

Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**Propagador baseado em janela deslizante com
formulação FDTD incondicionalmente estável de
alta ordem**

Cláudio Garcia Batista

Trabalho submetido à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Cássio Gonçalves do Rego

Belo Horizonte, Junho de 2012

Este trabalho é dedicado à Angélica, José,
Bruno e Fernanda.

Agradecimentos

A todos os amigos e familiares que de uma forma ou de outra me ajudaram neste trabalho:

- Aos meus Pais pelo apoio e entusiasmo;
- À Fernanda pelo amor e compreensão;
- Ao Prof. Cássio Gonçalves do Rego pela paciência e pela confiança;
- Ao apoio do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Comunicações sem Fio (INCT-CSF) através do Projeto CNPq 300938/2008-0;
- Ao Professor Conor Brennan e Professor Jørgen Bach Andersen pela gentileza de disponibilizar as medições realizadas na Dinamarca;
- À Rádio UFMG Educativa pelo apoio institucional e financeiro;
- A Deus.

Resumo

O presente trabalho trata da análise do problema da propagação de ondas eletromagnéticas nas faixas de 300 kHz a 3 GHz motivado pela necessidade de predição radioelétrica mais rigorosa para o planejamento de redes sem fio. Propõe-se um algoritmo baseado em diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) e no conceito de janela deslizante para o desenvolvimento de um propagador FDTD eficiente e com aplicação banda larga.

A formulação aqui introduzida se baseia em três técnicas para a solução do problema: formulação de camadas absorventes perfeitamente casadas independentes do material (MI-PML), algoritmo incondicionalmente estável (US) e o cálculo das derivadas espaciais com precisão de quarta ordem na expansão da série de Taylor (High Order HO-FDTD). Assim, é possível utilizar a mesma formulação independente da configuração no domínio, exceder o limite de estabilidade de Courant e trabalhar com valores de passo de tempo maiores, e minimizar a dispersão em grandes distâncias.

A implementação computacional do propagador foi construída sobre o *software* SPRad (Sistema de Predição de Cobertura Radioelétrica), inicialmente desenvolvido pelo autor em seu trabalho de Mestrado. O sistema é uma plataforma para análise da propagação radioelétrica onde diversos métodos podem ser utilizados e comparados numa interface gráfica integrada.

A formulação proposta é validada por meio da solução de um problema canônico (espalhamento por cilindro condutor) e suas principais características são comparadas com demais formulações FDTD, incluindo outro método de algoritmo incondicionalmente estável: a técnica de direção alternada implícita (ADI). O propagador é aplicado em terrenos com perfis canônicos (colina Gaussiana e cunha) e os resultados comparados com métodos de equações integrais encontrados na literatura. A aplicabilidade do propagador no cálculo de campos em cenários considerando mudança do índice de refração atmosférico é verificada e comparada com o método SSPE (*Split Step Parabolic Equation*). Finalmente, casos práticos envolvendo medições em Brasília-DF e na Dinamarca são analisados.

Palavras-chave: propagação de ondas eletromagnéticas, diferenças finitas no domínio do tempo, método janela deslizante, algoritmo incondicionalmente estável de alta ordem

Abstract

This work deals with electromagnetic wave propagation in the MF, HF, VHF and UHF bands (300 kHz to 3 GHz), motivated by the need for more accurate radio communication prediction for wireless networks planning. It is proposed an algorithm based on finite difference time domain (FDTD) and the concept of moving window to the develop an efficient FDTD Propagator for broadband applications.

The formulation introduced here is based on three techniques for solving the problem: material independent PML formulation (MI-PML), unconditionally stable algorithm (US) and fourth-order accuracy in the Taylor series expansion for the spatial derivatives (FDTD(2,4) scheme). Thus, it is possible to use an unique formulation independent of the media configuration, exceed the courant stability limit and to minimize the dispersion over long distances.

The propagator computational implementation is built on the software SPRad (Sistema de Predição de Cobertura Radioelétrica), initially developed by the author in his master's work. The system is a platform for the radio propagation analysis where several methods can be used and compared on an integrated graphics user interface.

The proposed formulation is validated with a canonical problem (scattering by a conducting cylinder) and its main characteristics are compared with other FDTD formulations, including the ADI (alternating direction implicit) method. The propagator is applied to terrains with canonical profiles (Gaussian hill and wedge) and the results are compared with integral equation methods found in the literature. The propagator applicability to the calculation of fields in refractive index dependent scenarios are verified and compared with the SSPE method (Split Step Parabolic Equation). Finally, case studies involving measurements in Brasilia-DF and Denmark are analyzed.

Keywords: electromagnetic wave propagation, finite-difference time domain (FDTD), moving window algorithm, high-order unconditionally stable algorithm

Sumário

Resumo	iii
Abstract	iv
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	x
1 Introdução	1
1.1 Contexto e Motivação	1
1.2 Objetivos e Métodos	2
1.3 Estrutura do Texto	5
2 Desenvolvimento	6
2.1 FDTD e propagação radioelétrica	6
2.2 Algoritmo FDTD com janela deslizante	9
2.3 Formulação	13
2.3.1 Camadas Absorventes MI-PML	13
2.3.2 Algoritmo incondicionalmente estável	18
2.3.3 FDTD de Alta Ordem	29
2.3.4 Equações US-MI-HO-FDTD	31
2.4 Proposta do propagador FDTD	36
2.4.1 Modelos de propagação para comparação	40
3 Simulações e resultados	45

3.1	Formulação	49
3.1.1	Cilindro condutor	49
3.1.2	Dispersão numérica e simetria	53
3.2	Propagador FDTD	62
3.2.1	Colina Gaussiana	64
3.2.2	Cunha	69
3.2.3	Efeito da Atmosfera	73
3.2.4	Brasília-DF	77
3.2.5	Dinamarca	85
3.2.6	Discussão	90
4	Conclusões	93
4.1	Conclusões	93
4.2	Propostas de Continuidade	95
	Referências Bibliográficas	96

Lista de Figuras

2.1	Cenário de propagação discretizado por grade FDTD uniforme.	7
2.2	Propagador FDTD com janela deslizante.	9
2.3	Número de iterações do algoritmo com janela deslizante relativo ao algoritmo FDTD tradicional.	12
2.4	Configuração de domínio FDTD para aplicação da MI-PML.	13
2.5	Distribuição dos parâmetros da formulação MI-PML.	17
2.6	Comparação gráfica das sequências de cálculo dos campos E e H: esquema <i>leapfrog</i> , método ADI e algoritmo US-FDTD.	19
2.7	Estruturas espaciais na aproximação das derivadas FDTD.	30
2.8	Definições das contribuições de componentes de campo no ponto de recepção.	39
2.9	Aplicação de equação integral para faixa de HF.	41
2.10	Definições e vetores para o modelo de predição para VHF/UHF.	43
3.1	Funcionalidades do SPRad - Sistema de Predição de Cobertura Radioelétrica.	46
3.2	Predição de cobertura utilizando a recomendação ITU-R 1546.. . . .	47
3.3	Geometria para análise de espalhamento por cilindro condutor perfeito.	49
3.4	Campo H_z total sobre o eixo x devido a espalhamento por cilindro condutor para $f=500$ MHz.	51
3.5	Campo H_z total sobre o eixo x devido a espalhamento por cilindro condutor para $f=2,5$ GHz.	52
3.6	Disposição dos pontos de medição para análise de dispersão numérica e simetria. . .	53
3.7	Sinal observado no Ponto A para CFLN=2.	56
3.8	Sinal observado no Ponto A para CFLN=4.	57
3.9	Sinal observado no Ponto A para CFLN=6.	58

3.10	Sinais observados nos Ponto A e B para a formulação MI-ADI.	59
3.11	Sinais observados nos Ponto A e B para a formulação US-MI-FDTD.	60
3.12	Atenuação estimada pela formulação US-MI-HO-FDTD no ponto A.	61
3.13	Definição do tamanho da janela WS e região de sobreposição OR.	62
3.14	Terreno teórico com perfil Gaussiano e região de água doce para análise de propagação nas faixas de MF e HF.	64
3.15	Distribuição do campo H_z no domínio do tempo em diferentes janelas virtuais para o caso da colina Gaussiana.	65
3.16	Atenuação ao longo do terreno com perfil Gaussiano para $f=500$ kHz.	67
3.17	Atenuação ao longo do terreno com perfil Gaussiano para $f=1$ MHz.	68
3.18	Terreno teórico com perfil em cunha com região de água salgada para análise de propagação nas faixas de VHF e UHF.	69
3.19	Atenuação sobre a cunha para $f=100$ MHz.	71
3.20	Atenuação sobre a cunha para $f=400$ MHz.	72
3.21	Modelo Terra plana para cálculo de campo considerando mudança do índice de refração atmosférico.	73
3.22	Fator de propagação $ E_y/E_{y0} $ para variação da altura h_r do receptor e $f=150$ MHz.	74
3.23	Fator de propagação $ E_y/E_{y0} $ para variação da altura h_r do receptor e $f=200$ MHz.	75
3.24	Fator de propagação $ E_y/E_{y0} $ para variação da altura h_r do receptor e $f=250$ MHz.	75
3.25	Efeito da atmosfera padrão na atenuação sobre Terra plana para $f=200$ MHz.	76
3.26	Perfis de terreno para o caso de Brasília-DF.	77
3.27	Estudo de caso em Brasília-DF: Rota 1.	79
3.28	Estudo de caso em Brasília-DF: Rota 2.	80
3.29	Comparação entre o modelo de Ott e o propagador FDTD para o caso de Brasília-DF.	81
3.30	Dispersão do sinal observado no último ponto de recepção da rota 2: pulso único.	83
3.31	Dispersão do sinal observado no último ponto de recepção da rota 2: dois pulsos.	84
3.32	Perfis de terreno para o caso na Dinamarca.	85
3.33	Caso Dinamarca: perfil Jerslev.	87
3.34	Caso Dinamarca: perfil Mjels.	88

3.35	Comparação entre o método dos momentos (MoM) e o propagador FDTD para o caso na Dinamarca.	89
3.36	Histogramas do erros absolutos entre medidas e modelos para os casos na Dinamarca. . .	89
3.37	Predição de cobertura do SPRad para a estação da UFMG Educativa.	91
3.38	Predição de cobertura do SPRad para a estação da UFMG Educativa sobreposta no mapa através do <i>Google Earth</i> ©.	92

Lista de Tabelas

II.I	Parâmetros computacionais para algoritmo de propagação FDTD bidimensional.	8
II.II	Tipos de solo e respectivos parâmetros eletromagnéticos.	37
III.I	Tempo de simulação [minutos] para o caso ilustrado na Figura 3.6.	54
III.II	Performance do algoritmo FDTD comparado ao modelo de Ott [64] para o terreno com perfil Gaussiano.	66
III.III	Performance do algoritmo FDTD comparado ao Método dos Momentos [70] para o terreno com perfil em cunha.	70
III.IV	Parâmetros para o caso de Brasília-DF.	78
III.V	Parâmetros para o caso na Dinamarca	86
III.VI	Resumo dos casos em função das frequências analisadas.	90

Glossário

ADI Alternating Direction Implicit

CFLN Courant-Friedrich-Levy Number

FDTD Finite Difference Time Domain

HF High Frequencies

HO High Order

MF Medium Frequencies

MI Material Independent

MoM Method of Moments

MW Moving Window

OR Overlap Region

PML Perfectly Matched Layers

SPRad Sistema de Predição de Cobertura Radioelétrica

SSPE Split Step Parabolic Equation

UHF Ultra High Frequencies

US Unconditionally Stable

VHF Very High Frequencies

WS Window size

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contexto e Motivação

O planejamento de sistemas de comunicação sem fio é assunto de vital importância no cenário tecnológico atual. A crescente demanda por taxas de transmissão elevadas resulta no surgimento de redes de telecomunicações mais complexas e de alta performance. O estudo da predição de cobertura radioelétrica, ou seja, a previsão do comportamento do sinal de rádio-frequência envolvendo a estação transmissora e as estações receptoras, é o ponto de partida básico para o projeto, implantação e gerenciamento de redes sem fio. Assim, a análise dos mecanismos de propagação de ondas eletromagnéticas se faz necessária, tornando a predição mais eficiente à medida em que tal análise é mais precisa e rigorosa.

As características da propagação são diretamente influenciadas pela faixa de frequência do sinal. No caso de frequências de rádio, o espectro se estende de 30 kHz a 300 GHz e é dividido em bandas iniciadas em VLF (*Very Low Frequencies*) até EHF (*Extra High Frequencies*). Dessa maneira, diversos modelos para predição vêm sendo desenvolvidos com aplicação em determinada faixa do espectro e considerando mecanismos de propagação específicos. De maneira geral, pode-se agrupar os modelos de predição de cobertura radioelétrica como sendo analíticos (computacionalmente intensivos), semi-empíricos e empíricos. A utilização de modelos analíticos vem se tornando atraente com o desenvolvimento de computadores mais eficientes e acessíveis. Apesar da maior facilidade de aplicação e velocidade obtida com modelos empíricos e semi-empíricos, o maior rigor da formulação analítica apresenta resultados mais completos e coerentes [1].

Pode-se citar técnicas analíticas tradicionais como o método da equação parabólica (PE),

equações integrais resolvidas por métodos numéricos (Ex.: Método dos Momentos (MoM)), e técnica de traçado de raios combinadas com a Teoria Uniforme da Difração (UTD) [2]. Recentemente [3], iniciou-se a utilização do método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) em problemas de propagação eletricamente grandes. Belém em [4] realizou análise de cenários com dimensões reduzidas via FDTD para caracterização de canais rádio.

1.2 Objetivos e Métodos

Os principais objetivos deste trabalho são o desenvolvimento e implementação de um propagador FDTD e sua aplicação em diferentes faixas de frequências considerando cenários reais de propagação. A princípio, o campo de utilização do algoritmo visa as faixas de MF a UHF (300 kHz a 3 GHz).

A análise da propagação em situações reais, onde as distâncias entre transmissor e receptor são superiores a 1000λ , torna a aplicação direta do FDTD computacionalmente inviável como solução do problema. Entretanto, a técnica pode modelar diversos tipos de mecanismos de propagação diferentes, resultando numa formulação única para todas as faixas de frequência utilizadas na prática. Além disso, ao apresentar solução no domínio do tempo, em contraste com os métodos tradicionais usualmente no domínio da frequência, permite calcular parâmetros do canal rádio dependentes do tempo.

Neste cenário, Thevenot *et al.* [5] utilizaram o conceito de janela deslizante proposto anteriormente por Heyman *et al.* [6] para aplicação do FDTD no estudo da propagação de ondas de rádio ao longo de grandes distâncias elétricas. Tal método proporciona a discretização FDTD apenas no espaço da janela considerada, diminuindo drasticamente o custo computacional requerido. No referido trabalho, os autores consideraram sinais na faixa de 3 a 300 kHz para modelagem da propagação no guia de onda Terra-ionosfera. A formulação utilizada foi adaptada à característica da ionosfera como meio anisotrópico e empregou-se o esquema *leapfrog* originalmente proposto de Yee [7]. O trabalho possui aplicação específica para frequências baixas e, devido à condição de estabilidade proposta para o algoritmo, apresenta elevado custo computacional.

Sevgi e Akleman [3],[8] apresentaram um propagador FDTD para aplicação em frequências na faixas de HF e VHF utilizando novamente o algoritmo FDTD com janela deslizante (MW-FDTD). Os autores utilizaram formulação FDTD tradicional proposta por Yee e condições de

contorno absorventes de Berenger [9] para simulação do espaço livre. Em [10] os autores discutem a aplicação em terrenos mistos e índice de refração atmosférica variável para sinais em HF. Posteriormente, Luebbers *et al.* [11],[12] trabalharam com o algoritmo MW-FDTD e camadas absorventes implementadas por filtros digitais. O método foi comparado com medidas em ambientes com terrenos irregulares e com vegetação densa. Para minimizar a dispersão numérica em grandes distâncias, Luebbers *et al.* [13] modificaram a formulação utilizando derivadas espaciais alta ordem. Chevalier e Inan [14] abordaram o problema da propagação VLF discutido por Thevenot com formulação FDTD campo total/campo espalhado e adição de camadas absorventes para maior eficiência do algoritmo.

Nos trabalhos citados, o algoritmo janela deslizante diminui o tempo de simulação e a quantidade de memória requerida. Contudo, o tempo de cálculo ainda é elevado, especialmente para frequências altas em grandes distâncias. Além disso, a maioria dos propagadores desconsideram os erros de dispersão do algoritmo FDTD para grandes distâncias e restringem a variação de parâmetros importantes em virtude da estabilidade numérica. Assim, no presente trabalho, propõe-se uma nova formulação para ser empregada juntamente com a técnica da janela deslizante e desenvolver um propagador FDTD eficiente e de alta precisão.

O propagador aqui proposto adota simplificações recorrentes na literatura: consideração de ambiente bidimensional entre transmissor e receptor, e terreno invariante na direção ortogonal à direção de propagação. A formulação se baseia no emprego das seguintes técnicas: formulação de camada absorvente independente do material do domínio (MI-PML), algoritmo FDTD incondicionalmente estável (US-FDTD) e cálculo das derivadas espaciais com precisão de quarta ordem na expansão da série de Taylor (High Order, HO-FDTD). Por conveniência, nomeia-se US-MI-HO-FDTD. A técnica MI-PML além de permitir a imersão de estruturas e meios com diferentes parâmetros elétricos, utiliza a mesma formulação independente da configuração no domínio FDTD. O algoritmo incondicionalmente estável permite exceder o limite de estabilidade de Courant, possibilitando trabalhar com valores de passo de tempo Δt maiores e minimizar o número de passos n_{max} necessários para percorrer todo o domínio computacional. Finalmente, o esquema FDTD de alta ordem minimiza a dispersão numérica, assim é possível utilizar uma malha de discretização menos densa para a mesma precisão do FDTD tradicional, o que implica na diminuição da quantidade de iterações.

A proposta de camadas absorventes independentes do material do domínio (MI-IPML) foi originalmente apresentada por Sullivan em [15],[16] para meios não-homogêneos isotrópicos com perdas. O princípio baseia-se na adição de condutividades fictícias associadas aos campos densidade de fluxo elétrico \vec{D} e magnético \vec{H} , em contraste à associação física e equivalente aos campos elétrico \vec{E} e magnético \vec{H} . Trabalho semelhante foi desenvolvido por Zhao *et al.* [17]-[19] onde generalizou-se o equacionamento MI-PML para meios anisotrópicos e magnéticos ($\mu \neq \mu_0$). Técnicas MI-PML também foram propostas através de implementação de filtros digitais [20]-[21].

Diversos métodos de algoritmos incondicionalmente estáveis foram propostos na literatura [22], como o método ADI (*alternating direction implicit*) [23],[24], o LOD-FDTD (*locally one-dimensional*) [25], o *One-step Leapfrog* ADI [27], o algoritmo US-FDTD (US - *unconditionally stable*) [28], métodos baseados no esquema de Crank-Nicolson (CN-FDTD) [29] e a técnica S-FDTD (S - *Symplectic*) [30]. No presente trabalho, o autor considerou duas técnicas de algoritmo incondicionalmente estável: o método ADI e o algoritmo US-FDTD.

O método ADI foi aplicado ao FDTD inicialmente por Namiki em [23] e logo após por Zheng *et al.* em [24]. A extensão para a análise de problemas em três dimensões foi realizada em [31] e [32], enquanto que os erros numéricos foram discutidos em [33] e [34]. O princípio do algoritmo ADI é o cálculo de forma implícita através de sistema linear de determinadas componentes de campo, calculadas em procedimentos diferentes. Apesar de largamente utilizado na literatura, o ADI apresenta comportamento assimétrico mesmo em configurações simétricas [35]-[37] e o sistema de equações é calculado em dois procedimentos distintos para o avanço de um passo de tempo. Zhao em [28],[38] propôs um algoritmo incondicionalmente estável (US-FDTD) baseado numa simplificação do esquema de Crank-Nicolson onde alcança maior precisão e eficiência quando comparado ao ADI. O US-FDTD é executado através de apenas um procedimento de cálculo e não apresenta a assimetria discutida anteriormente. Nesse sentido, a formulação final utilizada no propagador é desenvolvida com o algoritmo US-FDTD de Zhao.

Dentre os esquemas FDTD desenvolvidos para diminuição da dispersão, destaca-se o método proposto por Fang [39]. Neste trabalho, o autor adota a aproximação de derivadas espaciais de quarta ordem e deriva relações de estabilidade e dispersão para o novo algoritmo. Apesar do limite de Courant se tornar mais restritivo, pode-se minimizar a dispersão numérica e utilizar malhas espaciais menos densas, proporcionando economia de operações e aumento da precisão. A análise

e aplicações em diversas situações do método proposto por Fang pode ser encontrada em [40]. Cai *et al.* [41] analisam a estabilidade do método de alta ordem. Chen realizou um estudo sobre algoritmos FDTD empregando aproximações de até a décima sexta ordem no cálculo das derivadas [42]. Hadi *et al.* [43] utilizam o FDTD de alta ordem em estruturas eletricamente grandes.

O *software* SPRad (Sistema de Predição de Cobertura Radioelétrica) [44] é apresentado como plataforma para implementação do propagador FDTD. O programa é uma continuação do trabalho desenvolvido pelo autor em sua Dissertação de Mestrado [45]. Ressalta-se que uma versão inicial do propagador com formulação US-MI-FDTD implementada pelo autor pode ser encontrada em [46].

1.3 Estrutura do Texto

O presente texto está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 é realizado o desenvolvimento do propagador FDTD. O algoritmo janela deslizante é apresentado como o princípio básico do propagador. A formulação US-MI-HO-FDTD é desenvolvida utilizando-se as técnicas discutidas na Seção 1.2 e apresenta-se dois modelos de propagação como forma de comparação para o propagador proposto.

O Capítulo 3 exhibe os resultados obtidos, onde a formulação proposta é validada por meio da solução de um problema canônico e suas principais características comparadas com demais formulações FDTD. O propagador é aplicado em terrenos com perfis canônicos (colina Gaussiana e cunha) e sua aplicabilidade é demonstrada em cenários considerando mudança do índice de refração atmosférico. Por fim, casos práticos envolvendo medições em Brasília-DF e na Dinamarca são analisados.

O Capítulo 4 apresenta as conclusões e elenca as propostas de continuidade para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Desenvolvimento

Este capítulo tem como objetivo apresentar o propagador FDTD para análise da cobertura radioelétrica. Na primeira parte, descreve-se o algoritmo FDTD com janela deslizante desenvolvido em trabalhos anteriores [3],[12], e o princípio básico do propagador proposto. Na segunda parte, desenvolve-se formulação de diferenças finitas no domínio do tempo baseado no equacionamento MI-PML proposto por Sullivan [15], [16], no esquema incondicionalmente estável proposto por Zhao [28], [28] e na aproximação de alta ordem para o cálculo das derivadas espaciais. Na terceira parte discute-se aspectos específicos de implementação do propagador.

2.1 FDTD e propagação radioelétrica

A modelagem numérica da propagação de ondas eletromagnéticas através do FDTD apresenta-se como técnica atraente, uma vez que aborda a solução de maneira completa (difração, reflexão, refração, etc.) e permite incluir as diversas informações pertinentes ao caminho de propagação: perfil e características elétricas do terreno, obstáculos diversos e condições atmosféricas [11]. Além disso, destaca-se das técnicas tradicionais, usualmente no domínio da frequência, por possibilitar a solução das equações de Maxwell no domínio do tempo. Assim, pode-se obter solução para uma faixa ampla de frequências com apenas uma simulação e calcular parâmetros do canal rádio dependentes do tempo.

Porém, a utilização direta do FDTD para predição radioelétrica exige uma malha de discretização extremamente grande, uma vez que as distâncias envolvidas entre transmissor e receptor são da ordem de grandeza de 1.000λ a 10.000λ . Assim, a memória computacional requerida para armazenamento das matrizes das componentes de campo eletromagnético é muito grande e o nú-

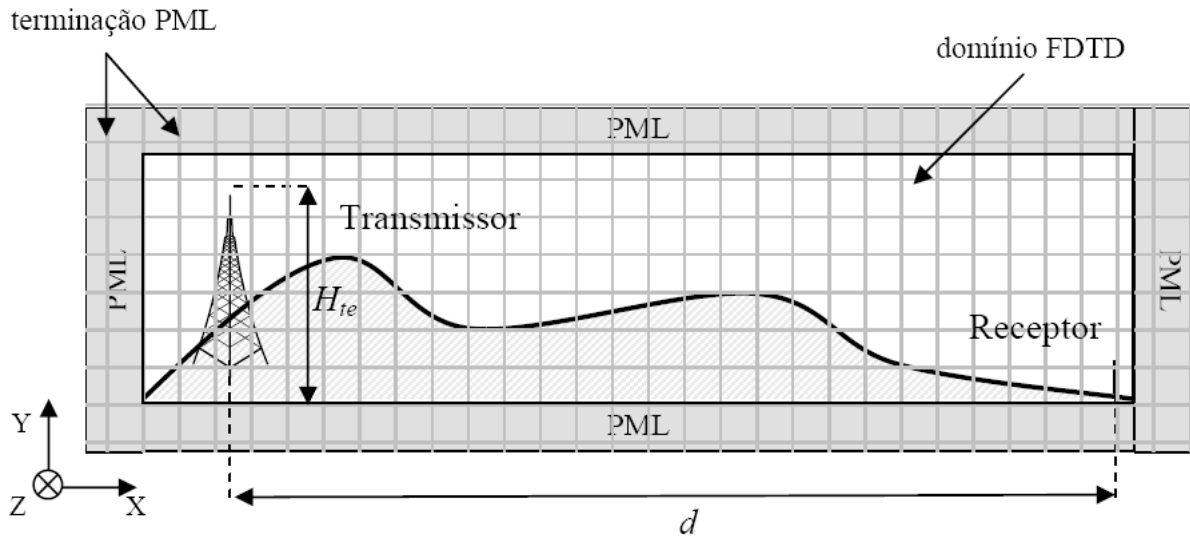


Figura 2.1: Cenário de propagação discretizado por grade FDTD uniforme.

mero de iterações necessárias para o cálculo da propagação por todo o ambiente torna a técnica muito lenta. Os requisitos de memória RAM necessária inviabilizam a técnica para a maioria dos computadores. Esquemas de algoritmos utilizando processamento paralelo foram desenvolvidos para aplicação em *clusters* de computadores [47], [48], [49], [50].

Para exemplificar o custo computacional do FDTD, considera-se um cenário típico de predição radioelétrica exibido na Figura 2.1, aonde o receptor está a uma distância d do transmissor e a diferença de altura entre a base do terreno do receptor e o transmissor é H_{te} . A simulação do espaço livre nos limites do domínio computacional é realizada através de condição de contorno absorvente com camadas perfeitamente casadas (PML) de espessura n_{pml} . A malha FDTD é então definida por $d + 2n_{pml}$ na dimensão X e por $H_{te} + 2n_{pml}$ na dimensão Y , considerando H_{te} como o maior valor de interesse em Y . Assim, para o problema bidimensional analisado são necessárias 3 matrizes para as componentes de campo (TM_z ou TE_z) e uma matriz para indexar as características elétricas do meio. Neste caso, considera-se que a formulação no meio PML não utiliza nenhuma componente adicional para o cálculo dos campos. A discretização do domínio FDTD é representada através de amostragem espacial Δx . Assim, utilizando ponto flutuante precisão dupla (16 bytes) para o cálculo das componentes de campo, e inteiro (2 bytes) para a matriz do meio, pode-se estimar a memória total requerida M_{tot} :

Tabela II.I: Parâmetros computacionais para algoritmo de propagação FDTD bidimensional.

Distância [km]	Parâmetro	Frequência [MHz]		
		3	300	3.000
1	Memória total [Mbytes]	0,21	$20,9 \times 10^3$	$2,16 \times 10^8$
	Passos de tempo (n_{max})	142	14.152	141.520
	Iterações (it_{max})	$2,66 \times 10^5$	$2,40 \times 10^{11}$	$2,40 \times 10^{14}$
5	Memória total [Mbytes]	1,10	$99,50 \times 10^3$	$9,95 \times 10^9$
	Passos de tempo (n_{max})	708	70.760	707.597
	Iterações (it_{max})	$6,42 \times 10^6$	$5,85 \times 10^{12}$	$5,85 \times 10^{15}$

$$M_{tot} = \left(\frac{1}{\Delta x} \right)^2 [24(d + 2n_{pml})(H_{te} + 2n_{pml}) + 2(dH_{te})] \frac{1}{1024^2}, \quad (2.1)$$

onde d , H_{te} e Δx são dados em metros, e a memória M_{tot} é calculada em Mbytes.

O número de passos de tempo n_{max} requerido para o sinal eletromagnético percorrer o caminho entre transmissor e receptor é calculado considerando o passo de tempo Δt :

$$n_{max} = \frac{d}{c_0 \Delta t}, \quad (2.2)$$

onde c_0 é a velocidade da luz no vácuo. O valor de Δt é limitado pelo fator de estabilidade de Courant S_{2D} para FDTD bidimensional através de:

$$\Delta t \leq S_{2D} \frac{\Delta x}{c_0}, \quad (2.3)$$

e para algoritmo *leapfrog* tradicional de Yee [7] com derivadas espaciais avaliadas por expansão de Taylor de segunda ordem:

$$S_{2D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707. \quad (2.4)$$

Assim, o número de iterações it_{max} necessárias para um algoritmo FDTD tradicional, considerando dois *loops* de dimensão $[(d + 2n_{pml}) \times (H_{te} + 2n_{pml})]$ para cada passo de tempo Δt é dado por:

$$it_{max} = 2n_{max} \left[\left(\frac{d}{\Delta x} + 2n_{pml} \right) \left(\frac{H_{te}}{\Delta x} + 2n_{pml} \right) \right]. \quad (2.5)$$

A Tabela II.I exibe os valores da memória RAM total, número de passos de tempo e iterações necessárias para um algoritmo FDTD bidimensional aplicado no ambiente de propagação da Figura 2.1. Utilizou-se valores próximos a situações reais: $H_{te} = 50m$, frequências 3, 300 e 3.000 MHz,

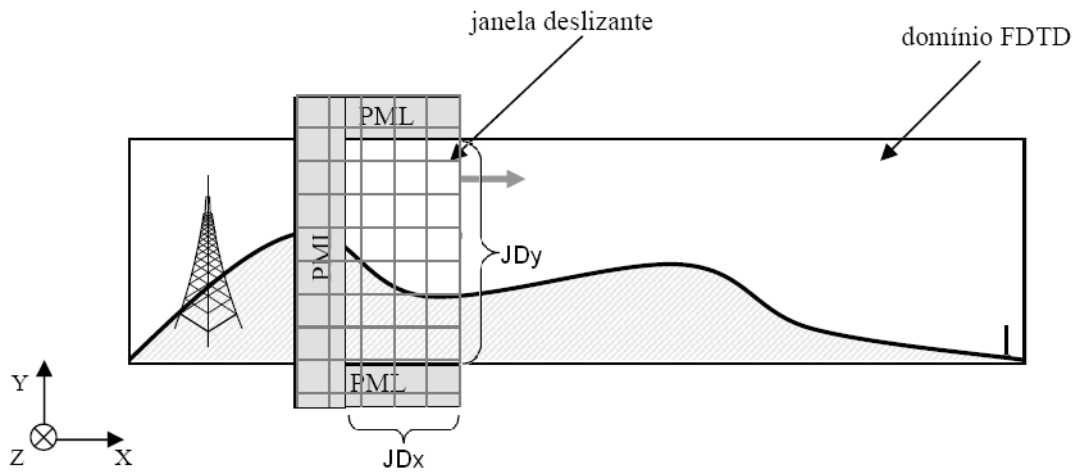


Figura 2.2: Propagador FDTD com janela deslizante.

distância de 1 e 5 km. Os parâmetros FDTD foram $\Delta x = \lambda/10$ e $n_{pml} = 16$. Nota-se grandes valores para os casos a partir de 300 MHz, apresentando número de passos de tempo e iterações que tornam o algoritmo lento e ineficaz. Além disso, para a grande maioria dos computadores, a quantidade de memória exigida inviabiliza a utilização do FDTD dependendo da frequência utilizada.

Contudo, tal limitação da aplicação do FDTD em problemas de propagação pode ser minimizada ao utilizar o conceito de janela deslizante (*Moving Window*), proposto inicialmente por Heyman *et al.* [6] e discutido em estudo unidimensional. Posteriormente, Sevgi e Akleman [3] demonstraram a viabilidade da técnica em ambiente de propagação bidimensional com terreno irregular e variação do índice de refração atmosférico.

2.2 Algoritmo FDTD com janela deslizante

O conceito de propagador FDTD utilizando janela deslizante é ilustrado na Figura 2.2. O método baseia-se no fato de que quando um pulso eletromagnético propaga por uma longa distância, a maior parte da energia do pulso concentra-se numa pequena região ao longo do caminho em cada instante de tempo considerado. Assim, pode-se utilizar uma malha FDTD relativamente pequena englobando apenas uma região do domínio e mover tal malha acompanhando o pulso ao longo

do caminho de propagação. A janela deslizante move-se até o ponto de interesse do domínio, modelando os efeitos das diversas componentes do sinal: onda direta, refletidas e difratadas pelo terreno, e ondas de superfície dentro da janela [8]. Ressalta-se que para a inclusão do retro-espalhamento da energia, ou seja, componentes de onda propagando no sentido $-\hat{x}$ provenientes de determinado obstáculo, deve-se continuar a mover a janela deslizante até atingir o obstáculo e iniciar o trajeto na direção receptor-transmissor. Tal procedimento pode ser repetido várias vezes dentro de um critério de energia mínima do pulso.

A aplicação do MW-FDTD (Moving Window-FDTD) necessita da inclusão de camadas absorventes PML nos limites esquerdo, inferior e superior da janela para a simulação do espaço livre. A interface direita não necessariamente precisa da camada PML, uma vez que a janela move-se constantemente com o pulso e evita que energia significativa atravesse tal interface. As dimensões JD_x e JD_y da janela devem ser escolhidas observando dois fatores: o tamanho inicial e a dispersão do pulso ao longo do eixo x e um número mínimo de zonas de Fresnel acima do ponto espalhador mais alto em y [12],[13]. Para incluir tais efeitos pode-se variar a dimensão da janela de forma dinâmica ao longo do caminho.

Os procedimentos básicos do algoritmo são listados a seguir:

- Define-se uma janela FDTD de dimensão $JD_x \times JD_y$ posicionada inicialmente na localização da fonte do pulso (posição m).
- As informações sobre terreno, obstáculos e índice de refração atmosférico são adicionados à malha da janela via parâmetros elétricos (permissividade elétrica ϵ e condutividade σ).
- A solução das equações de Maxwell 2D dentro da janela é calculada via algoritmo FDTD.
- Determina-se a localização do centro do pulso eletromagnético na janela. Se o pulso encontra-se a um número b_x de células do limite direito da janela, a janela move-se $JD_x - (\tau_x + b_x)$ células no sentido $+x$, onde τ_x determina uma região de sobreposição da janela na posição $m + 1$ referente à janela na posição m . Essa região τ_x representa o sinal de excitação da janela $m + 1$.
- Atualiza-se os parâmetros ϵ e σ da janela na nova posição $m + 1$.

- A janela deslizante move-se até a posição final desejada, observando a possibilidade de movimentação no sentido $-x$ para a inclusão do retro-espalhamento de determinado obstáculo.

A utilização da janela deslizante para análise da propagação em grandes distâncias diminui drasticamente o esforço computacional quando comparado à aplicação direta da grade FDTD em todo o domínio. O cálculo das componentes de campo é realizado apenas na malha $JD_x \times JD_y$, muitas vezes menor que o domínio $\frac{d}{\Delta x} \times \frac{H_{te}}{\Delta x}$. Para analisar a redução do processamento computacional, considera-se que o número de passos de tempo necessário para percorrer todo o domínio FDTD seja $n_{max} = \frac{d}{\Delta x} = i_{max}$, ou seja, simplifica-se a equação (2.3) com $S_{2D} = 1$. Assim, o número de iterações necessários é dado por:

$$it_{max}^{FDTD} = n_{max} \times (i_{max} \times j_{max}) = (i_{max})^2 \times j_{max}, \quad (2.6)$$

onde i_{max} e j_{max} são, respectivamente, os números de células nos eixos x e y da malha FDTD. Ao utilizar algoritmo com janela deslizante, o número de passos necessários é dado por $n_{max} = i_{max} - \tau_x$ e o número de iterações pode ser estimado por:

$$it_{max}^{JD} = n_{max} \times (JD_x \times JD_y) = (i_{max} - \tau_x) \times (JD_x \times j_{max}), \quad (2.7)$$

onde considera-se $JD_y = j_{max}$. A Figura 2.3 ilustra o comportamento esperado do número de iterações utilizando a janela deslizante versus o tamanho percentual da Janela (JD_x) em relação à dimensão i_{max} do domínio. Utilizou-se $b_x = 1$ e região de sobreposição entre janelas no valor de $\tau_x = 2$.

A modelagem do propagador MW-FDTD deve observar alguns aspectos importantes quando aplicado em cenários reais de propagação, onde o caminho de propagação pode ser muito longo e deseja-se incluir informações como: terrenos arbitrários com diferentes características elétricas (terrenos mistos), índices de refração da atmosfera e obstáculos variados. Assim, a formulação FDTD precisa contemplar três pontos principais:

1. As camadas de absorção PML devem permitir a imersão de meios dielétricos e condutores com diferentes valores de ϵ e σ , ou seja, devem simular tanto o espaço livre como a continuação infinita de meios nas extremidades da janela deslizante (terreno, obstáculos, etc). Além disso, devem conseguir reflexões baixas ao se definir uma configuração de diferentes meios no

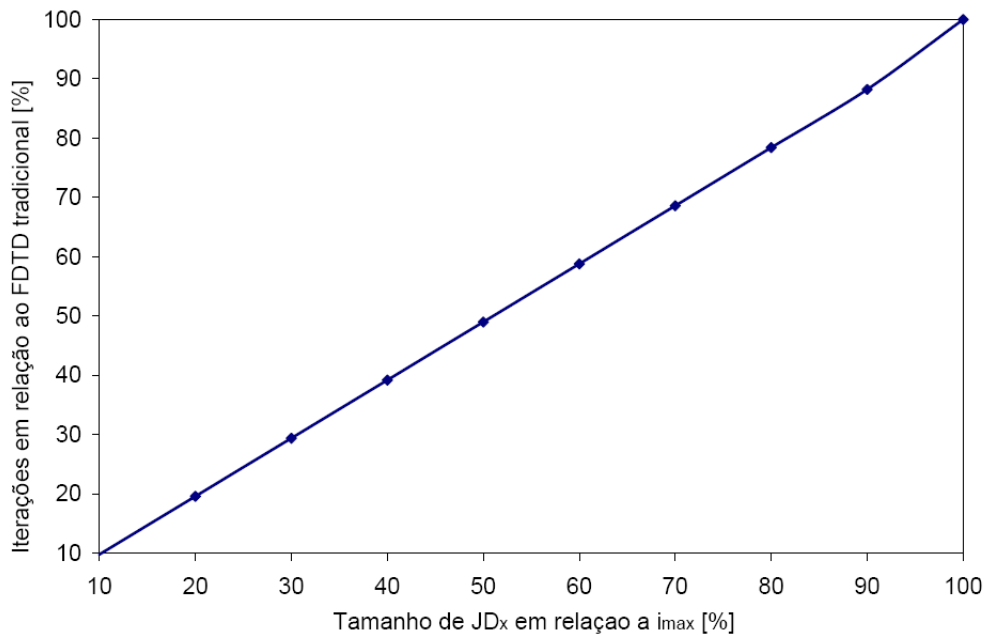


Figura 2.3: Número de iterações do algoritmo com janela deslizante relativo ao algoritmo FDTD tradicional.

domínio. Logo, a formulação precisa estimar um valor de permissividade elétrica eficaz ϵ_{eff} baseado nessa configuração.

2. Apesar do ganho computacional utilizando a janela deslizante, o esforço numérico para sinais de alta frequência em longas distâncias é grande e torna a técnica pouco atrativa.
3. A dispersão numérica devido à propagação em grandes distâncias diminui consideravelmente a precisão do FDTD.

O presente trabalho pretende tratar esses aspectos desenvolvendo uma formulação FDTD com as seguintes características: formulação PML independente do material do domínio (MI- *Material Independent*), algoritmo incondicionalmente estável (US - *Unconditionally Stable*), e cálculo das derivadas espaciais com precisão de quarta ordem na expansão da série de Taylor (HO - High Order FDTD).

Assim, a técnica MI-PML além de permitir a imersão de estruturas e meios com diferentes parâmetros elétricos, utiliza a mesma formulação independente da configuração no domínio FDTD. Técnicas tradicionais PML dependem do valor de ϵ_{eff} , cujo cálculo não é trivial [57]. O algoritmo

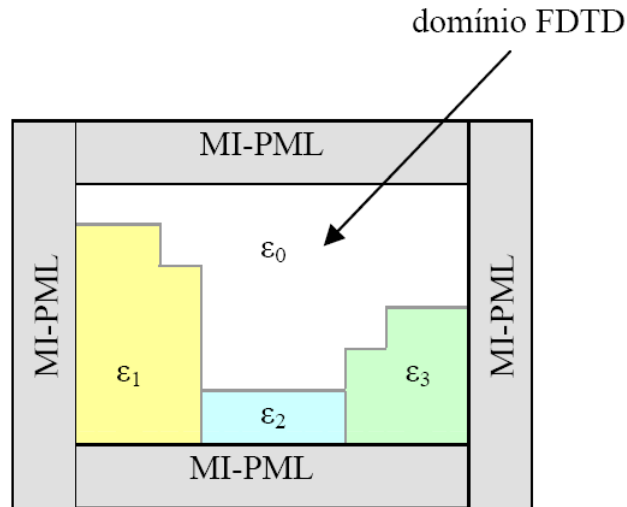


Figura 2.4: Configuração de domínio FDTD para aplicação da MI-PML.

incondicionalmente estável permite exceder o limite de estabilidade de Courant, possibilitando trabalhar com valores de passo de tempo Δt maiores e minimizar o número de passos n_{max} necessários para percorrer todo o domínio computacional. Finalmente, o esquema FDTD de alta ordem pode minimizar a dispersão numérica, e é possível utilizar uma malha de discretização menos densa para a mesma precisão com FDTD tradicional, o que implica na diminuição da quantidade de iterações.

2.3 Formulação

2.3.1 Camadas Absorventes MI-PML

A principal motivação para a utilização de formulação PML independente do material é a aplicação em situações como a ilustrada pela Figura 2.4, onde a janela deslizante do algoritmo apresenta diversos materiais diferentes imersos nas camadas PML. Técnicas PML tradicionais como a PML de Berenger [9], a UPML [51] e a WP-PML [52] dependem dos parâmetros $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ para estimar um valor de permissividade elétrica efetiva ϵ_{eff} que será usado na formulação. O cálculo de ϵ_{eff} pode se tornar uma fonte de erro para tais situações, e além disso a configuração do domínio muda constantemente à medida que a janela se movimenta.

A formulação MI-PML utilizada nesse trabalho foi proposta originalmente por Sullivan

em [15], [16], e baseia-se em dois fatores: 1) adição de condutividades fictícias, associadas aos campos densidade de fluxo elétrico \vec{D} e magnético \vec{H} , em contraste à associação tradicional aos campos elétrico \vec{E} e magnético \vec{H} ; 2) a atenuação dos campos no meio PML é realizada variando parâmetros explícitos na formulação FDTD de maneira otimizada, diferentemente da variação das condutividades fictícias e aplicação na formulação FDTD [53]. Ressalta-se que uma formulação MI-PML semelhante utilizando \vec{D} também foi proposta por Zhao *et al.* [17], [18] e demonstrada analiticamente em [19].

