

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO Nº 743

**CARACTERIZAÇÃO DE AGRUPAMENTOS DE TERMOS NA SELEÇÃO DE  
ESTRUTURA DE MODELOS POLINOMIAIS NARX**

**Anny Verly**

DATA DA DEFESA: 29/06/2012

**Universidade Federal de Minas Gerais**

**Escola de Engenharia**

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

**CARACTERIZAÇÃO DE AGRUPAMENTOS DE TERMOS NA  
SELEÇÃO DE ESTRUTURA DE MODELOS POLINOMIAIS NARX**

Anny Verly

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Eduardo Mazoni Andrade Marçal Mendes

Belo Horizonte - MG

Junho de 2012

V521c

Verly, Anny.

Caracterização de agrupamentos de termos na seleção de estrutura de modelos polinomiais NARX [manuscrito] / Anny Verly. - 2012. xxiii, 150 f., enc.: il.

Orientador: Eduardo Mazoni Andrade Marçal Mendes.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 145-150.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Identificação de sistemas - Teses. I. Mendes, Eduardo Mazoni Andrade Marçal. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)


**"Caracterização de Agrupamentos de Termos na Seleção de Estrutura de Modelos Polinomiais Narx"**


**Anny Verly**

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 29 de junho de 2012.

Por:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Eduardo Mazoni Andrade Marçal Mendes  
DELT (UFMG) - Orientador

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Márcio Falcão Santos Barroso  
DEPEL (UFSJ) - Co-Orientador

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Bruno Otávio Soares Teixeira  
DELT (UFMG)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Gleison Fransoares V. Amaral  
DEPEL (UFSJ)

---

---

# Dedicatória

---

*Ao meu grande Companheiro Rodrigo. Meu Amigo, meu Namorado, meu Marido. Amor da minha vida!*

---

---

# Agradecimentos

---

Primeiramente Deus, que me dá todo o necessário e muito mais. Não desiste de sua filha, não a desampara e sempre a consola com seu imenso AMOR de pai.

Ao meu marido, que aceitou estar sempre ao meu lado, me amparando e me amando.

Aos meus pais que me educaram em uma família linda, sempre me dando amor incondicional, tornaram possível este momento.

As minhas irmãs, que suavizaram muitas vezes minhas angústias.

Aos amigos, colegas de pós-graduação e graduação. Pessoas que entraram em minha vida marcando-a com experiências inesquecíveis que me ajudaram a crescer e melhorar como pessoa.

Aos Professores que tive mais contato e me deram exemplos de dedicação, competência e caráter, Professores Luis Aguirre, Eduardo Mazoni, Márcio Barroso, Gleison Amaral e Erirelton Nepomuceno.

Especialmente aos Professores Eduardo Mazoni e Márcio Barroso, pela paciência, ensinamentos, por aceitarem ser meus orientadores. Confiando em mim me deram a oportunidade de ter essa experiência e assim poder traçar um futuro melhor para minha família.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro indispensável à realização deste trabalho.

---

## Epígrafe

---

*“No princípio era o Verbo, e o Verbo estava com Deus, e o Verbo era Deus. Ele estava no princípio com Deus. Todas as coisas foram feitas por ele, e sem ele nada do que foi feito se fez. Nele estava a vida, e a vida era a luz dos homens. E a luz resplandece nas trevas, e as trevas não a compreenderam.*

*Houve um homem enviado de Deus, cujo nome era João. Este veio para testemunho, para que testificasse da luz, para que todos cressem por ele. Não era ele a luz, mas para que testificasse da luz. Ali estava a luz verdadeira, que ilumina a todo o homem que vem ao mundo. Estava no mundo, e o mundo foi feito por ele, e o mundo não o conheceu. Veio para o que era seu, e os seus não o receberam. Mas, a todos quantos o receberam, deu-lhes o poder de serem feitos filhos de Deus, aos que creem no seu nome; Os quais não nasceram do sangue, nem da vontade da carne, nem da vontade do homem, mas de Deus.*

*E o Verbo se fez carne, e habitou entre nós, e vimos a sua glória, como a glória do unigênito do Pai, cheio de graça e de verdade.*

*João testificou dele, e clamou, dizendo: Este era aquele de quem eu dizia: O que vem após mim é antes de mim, porque foi primeiro do que eu.*

*E todos nós recebemos também da sua plenitude, e graça por graça. Porque a lei foi dada por Moisés; a graça e a verdade vieram por Jesus Cristo. Deus nunca foi visto por alguém. O Filho unigênito, que está no seio do Pai, esse o revelou.”*

João 1:1-18

---

# Sumário

---

<b>Resumo</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xvii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xix</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xxi</b>
<b>Lista de Acrônimos</b>	<b>xxiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Introdução . . . . .	1
1.2 Contextualização Teórica . . . . .	4
1.3 Objetivos . . . . .	9
1.4 Estrutura da Dissertação . . . . .	9
<b>2 Fundamentos de Identificação de Sistemas</b>	<b>11</b>
2.1 Introdução . . . . .	11
2.2 Etapas de Identificação de Sistemas . . . . .	12
2.2.1 Experimentação do Sistema . . . . .	13
2.2.2 Detecção de Não-Linearidades . . . . .	16
2.2.3 Escolha da Representação do Sistema . . . . .	17
2.2.4 Detecção de Estrutura . . . . .	20
2.2.5 Função Estática . . . . .	28
2.2.6 Estimação dos Parâmetros do Modelo . . . . .	29
2.2.7 Validação do Modelo . . . . .	31
2.3 Considerações Finais . . . . .	34
<b>3 Metodologia Proposta</b>	<b>37</b>
3.1 Introdução . . . . .	37
3.2 Um Estudo Preliminar . . . . .	37
3.3 O Uso do Conhecimento Auxiliar . . . . .	40
3.4 Estudo Sobre um Sistema Simulado . . . . .	45

3.4.1	Obtenção dos Dados de Identificação e Validação . . . . .	45
3.4.2	Informação auxiliar . . . . .	45
3.4.3	Executando o MMCR . . . . .	46
3.4.4	Análise dos Resultados . . . . .	71
3.5	Considerações Finais . . . . .	78
<b>4</b>	<b>Estudos de Casos</b>	<b>81</b>
4.1	Introdução . . . . .	81
4.2	Aquecedor Elétrico de Dissipação Variável . . . . .	81
4.2.1	Descrição do Sistema . . . . .	81
4.2.2	Dados de Identificação . . . . .	83
4.2.3	Informação Auxiliar . . . . .	84
4.2.4	Resultados . . . . .	84
4.2.5	Análise das Estruturas Obtidas pelo MMCR . . . . .	98
4.2.6	Comparação de Outros Métodos com o MMCR . . . . .	99
4.3	Conversor CC-CC Buck . . . . .	108
4.3.1	Descrição do Sistema . . . . .	109
4.3.2	Dados de Identificação . . . . .	113
4.3.3	Informação Auxiliar . . . . .	115
4.3.4	Resultados . . . . .	116
4.3.5	Análise das Estruturas Obtidas pelo MMCR . . . . .	122
4.3.6	Comparação de Outros Métodos com o MMCR . . . . .	125
4.4	Comentários Finais . . . . .	138
<b>5</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>141</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>150</b>

---

# Resumo

---

A modelagem de sistemas está presente em praticamente todas as áreas da ciência. Todavia, nem sempre é uma tarefa fácil modelar sistemas por meio de leis físicas que descrevem a dinâmica do processo. Nesse contexto, a identificação de sistemas surge como uma alternativa bastante viável; pois, por meio de medições de dados de entrada e saída encontram-se modelos que descrevem a dinâmica do processo. Por sua vez, apesar da fácil parametrização desses modelos, ainda está em aberto a determinação de uma metodologia que auxilie na escolha da estrutura de um modelo que melhor se ajuste aos dados gerados pelo sistema. Esse problema se agrava em aplicações que necessitam de uma modelagem não-linear, pois a complexidade do modelo varia exponencialmente conforme seu grau de não-linearidade. Por esta razão, a escolha da estrutura do modelo é fundamental no sentido de evitar o problema da *sobreparametrização*.

Como possível solução, este trabalho propõe uma nova metodologia para seleção de estruturas de modelos NARX polinomiais, denominada *Modelagem via simulações de Monte Carlo com Restrições* (MMCR). Sugere-se, utilizando o conceito de agrupamentos de termos, que a estrutura do modelo seja uma variável definida baseada em aproximações da característica estática do sistema. É aplicado um procedimento de geração aleatória dos parâmetros, respeitando a característica estática imposta, e seleção dos melhores modelos obtidos. Após testar várias aproximações diferentes para a característica estática, os agrupamentos efetivos dos modelos são selecionados.

Ao longo do texto os esforços foram direcionados aos seguintes objetivos: (I) interpretar o problema da detecção de estrutura de modelos e propor uma nova metodologia, (II) levantar, por meio de simulações de sistemas experimentais e simulados, situações nas quais o algoritmo implementado se aplica e (III) comparar os resultados com outras metodologias clássicas.

Os resultados mostraram que com a utilização do método MMCR é possível discriminar estruturas subparametrizadas e os termos espúrios das estruturas sobreparametrizadas.

**Palavras-chave:** Seleção de Estruturas; Modelos Polinomiais NARX; Característica Estática; Identificação de Sistemas.

---

---

# Abstract

---

The modelling system is present in almost every areas of science. However, it is not easy model systems using physical laws that describe the process dynamics. So, the systems identification is a very feasible alternative. By measurements of input and output are found models which describe the process dynamics. Although the easy parametrization of these models, the determination of a method for structure selection of models that best adjust the system data has not yet been completely discussed. This problem worsens in applications which require a non-linear model. Hence, choosing model structure is essential to avoid overparametrization problems.

As possible solution, this work proposes a new methodology for selection of NARX polynomial models structures, named *Modelling via Monte Carlo simulations with Constraints*. Where, using the concept of clusters of terms, the model structure is a variable based on approximations of static characteristic of the system. It is applied a procedure of random generation of parameters, and selection of the best models achieved. After testing several approaches for characteristic static, the effective clusters are selected.

Along the text, efforts were directed to the following objectives: (I) interpret the problem of structure selection of models and propose a new methodology, (II) obtain through simulations of experimental and simulated systems, situations in which the algorithm implemented is applicable and (III) to compare the results with other classical methods.

The results showed that the use of the new method it is possible to distinguish between under and overparametrization structures of NARX polynomial models.

**Keywords:** Selection Structures; NARX Polynomials Models; Static Characteristics; System Identification.

---

# Lista de Figuras

---

2.1	Sistema de controle em malha fechada. . . . .	14
3.1	Histograma dos modelos encontrados, sem restrição nos parâmetros, para os dados de identificação. . . . .	40
3.2	Histograma dos modelos encontrados, com a restrição dos pontos fixos, para os dados de identificação. . . . .	41
3.3	Fluxograma com os passos de execução do método MMCR. . . . .	44
3.4	Função de autocorrelação ( $\phi_{u'u'}$ ), do sinal de entrada do sistema (3.1). . .	45
3.5	Dados de entrada e saída, obtidos do ensaio simulado do sistema (3.1). .	46
3.6	Simulação dos modelos estáticos obtidos pelo BFGS. . . . .	48
3.7	Simulação livre dos modelos (3.17), (3.22) e (3.27) com os dados de identificação, obtidos para um <i>range</i> de 0 a 1. . . . .	54
3.8	Simulação livre dos modelos (3.17), (3.22) e (3.27) com os dados de validação, obtidos para um <i>range</i> de 0 a 1. . . . .	55
3.9	Simulação livre dos modelos (3.41), (3.42), (3.43), (3.44) e (3.45), obtidos para variações nos parâmetros <i>range</i> e $M$ , com os dados de identificação. .	57
3.10	Simulação livre dos modelos (3.41), (3.42), (3.43), (3.44) e (3.45), obtidos para variações nos parâmetros <i>range</i> e $M$ , com os dados de validação. . .	58
3.11	Simulação livre dos modelos (3.46), (3.47), (3.48), (3.49) e (3.50), obtidos para variações nos parâmetros <i>range</i> e $M$ , com os dados de identificação. .	59
3.12	Simulação livre dos modelos (3.46), (3.47), (3.48), (3.49) e (3.50), obtidos para variações nos parâmetros <i>range</i> e $M$ , com os dados de validação. . .	60
3.13	Simulação livre dos modelos (3.51), (3.52), (3.53), (3.54) e (3.55), obtidos para variações nos parâmetros <i>range</i> e $M$ , com os dados de identificação. .	61
3.14	Simulação livre dos modelos (3.51), (3.52), (3.53), (3.54) e (3.55), obtidos para variações nos parâmetros <i>range</i> e $M$ , com os dados de validação. . .	62
3.15	Simulação livre dos modelos (3.56), (3.57), (3.58), (3.59) e (3.60), para variações no número de observações, $N_{obs}$ , com os dados de identificação. .	64
3.16	Simulação livre dos modelos (3.56), (3.57), (3.58), (3.59) e (3.60), para variações no número de observações, $N_{obs}$ , com os dados de validação. . .	65
3.17	Simulação livre dos modelos (3.61), (3.62), (3.63), (3.64) e (3.65), para variações no número de observações, $N_{obs}$ , com os dados de identificação. .	66
3.18	Simulação livre dos modelos (3.61), (3.62), (3.63), (3.64) e (3.65), para variações no número de observações, $N_{obs}$ , com os dados de validação. . .	67

3.19	Simulação livre dos modelos (3.66), (3.67), (3.68), (3.69) e (3.70), para variações no número de observações, $N_{obs}$ , com os dados de identificação.	68
3.20	Simulação livre dos modelos (3.66), (3.67), (3.68), (3.69) e (3.70), para variações no número de observações, $N_{obs}$ , com os dados de validação.	69
3.21	Simulação livre dos modelos (3.71), (3.72), (3.73), (3.74), (3.75), e (3.76), estimados pelo MQ, para variações no número de observações, $N_{obs}$ , com os dados de validação.	77
3.22	Simulação dos modelos estáticos obtidos à partir dos modelos NARX (3.71), (3.72), (3.73), (3.74), (3.75), e (3.76), para variações no número de observações, $N_{obs}$ .	78
4.1	Diagrama em blocos funcionais do sistema de aquecimento.	82
4.2	Dados obtidos do ensaio dinâmico processo térmico.	83
4.3	Característica estática obtida do processo térmico.	84
4.4	Simulação dos modelos estáticos obtidos pelo BFSG.	87
4.5	Simulação livre dos modelos NARX (4.17) e (4.20), com os dados de identificação.	92
4.6	Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.17) e (4.20).	93
4.7	Simulação livre dos modelos dinâmicos (4.18), (4.19) e (4.21), com os dados de identificação.	94
4.8	Validação por simulação livre dos modelos dinâmicos (4.18), (4.19) e (4.21).	95
4.9	Simulação livre dos modelos dinâmicos (4.22), (4.23) e (4.24), com os dados de identificação.	96
4.10	Validação por simulação livre dos modelos dinâmicos (4.22), (4.23) e (4.24).	97
4.11	Validação por simulação livre dos modelos dinâmicos (4.25) e (4.26).	100
4.12	Simulação dos modelos estáticos obtidos analiticamente pelos pontos fixos de (4.25) e (4.26).	101
4.13	Validação estatística do modelo (4.25), para um intervalo de confiança de 95%.	103
4.14	Validação estatística do modelo (4.26), para um intervalo de confiança de 95%.	104
4.15	Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.27), (4.28) e (4.29).	108
4.16	Simulação dos modelos estáticos obtidos analiticamente pelos pontos fixos de (4.27), (4.28) e (4.29).	109
4.17	Validação estatística do modelo (4.27), para um intervalo de confiança de 95%.	110
4.18	Validação estatística do modelo (4.28), para um intervalo de confiança de 95%.	111
4.19	Validação estatística do modelo (4.29), para um intervalo de confiança de 95%.	112
4.20	Estrutura de um conversor CC-CC buck.	113
4.21	Dados obtidos do ensaio dinâmico do conversor buck.	115
4.22	Curva estática teórica do conversor buck, obtida à partir de (4.34).	116
4.23	Simulação livre dos modelos NARX (4.58), (4.60) e (4.61), com os dados de identificação.	121
4.24	Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.58), (4.60) e (4.61).	122

4.25	Simulação dos modelos estáticos (4.40), (4.42) e (4.43). . . . .	124
4.26	Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.62), (4.63) e (4.64). . .	127
4.27	Simulação dos modelos estáticos obtidos dos pontos fixos de (4.62), (4.63) e (4.64). . . . .	128
4.28	Validação estatística do modelo (4.62), para um intervalo de confiança de 95%. . . . .	129
4.29	Validação estatística do modelo (4.63), para um intervalo de confiança de 95%. . . . .	130
4.30	Validação estatística do modelo (4.64), para um intervalo de confiança de 95%. . . . .	131
4.31	Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.65), (4.66) e (4.67). .	134
4.32	Simulação dos modelos estáticos obtidos dos pontos fixos de (4.66) e (4.67).	135
4.33	Simulação dos modelos estáticos obtidos dos pontos fixos de (4.65). . . .	135
4.34	Validação estatística do modelo (4.65), para um intervalo de confiança de 95%. . . . .	136
4.35	Validação estatística do modelo (4.66) e (4.67) , para um intervalo de confiança de 95%. . . . .	137

---

## Lista de Tabelas

---

3.1	Modelos estáticos estimados da característica (3.6) pelo algoritmo BFGS. . . . .	47
3.2	Resultados obtidos das simulações livres para as estruturas (3.12), (3.13) e (3.14), variando-se o parâmetro <i>range</i> . . . . .	53
3.3	Resultados obtidos das simulações, utilizando a estrutura NARX (3.12), e variando-se os parâmetros $M$ e <i>range</i> . . . . .	56
3.4	Resultados obtidos variando-se o número de observações do conjunto de dados dinâmicos. . . . .	63
3.5	Valores dos parâmetros dos modelos NARX, $\mathcal{M}_{NARX}$ , obtidos pelo método MMCR. . . . .	70
3.6	Continuação: Valores dos parâmetros dos modelos NARX, $\mathcal{M}_{NARX}$ , obtidos pelo método MMCR. . . . .	71
3.7	Resultados obtidos das simulações livres dos modelos NARX estimados pelo método MQ, variando-se o número de observações do conjunto de dados dinâmicos, $N_{obs}$ . . . . .	75
4.1	Modelos estáticos obtidos pelo BFGS. . . . .	86
4.2	Comparação de índices RMSEs dos modelos obtidos. . . . .	91
4.3	Tabela comparativa entre os modelos (4.25), (4.26), (4.27), (4.28). . . . .	107
4.4	Modelos estáticos estimados da característica descrita na Figura 4.22 pelo BFGS. . . . .	118
4.5	Índices RMSEs obtidos das simulações da estruturas NARX de (4.44) a (4.52). . . . .	121
4.6	Valores dos parâmetros dos modelos NARX, $\mathcal{M}_{NARX}$ , obtidos pelo método MMCR. . . . .	123
4.7	Tabela comparativa entre os modelos (4.62), (4.63), (4.64), (4.28) e (4.29). . . . .	134
4.8	Valores dos parâmetros dos modelos NARX, $\mathcal{M}_{NARX}$ , estimados pelo método do estimador EMQ. . . . .	139

---

# Lista de Símbolos

---

$u(k)$	Entrada de sistemas não autônomos no instante $k$ ;
$y(k)$	Sinal de saída no instante $k$ ;
$y(0)$	Saída do sistema para entrada nula;
$e(k)$	Erro no instante $k$ , pode ou não ser branco;
$n_y$	Máximo atraso entre os regressores de saída;
$n_u$	Máximo atraso entre os regressores de entrada;
$n_e$	Máximo atraso entre os regressores de ruído;
$n_p$	Número de termos de processo;
$n_{cand}$	Número de termos candidatos;
$n$	Número de termos do modelo;
$d$	Retardo do sistema;
$n_\theta$	Total de termos candidatos de um modelo NARMAX polinomial;
$s$	Domínio da frequência contínuo;
$R(s)$	Transformada de Laplace do sinal de referência de uma malha;
$E(s)$	Transformada de Laplace de $e(t)$ ;
$G_c(s)$	Função de transferência no domínio de $s$ do controlador;
$U(s)$	Transformada de Laplace de $u(t)$ ;
$Y(s)$	Transformada de Laplace de $y(t)$ ;
$H(s)$	Função de transferência no domínio $s$ da planta;
$E(\bullet)$	Esperança matemática;
$\overline{x(k)}$	Média temporal de $x(k)$ ;
$x(k)'$	Indica que o valor médio foi subtraído, ou seja, $x(k)' = x(k) - \overline{x(k)}$ ;
$N_{obs}$	Comprimento da massa de dados utilizada;
$T_S$	Tempo de amostragem;
$\tau$	Constante de tempo;
$\tau_m$	Atraso da função de autocorrelação;
$\tau_d$	Atraso puro de tempo;
$r_{y'y'}(\tau)$	Autocorrelação linear de $y(k)$ no atraso $\tau$ ;
$r_{y^{2'}y^{2'}}(\tau)$	Autocorrelação não-linear de $y(k)$ no atraso $\tau$ ;
$\tau_y$	Instante de primeiro mínimo da autocorrelação linear;
$\tau_{y^2}$	Instante de primeiro mínimo da autocorrelação não-linear;
$r_{\xi\xi}(\tau)$	Autocorrelação dos resíduos no atraso $\tau$ ;
$r_{u\xi}(\tau)$	Correlação cruzada dos resíduos com a entrada no atraso $\tau$ ;
$r_{\xi^{2'}\xi^{2'}}(\tau)$	Autocorrelação não-linear dos resíduos no atraso $\tau$ ;
$r_{u^{2'}\xi}(\tau), r_{u^{2'}\xi^2}(\tau)$ e $r_{\xi\xi u}(\tau)$	Correlação cruzada não-lineares dos resíduos com a entrada;
$\Delta$	Fator de decimação.

$\Omega_{y^p u^{m-p}}$	Agrupamento de termos;
$\Sigma_{y^p u^{m-p}}$	Coefficiente do agrupamento de termos;
$\bar{x}$	Indica valores estáticos de uma variável $x$ qualquer;
$F^\ell$	Função genérica com grau de não-linearidade $\ell$ ;
$f(\cdot)$	Função matemática;
$K$	Ganho estático;
$b(\cdot)$	Função polinomial qualquer;
$a(\cdot)$	Função polinomial qualquer;
$f_\alpha^{\ell_\alpha}$	Polinômio de grau $\ell_\alpha$ ;
$f_\beta^{\ell_\beta}$	Polinômio de grau $\ell_\beta$ ;
$g_i$	Elementos do vetor de parâmetros $g$ ;
$w_i$	Vetor de regressores ortogonais;
$\hat{\theta}$	Vetor de parâmetros estimados;
$\theta$	Vetor de parâmetros a estimar;
$\psi^T(k-1)$	Vetor de regressores que contém observações até o instante $k-1$ ;
$\Psi$	Matriz de regressores;
$\xi(k)$	Erro de modelagem;
$J_{MQ}$	Função custo de erro quadrático de predição;
$\mathbb{Z}$	Espaço dos números inteiros;
$\mathbb{N}$	Espaço dos números naturais;
$\mathbb{R}$	Espaço dos números reais;
$\square$	Fim de demonstração;
$\ln$	Logaritmo neperiano;
$var[\bullet] (\sigma^2)$	Variância;
$\mu$	Média;
$\hat{\mu}$	Valor estimado;
$T$	Transposição de vetores ou matrizes;
$\partial$	Derivada parcial;
$X_n$	Variáveis aleatórias discretas;
$N$	Número de gerações de Monte Carlo;
$M$	Número de gerações aleatórias das parâmetros do modelo NARX;
<i>Range</i>	Intervalo de geração das variáveis $X_n$ ;
$\mathcal{M}_{NARX}$	Modelo NARX;
$\mathcal{M}_E$	Modelos estático;
$D$	Razão cíclica;
$T$	Período de operação;
$T_b$	Tempo mínimo de chaveamento;
$b$	Número de bits.

---

## Lista de Acrônimos

---

AIC	Critério de Informação de Akaike ( <i>Akaike's Information Criterion</i> );
ARMAX	Modelo Auto-Regressivo, de Média Móvel com entradas eXógenas ( <i>AutoRegressive Moving Average model with eXogenous inputs</i> );
ARX	Modelo Auto-Regressivo com entradas eXógenas ( <i>AutoRegressive model with eXogenous inputs</i> );
BFGS	Algoritmo da família dos métodos Quase Newton de Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno;
BIC	Critério de Informação Bayesiana ( <i>Bayesian Information Criterion</i> );
CLS	Mínimos Quadrados Restritivos ( <i>Constrained Least-Squares</i> );
EMQ	Estimador Estendido de Mínimos Quadrados ;
ERR	Taxa de Redução de Erro ( <i>Error Reduction Rate</i> );
FAC	Função de Autocorrelação;
FPE	Critério de Erro Final de Predição ( <i>Final Prediction Error</i> );
GA	Algoritmos Genéticos ( <i>Genetic Algorithm</i> );
MACSIN	Grupo de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares;
MMCR	Modelagem via simulações de Monte Carlo com Restrições;
MQ	Estimador de Mínimos Quadrados;
MQP	Estimador de Mínimos Quadrados Ponderado;
NARX	Modelo Não-Linear Auto-Regressivo, com entradas eXógenas; ( <i>Nonlinear AutoRegressive model with eXogenous inputs</i> );
NARMAX	Modelo Não-Linear Auto-Regressivo, de Média Móvel com entradas eXógenas ( <i>Nonlinear AutoRegressive Moving Average model with eXogenous inputs</i> );
OLS-ERR	Estimador de Mínimos Quadrados Ortogonais com Detecção de Estrutura ( <i>Orthogonal Least-Squares Estimator With Structure Dectetion</i> );
PEM	Métodos de Predição de Erro ( <i>Prediction Error Methods</i> );
PRBS	Sinal binário pseudo-aleatório ( <i>Pseudo Random Binary Signal</i> .);
PSO	Otimização por Enxame de Partículas ( <i>Particle Swarm Optimization</i> );
PWM	Modulação por largura de pulso ( <i>Pulse-Width Modulation</i> );
RMSE	Raiz Quadrada do Erro Médio Quadrático ( <i>Root Mean Square Error</i> );
RMSE <sub>E</sub>	RMSE Estático;
RMSE <sub>V</sub>	RMSE de Validação;
RMSE <sub>I</sub>	RMSE de Identificação;
RMSE <sub>V 500</sub>	RMSE sobre um Conjunto de 500 Amostras de Validação;
RMSE <sub>I 500</sub>	RMSE sobre um Conjunto de 500 Amostras de Identificação;
SVD	Decomposição em Valores Singulares ( <i>Singular Value Decomposition</i> );
SVR	Regressão de Vetor Suporte ( <i>Support Vector Regression</i> );
SVM	Máquina de Vetores Suporte ( <i>Support Vector Machine</i> );
UWLS	Método dos Mínimos Quadrados Incertos Ponderados ( <i>Uncertainty-Weighted Least-Squares</i> ).

# Introdução

---

*“Eu sou o Alfa e o Ômega”, diz o Senhor Deus, “aquele que é, que era e que vem, o Todo-poderoso”.*

Ap 1:8

## 1.1 Introdução

A identificação de sistemas é a área do conhecimento que estuda maneiras de mapear características observadas do comportamento dinâmico de sistemas por meio de modelos matemáticos. Esses modelos são de fundamental importância para monitoramento, supervisão, controle e previsão de processos, nos mais diversos campos de estudo, tais como: sistemas mecânicos (Worden et al., 2007; Barbosa et al., 2011), elétricos e eletrônicos (Nepomuceno et al., 2007; Barroso et al., 2002; Martins et al., 2009), químicos (Letellier et al., 1998; Connally et al., 2008), biológicos e biomédicos (Nepomuceno, 2002; Ståhl e Johansson, 2009), dentre tantos outros.

Basicamente, modelos matemáticos podem ser construídos por meio de três filosofias distintas:

- Modelagem física ou caixa-branca (Garcia, 2009; Li et al., 2008): fornece modelos baseados nas leis da física que regem o fenômeno em questão, tais como, os princípios de conservação de energia e momento. Em muitos casos, o desenvolvimento analítico de modelos é uma tarefa difícil e de longa duração. Assim, o esforço para se obter tais modelos nem sempre gera resultados satisfatórios do ponto de vista da usabilidade dos mesmos.

- Modelagem empírica ou identificação caixa-preta (Ljung, 1987; Söderström e Stoica, 1989; Aguirre, 2007): surgiu como uma área do conhecimento estimulada pelo estudo de técnicas alternativas à modelagem matemática analítica. Muitas vezes, não se tem acesso a todos os componentes do sistema, com isso é demasiadamente trabalhoso obter a física que rege a sua dinâmica. Mas, no entanto, desde que seja possível a realização de ensaios, os dados de excitação e de resposta ao estímulo são de fácil acesso. Assim, esse tipo de modelagem é uma alternativa que se baseia unicamente em dados experimentais de entrada e saída medidos do processo. Uma série de teorias de estimação de parâmetros de sistemas lineares e não-lineares com base em séries temporais foram estabelecidas ao longo das últimas décadas (Astrom e Eykhoff, 1971; Box e Jenkins, 1976; Priestley, 1981; Ljung, 1999; Aguirre, 2007), incluindo os métodos adaptativos que estimam os parâmetros de sistemas *on-line* recursivamente (Ljung e Soderstrom, 1983; Young, 1984).
- Modelagem ou identificação caixa-cinza (Eskinat et al., 1993; Teixeira e Aguirre, 2011; Barroso et al., 2007): nesse tipo de modelagem utilizam-se informações auxiliares do sistema em conjunto com dados de entrada e saída do mesmo. Denomina-se *informação auxiliar* qualquer informação que se tenha a respeito do sistema em questão, além dos dados de entrada e saída. Por exemplo, em Eskinat et al. (1993), é apresentada uma maneira de relacionar a informação auxiliar (ganho em estado estacionário e/ou frequência de operação) a respeito do sistema com o efeito dessa informação no modelo obtido. Tais informações são obtidas de sistemas em malha fechada e seus parâmetros determinados por meio de um problema de otimização sujeito as restrições de ganho em estado estacionário e/ou frequência de operação do sistema. Assim, são várias as informações auxiliares que podem ser utilizadas na identificação caixa-cinza, como: a característica em estado estacionário (que é o alvo deste estudo), ganho em estado estacionário, características temporais, de frequência, entre outras.

Dentre as três filosofias citadas, a identificação caixa-cinza tem sido estudada intensamente por diversos pesquisadores a fim de solucionar alguns problemas, mais

especificamente quando trabalha-se com modelos não-lineares, tais como: determinação de estruturas (Barbosa et al., 2011), desempenho em estado estacionário (Eskinat et al., 1993) e estimação de parâmetros (Teixeira e Aguirre, 2011; Barroso et al., 2007). Essas buscas representam passos dados no sentido de resolver um grande desafio que é a escolha de um modelo parcimonioso adequado ao problema, assim como determinar uma estrutura e estimar os parâmetros de maneira a explicar adequadamente o fenômeno em estudo.

Levando em consideração as filosofias apresentadas, este trabalho tem como alvo o estudo da modelagem caixa-cinza, principalmente no que diz respeito à escolha de estruturas adequadas para a representação de características dinâmicas de sistemas dinâmicos e suas relações com seus comportamentos em estado estacionário.

Com isso, este trabalho, basicamente, surgiu da motivação em se utilizar as características estáticas para determinar estruturas de modelos não-lineares, de modo que estes modelos tenham desempenho eficiente em estado estacionário. Contudo, verificou-se ao longo do desenvolvimento dessa nova metodologia, que não necessariamente era preciso estimar os parâmetros do modelo, pois na etapa de seleção de estrutura, os pesos escolhidos para os regressores já traziam informações suficientes da dinâmica do sistema. Assim, esse procedimento, que precede a estimação de parâmetros, leva em consideração algumas restrições baseadas na curva estática para fazer uma busca aleatória dos termos mais importantes do modelo a ser escolhido.

Sendo assim, depois de observado alguns resultados preliminares, nasceu uma nova motivação para este trabalho: seria possível buscar parâmetros para os modelos testados de uma maneira aleatória, mas que levasse em conta as restrições impostas pela característica estática? Se isso fosse possível, poderia se considerar a hipótese de que as etapas de um processo de identificação se reduziriam a escolha da estrutura do modelo, de acordo com esta nova metodologia. Ou seja, a nova metodologia garantiria: desempenho em estado estacionário, escolha da estrutura do modelo e estimação dos parâmetros sem necessariamente realizar regressões lineares. Um outro ponto crucial, é que em engenharia obter dados de coleta em estado estacionário pode ser mais factível do ponto de vista operacional do que a obtenção dos dados dinâmicos. Assim,

a utilização cada vez menor dos dados provenientes do ensaio dinâmico é uma forte motivação para a aplicação da metodologia proposta.

Dada a relevância dos indicativos supracitados, buscou-se nesse trabalho investigar o comportamento do método desenvolvido, denominado *Modelagem via simulações de Monte Carlo com Restrições* (MMCR), por meio de estudos de casos comparando-o com os métodos de identificação baseados em regressões lineares. Nesses estudos foram investigadas as influências do número de dados amostrados e das possibilidades de busca dos *pesos* escolhidos para os regressores dos modelos testados, tais como: modelagem da característica estática para polinômios de graus diferentes, número de gerações aleatórias dos *pesos* ou *parâmetros* dos regressores e range de geração aleatória destes *parâmetros*.

Os resultados apresentados são motivadores e indicam que a metodologia desenvolvida parece ser promissora na área de Sinais e Sistemas. Deve-se ressaltar que apesar de nova, a busca de parâmetros de forma aleatória já apresentava indícios de ser uma das tendências na referida área, como descrito em [Katayama et al. \(2006\)](#). Por isso, e por todas as razões discutidas acredita-se que esta dissertação dá um passo na direção de contribuir para o desenvolvimento dessas novas tendências.

## 1.2 Contextualização Teórica

Esta seção traz alguns comentários a respeito de alguns trabalhos que vêm sendo desenvolvidos sob a ótica de detecção de estruturas e estimação de parâmetros na área de identificação caixa-cinza.

A respeito de maneiras específicas de se incorporar conhecimento auxiliar na etapa de estimação de parâmetros de modelos, algumas alternativas são tratadas nos trabalhos de [Barroso et al. \(2007\)](#); [Teixeira e Aguirre \(2011\)](#).

Em [Barroso et al. \(2007\)](#), investiga-se o uso de um procedimento bi-objetivo na estimação de parâmetros de modelos NARX<sup>1</sup> polinomiais. O procedimento utiliza-se de duas fontes de informações para a modelagem caixa-cinza, uma série com os dados

---

<sup>1</sup>Do inglês *Nonlinear AutoRegressive model with eXogenous inputs*.

dinâmicos e outra com os dados em estado estacionário. A tomada de decisão sobre o conjunto de Pareto, gerado pelo procedimento bi-objetivo, se baseia na correlação entre a simulação livre do modelo e os resíduos de simulação livre. Os estudos de simulações de Monte Carlo feitos no trabalho de Barroso et al. (2007) sugerem que o estimador empregado não é polarizado, mesmo quando o estimador de mínimos quadrados convencional é polarizado.

Em Teixeira e Aguirre (2011), é abordado o problema de estimação de parâmetros, para sistemas não-lineares, para casos em que o conhecimento *à priori* ou auxiliar está disponível na forma de dados ruidosos em estado estacionário. Nesse trabalho é desenvolvido o método dos mínimos quadrados incertos ponderados (UWLS<sup>2</sup>), que leva em conta não apenas os dados dinâmicos e em estado estacionário, mas também uma medida da incerteza relativa de ambos os conjuntos de dados. Com base nos exemplos investigados, observa-se que sempre que os dados em estado estacionário são usados, o desempenho em estado estacionário do modelo identificado é melhor em comparação com o caso em que somente os dados dinâmicos são utilizados. Por outro lado, uma vez que UWLS não assume que a informação em estado estacionário é conhecida com precisão, esse algoritmo fornece modelos com melhor desempenho dinâmico do que os modelos obtidos com o algoritmo de mínimos quadrados restritivos (CLS<sup>3</sup>)(Draper e Smith, 1998).

Uma comparação direta entre modelos obtidos por identificação caixa-preta e caixa-cinza foi feita recentemente por Barbosa et al. (2011). Nesse trabalho os autores também utilizam a informação estática para a identificação caixa-cinza. Assim como em Barroso et al. (2007), foi proposto um método de tomada de decisão, mas que se baseia em um procedimento bi-objetivo sobre um conjunto de Pareto dos erros de simulação livre dos modelos dinâmicos e dos modelos estáticos. O problema de otimização é resolvido por meio de algoritmos genéticos. A proposta criada, se comparada aos métodos de identificação caixa-preta, apresenta modelos com melhoras no desempenho dinâmico e estático.

Apesar das contribuições destacadas nos parágrafos anteriores, sabe-se que um

---

<sup>2</sup>Do inglês *Uncertainty-Weighted Least-Squares*.

<sup>3</sup>Do inglês *Constrained Least-Squares*.

dos passos que também merece igual atenção no processo de identificação, usando a modelagem empírica, é a seleção da estrutura, isto é, a forma matemática final que representa um modelo de um sistema. No entanto, antes dessa etapa de identificação, é necessário determinar qual o tipo de representação deve ser utilizada: linear ou não-linear. Na realidade, sabe-se que a maioria dos sistemas são não-lineares, sendo assim, é plausível que eles sejam representados utilizando modelos não-lineares. Dentre as mais diversas representações não-lineares, podem ser citados: polinômios (Liu, Y.P., Korenberg, M.J., Billings, S.A., Fadzil, 1987; Billings et al., 1989a; Mendes, 1995), razões de polinômios (Billings e Zhu, 1991; Zhu e Billings, 1993; Mendes, 1995) e redes neurais (Chen e Billings, 1992). O problema ao se usar esses modelos é a complexidade na escolha da estrutura. Pois, existe a possibilidade da existência de um número elevado de estruturas dentro de uma determinada representação, o que não ocorre com a representação linear. Ademais, o problema da seleção de estruturas para sistemas não-lineares não está restrito somente a determinação da ordem do modelo, mas envolve, também, outros fatores. Tendo em vista que uma má escolha de estrutura poderá ocasionar problemas de subparametrização ou sobreparametrização, por essa razão a seleção não é um assunto simples e, portanto, merece atenção.

Embora seja um assunto fundamental, ainda há muito o que se discutir com relação ao problema de sobreparametrização. Os primeiros passos foram dados em Mendes (1995); Aguirre e Billings (1995a); Aguirre e Mendes (1996). Em Aguirre e Billings (1995a), sugere-se que os modelos que reproduzem o comportamento original de bifurcação são de menor complexidade e que os modelos excessivamente complexos tendem a induzir falsas bifurcações e regimes dinâmicos espúrios. Além disso, alguns resultados sugerem que os efeitos da sobreparametrização sobre o comportamento global de um modelo dinâmico não-linear podem ser mais prejudiciais do que a presença de níveis de ruídos moderados.

No trabalho de Aguirre e Jácome (1998), o conceito de agrupamentos de termos é utilizado para entender como diferentes tipos de termos são necessários para explicar não-linearidades em modelos NARMAX<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup>Do inglês *Nonlinear AutoRegressive Moving Average model with eXogenous inputs*.

Por outro lado, com relação ao problema da seleção de estruturas de modelos para sistemas dinâmicos não-lineares, mas lineares nos parâmetros, uma excelente inspeção pode ser encontrada em [Haber e Unbehauen \(1990\)](#) e em [Hong et al. \(2008\)](#). Em [Hong et al. \(2008\)](#), são revistos critérios de seleção baseados em validação cruzada ([Allen, 1974](#); [Akaike, 1974](#)), projetos experimentais ([Rojas et al., 2007](#)), algoritmos de seleção *stepwise* ([Chen et al., 1989](#); [Korenberg, 1988](#)), máquina de vetores suporte (SVM<sup>5</sup>) baseada em regressão SVR<sup>6</sup> ([Lee e Billings, 2002](#); [Smola e Scholkopf, 2004](#)), dentre outros.

No trabalho de [Mendes e Billings \(2001\)](#), sugere-se uma avaliação de um número suficientemente grande de modelos que expliquem a dinâmica de um sistema, tendo em vista a improvável existência de um único modelo melhor. Sendo assim, é investigado um procedimento que combina as vantagens do OLS-ERR<sup>7</sup> com as dos algoritmos de busca exaustiva ([Edwards e Havranek, 1987](#)). Esse procedimento pode identificar com sucesso não somente um modelo único válido, mas uma família de modelos. Como um sub-produto, um novo procedimento para determinar os máximos atrasos de sistemas foi proposto.

Em [Barbosa et al. \(2010\)](#), descreve-se a partir de métodos bi-objetivo para estimação de parâmetros, como os desenvolvidos por [Barroso et al. \(2007\)](#), técnicas para a seleção de estrutura de modelos NARX polinomiais. Dois critérios de decisão foram usados: o de mínima correlação e o de sincronismo. Por meio de estudos de casos é mostrado que o método desenvolvido consegue distinguir cenários subparametrizados dos sobreparametrizados.

Métodos híbridos, relativamente novos, vêm sendo utilizados para detecção de estrutura e estimação de parâmetros de modelos. Dentre esses métodos podem ser citados os evolucionários, como os de otimização por enxame de partículas (PSO<sup>8</sup>) e os algoritmos genéticos (GA<sup>9</sup>), aliados a critérios de informação, como o de Akaike (AIC)<sup>10</sup>. Algumas pesquisas recentes ([Hachino et al., 2009](#); [Yassin et al., 2010b,a](#); [Chalampakis e Dimou, 2011](#)) demonstram que a combinação entre esses algoritmos é

---

<sup>5</sup>Do inglês *Support Vector Machine*.

<sup>6</sup>Do inglês *Support Vector Regression*.

<sup>7</sup>Do inglês *Orthogonal Least-Squares Estimator With Structure Detection*.

<sup>8</sup>Do inglês *Particle Swarm Optimization*.

<sup>9</sup>Do inglês *Genetic Algorithm*.

<sup>10</sup>Do inglês *Akaike's Information Criterion*

bastante competitiva e promissora no campo da identificação de sistemas. Esses métodos evolucionários possuem, de certa forma, uma proximidade com o método de *Modelagem via simulações de Monte Carlo com Restrições*, MMCR, desenvolvido nesta dissertação.

A metodologia aqui desenvolvida utiliza-se do conhecimento *à priori* baseado na característica estática do sistema e fundamenta-se nos conceitos de agrupamentos de termos e coeficientes de agrupamentos (Aguirre, 2007). Neste ponto, é importante frisar que pouco foi utilizado dos procedimentos da literatura de regressão linear para as etapas de detecção de estrutura ou estimação dos parâmetros.

Em suma, pode-se dizer que são definidas estruturas candidatas de modelos que são capazes de aproximar a característica estática conhecida. Assim, de cada função estática aproximada, retiram-se os agrupamentos de termos que deverão compor um modelo dinâmico para o sistema. Definida a estrutura de modelo dinâmico, é aplicado o procedimento de Monte Carlo para a determinação aleatória dos *parâmetros* ou *pesos* dos regressores. Nesta etapa, são utilizados os coeficientes dos agrupamentos de termos, pertencentes a função estática, como restrições para a estimação dos *parâmetros* do modelo dinâmico. Após aplicar o método de Monte Carlo, os melhores modelos são selecionados com base em seus índices RMSEs<sup>11</sup> de simulações livre.

Vale salientar que, embora a metodologia MMCR tenha como objetivo selecionar dentre um conjunto de estruturas candidatas a estrutura que melhor represente o sistema em questão, os resultados encontrados indicam que os *parâmetros* determinados, para a estrutura de modelo selecionada, conseguiram acompanhar bem as características dinâmicas do sistema. Assim, o MMCR estima parâmetros ao sistema sem precisar se utilizar de técnicas de regressões lineares, o que é desejável nos casos em que se tenham poucas amostras provenientes de ensaios.

---

<sup>11</sup>Do inglês *Root Mean Square Error*.

## 1.3 Objetivos

Pretende-se dar os primeiros passos para o desenvolvimento de um novo método para a seleção de estruturas de modelos NARX polinomiais baseado no conhecimento *à priori* das características estáticas do sistema. Como objetivo específico deste estudo, são feitas comparações do desempenho do método proposto com os métodos clássicos de seleção de estrutura e estimação de parâmetros de modelos, tais como os critérios estatísticos e os métodos de minimização do erro de predição. Por meio dessas abordagens é analisado e quantificado o desempenho do método *Modelagem via simulações de Monte Carlo com Restrições*.

## 1.4 Estrutura da Dissertação

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira:

No Capítulo 1 é fornecida uma breve introdução sobre a área de identificação de sistemas e o contexto no qual está inserida esta dissertação. Também, são discutidos na Seção 1.2 trabalhos considerados *benchmarks* na área da identificação caixa-cinza e algumas tendências que vêm sendo desenvolvidas. E por fim, na Seção 1.3 é apresentado de maneira concisa os principais objetivos desta pesquisa.

O Capítulo 2, traz uma revisão das principais ferramentas que vêm sendo utilizadas na identificação de sistemas. São discutidas algumas das ferramentas mais usuais nas etapas de *experimentação do sistema*, *detecção de não-linearidades*, *escolha da representação do sistema* e *detecção de estrutura do modelo*, *estimação dos parâmetros* e *validação do modelo* obtido. Também são apresentadas definições e exemplos acerca dos conceitos básicos nos quais foi desenvolvida a metodologia proposta neste trabalho, como os *agrupamentos de termos* e *coeficientes dos agrupamentos*, *pontos fixos* e *função estática*.

No Capítulo 3 é feito, de uma maneira peculiar, um estudo preliminar que apresenta um dos aspectos motivadores para a implementação da metodologia proposta. Em seguida, apresenta-se o método *Modelagem via simulações de Monte Carlo com Restrições*, (MMCR). É feita uma descrição detalhada do algoritmo desenvolvido com exemplos de aplicação. Também, é fornecido um estudo de caso simulado, sobre o qual discuti-se,

por meio dos resultados obtidos, a influência de algumas variáveis na implementação do MMCR, como o *número de dados amostrados*, *número de gerações aleatórias dos parâmetros* e o *intervalo de geração aleatória* destes parâmetros.

O Capítulo 4, por sua vez, traz aplicações do MMCR sobre dois sistemas (um conversor CC-CC do tipo Buck e um aquecedor elétrico de dissipação variável). Os resultados obtidos são exaustivamente analisados para diversos casos de estruturas de modelos polinomiais NARX, a fim de se identificar uma estrutura correta de modelo. Também, o desempenho do MMCR é comparado a outros métodos de detecção de estrutura, como o critério de Akaike (AIC) e a taxa de redução de erro (ERR)<sup>12</sup>.

Por fim, as conclusões, considerações finais sobre o trabalho e as propostas para pesquisas futuras são apresentadas no Capítulo 5.

---

<sup>12</sup>Do inglês *Error Reduction Rate*.

# Fundamentos de Identificação de Sistemas

---

*“Nossas virtudes e nossos sentimentos são inseparáveis. Assim como força e matéria. Quando se separam, o homem deixa de existir.”*

Nikola Tesla

## 2.1 Introdução

Desde seu começo, há aproximadamente quarenta anos atrás, a sub-área do conhecimento denominada *Identificação de Sistemas* (Ljung, 1987; Söderström e Stoica, 1989) teve um desenvolvimento bastante rápido e, atualmente, é reconhecida como uma ferramenta de extrema importância nos mais diversos campos das ciências. Pode-se observar essa importância, por exemplo, no crescimento do número de artigos publicados sobre o tema nos últimos quarenta anos, que passou de um aproximadamente 60 artigos anuais no começo da década de setenta para cerca de 10000 artigos anuais nos últimos três anos<sup>1</sup>.

Em seu princípio a identificação de sistemas era feita por meio de equações a diferenças lineares, que descrevem relações entre as observações de entrada e saída em instantes discretos. Com isso, uma série de teorias de identificação de sistemas lineares, com base nos dados de saída e/ou entrada obtidos de sistemas, foram estabelecidas ao longo desses últimos 40 anos (Astrom e Eykhoff, 1971; Box e Jenkins, 1976; Priestley, 1981), incluindo os métodos adaptativos nos quais estimam os parâmetros do sistema,

---

<sup>1</sup>Pesquisa feita em <http://apps.webofknowledge.com/> digitando-se o tema *system identification*.

utilizando estimação recursiva (Ljung e Soderstrom, 1983; Young, 1984). Assim os modelos aproximados obtidos, levando em consideração as restrições teóricas e computacionais da época, atendiam bem os requisitos pré-estabelecidos, entretanto deixavam de explicar regimes dinâmicos não-lineares como: bifurcações, bilinearidades, ciclos limites e até mesmo comportamentos caóticos.

Por conseguinte, nas últimas décadas foram publicados alguns trabalhos direcionados à identificação de sistemas não-lineares como os apresentados em Ljung (1987); Söderström e Stoica (1989); Ljung (1999); Aguirre (2007).

O presente capítulo aborda alguns conceitos e ferramentas essenciais da teoria de identificação de sistemas. Tais ferramentas, também, são necessárias para a compreensão das etapas empregadas na metodologia MMCR. Sendo assim, serão discutidos conceitos universalmente aceitos na teoria de identificação de sistemas bem como as ferramentas que vêm sendo empregadas nas etapas de *experimentação do sistema*, *detecção de não-linearidades*, *escolha da representação do sistema* e *detecção de estrutura do modelo*, *estimação dos parâmetros* e *validação do modelo* obtido. Para tal abordagem foram utilizadas como referências básicas as bibliografias de Ljung (1999); Aguirre (2007) e Norton (1986).

## 2.2 Etapas de Identificação de Sistemas

O problema típico da *Identificação de Sistemas* começa com a construção de modelos e engloba a determinação dos parâmetros usando técnicas de estimação disponíveis. Cada modelo construído pode ser visto como um meio de se expressar as propriedades do sistema que estão embutidas nos dados.

Em geral, o procedimento para a identificação de um sistema pode ser dividido nas seguintes etapas (Norton, 1986):

- *Experimentação do sistema* - Trata principalmente do aspecto relacionado com o projeto de sinais de entrada e da frequência de amostragem.
- *Detecção de não-linearidades* - Aplica-se testes aos dados obtidos para detecção de não-linearidades.

- *Escolha da representação do sistema e detecção de estrutura do modelo* - A escolha do tipo de representação depende principalmente da finalidade do modelo e das ferramentas disponíveis para sua obtenção, bem como informações disponíveis sobre o sistema. Dependendo do tipo de representação escolhida não há forma sistemática para se detectar a melhor estrutura do modelo.
- *Estimação dos parâmetros do modelo* - Para se estimar os parâmetros de um modelo é necessário determinar qual algoritmo de estimação deve ser aplicado. A maioria das técnicas de estimação requerem dados de entrada-saída colhidos do processo, o tipo de representação do modelo a ser identificado, e o critério adequado de identificação. Por exemplo, modelos lineares nos parâmetros, com dados de entrada e saída colhidos do ensaio dinâmico do processo, e sem a presença de informações auxiliares do sistema, como por exemplo, o ensaio estático, pode-se conjecturar que o estimador de mínimos quadrados (MQ), desde que se desconsidere a presença de ruído nos dados, seja razoável.
- *Validação do modelo* - Depois que o modelo foi identificado, é necessário testar se o modelo descreve adequadamente os dados utilizados.

Essas etapas são comuns, tanto em identificação de sistemas lineares, quanto em identificação de sistemas não-lineares. As seções posteriores discutem com maiores detalhes as etapas apresentadas acima e, também, trazem alguns conceitos e indicações bibliográficas importantes.

### 2.2.1 Experimentação do Sistema

A etapa de experimentação de um sistema é fundamentada em três questões:

1. Onde excitar a planta?
2. Que tipo de sinais devem ser utilizados para tal fim?
3. Como amostrar os dados que representam a dinâmica de tal sistema?

As respostas destas questões são de grande importância, uma vez que todos os resultados posteriores dependerão da qualidade e quantidade de informações contidas nos dados coletados. Por isso, essa etapa da identificação merece muita atenção. Deve-se buscar um modelo matemático que relacione dinamicamente as variáveis de entrada e saída de um sistema, ou seja, o sinal de saída pode ser considerado como um efeito do sinal de entrada. Um exemplo simples de tal escolha pode ser dado por um sistema de malha de controle SISO<sup>2</sup> no qual se pretende modelar. Em que, o sinal de entrada é a saída do controlador  $U(s)$  e o sinal de saída é a variável controlada  $Y(s)$ , que é representado na Figura 2.1.

