

**AUTOMAÇÃO DO CÁLCULO DE VIGAS MISTAS
SEMICONTÍNUAS INCLUINDO LIGAÇÕES MISTAS**

ALUNO: VANESSA HECKERT SEVILLA PIRES

ORIENTADOR: GILSON QUEIROZ

Ao meu marido Leônidas, que acompanhou com paciência cada dia de estudo, abrindo mão de nossa convivência para que nosso objetivo fosse alcançado.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força, pela disposição e por não me deixar desistir.

Aos meus pais, que mesmo sem acompanhar as dificuldades cotidianas, sempre torceram por mim.

Ao meu orientador, por todo o conhecimento, experiência e sabedoria transmitidos durante nossa convivência.

Ao Leônidas, pelas dicas, pelas idéias, pelas críticas, pela ajuda, pelo carinho.

À Codeme Engenharia, que acreditou na minha persistência e investiu na minha formação, e ao Roberval, que me encaminhou para a orientação do professor Gilson, e me introduziu no assunto pesquisado.

Aos professores do Departamento de Engenharia de Estruturas que de alguma forma contribuíram para este objetivo, em especial ao professor Ramon e ao professor Alcebiades, pela contribuição no desenvolvimento do programa

A todos os familiares que esperaram por este dia. Que eu volte a estar mais presente junto a todos.

A todos os amigos, pelo apoio e incentivo.

Sumário

Índice de Figuras	i
Índice de Tabelas	iv
Simbologia	v
Resumo	xiii
Abstract	xiv
1 Introdução	1
2 Objetivo e Metodologia	6
2.1 Objetivo	6
2.2 Metodologia	7
3 Revisão Bibliográfica	10
3.1 Introdução	10
3.2 Classificação das ligações	11
3.3 Ligação mista	14
3.4 Conectores de cisalhamento	17
3.4.1 Ausência de interação	17
3.4.2 Interação total	18
3.4.3 Interação parcial	18
3.4.4 Rigidez inicial	19
3.4.5 Capacidade de deformação	20
3.4.6 Resistência última	21
3.5 Cantoneiras da alma na ligação mista	23
3.5.1 Rigidez inicial	24
3.5.2 Capacidade de deformação	24
3.5.3 Resistência última	24
3.6 Ligação inferior na ligação mista	29

3.6.1 Rigidez inicial	29
3.6.2 Capacidade de deformação	30
3.6.3 Resistência última	31
3.7 Barras de armadura na ligação mista	32
3.7.1 Rigidez inicial	32
3.7.2 Capacidade de deformação	33
3.7.3 Resistência última	36
3.7.4 Disposições construtivas	36
3.8 Momento último resistente e capacidade de rotação da ligação mista	37
3.8.1 Alternativas de equilíbrio para linha neutra plástica cortando as cantoneiras da alma	38
3.8.2 Alternativas para geometria dos deslocamentos	39
3.9 Rigidez inicial (S_{ini}) da ligação mista	42
3.10 Capacidade de rotação da ligação mista	45
3.11 Capacidade de rotação necessária da ligação mista	46
3.11.1 Cálculo da parcela elástica da rotação necessária	49
3.11.2 Cálculo da parcela plástica da rotação necessária	50
3.12 Classificação dos elementos de aço comprimidos	52
3.12.1 Classificação das mesas comprimidas	53
3.12.2 Classificação da alma	53
3.13 Considerações sobre a região de momento positivo de vigas mistas semicontínuas	54
3.13.1 Resistência à flexão (classes 1 ou 2)	55
3.13.2 Resistência ao cisalhamento longitudinal	56
3.14 Considerações sobre a região de momento negativo de vigas mistas semicontínuas	56
3.14.1 Flambagem lateral	57
3.14.2 Fissuração do concreto	63
3.15 Resistência de vigas mistas semicontínuas à força cortante	64
3.16 Força normal	64
3.17 Métodos de análise de vigas mistas semicontínuas utilizados neste trabalho.....	64

3.17.1	Análise elástica	65
3.17.2	Análise rígido-plástica	67
4	Desenvolvimento do Programa	68
4.1	Introdução	68
4.2	Escolha do modelo	69
4.3	Análise na fase de concretagem	70
4.4	Análise após a cura do concreto	71
4.5	Entrada de dados – Fluxograma	73
4.6	Procedimentos de cálculo – Fluxograma	76
4.7	Interfaces com o usuário	84
5	Exemplos Resolvidos	104
5.1	Exemplo 1	104
5.1.1	Problema proposto	104
5.1.2	Resolução detalhada	106
5.1.3	Saída de resultados do programa desenvolvido, para este exemplo	139
5.1.4	Comentários finais	147
5.2	Exemplo 2	149
5.2.1	Vigas principais	149
5.2.2	Influência da flexibilidade das vigas principais	149
5.2.3	Comentários finais	153
5.3	Exemplo 3	154
5.3.1	Problema proposto	154
5.3.2	Resolução	154
5.3.3	Comentários finais	156
6	Conclusões e Recomendações	157
6.1	Conclusões	157
6.2	Recomendações para novas pesquisas	158

Bibliografia e Referências.....	161
Obras Consultadas	166
Anexo A Alterações na Matriz de Rigidez do Programa gr.exe ...	167
A.1 Barra de uma grelha (sistema local)	167
A.2 Esforços nas extremidades das barras provocados por deslocamentos unitários impostos aos nós.....	168
A.3 Esforços nas extremidades das barras com extremidades bloqueadas.....	170
Anexo B Fórmulas de Cardán e Ferrari.....	172
B.1 Fórmulas de Cardán	172
B.2 Fórmulas de Ferrari.....	173
Anexo C Propriedades Utilizadas na Verificação de Flambagem Lateral com Distorção.....	174
C.1 Introdução.....	174
C.2 Região de momento negativo.....	175
C.3 Região de momento positivo.....	176

Índice de Figuras

Capítulo 1

FIGURA 1.1 – Ligação mista (elemento suporte: alma de pilar).....	4
FIGURA 1.2 – Ligação mista (elemento suporte: viga).....	5
FIGURA 1.3 – Ligação mista (elemento suporte: mesa de pilar).....	5

Capítulo 2

FIGURA 2.1 – Simulação da rigidez da ligação mista.....	8
FIGURA 2.2 – Divisão de um tramo da linha de vigas	8
FIGURA 2.3 – Divisão das vigas suportes	9

Capítulo 3

FIGURA 3.1 – Classificação das ligações (LEON, 2001).....	12
FIGURA 3.2 – Relação $M-\theta$ para a ligação em estudo.....	13
FIGURA 3.3 – Ligação mista.....	15
FIGURA 3.4 – Transferência de esforços entre os elementos da ligação mista...	16
FIGURA 3.5 – Relação força x escorregamento para os conectores	20
FIGURA 3.6 – Formação de charneiras plásticas nas cantoneiras da alma	25
FIGURA 3.7 – Distribuição dos esforços ao longo das cantoneiras da alma.....	27
FIGURA 3.8 – Relação tensão x deformação para armadura (simplificada)	34
FIGURA 3.9 – Comportamento da ligação mista parcialmente resistente (Alternativa I).....	38
FIGURA 3.10 – Comportamento da ligação mista parcialmente resistente (Alternativa II).....	40
FIGURA 3.11 – Representação do sistema de molas (alternativa I).....	42
FIGURA 3.12 – Diagrama $M \times \theta$ bi-linear.....	45
FIGURA 3.13 – Curvatura ao longo da viga.....	49
FIGURA 3.14 – Resistência última ao momento fletor positivo da seção mista..	55

FIGURA 3.15 – Flambagem lateral.....	57
--------------------------------------	----

Capítulo 4

FIGURA 4.1 – Modelos de análise	70
FIGURA 4.2 – Tela de dados iniciais.....	84
FIGURA 4.3 – Alteração de parâmetros de dimensionamento – conectores.....	85
FIGURA 4.4 – Alteração de parâmetros de dimensionamento – concreto.....	86
FIGURA 4.5 – Alteração de parâmetros de dimensionamento – aço.....	87
FIGURA 4.6 – Alteração de parâmetros de dimensionamento – fôrma de aço....	88
FIGURA 4.7 – Alteração de parâmetros de dimensionamento – armadura	89
FIGURA 4.8 – Alteração de parâmetros de dimensionamento – coeficientes.....	90
FIGURA 4.9 – Alteração da biblioteca de perfis laminados.....	91
FIGURA 4.10 – Associação de perfis.....	92
FIGURA 4.11 – Restrições de apoio.....	93
FIGURA 4.12 – Vãos das vigas.....	94
FIGURA 4.13 – Vãos das vigas suportes.....	95
FIGURA 4.14 – Carregamentos.....	96
FIGURA 4.15 – Carregamentos das vigas suportes.....	97
FIGURA 4.16 – Dados da ligação mista.....	98
FIGURA 4.17 – Compatibilidade dos dados de entrada.....	99
FIGURA 4.18 – Arquivo dos dados de entrada.....	100
FIGURA 4.19 – Arquivo dos resultados.....	101
FIGURA 4.20 – Resumo dos resultados.....	102
FIGURA 4.21 – Resultados das vigas suportes.....	103

Capítulo 5

FIGURA 5.1 – Piso misto	105
FIGURA 5.2 – Seções transversais.....	105
FIGURA 5.3 – Cantoneiras da alma.....	127
FIGURA 5.4 - Modelo para análise.....	131

FIGURA 5.5 - Modelos das ligações de vigas: V_1 com V_2 e V_2 com V_2	131
---	-----

Anexo A

FIGURA A.1 – Esforços em barras de grelha, sistema local.....	167
FIGURA A.2 – Esforços em barras de grelha com molas nas extremidades, sistema local.....	168
FIGURA A.3 – Rotação unitária , provocando torção na barra.....	169
FIGURA A.4 – Rotação unitária , provocando flexão na barra.....	169
FIGURA A.5 – Deslocamento vertical unitário	170
FIGURA A.6 – Carga uniformemente distribuída – barra com extremidades bloqueadas.....	171

Anexo C

FIGURA C.1 – Momento negativo.....	175
FIGURA C.2 – Momento positivo.....	176

Índice de Tabelas

Capítulo 3

TABELA 3.1 – Rotação necessária.....	51
TABELA 3.2 – Classes de esbeltez.....	52
TABELA 3.3 – Coeficiente C_4 para momentos iguais nas extremidades.....	62
TABELA 3.4 – Coeficiente C_4 para momentos desiguais nas extremidades.....	62

Capítulo 5

TABELA 5.1 – Resolução da equação de interação de Drucker.....	128
TABELA 5.2 – Momentos de inércia para análise após a cura	131
TABELA 5.3 – Quadro comparativo (exemplo 1).....	147
TABELA 5.4 – Quadro comparativo (exemplo 2).....	153
TABELA 5.5 – Quadro comparativo (exemplo 3).....	156

Simbologia

A = área da seção transversal composta sobre o apoio, desprezando-se o concreto tracionado;

A_a = área da seção transversal da viga metálica;

A_c = área da seção transversal de concreto considerada na ligação mista;

A_{cs} = área da seção transversal do conector;

$A_{fôrma}$ = área da seção transversal da fôrma de aço;

A_p = área bruta dos parafusos utilizados na ligação inferior;

A_s = área total das barras de armadura da ligação mista;

A_s' = área total das barras de armadura transversais à viga;

b = metade da largura total da mesa do perfil de aço;

b_c = largura do apoio, na direção paralela às barras de armadura;

B_c = largura do pilar, na direção transversal às barras de armadura;

b_c' = largura transformada da laje;

b_{ef} = largura de contribuição da laje sobre a viga mista;

b_f = largura média da nervura da fôrma de aço utilizada;

$b_{f(min)}$ ou b_{deck} = largura mínima da nervura da fôrma de aço utilizada;

b_{fi} = largura da mesa inferior do perfil de aço;

b_{fs} = largura da mesa superior do perfil de aço;

b_{onda} = comprimento total de uma onda da fôrma de aço utilizada;

c = espaçamento entre as vigas;

C_4 = coeficiente que considera a influência da forma do diagrama de momentos fletores na determinação de M_{cr} ;

$CG_{fôrma}$ = posição do centro de gravidade da fôrma de aço a partir da face inferior;

C_{red} = coeficiente de redução da resistência dos conectores de cisalhamento;

d = altura total do perfil de aço;

D = altura total da viga mista;

d_1 = distância do topo da viga ao topo das cantoneiras da alma;

d_b = diâmetro dos parafusos utilizados na ligação inferior da ligação mista;

d_c = comprimento do trecho comprimido das cantoneiras da alma;

d_m = diâmetro de referência para a ligação inferior da ligação mista;

d_t = comprimento do trecho tracionado das cantoneiras da alma;
 E_a = módulo de elasticidade longitudinal do aço do perfil de aço;
 E_c = módulo de elasticidade longitudinal do concreto;
 E_c' = módulo de elasticidade longitudinal do concreto, considerando-se a deformação lenta;
 E_s = módulo de elasticidade longitudinal das barras de armadura da ligação mista;
 EI = rigidez à flexão da viga mista;
 f_{ck} = resistência característica do concreto à compressão;
 F_i = resistência última da ligação inferior da ligação mista;
 F_i' = resultante de compressão das cantoneiras da alma;
 F_s = resistência última das barras de armadura da ligação mista;
 F_s' = resultante de tração das cantoneiras da alma;
 $F_s^{(A)}$ = força atuante no grupo de conectores de cisalhamento no fim do trecho elástico do diagrama força - escorregamento;
 $F_s^{(B)}$ = força atuante no grupo de conectores de cisalhamento no fim do trecho elasto-plástico do diagrama força - escorregamento;
 f_{u1} = limite de resistência à tração do aço da cantoneira inferior;
 f_{u2} = limite de resistência à tração do aço da mesa inferior;
 f_{ub} = limite de resistência à tração do aço dos parafusos da ligação inferior;
 f_{uc} = limite de resistência à tração do aço do conector;
 f_y = limite de escoamento do aço do perfil de aço;
 f_{yL} = limite de escoamento do aço das cantoneiras da alma;
 f_{ys} = limite de escoamento do aço das barras de armadura;
 g = gabarito de furação das cantoneiras da alma;
 G = módulo de elasticidade transversal do aço do perfil de aço;
 g_y = distância entre as duas charneiras plásticas das cantoneiras da alma, na posição y ;
 h = distância entre as faces internas das mesas do perfil de aço;
 H_C = altura total da laje;
 h_{cs} = comprimento do conector após soldagem;
 H_S = altura da viga de aço;
 h_f = altura da nervura da fôrma de aço utilizada;
 h_s = distância entre os centros das mesas do perfil de aço;

I_2 = momento de inércia da laje fissurada;

I_a = momento de inércia do perfil de aço relativo ao eixo paralelo ao de flexão;

I_{afy} = momento de inércia da mesa inferior em relação ao eixo y ;

I_{at} = constante de torção de St. Venant da seção de aço;

I_{ax} = momento de inércia da seção de aço em relação ao eixo x ;

I_{ay} = momento de inércia da seção de aço em relação ao eixo y ;

I_{ef} = momento de inércia efetivo, considerando-se o grau de interação entre aço e concreto, sem consideração da deformação lenta;

I_{ef}' = momento de inércia efetivo, considerando-se o grau de interação entre aço e concreto e a deformação lenta;

$I_{fôrma}$ = momento de inércia da fôrma de aço;

I_{tr} = momento de inércia da seção transformada, sem consideração da deformação lenta;

I_{tr}' = momento de inércia da seção transformada, considerando-se a deformação lenta;

I_x = momento de inércia da seção composta sobre o apoio em relação ao eixo x , desprezando-se o concreto tracionado;

k = grau de interação da viga mista;

k_1 = contribuição da rigidez da laje na rigidez K_s ;

k_2 = contribuição do perfil de aço na rigidez K_s ;

k_b = rigidez dos parafusos da ligação inferior;

k_c = coeficiente que considera as propriedades da laje e do perfil de aço;

K_c = propriedade da seção composta pelo perfil e pelas barras de armadura;

$k_{connect}$ = rigidez do grupo de conectores de cisalhamento;

k_{cs} = rigidez do conector de cisalhamento isolado;

k_i = rigidez inicial da ligação inferior da ligação mista;

k_{p1} = rigidez da cantoneira inferior ao esmagamento;

k_{p2} = rigidez da mesa inferior ao esmagamento;

k_s = rigidez inicial das barras de armadura da ligação mista;

K_s = rigidez do pórtico formado pela laje e dois perfis de aço paralelos;

k_y = parâmetro de flambagem;

L = vão da viga;

l_0 = comprimento aproximado dos trechos de momento positivo ou negativo;

- $L^{(-)}$ = comprimento do trecho de momento negativo, podendo ser tomado como 15% do vão;
- L_b = vão entre pontos travados lateralmente;
- L_i = largura (da cantoneira inferior ou da mesa inferior) perpendicular à direção da força aplicada na ligação inferior;
- L_t = comprimento de transmissão;
- L_w = comprimento das cantoneiras da alma;
- M_0 = momento fletor na cantoneira da alma, por unidade de comprimento, que provoca a plastificação agindo separadamente;
- M_{ac} = momento fletor nominal atuante no vão, antes da cura do concreto;
- M_{cr} = momento elástico crítico nos apoios internos;
- M_d = momento fletor de cálculo;
- M_d' = momento fletor de cálculo para cargas atuantes antes da cura do concreto;
- $M_d(x)$ = equação do momento fletor de cálculo, ao longo do vão;
- M_l' = momento fletor nominal devido às cargas permanentes atuantes após a cura do concreto, considerando-se a deformação lenta;
- M_l = momento fletor nominal devido às cargas permanentes atuantes após a cura do concreto, sem considerar-se a deformação lenta;
- M_L = resistência última à flexão do par de cantoneiras da alma;
- M_n = momento resistente nominal;
- M_p = momento fletor de plastificação da viga mista;
- M_{pl} = momento resistente da seção mista plastificada nos apoios (sem coeficiente de segurança);
- $M_{pn,a}$ = menor resistência nominal da ligação mista, entre as duas extremidades da viga;
- $M_{pn,b}$ = maior resistência nominal da ligação mista, entre as duas extremidades da viga;
- M_{pp} = resistência nominal da viga mista no meio do vão, considerando-se o coeficiente β ;
- M_{py} = momento fletor na cantoneira da alma, por unidade de comprimento, que provoca a plastificação agindo simultaneamente com a força cortante;
- M_{sc} = momento fletor nominal atuante no vão devido à sobrecarga;
- M_u = resistência última à flexão da ligação mista;
- M_{udir} = resistência última à flexão da ligação mista do lado direito da viga;

- M_{uesq} = resistência última à flexão da ligação mista do lado esquerdo da viga;
- $M(x)$ = momento fletor gerado ao longo do vão pelo carregamento aplicado;
- $M_1(x)$ = momento fletor gerado ao longo do vão pelo momento unitário aplicado na ligação;
- M_y = momento fletor na viga mista no início do escoamento;
- n = relação entre os módulos de elasticidade longitudinal do aço e do concreto;
- n_c = número de conectores no trecho;
- n_{cs} = número de conectores numa mesma nervura;
- n_i = número de linhas de parafusos utilizadas na ligação inferior na direção do esforço;
- n_p = número total de parafusos da ligação inferior, na aba da cantoneira ligada à mesa da viga;
- P_u = resistência última;
- q = carga uniformemente distribuída sobre a viga;
- q_n = resistência nominal de um conector;
- Q_n = soma das resistências individuais dos conectores de cisalhamento, entre o ponto de momento nulo e o ponto de maior momento positivo;
- s = capacidade de deformação dos conectores de cisalhamento;
- S = espaçamento entre furos da ligação inferior na direção da força;
- $s^{(A)}$ = escorregamento dos conectores de cisalhamento no fim do trecho elástico do diagrama força - escorregamento;
- $s^{(B)}$ = escorregamento dos conectores de cisalhamento no fim do trecho elasto-plástico do diagrama força - escorregamento;
- S_{ini} = rigidez inicial da ligação mista;
- t_c = espessura da mesa de concreto da laje, acima da fôrma de aço;
- t_f = espessura da mesa do perfil de aço;
- t_{fi} = espessura da mesa inferior do perfil de aço;
- t_{fs} = espessura da mesa superior do perfil de aço;
- t_L = espessura das cantoneiras da alma;
- t_{p1} = espessura da cantoneira inferior;
- t_{p2} = espessura da mesa inferior;
- t_w = espessura da alma do perfil metálico;
- u_i = capacidade de deformação da ligação inferior da ligação mista;

u_s = capacidade de deformação das barras de armadura da ligação mista;

V_0 = força cortante na cantoneira da alma, por unidade de comprimento, que provoca a plastificação agindo separadamente;

V_d = força cortante de cálculo;

$V_d(x)$ = equação de força cortante de cálculo ao longo do vão;

V_h = força de cisalhamento atuante nos conectores;

V_{pw} = resultante das forças de tração atuantes nas cantoneiras da alma submetidas à flexão;

V_{py} = força cortante na cantoneira da alma, por unidade de comprimento, que provoca a plastificação agindo simultaneamente com o momento fletor;

x = coordenada da seção da viga;

W_{ai} = módulo elástico da fibra inferior da seção de aço;

W_{ef} = módulo elástico efetivo, considerando-se o grau de interação entre aço e concreto, sem considerar-se a deformação lenta;

W_{ef}' = módulo elástico efetivo, considerando-se o grau de interação entre aço e concreto, considerando-se a deformação lenta;

W_{tr} = módulo elástico da fibra inferior da seção mista transformada, sem considerar-se a deformação lenta;

W_{tr}' = módulo elástico da fibra inferior da seção mista transformada, considerando-se a deformação lenta;

y = coordenada vertical, a partir da linha neutra plástica ou elástica;

Y = distância do topo do perfil metálico ao centro de gravidade das barras de armadura;

y_0 = distância entre os centróides da laje de concreto e da seção mista, ambas não fissuradas, desprezando-se a armadura, levando-se em conta a relação entre os módulos de elasticidade para cargas de curta duração;

y_C = distância entre o centro de gravidade do perfil de aço e o centro da capa de concreto da laje;

y_{cg} = posição da linha neutra elástica da seção mista em relação à face inferior do perfil de aço, sem consideração da deformação lenta;

y_{cg}' = posição da linha neutra elástica da seção mista em relação à face inferior do perfil de aço, considerando-se a deformação lenta;

y_{el} = posição da linha neutra elástica da ligação mista em relação à face inferior do perfil de aço;

y_{ginf} = distância do centro da mesa inferior ao centróide do perfil de aço;

y_{gsup} = distância do centro da mesa superior ao centróide do perfil de aço;

y_{inf} = posição da linha neutra plástica da ligação mista em relação à face inferior do perfil de aço;

y_{inf}' = distância do centro de gravidade do perfil de aço à sua face inferior;

y_p = altura da zona comprimida da alma na região de momento negativo;

y_s = distância do centróide da seção de aço ao seu centro de cisalhamento;

Z_a = módulo plástico do perfil metálico relativo ao eixo paralelo ao de flexão;

b = coeficiente de redução da resistência da viga mista no trecho de momento positivo;

c_{LT} = fator de redução para a flambagem lateral;

D_{ac} = flecha relativa antes da cura do concreto;

D_l = flecha relativa decorrente das cargas permanentes atuantes após a cura do concreto sem considerar-se a deformação lenta;

D_l' = flecha relativa decorrente das cargas permanentes atuantes após a cura do concreto, considerando-se a deformação lenta;

D_{sc} = flecha relativa decorrente da sobrecarga;

e_{smu} = deformação das barras de armadura envolvidas por concreto, correspondente à carga última;

e_{smy} = deformação das barras de armadura envolvidas por concreto, correspondente ao início do escoamento;

e_{su} = deformação das barras de armadura correspondente à resistência última;

e_{sy} = deformação das barras de armadura correspondente ao escoamento;

f = coeficiente de ponderação de resistência;

f_d = curvatura da seção da viga correspondente a M_d ;

f_p = curvatura da seção sujeita à plastificação total;

f_{p95} = curvatura da seção sujeita a 95% do momento de plastificação total;

f_s = diâmetro das barras de armadura da ligação mista;

f_y = curvatura da seção da viga sujeita ao início do escoamento;

γ_c = peso específico do concreto;

l_f = esbeltez da mesa do perfil de aço;

$\bar{l}_{LT}$ = esbeltez para a flambagem lateral;

l_p = limite plástico de esbeltez;

l_w = esbeltez da alma do perfil de aço;

ν_a = coeficiente de Poisson para o aço;

q = rotação da seção mista;

q_e = parcela elástica da rotação necessária da ligação mista;

q_p = parcela plástica da rotação necessária da ligação mista;

r = taxa de armadura da ligação mista;

s_{sr1} = tensão na armadura da ligação mista no início da fissuração;

RESUMO

Este trabalho consiste no estudo de sistemas de vigas mistas semicontínuas, interligadas por ligações mistas. Utilizando-se uma ligação adequada entre o perfil de aço e a laje, é possível obter um comportamento integrado do conjunto, inclusive na região dos apoios, onde barras adicionais de armadura proporcionam resistência à flexão e ductilidade.

Para um correto dimensionamento da ligação mista, é necessário o estudo de cada elemento que a compõe, o que requer cálculos complexos. Basicamente devem ser analisados: resistência de todos os componentes, rigidez e capacidade de rotação. Para isto, foi desenvolvido um programa em linguagem Delphi, com o objetivo de dimensionar uma linha de vigas, com análise rígido-plástica para estados limites últimos e análise elástica para o estado limite de utilização. A análise em regime elástico é feita utilizando-se molas rotacionais entre as vigas, com a rigidez da ligação mista.

Apresenta-se um cálculo detalhado de um piso misto com ligações mistas, comparando-se os resultados com os obtidos pelo programa desenvolvido.

Palavras-chave: viga mista, ligação mista, capacidade de rotação, resistência última, método dos componentes.

ABSTRACT

Composite systems of semi-continuous beams interconnected by composite connections are analyzed. With an adequate connection between the steel section and the slab, it is possible to make them work together, even in the support region. The use of steel bars within this region provides resistance to flexural moment, which also warrants the ductility of the whole system.

For a correct design of the composite connection, a detailed study of its components is necessary, which requires complex calculations. Basically, resistance, stiffness and rotation capacity of all the components have to be studied. Because of that, a software was developed in Delphi language, with the objective of designing a line of beams. Rigid-plastic analysis is used for ultimate limit states and elastic analysis for the serviceability limit state. The elastic analysis is performed introducing rotational springs between the beams, with the stiffness of the composite connection. A detailed design of a composite floor with composite connections is presented, and the results are compared with those obtained from the developed software.

Key-words: composite beam, composite connection, rotation capacity, ultimate resistance, component method.

1

INTRODUÇÃO

A utilização de lajes de concreto apoiando-se em vigas de aço tornou-se mais interessante a partir do uso de ligações entre lajes e vigas, obtendo-se a ação mista. A utilização da ação mista é interessante porque, com um pequeno custo adicional necessário para se efetuar a devida ligação entre aço e concreto, pode-se obter redução de peso e de dimensões das vigas.

O emprego de vigas mistas, com ligações puramente metálicas nos apoios é uma prática bastante comum. Neste caso, considera-se a parcela comprimida da laje de concreto como mesa superior da viga mista, contribuindo para a resistência a momento fletor do sistema. Para que haja a interação entre o perfil de aço e a faixa de concreto considerada, estes devem ser devidamente ligados por elementos apropriados (conectores de cisalhamento).

Entretanto, o emprego de vigas mistas com ligações mistas nos apoios, é uma área recente de pesquisa e desenvolvimento. O termo “ligação mista” aplica-se a ligações nas quais o concreto ou as barras de armadura da laje constituem a parte superior do mecanismo resistente ao momento fletor nos apoios, estendendo, desta forma, os benefícios da ação mista também à região dos apoios. A parte inferior resistente ao momento é constituída por algum tipo de ligação da mesa inferior, como,

por exemplo, cantoneira de apoio do perfil de aço, chapa de contato, etc. A força cortante pode ser transmitida para o suporte pelas tradicionais cantoneiras da alma, por uma chapa de extremidade, por uma chapa simples, entre outros, que podem também contribuir para a resistência da ligação ao momento fletor. Mais uma vez, esse sistema só é possível se forem utilizados conectores de cisalhamento para a transmissão dos esforços entre o concreto (ou as barras de armadura) e o perfil de aço.

O objetivo deste estudo são os sistemas indeslocáveis, sendo analisado o comportamento da ligação mista sob momento fletor negativo, ou seja, com tração nas barras de armadura e compressão na ligação inferior. Uma ligação mista pode ser usada também em sistemas deslocáveis, podendo ficar sujeita a momentos fletores positivos, tendo a laje de concreto comprimida e a ligação inferior tracionada.

O momento fletor resistente de uma ligação mista é normalmente inferior ao momento de plastificação da viga mista formada pelo perfil de aço e pelas barras de armadura e, por isso, recebe o nome de ligação mista de resistência parcial. Para a utilização das ligações de resistência parcial é necessário o conhecimento de seu comportamento, ou seja, da relação entre o momento fletor resistente e o ângulo de rotação relativo entre o elemento suporte e a viga (relação $M-q$). Essa relação é obtida por resultados de ensaios (LEON *et al.*, 1996; ALVES, 2000) e fornece as principais características da ligação: resistência, rigidez, capacidade de rotação. Na verdade, não é necessário que se conheça toda a curva $M-q$, mas sim a resistência última, a capacidade de rotação e a rigidez sob cargas de serviço.

O conhecimento da resistência última permite a escolha adequada da ligação para os esforços atuantes. A rigidez inicial é importante para cargas de utilização, para verificar se os limites de deslocamentos são atendidos. A capacidade de rotação do sistema antes que a resistência da ligação seja reduzida (capacidade de rotação necessária) é que permite, com a formação de rótulas plásticas na ligação, a redistribuição de momentos até que se obtenha aproveitamento máximo dos materiais utilizados.

Comparando-se as ligações mistas com ligações resistentes a momento, constituídas somente por elementos de aço restritos à altura do perfil, aquelas levam a uma redução das forças atuantes nos elementos de ligação, já que há um acréscimo da

distância entre os elementos resistentes a momento fletor. Para vigas baixas, essa redução é bem significativa.

Em vigas mistas biapoiadas, a eficiência estrutural do sistema é baixa, já que este só é solicitado em seu limite na região central do vão (para cargas uniformemente distribuídas). Analogamente, em sistemas mistos contínuos, ou seja, onde a rigidez da ligação fornece continuidade total sobre os apoios, os momentos nas extremidades são grandes, e a resistência do sistema é baixa; no meio do vão, a resistência da viga pode ser elevada pela ação mista e os momentos podem se reduzir à metade dos momentos nos apoios. Apenas o uso de sistemas mistos com ligações parcialmente resistentes pode otimizar a distribuição de momentos fletores ao longo do vão da viga, de forma que estes sejam compatíveis com as resistências do sistema.

O emprego da ligação mista em sistemas indeslocáveis pode levar à redução das dimensões das vigas, redução do peso total, redução das flechas e aumento da frequência própria do sistema, reduzindo, assim, as vibrações a limites aceitáveis. O discreto aumento na quantidade de armaduras adicionais pode ajudar na prevenção de fissuras próximas aos apoios, somando-se à ação das telas de aço distribuídas na laje. No caso da utilização da fôrma de aço incorporada, o contorno dos pilares já exigiria um armadura especial, por ser uma interrupção da laje. Assim, a utilização de ligações mistas em pilares representa um acréscimo na quantidade de barras de armadura ainda menor.

Por outro lado, a ligação mista tem utilização restrita a determinados tipos de perfil e, em função da capacidade de rotação necessária, pode ser inviabilizada em determinados vãos. No caso da ligação mista ser utilizada, tendo como apoio uma viga ou uma alma de pilar, a altura das vigas opostas deve coincidir. Em se tratando de uma viga como suporte, deve ser observada a altura da mesma, para que se possibilite a chegada da viga apoiada e do elemento de suporte inferior. A altura necessária para essa ligação pode tornar o sistema com ligações mistas economicamente ou esteticamente indesejável. As ligações mistas são em geral empregadas em vigas internas ao piso, já que no contorno ou em regiões próximas a aberturas, nem sempre existe a faixa de concreto necessária para a colocação da armadura da ligação. Além de tudo isso, é exigida uma verificação adicional da estabilidade lateral das vigas na região de momento negativo (flambagem lateral com distorção). Outro fator desfavorável no uso

da ligação mista é a complexidade da análise necessária, dificultando sua utilização sem a existência de um software adequado.

Neste trabalho, é abordada uma solução específica de ligação mista, toda parafusada (FIG. 1.1, FIG. 1.2, FIG. 1.3). É importante observar que a substituição dos parafusos por solda implicaria em algumas alterações na rigidez da ligação. A ligação inferior proposta é feita com uma cantoneira de apoio do perfil de aço, e a ligação da alma, por duas cantoneiras. Nenhum dos parafusos utilizados nesta solução deve ser torqueado, para não haver escorregamento brusco. A fôrma de aço incorporada é utilizada no sistema construtivo. Supõe-se simetria da ligação em relação à linha de centro do apoio, não sendo entretanto necessária a simetria de vãos, perfis ou carregamentos.

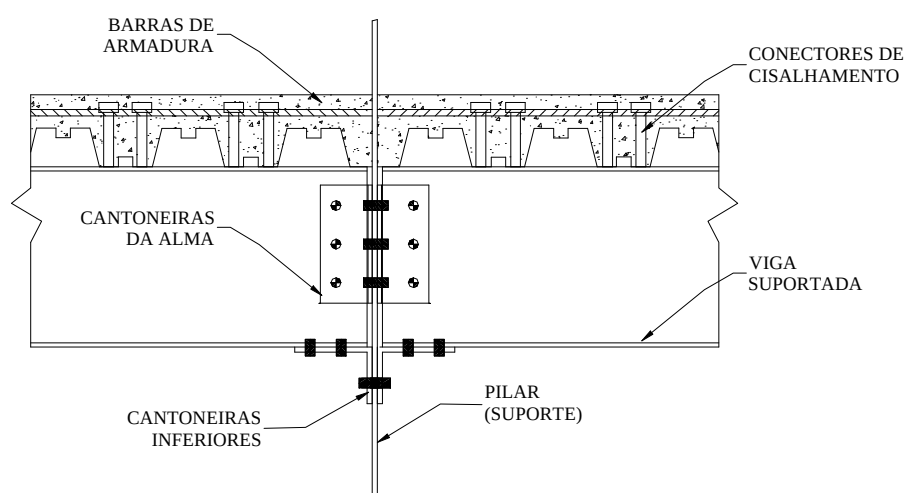


FIGURA 1.1 – Ligação mista (elemento suporte: alma de pilar)

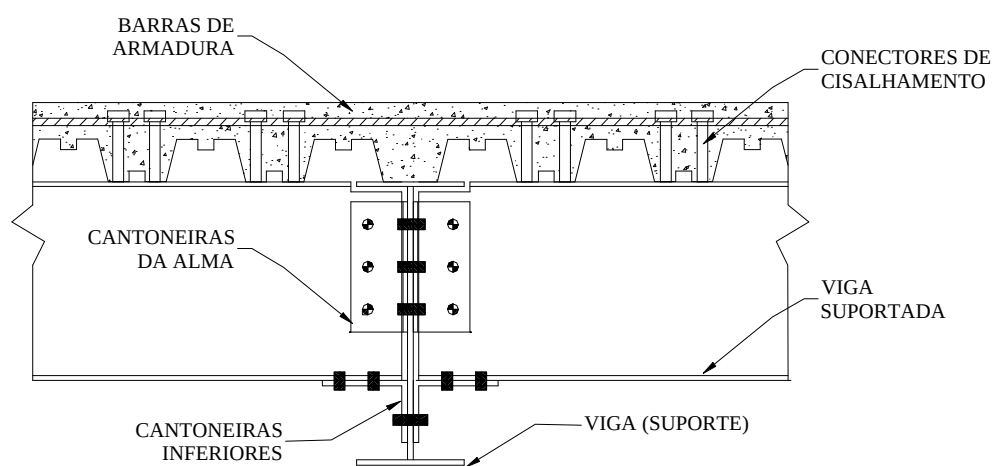


FIGURA 1.2 – Ligação mista (elemento suporte: viga)

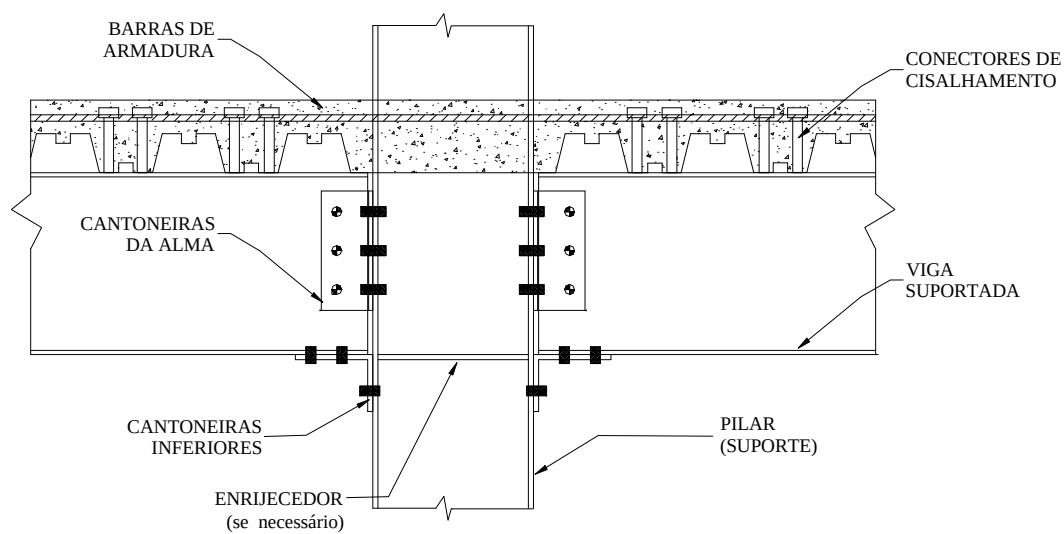


FIGURA 1.3 – Ligação mista (elemento suporte: mesa de pilar)

2

OBJETIVO E METODOLOGIA

2.1 – Objetivo

A utilização de ligações mistas possibilita redução de peso, mas requer cálculos complexos. Sua utilização, portanto, é facilitada a partir do momento em que se disponha de um *software* que dimensione a ligação e os perfis, e que faça a análise adequada do modelo, para efeito de deslocamentos. O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um programa que atenda aos requisitos acima. Este programa foi desenvolvido na linguagem Delphi, possibilitando uma interface auto-explicativa com o usuário, e ao mesmo tempo, completa.

São necessários dados sobre os elementos componentes da ligação mista (barras de armadura, conectores de cisalhamento, ligação de alma, ligação inferior), todos os perfis utilizados, a laje (espessura, concreto, tipo de fôrma de aço, direção das nervuras), o elemento suporte, os carregamentos atuantes, entre outros. O programa determina as propriedades dos componentes da ligação mista, e em seguida as propriedades da ligação completa (*Capítulo 3*).

O programa trabalha com arquivos de texto, contendo a entrada de dados, assim como o resumo dos resultados obtidos. Os resultados fornecidos pelo programa são comparados com resultados obtidos por cálculo detalhado (*Capítulo 5*).

2.2 – Metodologia

Para alcançar o objetivo pretendido, foi feita ampla pesquisa bibliográfica, tomando-se ciência do estado da arte, tendo sido escolhido o método dos componentes da ligação para a avaliação de seu comportamento. Alguns critérios foram obedecidos na elaboração do programa, como descrito abaixo.

Em um piso com ligações semicontínuas, para que seja considerada a influência de um vão nos vãos adjacentes, julgou-se necessário que se analisem linhas de vigas, e não vigas independentes. Essa influência é importante na análise de deslocamentos.

Tanto para o estado limite último, quanto para o estado limite de utilização, a análise do modelo é dividida em duas etapas: antes da cura do concreto (vigas biapoiadas com ligações perfeitamente rotuladas) e após a cura do concreto (vigas com ligações mistas semi-rígidas para o estado limite de utilização e análise rígido-plástica para estados limites últimos).

Para análise de deslocamentos, seria necessário um programa de análise que aceitasse ligações semi-rígidas entre os elementos, o que só foi encontrado em programas comerciais ou em programas acadêmicos complexos. Além disso, era importante que a conexão entre o programa desenvolvido e o de análise fosse simples.

Partiu-se para a hipótese de se utilizarem ligações perfeitamente rígidas, e na região da ligação, simular a rigidez da ligação por meio de uma barra de rigidez correspondente (FIG. 2.1).

Entretanto, considerou-se que o efeito do deslocamento gerado pelas forças cortantes atuantes na extremidade da barra de rigidez equivalente traria imprecisão, abandonando-se esta hipótese (QUEIROZ *et al.*, 1993).

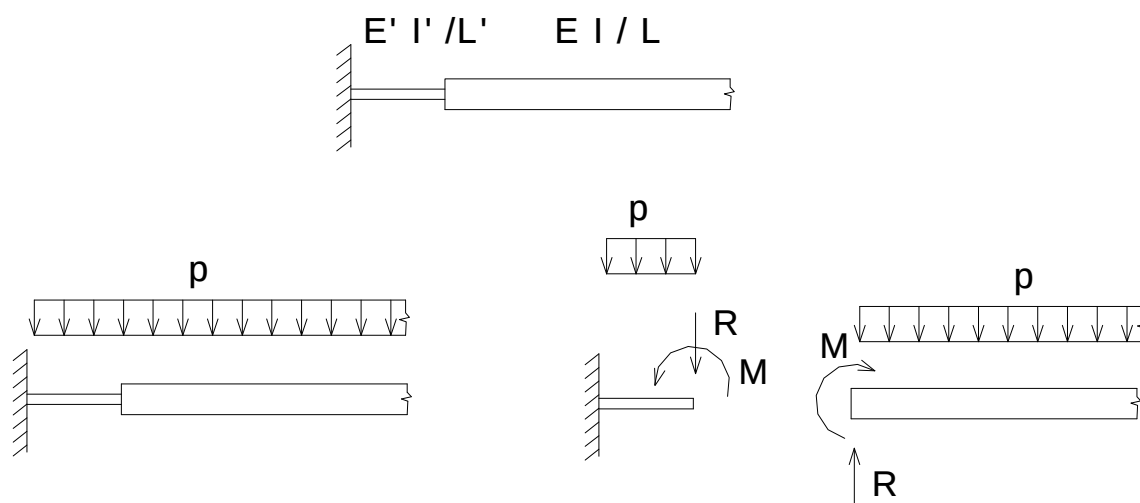


FIGURA 2.1 – Simulação da rigidez da ligação mista

Decidiu-se então utilizar um programa simples de análise de grelhas, e introduzir a semicontinuidade utilizando-se molas rotacionais na extremidade das vigas. Para isto, foi modificado o programa de cálculo de grelhas (*gr.exe*), desenvolvido pelo Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG. O cálculo da matriz de rigidez e dos momentos devidos a cargas aplicadas foi alterado, conforme *Anexo A*. Todas as expressões que constam deste anexo foram deduzidas com a generalidade necessária. O programa *gr.exe* trabalha com arquivos-texto, tanto para leitura dos dados de entrada, quanto para saída de resultados, possibilitando uma interface simples entre os arquivos e o programa desenvolvido. Na saída de resultados, são fornecidos esforços solicitantes e flechas nos nós de extremidade das barras. Para isso, cada tramo de uma linha de vigas a ser analisada é dividido conforme FIG. 2.2, com os momentos de inércia calculados para cada trecho. No caso de viga como elemento suporte, esta é dividida conforme FIG. 2.3.

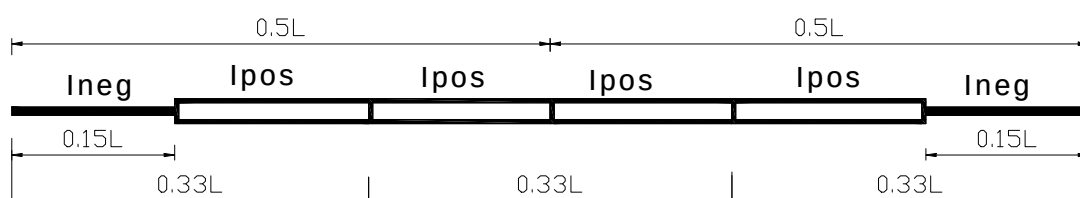


FIGURA 2.2 – Divisão de um tramo da linha de vigas

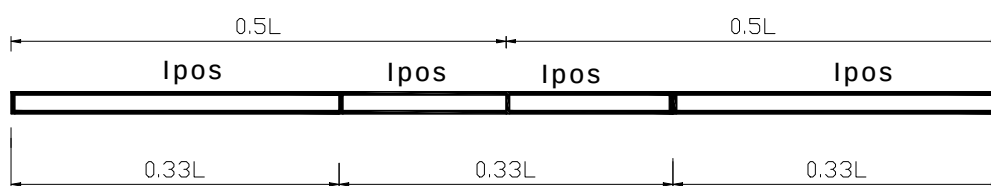


FIGURA 2.3 – Divisão das vigas suportes

A geração das barras e dos nós necessários para as linhas de vigas e para as vigas suportes é feita automaticamente pelo programa desenvolvido.

OLIVEIRA (2003) desenvolveu, em sua dissertação de mestrado, um programa para análise de pisos mistos, já considerando etapas antes e depois da cura do concreto, bem como comportamento plástico, com uma abordagem diferenciada da utilizada neste trabalho.

3

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 – Introdução

O uso de vigas mistas, em que a laje de concreto e o perfil de aço trabalham em conjunto devido à ação de conectores de cisalhamento, é uma prática bastante comum na construção metálica. Esta solução muitas vezes viabiliza a execução de estruturas de edifícios de andares múltiplos em aço. Em geral, essas vigas são dimensionadas como biapoiadas. Algumas das vantagens de vigas mistas simplesmente apoiadas sobre vigas mistas contínuas ou semicontínuas são:

- praticamente não há flambagem local devida ao momento fletor, já que uma parcela pequena da alma é comprimida, e a mesa comprimida é travada pela laje;
- não há interação com o comportamento de vãos adjacentes;
- a análise global é mais simples;
- as ligações são mais econômicas.

Entretanto, todo tipo de ligação possui algum grau de rigidez rotacional. Se essa rigidez puder ser considerada no cálculo da viga, momentos fletores e deslocamentos podem ser reduzidos. Um piso com continuidade total entre as vigas, ou seja, com ligações capazes de desenvolver o momento fletor total da viga precisaria de ligações

complexas e caras. Uma viga mista contínua tem a seção de aço contínua sobre os apoios intermediários, não havendo transferência significativa de momentos fletores para os elementos suportes (EUROCODE 4, 1992; JOHNSON, 1994; COST C1, 1999).