As equações de Maxwell no domínio da frequência para campos eletromagnéticos harmônicos, suprimindo o termo $e^{j\omega t}$, são dadas por:

$$\begin{aligned} j\omega\vec{D} &= \nabla \times \vec{H}, \\ j\omega\vec{H} &= -\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{E}, \\ \vec{D} &= \epsilon_r^*\epsilon_0\vec{E}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

onde \vec{E} e \vec{H} são os vetores campo elétrico e magnético, \vec{D} é a densidade de fluxo elétrico, ϵ_r^* é a permissividade elétrica relativa do meio, ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo e ω é a frequência angular. Para a implementação da MI-PML, adiciona-se valores fictícios de permissividade $\bar{\epsilon}_F$ e permeabilidade $\bar{\mu}_F$, e considera-se ϵ_r^* complexo para inclusão das perdas:

$$\begin{aligned} j\omega\vec{D} \cdot \bar{\epsilon}_F &= \nabla \times \vec{H}, \\ j\omega\vec{H} \cdot \bar{\mu}_F &= -\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{E}, \\ \vec{D} &= \epsilon_r^*\epsilon_0\vec{E}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\epsilon_r^* = \epsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0}, \quad (2.10)$$

onde σ é a condutividade elétrica do meio. Os valores de $\bar{\epsilon}_F$ e $\bar{\mu}_F$ são independentes do valor de ϵ_r^* , que representa os parâmetros do meio no domínio FDTD.

A camada absorvente PML é representada por um meio anisotrópico diagonal (uniaxial) com perdas, como proposto por Sacks *et al.* [54] para aplicação no método dos elementos finitos

(FEM) e utilizado por Gedney [51] no FDTD. Assim, escreve-se $\bar{\epsilon}_F$ e $\bar{\mu}_F$ como tensores na forma:

$$\bar{\epsilon}_F = \bar{\mu}_F = \begin{bmatrix} \frac{S_y S_z}{S_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_x S_z}{S_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_y S_x}{S_z} \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

onde:

$$S_p = 1 + \frac{\sigma_p^{pml}}{j\omega\epsilon_0}, \quad \text{para } p = x, y, z \quad (2.12)$$

e a condutividade σ_p^{pml} é responsável pela atenuação dos campos no meio PML. Nota-se que a formulação não propõe variar diretamente σ_p^{pml} , mas um parâmetro da formulação FDTD como será descrito nas próximas seções.

Para o estudo da propagação de sinais eletromagnéticos considera-se o ambiente bidimensional da Figura 2.1. Logo, pode-se adotar uma solução TE_z 2D modelada pelas componentes E_x , E_y e H_z , representando um sinal com polarização vertical. Utilizando as equações (2.9)-(2.12) obtém-se:

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_x^{pml}}{j\omega\epsilon_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\sigma_y^{pml}}{j\omega\epsilon_0}\right) D_x = \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad (2.13)$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_x^{pml}}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_y^{pml}}{j\omega\epsilon_0}\right)^{-1} D_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad (2.14)$$

$$\left(\epsilon_0\epsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega}\right) E_x = D_x, \quad (2.15)$$

$$\left(\epsilon_0\epsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega}\right) E_y = D_y, \quad (2.16)$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_x^{pml}}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_y^{pml}}{j\omega\epsilon_0}\right) H_z = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x}\right). \quad (2.17)$$

O sistema de equações acima descreve de forma genérica as componentes de campo independente da localização nas camadas PML, ou seja, são válidas nas camadas laterais, superior e inferior, e também nas superposições (quinas). Na formulação MI-PML original de Sullivan [53], assim como na UPML de Gedney [51], as equações FDTD são derivadas como camadas PML em \hat{x} e \hat{y} , respectivamente, e sobrepostas nas quinas. O presente trabalho segue o estudo de Lazzi *et al.* [55] onde as equações do sistema são discretizadas diretamente sem passos intermediários. Apesar do aumento da complexidade da formulação, a reflexão das camadas absorventes é menor

quando comparado à simplificação usual, especialmente nas quinas do domínio FDTD [56]. Tal fato é de extrema importância para o propagador FDTD desenvolvido, pois o algoritmo de janela deslizante diminui o domínio FDTD original e implica numa interação muito maior com as quinas das camadas PML.

Assim, para a obtenção da formulação FDTD, as equações (2.13)-(2.17) são transformadas para o domínio do tempo observando as relações $j\omega \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}$ e $\frac{1}{j\omega} \rightarrow \int_0^T dt$, onde T é o tempo total da simulação. Logo:

$$\frac{\partial D_x}{\partial t} + \frac{\sigma_y^{pml}}{\epsilon_0} D_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} + \frac{\sigma_x^{pml}}{\epsilon_0} \int_0^T \frac{\partial H_z}{\partial y} dt, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial D_y}{\partial t} + \frac{\sigma_x^{pml}}{\epsilon_0} D_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\sigma_y^{pml}}{\epsilon_0} \int_0^T \frac{\partial H_z}{\partial x} dt, \quad (2.19)$$

$$\epsilon_0 \epsilon_r E_x + \sigma \int_0^T E_x dt = D_x, \quad (2.20)$$

$$\epsilon_0 \epsilon_r E_y + \sigma \int_0^T E_y dt = D_y, \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\sigma_x^{pml} + \sigma_y^{pml}}{\epsilon_0} H_z + \frac{\sigma_x^{pml} \sigma_y^{pml}}{\epsilon_0^2} \int_0^T H_z dt = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right). \quad (2.22)$$

A distribuição dos parâmetros PML é exibida na Figura 2.5, onde adota-se configuração semelhante àquela proposta por Berenger em [9]. As equações (2.18)-(2.22) são simplificadas conforme a localização da aplicação:

- **Meio PML:** $\sigma = 0$ e $\epsilon_r = 1$ em todas as camadas. Nas camadas laterais: $\sigma_y^{pml} = 0$. Nas camadas inferior e superior: $\sigma_x^{pml} = 0$.
- **Domínio FDTD:** $\sigma_x^{pml} = \sigma_y^{pml} = 0$.

A discretização temporal do sistema de equações é realizada observando a notação tradicional de diferenças finitas [57] e utilizando as aproximações:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f^{n+1/2} - f^{n-1/2}}{\Delta t}, \quad (2.23)$$

$$\int_0^T f dt \approx \Delta t \sum_{s=1}^n f^s. \quad (2.24)$$

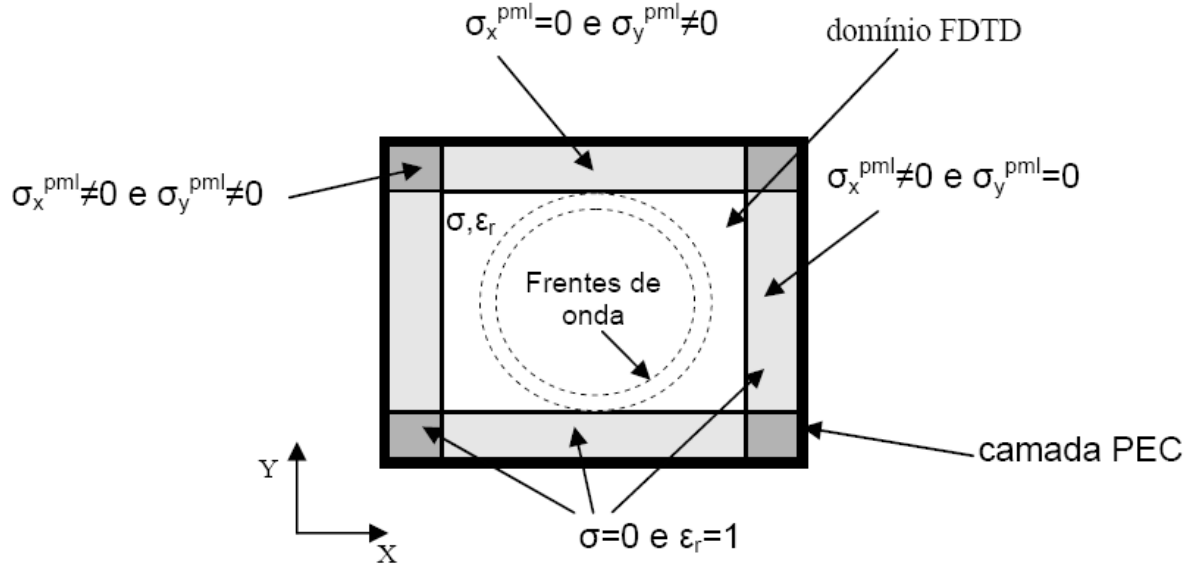


Figura 2.5: Distribuição dos parâmetros da formulação MI-PML.

Dessa maneira, considerando as componentes de campo distribuídas na célula tradicional de Yee [7] e sem expandir as derivadas espaciais, escreve-se as equações para a MI-FDTD:

$$D_x|_{i,j}^{n+1/2} = \frac{P_1(y)}{P_2(y)} D_x|_{i,j}^{n-1/2} + 2\Delta t \frac{P_3(x)}{P_2(y)} \sum_{s=1}^n \frac{\partial H_z|_{i,j}^s}{\partial y} + \Delta t \frac{P_2(x)}{P_2(y)} \frac{\partial H_z|_{i,j}^n}{\partial y}, \quad (2.25)$$

$$D_y|_{i,j}^{n+1/2} = \frac{P_1(x)}{P_2(x)} D_y|_{i,j}^{n-1/2} - 2\Delta t \frac{P_3(y)}{P_2(x)} \sum_{s=1}^n \frac{\partial H_z|_{i,j}^s}{\partial x} - \Delta t \frac{P_2(y)}{P_2(x)} \frac{\partial H_z|_{i,j}^n}{\partial x}, \quad (2.26)$$

$$E_x|_{i,j}^{n+1/2} = L_1|_{i,j} \left[D_x|_{i,j}^{n+1/2} - L_2|_{i,j} \sum_{s=1}^n E_x|_{i,j}^s \right], \quad (2.27)$$

$$E_y|_{i,j}^{n+1/2} = L_1|_{i,j} \left[D_y|_{i,j}^{n+1/2} - L_2|_{i,j} \sum_{s=1}^n E_y|_{i,j}^s \right], \quad (2.28)$$

$$H_z|_{i,j}^{n+1} = \frac{P_1(x)P_1(y)}{P_2(x)P_2(y)} H_z|_{i,j}^n - 4 \frac{P_3(x)P_3(y)}{P_2(x)P_2(y)} \sum_{s=1}^n H_z|_{i,j}^s + \frac{\Delta t}{\mu_0 P_2(x)P_2(y)} \left[\frac{\partial E_x|_{i,j}^{n+1/2}}{\partial y} - \frac{\partial E_y|_{i,j}^{n+1/2}}{\partial x} \right], \quad (2.29)$$

onde os coeficientes são dados por:

$$P_1(p) = 1 - \frac{\sigma_p^{pml}(p)\Delta t}{2\epsilon_0}, \quad (2.30)$$

$$P_2(p) = 1 + \frac{\sigma_p^{pml}(p)\Delta t}{2\epsilon_0}, \quad (2.31)$$

$$P_3(p) = \frac{\sigma_p^{pml}(p)\Delta t}{2\epsilon_0}, \quad (2.32)$$

$$L_1|_{i,j} = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon_r(i,j) + \sigma(i,j)\Delta t}, \quad (2.33)$$

$$L_2|_{i,j} = \sigma(i,j)\Delta t. \quad (2.34)$$

Para a atenuação das componentes de campo no meio PML, define-se uma variável auxiliar $G(p)$:

$$G(p) = \frac{\sigma_p^{pml}(p)\Delta t}{2\epsilon_0}, \quad (2.35)$$

e os coeficientes são reescritos na forma de:

$$P_1(p) = 1 - G(p), \quad (2.36)$$

$$P_2(p) = 1 + G(p), \quad (2.37)$$

$$P_3(p) = G(p). \quad (2.38)$$

Conforme o trabalho de Sullivan em [16], varia-se diretamente $G(p)$ no meio PML a despeito das condutividades $\sigma_p^{pml}(p)$ e de forma independente das características do domínio FDTD. Considerando uma malha discretizada, $G(i)$ tem perfil polinomial descrito por:

$$G(i) = G_{max} \left(\frac{i}{n_{pml}} \right)^m \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_{pml} \quad (2.39)$$

onde n_{pml} é o número de camadas PML adotado. Os valores $G_{max} = 0,333$ e $m = 3$ são recomendados para maior estabilidade e precisão [53].

2.3.2 Algoritmo incondicionalmente estável

Visando a diminuição do esforço computacional inerente ao propagador FDTD desenvolvido, utiliza-se o conceito de algoritmo FDTD incondicionalmente estável para a resolução das equações (2.25)-(2.29) ao invés do usual esquema *leapfrog* de Yee [7]. Dessa forma, pode-se ultrapassar o limite de estabilidade de Courant, indicado pela equação (2.3), e utilizar um passo de tempo Δt

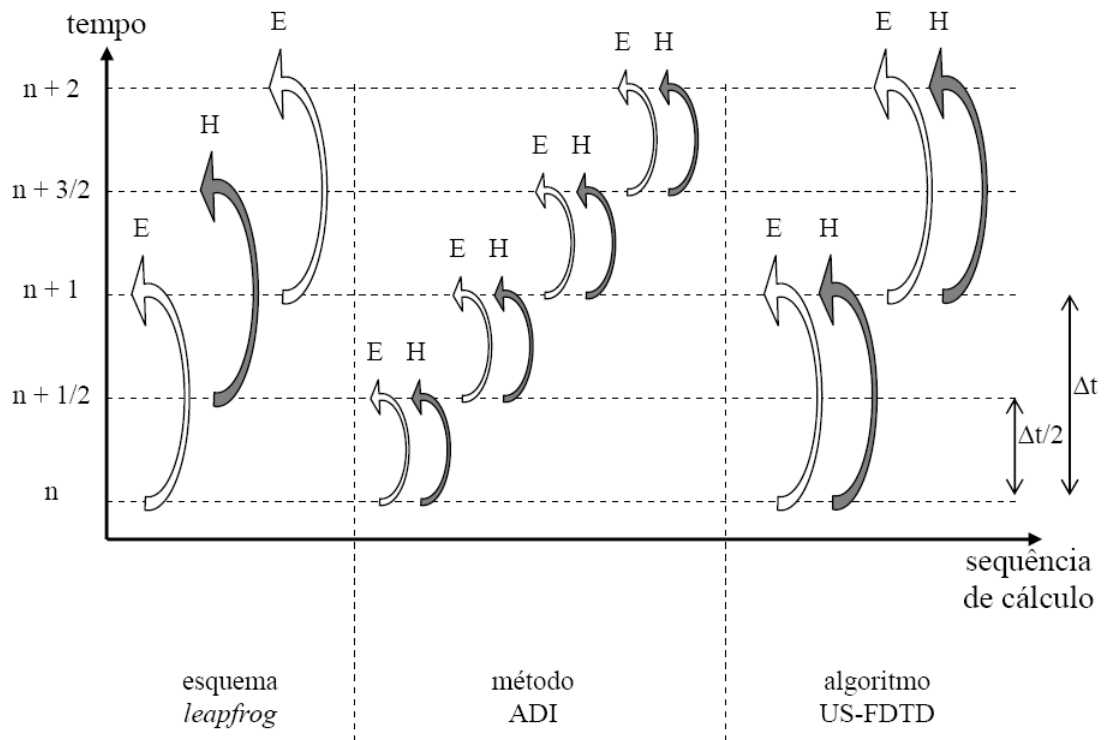


Figura 2.6: Comparação gráfica das sequências de cálculo dos campos E e H: esquema *leapfrog*, método ADI e algoritmo US-FDTD.

maior. Assim, observando-se a equação (2.2), o número de passos n_{max} necessários na simulação é reduzido de forma diretamente proporcional ao aumento de Δt , otimizando o tempo de cálculo do propagador. A limitação do passo Δt passa a ser a amostragem temporal mínima requerida para a maior frequência do sinal modelado [31],[32].

No presente trabalho, o autor avaliou duas técnicas de algoritmo incondicionalmente estável para aplicação na formulação: o método ADI (*alternating direction implicit*) proposto inicialmente por Namiki [23],[31] e Zheng *et al.* [24], [32], e o método US-FDTD (US - *unconditionally stable*) proposto por Zhao [28],[38]. Nas seções seguintes, descreve-se os dois métodos e a formulação final é desenvolvida com o algoritmo US-FDTD de Zhao.

Método ADI

O princípio básico do algoritmo ADI é o cálculo de forma implícita através de sistema linear de determinadas componentes de campo, calculadas em procedimentos diferentes. Como a escolha

das componentes alterna as direções (\hat{x}, \hat{y}) em cada procedimento, denomina-se “direção alternada implícita” (*alternating direction implicit*). A Figura 2.6 exibe esquema gráfico da sequência de cálculo dos campos E e H do método ADI comparado ao esquema *leapfrog* de Yee. Apesar do aumento do número de operações em relação ao algoritmo *leapfrog* tradicional e da necessidade de resolver sistemas lineares, pode-se utilizar passos de tempo muitas vezes maiores daquele estabelecido pelo limite de Courant [57]. Além disso, os sistemas lineares envolvidos possuem matrizes altamente esparsas, o que agiliza a resolução dos sistemas.

Neste trabalho, considera-se o esquema ADI-FDTD proposto inicialmente por Namiki [23],[31] e por Zheng *et al.* [24], [32] na formulação MI-PML apresentada. Tal desenvolvimento segue o trabalho de Lazzi e Schmidt em [56].

Para a aplicação do método ADI, o avanço de um passo de tempo de n para $n + 1$ é dividido em dois procedimentos, e a diferença de tempo entre tais procedimentos é de $\frac{\Delta t}{2}$. Nomeia-se termos síncronos aqueles que são calculados no mesmo instante de tempo. No primeiro procedimento, define-se como termos síncronos na equação (2.25) a componente D_x do lado esquerdo da igualdade e o terceiro termo do lado direito envolvendo $\partial H_z / \partial y$. Na equação (2.29), o termo do lado esquerdo da igualdade H_z e o termo $\partial E_x / \partial y$ do lado direito são especificados como síncronos. De forma análoga, no segundo procedimento se estabelece como termos síncronos na equação (2.26) a componente D_y do lado esquerdo da igualdade e o terceiro termo do lado direito envolvendo $\partial H_z / \partial x$. Na equação (2.29), o termo do lado esquerdo da igualdade H_z e o termo $\partial E_y / \partial x$ do lado direito da equação são especificados como síncronos.

Logo, escreve-se os dois procedimentos ADI para as equações (2.25)-(2.29):

Procedimento 1: passo n para $n + 1/2$.

$$D_x|_{i,j}^{n+1/2} = C_1|_j D_x|_{i,j}^n + C_2|_{i+1/2,j} \sum_{s=1}^{2n} \frac{\partial H_z|_{i,j}^{s/2}}{\partial y} + 2C_3|_{i+1/2,j} \frac{\partial H_z|_{i,j}^{n+1/2}}{\partial y}, \quad (2.40)$$

$$D_y|_{i,j}^{n+1/2} = C_1|i D_y|_{i,j}^n - C_2|_{j+1/2,i} \sum_{s=1}^{2n} \frac{\partial H_z|_{i,j}^{s/2}}{\partial x} - 2C_3|_{j+1/2,i} \frac{\partial H_z|_{i,j}^n}{\partial x}, \quad (2.41)$$

$$E_x|_{i,j}^{n+1/2} = C_4|i,j D_x|_{i,j}^{n+1/2} - C_5|i,j \sum_{s=1}^{2n} E_x|_{i,j}^{s/2}, \quad (2.42)$$

$$E_y|_{i,j}^{n+1/2} = C_4|i,j D_y|_{i,j}^{n+1/2} - C_5|i,j \sum_{s=1}^{2n} E_y|_{i,j}^{s/2}, \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} H_z|_{i,j}^{n+1/2} &= C_6|_{i+1/2,j+1/2} H_z|_{i,j}^n - C_7|_{i+1/2,j+1/2} \sum_{s=1}^{2n} H_z|_{i,j}^{s/2} \\ &\quad + 2C_8|_{i+1/2,j+1/2} \left[\frac{\partial E_x|_{i,j}^{n+1/2}}{\partial y} - \frac{\partial E_y|_{i,j}^n}{\partial x} \right]. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Procedimento 2: passo $n + 1/2$ para $n + 1$.

$$D_x|_{i,j}^{n+1} = C_1|_j D_x|_{i,j}^{n+1/2} + C_2|_{i+1/2,j} \sum_{s=1}^{2n+1} \frac{\partial H_z|_{i,j}^{s/2}}{\partial y} + 2C_3|_{i+1/2,j} \frac{\partial H_z|_{i,j}^{n+1/2}}{\partial y}, \quad (2.45)$$

$$D_y|_{i,j}^{n+1} = C_1|i D_y|_{i,j}^{n+1/2} - C_2|_{j+1/2,i} \sum_{s=1}^{2n+1} \frac{\partial H_z|_{i,j}^{s/2}}{\partial x} - 2C_3|_{j+1/2,i} \frac{\partial H_z|_{i,j}^{n+1}}{\partial x}, \quad (2.46)$$

$$E_x|_{i,j}^{n+1} = C_4|i,j D_x|_{i,j}^{n+1} - C_5|i,j \sum_{s=1}^{2n+1} E_x|_{i,j}^{s/2}, \quad (2.47)$$

$$E_y|_{i,j}^{n+1} = C_4|i,j D_y|_{i,j}^{n+1} - C_5|i,j \sum_{s=1}^{2n+1} E_y|_{i,j}^{s/2}, \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} H_z|_{i,j}^{n+1} &= C_6|_{i+1/2,j+1/2} H_z|_{i,j}^{n+1/2} - C_7|_{i+1/2,j+1/2} \sum_{s=1}^{2n+1} H_z|_{i,j}^{s/2} \\ &\quad + 2C_8|_{i+1/2,j+1/2} \left[\frac{\partial E_x|_{i,j}^{n+1/2}}{\partial y} - \frac{\partial E_y|_{i,j}^{n+1}}{\partial x} \right]. \end{aligned} \quad (2.49)$$

e os coeficientes $C_{\#}$ são dados por:

$$\begin{aligned}
C_1|_p &= \frac{P_1(p)}{P_2(p)}, \\
C_2|_{p,q} &= \frac{2\Delta t P_3(p)}{P_2(q)}, \\
C_3|_{p,q} &= \frac{\Delta t P_2(p)}{2P_2(q)}, \\
C_4|_{p,q} &= L_1|_{p,q}, \\
C_5|_{p,q} &= L_1|_{p,q} L_2|_{p,q}, \\
C_6|_{p,q} &= \frac{P_1(p)P_1(q)}{P_2(p)P_2(q)}, \\
C_7|_{p,q} &= \frac{4P_3(p)P_3(q)}{P_2(p)P_2(q)}, \\
C_8|_{p,q} &= \frac{\Delta t}{2\mu_0 P_2(p)P_2(q)}. \tag{2.50}
\end{aligned}$$

No procedimento 1, os termos síncronos são calculados de forma implícita através de componentes ainda desconhecidas no instante $n + 1/2$, e os demais termos são encontrados de forma explícita a partir das componentes conhecidas no instante n . O procedimento 2 apresenta a mesma idéia para o instante de tempo $n + 1$.

A resolução do problema é realizada substituindo a equação (2.42) em (2.44) e levando em (2.40), proporcionando a obtenção de $D_x^{n+1/2}$ a partir de componentes conhecidas no instante de tempo n . Nota-se que nesse desenvolvimento é necessário avaliar a derivada espacial $\frac{\partial E_x}{\partial y}^{n+1/2}$ em (2.44), resultando em componentes $D_x^{n+1/2}$ com diferentes índices espaciais (i, j) : o índice i permanece fixo enquanto j varia conforme a aproximação discreta da derivada em y .

Tal fato implica no cálculo de $D_x^{n+1/2}$ a partir de um sistema linear onde para cada índice i da malha obtém-se j' equações lineares simultâneas. A matriz quadrada desse sistema é altamente esparsa, onde os elementos não nulos se concentram nas adjacências da diagonal principal. O formato dessa matriz depende da aproximação da derivada espacial: para aproximação por expansão de Taylor de segunda ordem obtém-se uma matriz tri-diagonal; para expansão de quarta ordem encontra-se matriz hepta-diagonal. Assim, uma vez calculado $D_x^{n+1/2}$, as demais componentes são calculadas explicitamente no procedimento 1.

Aplica-se o mesmo princípio no procedimento 2 para o cálculo de D_y^{n+1} , levando (2.48) em (2.49) e substituindo na equação (2.46). Agora, obtém-se componentes D_y^{n+1} com diferentes índices

esaciais onde j permanece constante e i varia conforme a aproximação da derivada $\frac{\partial E_y}{\partial x}^{n+1}$. Assim, pode-se escrever as equações resultantes de (2.40) e (2.46) na notação de um sistema linear como:

$$R_1 X^{n+1/2} = T_1 X^n \quad \text{para o procedimento 1} \quad (2.51)$$

$$R_2 X^{n+1} = T_2 X^{n+1/2} \quad \text{para o procedimento 2} \quad (2.52)$$

onde X^n é uma matriz coluna contendo todas as componentes de campo no passo de tempo n , e R_1, R_2, T_1 e T_2 são matrizes esparsas com os respectivos coeficientes.

A formulação MI-ADI-FDTD discutida foi desenvolvida por Lazzi e Schmidt em [56] e aplicado em problemas simples com pequenas dimensões elétricas. Os autores realizam simulações com diferentes meios imersos nas camadas PML e apresentam resultados satisfatórios com até 12 vezes o valor de Δt_{max} limite de Courant. Além disso, citam um valor ótimo para o parâmetro $G_{max} = 0,175 \times \Delta t_{max}$ no cálculo da variável auxiliar no meio PML descrito pela equação (2.39).

A utilização direta do método ADI pode proporcionar redução do tempo total de simulação de até 8 vezes quando comparado ao método tradicional de Yee [31]. Além disso, esquemas mais eficientes utilizando a técnica ADI podem se empregados. Tan em [25],[58] propõe otimização no algoritmo ADI baseado em reutilização de variáveis auxiliares nos sistemas expressos em (2.51) e (2.52) que reduz em cerca de 50% do número de iterações necessárias. Heh *et al.* [59] apresenta otimização do algoritmo ADI utilizando simetria da fonte e técnica de substituição direta-reversa (*forward-backward*) para meio com perdas e exibe ganhos de 20% no tempo.

A estabilidade do método ADI-FDTD para ambiente 3D foi demonstrada por Zheng *et al.* [32] para qualquer valor de passo de tempo, mas a técnica apresenta crescimento do erro de dispersão numérico à medida que se aumenta o passo de tempo Δt [33], [36]. Entretanto, o algoritmo ainda apresenta nível de erro satisfatório ao utilizar valores até aproximadamente $6\Delta t$ [34]. Tal limitação deve ser levada em consideração especialmente no caso do propagador FDTD desenvolvido, cuja aplicação prática será em problemas eletricamente grandes.

Método US-FDTD

Zhao em [28] e [38] desenvolve um algoritmo incondicionalmente estável que apresenta menor erro de dispersão e menos operações quando comparado ao esquema ADI discutido. Além disso,

o método ADI mostra comportamento de assimetria mesmo em situações simétricas [18],[35],[37], característica não verificada no algoritmo US-FDTD de Zhao.

O método US-FDTD propõe a definição dos campos em dois instantes de tempo n e $n + 1$, ao contrário da definição em três instantes n , $n + 1/2$ e $n + 1$ do ADI. A comparação das sequências de cálculo entre os dois métodos pode ser visualizada na Figura 2.6. Além disso, tenta-se balancear os lados direito e esquerdo das equações em função dos instantes de tempo o mais preciso possível. O resultado final é um algoritmo com apenas um procedimento, resultando em menos iterações, e maior precisão do que o método ADI. Para ilustração desse conceito, exibe-se as equações ADI simplificadas para meios sem perdas e sem a expansão das derivadas temporais:

Procedimento 1:

$$\frac{\partial E_x^{n+1/4}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial y}, \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial E_y^{n+1/4}}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z^n}{\partial x}, \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial H_z^{n+1/4}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_x^{n+1/2}}{\partial y} - \frac{\partial E_y^n}{\partial x} \right]. \quad (2.55)$$

Procedimento 2:

$$\frac{\partial E_x^{n+3/4}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial y}, \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial E_y^{n+3/4}}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z^{n+1}}{\partial x}, \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial H_z^{n+3/4}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_x^{n+1/2}}{\partial y} - \frac{\partial E_y^{n+1}}{\partial x} \right]. \quad (2.58)$$

e os termos síncronos são os pares (2.53)-(2.55) e (2.57)-(2.58).

Observando que o método ADI trabalha com passos de tempo $\Delta t/2$, as derivadas em função do tempo são aproximadas por diferenças finitas na forma de:

$$\frac{\partial f^n}{\partial t} \approx \frac{f^{n+1/4} - f^{n-1/4}}{\Delta t/2}, \quad (2.59)$$

que permite escrever o sistema de equações:

Procedimento 1:

$$E_x^{n+1/2} = E_x^n + \frac{\Delta t}{2\epsilon} \frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial y}, \quad (2.60)$$

$$E_y^{n+1/2} = E_y^n - \frac{\Delta t}{2\epsilon} \frac{\partial H_z^n}{\partial x}, \quad (2.61)$$

$$H_z^{n+1/2} = H_z^n + \frac{\Delta t}{2\mu} \left[\frac{\partial E_x^{n+1/2}}{\partial y} - \frac{\partial E_y^n}{\partial x} \right]. \quad (2.62)$$

Procedimento 2:

$$E_x^{n+1} = E_x^{n+1/2} + \frac{\Delta t}{2\epsilon} \frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial y}, \quad (2.63)$$

$$E_y^{n+1} = E_y^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\epsilon} \frac{\partial H_z^{n+1}}{\partial x}, \quad (2.64)$$

$$H_z^{n+1} = H_z^{n+1/2} + \frac{\Delta t}{2\mu} \left[\frac{\partial E_x^{n+1/2}}{\partial y} - \frac{\partial E_y^{n+1}}{\partial x} \right]. \quad (2.65)$$

Pode-se observar no esquema acima que os campos são avaliados em instantes de tempo diferentes na mesma equação. Como exemplo, na equação (2.53) o campo E_x do lado esquerdo é avaliado em $n + 1/4$, enquanto que o campo H_z do lado direito é avaliado em $n + 1/2$. Esse desbalanceamento temporal acarreta fonte de erro e provavelmente aumentará com o avanço do tempo nas simulações [28]. Tal desbalanceamento nas equações não é observado no esquema *leapfrog* tradicional do FDTD.

Nesse contexto, as equações simplificadas para o US-FDTD são dadas por:

$$\frac{\partial E_x^{n+1/2}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial y}, \quad (2.66)$$

$$\frac{\partial E_y^{n+1/2}}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial x}, \quad (2.67)$$

$$\frac{\partial H_z^{n+1/2}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_x^{n+1/2}}{\partial y} - \frac{\partial E_y^{n+1/2}}{\partial x} \right]. \quad (2.68)$$

onde todas as equações estão balanceadas em função dos instantes de tempo dos campos. Nesse caso as derivadas temporais são aproximadas da maneira tradicional através de (2.23) utilizando passo Δt . Os campos do lado direito são expandidos por:

$$f^n \approx \frac{f^{n+1/2} + f^{n-1/2}}{2}, \quad (2.69)$$

assim, escreve-se:

$$E_x^{n+1} = E_x^n + \frac{\Delta t}{2\epsilon} \left[\frac{\partial H_z^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial H_z^n}{\partial y} \right], \quad (2.70)$$

$$E_y^{n+1} = E_y^n - \frac{\Delta t}{2\epsilon} \left[\frac{\partial H_z^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial H_z^n}{\partial x} \right], \quad (2.71)$$

$$H_z^{n+1} = H_z^n + \frac{\Delta t}{2\mu} \left[\frac{\partial E_x^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial E_x^n}{\partial y} - \frac{\partial E_y^{n+1}}{\partial x} - \frac{\partial E_y^n}{\partial x} \right]. \quad (2.72)$$

Para a solução do sistema acima, define-se um campo intermediário \hat{H}_z^{n+1} como valor aproximado de H_z^{n+1} ao desbalancear os tempos de avaliação dos campos. Logo:

$$\hat{H}_z^{n+1} = H_z^n + \frac{\Delta t}{2\mu} \left[\frac{\partial E_x^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial E_x^n}{\partial y} \right] - \frac{\Delta t}{\mu} \frac{\partial E_y^n}{\partial x}, \quad (2.73)$$

o que permite escrever E_x em função de \hat{H}_z :

$$E_x^{n+1} = E_x^n + \frac{\Delta t}{2\epsilon} \left[\frac{\partial \hat{H}_z^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial H_z^n}{\partial y} \right]. \quad (2.74)$$

Ao substituir (2.73) em (2.74) obtém-se a equação para calcular E_x^{n+1} de forma implícita a partir de valores de campos conhecidos no instante n , onde cada índice i da malha gera j' equações lineares simultâneas. A forma da equação final, e conseqüentemente das matrizes envolvidas, depende da aproximação da derivada espacial. Uma vez que a componente E_x^{n+1} é calculada, pode-se substituir (2.72) em (2.71) para obter a equação implícita de E_y^{n+1} . Assim, após calcular E_x^{n+1} e E_y^{n+1} através de sistemas lineares, utiliza-se diretamente (2.72) para obter a componente H_z^{n+1} de forma iterativa.

Dessa forma, apenas a equação (2.73) do campo \hat{H}_z^{n+1} insere um desbalanceamento temporal no sistema e provavelmente gera imprecisão nos cálculos. Porém, o efeito não é significativo nos resultados do algoritmo, uma vez que ao final de cada procedimento H_z^{n+1} é calculado por equação balanceada [38]. Apesar das equações (2.70)-(2.72) do método US-FDTD possuírem mais termos quando comparadas diretamente com as respectivas equações da técnica ADI ((2.60)-(2.62) ou (2.63)-(2.65)), o algoritmo é finalizado com apenas um procedimento, exigindo menos recursos computacionais e demandando menos tempo de simulação.

As equações MI-PML (2.25)-(2.29) são reescritas para aplicação do método US-FDTD:

$$D_x|_{i,j}^{n+1} = C_1|_j D_x|_{i,j}^n + C_2|_{i+1/2,j} \sum_{s=1}^n \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j}^s + C_3|_{i+1/2,j} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j}^{n+1} + \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j}^n \right], \quad (2.75)$$

$$D_y|_{i,j}^{n+1} = C_1|i D_y|_{i,j}^n - C_2|_{j+1/2,i} \sum_{s=1}^n \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i,j}^s - C_3|_{j+1/2,i} \left[\frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i,j}^{n+1} + \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i,j}^n \right], \quad (2.76)$$

$$E_x|_{i,j}^{n+1} = C_4|i,j D_x|_{i,j}^{n+1} - C_5|i,j \sum_{s=1}^n E_x|_{i,j}^s, \quad (2.77)$$

$$E_y|_{i,j}^{n+1} = C_4|i,j D_y|_{i,j}^{n+1} - C_5|i,j \sum_{s=1}^n E_y|_{i,j}^s, \quad (2.78)$$

$$H_z|_{i,j}^{n+1} = C_6|_{i+1/2,j+1/2} H_z|_{i,j}^n - C_7|_{i+1/2,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i,j}^s + C_8|_{i+1/2,j+1/2} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{i,j}^{n+1} + \frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{i,j}^n - \frac{\partial E_y}{\partial x} \Big|_{i,j}^{n+1} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \Big|_{i,j}^n \right]. \quad (2.79)$$

e os coeficientes $C_{\#}$ são dados por (2.50). Conforme o desenvolvimento anterior, define-se o campo intermediário \hat{H}_z :

$$\hat{H}_z|_{i,j}^{n+1} = C_6|_{i+1/2,j+1/2} H_z|_{i,j}^n - C_7|_{i+1/2,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i,j}^s + C_8|_{i+1/2,j+1/2} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{i,j}^{n+1} + \frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{i,j}^n - 2 \frac{\partial E_y}{\partial x} \Big|_{i,j}^n \right], \quad (2.80)$$

e o campo D_x é reescrito como:

$$D_x|_{i,j}^{n+1} = C_1|_j D_x|_{i,j}^n + C_2|_{i+1/2,j} \sum_{s=1}^n \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j}^s + C_3|_{i+1/2,j} \left[\frac{\partial \hat{H}_z}{\partial y} \Big|_{i,j}^{n+1} + \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j}^n \right]. \quad (2.81)$$

Observando que \hat{H}_z depende de E_x no instante n , a equação (2.77) é recuada um passo de tempo:

$$E_x|_{i,j}^n = C_4|i,j D_x|_{i,j}^n - C_5|i,j \sum_{s=1}^{n-1} E_x|_{i,j}^s. \quad (2.82)$$

Levando (2.77) e (2.82) em (2.80) e o resultado em (2.81) obtém-se a equação para cálculo da componente D_x , expressa como:

$$N_1(D_x|_{i,j}^{n+1}) = M_1(D_x|_{i,j}^n) + M_2(H_z|_{i,j}^n) + M_3(E_x|_{i,j}^n) + M_4(E_y|_{i,j}^n), \quad (2.83)$$

onde:

$$\begin{aligned}
N_1(D_x|_{i,j}^{n+1}) &= \frac{\partial}{\partial y} \left\{ C_8|_{i+1/2,j+1/2} \frac{\partial}{\partial y} \left[C_4|_{i,j} D_x|_{i,j}^{n+1} \right] \right\} - \frac{D_x|_{i,j}^{n+1}}{C_3|_{i+1/2,j}}, \\
M_1(D_x|_{i,j}^n) &= - \frac{C_1|_j}{C_3|_{i+1/2,j}} D_x|_{i,j}^n - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ C_8|_{i+1/2,j+1/2} \frac{\partial}{\partial y} \left[C_4|_{i,j} D_x|_{i,j}^n \right] \right\}, \\
M_2(H_z|_{i,j}^n) &= - \frac{C_2|_{i+1/2,j}}{C_3|_{i+1/2,j}} \sum_{s=1}^n \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j}^s - \frac{\partial H_z}{\partial y} \Big|_{i,j}^n - \frac{\partial}{\partial y} \left[C_6|_{i+1/2,j+1/2} H_z|_{i,j}^n \right] \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[C_7|_{i+1/2,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i,j}^s \right], \\
M_3(E_x|_{i,j}^n) &= \frac{\partial}{\partial y} \left\{ C_8|_{i+1/2,j+1/2} \frac{\partial}{\partial y} \left[C_5|_{i,j} \left[2 \sum_{s=1}^{n-1} E_x|_{i,j}^s + E_x|_{i,j}^n \right] \right] \right\}, \\
M_4(E_y|_{i,j}^n) &= 2 \frac{\partial}{\partial y} \left\{ C_8|_{i+1/2,j+1/2} \frac{\partial E_y}{\partial x} \Big|_{i,j}^n \right\}. \tag{2.84}
\end{aligned}$$

e as derivadas espaciais ainda não são expandidas.

Para avaliação da componente D_y , a equação (2.78) é recuada um passo de tempo:

$$E_y|_{i,j}^n = C_4|_{i,j} D_y|_{i,j}^n - C_5|_{i,j} \sum_{s=1}^{n-1} E_y|_{i,j}^s, \tag{2.85}$$

e leva-se (2.78) e (2.85) em (2.79) e o resultado é substituído em (2.76). Logo:

$$N_2(D_y|_{i,j}^{n+1}) = M_5(D_y|_{i,j}^n) + M_6(H_z|_{i,j}^n) + M_7(E_y|_{i,j}^n) + M_8(E_x|_{i,j}^{n+1}, E_x|_{i,j}^n), \tag{2.86}$$

e os termos N_2 e M_5 - M_8 são dados por:

$$\begin{aligned}
N_2(D_y|_{i,j}^{n+1}) &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ C_8|_{i+1/2,j+1/2} \frac{\partial}{\partial x} \left[C_4|_{i,j} D_y|_{i,j}^{n+1} \right] \right\} - \frac{D_y|_{i,j}^{n+1}}{C_3|_{j+1/2,i}}, \\
M_5(D_y|_{i,j}^n) &= - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ C_8|_{i+1/2,j+1/2} \frac{\partial}{\partial x} \left[C_4|_{i,j} D_y|_{i,j}^n \right] \right\} - \frac{C_1|i}{C_3|_{j+1/2,i}} D_y|_{i,j}^n, \\
M_6(H_z|_{i,j}^n) &= \frac{C_2|_{j+1/2,i}}{C_3|_{j+1/2,i}} \sum_{s=1}^n \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i,j}^s + \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big|_{i,j}^n + \frac{\partial}{\partial x} \left[C_6|_{i+1/2,j+1/2} H_z|_{i,j}^n \right] \\
&\quad - \frac{\partial}{\partial x} \left[C_7|_{i+1/2,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i,j}^s \right], \\
M_7(E_y|_{i,j}^n) &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ C_8|_{i+1/2,j+1/2} \frac{\partial}{\partial x} \left[C_5|_{i,j} \left[2 \sum_{s=1}^{n-1} E_y|_{i,j}^s + E_y|_{i,j}^n \right] \right] \right\}, \\
M_8(E_x|_{i,j}^{n+1}, E_x|_{i,j}^n) &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ C_8|_{i+1/2,j+1/2} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{i,j}^{n+1} + \frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{i,j}^n \right] \right\}. \tag{2.87}
\end{aligned}$$

Finalmente, resume-se o sistema de equações para formulação US-MI-FDTD:

$$N_1(D_x|_{i,j}^{n+1}) = M_1(D_x|_{i,j}^n) + M_2(H_z|_{i,j}^n) + M_3(E_x|_{i,j}^n) + M_4(E_y|_{i,j}^n), \quad (2.88)$$

$$E_x|_{i,j}^{n+1} = C_4|_{i,j} D_x|_{i,j}^{n+1} - C_5|_{i,j} \sum_{s=1}^n E_x|_{i,j}^s, \quad (2.89)$$

$$N_2(D_y|_{i,j}^{n+1}) = M_5(D_y|_{i,j}^n) + M_6(H_z|_{i,j}^n) + M_7(E_y|_{i,j}^n) + M_8(E_x|_{i,j}^{n+1}, E_x|_{i,j}^n), \quad (2.90)$$

$$E_y|_{i,j}^{n+1} = C_4|_{i,j} D_y|_{i,j}^{n+1} - C_5|_{i,j} \sum_{s=1}^n E_y|_{i,j}^s, \quad (2.91)$$

$$H_z|_{i,j}^{n+1} = C_6|_{i+1/2,j+1/2} H_z|_{i,j}^n - C_7|_{i+1/2,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i,j}^s + M_9(E_x|_{i,j}^{n+1}, E_x|_{i,j}^n, E_y|_{i,j}^{n+1}, E_y|_{i,j}^n), \quad (2.92)$$

e o termo M_9 é definido como:

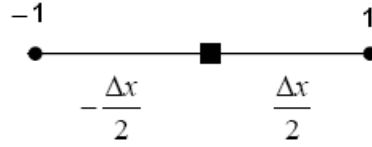
$$M_9(E_x|_{i,j}^{n+1}, E_x|_{i,j}^n, E_y|_{i,j}^{n+1}, E_y|_{i,j}^n) = C_8|_{i+1/2,j+1/2} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{i,j}^{n+1} + \frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{i,j}^n - \frac{\partial E_y}{\partial x} \Big|_{i,j}^{n+1} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \Big|_{i,j}^n \right]. \quad (2.93)$$

O algoritmo é executado na sequência das equações (2.88)-(2.92) num procedimento único do instante de tempo n para $n + 1$. A equação (2.88) calcula a componente D_x via sistema linear percorrendo o índice j , a equação (2.90) calcula a componente D_y através de sistema linear percorrendo o índice i e as demais equações são computadas de forma interativa tradicional. A exemplo do método ADI, a matriz quadrada dos sistemas lineares é altamente esparsa e os elementos não nulos se concentram nas adjacências da diagonal principal. Novamente, o formato da matriz depende da aproximação da derivada espacial: para aproximação de segunda ordem obtém-se uma matriz tri-diagonal; para expansão de quarta ordem matriz hepta-diagonal.