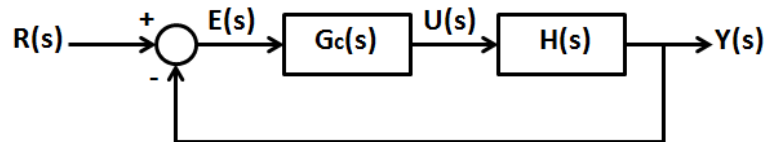


Figura 2.1: Sistema de controle em malha fechada. Em que,  $R(s)$  é o valor de entrada desejado,  $Y(s)$  a saída do sistema,  $E(s)$  o erro,  $U(s)$  a saída do controlador;  $G_c(s)$  e  $H(s)$  são as funções de transferência do controlador e da planta do processo, respectivamente.

Malhas de controle como a da Figura 2.1 são comumente utilizadas para descrever inúmeros processos de controle industriais reais.

Procedimentos como *função de correlação cruzada*, *decomposição em valores singulares* (SVD) ou *análise em componentes principais* são utilizados quando a escolha das variáveis de entrada não é uma tarefa tão óbvia (Aguirre, 2007).

Com relação ao tipo dos sinais de excitação, é desejável que tais sinais tenham um espectro de frequências que excitem persistentemente a dinâmica de interesse do sistema. No caso de sistemas não-lineares, isso requer que os efeitos não-lineares sejam excitados por esses sinais e, assim, estejam presentes nos dados de identificação.

Um sinal dito *branco* tem potência espectral em uma ampla faixa de frequências, assim, do ponto de vista de um sistema, uma entrada será branca se ela contiver energia suficiente na faixa de frequências dominantes do sistema a ser identificado. Com isso, exigir que a entrada seja branca, equivale a requerer que tal entrada excite a dinâmica da planta (Aguirre, 2007).

---

<sup>2</sup> *Single Input Single Output*.

Dos sinais utilizados para a excitação de um sistema, destacam-se os sinais *pseudo-aleatórios* (PRBS) e os sinais aleatórios (ruído branco). Em [Leontaritis e Billings \(1987a\)](#) foi argumentado, do ponto de vista teórico, que os sinais PRBS não são adequados, em geral, para identificar sistemas não-lineares. Contudo, ainda assim é possível obter modelos não-lineares, relativamente bons, identificados a partir desses tipos de sinais.

Em [Aguirre \(2007\)](#) é apresentada uma regra prática para a geração dos sinais de entrada. Para o caso de sinais aleatórios mantém-se constante cada valor escolhido, aleatoriamente, por um tempo de 3 a 5 intervalos de amostragem. No caso de sinais PRBS a duração do menor patamar deve ser, também, em torno de 3 a 5 intervalos de amostragem. Além do mais, no caso da identificação caixa-cinza, o uso de informações auxiliares pode ser útil para compensar a falta de informação em certas regiões não excursionadas pelos dados provenientes do ensaio dinâmico. Em [Corrêa \(2001\)](#) é demonstrada tal afirmação.

Respondendo a última questão com relação à escolha do período de amostragem, que corresponde ao intervalo entre duas amostras, pode-se empregar um procedimento que consiste em utilizar as funções de autocorrelação linear,  $r_{y'y'}$ , e não-linear,  $r_{y^2'y'^2}$ , da saída do sistema:

$$r_{y'y'}(\tau) = E[(y(k) - \bar{y}(k))(y(k - \tau) - \bar{y}(k))], \quad (2.1)$$

$$r_{y^2'y'^2}(\tau) = E[(y^2(k) - \bar{y}^2(k))(y^2(k - \tau) - \bar{y}^2(k))], \quad (2.2)$$

em que  $\bar{y}(k)$  e  $\bar{y}^2(k)$  representam os valores médios, e o apóstrofe (') a média extraída dos sinais.  $E[\bullet]$  indica a esperança matemática. Deve-se escolher a taxa de amostragem em função dos primeiros mínimos de (2.1) e (2.2), de acordo com a equação (2.3).

$$\tau_m = \min\{\tau_{y'}, \tau_{y'^2}\}, \quad (2.3)$$

em que  $\tau_m$  é medido em números de atrasos com relação ao menor dos mínimos entre  $\tau_{y'}$  e  $\tau_{y'^2}$ . Por fim, chega-se a taxa de amostragem,  $T_s$ , definida por (2.4):

$$\frac{\tau_m}{20} \leq T_s \leq \frac{\tau_m}{10}. \quad (2.4)$$

Os limites inferior e superior de (2.4) podem ser, ainda, relaxados para:

$$\frac{\tau_m}{25} \leq T_s \leq \frac{\tau_m}{5}. \quad (2.5)$$

Portanto, se o sinal amostrado de saída não estiver dentro da faixa estabelecida por (2.5), faz-se necessário decimá-lo para que o este atenda os limites estabelecidos.

## 2.2.2 Detecção de Não-Linearidades

Para verificar se um sistema apresenta não-linearidade em seu comportamento devem ser empregados métodos não paramétricos sobre os sinais coletados. Existem diversos testes que podem ser empregados, tais como: testes no domínio do tempo, testes no domínio da frequência, em regime permanente, testes do valor médio de saída e testes de correlação (Haber, 1985).

Os testes de correlação e no domínio do tempo são uns dos mais empregados, devidos as suas simplicidades de implementação e eficiência.

Os testes no domínio do tempo consistem em excitar o sistema com um sinal de entrada  $u_1(k)$  para a obtenção de um sinal de saída  $y_1(k)$ . O procedimento é repetido para outro sinal de entrada tal que  $u_2(k) = \gamma u_1(k)$ , em que  $\gamma$  é uma constante qualquer. Sendo assim, é aplicada a seguinte relação:

$$\beta(k) = \frac{y_2(k) - y(0)}{y_1(k) - y(0)}, \quad (2.6)$$

em que  $y(0)$  é a saída do sistema para uma entrada nula. O sistema será linear se  $\beta(k)$  for constante e igual a  $\gamma$  (Haber, 1985).

Para os testes de correlação utilizam-se, por exemplo, a seguinte relação (Billings e Voon, 1983, 1986):

$$r_{y^2, y^2}(\tau) = E[(y^2(k) - \bar{y}^2(k))(y^2(k - \tau) - \bar{y}^2(k))] = 0, \forall \tau. \quad (2.7)$$

A equação (2.7) é atendida se o sistema for linear. Os limites para um intervalo de confiança de 95%, dentro dos quais a função de correlação pode ser considerada nula, são dados por  $\pm 1,96 / \sqrt{N_{obs}}$ , em que  $N_{obs}$  é o comprimento da massa de dados utilizada.

Assim, caso os testes descritos anteriormente não sejam atendidos, é recomendável que o sistema em questão seja representado por modelos não-lineares.

### 2.2.3 Escolha da Representação do Sistema

As técnicas utilizadas para a modelagem de um sistema estão intimamente relacionadas com a escolha da representação. Como mencionado anteriormente, existem muitas maneiras de se representar um sistema não-linear, a dificuldade comum em todas as representações é que o número de estruturas possíveis cresce exponencialmente. Mesmo sistemas não-lineares considerados simples, podem exibir um grande número de termos, tornando, muitas vezes, a análise de tais sistemas extremamente difícil.

A escolha do tipo de representação depende, principalmente, da finalidade do modelo e das ferramentas disponíveis para a sua obtenção. Dentre as representações não-lineares destacam-se as redes neurais (Chen e Billings, 1992), *radial functions* (Chen e Billings, 1992; Chen, 1994; Sze, 1995), os polinômios (Liu, Y.P., Korenberg, M.J., Billings, S.A., Fadzil, 1987; Billings et al., 1989a; Mendes, 1995) e as razões de polinômios (Billings e Zhu, 1991; Zhu e Billings, 1991, 1993; Mendes, 1995).

As redes neurais artificiais são modelos matemáticos inspirados no cérebro humano. Elas são constituídas por um sistema de processamento paralelo e distribuído, composto de unidades de processamento simples (neurônios) que possuem a capacidade de armazenar o conhecimento experimental e torná-lo disponível para uso. Assim, as redes neurais podem ser caracterizadas por suas topologias, pelas características computacionais de seus neurônios e pelo algoritmo de treinamento. As funções de base radial são casos particulares de redes neurais (Alves, 2009).

Na área de identificação de sistemas não-lineares o modelo NARMAX polinomial tem atraído um considerável interesse nas últimas décadas (Aguirre e Billings, 1995a; Mendes, 1995; Aguirre e Mendes, 1996; Aguirre e Jácome, 1998; Mendes e Billings, 2001; Alves, 2009). De forma sucinta, o modelo polinomial NARMAX pode ser descrito da

seguinte maneira (Billings et al., 1989a; Aguirre, 2007):

$$y(k) = F^\ell[y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-d), \dots, u(k-d-n_u+1), e(k-1), \dots, e(k-n_e)] + e(k), \quad (2.8)$$

em que  $F^\ell$  é uma função polinomial não-linear qualquer, de grau de não-linearidade  $\ell$ .  $y(k)$  e  $u(k)$  são respectivamente, saída e entrada do sistema que têm seus atrasos representado por  $n_y$  e  $n_u$ .  $d$  representa o tempo de retardo do sistema.  $e(k)$  indica todos os efeitos que não podem ser bem representados por  $F^\ell$  e  $n_e$  representa o máximo atraso em  $e$ . Os termos  $y(k-i)$ , com  $(i = 1, \dots, n_y)$  e  $u(k-j)$ , com  $(j = 1, \dots, n_u)$ , são chamados de regressores de processo do modelo. Como pode ser notado em (2.8), a parte determinística representa os modelos NARX, que são modelos discretos no tempo que explicam o valor da saída  $y(k)$  em função de valores prévios dos sinais de saída e de entrada.

Apesar de permitir utilizar regressores não-lineares nos sinais de saída, entrada e ruído, os modelos polinomiais mostrados na equação (2.8) são lineares nos parâmetros e conseqüentemente são estruturas mais fáceis de serem trabalhadas. Assim, muitos resultados da literatura desenvolvida para estimação de modelos lineares são válidos para os modelos NARX polinomiais.

A parte determinística de (2.8) pode ser expandida como o somatório de termos com graus de não-linearidade variando na faixa de  $1 \leq m \leq \ell$ , como segue:

$$y(k) = \sum_{m=0}^{\ell} \sum_{p=0}^m \sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} c_{p, m-p}(n_1, \dots, n_m) \times \prod_{i=1}^p y(k-n_i) \prod_{j=p+1}^m u(k-n_j), \quad (2.9)$$

sendo,

$$\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} \equiv \sum_{n_1=1}^{n_y} \dots \sum_{n_m=1}^{n_u}. \quad (2.10)$$

No qual o limite superior é  $n_y$ , se o somatório se refere ao fator  $y(k-n_i)$  ou  $n_u$ ,

para fatores  $u(k - n_j)$ . Cada termo de grau  $m$  poderá conter um fator de grau  $p$  do tipo  $y(k - i)$  e um fator de grau  $(m - p)$  do tipo  $u(k - j)$ , sendo multiplicado por um parâmetro representado por  $c_{p,m-p}(n_1, \dots, n_m)$ . Nos quais  $(n_1, \dots, n_m)$  indicam os atrasos de cada fator (Aguirre, 2007).

O número total de termos candidatos,  $n_\theta$ , em um modelo NARMAX polinomial monovariável é dado pela seguinte relação (Korenberg et al., 1988):

$$\begin{aligned} n_\theta &= P + 1, \\ P &= \sum_{i=1}^{\ell} n_i, \quad n_i = \frac{n_{i-1}(n_y + n_u + n_e + i - 1)}{i}, \quad n_0 = 1. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Assim, pode-se verificar que o número de termos candidatos cresce rapidamente de acordo com o grau de não-linearidade  $\ell$  e com os atrasos máximos da entrada, saída e do ruído,  $n_u$ ,  $n_y$  e  $n_e$ , respectivamente.

É importante notar que estruturas demasiadamente complexas devem ser evitadas, não somente porque são difíceis de se tratar e simular, mas também porque tais estruturas introduzem regimes dinâmicos espúrios, bifurcações e instabilidades (Aguirre e Mendes, 1996). No contexto deste trabalho, objetiva-se obter a melhor estrutura que descreva aspectos dinâmicos e estáticos do sistema.

Apesar de apresentar bom desempenho, os modelos polinomiais NARMAX não são adequados para descrever sistemas severamente não-lineares (Billings e Chen, 1989). Para resolver este problema, Billings e Chen (1989) introduziram os modelos racionais estocásticos que podem ser representados pela seguinte expressão matemática:

$$y(k) = \frac{f_\alpha^{\ell_\alpha}(y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-n), e(k-1), \dots, e(k-n))}{f_\beta^{\ell_\beta}(y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-n), e(k-1), \dots, e(k-n))} + e(k) \quad (2.12)$$

onde  $f_\alpha^{\ell_\alpha}$  e  $f_\beta^{\ell_\beta}$  são polinômios de grau  $\ell_\alpha$  e  $\ell_\beta$  respectivamente. As condições para a existência do modelo (2.12) são bastante amenas. Claramente o modelo não é válido

nos pontos onde o polinômio do denominador se anula.

Em termos de estimação de parâmetros, o modelo (2.12) não é linear nos parâmetros, o que significa o uso de técnicas de mínimos quadrados não-lineares. Felizmente, [Zhu e Billings \(1993\)](#) demonstraram que por meio de simples manipulações algébricas, a identificação de modelos racionais pode ser realizado usando procedimentos, largamente conhecidos, para modelos lineares nos parâmetros. Em poucas palavras, eles resolveram o problema multiplicando o denominador nos dois lados da equação (2.12). Entretanto quando os dados usados para identificação são contaminados por ruído, esta solução induz a polarização dos parâmetros estimados, mesmo quando o ruído é branco. Os autores [Zhu e Billings \(1993\)](#) resolveram o problema eliminando gradualmente a polarização introduzida pelos termos de ruído. Como consequência, tornou-se possível a seleção de estruturas usando o estimador ortogonal desenvolvido por [Korenberg et al. \(1988\)](#).

Portanto, para as formulações propostas por [Zhu e Billings \(1993\)](#) podem ser aplicados os métodos para seleção de estrutura e estimação de parâmetros desenvolvidos para modelos polinomiais.

## 2.2.4 Detecção de Estrutura

Depois de escolhida uma representação de modelo adequada ao sistema no qual deseja-se identificar, é necessário definir qual estrutura será utilizada. Como, o grau de não-linearidade do modelo e quais termos de processo serão incluídos. A esse procedimento denomina-se *detecção de estrutura*. É desejável que se obtenha uma representação que garanta que os termos importantes sejam levados em conta e só os termos que não contribuam para a dinâmica sejam descartados, ou seja, deve-se obter uma estrutura parcimoniosa que leve em conta os termos efetivos e descarte os espúrios ao sistema ([Aguirre e Mendes, 1996](#); [Mendes e Billings, 1998](#)).

Em sistemas lineares, com relação a modelos polinomiais, o número de termos candidatos para compor a estrutura do modelo cresce linearmente com a ordem do modelo,  $n_y$ . Neste caso, o problema da seleção de estrutura não é muito crítico e a seleção de estrutura se restringe, basicamente, a escolha do número de pólos e zeros e

a determinação do atraso puro de tempo (Aguirre, 2007). O aparecimento de termos redundantes no modelo, para o caso de um modelo sobreparametrizado, induzirão o cancelamento de polos e zeros na função de transferência.

Contudo, em se tratando de sistemas não-lineares, o número de termos candidatos cresce rapidamente com o aumento do grau de não-linearidade  $\ell$  e dos máximos atrasos do sistema  $n_y$ ,  $n_u$  e  $n_e$ . Assim, o processo de seleção é mais complexo, pois uma vez que o modelo se torne sobreparametrizado (modelo com um número de termos excessivos) poderão ocorrer regimes dinâmicos espúrios, ou seja, estes termos poderão destruir a dinâmica original do sistema (Aguirre e Billings, 1995a).

Por todas as razões citadas anteriormente, deve-se ter bastante atenção na etapa de detecção de estrutura. Embora seja um assunto muito discutido, ainda há muitas questões e conclusões em aberto nesta sub-área. No caso de modelos NARMAX, normalmente são utilizados critérios de informação, (Akaike, 1974; Leontaritis e Billings, 1987b; Kortmann et al., 1988), o critério da taxa de redução do erro (Billings et al., 1989b; Chen et al., 1989) e critérios baseados nos conceitos de agrupamentos de termos (Aguirre e Mendes, 1996; Aguirre, 1994; Aguirre e Billings, 1995b). A seguir serão apresentados alguns métodos de seleção de estrutura comumente empregados em identificação de sistemas.

### Critérios de Informação

Dentre os vários métodos que compreendem os critérios de informação, podem se destacar o critério de informação de Akaike (AIC) (Akaike, 1974), o critério de erro final de predição (FPE) (Akaike, 1969), critério de informação de Bayes (BIC) (Schwarz, 1978) entre outros.

O critério de informação de Akaike verifica a redução na variância dos resíduos à medida que são acrescentados termos ao modelo de acordo com a seguinte função custo:

$$AIC(n) = N_{obs} \ln(Var[\xi(k)]) + 2n. \quad (2.13)$$

Em que  $N_{obs}$  corresponde ao número de amostras,  $Var[\xi(k)]$  é a variância dos resíduos (erro de predição de um passo à frente) e  $n$  é o número de termos do modelo.

Este critério estabelece um compromisso parcimonioso entre a qualidade dos ajustes de identificação (primeiro termo de (2.13)) e o número de termos inclusos no modelo (segunda parcela de (2.13)). O resultado obtido por meio da minimização da função custo fornece o número de termos *ideal* ao modelo. Contudo, não se pode afirmar que o número de termos selecionados torne o modelo capaz de reproduzir a dinâmica do sistema original. O AIC assim como outros critérios semelhantes (BIC, FPE) foram desenvolvidos no contexto de sistemas lineares. Porém, pode-se dizer que tais critérios fornecem resultados consistentes para muitos sistemas não-lineares (Aguirre, 1994).

Deve-se ter em mente que o número de termos sugerido pelo AIC dependerá da escolha dos termos a serem incluídos no modelo ( $\ell$  grau de não-linearidade e máximos atrasos  $n_u$ ,  $n_y$  e  $n_e$ ) e da ordem de importância definida pelo algoritmo ERR. Alterando-se estas condições obtém-se resultados diferentes para o índice AIC.

### Critério ERR

A taxa de redução de erro (ERR) (Billings et al., 1989b; Chen et al., 1989) associa a cada termo candidato um índice que corresponde à importância deste na explicação da variância dos dados de saída.

A fim de definir a taxa ERR apresenta-se primeiramente a equação que define a variância do erro de modelagem  $\xi(k)$ .

$$Var\xi(k) = \lim_{N_{obs} \rightarrow \infty} \frac{1}{N_{obs}} \left[ \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \sum_{i=1}^n g_i^2 w_i^T w_i \right], \quad (2.14)$$

no qual  $g_i$  indica os elementos do vetor de parâmetros  $g$ ,  $w_i$  o vetor de regressores ortogonais e  $y$  o vetor dos dados de saída. De acordo com (2.14) se nenhum termo fosse acrescentado ao modelo a variância de  $\xi(k)$  seria o próprio sinal observado  $y$ , uma vez que o *modelo* não explica nenhuma observação. Assim, observa-se que a cada termo acrescentado a variância de  $\xi(k)$  decresce de um fator igual a  $\frac{1}{N_{obs}} (g_i^2 w_i^T w_i)$ , no qual  $w_i$

indica o termo incluso e  $g_i$  seu respectivo parâmetro. Então normalizando a redução no valor da variância com relação a soma dos valores quadráticos dos dados de saída, pode-se definir a taxa ERR de cada termo como:

$$[ERR] = \frac{g_i^2 w_i^T w_i}{\mathbf{y}^T \mathbf{y}}. \quad (2.15)$$

Assim, o índice ERR indica a porção da variância de saída explicada pela inclusão de um novo termo ao modelo. Vale salientar que a escolha dos termos candidatos pode ser feita por meio de uma ferramenta auxiliar, AIC por exemplo, e considerando-se aqueles termos que possuírem os maiores valores de ERR.

O uso de (2.15) é limitado pelo fato de que para encontrar o índice ERR necessita-se das estimativas dos parâmetros  $\hat{g}_i$ . Sendo assim, é viável o uso desta equação desde que se tenha um modelo representado em uma base ortogonal. Em Aguirre (2007) é descrito um algoritmo baseado na transformação de Householder para a ortogonalização dos regressores (Chen et al., 1989) bem como para a estimação dos respectivos parâmetros.

Nos algoritmos de identificação baseados nos métodos de predição de erro, conhecidos como algoritmos PEM<sup>3</sup>, o ERR de cada termo pode variar enormemente dependendo da ordem na qual eles são incluídos no modelo. Também, o fato de um termo efetivo ao modelo não ser considerado pode acarretar no aparecimento de termos espúrios para compensar a sua falta. Os conceitos de agrupamentos de termos e coeficientes de agrupamentos podem ser utilizados para reduzir o tamanho da estrutura do modelo candidato selecionado por algum critério de detecção de estrutura, como o ERR e o AIC. A seção a seguir apresenta alguns conceitos relativos aos agrupamentos de termos aplicados a seleção de estrutura de modelos não-lineares.

### Agrupamentos de Termos

A equação (2.9) revela que existem muitos termos possíveis em um modelo polinomial. No entanto, é interessante agrupar os termos que descrevem os mesmo tipos de

---

<sup>3</sup>Do inglês *Prediction Error Methods*.

não-linearidades, pois cada tipo de termo confere ao modelo diferentes características dinâmicas. Por exemplo, os termos  $y(k-1)^2$ ,  $y(k-2)y(k-3)$ , e  $y(k-1)y(k-3)$  seriam os membros do grupo que inclui todos os termos quadráticos na variável de saída. Sendo assim, para se chegar aos conceitos de agrupamentos de termos é necessário fazer antes algumas considerações (Aguirre, 2007).

Um modelo para o qual  $n_u = n_y$  abrange uma janela de dados de comprimento  $(n_y - 1) \times T_s$ . Se essa janela de dados for suficientemente suave, pode ser feita a seguinte aproximação em estado estacionário, para entrada constante:

$$\begin{aligned} y(k-1) &\approx y(k-2) \approx \dots \approx y(k-n_y), \\ u(k-1) &\approx u(k-2) \approx \dots \approx u(k-n_u). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Então, aplicando (2.16) em (2.9), a equação (2.9) pode ser reescrita como segue:

$$y(k) \approx \sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} c_{p, m-p}(n_1, \dots, n_m) \sum_{m=0}^{\ell} \sum_{p=0}^m y(k-1)^p u(k-1)^{m-p}. \quad (2.17)$$

Partindo de (2.17), o conjunto dos termos mencionados anteriormente é chamado de *agrupamento de termos* (Aguirre e Mendes, 1996), sendo definido genericamente como  $\Omega_{y^p u^{m-p}}$ . Em que  $y(k-i)^p u(k-j)^{m-p} \in \Omega_{y^p u^{m-p}}, \forall m = 0, \dots, \ell; p = 0, \dots, m; i = 1, \dots, n_y$ , e  $j = 1, \dots, n_u$ . O somatório dos coeficientes de todos os termos que pertencem a um dado agrupamento é denominado de *coeficiente do agrupamento* (Aguirre e Mendes, 1996) e é representado por  $\Sigma_{y^p u^{m-p}}$ . Genericamente, os coeficientes dos agrupamentos de termos da equação (2.17) são,

$$\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} c_{p, m-p}(n_1, \dots, n_m). \quad (2.18)$$

O conjunto de termos candidatos para um modelo NARX é a união de todos os agrupamentos de grau até  $\ell$ . Se um determinado agrupamento não é necessário para explicar a dinâmica do sistema, esse agrupamento é dito ser *espúrio* ou *não-efetivo*.

O exemplo 2.2.1, a seguir, ilustra a ideia de agrupamentos de termos.

**Exemplo 2.2.1.** Seja o modelo,

$$\begin{aligned} y(k) = & 1,51 + 1,56y(k-1) + 0,33y(k-2) + 0,99u(k-1) + 0,15u(k-2) \\ & + 0,34u(k-1)^2 + 0,77u(k-1)u(k-2) + 0,55u(k-2)^2. \end{aligned} \quad (2.19)$$

O modelo (2.19) pode ser representado como na equação (2.17) com,

$$\begin{aligned} c_{0,0} = 1,51; \quad c_{1,0}(1) = 1,56; \quad c_{1,0}(2) = 0,33; \quad c_{0,1}(1) = 0,99; \\ c_{0,1}(2) = 0,15; \quad c_{0,2}(1,1) = 0,34; \quad c_{0,2}(1,2) = 0,77; \quad c_{0,2}(2,2) = 0,55. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Para os demais coeficientes, tem-se  $c_{p,m-p}(\cdot) = 0$ . Assim, os coeficientes de agrupamentos do modelo (2.19) são,

$$\begin{aligned} \Sigma_0 &= c_{0,0} = 1,51; \\ \Sigma_y &= c_{1,0}(1) + c_{1,0}(2) = 1,89; \\ \Sigma_u &= c_{0,1}(1) + c_{0,1}(2) = 1,14; \\ \Sigma_{u^2} &= c_{0,2}(1,1) + c_{0,2}(1,2) + c_{0,2}(2,2) = 1,66; \end{aligned} \quad (2.21)$$

que correspondem aos agrupamentos  $\Omega_0$ ,  $\Omega_y$ ,  $\Omega_u$  e  $\Omega_{u^2}$ , respectivamente.

□

Como será visto na próxima seção, os agrupamentos de termos são úteis para escrever expressões gerais das características de regime permanente a partir de modelos NARX polinomiais. Características como, por exemplo, a função estática, o seu ganho em regime permanente bem como o número e a localização dos pontos de equilíbrio (ou pontos fixos). Esses conceitos serão cruciais para a construção da metodologia MMCR proposta no Capítulo 3.

### Pontos Fixos

Os pontos fixos de um sistema autônomo <sup>4</sup> são definidos por:

<sup>4</sup>Sistema no qual não contém sinais de entrada de forma explícita.

$$y(k) = y(k+i), \forall i \in \mathbb{Z}^+. \quad (2.22)$$

Usando também a definição de coeficientes de agrupamentos de termos, pode-se encontrar os pontos fixos de um modelo polinomial NAR (autônomo) resolvendo a seguinte equação:

$$\Sigma_{y^\ell} + \dots + \Sigma_{y^2} y^2 + (\Sigma_y - 1)y + \Sigma_0 = 0, \quad (2.23)$$

$\Sigma_0$  representa o termos constante do modelo. Assim, de (2.23) pode-se perceber que um modelo polinomial NARX com grau de não-linearidade  $\ell$ , terá  $\ell$  pontos de equilíbrio somente se  $\Sigma_{y^\ell} \neq 0$ . Sistemas dinâmicos lineares apresentam apenas um ponto fixo trivial.

No caso de modelo não autônomos, os pontos fixos podem ser definidos para valores constantes do sinal de entrada. Neste caso os pontos fixos devem satisfazer (2.22) para um dado valor constante do sinal de entrada  $\bar{u} = u(k) = u(k+i)$ ,  $i \in \mathbb{Z}$ . Assim, com intuito de definir melhor os pontos fixos de um sistema não autônomo considera-se (2.17) analisada em estado estacionário para uma entrada constante, como segue:

$$y(k) = \sum_{n_1, n_{m\ell}}^{n_y, n_u} c_{p, m\ell-p}(n_\ell, \dots, n_{m\ell}) \sum_{m\ell=0}^{\ell} \sum_{p=0}^{m\ell} y(k)^p u(k)^{m\ell-p}, \quad (2.24)$$

sendo que  $m\ell$  corresponde ao grau de não linearidade de cada termo na faixa de  $1 \leq m\ell \leq \ell$ . Assim cada fator de grau  $m\ell$  pode conter um termo de  $y(k)$  de ordem  $p$ , um termo de  $u(k)$  de ordem  $m\ell - p$  e um coeficiente  $c_{p, m\ell-p}(n_\ell, \dots, n_{m\ell})$  (Barroso, 2001).

Expandindo (2.24), encontra-se:

$$\Sigma_{y^\ell} y^\ell + \sum_{m\ell=\ell-1}^{\ell} [\Sigma_{u^{m\ell-(\ell-1)} y^{\ell-1}} u^{m\ell-(m\ell-1)}] y^{\ell-1} + \sum_{m\ell=p}^{\ell} [\Sigma_{u^{m\ell-p} y^p} u^{m\ell-p}] y^p + \sum_{m\ell=1}^{\ell} \Sigma_{u^{m\ell}} u^{m\ell} + \Sigma_0 = 0. \quad (2.25)$$

Assim para determinar a localização dos pontos fixos de um sistema não autônomo basta resolver (2.25). Como pôde ser notado o procedimento para a determinação do número de pontos fixos em um sistema não autônomo é idêntico ao adotado para sistemas autônomos, contudo suas localizações são diferentes.

As equações (2.26) e (2.27) dizem respeito aos pontos fixos de modelos lineares e quadráticos de sistemas autônomos, respectivamente.

$$\bar{y} = \frac{\Sigma_0}{1 - \Sigma_y}, \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_{1,2} &= \frac{1 - \Sigma_y \pm \sqrt{\Delta}}{2\Sigma_{y^2}}, \\ \Delta &= (\Sigma_y - 1)^2 - 4\Sigma_{y^2}\Sigma_0. \end{aligned} \quad (2.27)$$

As equações (2.28) e (2.30) dizem respeito aos pontos fixos de modelos lineares e quadráticos de sistemas não autônomos, respectivamente.

$$\bar{y} = \frac{\Sigma_u u}{1 - \Sigma_y}, \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_{1,2} &= \frac{1 - \Sigma_y - \Sigma_{uy}u \pm \sqrt{\Delta}}{2\Sigma_{y^2}}, \\ \Delta &= (\Sigma_y - 1 + \Sigma_{uy}u)^2 - 4\Sigma_{y^2}(\Sigma_{u^2}u^2 + \Sigma_u u + \Sigma_0). \end{aligned} \quad (2.29)$$

As equações (2.23) e (2.25) para  $\ell \geq 4$  podem ser resolvidas numericamente, isto pode ser feito com facilidade por vários programas computacionais atualmente disponíveis.

### 2.2.5 Função Estática

A relação entre a entrada e a saída de um sistema em estado estacionário, designados por  $\bar{u}$  e  $\bar{y}$ , respectivamente, de modelos NARX polinomiais, pode ser estimada utilizando o conceito de pontos fixos, de agrupamento e coeficientes de agrupamento de termos. Sendo assim, a função estática de um modelo é caracterizada por uma função que descreve a relação entre a saída em estado estacionário, e a respectiva entrada, também em estado estacionário. Esta função pode ser caracterizada também como função de pontos fixos para sistemas não-autônomos.

Sendo assim, nas condições de regime permanente pode-se assumir que  $\bar{y} = y(k-1) = y(k-2) = \dots = y(k-n_y)$  e  $\bar{u} = u(k-1) = u(k-2) = \dots = u(k-n_u)$ . Assim, conforme visto na Seção 2.2.4 a equação (2.9) pode ser reescrita, equivalentemente a (2.25), usando a definição de agrupamentos de termos, como:

$$\bar{y} = \Sigma_0 + \Sigma_y \bar{y} + \Sigma_u \bar{u} + \sum_{m=1}^{\ell-1} \sum_{p=1}^{\ell-m} \Sigma_{y^p u^m} \bar{y}^p \bar{u}^m + \sum_{p=2}^{\ell} \Sigma_{y^p} \bar{y}^p + \sum_{m=2}^{\ell} \Sigma_{u^m} \bar{u}^m. \quad (2.30)$$

A solução de (2.30) resultará nos pontos fixos do modelo (2.9) para um dado valor de entrada. Da equação (2.30) a relação estática,  $K_S$ , pode ser facilmente obtida como:

$$K_S = \frac{\bar{y}}{\bar{u}} = \frac{\Sigma_0/\bar{u} + \Sigma_u + \sum_{m=2}^{\ell} \Sigma_{u^m} \bar{u}^{m-1}}{1 - \Sigma_y - \sum_{m=1}^{\ell-1} \sum_{p=1}^{\ell-m} \Sigma_{y^p u^m} \bar{y}^{p-1} \bar{u}^m - \sum_{p=2}^{\ell} \Sigma_{y^p} \bar{y}^{p-1}}, \quad (2.31)$$

sendo que (2.31) não é uma expressão que explicita  $\bar{y} = f(\bar{u})$ , uma vez que os agrupamentos  $\Omega_{y^p}$  impossibilitam explicitar uma relação. Em Corrêa (2001), para sanar esse problema multiplica-se ambos os lados da equação (2.31) pelo denominador da segunda parcela. Assim, a saída em estado estacionário de um modelo NARX polinomial com grau  $\ell$  de não-linearidade pode ser determinada pelas raízes do polinômio da equação (2.32).

$$\begin{aligned}
& (\Sigma_y^\ell) \bar{y}^\ell + \left( \sum_{i=0}^{i=1} \Sigma_{y^{\ell-1} u^i} \bar{u}^i \right) \bar{y}^{\ell-1} + \dots + \\
& \left( \sum_{i=0}^{i=\ell-2} \Sigma_{y^2 u^i} \bar{u}^i \right) \bar{y}^2 + \left( 1 - \sum_{i=0}^{i=\ell-1} \Sigma_{y u^i} \bar{u}^i \right) \bar{y} + \sum_{i=0}^{i=\ell} \Sigma_{u^i} \bar{u}^i = 0.
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Assim, a notação  $\widehat{K}_S(\bullet) = \bar{y}/\bar{u}$  é o ganho estático estimado e a notação  $\bar{y} = f(\bar{y}, \bar{u})$  é a função estática. A solução de  $\bar{y} - f(\bar{y}, \bar{u}) = 0$  são os pontos fixos do sistema para uma dada entrada  $\bar{u}$ . Claramente,  $f(\bar{y}, \bar{u}) = \widehat{K}_S \bar{u}$ .

Observando o polinômio de (2.32), verifica-se que se  $\Sigma_{y^\ell} \neq 0$ , o modelo apresentará  $\ell$  saídas estacionárias para cada valor de entrada  $\bar{u}$ . Em outras palavras, verifica-se que o número de saídas estacionárias possíveis de um modelo NARX polinomial é igual ao maior expoente que aparece nos termos de  $y$ , como discutido na Seção 2.2.4. Então, se a função estática depende somente da entrada,  $f(\bar{u})$ , como um modelo de Hammerstein, os termos dos agrupamentos  $\Omega_{y^j u^i}$ ,  $i = 2, \dots, p$ ;  $j = 0, \dots, m$  não podem ser incluídos em modelos que tem apenas um estado estacionário na saída para cada valor de entrada  $\bar{u}$  (Aguirre, 2007).

## 2.2.6 Estimação dos Parâmetros do Modelo

A etapa posterior a determinação de estrutura do modelo é a estimação de seus parâmetros. Os algoritmos normalmente empregados nesta etapa são derivados do estimador de mínimos quadrados (MQ). Assim, a fim de demonstrar sua implementação, é conveniente descrever o modelo (2.9) da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
y(k) &= \psi^T(k-1) \widehat{\theta} + \xi(k), \\
&= \widehat{y}(k) + \xi(k).
\end{aligned} \tag{2.33}$$

sendo que  $k$  indica o instante considerado,  $\psi^T(k-1)$  é o vetor de regressores que contém observações até o instante  $k-1$ ,  $\widehat{\theta}$ <sup>5</sup> representa o vetor de parâmetros estimados e  $\xi(k)$ , é o erro cometido pelo modelo ao tentar explicar  $y(k)$  como  $\psi^T(k-1)\widehat{\theta}$ .

Então  $\widehat{y}(k)$  é a predição de um passo à frente de  $y(k)$ , sendo que  $\psi^T(k-1)\widehat{\theta}$  representa o preditor de um passo à frente.

Tomando (2.34) ao longo de um conjunto de dados e representando este conjunto de equações na forma matricial,

$$\mathbf{y} = \Psi\widehat{\theta} + \boldsymbol{\xi}, \quad (2.34)$$

em que  $\Psi$  é a matriz de regressores. Isolando  $\boldsymbol{\xi}$  em (2.34) tem-se,

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{y} - \Psi\widehat{\theta}. \quad (2.35)$$

Sabe-se que no estimador MQ a seguinte função custo deve ser minimizada:

$$J_{MQ} = \sum_{i=1}^{N_{obs}} \xi(i)^2 = \boldsymbol{\xi}^T \boldsymbol{\xi}, \quad (2.36)$$

que nada mais é do que o índice que quantifica a qualidade do ajuste de  $\Psi\widehat{\theta}$  ao vetor de dados  $\mathbf{y}$ .

Substituindo (2.35) em (2.36) e minimizando o resultado da função custo,  $J_{MQ}$ , com relação a  $\widehat{\theta}$  ( $\partial J_{MQ} / \partial \widehat{\theta} = 0$ ), encontra-se:

$$\widehat{\theta}_{MQ} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{y}. \quad (2.37)$$

De fato a equação (2.37) fornece o valor de  $\widehat{\theta}$  que minimiza o somatório do quadrado

---

<sup>5</sup>O símbolo ( $\widehat{\phantom{\theta}}$ ) sobre as variáveis se refere a valores estimados.

dos erros, pois para que  $\hat{\theta}$  seja mínimo a condição,

$$\frac{\partial^2 J_{MQ}}{\partial \tilde{\theta}^2} = 2\Psi^T\Psi > 0, \quad (2.38)$$

é verdadeira. Uma vez que  $2\Psi^T\Psi$  é positiva definida por construção.

Existem versões mais sofisticadas do estimador de mínimos quadrados (2.37), como o estimador de *mínimos quadrados ponderados* (MQP), que penaliza com pesos diferentes certos valores de observações ou erros, e o estimador *estendido de mínimos quadrados* (EMQ). Há situações em que o estimador de MQ é polarizado, o efeito da polarização dos parâmetros, é o desvio entre o valor do parâmetro estimado e o parâmetro real, e pode ser causado nas situações em que há ruído do medição nos sinais coletados *colorido*, ou seja, o ruído for autocorrelacionado. O estimador EMQ contorna o problema de polarização dos parâmetros, *estendendo* a matriz de regressores,  $\Psi$ , de forma a incluir a parte explicável do vetor de erro e excluir a parcela branca do vetor de erros (Aguirre, 2007).

## 2.2.7 Validação do Modelo

A validação tem como objetivo checar se um modelo é válido ou não. Os métodos utilizados para esse teste vão depender das finalidades e da características requeridas para o modelo. O fato de não existir um único modelo que represente um sistema real em todos os seus aspectos está intimamente relacionado com a escolha do método de validação. Um exemplo que pode ser dado é um modelo cuja finalidade seja a de fazer previsões, neste caso deve-se mensurar a capacidade do modelo em fazer tais previsões  $k$  passos à frente.

Na literatura existem inúmeras ferramentas empregadas para a validação de modelos, estas ferramentas, basicamente, se distribuem em: critérios de validação estatísticas, validações dinâmicas e validações estáticas.

Dentro dos critérios estatísticos podem ser utilizadas as funções de autocorrelação e correlação cruzada. O intuito destas ferramentas é detectar possíveis dinâmicas não

modeladas nos resíduos da identificação. Para sistemas lineares, lança-se mão das funções de autocorrelação dos resíduos  $r_{\xi\xi}$  e correlação cruzada dos resíduos com a entrada  $r_{u\xi}$  (Box e Jenkins, 1976; Aguirre, 2007; Ljung, 1999). Assim, ao se testar o vetor de resíduos for verificado que trata-se de uma variável aleatória branca,  $r_{\xi\xi}(\tau) = \delta(0)$ , no qual  $\delta(0)$  é o impulso unitário, significa que não há informação útil nos resíduos, ou seja, o modelo explicou tudo que era possível explicar. Se ao testar a função de correlação cruzada entre o vetor de resíduos e o sinal de entrada o resultado for,  $r_{u\xi}(\tau) = 0, \forall \tau$ , tem-se que o vetor de erros cometidos pelo modelo não depende do sinal de entrada usado para obter o modelo. Isto implica em afirmar que as previsões de um passo à frente do modelo terão comportamento similar se calculadas para uma massa de dados diferente.

Contudo, quando são identificados modelos não-lineares é necessário utilizar funções de correlações não-lineares (Billings e Voon, 1983, 1986; Billings e Zhu, 1994; Billings e Tao, 1991). Esse conjunto de funções é apresentado a seguir:

$$\begin{aligned}
 r_{\xi\xi^2}(\tau) &= 0, \forall \tau, \\
 r_{\xi\xi u}(\tau) &= 0, \forall \tau, \\
 r_{u^2 \xi}(\tau) &= 0, \forall \tau, \\
 r_{u^2 \xi^2}(\tau) &= 0, \forall \tau, \\
 r_{\widehat{y}\xi\xi^2}(\tau) &= 0, \forall \tau, \\
 r_{\widehat{y}\xi u^2}(\tau) &= 0, \forall \tau, \\
 r_{\xi^2 \xi^2}(\tau) &= \delta(\tau).
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Vale ressaltar que os modelos validados estatisticamente não garantem uma boa aproximação dinâmica, eles apenas garantem a inexistência de correlações não modeladas nos resíduos. Assim se a análise das funções de correlações extrapolarem os intervalos de confiança, definidos por  $\pm 1,96/\sqrt{N_{obs}}$ , em que  $N_{obs}$  é o número de amostras, pode-se dizer que o modelo está polarizado.

A finalidade da validação dinâmica é a de fazer uma comparação entre o comporta-

mento dinâmico do sistema real e o modelo identificado, ou seja, verificar se o modelo estimado é eficiente na recuperação das características dinâmicas de um sistema para uma determinada faixa de frequências. A técnica utilizada neste trabalho, para este tipo de validação, é a predição de *infinitos passos à frente (simulação livre)*. Neste tipo de validação o modelo é simulado indefinidamente reutilizando as predições passadas. Para isso, é necessário que o modelo seja inicializado com as amostras de validação da saída experimental (dados de validação).

Utilizando este tipo de validação pode-se detectar facilmente o desvio do comportamento dinâmico entre o modelo e o sistema original ou aparecimento de regimes dinâmicos espúrios, que podem ser causados por subparametrização ou sobreparametrização dos parâmetros ou ainda por polarização desses. Contudo, uma vez detectados estes problemas, a análise do comportamento dinâmico torna difícil saber ao certo as causas destes problemas, uma vez que o erros são apresentados de maneira cumulativa. Nestes casos, deve-se lançar mão de outros métodos de avaliações que, normalmente, são utilizados nas validações de sistemas caóticos, como, expoentes de Lyapunov, diagramas de bifurcações, mapas e seções de Poincaré e dimensão de correlação (Aguirre e Billings, 1994).

Existem diversos índices que podem ser utilizados na quantificação do desempenho do modelo em predições. Em Aguirre (2007) são apresentados dois índices RMSEs definidos por:

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_{obs}} (y(k) - \widehat{y}(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_{obs}} (y(k) - \bar{y})^2}} \quad (2.40)$$

$$RMSE(i) = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_{obs}} (y(k) - \widehat{y}(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_{obs}} (y(k) - y(k-i))^2}} \quad (2.41)$$

Sendo que  $\widehat{y}(k)$  é a *simulação livre* do sinal,  $\bar{y}$  é o valor médio do sinal medido  $y(k)$  e  $i$  indica o horizonte de predição, medido em intervalos de amostragem. A diferença

entre as equações (2.40) (2.41) é que em (2.40) o índice quantifica o desempenho do modelo com a média temporal do sinal. Enquanto que a equação (2.41) compara o modelo com o sinal original deslocado de  $i$  períodos de amostragem à frente. Vale salientar que quanto menor for o valor do RMSE, maior será a eficiência do modelo na recuperação das características dinâmicas do sistema.

No caso da validação estática é verificado a capacidade do modelo identificado em recuperar as suas características estáticas. No item 2.2.5 são mostradas as equações que relacionam as características em estado estacionário de um sistema.

Neste trabalho foram considerados quatro aspectos para a validação de um modelo:

- predições de infinitos passos à frente (*simulação livre*);
- capacidade de representar a característica estática do sistema (validação estática);
- o índice RMSE (equação 2.40);
- e validações estatísticas (funções de correlações lineares e não-lineares).

## 2.3 Considerações Finais

Esse capítulo teve a finalidade principal de familiarizar o leitor com algumas das principais ferramentas utilizadas nas etapas do processo de identificação de sistemas não-lineares.

É importante salientar que a opção por trabalhar com modelos não-lineares é vantajosa no sentido de que eles descrevem uma faixa de operação do sistema maior do que os modelos lineares conseguem descrever. Além do mais, os trabalhos que se utilizam do conhecimento *à priori*, nas etapas de detecção de estrutura e estimação dos parâmetros, sugerem que a utilização dessas técnicas caixa-cinza podem proporcionar a identificação de modelos com aspectos mais globais.

O interesse deste trabalho foi desenvolver um método caixa-cinza de detecção de estrutura de modelos polinomiais NARX. Para tanto, fez-se necessário a utilização das propriedades em estado estacionário deste tipo de representação e dos conceitos de agrupamentos de termos, discutidos neste capítulo. Sendo assim, é importante o leitor

---

ter em mente os aspectos discutidos até o momento para a compreensão da metodologia proposta neste trabalho, o algoritmo MMCR.



# Metodologia Proposta

---

*“ Antes do poeta mostra-se o homem, antes do talento o caráter.”*

Machado de Assis

## 3.1 Introdução

Neste capítulo antes da apresentação da metodologia denominada *Modelagem via Simulações de Monte de Carlo com Restrições* (MMCR), proposta neste trabalho, é realizado um estudo preliminar que fornece um dos aspectos motivacionais no qual a metodologia foi desenvolvida. No escopo desta metodologia, também, serão discutidas as influências de algumas variáveis sobre os resultados obtidos pelo MMCR, tais como: *número de gerações de Monte Carlo*, *número de observações* (conjunto de amostras) e *range de geração aleatória dos parâmetros*. As definições de tais variáveis serão feitas mais adiante. Com intuito de avaliar a influência de tais parâmetros, será apresentado um estudo de caso simulado. Vale salientar, que o modelo utilizado no estudo de caso da Seção 3.4 é o mesmo modelo utilizado no estudo de caso da Seção 3.2. Contudo, o propósito do estudo da Seção 3.2 é fornecer uma motivação a mais e um ponto de partida para a utilização da metodologia MMCR. Assim, o estudo apresentado na Seção 3.4 é uma continuação do estudo da Seção 3.2 e visa, também, ilustrar em detalhes a execução do algoritmo MMCR.

## 3.2 Um Estudo Preliminar

Existe na literatura uma gama de trabalhos consideráveis a respeito de detecção de estrutura de modelos. Entre eles, podem ser citados os trabalhos mais conhecidos de

Allen (1974); Akaike (1974); Chen et al. (1989); Korenberg (1988). Todavia, a maioria dos procedimentos de detecção de estrutura utilizados nesses trabalhos não levam em consideração as características dinâmicas do sistema, ao invés disso, dependem de critérios estatísticos (Mendes e Billings, 2001).

Sendo assim, sabendo que os ensaios dinâmicos, por sua vez, são limitados e economicamente inviáveis do ponto de vista da produção de um cenário industrial. Mas, que os dados estáticos podem ser obtidos mais facilmente, uma vez que na indústria o interesse é que o sistema esteja em estado permanente, ou seja, em plena produção, assim as próprias necessidade produtivas são suficientes para se coletar dados sob diferentes pontos de operação. Este trabalho propõe uma nova metodologia para seleção de estruturas de modelos NARX polinomiais, baseado no conhecimento *à priori* das características estáticas dos sistemas.

Tendo em mente o cenário exposto até o momento, nesta seção é apresentado um breve estudo sobre um modelo simulado com intuito de fornecer mais uma justificativa para o desenvolvimento desta pesquisa, seguindo o fundamento principal no qual a metodologia MMCR foi desenvolvida: a escolha aleatória de um modelo em um espaço de busca restrito. Para tal propósito, inicialmente, deve-se considerar um modelo polinomial NARX, estável, construído arbitrariamente:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 1,51 + 0,56y(k-1) + 0,13y(k-2) + 0,99u(k-1) + 0,15u(k-2) \\
 & + 0,34u(k-1)^2 + 0,77u(k-1)u(k-2) + 0,55u(k-2)^2,
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

mais detalhes a respeito das características dos modelos NARX podem ser vistos no Capítulo 2. Para a obtenção da resposta dinâmica do sistema foi gerado um vetor para o sinal de entrada ( $u(k)$ ) de comprimento igual a 500, do tipo ruído branco, com distribuição normal, média nula e variância unitária.

De posse dos dados do ensaio do sistema (entrada  $u(k)$  e saída  $y(k)$ ), deseja-se verificar, primeiramente a capacidade de se encontrar uma estrutura adequada ao sistema em um espaço de busca aleatória e no segundo momento, restringindo este espaço de busca por meio da imposição da característica estática (pontos fixos) do

sistema.

Posto isso, inicialmente procura-se fazer uma busca aleatória de parâmetros para modelos contidos em um espaço definido por: 500 amostras, grau de não-linearidade 2, 8 termos de processo e máximos atrasos de 2 ( $n_u$  e  $n_y$ ), assim como a estrutura definida em (3.1). Foram gerados valores de parâmetros aleatórios entre 0 e 1 para o modelo NARX, sendo que essas gerações foram feitas por 1000 vezes consecutivas. Dentre estas 1000 gerações aleatórias, selecionou-se o modelo que mais se aproximava das características dinâmicas do modelo (3.1), para tal seleção foi empregado o critério do menor RMSE. A etapa anterior foi repetida por mais 1000 vezes consecutivas, totalizando em 1000 modelos selecionados.

A Figura 3.1 apresenta o histograma da quantidade de modelos encontrados, sem restrições, em função de seus RMSEs. Vale salientar que também foram feitas as mesma simulações de Monte Carlo para os parâmetros do modelo NARX variando de  $-1$  a  $1$ ,  $0$  a  $2$  e  $-2$  a  $2$ , no entanto escolheu-se apresentar as simulações que obtiveram os melhores desempenhos.

O passo seguinte é inserir as restrições estáticas, para verificar se aumentam as possibilidades de se encontrar modelos dinamicamente válidos. As restrições foram inseridas com base na característica estática do modelo (3.1). A Figura 3.2 apresenta o histograma da quantidade de modelos encontrados, com a restrição dos pontos fixos, em função de seus RMSEs.

Analisando os histogramas das Figuras 3.1 e 3.2 pode-se perceber facilmente que após a restrição do espaço de busca de parâmetros (Figura 3.2), praticamente todos modelos encontrados apresentaram RMSE menor do que  $0,4$ , enquanto que na busca sem restrições foram encontrados apenas 3 modelos com RMSE menor do que  $0,4$ .

Essas simulações são um indicativo de que existe a possibilidade de se encontrar estruturas dinamicamente válidas para um sistema em um espaço de busca aleatória. Além do mais, percebeu-se que ao restringir-se o espaço de busca de parâmetros, por meio da imposição dos pontos fixos do sistema, as possibilidades de encontrar modelos válidos aumentaram consideravelmente. Sendo assim, isso leva a crer que é possível fazer os mesmos tipos de testes como outros tipos de estruturas, ou seja, outros modelos

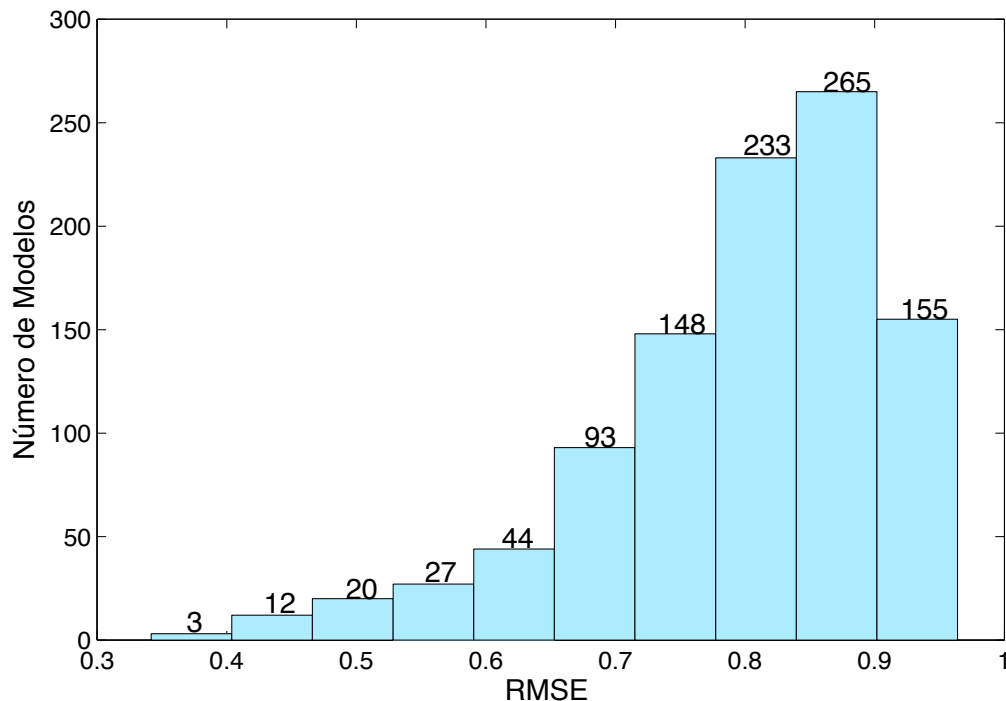


Figura 3.1: Histograma dos modelos encontrados, sem restrição nos parâmetros, para os dados de identificação. Número de Modelos  $\times$  Índice RMSE.

de restrições, e por fim verificar dentre essa gama de estruturas testadas qual consegue explicar melhor o comportamento dinâmico de um sistema.

