

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas

Dissertação de Mestrado

Processamento e Análise Digital de Imagens  
Aplicados aos Estudos de Liberação Mineral

Autor: Itamar Daniel Delbem  
Orientador: Roberto Galéry

Fevereiro/2010

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas

Itamar Daniel Delbem

PROCESSAMENTO E ANÁLISE DIGITAL DE IMAGENS  
APLICADOS AOS ESTUDOS DE LIBERAÇÃO MINERAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Pós-  
Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas da  
Universidade Federal de Minas Gerais

Área de concentração: Tecnologia Mineral  
Orientador: Prof. Roberto Galéry

Belo Horizonte  
Escola de Engenharia da UFMG  
Fevereiro/2010

Dedico esta dissertação ao Senhor Jesus,  
por sempre ter sido fiel,  
por nunca ter me abandonado,  
por ter me direcionado conforme a sua vontade.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar agradeço a Deus, por me dar força, saúde, paz, amor e o conhecimento. Sem Ele eu não seria capaz de nada nessa vida.

Agradeço aos meus pais, pois sempre estiveram ao meu lado me dando força e me ajudando sem medir esforços. Eu não seria ninguém sem eles.

Agradeço a minha noiva Ana Paula, pelo apoio, compreensão e carinho que sempre me deu. Ela é um presente de Deus para mim.

Aos meus irmãos, cunhados e cunhadas, muito obrigado pelo carinho e incentivo que sempre me deram. Em especial agradeço a minha irmã Flávia e a meu cunhado Geraldo, por me acolherem durante esses anos.

Agradeço ao meu orientador e grande amigo Prof. Roberto Galéry, pelos ensinamentos e dedicação na realização deste trabalho.

Sou grato ao Professor Toninho e Professor Paulo Brandão, pela amizade e ajuda que sempre me deram.

Agradeço à amiga Fátima Reis pela grande ajuda na preparação das seções polidas. Agradeço também à amiga Patrícia Mara Trigueiro e ao amigo Roberto Couceiro pela ajuda na aquisição das imagens no MEV.

Agradeço a todos os meus amigos do Departamento de Engenharia de Minas (DEMIN-UFMG) e, também, do Departamento de Engenharia Metalúrgica (DEMET-UFMG) pelo apoio e incentivo.

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO .....	13
2.	OBJETIVOS E RELEVÂNCIA.....	16
3.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	17
3.1.	LIBERAÇÃO E ANÁLISE DE LIBERABILIDADE.....	17
3.1.1.	<i>Liberação por fragmentação</i> .....	18
3.1.2.	<i>Liberação por destacamento</i> .....	23
3.1.3.	<i>Comportamento de partículas mistas</i> .....	25
3.1.4.	<i>Determinação do grau de liberação</i> .....	27
3.2.	ANÁLISE DA TRAMA MINERAL POR DETERMINAÇÃO DIGITAL DOS INTERCEPTOS LINEARES OU AREAIS .....	33
3.3.	PROCEDIMENTOS ASSOCIADOS À GEOMETRIA INTEGRAL PARA CÁLCULO DA LIBERAÇÃO .....	37
3.4.	MICROSCOPIA ELETRÔNICA DE VARREDURA (MEV) .....	38
3.5.	IMAGEM DIGITAL .....	41
3.5.1.	<i>Resolução espacial e de intensidade</i> .....	42
3.5.2.	<i>Histograma de uma imagem digital</i> .....	44
3.5.3.	<i>Brilho e contraste</i> .....	45
3.5.4.	<i>Imagem digital colorida (RGB)</i> .....	47
3.6.	PROCESSAMENTO E ANÁLISE DIGITAL DE IMAGENS (PADI) .....	51
3.6.1.	<i>Aquisição da imagem digital</i> .....	53
3.6.2.	<i>Pré-processamento</i> .....	54
3.6.3.	<i>Segmentação</i> .....	57
3.6.4.	<i>Pós-Processamento</i> .....	60
3.6.5.	<i>Extração de atributos</i> .....	60
3.6.6.	<i>Reconhecimento e classificação</i> .....	61
3.7.	A ANÁLISE DIGITAL DE IMAGENS EM ESTUDOS DE CARACTERIZAÇÃO DE MINÉRIOS. .	61
4.	METODOLOGIA.....	65
4.1.	AS AMOSTRAS .....	65
4.2.	ANÁLISE GRANULOMÉTRICA.....	65
4.3.	IDENTIFICAÇÃO DE FASES POR DIFRAÇÃO DE RAIOS-X.....	65
4.4.	CONFECÇÃO DAS SEÇÕES POLIDAS .....	66
4.5.	MICROSCOPIA ELETRÔNICA DE VARREDURA/ESPECTROSCOPIA DE ENERGIA DE RAIOS-X (MEV/EDS) .....	67
4.6.	LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO UTILIZADA NO DESENVOLVIMENTO DO SOFTWARE ..	68

5.	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	69
5.1.	DESCRIÇÃO DAS TÉCNICAS DE PADI IMPLEMENTADAS NO LIBMIN.....	69
5.1.1.	<i>Correção de fundo</i> .....	69
5.1.2.	<i>Segmentação</i> .....	70
5.1.2.1.	<i>Contorno externo de partículas</i> .....	71
5.1.3.	<i>Filtro de delineação</i> .....	72
5.1.4.	<i>Eliminação das partículas que tocam as bordas da imagem</i> .....	74
5.1.5.	<i>Eliminação de partículas espúrias</i> .....	74
5.2.	DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DO LIBMIN .....	75
5.2.1.	<i>Processamento inicial das imagens</i> .....	75
5.2.2.	<i>Quantificação e classificação das fases minerais presentes na imagem</i> .....	76
5.2.3.	<i>Avaliação do espectro de liberação</i> .....	77
5.3.	ESTUDO DE CASOS UTILIZANDO O LIBMIN.....	80
5.3.1.	<i>Preparo das amostras e aquisição das imagens</i> .....	80
5.3.2.	<i>Identificação, quantificação e classificação das fases minerais</i> .....	82
5.3.3.	<i>Determinação do espectro de liberação do minério de ferro</i> .....	87
6.	CONCLUSÕES .....	92
7.	RELEVÂNCIA.....	93
8.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	94
9.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	95

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: Trama de fragmentação matricial, cúbica, sobreposta a matriz rochosa original (Gaudin,1958).....	19
Figura 3.2: Modelo geométrico de grão considerando uma relação de abundância entre as fases A e B equivalentes a 5:1 (Gaudin,1958).....	20
Figura 3.3: Grau de liberação entre duas fases minerais A e B em função da relação de redução k, para n=25.....	23
Figura 3.4: (a) trama granular; (b) trama de interpenetração.....	24
Figura 3.5: Análise granulométrica das fases minerais M1 e M2.....	25
Figura 3.6: Tipos de partículas mistas (Silva,1973).....	27
Figura 3.7: Representação da avaliação de liberação no campo do microscópio para quatro situações diferentes de composição de partículas.....	30
Figura 3.8: Fator de associação em função do teor da fase dispersa.....	32
Figura 3.9: Representação esquemática de partículas apresentando liberação aparentemente idêntica, mas tramas diferentes. (Pirard et al., 2007).....	34
Figura 3.10: Apresentação esquemática da determinação dos interceptos lineares da fase A ( $I_{1a}$ e $I_{2a}$ ).....	35
Figura 3.11: Imagem de elétrons retroespalhados de uma amostra de um minério de ferro: 1- hematita, 2- goethita, 3- quartzo.....	40
Figura 3.12: Representação de uma imagem digital (Pedrini e Schwartz 2008).....	42
Figura 3.13: Exemplos de variação da resolução espacial e de intensidade de uma imagem digital (Vieira e Paciornik, 2001).....	43
Figura 3.14: Imagem digital na escala de cinza e o seu respectivo histograma.....	44
Figura 3.15: Exemplos de imagens na escala de cinza e seus respectivos histogramas: (a) imagem clara, alto brilho; (b) imagem escura, baixo brilho; (c) imagem com alto contraste; (d) imagem com baixo contraste.....	46

Figura 3.16: (a) Imagem digital RGB; (b) imagem componente na escala de vermelho; (c) imagem componente na escala de verde; (d) imagem componente na escala de azul.....	49
Figura 3.17: Imagem RGB e o histograma correspondente a cada uma de suas componentes.....	50
Figura 3.18: Sequência de etapas fundamentais de PADI (Vieira e Paciornick 2001).....	52
Figura 3.19: (a) representa uma imagem de baixo contraste e o seu respectivo histograma; (b) representa a imagem da Figura 3.19 (a) com o contraste expandido e o seu respectivo histograma.....	55
Figura 3.20: (a) imagem sem delineação; (b) imagem delineada.....	57
Figura 3.21: (a) imagem em 256 níveis de cinza; (b) histograma da imagem (a) indicando os limiares de corte; (c) imagem (a) segmentada e apresentada com “pseudo coloração”.....	59
Figura 3.22: Imagem de elétrons retroespalhados de rejeito de ouro, contendo os silicatos quartzo (Qz) e muscovita (Msc), apatita (Apt), ilmenita (Ilm), e os sulfetos pirita (Py), arsenopirita (Aspy) e galena (Gln), e o histograma da distribuição de níveis de cinza com a indicação das fases. (Neumann et al., 2004).....	63
Figura 5.1: Aplicação da correção de fundo.....	70
Figura 5.2: (a) imagem original; (b) histograma da imagem original; (c) imagem segmentada; (d) imagem segmentada e individualizada por fase mineral.....	71
Figura 5.3: Técnica de contorno externo de partículas.....	72
Figura 5.4: (a) imagem original sem delineação; (b) segmentação da imagem sem delineação (c) quartzo separado da imagem sem delineação; (d) óxidos de ferro separado da imagem sem delineação; (e) imagem original delineada; (f) segmentação da imagem delineada; (g) quartzo separado da imagem delineada; (h) óxidos de ferro separado da imagem delineada.....	73
Figura 5.5: Eliminação das partículas que tocam as bordas da imagem.....	74
Figura 5.6: Eliminação de partículas espúrias.....	75

Figura 5.7: Tela principal do sistema mostrando uma imagem de MEV processada contendo duas fases distintas.....	76
Figura 5.8: Quantificação das fases minerais presentes na imagem da Figura 5.7.....	77
Figura 5.9: Tela de avaliação da liberação.....	78
Figura 5.10: Gráfico da análise granulométrica do minério de cobre.....	80
Figura 5.11: Gráfico da análise granulométrica do minério de ferro.....	81
Figura 5.12: Identificação das fases minerais presentes na amostra de minério de cobre.....	83
Figura 5.13: Identificação das fases minerais presentes no minério de ferro.....	83
Figura 5.14: Quantificação e classificação das fases presentes no minério de cobre.....	84
Figura 5.15: Quantificação e classificação das fases presentes no minério de ferro.....	86
Figura 5.16: Teor médio da fase útil e sua respectiva variância para cada classe de tamanho, em função do número de partículas analisadas.....	88
Figura 5.17: Liberação do minério de ferro para cada classe de tamanho, em função do número de partículas analisadas.....	90
Figura 5.18: Espéctro parcial de liberação determinado para o minério de ferro.....	91

## LISTA DE TABELAS

Tabela III.1: Relação do grau de liberação das fases minerais em função da razão de redução k e da relação de abundancia n.....	22
Tabela III.2: Análise granulométrica de ensaios de liberação.....	29
Tabela IV.1: Métodos de polimentos adotados para cada seção.....	67
Tabela V.1: Fases encontradas na amostra do minério de cobre por difração de raios-X	82
Tabela V.2: Fases encontradas na amostra do minério de ferro por difração de raios-X..	82
Tabela V.3: Teores médios e suas respectivas variâncias. ....	89

## RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de um sistema de processamento e análise digital de imagens denominado *LibMin*. Ele foi desenvolvido para auxiliar os estudos de liberação mineral. O sistema permite processar um grande número de partículas separadas em classes de tamanho. Para cada classe de tamanho ele permite: classificar as partículas por classes de composição; calcular a área ocupada por cada fase mineral (análise modal); calcular o grau de liberação da fase mineral de interesse. O *LibMin* analisa imagens de elétrons retroespalhados tomadas em microscópios eletrônicos de varredura (MEV). Nesse processo, as amostras são preparadas na forma de seções polidas. Para a avaliação do desempenho do sistema, foi realizado um estudo de caso envolvendo a análise de dois tipos de minérios: minério de cobre de baixo teor; minério de ferro proveniente do Quadrilátero Ferrífero. Os resultados mostraram que o sistema é bastante sensível. Ele possibilitou identificar e quantificar todas as fases mineralógicas presentes nos dois tipos de minérios. No caso específico do minério de ferro, foi feita uma análise de variância para definir a precisão analítica do procedimento utilizado na determinação do espectro de liberação. Essa análise estabeleceu o número mínimo de partículas necessário para determinar com a máxima precisão possível o grau de liberação deste mineral em cada uma das classes de tamanho estudadas. Foi observado nessa análise que, quanto maior o tamanho das partículas, maior o número delas a serem analisadas para obter resultados minimamente confiáveis. A relevância do presente trabalho consiste no fato de que o sistema desenvolvido possibilita determinar o espectro de liberação de minérios de forma mais rápida e mais precisa que as técnicas convencionais utilizadas. A relevância está, também, no fato de que a determinação do espectro de liberação de forma precisa e segura é uma questão fundamental para o sucesso de todo empreendimento mineiro. A definição das características de liberação de um minério influencia não só a definição da rota ideal de processamento, mas, também, nos ajustes importantes para a sintonia dos processos de concentração e do controle da qualidade dos produtos obtidos.

**Palavras – chave:** liberação mineral, fragmentação, análise digital de imagens.

## ABSTRACT

The present work is focused in the development of a digital image processing and analysis system, the “*LibMin*”, idealized for performing mineral liberation analysis. The system allows analyzing a large number of mineral particles classified by size. Several features can be evaluated for each particle class size: the proportional areal composition of each phase in each particle; the classification of each particle in composition classes; the proportional amount of free mineral particles; the liberation spectra (by class size) for the mineral of interest. The analysis in the LibMin are obtained by a SEM (scattered electron microscope) taken from resin mounted and polished sections. To evaluate the LibMin performance it was developed a case study evolving two different types of ores. A low grade copper ore and a typical iron ore from the Iron Quadrangle. The results show that the system is very sensitive. It was possible to identify and quantify all mineral phases present in both types of ores. For the iron ore It was performed a variance analysis to define the analytical accuracy of the liberation spectra data. This analysis established the minimum number of particles necessary to define with maximum precision the liberation degree for each particle size class evaluated. It was observed that as larger is the particle size as larger is the number of particles to be analyzed for reaching the desired accuracy. The relevance of the present work consists in the fact that the liberation spectra is the capital information necessary to define the ideal processing route for an ore and also it is fundamental for the selection of ideal processes and for the control of products in a mineral processing plant.

**Key - words:** mineral liberation, comminution, digital image analysis.

## 1. INTRODUÇÃO

O principal objetivo de uma operação de beneficiamento mineral é a separação do minério em dois produtos: concentrado e rejeito. O concentrado é constituído majoritariamente pelos minerais valiosos. O rejeito, por sua vez, é constituído majoritariamente pelos minerais não valiosos ou de ganga. Para que separação seletiva e eficiente ocorra é fundamental que o minério tenha sido submetido a um estudo criterioso de caracterização. Nesse estudo torna-se extremamente importante determinar: a composição química e mineralógica do minério; as proporções relativas entre a fase de interesse e as de ganga; o grau de associação existente entre as diversas fases mineralógicas presentes no minério. Informações levantadas nessa avaliação criteriosa possibilitam a determinação da condição de liberação das partículas. Essa condição de liberação está relacionada com todos os processos de individualização ou fragmentação do minério. Pode-se então, a partir daí, determinar o espectro de liberação do minério. Além da determinação do espectro de liberação, é importante, então, avaliar outros aspectos relevantes na caracterização de um minério. Esses aspectos são relacionados, principalmente, com a sua trama. No escopo do presente trabalho o termo trama relaciona-se com a caracterização do tamanho e da distribuição espacial dos diferentes minerais ocorrendo na sua forma cristalina na matriz rochosa. É importante enfatizar, também, que na literatura o termo trama mineral tem sido erroneamente confundido e definido como textura. Na área da petrografia e das ciências dos materiais, textura, no sentido restrito (*stricto sensu*) da palavra, diz respeito à determinação das orientações preferenciais dos cristais na rocha (orientações cristalográficas). É importante frisar que a caracterização mineralógica e a determinação do espectro de liberação são etapas essenciais para a definição da rota ideal de processamento de qualquer bem mineral que apresente interesse econômico.

A liberação é um parâmetro de considerável importância no âmbito do tratamento de minérios, pois representa o pré-requisito mais importante para a utilização de métodos de concentração. É uma tarefa que geralmente tem que ser realizada por um mineralogista experiente. Na ausência de técnicas mais expeditas, esses especialistas precisam avaliar o espectro de liberação através da análise de um número muito grande de partículas com

o auxílio de lupas binoculares ou microscópios. Esse trabalho, na maioria dos casos, árduo e demorado, é necessário para que se possa obter um resultado minimamente confiável. Essa confiabilidade é reduzida em função de duas questões independentes uma da outra que afetam consideravelmente a análise: a trama e o processo randômico de fragmentação das partículas. Em função desses dois fatores a separação completa das fases minerais presentes num minério pode nunca acontecer.

Com o avanço da tecnologia, sistemas computacionais têm sido desenvolvidos para automatizar cada vez mais os estudos de liberação mineral. Esses sistemas têm fornecido resultados mais rápidos e precisos em comparação com as técnicas tradicionais. Dentre os segmentos da tecnologia computacional, podem-se destacar as técnicas de Processamento e Análise Digital de Imagens. Essas técnicas se baseiam na análise de imagens digitais geradas em microscópios eletrônicos de varredura (MEV) ou óticos (MO). Para os estudos de liberação, as imagens são obtidas de amostras preparadas na forma de seções polidas. Sistemas dedicados baseados nas técnicas de análise digital de imagens podem extrair informações importantes relativas à caracterização mineralógica, a trama e o espectro de liberação do mineral em estudo de forma rápida e precisa.

Uma das primeiras tentativas de se obter informações para o estudo de liberação mineral de forma automatizada foi realizada por Peter King na Witwatersrand University (King, 1977). O material utilizado neste estudo foi uma rocha contendo quartzo como mineral majoritário, e sulfetos, presentes como minerais minoritários. Foi utilizado, neste estudo, um sistema autônomo de análise de imagens ligado a uma câmera digital acoplada a um microscópio ótico. Esse sistema media o comprimento dos interceptos lineares referente à fase pirita, associada ou não a fase quartzo, gerando, posteriormente, informações sobre a liberação. Um dispositivo permitia que o material se deslocasse a uma velocidade constante sob a lente do microscópio, enquanto uma câmera colocada sobre a lente registrava a fase luminosa, de maior intensidade, que caracterizava a pirita, em meio à rocha quartzosa.

O trabalho pioneiro de King possibilitou o desenvolvimento de vários outros sistemas para avaliações de características mineralógicas, de trama e do espectro de liberação para diferentes tipos de minérios. A maioria desses sistemas foi desenvolvida para medir e

analisar os interceptos lineares ou areais em imagens obtidas de seções polidas geradas a partir de um microscópio eletrônico de varredura (MEV) e/ou de um microscópio ótico (MO) (Hall, 1977; Pignolet-Brendom e Reid, 1988; Jones, 1987; King, 1993; Lastra et al., 1998; Petruk, 2000 e Gu, 2003). Os avanços desses tipos de sistemas e da qualidade dos dados mineralógicos obtidos por eles têm ampliado a relevância desses estudos inclusive para fins de mapeamento geológico (Williams e Richardson, 2004).

## 2. OBJETIVOS E RELEVÂNCIA

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um sistema de Processamento e Análise Digital de Imagens (PADI) que permita, por classe de tamanho de partículas:

- determinar a composição areal das partículas presentes numa população;
- classificar a população de partículas por classes de composição;
- determinar a proporção de partículas livres na população;
- avaliar a liberação relativa na população amostrada ou seja o seu espectro de liberação;
- quantificar as diferentes fases minerais presentes na população amostrada (análise modal);

O desenvolvimento do sistema será baseado nas informações obtidas de imagens de elétrons retroespalhados provenientes de um MEV. As imagens serão tomadas de amostras preparadas na forma de seções polidas. A relevância do presente trabalho reside no fato de que na indústria mineral existe um consenso muito grande sobre a importância da determinação do espectro de liberação de minérios. O fato é que para liberar é necessário fragmentar o minério, operação de considerável custo energético que deve ser minimizado. O conhecimento do espectro de liberação é, também, uma questão fundamental para a seleção e para o ajuste dos processos ideais de concentração. Quanto mais precisas forem as informações obtidas nessas etapas, melhores e mais previsíveis serão os resultados associados aos parâmetros de eficiência operacional.

### **3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Será apresentada uma abordagem resumida dos principais métodos e técnicas que serão aplicados no desenvolvimento e na interpretação dos resultados desta dissertação de mestrado, sendo relacionados:

- conceitos de liberação e análise da liberabilidade;
- a utilização da microscopia eletrônica de varredura (MEV) na aquisição de imagens digitais;
- as técnicas de processamento e análise digital de imagens com ênfase em imagens fornecidas por um microscópio eletrônico de varredura (MEV);

#### **3.1. Liberação e análise de liberabilidade**

Para a maioria dos minérios, o principal objetivo da fragmentação é a liberação dos diferentes minerais presentes na rocha. Nas operações de beneficiamento é bem fundamentada a necessidade imprescindível de uma sequência lógica de etapas de processamento sendo a primeira, a fase de preparação. Essa fase inclui as operações de liberação mineral. Essa etapa precede a etapa de concentração mineral. É certo, também, que a segunda etapa é impraticável caso não se obtenha sucesso na primeira. Na prática essa afirmativa é duvidosa porque, para alguns tipos de minérios, pode-se conseguir pré-concentrados mesmo quando se observa certo grau de associação entre as partículas, isto é, a liberação ideal ainda não foi atingida. Entretanto, é evidente a necessidade de se atingir, em qualquer processo de concentração, uma liberação adequada como pré-requisito para se obter uma boa separação.

De acordo com Gaudin (1958), as partículas de um minério podem ser constituídas de uma única espécie mineral. Neste caso elas são definidas como partículas livres. O minério pode ser como na maioria dos casos, uma rocha constituída por uma associação de fases minerais. As associações minerais podem ser binárias, ternárias, quaternárias ou até mesmo de ordens maiores.

Por definição, a liberação de uma determinada espécie mineral é a porcentagem desta que ocorre como partículas livres em relação ao total de partículas que ocorrem na forma livre e associada. Da mesma forma, o grau de associação pode ser definido como o percentual do mineral de interesse que ocorre de forma associada no minério, em relação ao percentual que ocorre de forma livre e associada.

Nessa análise as definições de grão e tamanho de grão se relacionam ao material, minério, não fragmentado. Os termos partícula e tamanho de partícula referem-se, então, ao material, minério, que foi submetido à fragmentação.

Na prática os grandes blocos de minério são reduzidos em tamanho num processo de fratura randômico. Isso não significa no rompimento das ligações existentes entre os minerais não similares presentes nas adjacências. A fragmentação randômica pode assegurar que a ocorrência dessas associações se dê numa sequência de distribuição de tamanhos, até atingir as frações mais finas. A partir daí ocorre, então, o processo de liberação dessas associações minerais. Entretanto, se as propriedades físicas das partículas minerais presentes nas adjacências são muito diferentes e as forças de coesão entre elas são visivelmente mais fracas, a fratura pode ocorrer preferencialmente na região de fronteira entre as fases. Nesse caso, a fragmentação promove a verdadeira liberação do mineral de interesse.

Pode-se afirmar, então, que a liberação das fases de interesse pode aumentar com a redução de tamanho através de dois processos diferentes: a liberação por fragmentação randômica e a liberação por destacamento.

### **3.1.1. Liberação por fragmentação**

Para ilustrar o processo de liberação por redução de tamanhos, Gaudin (1958) realizou um trabalho muito detalhado considerando, como exemplo, uma rocha composta por duas fases representadas por grãos cúbicos de tamanho equivalente a 10mm de diâmetro, igualmente distribuídos na rocha. Esse modelo é apresentado esquematicamente na Figura 3.1. Assume-se neste modelo que a fragmentação do grão original pode ser

conduzida para produzir partículas do mesmo tamanho e de mesma forma cúbica da matriz rochosa inicial.

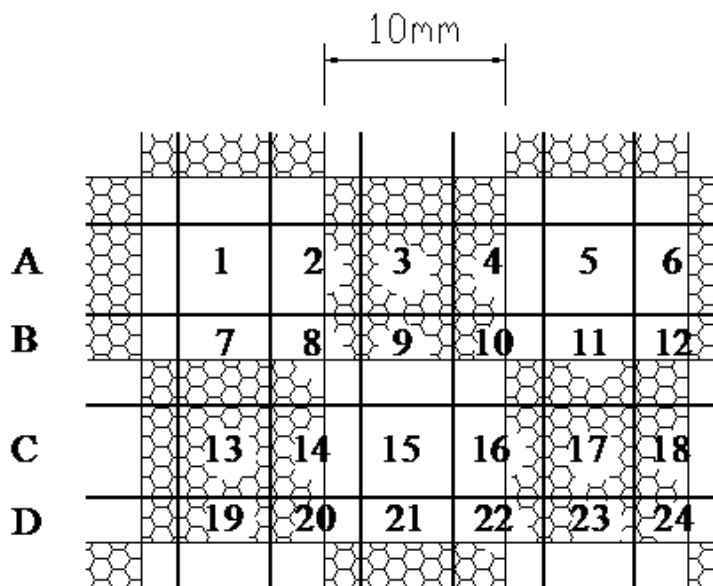


Figura 3.1: Trama de fragmentação matricial, cúbica, sobreposta a matriz rochosa original (Gaudin,1958).