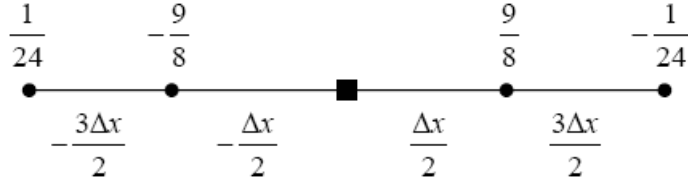
Nos trabalhos citados, as derivadas espaciais são calculadas de forma usual utilizando expansão de Taylor de segunda ordem. Observa-se que na implementação do propagador FDTD, as grandes distâncias envolvidas podem acarretar erros de dispersão numéricos críticos na simulação computacional. Assim, propõe-se utilizar um esquema FDTD de alta ordem, ou seja, aproximar as derivadas espaciais utilizando expansão de Taylor de quarta ordem.

2.3.3 FDTD de Alta Ordem

Diversos métodos para a diminuição da dispersão numérica no FDTD foram propostos na literatura [60]. No presente trabalho aplica-se o esquema proposto por Fang [39], denominado



(a) Aproximação por segunda ordem



(b) Aproximação por quarta ordem

Figura 2.7: Estruturas espaciais na aproximação das derivadas FDTD.

algoritmo de Fang FDTD(2,4), onde a notação significa aproximação de segunda ordem da derivada temporal e quarta ordem da derivada espacial. Neste esquema, as derivadas espaciais são aproximadas de forma explícita por expansão de Taylor de quarta ordem. Assim, pretende-se minimizar a dispersão numérica e utilizar malhas FDTD menos densas, proporcionando economia de operações. Dessa forma, utilizando a notação tradicional de Yee, a derivada é calculada por:

$$\frac{\partial F|_{i,j}^n}{\partial x} = \frac{9}{8} \frac{F|_{i+\frac{1}{2},j}^n - F|_{i-\frac{1}{2},j}^n}{\Delta x} - \frac{1}{24} \frac{F|_{i+\frac{3}{2},j}^n - F|_{i-\frac{3}{2},j}^n}{\Delta x}. \quad (2.94)$$

A Figura 2.7 compara as configurações de aproximação das derivadas espaciais na malha FDTD. Nota-se que na aproximação por segunda ordem é necessário informações de pontos afastados de $\pm \frac{\Delta x}{2}$, implicando na utilização de componentes de campo na mesma célula FDTD. Para a aproximação por quarta ordem é necessário pontos afastados de até $\pm \frac{3\Delta x}{2}$, resultando na necessidade de informações de componentes de campo em três células FDTD.

As derivadas espaciais presentes nas equações (2.88)-(2.92) são então avaliadas conforme a aproximação em (2.94), combinando o método US e o FDTD(2,4). Observa-se que ao utilizar aproximação de alta ordem, o limite de Courant expresso em (2.3) limita ainda mais o valor do passo de tempo Δt para o algoritmo FDTD tradicional de Yee [41],[57]. Nesse caso o limite de estabilidade é dado por:

$$S_{2D} = \frac{6}{7} \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,606, \quad (2.95)$$

e apesar da maior restrição, o método incondicionalmente estável continua a permitir extrapolar esse valor.

Além da diminuição da dispersão numérica em função da distância percorrida, o FDTD de alta ordem minimiza a anisotropia inerente de algoritmos de diferenças finitas. Georgakopoulos *et al.* [40] realizam investigação do erro da velocidade de fase para diferentes ângulos de propagação e diferentes amostragem de λ em malha FDTD uniforme. O método de alta ordem apresenta erros significativamente menores quando comparado ao FDTD tradicional, principalmente quanto ao efeito da anisotropia nas direções de propagação críticas de $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 90^\circ$. Chen *et al.* [42] exhibe resultados de formulações com derivadas aproximadas até décima segunda ordem, porém a diminuição da dispersão numérica e anisotropia alcançadas exigem muito mais quantidade de operações e tornaria inviável a aplicação no método US-MI-FDTD proposto.

2.3.4 Equações US-MI-HO-FDTD

Observando os aspectos listados na Seção 2.2 para o desenvolvimento de um propagador FDTD, a formulação final é desenvolvida ao se expandir as derivadas espaciais presentes em (2.88)-(2.92). O resultado é uma formulação FDTD incondicionalmente estável com camadas PML independente do material do domínio e de alta ordem, abreviada por US-MI-HO-FDTD.

Logo, escreve-se as equações da formulação US-MI-HO-FDTD proposta:

$$N_1(D_x|_{i,j}^{n+1}) = M_1(D_x|_{i,j}^n) + M_2(H_z|_{i,j}^n) + M_3(E_x|_{i,j}^n) + M_4(E_y|_{i,j}^n), \quad (2.96)$$

$$E_x|_{i,j}^{n+1} = C_4|_{i,j} D_x|_{i,j}^{n+1} - C_5|_{i,j} \sum_{s=1}^n E_x|_{i,j}^s, \quad (2.97)$$

$$N_2(D_y|_{i,j}^{n+1}) = M_5(D_y|_{i,j}^n) + M_6(H_z|_{i,j}^n) + M_7(E_y|_{i,j}^n) + M_8(E_x|_{i,j}^{n+1}, E_x|_{i,j}^n), \quad (2.98)$$

$$E_y|_{i,j}^{n+1} = C_4|_{i,j} D_y|_{i,j}^{n+1} - C_5|_{i,j} \sum_{s=1}^n E_y|_{i,j}^s, \quad (2.99)$$

$$H_z|_{i,j}^{n+1} = B_5|_{i+1/2,j+1/2} H_z|_{i,j}^n - B_6|_{i+1/2,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i,j}^s + M_9(E_x|_{i,j}^{n+1}, E_x|_{i,j}^n, E_y|_{i,j}^{n+1}, E_y|_{i,j}^n), \quad (2.100)$$

onde:

$$\begin{aligned}
N_1(D_x |_{i,j}^{n+1}) &= \frac{1}{27} A_1 |_{j-1,i,j-3} D_x |_{i,j-3}^{n+1} - \left[A_1 |_{j-1,i,j-2} + A_1 |_{j,i,j-2} \right] D_x |_{i,j-2}^{n+1} \\
&+ \left[A_1 |_{j-1,i,j-1} + 27 A_1 |_{j,i,j-1} + A_1 |_{j+1,i,j-1} \right] D_x |_{i,j-1}^{n+1} - \left[\frac{1}{27} A_1 |_{j-1,i,j} + 27 A_1 |_{j,i,j} \right. \\
&+ 27 A_1 |_{j+1,i,j} + \frac{1}{27} A_1 |_{j+2,i,j} + A_2 |_{j,j} \left. \right] D_x |_{i,j}^{n+1} + \left[A_1 |_{j,i,j+1} + 27 A_1 |_{j+1,i,j+1} \right. \\
&+ A_1 |_{j+2,i,j+1} \left. \right] D_x |_{i,j+1}^{n+1} - \left[A_1 |_{j+1,i,j+2} + A_1 |_{j+2,i,j+2} \right] D_x |_{i,j+2}^{n+1} \\
&+ \frac{1}{27} A_1 |_{j+2,i,j+3} D_x |_{i,j+3}^{n+1}
\end{aligned} \tag{2.101}$$

$$\begin{aligned}
M_1(D_x |_{i,j}^n) &= -\frac{1}{27} A_1 |_{j-1,i,j-3} D_x |_{i,j-3}^n + \left[A_1 |_{j-1,i,j-2} + A_1 |_{j,i,j-2} \right] D_x |_{i,j-2}^n \\
&- \left[A_1 |_{j-1,i,j-1} + 27 A_1 |_{j,i,j-1} + A_1 |_{j+1,i,j-1} \right] D_x |_{i,j-1}^n + \left[\frac{1}{27} A_1 |_{j-1,i,j} + 27 A_1 |_{j,i,j} \right. \\
&+ 27 A_1 |_{j+1,i,j} + \frac{1}{27} A_1 |_{j+2,i,j} - A_3 |_{j,j} \left. \right] D_x |_{i,j}^n - \left[A_1 |_{j,i,j+1} + 27 A_1 |_{j+1,i,j+1} \right. \\
&+ A_1 |_{j+2,i,j+1} \left. \right] D_x |_{i,j+1}^n + \left[A_1 |_{j+1,i,j+2} + A_1 |_{j+2,i,j+2} \right] D_x |_{i,j+2}^n \\
&- \frac{1}{27} A_1 |_{j+2,i,j+3} D_x |_{i,j+3}^n
\end{aligned} \tag{2.102}$$

$$\begin{aligned}
M_2(H_z |_{i,j}^n) &= -\frac{8}{9} B_1 |_{i+1/2,j-1} H_z |_{i,j-3/2}^n + 24 B_1 |_{i+1/2,j} H_z |_{i,j-1/2}^n - 24 B_1 |_{i+1/2,j+1} H_z |_{i,j+1/2}^n \\
&+ \frac{8}{9} B_1 |_{i+1/2,j+2} H_z |_{i,j+3/2}^n + \sum_{s=1}^n \left[\frac{8}{9} B_2 |_{i+1/2,j-1} H_z |_{i,j-3/2}^s - 24 B_2 |_{i+1/2,j} H_z |_{i,j-1/2}^s \right. \\
&+ 24 B_2 |_{i+1/2,j+1} H_z |_{i,j+1/2}^s - \left. \frac{8}{9} B_2 |_{i+1/2,j+2} H_z |_{i,j+3/2}^s \right]
\end{aligned} \tag{2.103}$$

$$\begin{aligned}
M_3(E_x|_{i,j}^n) = & 2 \sum_{s=1}^{n-1} \left\{ \frac{1}{27} B_3|_{j-1,i,j-3} E_x|_{i,j-3}^s - \left[B_3|_{j-1,i,j-2} + B_3|_{j,i,j-2} \right] E_x|_{i,j-2}^s \right. \\
& + \left[B_3|_{j-1,i,j-1} + 27B_3|_{j,i,j-1} + B_3|_{j+1,i,j-1} \right] E_x|_{i,j-1}^s - \left[\frac{1}{27} B_3|_{j-1,i,j} + 27B_3|_{j,i,j} \right. \\
& + \left. 27B_3|_{j+1,i,j} + \frac{1}{27} B_3|_{j+2,i,j} \right] E_x|_{i,j}^s + \left[B_3|_{j,i,j+1} + 27B_3|_{j+1,i,j+1} \right. \\
& + \left. B_3|_{j+2,i,j+1} \right] E_x|_{i,j+1}^s - \left[B_3|_{j+1,i,j+2} + B_3|_{j+2,i,j+2} \right] E_x|_{i,j+2}^s + \frac{1}{27} B_3|_{j+2,i,j+3} E_x|_{i,j+3}^s \left. \right\} \\
& + \frac{1}{27} B_3|_{j-1,i,j-3} E_x|_{i,j-3}^n - \left[B_3|_{j-1,i,j-2} + B_3|_{j,i,j-2} \right] E_x|_{i,j-2}^n + \left[B_3|_{j-1,i,j-1} \right. \\
& + \left. 27B_3|_{j,i,j-1} + B_3|_{j+1,i,j-1} \right] E_x|_{i,j-1}^n - \left[\frac{1}{27} B_3|_{j-1,i,j} + 27B_3|_{j,i,j} + 27B_3|_{j+1,i,j} \right. \\
& + \left. \frac{1}{27} B_3|_{j+2,i,j} \right] E_x|_{i,j}^n + \left[B_3|_{j,i,j+1} + 27B_3|_{j+1,i,j+1} + B_3|_{j+2,i,j+1} \right] E_x|_{i,j+1}^n \\
& - \left[B_3|_{j+1,i,j+2} + B_3|_{j+2,i,j+2} \right] E_x|_{i,j+2}^n + \frac{1}{27} B_3|_{j+2,i,j+3} E_x|_{i,j+3}^n \quad (2.104)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_4(E_y|_{i,j}^n) = & B_4|_{j-1} \left[\frac{1}{27} E_y|_{i-3/2,j-3/2}^n - E_y|_{i-1/2,j-3/2}^n + E_y|_{i+1/2,j-3/2}^n - \frac{1}{27} E_y|_{i+3/2,j-3/2}^n \right] \\
& - B_4|_j \left[E_y|_{i-3/2,j-1/2}^n - 27E_y|_{i-1/2,j-1/2}^n + 27E_y|_{i+1/2,j-1/2}^n - E_y|_{i+3/2,j-1/2}^n \right] \\
& + B_4|_{j+1} \left[E_y|_{i-3/2,j+1/2}^n - 27E_y|_{i-1/2,j+1/2}^n + 27E_y|_{i+1/2,j+1/2}^n - E_y|_{i+3/2,j+1/2}^n \right] \\
& - B_4|_{j+2} \left[\frac{1}{27} E_y|_{i-3/2,j+3/2}^n - E_y|_{i-1/2,j+3/2}^n + E_y|_{i+1/2,j+3/2}^n - \frac{1}{27} E_y|_{i+3/2,j+3/2}^n \right] \quad (2.105)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_2(D_y|_{i,j}^{n+1}) = & \frac{1}{27} A_1|_{i-1,i-3,j} D_y|_{i-3,j}^{n+1} - \left[A_1|_{i-1,i-2,j} + A_1|_{i,i-2,j} \right] D_y|_{i-2,j}^{n+1} \\
& + \left[A_1|_{i-1,i-1,j} + 27A_1|_{i,i-1,j} + A_1|_{i+1,i-1,j} \right] D_y|_{i-1,j}^{n+1} - \left[\frac{1}{27} A_1|_{i-1,i,j} + 27A_1|_{i,i,j} \right. \\
& + \left. 27A_1|_{i+1,i,j} + \frac{1}{27} A_1|_{i+2,i,j} + A_2|i \right] D_y|_{i,j}^{n+1} + \left[A_1|_{i,i+1,j} + 27A_1|_{i+1,i+1,j} \right. \\
& + \left. A_1|_{i+2,i+1,j} \right] D_y|_{i+1,j}^{n+1} - \left[A_1|_{i+1,i+2,j} + A_1|_{i+2,i+2,j} \right] D_y|_{i+2,j}^{n+1} \\
& + \frac{1}{27} A_1|_{i+2,i+3,j} D_y|_{i+3,j}^{n+1} \quad (2.106)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_5(D_y|_{i,j}^n) &= -\frac{1}{27}A_1|_{i-1,i-3,j}D_y|_{i-3,j}^{n+1} + \left[A_1|_{i-1,i-2,j} + A_1|_{i,i-2,j} \right] D_y|_{i-2,j}^{n+1} \\
&\quad - \left[A_1|_{i-1,i-1,j} + 27A_1|_{i,i-1,j} + A_1|_{i+1,i-1,j} \right] D_y|_{i-1,j}^{n+1} + \left[\frac{1}{27}A_1|_{i-1,i,j} + 27A_1|_{i,i,j} \right. \\
&\quad \left. + 27A_1|_{i+1,i,j} + \frac{1}{27}A_1|_{i+2,i,j} - A_3|i \right] D_y|_{i,j}^{n+1} - \left[A_1|_{i,i+1,j} + 27A_1|_{i+1,i+1,j} \right. \\
&\quad \left. + A_1|_{i+2,i+1,j} \right] D_y|_{i+1,j}^{n+1} + \left[A_1|_{i+1,i+2,j} + A_1|_{i+2,i+2,j} \right] D_y|_{i+2,j}^{n+1} \\
&\quad - \frac{1}{27}A_1|_{i+2,i+3,j}D_y|_{i+3,j}^{n+1}
\end{aligned} \tag{2.107}$$

$$\begin{aligned}
M_6(H_z|_{i,j}^n) &= \frac{8}{9}B_1|_{i-1,j+1/2}H_z|_{i-3/2,j}^n - 24B_1|_{i,j+1/2}H_z|_{i-1/2,j}^n + 24B_1|_{i+1,j+1/2}H_z|_{i+1/2,j}^n \\
&\quad - \frac{8}{9}B_1|_{i+2,j+1/2}H_z|_{i+3/2,j}^n - \frac{8}{9}B_2|_{i-1,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i-3/2,j}^s + 24B_2|_{i,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i-1/2,j}^s \\
&\quad - 24B_2|_{i+1,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i+1/2,j}^s + \frac{8}{9}B_2|_{i+2,j+1/2} \sum_{s=1}^n H_z|_{i+3/2,j}^s
\end{aligned} \tag{2.108}$$

$$\begin{aligned}
M_7(E_y|_{i,j}^n) &= 2 \sum_{s=1}^{n-1} \left\{ \frac{1}{27}B_3|_{i-1,i-3,j}E_y|_{i-3,j}^s - \left[B_3|_{i-1,i-2,j} + B_3|_{i,i-2,j} \right] E_y|_{i-2,j}^s + \left[B_3|_{i-1,i-1,j} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 27B_3|_{i,i-1,j} + B_3|_{i+1,i-1,j} \right] E_y|_{i-1,j}^s - \left[\frac{1}{27}B_3|_{i-1,i,j} + 27B_3|_{i,i,j} + 27B_3|_{i+1,i,j} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{27}B_3|_{i+2,i,j} \right] E_y|_{i,j}^s + \left[B_3|_{i,i+1,j} + 27B_3|_{i+1,i+1,j} + B_3|_{i+2,i+1,j} \right] E_y|_{i+1,j}^s \right. \\
&\quad \left. - \left[B_3|_{i+1,i+2,j} + B_3|_{i+2,i+2,j} \right] E_y|_{i+2,j}^s + \frac{1}{27}B_3|_{i+2,i+3,j}E_y|_{i+3,j}^s \right\} \\
&\quad + \frac{1}{27}B_3|_{i-1,i-3,j}E_y|_{i-3,j}^n - \left[B_3|_{i-1,i-2,j} + B_3|_{i,i-2,j} \right] E_y|_{i-2,j}^n + \left[B_3|_{i-1,i-1,j} \right. \\
&\quad \left. + 27B_3|_{i,i-1,j} + B_3|_{i+1,i-1,j} \right] E_y|_{i-1,j}^n - \left[\frac{1}{27}B_3|_{i-1,i,j} + 27B_3|_{i,i,j} + 27B_3|_{i+1,i,j} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{27}B_3|_{i+2,i,j} \right] E_y|_{i,j}^n + \left[B_3|_{i,i+1,j} + 27B_3|_{i+1,i+1,j} + B_3|_{i+2,i+1,j} \right] E_y|_{i+1,j}^n \\
&\quad - \left[B_3|_{i+1,i+2,j} + B_3|_{i+2,i+2,j} \right] E_y|_{i+2,j}^n + \frac{1}{27}B_3|_{i+2,i+3,j}E_y|_{i+3,j}^n
\end{aligned} \tag{2.109}$$

$$\begin{aligned}
M_8(E_x|_{i,j}^{n+1}, E_x|_{i,j}^n) &= \frac{B_4|i-1}{2} \left[\frac{1}{27} E_x|_{i-3/2,j-3/2}^{n+1} - E_x|_{i-3/2,j-1/2}^{n+1} + E_x|_{i-3/2,j+1/2}^{n+1} \right. \\
&\quad - \frac{1}{27} E_x|_{i-3/2,j+3/2}^{n+1} + \frac{1}{27} E_x|_{i-3/2,j-3/2}^n - E_x|_{i-3/2,j-1/2}^n + E_x|_{i-3/2,j+1/2}^n \\
&\quad \left. - \frac{1}{27} E_x|_{i-3/2,j+3/2}^n \right] - \frac{B_4|i}{2} \left[E_x|_{i-1/2,j-3/2}^{n+1} - 27E_x|_{i-1/2,j-1/2}^{n+1} + 27E_x|_{i-1/2,j+1/2}^{n+1} \right. \\
&\quad - E_x|_{i-1/2,j+3/2}^{n+1} + E_x|_{i-1/2,j-3/2}^n - 27E_x|_{i-1/2,j-1/2}^n + 27E_x|_{i-1/2,j+1/2}^n \\
&\quad \left. - E_x|_{i-1/2,j+3/2}^n \right] + \frac{B_4|i+1}{2} \left[E_x|_{i+1/2,j-3/2}^{n+1} - 27E_x|_{i+1/2,j-1/2}^{n+1} + 27E_x|_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} \right. \\
&\quad - E_x|_{i+1/2,j+3/2}^{n+1} + E_x|_{i+1/2,j-3/2}^n - 27E_x|_{i+1/2,j-1/2}^n + 27E_x|_{i+1/2,j+1/2}^n \\
&\quad \left. - E_x|_{i+1/2,j+3/2}^n \right] - \frac{B_4|i+2}{2} \left[\frac{1}{27} E_x|_{i+3/2,j-3/2}^{n+1} - E_x|_{i+3/2,j-1/2}^{n+1} + E_x|_{i+3/2,j+1/2}^{n+1} \right. \\
&\quad - \frac{1}{27} E_x|_{i+3/2,j+3/2}^{n+1} + \frac{1}{27} E_x|_{i+3/2,j-3/2}^n - E_x|_{i+3/2,j-1/2}^n + E_x|_{i+3/2,j+1/2}^n \\
&\quad \left. - \frac{1}{27} E_x|_{i+3/2,j+3/2}^n \right] \tag{2.110}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_9(E_x|_{i,j}^{n+1}, E_x|_{i,j}^n, E_y|_{i,j}^{n+1}, E_y|_{i,j}^n) &= B_7|i+1/2,j+1/2 \left[E_x|_{i,j+1/2}^{n+1} - E_x|_{i,j-1/2}^{n+1} - \frac{1}{27} E_x|_{i,j+3/2}^{n+1} \right. \\
&\quad + \frac{1}{27} E_x|_{i,j-3/2}^{n+1} + E_x|_{i,j+1/2}^n - E_x|_{i,j-1/2}^n - \frac{1}{27} E_x|_{i,j+3/2}^n \\
&\quad + \frac{1}{27} E_x|_{i,j-3/2}^n - E_y|_{i+1/2,j}^{n+1} + E_y|_{i-1/2,j}^{n+1} + \frac{1}{27} E_y|_{i+3/2,j}^{n+1} \\
&\quad - \frac{1}{27} E_y|_{i-3/2,j}^{n+1} - E_y|_{i+1/2,j}^n + E_y|_{i-1/2,j}^n + \frac{1}{27} E_y|_{i+3/2,j}^n \\
&\quad \left. - \frac{1}{27} E_y|_{i-3/2,j}^n \right], \tag{2.111}
\end{aligned}$$

e os coeficientes $A_{\#}$ e $B_{\#}$ são calculados por:

$$\begin{aligned}
A_1|_{p,q,r} &= \frac{\Delta t L_1(q,r)}{2\mu_0 P_2(p)}, \\
A_2|_p &= \frac{128\Delta x^2}{3\Delta t} P_2(p), \\
A_3|_p &= \frac{128\Delta x^2}{3\Delta t} P_1(p), \\
B_1|_{p,q} &= \Delta x \left[P_2(p) + \frac{P_1(p)P_1(q)}{P_2(q)} \right], \\
B_2|_{p,q} &= 4\Delta x P_3(p) \left[\frac{P_3(q)}{P_2(q)} - 1 \right], \\
B_3|_{p,q,r} &= \frac{\Delta t L_1(q,r) L_2(q,r)}{2\mu_0 P_2(p)}, \\
B_4|_p &= \frac{\Delta t}{\mu_0 P_2(p)}, \\
B_5|_{p,q} &= \frac{P_1(p)P_1(q)}{P_2(p)P_2(q)}, \\
B_6|_{p,q} &= \frac{4P_3(p)P_3(q)}{P_2(p)P_2(q)}, \\
B_7|_{p,q} &= \frac{9\Delta t}{16\mu_0 \Delta x P_2(p)P_2(q)}, \tag{2.112}
\end{aligned}$$

e os termos L_1 e L_2 são calculados por (2.33) e (2.34), e P_1 , P_2 e P_3 através de (2.36), (2.37) e (2.38). Os coeficientes C_4 e C_5 são computados a partir de (2.50).

Observa-se que o algoritmo é executado da forma comentada na Seção 2.3.2, ou seja, na sequência das equações (2.96)-(2.100), onde D_x é calculado de maneira implícita via sistema linear por (2.96) e a componente D_y através de (2.98). As matrizes quadradas são altamente esparsas e hepta-diagonais. As demais componentes de campo são computadas utilizando (2.97), (2.99) e (2.100) da forma interativa tradicional.

2.4 Proposta do propagador FDTD

O propagador FDTD proposto utiliza o algoritmo de janela deslizante descrito na Seção 2.2 e a formulação US-MI-HO-FDTD apresentada na Seção 2.3. O foco de aplicação do propagador é a análise de sinais de diferentes faixas de frequência, incluindo sinais banda larga, em ambientes com terreno misto e perfil arbitrário com possibilidade de inclusão de vegetação e obstáculos.

Tabela II.II: Tipos de solo e respectivos parâmetros eletromagnéticos.

Tipo de Solo	μ_r	ϵ_r	$\sigma[S/m]$
Solo Seco	1	6	0,001
Solo Médio	1	15	0,012
Solo Úmido	1	27	0,02
Mar/Oceano	1	81	2
Lago/Lagoa	1	81	0,01
Areia Seca	1	3	0,001
Areia Úmida	1	30	0,01

Além disso, deseja-se considerar os efeitos da atmosfera e da curvatura da Terra na propagação em grandes distâncias.

A análise de sinais em diferentes faixas de frequência e sinais banda-larga é realizada simulando um pulso Gaussiano passa-faixa a partir da antena da estação transmissora e dado por [57]:

$$H_z(t) = H_0 e^{-\frac{t-T_0}{T_d}]^2} \text{sen}[2\pi f_0(t - T_0)] , \quad (2.113)$$

onde E_0 é a amplitude, T_0 é o instante de tempo onde o pulso é centrado, T_d define a largura do pulso e f_0 é a frequência central do espectro do pulso. Define-se a largura espectral do pulso como $BW = 1/T_d$. Ao determinar os corretos parâmetros do pulso Gaussiano, o algoritmo FDTD pode ser simulado apenas um vez e o comportamento de sinais de diferentes frequências é obtido através da Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT) do sinal observado.

O modelamento do terreno é realizado de forma direta, onde uma vez discretizado cada célula da malha FDTD recebe diferentes valores de parâmetros constitutivos: permissividade elétrica relativa ϵ_r , permeabilidade magnética relativa μ_r e condutividade elétrica σ . O refinamento da discretização deve permitir modelar as irregularidades do terreno. A Tabela II.II mostra alguns valores de parâmetros constitutivos adotados para diferentes tipos de solos [61]. Considera-se que esses valores não variam na faixa de frequências utilizada nos sistemas de comunicação sem fio analisados nesse trabalho, especificamente de 3 MHz a 3 GHz. A propagação sobre florestas e vegetação densa pode ser realizada considerando um modelo equivalente, onde árvores e folhas são aproximadas por um bloco espalhador com uma permissividade e condutividade efetiva. Tais parâmetros são dependentes da frequência e polarização do sinal [13], [62].

O efeito da atmosfera (reflexões ionosféricas, dutos, etc.) e da curvatura da Terra em transmissões de sinais em longas distâncias é considerado através da modificação do índice de refração atmosférico. Na formulação FDTD, esse efeito é adicionado através da permissividade elétrica do meio. Dessa forma, o valor de ϵ_r na região acima do terreno pode ser calculado como [2]:

$$\epsilon_r(y) = [N(y) \times 10^{-6} + 1]^2, \quad (2.114)$$

onde y é a altitude em relação ao nível do mar, dada em km, e $N(y)$ é a função índice de refração, que depende da altura, pressão e temperatura. Como exemplo, pode-se aproximar a função índice de refração para os primeiros quilômetros de altura y considerando atmosfera padrão por [1]:

$$N(y) = -40y + 304. \quad (2.115)$$

Apesar dos valores de $\epsilon_r(y)$ variarem pouco em torno da unidade, acarreta fenômenos importantes em rádiopropagação [1]. No caso da atmosfera padrão, o efeito da curvatura da Terra também pode ser adicionado em $N(y)$ para se trabalhar diretamente com os perfis de terreno originais, eliminando a necessidade de deformar o perfil.

Ao aplicar o algoritmo FDTD com janela deslizante em terrenos muito irregulares, interações entre obstáculos espalhadores que não estão englobados numa mesma janela não são consideradas. Além disso, ao mover a janela no sentido transmissor-receptor ($+x$) até o ponto desejado, o retro-espalhamento de obstáculos situados depois desse ponto também não é computado. Nesse cenário, classifica-se as diferentes contribuições do sinal no ponto de interesse como componentes de propagação direta (sentido $+\hat{x}$) e componentes de propagação reversa, ou retro-espalhamento (sentido $-\hat{x}$).

A Figura 2.8 ilustra as definições comentadas. Ao mover a janela pela primeira vez em $+\hat{x}$, obtém-se no ponto de recepção as componentes de propagação direta de ordem 1, representadas pelo raio direto do transmissor e raio difratado pelo obstáculo A . Para computar a componente reversa de ordem 1 causada pelo obstáculos B , a janela move-se até o final do obstáculo e retorna no sentido $-\hat{x}$ até o receptor. Por sua vez, essa componente reflete no obstáculo A e incide no ponto de recepção como uma componente de propagação direta de ordem 2. Tal procedimento pode ser repetido várias vezes dentro de um critério de energia mínima do pulso inicial de excitação do sistema.

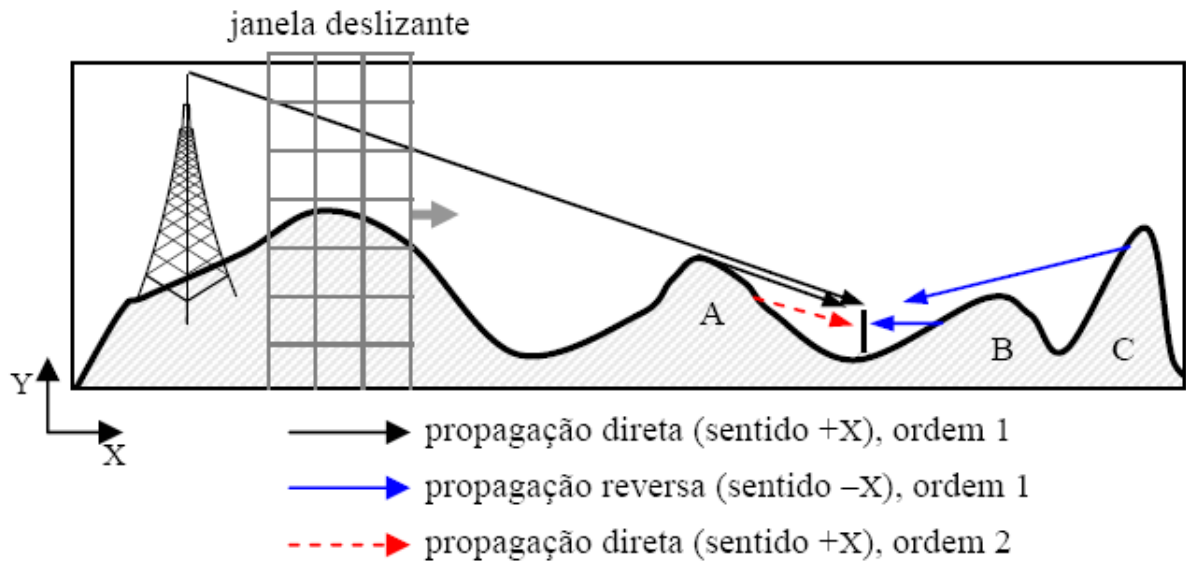


Figura 2.8: Definições das contribuições de componentes de campo no ponto de recepção.

Entretanto, a componente reversa de ordem 1 do obstáculo C não foi incluída nesse procedimento. Para tal, na primeira vez que a janela move-se em $+\hat{x}$, seria necessário alcançar até o final do obstáculo C e retornar no sentido $-\hat{x}$ até o receptor, o que excluiria a componente reversa de ordem 1 do obstáculo B . Assim, para incluir as componentes reversas de ordem 1 dos dois obstáculos, seria necessário estender o tamanho da janela englobando B e C . Essa abordagem é satisfatória se tais obstáculos não estiverem muito afastados um do outro, o que tornaria a técnica pouco eficiente. Outra estratégia seria eleger apenas um obstáculo localizado após o receptor como aquele com maior contribuição e considerá-lo como último ponto na movimentação da janela. Como exemplo, poderia-se escolher o obstáculo mais próximo e as contribuições dos demais são então descartadas. Ressalta-se que a maior parte da energia que chega ao receptor provém das componentes de propagação direta e das reflexões de obstáculos próximos, logo tal procedimento constitui aproximação razoável e a precisão do método não é comprometida. De fato é recorrente em modelos analíticos de propagação até o descarte total do retroespalhamento [63]-[70].

Ao observar a formulação US-MI-HO-FDTD apresentada na Seção 2.3.4, nota-se termos com somatórios cumulativos em função do passo de tempo n , ou seja, iniciados em $n = 1$ até o passo final $n = n_{max}$ considerado. Num esquema FDTD tradicional esse termos elevariam muito o

tempo de simulação necessário. Porém, no algoritmo de janela deslizante, a cada janela considerada inicia-se um novo ciclo de passos de tempo dentro da janela. Assim, os somatórios não se iniciam a partir do primeiro passo de tempo da simulação total, mas a cada movimento da janela um novo intervalo de tempo é definido para varrer apenas a dimensão física da janela. Dessa forma, apesar dos termos com somatórios temporais acarretarem custo computacional extra, o algoritmo de janela deslizante proporciona eficaz redução desse gasto adicional.

Finalmente, ressalta-se que a formulação US-MI-HO-FDTD apresentada considera a polarização vertical do campo elétrico (E_x, E_y, H_z) . Entretanto, pode-se aplicar o princípio de dualidade [75] para considerar sinais com polarização horizontal (E_z, H_x, H_y) .

2.4.1 Modelos de propagação para comparação

Nessa seção, discute-se dois modelos analíticos de propagação que serão utilizados como forma de comparação para o método FDTD proposto. Ambos os modelos trabalham no domínio da frequência e são válidos para faixas de frequências específicas. O modelo para predição em MF/HF (300 kHz e 30 MHz) foi desenvolvido por Ott em [64] e implementado nesse trabalho de Doutorado. O método para predição nas faixas de VHF/UHF (30 MHz a 3 GHz) foi desenvolvido e implementado pelo autor em seu trabalho de Mestrado [45],[70].

Equação Integral para predição em MF e HF

A formulação desenvolvida por Ott em [64] é utilizada como modelo para a predição radio-elétrica nas faixas de MF e HF. No referido trabalho, o autor utilizou uma função relacionada com a função atenuação de Sommerfeld na segunda identidade vetorial de Green, e desenvolveu uma equação integral para propagação em terrenos irregulares não-homogêneos.

O terreno é assumido invariante na direção \hat{y} ortogonal à direção de propagação e o retro-espalhamento é desconsiderado. A Figura 2.9 exhibe os elementos envolvidos, onde x é a distância em relação ao transmissor e a função $z(x)$ representa o perfil do terreno. O terreno é caracterizado por condutividade elétrica σ e permissividade elétrica relativa ϵ_r . O transmissor encontra-se na origem do sistema de coordenadas (X, Z) e o receptor pode assumir qualquer posição no terreno.

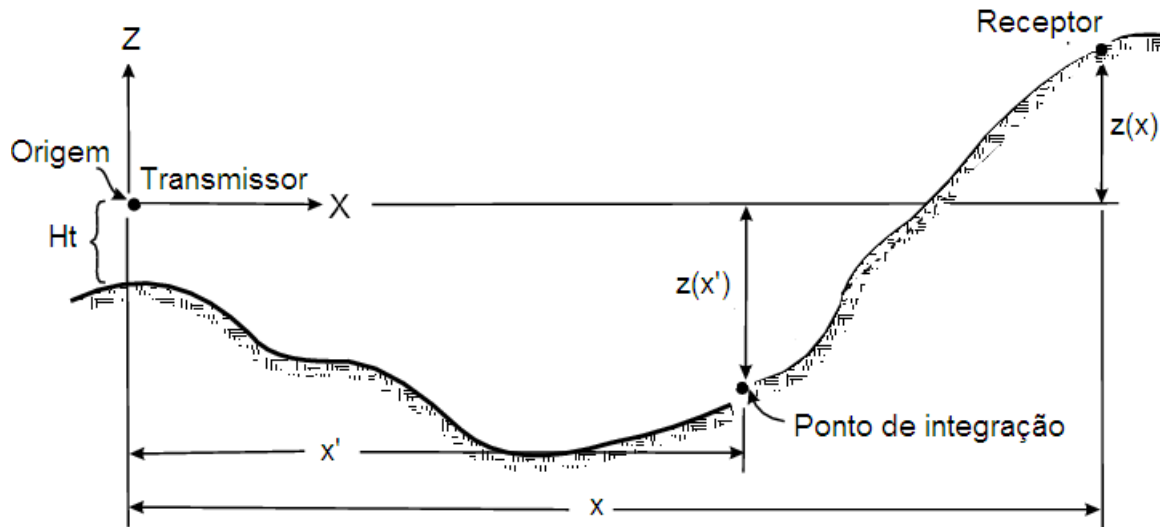


Figura 2.9: Aplicação de equação integral para faixa de HF.

Assim, a função atenuação $f(x)$ é calculada:

$$f(x) = W(x, 0) - \sqrt{\frac{jk_0}{2\pi}} \int_0^x f(x') e^{-jk_0\beta(x, x')} \left\{ \frac{\partial z(x')}{\partial x'} W(x, x') - \frac{z(x) - z(x')}{x - x'} \right\} \sqrt{\frac{x}{x'(x - x')}} dx', \quad (2.116)$$

onde as coordenadas (x, z) representam o ponto do receptor e (x', z') representam o ponto de integração, k_0 é a constante de propagação da onda no vácuo e os demais termos são calculados por:

$$\beta(x, x') = \frac{[z(x) - z(x')]^2}{2(x - x')} + \frac{z(x')^2}{2x'} - \frac{z(x)^2}{2x}, \quad (2.117)$$

$$W(x, x') = 1 - j\sqrt{\pi}p \operatorname{werf}(u), \quad (2.118)$$

$$p = \sqrt{\frac{jk_0(x - x')}{2}} \Delta, \quad (2.119)$$

$$\operatorname{werf}(u) = e^{-u^2} \operatorname{erfc}(-ju) = \frac{1}{j\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{\sqrt{u+t}} dt, \quad (2.120)$$

$$u = jp \left\{ 1 - \frac{z(x) - z(x')}{\Delta(x - x')} \right\}, \quad (2.121)$$

e Δ é uma impedância de superfície que considera as perdas do solo através de ϵ dada por:

$$\Delta = \begin{cases} \frac{\sqrt{\epsilon-1}}{\epsilon}, & \text{para polarização vertical,} \\ \sqrt{\epsilon-1}, & \text{para polarização horizontal.} \end{cases} \quad (2.122)$$

$$\epsilon = \epsilon_r - \frac{j\sigma}{\omega\epsilon_0}. \quad (2.123)$$

A equação integral representada em (2.116) possui a forma geral da equação integral de Volterra de segunda espécie e pode ser escrita como:

$$f(x) = g(x) - C \int_0^x f(x')K(x, x') dx', \quad (2.124)$$

onde $g(x)$ e o kernel $K(x, x')$ são funções conhecidas, C é um constante e $f(x')$ é a função desconhecida a ser estimada. A integral é calculada numericamente dividindo o intervalo de integração em segmentos e aproximando a função $f(x')$ por um polinômio de segundo grau em cada segmento [64]. Dessa forma, dividindo o terreno em n pontos a função atenuação é aproximada por:

$$f(x_n) = W(x_n) - \sqrt{\frac{jk_0}{2\pi}} \left[\int_0^{x_1} f(x')K(x_n, x') dx' + \int_{x_1}^{x_2} f(x')K(x_n, x') dx' + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x')K(x_n, x') dx' \right]. \quad (2.125)$$

Observa-se que a formulação apresentada requer o conhecimento da função $z(x)$ que representa o perfil do terreno. Para estimar tal função para um terreno arbitrário, utiliza-se um algoritmo de interpolação *spline* cúbica [69].

Finalmente, a amplitude do campo elétrico no ponto de recepção pode ser obtida por:

$$E(x) = 2 E_{in} |f(x)|, \quad (2.126)$$

onde E_{in} é o módulo do campo incidente no ponto receptor considerando espaço livre.

Modelo via Métodos dos Momentos para VHF e UHF

O modelo para VHF/UHF foi desenvolvido pelo autor em [45],[70] a partir dos trabalhos de Teperino [71] e Moreira [72]. A formulação é derivada a partir das equações integrais do campo elétrico (EFIE) e do campo magnético (MFIE) apresentadas por Miller em [73]. As equações são adaptadas para aplicação em terreno irregular, não-homogêneo, com baixa rugosidade elétrica.

Para a obtenção dos coeficientes M_j das correntes, adota-se a forma matricial tradicional:

$$[V_i] = [Z_{ij}] [M_j]. \quad (2.129)$$

No presente trabalho, utiliza-se apenas a equação integral do campo magnético MFIE presente em [70], pois apresenta mais estabilidade do que a EFIE. Assim, a MFIE é escrita para sinais com polarização vertical:

$$\begin{aligned} V_i &= Z_0 \left[\vec{H}^i(\vec{r}) \cdot \hat{y} \right], \\ Z_{ij} &= \frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha} k_0 \Delta_j \left[G_1(\vec{R}_1, \vec{R}_2) - \frac{Z_0}{Z_g(j)} \left(\hat{n}_j \cdot \hat{R}_2 \right) G_2(\vec{R}_1, \vec{R}_2) \right], \\ Z_{ii} &= \frac{e^{-jk_0 R_1}}{2} \left\{ \frac{Z_0}{Z_g(j)} + e^{j\frac{\pi}{4}} \left[\frac{F\left(\sqrt{a_1} \frac{k_0 \Delta_j}{\pi}\right)}{\sqrt{a_1}} + \frac{F\left(\sqrt{a_2} \frac{k_0 \Delta_j}{\pi}\right)}{\sqrt{a_2}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.130)$$

onde os vetores envolvidos são mostrados na Figura 2.10, Z_0 é a impedância intrínseca do vácuo, $\vec{H}^i(\vec{r})$ é o campo magnético incidente, Δ_j é o tamanho do segmento j , $F(x)$ é definido pelas integrais de Fresnel $C(x)$ e $S(x)$ como $F(x) = C(x) - jS(x)$, e os demais termos são escritos:

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{e^{-jk_0(R_1+R_2)+j\pi/4}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}}, \quad G_2 = \left(1 - \frac{j}{k_0 R_2}\right) G_1, \\ a_1 &= 1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j, \quad a_2 = 1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j, \\ \alpha &= \frac{k_0 \Delta_j}{2} \left(\hat{R}_{1j} - \hat{R}_{2ij} \right) \cdot \hat{\ell}_j. \end{aligned} \quad (2.131)$$

A impedância de superfície $Z_g(j)$ considera as perdas do solo e é calculada para cada segmento j como:

$$Z_g(j) = \frac{\sqrt{\mu_g(j) \left[\epsilon_g(j) - j \frac{\sigma_g(j)}{\omega} \right] - \mu_0 \epsilon_0}}{\epsilon_g(j) - j \frac{\sigma_g(j)}{\omega}}, \quad (2.132)$$

As correntes M_j são calculadas de maneira recursiva via sistema linear expresso em (2.129). Uma vez obtidas as correntes equivalentes os campos $\vec{E}(\vec{r})$ e $\vec{H}(\vec{r})$ podem ser calculados pelas das integrais (1) e (2) exibidos em [70].

