

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS - ICEX

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ESPECIALIZAÇÃO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

**CONEXÃO ENTRE O CALENDÁRIO E O SISTEMA DE BASE 20
UTILIZADO PELA CIVILIZAÇÃO MAIA**

Jusceliane Nunes Guedes

Dezembro de 2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESPECIALIZAÇÃO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Jusceliane Nunes Guedes

Monografia apresentada ao Programa de
Pós-graduação em Matemática para
Professores com Ênfase em Cálculo da
Universidade Federal de Minas Gerais UFMG,
como requisito parcial à obtenção do título de Especialista.

Orientador: Prof. Carlos Henrique Costa Moreira

Belo Horizonte

Dezembro de 2015

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e Nossa Senhora por ter me dado a oportunidade de lutar para conquistar os meus objetivos, por me dar saúde, força para realizar mais esta etapa dos estudos, na minha vida. Os meus sinceros agradecimentos a todos os professores e colegas que caminharam junto comigo neste percurso, principalmente ao professor Carlos Henrique, orientador deste trabalho, agradeço a ele pela paciência, dedicação, incentivo, compreensão, rogo a Deus que sempre ilumine seu caminho, que ele continue sendo este excelente professor, porque é de profissionais como ele que está precisando este país, e também agradeço a coordenadora do curso, a professora Jussara, por lutar pela realização deste curso em todo o nosso percurso.

À minha mãe por ter me ensinado a dar os primeiros passos da minha vida, que até hoje me sustenta, equilibra, dando-me força para lutar por meus objetivos, ao meu querido pai, que sei que está no melhor lugar, junto com o Senhor e de lá me transmite coragem para continuar lutando para ser uma pessoa melhor, a minha filha que está para chegar a este mundo, mas está me ajudando a percorrer este caminho, ao meu marido pela cumplicidade, paciência e incentivo, aos meus irmãos que sempre estiveram comigo nesta longa jornada da vida, às minhas primas, amigos e a todos que contribuíram de alguma maneira para a realização deste estudo e torceram por mim.

RESUMO

Neste estudo abordamos a conexão entre os sistemas de contagem do tempo e as propriedades do sistema de numeração de base 20 adotado pela civilização maia, que tinha a particularidade de utilizar uma evolução de patamares não convencional, com 360 na terceira ordem. Existem fortes evidências que essa escolha foi feita para conveniência do sistema de Contagem Longa do tempo, no qual os dias são numerados consecutivamente a partir de uma data primordial, que se acredita ser 12 de agosto de 3113 a.C. O sistema de numeração maia parece ter sido concebido especificamente para facilitar a identificação das datas nessa Contagem Longa, mas ao preço de complicar bastante qualquer algoritmo de cálculo que essa civilização possa ter adotado, mesmo para somas ou subtrações, comprometendo inclusive o princípio da unicidade de representação numérica, que é praticamente universal nos sistemas adotados por outros povos.

ABSTRACT

In this study we discuss the connection between the systems of time counting and properties of the base 20 numbering system adopted by the Mayan civilization, which had the particularity of using a nonconventional evolution of levels, with 360 in the third order. There is strong evidence that this choice was made for the convenience of Long Count system in which the days are numbered sequentially from a primordial date, believed to be 12 August 3113 BC. The Mayan numbering system appears to have been designed specifically for easy identification of the dates on the Long Count, but at the cost of complicating rather any calculation algorithm that this civilization may have adopted even for sums or subtractions, even compromising the principle of unity of numerical representation, which is virtually universal in systems adopted by other people.

ÍNDICE

Agradecimentos	Pág. 3
Resumo	Pág. 4
Abstract	Pág. 5
Índice	Pág. 6
1. Introdução	Pág. 7
2. A base 20 dos maias	Pág. 9
Tabela 1: Os 20 algarismos utilizados pelos maias.	Pág. 9
Tabela 2: Base 20 dos maias e base 20 usual.	Pág. 10
2.1. Ambiguidade na representação numérica associada à base maia	Pág. 12
3. Calendários maias	Pág. 14
3.1. Descrição do calendário TZOLK'IN	Pág. 14
Tabela 3: Nomes dos dias no calendário TZOLK'IN	Pág. 15
Tabela 4: Numeração dos dias no calendário TZOLK'IN	Pág. 17
3.2. O calendário HAAB	Pág. 18
Tabela 5: Nome, significado, glifo e ordem para os UINAL e o UAYEB	Pág. 19
Tabela 6: Contagem dos 365 dias do ano no calendário HAAB	Pág. 21
3.3. A combinação dos calendários	Pág. 21
3.4. As divisões temporais superiores no calendário HAAB	Pág. 23
Tabela 7: Divisões temporais sucessivas no calendário HAAB	Pág. 23
4. O início e o final dos tempos	Pág. 25
5. Conclusões	Pág. 27
6. Bibliografia	Pág. 29

1) INTRODUÇÃO

O foco deste trabalho é a matemática da civilização maia, do período pré-colombiano das Américas. Esse é um tópico de história da matemática considerado muito importante. Os maias, apesar de terem se dispersado bem antes da chegada dos espanhóis, foram os precursores de várias civilizações que chegaram a estabelecer esse contato, particularmente os astecas, com grande influência sobre suas culturas, inclusive na matemática.

