

PENSAMENTO ALGÉBRICO

O DESENVOLVIMENTO DO
PENSAMENTO ALGÉBRICO
UTILIZANDO SEQUÊNCIAS
DIDÁTICAS

PAOLA LA -CÔRTE E ALMEIDA RAMOS
SAMIRA ZAIDAN

PROMESTRE

MESTRADO PROFISSIONAL
EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA



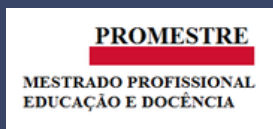
PENSAMENTO ALGÉBRICO

O DESENVOLVIMENTO DO
PENSAMENTO ALGÉBRICO
UTILIZANDO SEQUÊNCIAS
DIDÁTICAS



PAOLA LA-CÔRTE E ALMEIDA RAMOS
SAMIRA ZAIDAN

Obra desenvolvida no Mestrado Profissional Educação e Docência (PROMESTRE) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)



Título:

Pensamento algébrico

Autor:

Paola La-Côrte e Almeida Ramos

Orientador:

Samira Zaidan

Revisão textual:

Paola La-Côrte e Almeida Ramos

Ilustrações das páginas interiores:

Ademir Gregório

Capa:

Ademir Gregório e Franciele Fernandes

Projeto gráfico e diagramação:

Ademir Gregório e Franciele Fernandes

Orientação do projeto gráfico e diagramação:

Adriana Luisa Duarte e Glaucinei Rodrigues Correa

SUMÁRIO

07	INTRODUÇÃO
10	COMO NASCEU ESSA SEQUÊNCIA
21	SEQUÊNCIA DIÁTICA
24	PRIMEIRA AULA
35	SEGUNDA AULA
41	TERCEIRA E QUARTA AULA
48	QUINTA AULA
53	CONTRIBUIÇÕES
61	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS
53	ATIVIDADES PARA IMPRIMIR



Olá Professor(a)!

Aqui você encontrará uma proposta de Sequência Didática para trabalhar a Linguagem Algébrica em suas aulas. Recomendamos, de acordo com a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), que a Sequência Didática seja utilizada com turmas de 7^o anos; mas esta é apenas uma recomendação, fica a seu critério utilizá-la em outros momentos do ensino e também de realizar adaptações necessárias.

Nessa Sequência Didática, organizamos três atividades ¹:


- 1) Contorno de Quadrados
- 2) Fileira de Quadrados
- 3) Rede de Quadrados

Você poderá encontrá-las para impressão ao final deste material. Todas essas atividades utilizam-se de sequências pictóricas com o objetivo de contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico e a compreensão da linguagem simbólica.

Sequências Pictóricas são aquelas que utilizam imagens organizadas de acordo com um padrão específico.



Escolhemos trabalhar com este objeto algébrico por se tratar de uma potente ferramenta por propiciar visão





espacial, articulando a visualização e as propriedades geométricas, além de mobilizar a capacidade de estabelecer relações, modelar e generalizar, que são características essenciais do desenvolvimento do pensamento algébrico.

O trabalho com Sequências Pictóricas possui diversas vantagens, dentre elas:

- Facilita o contato e exploração iniciais, talvez impossível em um contexto puramente numérico em detrimento da insuficiência de conhecimentos ou flexibilidade numérica incipiente;
- Permite o desenvolvimento de conexões entre temas matemáticos e aprofundamento de conceitos; e
- Promove a possibilidade de relacionar diversas representações que ampliam a compreensão.


COMO NASCEU ESSA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Durante minha vida escolar construí, junto aos meus professores e professoras, uma afetividade pela matemática, guardo lembranças carinhosas desde os primeiros anos. Apesar disso, o desejo de me tornar professora surgiu apenas durante a graduação, em particular enquanto cursava as disciplinas relacionadas as práticas docentes, nos meados do curso. Este desejo tardio está relacionado, decerto, com os ínfimos incentivos sociais e culturais relativos ao ser professor(a). Apesar disso, foi na licenciatura, que me encontrei e me reconheci.





São muitos os desafios que encontramos nos caminhos traçados pela escolha de nossa profissão. Alguns deles fogem de nossas mãos, mas outros, podemos assumir juntos a responsabilidade de buscar um caminho melhor.

Iniciei minha carreira profissional com uma pluralidade de experiências, que compreenderam o contato com turmas de Ensino Fundamental, Ensino Médio, cursinhos preparatórios para cursos técnicos e pré-vestibulares, além de ter vivenciado algumas experiências como monitora para alunos recém chegados na graduação e também cursos disponibilizados para professores de Matemática já em exercício. Na grande parte dessas experiências, percebi dificuldades dos estudantes em lidarem com as simbologias matemáticas, em particular com a lin-



guagem simbólica. Buscando agir de uma melhor forma nesses momentos tão delicados do currículo, busquei a formação continuada.

Este material foi produzido como recurso educativo de uma dissertação de mestrado da Faculdade de Educação da UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais), no programa denominado Promestre. O que impulsionou minha busca pela formação continuada, culminando na realização desta pesquisa e, em particular, na escolha deste tema, foram as significativas dificuldades discentes observadas em meus primeiros anos de prática, nos diversos momentos do ensino que vivenciei. Após este período de estudos, aprendizagens, questionamentos e reflexões, pude perceber que a maior dificuldade não era só dos estudantes, era minha também.