Considerando, então, que o tamanho dos grãos na rocha é equivalente a 10mm e o tamanho das partículas resultantes da fragmentação é equivalente a 5mm, não é correto assumir que todas as partículas estejam liberadas simplesmente porque apresentam um diâmetro menor, igual a 5mm, inferior ao tamanho do grão na matriz rochosa que é equivalente a 10mm. Outra questão a considerar é a abundância das diferentes fases. Quando a fase A, relativa ao mineral útil, e a fase B, relativa ao mineral de ganga, se encontram na mesma proporção, como pode ser observado na Figura 3.1, uma simples contagem leva à conclusão que somente as partículas de número 1, 3, 5, 13, 15 e 17 presentes nas linhas alternadas A e C estão liberadas. Considerando o grau de liberação de cada uma das fases ter-se-ia a relação de 3 para 24 partículas ou seja  $\frac{1}{8}$  ou, percentualmente, 12,5%. Dependendo do posicionamento da matriz de fragmentação, a relação de partículas livres poderia ser até mesmo, menor. Esses cálculos levam à

conclusão que, se as partículas apresentam a metade do tamanho dos grãos, a liberação obtida é, somente, de 12,5%.

Cálculos para situações mais genéricas, para os quais os dois constituintes minerais não se apresentam na matriz rochosa nas mesmas proporções, mostram que os resultados obtidos para a fase presente em menor abundância são similares àqueles obtidos para minerais de mesma abundância. Entretanto, a liberação do mineral presente em maior proporção na matriz rochosa é sempre maior. As derivações do grau de liberação nessas situações são derivadas do modelo de Gaudin, apresentado na Figura 3.2, onde a proporção entre as fases A, mais abundante, e a fase B, menos abundante, apresenta uma relação geométrica de 5:1.

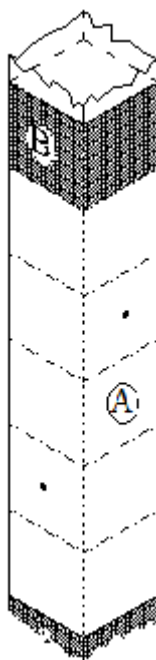


Figura 3.2: Modelo geométrico de grão considerando uma relação de abundância entre as fases A e B equivalentes a 5:1 (Gaudin,1958).

Neste modelo idealizado considera-se que, as fases A e B são cubos de tamanho  $\alpha$ . A fase A é  $n$  vezes mais abundante que a fase B. Essa, por sua vez, se localiza o mais distante possível da fase A (como mostrado esquematicamente na Figura 3.2). São, então,  $n$  cubos da fase A para um cubo da fase B. A altura do prisma é equivalente a

$(n+1)\alpha$ . Se o prisma é fragmentado numa malha cúbica de dimensão igual a  $\beta$ , temos as relações:

$$\alpha = k\beta \quad \text{ou seja,} \quad k = \frac{\alpha}{\beta} \quad (3.1)$$

No caso a constante  $k$  pode ser considerada como a relação de redução geométrica da fragmentação. Como resultado da fragmentação, ter-se-á o número total de partículas equivalente a  $(n+1)k^3$ . Dessa forma, cada camada ou plano irá conter  $k^2$  partículas e ter-se-á, então,  $(n+1)k$  camadas de partículas. Dessas camadas pode-se deduzir que  $k-1$  camadas irão seccionar somente os grãos da fase B e  $nk-1$  irão seccionar somente os grãos da fase A. Nas camadas cortando somente a fase B, o conjunto de colunas, em dois dos quatro lados do prisma, irá cortar, também, cubos de fora do prisma e esses serão cubos pertencentes à fase A. Dessa forma o número de partículas contendo somente a fase B será igual a  $(k-1)(k-1)(k-1)$  e a liberação da fase B será:

$$f_B = \left(\frac{k-1}{k}\right)^3 \quad (3.2)$$

As camadas que cortam somente a fase A, somam-se no total de  $nk-1$  camadas. O conjunto das camadas em dois dos quatro lados do prisma irá, também, cortar cubos externos ao prisma. Esses cubos serão da fase A, exceto um por face do prisma (aqueles marcados na Figura 3.2 com um ponto central na sua face). Cada uma dessas situações irá causar a redução de  $k(k+1)$  no número de partículas livres da fase A. Dessa forma ter-se-á, então, o número total de partículas livres da fase A como sendo:

$$(nk-1)k^2 - 2k(k+1) \quad \text{ou seja,} \quad (nk^2 - 3k - 2)k \quad (3.3)$$

A liberação considerando a fase A é dada, então, pela relação:

$$f_A = \frac{nk^2 - 3k - 2}{nk^2} \quad (3.4)$$

A Equação 3.4 é válida para  $n \geq 5$ . Para  $n < 5$ , em função de algumas limitações, tem-se então:

Para n=1

$$f_A = f_B = \left(\frac{k-1}{k}\right)^3 \quad (3.5)$$

Para n=2

$$f_A = \frac{(k-1)^2(2k+1)}{2k^2} \quad (3.6)$$

Para n=3

$$f_A = \frac{(k-1)}{k} \quad (3.7)$$

Para n=4

$$f_A = \frac{(k-1)(4k^2 + k - 1)}{4k^2} \quad (3.8)$$

Os resultados quantitativos calculados para diferentes graus de redução k e para diferentes proporções existentes na matriz rochosa das fases A e B são apresentados na Tabela III.1.

Tabela III.1 Relação do grau de liberação das fases minerais em função da razão de redução k e da relação de abundância n

k	f <sub>b</sub> (%)	f <sub>a</sub> (%)						
		n=1	n=2	n=4	n=10	n=25	n=100	n=1000
0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	77,00
0,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	56,00	99,50
0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	44,00	86,00	98,60
1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	50,00	80,00	95,00	99,50
2,00	12,50	12,50	31,30	53,10	80,00	92,00	97,90	99,80
4,00	42,20	42,20	63,30	78,60	91,20	96,50	99,10	100,00
8,00	66,90	66,90	81,30	89,90	95,90	98,50	99,60	100,00
16,00	82,40	82,40	90,60	95,30	97,90	99,40	99,90	100,00
32,00	90,90	90,90	95,40	97,60	99,10	99,90	100,00	100,00
64,00	95,50	95,50	97,60	99,00	99,80	100,00	100,00	100,00

O gráfico da Figura 3.3 apresenta o grau de liberação da fase A, de maior abundância, (n=25) e da fase B, para diferentes relações de redução k.

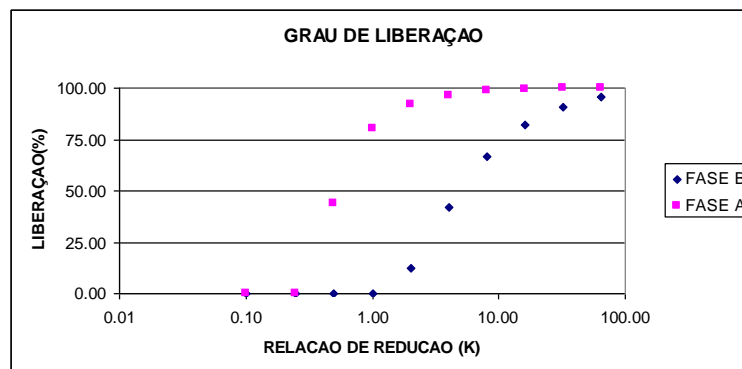


Figura 3.3 Grau de liberação entre duas fases minerais A e B em função da relação de redução k, para n=25.

### 3.1.2. Liberação por destacamento

A liberação por destacamento ocorre quando uma matriz friável serve como elemento ligante dos grãos minerais, litologicamente consolidados. Fragmentando ao tamanho do grão, teoricamente obtêm-se completa liberação. Na prática a liberação é parcial. Por outro lado, liberar sulfetos minerais (pirita, pirrotita, calcopirita, esfalerita ferrífera, esfalerita) agregados por intercrescimento, nada mais é que diminuir a associação deles, através de sucessivas reduções de tamanho. A resistência a ação de fraturamento de uma peça mineral e o modo de ruptura da mesma dependem das propriedades físicas dos grãos constituintes, tais como dureza, tenacidade, clivagem, partição e estrutura (granular, lamelar, fibrosa). A resistência ao fraturamento depende, também, da trama dos grãos constituintes que é função da forma, das dimensões, da sua maior ou menor interpenetração e da morfologia da rocha. A Figura 3.4a ilustra uma trama granular ou de justaposição, estando os grãos em contato através de planos marginais, tendo uma interface mínima. A Figura 3.4b apresenta o tipo de trama de interpenetração, onde os grãos crescem penetrando uns nos outros.

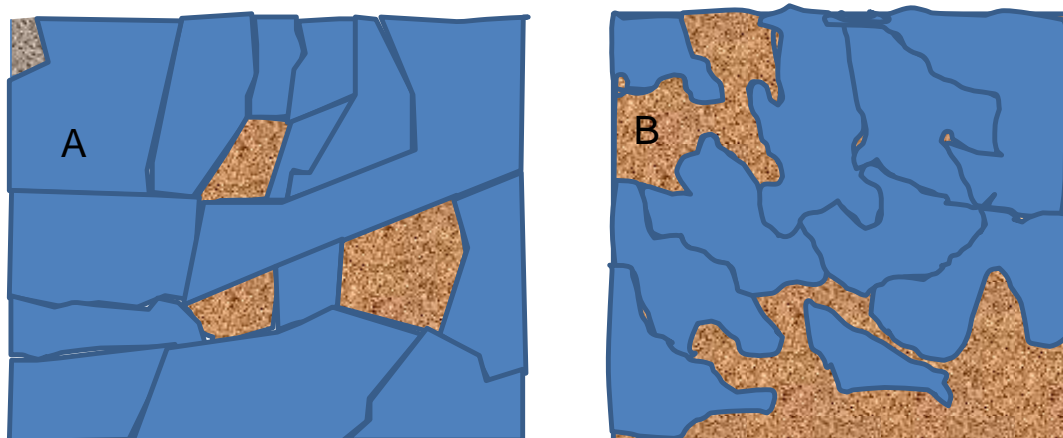


Figura 3.4: (a) trama granular; (b) trama de interpenetração.

A maioria dos minérios não se enquadra nos casos extremos mencionados, mas constituem uma classe de comportamento intermediário, em que ocorre mais ou menos fraturamento preferencial nos bordos devido à diferença de propriedades físicas e à trama.

Em igualdade dos fatores que influenciam na fragmentação, a tenacidade de um minério é tanto maior quanto mais intercrescidos forem os grãos. Em igualdade de interpenetração, a tenacidade é tanto maior quanto menor for a dimensão dos grãos. Têm importância igualmente na resposta à fragmentação os esforços a que foi submetida a rocha depois de sua formação e as fraturas assim produzidas.

A tendência ao fraturamento intergranular será maior se as interfaces de contato forem planas, extensas e não interpenetradas, mas o fraturamento terá de ser conduzido de modo a aproveitar as causas dessas fragilidades localizadas e realizar a fragmentação seletiva. Diz-se fragmentação seletiva a que é conduzida com objetivo de fraturar o constituinte frágil, procurando deixar intactos os constituintes mais resistentes. Não cabe aqui discutir suas regras, mas, deve ser lembrado que a liberação por destacamento não é o escopo único da fragmentação seletiva, que às vezes é praticada nos minerais naturalmente livres, dos aluviões.

O resultado prático da liberação por destacamento pode ser visto através das curvas granulométricas de cada uma das espécies minerais fragmentadas. Se, por exemplo, tem-

se um minério com duas espécies, supondo o útil frágil e a ganga resistente, a análise granulométrica de cada espécie mostrará que a curva relativa ao mineral útil desloca-se no sentido dos finos em relação à curva relativa à ganga, conforme Figura 3.5, onde M1 representa a ganga e M2 o mineral útil.

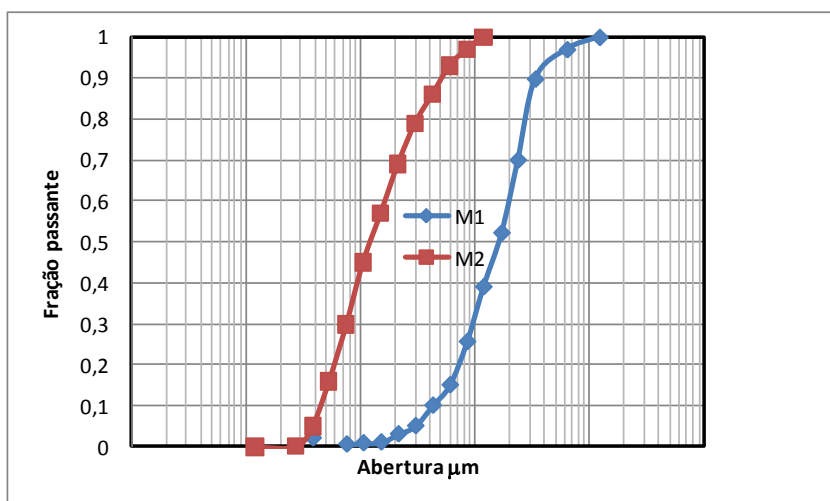


Figura 3.5: Análise granulométrica das fases minerais M1 e M2.

A liberação por destacamento conduz a um aumento da recuperação, pelo fato de limitar a produção de granulometria finíssima, indesejável, e a concentração do minério se reduz a simples separação granulométrica.

### 3.1.3. Comportamento de partículas mistas

Os processos de separação se baseiam todos na diferença que as espécies minerais apresentam umas em relação às outras no que concerne a suas propriedades físicas: densidade, magnetismo, etc. Assim, por exemplo, a separação de partículas de quartzo das de galena, no tratamento de um minério de chumbo, poderá ser feita usando como propriedade diferenciadora a massa específica dos dois minerais que é  $7,5 \text{ g/cm}^3$  para a galena e  $2,65 \text{ g/cm}^3$  para o quartzo. Depois do tratamento obtém-se um concentrado de galena e um rejeito de quartzo. Mas, como vimos anteriormente, não se consegue na

fragmentação, uma liberação completa do quartzo ou da galena. A pergunta passa a ser, então, o que acontecerá com as partículas mistas.

Os estudos envolvendo partículas mistas podem ser abordados sob dois aspectos: quantitativo e qualitativo.

Com relação ao aspecto quantitativo, em uma partícula mista contendo dois ou mais minerais, a participação de cada um deles pode ir desde 0% até 100%. O comportamento da partícula mista será intermediário ao comportamento das partículas livres aproximando-se do comportamento de um ou de outro mineral, conforme a maior ou menor participação de cada um na composição da partícula.

Na concentração por densidade isto é de grande importância, principalmente quando a diferença de densidade entre os minerais constituintes é pequena. Nessas condições, torna-se impossível controlar o comportamento das partículas mistas.

Na concentração magnética, a participação de cada mineral na partícula não importa tanto, pois normalmente, a diferença de susceptibilidade dos minerais é muito grande. Por exemplo, na separação entre magnetita e quartzo, a diferença de susceptibilidade é tão grande que, com uma pequena proporção de magnetita na partícula, ela poderá sair no produto magnético.

Em outro caso, a composição quantitativa interessa menos ainda, é o caso do beneficiamento por flotação. Na flotação o critério de separação é baseado em propriedades de superfície das partículas. Neste caso o mais importante é a forma como os minerais constituintes se distribuem nas partículas.

Nos aspectos qualitativos, considera-se a maneira como os minerais estão associados na partícula. Esta associação dependerá da trama, ou seja, arranjo dos cristais na rocha, tamanho ou forma dos mesmos. Como a resistência ao fraturamento e a liberação são funções da natureza da associação, o exame de partículas mistas é um instrumento indispensável no controle da fragmentação, na interpretação da liberabilidade dos constituintes do minério e dos resultados do tratamento.

A Figura 3.6 apresenta esquematicamente alguns tipos de partículas mistas, binárias.

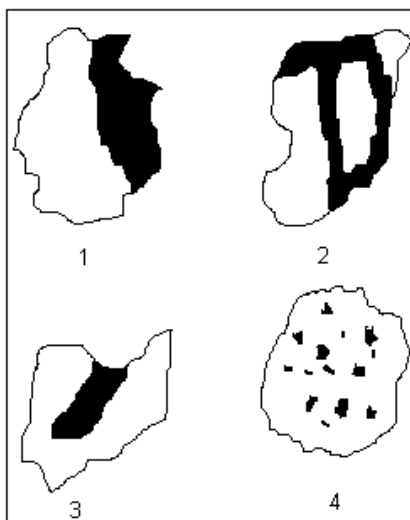


Figura 3.6: Tipos de partículas mistas (Silva, 1973).

O tipo 1 mostra espécies mineralógicas justapostas, havendo uma superfície de contato entre as mesmas. Sua forma indica que o material possa ter uma trama granular em que o tamanho dos grãos é maior que o da partícula. A inclusão de uma espécie em outra, através de uma trama venulada, é vista no tipo 2. A liberação dos constituintes é mais difícil, neste caso, quanto comparada ao caso descrito anteriormente. No tipo 3, há o envolvimento de uma das espécies sobre a outra. A fragmentação posterior do grão pode aumentar o grau de liberação, mas haverá um número significativo de partículas que exigirão uma redução significativa em seu tamanho para a obtenção da liberação. A disseminação de uma das espécies na outra é a principal característica do tipo 4. A liberação dessas partículas é normalmente inviável, já que seria necessário fragmentar excessivamente o material, impossibilitando sua concentração por métodos físicos ou físico-químicos.

#### **3.1.4. Determinação do grau de liberação**

Intuitivamente, a liberação é proporcional à fragmentação e, portanto, quanto mais avançada for esta mais garantida ficará aquela. Entretanto, há duas razões fortes pelas

quais se deve limitar a fragmentação ao estritamente necessário. Primeiro, é de pleno conhecimento que a fragmentação é, geralmente, a mais cara das fases do beneficiamento mineral. Segundo, porque, quanto mais fino estiver o mineral, em geral, piores serão os resultados da separação. De fato, as frações mais finas são, invariavelmente, indesejáveis para os equipamentos de concentração visto que a separação nessas faixas, mais finas, é sempre difícil ou impossível.

O ajuste imprescindível no processo de fragmentação necessário para se atingir os melhores resultados de liberação não é uma tarefa simples de se fazer. Nesse processo, muitas partículas resultantes da fragmentação podem ser de uma única espécie mineral. Entretanto, em função de dois fatores complicadores e independentes um do outro, ou seja, o processo randômico de fratura e as complexidades impostas pela trama das partículas, liberação completa pode nunca ser alcançada. Isso transforma o cálculo do espectro de liberação do produto resultante da fragmentação num problema geométrico de considerável complexidade.

Na seção 3.1.1 foi apresentado como Gaudin estabeleceu o método de determinar o grau de liberação de cada uma das espécies (abundantes e escassas ou dispersas) de uma associação binária, em função de dois parâmetros: a relação de redução  $k$  (relação do tamanho do cristal da fase escassa para o tamanho da partícula) e a relação de abundância  $n$  (relação do número de cristais da fase abundante para o número de cristais da fase escassa ou dispersa). Mas o método se baseia na suposição de que todos os cristais fossem, também, de um só tamanho, e assim, o método não se aplicaria às granulometrias reais que na verdade são pluridimensionais. O próprio Gaudin, porém, mostrou que, mediante uma artificiosa convenção, o método pode aplicar-se às granulometrias reais, possibilitando o traçado de curvas de alta significação e interesse para o estudo da liberabilidade dos sistemas minerais. O artifício de Gaudin considera que todas as partículas tivessem o mesmo tamanho. O seu método se aplicaria a esta classe, podendo se calcular  $f_a$  e  $f_b$  para dado valor de  $n$  e certo valor de  $k$ , que seria a relação do tamanho médio dos grãos (rocha não fragmentada), para o tamanho médio das partículas (rocha fragmentada) da classe considerada. Considera-se, no caso, tamanho médio de grãos ou partículas, a média, matemática ou geométrica, das aberturas das malhas que as retêm e a sua anterior.

Considerando, por exemplo, as seguintes premissas relacionadas aos dados de análise granulométrica, apresentados na Tabela III.2: a classe de maior frequência apresenta a abertura equivalente a 1,168mm; a porcentagem de material retido é de 20%, o tamanho médio da classe é 1,410mm. Para efeito de cálculo da liberação devem-se conhecer, então, os valores de n e k.

Tabela III.2 Análise granulométrica de ensaios de liberação.

Abertura (mm)	3,327	2,362	1,651	1,168	0,83	0,589	0,417	0,295	0,208	0,147	0,104	0,074	-0,074	Total
% peso	2,00	5,00	12,00	20,00	16,00	11,00	10,00	8,00	6,00	4,00	3,00	2,00	1,00	100,00

Supondo que o tamanho médio dos cristais na associação seja teoricamente de 1,410mm, ter-se-á, então,  $k=1$  para esta classe. Pode-se então aplicar a fórmula de liberação de Gaudin, determinando  $f_a$  e  $f_b$  para um dado valor de n. Sendo, por exemplo,  $n=10$ , aplicando a Equação 3.4 no cálculo da fase A, ter-se-á, então,  $f_a=50\%$  e  $f_b=0\%$ . Isto quer dizer que 50% da fase abundante contida na classe está liberada, enquanto nenhuma partícula da classe escassa está liberada. Como toda a classe contém 20% do total das partículas, o peso das liberadas da fase abundante será de 10% ( $=20\% \times 0,50$ ) do total das suas partículas.

Quando considera-se que a classe 1,168mm tem uma relação  $k=1$  isso equivale a considerar, também, que a classe seguinte, 0,833mm (tamanho médio 1,005 mm) estaria com  $k=\sqrt{2}$  e assim sucessivamente e para cada um desses valores de k um par  $f_a$  e  $f_b$  que definem os respectivos graus de liberação parciais destas classes.

Da mesma forma, as classes que antecedem à de maior frequência (1,168mm) estariam com as relações k correspondentes às anteriores a  $k=1$ . E assim sendo, torna-se possível calcular todo o espectro das liberações parciais associados às fases A e B, sendo eles respectivamente,  $f_a$  e  $f_b$  para todas as classes de tamanho, fixando-se o valor de p de acordo com a nova relação:  $p = \text{tamanho médio do grão} / \text{tamanho médio da maior frequência}$ . Isso feito pode-se deslocar a fração de maior frequência através das classes obtendo, assim, novos espectros de liberação para diferentes graus de fragmentação e traçar as curvas correspondentes.

O estudo das curvas de liberabilidade teoricamente nos permite, conhecendo a relação de abundância e o tamanho médio dos grãos, realizar a fragmentação necessária para a liberação requerida ou, conhecendo a relação de abundância e a análise granulométrica do produto moído, determinar a liberação resultante.

Na prática, a determinação do espectro de liberação tem sido realizada de forma sistemática por contagem das partículas minerais no campo microscópico, sendo realizada pelo exame de certa quantidade de partículas de cada classe de tamanho do produto moído. As partículas são identificadas, uma a uma, registrando o número das partículas livres de determinada espécie e avaliando a quantidade desta espécie contida nas partículas mistas. Uma técnica interessante de avaliação do espectro de liberação consiste em considerar as partículas compostas por 20 unidades e centrar o cruzamento dos retículos nas partículas de modo que em cada quadrante represente 5 unidades. Nessas condições, torna-se mais fácil a avaliação do conteúdo das partículas mistas, conforme mostrado esquematicamente na Figura 3.7.

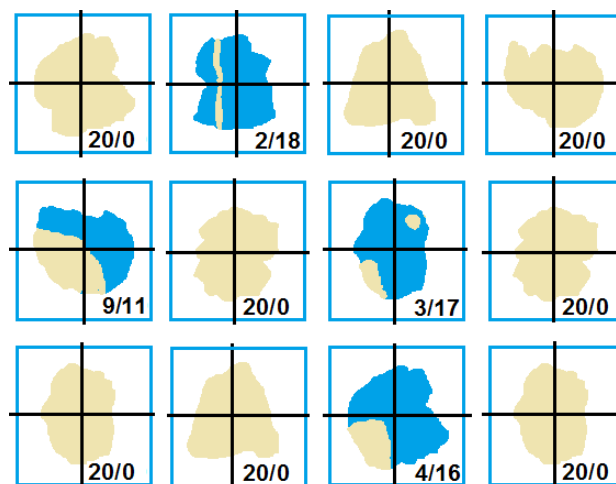


Figura 3.7: Representação da avaliação de liberação no campo do microscópio para quatro situações diferentes de composição de partículas.

No exemplo apresentado na Figura 3.7, existem 8 partículas liberadas e 4 mistas. A proporção da fase de interesse em cada partícula mista seria contabilizada em 2, 9, 3 e 4 unidades. Portanto o cálculo do grau de liberação da espécie de interesse seria fornecido pela relação:

$$f_A = \frac{(8 \times 20)}{(8 \times 20 + (2 + 9 + 3 + 4))} \times 100 = 89.89\% \quad (3.9)$$

Neste método de Gaudin, o peso das partículas não interfere no calculado. As partículas são separadas granulometricamente por classes de tamanhos. Considerado que todos os grãos da classe sejam do mesmo tamanho, a relação em número será, então, igual à relação em peso.

