0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444	0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222 0.9722222222	0.0000000000 0.2011812578 0.3581778821 0.4857457795 0.5941349248 0.6864590219 0.7673409958 0.8428993105 0.9212300240 1.0000000000
	5	0.0000000000 0.0221652726 0.0277307350 0.0336484197 0.0397455487 0.0461282333 0.0511526188 0.0562158932 0.0612525009	0.000 860.000 1026.690 1193.380 1360.070 1526.760 1655.995 1785.230 1914.465	1997.576	1914.465	0.0612525009	0.0000000000 0.4492116597 0.5362803708 0.6233490819 0.7104177930 0.7974865041 0.8649910027 0.9324955014 1.0000000000	0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889 0.0263888889	1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667	0.0000000000 0.3618672273 0.4527282096 0.5493395239 0.6488804239 0.7530832650 0.8351106990 0.9177730277 1.0000000000
	5	0.0000000000 0.0046347726 0.0083090667 0.0115296641 0.0145380427 0.0171999214 0.0195510872 0.0216288872 0.0235179504 0.0252459137	0.000 860.000 1526.760 2043.700 2444.490 2755.220 2996.130 3182.910 3327.720 3440.000	5666.255	3440.000	0.0252459137	0.0000000000 0.2500000000 0.4438255814 0.5940988372 0.7106075581 0.8009360465 0.8709680233 0.9252645349 0.9673604651 1.0000000000	0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444 0.0444444444	1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667 1.6666666667	0.0000000000 0.1835850629 0.3291252111 0.4566942695 0.5758572624 0.6812952618 0.7744258113 0.8567282396 0.9315547352 1.0000000000

Tabela 7.2 – Produtos adimensionais - Caso II (continuação)

	n	θ (rad) ANSYS5.4	M (kNcm) ANSYS5.4	Mr (kN cm)	Mu (kN cm) ANSYS5.4	θ_u (rad) ANSYS5.4	M/Mu	π_4 (twc / Hs)	π_5 (Hc / Hs)	π_6 (θ / θ_u)
Análise no. 90	5	0.000000000	0.000	1997.576	2125.225	0.0415053632	0.0000000000	0.0263888889	0.9722222222	0.0000000000
		0.0028081997	268.760				0.1264619040	0.0263888889	0.9722222222	0.0676587198
		0.0056458439	537.520				0.2529238081	0.0263888889	0.9722222222	0.1360268527
		0.0087936826	806.280				0.3793857121	0.0263888889	0.9722222222	0.2118685846
		0.0127785212	1075.040				0.5058476161	0.0263888889	0.9722222222	0.3078763850
		0.0178453043	1343.800				0.6323095202	0.0263888889	0.9722222222	0.4299517671
		0.0238222684	1604.275				0.7548730134	0.0263888889	0.9722222222	0.5739563881
		0.0312297880	1864.750				0.8774365067	0.0263888889	0.9722222222	0.7524277730
		0.0415053632	2125.225				1.0000000000	0.0263888889	0.9722222222	1.0000000000
Análise no. 91	5	0.000000000	0.000	5666.255	5375.800	0.0234215085	0.0000000000	0.0444444444	0.9722222222	0.0000000000
		0.0031546932	1343.800				0.2499720972	0.0444444444	0.9722222222	0.1346921423
		0.0058049662	2385.700				0.4437851111	0.0444444444	0.9722222222	0.2478476665
		0.0084176479	3193.530				0.5940566985	0.0444444444	0.9722222222	0.3593981936
		0.0109804017	3819.870				0.7105677295	0.0444444444	0.9722222222	0.4688170144
		0.0133844094	4305.500				0.8009040515	0.0444444444	0.9722222222	0.5714580414
		0.0157110632	4682.030				0.8709457197	0.0444444444	0.9722222222	0.6707963843
		0.0180740325	4973.960				0.9252501953	0.0444444444	0.9722222222	0.7716852415
		0.0205435812	5200.310				0.9673555564	0.0444444444	0.9722222222	0.8771245949
		0.0234215085	5375.800				1.0000000000	0.0444444444	0.9722222222	1.0000000000
Análise no. 92	5	0.000000000	0.000	1997.576	1864.750	0.0590764547	0.0000000000	0.0263888889	1.6666666667	0.0000000000
		0.0064648386	268.760				0.1441265585	0.0263888889	1.6666666667	0.1094317299
		0.0129166217	537.520				0.2882531170	0.0263888889	1.6666666667	0.2186424655
		0.0203286826	806.280				0.4323796756	0.0263888889	1.6666666667	0.3441080320
		0.0291965768	1075.040				0.5765062341	0.0263888889	1.6666666667	0.4942168060
		0.0389203043	1343.800				0.7206327926	0.0263888889	1.6666666667	0.6588124570
		0.0488950462	1604.275				0.8603163963	0.0263888889	1.6666666667	0.8276570827
		0.0590764547	1864.750				1.0000000000	0.0263888889	1.6666666667	1.0000000000
Análise no. 93	5	0.000000000	0.000	5666.255	4682.030	0.0452149521	0.0000000000	0.0444444444	1.6666666667	0.0000000000
		0.0070272487	1343.800				0.2870122575	0.0444444444	1.6666666667	0.1554186920
		0.0136462162	2385.700				0.5095439371	0.0444444444	1.6666666667	0.3018076011
		0.0210359812	3193.530				0.6820823446	0.0444444444	1.6666666667	0.4652439116
		0.0288751239	3819.870				0.8158576515	0.0444444444	1.6666666667	0.6386189207
		0.0371521872	4305.500				0.9195797549	0.0444444444	1.6666666667	0.8216792327
		0.0452149521	4682.030				1.0000000000	0.0444444444	1.6666666667	1.0000000000

Tabela 7.2 – Produtos adimensionais - Caso II (continuação)

	n	θ (rad) ANSYS5.4	M (kNcm) ANSYS5.4	Mr (kN cm)	Mu (kN cm) ANSYS5.4	θ_u (rad) ANSYS5.4	M/Mu	π_4 (twc / Hs)	π_5 (Hc / Hs)	π_6 (θ / θ_u)
Análise no. 94	5	0.000000000	0.000	1997.576	2225.000	0.0420724179	0.0000000000	0.0263888889	0.9722222222	0.0000000000
		0.0056390906	556.250				0.2500000000	0.0263888889	0.9722222222	0.1340329573
		0.0108566232	987.510				0.4438247191	0.0263888889	0.9722222222	0.2580460957
		0.0165218306	1321.870				0.5940988764	0.0263888889	0.9722222222	0.3926998107
		0.0219371348	1581.110				0.7106112360	0.0263888889	0.9722222222	0.5214136928
		0.0268944566	1782.090				0.8009393258	0.0263888889	0.9722222222	0.6392420007
		0.0313639555	1937.910				0.8709707865	0.0263888889	0.9722222222	0.7454754691
		0.0353894636	2058.710				0.9252629213	0.0263888889	0.9722222222	0.8411559232
		0.0390705318	2152.370				0.9673573034	0.0263888889	0.9722222222	0.9286495447
		0.0420724179	2225.000				1.0000000000	0.0263888889	0.9722222222	1.0000000000
Análise no. 95	5	0.000000000	0.000	5666.255	5978.760	0.0271401620	0.0000000000	0.0444444444	0.9722222222	0.0000000000
		0.0049196124	2225.000				0.3721507470	0.0444444444	0.9722222222	0.1812668768
		0.0073071769	3087.530				0.5164164476	0.0444444444	0.9722222222	0.2692385158
		0.0104233248	3950.060				0.6606821481	0.0444444444	0.9722222222	0.3840553643
		0.0124866603	4395.880				0.7352494497	0.0444444444	0.9722222222	0.4600805388
		0.0149227593	4841.680				0.8098134061	0.0444444444	0.9722222222	0.5498404669
		0.0179599838	5287.500				0.8843807077	0.0444444444	0.9722222222	0.6617493215
		0.0214413389	5633.140				0.9421920264	0.0444444444	0.9722222222	0.7900225110
		0.0271401620	5978.760				1.0000000000	0.0444444444	0.9722222222	1.0000000000
Análise no. 96	5	0.000000000	0.000	1997.576	1937.910	0.0591314555	0.0000000000	0.0263888889	1.6666666667	0.0000000000
		0.0129977573	556.250				0.2870360337	0.0263888889	1.6666666667	0.2198112181
		0.0251635676	987.510				0.5095747481	0.0263888889	1.6666666667	0.4255529890
		0.0364807195	1321.870				0.6821111404	0.0263888889	1.6666666667	0.6169426939
		0.0458746348	1581.110				0.8158841226	0.0263888889	1.6666666667	0.7758076376
		0.0533530677	1782.090				0.9195937892	0.0263888889	1.6666666667	0.9022789525
		0.0591314555	1937.910				1.0000000000	0.0263888889	1.6666666667	1.0000000000
Análise no. 97	5	0.000000000	0.000	5666.255	4618.780	0.0384801265	0.0000000000	0.0444444444	1.6666666667	0.0000000000
		0.0115965846	2225.000				0.4817289414	0.0444444444	1.6666666667	0.3013655534
		0.0147061863	2656.265				0.5751010007	0.0444444444	1.6666666667	0.3821761430
		0.0183335658	3087.530				0.6684730600	0.0444444444	1.6666666667	0.4764424518
		0.0226165014	3518.796				0.7618453358	0.0444444444	1.6666666667	0.5877449857
		0.0278305470	3950.060				0.8552171786	0.0444444444	1.6666666667	0.7232446861
		0.0326908923	4284.420				0.9276085893	0.0444444444	1.6666666667	0.8495526207
		0.0384801265	4618.780				1.0000000000	0.0444444444	1.6666666667	1.0000000000