Diversos estudiosos se esforçaram para definir o que é o pensamento algébrico, mas aqui, adotamos a perspectiva de Jadilson Ramos de Almeida e Marcelo Câmara dos Santos, professores da UFRPE (Universidade Federal Rural de Pernambuco).

Entendemos que o pensamento algébrico é revelado por meio da mobilização de cinco características: estabelecer relações, generalizar, modelar, operar com o desconhecido e construir significado.



A capacidade de estabelecer relações se encontra no centro das outras quatro características, por ser a primeira a ser desenvolvida e revelada pelos estudantes. As outras se desenvolvem com o tempo, progressiva e concomitantemente. Ou seja, quando o estudante estabelece relações entre as situações, ele já está mobilizando o pensamento algébrico!

Mesmo quando ainda estão bem novinhos, muito antes do 7º ano, mas é agora no 7º ano que nós, professores de matemática, precisamos formalizar esse estabelecimento de relações usando uma linguagem bem específica e própria da matemática: a Linguagem Algébrica.

Linguagem Algébrica: a comunicação do Pensamento Algébrico

Existem diferentes formas de o estudante comunicar o Pensamento Algébrico. Pode ser de forma:

- retórica (descritiva, usando apenas palavras e nenhum símbolo);
- sincopada (ainda de forma descritiva, mas utilizando algumas notações); e
- simbólica (usando apenas símbolos).




A forma simbólica é a que esperamos que nossos alunos desenvolvam, porém, a não utilização dela não significa que eles não desenvolveram nenhuma característica do pensamento algébrico. É importante reconhecermos isso para que possamos realizar avaliações justas, que nos possibilite agir positivamente neste momento do ensino de Álgebra

Pesquisas indicam que este momento do currículo, de formalização da linguagem simbólica, é um momento delicado, entendido como um “momento de seleção” na educação escolar, em que muitos de nossos estudantes podem se afastar permanentemente da matemática e perder o interesse completo em nossas aulas. Para evitar essas situações, precisamos nos manter atentos a construção de significados dos símbolos.

Sem significado, a matemática perde o sentido; e sem ter sentido, não há interesse, compreensão, e nem aprendizagem.

Então, como promover a aprendizagem da linguagem simbólica?

Sabemos que o estudante pode comunicar o pensamento algébrico por meio de diferentes linguagens: a retórica, a sincopada e a simbólica. O que vai definir qual o tipo de linguagem utilizada pelo estudante será seu nível de maturidade matemática e experiência, ou seja, quanto maior o contato do estudante com situações de comunicação algébrica utilizando a linguagem simbólica, maior será o seu domínio com esta linguagem





O mesmo acontece com o domínio dos objetos algébricos. Se o estudante possuir um grande contato com equações, por exemplo, ele desenvolverá uma maior aptidão para lidar com este objeto algébrico; mas isso não significa que esta aptidão irá se estender para os demais. Para que o estudante desenvolva a habilidade de lidar com problemas de partilha, por exemplo, ele precisa ter contato com este objeto. O mesmo serve para generalizações, inequações, funções, etc.

Ou seja, é preciso que o estudante tenha contato com esta forma particular de se comunicar, e que este contato explicita os significados que possam ser atribuídos aos símbolos. Este contato poderá ser realizado por diversos meios, como por exemplo: resolução de exercícios promovidos pelo professor:

discussão entre os colegas para atribuir significados aos símbolos; experimentações de como lidar com os símbolos em diversos objetos algébricos, etc.

Portanto, acreditamos que a utilização da linguagem algébrica simbólica seja uma consequência dos entendimentos necessários para que o pensamento algébrico se desenvolva. O que irá definir se o estudante realizará esta comunicação de maneira espontânea (utilizando a linguagem retórica) ou de maneira mais elaborada (utilizando a linguagem simbólica) serão as suas experiências. Então cabe a nós, professores e professoras, promover experiências diversas, com diferentes objetos algébricos e contextos.

Acreditamos que esta sequência didática servirá como uma experiência proveitosa para que o(a) estudan-



tes iniciem o contato com a linguagem algébrica simbólica, de forma que haja atribuição de significados aos símbolos e promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ao longo deste material, deixaremos algumas sugestões e reflexões. Esperamos que possa te ajudar e que seja uma contribuição positiva para suas aulas!

AS AUTORAS

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

- Tempo de duração: cinco aulas de 50 minutos.
- Forma de avaliação: Registros e participação nos momentos de desenvolvimento e correção das atividades.
- Público alvo: Turmas de sétimos anos.
- Conteúdo a ser trabalhado: Linguagem algébrica simbólica.

Observação: As informações acima são apenas sugestões e poderão ser adaptadas por você, professor, de acordo com sua realidade, suas necessidades e de suas turmas.

De acordo com a BNCC:

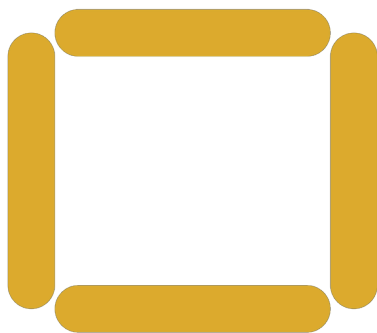
Os Objetos de Conhecimento trabalhados nesta sequência didática são: Linguagem algébrica: variável e incógnita.

