

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Érico Emmanuel de Barros Mendes

**MODELAGEM HÍBRIDA DE TRANSFORMADORES INCLUINDO EFEITOS
RESSONANTES E NÃO LINEARES**

Belo Horizonte

2025

Érico Emmanuel de Barros Mendes

**MODELAGEM HÍBRIDA DE TRANSFORMADORES INCLUINDO EFEITOS
RESSONANTES E NÃO LINEARES**

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Alberto Resende De Conti, Dr.

Belo Horizonte

2025

M538m	Mendes, Érico Emmanuel de Barros. Modelagem híbrida de transformadores incluindo efeitos ressonantes e não lineares [recurso eletrônico] / Érico Emmanuel de Barros Mendes. – 2025. 1 recurso online (114 f. : il., color.) : pdf. Orientador: Alberto Resende De Conti. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia. Inclui bibliografia. 1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Transformadores de correntes elétricas – Teses. 3. Modelagem computacional – Teses. 4. Simulações (Computadores digitais) – Teses. I. De Conti, Alberto Resende. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título. CDU: 621.3(043)
-------	---



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
COLEGIADO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM Engenharia Elétrica

FOLHA DE APROVAÇÃO

"Modelagem Híbrida de Transformadores Incluindo Efeitos Ressonantes e Não-lineares"

Érico Emmanuel de Barros Mendes

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 18 de julho de 2025.

Por:

Prof. Dr. Alberto Resende De Conti
DEE (UFMG) - Orientador

Prof. Dr. Thales Alexandre Carvalho Maia
(UFMG)

Prof. Dr. João Ricardo da Mata Soares de Souza
(UFMG)



Documento assinado eletronicamente por **Alberto Resende de Conti, Professor do Magistério Superior**, em 18/07/2025, às 16:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Thales Alexandre Carvalho Maia, Professor do Magistério Superior**, em 18/07/2025, às 16:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **João Ricardo da Mata Soares de Souza, Professor do Magistério Superior**, em 18/07/2025, às 16:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4380174** e o código CRC **862EE616**.

Referência: Processo nº 23072.243312/2025-24

SEI nº 4380174

*“Um filósofo é, portanto, alguém que
reconhece que há muitas coisas que
não entende. E isso aflige-o.
Deste ponto de vista,
é porém mais sábio que todos os que
se gabam do seu pretenso saber.”*

O Mundo de Sofia, de Jostein Gaarder

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo milagre da vida e por renovar a minha fé em Sua transcendência, inspirando-me a perseverar diante dos desafios.

Nesta página, tenho a difícil tarefa de expressar minha gratidão às pessoas que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Primeiramente, deixo meus sinceros agradecimentos ao meu orientador e professor Alberto Resende De Conti pelos ensinamentos, pela confiança, paciência e generosidade, desde o período em que fui seu aluno em disciplina isolada até todo o decorrer do mestrado. Levo comigo não apenas o conhecimento técnico que tive a oportunidade de desenvolver sob sua orientação, mas, de forma ainda mais marcante, os exemplos de profissionalismo, liderança, competência e empatia. Muito obrigado.

Aos colegas Ana Clara, Marcello Henrique e Pedro Henrique pelo auxílio na realização dos experimentos em laboratório, que foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço, também, a todos os professores com os quais tive a oportunidade de aprender um pouco sobre suas áreas de conhecimento e suas perspectivas na solução de diversos problemas da engenharia elétrica. Agradeço aos membros da banca, professores Thales e João Ricardo, pelas valiosas contribuições e pelo tempo dedicado à avaliação deste trabalho.

Agradeço aos meus filhos Izabella, Matheus e Igor, pela inspiração constante em minha busca por me tornar um pai e uma pessoa melhor. Aos meus pais, Maria Aparecida e Walter Carlos, pelo apoio incondicional ao longo da minha trajetória de desenvolvimento pessoal e profissional. Aos meus irmãos, Lázaro e Carina, que sempre me apoiaram e incentivaram durante este processo de crescimento profissional. Aos meus familiares e amigos, que em algum momento compartilharam palavras de incentivo e apoio.

Um agradecimento especial à minha esposa, Fabiane, por sempre me inspirar e apoiar durante todo este período. Muitas vezes abriu mão de suas próprias preferências para estar ao meu lado em finais de semana e feriados, enquanto eu trabalhava para superar os desafios na busca por este conhecimento. Muito obrigado pelo carinho, dedicação e companheirismo.

Resumo

A modelagem computacional de transformadores para estudos de transitórios eletromagnéticos permanece um desafio, dada a necessidade de representar simultaneamente fenômenos de naturezas distintas, como por exemplo, os efeitos ressonantes em altas frequências, decorrentes das capacitâncias parasitas, e os efeitos não lineares em baixas frequências, associados à saturação do núcleo ferromagnético. Modelos convencionais geralmente se restringem a uma faixa de frequência específica, limitando a análise integrada de diferentes eventos transitórios. Este trabalho tem como objetivo geral implementar e validar um modelo híbrido de um transformador monofásico capaz de representar, de forma integrada, ambos os efeitos, tornando-o aplicável a simulações em uma ampla faixa de frequências (10 Hz a 10 MHz). Para isso, foi adotada uma abordagem modular implementada no software *Alternative Transients Program* (ATP), que combina um modelo para as altas frequências (circuito RLCG equivalente) com um modelo matricial (BCTRAN) acoplado a um indutor não linear (*Type 98*) para representar fenômenos de baixas frequências e saturação. A parametrização do módulo de alta frequência foi realizada a partir de medições de resposta em frequência (matriz de admitâncias) de um transformador de bancada que foram utilizadas para aproximar funções racionais no domínio frequência, por meio da técnica de Ajuste Vetorial (*Vector Fitting*), resultando em um modelo de circuito equivalente RLCG. O módulo de baixa frequência utilizou dados de ensaios de curto-circuito e a vazio. A integração entre os módulos foi feita por meio de filtros e superposição de sinais.

A validação, por meio da comparação com ensaios laboratoriais de tensões transferidas e energização, demonstrou que o modelo híbrido reproduziu com excelente concordância as tensões transferidas e os efeitos ressonantes sob excitação impulsiva. Nos ensaios de energização, o modelo representou adequadamente a dinâmica da corrente de *inrush*, embora com alguns erros para os valores de pico. Os resultados confirmam o potencial da metodologia para a análise de transitórios em transformadores, oferecendo uma ferramenta acessível para simulações que demandem resposta em amplo espectro de frequências, incluindo efeitos não lineares.

Palavras-chave: transformadores; modelagem híbrida; modelo BCTRAN; saturação do núcleo; modelos de banda larga.

Abstract

The computational modeling of transformers for electromagnetic transients (EMT) studies remains a significant challenge, given the need to simultaneously represent phenomena of distinct natures, such as resonant effects at high frequencies, arising from stray capacitances, and non-linear effects at low frequencies, associated with ferromagnetic core saturation. Conventional models are generally restricted to a specific frequency range, which limits the integrated analysis of different transient events. The main objective of this work is to implement and validate a hybrid model of a single-phase transformer capable of representing both effects in an integrated manner, making it applicable for simulations over a wide frequency range (10 Hz to 10 MHz). To this end, a modular approach was adopted and implemented in the *Alternative Transients Program* (ATP) software. This approach combines a high-frequency model (an equivalent RLCG circuit) with a matrix-based model (BCTRAN) coupled with a non-linear inductor (*Type 98*) to represent low-frequency and saturation phenomena. The high-frequency module was parameterized based on frequency response measurements (admittance matrix) of a laboratory transformer. These measurements were used to approximate rational functions in the frequency domain via the *Vector Fitting* technique, resulting in an equivalent RLCG circuit model. The low-frequency module was parameterized using data from standard short-circuit and no-load tests. Integration between the modules was achieved through filters and signal superposition.

Validation, conducted by comparing simulation results with laboratory tests of transferred voltage and energization, demonstrated that the hybrid model reproduced the transferred voltages and resonant effects under impulse excitation with excellent agreement. In the energization tests, the model adequately represented the dynamics of the *inrush* current, although with some discrepancies in its peak values. The results confirm the potential of this methodology for the analysis of transformer transients, offering an accessible tool for simulations that require a wideband frequency response, including non-linear effects.

Keywords: transformers; hybrid modelling; BCTRAN model; core saturation; wideband models.

Lista de Figuras

Figura 2.1:	Modelo por circuito equivalente, tipo T , para transformador com dois enrolamentos	24
Figura 2.2:	Modelo matricial básico para um transformador com dois enrolamentos, com núcleo conectado externamente.	25
Figura 2.3:	Modelo Matricial de Transformadores	26
Figura 2.4:	Curva de magnetização	28
Figura 2.5:	Saturação do núcleo magnético	30
Figura 2.6:	Modelo Híbrido de Mork et al.	33
Figura 2.7:	Circuito equivalente do núcleo de Mork et al.	33
Figura 2.8:	Diagrama unifilar de um modelo π -equivalente de Morched et al.	36
Figura 2.9:	Rede RLC equivalente de Morched et al.	36
Figura 2.10:	Modelo Terminal para Transformadores	37
Figura 2.11:	Medição dos elementos da matriz Y	39
Figura 2.12:	Enrolamento L curto-circuitado	41
Figura 2.13:	Enrolamento H curto-circuitado	41
Figura 2.14:	Enrolamento L aberto	42
Figura 2.15:	Casualidade de $\mathbf{H}(s)$	46
Figura 2.16:	Equivalente de Norton	50
Figura 2.17:	Equivalente RLCG	51
Figura 2.18:	Topologia do Modelo Híbrido	54
Figura 2.19:	Topologia do Modelo Híbrido	55
Figura 2.20:	Diagrama Conceitual do Modelo Híbrido de Sima et al.	57
Figura 2.21:	Topologias do Modelo Híbrido Inversível de Sima et al.	57
Figura 3.1:	Transformador monofásico com derivação central no secundário	60
Figura 3.2:	Diagrama Conceitual do Modelo Híbrido	62
Figura 3.3:	<i>Matrix Fitting Toolbox</i>	66

Figura 3.4:	Ajuste vetorial dos elementos próprios (y_{11} e y_{22}) e mútuos (y_{12} e y_{21}) da matriz $\mathbf{Y}$. Curva sólida, na cor preta: respostas em frequência medidas. Curvas vermelhas tracejadas: respostas ajustadas.	67
Figura 3.5:	Autovalores da $G_{\text{aproximada}}$	68
Figura 3.6:	Ajuste vetorial após passividade forçada (elementos próprios (y_{11} e y_{22}) e mútuos (y_{12} e y_{21})). Curva sólida, na cor preta: respostas em frequência medidas. Curvas vermelhas tracejadas: respostas ajustadas.	68
Figura 3.7:	Relação de Transformação t_{21}	69
Figura 3.8:	Núcleo Magnético-Vista de corte	72
Figura 3.9:	Modelo de saturação com representação gráfica e analítica. . . .	72
Figura 3.10:	Ensaio de curto-circuito	74
Figura 3.11:	Curvas da saturação do núcleo: (a) Ensaio de excitação $V(\%)$ - $i(\%)$; (b) Pontos λ - i obtidos da rotina SATURA	76
Figura 3.12:	Curva segmentada da saturação do núcleo	77
Figura 3.13:	(a) Filtro passa-baixas para módulo de altas frequências; (b) Filtro passa-baixas para módulo de baixas frequências	78
Figura 3.14:	Topologia do método de extração de sinais:filtros passa-baixas .	79
Figura 3.15:	Implementação do Modelo Híbrido no ATP	79
Figura 4.1:	Degrau de tensão do gerador de sinais a vazio (medido)	84
Figura 4.2:	Tensão no terminal 1 medida (linha preta) e calculada (linha vermelha tracejada)	85
Figura 4.3:	Tensão no terminal 2 medida (linha preta) e calculada (linha vermelha tracejada)	85
Figura 4.4:	Tensão transferida calculada para o terminal 2, considerando o terminal 3 em aberto: com carga de $4,70 \Omega$ (Figura (a)), com carga de 470Ω (Figura (b)).	86
Figura 4.5:	Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de <i>inrush</i> medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))	87

Figura 4.6:	Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de <i>inrush</i> medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))	88
Figura 4.7:	Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de <i>inrush</i> medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))	89
Figura 4.8:	Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de <i>inrush</i> medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))	90
Figura 4.9:	Tensão no terminal 1 medida (linha preta), Resposta do Modelo Híbrido(linha vermelha tracejada) e Resposta do Modelo Caixa Preta (linha azul tracejada)	91
Figura 4.10:	Tensão transferida para o terminal 2 medida (linha preta), Resposta do Modelo Híbrido(linha vermelha tracejada) e Resposta do Modelo Caixa Preta (linha azul tracejada)	92
Figura 4.11:	Tensão transferida calculada para o terminal 2, considerando o terminal 3 em aberto: com carga de $4,70\ \Omega$ (Figura (a)), com carga de $470\ \Omega$ (Figura (b))).	93
Figura 4.12:	Tensão senoidal medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de <i>inrush</i> medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))	95
Figura 4.13:	Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de <i>inrush</i> medida (linha preta sólida) calculada do modelo híbrido (linha vermelha tracejada), (Figura (b))	96
Figura 4.14:	Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de <i>inrush</i> medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))	97

Figura 4.15: Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de <i>inrush</i> medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))	98
---	----

Lista de Tabelas

Tabela 1.1:	Classificação por faixas de frequências proposta pelo CIGRÉ 33-02 (1990).	17
Tabela 2.1:	Relevância dos parâmetros do transformador por faixa de frequência (Adaptado de Mork et al. (2007))	22
Tabela 3.1:	Dados de curto-circuito entre terminais	75
Tabela 3.2:	Dados do ensaio da corrente de excitação e pontos $\lambda-i$	75
Tabela 3.3:	Parâmetros segmentados da curva de magnetização	76
Tabela 3.4:	Parâmetros dos Filtros passa-baixas	79

SUMÁRIO

1	Introdução	16
1.1	Relevância e Motivação	16
1.2	Objetivo Geral	18
1.3	Objetivos Específicos	19
1.4	Metodologia	20
1.5	Organização do texto	20
2	Revisão bibliográfica	22
2.1	Introdução	22
2.2	Modelos por Circuito Equivalente	23
2.3	Modelos Matriciais para Baixas Frequências	24
2.3.1	Representação Matricial	25
2.3.2	Representação do Ramo de Magnetização	28
2.3.3	Modelo no Domínio do Tempo	31
2.4	Modelos Topológicos	32
2.5	Modelos de Altas Frequências	35
2.5.1	Representação Matricial das Impedâncias	38
2.5.2	Representação Matricial das Admitâncias	38
2.5.3	Considerações sobre Medições	42
2.5.4	Ajuste Vetorial- <i>Vector Fitting</i>	43
2.5.5	Considerações sobre Causalidade, Estabilidade e Passividade . .	45
2.5.6	Modelo no Domínio do Tempo	49
2.6	Modelos Híbridos	52
2.7	Considerações finais	58
3	Modelagem Híbrida de um Transformador Monofásico	60
3.1	Introdução	60
3.2	Topologia do Modelo Híbrido	61
3.3	Módulo de Altas Frequências	62
3.3.1	Sistema de Medição e Ensaio	64

3.3.2	Ajustes e Parâmetros do Modelo Banda Larga	65
3.3.3	Análise de resultados	66
3.4	Módulo para Baixas Frequências	69
3.4.1	Modelo Matricial para Transformador Monofásico de 3 enla- mentos	69
3.4.2	Modelo do Ramo de Magnetização não linear	71
3.4.3	Sistema de Medição e Ensaio	73
3.4.4	Medição da impedância de curto-circuito	74
3.4.5	Levantamento da curva de saturação e indutância em núcleo de ar do enrolamento	75
3.4.6	Análise de resultados	77
3.5	Topologia do Método de Extração de Sinais	78
3.6	Implementação do Modelo Híbrido no <i>ATPDraw</i>	79
3.7	Considerações finais	80
4	Validação do Modelo Híbrido no Domínio do Tempo	83
4.1	Simulações do Domínio do Tempo	83
4.1.1	Modelo caixa preta Banda Larga	83
4.1.2	Modelo Matricial- <i>BCTRAN</i>	86
4.1.3	Modelo Híbrido	90
4.1.4	Análise de Resultados	98
4.2	Considerações Finais	99
5	Conclusão e Propostas de Continuidade	101
5.1	Conclusões	101
5.2	Produção Bibliográfica	102
5.3	Propostas de Continuidade	102
	Referências Bibliográficas	104
	Apêndice	109
A	Parâmetros do Modelo Caixa Preta do Transformador de Monofásico implementado no ATP	109
B	Parâmetros do Modelo <i>BCTRAN</i> e do indutor não linear <i>Type 98</i> imple- mentados no ATP	112

B.1	Matriz de susceptâncias $\mathbf{A}$ e Matriz de perdas em cargas dos enrolamentos $\mathbf{R}$	112
B.2	Pares de $\lambda - i$ inseridos no componente indutor não linear <i>Type</i> 98 implementado no ATP	113

Introdução

1.1 Relevância e Motivação

Os transformadores permanecem como componentes essenciais em subestações de transformação, sistemas de transmissão e distribuição de energia elétrica, mesmo com seu princípio de funcionamento consolidado há mais de um século. A falha desses equipamentos pode ocasionar significativas perdas econômicas, especialmente quando há interrupções operacionais decorrentes de fenômenos eletromagnéticos indesejados. Diante disso, os transformadores devem ser construídos de forma a suportar adequadamente os esforços eletromagnéticos e mecânicos aos quais estarão sujeitos durante suas operações [1].

Os transformadores estão sujeitos a diversos fenômenos eletromagnéticos transitórios, em uma ampla faixa de frequência. Em baixas frequências, que variam de algumas unidades de Hertz (Hz) até poucos quilohertz (kHz), destacam-se a corrente de energização (*inrush current*) e a ferroressonância, ambos fortemente influenciados pela não linearidade do núcleo ferromagnético (saturação, histerese e perdas no ferro). Esses fenômenos podem provocar desde atuações indevidas dos sistemas de proteção e esforços eletromecânicos nos enrolamentos, devido às elevadas correntes de energização, até danos severos ao isolamento do transformador, em função de sobretensões causadas por ferroressonância.

Em altas frequências, que compreendem a faixa de dezenas de quilohertz (kHz) a centenas de megahertz (MHz), o transformador apresenta comportamento ressonante causado pelo efeito de capacitâncias parasitas intrínsecas à sua construção. A resposta ressonante ocasiona sobretensões críticas impostas ao sistema de isolamento dos transformadores, sejam estas originadas por manobras de chaveamento ou descargas atmosféricas. Esses fenômenos compreendem transitórios de frente lenta, nos quais os efeitos do núcleo são predominantes, até transitórios de frente rápida e muito rápida, nos quais o acoplamento capacitivo torna-se dominante. A Tabela 1.1 apresenta uma classificação dos eventos transitórios quanto à faixa de frequências, com o objetivo de

subsidiar o processo de modelagem dos componentes das redes elétricas, incluindo os transformadores [2].

Tabela 1.1: Classificação por faixas de frequências proposta pelo CIGRÉ 33-02 (1990).

Grupo	Faixa de Frequência	Característica no Domínio do Tempo	Representação Válida Para
I	0,1 Hz a 3 kHz	Oscilações de baixa frequência	Sobretensões temporárias
II	50/60 Hz a 20 kHz	Surtos de frente lenta	Sobretensões de manobra
III	10 kHz a 3 MHz	Surtos de frente rápida	Sobretensões devidas a surtos atmosféricos
IV	100 kHz a 50 MHz	Surtos de frente muito rápida	Sobretensões por reacionamento

A modelagem computacional de transformadores para a análise de fenômenos transitórios permanece um desafio significativo. Este desafio decorre principalmente de duas características intrínsecas: primeiramente, a resposta ressonante em altas frequências, resultante da ação de capacitâncias parasitas, que contrasta com seu comportamento predominantemente indutivo em regime nominal [3], [4], [5], [6]. Em segundo lugar, a não linearidade do núcleo, cujo comportamento é essencial para a correta representação de correntes de energização [3]. Diferentes técnicas de modelagem têm sido aplicadas a transformadores para estudos em amplo espectro de frequências, adotando abordagens específicas para representar cada uma dessas características. Modelos baseados em informações detalhadas da construção, tais como a geometria do núcleo e dos enrolamentos e as propriedades dos materiais, são utilizados principalmente por fabricantes. Esses modelos, conhecidos como modelos caixa branca, permitem estudar as solicitações internas nos enrolamentos com elevada precisão, para uma terminada faixa de frequências. De maneira alternativa, modelos baseados na identificação de circuitos equivalentes a partir de medições nos terminais dos transformadores, denominados modelos caixa preta, são amplamente empregados em aplicações onde o acesso a dados construtivos é restrito e na representação de fenômenos de altas frequências [4]. Há ainda os modelos caixa cinza, que combinam informações parciais da construção com resultados experimentais, situando-se entre os modelos caixa branca e caixa preta, aplicados na representação da resposta do transformadores para fenômenos de baixa frequência até alguns poucos kHz [7].

Apesar de os modelos desenvolvidos com as técnicas citadas serem capazes de apresentar comportamento satisfatório nas aplicações a que são direcionados, eles representam apenas os fenômenos classificados em uma determinada faixa de frequências

e, ainda assim, dependendo da análise de interesse, os efeitos não lineares podem não ser contemplados. Diante destas limitações, técnicas de modelagens híbridas têm sido desenvolvidas com o objetivo de incluir em suas representações os efeitos ressonantes e não lineares, [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15].

Este trabalho concentra-se na implementação e validação de um modelo híbrido para transformadores, voltado à representação conjunta dos fenômenos de alta e baixa frequência em estudos de transitórios eletromagnéticos. O modelo híbrido adota uma abordagem modular que combina um modelo caixa preta e um modelo matricial associado a um indutor não linear. O modelo caixa preta constitui um módulo para representar os transitórios de altas frequências, enquanto o módulo formado pelo modelo matricial e o indutor não linear, caracteriza o efeito não linear da saturação do núcleo em baixas frequências. Estes módulos são integrados por meio de filtros que realizam a separação espectral do sinal de entrada do modelo. O sinal de resposta do modelo híbrido é composto pelo princípio da superposição do sinal das saídas dos módulos de altas frequência (caixa preta) e baixas frequências.

A implementação do modelo híbrido é realizada na plataforma *Alternative Transients Program* (ATP). O módulo de altas frequências implementado através de um circuito RLCG e o módulo de baixas frequências por meio da rotina BCTRAN com o modelo do indutor não linear *Type 98*. A filtragem é realizada por filtros do tipo RC de primeira ordem e a integração dos módulos realizada através de rotinas TACS (*Time-Domain Analysis of Control Systems*).

O modelo é validado por avaliação experimental que incluiu ensaios com aplicação de tensões impulsivas na forma de degrau, para avaliação de tensões transferidas, e ensaios de energização, através de tensões senoidais, em 60 Hz, para avaliação da corrente de energização (*inrush*). Os resultados obtidos evidenciam o potencial da metodologia adotada para simulações de transitórios em sistemas elétricos, especialmente na representação de fenômenos envolvendo uma ampla faixa de frequências.

1.2 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo geral implementar e validar um modelo híbrido de um transformador monofásico que seja capaz de representar, de forma integrada, os efeitos ressonantes em alta frequência e os efeitos não lineares decorrentes da saturação do núcleo, se tornando aplicável a simulações de transitórios eletromagnéticos em uma

ampla faixa de frequências.

1.3 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos são propostos:

- Realizar uma revisão bibliográfica sobre as técnicas de modelagem de transformadores, com foco em modelos híbridos, modelos caixa preta para altas frequências e modelos matriciais para baixas frequências, incluindo a representação da não linearidade do núcleo.
- Aplicar uma estratégia de modelagem disponível na literatura para implementar um modelo de transformador que combina um módulo de altas frequências (modelo caixa preta baseado em medições de admitância e ajuste vetorial) e um módulo de baixas frequências (modelo matricial associado a uma indutância não linear para representar a saturação do núcleo).
- Detalhar o método de integração dos módulos de alta e baixa frequência por meio de filtros de extração de sinais.
- Obter os parâmetros para ambos os módulos do modelo híbrido para um transformador monofásico por meio de ensaios laboratoriais, incluindo medições de resposta em frequência (FRA - *Frequency Response Analysis*) para o módulo de altas frequências, e ensaios de curto-circuito e a vazio para o módulo de baixas frequências, bem como a caracterização da saturação.
- Implementar o modelo híbrido completo em um programa de simulação de transitórios eletromagnéticos (ATP).
- Validar o modelo híbrido implementado por meio da comparação de suas respostas no domínio do tempo com resultados experimentais obtidos em laboratório para diferentes cenários, incluindo a aplicação de degrau de tensão (para análise de efeitos ressonantes em alta frequência) e ensaios de energização (para análise da corrente de inrush e efeitos de saturação em baixa frequência).

1.4 Metodologia

Para modelar um transformador monofásico considerando os efeitos em ampla faixa de frequências e a não linearidade do núcleo, a metodologia foi constituída pelas etapas descritas a seguir.

Primeiramente, para representar o comportamento em altas frequências, foi desenvolvido um modelo caixa preta. Este modelo baseou-se na medição da matriz de admitâncias (Y) do transformador (10 Hz a 10 MHz), com posterior correção utilizando a relação de transformação de tensão. Os dados medidos foram então processados pela técnica de ajuste vetorial (*Vector Fitting*) para se obter um modelo matemático racional (polos e resíduos). A estabilidade e a passividade deste modelo foram asseguradas, e o modelo foi convertido em um circuito RLCG equivalente para uso no programa *ATP*.

Em paralelo, para as baixas frequências e os efeitos não lineares, foi empregado um módulo composto por um modelo matricial (BCTRAN no *ATP*) e uma indutância não linear (*Type 98* no *ATP*). O modelo matricial foi parametrizado com dados de ensaios de curto-circuito. A indutância não linear, representando a saturação do núcleo, foi caracterizada a partir de dados do ensaio a vazio e do cálculo da indutância de núcleo de ar, com os pares fluxo-corrente determinados pela rotina *SATURA* do *ATP*.

A integração entre os módulos de alta e baixa frequência foi realizada associando filtros que separam as componentes de frequência do sinal de entrada, direcionando-as aos respectivos módulos. As frequências de corte dos filtros foram determinadas analisando as frequências de ressonâncias pronunciadas, para relação de transformação do transformador na faixa de 10 Hz a 10 MHz. A resposta total do modelo híbrido foi obtida pela superposição das respostas de cada módulo, com a implementação completa realizada no software *ATPDraw*, incluindo as rotinas TACS, como mencionado.

Finalmente, o modelo híbrido foi validado comparando suas respostas no domínio do tempo com medições experimentais em um transformador monofásico. A validação incluiu a aplicação de degrau de tensão para análise da resposta em alta frequência (tensões no terminal excitado e transferidas) e ensaios de energização para avaliação da corrente de *inrush* e do efeito de saturação em baixa frequência.

1.5 Organização do texto

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos. O Capítulo 1 apresenta a introdução ao tema, a motivação, os objetivos da pesquisa, a metodologia empregada

e a estrutura do trabalho. O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre a modelagem de transformadores, abrangendo desde os modelos baseados em circuito equivalente até os modelos híbridos, incluindo as técnicas de modelagem em caixa preta e a modelagem matricial com representação não linear do núcleo. O Capítulo 3 descreve a aplicação de uma técnica de modelagem híbrida e a implementação computacional do modelo híbrido, detalhando a parametrização dos módulos de alta e baixa frequência, o método de integração por filtragem e a implementação no software *ATP*. O Capítulo 4 apresenta a validação do modelo por meio de comparações com resultados experimentais em diferentes condições de ensaio. O Capítulo 5 expõe as conclusões, destaca as contribuições da pesquisa, as limitações do modelo proposto e sugere direções para trabalhos futuros. As referências utilizadas estão listadas ao final do documento.

Revisão bibliográfica

2.1 Introdução

A modelagem de transformadores é um tema fundamental para o estudo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência. A análise de eventos como a energização de transformadores, fenômenos de ressonância, surtos de manobra e descargas atmosféricas demanda modelos com diferentes níveis de detalhamento e complexidade. Muitos desses fenômenos exigem a consideração dos efeitos não lineares do núcleo, como a saturação e a histerese. Outros requerem uma representação precisa da dependência dos parâmetros com a frequência, enquanto transitórios muito rápidos necessitam da modelagem detalhada das capacitâncias parasitas do equipamento [16].

A Tabela 2.1, adaptada de [9], ilustra como a importância de cada parâmetro ou efeito físico do transformador varia com a faixa de frequência do fenômeno em estudo. Observa-se uma clara distinção entre os transitórios de baixa frequência, onde os efeitos do núcleo são dominantes, e os transitórios de alta frequência, nos quais os acoplamentos capacitivos e os parâmetros dos enrolamentos se tornam essenciais.

Tabela 2.1: Relevância dos parâmetros do transformador por faixa de frequência (Adaptado de Mork et al. (2007))

Parâmetro/Efeito	Transitórios de Baixa Frequência	Transitórios de Frente Lenta	Transitórios de Frente Rápida	Transitórios de Frente Muito Rápida
Impedância de curto-circuito	Muito importante	Muito importante	Importante	Desprezível
Saturação do núcleo	Muito importante	Muito importante ⁽¹⁾	Desprezível	Desprezível
Perdas no ferro	Importante ⁽²⁾	Importante	Desprezível	Desprezível
Correntes de Foucault	Muito importante	Importante	Desprezível	Desprezível
Acoplamento Capacitivo	Desprezível	Importante	Muito importante	Muito importante

(1) Somente para energização de transformadores; caso contrário, importante.

(2) Somente para fenômenos de ressonância.

Ao longo das últimas décadas, diversas famílias de modelos de transformadores foram desenvolvidas considerando os critérios da Tabela 2.1. Em tese, nenhum modelo é, em geral, adequado para todos os tipos de estudo. Neste contexto, este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre a modelagem de transformadores, seguindo uma ordem histórica de evolução, os aspectos relacionados aos métodos de construção dos modelos e à sua capacidade de representar fenômenos transitórios. A análise se inicia com os modelos baseados em circuitos equivalentes (Seção 2.2), seguida da análise dos modelos matriciais para baixa frequência (Seção 2.3). Na sequência, discute os modelos topológicos (Seção 2.4) e os modelos específicos para alta frequência (Seção 2.5), finalizando com a análise dos modelos híbridos (Seção 2.6), que buscam unificar essas diferentes abordagens. Esta revisão estruturada estabelece o panorama teórico que justifica a proposição do modelo desenvolvido nesta dissertação.

2.2 Modelos por Circuito Equivalente

A representação de transformadores por circuitos equivalentes é uma abordagem clássica em análise de transformadores [17] [18], sendo que o modelo mais comum é o circuito equivalente tipo T para um transformador monofásico de dois enrolamentos, como mostra a Figura 2.1. Os parâmetros R_H e R_L representam as perdas nos enrolamentos, enquanto L_H e L_L correspondem às indutâncias associadas à dispersão de fluxo magnético. Esses parâmetros podem ser determinados por meio do ensaio de curto-circuito. Já os parâmetros R_m e L_m , obtidos a partir do ensaio a vazio, representam, respectivamente, as perdas no núcleo e a indutância de magnetização [18].

A partir da topologia resultante, o modelo pode então ser formulado numericamente no domínio do tempo discreto utilizando, como por exemplo, a regra de integração trapezoidal [19]. A indutância de magnetização pode ser representada de forma a contemplar a saturação do núcleo. Esse modelo, disponível no *ATP (Alternative Transients Program)*, é conhecido como modelo saturável (tradução livre de *Saturable Model*), podendo ser facilmente estendido para representar transformadores trifásicos com dois ou três enrolamentos.

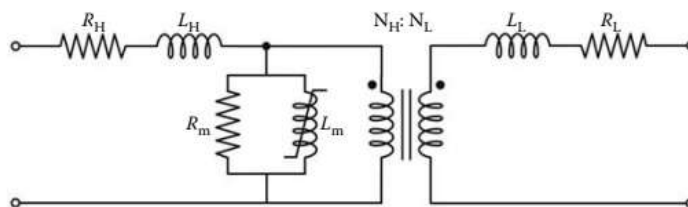


Figura 2.1: Modelo por circuito equivalente, tipo T , para transformador com dois enrolamentos. Fonte: adaptado de [18].