Capítulo 3

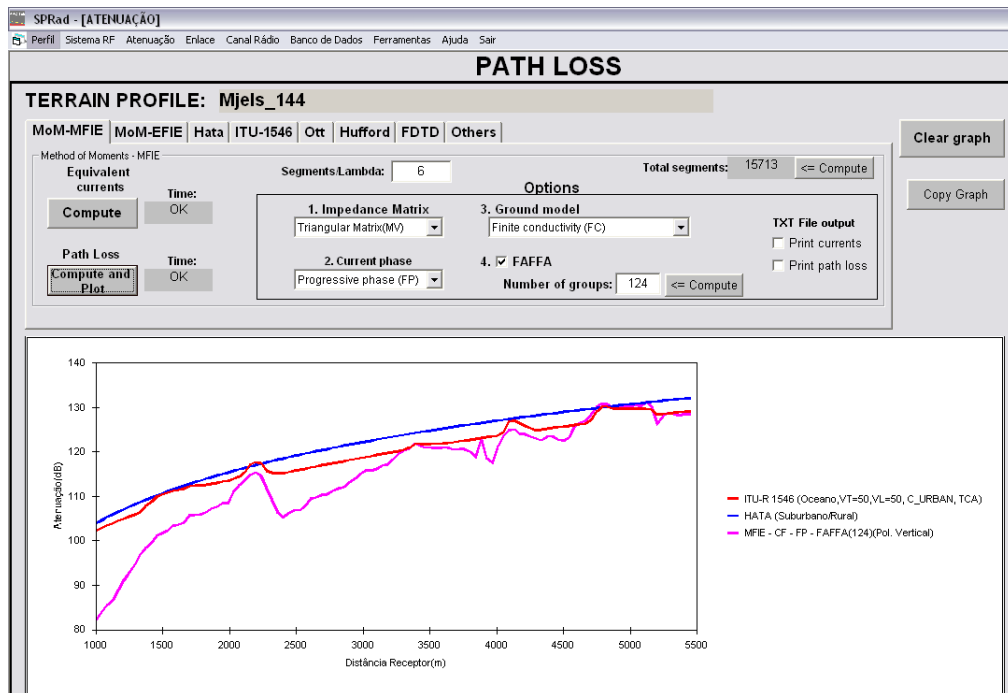
Simulações e resultados

SPRad - Sistema de Predição de Cobertura Radioelétrica

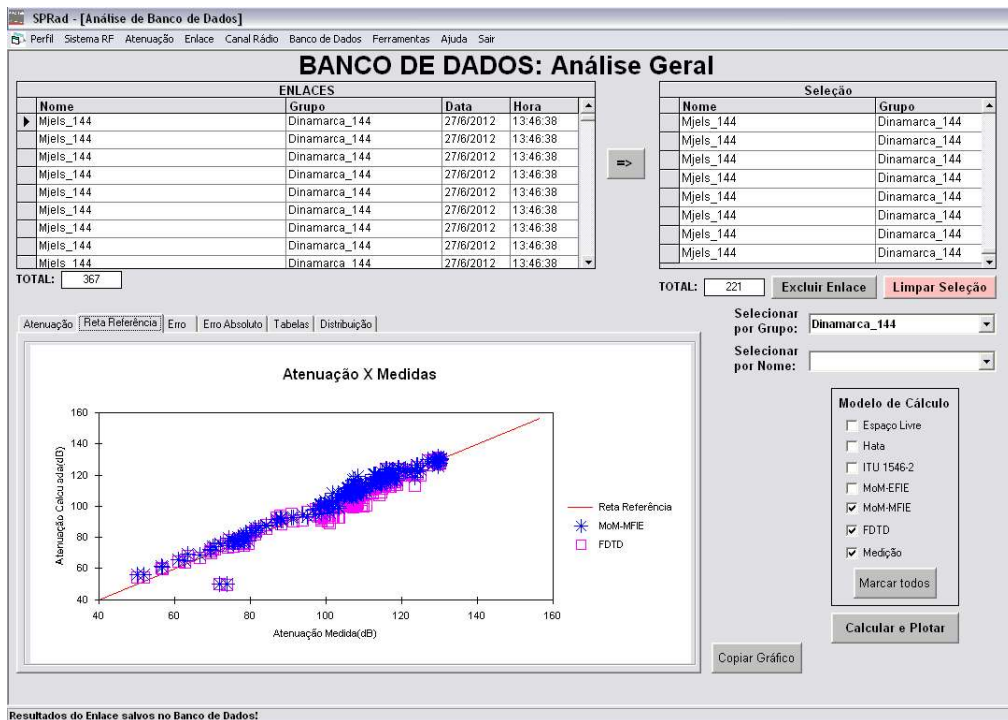
O *software* SPRad é uma plataforma para análise da propagação radioelétrica, onde diversos modelos podem ser utilizados e comparados numa interface gráfica integrada. A seguinte estratégia foi utilizada: rotinas de cálculo implementadas na linguagem *Fortran* 90/95 e a interface gráfica escrita em *Visual Basic*. O sistema possui estrutura modular flexível, proporcionando a adição de novos métodos de cálculo de forma prática.

Inicialmente desenvolvido pelo autor no trabalho de Mestrado [45], o programa utilizava modelos para predição nas faixas de VHF e UHF: equações integrais resolvidas pelo Método dos Momentos (MoM) [70], Recomendação ITU-R 1546-2 [76], método Okumura-Hata e modelo da terra plana [1]. A Figura 3.1-(a) mostra tela do *software* onde a atenuação ao longo do terreno é comparada por diferentes métodos. A análise estatística de dados é possível devido a um banco de dados no formato *Microsoft*® JET (*Joint Engine Technology*), onde o enlace é salvo após configurado e calculado. O SPRad plota gráficos de distribuição de frequência, reta de referência, erros médios em relação a medidas, bem como calcula média, desvio padrão e erros médios. O detalhamento do sistema pode ser encontrado em [44].

No presente trabalho, implementou-se o modelo de predição através do propagador FDTD descrito no capítulo anterior, cuja aplicação pode englobar sinais em diferentes faixas do espectro (MF, HF, VHF e UHF). Dessa maneira, pretende-se comparar o modelo FDTD com resultados já obtidos nas faixas de VHF e UHF pelo SPRad. Para sinais em MF e HF, implementou-se o modelo baseado na equação integral de Ott [64] como forma de comparação.



(a) Tela do SPRad: atenuação ao longo do perfil por diferentes modelos de propagação.



(b) Tela do SPRad: banco de dados.

Figura 3.1: Funcionalidades do SPRad - Sistema de Predição de Cobertura Radioelétrica.

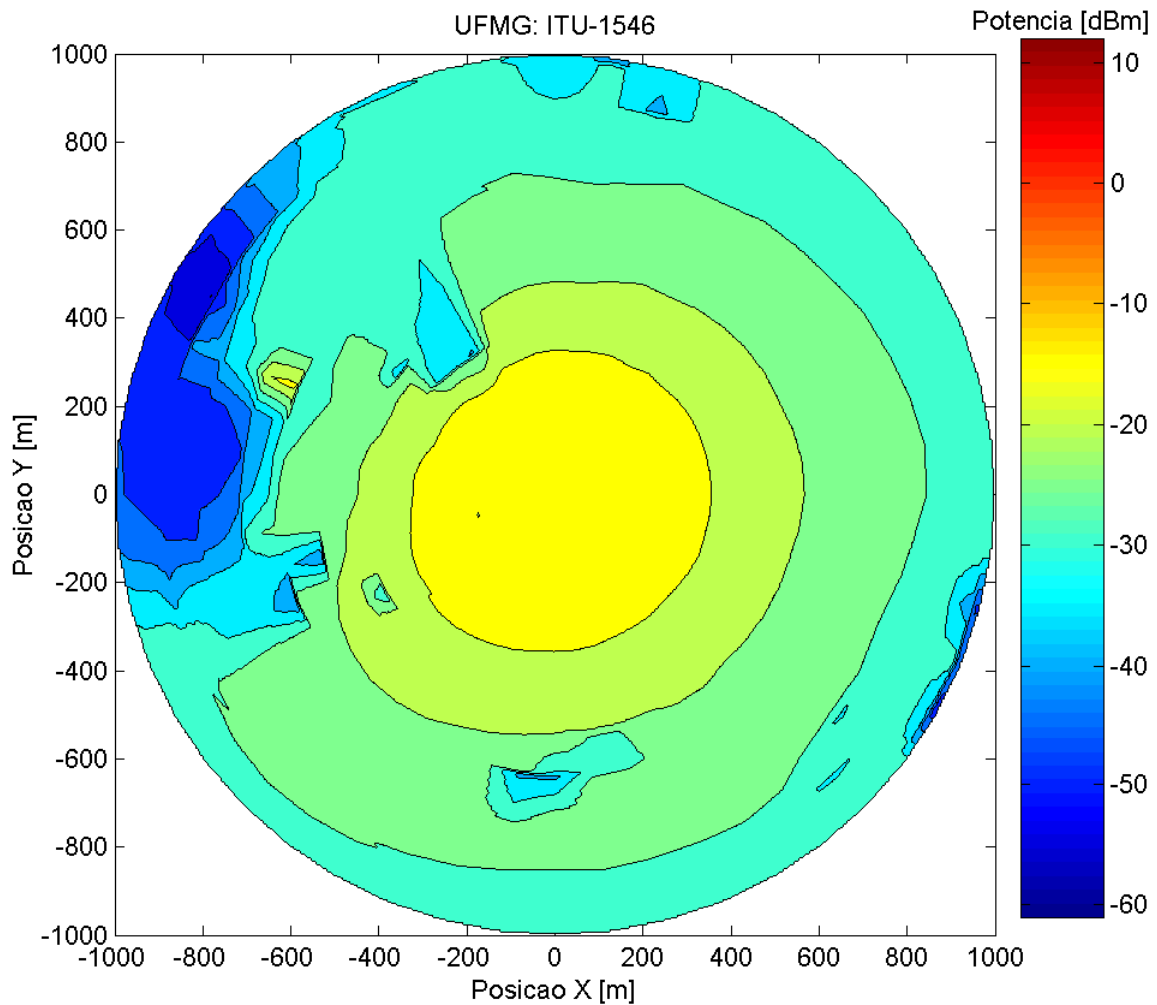


Figura 3.2: Predição de cobertura utilizando a recomendação ITU-R 1546..

Para a estimação da predição em sistemas ponto-área, adicionou-se ao *software* um esquema de cálculo de enlaces em lote. Assim, pode-se executar uma varredura de determinada área através de radiais correspondendo a diferentes perfis do terreno. A título de ilustração, a Figura 3.1-(b) exibe a predição de cobertura para uma área com raio de 1 km. A simulação foi realizada com a estação de rádio FM da Universidade Federal de Minas Gerais, a Rádio UFMG Educativa, localizada em Contagem-MG. A emissora opera com 1,5 kW de potência na frequência de 104,5 MHz. O SPRad utilizou a recomendação ITU-R 1546 e a geração do gráfico de cobertura foi feita pelo *software Matlab*®.

Resultados

Nas seções seguintes são exibidos os resultados numéricos para a validação e análise da formulação US-MI-HO-FDTD proposta na Seção 2.3.4 e o propagador FDTD apresentado na Seção 2.2. A formulação é validada na seção 3.1, sem a utilização do algoritmo de janela deslizante. Primeiro avalia-se um problema canônico, onde estuda-se o espalhamento do campo eletromagnético por cilindro condutor iluminado por linha de corrente. Além disso, verifica-se a dispersão e simetria da formulação no espaço livre bem como comparação com as demais formulações FDTD discutidas no Capítulo 2.

O propagador com formulação US-MI-HO-FDTD e algoritmo de janela deslizante é analisado na seção 3.2, onde é aplicado em dois terrenos teóricos com perfis canônicos: colina Gaussiana para sinais nas faixas de MF e HF, e cunha para sinais nas faixas de VHF e UHF. O efeito da mudança do índice de refração atmosférico na propagação é verificado para o caso da Terra plana. Finalmente, casos práticos envolvendo medições em Brasília para sinais em HF e na Dinamarca para sinais em VHF são analisados.

Nas simulações numéricas a discretização espacial é definida pelo parâmetro Nx :

$$\Delta x = \Delta y = \frac{\lambda_{min}}{Nx}, \quad (3.1)$$

onde $\Delta x = \Delta y$ define o tamanho da célula na grade FDTD e λ_{min} é o menor comprimento de onda observado no meio considerado. Para as simulações com algoritmos incondicionalmente estáveis, utiliza-se valores de passo de tempo maiores que o limite dado pela condição de Courant-Friedrich-Levy. Logo, defini-se um fator $CFLN$:

$$CFLN = \frac{\Delta t}{\Delta t_{max}}, \quad (3.2)$$

onde Δt é o valor de passo de tempo utilizado na simulação e Δt_{max} é o valor máximo limitado pela equação (2.3) considerando o valor de S_{2D} definido em (2.95).

Todas as simulações foram realizadas num computador *INTEL Core2 Duo* a 1,83 GHz com 3 Gbytes de memória RAM, disco rígido de 200 Gbytes, utilizando sistema operacional *Windows XP*®.

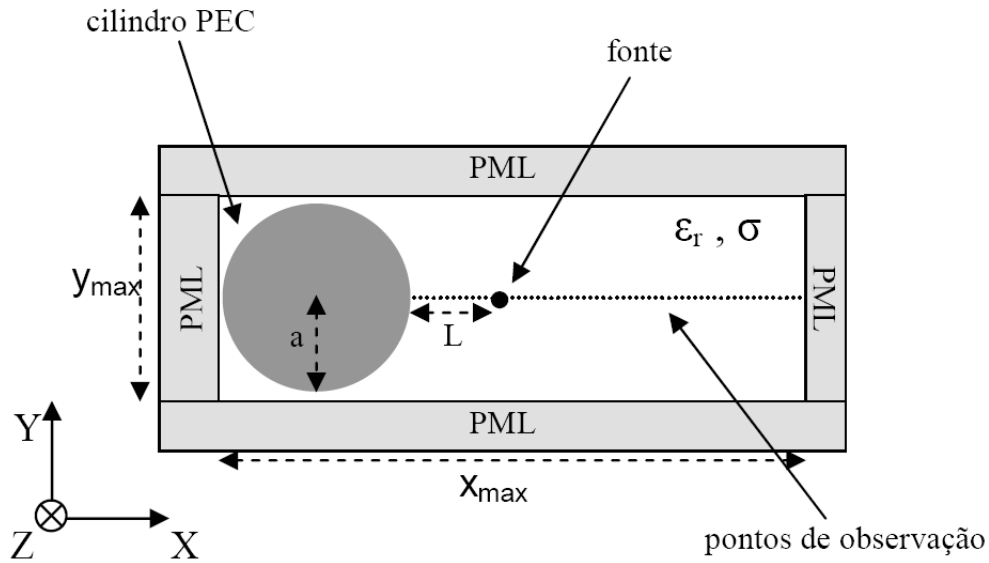


Figura 3.3: Geometria para análise de espalhamento por cilindro condutor perfeito.

3.1 Formulação

3.1.1 Cilindro condutor

O espalhamento por cilindro condutor elétrico perfeito é analisado para avaliação da formulação US-MI-HO-FDTD apresentada. O cilindro é iluminado por uma linha infinita de corrente magnética com excitação na forma do pulso definido em (2.113), com frequência central $f_0=2,5$ GHz e $T_d=20$ ns. A Figura 3.3 exibe a geometria do problema, onde o raio do cilindro é $a = 10$ cm, as dimensões do espaço computacional são $X_{max}=88$ cm e $Y_{max}=22$ cm e a distância entre a fonte e o cilindro é $L=5$ cm. Utilizou-se discretização espacial $Nx = 40$ para o comprimento de onda λ_{min} referente a 2,5 GHz e, para um fator $CFLN=1$, um tempo máximo de simulação $n_{max}=3000$ passos.

O campo total H_z é calculado ao longo do eixo \hat{x} para as frequências de 500 MHz e 2,5 GHz considerando dois casos: o cilindro no vácuo ($\epsilon_r = 1,0$ e $\sigma = 0$ S/m) e imerso num meio definido por $\epsilon_r = 10,0$ e $\sigma = 0,3$ S/m. Como a formulação MI-PML é independente do meio, aplica-se diretamente a formulação US-MI-HO-FDTD em ambos os casos. As Figuras 3.4 e 3.5 exibem os resultados da formulação FDTD comparados com a solução analítica via expansão das

funções de Bessel [75]. Utiliza-se vários valores de passo de tempo extrapolando a condição de estabilidade. Para cada valor de CFLN, o tempo de simulação n_{max} foi dividido pelo respectivo valor, diminuindo o tempo total de simulação.

Os resultados mostram convergência satisfatória com a referência, apresentando discrepância significativa a partir do fator $CFLN = 4$. Apesar do aumento do erro relativo com a utilização de maiores valores de passo de tempo Δt , o tempo de simulação diminui drasticamente e todos os casos exibiram precisão satisfatória em pontos distantes do cilindro. A formulação FDTD apresentou resultados mais precisos para o caso do meio definido por $\epsilon_r = 10.0$ e $\sigma = 0.3$, uma vez que o comprimento mínimo de onda λ_{min} é menor no que no vácuo. Como as dimensões do cilindro, a distância da fonte e o valor de Nx foram mantidos, o problema possui uma discretização Δx relativa menor, aumentando o detalhamento e precisão.

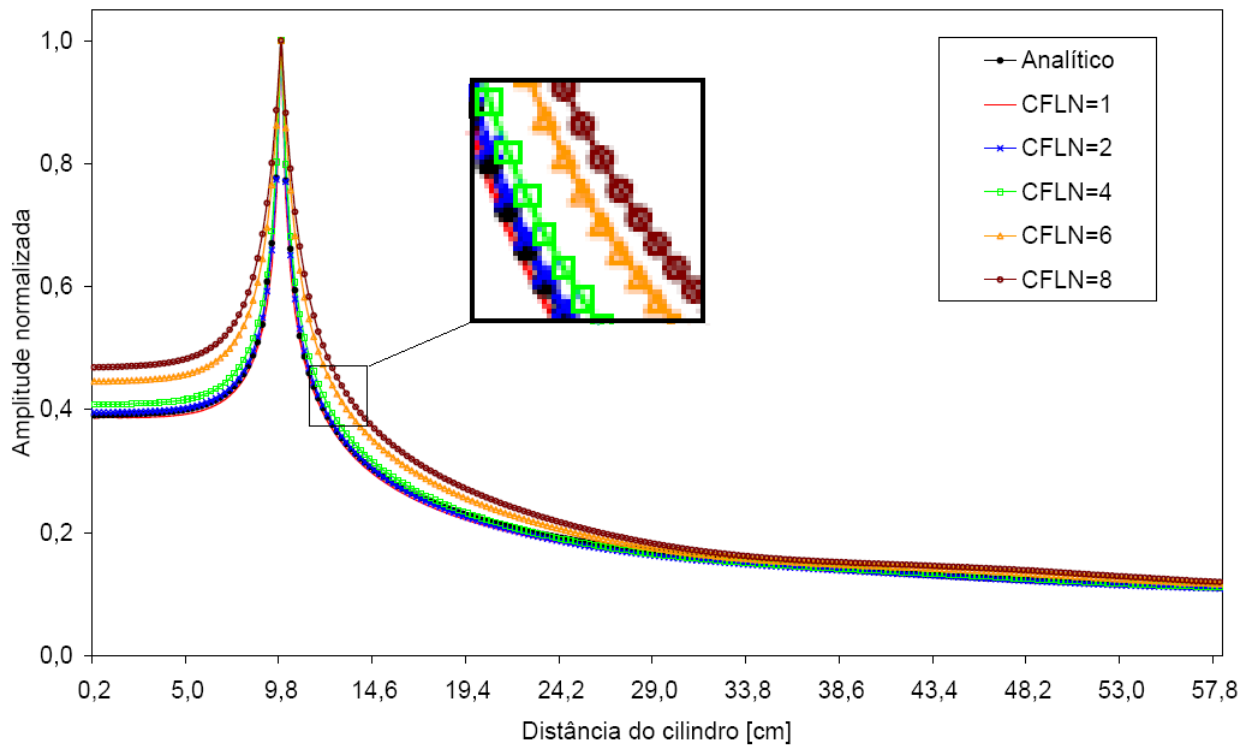
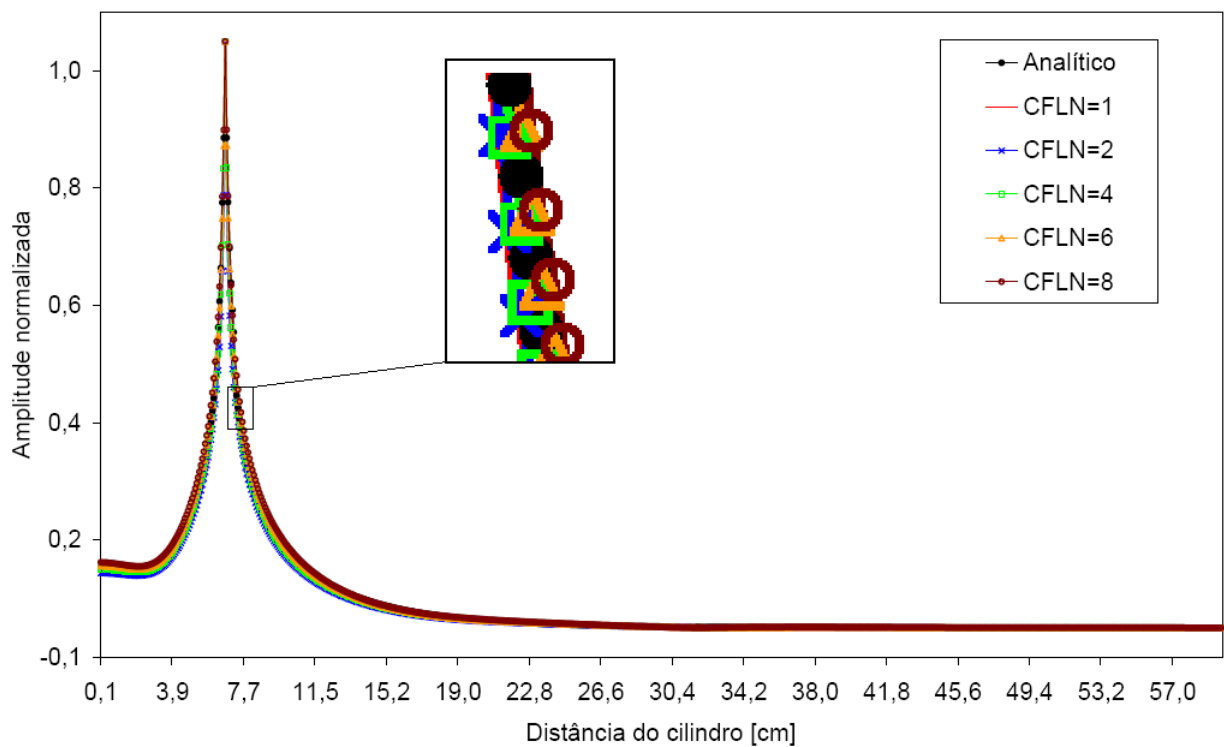
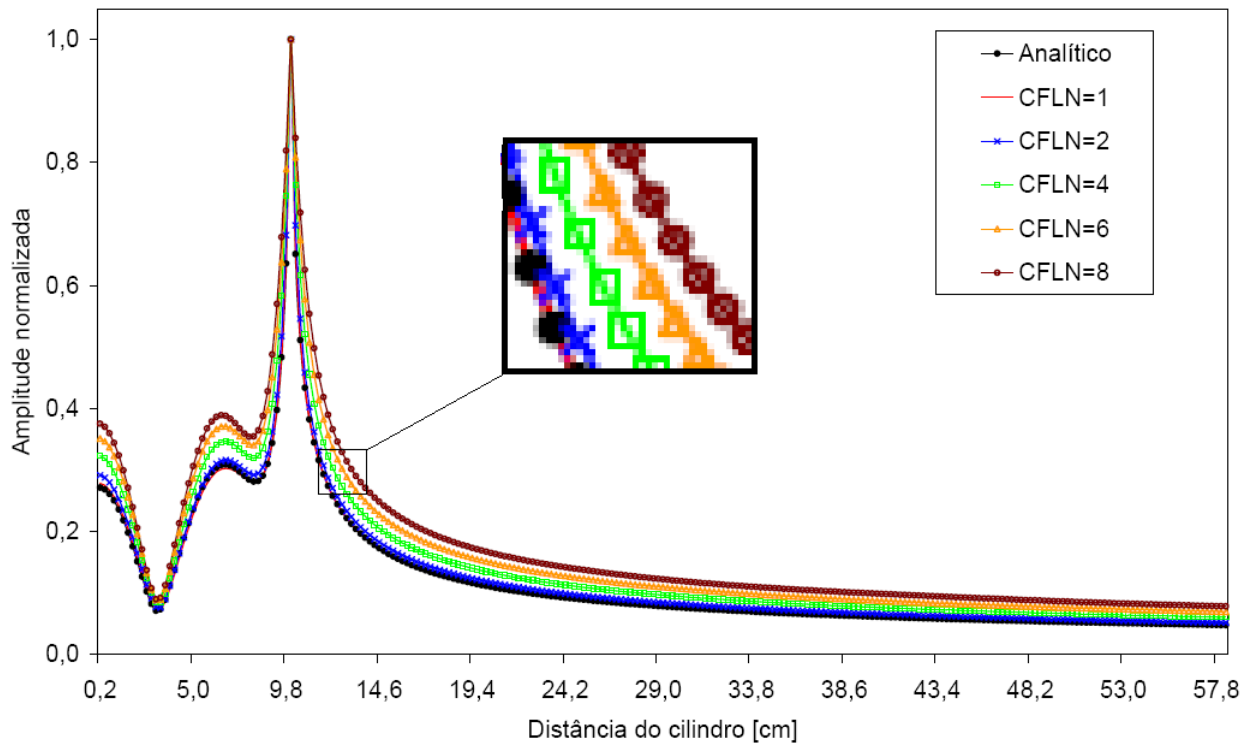
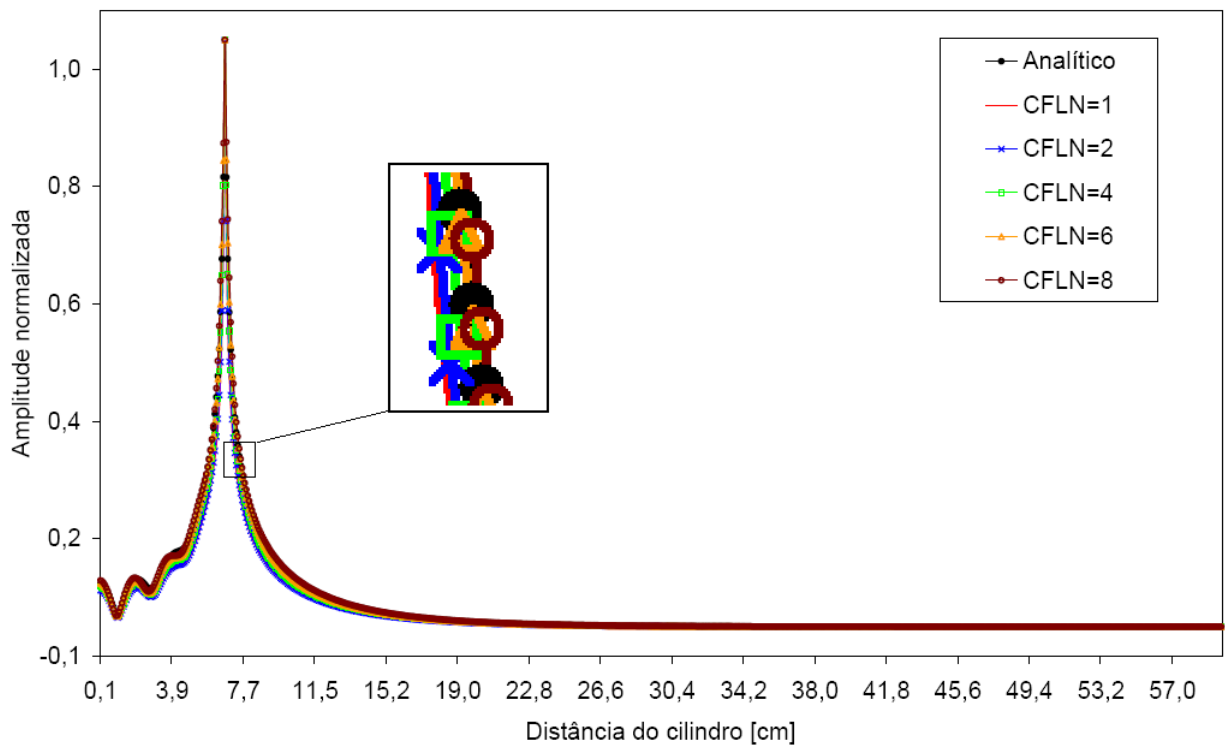
(a) Caso 1: vácuo ($\epsilon_r = 1,0$, $\sigma = 0$ S/m).(b) Caso 2: meio definido por $\epsilon_r = 10,0$, $\sigma = 0,3$ S/m.

Figura 3.4: Campo H_z total sobre o eixo x devido a espalhamento por cilindro condutor para $f=500$ MHz.

(a) Caso 1: vácuo ($\epsilon_r = 1.0$, $\sigma = 0$ S/m).(b) Caso 2: meio definido por $\epsilon_r = 10.0$, $\sigma = 0.3$ S/m.Figura 3.5: Campo H_z total sobre o eixo x devido a espalhamento por cilindro condutor para $f=2,5$ GHz.

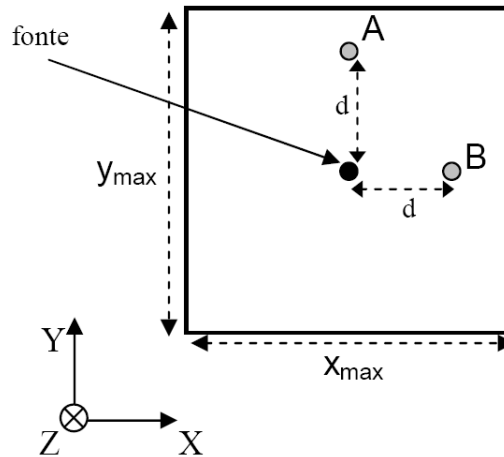


Figura 3.6: Disposição dos pontos de medição para análise de dispersão numérica e simetria.

3.1.2 Dispersão numérica e simetria

Nessa seção, verifica-se a dispersão e simetria da formulação US-MI-HO-FDTD comparada com demais formulações FDTD discutidas no Capítulo 2. A Figura 3.6 exibe o domínio simulando o espaço livre com dimensões $x_{max}=y_{max}=42$ m. A fonte é localizada no centro e os dois pontos de medição estão distantes de $d=20$ m, onde o ponto A é posicionado na mesma coordenada x da fonte e o ponto B na mesma coordenada y . O sinal irradiado pela fonte é um pulso banda larga com espectro de frequências de 0 a 5 GHz. O tempo total simulado foi de 94 ns. As simulações utilizaram parâmetro $Nx=20$ para comprimento de onda λ_{min} referente a 2,5 GHz e vários valores de $CFLN$.

As Figuras 3.7 a 3.9 mostram o pulso no domínio do tempo e respectivo espectro de frequências gerado pela fonte e observado no ponto A. Os resultados são exibidos para valores de $CFLN=2, 4$ e 6 e para as seguintes formulações: FDTD simples ($CFLN=1$), método ADI (MI-ADI), formulação US-MI-FDTD e US-MI-FDTD de alta ordem (US-MI-HO-FDTD). Para a exibição dos sinais no domínio do tempo, o pulso gerado pela fonte teve seu ponto de máximo deslocado para coincidir com o instante de tempo do ponto de máximo obtido pelo FDTD simples. Assim, pode-se ter noção da dispersão do pulso apresentada pelas diversas formulações no ponto A.

A dispersão numérica aumenta à medida que valores maiores de $CFLN$ são utilizados, mas

Tabela III.I: Tempo de simulação [minutos] para o caso ilustrado na Figura 3.6.

Formulação	CFNL=1	CFNL=2	CFNL=4	CFNL=6
FDTD	59,4(100%)	-	-	-
MI-ADI	148,5(250%)	79,0(133%)	38,2(64%)	25,3(43%)
US-MI-FDTD	83,2(140%)	43,3(73%)	21,3(36%)	14,1(24%)
HO-FDTD	79,1(100%)	-	-	-
US-MI-HO-FDTD	173,7(220%)	89,1(113%)	44,3(56%)	29,2(37%)

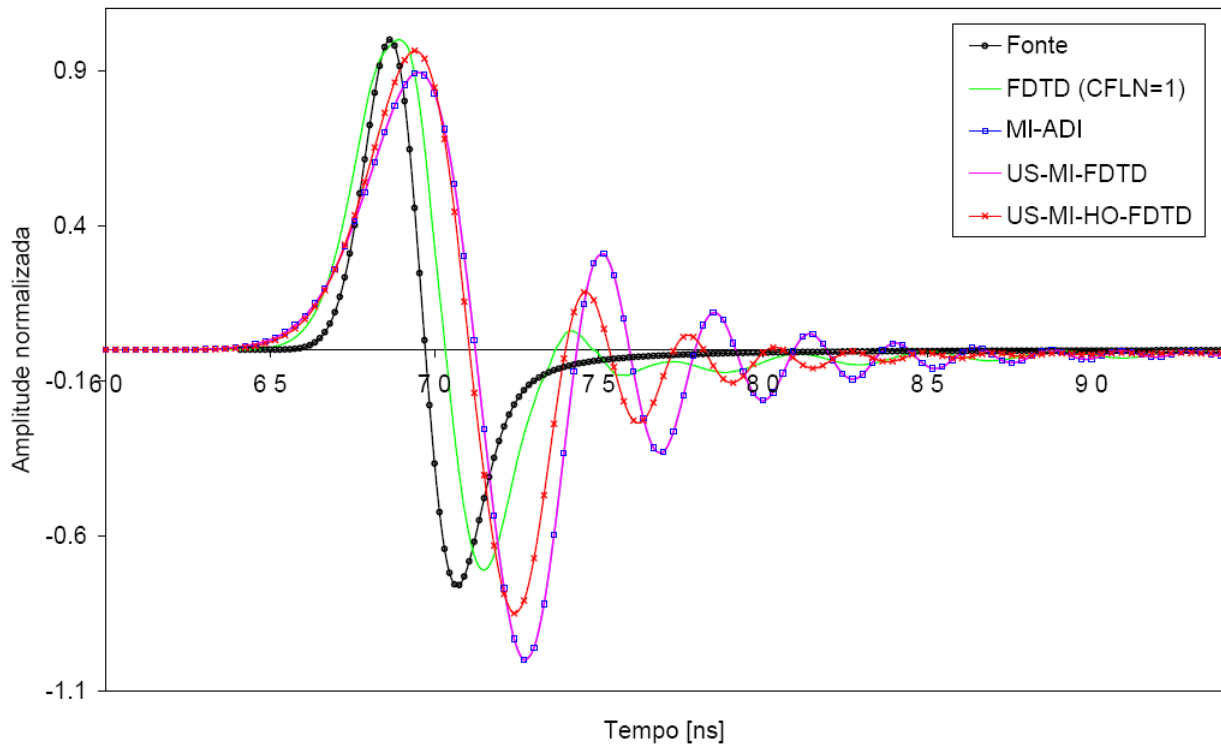
o tempo de simulação diminui na mesma proporção do aumento do parâmetro. A Tabela III.I exibe os tempos de simulação para as formulações consideradas, com a inclusão da formulação FDTD de alta ordem (HO-FDTD) para a comparação direta com o US-MI-HO-FDTD. Mostra-se também os tempos percentuais considerando como referência os respectivos métodos FDTD via esquema *leapfrog* com $CFLN=1$. Pode-se observar que o algoritmo MI-ADI apresentou tempos de processamento maiores quando comparado com o algoritmo UF-MI-FDTD. A Tabela também evidencia a partir de que fator $CFLN$ cada formulação se torna mais rápida do que o FDTD padrão.

Os métodos US-MI-FDTD e ADI apresentaram resultados quase idênticos, enquanto que a formulação de alta ordem US-MI-HO-FDTD exibiu menor dispersão. A dispersão poderia ser minimizada aumentando-se a discretização espacial Nx , porém como este trabalho visa analisar a propagação de sinais em grandes distâncias, optou-se por limitar a um valor adequado para aplicação em problemas eletricamente grandes. Apesar da grande dispersão do pulso no domínio do tempo acima de $CFLN = 4$, o espectro de frequências do sinal ainda mantém formato similar ao original para a técnica de alta ordem. Ressalta-se que o aumento do fator $CFLN$ é realizado pelo aumento de Δt , o que diminui a taxa de amostragem temporal do pulso banda larga. Tal fato resulta numa perda da amostragem das componentes mais altas do sinal e contribui para a dispersão observada.

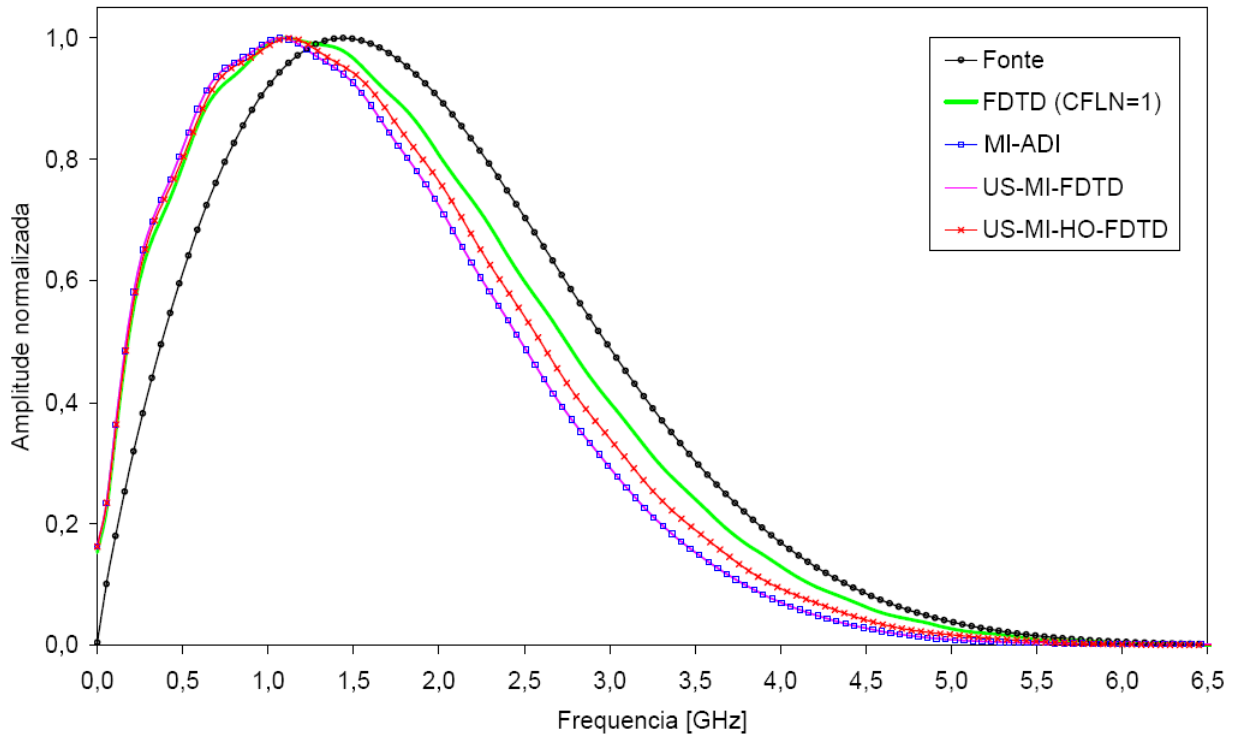
As Figuras 3.10 e 3.11 exibem os sinais observados nos pontos A e B calculados, respectivamente, pelo método ADI e o algoritmo incondicionalmente estável US-MI-FDTD. Os pontos estão igualmente distantes da fonte e nas direções de propagação de $\phi = 0^0$ e $\phi = 90^0$, o que representa uma situação de simetria para o problema FDTD bidimensional considerado [57]. O método ADI apresenta diferença entre os sinais dos pontos, assimetria verificada na literatura [18],[35], enquanto

que o algoritmo US-FDTD calculou valores idênticos para os dois pontos.

A estimação da dispersão do sinal transmitido é questão importante para análise da propagação e predição da cobertura radioelétrica, objetivo principal do propagador FDTD proposto nesse trabalho. Além disso, esse aspecto é fundamental para estudos envolvendo modulação e taxa de transmissão de dados. Apesar de não constituir objeto de estudo desse trabalho, um modelo de propagação no domínio do tempo oferece essa possibilidade. Na Seção 3.2.4 exibe-se resultados que demonstram essa capacidade.

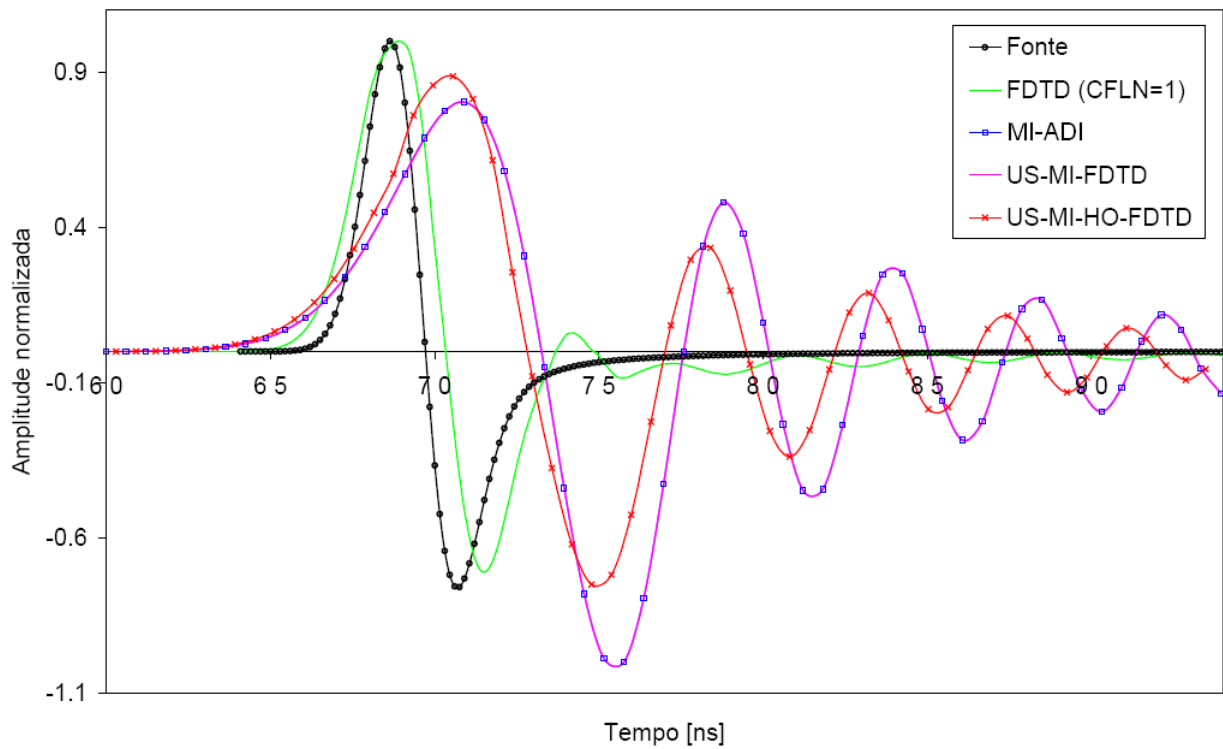


(a) Pulso no domínio do tempo.