As Habilidades promovidas por esta sequência didática são:

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.



PRIMEIRA AULA

Duração prevista: 50 minutos

*A primeira aula terá uma abordagem investigativa, e será utilizada para exploração da atividade.

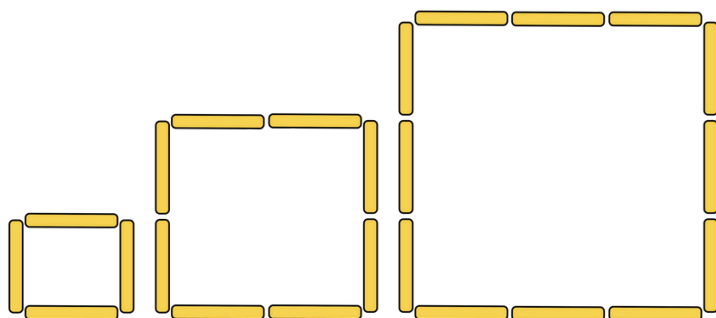
*Os estudantes irão realizar a Atividade 1 e Atividade 2.

Deixe que os alunos explorem a atividade, discutam. Indicamos que ela seja realizada em duplas, ou grupos de 3 ou 4 estudantes. Observamos que, quando atividades são realizadas em conjunto, poderemos possibilitar um ambiente de construção coletiva de significados, que muito poderá contribuir para a aprendizagem de nossos estudantes.

Realize as intervenções que forem necessárias, de acordo com a procura dos estudantes. Mas cuidado para não passar o carro na frente dos bois! Este é o momento deles explorarem e estabelecerem relações (característica principal do pensamento algébrico).

ATIVIDADE 1: CONTORNO DE QUADRADOS²

Utilize palitos de mesmo tamanho para montar uma sequência de quadrados como na figura abaixo.



Após a construção dos quadrados, responda:

1) Observe a quantidade de palitos em cada lado do quadrado e a posição da sequência e responda:

a) O primeiro quadrado da sequência possui quantos palitos em cada lado?

² BIGODE, 1995, p. 110-112

b) E o segundo quadrado da sequência, possui quantos palitos em cada lado?

c) E o quinto quadrado da sequência, possui quantos palitos em cada lado?

d) Qual a relação entre a quantidade de palitos em cada lado do quadrado e a sua posição na sequência?

2) Utilizando a relação que você observou na questão anterior, responda: a) Quantos palitos possui o 2º quadrado da sequência?

b) Quantos palitos possui o 10º quadrado da sequência?

c) Quantos palitos possui o 23º quadrado da sequência?

d) Quantos palitos possui o 102º quadrado da sequência?

3) Utilizando a mesma relação observada na questão 1, responda:

a) Qual é a posição do quadrado que precisa de 20 palitos para ser formado?

b) Qual é a posição do quadrado que precisa de 28 palitos para ser formado?

c) Qual é a posição do quadrado que precisa de 80 palitos para ser formado?

d) Qual é a posição do quadrado que precisa de 104 palitos para ser formado?

3) Utilizando a mesma relação observada na questão 1, responda:

a) Qual é a posição do quadrado que precisa de 20 palitos para ser formado?

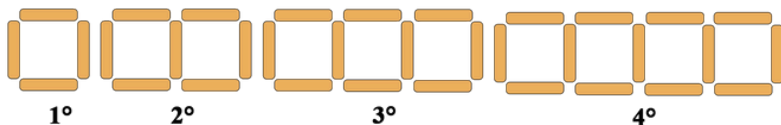
b) Qual é a posição do quadrado que precisa de 28 palitos para ser formado?

c) Qual é a posição do quadrado que precisa de 80 palitos para ser formado?

d) Qual é a posição do quadrado que precisa de 104 palitos para ser formado?

ATIVIDADE 2 - FILEIRA DE QUADRADOS³

Utilizando palitos, faça uma sequência de retângulos formados por palitos como a que está desenhada abaixo. Havendo número suficiente de palitos e muita paciência, podemos construir uma fileira com qualquer número de quadrados.



³ BIGODE, 1995, p. 113-117

Veja a mesma construção da fileira por este outro ponto de vista:



4º retângulo da sequência



10º retângulo da sequência

Após construir estes retângulos, responda as questões abaixo:

1) Observe a quantidade de palitos utilizados para a construção de cada ordem da sequência complete a tabela abaixo:

Ordem da fileira	Quantidade de palitos necessários para construí-la
1	4
2	7
5	
10	
21	
100	

2) Ainda observando a relação entre a quantidade de palitos utilizados para a construção de cada ordem da sequência, mas pensando no “caminho contrário”, complete a tabela abaixo:

Ordem da fileira	Quantidade de palitos necessários para construí-la
1	4
2	7
	10
	28
	61
	136

3) Qual é a relação entre a ordem da fileira na sequência e a quantidade de palitos necessários para formá-la?

4) Na questão anterior, você registrou qual é a relação entre a ordem da sequência e a quantidade de palitos. Vamos chamar a quantidade de palitos de p e a ordem da sequência de n . Você consegue montar uma expressão matemática que mostre essa relação?

