**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**

Faculdade de Educação

Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação e Docência

André Sousa Braz de Araújo

# POTENCIALIDADES DO JOGO DIGITAL ODISSEIA MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Belo Horizonte - MG

2025

André Sousa Braz de Araújo

**POTENCIALIDADES DO JOGO DIGITAL ODISSEIA MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Educação e Docência da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador: Diogo Alves de Faria Reis

Belo Horizonte - MG

2025

A663p
T

Araújo, André Sousa Braz de, 1999-

Potencialidades do jogo digital odisseia matemática e o desenvolvimento do pensamento algébrico [manuscrito] / André Sousa Braz de Araújo. -- Belo Horizonte, 2025.

128 p. : enc., il., color.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

Orientador: Diogo Alves de Faria Reis.

Bibliografia: f. 117-119.

Apêndices: f. 120-128.

1. Educação -- Teses. 2. Matemática (Ensino fundamental) -- Estudo e ensino -- Teses. 3. Matemática (Ensino fundamental) -- Métodos de ensino -- Teses. 4. Matemática (Ensino fundamental) -- Método de estudo -- Teses. 5. Álgebra -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 6. Álgebra -- Métodos de ensino -- Teses. 7. Educação matemática -- Teses. 8. Capacidade matemática -- Álgebra -- Teses. 9. Jogos em educação Matemática -- Teses. 10. Jogos educativos -- Teses. 11. Ensino auxiliado por computador -- Teses. 12. Tecnologia educacional -- Teses. 13. Ensino fundamental -- Teses.

I. Título. II. Reis, Diogo Alves de Faria. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 372.1397

**Catalogação da fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)**

Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FAE - COLEGIADO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA

# ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DO ALUNO ANDRÉ SOUSA BRAZ DE ARAÚJO

Realizou-se, no dia 27 de maio de 2025, às 14h, Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Minas Gerais, a 624ª defesa de dissertação, intitulada "*POTENCIALIDADES DO JOGO DIGITAL ODISSEIA MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO"*, apresentado por ANDRÉ SOUSA BRAZ DE ARAÚJO, número de registro 2023660526, graduado no curso de MATEMÁTICA, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, à seguinte Comissão Examinadora: Prof. Diogo Alves de Faria Reis - Orientador (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Keli Cristina Conti (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Renata Rodrigues de Matos Oliveira (Secretaria de Educação de Contagem).

Título do Recurso Educacional:

ODISSEIA MATEMÁTICA: uma aventura digital para desenvolver o pensamento algébrico.

A Comissão considerou a dissertação:

(X) Aprovada.

( ) Reprovada.

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.

Belo Horizonte, 27 de maio de 2025.

Prof. Diogo Alves de Faria Reis ( Doutor )

Prof(a). Keli Cristina Conti ( Doutora )

Prof(a). Renata Rodrigues de Matos Oliveira ( Doutora )

Documento assinado eletronicamente por **Diogo Alves de Faria Reis**, **Professor Ensino Básico Técnico Tecnológico**, em 04/07/2025, às 15:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Renata Rodrigues de Matos Oliveira**, **Usuária Externa**, em 04/07/2025, às 15:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Keli Cristina Conti**, **Professora do Magistério Superior**, em 04/07/2025, às 16:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4354071** e o código CRC **368FD82E**.

**Referência:** Processo nº 23072.234256/2025-37 SEI nº 4354071

## AGRADECIMENTOS

*Incipit vita nova:* esse é o lema da UFMG. Inicia-se uma vida nova. Esse sempre foi o meu sentimento durante minha trajetória nessa querida universidade. Após 16 anos no mesmo colégio, com uma rotina muito similar, com o mesmo círculo de amizade, a UFMG trouxe um novo ar, uma nova perspectiva, novos amigos, novos desafios, uma nova vida. Não é possível concluir o mestrado sem agradecer à UFMG, onde tive o privilégio e o orgulho de estudar. A universidade também me presenteou com diversas pessoas que contribuíram para esse trabalho, e gostaria de agradecer, dentre elas:

Ao meu grande orientador Diogo, que desde a graduação me colocou embaixo das asas e me ensinou a voar, nada desse trabalho seria possível sem seu conhecimento, direcionamento e claro, paciência para escutar meus áudios.

Ao amor da minha vida, Bruna, que transforma cada hora e cada minuto em algo melhor, com um sorriso, um olhar ou simplesmente com sua presença. Seu incentivo para que eu me tornasse a melhor versão de mim mesmo foi essencial para cada página desta dissertação. Sou profundamente grato pelo carinho, apoio e amor incondicional, e por me fazer sentir orgulho das minhas conquistas. A vida é infinitamente mais maravilhosa com você no mundo.

Aos professores do PROMESTRE, Keli, Teresinha, Ilaine, Ruana, Ana Rafaela, Samira e João Bosco, que mesmo não sendo meus orientadores de forma direta, sempre estivaram dispostos a ajudar e contribuir, conduzindo as disciplinas do mestrado com excelência e qualidade.

A todos os professores, direção/coordenação e funcionários do Centro Pedagógico, que me acolheram durante diversos momentos da minha vida, seja no estágio, seja como professor e também como pesquisador durante o mestrado.

Aos meus colegas de graduação e do mestrado, em especial ao João Vitor, que compartilhou grande parte do trajeto pela UFMG e também fora dela.

Aos professores da graduação, em especial: Seme, Jussara Moreira, Jussara Araújo e Maria Laura que fizeram o trajeto durante as disciplinas mais interessante, instigando sempre a reflexão e o amor pela matemática.

Esse trabalho não foi auxiliado apenas por pessoas que tive o prazer de conhecer durante meu trajeto na UFMG, mas também em outros momentos da vida, contribuindo para o desenvolvimento de quem eu sou hoje, portanto, é necessário agradecer:

Aos meus familiares, especialmente aos meus pais, que são os pilares que sustentam a estrutura da minha vida. Eles não apenas contribuíram financeira e emocionalmente, mas também sempre enfatizaram a importância de equilibrar os estudos e o lazer. O amor pela matemática e pelos jogos, que são a base desta dissertação, só se tornou possível graças ao apoio e ao incentivo de transformar meus sonhos em realidade. Os jogos correm no sangue dessa família, e não poderia faltar um agradecimento para meu irmão que me acompanhou nessa jornada desde a era dos impérios.

Aos meus professores do Colégio Espanhol Santa Maria, com quem tive o privilégio e o prazer de estudar desde o maternal até a conclusão do Ensino Médio. O carinho, dedicação e comprometimento de vocês inspiraram e moldaram quem sou hoje. Busco, em minha prática como educador, retribuir um pouquinho dessa inspiração aos meus próprios alunos. Um agradecimento especial ao meu professor de Matemágica, Bigor, que sempre foi uma referência como professor e como pessoa.

À minha professora de inglês, Raquel, que após tantos anos de aula, e muita paciência, foi essencial não só para todas as informações em inglês durante a graduação, mas também para a leitura e interpretação do meu principal referencial teórico de Pensamento Algébrico.

Aos meus amigos, cuja Ternura, Risadas, Otimismo, Lealdade e Leveza foram essenciais para manter o equilíbrio durante o processo desta dissertação, seja por meio de encontros, conversas ou ao compartilhar momentos de descontração através dos jogos.

Obrigado!

Eu queria uma escola que lhes ensinassem a pensar, a raciocinar, a procurar soluções. Eu queria uma escola que desde cedo usasse materiais concretos para que vocês pudessem ir formando corretamente os conceitos matemáticos, (...) fazendo vocês aprenderem brincando...

**Carlos Drummond de Andrade**

**RESUMO**

Neste trabalho apresentamos uma pesquisa realizada no Mestrado Profissional em Educação e Docência, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais. A visível aversão dos estudantes à álgebra e, mais especificamente, à linguagem algébrica a partir das variáveis gerou as inquietações necessárias para o início desta pesquisa. A pesquisa examina como o jogo *Odisseia Matemática* pode contribuir para a compreensão das estruturas e estratégias algébricas, focando na representação de valores desconhecidos e na generalização de padrões. Com o objetivo de analisar as potencialidades da utilização de um jogo digital para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, realizamos uma pesquisa de caráter qualitativo, valorizando as argumentações dos estudantes e ações realizadas no jogo. Os dados foram coletados por meio de gravações de áudio e vídeo, além da resolução de problemas baseados em situações do jogo. Baseamo-nos nas características de Pensamento Algébrico descritas por Blanton e Kaput (2005) e nos "momentos de jogo", indicados por Grando (2004) para a construção do trabalho com jogos em sala de aula. Para a realização desta pesquisa e como proposta de Recurso Educacional, foi desenvolvido um jogo digital denominado *Odisseia Matemática*. Concluímos com a pesquisa que o jogo promove um ambiente de aprendizagem mais interativo e pode oferecer suporte teórico e metodológico para docentes que buscam novas abordagens no ensino de álgebra, tendo em vista que proporciona a oportunidade de os estudantes trabalharem expressões com valores desconhecidos, observar padrões e construir suas generalizações. O jogo digital não substitui a atuação do professor, mas deve servir como um recurso complementar ao ensino. O professor desempenha um papel essencial como mediador, incentivando reflexões, fazendo questionamentos e auxiliando os estudantes na construção do conhecimento. Dessa forma, o jogo deve estar integrado a outras práticas pedagógicas e recursos didáticos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Pensamento algébrico; Jogos matemáticos; Jogos Digitais; Tecnologia; Ensino Fundamental.

**ABSTRACT**

In this study, we present a research conducted within the Professional Master's Program in Education and Teaching at the Faculty of Education of the Federal University of Minas Gerais. The evident aversion to algebra, and more specifically to algebraic language involving variables, raised the necessary concerns that led to the initiation of this research. To address this issue, the study examines how the game *Odisseia Matemática* can contribute to understanding algebraic structures and strategies, focusing on the representation of unknown values and the generalization of patterns. Aiming to analyze the potential of using a digital game to develop Algebraic Thinking in 7th-grade students in Elementary School, we conducted a qualitative study, valuing students' reasoning and actions within the game. Data was collected through audio and video recordings, as well as problem-solving activities based on situations from the game. Our research is based on the characteristics of Algebraic Thinking described by Blanton and Kaput (2005) and the "game moments" indicated by Grando (2004) for structuring the use of games in the classroom. As part of this study and as an Educational Resource proposal, we developed a digital game called *Odisseia Matemática*. Our findings indicate that the game fosters a more interactive learning environment and can offer theoretical and methodological support for teachers seeking new approaches to teaching algebra. The game allows students to work with expressions involving unknown values, observe patterns, and construct generalizations. The digital game does not replace the role of the teacher but should serve as a complementary teaching resource. The teacher plays an essential role as a mediator, encouraging reflection, posing questions, and assisting students in building their knowledge. Therefore, the game should be integrated with other pedagogical practices and teaching resources.



Keywords: Mathematics Education; Algebraic Thinking; Mathematical Games; Digital Games; Technology; Elementary Education.

## ÍNDICE DE FIGURAS

## ÍNDICE DE QUADROS

# SUMÁRIO

# 1. INTRODUÇÃO

Apresentamos nesta dissertação uma pesquisa realizada no âmbito do Programa de Pós-Graduação Educação e Docência (Promestre) da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (FAE/UFMG), na linha de pesquisa em Educação Matemática. O estudo teve como objetivo analisar as potencialidades da utilização de um jogo digital para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental.

O desenvolvimento do Pensamento Algébrico em etapas anteriores ao ensino formal das variáveis e da linguagem algébrica, ou seja, relacionar os conteúdos matemáticos com as variáveis de forma implícita, é discutido por Kaput (1998, 2008), que propõe essa antecipação como uma forma de favorecer a transição entre a aritmética e a álgebra. Esta transição costuma estar associada às dificuldades encontradas pelos estudantes no momento em que são introduzidos ao uso de incógnitas em expressões e equações. A presente pesquisa dialoga com essa perspectiva, considerando que a abordagem antecipada de elementos do Pensamento Algébrico pode contribuir para tornar esse processo mais compreensível. Ao longo da investigação, buscamos observar como os jogos matemáticos, especialmente o jogo digital "Odisseia Matemática", podem favorecer esse desenvolvimento ao apresentar situações em que as variáveis são exploradas de forma implícita.

O estudo foi embasado, principalmente, nas categorias de Pensamento Algébrico descritas por Blanton e Kaput (2005) e nos "momentos de jogo" indicados por Grando (2004) para construção do trabalho com jogos em sala de aula. Além disso, a pesquisa utiliza uma abordagem qualitativa, que considera a descrição dos diálogos entre os estudantes e o pesquisador, aliado às experiências durante o jogo e atividades. Os instrumentos utilizados para a produção dos dados foram gravações de áudio, filmagens e os registros realizados pelos estudantes.

Para **investigar as potencialidades do jogo digital *Odisseia Matemática* no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes do Ensino Fundamental**, realizamos 5 encontros, voltados para a pesquisa, com uma turma de nove estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental da escola escolhida para a investigação. O jogo *Odisseia Matemática* foi desenvolvido para a pesquisa e utilizado como Recurso Educacional para os encontros com a turma, tendo em vista o objetivo de auxiliar no desenvolvimento do Pensamento Algébrico, que será detalhadamente explicado durante os próximos capítulos da dissertação, bem como a importância do uso dos jogos na educação, o papel do professor no processo, e, claro, a relevância do Pensamento Algébrico para a matemática como um todo.

### **1.1.** MEMORIAL

Os jogos sempre protagonizaram momentos importantes na minha vida, presentes em grande parte das minhas lembranças da infância, ao me relacionar com amigos e família. Lembro-me claramente dos vários dias assistindo ao meu irmão jogar, sempre tentando entender os motivos de cada jogada que ele fazia para, na minha vez, fazer o melhor movimento. Para mim, os jogos representavam a melhor forma de me conectar com as pessoas, pois podia me divertir e aprender simultaneamente. Ainda hoje, raramente passo uma semana sem me encontrar, virtualmente, com meus amigos para jogar diferentes jogos de estratégia.

Desde pequeno tive a oportunidade de ter um computador em casa. Então, além dos jogos físicos com amigos e família, também jogava virtualmente. Os encontros familiares no Natal e outras datas comemorativas eram marcados por visitas à *lan-house* para jogar com meu irmão e meus primos. Com todo esse contato, acabei me apaixonando pelos jogos. Meus pais perceberam esse interesse e compraram jogos como *Putt-Putt,* repletos de quebra-cabeças e missões que, mesmo em língua inglesa, eu conseguia resolver e aprender durante os momentos de lazer.

Além disso, minha mãe criou jogos para ensinar a tabuada durante o trajeto para algum compromisso, incentivando a mim e aos meus amigos a nos aproximarmos da matemática de forma lúdica. Um reflexo disso, atualmente, é o meu interesse por jogos que me desafiem e me façam buscar por estratégias, sejam eles de matemática ou com enigmas e quebra-cabeças. Um jogo que marcou muito a minha infância nas *lan-houses* com minha família, e que ainda hoje jogamos juntos sempre que possível, é o *Age of Empires*. Esse jogo tem como objetivo construir um império junto a seus aliados e derrubar o império inimigo. Para isso, além de todas as questões estratégicas, e claro, outros detalhes específicos do jogo, é preciso administrar bem os recursos (comida, madeira, ouro e pedra) coletados pelos trabalhadores, afinal, um fator importante é a eficiência dos gastos. Por mais que o jogo possa parecer simples para algumas pessoas, há muita matemática envolvida. Um canal no *Youtube,* chamado *Spirit Of The Law*, realiza diversas análises matemáticas em vários cenários, fazendo comparações para descobrir a maneira mais eficiente de jogar. Mesmo que pareça excessivamente detalhista, durante o jogo, especialmente em níveis mais competitivos, cada pequena vantagem é vital para alcançar a vitória. Uma analogia que pode ser feita é com competições como natação, em que muitas vezes a diferença de tempo entre os competidores é menor que um segundo. Ademais, questões históricas das civilizações presentes no jogo são exploradas, com diversos desafios da campanha que permitem aprender um pouco sobre as civilizações e participar dessas batalhas históricas, evoluindo seu império e comandando as tropas.

Outro jogo que joguei bastante durante minha adolescência, e que envolve aspectos da matemática financeira, é o FIFA. Apesar de não ser obrigatório se aprofundar nos conhecimentos de matemática financeira, dois modos de jogo muito populares nesse simulador de futebol são o Carreira e o *Ultimate Team*. Em ambos, o jogador deve gerir um time de futebol. O segundo envolve menos questões administrativas, girando mais em torno da gestão do dinheiro para contratações da equipe. O primeiro, porém, além das contratações, permite ao jogador participar de todas as decisões da equipe, desde treinamentos e torneios até entrevistas para a imprensa.

Os jogos da série *RollerCoaster Tycoon* também exploram aspectos da matemática financeira, onde você se torna o proprietário de um parque de diversões. Durante o jogo, é necessário cumprir alguns objetivos, como atrair novos visitantes e mantê-los satisfeitos para desbloquear novas atrações e lojas. Assim, o jogo sempre visa a maneira mais eficiente de gerir o parque, buscando assegurar lucros e demonstrando a relação entre a satisfação dos clientes e a renda do parque. Ou seja, o jogador deve buscar entender a função do preço dos ingressos e a frequência dos clientes. Não seria benéfico para o jogador estabelecer preços muito altos para os ingressos de cada atração se a quantidade de clientes fosse mínima. Porém, ingressos muito baratos podem não gerar lucro.

Além dos aspectos matemáticos abordados pelos jogos durante minha vida, eles também desempenharam um papel significativo para o meu domínio do inglês. É claro que isso não seria possível sem as aulas, no entanto, o contato contínuo com a língua inglesa em diferentes abordagens permitiu um crescimento do vocabulário e facilidade na compreensão oral e textual. Isso ocorreu por diversos motivos, desde interações com pessoas de diferentes países, até o fato de que jogos mais antigos não eram disponibilizados com dublagem e/ou tradução. Além disso, a busca por conteúdos e vídeos relacionados ao jogo, como o canal do *Youtube* citado anteriormente, contribuiu para isso, afinal, sempre foi mais fácil encontrar conteúdo de jogos em inglês. Esse contato contínuo com o idioma me leva, hoje, a manter as configurações de todos os meus aparelhos (computador, celular, tablet) e jogos em inglês, sempre buscando praticar e ter uma maior interação com a língua.

Todos os jogos mencionados acima, apesar de seus objetivos não estarem diretamente conectados ao ensino e ao ambiente de sala de aula, apresentam diversos elementos que podem contribuir para o desenvolvimento educacional de um estudante, como também contribuiu para o meu. É claro que em um mundo ideal, em que o cronograma e o planejamento das etapas letivas não estão sempre sobre a cabeça, seria possível abordar alguns desses jogos como incentivo aos estudantes.

A disciplina de informática durante o colégio, me permitiu o maior contato possível com jogos no ambiente escolar. Os mais comuns eram os *softwares* educativos da editora Divertire, como "Coelho Sabido" e "Os Caça-Pistas". Infelizmente, durante as aulas de Matemática, os jogos eram menos frequentes. No entanto, houve um dia memorável na minha trajetória escolar quando participei de um jogo durante a aula de Matemática. O professor dividiu a turma em dois grupos e um integrante de cada deveria resolver o mesmo problema matemático no quadro. O estudante que chegasse primeiro à resposta correta ganharia um ponto e o grupo com mais pontos seria o vencedor. Foi uma competição saudável, que incentivou muitos colegas a estudarem mais para saírem vitoriosos, além de fomentar o trabalho em equipe para ajudar os amigos nos estudos, nas discussões de estratégia e, é claro, na torcida.

Esse mesmo professor de matemática que levou o jogo para sala de aula, foi uma das grandes influências para o meu caminho na docência. Desde pequeno eu gostava de matemática e me divertia resolvendo os problemas. Sempre vi tudo como um desafio que eu deveria cumprir e chegar no resultado correto me traz(ia) um sentimento de realização. No entanto, meu pai, minha mãe, meu irmão, minha namorada e mais dois tios são engenheiros. A escolha óbvia, então, seria cursar engenharia e realmente era a minha decisão até o terceiro ano do Ensino Médio. Na primeira aula do ano, o professor de Biologia comentou sobre como foi bom ver o nosso crescimento, enquanto estudantes, desde o 7º ano do ensino fundamental, o que me fez refletir bastante sobre o papel, a imagem e o impacto dos professores na minha vida. Claro que apenas esse discurso não foi o suficiente para mudar de ideia, mas conforme eu participava das mostras de profissões da UFMG e da PUC aberta, a vontade de realizar qualquer curso da engenharia ia diminuindo e a vontade de ser professor de Matemática ia aumentando. Sempre ajudei os meus amigos em matemática: às vezes eram dúvidas no dever de casa, mas o principal era durante os estudos para as provas. Era gratificante ouvir após as provas o "fui muito bem na prova por sua causa".

Terceiro ano do ensino médio: ano de vestibulares. Se antes eu ajudava meus amigos um pouco, nesse ano, especificamente, eu precisei atuar bastante. Eram dúvidas em diversos conteúdos que, muitas vezes, não era possível perguntar para o professor, afinal, os estudantes estavam revisando conteúdos que não estavam sendo abordados em sala no momento, portanto, foi-se necessário assumir a função de sanar essas dúvidas. Assim, perguntei para meus amigos a opinião deles sobre realizar o curso de Licenciatura em Matemática e fui respondido com “como você não pensou nisso antes? É a sua cara!”. Após algumas conversas com meus professores de Matemática, o caminho para a docência estava traçado.

Durante a graduação no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), tive a oportunidade de ser integrante do Programa de Educação Tutorial (PET-Matemática) por dois anos. Nesse período, participei de diversos eventos em parceria com o Museu da Matemática da UFMG e do Projeto Visitas, onde pude mediar e desafiar os estudantes com variados jogos, quebra-cabeças e labirintos. Foi marcante presenciar a diversão, as discussões de estratégias e até as disputas para participar dos jogos.

Ainda no PET-Matemática, ministrei algumas aulas no curso de Pré-Cálculo para os calouros da graduação. Esse curso surgiu de uma necessidade advinda da disciplina de cálculo, por ser uma das que mais reprova na universidade. Um dos fatores da reprovação é a falta de um conhecimento prévio consolidado em alguns conteúdos importantes para a disciplina, como por exemplo, funções. Esse curso foi uma das mais importantes experiências - e também a primeira delas - na frente da sala de aula, com estudantes totalmente desconhecidos. Durante o curso, consegui perceber as diferenças entre estar sentado do lado de um amigo, ajudando em uma dúvida, e estar de fato na frente de múltiplas pessoas desconhecidas. A forma de falar, a forma de agir, tudo é diferente.

Fiz parte, como estagiário, de um projeto de extensão denominado “Descobridores da Matemática”, premiado por sua relevância acadêmica durante o encontro de extensão da universidade. Nele, pude apresentar a estudantes das escolas parceiras vários desafios matemáticos, analisar como eles resolviam os problemas e como comunicavam suas soluções. Durante as aulas, percebi que a utilização de material manipulativo era fundamental, pois além de atrair mais atenção, auxiliava os estudantes a justificarem suas soluções.

Um dia marcante nesse projeto foi quando os estudantes retornaram às aulas presenciais, após o difícil e turbulento período de pandemia, durante o qual várias atividades educacionais foram suspensas. Ao propormos um jogo (apelidado pelos estudantes de “Detetive”), pude ver o brilho nos olhos e a empolgação dos estudantes com essa atividade. O jogo funciona da seguinte maneira: inicialmente, os participantes se dividem em grupos; após a divisão, um dos grupos deve sair da sala e, ao retornar, tentar descobrir o que mudou no ambiente — por exemplo, apagar a luz, fechar a janela, apagar o quadro, mudar a lixeira de lugar, etc.

Além disso, durante as disciplinas de estágios e, principalmente, como monitor bolsista do Colégio Técnico da UFMG (COLTEC), consegui perceber as dificuldades dos estudantes com aspectos iniciais da álgebra. Percebi essas dificuldades durante as discussões nos encontros voltados para campeonatos de Matemática e nas monitorias em geral, onde era possível perceber que as dúvidas e questionamentos não eram necessariamente dos conteúdos abordados em sala. Muitas vezes os estudantes conseguiam desenvolver o raciocínio esperado com relação à matéria, mas estavam com desafios relacionados às variáveis e generalizações. Como parte desse programa de monitoria, apresentei, durante a Semana da Graduação[1], as dificuldades dos estudantes com a Matemática, mais especificamente com a linguagem algébrica. Dessa forma, desenvolvi interesse em buscar maneiras de facilitar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, conceito que é fundamental para todos os outros tópicos matemáticos, muitos dos quais estão interligados com a álgebra (Blanton e Kaput, 2005; Kaput 1998).

A graduação, além de proporcionar experiências práticas relacionadas aos jogos e às dificuldades dos estudantes com a álgebra, também ofereceu embasamento teórico em diversas disciplinas ligadas à educação, como, por exemplo, a álgebra na Educação Básica. As várias discussões dessa disciplina e minha experiência como monitor/estagiário evidenciaram a importância do ensino de álgebra e, principalmente, o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Foi essencial perceber a necessidade de torná-lo mais significativo para os estudantes, no sentido mais amplo da palavra, com o objetivo de diminuir as dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem.

Olhando para trás, a ideia de realizar um mestrado, para o ingênuo estudante da graduação que, durante os primeiros semestres, não sabia a diferença entre Licenciatura e Bacharelado, era apenas uma qualificação para o mercado de trabalho, ou um desejo lúdico de poder fazer um trocadilho sobre ser um "Mestre da Matemática". Porém, toda a trajetória da graduação gerou inquietações que não foram aplacadas apenas com as disciplinas cursadas.

[1] Evento organizado pela Universidade Federal de Minas Gerais para divulgar os trabalhos de pesquisa, ensino e extensão.

Assim, a vontade de aprender novas metodologias e estratégias pedagógicas, com foco na aplicação prática desse conhecimento adquirido, direcionou-me ao Promestre.

É engraçado perceber que os jogos não foram uma decisão óbvia e direta durante a escrita do projeto de pesquisa para ingresso no mestrado. Inicialmente, tinha interesse em compreender melhor a História da Matemática, entender como todos os conceitos, fórmulas, algarismos numéricos que utilizamos hoje foram se desenvolvendo. Conhecer as pessoas, culturas e civilizações que fizeram parte dessa construção sempre me fascinou. Acredito que isso se deu, em grande parte, por ter tido um professor de matemática que realizou um mestrado em História da Ciência na UFMG e sempre abordava um pouquinho em cada matéria. Me lembro como se fosse ontem a aula de progressão aritmética, a história do Príncipe da Matemática, Gauss, que ainda criança deu origem à fórmula da soma dos termos de uma progressão aritmética. No entanto, apesar de ser do meu interesse, não conseguia sair das ideias para colocar no papel.

Devido à pandemia e à implementação do regime de Ensino Remoto Emergencial, meu contato com a Educação Matemática e o ensino de Matemática por meio das *lives* se intensificou. Nesse contexto, participei de palestras da Prof. Dra. Regina Célia Grando, cujo percurso até o Doutorado, focado no conhecimento matemático e no uso de jogos em sala de aula, inspirou-me a utilizar os jogos não apenas como um recurso de ensino, mas também como instrumento para a pesquisa. Durante toda a palestra me senti muito entusiasmado e pronto para escrever o projeto, mas também com raiva de não ter percebido o que estava na minha frente a todo momento: os jogos. Lembro de sair da palestra e conversar com amigos e familiares sobre a ideia de escrever sobre jogos na educação e escutar novamente "como você não pensou nisso antes? É a sua cara!".

Até o momento da escrita do projeto de pesquisa, meu contato com a sala de aula foi mínimo, apenas estágios, monitorias e como professor em alguns projetos de extensão. Ainda permanecia para mim a visão idealizada de que tudo é possível. No entanto, durante o período do mestrado, já em sala de aula como professor, foi possível perceber que, apesar da possibilidade de realizar outras metodologias, o cronograma é o maior inimigo. São muitos conteúdos para serem abordados durante os dias letivos disponíveis. De qualquer maneira, foi possível levar alguns jogos para a sala de aula, tentando mudar um pouco o modelo tradicional do quadro e pincel.

Sempre percebo que o lúdico é um atrativo para os estudantes. Até mesmo os que dizem não gostar de matemática acabam participando com mais afinco da aula e das discussões que foram trazidas com base no jogo. Para mim, como professor, é extremamente importante estimular os estudantes a analisarem o jogo e buscarem estratégias, possibilitando de forma natural a comunicação e a socialização dos estudantes ao argumentarem suas táticas.

## **1.2.** JUSTIFICATIVA DA PESQUISA

Pesquisas na área de Educação Matemática vêm apontando dificuldades recorrentes no ensino de álgebra no Brasil. Pereira (2017) destaca, em sua investigação, que esse ensino apresenta obstáculos desde os primeiros contatos dos estudantes com a linguagem algébrica, geralmente iniciados no 7º ano do Ensino Fundamental. A autora reúne contribuições de diversos autores que indicam uma abordagem centrada no formalismo, com pouca contextualização e foco excessivo na fixação de procedimentos.

Lins e Gimenez (1997) apontam que a álgebra é frequentemente apresentada como uma sequência de símbolos sem significado, sendo reduzida à aplicação de algoritmos de forma mecânica. Essa abordagem tende a reforçar a memorização de fórmulas e modelos prontos, com pouco espaço para a compreensão das estruturas envolvidas. Os autores sugerem que a articulação entre álgebra e aritmética, desde os primeiros anos, pode contribuir para a introdução gradual da linguagem algébrica, criando condições para que os estudantes compreendam os conceitos que serão retomados de forma mais formal nos anos posteriores.

Nessa direção, Kieran (2006) aprofunda a discussão proposta por Lins e Gimenez (1997), ao identificar as variáveis como um dos principais desafios na transição da aritmética para a álgebra. Na perspectiva do autor, os diversos significados atribuídos às letras — seja como representação de quantidades desconhecidas, equações generalizadas ou funções — podem gerar dificuldades de compreensão, o que contribui para a resistência dos estudantes diante desse novo campo da Matemática. Essa complexidade interfere diretamente em atividades que envolvem a resolução de equações, presentes em diferentes áreas do conhecimento matemático. Kaput (1998) reforça essa afirmação ao ressaltar que, sem alguma forma de álgebra simbólica, não seria possível sustentar a matemática formal nem os campos da ciência e da tecnologia que dela dependem.

Grando (2000), ao investigar o ensino da Matemática no 4º ciclo do Ensino Fundamental[2] (13/14 anos), identifica o momento de introdução do pensamento algébrico como um dos principais entraves nesse nível de escolarização. A autora associa essas dificuldades ao início do contato com a linguagem algébrica, que envolve as variáveis e seus múltiplos usos. Diante disso, defende a necessidade de um trabalho progressivo com os elementos da álgebra, de modo que os estudantes possam desenvolver formas de pensamento que antecedam o uso das representações simbólicas, favorecendo a construção de sentido nesse processo.

Considerando os autores anteriormente citados, observa-se que o ensino da álgebra apresenta desafios que se refletem no desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Diante desse cenário, é possível questionar: o que pode ser feito para que os estudantes deixem de associar a álgebra a um conjunto de símbolos sem sentido ou a fórmulas que precisam ser memorizadas? Uma das estratégias que pode ser adotada é o uso de jogos matemáticos em sala de aula, sugerida por Grando (2004) como uma abordagem lúdica. Contudo, essa escolha não deve ser pautada apenas pelo aspecto lúdico da atividade. Grando (2004) destaca que o jogo, ao ser inserido como recurso didático, precisa estar vinculado a uma proposta que envolva questionamentos e intervenções por parte do professor. Para a autora, o papel do docente é essencial na mediação das ações dos estudantes, orientando a construção de raciocínios por meio da resolução de problemas.

O papel dos jogos na educação também deve ser ressaltado no mundo digital, tendo em vista que estão cada vez mais inseridos no dia a dia dos estudantes, a partir dos celulares, computadores e outros dispositivos móveis. Mattar (2013) afirma que a aprendizagem nos jogos digitais surge a partir de uma ressignificação que os jogadores fazem das imagens, sendo efetivos por serem altamente motivadores, comunicações eficientes e facilitar o processo de comunidades de aprendizagem.

Além de refletir sobre a inserção do jogo em sala de aula, é possível considerar os efeitos dessa prática no desenvolvimento de certas habilidades. Smole, Diniz e Milani (2007, p. 9) afirmam que os jogos, quando utilizados com intencionalidade pedagógica, podem contribuir para a mobilização de competências como observação, análise, formulação de hipóteses, levantamento de suposições, tomada de decisão, argumentação e organização. Esses aspectos reforçam o potencial dos jogos matemáticos não como mero entretenimento, mas como um recurso que, se bem conduzido, pode favorecer formas mais investigativas de aprendizagem.