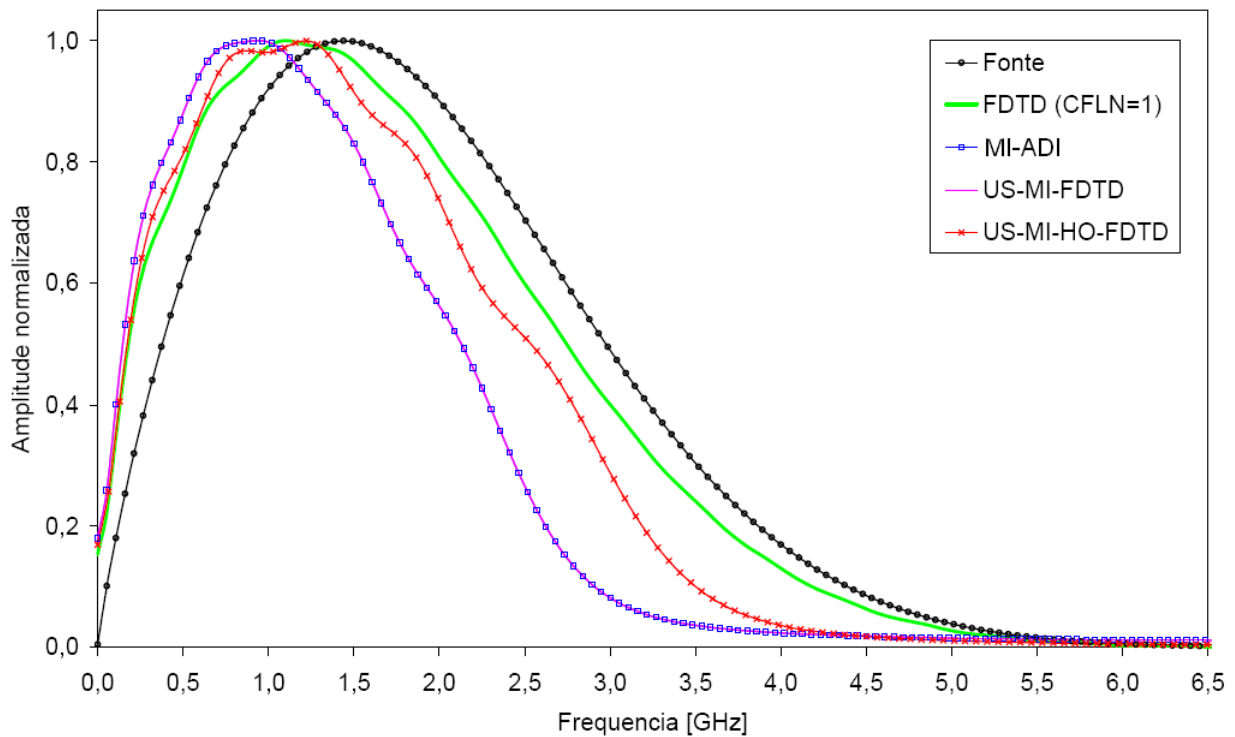


(b) Espectro de frequências.

Figura 3.7: Sinal observado no Ponto A para CFLN=2.

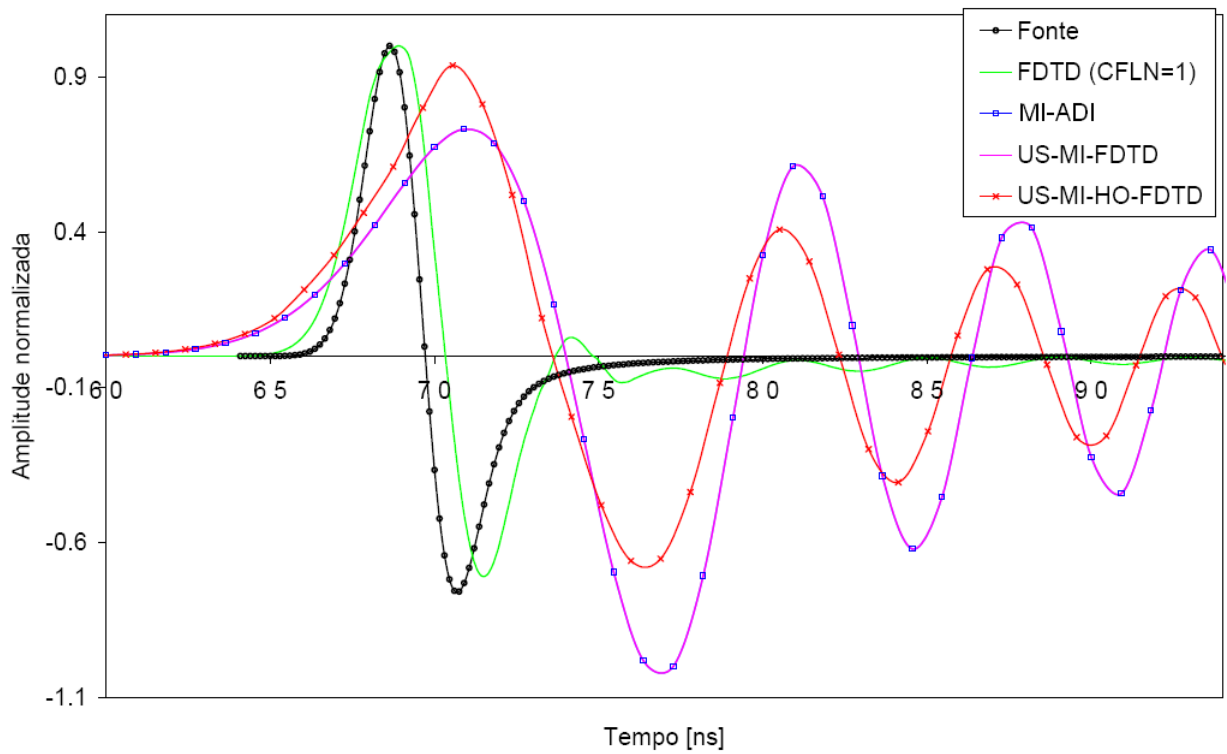


(a) Pulso no domínio do tempo.

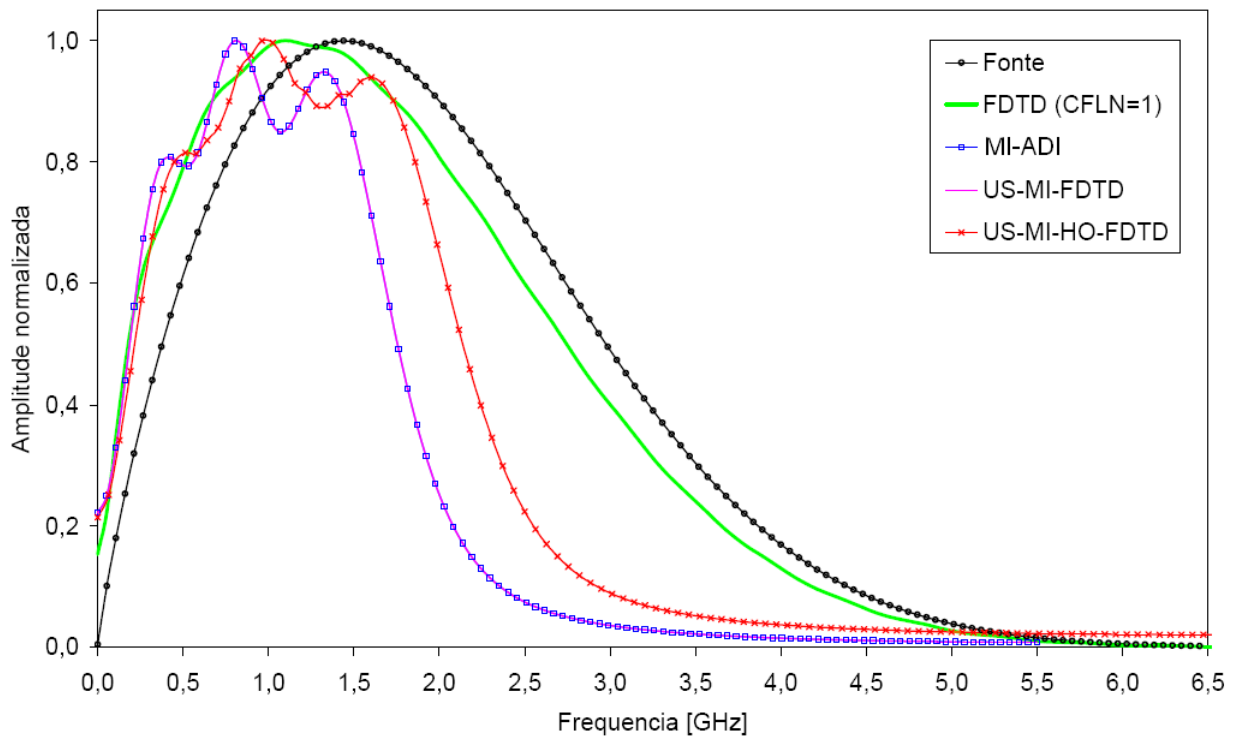


(b) Espectro de frequências.

Figura 3.8: Sinal observado no Ponto A para CFLN=4.

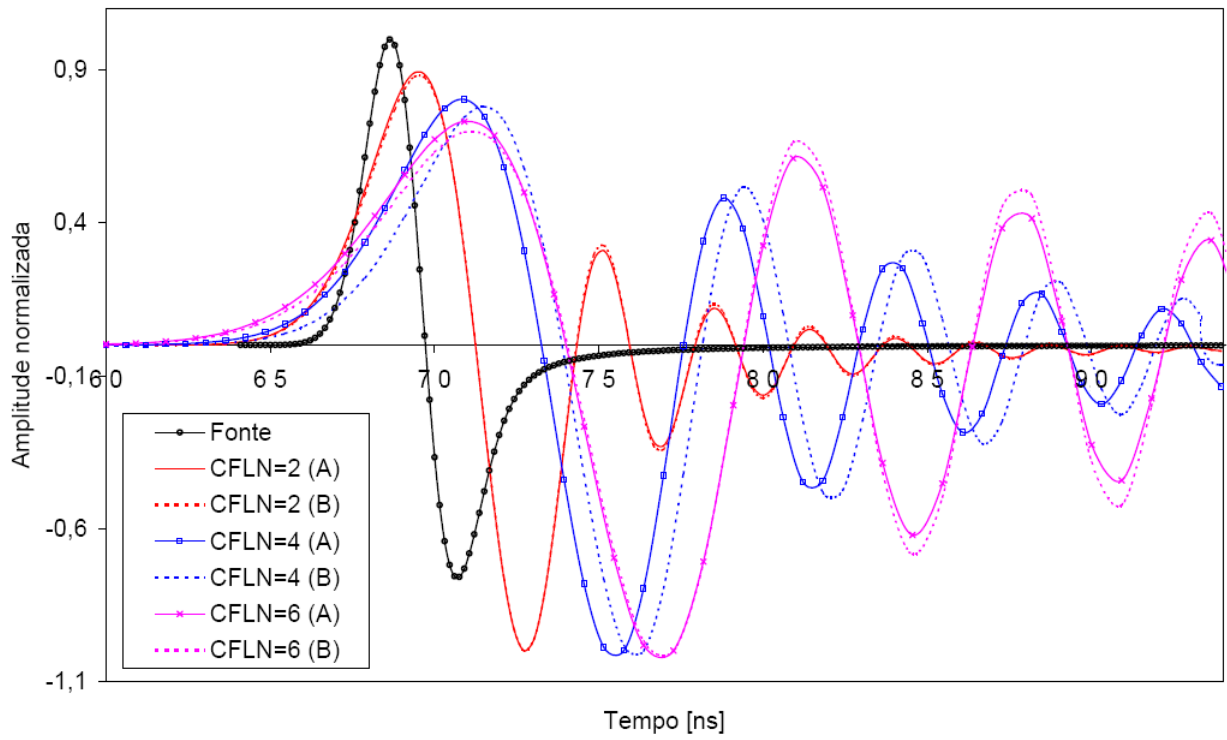


(a) Pulso no domínio do tempo.

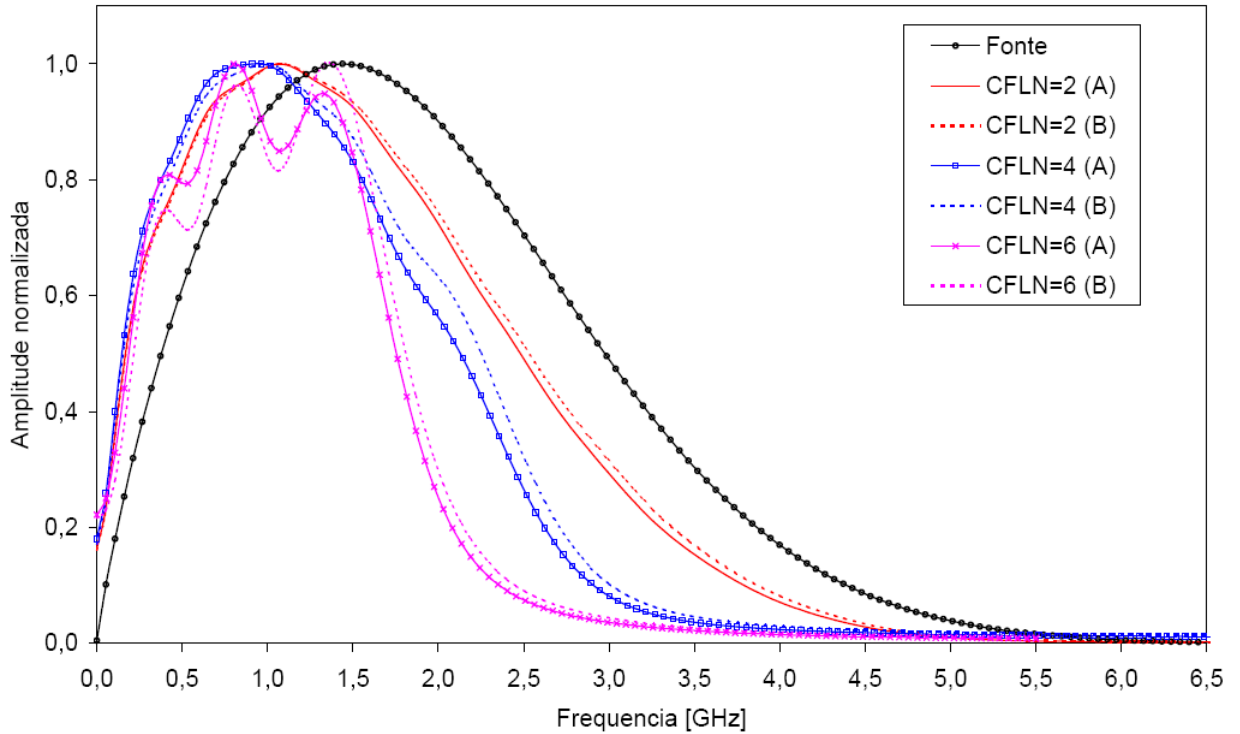


(b) Espectro de frequências.

Figura 3.9: Sinal observado no Ponto A para CFLN=6.

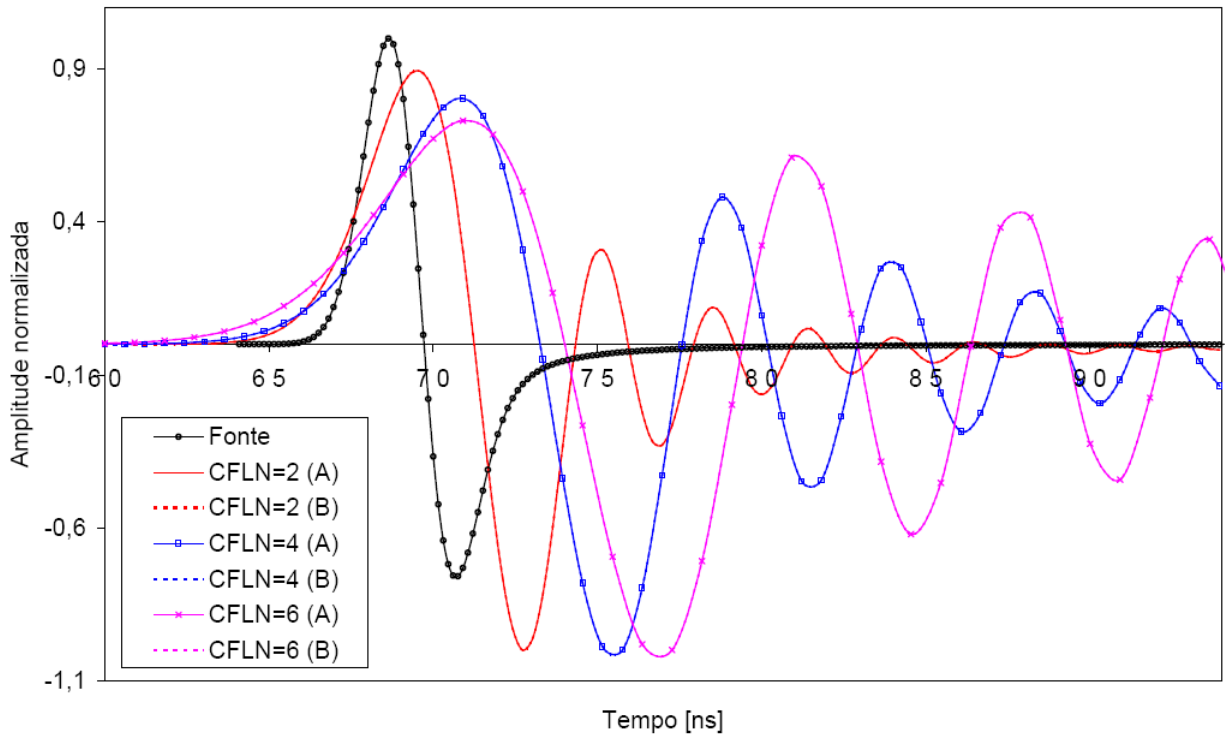


(a) Pulso no domínio do tempo.

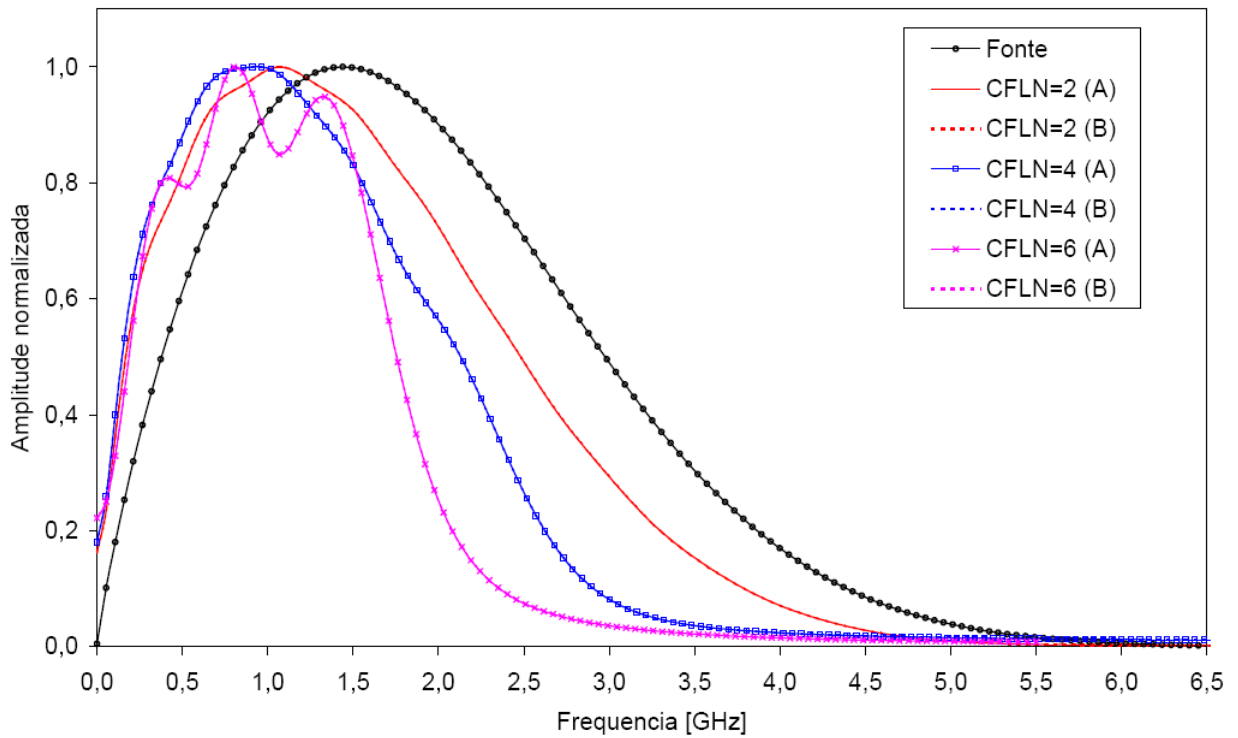


(b) Espectro de frequências.

Figura 3.10: Sinais observados nos Ponto A e B para a formulação MI-ADI.



(a) Pulso no domínio do tempo.



(b) Espectro de frequências..

Figura 3.11: Sinais observados nos Ponto A e B para a formulação US-MI-FDTD.

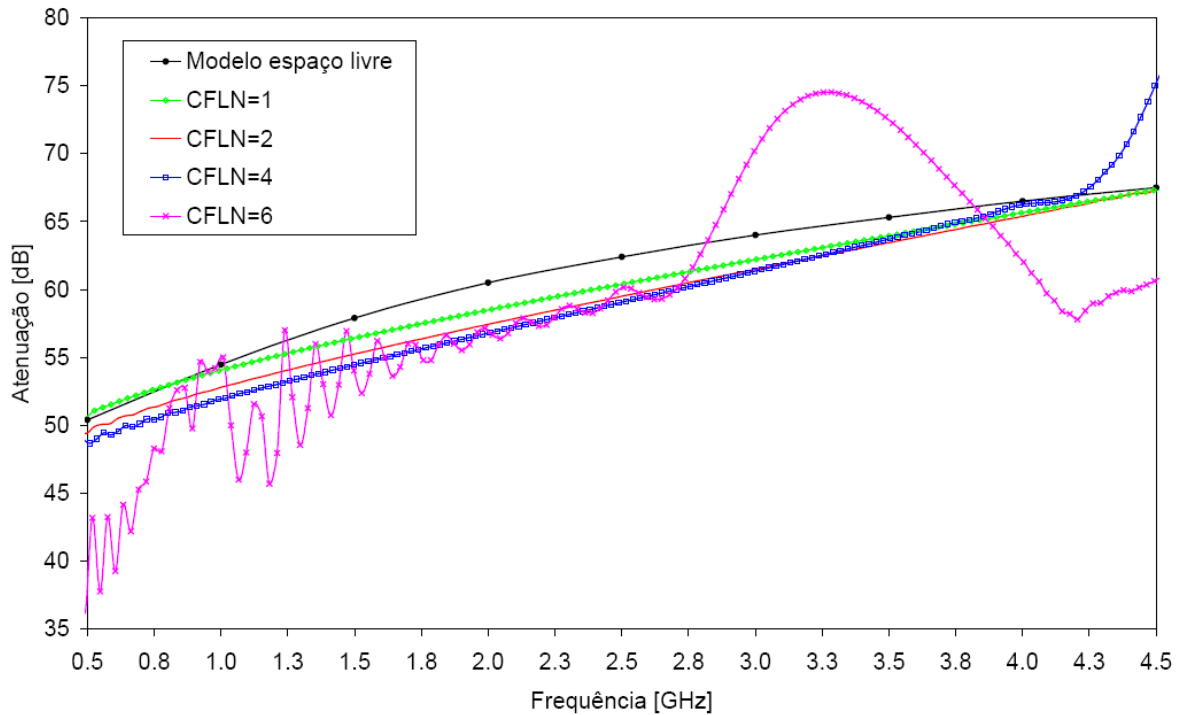


Figura 3.12: Atenuação estimada pela formulação US-MI-HO-FDTD no ponto A.

Observa-se que nos casos analisados, o sinal no domínio do tempo e respectivo espectro da fonte foram gerados com $CFLN = 1$, no intuito de demonstrar a dispersão acarretada com o aumento de tal parâmetro. Contudo, numa simulação utilizando outros valores de $CFLN$, o sinal da fonte não exibirá a mesma forma da fonte original com $CFLN = 1$ apresentada. No caso do propagador FDTD desenvolvido, o principal objetivo é a estimação da atenuação do sinal, calculada através da razão do sinal da fonte sobre o sinal observado no ponto de recepção. Assim, ao variar-se o fator $CFLN$, tanto o sinal da fonte como o sinal no ponto de observação serão deformados.

Tal efeito pode ser observado na Figura 3.12, onde exibe-se a atenuação em função do espectro de frequências observada no Ponto A. A estimação foi realizada pela formulação US-MI-HO-FDTD e calculada dividindo o espectro da fonte pelo espectro do sinal observado para cada valor de $CFLN$. A referência é o modelo espaço livre e observa-se grande discrepância para $CFLN = 6$, onde a curva apresenta resultados convergentes apenas nas imediações da frequência central $f_0=2,5$ GHz.

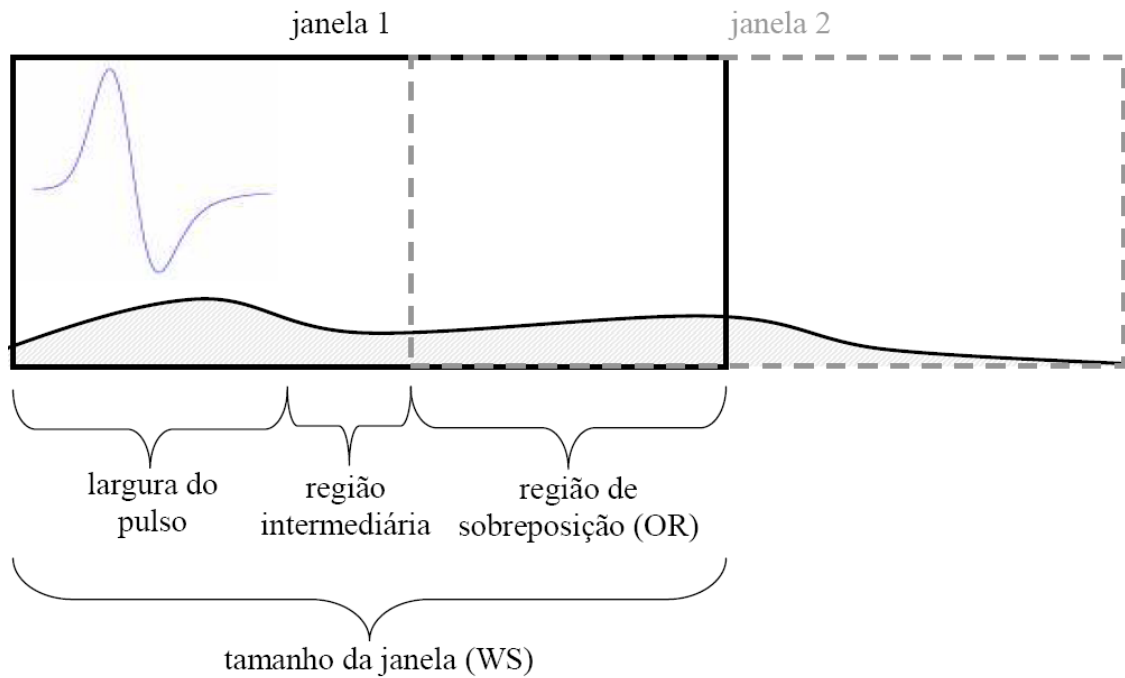


Figura 3.13: Definição do tamanho da janela WS e região de sobreposição OR.

3.2 Propagador FDTD

Nessa seção exibe-se os resultados do propagador baseado no algoritmo de janela deslizante e formulação US-MI-HO-FDTD, aplicado em casos de estudo envolvendo diferentes frequências e condições de propagação. Nas simulações, a dimensão JD_y da janela virtual é definida pela diferença entre o ponto de interesse mais alto e a base do terreno, permanecendo fixa para cada caso analisado. A dimensão JD_x é indicada pelo parâmetro WS , definido como o valor percentual da extensão total do terreno e pode assumir valores variados. O parâmetro OR , região de sobreposição entre janelas consecutivas, é definido como o valor percentual do tamanho da janela virtual considerada, e representa o sinal de excitação da próxima janela.

A Figura 3.13 mostra os parâmetros citados considerando duas janelas virtuais consecutivas. O tamanho da janela WS é então definido pela largura espacial do pulso gerado pela fonte, pela região de sobreposição e por uma região intermediária escolhida pelo usuário. Quanto maior o tamanho WS, maior parte do terreno e maior número de obstáculos são incluídos na janela. Isso permite avaliar as interações entre tais elementos (ondas refletidas, difratadas, etc). Entretanto,

ao aumentar o tamanho da janela, aumenta-se o tempo total de simulação. O tamanho mínimo da janela é calculado para determinado pulso (largura de faixa, frequência central, amostragem Nx e $CFLN$), região OR igual à largura espacial do pulso e região intermediária igual a zero. Contudo, deve-se utilizar janelas maiores do que a janela mínima para incluir a dispersão do pulso ao longo do percurso de propagação, ou seja OR maior que a largura inicial do pulso e região intermediária maior que zero.

A técnica FDTD bidimensional desenvolvida modela a propagação e espalhamento dos campos através de ondas cilíndricas. No entanto, em cenários reais os campos apresentam comportamento de ondas esféricas ao se distanciarem da fonte. Assim, para comparar o FDTD diretamente com medições ou formulações 3D, é necessário adicionar a atenuação de onda esférica em função da distância percorrida [13]. Logo, adota-se um fator de correção CF , para ajuste dos campos definido como [77]:

$$CF = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{\rho}}, \quad (3.3)$$

onde λ é o comprimento de onda e ρ é a distância entre o transmissor e o ponto de recepção. O fator é multiplicado diretamente na amplitude dos campos elétrico e magnético obtidos no ponto observado.

A atenuação do sinal no ponto de recepção para determinada frequência f é calculada pelo módulo da transformada de Fourier do sinal da fonte sobre o módulo da transformada de Fourier do sinal observado no ponto de recepção:

$$A_{dB} = 20 \log \left(\frac{H_z(f, \rho_{tx})}{H_z(f, \rho_{rx})} \right), \quad (3.4)$$

onde:

$$H_z(f, \rho_{tx}) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} H_z(t, \rho_{tx}) e^{-j2\pi f t} dt \right|, \quad (3.5)$$

$$H_z(f, \rho_{rx}) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} H_z(t, \rho_{rx}) e^{-j2\pi f t} dt \right|, \quad (3.6)$$

e ρ_{tx} define a posição do transmissor e ρ_{rx} a posição do receptor.

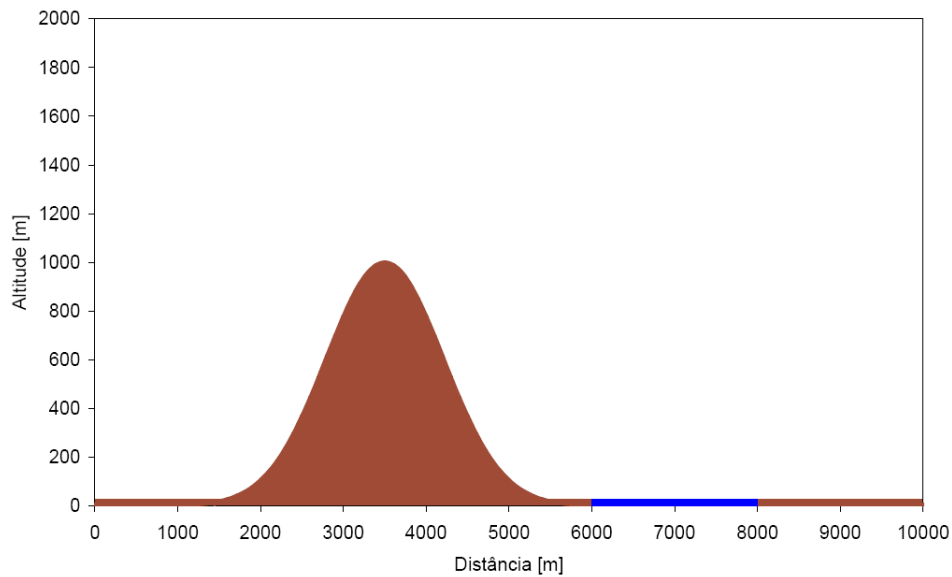


Figura 3.14: Terreno teórico com perfil Gaussiano e região de água doce para análise de propagação nas faixas de MF e HF.

3.2.1 Colina Gaussiana

A propagação de sinais nas faixas de MF e HF é analisada através de terreno teórico com perfil Gaussiano, conforme Figura 3.14. O terreno possui 10 km de extensão com altura máxima de 1 km centrada a 3,5 km de distância. Além disso, defini-se uma região de água doce entre 6 e 8 km. Para a caracterização do terreno, utiliza-se os seguintes parâmetros elétricos: $\epsilon_r = 15$ e $\sigma = 0,012 S/m$ para terra (terreno médio) e $\epsilon_r = 81$ e $\sigma = 0,01 S/m$ para a água do lago. O transmissor é localizado no início do perfil, possui 40 m de altura e irradia com polarização vertical. O sinal irradiado é o pulso Gaussiano definido em (2.113), com $F_0=1$ MHz e largura de banda $BW=500$ kHz.

Para a visualização gráfica do algoritmo de janela deslizante, a Figura 3.15 mostra a distribuição do campo H_z no domínio do tempo em diferentes janelas virtuais.

A atenuação total do percurso é estimada em 100 pontos ao longo do terreno para um receptor com 5 m de altura e considerando as frequências de 500 kHz e 1 MHz. A solução de referência é o modelo de equação integral proposto por Ott [64], descrito na Seção 2.4.1. A utilização de tal modelo é ampla na literatura sobre propagação MF/HF em terrenos irregulares. A técnica

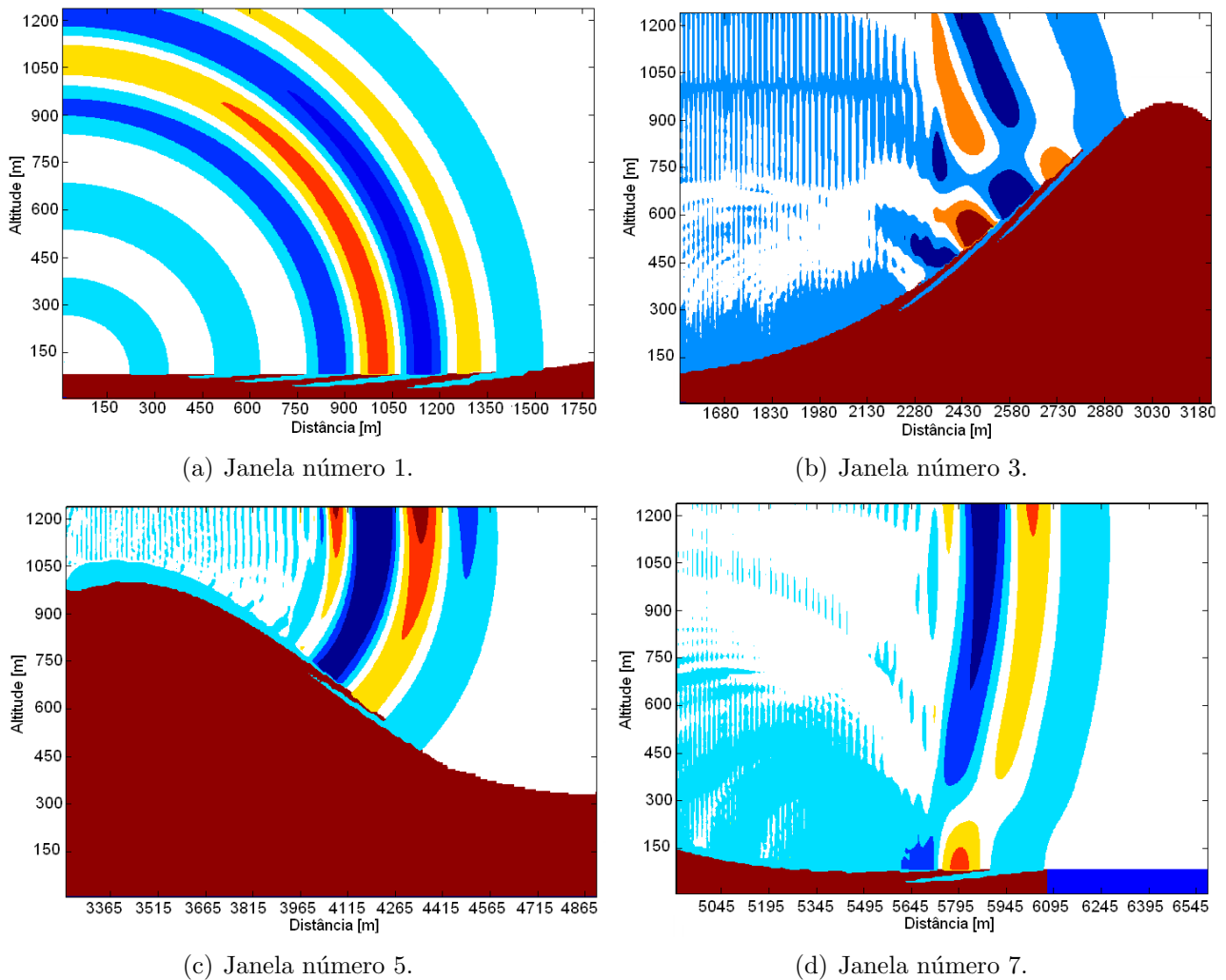


Figura 3.15: Distribuição do campo H_z no domínio do tempo em diferentes janelas virtuais para o caso da colina Gaussiana.

descarta o retro-espalhamento de energia e apresenta comportamento assintótico convergente na medida que o passo de integração tende a zero. O problema da análise da colina Gaussiana nessas faixas de frequências é recorrente na literatura e ponto de partida para o propagador FDTD desenvolvido. A comparação com o método de Ott é uma maneira de depurar e avaliar a performance do propagador, apesar das diferenças inerentes às duas técnicas: numa mesma janela o FDTD inclui o retro-espalhamento de energia, enquanto que o método de Ott o desconsidera.

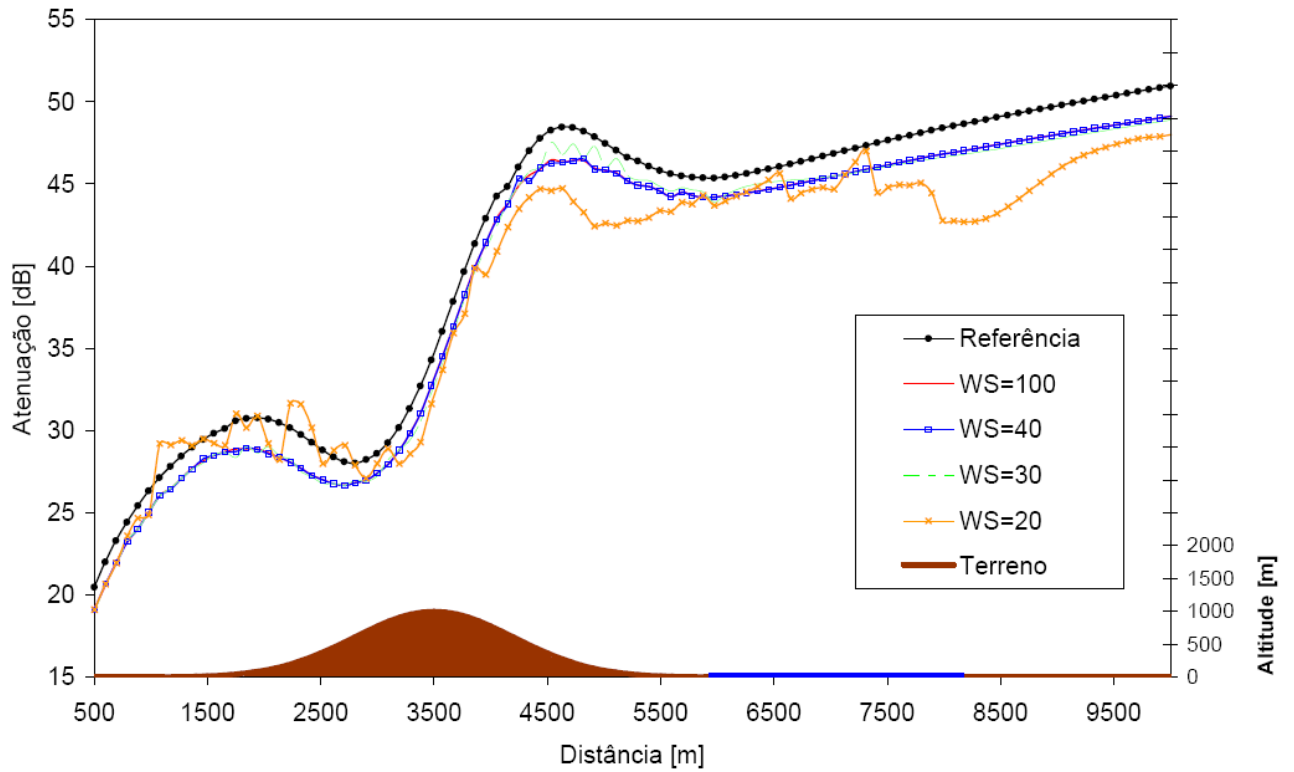
As simulações FDTD foram executadas com amostragem $N_x=30$, considerando λ_{min} relativo a 1 MHz, e valor da região de sobreposição $OR=50$, ou seja, 50% do tamanho WS da respectiva

Tabela III.II: Performance do algoritmo FDTD comparado ao modelo de Ott [64] para o terreno com perfil Gaussiano.

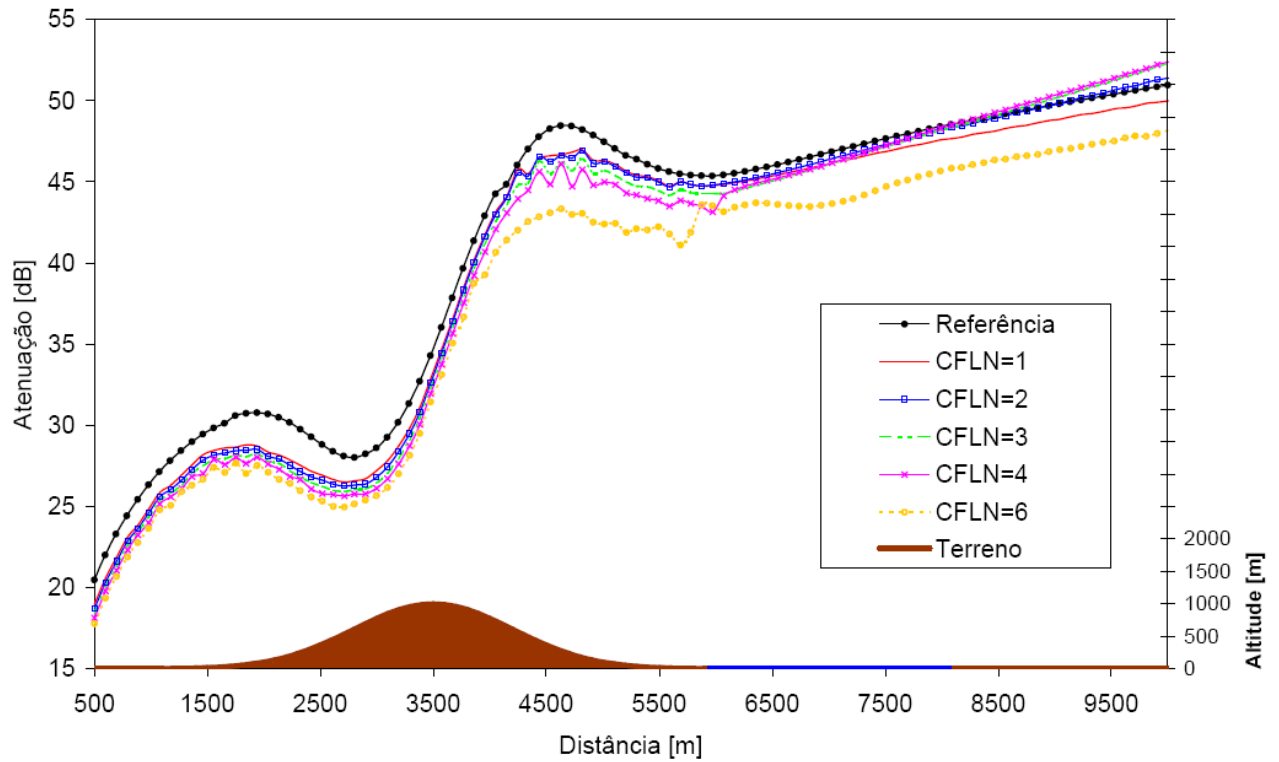
WS	No de janelas	CFLN	Erro Médio [dB]		Erro Absoluto		Tempo [minutos] [%]
			500 KHz	1 MHz	500 KHz	1 MHz	
100	1	1	-1,52	-2,52	1,52	2,75	60,4 (100)
40	5	1	-1,53	-2,52	1,54	2,75	33,2 (55)
30	7	1	-1,52	-2,51	1,52	2,74	25,1 (41,6)
20	10	1	-3,97	-1,71	4,30	1,96	18,3 (30,2)
40	5	1	-1,53	-2,52	1,54	2,75	33,2 (100)
40	5	2	-1,00	-3,20	1,05	3,20	16,7 (50,5)
40	5	3	-1,20	-3,12	1,41	3,12	11,1 (33,5)
40	5	4	-1,41	-2,81	1,67	2,80	8,1 (25,0)
40	5	6	-3,17	-1,91	3,17	2,01	5,5 (16,7)

janela. As Figuras 3.16-(a) e 3.17-(a) exibem os resultados para as duas frequências utilizando vários valores de tamanho de janela WS e $CFLN=1$. Devido à faixa de frequência analisada e à extensão do terreno, a quantidade de memória RAM exigida possibilitou a aplicação do FDTD sem o algoritmo da janela deslizante, ou com tamanho de janela $WS=100$. Ressalta-se que o tamanho de janela mínimo para englobar a distribuição espacial do pulso é $WS=36$. O propagador FDTD apresentou valores semelhantes entre si até o valor de $WS=40$ e com concordância satisfatória com a referência. Para tamanho de janela igual a 20 os valores calculados começam a oscilar.