Vigas contínuas permitem a utilização de perfis mais baixos, pois reduzem os deslocamentos e a vibração do conjunto. Por outro lado, a análise é mais complexa, já que há influência do carregamento de um vão nos momentos fletores dos vãos adjacentes, além de a rigidez e a resistência à flexão variarem ao longo do vão da viga, devido à existência de concreto fissurado.

A possibilidade de se utilizar a laje na região dos apoios das vigas como parte da ligação com o elemento suporte, provocando continuidade ou semicontinuidade entre os tramos da linha de vigas, é uma opção interessante, mas só recentemente vem sendo estudada e utilizada no Brasil. Em outros países, sua utilização também é rara. A ligação mista combina a resistência da ligação de aço à resistência da laje de concreto para desenvolver restrição rotacional (EASTERLING e REX, 1996a)

Um estudo sobre a classificação das ligações é feito a seguir. Depois, o foco deste trabalho volta-se somente para a viga mista semicontínua com ligação mista semi-rígida e de resistência parcial.

3.2 – Classificação das ligações

Ao se analisar a relação entre o momento fletor resistente da ligação e o momento fletor resistente da viga, está sendo feita uma classificação quanto à resistência (FIG. 3.1). Segundo esse critério, uma ligação pode ser classificada em:

- ligação rotulada – teoricamente, não tem resistência a momento fletor. Na prática, uma ligação pode ser considerada rotulada se o momento resistente da ligação é menor que 25% do momento de plastificação da viga. A recomendação dada por LEON (2001) é de que uma ligação que não seja capaz de transmitir pelo menos 20% do momento de plastificação da viga a uma rotação de 20 mrad, seja considerada rotulada.

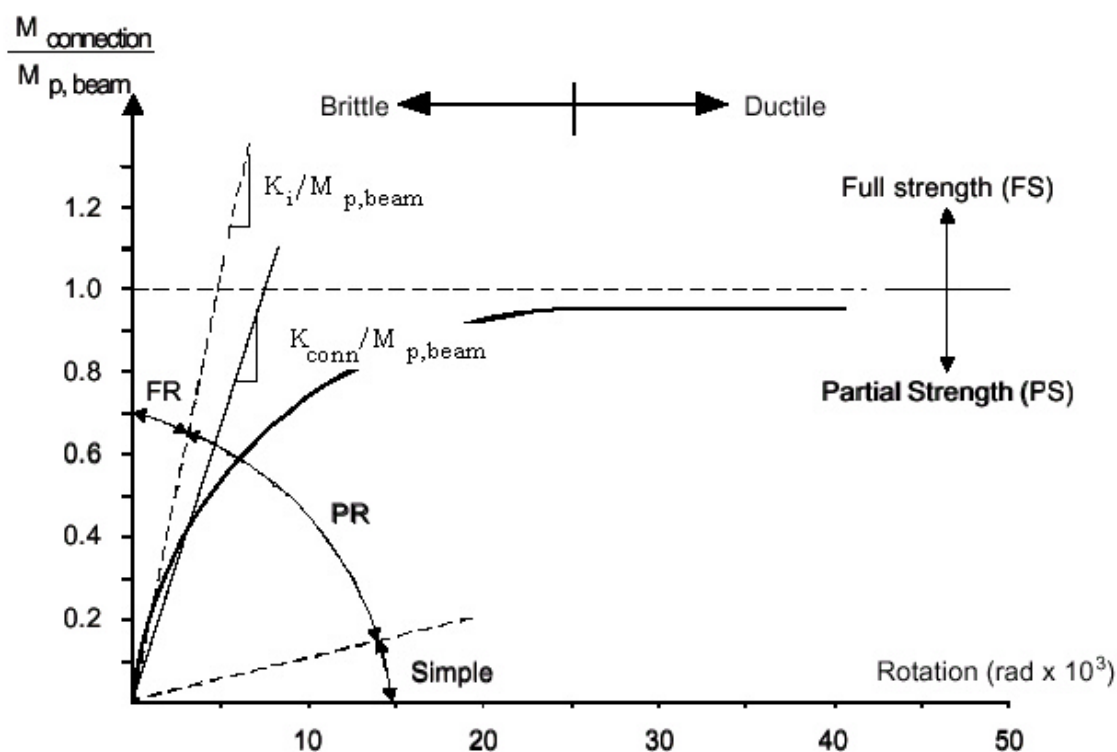


FIGURA 3.1 – Classificação das ligações (LEON, 2001)

- ligação de resistência total – a ligação é tão resistente a momento quanto a viga, ou mais do que esta, de forma que uma viga com esta ligação pode ser analisada plasticamente como uma barra sem ligações internas (*“full strength – FS”*);
- ligação de resistência parcial – tem menos resistência que a viga ligada, sendo a ligação determinante para a formação da rótula plástica (*“partial strength - PS”*). Se a rótula plástica é formada na ligação, esta deve ter suficiente capacidade de rotação para a redistribuição plástica de momentos.

Ao se analisar a capacidade de rotação de uma viga em relação ao seu suporte, após atingida a plastificação da ligação, está sendo feita uma classificação quanto à ductilidade (FIG. 3.1). A ductilidade de uma ligação pode ser reduzida pelo grau de compacidade do perfil metálico que está sendo ligado. Segundo esse critério, uma ligação pode ser classificada em:

- ligação dúctil (*“ductile”*) – a ligação é capaz de atingir determinados patamares de rotações relativas, e aumentá-las suficientemente de tal forma que a redistribuição de esforços ocorra sem perda de resistência;

- ligação frágil (“*brittle*”) - a ligação não é capaz de atingir determinados patamares de rotações relativas, ou a perda de resistência se dá rapidamente, impedindo a redistribuição de esforços;

Ao se analisar a relação entre o momento fletor atuante na ligação e a rotação relativa entre a viga e o elemento suporte, está sendo feita uma classificação quanto à rigidez (FIG. 3.1). A rigidez de uma ligação corresponde à inclinação da curva $M-q$ (momento-rotação), que não é linear. Pode ser feita uma aproximação pela tangente (k_i) ou pela secante (k_{serv} ou k_{ult}). Só há sentido em se falar em rigidez de uma ligação, se for feita uma comparação com a rigidez da viga a ser conectada:

- ligação rotulada – a rotação relativa entre a viga e o suporte é alta; não há nenhuma continuidade de rotação entre elementos ligados (“*simple*”);

- ligação rígida – não há rotação relativa entre a viga e o suporte ou esta rotação é muito pequena; há continuidade total de rotação entre elementos ligados (“*fully restrained - FR*”);

- ligação semi-rígida - há alguma rotação entre a viga e o suporte. Para que possa ser utilizado esse tipo de ligação é necessário que a relação momento fletor – rotação relativa seja conhecida (“*partially restrained - PR*”). Como eram encontradas poucas informações sobre esta relação, este tipo de ligação era pouco utilizado.

A ligação analisada neste trabalho é uma ligação de resistência parcial, semi-rígida e dúctil (FIG. 3.2).

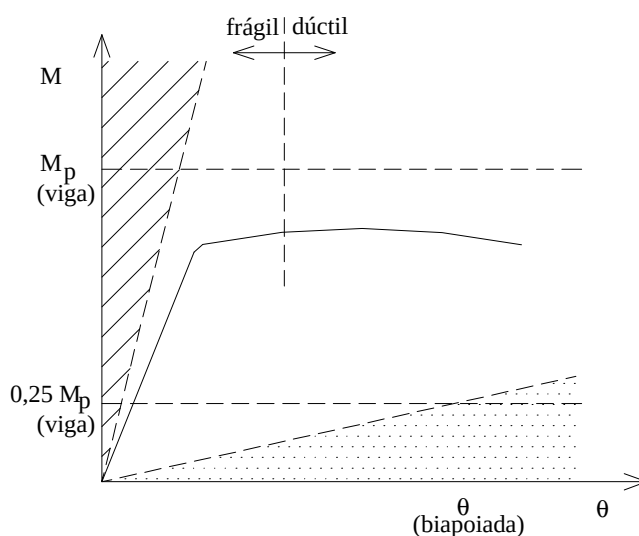


FIGURA 3.2 – Relação $M-q$ para a ligação em estudo

Em sua fase elástica, comporta-se aproximadamente como uma ligação rígida, apresentando em seguida uma fase de escoamento, importante para permitir a redistribuição plástica de momentos flettores. A resistência da ligação é calculada por análise plástica, considerando-se distâncias apropriadas entre as forças resistentes dos componentes da ligação.

Inicialmente, as curvas $M-q$ eram obtidas somente por ensaios de laboratório, com propostas de equações de curvas que representassem os resultados dos ensaios. Entretanto, informações fundamentais para estas curvas, como a tensão de escoamento real do material utilizado, muitas vezes não são satisfatoriamente esclarecidas na bibliografia. Assim, duas aproximações têm sido usadas para complementar ou obter curvas $M-q$. A primeira é uma análise não-linear da ligação detalhada, pelo método dos elementos finitos, o que exige certos cuidados para que se obtenham curvas confiáveis. Outro método utilizado, e adotado neste trabalho, é o método dos componentes (proposto pelo EUROCODE 4, 1992), no qual o comportamento do nó é quantificado por meio de testes de cada elemento componente da ligação, individualmente. Modelos do comportamento de cada um deles são necessários. Cada um destes elementos é representado por uma mola, e uma associação correta das mesmas leva a uma representação confiável do conjunto. Para isso, um método apropriado para se combinarem os comportamentos de todos os componentes deve ser estabelecido (EASTERLING e REX, 1996a).

Na realidade, não é necessário que a curva $M-q$ seja conhecida em todos os trechos. As informações relevantes são rigidez para cargas de serviço (utilizada no cálculo de deslocamentos), resistência última e rotação última alcançada.

3.3 - Ligação mista

Na região do apoio de vigas mistas, a colocação de barras de armadura dando continuidade à viga na região da ligação, pode aumentar substancialmente a rigidez e a resistência da ligação e absorver os esforços solicitantes devidos ao vento atuante na

estrutura, com pouco trabalho adicional (LEON e ZANDONINI, 1992; LEON *et al.*, 1996; ASCE, 1998; COST C1, 1999; ECCS, 1999; ALVES, 2000).

O uso do mesmo tipo de ligação com a função de reagir somente às cargas verticais é outra possibilidade de aplicação. Neste trabalho, será abordado somente o comportamento da ligação mista submetida a cargas verticais (estruturas indesejáveis).

Existem várias formas de se executar uma ligação de resistência parcial, sendo que a introdução de barras de armadura na laje, na região de momento negativo (para cargas de gravidade), possibilitando a semicontinuidade, é uma opção simples. As barras de armadura são os elementos resistentes à tração da ligação mista e alguma ligação resistente à compressão deve então ser posicionada na parte inferior da viga, de forma a constituir um binário de forças. Um tipo de solução encontrada na literatura é a utilização de uma chapa de preenchimento na região da mesa inferior, ou a transferência direta por contato entre a mesa inferior e o pilar ou viga suporte. Outro tipo de solução é o aproveitamento das cantoneiras da alma presentes em vigas biapoiadas, adicionando-se uma cantoneira totalmente parafusada à mesa inferior (FIG. 3.3), cujas finalidades são evitar a flambagem lateral da mesa e aumentar o braço de alavanca, entre outras.

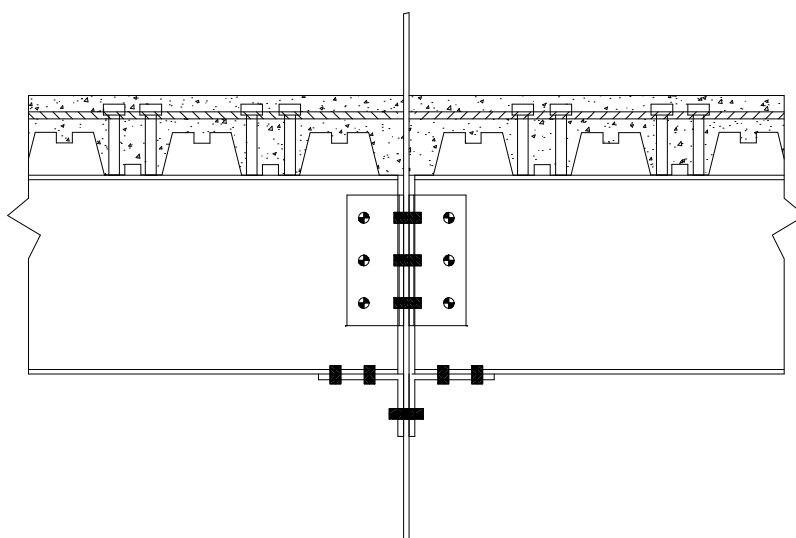


FIGURA 3.3 – Ligação mista

Devido ao desenvolvimento tecnológico da linha de produção de vigas de aço, é estudada aqui somente a solução toda parafusada, evitando-se o maior consumo de tempo necessário para a solução soldada. Uma vantagem da utilização das cantoneiras

parafusadas na alma é um pequeno ganho de resistência ao momento fletor proveniente da flexão das mesmas. A ligação de resistência parcial mencionada é economicamente interessante, no que diz respeito tanto à fabricação quanto à montagem (LEON, 2001). A utilização de uma ligação que não dê continuidade total ao sistema pode evitar a utilização de chapas espessas e criar a possibilidade de dimensionar a ligação de forma que esta torne o conjunto o mais econômico possível.

Conectores de cisalhamento posicionados na mesa superior da viga são indispensáveis para resistir ao cisalhamento longitudinal gerado na superfície de contato entre a laje e a viga. A ligação deve ser calculada de forma que a máxima força de tração nas barras de armadura seja desenvolvida, correspondente ao escoamento das mesmas. As barras devem ser corretamente ancoradas. A FIG. 3.4 mostra os elementos envolvidos na ligação e a transmissão de forças entre eles. Além da viga e da ligação, as próprias lajes são quase sempre mistas, com fôrma metálica incorporada e concreto moldado *in loco* (SCI, 1998).

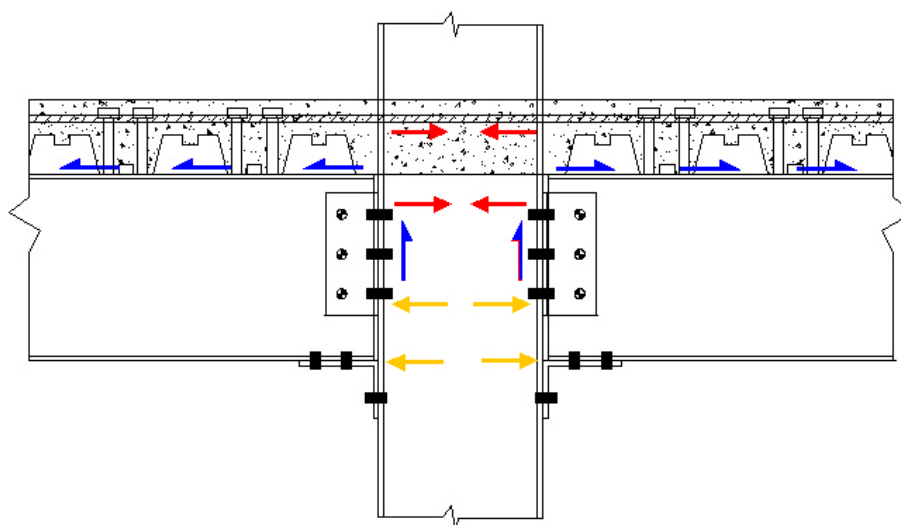


FIGURA 3.4 – Transferência de esforços entre os elementos da ligação mista

Antes da obtenção das propriedades relevantes da ligação mista, alguns de seus elementos merecem um estudo detalhado, e a determinação individual de sua rigidez inicial, capacidade de deformação e resistência última deve ser feita.

3.4- Conectores de cisalhamento

Em vigas mistas ou em ligações mistas, a interação predominante entre o perfil de aço e o concreto é de cisalhamento longitudinal. Se houver uma ligação a cisalhamento entre eles, há uma tendência de trabalharem em conjunto, tendência esta que é maior se a ligação for mais resistente e mais rígida.

A ligação entre laje e viga mais utilizada é obtida com conectores tipo pino com cabeça, com diâmetro variando de 13 a 25 mm, e comprimento de 50 a 135 mm. O processo de soldagem é rápido, e estes conectores não oferecem obstrução às barras de armadura existentes na laje de concreto. A espessura mínima da mesa à qual os conectores são soldados é limitada em função do seu diâmetro.

A introdução da ligação a cisalhamento reduz substancialmente o escorregamento entre o perfil metálico e a laje nos apoios, mas não é capaz de eliminá-lo totalmente. Os efeitos do escorregamento no deslocamento vertical são bem significativos. Em ensaios, o escorregamento manifesta-se basicamente após a perda da aderência.

As propriedades mais relevantes dos conectores são a resistência última e a relação entre a força de cisalhamento transmitida e o escorregamento na interface, obtidas por meio de ensaios. Influem na curva carga x escorregamento: número de conectores, tensão média na laje de concreto, armadura, espessura da laje, aderência, resistência do concreto, grau de compactação do concreto envolvendo o conector (JOHNSON, 1994).

3.4.1 – Ausência de interação

Assumindo-se que não haja nenhum tipo de ligação a cisalhamento entre o perfil metálico e o concreto, assim como nenhum atrito ou aderência, tem-se a situação de estruturas sem interação. Neste caso, laje e viga trabalham separadamente, com deslizamento na superfície de contato, deslizamento este que é máximo junto aos apoios. Existem duas linhas neutras, uma da laje e uma da viga. Admitindo-se que não haja separação vertical entre laje e viga, as duas linhas elásticas são idênticas, e as rotações das seções também, apesar das seções não serem coplanares.

3.4.2 – Interação total

Assumindo-se agora que a ligação entre o perfil de aço e o concreto seja infinitamente rígida, tem-se interação total entre aço e concreto. Laje e viga trabalham em conjunto, sem nenhum deslizamento. A linha neutra é única, e seções planas permanecem planas.

Nas regiões de momento negativo deve ser utilizada interação total, conforme bibliografia atual, e os conectores necessários para desenvolver a força na armadura devem ser posicionados, se possível, dentro da região de momento negativo. Se necessário, as barras de armadura podem ser estendidas além desta região, para viabilizar a colocação dos conectores do trecho negativo ao longo do novo comprimento teórico da armadura (desprezando-se o comprimento de ancoragem). O primeiro conector deve ser posicionado a pelo menos 100 mm da face do apoio (SCI, 1998).

A interação total, nesse caso, é necessária para compensar algumas simplificações, como desprezar o concreto tracionado, desprezar o encruamento da armadura, não diferenciar concreto tracionado ou comprimido no cálculo da resistência do conector.

Os conectores do trecho positivo ficam no trecho restante do comprimento da viga. Deve ser observado se, no ponto teórico de término da armadura, o momento positivo de cálculo é menor que o momento resistente de cálculo da viga de aço isolada, pois só a partir daí é que o momento positivo resistente da seção mista vai se desenvolver. É importante observar também se o diagrama de momentos positivos resistentes de cálculo, que agora se desenvolve num trecho menor, sempre cobre o diagrama de momentos de cálculo. No trecho de momentos positivos, pode ser utilizada interação parcial, se for economicamente interessante.

3.4.3 – Interação parcial

O comportamento de estruturas mistas em ensaios mostra que, mesmo para cargas pequenas, o escorregamento nunca é nulo, conforme citado na situação da interação total ideal (JOHNSON, 1994).

No caso de interação parcial, laje e viga trabalham com alguma ação mista. Existem duas linhas neutras, obrigatoriamente uma na laje e uma na viga, mais próximas entre si do que no caso de ausência de interação. A necessidade da existência de duas linhas neutras é explicada pelo equilíbrio em cada componente da seção mista, considerando-se a transferência de carga pela ligação a cisalhamento. Admitindo-se que não haja separação vertical entre laje e viga, as duas linhas elásticas são idênticas e as rotações das seções também, apesar das seções não serem coplanares.

As capacidades de rotação necessárias para a utilização da ligação mista semicontínua são alteradas pela utilização da interação parcial no trecho de momento positivo. Para a interação parcial, a capacidade de rotação necessária é inferior àquela exigida para interação total (QUEIROZ *et al.*, 2001a).

3.4.4 – Rigidez inicial

Será considerada a rigidez ($k_{connect}$) do grupo de conectores: (COST C1, 1999)

$$k_{connect} = \frac{n_c k_{cs}}{n - \frac{\nu - 1}{1 + x} \left(\frac{d + Y}{d + Y - y_{inf}'} \right)} \quad (3.1)$$

Onde:

$$x = \frac{I_a}{(d + Y - y_{inf}')^2 A_s}$$

$$n = \left[\frac{(1 + x) n_c k_{cs} L^{(-)} (d + Y - y_{inf}')^2}{E_a I_a} \right]^{1/2}$$

Nas fórmulas acima:

$L^{(-)}$ = comprimento do trecho de momento negativo, podendo ser tomado aproximadamente como 15% do vão;

n_c = número de conectores no trecho;

k_{cs} = rigidez do conector isolado, obtido no “push test” (JOHNSON, 1994; EUROCODE 4, 1992), sendo tomado como 1000 kN/cm para diâmetro de 3/4”, se o coeficiente de redução C_{red} para lajes com fôrma metálica, conforme será visto no item 3.4.6, for igual à unidade, sem considerar a limitação de 0,75. Caso contrário, outras referências bibliográficas devem ser consultadas;

A_s = área das barras de armadura consideradas na ligação mista;

I_a = momento de inércia do perfil metálico relativo ao eixo paralelo ao de flexão;

E_a = módulo de elasticidade longitudinal do aço do perfil metálico;

d = altura do perfil metálico;

Y = distância do topo do perfil metálico ao centro de gravidade das barras de armadura;

y_{inf}' = distância do centro de gravidade do perfil metálico à sua face inferior.

3.4.5 – Capacidade de deformação

Apesar de ser admitida interação total no trecho de momento negativo, algum escorregamento chega a ocorrer, contribuindo assim para a capacidade de rotação da ligação.

A análise de curvas momento-rotação para nós mistos mostra que o escorregamento dos conectores pode ser representado por uma relação trilinear (COST C1, 1999), conforme FIG. 3.5.

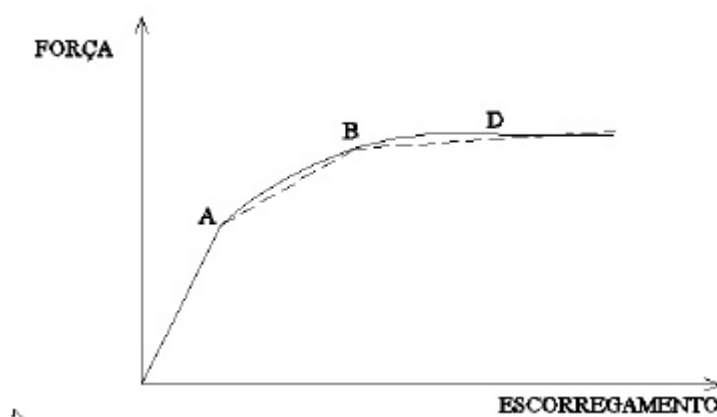


FIGURA 3.5 –Relação força - escorregamento para os conectores

Na FIG. 3.5, a análise elástica é válida até o ponto A, onde a carga máxima no conector mais solicitado é de $0,7q_n$, sendo q_n a resistência nominal de um conector, obtida conforme será visto no item 3.4.6.

O escorregamento no ponto B é tomado como o valor do escorregamento a ser considerado na ligação mista, e para sua obtenção deve ser levado em conta o comportamento elasto-plástico no trecho A-B:

$$s^{(B)} = 2s^{(A)}F_s^{(B)} / F_s^{(A)} \quad (3.2)$$

Onde:

$$s^{(A)} = 0,7q_n / k_{cs} \quad (\text{escorregamento do trecho inicial em regime elástico});$$

$F_s^{(A)} = k_{connect} s^{(A)}$ (força atuante no grupo de conectores), sendo $k_{connect}$ a rigidez do grupo de conectores (item 3.4.4)

$$F_s^{(B)} = A_s f_{ys} \quad (\text{força na armadura, para interação total})$$

O ponto B corresponde à máxima força de interação entre a armadura e o perfil metálico. A rigidez secante neste ponto é tomada igual à metade da rigidez inicial, conforme Eq. 3.2.

3.4.6 – Resistência última

Conectores atingem sua resistência máxima quando se rompe o concreto, por esmagamento, ou o conector por tração (NBR 8800, 1986):

$$q_n \leq \begin{cases} 0,5A_{cs}\sqrt{f_{ck}E_c} \\ A_{cs}f_{uc} \end{cases} \quad (3.3)$$

Onde:

A_{cs} é a área da seção transversal do conector;

f_{uc} é o limite de resistência à tração do aço do conector;

f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão, não superior a 28 MPa;

E_c é o módulo de elasticidade do concreto, dado por:

$$E_c = 42g_c^{1,5} \sqrt{f_{ck}} \quad (3.4)$$

Onde:

γ_c é o peso específico do concreto em kN/m^3 ;

E_c e f_{ck} em MPa;

O concreto atinge resistências maiores que a do corpo de prova cilíndrico porque a região a ser esmagada está sujeita à compressão triaxial (confinamento), proporcionada pelo material que envolve o conector. Recomendam-se volumes mínimos de concreto para envolver o conector (JOHNSON, 1994).

Ensaio revelam que conectores comportam-se diferentemente em uma laje maciça e em lajes com fôrmas de aço, devido à ruptura do concreto na onda da fôrma. Por isso, as normas sugerem fatores de redução, que dependem da viga ser perpendicular ou paralela à fôrma metálica. Segundo a NBR-8800 (1986):

- para fôrmas com nervuras paralelas à viga de aço:

$$C_{red} = 0,6 \left(\frac{b_f}{h_f} \right) \left(\frac{h_{cs}}{h_f} - 1 \right) \leq 1,00 \quad (3.5)$$

Se $b_f/h_f > 1,5$, usa-se $C_{red}=1,0$

- para fôrmas com nervuras perpendiculares à viga de aço:

$$C_{red} = \frac{0,85}{\sqrt{n_{cs}}} \left(\frac{b_f}{h_f} \right) \left(\frac{h_{cs}}{h_f} - 1 \right) \leq 0,75 \quad (3.6)$$

Nas fórmulas citadas:

b_f é a largura média da nervura da fôrma utilizada;

h_f é a altura da nervura da fôrma utilizada;

h_{cs} é o comprimento do conector após soldagem, porém nunca superior a h_f acrescido de 75 mm, embora o comprimento real possa ser maior que este valor.

n_{cs} é o número de conectores numa mesma nervura, nunca considerado maior que 3.

A limitação do coeficiente C_{red} em 0,75 no caso de nervuras perpendiculares à viga metálica é uma imposição do LRFD (2001), e deverá constar na nova Norma Brasileira de Estruturas de Aço.

O coeficiente C_{red} deve ser multiplicado por q_n para a obtenção da resistência do conector, utilizada para cálculo do número de conectores necessários, tanto no trecho de momento positivo da viga mista, quanto no trecho de momento negativo. No último caso, os conectores devem ter resistência no mínimo igual à resistência última das barras de armadura, já que a força nas barras deve ser toda transferida para o perfil metálico.

3.5- Cantoneiras da alma na ligação mista

São consideradas sempre duas cantoneiras na alma da viga com ligação mista, parafusadas no elemento suporte, podendo ser soldadas ou parafusadas na viga a ser suportada, sem nenhuma alteração no modelo proposto. Toda a força cortante deve ser resistida por esta ligação. Pode-se também contar com sua resistência à flexão. Neste trabalho, exige-se que as linhas neutras plástica e elástica da ligação mista cortem as cantoneiras da alma, de forma que o esforço resultante no par de cantoneiras seja apenas um momento fletor, com tração acima da linha neutra, e compressão abaixo. Se não houver este equilíbrio de forças dentro das próprias cantoneiras, a ligação inferior pode ficar sujeita a esforços muito grandes. No que segue não são analisados resistência e rigidez de componentes do elemento suporte; entretanto, tal análise é obrigatória quando as vigas são suportadas pelas mesas de um pilar.

3.5.1 – Rigidez inicial

Considera-se que toda a rigidez das cantoneiras da alma seja esgotada antes da cura do concreto, não contribuindo assim para a rigidez da ligação mista. Se desejável, esta rigidez pode ser considerada para a redução de flechas e momentos fletores antes da cura do concreto, o que não foi adotado neste trabalho.

3.5.2 – Capacidade de deformação

As cantoneiras da alma, devido à sua grande capacidade de deformação, não reduzem a capacidade de rotação da ligação mista, acompanhando apenas a rotação imposta pelos demais componentes.

3.5.3 – Resistência última

A FIG. 3.6 mostra o mecanismo de colapso para as cantoneiras da alma, quando a ligação atinge sua capacidade total, para a hipótese adotada de que a linha neutra corta as cantoneiras. Tal mecanismo foi adaptado por QUEIROZ *et al.*(2001b) a partir de CHEN e LUI (1991). Observa-se a formação de duas charneiras plásticas.

Considerando-se que a distância entre as charneiras é da mesma ordem de grandeza da espessura das cantoneiras, torna-se necessária a análise do efeito da força cortante na capacidade da ligação à flexão. Isto pode ser feito pela equação de interação de Drucker:

$$\frac{M_{py}}{M_0} + \left(\frac{V_{py}}{V_0} \right)^4 = 1 \quad (3.7)$$

Onde:

M_{py} e V_{py} são o momento fletor e força cortante, por unidade de comprimento, que provocam a plastificação agindo simultaneamente;

M_0 e V_0 são o momento fletor e força cortante, por unidade de comprimento, que provocam a plastificação agindo separadamente.

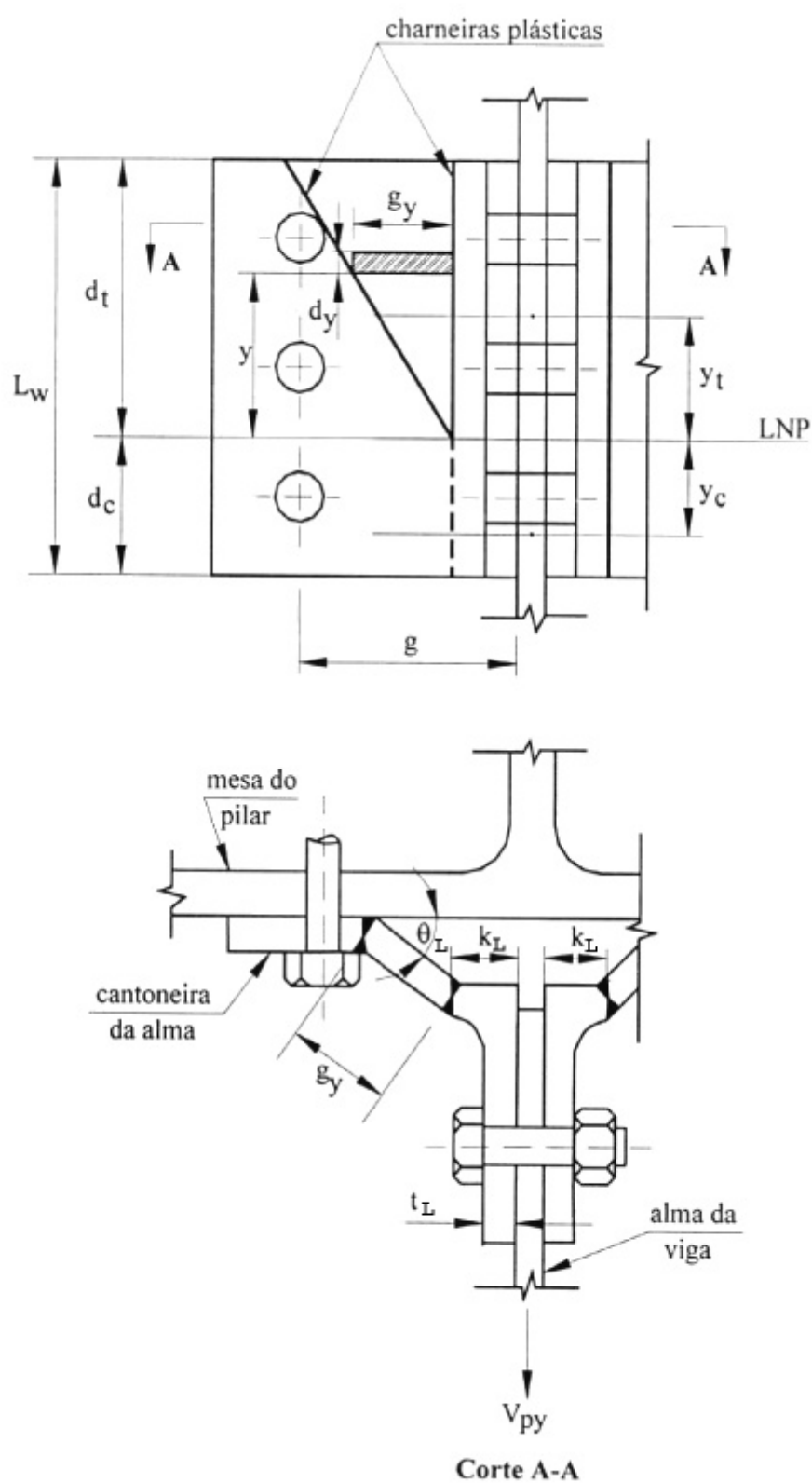


FIGURA 3.6 –Formação de charneiras plásticas nas cantoneiras da alma

A equação de trabalhos virtuais que rege este mecanismo em uma seção arbitrária na posição y , pode ser expressa como:

$$2M_{py}q_L = V_{py}g_yq_L \quad (3.8)$$

Onde:

g_y é a distância entre as duas charneiras plásticas na posição y (FIG. 3.6);

q_L como definido na FIG. 3.6;

M_{py} e V_{py} como definidos acima.

Para a obtenção de V_o , aplica-se o critério de Tresca:

$$V_o = f_{yL} t_L / 2 \quad (3.9)$$

Onde:

f_{yL} é o limite de escoamento do aço das cantoneiras da alma;

t_L é a espessura das cantoneiras da alma.

Por outro lado:

$$M_o = f_{yL} t_L^2 / 4 = V_o t_L / 2 \quad (3.10)$$

Substituindo-se as equações acima e a equação dos trabalhos virtuais na equação de interação de Drucker, obtém-se uma equação representativa do mecanismo, a ser resolvida para V_{py} :

$$\left(\frac{V_{py}}{V_o} \right)^4 + \frac{g_y}{t_L} \left(\frac{V_{py}}{V_o} \right) = 1 \quad (3.11)$$

Com a solução da equação acima para V_{py} , a resultante V_{pw} e seu ponto de aplicação (y_t) podem ser obtidos por integração ao longo do comprimento tracionado das cantoneiras (y e y_t são coordenadas a partir da linha neutra plástica):

$$V_{pw} = 2 \int V_{py} d_y \quad (3.12)$$

$$y_t = \frac{2 \int V_{py} y d_y}{V_{pw}} \quad (3.13)$$

O comprimento tracionado (d_t) das cantoneiras deve ser dividido em um número suficiente de partes, e para cada coordenada y da seção considerada, a equação de quarto grau é resolvida, pelo método apresentado no Anexo B (Fórmulas de Cardan e Ferrari).

A distribuição dos esforços ao longo das cantoneiras é mostrada na FIG. 3.7.

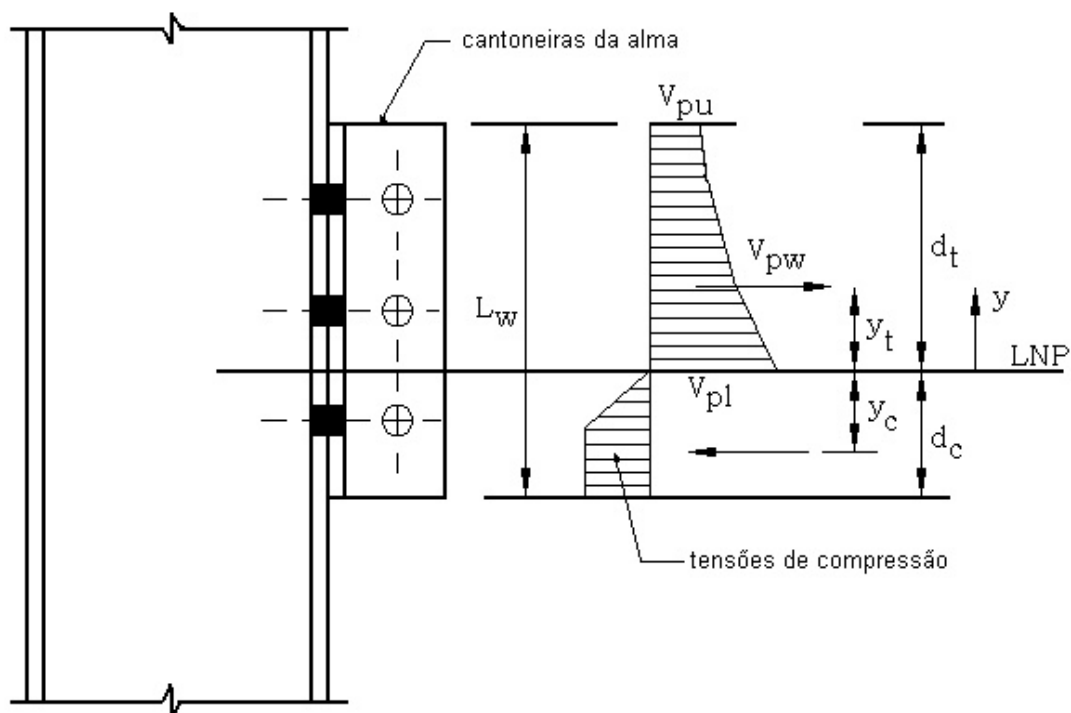


FIGURA 3.7 –Distribuição dos esforços ao longo das cantoneiras da alma

A posição da resultante das forças de compressão depende do nível de solicitação a que as cantoneiras foram submetidas.

Para um diagrama de tensões inferiores ao escoamento ($V_{pw} \leq 2 f_{yL} t_L d_c / 2$), tem-se:

$$y_c = 2 d_c / 3 \quad (3.14)$$

Onde:

d_c é o comprimento do trecho comprimido da cantoneira.

Para um diagrama de tensões entre o início do escoamento e a plastificação total ($f_{yL} t_L d_c < V_{pw} \leq 2 f_{yL} t_L d_c$), tem-se:

$$y_c = f_{yL} t_L d_c^2 \left[\frac{2 + 2a - a^2}{3V_{pw}} \right] \quad (3.15)$$

Onde:

$$a = \frac{V_{pw}}{f_{yL} t_L d_c} - 1$$

Se $V_{pw} > 2 f_{yL} t_L d_c$, a ligação deve ser alterada, já que o limite máximo para a resistência à compressão foi excedido. Outra alternativa seria considerar a força de tração excedente equilibrada pela ligação inferior.

A resistência última à flexão do par de cantoneiras da alma é dada por:

$$M_L = V_{pw} (y_t + y_c) \quad (3.16)$$

O correto dimensionamento da ligação da alma, considerando-se a força cortante vertical e o esforço adicional V_{pw} foge do escopo deste trabalho.

3.6 – Ligação inferior na ligação mista

É admitido o escorregamento dos parafusos, inclusive para cargas de serviço, já que no modelo considerado os parafusos não têm protensão inicial. Desta forma, os efeitos causados pelo atrito entre as chapas, no estudo desta ligação, são desprezados. A solução de instalar os parafusos da ligação inferior sem protensão inicial tem como objetivo evitar escorregamento brusco.

No que segue não são analisados resistência e rigidez de componentes do elemento suporte; entretanto, tal análise é obrigatória quando as vigas são suportadas pelas mesas de um pilar.

3.6.1 – Rigidez inicial

Pode-se considerar que a folga do furo é esgotada na fase anterior à cura do concreto, devido às altas rotações alcançadas.

Em EASTERLING e REX (1996b) são citados quatro métodos encontrados na literatura para avaliação da rigidez inicial da ligação inferior, sendo um deles baseado no EUROCODE 3 (1993). Além destes métodos, existe a possibilidade da obtenção de equações parametrizadas, em função das variáveis associadas ao comportamento da ligação inferior, validadas por ensaios.

Ao ser feita a comparação entre os métodos citados acima, com exceção das equações parametrizadas, EASTERLING e REX (1996b) consideram que o método dos componentes é o mais adequado, sendo que o modelo do EUROCODE 3 (1993) baseia-se neste método, fornecendo bons resultados, se comparados a dados experimentais. O método dos componentes divide a ligação inferior em três elementos contribuintes (na ausência de atrito): parafusos, cantoneira e mesa inferior. Com base no EUROCODE 3 (1993) e FAELLA et al. (2000):

$$k_i = \frac{n_i}{\frac{1}{k_{p1}} + \frac{1}{k_{p2}} + \frac{1}{k_b}} \quad (3.17)$$

Onde:

n_i é o número de linhas de parafusos utilizadas na direção do esforço;

$k_{p1} = 24 k_s k_{t1} d_b f_{u1}$ (rigidez da cantoneira inferior ao esmagamento);

$k_{p2} = 24 k_s k_{t2} d_b f_{u2}$ (rigidez da mesa inferior ao esmagamento);

$k_b = 16 f_{ub} d_b^2 / d_m$ (rigidez dos parafusos);

f_{u1} e f_{u2} são os limites de resistência à tração dos aços da cantoneira inferior e da mesa inferior, respectivamente;

d_b é o diâmetro dos parafusos;

d_m é o diâmetro de referência – 16 mm;

$k_{t1} = 1,5 t_{p1} / d_m \leq 2,5$, onde t_{p1} é a espessura da cantoneira inferior;

$k_{t2} = 1,5 t_{p2} / d_m \leq 2,5$, onde t_{p2} é a espessura da mesa inferior;

f_{ub} é o limite de resistência à tração do aço dos parafusos;

$k_s = 0,375 + S / (4d_b) \leq 1,25$, onde S é o espaçamento entre furos na direção da força. O parâmetro k_s retrata somente o rasgamento entre furos, já que em nós comprimidos não há rasgamento entre furo e borda.

3.6.2 – Capacidade de deformação

São adotados valores de ensaios. O valor de u_i na expressão da capacidade de rotação (EQ. 3.31) pode ser tomado aproximadamente igual a 4 mm para os parafusos A325, segundo EASTERLING e REX (1996b). Este valor corresponderia a um limite de deformação até o qual não há perda de resistência significativa. Entretanto, em ensaios realizados no LAEES(UFMG) por QUEIROZ e MATA (2001), ocorreram rupturas de parafusos com deslocamentos relativos da ordem de 3 mm. Este foi o limite adotado.

A utilização da cantoneira inferior soldada à mesa da viga não é coerente com o modelo utilizado.

3.6.3 – Resistência última

Estados limites a serem considerados:

- esmagamento com ou sem rasgamento entre furos:

$$P_u = n_p a f_u t_p d_b \leq n_p 2,4 f_u t_p d_b \quad (3.18)$$

Onde:

$$a = S / d_b - 0,50;$$

t_p é a espessura da aba da cantoneira inferior ou da mesa inferior, a que proporcionar a menor resistência;

f_u é o limite de resistência à tração do elemento considerado (cantoneira inferior ou mesa inferior);

n_p é o número total de parafusos da ligação inferior na aba da cantoneira ligada à mesa da viga.

Como a deformação elástica desta ligação é um critério de projeto para o estado limite de utilização, P_u foi limitada pelo coeficiente 2,4 e não 3,0.

- cisalhamento dos parafusos:

Se a rosca passa pelo plano de corte:

$$P_u = n_p 0,42 f_{ub} A_p \quad (3.19)$$

Se a rosca não passa pelo plano de corte:

$$P_u = n_p 0,6 f_{ub} A_p \quad (3.20)$$

Onde:

n_p e f_{ub} já foram definidos;

A_p é área bruta dos parafusos utilizados, segundo a NBR 8800 (1986).

- esmagamento da cantoneira ou da mesa inferior:

$$P_u = 1,5 L_i t_p f_y \quad (3.21)$$

Onde:

t_p já foi definido;

f_y é o limite de escoamento do aço da cantoneira ou da mesa inferior;

L_i é a largura perpendicular à direção da força aplicada, da cantoneira ou da mesa inferior.

A força resistente de cálculo da ligação inferior deve ser superior à força resistente de cálculo das barras de armadura.

3.7 – Barras de armadura na ligação mista

A contribuição na resistência da ligação mista de qualquer tela de distribuição que haja na laje de concreto deve ser ignorada, porque a mesma se rompe sob deformações menores que as barras de maior diâmetro (SCI, 1998).

A área mínima de armadura recomendada, para efeito de redução do efeito “tension stiffening” na capacidade de deformação, é de 5 cm^2 (SCI, 1998) e o diâmetro mínimo é de 12,5 mm (LEON *et al.*, 1996).

3.7.1 – Rigidez inicial

Segundo o ECCS (1999), a rigidez inicial é dada por:

$$k_s = \frac{P}{\Delta L} = \frac{E_s A_s}{b_c / 2} \quad (3.22)$$

Onde:

A_s é a área total das barras de armadura utilizadas;

E_s é o módulo de elasticidade longitudinal das mesmas;

b_c é a largura do apoio, na direção paralela às barras de armadura; considera-se que este seja o trecho mais solicitado da armadura. A partir daí, o esforço vai sendo transferido para o perfil metálico via conectores de cisalhamento.

O enrijecimento da armadura provocado pelo concreto é desprezado no cálculo da rigidez inicial.

3.7.2 – Capacidade de deformação

O concreto armado que passa continuamente pela viga a ser suportada fica tracionado para cargas verticais de gravidade. Consequentemente, o comportamento do concreto armado tracionado deve ser estudado.

O concreto tracionado normalmente é desprezado. Na realidade, o concreto tem resistência significativa antes das primeiras fissuras e, após a fissuração, produz um efeito de enrijecimento das barras de armadura. Após a fissuração, o concreto não pode transferir carga pelas fissuras, portanto a mesma tem que ser transferida pelas barras de armadura. Entretanto, entre fissuras, o concreto pode transmitir carga. Isto reduz a carga nas barras de armadura e consequentemente reduz as deformações axiais das mesmas. A aderência entre aço e concreto causa o escoamento das barras somente na região das fissuras. Este efeito é denominado *tension stiffening* (EASTERLING e REX, 1996a; HANSWILLE, 1997), e pode ser visualizado no FIG 3.8.