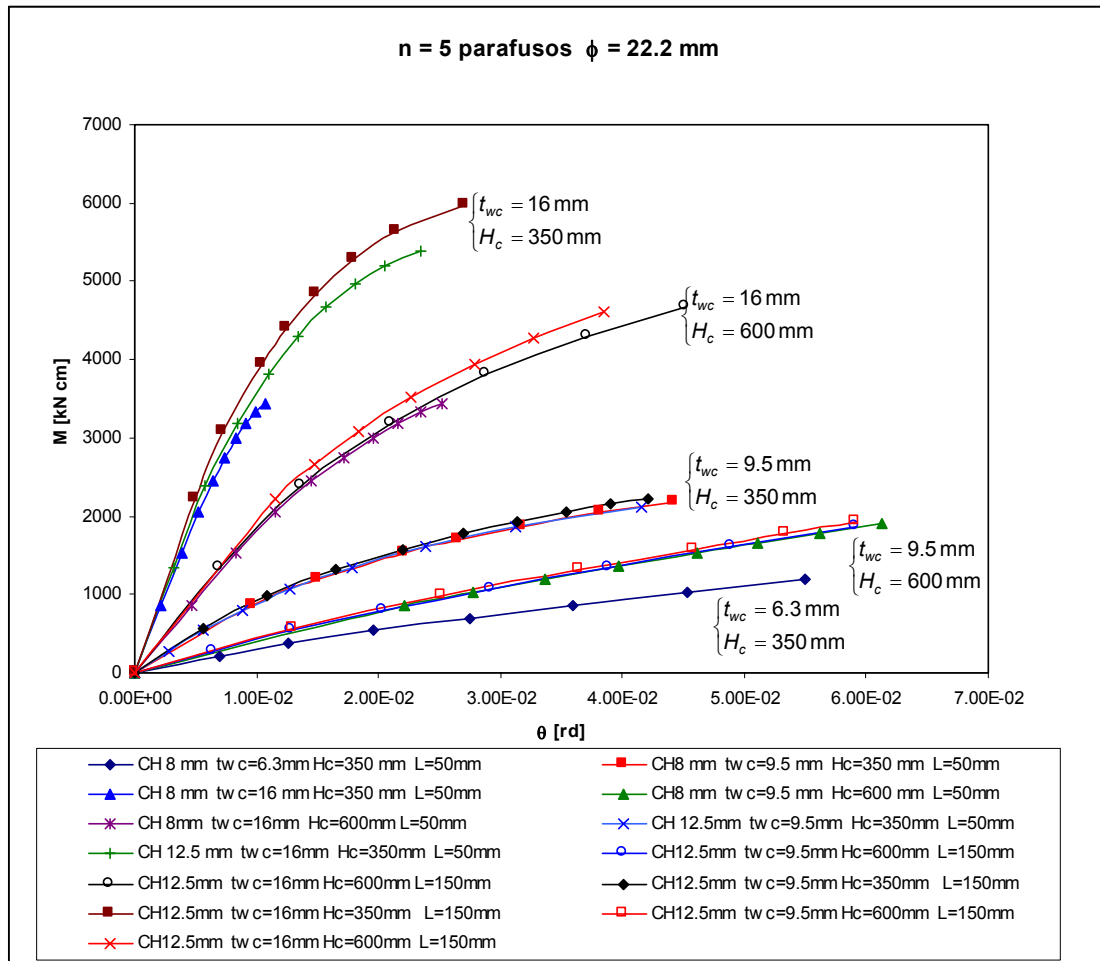


Figura 7.2 – Curvas Momento-Rotação para as análises com $n=5$ e $\phi = 22.2$ mm (7/8") – Caso II

Na figura 7.2 vê-se que os parâmetros que influenciam predominantemente o comportamento $M-\theta$ são t_{wc} (associado a π_4) e H_c (associado a π_5).

7.2. Curvas Momento-Rotação e resistências últimas propostas

7.2.1. Curvas Momento-Rotação

Com base em um método não-linear que utiliza a técnica dos mínimos quadrados [19], fez-se o ajuste de uma função de várias variáveis, obtendo-se uma expressão para o momento M na ligação, do tipo:

$$\frac{M}{M_u} = \frac{B z}{\left[1 + (B z)^c \right]^{1/c}} + (A - B) z \quad (7.1)$$

($z = \pi_3$ para o Caso I, π_6 para o Caso II)

Os coeficientes A , B e C são funções dos parâmetros geométricos x e y de cada ligação:

$$A = a + bx + cy \quad (7.2)$$

$$B = d + ex + fy \quad (7.3)$$

$$C = g + hx + iy \quad (7.4)$$

Para o Caso I os parâmetros geométricos básicos foram:

$$n, \phi, x = \frac{t_{wv}}{H_s} = \pi_1, y = \frac{L}{H_s} = \pi_2.$$

Para o Caso II os parâmetros geométricos foram:

$$n, \phi, x = \frac{t_{wc}}{H_s} = \pi_4, y = \frac{H_c}{H_s} = \pi_5.$$

7.2.2. Resistências últimas

O valor de M_u é dado pela expressão abaixo, obtida pelo mesmo método mencionado em 7.2.1:

$$\frac{M_u}{M_r} = a_0 + a_1x + a_2y + a_3y^2 \quad (7.5)$$

(M_r = resistência última ao momento fletor, levando-se em conta a interação com a força cortante, obtida pelo critério de Drucker Prager (5.3))

(M_u = idem, proposta em função dos resultados das análises pelo MEF)

7.2.3. Rotação última

A variável z (π_3 para o Caso I, π_6 para o Caso II) da equação (7.1) é dada por:

$$z = \frac{\theta}{\theta_u} \quad (7.6)$$

A expressão proposta para a determinação de θ_u , com base nos resultados das análises pelo MEF é:

$$\theta_u = b_0 + b_1x + b_2y + b_3y^2 \quad (7.7)$$

Esta expressão foi obtida da mesma forma que (7.1) e (7.5).

Nos itens 7.2.1, 7.2.2 e 7.2.3, os coeficientes obtidos no ajuste: a , b , c , d , e , f , g , h , i , a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , b_0 , b_1 , b_2 , b_3 , foram agrupados por diâmetro ϕ e número de parafusos n , para cada caso estudado (suporte rígido e flexível). Mostram-se nas tabelas 7.3 e 7.4 os valores destes coeficientes.

O erro máximo, puntual, no ajuste foi de 19% de M_u em relação ao resultado da análise pelo Método dos Elementos Finitos. Salienta-se que erros desta ordem ocorreram em poucos pontos.

Tabela 7.3 – Formulação Final – Caso I

Expressão: $\frac{M}{M_u} = \frac{Bz}{[1+(Bz)^c]^{1/c}} + (A-B)z$ onde: $\begin{cases} A = a + bx + cy \\ B = d + ex + fy \\ C = g + hx + iy \end{cases}$ $x = \frac{t_{wv}}{H_s} = \pi_1 \quad y = \frac{L}{H_s} = \pi_2 \quad z = \frac{\theta}{\theta_u} = \pi_3$											Expressão: $\frac{M_r}{M_f} = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 y^2$ $M_r = \text{Momento de resistência à plastificação da chapa junto à solda, reduzido pela influência da força cortante (Drucker Prager)}$ $x = \frac{t_{wv}}{H_s} = \pi_1 \quad y = \frac{L}{H_s} = \pi_2$				Expressão: $\theta_u = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 y^2$ $x = \frac{t_{wv}}{H_s} = \pi_1 \quad y = \frac{L}{H_s} = \pi_2$			
Coeficientes da Expressão M/M_u											Coeficientes da Expressão M_r/M_f				Coeficientes da Expressão θ_u			
ϕ	n	a	b	c	d	e	f	g	h	i	a_0	a_1	a_2	a_3	b_0	b_1	b_2	b_3
3/4"	2	13.7156	-1.0496	1.2044	12.8016	6.8813	1.4159	-0.0957	10.0935	0.1341	1.1063	-0.6265	0.1406	-0.2198	-0.1704	2.9474	0.0047	0.0663
	3	19.3807	1.3854	3.2325	19.2354	1.4680	3.1993	0.6479	1.6456	0.0000	1.2126	-0.0540	-0.0237	-0.3399	-0.0683	3.2041	-0.0240	-0.0075
	5	0.4927	-5.8991	28.4289	-0.5775	11.7583	29.2028	-0.1024	25.3840	0.3995	1.0273	0.0000	-0.2826	0.5475	-0.0359	0.8954	0.1103	-0.0772
	8	1.7418	-5.0102	4.0675	1.4966	0.0542	4.1987	0.0000	92.0791	0.2113	0.9897	-4.5994	0.4335	-0.4698	-0.0069	0.1576	0.0641	-0.0606
7/8"	2	4.4713	0.8160	2.7632	4.2971	1.8746	2.9496	1.4597	0.9554	0.0000	0.8152	2.7936	0.1319	-0.0767	-0.0473	0.8506	0.0479	0.0637
	3	3.5869	0.4012	35.6102	2.9997	5.3607	36.0419	0.0893	8.2762	0.5538	1.1679	-1.1896	0.0554	-0.2654	-0.2844	4.9048	0.1226	0.2130
	5	37.2833	-0.4950	-42.8191	36.3419	4.8955	-41.5902	0.0000	1.9226	1.9961	0.9224	0.0000	0.6702	-0.8042	-0.0424	0.1040	0.3660	-0.3647
	8	11.5430	1.7511	0.4017	11.1084	0.4344	1.0739	0.0000	27.4340	0.9550	1.2192	-0.9981	-1.9286	2.3396	-0.0265	0.3959	0.1969	-0.1879
1"	2	13.5967	1.5250	4.7429	13.5582	1.5159	4.6371	0.7574	0.9822	0.0000	1.1360	0.0835	-0.0137	-0.2487	-0.0106	-0.0008	0.1593	0.1521
	3	32.0473	1.4963	5.7338	31.8007	1.4945	5.9595	0.5833	0.9792	0.0000	1.2789	0.0639	-0.1249	-0.3961	0.1102	0.0055	-0.0082	-0.0317
	5	19.3761	1.1641	4.3153	19.0591	1.1607	4.7104	0.5077	0.9850	0.4491	0.9991	0.0305	0.0000	0.0000	-0.0307	-0.0009	0.3290	-0.2588
	8	3.3083	1.0616	6.8993	3.1365	1.0586	7.1350	1.1988	1.0072	0.0000	0.8690	0.0167	0.0185	-0.0418	0.0044	0.0001	-0.0031	0.0532

Observações:

$X = \frac{t_{wv}}{H_s}$	Faixas de variação:	0.05 a 0.1	para n = 2	Parafusos ASTM A325
		0.03 a 0.07	para n = 3	
		0.02 a 0.04	para n = 5	Aço Estrutural ASTM A36
		0.01 a 0.03	para n = 8	

$$y = \frac{L}{H_s} \quad \text{Faixas de variação:} \quad \begin{array}{ll} 0.35 \text{ a } 0.8 & \text{para } n=2 \text{ e } n=3 \\ 0.1 \text{ a } 0.7 & \text{para } n=5 \text{ e } n=8 \end{array}$$

Tabela 7.4 – Formulação Final – Caso II

Expressão:											Expressão:				Expressão:			
$\frac{M}{M_u} = \frac{Bz}{[1+(Bz)^c]^{\frac{1}{c}}} + (A-B)z$ onde: $\begin{cases} A = a + bx + cy \\ B = d + ex + fy \\ C = g + hx + iy \end{cases}$ $x = \frac{t_{wc}}{H_s} = \pi_4 \quad y = \frac{H_c}{H_s} = \pi_5 \quad z = \frac{\theta}{\theta_u} = \pi_6$											$\frac{M_u}{M_r} = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 y^2$ $M_r = 2.46 H_s t_{wc}^2 f_y$ $x = \frac{t_{wc}}{H_s} = \pi_4 \quad y = \frac{H_c}{H_s} = \pi_5$				$\theta_u = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 y^2$ $x = \frac{t_{wc}}{H_s} = \pi_4 \quad y = \frac{H_c}{H_s} = \pi_5$			
Coeficientes da Expressão M/M_u											Coeficientes da Expressão M_u/M_r				Coeficientes da Expressão θ_u			
ϕ	n	a	b	c	d	e	f	g	h	i	a ₀	a ₁	a ₂	a ₃	b ₀	b ₁	b ₂	b ₃
3/4"	2	0.7604	0.9825	0.5576	0.7337	0.9805	0.5084	0.8207	0.9869	0.6690	0.0508	0.0037	0.0937	0.1731	0.0023	0.0002	0.0042	0.0077
	5	1.7761	-1.2938	0.3580	1.5002	10.7859	0.0579	1.2659	45.1468	-1.1193	0.9919	-6.3891	0.4729	-0.2280	0.0303	-0.7925	0.0207	0.0085
	8	2.1155	5.4804	-0.5781	2.0242	0.2682	-0.6638	1.4018	1.3566	0.0000	2.2729	-30.1584	-0.7080	0.2704	0.0096	-1.9237	0.1107	-0.0288
7/8"	2	1.3381	-9.2742	0.7841	1.1405	-6.1189	0.7171	0.3899	27.1524	0.0000	0.1163	-4.7622	0.1861	0.2978	0.0075	-0.5820	0.0120	0.0191
	5	2.3068	3.0513	-0.5204	2.2663	0.7663	-0.6151	1.5150	1.5117	0.0008	1.1875	-13.7910	0.6111	-0.3117	0.0500	-1.2742	0.0298	-0.0023
	8	2.1592	5.8993	-0.4152	1.9428	0.4603	-0.3990	1.1545	1.5449	0.0005	2.0706	-26.8408	-0.4074	0.1212	0.0020	-1.8456	0.1232	-0.0342
1"	2	0.9191	0.9955	0.8858	0.8804	0.9933	0.8311	0.7950	0.9885	0.7106	0.1322	0.0074	0.1867	0.2635	0.0057	0.0003	0.0081	0.0115
	5	2.3139	1.5541	0.1575	1.8389	0.7990	0.3080	0.9722	1.1724	0.0000	1.1129	-8.0195	0.5438	-0.2962	0.0409	-0.8409	0.0248	0.0013
	8	2.3871	5.6351	-0.1822	1.9462	0.2647	-0.0690	0.7716	1.7614	0.0010	2.0270	-16.8429	-0.8474	0.2940	-0.0001	-0.8571	0.0882	-0.0220