A atenuação para $WS=40$ e diversos valores de $CFLN$ é exibida nas Figuras 3.16-(b) e 3.17-(b). A discrepância significativa entre os valores calculados se inicia com $CFLN=4$. Os parâmetros estatísticos são elencados na Tabela III.II, evidenciando o erro médio (valor predito pelo propagador menos o valor de referência) e erro médio absoluto (módulo do erro). Os maiores erros obtidos foram para a frequência de 1 MHz. Ao diminuir o tamanho da janela virtual, o tempo de simulação chega a 30% para $WS=20$, relativo ao tempo do algoritmo com $WS=100$. Para tamanho fixo de $WS=40$, o aumento do valor de $CFLN$ acarreta diminuição do tempo de simulação aproximadamente na mesma proporção.

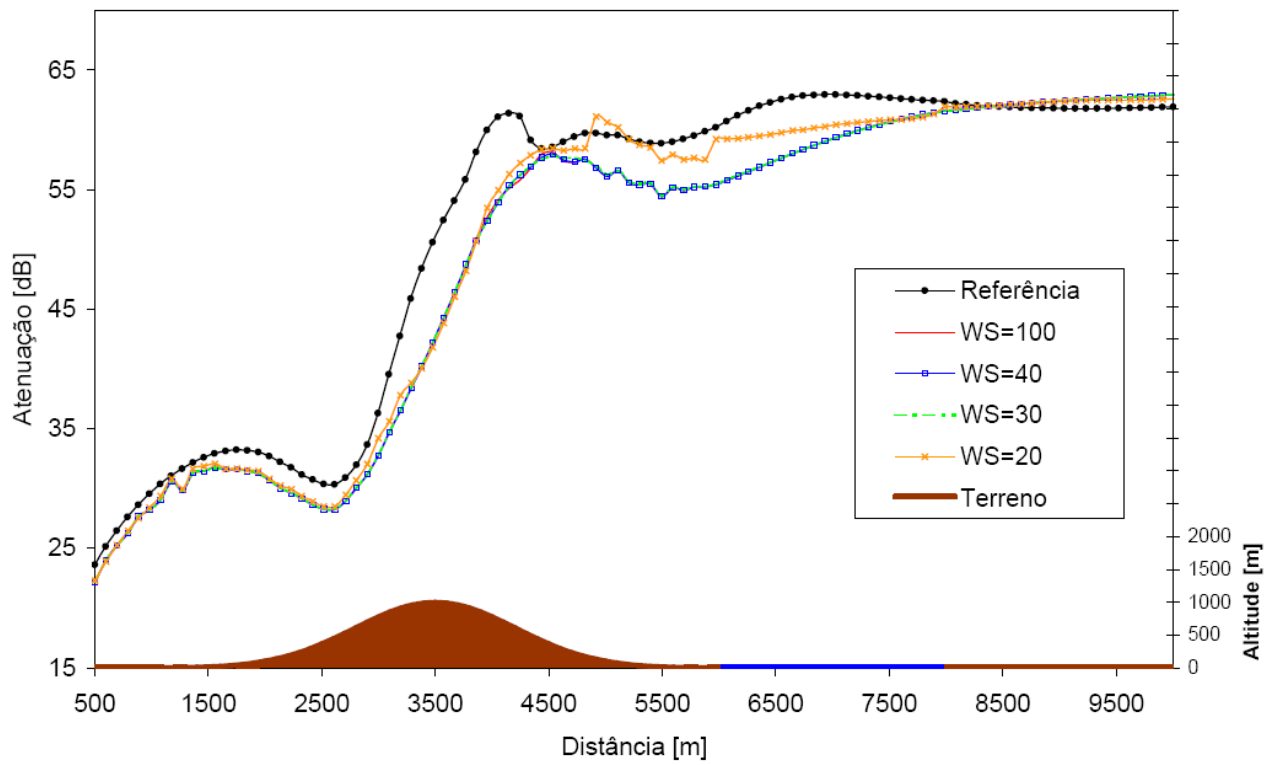


(a) Variação do tamanho da janela WS com $CFLN = 1$.

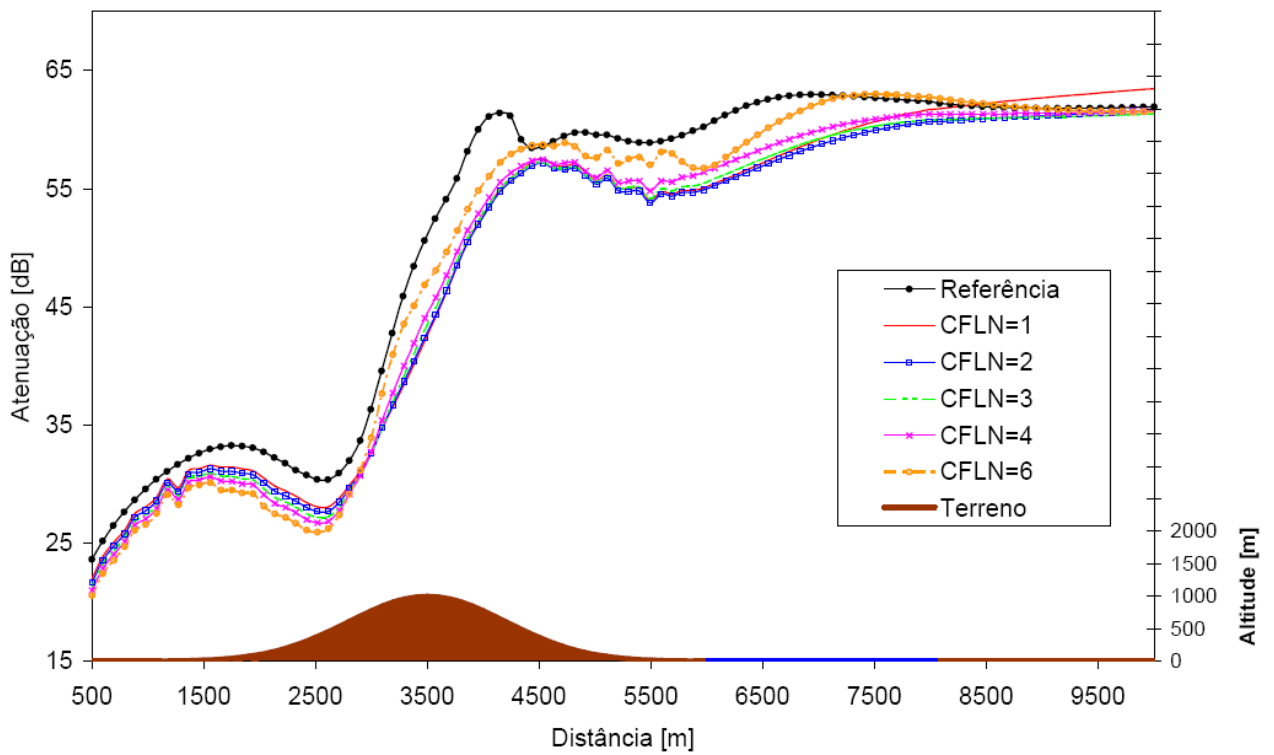


(b) Variação de $CFLN$ com $WS=40$.

Figura 3.16: Atenuação ao longo do terreno com perfil Gaussiano para $f=500$ kHz.



(a) Variação do tamanho da janela WS com $CFLN = 1$.



(b) Variação de $CFLN$ com $WS=40$.

Figura 3.17: Atenuação ao longo do terreno com perfil Gaussiano para $f=1$ MHz.

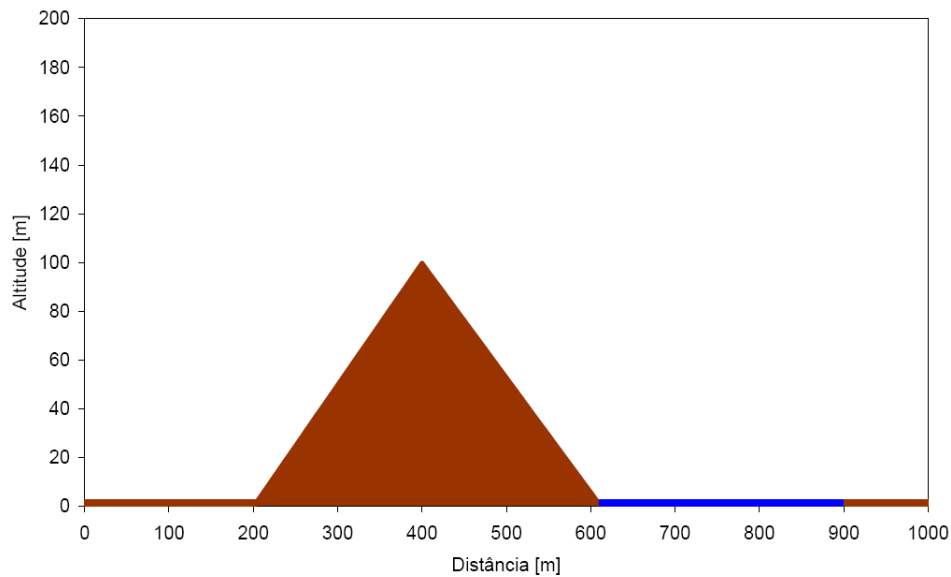


Figura 3.18: Terreno teórico com perfil em cunha com região de água salgada para análise de propagação nas faixas de VHF e UHF.

3.2.2 Cunha

O segundo caso teórico analisa a propagação de ondas nas faixas de VHF e UHF. A Figura 3.18 exibe o perfil em formato de cunha com extensão total de 1 km. A cunha tem uma altura máxima de 100 m e região de água salgada entre 610 e 900 metros de distância. As constantes elétricas para terra são $\epsilon_r = 15$ e $\sigma = 0,012 S/m$ e $\epsilon_r = 81$ e $\sigma = 2 S/m$ para água. O transmissor tem altura de 80 m, irradiando pulso definido por (2.113) com $f_0=250$ MHz e largura de banda $BW=150$ MHz.

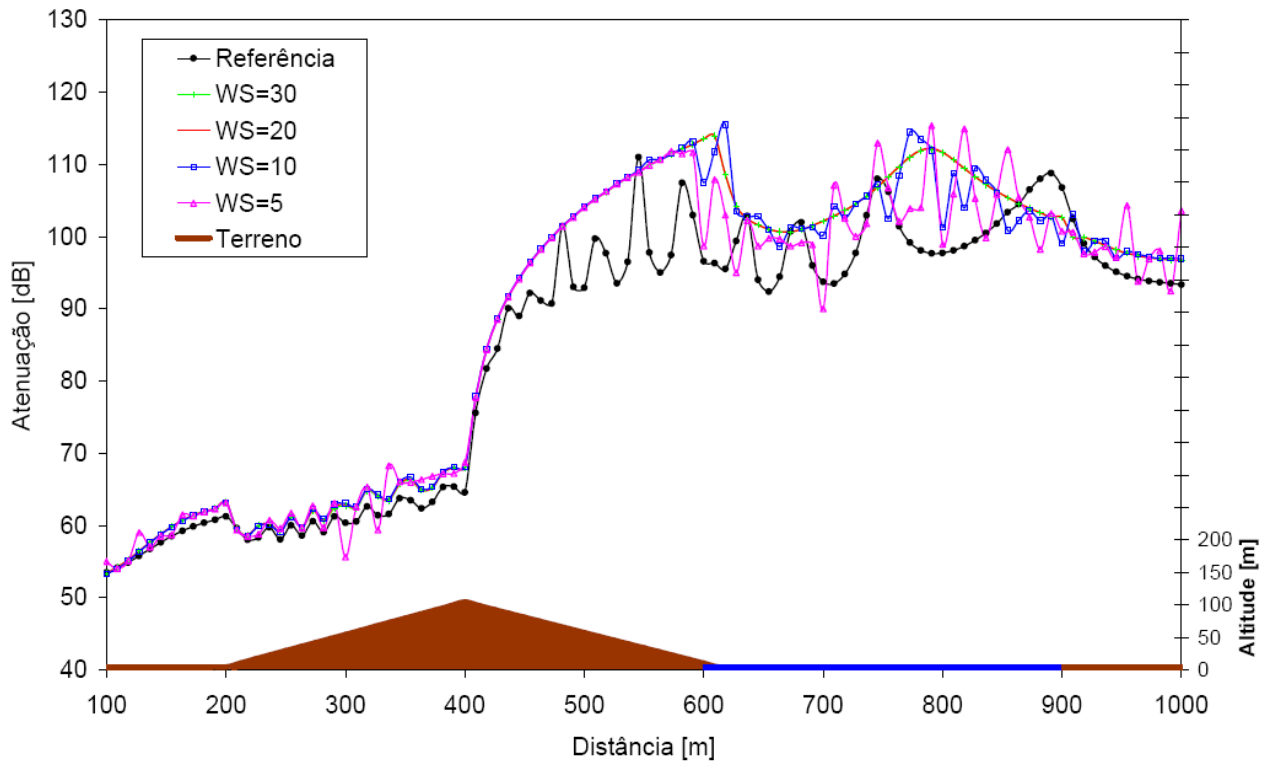
A atenuação é estimada para um receptor de altura de 3 m deslocando ao longo do terreno, totalizando 100 pontos de observação, e considerando as frequências de 100 MHz e 400 MHz. A referência é a técnica via Método dos Momentos (MoM) [70] comentada na Seção 2.4.1. As simulações FDTD utilizaram discretização $Nx=25$ considerando λ_{min} relativo a 250 MHz e $OR = 50$. O tamanho mínimo de janela calculado para o pulso é $WS=3$. As Figuras 3.19-(a) e 3.20-(a) exibem os resultados para as respectivas frequências adotando diferentes valores de tamanho de janela WS e $CLFN=1$. O propagador obteve valores semelhantes à referência, mas apresentando uma curva mais suave. A maior discrepância ocorreu depois do ponto de difração no pico da cunha.

Tabela III.III: Performance do algoritmo FDTD comparado ao Método dos Momentos [70] para o terreno com perfil em cunha.

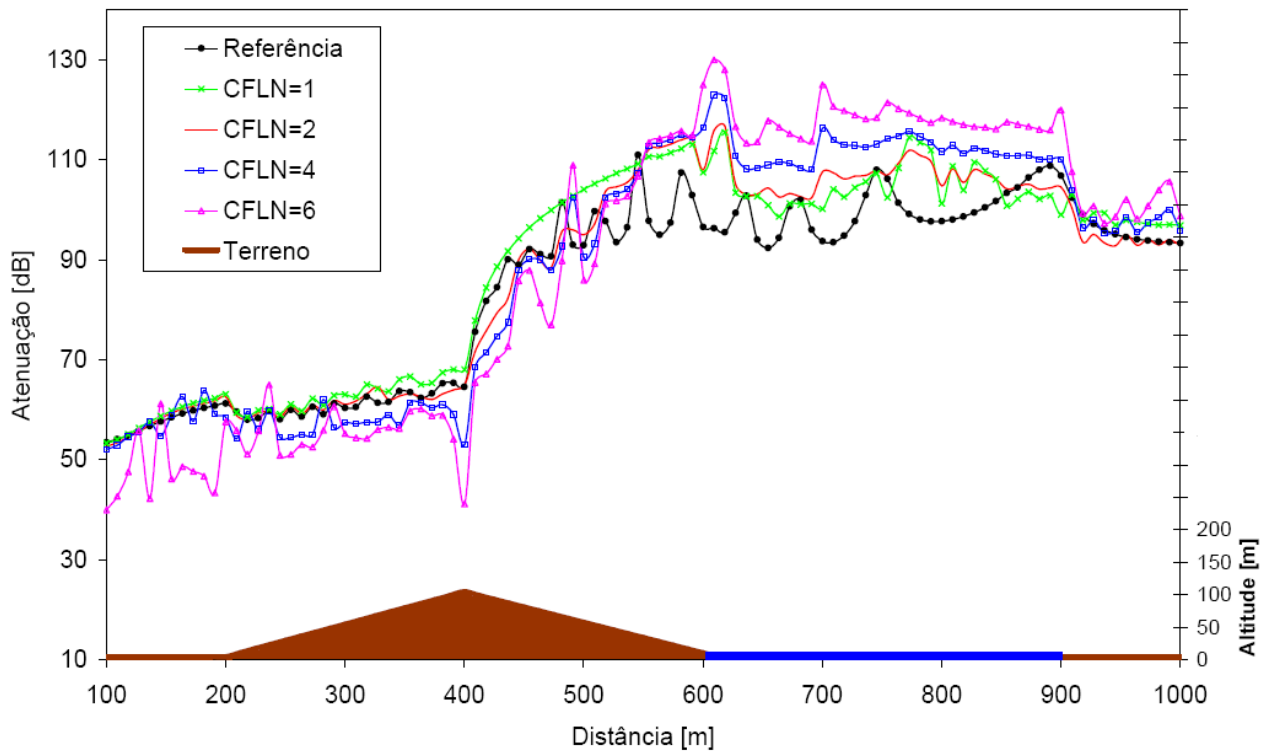
WS	No de janelas	CFLN	Erro Médio [dB]		Erro Médio Absoluto [dB]		Tempo [minutos] [%]
			100 MHz	400 MHz	100 MHz	400 MHz	
30	6	1	4,31	0,26	4,81	4,70	723 (100)
20	10	1	4,05	0,25	4,78	4,71	436 (60,3)
10	20	1	4,35	0,38	4,84	4,63	191 (26,4)
5	40	1	3,30	-0,70	4,39	5,98	101 (14,0)
10	20	1	4,35	0,38	4,84	4,63	191 (100)
10	20	2	2,81	5,85	4,31	8,43	95 (49,9)
10	20	4	3,96	16,38	7,30	18,69	46 (24,2)
10	20	6	4,33	36,35	11,79	36,78	26,5 (13,9)

Os resultados começaram a oscilar a partir de $WS=10$ com aumento da diferença para $WS=5$.

As Figuras 3.19-(b) e 3.20-(b) exibem a atenuação estimada para diferentes valores de $CFLN$ e tamanho de janela fixo $WS=10$. Nesses casos, os valores calculados apresentaram variação significativa com o aumento do fator $CFLN$, com grande diferença a partir de $CFLN=4$. As simulações para a frequência de 400 MHz tiveram pior performance, pois possuem menor comprimento de onda e perdem precisão para a mesma discretização $Nx=25$. A Tabela III.III resume os parâmetros estatísticos para o caso analisado. Novamente a diminuição do tamanho da janela virtual diminuiu drasticamente o tempo total de simulação, fato também observado com o aumento do fator $CFLN$.

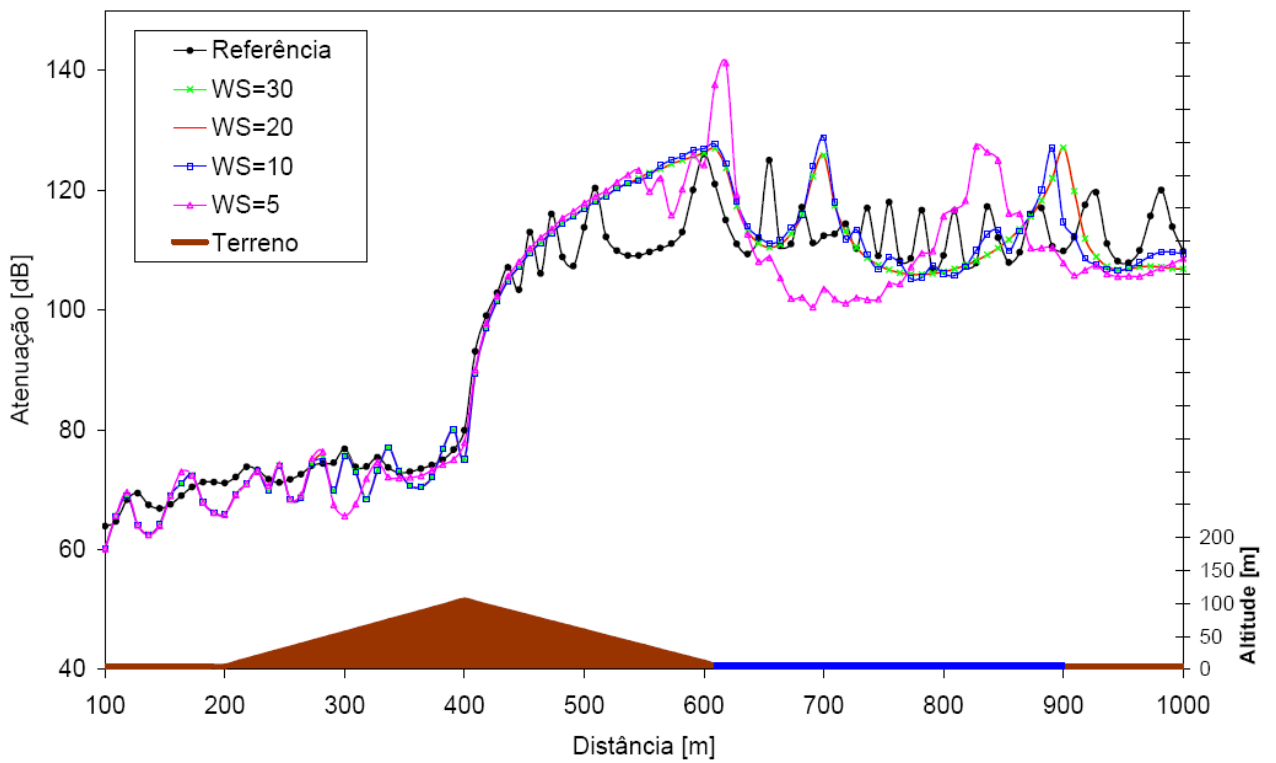


(a) Variação de WS com $CFLN=1$.

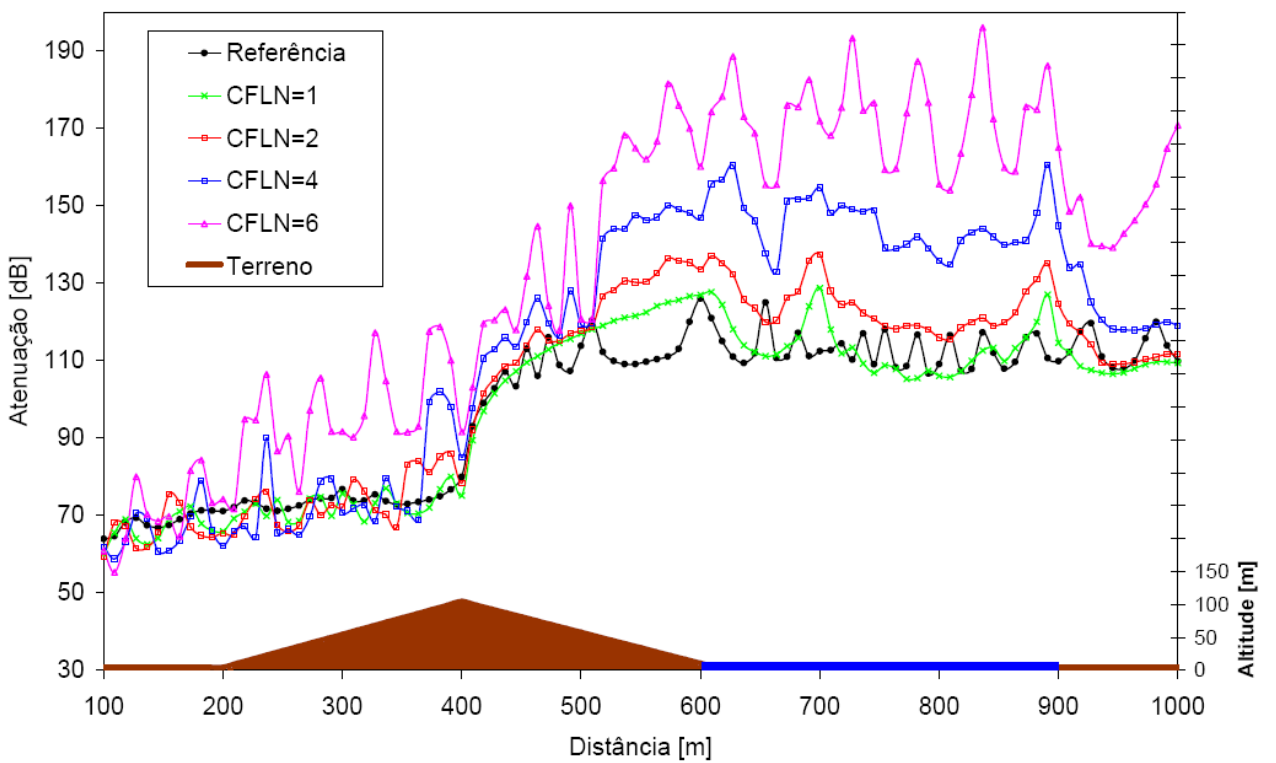


(b) Variação de $CFLN$ com $WS=10$.

Figura 3.19: Atenuação sobre a cunha para $f=100$ MHz.



(a) Variação de WS com $CFLN=1$.



(b) Variação de $CFLN$ com $WS=10$.

Figura 3.20: Atenuação sobre a cunha para $f=400$ MHz.

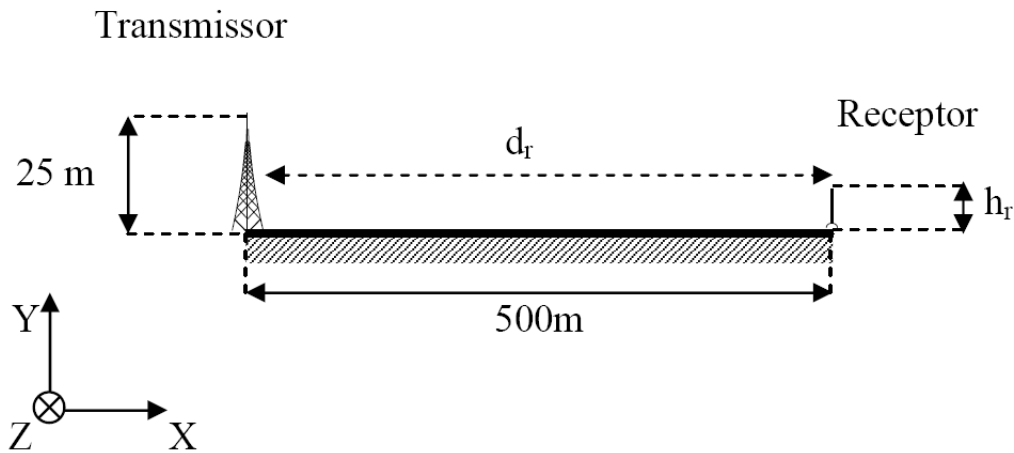


Figura 3.21: Modelo Terra plana para cálculo de campo considerando mudança do índice de refração atmosférico.

3.2.3 Efeito da Atmosfera

Nessa seção, demonstra-se a aplicabilidade do propagador FDTD no cálculo de campo eletromagnético em cenários considerando mudança do índice de refração atmosférico. A situação analisada é mostrada na Figura 3.21, modelando o terreno como Terra plana. O perfil possui extensão de 500 m, o transmissor tem 25 metros de altura e o receptor está localizado a uma distância d_r com altura h_r . O terreno é caracterizado como condutor elétrico perfeito.

A primeira situação analisada consiste na variação da altura do receptor de 0 a 50 metros mantendo uma distância fixa $d_r=500$ m. Nesse caso, pretende-se reproduzir os resultados de Sevgi em [3] obtidos com o método baseado na solução da equação parabólica SSPE (*Split Step Parabolic Equation*). O índice de refração atmosférico N varia de acordo com:

$$N(y) = -100y + 304 , \quad (3.7)$$

onde y é a altura dada em quilômetros. A análise é realizada através do fator de propagação definido como $|E_y/E_{y0}|$, onde E_y é o campo calculado na presença do terreno e E_{y0} é o campo no espaço livre. As Figuras 3.22-3.24 exibem os resultados obtidos para as frequências de 150 MHz, 200 MHz e 250 MHz.

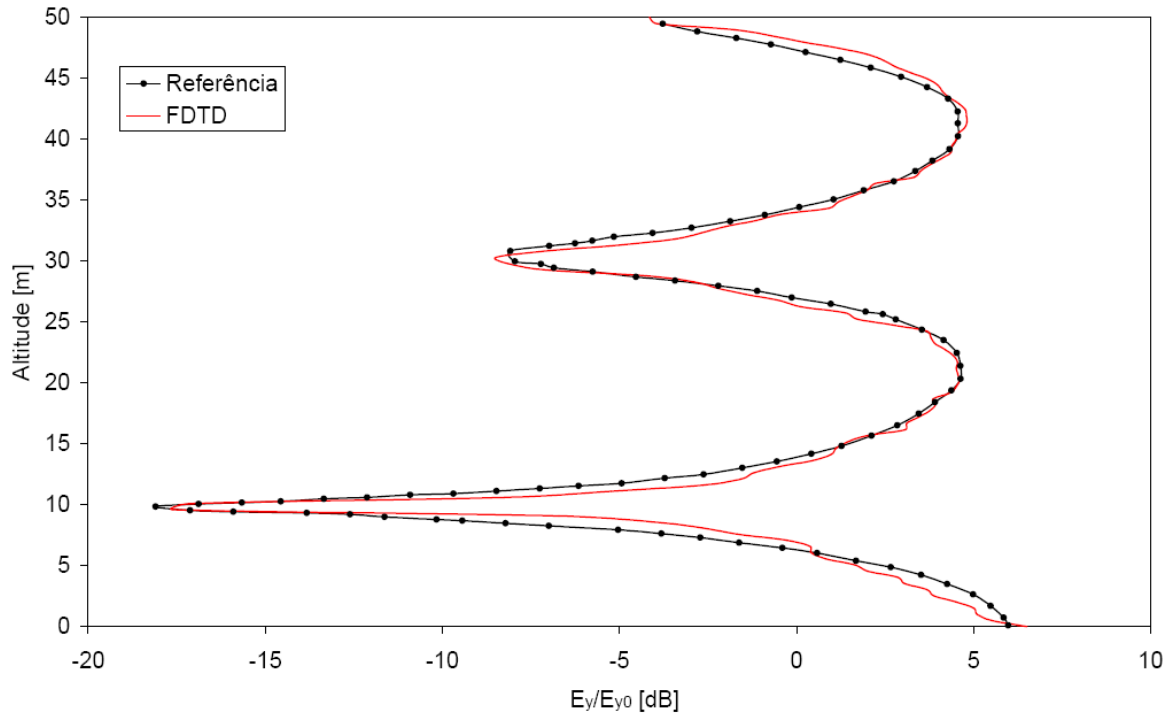


Figura 3.22: Fator de propagação $|E_y/E_{y0}|$ para variação da altura h_r do receptor e $f=150$ MHz.

O propagador FDTD utilizou $N_x=30$ considerando λ_{min} relativo a 200 MHz, $OR = 50$, tamanho de janela $WS=20$ e $CFLN=4$. O índice de refração atmosférico é avaliado via permissividade elétrica ϵ_r do meio FDTD pela relação (2.114). Os valores de referência da SSPE foram extraídos de [3] utilizando o *software* de distribuição livre *Engauge Digitizer* [78].

Os resultados mostram coerência com a referência, apresentando curvas com oscilações em torno dos pontos. Observa-se que o método SSPE [3] utiliza malha de discretização que engloba todo o domínio, enquanto que o propagador FDTD emprega a janela deslizante. A convergência entre os métodos pode ser aperfeiçoada aumentando-se a discretização N_x , já que tanto o cálculo do campo E_y como o perfil de $N(y)$ dependem desse fator. Tal fato pretende ser investigado pelo autor em trabalhos futuros.

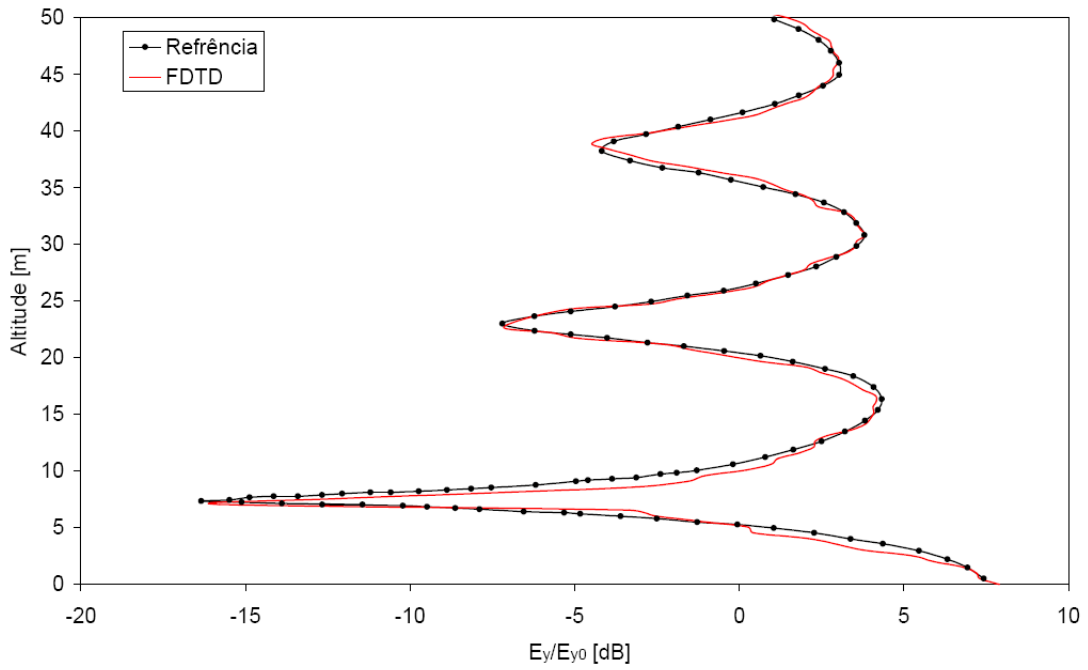


Figura 3.23: Fator de propagação $|E_y/E_{y0}|$ para variação da altura h_r do receptor e $f=200$ MHz.

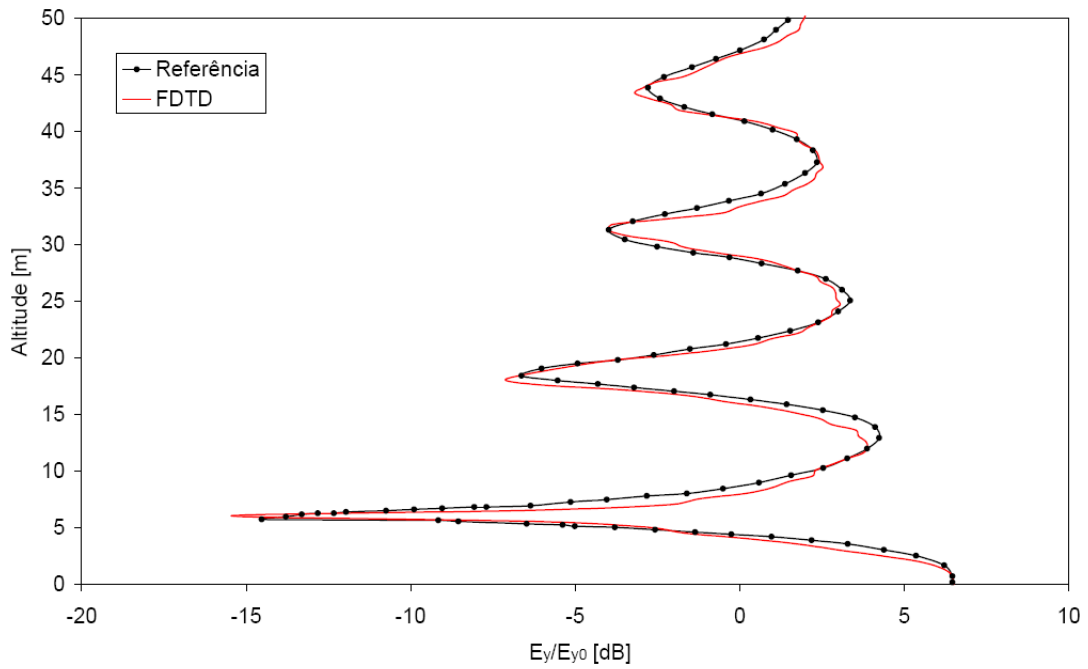


Figura 3.24: Fator de propagação $|E_y/E_{y0}|$ para variação da altura h_r do receptor e $f=250$ MHz.

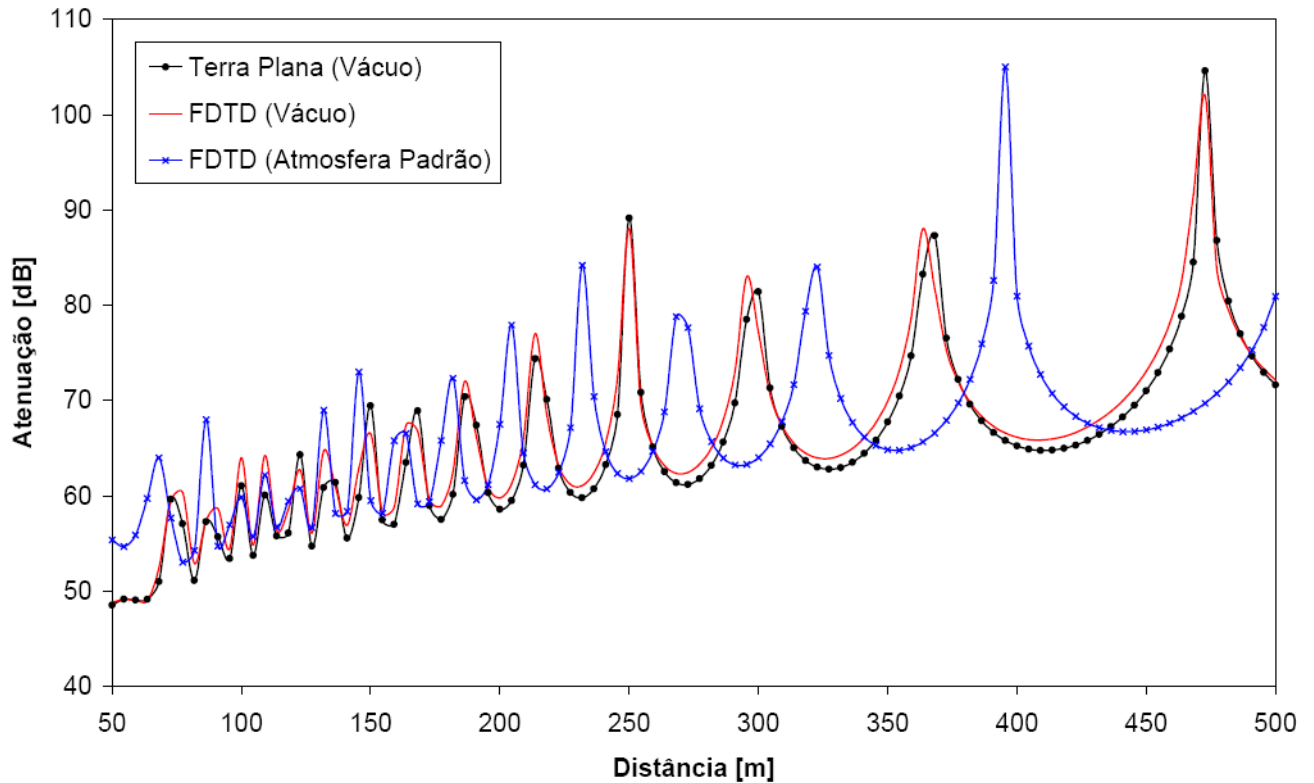


Figura 3.25: Efeito da atmosfera padrão na atenuação sobre Terra plana para $f=200$ MHz.

No segundo caso de estudo, pretende-se visualizar o efeito da atmosfera no sinal recebido ao longo do caminho de propagação. Assim, a atenuação do sinal é estimada para o receptor com altura fixa $h_r = 50$ metros e variação da distância d_r de 50 a 500 m. A frequência do sinal é de 200 MHz. Considera-se dois cenários de propagação: vácuo e presença da atmosfera padrão. O índice de refração $N(y)$ é então definido por (2.115), usualmente utilizado em casos práticos para pontos situados a poucos quilômetros de altitude.

Para referência inicial, utiliza-se o modelo de propagação Terra Plana [1]. Tal método analítico emprega o conceito de raio direto e raio refletido e não considera a presença da atmosfera, ou seja, propagação no vácuo. Na simulação do propagador FDTD, utilizou-se $N_x=30$, $OR = 50$, tamanho de janela $WS=20$ e $CFLN=4$. O propagador gerou resultados para propagação no vácuo e na atmosfera padrão.

A Figura 3.25 exhibe os resultados obtidos. Observa-se grande coerência entre os valores

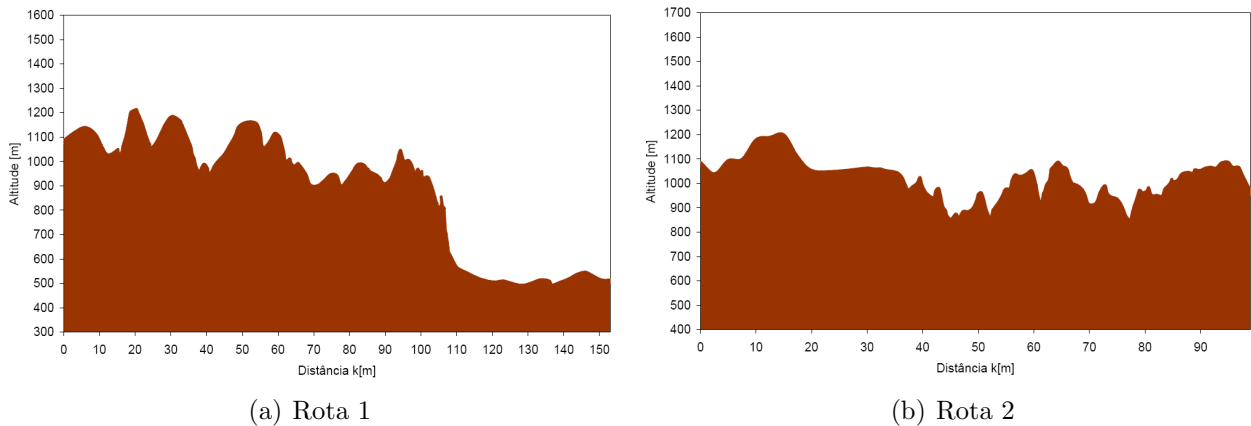


Figura 3.26: Perfis de terreno para o caso de Brasília-DF.

preditos pelo FDTD (vácuo) e o modelo analítico Terra plana. A mudança do  ndice de refra o causou grande diferenças nas curvas com deslocamentos dos picos de atenua o. Ressalta-se que esse efeito pode estar amplificado pelo fato da modelagem do solo como condutor elétrico perfeito sem perdas.