---

[2] O 4º ciclo do Ensino Fundamental abrange o 8º e 9º anos de escolaridade.

Diante dos desafios apresentados pelo ensino da álgebra, em especial no que diz respeito ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico, esta pesquisa propõe investigar também as possibilidades didáticas oferecidas pelos jogos matemáticos. A intenção é articular as duas dimensões, do jogo e da álgebra, buscando elaborar um recurso que contribua para que os estudantes compreendam e utilizem a linguagem algébrica em contextos que promovam raciocínio e reflexão. A escolha do recurso como digital se deu principalmente pela facilidade de automatizar os processos necessários para jogar, tendo em vista que cada jogada necessita de uma resposta do próprio jogo.

Com esse propósito, foi desenvolvido um jogo digital, estruturado em níveis progressivos. Em cada nível, o estudante recebe um valor final e deve descobrir qual expressão aritmética o produziu, sem ter acesso prévio aos operadores, números ou operações envolvidas. A proposta do jogo é possibilitar a exploração de diferentes estratégias e hipóteses, estimulando o contato com ideias que envolvem o desconhecido, sem antecipar o uso formal das variáveis. As seções seguintes detalham as funcionalidades do jogo e os princípios que orientaram sua construção.

Com a definição do jogo e de suas funcionalidades, foram formuladas as questões iniciais que orientaram a pesquisa: Jogos matemáticos podem contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico? De que forma eles podem colaborar com a transição entre aritmética e álgebra? Como os jogos podem atuar na compreensão da linguagem algébrica? Os recursos desenvolvidos ao longo da pesquisa podem ser utilizados por professores como instrumentos para trabalhar o Pensamento Algébrico em sala de aula?

A partir dessas indagações, definiu-se a questão que orienta este estudo: Como o jogo digital “Odisseia Matemática” pode contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico?

A álgebra é uma parte fundamental da Matemática e um tópico essencial para o desenvolvimento do pensamento lógico e analítico dos estudantes. No entanto, considerando os problemas aqui descritos, especialmente no que diz respeito à compreensão das variáveis e da linguagem algébrica, o objetivo geral desta pesquisa é **investigar as potencialidades do jogo digital *Odisseia Matemática* no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes do Ensino Fundamental**. Para alcançar esse objetivo, delimitamos alguns objetivos específicos. São eles:

- Analisar, em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, as contribuições do jogo *Odisseia Matemática* como ferramenta para desenvolver o Pensamento Algébrico, com foco na compreensão das estruturas e estratégias operacionais que envolvem valores desconhecidos representados simbolicamente;
- Observar os efeitos do uso do jogo na habilidade de reconhecer e generalizar padrões algébricos;
- Desenvolver o jogo *Odisseia Matemática* com base nos dados da pesquisa, delineando possíveis intervenções pedagógicas que possam ser utilizadas como apoio ao trabalho docente.

A proposta é contribuir com o desenvolvimento de práticas didáticas que incorporem o jogo como um recurso que provoque o raciocínio algébrico de forma contextualizada e acessível aos estudantes.

## **1.3.** MAPEAMENTO DAS PESQUISAS REALIZADAS

Ao desenvolver o projeto que deu origem a esta pesquisa, conduzimos um levantamento de dissertações previamente concluídas. Esse processo teve como objetivo identificar as contribuições dos pesquisadores na área, permitindo-nos construir um repertório abrangente e atualizado sobre as características desses materiais. Dessa forma, foi possível obter uma visão ampla das abordagens, metodologias, referenciais teóricos e resultados presentes em estudos semelhantes.

Para realizar esse levantamento, utilizamos o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). As palavras-chave inicialmente utilizadas na busca foram: "Jogos", "Pensamento algébrico", "Ensino Fundamental", "Educação Matemática" e "Tecnologia". No entanto, a grande variedade de palavras-chave utilizadas resultou em nenhum registro encontrado no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e apenas três pesquisas na BDTD. Assim, foi necessário buscar outras variedades de palavras-chave para a pesquisa. Em busca de ainda mais pesquisas relacionadas ao tema, viu-se necessário limitar as palavras-chave apenas a “Jogos e Pensamento Algébrico” que resultaram em 13 pesquisas no catálogo da CAPES e 21 na BDTD.

No total, temos 24 pesquisas, tendo em vista que das 21 pesquisas do catálogo da BDTD, 10 delas estavam presentes na CAPES. Portanto, temos 11 pesquisas presentes apenas no catálogo da BDTD, 3 apenas no catálogo da CAPES e as outras 10 em ambos os catálogos. Assim, foi necessário realizar uma leitura exploratória de cada um desses trabalhos. Dentre eles, 10 não abordam o Pensamento Algébrico como principal referencial teórico da pesquisa, apesar disso, quatro deles abordaram a álgebra para assuntos vetoriais, cálculo diferencial, nexos conceituais algébricos ou jogos de linguagem, já os outros, a álgebra não aparece diretamente, sendo investigados, por exemplo, o pensamento computacional e aritmético.

Das 14 pesquisas restantes, 4 delas, apesar de abordarem o Pensamento Algébrico, não utilizam jogos em suas pesquisas, sendo que um trabalho utilizou como objeto de pesquisa recursos multimídias e um outro trabalhou com a plataforma *Scratch*[3]. O terceiro investigou como os livros didáticos propõem a abordagem das progressões aritméticas e geométricas e o último quis observar a possibilidade de interação entre Álgebra e Geometria no ensino de Matemática. Após todo esse processo, selecionamos as dez pesquisas de dissertações e teses que tinham alguma relação com o objeto de estudo da pesquisa aqui presente e organizamos conforme o **Quadro 1**.

**Quadro 1** – Pesquisas CAPES e BDTD.

| **Nº** | **Ano** | **Autor** | **Título** |
|---|---|---|---|
| **1** | 2016 | Silva Júnior, Francisco de Moura e. | Pensamento algébrico: indícios de um currículo enculturador |
| **2** | 2020 | Campeão, Vagner | Pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: uma proposta de aplicativo |
| **3** | 2021 | Angelo, Alex Garcia Smith | O desenvolvimento do pensamento teórico de professores em um contexto de jogos digitais e das tecnologias de informação e comunicação (TICS) |
| **4** | 2018 | Wroblewski, Cristiane | Os Jogos de Linguagem Matemáticos de Artesãs Redeiras da Colônia de Pescadores Z3 de Pelotas/RS |
| **5** | 2011 | Vieira, Lygianne Batista | Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino e aprendizagem da álgebra |
| **6** | 2024 | Barros, Mônica Bevilaqua | O papel da palavra, da sincopação e da letra na linguagem algébrica: um estudo no Ensino Fundamental |

[3] Ambiente de programação, fundamentado na linguagem LOGO e voltado para crianças e adolescentes.

| Nº | Ano | Autor | Título |
|---|---|---|---|
| **7** | 2019 | Pinheiro, Prisciane Valleriote | Uma proposta para o ensino e aprendizagem de equações e inequações do 1º grau através de recursos lúdicos e manipuláveis |
| **8** | 2016 | Castoldi, Luciana | Equação de 1º grau : uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos |
| **9** | 2018 | Marques, Bianca Medeiros | A Mobilização do Pensamento Algébrico Através da Resolução de Problemas Enxadrísticos |
| **10** | 2022 | Silva, Maico Tailon Silva da | O pensamento algébrico mediado pelo jogo de cartas RFP |

**Fonte:** Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), 2025.

Os quatro primeiros trabalhos, apesar das similaridades com relação à importância do desenvolvimento do Pensamento Algébrico, não abordam os jogos em sala de aula com estudantes, tendo em vista que o primeiro realiza uma análise curricular e o segundo faz uma proposta de um aplicativo, fundamentada nas habilidades e competências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)[4] e possíveis abordagens em sala. No terceiro, seus sujeitos são professores e o quarto utiliza da história oral para investigar a possível mobilização do Pensamento Algébrico das mulheres redeiras.

Dessa forma, restam ainda 6 pesquisas, que dentre elas, a número 5 apresentada no **Quadro 1** tem como sujeitos os estudantes do Ensino Médio, o que difere do público-alvo desta pesquisa. Apesar disso, um dos jogos utilizados na pesquisa, trabalha o conceito de variável e sua representação como um número qualquer, além de trabalhar com generalizações, que apresenta similaridades com o intuito da pesquisa aqui presente. Já o trabalho 6 envolve o trabalho com jogos, mas voltado principalmente para a compreensão do uso dos signos pelos estudantes, portanto a abordagem do Pensamento Algébrico nessas pesquisas está voltada, principalmente, para as características da linguagem algébrica.

Os trabalhos 7 e 8 têm um foco similar: o ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau através de jogos. Apesar disso, houve diferenças entre os jogos utilizados, variando desde cartas até tabuleiros e dominós. No entanto, a abordagem dos jogos apresentou

[4] Documento normativo "que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica." (BRASIL, 2017, p. 9)

semelhanças, não representando as equações apenas com as incógnitas representadas por $x$, mas também utilizando “um número qualquer” ou outros desenhos.

As 2 pesquisas restantes compartilham os objetivos desta pesquisa, em que buscam trabalhar o Pensamento Algébrico a partir de jogos, no entanto, é importante ressaltar que apenas uma dessas pesquisas utilizou ferramentas tecnológicas durante a pesquisa. Neste caso, a autora do trabalho de número 9 utilizou de um celular com aplicativos de problemas enxadrísticos (em conjunto com o tabuleiro físico) para o trabalho de identificação de padrões e regularidades e utilizando das notações do tabuleiro para o trabalho com símbolos. A décima e última pesquisa do **Quadro 1** utilizou um jogo de cartas para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. O autor salienta a importância e a possibilidade da criação de um *Software* que faça uma conversão do jogo manual, utilizado durante a pesquisa, para o formato digital. Assim, apesar das semelhanças nos objetivos, percebemos uma escassez nas pesquisas que utilizam recursos tecnológicos, que estão cada vez mais presentes no cotidiano dos jovens e adolescentes, o que reforça a importância e a necessidade de mais pesquisas com essas características.

Além disso, as duas pesquisas concluíram que os jogos contribuíram positivamente para o desenvolvimento de algumas características do Pensamento Algébrico como padrões, regularidades, linguagem algébrica, construção e análise de hipóteses, abstração e generalização. Foram pontuadas também, a importância do aspecto lúdico quanto à curiosidade, criatividade e motivação dos estudantes em relação ao conteúdo, auxiliando em uma construção significativa do conhecimento, em que os estudantes tiveram a oportunidade de se tornarem mais críticos e independentes, principalmente com a participação ativa do professor, trabalhando como mediador e trazendo discussões para a sala.

Ainda que o levantamento de dissertações e teses tenha resultado em uma quantidade baixa de pesquisas, é importante destacar que foram importantes na delimitação do referencial teórico e aspectos metodológicos, além de ser relevante na prática profissional em sala de aula, tendo em vista que nós professores podemos utilizar os jogos em sala.

Abordaremos no próximo capítulo os princípios teórico-metodológicos adotados durante a nossa pesquisa, dentre eles, as características e a importância do desenvolvimento do Pensamento Algébrico, ressaltando sua relevância na formação dos estudantes, e será discutida a utilização de jogos como metodologia de ensino, de forma a analisar a influência na construção de conhecimento dos estudantes.

# 2. REFERENCIAL

Considerando o objetivo de **investigar as potencialidades do jogo digital *Odisseia Matemática* no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes do Ensino Fundamental** é necessário primeiro fundamentar os conceitos de Pensamento Algébrico e da utilização de jogos na sala de aula, que destrincharemos nas seções seguintes.

Na primeira seção, abordamos o conceito do Pensamento Algébrico, destacando sua importância para a álgebra, e as categorias construídas sob a perspectivas de diferentes autores. Na segunda seção, apresentamos os jogos na educação, sua definição, características, impactos e sua relevância como um complemento às outras estratégias de sala de aula.

## **2.1.** PENSAMENTO ALGÉBRICO

O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, Conselho Nacional de Professores de Matemática) publicou um documento curricular que sugere "aprender álgebra como um conjunto de conceitos e competências ligadas à representação de relações quantitativas e como uma forma de pensamento para formalizar padrões, funções e generalizações" (NCTM, 2000, p. 223) e aborda uma ideia similar a Kaput (1998, 2008) e Lins e Gimenez (1997), em que defendem a introdução da álgebra a partir dos primeiros anos escolares. Essas recomendações indicam que a álgebra não é apenas uma manipulação de variáveis e outros símbolos e que é necessário o trabalho com propostas que facilitem a transição da aritmética para álgebra, para futuramente uma formalização das estruturas Matemáticas algébricas. Nesse sentido, o desenvolvimento do pensamento algébrico desde a educação básica é fundamental para consolidar essas ideias e contribuir para uma base sólida no aprendizado da álgebra, tendo em vista que há a generalização e busca por padrões como características fundamentais. Kaput (2008) defende uma reformulação substancial do currículo de Matemática, visando "melhorar, senão eliminar, os elementos curriculares mais perniciosos e alienantes da matemática escolar de hoje: cursos de álgebra tardios, abruptos, isolados e superficiais" (p. 6, tradução livre).

Essa perspectiva de introdução à álgebra nos anos iniciais está alinhada com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que propõe a álgebra como uma unidade temática desde o 1º ano do ensino fundamental, trabalhando com investigação de regularidades e padrões em sequências. A BNCC ressalta a importância de desenvolver o Pensamento Algébrico de maneira contínua, proporcionando aos estudantes oportunidades de explorar padrões, relações e variáveis em contextos diversos.

A BNCC aborda o Pensamento Algébrico de forma sucinta, citando esse termo apenas três vezes. Apesar de aparecer poucas vezes, as características do Pensamento Algébrico ainda estão presentes durante o documento. Destacam a importância de explorar o Pensamento Algébrico em situações-problema que conduzam o estudante a utilizar os conhecimentos de operações aritméticas e suas propriedades para construir generalizações e estratégias de cálculo algébrico. Asseguram também que para garantir o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, o estudante deve se envolver em atividades que busquem identificar padrões e regularidades, transitando entre diferentes representações simbólicas que relacionem as diversas concepções da álgebra.

Ainda que o termo Pensamento Algébrico apareça poucas vezes na BNCC, os documentos oficiais incorporam práticas que contribuem para sua construção. No 7º ano do Ensino Fundamental, por exemplo, a BNCC propõe, dentro da unidade temática de Álgebra, objetos de conhecimento como a linguagem algébrica, equações polinomiais do 1º grau, equivalência de expressões algébricas e grandezas diretamente e inversamente proporcionais (BRASIL, 2017). Esses conteúdos, embora apresentados de forma normativa, envolvem ideias estruturantes do Pensamento Algébrico, como a compreensão de estruturas, a manipulação de igualdades e a generalização de relações.

Durante esta pesquisa, o foco recai principalmente sobre dois desses objetos – linguagem algébrica e equações do 1º grau – ainda que trabalhados de forma implícita, já que o jogo *Odisseia Matemática* não utiliza letras para representar valores desconhecidos. Uma das habilidades previstas para o 6º ano, no entanto, dialoga diretamente com a proposta do jogo, ao tratar da propriedade da igualdade em equações: "(EF06MA14) reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas" (BRASIL, 2017, p. 303). Essa habilidade, ao tratar da invariância da igualdade, sustenta a estrutura lógica que está na base do raciocínio algébrico, mesmo quando não há o uso formal de símbolos literais.

A BNCC também propõe, para o 7º do Ensino Fundamental, a habilidade "(EF07MA18) resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade" (BRASIL, 2017, p. 307).

Embora essa forma algébrica não tenha sido utilizada diretamente nas atividades desenvolvidas durante a pesquisa, a resolução de equações esteve presente em diversas situações, conforme será discutido no capítulo 5.

Kaput (2008) compara as características da álgebra, um conteúdo separado e autônomo, com a do Pensamento Algébrico, ou seja, a álgebra como uma atividade humana e não um conhecimento estático. A compreensão do conceito e da definição do que é a álgebra é importante para saber como abordá-la, seja como pesquisadores, como professores ou até coordenadores e diretores.

> Essas diferenças em como pensamos sobre álgebra aparecem de várias maneiras. Por exemplo, aqueles que pensam na álgebra como Pensamento Algébrico estão inclinados a considerar as maneiras de os alunos fazerem, pensarem e falarem sobre matemática como fundamental. Para eles, a álgebra emerge da atividade humana; depende dos seres humanos para a sua existência, não apenas historicamente, mas também no presente. Aqueles que pensam na álgebra como uma matéria herdada se sentem confortáveis falando sobre isso sem pensar nas pessoas. Eles podem referir-se à lei comutativa da adição, por exemplo, sem ter que estabelecer como a lei surgiu ou como os alunos aprendem isso (ou não). Para eles, a comutatividade é uma propriedade da própria matemática. Cada visão é útil, dependendo de nossos propósitos, e usaremos ambas (Kaput, 2008, p. 9, tradução livre).

Incomodado com as perspectivas modernas que definem a álgebra apenas como um uso literal de símbolos, Kaput (2008) aborda uma visão mais ampla da álgebra de forma a agregar tanto as atividades de Pensamento Algébrico que ocorrem nos anos iniciais, quanto a crescente variedade de sistemas simbólicos. Para o autor, o Pensamento Algébrico é caracterizado por dois aspectos essenciais: as generalizações e expressar essas generalizações de forma gradativamente mais formais (Aspecto A); manipulações com representações simbólicas (Aspecto B). Essas características estão representadas no **Quadro 2**.

**Quadro 2** – Aspectos principais e vertentes.

| **Os dois aspectos principais** |
|---|
| (A) A álgebra como uma forma de simbolizar, sistematicamente, generalizações de regularidades e restrições. |
| (B) A álgebra como um raciocínio sintaticamente guiado e ações sobre generalizações e expressões em sistemas de símbolos convencionais. |
| **Os aspectos principais A e B estão incorporados em três vertentes** |
| 1. Álgebra como o estudo de estruturas e sistemas extraídos de cálculos e relações, incluindo aquelas que surgem na aritmética (álgebra como aritmética) e no raciocínio quantitativo. |

| |
|---|
| 2. Álgebra como o estudo de funções, relações e múltiplas variáveis. |
| 3. Álgebra como a aplicação de um conjunto de linguagens de modelagem tanto dentro e fora da matemática. |

**Fonte:** Adaptação de Kaput, 2008.

Durante a pesquisa, trabalharemos principalmente a primeira vertente, tendo em vista que utilizamos as propriedades e relações aritméticas a todo momento, podendo, a partir de reflexões, construir generalizações e compreender padrões algébricos. É importante perceber que essas reflexões podem aparecer por meio de cálculos realizados pelos estudantes, afinal, desde os anos iniciais trabalhamos a comutatividade da adição ao afirmar que 3 + 18 é o mesmo que 18 + 3 (Kaput, 2008). Fazemos isso para facilitar a conta, nos anos iniciais realizar 18 + 3 significa calcular qual é o terceiro número depois do 18, concluindo ser o número 21. Isso seria extremamente mais cansativo no caminho contrário, ou seja, contar o décimo oitavo número depois do três. Ao usar e expressar essas propriedades de forma geral, estamos utilizando do Pensamento Algébrico.

No entanto, Kaput em um artigo de 2005 com Maria L. Blanton, ambos ao investigarem o desenvolvimento do Pensamento Algébrico em sala de aula, identificaram diferentes categorias desse pensamento, organizando-as em três grandes grupos: "Aritmética Generalizada", "Pensamento Funcional" e "Outros Processos de Generalização e Argumentação" (p. 419, tradução livre). A "Aritmética Generalizada", que engloba as categorias de A a E, refere-se ao uso da aritmética para expressar e formalizar generalizações. O "Pensamento Funcional", que abrange as categorias de F a J, diz respeito à generalização de padrões numéricos e geométricos para descrever relações funcionais. Já os "Outros Processos de Generalização e Argumentação", correspondentes às categorias de K a M, incluem ações de generalização e abstração que os autores consideram essenciais para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Os autores descrevem cada categoria da seguinte forma:

a) Explorando propriedades e relações de números inteiros: no exemplo que os autores contam sobre a sala de aula investigada, os estudantes generalizam sobre somas e produtos de números pares e ímpares, generalizam sobre propriedades da subtração de um número por ele mesmo, generalizam sobre propriedades de valor posicional, decompõem números inteiros em possíveis somas para analisar a estrutura dessas somas.

b) Explorando propriedades de operações em números inteiros: nesta categoria, os estudantes exploram as estruturas das operações matemáticas, por exemplo, procurar propriedades em operações de subtração de números negativos, relações entre operações como comutatividade da adição e multiplicação, ou até mesmo a propriedade distributiva da multiplicação sobre a adição.

c) Explorando a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades: nesta categoria, os autores relatam as experiências dos estudantes com o sinal de igual e seu papel na álgebra. A diferença do papel da igualdade na álgebra, para a aritmética, aparece na ideia de que o "=" representa um objeto de uma ação que sugere realizar as contas do lado esquerdo da igualdade. Dessa forma, perceber o sinal como um objeto de balanço, com a ideia de realizar operações equivalentes dos dois lados da igualdade, representa uma categoria do Pensamento Algébrico.

d) Tratamento algébrico do número: nesta categoria, os autores descrevem episódios que os estudantes tratam os números de forma algébrica, tendo que focar mais nas questões estruturais do que na parte computacional e valor posicional dos números. Por exemplo, os autores utilizaram a soma de dois números muito grandes para que os estudantes consigam determinar a paridade dos números.

e) Resolução de expressões com valores desconhecidos: nesta categoria, os estudantes resolvem diversos problemas envolvendo equações com uma variável. Um exemplo dos autores envolve um desafio de um triângulo dividido em regiões, algumas com números, outras sem. A ideia do desafio lembra um pouco o Triângulo de Pascal, sendo necessário descobrir os números desconhecidos sabendo que a soma dos números de duas regiões que estão lado a lado, resulta no valor do número da região acima.

f) Simbolizando quantidades e operando com expressões com símbolos: envolve todos os momentos em que os estudantes usam símbolos para modelar problemas ou operar com expressões.

g) Representar dados graficamente: os autores colocam pensar graficamente como uma forma que não é inerente ao Pensamento Algébrico, mas sim que tem um papel de suporte para o desenvolvimento dele. Dessa forma, analisaram os estudantes que utilizaram gráficos para representar informações.

h) Encontrar relações funcionais: nesta categoria, os autores descrevem momentos em que os estudantes exploraram correspondências entre quantidades ou relações recursivas, desenvolvendo uma regra que descreve essas relações.

i) Previsões sobre estados desconhecidos usando dados conhecidos: nesta categoria, os autores descrevem as situações em que estudantes fizeram conjecturas sobre o que aconteceria, em algum momento do problema, com as informações fornecidas e por análise dos dados de relações funcionais.

j) Identificando e descrevendo padrões numéricos e geométricos: nesta categoria, envolve os momentos em que os estudantes identificaram padrões em número gerados geometricamente, em sequências de figuras geométricas, em sequências numéricas ou em conjuntos de expressões numéricas.

k) Usar generalizações para solucionar problemas algébricos: nesta categoria, os autores listaram os momentos em que estudantes usaram generalizações para construir outras generalizações, com um nível sofisticado de Pensamento Algébrico.

l) Argumentação, provas e teste de conjecturas: nesta categoria, estão os momentos que os autores consideram como essenciais para que o Pensamento Algébrico possa prosperar. Nestes momentos, os estudantes debatiam sobre a veracidade das generalizações, testando as hipóteses e tentando justificar suas generalizações.

m) Generalizando um processo matemático: nesta categoria, os estudantes, por meio de conversas, construíram conceitos que resultaram em generalizações de um processo ou fórmula matemática. Os autores consideram essa categoria mais importante que encontrar uma relação funcional, apesar de estarem conectados, pois as generalizações de área realizadas pelos estudantes, abordavam amplos conceitos matemáticos.

Os autores não veem as categorias mencionadas apenas como uma forma de classificar práticas de ensino, mas como uma demonstração das várias alternativas que podem ser usadas para desenvolver o Pensamento Algébrico nas práticas pedagógicas. Assim, por meio de investigações e da interação com casos específicos, os estudantes podem construir generalizações e utilizar argumentos de acordo com os conhecimentos adquiridos até aquele momento. Dessa forma, os estudantes podem se expressar de formas diferentes (gestual, natural, numérica, simbólica), mesmo que eles não tenham experiência para generalizar utilizando uma linguagem simbólica algébrica; o importante é o significado e a construção do conhecimento (Blanton e Kaput, 2005).

Por exemplo, os autores comentam sobre como estudantes podem expressar a generalização de um problema de apertos de mão em um grupo de pessoas com “o número total de apertos de mão é a soma dos números de 1 até um número a menos do total de pessoas do grupo” e “o total de apertos de mão de um grupo com $n$ pessoas é $n$ vezes $(n-1)$ dividido por 2”. Os autores afirmam que ambas as maneiras estão utilizando do Pensamento Algébrico, tendo em vista que é entendido como um

> processo que os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos específicos, estabelecem as generalizações por meio de um discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e apropriadas à idade (Blanton, Kaput 2005, p. 413, tradução livre).

Kaput (2008) afirma que as diferentes formas de argumentação têm suas qualidades. A linguagem simbólica algébrica é mais sucinta e facilita análises e variações. Já a linguagem natural abrange mais informações e é um importante ponto de partida para a construção dos estudos de álgebra nos anos iniciais, tendo em vista que permitem a compreensão e descrição de conceitos algébricos, criando significado para o conceito de variável e podendo facilitar a introdução de outras formas de representação simbólicas mais formais, como por exemplo, funções, tabelas e gráficos.

Lins (1992) afirma que existe uma distinção clara entre álgebra e o Pensamento Algébrico. Para o autor, pensar algebricamente é um modo de produzir significado, enquanto a álgebra é um conteúdo a ser compreendido. Em um determinado momento, um matemático precisou resolver certo problema, e, portanto, precisou de uma intenção para construir uma forma de resolver o problema. Assim, entende o Pensamento Algébrico como uma intenção, uma maneira de construir sentido, por exemplo, a manipulação algébrica, que deve preceder a habilidade técnica que é construída após comparar diversos modelos diferentes. Dessa forma, o autor define as três características principais de pensar algebricamente como pensar aritmeticamente, pensar internamente e pensar analiticamente. Apesar das três características serem abordadas separadamente pelo autor, ele ressalta que não existe uma divisão, tendo em vista que ao pensar algebricamente, as três características estão agindo em conjunto.

> É característica do pensamento algébrico que operações aritméticas se tornem objetos, ao mesmo tempo que são utilizadas como ferramentas e isso é apenas uma consequência do conjunto de requisitos do aritmeticismo e do internalismo do pensamento algébrico (Lins, 1992, p. 14-15, tradução livre).

Para Lins (1992), as características do Pensamento Algébrico agregam um papel essencial na compreensão da relação de igualdade e das operações aritméticas que envolvem os números. Por exemplo, o autor cita o problema $3x + 150 = 450$, que pode ser resolvido separando em partes. Ou seja, para a soma entre uma parte e 150 resultar em 450, essa parte é 300. Só que essa parte é dividida em três outras partes que equivalem a 100 cada uma. Portanto, as operações aritméticas foram apenas ferramentas para resolver determinadas situações. Pensar analiticamente nesse problema aparece ao tratarmos o número desconhecido como conhecido, gerando outras equações equivalentes. O autor entende que não existe a necessidade de uma notação literal para estar pensando algebricamente, afirmando que

> (...) no contexto do Pensamento Algébrico, números devem ser entendidos simbolicamente. Não queremos dizer com isso o uso de "notações simbólicas", mas que os números são significativos apenas em relação às propriedades das operações que operam sobre eles, e não em relação a qualquer possível interpretação deles em outros contextos matemáticos ou não matemáticos (Lins, 1992, p. 17, tradução livre).

O intuito dessa pesquisa é abordar situações que os estudantes pensem analiticamente em situações que não apareçam as variáveis, de forma a facilitar esse pensamento durante a inserção da linguagem algébrica no conteúdo. Para essa abordagem com os estudantes, decidimos utilizar o jogo "'Odisseia Matemática" construído durante a pesquisa. Portanto, precisamos compreender a importância e o papel do trabalho pedagógico que utiliza jogos para a educação matemática como um todo, que será abordada na seção seguinte.

## **2.2.** JOGOS NA EDUCAÇÃO

Grando (2000) apresenta uma crítica à forma como a Matemática tem sido organizada no currículo escolar, destacando dois aspectos que se entrelaçam, mas que merecem atenção distinta. De um lado, aponta-se para a grande quantidade de conteúdos a serem abordados em um curto espaço de tempo, o que pressiona o planejamento docente e condiciona a prática pedagógica a uma abordagem mais direta, com pouca margem para aprofundamento. De outro, essa mesma limitação temporal acaba restringindo o uso de metodologias que demandam maior elaboração e tempo, como aquelas que promovem o desenvolvimento de estratégias, a argumentação e a análise por parte dos estudantes. A autora chama atenção para o fato de que esse cenário compromete a possibilidade de que o processo de ensino e aprendizagem esteja ancorado em experiências que façam sentido para o estudante. Nessa direção, aponta os jogos como uma alternativa que, quando bem contextualizada e articulada ao trabalho com problemas, pode ampliar as possibilidades de envolvimento dos estudantes e favorecer processos de construção de conhecimento. Contudo, não se trata de considerar os jogos como solução para os limites impostos pelo currículo, mas como uma proposta que contrasta com abordagens centradas na exposição de conteúdos e que pode contribuir para tornar o trabalho escolar mais investigativo e menos repetitivo, mesmo que não seja uma solução para a limitação temporal por demandar maior elaboração.

Ao articular a crítica ao currículo com a defesa de práticas mais abertas à participação ativa dos estudantes, Grando (2000) propõe uma reflexão sobre o lugar da experiência lúdica no espaço escolar. É nesse ponto que a escolha por metodologias (como o uso de jogos) exige do professor não apenas sensibilidade para o tempo necessário à sua aplicação, mas também um esforço de mediação que favoreça a apropriação dos conceitos mobilizados durante a atividade.

Apesar de os jogos não serem algo novo em sala de aula, eles foram muitas vezes negligenciados por serem vistos apenas como atividades que promovem balbúrdia. É claro que a ludicidade do jogo acaba trazendo um ambiente nem sempre esperado de sala de aula, sem os estudantes segurando livros, cadernos e estojo, estudando quietos, escutando o professor. O movimento, a participação, a alegria e o barulho fazem parte do jogo e é o que o torna divertido. Adicionar conceitos matemáticos aos jogos não devem perder essas características lúdicas, mas utilizá-las para gerar engajamento e interesse, e então, a partir disso, sistematizar a matéria. Grando (2004), reforça essas afirmações ressaltando que

> Analisando as possibilidades do jogo no ensino da matemática, percebemos vários momentos em que as crianças, de uma maneira geral, exercem atividades com jogos em seu dia-a-dia, fora das salas de aula. Muitos desses jogos cultural-espontâneos se apresentam impregnados de noções matemáticas que são simplesmente vivenciadas pela criança durante sua ação no jogo. Por outro lado, nota-se que a escola se mostra alheia a esse fato, em muitos momentos, desprezando ou até mesmo "punindo" tais atividades (Grando, 2004, p. 11).

Quando estamos falando da matemática, uma ciência exata, mas que é possível encontrar diversos caminhos para uma mesma resolução, os jogos apresentam uma interface promissora, tendo em vista que nem sempre existe apenas um caminho para a resposta, mesmo que exista uma estratégia melhor e mais promissora. Uma característica importante, que Grando (2000) entra em detalhes, é a imaginação, que é presente nos jogos e muito necessária quando tratamos de definir conceitos e regularidades matemáticas, tendo em vista que, diferentemente de outras ciências, não observamos e concluímos a partir de experimentos. Dessa forma,

> é necessário que a escola esteja atenta à importância do processo imaginativo na constituição do pensamento abstrato, ou seja, é importante notar que a ação regida por regras - jogo - é determinada pelas idéias do indivíduo e não pelos objetos. Por isso, sua capacidade de elaborar estratégias, previsões, exceções e análise de possibilidades acerca da situação de jogo perfaz um caminho que leva à abstração. Portanto, a escola deve estar preocupada em propiciar situações de ensino que possibilitem aos seus alunos percorrerem este caminho, valorizando a utilização de jogos nas atividades escolares (Grando, 2000, p. 23).

Os jogos digitais, segundo Mattar (2013), também enfrentam uma resistência quanto ao uso para a educação e na sala de aula. O autor questiona a diferença de olhar para os jogos digitais e os tradicionais, como os de tabuleiro, afirmando que todos os elementos estruturais de um estão presentes no outro e, portanto, deveriam ser vistos da mesma maneira. Além disso, como os videogames estão cada vez mais presentes e acessíveis na vida dos estudantes, por meio dos computadores e dos diversos dispositivos móveis, o autor defende o uso deles como uma ferramenta pedagógica lúdica, desde que seja possível trazer reflexões e criticidade nos processos de aprendizagem.