Observações:

$$x = \frac{t_{wc}}{H_s} \quad - \quad \text{Faixas de variação:} \quad \begin{array}{ll} 0.04 \text{ a } 0.07 & \text{para } n = 2 \\ 0.015 \text{ a } 0.05 & \text{para } n = 5 \\ 0.01 \text{ a } 0.05 & \text{para } n = 8 \end{array}$$

$$y = \frac{H_c}{H_s} \quad - \quad \text{Faixas de variação:} \quad \begin{array}{ll} 1.3 \text{ a } 1.9 & \text{para } n = 2 \\ 0.9 \text{ a } 1.7 & \text{para } n = 5 \\ 0.4 \text{ a } 1.7 & \text{para } n = 8 \end{array}$$

Parafusos ASTM A325

Aço Estrutural ASTM A36

7.3. Comparações entre as curvas $M-\theta$ propostas e os resultados obtidos

Mostram-se nas figuras 7.3 e 7.4 as curvas Momento-Rotação propostas para os Casos I (Análise no.34 - tabela 7.3) e II (Análise no. 94 - tabela 7.4). Junto a estas curvas plotam-se os resultados (pontos discretos) obtidos pelo MEF. Na figura 7.4 já se fez a superposição dos Casos I e II.

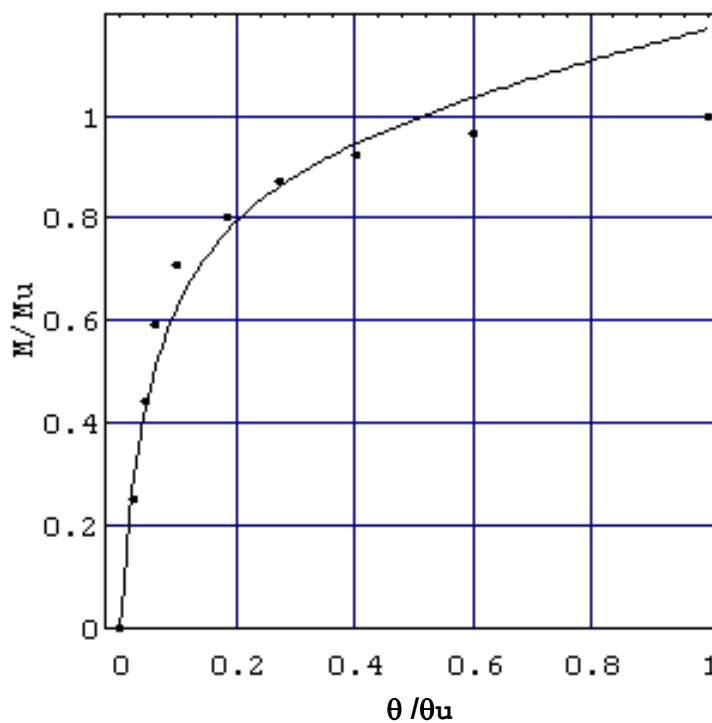


Figura 7.3 – Curva Momento-Rotação proposta e resultados do ANSYS5.4 para a Análise no. 34 – Caso I

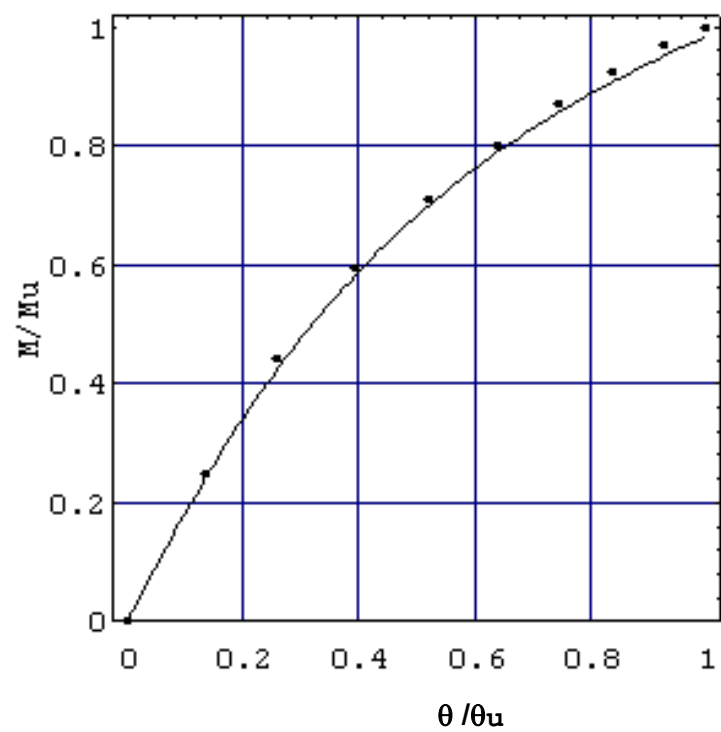


Figura 7.4 – Curva Momento-Rotação proposta e resultados do ANSYS5.4 para a
Análise no. 94 – Caso II

8. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

8.1. Conclusões

O Método de Richard [3] pode ser aplicado aos casos usuais no Brasil, como se comprovou neste trabalho, para os casos em que a viga é ligada a um suporte rígido.

O Método dos Elementos Finitos mostrou-se eficaz para a previsão das respostas da ligação por chapa simples, em combinação com informações experimentais de ligações com um parafuso. Todas as características importantes da ligação foram devidamente contempladas na análise elasto-plástica com grandes deslocamentos.

Devido à comprovação da eficácia do Método dos Elementos Finitos, estendeu-se o trabalho de Richard [3] ao caso em que a viga é ligada à alma do pilar (superposição dos Casos I e II, Capítulo 6).

As equações propostas para as curvas $M-\theta$, correspondentes aos casos de viga ligada à mesa e viga ligada à alma do pilar, respectivamente, conforme já comentado no Capítulo 7, poderiam ser mais elaboradas. Entretanto, para utilização de relações $M-\theta$ de ligações em análises de estruturas completas, é suficiente conhecer-se a relação no início do carregamento (rigidez secante até a carga de serviço) e os valores últimos de M e de θ [20]. Estas duas informações permitem o traçado de um diagrama $M-\theta$ bi-linear (figura 8.1) que pode ser usado em qualquer tipo de análise não-linear de estruturas formadas por barras. Na figura 8.1 as opções (a) e (b) podem ser usadas, do lado da

segurança, para avaliar deslocamentos (ou momento no centro da viga) e momento na ligação, respectivamente.

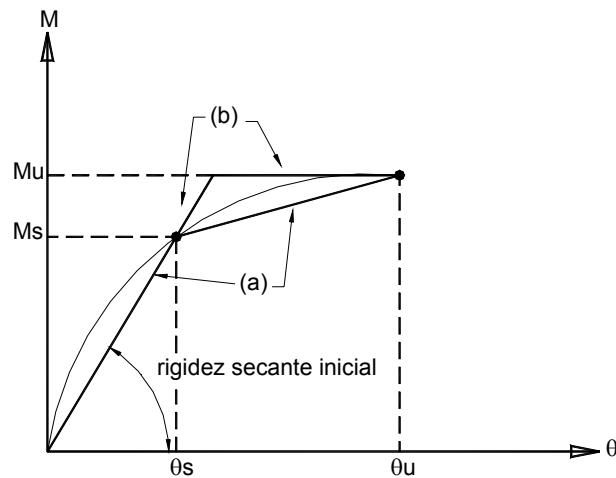


Figura 8.1 – Diagramas bi-lineares para a curva Momento-Rotação

A título de exemplo, usar-se-ão resultados da Análise no. 34, estabelecendo-se $M_s = 0.6 \cdot M_u$, para a obtenção do diagrama bi-linear $M-\theta$, sendo M_s o valor do momento de serviço para a ligação. Têm-se os seguintes dados da ligação:

$$f_y = 25 \text{ kN/cm}^2;$$

$$t_s = t_{wv} = 1.25 \text{ cm};$$

$$H_s = 36 \text{ cm};$$

$$L = 15 \text{ cm};$$

$$e_1 = 4 \text{ cm}$$

$$f = 1 \text{ cm}$$

Assim:

$$(5.4): \quad V_0 = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \cdot t_s \cdot H_s = 649.5 \text{ kN}$$

$$(5.6): \quad Z = \frac{t_s \cdot H_s^2}{4} = 405 \text{ cm}^3$$

$$(5.5): \quad M_0 = Z \cdot f_y = 10125 \text{ kN cm}$$

$$(5.7): \quad M = (L + e_1 + f) \cdot V = 20 \cdot V \rightarrow V = \frac{M}{20}$$

$$(5.3): \quad \left(\frac{M}{M_0} \right) + \left(\frac{V}{V_0} \right)^4 = 1 \rightarrow M = M_r = 8380 \text{ kN cm}$$

Tem-se:

$$x = \frac{t_{wv}}{H_s} = 0.03472$$

$$y = \frac{L}{H_s} = 0.4167$$

Com os valores da tabela 7.3 calculam-se, então:

$$(7.7): \quad \theta_u = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 y^2 = 0.050395 \text{ rd}$$

$$(7.5): \quad \frac{M_u}{M_r} = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 y^2 = 1.062 \rightarrow M_u = 8900 \text{ kN cm}$$

$$(7.2): \quad A = a + bx + cy = 19.425$$

$$(7.3): \quad B = d + ex + fy = 19.183$$

$$(7.4): \quad C = g + hx + iy = 0.8985$$

Com $M = M_s = 0.6 \cdot M_u = 5340 \text{ kN cm}$ na expressão:

$$(7.1): \quad \frac{M}{M_u} = \frac{B z}{\left[1 + (B z)^c \right]^{1/c}} + (A - B) z$$

obtém-se:

$$z = \frac{\theta}{\theta_u} = 0.086595$$

$$\rightarrow \theta = \theta_s = 0.086595 \cdot 0.050395 = 0.00436 \text{ rd}$$

Na figura 8.2 mostram-se os diagramas bi-lineares correspondentes.