Feita todas essas considerações, foi desenvolvida a metodologia MMCR, que é apresentada na próxima seção. As seções subsequentes se dedicam a explorar e detalhar a implementação desta metodologia.

### 3.3 O Uso do Conhecimento Auxiliar

A metodologia MMCR é fundamentada basicamente nos conceitos de agrupamentos de termos e coeficientes dos agrupamentos de termos, apresentados na Seção 2.2.4. Como discutido, esses conceitos são úteis para escrever as expressões gerais dos pontos fixos do sistema, que são vistos como restrições, na busca por modelos dinamicamente válidos, pelo método MMCR.

Posto isso, o método MMCR foi proposto originalmente para a detecção de es-

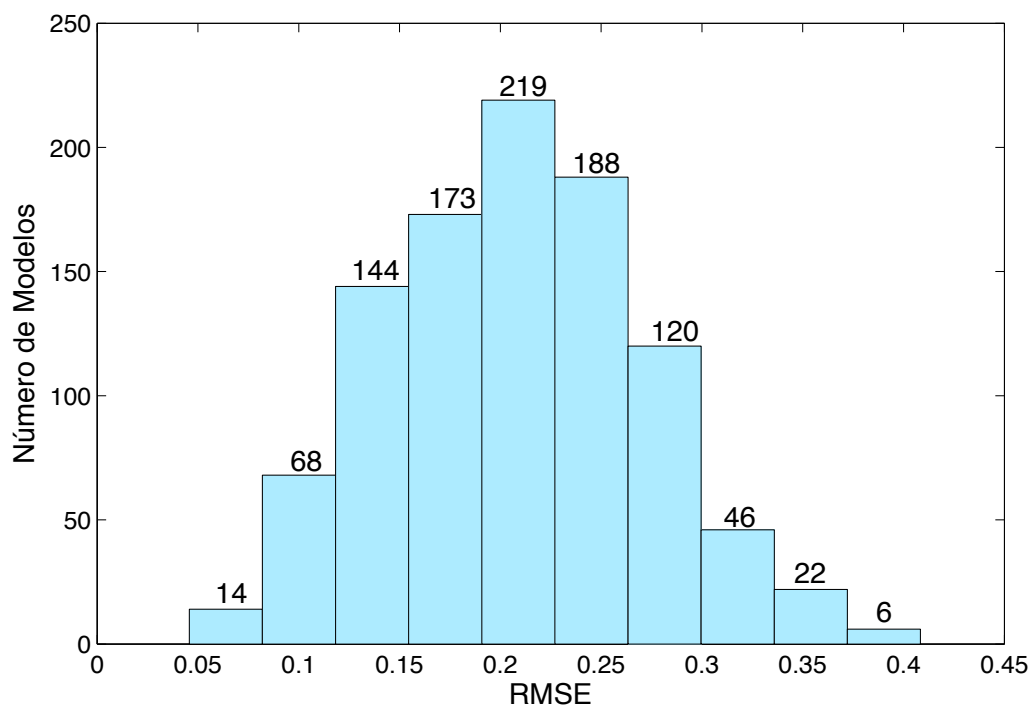


Figura 3.2: Histograma dos modelos encontrados, com a restrição dos pontos fixos, para os dados de identificação. Número de Modelos  $\times$  Índice RMSE.

estrutura de modelos NARX polinomiais, que possuem apenas um estado estacionário na saída. Contudo, verificou-se que os parâmetros dos modelos determinados pelo MMCR mostraram, em alguns casos, uma boa representatividade dinâmica do sistema em questão.

Sendo assim, observou-se que a princípio, quando a utilização de métodos de regressão linear fosse inviável para estimação dos parâmetros do modelo NARX, como discutido anteriormente, a utilização dos parâmetros determinados pelo MMCR pode ser uma alternativa atraente.

O algoritmo detalhado do método MMCR é apresentado a seguir. Também, de maneira resumida, é exibido na Figura 3.3 um fluxograma com os passos de execução do algoritmo MMCR.

### Algoritmo I: Modelagem via simulações de Monte de Carlo com Restrições

#### Início

**Passo 1** → Utilizando os dados de entrada e saída estáticos disponíveis, faça um ajuste de curva por meio de algum procedimento de otimização para estimar uma função  $\bar{y} = f(\bar{u})$ , nas seguintes condições:

- Se o modelo não tem termos cruzados, ou seja, possui constante de tempo não-variante com o ponto de operação do sistema, então a função estática é um polinômio em  $\bar{u}$  da forma:

$$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1\bar{u} + a_2\bar{u}^2 + \dots + a_\ell\bar{u}^\ell}{1 - b_1}, \quad \forall b_1 \neq 1. \quad (3.2)$$

- Se o modelo tem algum termo cruzado, ou seja, possui constante de tempo variante com o ponto de operação do sistema, então a função estática é uma função racional em  $\bar{u}$  da forma:

$$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1\bar{u} + \sum_{m=2}^{\ell} a_m\bar{u}^m}{1 - b_1 - \sum_{m=1}^{\ell-1} b_{m+1}\bar{u}^m}, \quad (3.3)$$

em que  $a_{0,1,2,\dots,\ell}$  e  $b_{1,2,\dots,\ell}$  são constantes que representam os coeficientes dos agrupamentos de termos, como definido em (2.18).

**Passo 2** → Selecione os agrupamentos de termos contidos no modelo estático,  $\bar{y} = f(\bar{u})$ , estimados no **Passo 1**, para compor a estrutura do modelo dinâmico. Assim, para a obtenção de uma estrutura para o modelo NARX (2.17), devem ser definidos, também, os seguintes parâmetros:

- Grau de não-linearidade  $\ell$  ;
- ordem  $n_y$ ;
- e máxima atraso na variável de entrada  $n_u$ .

**Exemplo 3.3.1.** Sabendo-se que o sistema em questão tem apenas um estado estacionário na saída e constante de tempo não variante com o ponto de operação do sistema, como em (3.2), a estrutura do modelo NARX pode ser escrita de acordo com (2.17), selecionando-se os agrupamentos de termos contidos em (3.2), e podendo-se, então, definir  $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ . Assim, a estrutura obtida é:

$$\begin{aligned} y(k) &= c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\ &+ c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2. \end{aligned} \quad (3.4)$$

□

**Passo 3** → Uma vez que a característica estática do sistema,  $\bar{y} = f(\bar{u})$ , estimada no **Passo 1** é função dos coeficientes dos agrupamentos de termos do modelo NARX, pode-se montar um sistema de  $a_{0,1,2,\dots,\ell}$  e/ou  $b_{1,2,\dots,\ell}$  em função de  $\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} c_{p,m-p}(n_1, \dots, n_m)$ ,  $\forall m = 0, \dots, \ell$  e  $p = 0, \dots, m$ .

**Exemplo 3.3.2.** Dada a estrutura de modelo NARX, como em (3.4), e a característica estática do sistema, como a descrita por (3.2), monta-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} a_0 = c_{0,0} \\ b_1 = c_{1,0}(1) + c_{1,0}(2) \\ a_1 = c_{0,1}(1) + c_{0,1}(2) \\ a_2 = c_{0,2}(1,1) + c_{0,2}(1,2) + c_{0,2}(2,2) \end{cases} \quad (3.5)$$

□

**Passo 4** → O sistema obtido no **Passo 3**, para  $n_u \geq 2$  ou  $n_y \geq 2$ , é um sistema subdeterminado, ou seja, possui mais incógnitas do que equações. Uma das maneiras de se obter soluções, é resolver o sistema via método de **Monte Carlo**. Dessa forma, os coeficientes não determinados dos agrupamentos de termos, pertencentes ao modelo NARX, são definidos como variáveis aleatórias discretas  $X_n$ , sendo  $n$  o número de variáveis aleatórias  $\in \mathbb{N}^+$ , em que  $X_n$  são variáveis aleatórias de distribuição *Normal*,  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ .

**Exemplo 3.3.3.** Para o sistema (3.5) é necessário definir 4 variáveis aleatórias,  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  e  $X_4$ , que podem ser:

- $X_1 = c_{1,0}(1)$  ou  $X_1 = c_{1,0}(2)$ ;
- $X_2 = c_{0,1}(1)$  ou  $X_2 = c_{0,1}(2)$ ;
- $X_3 = c_{0,2}(1,1)$  e  $X_4 = c_{0,2}(1,2)$  ou  $X_3 = c_{0,2}(1,2)$  e  $X_4 = c_{0,2}(2,2)$  ou  $X_3 = c_{0,2}(1,1)$  e  $X_4 = c_{0,2}(2,2)$ .

□

- Depois de definidas as variáveis,  $X_n$ , resolva o sistema subdeterminado via **Monte Carlo**, da seguinte maneira:

$$\text{Seja, } \begin{cases} N = \text{Número de gerações de Monte Carlo.} \\ M = \text{Número de gerações aleatórias dos parâmetros do modelo NARX.} \\ r = 1, \text{ (vetor de contagem de } N\text{).} \\ s = 1, \text{ (vetor de contagem de } M\text{).} \end{cases}$$

**I: Para**  $r$  de  $1, \dots, N$ ;  $N \in \mathbb{N}^+$ , **faça**:

**II: Para**  $s$  de  $1, \dots, M$ ;  $M \in \mathbb{N}^+$ , **faça**:

**Passo 5** → Gere as variáveis  $X_n$ , como explicado no Exemplo 3.3.3 do **Passo 4**, e resolva o sistema montado no **Passo 3**.

**Passo 6** → Faça a simulação livre do modelo NARX obtido, verifique estabilidade e índice RMSE.

- **Se fim condição II:**

**Passo 7** → Salve, dentre os  $M$  modelos obtidos, o modelo que forneceu menor RMSE e volte ao **Passo 5**.

- Se fim condição I:

**Passo 8** → Faça a validação por simulação livre com uma massa de dados diferente da utilizada anteriormente e separe, dos  $N$  modelos obtidos, o modelo que forneceu o menor RMSE.

**Fim.**

**Passo 9** → Repita os passos de 1 à 8 para um novo modelo de característica estática. Utilize combinações de agrupamentos de termos diferentes, com a finalidade de identificar os agrupamentos espúrios e os efetivos.

**Fim do Algoritmo I.**

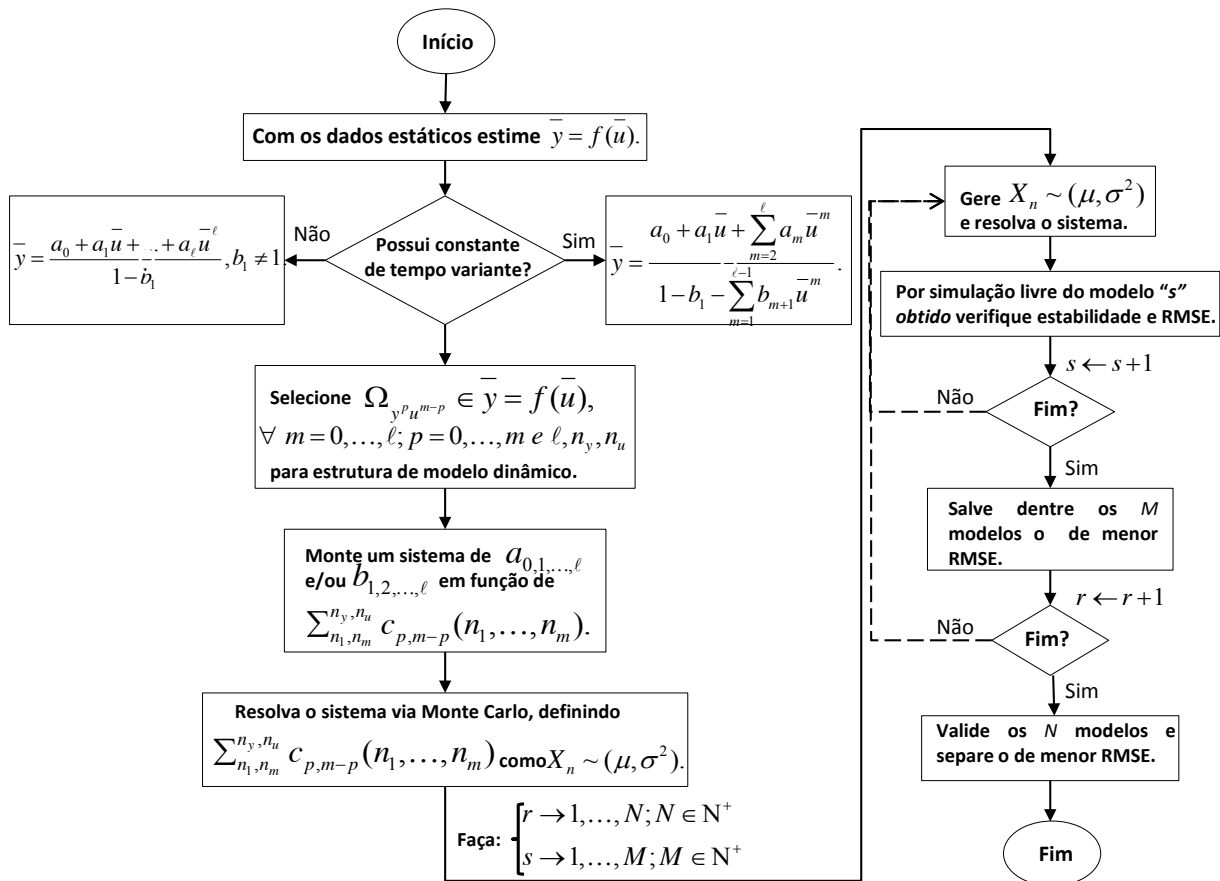


Figura 3.3: Fluxograma com os passos de execução do método MMCR. De acordo com o Algoritmo I.

## 3.4 Estudo Sobre um Sistema Simulado

O sistema simulado no qual será aplicado o método MMCR é o modelo polinomial NARX apresentado em (3.1).

### 3.4.1 Obtenção dos Dados de Identificação e Validação

Como mencionado anteriormente, para obtenção dos dados de saída,  $y(k)$ , foi realizado um ensaio simulado no qual foi utilizado um sinal de entrada,  $u(k)$ , do tipo ruído branco com distribuição *Normal*, média nula e variância unitária, para excitar o sistema representado por (3.1). Na Figura 3.4 é apresentada a função de autocorrelação ( $\phi_{u'u'}$ ) desse sinal de entrada. A Figura 3.5 apresenta os dados obtidos desse ensaio. Sendo que, as primeiras 500 amostras foram utilizadas como massa de dados de identificação do sistema e as 500 restantes como massa de dados de validação do mesmo.

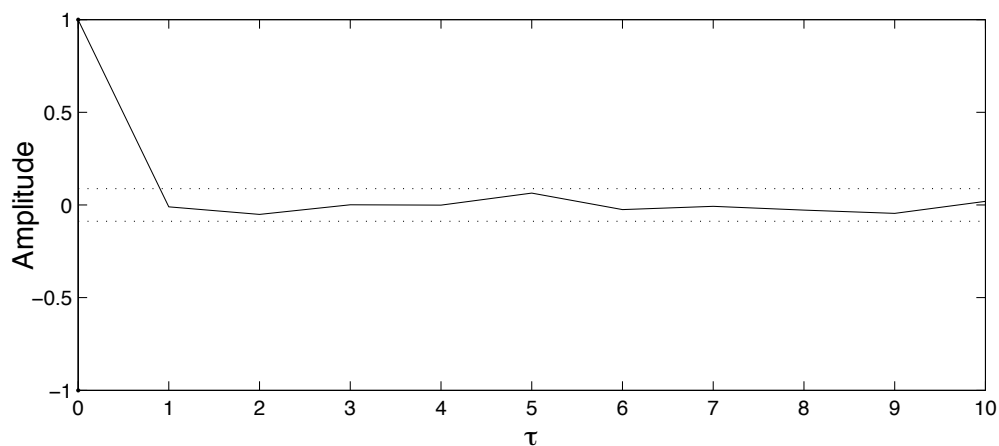


Figura 3.4: Função de autocorrelação ( $\phi_{u'u'}$ ), do sinal de entrada do sistema (3.1). A faixa indicada é o intervalo de confiança de 95%.

### 3.4.2 Informação auxiliar

O conhecimento auxiliar utilizado para aplicação do método MMCR é a característica estática, como mencionado anteriormente. Como discutido na Seção 2.2.4, esta

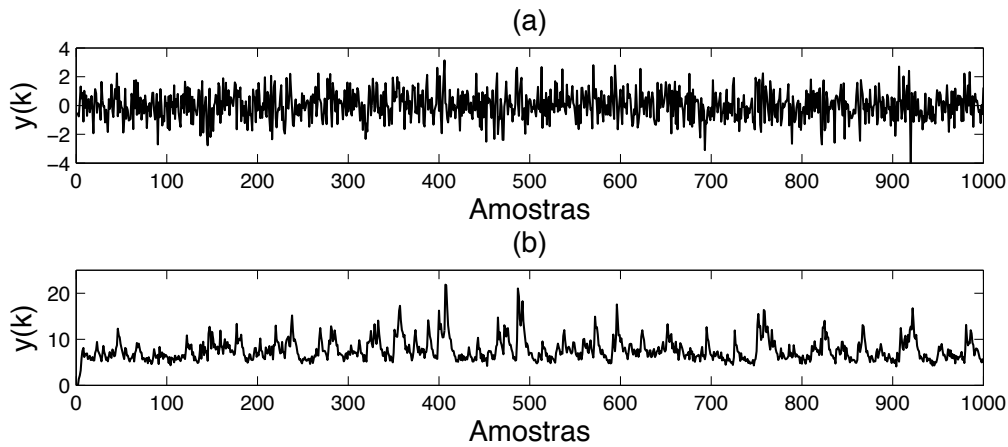


Figura 3.5: Dados de entrada e saída, obtidos do ensaio simulado do sistema (3.1): (a) Entrada  $u(k)$ . (b) Saída  $y(k)$ .

característica pode ser obtida do modelo (3.1). Assim, a característica estática de (3.1) é dada por:

$$\bar{y} = \frac{1,66\bar{u}^2 + 1,14\bar{u} + 1,51}{1 - 0,69}. \quad (3.6)$$

A metodologia MMCR foi empregada de acordo com o **Algoritmo I**, sendo assim, os parágrafos que serão descritos a seguir referem-se a execução, detalhada, dos procedimentos descritos pelo **Algoritmo I**.

### 3.4.3 Executando o MMCR

#### Passo 1

Para a aplicação do método MMCR foram estimadas diferentes funções estáticas a partir da característica do sistema (3.1), dada por (3.6). O algoritmo utilizado para realizar os ajustes das curvas foi o BFGS<sup>1</sup>, algoritmo pertencente a família dos métodos Quase Newton (Bazaraa e Shetty, 1985). O intuito de se aplicar o MMCR aos diferentes modelos da característica estática, é testar a influência dos agrupamentos de termos

<sup>1</sup>Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno

sobre a composição de um modelo NARX para o sistema em questão, e assim verificar se o MMCR identifica a estrutura correta, definida por (3.1).

Dessa forma, foram testados modelos, para a curva estática, com graus de não-linearidades de 1 a 2. Observou-se que os modelos com  $\ell = 1$  não representavam bem o comportamento estático e dinâmico do sistema, como era de se esperar, pois o sistema (3.1) é não-linear. Portanto, os resultados obtidos com  $\ell = 1$  não serão discutidos. Sendo assim, serão apresentados nas próximas seções os resultados obtidos com relação a influência dos diferentes agrupamentos de termos sobre os modelos NARX obtidos, bem como discussões detalhadas à respeito da variação de alguns parâmetros sobre o método MMCR.

Como discutido anteriormente, foram construídos modelos com não-linearidades quadráticas em  $u$  e apenas um estado estacionário na saída. Ou seja, os agrupamentos  $\Omega_{y^p}$ ,  $\forall p \geq 2$ , foram excluídos dos modelos testados. Também foram excluídos, dos modelos testados, os agrupamentos cruzados  $\Omega_{y^p u^{m-p}}$ ,  $\forall p \geq 1$  e  $m \geq 2$  e  $m - p \geq 1$ . Os modelos estáticos selecionados, bem como os resultados dos coeficientes dos agrupamentos de termos, função custo do algoritmo BFGS, são mostrados na Tabela 3.1. Vale salientar que o modelo (3.7), que aparece na Tabela 3.1, são os pontos fixos (3.6), do sistema (3.1). Os ajustes à curva estática obtidos pelo algoritmo BFGS podem ser observados graficamente na Figura 3.6.

Tabela 3.1: Modelos estáticos estimados da característica (3.6) pelo algoritmo BFGS.

$\mathcal{M}_E$	Função custo	$\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} c_{p, m-p}(n_1, \dots, n_m)$	$RMSE_e$
$\bar{y} = \frac{1,51+1,14\bar{u}+1,66\bar{u}^2}{1-0,69}$ (3.7)	$[\Sigma_0 \Sigma_u \Sigma_u^2 \Sigma_y]$	[1,51 1,14 1,66 0,69]	0
$\bar{y} = \frac{1,4805+1,0040\bar{u}+1,6116\bar{u}^2}{1-0,6991}$ (3.8)	$[\Sigma_0 \Sigma_u \Sigma_u^2 \Sigma_y]$	[1,4805 1,0040 1,6116 0,6991]	$1,2730 \times 10^{-5}$
$\bar{y} = \frac{3,0891+2,3322\bar{u}+3,3960\bar{u}^2}{1-0,3658}$ (3.9)	$[\Sigma_0 \Sigma_u \Sigma_u^2 \Sigma_y]$	[3,0891 2,3322 3,3960 0,3658]	$1,2730 \times 10^{-7}$
$\bar{y} = \frac{1,5075\bar{u}+1,4147\bar{u}^2}{1-0,7281}$ (3.10)	$[\Sigma_u \Sigma_u^2 \Sigma_y]$	[1,5075 1,4147 0,7281]	0,0065
$\bar{y} = \frac{2,2868+0,9793\bar{u}^2}{1-0,8274}$ (3.11)	$[\Sigma_0 \Sigma_{u^2} \Sigma_y]$	[2,2868 0,9793 0,8274]	0,0119

$\mathcal{M}_E$  - Modelos para a característica Estática.

$\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} c_{p, m-p}(n_1, \dots, n_m)$  - Coeficientes dos agrupamentos de termos.

$RMSE_e$  - RMSE Estático.

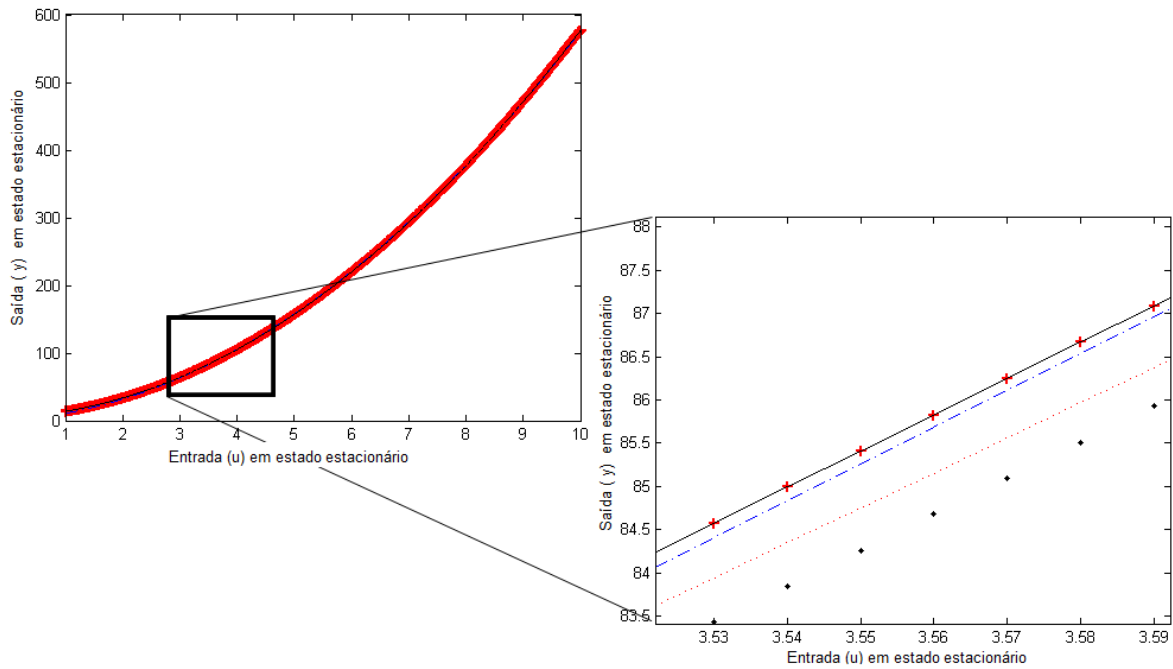


Figura 3.6: Simulação dos modelos estáticos obtidos pelo BFGS. Em contínuo (—) tem-se os dados simulados por (3.7). Em (.) os dados gerados por (3.8). Em (+) os dados gerados pelo modelo (3.9). Em em (-) os dados gerados pelo modelo (3.10) e em (---) os dados gerados pelo modelo (3.11).

## Passo 2

Foram selecionados para compor as estruturas dos modelos NARX os agrupamentos de termos contidos nos modelos estáticos, apresentados na Tabela 3.1. Assim, foram definidos máximos atrasos de  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ . Também foram feitos testes para  $n_y = 3$  e  $n_u = 3$ , no entanto, como os resultados encontrados não variaram muito com relação ao máximo atraso de 2 e devido ao fato das estruturas dos modelos NARX serem exaustivamente maiores, optou-se por apresentar os resultados somente para sistemas de ordem 2. As estruturas obtidas para os modelos NARX, são fornecidas nas equações de (3.12) a (3.14).

Para os modelos (3.7), (3.8) e (3.9), obteve-se:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\
 & + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2. \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

Para o modelo (3.10), obteve-se:

$$y(k) = c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\ + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2. \quad (3.13)$$

Para o modelo (3.11):

$$y(k) = c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) \\ + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2. \quad (3.14)$$

### Passo 3 ao Passo 5

Utilizando os coeficientes dos agrupamentos de termos fornecidos pelas funções estáticas encontradas no **Passo 1** (ver Tabela 3.1) e os coeficientes dos agrupamentos de termos pertencentes aos modelos NARX como variáveis (modelos (3.12), (3.13) e (3.14)), foram montados sistemas subdeterminados, como no Exemplo 3.3.2 do **Passo 3** do **Algoritmo I**.

**Exemplo 3.4.1.** Selecione os coeficientes dos agrupamentos de termos obtidos da função estática (3.7), de acordo com a Tabela 3.1, e os parâmetros do modelo NARX (3.12), como variáveis, para montar o sistema (3.15):

$$\begin{cases} \Sigma_0 = c_{0,0} \\ \Sigma_y = c_{1,0}(1) + c_{1,0}(2) \\ \Sigma_u = c_{0,1}(1) + c_{0,1}(2) \\ \Sigma_{u^2} = c_{0,2}(1,1) + c_{0,2}(1,2) + c_{0,2}(2,2) \end{cases} = \begin{cases} 1,51 = c_{0,0} \\ 0,69 = c_{1,0}(1) + c_{1,0}(2) \\ 1,14 = c_{0,1}(1) + c_{0,1}(2) \\ 1,66 = c_{0,2}(1,1) + c_{0,2}(1,2) + c_{0,2}(2,2). \end{cases} \quad (3.15)$$

Dessa forma, as variáveis aleatórias,  $X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ , escolhidas para resolução do sistema (3.15) via Monte Carlo, podem ser definidas como:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 = c_{1,0}(2) \\ X_2 = c_{0,1}(2) \\ X_3 = c_{0,2}(1,2) \\ X_4 = c_{0,2}(2,2). \end{array} \right.$$

□

Primeiro, foram feitas várias simulações, com intuito de testar a influência do *intervalo de geração aleatória das variáveis  $X_n$*  sobre os resultados obtidos pelo MMCR. Com esta finalidade, as simulações levaram em consideração os seguintes *intervalos*:

- 0 a 2,
- 0 a 1,
- -1 a 1,
- -2 a 2 e
- -4 a 4.

Esses *intervalos* serão chamados daqui para frente de *range* de geração das variáveis  $X_n$ .

Por conseguinte, para resolver os sistemas via Monte Carlo, levando em consideração os *ranges* de  $X_n$  escolhidos, estipulou-se para o *número de gerações aleatórias dos parâmetros*, ( $M$ ), e para o *número de gerações de Monte Carlo*, ( $N$ ), o valor de 400.

Em um segundo momento, procurou-se analisar a influência do *número de gerações aleatórias dos parâmetros*, ( $M$ ), sobre os resultados obtidos pelo MMCR. Sendo assim, de acordo com o *range* de geração das variáveis  $X_n$ , variou-se proporcionalmente o valor de  $M$ , mantendo-se o valor de  $N$ . Isso foi feito da seguinte maneira:

- *range* 0 a 1  $\Rightarrow N = 400$  e  $M = 400$ ;
- *range* 0 a 2  $\Rightarrow N = 400$  e  $M = 800$ ;
- *range* -1 a 1  $\Rightarrow N = 400$  e  $M = 800$ ;

- *range*  $-2$  a  $2 \Rightarrow N = 400$  e  $M = 1600$ ;
- *range*  $-4$  a  $4 \Rightarrow N = 400$  e  $M = 3200$ .

Ou seja, à medida que acrescenta-se um valor unitário no *range*, aumenta-se 400 ao número de gerações aleatórias dos parâmetros, ( $M$ ). O valor referência,  $N = 400$  e  $M = 400$ , foi escolhido por meio de simulações, que levaram em consideração um compromisso entre o tempo de simulação e o desempenho dos modelos obtidos.

Por último, ainda se analisou a influência do número de observações (conjunto de amostras) sobre o desempenho do MMCR. Para esta análise estipulou-se um *range de geração aleatória das variáveis  $X_n$*  de 0 a 1 e os valores de  $N = 400$  e  $M = 400$ , para o número de gerações de Monte Carlo e o número de gerações aleatórias dos parâmetros, respectivamente.

Sendo assim, o MMCR foi aplicado, nestas condições, onde as simulações foram feitas de acordo com os seguintes tamanhos de amostras:

- 1000 amostras, sendo 500 utilizadas como dados de identificação e 500 como dados de validação;
- 500 amostras, sendo 250 utilizadas como dados de identificação e 250 como dados de validação;
- 250 amostras, sendo 125 utilizadas como dados de identificação e 125 como dados de validação;
- 125 amostras, sendo 63 utilizadas como dados de identificação e 62 como dados de validação;
- 60 amostras, sendo 30 utilizadas como dados de identificação e 30 como dados de validação;
- 30 amostras, sendo 15 utilizadas como dados de identificação e 15 como dados de validação.

### Passo 6 ao Passo 8

O passo seguinte do **Algoritmo I** é obter as simulações livres, com os dados de identificação, dos modelos NARX e salvar aqueles que forem estáveis e fornecerem o menor RMSE. Depois, do vetor obtido com  $N$  modelos ( $N$  gerações de Monte Carlo), separar-se-á aquele que forneceu menor RMSE, segundo a simulação livre feita com a massa de dados de validação.

Assim, foram obtidos resultados para todas as variáveis testadas: *range de geração aleatória dos parâmetros*, *número de gerações aleatórias dos parâmetros*, ( $M$ ), e *número de observações*.

Os índices RMSEs (de identificação e validação) dos modelos obtidos variando-se o *range de geração aleatória dos parâmetros*, das estruturas descritas em (3.12), (3.13) e (3.14), são apresentados na Tabela 3.2. As Figuras 3.7 e 3.8 apresentam as simulações livres, com os dados de identificação e validação, respectivamente, dos modelos (3.17), (3.22) e (3.27), obtidos à partir de modelos estáticos diferentes, mas utilizando *range de geração aleatória dos parâmetros* entre 0 e 1

Tabela 3.2: Resultados obtidos das simulações livres para as estruturas (3.12), (3.13) e (3.14), variando-se o parâmetro *range*. Sendo,  $N \times M = 400 \times 400$ .

Estrutura NARX	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$	$\mathcal{M}_E$	$\mathcal{M}_{NARX}$	<i>Range</i>	$RMSE_I$	$RMSE_V$
(3.12)	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_u^2 \ \Omega_y]$	(3.7)	(3.16)	0 a 2	0,1191	0,2948
			(3.17)	0 a 1	0,0438	0,2535
			(3.18)	-1 a 1	0,1666	0,3867
			(3.19)	-2 a 2	0,3943	0,5489
			(3.20)	-4 a 4	0,4200	0,6035
		(3.8)	(3.21)	0 a 2	0,1365	0,3760
			(3.22)	0 a 1	0,1006	0,2804
			(3.23)	-1 a 1	0,1044	0,2950
			(3.24)	-2 a 2	0,2285	0,3516
			(3.25)	-4 a 4	0,3749	0,5713
		(3.9)	(3.26)	0 a 2	0,5882	0,6895
			(3.27)	0 a 1	0,5915	0,6406
			(3.28)	-1 a 1	0,6025	0,6841
			(3.29)	-2 a 2	0,6813	0,6954
			(3.30)	-4 a 4	0,7953	0,9440
(3.13)	$[\Omega_u \ \Omega_u^2 \ \Omega_y]$	(3.10)	(3.31)	0 a 2	0,7769	0,8418
			(3.32)	0 a 1	0,8495	0,8905
			(3.33)	-1 a 1	0,8415	0,8555
			(3.34)	-2 a 2	0,8236	0,9383
			(3.35)	-4 a 4	0,9734	0,9845
(3.14)	$[\Omega_0 \ \Omega_u^2 \ \Omega_y]$	(3.11)	(3.36)	0 a 2	0,9730	0,9860
			(3.37)	0 a 1	0,9896	0,9850
			(3.38)	-1 a 1	0,9716	0,9861
			(3.39)	-2 a 2	0,9737	0,9878
			(3.40)	-4 a 4	0,9870	0,9943

$\Omega_{y^p u^{m-p}}$  - Agrupamentos de termos.

$\mathcal{M}_E$  - Modelos para a característica Estática.

$\mathcal{M}_{NARX}$  - Modelos NARX estimados.

$RMSE_I$  - RMSE dos dados de Identificação.

$RMSE_V$  - RMSE dos dados de Validação.

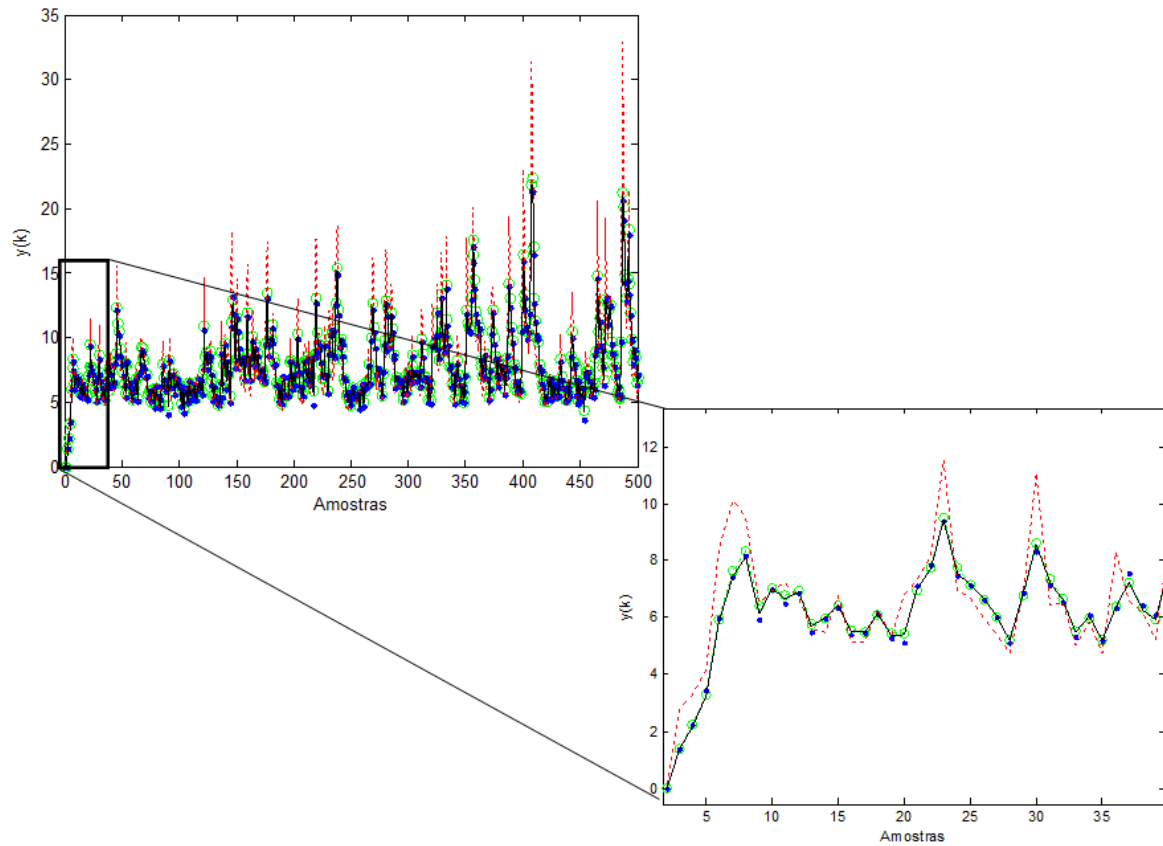


Figura 3.7: Simulação livre dos modelos (3.17), (3.22) e (3.27) com os dados de identificação, obtidos para um *range* de 0 a 1. Em contínuo (—) tem-se os dados de identificação, obtidos da simulação de (3.1). Em (— o —) os dados gerados por (3.17). Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.22). E em (—) os dados gerados pelo modelo (3.27).

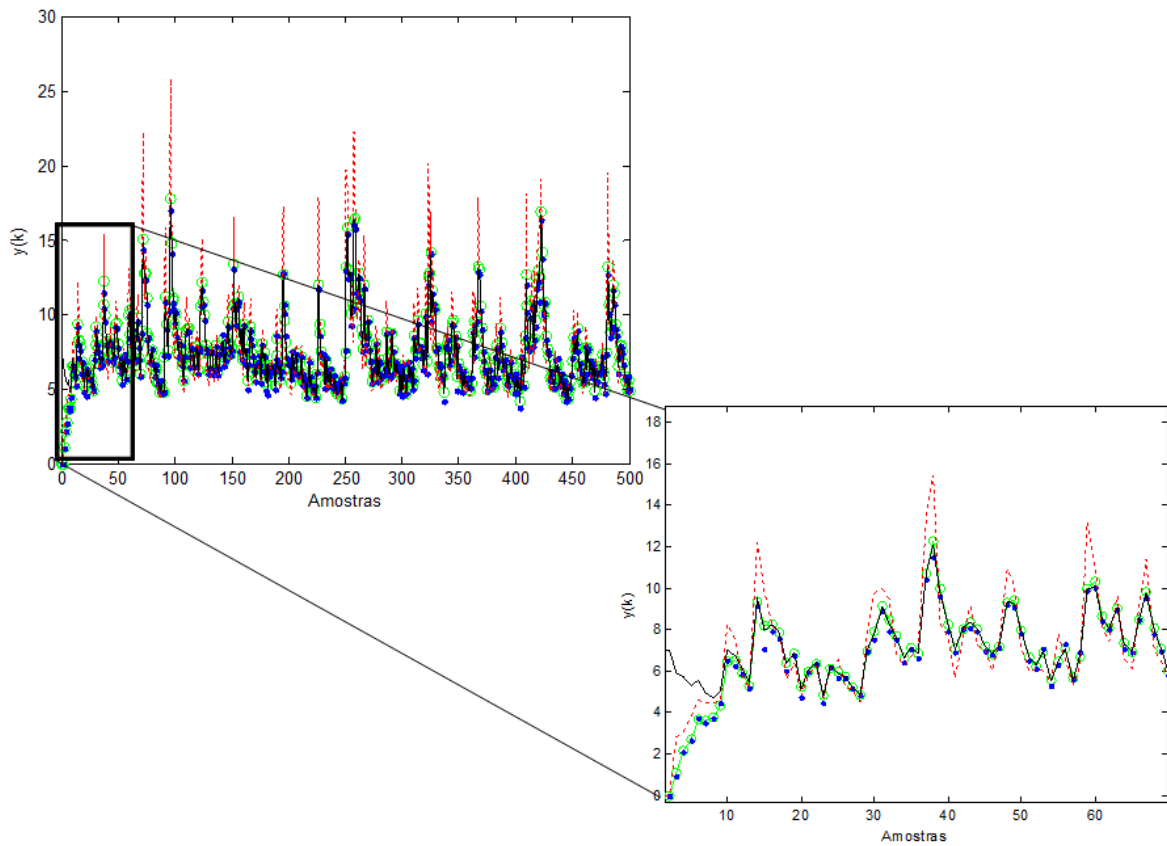


Figura 3.8: Simulação livre dos modelos (3.17), (3.22) e (3.27) com os dados de validação, obtidos para um *range* de 0 a 1. Em contínuo (—) tem-se os dados de validação, obtidos da simulação de (3.1). Em (—○—) os dados gerados por (3.17). Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.22). E em (—) os dados gerados pelo modelo (3.27).

Os resultados obtidos dos testes de variação de  $M$  (*número de gerações aleatórias dos parâmetros do modelo NARX*) e *range*, podem ser vistos na Tabela 3.3. Esta análise foi aplicada as curvas estáticas (3.7), (3.8) e (3.9), cuja estrutura NARX é descrita por (3.12). As simulações livres, com os dados de identificação e validação, dos modelos NARX de (3.41) a (3.55), estimados para variações dos parâmetros  $M$  e *range*, podem ser vistas nas Figuras de 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13 e 3.14.

Tabela 3.3: Resultados obtidos das simulações, utilizando a estrutura NARX (3.12), e variando-se os parâmetros  $M$  e *range*.

Estrutura NARX	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$	$\mathcal{M}_E$	$\mathcal{M}_{NARX}$	$N \times M$	<i>Range</i>	$RMSE_I$	$RMSE_V$
(3.12)	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_u^2 \ \Omega_y]$	(3.7)	(3.41)	$400 \times 800$	0 a 2	0,1191	0,2948
			(3.42)	$400 \times 400$	0 a 1	0,0569	0,2990
			(3.43)	$400 \times 800$	-1 a 1	0,1319	0,2723
			(3.44)	$400 \times 1600$	-2 a 2	0,1976	0,3110
			(3.45)	$400 \times 3200$	-4 a 4	0,2889	0,4133
		(3.8)	(3.46)	$400 \times 800$	0 a 2	0,1002	0,2048
			(3.47)	$400 \times 400$	0 a 1	0,1018	0,2527
			(3.48)	$400 \times 800$	-1 a 1	0,0971	0,3319
			(3.49)	$400 \times 1600$	-2 a 2	0,1669	0,3739
			(3.50)	$400 \times 3200$	-4 a 4	0,1796	0,3473
		(3.9)	(3.51)	$400 \times 800$	0 a 2	0,6137	0,6347
			(3.52)	$400 \times 400$	0 a 1	0,5970	0,6655
			(3.53)	$400 \times 800$	-1 a 1	0,6072	0,6343
			(3.54)	$400 \times 1600$	-2 a 2	0,6185	0,6641
			(3.55)	$400 \times 3200$	-4 a 4	0,7560	0,8039

$\Omega_{y^p u^{m-p}}$  - Agrupamentos de termos.

$\mathcal{M}_E$  - Modelos para a característica Estática.

$\mathcal{M}_{NARX}$  - Modelos NARX estimados.

$RMSE_I$  - RMSE dos dados de Identificação.

$RMSE_V$  - RMSE dos dados de Validação.

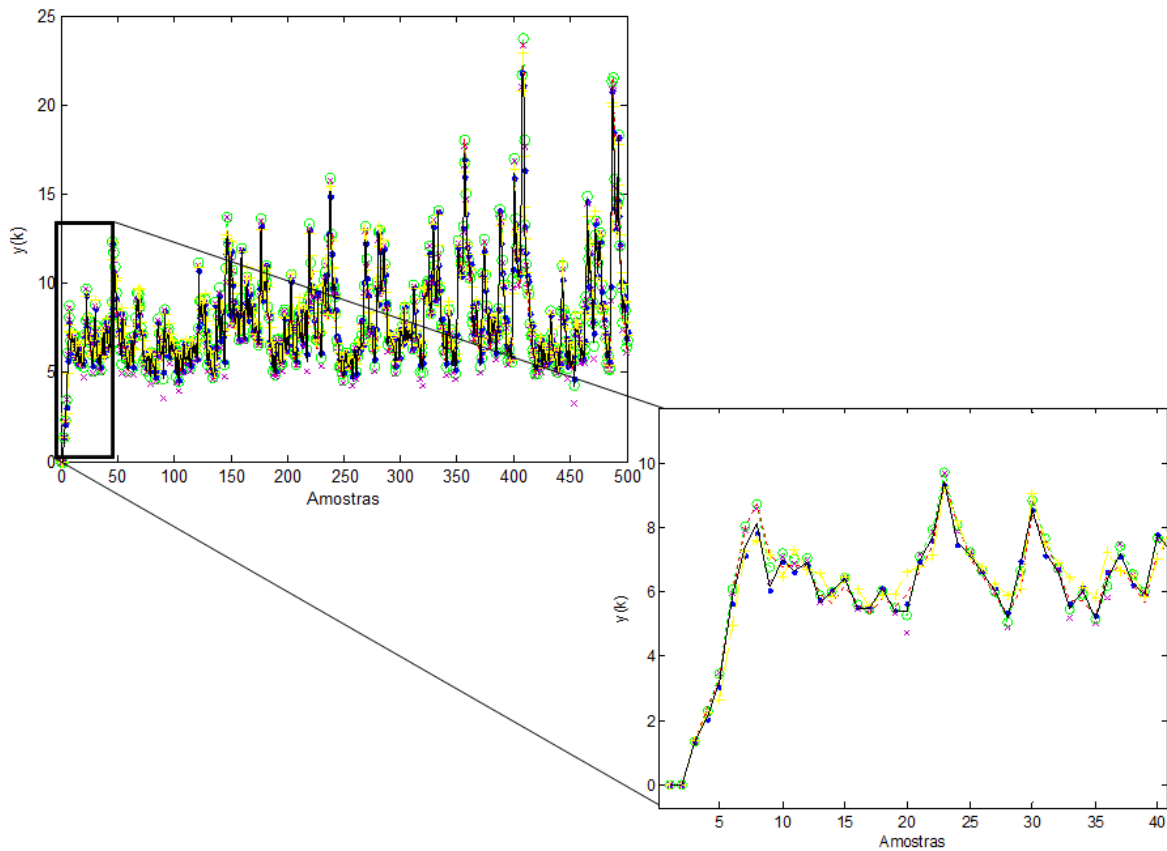


Figura 3.9: Simulação livre dos modelos (3.41), (3.42), (3.43), (3.44) e (3.45), obtidos para variações nos parâmetros  $range$  e  $M$ , com os dados de identificação. Em contínuo (—) tem-se os dados de identificação, obtidos da simulação de (3.1). Em (— o —) os dados gerados por (3.41), para  $M = 800$  e  $range$  de 0 a 2. Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.42), para  $M = 400$  e  $range$  de 0 a 1. Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.43), para  $M = 800$  e  $range$  de  $-1$  a 1. Em (—) os dados gerados pelo modelo (3.44), para  $M = 1600$  e  $range$  de  $-2$  a 2. E em (— + —) os dados gerados pelo modelo (3.45), para  $M = 3200$  e  $range$  de  $-4$  a 4.

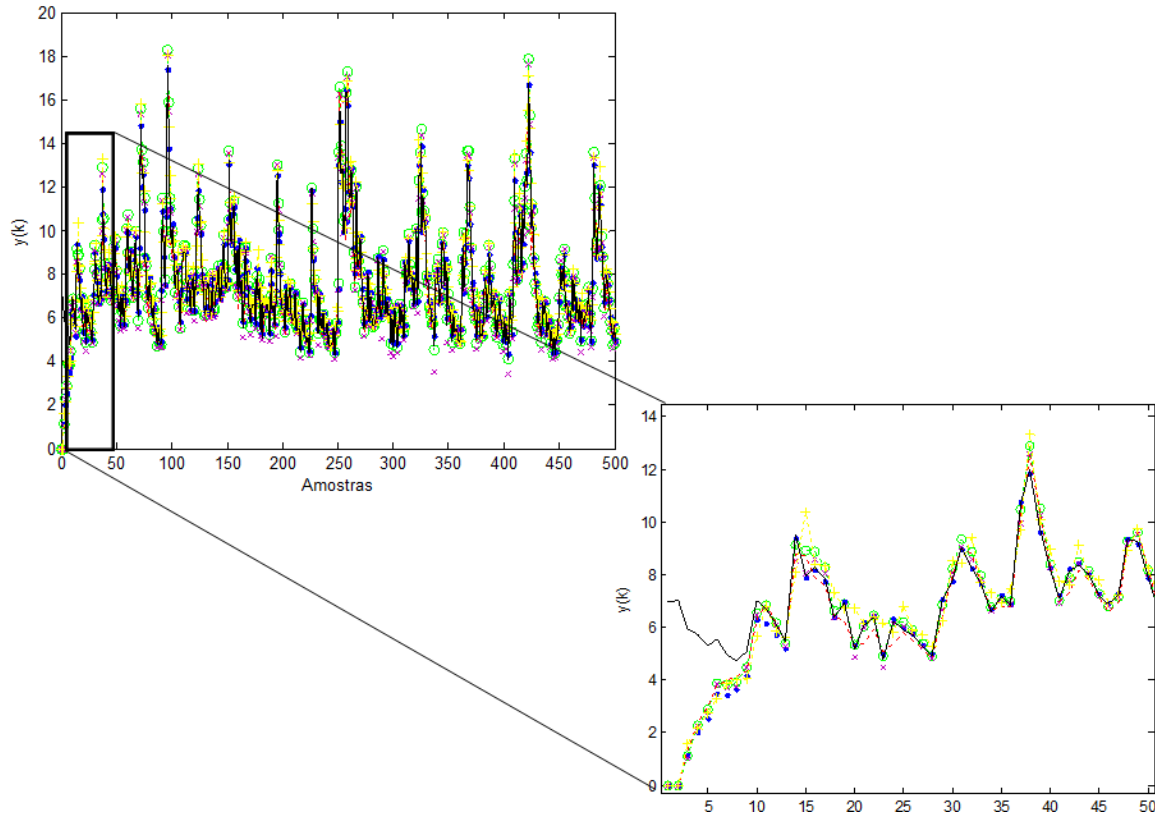


Figura 3.10: Simulação livre dos modelos (3.41), (3.42), (3.43), (3.44) e (3.45), obtidos para variações nos parâmetros *range* e *M*, com os dados de validação. Em contínuo (—) tem-se os dados de validação, obtidos da simulação de (3.1). Em (— o —) os dados gerados por (3.41), para  $M = 800$  e *range* de 0 a 2. Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.42), para  $M = 400$  e *range* de 0 a 1. Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.43), para  $M = 800$  e *range* de -1 a 1. Em (---) os dados gerados pelo modelo (3.44), para  $M = 1600$  e *range* de -2 a 2. E em (- + -) os dados gerados pelo modelo (3.45), para  $M = 3200$  e *range* de -4 a 4.