Um problema adicional sobre jogos virtuais são os questionamentos relacionados ao tempo na frente das telas (Borba, Souto e Candedo Junior, 2022). É um assunto pertinente que tem causado grande preocupação, principalmente para os familiares, que podem questionar a presença dos celulares e computadores no âmbito da sala de aula. O equilíbrio é fundamental. Concordamos que não é saudável o uso excessivo da tecnologia e da internet, no entanto, na sociedade atual elas estão cada vez mais presentes e necessárias. Atualmente está sendo bastante discutida a proibição dos celulares em sala de aula, afinal, por diversas vezes os estudantes utilizam os celulares para usos não pedagógicos ou para burlar as avaliações. Essa discussão é de extrema importância; no entanto, acreditamos que a proibição não é favorável, mas uma busca por regras e equilíbrios é ideal.

Para Borba e Penteado (2005) as discussões sobre o uso das tecnologias na educação sempre estiveram presentes, uma tão comum é o uso das calculadoras e o impacto no aprendizado do aluno na resolução das expressões aritméticas. Da mesma forma, a informática é questionada, assim como toda invenção tecnológica, afinal, se a internet está disponibilizando a resolução dos problemas, será que o estudante não pode apenas copiar? Será que ele realmente irá aprender? Para questionamentos similares, o autor cita o lápis e o papel, que por estarem tão presentes no nosso cotidiano não são vistos como tecnologias. O autor afirma que a informática é

> uma nova extensão da nossa memória, com diferenças qualitativas em relação às outras tecnologias da inteligência e permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma 'nova linguagem' que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea (Borba e Penteado, 2005, p.48).

A presença gigantesca das tecnologias na sociedade atual, com inovações cada vez mais rápidas, com novos sistemas operacionais, *softwares*, como por exemplo, a inteligência artificial têm colocado em pauta a necessidade da atualização e compreensão das potencialidades das tecnologias na educação e outras atividades gerais. Borba e Penteado (2005) destacam o uso da tecnologia como essencial e de direito do estudante, sendo necessária uma visão focada no processo e não apenas no resultado.

Romero (2007) concluiu, a partir da análise dos resultados da sua pesquisa, que jogos eletrônicos podem contribuir significativamente para aprendizagem da linguagem algébrica. A autora ressalta que os jogos não devem substituir outras metodologias de ensino, e quem dirá substituir os livros, mas que estejam à disposição do professor para utilizar durante o ano letivo, distribuindo-os de acordo com seu cronograma. A linguagem algébrica é parte fundamental do desenvolvimento do Pensamento Algébrico, portanto a contribuição dos jogos eletrônicos para esse desenvolvimento é de grande importância para a álgebra como um todo.

A BNCC também ressalta a importância das tecnologias digitais principalmente durante as competências gerais da educação básica, afirmando ser importante a utilização de forma reflexiva e ética durante as práticas sociais e escolares para a produção e resolução de problemas. O documento sugere, em grande parte das habilidades descritas, o uso dessas ferramentas para modelar e resolver problemas, descrevendo as tecnologias digitais como necessárias para o desenvolvimento estudantil. Afirma também que

> é imprescindível que a escola compreenda e incorpore mais as novas linguagens e seus modos de funcionamento, desvendando possibilidades de comunicação (e também de manipulação), e que eduque para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital (Brasil, 2017, p. 61).

Os jogos também aparecem nos PCN como um subtópico de "Alguns caminhos para 'fazer Matemática' na sala de aula", ressaltando a contribuição de enfrentar desafios, desenvolver a intuição e criar estratégias, fugindo assim do foco na repetição de modelos e memorização de técnicas, vistos anteriormente como problemáticas no ensino da álgebra. O documento também enfatiza a importância de estudos no âmbito da formação inicial e continuada, tanto para criar, quanto para analisar os *softwares* educacionais, ressaltando que o computador pode ser empregado como um elemento coadjuvante do processo de ensino, bem como uma fonte primordial de aprendizado e instrumento para o aprimoramento de competências. Além disso, defendem a importância dos jogos como recurso de ensino que auxiliam na formação de atitudes e na socialização, visto que

> os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (Brasil, 1998, p. 46).

Para Grando (2000), os jogos representam uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem, pois oferecem aos estudantes a oportunidade de investigar, refletir e analisar as regras em busca de soluções para os problemas apresentados. Essa prática permite que eles estabeleçam conexões entre os elementos do jogo e conceitos matemáticos. No entanto, a autora ressalta que, apesar do caráter lúdico despertar o interesse inicial dos estudantes, a diversão não deve ser o único objetivo. É essencial que o professor atue como mediador, contextualizando o jogo e oferecendo desafios que promovam a argumentação e a reflexão, motivando os estudantes a se envolverem de forma mais profunda com o conteúdo. Ademais, a autora coloca a consideração dos erros como uma característica importante dos jogos, afinal, em situações escolares tradicionais, o acerto que é valorizado. Dessa maneira, os jogos proporcionam uma revisão natural dos erros durante as jogadas, podendo, por meio da análise da estratégia, compreender, refletir e discutir os motivos dos erros e dos acertos, até compartilhando as estratégias com os colegas, permitindo também a socialização. Portanto, o jogo permite o desenvolvimento de iniciativa e autoconfiança, visto que reduz a consequência dos erros e dos fracassos do jogador. Além disso,

> A análise do erro do aluno e a construção das estratégias de resolução dos problemas de jogo fornecem ao professor subsídios para a sistematização dos conceitos trabalhados durante a situação de jogo (Grando, 2000, p. 43).

Os jogos podem promover uma postura crítica nos estudantes, ao contrário da abordagem tradicional da matemática, que muitas vezes foca em uma única resposta correta. Eles incentivam a exploração de diferentes estratégias e questionamentos como “Essa jogada é a melhor?” ou “E se eu tentar de outra forma?”. É importante notar que esse caminho de reflexão pode acontecer naturalmente pelo aluno em uma busca por progresso no jogo, ou caso o professor julgue necessário, pode realizar intervenções com os questionamentos, influenciando o aluno a analisar as possibilidades. Nesse processo, o erro deixa de ser um obstáculo e se torna uma oportunidade de aprendizado. Avelar (2023) destaca a importância de encorajar os estudantes a desenvolverem suas próprias estratégias e enfrentarem desafios, promovendo um ambiente de reflexão e discussão. É necessário ressaltar que a matemática, que é muitas vezes vista como um conteúdo de grande dificuldade, têm em grande parte de seus problemas, uma única solução, ou seja, caso o estudante esteja incorreto, ele poderá ficar desmotivado, principalmente se acontecer diversas vezes. Dessa forma, os jogos oferecem um espaço seguro para explorar conceitos e descobrir novas soluções, não reforçando o olhar para a matemática como uma resposta única e pronta, mas serem críticos e questionadores, tendo em vista que

> O processo proporciona um espaço seguro para eles explorarem conceitos, cometerem erros, fazerem perguntas e descobrirem suas próprias estratégias. Além disso, ao enfatizarem o processo, os estudantes desenvolvem habilidades essenciais, a exemplo de pensamento crítico, resolução de problemas e comunicação matemática. Eles aprendem a justificar seus raciocínios, a argumentar de forma lógica e a colaborar com os colegas para alcançar soluções. (Avelar, 2023, p. 248).

Grando (2000) discute as dificuldades dos estudantes com a linguagem algébrica, atribuídas às “situações de ensino que não são suficientemente adequadas para gerar a necessidade da simbolização” (p. 37). Nesse contexto, os jogos podem ser uma ferramenta para facilitar o desenvolvimento da linguagem matemática, seja por meio dos próprios elementos do jogo, da leitura das regras, ou em situações-problema (Luvison e Grando, 2018). Além disso, os jogos proporcionam oportunidades para registro, reflexão, argumentação e sistematização de conceitos matemáticos (Grando, 2000). Dessa forma, para a construção do conceito algébrico, é necessário o desenvolvimento da linguagem algébrica e

> A linguagem matemática, de difícil acesso e compreensão do aluno, pode ser simplificada através da ação no jogo. A construção, pelo aluno, de uma linguagem auxiliar, coerente com a situação de jogo, propicia estabelecer uma "ponte" para a compreensão da linguagem matemática, enquanto forma de expressão de um conceito, e não como algo abstrato, distante e incompreensível, que se possa manipular independentemente da compreensão dos conceitos envolvidos nesta exploração. O registro no jogo, gerado por uma necessidade, pode representar um dos caminhos à construção desta linguagem matemática (Grando, 2000, p. 37).

Avelar (2023) destaca essa necessidade dos estudantes de registrarem durante o jogo. Durante sua pesquisa, a autora conseguiu perceber a evolução dos estudantes quanto indivíduos e estudantes de matemática, tendo em vista a mudança de argumentos e postura crítica com relação ao ambiente. Além disso, inicialmente os estudantes não tiveram interesse e tampouco viam sentido em fazer esses registros, mas com o desenrolar das aulas, ficou nítido para eles a importância de realizá-los com dedicação e empenho.

Outro aspecto que pode ser aproveitado ao se utilizar os jogos na sala de aula é o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas, tendo em vista que, o jogo, ao apresentar um problema em que o jogador necessita, a partir das regras e informações dele, construir estratégias e, de acordo com suas percepções, adaptá-las, conclui o processo característico da resolução de problemas. Os problemas podem aparecer também a partir das intervenções e discussões realizadas com os estudantes, seja durante a situação do jogo, ou até de forma separada durante uma reflexão. É importante também que o aluno seja estimulado a transpor essas situações apresentadas do jogo, para novos problemas que envolvam o conceito construído (Grando, 2000). Dessa forma, os estudantes podem realizar uma conexão do jogo e suas estratégias com o conteúdo abordado em sala de aula, fugindo da visão mecânica e de fixação da matemática presente na sala de aula.

Grando (2000), ao apontar as desvantagens dos jogos, afirma que intervenções constantes promovem uma perda da ludicidade do jogo. Apesar das intervenções serem essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático durante os jogos, é necessário permitir que os alunos experimentem e aprendam com os erros, buscando intervir apenas quando realmente necessário. É importante compreender que, apesar do aspecto dinâmico e divertido dos jogos, eles não podem ser abordados em todos os momentos, conteúdos e aulas. Isso ocorre primeiramente por perder o sentido para o aluno o contínuo uso dos jogos, além de exigir um tempo maior para abordá-los em sala, impedindo o ensino de uma variedade de conteúdos. Além disso, Grando (2000) ressalta a necessidade de uma contextualização e mediação do professor, afinal, apesar do jogo, por sua natureza lúdica, proporcionar um interesse inicial com a atividade, a diversão não é o único objetivo dos jogos em um ambiente educacional. Dessa forma, é necessário também um aspecto motivador, tanto dentro do jogo, quanto por parte do professor, proporcionando momentos desafiadores com argumentação e reflexão para os estudantes.

Para proporcionar esses momentos de argumentação, Grando (2004) sugere etapas denominadas "momentos de jogo" (Grando, 2004, p. 45), que representam a dinâmica a ser estabelecida na sala de aula. Um quadro síntese desses momentos foi apresentado por Silva (2021), em que a autora apresenta a ideia principal de cada um dos momentos de jogo.

**Quadro 3** – Momentos de Jogo.

| **Momentos de jogo** | **Ideia principal** |
|---|---|
| 1º- Familiarização com o material | Conhecer e familiarizar-se com o material que será utilizado durante as jogadas. |
| 2º- Familiarização com as regras | Apresentação das regras. |
| 3º- Jogar para compreender as regras | Primeiras jogadas para internalização das regras e esclarecimentos de possíveis dúvidas quanto a elas. |
| 4º- Intervenção oral pelo professor | Realização de intervenções, na perspectiva da resolução de problemas, pelo professor. |
| 5º- Registro do jogo | Registro do jogo, caso necessário, como um suporte para as jogadas. |
| 6º- Intervenção escrita | Realização de registro na perspectiva da resolução de problemas, elaborado pelo professor e/ou estudantes, pensando-se no desenvolvimento de habilidades matemáticas.<br><br>Fonte de informação sobre o desenvolvimento do estudante. |
| 7º- Jogo com "competência" | Após vivenciar os momentos anteriores, o estudante de condições de jogar novamente de forma mais intencional, podendo colocar em práticas reflexões da intervenção escrita. |

**Fonte:** Silva (2021, p. 37).

Assim, podemos perceber que os momentos apresentados por Grando (2004) são situações importantes de análise, e serão utilizadas durante a produção, descrição e análise dos dados. Além disso, ao construir problematizações de situações do jogo, o professor consegue explorar e consolidar os conceitos matemáticos e fornece aos estudantes "condições de refletir, comunicar, argumentar, levantar hipóteses, conjecturas e validar suas análises" (Luvison e Grando, 2018, p. 65)

## 3. METODOLOGIA

A pesquisa adota uma abordagem qualitativa que, conforme Bogdan e Biklen (1994), baseia-se em algumas características, entre elas, o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, neste caso, a sala de aula. Dessa forma, tendo em vista o objetivo principal de **investigar as potencialidades do jogo digital *Odisseia***

***Matemática* no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes do Ensino Fundamental**, foi necessário analisar impactos dessa ferramenta no reconhecimento e na generalização de padrões algébricos pelos estudantes, as operações e suas respectivas propriedades, considerando como a interação com o jogo promove a construção dessas habilidades.

O contato com a turma é importante, não só durante os trabalhos pedagógicos com jogos, mas também previamente, para propiciar uma familiarização dos oito estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental com a presença externa, compreender o intuito da pesquisa e do direito de imagem. É importante esse processo de conversa com os estudantes, tendo em vista que seus argumentos e jogadas foram gravadas durante a utilização do jogo em sala. Considerações éticas foram levadas em conta durante todo o processo de pesquisa, incluindo a obtenção de consentimento dos pais ou responsáveis e a garantia da confidencialidade e privacidade dos participantes[5].

Bogdan e Biklen (1994) destacam que "os investigadores qualitativos se interessam mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos" (1994, p. 49), ou seja, a pesquisa qualitativa permite uma análise dos dados mais aprofundada e, em nosso caso, não se baseia na conclusão do jogo e de seus níveis, mas na argumentação, no registro e nas etapas realizadas pelo estudante, com o intuito de observar como o jogo contribuiu para o desenvolvimento e compreensão de conceitos fundamentais ao Pensamento Algébrico. A escolha de realizar uma pesquisa com a abordagem qualitativa deve-se ao objetivo geral da pesquisa que é **investigar as potencialidades do jogo digital *Odisseia Matemática* no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes do Ensino Fundamental**

Para Grando (2000), a argumentação e o registro são importantes para ajudar a estabelecer uma conexão entre a linguagem matemática e o jogo, que ao tentar explicar um conceito presente nas experiências do jogo, o estudante consegue visualizar a matemática por trás, ao contrário de vários conceitos matemáticos distantes e abstratos, combatendo a percepção da matemática como algo inacessível.

Grando (2000) destaca a importância do papel do professor durante as intervenções pedagógicas, que podem assegurar o processo de conceitualização do jogo, em que os

[5] Este trabalho é parte integrante de uma pesquisa maior, intitulada "Processos de Ensino e Aprendizagem da Matemática na Educação Básica: Formação de Professores e Práticas Pedagógicas". Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFMG (CEP-UFMG), conforme atestado pelo Certificado de Apresentação para Apreciação Ética – CAAE: 68388123.0.0000.5149.

estudantes possam refletir e analisar o jogo, visando que os estudantes não joguem apenas por jogar, mas explorem as possibilidades de jogadas. Da mesma forma, Brougère (2009) sugere que o papel do professor é valorizar o ato de jogar, propondo uma roda de conversas para que os estudantes falem sobre o que aconteceu, sobre o que observaram. Portanto, durante as aulas envolvendo jogos, foi necessário assumir uma postura de professor mediador da aprendizagem (Souza, Netto e Oliveira, 2012), orientando e enfatizando o estudante como um ser ativo no processo de construção de seu conhecimento.

## **3.1.** O AMBIENTE E SUJEITOS DA PESQUISA

O 7º ano do Ensino Fundamental é geralmente o período em que se inicia o ensino do conceito de variável, sendo o desenvolvimento do Pensamento Algébrico considerado fundamental antes da introdução formal da linguagem algébrica. Para a realização desta pesquisa, foi necessário escolher uma escola que tivesse acesso a um laboratório de informática com computadores e acesso à internet, pois o jogo "Odisseia Matemática" é uma plataforma digital. Por esses motivos, optou-se por realizar a pesquisa no Centro Pedagógico (CP), um colégio de aplicação vinculado à Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

**Figura 1** – Centro Pedagógico.

**Fonte**: Google, 2024.

Os docentes do CP são doutores e pesquisadores em educação, responsáveis por formular e testar novas propostas para o processo de ensino-aprendizagem. O CP desempenha um papel central na tríade de ensino, pesquisa e extensão, oferecendo um ambiente propício para o desenvolvimento de diversas pesquisas, além de possibilitar a observação e participação de estagiários. Outro aspecto relevante é a forma de ingresso dos estudantes no CP, que são selecionados por meio de sorteio, resultando em uma população estudantil com características muito diversas, incluindo vagas destinadas a estudantes de inclusão.

Meu contato com o Centro Pedagógico começou no segundo semestre de 2021, durante a pandemia de COVID-19[6], na disciplina "Análise da Prática Pedagógica Estágio II" da UFMG, quando realizei um estágio com turmas do 7º ano do Ensino Fundamental. Posteriormente, atuei como professor voluntário em 2022 e bolsista em 2023, trabalhando com as turmas do ciclo básico (1º ao 3º ano do Ensino Fundamental). Assim, a escolha do CP como campo de pesquisa se deu de maneira orgânica, considerando que a escola incentiva a pesquisa, dispõe dos equipamentos necessários para sua realização e, também, pelo vínculo afetivo que desenvolvi com a instituição, que contribuiu para meu crescimento profissional e pessoal.

As atividades com o jogo "Odisseia Matemática" foram realizadas na disciplina denominada Grupo de Trabalho Diferenciado (GTD). Essa disciplina se caracteriza pela flexibilidade na escolha dos temas abordados, que podem variar de crochê e meio ambiente a saúde e programação. O GTD é ministrado por uma equipe diversificada, composta por professores efetivos, substitutos, professores voluntários e monitores do Programa de Iniciação à Docência (PID). A disciplina tem a duração de um semestre e ocorre uma vez por semana, com aulas de 1h20. Uma característica distintiva do GTD é a reorganização dos ciclos de ensino de forma diferenciada, permitindo a formação de grupos que podem incluir estudantes de diferentes turmas e anos ou grupos específicos de um mesmo ano escolar. No caso específico do GTD "Odisseia Matemática", o grupo foi composto exclusivamente por estudantes do 7º ano, devido à especificidade dos conteúdos abordados e ao foco no desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Os estudantes, em conjunto com os responsáveis, escolhem os GTD's que desejam fazer durante o semestre, portanto são voluntários para a participação.

O Centro Pedagógico da UFMG atende estudantes do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, com duas turmas por ano, cada uma com aproximadamente 25 estudantes. O ensino é estruturado em três ciclos: o 1º ciclo (1º ao 3º ano), o 2º ciclo (4º ao 6º ano) e o 3º ciclo (7º ao 9º ano). Os professores são alocados por núcleo, e o Núcleo de Matemática é responsável por trabalhar com os estudantes dos 2º e 3º ciclos.

O horário de funcionamento da escola é das 7h30 às 14h30, dividido em quatro blocos de 1h20 cada, intercalados por três intervalos destinados ao lanche, almoço e consumo de frutas.

---

[6] Doença respiratória grave causada pelo novo coronavírus SARS-CoV-2, que atingiu a população mundial a partir de 2019. A Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou o surto como uma Emergência de Saúde Pública de Importância Internacional (ESPII) em 30 de janeiro de 2020 e reconheceu a situação como pandemia em 11 de março de 2020. Folha informativa COVID-19. Escritório da Organização Pan-Americana da Saúde (OPAS) e da OMS no Brasil. Disponível em: www.paho.org/bra/covid19. Acesso em: 02 set. 2024. A pandemia resultou na suspensão das aulas presenciais no Brasil a partir de março de 2020.

Todas as turmas do Ensino Fundamental estão presentes nesse período, o que exige uma infraestrutura adequada para acomodar os estudantes e os profissionais da instituição. A escola dispõe de diversas instalações, incluindo salas de aula, parque, quadras, cantina, jardim, biblioteca, salas de professores (organizadas por núcleos), enfermaria, setor de nutrição e almoxarifado, entre outros espaços. Para a realização da pesquisa, foi utilizado um dos dois laboratórios de informática da escola, que possui 15 computadores. O laboratório conta com a disponibilidade de um projetor e um quadro branco, embora nenhum desses recursos tenha sido necessário durante as atividades investigativas.

**Figura 2** – Laboratório de informática – Centro Pedagógico.

**Fonte**: Autor, 2024.

Os sujeitos da pesquisa foram estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, totalizando 9 estudantes, sendo 5 meninos e 4 meninas, com idades variando entre 12 e 13 anos. O grupo apresentava diversidade socioeconômica e cultural, refletindo o perfil plural dos estudantes do Centro Pedagógico, que inclui tanto estudantes sorteados para as vagas regulares quanto aqueles com necessidades educativas especiais. Durante as atividades, observou-se um envolvimento significativo por parte dos estudantes, muitos dos quais demonstraram interesse e facilidade com o uso das tecnologias digitais, o que contribuiu para a fluidez das interações no laboratório de informática. Além disso, as diferentes habilidades cognitivas e níveis de compreensão matemática foram considerados nas análises das interações e do desenvolvimento do Pensamento Algébrico durante a utilização do jogo "Odisseia Matemática".

A pesquisa em campo teve início no dia 05/03/2024, com encontros realizados sempre às terças-feiras. A turma do GTD (Grupo de Trabalho Diferenciado) contava com 9 estudantes, porém, uma estudante não concluiu sua participação, pois deixou a escola antes de completar todos os dias previstos. Para preservar suas identidades, foram atribuídos, por escolha do pesquisador, nomes em homenagem a grandes figuras da ciência: Carl Friedrich Gauss (Carlos), Isaac Newton (Isac), Albert Einstein (Alberto), Leonhard Euler (Leonardo), Antoine-Laurent de Lavoisier (Lavu), Marie Curie (Maria), Rosalind Franklin (Lili) e Lise Meitner (Alice)

O tema do GTD foi "Jogos Matemáticos", onde foram realizadas atividades com o jogo "Odisseia Matemática" e outros jogos relacionados à matemática. A escolha de realizar a pesquisa no contexto do GTD visou permitir o contato prévio do pesquisador com os estudantes e facilitar a familiarização dos estudantes com o ambiente do laboratório de informática. Assim, as aulas iniciais foram dedicadas a uma conversa com os estudantes sobre as características da pesquisa, a entrega do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)[7] e do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)[8], além de uma introdução a jogos virtuais matemáticos que não faziam parte da pesquisa principal.

---

[7] Apêndice A
[8] Apêndice B

## **3.2.** ORGANIZAÇÃO DOS ENCONTROS

Para a produção dos dados, inicialmente foram planejadas 4 aulas, um número que permitisse cobrir todos os momentos de jogo descritos por Grando (2004). Dessas aulas, duas seriam destinadas aos cinco primeiros momentos de jogo, uma para atividades na perspectiva da resolução de problemas, e a última para jogar com reflexões sobre as atividades anteriores.

Durante o desenvolvimento da pesquisa, a escola precisou realizar ajustes no cronograma do GTD. Originalmente, estava previsto que o GTD seria oferecido a dois grupos de estudantes: um na primeira metade do semestre e outro na segunda metade, totalizando 9 aulas para cada grupo. Planejava-se utilizar as 4 primeiras aulas para familiarização, 4 para o desenvolvimento da pesquisa e a última para a conclusão da disciplina. No entanto, em 15/04/2024, as aulas foram interrompidas devido à adesão à greve dos servidores técnico-administrativos. Com o prolongamento da greve, foi instaurado um horário emergencial que não contemplou as disciplinas do GTD. Isso resultou em uma interrupção da pesquisa, que só foi retomada em 11/06/2024. Com a redução das aulas restantes no semestre, optou-se por manter o mesmo grupo de estudantes durante as 11 aulas restantes, sem a troca de grupos inicialmente planejada.

Essa mudança impactou o planejamento inicial. Embora as 4 aulas de familiarização tenham ocorrido conforme previsto, a interrupção devido à greve coincidiu com as duas primeiras aulas da pesquisa, interrompendo a parte das atividades focadas na resolução de problemas. Com o retorno das aulas, foi necessário um encontro adicional para a retomada do jogo, no qual os estudantes puderam relembrar as características, discutir estratégias e esclarecer dúvidas. No total, foram realizados 5 encontros para a pesquisa utilizando o jogo "Odisseia Matemática". O **Quadro 4** descreve brevemente as aulas em que o jogo "Odisseia Matemática" foi utilizado, relacionando cada uma delas com os momentos de jogo sugeridos por Grando (2004).

**Quadro 4** – Descrição do trabalho de campo.

| Aula | Carga horária | Momentos do jogo (Grando, 2004) | Descrição |
|---|---|---|---|
| 02/04/2024 | 1h20 | 1, 2, 3 e 4 | Criação dos personagens, tutorial, familiarização com o jogo e suas regras, pequenas intervenções do professor/pesquisador. |
| 09/04/2024 | 1h20 | 3, 4 e 5 | Com as regras assimiladas, os estudantes avançaram nos níveis do jogo, aumentando a necessidade de registros e das intervenções do professor. |
| 11/06/2024 | 1h20 | 2,3,4,5 | Retomada das regras e re-familiarização dos estudantes com o jogo, após a pausa nas aulas devido à greve. |
| 18/06/2024 | 1h20 | 6 | Atividade na perspectiva da resolução de problemas, utilizando o jogo como referência nos enunciados. |
| 25/06/2024 | 1h20 | 4 e 7 | Com base nas reflexões feitas da atividade anterior, os estudantes retornaram ao jogo, aplicando novas estratégias. |

**Fonte**: Autor, 2024

## **3.3.** INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS

Durante todos os momentos do jogo *Odisseia Matemática*, o registro do áudio durante a produção dos dados foi realizado utilizando um *smartphone*, que acompanhou o pesquisador capturando, na medida do possível, as discussões entre os estudantes e as interações entre o professor-pesquisador e os estudantes. Como cada estudante estava jogando em um computador destinado a ele, e os jogos são gerados aleatoriamente (dificultando muito a possibilidade de jogos iguais), existiram poucas interações entre estudantes com relação às situações dos jogos, o que justifica a ausência de outros gravadores de áudio em outros pontos da sala para produzir esses dados.

Além disso, por meio do programa *OBS Studio*[9], foi realizado o registro de cada uma das telas dos estudantes enquanto estavam jogando. Portanto, foi possível assistir e analisar situações de jogo que ocorreram com um estudante, enquanto o professor-pesquisador realizava intervenções com outro estudante. Essas gravações da tela dos estudantes, permitiram analisar as tentativas que não foram concretizadas, seja por algum raciocínio do estudante que decidiu mudar de estratégia, ou por algum erro nas operações matemáticas. É importante ressaltar que, para a análise, as gravações da tela também foram utilizadas em conjunto com o áudio, tendo

[9] Esse programa é gratuito e pode ser baixado pelo site https://obsproject.com/. Por meio dele, é possível gravar telas e/ou transmiti-las para algum site de *streaming*.

em vista que as argumentações dos estudantes podem ser conectadas com as situações de jogo que estavam vivenciando nas telas.

Os estudantes também registraram suas ideias e justificativas em folhas, em especial, no dia em que foi realizada a atividade na perspectiva da resolução de problemas. O registro é de grande importância para concretizar as ideias dos estudantes e facilita o acompanhamento do progresso deles nas atividades realizadas.

O jogo *Odisseia Matemática* também possui uma funcionalidade que monitora o progresso e o desempenho dos estudantes em cada nível, permitindo uma análise detalhada da evolução e das conexões estabelecidas entre os conceitos de álgebra e aritmética. Isso também facilita a identificação de áreas de maior dificuldade e a aplicação de intervenções pedagógicas mais adequadas. Essa funcionalidade será descrita detalhadamente mais adiante, no capítulo 4.

## **3.4.** EIXOS DE ANÁLISE

Para a análise dos dados do trabalho de campo, utilizaremos as transcrições das falas dos estudantes relacionadas às situações vivenciadas no jogo, descrevendo as habilidades associadas ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico, conforme as categorias estabelecidas por Blanton e Kaput (2005). É importante notar que em uma mesma discussão podem estar presentes mais de uma característica do pensamento algébrico, portanto não seria ideal separar a análise dos dados com base nas categorias.

As situações críticas serão descritas com base nos momentos de jogo definidos por Grando (2004), conforme listados no **Quadro 2**. Vale destacar que, como a autora aponta, e como pode ser observado no **Quadro 3**, os momentos do jogo não ocorrem necessariamente de forma linear e de forma simultânea, dificultando a separação da análise por momentos de jogo.

Dessa forma, decidimos separar a análise em quatro partes, que delimitam as três maiores situações presentes durante a pesquisa em campo, e uma análise final com relação aos erros. O sexto momento de jogo de Grando (2004) é para essa pesquisa um grande divisor, tendo em vista que o aluno analisa situações presentes no jogo digital, em uma folha de papel, a partir da resolução de problemas. Esse momento de jogo ocorre no quarto dia da pesquisa e aborda conceitos fundamentais do Pensamento Algébrico, auxiliando o aluno a refletir sobre os desafios.

Portanto, a primeira parte da análise apresenta os três primeiros encontros, anterior ao sexto momento de jogo de Grando (2004), mas que apresentam os primeiros cinco momentos de jogo, tendo em vista que, os dois primeiros momentos do jogo de Grando (2004) se manifestaram durante o contato inicial dos estudantes com o jogo, quando começaram a criar seus personagens e a se familiarizar com as regras através do tutorial. Após o início do primeiro nível, passamos para o terceiro momento, no qual os estudantes aplicaram as regras discutidas no tutorial nos primeiros desafios. As intervenções orais do professor, características do quarto momento de jogo, também ocorreram nos três primeiros dias, permitindo, com as regras do jogo já mais consolidadas, discussões sobre as situações do jogo. Os estudantes também começaram a registrar pequenas anotações em papel, à medida em que avançavam nos níveis, entrando, assim, no quinto momento descrito por Grando (2004).

A segunda parte da análise ocorreu apenas no quarto encontro, onde foi realizada uma atividade baseada na perspectiva da resolução de problemas (sexto momento de Grando, 2004), com o objetivo de avaliar a compreensão dos estudantes sobre os conceitos trabalhados no jogo e sua capacidade de aplicá-los. Esta atividade, fundamentada nas regras e conceitos do jogo, permitiu aos estudantes demonstrarem sua compreensão das generalizações e variáveis, conceitos fundamentais para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. A atividade serviu como um instrumento adicional de coleta de dados, visando identificar possíveis contribuições do jogo como recurso de ensino no processo de construção e reforço de conceitos de aritmética e álgebra.

Na terceira parte da análise, os estudantes estavam no sétimo momento de jogo, em que, a partir das reflexões e estratégias discutidas na atividade anterior, jogavam com maior habilidade e compreensão.

Finalmente, a última parte da análise parte das derrotas apresentadas pelo sistema do jogo, que é liberado apenas para visualização do professor, durante o acesso ao sistema com seu usuário. É interessante para o professor realizar a análise para perceber as dificuldades apresentadas pelos estudantes durante o jogo, que nem sempre são perceptíveis durante o uso do jogo em sala de aula, e permitem ao professor buscar estratégias e/ou discussões para auxiliar os estudantes que apresentaram derrotas durante o jogo.

Dessa forma, a análise destrinchará essas quatro partes da pesquisa, buscando relacionar os argumentos utilizados pelos estudantes, durante a utilização do jogo *Odisseia Matemática* e durante as atividades, com as categorias estabelecidas por Blanton e Kaput (2005), para compreender o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos estudantes durante o jogo e nas atividades relacionadas.

Antes de realizar a descrição e análise do trabalho de campo, é necessário detalhar o jogo *Odisseia Matemática*. A escolha deste jogo se baseia em sua capacidade de abordar, de forma divertida e interativa, problemas introdutórios à linguagem algébrica e ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico, utilizando indiretamente o conceito de variável. A interatividade do jogo diferencia-o de exercícios tradicionais, desafiando os estudantes a criar explicações, descobrir padrões e generalizações, e a pensar criticamente sobre argumentos e estratégias. Portanto, no capítulo seguinte, descreveremos a construção do jogo.