Para a armadura, a capacidade de deformação é limitada pela ruptura das barras. A ruptura geralmente ocorre em uma fissura transversal entre o apoio e o primeiro conector (FIG. 3.8).

$$e_{smu} = e_{sy} - b_t \Delta e_{sr} + d \left(1 - \frac{s_{sr1}}{f_{ys}} \right) (e_{su} - e_{sy}) \quad (3.24)$$

σ_{sr1} é a tensão na armadura no início da fissuração:

$$s_{sr1} = f_{ctm} k_c \left(1 + r \frac{E_s}{E_c} \right) / r \quad (3.25)$$

Δe_{sr} é o aumento de deformação na armadura quando ocorre a primeira fissura:

$$\Delta e_{sr} = \frac{f_{ctm} k_c}{E_s r} \quad (3.26)$$

ρ é a taxa de armadura utilizada:

$$r = \frac{A_s}{A_c} \quad (3.27)$$

Onde:

A_s é a área total das barras de armadura utilizadas;

A_c é a área de concreto considerada.

k_c é coeficiente que corrige os resultados em função da laje e do perfil utilizados:

$$k_c = \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2y_o}} \quad (3.28)$$

Onde:

t_c é a espessura da mesa de concreto acima da fôrma de aço;

y_o é a distância entre os centróides da laje de concreto e da seção mista, ambas não fissuradas, desprezando-se a armadura, levando-se em conta a relação entre os módulos de elasticidade para cargas de curta duração;

$b_t = 0,4$ (cargas de curta duração);

$d = 0,8$ (barras de alta ductilidade, com nervuras);

$f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3}$, (para concreto de densidade 24 kN/m^3) com f_{ck} e f_{ctm} em MPa;

e_{sy} é a deformação das barras de armadura correspondente ao escoamento das mesmas:

$$e_{sy} = \frac{f_{ys}}{E_s} \quad (3.29)$$

e_{su} = valor último da deformação (correspondente à resistência última) definido por norma ou ensaio (ordem de grandeza: $0,05$ a $0,10$).

3.7.3 – Resistência última

É obtida por escoamento das barras de armadura: $F_s = A_s f_{ys}$, onde A_s é a área de armadura utilizada e f_{ys} é seu limite de escoamento.

3.7.4 – Disposições construtivas

As barras de armadura devem ser convenientemente ancoradas na região comprimida da laje, ou seja, além do trecho de momento negativo, e devem ser posicionadas dentro da largura efetiva de laje de concreto na região de momento negativo (definida no item 3.14). Considera-se que o trecho de momento negativo estende-se por $0,15L$ na direção do vão da viga, a partir do apoio, onde L é o vão total da viga.

As barras de armadura devem ser uniformemente espaçadas de cada lado da ligação. Além de respeitar a largura efetiva, quando o suporte for um pilar, o centro de gravidade das barras de armadura, de cada lado da linha de centro das vigas, deve estar

distante de $0,7 B_c$ a $2,5 B_c$ desta linha de centro, sendo B_c a largura do pilar na direção transversal às barras (EUROCODE 4, 1992).

3.8 – Momento último resistente e capacidade de rotação da ligação mista

Antes da cura do concreto, as cantoneiras da alma e a ligação inferior desenvolvem um momento negativo, que poderia ser considerado. Após a cura, entram em ação as barras de armadura e os conectores de cisalhamento, formando assim a ligação mista.

O momento resistente da ligação mista é calculado com base nos seguintes critérios:

- as forças internas estão em equilíbrio com as forças aplicadas ao nó;
- a resistência individual de cada componente não é excedida;
- a capacidade de deformação de cada componente não é excedida.

Na FIG. 3.9 tem-se:

F_s - resistência da ligação superior. Tomada como a resistência ao escoamento da armadura ($f_{ys} A_s$), uma vez que a resistência dos conectores deve ser igual ou superior à anterior, para interação total;

F_s' - resultante de tração nas cantoneiras da alma, obtida pela teoria das charneiras plásticas (CHEN *et al.*, 1992);

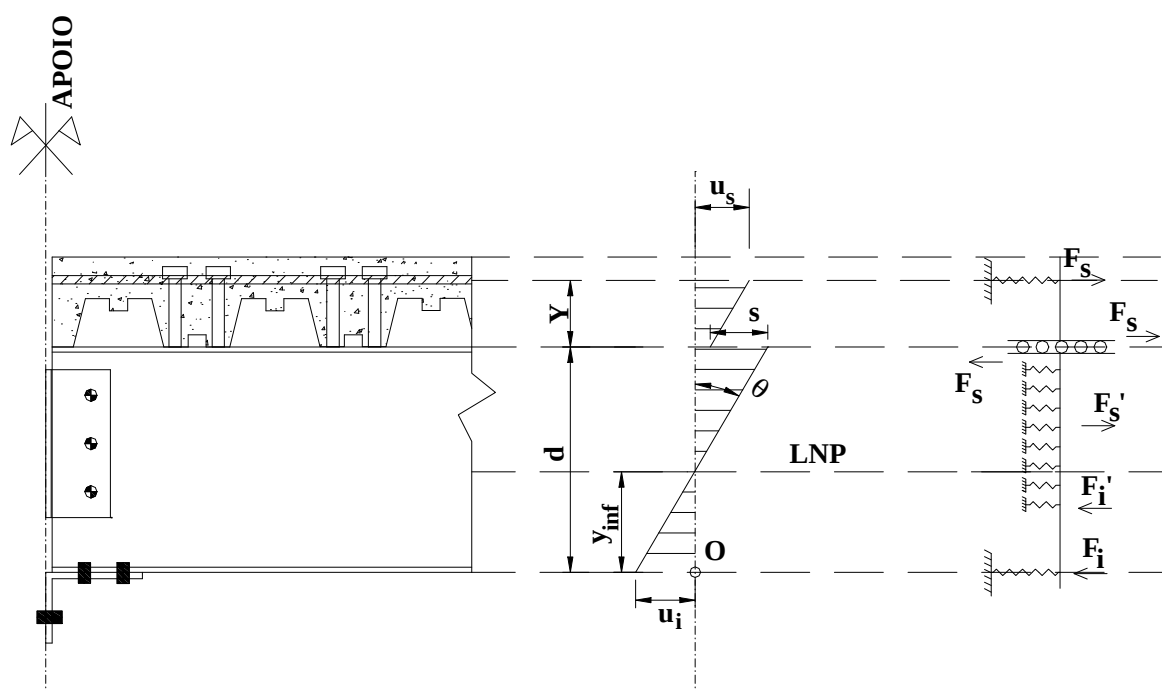


FIGURA 3.9 – Comportamento da ligação mista parcialmente resistente
(Alternativa I)

3.8.1 - Alternativas de equilíbrio para linha neutra plástica cortando as cantoneiras da alma

Alternativa A:

F_i – resistência da ligação inferior. Tomada como a menor resistência da ligação parafusada inferior

F_i' – obtida por equilíbrio ($= F_s + F_s' - F_i$), não podendo ser maior que a resistência à compressão das cantoneiras da alma, no trecho comprimido.

Alternativa B:

$$F_i' = F_s'$$

F_i – obtida por equilíbrio ($= F_s$), não podendo ser maior que a resistência da ligação parafusada inferior.

Para obtenção do momento último resistente, faz-se o equilíbrio de momentos em relação a qualquer ponto:

$$M_u = \sum F_j d_j$$

Considerando-se que a contribuição das cantoneiras da alma na resistência da ligação mista é pequena, a Alternativa B foi escolhida por simplicidade. Para a Alternativa B:

$$M_u = F_s (d+Y) + M_L \quad (3.30)$$

Onde M_L é o momento resistente das cantoneiras da alma.

3.8.2 - Alternativas para geometria dos deslocamentos

Para o posicionamento da linha neutra plástica, considera-se que as cantoneiras da alma não interferem em sua locação, já que sua resistência última é praticamente alcançada para cargas aplicadas antes da cura. Para cargas aplicadas após a cura, elas somente acompanham os deslocamentos impostos pelos demais componentes da ligação mista.

Alternativa I (FIG. 3.9): considera-se que ocorre o escorregamento entre laje e viga, mas que as seções giram segundo o mesmo ângulo, permanecendo paralelas. (ARIBERT, 1995)

$$q = \frac{u_i + s + u_s}{d + Y} \quad (3.31)$$

Onde:

u_i – deslocamento da fibra inferior da viga;

u_s – deslocamento da armadura;

s – escorregamento entre laje e viga.

Os valores de u_i , s , u_s são determinados conforme itens 3.6.2, 3.4.5, 3.7.2, respectivamente.

Tem-se também que : $q = \frac{u_i}{y_{inf}}$. Substituindo-se o valor de q nesta equação obtém-se o valor de y_{inf} , que é a posição da LNP relativa à mesa inferior da viga:

$$y_{inf} = \frac{u_i(d+Y)}{s+u_i+u_s} \quad (3.32)$$

Alternativa II (FIG. 3.10): As seções da viga e da laje giram em conjunto segundo o mesmo ângulo. Após este giro, há o escorregamento e as seções não permanecem paralelas. (COST C1, 1999)

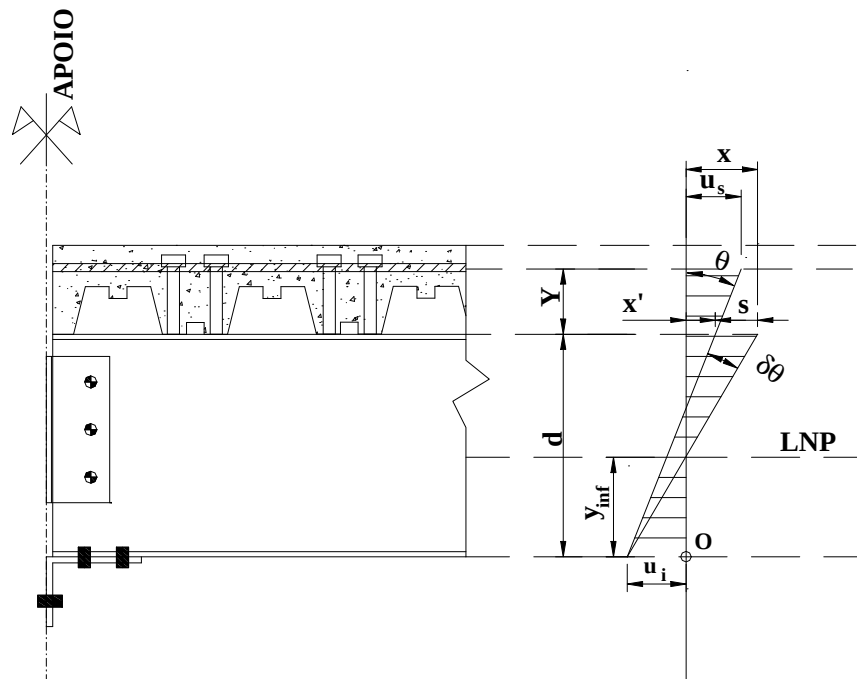


FIGURA 3.10 – Comportamento da ligação mista parcialmente resistente
(Alternativa II)

$$x = x' + s \quad (3.33)$$

$$q = \frac{u_i + u_s}{d + Y} \quad (3.34)$$

$$x' = u_s - Yq \quad (3.35)$$

Substituindo-se o valor de q na equação de x' :

$$x' = u_s - \frac{u_i + u_s}{d + Y} Y \quad (3.36)$$

Trabalhando esta equação:

$$x' = \frac{(u_s d + u_s Y - u_i Y - u_i Y)}{d + Y} \quad (3.37)$$

$$x' = \frac{u_s d - u_i Y}{d + Y} \quad (3.38)$$

Até aqui, supõe-se que não haja escorregamento.

Após o escorregamento, a posição da LNP pode ser obtida:

$$\frac{u_i}{y_{\text{inf}}} = \frac{x' + s + u_i}{d} \quad (3.39)$$

$$y_{\text{inf}} = \frac{u_i}{x' + s + u_i} d \quad (3.40)$$

Substituindo o valor de x' obtido acima:

$$y_{\text{inf}} = \frac{u_i (d + Y)}{s + u_i + u_s + \frac{sY}{d}} \quad (3.41)$$

Comparando-se as alternativas I e II, ao desprezar-se o paralelismo entre as seções da viga e da laje, chega-se a uma posição da linha neutra plástica mais próxima à

fibra inferior. Entretanto, a consideração do paralelismo é mais justificável, partindo-se da hipótese que a laje escorrega mas não se separa da viga metálica.

Para a alternativa I e a partir da equação 3.32, pode ser obtida a posição da linha neutra elástica da ligação, em relação à face inferior do perfil metálico:

$$y_{el} = \frac{(d + Y)}{k_i \left(\frac{1}{k_{conect}} + \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_i} \right)} \quad (3.42)$$

3.9 – Rigidez inicial (S_{ini}) da ligação mista

Será calculada com base nas Alternativas B e I, conforme citado anteriormente.

Supõem-se conhecidas as constantes das molas lineares e rotacionais dos elementos componentes da ligação (FIG. 3.11):

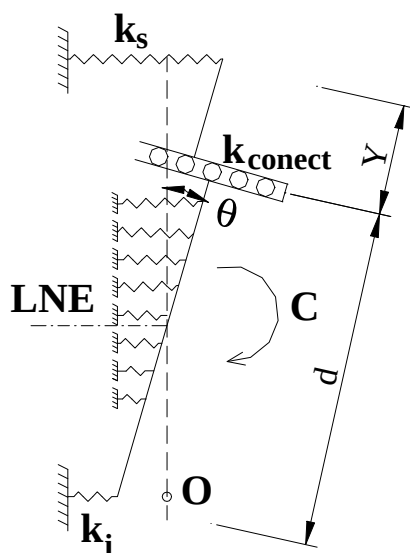


FIGURA 3.11 – Representação do sistema de molas (Alternativa I)

k_s - mola linear representativa da armadura

k_{conect} - mola linear representativa dos conectores

k_i - mola linear representativa da ligação inferior

C - mola rotacional representativa da cantoneira de alma

Para equilíbrio da seção, toma-se, por exemplo, o ponto O (a linha neutra elástica cortando as cantoneiras da alma):

$$S_{ini} = M / q = \frac{F_s(d + Y) + M_L}{q} \quad (3.43)$$

Onde:

$F_s = k_s u_s$ (força nas barras de armadura)

$M_L = Cq$ (momento fletor resistente das cantoneiras da alma)

Portanto:

$$S_{ini} = \frac{k_s u_s (d + Y) + Cq}{q} \quad (3.44)$$

A força nos conectores é uma força interna ao sistema, auto-equilibrada, portanto não contribui para o momento na ligação:

$$F_{conect} = F_s$$

$$k_{conect} s = k_s u_s$$

Tem-se então s em função de u_s :

$$s = k_s u_s / k_{conect} \quad (3.45)$$

Fazendo-se o equilíbrio de forças horizontais:

$$F_s = F_i$$

$$k_s u_s = k_i u_i$$

Tem-se então u_i em função de u_s :

$$u_i = k_s u_s / k_i \quad (3.46)$$

Substituindo-se estes valores na equação já obtida na Alternativa I anterior $\left(q = \frac{u_i + s + u_s}{d + Y} \right)$:

$$q = \frac{u_s \left(1 + \frac{k_s}{k_i} + \frac{k_s}{k_{conect}} \right)}{d + Y} \quad (3.47)$$

$$q = \frac{u_s k_s \left(\frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_{conect}} \right)}{d + Y} \quad (3.48)$$

Substituindo-se a expressão de q na expressão de S_{ini} :

$$S_{ini} = \frac{(d + Y)^2}{\frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_{conect}}} + C \quad (3.49)$$

Considerando-se que a capacidade da cantoneira a momento já foi esgotada antes da cura do concreto, o valor da constante de mola rotacional C é nulo.

Para efeito de deslocamentos reais, o nó deveria ser analisado como um elemento de tamanho finito, o que é desprezado na análise global. Três fontes de deformação deveriam ser consideradas: uma devida à rotação da ligação propriamente dita; outra devida ao cisalhamento do painel da alma do pilar na região entre as mesas das vigas, no caso de ligação em mesas de pilares com momentos desequilibrados; uma terceira devida ao giro do apoio como resposta à flexão imposta.

A rigidez da ligação corresponde à secante à curva $M-q$, a $2M_u/3$. Como simplificação para um diagrama momento - capacidade de rotação bilinear, pode ser adotada uma rigidez única igual a S_{ini} , para o tipo de ligação aqui estudado, para verificação do estado limite de utilização (FIG. 3.12) (EUROCODE 4, 1992).

Para que esta rigidez seja válida, é necessário que o momento nominal atuante na ligação, para análise elástica, seja inferior a $2 M_u / 3$, como pode ser visto na FIG. 3.12.

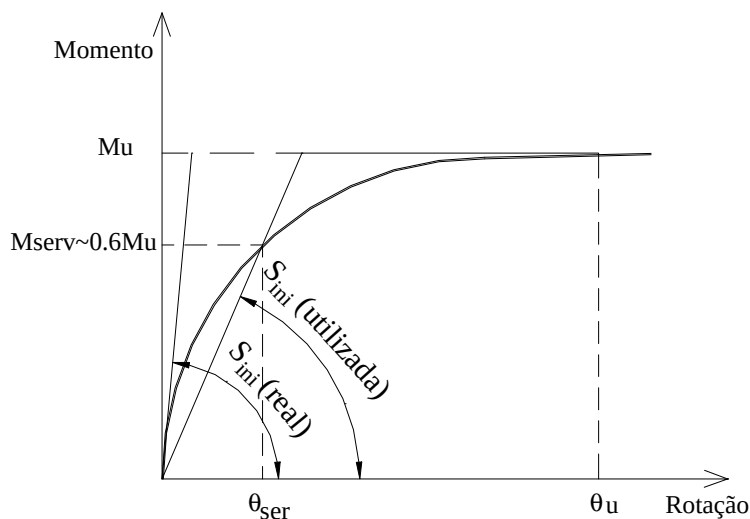


Figura 3.12 – Diagrama $M \times q$ bilinear

O diagrama recomendado pelo EUROCODE 3 (1993) tem um trecho inicial linear elástico até $2/3$ do momento último resistente. A seguir, vem um trecho curvo não-linear até o momento último e, por fim, um patamar plano de escoamento.

A curva momento x rotação de um nó tem na realidade um comportamento não-linear. De modo geral, simplificações são feitas, transformando a curva original em trechos lineares. O diagrama bilinear, por exemplo, tem um trecho inicial elástico e um patamar horizontal elasto-plástico.

Ao invés da utilização do método dos componentes aqui adotado, LEON *et al.* (1996) apresentam expressões para as curvas $M-q$ sob momento positivo e negativo, provenientes de ensaios e estudos paramétricos. Para a determinação da rigidez sob cargas de serviço, é determinado o ponto de encontro da curva $M-q$ para momento negativo com a linha representativa do comportamento da viga em estudo (desde o engastamento perfeito até a rótula perfeita).

3.10 – Capacidade de rotação da ligação mista

Como já citado anteriormente (alternativa I – item 3.9), a capacidade de rotação da ligação mista pode ser expressa pela Eq. 3.31:

$$q = \frac{u_s + u_i + s}{d + Y}$$

Na expressão acima, devem ser substituídos os valores limites de deslocamento de cada elemento constituinte. Quando a construção for não-escorada, a capacidade de rotação dada acima pode ser aumentada em 10% (COUCHMAN e WAY, 1999); entretanto, a capacidade de rotação necessária é maior do que para a construção escorada (ver item 3.11.2).

3.11 – Capacidade de rotação necessária da ligação mista

São de grande importância para o bom funcionamento da ligação mista a resistência e a ductilidade (capacidade de rotação), sendo que esta última não é devidamente tratada nas normas de dimensionamento.

Em uma ligação mista com resistência parcial, a ductilidade acima de determinados limites é necessária para que haja redistribuição de momentos e torne o conjunto o mais econômico possível, já que a resistência última da ligação mista é atingida antes da plastificação da viga mista no trecho de momento positivo.

Devido à complexidade dos cálculos envolvidos, são propostos métodos que evitem a verificação direta da rotação necessária em cada ligação projetada (LI *et al.*, 1993; LI *et al.*, 1996; LI *et al.*, 2000).

LI *et al.*(1993) utilizam um programa de análise e apresentam diversos resultados decorrentes da variação de parâmetros que julgam influenciarem a rotação necessária da ligação mista. Os parâmetros analisados são: altura da viga de aço (H_s), altura total da laje (H_C), largura de contribuição da laje sobre a viga mista (b_{ef}), resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}), grau de interação da viga mista (k) e grau de massividade do perfil de aço (relação entre a área do perfil e a área do contorno do perfil). O valor investigado é o de f_d (valor da curvatura após o

escoamento), já que a relação momento - curvatura além do escoamento deve ser conhecida para a determinação da rotação necessária na ligação mista. A rotação na ligação depende da curvatura ao longo do vão da viga. Através dos resultados apresentados, pode-se concluir que a curvatura f_d diminui com o aumento de: H_S , H_C , f_{ck} , b_{ef} , k . A conclusão dos autores é de que os dois primeiros parâmetros citados (H_S e H_C) influenciam significativamente a curvatura f_d e somente estes participam da equação empírica proposta para a curvatura. A contribuição dos demais parâmetros é desprezada, o que pode ser questionável, já que, pelos seus próprios resultados, pode-se ver que a largura de influência da laje sobre a viga mista (b_{ef}) não é tão desprezível.

Pela forma aproximadamente parabólica da curva momento x curvatura, é proposta a seguinte relação:

$$f_d = M \frac{f_y}{M_y} + \left(f_p - M_p \frac{f_y}{M_y} \right) \left(\frac{M - M_y}{M_p - M_y} \right)^2 \quad (3.50)$$

ou:

$$f_d = \frac{M}{EI} + \left(f_p - \frac{M_p}{EI} \right) \left(\frac{M - M_y}{M_p - M_y} \right)^2 \quad (3.51)$$

Onde:

M é algum valor de momento entre o início do escoamento e o momento último;

f_d é a curvatura correspondente;

f_y é a curvatura da seção sujeita ao início do escoamento;

f_p é a curvatura da seção sujeita à plastificação total;

M_p é o momento de plastificação;

M_y é o momento no início do escoamento;

EI é a rigidez à flexão da viga mista (diferente nos trechos de momento positivo e negativo)

Entretanto, observa-se que pequenas variações nos valores de M próximos à plastificação causam grandes alterações no valor de f_d . Para isso, as relações envolvendo os parâmetros acima citados são deduzidas para níveis de M até 95% de M_p .

Uma das relações (adotada também por LI *et al.*, 1996) é:

$$f_{p95} = 2,7 \left(\frac{H_s}{H_c} \right)^{0,2} f_y \quad (3.52)$$

Já que a curvatura correspondente ao momento último é a necessária, a média de resultados numéricos leva à seguinte relação:

$$f_p = 2,1 f_{p95} \quad (3.53)$$

Então:

$$f_p = 5,7 \left(\frac{H_s}{H_c} \right)^{0,2} f_y \quad (3.54)$$

A equação acima deve ser substituída na equação de f_d , levando a:

$$f_d = \frac{M}{EI} + \left(5,7 \left(\frac{H_s}{H_c} \right)^{0,2} \frac{M_y}{EI} - \frac{M_p}{EI} \right) \left(\frac{M - M_y}{M_p - M_y} \right)^2 \quad (3.55)$$

No cálculo da rotação necessária da ligação, quando no meio do vão é ultrapassado o momento fletor correspondente ao início do escoamento (M_y), a rotação total deve ser dividida em duas partes: uma parcela elástica e uma parcela plástica. Na FIG. 3.13 pode-se ver:

- a) carregamento e condições de contorno;
- b) diagrama de momento fletor;

- c) parcelas elástica e plástica da curvatura (a parcela plástica corresponde à região hachurada; a outra parte é considerada na análise elástica).

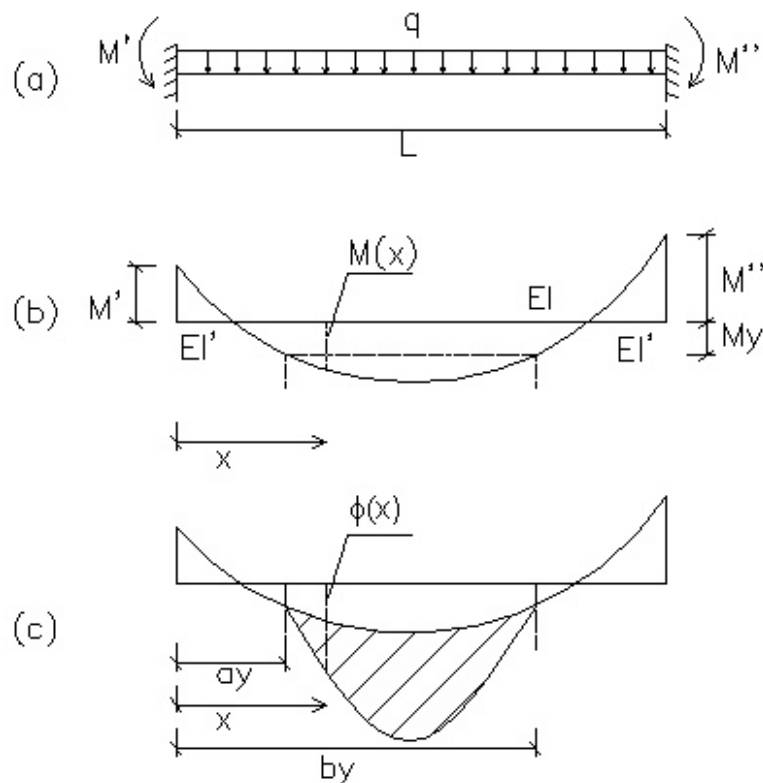


FIGURA 3.13 – Curvatura ao longo da viga

3.11.1 – Cálculo da parcela elástica da rotação necessária

Para a situação mostrada na FIG. 3.13-a, e aplicando-se um momento fletor unitário na extremidade esquerda na viga, a parcela elástica da rotação necessária pode ser determinada por (LI *et al.*, 1996):

$$q_e = \frac{1}{EI(x)} \int_0^L M(x) M_1(x) dx = \frac{1}{EI(x)} \int_0^L M(x) \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx \quad (3.56)$$

Onde:

$EI(x) = EI$ na região de momento positivo ou EI' na região de momento negativo;

EI e EI' = rigidez à flexão da viga mista;

L = vão da viga;

$M_1(x)$ = momento gerado ao longo do vão pelo momento unitário aplicado na ligação;

$M(x)$ = momento gerado ao longo do vão pelo carregamento aplicado;

3.11.2 – Cálculo da parcela plástica da rotação necessária

Para a situação mostrada na FIG. 3.13-a, e aplicando-se um momento fletor unitário na extremidade esquerda na viga, a parcela plástica da rotação necessária pode ser dada por (LI *et al.*, 1996):

$$q_p = \int_{ay}^{by} \left(f(x) - \frac{M(x)}{EI} \right) M_1(x) dx \quad (3.57)$$

onde todos os termos já foram definidos anteriormente, inclusive a curvatura $f(x)$ (ver equação de f_d), exceto ay e by (ver FIG. 3.13)

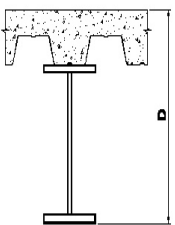
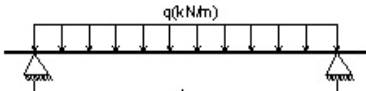
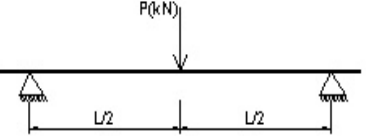
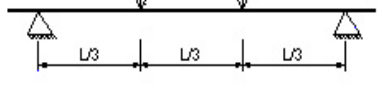
A partir de estudos de várias situações, e com base na teoria proposta acima, os autores concluem que:

- a rotação necessária aumenta com a relação (vão da viga (L))/ (altura total da viga mista (D));
- a rotação necessária diminui com o aumento da relação entre os momentos na ligação mista e no vão;
- o caso de duas cargas concentradas conduz aos maiores valores de rotação necessária, enquanto o caso de uma carga concentrada exige os menores valores, sendo o carregamento uniformemente distribuído uma situação intermediária;
- quanto maior a tensão de escoamento f_y do material utilizado para a viga, maior é a rotação necessária da ligação;
- com a finalidade de utilizar-se uma rotação necessária menor, pode-se limitar o momento positivo máximo a valores como $0,9M_p$ ou $0,85M_p$.

Limitações de (altura da viga)/(vão da viga) correspondentes a várias taxas de (momento na ligação)/(momento no vão) são feitas, para que a rotação necessária não seja muito elevada. Na maioria das ligações uma capacidade de rotação de 20mRad a 30mRad atenderia à rotação necessária.

Tendo como referência as várias tabelas apresentadas por LI *et al.*(1996), neste trabalho foi adotado um método simplificado, de forma a evitar cálculos tão complexos como os descritos anteriormente. Na TAB. 3.1 a seguir, são apresentadas as rotações em mili-radianos para construções não-escoradas, considerando momento positivo nominal máximo igual a $0,95M_p$, com aço de tensões de escoamento f_y iguais a 275 e 350 MPa. São consideradas relações diferentes entre vão e altura total da seção mista e três tipos de carregamento (carga uniformemente distribuída, uma carga concentrada no meio do vão e duas cargas concentradas a cada terço do vão). Para situações intermediárias, os valores podem ser interpolados linearmente.

TABELA 3.1 – Rotação necessária (mrad)

				
				
L/D	$f_y = 350 \text{ MPa}$	$f_y = 275 \text{ MPa}$	$f_y = 350 \text{ MPa}$	$f_y = 275 \text{ MPa}$
15	28,7	28,0	42,7	39,2
20	46,2	37,8	64,4	51,8
25	57,4	46,2	80,0	63,0
30	67,2	53,9	95,0	74,2

Para se utilizar a tabela acima, a resistência nominal da ligação mista deve ser igual ou superior a 30% do momento positivo da seção mista plastificada (tomando o coeficiente $\hat{a}$ e os coeficientes de resistência parciais iguais a 1,0). A tabela se aplica para o caso de duas ligações mistas iguais nas extremidades da viga ou para o caso de uma extremidade com ligação mista e a outra rotulada.

As correções a serem feitas para outras situações são:

- para valores intermediários de f_y , interpolar linearmente; para aços com $f_y = 250 \text{ MPa}$, podem ser utilizados, do lado da segurança, os valores correspondentes a $f_y = 275 \text{ MPa}$; não é prevista a situação de $f_y > 350 \text{ MPa}$;

- para momento positivo nominal máximo igual a $0,9M_p$ e $0,85M_p$, multiplicar a rotação encontrada na tabela por 0,74 e 0,5 respectivamente;
- para construção escorada, corrigir a rotação encontrada pelo fator 0,714. Esta correção se justifica porque, na construção não-escorada, o perfil de aço suporta como viga de aço isolada boa parte da carga permanente, provocando um aumento na curvatura da viga no trecho de momento positivo.

No capítulo 5 (exemplo 3) apresenta-se um exemplo comparativo entre o método simplificado (tabela) e a teoria proposta por LI *et al.* (1996).

3.12 – Classificação dos elementos de aço comprimidos

Devido à flambagem local, as relações largura/espessura da alma e da mesa dos perfis de aço influenciam na capacidade de resistência.

As normas dividem as seções em classes, com limites de esbeltez de cada elemento da seção variáveis em função do limite de escoamento do aço e da distribuição de tensões na seção. A classe de uma seção é determinada pela mais crítica, entre mesa e alma.

A classe de esbeltez determina se a análise global pode ser plástica e também se podem ser consideradas propriedades plásticas da seção transversal, conforme se mostra na TAB. 3.2 (EUROCODE 4, 1992; EUROCODE 3, 1993).

TABELA 3.2 – Classes de esbeltez

<i>Classe de esbeltez</i>	<i>1 plástica</i>	<i>2 compacta</i>	<i>3 semicompacta</i>	<i>4 esbelta</i>
<i>Métodos de análise global</i>	plástico	elástico	elástico	elástico
<i>Propriedades da seção transversal</i>	plástica	plástica	elástica	elástica

As seções de classe 1 são aquelas em que pode ser formada a rótula plástica, existindo a capacidade de rotação exigida para a análise plástica.

As seções de classe 2 são aquelas que desenvolvem sua resistência plástica, mas têm capacidade de rotação limitada.

As seções de classe 3 são aquelas em que a tensão de escoamento na fibra mais comprimida pode ser atingida, mas a flambagem local impede o desenvolvimento da resistência plástica.

As seções de classe 4 são aquelas em que é necessário considerar-se a flambagem local em regiões comprimidas ao se determinar sua resistência.

Na ligação mista, quando se faz análise plástica, é necessário o desenvolvimento da resistência plástica do perfil, mas a capacidade de rotação está associada à ligação mista e não ao perfil metálico. Por isto é permitida a utilização das classes 1 ou 2.

São, portanto, utilizadas as propriedades plásticas das seções transversais, onde o concreto tracionado é desprezado e sua resistência última à compressão é tomada igual a $0,85 f_{ck}$, para levar em conta ações de longa duração e a presença de gradiente de tensão, que não ocorrem num simples corpo de prova (efeito Rüschi).

3.12.1 – Classificação das mesas comprimidas

Para a classe 2, a esbeltez b/t_f é limitada em $0,38\sqrt{E_a / f_y}$ (NBR8800, 1986 e LRFD, 2001), onde b é metade da largura total da mesa, t_f é sua espessura, E_a é o módulo de elasticidade do aço e f_y é o limite de escoamento do aço.

3.12.2 – Classificação da alma

A classificação da alma é influenciada pela região da mesma que se encontra comprimida. Para a classe 2:

- na região de momento positivo, sua esbeltez h/t_w deve ser limitada em $3,5\sqrt{E_a / f_y}$ (NBR8800, 1986), onde h é a distância entre as faces internas das mesas, t_w é a espessura da alma, E_a é o módulo de elasticidade do aço e f_y é o limite de escoamento do aço.

- na região de momento negativo, sua esbeltez $2y_p/t_w$ deve ser limitada em $3,5\sqrt{E_a / f_y}$, onde y_p é a altura da zona comprimida da alma, ou seja, a distância entre a linha neutra plástica (obtida considerando-se o perfil metálico e as barras de armadura) e a face interna da mesa inferior.

3.13 – Considerações sobre a região de momento positivo de vigas mistas semicontínuas

Na fase de construção (antes da cura), as vigas são consideradas biapoiadas neste trabalho. Considera-se que a fôrma de aço restringe as mesas comprimidas das vigas, não havendo necessidade da verificação de flambagem lateral. É feito o dimensionamento do perfil de aço considerando-se os estados limites de flambagem local da alma e flambagem local da mesa. Com os tipos de perfis utilizados (classes 1 ou 2), a resistência última a momento fletor será correspondente à plastificação total, sem redução.

Muitas vezes, a fase de construção em sistemas não-escorados é a fase mais crítica no dimensionamento. Nestes casos, pode-se optar por considerar uma pequena continuidade proporcionada pela ligação da alma nessa fase, tornando-se necessária a verificação da flambagem lateral com torção.

Na fase mista, a laje é considerada como mesa superior da viga mista. Ensaios mostram que a largura efetiva da mesa de concreto é influenciada diretamente pelo vão l_0 (comprimento aproximado do trecho de momento positivo), sendo usual considerar-se $l_0/8$ de cada lado da viga, desde que não se entre na largura efetiva da viga paralela. O comprimento l_0 pode ser tomado como $0,8L$ para vãos com ligações mistas em uma só extremidade, e $0,7L$ para vãos com ligações mistas nas duas extremidades. (EUROCODE 4, 1992).

No caso da utilização da fôrma de aço, é comum considerar-se como mesa de concreto apenas a região acima das nervuras, mesmo que estas sejam paralelas à viga.

A região de momento positivo de vigas mistas semicontínuas segue as mesmas orientações aplicáveis a vigas mistas simplesmente apoiadas. Entretanto, um fator de redução na resistência à flexão da viga mista deve ser aplicado, conforme item 3.11, de

forma a limitar a curvatura plástica devida ao momento positivo, reduzindo a rotação necessária da ligação mista (SCI, 1998).

Mesmo ligações mistas de pequena rigidez podem causar uma significativa redução no deslocamento da viga. Da mesma forma, frequências naturais mais altas são obtidas.

3.13.1 – Resistência à flexão (classes 1 ou 2)

Parte-se de alguns princípios: que o concreto tracionado é desprezado, as seções planas permanecem planas, a área efetiva da seção de aço é levada ao escoamento completo em tração e/ou compressão, a área efetiva de concreto fica sujeita a $0,85 f_{ck}$ (são utilizados diagramas de blocos). Para se obter a expressão do momento resistente, faz-se o equilíbrio da seção, locando-se a linha neutra plástica, e a seguir determina-se a soma dos momentos das forças resistentes em relação a um ponto qualquer.

O cálculo da resistência da seção mista é feito segundo as orientações da NBR8800 (1986), sendo consideradas as hipóteses de: interação total e linha neutra na laje de concreto, interação total e linha neutra no perfil metálico, interação parcial e duas linhas neutras: uma no perfil metálico e outra na laje (FIG. 3.14).

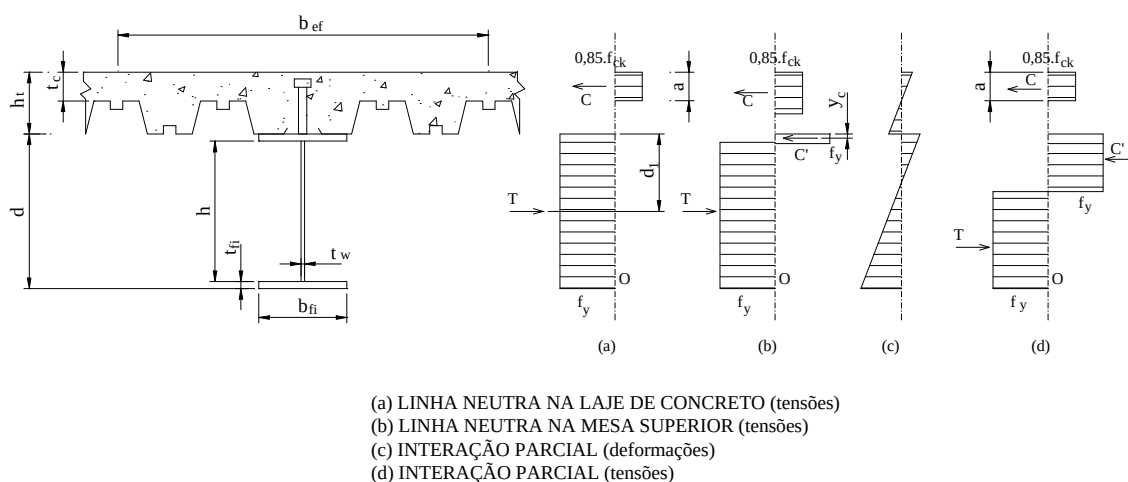


FIGURA 3.14 – Resistência última ao momento fletor positivo da seção mista

O cálculo das propriedades da seção transformada (momento de inércia, módulo resistente) também é feito segundo a NBR8800 (1986). As mesmas são utilizadas na análise elástica de deformações e na limitação de tensões da mesa inferior para cargas de serviço.

Independentemente da construção ser escorada ou não, toda a carga pode ser assumida pela viga mista, já que o comportamento inelástico em ambos os casos levará à mesma distribuição final de tensões, após plastificada toda a seção.

3.13.2 – Resistência ao cisalhamento longitudinal

A distribuição do cisalhamento longitudinal é influenciada pelo espaçamento dos conectores de cisalhamento, por sua relação carga/escorregamento, pela retração do concreto, pela deformação lenta e pela temperatura.

A utilização de conectores uniformemente espaçados só é possível devido à sua capacidade de escoamento, ou ductilidade, que permite que o cisalhamento longitudinal seja redistribuído entre os conectores. Esta ductilidade dos conectores pode ser suficiente ou não para a redistribuição, dependendo do vão da viga.

Tanto para a interação total quanto para a parcial, a resistência da seção considerada depende do número de conectores entre esta seção e o ponto de momento nulo. Portanto, cuidados na colocação de conectores de cisalhamento devem ser tomados de forma a garantir a resistência necessária em pontos de cargas concentradas, exigindo, às vezes, a colocação dos conectores de cisalhamento com espaçamento não-uniforme.

3.14 – Considerações sobre a região de momento negativo de vigas mistas semicontínuas

A largura efetiva da mesa de concreto nos apoios internos é menor que no meio do vão. Esta largura define as barras de armadura que podem ser tomadas contribuindo com a resistência da ligação. É usual considerar-se $l_o/8$ para cada lado da viga, desde que não se entre na largura efetiva da viga paralela, sendo l_o o comprimento

aproximado do trecho de momento negativo, tomado como um quarto da soma dos vãos das vigas adjacentes (EUROCODE 4, 1992). Na prática, a linha neutra sempre cai abaixo da laje, não havendo contribuição do concreto à compressão.

3.14.1 - Flambagem lateral

Na região de momento positivo, se estiver completamente destravada, a viga de aço isolada está sujeita a sofrer flambagem lateral com torção, onde toda a seção se desloca, mantendo sua forma. Na concretagem com fôrma de aço, e após a cura do concreto, este tipo de movimento é impedido.

Na região de momentos negativos (fase mista), a mesa comprimida é a inferior, que recebe travamento lateral somente pela rigidez à flexão da alma e da laje. A tendência da mesa inferior deslocar-se lateralmente causa flexão da alma e tendência de giro no nível da mesa superior, que é resistida por flexão da laje. Este fenômeno é a flambagem lateral com distorção (FIG. 3.15). Nos apoios e em cada ponto de chegada de viga na viga a ser analisada, a restrição lateral existe. A flambagem com distorção deve ser considerada na resistência ao momento negativo (EUROCODE 4, 1992).

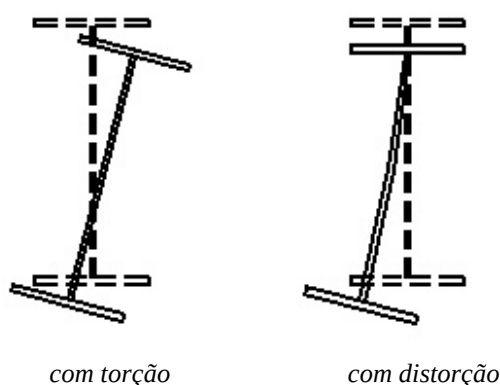


FIGURA 3.15 – Flambagem lateral

A formulação a seguir é proposta pelo EUROCODE 4 (1992), e pressupõe a existência de uma série de vigas paralelas ligadas à laje de concreto. A tendência da mesa inferior deslocar-se horizontalmente é combatida por um “U” invertido formado pelas almas de duas vigas paralelas e pela laje de concreto.

O momento resistente, considerando-se o fenômeno da flambagem lateral com distorção é dado por:

$$M_n = c_{LT} M_{pl} \quad (3.58)$$

Onde M_{pl} é o momento resistente da seção mista plastificada nos apoios (sem coeficiente de ponderação de resistência), considerando-se apenas a armadura e o perfil metálico e c_{LT} é o fator de redução para a flambagem lateral (correspondente ao coeficiente ρ da NBR-8800 (1986)):

$$c_{LT} = \left[f_{LT} + (f_{LT}^2 - \bar{I}_{LT}^2)^{1/2} \right]^{-1}, \text{ com } c_{LT} \leq 1 \quad (3.59)$$

Onde:

$$f_{LT} = 0,5 \left[1 + 0,21(\bar{I}_{LT} - 0,2) + \bar{I}_{LT}^2 \right] \text{ (equação válida para perfis laminados)} \quad (3.60)$$

$$f_{LT} = 0,5 \left[1 + 0,49(\bar{I}_{LT} - 0,2) + \bar{I}_{LT}^2 \right] \text{ (equação válida para perfis soldados)} \quad (3.61)$$

Se $\bar{I}_{LT} \leq 0,4$, c_{LT} pode ser tomado como igual a 1.

A esbeltez $\bar{I}_{LT}$ para as classes 1 e 2 é dada por:

$$\bar{I}_{LT} = \left(\frac{M_{pl}}{M_{cr}} \right)^{1/2} \quad (3.62)$$

Sendo M_{cr} o momento elástico crítico nos apoios internos:

$$M_{cr} = \frac{K_c C_4}{L_b} \left[\left(G I_{at} + \frac{K_s I_b^2}{p^2} \right) E_a I_{afy} \right]^{1/2} \quad (3.63)$$

Onde:

E_a e G são os módulos elásticos longitudinal e transversal do aço, respectivamente;

I_{at} é a constante de torção de St. Venant da seção de aço;

$I_{afy} = b_{fi}^3 t_{fi} / 12$, é o momento de inércia da mesa inferior;

L_b é o vão entre pontos travados lateralmente pela chegada de outras vigas ou pela existência de uma ligação apropriada nos apoios.

Se a seção de aço é duplamente simétrica, K_c é uma propriedade da seção composta pelo perfil e pelas barras de armadura, dada por:

$$K_c = \frac{h_s I_x / I_{ax}}{\left[\frac{h_s^2 / 4 + (I_{ax} + I_{ay}) / A_a}{e} \right] + h_s} \quad (3.64)$$

Onde:

$$e = \frac{A I_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)};$$

A_a (área da seção transversal da viga de aço);

I_{ax} (momento de inércia da seção de aço em relação ao eixo x);

I_{ay} (momento de inércia da seção de aço em relação ao eixo y);

h_s é a distância entre os centros das mesas do perfil metálico;

A (área da seção transversal composta sobre o apoio, desprezando-se o concreto tracionado);

I_x (momento de inércia da seção composta sobre o apoio em relação ao eixo x , desprezando-se o concreto tracionado);

y_c é a distância entre o centro de gravidade do perfil metálico e o centro da capa de concreto da laje (desprezando-se as nervuras).

Se a seção de aço possui mesas desiguais, K_c é dada por:

$$K_c = \frac{h_s I_x / I_{ax}}{\left[\frac{(y_f - y_s)^2 + (I_{ax} + I_{ay}) / A_a}{e} \right] + 2(y_f - y_j)} \quad (3.65)$$

Onde todos os termos já foram definidos anteriormente, exceto y_f , y_s e y_j :

$$y_f = h_s I_{afy} / I_{ay} \quad (3.66)$$

y_s é a distância do centróide da seção de aço ao seu centro de cisalhamento. Na fórmula abaixo, y_s fica positivo quando o centro de cisalhamento e a mesa comprimida estão do mesmo lado do centróide:

$$y_s = \frac{y_{g \text{ inf}} t_{fi} b_{fi}^3 / 12 - y_{g \text{ sup}} t_{fs} b_{fs}^3 / 12}{I_{ay}} \quad (3.67)$$

Finalmente:

$$y_j = y_s - \int_{A_a} \frac{y(x^2 + y^2) dA}{2I_{ax}} \quad (3.68)$$

Desenvolvendo-se a expressão de y_j , obtém-se:

$$y_j = y_s - \frac{t_w}{I_{ax}} \left(\frac{(y_{g \text{ sup}} - 0,5t_{fs})^4 - (y_{g \text{ inf}} - 0,5t_{fi})^4}{8} \right) - \frac{t_{fs} y_{g \text{ sup}}}{I_{ax}} \left(\frac{b_{fs}^3}{24} + \frac{y_{g \text{ sup}}^2 b_{fs}}{2} \right) + \frac{t_{fi} y_{g \text{ inf}}}{I_{ax}} \left(\frac{b_{fi}^3}{24} + \frac{y_{g \text{ inf}}^2 b_{fi}}{2} \right) \quad (3.69)$$

Onde:

b_{fs} , t_{fs} , b_{fi} , t_{fi} , t_w são dados do perfil de aço;

$y_{g \text{ sup}}$ e $y_{g \text{ inf}}$ são as distâncias do centro das mesas superior e inferior, respectivamente, ao centróide do perfil de aço.