SEGUNDA AULA

Duração prevista: 50 minutos

A segunda aula será dedicada à correção da atividade. Neste momento, além de remediar as dúvidas, sugerimos que você realize a primeira parte da Avaliação desta Sequência Didática.

Caso esteja dentro de sua realidade, recolha as atividades da aula anterior para verificação dos registros realizados pelos estudantes, de forma que você poderá iniciar esta Segunda Aula ciente das dificuldades apresentadas por eles. Se realizar esta correção entre uma aula e outra não esteja dentro de sua realidade, sugerimos que você realize uma correção que seja o mais dialogada possível, de forma que, durante esta dinâmica, você tenha condições de perceber quais foram as

dúvidas conceituais possível, de forma que, durante esta dinâmica, você tenha condições de perceber quais foram as dúvidas conceituais, estruturais ou interpretativas apresentadas por eles. Ao findar da correção das Atividades 1 e 2, sugerimos que haja uma atenção maior para a correção das últimas questões, respectivamente. Estas são questões que direcionam para a utilização da linguagem simbólica, e que proporciona uma situação ideal para construirmos significados para os símbolos junto com nossos alunos.

Poderemos, por exemplo, salientar o significado da letra p, que representa a quantidade de palitos, é representado pela sua inicial. Podemos, também, comentar que no estudo de seqüências, é comum utilizarmos a letra n para representar a ordem, e a partir deste diálogo, explicar que a ordem é a posição que aquela figura se encontra na seqüência. Explore o máximo de possibilidades que puder! Conte com a participação dos estudantes. Caso se sinta confortável, convide-os para realizar as correções junto com você na louça, um a um. Talvez possamos aumentar o interesse de nossos alunos durante as aulas de correção fazendo-os se sentirem protagonistas.

Algumas situações que podem surgir são:

- Os estudantes terem dificuldade para compreender como identificar a ordem de uma sequência. É apenas uma dúvida conceitual, com alguns exemplos poderá ser sanada.
- Os estudantes sentirem dificuldade para expressar qual é a relação entre a ordem da sequência e a quantidade de palitos, tanto na Atividade 1 quanto na Atividade 2.

Em relação à esta dificuldade, salientamos que a capacidade de estabelecer relações já deveria, no 7º ano, estar consideravelmente desenvolvida, mas atente-se à sua realidade! Caso a capacidade de estabelecer relações ainda não esteja plenamente desenvolvida na maior parte da turma, esta é uma ótima oportunidade para darmos mais um passo! Se algum estudante tiver conseguido perceber quais são as relações sugeridas pela atividade, pe-

ça para que ele explique aos colegas. As vezes, a linguagem utilizada entre os pares possa ser mais acessível do que a nossa!

- Os estudantes apresentarem dificuldades para utilizar os símbolos em desenvolverem uma expressão matemática que represente a situação sugerida (última questão, da Atividade 1 e 2).

Esta é a dificuldade mais provável de surgir durante a correção desta atividade. Mas não se preocupe, é a partir desta dificuldade que teremos a oportunidade de construirmos em conjunto um significado para os símbolos utilizados. Para o objetivo desta atividade. Ao consideramos esta ser a dúvida mais construtiva para que possamos contribuir para a aprendizagem de nossos estudantes.

É preciso refletir brevemente sobre este momento de avaliação. Sabendo que o pensamento algébrico possui diversas características, e que poderá ser manifestado em diversas linguagens, é preciso que nós, professores, possamos reconhecer que cada estudante estará em um momento do percurso de aprender a lidar com os símbolos, e que a avaliação possui, principalmente, o propósito de nos indicar que momento é este. As capacidades de estabelecer relações, modelar, generalizar, operar com o desconhecido e construir significados, características do pensamento algébrico, são desenvolvidas com o

É tempo e de acordo com o contato dos estudantes com situações que possam promover tais características. Ao mesmo tempo, a capacidade de utilizar os símbolos, e lidar com essa forma própria de se comunicar dentro da matemática, será desenvolvida também de acordo com o acúmulo de experiências e a partir da construção de significados para estes símbolos.

Desejamos uma boa correção para você e sua turma!

TERCEIRA E QUARTA AULA

Duração prevista: 50 minutos

Nestas aulas, os estudantes irão realizar a Atividade 3. Por se tratar de uma sequência com um padrão de crescimento um pouco mais complexo de ser observado e percebido, sugerimos a duração de duas aulas de 50 minutos para a realização desta atividade.

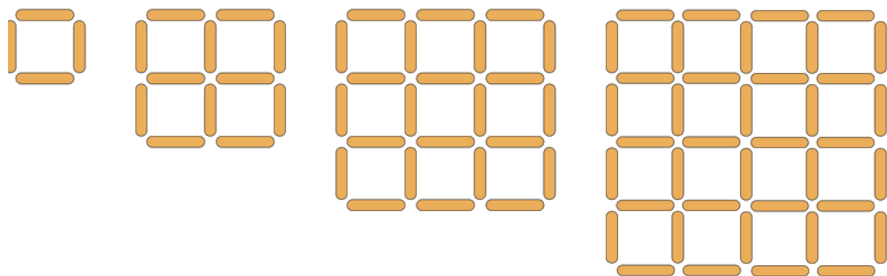
Após as discussões realizadas na aula anterior durante a correção das atividades 1 e 2, esperamos que neste momento os estudantes sintam-se mais à vontade para utilizar os símbolos matemáticos e para observar quais são as possíveis relações presentes na atividade. . Sugerimos que esta atividade, assim como as anteriores, seja realizada em duplas, ou grupos de 3 ou 4 alunos, visto que con-

sideramos uma potente forma de construção coletiva de significados que poderá contribuir para a aprendizagem de nossos estudantes.