O método de Gaudin tem a vantagem de acarretar um exame minucioso das partículas mistas, o que é indispensável para a previsão do comportamento delas no processo. O método nem sempre é aplicável com recursos modestos ou quando há dificuldades na identificação rápida e segura das espécies. É trabalhoso porque exige a contagem de um grande número de partículas.

A técnica ponderada desenvolvida por Gaudin tem sido utilizada por pesquisadores e interessados no assunto. Quando existe a possibilidade de determinação precisa das proporções reais relativas a cada fase, esse tipo de análise é mais conhecido como análise modal. Fundamentos da análise modal aplicados na avaliação da composição areal de partículas individuais têm sido utilizados em muitos trabalhos técnicos, na forma da equação 3.9 para expressar a liberação relativa entre fases de interesse e minerais de ganga. Utilizando essa metodologia as fases mistas são subdivididas em classes de composição onde os valores assumidos como 0 representam a ganga liberada e os valores assumidos como 1 representam a fase útil liberada. Entre as fases 0 e 1 são estabelecidas mais dez classes intermediárias representando as frações de composição compreendidas respectivamente entre [0,0-0,1], [0,1-0,2], [0,2-0,3], [0,3-0,4], [0,4-0,5], [0,5-0,6], [0,6-0,7], [0,7-0,8], [0,8-0,9] e [0,9-1,0]. A liberação condicionada ao tamanho de partícula pode ser, então, calculado pela Equação 3.10.

$$l(g_\alpha = 1/D^*) = \frac{n(g_\alpha = 1/D^*)}{\sum_{g_\alpha=0}^{g_\alpha=1} n(g_\alpha / D^*)} \quad (3.10)$$

onde:

$l(g_\alpha = 1/D^*)$  = grau de liberação, fracional;

$n(g_\alpha = 1/D^*)$  = número de partículas da classe de tamanho  $D^*$  liberadas ( $g_\alpha = 1$ );

$n(g_\alpha / D^*)$  = número de partículas mistas (composição fracional igual a  $g_\alpha$ ,  $\alpha [0-1]$ );

Deve ficar claro que os métodos baseados na metodologia desenvolvida por Gaudin, como ele mesmo previu, proporcionam somente uma parte limitada das informações necessárias sobre o estado de liberação. Uma análise mais precisa requer a determinação de uma completa distribuição da composição volumétrica e, conseqüentemente, do espectro de liberação volumétrico.

Dos resultados de contagem no campo microscópico é possível calcular, também, o grau de associação (“*locking factors*”) e dele um fator de correção do erro de contagem como partículas livres, partículas mistas. Esse erro, segundo alguns autores (Miller e Lin, 1988) superestimam o número de partículas livres em até 20%. Gaudin (1958) já apresentou gráficamente no seu trabalho, uma curva de correção do “*locking factor*”. Essa curva apresentada na Figura 3.8 descreve as relações envolvendo o fator de associação em função do teor da espécie (fase dispersa) na superfície das partículas.

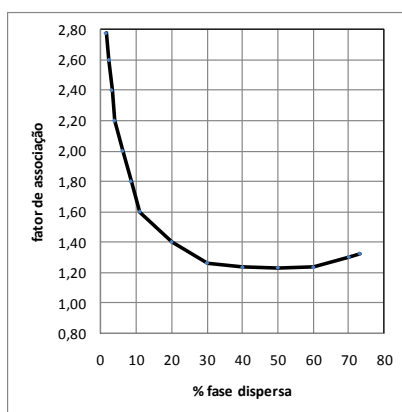


Figura 3.8: Fator de associação em função do teor da fase dispersa.

### **3.2. Análise da trama mineral por determinação digital dos interceptos lineares ou areais**

No processamento mineral a fragmentação é uma operação necessária quando se leva em consideração a necessidade de liberar as espécies úteis presentes no minério. O estudo de liberação torna-se, então necessário para o dimensionamento correto desta etapa de processamento. Entretanto, devido às complexidades relacionadas à trama, o cálculo do espectro de liberação de uma população de partículas torna-se um problema geométrico de grande complexidade. Sua importância torna-se ainda maior quando é levada em consideração que a determinação do espectro de liberação é uma informação essencial para o dimensionamento de circuitos de fragmentação, e mais ainda, é essencial para se obter seletividade e sucesso nas operações subsequentes de concentração. Esse problema foi muito discutido nos trabalhos apresentados por Gaudin (1958), mas só recentemente foram apresentadas contribuições importantes de cunho teórico que têm permitido realizar cálculos mais realísticos do espectro de liberação dos minérios mesmo quando estes apresentam tanto tramas simples quanto as mais complexas. As maiores dificuldades encontradas na análise dos problemas de liberação foram sempre as impropriedades dos cálculos clássicos envolvendo técnicas laboratoriais precárias para o levantamento das informações necessárias. Essas dificuldades têm sido sistematicamente reduzidas pela utilização de métodos ligados ao campo dos processos estocásticos, das probabilidades geométricas, pela aplicação da teoria dos conjuntos randômicos e pelas transformações estereológicas. Deve-se ressaltar, também, o uso intensivo de sistemas de análise de imagens confiáveis. Esses sistemas podem interpretar os resultados de análises mineralógicas realizadas em microscópios eletrônicos de varredura (MEV), de preferência equipados com sistemas de microanálises de raios-X como o QEM\*SCAN (Sutherland e Gottlieb, 1991) ou o MLA (Gu, 2003).

Alguns avanços tecnológicos como o aumento da capacidade gráfica dos dispositivos de captura e análise de imagens tem gradativamente reduzido os custos dos equipamentos utilizados nesse tipo de análise. Dessa forma, tem-se tornado mais fácil montar esses sistemas que não irão custar além do preço de um modesto microscópio eletrônico de varredura com microanálise EDS e de um bom computador.

A essência do problema envolvendo a determinação do espectro de liberação é a necessidade de reconhecer que ele é de natureza geométrica e que a geometria nesse caso é muito irregular. A trama dos minérios, conforme apresentado na Figura 3.9, pode ser muito variada e muitos pesquisadores envolvidos com esse assunto têm dificuldades em elaborar descrições quantitativas precisas da trama dos minérios.

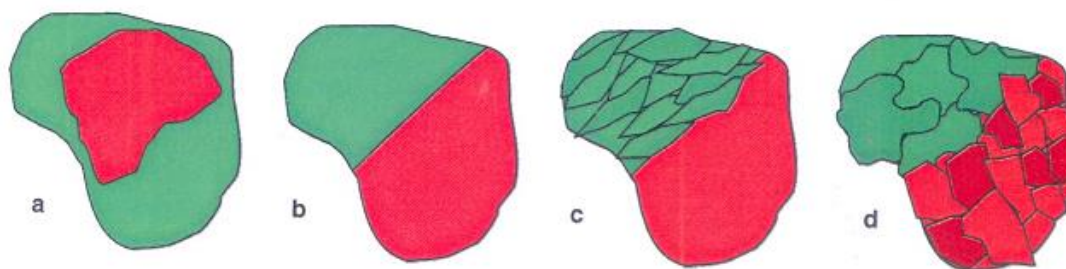


Figura 3.9: Representação esquemática de partículas apresentando liberação aparentemente idêntica, mas tramas diferentes (Pirard et al., 2007).

Na realidade, descrições quantitativas relacionadas à trama mineral são muito difíceis de serem elaboradas. Como podem ser observadas nos trabalhos de Gaudin, essas descrições normalmente estão associadas aos parâmetros de abundância  $n$  e de relações de redução  $k$  que na prática diária nem sempre podem ser determinados com precisão.

A grande maioria dos trabalhos nesta área tem enfatizado a aplicação de análises baseadas na contagem de elementos capturados por imagens digitais. Essas análises não fornecem, ainda, informação sobre a possibilidade de caracterização da trama multifásica tridimensional. Modelos mais recentes surgiram no final da década de 70 a partir de ideias apresentadas por King (1979), que mostrou que a trama mineral pode ser perfeitamente compreendida ou caracterizada pela distribuição dos interceptos lineares medidos em amostras preparadas em seções. Os interceptos lineares são calculadas pelo seu comprimento ao longo da fase dispersa conforme exemplificado na Figura 3.10.

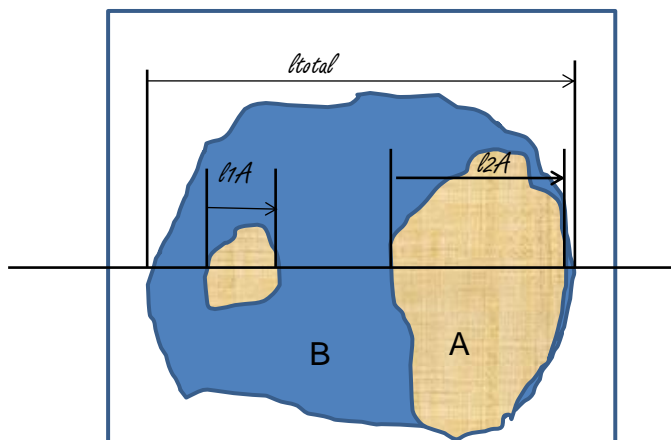


Figura 3.10 Apresentação esquemática da determinação dos interceptos lineares da fase A ( $l_1A$  e  $l_2A$ ).

Eles são realizados em seções polidas contendo minerais classificados em uma única classe de tamanho. Considerando o comprimento total da partícula, podem ser calculados através da utilização de técnicas de análise digital de imagens. A aplicação dessa técnica apresentada por King provocou um grande avanço possibilitando o desenvolvimento de metodologias que puderam gerar de forma mais adequada informações sobre a trama mineral.

Esse avanço foi influência dos trabalhos realizados por Jones (1987), em Londres, que desenvolveu técnicas para medir as intercessões lineares com precisão. A maior dificuldade encontrada nessas análises é a transformação do espectro aparente de liberação linear em verdadeira distribuição volumétrica tridimensional.

Esse problema foi resolvido pelo menos em princípio por King (1982), mas sua aplicação prática só foi possível em 1985 com o desenvolvimento realizado por Baba et al.(1985) de uma matriz de transformação que permite o cálculo simulado através da análise de interseção linear de um sistema binário utilizando técnicas de análise digital de imagens. Essa transformação mostrou ser precisa para minérios que apresentam tramas diferentes e para minérios que apresentavam tanto baixo quanto elevado grau de liberação.

A transformação das medidas de intercessão-linear em teor volumétrico foi comprovada em trabalhos que utilizaram amostras separadas em fluidos magnéticos. Essas informações, unidimensionais ou bidimensionais, podem ser obtidas através das determinações das interseções lineares ou das projeções areais e cada uma dessas medidas é influenciada pelos valores correspondentes a distribuição da composição volumétrica. Seja  $p(g)$  a distribuição da composição volumétrica desconhecida e  $H(g_i|g, Nn, \dots)$  a função de probabilidade condicional, que representa a curva de distribuição relativa na qual partículas de composição volumétrica  $g$  possam ser representadas pela sua composição linear ou areal. Dessa forma, a distribuição dos teores lineares ou areais para partículas de um determinado tamanho podem ser relacionadas com a sua composição volumétrica (Miller e Lin, 1988) através da seguinte forma (King, 1982):

$$f(g_i) = \int_0^1 H(g_i | g, Nn, \dots) p(g) dg \quad (3.11)$$

onde o subscrito  $i$  designa ser a transformação linear ( $i=l$ ) ou areal ( $i=a$ ), e  $Nn$  representa a densidade de dispersão (número de partículas por grão). Na prática as distribuições lineares ou areais podem ser obtidos experimentalmente.

A equação 3.11 é denominada equação de transformação. A solução da equação de transformação linear/areal para volumétrica, conhecida como transformação estereológica, foi proposta por King (1982) e demonstrada por Lin et al.(1989), considerando os passos que se seguem.

A equação 3.11 pode ser discretizada em relação à composição da classe para obter

$$f_i = \sum_{j=0}^n h_{ij} p_j \quad (3.12)$$

Na forma matricial a equação 12 torna-se

$$f = Hp \quad (3.13)$$

A princípio pode-se inverter a matriz H e obter:

$$p = H^{-1}f \quad (3.14)$$

Segundo Miller e Lin (1988), essa transformação requer três etapas:

- 1) a determinação da distribuição do teor linear ou areal  $f(g)$ ;
- 2) a determinação da função kernel  $H(g_i|g, Nn, \dots)$  ou matriz de transformação;
- 3) a solução da matriz de transformação (mais conhecida como integral não singular de primeira ordem de Fredholm).

### 3.3. Procedimentos associados á geometria integral para cálculo da liberação

O método da integral geométrica desenvolvida por Barbery (1992) para calcular a liberação mineral é baseado numa aproximação na qual a distribuição da composição das partículas não liberadas na população estudada é descrita por uma função beta incompleta:

$$p(g) = (1 - \nu_1 \ell_1 - \nu_0 \ell_0) \frac{g^{\alpha-1} (1-g)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)} \quad (3.15)$$

onde  $g$  é o teor volumétrico da partícula. Na equação 3.15,  $L_1$  e  $L_0$  representam a liberação fracional do mineral (fase 1) e da ganga (fase 0).  $B(\alpha, \beta)$  é a função de distribuição beta e os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  estão relacionados com os dois primeiros momentos do espectro de liberação  $n_1$  e  $n_2$  pelas seguintes equações:

$$n_1^M = \frac{n_1(1 - \ell_0)}{1 - n_1 \ell_1 - (1 - n_1) \ell_0} \quad (3.16)$$

$$n_2^M = \frac{n_2(1 - \ell_1)}{1 - n_1\ell_1 - (1 - n_1)\ell_0} \quad (3.17)$$

$$n' = \frac{n_2^M}{n_1^M} \quad (3.18)$$

$$\gamma = \frac{1 - n'}{n' - n_1^M} \quad (3.19)$$

$$\alpha = n_1^M \gamma \quad (3.20)$$

$$\beta = (1 - n_1^M) \gamma \quad (3.21)$$

A Equação 3.15 é representada essencialmente por quatro parâmetros do espectro de liberação. Os quatro parâmetros são  $L_0$  e  $L_1$ , a liberação fracional de cada fase, e  $n_1$  e  $n_2$ , que são os dois primeiros momentos relacionados ao espectro de liberação (média e variância das respectivas distribuições). O cálculo do espectro volumétrico de liberação reduz-se, então à determinação desses quatro parâmetros realizados em seções do minério não fragmentado. Conforme sugerido por King (1994), esse procedimento deve ser identificado como procedimento de Barbery em reconhecimento ao seu trabalho pioneiro.

### 3.4. Microscopia eletrônica de varredura (MEV)

O microscópio eletrônico de varredura (MEV) é um equipamento essencial na caracterização mineralógica, principalmente se estiver equipado com um espectrômetro de dispersão de energia (EDS) que permite determinar elementos químicos em pontos de até 2  $\mu\text{m}$  de diâmetro na amostra. O funcionamento do MEV consiste na emissão de um feixe de elétrons que é direcionado na coluna do aparelho através de duas ou três lentes eletromagnéticas. Essas lentes obrigam o feixe colimado a atingir a superfície da amostra.

A interação do feixe de elétrons com a amostra gera uma série de sinais, tais como: elétrons secundários, elétrons retroespalhados, raios-X característicos e etc.

As imagens geradas pelo MEV se apresentam em níveis de cinza proporcionais às intensidades dos sinais gerados na interação do feixe de elétrons com a amostra. Na microscopia eletrônica de varredura, os sinais de maior interesse para a formação de imagens são os elétrons retroespalhados e os elétrons secundários.

As imagens de elétrons retroespalhados (no inglês *backscattered electrons - BSD*) são aquelas formadas por elétrons do feixe primário, ou seja, do feixe que incide sobre a amostra. Esses elétrons penetram na amostra e, ao se chocarem com a eletrosfera dos átomos, são defletidos de volta ao vácuo no interior do MEV e detectados por um detector específico (detector de elétrons retroespalhados). Esse tipo de imagem não permite aumentos muito grandes em MEVs convencionais, contudo é muito utilizada em análises no MEV, principalmente na área da tecnologia mineral. O que torna essa imagem interessante é o fato de que o nível de cinza em cada um de seus pontos (pixels) é proporcional à massa atômica média do ponto correspondente na amostra real. Quanto maior for a massa atômica média de uma determinada fase mineral, maior será a intensidade desse sinal no detector de elétrons retroespalhados e conseqüentemente mais clara esta se apresentará na imagem digital e vice-versa (Brandão, 2007). Dessa forma, desde que não existam na amostra fases com massas atômicas médias muito próximas, é possível, através de técnicas de processamento e análise digital de imagens, separar e quantificar cada fase mineral com base no seu nível de cinza. Para identificar quimicamente as fases minerais é necessário um conhecimento prévio da amostra (obtidas através da microscopia ótica e/ou difração e fluorescência de raios-X) e também que o MEV seja equipado com o analisador EDS para análises químicas pontuais. A Figura 3.11 apresenta uma imagem de elétrons retroespalhados proveniente de uma amostra de minério de ferro. Pela diferença nos níveis de cinza pode ser observada a existência de pelo menos três fases minerais.

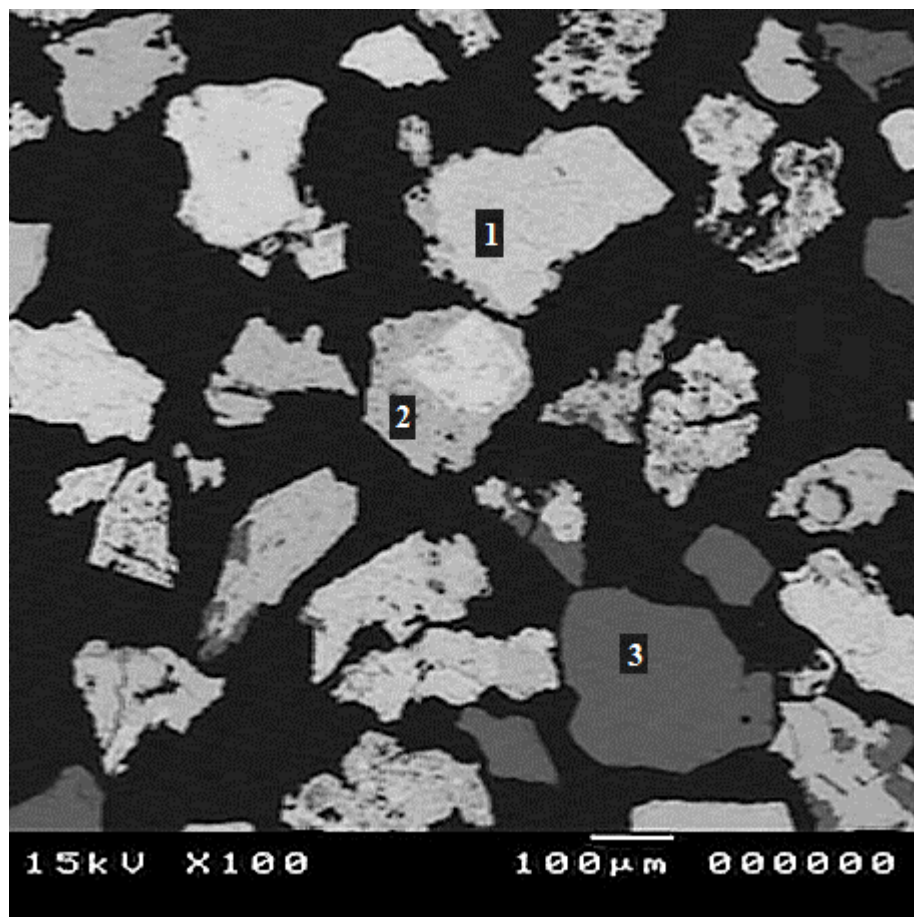


Figura 3.11: Imagem de elétrons retroespalhados de uma amostra de um minério de ferro:

1- Hematita, 2- goethita, 3- quartzo.

Através do conhecimento prévio da amostra e análises pontuais via EDS, pode ser constatado que a fase representada pelo nível de cinza identificado com o número 1, na imagem da Figura 3.11, é a hematita. Já o nível de cinza identificado com o número 2, representa a goethita e o índice 3 indica a fase quartzo.

As imagens de elétrons secundários são aquelas formadas por elétrons emitidos pelos átomos da amostra, após interações inelásticas com os elétrons do feixe primário. Nesse tipo de imagem, ao contrário das imagens de elétrons retroespalhados, não existe o contraste de massa atômica média entre as fases minerais. Portanto, as fases não podem ser identificadas e quantificadas com base no seu nível de cinza. Essas imagens são indicadas quando se quer ter uma boa visão topográfica do material. Provavelmente a sua

maior aplicação na área da tecnologia mineral é avaliar a morfologia dos minerais. Nesse tipo de imagem pode-se conseguir aumentos bem maiores em relação às imagens de elétrons retroespalhados, cerca de 50.000 a 100.000 vezes em MEV's convencionais.

Para a análise junto ao MEV, a preparação das amostras pode ser feita através de lâminas delgadas polidas (espessura da ordem de 30  $\mu\text{m}$  a 40  $\mu\text{m}$ ) ou por seções polidas. Em amostra não condutora elétrica é necessário que estas sejam recobertas com uma película condutora. Isso é feito para a dissipação da carga elétrica e do calor introduzidos pela exposição ao feixe de elétrons. Essas películas podem ser de dois tipos:

- a) metálicas (Au, Au-Pd, Al), a chamada metalização, que geralmente favorece muito as imagens do MEV, mas não é ideal para a microanálise;
- b) película de carbono, com efeito inverso em relação a imagens e microanálise.

### **3.5. Imagem digital**

Uma imagem digital pode ser definida como uma função bidimensional,  $f(x,y)$ , onde  $x$  e  $y$  são coordenadas espaciais (plano), e o valor de  $f$  em qualquer par de coordenadas  $(x,y)$  é um número inteiro que representa a intensidade luminosa da imagem real naquele ponto. Cada elemento  $f(x,y)$  dessa matriz é chamado de pixel, acrônimo do inglês "picture element". A Figura 3.12 mostra uma imagem digital "monocromática" na escala de cinza de 8 bits (256 níveis de cinza) e a orientação do sistema de coordenadas. Pode ser visualizada, também, a seleção de uma pequena parte da imagem onde as intensidades dos pixels são demonstradas numericamente.

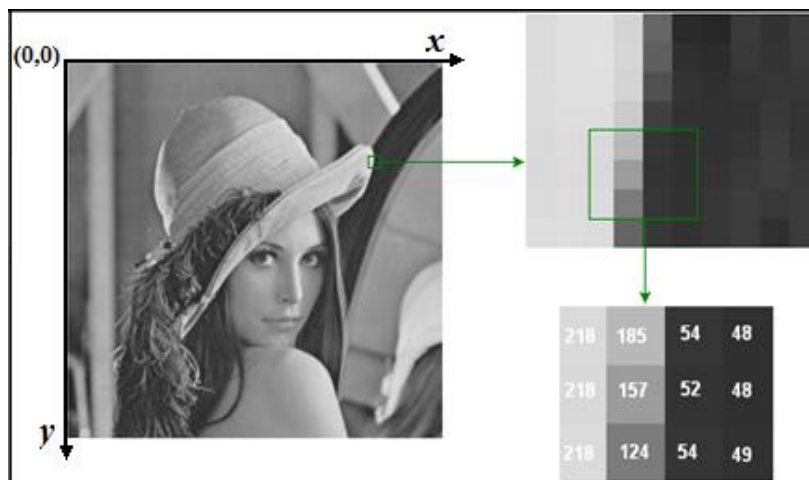


Figura 3.12: Representação de uma imagem digital  
(Adaptado de: Pedrini e Schwartz, 2008).

Para uma imagem “monocromática” na escala de cinza de 8 bits, as intensidades dos pixels podem variar de “0” (preto absoluto) a “255” (branco absoluto). As intensidades intermediárias representam os variados níveis de cinza, como por exemplo, na imagem da Figura 3.12, a intensidade “48” representa um cinza escuro, “157” um cinza médio e “218” um cinza claro.

### 3.5.1. Resolução espacial e de intensidade

A “resolução espacial” está associada com o número de pixels por unidade de área, e é uma grandeza que mede a qualidade da imagem, ou seja, quanto maior o número de pixels para representá-la, mais rica em detalhes ela será. A “resolução de intensidade” consiste no número máximo de níveis de intensidade de cor que a imagem digital pode apresentar.

Na Figura 3.13 podem ser visualizadas imagens “monocromáticas” na escala de cinza que exemplificam os conceitos de resolução espacial e de intensidade. Pode-se perceber a variação de resolução espacial na direção horizontal. As imagens da direita têm maior resolução espacial (512 x 512 pixels) do que as da esquerda (128 x 128 pixels). Da mesma forma, a resolução de intensidade varia na direção vertical, as imagens de baixo apresentam um maior número de níveis de cinza (8 bits = 256 níveis de cinza) do que as de cima (2 bits = 4 níveis de cinza).

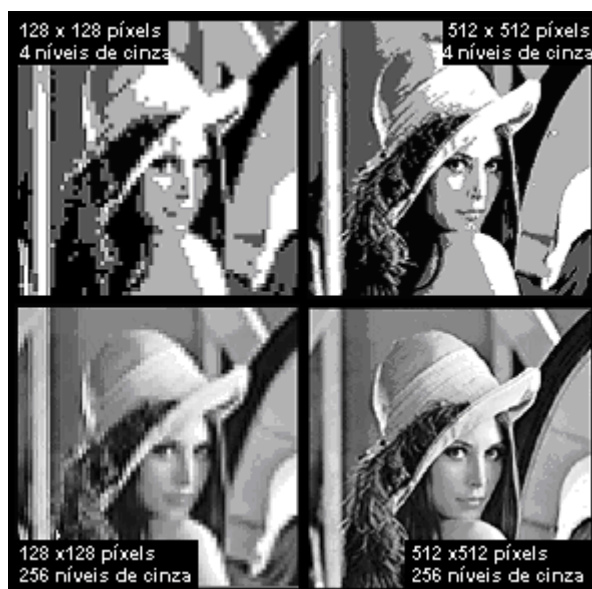


Figura 3.13: Exemplos de variação da resolução espacial e de intensidade de uma imagem digital (Vieira e Paciornik, 2001).