# 4. RECURSO EDUCACIONAL

Como parte do mestrado profissional, além da dissertação, é necessária a construção de um Recurso Educacional. Nesse contexto, o jogo *Odisseia Matemática*, desenvolvido durante a pesquisa, servirá como um subsídio teórico-metodológico para o uso de jogos na educação, com foco no desenvolvimento do Pensamento Algébrico. O jogo foi pensado para atender à necessidade destacada por Grando (2004, p. 32) de materiais pedagógicos que utilizem jogos como ferramenta para apoiar o ensino da matemática, que auxilie o professor a explorar conceitos abstratos de maneira mais interativa e acessível.

*Odisseia Matemática* foi dividido em duas partes: uma destinada ao professor [10]e outra aos estudantes[11]. Na primeira, o professor pode criar as turmas e seus integrantes, assim, tem acesso a informações do desempenho dos jogadores. Na segunda, os estudantes utilizam para acessar os níveis do jogo. As duas partes são acessadas pelo navegador, portanto, é necessária uma conexão à internet[12]. Nas próximas seções, destrincharemos a trajetória para escolha e construção do jogo e cada uma de suas partes.

## 4.1. TRAJETÓRIA E ESCOLHA DO JOGO

A decisão de escolher e, mais especificamente, desenvolver um único jogo não foi imediata. Durante a elaboração do projeto de pesquisa para o ingresso no Promestre, considerei utilizar uma variedade de jogos, tanto digitais quanto físicos, já existentes ou criados por mim. No entanto, apesar dessa ideia inicial, não havia definido quais jogos seriam usados, e encontrei dificuldades em identificar opções que abordassem a Matemática de forma diferente da sala de aula tradicional, além de incluir apenas um pequeno elemento lúdico, como em um jogo de tabuleiro em que, ao cair em uma casa, o jogador precisa resolver uma equação do segundo

[10] Disponível em https://odisseia.onrender.com/home
[11] Disponível em https://odisseia.onrender.com/stLogin
[12] Como o site não utiliza um domínio pago, pode ocorrer lentidão no carregamento após períodos de inatividade prolongada. Recomenda-se que o site seja aberto pouco antes de ser utilizado em sala de aula para evitar atrasos.

grau. Embora esse tipo de jogo envolva os estudantes de certa forma, ele ainda trata as questões matemáticas como exercícios comuns de fixação, o que não correspondia ao meu objetivo na pesquisa. Eu buscava que os estudantes tivessem a necessidade de refletir sobre suas jogadas e escolhas, promovendo, assim, o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A decisão de focar em um único jogo e explorar suas potencialidades para o desenvolvimento do pensamento algébrico foi tomada durante a disciplina "Seminários de Pesquisa 1: Análise da Prática Pedagógica". Essa disciplina desempenhou um papel central no desenvolvimento do projeto, pois os professores do Promestre na linha de Educação Matemática, após várias aulas de discussão sobre as questões e objetivos da pesquisa, metodologia, referencial teórico e memorial, se organizaram em grupos para ler cada um desses tópicos dos estudantes. Essas leituras culminaram em mesas de discussão, onde foram apresentadas sugestões para aprimorar os projetos. Após essas discussões e uma conversa com meu orientador, decidimos realizar uma adaptação significativa do jogo *Mathler*.

O jogo *Mathler* foi criado pela desenvolvedora de jogos eletrônicos "*Hey, good game*"[13] e é uma versão matemática do jogo *Wordle*[14], publicado pelo The New York Times. Existem várias versões semelhantes disponíveis na internet, o que dificulta afirmar qual foi o pioneiro nesse estilo de jogo. Por exemplo, existem versões do *Wordle* em língua portuguesa, sendo a mais conhecida chamada Termo[15]. No entanto, a inspiração para a pesquisa veio especificamente do *Mathler*[16], considerando que, apesar de ser um jogo diário, em que o jogador tem apenas um desafio por nível por dia, sem a possibilidade de jogar repetidamente, consegui concluir mais de 200 desafios de cada nível, jogando dessa forma, por, pelo menos, 200 dias distintos.

Antes de ingressar no mestrado, durante uma viagem de avião com um amigo, que também é licenciado em matemática, tive uma experiência que me fez reconsiderar o potencial do *Mathler*. Ele observou que eu estava resolvendo os desafios, especialmente os cálculos mentais, de maneira muito rápida. Isso me levou a refletir sobre os possíveis benefícios do jogo para o desenvolvimento do pensamento matemático. A partir daí, comecei a envolver meus pais e minha namorada no jogo, realizando intervenções e questionamentos para entender suas

---

[13] Pequena desenvolvedora de jogos com um time que consiste de apenas quatro amigos. Mais informações em: https://www.hey.gg/

[14] Disponível em: https://www.nytimes.com/games/wordle/index.html

[15] Disponível em: https://term.ooo/

[16] Disponível em: mathler.com

estratégias em cada jogada. Essas experiências me fizeram considerar a possibilidade de usar o próprio *Mathler* durante a pesquisa.

Foi sugerido, então, que eu tentasse recriar o jogo utilizando material manipulativo para levar à sala de aula. No entanto, essa abordagem exigiria trabalhar com um grupo menor de estudantes, pois cada jogada diferente geraria uma resposta diferente do jogo, o que demandaria maior movimentação dos estudantes para realizar a atividade, além de dividir meu foco nas intervenções. Um jogo automatizado digitalmente facilitaria tanto as intervenções quanto as respostas automáticas do programa, permitindo trabalhar com um grupo maior de estudantes e gerando mais dados para análise.

A decisão de criar uma adaptação digital em vez de utilizar o próprio *Mathler* se deu por algumas razões. Primeiramente, havia a necessidade de que o jogo não fosse diário, permitindo que os estudantes enfrentassem diversos desafios em uma única aula, o que facilitaria o planejamento e a quantidade de aulas dedicadas à pesquisa. Além disso, o desafio diário do *Mathler* é fixo, o que significa que eu não teria controle sobre a expressão apresentada a cada dia. Outro fator importante foi a simplicidade do site do *Mathler*, que, embora eficaz para seu propósito, não parecia ideal para atrair uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental. Seriam necessárias mudanças no design, criação de personagens e uma progressão que envolvesse os estudantes. Além disso, era importante criar níveis iniciais mais fáceis do que os disponíveis no site, para facilitar a introdução das regras e conceitos do jogo. A criação de uma plataforma onde o professor pudesse criar turmas, gerenciar as contas dos estudantes e, após as atividades em sala, analisar o histórico de cada conta, permitindo intervenções mais informadas, tornou ainda mais evidente a necessidade de adaptar o *Mathler*.

Para programar o jogo, seria necessário desenvolver todo o código, mas, como minha experiência em programação era limitada ao que aprendi em uma única disciplina da graduação, precisei buscar a ajuda de um programador. Enviei uma mensagem para meu amigo Thiago[17], que é programador. Embora nosso relacionamento tenha sido principalmente virtual, já que ele é primo de um grande amigo meu e mora em Feira de Santana, enquanto eu estou em outra cidade, desenvolvemos uma grande amizade ao longo de dez anos jogando juntos online, especialmente nos finais de semana.

Inicialmente, quando ainda considerava a possibilidade de utilizar vários jogos na pesquisa, conversei com Thiago sobre a viabilidade de recriar o *Mathler* com algumas

---

[17] Thiago Cunha, graduando em engenharia de computação pela UEFS, mora em Feira de Santana - BA

adaptações, como a definição dos níveis por mim e algumas mudanças de design. Ele me tranquilizou, dizendo que essas adaptações seriam relativamente simples de realizar. Naquela ocasião, expliquei que ainda estávamos definindo os detalhes dos possíveis jogos e que voltaria a falar com ele mais tarde sobre essa ideia.

Quando decidimos focar em uma adaptação do *Mathler*, visando analisar suas potencialidades para o desenvolvimento do pensamento algébrico, discuti os detalhes com meu orientador e colocamos no papel as alterações necessárias. Convidei Thiago para uma conversa sobre a viabilidade dessas alterações e, considerando a complexidade da programação, também discutimos o orçamento e o tempo necessário para o desenvolvimento do programa. É importante ressaltar que o desenvolvimento de um *software* com todas as necessidades e características do *Odisseia Matemática* não é uma programação rápida e de poucos momentos. Portanto, aos futuros mestrandos que tenham interesse em realizar algo similar, verifiquem o valor necessário para a construção de um jogo. Atualmente, não há bolsa de pesquisa para o Promestre, portanto todos os gastos do jogo em questão foram do meu bolso. Eu tenho o privilégio de ter a condição financeira necessária para arcar com os gastos do jogo que idealizei para o mestrado, mas sei que não é possível para todos e espero que futuramente exista um auxílio financeiro para isso.

Embora a primeira reunião tenha ocorrido em meados de maio, devido a outros projetos que Thiago estava envolvido, o desenvolvimento do jogo e as reuniões sobre seu progresso só começaram efetivamente em junho de 2023. Em cada uma dessas reuniões, Thiago me enviava um arquivo para que eu pudesse acessar o jogo localmente, o que eliminava a necessidade de o jogo estar disponível online durante o desenvolvimento, evitando custos adicionais com a manutenção de um domínio. Durante as reuniões, discutíamos o que havia sido desenvolvido, possíveis alterações e o planejamento das próximas etapas. Eu também realizava testes no jogo para identificar possíveis bugs ou detalhes nas regras que precisavam de ajustes, fornecendo feedbacks para Thiago. Um exemplo disso foi a necessidade de ajustar o código para impedir que os jogadores inserissem números na forma "07" (com um zero à frente), o que exigiu uma modificação na programação. A frequência das reuniões variava conforme a disponibilidade de ambos e o tempo necessário para cada alteração, variando entre uma e três vezes por semana.

Quanto às questões de design do jogo, a maior parte foi realizada utilizando o *Midjourney*[18], um serviço de inteligência artificial que gera imagens a partir de descrições fornecidas pelo usuário. A escolha do *Midjourney* foi motivada pela sua capacidade de gerar diferentes estilos e traços com rapidez, o que foi particularmente útil na criação do mapa e dos personagens. Outro motivo para a escolha desse programa foi a possibilidade de oferecer diversas variações aos estudantes na escolha dos personagens, permitindo a personalização da cor de cabelo, pele e roupas sem alterar o estilo do personagem. No entanto, devido às limitações do programa em gerar pequenas variações para cada personagem, decidimos oferecer seis opções definidas de personagens para os estudantes escolherem.

Inicialmente, buscava construir cada nível em uma ilha separada, cada qual com suas especificidades e relacionadas com um nome. Por exemplo, inicialmente gostaria que uma ilha fosse nomeada “Fonte do Pi”, em que nela estaria uma fonte de água em formato do número irracional “Pi”. Outra ilha seria o “Templo Pitagórico”, com um templo em formato de triângulos retângulos, em homenagem ao matemático grego, Pitágoras. Outra seria a “floresta das raízes quadradas”, que dispensa apresentações. Por último, a ideia seria de o nível “Praia das Ondas Gaussianas”, com ondas em formato da distribuição normal de Gauss. É claro que sonhei demais, eram muitos detalhes e especificações para uma inteligência artificial com pouco tempo presente no mercado. Acredito que em poucos anos não será muito complexo realizar essa construção, quem sabe não acontece uma atualização do jogo para as características que idealizei desde o princípio? Menos de um ano após a possibilidade de criação de imagens na inteligência artificial e as evoluções já são gigantes.

A escolha para o nome do jogo *Odisseia Matemática* surgiu espontaneamente. Durante os pedidos de imagens para o *Midjourney* decidimos ir com a possibilidade do personagem se deslocar com um navio entre os níveis do jogo. Navio, ilhas, desbravamento de níveis: Odisseia. Um jogo eletrônico, de matemática, *Odisseia Matemática*, e assim ficou. Dentre as outras possibilidades que discutimos, nenhuma encaixava melhor.

## **4.2.** PARTE DO PROFESSOR

No menu do professor (**Figura 3**), é possível observar algumas informações sobre o mestrado e os desenvolvedores na parte inferior esquerda da figura. Na parte inferior direita,

---

[18] Serviço de inteligência artificial que gera imagens a partir de descrições textuais fornecidas pelo usuário. Utilizado para criar diversas variações de imagens em diferentes estilos e traços, facilitando a personalização e o design em projetos criativos e educacionais. Disponível em: https://www.midjourney.com.

futuramente constará o local de acesso à dissertação, para que os futuros usuários possam acessar de forma rápida a pesquisa. Além disso, na parte central os professores podem realizar o cadastro para um perfil de Professor e entrar nessa conta. Durante o cadastro do Professor, é necessário informar um e-mail e instituição, caso seja necessário contactar possíveis futuros professores.

**Figura 3** – Menu do professor.


**Fonte**: Autor, 2024.

Ao acessar sua conta, os professores terão acesso à página das suas turmas, como na imagem a seguir (**Figura 4**).

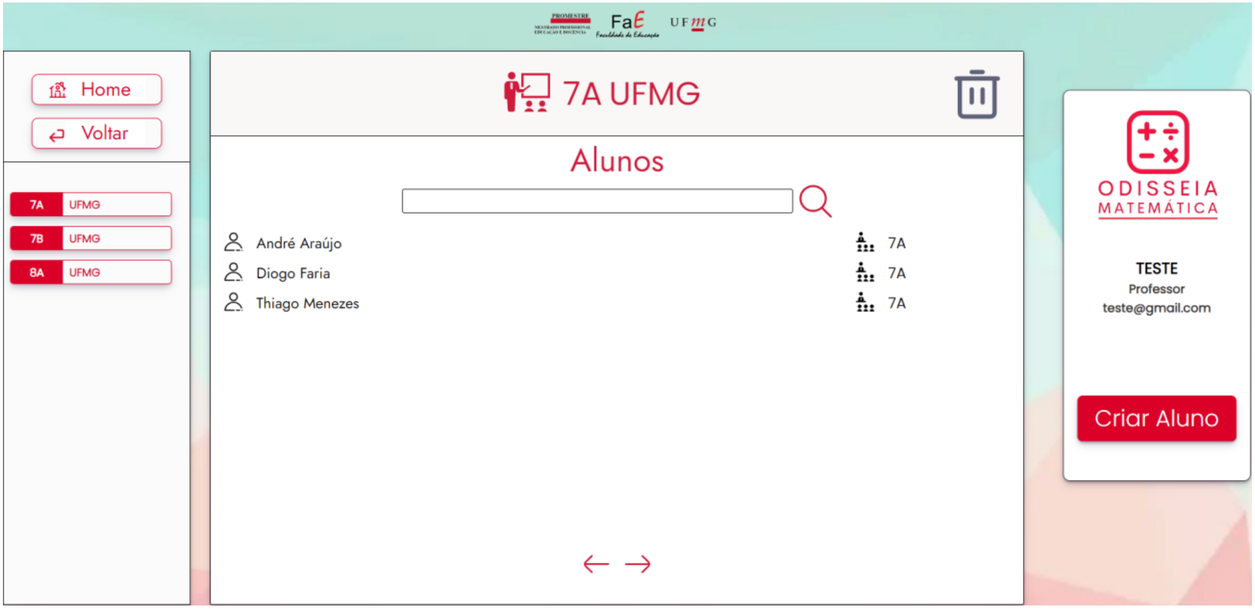
**Figura 4** – Página das turmas.

**Fonte**: Autor, 2024.

Nessa página, podem ser vistas as informações de identificação da própria conta no quadro à direita, como nome e e-mail. Nesse mesmo quadro, o professor pode criar as turmas que ficam vinculadas ao seu usuário. Durante a criação, é necessário informar a instituição, o nome da turma, o ano atual e a classificação da escola (Municipal, Federal, Estadual ou Particular). Essas turmas podem ser acessadas tanto pelo quadro da esquerda, quanto no meio. As informações do cadastro da turma são visíveis para o professor para facilitar a organização, por exemplo, na imagem, vemos as turmas 7A, 7B e 8A, todas da instituição UFMG e com os respectivos anos de utilização. Ao lado do desenho de personagem nessas turmas, pode ser visto o número de estudantes cadastrados para cada uma delas.

Além disso, existem algumas opções como "Home", que sempre retorna à página inicial do cadastro, ou "Voltar", que retorna à página anterior. Temos também o desenho da lixeira, que em cada aba acessada tem a possibilidade de excluir alguma informação; nessa página, é para excluir a conta do professor. Ao clicar em uma das turmas, o professor terá a seguinte visualização:

**Figura 5** – Estudantes da turma.

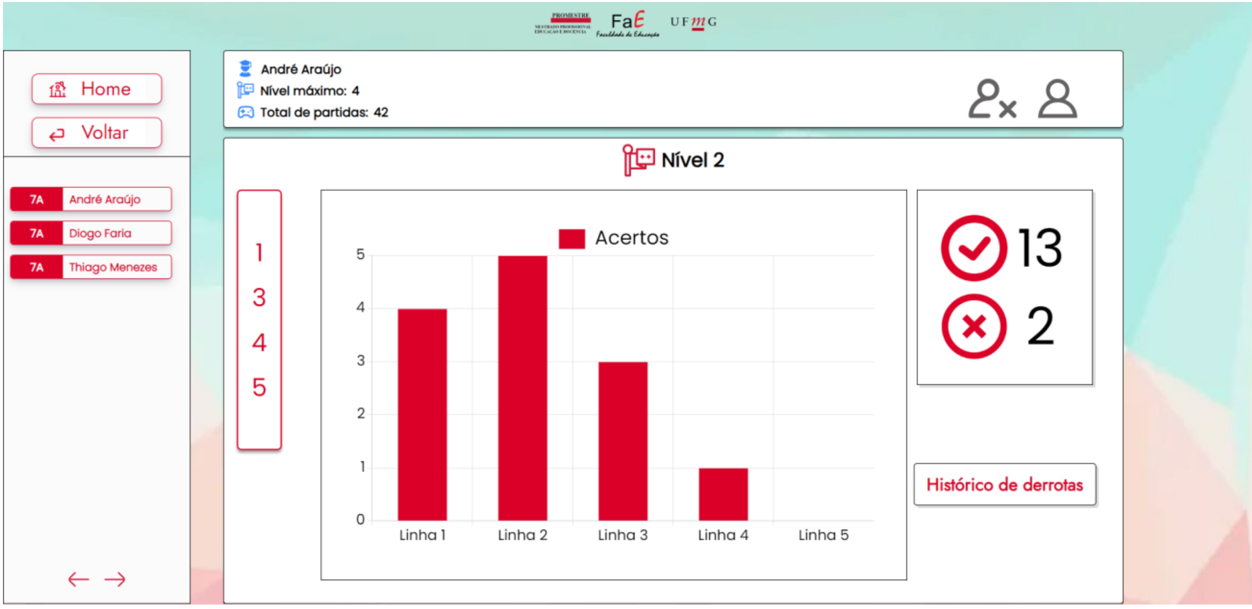



**Fonte:** Autor, 2024.

Nessa tela mantemos o quadro esquerdo, com os botões de "Home" e "Voltar". As turmas também podem ser vistas nesse quadro, facilitando a transição entre elas, sem a necessidade de retornar à página anterior e escolher outra turma. Já no quadro da direita, as informações do professor também são mantidas, no entanto, não criamos mais a turma, mas a conta do aluno. Durante a criação dessa conta é necessário informar o Nome, Idade, Login e Senha. O nome e a idade são informações específicas para o professor, que podem ser utilizadas para organizar melhor as suas turmas e identificar os estudantes. O Login e a Senha são as informações que serão passadas para seus estudantes acessarem o jogo.

No quadro do meio temos o nome e instituição da turma e a imagem da lixeira, que, nesse caso, excluiria a turma inteira. Além disso, ficam listados os estudantes e uma parte para pesquisar por nome (caso seja uma turma com vários estudantes e queira encontrar um específico). Ao clicar em um dos estudantes, o professor terá a seguinte visualização:

**Figura 6 –** Estatística do estudante.




**Fonte:** Autor, 2024.

Nessa seção, podemos ver que o quadro da esquerda tem uma pequena alteração, agora as opções serão os nomes dos estudantes da turma criada, para poder acessar as informações de cada um deles, sem ser necessário retornar à página anterior. Na parte superior, temos o nome do aluno, o nível máximo alcançado por ele e o total de partidas jogadas nesses níveis. Os dois desenhos de bonecos na parte superior permitem, da esquerda para a direita, excluir o aluno e observar as informações inseridas no cadastro do aluno. Podemos perceber, portanto, que enquanto o aluno está jogando, a plataforma do professor está sendo atualizada com suas informações, guardando, tanto para a próxima vez que o aluno quiser utilizar o jogo, como também para análise do professor.

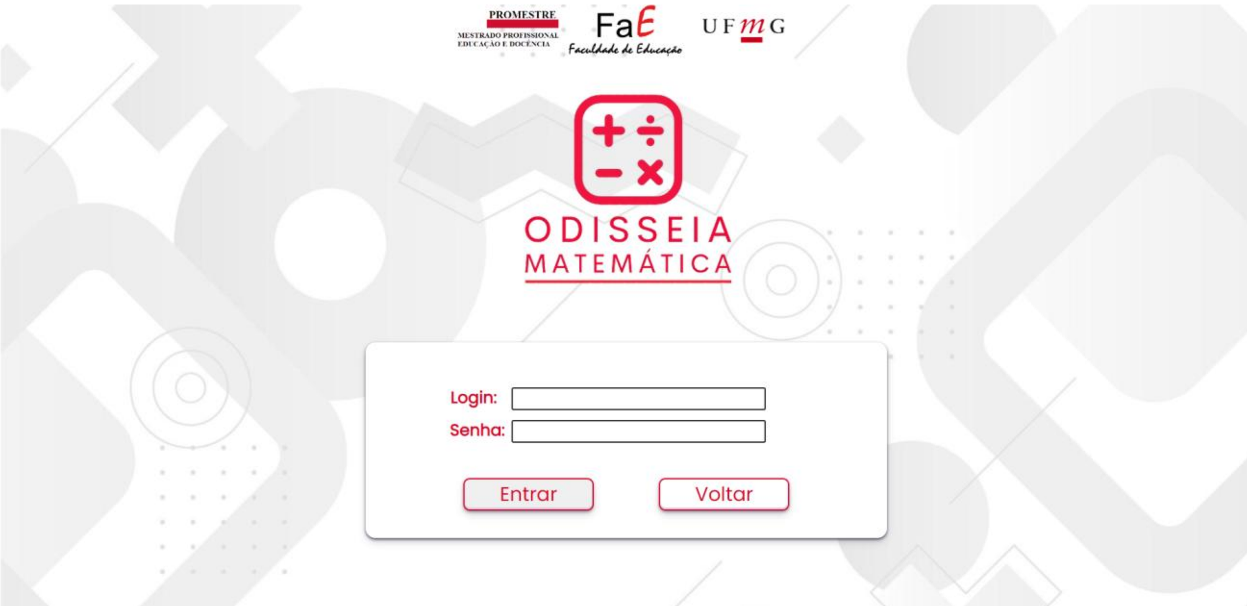
Na parte central esquerda, podemos observar um retângulo vermelho com os números “1,3,4,5”, que permitem mudar a visualização do gráfico para o nível selecionado. Como o nível 2 está aparecendo no momento, ele não aparece no retângulo. O gráfico representa a quantidade de jogos que o estudante finalizou em relação à quantidade de linhas necessárias para essa conclusão. Na parte superior direita do quadro central, temos os números 13 e 2, que mostram a quantidade de jogos que o estudante concluiu e que não conseguiu concluir, respectivamente. Além disso, temos o histórico de derrotas, que aparece, para o professor, os jogos em que o aluno não conseguiu concluir, permitindo uma análise das tentativas realizadas, podendo identificar as áreas que necessitam reforço e auxiliar na construção do conhecimento e desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

## **4.3.** ESTUDANTES

### *4.3.1. Contato inicial*

O aluno, após o professor informar sua conta, irá encontrar a seguinte página:

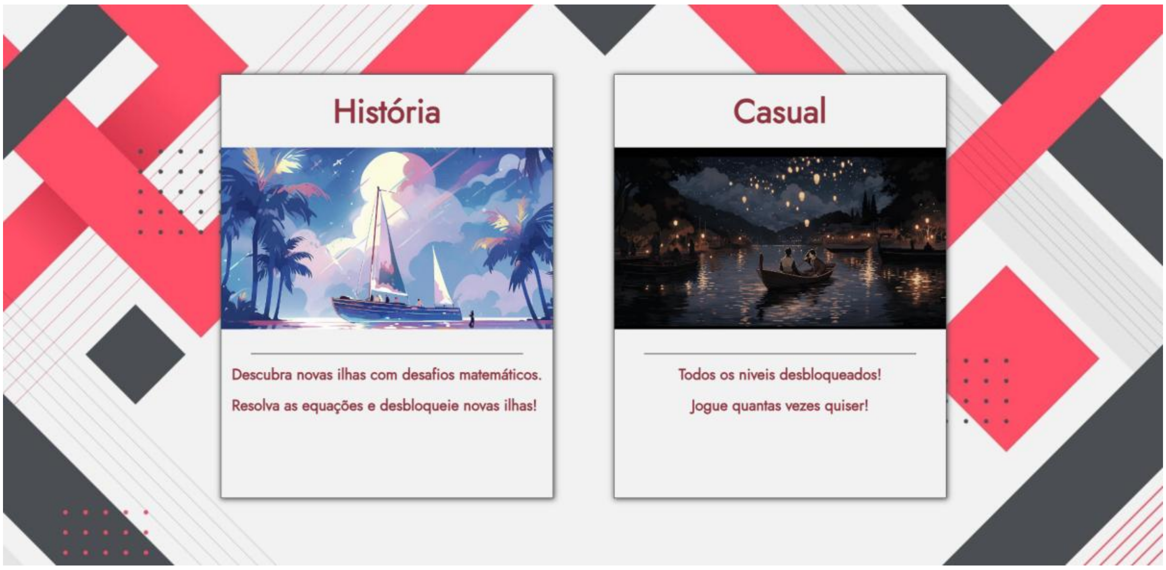
**Figura 7** – Tela inicial do jogo.




**Fonte:** Autor, 2024.

Essa é a primeira página que o aluno terá contato, onde poderá ver o nome do jogo, sua logo e também da UFMG, da Faculdade de Educação (FAE) e do Promestre. Ao escrever as informações de sua conta, o aluno poderá ingressar no jogo, aparecendo a seguinte tela:

**Figura 8** – Menu dos modos de jogo.




**Fonte:** Autor, 2024.

Nesse caso, eles se deparam com a opção de jogar no modo História e no modo Casual. Durante o desenvolvimento da pesquisa sempre utilizamos o modo História. A diferença geral é que no modo casual todos os níveis estão liberados, portanto não há um tutorial, um mundo e progressão dos níveis, e suas informações não ficam visíveis para o professor acessar. Ao entrar no modo história, os estudantes encontram a seguinte tela:

**Figura 9** – Escolha dos personagens.


**Fonte:** Autor, 2024.

Nessa tela, os estudantes irão escolher o personagem da conta para esse jogo. É importante ressaltar que toda vez que entrarem no jogo, eles deverão escolher o personagem novamente. Essa escolha foi tendo em vista a possibilidade da vontade de trocar para, por exemplo, ficar igual ao do colega ao lado. Ao escolher um personagem e clicar em continuar, o aluno entrará pela primeira vez no mundo do jogo, como vemos na imagem abaixo:

**Figura 10 –** Mapa – Arquipélago Algébrico.


**Fonte:** Autor, 2024.

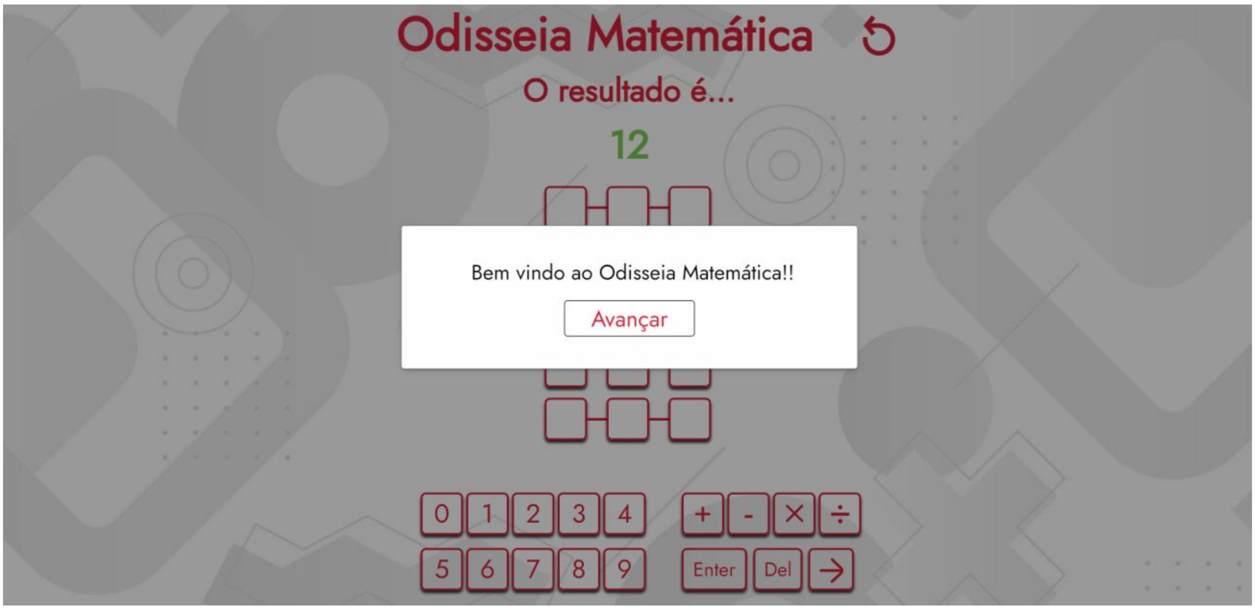
Na tela do jogo, podemos ver no canto superior esquerdo duas opções, que caso o aluno coloque o ponteiro do *mouse* em cima, informará que a seta permite voltar à tela anterior e o controle de vídeo game irá para o modo Casual. No quadro da esquerda, aparecerá sempre a logo e nome do jogo, as informações disponíveis em cada nível, o personagem do jogo e o botão de iniciar cada um desses níveis.

Já no quadro do meio, temos o mundo do jogo, que como representado na parte inferior do quadro é nomeado “Arquipélago Algébrico”. Nesse ambiente, o cenário se assemelha a uma odisseia, com os estudantes se movimentando pelo mapa em um barco, que aparece na parte central esquerda. Cada nível do jogo é representado por uma ilha no mapa, e o barco se desloca de uma ilha a outra conforme os estudantes avançam no jogo. As informações sobre o nível selecionado aparecem no quadro à direita. Inicialmente, apenas o Tutorial e o Nível 1 estão disponíveis, com a área ao redor desses níveis destacada para facilitar a visualização. Para desbloquear os próximos níveis, os estudantes devem vencer dez partidas no nível atual, garantindo uma progressão gradual e desafiadora.

### *4.3.2. Tutorial*

O tutorial é o primeiro contato dos estudantes com o jogo e foi desenvolvido em formato interativo, apresentando as informações de maneira progressiva e solicitando ações semelhantes às que serão necessárias durante o jogo.

**Figura 11** – Tela inicial do tutorial.




**Fonte:** Autor, 2024.

Ao longo do tutorial, aparecem quadros explicativos com as regras do jogo e instruções para resolver as etapas propostas. Para esta dissertação[19], o tutorial foi adaptado com um menor número de imagens, mas todas as informações do jogo foram mantidas, garantindo clareza na descrição do funcionamento.

[19] Para os interessados em ver o tutorial completo, com todos os quadros e diálogos, basta acessar a página do aluno https://odisseia.onrender.com/stLogin e utilizar a conta Login: teste e Senha: 123 que criamos.

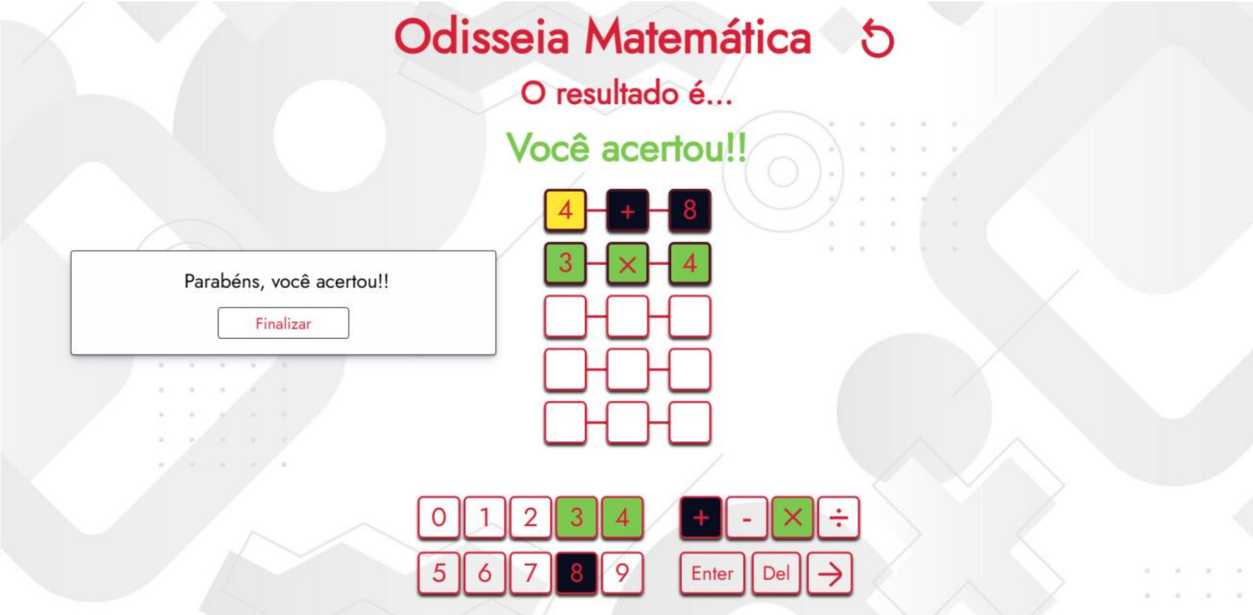
**Figura 12** – Tutorial.