2.3 Modelos Matriciais para Baixas Frequências

Em 1975, Dommel [20], baseado em trabalhos anteriores, como o de R. B. Shipley et al. [21], propôs a modelagem matricial de transformadores para programas de simulação digital de transitórios. Essa técnica aborda o problema da modelagem de transformadores de forma que os elementos de uma matriz definem os parâmetros de um modelo. Com essa abordagem, o modelo pode representar um transformador M -fásicos de N enrolamentos, sem necessidade de um circuito equivalente pré-definido. Os parâmetros são extraídos de ensaios de curto-circuito e organizados, de forma mais comum, em uma matriz de admitâncias, sendo possível a inclusão posterior do ramo de magnetização. O modelo matricial é aplicado em análises de regime permanente, na frequência de 60 Hz e eventos transitórios como energização, que envolvem componentes de frequências de até 1 kHz. Um exemplo desse tipo de modelo é o conhecido modelo BCTRAN implementado no software ATP [20] [22] [7]. Essa técnica tem como uma de suas principais vantagens a dispensa do conhecimento prévio sobre a topologia do circuito equivalente do transformador, tornando-a uma ferramenta prática e acessível para diferentes aplicações.

Embora a modelagem matricial seja amplamente eficaz, ela apresenta limitações em sua capacidade de representar os efeitos não lineares do núcleo [20] [22] [7]. Esses efeitos desempenham um papel significativo em eventos transitórios de baixa frequência, onde o comportamento do núcleo não pode ser adequadamente representado por modelos puramente lineares. Para superar essas limitações, uma possível aproximação consiste em combinar a modelagem matricial com uma indutância linear por partes, que representada o efeito não linear de saturação do núcleo. Neste trabalho, essa indutância não linear é conectada ao modelo matricial nos terminais dos enrolamentos mais próximos ao núcleo, buscando representar com maior precisão os efeitos de saturação durante eventos transitórios, conforme citado por [22]. A Figura 2.2 re-

presenta um modelo baseado na representação matricial para um transformador com dois enrolamentos, com núcleo conectado externamente.

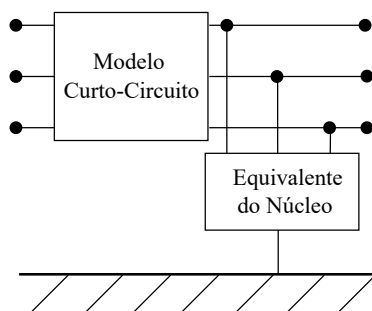


Figura 2.2: Modelo matricial básico para um transformador com dois enrolamentos, com núcleo conectado externamente.

Como este tipo de modelo é implementado neste trabalho, os modelos matriciais são examinados com maiores detalhes nas subseções seguintes, abordando desde os fundamentos teóricos da modelagem matricial e da representação segmentada da indutância até a aplicação prática de simulações destes modelos no domínio do tempo.

2.3.1 Representação Matricial

Para compreender o modelo matricial de transformadores, considera-se inicialmente um transformador monofásico com N enrolamentos, como representado na Figura 2.3. Nesta figura, as relações terminais de tensão-corrente são descritas por meio de equações fasoriais em regime permanente. A matriz resultante dessas equações, conforme apresentado na equação (2.1), é simétrica, e seus elementos podem ser determinados a partir de ensaios de excitação realizados com o transformador em vazio. Durante esses ensaios, ao energizar o enrolamento k e manter os demais enrolamentos em circuito aberto, os valores medidos de I_k e $V_1, \dots, V_n$ formam diretamente a coluna correspondente ao enrolamento k na matriz de impedância Z , sendo os elementos calculados conforme equação (2.2).

Por se tratar de uma estratégia que pressupõe, para a determinação dos elementos da matriz de impedâncias, que os terminais do transformador devem ser mantidos a vazio, essa abordagem não permite obter as impedâncias de entrada em curto-circuito, que são essenciais para descrever as características de transferência mais relevantes do transformador. Como apresentado em [22], os cálculos dos elementos da matriz Z apresentados podem apresentar problemas de precisão, especialmente quando a

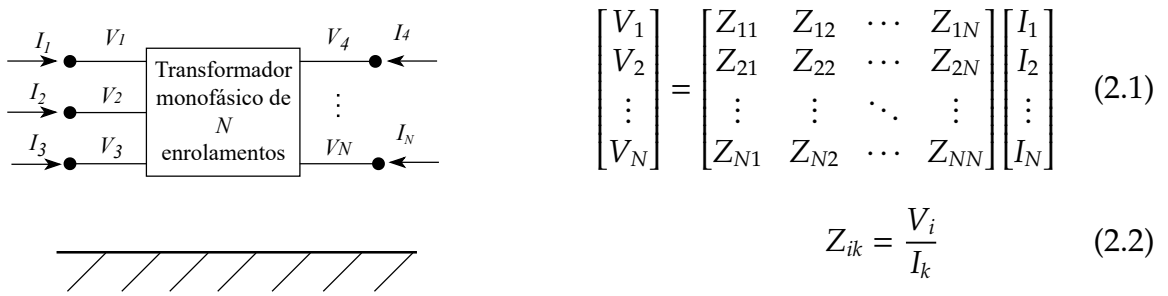


Figura 2.3: Modelo Matricial de Transformadores

matriz de impedância dos ramos se torna mal condicionada devido a correntes de excitação muito pequenas ou completamente desconsideradas. Conforme [22] uma forma reduzida de Z pode ser definida ignorando a corrente de excitação. Esse processo consiste em utilizar um dos terminais do transformador como referência para tensão, resultando na formulação indicada na equação (2.3).

$$\begin{bmatrix} V_1 - V_N \\ V_2 - V_N \\ \vdots \\ V_{N-1} - V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}^{\text{red}} & Z_{12}^{\text{red}} & \cdots & Z_{1,N-1}^{\text{red}} \\ Z_{21}^{\text{red}} & Z_{22}^{\text{red}} & \cdots & Z_{2,N-1}^{\text{red}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N-1,1}^{\text{red}} & Z_{N-1,2}^{\text{red}} & \cdots & Z_{N-1,N-1}^{\text{red}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

A matriz reduzida Z^{red} é simétrica e, desconsiderando a corrente de excitação, os elementos dessa matriz podem ser determinados diretamente a partir dos dados de ensaios de curto-circuito Z_{iN}^{curto} [20]. Para um ensaio de curto-circuito realizado entre i e N , apenas a corrente I_i na equação (2.3) será diferente de zero, o que leva à expressão:

$$Z_{ii}^{\text{red}} = Z_{iN}^{\text{curto}} \quad (2.4)$$

Desta forma os elementos próprios e elementos mútuos, em valores por unidade, pu , são relacionados diretamente como os dados de curto-circuito [22] definidos pelas equações (2.5) e (2.6).

$$Z_{ii,pu}^{\text{red}} = Z_{iN,pu}^{\text{curto}} \quad (2.5)$$

$$Z_{ik,pu}^{\text{red}} = \frac{Z_{iN,pu}^{\text{curto}} + Z_{kN,pu}^{\text{curto}} - Z_{ik,pu}^{\text{curto}}}{2} \quad (2.6)$$

Entretanto, a equação (2.3) não pode ser expandida para incluir todos os N

enrolamentos, uma vez que, ao desconsiderar a corrente de excitação, os elementos da matriz tornam-se infinitos. Dessa forma, uma formulação baseada na matriz de admitâncias reduzida $\mathbf{Y}^{\text{red}}$ deve ser empregada, sendo essa igual a inversa da matriz de impedância (2.3), portanto:

$$\mathbf{Y}^{\text{red}} = (\mathbf{Z}^{\text{red}})^{-1} \quad (2.7)$$

A matriz de admitância expandida é determinada adicionando a linha para I_N . Da mesma forma, as relações entre os elementos da diagonal principal e elementos mútuos da matriz de admitância reduzida e expandida são definidas de acordo as seguintes expressões, em valores por unidade.

$$Y_{ik,\text{pu}} = Y_{ik,\text{pu}}^{\text{red}}, \quad Y_{iN,\text{pu}} = Y_{Ni,\text{pu}} = - \sum_{i=1}^{N-1} Y_{ik,\text{pu}}^{\text{red}}, \quad Y_{NN} = - \sum_{i=1}^{N-1} Y_{iN}^{\text{red}} \quad (2.8)$$

Para a modelagem destinada a estudos transitórios, é prática comum separar a componente resistiva R e reativa indutiva X . Assim, antes de executar o processo de redução e inversão matricial descrito anteriormente, a componente resistiva é removida das impedâncias de curto-circuito utilizando:

$$X_{ik,\text{pu}}^{\text{curto}} = \sqrt{(Z_{ik,\text{pu}}^{\text{curto}})^2 - (R_{i,\text{pu}} + R_{k,\text{pu}})^2}, \quad (2.9)$$

As resistências dos enrolamentos $R_{i,\text{pu}}$ e $R_{k,\text{pu}}$, são calculadas a partir das perdas em carga $P_{k,\text{pu}}^{\text{perda}}$ determinada em ensaios de curto-circuito, sendo essa análise válida para transformadores monofásicos com até 3 enrolamentos. Uma vez definida a separação de R e X , o modelo do transformador pode ser descrito pela seguinte equação:

$$\frac{di(t)}{dt} = \mathbf{A}v(t) - \mathbf{A}\mathbf{R}i(t) \quad (2.10)$$

onde a matriz $\mathbf{A}$ é definida como susceptância indutiva:

$$\mathbf{A} = \omega \mathbf{B} = \omega \mathbf{X}^{-1} = \mathbf{L}^{-1} \quad (2.11)$$

Por sua vez, a matriz diagonal $\mathbf{R}$, indicada em (2.12), é determinada pelos elementos próprios relacionados às perdas em carga para o i -ésimo enrolamento ou terminal.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

2.3.2 Representação do Ramo de Magnetização

A modelagem do ramo de magnetização em transformadores é essencial para prever comportamentos transitórios, perdas e distorções harmônicas em sistemas de potência. Nesse contexto, o núcleo magnético do transformador apresenta fenômenos não lineares, como histerese, perdas por correntes parasitas e saturação [23]. A Figura 2.4, por exemplo, mostra de forma esquemática a curva B-H, também conhecida como curva de magnetização (ou fluxo-corrente). Nela, observa-se o trajeto de histerese (associado à “memória magnética” do material) e a região de saturação (onde o material deixa de responder linearmente ao aumento da corrente de excitação). Esses efeitos são determinantes no cálculo de correntes de magnetização e no dimensionamento de componentes que asseguram o desempenho confiável dos transformadores.

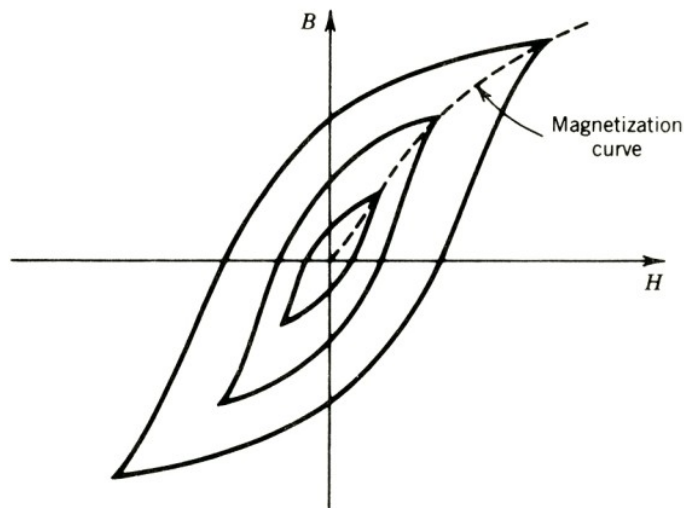


Figura 2.4: Curva de magnetização. Fonte: adaptado de [17].

Em particular, para análise de transitórios em baixas frequências, o fenômeno de saturação ganha destaque quando o transformador é submetido a condições extremas, tais como sobretensões ou transitórios devido à comutação [22]. Nesses cenários, o fluxo magnético atinge valores que ultrapassam a região linear do material, resultando em deformações significativas na forma de onda de corrente de magnetização. A re-

apresentação desse comportamento não linear em modelos analíticos e computacionais permite prever impactos das sobrecorrentes, como a corrente de energização dos transformadores (corrente de *inrush*) e o fenômeno de ferroressonância, que causa distorções de tensão e perdas.

Em modelos matriciais de transformadores, uma forma amplamente adotada para representar o núcleo de transformadores, consiste em um circuito paralelo formado por uma indutância não linear (L_m), que representa a saturação magnética, e uma resistência constante (R_m), responsável pelas perdas no núcleo, sendo mais comum que as perdas sejam desconsideradas para núcleos de baixa relutância [24]. Embora esse modelo seja preciso para diversas situações em que a representação da saturação é necessária, existem fenômenos transitórios em que modelos mais detalhados se tornam necessários.

A curva de magnetização pode ser obtida por meio de dados de projeto com base nas propriedades do material magnético e nas dimensões do núcleo. Entretanto, esse método exige informações que estão disponíveis somente para os fabricantes destes equipamentos [9]. Portanto, é mais comum que a curva de magnetização seja obtida através de ensaios elétricos.

A abordagem para representação da curva de magnetização através de uma indutância não linear (L_m), pode ser feita aplicando um modelo composto por segmentos de retas com uma simplificação eficaz para caracterizar o comportamento do núcleo [22] [23]. Normalmente, a curva de saturação não é definida como $\lambda = f(i)$, mas sim em termos de valores eficazes, como $V_{RMS} = f(I_{RMS})$, obtidos nos ensaios a vazio do transformador. Uma técnica de conversão simples é descrita em [20], baseada na suposição de que a influência das perdas por histerese, correntes parasitas e resistências dos enrolamentos na curva de saturação possa ser ignorada. Ferramentas disponíveis em softwares do tipo EMT, sigla para *Electromagnetic Transients*, como o ATP, possuem rotinas de suporte que utilizam essa técnica.

Uma curva de magnetização típica com dois segmentos é mostrada na Figura 2.5. Esta curva relaciona o fluxo λ e a corrente de excitação i . A região linear ocorre quando a corrente de excitação varia proporcionalmente à tensão aplicada, pois a permeabilidade magnética permanece constante e a reatância de magnetização é definida pela indutância, dada por $X_{m1} = \omega L_{m1}$. A indutância de magnetização L_{m1} é calculada a partir da relação entre o fluxo magnético e a corrente de excitação, expressa como $L_{m1} = \frac{\lambda_m}{i_v}$, onde λ_m representa o enlace de fluxo magnético e i a corrente magnetizante

correspondente. Conforme [20], este modelo da curva de magnetização assume uma transição direta entre a região linear e a saturação, apresentando uma descontinuidade em sua inclinação no ponto de transição entre as duas regiões, conhecido como joelho da curva, definido pelo par (λ_{sat}, i_{sat}) . Na saturação, pequenas variações de fluxo resultam em grandes aumentos de corrente. Para esse ponto de operação, boa parte das linhas de fluxo se fecham externamente ao núcleo e a indutância correspondente possui valor $L_{m2} \ll L_{m1}$. Caso o fluxo magnético atinja valores suficientemente elevados, pode-se supor que o núcleo se comporte como se fosse de ar. A inclinação da curva de saturação na região de saturação profunda é denominada indutância de núcleo de ar. Uma aproximação comum consiste em supor que L_{m2} corresponda à esse valor de indutância [22].

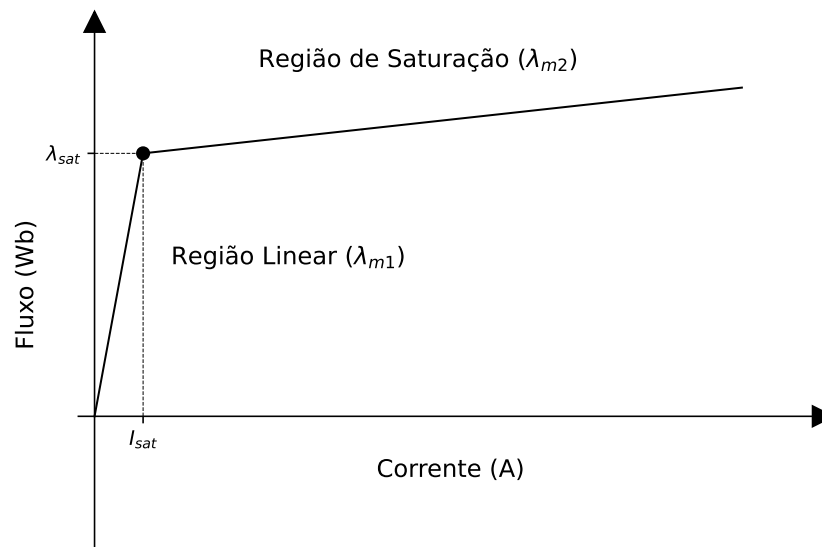


Figura 2.5: Saturação do núcleo magnético

A incorporação do indutor não linear no modelo matricial do transformador é um desafio, pois esse modelo não reflete a topologia física do núcleo. Consequentemente, a conexão arbitrária da indutância magnetizante em qualquer terminal não representa com precisão a distribuição do fluxo no circuito magnético do transformador [25]. Para superar essa limitação, os autores de [22] propõem a conexão do modelo do indutor não linear ao terminal do transformador mais próximo do núcleo, especialmente para transformadores com enrolamento de construção cilíndrica. Essa escolha baseia-se no fato de que a indutância não linear representa os efeitos da saturação do núcleo, e a melhor representação física desse comportamento ocorre nos enrolamentos mais acoplados ao núcleo magnético.

2.3.3 Modelo no Domínio do Tempo

A resposta a sinais de baixa frequência no modelo matricial pode ser feita por meio da conexão externa do ramo de magnetização ao terminal apropriado do transformador, conforme os critérios previamente estabelecidos. Matematicamente, essa relação é expressa na equação (2.13), como definido anteriormente, onde a matriz A representa a susceptância indutiva, enquanto a matriz R contém os elementos associados às perdas em carga nos enrolamentos, ambos obtidos a partir de ensaios de curto-circuito. Caso se considere um modelo de transformador estritamente linear, a inclusão do ramo de magnetização pode ser feita por meio da matriz A_m , que contém um único elemento de valor $A_m = 1/L_m$, que deve ser conectado ao enrolamento no qual se deseja incluir o efeito do núcleo, conforme a soma matricial indicada na equação (2.14). Além disso, a resistência de magnetização R_m pode ser conectada externamente a um dos terminais do transformador para representar as perdas no núcleo.

$$\frac{di(t)}{dt} = (A + A_m)v(t) - (A + A_m)Ri(t) \quad (2.13)$$

Considerando um transformador monofásico de dois enrolamentos, os parâmetros da equação (2.13) são definidos conforme as expressões (2.14) e (2.15) [26].

$$A' = A + A_m = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_m \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Aplicando a regra de integração trapezoidal, que é o método empregado em programas como o EMTP e o ATP, obtém-se o seguinte resultado:

$$i(t) = Gv(t) + I(t - \Delta t) \quad (2.16)$$

Na equação matricial $i(t) = Gv(t) + I(t - \Delta t)$, os termos, matriz de condutâncias G e o vetor dos termos históricos das correntes $I(t - \Delta t)$ são determinados pelas seguintes expressões [19]:

$$G = \left(1 + AR\frac{\Delta t}{2}\right)^{-1} A\frac{\Delta t}{2} \quad (2.17)$$

$$I(t - \Delta t) = \left(1 + \mathbf{AR} \frac{\Delta t}{2}\right)^{-1} \mathbf{A} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{v}(t - \Delta t) + \left(1 + \mathbf{AR} \frac{\Delta t}{2}\right)^{-1} \left(1 - \mathbf{AR} \frac{\Delta t}{2}\right) i(t - \Delta t) \quad (2.18)$$

Caso o indutor seja representado por meio de um elemento não linear, a matriz $\mathbf{A}_m$ passa a ter todos os seus elementos nulos. Nesse caso, o indutor não linear é conectado externamente em um dos enrolamentos do transformador, a solução numérica do problema resultante é realizada utilizando-se o método linear por partes ou o método da compensação [24].

Com as equações matriciais determinadas, a resposta do modelo pode ser calculada em intervalos discretos de tempo, viabilizando sua implementação em softwares computacionais, como MATLAB e ATP/EMTP.

2.4 Modelos Topológicos

Os modelos topológicos se baseiam em detalhes construtivos e em características de materiais para se determinar o modelo numérico do transformador. Isso é feito com o emprego do princípio da dualidade, que permite correlacionar a geometria do circuito magnético do núcleo com o seu equivalente elétrico. Os parâmetros dos modelos topológicos são obtidos a partir de dados construtivos detalhados e de ensaios de curto-circuito, a vazio e de saturação. Embora estes modelos exijam informações muitas vezes restritas aos fabricantes, eles representam os transitórios de baixa frequência e os efeitos não lineares do núcleo com maior rigor do que os modelos matriciais e de circuitos equivalentes.

Em 1994, De León e Semlyen [8] desenvolveram modelos topológicos de transformadores trifásicos de 2 kVA, 75 kVA e 93 MVA, com o objetivo de calcular fenômenos transitórios. Os modelos incluíram as indutâncias de dispersão, que foram determinadas pelo método das imagens. O método de simulação de cargas foi empregado para calcular as capacitâncias distribuídas entre espiras, enrolamentos, núcleo do transformador e terra. Além disso, foram incorporadas as perdas por correntes parasitas tanto no núcleo laminado quanto nos enrolamentos, considerando os efeitos peliculares e de proximidade. O núcleo foi modelado como uma função não linear entre fluxo e corrente para representação do efeito de saturação. Os efeitos de histerese não foram considerados. A representação final do transformador foi feita na forma de um equivalente de Norton. No domínio do tempo, simulações de energização, interrupção de

corrente e tensão de reestabelecimento transitória (TRV) foram realizadas para avaliar fenômenos transitórios, sendo estes avaliados conforme comportamento esperado para resposta dos transformadores. Os autores citaram as limitações na modelagem indutiva e capacitiva, pois os métodos das imagens e a simulação de cargas são função de características geométricas dos arranjos de montagem dos enrolamentos e do núcleo e assim podem gerar imprecisões em altas frequências.

Em 2007, Mork et al. [9] desenvolveram um modelo topologicamente correto para o cálculo de transitórios em transformadores trifásicos. A matriz inversa de indutâncias foi utilizada para representar de forma completa a indutância de dispersão, incluindo acoplamentos entre núcleo e enrolamentos. A parametrização da matriz inversa de indutâncias foi realizada com base nas reatâncias de curto-circuito obtidas em testes de fábrica. Segundo os autores, essa abordagem matricial permitiu uma representação precisa da interação entre os fluxos de dispersão de todos os enrolamentos. O núcleo foi modelado por meio do princípio da dualidade e considerando suas características não lineares. A topologia adotada representou cada ramo magnético por uma associação R-L saturável, parametrizada com dados de ensaios de circuito aberto, sendo que a curva de saturação foi representada pela equação de *Frolich*. Os autores modelaram a resistência das bobinas em função da frequência por meio de um circuito de *Foster* de segunda ordem conectado externamente. A matriz de capacitâncias foi construída a partir de dados experimentais e cálculos geométricos, considerando as capacitâncias parasitas entre enrolamentos, núcleo e tanque. As Figuras 2.6 e 2.7 mostram o modelo proposto pelos autores.

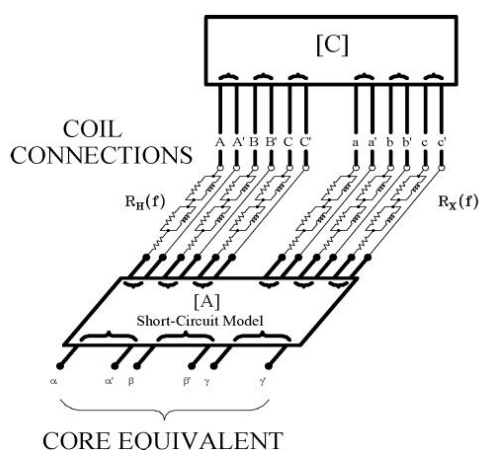


Figura 2.6: Modelo Híbrido de Mork et al. Fonte: adaptado de [9].

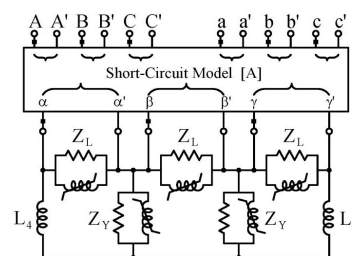


Figura 2.7: Circuito equivalente do núcleo de Mork et al. Fonte: adaptado de [9].

Na Parte II do trabalho de Mork et al. [27], o comportamento do modelo foi analisado por meio da comparação entre resultados de simulações no ATP e de formas

de onda extraídas a partir de experimentos envolvendo testes de curto-circuito, circuito aberto, sequência zero, *inrush* e resposta a harmônicos. Conforme indicado pelos autores, o modelo apresentou resultados adequados para sinais de baixas frequências, incluindo efeitos não lineares. As limitações do modelo incluem a dificuldade de ajustar a resposta em frequência da resistência dos enrolamentos, a simplificação da matriz de capacitâncias, e a faixa restrita de validade (30 Hz a 1200 Hz), que é inadequada para fenômenos de alta frequência. Além disso, a calibração exige dados experimentais detalhados, que nem sempre estão disponíveis.

Em 2008, o mesmo grupo de pesquisadores do trabalho de Mork et al. [9], enfatizaram a aplicabilidade do modelo híbrido na simulação de transitórios eletromagnéticos [10]. O objetivo central foi demonstrar que a abordagem híbrida adotada, que combina uma matriz inversa de indutância com um modelo de núcleo topologicamente correto, poderia fornecer maior precisão na simulação de transitórios, em comparação com modelos convencionais, como o UMEC no PSCAD. O novo modelo, denominado XFMR, foi implementado no ATPDraw.

O objeto de estudo foi um transformador elevador 16-432 kV de 290 MVA com núcleo de 5 colunas. Os dados necessários para a modelagem foram obtidos a partir de três fontes principais: valores típicos extraídos da literatura, relatórios de testes de curto-circuito e dados de projeto. A representação da saturação do núcleo foi realizada por meio de um sistema de indutâncias não lineares distribuídas entre as colunas e culatras do núcleo. Para a caracterização da curva de magnetização, utilizou-se a equação de Frolich, enquanto as perdas no ferro foram modeladas por meio de um elemento resistivo equivalente.

A verificação do modelo foi realizada comparando o XFMR com o modelo UMEC. Em ensaios de circuito aberto sob tensão nominal, os modelos XFMR e UMEC apresentaram resultados muito próximos e em boa concordância com os dados de ensaio. A forma de onda da corrente de magnetização calculada pelos modelos reproduziu adequadamente dados de medição. A principal diferença notada foi que o modelo XFMR calculou picos de corrente ligeiramente maiores. A divergência mais significativa entre os modelos ocorre em transitórios de sobre-excitação e energização (*inrush*). A causa é o tratamento da saturação: o XFMR modela a saturação completa, enquanto o UMEC usa uma extrapolação linear, o que leva o XFMR a calcular correntes de *inrush* 20 vezes maiores. Os autores consideram a curva de saturação do XFMR mais realista, ainda que o valor real da corrente deva estar entre os resultados dos dois

modelos.

De acordo com os autores citados [8] [9] [10], as abordagens híbridas topologicamente corretas combinam matrizes de indutância inversa para os fluxos de dispersão, circuitos equivalentes para o acoplamento capacitivo e modelos não lineares para o núcleo, geralmente baseados na equação de *Frolich*. Tais técnicas permitem representar de forma consistente o comportamento dos transformadores frente a uma ampla gama de fenômenos transitórios, incluindo os efeitos de saturação do núcleo. Contudo, tais metodologias apresentaram limitações, incluindo imprecisões na modelagem de fenômenos de alta frequência devido à simplificação das capacitâncias distribuídas e dificuldades na determinação experimental dos parâmetros, o que restringiu a validade dos modelos a uma faixa limitada de frequências (alguns Hz a poucos kHz).

2.5 Modelos de Altas Frequências

Para superar as limitações apresentadas pelos modelos matriciais e topológicos quanto à representação dos efeitos capacitivos e ressonâncias entre enrolamentos, surgem os modelos banda larga (de altas frequências), cujos parâmetros são baseados na resposta em frequência dos transformadores.

Em 1988, Vaessen [3] propôs um modelo de altas frequências para um transformador monofásico de 10.000/380 V e 400 kVA, baseado em análise modal e desconsiderando a saturação do núcleo. Os dados foram obtidos por meio de medições temporais em ensaios com impulsos, cujas respostas foram transformadas para o domínio da frequência via transformada de *Fourier*, permitindo a extração das funções de transferência e admitância. Com base nessas respostas, foi elaborado um circuito modal equivalente, posteriormente convertido para um modelo compatível com o EMTP. As simulações apresentaram boa concordância com os dados medidos, validando o modelo. Como observado por Silva [28], o modelo proposto por Vaessen mostrou-se adequado apenas para representação de transformadores monofásicos.

Em uma abordagem mais abrangente, Morched et al. [29] propuseram, em 1993, um modelo de altas frequências para um transformador trifásico. A metodologia do artigo consiste em representar o comportamento de alta frequência de um transformador por meio de sua matriz de admitância nodal, $[Y]$, cujos dados são obtidos por medição ou cálculo. Cada elemento dessa matriz, dependente da frequência, é aproximado por funções racionais (combinações de polos e zeros reais e complexos conjugados).

Essas funções são então sintetizadas em uma rede RLC equivalente, em um formato compatível para uso direto no EMTP (*Electromagnetic Transients Program*). Nesse caso, a rede RLC equivalente foi disposta de forma a constituir um circuito π -equivalente de acordo a Figura 2.8. Cada elemento do circuito π -equivalente está associado a uma rede RLC equivalente como mostrado na Figura 2.9.

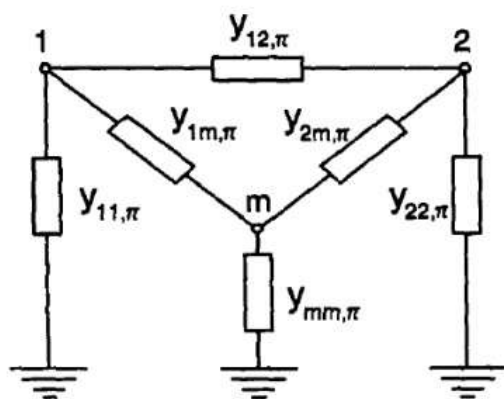


Figura 2.8: Diagrama unifilar de um modelo π -equivalente de Morched et al. Fonte: adaptado de [29].

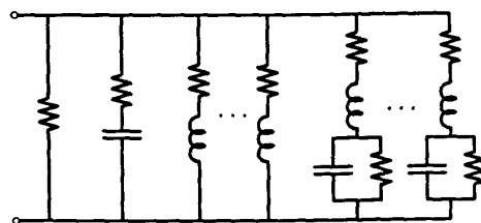


Figura 2.9: Rede RLC equivalente de Morched et al. Fonte: adaptado de [29].

A metodologia foi implementada e validada por meio de simulações no domínio do tempo, aplicadas a um transformador de 125 MVA com relação de transformação de 215/444 kV e conexão Y-Y, com ambos os neutros aterrados. Os resultados simulados demonstraram excelente concordância com os dados experimentais, sem apresentar instabilidades numéricas. Apesar dos resultados satisfatórios indicados por Morched et al. [29], o método de determinação dos polos e zeros das funções racionais não foi detalhado, sendo um passo crítico no processo de modelagem.

Em 1998, Gustavsen e Semlyen, desenvolveram uma metodologia de ajuste vetorial, proposta em [30], que foi bem-sucedida em aproximar a resposta em frequência de redes elétricas por funções suaves utilizando polos iniciais reais, mas falhava ao tentar ajustar funções com múltiplos e acentuados picos de ressonância. Em 1999, os autores propuseram uma nova abordagem em [31], de ajuste vetorial que aproxima as respostas em frequência ressonantes complexas por funções racionais, como as encontradas em equivalentes de rede e transformadores.