K_s é a rigidez do pórtico formado pela laje e dois perfis de aço paralelos, e leva em conta a contribuição da rigidez da laje (k_1) e da rigidez da alma (k_2).

$$K_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (3.70)$$

$k_1 = 4E_a I_2 / c$ (para viga intermediária) ou $k_1 = 2E_a I_2 / c$ (para viga de borda, com ou sem balanço), onde c é o espaçamento entre as vigas e I_2 é o momento de inércia da laje fissurada, como determinado no anexo C desta dissertação. A armadura transversal a uma viga de borda deve ser suficiente para garantir à laje uma resistência última ao momento, por unidade de comprimento da viga, igual ou superior a: $t_w^4 f_y / 4$.

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4(1 - \nu_a^2) h_s} \quad (3.71)$$

Onde ν_a é o coeficiente de Poisson para o aço e h_s é a distância entre os eixos das mesas das vigas de aço; t_w é a espessura da alma da viga de aço.

C_4 é um coeficiente que considera a influência da forma do diagrama de momentos fletores na determinação de M_{cr} . Por meio de estudos pelo método dos elementos finitos (ECCS, 1999) foram obtidos os valores reproduzidos nas TAB. 3.3 e 3.4.

Nas tabelas a seguir, fM_{pp} é a resistência de cálculo da viga mista no meio do vão, considerando-se o coeficiente de ponderação de resistência o coeficiente β (item 3.14). $fM_{pn,a}$ e $fM_{pn,b}$ são as resistências de cálculo da ligação mista (resistência última, multiplicada pelo coeficiente de ponderação de resistência), sendo, respectivamente, a menor e a maior resistência nas duas extremidades da viga. Quando for utilizada a TAB. 3.3, $fM_{pn,a}$ e $fM_{pn,b}$ são iguais. Para valores intermediários, interpolar linearmente. As TAB. 3.3 e 3.4 são válidas quando é feita análise rígido-plástica do sistema, com cada viga carregada próximo do seu limite de resistência.

TABELA 3.3 – Coeficiente C_4 para momentos iguais nas extremidades

$fM_{pn,a}/fM_{pp}$	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
C_4	21,9	24,0	26,7	29,5	32,7	34,2

TABELA 3.4 – Coeficiente C_4 para momentos desiguais nas extremidades

$fM_{pn,b}/fM_{pp}$	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
C_4 para $fM_{pn,a}/fM_{pn,b}=0,75$	26,5	29,0	32,0	35,0	38,0	39,8
C_4 para $fM_{pn,a}/fM_{pn,b}=0,50$	30,5	33,9	37,0	40,4	44,3	45,7
C_4 para $fM_{pn,a}/fM_{pn,b}=0$	32,4	36,5	42,6	47,6	51,8	53,5

A resistência M_n à flambagem lateral com distorção (Eq. 3.56), deve ser comparada com a resistência última M_u da ligação mista, e não deve reduzir a capacidade da ligação mista ($M_n \geq M_u$).

O processo descrito é válido para nervuras perpendiculares à viga e quando (EUROCODE 4, 1992):

$$E_{cm} I_{c2} \geq 0,35 E_a t_w^3 c / d \quad (3.72)$$

Onde:

$E_{cm} I_{c2}$ é a média das rigidezes por largura unitária, da laje no meio do vão e sobre a viga considerada, desprezando-se o concreto tracionado e incluindo áreas transformadas de armadura e fôrma de aço que contribuam com a resistência;

c é o espaçamento entre as vigas;

t_w é a espessura da alma da viga de aço;

d é a altura total do perfil de aço.

Caso uma ou duas destas exigências não sejam atendidas, a flambagem deve ser verificada como se a viga fosse de aço, com a mesa superior impedida de sofrer deslocamento lateral.

No caso de vigas principais semicontínuas, onde a mesa inferior é contida nas seções onde são ligadas as vigas secundárias, as tensões nesta mesa mudam de sinal

entre os pontos de contenção. Isto implica em variação da seção resistente: perfil de aço com barras de armadura e perfil de aço com laje de concreto. Recomenda-se, para este caso, uma verificação à compressão (usando-se a curva “c” da NBR 8800, 1986) da parcela comprimida do perfil de aço (parcela da alma e mesa inferior). A parcela da alma é delimitada pela locação da linha neutra plástica do conjunto perfil metálico e barras de armadura. Como comprimento efetivo de flambagem na menor inércia, adota-se $k_y L_b$, onde o parâmetro de flambagem k_y é obtido por analogia com uma peça submetida a força normal variável (QUEIROZ, 1993), com sinais opostos nas extremidades, devido à inversão do diagrama de momentos fletores:

$$k_y = \sqrt{\frac{1 + 0,88 N_0 / N_1}{1,88}}, \text{ válida para } |N_0 / N_1| \leq 0,2 \quad (3.73)$$

Onde:

N_0 é a força normal de cálculo na seção intermediária contida lateralmente;

N_1 é a força normal de cálculo na seção junto ao apoio;

Como a tensão de escoamento f_y pode atuar em um trecho da mesa inferior, deve-se tomar o valor mínimo de N_0 como $-0,2N_1$, mesmo que $N_0 < -0,2N_1$, obtendo-se $k_y = 0,79$.

O coeficiente c_{LT} determinado por este processo (Eurocode3, 1993) deve ser aplicado ao momento plástico M_{pl} da seção, e o valor encontrado deve ser comparado com a resistência última M_u da ligação mista, não devendo reduzir a capacidade da ligação mista ($M_n \geq M_u$).

3.14.2 - Fissuração do concreto

A fissuração é praticamente inevitável quando elementos de concreto armado são submetidos à tração, e deve ser limitada a níveis que não causem desconforto visual, nem prejudiquem o funcionamento da estrutura. As aberturas máximas de fissuras são recomendadas pelas normas, dependendo da utilização da estrutura (ver por exemplo

EUROCODE 4, 1992). Além disso, taxas mínimas de armadura são também recomendadas.

3.15 – Resistência de vigas mistas semicontínuas à força cortante

Assume-se que a força cortante é resistida pelo perfil de aço isolado, embora a laje tenha uma parcela de contribuição. Da mesma forma que na flexão, a esbeltez da alma determina se a mesma é capaz de atingir a plastificação pela força cortante. A verificação da interação força cortante – momento fletor não é necessária usualmente, porque a viga não é solicitada totalmente à flexão no apoio (a ligação mista é mais fraca).

3.16 – Força normal

A teoria apresentada aqui para ligações mistas limita-se a nós submetidos à flexão somente. A força normal na viga a ser transmitida pela ligação não pode exceder 10% da resistência da seção transversal. Além deste limite, a distribuição de forças internas e a resistência à flexão do nó são afetadas pela força normal de forma significativa. Sugere-se adotar o limite de 5% da resistência axial da seção composta para a força normal (COST C1, 1999).

3.17 – Métodos de análise de vigas mistas semicontínuas utilizados neste trabalho

É utilizada análise elástica para o estado limite de utilização e análise rígido-plástica para estados limites últimos. Sob cargas de serviço, a ligação mista em questão comporta-se aproximadamente como uma mola elástica. Para cargas de cálculo, a análise rígido-plástica é usada devido à sua simplicidade.

3.17.1 - Análise elástica

É aplicável a todas as classes de seções. Como simplificação para a consideração da ligação mista, é utilizada uma mola rotacional linear para análise elástica de deslocamentos, de rigidez igual à rigidez secante inicial da ligação, correspondente a $2/3 M_u$.

É necessária a determinação da rigidez ao longo da barra analisada para:

- perfil de aço isolado, onde $E_a I_a$ é aplicável a cargas de antes da cura, para a construção não-escorada; consideram-se barras rotuladas. Desta fase, obtêm-se a flecha máxima D_{ac} e os momentos atuantes M_{ac} no trecho de momento positivo;
- cargas permanentes na viga mista, onde $E_a I$ inclui a seção de concreto transformada pela relação entre o módulo de elasticidade E_a do aço e o módulo de elasticidade E_c do concreto (Eq. 3.6) dividido por 3 (EUROCODE 4, 1992), levando em conta a deformação lenta para cargas de longa duração; nos apoios, são utilizadas molas rotacionais e é considerado o momento de inércia da laje fissurada estendendo-se por 15% do vão para cada lado (JOHNSON, 1994). O ponto exato de inflexão do diagrama de momentos depende do carregamento e da relação de momentos de inércia, porém, esta aproximação é satisfatória. Desta fase obtêm-se a flecha máxima D_l' e os momentos atuantes M_l' nos trechos de momento positivo e negativo;
- cargas permanentes na viga mista, onde $E_a I$ inclui a seção de concreto transformada pela relação entre o módulo de elasticidade E_a do aço e o módulo de elasticidade E_c do concreto, sem considerar a deformação lenta para cargas de longa duração; nos apoios e no trecho de momento fletor negativo, como no item anterior. Desta fase obtêm-se a flecha máxima D_l e os momentos atuantes M_l nos trechos de momento positivo e negativo;
- cargas variáveis na viga mista, da mesma forma que anteriormente, mas tomando o módulo de elasticidade E_c do concreto (Eq. 3.6) para cargas de curta duração; são utilizadas molas rotacionais e é considerado o momento de inércia da laje fissurada estendendo-se por 15% do vão para cada lado. Desta fase obtêm-se a flecha máxima D_{sc} e os momentos atuantes M_{sc} para os trechos de momento positivo e negativo.

Para flechas são adotados os seguintes critérios (EUROCODE 4, 1992):

$$D_{ac} + D_l' + D_{sc} \leq L / 250 \quad (L \text{ é o vão da viga}) \quad (3.74)$$

$$D_l' - D_l + D_{sc} \leq L / 350 \quad (3.75)$$

Para o primeiro critério, pode ser dada contra-flecha de fábrica, minimizando a curvatura final da viga.

Para uma avaliação rigorosa, no caso do elemento suporte ser uma viga, as flechas a serem consideradas não são valores absolutos dos nós, já que podem estar somadas aos deslocamentos dos elementos suportes. Os nós de extremidade da viga deformada a ser analisada são unidos por uma linha reta imaginária e as flechas são medidas em relação a esta linha.

Algumas normas limitam as tensões sob cargas de serviço, o que não é um estado limite, mas pode invalidar um método de análise. Por isso, as tensões na mesa tracionada do perfil metálico são limitadas em $0,9f_y$, para o trecho de momento positivo, e o momento atuante na ligação para cargas nominais totais deve ser limitado em $2M_u/3$, para que seja válida a aproximação utilizada da rigidez inicial.

Para as tensões do trecho positivo são adotados os seguintes critérios:

$$M_{ac} / W_{ai} + M_l' / W_{ef}' + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y \quad (3.76)$$

$$M_{ac} / W_{ai} + M_l / W_{ef} + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y \quad (3.77)$$

Para a ligação mista são limitados:

$$M_l' + M_{sc} \leq 2M_u/3 \quad (3.78)$$

$$M_l + M_{sc} \leq 2M_u/3 \quad (3.79)$$

A redistribuição de momentos entre os trechos mais solicitados e os menos solicitados é permitida no EUROCODE 4 (1992), mas não foi considerada neste trabalho.

O acréscimo de deformação devido à retração deve ser considerado para relações vão/altura total da viga mista maiores que 20 e deformações de retração livre maiores que 0,04% (EUROCODE 4, 1992). Tal acréscimo também não foi considerado neste trabalho.

3.17.2 - Análise rígido-plástica

É aplicável aos estados limites últimos, restringindo-se a determinados tipos de perfis. A análise é mais simples, já que os momentos de cálculo de um vão independem dos demais, não leva em consideração o método de construção e resulta em perfis mais leves. A redistribuição de momentos dá-se pela formação de rótulas plásticas, em seções onde deve existir a contenção lateral. A seção deve ser classe 1 e ter simetria em relação ao plano médio da alma. As regiões de formação de rótulas plásticas devem ter capacidade de rotação suficiente para a formação do mecanismo, sem perda de resistência. As demais seções podem ser de classe 1 ou 2.

Considera-se que a capacidade de rotação é suficiente se um vão interno qualquer não tiver comprimento maior que 1,5 vezes o comprimento de um vão adjacente e um vão de extremidade não tiver comprimento maior que 1,15 vezes o comprimento do vão adjacente (QUEIROZ *et al.*, 2001b). Além disso, não podem ser utilizados aços com tensão de escoamento superior a 350 MPa (EUROCODE 4, 1992) ou que tenham tensão de ruptura inferior a 1,25 vezes a tensão de escoamento (NBR8800, 1986).

Para cálculo de esforços atuantes de cálculo, o momento de cálculo resistente da ligação mista é aplicado em cada apoio e, por equilíbrio, em função do carregamento de cálculo, todos os esforços são determinados.

4

DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

4.1 – Introdução

Neste capítulo é feita uma descrição do modelo utilizado no programa desenvolvido e dos tipos de análises necessárias. São apresentados também fluxogramas, que esquematizam de forma resumida as duas etapas de funcionamento: a entrada de dados (item 4.5) e o cálculo propriamente dito (item 4.6).

A entrada de dados é feita de forma dinâmica em quadros de diálogos, que são praticamente auto-explicativos. Nesta etapa, algumas verificações são necessárias antes do prosseguimento para a etapa de cálculo.

O cálculo propriamente dito é executado rapidamente, e arquivos de resultados são montados e exibidos na tela, com a possibilidade de impressão dos resultados.

São reproduzidas também as interfaces do programa desenvolvido com o usuário, para que se tenha uma idéia de como seria sua utilização prática (item 4.7).

4.2 – Escolha do modelo

No programa desenvolvido, são previstos três tipos de apoios para a linha de vigas: alma de pilar, mesa de pilar e viga. Os dois primeiros são tratados como apoios indeslocáveis no modelo, e somente suas dimensões na direção da linha de vigas são utilizadas no dimensionamento. Como havia a intenção de se fazer uma verificação completa da ligação com cantoneiras na alma da viga, as dimensões de todo o perfil são solicitadas como dados de entrada. Não tendo sido possível implementar estes cálculos, os dados ficam disponíveis para uma versão posterior.

Em se tratando de alma de pilar como elemento de apoio para a linha de vigas, a mesma não possui rigidez suficiente para absorver momento da ligação. A rigor, a mesma consideração não poderia ser feita para uma mesa de pilar como elemento de apoio, já que sua rigidez é bem significativa. Para uma análise rigorosa, seria necessário entrar-se com todos os trechos dos pilares, com perfis e vãos corretos, o que fugiria do escopo deste trabalho. Adotou-se a hipótese de que o momento absorvido pelo pilar, estando a ligação na alma ou na mesa, seria desprezível. Verificações locais do pilar que se julgarem necessárias devem ser feitas à parte. A utilização de enrijecedores transversais pode ser necessária no caso de ligação na mesa do pilar para garantir a indeslocabilidade horizontal da mesma, como considerado nos modelos.

Em se tratando de viga como elemento suporte, é necessário que suas propriedades como viga de aço ou como viga mista sejam utilizadas corretamente na análise de deslocamentos. A necessidade ou não de se considerar a deslocabilidade vertical do apoio da linha de vigas será avaliada em um exemplo resolvido.

No programa desenvolvido foi utilizado um programa de análise de grelhas, e não de vigas contínuas, para que fosse possível a utilização de vigas como elementos suportes. É prevista, para as vigas suportes, a existência de uma ou de duas linhas de vigas, com ligações semicontínuas ou não. Os vãos das vigas semicontínuas podem variar. A posição da linha de vigas nas vigas suportes pode ser a um terço do vão e a dois terços do vão (no caso de duas linhas de vigas), ou no meio do vão (no caso de uma linha de vigas). As extremidades das linhas de vigas e as extremidades das vigas suportes são sempre consideradas rotuladas no plano de flexão. Na FIG. 4.1 estão alguns dos possíveis modelos de análise.

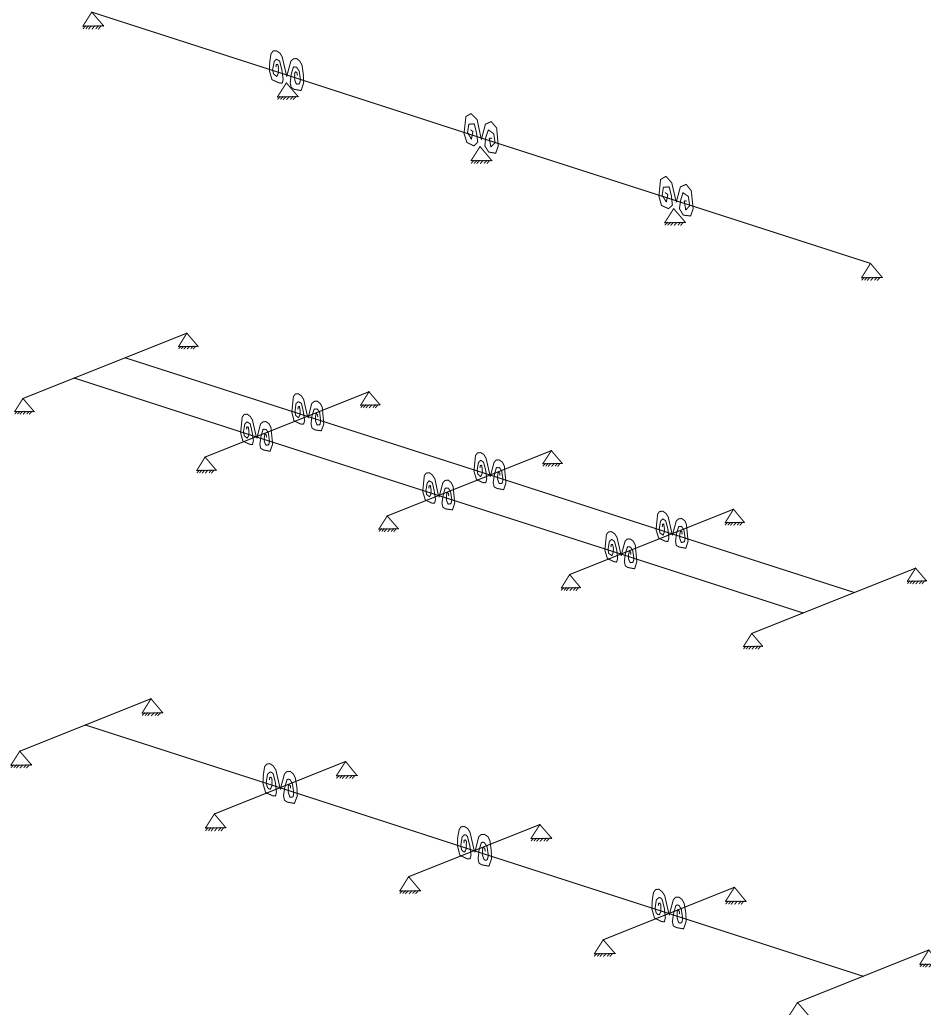


FIGURA 4.1 – Modelos de análise

4.3 – Análise na fase de concretagem

Todas as considerações deste trabalho só são válidas para construções não-escoradas. Para a fase de concretagem, o único elemento da ligação mista que poderia ser considerado seria as cantoneiras da alma, cuja resistência à flexão poderia contribuir para a redução do momento fletor positivo. Somente para pisos com uma carga antes da cura alta em relação à carga total (por exemplo, pisos de garagens), o momento antes da

cura torna-se crítico no dimensionamento, e esta consideração torna-se interessante. Em outros casos, sua contribuição não é muito importante, optando-se, neste trabalho, por considerar as ligações perfeitamente rotuladas antes da cura.

Partindo-se desta hipótese, são calculados os momentos fletores (nominais e de cálculo, com uma sobrecarga na fase de concretagem de 1 kN/m^2) e as flechas nas vigas de aço.

4.4 – Análise após a cura do concreto

Após a cura do concreto, todos os elementos componentes das ligações mistas tornam-se efetivos, e as vigas trabalham como vigas mistas. Desenvolvem-se momentos negativos equivalentes às resistências das ligações mistas, quando as vigas são carregadas até próximo de sua resistência última. Considerou-se que todos os tramos são carregados de forma a garantir a ocorrência de momentos positivos próximos aos de plastificação das vigas mistas. Assim, não foi feita a hipótese de carregamentos de tramos alternados com sobrecarga.

A obtenção dos esforços de cálculo dá-se por análise rígido-plástica, onde as rótulas plásticas formam-se nos apoios com ligações mistas. As equações do momento fletor e da força cortante de cálculo em uma seção qualquer, distante x do apoio esquerdo, são dadas por:

$$M_d = M_{d(x)} - fM_{uesq} \frac{L-x}{L} - fM_{udir} \frac{x}{L} \quad (4.1)$$

$$V_d = V_{d(x)} + fM_{uesq} / L - fM_{udir} / L \quad (4.2)$$

Onde:

M_d e V_d são o momento fletor e a força cortante de cálculo, respectivamente, em uma seção qualquer;

$M_{d(x)}$ e $V_{d(x)}$ são as equações de momento fletor e força cortante de cálculo, respectivamente, em função de x ;

$\phi M_{u\text{ esq}}$ e $\phi M_{u\text{ dir}}$ são os momentos resistentes de cálculo das ligações mistas à esquerda e à direita, respectivamente, tomando-se o coeficiente de ponderação de resistência $\phi=0,85$;

L é o vão da viga;

x é a coordenada da seção onde se deseja calcular os esforços, a partir do apoio esquerdo.

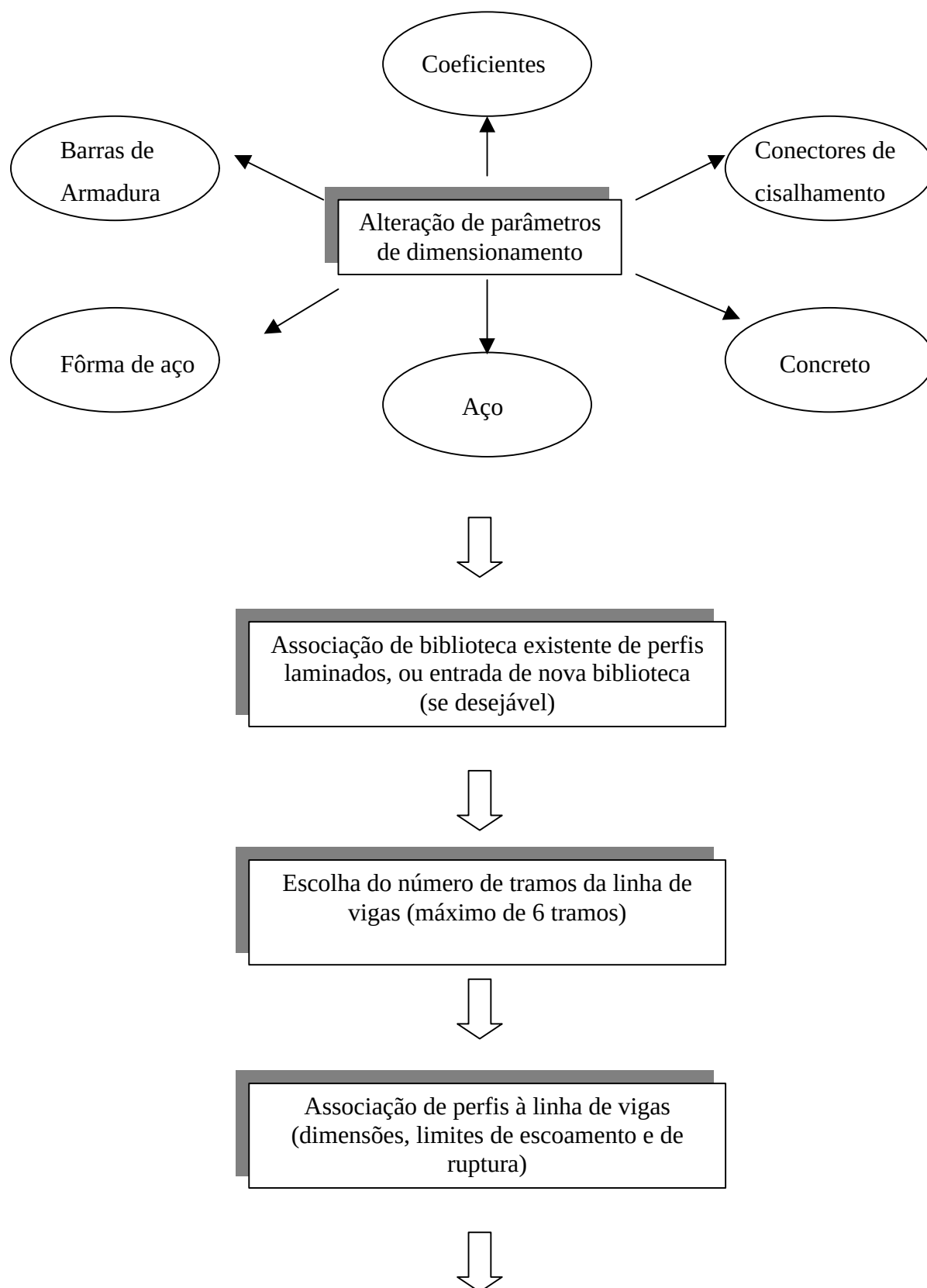
A partir destas equações são determinados os esforços máximos de cálculo.

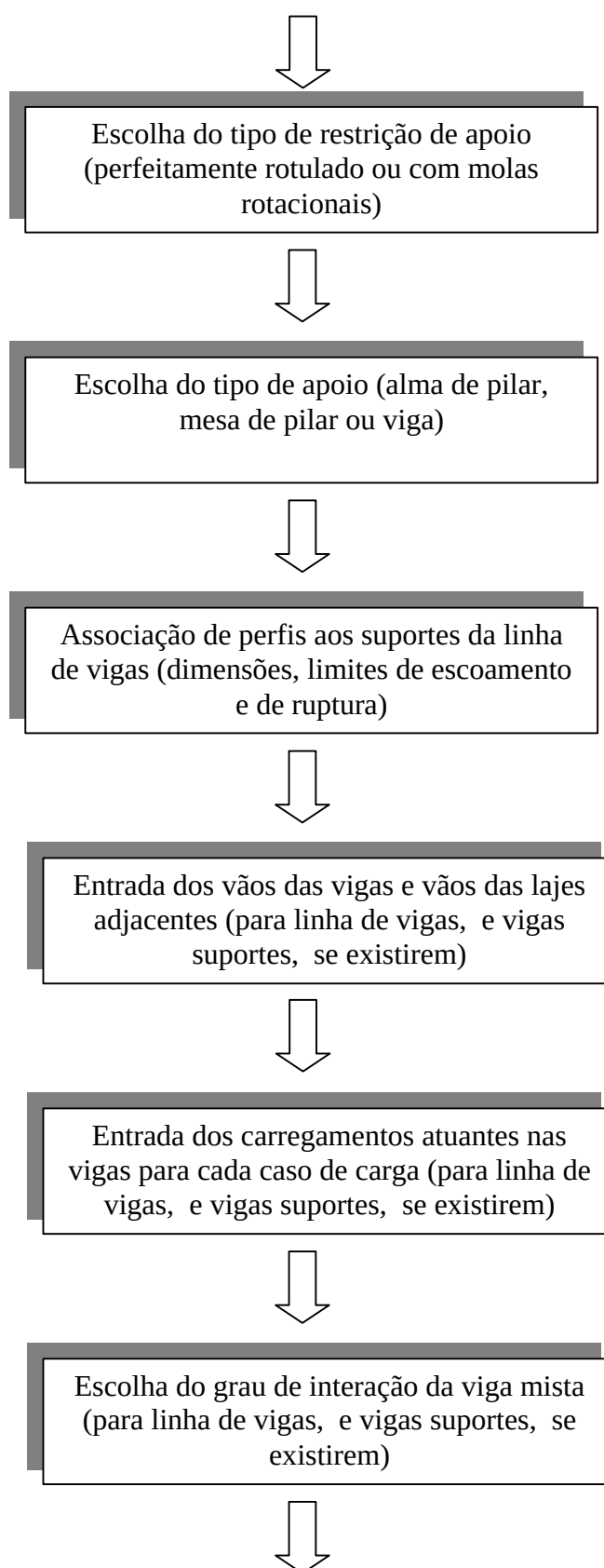
A obtenção de momentos fletores e flechas devidos a cargas de serviço atuantes após a cura é feita por análise elástica. São introduzidas molas rotacionais nas extremidades das vigas, com rigidez equivalente à da ligação mista.

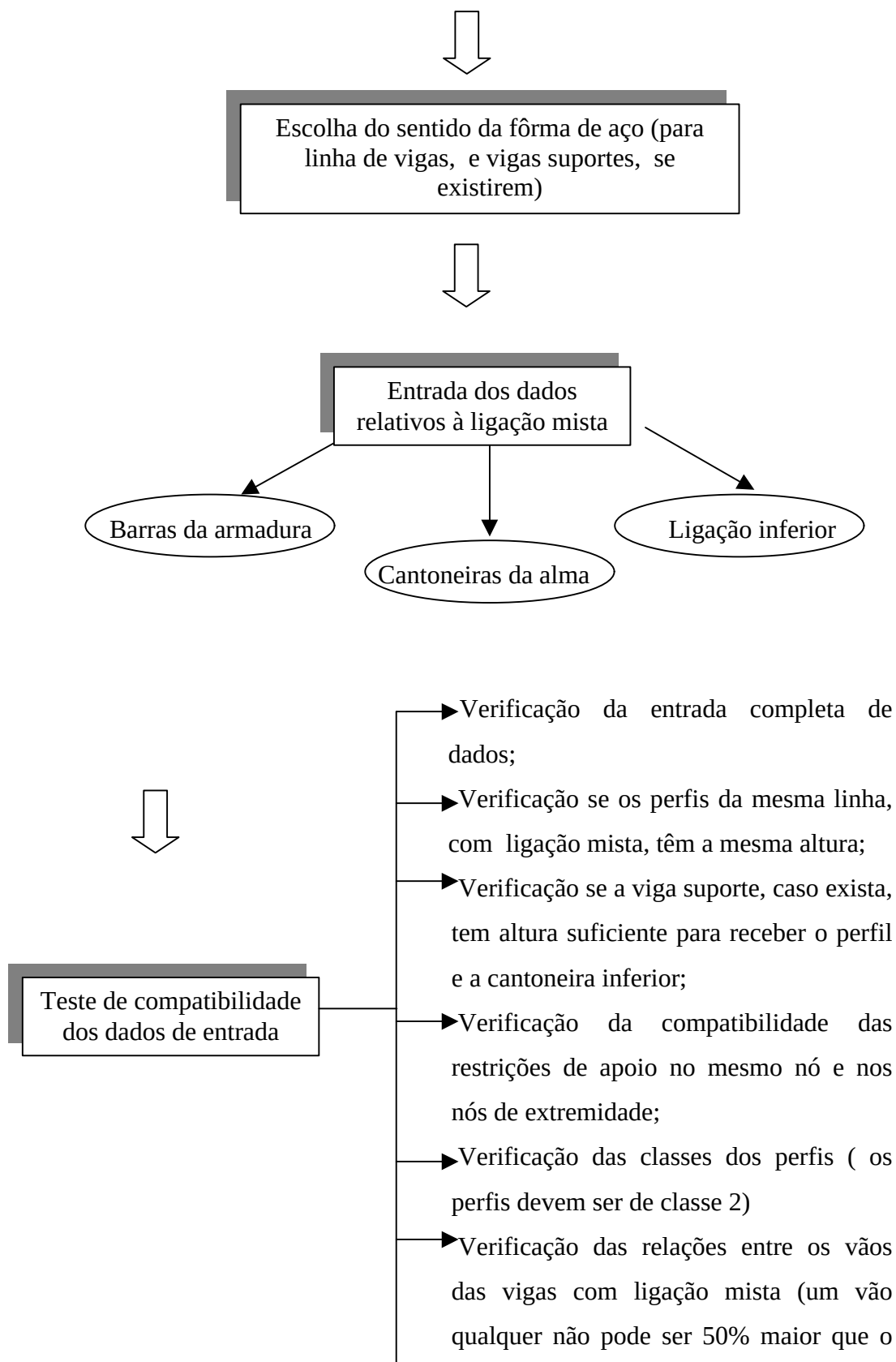
Para cargas de longa duração (carga permanente após a cura), são feitas duas análises, incluindo ou não os efeitos de longa duração. A inclusão de tais efeitos é feita por meio de redução da rigidez do concreto, dividindo-se seu módulo de elasticidade por três. A diferença entre os resultados das duas análises é somada à sobrecarga de utilização para o cálculo das flechas.

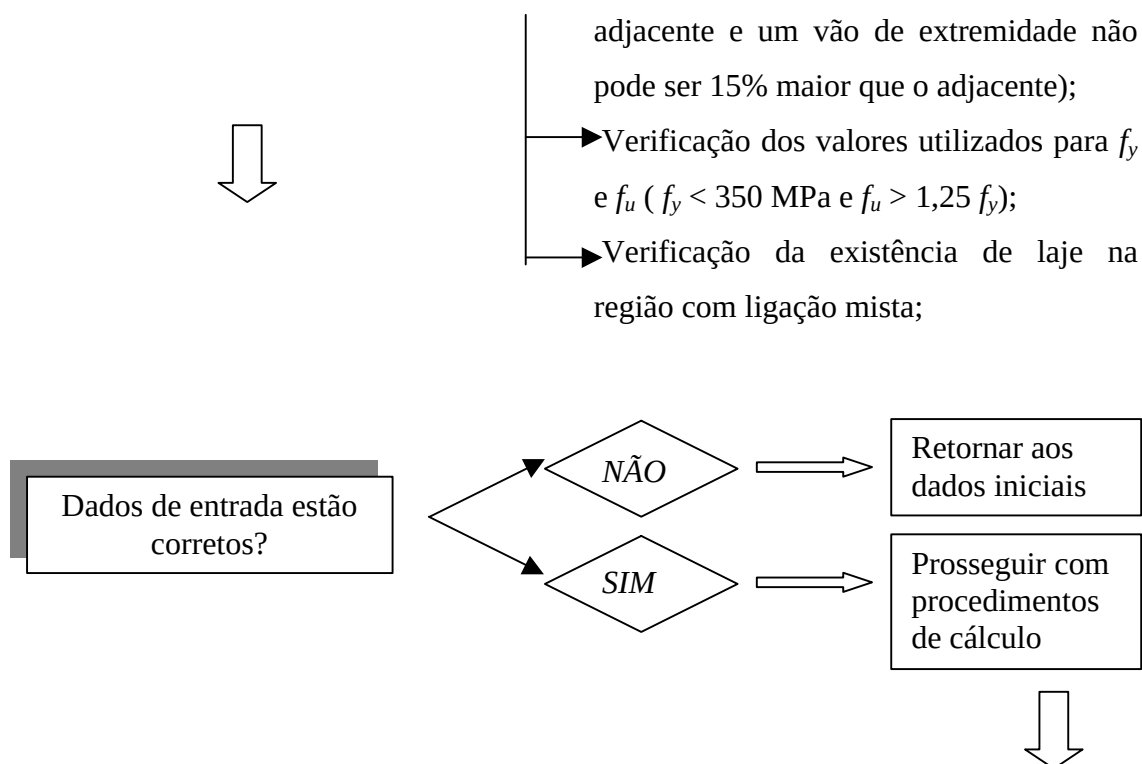
Para cálculo das tensões atuantes no trecho de momento positivo, são somados os efeitos de antes e após a cura. O valor do momento atuante na ligação mista para cargas nominais deve ser limitado, assim como as tensões, ao regime elástico, uma vez que as flechas são calculadas neste regime.

4.5 – Entrada de dados - Fluxograma

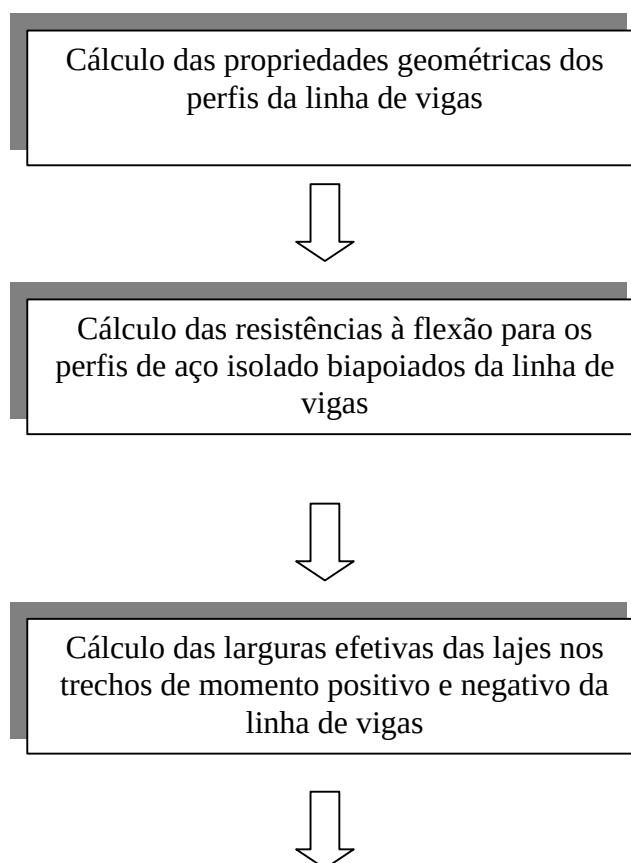








4.6 – Procedimentos de cálculo – Fluxograma





Cálculo das resistências da linha de vigas como vigas mistas, com interação total entre aço e concreto



Cálculo das resistências da linha de vigas como vigas mistas, com interação parcial, conforme dados de entrada



Cálculo da resistência dos conectores de cisalhamento da linha de vigas

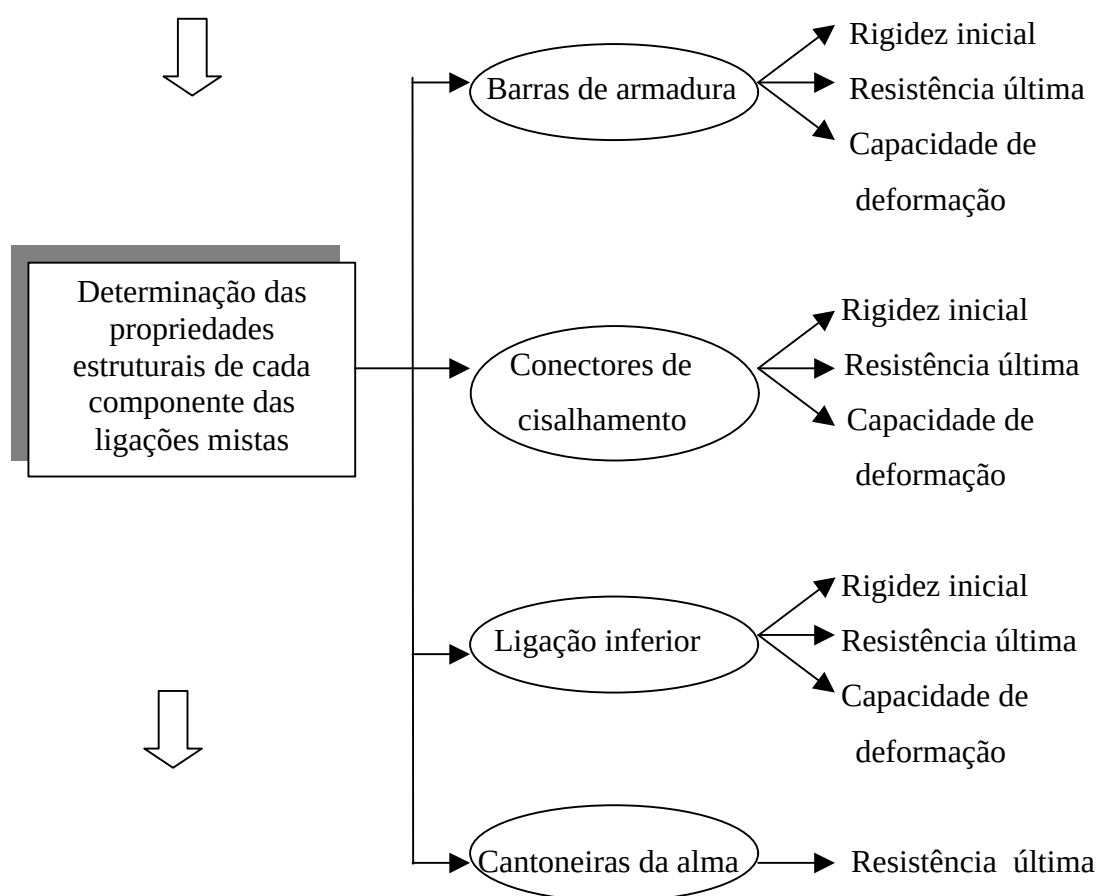


Cálculo das propriedades geométricas das seções mistas da linha de vigas p/ interação total, para cargas de curta e longa duração



Cálculo das propriedades geométricas das seções mistas da linha de vigas p/ interação parcial, para cargas de curta e longa duração

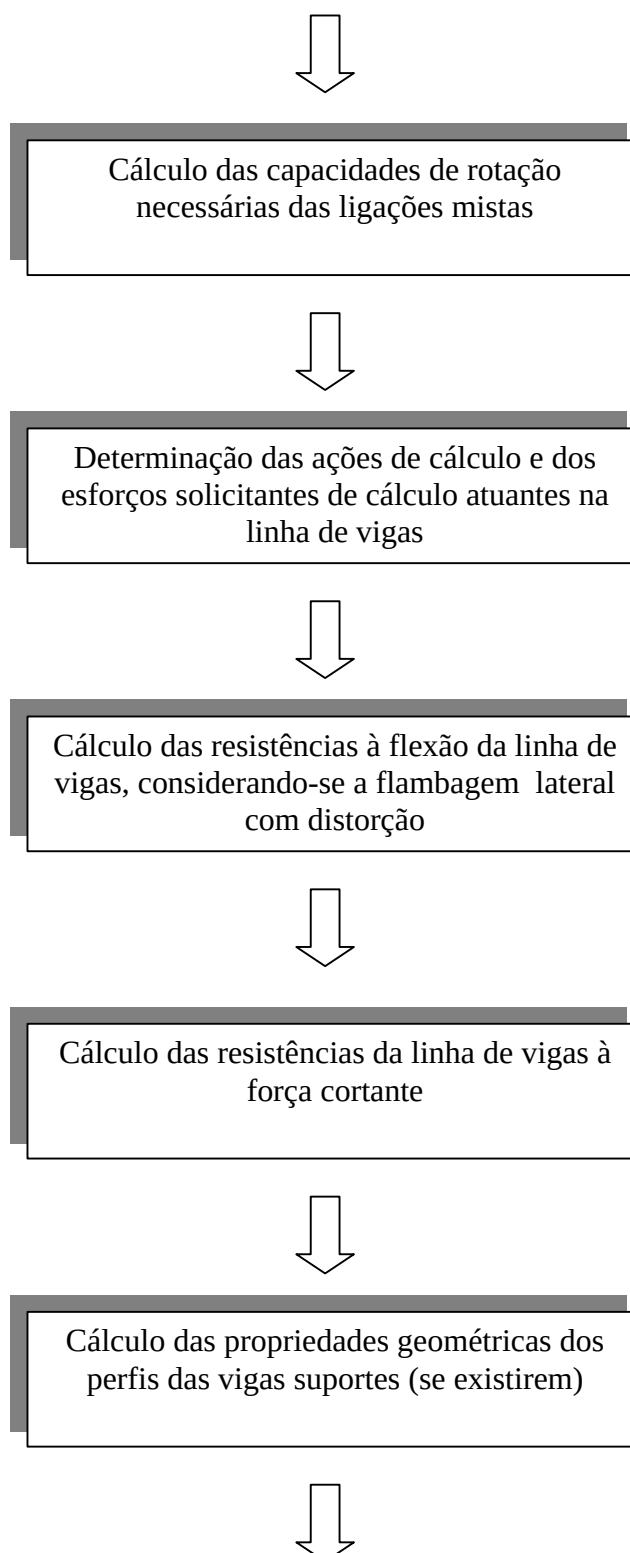


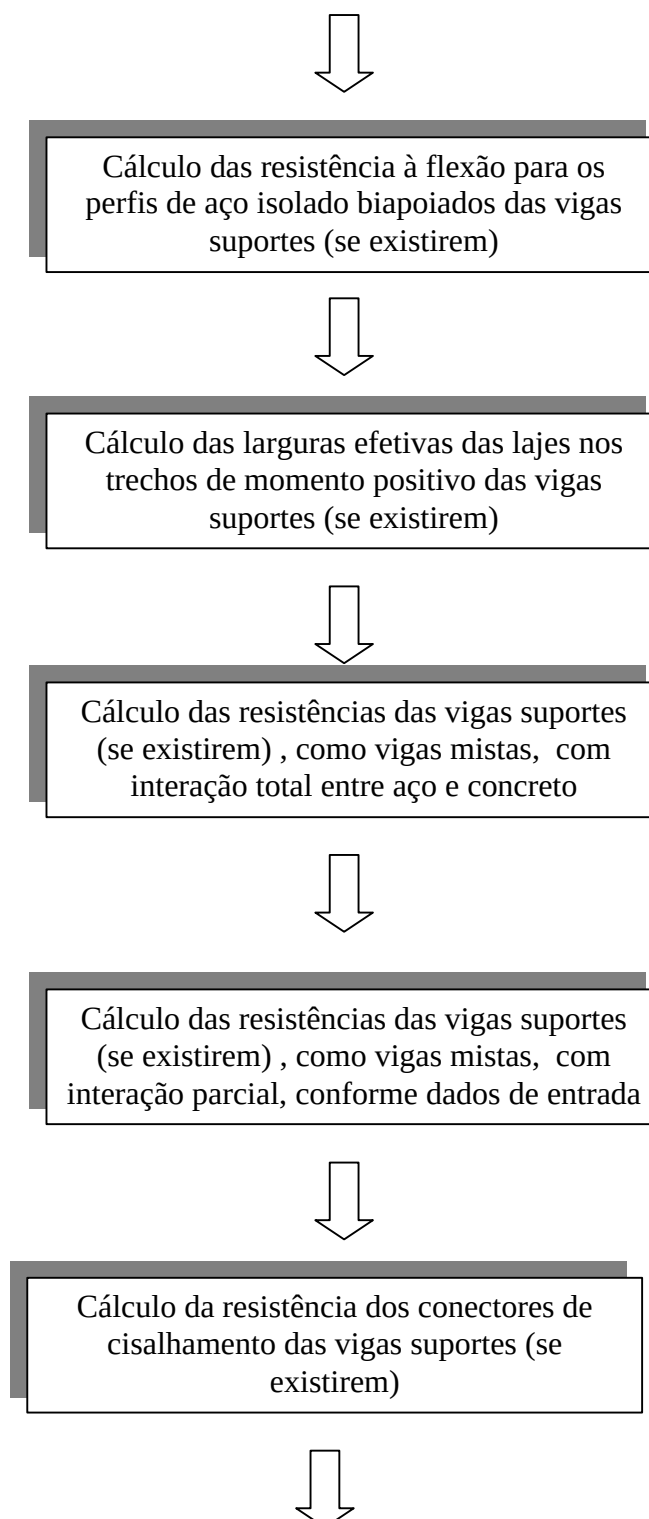


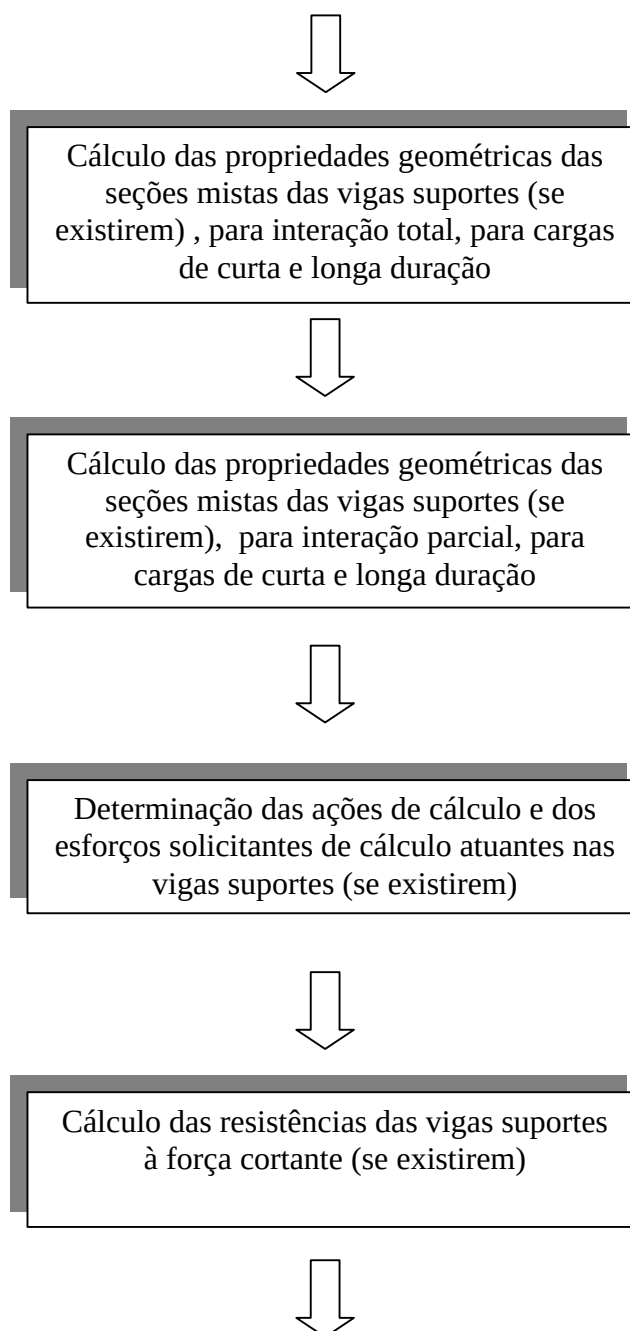
Cálculo das resistências últimas das ligações mistas, considerando todos os elementos componentes