**Fonte:** Autor, 2024.

O objetivo do jogo é encontrar uma expressão que corresponda ao número exibido na parte superior da tela, no campo "*O resultado é...*". Por exemplo, na imagem, o número apresentado é 12. Para isso, o jogador deve selecionar os termos da expressão, clicando nos números e operadores dispostos na parte inferior da tela. Cada vez que um número ou operador é selecionado, ele preenche um dos quadrados centrais. Se for necessário representar o número 25, por exemplo, dois quadrados serão ocupados: um para o número 2 e outro para o número 5. Cada linha no jogo representa uma tentativa e cada coluna corresponde a um termo da expressão matemática a ser construída. O jogador tem cinco tentativas para encontrar a expressão correta. Vale lembrar algumas regras matemáticas, como a precedência das operações de multiplicação e divisão sobre as de soma e subtração. Além disso, expressões comutativas, como $2 + 4$ e $4 + 2$, são aceitas, caso uma delas seja a expressão correta.

No tutorial, como mostrado na **Figura 12**, é sugerido que o jogador realize a tentativa $4 + 8$, buscando o resultado 12. No entanto, como indicado na **Figura 13**, essa não é a expressão correta.

**Figura 13** – Fim do tutorial.




**Fonte:** Autor, 2024.

Embora a expressão 4 + 8 tenha gerado o número 12, o termo "4" estava na posição incorreta, enquanto o operador "+" e o número "8" não faziam parte da expressão correta. Quando um número está na posição correta, seu quadrado se torna verde; se o número estiver correto, mas na posição errada, o quadrado ficará amarelo; e, se o número não fizer parte da expressão, o quadrado ficará preto. Portanto, como o número 4 estava presente na expressão e não podemos utilizar o operador "+", a expressão correta deve ser □ □ 4. Nesse caso, o quadrado do meio deve ser um operador. Para o resultado ser o operador "÷" ou "−", seriam necessários os números 48 e 16, respectivamente, o que não seria possível, tendo em vista que temos dois □ □ e seria necessário um para o operador, e, como falado anteriormente, números de dois dígitos precisam de dois espaços. Portanto, a única possibilidade possível é 3 × 4. Assim, finalizamos o tutorial.

Vale destacar que, ao perceber a necessidade do operador "×" para resolver o problema, o jogador começa a trabalhar de maneira implícita com conceitos algébricos. Isso o obriga a refletir sobre um número que, multiplicado por 4, resulte em 12, sem a utilização de variáveis. Essa habilidade está inserida na categoria E, "Resolução de expressões com valores desconhecidos", conforme proposto por Blanton e Kaput (2005), e é essencial para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

### *4.3.3. A progressão*

A progressão dos níveis também eleva a complexidade das expressões. O nível 1, similar ao tutorial, apresenta três espaços para serem preenchidos, mas com um deles já preenchido com a informação correta, que pode ser um número ou um operador. Após vencer o nível 1 dez vezes, os estudantes desbloqueiam o nível 2, no qual não há dicas, e é necessário preencher todos os três espaços corretamente. O nível 3 acrescenta um quarto espaço, com cinco tentativas disponíveis. No nível 4, a dificuldade aumenta: há cinco espaços para preencher e até dois operadores podem ser usados, aumentando as possibilidades de combinações. Finalmente, no quinto nível, o desafio consiste em preencher seis espaços, novamente podendo utilizar um ou dois operadores, com seis tentativas para encontrar a solução correta, conforme **Figura 14**.

**Figura 14** – Exemplo nível 5.


**Fonte:** Autor, 2024.

A imagem também mostra o personagem escolhido ao lado durante o jogo, o nível em que o jogador está e quantas vitórias ele tem nesse nível. Agora familiarizado com o jogo e suas regras, descreveremos no capítulo seguinte a análise dos argumentos e jogadas dos estudantes durante o jogo.

# 5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DO TRABALHO DE CAMPO

Neste capítulo, serão descritos o trabalho de campo e as análises realizadas, com o objetivo de organizar os dados produzidos pela pesquisa e relacioná-los ao referencial teórico. Serão examinadas as diferentes formas de expressão dos estudantes, sejam elas argumentativas, escritas ou manifestadas durante o jogo, para responder à questão central da pesquisa: Como o jogo digital *Odisseia Matemática* pode contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico? A divisão da seção foi feita com base nos eixos descritos na seção "3.2. Eixos de análise".

A escolha por organizar as análises de forma cronológica, seguindo o percurso das atividades realizadas ao longo dos encontros, partiu da necessidade de preservar o encadeamento das experiências vividas pelos estudantes. Foi possível observar que, em diversas situações, as categorias de Blanton e Kaput (2005) e os momentos de jogo propostos por Grando (2004) surgiam de forma sobreposta, ou até mesmo simultânea, em uma mesma ação ou diálogo. Tentar separar esses momentos por categorias fixas implicaria fracionar episódios que se constituíram como um todo, dificultando a compreensão do processo vivenciado por cada estudante.

Além disso, essa organização permite acompanhar os deslocamentos nos modos de pensar e argumentar dos estudantes ao longo das interações com o jogo e com as intervenções feitas durante os encontros. A cada novo desafio, diferentes aspectos do Pensamento Algébrico foram mobilizados, muitas vezes em conjunto, tornando inviável classificá-los isoladamente. Por essa razão, optou-se por apresentar as situações na ordem em que ocorreram, destacando, ao longo da análise, os trechos em que determinadas categorias ou momentos se evidenciaram.

## **5.1.** OS TRÊS PRIMEIROS DIAS COM O JOGO ODISSEIA MATEMÁTICA

Durante o primeiro encontro, o laboratório estava preparado para utilizar o jogo. Todas as ferramentas necessárias para jogar e gravar estavam instaladas e cada estudante já possuía seu acesso individual à turma criada na plataforma, nomeada como "GTD – 7ANO".

Assim, demos início ao primeiro momento de jogo que, segundo Grando (2004), os estudantes puderam se familiarizar com o material utilizado, escolhendo seu personagem do jogo.

> Leonardo: *Quem fez esse jogo aqui? Os "cara" da FAE?*[20]
>
> Pesquisador: *Não, fui eu e meu amigo. Bom, o jogo já existe, né? Só que eu mudei várias coisas, um dos nossos últimos níveis é o primeiro deles e adicionei alguns detalhes visuais.*
>
> Leonardo: *Parabéns, professor!*
>
> Pesquisador: *Valeu!*
>
> Carlos: *Nossa, professor, achei muito legal esse negocinho aqui (aponta para o barquinho que anda no mapa). Você que fez?*
>
> Pesquisador: *Também, eu adaptei o jogo, basicamente.*
>
> *Carlos: Olha que bonitinho os personagens.*
>
> Pesquisador: *Ah, isso fui eu que fiz. Não, não o desenho, mas coloquei uma inteligência artificial para fazer.*

Além do visual, alguns estudantes conheciam também a versão do jogo de palavras em português *Termo*, portanto, já estavam um pouco familiarizados com as regras do jogo.

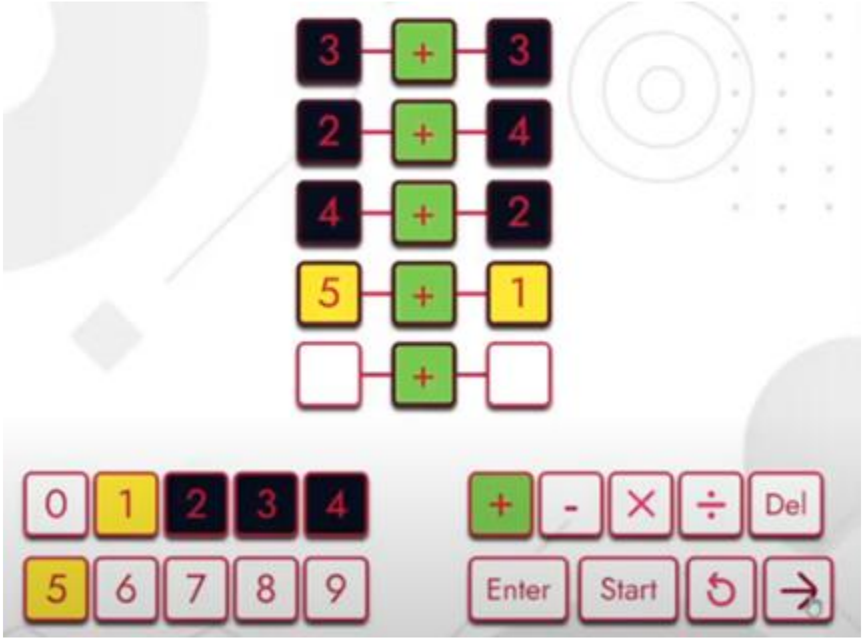
> *Leonardo: Ahhh, esse é igual aquele jogo das palavras lá! Da hora!*
>
> Pesquisador: *Isso, só que de matemática!*
>
> *(Momentos depois...)*
>
> Lavu: *Sabe aquele negócio das palavras que fica assim? É tipo isso, só que de conta?*
>
> Pesquisador: *Exatamente.*

Com os estudantes realizando o tutorial (segundo momento do jogo de Grando (2004)), as regras iam ficando familiarizadas e era liberado, portanto, o nível 1 do jogo. Assim, em um nível que já começa com uma dica, os estudantes começaram a jogar para compreender as regras e esclarecer dúvidas quanto a elas (terceiro momento do jogo de Grando, 2004). Por exemplo, pode ser visto, na imagem seguinte, duas situações interessantes, em que foi possível refletir e discutir sobre as regras do jogo, contemplando as características principais do segundo e terceiro momento de jogo de Grando (2004), que são voltados para o reconhecimento e compreensão das regras do jogo.

---

[20] Optou-se por manter a fala e escrita dos estudantes conforme expressa por eles, respeitando suas particularidades linguísticas e usos de gírias. Não será utilizado o termo sic para indicar possíveis desvios da norma culta, a fim de preservar a fluidez do texto e evitar repetições

**Figura 15** – Registro Leonardo - Comutatividade.




**Fonte:** Autor, 2024.

Ao buscar o resultado 6, o estudante tentou a operação $2 + 4$. No entanto, apesar de conseguir a informação que os números 2 e 4 não estavam na operação correta, decidiu tentar $4 + 2$, falhando novamente. Portanto, é possível perceber que inicialmente o aluno ainda não compreendia completamente as regras ou não refletiu sobre a jogada anterior. Dessa forma, podemos ver a importância dos primeiros momentos, jogadas e participação do professor para auxiliar nessa compreensão. É importante ressaltar que aconteceu um caso de uma resposta comutativa, que também é aceita pelo jogo.

> Leonardo: *Professor, vem cá pra você ver um negócio.*
> Pesquisador: *Deu certo porque era* $1 + 5$*, então o programa aceita quando é invertido, ou seja, quando é uma solução comutativa.*
> Leonardo: *Ahhh!*

Dessa forma, destacamos que o jogo pode trabalhar a compreensão da comutatividade e auxiliar os estudantes a entender essas relações entre números, característica essa que é vista por Blanton e Kaput (2005) como essencial para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, estando presente na categoria B, no conjunto de Aritmética Generalizada, que descreve especificamente as análises das estruturas das operações matemáticas envolvendo a comutatividade.

É importante notar que essas situações de comutatividade estão presentes tanto no tutorial, quanto em situações do jogo, que principalmente no primeiro nível são prováveis de acontecer e permitir um cenário de discussão sobre a situação. A forma em que a comutatividade foi abordada pelo jogo é mais elementar, ou seja, não expressamos que a comutatividade é definida, por exemplo, como $a + b = b + a$, mas sim a partir de situações numéricas e exemplos.

Outra situação que ocorreu algumas vezes, e será discutida no capítulo 5.4 com relação aos jogos que os estudantes não conseguiram concluir a operação correta, são os momentos em que existem mais possibilidades de respostas que tentativas. Por exemplo, vamos observar a situação que ocorreu com Leonardo:

**Figura 16** – Registro Leonardo - Situação “impossível”.


**Fonte:** Autor, 2024.

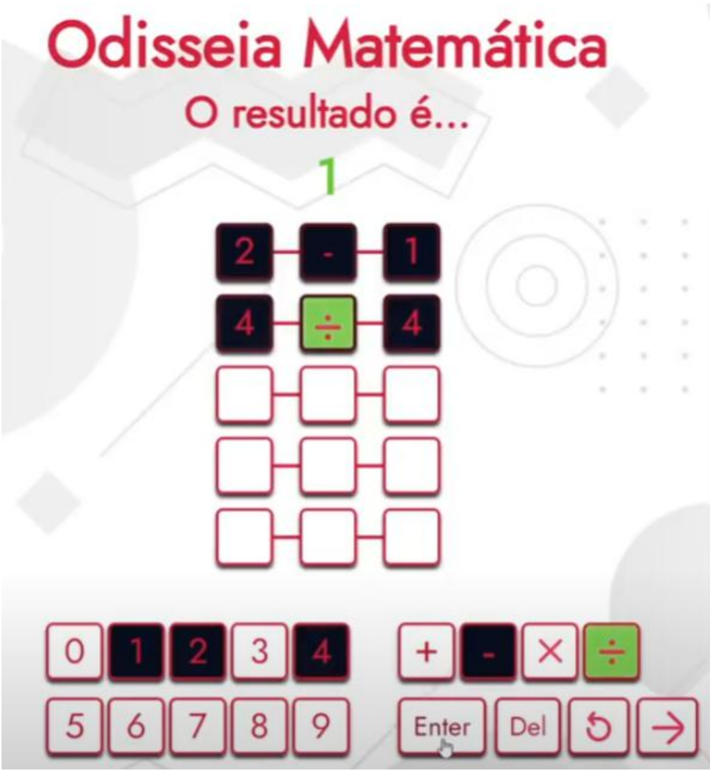
Nesse caso, após sua primeira tentativa, Leonardo não tinha possibilidade de tentativas possíveis para garantir sua vitória. Sua segunda tentativa foi a melhor ideia para excluir dois números em uma só opção, portanto, mesmo que a divisão seja a operação correta, a melhor jogada, nesse caso, é fazer subtrações. Observe que caso algum deles esteja correto, seria garantida a resposta na próxima tentativa. No entanto, sua terceira tentativa não faz muito sentido com relação à busca pelas respostas, mas mesmo que continuasse com a ideia e tentasse

$6 - 5$ e, caso esses números não estivessem na operação correta, tentasse $8 - 7$, ainda estaria em uma situação que poderia ser $2 \div 2$ ou $9 \div 9$. Leonardo, ao me questionar, não pareceu perceber que essa situação havia ocorrido.

> Leonardo: *Professor,* $2 \div 2$ *não é 1?*
> Pesquisador: *É, mas não era essa a resposta. Você caiu na pior possibilidade possível, porque podem ser várias divisões.*

Uma situação similar ocorreu com a Maria, que prontamente percebeu a situação, como podemos ver na imagem do jogo e no diálogo com o pesquisador.

**Figura 17** – Registro Maria – “Pode ser qualquer número!”.




**Fonte:** Autor, 2024.

> Maria: *Ah, professor, pode ser qualquer número!*
>
> Pesquisador: *Exatamente, caiu na mesma má sorte que ele (Leonardo).*

É importante ressaltar que essa percepção não é trivial e é considerada dentro da categoria A de Blanton e Kaput (2005), que descreve a generalização e exploração de propriedades e relações de números inteiros. Dentre essas propriedades, a estudante, para concluir que pode ser qualquer número, percebeu que a divisão entre quaisquer dois números iguais é sempre 1, explorando as propriedades de números inteiros.

A estudante, em outro momento da aula, enfrentou um caso similar ao da **Figura 17**, mas no nível 4, dois níveis acima da situação descrita. Nessa situação, apesar de não afirmar que pode ser qualquer número, proclama agora que "*Professor, qualquer número dividido por ele mesmo é igual a 1*", argumentação essa que é característica do Pensamento Algébrico, sabendo expressar a generalização presente nessa operação. É importante notar o tratamento do número, que nessa situação é feita algebricamente, ou seja, não está definido o número um, o número dois, mas sim, **qualquer número**, característica essa que é presente na categoria D de Blanton e Kaput (2005), que aborda o tratamento algébrico do número. Os autores também destacaram a importância da argumentação/formalização/generalização da forma que foi realizada pelo estudante, descrevendo elementos não definidos sem a utilização de fórmulas algébricas, mas sim, a partir de frases como "qualquer número" e "ele mesmo".

A estudante esteve presente também em outra afirmação muito importante. Menos de dois minutos após a conclusão da situação anterior, presente na **Figura 17**, Maria conseguiu passar para o nível 3, chegando agora a quatro quadrados para preenchimento com números ou operadores. Dessa forma, o jogo vai ficando mais difícil, principalmente por liberar a possibilidade de aparecer números maiores, o que pode dificultar a resolução dos desafios, que até então foram feitos de forma mental. Chegando ao nível 3, Maria observa a seguinte situação:

**Figura 18 –** Registro Maria – "Tem que ser multiplicação!".


**Fonte:** Autor, 2024.

Maria: *Professor, por que o dele deu 45 e o meu 425?*

(Neste caso, a aluna estava se referindo a 427, e o aluno que pedia o resultado 45 também estava no nível 3)

Pesquisador: *Então, a minha dica nessa aí é o seguinte: esse número aí é... (Fui interrompido)*

Maria: *Tem que ser multiplicação!*

Pesquisador: *Isso é uma boa! Gostei dessa afirmação!*

(Um tempo depois, para auxiliá-la, decido fazer a seguinte afirmação)

Pesquisador: *Esse número aqui é divisível por 7.*

Maria: *Quanto é* $7 \times 7$*, Leonardo?*

Leonardo: *49.*

Maria: *Então* $7 \times 6$ *é 42.*

Pesquisador: *Isso!*

Maria: *Seis, um.. 61.*

Pesquisador: *Aham!! Beleza!*

Esse diálogo com a estudante apresenta muitas ideias do Pensamento Algébrico. É interessante perceber que com apenas quatro quadrados, sendo um deles necessariamente um operador, é impossível chegar em um resultado com valor tão alto sem utilizar uma multiplicação. Afinal, para a adição, o maior resultado possível seria $99 + 9 = 108$. Para a divisão e a subtração, sempre resultaria em números menores que 99. Essa percepção se encontra nas categorias A (explorando propriedades e relações de números inteiros), D (tratamento algébrico do número) e E (resolução de expressões com valores desconhecidos) discutidas por Blanton e Kaput (2005). Isso ocorre pois é necessário focar nas questões estruturais do problema e suas possibilidades, não apenas nas operações matemáticas; no entanto, para concluir, é necessária a análise do valor posicional dos números, da estrutura formada pelas operações e também da decomposição do número.

Durante o diálogo, pode ser vista a intervenção do professor na perspectiva da resolução de problemas, ou seja, não informando prontamente o resultado para o estudante, mas atuando como mediador e buscando estimular a análise das escolhas do jogo. Essa situação é descrita por Grando (2004) como o quarto momento de jogo. A estudante utilizou da intervenção do professor, em que afirma que o número é divisível por 7, para perceber a necessidade de realizar a multiplicação entre um número desconhecido por 7, e para resolver essa operação, realiza a divisão mentalmente chegando em 61. A resolução de expressões com valores desconhecidos é descrita na categoria E de desenvolvimento do Pensamento Algébrico discutidas por Blanton e Kaput (2005). Além disso, a categoria C, explorando a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades, aborda a diferença do papel da igualdade na álgebra, que foi utilizado pela estudante ao perceber que, apesar do professor ter informado sobre a divisibilidade do número buscado por 7, a operação necessária da expressão buscada não era de divisão, mas de multiplicação. Novamente, vemos a inserção do quarto momento de jogo de Grando (2004), em que o professor tem o papel de realizar a intervenção, provocando os estudantes na realização da jogada.

Outro diálogo importante que também é perceptível o papel do professor no quarto momento de jogo de Grando (2004), aconteceu com o estudante Carlos que enfrentou a seguinte situação:

**Figura 19** – Registro Carlos - Multiplicidade.


**Fonte:** Autor, 2024.

> Carlos: *Professor, de acordo com as leis da matemática isso é impossível. Tem que ser 18, né? Porque não dá pra ser 13, nem 16, nem 19, porque eles não são múltiplos de 3.*
>
> Pesquisador: *Então, 18 dividido por quanto dá 3?*
>
> Carlos: *Ah, é só isso que tenho que descobrir. Verdade, não é tão difícil.*

O estudante, ao perceber que para o resultado ser 3, utilizando uma divisão, o primeiro número deveria ser necessariamente um múltiplo de 3, explorando a igualdade como uma relação entre quantidades. É notável também o nível de argumentação matemática, utilizando a expressão "múltiplo" para justificar suas respostas. Para resolver esse problema, Caio precisou de um raciocínio de decompor os números para compreender se são realmente múltiplos de 3 e pensar mais na análise estrutural da divisão que apenas no valor computacional dos números. Essas características pertencem às categorias A (explorando propriedades e relações de números inteiros), C (explorando a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades), D (tratamento algébrico do número) e E (resolução de expressões com valores desconhecidos) proposta por Blanton e Kaput (2005).

Outra situação, que também será abordada nas atividades que utilizam do jogo como situações-problema, ocorreu com a estudante Maria durante um nível mais difícil que os analisados até então; agora temos uma situação em que é necessário utilizar 5 quadrados.

**Figura 20** – Registro Maria – Nível 4.


**Fonte:** Autor, 2024.

> Maria: *Isso é impossível, alguma coisa, mais algum número que tem que estar na casa decimal é igual a 45.*
>
> Pesquisador: *É.*
>
> Maria: *Então.*
>
> Pesquisador: *Então.*
>
> Maria: *Então, não pode começar com 3.*
>
> Pesquisador: *Não pode, então pode começar com o que?*
>
> (após um breve intervalo, resolvi realizar a seguinte intervenção)
>
> Pesquisador: *Se eu aumento um aqui (apontando para o 15), então o que tem que acontecer aqui? (apontando para o 30)*
>
> Maria: *Diminuir.*

Dessa forma, a estudante abordou características diferentes do Pensamento Algébrico, ao perceber que ao aumentarmos o valor de um dos números em uma soma, para manter o resultado, devemos diminuir o outro valor, ou, algebricamente falando, $(a + c) + (b - c) =$

$a + b$. Esse pensamento, aborda as categorias A (explorando propriedades e relações de números inteiros), B (explorando propriedades de operações em números inteiros), D (tratamento algébrico do número) e E (resolução de expressões com valores desconhecidos) discutidas por Blanton e Kaput (2005), e caso a estudante desenvolvesse uma regra para esse padrão, abordaria também a categoria H (encontrar relações funcionais). Essa situação é importante para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, tendo em vista que é necessário um raciocínio que trabalha com propriedades numéricas sem abordar um valor específico dos números, ou seja, funcionando para qualquer número e permite a possibilidade de explorar padrões. Dessa forma, visando a imersão de todos os estudantes com a situação enfrentada por Maria, atividades similares foram construídas, utilizadas e analisadas durante a pesquisa e serão descritas na seção seguinte.

É importante notar também durante essa conversa a forma de expressar as variáveis da estudante Maria. Para simbolizar o desconhecido, a estudante chama de “alguma coisa” e “algum número”. Essa compreensão é importante durante a introdução à linguagem algébrica, tendo em vista que um dificultador do conteúdo é a percepção de uma letra representar um número qualquer. Essa percepção é necessária para entender que as operações que realizamos nos dois lados da igualdade afetam diretamente a incógnita. A possibilidade de explorar situações que esse conceito é abordado durante, ou de forma anterior, à introdução da álgebra, pode facilitar o processo e contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e, consequentemente, facilitar a transição para conceitos mais abstratos.

Outra situação que um estudante se expressou de maneira similar e precisou desmembrar as operações e refletir sobre as possibilidades, ocorreu com Carlos, onde buscando o resultado 11, realizou a seguinte operação.

**Figura 21** – Situação de Jogo do Carlos – Parte 1.


**Fonte:** Autor, 2024.

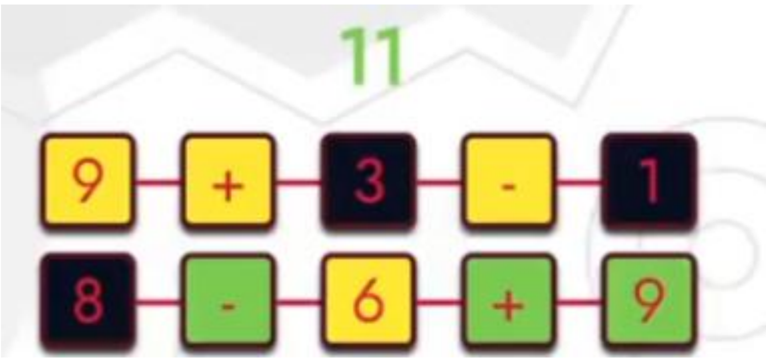
Carlos: *Olha, professor, eu já consegui uma lógica. Eu tenho que ter alguma coisa mais nove, vai dar 11. E aqui tem que ser uma* *conta de menos, então 9 mais 2 dá 11. Então o resultado aqui tem que ser 2.*

Pesquisador: *Isso.*

Carlos: *Então* $8 - 6 + 9$.

Nessa situação, Carlos percebeu que sabia os operadores e onde eles estavam localizados, afinal, é impossível os operadores estarem no primeiro e último quadrados. Além disso, se um dos operadores estivesse no terceiro quadrado, o outro não teria uma posição possível, tendo em vista que não é possível construir, no jogo, uma expressão com operadores seguidos. Assim, Carlos percebeu que os operadores estavam em posições invertidas. Concluiu também que seria necessário somar com o número 9, afinal, se fosse uma subtração envolvendo esse número, seria necessária uma soma de dois números de apenas um algarismo para resultar em 20, o que é impossível. Portanto, para somar com o número 9, a outra operação deveria ser 2, pois $2 + 9 = 11$. Assim, Carlos pensou em uma subtração que resultava em $2 = 6 - 4$. No entanto, como não era a única possibilidade, não chegou à resposta correta.

**Figura 22** – Situação de Jogo do Carlos – Parte 2.




**Fonte:** Autor, 2024.

Carlos: *6 menos, é quanto mesmo que tem que dar? É 2. Então* $6 - 4 + 9$.

Pesquisador: *Isso aí!*

Assim, Carlos chegou no resultado correto, desmembrando a operação necessária e compreendendo características importantes da expressão numérica, manipulando o desconhecido (a expressão que seria necessária ser 2) e tratando-o como conhecido (supondo a possibilidade de ser $6 - 4$). Isso demonstra a habilidade de Carlos com relação ao pensar analiticamente, considerando os casos e as operações necessárias para resolver o problema.

Carlos não tratou o número como definido, mas sim considerou ele como variável, sendo possível mais de uma opção e com isso, excluindo as que não fossem válidas com base no resultado buscado. Com relação às categorias de Blanton e Kaput (2005), o raciocínio utilizado por Carlos durante o problema são discutidos nas categorias C (explorando a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades) e E (resolução de expressões com valores desconhecidos).

## **5.2.** DO VIRTUAL AO PAPEL, UMA PROBLEMATIZAÇÃO DO JOGO *ODISSEIA MATEMÁTICA*

Para o quarto encontro com os estudantes, foi criada e impressa uma atividade em que todos os problemas foram construídos com base em situações do jogo[21], pensando-se no desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Nesse caso, buscando uma intervenção escrita com problematizações das situações do jogo como afirma o 6º momento de jogo de Grando (2004). Cada uma dessas situações, são possíveis de acontecer durante a jogatina, no entanto, como as expressões são geradas aleatoriamente, podem também não acontecer. Dessa forma, essas atividades foram escolhidas de maneira a direcionar situações em que os estudantes precisam refletir sobre aspectos matemáticos específicos do Pensamento Algébrico.

A atividade contém oito problemas com objetivos diversos. O primeiro, sétimo e último problema, abordam uma única resposta, com dificuldades diferentes, que o estudante necessita trabalhar a resolução de equações do primeiro grau, pensando em variáveis de forma implícita, sendo auxiliado pelas regras do jogo sobre a posição e disponibilidade dos números e operadores. Os problemas dois, três e quatro, tem o intuito de uma análise das múltiplas respostas possíveis, buscando padrões e relações algébricas para cada uma delas. Os problemas cinco e seis, podem parecer os mais difíceis, tendo em vista que não apresentam visualmente muitas informações, no entanto, mostra como apenas o resultado buscado pelo jogo e a quantidade de quadradinhos e operadores disponíveis na expressão pode auxiliar a construir um raciocínio algébrico sobre a(s) possível(is) resposta(s) do jogo. Dessa forma, a resolução de problemas ajudaria a abordar situações e argumentos que auxiliam no desenvolvimento Pensamento Algébrico, principalmente da primeira vertente do **Quadro 1** de Blanton e Kaput (2008) "Álgebra como o estudo de estruturas e sistemas extraídos de cálculos e relações, incluindo aquelas que surgem na aritmética (álgebra como aritmética) e no raciocínio quantitativo".

---

[21] Apêndice C

Para o desenvolvimento das atividades, a impressão foi necessariamente colorida, tendo em vista o requisito visual das cores do jogo para identificação das informações. Vale ressaltar que a escolha da impressão foi necessária por diversos desafios não apresentarem apenas uma única solução, diferindo do jogo em si. Dessa forma, os estudantes precisariam argumentar de alguma forma, seja com palavras ou números, o raciocínio necessário para o desenvolvimento do desafio. A primeira atividade começa com um desafio mais simples, que buscava a resposta do jogo da imagem abaixo.

**Figura 23** – Desafio 1.


**Fonte:** Autor, 2024.

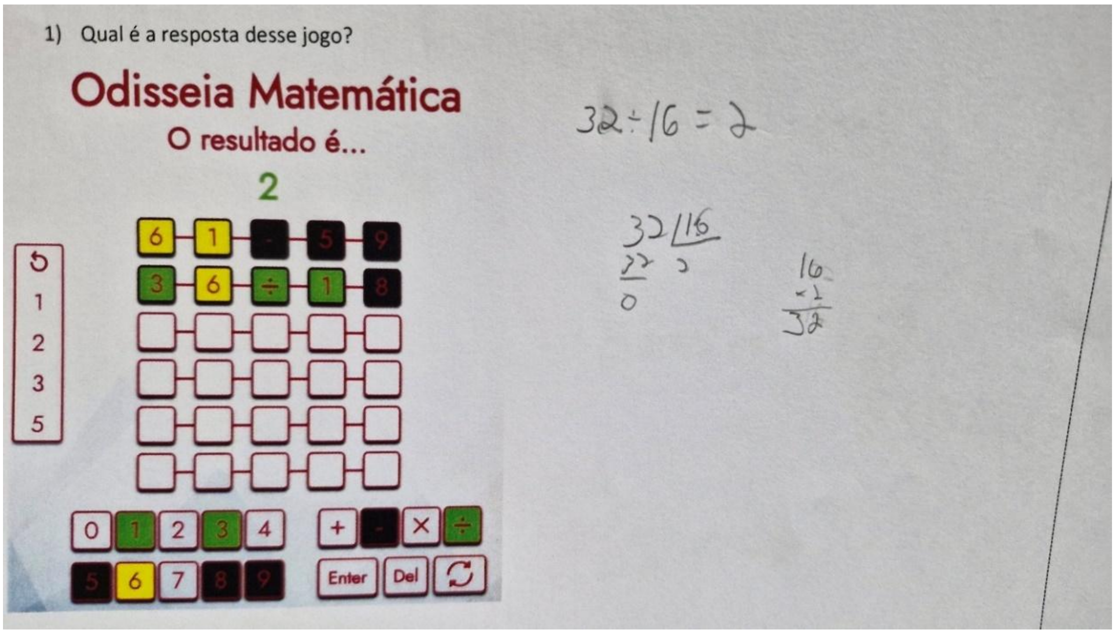
A solução inicial envolve o raciocínio a partir das dicas visuais do jogo. O número 6, destacado em amarelo, indica que está presente na expressão correta, mas em uma posição diferente. O número 1 e o operador "÷", destacados em verde, indicam que estão corretos tanto em valor quanto em posição. A partir dessas informações, a maioria dos estudantes concluiu que o número 6 deveria ser posicionado no quinto espaço, resultando na expressão "3 □÷ 16 = 2". Trata-se de uma situação que exige mobilização de raciocínio reverso e análise posicional, elementos centrais para o desenvolvimento da habilidade de manipular expressões com valores desconhecidos.