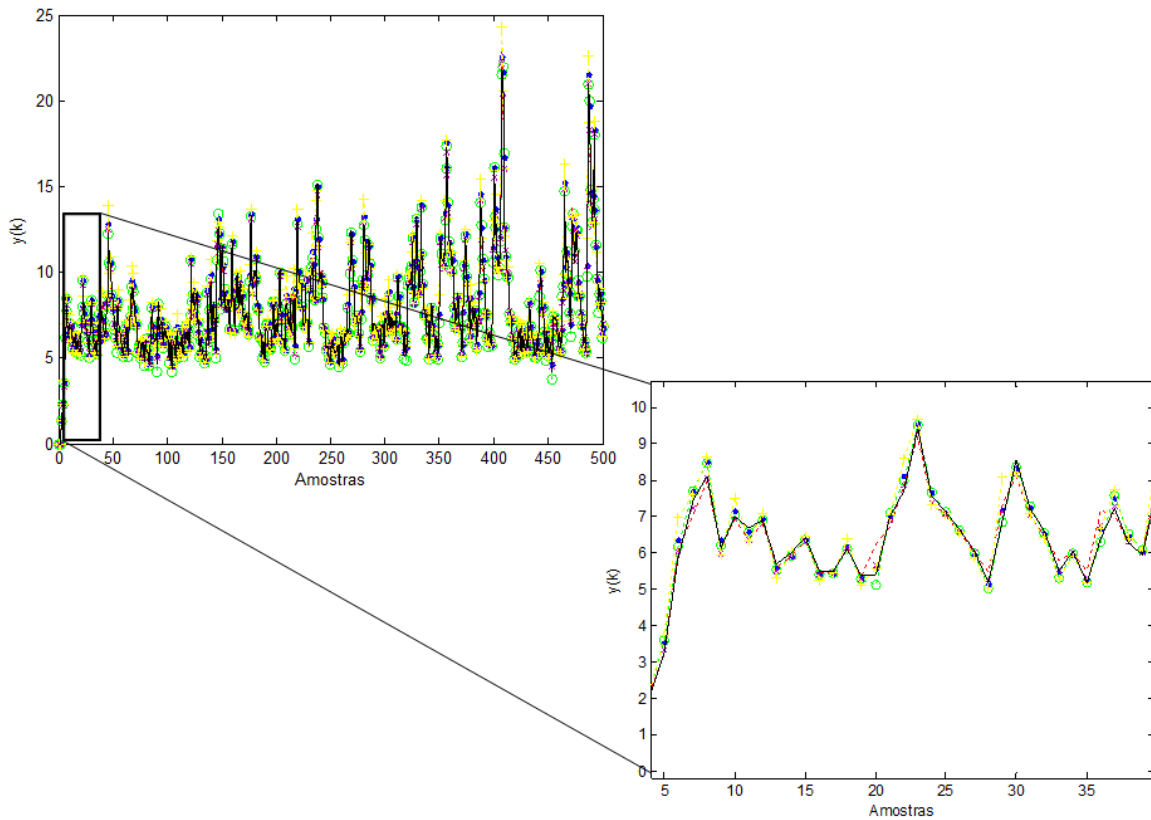


Figura 3.11: Simulação livre dos modelos (3.46), (3.47), (3.48), (3.49) e (3.50), obtidos para variações nos parâmetros *range* e *M*, com os dados de identificação. Em contínuo (—) tem-se os dados de identificação, obtidos da simulação de (3.1). Em (—○—) os dados gerados por (3.46), para  $M = 800$  e *range* de 0 a 2. Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.47), para  $M = 400$  e *range* de 0 a 1. Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.48), para  $M = 800$  e *range* de -1 a 1. Em (---) os dados gerados pelo modelo (3.49), para  $M = 1600$  e *range* de -2 a 2. E em (-+-) os dados gerados pelo modelo (3.50), para  $M = 3200$  e *range* de -4 a 4.

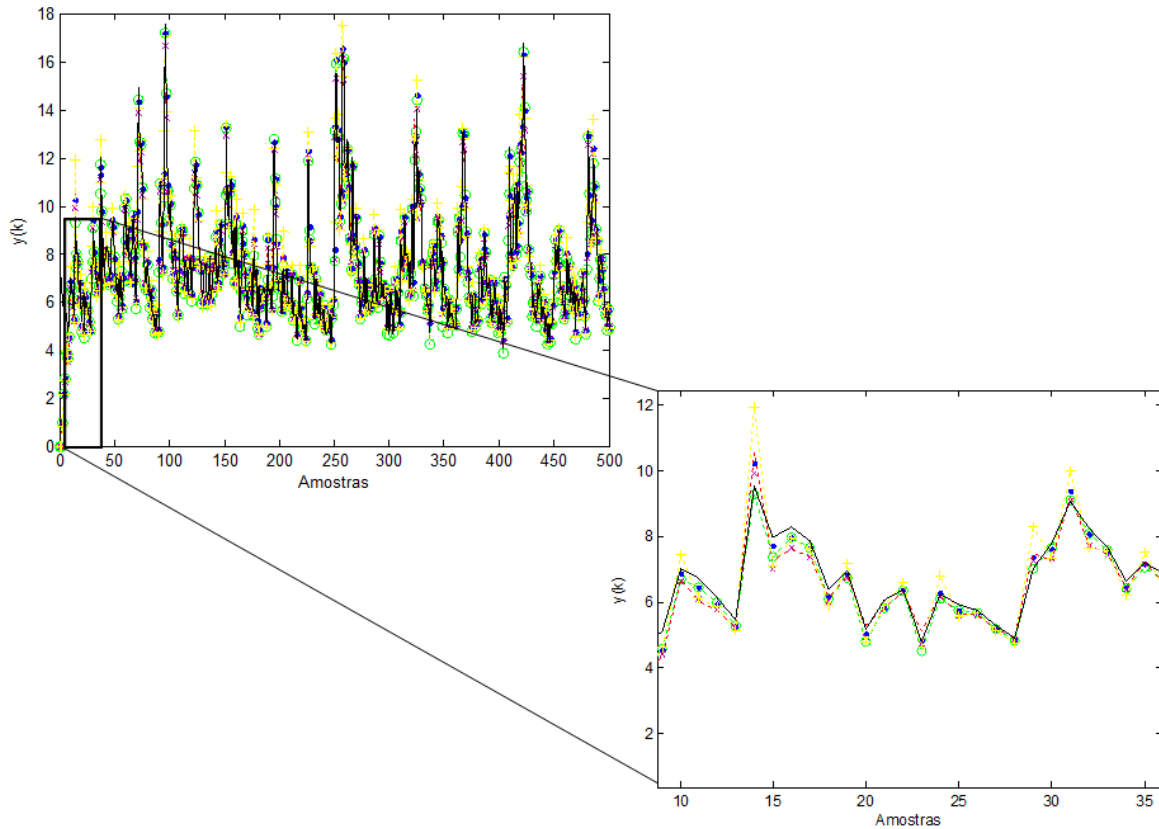


Figura 3.12: Simulação livre dos modelos (3.46), (3.47), (3.48), (3.49) e (3.50), obtidos para variações nos parâmetros *range* e *M*, com os dados de validação. Em contínuo (—) tem-se os dados de validação, obtidos da simulação de (3.1). Em (—○—) os dados gerados por (3.46), para  $M = 800$  e *range* de 0 a 2. Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.47), para  $M = 400$  e *range* de 0 a 1. Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.48), para  $M = 800$  e *range* de  $-1$  a 1. Em (—□—) os dados gerados pelo modelo (3.49), para  $M = 1600$  e *range* de  $-2$  a 2. E em (—+—) os dados gerados pelo modelo (3.50), para  $M = 3200$  e *range* de  $-4$  a 4.

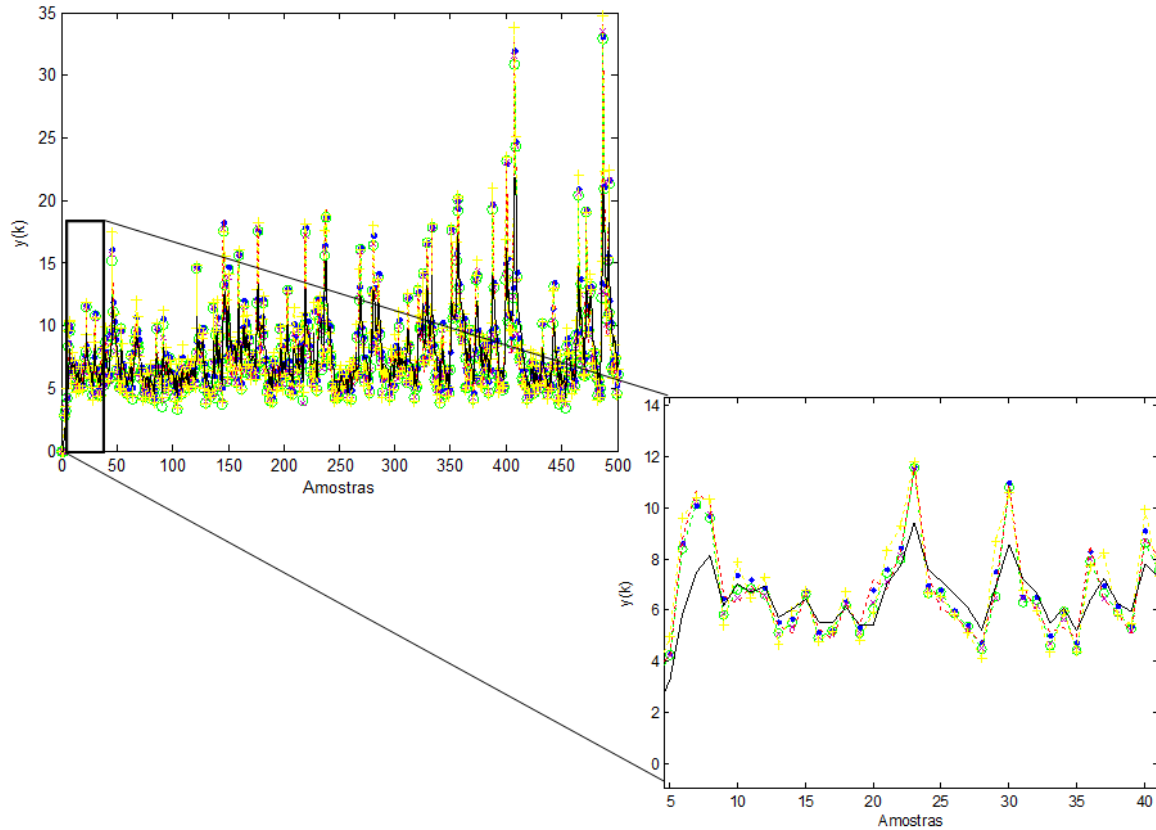


Figura 3.13: Simulação livre dos modelos (3.51), (3.52), (3.53), (3.54) e (3.55), obtidos para variações nos parâmetros  $range$  e  $M$ , com os dados de identificação. Em contínuo (—) tem-se os dados de identificação, obtidos da simulação de (3.1). Em (—○—) os dados gerados por (3.51), para  $M = 800$  e  $range$  de 0 a 2. Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.52), para  $M = 400$  e  $range$  de 0 a 1. Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.53), para  $M = 800$  e  $range$  de  $-1$  a 1. Em (---) os dados gerados pelo modelo (3.54), para  $M = 1600$  e  $range$  de  $-2$  a 2. E em (—+—) os dados gerados pelo modelo (3.55), para  $M = 3200$  e  $range$  de  $-4$  a 4.

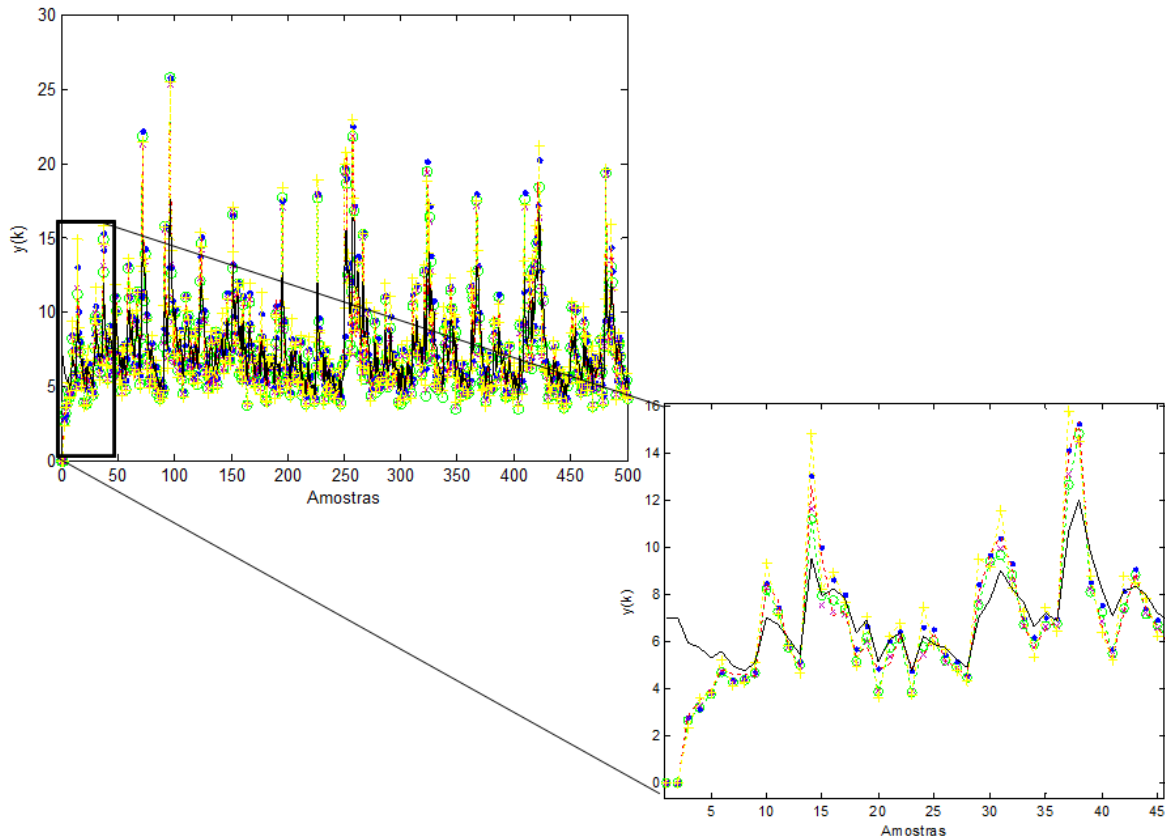


Figura 3.14: Simulação livre dos modelos (3.51), (3.52), (3.53), (3.54) e (3.55), obtidos para variações nos parâmetros  $range$  e  $M$ , com os dados de validação. Em contínuo (—) tem-se os dados de validação, obtidos da simulação de (3.1). Em (— ◦ —) os dados gerados por (3.51), para  $M = 800$  e  $range$  de 0 a 2. Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.52), para  $M = 400$  e  $range$  de 0 a 1. Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.53), para  $M = 800$  e  $range$  de  $-1$  a 1. Em (---) os dados gerados pelo modelo (3.54), para  $M = 1600$  e  $range$  de  $-2$  a 2. E em (— + —) os dados gerados pelo modelo (3.55), para  $M = 3200$  e  $range$  de  $-4$  a 4.

Por fim, a Tabela 3.4 traz os índices RMSEs obtidos das simulações livres dos modelos NARX determinados pelo MMCR, variando-se o número de observações do conjunto de dados dinâmicos. Esta análise, também, foi aplicada as curvas estáticas (3.7), (3.8) e (3.9), cuja estrutura NARX é descrita por (3.12). As validações por simulação livre, com os dados de identificação e validação, dos modelos de (3.56) a (3.70), estimados para variações no número de amostras do conjunto de dados dinâmicos ( $N_{obs}$ ), podem ser vistas nas Figuras 3.15, 3.16, 3.17, 3.18, 3.19 e 3.20.

Os valores dos parâmetros dos modelos NARX de (3.16) a (3.70), determinados pelo MMCR, são apresentados na Tabela 3.5 e Tabela 3.6.

Tabela 3.4: Resultados obtidos variando-se o número de observações do conjunto de dados dinâmicos,  $N_{obs}$ . Para  $N \times M = 400 \times 400$  e range de 0 a 1.

E. NARX	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$	$\mathcal{M}_E$	$\mathcal{M}_{NARX}$	$N_{obs}$	$RMSE_I$	$RMSE_V$	$RMSE_{I\ 500}$	$RMSE_{V\ 500}$
(3.12)	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_u^2 \ \Omega_y]$	(3.7)	(3.17)	1000	0,0569	0,2990	0,0569	0,2990
			(3.56)	500	0,1426	0,2261	0,1038	0,1392
			(3.57)	250	0,1736	0,6842	0,1297	0,1596
			(3.58)	125	0,2623	0,9981	0,2915	0,3784
			(3.59)	60	0,3002	0,9985	0,4313	0,5419
		(3.60)	30	0,2530	1,0747	0,6244	0,7661	
		(3.8)	(3.22)	1000	0,1018	0,2527	0,1018	0,2527
			(3.61)	500	0,1516	0,2283	0,1088	0,1352
			(3.62)	250	0,1965	0,6774	0,1413	0,1902
			(3.63)	125	0,3315	1,0036	0,3450	0,4001
			(3.64)	60	0,3905	0,9911	0,5086	0,6495
		(3.65)	30	0,2341	1,1173	0,2542	0,3086	
		(3.9)	(3.27)	1000	0,5970	0,6655	0,5970	0,6655
			(3.66)	500	0,6538	0,6011	0,5815	0,6656
			(3.67)	250	0,5790	0,9503	0,6201	0,6464
			(3.68)	125	0,6056	1,0619	0,6566	0,7364
			(3.69)	60	0,4422	1,1390	0,6005	0,6929
		(3.70)	30	0,3714	1,2648	2,2651	2,8989	

E. NARX - Estrutura NARX.

$\Omega_{y^p u^{m-p}}$  - Agrupamentos de termos.

$\mathcal{M}_E$  - Modelos para a característica Estática.

$\mathcal{M}_{NARX}$  - Modelos NARX estimados.

$N_{obs}$  - Número de observações do conjunto de dados dinâmicos.

$RMSE_I$  - RMSE dos dados de Identificação do  $N_{obs}$ .

$RMSE_V$  - RMSE dos dados de Validação do  $N_{obs}$ .

$RMSE_{I\ 500}$  - RMSE da simulação livre do conjunto original de 500 amostras de identificação.

$RMSE_{V\ 500}$  - RMSE da simulação livre do conjunto original de 500 amostras de validação.

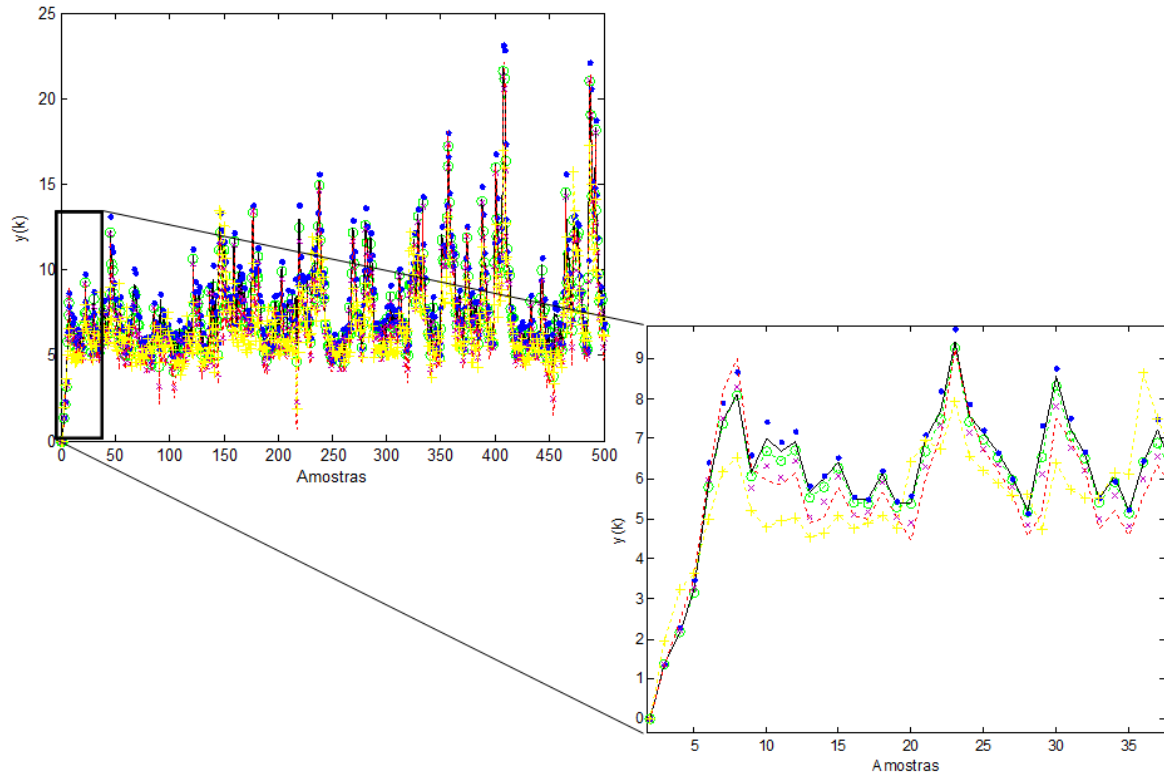


Figura 3.15: Simulação livre dos modelos (3.56), (3.57), (3.58), (3.59) e (3.60), para variações no número de observações,  $N_{obs}$ , com os dados de identificação. Em contínuo (—) tem-se os dados de identificação, obtidos da simulação de (3.1). Em (—○—) os dados gerados por (3.56),  $N_{obs} = 500$ . Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.57),  $N_{obs} = 250$ . Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.58),  $N_{obs} = 125$ . Em (---) os dados gerados pelo modelo (3.59),  $N_{obs} = 60$ . E em (-+-) os dados gerados pelo modelo (3.60),  $N_{obs} = 30$ .

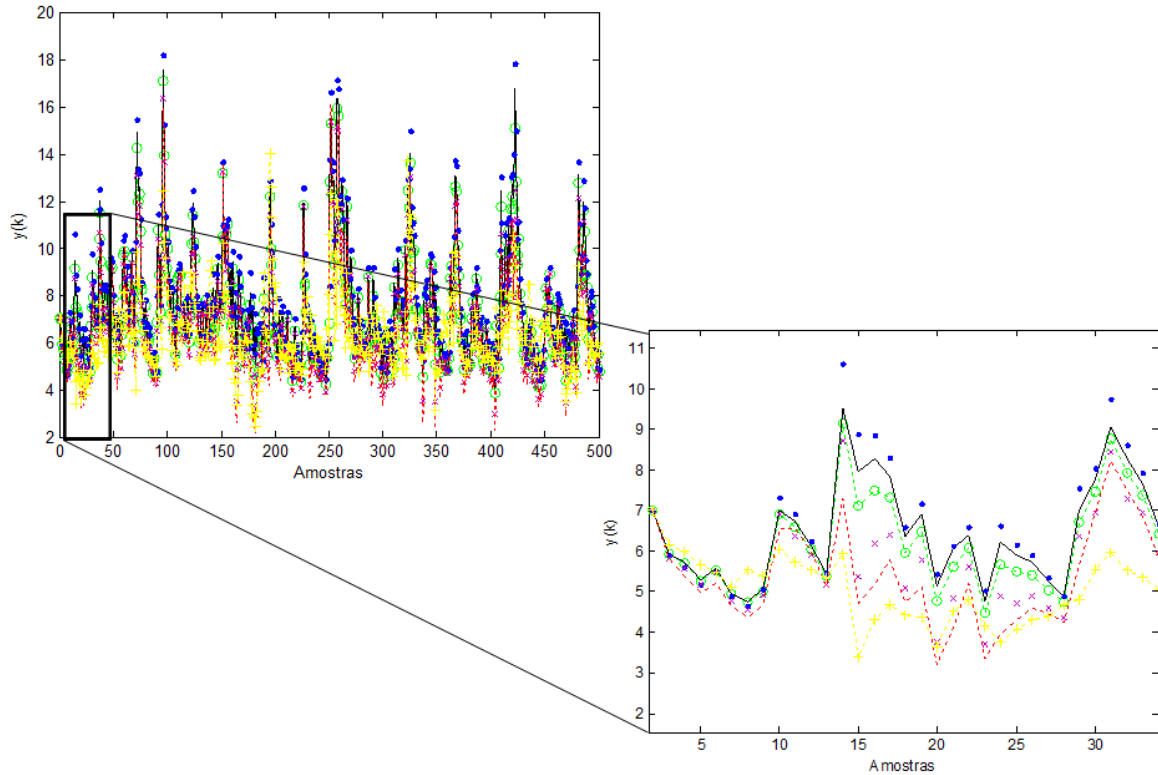


Figura 3.16: Simulação livre dos modelos (3.56), (3.57), (3.58), (3.59) e (3.60), para variações no número de observações,  $N_{obs}$ , com os dados de validação. Em contínuo (—) tem-se os dados de validação, obtidos da simulação de (3.1). Em (—○—) os dados gerados por (3.56),  $N_{obs} = 500$ . Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.57),  $N_{obs} = 250$ . Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.58),  $N_{obs} = 125$ . Em (---) os dados gerados pelo modelo (3.59),  $N_{obs} = 60$ . E em (—+—) os dados gerados pelo modelo (3.60),  $N_{obs} = 30$ .

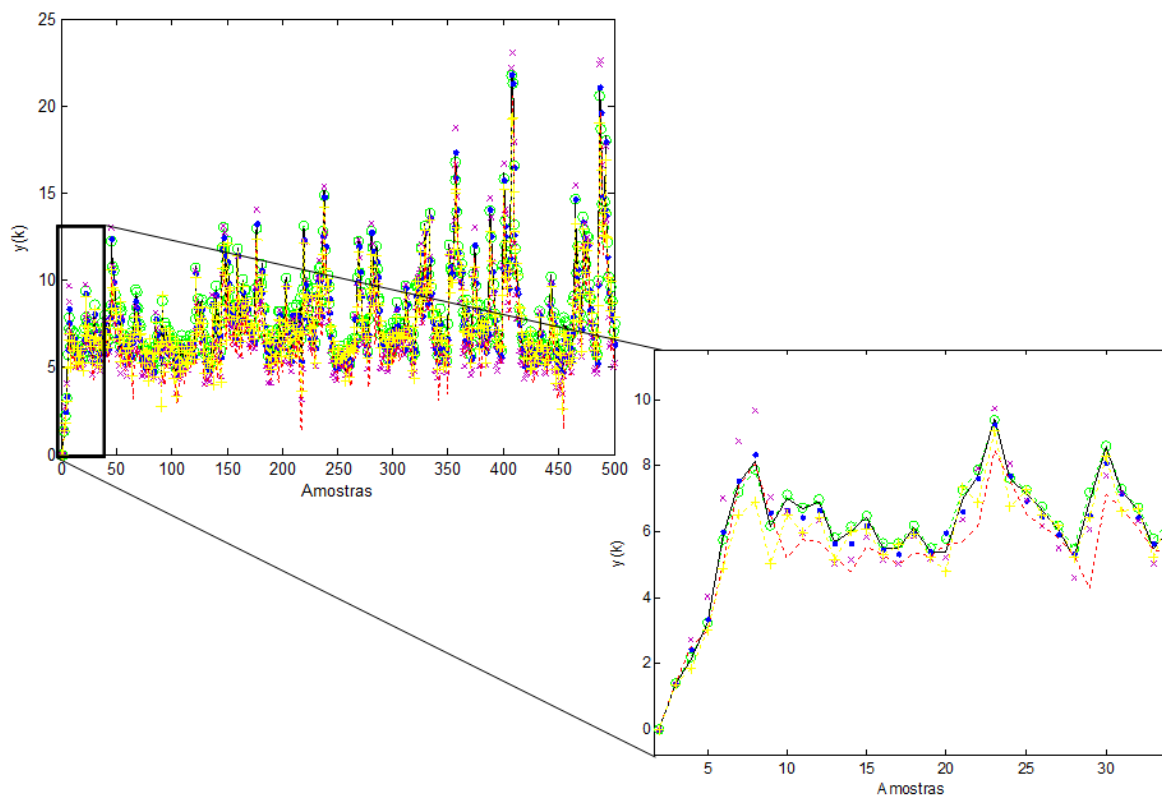


Figura 3.17: Simulação livre dos modelos (3.61), (3.62), (3.63), (3.64) e (3.65), para variações no número de observações,  $N_{obs}$ , com os dados de identificação. Em contínuo (—) tem-se os dados de identificação, obtidos da simulação de (3.1). Em (—○—) os dados gerados por (3.61),  $N_{obs} = 500$ . Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.62),  $N_{obs} = 250$ . Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.63),  $N_{obs} = 125$ . Em (—) os dados gerados pelo modelo (3.64),  $N_{obs} = 60$ . E em (—+—) os dados gerados pelo modelo (3.65),  $N_{obs} = 30$ .

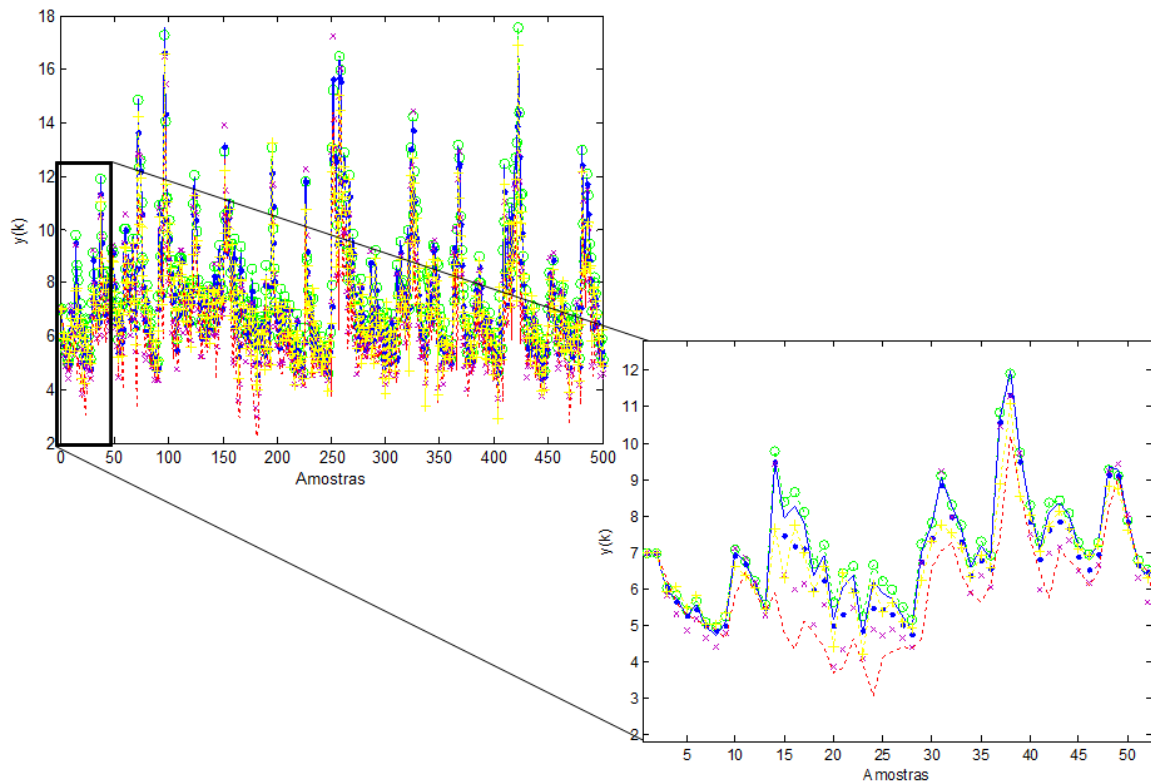


Figura 3.18: Simulação livre dos modelos (3.61), (3.62), (3.63), (3.64) e (3.65), para variações no número de observações,  $N_{obs}$ , com os dados de validação. Em contínuo (—) tem-se os dados de validação, obtidos da simulação de (3.1). Em (— o —) os dados gerados por (3.61),  $N_{obs} = 500$ . Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.62),  $N_{obs} = 250$ . Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.63),  $N_{obs} = 125$ . Em (---) os dados gerados pelo modelo (3.64),  $N_{obs} = 60$ . E em (- + -) os dados gerados pelo modelo (3.65),  $N_{obs} = 30$ .

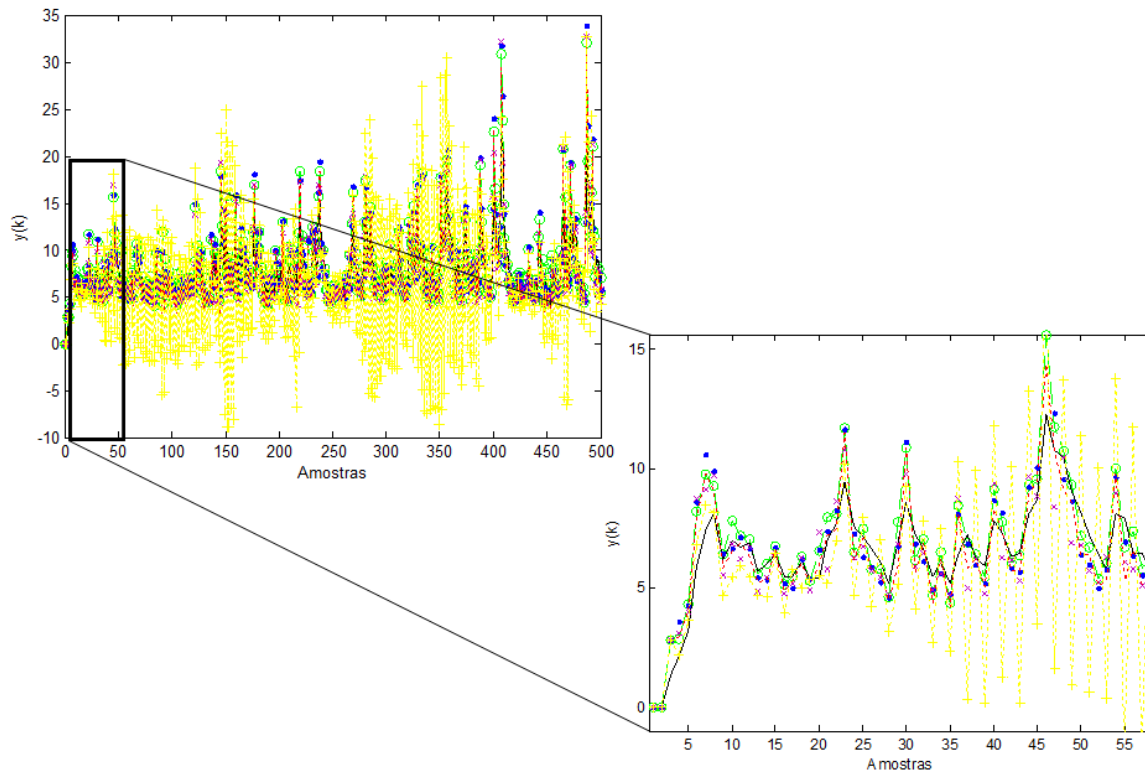


Figura 3.19: Simulação livre dos modelos (3.66), (3.67), (3.68), (3.69) e (3.70), para variações no número de observações,  $N_{obs}$ , com os dados de identificação. Em contínuo (—) tem-se os dados de identificação, obtidos da simulação de (3.1). Em (—○—) os dados gerados por (3.66),  $N_{obs} = 500$ . Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.67),  $N_{obs} = 250$ . Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.68),  $N_{obs} = 125$ . Em (—) os dados gerados pelo modelo (3.69),  $N_{obs} = 60$ . E em (—+—) os dados gerados pelo modelo (3.70),  $N_{obs} = 30$ .

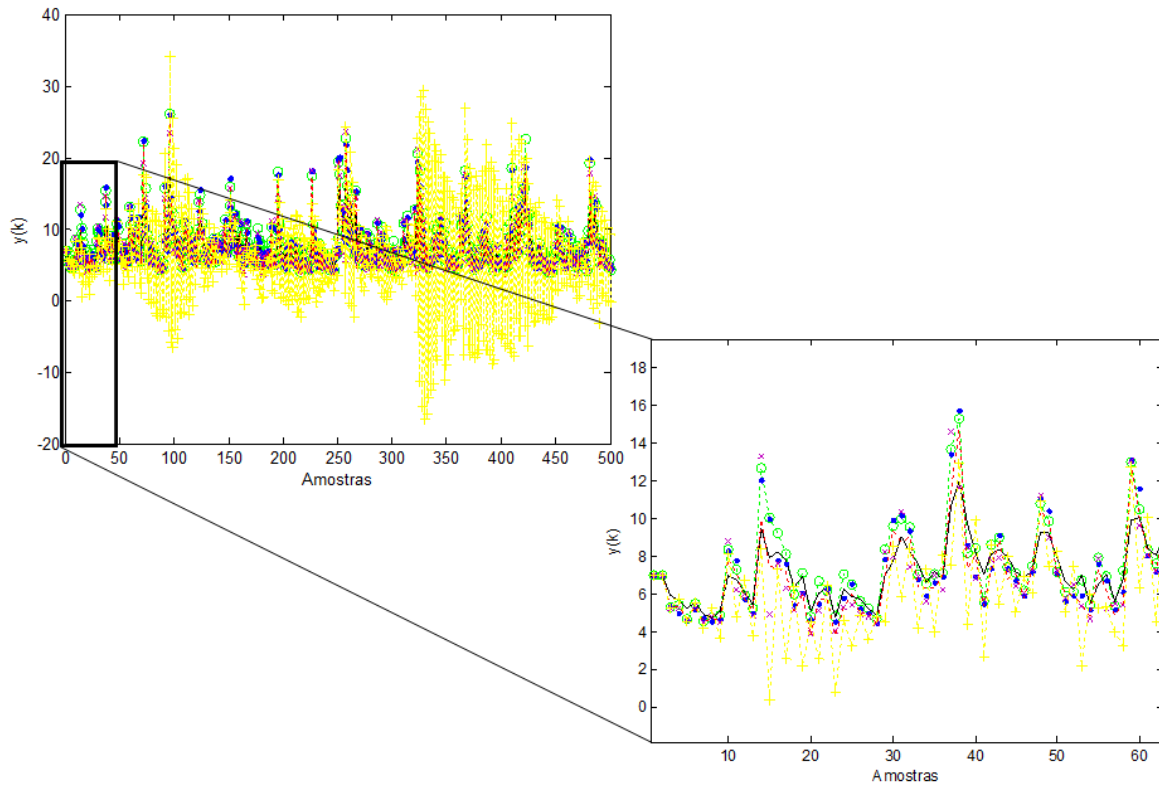


Figura 3.20: Simulação livre dos modelos (3.66), (3.67), (3.68), (3.69) e (3.70), para variações no número de observações,  $N_{obs}$ , com os dados de validação. Em contínuo (—) tem-se os dados de validação, obtidos da simulação de (3.1). Em (—○—) os dados gerados por (3.66),  $N_{obs} = 500$ . Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.62),  $N_{obs} = 250$ . Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.68),  $N_{obs} = 125$ . Em (---) os dados gerados pelo modelo (3.69),  $N_{obs} = 60$ . E em (- + -) os dados gerados pelo modelo (3.70),  $N_{obs} = 30$ .

Tabela 3.5: Valores dos parâmetros dos modelos NARX,  $\mathcal{M}_{NARX}$ , obtidos pelo método MMCR.

Modelo	$c_{0,0}$	$c_{1,0}(1)$	$c_{1,0}(2)$	$c_{0,1}(1)$	$c_{0,1}(2)$	$c_{0,2}(1,1)$	$c_{0,2}(1,2)$	$c_{0,2}(2,2)$
(3.16)	1,5100	0,5856	0,1044	1,1655	-0,0255	0,3813	0,7081	0,5707
(3.17)	1,5100	0,6143	0,0757	0,9603	0,1797	0,3477	0,7634	0,5489
(3.18)	1,5100	0,7657	0,0757	0,8744	0,2656	0,3381	0,7702	0,5517
(3.19)	1,5100	0,1375	0,5525	0,4755	0,6645	0,1028	0,7610	0,7962
(3.20)	1,5100	0,5943	0,0957	1,1568	-0,0168	0,4947	0,4293	0,7361
(3.21)	1,4805	0,5529	0,1462	1,1859	-0,1819	0,3935	0,7529	0,4645
(3.22)	1,4805	0,6153	0,0838	1,0366	-0,0326	0,2887	0,7886	0,5342
(3.23)	1,4805	0,7300	-0,0309	1,1086	-0,1046	0,2948	0,7660	0,5509
(3.24)	1,4805	0,7421	-0,0430	0,5922	0,4118	0,3253	0,8025	0,4838
(3.25)	1,4805	0,2791	0,4200	1,3567	-0,3527	0,1140	0,7912	0,7065
(3.26)	3,0891	0,1406	0,2252	1,4862	0,8460	0,7915	1,5496	1,0549
(3.27)	3,0891	0,0040	0,3618	1,4493	0,8829	0,8011	1,4829	1,1120
(3.28)	3,0891	0,0019	0,3639	1,3815	0,9507	0,6913	1,5959	1,1087
(3.29)	3,0891	-0,1199	0,4857	1,2524	1,0798	0,9597	1,5749	0,8614
(3.30)	3,0891	0,3298	0,0360	1,6961	0,6361	0,1726	1,8149	1,4085
(3.31)	-	0,2806	0,4475	1,0800	0,4275	0,5398	-0,0724	0,9473
(3.32)	-	0,3166	0,4115	1,2298	0,2777	0,5577	0,0192	0,8379
(3.33)	-	0,4084	0,3197	1,1651	0,3424	0,6679	0,0307	0,7161
(3.34)	-	0,1076	0,6205	0,9961	0,5114	0,6745	0,2120	0,5281
(3.35)	-	0,2688	0,4593	1,0356	0,4719	-0,4355	1,0130	0,8372
(3.36)	2,2868	1,0619	-0,2345	-	-	0,4530	0,6258	-0,0994
(3.37)	2,2868	1,2394	-0,4120	-	-	0,4510	0,5123	0,0159
(3.38)	2,2868	1,2210	-0,3936	-	-	0,3439	0,5778	0,0576
(3.39)	2,2868	1,1228	-0,2954	-	-	0,5786	0,4676	-0,0669
(3.40)	2,2868	1,2333	-0,4059	-	-	0,2076	0,5619	-0,2098
(3.41)	1,5100	0,5856	0,1044	1,1655	-0,0255	0,3813	0,7081	0,5707
(3.42)	1,5100	0,4891	0,2009	0,9271	0,2129	0,3691	0,7531	0,5378
(3.43)	1,5100	0,6632	0,0268	1,0485	0,0915	0,2008	0,7760	0,6831
(3.44)	1,5100	0,7330	-0,0430	0,7282	0,4118	0,3737	0,8025	0,4838
(3.45)	1,5100	0,5219	0,1681	0,4034	0,7366	0,3763	0,6825	0,6012
(3.46)	1,4805	0,6826	0,0165	1,0444	-0,0404	0,3048	0,7850	0,5218
(3.47)	1,4805	0,7052	-0,0061	0,8956	0,1084	0,4184	0,7268	0,4664
(3.48)	1,4805	0,5861	0,1130	0,9956	0,0084	0,4184	0,7870	0,4062
(3.49)	1,4805	0,5639	0,1352	0,9249	0,0791	0,5321	0,7663	0,3131
(3.50)	1,4805	0,6632	0,0359	1,3080	-0,3040	0,5702	0,7486	0,2927
(3.51)	3,0891	0,1218	0,2440	1,4758	0,8564	0,6242	1,6855	1,0863
(3.52)	3,0891	0,1102	0,2556	1,4327	0,8995	0,8503	1,4353	1,1105
(3.53)	3,0891	0,1750	0,1908	1,4638	0,8684	0,7071	1,7210	0,9678
(3.54)	3,0891	0,0725	0,2933	1,0163	1,3159	0,8072	1,6545	0,9342
(3.55)	3,0891	0,2386	0,1272	2,0051	0,3271	0,8882	1,4847	1,0231
(3.56)	1,5100	0,5634	0,1266	0,9582	0,1818	0,3259	0,8407	0,4933
(3.57)	1,5100	0,6618	0,0282	1,0791	0,0609	0,4538	0,7076	0,4986
(3.58)	1,5100	0,6246	0,0654	1,0648	0,0752	0,2654	0,9790	0,4156
(3.59)	1,5100	0,7936	-0,1036	1,0033	0,1367	0,1300	1,0687	0,4612
(3.60)	1,5100	0,5803	0,1097	1,1594	-0,0194	0,2264	1,1203	0,3133

Tabela 3.6: Continuação: Valores dos parâmetros dos modelos NARX,  $\mathcal{M}_{NARX}$ , obtidos pelo método MMCR.

Modelo	$c_{0,0}$	$c_{1,0}(1)$	$c_{1,0}(2)$	$c_{0,1}(1)$	$c_{0,1}(2)$	$c_{0,2}(1,1)$	$c_{0,2}(1,2)$	$c_{0,2}(2,2)$
(3.61)	1,4805	0,5495	0,1496	0,8962	0,1078	0,3831	0,6970	0,5314
(3.62)	1,4805	0,6905	0,0086	0,8175	0,1865	0,4283	0,8255	0,3579
(3.63)	1,4805	0,9315	-0,2324	1,0596	-0,0556	0,3802	0,9323	0,2991
(3.64)	1,4805	0,7269	-0,0278	0,4446	0,5594	0,1438	1,1008	0,3670
(3.65)	1,4805	0,3316	0,3675	0,9230	0,0810	0,0915	0,8459	0,6742
(3.66)	3,0891	-0,0179	0,3837	1,4440	0,8882	0,7636	1,3792	1,2532
(3.67)	3,0891	0,2167	0,1491	1,3577	0,9745	0,7834	1,5476	1,0651
(3.68)	3,0891	0,0308	0,3350	1,4612	0,8710	0,9360	1,7791	0,6809
(3.69)	3,0891	0,0092	0,3566	1,3297	1,0025	0,5121	1,7681	1,1158
(3.70)	3,0891	-0,2886	0,6544	1,1407	1,1915	0,3309	2,3822	0,6828
(3.71)	1,4512	0,5654	0,1311	0,9912	0,1444	0,3424	0,7690	0,5500
(3.72)	1,3458	0,5763	0,1347	0,9934	0,1383	0,3435	0,7726	0,5493
(3.73)	1,1481	0,6163	0,1259	0,9902	0,1018	0,3486	0,7910	0,5511
(3.74)	1,0110	0,6627	0,0994	0,9834	0,0611	0,3431	0,8256	0,5320
(3.75)	0,8132	0,7576	0,0397	0,9909	-0,0574	0,3777	0,8551	0,5398
(3.76)	0,3731	0,7968	0,0657	0,7388	-0,4096	0,6370	1,3707	0,8224

□

### 3.4.4 Análise dos Resultados

Analisando a Tabela 3.2, com relação ao *range* de geração das variáveis  $X_n$ , pode-se perceber que os maiores intervalos de geração de  $X_n$  apresentaram os maiores índices RMSEs. Neste caso, os modelos estimados,  $\mathcal{M}_{NARX}$ , que apresentaram os melhores desempenhos, ou seja, mostraram características dinâmicas semelhantes às do sistema original (3.1), foram os modelos estimados no menor *range* de  $X_n$ , de 0 a 1. Este resultado pode levar a conclusão de que possivelmente a maioria dos parâmetros do sistema testado estão dentro do intervalo de 0 a 1, o que reduz consideravelmente o espaço de busca dos parâmetros dos modelos  $\mathcal{M}_{NARX}$ . Esta conclusão pode ser confirmada por meio do modelo original do sistema simulado (3.1), no qual a maioria de seus parâmetros se encontram no intervalo de 0 a 1.

Uma alternativa que pode ser utilizada para garantir a busca dos parâmetros dos modelos NARX em um espaço reduzido é trabalhar com dados normalizados. Dessa

forma, os parâmetros estimados estarão, também, normalizados. Com isso, a busca aleatória por parâmetros que atendam às condições impostas no **Passo 3** do **Algoritmo I**, é feita em um espaço reduzido, e há grandes chances de se encontrar modelos que apresentem um comportamento semelhante ao do sistema original.

Avaliando ainda a Tabela 3.2, pode-se concluir que os modelos determinados para as estruturas NARX (3.13) e (3.14) não conseguiram acompanhar a dinâmica do sistema original, uma vez que os índices RMSEs encontrados foram valores elevados (maiores do que 0,75). Isso leva a crer que os agrupamentos  $\Omega_0$  e  $\Omega_u$  são agrupamentos efetivos ao sistema e suas ausências tornam os modelos subparametrizados. Então, os agrupamentos de termos efetivos são os descritos pela equação (3.12) ( $\Omega_0, \Omega_u, \Omega_u^2, e \Omega_y$ ). Contudo, para estes agrupamentos verifica-se que das diferentes aproximações ((3.7), (3.8) e (3.9)), testadas para a curva estática do sistema, a que se destacou foi a (3.7), que, naturalmente, é a característica original do sistema.

No caso da característica estática (3.9), observa-se que a piora do RMSE de identificação e validação dinâmica, foi devido a uma diferença considerável entre valores dos coeficientes dos agrupamentos de termos, estimados pelo algoritmo BFGS e os agrupamentos do sistema original (3.6). Embora o RMSE da aproximação da característica estática (3.9) tenha sido de praticamente 0, os desvios dos valores originais dos coeficientes dos agrupamentos podem levar o MMCR a uma região de busca pouco provável para se encontrar modelos NARX com comportamentos dinâmicos semelhantes aos do sistema original. Assim, é importante salientar que o conhecimento da característica estática original (pontos fixos) do sistema é crucial para a aplicação do método MMCR.

Pelas validações da Figuras 3.7 e 3.8 pode-se perceber que os modelos (3.17) e (3.22), obtidos para um *range* entre 0 e 1, apresentaram desempenhos muito próximos. Embora o modelo (3.27), obtido da função estática (3.9), tenha uma tendência a acompanhar o sinal de saída  $y(k)$ , gerado pelo sistema real, há visivelmente uma diferença considerável entre os ganhos (amplitude dos sinais). O que leva a constatar que apesar de (3.27) possuir todos os agrupamentos de termos efetivos, os valores dos coeficientes dos agrupamentos de termos, estimados pelo BFGS, tiveram uma divergência considerável em relação aos valores dos coeficientes dos agrupamentos originais do sistema,

prejudicando, assim, o desempenho dos modelos NARX estimados pelo MMCR. Este fato ocorreu para todos os modelos obtidos a partir de (3.9).

Seguindo com a análise dos resultados, a influência da variação dos parâmetros  $M$  e *range* sobre os resultados obtidos pelo MMCR, foi testada nos modelos (3.7), (3.8) e (3.9) da característica estática, pois estes modelos foram obtidos para os agrupamentos de termos efetivos. De acordo com a Tabela 3.3 pode-se perceber que embora o número de gerações aleatórias dos parâmetros ( $M$ ) dos modelos NARX tenham aumentado na proporção do *range* selecionado, ainda assim os menores índices RMSEs foram obtidos para os modelos NARX gerados no menor *range* (0 a 1), com  $N \times M$  igual à  $400 \times 400$  simulações. Salvo o modelo NARX (3.48), obtido à partir da estrutura estática (3.8), em que o RMSE de identificação foi de 0,0971, obtido para  $N \times M = 400 \times 800$  e um *range* de  $-1$  a  $1$ . Contudo, a diferença deste índice não foi significativa com relação ao índice RMSE de 0,1018 do modelo (3.47), obtido para  $N \times M = 400 \times 400$  e um *range* de 0 a 1.

Pode-se, ainda, comparar os resultados da Tabela 3.3 com os da Tabela 3.2 (obtidos unicamente para  $N \times M = 400 \times 400$ , mas variando o *range*). Da análise destas duas tabelas, observa-se que ao dobrar o parâmetro  $M$ , há uma diminuição do índice RMSE, que se torna mais significativa à medida que  $M$  aumenta. Por exemplo: o modelo (3.48), obtido para um *range* de  $-1$  a  $1$  e  $N \times M = 400 \times 800$ , forneceu um RMSE de identificação de 0,0971, como citado no parágrafo anterior. Enquanto o modelo (3.23), obtido para um mesmo *range* porém  $N \times M = 400 \times 400$ , forneceu RMSE de identificação de 0,1044. Ao se utilizar  $M = 1600$  (modelo (3.49)) e *range* de  $-2$  a  $2$ , encontrou-se RMSE de identificação de 0,1669, enquanto para  $M = 400$  (modelo (3.24)) com o mesmo *range*, obteve-se RMSE de 0,2285. A mesma análise pode ser feita para os RMSEs de validação.

Por conseguinte, conclui-se que, à medida que se aumenta  $M$ , há uma melhora nos desempenhos dinâmicos dos modelos NARX estimados, que fica mais evidente com o incremento de  $M$ . Contudo, deve se levar em consideração que este incremento, dependendo da máquina utilizada, gera um aumento substancial (horas a mais) no tempo de simulação do algoritmo MMCR.

Esta constatação evidencia que há maior influência da variável *range* sobre os resultados do MMCR do que da variável  $M$ . Pois, a escolha do *range* possui relação direta

com o tamanho do espaço de busca dos parâmetros dos modelos NARX pelo algoritmo MMCR. As Figuras de 3.7 a 3.14 demonstram visualmente (simulações livres) as relações observadas à respeito da influência das variáveis *range* e *M* sobre o MMCR.