Em 2004, Gustavsen [4] apresentou uma metodologia para medir a matriz de admitâncias de um transformador de distribuição trifásico, conexão Yy, com potência de 30 kVA e relação de tensões de 10 kV/400 V, abrangendo a faixa de 50 Hz a 1 MHz. No mesmo estudo, propôs-se um procedimento para compensar os efeitos dos cabos

de medição, que introduzem capacitâncias parasitas ao modelo, bem como uma técnica de correção dos elementos fora da diagonal principal da matriz, baseada na medição de tensões transferidas em ensaios a vazio. O modelo resultante foi ajustado por funções racionais por meio do método de *Vector Fitting* [31] e implementado no EMTP. Observou-se que a consideração das tensões de transferência na construção da matriz melhora significativamente a precisão do modelo em comparação com o uso exclusivo das admitâncias terminais. Simulações no domínio do tempo demonstraram que o modelo proposto reproduz adequadamente a resposta transitória do transformador para excitações em alta frequência.

Dada a importância dos modelos de altas frequências para este trabalho, estes modelos, a técnica de ajuste vetorial e outros aspectos do modelo no domínio do tempo, são examinados com maior profundidade nas subseções seguintes.

Conforme artigos anteriormente citados, a modelagem terminal do transformador pode partir da representação do modelo de um transformador com n terminais, como mostrado na Figura 2.10, isto pelo fato que não faz parte do escopo da modelagem a determinação dos parâmetros internos do equipamento [18].

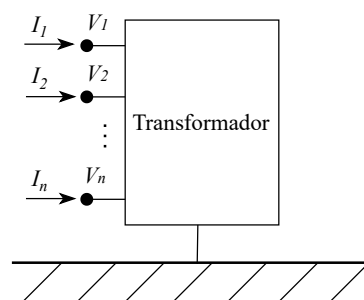


Figura 2.10: Modelo Terminal para Transformadores. Fonte: adaptado de [6].

Devido à premissa de linearidade do modelo, as relações tensão-corrente nos terminais do equipamento, no domínio da frequência, são normalmente representadas através da matriz de impedância $\mathbf{Z}$ ou matriz de admitância $\mathbf{Y}$. A escolha tipo de representação matricial do transformador depende do tipo de aplicação a qual se destina o modelo [6]. A escolha do formato matricial e a definição dos parâmetros do modelo são detalhadas a seguir.

2.5.1 Representação Matricial das Impedâncias

A determinação dos elementos da matriz de impedâncias baseia-se na relação direta entre correntes e tensões nos terminais do transformador, expressa pela Lei de Ohm, onde V é um vetor coluna contendo as tensões nos terminais do transformador, Z é uma matriz quadrada de impedâncias, e I é um vetor coluna das correntes que circulam em cada um dos terminais. Para um transformador com n terminais acessíveis, essa relação tem a forma

$$V = ZI \quad (2.19)$$

O cálculo dos elementos da matriz Z envolve a realização de testes de circuito aberto, nos quais tensões senoidais de frequências entre 10 Hz e alguns MHz são aplicadas a um dos terminais enquanto os demais são mantidos abertos. Esse processo é conhecido como medição de resposta em frequência ou *Frequency Response Analysis* (FRA). Através dessa técnica, se um terminal j é energizado e os demais mantidos abertos, a relação entre as tensões aplicadas ($V_1, \dots, V_n$) e a corrente resultante (I_j) permite calcular a j -ésima coluna da matriz Z [6] [28].

Um dos pontos críticos para a obtenção desses elementos é a precisão das medições, especialmente em baixas frequências, onde as correntes medidas em ensaios de circuito aberto são tipicamente muito pequenas, representando entre 0,2% e 2% da corrente nominal do transformador. Além disso, a identificação das impedâncias de dispersão torna-se desafiadora em baixas frequências devido à sua magnitude ser significativamente menor que a impedância do ramo de magnetização do transformador. Isso resulta em uma matriz Z mal condicionada e propensa a problemas de estabilidade numérica durante simulações de fenômenos transitórios no domínio do tempo, o que limita a aplicabilidade desta técnica para determinar as características terminais de transformadores com precisão aceitável [5] [28].

2.5.2 Representação Matricial das Admitâncias

A matriz de admitâncias Y pode ser determinada a partir da inversa da matriz de impedâncias Z . Esse processo é fundamentado no princípio de que a matriz de admitâncias é o inverso matemático da matriz de impedâncias, de acordo a equação (2.20). Tal abordagem permite a representação do transformador em termos de suas admitâncias, que são diretamente relacionadas à capacidade do transformador de per-

mitir o fluxo de corrente. Devido às limitações já descritas para medição dos elementos de $\mathbf{Z}$, o cálculo dos elementos $\mathbf{Y}$ por inversão de $\mathbf{Z}$ não é comum na determinação dos modelos caixa preta de transformadores [6] [5] [28].

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1} \quad (2.20)$$

A determinação dos elementos da matriz de admitâncias $\mathbf{Y}$ caracteriza a relação entre as tensões nos terminais do transformador $\mathbf{V}$ e as correntes que entram nesses terminais $\mathbf{I}$, na forma expressa pela equação (3.1). Cada elemento da matriz $\mathbf{Y}$, denotado como Y_{ij} , representa a admitância entre o terminal i e o terminal j , onde i e j são os índices dos terminais. Para um transformador com n terminais, $\mathbf{Y}$ é uma matriz simétrica de tamanho $n \times n$, e $\mathbf{V}$ e $\mathbf{I}$ são vetores de comprimento n .

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{V} \quad (2.21)$$

A medição para obter os elementos de $\mathbf{Y}$ é realizada através de ensaios de curto-circuito aplicando uma tensão senoidal no terminal j , (denominado V_j), mantendo os demais terminais aterrados. Isso gera correntes nos terminais do transformador que podem ser medidas diretamente. A Figura 2.11 ilustra esta configuração.

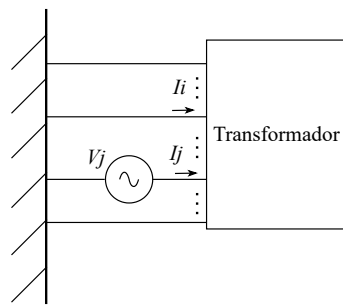


Figura 2.11: Medição dos elementos da matriz $\mathbf{Y}$. Fonte: adaptado de [4].

O elemento diagonal Y_{jj} da matriz $\mathbf{Y}$ é determinado pela relação entre a corrente que entra no terminal j (I_j) e a tensão aplicada V_j . Os elementos fora da diagonal Y_{ij} (onde $i \neq j$) representam a admitância vista do terminal i quando a tensão é aplicada somente ao terminal j . Esses elementos são calculados da mesma forma, usando a corrente (I_i) que flui para o terminal i enquanto V_j é aplicada.

Este procedimento é repetido alterando o terminal no qual a tensão senoidal é aplicada, de forma a gerar cada coluna da matriz $\mathbf{Y}$. Esse método permite a medição direta de todos os elementos da matriz $\mathbf{Y}$, fornecendo uma descrição completa da

relação entre as tensões e correntes nos terminais do transformador no domínio da frequência.

Ao analisar a matriz de admitâncias $\mathbf{Y}$ de um transformador de dois enrolamentos, o autor do artigo [4] propõe particionar esta matriz em submatrizes, refletindo a divisão dos terminais do transformador em dois conjuntos, A e B . Esta partição é essencial para modelar diferentes condições operacionais, especialmente em cenários onde terminais específicos estão abertos. A partição de $\mathbf{Y}$ é representada pela equação (2.22).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_A \\ \mathbf{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{AA} & \mathbf{Y}_{AB} \\ \mathbf{Y}_{BA} & \mathbf{Y}_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_A \\ \mathbf{V}_B \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

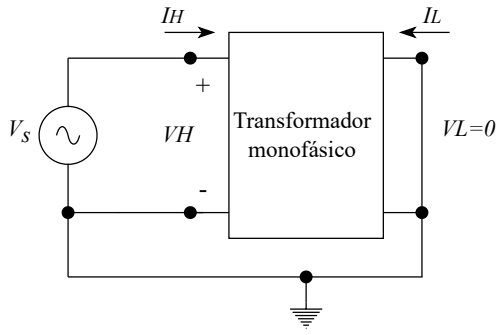
Aqui, $\mathbf{Y}_{AA}$ e $\mathbf{Y}_{BB}$ representam as admitâncias entre terminais dentro dos mesmos grupos A e B, respectivamente, enquanto $\mathbf{Y}_{AB}$ e $\mathbf{Y}_{BA}$ representam as admitâncias entre os grupos A e B. Quando confrontados com a condição de terminais abertos, por exemplo, todos os terminais de B abertos, esta estrutura de matriz permite analisar as mudanças nas relações de tensão e corrente que representam, por exemplo, a condição operacional considerada em estudos de sobretensões transferidas.

A condição de terminais abertos em um enrolamento altera significativamente as correntes e tensões no transformador. Matematicamente, esta condição pode ser modelada por equações derivadas da estrutura de $\mathbf{Y}$. Por exemplo, a equação (2.23) demonstra como a relação de tensão entre os grupos A e B é afetada quando os terminais de B estão abertos.

$$\mathbf{V}_{AB} = -\mathbf{Y}_{AA}^{-1} \mathbf{Y}_{AB} \quad (2.23)$$

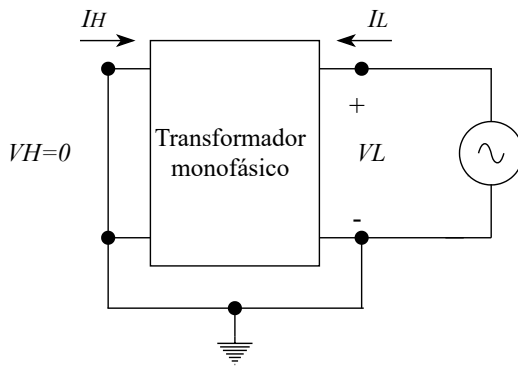
Esta equação mostra como as tensões em A ($\mathbf{V}_A$) são influenciadas pelas tensões em B ($\mathbf{V}_B$) através das submatrizes $\mathbf{Y}_{AB}$ e $\mathbf{Y}_{BA}$, considerando que as correntes em B são zero devido aos terminais abertos.

Para um exemplo específico de um transformador monofásico de dois enrolamentos, sendo o enrolamento H (alta tensão) e L (baixa tensão), as medições diretas dos elementos de $\mathbf{Y}$ são obtidas das expressões (2.24) e (2.25) conforme suas respectivas configurações dos ensaios de curto-circuito.



$$\begin{aligned} Y_{HH} &= \frac{I_H}{V_H} \\ Y_{LH} &= \frac{I_L}{V_H} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Figura 2.12: Enrolamento L curto-circuitado



$$\begin{aligned} Y_{LL} &= \frac{I_L}{V_L} \\ Y_{HL} &= \frac{I_H}{V_L} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Figura 2.13: Enrolamento H curto-circuitado

Analisando as configurações dos ensaios de curto-circuito ilustradas nas Figuras 2.14 e 2.13, pode ser verificado que os elementos Y_{HL} e Y_{LH} não representam cenários operacionais onde o enrolamento L pode estar aberto ($I_L = 0$), como por exemplo em análise de sobretensões transferidas. Outro aspecto importante a ser observado é que quando os enrolamentos H e L estão curtos-circuitados o efeito do núcleo magnético não é representado por Y_{HL} e Y_{LH} , pois o ramo magnetização é anulado, assim à resposta do transformador a sinais de baixas frequências não é devidamente representada [4] [28]

Para superar as dificuldades na obtenção os elementos Y_{HL} e Y_{LH} de forma que estes elementos sejam representativos para toda a faixa de frequências definida, pode-se considerar a situação em que o enrolamento L está completamente aberto ($I_L = 0$). Através da equação (2.26), o elemento Y_{LH} pode facilmente ser determinado de acordo a equação (2.27).

$$\begin{bmatrix} I_H \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{HH} & Y_{HL} \\ Y_{LH} & Y_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_H \\ V_L \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Analisando a equação (2.27), é possível verificar que o cálculo de Y_{LH} representa

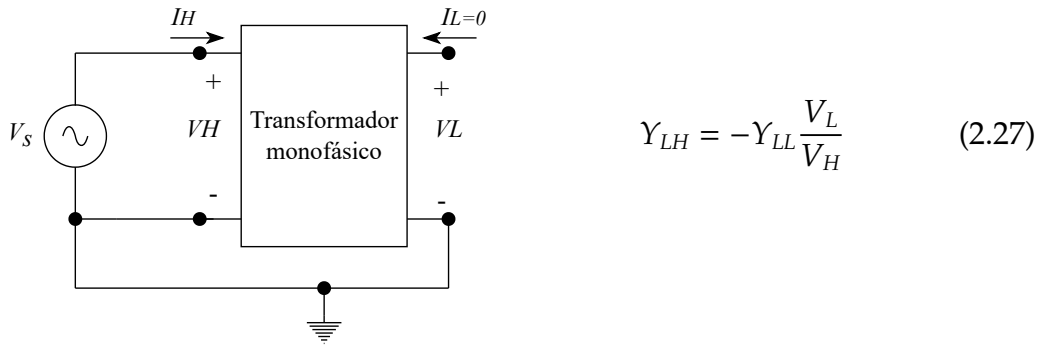


Figura 2.14: Enrolamento L aberto

a informação do núcleo magnético através da relação tensão entre os enrolamentos L e H do transformador. Pelo fato de a matriz Y ser simétrica, esta análise também é válida para o cálculo do elemento Y_{HL} . A inclusão da relação de tensão, para cada frequência da faixa de frequências, na modelagem do transformador é fundamental para ajustar o modelo e de forma que este represente condições operacionais realísticas [5] [28] [4].

Ao final da medição de resposta em frequência dos elementos de Y ou Z , forma-se um conjunto de dados que pode ser representado como uma matriz de tri-dimensional, de dimensões $n \times n \times k$, sendo n o número de terminais acessíveis do transformador e k o índice de cada frequência considerada na faixa de frequências.

2.5.3 Considerações sobre Medições

O sistema de medição de resposta em frequência é basicamente composto por uma fonte de sinais senoidais (gerador de sinais senoidais ou analisador de rede), sensor de corrente, cabos e pontas de provas, conforme detalhado no capítulo seguinte desta dissertação. No contexto da modelagem transformadores em altas frequências, vale ressaltar a importância da correção dos elementos da matriz de admitância Y para compensar o efeito dos cabos de medição e sensores. Para corrigir a capacitância parasita de cabos de medição e pontas de prova na matriz de admitância Y medida, o artigo [4] propõe a subtração da contribuição capacitiva dos cabos e pontas de provas, expressa por $j\omega C$, da matriz de admitância medida, conforme equação (2.28).

$$Y' = Y - j\omega C \quad (2.28)$$

É importante observar que na modelagem caixa preta de transformadores de distribuição monofásicos realizada em [32], constatou-se que a capacitância dos cabos

do sistema de medição era muito inferior à capacitância dos terminais do transformador. Nesse caso, a capacitância dos cabos não influenciou na precisão do seu modelo. Ainda assim, seguindo uma abordagem mais rigorosa, a correção dos elementos da matriz Y em relação às capacitâncias parasitas do sistema de medição pode ser considerada uma etapa fundamental para aprimorar a precisão e confiabilidade dos modelos de transformadores de larga banda desenvolvidos com base em medições de Y .

2.5.4 Ajuste Vetorial-*Vector Fitting*

A resposta em frequência do transformador, representada por meio dos elementos da matriz de admitância Y definidos anteriormente, representa a relação corrente-tensão entre os terminais do transformador num espectro definido de frequências. Essa relação pode ser expressa por uma função racional do tipo [31]:

$$f(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + sh \quad (2.29)$$

O método de ajuste vetorial tem como objetivo determinar os coeficientes da função racional (2.29). Nessa equação, a_n corresponde ao n -ésimo polo de $f(s)$, c_n corresponde ao n -ésimo resíduo de $f(s)$, d é uma constante que permite um valor não nulo para $f(s)$ em altas frequências, h é uma constante que permite que $f(s)$ tenda ao infinito em altas frequências, N corresponde ao número de polos utilizados para a aproximação e $s = j\omega$. A determinação de d e h depende da característica da função a ser determinada, podendo ser desprezada em alguns casos. O desafio em determinar estes coeficientes reside no fato de que a equação (2.29) é não linear devido à presença dos termos desconhecidos a_n no denominador. Para solucionar essa questão, o ajuste vetorial procede de maneira iterativa, em duas etapas, tratando o problema de maneira linear e utilizando polos previamente conhecidos em ambos os estágios, facilitando assim a estimativa dos coeficientes necessários [31]. Estas etapas são examinadas a seguir.

A solução proposta em [6] e [31] para tratar o problema de maneira linear está em equacionar o problema introduzindo uma função racional $\sigma(s)$ como representado em (2.30) e assumindo valores de partida para os polos $\bar{a}_m$.

$$f(s) \underbrace{\left(\sum_{m=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s - \bar{a}_m} + 1 \right)}_{\sigma(s)} \approx \left(\sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s - \bar{a}_m} + d + sh \right) \quad (2.30)$$

Dado os polos $\bar{a}_m$ iniciais, torna-se necessário determinar os valores das constantes $\tilde{c}_m$, c_m , d , e h da equação anterior. Essas constantes podem ser estabelecidas através da construção de um sistema linear na forma da expressão (2.31).

$$Ax = b \quad (2.31)$$

A matriz A contém os termos $\frac{1}{s-\bar{a}_m}$, x é o vetor de incógnitas ($\tilde{c}_m$, c_m , d , e h) e b o vetor contendo os valores medidos ou simulados de $f(s)$. Uma vez determinado o sistema linear em (2.31), sua solução pode ser obtida através do método dos mínimos quadrados [6] [31]. Determinados os coeficientes do vetor x , a função $f(s)$ pode ser obtida através da sua relação com a função $\sigma(s)$, como segue o desenvolvimento na equação (2.32).

$$f(s) \approx h \frac{\sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s-\bar{a}_m} + d + sh}{\sum_{m=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s-\bar{a}_m} + 1} = \frac{h \frac{\prod_{m=1}^{N+1}(s-z_n)}{\prod_{m=1}^N(s-\bar{a}_m)}}{\frac{\prod_{m=1}^N(s-\tilde{z}_n)}{\prod_{m=1}^N(s-\bar{a}_m)}} = h \frac{\prod_{m=1}^{N+1}(s-z_n)}{\prod_{m=1}^N(s-\tilde{z}_n)} \quad (2.32)$$

Conforme solução de (2.32), as somas de frações parciais tornam-se produtos de zeros sobre polos. Os polos de partida são cancelados e os polos de $f(s)$ são iguais aos zeros de $\sigma(s)$. Os zeros de $\sigma(s)$ são obtidos calculando-se os autovalores da matriz H em (2.33), que é definida como [6] [31].

$$H = A - bZ^T \quad (2.33)$$

A matriz A é uma matriz diagonal contendo os polos a_m , b é o vetor de colunas de uns e Z^T o vetor linha contendo os resíduos de $\sigma(s)$.

Para evitar problemas de mau condicionamento da matriz A , é recomendado utilizar polos complexos conjugados como polos iniciais em vez de polos reais. Por exemplo, $\{a_m, a_{m+1}\} = (\alpha + j\beta), (\alpha - j\beta)$, onde $(\alpha = \frac{\beta}{1000})$. Essa abordagem ajuda a garantir um bom condicionamento numérico e evita grandes deslocamentos dos polos no plano complexo. Para transformadores, é recomendável usar uma combinação de polos iniciais espaçados tanto logaritmicamente quanto linearmente [6] [31].

O processo de realocação dos polos para posições otimizadas é repetido várias vezes até que os cálculos se estabilizem. Caso apareçam polos instáveis durante as iterações, eles são ajustados de volta para o semiplano esquerdo para assegurar a estabilidade do modelo [6] [31].

2.5.5 Considerações sobre Causalidade, Estabilidade e Passividade

O modelo caixa preta, além de representar numericamente o comportamento do transformador em ampla faixa de frequências, deve garantir princípios físicos como conservação de energia e coerência temporal. Isso inclui a capacidade de refletir relações de causa e efeito (causalidade), assegurar que respostas a excitações limitadas sejam controladas e não divergentes (estabilidade) e garantir que o sistema não gere energia de forma fictícia, respeitando os princípios de conservação de energia (passividade) [33].

Como um sistema linear invariante no tempo (*LIT*), o modelo caixa preta de um transformador deve satisfazer os princípios de homogeneidade e superposição:

$$S\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\} = a_1y_1(t) + a_2y_2(t) \quad (2.34)$$

Assim, quando a entrada do sistema S é uma combinação linear de dois sinais $x_1(t)$ e $x_2(t)$, ponderados pelos coeficientes escalares a_1 e a_2 , a resposta do sistema também será uma combinação linear das saídas individuais correspondentes, $y_1(t)$ e $y_2(t)$, ponderadas pelos mesmos coeficientes a_1 e a_2 .

O sistema *LIT* descrito acima pode ser representado por uma equação diferencial ou, até mesmo, por um sistema de equações diferenciais. Uma das principais ferramentas para análise de sistemas *LIT* é a transformada de Laplace, pois tornam equações diferenciais, de soluções analíticas complexas, em equações algébricas de fácil manipulação no domínio da frequência. A equação (2.35) expressa a determinação da transformada de Laplace bilateral [33].

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-st} dt, \quad (2.35)$$

A função $F(s)$ tem como domínio o plano complexo s , sendo $s = \sigma + j\omega$. Para especificação de uma transformada de Laplace são necessários a expressão algébrica resultante da equação (2.35) e o intervalo de valores de s em que $F(s)$ é válida, sendo este intervalo definido como a região de convergência (RDC) da transformada bilateral. A RDC é definida no plano s por faixas paralelas ao eixo imaginário, indicando os valores de s para os quais a Transformada de Laplace bilateral é válida.

Causalidade é a propriedade fundamental que assegura que a saída de um sistema em qualquer instante t depende apenas das entradas em instantes anteriores ou no próprio instante t [33]. Formalmente, para sistemas lineares invariantes no

tempo, a causalidade implica que a resposta impulsiva do sistema, $h(t)$, deve ser nula para $t < 0$. Em termos matemáticos, um sistema é causal se a entrada $x_1(t)$ igual a $x_2(t)$ para $t < t_0$ resultar em saídas $w_1(t)$ e $w_2(t)$ que também sejam iguais para $t < t_0$. Para um sistema *LIT*, isso pode ser expresso pela matriz de resposta impulsiva $\mathbf{H}(t)$ como:

$$h_{ij}(t) = 0, \quad \text{para } t < 0, \quad \forall i, j. \quad (2.36)$$

Essa definição reflete a restrição de que efeitos não podem preceder suas causas, garantindo que o comportamento do sistema seja fisicamente consistente.

A causalidade pode ser visualizada de forma mais intuitiva no domínio de Laplace, por meio da análise da região de convergência (RDC) da transformada. Para um sistema causal, a RDC da função de transferência $\mathbf{H}(s)$ deve ser um semiplano direito, incluindo $\text{Re}(s) > \sigma_0$, onde σ_0 é o polo com a maior parte real, conforme exemplo da Figura 2.15. Isso garante que a resposta no domínio do tempo, obtida pela transformada inversa, seja causal, pois os termos associados a $t < 0$ não estão presentes. Em termos práticos, a presença de uma RDC aberta para a direita assegura que o comportamento temporal do sistema dependa exclusivamente de entradas em $t \geq 0$, tornando o critério de causalidade mais direto de verificar em aplicações analíticas e computacionais [33].

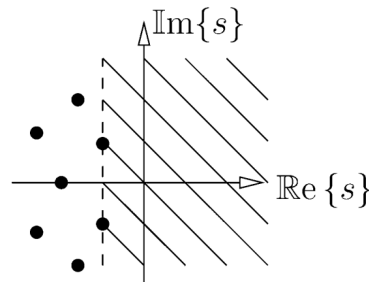


Figura 2.15: Causalidade de $\mathbf{H}(s)$. Fonte: Figura 6 de [33].

Estabilidade é uma propriedade essencial que garante que um sistema responda de maneira controlada a entradas limitadas. Para sistemas lineares invariantes no tempo (*LIT*), a estabilidade do tipo *BIBO* (Bounded Input, Bounded Output) assegura que, se a entrada $x(t)$ for limitada, a saída $w(t)$ também será limitada [33]. Formalmente, um sistema é estável se existir uma constante M_w tal que:

$$|x(t)| \leq M_x \implies |w(t)| \leq M_w, \quad \forall t. \quad (2.37)$$

No domínio do tempo, essa definição implica que a resposta impulsiva do sistema, $h(t)$, deve ter energia finita. Isso pode ser expresso como:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty. \quad (2.38)$$

Portanto, a estabilidade garante que o sistema não produza respostas exponencialmente crescentes, permitindo que ele opere de maneira controlada em condições práticas.

A estabilidade pode ser mais facilmente visualizada no domínio de Laplace, por meio da análise dos polos da função de transferência $H(s)$. Para um sistema ser estável, todos os polos de $H(s)$ devem estar localizados no semiplano esquerdo do plano complexo, ou seja, devem satisfazer $\text{Re}(s) < 0$. Essa condição garante que a região de convergência (RDC) da transformada de Laplace inclua o eixo imaginário $j\omega$, permitindo que a resposta em frequência $H(j\omega)$ seja bem definida. Em termos práticos, essa condição assegura que as respostas do sistema a entradas periódicas ou impulsivas decaiam ao longo do tempo, evitando instabilidades que poderiam inviabilizar a aplicação do modelo em simulações ou projetos de sistemas reais.

A passividade é uma propriedade fundamental na modelagem de sistemas físicos, definindo a incapacidade de um sistema gerar energia por conta própria. Um sistema é considerado passivo se a energia líquida absorvida em suas portas for sempre positiva ou igual a zero. No contexto de redes n -portas, essa característica é representada matematicamente, dependendo da representação utilizada.

Mesmo com a medição criteriosa dos elementos da matriz $\mathbf{Y}$, o reforço da passividade do modelo pode ser necessário. Isso ocorre porque o processo de ajuste vetorial para transformar os dados experimentais em uma representação matemática racional, como no método de *Vector Fitting* [31], pode introduzir violações da passividade devido a limitações numéricas, interpolações ou imprecisões nos algoritmos. Mesmo que os dados originais sejam fisicamente corretos e passivos, o modelo ajustado pode não preservar essas propriedades ao aproximar os polos e resíduos.

Essas violações surgem porque o processo de ajuste busca minimizar erros globais, mas não necessariamente impõe a restrição de passividade durante a construção do modelo. Como resultado, a matriz ajustada $\mathbf{Y}(s)$ pode apresentar regiões no domínio da frequência em que a parte real de $\mathbf{Y}(j\omega)$ não é positiva semidefinida, violando a condição de passividade. Portanto, mesmo com dados experimentais precisos, o reforço da passividade é uma etapa indispensável para corrigir essas inconsistências,

garantindo que o modelo final seja fisicamente válido e utilizável em simulações e aplicações práticas, como diagnósticos e análises de transientes em sistemas de potência.

No contexto da modelagem de transformadores, para uma matriz de admitância $Y(s)$, o sistema é passivo se:

- Cada elemento de $Y(s)$ for definido e analítico no semiplano direito do plano complexo ($\text{Re}(s) > 0$);
- $Y(j\omega)$ for uma matriz hermitiana e positiva semidefinida, ou seja, $v^H Y(j\omega) v \geq 0$ para todo vetor $v \neq 0$;
- O sistema respeitar condições de causalidade, garantindo que sua resposta seja consistente no tempo.

Essas condições asseguram que a matriz de admitância represente um sistema fisicamente realizável, com energia dissipativa ou conservativa, mas nunca geradora.

Inicialmente, Gustavsen [34] propôs um método para forçar a passividade da matriz de admitância $Y(s)$, ajustada por funções racionais, garantindo que $\text{Re}[Y(s)]$ fosse definida positiva. A técnica utiliza linearização para relacionar os parâmetros racionais com os autovalores e resolve um problema de mínimos quadrados com restrições via programação quadrática. A correção é iterativa, mínima e preserva a precisão do modelo original, assegurando estabilidade em simulações.

Posteriormente, o mesmo autor [35] apresentou o método de perturbação modal como uma alternativa mais robusta para forçar a passividade em modelos racionais. A abordagem consiste em minimizar as alterações relativas nos autovalores da matriz de admitância, aplicando uma ponderação inversamente proporcional à magnitude dos autovalores. Esse método evita a alteração de pequenos autovalores, preservando o comportamento original do modelo mesmo em condições de terminais arbitrárias. A técnica utiliza a matriz Hamiltoniana para identificar com precisão as frequências onde ocorrem violações de passividade, corrigindo essas violações por meio de um problema de otimização com restrições. Além disso, o método inclui um procedimento iterativo que refina as correções, adicionando novas restrições conforme necessário, até que todas as violações sejam eliminadas, garantindo um modelo final passivo e consistente.

Atualmente, o pós-processamento do ajuste vetorial, *Vector Fitting* [31], conta com uma rotina para forçar a passividade dos modelos aproximados, rotina denominada *RPdriver.m*.

2.5.6 Modelo no Domínio do Tempo

Os modelos racionais descritos anteriormente são eficazes para representar o comportamento dependente de frequência de componentes e subsistemas elétricos, como transformadores e redes de transmissão que exigem precisão em altas frequências, especialmente em cenários de transientes eletromagnéticos. No entanto, para que esses modelos possam ser integrados em programas de simulação no domínio do tempo, como o *EMTP*, é necessário convertê-los para formas compatíveis com o ambiente computacional, preservando características físicas fundamentais, como estabilidade, causalidade e passividade.

Para abordar essa questão, [36] propuseram um procedimento unificado para incluir modelos racionais em simuladores de transientes eletromagnéticos utilizando convolução discreta e equivalentes de *Norton*. A metodologia apresentada combina a formulação de modelos baseados em pólos e resíduos e modelos em espaço de estados, com apresentado a seguir.

Considerando um conjunto N de polos estabelecidos para caracterizar os elementos da matriz de admitância Y , de ordem m , a representação correspondente do sistema também pode ser formulada no domínio do tempo por meio de um modelo baseado nas seguintes equações de estado (*State Equation Realization – SER*) [36]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bv(t) \\ i(t) = Cx(t) + Dv(t) \end{cases} \quad (2.39)$$

onde $i(t)$ e $v(t)$ são vetores de correntes e tensões, respectivamente, de ordem m , A é uma matriz diagonal de ordem m contendo os polos da função de admitâncias Y , B é uma matriz seletora esparsa de ordem $m \times m$ composta por uns e zeros, C é uma matriz $m \times m$ contendo os resíduos de Y , e D é uma matriz $m \times m$ formada por termos independentes da síntese de Y , podendo assumir valor nulo ou não.

Sendo sua forma no tempo discreto representado pela equação (2.40), assim o cálculo da convolução recursiva entre a tensão de entrada v_k e a resposta ao impulso do sistema no instante t , ao passo de integração fixo Δt , pode ser determinado [36]

$$\begin{cases} x_k = \alpha x_{k-1} + Bv_{k-1}, \\ i_k = \tilde{C}x_k + Gv_k. \end{cases} \quad (2.40)$$

Os parâmetros do modelo discreto (2.40), determinados de acordo com as ex-

pressões (2.41) e (2.42), têm seus procedimentos de obtenção detalhados em [36].

$$\alpha = \left(\mathbf{I} - \mathbf{A} \frac{\Delta t}{2} \right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{I} + \mathbf{A} \frac{\Delta t}{2} \right) \quad ; \quad \lambda = \mu = \left(\mathbf{I} - \mathbf{A} \frac{\Delta t}{2} \right)^{-1} \cdot \frac{\Delta t}{2} \quad (2.41)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C}(\alpha\lambda + \mu) \quad ; \quad \mathbf{G} = (\mathbf{D} + \mathbf{C}\lambda\mathbf{B}) + \frac{2\mathbf{E}}{\Delta t} \quad (2.42)$$

No contexto da modelagem de transformadores, onde o modelo é representado através da matriz de admitância $\mathbf{Y}$, a entrada na equação (2.40) é a tensão, e a resposta obtida é uma corrente. A partir da equação (2.43), obtém-se a fórmula recursiva correspondente, que é representado na forma de um equivalente de *Norton* contendo uma fonte de corrente, que representa os termos históricos calculados pela equação (2.44), representado na Figura 2.16.