3.2.4 Brasília-DF

Nesta se o   analisado um caso de estudo realizado em Brasília-DF através de medi es executadas por Lima *et al.* [79], [80]. Os testes visavam estudar a propaga o de sinal na faixa de HF na zona rural. A intensidade de campo elétrico foi registrada ao longo de rotas radiais durante o período diurno de 09:00h às 17:00h.

O transmissor operava com potência de 50 kW na frequência de 980 kHz, polarizado verticalmente, e antena posicionada a 94 metros de altura do solo. A esta o receptora utilizou antena monopolo com ganho máximo de 15 dBi localizada a 3 metros de altura. A atenua o do sinal   observada para as rotas 1 e 2, com extensão de cerca de 150 km e 100 km, respectivamente, conforme exibido na Figura 3.26. Os perfis dos terrenos foram obtidos pelo Sistema de Informa es Geográficas da ANATEL (SIGAnatel) (<http://sistemas.anatel.gov.br/siganatel/>). As características elétricas do solo foram retiradas da recomenda o ITU-R P.368-7 [81] e ITU-R P.832-2 [82]: $\epsilon_r = 15$ e $\sigma = 0,001 S/m$.

As Figuras 3.27-(a) e 3.28-(a) exibem a atenua o medida nos pontos ao longo dos perfis, a estima o calculada pelo método de Ott [64] e os resultados do propagador FDTD. As medidas

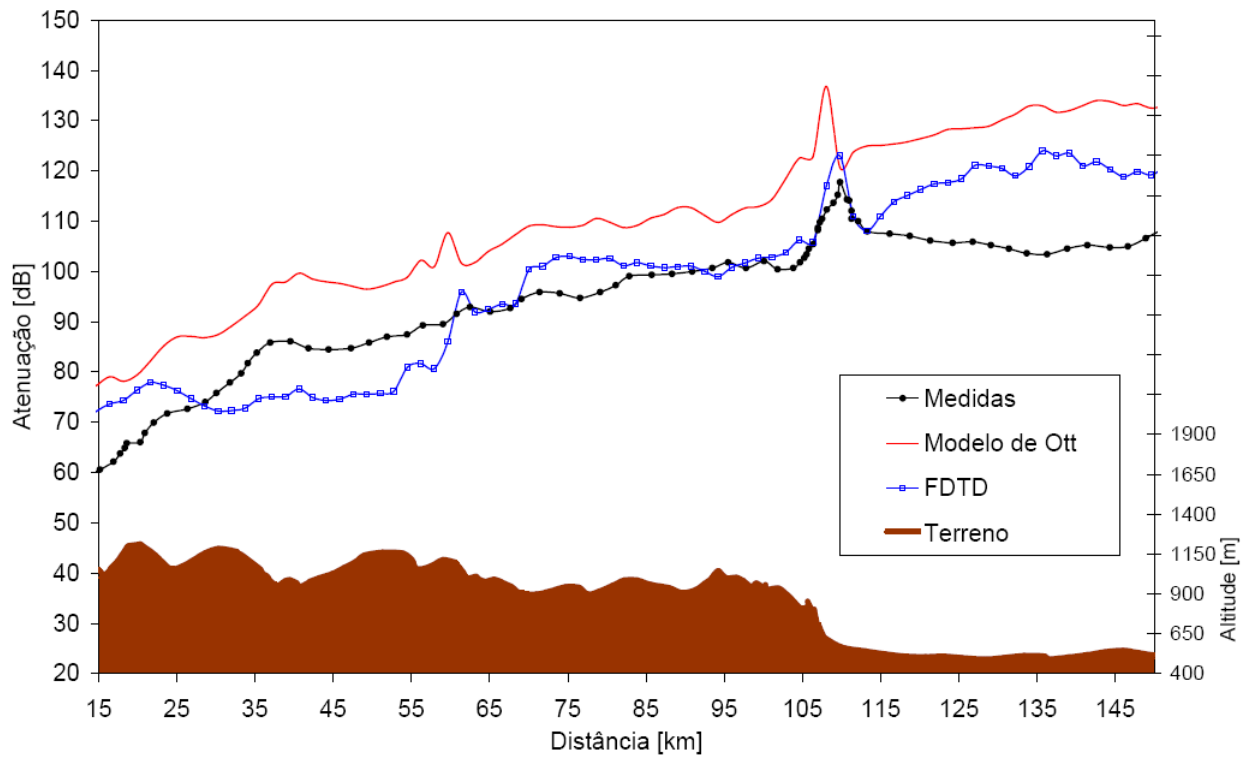
Tabela III.IV: Parâmetros para o caso de Brasília-DF.

	Erro Médio [dB]	Erro Médio Absoluto [dB]	Erro RMS [dB]	Tempo [minutos]
Rota 1				
Ott	18,46	18,46	19,48	21
FDTD	5,98	8,83	10,48	311
Rota 2				
Ott	14,31	14,31	14,46	13
FDTD	5,31	7,08	7,61	162

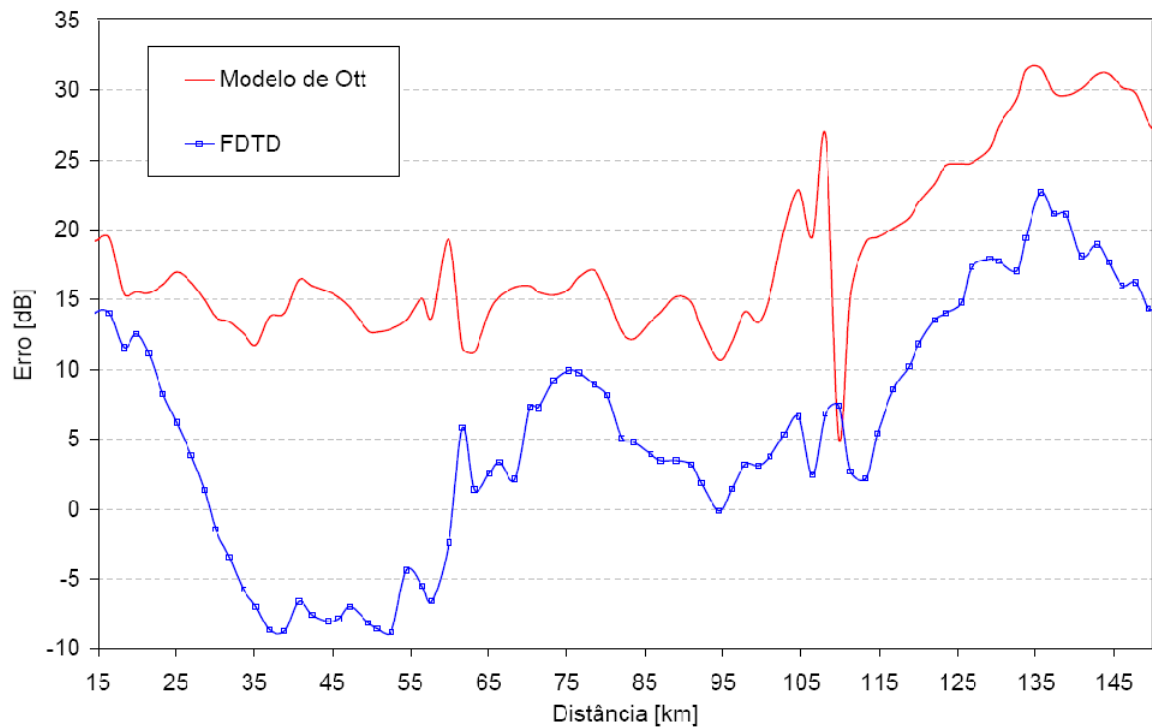
foram extraídas de gráficos exibidos no trabalho de Lima [79] através do *software Engauge Digitizer* [78]. O método FDTD utilizou os seguintes parâmetros: $N_x = 40$, $OR = 0,5$, $WS = 20$ e $CFLN = 4$. Os erros entre o valor predito e as medidas são mostrados nas Figuras 3.27-(b) e 3.28-(b) para os métodos considerados. Para a rota 1, o método FDTD apresentou melhores resultados do que o modelo de Ott, que obteve valores de atenuação maiores que os medidos. Ambos os métodos mostraram curvas com formato semelhante, resultado da irregularidade do terreno. Os maiores erros ocorreram após a distância de 108 km, onde ocorre uma depressão acentuada no terreno. No caso da rota 2 os erros foram menores, ambos os métodos estimaram valores de atenuação maiores que os medidos e novamente o propagador FDTD alcançou os resultados mais precisos.

A Tabela III.IV mostra o erro médio, erro médio absoluto, erro RMS (*root mean square*) e os tempos das simulações para as duas rotas. O algoritmo FDTD obteve erros significativamente menores do que o método de Ott, porém com tempos de processamento cerca de 12 vezes maiores. A Figura

A atenuação para frequências em HF é fortemente influenciada pelo modelamento das características elétricas do solo, uma vez que têm como importante mecanismo de propagação as ondas de superfície. Assim, a predição do sinal poderia variar significativamente com uma melhor caracterização do solo dos terrenos, incluindo variações de parâmetros com a distância. Os parâmetros utilizados obtidos das recomendações ITU são valores médios e com pouco detalhamento do solo brasileiro.

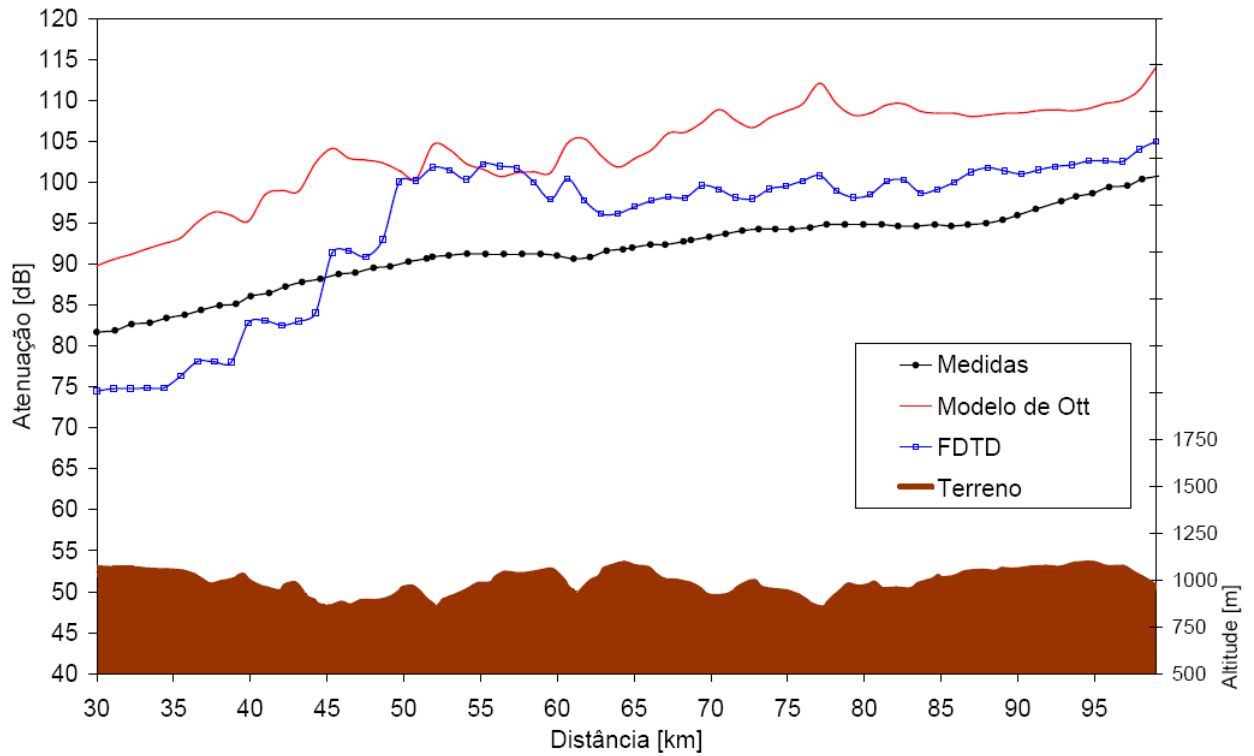


(a) Atenuação ao longo do terreno.

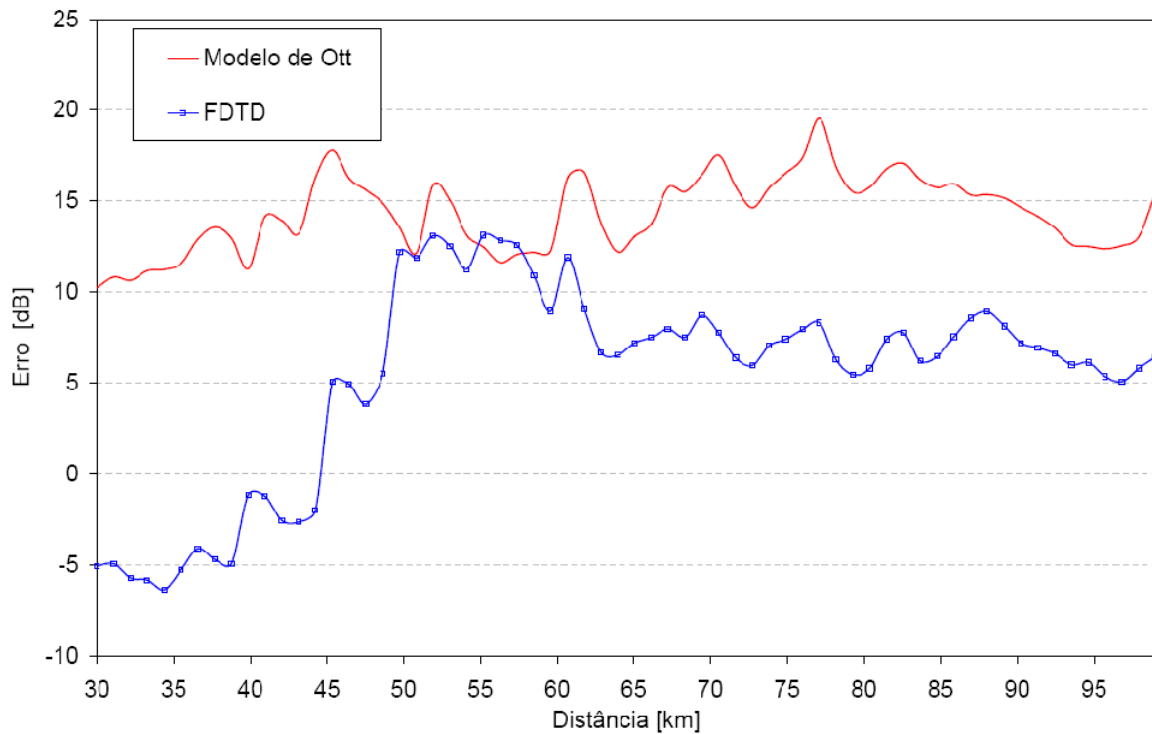


(b) Erro entre valor predito e valor medido.

Figura 3.27: Estudo de caso em Brasília-DF: Rota 1.



(a) Atenuação ao longo do terreno.



(b) Erro entre valor predito e valor medido.

Figura 3.28: Estudo de caso em Brasília-DF: Rota 2.

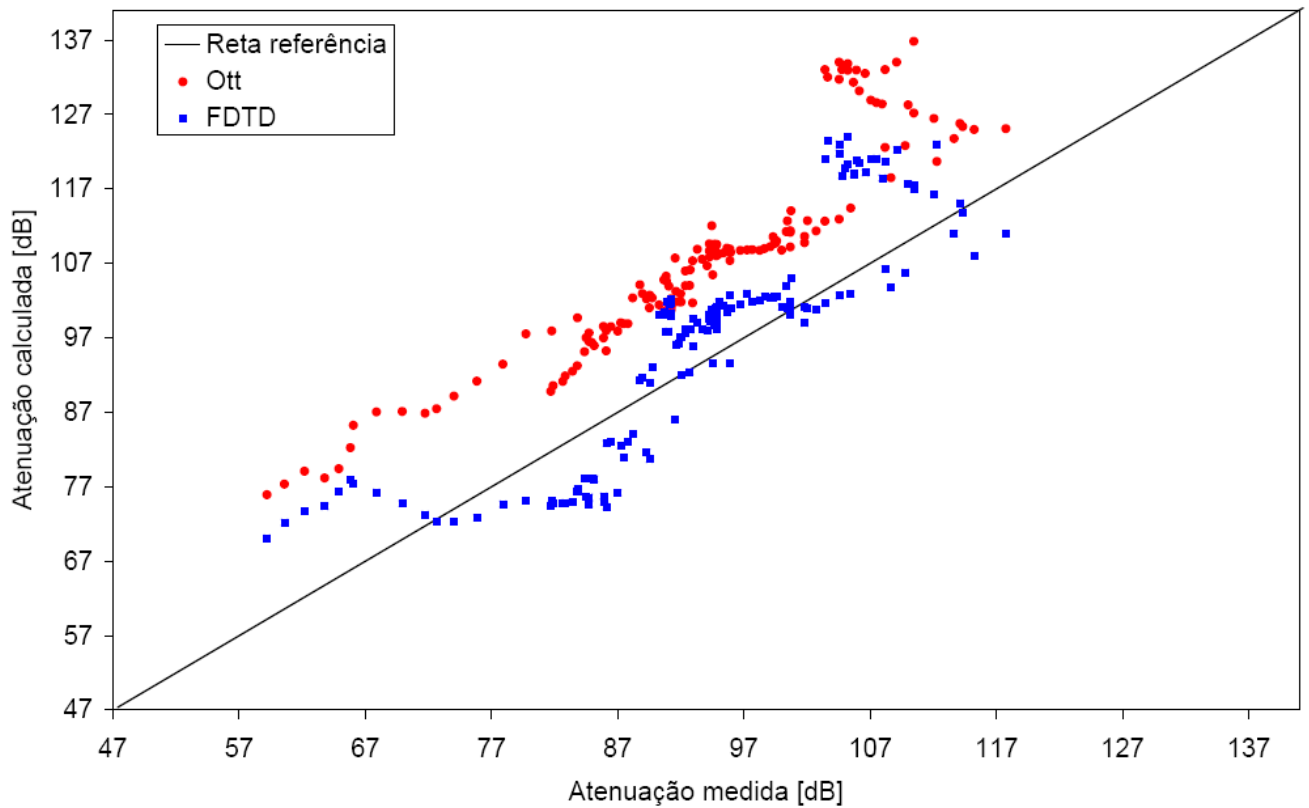


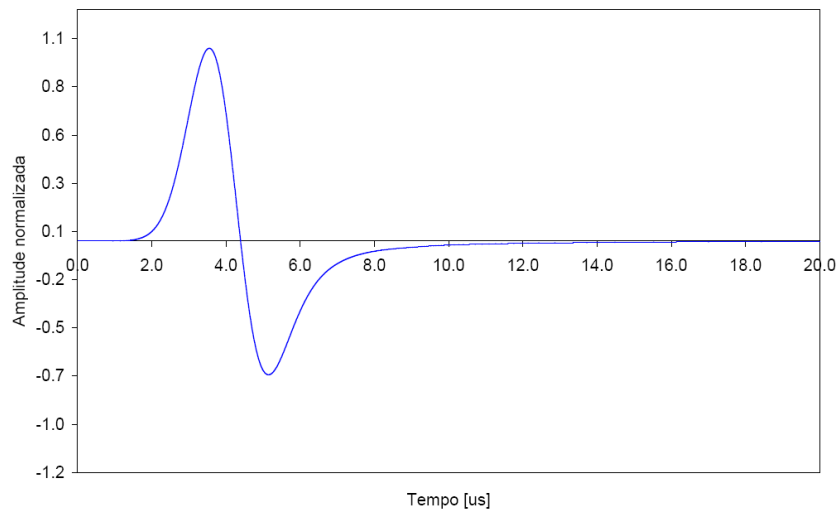
Figura 3.29: Comparação entre o modelo de Ott e o propagador FDTD para o caso de Brasília-DF.

A precisão dos modelos é analisada graficamente pela Figura 3.29. O gráfico exibe os valores calculados versus os valores medidos, assim quanto mais os pontos se aproximam da reta de referência maior a precisão do método.

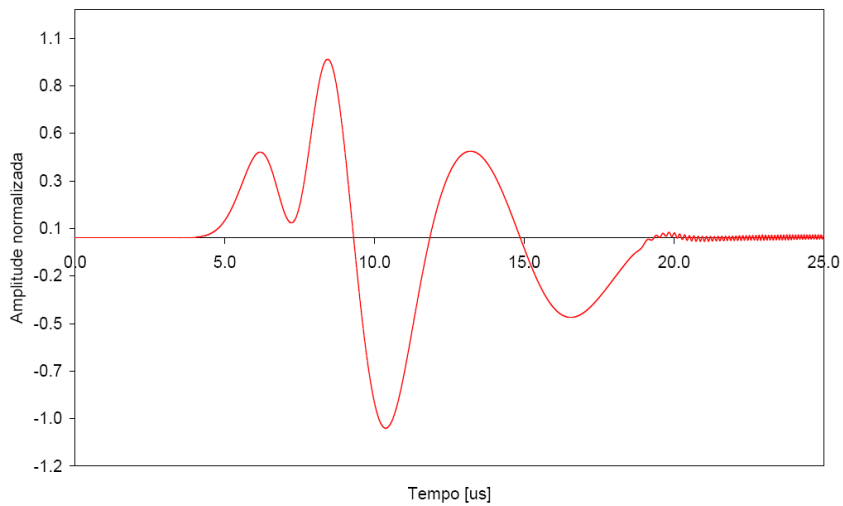
A propósito de demonstrar a possibilidade de utilização do propagador FDTD em estudos envolvendo modulação e transmissão de dados, exibe-se resultados acerca da dispersão do sinal observado no último ponto de recepção da rota 2. Para a análise, utilizou-se $N_x = 60$, $WS = 20$, $CFLN = 2$ e o sinal irradiado foi um pulso com espectro de frequências de 0 a 800 kHz.

A Figura 3.30 mostra o pulso gerado pelo transmissor, o pulso observado no ponto de recepção e os respectivos espectros de frequências. A Figura 3.31 exibe as formas de onda para a transmissão de 2 pulsos consecutivos. Nesse caso, a dispersão ainda não impede a identificação de cada pulso. A transmissão dos pulsos com maior intervalo de tempo entre eles (menor taxa de transmissão) seria indicada para melhorar a identificação dos pulsos.

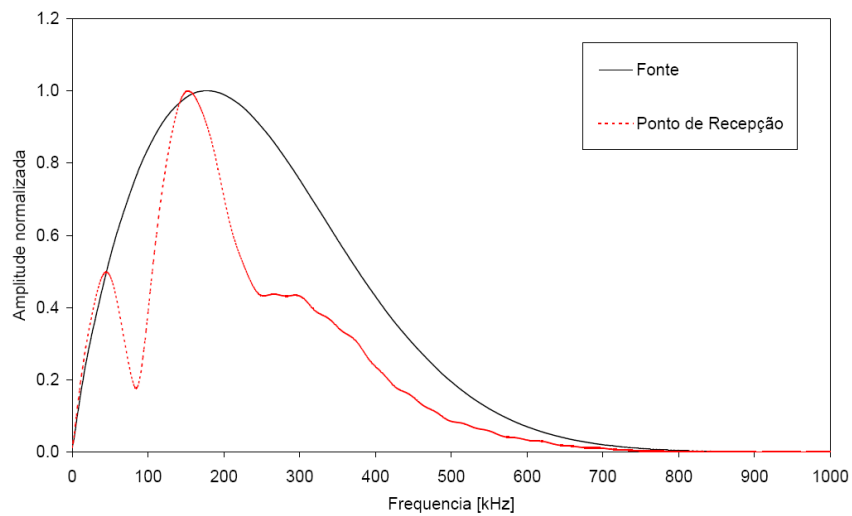
O método FDTD pode gerar pulsos de formatos variados e simular a transmissão de vários pulsos para avaliação de taxa de dados, modulação, etc. A limitação observada é o tamanho da janela WS necessária para englobar o trem de pulsos enviado acrescido da região de sobreposição OR . Para o caso estudado, o tamanho de janela mínimo calculado é de $WS=3$ para um único pulso, ou seja, para transmissão de 10 pulsos deve-se utilizar janela virtual maior ou igual a $WS=30$. Deve-se observar também que o pulso sofrerá dispersão ao longo do caminho de propagação no dimensionamento da janela WS .



(a) Pulso gerado pela fonte.

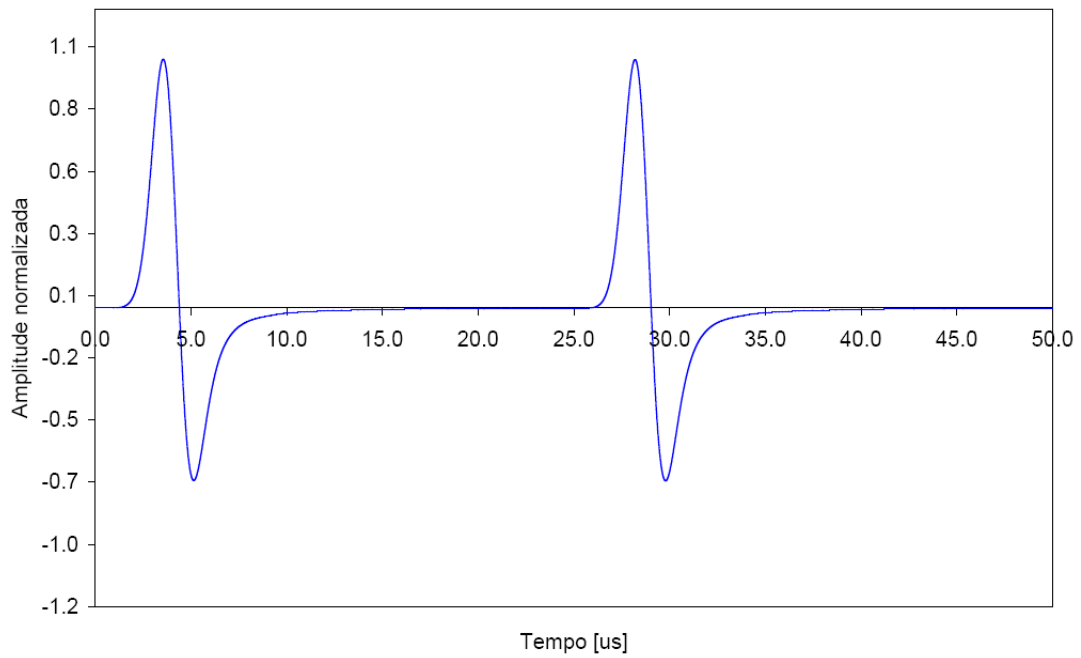


(b) Pulso observado no ponto de recepção.

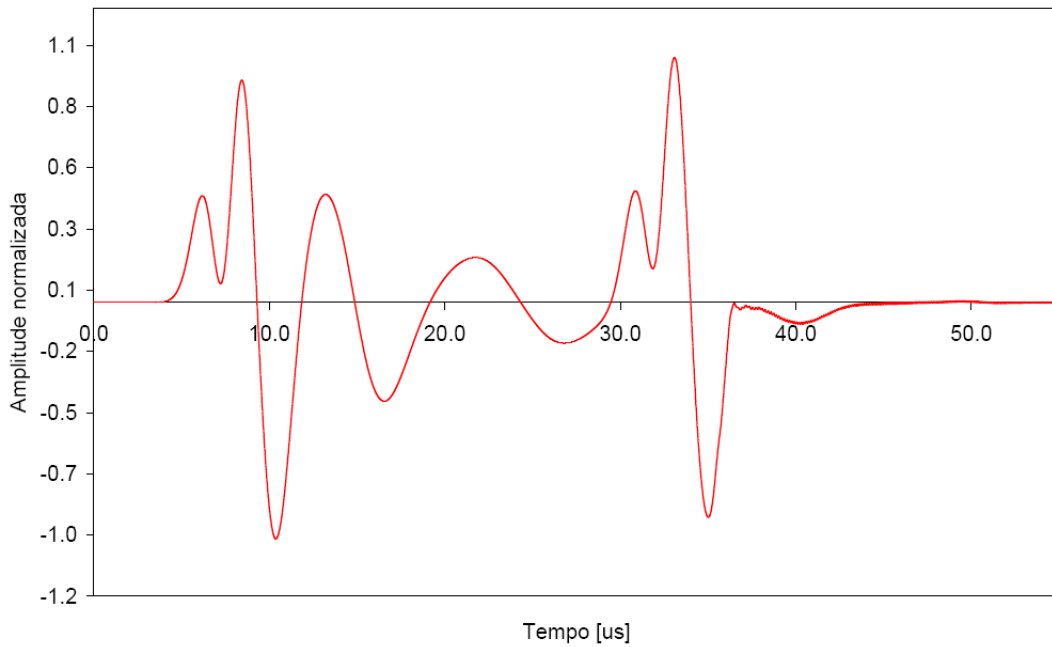


(c) Espectro de frequências.

Figura 3.30: Dispersão do sinal observado no último ponto de recepção da rota 2: pulso único.



(a) Pulsos gerado pela fonte.



(b) Pulsos observados no ponto de recepção.

Figura 3.31: Dispersão do sinal observado no último ponto de recepção da rota 2: dois pulsos.

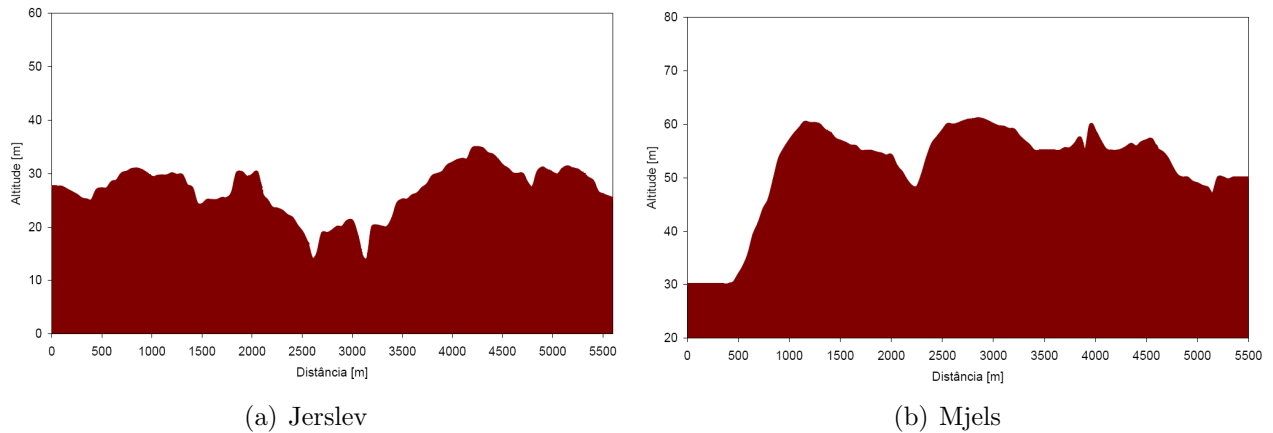


Figura 3.32: Perfis de terreno para o caso na Dinamarca.

3.2.5 Dinamarca

O segundo caso prático engloba campanha de medição realizada em Northem Jutland perto de Aalborg, Dinamarca, onde medições foram realizadas por Hviid *et al.* em [66]. Analisa-se dois perfis de terrenos denominados Jerslev e Mjels. Os perfis possuem de cerca de 5,5 km de extensão cada e foram obtidos através de mapas digitais com resolução de 50 m. Os terrenos apresentam perfis irregulares com regiões rurais, árvores e algumas construções.

Os testes foram realizados com dipolo de meia-onda como transmissor irradiando 10 W, com polarização vertical, situado a 10,4 m de altura do solo. A intensidade de campo elétrico foi registrada ao longo dos terrenos por estação receptora com 2,4 m de altura. A atenuação total dos enlaces é analisada para a frequência de 144 MHz. As medições e os perfis dos terrenos foram gentilmente cedidas pelo Prof. Conor Brennan e Prof. Jørgen Bach Andersen.

As Figuras 3.33-(a) e 3.34-(a) exibem a atenuação medida nos pontos ao longo dos perfis, a estimativa calculada pelo Método dos Momentos (MoM) [70] e os resultados do propagador FDTD. O método FDTD utilizou os seguintes parâmetros: $N_x = 20$, $OR = 0,5$, $CFLN = 4$ e valores de tamanho de janela $WS = 10$ e $WS = 30$. Ambos os modelos utilizaram as constantes elétricas para solo padrão $\epsilon_r = 15$ e $\sigma = 0,012 S/m$ na modelagem do solo [61]. Os erros entre o valor predito e as medidas são mostrados nas Figuras 3.33-(b) e 3.34-(b) para os métodos considerados.

Os resultados mostram que para ambos os casos tanto o propagador FDTD ($WS=30$) quanto o Método dos Momentos estimaram curvas com formatos semelhantes entre si e com precisão satisfatória comparados às medidas. O MoM apresentou valores de atenuação maiores que os

Tabela III.V: Parâmetros para o caso na Dinamarca

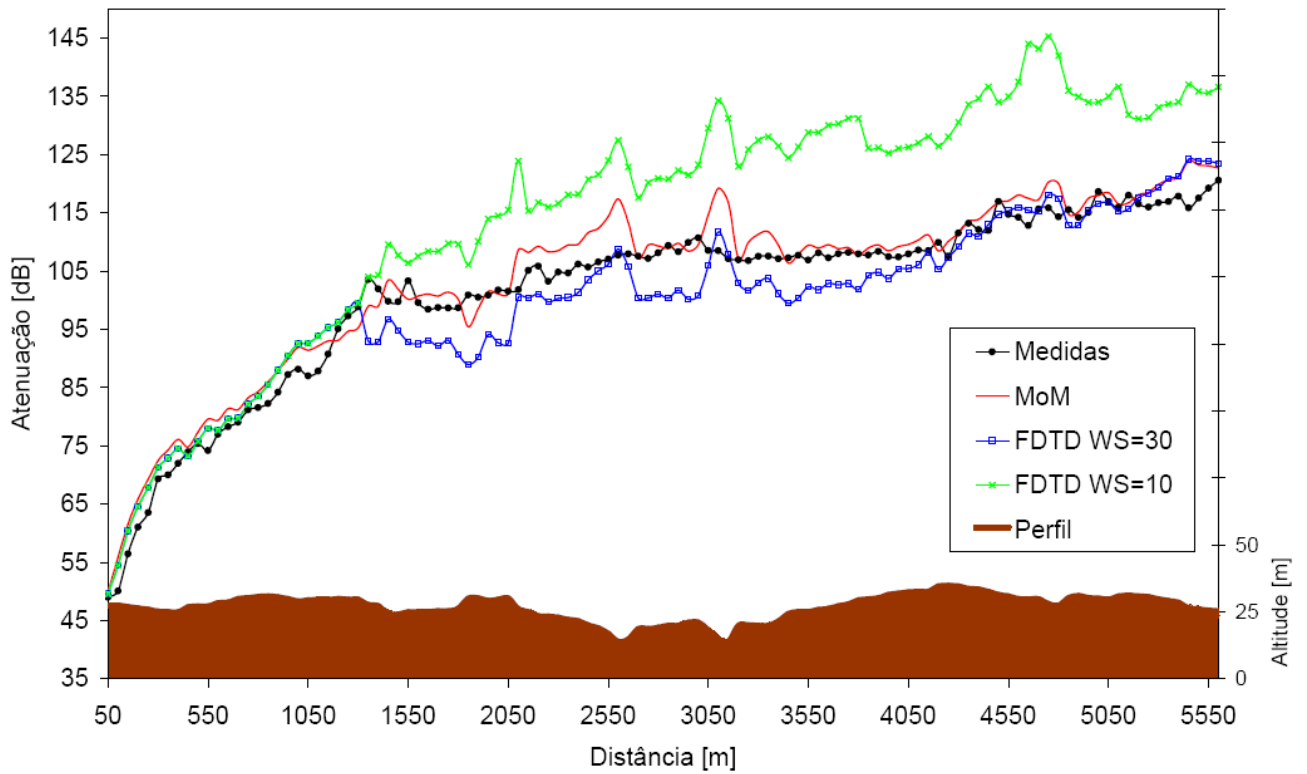
	Erro Médio [dB]	Erro Médio Absoluto [dB]	Erro RMS [dB]	Tempo [horas]
Jerslev				
MoM	2,30	2,95	3,63	6,9
FDTD WS=30	-1,81	3,96	4,82	50,3
FDTD WS=10	13,38	13,40	15,52	15,6
Mjels				
MoM	1,93	2,48	3,14	6,4
FDTD WS=30	-1,45	2,32	3,00	48,1
FDTD WS=10	7,00	9,16	11,98	14,6

medidos, enquanto que o algoritmo FDTD estimou valores inferiores. A Tabela III.V exibe os erros e os tempos das simulações numéricas. Apesar da proximidade dos erros médios dos dois métodos, pode-se observar pelos gráficos de erros que o Método dos Momentos obteve melhor performance. Além disso, o propagador FDTD dispendeu tempo de processamento cerca de 7 vezes maior que o MoM.

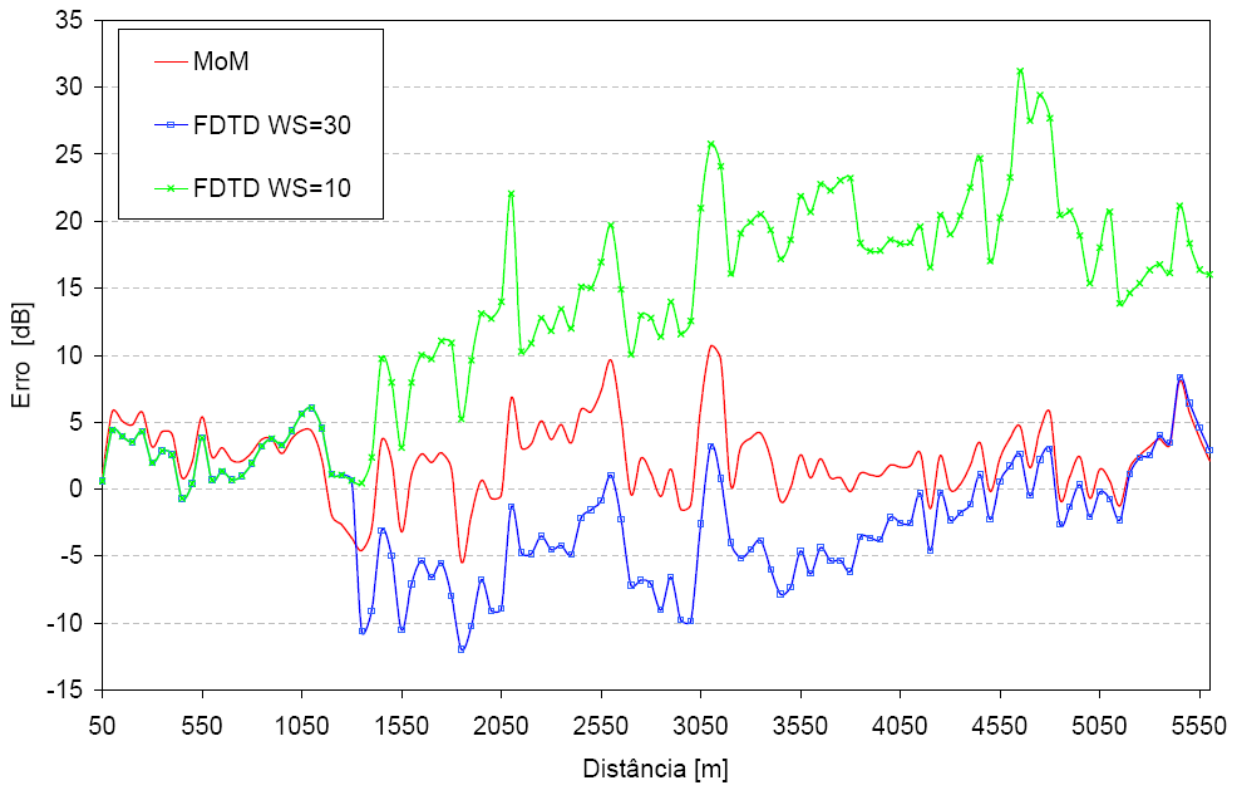
Para melhor avaliação do algoritmo FDTD, utilizou-se um valor menor de janela virtual $WS = 10$. Os resultados mostram que, a exemplo do caso da Cunha, os valores começam a divergir do FDTD $WS = 30$ após determinado ponto do terreno. No presente caso, a divergência é maior possivelmente devido à grande extensão dos perfis, cerca de 2.600 vezes o comprimento de onda. No entanto, o tempo final de processamento com a janela reduzida é aproximadamente 31% do algoritmo original.

A comparação gráfica dos modelos é exibida na Figura 3.35, onde os valores obtidos pelo método dos momentos (MoM) e o propagador FDTD com $WS=30$ são plotados sobre a reta de referência.

No planejamento de redes sem fio, a variação do sinal médio recebido pode ser modelada estatisticamente como uma distribuição de probabilidade Gaussiana (desvanecimento em larga escala) [1], [83]. Nesse sentido, o sinal varia em torno da média \bar{m} com a curva Gaussiana definida pelo desvio padrão $\bar{\sigma}$. A Figura 3.36 exibe a distribuição relativa de frequências dos erros absolutos entre as medidas e os respectivos modelos para os dois perfis considerados. Os resultados são plotados sobre uma curva Gaussiana de referência e ambos os métodos exibem histogramas semelhantes.

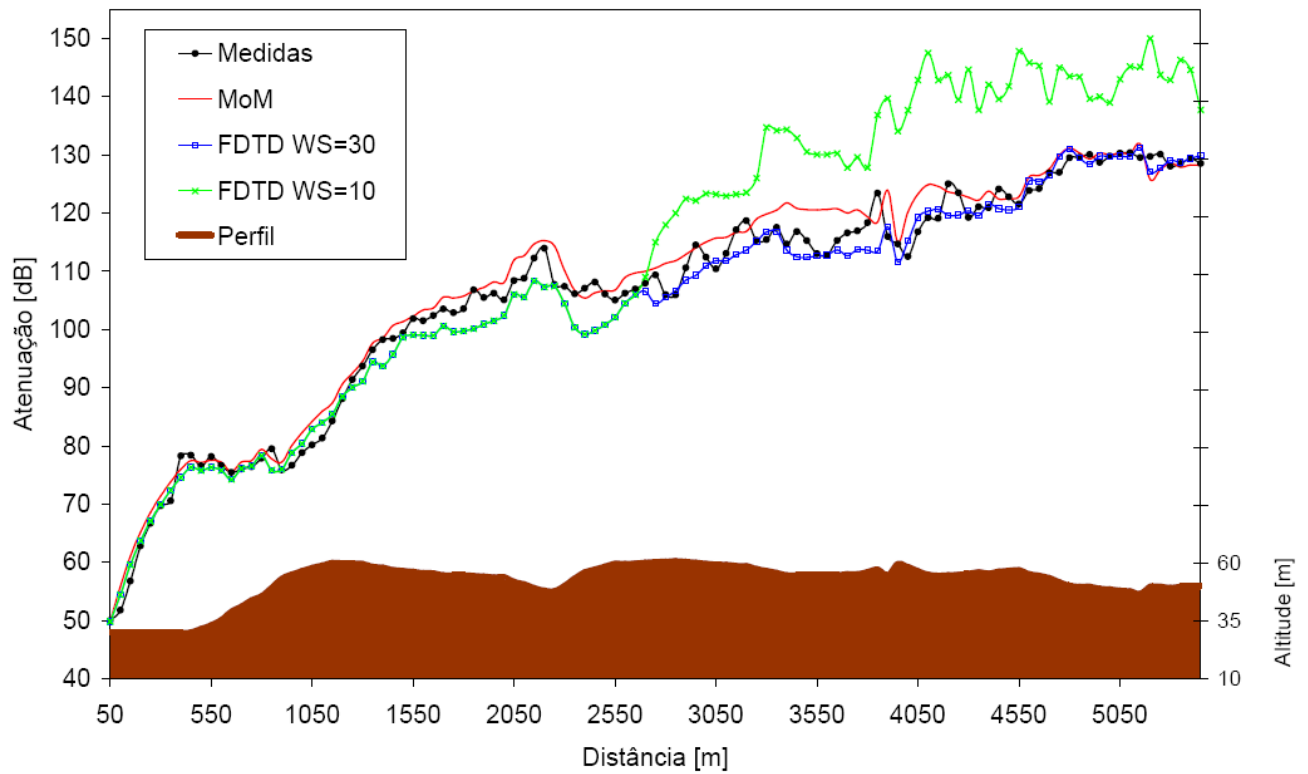


(a) Atenuação ao longo do terreno.