Um aspecto que distingue a matemática dos maias é sua profunda conexão com o calendário. Como toda civilização, os maias necessitavam de um calendário bem organizado com a finalidade de controlar os ciclos de cultivo e colheita, a tributação, etc. Além disso, o calendário se mostrava importante dentro da religião desse povo, que valorizava uma variada gama de ciclos temporais, chegando até milhares de anos. Não entendemos os motivos exatos para os maias valorizarem ciclos de tempo que excediam em muito a vida de qualquer ser humano, ou mesmo de sua própria civilização. Também não entendemos perfeitamente a necessidade de dois calendários paralelos instituídos pelos maias, um deles de natureza litúrgica com 260 dias e outro de natureza mais prática com 365 dias, usados ainda em conexão com uma contagem absoluta de tempo. Esses aspectos até hoje estimulam a imaginação dos estudiosos e místicos e serão abordados neste estudo.

A civilização maia era dividida em classes. A mais importante era formada por sacerdotes, que em suas práticas rituais também utilizavam conhecimentos de astronomia e matemática. A matemática era útil particularmente para o desenvolvimento do sistema de calendários com o alcance e complexidade demandados pelas crenças maias. Outras utilizações da matemática estavam na construção das grandes cidades, templos e pirâmides que notabilizaram esse povo.

Alguns fundamentos da matemática maia, particularmente a opção pelo sistema de base 20 com desvios a partir da terceira ordem que será abordado mais adiante, parecem ter sido concebidos especificamente para fins religiosos. Inclusive com conseqüências possivelmente negativas para os usos práticos.

Os maias estavam localizados na América Central, concentrando sua presença onde hoje temos a Guatemala, o sul do México e Honduras. A civilização se estabeleceu no período pré-clássico, aproximadamente de 1000 a.C até 250 d.C., e atingiu seu apogeu no período clássico, de 250 d.C. até cerca de 900 d.C. Segundo algumas fontes, existiriam evidências dessa civilização desde cerca de 2600 a.C.

A civilização maia é considerada a mais florescente da Meso-América. Foi responsável por descobertas na agricultura (cultivo do milho, ainda que com técnicas primitivas de plantio), construíram cidades com grandes templos, desenvolveram a matemática inclusive com a utilização do zero, coletavam dados astronômicos, inventaram um sistema de escrita, utilizavam instrumentos de pedra polida, ergueram pirâmides com cerca de cinquenta metros de altura e desenvolveram um calendário próprio.

Em astronomia os sábios maias elaboraram técnicas de estudo bastante avançadas para a época, ainda que utilizassem ferramentas simples feitas de pedra polida. Eles tinham ideias e observações precisas sobre os planetas e a lua, o que lhes forneceu elementos para a organização de um calendário sofisticado.

Os maias cultivavam rituais que não seriam aceitos pelo homem moderno, que incluíam mutilações e deformações de olhos e orelhas, queima do rosto dos meninos para evitar o nascimento de barba, colocação de bolsas de resina sobre as sobrancelhas de bebês para impedir o nascimento de cabelo e amputação do dedo da mãe que perdia seu filho para sepultamento junto com o corpo.