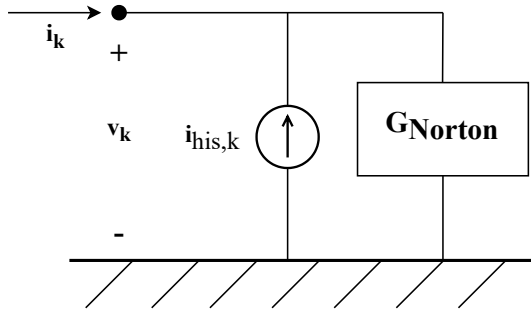


Figura 2.16: Equivalente de Norton

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \alpha \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B} \mathbf{v}_{k-1}, \\ \mathbf{i}_k = \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x}_k + \mathbf{G} \mathbf{v}_k. \end{cases} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{i}_{\text{his},k} = -\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x}_k \quad (2.44)$$

Além do equivalente de *Norton*, uma outra alternativa para representação do modelo racional ajustado de um transformador, no domínio do tempo, consiste em relacionar um circuito equivalente RLCC a cada elemento da matriz de admitância Y . Para construir o circuito RLCC, cada função racional, representada por (2.45), que compõe o modelo terminal de um transformador pode ser modelada conforme o circuito elétrico ilustrado na Figura 2.17 [37].

$$Y(s) = sk_{\infty} + k_0 + \sum_{n=1}^N \frac{k_n}{s - a_n} \quad (2.45)$$

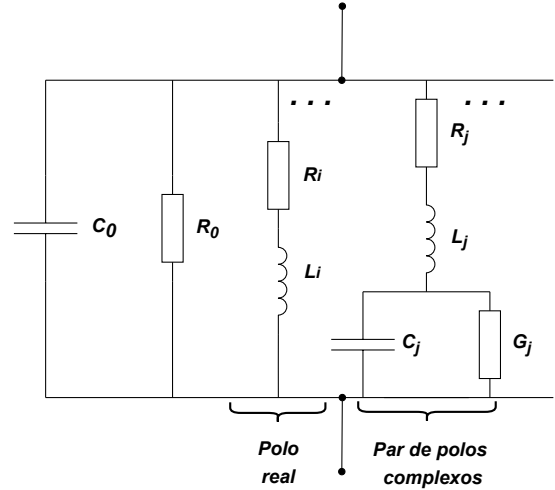


Figura 2.17: Equivalente RLCC

Sendo N a quantidade de polos utilizados no ajuste, sendo k_0 um termo independente, k_{∞} um termo dependente da frequência, a_n o n -ésimo polo e k_n o n -ésimo resíduo do elemento. Analisando a Equação (2.45), pode-se associar cada elemento em paralelo de ramos RLCC, e o tipo dessa associação depende da forma racional obtida no ajuste. Por exemplo, k_0 corresponde a uma condutância; um par polo-resíduo puramente real gera um ramo RL em série; já um par de polos complexos conjugados resulta em um ramo RL em série conectado a um ramo CG em paralelo. Uma opção alternativa, descrita em [38], obtém um circuito equivalente diretamente das matrizes de estado, considerando conjuntos independentes de polos para cada ramo. Além disso, também há a possibilidade de adotar uma estratégia baseada em impedância [39].

Os elementos de cada RLCC podem ser obtidos através das seguintes expressões [37]:

$$C_0 = k_{\infty}, \quad R_0 = 1/k_0 \quad (2.46)$$

Os polos reais de um ramo RL determinados por:

$$R_1 = -\frac{a_n}{k_n}, \quad L_1 = \frac{1}{k_n} \quad (2.47)$$

E por fim, os pares de polos complexos conjugados de um ramo RLC, calculados por:

$$\begin{aligned}
 L_j &= \frac{1}{2k'_j}, \\
 R_j &= \left\{ -2a'_j + 2L_j \left[k'_j a'_j + k''_j a''_j \right] \right\} L_j, \\
 \frac{1}{C_j} &= \left\{ a'^2_j + a''^2_j + 2 \left[k'_j a'_j + k''_j a''_j \right] R_j \right\} L_j, \\
 G_j &= -2 \left(k'_j a'_j + k''_j a''_j \right) C_j L_j.
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

Como mostrado em (2.49), os termos com aspas simples indicam a parte real, enquanto os com aspas duplas representam a parte imaginária dos respectivos números complexos.

$$\frac{k' + jk''}{s - (a' + ja'')} + \frac{k' - jk''}{s - (a' - ja'')}. \tag{2.49}$$

Uma vez convertidos os polos e resíduos em elementos dos circuitos equivalentes RLGC, uma rede elétrica equivalente do modelo terminal do transformador pode ser facilmente determinada conforme proposto por [37] através da rotina *netgen.m* disponibilizada no *web site* [40].

Com os dois métodos descritos, a resposta do modelo pode ser calculada em intervalos discretos de tempo, permitindo sua implementação em softwares como MATLAB e ATP/EMTP e assim a integração do módulo de alta frequência ao modelo híbrido no domínio do tempo.

2.6 Modelos Híbridos

Os modelos híbridos utilizam técnicas distintas para contemplar, de forma simultânea, transitórios em ampla faixa frequências e fenômenos não lineares associados à magnetização do núcleo. Dentre as abordagens híbridas encontradas na literatura, pode-se destacar a combinação de matrizes de admitâncias determinadas em frequências de até alguns MHz com modelos de baixas frequências, considerando a saturação do núcleo. Na construção dos modelos híbridos considera-se uma abordagem modular, ou seja, cada módulo responde por uma faixa de frequência do fenômeno a ser representado e também aos aspectos de linearidade ou não linearidade. A integração desses módulos pode ser feita por meio de filtros e/ou superposição dos sinais das respostas dos módulos implementados [14] [13] [11] [12]. Como resultado da im-

plementação de modelos híbridos em plataformas de simulação computacional como o EMTP, tem-se tornado possível investigar fenômenos transitórios complexos, como aqueles causados por descargas atmosféricas e ferroressonância, utilizando um único modelo de transformador [13].

Em 2015, Gustavsen e Semlyen [11] propuseram uma metodologia para a modelagem de transformadores, combinando modelos de alta e baixa frequência por meio da integração por filtros passa-alta e passa-baixa. A metodologia baseia-se na combinação de dois conjuntos de dados de admitância: um proveniente de medições de varredura em frequência (Y_{wb}) e outro calculado a partir de um modelo linear de 50/60 Hz (Y_{50}). A precisão do modelo híbrido foi garantida pelo ajuste de funções racionais via *Vector Fitting* [31], representando a matriz de admitância como uma soma de pólos e resíduos, com passividade imposta para evitar instabilidades numéricas. O modelo resultante foi validado para um transformador de distribuição de 300 kVA. O modelo mesclado apresentou uma melhora significativa na precisão em 50 Hz. As correntes de curto-circuito e em vazio simuladas foram compatíveis com aquelas previstas pelo modelo convencional de 50 Hz. A mesclagem não comprometeu a precisão em altas frequências. As funções de transferência de tensão e as respostas a sobretensões obtidas com o modelo mesclado foram praticamente idênticas às do modelo original de banda larga.

Gustavsen [12] propôs, em 2016, um modelo híbrido de transformadores que pode ser considerado um avanço do trabalho apresentado no artigo anterior [11]. Embora o modelo anterior tenha sido eficaz na integração de dados de medições experimentais e modelos convencionais de 50/60 Hz, ele não incorporava os efeitos não lineares do núcleo. O trabalho subsequente expandiu essa abordagem ao introduzir um modelo híbrido que considerou os efeitos ressonantes em alta frequência e a não linearidade do núcleo do transformador, permitindo uma representação mais abrangente dos transitórios eletromagnéticos.

Esse modelo foi baseado em uma representação de circuito equivalente tipo T de um transformador monofásico, no qual a indutância de magnetização foi modelada como uma indutância linear por partes, para representar o efeito não linear do núcleo. Além disso, a impedância de curto-circuito foi distribuída igualmente entre os lados de alta tensão (HV) e baixa tensão (LV) do transformador, resultando em uma admitância equivalente nos dois terminais. Essa topologia pode ser mais bem compreendida a partir da Figura 2.18.

Para garantir uma transição suave entre os dois modelos, filtros passa-altas (h_{HP})

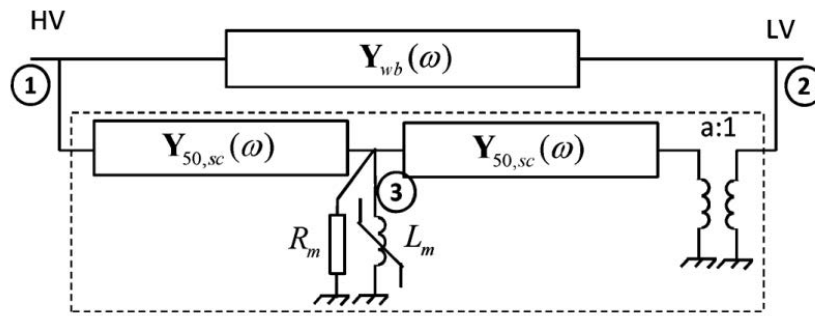


Figura 2.18: Topologia do Modelo Híbrido. Fonte: adaptado de [12].

e passa-baixas (h_{LP}) são aplicados. O modelo banda larga (Y_{wb}) é multiplicado pelo filtro passa-altas, enquanto o modelo de 50/60 Hz ($Y_{50,sc}$) é multiplicado pelo filtro passa-baixas, considerando um transformador ideal de relação de transformação $a:1$. Isso faz com que o modelo de 50/60 Hz domine em baixas frequências e o modelo de banda larga domine em altas frequências. Ambos os modelos filtrados são convertidos em modelos racionais do tipo polo-resíduo utilizando a técnica de *Vector Fitting* [31].

O autor forçou a passividade do modelo linear de banda larga (Y_1) de tal forma que o modelo combinado total permanecesse passivo para qualquer um dos estados lineares da indutância não linear por partes. Isso garante que, à medida que a indutância muda de valor durante a simulação (saindo e entrando na saturação), o modelo como um todo não se torna instável. Finalmente, a indutância de magnetização é incluída na simulação no domínio do tempo, conectando uma indutância linear por partes ao nó interno. A abordagem é demonstrada para o transformador trifásico com dois enrolamentos, ao simular a energização de um transformador alimentado por cabo, seguida por um curto-circuito e posterior eliminação da falta. O modelo híbrido demonstrou ser capaz de reproduzir corretamente a corrente de *inrush* e as correntes de curto-circuito, bem como os transitórios de alta frequência resultantes da energização.

Em 2021, Sima et al. [13] propôs uma abordagem similar à apresentada por Gustaven [12]. Embora o modelo de Gustaven [12] tenha sido capaz de representar com precisão os fenômenos transitórios em diferentes faixas de frequência, sua formulação baseava-se em um modelo T para a representação da faixa de baixas frequências, o que gerava limitações quanto à reversibilidade e à consistência física em determinadas condições operacionais. Para superar essa limitação, Sima et al. [13] propuseram um modelo híbrido reversível, substituindo o modelo T por um modelo π derivado do princípio da dualidade, que preserva a coerência física do transformador em diferentes regimes de operação. A topologia do modelo híbrido proposto pelos autores pode ser

verificada na Figura 2.19.

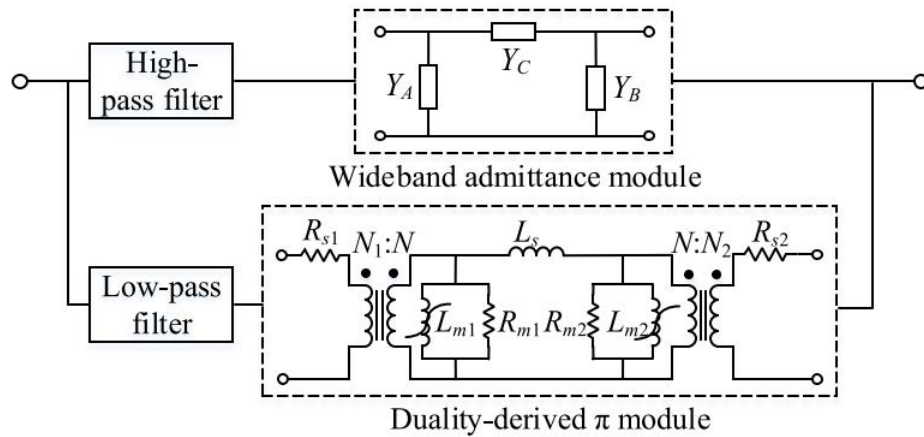


Figura 2.19: Topologia do Modelo Híbrido. Fonte: adaptado de [13].

A caracterização da resposta em alta frequência foi realizada por meio de medições de parâmetros da matriz S [36] utilizando um analisador vetorial de redes, cobrindo a faixa de 5 Hz a 1 MHz. Os parâmetros S foram então convertidos na matriz de admitância $Y(s)$, sendo ajustados por meio do método de ajuste vetorial. Os resultados mostraram que a admitância foi bem representada por meio de 24 polos reais e complexos, garantindo precisão na modelagem da resposta de frequência.

Os parâmetros do modelo π derivado a partir do princípio da dualidade foram obtidos a partir de testes de circuito aberto e curto-circuito. A região de saturação profunda foi determinada por meio de testes híbridos AC+DC, onde um retificador estático de baixa potência foi conectado ao enrolamento primário do transformador, enquanto o secundário permanecia em circuito aberto.

A integração desses módulos foi realizada utilizando filtros passa-altas e passa-baixas, garantindo que o módulo de banda larga dominasse em altas frequências, enquanto o modelo π assumisse o comportamento em baixas frequências. A frequência de corte dos filtros foi selecionada de forma a considerar a transição entre os modelos de baixa e alta frequência. O filtro passa-baixa foi ajustado para uma frequência pelo menos uma década acima de 50/60 Hz, garantindo a precisão em baixas frequências. Já o filtro passa-alta foi definido abaixo de um décimo da primeira ressonância do transformador, que ocorreu em 630 kHz, para preservar a resposta em altas frequências. Para mitigar os erros introduzidos pelos filtros na integração dos módulos, aplicou-se um método de compensação baseado em fontes de corrente controladas.

Os autores implementaram o modelo híbrido do transformador no ATPDraw, sendo que o modelo de admitância foi inserido no ATPDraw utilizando um bloco Norton Type-94 MODELS. O modelo de baixa frequência e a não linearidade do núcleo

foram incorporados utilizando um circuito equivalente baseado na dualidade eletromagnética. O transformador modelado foi um transformador monofásico tipo núcleo envolvido (*shell-type*), com tensão nominal de 50/50 V e potência nominal de 500 VA.

Para validar o modelo, foram realizados três testes experimentais. No teste de corrente de energização, na predição da corrente máxima, obteve-se um erro de 2,1% no primário e no secundário entre de 1,3% para 1,8%. No teste de impulso atmosférico, um impulso padrão de 1,2/50 μ s e 11 kV foi aplicado ao primário, resultando em um erro inferior a 3% na reprodução das sobretensões e tempos de subida. No teste de ferroressonância, o modelo representou corretamente oscilações sustentadas no núcleo devido à interação entre a indutância magnetizante e as capacitâncias da rede, prevendo com precisão a amplitude e a frequência das oscilações. Os resultados demonstraram que o modelo híbrido representou com fidelidade os efeitos transitórios em baixa e alta frequência, garantindo coerência entre diferentes regimes operacionais do transformador.

Seguindo abordagem semelhante, Sima et al. avançaram nos estudos da modelagem híbrida e, em 2023, em um estudo com duas partes [14], [15] propuseram um modelo híbrido inversível para reconstruir a tensão primária de transformadores de potencial indutivos (TPs) a partir de sinais secundários distorcidos. Os sinais secundários dos transformadores de potencial (TPs) são distorcidos devido a fenômenos ressonantes que alteram a relação de transformação em altas frequências, aos efeitos capacitivos, que causam distribuição desigual do potencial elétrico ao longo dos enrolamentos, e às não linearidades do núcleo, onde a saturação profunda gera harmônicos e distorções na tensão medida. Esses fatores fazem com que o sinal secundário não seja uma réplica exata da tensão primária, podendo comprometer as medições e funções de proteção.

A metodologia proposta no artigo para reconstruir a tensão primária é fundamentada no desenvolvimento de uma função de transferência inversa, $v_p = f^{-1}(v_s)$, implementada por uma estrutura híbrida que aborda separadamente as distorções lineares e não lineares, estrutura ilustrada pelos autores como mostram as Figuras 2.20 e 2.21.

Inicialmente, o sinal secundário medido é decomposto em componentes de alta e baixa frequência com base em uma frequência de transição, utilizando métodos como a Transformada Rápida de Fourier (FFT) ou filtros digitais, de maneira similar aos modelos vistos anteriormente. As componentes de alta frequência são processadas

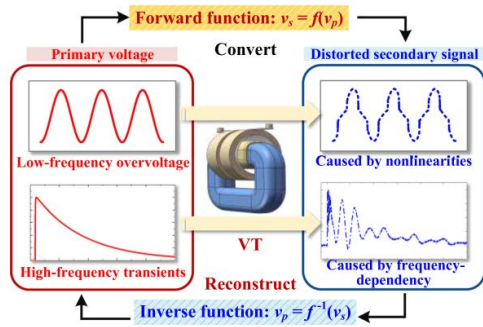


Figura 2.20: Diagrama Conceitual do Modelo Híbrido de Sima et al. Fonte: adaptado de [14].

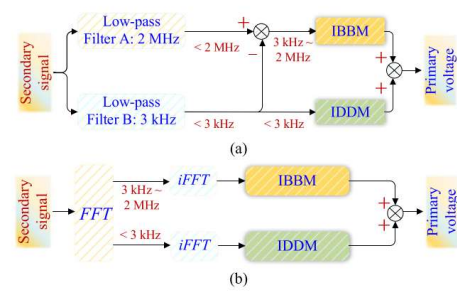


Figura 2.21: Topologias do Modelo Híbrido Inversível de Sima et al. Fonte: adaptado de [15].

por um Modelo Inverso caixa preta (IBBM), que reconstrói os efeitos dependentes da frequência, como correntes parasitas e capacitâncias; este modelo é derivado da função de transferência de tensão inversa do TP, $H(s)^{-1}$, obtida por medições e ajustada pelo método de *Vector Fitting* [31]. Simultaneamente, as componentes de baixa frequência são enviadas a um Modelo Inverso Derivado da Dualidade (IDDM), um modelo físico que trata das fortes não linearidades, principalmente a saturação do núcleo, calculando a tensão primária de forma reversa a partir das curvas de magnetização ($\lambda - i$). Por fim, a tensão primária completa é reconstruída pela soma das saídas de ambos os modelos, aplicando-se o teorema da superposição.

Na parte II do artigo [15], os parâmetros do modelo híbrido foram determinados por meio de testes experimentais. Os testes de varredura em frequência utilizaram um analisador de rede vetorial para obter as características de transferência de tensão $H_m(s)$, ajustadas pelo método *Modified Vector Fitting* para derivar sua inversa, para o modelo caixa preta inverso (IBBM). Os testes de circuito aberto forneceram a curva fluxo-corrente e as resistências de perdas no núcleo, para o modelo inverso derivado da dualidade (IDDM). Os testes de resistência DC mediram as resistências dos enrolamentos e de curto-circuito, enquanto os testes de impedância determinaram a indutância de dispersão. Já os testes de saturação avaliaram as indutâncias magnetizantes aplicando a mesma metodologia aplicada em Sima et al. [13].

Os autores implementaram o modelo em um ambiente computacional de transitórios eletromagnéticos (EMT). Testes de simulação e experimentos foram realizados para validar o modelo proposto. O TP analisado no estudo foi um transformador de potencial indutivo de 10 kV, com relação de transformação 10 kV / 100 V, frequência nominal de 50 Hz, classe de exatidão de 0.5 para uma carga de 15 VA.

Os testes de simulação da reconstrução da tensão primária foram conduzidos

para impulsos atmosféricos e ferroressonância, validando a precisão do modelo. Na simulação de impulso atmosférico (1,2/50 μ s, 11 kV), o erro percentual máximo entre a tensão aplicada e a reconstruída foi inferior a 0,22%, enquanto a discrepância entre a tensão aplicada e o sinal secundário referenciado foi superior a 118%, evidenciando a eficácia do método na compensação de distorções. Já na simulação de ferroressonância (23 kV, 50 Hz), o modelo foi capaz de reconstruir corretamente as oscilações não lineares observadas no experimento, apresentando erro de fase inferior a 1,5°. A análise do valor eficaz (RMS) indicou que a discrepância inicial de 22% foi reduzida para 3,5%, demonstrando a precisão do modelo na compensação de efeitos não lineares e saturação do núcleo. Esses resultados confirmam a robustez do modelo híbrido na reconstrução de tensões primárias em diferentes regimes transitórios.

2.7 Considerações finais

A revisão bibliográfica apresentada evidencia a relevância da modelagem híbrida de transformadores na análise de transitórios eletromagnéticos em uma ampla faixa de frequências e a inclusão da não linearidade do núcleo e outros efeitos como as perdas no ferro. Embora existam diferentes abordagens para modelagem híbrida, ainda não se dispõe de um modelo de transformador que seja amplamente implementado em programas do tipo *EMT* para a análise de transitórios eletromagnéticos em uma ampla faixa de frequências e que considere simultaneamente os efeitos não lineares decorrentes da saturação do núcleo ferromagnético. Observa-se que os modelos de altas frequências são amplamente utilizados na modelagem híbrida e se destacam como a abordagem mais eficaz para a análise do comportamento de transformadores em uma ampla faixa de frequências. No que diz respeito à estimativa dos parâmetros do modelo, a técnica de ajuste vetorial já é uma técnica consolidada para a representação por funções racionais, permitindo a realização de simulações no domínio do tempo e a determinação das tensões transferidas entre os enrolamentos.

Dentre os modelos utilizados para representação dos fenômenos de baixa frequência e não lineares, o modelo π derivado do princípio da dualidade é considerado o modelo topologicamente correto. Porém, outros modelos de curto-circuito, como os modelos matriciais ou até mesmo o modelo tipo *T*, complementados por modelos não lineares do núcleo, são muitas vezes preferidos pela maior facilidade na obtenção dos seus parâmetros, que dependem somente de testes padrão de circuito aberto e curto-

circuito, além da curva de saturação.

A implementação computacional do modelo do transformador mostrou-se também um aspecto crítico da modelagem híbrida, que pode ter sua complexidade variada a depender da abrangência do modelo quanto à diversidade de fenômenos a serem representados ou características, como reversibilidade, por exemplo.

Como já citado anteriormente, essa pesquisa adotou a abordagem modular, combinando um modelo de banda larga do tipo caixa preta para representar a resposta em altas frequências e um modelo matricial associado a um modelo não linear do núcleo para caracterizar o comportamento em baixas frequências, incluindo a não linearidade do núcleo. A construção deste modelo, sua implementação e validação são examinados nos próximos capítulos desta dissertação.

Modelagem Híbrida de um Transformador Monofásico

3.1 Introdução

Este capítulo aborda a aplicação da técnica de modelagem híbrida e implementação computacional de um modelo híbrido para um transformador de bancada de laboratório, monofásico. O transformador em estudo possui potência nominal de 144 VA; tensões nominais V_1/V_2-V_3 de 110 V/24-24 V; corrente nominal no secundário de 3A, com derivação central no secundário, como mostrado pela Figura 3.1.

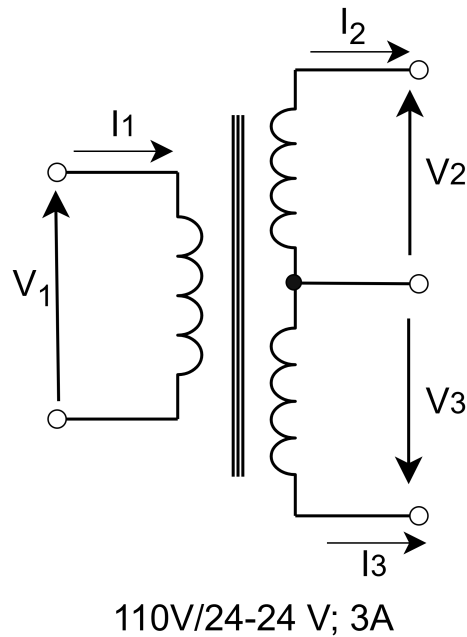


Figura 3.1: Transformador monofásico com derivação central no secundário

A topologia do modelo proposto é modular, combinando um módulo de banda larga para altas frequências, baseado em um modelo caixa preta obtido por medições da matriz de admitâncias, e um módulo para baixas frequências, fundamentado em um modelo matricial com um ramo de magnetização não linear. Esses módulos são interligados por um sistema de filtros passa-baixas, permitindo a separação e recomposição

dos sinais de entrada e saída baseada na superposição destes sinais.

A metodologia inclui a determinação dos parâmetros para o módulo de altas frequências por meio de ensaios de resposta em frequência e técnicas de ajuste vetorial (*Vector Fitting*), sendo analisadas as características de passividade e a estabilidade do modelo. Para o módulo de baixas frequências, são realizados os ensaios de curto-circuito e excitação para a obtenção dos parâmetros de um modelo do tipo matricial, incluindo a curva de saturação do núcleo e o cálculo para estimar da indutância de núcleo de ar. A implementação computacional do modelo híbrido é realizada no ATP, onde o módulo de alta frequência é representado por um circuito equivalente RLCG determinado a partir de componentes específicos do programa. Já o módulo de baixa frequência é modelado por meio do componente BCTRAN, acoplado a um indutor não linear do tipo *Type-98*, de modo a incorporar os efeitos de saturação magnética. A integração entre os dois módulos é obtida mediante o uso de filtros RC e componentes auxiliares responsáveis pela composição e transferência dos sinais.

3.2 Topologia do Modelo Híbrido

O modelo híbrido implementado neste trabalho é apresentado na Figura 3.2. A topologia do modelo baseou-se em uma abordagem modular, conforme proposto por Gustavsen [12] e por Sima et al. [13], [14]. Essa abordagem combina o modelo caixa preta com um modelo matricial. Este último é associado a um modelo de indutância não linear que representa a curva de saturação do núcleo. Esses modelos foram examinados no capítulo anterior, sendo já consolidados na literatura e cuja determinação de parâmetros não exige dados geométricos ou informações internas do transformador.

A integração dos módulos correspondentes aos modelos de altas e baixas frequências é realizada por meio da separação das componentes de frequência com a aplicação de filtros, seguida da recomposição do sinal pela superposição das respostas obtidas de cada módulo. O processo é iniciado com a extração do sinal primário $v_p(t)$ em duas faixas de frequência: uma para baixas frequências, inferiores a uma frequência de transição (3 kHz, no caso avaliado), e outra para altas frequências, superiores a essa frequência de transição. Conforme identificado na revisão bibliográfica, dois métodos podem ser encontrados na literatura para essa separação. O primeiro utiliza filtros convencionais passa-baixas ou passa-altas de primeira ou segunda ordem, com frequência de corte adequada. O segundo método baseia-se na aplicação da Transformada Rá-

pida de *Fourier* (FFT). Como ilustrado na Figura 3.2, este trabalho adotou o método de filtros convencionais passa-baixas, devido à sua fácil implementação computacional e à simplicidade na determinação dos parâmetros, os quais serão detalhados nas seções seguintes deste capítulo.

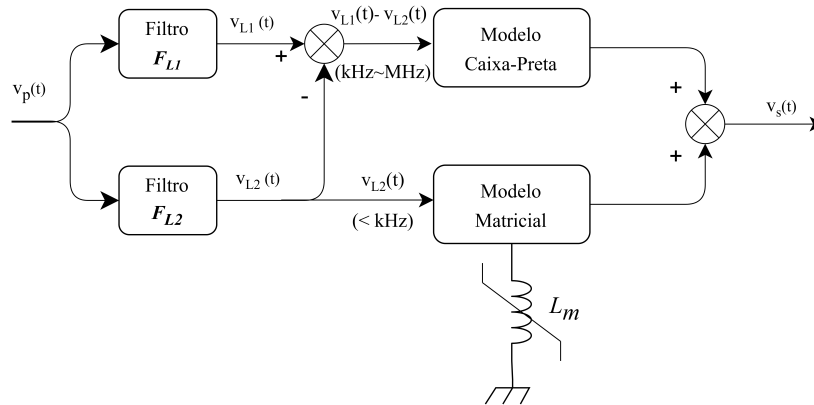


Figura 3.2: Diagrama Conceitual do Modelo Híbrido

O filtro F_{L1} atenua componentes com frequência acima de alguns megahertz (MHz), enquanto o filtro F_{L2} tem frequência de corte para componentes acima de alguns quilohertz (kHz). A saída $v(t)_{L2}$ do F_{L2} representa o componente de baixa frequência do sinal de entrada, enquanto a saída $v(t)_{L1}$ do F_{L1} corresponde ao sinal de alta frequência. Subtraindo $v(t)_{L1} - v(t)_{L2}$, obtém-se o sinal de alta frequência que é aplicado na entrada do módulo de banda larga [14]. O sinal aplicado na entrada do módulo de baixa frequência corresponde a $v(t)_{L2}$.

O sinal de saída do modelo híbrido $v(t)_s$ é obtido pela soma das respostas de cada módulo em tempo de simulação [14], [13]. As seções a seguir apresentam os dados obtidos através de ensaios elétricos realizados em laboratório, cálculos dos parâmetros e implementação computacional do modelo.

3.3 Módulo de Altas Frequências

O modelo caixa preta é determinado com base na relação terminal tensão-corrente do transformador. Como já mencionado no capítulo anterior, é comum que essa relação seja feita através de uma matriz de admitâncias, $\mathbf{Y}$.

A matriz de admitâncias $\mathbf{Y}$ caracteriza a relação entre as tensões nos terminais do transformador, representadas por $\mathbf{V}$, e as correntes que entram nesses terminais, representadas por $\mathbf{I}$, como expressa a equação (3.1).

$$\mathbf{I} = \mathbf{YV} \quad (3.1)$$

Analisando o transformador monofásico, que possui relação de tensões 110 V/24-24 V e secundário com derivação central, este pode ser representado por meio da medição dos elementos da matriz de admitâncias $\mathbf{Y}$ em uma determinada faixa de frequência.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Em (3.2), V_1 e I_1 são tensão e corrente no terminal primário, enquanto V_2 , I_2 , V_3 e I_3 correspondem às tensões e correntes nos enrolamentos de baixa tensão. Os elementos da matriz de admitâncias são calculados fazendo

$$y_{ij} = \frac{I_i}{V_j} \quad (3.3)$$

onde I_i é a corrente no terminal i e V_j é a tensão aplicada no terminal j , com os demais terminais conectados ao potencial de referência. Essa relação permite caracterizar a resposta em frequência do transformador, sendo y_{ii} a admitância de entrada (própria) e y_{ij} ($i \neq j$) o acoplamento entre terminais distintos.

Neste estudo de caso, considerou-se o terminal V_3 aberto, sendo $I_3 = 0$. Essa condição representa a situação em que não há carga conectada a um dos terminais do transformador. Tal configuração é reconhecida por intensificar os efeitos ressonantes do equipamento, influenciando significativamente nas tensões transferidas entre terminais [5]. A partir dessa condição, propõe-se um modelo de duas portas com os terminais V_1 e V_2 . Esse modelo é representado por uma matriz de admitância $\mathbf{Y}$, a qual estabelece a relação entre os vetores de corrente e tensão $\mathbf{I}$ e $\mathbf{V}$, segundo a Equação (3.4):

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Visando recuperar os efeitos não considerados em baixas frequências e aprimorar a resposta do modelo nessa faixa, Gustavsen [4] propôs a correção dos elementos mútuos da matriz de admitâncias com base na relação de tensão do transformador, dada por $t_{ij} = \frac{V_i}{V_j}$. Essa relação, medida diretamente na faixa de frequências de interesse,

é incorporada ao modelo conforme representado na Equação (3.5), em que os subscritos i e j correspondem a dois terminais arbitrários do transformador.

$$y_{ij} = -y_{ii}t_{ij} \quad (3.5)$$

Finalmente, a matriz $\mathbf{Y}$ pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & -t_{21}y_{22} \\ -t_{21}y_{22} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

em que t_{21} corresponde à razão de tensão entre os terminais V_2 e V_1 , y_{11} é a admitância de entrada e y_{22} é a admitância de saída, todos determinados com o terminal V_3 em aberto.