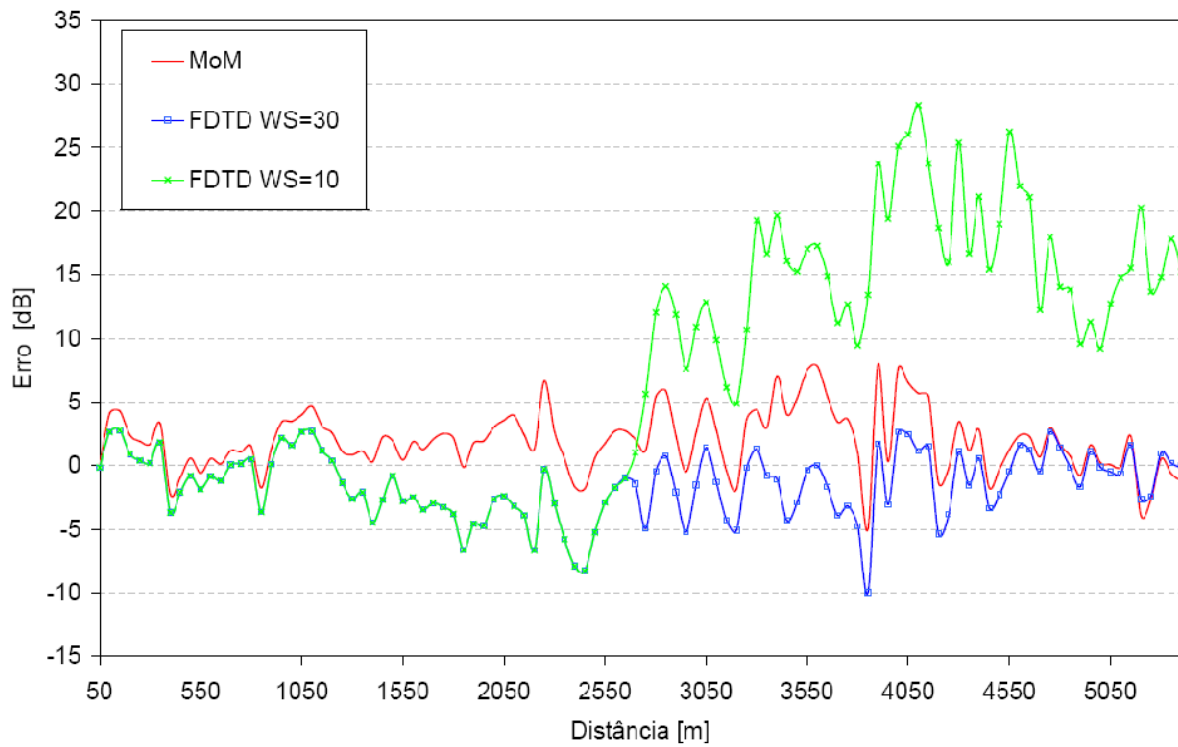


(b) Erro entre valor predito e valor medido.

Figura 3.33: Caso Dinamarca: perfil Jerslev.



(a) Atenuação ao longo do terreno.



(b) Erro entre valor predito e valor medido.

Figura 3.34: Caso Dinamarca: perfil Mjels.

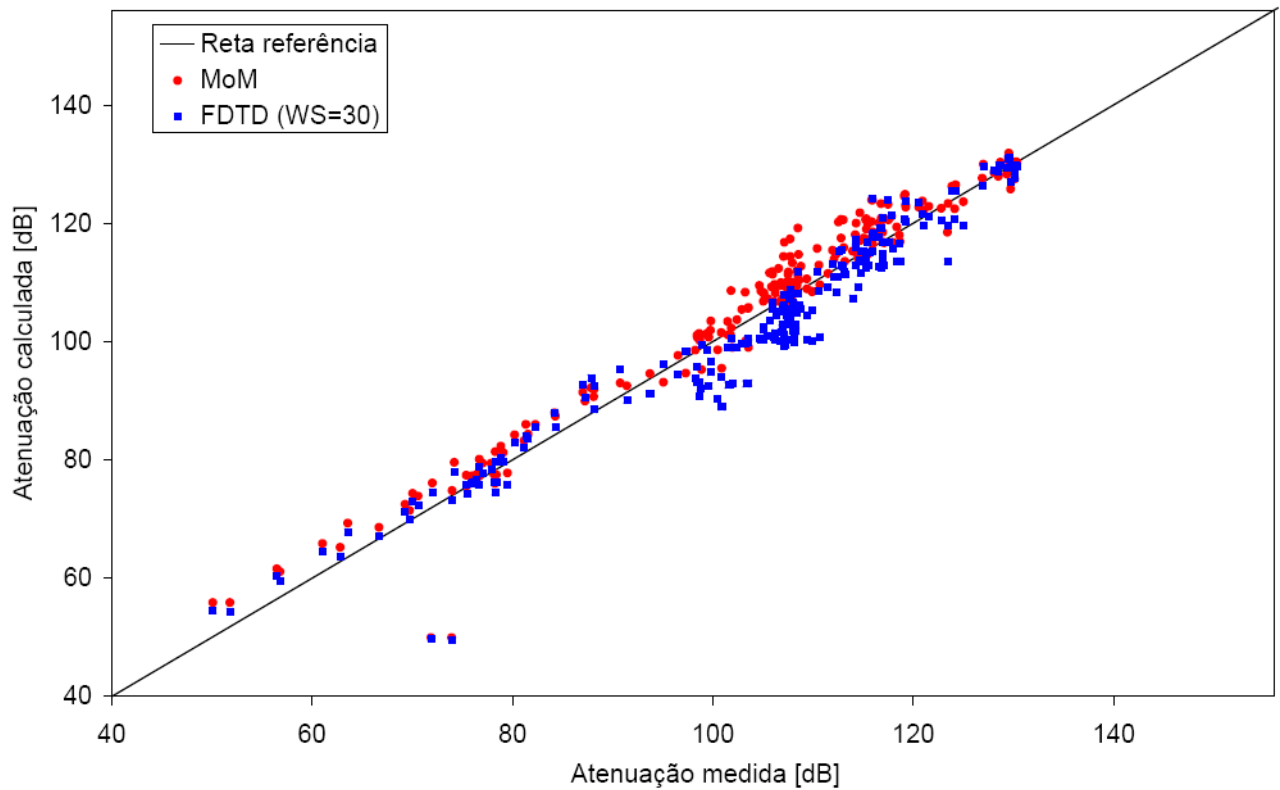


Figura 3.35: Comparação entre o método dos momentos (MoM) e o propagador FDTD para o caso na Dinamarca.

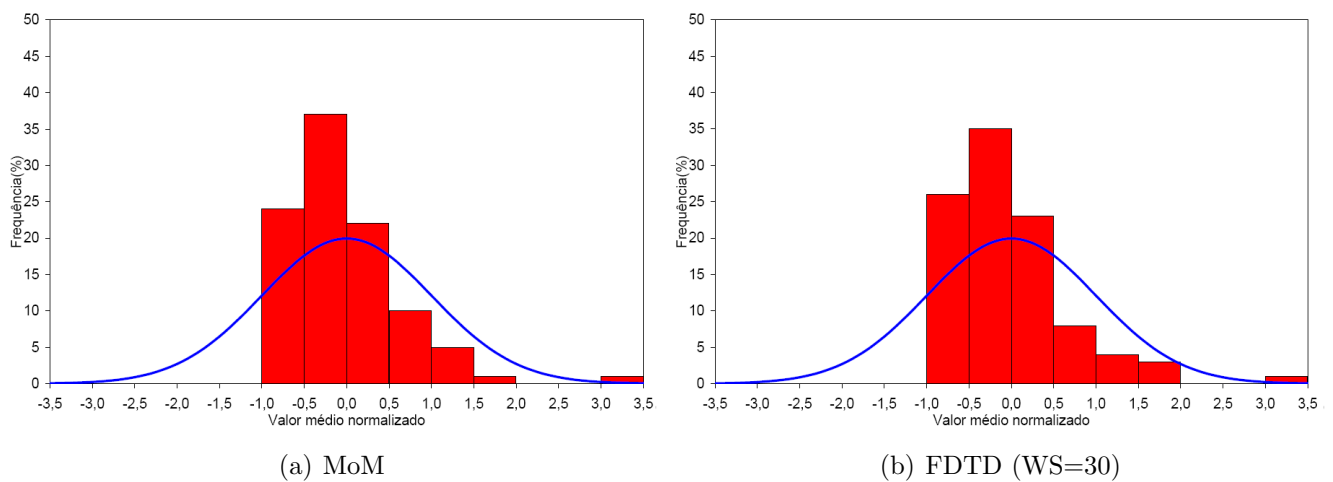


Figura 3.36: Histogramas do erros absolutos entre medidas e modelos para os casos na Dinamarca.

Tabela III.VI: Resumo dos casos em função das frequências analisadas.

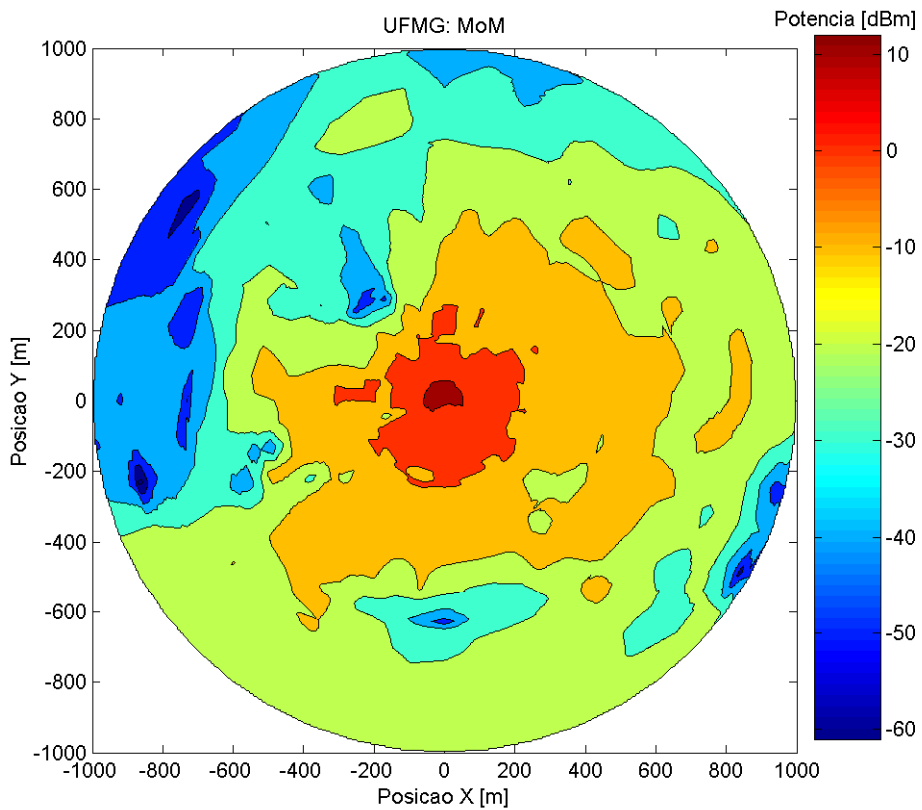
Caso	Extensão [km]	Extensão relativa [λ]		Δx [m]	Nx relativo	
		f_1	f_2		f_1	f_2
Colina	10	16,7	33,4	7,49	60	30
Cunha	1	333,6	1.334,3	0,05	60	15
Brasília: rota 1	153	500,2	-	7,5	40	-
Brasília: rota 2	99	323,6	-	7,5	40	-
Dinamarca: Jerlev	5,6	2.689,9	-	0,10	20	-
Dinamarca: Mjels	5,5	2.617,8	-	0,10	20	-

3.2.6 Discussão

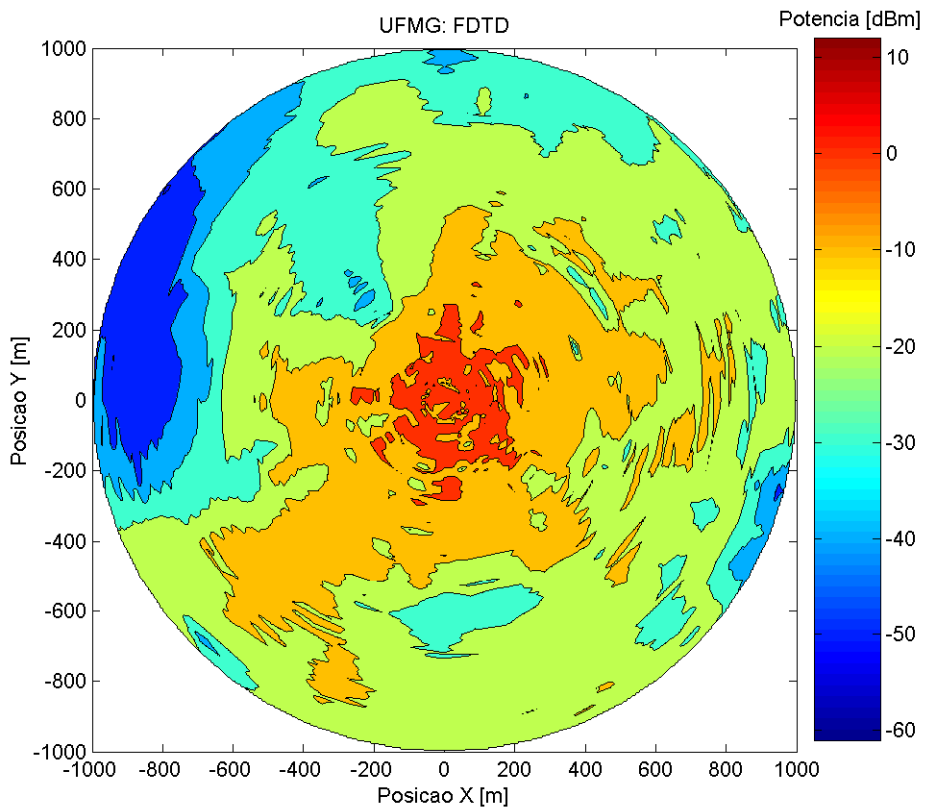
Os casos analisados apresentaram diferentes distâncias e frequências, e cada simulação utilizou amostragem Nx única para a frequência central do pulso gerado. Dessa maneira, sinais de frequências diferentes foram amostrados com parâmetros Nx relativos distintos. A Tabela III.VI mostra um resumo dos casos em função das frequências analisadas (f_1 e f_2): a extensão relativa em comprimentos de onda λ e a amostragem Nx relativa.

Os sinais com maior amostragem Nx obtiveram melhor performance quando comparados com as respectivas referências. Para todos os casos o aumento da discretização possivelmente aumentará a precisão do método, apesar do elevado custo computacional poder se tornar fator limitante. Ao se trabalhar com propagador via janela deslizante, um fator de preocupação é a predição de sinais em terrenos com grandes extensões elétricas relativas. Nesse trabalho, o caso da Dinamarca apresentou os maiores terrenos e o método estimou resultados satisfatórios. Nas situações de terrenos muito grande eletricamente, o aumento do tamanho da janela pode aumentar a precisão, porém novamente com crescimento do custo computacional.

A utilização do propagador FDTD na predição de cobertura radioelétrica para determinada área é mostrada nas Figuras 3.37 e 3.38. Exibe-se o resultado calculado através do Método dos Momentos (MoM) e o método FDTD com $Nx = 15$, $WS = 20$ e $CFLN = 4$. A simulação de cobertura é para a estação da Rádio UFMG Educativa comentada no início deste Capítulo.

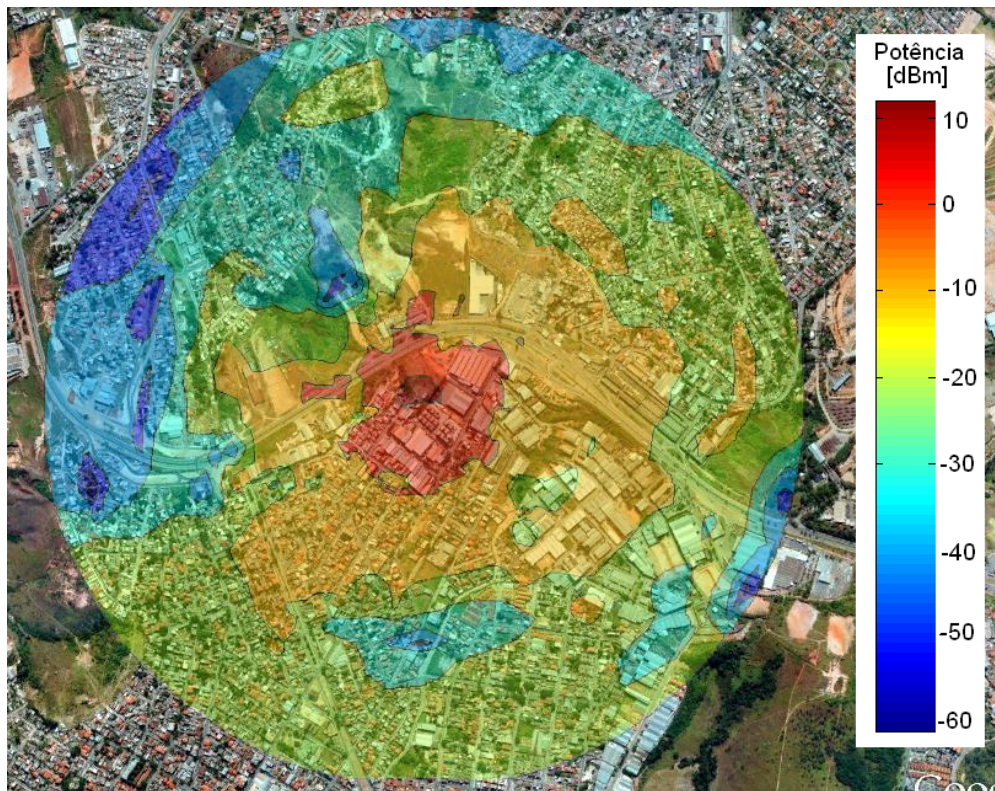


(a) Estimação via Método dos Momentos.

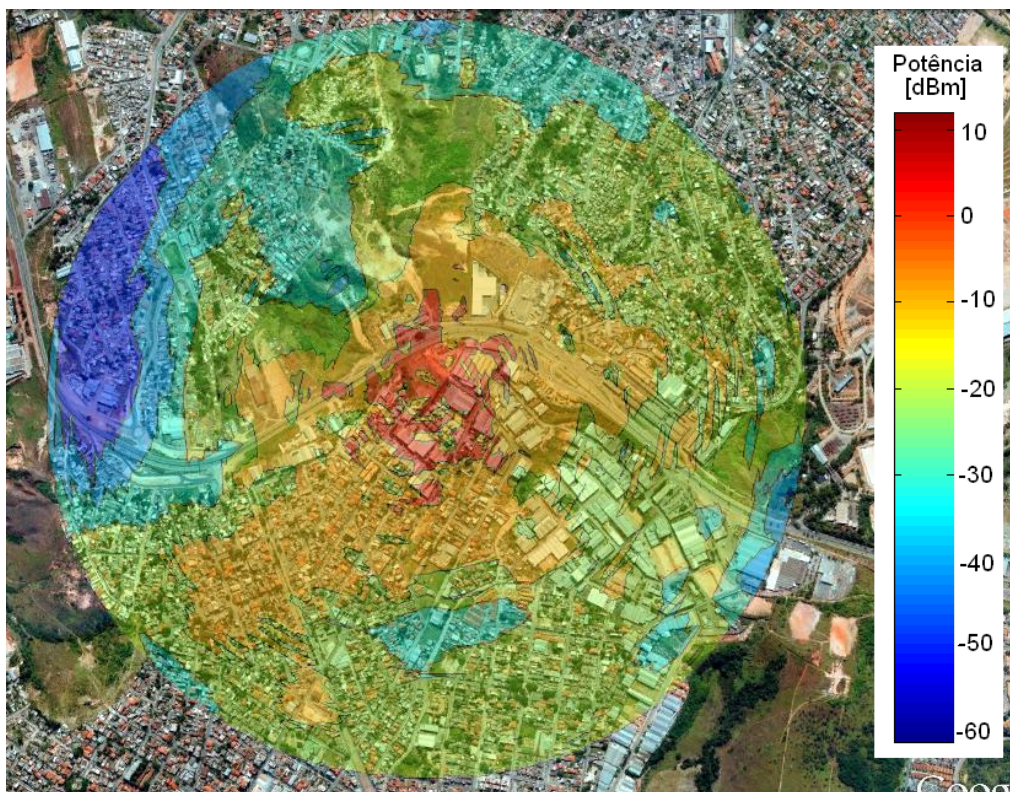


(b) Estimação via propagador FDTD.

Figura 3.37: Predição de cobertura do SPRad para a estação da UFMG Educativa.



(a) Estimação via Método dos Momentos sobreposta no mapa.



(b) Estimação via propagador FDTD sobreposta no mapa.

Figura 3.38: Predição de cobertura do SPRad para a estação da UFMG Educativa sobreposta no mapa através do *Google Earth* ©.

Capítulo 4

Conclusões

4.1 Conclusões

Neste trabalho realizou-se estudo sobre a aplicação da técnica de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) em propagação radioelétrica. Utilizando o conceito de janela deslizante, viabiliza-se o cálculo de campos eletromagnéticos por FDTD em longas distâncias. Nesse contexto, apresentou-se proposta de propagador FDTD com nova formulação US-MI-HO-FDTD para tratar questões relevantes dessa classe de problemas: simulação do espaço livre via formulação MI-PML independente do material do domínio, utilização de esquema US-FDTD incondicionalmente estável para redução do tempo de simulação, e cálculo das derivadas espaciais por expansão de Taylor de quarta ordem para diminuição da dispersão numérica.

A formulação proposta foi validada através de problema canônico e realizou-se comparação com outras formulações FDTD. O propagador FDTD foi aplicado em cenários teóricos e em campanhas de medidas para várias faixas de frequências: MF, HF, VHF e UHF. Os resultados foram comparados com modelos de propagação no domínio da frequência encontrados na literatura. A aplicabilidade do propagador em situações considerando mudança do índice de refração atmosférico foi verificada. Avaliou-se parâmetros básicos empregados no propagador: tamanho da janela virtual WS e região de sobreposição OR , além da discretização espacial Nx e fator normalizado de Courant $CFLN$ utilizados na formulação. Exibiu-se resultados no domínio do tempo para a propagação de pulso sobre terreno irregular afim de demonstrar a possibilidade de utilização do propagador FDTD em estudos envolvendo modulação e transmissão de dados.

Nos casos teóricos, o propagador obteve resultados satisfatórios quando comparado aos

modelos de referência até um tamanho de janela WS mínimo. O tamanho da janela influencia fortemente a performance do algoritmo, especialmente para terrenos eletricamente grandes. O valor de WS não pode ser inferior à largura espacial do pulso gerado pela fonte acrescido da região de sobreposição OR . Para os casos envolvendo medidas, o método FDTD gerou resultados próximos dos valores medidos, com performance semelhante aos modelos de referência. No entanto, os tempos de simulações do propagador foram cerca de 7 a 10 vezes maiores do que os respectivos métodos de referência no domínio da frequência. De maneira geral, a formulação incondicionalmente estável alcançou valores plausíveis até um fator $CFLN = 3$ para os valores de discretização Nx utilizados.

Observa-se que o propagador realiza análise dos campos via formulação FDTD bidimensional. Assim, para a comparação com os modelos de referência 3D e os valores das medições, utilizou-se fator de correção para adicionar a atenuação de onda esférica em função da distância percorrida. Apesar dessa abordagem ser adotada na literatura, pode consistir em fonte de erro.

A análise da propagação no domínio do tempo traz vantagens como a utilização de formulação única independente da frequência de interesse, o estudo de várias frequências em apenas uma simulação, capacidade de trabalhar com sinais banda-larga e estudos de dispersão e modulação de dados. No entanto, os recursos computacionais dispendidos ainda limitam as técnicas no domínio do tempo para certas aplicações práticas. Consequentemente, o volume de trabalhos acerca de métodos no domínio da frequência encontrados na literatura é muito maior do que os trabalhos abordando técnicas no domínio do tempo. Nesse sentido, espera-se que a presente Tese contribua para a geração de trabalhos com abordagem da propagação no domínio do tempo.

Nos trabalhos sobre algoritmo de janela deslizante encontrados na literatura, apenas dois autores definiram o tamanho de janela virtual utilizado e somente um autor definiu o tamanho da região de sobreposição, entre outros aspectos discutidos no presente trabalho. Nesse cenário, observando os parâmetros e resultados do propagador FDTD analisado, pode-se considerar como contribuições principais desse trabalho os seguintes aspectos: utilização de formulação US-MI-HO-FDTD inédita; estudo dos parâmetros básicos do algoritmo de janela deslizante (WS e OR) e formulação (Nx e $CFLN$); aplicação do propagador no cálculo da atenuação ao longo de terrenos reais e adicional comparação com medidas; discussão dos tempos de simulação comparados com métodos no domínio da frequência; e utilização do método FDTD para geração de mapa de cobertura radioelétrica.

O propagador proposto foi implementado no *software* SPRad (Sistema de Predição de Cobertura Radioelétrica), inicialmente desenvolvido pelo autor em seu trabalho de Mestrado. O sistema constitui-se de plataforma integrada para análise da propagação radioelétrica e pretende-se tornar uma ferramenta didática para os meios acadêmico e científico.

4.2 Propostas de Continuidade

Nesta Seção são listadas algumas propostas de continuidade para o presente trabalho, abordando questões pertinentes que não foram consideradas nesta Tese.

A primeira proposta é a utilização de métodos de aceleração na resolução do FDTD. Técnicas como programação paralela utilizando processadores *multicore*, códigos com implementações de cálculo na GPU (*Graphics Processing Units*) e técnicas de otimização de manipulação matricial podem agilizar o tempo total de simulação do propagador e tornar o método mais atraente para aplicações práticas.

O algoritmo de janela deslizante utiliza tamanho fixo de janela virtual WS durante todo o terreno. Pode-se variar o tamanho da janela de acordo com os obstáculos observados no perfil e otimizar o algoritmo: para regiões planas utiliza-se janelas pequenas e para regiões muito irregulares janelas grandes. Além disso, pode-se variar a discretização Nx de forma semelhante.

A terceira proposta seria a aplicação do método no estudo da taxa de transmissão e esquemas de modulação do sinal transmitido. Ademais, recomenda-se um estudo mais detalhado da dispersão do sinal.

Finalmente, a última proposta é a investigação da correção adicionada aos campos da análise bidimensional para a análise tridimensional. A princípio, a implementação de um propagador FDTD 3D é possível através do emprego de um cubo deslizante no lugar de janela 2D. Contudo, a questão deve ser analisada para verificação da viabilidade do algoritmo.

Referências Bibliográficas

- [1] J. D. Parsons, *The Mobile radio Propagation Channel*, John Wiley and Sons, Liverpool-UK, 1998.
- [2] L. Sevgi, “Groundwave Modeling and Simulation Strategies and Path Loss Prediction Virtual Tools”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* , vol.55, No. 6, pp.1591-1598, June 2007.
- [3] L. Sevgi, F. Akleman “A Novel Finite-Difference Time-Domain Wave Propagator”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.48, No 3, Mar 2000.
- [4] A. N. Belém,, *Caracterização Bidimensional de Canais Rádio através de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo*, Dissertação de Mestrado, PPGEE-UFMG, Setembro, 2001.
- [5] M. Thevenot, J. P. Berenger, T. Monediere, F. Jecko “A FDTD scheme for the computation of VLF-LF propagation in the anisotropic earth-ionosphere waveguide”, *Annals of Telecommunications* ,vol. 54, pp. 297-310, 1999.
- [6] B. Fidel, E. Heyman, R.Kastner, R. Ziolkowski,“Hybrid Ray FDTD Moving Window Approach to Pulse Propagation”, *Jornal of Computational Physics*, No 138, pp.480-500, 1997.
- [7] K. S. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equation in isotropic media”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* , vol. ap.14, No. 3, pp.302-307, May 1966.
- [8] L. Sevgi, F. Akleman “Time and Frequency Domain Wave Propagator”, *Computational Electromagnetics Society Journal*, vol.15, No 3, 2000,pp 186-208.
- [9] J. P. Berenger, “A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves”, *J. Computational Physics* , vol. 114, pp. 185-200, 1994.

- [10] L. Sevgi, F. Akleman “Realistic Surface Modeling for a Finite-Difference Time-Domain Wave Propagator”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.51, No 7, Jul. 2003.
- [11] R. Luebbers, J. Schuster, K. Wu, “Full Wave Propagation Model Based on Moving Window FDTD”, *Military Communications Conference, 2003, MILCOM 2003 IEEE* , vol.2, pp.1397-1401, out 2003.
- [12] R. Luebbers, J. Schuster, K. Wu, “Application of moving window FDTD to prediction of path loss over irregular terrain”, *Proc. 2003 IEEE APS Int. Symp. Antennas Propagat*, vol.2, pp.610-613, Columbus, Ohio, USA, June 2003.
- [13] R. Luebbers, J. Schuster, K. Wu, R. Ohs, “Application Of Moving Window FDTD To Modeling The Effects Of Atmospheric Variations And Foliage On Radio Wave Propagation Over Terrain”, *Military Communications Conference, 2004, MILCOM 2004 IEEE* , vol.3, pp.1515-1521, nov 2004.
- [14] M. W. Chevalier, U. Inan, “A Technique for Efficiently Modeling Long-Path Propagation for Use in Both FDFD and FDTD”, *IEEE Antennas And Wireless Propag. Letters*, vol. 5, pp.525-528, 2006.
- [15] D. Sullivan, “A simplified PML for use with the FDTD method”, *IEEE Microwave Guided Wave Letters*, vol.6, pp.97-99, Fev. 1996.
- [16] D. Sullivan, “An unsplit step 3-D PML for use with the FDTD method”, *IEEE Microwave Guided Wave Letters* vol.7, pp.184-186, Jul. 1997.
- [17] A. Zhao, J. Juntunen, and A. Räsänen, “Material independent PML absorbers for arbitrary anisotropic dielectric media”, *Electronics Letters* vol.33, pp.1535-1536, 1997.
- [18] A. Zhao, J. Juntunen, and A. Räsänen, “Generalized material-independent PML absorbers for the FD-TD simulation of electromagnetic waves in arbitrary anisotropic dielectric and magnetic media”, *IEEE Microwave Guided Wave Letters* vol.8, pp.52-54, 1998.
- [19] A. Zhao, M. Rinne, “Theoretical proof of the material independent PML absorbers used for arbitrary anisotropic media”, *Electronics Letters* vol.34, pp.48-49, 1998.

- [20] O. Ramadan, A.Y. Oztoprak, “DSP techniques for implementation of perfectly matched layer for truncating FDTD domains”, *Electronics Letters* vol.38, No. 5, pp.211-212, Feb. 2002.
- [21] O. Ramadan, “Digital Filtering Technique for the FDTD Implementation of the Anisotropic Perfectly Matched Layer”, *IEEE Microwave And Wireless Components Letters* , vol.13, No. 8, pp.340-342, Aug. 2003.
- [22] J. Lee e B. Fornberg, “Some unconditionally stable time stepping methods for the 3D Maxwell’s equations”, *Journal of Computational and Applied Mathematics* , vol.166, pp.497-523, 2004.
- [23] T. Namiki, “A New FDTD Algorithm Based on Alternating-Direction Implicit Method”, *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, pp.2003-2007, No. 10, Out. 1999.
- [24] F. Zheng, Z. Chen, J. Zhang, “A Finite-Difference Time-Domain Method Without the Courant Stability Conditions”, *IEEE Microwave Guided Wave Letters*, vol. 9, No. 11, pp.441-443, 1999.
- [25] L. Tan, “Fundamental Schemes for Efficient Unconditionally Stable Implicit Finite-Difference Time-Domain Methods”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* , vol.56, No. 1, pp.170-177, 2008.
- [26] V. E. Nascimento, K.-Y Jung, B. V. Borges, F. L. Teixeira, “A Study of Unconditionally Stable FDTD Methods for the Modeling of Metamaterials”, *Journal of Lightwave Technology* , v. 27, p. 4241-4249, 2009.
- [27] S.C. Yang, D. Chen, Y. Yu, Wen. Yin,, “The Unconditionally Stable One-Step Leapfrog ADI-FDTD Method and Its Comparisons With Other FDTD Methods”, *IEEE Microwave And Wireless Components Letters* , vol.21, No. 12, pp.640-642, Dec. 2011.
- [28] A. Zhao, “More accurate and efficient unconditionally stable FDTD method”, *Electronics Letters* vol.38, No. 16, pp.862-864, Aug. 2002.
- [29] J. Chen, J. Wang, “Two Approximate Crank-Nicolson Finite-Difference Time-Domain Method for TE_z Waves”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* , vol. 57, no. 10, pp. 3375-3378, Out. 2009.

- [30] M. Kusaf, A. Y. Oztoprak, "Higher Stability Limits for the Symplectic FDTD Method by Making Use of Chebyshev Polynomials", *IEEE Microwave And Wireless Components Letters*, vol.16, No. 11, pp. 579-581, Nov. 2006.
- [31] T. Namiki, "3-D ADI FDTD method-Unconditionally stable time-domain algorithm for solving full vector Maxwell's equations", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, No. 10, pp.1743-1748, 2000.
- [32] F. Zheng, Z. Chen, J. Zhang, "Toward the Development of a Three-Dimensional Unconditionally Stable Finite-Difference Time-Domain Method", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, No. 9, pp.1550-1558, 2000.
- [33] T. Namiki, K. Ito "Investigation of Numerical Errors of the Two-Dimensional ADI-FDTD Method", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, No. 11, pp.1950-1956, nov. 2000.
- [34] F. Zheng, Z. Chen, "Numerical Dispersion Analysis of the Unconditionally Stable 3-D ADI-FDTD Method", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 49, No. 5, pp.1006-1009, 2001.
- [35] M. Darms, R. Schumann, H. Spachmann and T. Weiland, "Dispersion and Asymmetry Effects of ADI-FDTD", *IEEE Microwave And Wireless Components Letters*, vol.12, No. 12, pp.491-493, Dec. 2002.
- [36] S. Hagness, S. G. García, T. Lee, "On the Accuracy of the ADI-FDTD Method", *IEEE Antennas And Wireless Propa. Lett.*, vol. 1, pp.31-34, 2002.
- [37] S. Wang, "On the current source implementation for the ADI-FDTD method", *IEEE Microwave And Wireless Components Letters*, vol.14, No. 11, pp.513-515, Dec. 2004.
- [38] A. Zhao, "A Novel Implementation For Two-Dimensional Unconditionally Stable FDTD Method", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol.38, No. 6, pp.457-462, Sept. 2003.
- [39] J. Fang, *Time Domain Finite Difference Computation for Maxwell's Equations*, Tese Ph.D., Universidade da California em Berkeley, CA, EUA, 1989.

- [40] S. V. Georgakopoulos, C. R. Birtcher, C. A. Balanis, R. A. Renauf, “Higher-Order Finite-Difference Schemes for Electromagnetic Radiation, Scattering, and Penetration, Part I: Theory”, *IEEE Antenna’s and Propagation Magazine*, vol. 44, No. 1, pp. 134-142, Feb. 2002.
- [41] P. Cai, X. Yang, Z. Ma, W.J. Zhang, “Analysis of the Stability of High-Order FDTD(2,4) Algorithm”, *IEEE Asia-Pacific Microwave Conference Proceedings, APMC 2005*, vol.3, Dec. 2005.
- [42] Z. Chen, J. Zhang, “Low-Dispersive Super High-Order FDTD Schemes”, *IEEE 2000 Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol.3, pp.1510-1513, Jul. 2000.
- [43] M. F. Hadi e M. Piket-May, “A Modified FDTD (2, 4) Scheme with High-Phase Accuracy modeling Electrically Large Structures”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 2, pp. 254-264, Feb. 1997.
- [44] C. G. Batista, C. G. Rego, D. M Okamoto, “SPRad - Sistema de Predição de Cobertura Radioelétrica”, *MOMAG 2010 - 14o. Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica & 9o. Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, Vila Velha, ES, pp. 260-265, Agosto 2010.
- [45] C. G. Batista,, *Predição de cobertura radioelétrica em terrenos mistos: uma abordagem via equações integrais*, Dissertação de Mestrado, PPGEE-UFMG, Maio, 2008.
- [46] C. Batista and C. Rego, “Moving-Window Propagation Model Based on an Unconditionally Stable FDTD Method”, *6Th European Conference on Antennas and Propagation - EuCAP 2012*, Praga, República Tcheca, Março, 2012.
- [47] Y. Miyazaki, G. Rodriguez, “A new FDTD parallel algorithm for wave propagation an absorption on big urban areas”, *2002 3rd International Symposium on Electromagnetic Compatibility, EMC 2002 IEEE*, pp.318-322, Maio 2002.
- [48] Y. Miyazaki, G. Rodriguez, N. Goto “Matrix-Based FDTD Parallel Algorithm for Big Areas and Its Applications to High-speed Wireless Communications”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.54, No. 3, Mar 2006.

- [49] C. H. S. Santos, *Computação Paralela Aplicada a Problemas Eletromagnéticos Utilizando o Método FDTD*, Dissertação de Mestrado, FEEC-Unicamp, Agosto, 2005.
- [50] M. P. Trevizan, *Processamento Paralelo na Simulação de Campos Eletromagnéticos pelo Método das Diferenças finitas no Domínio do Tempo FDTD*, Dissertação de Mestrado, DETC-USP, Fevereiro, 2007.
- [51] S. D. Gedney, “An Anisotropic Perfectly Matched Layer Absorbing Medium for the Truncation of FDTD Lattices”, *IEEE Trans. on Antennas And Propag.* , vol.44, pp.1630-1639, Dec. 1996.
- [52] G. X. Fan, Q. H. Liu, “A strongly well-posed pml in lossy media”, *IEEE Anten. Wirel. Propag. Letters* ,vol. 2, pp.97-100, 2003.
- [53] D. Sullivan, *Electromagnetic simulation using the FDTD method*, IEEE Press Series on RF and Microwave Technology, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc, New York, 2000.
- [54] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J. F. Lee, “A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* , vol. 43, pp. 1460-1463, Dec. 1995.
- [55] G. Lazzi, S. Schmidt, “Improved PML formulation for the unconditionally stable D-H ADI-FDTD method”, *IEEE 2003 Antennas and Propagation Society International Symposium* , vol.1, pp.337-340, jun. 2003.
- [56] G. Lazzi, S. Schmidt, “Extension and Validation of a Perfectly Matched Layer Formulation for the Unconditionally Stable D-H FDTD Method”, *IEEE Microwave And Wireless Components Letters* , vol.13, No. 8, Aug. 2003.
- [57] A. Taflov, S. Hagness, *Computational electrodynamics:the Finite-difference time-domain method*, 3a Edition, Artech House, 2005.
- [58] L. Tan, “Efficient Algorithm for the Unconditionally Stable 3-D ADI-FDTD Method”, *IEEE Microwave Guided Wave Letters*, vol. 17, No. 1, pp.7-9, 2007.
- [59] D. Y. Heh, L. Tan, “Efficient Implementation of 3-D ADI-FDTD Method For Lossy Media”, *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest* , pp.313-316, Jun. 2009.

- [60] K. L. Shlager and J. B. Schneider, "Comparison of the dispersion properties of several low-dispersion finite-difference time-domain algorithms", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 3, pp. 642-653, Mar. 2003.
- [61] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley and Sons, 1989, ch 2-4.
- [62] R. H. Lang, A. Schneider, S. Seker, F. J. Altman, "UHF radiowave propagation through forest", *Technical report CECOM-81-0136-4*, U. S . Army Communication- Electronics Command, Sept. 1982.
- [63] G. A. Hufford, "An integral equation approach to the problem of wavepropagation over an irregular surface", *Quarterly Appl. Math.*, vol.9, pp.391-404, Jan. 1952.
- [64] R.H.Ott, *An Alternative integral equation for propagation over irregular terrain,2*, Radio Science, Vol.6, N.4, pp.429-435 ,Apr. 1971.
- [65] G. D. Dockery, "Modeling Electromagnetic Wave Propagation in the Troposphere Using the Parabolic Equation", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.36, No.10, pp.1464-1470, Oct. 1988.
- [66] J. T. Hviid, J. B. Andersen, J. Toftgård, and J. Bøjer, "Terrain-based propagation model for rural area-An integral equation approach", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol.43, pp.41-46, Jan. 1995.
- [67] L.Sevgi, F. Akleman, L. Felsen, "Groundwave Propagation Modeling:Problem-Matched Analytical Formulations and Direct Numerical Techniques", *IEEE Antenna's and Propagation Magazine*, vol. 44, No. 1, pp. 55-75, Feb. 2002.
- [68] C. A. Tunc, A. Altintas, V. B. Ertürk, "Examination of Existent Propagation Models Over Large Inhomogeneous Terrain Profiles Using Fast Integral Equation Solution", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol.53, no.9 pp.3080-3083, Sept. 2005.
- [69] S. A. Dyer and J. S. Dyer, "Cubic-Spline Interpolation: Part 1", *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, Vol.4, pp.44-46, March 2001.

- [70] C. Batista and C. Rego, “An integral equation model for radiowave propagation over inhomogeneous smoothly irregular terrain”, *Microwave and Optical Tech. Letters*, vol.54, pp.26-31, 2012. DOI: 10.1002/mop.26473
- [71] R. B. V. Teperino, *Utilização de equações integrais no domínio do tempo na predição da propagação sobre terrenos irregulares*, PPGEE-UFMG, Março, 2003.
- [72] F. J. S. Moreira, “Aplicação de Equações Integrais para a Predição da Propagação Radioelétrica sobre Solos Suavemente Irregulares e Incidência Rasante”, *X Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica (SBMO 2002)*, Recife, PE,, pp.191–195, Aug. 2002.
- [73] A. J. Poggio and E. K. Miller, *Computer Techniques for Electromagnetics*. Oxford, U.K.: Pergamon, 1973, ch. 4.
- [74] T. B. A. Senior and J. L. Volakis, *Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics*. London, U.K.: IEE, 1995, ch. 2.
- [75] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, New York: McGraw Hill, 1961.
- [76] International Communication Union, “ITU-R P.1546-2 - Method for point-to-area for terrestrial services in the frequency range 30 MHz to 3000 MHz”, *ITU Recommendation*, Agosto 2005.
- [77] Y. Wu, M. Lin and I. Wassell, “Path loss estimation in 3D environments using a modified 2D Finite-Difference Time-Domain technique”, *IEEE Trans. Ant. Propagat.*, CEM 2008, Brighton, UK, pp.98-99, Apr. 2008.
- [78] *Engauge Digitizer*, software digital de extração gráfica disponível no site <http://digitizer.sourceforge.net/> em abril de 2012. Software de distribuição livre.
- [79] F. F. Lima, *Estudo da Propagação de Sinal em Ondas Médias: Contribuições para A Implantação da Radiodifusão Digital no Brasil*, Tese de Doutorado, PPGEE-UNB, Fevereiro, 2008.

-
- [80] F. F. Lima, H.A. Junior, A. J. M. Soares, L. M. Silva, R. L. Filho, “Ground Wave Field Measurements in the Medium Wave Band in Rural Environment - Brasilia, Brazil”, *56th Annual IEEE Broadcast Symposium*, Washington D.C., Setembro, 2006.
- [81] International Communication Union, “ITU-R P.368-7 - Ground-wave propagation curves for frequencies between 10 kHz and 30 MHz”, *ITU Recommendation*, 1992.
- [82] International Communication Union, “ITU-R P.832-2 - World Atlas of Ground Conductivities”, *ITU Recommendation*, 1999.
- [83] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, Prentice Hall PTR, New Jersey, USA, 2002.