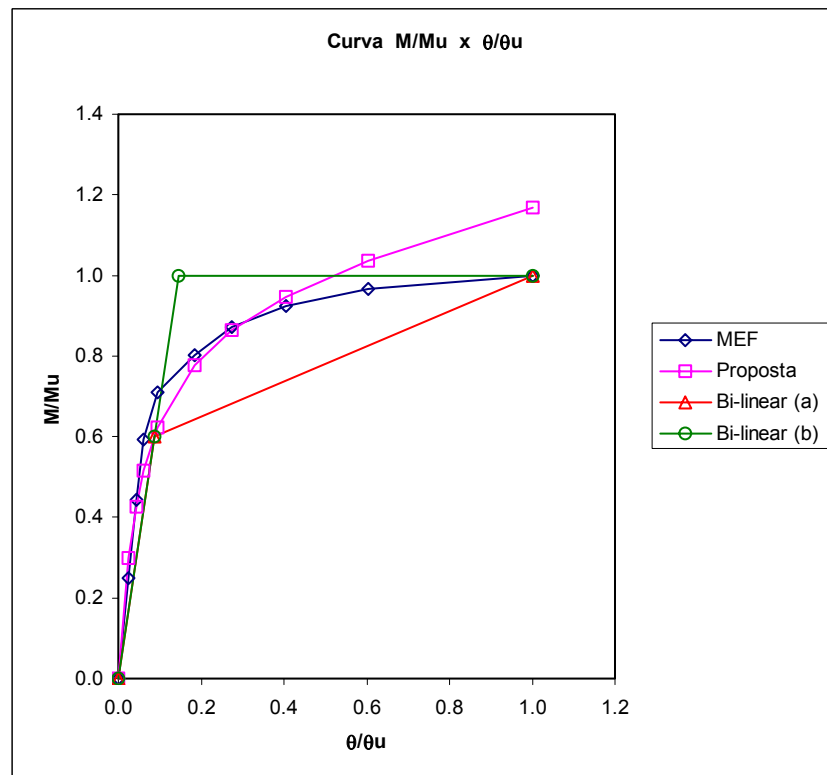


Figura 8.2 – Diagramas bi-lineares correspondentes à curva $M/M_u - \theta/\theta_u$ proposta, da Análise no. 34

8.2. Recomendação para verificação do dimensionamento da ligação

- a) Lançar a ligação.
- b) Estipular um valor de L (ver faixas na tabela 7.3).
- c) Determinar o diagrama bi-linear (a) ou (b), conforme descrito em 8.1.
- d) Processar a análise da estrutura completa, utilizando-se o modelo mecânico proposto (item 1.5), atribuindo-se à mola do modelo um dos dois diagramas bi-lineares.
- e) Com os valores da força cortante de cálculo V_d e do momento de cálculo M_d obtidos na análise, determinar:

$$L' = \frac{M_d}{V_d} \quad (8.1)$$

e comparar com o valor estipulado para L ; reprocessar, se necessário.

- f) Com os resultados finais, verificar (respeitadas as limitações impostas neste trabalho):

f.1) $\theta \leq \theta_u$ (θ_u obtido com (7.7));

f.2) determinar a força F_d = força de cálculo nos parafusos, superpondo os efeitos de V_d e M_d já determinados anteriormente (item e), pelo método elástico (a favor da segurança). Com a força de cálculo F_d , verificar todos os estados limites aplicáveis: corte no parafuso, esmagamento do furo, rasgamento do furo à borda, rasgamento entre furos.

- f.3) verificar a chapa simples pelo critério de Drucker-Prager:

$$\left(\frac{V_d}{\phi V_n} \right)^4 + \left(\frac{M_d}{\phi M_n} \right) \leq 1 \quad (8.2)$$

onde $M_n = M_o$ dado por (5.5),

$$V_n = V_o' = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \cdot t_s \cdot H_s' \quad (8.3)$$

H_s' = altura líquida da chapa simples dada por

$$H_s' = H_s - n \cdot d_{furo} \quad (8.4)$$

com

$$d_{furo} = \phi_{parafuso} + 2 \text{ mm} \quad (\text{para furo padrão}) \quad (8.5)$$

Tem-se t_s = espessura da chapa simples (igual à espessura da alma da viga), f_y = limite de escoamento do aço e ϕ = coeficiente de segurança para ligações (= 0.75 pela NBR 8800).

8.3. Recomendações para estudos posteriores

Com base nos resultados apresentados, as seguintes recomendações para estudos posteriores podem ser feitas:

- melhorar a função de ajuste aos dados obtidos pelo MEF, fazendo-se um número maior de análises parametrizadas;
- incluir os casos de $n = 4, 6, 7, 9$ e 11 parafusos;
- realizar ensaios experimentais da ligação completa, com algumas configurações apresentadas neste trabalho e outras também usuais no Brasil;
- realizar estudos e ensaios experimentais de forma a se poder incluir a laje de concreto armado no comportamento da ligação, transformando-a de ligação considerada flexível para ligação rígida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] QUEIROZ, G., TSCHERMERNEGG, F. - “ Mechanical Modeling of Semi-Rigid Joints for the Analysis of Framed Steel and Composite Structures” - Third International WorkShop on Connections in Steel Structures, May 1995
- [2] QUEIROZ, G. - “ Análise Experimental e Análise Não-Linear de Nós Soldados Semi-Rígidos” - Tese de Doutorado - Universidade Federal de Minas Gerais - Escola de Engenharia de Belo Horizonte - Departamento de Estruturas, Jun 1995
- [3] RICHARD, R. M., GILLET, P. E., KRIEGH, J. D. and LEWIS, B. A. - “ The Analysis and Design of Single Plate Framing Connections” - Engineering Journal, 2nd Quarter, p. 38-52, 1980
- [4] LOTHERS, J. E. - “ Elastic Restraint Equation for Semi-Rigid Connections ” - Trans. ASCE, Vol.116, p. 480-502, 1975
- [5] FRYE, M. J., MORRIS, G. A. - “ Analysis of Flexibly Connected Steel Frames” - Canadian Journal of Civil Engineers, Vol. 2 No. 3, p. 280-291, Sept. 1975
- [6] JONES, W.S., KIRBY, P. A. and NETHERCOT, D. A. - “ Effect of Semi-Rigid Connections on Steel Column Strength ” - Journal of Constructional Steel Research, London, Vol.1, p.38-46, 1980
- [7] ATTIOGBE, E., MORRIS, G. - “ Moment-Rotation Functions for Steel Connections “ - ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol.117, No.6, p. 1703-1718, Jun 1991

- [8] RICHARD, R. M., ABBOTT, B. J. - “ Versatile Elastic-Plastic Stress-Strain Formula ” - Journal of Mechanical Division, ASCE, Vol. 101(4), p. 511-515, 1975
- [9] RICHARD, R. M., ELSATI, M. K. - “ Derived Moment Rotation Curves for Partially Restrained Connections “ - Structural Engineering Review, Vol. 8, p. 151-158, May-Aug 1996
- [10] ABOLHASSAN, A., STEVEN, M. C., KURT, M. M. “ Behavior and Design of Steel Single Plate Shear Connections “ - ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 8, p. 2421-2440, Aug. 1993
- [11] ABOLHASSAN, A., STEVEN, M. C., KURT, M. M. “ Design of Single Plate Shear Connections “ - AISC, Engineering Journal, 1st Quarter, p. 21-32, 1989
- [12] RAUSCHER, T. R., GERSTLE, K. H. “ Reliability of Rotational Behavior of Framing Connections “ - AISC, Engineering Journal, 1st Quarter, p. 12-19, 1992
- [13] SHERBOURNE, A. N. e BAHAARI, M.R. “ 3D Simulation of End-Plate Bolted Connections “ - ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol.120, No.11, p. 3122-3136, Nov 1994
- [14] QUEIROZ, G., PIMENTA, R. J. e FAKURY, R. H. “ Estudo do Comportamento de Ligações Flexíveis em Estruturas de Aço “ - Relatório de Pesquisa - Estudos Especiais em Engenharia de Estruturas, EEUFMG, Jun 1993
- [15] “ Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios “ - Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 8800, 1986

- [16] CARNEIRO, F. L. “ Análise Dimensional e Teoria da Semelhança e dos Modelos Físicos “ - Ed. UFRJ, Rio de Janeiro 1993
- [17] CHEN, W. F., HAN, D. J. “ Plasticity for Structural Engineers “ - Springer-Verlag New York Inc., 1988
- [18] QUEIROZ, G., MATA, L. A. C., “Análise do Comportamento Não-Linear de Ligações por Chapas Simples pelo Método dos Elementos Finitos” – Terceiro Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional, Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, Nov, 1998
- [19] MATHEWS, J. H. “ Numerical Methods for Mathematics, Science and Engineering”, Prentice-Hall, 1992
- [20] LRFD – “ Manual of Steel Construction, Load and Resistance Factor Design“ - AISC , American Institute of Steel Construction, Inc., 1a. edição, Chicago, Dec 1994

BIBLIOGRAFIA

- ABOLHASSAN, A., NADER, M. N., "Experimental Studies of Steel Tee Shear Connections" – Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 10, p. 2882-2902, 1991
- ABOLHASSAN, A., NADER, M. N., "Design of Tee Framing Shear Connections" - Engineering Journal, AISC, 1st Quarter, p. 9-20, 1989
- AISC, "Partially Restrained – Composite Connections", Steel Design Guide Series, Vol. 8, Part I, Chicago
- ALMUSALLAM, T. H., AL-SUGAIR, F. H., " First-Order Computational of the Statistics of Joint Moments in Partially Restrained Steel Structures" - Computers and Structures, Vol. 52, No.4, p. 605-610, Aug 17, 1994
- ANG, K. M., MORRIS, G. A., " Analysis of Three-Dimensional Frames with Flexible Beam-Column Connections " - Canadian Journal of Civil Engineers, Vol.11, p. 245-254, 1984
- AZIZINAMINI, A., BRADBURN, J. H., RADZIMINSKI, J. B., "Initial Stiffness of Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections" - Journal of Constructional Steel Research, Vol.8, p. 71-90, 1987
- BAHAARI, M. R., SHERBOURNE, A., N. "Computer Modeling of an Extended End-Plate Bolted Connection" - Computers and Structures, Vol. 52, No.5, p. 879-893, 1994
- BHATTI M. A., HINGTGEN, J. D., "Effects of Connection Stiffness and Plasticity on the Service Behavior of unbraced Steel Frames" - Engineering Journal, AISC, 1st Quarter, p. 21-33, 1995

- BJORHOVDE, R., COLSON, A., BROZZETTI, J., “ Classification System for Beam-to-Column Connection “ - Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.116, No.11, p. 3059-3076, Nov, 1990
- BUTLER, L. J., PAL S., KULAK, G. L., “Eccentrically Loaded Welded Connections” - Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.98, No.ST5, p.989-1005, May, 1972
- CHEN, W. F., KISHI, N., “ Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections: Data Base and Modeling “ - Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.115, No.1, p. 105-119, 1989
- CHEN, W. F., WHITE, DONALD W., “Characteristic Semirigid Connection Relationships for Frame Analysis and Design“ Preliminary Proceedings, Third International Workshop on Connections in Steel Structures, Trento , p. 299-308, May, 1995
- CHIOU, Y. J., LIN, Y. R., “A Study on the Fire Response of Flexibly Jointed Steel Frames” - Computers and Structures, Vol.45, No.3, p. 439-713, 1992
- CORADI, P. E. L., “Análise pelo Método dos Elementos Finitos de Pisos Mistos em Aço e Concreto para Determinação de Deslocamentos” – Dissertação de Mestrado apresentada no Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Março, 1997
- CRAWFORD, S. F., KULAK, GEOFFREY L., “Eccentrically Loaded Bolted Connections” - Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.97, No.ST3, p.765-783, March, 1971