Também foi testada a influência do *número de observações* do conjunto de dados dinâmicos sobre o MMCR. Foram feitos testes variando os tamanhos dos conjuntos de amostras de 1000 à 30, estes conjuntos foram aplicados aos modelos (3.7), (3.8) e (3.9), conforme apresentado na Tabela 3.4. Observa-se que os modelos NARX identificados à partir das curvas estáticas (3.7) e (3.8) conseguiram acompanhar de maneira geral a característica dinâmica do sistema, como pode ser observado nas Figuras 3.15, 3.16, 3.17 e 3.18. Vale salientar, que embora os modelos apresentados tenham sido identificados para *números de observações* diferentes, as simulações livres foram feitas para dois conjuntos de dados de 500 amostras, com intuito de verificar a capacidade dos modelos identificados, à partir de um pequeno conjunto de amostras, de descrever o comportamento dinâmico do sistema.

Assim, para se ter uma referência de desempenho do MMCR, foram estimados modelos utilizando a mesma estrutura NARX, (3.12), pelo método dos mínimos quadrados (MQ). O MQ foi aplicado em conjuntos variando de 1000 à 30 amostras. Os índices RMSEs obtidos das simulações livre, com os dados de identificação e validação, podem ser vistos na Tabela 3.7.

Analisando, então, os resultados das Tabelas 3.4 e 3.7, e levando em consideração os índices RMSEs das características estáticas obtidas,  $RMSE_e$ , e os índices RMSEs do conjunto original de 500 amostras de validação,  $RMSE_{V500}$ , dos modelos  $\mathcal{M}_{NARX}$ , constata-se que o MQ estimou com eficiência superior ao MMCR os modelos NARX (3.71) e (3.72), obtidos para um *conjunto de observações* de 1000 e 500 amostras, respectivamente. O que era de se esperar, uma vez que o MQ minimiza o erro de predição de um passo à frente. Contudo, o MQ obteve índices RMSEs estáticos piores quando se tratava da estimação de modelos NARX com um baixo *número de observações*. Os modelos (3.73), (3.74), (3.75) e (3.76) apresentaram índices  $RMSE_e$  bastante inferiores aos encontrados pelos modelos obtidos à partir do MMCR, como pode ser verificado pelos índices  $RMSE_e$  da Tabela 3.1. Ao se considerar um *número de amostras* igual à 30

Tabela 3.7: Resultados obtidos das simulações livres dos modelos NARX estimados pelo método MQ, variando-se o número de observações do conjunto de dados dinâmicos,  $N_{obs}$ .

E. NARX	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$	$M_{NARX}$	$N_{obs}$	$RMSE_e$	$RMSE_I$	$RMSE_V$	$RMSE_{I\ 500}$	$RMSE_{V\ 500}$
(3.7)	$[\Omega_0\ \Omega_u\ \Omega_u^2\ \Omega_y]$	(3.71)	1000	0,0358	0,0165	0,0191	0,0165	0,0191
		(3.72)	500	0,1228	0,0509	0,0537	0,0514	0,0514
		(3.73)	250	0,3462	0,1081	0,1857	0,1513	0,1513
		(3.74)	125	0,4908	0,1398	0,2828	0,1909	0,1908
		(3.75)	60	0,7820	0,1767	0,3714	0,4337	0,4337
		(3.76)	30	1,2252	0,0898	1,0158	1,0806	1,0794

E. NARX - Estrutura NARX.

$\Omega_{y^p u^{m-p}}$  - Agrupamentos de termos.

$M_{NARX}$  - Modelos NARX estimados.

$N_{obs}$  - Número de observações do conjunto de dados dinâmicos.

$RMSE_e$  - RMSE da característica estática obtida à partir de  $M_{NARX}$ .

$RMSE_I$  - RMSE dos dados de Identificação do  $N_{obs}$ .

$RMSE_V$  - RMSE dos dados de Validação do  $N_{obs}$ .  $RMSE_{I\ 500}$  - RMSE da simulação livre do conjunto original de 500 amostras de identificação.

$RMSE_{V\ 500}$  - RMSE da simulação livre do conjunto original de 500 amostras de validação.

observa-se que o MQ não capturou nenhum comportamento do sistema, uma vez que o RMSE estático,  $RMSE_e$ , e dinâmico de validação,  $RMSE_{V\ 500}$ , do modelo obtido (3.76), foi de 1,2252 e 1,0158, respectivamente. O que era de se esperar, pois com uma massa de dados muito restrita, dificilmente o MQ conseguirá explicar boa parte da dinâmica do sistema.

As Figuras 3.21 e 3.22 apresentam as validações por simulação livre dos modelos NARX de (3.71) a (3.76), identificados pelo MQ, e dos modelos estáticos obtidos à partir dos pontos fixos dos modelos NARX de (3.71) a (3.76), respectivamente. Os valores dos parâmetros dos modelos NARX de (3.71) a (3.76), são apresentados na Tabela 3.6.

Por sua vez o algoritmo MMCR possui a vantagem do conhecimento dos pontos fixos do sistema, com isso, mesmo trabalhando-se com um número de observações do conjunto conjunto de dados dinâmicos restrito, o MMCR poderá encontrar modelos dinamicamente válidos. Como é o caso do modelo (3.65), o  $RMSE_{V\ 500}$  obtido a partir de 30 amostras foi de 0,3086 (ver Tabela 3.4). Como pode ser observado pela Figura 3.18, o modelo (3.65) acompanha de maneira geral o comportamento dinâmico do sistema.

A finalidade de se fazer este tipo de discussão, não é incentivar o abandono dos métodos de mínimos quadrados para estimação de parâmetros dos modelos NARX, é colocar em pauta uma possível solução para casos, em que por exemplo, não é possível

se fazer longos ensaios sobre o processo. Nestes casos, em que se tem disponível um pequeno conjunto de amostras, além do conhecimento da característica estática do sistema, o MMCR pode ser uma possível solução, pois como foi provado pelos testes anteriores, é possível encontrar informações do comportamento dinâmico do sistema à partir de seus pontos fixos.

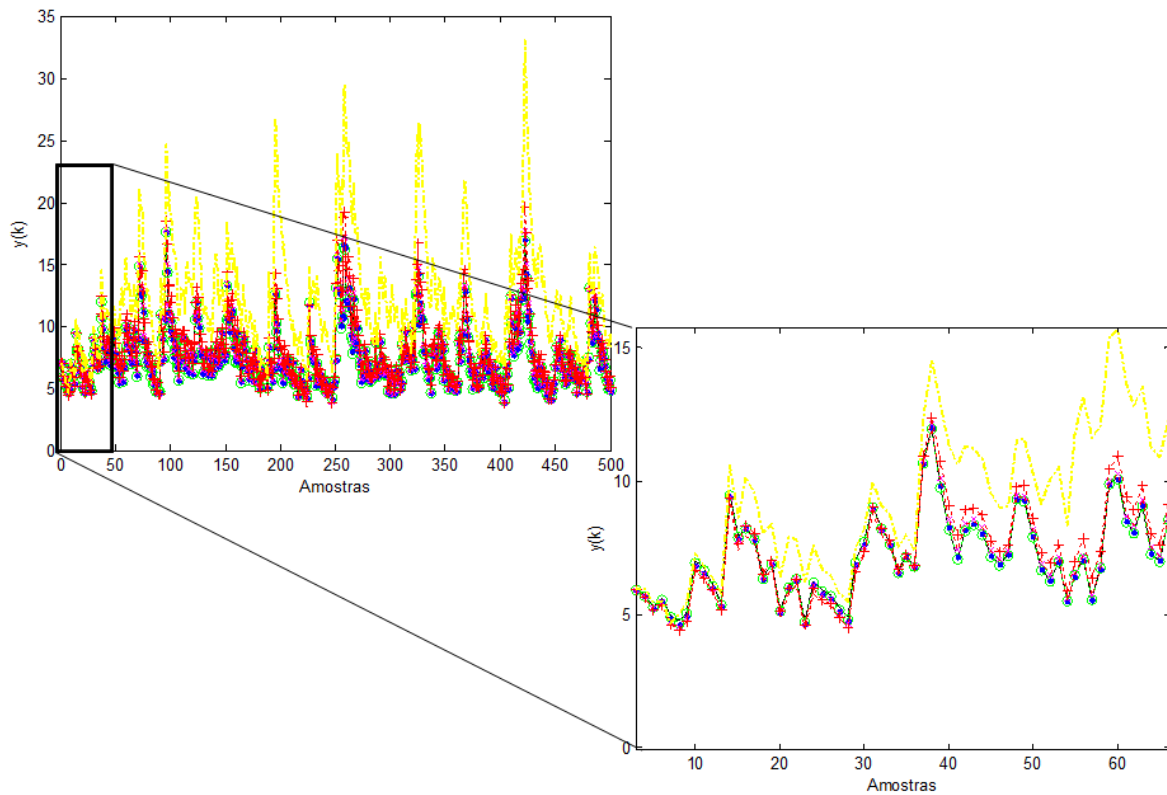


Figura 3.21: Simulação livre dos modelos (3.71), (3.72), (3.73), (3.74), (3.75), e (3.76), estimados pelo MQ, para variações no número de observações,  $N_{obs}$ , com os dados de validação. Em contínuo (—) tem-se os dados de validação, obtidos da simulação de (3.1). Em (— o —) os dados gerados por (3.71),  $N_{obs} = 1000$ . Em (●) os dados gerados pelo modelo (3.72),  $N_{obs} = 500$ . Em (×) os dados gerados pelo modelo (3.73),  $N_{obs} = 250$ . Em (— —) os dados gerados pelo modelo (3.74),  $N_{obs} = 125$ . Em (— + —) os dados gerados pelo modelo (3.75),  $N_{obs} = 60$ . E em (— .) os dados gerados pelo modelo (3.76),  $N_{obs} = 30$ .

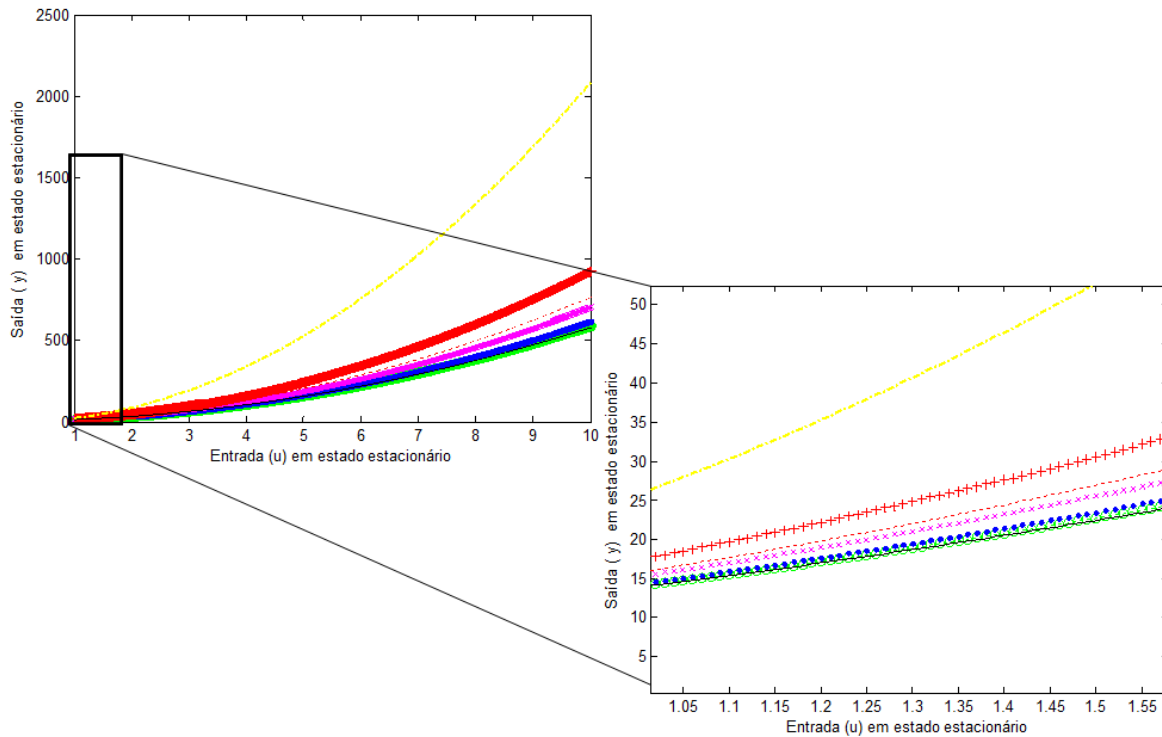


Figura 3.22: Simulação dos modelos estáticos obtidos à partir dos modelos NARX (3.71), (3.72), (3.73), (3.74), (3.75), e (3.76), para variações no número de observações,  $N_{obs}$ . Em contínuo (—) tem-se os dados simulados por (3.7). Em (—○—) os dados gerados pelos pontos fixos de (3.71),  $N_{obs} = 1000$ . Em (●) os dados gerados pelos pontos fixos de (3.72),  $N_{obs} = 500$ . Em (×) os dados gerados pelos pontos fixos de (3.73),  $N_{obs} = 250$ . Em (---) os dados gerados pelos pontos fixos de modelo (3.74),  $N_{obs} = 125$ . Em (-+-) os dados gerados pelos pontos fixos de (3.75),  $N_{obs} = 60$ . E em (-.) os dados gerados pelos pontos fixos de (3.76),  $N_{obs} = 30$ .

### 3.5 Considerações Finais

Ao longo deste capítulo foi apresentada a ferramenta utilizada no desenvolvimento deste trabalho, o algoritmo de *Modelagem via simulações de Monte de Carlo com Restrições* (MMCR). Com intuito de familiarizar o leitor com o MMCR, nas Seções 3.3 e 3.4 foram dados exemplos de implementação à cerca de cada passo do algoritmo.

Um estudo de caso simulado foi feito na Seção 3.4, com a finalidade de discutir a influência de algumas variáveis importantes na implementação do MMCR, foram elas:

- *range de geração aleatória das variáveis  $X_n$* ;

- *número de gerações aleatórias dos parâmetros, ( $M$ );*
- *número de observações (conjunto de amostras).*

Concluiu-se que o *range de geração aleatória das variáveis  $X_n$*  (parâmetros dos modelos NARX) caracteriza um ponto crucial para o MMCR, pois ele define o espaço de busca das variáveis  $X_n$ . Uma vez que se trabalhe com dados normalizados, o espaço de busca destas variáveis terá uma redução considerável, aumentando assim, as chances de se encontrar modelos NARX dinamicamente válidos.

Com relação ao *número de gerações aleatórias dos parâmetros dos modelos NARX, ( $M$ )*, percebe-se claramente que, por razões estatísticas, quanto maior for o número de simulações,  $N \times M$ , maiores serão as chances de se encontrar modelos NARX dinamicamente válidos. No entanto, deve se levar em conta se os esforços computacionais e os tempos de tomados nestas buscas compensarão os resultados alcançados. As simulações feitas para esta análise, mostraram que aumentando-se o valor de parâmetro  $M$ , houve uma ligeira melhora nos índices RMSEs encontrados, no entanto, o tempo tomado nas simulações aumentou consideravelmente. Para se ter uma ideia, as simulações feitas para  $N \times M = 400 \times 400$  levaram em torno de 10 à 15 minutos, enquanto que as simulações feita para  $N \times M = 400 \times 3200$  levaram cerca de 3 horas. Então a escolha do valor de  $M$ , dependerá, principalmente, da finalidade a que se destina o modelo e das condições disponíveis para obtenção do mesmo. Não foi a finalidade deste estudo verificar os tempos gastos pelas simulações do MMCR, uma vez que este algoritmo não foi desenvolvido para buscas rápidas. Para trabalhos futuros visa-se melhorar o desempenho do MMCR por meio da utilização de algoritmos evolucionários que tornem a busca por parâmetros mais rápida e eficiente.

Dos resultados obtidos para variações do *Número de observações*, conclui-se que o MMCR pode trabalhar com pequenas amostras de dados dinâmicos e ainda obter informações à respeito do comportamento dinâmico do sistema em questão. Como discutido anteriormente, esta aplicação pode ser útil nos casos em que é inviável a realização de longos ensaios sob a planta, assim, a utilização da característica estática do sistema, que pode ser fornecida pelo fabricante, é um caminho de partida para a

detecção de estrutura e estimação de parâmetros, de um modelo polinomial NARX, pelo MMCR.

Por fim, pode-se concluir que o MMCR cumpriu o principal propósito a que foi destinado, que é o de detectar estruturas para modelos polinomiais NARX. Dos resultados obtidos do estudo de caso simulado, observa-se que o MMCR distinguiu os agrupamentos de termos efetivos dos espúrios.

# Estudos de Casos

---

*“Se não podes entender, crê para que entendas. A fé precede, o intelecto segue.”*

Santo Agostinho

## 4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados alcançados da aplicação da metodologia MMCR sobre dois sistemas, são eles: um aquecedor elétrico de dissipação variável (Verly et al., 2011a) e um conversor CC-CC do tipo buck (Verly et al., 2011b). Os resultados obtidos pelo MMCR, para estes sistemas, são comparados com os resultados obtidos utilizando-se outras técnicas de detecção de estruturas e estimação de parâmetros dos modelos NARX polinomiais.

## 4.2 Aquecedor Elétrico de Dissipação Variável

### 4.2.1 Descrição do Sistema

O sistema em análise consiste de um pequeno aquecedor elétrico e um conjunto de ventiladores que podem estar ligados ou desligados. Este sistema já foi analisado por Cassini (1999); Barroso (2001) e Verly et al. (2011a).

A Figura 4.1 apresenta o diagrama em blocos funcionais do sistema de aquecimento. A entrada e saída do sistema de aquecimento são a tensão elétrica no divisor de tensão e a tensão de saída do circuito amplificador, respectivamente. O conjunto funcional

transformador-retificador-divisor de tensão, tem como função garantir a manutenção dos limites de tensão entre 0 e 5 volts na entrada da placa de aquisição de dados (PCL 711s). O varivolt torna possível a variação da sinal de entrada de 0 a 136 volts. Esse sinal é convertido pelo transformador para uma faixa de 0 a 18 volts, sendo então retificado. O nível da tensão retificada é então abaixado pelo divisor de tensão para poder ser mensurado pela placa de aquisição.

O varivolt provoca ainda variações de temperatura sobre o ferro de solda que são medidas por um termopar acoplado ao mesmo. Assim a tensão de saída medida pelo termopar é amplificada para uma faixa de 0 a 4 volts e pode assim, ser aquisitada pela placa. O sistema conta também com ventiladores, que têm a função de variar o ganho estático do sistema.

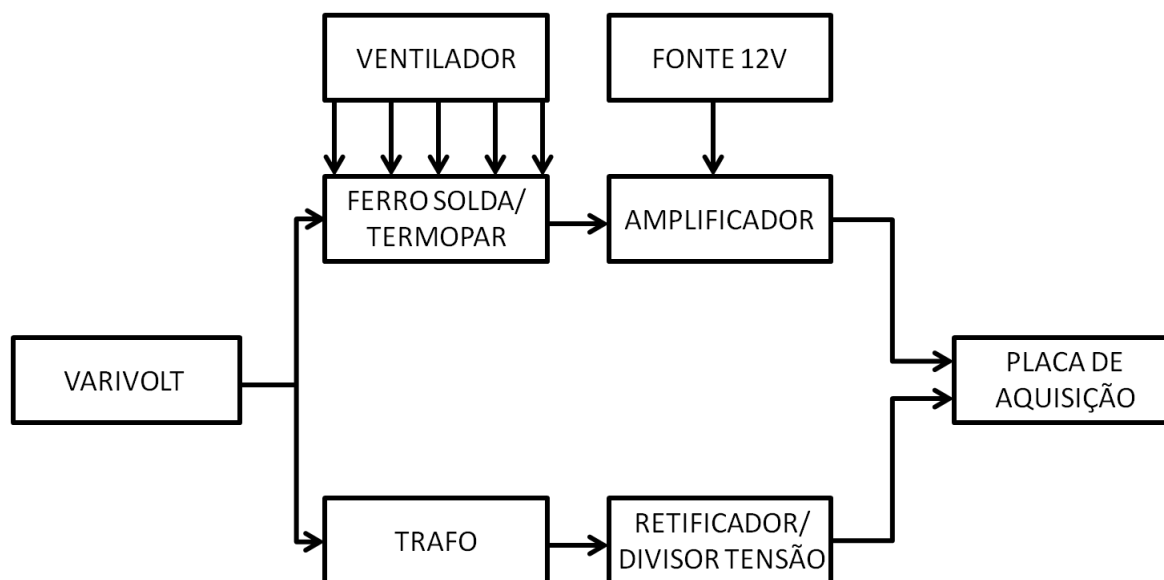


Figura 4.1: Diagrama em blocos funcionais do sistema de aquecimento. Retirado de Cassini (1999).

## 4.2.2 Dados de Identificação

Um sinal aleatório foi projetado e aplicado na entrada do aquecedor elétrico<sup>1</sup>. Os testes foram realizados a uma temperatura ambiente de 24° C com o ventilador ligado por período de 4 horas, os dados foram coletados a uma taxa de amostragem de 6 segundos. Seguindo os procedimentos descritos da Seção 2.2.1, encontrou-se um fator de decimação igual a 2. Portanto, os sinais trabalhados, de entrada e saída, foram dizimados por um fator de 2, passando a ter uma taxa de amostragem igual a 12 segundos. A massa de dados foi dividida em duas, sendo a segunda metade utilizada para a identificação do sistema (determinação da estrutura pelo MMCR) e a primeira metade utilizada para validação do mesmo. A massa de dados obtida do ensaio dinâmico pode ser vista na Figura 4.2. Tanto o sinal de entrada quanto o sinal de saída estão em p.u., sendo que 1 p.u. do sinal de entrada corresponde a 5 volts AC, visto pelo ferro de solda e 1 p.u. do sinal de saída a 998,5° C.

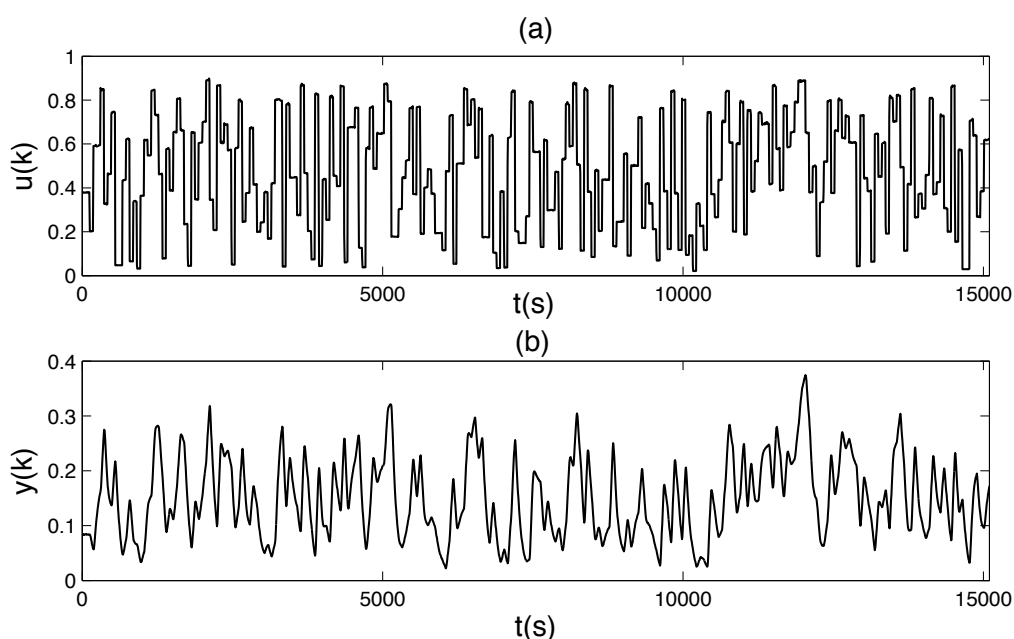


Figura 4.2: Dados obtidos do ensaio dinâmico do processo térmico, sendo: (a) sinal de entrada ( $u(k)$ ) em p.u e (b) sinal de saída ( $y(k)$ ) em p.u. Arquivo *din3@*.

<sup>1</sup>Os dados utilizados para a identificação foram coletados no Laboratório do grupo MACSIN (Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares) e se encontram disponíveis em <http://www.cpdee.ufmg.br/~aguirre/livro/livro.htm>.

### 4.2.3 Informação Auxiliar

Para o levantamento da característica estática do processo térmico foi realizado um ensaio com o ventilador ligado, que teve duração de 3 horas. O ensaio consistia basicamente em aplicar um patamar fixo na entrada do sistema, esperar o sistema estabilizar, medir e aquistar o valor na saída do mesmo. A curva obtida do conjunto dos dados que descrevem a característica estática do aquecedor elétrico pode ser vista na Figura 4.3.

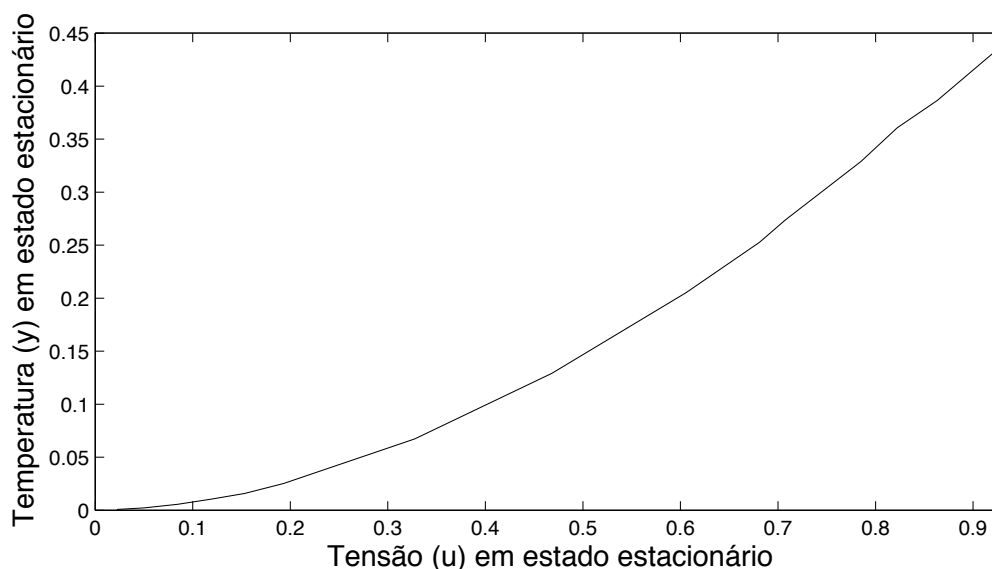


Figura 4.3: Característica estática obtida do processo térmico. Sendo que entrada e saída estão em p.u. Arquivo *estat3@*.

### 4.2.4 Resultados

Os objetivos da seção presente são basicamente dois: (i) Primeiramente, deseja-se identificar uma estrutura de modelo adequada que descreva da melhor maneira o comportamento em estado estacionário do sistema. (ii) Em segundo lugar, objetiva-se obter modelos polinomiais NARX que além de alcançar o primeiro alvo também descrevam a dinâmica do aquecedor. Isso poderá ser feito por meio da aplicação do método MMCR e da classificação dos agrupamentos de termos em espúrios ou efetivos. Seguindo esta linha de raciocínio, os parágrafos que serão descritos a seguir referem-se

a execução, detalhada, dos procedimentos descritos pelo **Algoritmo I**.

### Passo 1

Foram identificados modelos com graus de não-linearidades em  $u$  de 1, 2 e 3. Observou-se que os modelos, tanto estáticos quanto dinâmicos, com  $\ell = 1$  não representavam bem o comportamento do sistema de aquecimento. Sendo assim, os resultados obtidos para  $\ell = 1$  serão omitidos neste trabalho. Os modelos com grau de não-linearidade 2 representaram bem as características estáticas e dinâmicas do sistema e não apresentaram diferenças significativas em relação aos modelos de grau de não-linearidade 3 ( $\ell = 3$ ). Portanto, é mais vantajosa a utilização de modelos com não-linearidades quadráticas ( $\ell = 2$ ), pois estes possuem estruturas menores e são mais fáceis de serem trabalhados do que os modelos com grau de não-linearidade 3.

Também, em [Cassini \(1999\)](#) foram identificados modelos com  $\ell$  igual a 1, 2 e 3. Em seu trabalho [Cassini \(1999\)](#) concluiu que os modelos identificados com  $\ell = 1$  não foram capazes de representar os comportamentos dinâmico e estático do sistema de aquecimento. No caso dos modelos identificados para  $\ell = 2$  e apenas um estado estacionário na saída, notou-se que os pontos fixos destes modelos em função de  $\bar{u}$  acompanharam a tendência da curva estática do sistema original, em adição, a resposta dinâmica destes modelos também foram satisfatórias. Os modelos obtidos para  $\ell = 3$  que apresentam apenas um estado estacionário na saída acompanharam, também, a tendência da curva estática e o comportamento dinâmico do sistema. Esses resultados sugerem que o sistema de aquecimento pode ser bem representado por modelos que apresentem apenas um estado estacionário na saída.

Com isso, neste estudo de caso serão tratados modelos com não-linearidades quadráticas em  $u$  e apenas um estado estacionário na saída. Sendo assim, os agrupamentos  $\Omega_{y^p} \forall p \geq 2$  e os agrupamentos cruzados,  $\Omega_{y^p u^{m-p}} \forall p \geq 2$  e  $m \geq 5$  e  $m - p \geq 3$ , foram excluídos dos modelos testados.

Assim, de posse do ensaio estático do sistema de aquecimento (ver [Figura 4.3](#)), foram realizados ajustes de curva para as funções estáticas a serem testadas pelo MMCR. O algoritmo utilizado para realizar tal ajuste foi o BFGS. As estruturas dos modelos

estáticos selecionados bem como os resultados dos coeficientes dos agrupamentos de termos, obtidos do ajuste de curva, são mostrados na Tabela 4.1. As curvas estáticas obtidas pelo BFGS podem ser vistas na Figura 4.4.

Tabela 4.1: Modelos estáticos obtidos pelo BFGS.

$\mathcal{M}_E$	Função custo	Coefficientes dos Agrupamentos	$RMSE_e$
$\bar{y} = \frac{a_0 \bar{u}^2}{1-b_1-b_2 \bar{u}} \quad (4.1)$	$[\Sigma_{u^2} \Sigma_y \Sigma_{uy}]$	$[0,0784 \ 0,8888 \ -0,0459]$	0,0106
$\bar{y} = \frac{a_0 \bar{u} + a_1 \bar{u}^2}{1-b_1-b_2 \bar{u}} \quad (4.2)$	$[\Sigma_u \Sigma_{u^2} \Sigma_y \Sigma_{uy}]$	$[0,0112 \ 1,1460 \ -0,6832 \ -0,6326]$	0,0104
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1 \bar{u} + a_2 \bar{u}^2}{1-b_1-b_2 \bar{u}} \quad (4.3)$	$[\Sigma_0 \Sigma_u \Sigma_{u^2} \Sigma_y \Sigma_{uy}]$	$[0,0013 \ -0,0029 \ 1,2050 \ -0,6951 \ -0,7149]$	0,0107
$\bar{y} = \frac{a_0 \bar{u}^2}{1-b_1} \quad (4.4)$	$[\Sigma_{u^2} \Sigma_y]$	$[0,0513 \ 0,9029]$	0,0531
$\bar{y} = \frac{a_0 \bar{u} + a_1 \bar{u}^2}{1-b_1} \quad (4.5)$	$[\Sigma_u \Sigma_{u^2} \Sigma_y]$	$[0,1072 \ 0,7372 \ -0,6510]$	0,0234
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1 \bar{u} + a_2 \bar{u}^2}{1-b_1} \quad (4.6)$	$[\Sigma_0 \Sigma_u \Sigma_{u^2} \Sigma_y]$	$[-0,0085 \ 0,1478 \ 0,6925 \ -0,6365]$	0,0188
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1 \bar{u}^2}{1-b_1} \quad (4.7)$	$[\Sigma_0 \Sigma_{u^2} \Sigma_y]$	$[0,0066 \ 0,5157 \ 0,0032]$	0,0439
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1 \bar{u}^2}{1-b_1-b_2 \bar{u}} \quad (4.8)$	$[\Sigma_0 \Sigma_{u^2} \Sigma_y \Sigma_{uy}]$	$[0,0007 \ 0,6857 \ 0,0173 \ 0,3916]$	0,0103

$\mathcal{M}_E$  - Modelo Estático.  
 $RMSE_e$  - RMSE Estático.

## Passo 2

Para os modelos NARX foram definidos máximos atrasos de  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ . Assim como o estudo de caso simulado da Seção 3.4, também foram feitos testes para  $n_y = 3$  e  $n_u = 3$ , no entanto, como os resultados encontrados não variaram muito com relação ao máximo atraso de 2, optou-se por apresentar os resultados encontrados apenas para  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ . Sendo assim, as estruturas dos modelos NARX utilizadas, são fornecidas nas equações de (4.9) a (4.16).

Para os agrupamentos de termos definidos pela função estática (4.1), obteve-se:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{1,1}(1,1)u(k-1)y(k-1) \\
 & + c_{1,1}(2,1)u(k-2)y(k-1) + c_{1,1}(1,2)u(k-1)y(k-2) + c_{1,1}(2,2)u(k-2)y(k-2) \\
 & + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2. \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

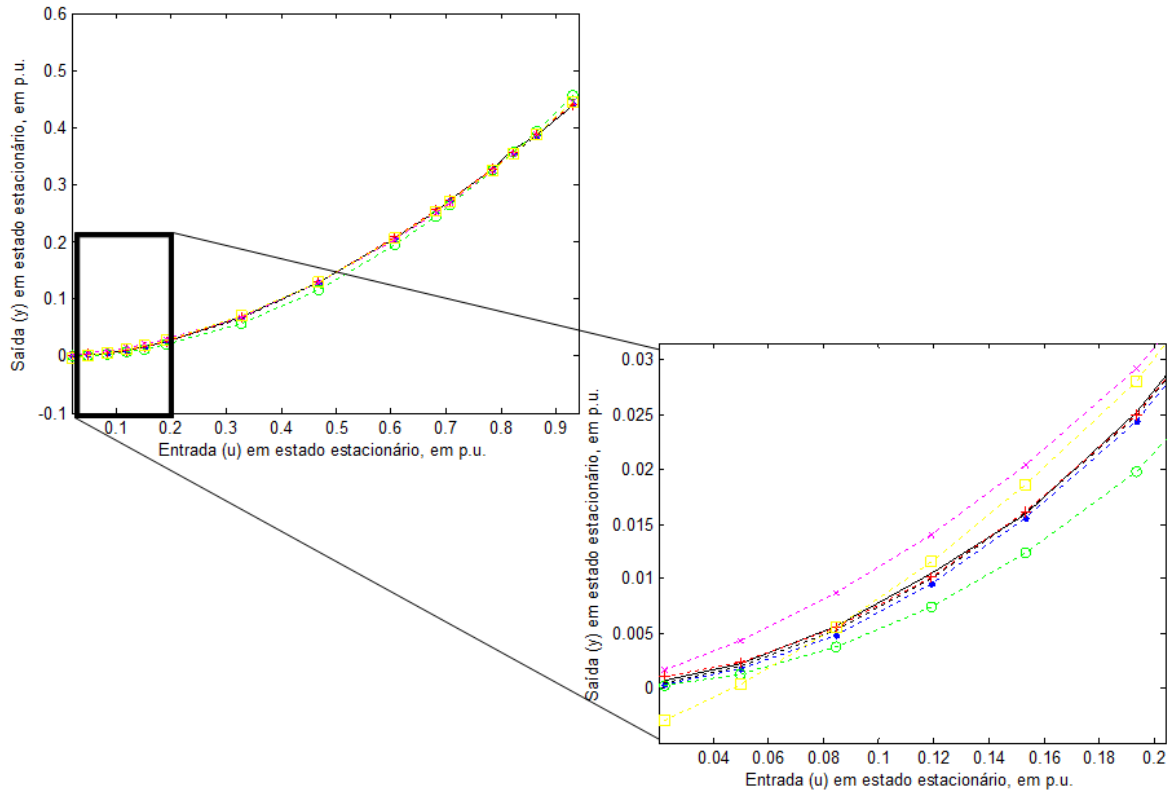


Figura 4.4: Simulação dos modelos estáticos obtidos pelo BFSG. Em contínuo (—) tem-se os dados reais do ensaio estático. Em (—●—) os dados gerados pelo modelo (4.1). Em (—+—) os dados gerados pelo modelo (4.2). Em (—×—) os dados gerados por (4.5) e em (—□—) os dados gerados por (4.6). Os modelos (4.7) e (4.8) foram omitidos pois apresentaram as características estáticas semelhantes as exibidas.

Para os agrupamentos de termos definidos pela função estática (4.2), obteve-se:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\
 & + c_{1,1}(1,1)u(k-1)y(k-1) + c_{1,1}(2,1)u(k-2)y(k-1) + c_{1,1}(1,2)u(k-1)y(k-2) \\
 & + c_{1,1}(2,2)u(k-2)y(k-2) + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) \\
 & + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2.
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Da função estática (4.3), obteve-se:

$$\begin{aligned}
 y(k) &= c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\
 &+ c_{1,1}(1,1)u(k-1)y(k-1) + c_{1,1}(2,1)u(k-2)y(k-1) + c_{1,1}(1,2)u(k-1)y(k-2) \\
 &+ c_{1,1}(2,2)u(k-2)y(k-2) + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) \\
 &+ c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2.
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

De acordo com a função estática (4.4), obteve-se:

$$\begin{aligned}
 y(k) &= c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 \\
 &+ c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2.
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

De acordo com a função (4.5), obteve-se:

$$\begin{aligned}
 y(k) &= c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\
 &+ c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2.
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

De acordo com (4.6), obteve-se:

$$\begin{aligned}
 y(k) &= c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\
 &+ c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2.
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

De (4.7), obteve-se:

$$\begin{aligned}
 y(k) &= c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 \\
 &+ c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2.
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

De (4.8), obteve-se:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{1,1}(1,1)u(k-1)y(k-1) \\
 & + c_{1,1}(2,1)u(k-2)y(k-1) + c_{1,1}(1,2)u(k-1)y(k-2) + c_{1,1}(2,2)u(k-2)y(k-2) \\
 & + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2.
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

### Passo 3 ao Passo 5

Utilizando os coeficientes dos agrupamentos de termos fornecidos pelas funções estáticas, encontradas no **Passo 1** (ver Tabela 4.1), e os coeficientes dos agrupamentos pertencentes aos modelos NARX como variáveis, equações de (4.9) a (4.16), foram montados os sistemas como exemplificado no **Passo 3** do **Algoritmo I**. Para resolver os sistemas subdeterminados via **Monte Carlo**, foram definidos  $N = 400$  e  $M = 400$ , como o *número de gerações aleatórias dos parâmetros* e o *número de gerações de Monte Carlo*, respectivamente. Também, foi definido como *Range* de geração das variáveis  $X_n$  o intervalo de 0 a 2.

### Passo 6 e Passo 7

Os modelos NARX estimados para as estruturas selecionadas (equações de (4.9) a (4.16)) podem ser vistos nas equações de (4.17) a (4.24).

Para a estrutura NARX (4.9):

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 0,2321y(k-1) + 0,6567y(k-2) + 0,8927u(k-1)y(k-1) - 1,0828u(k-2)y(k-1) \\
 & + 0,6034u(k-1)y(k-2) - 0,4592u(k-2)y(k-2) - 0,1929u(k-1)^2 \\
 & - 0,1281u(k-1)u(k-2) + 0,3994u(k-2)^2.
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Para a estrutura NARX (4.10):

$$\begin{aligned}
y(k) &= -0,2077y(k-1) - 0,4755y(k-2) - 0,2308u(k-1) + 0,2420u(k-2) \\
&+ 1,6738u(k-1)y(k-1) - 2,7574u(k-2)y(k-1) - 1,0736u(k-1)y(k-2) \\
&+ 1,5246u(k-2)y(k-2) + 0,9383u(k-1)^2 - 0,8172u(k-1)u(k-2) \\
&+ 1,0249u(k-2)^2.
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Para a estrutura NARX (4.11):

$$\begin{aligned}
y(k) &= 0,0013 - 0,5698y(k-1) - 0,1253y(k-2) - 0,2092u(k-1) + 0,2063u(k-2) \\
&- 1,4070u(k-1)y(k-1) + 0,8841u(k-2)y(k-1) + 1,1571u(k-1)y(k-2) \\
&- 1,3491u(k-2)y(k-2) + 0,6784u(k-1)^2 + 0,1119u(k-1)u(k-2) \\
&+ 0,4146u(k-2)^2.
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Para a estrutura NARX (4.12):

$$\begin{aligned}
y(k) &= 0,6935y(k-1) + 0,2094y(k-2) + 0,0194u(k-1)^2 \\
&- 0,0224u(k-1)u(k-2) + 0,0542u(k-2)^2.
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Para a estrutura NARX (4.13):

$$\begin{aligned}
y(k) &= -0,7485y(k-1) + 0,0975y(k-2) + 0,0318u(k-1) + 0,0754u(k-2) \\
&+ 0,3083u(k-1)^2 + 0,1029u(k-1)u(k-2) + 0,3161u(k-2)^2.
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Para a estrutura NARX (4.14):

$$\begin{aligned}
y(k) &= -0,0085 - 0,6832y(k-1) + 0,0467y(k-2) + 0,0170u(k-1) + 0,1308u(k-2) \\
&+ 0,2888u(k-1)^2 + 0,1704u(k-1)u(k-2) + 0,2333u(k-2)^2.
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Para a estrutura NARX (4.15):

$$y(k) = 0,0066 - 0,4291y(k-1) + 0,4323y(k-2) + 0,2148u(k-1)^2 + 0,0211u(k-1)u(k-2) + 0,2797u(k-2)^2. \quad (4.23)$$

Para a estrutura NARX (4.16):

$$y(k) = 0,0007 - 0,3815y(k-1) + 0,3988y(k-2) - 0,8916u(k-1)y(k-1) + 0,6362u(k-2)y(k-1) - 0,8193u(k-1)y(k-2) + 0,6832u(k-2)y(k-2) + 0,3706u(k-1)^2 + 0,5559u(k-1)u(k-2) - 0,2407u(k-2)^2. \quad (4.24)$$

## Passo 8

Os índices RMSEs obtidos das simulações livres dos modelos NARX, tanto com os dados de identificação quanto com os de validação, são fornecidos na Tabela 4.2.

As simulações livres com os dados de identificação e validação, referentes aos modelos NARX de (4.17) a (4.24), podem ser vistas nas Figuras de 4.5 a 4.10.

Tabela 4.2: Comparação de índices RMSEs dos modelos obtidos.

$\mathcal{M}_{NARX}$	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$	$RMSE_I$	$RMSE_V$
(4.17)	$[\Omega_{u^2} \Omega_y \Omega_{uy}]$	0,1882	0,2217
(4.18)	$[\Omega_u \Omega_{u^2} \Omega_y \Omega_{uy}]$	1,5765	1,6055
(4.19)	$[\Omega_0 \Omega_u \Omega_{u^2} \Omega_y \Omega_{uy}]$	1,5680	1,6050
(4.20)	$[\Omega_{u^2} \Omega_y]$	0,0958	0,0904
(4.21)	$[\Omega_u \Omega_{u^2} \Omega_y]$	1,4294	1,4665
(4.22)	$[\Omega_0 \Omega_u \Omega_{u^2} \Omega_y]$	1,4592	1,5015
(4.23)	$[\Omega_0 \Omega_{u^2} \Omega_y]$	1,2796	1,3106
(4.24)	$[\Omega_0 \Omega_{u^2} \Omega_y \Omega_{uy}]$	1,3745	1,4050

$\Omega_{y^p u^{m-p}}$  - Agrupamentos de termos.

$\mathcal{M}_{NARX}$  - Modelo NARX.

$RMSE_I$  - RMSE dos dados de Identificação.

$RMSE_V$  - RMSE dos dados de Validação.

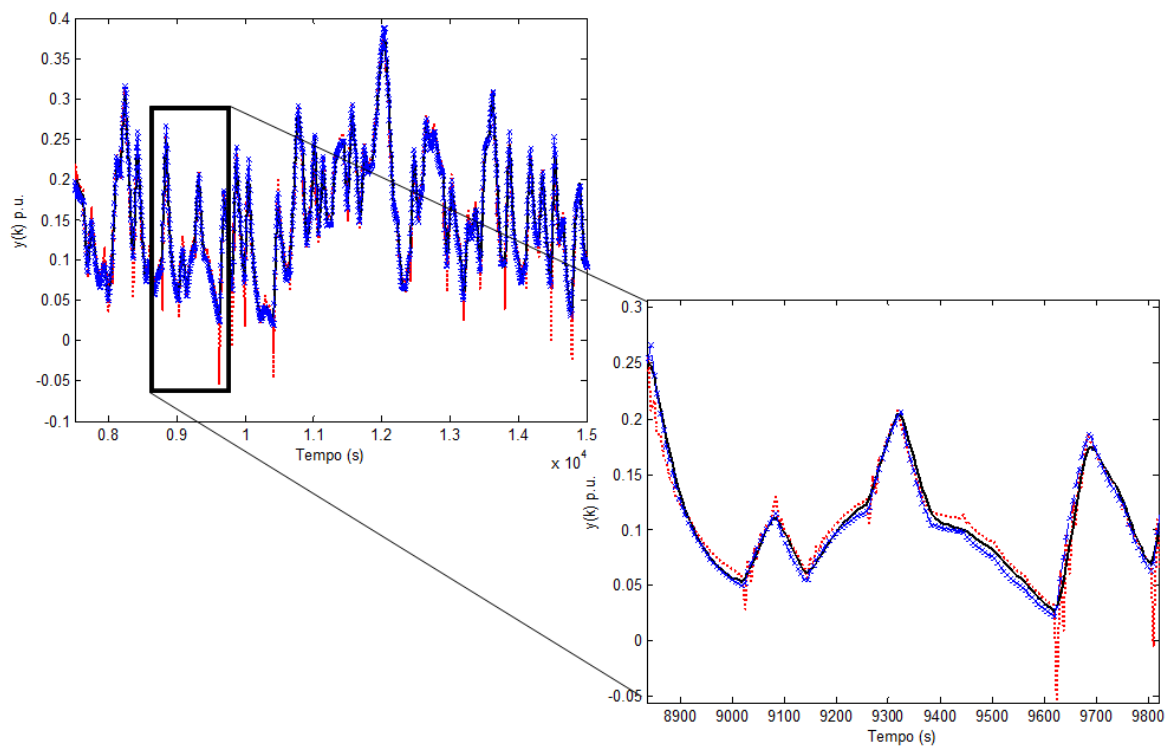


Figura 4.5: Simulação livre dos modelos NARX (4.17) e (4.20), com os dados de identificação. Em linha cheia (—) tem-se os dados reais de saída. Em pontilhado (···) os dados gerados pelo modelo (4.17) e em (— × —) os dados gerados pelo modelo (4.20).

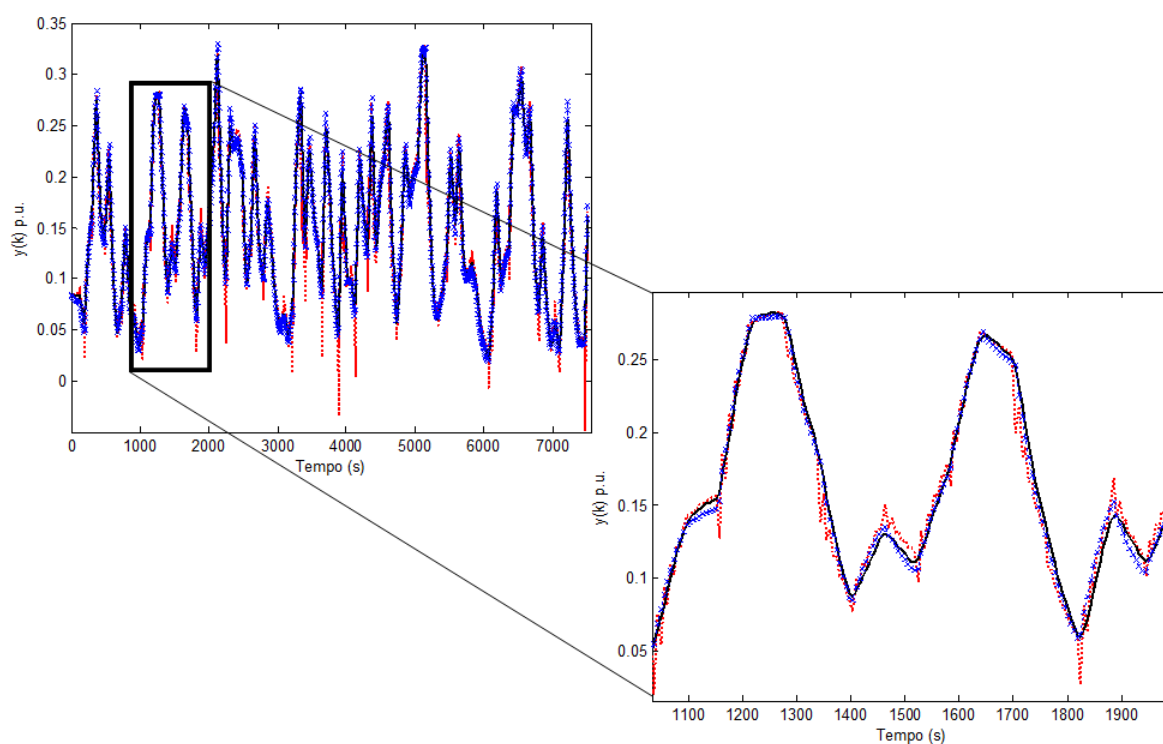


Figura 4.6: Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.17) e (4.20). Em linha cheia (—) tem-se os dados reais de saída. Em pontilhado ( $\cdots$ ) os dados gerados pelo modelo (4.17) e em ( $- \times -$ ) os dados gerados pelo modelo (4.20).

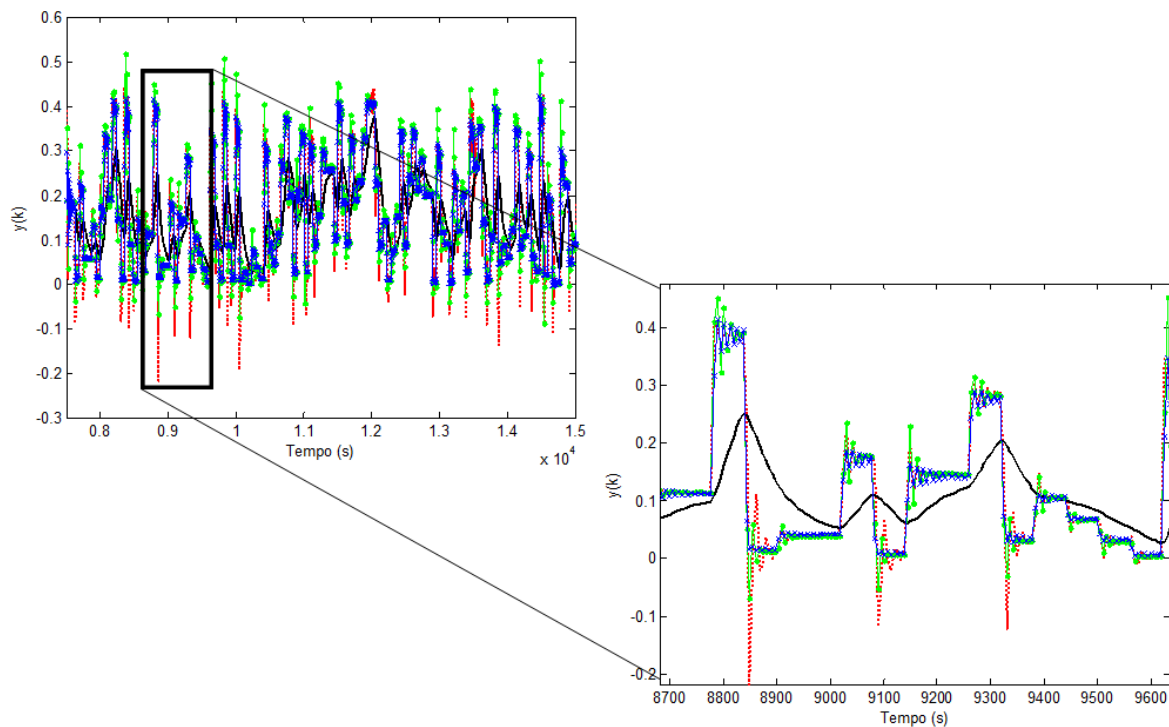


Figura 4.7: Simulação livre dos modelos dinâmicos (4.18), (4.19) e (4.21), com os dados de identificação. Em linha cheia (-) tem-se os dados reais de saída. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados por (4.18). Em ( $-\bullet$ ) os dados gerados por (4.19) e em ( $-\times$ ) os dados gerados pelo modelo (4.21).