A “resolução de intensidade” normalmente encontrada em imagens digitais “monocromáticas” é a de 8 bits, ou seja, 256 níveis de intensidade de cor. Mesmo nos microscópios ópticos e MEVs mais modernos, este padrão ainda predomina.

A resolução espacial e de intensidade são parâmetros importantes para o processamento e análise digital de imagens. Elas precisam ser levadas em conta na etapa de aquisição das imagens, pois podem afetar decisivamente diversas medidas. A “resolução de intensidade” deve ser alta o suficiente para que seja possível perceber o contraste entre duas ou mais fases na imagem. A “resolução espacial” deve ser alta o bastante permitindo que medidas de tamanho possam ser feitas com precisão na imagem.

Contudo, nem sempre, a maior resolução espacial e de intensidade disponível, representam a melhor solução para um determinado caso. O aumento indiscriminado desses parâmetros pode levar a imagem digital a possuir informações desnecessárias ou até mesmo sem sentido físico (Wojnar e Kurzydowski, 2000). Além disso, pode tornar mais complexo o procedimento de análise. Assim, resolução espacial e de intensidade são parâmetros que precisam ser adequadamente escolhidos, em cada caso, de modo a facilitar o estudo das características de interesse.

### 3.5.2. Histograma de uma imagem digital

O histograma de uma imagem pode ser definido como a distribuição relativa da frequência com que cada nível de intensidade pertencente a uma determinada escala de cor se apresenta na imagem.

Dada uma imagem, o seu histograma pode ser calculado utilizando a seguinte função:

$$p(r) = \frac{n_r}{n_t} \quad (3.22)$$

onde  $r$  representa os níveis de intensidade na escala de cor;  $n_r$  é o número de pixels com o nível de intensidade  $r$ , e  $n_t$  é o número total de pixels da imagem.

O gráfico do histograma de uma imagem apresenta no eixo X a escala de níveis de intensidade de cor (exemplo: escala de cinza) e, no eixo Y, mostra a probabilidade de ocorrência ou o número de pixels para cada nível de intensidade na escala. A Figura 3.14 mostra uma imagem “monocromática” de 8 bits na escala de cinza (256 níveis de cinza) ao lado de seu respectivo histograma.

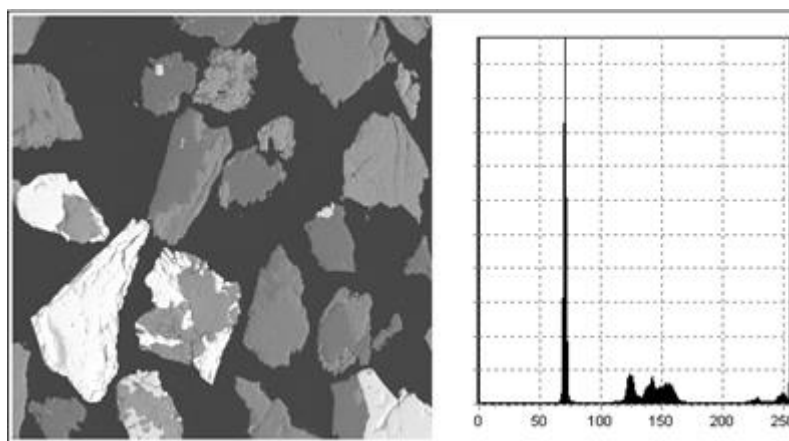


Figura 3.14: Imagem digital na escala de cinza e o seu respectivo Histograma.

Na Figura 3.14, a partir de uma análise visual do histograma, pode ser observado que a maioria dos pixels que compõem a imagem possui níveis de cinza próximos a “70” (cinza

mais escuro). Em menores proporções, podem ser percebidas concentrações de pixels com níveis próximos a “125”, “145”, “155”, “230” e “250”. Embora o histograma nada revele sobre o conteúdo de uma imagem, seu formato pode trazer informações de grande importância para a análise da imagem (Gonzalez e Woods, 2002).

O histograma é a base de diversas técnicas de processamento e análise digital de imagens. Será visto neste trabalho que técnicas importantes de realce e segmentação (etapa essencial na análise digital de imagens) baseiam-se nas informações contidas em histogramas.

### **3.5.3. *Brilho e contraste***

O ajuste fino do brilho e contraste de uma imagem é muito importante, pois além de melhorar a sua aparência, facilita a aplicação de diversas técnicas de processamento e análise digital de imagens.

O conceito de brilho de uma imagem está relacionado com a concentração dos valores de intensidades dos pixels na escala de cor. Por exemplo, considerando uma imagem monocromática de 8 bits na escala de cinza, se a maioria dos seus pixels possuírem níveis de intensidade próximos a 0 (preto absoluto), esta será considerada uma imagem escura ou de baixo brilho. Se os valores de níveis de cinza de seus pixels forem predominantemente próximos a 255 (branco absoluto), esta será considerada uma imagem clara ou de alto brilho. Nas Figuras 3.15a e 3.15b, podem ser visualizadas imagens na escala de cinza com seus respectivos histogramas que exemplificam as duas situações citadas anteriormente.

O contraste de uma imagem está relacionado com a distribuição das frequências de intensidades de cor dos pixels dentro da escala. Quanto mais distribuídas forem as frequências, maior será seu contraste e vice versa. As Figuras 3.15c e 3.15d mostram exemplos para as duas situações.



Figura 3.15: Exemplos de imagens na escala de cinza e seus respectivos histogramas: (a) imagem clara, alto brilho; (b) imagem escura, baixo brilho; (c) imagem com alto contraste; (d) imagem com baixo contraste.

A Figura 3.15c apresenta uma imagem de alto contraste, pois como pode ser visto no seu histograma, os níveis de intensidade dos pixels preenchem toda a escala de cinza. Essa imagem mostra boa correspondência em relação aos detalhes de níveis de cinza. Já a Figura 3.15d mostra uma imagem de baixo contraste. No histograma dessa imagem pode ser observado que os níveis de intensidade dos pixels não variam muito, se concentrando em uma faixa curta na parte intermediária da escala de cinza. Uma imagem com baixo contraste não permite uma boa percepção de seus detalhes, prejudicando a sua análise.

O brilho e o contraste de uma imagem digital podem ser ajustados a partir de técnicas que manipulam o histograma da imagem (Pedrini e Schwartz, 2008). No entanto, o ideal é que as imagens digitais sejam adquiridas de modo a apresentarem o histograma abrangendo toda a escala de níveis de intensidade de cor. Isto garante que a representação digital da imagem terá o maior número de níveis de intensidade possível. Se a aquisição da imagem for feita de forma inadequada, com excesso de brilho ou muito escura e/ou com um contraste muito baixo, o processamento digital de imagens será incapaz de recuperar as informações perdidas.

Segundo Weeks (1996), o brilho e o contraste de uma imagem digital podem ser matematicamente descritos respectivamente como a média e o desvio padrão (variabilidade) dos níveis de intensidade de todos os pixels da imagem.

#### **3.5.4. Imagem digital colorida (RGB)**

Até este ponto, foram abordados conceitos de imagens digitais monocromáticas, mais precisamente as imagens na escala de cinza. A seguir, são apresentados conceitos de imagens digitais coloridas RGB.

Uma imagem RGB (do inglês, Red, Green and Blue), basicamente, pode ser considerada como uma matriz onde cada um de seus elementos é um vetor de inteiros de três posições que guarda os valores de intensidades das cores primárias, vermelha, verde e azul respectivamente. A cor do pixel é formada a partir da combinação das intensidades destas três cores. Pode-se dizer que uma imagem RGB é a combinação pixel a pixel de

três imagens componentes, “monocromáticas”, de 8 bits ( $2^8 = 256$  níveis de intensidade), nas escalas de vermelho, verde e azul. Para as três imagens o “0” representa a cor preto absoluto, e para cada uma o “255” representa a cor mais intensa da escala, ou seja, vermelho absoluto, verde absoluto e azul absoluto. Os valores entre “0” e “255” representam para cada imagem as variações de intensidades de vermelho, verde e azul. A imagem RGB, pelo fato de ser a combinação de três imagens “monocromáticas” de 8 bits, possui uma quantização de 24 bits ( $2^{24} = 16777216$  cores) (Orchard e Bouman, 1991). A Figura 3.16a apresenta uma imagem RGB e, em detalhe, exibe uma pequena parte onde as intensidades de vermelho, verde e azul de alguns pixels podem ser visualizadas numericamente. As imagens das Figuras 3.16b, 3.16c e 3.16d apresentam respectivamente as três imagens componentes nas escalas de vermelho, verde e azul, que combinadas, pixel a pixel, formam a imagem da Figura 3.16a.

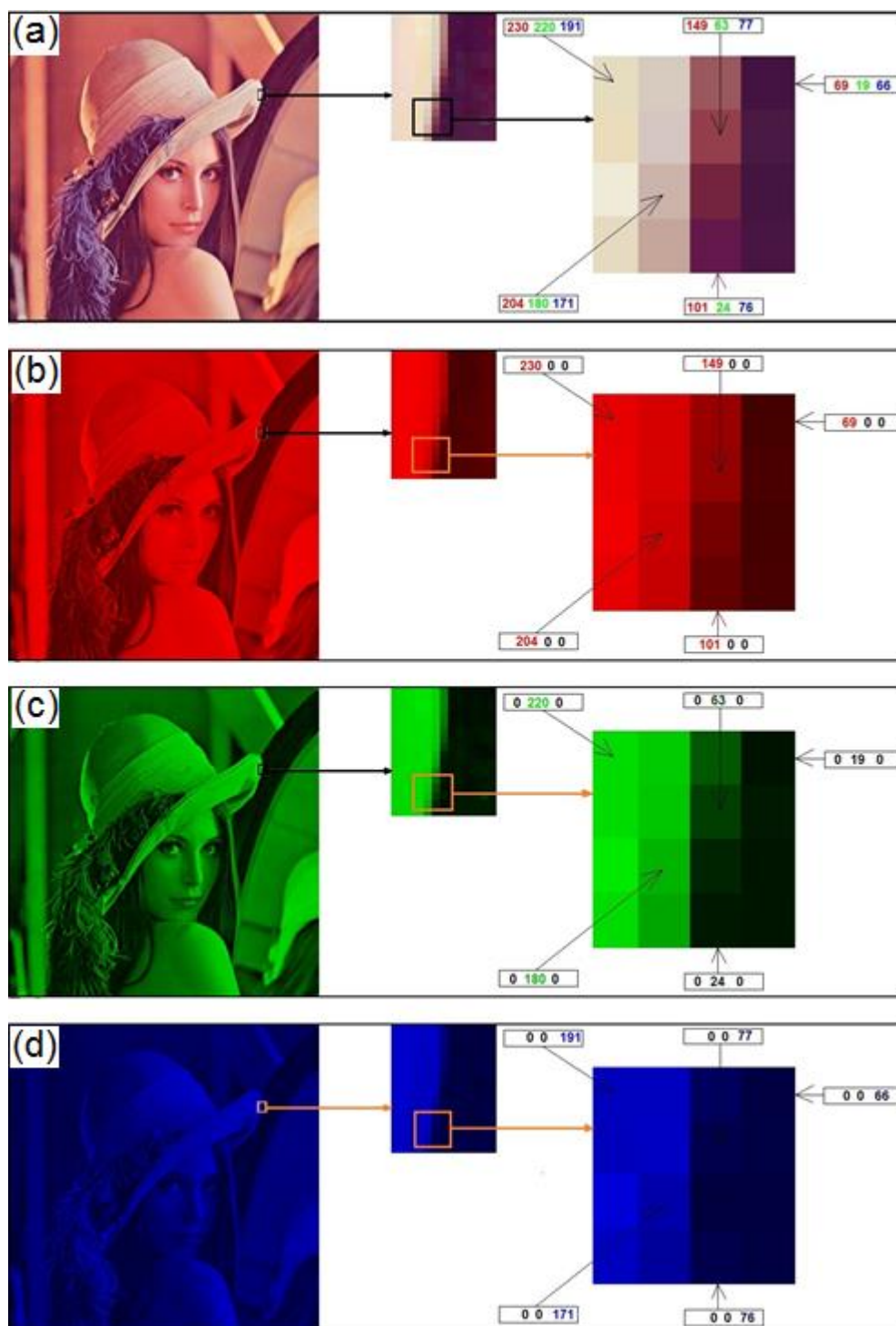


Figura 3.16: (a) Imagem digital RGB; (b) imagem componente na escala de vermelho; (c) imagem componente na escala de verde; (d) imagem componente na escala de azul.

Na imagem da Figura 3.16a, pode ser observado, por exemplo, que a cor do pixel superior esquerdo da parte selecionada, é formada pela combinação das intensidades 230 de vermelho, 220 de verde e 191 de azul.

O conceito de histograma pode ser aplicado em imagens coloridas RGB. O histograma é calculado para cada uma das três imagens componentes (Marques e Vieira, 1999). A Figura 3.17 mostra a imagem RGB apresentada na Figura 3.16a e o cálculo do histograma para cada uma de suas componentes.



Figura 3.17: Imagem RGB e os histogramas correspondentes a cada uma de suas componentes.

Os histogramas da Figura 3.17 sugerem que em uma imagem colorida, cada uma das componentes pode ser tratada, processada e analisada separadamente, como uma imagem na escala de cinza. Todas as considerações acerca das imagens na escala de cinza são aplicáveis às componentes das imagens coloridas. Às vezes, uma das componentes fornece um resultado mais apurado que as demais, contudo, nem sempre é assim.

### 3.6. Processamento e Análise Digital de Imagens (PADI)

Hoje em dia, com o avanço da tecnologia digital, diversas áreas do conhecimento têm utilizado das técnicas de processamento e análise digital de imagens (PADI) para a resolução de problemas. Pode ser citada como exemplo a área da medicina, mineração, biologia, automação industrial, astronomia, arqueologia, militar etc. Na área da mineração, por exemplo, a quantificação das fases minerais presentes em uma amostra, estudos de liberação, estudos da morfologia dos minerais dentre outros, podem ser realizados a partir de imagens digitais. Geralmente para esses tipos de análises, são utilizadas imagens digitais provenientes de microscópios óticos (MO) e/ou eletrônicos de varredura (MEV).

O PADI é constituído basicamente de duas fases bem distintas: o processamento digital de imagens (PDI) e a análise digital de imagens (ADI). O PDI engloba técnicas que utilizam operações matemáticas para alterar os valores dos pixels de uma imagem digital. O objetivo nessa fase é melhorar a qualidade da imagem, corrigindo possíveis defeitos obtidos durante a sua aquisição e/ou realçando detalhes de interesse. O PDI visa preparar a imagem, ou seja, deixá-la em boas condições para ser analisada na fase de ADI. Esta última consiste em técnicas responsáveis pela extração e tratamento de dados quantitativos contidos em uma imagem digital. A partir da ADI é possível realizar medições em objetos de forma rápida, com boa precisão e até mesmo impossíveis de serem realizadas por métodos manuais.

Um sistema de PADI é constituído por uma sequência de etapas fundamentais (Vieira e Paciornik, 2001), ilustradas na Figura 3.18, capazes de produzir um resultado a partir do domínio do problema. Essas etapas, basicamente, estão divididas em três blocos: aquisição da imagem digital, PDI e ADI. A aquisição engloba a formação da imagem e sua digitalização, o PDI consiste fundamentalmente na etapa de pré-processamento e a ADI compreende as etapas de segmentação, pós-processamento, extração de atributos e reconhecimento e classificação.

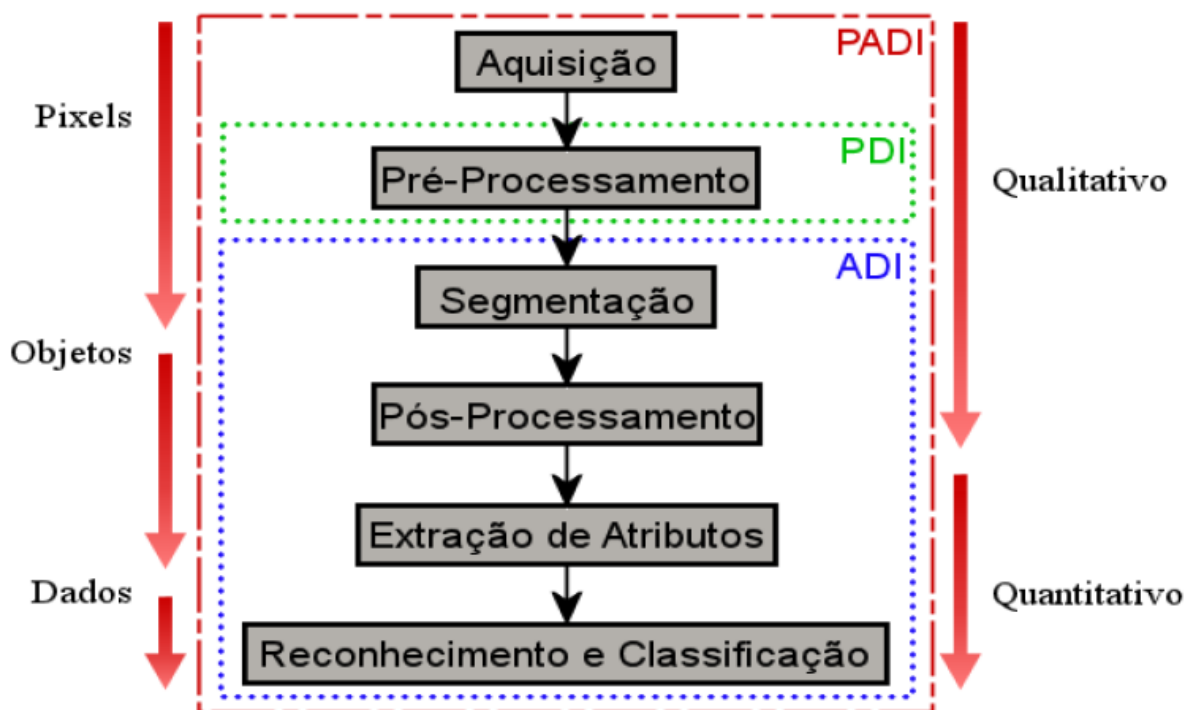


Figura 3.18: Sequência de etapas fundamentais de PADI (Gomes, 2007).

No fluxograma representado na Figura 3.18, setas indicam o nível semântico dos dados sobre o qual se trabalha. As técnicas referentes às etapas de pré-processamento e segmentação trabalham diretamente sobre os pixels da imagem. Na etapa de segmentação, técnicas específicas são aplicadas para subdividir a imagem em objetos ou regiões de interesse que a compõem. O nível de detalhe em que a subdivisão é realizada depende do problema a ser resolvido. As técnicas de pós-processamento e extração de atributos modificam e medem esses objetos respectivamente. As técnicas referentes às etapas de reconhecimento e classificação são responsáveis por analisar os resultados dessas medidas obtendo dados de mais alto nível.

A seguir são explicadas as etapas fundamentais de PADI, assim como algumas das técnicas que envolvem cada uma delas e que foram utilizadas nesse trabalho.

### **3.6.1. Aquisição da imagem digital**

Para a aquisição de uma imagem digital, primeiramente é necessário a existência de um dispositivo físico que seja sensível a um tipo de energia (por exemplo, raios x, visível, infravermelha, acústica, ultrassônica, eletrônica e etc.) e que produza um sinal elétrico de saída proporcional ao nível de energia detectado (Gonzalez e Woods, 2002). Posteriormente é necessário um dispositivo chamado “digitalizador” para a conversão da saída elétrica de um dispositivo de sensoriamento físico para a forma digital.

O processo de digitalização envolve dois passos, a amostragem e a quantização. A digitalização das coordenadas espaciais  $(x,y)$  de uma imagem real é denominada amostragem da imagem (gera uma matriz de  $M \times N$  pixels). A digitalização de sua amplitude (número de níveis de intensidade de cor permitida para cada pixel) é chamada quantização em níveis de intensidade ou simplesmente quantização (Pedrini e Schwartz, 2008). A quantização de uma imagem  $f(x,y)$  é dada por uma potência de 2, ou seja,  $L = 2^k$ , onde o  $L$  é o número de níveis de intensidade da imagem e  $k$  é chamado de amplitude da imagem. Deste modo a amplitude corresponde ao número de bits necessários para armazenar a imagem no computador. A quantização mais comum encontrada em imagens digitais “monocromáticas” é a de 8 bits ( $L = 2^8$  que corresponde a 256 níveis de intensidade), ou seja, cada pixel pode assumir um valor de intensidade compreendido entre 0 e 255. Isso quer dizer que cada sinal elétrico gerado (a partir de um dispositivo sensível a algum tipo de energia), ao ser digitalizado, assume um valor inteiro  $X$  de intensidade, onde  $0 \leq X \leq 255$  de acordo com a energia do sinal elétrico. No caso de uma imagem digital na escala de cinza, o valor “0” representa um pixel de cor preta, o “255” representa um pixel de cor branca, o valor “100” representa um pixel de cor cinza médio e assim por diante.

Considerando que o processo de aquisição de imagens digitais envolve parâmetros de amostragem e quantização, uma questão é saber quantas amostras  $N \times M$  e quantos níveis de intensidade de cor são necessários para gerar uma boa imagem digital. Isso depende da quantidade de informação contida na imagem e do grau de detalhes dessa informação que é perceptível ao olho humano. Tais parâmetros levam aos conceitos de resolução espacial e de intensidade da imagem que já foram citadas na seção 3.5.1.

### 3.6.2. *Pré-processamento*

A etapa de pré-processamento diz respeito às técnicas utilizadas para melhorar a qualidade da imagem. Essas técnicas são aplicadas para corrigir defeitos gerados durante a sua aquisição e, também, para realçar seus detalhes de interesse, facilitando sua visualização e segmentação. A seguir, são citadas algumas das técnicas de pré-processamento importantes na realização deste trabalho.

- **Expansão de contraste:** Como mencionado na seção 3.5.3 é importante que uma imagem digital seja adquirida com um bom contraste entre suas fases constituintes. Contudo, nem sempre os níveis de intensidade originais de uma imagem ocupam todo o intervalo possível na escala de cor (exemplo: 0 a 255 níveis de cinza). Para que isto seja possível é necessário aplicar técnicas para expandir o contraste da imagem. Pode ser citada como exemplo a “normalização de histograma” (Pedrini e Schwartz, 2008). Através de uma transformação matemática, essa técnica amplia o intervalo original para toda a escala de níveis de intensidade de cor. Na Figura 3.19a pode ser visualizada uma imagem com baixo contraste e seu respectivo histograma. Na Figura 3.19b tem-se a imagem da Figura 3.19a com o seu contraste realçado, após passar pela técnica de “normalização de histograma”.

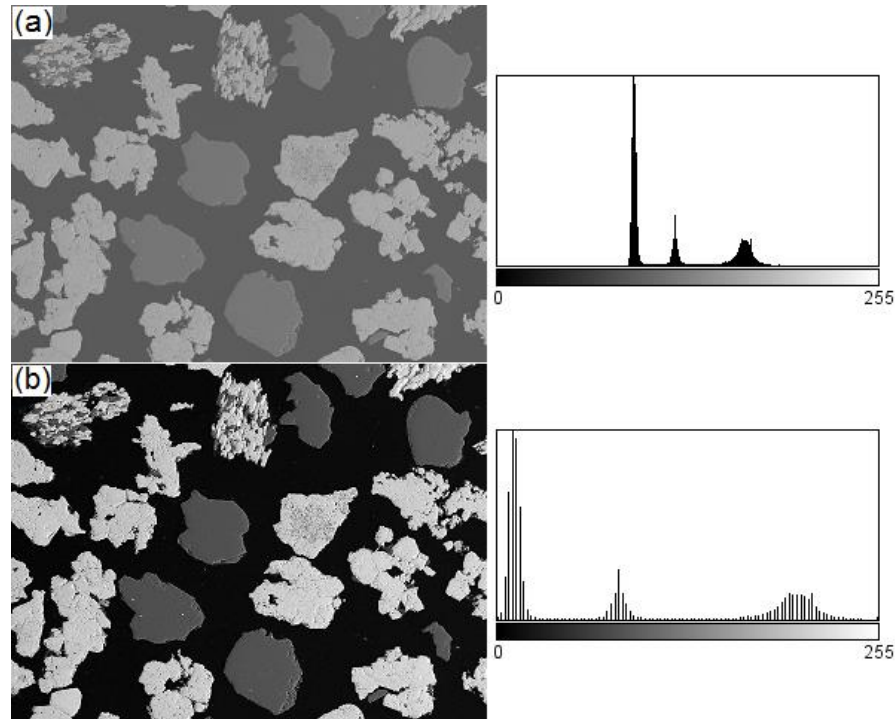


Figura 3.19: (a) representa uma imagem de baixo contraste e o seu respectivo histograma; (b) representa a imagem (a) com o contraste expandido e o seu respectivo histograma.