- DAVIDSON, J. B., LAM, D., NETHERCOT, D. A., "Semi-Rigid Action of Composite Joints" - Structural Engineer, vol 68, No. 24, p. 489-499, Dec 18, 1990
- DAVIDSON, J. B., KIRBY, P. A., NETHERCOT, D. A., "Rotational Stiffness Characteristics of Steel Beam-to-Column Connections" - Journal of Constructional Steel Research, Vol.8, p. 17-54, 1987
- DAVIDSON, J. B., KIRBY, P. A., NETHERCOT, D. A., "Effect of Lack of Fit on Connection Restraint" - Journal of Constructional Steel Research, Vol.8, p. 55-69, 1987b
- FISHER, J. W., "Behavior of Fasteners and Plates with Holes" - Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, ST6, p. 265 – 286, Dec, 1965
- GERSTLE, K. H., ACKROYD, M. H., "Behavior and Design of Flexibly-Connected Building Frames" - Engineering Journal, AISC, 1st. Quarter, p.22-29, 1990
- HSIEH, S. H., DEIERLEIN, G. G., "Nonlinear Analysis of three-Dimensional Steel Frames with Semirigid Connections" - Computers and Structures, Vol. 41, No.5, p.995-1009, 1991
- JONES, S. W., KIRBY, P. A., NETHERCOT, D. A., "Columns with Semirigid Joints" -Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.108, No.ST2, p. 361-372, Feb, 1982
- KENNEDY, D. J. L., " Moment Rotation Characteristics of Shear Connections " - Engineering Journal AISC, Vol. 6, p.105-115, Oct, 1969
- KISHI, N., CHEN, W. F., "Moment-Rotation Relations of SemiRigid Connections with Angles" - Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.116, No.7, p. 1812-1834, Jul, 1990

- KISHI, N., CHEN, W. F., GOTO, Y., MATSUOKA, K., “Analysis Program for Design of Flexibly Jointed Frames” - Computers and Structures, Vol.49, No.4, p.705-713, 1993
- KISHI, N., CHEN, W. F., GOTO, Y., MATSUOKA, K. G., “Design Aid of Semi-Rigid Connections for Frame Analysis” - Engineering Journal, AISC, Vol. 30, 3rd Quarter, p. 90-107, 1993
- KRISHNAMURTHY, N., HUANG, H.T., JEFFREY, P., H., AVERY, L., K., “Analytical M- θ Curves for End-Plate Connections” – Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, No. ST1, p. 133-145, Jan, 1979
- LIEW, R. J. Y., WHITE, D. W., CHEN, W. F., “Limit States Design of Semi-Rigid Frames using Advanced Analysis: Part I : Connection Modeling and Classification” - Journal of Constructional Steel Research, Vol.26, No.1, p. 1-27, 1993
- LIPSON, S. L., “Single Angle Welded Bolted Connections” - Journal of the Structural Division, ASCE , Vol.193, No.ST3, p. 559-571, Mar, 1977
- LIPSON, S. L., HAGUE, M. I., “Elastic-Plastic Analysis of Single-Angle Bolted-Welded Connections Using the Finite Element Method” - Computers and Structures, No.6, p. 533-545, Dec, 1978
- LO, D. S. K., STIEMER, S. F., “A practical Method for Incorporating Flexible Connections in Plane Frame Analysis” - Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.22, No.5, p. 871-882, Oct, 1995
- LORENZ, R. F., KATO, B., CHEN, W. F., “Semi-Rigid Connections in Steel Frames” – Council on Tall Buildings and Urban Habitat, McGraw-Hill, Inc., 1992

LRFD – “ Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings “ - AISC , American Institute of Steel Construction, Inc., 1a. edição, Chicago, Dec, 1994

LUI, E. M., CHEN, W. F., “End Restraint and Column Design Using LFRD” - Engineering Journal, AISC, 1st Quarter, p. 29-39, 1983

MANUAL DO PROGRAMA ANSYS VERSÃO 5.4

NOWAK, P. S., HARTMANN, T. W., “Eccentric Connection Design: Geometric Approach” - Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 119, No.2, p.606-618, Feb, 1993

OWENS, G. W., MOORES, D. B., “Steelwork Connections. The Robustness of Simple Connections” - Structural Engineer, vol 70, No. 3, p. 37-45, Feb 4, 1992

PHAM, L., MANSELL, D.S., PACVERE, P., “Limit States Design Capacity of Standardised Steel Connections” - Journal of Constructional Steel Research, Vol.23, No.1-3, p. 227-253, 1992

PLUMIER, A., “Behavior of Connections” - Journal of Constructional Steel Research, Vol.29, No.1-3, p. 95-119, 1994

QUEIROZ, G., “Elementos das Estruturas de Aço”, Belo Horizonte, 1993

QUEIROZ, G., MATA, L. A. C., “ Comportamento Semi-Rígido de Ligações Usuais em Estruturas de Aço” - Relatório de Pesquisa - Estudos Especiais em Engenharia de Estruturas, Dez, 1996

RICHARD, R. M., “A Design Guide for Single Plate Framing Connections Designs” – Prepared for the AISC, University of Arizona, Tucson, Arizona, Jul, 1989

- RICHARD, R. M., KRIEGH, JAMES D., HORMBY, DAVID E., "Design of Single Plate Framing Connections with A307 Bolts" - Engineering Journal, AISC, 4th Quarter, p.209-222, 1982
- RICHARD, R. M., ALLEN C. JAY., PARTRIDGE, J. E., "Proprietary Slotted Beam Connection Designs" - Modern Steel Construction, p. 28–33, Mar, 1997
- RICHARD, R. M., "Force Distributions in Partially Restrained Connections" - Developments in Computational Techniques for Civil Engineering, p. 121-128, 1995
- SALMON, C. G., JOHNSON, T. E., "Steel Structures - Design and Behavior " - Emphasizing Load and Resistance Factor Design - 3rd edition, Harper & Row Publishers Inc.
- SUGIMOTO, H., CHEN, W. F., "Small End Restraint Effects on Strength of H-Columns" - Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.108, No.ST3, p. 661-681, Mar, 1982
- THORNTON, W. A., "Connections: Art, Science and Information in the Quest for Economy and Safety" - Engineering Journal, AISC, 4th Quarter, p. 132-144, 1995
- TUCKER, G. L., BENNETT, R. M., "Reliability Analysis of Partially Restrained Steel Connections" -, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.116, No.4, p. 1090-1101, April, 1990
- WILLIAMS, G. C., RICHARD R. M., "Analysis and Design of Large Diagonal Bracing Connections" - Structural Engineering Review, vol 8, No.1, p. 1–27, May-Aug, 1996

WOLFRAN, S., "Mathematica – A System for Doing Mathematics by Computer"
- Addison – Wesley Publishing Company, Second Edition, 1991

YEE, Y. L., MELCHERS, R. E., "Moment-Rotation Curves for Bolted
Connections" - Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.112,
No.ST3, p. 615-635, 1986

YOUNG, NED W., DISQUE, ROBERT O., "Design Aids for Single Plate
Framing Connections" - Engineering Journal, AISC, 4th Quarter, p.
129-148, 1981

APÊNDICE – LISTAGEM DOS ARQUIVOS DE ENTRADA DE DADOS

Caso I - *Modelo e condições de contorno*

```
/TITLE,CASO I - Analise no. 34
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
/PMETH,OFF
/COM, PARAMETROS BASICOS
n = 5
d = 2.22
hv = 50
tfv = 1.25
bv = 15
twv = 1.25
ts = twv
tp = 5*ts
l = 15
f = 1
e1 = 4
e2 = 7
lt = l + e1
hw = hv-tfv
hs = e1+4*e2+e1
ls = f+e1+e1
lm = 100
```

```
/PREP7
/COM, TIPOS DE ELEMENTOS
ET,1,SHELL43
ET,2,SHELL43
ET,3,BEAM4
ET,4,COMBIN39
ET,5,LINK8
ET,6,SHELL43
KEYOPT,4,3,6
```

```
/COM, CONSTANTES REAIS
R,1,tfv, , , ,
R,2,twv, , , ,
R,3,ts, , , ,
R,4,2116,350000,350000,46,46, ,
R,5,0,0,0.15e-03,12000,1.950e-03,16500,
R,6,8.969E-05,0,
R,7,tp, , , ,
```

```
/COM, PROPRIEDADES FISICAS DOS MATERIAIS
UIMP,1,EX, , ,20500,
UIMP,1,NUXY, , ,0.3,
TB,BKIN,1, , , ,
```

```

TBMODIF,2,1,25
TBMODIF,3,1,20.5

/COM, GERACAO DOS NOS
N,1,1,+hw/2,0
NPLOT
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,1
NGEN,7,1,P51X, , ,(ls-f)/6, , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,7
NGEN,6,1,P51X, , ,(lt+f-ls)/5, , ,1,
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,1
FITEM,4,-12
NGEN,4,12,P51X, , , -(hw-hs)/6, ,1,
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,37
FITEM,4,-49
NGEN,4,12,P51X, , , -e1/3, ,1,
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,73
FITEM,4,-84
NGEN,7,12,P51X, , , -e2/6, ,1,
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,145
FITEM,4,-156
NGEN,7,12,P51X, , , -e2/6, ,1,
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,217
FITEM,4,-228
NGEN,7,12,P51X, , , -e2/6, ,1,
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,289
FITEM,4,-300
NGEN,7,12,P51X, , , -e2/6, ,1,
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,361
FITEM,4,-372
NGEN,4,12,P51X, , , -e1/3, ,1,
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,397
FITEM,4,-408
NGEN,4,12,P51X, , , -(hw-hs)/6, ,1,
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,1
FITEM,4,-12
NGEN,5,1000,P51X, , , , (bv)/8,1,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
FLST,4,11,1,ORDE,2
FITEM,4,1
FITEM,4,-12
NGEN,5,1000,P51X, , , , -(bv)/8,1,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
FLST,4,88,1,ORDE,2
FITEM,4,445
FITEM,4,-540

```

```

NGEN,2,1000,P51X, , , -hw, ,1,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
N,637,0,hs/2,0,,,,
FLST,4,6,1,ORDE,2
FITEM,4,37
FITEM,4,-43
NGEN,2,1000,P51X, , , 0, ,1,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
FLST,4,7,1,ORDE,2
FITEM,4,637
FITEM,4,-644
NGEN,4,8,P51X, , , -e1/3, ,1,
FLST,4,7,1,ORDE,2
FITEM,4,661
FITEM,4,-668
NGEN,7,8,P51X, , , -e2/6, ,1,
FLST,4,7,1,ORDE,2
FITEM,4,709
FITEM,4,-716
NGEN,7,8,P51X, , , -e2/6, ,1,
FLST,4,7,1,ORDE,2
FITEM,4,757
FITEM,4,-764
NGEN,7,8,P51X, , , -e2/6, ,1,
FLST,4,7,1,ORDE,2
FITEM,4,805
FITEM,4,-812
NGEN,7,8,P51X, , , -e2/6, ,1,
FLST,4,7,1,ORDE,2
FITEM,4,853
FITEM,4,-860
NGEN,4,8,P51X, , , -e1/3, ,1,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,76
NGEN,2,1000,P51X, , , , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,665
NGEN,2,2000,P51X, , , , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,148
NGEN,2,3000,P51X, , , , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,713
NGEN,2,4000,P51X, , , , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,220
NGEN,2,5000,P51X, , , , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,761
NGEN,2,6000,P51X, , , , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,292
NGEN,2,7000,P51X, , , , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,809