Esse tipo de atividade se alinha à categoria E de Blanton e Kaput (2005), que trata da resolução de expressões com valores desconhecidos, destacando a importância de estratégias de decomposição, substituição e análise estrutural de expressões numéricas. A resolução da equação, mesmo sem a presença explícita de letras, indica que os estudantes estavam engajados com estruturas algébricas na forma de raciocínios que tratam o número como indeterminado até que seja justificado por meio de relações operatórias.

A BNCC (BRASIL, 2017, p. 307) sugere, na habilidade EF07MA18, o trabalho com equações polinomiais do 1º grau redutíveis à forma $ax + b = c$, utilizando propriedades da igualdade. Embora o jogo não utilize notação algébrica literal, ele propõe desafios em que o estudante precisa encontrar um valor que satisfaz uma igualdade, envolvendo manipulações mentais similares às exigidas pela resolução de equações.

Todos os estudantes chegaram à resposta correta, que é $32 \div 16$, se expressando apenas com a resposta buscada. Isso pode ter acontecido pois os estudantes já tinham compreensão das regras do jogo, tornando o raciocínio acima direto. No entanto, o estudante Leonardo foi o único que explicitou o pensamento inverso, anotando "$16 \times 2 = 32$", demonstrando um entendimento mais aprofundado da operação. É importante mencionar que, a percepção do pensamento do estudante só foi possível graças ao registro, pertencente ao sexto momento de jogo de Grando (2004). Esse tipo de estratégia mostra a compreensão da igualdade como uma relação bidirecional entre quantidades, em consonância com a categoria C de Blanton e Kaput (2005), que trata da exploração da igualdade para além do resultado final, como uma estrutura relacional que permite a inversão e reinterpretação de uma equação. Para os autores, essa habilidade é importante pois reflete um deslocamento do olhar puramente operacional para uma perspectiva mais analítica sobre as propriedades das operações e seus efeitos em ambos os lados da igualdade. A imagem seguinte mostra a resolução desse desafio por Leonardo, onde mostra tanto a operação da divisão, quanto da multiplicação.

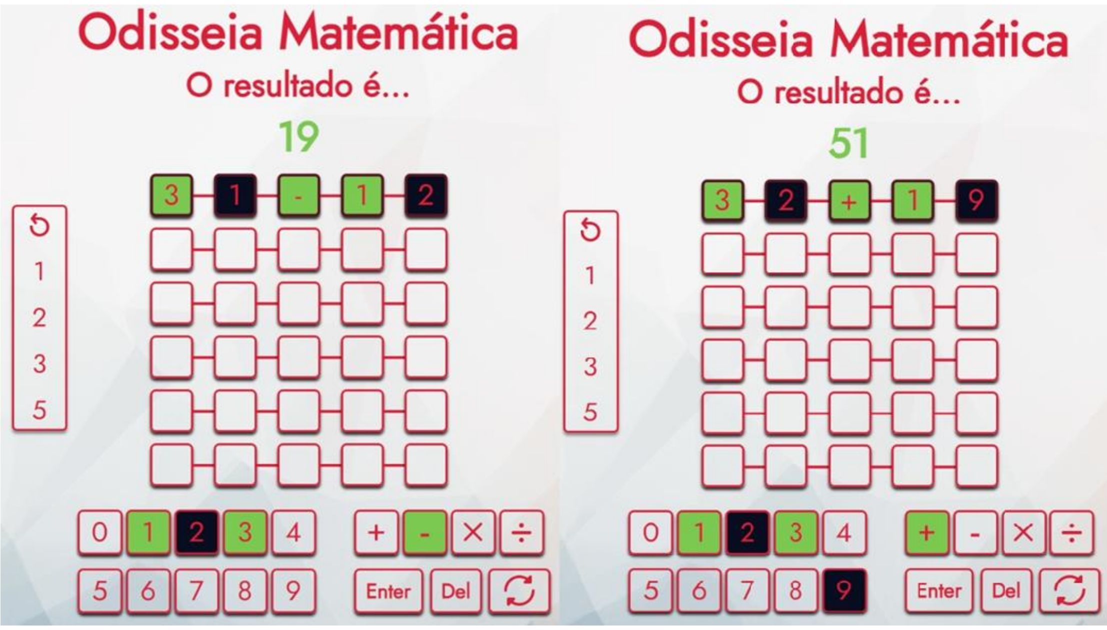
**Figura 24** – Resolução Leonardo – Desafio 1.




**Fonte:** Autor, 2024.

Os desafios 2 e 3 buscam ideias similares de generalização, contendo a mesma pergunta “Quais são as possibilidades de resposta? Você consegue perceber algum padrão dessas possibilidades?”. Na imagem abaixo, estão os dois desafios: na esquerda, o desafio 2, na direita, o desafio 3.

**Figura 25** – Desafio 2 (esquerda) e Desafio 3 (direita).




**Fonte:** Autor, 2024.

Para o desafio 2, a expressão apresentada é “3 □ $-$ 1 □” com o resultado sendo 19. A solução envolve compreender que, ao variar uma unidade no primeiro número, é necessário variar proporcionalmente no segundo número para manter o resultado. As combinações possíveis são: “$30 - 11$”, “$31 - 12$”, “$32 - 13$”, “$33 - 14$”, “$34 - 15$”, “$35 - 16$”, “$36 - 17$”, “$37 - 18$” e “$38 - 19$”. No entanto, os números 1 e 2 estão destacados em preto, indicando que não podem estar na solução final. Isso elimina algumas combinações, como “$30 - 11$”, “$31 - 12$” e “$32 - 13$”. Podemos expressar isso matematicamente como $(a + c) - (b + c) = (a - b)$, pois as constantes “c” serão canceladas após a distributiva. Esse raciocínio reflete a necessidade de aumentar ou diminuir simultaneamente os valores dos dois termos para manter o resultado constante. Assim, as variações no primeiro número exigem um ajuste correspondente no segundo número. A ideia é que, ao eliminar as possibilidades e considerando as dicas do jogo, as melhores opções para iniciar as tentativas seriam aquelas que fornecem mais informações úteis nas próximas jogadas. Por exemplo, testar “$34 - 15$” seria mais estratégico, pois pode indicar se tanto o número 4 quanto o número 5 estão corretos ou não, otimizando as tentativas e chegando à resposta correta em até três jogadas.

Para o desafio 3, acontece um caso similar ao do exemplo da **Figura 20**, a expressão apresentada é “3 □ $+$ 1 □” com o resultado sendo 51. A solução segue um raciocínio similar ao do desafio anterior, no qual, ao aumentar uma unidade no primeiro número, é necessário diminuir uma unidade no segundo número para manter o resultado. As combinações possíveis incluem: “$32 + 19$”, “$33 + 18$”, “$34 + 17$”, “$35 + 16$”, “$36 + 15$”, “$37 + 14$”, “$38 + 13$” e “$39 + 12$”. Matematicamente, podemos expressar esse raciocínio como $(a + c) + (b - c) = (a + b)$, já que as constantes “c” são eliminadas após a aplicação da distributiva. Esse raciocínio reflete a necessidade de compensar os ajustes em ambos os números para manter o resultado inalterado. No entanto, no caso específico deste desafio, as combinações “$32 + 19$” e “$39 + 12$” são descartadas, uma vez que os números 9 e 2 já foram eliminados em tentativas anteriores, destacando a importância de considerar as dicas fornecidas ao longo do jogo para otimizar as próximas jogadas e chegar à solução correta.

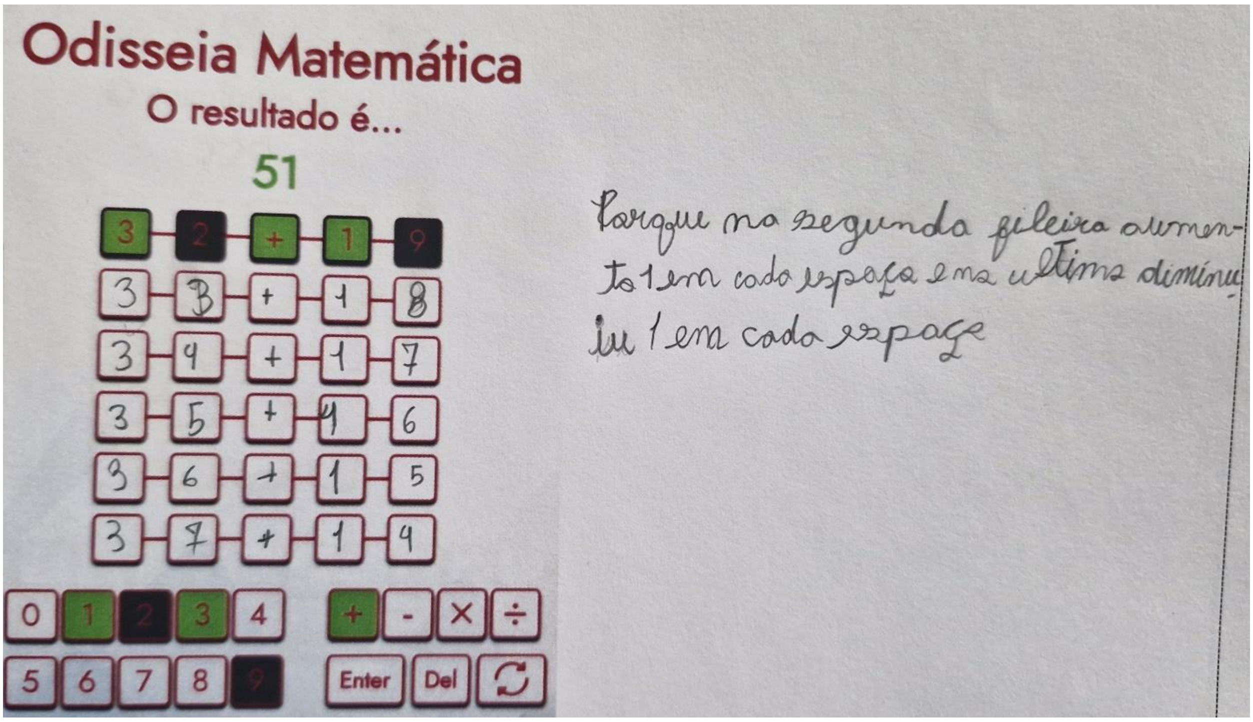
O raciocínio empregado nos desafios 2 e 3 está alinhado com as categorias A (Explorando propriedades e relações de números inteiros), H (Encontrar relações funcionais) e J (Identificando e descrevendo padrões numéricos e geométricos) de Blanton e Kaput (2005). Ao lidar com esses desafios, os estudantes aplicam propriedades e decomposição de números inteiros para identificar e descrever o padrão numérico e a relação funcional que preserva o valor final. É importante ressaltar que nem todos os estudantes tiveram essa percepção, outros, apesar de listar algumas possibilidades, não mostraram argumentos para sustentar uma justificativa da categoria de relação funcional. Por exemplo, o estudante Lavu no desafio 2, parece não ter percebido a relação, tendo em vista que não coloca em uma ordem que poderia implicar a percepção de aumentar uma unidade nos dois números para manter o resultado, registrando como “$33 - 14$”, “$38 - 19$”, “$35 - 16$”, “$34 - 15$”, como pode ser visto na **Figura 26**.

**Figura 26** – Resolução Lavu - Desafio 2.


**Fonte:** Autor, 2024.

No entanto, no desafio 3, além de escrever em uma ordem que pode implicar nessa percepção (“$33 + 18$”, “$34 + 17$”, “$35 + 16$”, “$36 + 15$”, “$37 + 14$”), o aluno também tentou explicar seu raciocínio (**Figura 27**), descrevendo da seguinte forma: “*Porque na segunda fileira aumento 1 em cada espaço, e, na ultima, diminuo 1 em cada espaço*”. A utilização do termo “segunda fileira” e “última” (fileira) é um passo importante para a aprendizagem de novas formas de representação simbólica, tendo em vista que ele utilizou esses termos para representar a variável e argumentou sobre o padrão.

**Figura 27** – Resolução Lavu - Desafio 3.




**Fonte:** Autor, 2024.

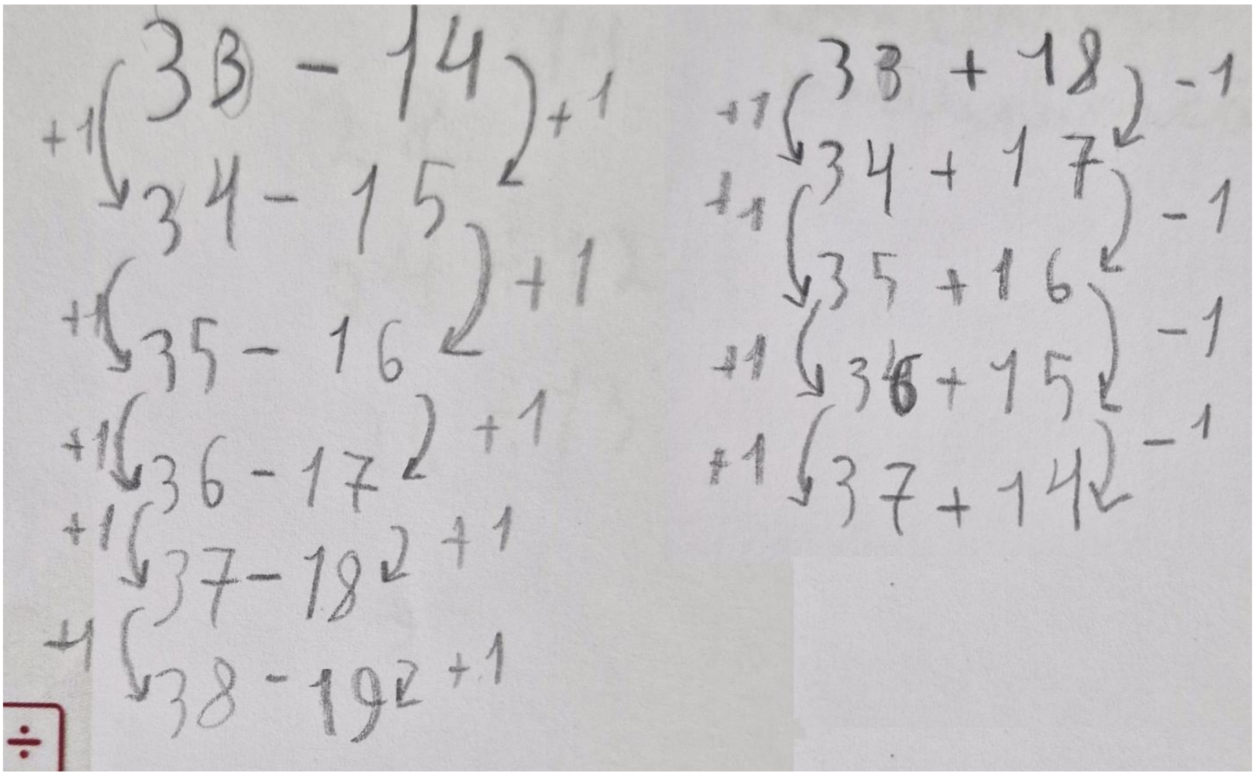
O estudante Isac, por exemplo, preferiu uma justificativa diferente: listou os números em uma ordem que pode significar a compreensão da generalização, listando “$30 - 11$”, “$31 - 12$”, “$32 - 13$”, “$33 - 14$” e “$31 + 19$”, “$33 + 17$”, “$34 + 16$”, “$35 + 15$”, “$36 + 14$”. No primeiro caso, Isac ignorou as possibilidades que são excluídas pelas regras do jogo, tendo em vista que não é possível as respostas com algarismos 1 e 2. Com relação ao segundo caso, Isac colocou expressões que resultam em 50, não o resultado buscado, 51. Isso sugere que ele percebeu o padrão matemático, afinal, aumentou uma unidade no primeiro número e diminuiu no segundo, sem preocupar com o resultado, pois pode ter imaginado estar correto inicialmente. É importante perceber também que ele representou a possível continuidade a partir de uma representação matemática “$\cdots$”, que pode ser utilizada para expressar um padrão que irá continuar (**Figura 28**). Apesar de não utilizar uma argumentação com palavras (como o estudante Lavu), o raciocínio e argumentação estão corretos e podem ser compreendidos como Pensamento Algébrico, segundo Blanton e Kaput (2005).

**Figura 28** – Resolução Isac desafios 2 e 3.


**Fonte:** Autor, 2024.

O estudante Carlos, por outro lado, escolheu uma representação diferente das duas, não argumentando por extenso, mas demonstrou uma compreensão clara dessa relação funcional, evidenciando um progresso no desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Ele representou o padrão numérico de aumento/diminuição de uma unidade em cada tentativa com setas (**Figura 29**). Essa argumentação reforça sua capacidade de identificar padrões e operar com eles de forma estratégica. A representação a partir do fluxograma do estudante caracteriza uma das habilidades do oitavo ano do ensino fundamental sugeridas pela BNCC, sendo ela: "(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes" (Brasil, 2017, p 313).

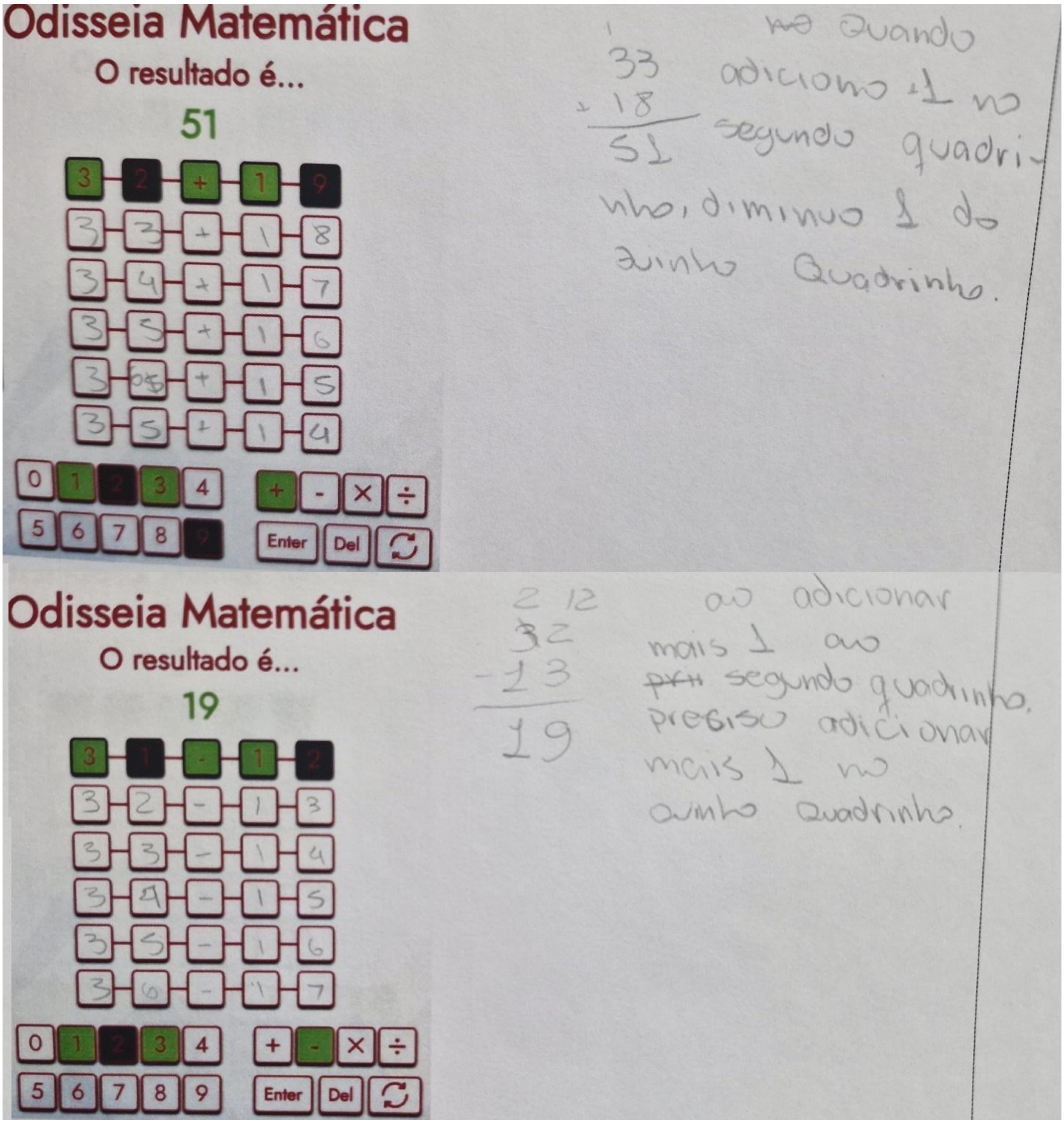
**Figura 29** – Resolução Carlos desafios 2 e 3.




**Fonte:** Autor, 2024.

Já a estudante Maria (**Figura 30**) optou por descrever seu raciocínio por escrito e listando os números no desenho, listando em ordem: “$33 + 18$”, “$34 + 17$”, “$35 + 16$”, “$36 + 15$” e “$32 - 13$”, “$33 - 14$”, “$34 - 15$”, “$35 - 16$”, “$36 - 17$”. Não satisfeita apenas com a listagem das possibilidades, também argumentou por extenso para os desafios 3 e 2, respectivamente, que “*Quando adiciono +1 no segundo quadrinho, diminuo 1 do quinto quadrinho*” e “*ao adicionar mais 1 ao segundo quadrinho, preciso adicionar mais um no quinto quadrinho*”. Desta forma, podemos perceber que a estudante compreendeu a relação funcional da atividade, argumentando de forma similar à de Lavu, mas para representar o desconhecido, utilizou “segundo quadrinho” e “quinto quadrinho” e não “coluna” como o estudante. De qualquer forma, a descrição da variável implícita e a formalização do padrão é característica do Pensamento Algébrico, segundo Blanton e Kaput (2005).

**Figura 30 –** Resolução Maria desafios 2 e 3.



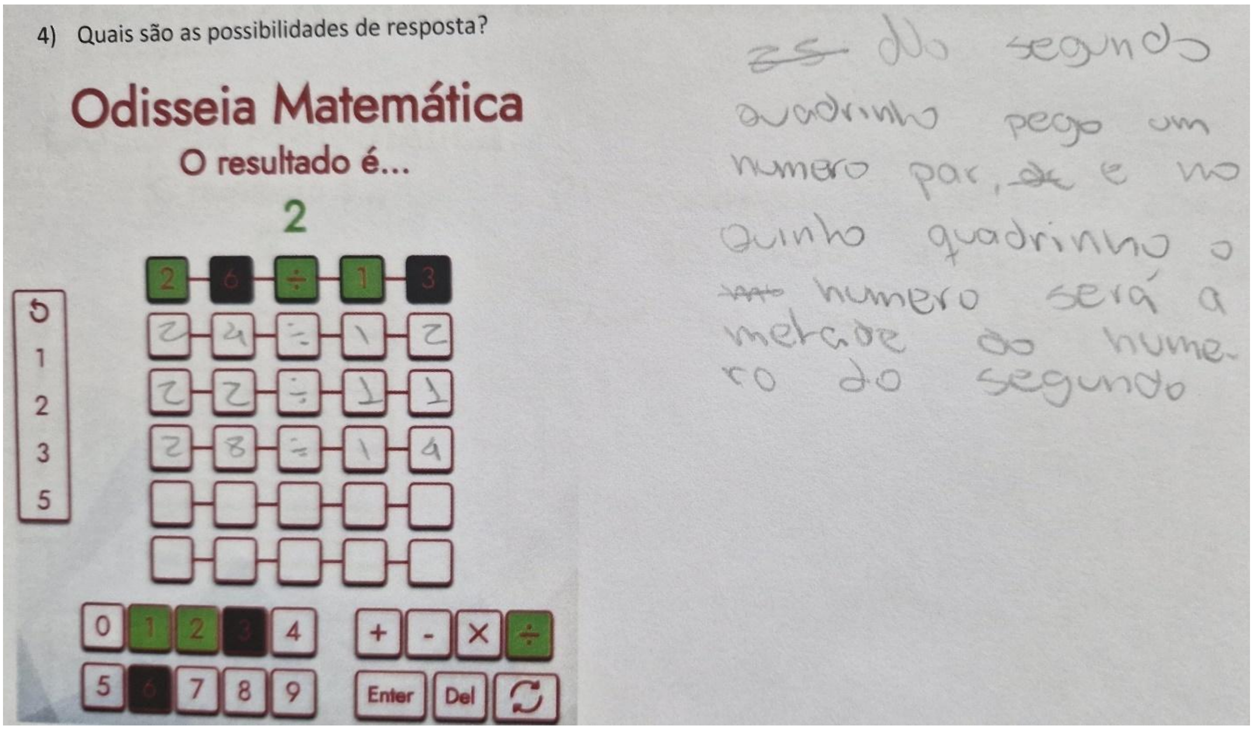

**Fonte:** Autor, 2024.

Dentre os outros quatro estudantes que participaram da pesquisa, um deles realizou similar a Lavu no primeiro desafio, listando algumas opções sem uma ordem que demonstrasse um padrão e não argumentando a percepção da relação. Outro estudante apresentou apenas uma possibilidade de resposta, portanto, não percebendo o padrão das possibilidades. O estudante Alberto listou três possibilidades em cada um dos problemas, mas seus argumentos não justificaram a percepção do padrão, respondendo no problema 2: "*Sim, voce nessesita do* −" e no problema 3, "*Sim, so aumenta mais um*". E a última estudante respondeu que "*A* *possibilidade de resposta que eu achei foi* $30-11$. *Percebi que nas unidades eles diminuiram*" para o problema 2 e "*As possibilidades de respostas são* $39+12$*, ou* $33+18$*,por exemplo. Consegui perceber que as unidades diminui e a outra aumenta*", para o problema 3. A estudante, aparentemente, tenta argumentar a percepção do padrão, mas não conseguiu listar possíveis respostas que atenderiam esse padrão.

O desafio 4 também explora as possibilidades de se obter o resultado 2, partindo da expressão "$2\,\square \div 1\,\square$", e eliminando a tentativa $26 \div 13$ como incorreta. Nesse contexto, os estudantes trabalham com a resolução de expressões que contêm valores desconhecidos, uma característica relacionada à categoria E (resolução de expressões com valores desconhecidos) de Blanton e Kaput (2005). Dos oito estudantes que participaram da pesquisa, dois listaram apenas a possibilidade "$20 \div 10$". Quatro estudantes listaram todas as 4 possibilidades, mas não escreveram nenhum raciocínio. Os outros dois restantes esqueceram de uma das quatro possibilidades, mas dentre eles, a estudante Maria foi a única que abordou um argumento interessante sobre seu raciocínio (**Figura 31**), registrando que "No segundo quadrinho, pego um número par e no quinto quadrinho, o número será a metade do número do segundo".

É importante notar que a estudante consegue perceber que como o resultado é um número par, o dividendo é necessariamente par, e por isso seu algarismo da unidade também deve ser par. Além disso, para a divisão resultar em dois, a estudante argumenta que o número da casa das unidades do divisor deverá ser metade do número da casa das unidades do dividendo, o que apesar de ser verdade nesse caso, não acontece nos casos em que o número da casa das dezenas do dividendo for ímpar. No entanto, seu argumento sobre a paridade é notável e mesmo que o argumento seguinte esteja incorreto para outros casos, a estudante buscou um padrão e tentou criar conjecturas sobre as possibilidades, abordando as categorias A (explorando propriedades e relações de números inteiros), B (explorando propriedades de operações em números inteiros), D (tratamento algébrico do número) e H (encontrar relações funcionais) descritas por Blanton e Kaput (2005).

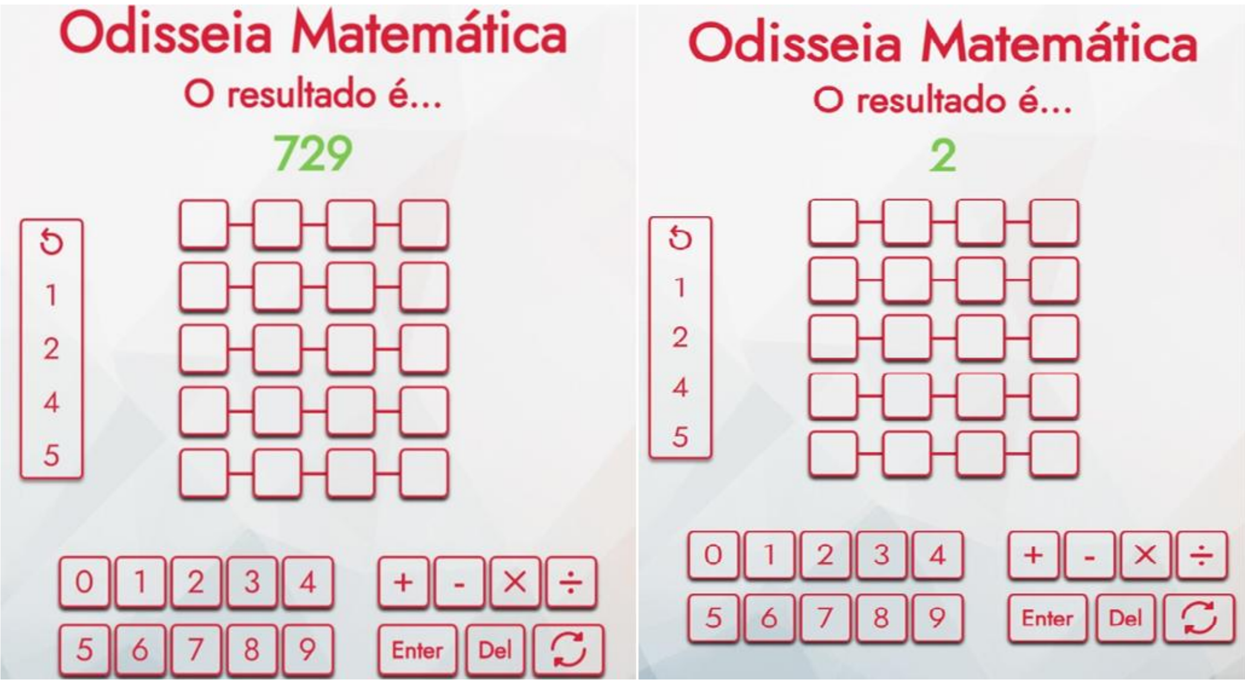
**Figura 31** – Resolução Maria - Desafio 4.




**Fonte:** Autor, 2024.

O desafio 5 e 6 também são similares, com a mesma pergunta “O que você pode afirmar sobre esse jogo? Existe alguma informação sobre os números/operadores que esse resultado te dá?”. Esses desafios foram inspirados na fala de Maria “*tem que ser multiplicação!*” do exemplo da **Figura 18**. Apesar do desafio 5 (esquerda da **Figura 32**) ter exatamente essa mesma ideia, de ser um número muito grande (729) para ser possível apenas uma multiplicação entre dois números, o desafio 6 (direita da **Figura 32**), por ser um número muito pequeno (2) e ainda estarmos no nível 3 do jogo, só podemos ter um operador, e, portanto, não é possível utilizar soma ou multiplicação. O jogo estimula a reflexão sobre as possíveis ações e limitações envolvidas, sendo necessário considerar as opções dos operadores. A partir do nível 4, onde é possível utilizar mais de um operador, o raciocínio aplicado no desafio 6 pode não ser totalmente válido de imediato, mas novas informações obtidas em tentativas subsequentes podem ajustar esse raciocínio. Um exemplo desse processo aparecerá no próximo desafio.

**Figura 32** – Desafio 5 (esquerda) e Desafio 6 (direita).




**Fonte:** Autor, 2024.

Dos estudantes oito estudantes que participaram da pesquisa, ao responderem o desafio 5, quatro deles não abordaram o argumento de ser possível apenas uma multiplicação. Apesar da questão não pedir um resultado específico, mas sim solicitar informações que esse resultado te passa sobre números/operadores, três desses quatro estudantes buscaram multiplicações que resultassem no valor 729, o que leva a crer a possibilidade de terem percebido a necessidade do operador, mas não entenderam que era isso que o enunciado estava solicitando. Os quatro estudantes restantes apenas informaram que era obrigatório o uso da multiplicação, sem utilizar argumentos para justificar a resposta.