3.3.1 Sistema de Medição e Ensaios

Os ensaios de resposta em frequência do transformador considerado neste trabalho foram conduzidos com o auxílio de um sistema de medição automatizado, desenvolvido no centro de pesquisas *LRC (Lightning Research Center)* da UFMG. Esse sistema é composto por um gerador de sinais arbitrários *Agilent 33220A* e um osciloscópio de quatro canais *Rohde & Schwarz RTB2004*, ambos controlados por um computador.

As tensões foram medidas com pontas de prova passivas *Agilent N2862B* e *Tektronix P5100A*, com razões de atenuação de 10:1 e 100:1, respectivamente. As correntes foram medidas por meio de um monitor de corrente *Pearson* (modelos 2100 ou 110). Os transdutores de corrente foram conectados ao osciloscópio por meio de cabos coaxiais, enquanto o gerador de sinais é interligado ao transformador sob ensaio também por um cabo coaxial.

As medições foram realizadas na faixa de 10 Hz a 10 MHz, utilizando de 40 a 80 pontos por década, dependendo do ensaio. Sinais de tensão senoidal com amplitude de 10 V foram aplicados aos terminais do transformador, e as respostas em corrente e tensão foram adquiridas de forma síncrona. A determinação dos fasores de tensão e corrente foi feita por meio de um estimador baseado no método dos mínimos quadrados, permitindo a determinação precisa dos elementos da matriz de admitância $\mathbf{Y}$ e das relações de transformação de tensão.

Como mencionado no capítulo anterior, para corrigir os efeitos parasitas e remover o impacto dos cabos de medição e pontas de prova na matriz de admitância $\mathbf{Y}$

medida, Gustaven [4] propõe a subtração da capacitância dos cabos e pontas de provas, expressa por $j\omega C$, da matriz de admitância medida, conforme equação (2.28). As pontas de prova passivas utilizadas nas medições realizadas no contexto desta dissertação possuem capacitância de 15 pF. Rodrigues [32] observou que a correção da matriz de admitância considerando este valor de capacitância não resultou em nenhuma alteração significativa no desempenho do modelo de altas frequências implementado neste trabalho.

Com base na análise técnica dos transdutores de corrente *Pearson* 110 e 2100, a escolha entre esses dispositivos considerou os parâmetros de sensibilidade, faixa de frequência e a característica I/f (corrente por frequência). O modelo *Pearson* 110 apresenta uma sensibilidade de 0,1 V/A e banda passante de 1 Hz a 20 MHz, o que o torna adequado para medições em baixas frequências, especialmente abaixo de 125 Hz, que não são atendidas pelo modelo 2100. Além disso, o TC 110 possui um valor elevado de $I/f = 1,5$ A/Hz, permitindo a medição de correntes significativamente maiores em baixas frequências sem saturar seu núcleo magnético. Em contrapartida, o *Pearson* 2100 oferece uma sensibilidade dez vezes maior (1 V/A), o que favorece a medição de correntes de baixa magnitude com melhor relação sinal-ruído, desde que operando acima de sua frequência mínima de 125 Hz. No entanto, seu $I/f = 0,017$ A/Hz e seu produto corrente-tempo reduzido limitam severamente seu uso em correntes elevadas e frequências mais baixas. Dessa forma, a seleção entre os modelos é orientada por um compromisso entre a exigência de cobertura em baixas frequências, favorecendo o uso do TC 110, e a necessidade de alta sensibilidade em medições com correntes reduzidas, contexto no qual o TC 2100 pode ser vantajoso. Para o ensaio do transformador em questão, o TC 110 foi utilizado, tendo em vista que a banda de frequências de interesse é de 10 Hz a 10 MHz.

Uma vez definidos os dispositivos e os parâmetros do sistema de medição, foram realizadas três varreduras em frequência para a determinação dos elementos de $\mathbf{Y}$. Estas correspondem a duas medições diretas (elementos y_{11} e y_{22}) e ao cálculo dos elementos y_{12} e y_{21} através da medição da relação de transformação t_{21} , para cada frequência, na faixa de 10 Hz a 10 MHz.

3.3.2 Ajustes e Parâmetros do Modelo Banda Larga

Os ajustes vetoriais da matriz de admitância (3.6) basearam-se na técnica de *Vector Fitting*, descrita na Subseção 2.5.4 [31]. Para isso, utilizou-se o pacote de rotinas

computacionais *Matrix Fitting Toolbox*, disponibilizado em [40]. Esse processo de modelagem resultou na determinação dos parâmetros de uma função racional no domínio de Laplace, composta por 24 polos complexos.

A utilização do *Matrix Fitting Toolbox* segue um fluxo constituído por três etapas principais, conforme ilustrado na Figura 3.3. A rotina *VFdriver.m* realiza o ajuste vetorial por meio da técnica *Vector Fitting*, determinando os parâmetros (polos) da função racional comuns aos elementos independentes da matriz de admitância $Y(s)$, com aprimoramentos que aceleram a convergência e reduzem o custo computacional. Em seguida, a rotina *RPdriver.m* assegura a passividade do modelo, conforme examinado na Subseção 2.5.5. Por fim, a rotina *netgen_ATP.m* converte o modelo em espaço de estado, gerado na etapa 1, em uma matriz que representa um circuito equivalente do tipo RLCG, que pode ser implementado no ambiente ATP, viabilizando sua aplicação em simulações de transitórios eletromagnéticos no domínio do tempo.

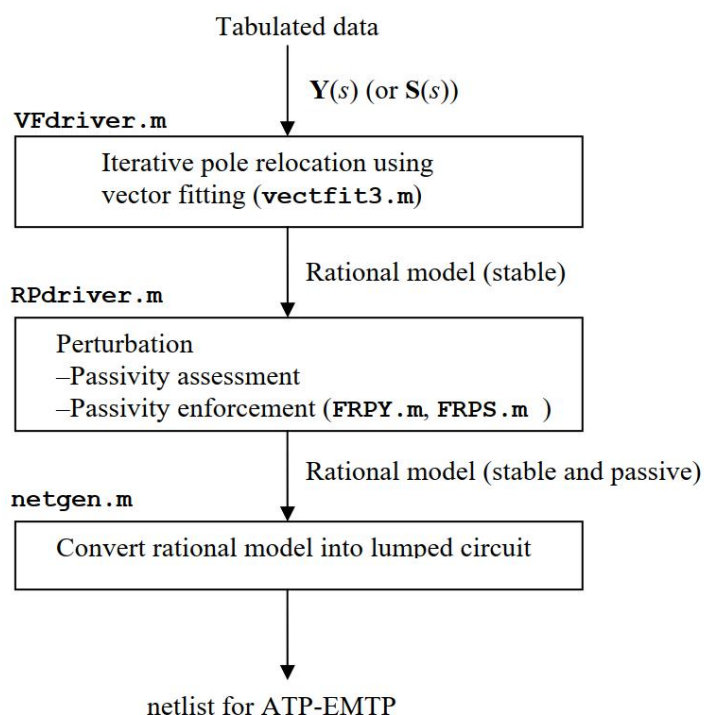


Figura 3.3: *Matrix Fitting Toolbox*

Fonte: reprodução de [41].

3.3.3 Análise de resultados

A Figura 3.4 apresenta os valores medidos dos elementos da matriz de admitância e também os valores destes mesmos elementos obtidos através do ajuste realizado por meio da técnica de *Vector Fitting*, utilizando um conjunto inicial de 24 polos estáveis

e complexos. Esses polos foram distribuídos linearmente na faixa de altas frequências e logarithmicamente na faixa de baixas frequências. Com o objetivo de aprimorar a precisão do ajuste, aplicou-se uma ponderação a cada elemento de $[Y(s)]$ proporcional ao valor absoluto do inverso da soma dos elementos da própria matriz $[Y(s)]$, conforme proposto em [31]. Após o processo de realocação iterativa dos polos realizadas pela técnica de *Vector Fitting* e determinação dos resíduos, foram obtidos os resultados ilustrados na Figura 3.4. Os valores dos módulos e ângulos de fase dos elementos evidenciam uma excelente correspondência entre os dados medidos da matriz Y e o modelo ajustado, com erro RMS global de 0,0017.

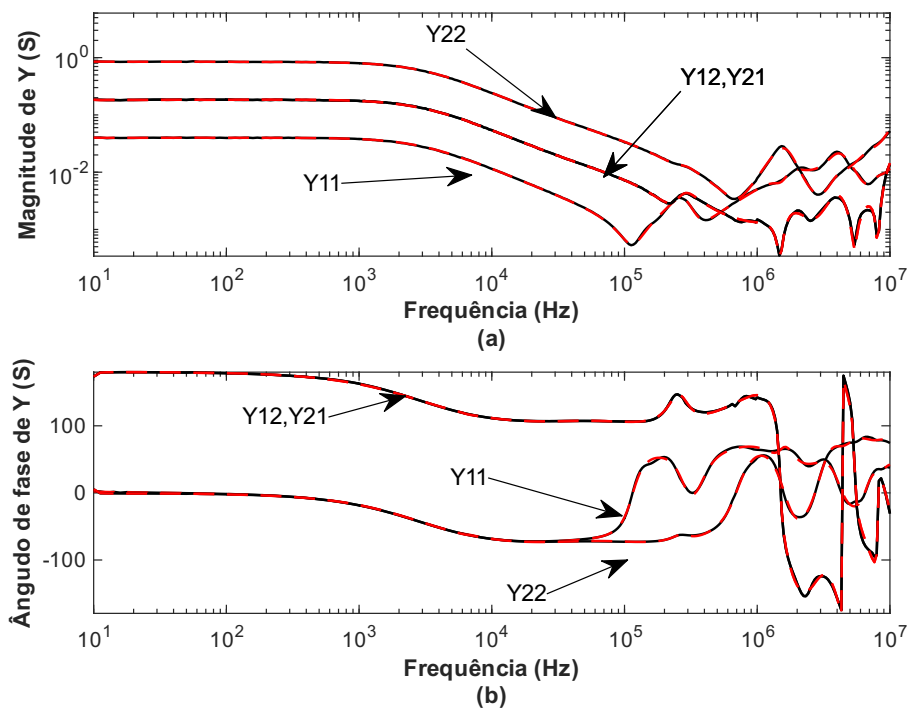


Figura 3.4: Ajuste vetorial dos elementos próprios (y_{11} e y_{22}) e mútuos (y_{12} e y_{21}) da matriz Y . Curva sólida, na cor preta: respostas em frequência medidas. Curvas vermelhas tracejadas: respostas ajustadas.

A verificação da passividade do modelo foi realizada por meio da análise dos autovalores da matriz de condutâncias $G_{\text{aproximada}}$. Durante esse processo, foram identificadas pequenas violações de passividade na faixa de frequências entre 100 Hz e aproximadamente 10 kHz, conforme ilustrado na Figura 3.5. Tal comportamento não passivo do modelo pode estar associado a incertezas nas medições ou a discrepâncias decorrentes da aplicação dos fatores de correção adotados [4].

Com o propósito de garantir a passividade do modelo, a rotina `RPdriver.m` foi empregada, assegurando que todos os autovalores da matriz de condutância aproximada apresentassem parte real positiva. Tal condição garante a estabilidade das simulações no domínio do tempo. A Figura 3.6 mostra que, apesar de essa abor-

dagem introduzir um pequeno erro de aproximação na matriz $\mathbf{Y}_{\text{aproximada}}(s)$ em altas frequências, a coerência do modelo permanece preservada.

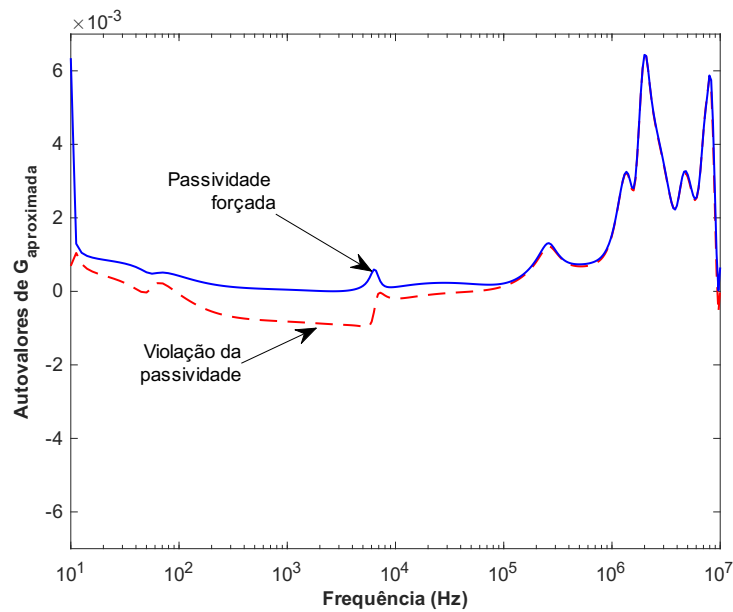


Figura 3.5: Autovalores da $G_{\text{aproximada}}$

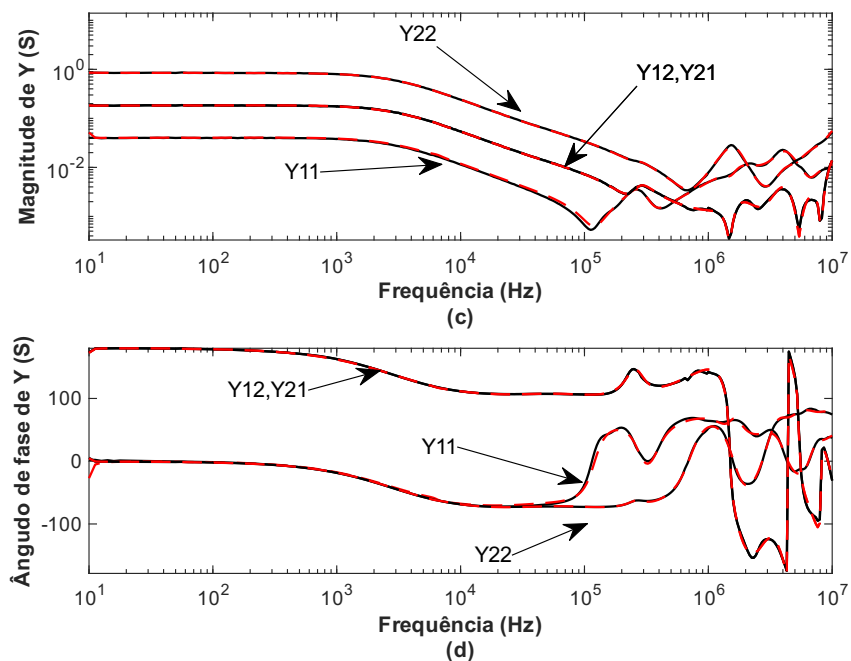


Figura 3.6: Ajuste vetorial após passividade forçada (elementos próprios (y_{11} e y_{22}) e mútuos (y_{12} e y_{21})). Curva sólida, na cor preta: respostas em frequência medidas. Curvas vermelhas tracejadas: respostas ajustadas.

Outra característica importante a ser analisada como suporte ao processo de modelagem caixa preta do transformador é a relação de transformação no domínio da frequência, neste caso, na faixa de 10 Hz a 10 MHz. Analisando a Figura 3.7 verifica-se que o transformador mantém sua relação nominal de transformação — em torno de 4,6 — até aproximadamente 100 kHz. A partir de cerca de 150 kHz, verifica-se a

ocorrência de um comportamento ressonante. Tensões transferidas com componentes de sinais com frequências maiores que de 1 MHz podem atingir valores críticos para o isolamento do transformador pois a relação de transformação pode atingir 77,44 na frequência 1,46 MHz, representando um aumento aproximado de 17 vezes em relação ao seu valor nominal.

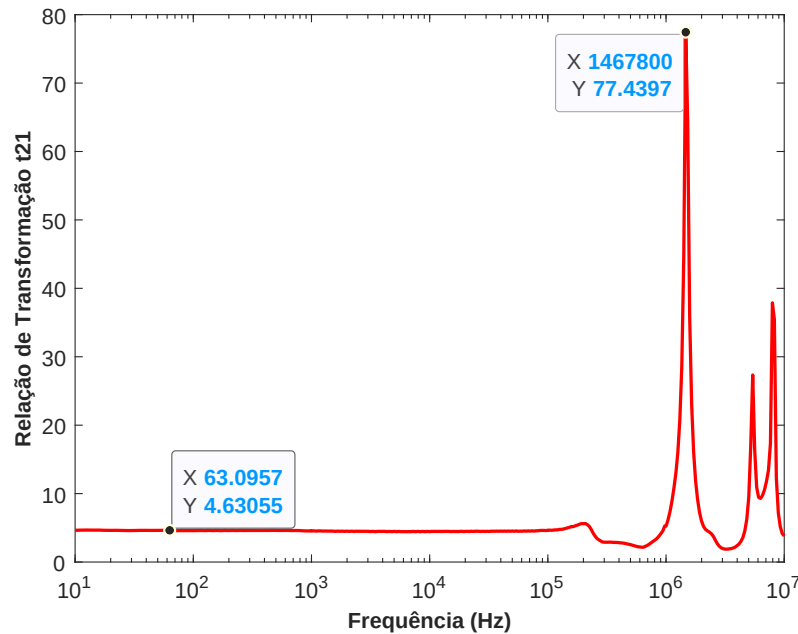


Figura 3.7: Relação de Transformação t_{21}

Dando continuidade ao processo de modelagem híbrida, implementa-se a seguir o módulo de baixas frequências por meio da determinação dos parâmetros do modelo BCTRAN e do indutor não linear *Type-98*, ambos modelos numéricos disponíveis no ATP.

3.4 Módulo para Baixas Frequências

Conforme mencionado, o módulo de baixas frequências do modelo híbrido implementado neste trabalho é constituído por um modelo matricial, ao qual se associa externamente um ramo de magnetização não linear, empregado para representar o efeito da saturação do núcleo do transformador.

3.4.1 Modelo Matricial para Transformador Monofásico de 3 enrolamentos

Para determinar o modelo matricial de curto-circuito, não considerando o ramo de magnetização. Inicialmente, a análise partiu da determinação da matriz de impe-

dências para o transformador monofásico de 3 (três) enrolamentos, de acordo com (3.7).

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Sendo o modelo matricial (3.7) teoricamente aplicável apenas com base em ensaios a vazio do transformador e sob a consideração de corrente de excitação nula, a matriz de impedâncias $\mathbf{Z}$ deixa de ser definida [22], o que impossibilita o cálculo de sua inversa. No entanto, mesmo sob a hipótese de corrente de excitação nula, é possível determinar a versão reduzida da matriz, $\mathbf{Z}^{\text{red}}$, bem como sua inversa correspondente, conforme apresentado em [22]:

$$\begin{bmatrix} V_1 - V_3 \\ V_2 - V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}^{\text{red}} & Z_{12}^{\text{red}} \\ Z_{21}^{\text{red}} & Z_{22}^{\text{red}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Os elementos próprios e mútuos de (3.8), em valores por unidade, *pu*, podem ser relacionados diretamente com os dados extraídos do ensaio de curto-circuito, conforme indicado nas equações (2.5) e (2.6) na Seção 2.3.1. Uma vez determinados os elementos de $\mathbf{Z}^{\text{red}}$, o passo seguinte consiste em determinar a sua inversa, ou seja, a matriz de admitâncias reduzida $\mathbf{Y}^{\text{red}} = (\mathbf{Z}^{\text{red}})^{-1}$, e, a partir dela, obter sua versão completa por meio das relações expressas na equação (2.8) citadas na Seção 2.3.1. Assim a matriz de admitâncias $\mathbf{Y}$ fica determinada pela Equação (3.9) para o transformador em questão.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Para a etapa de implementação do modelo no domínio do tempo, descrita na seção seguinte de capítulo, a matriz de susceptância $\mathbf{A}$ e a matriz $\mathbf{R}$ de elementos próprios relacionados às perdas em carga para os três enrolamentos são representados por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R_{33} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Para que o modelo matricial seja consistente e compatível com a abordagem adotada no modelo de altas frequências, considerou-se o terminal V_3 permanentemente aberto, sendo $I_3 = 0$. Desta forma, propõe-se um modelo de dois enrolamentos com os terminais V_1 e V_2 , adotando a derivação central como referência de potencial.

3.4.2 Modelo do Ramo de Magnetização não linear

Conforme descrito na Subseção 2.3.2, o cálculo dos parâmetros da indutância não linear pode ser realizado por diferentes abordagens, seja por meio de dados construtivos do transformador, do levantamento da curva de saturação ou, ainda, pela combinação entre a parte linear da curva de saturação e o cálculo da reatância de núcleo de ar do enrolamento. Neste trabalho, adotou-se esta última abordagem.

A parte linear foi obtida a partir das medições dos valores eficazes de tensão e corrente (enrolamento primário), $V_{\text{RMS}} = f(I_{\text{RMS}})$, obtidos nos ensaios de excitação a vazio do transformador. Esses valores foram convertidos em pares fluxo-corrente por meio da rotina SATURA, disponível no software ATP. Por conveniência, o cálculo da indutância de núcleo de ar baseou-se nos dados disponíveis do circuito magnético do transformador.

A indutância equivalente ao núcleo de ar pode ser estimada a partir da seguinte expressão:

$$L_{\text{ar}} = \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l} \quad (3.12)$$

onde L_{ar} é a indutância do núcleo de ar, em henry [H]; μ_0 é a permeabilidade do vácuo (ou do ar), com valor $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m; N é o número de espiras do enrolamento; A é a área da seção transversal do núcleo [m²]; e l é o comprimento médio do caminho do fluxo no ar [m], conforme ilustrado pela Figura 3.8 da vista de corte longitudinal do núcleo, tipo envolvente, equivalente ao do transformador analisado.

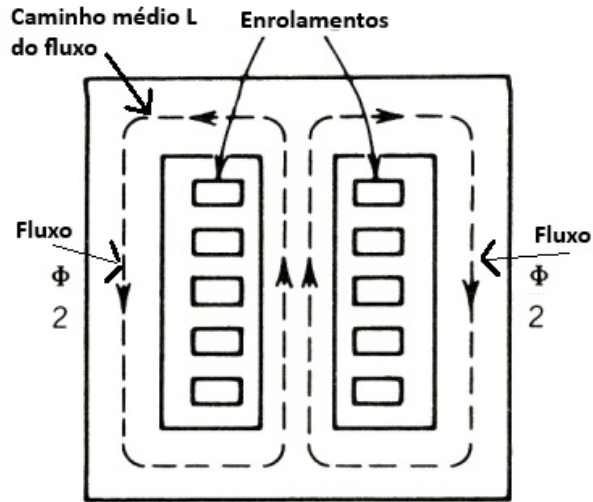
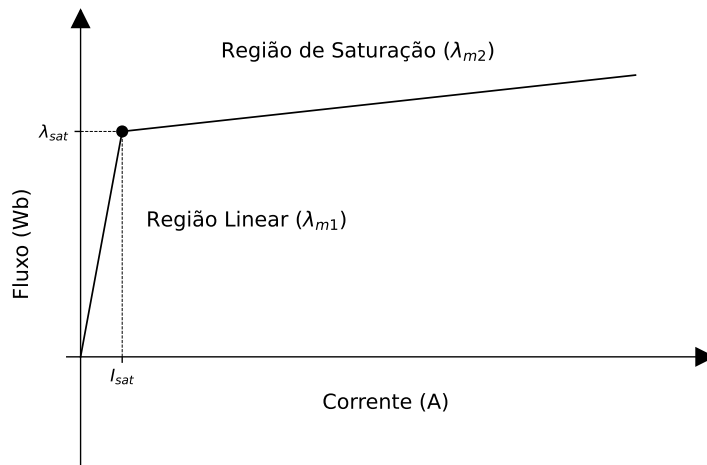


Figura 3.8: Núcleo Magnético-Vista de corte

Após o cálculo de $L_{ar} = L_{m2}$, sendo $\lambda = Li$, o valor do fluxo λ_{m2} é determinado através do reta que representa a região de saturação profunda e que tem intersecção com a região não saturada como representado pela Figura 3.9.



$$\lambda(i) = \begin{cases} L_{m1} \cdot i, & i \leq i_{sat} \\ L_{m2} \cdot i + (L_{m1} - L_{m2}) \cdot i_{sat}, & i > i_{sat} \end{cases}$$

Figura 3.9: Modelo de saturação com representação gráfica e analítica.

Finalmente, com os parâmetros do módulo de baixas frequências definidos, as medições em laboratório foram conduzidas com o objetivo de determinar seus respectivos valores.

3.4.3 Sistema de Medição e Ensaaios

Os parâmetros do modelo matricial foram obtidos por meio da realização da medição da impedância de curto-circuito e do levantamento da curva de saturação e indutância em núcleo de ar do núcleo. Para a execução dos ensaios, utilizou-se um arranjo de medição composto por um regulador de tensão ajustável 0-230 V e um osciloscópio isolado de dois canais, 100 MHz, modelo *Agilent DSOX2012A*. As tensões foram medidas com pontas de prova passivas *Agilent N2862B* e *Tektronix P5100A*, com razão de atenuação de 10:1, e as correntes, com um monitor de corrente *Pearson* modelo 110, pelos critérios mencionados anteriormente. Os procedimentos para o ensaio de curto-circuito seguiram os requisitos estabelecidos pela norma IEEE C57.12.91-2020 [42]. Assim como os ensaios de resposta em frequência, estes ensaios, em 60 Hz, foram realizados no *LRC (Lightning Research Center)*, na UFMG.

Os dados das formas de onda de tensão e corrente referentes aos ensaios de curto-circuito e levantamento da curva de saturação foram obtidos a partir de medições registradas pelo osciloscópio. Assim, as grandezas foram calculados por meio das seguintes expressões:

$$V_{T_i,rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v_{T_i}^2(t) dt} \quad (3.13)$$

$$I_{T_i,rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{T_i}^2(t) dt} \quad (3.14)$$

$$P_i = \frac{1}{T} \int_0^T v_{T_i}(t) i_{T_i}(t) dt \quad (3.15)$$

Nessas expressões, $v_{T_i}(t)$ e $i_{T_i}(t)$ representam, respectivamente, as formas de onda de tensão e corrente aplicadas ao enrolamento i , a variável T corresponde ao período da tensão disponível na rede de alimentação, considerado igual a 1/60 s, P_i representa a potência ativa dissipada no enrolamento i e $V_{T_i,rms}$, e $I_{T_i,rms}$ são os valores eficazes da tensão e da corrente de entrada aplicadas a esse mesmo enrolamento. As integrais envolvidas foram avaliadas por meio do método do trapézio, cuja implementação foi realizada no *software* MATLAB.

3.4.4 Medição da impedância de curto-circuito

Os ensaios de curto-circuito foram realizados com o objetivo de se obter a indutância de dispersão e a resistência AC dos enrolamentos. Para o transformador monofásico três enrolamentos, três ensaios de curto-circuito são necessários para determinar os parâmetros dos enrolamentos, considerando que cada ensaio deve ser realizado tomando como referência a menor potência nominal entre os enrolamentos avaliados. Uma vez determinados os parâmetros a partir dos ensaios, é necessário assegurar que todos os valores estejam referidos a uma mesma base de potência. Em geral, a determinação dos parâmetros em valores por unidade (pu) simplifica significativamente o processo de análise.

Neste trabalho, foi realizado o ensaio de curto-circuito entre os terminais 1 e 2 (primário e secundário). O lado secundário foi curto-circuitado e o enrolamento primário foi energizado com uma tensão igual ou superior à necessária para produzir 100% da corrente nominal especificada. Os valores bases para o transformador sob ensaio são os seguintes: $S_b = 72 \text{ VA}$; $V_b = 110 \text{ V}$; $I_b = 0,6445 \text{ A}$. Os valores instantâneos de tensão e corrente foram medidos conforme descrito anteriormente. A potência instantânea foi calculada por meio dos valores medidos de tensão e corrente. As formas de onda associadas à tensão, corrente e potência instantânea estão ilustradas na Figura 3.10.

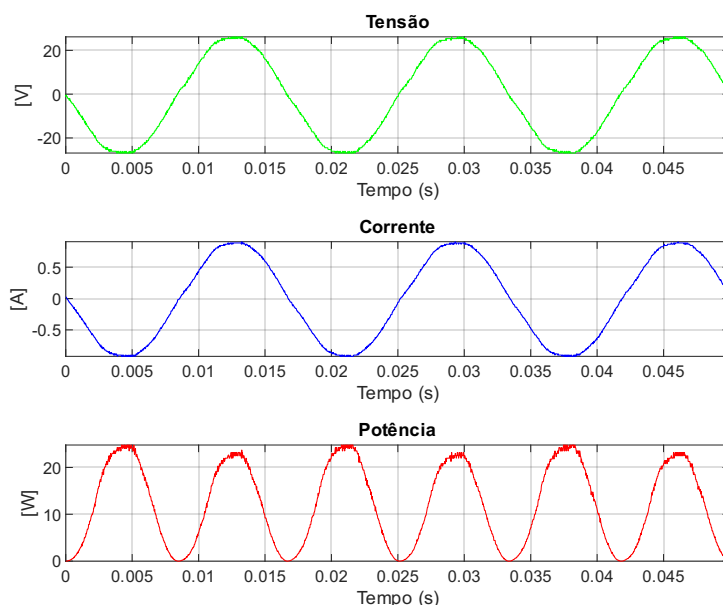


Figura 3.10: Ensaio de curto-circuito

Os valores RMS obtidos para tensão e corrente e a potência média do ensaio de curto-circuito foram calculados conforme as expressões (3.13), (3.14), (3.15), sendo

respectivamente: $V_{cc} = 18,9$ V; $I_{cc} = 0,6486$ A e $P_{cc} = 12,24$ W. Por meio dos valores obtidos no ensaio e dos valores bases de impedância, a impedância percentual entre os terminais 1-2 foi calculada conforme indicado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Dados de curto-circuito entre terminais

Curto-Circuito	Impedância (%)	Potência base (VA)	Perdas (W)
1-2	17,34	72,0	12,24

Estes dados são suficientes para a determinação dos parâmetros do modelo matricial BCTRAN do ATP, implementado na seção seguinte.

3.4.5 Levantamento da curva de saturação e indutância em núcleo de ar do enrolamento

Conforme mencionado anteriormente, as inclinações da curva de saturação foram determinadas por meio de uma aproximação linear por partes da indutância. Os pontos da curva λ - i foram obtidos utilizando a rotina SATURA, implementada no ATP, com base nos dados dos testes de excitação em tensão e corrente eficaz (RMS), apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Dados do ensaio da corrente de excitação e pontos λ - i

Tensão (%)	Corrente (%)	Perdas (W)	I_m (A)	λ (Wb·T)
89,97	3,69	2,23	0,284	0,081
94,53	4,38	2,47	0,449	0,085
100,21	5,37	2,79	0,548	0,090
109,57	7,46	3,45	0,792	0,099
119,03	10,84	4,35	1,233	0,107

Os valores de corrente de excitação estão acima de valores típicos esperados ($< 1\%$), o que indicam uma baixa qualidade do material magnético do núcleo e/ou uma construção fora dos padrões preconizados por normas. Porém, os pontos de V - i e λ - i compõem, respectivamente, as curvas das Figuras 3.11 (a) e (b) e são suficientes para demonstrar o comportamento de saturação do núcleo.