```

```

NGEN,2,8000,P51X, , , , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,364
NGEN,2,9000,P51X, , , , ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,857
NGEN,2,10000,P51X, , , , ,1,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,885
NGEN,2,1000,P51X, , ,42.29,90.62, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,886
NGEN,2,2000,P51X, , ,42.29,90.62, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,887
NGEN,2,3000,P51X, , ,68.23,73.11, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,888
NGEN,2,4000,P51X, , ,68.23,73.11, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,889
NGEN,2,5000,P51X, , ,lm,0, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,890
NGEN,2,6000,P51X, , ,lm,0, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,891
NGEN,2,7000,P51X, , ,68.23,-73.11, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,892
NGEN,2,8000,P51X, , ,68.23,-73.11, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,893
NGEN,2,9000,P51X, , ,42.29,-90.62, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,894
NGEN,2,10000,P51X, , ,42.29,-90.62, ,1,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,895
NGEN,2,5000,P51X, , , -90.62,42.29, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,897
NGEN,2,6000,P51X, , , -73.11,68.23, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,899
NGEN,2,7000,P51X, , ,0,lm, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,901
NGEN,2,8000,P51X, , , -73.11,-68.23, ,1,
FLST,4,1,1,ORDE,1
FITEM,4,903
NGEN,2,9000,P51X, , , -90.62,-42.29, ,1,
NUMCMP,ALL
/REPLOT

```

```

/COM, GERACAO DOS ELEMENTOS
TYPE,1,
MAT,1,
REAL,1,
ESYS,0,
E,481,482,470,469
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,1
EGEN,11,1,P51X, , , , , ,
FLST,4,10,2,ORDE,2
FITEM,4,1
FITEM,4,-11
EGEN,3,-12,P51X, , , , , ,
E,445,446,2,1
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,34
EGEN,11,1,P51X, , , , , ,
E,1,2,494,493
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,45
EGEN,11,1,P51X, , , , , ,
E,493,494,506,505
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,56
EGEN,11,1,P51X, , , , , ,
FLST,4,10,2,ORDE,2
FITEM,4,56
FITEM,4,-66
EGEN,3,12,P51X, , , , , ,
E,577,578,566,565
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,89
EGEN,11,1,P51X, , , , , ,
FLST,4,10,2,ORDE,2
FITEM,4,89
FITEM,4,-99
EGEN,3,-12,P51X, , , , , ,
E,541,542,434,433
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,122
EGEN,11,1,P51X, , , , , ,
E,433,434,590,589
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,133
EGEN,11,1,P51X, , , , , ,
E,589,590,602,601
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,144
EGEN,11,1,P51X, , , , , ,
FLST,4,10,2,ORDE,2
FITEM,4,144
FITEM,4,-154
EGEN,3,12,P51X, , , , , ,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
TYPE,1,
MAT,1,
REAL,2,
ESYS,0,

```

```

E,13,14,2,1
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,177
EGEN,11,1,P51X, , , , , ,
FLST,4,10,2,ORDE,2
FITEM,4,177
FITEM,4,-187
EGEN,36,12,P51X, , , , , ,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
TYPE,2,
MAT,1,
REAL,3,
ESYS,0,
E,645,646,638,637
FLST,4,1,2,ORDE,1
FITEM,4,573
EGEN,7,1,P51X, , , , , ,
FLST,4,6,2,ORDE,2
FITEM,4,573
FITEM,4,-579
EGEN,30,8,P51X, , , , , ,
NUMCMP,ALL
/REPLOT
TYPE,3,
MAT,1,
REAL,4,
ESYS,0,
E,885,895
E,886,896
E,887,897
E,888,898
E,889,899
E,890,900
E,891,901
E,892,902
E,893,903
E,894,904
NUMCMP,ALL
/REPLOT
TYPE,4,
MAT, ,
REAL,5,
ESYS,0,
E,895,896
E,897,898
E,899,900
E,901,902
E,903,904
NUMCMP,ALL
/REPLOT
TYPE,5,
MAT,1,
REAL,6,
ESYS,0,
E,895,905
E,897,906
E,899,907
E,901,908

```

E,903,909
NUMCMP,ALL
/REPLOT

FLST,2,20,2,ORDE,20
FITEM,2,234
FITEM,2,-235
FITEM,2,245
FITEM,2,-246
FITEM,2,300
FITEM,2,-301
FITEM,2,311
FITEM,2,-312
FITEM,2,366
FITEM,2,-367
FITEM,2,377
FITEM,2,-378
FITEM,2,432
FITEM,2,-433
FITEM,2,443
FITEM,2,-444
FITEM,2,498
FITEM,2,-499
FITEM,2,509
FITEM,2,-510
EDELE,P51X
GPLOT

FLST,2,20,2,ORDE,20
FITEM,2,590
FITEM,2,-591
FITEM,2,597
FITEM,2,-598
FITEM,2,632
FITEM,2,-633
FITEM,2,639
FITEM,2,-640
FITEM,2,674
FITEM,2,-675
FITEM,2,681
FITEM,2,-682
FITEM,2,716
FITEM,2,-717
FITEM,2,723
FITEM,2,-724
FITEM,2,758
FITEM,2,-759
FITEM,2,765
FITEM,2,-766
EDELE,P51X
GPLOT
NUMCMP,ALL
/REPLOT

TYPE,6,
MAT,1,
REAL,7,
ESYS,0,
E,75,76,64,63
E,76,77,65,64

FLST,2,4,1
 E,87,88,76,75
 E,88,89,77,76
 E,147,148,136,135
 E,148,149,137,136
 E,159,160,148,147
 E,160,161,149,148
 E,219,220,208,207
 E,220,221,209,208
 E,231,232,220,219
 E,232,233,221,220
 E,219,292,280,279
 E,292,293,281,280
 E,303,304,292,291
 E,304,305,293,292
 E,363,364,352,351
 E,364,365,353,352
 E,375,376,364,363
 E,376,377,365,364
 NUMCMP,ALL
 E,664,665,657,656
 E,665,666,658,657
 E,672,673,665,664
 E,673,674,666,665
 E,712,713,705,704
 E,713,714,706,705
 E,720,721,713,712
 E,721,722,714,713
 E,760,761,753,752
 E,761,762,754,753
 E,768,769,761,760
 E,769,770,762,761
 E,808,809,801,800
 E,809,810,802,801
 E,816,817,809,808
 E,817,818,810,809
 E,856,857,849,848
 E,857,857,850,849
 E,864,865,857,856
 E,865,866,858,857
 NUMCMP,ALL

 /SOLU
 /COM, CONDICAOES DE CONTORNO
 D,637, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,645, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,653, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,661, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,669, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,677, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,685, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,693, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,701, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,709, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,717, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,725, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,733, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,741, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
 D,749, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ

```

D,757, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,765, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,773, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,781, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,789, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,797, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,805, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,813, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,821, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,829, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,837, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,845, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,853, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,861, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,869, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
D,877, ,0, , , ,UX,UY,ROTZ
/REPLOT
FLST,2,444,1,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-444
D,P51X, ,0, , , ,UZ,ROTX,ROTY
/REPLOT
FLST,2,248,1,ORDE,2
FITEM,2,637
FITEM,2,-884
D,P51X, ,0, , , ,UZ,ROTX,ROTY
/REPLOT
FLST,2,25,1,ORDE,2
FITEM,2,885
FITEM,2,-909
D,P51X, ,0, , , ,UZ,ROTX,ROTY
/REPLOT
D,905, ,0, , , ,UX,UY
D,906, ,0, , , ,UX,UY
D,907, ,0, , , ,UX,UY
D,908, ,0, , , ,UX,UY
D,909, ,0, , , ,UX,UY
/REPLOT

/PREP7
/COM, ACOPLAMENTO DOS GRAUS DE LIBERDADE DOS NOS DAS EXTREMIDADES DAS
/COM, MOLAS
J = 895
K = 896
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 897
K = 898
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 899
K = 900
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 901
K = 902
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 903

```

K = 904
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY

/COM, ACOPLAMENTO DOS GRAUS DE LIBERDADE DOS NOS DA ALMA E DA CHAPA
/COM, SIMPLES COM OS NOS DE UMA DAS EXTREMIDADES DAS BARRAS RIGIDAS

J = 76
K = 885
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 665
K = 886
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 148
K = 887
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 713
K = 888
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 220
K = 889
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 761
K = 890
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 292
K = 891
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 809
K = 892
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 364
K = 893
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY
J = 857
K = 894
CERIG,J,K,UX
CERIG,J,K,UY

SAVE
FINISH

Caso I - Carregamento

```
/SOLU
/COM, *** CARGA APLICADA - CASO I : Analise 34 ***
/COM, LOAD STEP -1
A = 111.25
SOLCON,ON
NLGEOM,ON
NCNV,1,100
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,12,FY,-A/37
F,24,FY,-A/37
F,36,FY,-A/37
F,48,FY,-A/37
F,60,FY,-A/37
F,72,FY,-A/37
F,84,FY,-A/37
F,96,FY,-A/37
F,108,FY,-A/37
F,120,FY,-A/37
F,132,FY,-A/37
F,144,FY,-A/37
F,156,FY,-A/37
F,168,FY,-A/37
F,180,FY,-A/37
F,192,FY,-A/37
F,204,FY,-A/37
F,216,FY,-A/37
F,228,FY,-A/37
F,240,FY,-A/37
F,252,FY,-A/37
F,264,FY,-A/37
F,276,FY,-A/37
F,288,FY,-A/37
F,300,FY,-A/37
F,312,FY,-A/37
F,324,FY,-A/37
F,336,FY,-A/37
F,348,FY,-A/37
F,360,FY,-A/37
F,372,FY,-A/37
F,384,FY,-A/37
F,396,FY,-A/37
F,408,FY,-A/37
F,420,FY,-A/37
F,432,FY,-A/37
F,444,FY,-A/37
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

/COM, LOAD STEP -2
```

```

A = 197.503
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,12,FY,-A/37
F,24,FY,-A/37
F,36,FY,-A/37
F,48,FY,-A/37
F,60,FY,-A/37
F,72,FY,-A/37
F,84,FY,-A/37
F,96,FY,-A/37
F,108,FY,-A/37
F,120,FY,-A/37
F,132,FY,-A/37
F,144,FY,-A/37
F,156,FY,-A/37
F,168,FY,-A/37
F,180,FY,-A/37
F,192,FY,-A/37
F,204,FY,-A/37
F,216,FY,-A/37
F,228,FY,-A/37
F,240,FY,-A/37
F,252,FY,-A/37
F,264,FY,-A/37
F,276,FY,-A/37
F,288,FY,-A/37
F,300,FY,-A/37
F,312,FY,-A/37
F,324,FY,-A/37
F,336,FY,-A/37
F,348,FY,-A/37
F,360,FY,-A/37
F,372,FY,-A/37
F,384,FY,-A/37
F,396,FY,-A/37
F,408,FY,-A/37
F,420,FY,-A/37
F,432,FY,-A/37
F,444,FY,-A/37
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

```

```

/COM, LOAD STEP -3
A = 264.375
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,12,FY,-A/37
F,24,FY,-A/37
F,36,FY,-A/37
F,48,FY,-A/37
F,60,FY,-A/37
F,72,FY,-A/37

```

F,84,FY,-A/37
F,96,FY,-A/37
F,108,FY,-A/37
F,120,FY,-A/37
F,132,FY,-A/37
F,144,FY,-A/37
F,156,FY,-A/37
F,168,FY,-A/37
F,180,FY,-A/37
F,192,FY,-A/37
F,204,FY,-A/37
F,216,FY,-A/37
F,228,FY,-A/37
F,240,FY,-A/37
F,252,FY,-A/37
F,264,FY,-A/37
F,276,FY,-A/37
F,288,FY,-A/37
F,300,FY,-A/37
F,312,FY,-A/37
F,324,FY,-A/37
F,336,FY,-A/37
F,348,FY,-A/37
F,360,FY,-A/37
F,372,FY,-A/37
F,384,FY,-A/37
F,396,FY,-A/37
F,408,FY,-A/37
F,420,FY,-A/37
F,432,FY,-A/37
F,444,FY,-A/37
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