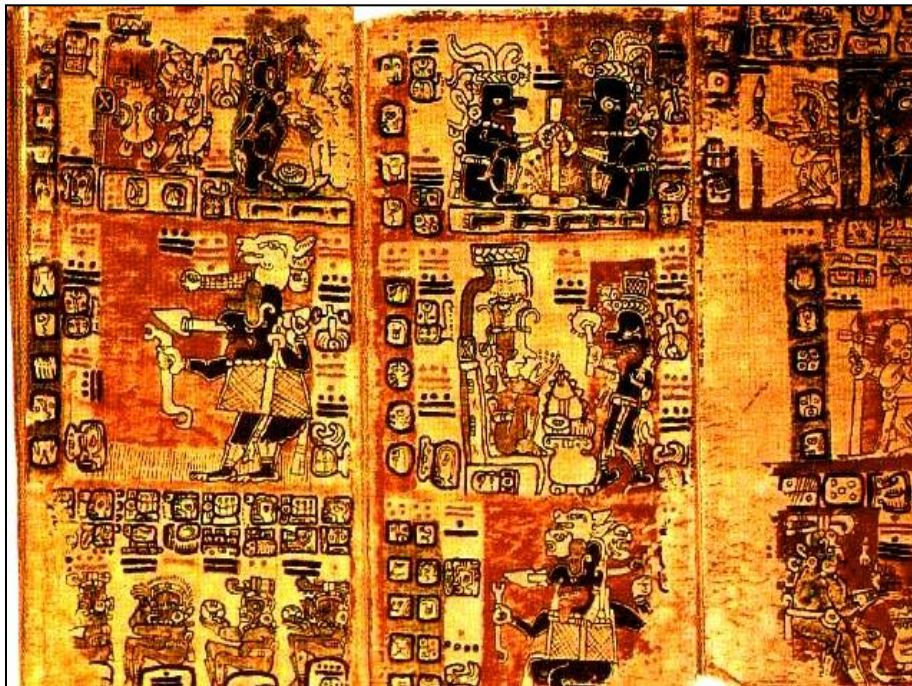






















Figura 1) Página do códice de Madri (fonte: Wikipedia).

2) A BASE 20 DOS MAIAS



Apesar da base 10 ser usada quase universalmente hoje em dia, ao longo da história foram usadas diferentes bases numéricas. Os povos mesopotâmicos antigos, por exemplo, usavam a base 60 com notação posicional. A civilização maia adotou a base 20 (Ilfrah, 1997). Alguns estudiosos relacionam esse fato ao costume de contar usando os dedos das mãos e dos pés.

TABELA 1: Os 20 algarismos utilizados pelos maias.

				
0	1	2	3	4
				
5	6	7	8	9
				
10	11	12	13	14
				
15	16	17	18	19

Os maias dispunham de um algarismo para representar o zero, tendo sido um dos povos precursores nesse aspecto. Os algarismos da tabela acima podiam ser dispostos horizontalmente (como é representado) ou verticalmente.

A disposição de algarismos nas ordens sucessivas de um número era sempre vertical, com a ordem crescendo de baixo para cima. Um número composto por duas ordens era representado com o algarismo da unidade colocado abaixo do algarismo da vintena. Por exemplo, os números $23 = 1 \times 20 + 3 \times 1$ e $59 = 2 \times 20 + 19 \times 1$ eram representados como indicado abaixo.

	
1	
	$23 = 1 \times 20 + 3 \times 1$
3	

$$59 = 2 \times 20 + 19 \times 1$$

Nos exemplos acima os números chegam somente até a segunda ordem. A partir da terceira ordem ocorre no sistema maia um desvio muito significativo em relação ao que se esperaria do uso regular da base 20. Seria esperado que a terceira ordem correspondesse a $20^2 = 400$. Porém, os maias utilizavam uma terceira ordem que correspondia a 360. No exemplo a seguir mostramos a representação do número 4057 na escrita maia.

$$4057 = 11 \times 360 + 4 \times 20 + 17 \times 1$$

As ordens seguintes retomavam a progressão normal de multiplicações por 20, mas preservando a exceção observada na terceira ordem. Assim a quarta ordem usava o patamar $7.200 = 20 \times 360$, a quinta ordem usava o patamar $144.000 = 20 \times 7.200$, etc, conforme representado na tabela abaixo.

TABELA 2: Base 20 dos maias e base 20 usual.

Ordem	Patamar usado pelos maias	Patamar usual da base 20
primeira	1	1
segunda	$20 = 20 \times 1$	$20 = 20 \times 1$
terceira	$360 = 18 \times 20 \times 1$	$400 = 20 \times 20 \times 1$
quarta	$7.200 = 20 \times 18 \times 20 \times 1$	$8.000 = 20 \times 20 \times 20 \times 1$

quinta	$144.000 = 20 \times 20 \times 18 \times 20 \times 1$	$160.000 = 20 \times 20 \times 20 \times 20 \times 1$
n (n>1)	$20^{n-2} \times 18$	20^{n-1}

Mais adiante veremos que a irregularidade encontrada na terceira ordem e que se propaga para as ordens seguintes possivelmente foi motivada pela importância que os maias davam ao calendário. Essa irregularidade certamente tinha implicações negativas para quem precisava fazer contas com o sistema maia, pois os algoritmos de cálculo teriam que ser muito mais complicados.

Para fins de ilustração, vamos imaginar que os maias tentassem utilizar um algoritmo de soma semelhante àquele que utilizamos hoje com a base 10, no qual os algarismos das mesmas ordens são somados com a regra do “vai 1” quando o resultado atinge ou excede o valor da base. Vamos mostrar que às vezes esse procedimento vai funcionar (Exemplo 1), mas outras vezes vai falhar (Exemplo 2), possivelmente exigindo alguma regra ou sofisticação adicional para fornecer o resultado correto.