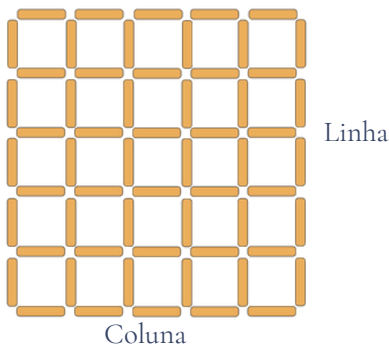
Novamente, realize as intervenções que forem necessárias, de acordo com a procura dos estudantes, de forma que eles possam explorar e investigar esta atividade!


ATIVIDADE 3 - REDE DE QUADRADOS⁴

Observe a sequência de redes de quadrados:



1) Agora, observe mais atentamente o desenho da rede de ordem 4 e, sobre ela, responda:



- 
- a) Quantas colunas ela possui?
 - b) Quantos palitos horizontais há em cada coluna?
 - c) Então, quantos palitos estão na horizontal, no total?
 - d) Quantas linhas ela possui?
 - e) Quantos palitos verticais há em cada linha?
 - f) Então, quantos palitos estão na vertical, no total?
 - g) Há mais palitos horizontais ou verticais?
 - h) Quantos palitos temos ao todo?

2) Agora, responda às mesmas questões para uma rede de quadrados de ordem 5.

- a) Quantas colunas a rede de quadrados de ordem 5 possui?
- b) Quantos palitos horizontais há em cada coluna?
- c) Então, quantos palitos estão na horizontal, no total?

d) Quantas linhas a rede de quadrados de ordem 5 possui?

e) Quantos palitos verticais há em cada linha?

f) Então, quantos palitos estão na vertical, no total?

g) Há mais palitos horizontais ou verticais?

h) Quantos palitos temos ao todo?

3) Com base no que você observou na rede de quadrados de ordem 4 e 5, responda: quantos palitos são necessários para formar uma rede de quadrados de ordem n ? Utilize a estratégia de contagem da atividade, observando as colunas e linhas, e as quantidades de palitos horizontais e verticais em cada uma delas, respectivamente.

4) Vamos observar algumas relações presentes na construção da sequência:

a) Qual a relação entre a ordem (posição) da rede de quadrados na sequência e a quantidade linhas e colunas?

b) Qual a relação entre a ordem (posição) da rede de quadrados na sequência e a quantidade de palitos verticais presentes em cada linha?

c) E a quantidade de palitos horizontais presentes em cada coluna?

d) Sabendo a quantidade de palitos verticais e horizontais, como podemos calcular a quantidade total de palitos?

5) Agora, sabendo como a sequência é construída, como você explicaria para outra pessoa como fazemos

para descobrir a quantidade total de palitos utilizados para montar uma rede de quadrados de qualquer ordem?

6) Usando a letra **P** para representar a quantidade total de palitos utilizados para montar uma rede de quadrados e usando a letra **n** para representar a ordem (posição) desta rede na sequência, podemos montar uma expressão matemática que nos possibilite encontrar a quantidade de palitos necessária para formar uma rede de qualquer ordem?

QUINTA AULA

Duração prevista: 50 minutos

Na quinta e última aula, realizaremos a correção da Atividade 3 e a segunda parte da Avaliação poderá ser feita. .

Sugerimos que, durante a correção desta atividade, você faça uma sistematização de conteúdos, em particular, poderemos utilizar essa situação para explicar o que é uma variável e fazer os registros necessários destes conceitos no caderno. Novamente sugerimos que, caso consiga recolher as atividades da aula anterior para verificar quais foram os registros utilizados pelos estudantes, o faça. Dessa forma, você poderá iniciar a Quinta Aula ciente de quais foram as dificuldades apresentadas por eles. Caso esta di-

nâmica não seja possível em sua realidade, realize novamente uma correção que seja o mais dialogada possível, a fim de perceber quais foram as dificuldades sentidas. Assim como as Atividades 1 e 2, a Atividade 3 nos direciona para a utilização de uma linguagem simbólica. Recomendamos que haja uma atenção particular para a última questão, que trata especialmente desta situação.

Algumas situações que poderão surgir durante a correção são:

- Os estudantes não conseguirem perceber qual é a estratégia de contagem da atividade.
- Os estudantes não perceberem quais são as relações estabelecidas pela atividade.