/COM, LOAD STEP -4
A = 316.221
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,12,FY,-A/37
F,24,FY,-A/37
F,36,FY,-A/37
F,48,FY,-A/37
F,60,FY,-A/37
F,72,FY,-A/37
F,84,FY,-A/37
F,96,FY,-A/37
F,108,FY,-A/37
F,120,FY,-A/37
F,132,FY,-A/37
F,144,FY,-A/37
F,156,FY,-A/37
F,168,FY,-A/37
F,180,FY,-A/37
F,192,FY,-A/37
F,204,FY,-A/37

F,216,FY,-A/37
F,228,FY,-A/37
F,240,FY,-A/37
F,252,FY,-A/37
F,264,FY,-A/37
F,276,FY,-A/37
F,288,FY,-A/37
F,300,FY,-A/37
F,312,FY,-A/37
F,324,FY,-A/37
F,336,FY,-A/37
F,348,FY,-A/37
F,360,FY,-A/37
F,372,FY,-A/37
F,384,FY,-A/37
F,396,FY,-A/37
F,408,FY,-A/37
F,420,FY,-A/37
F,432,FY,-A/37
F,444,FY,-A/37
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

/COM, LOAD STEP -5
A = 356.417
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,12,FY,-A/37
F,24,FY,-A/37
F,36,FY,-A/37
F,48,FY,-A/37
F,60,FY,-A/37
F,72,FY,-A/37
F,84,FY,-A/37
F,96,FY,-A/37
F,108,FY,-A/37
F,120,FY,-A/37
F,132,FY,-A/37
F,144,FY,-A/37
F,156,FY,-A/37
F,168,FY,-A/37
F,180,FY,-A/37
F,192,FY,-A/37
F,204,FY,-A/37
F,216,FY,-A/37
F,228,FY,-A/37
F,240,FY,-A/37
F,252,FY,-A/37
F,264,FY,-A/37
F,276,FY,-A/37
F,288,FY,-A/37
F,300,FY,-A/37
F,312,FY,-A/37
F,324,FY,-A/37
F,336,FY,-A/37

```

F,348,FY,-A/37
F,360,FY,-A/37
F,372,FY,-A/37
F,384,FY,-A/37
F,396,FY,-A/37
F,408,FY,-A/37
F,420,FY,-A/37
F,432,FY,-A/37
F,444,FY,-A/37
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

/COM, LOAD STEP -6
A = 387.581
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,12,FY,-A/37
F,24,FY,-A/37
F,36,FY,-A/37
F,48,FY,-A/37
F,60,FY,-A/37
F,72,FY,-A/37
F,84,FY,-A/37
F,96,FY,-A/37
F,108,FY,-A/37
F,120,FY,-A/37
F,132,FY,-A/37
F,144,FY,-A/37
F,156,FY,-A/37
F,168,FY,-A/37
F,180,FY,-A/37
F,192,FY,-A/37
F,204,FY,-A/37
F,216,FY,-A/37
F,228,FY,-A/37
F,240,FY,-A/37
F,252,FY,-A/37
F,264,FY,-A/37
F,276,FY,-A/37
F,288,FY,-A/37
F,300,FY,-A/37
F,312,FY,-A/37
F,324,FY,-A/37
F,336,FY,-A/37
F,348,FY,-A/37
F,360,FY,-A/37
F,372,FY,-A/37
F,384,FY,-A/37
F,396,FY,-A/37
F,408,FY,-A/37
F,420,FY,-A/37
F,432,FY,-A/37
F,444,FY,-A/37
/REPLOT
LSWRITE

```

SOLVE
SAVE

/COM, LOAD STEP -7
A = 411.743
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,12,FY,-A/37
F,24,FY,-A/37
F,36,FY,-A/37
F,48,FY,-A/37
F,60,FY,-A/37
F,72,FY,-A/37
F,84,FY,-A/37
F,96,FY,-A/37
F,108,FY,-A/37
F,120,FY,-A/37
F,132,FY,-A/37
F,144,FY,-A/37
F,156,FY,-A/37
F,168,FY,-A/37
F,180,FY,-A/37
F,192,FY,-A/37
F,204,FY,-A/37
F,216,FY,-A/37
F,228,FY,-A/37
F,240,FY,-A/37
F,252,FY,-A/37
F,264,FY,-A/37
F,276,FY,-A/37
F,288,FY,-A/37
F,300,FY,-A/37
F,312,FY,-A/37
F,324,FY,-A/37
F,336,FY,-A/37
F,348,FY,-A/37
F,360,FY,-A/37
F,372,FY,-A/37
F,384,FY,-A/37
F,396,FY,-A/37
F,408,FY,-A/37
F,420,FY,-A/37
F,432,FY,-A/37
F,444,FY,-A/37
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

/COM, LOAD STEP -8
A = 430.476
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,12,FY,-A/37

```

F,24,FY,-A/37
F,36,FY,-A/37
F,48,FY,-A/37
F,60,FY,-A/37
F,72,FY,-A/37
F,84,FY,-A/37
F,96,FY,-A/37
F,108,FY,-A/37
F,120,FY,-A/37
F,132,FY,-A/37
F,144,FY,-A/37
F,156,FY,-A/37
F,168,FY,-A/37
F,180,FY,-A/37
F,192,FY,-A/37
F,204,FY,-A/37
F,216,FY,-A/37
F,228,FY,-A/37
F,240,FY,-A/37
F,252,FY,-A/37
F,264,FY,-A/37
F,276,FY,-A/37
F,288,FY,-A/37
F,300,FY,-A/37
F,312,FY,-A/37
F,324,FY,-A/37
F,336,FY,-A/37
F,348,FY,-A/37
F,360,FY,-A/37
F,372,FY,-A/37
F,384,FY,-A/37
F,396,FY,-A/37
F,408,FY,-A/37
F,420,FY,-A/37
F,432,FY,-A/37
F,444,FY,-A/37
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

/COM, LOAD STEP -9
A = 445
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,12,FY,-A/37
F,24,FY,-A/37
F,36,FY,-A/37
F,48,FY,-A/37
F,60,FY,-A/37
F,72,FY,-A/37
F,84,FY,-A/37
F,96,FY,-A/37
F,108,FY,-A/37
F,120,FY,-A/37
F,132,FY,-A/37
F,144,FY,-A/37

```

F,156,FY,-A/37
F,168,FY,-A/37
F,180,FY,-A/37
F,192,FY,-A/37
F,204,FY,-A/37
F,216,FY,-A/37
F,228,FY,-A/37
F,240,FY,-A/37
F,252,FY,-A/37
F,264,FY,-A/37
F,276,FY,-A/37
F,288,FY,-A/37
F,300,FY,-A/37
F,312,FY,-A/37
F,324,FY,-A/37
F,336,FY,-A/37
F,348,FY,-A/37
F,360,FY,-A/37
F,372,FY,-A/37
F,384,FY,-A/37
F,396,FY,-A/37
F,408,FY,-A/37
F,420,FY,-A/37
F,432,FY,-A/37
F,444,FY,-A/37
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

FINISH

Caso II - Modelo e condições de contorno

```
/TITLE,CASO II - Analise no. 94
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
/PMETH,OFF
/COM, PARAMETROS BASICOS
n = 5
hv = 50
ts = 1.25
l = 15
f = 1
e1 = 4
e2 = 7
hs = e1+4*e2+e1
hc = 35
twc = 0.95
tfc = 1.25
hwc = hc - 2*tfc
hc1 = (1/2)*hs + (1.5)*hc + (1/2)*(hv-hs)
hc2 = -hc1
hc11 = hs/2 + hwc/4
hc22 = -hc11
bc = 20
lsa = l+e1+f+(twc/2)
Ac = tfc*(2*bc) + twc*(hwc)
aux1 = hc1-hc11
aux2 = hwc/6
ndiv = (aux1)/(aux2) - (MOD(aux1,aux2))/aux2 + 1

/PREP7
/COM, TIPOS DE ELEMENTOS
ET,1,SHELL43
ET,2,SHELL43
ET,3,SHELL43

/COM, CONSTANTES REAIS
R,1,tfc, , , ,
R,2,twc, , , ,
R,3,ts, , , ,

/COM, PROPRIEDADES FISICAS DOS MATERIAIS
UIMP,1,EX, , ,20500,
UIMP,1,NUXY, , ,0.3,
UIMP,2,EX, , ,100*20500,
UIMP,2,NUXY, , ,0.3,
TB,BKIN,1, , , ,
TBMODIF,2,1,25
TBMODIF,3,1,20.5
TB,BKIN,2, , , ,
TBMODIF,2,1,100*25
TBMODIF,3,1,20.5

/COM, GERACAO DOS KEYPOINTS
K,1,0,hs/2,0
```

K,2,Isa,hs/2,0
 K,3,0,-hs/2,0
 K,4,Isa,-hs/2,0
 K,5,0,hc1,hwc/2
 K,6,0,hc1,hwc/2-tfc/2
 K,7,0,hc1,-(hwc/2-tfc/2)
 K,8,0,hc1,-hwc/2
 K,9,0,hc11,hwc/2
 K,10,0,hc11,hwc/2-tfc/2
 K,11,0,hc11,hwc/4
 K,12,0,hc11,0
 K,13,0,hc11,-hwc/4
 K,14,0,hc11,-(hwc/2-tfc/2)
 K,15,0,hc11,-hwc/2
 K,16,0,hc22,hwc/2
 K,17,0,hc22,hwc/2-tfc/2
 K,18,0,hc22,hwc/4
 K,19,0,hc22,0
 K,20,0,hc22,-hwc/4
 K,21,0,hc22,-(hwc/2-tfc/2)
 K,22,0,hc22,-hwc/2
 K,23,0,hc2,hwc/2
 K,24,0,hc2,hwc/2-tfc/2
 K,25,0,hc2,0
 K,26,0,hc2,-(hwc/2-tfc/2)
 K,27,0,hc2,-hwc/2
 K,28,-bc/2,hc1,hwc/2
 K,29,bc/2,hc1,hwc/2
 K,30,-bc/2,hc2,hwc/2
 K,31,bc/2,hc2,hwc/2
 K,32,-bc/2,hc1,-hwc/2
 K,33,bc/2,hc1,-hwc/2
 K,34,-bc/2,hc2,-hwc/2
 K,35,bc/2,hc2,-hwc/2
 KPLOT
 /REPLOT

/COM, GERACAO DAS LINHAS PARA DEFINICAO DAS AREAS

L,1,2
 L,3,4
 L,1,3
 L,2,4
 L,6,7
 L,10,11
 L,11,12
 L,12,13
 L,13,14
 L,17,18
 L,18,19
 L,19,20
 L,20,21
 L,24,25
 L,25,26
 L,5,9
 L,9,16
 L,16,23
 L,11,18
 L,12,1
 L,3,19

L,13,20
 L,8,15
 L,15,22
 L,22,27
 L,28,5
 L,5,29
 L,30,23
 L,23,31
 L,28,30
 L,29,31
 L,32,8
 L,8,33
 L,34,27
 L,27,35
 L,32,34
 L,33,35
 L,6,10
 L,10,17
 L,17,24
 L,7,14
 L,14,21
 L,21,26
 LPLOT
 /REPLOT