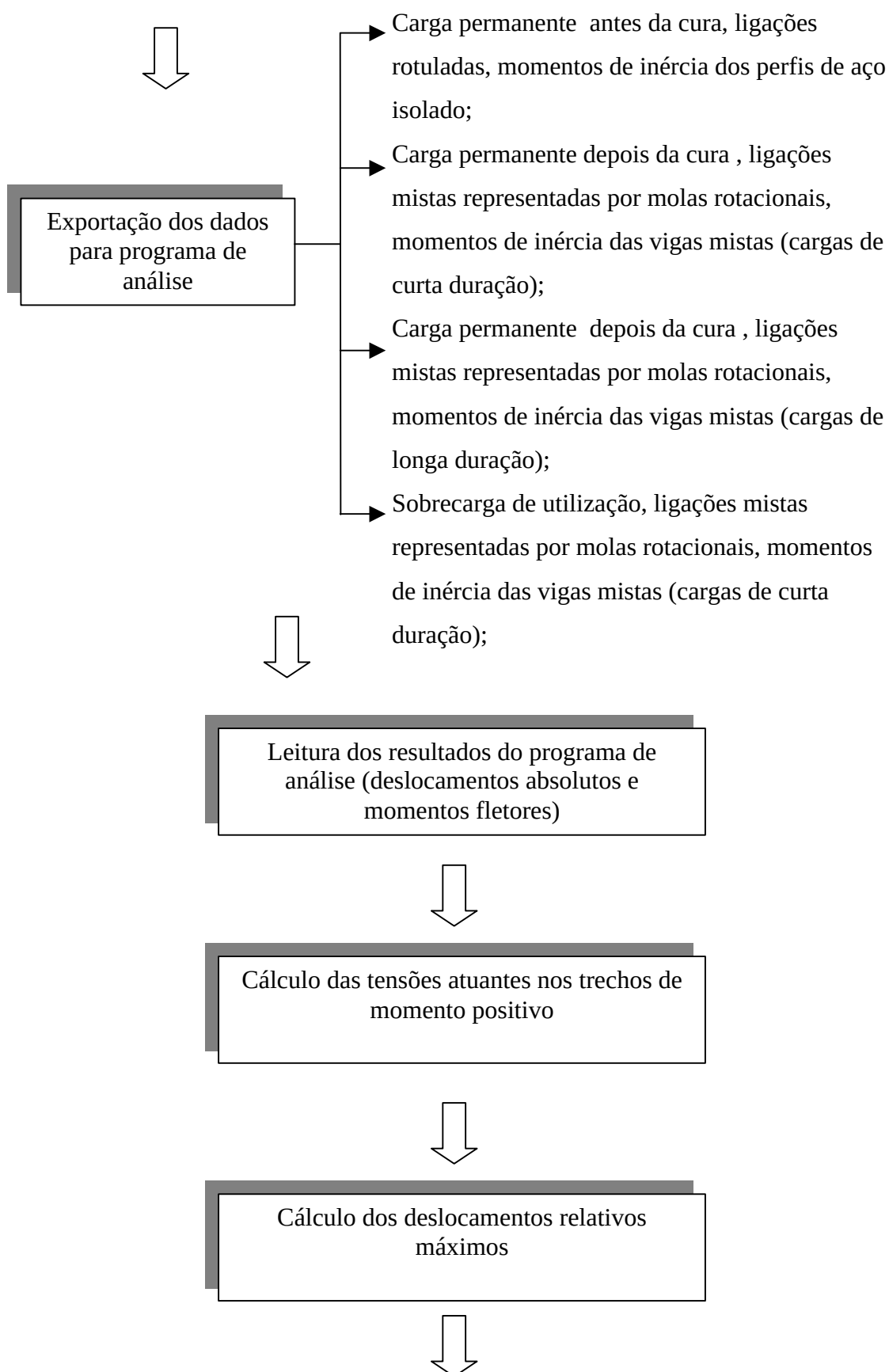
Cálculo das rigidezes iniciais das ligações mistas, considerando todos os elementos componentes

Cálculo das capacidades de rotação das ligações mistas, considerando todos os elementos componentes











4.7 – Interfaces com o usuário

Na FIG. 4.2 pode ser vista a tela inicial do programa. Os dados “cliente” e “obra” são opcionais. O campo “data” é preenchido automaticamente. O campo “número de barras” refere-se aos tramos da linha de vigas, não importando o tipo de apoio. O número de tramos tem uma limitação, decorrente do programa de análise utilizado, cuja capacidade é de 100 barras (no caso, trechos entre nós) ou 100 nós. No modelo utilizado, esta limitação é alcançada com 6 tramos na linha de vigas, todos os apoios sendo vigas suportes, e havendo duas linhas de vigas por viga suporte.

O botão “Altera parâmetros de dimensionamento” leva às telas representadas pelas FIG. 4.3 a 4.8 . O botão “Associa biblioteca de perfis laminados” leva à tela representada pela FIG. 4.9.

A imagem mostra a interface gráfica de um software chamado "Ligações semicontínuas". A janela possui um título com um ícone de ferramenta e o nome do programa. O conteúdo é dividido em duas seções principais: "ENTRADA DE DADOS INICIAIS" e "ENTRADA DE DADOS DAS BARRAS".

Na seção "ENTRADA DE DADOS INICIAIS", há campos para:

- Cliente:** Um campo de texto contendo "Exemplo".
- Obra:** Um campo de texto contendo "Dissertação de Mestrado".
- Data:** Um campo de data contendo "04/05/03".
- Número de barras:** Um campo com um spinner contendo o valor "6", com o subtítulo "(tramos da linha de vigas)".

Do lado direito desta seção, há dois botões empilhados:

- Altera parâmetros de dimensionamento**
- Associa biblioteca de perfis laminados**

A seção "ENTRADA DE DADOS DAS BARRAS" contém uma lista de opções em botões empilhados:

- PERFIS**
- RESTRICÇÕES DE APOIO**
- VÃOS**
- CARREGAMENTOS**
- LIGAÇÃO MISTA**

Na base da janela, há mais dois botões empilhados:

- TESTAR COMPATIBILIDADE DOS DADOS**
- RESULTADOS**

FIGURA 4.2 – Tela de dados iniciais

A FIG. 4.3 mostra a tela de alteração dos parâmetros referentes aos conectores de cisalhamento. Passando-se o *mouse* sobre cada item, aparece uma explicação resumida de cada termo:

- *diâmetro*: diâmetro do conector, ≥ 19 mm;
- h_{cs} : comprimento do conector após soldagem;
- f_{uc} : limite de resistência à tração do aço do conector;
- k_{cs} : relação carga-escorregamento do conector; varia de acordo com o diâmetro, tipo e posicionamento da fôrma utilizada e com o número de conectores por nervura;
- a : distância da face do elemento de apoio ao primeiro conector;

Estes dados são utilizados no cálculo das propriedades dos conectores utilizados na ligação mista.

No programa utilizado, o número de conectores na saída de resultados não prevê redução de resistência devida à existência de mais de um conector por nervura, ficando esta análise a cargo do projetista.

The image shows a software window titled "Ligações semicontínuas". It has several tabs: "Conectores", "Concreto", "Aço", "Fôrma de aço", "Armadura da Ligação Mista", and "Coeficientes". The "Conectores" tab is selected. Inside this tab, there is a section titled "Conectores tipo pino com cabeça:". Below this title, there are five rows of input fields with labels and units:

- diâmetro=** [19] mm
- h_{cs} =** [125] mm
- f_{uc} =** [415] MPa
- k_{cs} =** [1000] kN/cm
- a =** [100] mm

 At the bottom of the window, there are two buttons: "OK" and "Cancelar".

FIGURA 4.3 –Alteração de parâmetros de dimensionamento – conectores

A FIG. 4.4 mostra a tela de alteração dos parâmetros referentes ao concreto utilizado. Passando-se o *mouse* sobre cada item, aparece uma explicação resumida de cada termo:

- f_{ck} : resistência característica do concreto à compressão, $\leq 28\text{MPa}$;
- posicionamento da armadura principal: distância do centro da armadura principal da ligação mista ao topo da laje;
- peso específico: peso específico do concreto, $\geq 15\text{ kN/m}^3$.

As limitações acima são impostas pela NBR 8800 (1986).

A imagem mostra uma janela de software intitulada "Ligações semicontínuas". No topo, há uma barra de menu com as seguintes opções: "Conectores", "Concreto" (destacado), "Aço", "Fôrma de aço", "Armadura da Ligação Mista" e "Coeficientes". Abaixo da barra, há uma área de entrada de dados com três linhas:

Parâmetro	Valor	Unidade
f_{ck}	20	MPa
posicionamento da armadura principal	35	mm
peso específico	24	kN/m³

Na base da janela, há dois botões: "OK" e "Cancelar".

FIGURA 4.4 –Alteração de parâmetros de dimensionamento – concreto

A FIG. 4.5 mostra a tela de alteração dos parâmetros referentes aos aços dos perfis e ligações utilizadas. Passando-se o *mouse* sobre cada item, aparece uma explicação resumida de cada termo:

- f_y : limites de escoamento do aço das cantoneiras da alma e da cantoneira inferior;
- f_u : limites de resistência à tração do aço das cantoneiras da alma, da cantoneira inferior e dos parafusos;

The image shows a software window titled "Ligações semicontínuas" with a tabbed interface. The "Aço" tab is selected, showing input fields for material properties. The "Conectores" tab is also visible. The "Aço" tab contains three sections: "Cantoneiras da alma:" with $f_y = 250$ MPa and $f_u = 410$ MPa; "Cantoneira inferior:" with $f_y = 360$ MPa and $f_u = 485$ MPa; and "Parafusos:" with $f_u = 825$ MPa. The "Conectores" tab is visible in the background, showing a table of connector properties. The "OK" and "Cancelar" buttons are at the bottom.

Conectores	Concreto	Aço	Fôrma de aço	Armadura da Ligação Mista	Coefficientes
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102
103	104	105	106	107	108
109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126
127	128	129	130	131	132
133	134	135	136	137	138
139	140	141	142	143	144
145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156
157	158	159	160	161	162
163	164	165	166	167	168
169	170	171	172	173	174
175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186
187	188	189	190	191	192
193	194	195	196	197	198
199	200	201	202	203	204
205	206	207	208	209	210
211	212	213	214	215	216
217	218	219	220	221	222
223	224	225	226	227	228
229	230	231	232	233	234
235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246
247	248	249	250	251	252
253	254	255	256	257	258
259	260	261	262	263	264
265	266	267	268	269	270
271	272	273	274	275	276
277	278	279	280	281	282
283	284	285	286	287	288
289	290	291	292	293	294
295	296	297	298	299	300
301	302	303	304	305	306
307	308	309	310	311	312
313	314	315	316	317	318
319	320	321	322	323	324
325	326	327	328	329	330
331	332	333	334	335	336
337	338	339	340	341	342
343	344	345	346	347	348
349	350	351	352	353	354
355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366
367	368	369	370	371	372
373	374	375	376	377	378
379	380	381	382	383	384
385	386	387	388	389	390
391	392	393	394	395	396
397	398	399	400	401	402
403	404	405	406	407	408
409	410	411	412	413	414
415	416	417	418	419	420
421	422	423	424	425	426
427	428	429	430	431	432
433	434	435	436	437	438
439	440	441	442	443	444
445	446	447	448	449	450
451	452	453	454	455	456
457	458	459	460	461	462
463	464	465	466	467	468
469	470	471	472	473	474
475	476	477	478	479	480
481	482	483	484	485	486
487	488	489	490	491	492
493	494	495	496	497	498
499	500	501	502	503	504
505	506	507	508	509	510
511	512	513	514	515	516
517	518	519	520	521	522
523	524	525	526	527	528
529	530	531	532	533	534
535	536	537	538	539	540
541	542	543	544	545	546
547	548	549	550	551	552
553	554	555	556	557	558
559	560	561	562	563	564
565	566	567	568	569	570
571	572	573	574	575	576
577	578	579	580	581	582
583	584	585	586	587	588
589	590	591	592	593	594
595	596	597	598	599	600
601	602	603	604	605	606
607	608	609	610	611	612
613	614	615	616	617	618
619	620	621	622	623	624
625	626	627	628	629	630
631	632	633	634	635	636
637	638	639	640	641	642
643	644	645	646	647	648
649	650	651	652	653	654
655	656	657	658	659	660
661	662	663	664	665	666
667	668	669	670	671	672
673	674	675	676	677	678
679	680	681	682	683	684
685	686	687	688	689	690
691	692	693	694	695	696
697	698	699	700	701	702
703	704	705	706	707	708
709	710	711	712	713	714
715	716	717	718	719	720
721	722	723	724	725	726
727	728	729	730	731	732
733	734	735	736	737	738
739	740	741	742	743	744
745	746	747	748	749	750
751	752	753	754	755	756
757	758	759	760	761	762
763	764	765	766	767	768
769	770	771	772	773	774
775	776	777	778	779	780
781	782	783	784	785	786
787	788	789	790	791	792
793	794	795	796	797	798
799	800	801	802	803	804
805	806	807	808	809	810
811	812	813	814	815	816
817	818	819	820	821	822
823	824	825	826	827	828
829	830	831	832	833	834
835	836	837	838	839	840
841	842	843	844	845	846
847	848	849	850	851	852
853	854	855	856	857	858
859	860	861	862	863	864
865	866	867	868	869	870
871	872	873	874	875	876
877	878	879	880	881	882
883	884	885	886	887	888
889	890	891	892	893	894
895	896	897	898	899	900
901	902	903	904	905	906
907	908	909	910	911	912
913	914	915	916	917	918
919	920	921	922	923	924
925	926	927	928	929	930
931	932	933	934	935	936
937	938	939	940	941	942
943	944	945	946	947	948
949	950	951	952	953	954
955	956	957	958	959	960
961	962	963	964	965	966
967	968	969	970	971	972
973	974	975	976	977	978
979	980	981	982	983	984
985	986	987	988	989	990
991	992	993	994	995	996
997	998	999	1000	1001	1002
1003	1004	1005	1006	1007	1008
1009	1010	1011	1012	1013	1014
1015	1016	1017	1018	1019	1020
1021	1022	1023	1024	1025	1026
1027	1028	1029	1030	1031	1032
1033	1034	1035	1036	1037	1038
1039	1040	1041	1042	1043	1044
1045	1046	1047	1048	1049	1050
1051	1052	1053	1054	1055	1056
1057	1058	1059	1060	1061	1062
1063	1064	1065	1066	1067	1068
1069	1070	1071	1072	1073	1074
1075	1076	1077	1078	1079	1080
1081	1082	1083	1084	1085	1086
1087	1088	1089	1090	1091	1092
1093	1094	1095	1096	1097	1098
1099	1100	1101	1102	1103	1104
1105	1106	1107	1108	1109	1110
1111	1112	1113	1114	1115	1116
1117	1118	1119	1120	1121	1122
1123	1124	1125	1126	1127	1128
1129	1130	1131	1132	1133	1134
1135	1136	1137	1138	1139	1140
1141	1142	1143	1144	1145	1146
1147	1148	1149	1150	1151	1152
1153	1154	1155	1156	1157	1158
1159	1160	1161	1162	1163	1164
1165	1166	1167	1168	1169	1170
1171	1172	1173	1174	1175	1176
1177	1178	1179	1180	1181	1182
1183	1184	1185	1186	1187	1188
1189	1190	1191	1192	1193	1194
1195	1196	1197	1198	1199	1200
1201	1202	1203	1204	1205	1206
1207	1208	1209	1210	1211	1212
1213	1214	1215	1216	1217	1218
1219	1220	1221	1222	1223	1224
1225	1226	1227	1228	1229	1230
1231	1232	1233	1234	1235	1236
1237	1238	1239	1240	1241	1242
1243	1244	1245	1246	1247	1248
1249	1250	1251	1252	1253	1254
1255	1256	1257	1258	1259	1260
1261	1262	1263	1264	1265	1266
1267	1268	1269	1270	1271	1272
1273	1274	1275	1276	1277	1278
1279	1280	1281	1282	1283	1284
1285	1286	1287	1288	1289	1290
1291	1292	1293	1294	1295	1296
1297	1298	1299	1300	1301	1302
1303	1304	1305	1306	1307	1308
1309	1310	1311	1312	1313	1314
1315	1316	1317	1318	1319	1320
1321	1322	1323	1324	1325	1326
1327	1328	1329	1330	1331	1332
1333	1334	1335	1336	1337	1338
1339	1340	1341	13		

A FIG. 4.6 mostra a tela de alteração dos parâmetros referentes à fôrma de aço utilizada. Passando-se o *mouse* sobre cada item, aparece uma explicação resumida de cada termo:

- h_f : altura nominal da nervura, ≤ 75 mm;
- t_c : espessura da capa de concreto acima das nervuras, ≥ 50 mm;
- b_f : largura média da mísula ou da nervura sobre a viga, ≥ 50 mm;
- $b_{f(min)}$: largura mínima da onda;
- L : comprimento de uma onda;
- Área: área da fôrma por metro linear;
- Inércia: momento de inércia da fôrma por metro linear;
- Y_{cg} : Posição do centro de gravidade da fôrma (em relação à face inferior);

As limitações acima são impostas pela NBR 8800 (1986).

Ligações semicontínuas

Conectores | Concreto | Aço | **Fôrma de aço** | Armadura da Ligação Mista | Coeficientes

h_f = 75 mm
 t_c = 70 mm
 b_f = 137 mm
 $b_{f(min)}$ = 119 mm
 L = 274 mm
 Área = 11.12 cm²/m
 Inércia = 101.71 cm⁴/m
 Y_{cg} = 3.749 cm

Atenção! As dimensões da fôrma de aço devem atender às limitações da NBR-8800/86

OK Cancelar

FIGURA 4.6 –Alteração de parâmetros de dimensionamento – fôrma de aço

A FIG. 4.7 mostra a tela de alteração dos parâmetros referentes à armadura da ligação mista. Os únicos parâmetros passíveis de alteração são:

- f_{ys} : limite de escoamento do aço das barras de armadura;

- e_{su} : deformação última da barra de armadura isolada.

The image shows a software dialog box titled "Ligações semicontínuas". It has a tabbed interface with the following tabs: "Conectores", "Concreto", "Aço", "Fôrma de aço", "Armadura da Ligação Mista" (which is the active tab), and "Coeficientes". Inside the active tab, there are two input fields. The first is labeled "Limite de escoamento:" and contains the text "fys=" followed by a text box with the value "500" and the unit "MPa". The second is labeled "Deformação última da barra de armadura isolada:" and contains the text "ε su=" followed by a text box with the value "0.06". At the bottom of the dialog box, there are two buttons: "OK" and "Cancelar".

FIGURA 4.7 –Alteração de parâmetros de dimensionamento – armadura

Na FIG. 4.8 pode ser vista a última tela de alteração dos parâmetros de dimensionamento, onde são escolhidos os coeficientes utilizados:

- coeficientes de ponderação das ações;
- coeficiente de minoração do momento plástico no trecho positivo (não se trata de coeficiente de ponderação de resistência e sim da incapacidade da viga mista atingir a plastificação total). A alteração deste coeficiente altera a capacidade de rotação necessária da ligação.

A janela de diálogo intitulada "Ligações semicontínuas" possui uma barra de menu com as seguintes opções: Conectores, Concreto, Aço, Fôrma de aço, Armadura da Ligação Mista e Coeficientes. A aba "Coeficientes" está selecionada. O conteúdo da janela é organizado em dois grupos principais:

- Coeficiente de ponderação das ações:** Este grupo contém três campos de entrada numérica:
 - Cargas antes da cura: 1.3
 - Carga permanente: 1.4
 - Sobrecarga de utilização: 1.5
- Coeficiente de minoração do momento plástico no trecho positivo(p/ não ser atingida a plastificação total):** Este grupo contém um campo de seleção com o valor 0.9.

Na base da janela, há dois botões: "OK" e "Cancelar".

FIGURA 4.8 –Alteração de parâmetros de dimensionamento – coeficientes

A abertura da tela representada pela FIG. 4.10 é através do botão “perfis”, na tela inicial do programa (FIG. 4.2), e a mesma é chamada cada vez que se faz uma associação de perfil às barras da linha de vigas ou às vigas suportes. Se um catálogo de perfis laminados está associado e o botão “perfil soldado” é alterado para “perfil laminado”, os campos com as dimensões do perfil são automaticamente travados e aparece um novo campo com os nomes de perfis laminados disponíveis. Ao ser escolhido um perfil laminado, as dimensões são preenchidas automaticamente. Complementam as informações sobre o perfil associado, o limite de escoamento f_y e o limite de resistência à tração f_u .

Dimensão	Valor	Unidade
d	300	mm
b _{fs}	180	mm
b _{fi}	180	mm
t _{fs}	9.5	mm
t _{fi}	9.5	mm
t _w	8	mm
f _y	250	MPa
f _u	400	MPa

FIGURA 4.10 –Associação de perfis

A abertura da tela representada pela FIG. 4.11 é através do botão “restrições de apoio” da tela inicial (FIG. 4.2). Ao ser escolhido o esboço do diagrama de momentos fletores, está sendo indicada a existência ou não da ligação mista em cada extremidade da viga.

É escolhido o tipo de suporte (viga, mesa de pilar, alma de pilar) e seu perfil é associado através do botão “editar”, que chama a tela “Associação de perfis” (FIG. 4.10). Os apoios comuns a duas vigas são configurados apenas uma vez, em sua primeira aparição. Na segunda vez, os dados são automaticamente repetidos.

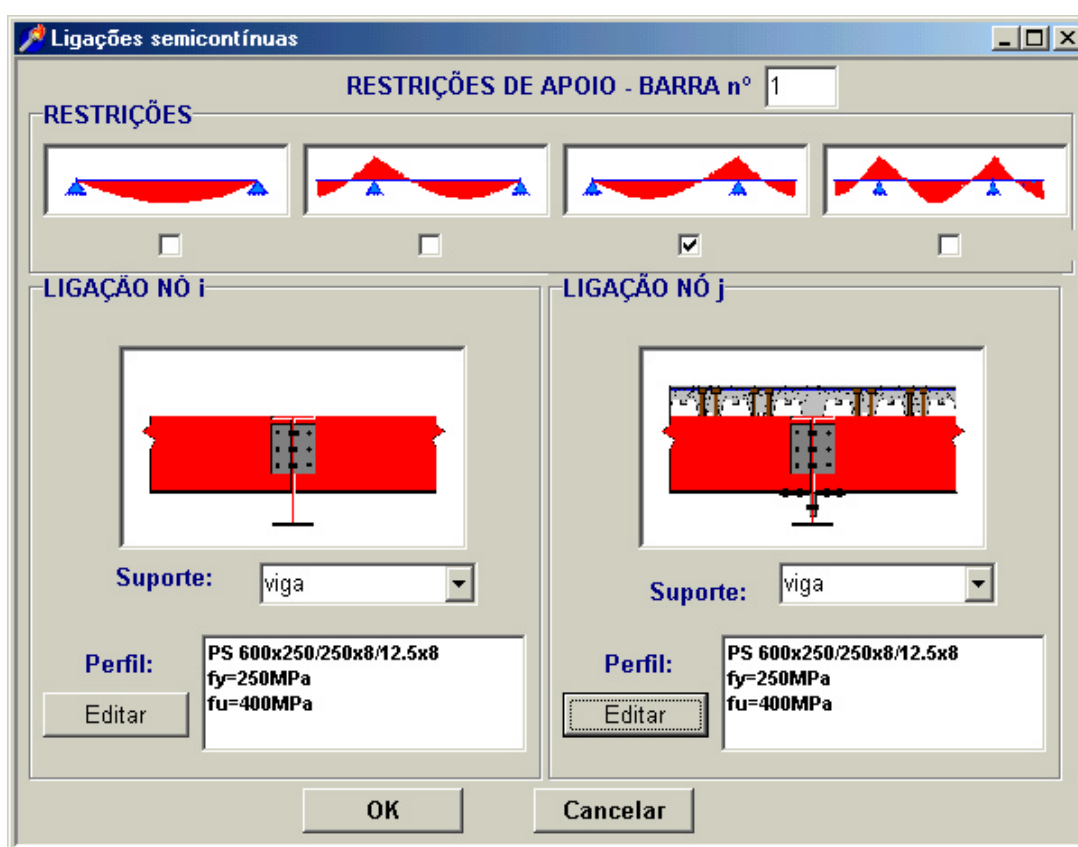
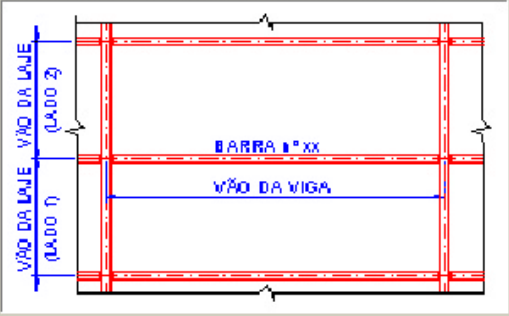


FIGURA 4.11 –Restrições de apoio

Na tela representada pela FIG. 4.12 são solicitadas informações sobre os vãos das vigas que compõem a linha a ser analisada e as larguras das lajes adjacentes a elas. Estes dados são utilizados na determinação da largura efetiva de laje, no cálculo da flambagem lateral com distorção, entre outros.

Ligações semicontínuas

VÃOS DAS VIGAS / VÃOS DAS LAJES ADJACENTES



Barras	Vão da viga(m)	Vão da laje(lado1)(m)	Vão da laje(lado2)(m)
1	7	2.5	2.5
2	7	2.5	2.5
3	7	2.5	2.5
4	7	2.5	2.5
5	7	2.5	2.5
6	7	2.5	2.5

OK Cancelar

FIGURA 4.12 –Vãos das vigas

Da mesma forma que para a linha de vigas, na tela representada pela FIG. 4.13 são solicitados os vãos das vigas suportes (quando existentes) e as larguras das lajes adjacentes.

Ligações semicontínuas

VÃOS DAS VIGAS SUPORTES/ VÃOS DAS LAJES ADJACENTES

Barras	Vão da viga(m)	Vão da laje(lado1)(m)	Vão da laje(lado2)(m)
Suporte --/B1	7.5	7	7
Suporte B1/B2	7.5	7	7
Suporte B2/B3	7.5	7	7
Suporte B3/B4	7.5	7	7
Suporte B4/B5	7.5	7	7
Suporte B5/B6	7.5	7	7

OK **Cancelar**

FIGURA 4.13 –Vãos das vigas suportes

Na FIG. 4.14 está representada a tela de entrada de carregamentos para a linha de vigas. São admitidos dois tipos de cargas concentradas: duas cargas iguais, a cada terço da viga, ou uma carga concentrada no meio da viga. Em ambos os tipos, é possível combiná-las com uma carga uniformemente distribuída, que também pode existir sozinha.

O sentido da fôrma de aço sobre a viga é outro dado de entrada, importante no cálculo da flambagem lateral com distorção e na resistência do conector de cisalhamento. Por hipótese, todo ponto de carga concentrada é considerado travado lateralmente, para efeito de flambagem lateral com distorção.

O grau de interação da viga mista (trecho de momento positivo) também pode ser alterado.

Ligações semicontínuas

CARREGAMENTOS - BARRA n° 1

Tipo de ação: sobrecarga de utilização

Tipo de carregamento: carga uniformemente distribuída

Carregam	q(kN/m)
cp_ac	6.5
cp_dc	3.75
sc	22.5

Sentido da fôrma de aço

☐ Nervuras paralelas à viga
☒ Nervuras perpendiculares à viga

Grau de Interação p/ a viga mista (trecho positivo)

0.85

OBS: Pontos de carga concentrada são considerados travados lateralmente!

OK Cancelar

FIGURA 4.14 –Carregamentos

Na FIG. 4.15 pode-se ver a tela de entrada de carregamentos para as vigas suportes (quando existentes). São admitidos os seguintes tipos de carregamento:

- Uma reação da linha de vigas no meio do vão. No ponto de chegada da linha de vigas pode ser acrescentada uma carga pontual adicional.
- Duas reações da linha de vigas, uma a cada terço do vão. Nos pontos de chegada das linhas de vigas podem ser acrescentadas cargas pontuais adicionais distintas, com um valor para cada ponto de carga.
- Uma reação da linha de vigas a um terço do vão. No ponto de chegada da linha de vigas e em outro ponto a dois terços do vão podem ser acrescentadas cargas pontuais adicionais distintas, com um valor para cada ponto de carga.

Ligações semicontínuas

CARREGAMENTOS DAS VIGAS SUPORTES DAS BARRAS n° -- **E** 1

Tipo de ação: carga permanente antes da cura do concreto

Tipo de carregamento: 2 cargas concentradas + 2 reações da linha de vigas + unif.distr.

Carregam	q(kN/m)	P3(kN) (+R)	P4(kN) (+R)
cp_ac	0	0	0
cp_dc	0	0	0
sc	0	0	0

Sentido da fôrma de aço

☒ Nervuras paralelas à viga

☐ Nervuras perpendiculares à viga

Grau de Interação p/ viga mista (trecho positivo)

1

OK **Cancelar**

FIGURA 4.15 –Carregamentos das vigas suportes

Os dados referentes aos elementos da ligação mista são solicitados na tela representada pela FIG. 4.16.

O número de barras de armadura pode variar de 4 a 10, com diâmetros de 12,5 , 16,0 e 19,0 mm. A cada modificação, a área total utilizada vai sendo automaticamente alterada. Parte-se da área mínima de $4,91 \text{ cm}^2$, que não necessariamente atende aos requisitos de rotação necessária.

Para as cantoneiras da alma, são solicitados seu comprimento L_w , sua espessura t_L (6,3 ; 8,0 ; 9,5 mm), a distância d_1 do topo da viga ao topo das cantoneiras da alma e seu gabarito de furação g . Sempre são supostas duas cantoneiras na alma.

Na ligação inferior, são solicitados o comprimento L_i da cantoneira, sua espessura (10,0 ou 12,5 mm) , a aba horizontal, a distância S entre furos, no sentido longitudinal à viga, e o tipo de parafuso utilizado ($3/4"$, $7/8"$, $1"$, com o plano de corte passando pelas rosca – “N” - ou não passando – “X”).

Ligações semicontínuas

LIGAÇÃO MISTA ENTRE AS BARRAS 1 E 2

Diagram labels: BARRAS DE ARMADURA, CONECTORES DE ENLAÇAMENTO, CANTONEIRAS DA ALMA, VIGA SUPORTADA, CANTONEIRAS INFERIORES.

Dimensions: d_1 , L_w , aba, S, g.

Barras de armadura:	Cantoneira da alma:	Ligação inferior:
nº de barras: 4	L_w (mm): 230	L_i (mm): 170
diâmetro (mm): 16	t_L (mm): 8	t (mm): 12.5
Area (cm ²): 8.04	aba (polegadas): 4	aba (polegadas): 6
A_s min (cm ²): 4.91	d_1 (mm): 35	S (mm): 75
	g (mm): 70	parafuso: 1" A325 N

OK Cancelar

FIGURA 4.16 –Dados da ligação mista

Na FIG 4.17 está representada a tela de verificação da compatibilidade dos dados de entrada. A obtenção de resultados só é possível se todos os itens listados estiverem dentro das limitações impostas. Estas limitações podem ser vistas mais detalhadamente no fluxograma – dados de entrada (*item 4.5*). Caso alguma limitação não seja atendida, o item correspondente é destacado em vermelho.

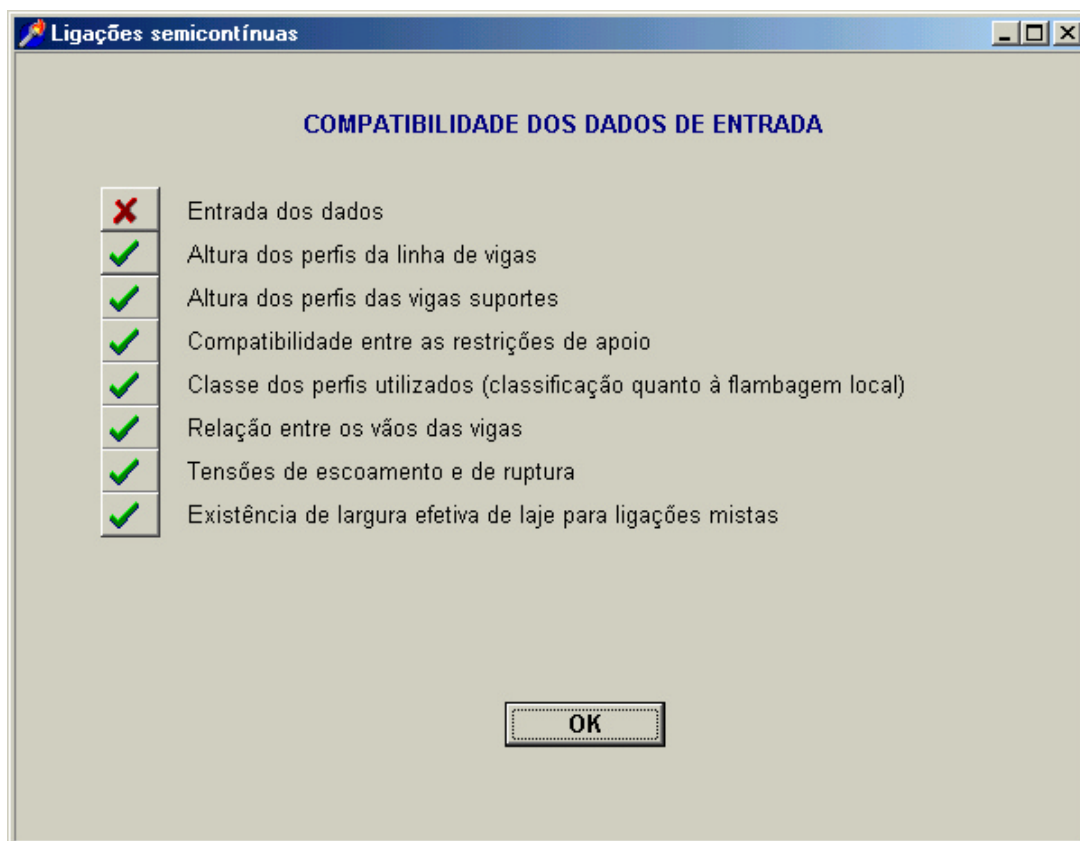


FIGURA 4.17 –Compatibilidade dos dados de entrada

Após finalizados o dimensionamento e a análise, alguns arquivos no formato texto são montados. Na FIG. 4.18 está a tela de visualização dos arquivos contendo os dados de entrada. É montado um arquivo para cada tramo da linha de vigas e a alternância entre estes arquivos é possível por um botão localizado no canto superior da tela. Pela barra lateral de rolagem, o arquivo pode ser facilmente percorrido. Pelo botão “imprime entrada” todos os arquivos de entrada de dados montados para o modelo em questão são impressos.

The screenshot shows a software window titled "Ligações semicontínuas". At the top, there is a tabbed interface with four tabs: "Entrada de dados", "Resultados", "Resumo", and "Vigas suportes". The "Entrada de dados" tab is active. Above the tabs, there is a label "RESULTADOS - BARRA nº" followed by a dropdown menu showing the number "1".

The main content area of the "Entrada de dados" tab contains the following text:

```

Cliente: Exemplo
Obra:   Dissertação de Mestrado
Data:   4/ 5/ 3

          BARRA 1 (Vão= 7.00 m)

PS 300x180/180x9.5/9.5x8          (44.49kg/m )
fy= 250MPa   fu= 400MPa

***Cargas atuantes:***

Cp_antes cura | unif (KN/m) | 1P conc( KN ) | 2P conc( KN ) |
Cp_após cura  | 3.750       | 0.000         | 0.000         |
Sobrecarga    | 22.500      | 0.000         | 0.000         |

***Laje:***

tc=70.0 mm    hf=75.0 mm
fck=20.0 MPa  Peso específico=24.0 KN/m3
  
```

At the bottom of the window, there are three buttons: "ALTERAR DADOS", "IMPRIME ENTRADA", and "IMPRIME RESULTADOS".

FIGURA 4.18 –Arquivo dos dados de entrada

Da mesma forma que os arquivos de entrada, os arquivos de resultados para cada tramo podem ser vistos na tela representada pela FIG. 4.19. Pelo botão “imprime resultados” todos os arquivos de saída de resultados montados para o modelo em questão são impressos.

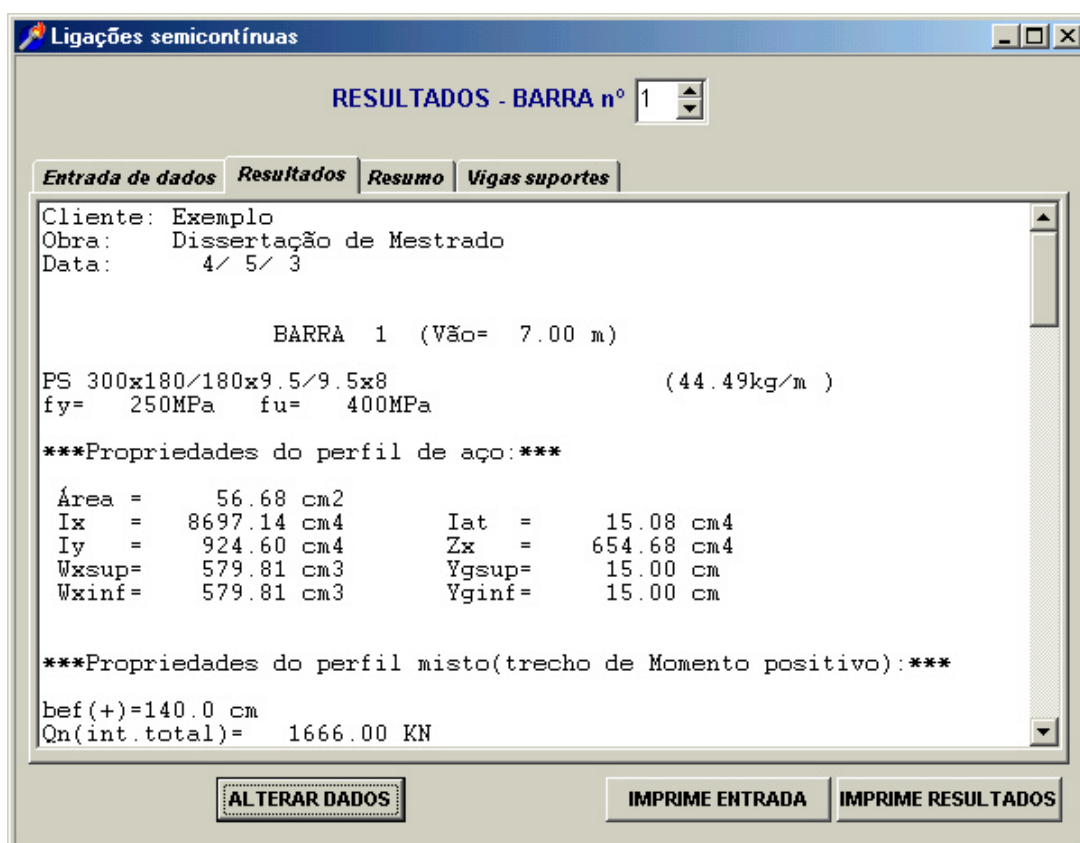


FIGURA 4.19 –Arquivo dos resultados

A FIG. 4.20 traz a tela de resumo de todas as verificações necessárias em uma viga com ligações mistas. No caso de alguma das verificações não atender aos critérios de dimensionamento, o item correspondente é destacado em vermelho. Todas as verificações necessárias estão mais detalhadas no *Capítulo 3*.

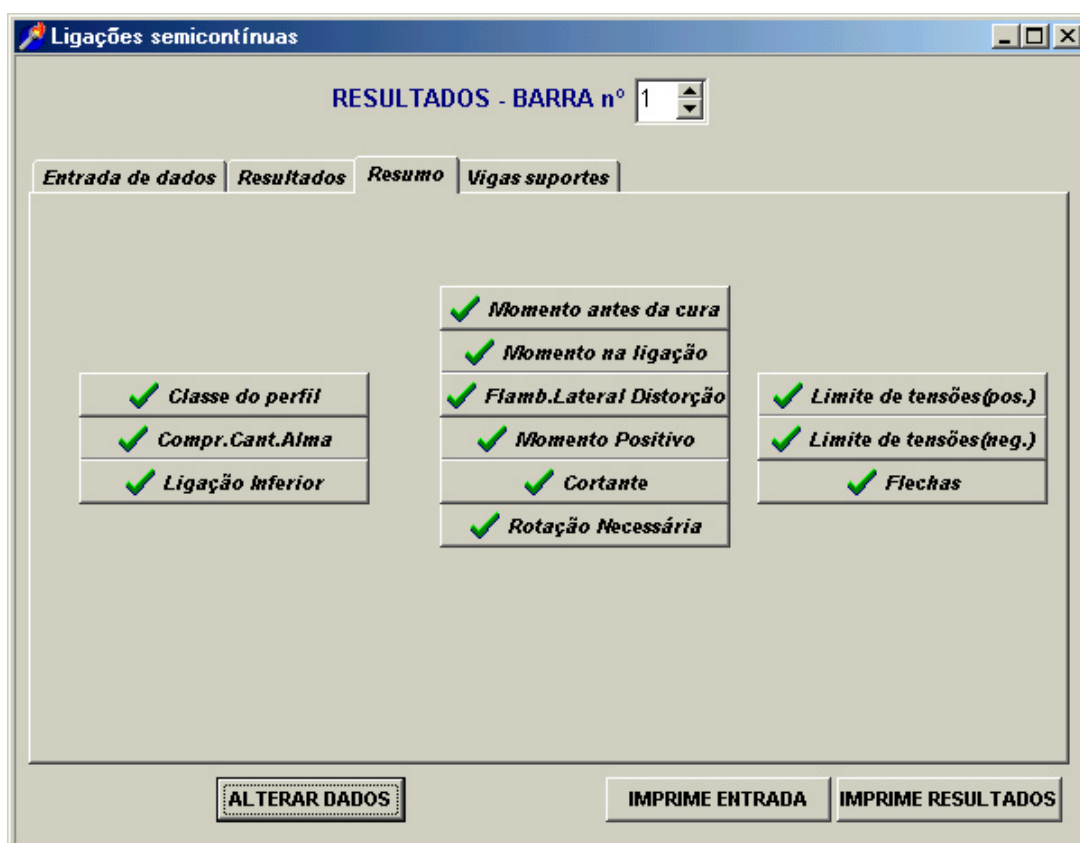


FIGURA 4.20 –Resumo dos resultados

Para as vigas suportes é montado um único arquivo de resultados, que pode ser visto na tela representada na FIG. 4.21.

A partir de qualquer uma das telas representadas nas FIG. 4.18, 4.19, 4.20, 4.21, pode-se retornar à tela inicial para a alteração de qualquer dado de entrada, sem que se percam os demais dados.