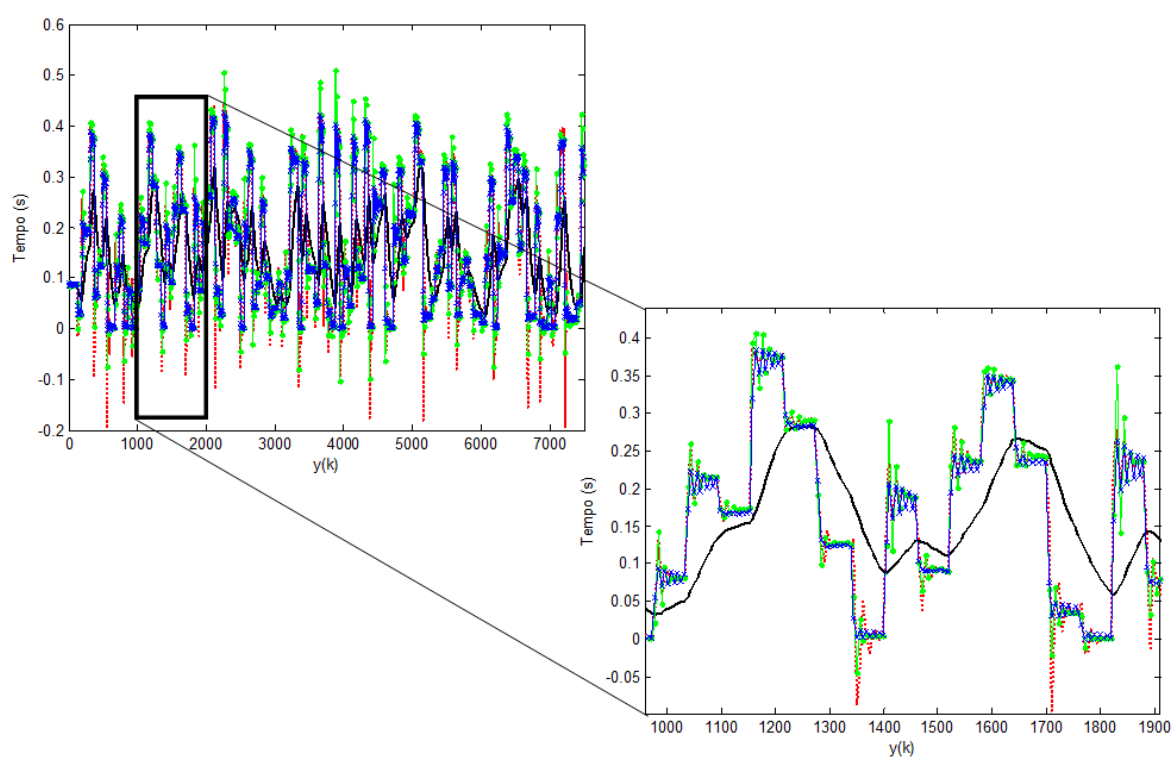


Figura 4.8: Validação por simulação livre dos modelos dinâmicos (4.18), (4.19) e (4.21). Em linha cheia (-) tem-se os dados reais de saída. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados por (4.18). Em ( $- \bullet$ ) os dados gerados por (4.19) e em ( $- \times -$ ) os dados gerados pelo modelo (4.21).

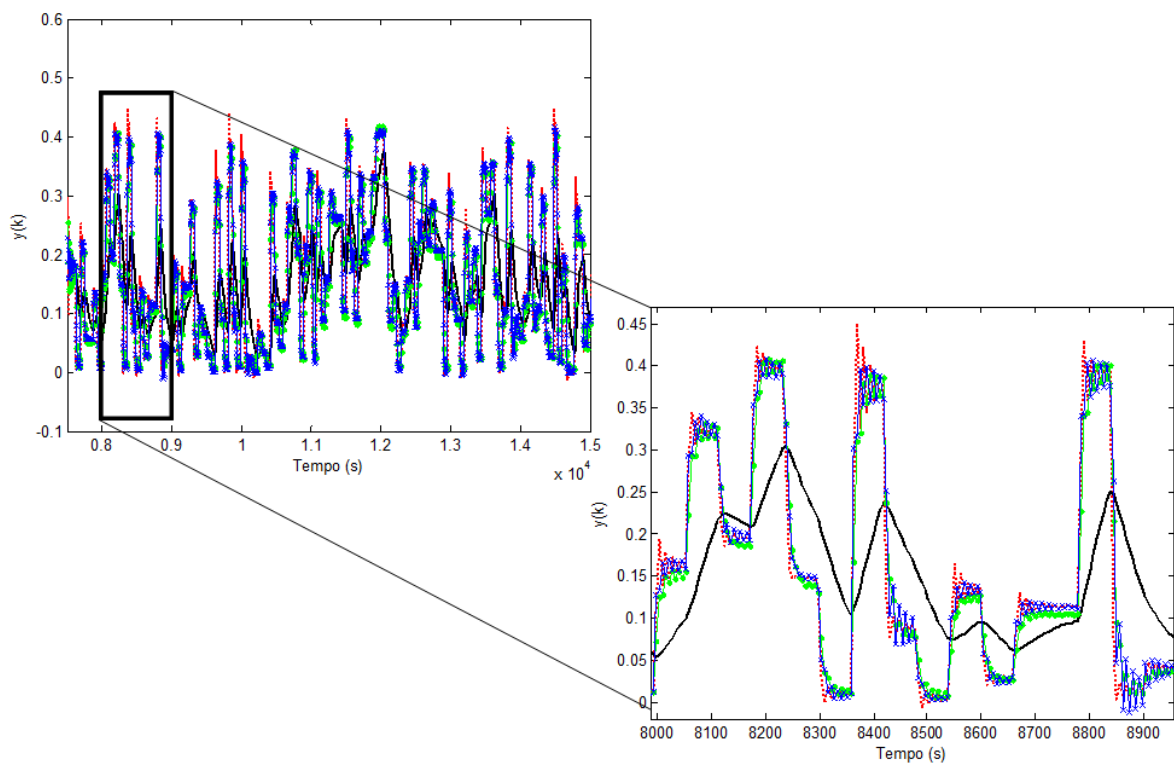


Figura 4.9: Simulação livre dos modelos dinâmicos (4.22), (4.23) e (4.24), com os dados de identificação. Em linha cheia (-) tem-se os dados reais de saída. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados por (4.22). Em ( $-\bullet$ ) os dados gerados por (4.23) e em ( $-\times-$ ) os dados gerados pelo modelo (4.24).

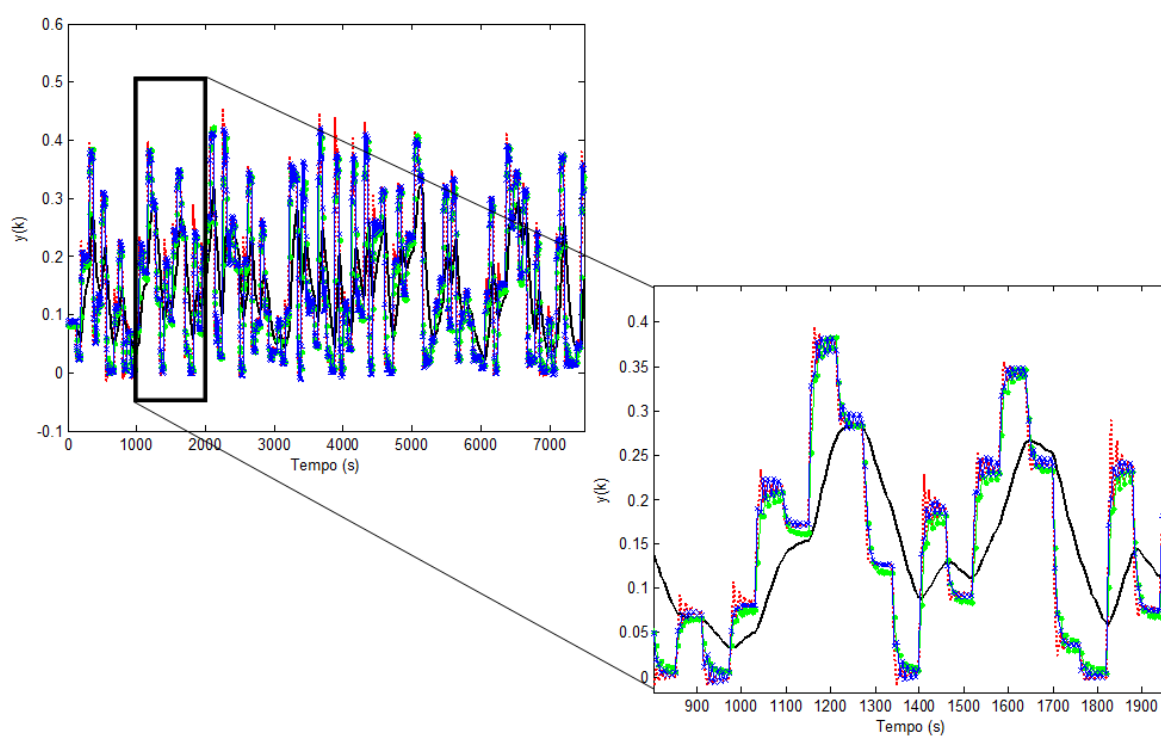


Figura 4.10: Validação por simulação livre dos modelos dinâmicos (4.22), (4.23) e (4.24). Em linha cheia, (-), tem-se os dados reais de saída. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados por (4.22). Em ( $- \bullet -$ ) os dados gerados por (4.23) e em ( $- \times -$ ) os dados gerados pelo modelo (4.24).

## 4.2.5 Análise das Estruturas Obtidas pelo MMCR

Analisando as Tabelas 4.1 e 4.2 bem como as Figuras de 4.5 a 4.10, pode-se concluir tanto visualmente quanto pelos valores dos índices RMSEs que os modelos NARX que melhor conseguiram descrever a dinâmica do sistema foram os modelos (4.17) e (4.20). Estes modelos apresentaram baixos índices RMSEs, tanto com os dados de identificação quanto com os dados de validação.

Com estes resultados, pode-se entender que os agrupamentos  $\Omega_0$  e  $\Omega_u$  são agrupamentos espúrios, pois ao incluí-los na composição dos modelos (4.18), (4.19), (4.21), (4.22), (4.23) e (4.24) os índices RMSEs pioraram de maneira significativa. As Figuras 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 ilustram bem esta piora. Como pode ser observado por meio destas figuras, esses modelos não conseguiram acompanhar a característica dinâmica do processo. Além do mais, de acordo com a Tabela 4.1 os coeficientes dos agrupamentos  $\Sigma_0$  e  $\Sigma_u$  são na maioria dos modelos valores de magnitude baixa, da ordem de  $10^{-3}$ , em relação aos demais coeficientes de agrupamentos, o que caracteriza, também, que esses são agrupamentos espúrios.

O fato do modelo (4.20), ter apresentado menor RMSE do que o modelo (4.17) (ver Tabela 4.2), é um indicativo de que uma estrutura mais simples, sem o agrupamento  $\Omega_{uy}$ , representa melhor a dinâmica do sistema. Em contrapartida, o índice RMSE que mede a aproximação estática do modelo (4.20) foi o maior valor encontrado (ver Tabela 4.1), embora o valor 0,0531 obtidos para esse modelo, ainda seja pequeno.

Sendo assim, como os modelos (4.20) e (4.17) se ajustaram bem a característica dinâmica do sistema de aquecimento, pode-se dizer que os agrupamentos  $\Omega_{u^2}$ ,  $\Omega_{uy}$  e  $\Omega_y$  são agrupamentos efetivos aos modelos que descrevem esse sistema. O fato desses modelos terem se ajustado bem aos dados estáticos do sistema confere à eles maior capacidade de extrapolação dos limites de operação dos modelos dinâmicos.

Feitas as análises, pode-se constatar que a classe de modelos escolhida foi suficiente para avaliar a influência dos agrupamentos de termos na explicação da dinâmica do sistema. Outros agrupamentos não foram incluídos nesta avaliação, pois não acrescentaram melhoras na performance dos modelos.

Além do mais, os resultados obtidos por Cassini (1999) e Barroso (2001), com relação

a análise da importância dos agrupamentos na composição dos modelos testados, foram muito próximos aos resultados encontrados pelo MMCR. O que é um indício de que o método MMCR foi eficaz na classificação dos agrupamentos de termos em espúrios ou efetivos, para o sistema dinâmico testado.

### 4.2.6 Comparação de Outros Métodos com o MMCR

Esta seção tem basicamente dois objetivos principais:

1. Estimar os parâmetros das melhores estruturas NARX selecionadas pelo MMCR, estruturas (4.9) e (4.12), utilizando o estimador Estendido de Mínimos Quadrados (EMQ),
2. e utilizar o *critério de informação de Akaike* (AIC) (Akaike, 1974) em conjunto com o *critério da taxa de redução de erro* (ERR) (Billings et al., 1989b) para detectar estruturas de modelos NARX, com intuito de comparar a eficácia desses modelos com o MMCR.

Sendo assim, para a estrutura NARX (4.9), selecionada pelo MMCR, o modelo NARMAX estimado pelo EMQ foi:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 1,2940y(k-1) - 0,3762y(k-2) + 0,1018u(k-1)y(k-1) - 0,1809u(k-2)y(k-1) \\
 & - 0,0456u(k-1)y(k-2) + 0,0981u(k-2)y(k-2) + 0,0407u(k-1)^2 \\
 & - 0,0056u(k-1)u(k-2) + 0,0177u(k-2)^2 + \sum_{i=1}^5 \widehat{\theta}_i \xi(k-i) + \sum_{j=1}^5 \widehat{\theta}_j \xi(k-j)^2 \\
 & + \xi(k).
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Para a estrutura NARX (4.12), selecionada pelo MMCR, o modelo NARMAX estimado pelo EMQ foi:

$$y(k) = 1,1440y(k-1) - 0,2479y(k-2) + 0,0409u(k-1)^2 + 0,0104u(k-1)u(k-2) + 0,0039u(k-2)^2 + \sum_{i=1}^5 \widehat{\theta}_i \xi(k-i) + \sum_{j=1}^5 \widehat{\theta}_j \xi(k-j)^2 + \xi(k). \quad (4.26)$$

Os termos de ruído foram utilizados, de forma a minimizar a polarização dos parâmetros dos modelos NARX, e não foram utilizados nos cálculos dos índices RMSEs e nas simulações livres.

A Figura 4.11 apresenta as validações por simulação livre dos modelos (4.25) e (4.26) e a Figura 4.12 as simulações das características estáticas estimadas pelos pontos fixos desses modelos. Também, na Tabela 4.3 são apresentados os índices RMSEs dos modelos (4.25) e (4.26), obtidos nas validações das características dinâmicas e estáticas.

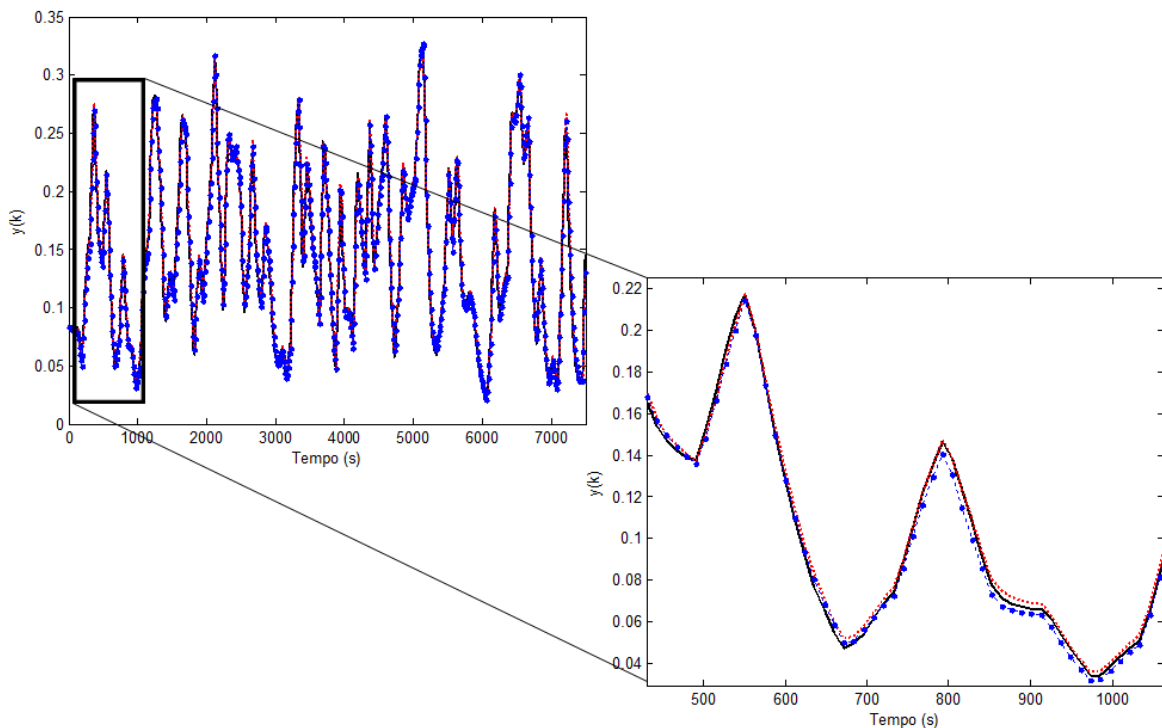


Figura 4.11: Validação por simulação livre dos modelos dinâmicos (4.25) e (4.26). Em linha cheia, (-), tem-se os dados reais de saída. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados por (4.25) e em ( $- \bullet$ ) os dados gerados por (4.26).

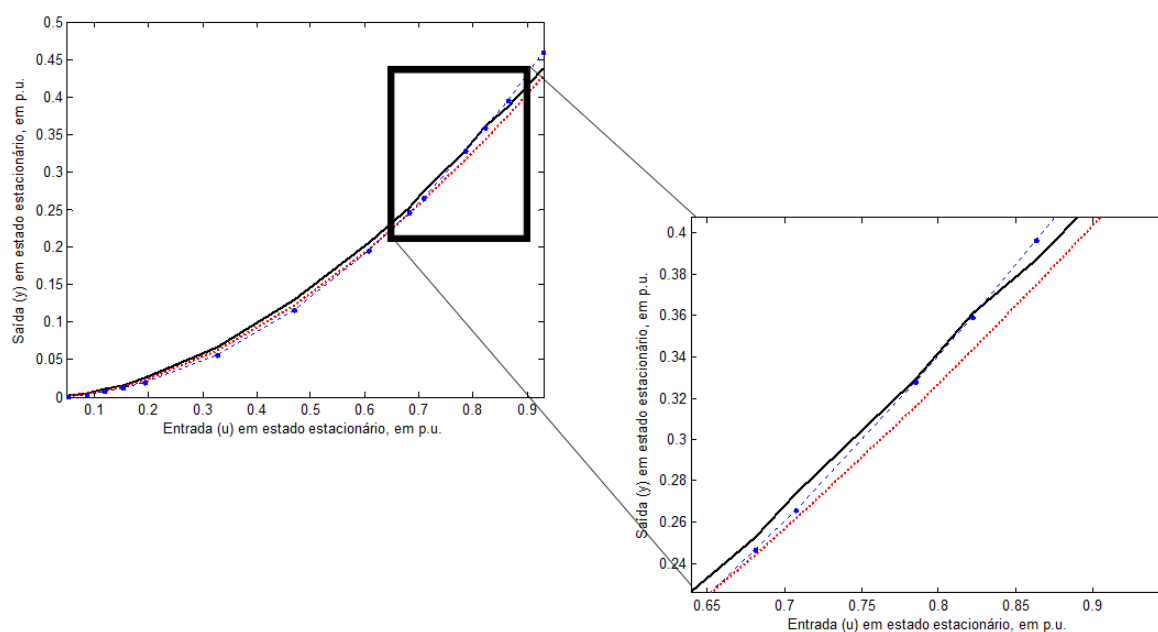


Figura 4.12: Simulação dos modelos estáticos obtidos analiticamente pelos pontos fixos de (4.25) e (4.26). Em linha cheia, (-), tem-se os dados reais do ensaio estático do aquecedor. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados pelos pontos fixos de (4.25) e em ( $- \bullet$ ) os dados gerados pelos pontos fixos de (4.26).

Com base nas Figuras 4.11 e 4.12 e na Tabela 4.3 pode-se concluir que os modelos (4.25) e (4.26), estimados pelo EMQ, foram eficazes na recuperação das características dinâmicas e estáticas do sistema de aquecimento. Vale salientar que essa recuperação foi possível graças a correta detecção de estrutura dos modelos NARX, pelo algoritmo MMCR. O EMQ forneceu índices RMSEs de validações dinâmicas melhores do que os encontrados pelo MMCR, isto era de se esperar, uma vez que o EMQ é um algoritmo de predição baseado na minimização do somatório dos quadrados dos resíduos.

A fim de verificar se os resíduos de identificação dos modelos (4.25) e (4.26), estimados pelo EMQ, são *brancos*, foram feitas análises estatísticas por meio dos cálculos das funções de correlações lineares e não-lineares. Essas análises são apresentadas nas Figuras 4.13 e 4.14, para os modelos (4.25) e (4.26), respectivamente. Observando essas figuras pode-se constatar que os resultados das análises estatísticas dos modelos (4.25) e (4.26) foram muito próximos. Sendo assim, observando as letras (c), (d), (e) e (f), Figuras 4.13 e 4.14, percebe-se que há correlações lineares e não-lineares da entrada ( $u$ )

com os resíduos ( $\xi$ ), até o atraso 5. No entanto, a hipótese de que os resíduos não sejam *brancos* não necessariamente implica que os modelos identificados não sejam eficazes dinamicamente. Com isso, estes pequenos problemas detectados pelas funções de correlações serão desconsiderados, uma vez que o objetivo maior deste estudo é verificar se os modelos identificados são capazes de representar as características dinâmicas e estáticas do sistema original.

Os próximos parágrafos dizem respeito a aplicação de outros métodos de detecção de estruturas de modelos NARX para o aquecedor elétrico.

Os passos utilizados para a comparação dos métodos AIC e ERR com o MMCR podem ser vistos a seguir:

1. Primeiramente, foram gerados modelos com os termos candidatos, ou seja, foi necessário definir os possíveis regressores de processo (entrada e saída) e de ruído candidatos a serem inclusos na estrutura selecionada. Com o intuito de se realizar uma comparação direta das estruturas detectadas pelo AIC e ERR com o MMCR, foram definidos para os modelos NARX  $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ . Sendo assim, foram gerados três tipos de conjuntos de agrupamentos candidatos:

- Estruturas NARX obtidas após ter sido eliminado o agrupamento  $\Omega_{y^2}$  do conjunto de todos os agrupamentos candidatos ( $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ );
- Estruturas NARX obtidas após ter sido eliminado os agrupamentos  $\Omega_u$ ,  $\Omega_0$  e  $\Omega_{y^2}$  do conjunto de todos os agrupamentos candidatos ( $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ ), e
- Estruturas NARX obtidas após ter sido eliminado os agrupamento  $\Omega_u$ ,  $\Omega_0$ ,  $\Omega_{uy}$  e  $\Omega_{y^2}$  do conjunto de todos os agrupamentos candidatos ( $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ ).

Ao passo que o agrupamento  $\Omega_{y^2}$  foi excluído dos candidatos com o objetivo de facilitar a recuperação da característica estática.

2. Por conseguinte, de posse das estruturas dos modelos NARX com os termos candidatos, utilizou-se o critério AIC em conjunto com o critério ERR para definir o

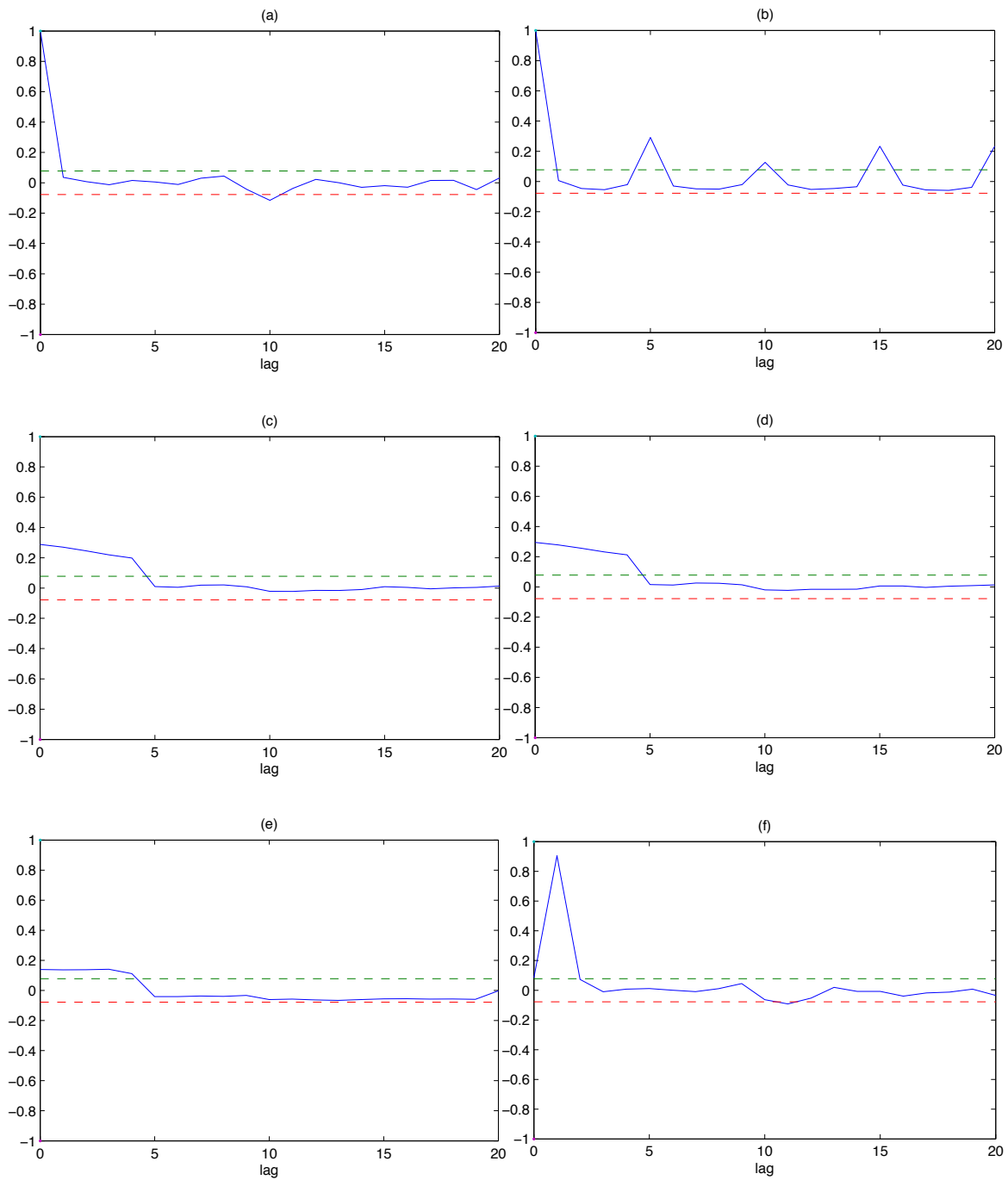


Figura 4.13: Validação estatística do modelo (4.25), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^2\xi^2}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^2\xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^2\xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

número de regressores e quais regressores seriam mais adequados para descrever a dinâmica do sistema em questão. O AIC verifica o número de termos adequa-

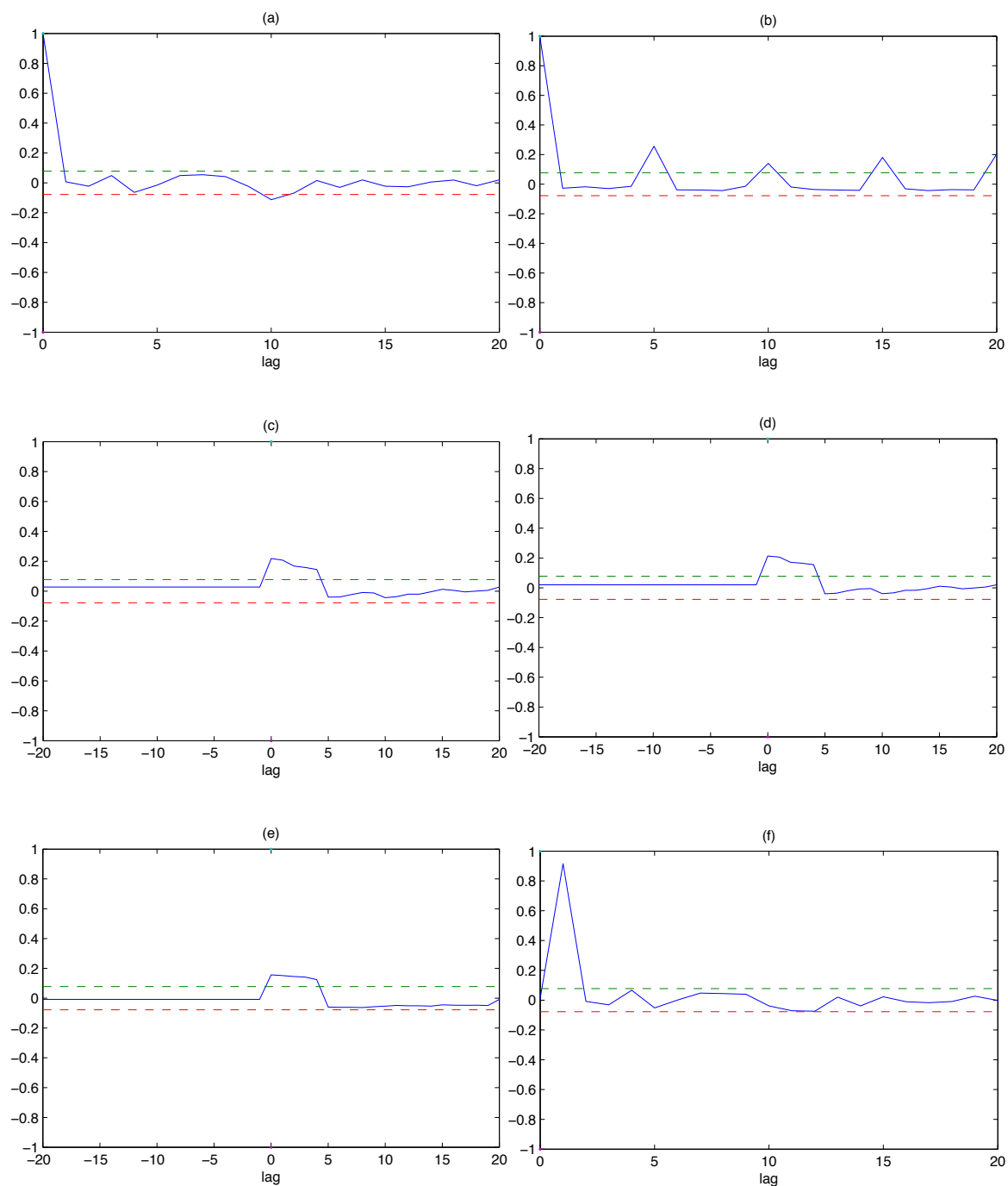


Figura 4.14: Validação estatística do modelo (4.26), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^2\xi^2}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^2\xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^2\xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

dos que melhor explicam o sistema. Já o ERR permite quantificar a importância de cada regressor individualmente. Desta maneira, foram inclusos o número de

regressores selecionados pelo AIC de maior ERR dentre o conjunto de termos candidatos. É importante mencionar que o ERR foi aplicado simultaneamente com a etapa de estimação dos parâmetros.

Sendo assim, o AIC sugeriu 9 termos para o conjunto de todos os agrupamentos candidatos eliminando o agrupamento  $\Omega_{y^2}$ , 8 termos dentre o conjunto de todos os agrupamentos candidatos eliminando os agrupamentos  $\Omega_u$ ,  $\Omega_0$  e  $\Omega_{y^2}$  e 4 termos para as estruturas NARX obtidas após terem sido eliminados os agrupamentos  $\Omega_u$ ,  $\Omega_0$ ,  $\Omega_{uy}$  e  $\Omega_{y^2}$  do conjunto de todos os agrupamentos candidatos.

3. Por fim, escolhidos, então, os atrasos máximos ( $n_y = 2$ ,  $n_u = 2$ ), grau de não-linearidade ( $\ell = 2$ ) e o número de termos de processo para compor o modelo, o algoritmo ERR selecionou automaticamente os termos que melhor explicavam a variância da saída durante o processo de identificação. Na etapa de estimação de parâmetros o algoritmo selecionado, como mencionado anteriormente, foi o EMQ, com intuito descorrelacionar os resíduos com os regressores dos modelos, e assim evitar problemas de polarização nos parâmetros. Dessa forma, o número de iterações de ruído, para estimação dos parâmetros dos modelos NARMAX, ficou definido como 5. Os modelos identificados para a estruturas selecionadas são fornecidos nas equações (4.27), (4.28) e (4.29).

O modelo NARMAX com  $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$ ,  $n_u = 2$  e  $n_e = 5$  obtido após ter sido eliminado o agrupamento  $\Omega_{y^2}$  do conjunto de termos candidatos é descrito por:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 0,0005 + 1,2295y(k-1) - 0,3248y(k-2) + 0,0007u(k-1) \\
 & - 0,0571u(k-2)y(k-1) + 0,0404u(k-1)y(k-2) + 0,0381u(k-1)^2 \\
 & + 0,0015u(k-1)u(k-2) + 0,0139u(k-2)^2 \\
 & + \sum_{i=1}^5 \widehat{\theta}_i \xi(k-i) + \sum_{j=1}^5 \widehat{\theta}_j \xi(k-j)^2 + \xi(k).
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

Da mesma forma, o modelo NARMAX com  $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$ ,  $n_u = 2$  e  $n_e = 5$  obtido

com  $\Omega_u$ ,  $\Omega_0$  e  $\Omega_{y^2}$  excluídos dos agrupamentos candidatos, é:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 1,2973y(k-1) - 0,3793y(k-2) + 0,0385u(k-1)y(k-2) \\
 & + 0,0198u(k-2)y(k-2) - 0,0858u(k-2)y(k-1) + 0,0408u(k-1)^2 \\
 & + 0,0118u(k-2)^2 + 0,0003u(k-1)u(k-2) \\
 & + \sum_{i=1}^5 \widehat{\theta}_i \xi(k-i) + \sum_{j=1}^5 \widehat{\theta}_i \xi(k-j)^2 + \xi(k). \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

Por fim, o modelos NARMAX com  $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$ ,  $n_u = 2$  e  $n_e = 5$  obtido com  $\Omega_u$ ,  $\Omega_0$ ,  $\Omega_{uy}$  e  $\Omega_{y^2}$  excluídos dos agrupamentos candidatos, é:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 1,1837y(k-1) - 0,2825y(k-2) + 0,0119u(k-2)u(k-1) \\
 & + 0,0407u(k-1)^2 + \sum_{i=1}^5 \widehat{\theta}_i \xi(k-i) + \sum_{j=1}^5 \widehat{\theta}_i \xi(k-j)^2 + \xi(k). \quad (4.29)
 \end{aligned}$$

4. Depois que os parâmetros dos modelos foram estimados, foi verificado se os modelos identificados descreviam adequadamente os dados do sistema. Para isso, utilizaram-se de testes de validações dinâmicas por simulações livres, validações quantitativas dos desempenhos dos modelos utilizando o índice RMSE e testes de validações estatísticas que se utilizam de funções de correlação. As validações dinâmicas por simulação livre, bem como as simulações das características estáticas obtidas dos pontos fixos dos modelos NARX estimados, podem ser vista nas Figuras 4.15 e 4.16, respectivamente. Também, as validações estatísticas, com os gráficos das funções de correlação lineares e não-lineares, podem ser vistas nas Figuras 4.17, 4.18 e 4.19. A Tabela 4.3 apresenta as comparações entre o número de termos ( $n_p$ ) selecionados, o número de termos candidatos ( $n_{cand}$ ), os agrupamentos candidatos, os agrupamentos selecionados e dos índices RMSEs para os modelos (4.27), (4.28) e (4.29), além dos modelos (4.25) e (4.26), obtidos pelo MMCR em conjunto com o EMQ.

Observando a Tabela 4.3 constata-se que dentre o conjunto de todos os agrupamentos candidatos ( $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ ), a exceção do agrupamento  $\Omega_{y^2}$ , o critério

AIC-ERR (modelo (4.27)) selecionou 9 termos pertencentes ao conjunto de todos os agrupamentos candidatos, mesmo estando entre eles os agrupamentos  $\Omega_0$  e  $\Omega_u$ , considerados agrupamentos espúrios pelo MMCR. Contudo, os índices RMSEs, dinâmico e estático, obtidos pelo modelo (4.27) foram muito próximos aos obtidos pelos modelos (4.25) e (4.26), cuja estruturas foram determinadas pelo MMCR. Esses resultados sugerem que embora os critérios AIC-ERR tenham identificado estruturas dinamicamente e estaticamente válidas, estes critérios não distinguiram os agrupamentos espúrios dos efetivos.

Vale salientar que, comparando todos os índices RMSEs, tanto dinâmicos quanto estáticos, das estruturas identificadas pelo AIC-ERR (modelos (4.27), (4.28) e (4.29)) com as estruturas obtidas pelo MMCR (modelos (4.25) e (4.26)), percebe-se que houve variações, de índice para índice, de pouco mais de 1 %.

As análises estatísticas obtidas para os modelos (4.27), (4.28) e (4.29) apresentaram resultados muito próximos das análises estatísticas dos modelos (4.25) e (4.26). Indicando que há, também, auto-correlações não-lineares dos resíduos ( $r_{\xi^2, \xi^2}$ ) e correlações lineares e não-lineares entre os resíduos e a entrada, gráficos (c), (d), (e) e (f) das Figuras 4.17, 4.18 e 4.19.

Tabela 4.3: Tabela comparativa entre os modelos (4.25), (4.26), (4.27), (4.28) e (4.29), em relação ao número de termos de processo ( $n_p$ ), número de termos candidatos ( $n_{cand}$ ), os agrupamentos candidatos aos modelos, os agrupamentos selecionados pela técnica de detecção de estrutura e índices RMSEs das validações dinâmicas e estáticas. Todos os modelos foram obtidos para  $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ .

$\mathcal{M}_{NARX}$	$n_p$	$n_{cand}$	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$ candidatos	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$ selecionados	$RMSE_V$	$RMSE_e$
(4.25)	9	12*	$[\Omega_0 \ \Omega_{u^2} \ \Omega_u \ \Omega_y \ \Omega_{uy}]$	$[\Omega_{u^2} \ \Omega_y \ \Omega_{uy}]$	0,0734	0,0552
(4.26)	5	12*	$[\Omega_0 \ \Omega_{u^2} \ \Omega_u \ \Omega_y \ \Omega_{uy}]$	$[\Omega_{u^2} \ \Omega_y]$	0,0905	0,0538
(4.27)	9	12	$[\Omega_0 \ \Omega_{u^2} \ \Omega_u \ \Omega_y \ \Omega_{uy}]$	$[\Omega_0 \ \Omega_{u^2} \ \Omega_u \ \Omega_y \ \Omega_{uy}]$	0,0715	0,0633
(4.28)	8	9	$[\Omega_{u^2} \ \Omega_y \ \Omega_{uy}]$	$[\Omega_{u^2} \ \Omega_y \ \Omega_{uy}]$	0,0745	0,0567
(4.29)	4	5	$[\Omega_{u^2} \ \Omega_y]$	$[\Omega_{u^2} \ \Omega_y]$	0,0904	0,0542

$\mathcal{M}_{NARX}$  - Modelo NARX.

$n_p$  - Número de termos de processo selecionados pelo método de detecção de estrutura em questão.

$n_{cand}$  - Número de termos candidatos.

$RMSE_V$  - RMSE dos dados de Validação do modelo  $\mathcal{M}_{NARX}$ .

$RMSE_e$  - RMSE da característica estática obtida à partir de  $\mathcal{M}_{NARX}$ .

\* - Conjunto de termos de todos os agrupamentos candidatos a serem testados pelo MMCR.

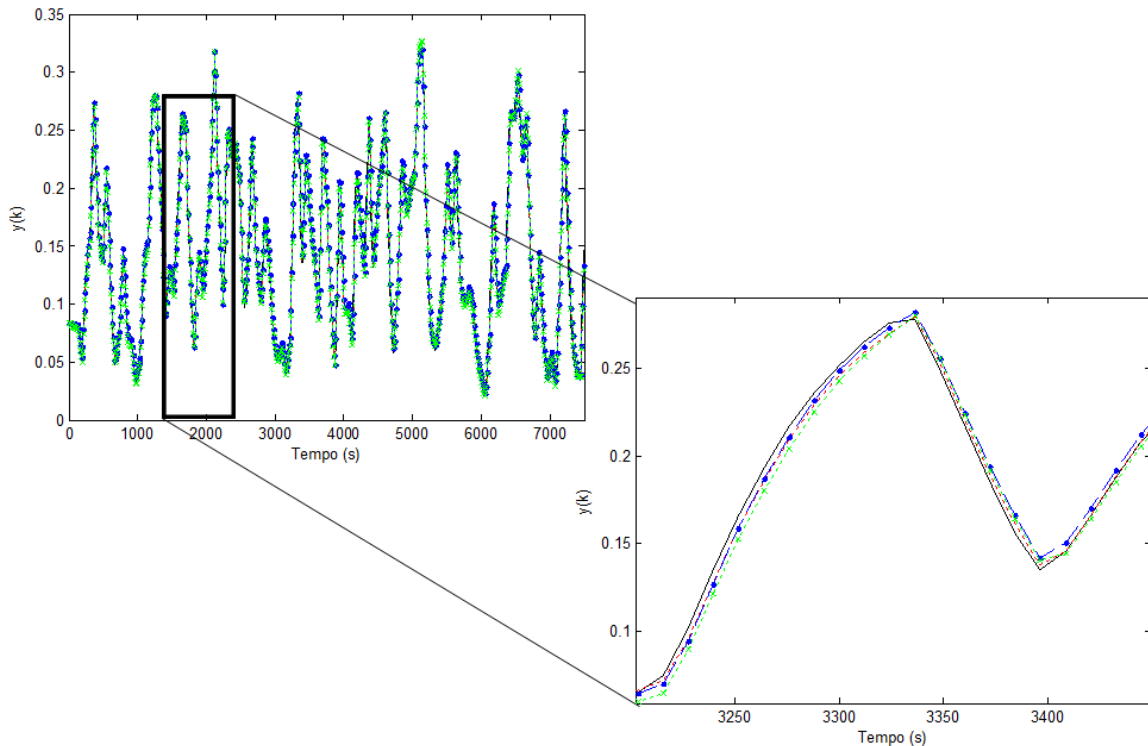


Figura 4.15: Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.27), (4.28) e (4.29). Em linha cheia, (-), tem-se os dados reais de saída. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados por (4.27). Em ( $-\bullet-$ ) os dados gerados por (4.28) e em ( $-\times-$ ) os dados gerados pelo modelo (4.29).

### 4.3 Conversor CC-CC Buck

Assim como o estudo de caso do aquecedor elétrico, esse exemplo tem como objetivo avaliar a eficiência da metodologia MMCR para a análise e caracterização dos agrupamentos de termos na seleção de estruturas de modelos para um conversor CC-CC do tipo buck. Para tanto, foram utilizadas aproximações da curva estática teórica do sistema. A ideia é de que a partir dessas curvas estáticas, aproximadas, possa se obter modelos NARX que representem bem a dinâmica do sistema, e desses modelos obtidos poder concluir quais agrupamentos de termos são efetivos na representação do sistema em questão.

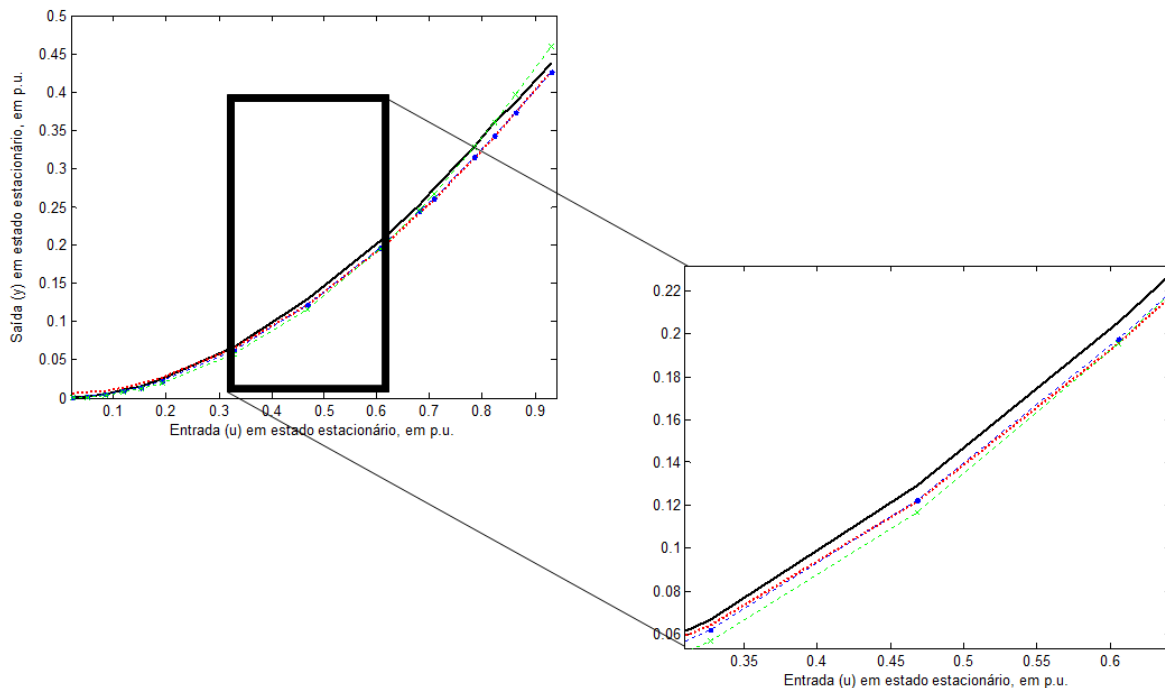


Figura 4.16: Simulação dos modelos estáticos obtidos analiticamente pelos pontos fixos de (4.27), (4.28) e (4.29). Em linha cheia, (-), tem-se os dados reais do ensaio estático do aquecedor. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados pelo pontos fixos de (4.27). Em ( $-\bullet$ ) os dados gerados pelos pontos fixos de (4.28) e em ( $-\times-$ ) os dados gerados pelos pontos fixos de (4.29).

### 4.3.1 Descrição do Sistema

O sistema em análise já foi estudado por Barroso (2001); Aguirre (2007) e Verly et al. (2011b). Um esquema representativo do sistema pode ser visto na Figura 4.20. Durante os testes para aquisição dos dados de identificação e validação, a fonte de tensão contínua  $v_d$  foi mantida constante e igual a 24 volts, sendo que um MOSFET IRF840 foi chaveado atuando na porta G. O sistema de regulação de tensão de carga não é mostrado. Atuando-se na porta (G) da chave semicondutora, obtém-se uma tensão contínua de saída,  $v_0$ , a partir de uma fonte de tensão contínua, constante,  $v_d$ .

A razão cíclica ( $D$ ) é definida como a proporção de tempo em que a chave está ligada em relação ao período de operação,  $T$ , ou seja,  $D = T_{ligado}/T$ . Para variar esta relação, utilizou-se das técnicas PWM<sup>2</sup> a uma taxa de  $1/T = 33kHz$ , por meio do

<sup>2</sup> Do inglês *Pulse-Width Modulation*, ou ainda, modulação por largura de pulso.