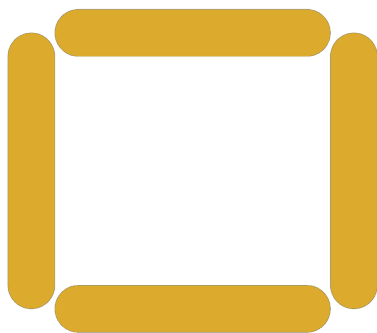
É possível que os estudantes encontrem uma outra maneira de realizar a contagem de palitos na Atividade 3, mas a contagem sugerida pela atividade é capaz de guiar todo o raciocínio até a formulação de uma sentença matemática utilizando objetos simbólicos. Então, não desencoraje a tentativa que eles possam apresentar de contar a quantidade de palitos de outra forma, mas, solicite que responda todas as perguntas da atividade até chegarem na última. Ao compreenderem alguma estratégia de contagem, conseqüentemente, eles irão compreender as relações que são estabelecidas pela atividade entre a ordem da seqüência e a quantidade de palitos.

- Os estudantes não conseguirem realizar registros utilizando a linguagem simbólica na última atividade.

Caso isso aconteça, sugerimos que considere as outras maneiras de comunicar o pensamento algébrico: a linguagem retórica (com palavras e descrições) e também a linguagem sincopada (uma linguagem também com palavras mas utilizando apenas alguns símbolos). A não utilização da linguagem simbólica não indica que o estudante não mobilizou o pensamento algébrico; indica apenas que ele ainda não possui experiências suficientes para conseguir atribuir significado à este simbolismo.

Portanto, considere apresentar outras situações para seus estudantes, utilizando os diversos objetos algébricos (equações, inequações, sistemas de equações e inequações, funções, padrões e generalizações, problemas de partilha, entre outros), para que eles

possam construir um repertório que possibilite compreender a utilização dos símbolos, e que durante este processo eles possam também atribuir significado às simbologias que utilizamos para dominar essa forma tão particular de se expressar: a linguagem da matemática!



CONTRIBUIÇÕES

Ciente do inacabamento humano e sabendo que “preciso ter e renovar saberes específicos em cujo campo minha curiosidade se inquieta e minha prática se baseia” (Freire, 1996, p. 78), juntos pela busca do “Ser Mais”, acreditamos que a pesquisa realizada juntamente com este recurso educativo nos deixe alguns ensinamentos.

Percebemos uma carência em relação às abordagens de conteúdos referentes ao ensino de Álgebra nos cursos de formação de professore(a)s, vividos e sentidos, em particular, pela pesquisadora. Algumas pesquisas apontam que essa carência de formação não é pessoal, mas coletiva.

Sabendo da não inclusão na maioria dos cursos de

Licenciatura dessas reflexões referentes ao pensar algebricamente (Lins; Gimenez, 1997), o que é o pensamento algébrico (Almeida; Santos, 2017) e como ele se constrói e se manifesta, percebemos ser essencial o incentivo à formação continuada, enquanto não pudermos construir uma reforma curricular para os cursos de Matemática que abarque essa temática substancialmente.

Fomentar tais reflexões possibilita que haja promoção de um ensino-aprendizagem em Álgebra mais atento e significativo, cientes da necessidade de construção de significados (Lins; Gimenez, 1997), a possibilidade de avaliações mais justas, em que o(a) docente, ao realizar essas reflexões, possa reconhecer e validar os saberes dos educandos que, como vimos, poderá ser expresso em diversos formatos e linguagens

a fim de promover uma maior autonomia e sensibilidades positivas referentes a uma Matemática apropriada de significados.

Após a realização deste trabalho, julgamos que a dinâmica estabelecida pelo(a)s estudantes em realizarem discussões em grupos para a resolução das questões propostas facilitou uma construção coletiva de significados (Silva, 2001). Por este motivo, sugerimos que as atividades desta sequência didática fossem realizadas em grupos. A cooperação do grupo foi um fator decisivo para o avanço verificado.

Estas atividades possibilitam que o(a)s estudantes explorem o objeto algébrico referente às generalizações, que incentivem as capacidades de estabelecer relações, modelar, generalizar, operar com o desconhecido e atribuir significado aos símbolos

(Almeida; Santos, 2017). Em nossa pesquisa, houve raciocínio ou tentativas de raciocínio de todos eles. Mesmo quem não se dispôs inicialmente a pensar de maneira abstrata, partindo para ações de verificação com desenhos, por exemplo, aos poucos foi se engajando nas discussões e na elaboração dos pensamentos que se mostravam. Uns(a)s estudantes manifestaram já terem desenvolvido alguns desses aspectos do pensamento algébrico, enquanto os outros ainda se encontravam em construção. Os tempos dele(a)s são diferenciados, e a aula deve favorecer tempos para que todos alcancem um entendimento.

Em relação à comunicação dos resultados, fica evidente que as atividades proporcionaram muitas explicações orais entre os pares (conversas, trocas, explicações e justificações). Porém, a maior dificulda-

de percebida foi em relação à realização dos registros, e julgamos que essas dificuldades estão e estarão presentes durante o processo de construção para os significados matemáticos.

Pudemos observar também que alguns estudantes se apoiaram, não raras vezes, na Aritmética para a realização das atividades, manifestando o aritmeticismo (Lins, 1992 apud Almeida; Santos, 2017). Constatamos, então, que mesmo desenvolvendo uma atividade de cunho algébrico, em algumas situações, é possível que o(a)s estudantes consigam solucioná-la por uma perspectiva aritmética.