Exemplo 1) Os números 449, 2302 e sua soma 2751 são decompostos na base 20 irregular dos maias da seguinte forma:

Número	Decomposição na base maia	Representação
449	$1 \times 360 + 4 \times 20 + 9 \times 1$	$(1,4,9)_{\text{maia}}$
2312	$6 \times 360 + 7 \times 20 + 12 \times 1$	$(6,7,12)_{\text{maia}}$
2761	$7 \times 360 + 12 \times 20 + 1 \times 1$	$(7,12,1)_{\text{maia}}$

Podemos obter $(7,12,1)_{\text{maia}}$ a partir da soma $(1,4,9)_{\text{maia}} + (6,7,12)_{\text{maia}}$ usando o algoritmo de soma em cada ordem, pois na primeira ordem $1 = 9 + 12$ com “vai 1” (uma vintena passa para a ordem seguinte), na segunda ordem $12 = 4 + 7 + 1$ (o “1” veio da soma na ordem anterior) e na terceira ordem $7 = 1 + 6$.

Exemplo 2) Os números 2803, 600 e sua soma 3403 são decompostos na base 20 irregular dos maias da seguinte forma:

Número	Decomposição na base maia	Representação
2803	$7 \times 360 + 14 \times 20 + 3 \times 1$	$(7,14,3)_{\text{maia}}$
600	$1 \times 360 + 12 \times 20 + 0 \times 1$	$(1,12,0)_{\text{maia}}$
3403	$9 \times 360 + 8 \times 20 + 3 \times 1$	$(9,8,3)_{\text{maia}}$

Observe agora que não podemos obter $(9.8.3)_{\text{maia}}$ a partir da soma $(7.14.3)_{\text{maia}} + (1.12.0)_{\text{maia}}$ usando o algoritmo simples de soma em cada ordem, pois, ainda que $3 = 3 + 0$ (correto na primeira ordem), na segunda ordem já teremos $8 \neq 14 + 12$ com “vai um”. O problema é que na segunda ordem a vintena removida vale efetivamente $20 \times 20 = 400$, mas a unidade adicional que seria inserida na terceira ordem valeria apenas 360, gerando a discrepância observada.

Na verdade não temos um registro dos algoritmos de soma utilizados pelos maias, assim como dos eventuais algoritmos para outras operações. Porém, podemos facilmente imaginar que a irregularidade na base 20 utilizada geraria o descarte da maioria das opções mais simples, inclusive daquelas que usamos hoje. Possivelmente isso impediu um maior desenvolvimento da matemática dos maias e de suas utilizações para fins práticos.

2.1) Ambiguidade na representação numérica associada à base maia

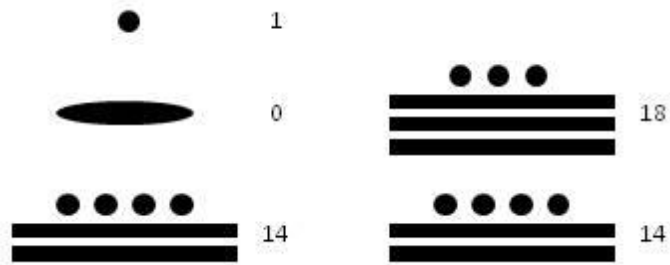
A maioria dos sistemas numéricos, particularmente aquele adotado hoje em dia, tem a propriedade de atribuir a cada número uma representação simbólica única. Porém, ainda que vantajosa, essa propriedade não chega a ser absolutamente necessária. É suficiente que todos os números possam ser representados, mas não que sua representação seja única. É esse o caso da representação numérica usando a base 20 pela civilização maia, com a irregularidade que já vimos a partir da terceira ordem.

A representação numérica no sistema maia tem um grau de ambiguidade, pois o mesmo número pode ser representado por meio de mais de uma combinação de símbolos. Ocorre que um algarismo “1” colocado na terceira ordem vale 360 no sistema maia (e não 400, como ocorreria na base 20 usual), e esse mesmo valor pode ser representado por meio de um “18” colocado na segunda ordem. Observe o exemplo abaixo.

Exemplo 3) Representações alternativas para o número 374 no sistema maia.

Número	Decomposição na base maia	Representação
374	$1 \times 360 + 0 \times 20 + 14 \times 1$	$(1,0,14)_{\text{maia}}$
374	$0 \times 360 + 18 \times 20 + 14 \times 1$	$(0,18,14)_{\text{maia}}$

Essas representações estão associadas ao símbolos da figura abaixo.



Observe que a segunda representação é equivalente àquela que teríamos para 374 usando a base 20 tradicional.

3) CALENDÁRIOS MAIAS

Os maias possuíam dois calendários. Um desses calendários, denominado HAAB, tinha relação óbvia com fenômenos astronômicos, pois compreendia um período de 365 dias, correspondendo a 18 meses de 20 dias, mais um período final adicional de 5 dias. Portanto o HAAB era um calendário solar. Os maias também utilizavam um segundo calendário, denominado TZOLK'IN, que não tinha nenhuma conexão óbvia com fenômenos astronômicos e que compreendia um ciclo de 260 dias. Esses 260 dias eram agrupados de duas formas distintas. Eram agrupados em uma sequência de 20 períodos de 13 dias (chamados de trecenas) e também em uma sequência de 13 períodos de 20 dias com nomes inspirados em animais e fenômenos naturais. Imagina-se que o TZOLK'IN fosse um calendário sobretudo religioso (litúrgico), mas sabe-se que os dois calendários eram usados de forma combinada.