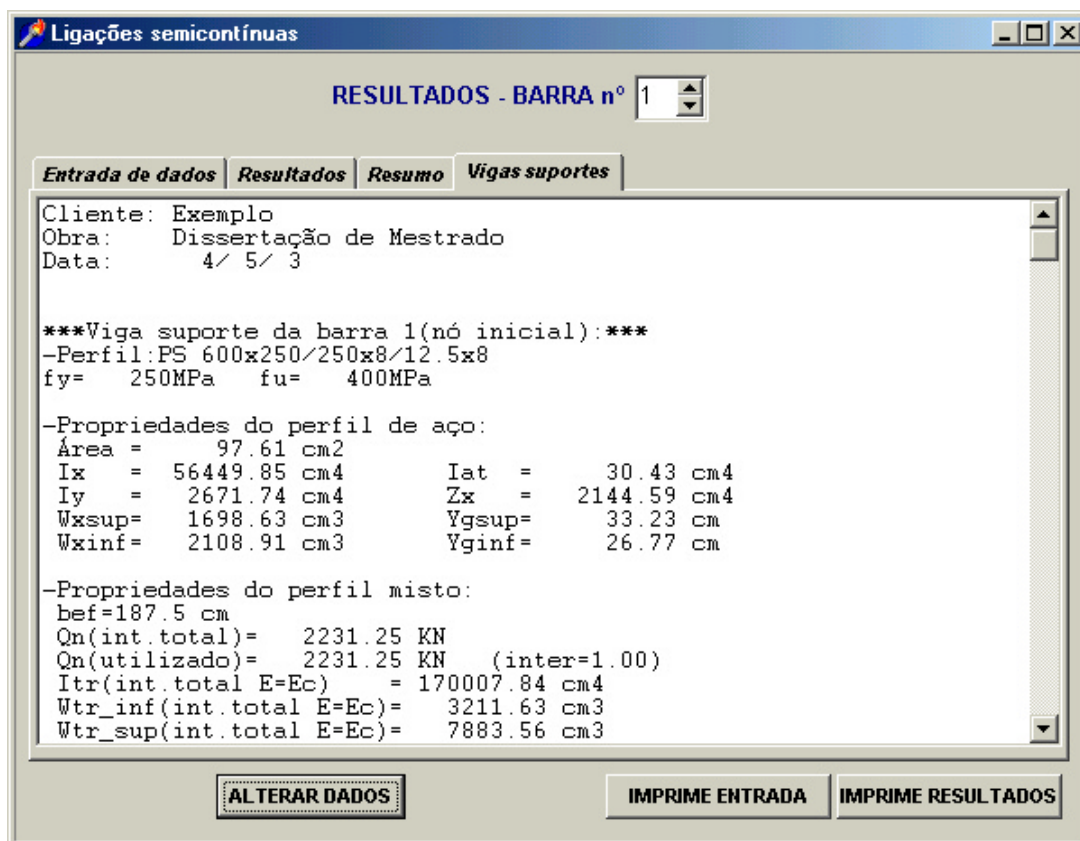


FIGURA 4.21 –Resultados das vigas suportes

5

EXEMPLOS RESOLVIDOS

5.1 – Exemplo 1

Este exemplo é desenvolvido a partir de adaptações feitas a um exemplo desenvolvido por QUEIROZ (2002). Apresentam-se a resolução detalhada e as respostas obtidas com o programa desenvolvido, sendo comparados os resultados.

5.1.1 – Problema proposto

As vigas V_1 e V_2 da FIG. 5.1 pertencem a um sistema de piso misto. Na FIG. 5.2 mostram-se as seções transversais destas vigas.

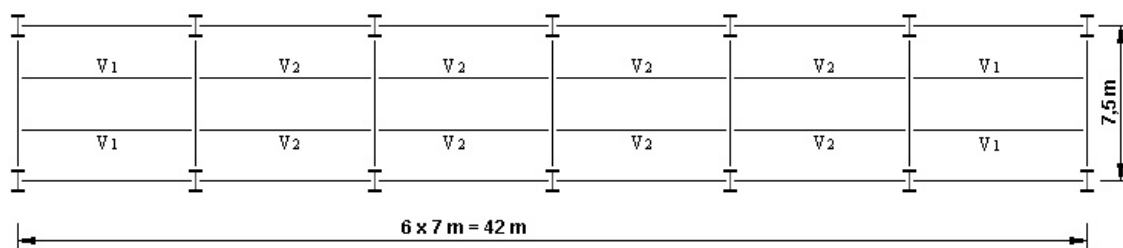


FIGURA 5.1 – Piso misto

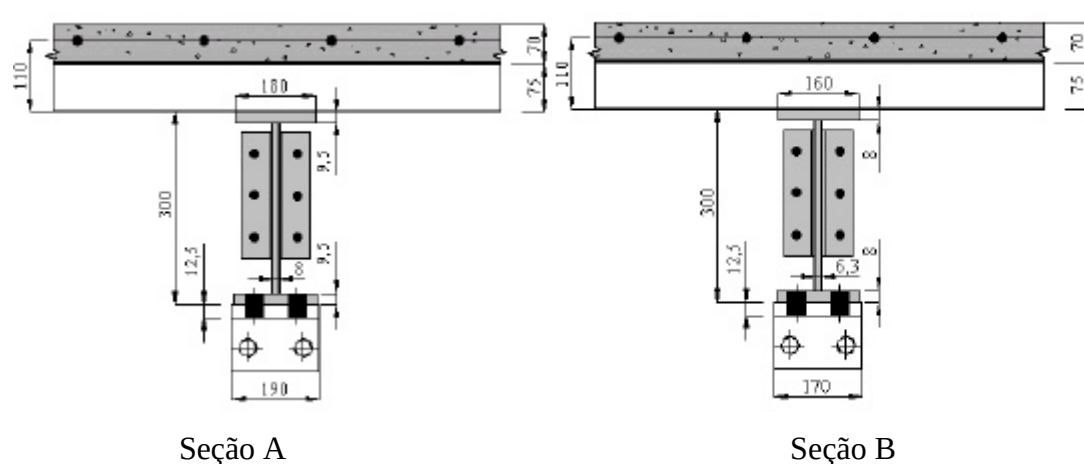


FIGURA 5.2 – Seções transversais

Verificar as vigas V_1 e V_2 considerando-as simplesmente apoiadas, com a seção A. Em seguida verificá-las como semicontínuas, com a seção A para V_1 e a seção B para V_2 . Considerar interação parcial de 85%, nas regiões de momento positivo.

Cargas distribuídas uniformes nas vigas, decorrentes de cargas distribuídas uniformes na laje (valores nominais):

- q_{1p} = carga permanente aplicada antes da cura = $6,50 \text{ kN/m}$ (proveniente de $2,60 \text{ kN/m}^2$ aplicados na laje);
- q_{1s} = sobrecarga de construção aplicada antes da cura = $2,5 \text{ kN/m}$ (proveniente de $1,00 \text{ kN/m}^2$ aplicados na laje);
- q_{2p} = carga permanente aplicada depois da cura = $3,75 \text{ kN/m}$ (proveniente de $1,50 \text{ kN/m}^2$ aplicados na laje);
- q_{2s} = sobrecarga de utilização aplicada depois da cura = $22,5 \text{ kN/m}$ (proveniente de $9,00 \text{ kN/m}^2$ aplicados na laje);

Outros dados:

- construção não-escorada;

- concreto de peso normal, com $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$;
- aço das vigas com $f_y = 250 \text{ MPa}$ e $f_u = 400 \text{ MPa}$;
- considera-se que as vigas atendam ao critério de resistência à força cortante;
- mesa inferior ligada a uma cantoneira por meio de 4 parafusos de diâmetro 1" ASTM A325, com o plano de corte passando pela rosca (tipo N); o espaçamento entre parafusos na direção da força é de 75 mm e o aço da cantoneira tem $f_y = 360 \text{ MPa}$ e $f_u = 485 \text{ MPa}$;
- almas das vigas ligadas por duas cantoneiras laminadas L 4"x 4"x 5/16", com $f_y = 250 \text{ MPa}$ e $f_u = 400 \text{ MPa}$, gabarito de furação igual a 70 mm; o comprimento das cantoneiras é de 230 mm, estando posicionadas a 35 mm do topo das vigas. Considera-se que esta ligação seja suficiente para resistir à reação de apoio.

Para as vigas semicontínuas prever:

- armadura negativa composta de 4 barras $f16 \text{ mm}$, aço CA 50, com $e_{su} = 6\%$;
- conectores de cisalhamento de diâmetro 3/4", com interação total na zona de momento negativo;
- o primeiro conector fica a 100 mm da face da viga de apoio;
- as vigas de apoio têm uma largura de 250 mm.

5.1.2 – Resolução detalhada

5.1.2.1 -Vigas mistas biapoiadas (seção A)

- Verificação da viga para as cargas antes da cura (considera-se que a fôrma de aço impeça a flambagem lateral com torção)

Propriedades da seção A de aço:

$$A_a = 56,68 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 8697 \text{ cm}^4$$

$$W_{ai} = 580 \text{ cm}^3$$

$$Z_a = 2 \times [18 \times 0,95 \times (15 - 0,95 / 2) + (15 - 0,95)^2 \times 0,8 / 2] = 655 \text{ cm}^3$$

Estado limite FLM:

$$l_f = b / (2 t_f) = 180 / (2 \times 9,5) = 9,47$$

$$l_p = 0,38 (E_a / f_y)^{1/2} = 0,38 (20500 / 25)^{1/2} = 10,88 > l_f$$

$$M_n = Z_a f_y = 655 \times 25 = 16375 \text{ kNcm}$$

Estado limite FLA:

$$l_w = h / t_w = 281 / 8 = 35,10$$

$$l_p = 3,5 (E_a / f_y)^{1/2} = 3,5 (20500 / 25)^{1/2} = 100,2 > l_w$$

$$M_n = Z_a f_y = 655 \times 25 = 16375 \text{ kNcm}$$

Limitação:

$$M_n \leq 1,25 W_{ai} f_y = 18125 \text{ kNcm}$$

Finalmente,

$$M_n = 16375 \text{ kNcm}$$

$$fM_n = 14740 \text{ kNcm}$$

$$M_d' = [6,5 \times 1,3 + 2,5 \times 1,3] \frac{7,0^2}{8} = 71,66 \text{ kNm} = 7166 \text{ kNcm} < fM_n \Rightarrow \text{Ok!}$$

b) Verificação da viga mista

b.1) Cálculo da largura efetiva - viga interna simplesmente apoiada

$$b_{ef} = \text{menor entre} \left(2500 ; \frac{7000}{4} \right) = 1750 \text{ mm}$$

b.2) Resistência plástica ao momento fletor ($l_w < l_p$)

- Número de conectores:

• para interação parcial, V_h é o menor valor entre ($A_a f_y = 56,68 \times 25$ e $0,85 f_{ck} b_{ef} t_c = 0,85 \times 2,0 \times 175 \times 7,0$)

$$V_h = 1417 \text{ kN}$$

Na interação parcial de 85%: $Q_n = 0,85 \times 1417 = 1205 \text{ kN}$

• q_n é o menor entre:

$$\left[0,5A_{cs}(f_{ck}E_c)^{1/2}, A_{cs}f_{uc}\right], \text{ sendo } E_c = 42g_c^{1,5}\sqrt{f_{ck}} = 42 \times 24^{1,5} \times \sqrt{20} = 22084 \text{ MPa}$$

(Eq. 3.3 e 3.4)

$$\text{Assim, } q_n \text{ é o menor entre } \left[0,5 \times 2,85 \times (2,0 \times 2208)^{1/2} \text{ e } 2,85 \times 41,5\right] = 94,7 \text{ kN}$$

Considerando-se um coeficiente de redução de 0,75, conforme mencionado no item 3.4.6:

$$q_n = 0,75 \times 94,7 = 71,0 \text{ kN}$$

$$n = \frac{1205}{71,0} = 16,97 \text{ - tomar } n_{cs} = 17 \text{ conectores de cada lado do ponto de momento máximo, neste caso, o centro do vão.}$$

- Pela NBR 8800 (1986), para o caso de interação parcial tem-se a resistência de cálculo ao momento fletor:

$$fM_n = f \left[C'(d - y_t - y_c) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_f + d - y_t \right) \right], \text{ onde:}$$

$$C = (0,7/0,9) S q_n = (0,7 / 0,9) \times 17 \times 71,0 = 939 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{1}{2}(A_a f_y - C) = \frac{1}{2}(56,68 \times 25 - 939) = 239 \text{ kN}$$

$$a = \frac{C}{0,66 b_{ef} f_{ck}} = \frac{939}{0,66 \times 175 \times 2,0} = 4,07 \text{ cm}$$

Verificar se $C' \leq b_{fs} t_{fs} f_y$

$$C' = 239 \text{ kN} \leq b_{fs} t_{fs} f_y = 18 \times 0,95 \times 25 = 427,5 \text{ kN}$$

Portanto, a segunda linha neutra encontra-se na mesa superior.

$$\bar{y} = \frac{C'}{b_{fs} f_y} = \frac{239}{18 \times 25} = 0,53 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{0,53}{2} = 0,265 \text{ cm (distância do centro de gravidade da parte comprimida da seção$$

da viga de aço até a face superior desta viga)

$$y_t = \frac{56,68 \times \frac{30}{2} - 18 \times 0,53 \times (30 - 0,265)}{56,68 - 0,53 \times 18} = 12,0 \text{ cm (distância do centro de gravidade da$$

parte tracionada da seção da viga de aço até a face inferior desta viga)

A resistência de cálculo da viga mista ao momento fletor é:

$$fM_n = 0,9 \left[239(30 - 12 - 0,265) + 939 \left(7,0 - \frac{4,07}{2} + 7,5 + 30 - 12 \right) \right] = 29561 \text{ kNcm}$$

- Momento fletor de cálculo:

$$M_d = [(6,5 + 3,75) \times 1,4 + (22,5) \times 1,5] \frac{7,0^2}{8} = 294,6 \text{ kNm} = 29460 \text{ kNcm}$$

$fM_n = 29561 \text{ kNcm} > M_d = 29460 \text{ kNcm} \Rightarrow$ Ok! A viga mista com interação parcial de 85% é adequada às solicitações.

c) Verificação da tensão de serviço na mesa inferior

$$\frac{M_{ai}}{W_{ai}} + \frac{M_l}{W_{ef}'} + \frac{M_{sc}}{W_{ef}} \leq 0,9 f_y \text{ (Eq. 3.76 adaptada para interação parcial e viga biapoiada)}$$

$$M_{ac} = \frac{100 \times 6,5 \times 7,0^2}{8} = 3981 \text{ kNcm} \quad (\text{carga permanente antes da cura do concreto})$$

$$M_l = \frac{100 \times 3,75 \times 7,0^2}{8} = 2297 \text{ kNcm} \quad (\text{carga permanente depois da cura do concreto})$$

$$M_{sc} = \frac{100 \times 22,5 \times 7,0^2}{8} = 13781 \text{ kNcm} \quad (\text{sobrecarga})$$

Para a seção de aço:

$$W_{ai} = 580 \text{ cm}^3$$

Limitação de tensões:

$$\frac{3981}{580} + \frac{2297}{942} + \frac{13781}{1047} = 22,5 \text{ kN/cm}^2 \cong 0,9 \times 25 = 22,5 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow \text{Ok! A limitação de tensões é atendida.}$$

d) Verificação do estado limite de deslocamento excessivo

$$\Delta = \frac{5qL^4}{384EI}$$

$$I_a = 8697 \text{ cm}^4$$

$$\text{- para } E_c: I_{ef} = 33935 \text{ cm}^4$$

$$\text{- para } E_c': I_{ef}' = 24309 \text{ cm}^4$$

Cálculo da flecha antes da cura :

$$\Delta_{ac} = \frac{5 \times 0,065 \times 700^4}{384 \times 20500 \times 8697} = 1,14 \text{ cm}$$

Cálculo da flecha depois da cura - só carga permanente (considerando-se o módulo de elasticidade do concreto para cargas de longa duração):

$$\Delta_l' = \frac{5 \times 0,0375 \times 700^4}{384 \times 20500 \times 24309} = 0,24 \text{ cm}$$

Cálculo da flecha depois da cura - só carga permanente (considerando-se o módulo de elasticidade do concreto para cargas de curta duração):

$$\Delta_l = \frac{5 \times 0,0375 \times 700^4}{384 \times 20500 \times 33935} = 0,17 \text{ cm}$$

Cálculo da flecha depois da cura - só sobrecarga (considerando-se o módulo de elasticidade do concreto para cargas de curta duração):

$$\Delta_{sc} = \frac{5 \times 0,225 \times 700^4}{384 \times 20500 \times 33935} = 1,01 \text{ cm}$$

Verificações:

- limitação da flecha devida à sobrecarga e aos efeitos de longa duração (Eq. 3.75):

$$1,01 + (0,24, -0,17) = 1,08 \text{ cm} = L/648 < L/350 \Rightarrow \text{Ok!}$$

- limitação de flecha devida à carga total (Eq. 3.74):

$$1,14 + 0,24 + 1,01 = 2,39 \text{ cm} = L/292 < L/250 \Rightarrow \text{Ok!}$$

5.1.2.2 - Vigas mistas semicontínuas

a) Verificação da viga mista antes da cura

- Viga V_1 (Seção A): já verificada no item anterior

- Viga V_2 (Seção B):

Propriedades da seção:

$$A_a = 43,49 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 6661 \text{ cm}^4$$

$$W_{ai} = 444 \text{ cm}^3$$

$$Z_a = 501 \text{ cm}^3$$

Estado limite FLM:

$$l_f = b / (2 t_f) = 160 / (2 \times 8,0) = 10$$

$$l_p = 0,38 (E_a / f_y)^{1/2} = 0,38 (20500 / 25)^{1/2} = 10,88 > l_f$$

$$M_n = Z_a f_y = 501 \times 25 = 12525 \text{ kNcm}$$

Estado limite FLA:

$$l_w = h / t_w = 284 / 6,3 = 45,08$$

$$l_p = 3,5 (E_a / f_y)^{1/2} = 3,5 (20500 / 25)^{1/2} = 100,2 > l_w$$

$$M_n = Z_a f_y = 501 \times 25 = 12525 \text{ kNcm}$$

Limitação:

$$M_n \leq 1,25 W_{ai} f_y = 13875 \text{ kNcm}$$

Finalmente,

$$M_n = 12525 \text{ kNcm}$$

$$fM_n = 11273 \text{ kNcm}$$

$$M_d = [6,5 \times 1,3 + 2,5 \times 1,3] \frac{7,0^2}{8} = 71,66 \text{ kNm} = 7166 \text{ kNcm} < fM_n \Rightarrow \text{Ok!}$$

b) Classe da seção para viga mista sujeita a momento negativo

- Viga V_1 (Seção A):

. mesas

$$l_f = 9,47 < l_p = 10,88 \Rightarrow \text{Ok!}$$

. alma

Sendo:

$$A_s = 8,04 \text{ cm}^2 \text{ (área da armadura)}$$

A_1 = área da região tracionada do perfil de aço

A_2 = área da região comprimida do perfil de aço

Tem-se, devido ao equilíbrio das forças:

$$8,04 \times 50 + A_1 \times 25 = A_2 \times 25$$

$$A_1 + A_2 = 56,68 \text{ cm}^2$$

Obtém-se:

$$A_2 = 36,38 \text{ cm}^2 = 18 \times 0,95 + 0,8 y_p$$

$y_p = 24,10 \text{ cm} = 241 \text{ mm}$ (distância da linha neutra plástica à face superior da mesa inferior)

$$\frac{2y_p}{t_w} = 60,25 < l_p = 100,2 \Rightarrow \text{Ok! Atende às exigências de Classe 2 pela NBR 8800.}$$

- Viga V_2 (Seção B):

. mesas

$$l_f = 10 < l_p = 10,88 \Rightarrow \text{Ok!}$$

. alma

$$8,04 \times 50 + A_1 \times 25 = A_2 \times 25$$

$$A_1 + A_2 = 43,49 \text{ cm}^2$$

Obtém-se:

$$A_2 = 29,79 \text{ cm}^2 = 16 \times 0,8 + 0,63 y_p$$

$y_p = 26,96 \text{ cm} = 269,6 \text{ mm}$ (distância da linha neutra plástica à face superior da mesa inferior)

$$\frac{2y_p}{t_w} = 85,6 < l_p = 100,2 \Rightarrow \text{Ok! Atende às exigências de Classe 2 pela NBR 8800.}$$

c) Larguras efetivas da laje

Região de momento positivo

- Viga V_1 (Seção A):

$$\frac{2 \times 0,8 \times 700}{8} = 140 \text{ cm} < 250 \text{ cm}$$

- Viga V_2 (Seção B):

$$\frac{2 \times 0,7 \times 700}{8} = 122,5 \text{ cm} < 250 \text{ cm}$$

Região de momento negativo:

$$\frac{2 \times (0,25 \times 700 + 0,25 \times 700)}{8} = 87,5 \text{ cm} < 250 \text{ cm}$$

d) Momentos de inércia das seções mistas

$$E_c = 2208 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{para cargas de curta duração})$$

$$E_c' = E_c / 3 = 2208 / 3 = 736 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{para cargas de longa duração})$$

- Viga V_1 (Seção A), região de momento positivo (largura efetiva da laje de concreto de 140 cm):

- para E_c : $y_{cg} = 31,92 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção mista fissurada em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr} = 34064 \text{ cm}^4 \quad W_{tr} = 1067 \text{ cm}^3$$

$$I_{ef} = 32109 \text{ cm}^4 \quad W_{ef} = 1029 \text{ cm}^3$$

- para E_c' : $y_{cg}' = 24,96 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção mista fissurada em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr}' = 23522 \text{ cm}^4 \quad W_{tr}' = 942 \text{ cm}^3$$

$$I_{ef}' = 22379 \text{ cm}^4 \quad W_{ef}' = 914 \text{ cm}^3$$

- Viga V_2 (Seção B), região de momento positivo (largura efetiva da laje de concreto de 122,5 cm):

- para E_c : $y_{cg} = 32,68 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção mista fissurada em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr} = 27029 \text{ cm}^4 \quad W_{tr} = 827 \text{ cm}^3$$

$$I_{ef} = 25459 \text{ cm}^4 \quad W_{ef} = 797 \text{ cm}^3$$

- para E_c' : $y_{cg}' = 25,78 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção mista fissurada em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr}' = 18975 \text{ cm}^4 \quad W_{tr}' = 736 \text{ cm}^3$$

$$I_{ef}' = 18026 \text{ cm}^4 \quad W_{ef}' = 713 \text{ cm}^3$$

- Viga V_1 (Seção A), região de momento negativo, armadura sem concreto:

$$y_{cg} = (A_a \frac{d}{2} + A_s (d + Y)) / (A_a + A_s)$$

$y_{cg} = 18,23 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção mista fissurada em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr} = I_a + A_a (y_{cg} - d/2)^2 + A_s (d + Y - y_{cg})^2$$

$$I_{tr} = 13456 \text{ cm}^4$$

- Viga V_2 (Seção B), região de momento negativo, armadura sem concreto:

$y_{cg} = 19,06 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção mista fissurada em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr} = 11248 \text{ cm}^4$$

- Viga V_1 (Seção A), região de momento negativo (largura efetiva da laje de concreto de 87,5 cm – concreto sem armadura):

. para E_c : $y_{cg} = 29,0 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção mista em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr} = 29581 \text{ cm}^4$$

- Viga V_2 (Seção B), região de momento negativo (largura efetiva da laje de concreto de 87,5 cm – concreto sem armadura):

. para E_c : $y_{cg} = 30,67 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção mista em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr} = 24653 \text{ cm}^4$$

e) Resistências plásticas ao momento fletor ($l_w < l_p$, para momento positivo)

- Viga V_1 (Seção A), região de momento positivo:

. Número de conectores:

Para interação parcial, V_h é o menor valor entre ($A_a f_y = 56,68 \times 25$ e $0,85 f_{ck} b_{ef} t_c = 0,85 \times 2,0 \times 140 \times 7,0$)

$$V_h = 1417 \text{ kN}$$

Na interação parcial de 85%: $Q_n = 0,85 \times 1417 = 1205 \text{ kN}$

$q_n = 71,0 \text{ kN}$ (como calculado em 5.1.2.1.b)

$$n = \frac{1205}{71,0} = 16,97 \text{ - tomar } n = 17 \text{ conectores de cada lado do ponto de momento máximo,}$$

neste caso, fora do centro do vão.

. Pela NBR 8800 (1986), para o caso de interação parcial tem-se a resistência nominal ao momento fletor:

$$M_n = C' (d - y_t - y_c) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_f + d - y_t \right), \text{ onde:}$$

$$C = (0,7/0,9) S q_n = (0,7/0,9) \times 17 \times 71,0 = 939 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{1}{2}(A_a f_y - C) = \frac{1}{2}(56,68 \times 25 - 939) = 239 \text{ kN}$$

$$a = \frac{C}{0,66 b_{ef} f_{ck}} = \frac{939}{0,66 \times 140 \times 2,0} = 5,08 \text{ cm}$$

$$C' = 239 \text{ kN} < 18 \times 0,95 \times 25 = 427,5 \text{ kN}$$

Portanto, a segunda linha neutra encontra-se na mesa superior.

$$\bar{y} = \frac{C'}{b_{fs} f_y} = \frac{239}{18 \times 25} = 0,53 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{0,53}{2} = 0,265 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{56,68 \times \frac{30}{2} - 18 \times 0,53 \times (30 - 0,265)}{56,68 - 0,53 \times 18} = 12,0 \text{ cm}$$

$$M_n = 239 \times (30 - 12 - 0,265) + 939 \times \left(7,0 - \frac{5,08}{2} + 7,5 + 30 - 12 \right) = 32371 \text{ kNcm}$$

(linha neutra a 29,47 cm da face inferior)

- Viga V_2 (Seção B), região de momento positivo:

. Número de conectores:

Para interação parcial, V_h é o menor valor entre $(43,49 \times 25)$ e $(0,85 \times 2,0 \times 122,5 \times 7,0)$

$$V_h = 1087 \text{ kN}$$

$$0,85 \times 1087 = 924 \text{ kN}$$

$$q_n = 71,0 \text{ kN}$$

$$n = \frac{924}{71,0} = 13,01 \text{ - tomar } n = 13 \text{ conectores de cada lado do ponto de momento máximo,}$$

neste caso, o centro do vão.

. Pela NBR 8800 (1986), para o caso de interação parcial tem-se a resistência parcial ao momento fletor:

$$M_n = C' (d - y_t - y_c) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_f + d - y_t \right)$$

$$C = (0,7/0,9) \times S q_n = (0,7/0,9) \times 13 \times 71,0 = 718 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{1}{2}(A_a f_y - C) = \frac{1}{2}(43,49 \times 25 - 718) = 185 \text{ kN}$$

$$a = \frac{C}{0,66 b_{ef} f_{ck}} = \frac{718}{0,66 \times 122,5 \times 2,0} = 4,44 \text{ cm}$$

$$C' = 185 \text{ kN} < 16 \times 0,80 \times 25 = 320 \text{ kN}$$

Portanto, a segunda linha neutra encontra-se na mesa superior.

$$\bar{y} = \frac{C'}{b_{fs} f_y} = \frac{185}{16 \times 25} = 0,46 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{0,46}{2} = 0,23 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{43,49 \times \frac{30}{2} - 16 \times 0,46 \times (30 - 0,23)}{43,49 - 0,46 \times 16} = 12,0 \text{ cm}$$

$$M_n = 185 \times (30 - 12 - 0,23) + 718 \times \left(7,0 - \frac{4,44}{2} + 7,5 + 30 - 12 \right) = 25028 \text{ kNcm}$$

(linha neutra a 29,54 cm da face inferior)

- *Viga V₁*, região de momento negativo (armadura dentro da largura efetiva):

Com base nos cálculos realizados no item 5.1.2.2.b, determina-se o momento em relação à linha neutra plástica da viga mista:

$y_p = 24,10 \text{ cm} = 241,0 \text{ mm}$ (distância da linha neutra plástica à face superior da mesa inferior)

$$M_{pl} = 50 \times 8,04 \times (11 + 30 - 0,95 - y_p) + 25[18 \times 0,95 \times (30 - 0,95 - y_p - 0,95/2) + 0,8 \times (30 - 2 \times 0,95 - y_p)^2/2 + 0,8 \times (y_p)^2/2 + 18 \times 0,95 \times (y_p + 0,95/2)] = 24799 \text{ kNcm}$$

(linha neutra plástica a 4,95 cm da face superior do perfil de aço)

- *Viga V₂*, região de momento negativo (armadura dentro da largura efetiva):

$y_p = 26,97 \text{ cm} = 269,7 \text{ mm}$ (distância da linha neutra plástica à face superior da mesa inferior)

$$M_{pl} = 50 \times 8,04 \times (11 + 30 - 0,8 - y_p) + 25[16 \times 0,8 \times (30 - 0,8 - y_p - 0,8/2) + 0,63 \times (30 - 2 \times 0,8 - y_p)^2/2 + 0,63 \times (y_p)^2/2 + 16 \times 0,8 \times (y_p + 0,8/2)] = 20406 \text{ kNcm}$$

(linha neutra plástica a 2,23 cm da face superior do perfil de aço)

f) Conectores de cisalhamento na região de momento negativo

- rigidez inicial:

$$k_{conect} = \frac{n_c k_{cs}}{n - \frac{v-1}{1+x} \left(\frac{d+Y}{d+Y-y_{inf}'} \right)} \quad (\text{Eq. 3.1})$$

Considerando-se conectores $f3/4''$, tem-se:

$$n_c q_n^3 f_{ys} A_s = 402 \text{ kN}$$

Portanto:

$$n_c^3 \frac{402}{71} = 5,67 \rightarrow \text{usar } n_c = 6$$

$k_{cs} = 1000 \text{ kN/cm}$ (uma vez que o primeiro membro da Eq. 3.6 do Capítulo 3 é superior a 1, supondo-se um conector por nervura)

$$x = \frac{I_a}{(d+Y-y_{inf}')^2 A_s}$$

$$n = \left[\frac{(1+x)n_c k_{cs} L (d+Y-y_{inf}')^2}{E_a I_a} \right]^{1/2}$$

$$L @ 0,15 \times 700 = 105 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}; \quad Y = 11 \text{ cm}; \quad y_{inf}' = 15 \text{ cm}$$

. Viga V_1 (Seção A):

$$x = \frac{I_a}{(d+Y-y_{inf}')^2 A_s} = \frac{8697}{(30+11-7,5)^2 \times 8,04} = 1,6$$

$$n = \left[\frac{(1+1,6) \times 6 \times 1000 \times 105 \times 26^2}{20500 \times 8697} \right]^{1/2} = 2,492$$

$$k_{conect} = \frac{n_c k_{cs}}{n - \frac{\nu-1}{1+x} \left(\frac{d+Y}{d+Y-y_{inf}'} \right)} = \frac{6 \times 1000}{2,492 - \frac{2,492-1}{1+1,6} \times \frac{30+11}{30+11-15}} = 3781 \text{ kN/cm}$$

. Viga V_2 (Seção B):

$$x = \frac{I_a}{(d+Y-y_{inf}')^2 A_s} = \frac{6661}{(30+11-7,5)^2 \times 8,04} = 1,23$$

$$n = \left[\frac{(1+1,23) \times 6 \times 1000 \times 105 \times 26^2}{20500 \times 6661} \right]^{1/2} = 2,64$$

$$k_{conect} = \frac{n_c k_{cs}}{n - \frac{\nu-1}{1+x} \left(\frac{d+Y}{d+Y-y_{inf}'} \right)} = \frac{6 \times 1000}{2,64 - \frac{2,64-1}{1+1,23} \times \frac{30+11}{30+11-15}} = 4053 \text{ kN/cm}$$

- resistência última:

$$P_u = n_c q_n = 6 \times 71 = 426 \text{ kN} > 402 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok!}$$

- capacidade de deformação:

$$s^{(B)} = \frac{2s^{(A)}F_s^{(B)}}{F_s^{(A)}} \quad (\text{Eq. 3.2})$$

$$s^{(A)} = \frac{0,7q_n}{k_{cs}} = \frac{0,7 \times 71}{1000} = 0,05 \text{ cm}$$

. Viga V_1 (Seção A):

$$F_s^{(A)} = k_{conect} s^{(A)} = 3781 \times 0,05 = 189,1 \text{ kN}$$

$$F_s^{(B)} = f_{ys} A_s = 402 \text{ kN}$$

$$s^{(B)} = \frac{2 \times 0,05 \times 402}{189,1} = 0,213 \text{ cm} = 2,13 \text{ mm}$$

. Viga V_2 (Seção B):

$$F_s^{(A)} = k_{conect} s^{(A)} = 4053 \times 0,05 = 202,7 \text{ kN}$$

$$F_s^{(B)} = f_{ys} A_s = 402 \text{ kN}$$

$$s^{(B)} = \frac{2 \times 0,05 \times 402}{202,7} = 0,198 \text{ cm} = 1,98 \text{ mm}$$

g) Ligação inferior

- rigidez inicial:

$$k_i = \frac{n_i}{\left(\frac{1}{k_{p1}} + \frac{1}{k_{p2}} + \frac{1}{k_b} \right)} \quad (\text{Eq. 3.17})$$

$$n_i = 2$$

$$k_{p1} = 24 k_s k_{t1} d_b f_{u1}$$

$$k_s = \left[\frac{S}{4d_b} + 0,375 \right] \leq 1,25$$

$$S = 75 \text{ mm}$$

$$d_b = 1'' = 25,4 \text{ mm}$$

$$k_s = \left[\frac{75}{(4 \times 25,4)} + 0,375 \right] = 1,113 < 1,25$$

$$k_{t1} = \frac{1,5 t_{p1}}{d_m} \leq 2,5$$

$$t_{p1} = 12,5 \text{ mm (cantoneira inferior)}$$

$$d_m = 1,6 \text{ cm} = 16 \text{ mm}$$

$$k_{t1} = \frac{1,5 \times 12,5}{16} = 1,172 < 2,5$$

$$f_{u1} = 485 \text{ MPa} = 48,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$k_{p1} = 24 \times 1,113 \times 1,172 \times 2,54 \times 48,5 = 3857 \text{ kN/cm}$$

$$k_{p2} = 24 k_s k_{t2} d_b f_{u2}$$

$$k_{t2} = \frac{1,5 t_{p2}}{d_m} \leq 2,5$$

$$f_{u2} = 400 \text{ MPa} = 40,0 \text{ kN/cm}^2$$

. Viga V_1 (Seção A):

$$t_{p2} = 9,5 \text{ mm}$$

$$k_{t2} = \frac{1,5 \times 9,5}{16} = 0,891 < 2,5$$

$$k_{p2} = 24 \times 1,113 \times 0,891 \times 2,54 \times 40,0 = 2418 \text{ kN/cm}$$

. Viga V_2 (Seção B):

$$t_{p2} = 8 \text{ mm}$$

$$k_{t2} = \frac{1,5 \times 8}{16} = 0,75 < 2,5$$

$$k_{p2} = 24 \times 1,113 \times 0,75 \times 2,54 \times 40,0 = 2035 \text{ kN/cm}$$

$$k_b = \frac{16 f_{ub} d_b^2}{d_m}$$

$$f_{ub} = 825 \text{ MPa} = 82,5 \text{ kN/cm}^2 \text{ (ASTM A325, diâmetro 1")}$$

$$k_b = \frac{16 \times 82,5 \times 2,54^2}{1,6} = 5323 \text{ kN/cm}$$

finalmente,

. Viga V_1 (Seção A):

$$k_i = \frac{2}{\left(\frac{1}{3857} + \frac{1}{2418} + \frac{1}{5323} \right)} = 2324 \text{ kN/cm}$$

. Viga V_2 (Seção B):

$$k_i = \frac{2}{\left(\frac{1}{3857} + \frac{1}{2035} + \frac{1}{5323} \right)} = 2131 \text{ kN/cm}$$

- resistência última:

. cisalhamento dos parafusos:

$$P_u \leq 4 \times 0,42 A_p f_{ub} = 4 \times 0,42 \times \frac{p \times (2,54)^2}{4} \times 82,5 = 704 \text{ kN} \quad (\text{Eq. 3.19})$$

. esmagamento com rasgamento entre furos:

$$P_u \leq a d_b t_p f_u \quad (\text{Eq. 3.18})$$

$$a = \frac{S}{d_b} - 0,5 = \frac{75}{25,4} - 0,5 = 2,5 > 2,4$$

Viga V_1 (Seção A): $P_u \leq 4 \times 2,4 \times 2,54 \times 0,95 \times 40,0 = 928 \text{ kN}$

Viga V_2 (Seção B): $P_u \leq 4 \times 2,4 \times 2,54 \times 0,8 \times 40,0 = 780 \text{ kN}$

Cantoneira: $P_u \leq 4 \times 2,4 \times 2,54 \times 1,25 \times 48,5 = 1478 \text{ kN}$

. esmagamento da mesa inferior:

$$P_u = 1,5 L_i t_p f_y, \quad (\text{Eq. 3.21})$$

Viga V_1 (Seção A): $P_u \leq 1,5 \times 18 \times 0,95 \times 25 = 641 \text{ kN}$

Viga V_2 (Seção B): $P_u \leq 1,5 \times 16 \times 0,8 \times 25 = 480 \text{ kN}$

. esmagamento da cantoneira inferior:

$$P_u = 1,5 L_i t_p f_y, \quad (\text{Eq. 3.21})$$

Viga V_1 (Seção A): $P_u \leq 1,5 \times 19 \times 1,25 \times 36 = 1283 \text{ kN}$

Viga V_2 (Seção B): $P_u \leq 1,5 \times 17 \times 1,25 \times 36 = 1148 \text{ kN}$

Prevalece portanto $P_u = 480 \text{ kN}$.

- capacidade de deformação:

$$u_i = 3 \text{ mm}$$

- resistência de cálculo:

A resistência de cálculo da ligação inferior não deve ser inferior à resistência de cálculo das barras de armadura = $0,85 \times 8,04 \times 50 = 342 \text{ kN}$.

. cisalhamento dos parafusos

$$fP_u \leq 0,65 \times 704 = 458 \text{ kN} > 342 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok!}$$

. esmagamento com rasgamento entre furos

$$fP_u \leq 0,75 \times 780 = 585 \text{ kN} > 342 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok!}$$

. esmagamento da mesa inferior:

$$fP_u \leq 0,75 \times 480 = 360 \text{ kN} > 342 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok!}$$

. esmagamento da cantoneira inferior:

$$fP_u \leq 0,75 \times 1148 = 861 \text{ kN} > 342 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok!}$$

h) Barras da armadura

- rigidez inicial:

$$k_s = \frac{A_s E_s}{b_c / 2} = \frac{8,04 \times 20500}{25 / 2} = 13186 \text{ kN/cm} \quad (\text{Eq. 3.22})$$

- resistência última:

$$F_s = f_{ys} A_s = 50 \times 8,04 = 402 \text{ kN}$$

- capacidade de deformação:

$$u_s = L_s e_{smu} \quad (\text{Eq. 3.23})$$

$$L_s = \frac{b_c}{2} + a = \frac{250}{2} + 100 = 225 \text{ mm} \leq 250 \text{ mm}$$

Observação: b_c = largura da viga suporte

a = distância do primeiro conector à face da viga suporte ou L_t , o que for menor.

$$L_t = \frac{k_c f_s}{7,2 r}$$

k_c e r são calculados no que segue, sendo os valores de L_t iguais a 129 mm para V1 e 124 mm para V2. Portanto, é adotado para “ a ” o valor de 100 mm.

$$e_{smu} = e_{sy} - b_t D e_{sr} + d \left(1 - \frac{s_{srl}}{f_{ys}} \right) (e_{su} - e_{sy}) \quad (\text{Eq. 3.24})$$

$$e_{sy} = \frac{f_{ys}}{E_s} = \frac{50}{20500} = 2,44 \times 10^{-3} \quad (\text{Eq. 3.29})$$

$$b_t = 0,4$$

$$D e_{sr} = \frac{f_{ctm} k_c}{(E_s r)} \quad (\text{Eq. 3.26})$$

$$f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3} = 0,3(20)^{2/3} = 2,21 \text{ MPa} = 0,221 \text{ kN/cm}^2$$

$$k_c = \frac{1}{\left[1 + \frac{t_c}{(2y_0)}\right]} \quad (\text{Eq. 3.28})$$

$$t_c = 7 \text{ cm}$$

$$r = \frac{A_s}{A_c} = \frac{8,04}{(87,5 \times 7 - 8,04)} = 1,33 \times 10^{-2}$$

$$d = 0,8$$

. Viga V_1 (Seção A):

$$y_0 = 11 + 30 - 29 = 12 \text{ cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[1 + \frac{7}{(2 \times 12)}\right]} = 0,774$$

$$De_{sr} = \frac{0,221 \times 0,774}{(1,33 \times 10^{-2} \times 20500)} = 6,274 \times 10^{-4}$$

$$s_{sr1} = f_{cm} k_c \left(1 + r \frac{E_s}{E_c}\right) / r = 0,221 \times 0,774 \left(1 + \frac{1,33 \times 10^{-2} \times 20500}{2208}\right) / 1,33 \times 10^{-2} =$$

$$14,45 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Eq. 3.25})$$

$$e_{smu} = e_{sy} - b_t \Delta e_{sr} + d \left(1 - \frac{s_{sr1}}{f_{ys}}\right) (e_{su} - e_{sy})$$

$$e_{smu} = 2,44 \times 10^{-3} - 0,4 \times 6,274 \times 10^{-4} + 0,8 \left(1 - \frac{14,45}{50}\right) (0,06 - 2,44 \times 10^{-3}) = 0,0349$$

$$u_s = 225 \times 0,0349 = 7,85 \text{ mm}$$

. Viga V_2 (Seção B):

$$y_0 = 11 + 30 - 30,68 = 10,32 \text{ cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[1 + \frac{7}{(2 \times 10,32)}\right]} = 0,747$$

$$De_{sr} = \frac{0,221 \times 0,747}{(1,33 \times 10^{-2} \times 20500)} = 6,055 \times 10^{-4}$$

$$s_{sr1} = f_{cm} k_c \left(1 + r \frac{E_s}{E_c}\right) / r = 0,221 \times 0,747 \left(1 + \frac{1,33 \times 10^{-2} \times 20500}{2208}\right) / 1,33 \times 10^{-2} =$$

$$13,95 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Eq. 3.25})$$

$$e_{smu} = e_{sy} - b_t \Delta e_{sr} + d \left(1 - \frac{s_{sr1}}{f_{ys}} \right) (e_{su} - e_{sy})$$

$$e_{smu} = 2,44 \times 10^{-3} - 0,4 \times 6,055 \times 10^{-4} + 0,8 \left(1 - \frac{13,95}{50} \right) (0,06 - 2,44 \times 10^{-3}) = 0,0354$$

$$u_s = 225 \times 0,0354 = 7,97 \text{ mm}$$

i) Cantoneiras da alma

- Determinação da linha neutra plástica da ligação mista:

$$y_{inf} = \frac{u_i(d + Y)}{s + u_i + u_s} \quad (\text{Eq. 3.32})$$

. Viga V_1 (Seção A):

$$y_{inf} = \frac{0,3(30+11)}{0,213+0,3+0,785} = 9,48 \text{ cm} \quad (\text{a L.N.P. cruza as cantoneiras da alma} \Rightarrow \text{ok!})$$

$$d_1 = 3,5 \text{ cm} \quad (\text{ver FIG. 5.3})$$

$$d_t = 30 - d_1 - y_{inf} = 17,02 \text{ cm} \quad (\text{comprimento tracionado da cantoneira})$$

$$d_c = L_w - d_t = 23 - 17,02 = 5,98 \text{ cm} \quad (\text{comprimento comprimido da cantoneira})$$

$$g_y = y(g - k_L)/d_t = y(7-1,746) / 17,02 = 0,309 y$$

. Viga V_2 (Seção B):

$$y_{inf} = \frac{0,3(30+11)}{0,198+0,3+0,797} = 9,50 \text{ cm} \quad (\text{a L.N.P. cruza as cantoneiras da alma} \Rightarrow \text{ok!})$$

$$d_1 = 3,5 \text{ cm} \quad (\text{ver FIG. 5.3})$$

$$d_t = 30 - d_1 - y_{inf} = 17,00 \text{ cm} \quad (\text{comprimento tracionado da cantoneira})$$

$$d_c = L_w - d_t = 23 - 17,00 = 6,00 \text{ cm} \quad (\text{comprimento comprimido da cantoneira})$$

$$g_y = y(g - k_L)/d_t = y(7-1,746) / 17,00 = 0,309 y$$

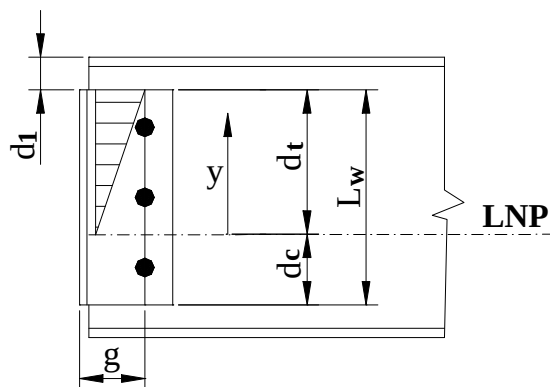


FIGURA 5.3 – Cantoneiras da alma

- Determinação da linha neutra elástica:

$$y_{inf} = \frac{(d + Y)}{k_i \left(\frac{1}{k_{connect}} + \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_i} \right)} \quad (\text{Eq. 3.42})$$

. Viga V_1 (Seção A):

$$y_{el} = \frac{(30 + 11)}{2324 \left(\frac{1}{3781} + \frac{1}{13186} + \frac{1}{2324} \right)} = 22,89 \text{ cm} \quad (\text{a L.N.E. cruza as cantoneiras da alma})$$

$\Rightarrow$ ok!)

. Viga V_2 (Seção B):

$$y_{el} = \frac{(30 + 11)}{2131 \left(\frac{1}{4053} + \frac{1}{13186} + \frac{1}{2131} \right)} = 24,30 \text{ cm} \quad (\text{a L.N.E. cruza as cantoneiras da alma})$$

$\Rightarrow$ ok!)

- Equação de interação de Drucker:

$$t_L = 0,8 \text{ cm}$$

$$\left(\frac{V_{py}}{V_0} \right)^4 + \frac{g_y}{t_L} \left(\frac{V_{py}}{V_0} \right) = 1 \quad (\text{Eq. 3.11})$$

$$V_0 = f_{yL} \cdot t_L / 2 = 25 \times 0,8 / 2 = 10 \text{ kN / cm} \quad (\text{Eq. 3.10})$$

$$\frac{V_{py}^4}{10000} + \frac{g_y V_{py}}{8} = 1$$

$$V_{py}^4 + 1250 g_y V_{py} - 10000 = 0$$

Para a resolução da equação acima, a parte tracionada é dividida em 20 partes e os valores de V_{py} e yV_{py} são obtidos para cada uma delas, conforme TAB 5.1 a seguir. Os valores de g_y são iguais para as duas vigas ($g_y = 0,309 y$).