- **Correção de fundo:** É uma operação comum de pré-processamento. Na microscopia ótica, esta correção sempre é necessária. Existem algumas técnicas que realizam essa correção. A mais utilizada é a subtração de imagens de *background* usando-se aritmética de imagens. No caso das imagens de MEV, usa-se uma técnica que se baseia na subtração de um plano interpolado no *background*, já que a distorção é invariavelmente plana.
- **Filtro de suavização:** As imagens digitais de elétrons retroespalhados provenientes de um MEV geralmente apresentam um baixo nível de ruídos. Contudo, em alguns casos, é interessante a utilização de um filtro de suavização para eliminar pequenas imperfeições, facilitando o processo de segmentação da imagem. Dentre as técnicas de suavização existentes, pode-se destacar o filtro da mediana. Essa técnica faz com que o nível de cinza de cada pixel na imagem seja substituído pela mediana dos níveis de cinza da vizinhança daquele pixel

(Gonzalez e Woods, 2002). Esse filtro suaviza a imagem preservando a nitidez das bordas dos seus objetos.

- **Delineação:** Em imagens de elétrons retroespalhados provenientes de um MEV, é comum que os pixels existentes nas fronteiras entre fases muito contrastantes apresentem valores de intensidades intermediários aos esperados para cada uma das fases vizinhas (Sutherland e Gottlieb, 1991). Este problema, conhecido como efeito “halo”, pode influenciar negativamente no resultado da segmentação da imagem. O que acontece é que estes pixels de intensidades intermediárias são classificados como uma fase espúria entre as fases vizinhas. Para reduzir o efeito “halo” a imagem deve ser submetida a um filtro de delineação. Este filtro varre a imagem procurando as transições entre fases e decide a qual delas esses pixels pertencem. Os filtros de delineação, no geral, são implementados a partir de filtros detectores de borda (Gonzalez e Woods, 2002) ou através de morfologia matemática (Serra, 1982 e 1988).

A Figura 3.20a mostra uma imagem de MEV sem delineação. Já a Figura 3.20b apresenta a imagem após a aplicação deste filtro.

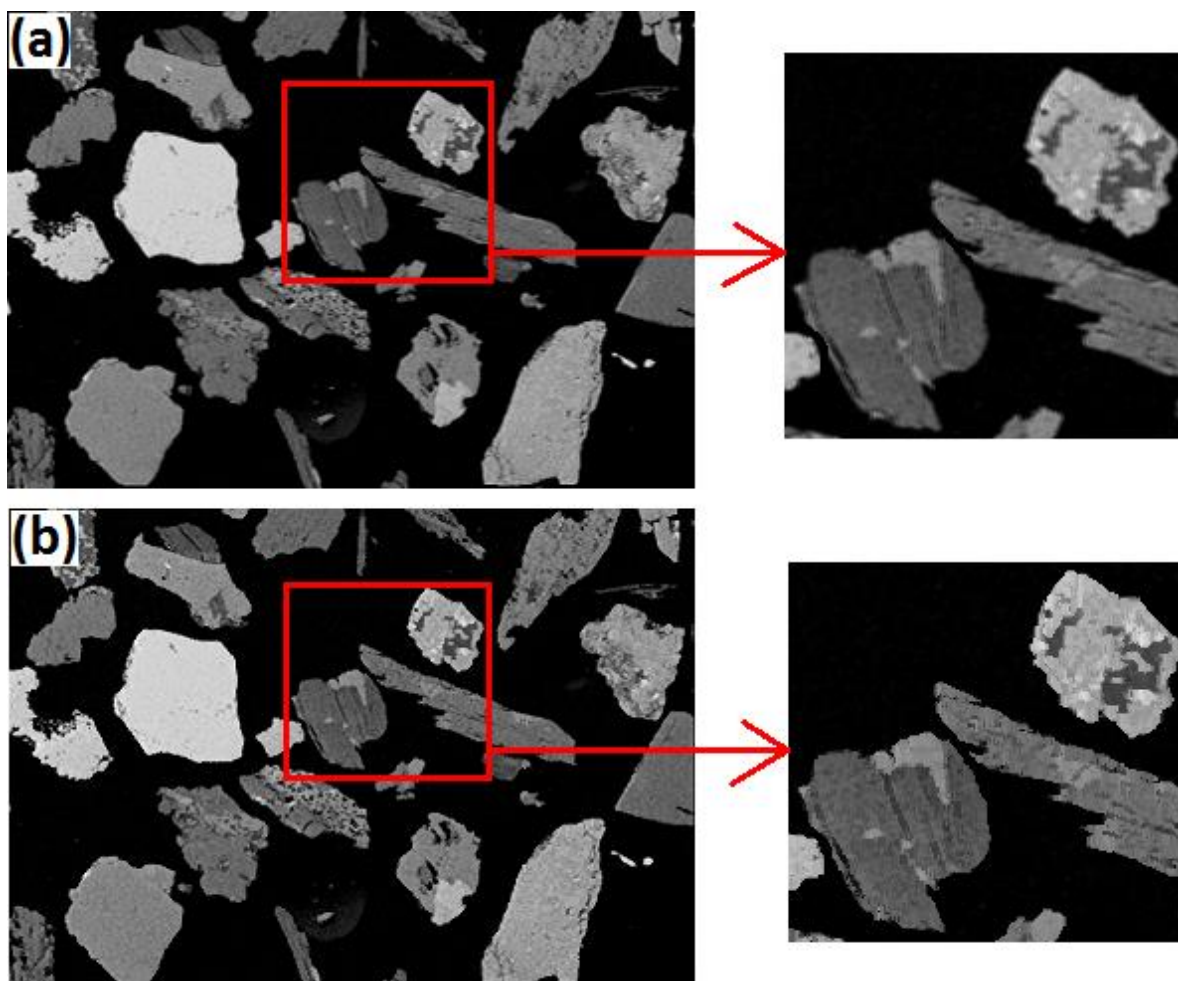


Figura 3.20: (a) Imagem sem delineação; (b) Imagem delineada.

Pode ser observado na parte selecionada da Figura 3.20b que as transições entre as fases contrastantes estão mais definidas do que se comparado com a imagem não delineada mostrada na Figura 3.20a.

### 3.6.3. Segmentação

Entende-se por segmentação o processo que subdivide uma imagem em suas partes ou objetos constituintes, sendo uma das tarefas mais difíceis na análise de imagens (Gonzalez e Woods, 2002). O nível até o qual essa subdivisão deve ser realizada

depende do problema a ser resolvido, ou seja, a segmentação deve parar quando os objetos de interesse na imagem tiverem sido isolados.

Existem diversas técnicas de segmentação baseadas em diferentes princípios, como, por exemplo, a limiarização de histograma, detecção de bordas, textura, morfologia matemática e etc. (Haralick, 1973 e 1979; Otsu, 1979; Marr e Hildreth, 1980; Danielsson, 1980; Pun, 1981 e Canny, 1986), cada qual mais adequado dependendo do problema a ser resolvido.

Uma das técnicas de segmentação mais utilizadas, pela sua simplicidade, é a limiarização de histograma (thresholding). Esta técnica baseia-se em um princípio, nem sempre verdadeiro, de que na imagem cada fase é representada por pixels que se enquadram dentro de uma determinada faixa de intensidades. Assim, a segmentação por limiarização é efetiva somente quando as fases apresentam faixas de intensidades diferentes umas das outras. De qualquer maneira, isto ocorre em inúmeros casos, o que, aliado à simplicidade da técnica, faz da limiarização uma segmentação bastante popular. Graficamente, as fases são representadas por picos no histograma, de modo que, para separá-las, são escolhidas intensidades de corte chamadas de limiares que são colocados nos vales entre estes picos. Quanto mais baixos forem os vales e mais separados e bem definidos forem os picos, melhor será o resultado da segmentação.

A Figura 3.21, mostra um exemplo de segmentação por limiarização de histograma. A Figura 3.21a mostra uma imagem proveniente de um MEV (elétrons retroespalhados) após passar pelas técnicas de pré-processamento descritas anteriormente. Esta imagem foi obtida a partir de uma amostra de um itabirito que contém basicamente os minerais quartzo e hematita. No histograma dessa imagem, representado na Figura 3.21b, podem ser observados, os limiares que delimitam os intervalos de intensidades de cinza que representam cada fase. Por exemplo, as intensidades compreendidas entre os limiares “0” e “75” (selecionadas na cor verde) representam a resina. As intensidades que representam o quartzo foram identificadas entre os limiares “75” e “150” (selecionadas na cor azul), e as que representam a hematita estão compreendidas entre os limiares “150” e

“255”. A identificação dos limiares pode ser feita manualmente, a partir de uma análise visual do histograma, ou também por métodos automáticos (Otsu, 1979).

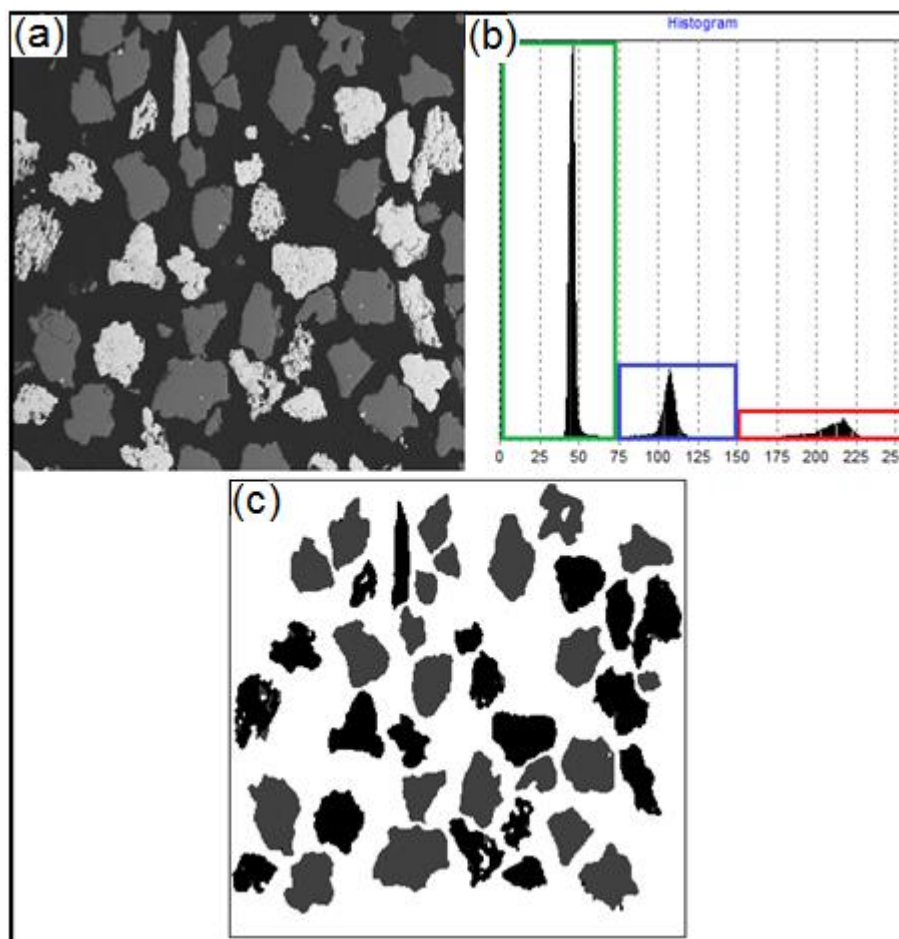


Figura 3.21: (a) imagem em 256 níveis de cinza; (b) histograma da imagem (a) indicando os limiares de corte; (c) imagem (a) segmentada e apresentada com “pseudo coloração”.

Para uma melhor visualização e análise das fases minerais presentes, a imagem segmentada representada na Figura 3.20c, passou pelo processo de “pseudo coloração”. Essa técnica corresponde à aplicação de uma falsa cor para cada intervalo de intensidades de cinza presente na imagem (Pedrini e Schwartz, 2008). Nesse exemplo, os pixels cujas intensidades estão dentro do intervalo que representam a resina, receberam o valor “255” (Branco absoluto), os que representam o quartzo foram ajustados para “0” (preto absoluto) e os que representam a hematita receberam o valor “100” (cinza médio).

#### **3.6.4. Pós-Processamento**

O objetivo da etapa de pós-processamento é melhorar o resultado da segmentação. Técnicas para unir, separar e eliminar objetos na imagem são comuns nessa etapa. Geralmente, estas técnicas são baseadas em operações lógicas e de morfologia matemática (Serra, 1982 e 1988).

A imagem segmentada da Figura 3.20c também foi submetida a algumas técnicas de pós-processamento. Comparando-a com a imagem original da Figura 3.20a, pode ser observado que foram aplicadas técnicas para separar as partículas umas das outras, eliminar as partículas espúrias e, também, as que tocam as bordas da imagem.

Uma vez que o processo de segmentação e pós-processamento se encerra, pode-se então realizar medidas sobre a imagem.

#### **3.6.5. Extração de atributos**

É a etapa de análise na qual os objetos na imagem são identificados e características (número, tamanho, forma, posição e trama), tanto dos objetos como da imagem, podem ser medidos (Russ, 1990 e 1998; Friel, 2000). Existem basicamente duas classes de medidas: medidas de campo e medidas de região. As medidas de campo são aquelas realizadas na imagem como um todo. As medidas de região são aquelas feitas em cada objeto da imagem. Por exemplo, na imagem segmentada da Figura 3.20c, a partir da aplicação de um algoritmo específico, cada partícula poderia ser identificada e estudada separadamente. Um exemplo de dados que poderiam ser extraídos de cada objeto (partícula) dessa imagem seria a sua composição, ou seja, o percentual de pixels de intensidade “0” (quartzo) e “100” (hematita). Tendo a informação da composição de cada partícula, pode-se conhecer o número de partículas liberadas de hematita e quartzo e o número de partículas mistas. A partir dessas informações o grau de liberação da fase útil (hematita) em relação a ganga (quartzo) pode ser calculado utilizando, por exemplo, a metodologia proposta por Gaudin, resumida na equação 3.10.

### **3.6.6. Reconhecimento e classificação**

Nesta etapa é realizado o tratamento dos dados quantitativos obtidos na etapa de extração de atributos. Estes dados devem ser interpretados com o objetivo de transformar informação em conhecimento, fornecendo um resultado de mais alto nível. O processo é similar ao que é realizado pelo cérebro humano no que diz respeito ao reconhecimento de padrões. De acordo com as pretensões deste trabalho, não foi necessária a implementação de técnicas referente a esta etapa.

### **3.7. A análise digital de imagens em estudos de caracterização de minérios**

O PADI tem se tornado de fundamental importância nos estudos de caracterização de minérios. As imagens mais utilizadas para esses estudos são as geradas a partir de microscópios eletrônicos de varredura MEV e/ou microscópios óticos MO. A partir dessas técnicas é possível, por exemplo, quantificar as fases minerais presentes em uma determinada amostra e avaliar o grau de liberação de uma fase mineral de interesse em relação aos minerais de ganga.

Para esses tipos de análises é necessário tomar alguns cuidados que vão desde a preparação das amostras até a aquisição das imagens nos microscópios. Para os estudos de liberação, as amostras devem ser classificadas em faixas curtas de tamanho, por exemplo, seguindo a serie Tyler ( $\sqrt{2}$ ) de peneiras. A preparação da amostra para esse tipo de estudo é feita na forma de seções polidas. Uma fração do material em cada faixa de tamanho obtida no peneiramento é embutida em resina epóxi e posteriormente desbastada e polida. Amostras preparadas desta forma apresentam superfícies planas, o que evita problemas de influência topográfica nas imagens obtidas em ambos os microscópios. O desbaste das seções deve ser realizado, utilizando diferentes granas de lixas, até que as primeiras camadas de partículas sejam retiradas. Este procedimento é necessário para minimizar o problema de orientação preferencial das fases minerais mais densas. O objetivo é obter uma seção plana tal que qualquer partícula da população revele a sua estrutura interna em diferentes leitões, gerando-se, assim, um plano de

seccionamento randômico (Neumann et al., 2004). Após a etapa de desbaste vem o polimento da seção. A qualidade das imagens geradas pelos microscópios é diretamente proporcional à qualidade do polimento. Nesta etapa são utilizadas pastas diamantadas de diferentes granulometrias sobre tecidos rígidos. Discos de diamante também podem ser usados, pois geram uma superfície uniforme, sem desgaste preferencial da resina epóxi (relevo). Ao final de cada etapa (desbaste e polimento) é necessário mergulhar a seção em ultrassom para eliminar resíduos.

Para a aquisição de imagens no MEV, as seções polidas devem ser recobertas preferencialmente com carbono do que com ouro, pois este último diminui significativamente o contraste entre as fases. O recobrimento deve ser tão uniforme quanto possível na superfície da amostra, de forma que imagens possam ser adquiridas com a melhor relação brilho/contraste.

A análise de imagens em microscopia ótica é praticamente restrita à de luz refletida. Geralmente é escolhido um dos canais de cor (RGB), onde as fases minerais se apresentem contrastantes o suficiente para serem distinguidas umas das outras. Dependendo da situação pode ser necessário combinar canais de cor para conseguir melhores contrastes. No caso do MEV são utilizadas as imagens de elétrons retroespalhados, onde o nível de cinza de cada pixel é proporcional a massa atômica média da fase naquele mesmo ponto na amostra real. Portanto, é possível separar nessas imagens, as fases minerais de acordo com o seu nível de cinza. Pode ocorrer de fases minerais diferentes apresentarem o mesmo nível de cinza na imagem. Isso acontece, quando essas fases possuem massas atômicas médias muito próximas. Isso não é problema desde que se possam agrupar essas fases sem comprometer o resultado da análise. Para exemplificar essa situação a Figura 3.22 ilustra uma imagem de elétrons retroespalhados de um rejeito de ouro contendo as fases minerais pirita (Py), arsenopirita (Aspy), galena (Gln), quartzo (Qz), muscovita (Msc), apatita (Apt) e ilmenita (Ilm). Pode ser observado no histograma desta imagem que os sulfetos pirita, arsenopirita e galena se apresentam em faixas de níveis de cinza diferentes, assim como a ilmenita e a apatita. Já os silicatos quartzo e muscovita se apresentam na mesma faixa de níveis de cinza na imagem. Nesse caso eles podem ser considerados conjuntamente sem que isso comprometa o resultado da análise.

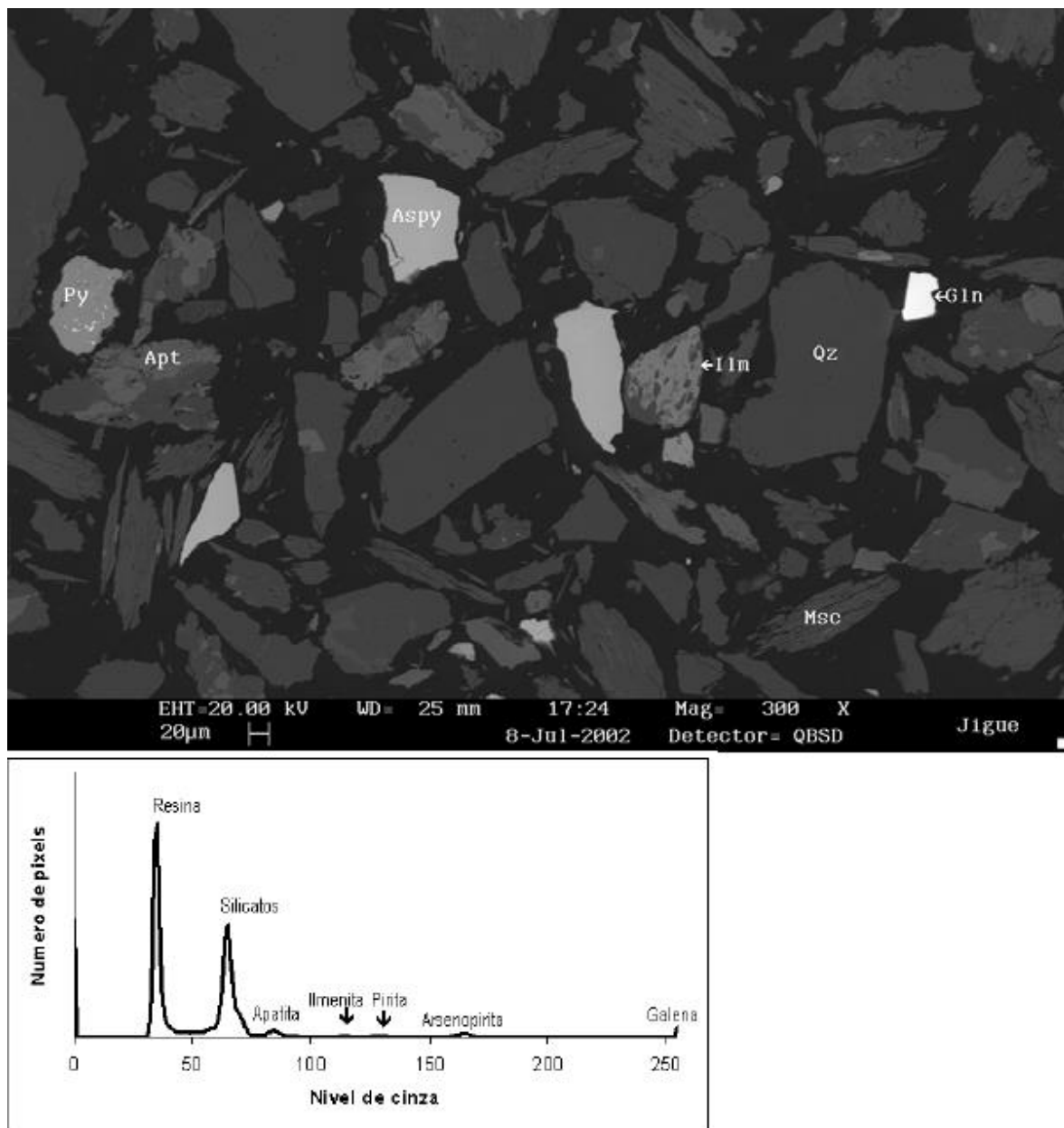


Figura 3.22: Imagem de elétrons retroespalhados de rejeito de ouro, contendo os silicatos quartzo (Qz) e muscovita (Msc), apatita (Apt), ilmenita (Ilm), e os sulfetos pirita (Py), arsenopirita (Aspy) e galena (Gln), e o histograma da distribuição de níveis de cinza com a indicação das fases. (Neumann et al., 2004).

Outro exemplo de fases minerais que se apresentam na mesma faixa de níveis de cinza em imagens de elétrons retroespalhados é a hematita e a magnetita. Esses minerais possuem massas atômicas médias muito semelhantes, o que na prática inviabiliza sua

discriminação em imagens de elétrons retroespalhados. Mesmo sistemas automatizados de MEV/EDS são impotentes neste caso, pois a composição química destes minerais também é muito similar (Neumann et al., 2004; Pirard e Lebichot, 2004). Por outro lado, em imagens geradas a partir de um microscópio óptico de luz refletida (MOLR), há contraste suficiente entre hematita e magnetita. A magnetita possui refletância menor do que a hematita (Criddle e Stanley, 1993), possibilitando a segmentação por limiarização em níveis de cinza. O problema apresentado nessas imagens é que a distinção entre a resina epóxi e o quartzo fica muito difícil, pois estes apresentam refletâncias muito próximas e consequentemente não se contrastam na imagem digital.

## **4. METODOLOGIA**

### **4.1. As amostras**

No presente trabalho foram utilizadas duas amostras de minérios diferentes. Uma amostra de minério de cobre de baixo teor e uma amostra de minério de ferro proveniente do Quadrilátero Ferrífero. Essas amostras foram escolhidas para a demonstração do funcionamento do software desenvolvido nesse trabalho. As amostras foram submetidas aos seguintes procedimentos de preparação: secagem, homogeneização em pilhas e subdivisão em quarteadores do tipo Jones. Os processos de homogeneização e quarteamento foram realizados para cada amostra até que fosse atingido o peso da alíquota especificada para testes. Uma alíquota de cada uma das amostras foi submetida a uma análise granulométrica. Outra alíquota foi pulverizada para caracterização por difração de raios-X.

### **4.2. Análise granulométrica**

As amostras dos minérios de cobre e de ferro foram submetidas à análise granulométrica. Essa análise foi realizada em sequências de peneiras obedecendo a escala Tyler. Na escala Tyler a razão entre peneiras consecutivas da série é  $\sqrt{2}$ . O sistema de peneiramento utilizado foi do tipo RoTap.

### **4.3. Identificação de fases por difração de raios-X**

A difração de raios-X foi realizada em ambas as amostras para auxiliar na identificação das fases minerais presentes nas imagens obtidas pelo MEV.

As análises foram realizadas em um difratômetro Philips, modelo PW1710, utilizando radiação  $\text{CuK}\alpha$  e cristal monocromador de grafita, velocidade de varredura  $0,06^\circ 2\theta/\text{s}$ , tempo de contagem 1s, intervalo de varredura de  $4^\circ$  até  $90^\circ 2\theta$ . O método de análise se

baseia na comparação dos valores das distâncias interplanares e das intensidades dos picos nos difratogramas das amostras analisadas e uma amostra de referência, utilizando o padrão do banco de dados PDF-2 do ICDD – International Center for Diffraction Data.