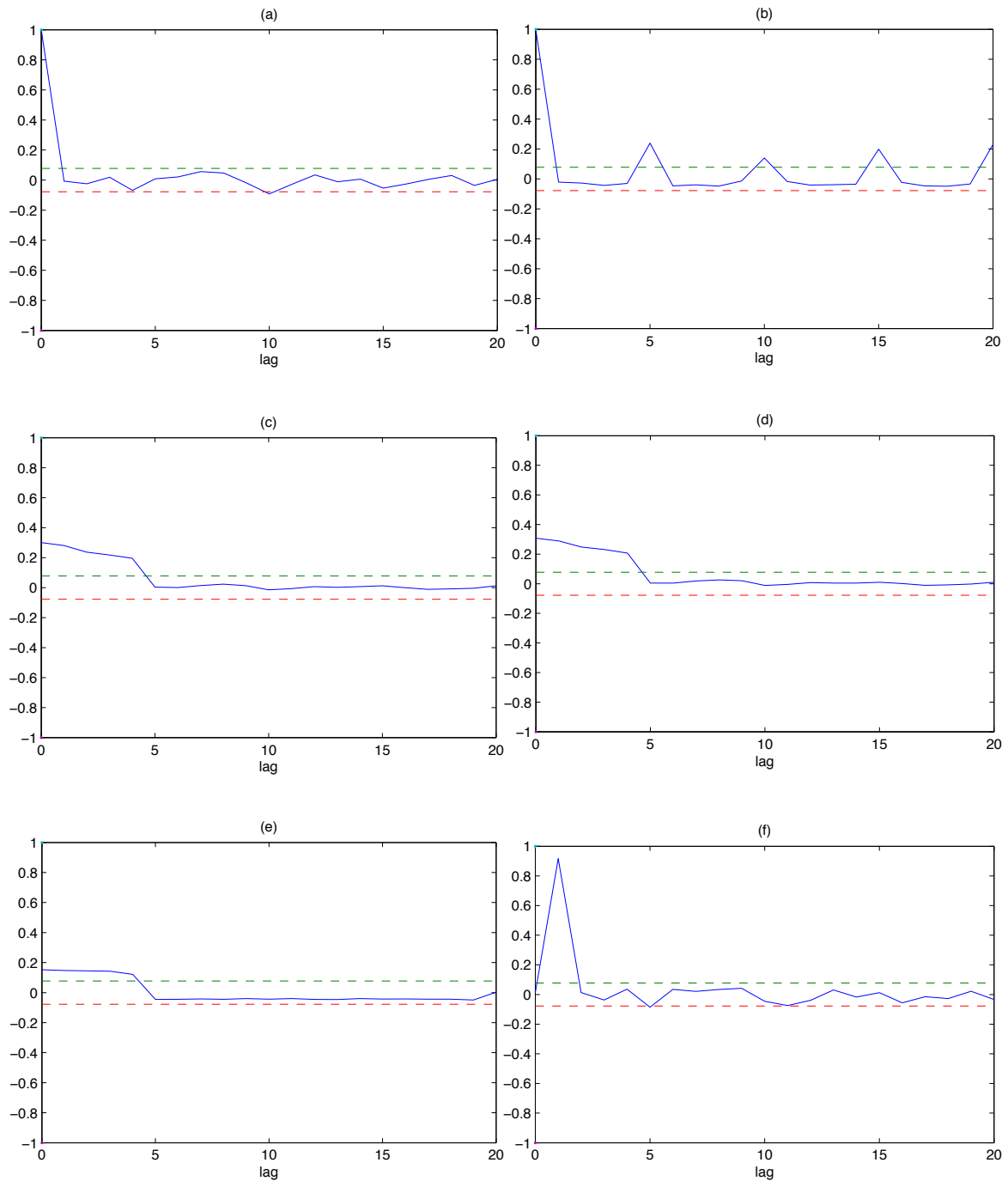


Figura 4.17: Validação estatística do modelo (4.27), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^{2'}\xi^{2'}}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^{2'}\xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^{2'}\xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

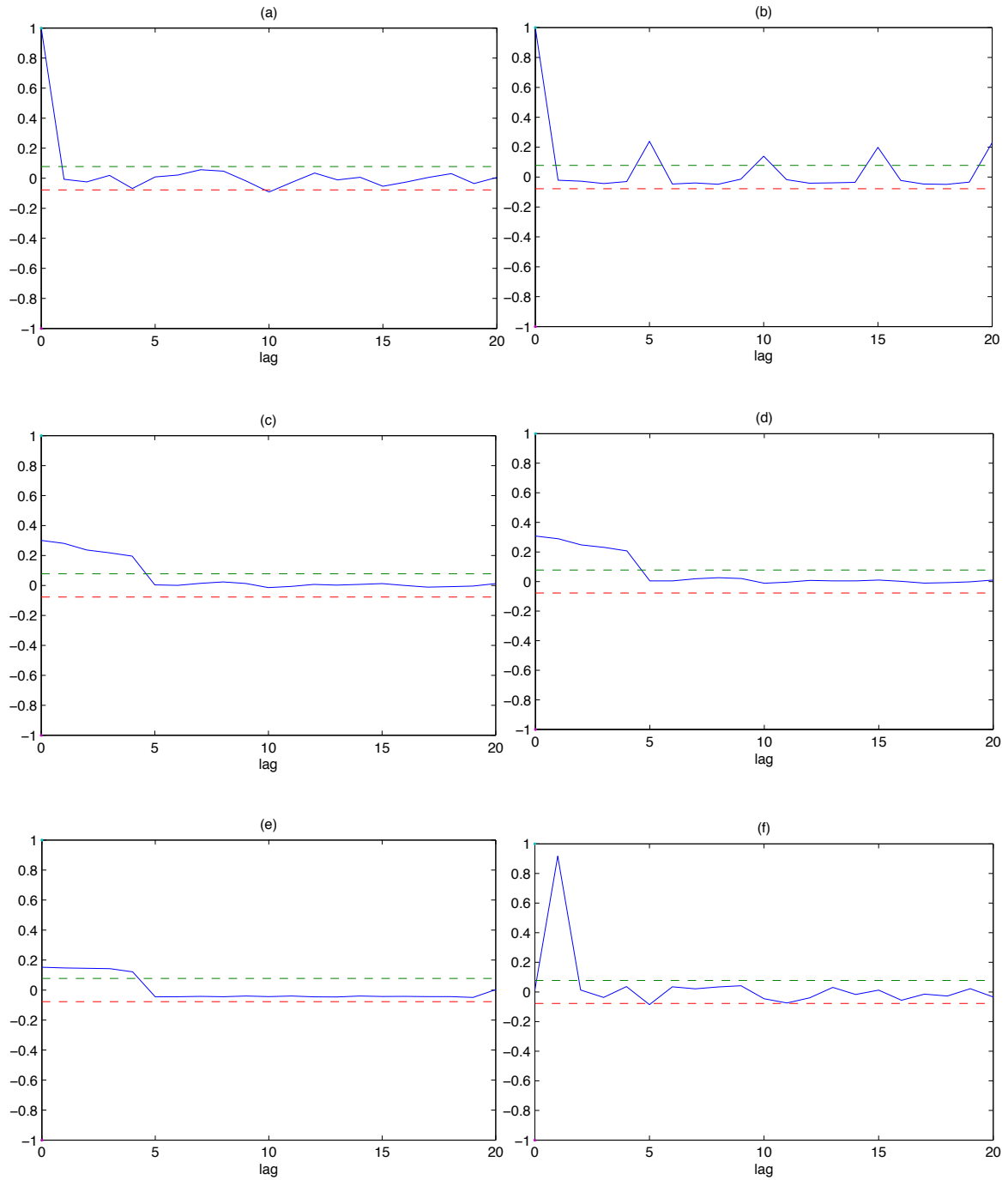


Figura 4.18: Validação estatística do modelo (4.28), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^{2'}\xi^{2'}}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^{2'}\xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^{2'}\xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

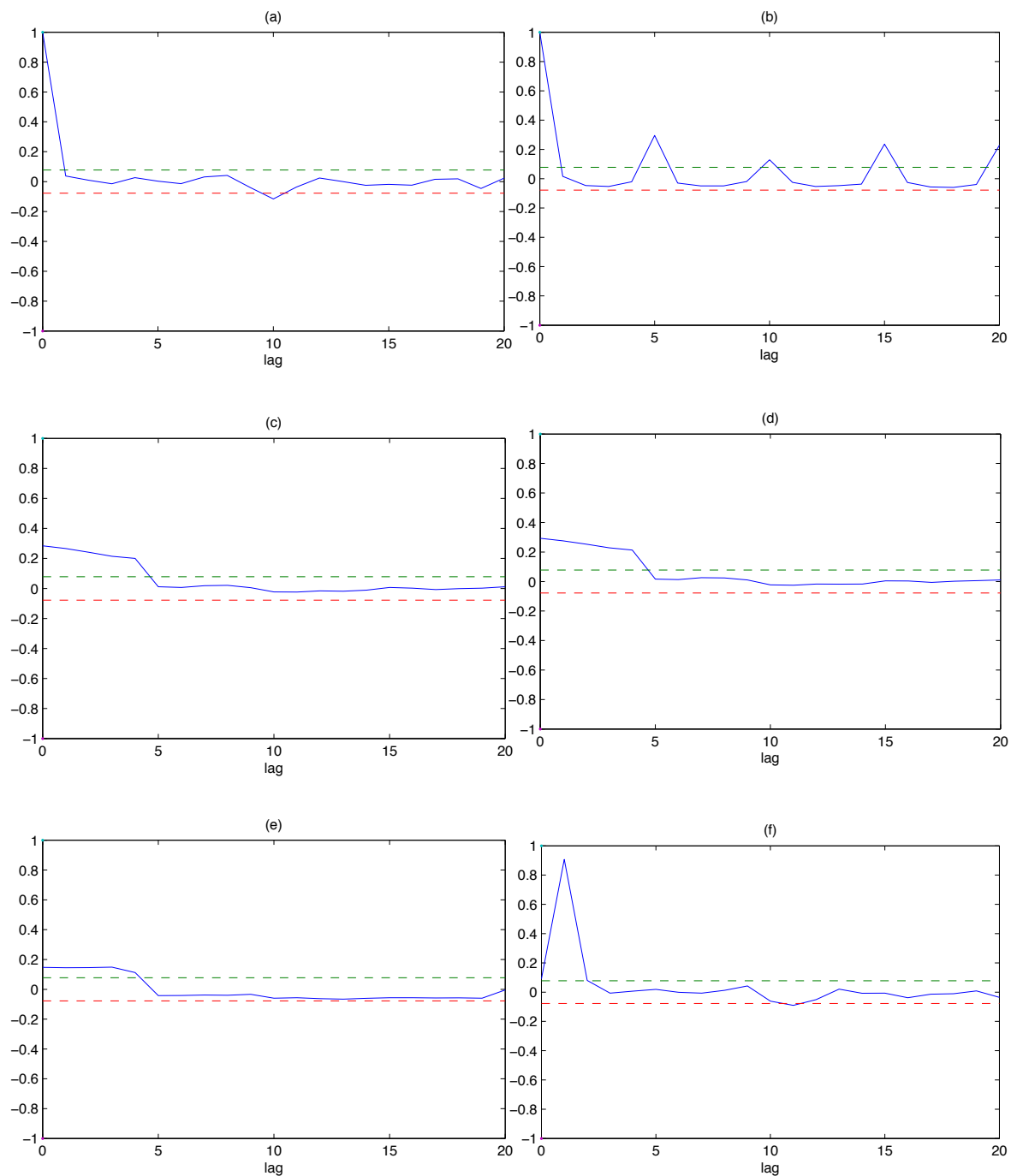


Figura 4.19: Validação estatística do modelo (4.29), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^{2'}\xi^{2'}}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^{2'}\xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^{2'}\xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

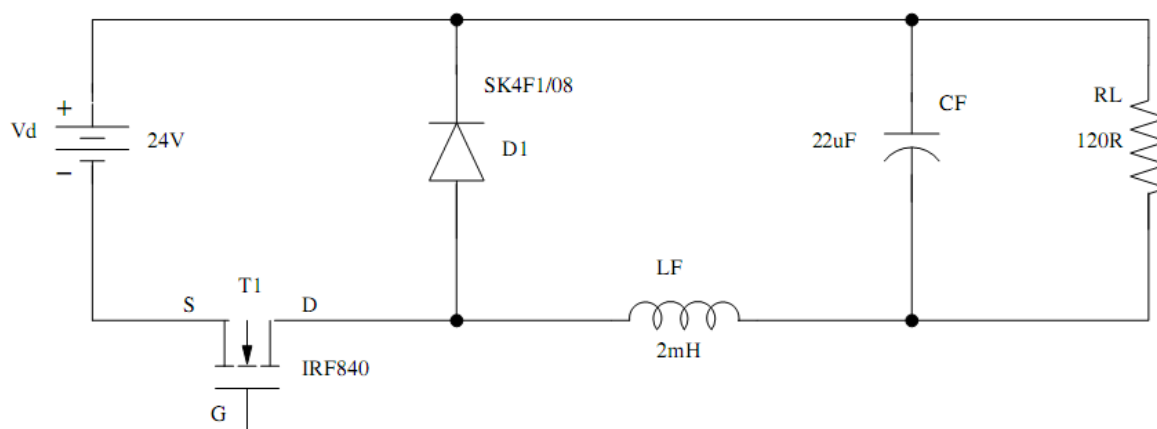


Figura 4.20: Estrutura de um conversor CC-CC buck. Retirado de [Aguirre \(2007\)](#).

circuito integrado LM3524. O valor desta frequência resultou em um modo de operação contínuo, em que a corrente no indutor não se anulava. Quando a razão cíclica ( $D$ ) está perto da unidade, a corrente no indutor ( $LF$ ) e a tensão na carga ( $RL$ )  $v_0$ , aumentam, uma vez que a fonte  $v_d$  energiza a malha formada por ela, o capacitor ( $CF$ ) e o indutor ( $LF$ ). Por outro lado, quando a razão cíclica tende a zero ( $D \rightarrow 0$ ), a tensão de saída  $v_0$ , diminui de acordo com um regime diferente, que caracteriza o regime dinâmico não-linear do sistema ([Aguirre, 2007](#)).

### 4.3.2 Dados de Identificação

Durante os teste dinâmicos um sinal pseudo-aleatório PRBS<sup>3</sup>, gerado por um micro-computador, foi aplicado ao conversor buck utilizando-se um conversor D/A. Assim, a tensão de saída  $v_0$  do conversor foi considerada a variável de saída, ao passo que a entrada considerada foi o valor CC usado para gerar o sinal PWM que comanda a porta G do MOSFET.

Com intuito de determinar uma taxa de amostragem ( $T_s$ ) adequada ao sistema, e determinar os parâmetros necessários para a construção do sinal PRBS, foi calculada, por meio de testes de resposta ao degrau, a constante de tempo dominante do sistema. O valor encontrado foi de aproximadamente 2 milissegundos, para um tempo de

<sup>3</sup> Do inglês *Pseudo Random Binary Signal*.

amostragem de  $T_s = 10\mu s$ .

Para construção de sinais PRBS dois parâmetros devem ser levados em conta, o número de bits  $b$ , e o tempo mínimo de chaveamento,  $T_b$ . O número de bits deve ser escolhido de tal maneira a garantir que o período do sinal PRBS seja maior do que o tempo de acomodação, ou:

$$2^b \times T_b > 5 \times 2 \text{ milissegundos}, \quad (4.30)$$

sendo que foi considerado um tempo de acomodação igual a cinco vezes a constante de tempo dominante do sistema. Ainda,  $T_b$  pode ser escolhido usando a relação (4.31), que garante que cada valor do sinal de entrada permanecerá constante por um período de tempo mínimo que varia de 1/10 a 1/3.

$$\frac{\tau_{min}}{10} \leq T_b \leq \frac{\tau_{min}}{3}, \quad (4.31)$$

em que  $\tau_{min}$  é a menor constante de tempo de interesse. Sendo assim, utilizando-se o limite superior, encontra-se  $T_b = 670 \mu s$ . Substituindo  $T_b = 670 \mu s$  em (4.30), escolhe-se 8 bits para gerar o sinal PRBS.

Utilizando-se as análises das funções de correlações descritas na Seção 2.2.1 para avaliar a taxa de amostragem do sistema, de acordo com a relação (2.3) percebeu-se que o sinal foi superamostrado, com isso foi necessário dizimar os sinais por um fator de  $\Delta = 12$ , de acordo com (2.5), o que resultou em um tempo de amostragem de  $T_s = 120 \mu s$ . Após decimar os dados obteve-se um conjunto de 167 observações, sendo que as 84 primeiras foram utilizadas como dados de validação e as 83 restantes como dados de identificação. Os sinais, de entrada e saída, obtidos do ensaio dinâmico<sup>4</sup> podem ser vistos na Figura 4.21.

<sup>4</sup>Os dados utilizados para na identificação do conversor buck foram coletados no Laboratório do grupo MACSIN e se encontram disponíveis em <http://www.cpdee.ufmg.br/~aguirre/livro/livro.htm>.

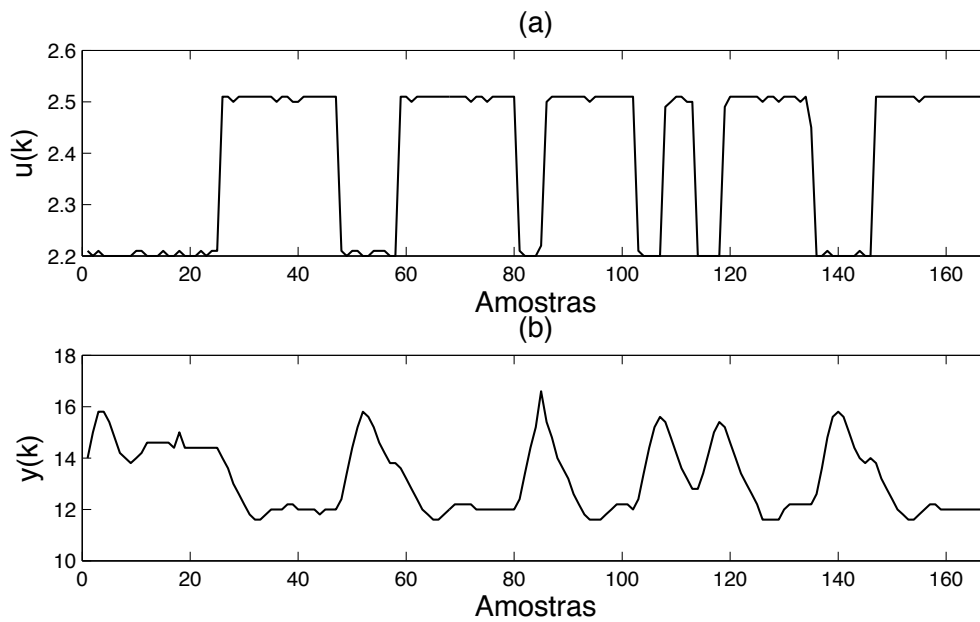


Figura 4.21: Dados obtidos do ensaio dinâmico do conversor buck, sendo: (a) sinal de entrada  $u(k)$ , (b) sinal de saída  $y(k)$ . Arquivo acq7000@.

### 4.3.3 Informação Auxiliar

A relação estática teórica entre a razão cíclica ( $D$ ) e a tensão em estado estacionário ( $v_0$ ) do conversor implementado é:

$$v_0 = D \quad (4.32)$$

$$v_0 = (1 - D')v_d = \left(1 - \frac{\bar{u} - 1}{3}\right)v_d \quad (4.33)$$

$$v_0 = \frac{4v_d}{3} - \frac{4v_d\bar{u}}{3}, \quad (4.34)$$

em que :

$$D' = \frac{T_{desligado}}{T},$$

e  $T = T_{ligado} + T_{desligado}$ . Além disso  $\bar{u} = 1 + 3T_{ligado}/T$  é o valor em regime permanente de  $u(k)$  (Aguirre, 2007).

Sendo assim, os dados estáticos podem ser obtidos aplicando-se a (4.34) valores de  $\bar{u}$  que abrangem os pontos de operação de 1 a  $4v$  do sistema. A característica estática obtida para o conversor buck pode ser vista na Figura 4.22.

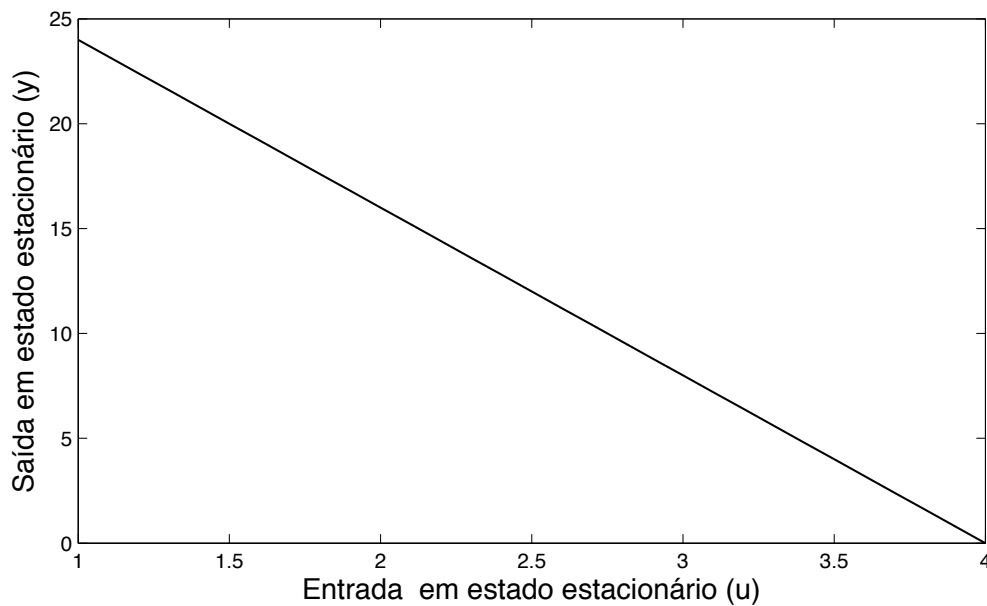


Figura 4.22: Curva estática teórica do conversor buck, obtida à partir de (4.34). Sendo os dados de entrada  $\bar{u}$  e de saída  $\bar{y} = V_0$  em volts.

#### 4.3.4 Resultados

Assim como os estudos feitos até o momento, os passos descritos a seguir se referem a execução dos procedimentos para a aplicação do método MMCR.

##### Passo 1

A curva estática do conversor buck obtida de forma analítica (ver Figura 4.22) pode ser escrita, de forma geral, como um mapeamento não-linear do tipo  $f(x) = ax + b$ . Esse tipo de relação estática pode ser conseguida em modelos NARX polinomiais com grau de não-linearidade ( $\ell$ ) igual a 1 acrescido do termo constante. No entanto, em Aguirre

(2007) foi mostrado que modelos NARX polinomiais, obtidos com a estrutura linear mais o termo constante não conseguiram aproximar bem as características estáticas e dinâmicas do conversor em toda a sua faixa de operação. Assim, considerando que a característica estática não-linear do modelo deva ser da forma  $\bar{y} = f(\bar{u})$ , necessariamente os termos pertencentes aos agrupamentos  $\Omega_{y^j u^i}$ , para  $i = 2, \dots, p$  e  $j = 0, \dots, m$  não podem ser incluídos nos modelos NARX testados. Essa afirmação leva em consideração a hipótese de que o sistema possui apenas um estado estacionário na saída para cada valor de entrada ( $\bar{u}$ ). Também se considerou a hipótese de que o sistema possui constante de tempo não variante dessa forma, também, se retirou o agrupamento cruzado  $\Omega_{yu}$ .

Assim, foram aproximadas diferentes curvas estáticas com a inclusão de termos quadráticos e cúbicos na variável de entrada, com a finalidade de testar a importância dos agrupamentos de termos sobre a dinâmica do sistema. Os modelos selecionados para a curva estática bem como os parâmetros dos modelos (coeficientes dos agrupamentos de termos) estimados pelo BFGS são apresentados na Tabela 4.4.

Vale mencionar que o modelo (4.35) é a característica estática teórica original do conversor, definida por (4.34).

Tabela 4.4: Modelos estáticos estimados da característica descrita na Figura 4.22 pelo BFGS.

$\mathcal{M}_E$	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$	$\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} c_{p, m-p}(n_1, \dots, n_m)$	$RMSE_e$
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1 \bar{u}}{1 - b_0} \quad (4.35)$	$[\Omega_u \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	$[-24 \ 96 \ -2]$	0
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1 \bar{u} + a_2 \bar{u}^2}{1 - b_0} \quad (4.36)$	$[\Omega_u^2 \ \Omega_u \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	$[0,0002 \ -15,0933 \ 60,3707 \ 0,8866]$	0
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_2 \bar{u}^2}{1 - b_0} \quad (4.37)$	$[\Omega_u^2 \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	$[1,3475 \ 19,7902 \ 0,1374]$	0,1536
$\bar{y} = \frac{a_2 \bar{u}^2}{1 - b_0} \quad (4.38)$	$[\Omega_u^2 \ \Omega_y]$	$[0,8858 \ -0,1250]$	1,2880
$\bar{y} = \frac{a_1 \bar{u} + a_2 \bar{u}^2}{1 - b_0} \quad (4.39)$	$[\Omega_u^2 \ \Omega_u \ \Omega_y]$	$[-4,8071 \ 17,8273 \ 0,0589]$	0,5288
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1 \bar{u} + a_2 \bar{u}^2 + a_3 \bar{u}^3}{1 - b_0} \quad (4.40)$	$[\Omega_u^3 \ \Omega_u^2 \ \Omega_u \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	$[-0,0001 \ 0,0006 \ -2,6819 \ 10,7223 \ 0,6650]$	0
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_3 \bar{u}^3}{1 - b_0} \quad (4.41)$	$[\Omega_u^3 \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	$[-0,3411 \ 18,4208 \ 0,0699]$	0,2797
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1 \bar{u} + a_3 \bar{u}^3}{1 - b_0} \quad (4.42)$	$[\Omega_u^3 \ \Omega_u \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	$[0 \ -7,3086 \ 29,2344 \ 0,0864]$	0
$\bar{y} = \frac{a_0 + a_2 \bar{u}^2 + a_3 \bar{u}^3}{1 - b_0} \quad (4.43)$	$[\Omega_u^3 \ \Omega_u^2 \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	$[0,4003 \ -3,0696 \ 23,9387 \ 0,0868]$	0,0333

$\mathcal{M}_E$  - Modelos para a característica Estática.

$\Omega_{y^p u^{m-p}}$  - Agrupamento de termos.

$\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} c_{p, m-p}(n_1, \dots, n_m)$  - Coeficientes do agrupamento de termos.

$RMSE_e$  - RMSE estático.

## Passo 2

Para compor a estrutura dos modelos NARX foram selecionados os agrupamentos de termos contidos nos modelos de (4.35) a (4.43), apresentados na Tabela 4.4. Com isso, foram definidos para a ordem dos modelos,  $n_y$ , e para o máximo atraso na variável de entrada,  $n_u$ , o valor de 2. Também foram feitos ajustes para modelos com  $n_y = 3$  e  $n_u = 3$ , contudo decidiu-se não apresentar os resultados, pois além de serem estruturas mais complexas estas, não apresentaram grandes melhorias com relação aos modelos com  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ .

As estruturas dos modelos NARX utilizadas, são fornecidas nas equações de (4.44) a (4.52).

Para os agrupamentos de termos definidos pela função estática (4.35), obteve-se:

$$y(k) = c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2). \quad (4.44)$$

Para os agrupamentos de termos definidos pela função estática (4.36), obteve-se:

$$\begin{aligned} y(k) &= c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\ &+ c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Da função estática (4.37), obteve-se:

$$\begin{aligned} y(k) &= c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) \\ &+ c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2. \end{aligned} \quad (4.46)$$

De acordo com a função estática (4.38), obteve-se:

$$\begin{aligned} y(k) &= c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) \\ &+ c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2. \end{aligned} \quad (4.47)$$

De acordo com a função (4.39), obteve-se:

$$\begin{aligned} y(k) &= c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\ &+ c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2. \end{aligned} \quad (4.48)$$

De acordo com (4.40), obteve-se:

$$\begin{aligned} y(k) &= c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) \\ &+ c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2 + c_{0,3}(1,1,1)u(k-1)^3 \\ &+ c_{0,3}(1,1,2)u(k-1)^2u(k-2) + c_{0,3}(1,2,2)u(k-1)u(k-2)^2 + c_{0,3}(2,2,2)u(k-2)^3. \end{aligned} \quad (4.49)$$

De (4.41), obteve-se:

$$\begin{aligned} y(k) &= c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,3}(1,1,1)u(k-1)^3 + c_{0,3}(1,1,2)u(k-1)^2u(k-2) \\ &+ c_{0,3}(1,2,2)u(k-1)u(k-2)^2 + c_{0,3}(2,2,2)u(k-2)^3. \end{aligned} \quad (4.50)$$

De (4.42), obteve-se:

$$y(k) = c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,1}(1)u(k-1) + c_{0,1}(2)u(k-2) + c_{0,3}(1,1,1)u(k-1)^3 \\ + c_{0,3}(1,1,2)u(k-1)^2u(k-2) + c_{0,3}(1,2,2)u(k-1)u(k-2)^2 + c_{0,3}(2,2,2)u(k-2)^3. \quad (4.51)$$

De (4.43), obteve-se:

$$y(k) = c_{0,0} + c_{1,0}(1)y(k-1) + c_{1,0}(2)y(k-2) + c_{0,2}(1,1)u(k-1)^2 + c_{0,2}(1,2)u(k-1)u(k-2) \\ + c_{0,2}(2,2)u(k-2)^2 + c_{0,3}(1,1,1)u(k-1)^3 + c_{0,3}(1,1,2)u(k-1)^2u(k-2) \\ + c_{0,3}(1,2,2)u(k-1)u(k-2)^2 + c_{0,3}(2,2,2)u(k-2)^3. \quad (4.52)$$

### Passo 3 ao Passo 5

Foram montados os sistemas subdeterminadas para obtenção das variáveis  $X_n$  via simulações de Monte Carlo, de acordo com o **Passo 3** do **Algoritmo I**. Sendo assim, para resolver estes sistemas foram definidos os valores de  $N = 400$  e  $M = 400$ , como o *número de gerações aleatórias dos parâmetros* e o *número de gerações de Monte Carlo*, respectivamente. Também, foi definido como *Range* de geração das variáveis  $X_n$  valores entre  $-1$  e  $1$ .

### Passo 6 ao Passo 8

Por fim, após a obtenção dos parâmetros dos modelos NARX, o MMCR selecionou, por meio de simulações livres, dentre o conjunto dos modelos gerados os que obtiveram menores índices RMSEs. A Tabela 4.5 traz uma comparação entre os índices RMSEs de identificação e validação dos modelos NARX selecionados para os agrupamentos de termos testados. Os parâmetros destes modelos podem ser vistos na Tabela 4.6.

Também, as simulações livres com os dados de identificação e validação dos modelos que apresentaram melhor desempenho (modelos (4.58), (4.60) e (4.61)) podem ser vistas nas Figuras 4.23 e 4.24. Escolheu-se não apresentar as simulações livres dos modelos restantes, uma vez que estes não atingiram o objetivo de aproximar as características dinâmicas do conversor.

As simulações das características estáticas dos modelos NARX (4.58), (4.60) e (4.61)

descritas pelos modelos (4.40), (4.42) e (4.40), apresentados na Tabela 4.4 podem ser vistas na Figura 4.25.

Tabela 4.5: Índices RMSEs obtidos das simulações da estruturas NARX de (4.44) a (4.52).

$\mathcal{M}_{NARX}$	Estrutura NARX	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$	$RMSE_I$	$RMSE_V$
(4.53)	(4.44)	$[\Omega_u \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	0,8934	0,6741
(4.54)	(4.45)	$[\Omega_u^2 \ \Omega_u \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	0,6686	0,4909
(4.55)	(4.46)	$[\Omega_u^2 \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	0,6330	0,6813
(4.56)	(4.47)	$[\Omega_u^2 \ \Omega_y]$	1,0035	0,9999
(4.57)	(4.48)	$[\Omega_u^2 \ \Omega_u \ \Omega_y]$	0,9383	0,9449
(4.58)	(4.49)	$[\Omega_u^3 \ \Omega_u^2 \ \Omega_u \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	0,3720	0,2463
(4.59)	(4.50)	$[\Omega_u^3 \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	1,0002	1,0007
(4.60)	(4.51)	$[\Omega_u^3 \ \Omega_u \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	0,4697	0,3708
(4.61)	(4.52)	$[\Omega_u^3 \ \Omega_u^2 \ \Omega_0 \ \Omega_y]$	0,4356	0,3360

$\mathcal{M}_{NARX}$  - Modelo NARX.  
 $\Omega_{y^p u^{m-p}}$  - Agrupamento de termos.  
 $RMSE_I$  - RMSE dos dados de Identificação.  
 $RMSE_V$  - RMSE dos dados de Validação.

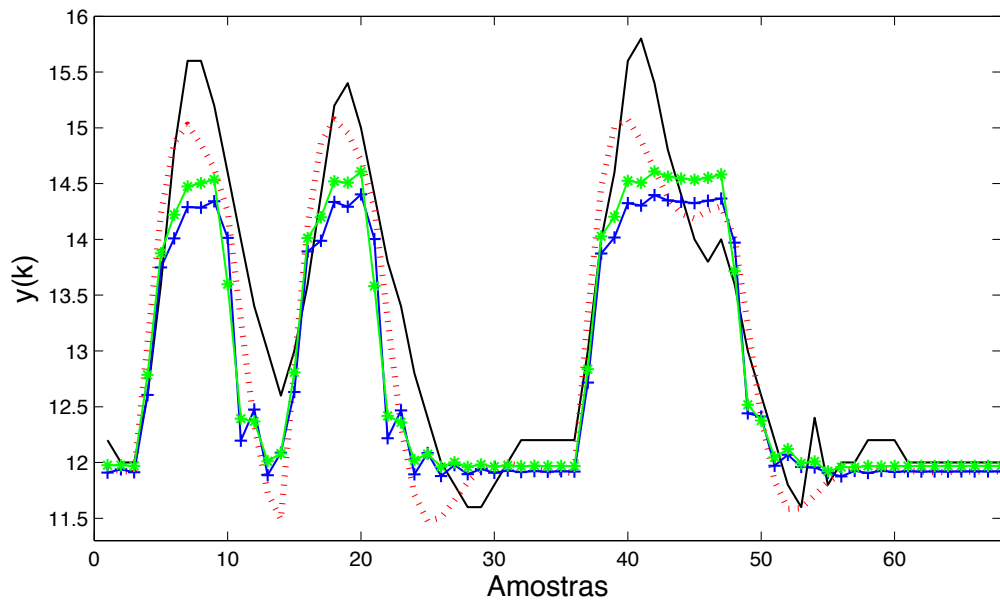


Figura 4.23: Simulação livre dos modelos NARX (4.58), (4.60) e (4.61), com os dados de identificação. Em linha cheia (-) tem-se os dados reais de saída. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados por (4.58). Em (-+-) os dados gerados por (4.60) e em (-\*-) os dados gerados pelo modelo (4.61).

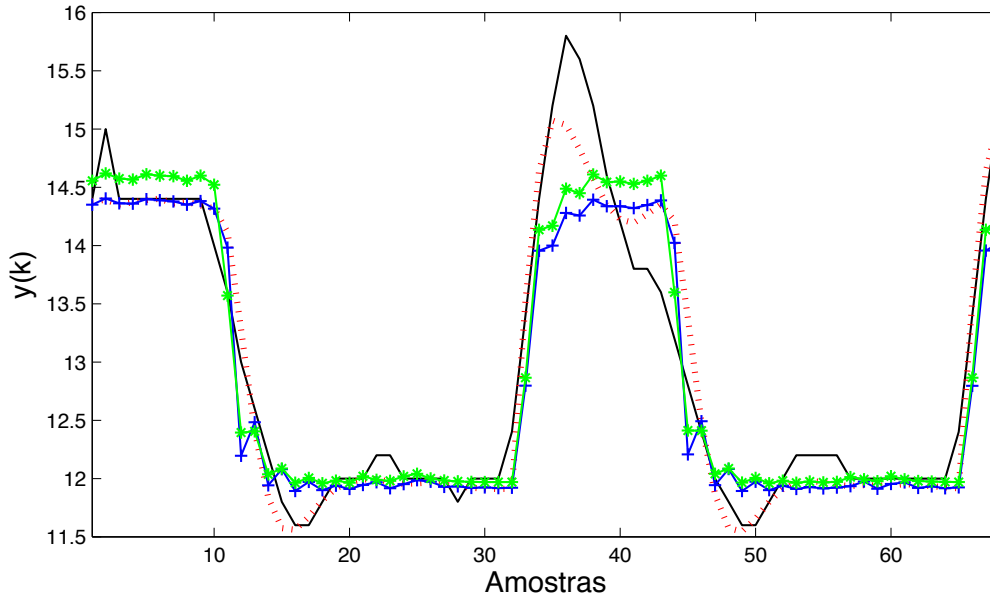


Figura 4.24: Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.58), (4.60) e (4.61). Em linha cheia, (-), tem-se os dados reais de saída. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados por (4.58). Em (-  $\bullet$  -) os dados gerados por (4.60) e em (-  $\circ$  -) os dados gerados pelo modelo (4.61).

### 4.3.5 Análise das Estruturas Obtidas pelo MMCR

Por meio da análise dos índices RMSEs dinâmicos (Tabela 4.5), constata-se, que os agrupamentos  $\Omega_u$ ,  $\Omega_0$  e  $\Omega_y$  são essenciais para descrever o sistema. Quando se retira algum desses agrupamentos os índices RMSEs pioram significativamente. Os modelos (4.55), (4.56), (4.57) e (4.59) ilustram bem o que foi dito, a menos do modelo (4.61), no qual retirou-se o agrupamento  $\Omega_u$  e inseriu-se em seu lugar os agrupamentos  $\Omega_{u^3}$  e  $\Omega_{u^2}$ . Este fato sugere que uma estrutura mais complexa, modelo (4.58), consegue, também, obter um bom ajuste dinâmico. Além do mais, como pode ser observado na Tabela 4.4 o ajuste dos modelos (4.40) e (4.42) pelo algoritmo BFGS, levou o somatório dos coeficientes dos agrupamentos  $\Omega_{u^3}$  e  $\Omega_{u^2}$  praticamente a zero, o que torna a função estática do tipo  $f(x) = ax + b$ , como era desejável.

Assim os modelos que apresentaram o menores índices RMSEs, estáticos e dinâmicos, foram os modelos (4.58), (4.60) e (4.61). Nota-se por meio de uma comparação visual que as respostas dinâmicas e estáticas destes modelos são muito próximas (ver

Tabela 4.6: Valores dos parâmetros dos modelos NARX,  $\mathcal{M}_{NARX}$ , obtidos pelo método MMCR.

$\mathcal{M}_{NARX}$	$c_{0,0}$	$c_{1,0}(1)$	$c_{1,0}(2)$	$c_{0,1}(1)$	$c_{0,1}(2)$	$c_{0,2}(1,1)$	$c_{0,2}(1,2)$	$c_{0,2}(2,2)$	$c_{0,3}(1,1,1)$	$c_{0,3}(1,1,2)$	$c_{0,3}(1,2,2)$	$c_{0,3}(2,2,2)$
(4.53)	96,0000	-1,4564	-0,5436	-10,1359	-13,8641	-	-	-	-	-	-	-
(4.54)	60,3703	-0,8435	-0,0431	-3,0232	-13,8641	-12,0701	-0,2093	-0,2614	0,4709	-	-	-
(4.55)	19,7902	0,3096	-0,1722	-	-	-2,3591	4,4134	-3,4019	-	-	-	-
(4.56)	-	0,6138	0,2891	-	-	0,0541	-0,0051	0,0022	-	-	-	-
(4.57)	0,2351	-0,1762	-22,2762	40,1035	2,3623	4,7942	-11,9636	-	-	-	-	-
(4.58)	10,7223	1,1641	-0,4991	-2,3144	-0,3675	-2,0595	-8,9416	11,0017	1,9509	0,9931	-2,4252	-0,5189
(4.59)	18,4208	0,8700	-0,1171	-	-	-	-	-	-1,9668	3,7806	-1,7200	-0,4349
(4.60)	29,2344	-0,2058	0,2922	-4,5191	-2,7895	-	-	-	-0,0163	1,7305	-2,9581	1,2439
(4.61)	23,9387	-0,2142	0,3010	-	-	2,5922	0,5836	-6,2454	0,5806	-4,8468	4,9240	-0,2575

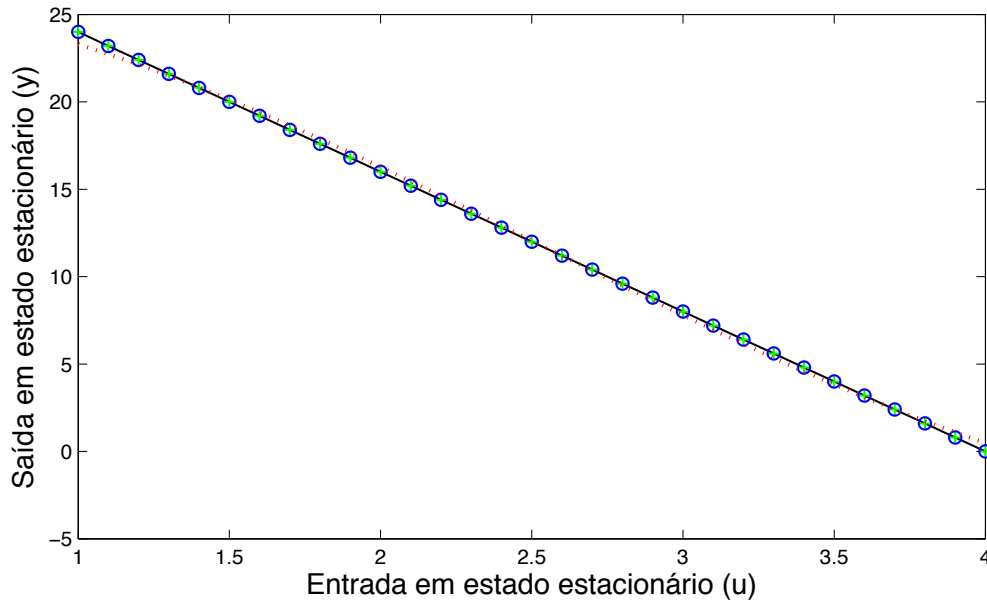


Figura 4.25: Simulação dos modelos estáticos (4.40), (4.42) e (4.43), utilizados pelo MMCR para obtenção de (4.58), (4.60) e (4.61), respectivamente. Em linha cheia, (-), tem-se os dados estáticos obtidos da relação teórica do conversor (4.35). Em (+) os dados gerados pelo modelo (4.58). Em (o) os dados gerados por (4.60) e em (·) os dados gerados por (4.61).

Figuras 4.23, 4.24 e 4.25). De acordo com a Tabela 4.5 a diferença percentual das aproximações ficou em torno de 13% para os modelos NARX e 3% para os modelos estáticos (Tabela 4.4).

O modelo (4.58) apresentou uma resposta dinâmica melhor em relação aos modelos (4.60) e (4.61), representada por um índice RMSE de validação de 0,2463, ou seja, uma diferença de aproximadamente 13% a menos do que o modelo (4.60). Este resultado confirma a hipótese de que uma estrutura mais complexa com  $\ell = 3$  explica melhor a dinâmica do sistema. Além do mais, o fato do ajuste estático ter sido perfeito, Figura 4.25, confere ao modelo a capacidade de descrever o comportamento do sistema em uma faixa maior de operação dos dados.

Assim, pode-se dizer que a metodologia MMCR foi eficiente na determinação de uma estrutura NARX para o conversor buck.

### 4.3.6 Comparação de Outros Métodos com o MMCR

Assim como na Seção 4.2.6, os objetivos desta são: (i) estimar os parâmetros via EMQ para as estruturas NARX, determinadas pelo MMCR, que apresentaram os melhores desempenhos e (ii) utilizar os critérios AIC e ERR na detecção de estruturas, com intuito de comparar os resultados com os obtidos pelo MMCR.

Dentre os modelos testados pelo MMCR, os que apresentaram os melhores desempenhos foram os modelos (4.58), (4.60) e (4.61) como mencionado anteriormente, com isso, os modelos estimados pelo EMQ para essas estruturas são, respectivamente, os modelos (4.62), (4.63) e (4.64), apresentados na Tabela 4.8. Para estimação dos parâmetros destes modelos pelo EMQ foram utilizados os termos de ruído  $\sum_{i=1}^5 \widehat{\theta}_i \xi(k-i)$ ,  $\sum_{j=1}^5 \widehat{\theta}_j \xi(k-j)^2$  e  $\sum_{q=1}^5 \widehat{\theta}_q \xi(k-q)^3$ , com intuito de minimizar o efeito da polarização dos parâmetros. Estes termos de ruído não foram utilizados nos cálculos dos índices RMSEs e nas simulações livres dos modelos identificados. Assim os índices RMSEs obtidos das simulações dinâmicas e estáticas dos modelos (4.62), (4.63) e (4.64) são apresentados na Tabela 4.7, esta tabela, também, traz uma comparação entre estes últimos modelos e os identificados utilizando os critérios AIC-ERR para a detecção de estruturas.

As validações por simulação livre bem como as simulações dos pontos fixos obtidos, dos modelos (4.62), (4.63) e (4.64), podem ser vistas nas Figuras 4.26 e 4.27, respectivamente. Também, as análises estatísticas dos resíduos por meio das funções de correlações lineares e não-lineares para estes modelos, são apresentadas nas Figuras 4.28, 4.29 e 4.30.

Analisando a Figura 4.26 e a Tabela 4.7 pode-se perceber que os modelos (4.62), (4.63) e (4.64), estimados pelo EMQ, obtiveram uma aproximação dinâmica do sistema relativamente boa. Tendo se destacado o modelo (4.64), com um índice RMSE cerca de 8% menor do que o modelo (4.63). Contudo, apesar destes modelos terem obtido boas aproximações dinâmicas, estes não foram capazes de aproximar a curva estática fora dos limites dos dados dinâmicos, como pode ser observado na Figura 4.27 e nos índices RMSEs das aproximações estáticas, fornecidos pela Tabela 4.7.

Com isso, acredita-se que sem a imposição de restrições das características estáticas durante a etapa de estimação dos parâmetros dos modelos NARX, os estimadores

não sejam capazes de obter uma aproximação estática satisfatória. Nos trabalhos de [Corrêa \(2001\)](#) e [Barroso \(2001\)](#), os autores utilizam ferramentas de otimização para a imposição de restrições durante a etapa de detecção de estrutura e estimação de parâmetros. Como ferramenta de otimização, estes utilizam o algoritmo elipsoidal. Assim, os modelos encontrados tiveram uma boa aproximação estática ao custo de uma pequena degradação na aproximação das características dinâmicas.

De acordo com as análises estatísticas dos resíduos de identificação dos modelos (4.62), (4.63) e (4.64) (Figuras 4.28, 4.29 e 4.30) pode-se observar que o modelo (4.62), em geral, não apresentou correlações lineares e não-lineares em seus resíduos, indicando apenas a existência da correlação  $r_{\xi\xi u}(\tau)$  por volta do atraso 2 (ver item (f) da Figura 4.28). Com isso pode-se dizer que o modelo (4.62) praticamente conseguiu explicar a parte *explicável* dos dados de identificação. Os modelos (4.63) e (4.64) apresentaram os resultados provenientes da análise estatística muito próximos. Pode-se observar que estes apresentaram as correlações não-lineares  $r_{\xi^2 \xi^2}(\tau)$  e  $r_{\xi\xi u}(\tau)$  por volta dos atrasos 15 e 2, respectivamente (letras (b) e (f) das Figuras 4.29 e 4.30). Contudo, ainda assim foram poucos os problemas detectados pelas análises estatísticas, o que sugere que os modelos identificados praticamente conseguiram modelar a parte modelável dos dados utilizados para a identificação.

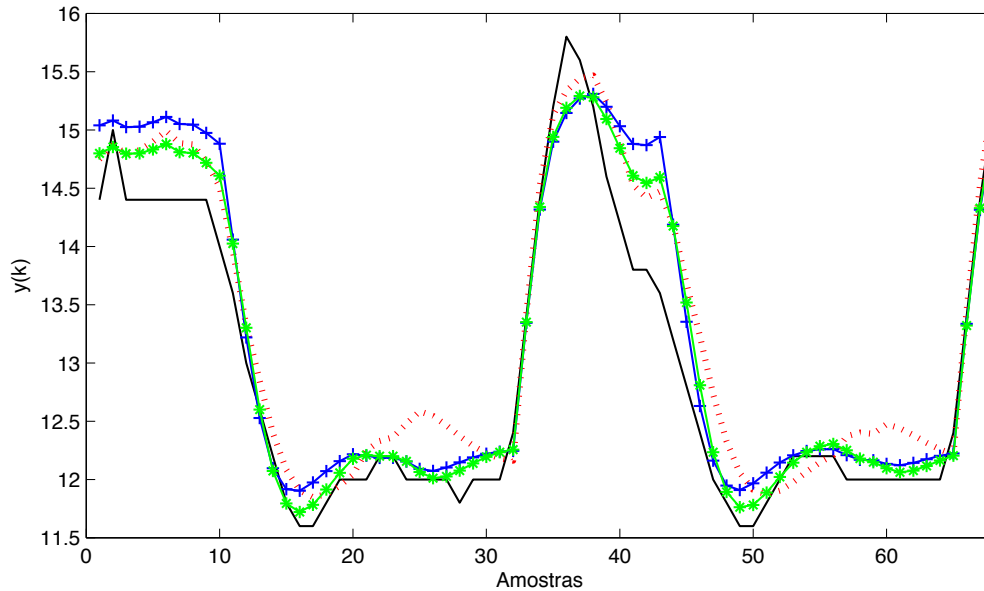


Figura 4.26: Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.62), (4.63) e (4.64). Em linha cheia, (-), tem-se os dados reais de saída. Em ( $\cdots$ ) os dados gerados por (4.62). Em (- + -) os dados gerados por (4.63) e em (- \* -) os dados gerados pelo modelo (4.64).

Analogamente a Seção 4.2.6, os passos utilizados para a comparação dos métodos AIC e ERR com o MMCR, podem ser vistos a seguir:

1. Primeiramente, foram gerados modelos com os termos candidatos, ou seja, foi necessário definir os possíveis regressores de processo (entrada e saída) a serem incluídos na estrutura selecionada. Com o intuito de se realizar uma comparação direta das estruturas detectadas pelo AIC e ERR com o MMCR, foram definidos para os modelos NARX  $\ell = 3$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ . Sendo assim, foram gerados três tipos de conjuntos de agrupamentos candidatos:

- Estruturas NARX obtidas após terem sido eliminados os agrupamentos  $\Omega_{y^p} \forall p \geq 2$  e  $\Omega_{y^p u^{m-p}} \forall p \geq 1, m \geq 2$  e  $m - p \geq 1$  do conjunto de todos os agrupamentos candidatos ( $\ell = 3, n_y = 2$  e  $n_u = 2$ );
- Estruturas NARX obtidas após terem sido eliminados os agrupamentos  $\Omega_{y^p} \forall p \geq 2$ ,  $\Omega_{y^p u^{m-p}} \forall p \geq 1, m \geq 2$  e  $m - p \geq 1$  e  $\Omega_{u^2}$ , do conjunto de todos os agrupamentos candidatos ( $\ell = 3, n_y = 2$  e  $n_u = 2$ ), e

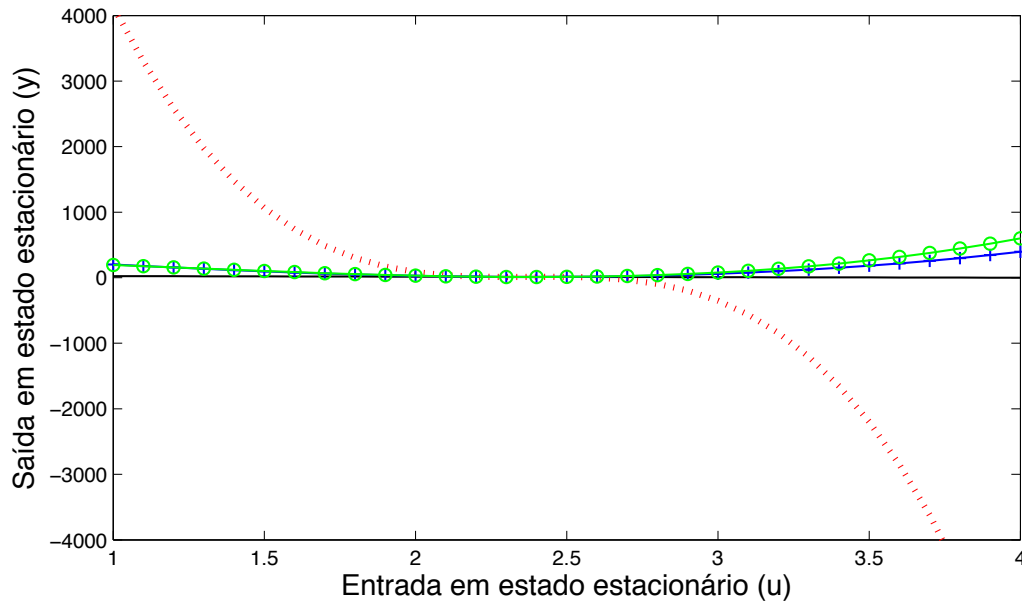


Figura 4.27: Simulação dos modelos estáticos obtidos dos pontos fixos de (4.62), (4.63) e (4.64). Em linha cheia, (-), tem-se os dados estáticos obtidos da relação teórica do conversor (4.35). Em ( $\cdots$ ) os dados gerados pelos pontos fixos do modelo (4.62). Em ( $- + -$ ) os dados gerados pelos pontos fixos de (4.63) e em ( $- \circ -$ ) os dados gerados pelos pontos fixos de (4.64).