TABELA 5.1 – Resolução da equação de interação de Drucker

	y (cm)	g_y (cm)	V_{py}	yV_{py}
1	0,85	0,263	9,145	7,773
2	1,70	0,525	8,234	13,998
3	2,55	0,788	7,288	18,584
4	3,40	1,051	6,363	21,634
5	4,25	1,313	5,525	23,481
6	5,10	1,576	4,805	24,506
7	5,95	1,839	4,213	25,067
8	6,80	2,101	3,734	25,391
9	7,65	2,364	3,342	25,566
10	8,50	2,627	3,020	25,670
11	9,35	2,889	2,753	25,741
12	10,20	3,152	2,528	25,786
13	11,05	3,414	2,336	25,813
14	11,90	3,677	2,171	25,835
15	12,75	3,940	2,027	25,844
16	13,60	4,202	1,901	25,854
17	14,45	4,465	1,790	25,866
18	15,30	4,728	1,690	25,857
19	16,15	4,990	1,602	25,872
20	17,00	5,253	1,522	25,874
		$\dot{a} =$	75,989	470,012

Discretizando-se as integrais 3.12 e 3.13 obtém-se:

$$V_{pw} = 2 \dot{a} V_{py} Dy = 129,18 \text{ kN}$$

$$y_t = \frac{2 \sum V_{py} y \Delta y}{V_{pw}} = 6,185 \text{ cm}$$

- Cálculo de y_c :

$$\text{Se } V_{pw} \leq f_{yL} t_L d_c \quad \text{D } y_c = 2 d_c / 3 \quad (\text{Eq. 3.14})$$

$$\cdot \text{ Viga } V_1 (\text{Seção A}): V_{pw} > 25 \times 0,8 \times 5,98 = 119,6 \text{ kN}$$

$$\cdot \text{ Viga } V_2 (\text{Seção B}): V_{pw} > 25 \times 0,8 \times 6,00 = 120,0 \text{ kN}$$

$$\text{Se } V_{pw} \geq 2 f_{yL} t_L d_c \quad \text{D } y_c = f_{yL} t_L d_c^2 \left[\frac{2 + 2a - a^2}{3V_{pw}} \right], \text{ onde } a = \frac{V_{pw}}{f_{yL} t_L d_c} - 1 \quad (\text{Eq. 3.15})$$

$$\cdot \text{ Viga } V_1 (\text{Seção A}): V_{pw} \leq 2 \times 25 \times 0,8 \times 5,98 = 239,2 \text{ kN} \quad \text{D } a = 0,08 \text{ e } y_c = 3,97 \text{ cm}$$

$$\cdot \text{ Viga } V_2 (\text{Seção B}): V_{pw} \leq 2 \times 25 \times 0,8 \times 6,00 = 240,0 \text{ kN} \quad \text{D } a = 0,077 \text{ e } y_c = 3,99 \text{ cm}$$

- Momento último resistente:

$$M_L = V_{pw} (y_t + y_c) \quad (\text{Eq. 3.16})$$

$$\cdot \text{ Viga } V_1 (\text{Seção A}): M_L = 129,18 \times (6,185 + 3,97) = 1311,8 \text{ kNcm}$$

$$\cdot \text{ Viga } V_2 (\text{Seção B}): M_L = 129,18 \times (6,185 + 3,99) = 1314,4 \text{ kNcm}$$

j) Rigidez inicial da ligação mista

- Viga V_1 (Seção A):

$$\frac{M}{q} = \frac{(d + Y)^2}{\left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_{conect}} \right)} = \frac{(30 + 11)^2}{\left(\frac{1}{13186} + \frac{1}{2324} + \frac{1}{3781} \right)} \quad (\text{Eq. 3.49})$$

$$S_{ini} = \frac{M}{q} = 2181286 \text{ kNcm/rad}$$

- Viga V_2 (Seção B):

$$\frac{M}{q} = \frac{(d + y)^2}{\left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_{conect}} \right)} = \frac{(30 + 11)^2}{\left(\frac{1}{13186} + \frac{1}{2131} + \frac{1}{4054} \right)} \quad (\text{Eq. 3.49})$$

$$S_{ini} = \frac{M}{q} = 2123088 \text{ kNcm/rad}$$

k) Resistência última da ligação mista a momento

$$M_u = F_s (d+Y) + M_L \quad (\text{Eq. 3.30})$$

$$\text{- Viga } V_1 (\text{Seção A}): M_u = 402 \times (30 + 11) + 1312 = 17794 \text{ kNcm}$$

$$\text{- Viga } V_2 (\text{Seção B}): M_u = 402 \times (30 + 11) + 1314 = 17796 \text{ kNcm}$$

l) Capacidade de rotação disponível da ligação mista no estado limite último

$$q = \frac{u_s + u_i + s}{d + Y} \quad (\text{Eq. 3.31})$$

- Viga V_1 (Seção A):

$$q = \frac{(7,85 + 3 + 2,13)}{(300 + 110)} = 0,0317 \text{ rad @ } 32 \text{ mrad}$$

- Viga V_2 (Seção B):

$$q = \frac{(7,97 + 3 + 1,98)}{(300 + 110)} = 0,0316 \text{ rad @ } 32 \text{ mrad}$$

Observação: pode-se aumentar a capacidade de rotação disponível em 10%, porque a construção é não-escorada)

$$q = 1,1 \times 32 = 34,7 \text{ mrad}$$

m) Flecha para cargas nominais aplicadas antes e depois da cura

- antes da cura (viga biapoiada):

. Viga V_1 (Seção A):

$$D_{ac} = \frac{5 \times 6,5 \times 10^{-2} \times 700^4}{384 \times 20500 \times 8697} = 1,14 \text{ cm}$$

. Viga V_2 (Seção B):

$$D_{ac} = \frac{5 \times 6,5 \times 10^{-2} \times 700^4}{384 \times 20500 \times 6661} = 1,49 \text{ m}$$

- depois da cura (viga semicontínua):

O modelo para análise é dado na FIG. 5.4, e os valores adotados para os momentos de inércia para cargas de curta e de longa duração são dados na TAB. 5.2.

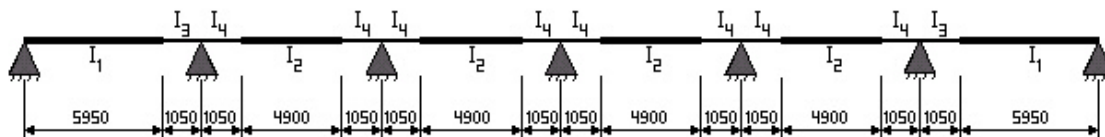


FIGURA 5.4 - Modelo para análise

TABELA 5.2 – Momentos de inércia para análise após a cura

	Curta duração (E_c)	Longa duração ($E_c/3$)
I_1 (cm ⁴)	32109	22379
I_2 (cm ⁴)	25459	18026
I_3 (cm ⁴)	13456	13456
I_4 (cm ⁴)	11248	11248

A ligação da V_1 com a V_2 é modelada como se mostra na FIG. 5.5, com as constantes de mola já determinadas:

$$C_1 = 2181286 \text{ kNcm/rad (para } V_1)$$

$$C_2 = 2123088 \text{ kNcm/rad (para } V_2)$$

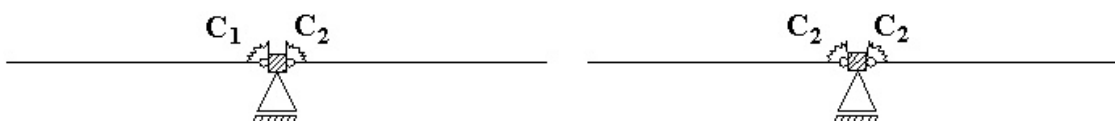


FIGURA 5.5 – Modelos das ligações de vigas: V_1 com V_2 e V_2 com V_2

Resultados da análise:

. carga permanente após a cura, com E_c :

Viga V_1 (Seção A): $D_l = 0,14 \text{ cm}$

Viga V_2 (Seção B): $D_l = 0,12 \text{ cm}$

. carga permanente após a cura, com $E_c / 3$:

Viga V_1 (Seção A): $D_l' = 0,19 \text{ cm}$

Viga V_2 (Seção B): $D_l' = 0,15 \text{ cm}$

. sobrecarga, com E_c :

Viga V_1 (Seção A): $D_{sc} = 0,82 \text{ cm}$

Viga V_2 (Seção B): $D_{sc} = 0,75 \text{ cm}$

- Limitações:

Eq. 3.74: $D_{ac} + D_l' + D_{sc} \leq L / 250$ (L é o vão da viga)

Eq. 3.75: $D_l' - D_l + D_{sc} \leq L / 350$

. Viga V_1 (Seção A):

Eq. 3.74: $1,14 + 0,19 + 0,82 = 2,15 \text{ cm} < L / 250 \Rightarrow \text{Ok!}$

Eq. 3.75: $0,19 - 0,14 + 0,82 = 0,87 \text{ cm} < L / 350 \Rightarrow \text{Ok!}$

. Viga V_2 (Seção B):

Eq. 3.74: $1,49 + 0,15 + 0,75 = 2,39 \text{ cm} < L / 250 \Rightarrow \text{Ok!}$

Eq. 3.75: $0,15 - 0,12 + 0,75 = 0,78 \text{ cm} < L / 350 \Rightarrow \text{Ok!}$

n) Limitação da tensão de serviço para cargas nominais aplicadas antes e depois da cura

Limitações para o trecho de momento positivo:

Eq. 3.76: $M_{ac} / W_{ai} + M_l' / W_{ef}' + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$

Eq. 3.77: $M_{ac} / W_{ai} + M_l / W_{ef} + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$

- antes da cura (viga biapoiada):

$$M_{ac} = \frac{100 \times 6,5 \times 7,0^2}{8} = 3981 \text{ kNcm}$$

Viga V_1 (Seção A): $W_{ai} = 580 \text{ cm}^3$

Viga V_2 (Seção B): $W_{ai} = 444 \text{ cm}^3$

- depois da cura (viga semicontínua):

Resultados da análise:

. carga permanente após a cura, com E_c :

Viga V_1 (Seção A): $M_l = 1873 \text{ kNcm}$

$$W_{tr} = 1067 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef} = W_{ai} + (S q_n / V_h)^{1/2} (W_{tr} - W_{ai}) = 1029 \text{ cm}^3$$

Viga V_2 (Seção B): $M_l = 1450 \text{ kNcm}$

$$W_{tr} = 827 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef} = W_{ai} + (S q_n / V_h)^{1/2} (W_{tr} - W_{ai}) = 797 \text{ cm}^3$$

. carga permanente após a cura, com $E_c / 3$:

Viga V_1 (Seção A): $M_{l'} = 1799 \text{ kNcm}$

$$W_{tr}' = 942 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef}' = W_{ai} + (S q_n / V_h)^{1/2} (W_{tr}' - W_{ai}) = 914 \text{ cm}^3$$

Viga V_2 (Seção B): $M_{l'} = 1322 \text{ kNcm}$

$$W_{tr}' = 736 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef}' = W_{ai} + (S q_n / V_h)^{1/2} (W_{tr}' - W_{ai}) = 713 \text{ cm}^3$$

. sobrecarga, com E_c :

Viga V_1 (Seção A): $M_{sc} = 11241 \text{ kNcm}$

$$W_{tr} = 1067 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef} = W_{ai} + (S q_n / V_h)^{1/2} (W_{tr} - W_{ai}) = 1029 \text{ cm}^3$$

Viga V_2 (Seção B): $M_{sc} = 8701 \text{ kNcm}$

$$W_{tr} = 827 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef} = W_{ai} + (S q_n / V_h)^{1/2} (W_{tr} - W_{ai}) = 797 \text{ cm}^3$$

- Limitações no trecho de momento positivo da Viga V_1 (Seção A):

$$\text{Eq. 3.76: } M_{ac} / W_{ai} + M_{l'} / W_{ef}' + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9 f_y$$

$$\frac{3981}{580} + \frac{1799}{914} + \frac{11241}{1029} = 19,76 \text{ kN} / \text{cm}^2 < 22,50 \text{ kN} / \text{cm}^2 \Rightarrow \text{Ok!}$$

$$\text{Eq. 3.77: } M_{ac} / W_{ai} + M_l / W_{ef} + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9 f_y$$

$$\frac{3981}{580} + \frac{1873}{1029} + \frac{11241}{1029} = 19,61 \text{ kN/cm}^2 < 22,50 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow \text{Ok!}$$

- Limitações no trecho de momento positivo da Viga V_2 (Seção B):

$$\text{Eq. 3.76: } M_{ac} / W_{ai} + M_l' / W_{ef}' + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$$

$$\frac{3981}{444} + \frac{1322}{713} + \frac{8701}{797} = 21,74 \text{ kN/cm}^2 < 22,50 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow \text{Ok!}$$

$$\text{Eq. 3.77: } M_{ac} / W_{ai} + M_l / W_{ef} + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$$

$$\frac{3981}{444} + \frac{1450}{797} + \frac{8701}{797} = 21,70 \text{ kN/cm}^2 < 22,50 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow \text{Ok!}$$

o) Limitação do momento de serviço para cargas nominais na ligação mista

Limitações para o trecho de momento negativo:

$$\text{Eq. 3.78: } M_l' + M_{sc} \leq 2M_u/3$$

$$\text{Eq. 3.79: } M_l + M_{sc} \leq 2M_u/3$$

- Resultados da análise:

. carga permanente após a cura, com E_c :

Viga V_1 (Seção A): $M_l = 890 \text{ kNcm}$

Viga V_2 (Seção B): $M_l = 890 \text{ kNcm}$

. carga permanente após a cura, com $E_c / 3$:

Viga V_1 (Seção A): $M_l' = 1057 \text{ kNcm}$

Viga V_2 (Seção B): $M_l' = 1057 \text{ kNcm}$

. sobrecarga, com E_c :

Viga V_1 (Seção A): $M_{sc} = 5339 \text{ kNcm}$

Viga V_2 (Seção B): $M_{sc} = 5339 \text{ kNcm}$

- Limitações no trecho de momento negativo da Viga V_1 (Seção A):

$$\text{Eq. 3.78: } 1057 + 5339 = 6396 \text{ kNcm} < 2M_u/3 = 2 \times 17794 / 3 = 11863 \text{ kNcm} \Rightarrow \text{Ok!}$$

Eq. 3.79: $890 + 5339 = 6229 \text{ kNcm} < 2M_u/3 = 2 \times 17794 / 3 = 11863 \text{ kNcm} \Rightarrow \text{Ok!}$

- Limitações no trecho de momento negativo da Viga V_2 (Seção B):

Eq. 3.78: $1057 + 5339 = 6396 \text{ kNcm} < 2M_u/3 = 2 \times 17796 / 3 = 11864 \text{ kNcm} \Rightarrow \text{Ok!}$

Eq. 3.79: $890 + 5339 = 6229 \text{ kNcm} < 2M_u/3 = 2 \times 17796 / 3 = 11864 \text{ kNcm} \Rightarrow \text{Ok!}$

p) Verificação de resistências das vigas mistas ao momento fletor positivo

- carga de cálculo nas vigas V_1 e V_2 (superposição das cargas de cálculo aplicadas antes e após a cura):

$$q_d = (6,5 + 3,75)1,4 + (22,5)1,5 = 48,1 \text{ kN/m}$$

- momentos fletores de cálculo:

$$M_d = M_{d(x)} - \frac{fM_{uesq}(L-x)}{L} - fM_{udir}\left(\frac{x}{L}\right) \quad (\text{Eq. 4.1})$$

. Viga V_1 (Seção A):

$$M_d = \left[48,1\left(\frac{7}{2}\right)x - \frac{48,1x^2}{2} \right] - \frac{0,85(0)(7-x)}{7} - 0,85(177,94)\left(\frac{x}{7}\right) = 146,74x - 24,05x^2$$

$$\frac{dM_d}{dx} = 146,74 - 48,1x = 0 \rightarrow x = 3,051 \text{ m}$$

$$Máx(M_d) = 146,74(3,051) - 24,05(3,051)^2 = 223,83 \text{ kNm}$$

$$M_n = 323,71 \text{ kNcm}$$

$$0,90 \times 0,90 \times 323,71 = 262,22 \text{ kNcm} > M_d = 223,83 \text{ kNcm} \Rightarrow \text{Ok!}$$

. Viga V_2 (Seção B):

$$M_d = \left[48,1\left(\frac{7}{2}\right)x - \frac{48,1x^2}{2} \right] - \frac{0,85(177,96)(7-x)}{7} - 0,85(177,96)\left(\frac{x}{7}\right) = -151,27 + 168,35x - 24,05x^2$$

$$x = 3,5 \text{ m}$$

$$Máx(M_d) = -151,27 + 168,35(3,5) - 24,05(3,5)^2 = 143,34 \text{ kNm}$$

$$M_n = 250,28 \text{ kNm}$$

$$0,90 \times 0,90 \times 250,28 = 202,72 \text{ kNm} > M_d = 143,34 \text{ kNcm} \Rightarrow \text{Ok!}$$

q) Resistência de cálculo à flambagem lateral com distorção

(Considera-se fôrma de aço MF75, conforme catálogo METFORM (1999), espessura 0,8 mm)

- Cálculo de I_2 - momento de inércia da laje fissurada, por largura unitária, necessário para o cálculo da contribuição da laje na rigidez k_s (ver anexo C):

$$E_c = 2208 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_a = 20500 \text{ kN/cm}^2$$

$$G = 7885 \text{ kN/cm}^2$$

$$n = E_a / E_c = 9,28$$

$$b' = 1 / n = 0,108$$

Região de momento positivo:

$$A_{fôrma} = 0,1112 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$I_{fôrma} = 1,0171 \text{ cm}^4/\text{cm}$$

$$CG_{fôrma} = 3,749 \text{ cm}$$

$$y = (A_{fôrma} CG_{fôrma} + t_c (t_c / 2 + h_f) b') / (A_{fôrma} + b' t_c) = 10,072 \text{ cm } \text{ \textbf{D} } L.N.E. \text{ na capa } \text{ \textbf{D} }$$

$$y = [A_{fôrma} CG_{fôrma} + b' (t_c + h_f - y)(t_c / 2 + h_f / 2 - y / 2 + y)] / (A_{fôrma} + b' (t_c + h_f - y))$$

Resolvendo-se a equação acima para y obtém-se:

$$D = (-2 A_{fôrma} - 2 b' t_c - 2 b' h_f)^2 - 4 b' (2 A_{fôrma} CG_{fôrma} + b' t_c^2 + 2 b' t_c h_f + b' h_f^2) = 1,0824$$

$$y = (2 A_{fôrma} + 2 b' t_c + 2 b' h_f \pm \sqrt{\Delta}) / (2 b') = 10,7130 \text{ cm}$$

Tem-se então o momento de inércia desejado:

$$I_2 = (b' (t_c + h_f - y)^3 / 3 + I_{fôrma} + A_{fôrma} (y - CG_{fôrma})^2) = 8,3652 \text{ cm}^4/\text{cm}$$

Região de momento negativo:

$$b_{deck} = 11,9 \text{ cm}$$

$$onda = 27,4 \text{ cm}$$

$$b = b_{deck} / (onda \times n) = 0,0468 \text{ cm/cm}$$

$$A_s' = 0,001 \times 7 = 0,007 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$y = (A_s' Y + b y^2 / 2) / (A_s' + b y)$$

Resolvendo-se a equação acima para y obtém-se:

$$D = 4 A_s'^2 / b^2 + 8 A_s' Y / b = 13,252$$

$$y = - A_s' / b + \sqrt{\Delta} / 2 = 1,671 \text{ cm } \text{ P L.N.E. na nervura}$$

Tem-se então o momento de inércia desejado:

$$I_2 = (A_s' (Y - y)^2 + b y^3 / 3) = 0,682 \text{ cm}^4/\text{cm}$$

Adota-se para I_2 o menor valor entre os trechos de momento positivo e negativo.

$$\text{Portanto, } I_2 = 0,682 \text{ cm}^4/\text{cm}$$

- Cálculo da resistência à flambagem lateral com distorção (item 3.14.1):

Viga V_1 (Seção A):

$$A_a = 56,68 \text{ cm}^2$$

$$A = 56,68 + 8,04 = 64,72 \text{ cm}^2$$

$$I_{ax} = 8697 \text{ cm}^4$$

$$Z_a = 655 \text{ cm}^3$$

$$I_{ay} = 923,4 \text{ cm}^4$$

$$y_c = 26 \text{ cm}$$

$$e = \frac{A I_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)} = 47,51 \text{ cm}$$

$$h_s = 30 - 0,95 = 29,05 \text{ cm}$$

$$I_x = 13460 \text{ cm}^4 \text{ (região de momento negativo, armadura sem concreto)}$$

$$K_c = \frac{h_s I_x / I_{ax}}{\left[\frac{h_s^2 / 4 + (I_{ax} + I_{ay}) / A_a}{e} \right] + h_s}$$

$$= 1,213$$

$$L = 700 \text{ cm}$$

$$I_{afy} = b_f^3 t_f / 12 = 461,7 \text{ cm}^4$$

$$I_{at} = 15,084 \text{ cm}^4$$

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4(1 - \nu_a^2) h_s} = 99,26 \text{ kN}$$

$$c = 250 \text{ cm}$$

Viga V_2 (Seção B):

$$A_a = 43,49 \text{ cm}^2$$

$$A = 43,49 + 8,04 = 51,53 \text{ cm}^2$$

$$I_{ax} = 6661 \text{ cm}^4$$

$$Z_a = 501 \text{ cm}^3$$

$$I_{ay} = 546,13 \text{ cm}^4$$

$$y_c = 26 \text{ cm}$$

$$e = \frac{A I_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)} = 37,76 \text{ cm}$$

$$h_s = 30 - 0,8 = 29,2 \text{ cm}$$

$$I_x = 11248 \text{ cm}^4 \text{ (região de momento negativo, armadura sem concreto)}$$

$$K_c = \frac{h_s I_x / I_{ax}}{\left[\frac{h_s^2 / 4 + (I_{ax} + I_{ay}) / A_a}{e} \right] + h_s}$$

$$= 1,257$$

$$L = 700 \text{ cm}$$

$$I_{afy} = b_f^3 t_f / 12 = 273,07 \text{ cm}^4$$

$$I_{at} = 7,828 \text{ cm}^4$$

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4(1 - \nu_a^2) h_s} = 48,23 \text{ kN}$$

$$c = 250 \text{ cm}$$

$$k_1 = 4E_a I_2 / c = 223,70 \text{ kN}$$

$$K_s = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} = 68,75 \text{ kN}$$

- Cálculo do coeficiente C_4 :

$$fM_{pp} = 0,90 \times 0,90 \times 323,71 = 262,22 \text{ kNm}$$

$$fM_{pn,a} = 0$$

$$fM_{pn,b} = 0,85 \times 177,94 = 151,25 \text{ kNm}$$

$$fM_{pn,a} / fM_{pn,b} = 0$$

$$fM_{pn,b} / fM_{pp} = 0,577$$

$$C_4 = 42,6 + 0,023 \times (47,6 - 42,6) / 0,20 = 43,18$$

$$k_1 = 4E_a I_2 / c = 223,70 \text{ kN}$$

$$K_s = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} = 39,67 \text{ kN}$$

- Cálculo do coeficiente C_4 :

$$fM_{pp} = 0,90 \times 0,90 \times 250,28 = 202,72 \text{ kNm}$$

$$fM_{pn,a} = 0,85 \times 177,96 = 151,27 \text{ kNm}$$

$$fM_{pn,b} = 0,85 \times 177,96 = 151,27 \text{ kNm}$$

$$fM_{pn,a} / fM_{pn,b} = 1$$

$$fM_{pn,a} / fM_{pp} = 0,746$$

$$C_4 = 24,0 + 0,054 \times (26,7 - 24,0) / 0,20 = 24,73$$

- Cálculo do momento resistente:

$$M_{cr} = \frac{K_c C_4}{L_b} \left[\left(GI_{at} + \frac{K_s L_b^2}{p^2} \right) E_a I_{afy} \right]^{1/2} =$$

$$4326,3 \text{ kNm}$$

$M_{pl} = 247,99 \text{ kNm}$ (resistência da viga mista à plastificação total pelo momento fletor negativo – considera-se apenas a armadura sem o concreto)

$$\bar{I}_{LT} = \left(\frac{M_{pl}}{M_{cr}} \right)^{1/2} = 0,239$$

Se $\bar{I}_{LT} \leq 0,4$, c_{LT} pode ser tomado como igual a 1.

$$M_n = c_{LT} M_{pl}$$

$$M_n = 247,99 \text{ kNm} > M_u = 177,94 \text{ kNm}$$

$\Rightarrow$ Ok!

- Cálculo do momento resistente:

$$M_{cr} = \frac{K_c C_4}{L_b} \left[\left(GI_{at} + \frac{K_s L_b^2}{p^2} \right) E_a I_{afy} \right]^{1/2} =$$

$$1497,5 \text{ kNm}$$

$M_{pl} = 204,06 \text{ kNm}$ (resistência da viga mista à plastificação total pelo momento fletor negativo – considera-se apenas a armadura sem o concreto)

$$\bar{I}_{LT} = \left(\frac{M_{pl}}{M_{cr}} \right)^{1/2} = 0,369$$

Se $\bar{I}_{LT} \leq 0,4$, c_{LT} pode ser tomado como igual a 1.

$$M_n = c_{LT} M_{pl}$$

$$M_n = 204,06 \text{ kNm} > M_u = 177,96 \text{ kNm}$$

$\Rightarrow$ Ok!

r) Capacidade de rotação necessária da ligação mista (método simplificado)

- Pela TAB. 3.1:

$$L/D = 7000 / (300 + 75 + 70) = 15,73$$

Interpolando-se linearmente, para carga uniformemente distribuída, coeficiente $\beta = 0,9$ e aço com $f_y = 275 \text{ MPa}$:

Capacidade de rotação necessária = $(28,0 + 0,73(37,8-28,0)/5) \times 0,74 = 21,78 \text{ mrad} < 34,7 \text{ mrad} \Rightarrow \text{Ok!}$

- Verificações adicionais:

$M_u @ 178 \text{ kNm}$ (para ambas as vigas)

. Viga V_1 (Seção A):

$M_u > 0,3 \times M_p = 0,30 \times 323,71 = 97,11 \text{ kNcm} \Rightarrow \text{Ok!}$

. Viga V_2 (Seção B):

$M_u > 0,3 \times M_p = 0,30 \times 250,28 = 75,08 \text{ kNcm} \Rightarrow \text{Ok!}$

5.1.3 – Saída de resultados do programa desenvolvido, para este exemplo

a) Arquivo de entrada de dados para a Viga V_1

Cliente: Exemplo
Obra: Dissertação de Mestrado
Data: 10 / 05/ 03

BARRA 1 (Vão= 7.00 m)

PS 300x180/180x9.5/9.5x8 (44.49kg/m)
 $f_y = 250 \text{ MPa}$ $f_u = 400 \text{ MPa}$

Ações nominais:

	unif (kN/m)	1P conc(kN)	2P conc(kN)
Cp_antes cura	6.500	0.000	0.000
Cp_após cura	3.750	0.000	0.000
Sobrecarga	22.500	0.000	0.000

Laje:

$t_c = 70.0 \text{ mm}$ $h_f = 75.0 \text{ mm}$
 $f_{ck} = 20.0 \text{ MPa}$ Peso específico = 24.0 kN/m^3
Pos.armadura princ.(topo da laje ao eixo da armadura) = 35.0 mm
Sentido da fôrma da aço: perpendicular à viga
Vão da laje adjacente(1) = 2.50 m
Vão da laje adjacente(2) = 2.50 m

Dados da ligação mista (nó inicial):

nó rotulado

Dados da ligação mista (nó final):

-Barras de armadura: ($A_s=8.04 \text{ cm}^2$)
 Nº barras= 4
 Diâmetro= 16.0 mm
 $f_{ys}= 500.0 \text{ MPa}$
 $E_{su}= 0.06$
 -Conectores de cisalhamento:
 Diâmetro= 19.0 mm
 $f_{uc}= 415.0 \text{ MPa}$
 compr.conector após soldagem=125.0 mm
 distância mín. conector->apoio=100.0 mm
 relação carga x escorregamento=1000.0 kN/cm
 -Cantoneiras da alma: (2L 100x8.0mm)
 Comprimento=230.0 mm
 Gabarito de furação=70.0 mm
 Dist. topo viga->cant=35.0 mm
 $f_y(\text{cant})= 250 \text{ MPa}$ $f_u(\text{cant})= 400 \text{ MPa}$
 -Ligação Inferior: (1L 152x12.5mm)
 Largura Cantoneira=170.0 mm
 Dist.longitudinal entre furos=75.0 mm
 Parafuso= diam.1" A325N $f_u(\text{paraf})= 825 \text{ MPa}$
 $f_y(\text{cant})= 360 \text{ MPa}$ $f_u(\text{cant})= 485 \text{ MPa}$

Suporte (nó inicial):Alma de pilar

-Perfil:PS 250x250/250x8/8x8
 $f_y= 250 \text{ MPa}$ $f_u= 400 \text{ MPa}$

Suporte (nó final):Alma de pilar

-Perfil:PS 250x250/250x8/8x8

b) Arquivo de entrada de dados para a Viga V2

Cliente: Exemplo
 Obra: Dissertação de Mestrado
 Data: 10 / 05/ 03

BARRA 2 (Vão= 7.00 m)

PS 300x160/160x8/8x6.3 (34.14kg/m)
 $f_y= 250 \text{ MPa}$ $f_u= 400 \text{ MPa}$

Ações nominais:

	unif (kN/m)	1P conc(kN)	2P conc(kN)
Cp_antes cura	6.500	0.000	0.000
Cp_após cura	3.750	0.000	0.000
Sobrecarga	22.500	0.000	0.000

Laje:

tc=70.0 mm hf=75.0 mm

fck=20.0 MPa Peso específico=24.0 kN/m³

Pos.armadura princ.(topo da laje ao eixo da armadura)=35.0 mm

Sentido da fôrma de aço: perpendicular à viga

Vão da laje adjacente(1)=2.50 m

Vão da laje adjacente(2)=2.50 m

Dados da ligação mista (nó inicial):

-Barras de armadura: (As=8.04 cm²)

Nº barras= 4

Diâmetro= 16.0 mm

fys= 500.0 MPa

Esu= 0.06

-Conectores de cisalhamento:

Diâmetro= 19.0 mm

fuc= 415.0 MPa

compr.conector após soldagem=125.0 mm

distância mín. conector->apoio=100.0 mm

relação carga x escorregamento=1000.0 kN/cm

-Cantoneiras da alma: (2L 100x8.0mm)

Comprimento=230.0 mm

Gabarito de furação=70.0 mm

Dist. topo viga->cant=35.0 mm

fy(cant)= 250 MPa fu(cant)= 400 MPa

-Ligação Inferior: (1L 152x12.5mm)

Largura Cantoneira=170.0 mm

Dist.longitudinal entre furos=75.0 mm

Parafuso= diam.1" A325N fu(paraf)= 825 MPa

fy(cant)= 360 MPa fu(cant)= 485 MPa

Dados da ligação mista (nó final):

-Barras de armadura: (As=8.04 cm²)

Nº barras= 4

Diâmetro= 16.0 mm

fys= 500.0 MPa

Esu= 0.06

-Conectores de cisalhamento:

Diâmetro= 19.0 mm

fuc= 415.0 MPa

compr.conector após soldagem=125.0 mm

distância mín. conector->apoio=100.0 mm

relação carga x escorregamento=1000.0 kN/cm

-Cantoneiras da alma: (2L 100x8.0mm)

Comprimento=230.0 mm

Gabarito de furação=70.0 mm

-Ligação Inferior: (1L 152x12.5mm)
 Largura Cantoneira=170.0 mm
 Dist.longitudinal entre furos=75.0 mm
 Parafuso= diam.1" A325N fu(paraf)= 825 MPa
 fy(cant)= 360 MPa fu(cant)= 485 MPa

Suporte (nó inicial):Alma de pilar

-Perfil:PS 250x250/250x8/8x8
 fy= 250MPa fu= 400MPa

Suporte (nó final):Alma de pilar

-Perfil:PS 250x250/250x8/8x8
 fy= 250MPa fu= 400MPa

c) Arquivo de resultados para a Viga V1

Cliente: Exemplo
 Obra: Dissertação de Mestrado
 Data: 10 / 05/ 03

BARRA 1 (Vão= 7.00 m)

PS 300x180/180x9.5/9.5x8 (44.49kg/m)
 fy= 250MPa fu= 400MPa

Propriedades do perfil de aço:

Área = 56.68 cm²
 I_x = 8697.14 cm⁴ I_{at} = 15.08 cm⁴
 I_y = 924.60 cm⁴ Z_x = 654.68 cm⁴
 W_{xsup}= 579.81 cm³ Y_{gsup}= 15.00 cm
 W_{xinf}= 579.81 cm³ Y_{ginf}= 15.00 cm

Propriedades do perfil misto(trecho de momento positivo):

bef(+)=140.0 cm
 Q_n(utilizado)= 1204.45 kN (inter=0.85)
 I_{ef}(int.parcial E=Ec) = 32079.68 cm⁴
 W_{ef_inf}(int.parcial E=Ec)= 1029.07 cm³
 I_{ef}(int.parcial E=Ec/3) = 22360.92 cm⁴
 W_{ef_inf}(int.parcial E=Ec/3)= 913.95 cm³
 Cred=0.750 (supondo-se 1 conector por onda)
 n° de conectores(trecho positivo)= 17

Classe do perfil misto:

-Alma:
 h/tw= 35.1 < 100.2 =>Classe<=2
 yp (nó final)=24.10cm (perfil de aço + barras de armadura)

$2y_p/t_w$ (nó final) = 60.3 < 100.2 => Classe <= 2
 -Mesa inferior:
 $b_f/2t_f$ = 9.5 < 10.9 => Classe <= 2

Resistência de cálculo do perfil de aço isolado(antes da cura):

$\phi M_n(FLA)$ = 147.30 kNm
 $\phi M_n(FLM)$ = 147.30 kNm

Resistência de cálculo da viga mista
 (trecho de momento positivo, $\beta=0.90$)

$0.90\phi M_n(+)$ = 287.36 kNm (int.total)
 $0.90\phi M_n(+)$ = 261.92 kNm (int.parcial)

Propriedades da ligação mista (nó final):

$-b_{ef}(-)$ = 87.5 cm
 -Momento de inércia trecho neg = 13457 cm⁴
 (LNE(perfil+armadura)=18.23cm da face inferior)
 (compr. trecho neg.: 89.9 cm)
 -Barras de armadura
 k_s = 13186 kN/cm
 P_{us} = 402 kN
 u_s = 0.7854 cm
 ϕP_{us} = 342 kN
 -Conectores de Cisalhamento
 k_c = 3780 kN/cm
 P_{uc} = 424 kN
 u_c = 0.2127 cm
 n° de conectores(trecho negativo) = 6
 -Ligação Inferior
 k_i = 2323 kN/cm
 P_{ui} = 641 kN
 u_i = 0.3000 cm
 ϕP_{ui} = 456 kN ($\phi P_{us} < \phi P_{ui}$ Ok!)
 -Ligação da alma
 Momento resistente = 13.15 kNm
 V_{pw} = 129.36 kN
 (lne e lnp cortam as cantoneiras => Ok!)
 (Parcela comprimida Ok!)

 -Rigidez inicial da ligação = 2180904 kNcm/rad
 -Capacidade de rotação = 34.83 mrad
 -Rotação necessária = 21.78 mrad Ok!
 -Resistência última = 177.97 kNm
 (linha neutra plástica (lig.) a 9.48cm da face inferior)
 (linha neutra elástica (lig.) a 22.89cm da face inferior)
 (M_{neg}/M_p = 0.55 > 0.3 Ok!)

Flambagem Lateral com distorção(trecho negativo):

$M_n(FLD-nó\ final)$ = 1.000x 247.99 = 247.99 kNm > $M_u(lig.)$ => Ok!

Resistência à força cortante:

$\phi V_n = 303.48 \text{ kN}$

Esforços solicitantes:

$M_{gl \text{ max}}(\text{peso próprio}) = 39.81 \text{ kNm}$

$M_l \text{ max}(\text{após cura}, E=E_c, \text{positivo}) = 129.62 \text{ kNm}$

$M_l \text{ max}(\text{após cura}, E=E_c/3 \text{ p/ longa dur}, \text{positivo}) = 128.78 \text{ kNm}$

$M_{dl \text{ max}}(\text{antes cura}) = 71.82 \text{ kNm}$

$M_d \text{ max}(\text{positivo}) = 223.83 \text{ kNm} (x=3.05\text{m})$

$V_d \text{ max} = 189.96 \text{ kN}$

Limitação de tensões:

$LT = (M_{gl}/W_{xai} + M_l/W_{ef})/0.9 \cdot f_y = 0.87 \leq 1.00 \text{ Ok!}$

$M_{lig}(\text{nó inicial}) = 0.00 \text{ kNm} \leq 2/3 M_u \text{ Ok!}$

$M_{lig}(\text{nó final}) = 63.99 \text{ kNm} \leq 2/3 M_u \text{ Ok!}$

Flechas:

$\text{flecha max relativa}(\text{antes cura}) = 1.140 \text{ cm}$

$\text{flecha max relativa}(\text{total}) = 2.146 \text{ cm} < L/250 \text{ Ok!}$

$\text{flecha max relativa}(\text{sc+longa dur.}) = 0.869 \text{ cm} < L/350 \text{ Ok!}$

d) Saída de resultados para a Viga V2

Cliente: Exemplo

Obra: Dissertação de Mestrado

Data: 10 / 05/ 03

BARRA 2 (Vão= 7.00 m)

PS 300x160/160x8/8x6.3 (34.14kg/m)

$f_y = 250 \text{ MPa}$ $f_u = 400 \text{ MPa}$

Propriedades do perfil de aço:

Área = 43.49 cm²

$I_x = 6660.84 \text{ cm}^4$ $I_{at} = 7.83 \text{ cm}^4$

$I_y = 546.73 \text{ cm}^4$ $Z_x = 500.79 \text{ cm}^4$

$W_{xsup} = 444.06 \text{ cm}^3$ $Y_{gsup} = 15.00 \text{ cm}$

$W_{xinf} = 444.06 \text{ cm}^3$ $Y_{ginf} = 15.00 \text{ cm}$

Propriedades do perfil misto(trecho de momento positivo):

$b_{ef}(+) = 122.5 \text{ cm}$

$Q_n(\text{utilizado}) = 924.21 \text{ kN}$ (inter=0.85)

$I_{ef}(\text{int.parcial } E=E_c) = 25437.88 \text{ cm}^4$

$W_{ef_inf}(\text{int.parcial } E=E_c) = 797.21 \text{ cm}^3$

$I_{ef}(\text{int.parcial } E=E_c/3) = 18012.71 \text{ cm}^4$

$W_{ef_inf}(\text{int.parcial } E=E_c/3) = 713.27 \text{ cm}^3$

$C_{red} = 0.750$ (supondo-se 1 conector por onda)

$n^\circ \text{ de conectores}(\text{trecho positivo}) = 13$

Classe do perfil misto:

-Alma:

$h/t_w = 45.1 < 100.2 \Rightarrow \text{Classe} \leq 2$
 y_p (nó inicial) = 26.96cm (perfil de aço + barras de armadura)
 $2y_p/t_w$ (nó inicial) = 85.6 < 100.2 $\Rightarrow \text{Classe} \leq 2$
 y_p (nó final) = 26.96cm (perfil de aço + barras de armadura)
 $2y_p/t_w$ (nó final) = 85.6 < 100.2 $\Rightarrow \text{Classe} \leq 2$

-Mesa inferior:

$b_f/2t_f = 10.0 < 10.9 \Rightarrow \text{Classe} \leq 2$

Resistência de cálculo do perfil de aço isolado(antes da cura):

$\phi M_n(\text{FLA}) = 112.68 \text{ kNm}$

$\phi M_n(\text{FLM}) = 112.68 \text{ kNm}$

Resistência de cálculo da viga mista

(trecho de momento positivo, $\beta = 0.90$)

$0.90\phi M_n(+) = 230.20 \text{ kNm}$ (int.total)

$0.90\phi M_n(+) = 202.90 \text{ kNm}$ (int.parcial)

Propriedades da ligação mista (nó inicial):

- $b_{ef}(-) = 87.5 \text{ cm}$

-Momento de inércia trecho neg = 11248cm⁴
 (LNE(perfil+armadura)=19.06cm da face inferior)
 (compr. trecho neg.: 105.9 cm)

-Barras de armadura

$k_s = 13186 \text{ kN/cm}$

$P_{us} = 402 \text{ kN}$

$u_s = 0.7963 \text{ cm}$

$\phi P_{us} = 342 \text{ kN}$

-Conectores de Cisalhamento

$k_c = 4064 \text{ kN/cm}$

$P_{uc} = 424 \text{ kN}$

$u_c = 0.1978 \text{ cm}$

nº de conectores(trecho negativo) = 6

-Ligação Inferior

$k_i = 2131 \text{ kN/cm}$

$P_{ui} = 480 \text{ kN}$

$u_i = 0.3000 \text{ cm}$

$\phi P_{ui} = 360 \text{ kN}$ ($\phi P_{us} < \phi P_{ui}$ Ok!)

-Ligação da alma

Momento resistente = 13.14 kNm

$V_{pw} = 129.14 \text{ kN}$

(I_{ne} e I_{np} cortam as cantoneiras Ok!)

(Parcela comprimida Ok!)

-Rigidez inicial da ligação = 2124921 kNcm/rad

-Capacidade de rotação = 34.72 mrad

-Rotação necessária = 21.78 mrad Ok!

-Resistência última = 177.96 kNm

(linha neutra plástica(lig.) a 9.50cm da face inferior)

(linha neutra elástica(lig.) a 24.32cm da face inferior)

($M_{neg}/M_p = 0.71 > 0.3$ Ok!)

Propriedades da ligação mista (nó final):

-bef(-)= 87.5 cm
 -Momento de inércia trecho neg= 11248cm⁴
 (LNE(perfil+armadura)=19.06cm da face inferior)
 (compr. trecho neg.: 105.9 cm)
 -Barras de armadura
 $k_s = 13186 \text{ kN/cm}$
 $P_{us} = 402 \text{ kN}$
 $u_s = 0.7963 \text{ cm}$
 $\phi P_{us} = 342 \text{ kN}$
 -Conectores de Cisalhamento
 $k_c = 4064 \text{ kN/cm}$
 $P_{uc} = 424 \text{ kN}$
 $u_c = 0.1978 \text{ cm}$
 $n^\circ \text{ de conectores(trecho negativo)} = 6$
 -Ligação Inferior
 $k_i = 2131 \text{ kN/cm}$
 $P_{ui} = 480 \text{ kN}$
 $u_i = 0.3000 \text{ cm}$
 $\phi P_{ui} = 360 \text{ kN}$ ($\phi P_{us} < \phi P_{ui}$ Ok!)
 -Ligação da alma
 Momento resistente= 13.14 kNm
 $V_{pw} = 129.14 \text{ kN}$
 (lne e lnp cortam as cantoneiras => Ok!)
 (Parcela comprimida Ok!)

 -Rigidez inicial da ligação= 2124921 kNcm/rad
 -Capacidade de rotação=34.72 mrad
 -Rotação necessária= 21.78 mrad Ok!
 -Resistência última= 177.96 kNm
 (linha neutra plástica (lig.) a 9.50cm da face inferior)
 (linha neutra elástica (lig.) a 24.32cm da face inferior)
 ($M_{neg}/M_p = 0.71 > 0.3$ Ok!)

Flambagem Lateral com distorção(trecho negativo):

$M_n(\text{FLD-nó inicial}) = 1.000 \times 204.07 = 204.07 \text{ kNm} > M_u(\text{lig.}) \Rightarrow \text{Ok!}$
 $M_n(\text{FLD-nó final}) = 1.000 \times 204.07 = 204.07 \text{ kNm} > M_u(\text{lig.}) \Rightarrow \text{Ok!}$

Resistência à força cortante:

$\phi V_n = 241.54 \text{ kN}$

Esforços solicitantes:

$M_{gl} \text{ max(peso próprio)} = 39.81 \text{ kNm}$
 $M_l \text{ max(após cura, } E=E_c, \text{ positivo)} = 100.07 \text{ kNm}$
 $M_l \text{ max(após cura, } E=E_c/3 \text{ p/ longa dur, positivo)} = 98.61 \text{ kNm}$
 $M_{dl} \text{ max(antes cura)} = 71.82 \text{ kNm}$
 $M_d \text{ max(positivo)} = 143.35 \text{ kNm (x=3.50m)}$
 $V_d \text{ max} = 168.35 \text{ kN}$

Limitação de tensões:

$$LT=(Mgl/Wxai+Ml/Wef)/0.9*f_y= 0.96 \leq 1.00 \text{ Ok!}$$

$$M_{lig}(n\acute{o} \text{ inicial})= 63.99 \text{ kNm} \leq 2/3M_u \text{ Ok!}$$

$$M_{lig}(n\acute{o} \text{ final})= 60.35 \text{ kNm} \leq 2/3M_u \text{ Ok!}$$

Flechas:

$$\text{flecha max relativa(antes cura)}= 1.488 \text{ cm}$$

$$\text{flecha max relativa(total)}= 2.369 \text{ cm} < L/250 \text{ Ok!}$$

$$\text{flecha max relativa(sc+longa dur.)}= 0.759 \text{ cm} < L/350 \text{ Ok!}$$

5.1.4 – Comentários finais

Na TAB. 5.3 apresenta-se um quadro comparativo entre o modelo de vigas biapoiadas e o modelo de vigas semicontínuas, com os respectivos esforços solicitantes, resistências e flechas.

TABELA 5.3 – Quadro comparativo (exemplo 1)

	V_1 (biapoiada)	V_2 (biapoiada)	V_1 (semicontínua)	V_2 (semicontínua)
$b_{ef} (+)$ (mm)	1750	1750	1400	1225
Nº conect (+)	2x17	2x13	2x17	2x13
Nº conect (-)	---	---	6	2x6
$\beta \phi M_n$ (kNcm)	29561	22948	26222	20272
M_d (kNcm)	29460 ok!	29460	22838 ok!	14334 ok!
σ (kN/cm ²)	22,50	28,94	19,76	21,74
$LT(\sigma / (0,9 f_y))$	$1,0 \leq 1,0$ ok!	$1,29 > 1,0$	$0,88 \leq 1,0$ ok!	$0,97 \leq 1,0$ ok!
Δ_{CT} (cm)	$2,39 \leq 2,80$ ok!	$3,03 \leq 2,80$	$2,15 \leq 2,80$ ok!	$2,39 \leq 2,80$ ok!
Δ_{SC} (cm)	$1,08 \leq 2,00$ ok!	$1,33 \leq 2,00$ ok!	$0,87 \leq 2,00$ ok!	$0,78 \leq 2,00$ ok!
Peso total da linha de vigas	1869 kg		1578 kg	

Como se pode perceber, há uma economia substancial no peso devido à troca da V_1 (44,5 kg/m) pela V_2 (34,1 kg/m), sendo que tanto a V_1 quanto a V_2 ainda apresentam uma reserva de resistência no sistema semicontínuo, contrariamente ao caso da viga biapoiada, onde praticamente não há reserva, no caso da viga V_1 . Já a viga V_2 , não poderia ser utilizada como biapoiada, com interação parcial de 85%, já que não atende

os critérios de dimensionamento. Desta forma os perfis poderiam ser ainda reduzidos na viga semicontínua.