3.1) O calendário TZOLK'IN










O ano litúrgico TZOLK'IN tinha 260 dias e não há consenso entre os historiadores sobre os motivos para essa opção. Podem haver motivos astronômicos, possivelmente ligados a períodos entre passagens do sol pelo zênite em latitudes específicas, mas não se sabe ao certo (Ifrah, 1997).

Também é possível que essa duração se deva simplesmente ao fato de $260 = 20 \times 13$, sendo que 20 era a base do sistema de numeração maia e 13 um número com papel importante na religião daquele povo. Segundo os maias, a abóbada celeste contava com treze céus superpostos associados a treze divindades. Para certos autores a associação de 20 e 13 no calendário litúrgico poderia representar uma espécie de aliança entre as coisas terrenas e humanas, representadas pelo 20, e as divindades, representadas pelo 13.

Cada dia do ano de 260 dias era identificado pela combinação de um nome escolhido em uma lista de 20 nomes com significados míticos e um número de 1 a 13. Veremos que esse sistema era diferente do sistema que nos é familiar, no qual cada dia recebe um mês e uma numeração dentro desse mês. Na tabela abaixo vemos a lista de 20 nomes de dias, cada qual associado a significados míticos e a uma figura (glifo).

TABELA 3: Nomes dos dias no calendário TZOLK'IN.

Nome do dia	Significados	Glifo
Imix	serpente aquática crocodilo	
Ik'	vento fôlego força vital	
Ak'b'al	escuridão noite amanhecer	
K'an	rede sacrifício	
Chikchan	cobra cosmológica	
Kimi	morte	
Manik'	cervo	
Lamat	vênus estrela maduro semente de milho	

Muluk	jade água oferenda	
Ok	cachorro	
Chuwen	macaco	
Eb'	chuva	
B'en	junco	
Ix	jaguar	
Men	águia pássaro	
Kib'	cera abutre	
Kab'an	Terra	

Etz'nab'	faca lasca	
Kawak	raio trovão	
Ajaw	senhor governante sol	

Além do nome, cada dia também recebia um número de 1 a 13, lançado consecutivamente conforme o esquema da tabela abaixo. Os dias consecutivos são listados na vertical, de cima para baixo.

TABELA 4: Numeração dos dias no calendário TZOLK'IN.

Imix	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
Ik'	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8
Ak'b'al	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9
K'an	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10
Chikchan	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11
Kimi	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12
Manik'	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13
Lamat	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1
Muluk	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2
Ok	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3
Chuwen	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4
Eb'	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5
B'en	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6
Ix	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
Men	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8
Kib'	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9
Kab'an	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10
Etz'nab'	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11
Kawak	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12
Ajaw	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13

Assim, o primeiro dia do ano litúrgico era o 1 Imix, o segundo dia era o 2 Ik', o 91º dia era o 13 Chuwen, até o 260º dia, que era o 13 Ajaw. As figuras que representavam esses dias combinavam um glifo e um número, como nos exemplos abaixo, indicados nos quadros escurecidos da tabela anterior.



7 Lamat



4 Chikchan

Na mística maia os dias maléficis e benéficos se alternavam e era importante escolher datas propícias para todos os eventos, por exemplo, para os casamentos. Esse caráter dinâmico não combinaria com uma divisão em termos de meses ou semanas, como a que usamos hoje em dia. Não havia períodos tão longos de dias apenas maléficis ou apenas benéficos. Dessa forma, o sistema de indexação dos dias do ano adotado no calendário TZOLK'IN não acolhia esses conceitos.





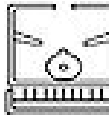

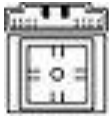




3.2) O calendário HAAB

O calendário HAAB era de natureza solar e, portanto, admitia um ano de 365 dias. Ao contrário do calendário litúrgico, o calendário solar – também denominado “civil”, “secular” ou “vago” – admitia um conceito análogo ao de mês, que era o UINAL, compreendendo um período de 20 dias. Portanto um ano continha 18 UINAL e mais 5 dias adicionados após o décimo oitavo UINAL.

Esse período de 5 dias adicionais, denominado UAYEB, era considerado particularmente maléfico pelos maias. Era associado às ideias de caos, desastre e corrupção. O autor Lynn Foster (2002) escreve que “Durante o UAYEB portais entre o reino mortal e o submundo se dissolviam. Nenhuma fronteira impedia as deidades mal-intencionadas de causar desastres.” Como precaução contra os espíritos malignos os maias tinham uma série de costumes e rituais. Por exemplo, as pessoas evitavam sair de casa, não lavavam ou escovavam o cabelo e evitavam trabalhos mecânicos ou fatigantes.