Com relação ao desafio 6, dois estudantes listaram apenas uma opção de divisão como resposta, não limitando que seria apenas esse operador, nem afirmando a possibilidade de ser outros, novamente buscando um resultado específico para o problema, e não uma argumentação sobre as informações. Três estudantes afirmaram que seria obrigatório o uso da divisão, sendo que um deles foi além afirmando que "sim, você pode usar o dividir e os números pares", tendo percebido a necessidade do dividendo ser par. Os três estudantes restantes afirmaram a necessidade de ser ou uma divisão, ou uma subtração.

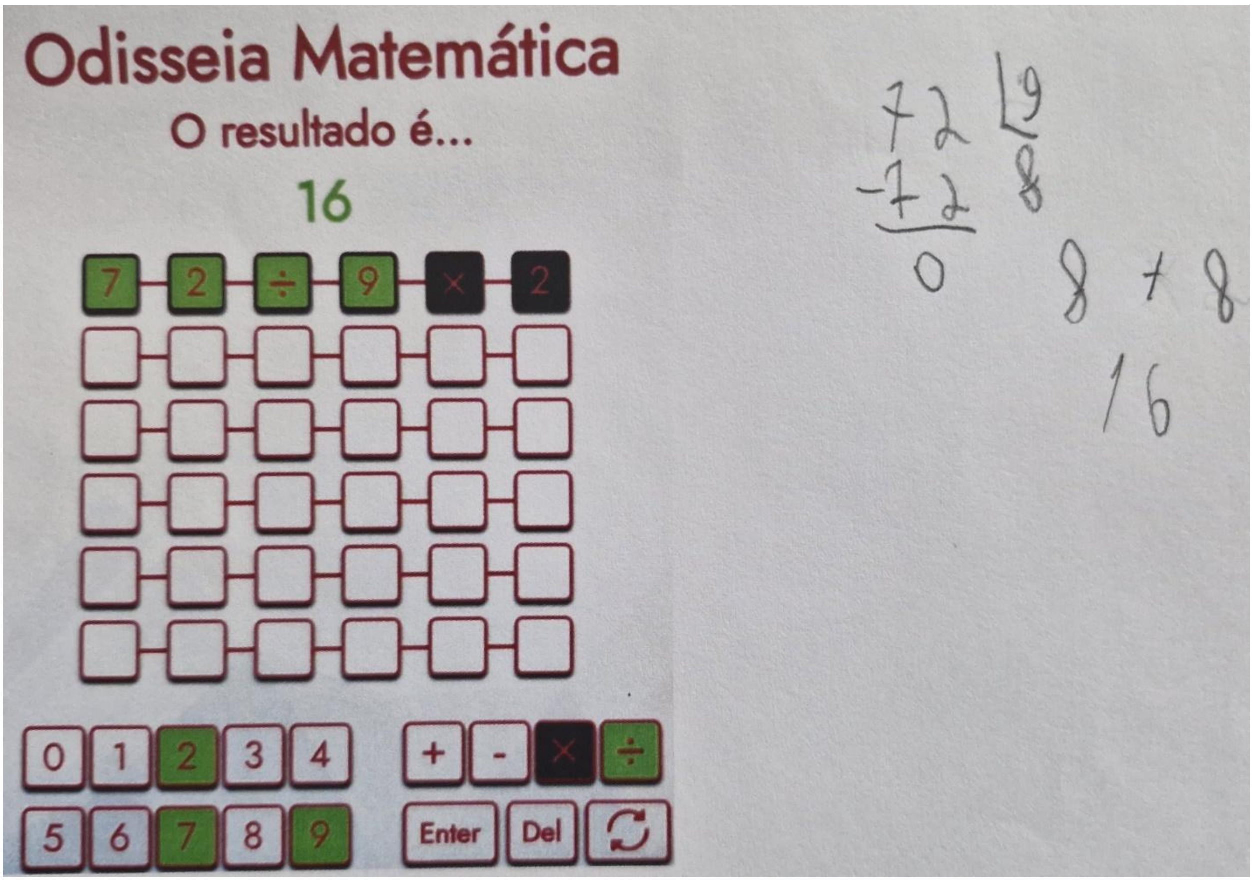
Dessa forma, os desafios 5 e 6, como citado anteriormente no exemplo que ocorreu em sala, abordam uma percepção que se encontra nas categorias A (explorando propriedades e relações de números inteiros) e D (tratamento algébrico do número) discutidas por Blanton e

Kaput (2005), tendo em vista que é necessário observar as questões estruturais das operações envolvendo inteiros para realizar uma conclusão com relação aos operadores necessários. Essa percepção é interessante para a matemática como um todo, tendo em vista que em diversos momentos podemos concluir que um problema não está correto apenas por uma análise do resultado obtido em relação aos dados utilizados.

O desafio 7 é uma versão mais complexa do desafio 1. Buscando encontrar o número 16, temos a tentativa $72 \div 9 \times 2$. O desafio mostra que apenas o operador $\times$ e o número 2 estão incorretos, portanto, é necessário descobrir apenas os dois quadrados que completam a seguinte expressão $72 \div 9 \square\square$. O primeiro quadrado que precisamos descobrir é obrigatoriamente um operador, tendo em vista que, caso contrário, estaríamos realizando uma divisão de um número de dois dígitos por outro de três dígitos, que implicaria em um resultado não inteiro. Desta forma, a primeira operação necessária é $72 \div 9$, resultando em 8. Após perceber isso, é necessário observar que, como a multiplicação já havia sido descartada na primeira linha, para chegar ao resultado 16, nem a divisão nem a subtração poderiam ser usadas, pois diminuiriam o valor. Assim, a equação necessária seria $8 + \square = 16$,, trabalhando novamente com a resolução de equações de valores desconhecidos, que Blanton e Kaput (2005) classificam como parte da categoria E (resolução de expressões com valores desconhecidos) e na habilidade "(EF06MA14) reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas" (Brasil, 2017, p.303) da BNCC.

Dos 8 estudantes, dois não conseguiram resolver o problema, colocando $+\ 7$ como as casas buscadas. No entanto, não foi possível compreender se o passo incorreto foi na divisão ou na resolução da equação. Os outros 6 estudantes conseguiram desenvolver corretamente os passos, concluindo corretamente que para o resultado ser 16, seria necessário $+\ 8$, como pode ser visto na **Figura 33** com a resolução do estudante Alberto, que realizou a divisão de 72 por 9 e depois expressou que $8 + 8 = 16$.

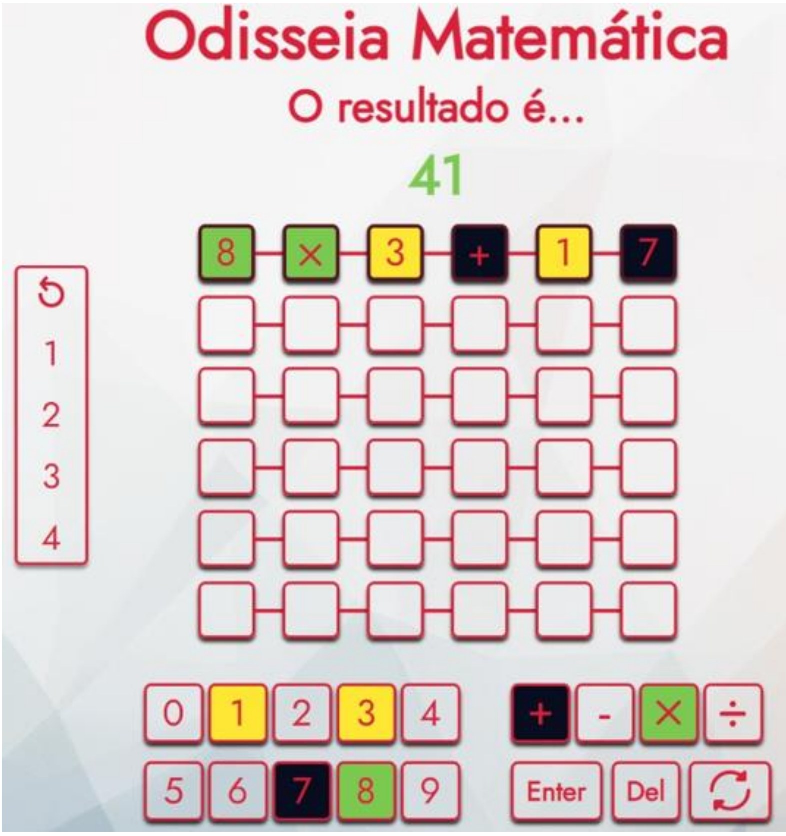
**Figura 33** – Resolução Alberto.




**Fonte:** Autor, 2024.

O desafio 8 pode ser considerado o mais difícil de argumentar todos os detalhes para chegar na resposta, tendo em vista que é necessário concluir a expressão correta do jogo, que busca o resultado 41. A única informação informada é a tentativa $8 \times 3 + 17$, em que o número 8 e o operador $\times$ estão na expressão e corretamente posicionados. Já os números 1 e 3 estão na expressão, mas não estão na posição correta. O operador $+$ e o número 7 não estão na expressão, como pode ser visto na imagem seguinte.

**Figura 34** – Desafio 8.

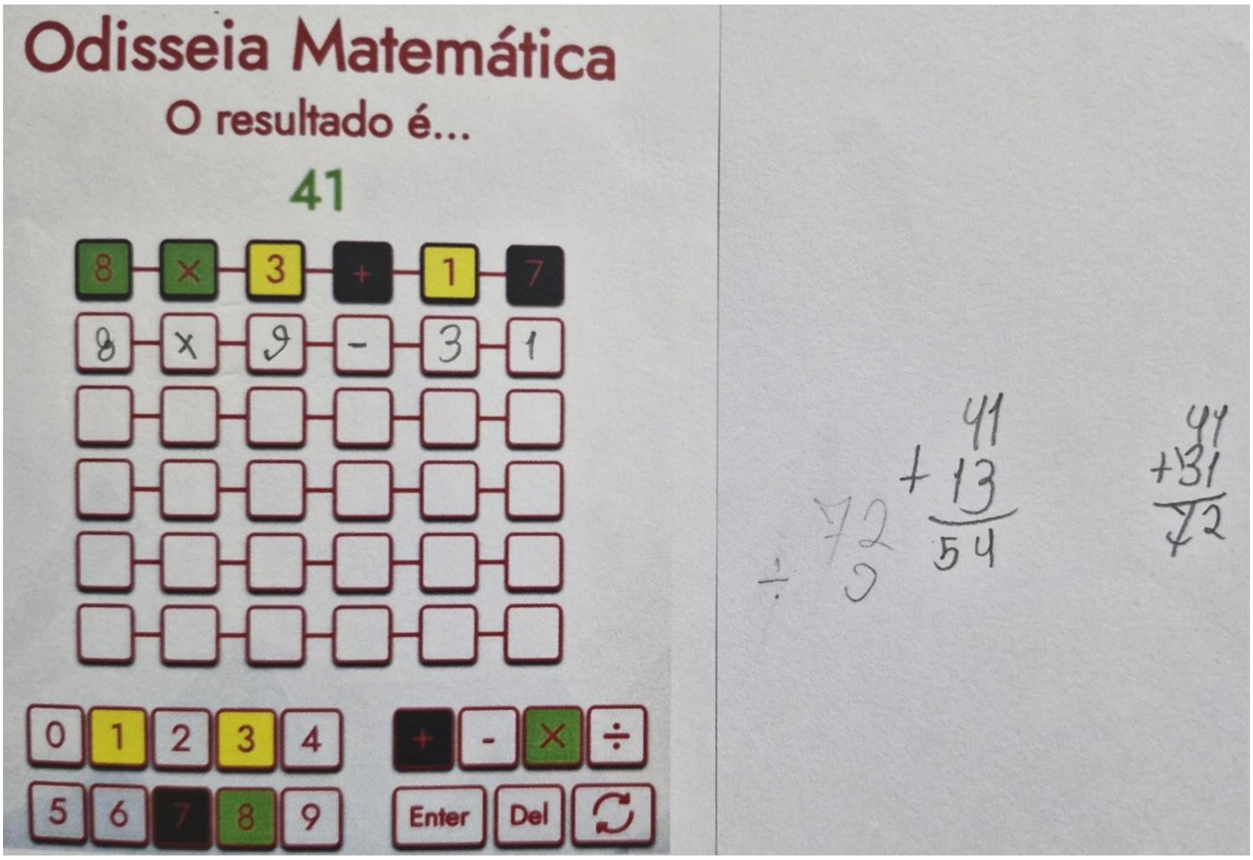



**Fonte:** Autor, 2024.

Pelas informações do jogo, a expressão é composta por $8 \times \square\square\square\square$ e é necessário utilizar outro operador, tendo em vista que a multiplicação de 8 por um número de quatro dígitos resultaria em um número muito maior que 41. Além disso, não é possível utilizar o operador da divisão, pois como 41 é um número primo, não é um número múltiplo de 8 e sequer um número par, seria unicamente possível $8 \times 41 \div 8$, no entanto, como é necessário utilizar o número 3, essa não pode ser uma possibilidade. Portanto, podemos afirmar que é necessário utilizar a subtração. O sinal pode estar em dois lugares, vamos analisar primeiro o caso $8 \times \square\square - \square$. Nessa possibilidade, o menor número possível da multiplicação $8 \times \square\square$seria 80 com $8 \times 10$, mas para alcançar o resultado 41, é impossível subtrair por 39, tendo em vista que temos apenas uma casa. Dessa forma, nos resta apenas o caso $8 \times \square - \square\square$. Nessa possibilidade, sabemos que não pode ser $8 \times\ 3 - \square\square$, por informações do jogo, e nem $8 \times\ 1 - \square\square$, por não ser possível alcançar o resultado. Dessa forma, o número que será multiplicado por 8 ainda precisa ser descoberto e nos resta duas casas para os dois números que temos (1 e 3). Assim, como o número 1 não pode estar na quinta casa, pelo enunciado, ele deve estar sexta casa, restando a quinta casa para o número 3, sendo assim, temos $8 \times \square - 31$. Nos resta descobrir, portanto, o número que multiplicado por 8 e subtraído 31 resulta em 41. Concluímos então que a única expressão possível para essa questão é $8 \times 9 - 31$. Novamente estamos utilizando do Pensamento Algébrico para resolver problemas de valores desconhecidos, característica da categoria E (resolução de expressões com valores desconhecidos) de Blanton e Kaput (2005) e da habilidade "(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade" (Brasil, 2017, p.307) da BNCC.

Nesse desafio, surpreendentemente, apenas dois estudantes não conseguiram chegar no resultado, os outros seis chegaram na expressão correta, mas não mostraram o desenvolvimento do raciocínio para chegar na expressão. Na **Figura 35** vemos as contas que o estudante Lavu utilizou na folha de rascunho durante o desafio, calculando $41 + 13 = 54$ e $41 + 31 = 72$:

**Figura 35** – Resolução Lavu.




**Fonte:** Autor, 2024.

Podemos ver que durante seu raciocínio, ele supôs que era necessário subtrair ou 13 ou 31 do número $8 \times \square$. Provavelmente, como não foi adiante com a tentativa 13, deve ter percebido pela imagem que o número 1 não estaria no lugar correto, escolhendo dessa forma o número 31. O raciocínio de realizar a soma $41 + 31$ se encaixa na categoria C (Explorando a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades) de Blanton e Kaput (2005), pois o estudante compreende o real sentido do sinal da igualdade, realizando a operação dos dois lados da igualdade, realizando a operação inversa para encontrar o número buscado e percebendo que o resultado de $8 \times \square$ deve ser 72.

## **5.3.** O ÚLTIMO DIA

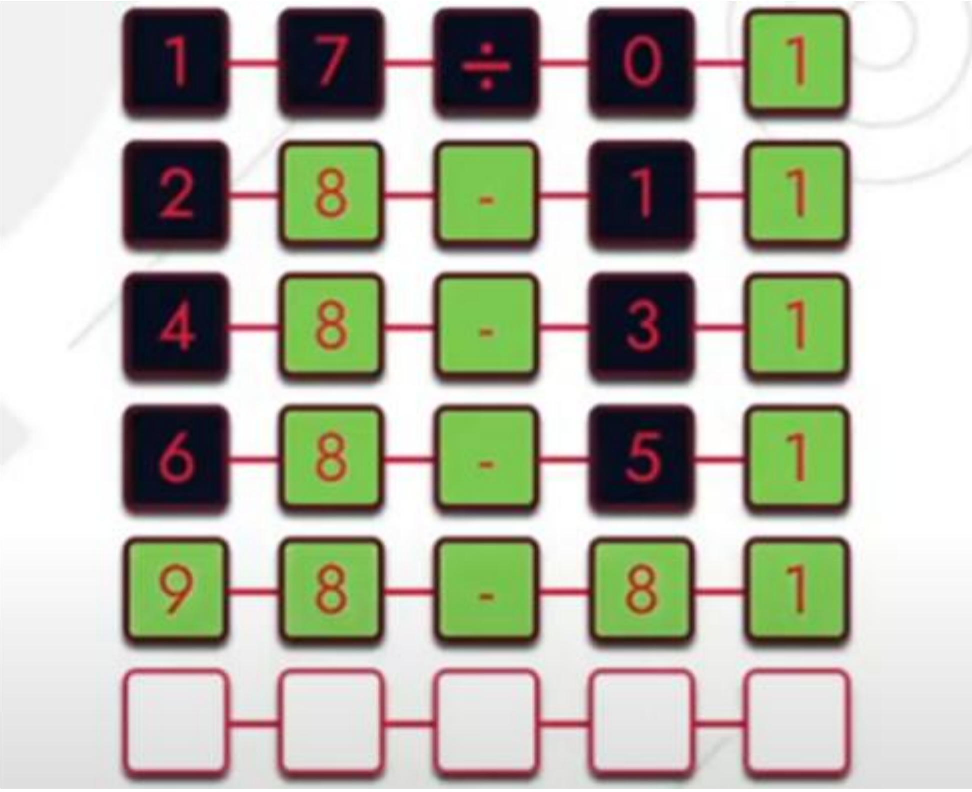
No último dia da pesquisa, os estudantes já haviam realizado a atividade em sala, o que lhes permitiu refletir sobre situações do jogo, compreender melhor as regras e desenvolver raciocínios matemáticos essenciais para a compreensão do jogo e do Pensamento Algébrico. Nesse momento, foi possível colocar essas reflexões em prática, caracterizando o sétimo e último momento de jogo descrito por Grando (2004), o "jogar com competência". Como os estudantes estavam mais confiantes e seguros de suas jogadas, nenhum registro foi realizado no papel e poucos comentários foram realizados a respeito das situações enfrentadas. Dessa forma, durante essa seção, a análise será realizada com base apenas na gravação da tela dos estudantes, observando o que realizavam ali e também o tempo necessário para realizá-las. Durante esse encontro, situações similares às abordadas nas atividades surgiram para os estudantes como pode ser observado na **Figura 36**, que ocorreu com a estudante Alice, que se deparou com a seguinte situação no nível 4:

**Figura 36** – Situação do jogo Alice, parte 1.


**Fonte:** Autor, 2024.

Nesse momento, foi crucial perceber que para manter a resposta 17, seria necessário aumentar um valor na dezena em ambos os números, ou seja, escrevendo matematicamente que $(a + 10c) - (b + 10c) = a - b$. Portanto, ela explorou propriedades e relações que envolvem os números inteiros, decompondo o resultado em uma subtração entre dois números e percebendo a relação ao alterar os valores na casa das dezenas, característica presente no Pensamento Algébrico, sendo colocado por Blanton e Kaput (2005) na categoria A (explorando propriedades e relações de números inteiros). No final, a estudante conseguiu resolver o problema, chegando, finalmente, na resposta $98 - 81$ (**Figura 37**).

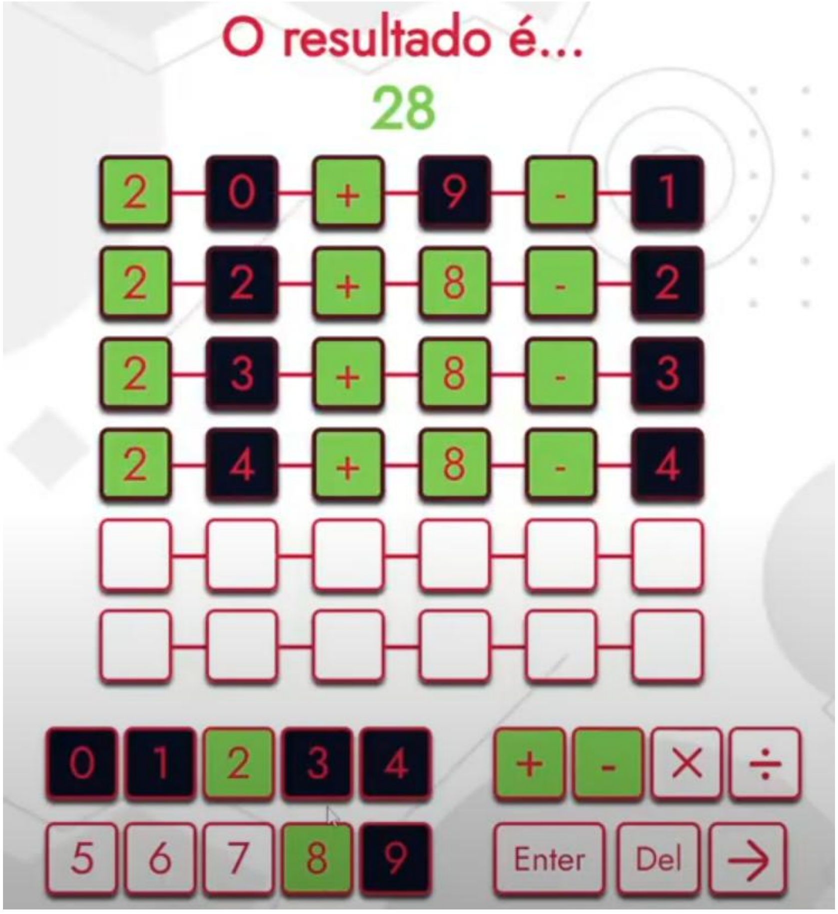
**Figura 37** – Situação do jogo Alice, parte 2.




**Fonte:** Autor, 2024.

Outro exemplo, similar ao que ocorreu nas atividades, apareceu para o estudante Carlos:

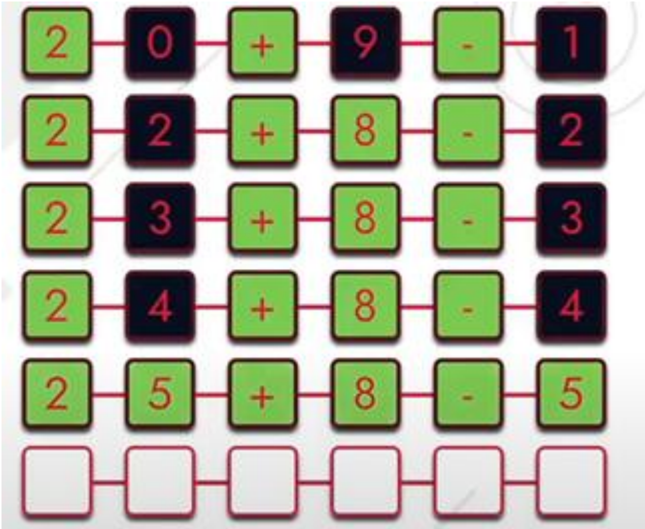
**Figura 38** – Situação do jogo Carlos, parte 1.




**Fonte:** Autor, 2024.

O raciocínio aplicado no desafio 3, de compreender que, para manter o resultado buscado, é necessário aumentar uma unidade em cada número, também foi necessário nessa situação, mas de forma mais complexa. Dessa forma, por ser necessária a compreensão da relação funcional desse padrão para a resolução de uma equação com uma variável, o aluno utilizou características do Pensamento Algébrico que estão presentes nas categorias A (explorando propriedades e relações de números inteiros), E (resolução de expressões com valores desconhecidos) e H (encontrar relações funcionais) de Blanton e Kaput (2005). A diferença, com relação ao desafio 3, está no fato de que o problema envolvia mais dígitos, o que poderia dificultar a percepção do padrão. No entanto, isso não reduziu a velocidade de resolução de Carlos, que, apesar da probabilidade de erro, conseguiu concluir o problema na tentativa seguinte, fazendo $25 + 8 - 5$.

**Figura 39** – Situação do jogo Carlos, parte 2.




**Fonte:** Autor, 2024.

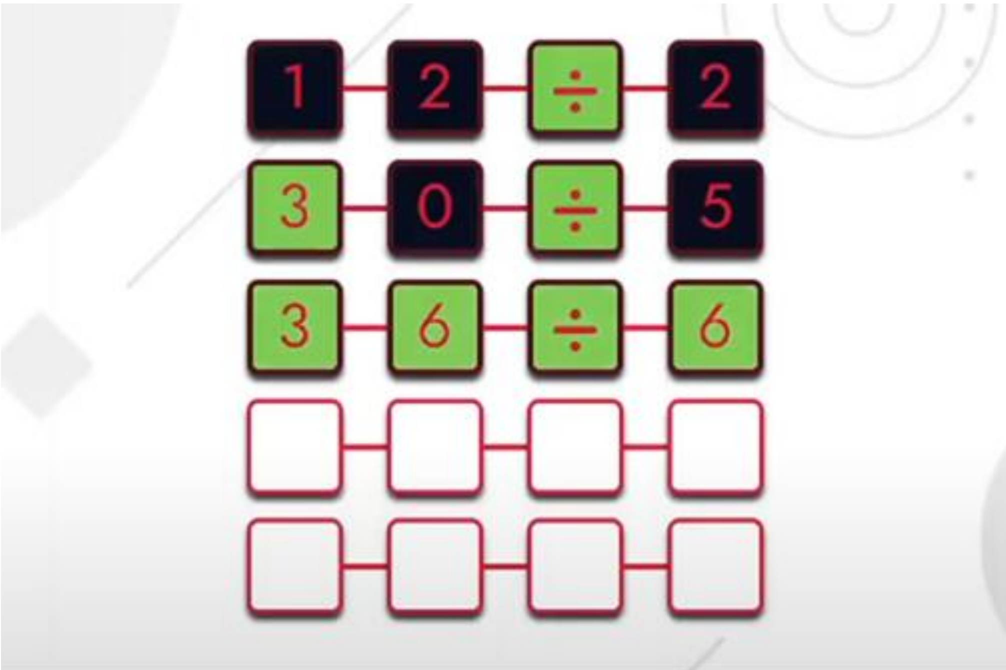
Continuando nas situações similares às atividades em sala, temos o caso da estudante Lili, que se deparou com a seguinte situação, ainda no nível 3:

**Figura 40** – Situação do jogo Lili, parte 1.


**Fonte:** Autor, 2024.

Podemos perceber a similaridade com o desafio 4, no entanto, uma versão um pouco mais fácil, tendo em vista que no desafio em sala estávamos no nível 4 e, portanto, tínhamos mais um quadrado para preencher a operação. No entanto, o raciocínio para desenvolver a questão é similar, tendo em vista que precisa compreender as possíveis divisões que resultam no número 6, ou seja, buscar os múltiplos de 6, ou ao supor valores para dividir, realizar a operação inversa para descobrir o primeiro número. De qualquer forma, está utilizando características importantes do Pensamento Algébrico descritas por Blanton e Kaput (2005), sendo listadas nas categorias C (explorando a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades), ao utilizar o sinal de igualdade não apenas como a busca por um resultado, e operar dos dois lados da igualdade, e também na categoria E (resolução de expressões com valores desconhecidos) por resolver expressões com números desconhecidos. Duas tentativas depois, a estudante chegou ao resultado correto.

**Figura 41** – Situação do jogo Lili, parte 2.




**Fonte:** Autor, 2024.

É importante ressaltar que a estudante compreendeu bem as regras do jogo, tendo em vista que, apenas analisando as possibilidades de divisão, seriam possíveis: $18 \div 3$, $24 \div 4$, $30 \div 5, 36 \div 6, 42 \div 7, 48 \div 8, 54 \div 9$. No entanto, como os números 1 e 2 foram excluídos das possibilidades, por causa da primeira tentativa, nos resta apenas $30 \div 5$, $36 \div 6$, $48 \div 8, 54 \div 9$. Ou seja, a estudante não tentou nenhuma expressão que, apesar de ter o resultado correto, não poderia ser a expressão correta.

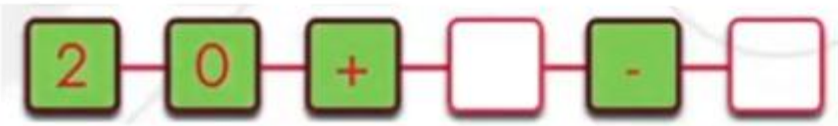
Uma situação muito interessante de ser analisada foi a do estudante Carlos, que precisou utilizar um raciocínio importante para resolver o seguinte problema no nível 5:

**Figura 42** – Situação do jogo2 Carlos, parte 1.


**Fonte:** Autor, 2024.

Para resolver esse problema, Carlos rapidamente percebeu que o primeiro número só poderia ser 20. Caso fosse um número diferente, somado a um número de um dígito e subtraído de outro número de um dígito, o menor valor possível seria $30 + 0 - 9 = 21$, o que torna impossível atingir o resultado de 13. Dessa forma, ele precisou ajustar sua estratégia para que a equação fosse resolvida corretamente, sendo necessário resolver:

**Figura 43** – Situação do jogo2 Carlos, parte 2.




**Fonte:** Autor, 2024.

Como o número 1 já foi descartado na primeira tentativa, a única solução viável para esse problema é a equação $20 + 2 - 9$. Qualquer número maior para o segundo termo, como $20 + 3$, exigiria a subtração de um número de dois dígitos, como 10 $(20 + 3 - 10)$, o que não seria possível, já que só há espaço para um único dígito na casa da subtração.

**Figura 44** – Situação do jogo2 Carlos, parte 3.


**Fonte:** Autor, 2024.

O estudante Carlos levou apenas 18 segundos, desde a primeira tentativa incorreta, para desenvolver o raciocínio necessário e encontrar a solução correta. A resolução desse problema está relacionada às categorias A (explorando propriedades e relações de números inteiros) e E (resolução de expressões com valores desconhecidos), de Blanton e Kaput (2005) pois exige a execução de operações matemáticas e a resolução de equações com variáveis desconhecidas. Foi essencial, por exemplo, questionar “quanto é necessário subtrair de 22 para obter o resultado 13?”, o que levou à conclusão de que o número 9 era a resposta certa.

## **5.4.** ANÁLISE DAS DERROTAS PELO ACESSO DO PROFESSOR

No capítulo 4.2 foi possível ver que ao acessar cada um dos perfis dos estudantes, existe a possibilidade de analisar especificamente as suas derrotas, tendo em vista a possibilidade de compreender quais são as dificuldades dos estudantes.

Ao realizar essa análise, tivemos 22 jogos que os estudantes utilizaram todas as linhas com expressões e mesmo assim não chegaram no resultado esperado. Desses 22 jogos, 4 foram erros no nível 1, 15 no nível 2 e 3 no nível 4. Além disso, desses mesmos 22 jogos, 20 são similares à situação do exemplo “impossível” (**Figura 16**). Ou seja, são jogos que, mesmo com compreensão das regras do jogo e cálculos matemáticos corretos, não é garantida a vitória.