O acréscimo do número de conectores da viga biapoiada para a viga semicontínua é de 6 em cada viga V_1 e de $(13 + 6 - 17) \times 2 = 4$ em cada viga V_2 .

O cálculo detalhado valida todos os resultados obtidos pelo programa desenvolvido, para este exemplo.

Vale ressaltar que no programa desenvolvido, os dados de uma ligação mista são propriedade do nó, e não das vigas que chegam no mesmo. Portanto, não foi possível diferenciar a largura das cantoneiras inferiores para a V_1 e para a V_2 . Esta informação não alterou os resultados.

5.2 – Exemplo 2

Neste exemplo faz-se uma avaliação da influência da flexibilidade dos apoios da linha de vigas do exemplo 1.

5.2.1 – Vigas principais

Para as vigas principais utiliza-se um perfil soldado com as seguintes dimensões:

$$d = 650 \text{ mm}$$

$$b_{fi} = b_{fs} = 250 \text{ mm}$$

$$t_{fs} = 8 \text{ mm}$$

$$t_{fi} = 12,5 \text{ mm}$$

$$t_w = 8 \text{ mm}$$

$$f_y = 250 \text{ MPa}$$

A viga mista obtida é considerada com interação total. Pode ser demonstrado que a viga acima atende a todos os requisitos de resistência e rigidez.

- Vigas internas:

$$b_{ef} = \text{menor entre} \left(7000 ; \frac{7500}{4} \right) = 1875 \text{ mm}$$

$$\text{para } E_c: I_{tr} = 170008 \text{ cm}^4$$

$$\text{para } E_c': I_{tr}' = 118802 \text{ cm}^4$$

- Vigas externas:

$$b_{ef} = \text{menor entre} \left(\frac{7000 - 250}{2} + 250 ; \frac{7500}{12} + 250 \right) = 875 \text{ mm}$$

$$\text{para } E_c: I_{tr} = 133751 \text{ cm}^4$$

$$\text{para } E_c': I_{tr}' = 91662 \text{ cm}^4$$

5.2.2 – Influência da flexibilidade das vigas principais

Será feita a comparação de flechas e tensões de serviço da linha de vigas semicontínuas com apoios flexíveis e com apoios indeslocáveis.

a) Limitações de tensões para o trecho de momento positivo

$$\text{Eq. 3.76: } M_{ac} / W_{ai} + M_l' / W_{ef}' + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$$

$$\text{Eq. 3.77: } M_{ac} / W_{ai} + M_l / W_{ef} + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$$

- antes da cura (viga biapoiada):

$$M_{ac} = \frac{100 \times 6,5 \times 7,0^2}{8} = 3981 \text{ kNcm}$$

$$\text{Viga } V_1 \text{ (Seção A): } W_{ai} = 580 \text{ cm}^3$$

$$\text{Viga } V_2 \text{ (Seção B): } W_{ai} = 444 \text{ cm}^3$$

- após a cura (viga semicontínua):

Resultados da análise da grelha:

. carga permanente após a cura, com E_c

$$\text{Viga } V_1 \text{ (Seção A): } M_l = 1889 \text{ kNcm}$$

$$W_{ef} = 1029 \text{ cm}^3$$

$$\text{Viga } V_2 \text{ (Seção B): } M_l = 1444 \text{ kNcm}$$

$$W_{ef} = 797 \text{ cm}^3$$

. carga permanente após a cura, com $E_c / 3$

$$\text{Viga } V_1 \text{ (Seção A): } M_l' = 1816 \text{ kNcm}$$

$$W_{ef}' = 914 \text{ cm}^3$$

$$\text{Viga } V_2 \text{ (Seção B): } M_l' = 1302 \text{ kNcm}$$

$$W_{ef}' = 713 \text{ cm}^3$$

. sobrecarga, com E_c

$$\text{Viga } V_1 \text{ (Seção A): } M_{sc} = 11335 \text{ kNcm}$$

$$W_{ef} = 1029 \text{ cm}^3$$

$$\text{Viga } V_2 \text{ (Seção B): } M_{sc} = 8664 \text{ kNcm}$$

$$W_{ef} = 797 \text{ cm}^3$$

- Limitações no trecho de momento positivo da Viga V1 (Seção A):

$$\text{Eq. 3.76: } M_{ac} / W_{ai} + M_l' / W_{ef}' + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$$

$$\frac{3981}{580} + \frac{1816}{914} + \frac{11335}{1029} = 19,87 \text{ kN} / \text{cm}^2 \text{ (alteração inferior a 1\% em relação ao modelo)}$$

com apoios indeslocáveis)

$$\text{Eq. 3.77: } M_{ac} / W_{ai} + M_l / W_{ef} + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$$

$$\frac{3981}{580} + \frac{1889}{1029} + \frac{11335}{1029} = 19,72 \text{ kN} / \text{cm}^2 \text{ (alteração inferior a 1\%)}$$

- Limitações no trecho de momento positivo da *Viga V2 (Seção B)*:

$$\text{Eq. 3.76: } M_{ac} / W_{ai} + M_l' / W_{ef}' + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$$

$$\frac{3981}{444} + \frac{1302}{713} + \frac{8664}{797} = 21,66 \text{ kN} / \text{cm}^2 \text{ (alteração inferior a 1\%)}$$

$$\text{Eq. 3.77: } M_{ac} / W_{ai} + M_l / W_{ef} + M_{sc} / W_{ef} \leq 0,9f_y$$

$$\frac{3981}{444} + \frac{1444}{797} + \frac{8664}{797} = 21,65 \text{ kN} / \text{cm}^2 \text{ (alteração inferior a 1\%)}$$

b) Limitações para o trecho de momento negativo:

$$\text{Eq. 3.78: } M_l' + M_{sc} \leq 2M_u/3$$

$$\text{Eq. 3.79: } M_l + M_{sc} \leq 2M_u/3$$

- Resultados da análise da grelha:

. carga permanente após a cura, com E_c

Viga V1 (Seção A): $M_l = 855 \text{ kNcm}$

Viga V2 (Seção B): $M_l = 855 \text{ kNcm}$

. carga permanente após a cura, com $E_c / 3$

Viga V1 (Seção A): $M_l' = 1009 \text{ kNcm}$

Viga V2 (Seção B): $M_l' = 1009 \text{ kNcm}$

. sobrecarga, com E_c

Viga V1 (Seção A): $M_{sc} = 5131 \text{ kNcm}$

Viga V2 (Seção B): $M_{sc} = 5131 \text{ kNcm}$

- Limitações no trecho de momento negativo das vigas V1 e V2:

Eq. 3.78: $1009 + 5131 = 6140 \text{ kNcm}$ (diminuição de 4%)

Eq. 3.79: $855 + 5131 = 5986 \text{ kNcm}$ (diminuição de 4%).

c) Limitações de flechas:

- Resultados da análise:

. carga permanente após a cura, com E_c

Viga V1 (Seção A): $D_l = 0,14 \text{ cm}$

Viga V2 (Seção B): $D_l = 0,12 \text{ cm}$

. carga permanente após a cura, com $E_c / 3$

Viga V1 (Seção A): $D_{l'} = 0,19 \text{ cm}$

Viga V2 (Seção B): $D_{l'} = 0,15 \text{ cm}$

. sobrecarga, com E_c

Viga V1 (Seção A): $D_{sc} = 0,83 \text{ cm}$

Viga V2 (Seção B): $D_{sc} = 0,75 \text{ cm}$

- Limitações:

Eq. 3.74: $D_{ac} + D_{l'} + D_{sc} \leq L / 250$ (L é o vão da viga)

Eq. 3.75: $D_{l'} - D_l + D_{sc} \leq L / 350$

. Viga V1 (Seção A):

Eq. 3.74: $1,14 + 0,19 + 0,83 = 2,16 \text{ cm}$ (alteração inferior a 1%)

Eq. 3.75: $0,19 - 0,14 + 0,83 = 0,88 \text{ cm}$ (alteração inferior a 1%)

. Viga V2 (Seção B):

Eq. 3.74: $1,49 + 0,15 + 0,75 = 2,39 \text{ cm}$ (alteração inferior a 1%)

Eq. 3.75: $0,15 - 0,12 + 0,75 = 0,78 \text{ cm}$ (alteração inferior a 1%)

5.2.3 – Comentários finais

Na TAB. 5.4 apresenta-se um quadro comparativo entre o modelo de vigas semicontínuas com apoios indeslocáveis e o modelo de vigas semicontínuas com apoios flexíveis (grelha).

TABELA 5.4 – Quadro comparativo (exemplo 2)

	V_1 (apoios indeslocáveis)	V_1 (grelha)	V_2 (apoios indeslocáveis)	V_2 (grelha)
σ – EQ.3.76 (kN/cm ²)	19,76	19,87	21,74	21,66
σ – EQ.3.77 (kN/cm ²)	19,61	19,72	21,70	21,65
Δ_{CT} (cm)	2,15	2,16	2,39	2,39
Δ_{SC} (cm)	0,87	0,88	0,78	0,78

A utilização dos apoios flexíveis (vigas mistas como apoios) na análise da linha de vigas semicontínuas só seria significativa se a região analisada tivesse apoios que causassem deslocamentos significativamente diferentes, por exemplo no caso de pilares intercalados com vigas mistas, ou de vigas suportes com rigidezes muito diferentes. No caso analisado, os apoios podem ser tratados como indeslocáveis verticalmente.

5.3 – Exemplo 3

Trata-se de um exemplo comparativo entre o método simplificado para o cálculo da rotação necessária (TAB. 3.1) e a teoria proposta por LI *et al.* (1996).

5.3.1 – Problema proposto

Viga V_1 (Seção A) do piso com ligações semicontínuas, para E_c , com interação parcial de 85%, como calculado em 5.1.2.2.d e em 5.1.2.2.e;

$$M_y = f_y W_{ef} = 25 \times 1029 = 257,25 \text{ kNm}$$

$$M_p = 323,71 \text{ kNm};$$

$$EI^+ = 20500 \times 32109 = 65823 \text{ kNm}^2 \text{ (rigidez no trecho de momento positivo);}$$

$$EI^- = 20500 \times 13456 = 27584 \text{ kNm}^2 \text{ (rigidez no trecho de momento negativo);}$$

Limitar momento positivo (M^+) em $0,95M_p = 307,53 \text{ kNm}$ (limitado em 0,95 por coerência com LI *et al.*, 1996);

Considerar momento na ligação (M^-) igual a $0,3M_p = 97,11 \text{ kNm}$;

Construção não-escorada;

5.3.2 – Resolução

5.3.2.1 - Método simplificado

Pela TAB. 3.1:

$$L/D = 7000/(300 + 75 + 70) = 15,73$$

Interpolando-se linearmente, para carga uniformemente distribuída, , coeficiente $\beta = 0,95$ e aço com $f_y = 275 \text{ MPa}$:

$$\text{Capacidade de rotação necessária} = (28,0 + 0,73 \times (37,8 - 28,0)/5) = 29,43 \text{ mrad}$$

5.3.2.2 – Teoria proposta por LI *et al.* (1996)

a) Cálculo do carregamento máximo atuante de forma que (M^+) = $0,95M_p$:

$$M(x) = \frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2} - M^-_{(dir)} \frac{x}{L} - M^-_{(esq)} \frac{(L-x)}{L}$$

$$M(x) = \frac{7q}{2}x - \frac{qx^2}{2} - 97,11\frac{x}{7}$$

Para $\frac{dM}{dx} = 0 \Rightarrow 3,5q - qx - 13,873 = 0 \Rightarrow q = \frac{13,873}{3,5 - x}$, onde

$$M(x)_{MAX} = bM_p = 0,95 \times 323,71 = 307,53 \text{ kNm}$$

Com estas relações, $M(x)$ é máximo p/ $x=3,26$ m e a carga máxima aplicada deve ser de 57,80 kN/m.

Equação final de $M(x)$:

$$M(x) = 57,80\frac{7}{2}x - \frac{57,80x^2}{2} - 97,11\frac{x}{7,0} = 188,43x - 28,90x^2$$

Ponto de momento nulo: $x=6,52$ m.

b) Cálculo da parcela elástica da rotação necessária:

(equação obtida aplicando-se um momento unitário na extremidade direita da viga, onde está a ligação mista)

$$q_e = \frac{1}{EI(x)} \int_0^L M(x)M_1(x)dx = \frac{1}{EI(x)} \int_0^L M(x)\frac{x}{L}dx$$

$$q_e = \frac{1}{EI(x)} \int_0^L (188,43x - 28,90x^2)\frac{x}{L}dx$$

$$q_e = \frac{1}{EI^+} \int_0^{6,52} (188,43x - 28,90x^2)\frac{x}{L}dx + \frac{1}{EI^-} \int_{6,52}^{7,0} (188,43x - 328,90x^2)\frac{x}{L}dx$$

Como resultado da integração obtém-se: $q_e=8,60 \text{ mrad}$.

c) Cálculo da parcela plástica da rotação necessária:

Pontos com momento fletor superior ao momento elástico:

$$M(x) = 188,43x - 28,90x^2 \geq 257,25 \text{ kNm}$$

Como resultado da inequação obtém-se $1,946 \leq x \leq 4,574$. Será calculada a rotação plástica integrando-se a curvatura plástica neste intervalo:

$$q_p = \int_{1,946}^{4,574} \left[2,7 \left(\frac{H_s}{H_c} \right)^{0,2} \frac{M_y}{EI^+} - \frac{bM_p}{EI^+} \right] \left(\frac{M - M_y}{bM_p - M_y} \right)^2 \frac{x}{L} dx, \text{ onde } \beta \text{ é o fator que deve}$$

limitar o momento positivo em $0,95M_p$.

Substituindo-se os valores dados, tem-se:

$$q_p = \int_{1,946}^{4,574} \left[2,7 \left(\frac{300}{145} \right)^{0,2} \frac{257,25}{65823} - \frac{307,53}{65823} \right] \left(\frac{(188,43x - 28,90x^2) - 257,25}{307,53 - 257,25} \right)^2 \frac{x}{7} dx$$

Integrando-se, obtém-se $q_p = 6,10 \text{ mrad}$.

d) Cálculo da rotação necessária

Capacidade de rotação necessária = $q_e + q_p = 8,60 + 6,10 = 14,70 \text{ mrad}$.

Correção devido à construção ser não-escorada: $14,70 \times 1,4 = 20,58 \text{ mrad}$.

5.3.3 – Comentários finais

Na TAB. 5.5 apresenta-se um quadro comparativo entre o resultado obtido pela integração e pelo método simplificado.

TABELA 5.5 – Quadro comparativo (exemplo 3)

	Método simplificado	Integração
$\theta_{nec} \text{ (mrad)}$	29,43	20,58

Observa-se que o resultado obtido pela integração é inferior ao obtido pela tabela, estando esta, portanto, do lado da segurança neste caso. Salienta-se que a tabela não contempla o caso de $f_y = 250 \text{ MPa}$, sendo a rotação necessária para este aço inferior à necessária para um aço com $f_y = 275 \text{ MPa}$.

6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 – Conclusões

O dimensionamento de vigas mistas semicontínuas com ligações mistas torna-se trabalhoso sem um programa de cálculo. O objetivo da saída de dados do programa foi o de constituir uma memória de cálculo que possa ser anexada a outros cálculos.

A utilização de ligações mistas proporciona reduções de peso significativas, apesar do trabalho adicional. Isto pode ser comprovado em grandes obras, que só se tornaram interessantes a partir do uso desse tipo de ligação. Um aumento da altura livre abaixo das vigas também pode ser viabilizado, sem acréscimo de peso, pelo uso das vigas semicontínuas.

A contribuição das cantoneiras da alma na resistência da ligação mista a momento fletor não é significativa (inferior a 10% no exemplo estudado), mas, se as mesmas já são utilizadas, sua ajuda pode ser fundamental na aprovação de determinada ligação e determinados perfis. No programa desenvolvido, sua contribuição pode ser ignorada se o comprimento destas cantoneiras for pequeno.

Para que as considerações sobre rigidez dos conectores de cisalhamento da ligação mista sejam válidas, o coeficiente de redução de resistência dos mesmos, sem a

limitação de 0,75, não deve ser inferior à unidade. Portanto, em alguns casos de fôrma metálica, só poderá ser utilizado um conector de cisalhamento por nervura. Para que isto seja viável, provavelmente o trecho de colocação dos conectores do trecho negativo deverá se estender em direção ao trecho de momento positivo, exigindo que as barras de armadura sejam também prolongadas e que a viga de aço isolada resista ao momento atuante no ponto de início de colocação dos conectores do trecho positivo, onde poderão ser colocados mais de um conector por nervura. O número de conectores da saída de resultados do programa desenvolvido supõe a colocação de somente um conector por nervura em ambos os trechos. A melhor solução, entretanto, para avaliar a rigidez dos conectores, seria dispor de mais informações experimentais sem a restrição imposta. Como conectores de cisalhamento ainda são objeto de muitas pesquisas, é provável que tais informações sejam disponibilizadas num futuro próximo.

A influência da flexibilidade do apoio no caso de vigas como elementos suportes não é significativa, de modo geral. Em casos atípicos, quando pilares e vigas são intercalados como suportes de linhas de vigas, ocorrem alterações nos valores de deformações relativas, podendo neste caso, a flexibilidade dos apoios ter influência significativa nas respostas.

Os pontos adotados no programa para a leitura de valores de deformações e momentos nas vigas conduziram a boas aproximações em relação aos valores exatos.

A utilização do método simplificado (TAB. 3.1) para o cálculo da capacidade de rotação necessária de ligações mistas, no exemplo estudado, conduziu a resultados do lado da segurança em relação ao processo da integração dado no item 3.11.

Na prática, economias de peso da ordem de 10% têm justificado a utilização de ligações mistas em sistemas mistos, apesar do maior custo de fabricação e dos elementos adicionais para execução da ligação.

6.2 – Recomendações para novas pesquisas

Para estruturas indeslocáveis, o programa está incompleto no que diz respeito à verificação da ligação utilizada na alma das vigas com ligações mistas. O mesmo foi desenvolvido supondo-se que a ligação com cantoneiras suportaria a força cortante e a solicitação adicional proveniente do par de forças que proporciona a resistência das

cantoneiras da alma à flexão. Da mesma forma que a ligação da alma, o elemento suporte (no caso de mesa de pilar) deve ser verificado para o esforço localizado introduzido pela ligação com cantoneiras e pela ligação inferior. Seria interessante que o programa fosse complementado.

A contribuição das cantoneiras da alma para a resistência à flexão antes da cura do concreto não foi considerada. Sua rigidez poderia ser estudada e levada em consideração, o que poderia reduzir deslocamentos nesta fase.

Outra possibilidade, ainda nas estruturas indeslocáveis, seria a modificação da entrada de dados para que pudessem ser definidas linhas de vigas semicontínuas nas duas direções, permitindo a modelagem de um piso misto completo. É bom lembrar que, para isto, o programa de análise deveria ser modificado, devido à sua limitação do número de barras. Neste caso, seria interessante considerar o efeito do empenamento na torção das vigas.

Para estruturas deslocáveis, o campo de pesquisa é grande, mas o programa desenvolvido poderia ser aproveitado também na análise destas estruturas, na fase indeslocável. As alterações promovidas na matriz de rigidez do programa de análise poderiam ser aproveitadas para um programa de análise de pórticos.

Outro tipo de ligação mista poderia também ser estudado e implementado (chapas de topo, chapas simples, etc).

Uma outra sugestão para pesquisa seria a modificação da alternativa adotada para equilíbrio dos esforços nos elementos constituintes da ligação mista, admitindo-se que as cantoneiras da alma tenham uma força horizontal resultante, ao contrário do binário de forças equilibradas considerado.

Como já mencionado na revisão bibliográfica, o método utilizado para análise em estados limites últimos foi o rígido-plástico, enquanto outros trabalhos (OLIVEIRA, 2003) baseiam-se no método elasto-plástico. Seria interessante que os resultados fossem comparados.

Outro campo de pesquisa atual e muito importante seria o estudo do comportamento da ligação mista em situação de incêndio.

A adaptação do programa desenvolvido para construções escoradas é simples e poderia ser implementada num próximo passo, ampliando seu campo de aplicação. Já a adaptação do tipo de laje utilizada para laje maciça seria mais complexa, já que

implicaria numa alteração completa da teoria proposta para a flambagem lateral com distorção, mas também poderia ser feita.

No campo computacional, poderia ser implementada a gravação do arquivo de entrada de dados em disco, o que permitiria que os dados fossem recuperados posteriormente, através de uma leitura, pelo programa, de arquivos salvos. Da forma como ele foi implementado, certo conjunto de dados pode ser modificado por várias vezes, mas é perdido assim que a janela do programa é fechada.

Uma adaptação de toda a formulação utilizada será necessária assim que for publicada a nova norma brasileira para estruturas de aço.

Bibliografia e Referências

ASCE Task Committee on Design Criteria for Composite Structures in Steel and Concrete (1998). *Design Guide for Partially Restrained Composite Connections*. Journal of Structural Engineering, Oct., pp. 1099-1114

ALVES, V. C. G. (2000). *Ligações Mistas Aço-Concreto, Viga-Pilar e Viga-Viga, com Resistência Parcial*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia - Departamento de Estruturas, Belo Horizonte, MG, Brasil.

ARIBERT, J. M. (1995). *Influence of Slip of the Shear Connection on Composite Joint Behaviour*. Connections in Steel Structures III, Proceedings, Trento, Itália, pp. 11-22.

BODE, H., KRONENBERGER, H. J., MICHAELI, W. (1997). *Composite Joints – Further Experimental Results*. Conference Report, International Conference Composite Construction, Conventional and Innovative, Innsbruck, Áustria, pp. 433-438.

CHEN, W. F., LUI, E. M. (1991). *Stability Design of Steel Frames*. CRC Press, USA.

CHEN, W.F., LORENZ, R. F., KATO, B. (1992). *Semi-Rigid Connections in Steel Frames*. Council on Tall Buildings and Urban Habitat. Nova York, USA: Mc-Graw Hill, Inc.

COST C1, Anderson, D. (1999). *Composite Steel-Concrete Joints in Frames for Buildings: Design Provisions*. European Commission - Bruxelas.

COUCHMAN, G. H.; WAY, A. (1999). *Ductility Requirements for Composite Connections*. The Steel Construction Institute. Journal of Constructional Steel Research, May.

EASTERLING, W. S., REX, C. O. (1996a). *Behavior and Modeling of Partially Restrained Composite Beam-Girder Connections*. Report N°. CE/VPI-ST 96/17. Blacksburg, Virginia, USA: Virginia Polytechnic Institute and State University.

EASTERLING, W. S., REX, C. O. (1996b). *Behavior and Modeling of Single Bolt Lap Plate Connections*. Report N°. CE/VPI-ST 96/15. Blacksburg, Virginia, USA: Virginia Polytechnic Institute and State University.

ECCS - TECHNICAL COMMITTEE 11 – COMPOSITE STRUCTURES (1999). *Design of Composite Joints for Buildings* N°. 109. 1ª Edição, Bruxelas: European Committee for Standardization.

EUROCODE 3 (1993). *Design of Steel Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. DD ENV 1993-1-1:1993, Bruxelas: European Committee for Standardisation.

EUROCODE 4 (1992). *Design of Composite Steel and Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. DD ENV 1994-1-1:1992, Bruxelas: European Committee for Standardisation.

FAELLA, C., PILUSO, V., RIZZANO, G. (2000). *Structural Steel Semi-Rigid Connections*. 1ª Edição, CRC Press LLC, Washington, D.C, USA.

HANSWILLE, G. (1997). *Cracking of Concrete Mechanical Models of the Design Rules in Eurocode 4*. Proceedings of an Engineering Foundation Conference, Composite Construction in Steel and Concrete III, ASCE, pp. 420-433.

JOHNSON, R.P. (1994). *Composite Structures of Steel and Concrete, Volume1*. 2ª Edição, Blackwell Scientific Publications, Oxford.

LEON, R. T. (1992), ZANDONINI, R. (1992). *Composite Connections in Steel Desing: An International Guide*. P. Dowling, J. Harding, Bjorhovde R., eds, Elsevier Publishers, Londres.

LEON, R. T., HOFFMAN, J. J., TEAGER, T. (1996). *Partially Restrained Composite Connections. AISC Design Guide N°8*. Chicago, USA: American Institute of Steel Construction.

LEON, R. T. (2001). *Design of PR Composite Connections*. IV Seminário Internacional, I CICOM, O Uso de Estruturas Metálicas na Construção Civil , São Paulo, SP, Brasil.

LI, T.Q., CHOO, B.S., NETHERCOT, D.A. (1993). *Moment Curvature Relations for Steel and Composite Beams*. Steel Structures, Journal of Singapore Structural Steel Society, Vol. 4, N° 1 Dezembro , pp.35-51.

LI, T. Q., AHMED B. e LAWSON R. M. (1996). *Required Rotation of Composite Connections*.

LI, T. Q., NETHERCOT, D. A., LAWSON, R. M. (2000). *Required Rotation of Composite Connections*. Journal of Construction of Steel Research, 56, pp.151-173.

LRFD (2001). *Manual of Steel Construction, Load and Resistance Factor Design*. AISC , American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, USA.

METFORM (1999) – *Catálogo de Steel Deck*. Belo Horizonte, MG, Brasil

NBR 8800 - *Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios* (1986). Associação Brasileira de Normas Técnicas, Brasil.

OLIVEIRA, T. J. L. - (2003). *Análise de Pisos Mistos com Ligações Semi-Rígidas*. Dissertação de Mestrado, COPPE / Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

QUEIROZ, G., PIMENTA, R. J., FAKURY, R. H. (1993). *Estudo do Comportamento de Ligações Flexíveis em Estruturas de Aço*. Relatório de pesquisa, Escola de Engenharia da UFMG, Julho, Belo Horizonte, MG, Brasil.

QUEIROZ, G. (1993). *Elementos das Estruturas de Aço*. 4ª Edição, Editora O Lutador, Belo Horizonte, MG, Brasil.

QUEIROZ, G., MATA, L. A. C. (2001). *Análise do Comportamento de Ligações Mistas Aço-Concreto em Pórticos Deslocáveis Sujeitos a Carregamentos de Vento e de Gravidade*. IV Seminário Internacional, I CICOM, O Uso de Estruturas Metálicas na Construção Civil, São Paulo, SP, Brasil.

QUEIROZ, G., LANNA, J. C. e MACHADO, J. C. (2001a). *Rotação Necessária para Ligações Mistas Considerando-se a Flexibilidade dos Conectores a Cisalhamento*. IV Seminário Internacional, I CICOM, O Uso de Estruturas Metálicas na Construção Civil, São Paulo, SP, Brasil.

QUEIROZ, G., PIMENTA, R. J., MATA, L. A. C. (2001b). *Elementos das Estruturas Mistas Aço-Concreto*. 1ª Edição, Editora O Lutador, Belo Horizonte, MG, Brasil.

QUEIROZ, G. (2002). *Curso sobre Estruturas Mistas*. II CICOM, O Uso de Estruturas Metálicas na Construção Civil, São Paulo, SP, Brasil.

SCI-213. The Steel Construction Institute (1998). *Joints in Steel Construction, Composite Connections*. The Steel Construction Institute, SCI & BSCA, Ascot.

VASCONCELLOS, A. Filho (1986). *Teoria das Estruturas* .Imprensa Universitária da UFMG, Belo Horizonte, MG, Brasil.

Obras Consultadas

LEON, R. T., AMMERMAN, D. J. (1990). *Semi-Rigid Composite Connections for Gravity Loads*. AISC Engineering Journal, First Quarter, pp.1-11.

LEON, R. T. (1994). *Semi-Rigid Composite Connections for Gravity Loads*. AISC Engineering Journal, Second Quarter, pp.57-67.

LEON, R. T. (2000). *Composite Steel-Concrete Connections*. III Seminário Internacional, O Uso de Estruturas Metálicas na Construção Civil, Belo Horizonte, MG, Brasil.

NBR 7480 – *Barra e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado* (1996). Associação Brasileira de Normas Técnicas, Brasil.

QUEIROZ, G., MATA, L. A. C, ALVES, V. C. G. (2000). *Parâmetros que Influenciam Resistência, Rigidez e Capacidade de Rotação de Ligações Mistas*. III Seminário Internacional, O Uso de Estruturas Metálicas na Construção Civil, Belo Horizonte, MG, Brasil.

QUEIROZ, G., MATA, L. A. C., VIOLANTE, J. S. S. (2001). *Desempenho de um Piso com Ligações Mistas e Comparação com Resultados Teóricos*. IV Seminário Internacional, I CICOM, O Uso de Estruturas Metálicas na Construção Civil, São Paulo, SP, Brasil.

WEAVER, W. Jr ; GERE, J.M. (1990). *Matrix Analysis of Framed Structures*. 3ª Edição, Van Nostrand Reinhold, Nova York, USA.

WONG, Y. L., CHAN, S. L., NETHERCOT, D. A. (1996). *A Simplified Design Method for Non-Sway Composite Frames with Semi-Rigid Connections*. The Structural Engineer, Vol. 74, No. 2, January, pp.23-28

A

ALTERAÇÕES NA MATRIZ DE RIGIDEZ DO PROGRAMA GR.EXE

A.1 – Barra de uma grelha (sistema local)

De acordo com convenção adotada por VASCONCELLOS (1986) , os esforços nas extremidades das barras de uma grelha, em um sistema de coordenadas locais, são denominados como na FIG. A.1.

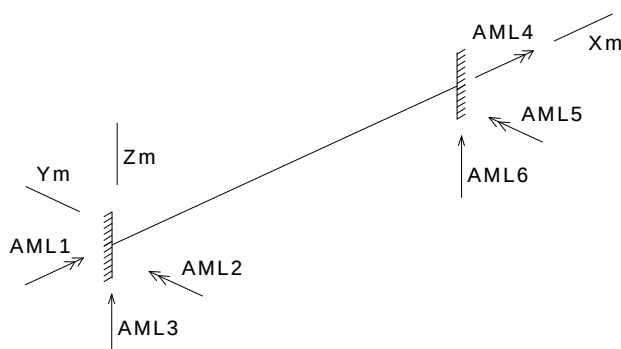


FIGURA A.1 – Esforços em barras de grelha, sistema local

Foram introduzidas molas rotacionais nas extremidades das barras (FIG. A.2). Os esforços nas extremidades das mesmas, provocados por deslocamentos impostos aos nós, assim como os esforços nas extremidades das barras bloqueadas, provocados por carregamentos aplicados, foram devidamente modificados.

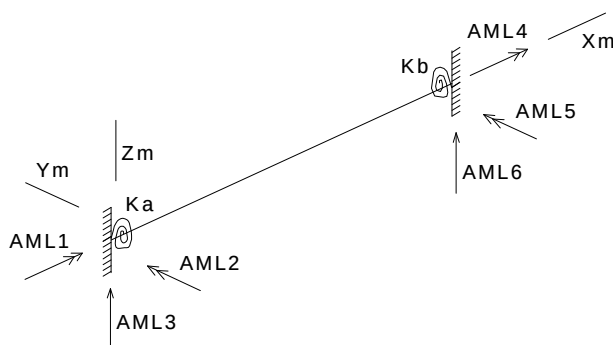


FIGURA A.2 – Esforços em barras de grelha com molas nas extremidades, sistema local

Definem-se os seguintes termos:

K_a , K_b – constantes elásticas das molas;

EI – rigidez à flexão das barras;

GJ – rigidez à torção das barras;

L – vão das barras (distância entre nós);

p - carga distribuída (orientada segundo eixo local Z_m) por metro linear;

j_a , j_b – relações de rigidez, sendo $j_a = EI/(K_a L)$ e $j_b = EI/(K_b L)$;

Nomenclatura utilizada no programa gr.exe: $AML(m,n)$ = Esforço AML_m devido a um deslocamento imposto na direção de AML_n .

A.2 – Esforços nas extremidades das barras provocados por deslocamentos unitários impostos aos nós

a) Rotação unitária, provocando torção na barra, como indicada na FIG. A.3



FIGURA A.3 – Rotação unitária, provocando torção na barra

$$AML(1,1) = GJ/L$$

$$AML(4,1) = -GJ/L$$

Todos os demais termos $AML(m,1)$ são nulos.

Analogamente, teríamos:

$$AML(1,4) = -GJ/L$$

$$AML(4,4) = GJ/L$$

Todos os demais termos $AML(m,4)$ são nulos.

b) Rotação unitária, provocando flexão na barra (FIG. A.4)



FIGURA A.4 – Rotação unitária, provocando flexão na barra

$$AML(2,2) = (4EI/L) (1+3j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(3,2) = (-6EI/L^2) (1+2j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(5,2) = (2EI/L) (1-j_a) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(6,2) = (6EI/L^2) (1+2j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

Os termos $AML(1,2)$ e $AML(4,2)$ são nulos.

Analogamente teríamos:

$$AML(2,5) = (2EI/L) (1-j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(3,5) = (-6EI/L^2) (1+2j_a) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(5,5) = (4EI/L) (1+3j_a) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(6,5) = (6EI/L^2) (1+2j_a) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

Os termos $AML(1,5)$ e $AML(4,5)$ são nulos.

c) Deslocamento vertical aplicado (FIG. A.5)

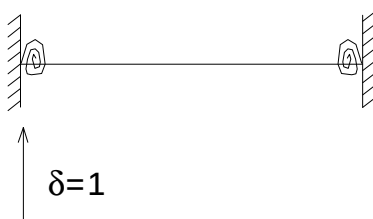


FIGURA A.5 – Deslocamento vertical unitário

$$AML(2,3) = (-6EI/L^2) (1+2j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(3,3) = (12EI/L^3) (1+j_a+j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(5,3) = (-6EI/L^2) (1+2j_a) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(6,3) = (-12EI/L^3) (1+j_a+j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

Os termos $AML(1,3)$ e $AML(4,3)$ são nulos.

Analogamente teríamos:

$$AML(2,6) = (6EI/L^2) (1+2j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(3,6) = (-12EI/L^3) (1+j_a+j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(5,6) = (6EI/L^2) (1+2j_a) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

$$AML(6,6) = (12EI/L^3) (1+j_a+j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_a j_b)$$

Os termos $AML(1,6)$ e $AML(4,6)$ são nulos.

A.3 – Esforços nas extremidades das barras com extremidades bloqueadas

No programa desenvolvido, só houve a necessidade de aplicação de cargas distribuídas em barras, uma vez que as cargas concentradas são aplicadas nos pontos de divisão das barras, ou seja, em nós do modelo. Foram, portanto, pesquisadas as respostas para a situação indicada na FIG. A.6.

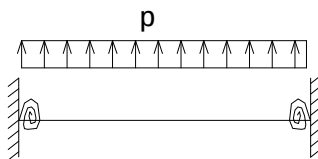


FIGURA A.6 – Carga uniformemente distribuída - barra com extremidades bloqueadas

$$AML1 = 0$$

$$AML2 = (pL^2/12) (1+6j_b) / (1+4j_a+4j_b+12j_{ajb})$$

$$AML3 = (pL/2) (1+5j_b+3j_b+12j_{ajb}) / (1+4j_a+4j_b+12j_{ajb})$$

$$AML4 = 0$$

$$AML5 = (-pL^2/12) (1+6j_a) / (1+4j_a+4j_b+12j_{ajb})$$

$$AML6 = (pL/2) (1+3j_b+5j_b+12j_{ajb}) / (1+4j_a+4j_b+12j_{ajb})$$

B

FÓRMULAS DE CARDÁN E FERRARI

B.1 - Fórmulas de Cardán

Seja a equação cúbica: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, onde o coeficiente de x^3 é 1 (senão, pode-se dividir toda a equação por tal coeficiente). Se a , b , e c são números reais, o polinômio tem três raízes reais ou uma raiz real e duas complexas conjugadas.

O procedimento para encontrar tais raízes consiste primeiro em calcular-se:

$$t_1 = (3b - a^2)/9$$

$$t_2 = (ab - 3c)/6 - a^3/27$$

$$t_3 = t_1^3$$

$$t_4 = t_2^2 + t_3$$

Se $t_4 \geq 0$, então:

$$t_5 = \sqrt{t_4}$$

$$t_6 = \sqrt[3]{t_2 + t_5}$$

$$t_7 = \sqrt[3]{t_2 - t_5}$$

e o polinômio tem uma raiz real e duas raízes complexas conjugadas:

$$x_1 = t_6 + t_7 - a/3, \text{ e}$$

$$x_{2,3} = -(t_6 + t_7)/2 - a/3 \pm (t_6 - t_7)\sqrt{3}/2 i$$

Entretanto, se $t_4 < 0$:

$$t_5 = \operatorname{sen}(t_2) \sqrt{-t_2^2 / t_3} \quad t_6 = \arccos(t_5) \quad t_7 = 2 - \sqrt{t_1}$$

e o polinômio tem três raízes reais:

$$x_1 = t_7 \cos(t_6/3) - a/3 \quad x_{2,3} = -t_7 \cos((p \pm t_6)/3) - a/3$$

B.2 - Fórmulas de Ferrari

Seja a equação de 4º grau: $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, onde o coeficiente de x^4 é 1 (senão, pode-se dividir toda a equação por tal coeficiente). Se a , b , c e d são números reais, o polinômio do 4º grau pode ser fatorado em dois polinômios quadráticos, os quais, resolvidos separadamente, fornecem as quatro raízes procuradas.

O procedimento para encontrar as raízes consiste primeiro em encontrar uma raiz real “ y ” da equação cúbica: $y^3 - by^2 + (ac - 4d)y + (4bd - a^2d - c^2) = 0$. Para isto, podem-se utilizar as fórmulas de Cardán previamente descritas.

Posteriormente:

$$e = a^2/4 - b + y \quad f = (ay - 2c)/4e, \text{ se } e \neq 0 \quad f = \sqrt{y^2/4 - d} \text{ se } e=0$$

A fatoração da equação de 4º grau fica então da seguinte maneira:

$$\left[x^2 + \left(\frac{a}{2} - e \right) x + \left(\frac{y}{2} - f \right) \right] \left[x^2 + \left(\frac{a}{2} + e \right) x + \left(\frac{y}{2} + f \right) \right] = 0$$

C

PROPRIEDADES UTILIZADAS NA VERIFICAÇÃO DE FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO

C.1 - Introdução

Neste anexo são apresentados os momentos de inércia da laje mista fissurada, contando-se com as contribuições das barras de armadura e da fôrma de aço, onde aplicável. Consideram-se as nervuras da fôrma de aço perpendiculares à viga a ser analisada. As informações aqui apresentadas são utilizadas no cálculo da flambagem lateral com distorção (Capítulo 3), no termo I_2 , que é tomado como o menor momento de inércia à flexão nas seguintes situações:

- momento de inércia da laje mista fissurada no meio do vão da laje, por unidade de comprimento da viga, para momento positivo. Os elementos resistentes são o concreto comprimido e a fôrma de aço;
- momento de inércia da laje mista fissurada em um apoio interno da laje, por unidade de comprimento da viga, para momento negativo. Os elementos resistentes são o concreto comprimido e as barras de armadura.

Termos utilizados:

- E_c é o módulo de elasticidade do concreto, dado em MPa pela Eq. 3.4 desta dissertação;
- E_a é o módulo de elasticidade do aço, em MPa;
- n é a relação modular E_a/E_c ;
- A_s' é a área de armadura por unidade de comprimento, tomada igual a 0,1% da área de concreto acima da face superior da fôrma (QUEIROZ *et al.*, 2001);
- y é a posição da linha neutra elástica em relação ao topo do perfil de aço;
- $A_{fôrma}$ é a área da seção transversal da fôrma de aço, em cm^2/cm ;
- $I_{fôrma}$ é o momento de inércia da fôrma de aço, em cm^4/cm ;
- $CG_{fôrma}$ é a posição do centro de gravidade da fôrma de aço, a partir da face inferior, em cm;
- t_c é a altura da capa de concreto sobre a fôrma;
- h_f é a altura da nervura da fôrma de aço.

C.2 – Região de momento negativo

Com base na FIG. C.1:

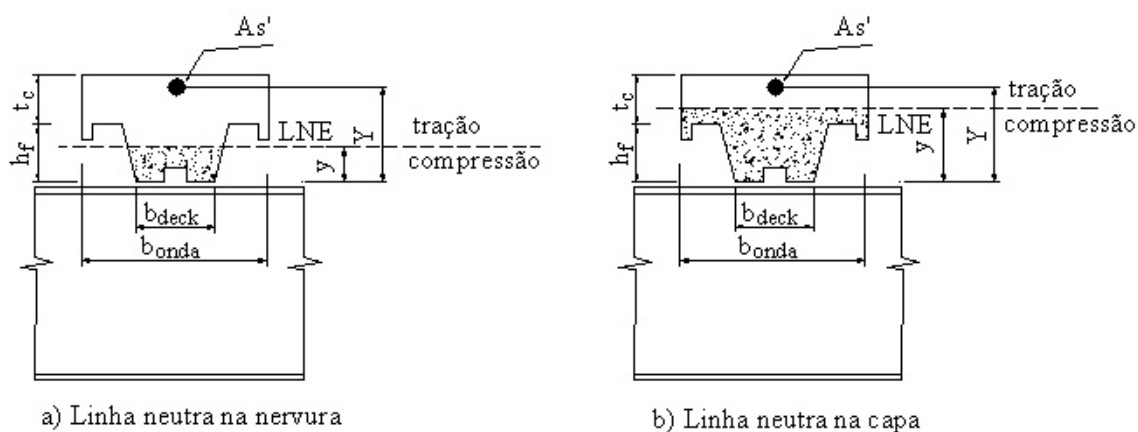


FIGURA C.1 – Momento negativo

$$b' = 1/n \quad (\text{largura unitária de 1 cm})$$

$$b = b_{deck} / (b_{onda} \cdot n) \quad (\text{largura da nervura por comprimento da onda})$$

Posicionamento da linha neutra elástica, partindo-se da suposição de que a mesma encontra-se na nervura:

$$y = (A_s' Y + b y^2 / 2) / (A_s' + b y)$$

Resolvendo-se a equação acima para y obtém-se:

$$D = 4 A_s'^2 / b^2 + 8 A_s' Y / b$$

$$y = -A_s' / b + \sqrt{\Delta} / 2$$

Se y é igual ou inferior a h_f , a linha neutra encontra-se na nervura, como suposto.

Tem-se então o momento de inércia desejado:

$$I_2 = [A_s' (Y - y)^2 + b y^3 / 3] 100 \quad (\text{cm}^4/\text{m})$$

Se y é maior que h_f , a linha neutra encontra-se na capa de concreto.

$$y = (A_s' Y + b h_f^2 / 2 + b' (y^2 - h_f^2) / 2) / (A_s' + b h_f + b' (y - h_f))$$

Resolvendo-se a equação acima para y obtém-se:

$$D = (A_s' + b h_f - b' h_f)^2 + 2 b' (A_s' Y + b h_f^2 / 2 - b' h_f^2 / 2)$$

$$y = (-A_s' - b h_f + b' h_f + \sqrt{\Delta}) / b'$$

Tem-se então o momento de inércia desejado:

$$I_2 = [(A_s' (Y - y)^2 + b' (y - h_f)^3 / 3 + b h_f^3 / 3 + b h_f (y - h_f)^2)] 100 \quad (\text{cm}^4/\text{m})$$

C.3 – Região de momento positivo

Com base na FIG. C.2:

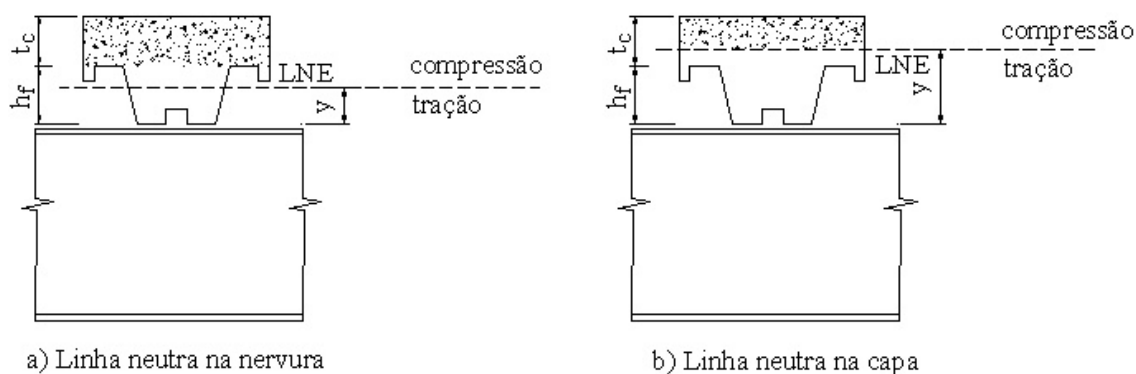


FIGURA C.2 – Momento positivo

$$b' = 1/n \quad (\text{largura unitária de 1 cm})$$

Posicionamento da linha neutra elástica, partindo-se da suposição de que a mesma encontra-se na nervura:

$$y = (A_{fôrma} CG_{fôrma} + t_c (t_c / 2 + h_f) b') / (A_{fôrma} + b' t_c)$$

Se y é igual ou inferior a h_f , a linha neutra encontra-se na nervura, como suposto.

Tem-se então o momento de inércia desejado:

$$I_2 = [(b' t_c^3 / 12 + b' t_c (t_c / 2 + h_f - y)^2 + I_{fôrma} + A_{fôrma} (y - CG_{fôrma})^2)] 100 \quad (\text{cm}^4/\text{m})$$

Se y é maior que h_f , parte-se para a suposição de que a linha neutra encontra-se na capa de concreto.

$$y = [A_{fôrma} CG_{fôrma} + b' (t_c + h_f - y)(t_c / 2 + h_f / 2 - y / 2 + y)] / (A_{fôrma} + b' (t_c + h_f - y))$$

Resolvendo-se a equação acima para y obtém-se:

$$D = (-2 A_{fôrma} - 2 b' t_c - 2 b' h_f)^2 - 4 b' (2 A_{fôrma} CG_{fôrma} + b' t_c^2 + 2 b' t_c h_f + b' h_f^2)$$

$$y = (2 A_{fôrma} + 2 b' t_c + 2 b' h_f \pm \sqrt{D}) / (2 b')$$

Tem-se então o momento de inércia desejado:

$$I_2 = [(b' (t_c + h_f - y)^3 / 3 + I_{fôrma} + A_{fôrma} (y - CG_{fôrma})^2)] 100 \quad (\text{cm}^4/\text{m})$$