Cada UINAL, assim como o período adicional UAYEB, tinha um nome, um glifo, um significado e uma ordem, conforme representado na tabela a seguir.

TABELA 5: Nome, significado, glifo e ordem para os UINAL e o UAYEB.

Ordem invariável	Nome	Significados	Glifo
1	Pop	esteira	
2	Wo'	conjunção negra	
3	Sip	conjunção vermelha	
4	Sotz'	morcego	
5	Sek	morte	
6	Xul	cachorro	
7	Yaxk'in'	novo sol	
8	Mol	água	
9	Ch'en	tempestade negra	
10	Yax	tempestade verde	
11	Sak'	tempestade branca	

12	Keh	tempestade vermelha	
13	Mak	enclausurado	
14	K'ank'in	sol amarelo	
15	Muwan'	coruja	
16	Pax	época de plantar	
17	K'ayab	tartaruga	
18	Kumk'u	celeiro	
-	Uayeb	cinco dias de azar	

Para indicar um dia no ano de 365 dias HAAB era preciso indicar o UINAL (ou indicar que se tratava do período UAYEB) e um numeral entre 0 e 19, sendo que o primeiro dia do mês era indicado pelo numeral 0, o segundo dia era indicado pelo numeral 1, etc. Assim, o décimo dia do UINAL K'ayab era representado pelo símbolo abaixo.



9 K'ayab

Esse é o décimo dia do 17º UINAL. Portanto é o 330º dia do ano HAAB.

A tabela a seguir mostra como ficava a numeração dos 365 dias do ano. Nela está marcado o 9 K'ayab, cuja representação foi indicada acima. Os dias consecutivos são listados na horizontal, progredindo da esquerda para a direita.

TABELA 6: Contagem dos 365 dias do ano no calendário HAAB.

Pop	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Wo'	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Sip	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Sotz'	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Sek	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Xul	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Yaxk'in'	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Mol	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Ch'en	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Yax	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Sak'	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Keh	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Mak	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
K'ank'in	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Muwan'	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Pax	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
K'ayab	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Kumk'u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Uayeb	0	1	2	3	4															

3.3) A combinação dos calendários

Ao contrário da prática atual, os maias não enumeravam os anos. Uma data em um ano desconhecido era especificada pelos dias correspondentes no ano litúrgico TZOLK'IN e no ano civil HAAB. Por exemplo, uma data associada ao 7 Lamat no calendário litúrgico e ao 9 Ka'ayab no calendário civil seria indicada pelos símbolos abaixo.



7 Lamat

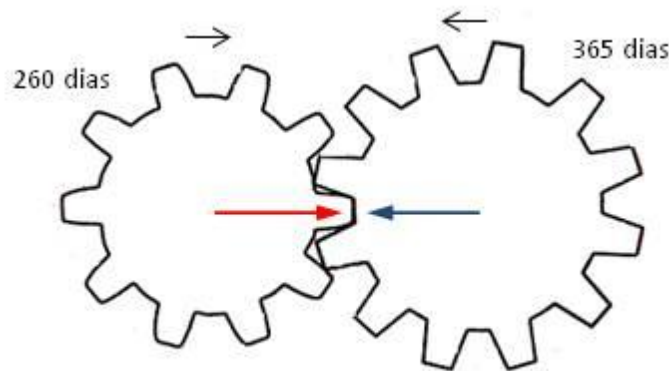


9 K'ayab

A interpretação dessa data tomava como referência uma data subentendida que seria rotulada pelos dias iniciais de ambos os calendários, portanto pelo 1 Imix (primeiro dia do calendário litúrgico) e pelo 0 Pop (primeiro dia do calendário civil). O dia seguinte a essa data de referência seria indicada como 2 Ik' e 1 Pop, o terceiro dia como 3 Ak'b'al e 2 Pop e assim por diante. O primeiro dia associado ao 7 Lamat do calendário litúrgico seria o 228º, mas esse dia corresponderia ao 7 Keh no calendário civil. Para termos o dia associado ao 7 Lamat e 9 K'ayab devemos varrer muitas vezes todo o calendário litúrgico e terão se passado muitos anos.

Em linguagem matemática mais moderna, podemos dizer que as datas eram rotuladas por um par ordenado de dias, o primeiro do calendário litúrgico TZOLK'IN com 260 opções distintas e o segundo do calendário civil HAAB com 365 opções distintas. Naturalmente havia um grau de ambiguidade nessa rotulação, pois a quantidade total de “rótulos” é finita (precisamente igual a $260 \times 365 = 94900$), enquanto que os dias se sucedem infinitamente. Assim, o mesmo rótulo de dois nomes deveria ser usado para mais de uma data diferente. Isso seguramente seria um problema se os dias rotulados da mesma forma fossem próximos um do outro. Mas felizmente isso não acontecia, como veremos a seguir.