Ao clicar na opção “histórico de derrotas” de um aluno em um determinado nível, irá aparecer a seguinte tela:

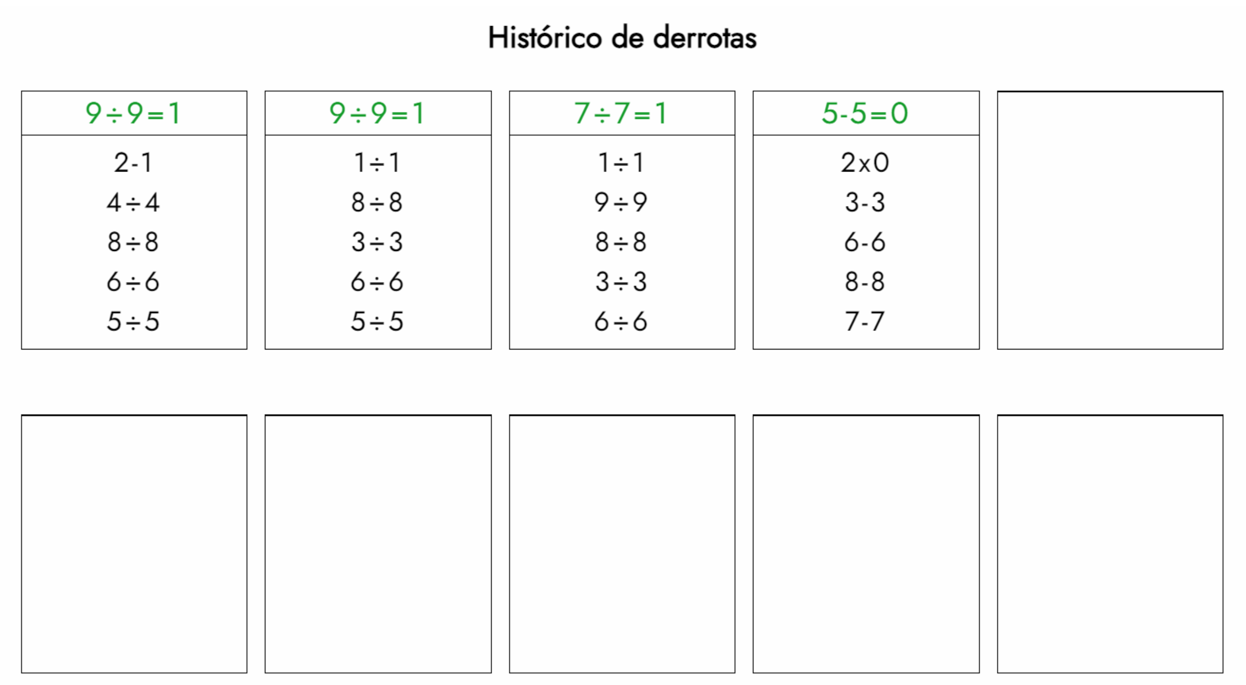
**Figura 45** – Tela “Histórico de derrotas”.


**Fonte:** Autor, 2024.

Cada retângulo na tela representa um jogo em que o estudante não conseguiu descobrir a expressão. A operação buscada está em verde, na parte superior de cada retângulo. As tentativas realizadas pelo estudante estão em preto. Apesar de aparecer apenas 10 retângulos, não são limitados apenas à 10 derrotas por nível, é possível visualizar todas as derrotas do jogador. Ao observar a primeira derrota, percebemos que a estudante Alice não havia compreendido inicialmente as regras do jogo, tendo em vista que, como pode ser visto na expressão verde, o operador correto é da divisão, no entanto, tentou três operações com o operador da adição, que após a primeira tentativa, estaria claro que não poderia pertencer à expressão correta. O mesmo ocorreu com o operador da subtração nas outras duas tentativas. Isso não se restringiu apenas aos operadores, os números também apresentam erros de compreensão das regras, tendo em vista que repetiu os números 0, 1 e 2 em todas as três últimas tentativas, após as duas primeiras excluírem a possibilidade do uso desses números. A observação dessa dificuldade após essa análise, pode auxiliar o professor a dar uma atenção ao estudante e explicar melhor as regras do jogo, caso ainda não tenha compreendido antes do outro encontro.

No entanto, a maioria dos erros foram relacionados aos desafios “impossíveis” (**Figura 16**), por exemplo, no caso da estudante Maria que teve 4 erros, como pode ser visto na imagem abaixo:

**Figura 46** – Tela “Histórico de derrotas” – Maria.




**Fonte:** Autor, 2024.

Nenhum dos erros acima apresenta problemas com relação às regras do jogo, tendo em vista que não repetiu nenhum operador ou número que estivesse incorreto. No entanto, como vimos na análise em sala, existem mais possibilidades de tentativas que linhas para obter a expressão desejada. É interessante perceber também que existem duas situações de desafios “impossíveis”, sendo elas a divisão de dois números iguais e a subtração de dois números iguais. Sendo a última realmente impossível de garantir a vitória, tendo em vista que não é possível realizar alguma operação diferente para utilizar dois números e diminuir as possibilidades de respostas, diferentemente da divisão de dois números iguais, como vimos no exemplo da **Figura 16**.

O jogo por gerar os desafios de forma aleatória, permite a possibilidade de acontecer essas situações. Isso só pode ocorrer nos níveis 1, 2 e 4, tendo em vista que os níveis 3 e 5 não permitem dois números iguais e um operador, pois tem um número par de quadrados. No nível 1 e 2 são mais recorrentes essa situação, pois são menos possibilidades de jogos, mas no nível 1, como já é dada alguma informação correta, é mais difícil se deparar com essa situação que no nível 2.

Apesar de ser possível excluir essa situação a partir da programação do jogo, isso impediria argumentos como os que ocorreram na análise da sala de aula e discussões como a divisão de dois números iguais sempre se igualarem a 1.

Um detalhe que pode ser percebido também nessa análise é que, excluindo essa situação, os estudantes sempre irão encontrar a expressão correta se compreenderem as regras do jogo, tendo em vista que o jogo não permite informar uma expressão que não resulta no número informado pelo jogo, impossibilitando tentativas com erros nas operações matemáticas.

## 6. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Nesta pesquisa, analisamos as potencialidades da utilização de um jogo digital para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental. Para isso, desenvolvemos o jogo digital *Odisseia Matemática* e organizamos os encontros realizados com os estudantes do 7º ano baseados nos sete momentos de jogo de Grando (2004) e nas características de Pensamento Algébrico de Blanton e Kaput (2005).

Foi possível perceber, no desenrolar das primeiras atividades, que os jogos, nesse caso específico os digitais, despertam o interesse dos estudantes com relação à diversão potencial envolvida, tendo em vista que a pesquisa foi realizada na turma de Grupo de Trabalho Diferenciado nomeado “Jogos Matemáticos”. Os estudantes, durante essa disciplina, tiveram contato com diversos jogos, não apenas o utilizado na pesquisa, portanto os estudantes, quando ingressaram na turma, já tinham a expectativa de jogos, mas também a consciência que envolveriam conceitos matemáticos.

A organização dos encontros realizados na pesquisa baseada nos momentos de jogo de Grando (2004) foram essenciais para compreensão das situações que os estudantes iram encontrar, desde a familiarização com o material e regras, até momentos de argumentação e reflexão advindos de discussões com os colegas e o pesquisador. Ressaltamos que os momentos de intervenção realizados pelo professor/pesquisador são importantes não só para a reflexão e argumentação dos estudantes, mas também para facilitar a conexão das jogadas com os conteúdos matemáticos abordados no jogo. O mesmo acontece com a atividade realizada na perspectiva da resolução de problemas que busca trabalhar situações específicas voltadas para o desenvolvimento da habilidade matemática, utilizando do jogo como suporte para construção do enunciado e buscando argumentações dos estudantes com relação às situações apresentadas, mas no caso da pesquisa em específico, trabalhando generalizações que são de grande importância para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Devido à organização, após a análise realizada, podemos perceber que o jogo *Odisseia Matemática* contribuiu para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico ao abordar, nas interações dos estudantes, as categorias A (Explorando propriedades e relações de números inteiros), B (Explorando propriedades de operações em números inteiros), C (Explorando a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades), D (Tratamento algébrico do número), E (Resolução de expressões com valores desconhecidos), H (Encontrar relações funcionais) e J (Identificando e descrevendo padrões numéricos e geométricos), propostas por Blanton e Kaput (2005).

Dessa forma, foram trabalhadas, durante a pesquisa, situações que envolvem o trabalho de expressões com valores desconhecidos representados simbolicamente. Quando nos referimos ao simbólico, não é necessariamente a uma expressão envolvendo uma variável $x$, mas também a expressões que o desconhecido pode ser representado a partir de outras linguagens. Portanto, os estudantes, de forma prévia ao conteúdo de resoluções de equações do primeiro grau, puderam trabalhar estratégias operacionais que poderão facilitar o processo de transição para a linguagem algébrica que envolvam algarismos alfanuméricos em expressões.

Além disso, em algumas situações que ocorreram no jogo, mas principalmente durante a atividade baseada na resolução de problemas com o jogo presente no enunciado (sexto momento de jogo de Grando (2004)), trabalhamos a habilidade de reconhecimento e generalização de padrões algébricos. Ressaltamos novamente a importância da intervenção do professor e da construção das atividades, tendo em vista que o jogo não delimita um caminho definido durante as jogadas. O estudante pode utilizar do que considerar melhor para ele no momento, ou até realizar a melhor jogada no momento, mas não a compreender por completo. O jogo constrói situações não definidas, aleatórias, o que significa que o jogo que um estudante enfrentar não acontecerá, necessariamente (principalmente nos níveis finais), com outro estudante. Assim, as intervenções realizadas e a atividade construída, permitem ao professor/pesquisador abordar situações e trazer reflexões que proporcionem ao estudante argumentar e construir generalizações que podem não ter surgido em outros momentos, mas que podem auxiliar nas estratégias para situações futuras. O registro dos estudantes, que apareceram principalmente durante a atividade de resolução de problemas é fundamental para perceber raciocínios que muitas vezes não são proferidos durante as jogadas, mas que podem ser analisados depois pelos registros.

É possível notar que não foram trabalhadas todas as características do Pensamento Algébrico descritas por Blanton e Kaput (2005). Isso não diminui as contribuições e potencialidades que o jogo *Odisseia Matemática* tem com relação ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico. A categoria M (Generalizando um processo matemático), por exemplo, necessita de uma generalização por meio de uma fórmula matemática. A pesquisa, no entanto, por ser realizada com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental que ainda não tiveram contato com uma linguagem algébrica mais formal, não teriam, ainda, a possibilidade de desenvolver uma fórmula para suas generalizações. É possível professores de outros anos escolares, ou a depender da característica da turma, adaptarem os problemas para uma abordagem que permita trabalhar menos com a parte das manipulações algébricas e mais com as generalizações com uma perspectiva algébrica rigorosa e utilizar uma linguagem algébrica mais adequada para o conhecimento dos estudantes. No entanto, o foco principal da pesquisa, que surgiu a partir das perguntas norteadoras iniciais, era no desenvolvimento do Pensamento Algébrico voltado mais para a linguagem algébrica e também abordar generalizações e padrões.

O jogo e as atividades de resolução de problemas apresentam situações que trabalham com as manipulações algébricas de forma contextualizada e sem utilizar do formalismo voltado para a fixação de fórmulas. Assim, os estudantes utilizam do seu raciocínio lógico e conhecimentos aritméticos para desenvolver estratégias com relação à resolução de equações sem seguir um método memorizado anteriormente. Ou seja, como os estudantes da pesquisa ainda não tinham visto aulas de resolução de equações do primeiro grau, não viram soluções que resolvemos por meio de contas em ambos os lados da igualdade, mais conhecidas como "passar para o outro lado". No entanto, em diversas situações apresentadas durante a pesquisa, os estudantes precisaram desenvolver e utilizar exatamente essa propriedade.

Portanto, evidenciamos a importância do trabalho voltado para o processo, em que os estudantes estão sempre sendo incentivados a explorar, descobrir e construir as fórmulas, proporcionando um ambiente de aprendizagem que não é apenas voltado para fixação de modelos. No entanto, o ambiente escolar é, em geral, punitivo em relação aos erros, onde os acertos são mais valorizados. Dessa forma, acreditamos que é essencial promover atividades pedagógicas, como jogos, que valorizem o processo e argumentação, diminuem a responsabilidade dos erros e ainda incentivem o desenvolvimento do raciocínio lógico, de outras habilidades matemáticas.

É necessário perceber que as contribuições que o jogo *Odisseia Matemática* pode trazer com relação ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico não estão atreladas apenas ao estudante jogar ou não. O modo que o professor utilizar o jogo, suas atividades e, principalmente, as mediações, impactam diretamente no resultado. O jogo não deve ser utilizado apenas por jogar, mas sim integrar outras ferramentas de ensino, necessitando um preparo prévio do professor às situações que podem aparecer no jogo e como utilizar dessas situações para promover um ambiente de discussões e reflexões, auxiliando os estudantes na construção e desenvolvimento dos conceitos trabalhados.

Entendemos as dificuldades da utilização de jogos, digitais ou não, em sala, seja com relação à resistência da instituição ou colegas que consideram os jogos não tão adequados ao ambiente. O cronograma também pode dificultar a abordagem de estratégias que consomem tempo para realização e atrair mais professores para aulas expositivas voltadas para fixação e memorização. Não é toda instituição que contém espaços e recursos para realização de atividades pedagógicas utilizando jogos, sendo outro dificultador com relação ao jogo utilizado na pesquisa, que por ser digital, necessita de computadores, acesso à internet e também do preparo do professor com relação ao uso das tecnologias. No entanto, as tecnologias digitais hoje são tão necessárias quanto o papel que utilizamos, portanto trazer ferramentas para sala de aula que conectam os estudantes com situações que atraem ludicamente, pode facilitar no processo de aprendizagem. É claro que o jogo *Odisseia Matemática* tem uma necessidade intrínseca ao funcionamento o digital, tendo em vista a necessidade do retorno das informações da expressão após uma jogada. Caso contrário, o professor teria que passar de aluno em aluno devolvendo o *feedback* que é instantâneo na plataforma.

Acreditamos que, com base nos dados obtidos, a presente pesquisa possa ser utilizada como suporte pelos professores, tendo em vista que delineamos possíveis intervenções pedagógicas e situações que possam surgir durante a prática pedagógica. O jogo construído durante a pesquisa e detalhadamente explicado anteriormente poderá contribuir, dessa forma, para a formação de novos estudantes por meio de um ambiente de aprendizagem mais interativo. Além disso, poderá servir como base para futuras pesquisas no campo da Educação Matemática, principalmente com relação a jogos matemáticos e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

O jogo foi realizado em uma única turma com oito estudantes, o que foge um pouco da realidade da maioria das salas de aula, falo também por experiência própria. No entanto, não me contentei em utilizar o jogo apenas na pesquisa aqui descrita, levando também para o colégio que atuo como professor. As cinco turmas que foram realizadas variam de 25 a 36 alunos. Para atender tantos estudantes na sala de informática, foi necessário que eles jogassem em duplas, que apesar de diferenciar da forma que a pesquisa foi trabalhada, não alterou a percepção dos benefícios que os jogos apresentaram para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Os estudantes em dupla facilitaram a escuta de raciocínios e discussões sobre possibilidades das jogadas, que no individual poderiam ter ficado apenas nas ideias. Outra situação diversa da utilização do jogo da pesquisa, surgiu em alguns momentos de sábados letivos, com presença menor dos estudantes, utilizei apenas um computador. Projetando o jogo no quadro branco, pedia sugestões de expressões para os alunos presentes em sala, que discutiam entre si para buscar um raciocínio sobre o número buscado. Concluo que a forma que utilizamos o jogo, com cada estudante em seu computador, não é obrigatória. A ferramenta pode ser variável a depender do contexto que a sala de aula necessitar no momento da atividade.

Encerro esta dissertação destacando a importância da formação continuada de professores, seja em alguma especialização, mestrado ou doutorado. O contato com os professores e colegas do PROMESTRE foi incomensurável. O mestrado, em apenas dois anos, transformou significativamente a minha carreira docente e oportunizou explorar trabalhos que contribuíram, não só como pesquisador para o trabalho em questão, mas também como professor que está diariamente em sala de aula e busca experiências que possam tornar a educação mais significativa para os estudantes.

## 7. REFERÊNCIAS

AVELAR, Iuly. *O uso do jogo digital "Batalha com Dados" na aprendizagem de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental.* Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, Belo Horizonte, MG. 2023, 282p.

BLANTON, Maria L.; KAPUT, James J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education*, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. Informática e educação matemática. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BORBA, M. de C.; SOUTO, D. L. P.; CANDEDO JUNIOR, N. da R. Canedo. *Vídeos na Educação Matemática*: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. (Tendências em educação matemática). 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2022

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. *Base Nacional Comum Curricular: educação é a base***.** 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª Séries) Matemática.* Vol. 3. Brasília, DF, 1997. 142 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Séries) Matemática*. Vol. 3. Brasília, DF, 1998. 142 p.

BROUGÈRE, Gilles. *Entrevista - o aprendizado do brincar.* São Paulo: ed. Nova Escola, 2009.

COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR. *Catálogo de Teses e Dissertações – CAPES*. Disponível em: https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/. Acesso em: 22 jan. 2025.

GRANDO, Regina. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.* Campinas, SP:[s.n.], 2000.

GRANDO, Regina. C. *O jogo e a matemática no contexto de sala de aula.* São Paulo: Paulus, 2004 (coleção pedagogia e educação)

GRANDO, Regina. C. *O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática***.** Campinas, SP,1995. 175p. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP

INSTITUTO BRASILEIRO DE INFORMAÇÃO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA. *Banco de Teses e Dissertações – BDTD*. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/. Acesso em: 22 jan. 2025.

KAPUT, James J. *Teaching and Learning a New Algebra with Understanding*. Dartmouth, Massachusetts: National Center, 1998.

KAPUT, James J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. KAPUT, D. CARRAHER, & M. BLANTON (Eds.), *Algebra in the Early Grades*. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008, p. 5-17.

KIERAN, Carolyn. Research on the learning and teaching of algebra: A broadening of sources of meaning. In: *Handbook of research on the psychology of mathematics education*. Brill, 2006. p. 11-49.

KISHIMOTO, Tizuko M. *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.* Cortez editora, 2017.

LINS, R. C. *A framework for understanding what algebraic thinking is*. Tese (Doctor of Philosophy) – School of Education, University of Nothingam, Nothingam, UK: 1992.

LINS, Romulo C; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas, SP: Papirus, 1997 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

LUVISON, Cidinéia da C.; GRANDO, Regina C. Leitura e escrita nas aulas de matemática: jogos e gêneros textuais. *Campinas, SP: Mercado de Letras*, 2018. (Coleção Educação Matemática)

MATTAR, João. *Games em Educação: como os nativos digitais aprendem.* São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2013

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM. Tradução portuguesa: Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Lisboa, APM, 2007

PEREIRA, Celia Alves. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações*. Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia*, v. 8, n. 17, 2017.

RADFORD, Luis. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective**.** In: *North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education – PME*. Bergen University College. v. 1, 2006.

RADFORD, Luis. Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Eds). *A global dialogue from multiple perspectives*. Editora Springer. Berlin, 2011

RADFORD, Luis. Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In: *Anais do Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.* Lyon – França, 2009. Disponível em:

ROMERO, Sandra Aparecida. Contribuições dos jogos eletrônicos na construção da linguagem algébrica. 2007.

SILVA, Carla Mariana Rocha Brittes da. *Jogos de cartas e resolução de problemas: uma proposta pedagógica com o 1° Ano do Ensino Fundamental***.** Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, Belo Horizonte, MG. 2021. 197 p.

SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria; MILANI, Estela. *Cadernos do Mathema: Ensino Fundamental: Jogos de Matemática de 6º a 9º ano*. Artmed Editora, 2007.

SOUZA, Geifferson; NETTO, Manoel; DE OLIVEIRA, Monica. *Professor Mediador da Aprendizagem por Meio da Comunicação Dialógica*. Revista UniAraguaia, Goiânia-GO, v.2, n.2, 2012. p.1-12.

# 8. APÊNDICES

## **APÊNDICE A** – TALE

**TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TALE**

Eu, André Sousa Braz de Araújo, estudante do curso do programa de Mestrado Profissional Educação e Docência, da Faculdade de Educação na UFMG, juntamente com o meu orientador Diogo Alves de Faria Reis, convidamos vocês para participar da pesquisa: "Jogos Matemáticos e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: Uma Análise das Potencialidades do Jogo Odisseia Matemática". O objetivo dessa pesquisa é investigar as potencialidades do jogo "Odisseia Matemática" no desenvolvimento do Pensamento Algébrico em estudantes do Ensino Fundamental. Jogo este que foi desenvolvido especificamente para a pesquisa.

Além disso, é importante ressaltar que esta pesquisa é parte integrante de uma pesquisa maior, intitulada "PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS" (CAAE: 68388123.0.0000.5149), coordenada pela professora Keli Cristina Conti (Telefone: 19 99178-5231).

Seus pais ou responsáveis permitiram que você participe.

Você só precisa participar da pesquisa se quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. A pesquisa será desenvolvida com você e com os colegas da sua turma que possuem a mesma faixa etária, entre 11-13 anos. Queremos saber como vocês aprendem Matemática na escola, mais especificamente no laboratório de informática e na sala de aula. Utilizando apenas os materiais que vocês já estão acostumados: materiais de papelaria (lápis, caneta, borracha), lousa, projetor e computador

A pesquisa será feita no *Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da Universidade Federal de Minas Gerais*, onde os estudantes participação de atividades na sala de aula, junto com o pesquisador, durante aproximadamente 1 hora e 30 minutos, uma vez por semana e teremos também a filmagem e tiraremos fotografias das atividades. Para isso, será usada uma câmera e a máquina fotográfica e elas são consideradas seguras, mas é possível ocorrer de você ficar inibido, então nós faremos as explicações e estaremos atentos para que todos fiquem à vontade, que possam se expressar ou não, ou para que possa mesmo não participar.

Caso aconteça algo errado, você pode nos procurar pelos telefones que tem no começo do texto, falar com sua professora ou com seus pais.

Mas há coisas boas que podem acontecer como ajudar a Escola e o Professor, e auxiliar o melhoramento do ensino da Matemática.

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros, que são coisas de adultos e nas dissertações dos pós-graduandos, mas sem identificar as crianças/estudantes que participaram.

**CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO**

Eu ________________________________________________________ aceito participar da pesquisa "PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS"
Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer.
Entendi que posso dizer "sim" e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer "não" e desistir e que ninguém vai ficar com raiva de mim.
Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis.
Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.
(    ) Aceito participar da pesquisa e permito a gravação de e o uso de imagens.
(    ) Aceito participar da pesquisa, mas não quero ter minha imagem gravada ou fotografada.

Cidade, ........ de ........................................... de ...............

______________________________________________________________

Assinatura por extenso do(a) participante

______________________________________________________________

Professor Diogo Alves de Faria Reis

Em caso de dúvidas quanto aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o:
Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal Minas Gerais
Av. Presidente Antônio Carlos, 6627, Pampulha - Belo Horizonte - MG - CEP 31270-901
Unidade Administrativa II - 2º Andar - Sala: 2005
Telefone: (031) 3409-4592 - E-mail: coep@prpq.ufmg.br

**APENDICE B** - TCLE

**TCLE - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO/PAIS OU RESPONSÁVEIS**
Senhor(a)

Pai ____________________________________________________________
Mãe ____________________________________________________________
Responsável ____________________________________________________

Eu, Diogo Alves de Faria Reis, juntamente com o professor André Sousa Braz de Araújo vimos solicitar sua autorização para que o estudante: _______________________________________
_______________________________________________________________________
possa participar da pesquisa: "Jogos Matemáticos e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: Uma Análise das Potencialidades do Jogo Odisseia Matemática" sob supervisão do professor Diogo Alves de Faria Reis. O objetivo dessa pesquisa é investigar as potencialidades do jogo "Odisseia Matemática" no desenvolvimento do Pensamento Algébrico em estudantes do Ensino Fundamental. Jogo este que foi desenvolvido especificamente para a pesquisa.

Além disso, é importante ressaltar que esta pesquisa é parte integrante de uma pesquisa maior, intitulada "PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS" (CAAE: 68388123.0.0000.5149), sob coordenação da professora Keli Cristina Conti. O objetivo dessa pesquisa é investigar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática na Escola Básica e a formação de professores

Nossas ações serão: observações e/ou participações durante o GTD de Jogos Matemáticos, de modo planejado em conjunto com a direção e os professores da Escola; poderemos filmar ou gravar em áudio estas aulas; faremos registros por escrito; em momentos específicos, pediremos a opinião dos estudantes sobre a própria aula, verificando suas aprendizagens e/ou dificuldades e/ou sugestões, podendo ser oralmente ou por escrito; se preciso, pediremos para que ele(ela) responda a um questionário e, havendo aceitação, ocupará no máximo um tempo de vinte minutos. As atividades terão duração máxima de 1h20, e ocorrerão uma vez por semana, durante cinco semanas.
Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os nomes dos estudantes, nem dos professores serão citados, os dados coletados serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações dos pós-graduandos. As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de dez(10) anos na Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais e destruídos em seguida, ficando sob a responsabilidade da pesquisadora principal. A identidade dos estudantes ficará preservada por meio do uso de um nome fictício e, em caso de uso da imagem, haverá uma

autorização específica para cada estudante. Nenhuma pessoa terá despesa com a pesquisa e nem receberá remuneração.

Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento você ou o estudante poderá pedir esclarecimentos sobre as atividades da pesquisa ou mesmo se recusar a continuar participando.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.
Caso você concorde em participar da pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento, que terá três vias, uma para você, uma para o professor e outra para a pesquisadora responsável.

_______________________________________

Diogo Alves de Faria Reis
Pesquisadora responsável

_______________________________________________

André Sousa Braz de Araújo
Pesquisador Corresponsável

Eu,__________________________________________________________________________,
RG _________________, declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, Diogo Alves de Faria Reis e Keli Cristina Conti, telefone (19) 99178-5231 e pelo professor(a) André Sousa Braz de Araújo, telefone (31) 994003322, e respondi positivamente à sua demanda de realizar a coleta de dados de sua pesquisa com a participação de meu(s) filho(as). Terei liberdade para manifestar minha adesão ou não ao projeto durante a pesquisa, sem qualquer prejuízo. Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me esclarecido(a). Assim sendo, concordo em participar da pesquisa, com meu consentimento livre e esclarecido.

_________________________, _______ de ____________________de 20__.

Declaro que concordo em participar desta pesquisa. Recebi uma via original deste termo de consentimento livre e esclarecido assinado por mim e pelo pesquisador, que me deu a oportunidade de ler e esclarecer todas as minhas dúvidas.
(   ) Declaro que permito a participação do meu filho(a) na pesquisa e permito que sua imagem seja utilizada para fins de pesquisa.
(   ) Declaro que permito a participação do meu filho(a) na pesquisa, mas não permito a utilização de sua imagem para fins de pesquisa.

_________________________________________________________________

Nome completo do participante

Data: ____________________

______________________________________________________________________
Assinatura do participante

Nome completo do pesquisador responsável: Diogo Alves de Faria Reis
Endereço: Av. Antônio Carlos, 6627 – Pampulha – Cep.: 31.270-901
Belo Horizonte – Minas Gerais
Telefones: (31)3409-5182
E-mail : diogofaria@gmail.com

______________________________________________________________________
Assinatura do pesquisador responsável
Data: _______________________

Em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, você poderá consultar:
COEP-UFMG – Comissão de Ética em Pesquisa da UFMG
Av. Pres Antônio Carlos, 6627 – Unidade Administrativa II – 2º andar – Sala 2005
Campus Pampulha. Belo Horizonte, MG – Brasil. CEP: 31270-901
E-mail: coep@prpq.ufmg.br Tel: 3409-4592

## **APÊNDICE C** – ATIVIDADES ODISSEIA MATEMÁTICA

Observe as situações do jogo "Odisseia Matemática" e descreva

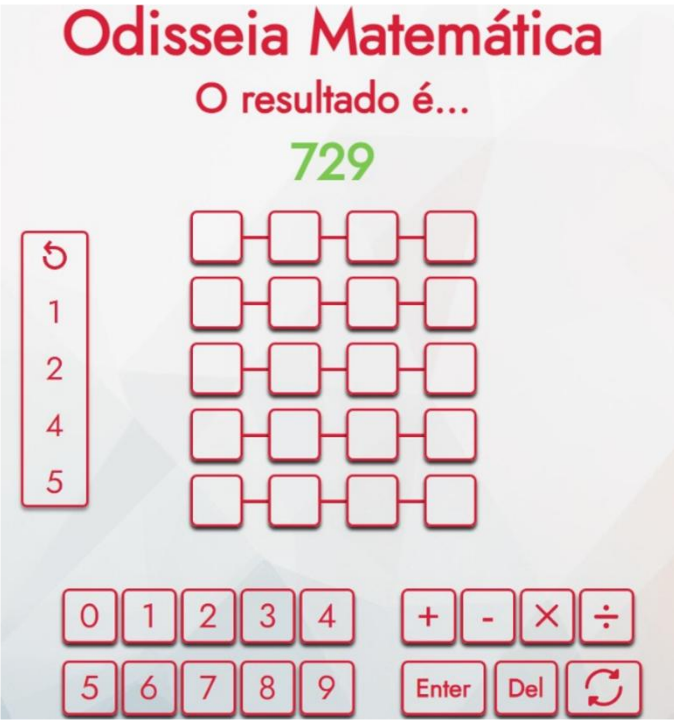
1) Qual é a resposta desse jogo?


2) Quais são as possibilidades de resposta? Você consegue perceber algum padrão dessas possibilidades?

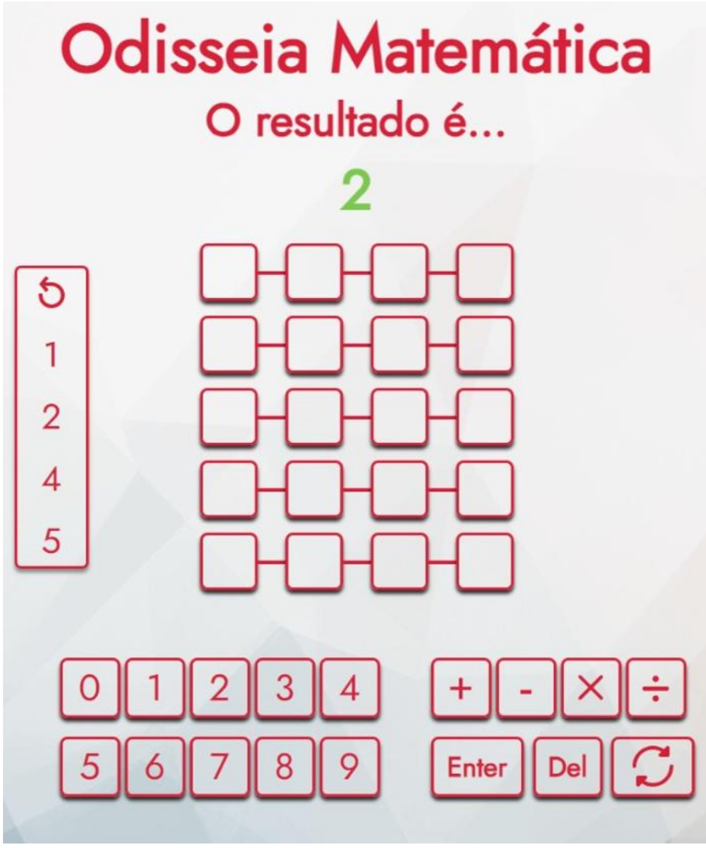
3) Quais são as possibilidades de resposta? Você consegue perceber algum padrão dessas possibilidades?


4) Quais são as possibilidades de resposta?

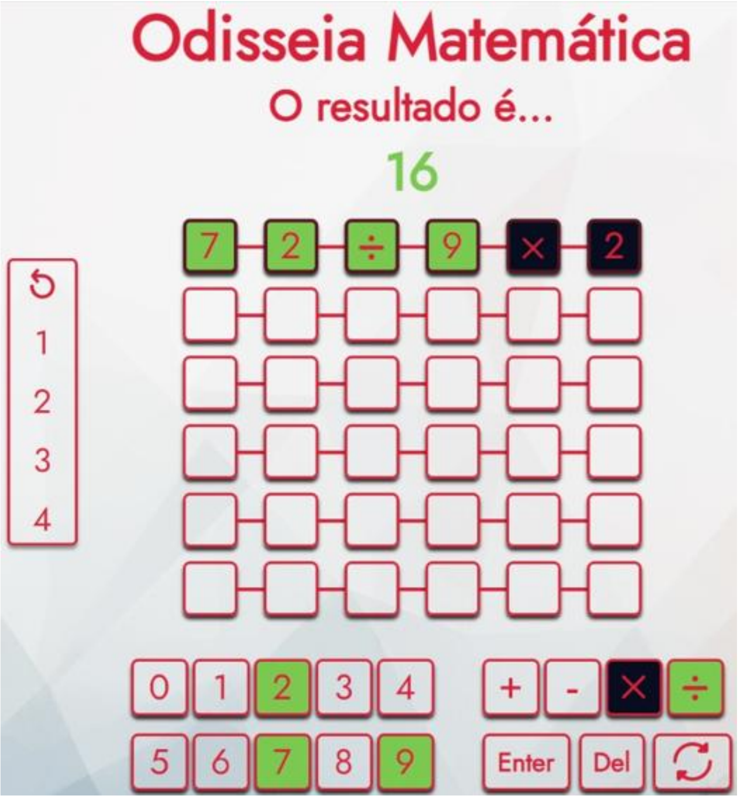
5) O que você pode afirmar sobre esse jogo? Existe alguma informação sobre os números/operadores que esse resultado te dá?




6) O que você pode afirmar sobre esse jogo? Existe alguma informação sobre os números/operadores que esse resultado te dá?



7) Qual é a resposta desse jogo?




8) Qual é a resposta desse jogo?