#### **4.4. Confeção das seções polidas**

O processo de preparo das seções pode ser descrito em três etapas, sendo elas na seguinte ordem: embutimento das amostras em resina epóxi; desbaste e polimento e o recobrimento com película condutora. As seções polidas utilizadas nesse trabalho foram confeccionadas seguindo um padrão de preparo que pode ser visto dentro de cada etapa a seguir:

- **Embutimento das amostras em resina epóxi:**

Para a confecção de cada seção, foram utilizados 20g de resina epóxi, 2g de catalisador e 3g da amostra. O material foi bem misturado para garantir que a resina molhasse toda a superfície das partículas e também para que não ocorresse a agregação das mesmas. Em seguida cada material foi depositado em formas cilíndricas próprias, com dimensões de 25mm de diâmetro, por 25mm de altura. Uma câmara de vácuo foi utilizada para retirar as bolhas de ar formadas durante a mistura do material e durante o seu depósito nas formas.

- **Desbaste e polimento:**

Após as seções estarem completamente secas, elas foram desbastadas até que as primeiras camadas de partículas fossem descartadas evitando assim o problema de orientação preferencial. Lixas de grãos 240, 400 e 600, respectivamente, foram utilizadas no desbaste. Posteriormente essas seções foram polidas com pastas de diamante de 15 $\mu$ m, 9 $\mu$ m, 3 $\mu$ m, 1 $\mu$ m e 0.25 $\mu$ m, respectivamente. O polimento e o desbaste foram realizados através de uma politriz semiautomática, marca Buehler, modelo Minimet 1000, com acessórios e materiais de consumo, pertencente ao Departamento de Engenharia de Minas da UFMG (DEMIN-UFMG). Os ajustes de tempo, velocidade e força no polimento,

para cada seção, que melhor atenderam as necessidades desse trabalho podem ser vistos na Tabela IV.1.

Tabela IV.1 Métodos de polimento adotados para cada seção

Tempo Polimento (min)	Velocidade (rpm)	Força (N)	Pasta de Diamante ( $\mu\text{m}$ )
25	30	25	15
25	30	25	9
25	25	20	6
25	25	20	3
20	20	15	1
15	20	10	0,25

- **Recobrimento com película condutora:**

As seções analisadas no MEV foram recobertas com uma película de carbono. A camada de recobrimento foi a mais fina e uniforme possível, capaz de gerar imagens com bom contraste entre as fases.

#### 4.5. Microscopia eletrônica de varredura e espectroscopia por dispersão de energia de raios-X (MEV/EDS)

Através do MEV foram obtidas imagens de elétrons retroespalhados para as análises demonstrativas do sistema desenvolvido nesse trabalho. Como visto anteriormente, em imagens de elétrons retroespalhados, o nível de cinza de cada pixel é proporcional a massa atômica média da fase naquele ponto. Através da análise via EDS (acessório acoplado ao MEV que identifica os elementos químicos de cada fase mineral) e com a ajuda das informações obtidas na difração de raios-X, foi possível identificar as fases minerais representadas por cada nível de cinza nas imagens obtidas. A geração das imagens e a identificação das fases presentes foram possíveis através de um MEV da marca JEOL modelo JSM 6360LV equipado com um espectrômetro de raios-X dispersivo em energia (EDS) marca THERMO NORAN com software QUEST pertencente ao Departamento de Engenharia Metalúrgica da UFMG (DEMET-UFMG).

#### **4.6. Linguagem de programação utilizada no desenvolvimento do software**

A linguagem de programação C++ foi utilizada no desenvolvimento do software de análise digital de imagens desenvolvido nesse trabalho. Essa linguagem foi escolhida pela sua robustez e praticidade em se tratando de operações desse tipo.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi desenvolvido um software que utiliza técnicas de processamento e análise digital de imagens para auxiliar os estudos de liberação mineral. *LibMin* (iniciais de Liberação Mineral) foi o nome escolhido para o software. O *LibMin* permite, por classe de tamanho de partículas, amostradas de imagens de elétrons retroespalhados: determinar a composição areal da população de partículas; classificar a população de partículas por classes de composição; avaliar a liberação relativa da população; quantificar as diferentes fases minerais presentes na população. Com base nessas informações o software é capaz de fornecer o espectro de liberação para um determinado tipo de minério. Na seção 5.1 serão descritas as técnicas de PADI implementadas no *LibMin*. Na seção 5.2, serão descritos o funcionamento e as funções desse software. Na seção 5.3 será apresentado um estudo de caso considerando as amostras dos minérios de cobre e ferro.

### 5.1. Descrição das técnicas de PADI implementadas no *LibMin*

#### 5.1.1. Correção de fundo

Quando uma imagem de MEV é analisada pelo sistema, automaticamente ela passa por uma correção de fundo usando a subtração de um plano interpolado no seu background, já que a distorção nesse tipo de imagem é invariavelmente plana.

Na imagem da Figura 5.1 pode-se ver a esquerda uma imagem original obtida de um MEV e a direita a mesma imagem após passar pelo processo de correção de fundo.

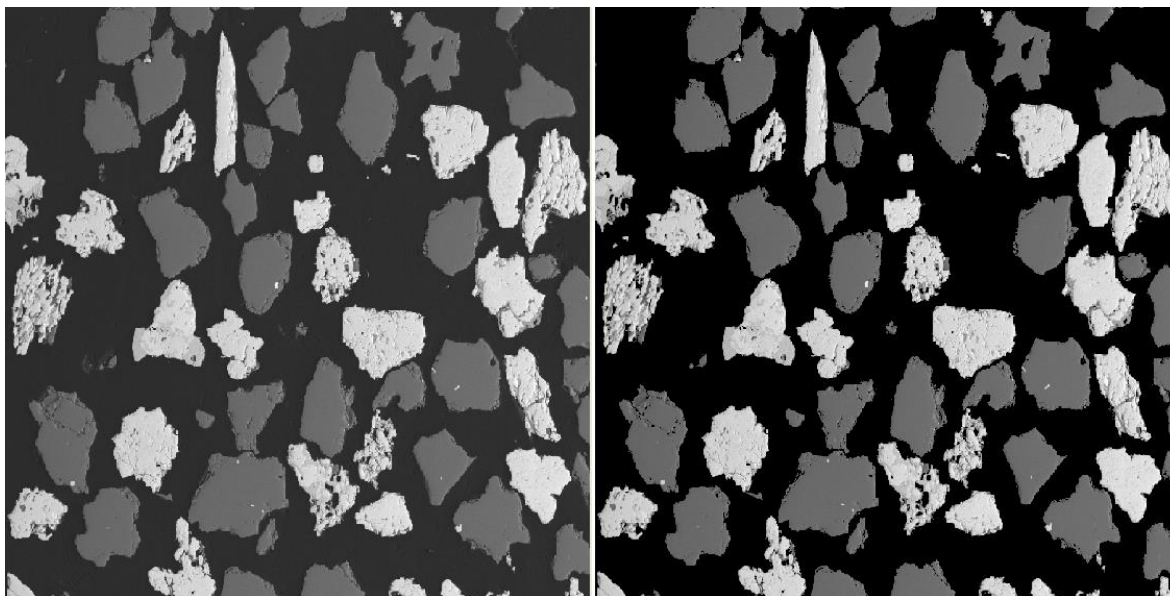


Figura 5.1: Aplicação da correção de fundo.

Em alguns casos, pode ser necessário que o operador do sistema ajuste a correção de fundo manualmente. Isso vai depender muito do processo de aquisição da imagem junto ao microscópio.

### **5.1.2. Segmentação**

O tipo de segmentação utilizado para identificar e quantificar as fases minerais é baseado na limiarização por histograma. Foi implementado um algoritmo que analisa automaticamente os picos e vales do histograma de uma determinada imagem. Através desta análise o algoritmo consegue identificar cada faixa de níveis de cinza calculando um limiar de corte nos vales entre cada pico. Cada faixa de níveis de cinza encontrada recebe uma cor específica. Essa cor possibilita posteriormente a sua identificação na imagem. Na Figura 5.2a pode-se visualizar a imagem de uma amostra de itabirito (contendo hematita, goethita e quartzo) gerada por um MEV. Na Figura 5.2b pode-se visualizar o histograma dessa imagem. A Figura 5.2c mostra a imagem da Figura 5.2a após passar pelo processo de segmentação automática. Na Figura 5.2d as fases segmentadas na Figura 5.2c podem ser vistas em destaque ou individualmente.

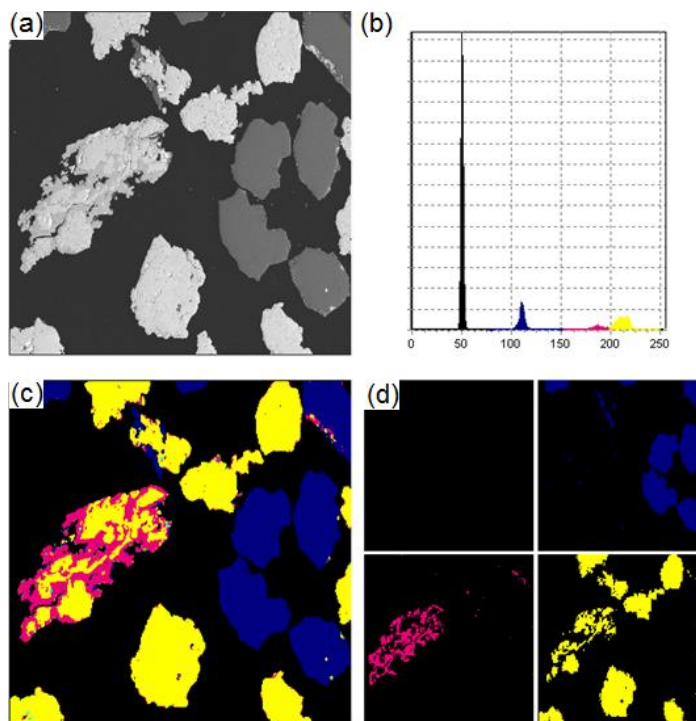


Figura 5.2: (a) imagem original; (b) histograma da imagem original; (c) imagem segmentada; (d) imagem segmentada e individualizada por fase mineral.

A cor azul representa a fase quartzo, a magenta identifica a goethita e a fase amarela representa a hematita.

#### 5.1.2.1. Contorno externo de partículas

Foi implementado um algoritmo que permite analisar individualmente cada partícula presente na imagem. O algoritmo varre a imagem e contorna somente o exterior de cada partícula, guardando o endereço (posição  $[x,y]$ ) de entrada de cada uma delas. Com essa técnica é possível analisar individualmente a composição de cada partícula presente na imagem. Na Figura 5.3, pode se observar à esquerda a imagem original e à direita a imagem após processamento contendo somente o contorno externo das partículas.

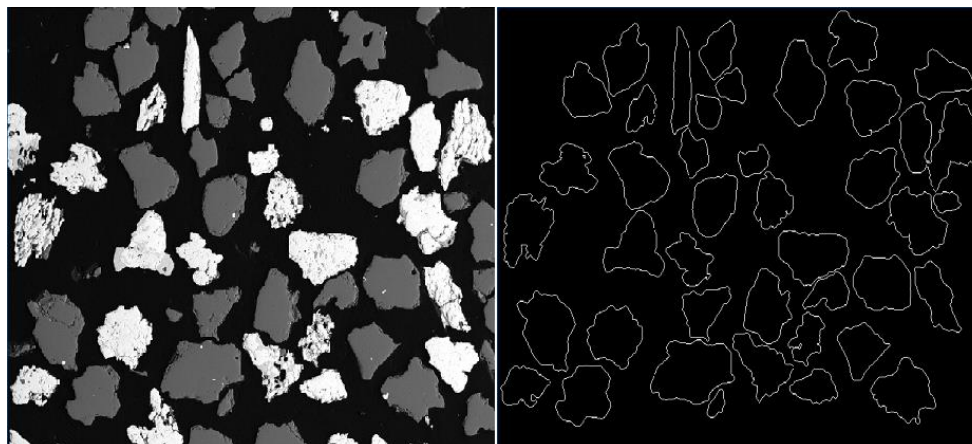


Figura 5.3: Técnica de contorno externo de partículas

### **5.1.3. Filtro de delineação**

Foi implementado um filtro de delineação baseado em um algoritmo de detecção de bordas para eliminar os pixels halos, que se formam entre fases muito contrastantes nas imagens de MEV. Na Figura 5.4, pode-se observar um exemplo de delineação tratado pelo sistema desenvolvido. Nas imagens das Figuras 5.4a até 5.4d pode-se visualizar a segmentação da imagem onde a fase quartzo (vermelho) foi separada dos óxidos de ferro (azul) sem usar delineação. Nas imagens das Figuras 5.4e até 5.4h pode-se visualizar a segmentação da mesma imagem, porém agora com delineação.

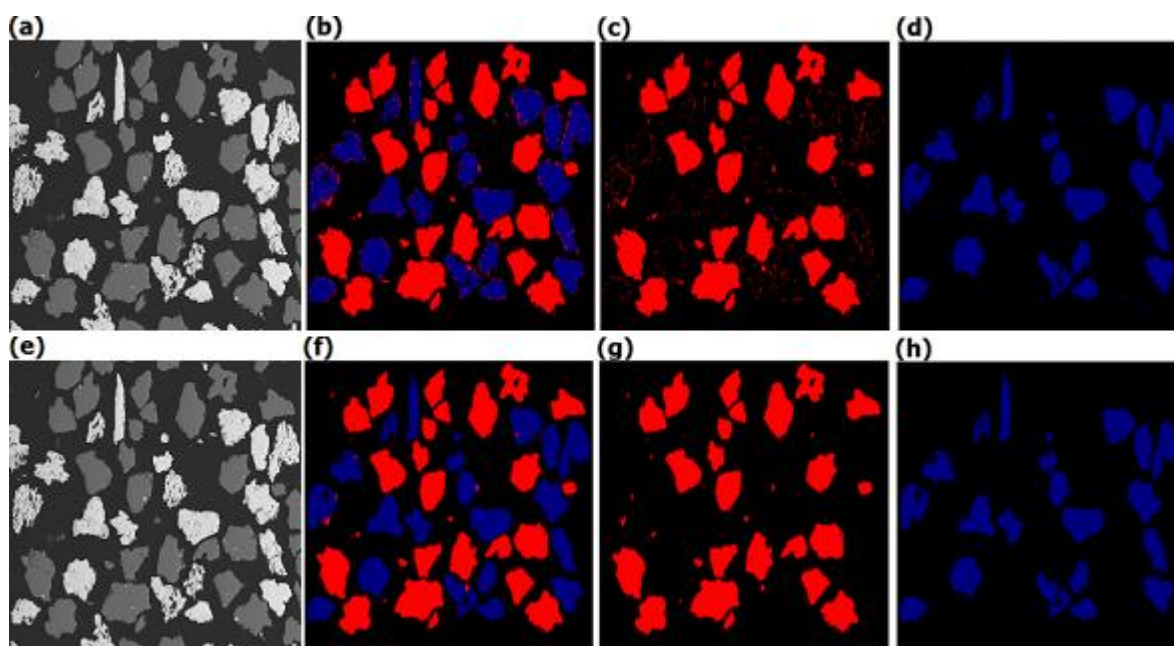


Figura 5.4: (a) imagem original sem delimitação; (b) segmentação da imagem sem delimitação (c) quartzo separado da imagem sem delimitação; (d) óxidos de ferro separado da imagem sem delimitação; (e) imagem original delimitada; (f) segmentação da imagem delimitada; (g) quartzo separado da imagem delimitada; (h) óxidos de ferro separado da imagem delimitada.

Como pode ser visto na Figura 5.4c, após separar o quartzo dos óxidos de ferro, ficaram evidentes na imagem os contornos das partículas dos óxidos de ferro. Esses contornos não representam o mineral quartzo, são intensidades de pixels que se formaram entre mudanças abruptas de intensidades (resina e óxidos de ferro). Geralmente esses pixels, chamados de halos, possuem um valor intermediário entre duas fases muito contrastantes. O filtro de delimitação, como pode ser visto na seção 3.6.2, tem a função de minimizar esse efeito na imagem, atribuindo a cada pixel halo o valor da fase a qual ele mais se aproxima. O resultado da aplicação do filtro de delimitação para esse exemplo pode ser percebido na Figura 5.4g, onde os pixels halos, ou assumiram o valor dos pixels da resina (preto) ou assumiram o valor dos pixels dos óxidos de ferro (azul).

#### **5.1.4. Eliminação das partículas que tocam as bordas da imagem**

As partículas que tocam as bordas da imagem são eliminadas automaticamente pelo software. Na imagem da Figura 5.5 pode-se visualizar a imagem da Figura 5.1 após ser segmentada e passar pelo processo de eliminação de partículas de bordas.

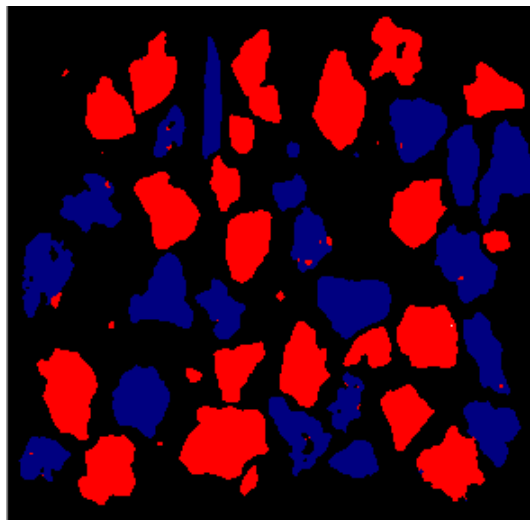


Figura 5.5: Eliminação das partículas que tocam as bordas da imagem.

Caso o usuário queira analisar a imagem considerando as partículas que tocam as bordas, é só desabilitar a função responsável por este processo através da configuração do sistema.

#### **5.1.5. Eliminação de partículas espúrias**

Foi implementado um algoritmo responsável por eliminar fragmentos de partículas que não condizem com a faixa granulométrica estudada. Essas partículas devem ser eliminadas, pois podem interferir na precisão dos resultados das análises a serem realizadas em meio a uma população de partículas. Na imagem da Figura 5.6 pode ser vista à esquerda uma imagem que já passou pelo processo de segmentação. À direita pode ser vista a mesma imagem após serem eliminadas as partículas espúrias.

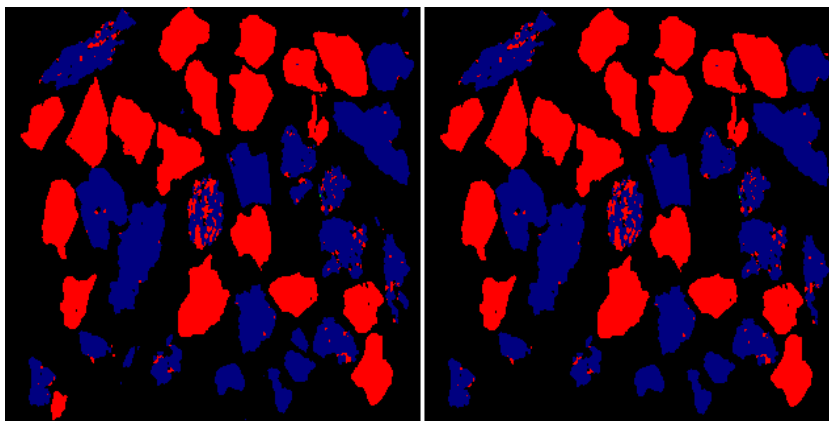


Figura 5.6: Eliminação de partículas espúrias.

## 5.2. Descrição do funcionamento do *LibMin*

### 5.2.1. *Processamento inicial das imagens*

Primeiramente ao abrir uma imagem para análise no sistema, esta passa automaticamente por uma correção de fundo, por um filtro de delimitação, por um filtro de suavização e se necessário por uma expansão de seu contraste. Na sequência é realizada a etapa de segmentação dessa imagem, com base nas informações obtidas através do seu histograma. A imagem também passa por um processo de eliminação de partículas espúrias que não condizem com a faixa granulométrica estudada e, também, por um processo de eliminação das partículas que tocam as suas bordas. Depois de realizado esse processamento inicial, a imagem está pronta para a avaliação dos parâmetros importantes para a determinação da liberação. Na Figura 5.7 pode ser vista a tela principal do sistema com uma imagem de MEV processada e preparada para estudos. Esta imagem contém duas fases distintas, uma representada pela cor vermelha e outra pela cor azul.

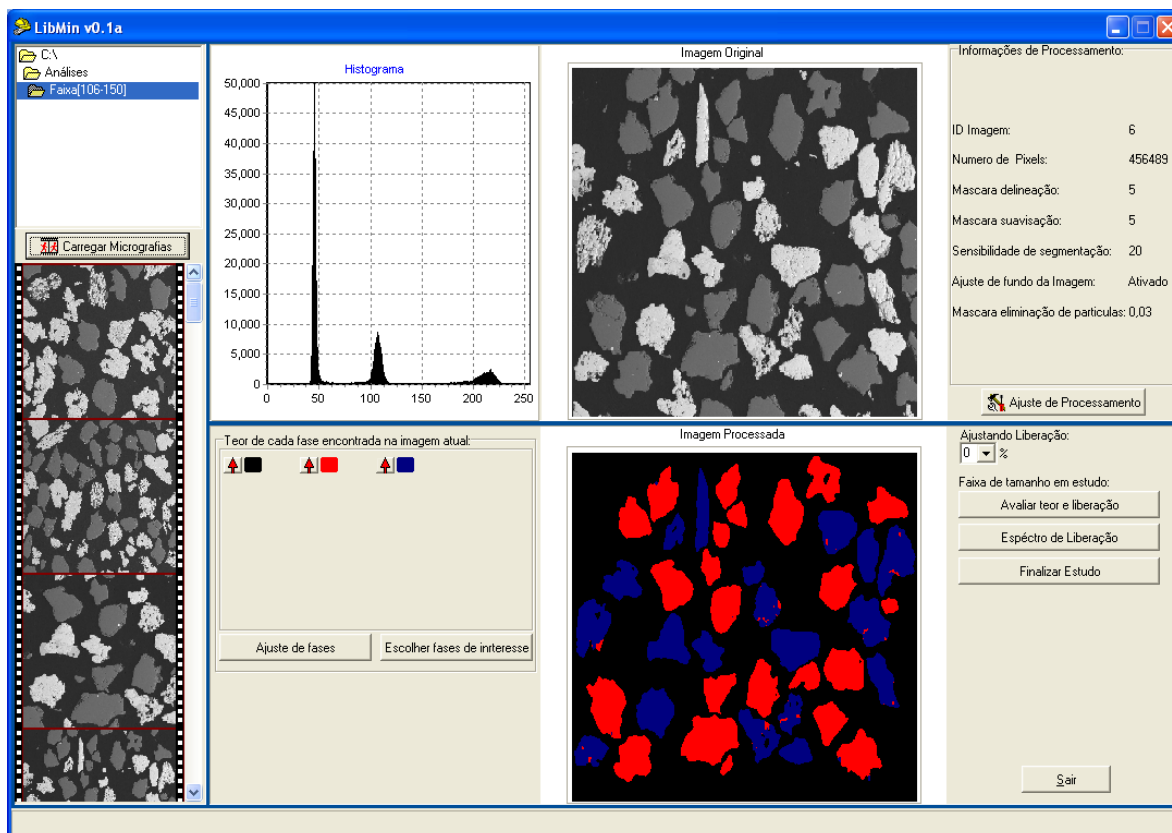


Figura 5.7: Tela principal do sistema mostrando uma imagem de MEV processada contendo duas fases distintas.

### 5.2.2. Quantificação e classificação das fases minerais presentes na imagem

Como pode ser visto na seção 5.1.3, a imagem segmentada recebe uma cor específica para cada faixa de nível de cinza que representa uma fase mineral. Para a quantificação de cada fase, o que o sistema faz, é contar o número de pixels referente a cada cor presente na imagem segmentada e analisar o percentual de cada uma. Na Figura 5.8 é ilustrada a quantificação e classificação das fases minerais presentes na imagem processada da Figura 5.7.

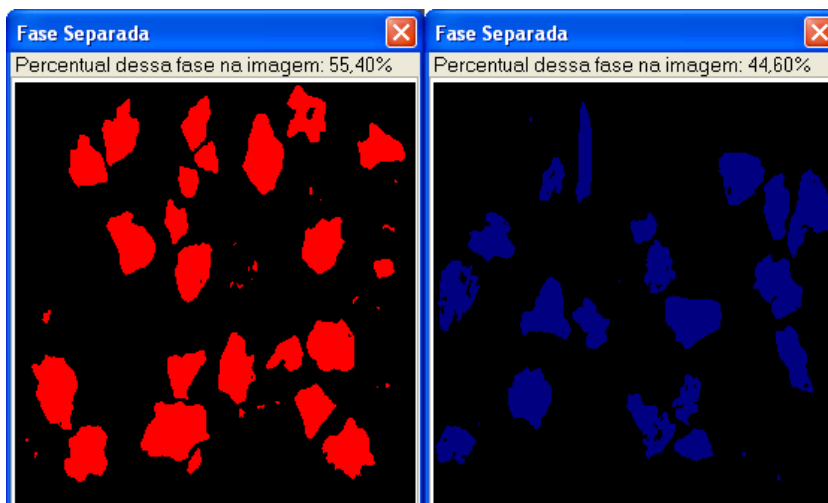


Figura 5.8: Quantificação das fases minerais presentes na imagem da Figura 5.7.

Pode-se observar nesse exemplo que a fase vermelha representa 55,40% e a fase azul 44,60%.