- Estruturas NARX obtidas após terem sido eliminados os agrupamentos  $\Omega_{y^p} \forall p \geq 2$ ,  $\Omega_{y^p u^{m-p}} \forall p \geq 1, m \geq 2$  e  $m - p \geq 1$  e  $\Omega_u$ , do conjunto de todos os agrupamentos candidatos ( $\ell = 3, n_y = 2$  e  $n_u = 2$ ).
2. Por conseguinte, de posse das estruturas dos modelos NARX com os termos candidatos, utilizou-se o critério AIC em conjunto com o critério ERR, como explicado anteriormente.
  3. Na etapa de estimação de parâmetros empregou-se o algoritmo EMQ. Dessa forma, o número de iterações de ruído, para estimação dos parâmetros dos modelos NARMAX, ficou definido como 5. Sendo que os termos de ruído utilizados foram  $\sum_{i=1}^5 \widehat{\theta}_i \xi(k-i)$ ,  $\sum_{j=1}^5 \widehat{\theta}_j \xi(k-j)^2$  e  $\sum_{q=1}^5 \widehat{\theta}_q \xi(k-q)^3$ . Estes termos de ruído não foram utilizados nos cálculos dos índices RMSEs e nas simulações livres dos modelos identificados. A Tabela 4.7 apresenta as comparações do número de termos ( $n_p$ ) selecionados, do número de termos candidatos ( $n_{cand}$ ), dos agrupamentos

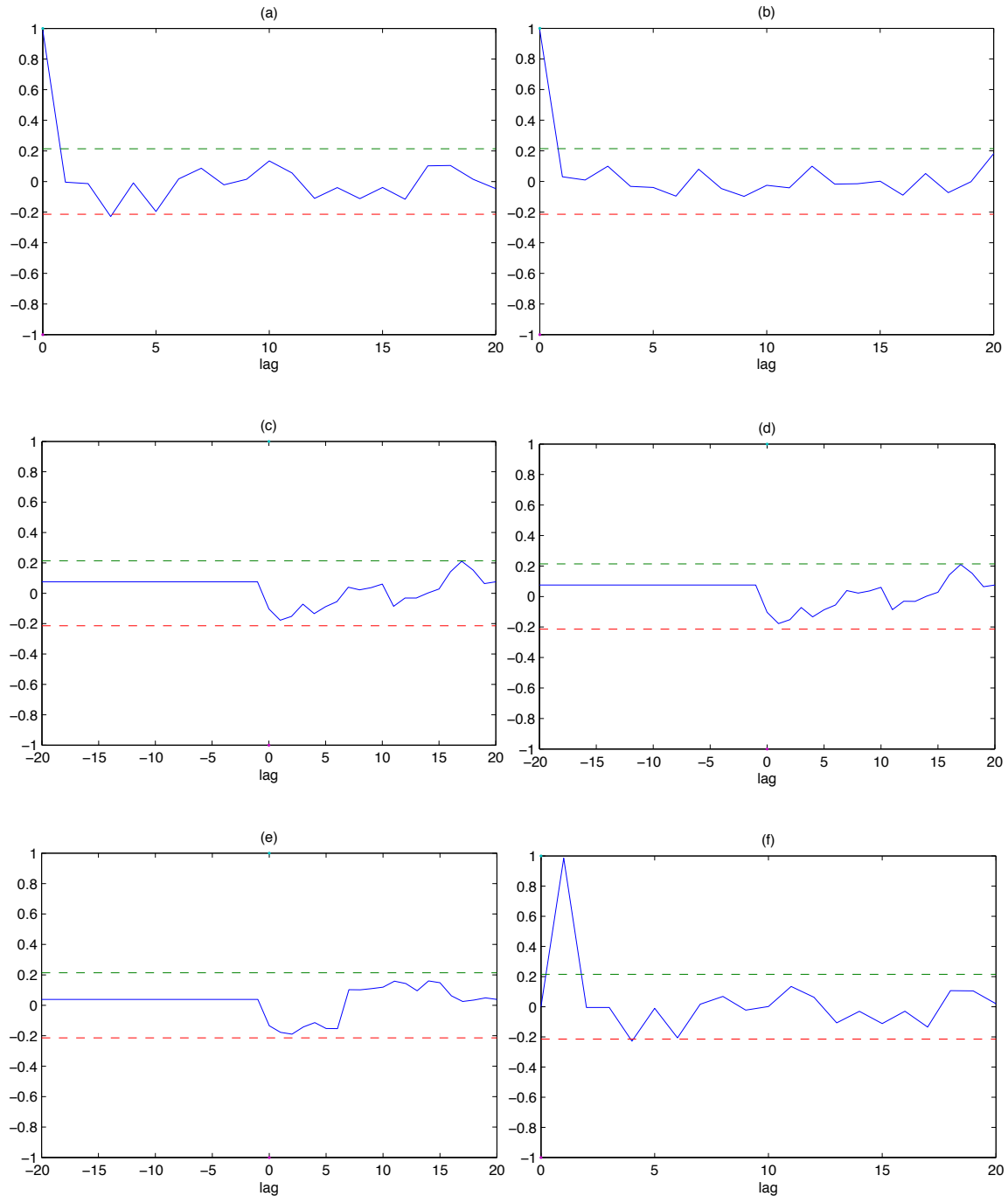


Figura 4.28: Validação estatística do modelo (4.62), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^2 \xi^2}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^2 \xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^2 \xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

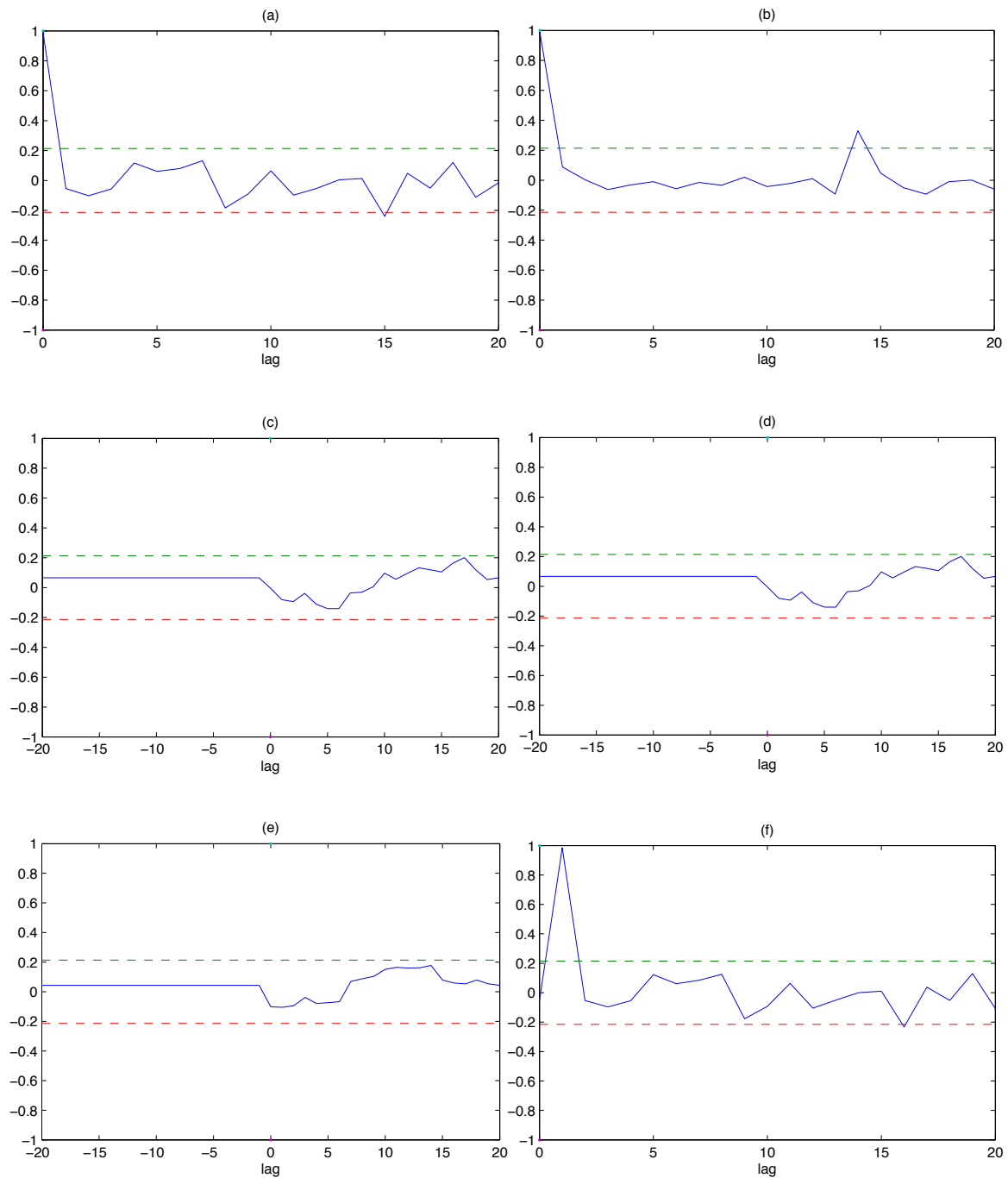


Figura 4.29: Validação estatística do modelo (4.63), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^{2'}\xi^{2'}}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^{2'}\xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^{2'}\xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

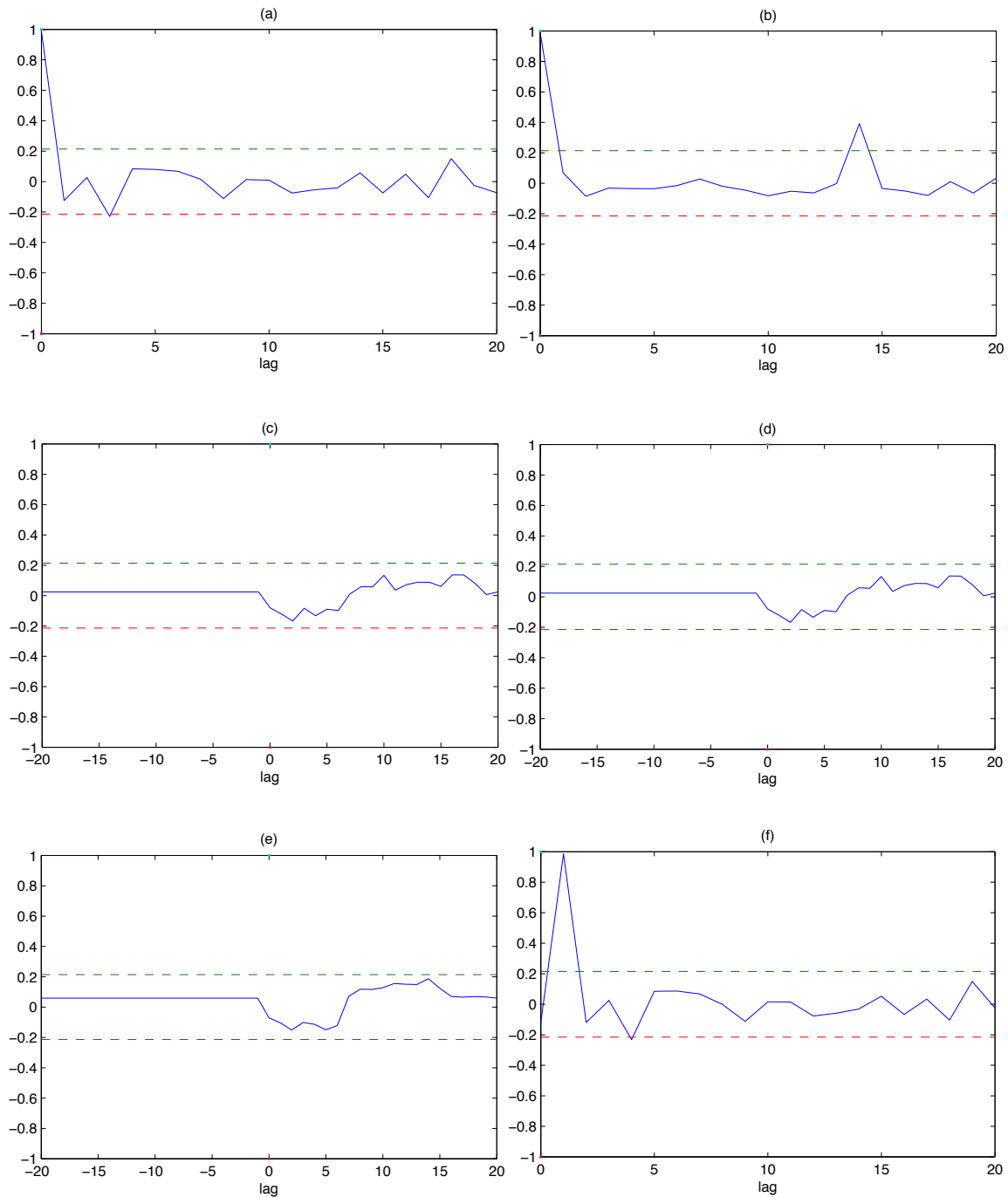


Figura 4.30: Validação estatística do modelo (4.64), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^{2'} \xi^{2'}}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^{2'} \xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^{2'} \xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

de termos candidatos, dos agrupamentos de termos selecionados e dos índices RMSEs dos modelos identificados. Os parâmetros dos modelos (4.65), (4.66) e (4.67) identificados pelo EMQ para a estruturas selecionadas pelo AIC e ERR são fornecidos na Tabela 4.8. Vale mencionar que os modelos (4.66) e (4.67) são os mesmos, uma vez que os critérios AIC e ERR selecionaram a mesma estrutura NARX dentre o conjunto dos termos candidatos. Assim, os parâmetros estimados pelo EMQ para estes modelos são, obviamente, os mesmos.

4. As validações dinâmicas por simulação livre, bem como as simulações das características estáticas obtidas dos pontos fixos dos modelos (4.65), (4.66) e (4.67), podem ser vistas nas Figuras 4.31, 4.32 e 4.33. Também, as validações estatísticas com os gráficos das funções de correlação lineares e não-lineares destes modelos podem ser vistas nas Figuras 4.34 e 4.35.

Observando os resultados obtidos 4.7 pelo modelo (4.65), de acordo com a Tabela, constata-se que do conjunto dos agrupamentos candidatos, modelo formado por  $\ell = 3$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$  a exceção dos agrupamentos  $\Omega_{y^p}$ ,  $\forall p \geq 2$  e  $\Omega_{y^p u^{m-p}}$ ,  $\forall p \geq 1$ ,  $m \geq 2$  e  $m-p \geq 1$ , os critérios AIC e ERR selecionaram 10 termos, utilizando termos pertencentes a todos os agrupamentos candidatos. O índice RMSE dinâmico e a validação por simulação livre (Figura 4.31) para este modelo, demonstram que os critérios AIC e ERR detectaram uma estrutura NARX efetiva na explicação da dinâmica do conversor. Este resultado afirma os obtidos pelo MMCR, que indicou estruturas mais complexas com grau de não-linearidade  $\ell = 3$ , para descrever o sistema em questão. As análises das funções de correlação do modelo (4.65) (Figura 4.34) apresentaram resultados muito próximos aos modelos (4.63) e (4.64), que tiveram suas estruturas NARX detectadas pelo MMCR. Indicando que os resíduos de identificação para estes modelos podem ser considerados *brancos*.

Analisando os modelos (4.66) e (4.67), percebe-se que dentre o conjunto dos agrupamentos candidatos, os critérios AIC e ERR selecionaram os mesmo 4 termos, para ambos os modelos. Ou seja, no primeiro caso (modelo 4.66) sem a presença do agrupamento  $\Omega_{u^2}$  dentre o conjunto dos agrupamentos candidatos, não se selecionou o agrupamento candidato  $\Omega_u$  e no segundo caso (modelo 4.67) sem a presença do agrupamento  $\Omega_u$  no

conjunto dos agrupamentos candidatos, não se selecionou o agrupamento candidato  $\Omega_{u^2}$ . Além do mais, quando se retirou os agrupamentos  $\Omega_{u^2}$  e  $\Omega_u$  do conjunto dos candidatos, os modelos estimados conseguiram obter uma aproximação razoável para a característica estática do sistema, dentro do limites dos dados de identificação do conversor buck, como pode ser observado na Figura 4.32. Ao contrário dos modelos (4.62), (4.63), (4.64) e (4.65), que não conseguiram se aproximar da característica estática teórica do conversor, como pode ser observado nas Figuras 4.27 e 4.33. Também, pode-se observar que os coeficientes do agrupamento  $\Omega_{u^2}$  para os modelos (4.62), (4.64) e (4.66), apresentados na Tabela 4.8, são diferentes de 0. O que torna inviável a aproximação da característica estática teórica do sistema.

Então, de acordo com os parâmetros dos modelos (4.66) e (4.67), Tabela 4.8, pode-se constatar que termo selecionado pertencente ao agrupamento  $\Omega_{u^3}$ , possui valor próximo de 0, assim a característica estática desses modelos se aproximam da original do conversor, que é descrita por  $f(x) = ax + b$ .

Com isso, as estruturas dos modelos (4.66) e (4.67), obtidas pelo AIC conseguiram explicar a dinâmica e parte da curva estática do conversor buck, utilizando um modelo com 4 termos e não-linearidade cúbica na variável de saída. Como as análises estatísticas dos resíduos destes modelos (Figura 4.35) se mostraram semelhantes as dos modelos (4.63), (4.64) e (4.65), pode-se tirar as mesmas conclusão feitas anteriormente.

Conjectura-se que o MMCR não conseguiu selecionar a estrutura estática composta pelos agrupamentos  $\Omega_0$ ,  $\Omega_u^3$  e  $\Omega_y$ , porque foi prejudicada na aproximação da característica estática pelo BFGS, talvez pelos valores iniciais utilizados para a busca. O RMSE estático para o modelo (4.41) foi de aproximadamente 0,28.

Tabela 4.7: Tabela comparativa entre os modelos (4.62), (4.63), (4.64), (4.28) e (4.29), em relação ao número de termos de processo ( $n_p$ ), número de termos candidatos ( $n_{cand}$ ), os agrupamentos candidatos aos modelos, os agrupamentos selecionados e índices RMSEs das validações dinâmicas e estáticas. Todos os modelos foram obtidos para  $\ell = 2$ ,  $n_y = 2$  e  $n_u = 2$ .

$\mathcal{M}_{NARX}$	$n_p$	$n_{cand}$	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$ candidatos	$\Omega_{y^p u^{m-p}}$ selecionados	$RMSE_V$	$RMSE_e$
(4.62)	12	12*	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_{u^2} \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_{u^2} \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	0,3670	5,0508
(4.63)	9	12*	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_{u^2} \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	0,3714	1,435
(4.64)	10	12*	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_{u^2} \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	$[\Omega_0 \ \Omega_{u^2} \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	0,2931	1,5239
(4.65)	10	12	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_{u^2} \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_{u^2} \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	0,3832	7,5729
(4.66)	4	9	$[\Omega_0 \ \Omega_u \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	$[\Omega_0 \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	0,3411	0,5627
(4.67)	4	10	$[\Omega_0 \ \Omega_{u^2} \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	$[\Omega_0 \ \Omega_{u^3} \ \Omega_y]$	0,3411	0,5627

$\mathcal{M}_{NARX}$  - Modelo NARX.

$n_p$  - Número de termos de processo.

$n_{cand}$  - Número de termos candidatos.

$RMSE_V$  - RMSE dos dados de Validação do modelo  $\mathcal{M}_{NARX}$ .

$RMSE_e$  - RMSE da característica estática obtida à partir de  $\mathcal{M}_{NARX}$ .

\* - Conjunto de termos de todos os agrupamentos candidatos a serem testados pelo MMCR.

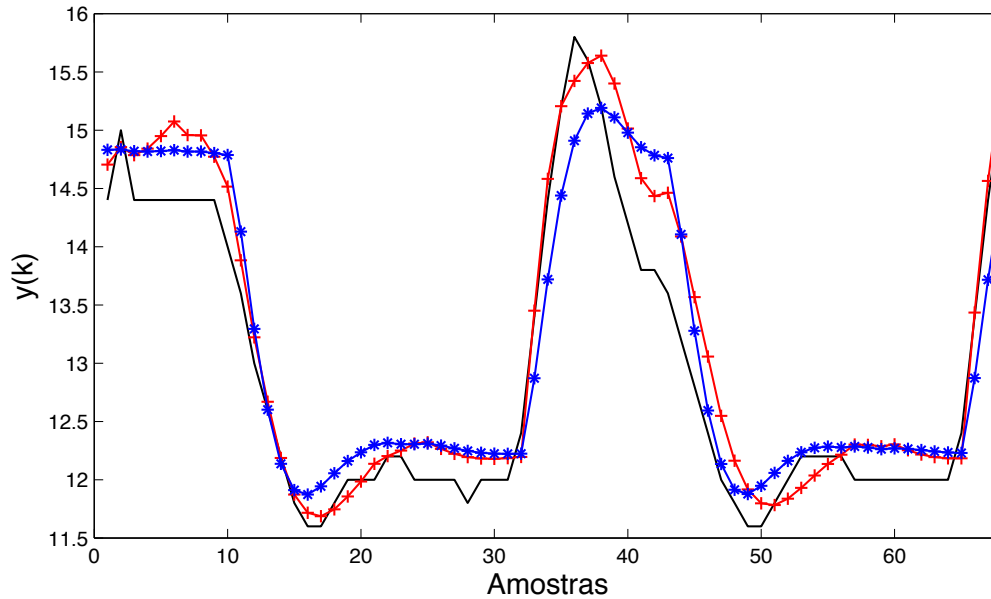


Figura 4.31: Validação por simulação livre dos modelos NARX (4.65), (4.66) e (4.67). Em linha cheia, (-), tem-se os dados reais de saída. Em (- + -) os dados gerados por (4.65) e em (- \* -) os dados gerados por (4.66) e (4.67).

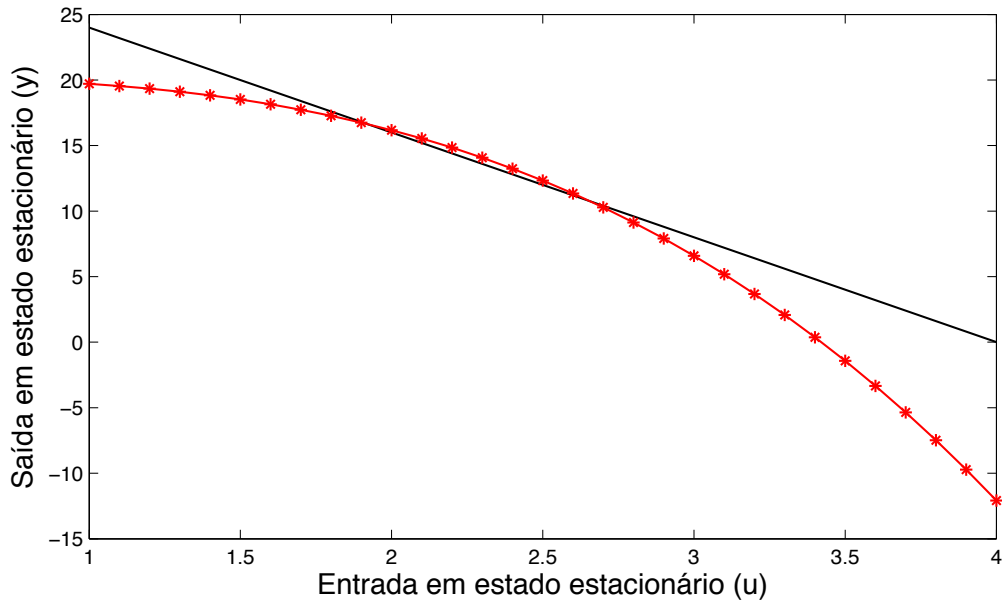


Figura 4.32: Simulação dos modelos estáticos obtidos dos pontos fixos de (4.66) e (4.67). Em linha cheia, (-), tem-se os dados estáticos obtidos da relação teórica do conversor (4.35) e em (- \* -) os dados gerados pelos pontos fixos do modelo (4.66) e (4.67).

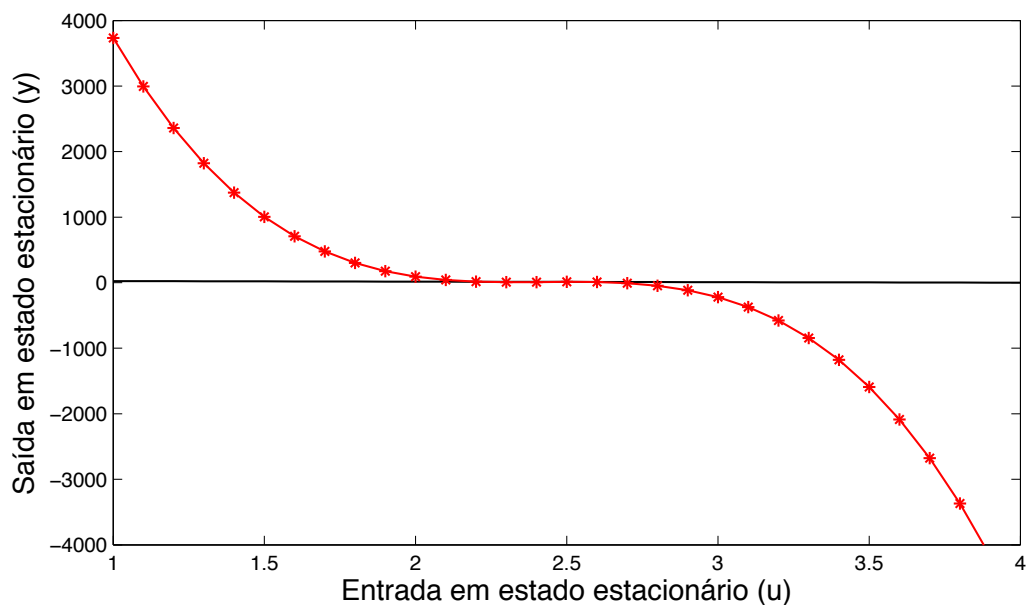


Figura 4.33: Simulação dos modelos estáticos obtidos dos pontos fixos de (4.65). Em linha cheia, (-), tem-se os dados estáticos obtidos da relação teórica do conversor (4.35) e em (- \* -) os dados gerados pelos pontos fixos do modelo (4.65).

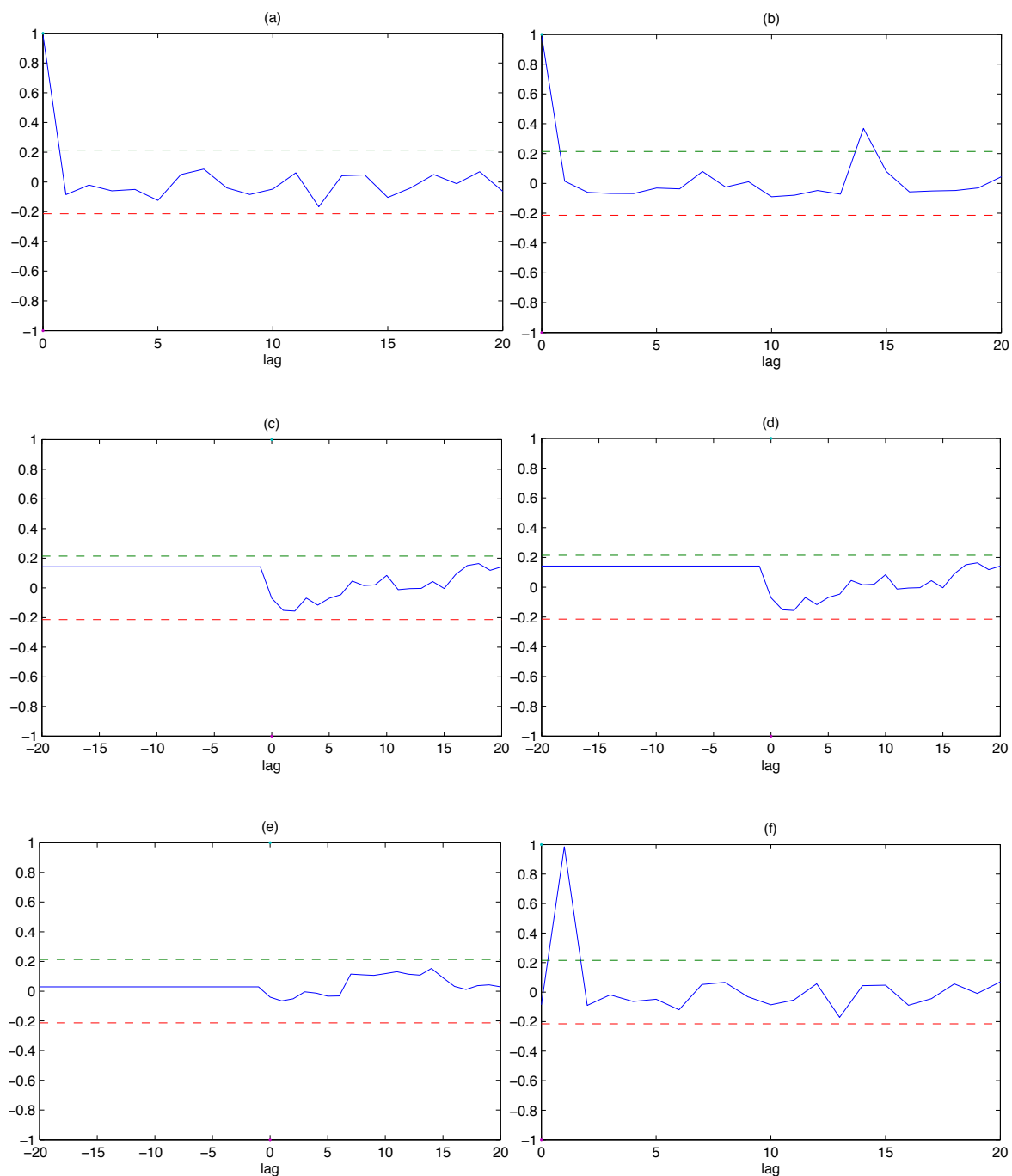


Figura 4.34: Validação estatística do modelo (4.65), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^{2'}\xi^{2'}}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^{2'}\xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^{2'}\xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

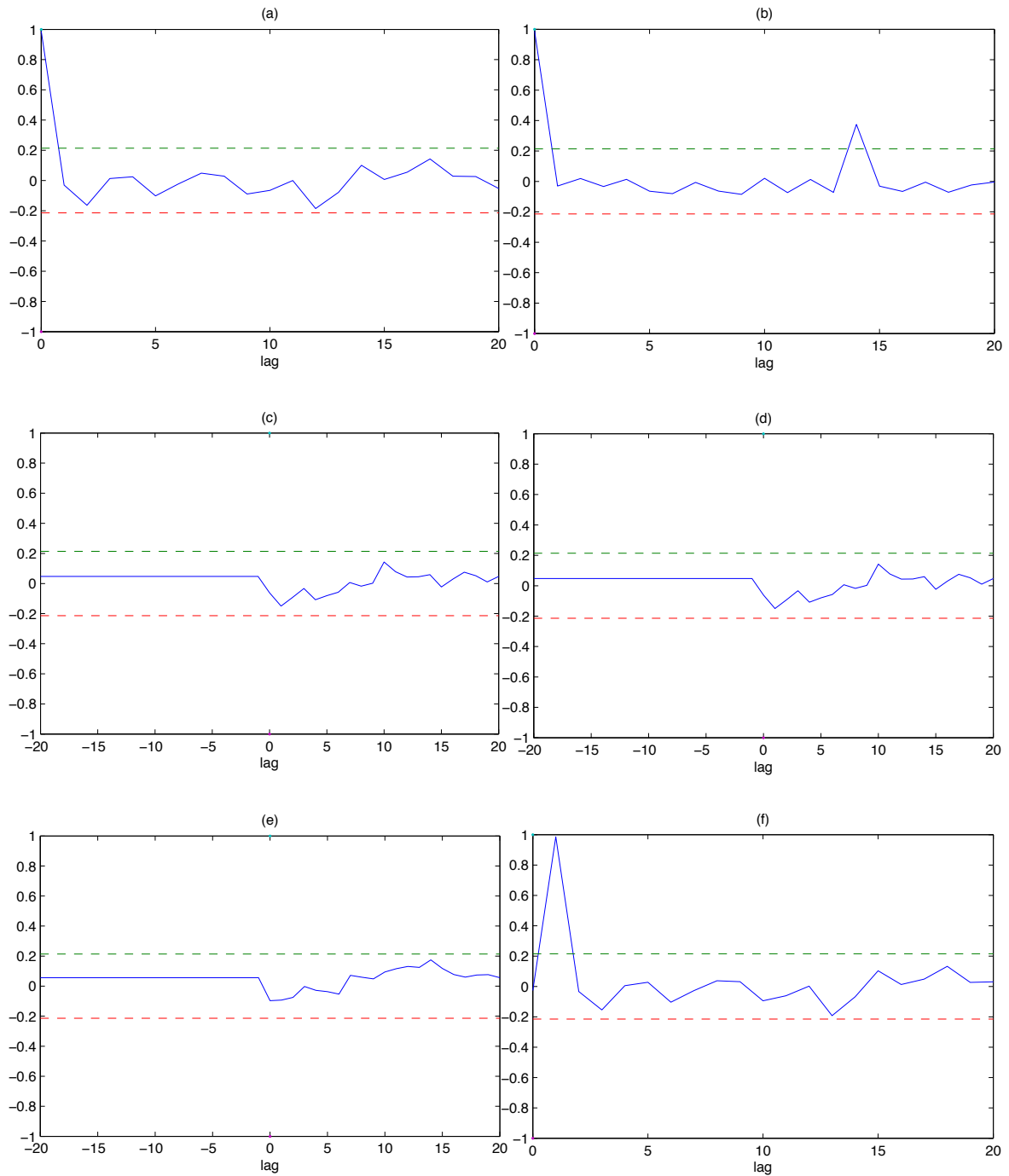


Figura 4.35: Validação estatística do modelo (4.66) e (4.67), para um intervalo de confiança de 95%. (a)  $r_{\xi\xi}(\tau)$ . (b)  $r_{\xi^2\xi^2}(\tau)$ . (c)  $r_{u\xi}(\tau)$ . (d)  $r_{u^2\xi}(\tau)$ . (e)  $r_{u^2\xi^2}(\tau)$  e (f)  $r_{\xi\xi u}(\tau)$ .

## 4.4 Comentários Finais

Neste capítulo foram realizados dois estudos de casos, com intuito de testar a eficiência do método MMCR na detecção de estruturas de modelos polinomiais NARX.

No caso do aquecedor elétrico de dissipação variável, as estruturas obtidas por meio da metodologia desenvolvida foram capazes de ajustar bem a curva estática e o comportamento dinâmico deste sistema.

No caso do conversor CC-CC do tipo buck, os modelos obtidos explicaram satisfatoriamente a dinâmica. Contudo, houve uma dificuldade, nos parâmetros dos modelos estimados pelo EMQ, em explicar a característica estática do sistema. Conjectura-se que isso aconteceu porque os dados de entrada utilizados pelo ensaio dinâmico excursionam em uma faixa de operação muito estreita (2,2 a 2,5 volts), e com isso apenas a imposição do conhecimento auxiliar na etapa de detecção de estrutura dos modelos não foi suficiente para incorporar o comportamento estático nos modelos identificados. Credita-se esta defasagem aos estimadores utilizados, assim, índices RMSEs estáticos melhores podem ser obtidos com a incorporação das restrições estáticas na etapa de estimação dos parâmetros, como foi proposto nos trabalhos de [Barroso \(2001\)](#); [Corrêa \(2001\)](#); [Barroso et al. \(2007\)](#) e [Teixeira e Aguirre \(2011\)](#).

A grande dificuldade de qualquer metodologia de detecção de estruturas é a escolha do grau de não-linearidade e os atrasos máximos dos termos de processo. Por isso, foram testadas as influências de vários tipos de agrupamentos de termos na explicação da característica estática e do comportamento dinâmico do sistema em questão. Também, foram utilizadas outras metodologias de detecção de estruturas, como os critérios de Akaike (AIC) e a taxa de redução do erro (ERR), com a finalidade de se ter um parâmetro de comparação para os resultados obtidos pelo MMCR.

Sendo assim, mais uma vez a metodologia MMCR se mostrou eficiente, obtendo resultados muito próximos aos outros métodos de detecção de estruturas apresentados.

Tabela 4.8: Valores dos parâmetros dos modelos NARX,  $\mathcal{M}_{NARX}$ , estimados pelo método do estimador EMQ.

$\mathcal{M}_{NARX}$	$c_{0,0}$	$c_{1,0}(1)$	$c_{1,0}(2)$	$c_{0,1}(1)$	$c_{0,1}(2)$	$c_{0,2}(1,1)$	$c_{0,2}(1,2)$	$c_{0,2}(2,2)$	$c_{0,3}(1,1,1)$	$c_{0,3}(1,1,2)$	$c_{0,3}(1,2,2)$	$c_{0,3}(2,2,2)$
(4.62)	3592,6075	1,4646	-0,6328	-4594,2120	54,7220	2173,8587	-468,9614	205,9019	-313,0231	23,7067	73,4768	-51,9522
(4.63)	114,0807	1,2542	-0,4919	-60,0866	-9,7604	-	-	-	-0,4483	12,4789	-13,3198	5,3456
(4.64)	64,3600	1,3818	-0,5917	-	-	113,5408	-284,5257	138,1765	-14,1154	7,2156	51,6354	-35,5722
(4.65)	2712,4034	1,5191	-0,6651	-3368,8900	-	1399,2115	-6,1270	-	-173,22062	-57,8849	57,1142	-17,7008
(4.66)	5,1395	1,2817	-0,5360	-	-	-	-	-	-0,1283	-	-	-
(4.67)	5,1395	1,2817	-0,5360	-	-	-	-	-	-0,1283	-	-	-



## Conclusões e Trabalhos Futuros

---

*“Eu sou o Caminho, a Verdade e a Vida. Ninguém vem ao Pai senão por Mim.”*

Jo 14,6

O presente trabalho teve como objetivo principal o desenvolvimento de uma metodologia caixa-cinza que utiliza como informação auxiliar a característica estática de um sistema para detecção de estrutura de modelos polinomiais NARX. Para que isso fosse possível, foram necessários estudos à respeito das técnicas empregadas na identificação de sistemas não-lineares. Uma visão geral sobre técnicas de identificação caixa-preta, que formulam a base teórica deste estudo, foram apresentadas no Capítulo 2. Também foram feitos estudos a cerca das características estruturais dos modelos polinomiais NARX, mais especificamente sobre os conceitos de agrupamentos de termos e coeficientes dos agrupamentos, importantíssimos para a proposição da metodologia de *Modelagem via simulações de Monte Carlo com Restrições* (MMCR).

Sabe-se que quando a determinação de estrutura não é feita de maneira correta, diversos problemas podem surgir, como por exemplo, o aparecimento de regimes dinâmicos espúrios. Visando contornar tais problemas, vários métodos têm sido propostos para seleção de estrutura de modelos NARX. Entretanto, vale salientar que cada um deles apresenta alguma desvantagem ou limitação. Por exemplo, o critério ERR pode escolher termos incorretos ou redundantes em condições de identificação feitas com dados ruidosos ou amostragem incorreta. Outro exemplo é o critério de Akaike (AIC), no qual parte-se de uma estrutura previamente ajustada para determinar o número de termos para compor o modelo. Assim, os resultados obtidos pelo AIC podem variar muito dependendo da estrutura escolhida para a procura *ideal* pelo número de termos,

como exemplificado nos estudos de casos das seções 4.2.6 e 4.3.6. E com isso, não se pode afirmar se o número de termos selecionados pelo AIC torna o modelo capaz de reproduzir a dinâmica do sistema original.

Além do mais, a utilização de técnicas caixa-preta de detecção de estruturas não garantem que os modelos sejam capazes de reproduzir as características estáticas dos sistemas, uma vez que os dados obtidos por meio dos ensaios podem não conter informações suficientes devido aos limites operacionais de excursão dos dados em torno dos pontos de interesse.

Sendo assim, foi desenvolvida uma metodologia baseada no conhecimento das características estáticas dos sistemas para a detecção de estruturas de modelos polinomiais NARX. Para tornar possível a implementação do MMCR, foi utilizado o algoritmo BFGS para estimar funções estáticas aproximadas das características estáticas reais dos sistemas. Assim o MMCR, utilizando as informações dos diversos modelos estáticos aproximados, testou a influência dos agrupamentos de termos na explicação das características dinâmicas dos sistemas.

De posse dos estudos de casos feitos ao longo deste trabalho, pôde-se concluir que o método desenvolvido foi capaz de apontar os agrupamentos espúrios e os efetivos dos sistemas testados. Notou-se que para o caso do sistema de aquecimento, identificado à partir de dados que excursionam em uma ampla faixa de operação, a estrutura detectada foi suficiente para garantir um bom comportamento dinâmico e em estado estacionário. Contudo, no caso do conversor CC-CC do tipo buck, identificado à partir de uma faixa estreita de operação, a detecção da estrutura correta não foi suficiente para garantir a representatividade do modelo em estado estacionário. Neste caso, como discutido anteriormente, essas mesmas informações auxiliares, utilizadas na etapa de detecção de estrutura, devem ser utilizadas como restrição durante a etapa de estimação dos parâmetros, como sugerido nos trabalhos de Barroso (2001); Corrêa (2001); Barroso et al. (2007). Vale salientar que, se a etapa de detecção de estrutura não for feita de maneira correta, a utilização da informação estática durante a etapa de estimação dos parâmetros, não garante que o modelo identificado reproduza as informações desejadas.

---

Por se tratar de um procedimento de detecção de estrutura que determina os parâmetros das estruturas NARX testados via simulações de Monte Carlo, o MMCR não utiliza nenhum procedimento de minimização dos resíduos um passo à frente, como os mínimos quadrados (MQ). Assim, deve ser utilizado em conjunto com o MMCR algum método de regressão linear, como o MQE, para a estimação dos parâmetros. Pois, o estimador de MQE não é polarizado.

Contudo, como a metodologia MMCR foi proposta para a seleção de estruturas, entende-se que os parâmetros determinados para os termos presentes nas estruturas são uma vantagem a mais que o algoritmo oferece. Como mostrado no estudo de caso simulado do Capítulo 3, nos casos em que foram considerados um conjunto de 60 amostras, provenientes do ensaio dinâmico, o MQ não conseguiu explicar bem as características dinâmica e estática do sistema. E ainda, para um conjunto de 30 amostras, o MQ não explicou comportamento algum do sistema. No geral, os modelos encontrados pelo MMCR, para estes pequenos conjuntos de amostras, além de obter boas aproximações estáticas, conseguiram aproximações razoáveis do comportamento dinâmico do sistema. Assim, na prática, quando existem impossibilidades operacionais para se realizar longos ensaios dinâmicos sobre a planta, a característica estática do sistema pode ser uma alternativa viável para identificá-la.

Depois de feita todas as considerações, pode-se dizer que o método MMCR conseguiu demonstrar que é possível obter informações do comportamento dinâmico do sistema à partir da curva estática do mesmo. Baseado nesta informação, o presente trabalho introduz um novo conceito de seleção de estruturas polinomiais NARX baseado em buscas aleatórias por parâmetros, em um espaço restringido pelos agrupamentos da curva estática. Dado o primeiro passo nesse sentido, deve-se ressaltar que melhorias no algoritmo proposto podem ser feitas nos seguintes aspectos:

- Buscar por meio de formulações matemáticas as respostas para as hipóteses:
  - É possível encontrar parâmetros, que descrevam os comportamentos dinâmicos dos sistemas, em um espaço que não seja o ortogonal?
  - Como comprovar a existência de informações à respeito do comportamento dinâmico nas características estáticas dos sistemas?

- É possível relaxar os limites das restrições impostas pelas características estáticas e ainda assim conseguir obter modelos dinamicamente válidos? Quanto?
- Utilizar algoritmos evolucionários, como algoritmos genéticos ou métodos por enxame de partículas com o intuito de buscar soluções mais precisas e diminuir os tempos das simulações.
- Construir um algoritmo multiobjetivo, com a utilização de outros tipos de decisores, como por exemplo o decisor de sincronismo dinâmico.

---

## Referências Bibliográficas

---

- Aguirre, L. A. (1994). Some remarks on structure selection for nonlinear models. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4:1707–1714.
- Aguirre, L. A. (2007). *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Editora UFMG, 3a edição.
- Aguirre, L. A. e Billings, S. A. (1994). Validating identified nonlinear models with chaotic dynamics. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4(1):109–125.
- Aguirre, L. A. e Billings, S. A. (1995a). Dynamical effects of overparametrization in nonlinear models. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 80:26–40.
- Aguirre, L. A. e Billings, S. A. (1995b). Improved structure selection for nonlinear models based on term clustering. *International Journal of Control*, 62(3):569–587.
- Aguirre, L. A. e Jácome, C. R. F. (1998). Cluster analysis of NARMAX models for signal-dependent systems. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 145(4):409–414.
- Aguirre, L. A. e Mendes, E. M. A. M. (1996). Global nonlinear polynomial models: structure, term cluster and fixed points. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 6(2):279–294.
- Akaike, H. (1969). Fitting autoregressive models for prediction. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 21(1):243–247.
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, AC-19:716–723.
- Allen, D. M. (1974). The relationship between variable selection and data augmentation and a method for prediction. *Technometrics*, 16:125–127.
- Alves, M. A. (2009). *Utilização de auto-consistência como ferramenta auxiliar na seleção de estrutura de modelos NARX polinomiais*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.

- Astrom, K. J. e Eykhoff, P. (1971). System identification: a survey. *Automatica*, 7:123–162.
- Barbosa, A. M., Takahashi, R. H. C., e Aguirre, L. A. (2010). Técnicas de otimização bi-objetivo aplicadas a problemas de determinação de estrutura em modelos polinomias NARX. In *XVIII Congresso Brasileiro de Automática*, páginas 3189–3196, Bonito - MS.
- Barbosa, B. H. G., Aguirre, L. A., Martinez, C. B., e Braga, A. P. (2011). Black and gray-box identification of a hydraulic pumping system. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 19(2):398–406.
- Barroso, M. F. S. (2001). *Métodos de otimização mono-objetivo aplicados à identificação caixa-cinza de sistemas não-lineares*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- Barroso, M. F. S., Saldanha, R. R., e Aguirre, L. A. (2002). Comparação de métodos mono-objetivos em identificação caixa-cinza. *Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional*, 2(2):43–52.
- Barroso, M. F. S., Takahashi, R. H. C., e Aguirre, L. A. (2007). Multi-objective parameter estimation via minimal correlation criterion. *Journal of Process Control*, 17(4):321–332.
- Bazaraa, M. S. e Shetty, C. M. (1985). *Nonlinear programming - theory and algorithms*. John Wiley and Sons.
- Billings, S. A. e Chen, S. (1989). Identification of non-linear rational systems using a prediction-error estimation algorithm. *International Journal of Systems Science*, 20(3):467–494.
- Billings, S. A., Chen, S., e Backhouse, R. J. (1989a). Identification of linear and non-linear models of a turbo charged automotive diesel engine. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 3(2):123–142.
- Billings, S. A., Chen, S., e Korenberg, M. J. (1989b). Identification of MIMO non-linear systems using a forward regression orthogonal estimator. *International Journal of Control*, 49(6):2157–2189.
- Billings, S. A. e Tao, Q. H. (1991). Model validity tests for non-linear signal processing applications. *International Journal of Control*, 54(1):157–194.
- Billings, S. A. e Voon, W. S. F. (1983). Structure detection and model validity tests in the identification of nonlinear systems. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, 130(4):193–199.
- Billings, S. A. e Voon, W. S. F. (1986). Correlation based model validity tests for non-linear models. *International Journal of Control*, 44(1):235–244.

- Billings, S. A. e Zhu, Q. M. (1991). Rational model identification using an extended least-squares algorithm. *Int. J. Control*, 54(3):529–546.
- Billings, S. A. e Zhu, Q. M. (1994). Nonlinear model validation using correlation tests. *Int. J. Control*, 60:1107–1120.
- Box, G. e Jenkins, G. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*. Holden-Day series in time series analysis and digital processing. Holden-Day.
- Cassini, C. C. S. (1999). *Estimação recursiva de características estáticas não lineares utilizando modelos polinomiais NARMAX*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- Charalampakis, A. E. e Dimou, C. K. (2011). A comparison of differential evolution, particle swarm optimization and genetic algorithms for the identification of bouc-wen hysteretic systems. In Y Tsompanakis, B. H. V. T., editor, *Proceedings of the Second International Conference on Soft Computing in Civil Structural and Environmental Engineering*, página paper 48. Civil-Comp Press.
- Chen, S. (1994). Radial basis functions for signal prediction and system modelling. *Applied Science and Computations*, 1(1).
- Chen, S. e Billings, S. A. (1992). Neural networks for non-linear dynamic system modelling and identification. *Int. J. Control*, 56(2).
- Chen, S., Billings, S. A., e Luo, W. (1989). Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification. *International Journal of Control*, 50(5):1873–1896.
- Connally, P., Li, K., e Irwin, G. W. (2008). Integrated structure selection and parameter optimisation for eng-genes neural models. *Electrical Engineering*, 71:2964–2977.
- Corrêa, M. V. (2001). *Identificação caixa-cinza de sistemas não-lineares utilizando representações NARMAX racionais e polinomiais*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Draper, N. R. e Smith, H. (1998). *Applied regression analysis*, volume 706 of *Wiley Series in Probability and Statistics*. John Wiley & Sons.
- Edwards, D. e Havranek, T. (1987). A fast model selection procedure for large families of models. *Journal of the American Statistical Association*, 82(397):205–213.
- Eskinat, E., Johnson, S. H., e Luyben, W. L. (1993). Use of auxiliary information in system identification. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 32:1981–1992.

- Garcia, C. (2009). *Modelagem e simulação de processos industriais e de sistemas eletromecânicos*. Edusp, São Paulo, 2a edição.
- Haber, H. e Unbehauen, H. (1990). Structure identification of nonlinear dynamic systems: A survey on input/output approaches. *Automatica*, 26(4):651–677.
- Haber, R. (1985). Nonlinearity tests for dynamic processes. In *IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation*, páginas 409–413.
- Hachino, T., Shimoda, K., e Takata, H. (2009). Identification using genetic algorithm and particle swarm optimization. *Engineering and Technology*, páginas 499–504.
- Hong, X., Mitchell, R., Chen, S., Harris, C., Li, K., e Irwin, G. (2008). Model selection approaches for non-linear system identification: a review. *International Journal of Systems Science*, 39(10):925–946.
- Katayama, T., McKelvey, T., Sano, A., Cassandras, C. G., e Campi, M. C. (2006). Trends in systems and signals. *Annual Reviews in Control*, 30(1):5–17.
- Korenberg, M. (1988). Identifying nonlinear difference equation and functional expansion representations: The fast orthogonal algorithm. *Annals of Biomedical Engineering*, 16(1):123–142.
- Korenberg, M., Billings, S. A., Liu, Y. P., e McIlroy, P. J. (1988). Orthogonal parameter estimation algorithm for non-linear stochastic systems. *Int. J. Control*, 48(1):193–210.
- Kortmann, M., Janiszowski, K., e Unbehauen, H. (1988). Application and comparison of different identification schemes under industrial conditions. *International Journal of Control*, 48(6):2275–2296.
- Lee, K. L. e Billings, S. A. (2002). Time series prediction using support vector machines, the orthogonal and the regularized orthogonal least-squares algorithms. *International Journal of Systems Science*, 33(10):811–821.
- Leontaritis, I. J. e Billings, S. A. (1987a). Experimental design and identifiability for non-linear systems. *International Journal of Systems Science*, 18(1):189–202.
- Leontaritis, I. J. e Billings, S. A. (1987b). Model selection and validation methods for non-linear systems. *International Journal of Control*, 45(1):311–341.
- Letellier, C., Maquet, J., Labro, H., Sceller, L. L., Gouesbet, G., Cedex, M. S.-a., Argoul, F., e Arne, A. (1998). Analyzing chaotic behavior in a Belousov-Zhabotinsky reaction by using a global vector field reconstruction. *Society*, (102):10265–10273.
- Li, J. W., Zhang, W. J., Yang, G. S., Tu, S. D., e Chen, X. B. (2008). Thermal-error modeling for complex physical systems: the-state-of-arts review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 42(1-2):168–179.

- Liu, Y.P., Korenberg, M.J., Billings, S.A., Fadzil, M. (1987). The non linear identification of a heat exchanger. In *In Proc.of 26th IEEE Conference on Decision and Control*, Los Angeles, California, USA.
- Ljung, L. (1987). *System identification : theory for the user*. Prentice-Hall.
- Ljung, L. (1999). *System identification (2nd ed.): theory for the user*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, USA.
- Ljung, L. e Soderstrom, T. (1983). *Theory and practice of recursive identification*. MIT Press.
- Martins, S. A. M., Braga, D. C. S., Nepomuceno, E. G., Gomes, T. V., e Reis, M. L. F. (2009). Investigation of static curve information for multiobjective system identification. *Journal of Computational Interdisciplinary Sciences*, 1(2):149–157.
- Mendes, E. M. A. M. (1995). *Identification of nonlinear discrete systems with intelligent structure detection*. Tese de Doutorado, University of Sheffield.
- Mendes, E. M. A. M. e Billings, S. A. (1998). On overparametrization of nonlinear discrete systems. *International Journal of bifurcation and chaos*, 8(3):535–556.
- Mendes, E. M. A. M. e Billings, S. A. (2001). An alternative solution to the model structure selection problem. *Systems, Man and Cybernetics, Part A.*, 31(6):597–608.
- Nepomuceno, E. G. (2002). *Identificação multiobjetivo de sistemas não-lineares*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Nepomuceno, E. G., Takahashi, R. H. C., e Aguirre, L. A. (2007). Multiobjective parameter estimation for non-linear systems : affine information and least-squares formulation. *International Journal of Control*, (80:6):1–9.
- Norton, J. P. (1986). *An introduction to identification*. London: Academic Press.
- Priestley, M. B. (1981). *Spectral analysis and time series*. Academic Press, New York and London.
- Rojas, C. R., Welsh, J. S., Goodwin, G. C., e Feuer, A. (2007). Robust optimal experiment design for system identification. *Automatica*, 43(6):993–1008.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, 6(2):461–464.
- Smola, A. J. e Scholkopf, B. (2004). A tutorial on support vector regression. *Statistics and computing*, páginas 199–222.
- Söderström, T. e Stoica, P. (1989). *System identification*. Prentice Hall, London.

- Ståhl, F. e Johansson, R. (2009). Diabetes mellitus modeling and short-term prediction based on blood glucose measurements. *Mathematical Biosciences*, 217(2):101–117.
- Sze, T. L. (1995). *Radial basis function network for nonlinear system identification*. Ph.d. thesis, University of Sheffield, Mappin Street.
- Teixeira, B. O. e Aguirre, L. a. (2011). Using uncertain prior knowledge to improve identified nonlinear dynamic models. *Journal of Process Control*, 21(1):82–91.
- Verly, A., Ricco, R. A., Barroso, M. F. S., e Mendes, E. M. A. M. (2011a). Caracterização de agrupamentos de termos na seleção de estrutura de modelos polinomiais NARX: uma abordagem por meio das características estáticas. In *XXXII Cilamce - Congresso Ibero Latino Americano Sobre Métodos Computacionais em Engenharia*, Ouro Preto - Minas Gerais. Anais do XXXII Cilamce.
- Verly, A., Ricco, R. A., Barroso, M. F. S., e Mendes, E. M. A. M. (2011b). O uso da característica estática como critério de seleção de estrutura de modelos polinomiais NARX via método de Monte Carlo. In *DINCON 2011- X Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*, páginas 343–346, Águas de Lindóia - SP. Anais do DINCON 2011.
- Worden, K., Wong, C. X., Parlitz, U., Hornstein, A., e Engster, D. (2007). Identification of pre-sliding and sliding friction dynamics: grey box and black-box models. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21:514–534.
- Yassin, I. M., Taib, M. N., Hassan, H. A., Zabidi, A., e Tahir, N. M. (2010a). Heat exchanger modeling using NARX model with binary PSO-based structure selection method. *2010 International Conference on Computer Applications and Industrial Electronics*, (IcCaie):368–373.
- Yassin, I. M., Taib, M. N., Rahim, N. A., Khairul, M., Salleh, M., e Abidin, H. Z. (2010b). Particle swarm optimization for NARX structure selection - application on dc motor model. *Industrial Electronics*, (ISIEA):456–462.
- Young, P. C. (1984). *Recursive estimation and time series analysis*. Springer-Verlag, Berlin.
- Zhu, Q. M. e Billings, S. A. (1991). Recursive parameter estimation for nonlinear rational models. *J. Syst. Eng.*, 1:63–79.
- Zhu, Q. M. e Billings, S. A. (1993). Parameter estimation for stochastic nonlinear rational models. *Int. J. Control*, 57(2):309–333.