Durante a experiência descrita na dissertação, fica evidente que o desenvolvimento da linguagem algébrica e do pensamento algébrico são práticas que requerem tempo e promoção de experiências. Proposi-

ção de atividades que desafiem e que provoquem o desejo de compreensão e realização. Durante esse percurso, é natural que a linguagem retórica esteja presente em diversos momentos, característica também presente em nossa pesquisa. Colocamos aqui o exemplo de um estudante participante de nossa pesquisa que comunica por meio da linguagem algébrica retórica o que foi solicitado pelo enunciado. Fala do estudante:

“Pega o número de ladrilhos pretos, multiplica por dois e adiciona um, para descobrir o número de colunas. Para descobrir o número de ladrilhos pretos usando o número de colunas, você vai tirar uma coluna e vai dividir por dois, e para descobrir o número de colunas usando os ladrilhos pretos, você vai multiplicar por dois e adicionar um.”

Com a fala: “Pega o número de ladrilhos pretos, multiplica por dois e adiciona um, para descobrir o número de colunas”, o estudante descreve a expressão “ $2n+1=C$ ”, e ainda estabelece o caminho contrário, também com a utilização da linguagem algébrica retórica, da seguinte maneira: “Para descobrir o número de ladrilhos pretos usando o número de colunas, você vai tirar uma coluna e vai dividir por dois”, descrevendo então a expressão “ $n=(C-1)/2$ ”. Podemos perceber com esta fala do estudante que a mobilização do pensamento algébrico pode ser manifestada em diferentes linguagens.

Ressaltamos que a utilização da linguagem algébrica simbólica não é a única forma de o docente realizar avaliações acerca do desenvolvimento algébrico do(a) estudante. É preciso que saibamos, enquanto

professores e professoras, reconhecer as diversas maneiras de comunicar o pensamento algébrico.

Finalmente, pudemos perceber que a proposição de atividades desafiadoras provoca o raciocínio e, em processos que podem ser diferenciados em ritmos e tempos, o pensamento algébrico vai se construindo.

Esperamos que estas reflexões possam ter contribuído com você, e caso tenha maior interesse neste tema, visite nossa dissertação intitulada como desenvolvimentos do pensamento algébrico em um experimento de ensino sobre sequências.

O B R I G A D A !

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C. Pensamento Algébrico: Em busca de uma definição. RPEM (Revista Paranaense de Educação Matemática), Campo Mourão, PR, v. 6, n. 10, p. 34-60, jan./jun. 2017.

BIGODE, A. J. L. Matemática hoje é feita assim, 7^o ano. São Paulo: FTD, 2000. p. 110-112; 113-117; 120-121.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

LINS, R.; GIMENEZ, J. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI. Campinas: Papirus, 1997.

SILVA, E. A. R. Pensando e escrevendo algebricamente com alunos de sexta série. In FIORENTINI, D.; MIORIM, A. (Org.). Por trás da porta, que matemática acontece? Campinas: FE/UNICAMP – Cempem. 2001. p. 185-221.

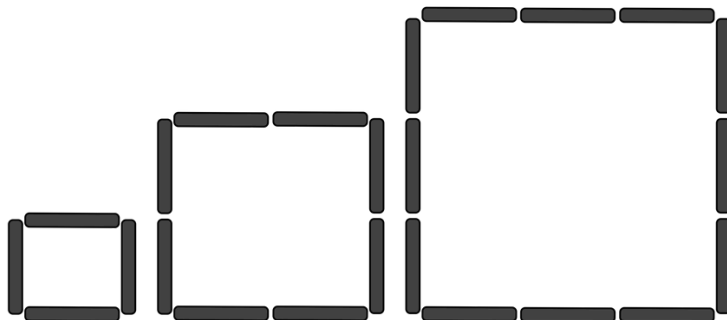




**ATIVIDADES
PARA
IMPRIMIR...**

ATIVIDADE 1: CONTORNO DE QUADRADOS²

Utilize palitos de mesmo tamanho para montar uma sequência de quadrados como na figura abaixo.



Após a construção dos quadrados, responda:

- i) Observe a quantidade de palitos em cada lado do quadrado e a posição da sequência e responda:
 - a) O primeiro quadrado da sequência possui quantos palitos em cada lado?
 - b) E o segundo quadrado da sequência, possui quantos palitos em cada lado?
 - c) E o quinto quadrado da sequência, possui quantos palitos em cada lado?
 - d) Qual a relação entre a quantidade de palitos em cada lado do quadrado e a sua posição na sequência?

² BIGODE, 1995, p. 110-112

2) Utilizando a relação que você observou na questão anterior, responda:

- a) Quantos palitos possui o 2º quadrado da sequência?
- b) Quantos palitos possui o 10º quadrado da sequência?
- c) Quantos palitos possui o 23º quadrado da sequência?
- d) Quantos palitos possui o 102º quadrado da sequência?

3) Utilizando a mesma relação observada na questão 1, responda:

- a) Qual é a posição do quadrado que precisa de 20 palitos para ser formado?
- b) Qual é a posição do quadrado que precisa de 28 palitos para ser formado?
- c) Qual é a posição do quadrado que precisa de 80 palitos para ser formado?
- d) Qual é a posição do quadrado que precisa de 104 palitos para ser formado?