### **5.2.3. Avaliação do espectro de liberação**

Primeiramente é preciso informar ao sistema qual é a fase de interesse para estudos de liberação. Para isto, basta clicar no botão “escolher fases de interesse” que se encontra na parte inferior esquerda da tela principal do software ilustrada na Figura 5.7. Ao clicar neste botão, uma nova tela contendo uma legenda com todas as fases presentes na imagem será aberta. A partir dessa tela o usuário poderá escolher a fase de interesse para a avaliação da liberação. Após essa escolha, a tela de liberação poderá ser chamada a partir do botão “avaliar teor e liberação” que se encontra na parte inferior direita da tela principal ilustrada na Figura 5.7. A partir daí, o sistema analisa cada partícula presente na imagem em estudo. Isto é feito a partir da técnica de contorno apresentada na seção 5.1.6. Nesse procedimento as partículas são identificadas de acordo com a distribuição percentual de pixels que representam a fase (ou fases) de interesse em relação ao número total de pixels da partícula analisada. Posteriormente as partículas podem ser agrupadas em 12 classes distintas em relação aos valores distribuídos. Essas classes estão compreendidas entre os valores 0 (zero), representando a ganga liberada, 100 (cem) representando o mineral útil liberado e as demais classes

distribuídas entre os valores 0 e 100. A partir daí, o grau de liberação pode ser então, calculado, com base na metodologia de Gaudin (1958) descrita na seção 3.1.4 deste trabalho.

Na Figura 5.9 é apresentada a avaliação da liberação da imagem processada da Figura 5.7.

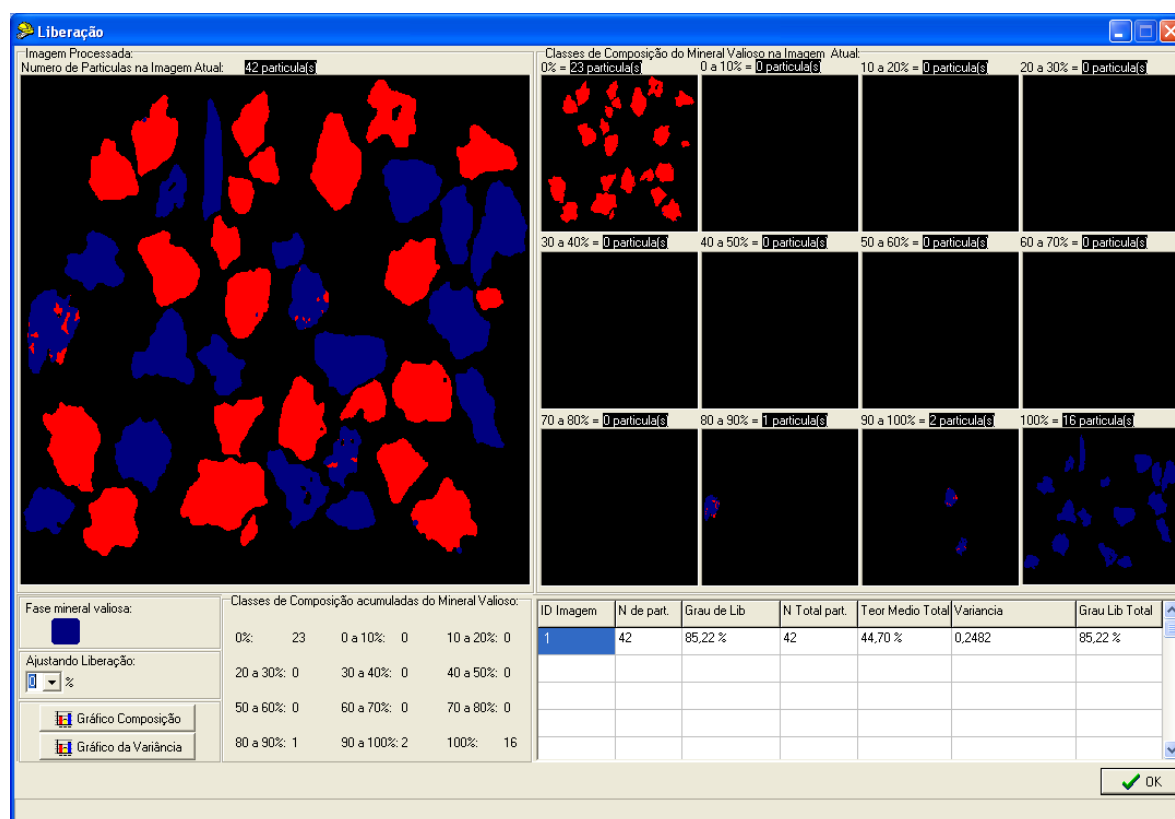


Figura 5.9: Tela de avaliação da liberação

Como pode ser observado no canto inferior esquerdo desta tela, a fase mineral escolhida como valiosa, foi a azul. As partículas foram classificadas de acordo com a porcentagem desta fase na sua composição. Pode-se observar no canto superior esquerdo da tela e na segunda coluna da tabela situada na parte inferior direita da mesma que a imagem em estudo é composta por 42 partículas. Segundo a classificação realizada pelo sistema, 23 dessas partículas são partículas de ganga liberadas (apresentam 0% da fase azul em sua composição), 1 partícula possui entre 80 a 90% da fase azul, 2 partículas possuem entre

90 a 100% dessa fase e 16 partículas estão totalmente liberadas (apresentam 100% da fase azul em sua composição). As partículas da imagem em estudo podem ser vistas separadamente de acordo com a classe de composição a que pertencem.

Na tabela situada na parte inferior direita da tela apresentada na Figura 5.9, pode-se analisar os resultados obtidos. Na primeira coluna tem-se o identificador da imagem atual em estudo. A segunda coluna apresenta o número de partículas presentes na imagem atual. Na terceira coluna pode-se ver o resultado do cálculo do grau de liberação considerando somente as partículas da imagem atual. A quarta coluna apresenta o número total de partículas, considerando todas as partículas de todas as imagens analisadas até o momento. Na quinta coluna é mostrado o teor médio da fase mineral valiosa considerando todas as partículas de todas as imagens analisadas até o momento. A coluna 6 apresenta os resultados da análise da variância calculados para a população de partículas selecionadas. Para efeito de precisão, a população de partículas pode ser atualizada na medida em que uma nova imagem é acrescentada na avaliação. A variância pode, então, ser reavaliada na medida em que informações de outras imagens são incorporadas. Os cálculos acumulativos podem ser realizados até que se consiga a precisão estabelecida. E por fim a sétima coluna apresenta o cálculo do grau de liberação considerando todas as partículas do conjunto total de imagens analisadas para aquela classe de tamanho de partículas.

A classificação das partículas, segundo a sua classe de composição, o cálculo da variância e do teor médio podem ser apresentados, também, em forma gráfica.

O software permite a análise de várias imagens, agrupadas em classes de tamanhos de partículas. Após a análise de cada grupo de imagens, o software gera um gráfico do espectro de liberação da fase mineral valiosa.

### 5.3. Estudo de casos utilizando o *LibMin*

#### 5.3.1. Preparo das amostras e aquisição das imagens

O estudo de casos considerado nesta etapa foi realizado para dois minérios diferentes: um minério de ferro e outro de cobre. Os minérios foram analisados granulometricamente. A sequência de peneiras utilizadas obedeceu a escala Tyler. Na escala Tyler a razão entre peneiras consecutivas da série é igual a  $\sqrt{2}$ . Os resultados dessas análises granulométricas são apresentados nas Figuras 5.10 e 5.11, respectivamente, para os minérios de cobre e ferro.

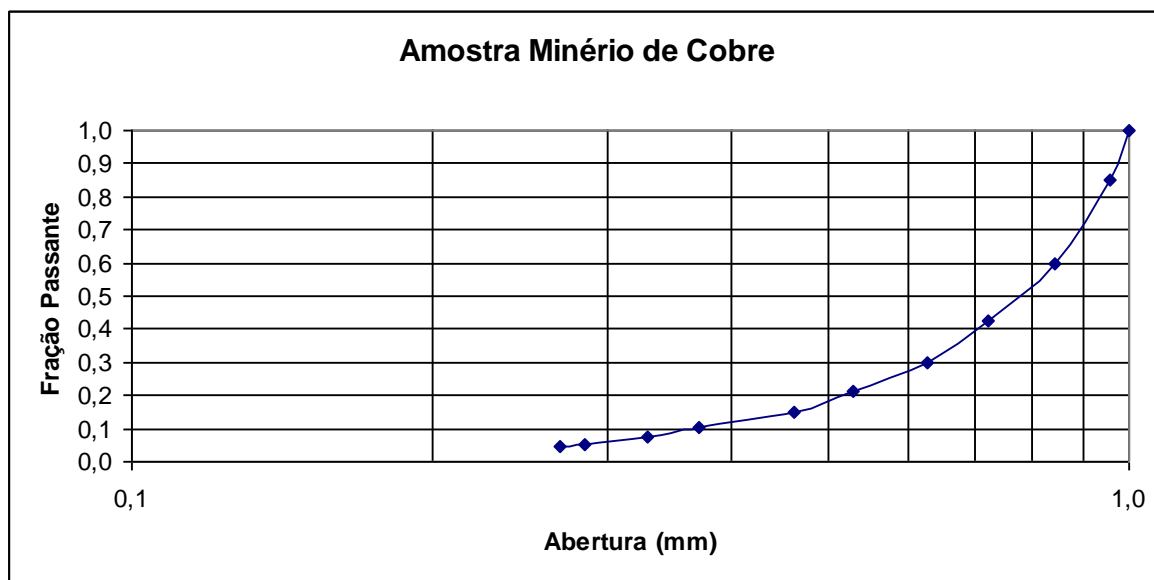


Figura 5.10: Gráfico da análise granulométrica do minério de cobre.

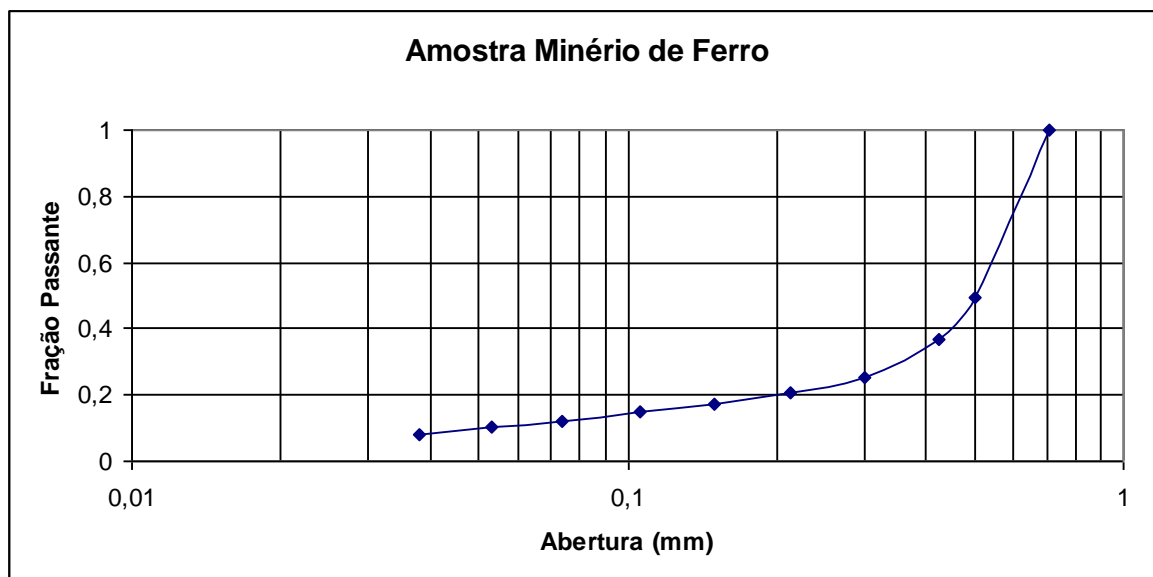


Figura 5.11: Gráfico da análise granulométrica do minério de ferro.

Para o minério de ferro, foram utilizadas as seções polidas das classes de tamanho [212-150] $\mu\text{m}$ , [150-106] $\mu\text{m}$  e [106-75] $\mu\text{m}$ . No caso do minério de cobre foi utilizada uma única faixa de tamanho representada pela classe [150-106] $\mu\text{m}$ . Não foi utilizado um número maior de classes de tamanho em função do presente estudo ser apenas de caráter avaliativo do software. O padrão de confecção adotado nesse trabalho permitiu obter seções polidas com uma distribuição de partículas ideal para a análise de liberação via análise de imagens. As partículas não ficaram muito dispersas e também não houve saturação. O polimento realizado, conforme a metodologia apresentada, garantiu imagens de qualidade e aptas a serem analisadas pelo *LibMin*.

No presente estudo, a amostra de minério de ferro foi utilizada para a avaliação das rotinas de quantificação e classificação de fases e determinação parcial do espectro de liberação implementadas no *LibMin*. A amostra do minério de cobre foi utilizada apenas para a avaliação da rotina de quantificação e classificação de fases. Para a simulação parcial do espectro de liberação do minério de ferro, foram adquiridas 12 imagens de cada classe de tamanho. Foi também selecionada mais uma imagem da classe [150-106] $\mu\text{m}$ , para uma análise de quantificação e classificação de fases. Para o minério de cobre, foi realizada a aquisição de apenas uma imagem da classe de tamanho [150-106] $\mu\text{m}$ . Essa imagem, conforme mencionado, foi utilizada para a quantificação e classificação de fases.

Na aquisição dessas imagens junto ao MEV foram tomados alguns cuidados em relação ao ajuste de brilho e contraste.

### 5.3.2. Identificação, quantificação e classificação das fases minerais

Para a avaliação da rotina de quantificação e classificação do *LibMin* as duas imagens adquiridas para este fim passaram, primeiramente, por uma etapa de identificação das fases minerais. Essa identificação foi feita com base em informações obtidas através da microanálise MEV/EDS em conjunto com as informações obtidas pela difração de raios-X. Os resultados da difração de raios-X dos minérios de cobre e ferro podem ser vistos, respectivamente, nas Tabelas V.1 e V.2.

Tabela V.1 Fases encontradas na amostra do minério de cobre por difração de raios-X.

Fase	Composição Mineralógica
Quartzo	$\alpha\text{-SiO}_2$
Mica	$(\text{K,Na})(\text{Al,Mg,Fe})_2(\text{Si}_3\text{Al}_{0,9})\text{O}_{10}(\text{OH})_2$
Clorita	$(\text{Mg,Al,Fe})_6(\text{SiAl})_4\text{O}_{10}(\text{OH})_8$
Calcopirita	$\text{CuFeS}_2$
Magnetita	$\text{Fe}_3\text{O}_4$
Feldspato calco-sódicos	$(\text{Na,Ca})(\text{SiO})_8$
Ulvoespinélio	$(\text{Ti}_{0,9}\text{Fe}_{0,09})_3(\text{Ti}_{0,09}\text{Fe}_{0,9})\text{O}_4$
Anfibólio (Tremolita)	$\text{Ca}_2\text{Mg}_5(\text{Si}_8\text{O}_{22})(\text{OH})_2$
Anfibólio (Hornblenda)	$\text{CaNa}(\text{Mg,Fe}''\text{})_4(\text{AlFe}'''\text{,Ti})(\text{Al,Si})_8\text{O}_{22}(\text{O,OH})_2$
Anfibólio (Arfvesonita)	$\text{Ca}_3\text{Mg}_4\text{Al}(\text{Si}_8\text{O}_{22})(\text{OH,F})$

Tabela V.2 Fases encontradas na amostra do minério de ferro por difração de raios-X.

Fase	Composição Mineralógica
Quartzo	$\alpha\text{-SiO}_2$
Magnetita	$\text{Fe}_3\text{O}_4$ (traços)
Hematita	$\text{Fe}_2\text{O}_3$
Goethita	$\text{FeO.OH}$

Os resultados da identificação das fases minerais presentes nas imagens de minério de ferro e de cobre são apresentados, respectivamente, nas Figuras 5.12 e 5.13.

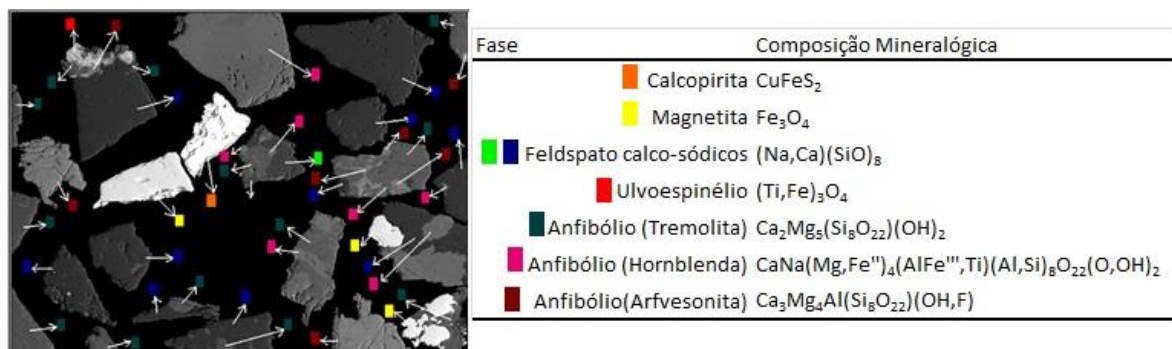


Figura 5.12: Identificação das fases minerais presentes na amostra de minério de cobre.

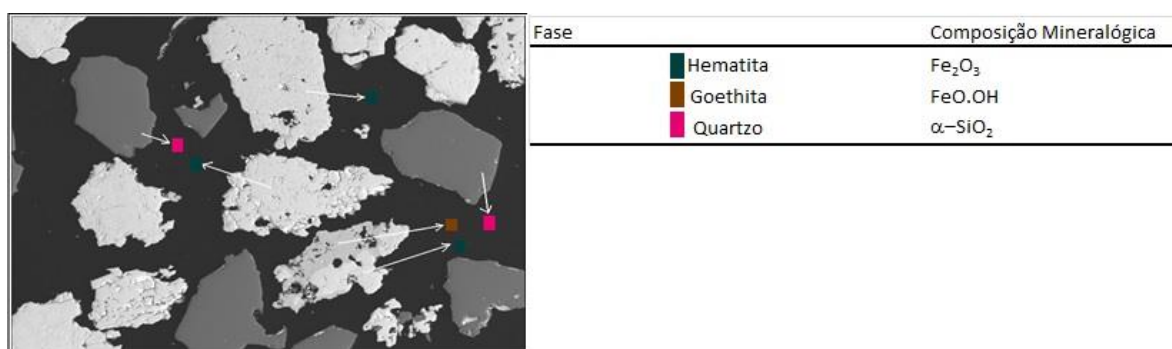


Figura 5.13: Identificação das fases minerais presentes no minério de ferro.

Com relação à identificação de fases observou-se uma correlação muito boa para o minério de ferro entre os resultados de difração de raios-X e microanálise via MEV/EDS. Para o minério de cobre, a correlação entre as fases de diferentes minerais da família dos anfibólios foi estabelecida pelas semelhanças observadas entre os resultados da difração de raios-X e do MEV/EDS.

Tomando como base as imagens das Figuras 5.12 e 5.13 foi avaliada a rotina de quantificação e classificação implementada no *LibMin*. Primeiramente foi analisada a imagem do minério de cobre. Essa análise é apresentada na Figura 5.14.

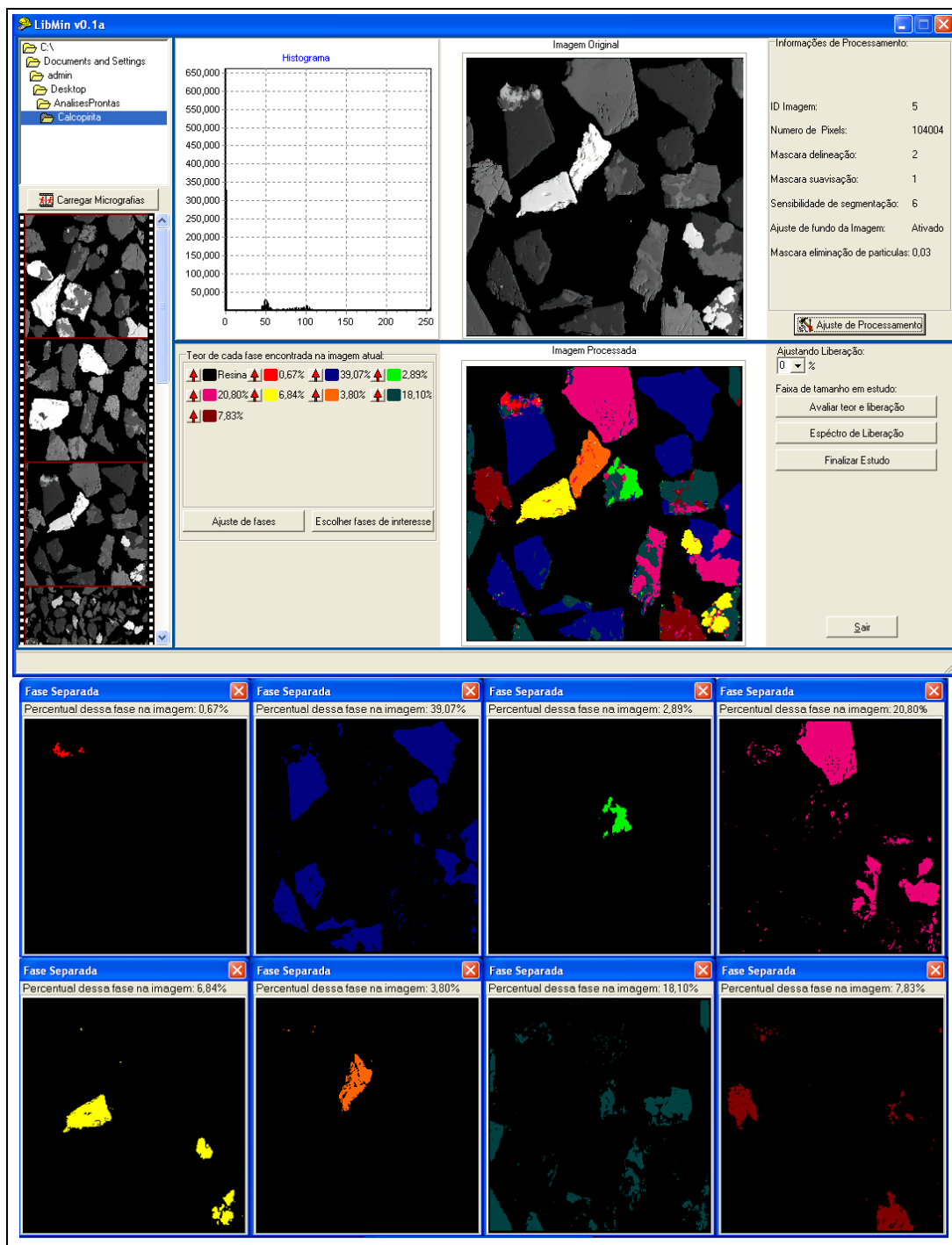


Figura 5.14: Quantificação e classificação das fases presentes no minério de cobre.

Como pode ser observada na imagem da Figura 5.14, todas as fases minerais presentes na Figura 5.12, inclusive aquelas de composição complexa, puderam ser quantificadas e

classificadas. Pode ser observado, também, que mesmo as fases que apresentaram níveis de intensidades de cinza muito próximos puderam ser quantificadas e classificadas. Como exemplo, pode-se citar as duas fases minerais, calcopirita e magnetita, que apresentam níveis de intensidade de cinzas muito próximos. Isso pode ser observado na análise do histograma da imagem original.

A classificação das fases mostradas em separado na imagem da Figura 5.14 será descrita na mesma ordem apresentada, isto é, da esquerda para direita e de cima para baixo. A primeira imagem classificada pelo sistema na cor vermelha representa o ulvoespínélio (Ti/Fe). Sua quantificação na população de partículas é de 0,67%. A segunda imagem, classificada na cor azul, é um feldspato calco-sódico na proporção de 39,07%. A terceira imagem, na cor verde clara, representa outro feldspato calco-sódico na proporção de 2,89%. A quarta imagem, na cor magenta representa um anfibólio (hornblenda) na proporção de 20,80%. A quinta imagem que inicia na linha inferior, classificada na cor amarela, representa a magnetita na proporção de 6,84%. A sexta imagem, classificada na cor laranja, representa a calcopirita na proporção de 3,08%. A sétima imagem, classificada na cor verde escuro, representa outro anfibólio (tremolita) na proporção de 18,10%. E por último, a oitava imagem, na cor marrom-terra, representa outro anfibólio (arfvesonita), na proporção de 7,83%.

A imagem do minério de ferro também foi analisada pela rotina de quantificação e classificação do software *LibMin*. Essa análise é apresentada na Figura 5.15.