/COM, DEFINICAO DAS DIVISOES DAS LINHAS PARA GERACAO DAS MALHAS

LESIZE,3, , ,8
 LESIZE,20, , ,3
 LESIZE,21, , ,3
 LESIZE,7, , ,3
 LESIZE,8, , ,3
 LESIZE,11, , ,3
 LESIZE,12, , ,3
 LESIZE,19, , ,12
 LESIZE,22, , ,12
 LESIZE,16, , ,ndiv
 LESIZE,38, , ,ndiv
 LESIZE,23, , ,ndiv
 LESIZE,41, , ,ndiv
 LESIZE,17, , ,ndiv
 LESIZE,39, , ,ndiv
 LESIZE,24, , ,ndiv
 LESIZE,42, , ,ndiv
 LESIZE,18, , ,ndiv
 LESIZE,40, , ,ndiv
 LESIZE,25, , ,ndiv
 LESIZE,43, , ,ndiv

/COM, GERACAO DAS AREAS

AL,1,3,2,4
 AL,5,38,6,7,8,9,41
 AL,6,39,10,19
 AL,7,19,11,21,3,20
 AL,8,20,3,21,12,22
 AL,9,22,13,42
 AL,13,12,11,10,40,14,15,43
 AL,26,30,28,18,17,16
 AL,27,16,17,18,29,31
 AL,32,36,34,25,24,23

AL,33,23,24,25,35,37
APLOT
/REPLOT

/COM, GERACAO DAS MALHAS
AATT,2,3,3,0
AMESH,1
AATT,1,2,2,0
ESIZE,aux2
AMESH,2,7
AATT,1,1,1,0
ESIZE,bc/4
AMESH,8,11
/REPLOT

/SOLU
/COM, CONDICAOES DE CONTORNO
NSEL,S,LOC,Z,hwc/2
NSEL,R,LOC,X,0
NPLOT
D,ALL,,0,,,UX
ALLSEL,ALL
EPLOT
/PBC,ALL,,1
/REPLOT
NSEL,S,LOC,Z,-hwc/2
NSEL,R,LOC,X,0
NPLOT
D,ALL,,0,,,UX
ALLSEL,ALL
EPLOT
/PBC,ALL,,1
/REPLOT
NSEL,S,LOC,Z,0
NSEL,R,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,hc2
NPLOT
D,ALL,,0,,,UY
ALLSEL,ALL
EPLOT
/PBC,ALL,,1
/REPLOT
ESEL,S,MAT,,2
ALLSEL,BELOW,ELEM
NSLE
NSEL,R,LOC,Z,0
NPLOT
D,ALL,,0,,,UZ,ROTX,ROTY
ALLSEL,ALL
EPLOT
/PBC,ALL,,1
/REPLOT
/PSF,DEFA,,1
/PBF,DEFA,,1
/PBC,ALL,,0
/REP
NSEL,S,LOC,Z,(hwc/2-tfc/2)
NSEL,A,LOC,Z,-(hwc/2-tfc/2)
NSEL,A,LOC,Z,hwc/2)

```

NSEL,A,LOC,Z,-hwc/2
NSEL,R,LOC,X,0
NPLOT
/REPLOT

```

```

/COM, ACOPLAMENTO DOS GRAUS DE LIBERDADE DOS NOS DA ALMA E DAS MESAS

```

```

/COM, DO PILAR

```

```

Y1 = HC1

```

```

Z1 = HWC/2

```

```

Z2 = HWC/2-TFC/2

```

```

*DO,I,1,NDIV

```

```

J = NODE(0,Y1,Z1)

```

```

K = NODE(0,Y1,Z2)

```

```

CERIG,J,K,ALL

```

```

Y1 = Y1-((HC1-HC11)/NDIV)

```

```

Z1 = Z1

```

```

Z2 = Z2

```

```

*ENDDO

```

```

Y1 = HC11

```

```

Z1 = HWC/2

```

```

Z2 = HWC/2-TFC/2

```

```

*DO,I,1,NDIV

```

```

J = NODE(0,Y1,Z1)

```

```

K = NODE(0,Y1,Z2)

```

```

CERIG,J,K,ALL

```

```

Y1 = Y1-((2*HC11)/NDIV)

```

```

Z1 = Z1

```

```

Z2 = Z2

```

```

*ENDDO

```

```

Y1 = HC22

```

```

Z1 = HWC/2

```

```

Z2 = HWC/2-TFC/2

```

```

*DO,I,1,NDIV+1

```

```

J = NODE(0,Y1,Z1)

```

```

K = NODE(0,Y1,Z2)

```

```

CERIG,J,K,ALL

```

```

Y1 = Y1-(ABS(HC2-HC22)/NDIV)

```

```

Z1 = Z1

```

```

Z2 = Z2

```

```

*ENDDO

```

```

Y1 = HC1

```

```

Z1 = -HWC/2

```

```

Z2 = -(HWC/2-TFC/2)

```

```

*DO,I,1,NDIV

```

```

J = NODE(0,Y1,Z1)

```

```

K = NODE(0,Y1,Z2)

```

```

CERIG,J,K,ALL

```

```

Y1 = Y1-((HC1-HC11)/NDIV)

```

```

Z1 = Z1

```

```

Z2 = Z2

```

```

*ENDDO

```

```

Y1 = HC11

```

```

Z1 = -HWC/2

```

```

Z2 = -(HWC/2-TFC/2)

```

```

*DO,I,1,NDIV

```

```

J = NODE(0,Y1,Z1)

```

```

K = NODE(0,Y1,Z2)

```

```

CERIG,J,K,ALL

```

```

Y1 = Y1-((2*HC11)/NDIV)

```

```
Z1 = Z1
Z2 = Z2
*ENDDO
Y1 = HC22
Z1 = -HWC/2
Z2 = -(HWC/2-TFC/2)
*DO,I,1,NDIV+1
J = NODE(0,Y1,Z1)
K = NODE(0,Y1,Z2)
CERIG,J,K,ALL
Y1 = Y1-(ABS(HC2-HC22)/NDIV)
Z1 = Z1
Z2 = Z2
*ENDDO

ALLSEL,ALL
EPLOT

SAVE
FINISH
```

Caso II - Carregamento

```
/SOLU
/COM, *** CARGA APLICADA - CASO II : Analise 94 ***
/COM, LOAD STEP -1
A = 27.8125
tensao= A/Ac
SFL,14,PRES,(tensao*twc)
SFL,15,PRES,(tensao*twc)
SFL,28,PRES,(tensao*tfc)
SFL,29,PRES,(tensao*tfc)
SFL,34,PRES,(tensao*tfc)
SFL,35,PRES,(tensao*tfc)
SOLCON,ON
NLGEOM,ON
NCNV,1,100
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,2,FY,-A/6
F,8,FY,-A/6
F,9,FY,-A/6
F,10,FY,-A/6
F,11,FY,-A/6
F,7,FY,-A/6
/RELOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

/COM, LOAD STEP -2
A = 49.3755
tensao= A/Ac
SFL,14,PRES,(tensao*twc)
SFL,15,PRES,(tensao*twc)
SFL,28,PRES,(tensao*tfc)
SFL,29,PRES,(tensao*tfc)
SFL,34,PRES,(tensao*tfc)
SFL,35,PRES,(tensao*tfc)
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,2,FY,-A/6
F,8,FY,-A/6
F,9,FY,-A/6
F,10,FY,-A/6
F,11,FY,-A/6
F,7,FY,-A/6
/RELOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

/COM, LOAD STEP -3
A = 66.0935
```

```

tensao= A/Ac
SFL,14,PRES,(tensao*twc)
SFL,15,PRES,(tensao*twc)
SFL,28,PRES,(tensao*tfc)
SFL,29,PRES,(tensao*tfc)
SFL,34,PRES,(tensao*tfc)
SFL,35,PRES,(tensao*tfc)
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,2,FY,-A/6
F,8,FY,-A/6
F,9,FY,-A/6
F,10,FY,-A/6
F,11,FY,-A/6
F,7,FY,-A/6
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

```

```

/COM, LOAD STEP -4
A = 79.0555
tensao= A/Ac
SFL,14,PRES,(tensao*twc)
SFL,15,PRES,(tensao*twc)
SFL,28,PRES,(tensao*tfc)
SFL,29,PRES,(tensao*tfc)
SFL,34,PRES,(tensao*tfc)
SFL,35,PRES,(tensao*tfc)
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,2,FY,-A/6
F,8,FY,-A/6
F,9,FY,-A/6
F,10,FY,-A/6
F,11,FY,-A/6
F,7,FY,-A/6
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

```

```

/COM, LOAD STEP -5
A = 89.1045
tensao= A/Ac
SFL,14,PRES,(tensao*twc)
SFL,15,PRES,(tensao*twc)
SFL,28,PRES,(tensao*tfc)
SFL,29,PRES,(tensao*tfc)
SFL,34,PRES,(tensao*tfc)
SFL,35,PRES,(tensao*tfc)
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A

```

```

F,2,FY,-A/6
F,8,FY,-A/6
F,9,FY,-A/6
F,10,FY,-A/6
F,11,FY,-A/6
F,7,FY,-A/6
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

```

```

/COM, LOAD STEP -6
A = 96.8955
tensao= A/Ac
SFL,14,PRES,(tensao*twc)
SFL,15,PRES,(tensao*twc)
SFL,28,PRES,(tensao*tfc)
SFL,29,PRES,(tensao*tfc)
SFL,34,PRES,(tensao*tfc)
SFL,35,PRES,(tensao*tfc)
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,2,FY,-A/6
F,8,FY,-A/6
F,9,FY,-A/6
F,10,FY,-A/6
F,11,FY,-A/6
F,7,FY,-A/6
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

```

```

/COM, LOAD STEP -7
A = 102.9355
tensao= A/Ac
SFL,14,PRES,(tensao*twc)
SFL,15,PRES,(tensao*twc)
SFL,28,PRES,(tensao*tfc)
SFL,29,PRES,(tensao*tfc)
SFL,34,PRES,(tensao*tfc)
SFL,35,PRES,(tensao*tfc)
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,2,FY,-A/6
F,8,FY,-A/6
F,9,FY,-A/6
F,10,FY,-A/6
F,11,FY,-A/6
F,7,FY,-A/6
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

```

```

/COM, LOAD STEP -8
A = 107.6185
tensao= A/Ac
SFL,14,PRES,(tensao*twc)
SFL,15,PRES,(tensao*twc)
SFL,28,PRES,(tensao*tfc)
SFL,29,PRES,(tensao*tfc)
SFL,34,PRES,(tensao*tfc)
SFL,35,PRES,(tensao*tfc)
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,2,FY,-A/6
F,8,FY,-A/6
F,9,FY,-A/6
F,10,FY,-A/6
F,11,FY,-A/6
F,7,FY,-A/6
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE

```

```

/COM, LOAD STEP -9
A = 111.25
tensao= A/Ac
SFL,14,PRES,(tensao*twc)
SFL,15,PRES,(tensao*twc)
SFL,28,PRES,(tensao*tfc)
SFL,29,PRES,(tensao*tfc)
SFL,34,PRES,(tensao*tfc)
SFL,35,PRES,(tensao*tfc)
CNVTOL,F,1E+1,A/1000
AUTOTS,ON
NSUBST,1,10
TIME,A
F,2,FY,-A/6
F,8,FY,-A/6
F,9,FY,-A/6
F,10,FY,-A/6
F,11,FY,-A/6
F,7,FY,-A/6
/REPLOT
LSWRITE
SOLVE
SAVE
FINISH

```