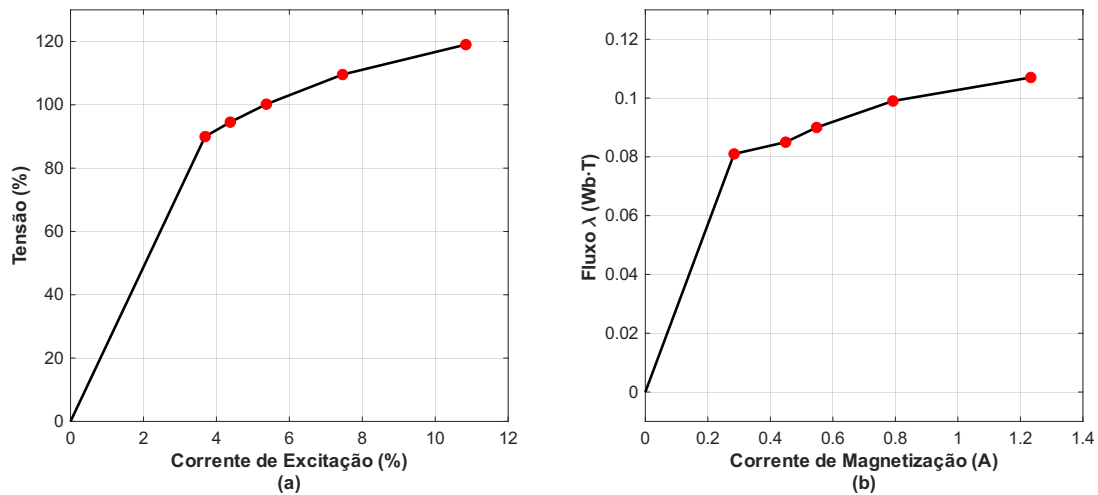


Figura 3.11: Curvas da saturação do núcleo: (a) Ensaio de excitação $V(\%)$ - $i(\%)$; (b) Pontos λ - i obtidos da rotina SATURA

Idealmente, a curva de saturação utilizada no modelo do transformador deveria ter como referência os dados extraídos da curva ilustrada na Figura 3.11 (b), acrescidos de um segmento adicional que fosse capaz de representar o comportamento do transformador na região de saturação profunda. No entanto, para fazer essa representação optou-se por utilizar uma aproximação composta por dois segmentos. O primeiro foi obtido conforme observado na Figura 3.11 (b), sendo escolhido o ponto a partir do qual se inicia o processo de saturação do núcleo, caracterizado pelo par (0,28408; 0,08100). O segundo segmento, correspondente à região de saturação profunda, foi definido com base no cálculo da indutância equivalente em núcleo de ar, situação em que o material ferromagnético já não contribui significativamente para o acoplamento magnético. Conforme os dados geométricos do núcleo do transformador levantados em laboratório, a indutância de núcleo de ar foi calculada conforme a Equação (3.12), tendo seu valor estimado em $L_{ar} = 3,98$ mH.

A Tabela 3.3 apresenta os pontos λ - i e os parâmetros de cada segmento da curva de saturação linear por partes.

Tabela 3.3: Parâmetros segmentados da curva de magnetização

Segmento	I_m (A)	λ (Wb·T)
1	0,284	0,081
2	5,000	0,099

A Figura 3.12 mostra a curva de saturação implementada por meio do componente *Type 98* do ATP. O elemento não linear foi conectado no terminal de baixa

tensão, considerando que o enrolamento associado a esse terminal é o mais próximo do núcleo [22].

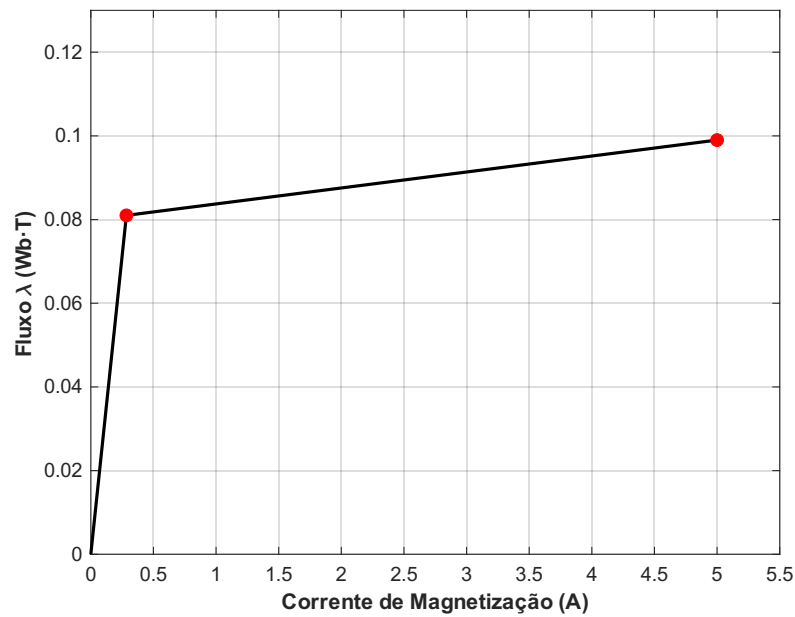


Figura 3.12: Curva segmentada da saturação do núcleo

3.4.6 Análise de resultados

A partir dos ensaios de curto-circuito e de corrente de excitação realizados no transformador monofásico de três enrolamentos, foi possível observar aspectos relevantes nos valores obtidos. No ensaio de curto-circuito, a tensão de curto-circuito, V_{cc} , foi de 17%, valor suficiente para provocar uma corrente de aproximadamente 1 p.u., I_{cc} . Assim, obteve-se uma impedância de curto-circuito de $Z \% = 17,34\%$. Esses valores se mostram significativamente superiores aos padrões típicos, considerando que, para transformadores com características semelhantes, a impedância esperada situa-se entre 3,0% e 6,0% [43].

De modo análogo, a análise dos valores calculados para a corrente de excitação, obtidos a partir dos dados experimentais e comparados com referências típicas, também evidencia um desvio expressivo. Por exemplo, ao se aplicar uma tensão de 1 p.u., foi medida uma corrente de excitação de 5,37%, ao passo que o valor esperado seria da ordem de 1,0% [43].

Entretanto, tais valores não são considerados impeditivos para o processo de modelagem, sendo apenas características particulares do transformador ensaiado.

A curva de saturação, obtida a partir do ensaio de corrente de excitação e do cálculo da indutância em núcleo de ar, apresentou o perfil esperado. O objetivo da modelagem da saturação neste trabalho é possibilitar a avaliação da corrente de *in-*

rush. Assim, o modelo proposto para o ramo de magnetização será validado conforme descrito nas seções seguintes desta dissertação.

3.5 Topologia do Método de Extração de Sinais

Para integração do módulo de altas frequências e do módulo de baixas frequências, foram utilizados filtros passa-baixas conforme metodologias apresentadas por Sima et al. [13], [14]. Estes filtros são de primeira ordem do tipo RC como mostrado na Figura 3.13, com frequência de corte definida por $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$.

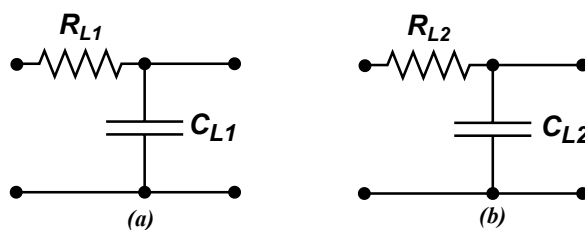


Figura 3.13: (a) Filtro passa-baixas para módulo de altas frequências; (b) Filtro passa-baixas para módulo de baixas frequências

No contexto da construção do modelo híbrido implementado neste trabalho, o sinal primário é decomposto em componentes de baixa e alta frequência, com base em uma frequência de transição definida conforme os requisitos da aplicação e as características de resposta em frequência do transformador em estudo. Para representar adequadamente o comportamento em baixas frequências, a frequência de corte deve ser escolhida, no mínimo, uma década acima de 60 Hz, desde que permaneça inferior à primeira frequência de ressonância do transformador [15]. O diagrama da Figura 3.14 mostra esta estratégia.

A estratégia adotada para a representação do comportamento em altas frequências consiste na seleção de frequências a partir da frequência de transição até o maior valor dentro da faixa na qual o modelo de caixa preta foi extraído. A banda de frequências, kHz – MHz, disponível para o módulo de altas frequências, é implementada em tempo de simulação no domínio do tempo subtraindo $v(t)_{L1} - v(t)_{L2}$. Considerando o modelo matricial para baixas frequências e verificando que os efeitos ressonantes surgem a partir de 200 kHz com pico em aproximadamente 1,47 MHz (Figura 3.7). Considerando estes valores, este trabalho definiu as frequências de corte para os filtros, sendo $f_{L1} = 10$ MHz e $f_{L2} = 1$ KHz.

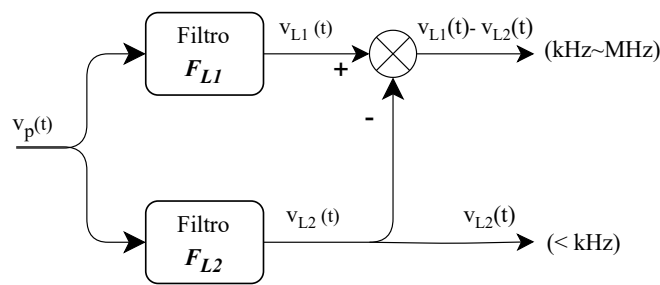


Figura 3.14: Topologia do método de extração de sinais:filtros passa-baixas

Tabela 3.4: Parâmetros dos Filtros passa-baixas

R_{L1} (Ω)	C_{L1} (μF)	R_{L2} (Ω)	C_{L2} (μF)
0,005	3,18	0,005	31.831

3.6 Implementação do Modelo Híbrido no ATPDraw

O modelo híbrido do transformador (Figura 3.2) tem sua implementação no ATP ilustrada na Figura 3.15. A implementação do modelo foi dividida em três passos principais, sendo a implementação do modelo caixa preta banda larga identificado na figura como *TC-HF*, o modelo matricial associado ao indutor não linear *TC-LF* e por último as integrações destes módulos através de filtros passa-baixas cujo parâmetros são definidos a seguir.

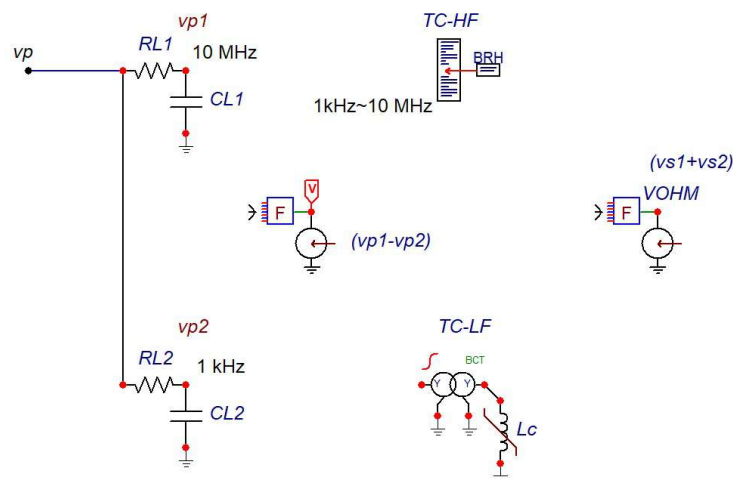


Figura 3.15: Implementação do Modelo Híbrido no ATP

O modelo caixa preta banda larga foi implementado no ATP convertendo os polos e resíduos obtidos na aproximação da matriz de admitância $\mathbf{Y}$ em elementos de um circuito elétrico equivalente conforme, a partir rotina *netgen.m* desenvolvida por Gustavsen [37]. Os valores destes parâmetros podem ser verificados no Apêndice A.

O modelo BCTRAN e o indutor não linear dependente da corrente, *Type 98*, foram utilizados, respectivamente, para a implementação dos modelos matricial e por segmentos lineares. As matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{R}$ do BCTRAN foram determinadas a partir dos dados do ensaio de curto-circuito apresentados na Tabela 3.1, seus valores podem ser verificados no Apêndice B.1. Os valores λ - i calculados pela rotina SATURA do ATP são inseridos diretamente ao componente *Type 98* implementado no Matlab, conforme indicado no Apêndice B.2.

Os filtros passa-baixas foram implementados utilizando os elementos de circuitos elétricos lineares, R e C , como representado na Figura 3.15, e valores calculados para as respectivas frequências de corte dos filtros. O sinal de entrada do módulo caixa preta banda larga é determinado por uma fonte de tensão controlada conectada ao lado primário do módulo. Essa fonte é composta pela subtração das tensões $v_{p1} - v_{p2}$. O acoplamento entre as saídas dos filtros e seus respectivos módulos, é realizado por meio de componentes TACS, disponíveis no ATPDraw.

Por fim, a integração dos módulos é concluída quando a resposta do modelo híbrido, no terminal secundário, é composta pela superposição, em tempo de simulação, das respostas individuais de cada módulo do modelo. Essa superposição é implementada por uma fonte de tensão controlada, expressa por $v_{s1} + v_{s2}$, conforme indicado na Figura 3.15. A corrente primária do modelo híbrido é calculada sendo a soma das corrente primárias dos módulos *TC-HF* e *TC-LF*.

3.7 Considerações finais

Neste capítulo, foi proposto e implementado um modelo híbrido para representar o comportamento de um transformador monofásico. A estrutura do modelo foi composta por dois módulos principais — um voltado para a resposta em baixas frequências, outro para altas frequências —, interligados por um sistema de filtros passa-baixas de primeira ordem, com parâmetros definidos empiricamente com base nas características de resposta em frequência do transformador ensaiado. A topologia adotada para o modelo híbrido foi fundamentada em abordagens consolidadas

na literatura, notadamente nos trabalhos de Sima et al. [13] [14] e [15], adaptadas à configuração experimental e às limitações práticas do transformador testado.

O módulo de baixas frequências foi desenvolvido a partir da formulação de um modelo matricial de curto-circuito baseado nos dados experimentais obtidos por meio de ensaios em laboratório. A matriz de impedância reduzida foi calculada a partir das medições, convertida para uma matriz de admitâncias e associada a uma matriz de perdas em carga, determinando-se, assim, os parâmetros do modelo BCTRAN. A saturação magnética do núcleo foi incorporada ao modelo por meio de um ramo de magnetização com indutância não linear segmentada, cujos parâmetros foram obtidos através do levantamento da curva de magnetização e do cálculo da indutância em núcleo de ar. A implementação desse ramo foi realizada utilizando o componente *Type 98* disponível no ATP, com a entrada dos pares λ - i obtidos pela rotina SATURA.

O módulo de altas frequências foi construído com base na medição da matriz de admitâncias terminal do transformador na faixa de 10 Hz a 10 MHz, por meio de um sistema automatizado de aquisição de dados. A matriz obtida foi corrigida para remoção das contribuições capacitivas associadas aos cabos e pontas de prova. Em seguida, os dados corrigidos foram ajustados por meio da técnica de *Vector Fitting*, com a utilização do pacote *Matrix Fitting Toolbox*, gerando um modelo racional com 24 polos, que levou a uma excelente concordância com os dados medidos. A passividade do modelo foi verificada por meio da análise dos autovalores da matriz de condutância associada e, quando necessário, forçada com a utilização da rotina *RPdriver.m*. Os circuitos equivalentes para o modelo caixa preta foram então sintetizados em elementos RLCG e exportados para o ATP usando a rotina *netgen.m*.

A integração entre os módulos foi realizada por meio de filtros RC com frequência de corte definida em 1 kHz e 10 MHz, respectivamente. Os sinais extraídos de cada banda foram utilizados para excitar os módulos correspondentes, sendo posteriormente recombinaados por superposição, respeitando o princípio da linearidade. Foi ainda implementada uma fonte de corrente controlada no lado primário do modelo híbrido para compensar as correntes demandadas pelos elementos *shunt* dos filtros, conforme metodologia descrita por Sima et al. [13]. O sinal de saída do modelo híbrido no lado secundário foi obtido por meio da soma direta das tensões calculadas nos dois módulos.

A implementação do modelo no ambiente ATPDraw oferece uma ferramenta prática para análise de transitórios eletromagnéticos com elevada fidelidade, sendo es-

pecialmente útil para avaliação de fenômenos, como por exemplo, corrente de energização (*inrush current*), surtos com conteúdo de alta frequência. A validação da resposta do modelo no domínio do tempo, assim como sua comparação com dados de medições, é apresentada no capítulo seguinte.

Validação do Modelo Híbrido no Domínio do Tempo

Neste capítulo, o modelo híbrido do transformador monofásico de três enrolamentos é avaliado por meio de simulações computacionais no domínio do tempo. Os cenários considerados abrangem a resposta do modelo a solicitações de sinais em alta frequência, tais como tensões impulsivas aplicadas aos terminais do enrolamento primário, nas quais são evidentes os efeitos ressonantes, bem como a resposta a sinais de baixa frequência, exemplificada pelo chaveamento durante a energização, situação em que o efeito não linear da corrente de *inrush* está presente. A validação é feita comparando as respostas do modelo com as respostas do transformador quando submetidos a testes conduzidos em laboratório.

4.1 Simulações do Domínio do Tempo

A avaliação do modelo híbrido foi realizada inicialmente por meio da análise individual de cada módulo que o compõe, sendo posteriormente efetuada a validação completa do modelo híbrido.

4.1.1 Modelo caixa preta Banda Larga

Para validação do modelo caixa preta utilizou-se um degrau de tensão com amplitude de 20 V e tempo de subida de aproximadamente 50 ns, como mostrado na Figura 4.1, por se tratar de uma excitação capaz de abranger uma ampla faixa espectral de maneira simplificada. Esse tipo de estímulo apresentou componentes em uma extensa faixa de frequências, incluindo aquelas associadas aos efeitos ressonantes do transformador, sem provocar tensões excessivas nos terminais secundários, o que preservou a integridade dos equipamentos e facilitou o tratamento dos dados obtidos em laboratório, sendo que aplicação de sinais com amplitudes mais elevadas resultaria

em respostas de saída proporcionalmente amplificadas, sendo o modelo caixa preta um modelo linear.

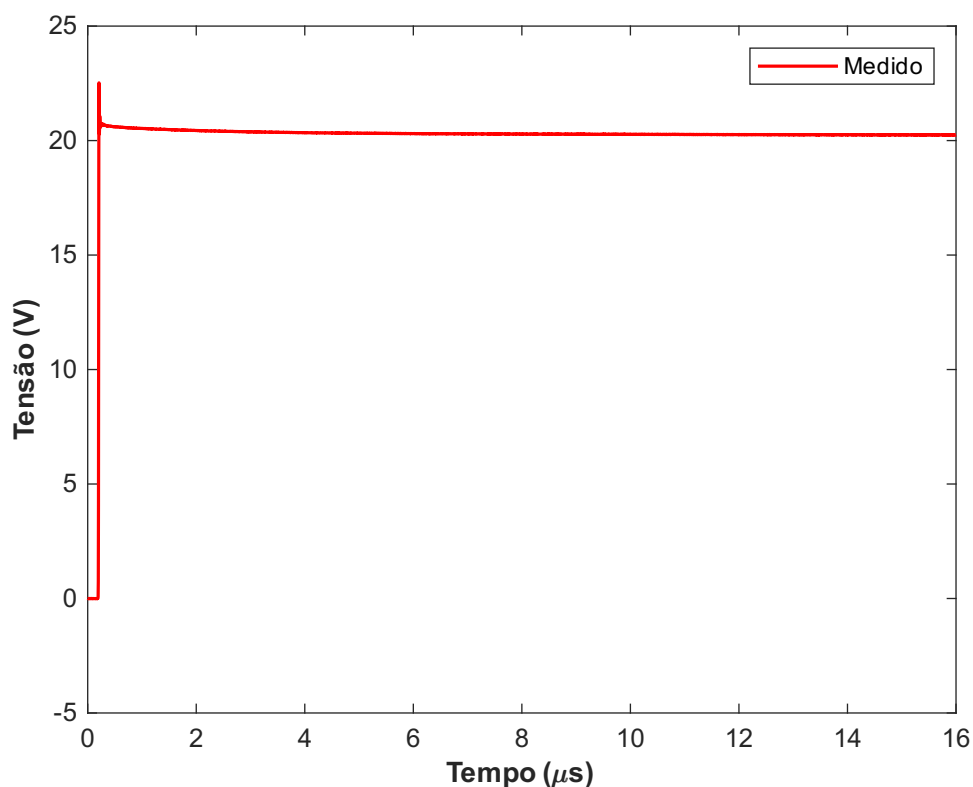


Figura 4.1: Degrau de tensão do gerador de sinais a vazio (medido)

A validação do modelo caixa preta foi conduzida inicialmente por meio da comparação entre as respostas temporais obtidas experimentalmente em laboratório e aquelas simuladas pelo modelo. As Figuras 4.2 e 4.3 apresentam essa comparação, considerando o transformador operando com os terminais 2 e 3 em circuito aberto. Nesse ensaio, aplicou-se o sinal impulsivo (degrau) ilustrado na Figura 4.1 no terminal 1, sendo medidas a tensão resultante nesse terminal e a tensão transferida para o terminal 2. Verifica-se uma boa concordância entre as curvas medidas e simuladas em todas as condições analisadas, embora pequenos desvios sejam perceptíveis na fase inicial das respectivas respostas. Observa-se ainda que os valores medidos e calculados mantêm uma concordância satisfatória à medida que as respostas tendem ao regime permanente.

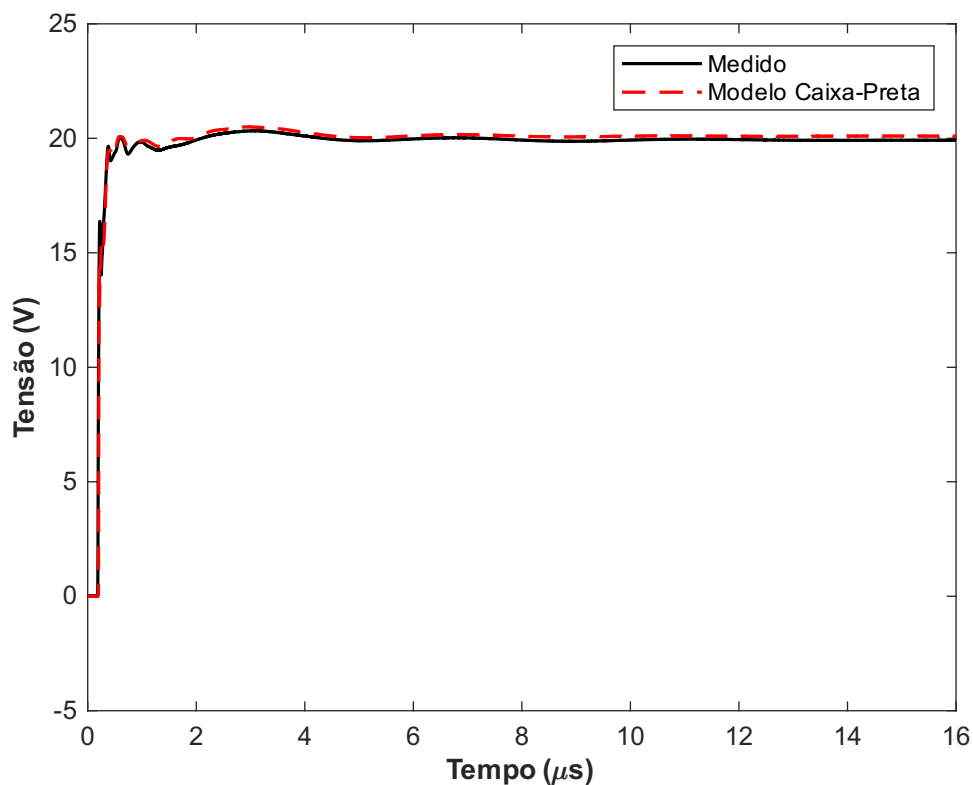


Figura 4.2: Tensão no terminal 1 medida (linha preta) e calculada (linha vermelha tracejada)

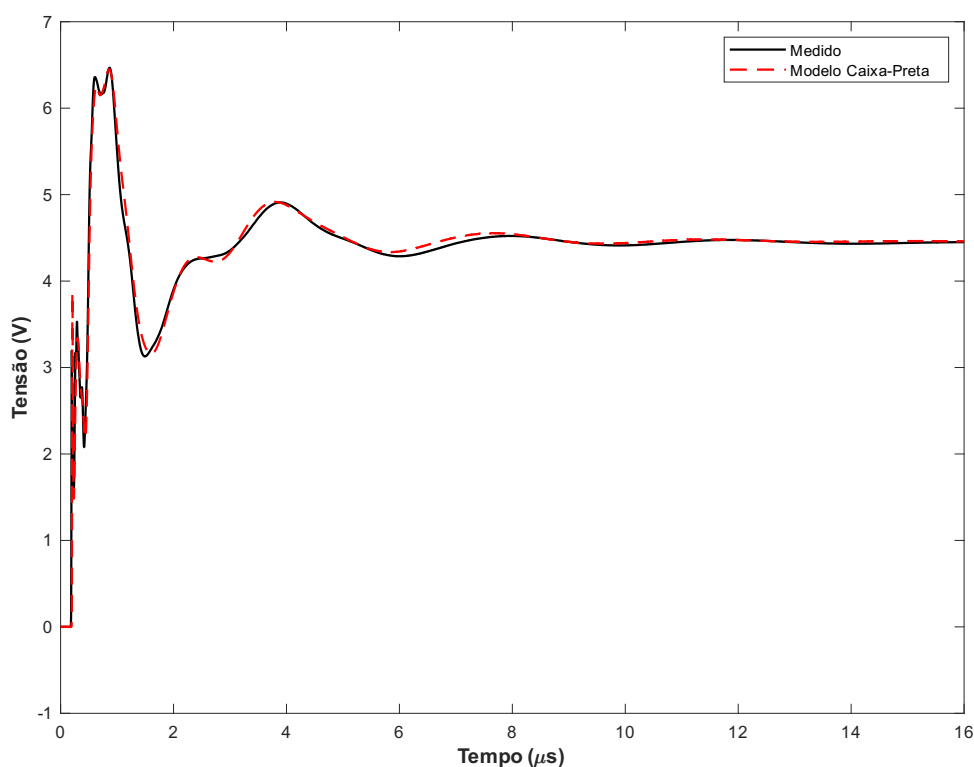


Figura 4.3: Tensão no terminal 2 medida (linha preta) e calculada (linha vermelha tracejada)

Foram analisados, por meio de simulação, cenários em que o transformador foi considerado sob diferentes condições de carga, com o objetivo de avaliar a tensão transferida para o terminal 2. Nessas simulações, o terminal 2 foi submetido a cargas

puramente resistivas de $4,70\ \Omega$ e $470\ \Omega$, sendo aplicado ao terminal 1 um degrau de tensão com as mesmas características do ensaio anterior.

Conforme mostrado na Figura 4.4 (a), na presença de carga próxima à nominal, de $4,7\ \Omega$, observa-se um amortecimento mais acentuado na forma de onda da tensão transferida, cuja amplitude torna-se inferior àquela observada no caso em que ambos os terminais de baixa tensão encontram-se em vazio. De fato, o amortecimento tende a se intensificar à medida que se reduz o valor ôhmico da carga conectada ao secundário, conforme também observado em [44]. Essa redução provoca, adicionalmente, uma diminuição progressiva dos valores máximos das tensões transferidas.

Por outro lado, analisando a Figura 4.4 (b), é possível verificar que, à medida que o valor da carga se aproxima das condições de operação a vazio, a tensão transferida para o terminal 2 tende a apresentar valores de sobretensão próximos àqueles verificados na ausência de carga.

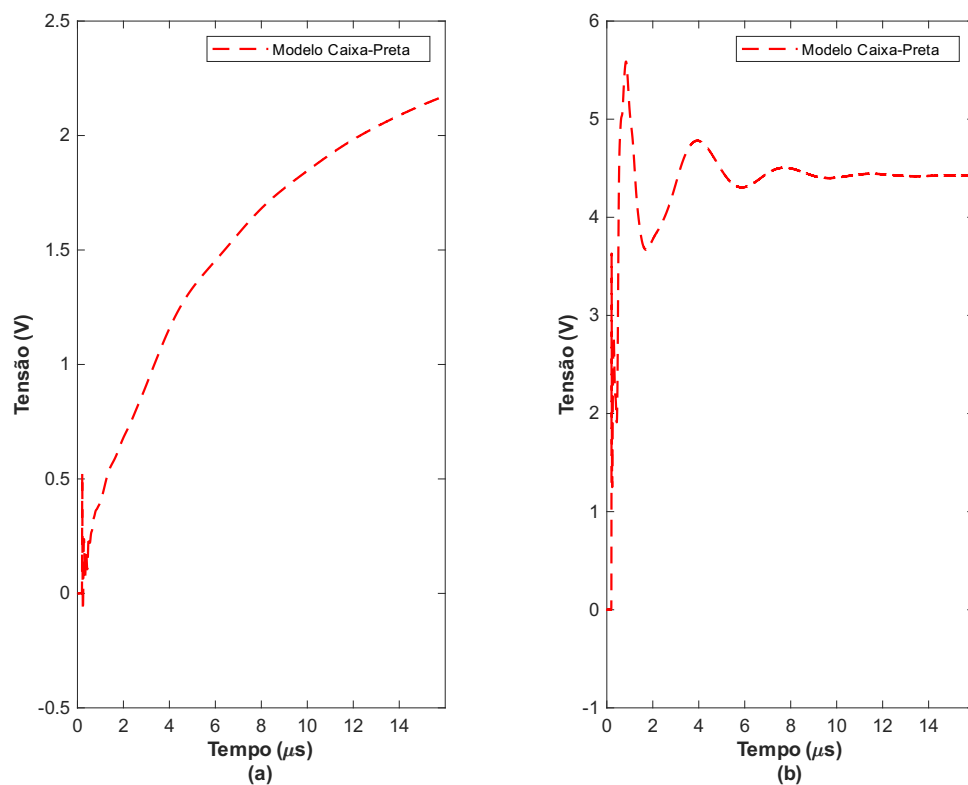


Figura 4.4: Tensão transferida calculada para o terminal 2, considerando o terminal 3 em aberto: com carga de $4,70\ \Omega$ (Figura (a)), com carga de $470\ \Omega$ (Figura (b)).

4.1.2 Modelo Matricial-BCTRAN

Para avaliar o desempenho do modelo matricial BCTRAN em baixas frequências, foram realizados ensaios de corrente de energização (*inrush current*), nos quais o lado primário do transformador foi excitado por um sinal senoidal, 110 V, eficaz,

com frequência de 60 Hz, aplicado através de um acionamento elétrico, simples, de um contator, conhecido como acionamento de partida direta. Durante esses ensaios, foram adotados procedimentos de desmagnetização do núcleo do transformador, com o objetivo de reduzir os efeitos da magnetização residual sobre os valores máximos da corrente de energização. Esse procedimento consistiu em aumentar gradualmente a corrente de excitação até a saturação do núcleo e, em seguida, reduzi-la lentamente até zero, visando eliminar a magnetização remanescente.

A Figura 4.5 apresenta as formas de onda da tensão e da corrente de energização do terminal 1. O primeiro pico, medido, da corrente de *inrush* foi de 2,28 A, enquanto o primeiro pico da corrente simulada pelo modelo BCTRAN foi de 2,03 A, resultando em uma diferença de 11,17%. Conforme ilustrado na Figura 4.5(b), o modelo apresentou um amortecimento inferior da corrente de *inrush* em comparação com os valores medidos.