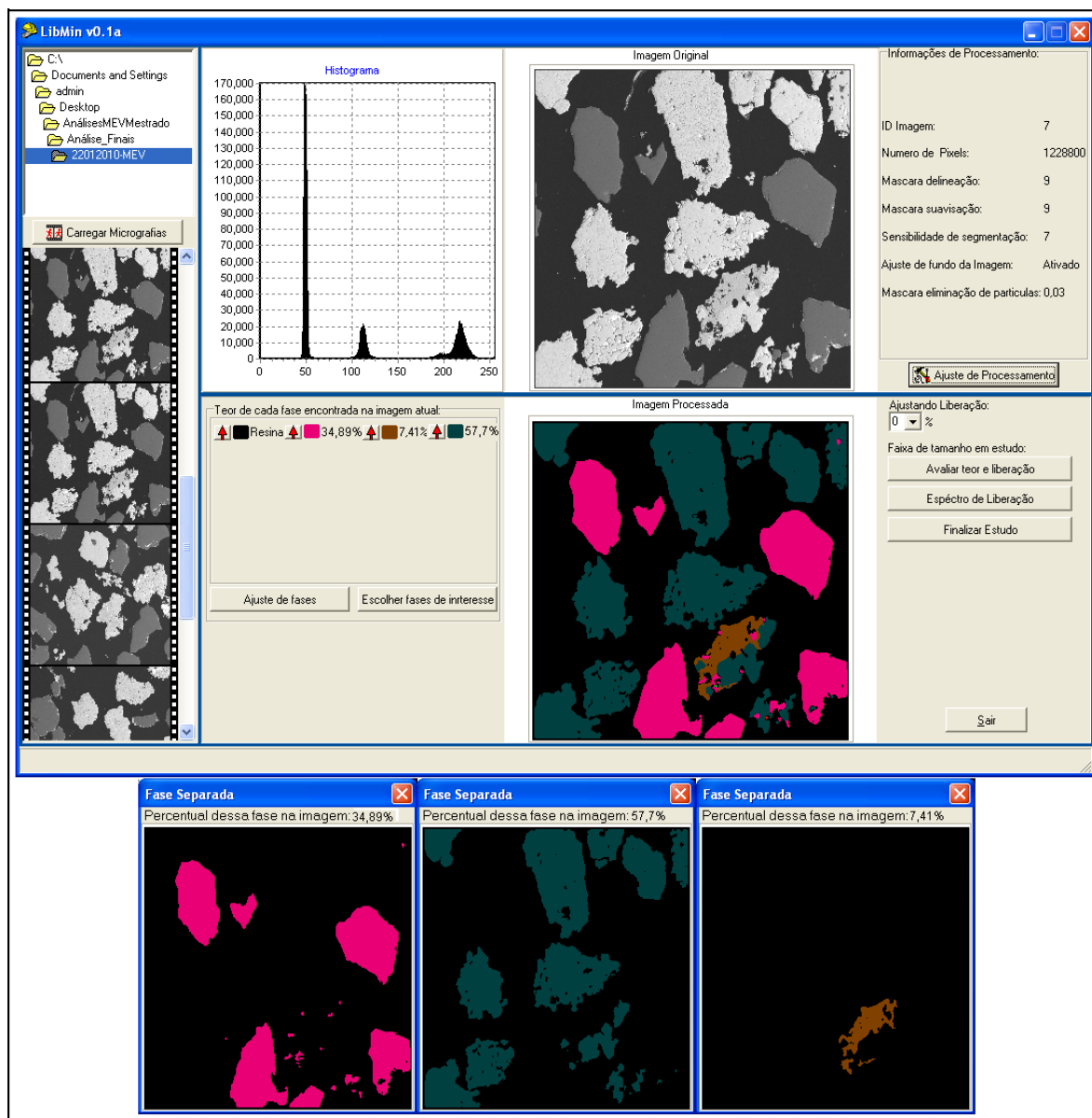


Figura 5.15: Quantificação e classificação das fases presentes no minério de ferro.

Como pode ser visto na Figura 5.15, todas as fases identificadas na imagem da Figura 5.13 puderam ser quantificadas e classificadas. O quartzo foi classificado na cor magenta e a sua proporção foi de 34,89% em relação às outras fases. A hematita foi classificada na cor verde escuro e a sua proporção foi de 57,7%. Por último, a fase goethita apareceu na cor marrom e a sua proporção e de 7,41%.

### **5.3.3. Determinação do espectro de liberação do minério de ferro**

A avaliação do espectro de liberação do minério de ferro foi realizada para as três classes de tamanho [212-150] $\mu\text{m}$ , [150-106] $\mu\text{m}$  e [106-75] $\mu\text{m}$ . Para cada classe de tamanho foram tomadas 12 imagens digitais. Essas 12 imagens possibilitaram a avaliação de um número suficientemente grande de partículas. Os dados levantados sobre esse número relativamente grande de partículas permitiram a realização de uma análise de variância onde informações importantes sobre a precisão analítica em função do número de partículas analisadas foram estabelecidas.

A seguir, são apresentados e discutidos, para cada uma das três classes de tamanho do minério de ferro, os resultados obtidos para o teor médio da fase útil (óxidos/hidróxidos de ferro) e a sua variância, calculados em função do número de partículas analisadas. Esses cálculos realizados pelo *LibMin* são apresentados, graficamente, na Figura 5.16.

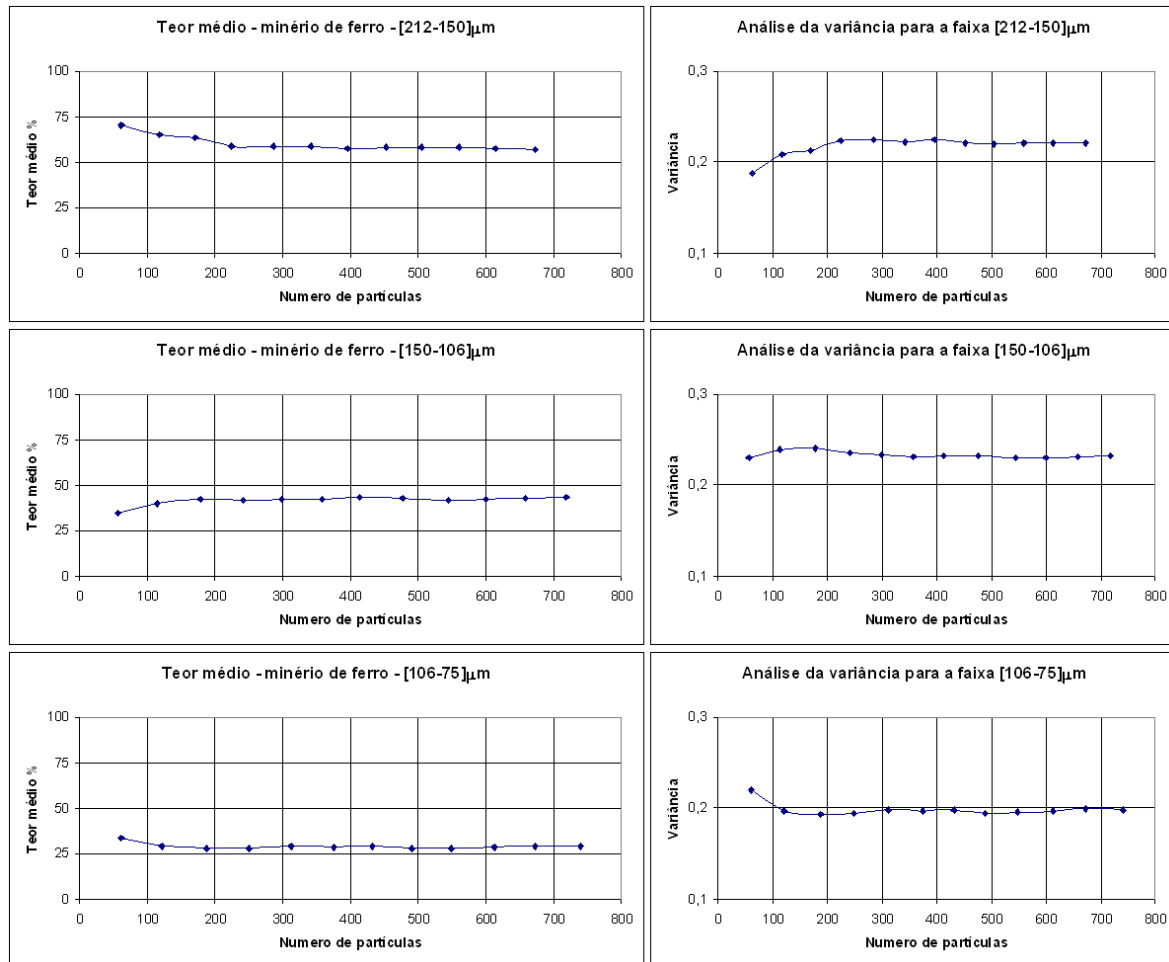


Figura 5.16: Teor médio da fase útil e sua respectiva variância para cada classe de tamanho, em função do número de partículas analisadas.

Os resultados apresentados nos gráficos da Figura 5.16 mostram que o teor médio da fase útil, para as três classes de tamanho, passou a sofrer menores variações a partir da análise de um número um pouco superior a 200 partículas. A estabilização da variância, como era de se esperar, ocorre, também, para as três classes de tamanho, em um número um pouco superior a 200 partículas.

A Tabela V.3 apresenta os valores máximos e mínimos encontrados para os teores médios e suas respectivas variâncias, nos intervalos onde estes se achavam estáveis, isto é, acima de 200 partículas analisadas.

Tabela V.3: Teores médios e suas respectivas variâncias.

<b>[212-150]<math>\mu\text{m}</math></b>			
<b>Máximo (%)</b>	<b>Variância</b>	<b>Mínimo (%)</b>	<b>Variância</b>
58,93	0,2240	57,37	0,2210
<b>[150-106]<math>\mu\text{m}</math></b>			
<b>Máximo (%)</b>	<b>Variância</b>	<b>Mínimo (%)</b>	<b>Variância</b>
43,61	0,2328	41,56	0,2359
<b>[106-75]<math>\mu\text{m}</math></b>			
<b>Máximo (%)</b>	<b>Variância</b>	<b>Mínimo (%)</b>	<b>Variância</b>
29,24	0,1992	27,82	0,1948

Pode-se observar na Tabela V.3 que, para as três classes de tamanho, as variações máximas e mínimas encontradas para os teores médios da fase útil, não ultrapassam 2 (dois) pontos percentuais. O mesmo pode ser observado para as variâncias, que assumiram valores bem próximos.

A importância desse tipo de análise é que alguns modelos utilizam os resultados do valor do teor médio da fase útil e sua respectiva variância para a determinação do espectro de liberação. Esse tipo de análise torna-se então de fundamental importância em estudos de modelamento e simulação do processo de liberação de partículas minerais. Nesse item o *LibMin* se acha preparado para futuros trabalhos na área de modelagem e simulação de processos de liberação de partículas minerais, considerando futuras transformações estereológicas e cálculos do espectro de liberação volumétrica.

Na sequência, foi realizado um estudo envolvendo a análise da liberação das mesmas três classes de tamanho, em função do número de partículas analisadas. O gráfico da Figura 5.17 apresenta esses resultados, para cada classe de tamanho.

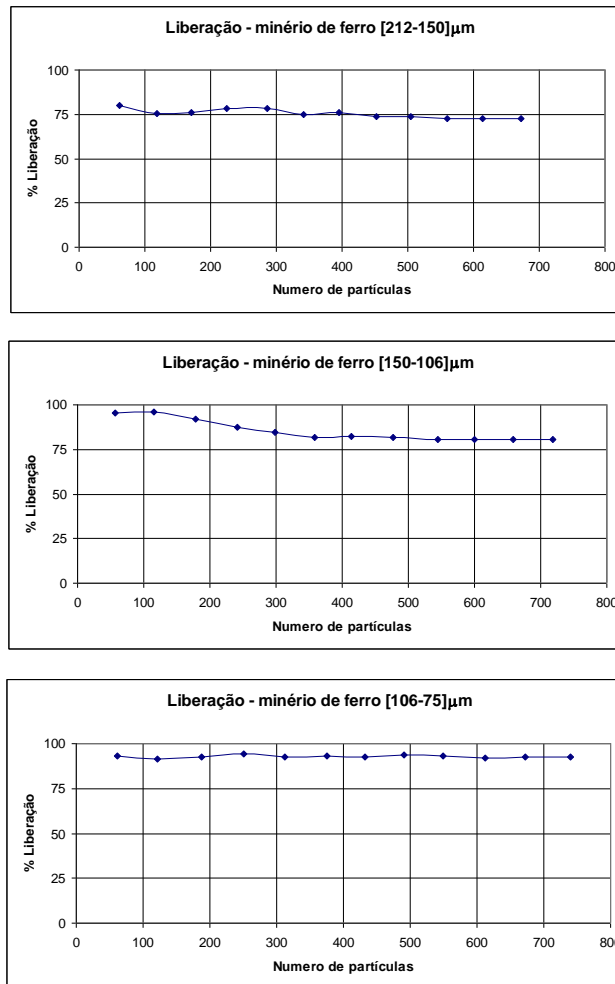


Figura 5.17: Liberação do minério de ferro para cada classe de tamanho, em função do número de partículas analisadas.

O resultado da análise de liberação do minério de ferro em função do número de partículas analisadas mostra que, para a fração mais grosseira, [212-150]µm, os valores calculados de liberação começaram a estabilizar acima de 450 partículas analisadas. Nessa faixa, a liberação situou-se próxima a 72,50%. Esse número torna-se menor para tamanhos menores de partículas. Ele fica em torno de 350 partículas para a classe de tamanho [150-106]µm para o qual a faixa de liberação ficou próxima a 81,40%. Esse valor reduz ainda mais para a classe de tamanho [106-75]µm, situando-se, para esta classe em torno do número de 100 partículas, na qual a liberação é da ordem de 92,50%. Dessa forma, fica claro que quanto maior o tamanho da partícula maior o numero delas a serem analisadas para a obtenção de resultados confiáveis.

Com base nos resultados de liberação obtidos pelo *LibMin*, para cada classe de tamanho, o espectro parcial de liberação pode ser montado e apresentado na Figura 5.18.

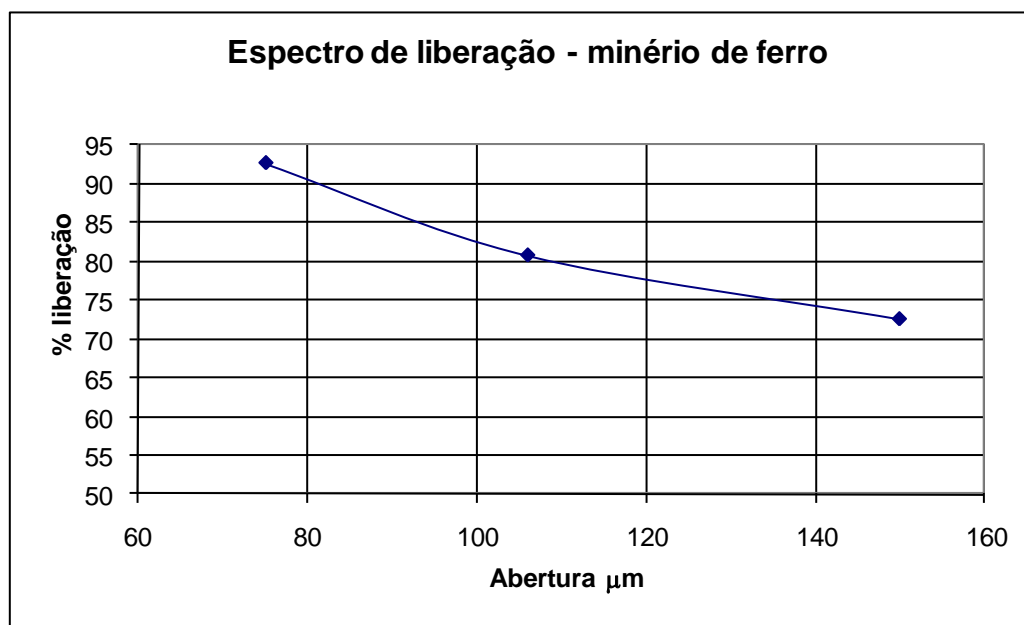


Figura 5.18: Espectro parcial de liberação determinado para o minério de ferro.

Esses resultados mostram que a liberação é da ordem de 72% para a classe de tamanho [212-150] $\mu\text{m}$ , aumentando para um percentual da ordem de 82% para a classe de tamanho [150-106] $\mu\text{m}$ . Um valor elevado é observado para a fração [106-75] $\mu\text{m}$  onde a liberação situa-se em torno de 92%. O espectro foi calculado com base no número total de partículas amostradas nas 12 imagens selecionadas para cada classe de tamanho.

## 6. CONCLUSÕES

Foi desenvolvido um sistema de análise digital de imagens que possibilita obter diversas informações sobre uma população de partículas classificadas por classes de tamanho e preparadas em seções polidas. Essas informações vão desde a identificação de fases, sua quantificação e classificação em classes de composição. O sistema possibilita, também, através do processo de classificação das partículas em classes de composição, determinar o espectro de liberação das fases de interesse em relação aos minerais de ganga. O sistema possibilita através de análise de variância determinar a precisão analítica em função do número de partículas analisadas por cada classe de tamanho.

O estudo de caso desenvolvido mostrou que o sistema é bastante sensível. Ele possibilitou identificar e quantificar todas as fases mineralógicas presentes nos dois tipos de minérios. No caso específico do minério de ferro, foi feita uma análise de variância para definir a precisão de todo o sistema de aquisição e processamento de imagens utilizado para a determinação do espectro de liberação. Essa análise estabeleceu o número mínimo de partículas necessário para determinar com a maior precisão possível o grau de liberação de cada uma das classes de tamanho analisadas. Foi possível determinar, também, o número de partículas necessário para aumentar a precisão dos resultados quantitativos relacionados à determinação do teor médio da fase útil. Esses resultados permitiram concluir que, quanto maior o tamanho das partículas, maior será o número delas a serem analisadas para garantir a precisão necessária na determinação do espectro de liberação.

O sistema foi todo baseado no desenvolvimento de rotinas que possibilitam o cálculo da composição areal das partículas. Dessa forma, no futuro, estudos envolvendo transformações estereológicas poderão ser implementados para o cálculo da liberação volumétrica partindo das informações lineares e areais já existentes no *LibMin*.

## **7. RELEVÂNCIA**

A relevância do presente trabalho consiste no fato de que o sistema desenvolvido possibilita determinar o espectro de liberação de minérios de forma mais rápida e mais precisa que as técnicas convencionais utilizadas. A relevância está, também, no fato de que a determinação do espectro de liberação de forma precisa e segura é uma questão fundamental para o sucesso de todo empreendimento mineiro. Esse importante parâmetro influencia, já nas etapas iniciais de estudos e projetos, a definição da rota ideal de processamento do minério. É fundamental, também, mais, adiante, no ajuste dos processos de concentração e no controle da qualidade dos produtos obtidos.

## **8. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Para trabalhos futuros pode-se acrescentar ao sistema, as funções e modelos que possibilitem realizar as transformações estereológicas necessárias para a transformação das informações lineares e areais em liberação volumétrica. Estudos mais aprofundados nessa área podem ser feitos, visto que as informações iniciais para essa transformação, como as interseções lineares e areais, podem ser obtidas no sistema atual.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Baba, K., Miller, J. D., Herbst, J. A., *A General Transformation Function for the Prediction of Volumetric Abundance from Linear Grade Distributions*. Annual AIME Meeting, New York (1985).

Barbery, G., Liberation 1, 2, 3: *Theoretical Analysis of the Effect of Space Dimension on Mineral Liberation by Size Reduction*, Minerals Engineering, vol 5, No. 2, pp. 123-141, 1992.

Brandão, P. R. G., In: *Introdução ao Tratamento de Minérios*. p. 36-42 Editora UFMG 2007.

Canny, J., *A Computational Approach to Edge Detection*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, v. 8, n. 6, p 679-698, 1986.

Criddle, A. J., Stanley, C. J., *Quantitative Data File for Ore Minerals*. 3. ed. London (UK): Chapman & Hall, 1993.

Danielsson, P. E., *Euclidean Distance Mapping*. Computer Graphics and Image Processing, v. 14, p. 227-248, 1980.

Friel, J. J., *Measurements*, In: ASM International. Practical Guide to Image Analysis. Materials Park, OH, USA, p. 101-128., 2000.

Gaudin, A.M., 1958. *Principles of Mineral Processing*. McGraw Hill, New York, N.Y., pp. 70-90.

Gomes, O. F. M., *Microscopia Co-Localizada: Novas Possibilidades na Caracterização de Minérios*. Tese de doutorado, Departamento de Ciência dos Materiais e Metalurgia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

Gonzalez, R. C., Woods, R. E., *Digital Image Processing*. 2. ed. Ed. Upper Saddle River (NJ, USA): Prentice-Hall, 2002.

Gu, Y., *Automated scanning electron microscope based mineral liberation analysis*, *Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering* **2** (2003), pp. 33-41.

Hall, J.S., *Composite Mineral Particles – Analysis by Automated Scanning Electron Microscopy*, PhD thesis, JKMRRC, The University of Queensland, Brisbane (1977).

Haralick, R. M., *Textual features for image classification*. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. SMC-3, p. 610-621, 1973.

Haralick, R. M., *Statistical and Structural Approaches to Texture*. *Proceedings of the IEEE*, v. 67, n. 5, p. 786-808, 1979.

Jones, M.P., *Applied mineralogy: a quantitative approach*, Graham & Trotman, London, Norwell, MA (1987).

King, R.P., *A Model for the Quantitative Estimation of Mineral Liberation by Grinding*, Progress Report No. 1, Department of Metallurgy, University of Witwatersrand (1977).

King, R.P., *A quantitative Model For the Calculation of Mineral Liberation by Grinding*. *Int. J. Miner. Process.* 6, 207 (1979).

King, R.P., *The Prediction of Mineral Liberation from Mineralogical Texture*. *Proc. XIV int. Mineral Processing Congress*. Toronto, VIII:11 (1982).

King, R.P., *Basic Image Analysis for Mineralogy*, ICAM'93 Demonstration Workshop Manual (1993), pp. 119–139.

King, R.P., *Comminution and Liberation of Minerals*, *Minerals Engineering*, vol 7, No. 2/3, pp 129-140, 1994.

Lastra, R., Petruk, W., Wilson, J.. *Image Analysis Techniques and Applications to Mineral Processing*. In: L.J. Cabri and D.J. Vaughan, Editors, *Modern Approaches to Ore and Environmental Mineralogy*, Mineral. Assoc. Can., Short Course **vol. 27** (1998), pp. 327–366.

Lin, C.L., Miller, J.D., King, R.P., *The Validity of the Pargen simulation for Mineral Liberation Analysis*, Powder Technology, 58 (1989) pp. 231-233.

Marques, O., Vieira, H., *Processamento Digital de Imagens*, Brasport, Rio de Janeiro (RJ, Brasil), 1a edition, 1999.

Marr, D., Hildreth, E., *Theory of Edge Detection*. Processing of the Royal Society of London Series B, v. 207, n. 1167, p. 187-217, 1980.

Miller, J.D., Lin, C.L., *Treatment of Polished Section Data for Detailed Liberation Analysis*, International Journal of Mineral Processing, 22 (1988) pp. 41-48.

Neumann, R., Scheneider, C. L., Alcover Neto, A. *Caracterização tecnológica de minérios*, In: LUZ, A. B. (Ed.); SAMPAIO, J. A. (Ed.); ALMEIDA, S. L. M. (Ed.). *Tratamento de minério*. 4. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2004. Cap. 3, p. 91-92

Orchard, M. T., Bouman, C. A., *Color Quantization of Images*. IEEE Transactions on Signal Processing, v. 39, n. 12, p. 2677-2690, 1991.

Otsu, N., *A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, v. SMC-9, n. 1, p. 62-66, 1979.

Pedrini, H., Schwartz, W. R., *Análise de Imagens Digitais*, Editora Thomson, São Paulo (SP, Brasil): Ano, 2008.

Petruk, W., *Applied Mineralogy in the Mining Industry*, Elsevier Science BV, Amsterdam (2000).

Pignolet-Brendom, S., Reid, K.J., *Mineralogical Characterization by QEM \* SEM*, In: D.J.T. Carson and A.H. Vassoiou, Editors, *Process Mineralogy* vol. VIII, TMS, Warrendale, PA (1988), pp. 337–346.

Pirard, E.; Lebichot, S., *Image Analysis of Iron Oxides Under the Optical Microscope*. In *Applied Mineralogy: Developments in Science and Technology*, v. 1, p. 153-156. International Congress on Applied Mineralogy (ICAM 2004), Águas de Lindóia, 2004.

Pirard, E., Lebichot, S., Krier, W., *Particle Texture Analysis Using Polarized Light Imaging and Grey Level Intercepts*, *Int. J. of Mineral Processing*, v.84, p. 299 – 309., 2007.

Pun, T., *Entropic thresholding, a new approach*, *Computer Graphics and Image Processing* v. 16, n. 3, p. 210-239, 1981.

Russ, J. C., *Computer-Assisted Microscopy: The Measurement and Analysis of Images*. New York (NY, USA): Plenum Publishing Corporation, 1990.

Russ, J. C., *The Image Processing Handbook*, CRC Press, 3ed., Boca Raton, FL,USA, 1998.

Serra, J., *Image Analysis and Mathematical Morphology*, London, UK, Academic Press, 1982.

Serra, J., *Image Analysis and Mathematical Morphology*, v.2, London, UK, Academic Press, 1988.

Silva, A. T., *Tratamento de Minérios*. Belo Horizonte: EEUFMG, 1973. 4 v.

Sutherland, D., Gottlieb, P., *Application of automated quantitative mineralogy in mineral processing*, *Minerals Engineering*, v. 4, p. 753-762, 1991.

Vieira, P. R. M., Paciornik, S., *Uncertainty evaluation of metallographic measurements by image analysis and thermodynamic modeling*, *Materials Characterization*, 47:219–226, 2001

Weeks, A. R., Jr., *Fundamentals of Electronic Image Processing*, Bellingham, WA, USA, SPIE Optical Engineering Press, 1996.

Williams, S.R., Richardson, J., *Geometallurgical Mapping: A New Approach that Reduces Technical Risk*, *Proceedings 36th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors* (2004), pp. 241–268.

Wojnar, L., Kurzydowski, K. J., *Analysis and interpretation*, In: ASM International. *Practical Guide to Image Analysis*. Materials, Park OH, USA, p. 145-202, 2000.