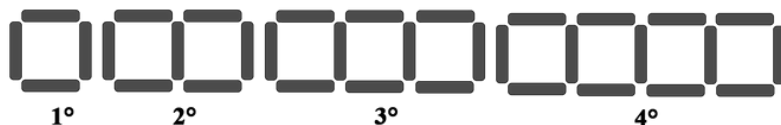
4) Na questão 1d, você registrou qual é a relação entre a posição do quadrado e a quantidade de palitos necessários para construí-lo.

Vamos chamar de **p** a quantidade de palitos para construir o quadrado e **n** a posição deste quadrado na sequência.

Você consegue montar uma expressão matemática que mostre essa relação?

ATIVIDADE 2- FILEIRA DE QUADRADOS³

Utilizando palitos, faça uma seqüência de retângulos formados por palitos como a que está desenhada abaixo. Havendo número suficiente de palitos e muita paciência, podemos construir uma fileira com qualquer número de quadrados.



Veja a mesma construção da fileira por este outro ponto de vista:



4° retângulo da seqüência



10° retângulo da seqüência

³ BIGODE, 1995, p. 113-117

Após construir estes retângulos, responda as questões abaixo:

1) Observe a quantidade de palitos utilizados para a construção de cada ordem da sequência complete a tabela abaixo:

Ordem da fileira	Quantidade de palitos necessários para construí-la
1	4
2	7
5	
10	
21	
100	

2) Ainda observando a relação entre a quantidade de palitos utilizados para a construção de cada ordem da sequência, mas pensando no “caminho contrário”, complete a tabela abaixo:

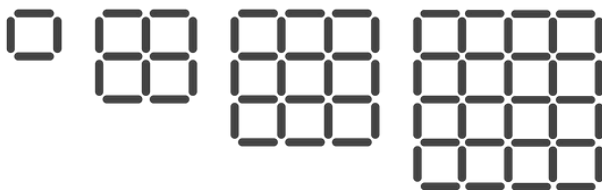
Ordem da fileira	Quantidade de palitos necessários para construí-la
1	4
2	7
	10
	28
	61
	136

3) Qual é a relação entre a ordem da fileira na sequência e a quantidade de palitos necessários para formá-la?

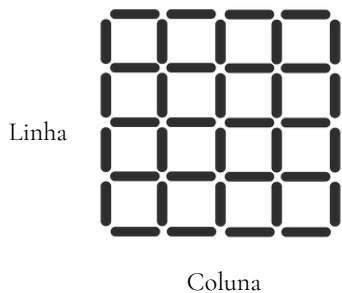
4) Na questão anterior, você registrou qual é a relação entre a ordem da sequência e a quantidade de palitos. Vamos chamar a quantidade de palitos de p e a ordem da sequência de n . Você consegue montar uma expressão matemática que mostre essa relação?

ATIVIDADE 3-REDE DE QUADRADOS ⁴

Observe a sequência de redes de quadrados:



i) Agora, observe mais atentamente o desenho da rede de ordem 4 e, sobre ela, responda:



- a) Quantas colunas ela possui?
- b) Quantos palitos horizontais há em cada coluna?
- c) Então, quantos palitos estão na horizontal, no total?
- d) Quantas linhas ela possui?
- e) Quantos palitos verticais há em cada linha?
- f) Então, quantos palitos estão na vertical, no total?
- g) Há mais palitos horizontais ou verticais?
- h) Quantos palitos temos ao todo?

2) Agora, responda às mesmas questões para uma rede de quadrados de ordem 5.

- a) Quantas colunas a rede de quadrados de ordem 5 possui?
- b) Quantos palitos horizontais há em cada coluna?
- c) Então, quantos palitos estão na horizontal, no total?
- d) Quantas linhas a rede de quadrados de ordem 5 possui?
- e) Quantos palitos verticais há em cada linha?
- f) Então, quantos palitos estão na vertical, no total?
- g) Há mais palitos horizontais ou verticais?
- h) Quantos palitos temos ao todo?

3) Com base no que você observou na rede de quadrados de ordem 4 e 5, responda: quantos palitos são necessários para formar uma rede de quadrados de ordem ? Utilize a estratégia de contagem da atividade, observando as colunas e linhas, e as quantidades de palitos horizontais e verticais em cada uma delas, respectivamente.

4) Vamos observar algumas relações presentes na construção da sequência:

a) Qual a relação entre a ordem (posição) da rede de quadrados na sequência e a quantidade linhas e colunas?

b) Qual a relação entre a ordem (posição) da rede de quadrados na sequência e a quantidade de palitos verticais presentes em cada linha?

c) E a quantidade de palitos horizontais presentes em cada coluna?

d) Sabendo a quantidade de palitos verticais e horizontais, como podemos calcular a quantidade total de palitos?

5) Agora, sabendo como a sequência é construída, como você explicaria para outra pessoa como fazemos para descobrir a quantidade total de palitos utilizados para montar uma rede de quadrados de qualquer ordem?

6) Usando a letra **P** para representar a quantidade total de palitos utilizados para montar uma rede de quadrados e usando a letra **n** para representar a ordem (posição) desta rede na sequência, podemos montar uma expressão matemática que nos possibilite encontrar a quantidade de palitos necessária para formar uma rede de qualquer ordem?