Na figura a seguir, identificamos cada dia com as posições de duas rodas dentadas, uma delas (TZOLK'IN) com 260 dentes e outra (HAAB) com 365 dentes, cada uma girando um dente por dia. No ponto de encaixe das rodas está o “dia de hoje”.



As datas nos dois calendários vão se repetir se e somente se tiver transcorrido um número inteiro N de revoluções da roldana de 260 dias e um número inteiro M de revoluções da segunda roldana de 365 dias. Portanto, após um número D de dias tal que

$$D = 260N = 365M$$

Assim,

$$\frac{N}{M} = \frac{365}{260} = \frac{5 \times 73}{2 \times 2 \times 5 \times 13} = \frac{73}{52}$$

e daí segue que os menores valores possíveis para N e M são 73 e 52. Portanto, o menor intervalo de tempo decorrido entre a repetição simultânea de datas nos calendários TZOLK'IN e HAAB é de

$$D = 260 \times 73 = 365 \times 52 = 18980 \text{ dias.}$$

Portanto a combinação dos dois calendários da forma como era usada pelos maias só geraria datas repetidas após 18.980 dias, ou 52 anos, o que era um período de tempo suficientemente longo para quase todas as finalidades práticas que os maias poderiam ter, inclusive porque naquela época relativamente poucas pessoas chegavam a viver 52 anos ou mais.

3.4) As divisões temporais superiores no calendário HAAB

Após o mês de 20 dias (UINAL), o calendário HAAB dos maias admitia períodos mais longos, cada um recebendo um nome específico, conforme mostrado na tabela a seguir.

TABELA 7: Divisões temporais sucessivas no calendário HAAB.

ORDEM	NOME	DEFINIÇÃO	NÚMERO DE DIAS
1ª	KIN	1 dia	1
2ª	UINAL	1 mês	20
3ª	TUN	1 ano	360
4ª	KATUN	20 anos	7.200
5ª	BAKTUN	400 anos	144.000
6ª	PICTUN	8.000 anos	2.880.000
7ª	CALABTUN	160.000 anos	57.600.000
8ª	KINCHITUN	3.200.000 anos	1.152.000.000
9ª	ALAUTUN	64.000.000 anos	23.040.000.000

Os maias levavam em consideração e tinham nomes específicos para períodos de tempo bem mais longos do que nós próprios consideramos em nossa

linguagem. Parece provável que tais períodos de tempo só pudessem aparecer em narrativas míticas, o que ilustra a riqueza da cultura daquele povo.

São encontradas menções aos períodos de tempo da TABELA 5 em pedras individuais (monolíticas) e altas contendo inscrições e esculturas em relevo, chamadas estelas. As estelas maias tinham diversas funções, com simbolismo que poderia ter conotação funerária, mágico-religiosa, territorial, política, etc.

Na figura abaixo uma estela encontrada em Copán (Honduras).



4) O INÍCIO E O FINAL DOS TEMPOS

Como vimos, para a identificação de cada dia os maias utilizavam a combinação de dois calendários. Porém, paralelamente a isso, os maias também adotavam um terceiro sistema para contagem de tempo, denominada “contagem longa”.

A contagem longa era uma escala absoluta de tempo que se iniciava em uma data primordial na qual supostamente poderia ter ocorrido a criação do mundo, o aparecimento das divindades maias ou algum outro acontecimento sobrenatural de destaque. Essa data primordial da qual partia a contagem longa é identificada por muitos pesquisadores como 12 de agosto de 3113 a.C., mas não há consenso absoluto a esse respeito, assim como não se conhece precisamente seu significado na religião maia.

Na contagem longa uma data era identificada por um número de 5 “algarismos” que correspondia ao número de dias decorridos desde a data primordial de início do calendário. Assim, na cidade maia de Tikal foi encontrada uma placa na qual constava o seguinte número: (8,14,3,1,12). Segundo o sistema de numeração maia, esse número corresponde a

$$12 \times 1 + 1 \times 20 + 3 \times 360 + 14 \times 7200 + 8 \times 144000 = 1253912$$

Assumindo a correspondência entre números e dias, a placa traria a data correspondente a 1.253.912 dias após a data primordial de 12 de agosto de 3113 a.C. Podemos usar que o ano solar contém 365,2422 dias para concluir que esse período corresponde a 3433,0972 anos. Ou seja, a placa traria uma data no ano de 320 d.C.

Cada algarismo na data da contagem longa tem uma interpretação imediata em termos das divisões temporais sucessivas mostradas na TABELA 6. Por exemplo, a data (8,14,3,1,12) estava associada à passagem de 8 baktun, 14 katun, 3 tun, 1 uinal e 12 kin desde a data primordial.

Especula-se que a própria opção dos maias por uma base 20 modificada, com 360 como terceiro patamar, tenha sido inspirada por essa associação direta entre números e datas na contagem longa.