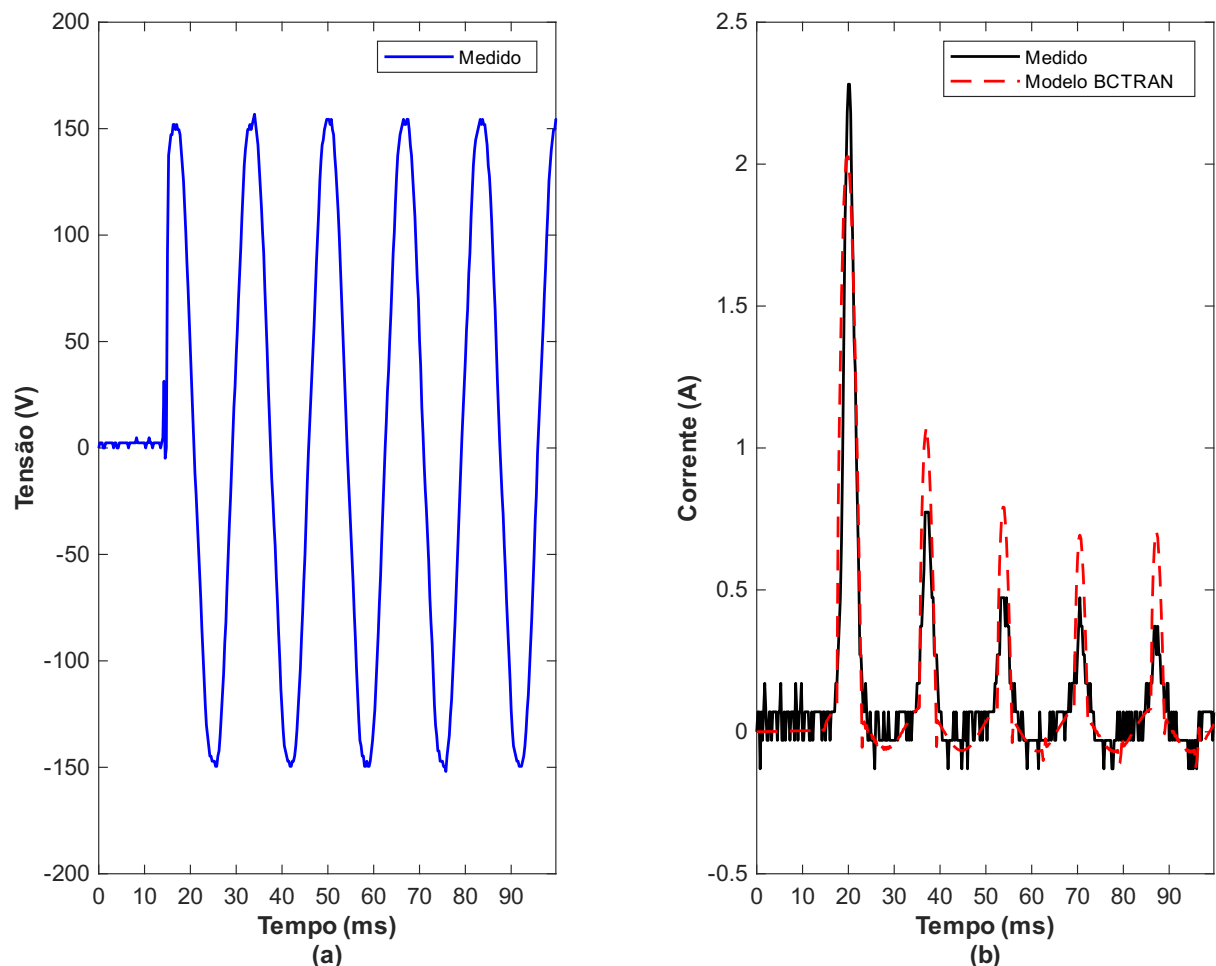


Figura 4.5: Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de *inrush* medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))

A Figura 4.6, assim como no ensaio anterior, apresenta as formas de onda da

tensão e da corrente de energização do terminal 1. Nesta medição, o primeiro pico da corrente de *inrush* simulada pelo modelo foi inferior à corrente medida, com um erro percentual de 13,40 %. Assim como no ensaio anterior, modelo apresentou um amortecimento inferior da corrente de *inrush* em comparação com os valores medidos.

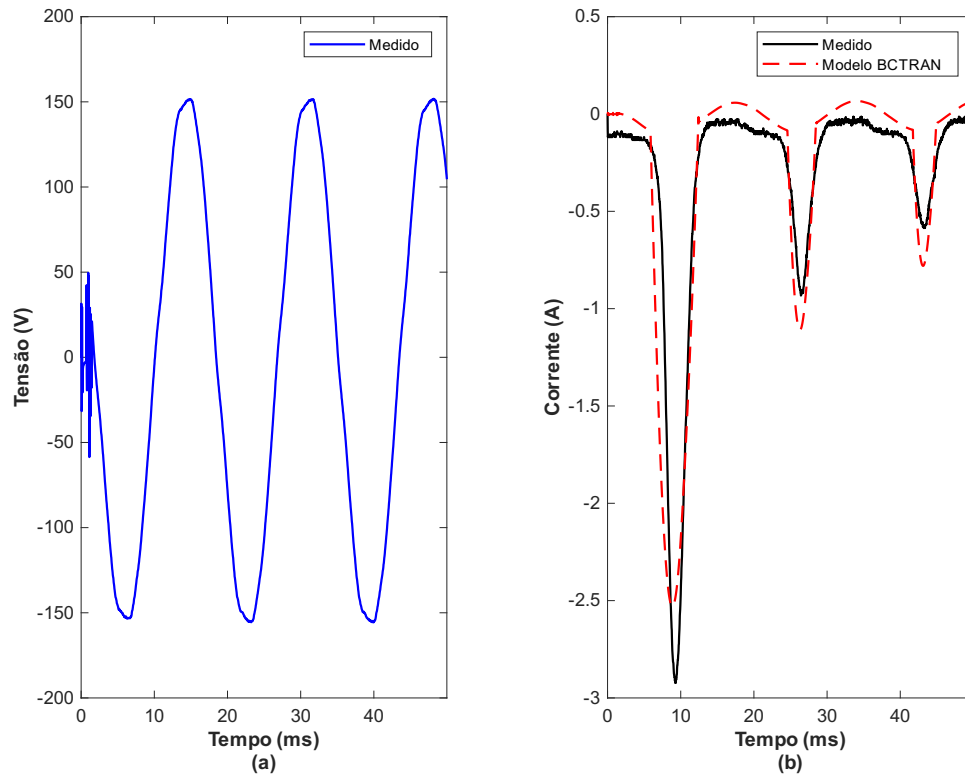


Figura 4.6: Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de *inrush* medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))

Na Figura 4.7 a corrente de energização simulada apresentou valor máximo inferior ao da corrente medida em 6,79 %, quando considerada a excitação com o sinal de tensão medido. Nesse registro o modelo também obteve um melhor resultado para o segundo pico. Seguindo o mesmo critério de observação, na Figura 4.8 a diferença entre o valor de pico da corrente simulada e da corrente medida é menor que 1 %.

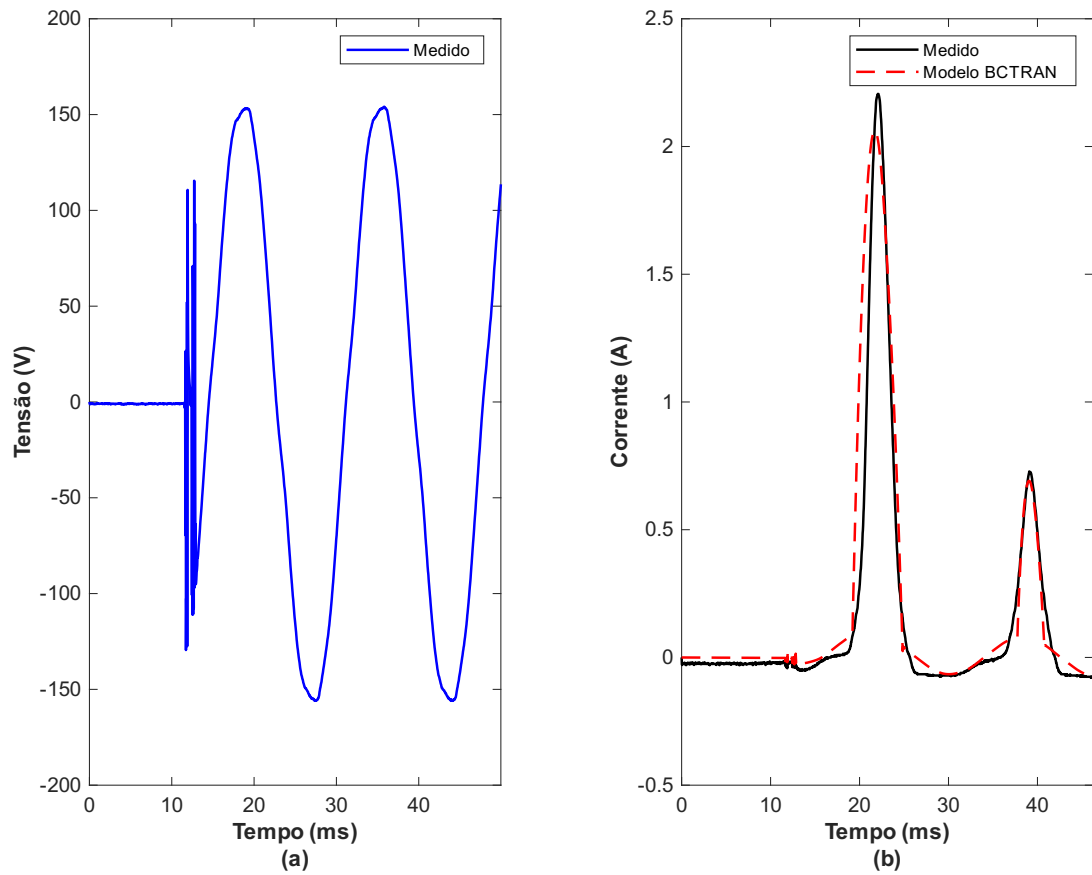


Figura 4.7: Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de *inrush* medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))

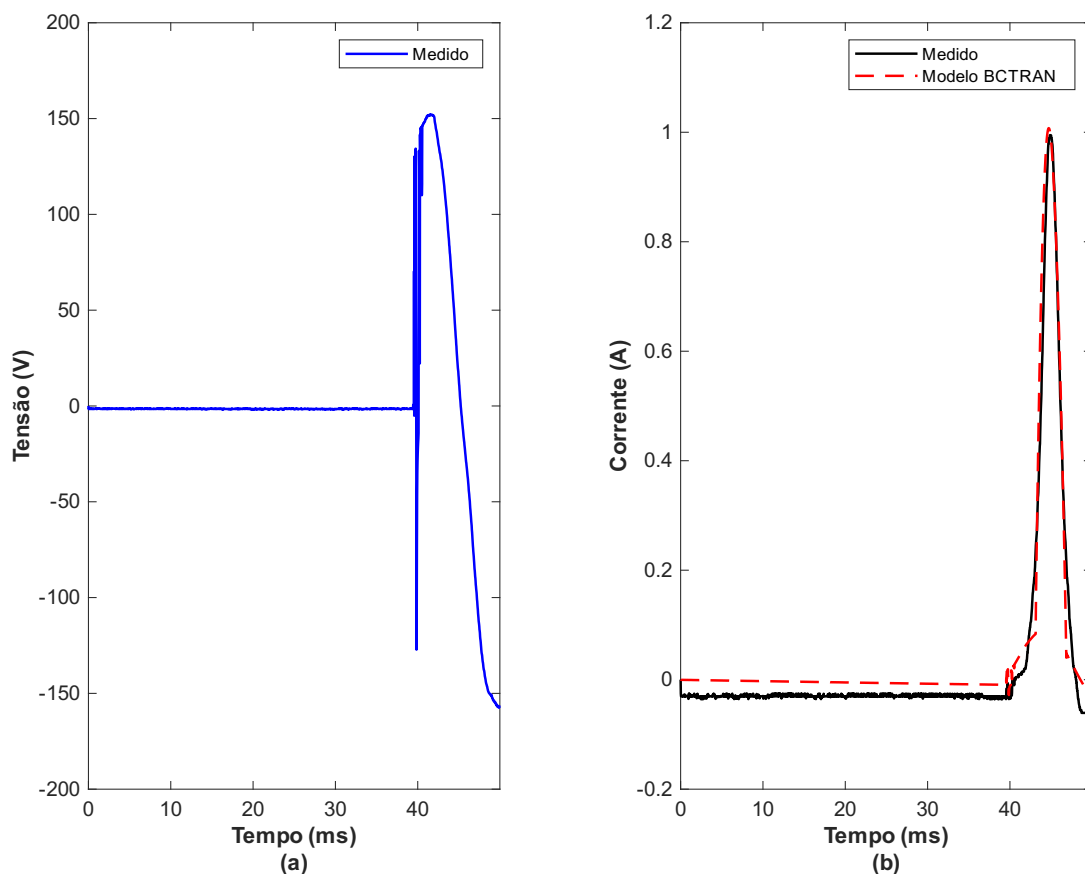


Figura 4.8: Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de *inrush* medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))

4.1.3 Modelo Híbrido

Finalmente, os resultados do modelo híbrido são comparados com as respostas experimentais do transformador monofásico obtidas apresentados anteriormente. Nos ensaios de alta frequência, os resultados do modelo híbrido foram também comparados com os do modelo caixa preta. Similarmente, para os ensaios de energização, as correntes reproduzidas pelo modelo híbrido foram comparadas com aquelas simuladas pelo modelo BCTRAN acoplado ao indutor não linear *Type 98*.

A Figura 4.9 apresenta a tensão observada no terminal 1 do transformador quando este é submetido a uma excitação por degrau de tensão, comparando-se a resposta medida em laboratório com as simulações realizadas a partir do modelo híbrido e do modelo *caixa preta*. Nos instantes iniciais o modelo híbrido demonstra excelente aderência à resposta experimental, acompanhando com precisão a rampa de subida do sinal aplicado, o primeiro pico de sobretensão e as oscilações ressonantes subsequentes, no intervalo aproximado de 0 a 8 μ s.

O desempenho do modelo híbrido nessa faixa temporal inicial é virtualmente

idêntico ao do modelo *caixa preta*, o que era esperado, uma vez que o módulo de alta frequência do modelo híbrido corresponde exatamente ao modelo *caixa preta* obtido via identificação em frequência. À medida que o transitório evolui e tende ao regime permanente, o modelo híbrido continua a representar adequadamente o amortecimento das oscilações e a convergência da tensão aplicada para seu valor final, confirmando sua capacidade de simular com fidelidade a resposta do terminal excitado frente a sinais ricos em harmônicos de alta frequência.

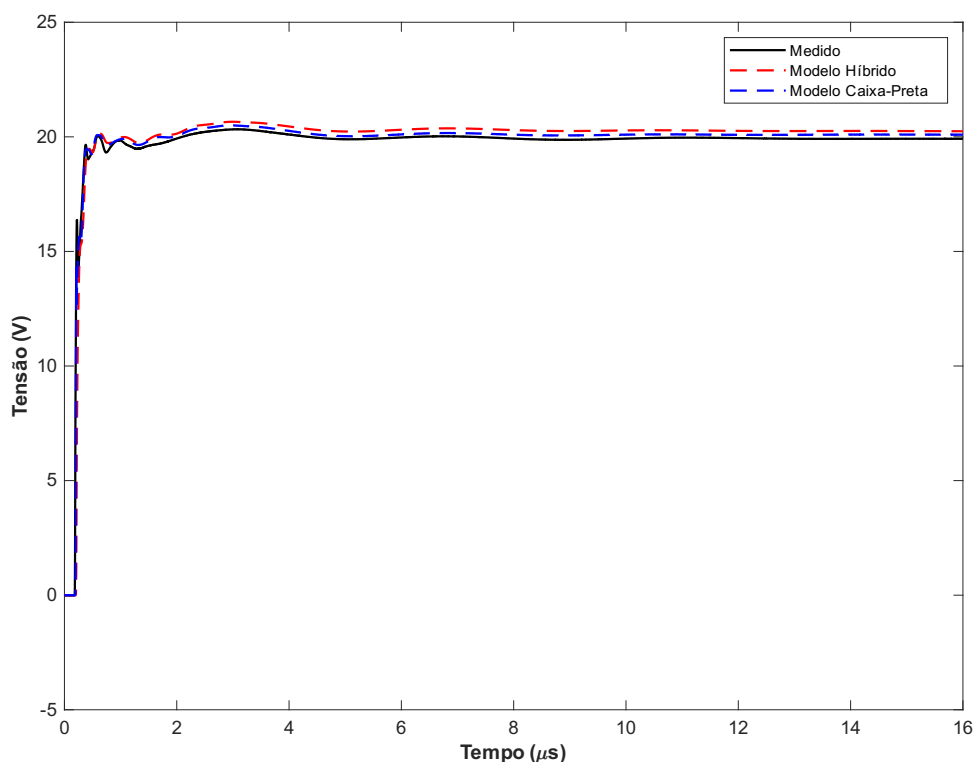


Figura 4.9: Tensão no terminal 1 medida (linha preta), Resposta do Modelo Híbrido(linha vermelha tracejada) e Resposta do Modelo Caixa Preta (linha azul tracejada)

A Figura 4.10 apresenta a tensão transferida para o terminal 2 sob excitação por degrau de tensão aplicada ao terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 em aberto. Observa-se que o modelo híbrido mantém boa concordância com os dados experimentais, reproduzindo adequadamente o primeiro pico principal da tensão transferida — aproximadamente 6 V em torno de $1,8 \mu\text{s}$ — bem como a forma geral das oscilações de alta frequência que se seguem. Nota-se, entretanto, uma leve subestimação nas amplitudes de alguns picos e vales subsequentes.

Assim como na análise da tensão no terminal 1, o desempenho do modelo híbrido para a tensão transferida ao terminal 2 se mostra bastante próximo ao do modelo *caixa preta*, tanto nos instantes iniciais quanto ao longo da evolução do transitório. Destaca-se, ainda, a capacidade do modelo híbrido em representar de forma satisfatória o

amortecimento progressivo das oscilações da tensão transferida, demonstrando sua adequação para estudos de sobretensões transferidas e fenômenos de acoplamento em alta frequência entre enrolamentos do transformador.

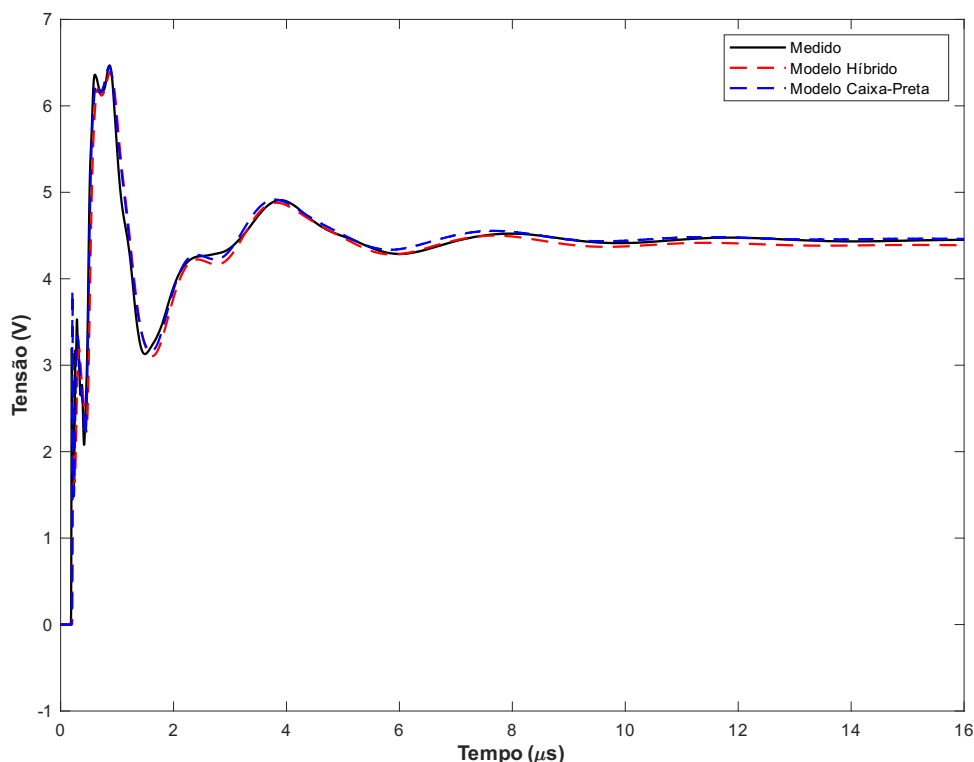


Figura 4.10: Tensão transferida para o terminal 2 medida (linha preta), Resposta do Modelo Híbrido (linha vermelha tracejada) e Resposta do Modelo Caixa Preta (linha azul tracejada)

A avaliação do desempenho do modelo híbrido na simulação de tensões transferidas, sob condições de carga resistiva no terminal 2, é apresentada na Figura 4.11. Nesta figura, os resultados do modelo híbrido são comparados com aqueles gerados pelo modelo caixa preta.

A análise da Figura 4.11(a), que corresponde à conexão de uma carga de $4,70 \, \Omega$ ao terminal 2, evidencia um forte impacto no comportamento da tensão transferida. Tanto o modelo híbrido quanto o modelo caixa preta preveem um pico de tensão inicial de aproximadamente $1,8 \text{ V}$ por volta de $1,5 \, \mu\text{s}$, seguido por um amortecimento extremamente rápido. Após este pico, a tensão decai abruptamente, apresenta um leve *undershoot* e estabiliza-se muito próxima de zero antes mesmo de $6 \, \mu\text{s}$. Até aproximadamente $6 \, \mu\text{s}$, as respostas do modelo híbrido e do modelo caixa preta são idênticas. A partir desse instante, o modelo híbrido tende a exibir um amortecimento ligeiramente maior, embora continue a seguir o comportamento dinâmico apresentado pelo modelo caixa preta.

Para o caso da Figura 4.11(b), onde uma carga de $470 \, \Omega$ é conectada ao terminal

2, a tensão transferida simulada exibe um comportamento distinto. O pico inicial de tensão é mais elevado, atingindo cerca de 5V próximo a $2\ \mu\text{s}$, e as oscilações subsequentes são mais pronunciadas e persistem por um tempo maior em comparação com o cenário de carga mais pesada. Este comportamento é esperado, uma vez que uma carga de maior impedância resulta em menor amortecimento do sistema. Assim como no caso anterior, as simulações do modelo híbrido e do modelo caixa preta são praticamente indistinguíveis em toda a janela de tempo, capturando ambos os modelos, de forma coesa, a dinâmica da tensão transferida com a carga mais leve, incluindo o pico de tensão e o padrão de amortecimento das oscilações.

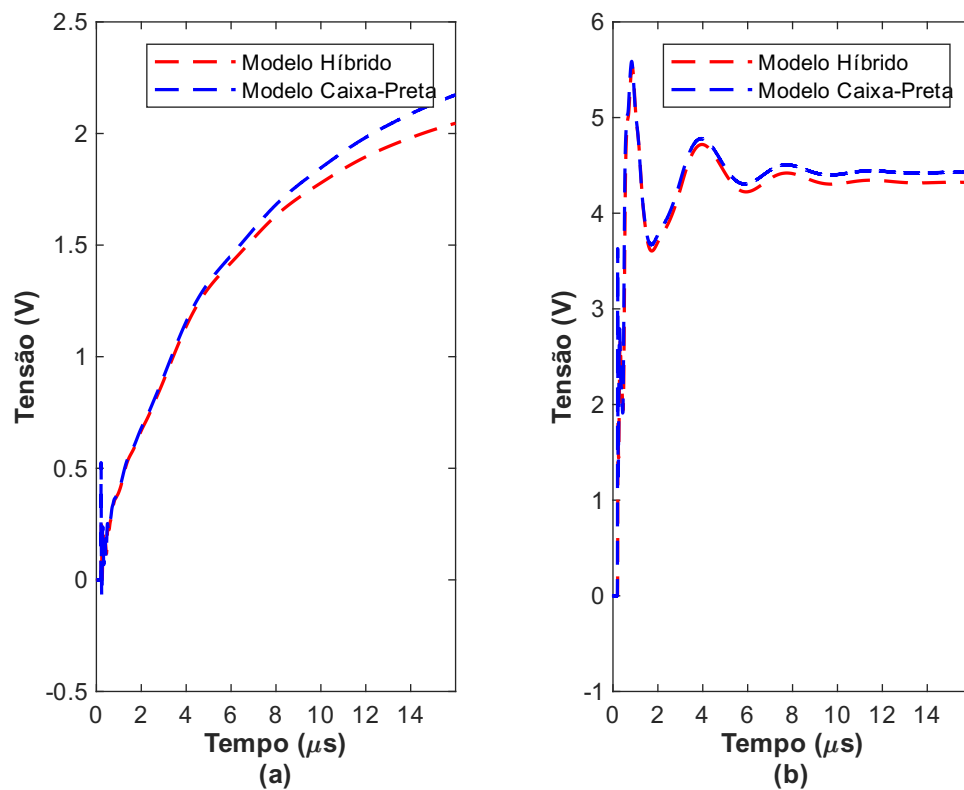


Figura 4.11: Tensão transferida calculada para o terminal 2, considerando o terminal 3 em aberto: com carga de $4,70\ \Omega$ (Figura (a)), com carga de $470\ \Omega$ (Figura (b)).

Os resultados apresentados na sequência ilustram o comportamento do modelo híbrido sob condições de energização, fundamentada na comparação com os dados experimentais coletados para o transformador monofásico sob análise. Mantendo a metodologia da avaliação prévia, os resultados do modelo híbrido são também comparados com aqueles gerados pelo modelo de baixas frequências (BCTRAN).

A Figura 4.12 continua a análise da corrente de energização no terminal 1 para excitação senoidal (110 V eficaz, 60 Hz) com os terminais 2 e 3 abertos. A Figura 4.12(a) exibe a tensão aplicada. Na Figura 4.12(b), o primeiro pico da corrente de *inrush* simulada pelo modelo híbrido foi de 2,02 A, comparado aos 2,28 A medidos, resultando em um erro de 11,51%. O comportamento do pico e amortecimento inferior é consistente com o observado no ensaio exclusivo do modelo BCTRAN (Figura 4.5(b)), que apresentou um erro de 11,17%. O amortecimento reduzido nas simulações reitera a limitação do modelo em representar adequadamente as perdas no ferro magnético, que são cruciais para a dissipação de energia durante o transitório de energização. A não consideração dessas perdas no módulo de baixas frequências do modelo híbrido é uma premissa estabelecida, conforme explicitado nas Seções 3.1 e 3.4.6.

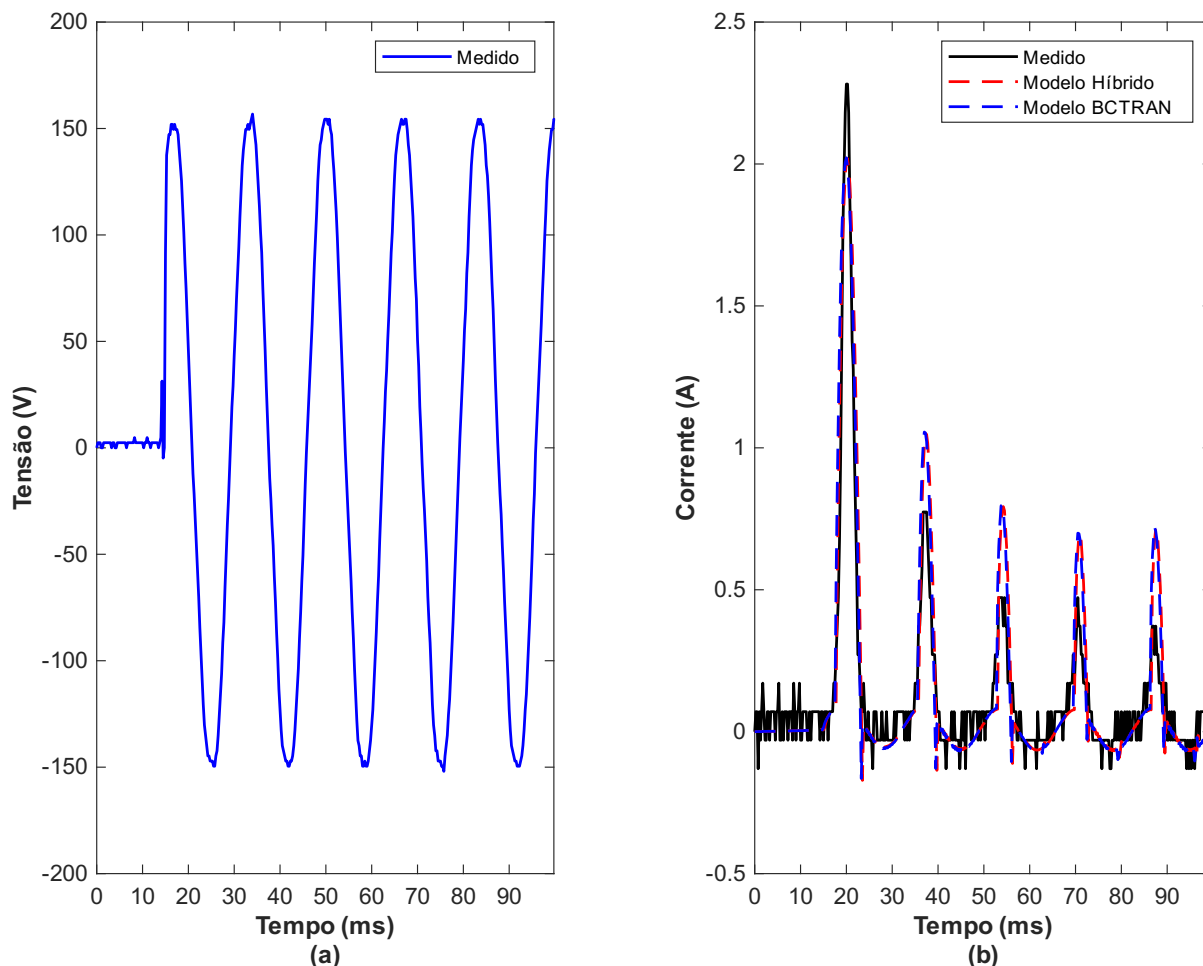


Figura 4.12: Tensão senoidal medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de *inrush* medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))

A Figura 4.13 dá continuidade à análise da corrente de energização no terminal 1, sob as mesmas condições de excitação da Figura 4.6 (tensão senoidal de 110 V eficaz, 60 Hz, terminais 2 e 3 abertos). A Figura 4.13(a) ilustra a tensão aplicada.

Na Figura 4.13 (b), ao comparar a corrente de inrush medida com a simulada pelos modelos híbrido e BCTRAN, o modelo híbrido reproduziu um primeiro pico de corrente, com valor absoluto de 2,52 A, enquanto o valor medido foi de 2,92 A. Isso representa um erro percentual de 13,64%. Este resultado é consistente com o comportamento já verificado no ensaio anterior do modelo BCTRAN (Figura 4.6(b)), onde o modelo também subestimou o pico da corrente de inrush em 13,40% em relação ao valor medido. Em ambos os casos, os modelos (híbrido e BCTRAN) exibem um amortecimento inferior da corrente de inrush comparado à curva medida. Como discutido anteriormente, essa persistência de amortecimento reduzido nas simulações reitera a limitação do modelo em representar adequadamente as perdas no ferro magnético, que são cruciais para a dissipação de energia durante o transitório de energização, e que

não são consideradas explicitamente no módulo de baixas frequências do modelo.

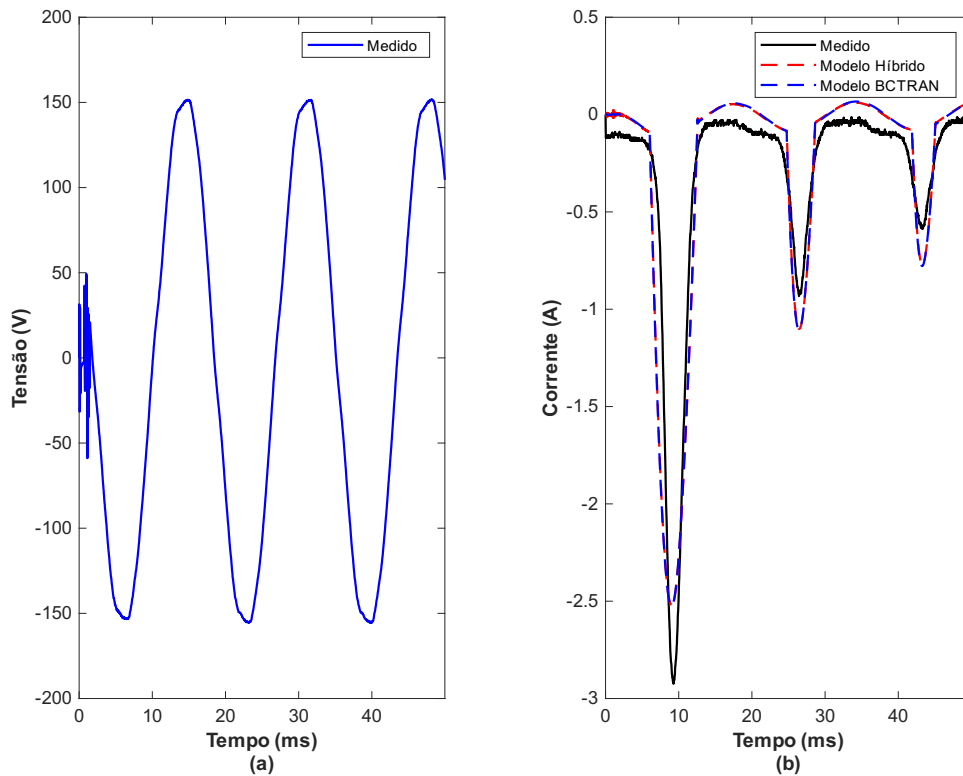


Figura 4.13: Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de *inrush* medida (linha preta sólida) calculada do modelo híbrido (linha vermelha tracejada), (Figura (b))

Nas Figuras 4.14(b) e 4.15(b), a comparação entre as correntes de *inrush* medidas e as correntes simuladas indicam consistência nos resultados apresentados para o modelo híbrido.