Usando 5 algarismos, o maior número que o sistema maia poderia representar seria o (19,19,19,19,19), correspondente a

$$19 \times 1 + 19 \times 20 + 19 \times 360 + 19 \times 7200 + 19 \times 144000 = 2880039$$

Interpretando esse número como uma quantidade de dias decorrentes desde a data primordial e usando a duração do ano solar, obtemos 7885,2854 anos, o que colocaria essa data no ainda distante ano de 4772 d.C.

Porém, o 13 parecia ter um papel importante da religião maia, inclusive tendo um papel na definição do ano ritual como um período de 260 dias. Conforme foi dito anteriormente, a abóbada celeste dos maias contava com treze céus superpostos associados a treze divindades. Aparentemente cada baktun (período de 400 anos de 360 dias) era associado a uma divindade específica e o encerramento do 13º baktun, que ocorreria no dia (12,19,19,19,19), poderia significar o fim dos tempos ou algum outro fenômeno importante na mitologia daquele povo.

Para interpretar essa data, fazemos a composição

$$19 \times 1 + 19 \times 20 + 19 \times 360 + 19 \times 7200 + 12 \times 144000 = 1872039$$

e calculamos o número de anos decorridos a partir da data primordial. Usando a duração do ano solar, teriam decorrido 5125,4729 anos. Dessa forma, o encerramento do 13º baktun ocorreria no ano de 2012 d.C., mais exatamente em 21 de dezembro de 2012, conforme foi calculado pelos especialistas. Esse fato foi bastante explorado por místicos e pelo imaginário popular pouco tempo atrás, mas sem qualquer consequência real.

5) CONCLUSÕES

Nesta monografia foi tratada a matemática da civilização maia sob o ponto de vista da conexão entre seu sistema de numeração em base 20 e os vários sistemas para contagem de tempo utilizados nessa cultura.

A utilização da base 20 é até certo ponto natural e não foi exclusividade dos maias na história da matemática. Porém, a utilização de uma evolução irregular nos patamares de ordem, passando de 20 para 360 na terceira ordem, e não para $20^2 = 400$, como seria esperado, foi uma característica muito peculiar da matemática maia. Apesar de muito poucos registros escritos terem restado, pode-se supor que a escolha desse patamar foi feita com o objetivo de facilitar a implantação de um sistema de contagem de tempo denominado “contagem longa”, no qual as datas são associadas a números de 5 algarismos escritos nessa base 20 irregular, sendo que cada algarismo é imediatamente interpretado como uma contagem de períodos de tempo sucessivamente maiores: o primeiro algarismo indica dias (KIN), o segundo indica meses maias (UINAL), o terceiro são os anos maias (TUN), o quarto são as vintenas de anos maias (KATUN) e o quinto são as quadricentenas de anos maias (BAKTUN) contados a partir de uma data primordial, que corresponderia a 12 de agosto de 3113 a.C.

Uma escolha como essa só poderia acontecer em uma civilização que valorizava muito suas convicções místicas, diretamente relacionadas com o calendário. Não temos conhecimento de qualquer outra civilização que tenha feito opção semelhante. A valorização do significado da contagem de tempo também transparecia na complexidade dos diferentes calendários adotados simultaneamente e em sua utilização interligada.

Os sistemas de numeração posicional têm várias vantagens sobre os sistemas puramente aditivos, nos quais os números são construídos pelo mero acúmulo de símbolos representando quantidades progressivamente maiores. Porém, provavelmente muitas dessas vantagens se perdiam com a utilização de uma base 20 com patamares irregulares, tal como era a opção dos maias. Mesmo os mais simples algoritmos de soma que utilizamos hoje teriam que ser consideravelmente modificados para sua adequação a esse sistema. Infelizmente não sabemos quais algoritmos os maias utilizavam para fazer suas contas. É plausível que existissem pelo menos algoritmos de soma e subtração, mas não encontramos qualquer registro deles na literatura.

A própria unicidade de representação numérica poderia ser perdida dentro do sistema maia, pois, como vimos, em princípio era possível representar o mesmo número com diferentes combinações de símbolos. Talvez alguma regra desconhecida por nós orientasse os escribas maias a escolher determinadas

representações e não outras. Mas isso só acrescentaria mais um fator de complexidade.

Nossa conjectura é que a utilização de um sistema de numeração irregular limitou significativamente as possibilidades de evolução da matemática dos maias, tanto para aplicações práticas quanto teóricas, impedindo que alcançassem o nível de eficiência obtido por mesopotâmicos, gregos, indianos ou árabes na mesma época ou em períodos até mesmo anteriores.

6) BIBLIOGRAFIA

- MacTutor History of Mathematics archive, School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews, Escócia, <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/>
- Wikipedia Enciclopédia Livre, <https://pt.wikipedia.org/>
- Ifrah, Georges: “História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo”. Ed. Nova Fronteira, 1997.
- Ifrah, Georges: “Os números – a história de uma grande invenção”. Ed. Globo, 1989.
- Eves, Howard: “Introdução à história da Matemática”. Ed. Unicamp, 2004.