Apesar de ter sido realizada a desmagnetização do núcleo antes dos ensaios, a diferença residual entre os valores simulados e medidos pode ser indicativa de que o processo de desmagnetização não tenha sido 100% eficaz em remover a magnetização remanescente do núcleo. A magnetização residual pode influenciar no ponto de saturação inicial e, conseqüentemente, na forma e na amplitude da corrente de *inrush*. Adicionalmente, as perdas no ferro magnético, como as de histerese, que não são consideradas no módulo de baixas frequências do modelo, também contribuem para a diferença no amortecimento observado entre as curvas simuladas e medidas, impactando a reprodução fiel da dinâmica da corrente de *inrush*. Outro aspecto relevante, já mencionado anteriormente, é que, embora o modelo do indutor não linear seja conectado ao enrolamento mais próximo do núcleo, como recomendado pela literatura [22], o modelo matricial permanece topologicamente incorreto, o que compromete a representação adequada de fenômenos como a corrente de energização (*inrush current*).

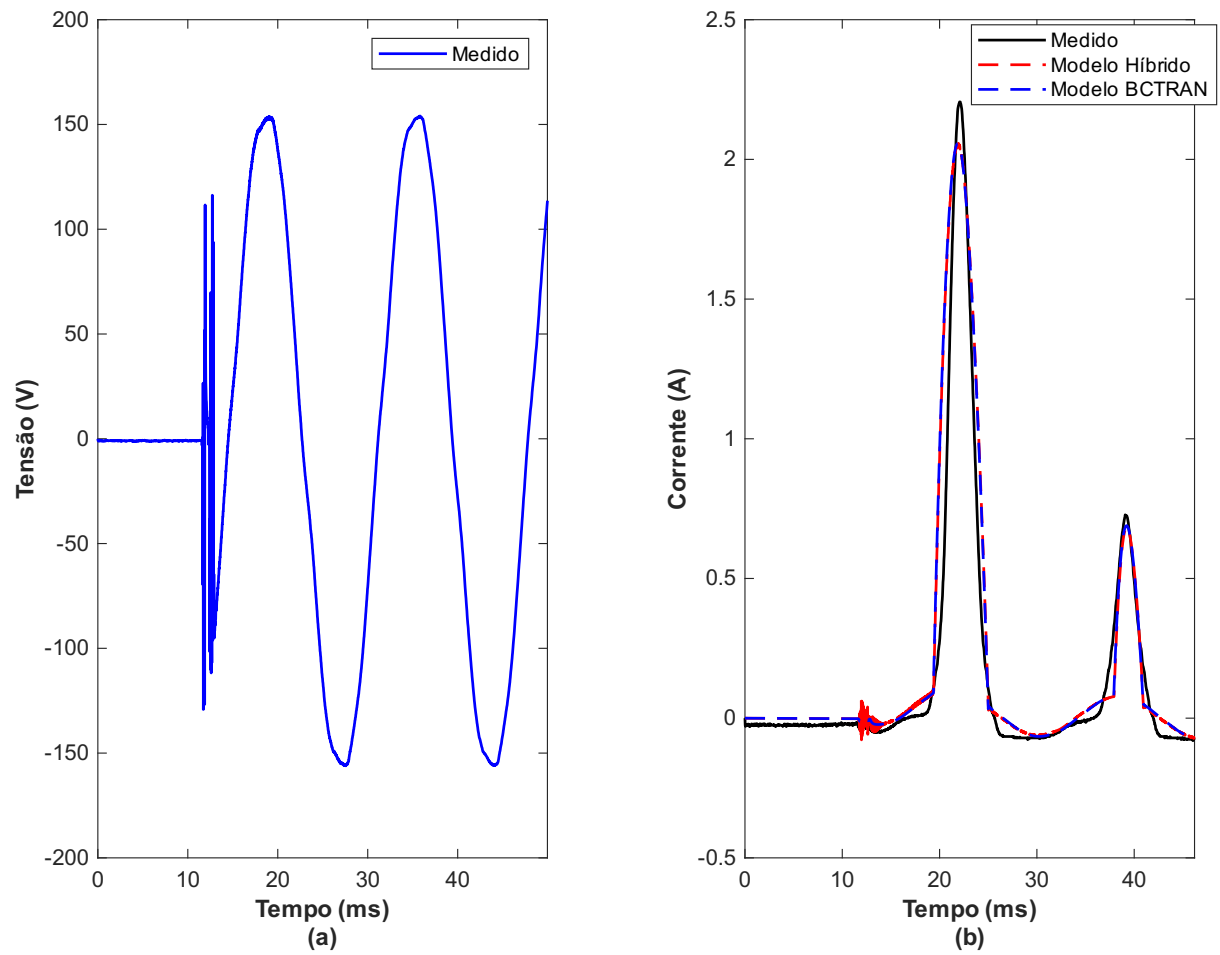


Figura 4.14: Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de *inrush* medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))

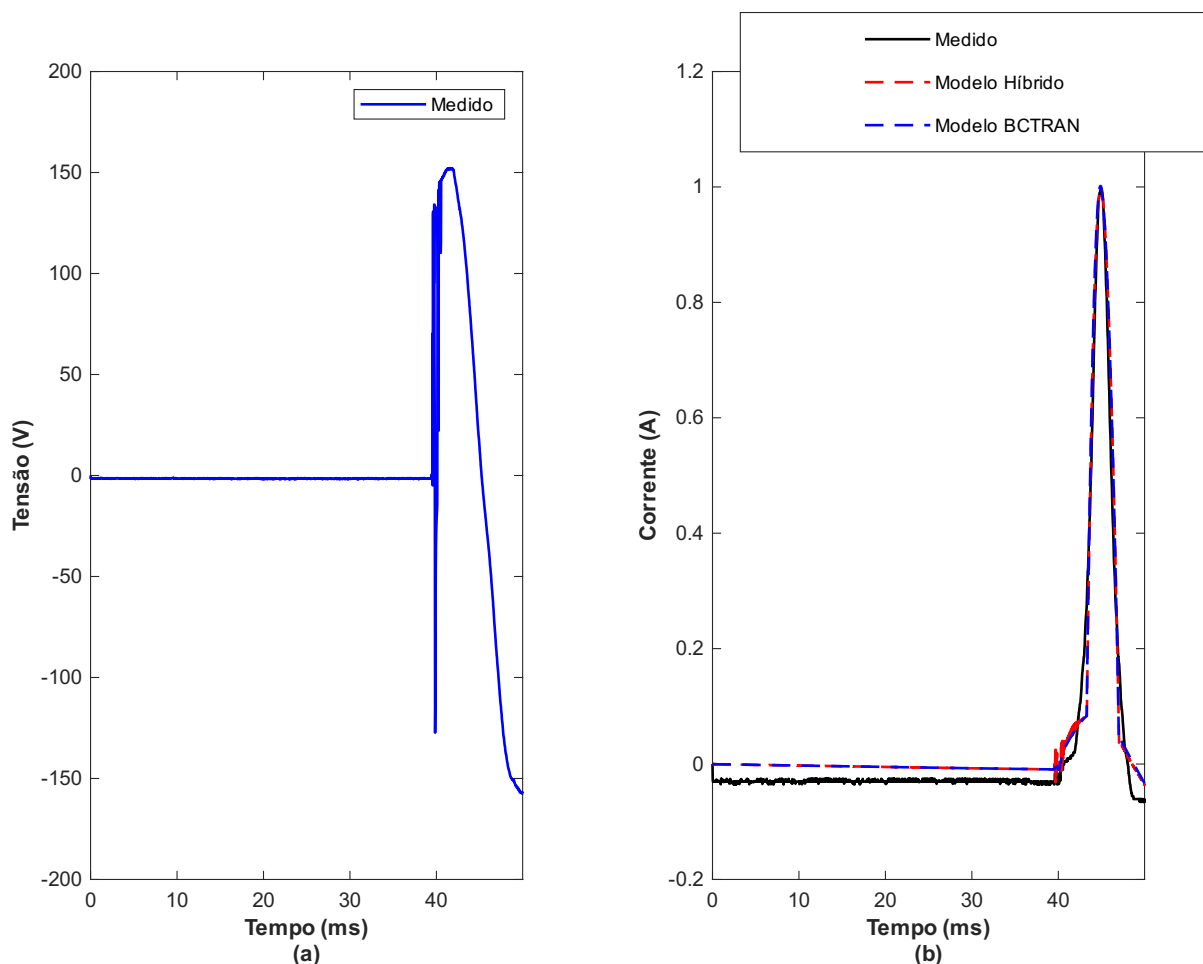


Figura 4.15: Tensão senoidal aplicada e medida (linha azul sólida) no terminal 1, considerando os terminais 2 e 3 abertos (Figura (a)), corrente de *inrush* medida (linha preta sólida) e calculada (linha vermelha tracejada) (Figura (b))

4.1.4 Análise de Resultados

A análise dos resultados de simulação no domínio do tempo demonstrou a capacidade do modelo híbrido em representar o comportamento do transformador monofásico sob diversas condições de excitação. Nos cenários de alta frequência, a validação do módulo caixa preta, que forma a base da resposta em alta frequência do modelo híbrido, evidenciou uma excelente concordância com os dados medidos. Tanto a tensão no terminal excitado quanto a tensão transferida para o terminal secundário apresentaram boa concordância com as curvas experimentais, especialmente na reprodução dos picos de sobretensão e das oscilações ressonantes subsequentes. Pequenos desvios foram observados na fase inicial das respectivas respostas, mas a concordância manteve-se satisfatória à medida que o transitório evoluía para o regime permanente. O desempenho do modelo híbrido nessa faixa temporal inicial foi virtualmente idêntico ao do modelo caixa preta, o que era esperado, uma vez que o módulo de alta frequência do modelo híbrido corresponde exatamente ao modelo caixa preta obtido

via identificação em frequência.

A avaliação da tensão transferida sob diferentes condições de carga resistiva no secundário confirmou a capacidade do modelo em representar o efeito de amortecimento, apesar dos resultados do modelo não terem sido comparados com dados experimentais. Com carga próxima à nominal ($4,70\ \Omega$), o modelo previu um amortecimento mais acentuado e amplitudes inferiores da tensão transferida, corroborando observações na literatura [32] [44]. Analisando a Figura 4.11(b), é possível verificar que, à medida que o valor da carga se aproxima das condições de operação a vazio, a tensão transferida para o terminal 2 tende a apresentar valores de sobretensão próximos àqueles verificados na ausência de carga. Em ambos os casos de carga, as simulações do modelo híbrido e do modelo caixa preta tiveram repostas similares de forma geral, reforçando a robustez da representação em alta frequência.

Para os cenários de baixa frequência, focados na corrente de energização (*inrush*), o modelo híbrido demonstrou a capacidade de reproduzir os picos de corrente, embora com algumas discrepâncias. Comparado ao modelo BCTRAN (que compõe o módulo de baixa frequência do modelo híbrido), o modelo híbrido apresentou erros máximos para os primeiros picos de corrente de *inrush* em torno de 13,5% em algumas medições. Esses erros e o amortecimento inferior em relação aos valores medidos são atribuídos à limitação da correta representação topológica do modelo e à não consideração explícita das perdas no ferro magnético, em especial de histerese, no módulo de baixas frequências. A sensibilidade da magnitude da corrente de *inrush*, dependente do instante da onda de tensão no qual o transformador é conectado à fonte de alimentação, foi verificada.

4.2 Considerações Finais

Os resultados obtidos na validação do modelo híbrido no domínio do tempo reforçam o seu potencial na análise de transitórios eletromagnéticos que envolvem tanto efeitos ressonantes em alta frequência quanto fenômenos não lineares em baixa frequência. A integração modular do modelo caixa preta para altas frequências e do modelo matricial com indutância não linear para baixas frequências indicou ser viável, com a resposta do modelo híbrido acompanhando de perto os resultados experimentais em ampla faixa de frequência.

A excelente performance do módulo de alta frequência em reproduzir as tensões

transferidas e as oscilações ressonantes sob excitação impulsiva confirma a adequação da técnica de ajuste vetorial e da síntese de circuitos RLCG para representar o comportamento em banda larga do transformador.

Por outro lado, as diferenças observadas na simulação da corrente de *inrush*, como os erros para o valores dos picos e o amortecimento reduzido, indicam que a representação das perdas no núcleo e da magnetização residual no módulo de baixa frequência deve ser aprimorada. Embora o modelo BCTRAN acoplado a uma indutância não linear segmentada (*Type 98*) represente o efeito de saturação, a simplificação em relação à histerese e correntes parasitas impacta a precisão em transitórios de energização.

A metodologia de integração dos módulos através de filtros passa-baixa se mostrou como uma alternativa para a combinação dos efeitos em diferentes faixas de frequência, permitindo que o modelo híbrido respondesse de forma coesa a sinais complexos. A implementação do modelo no ATPDraw indica ser uma potencial alternativa do modelo para estudos de engenharia, oferecendo uma ferramenta acessível para análise de sobretensões transferidas e correntes de energização.

Conclusão e Propostas de Continuidade

5.1 Conclusões

Este trabalho apresentou o desenvolvimento, a implementação computacional e a validação de um modelo híbrido para um transformador monofásico. O objetivo principal foi obter uma representação que englobasse tanto os fenômenos ressonantes em alta frequência quanto os efeitos não lineares de saturação do núcleo em baixa frequência, permitindo sua aplicação em estudos de transitórios eletromagnéticos. A abordagem proposta integrou um módulo de altas frequências, baseado em um modelo caixa preta obtido por medições de resposta em frequência e Ajuste Vetorial (*Vector Fitting*), com um módulo de baixas frequências, fundamentado no modelo matricial *BCTRAN* acoplado a uma indutância não linear. A integração foi realizada por meio de filtros passa-baixa e o modelo completo foi implementado e simulado no *software* ATP (*Alternative Transients Program*).

A principal contribuição desta dissertação reside na implementação e validação de um modelo híbrido funcional e acessível no ambiente ATP. Os resultados demonstraram que o módulo de altas frequências reproduziu com excelente aderência os dados experimentais de resposta a degrau de tensão, representando com boa concordância os picos de sobretensão e as oscilações ressonantes. O módulo de baixas frequências, por sua vez, simulou adequadamente o fenômeno da corrente de *inrush*, embora tenha apresentado subestimação dos picos e um amortecimento inferior ao medido, limitações atribuídas principalmente à não modelagem explícita das perdas no ferro e da magnetização residual e à não consideração das características topológicas do núcleo no modelo *BCTRAN*.

O modelo híbrido integrado demonstrou a validade da metodologia de separação das faixas do espectro por filtros e sua posterior superposição, apresentando respostas coesas e consistentes com os dados experimentais em ambos os regimes de frequência analisados. Os resultados obtidos demonstram o potencial de uma abordagem híbrida para a modelagem de transformadores, combinando a representação

de fenômenos ressonantes em altas frequências e da saturação do núcleo em baixas frequências. Modelos com essas características podem contribuir para estudos de transitórios eletromagnéticos, como a análise de sobretensões transferidas e a avaliação de impactos de chaveamentos. A metodologia adotada, baseada em ensaios laboratoriais e análise de resposta em frequência, é, em princípio, aplicável a transformadores com diferentes características e níveis de tensão e de potência, mesmo na ausência de dados detalhados de projeto.

Os resultados obtidos indicaram que a abordagem possui potencial para ser utilizada por engenheiros e pesquisadores em simulações de transitórios no ATP, auxiliando na análise de sobretensões nos terminais secundários, na investigação da corrente de energização e no estudo de interações entre o transformador e a rede elétrica em diferentes condições transitórias.

5.2 Produção Bibliográfica

Durante o desenvolvimento deste trabalho, gerou-se um artigo que foi aceito e apresentado em conferência, conforme discriminado a seguir:

Mendes, E. E. B.; Assis, A. C. S.; Pinto, M. H. M.; De Conti, A. (2023). *Inductive Voltage Transformer Model for High-Frequency Studies*. In *2023 Workshop on Communication Networks and Power Systems (WCNPS 2023)*.

5.3 Propostas de Continuidade

Como propostas para a continuidade desta pesquisa, sugere-se:

- O aprimoramento do módulo de baixas frequências pela inclusão de modelos que sejam topologicamente corretos e que representem as perdas no núcleo magnético de forma mais rigorosa, visando melhorar a precisão na simulação da corrente de *inrush*, especialmente no que tange ao amortecimento.
- A investigação e implementação de técnicas para considerar a magnetização residual no modelo não linear do núcleo.
- A avaliação de diferentes tipos de filtros e frequências de transição para otimizar a integração entre os módulos de alta e baixa frequência.

- A extensão da metodologia de modelagem híbrida para transformadores trifásicos, abordando as complexidades dos acoplamentos entre fases e os diferentes tipos de núcleo.
- A validação do modelo em um espectro mais amplo de transitórios eletromagnéticos, incluindo testes de ferroressonância e aplicação de impulsos atmosféricos com diferentes características.

Referências Bibliográficas

- [1] ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, *NBR 5356-4: Transformadores de potência Parte 4: Guia para ensaio de impulso atmosférico e de manobra para transformadores e reatores*, 2007.
- [2] CIGRÉ WG 33.02, “Guidelines for representation of network elements when calculating transients,” CIGRÉ, Technical Brochure 039, 1990.
- [3] P. T. M. Vaessen, “Transformer model for high frequencies,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 3, no. 4, pp. 1761–1768, 10 1988.
- [4] B. Gustavsen, “Wide band modeling of power transformers,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 19, no. 1, pp. 414–422, 11 2004.
- [5] A. De Conti, V. C. Oliveira, R. T. S. Lopes, R. O. Brochado, and J. L. Silvino, “Two-port wideband models of a single-phase distribution transformer with center-tapped secondary,” in *2015 International Symposium on Lightning Protection (XIII SIPDA)*. IEEE, 11 2015, pp. 221–225.
- [6] CIGRÉ WG A2/C4.52, *High-Frequency Transformer and Reactor Models for Network Studies Part B: Black-Box Models*, jwg a2/c4.52 ed. CIGRÉ, 2023.
- [7] J. A. Martinez and B. A. Mork, “Transformer modeling for low- and mid-frequency transients - a review,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 2II, pp. 1625–1632, 4 2005.
- [8] F. De Leon and A. Semlyen, “Complete transformer model for electromagnetic transients,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 9, no. 1, pp. 231–239, 1 1994.
- [9] B. A. Mork, F. Gonzalez, D. Ishchenko, D. L. Stuehm, and J. Mitra, “Hybrid transformer model for transient simulation - part i: Development and parameters,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, no. 1, pp. 248–255, 1 2007.

- [10] H. K. Høidalen, B. A. Mork, F. Gonzalez, D. Ishchenko, and N. Chiesa, “Implementation and verification of the hybrid transformer model in atpdraw,” *Electric Power Systems Research*, vol. 79, no. 3, pp. 454–459, 3 2009.
- [11] B. Gustavsen, “A filtering approach for merging transformer high-frequency models with 50/60-hz low-frequency models,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 30, no. 3, pp. 1420–1428, 6 2015.
- [12] —, “Wideband transformer modeling including core nonlinear effects,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 31, no. 1, pp. 219–227, 2 2016.
- [13] W. Sima, D. Peng, M. Yang, P. Sun, B. Zou, and Z. Xiong, “Reversible wideband hybrid model of two-winding transformer including the core nonlinearity and emtp implementation,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 4, pp. 3159–3169, 4 2021.
- [14] W. Sima, B. Zou, M. Yang, P. Duan, Y. Zhou, D. Peng, K. Cheng, and F. de León, “Reconstructing primary voltages across inductive vts — part i: Methodology,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 38, no. 2, pp. 1353–1362, 11 2023.
- [15] B. Zou, W. Sima, M. Yang, P. Duan, Y. Li, X. Luo, Y. Qiu, and F. De Leon, “Reconstructing primary voltage across inductive vts-part ii: Validation, application, and analysis,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 38, no. 2, pp. 1363–1374, 4 2023.
- [16] F. de León, P. Gómez, J. A. Martinez-Velasco, and M. Rioual, “Transformers,” in *Power System Transients: Parameter Determination*, J. A. Martinez-Velasco, Ed. Taylor and Francis Group, LLC, 2010, pp. 178–246.
- [17] P. Sen, “Transformers,” in *Principles of Electric Machines and Power Electronics*, 3rd ed. John Wiley & Sons, 2013, pp. 42–85.
- [18] J. A. Martinez, R. Walling, B. A. Mork, J. Martin-Arnedo, D. Durbak, B. Gustavsen, B. Johnson, and J. Mahseredjian, “Parameter determination for modeling system transients - part iii: Transformers,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 3, pp. 2051–2062, 7 2005.
- [19] A. De Conti, “Notas de aula da disciplina Análise de Redes Elétricas no Domínio do Tempo,” 2025, programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

- [20] H. W. Dommel, "Transformer models in the simulation of electromagnetic transients," in *5th Power Systems Computation Conference (PSCC)*, Cambridge, UK, 1975.
- [21] R. B. Shipley, D. Coleman, and C. F. Watts, "Transformer circuits for digital studies," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, vol. 81, no. 3, pp. 1028–1030, 4 1962.
- [22] V. Brandwajn and H. W. Dommel, "Matrix representation of three-phase n-winding transformers for steady-state and transient studies," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 101, no. 6, pp. 1369–1378, 1982.
- [23] W. L. A. Neves and H. W. Dommel, "On modelling iron core nonlinearities," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 417–425, 1993.
- [24] Canadian/American EMTP User Group, *Alternative Transients Program (ATP) Rule Book*, 2001.
- [25] M. Yang, R. Kazemi, S. Jazebi, D. Deswal, and F. De Leon, "Retrofitting the bctran transformer model with nonlinear magnetizing branches for the accurate study of low-frequency deep saturating transients," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 33, no. 5, pp. 2344–2353, 10 2018.
- [26] H. W. Dommel, *EMTP Theory Book*. Portland, OR: Bonneville Power Administration, 1986.
- [27] B. A. Mork, F. Gonzalez, D. Ishchenko, D. L. Stuehm, and J. Mitra, "Hybrid transformer model for transient simulation - part ii: Laboratory measurements and benchmarking," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, no. 1, pp. 256–262, 1 2007.
- [28] J. C. S. d. Silva, "Modelagem caixa preta de transformadores de potência em amplo espectro de frequências," Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 11 2014.
- [29] A. Morched and L. M. J. Ottevangers, "A high frequency transformer model for the emtp," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, no. 3, 1993.
- [30] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 2, pp. 605–614, 1998.

- [31] —, “Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 3, pp. 1052–1061, 11 1999.
- [32] P. R. Rodrigues, “Modelagem caixa preta em amplo espectro de frequências de transformador de distribuição monofásico,” Master’s thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.
- [33] P. Triverio, S. Grivet-Talocia, M. S. Nakhla, F. G. Canavero, and R. Achar, “Stability, causality, and passivity in electrical interconnect models,” *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, vol. 30, no. 4, pp. 795–808, 11 2007.
- [34] B. Gustavsen and A. Semlyen, “Enforcing passivity for admittance matrices approximated by rational functions,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 1, pp. 97–101, 2001.
- [35] B. Gustavsen, “Passivity enforcement of rational models via modal perturbation,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 23, no. 2, pp. 768–775, 4 2008.
- [36] B. Gustavsen and H. M. J. De Silva, “Inclusion of rational models in an electromagnetic transients program: Y-parameters, z-parameters, s-parameters, transfer functions,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 28, no. 2, pp. 1164–1174, 11 2013.
- [37] B. Gustavsen, “Computer code for rational approximation of frequency dependent admittance matrices,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 17, no. 4, pp. 1093–1098, 11 2002.
- [38] A. De Conti, D. G. C. Moreira, K. Yamamoto, and S. Yanagawa, “Low-order wideband isolation transformer modeling based on independent branch fitting,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 64, no. 3, pp. 874–883, 6 2022.
- [39] A. De Conti and R. Alipio, “Single-port equivalent circuit representation of grounding systems based on impedance fitting,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 61, no. 5, pp. 1683–1685, 10 2019.
- [40] B. Gustavsen, “The vector fitting web site,” <https://www.sintef.no/en/software/vector-fitting/>, 2013.

- [41] —, *Matrix Fitting Toolbox - for rational modeling from Y-parameter and S-parameter data - User's Guide and Reference*, N-7465 Trondheim, Norway, 2009.
- [42] IEEE, *C57.12.91-2020 - IEEE Standard Test Code for Dry-Type Distribution and Power Transformers*, 2021.
- [43] ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, *NBR 5356-4: Transformadores de potência Parte 4: Parte 11: Transformadores do tipo seco - Especificação*, 2016.
- [44] I. D. Metzker, “Modelos banda larga de transformadores de distribuição monofásicos com diferentes potências nominais,” Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 7 2018.

Apêndice

A Parâmetros do Modelo Caixa Preta do Transformador de Monofásico implementado no ATP

\$VINTAGE, 1

C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4>< OHM >< milliH >< microF >

C

\$VINTAGE, 1

C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4>< OHM >< milliH >< microF >

C

C (1,1)

A___1	4.87958241e+03	
A___1		3.00000000e-10
A___1	9.65048152e+02	3.17854705e+05
A___1	2.30288362e+02	8.78476126e+02
A___1	-7.25485990e+00	-3.91416315e-01
A___1	-3.09375112e+02	-6.33743414e+00
A___1	-2.29042018e+02	-3.55632436e-01
A___1	9.53206678e+02	9.26065349e-01
A___1A 7__1	-2.78292093e+04	-1.62225924e+05
A 7__1	3.16065066e+04	
A 7__1		-1.85445991e-01
A___1A 9__1	2.56835295e+03	-4.08989938e+03
A 9__1	-3.16743831e+03	
A 9__1		-3.22696351e-01
A___1A B__1	2.00860737e+03	8.93836784e+01
A B__1	-1.37689058e+04	

A B__1			5.61216218e-03
A____1A D__1	-4.24906144e+02	4.30376847e+00	
A D__1	1.73101482e+04		
A D__1			7.42327270e-05
A____1A F__1	1.01559245e+03	3.89975828e-02	
A F__1	-1.21204241e+03		
A F__1			4.32980284e-05
A____1A11__1	-3.69624570e+02	-3.93521656e-02	
A11__1	1.22100831e+03		
A11__1			-1.67890849e-04
A____1A13__1	1.73724942e+02	9.51151155e-03	
A13__1	-9.62913810e+02		
A13__1			1.29086832e-04
A____1A15__1	-1.95889065e+03	-1.07749985e-02	
A15__1	2.12999328e+03		
A15__1			-3.20617357e-06
A____1A17__1	4.49851812e+01	1.44279772e-03	
A17__1	-1.41381611e+03		
A17__1			1.59788561e-04
C (1,2)			
A____1A____2	6.43783309e+01		
A____1A____2			-1.00000000e-10
A____1A____2	-4.10603040e+02	-1.35238959e+05	
A____1A____2	-1.67280504e+02	-6.38121388e+02	
A____1A____2	5.67418458e+00	3.06135260e-01	
A____1A____2	2.45917891e+02	5.03753656e+00	
A____1A____2	1.23830657e+02	1.92271263e-01	
A____1A____2	-2.03486485e+02	-1.97692470e-01	
A____1A 7_12	1.66056163e+04	1.17871377e+05	
A 7_12A____2	-1.99515849e+04		
A 7_12A____2			3.58153452e-01
A____1A 9_12	-4.64500550e+03	4.42856322e+03	
A 9_12A____2	5.09857000e+03		
A 9_12A____2			1.40169644e-01

A____1A B_12	-9.22088086e+03	-1.26026459e+02	
A B_12A____2	1.25929180e+04		
A B_12A____2			-1.24788270e-03
A____1A D_12	2.94010037e+02	6.04170635e-01	
A D_12A____2	9.27089401e+03		
A D_12A____2			5.59290186e-04
A____1A F_12	1.27831097e+02	4.19861902e-02	
A F_12A____2	8.94400974e+02		
A F_12A____2			2.83584477e-04
A____1A11_12	1.31174395e+02	-5.05812993e-02	
A11_12A____2	-8.82205003e+02		
A11_12A____2			-1.59472966e-04
A____1A13_12	3.84900869e+02	2.05183839e-02	
A13_12A____2	-1.98883846e+03		
A13_12A____2			5.88820268e-05
A____1A15_12	9.59712051e+02	-6.27873794e-03	
A15_12A____2	-1.03728008e+03		
A15_12A____2			-5.12200677e-06
A____1A17_12	-2.77418979e+01	-1.15265160e-03	
A17_12A____2	-1.77529045e+03		
A17_12A____2			-2.09811985e-04
C (2,2)			
A____2	3.98446163e+01		
A____2			3.00000000e-10
A____2	4.67022138e+00	1.53821530e+03	
A____2	6.11212785e+01	2.33158044e+02	
A____2	1.57052673e+00	8.47335158e-02	
A____2	1.95044733e+02	3.99541884e+00	
A____2	4.73665129e+01	7.35457560e-02	
A____2	-1.16764641e+02	-1.13439919e-01	
A____2A 7__2	6.10644552e+03	3.67577100e+04	
A 7__2	-6.99039533e+03		
A 7__2			8.65985176e-01
A____2A 9__2	8.48469810e+02	8.88152950e+02	

A 9__2	-1.05887289e+03	
A 9__2		1.56115724e+00
A____2A B__2	1.72512240e+03	-3.42249132e+01
A B__2	-2.69738627e+03	
A B__2		-6.18540541e-03
A____2A D__2	-2.25644084e+04	-5.69721927e+00
A D__2	2.78659818e+04	
A D__2		-1.09371787e-05
A____2A F__2	1.03130908e+01	-6.84458299e-03
A F__2	-8.76638131e+01	
A F__2		-1.34297741e-03
A____2A11__2	-9.51055113e+00	5.66533359e-03
A11__2	1.06051763e+02	
A11__2		1.52250350e-03
A____2A13__2	-6.48302599e+01	-1.96488549e-02
A13__2	-1.83048789e+03	
A13__2		-7.89434245e-05
A____2A15__2	2.54618139e+02	5.72488245e-03
A15__2	-1.71623773e+03	
A15__2		6.39758599e-05
A____2A17__2	9.84909610e+02	3.38958487e-03
A17__2	-1.03886687e+03	
A17__2		3.64869625e-06
\$VINTAGE,0		

B Parâmetros do Modelo BCTRAN e do indutor não linear *Type 98* implementados no ATP

B.1 Matriz de susceptâncias A e Matriz de perdas em cargas dos enrolamentos R

\$VINTAGE, 1,
1VS 261.81831557468

```
USE AR
1P          65.917759370294 14.287056502245
2VS        -302.1229884581          0.0
          1384.7364589018 .68011145856323
$VINTAGE, -1,
USE OLD
```

B.2 Pares de $\lambda - i$ inseridos no componente indutor não linear *Type 98* implementado no ATP

```
98VS          0.2841 0.081          0
0.28407696923 0.081001458965
          5. 0.09977923317
          9999
```