

**NOVA PROPOSIÇÃO PARA VERIFICAÇÃO DO ESTADO-LIMITE
DE FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO DE VIGAS
MISTAS DE AÇO E CONCRETO**

Janaina Pena Soares de Oliveira

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"NOVA PROPOSIÇÃO PARA VERIFICAÇÃO DO ESTADO-LIMITE DE
FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E
CONCRETO"**

Janaina Pena Soares de Oliveira

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Doutor em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury
DEES - UFMG (Orientador)

Profª. Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani
UFES (Coorient)

Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas
DEES - UFMG

Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall
DEES - UFMG

Prof. Dr. Eduardo de Miranda Batista
COPPE - UFRJ

Engº. Dr. Roberval José Pimenta
CODEME

Belo Horizonte, 06 de novembro de 2018

O48n

Oliveira, Janaina Pena Soares de.

Nova proposição para verificação do estado-limite de flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto [manuscrito] / Janaina Pena Soares de Oliveira. - 2018.
xxii, 231 f., enc.: il.

Orientador: Ricardo Hallal Fakury.

Coorientadora: Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 227-231.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Construção mista - Teses. 3. Vigas - Teses. I. Fakury, Ricardo Hallal. II. Calenzani, Adenilcia Fernanda Grobério. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 624(043)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela força concedida para a concretização deste trabalho.

Ao meu pai, José Maria de Oliveira, e a minha mãe, Alice Pena Soares de Oliveira, pelo amor e carinho que sempre demonstraram para comigo.

Aos meus irmãos, Alisson Pena Soares de Oliveira e Jamile Pena Soares de Oliveira e Leal, pelo apoio e por não medirem esforços para que eu pudesse alcançar meus objetivos.

Ao meu namorado, Julio Xavier Valle, pelo companheirismo, pelo apoio nos momentos difíceis e pela compreensão das minhas ausências.

Às minhas tias Ana Paula Xavier e Maria Rita Xavier e seus familiares, por todo o apoio que me deram no período em que estive em Belo Horizonte.

Ao orientador deste trabalho, professor Ricardo Hallal Fakury, pelo exemplo como profissional, pela orientação competente, dedicação e apoio técnico.

A professora Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani, coorientadora deste trabalho, sempre disposta a colaborar, em todos os aspectos. Mas, sobretudo, agradeço pela amizade, confiança e incentivo.

Ao colega João Victor Fragoso Dias pela contribuição no desenvolvimento dos modelos numéricos, além do apoio nas diversas discussões no decorrer do trabalho.

Aos funcionários e professores Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas e do Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG pela inestimável ajuda.

A todos os professores da área de Estruturas do curso de Engenharia Civil da UFES pela liberação e compreensão do uso dos equipamentos da Universidade.

À CAPES, ao CNPQ e à FAPEMIG, que tornaram possível a execução deste trabalho.

RESUMO

Nas regiões dos apoios internos, as vigas mistas contínuas de aço e concreto estão sujeitas a momento negativo e, conseqüentemente, a mesa inferior e parte da alma do perfil de aço ficam comprimidas. Se a alma do perfil não tiver rigidez suficiente para evitar a flexão lateral, ela distorcerá permitindo que a mesa comprimida sofra um deslocamento lateral e uma torção, caracterizando um modo de instabilidade denominado flambagem lateral com distorção (FLD). O método de verificação à FLD da norma europeia EN 1994-1-1:2004 originou o método de cálculo da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008. A principal diferença entre elas está no fato de que a EN 1994-1-1:2004 não fornece expressão para o cálculo do momento crítico elástico, enquanto a ABNT NBR 8800:2008 prescreve uma formulação proposta por pesquisadores na década de 1990. As equações presentes na literatura para a determinação do momento crítico elástico apresentam diversas inconsistências. Por conta disso, é proposto nesse trabalho um estudo paramétrico para a determinação de uma nova equação para o cálculo do momento crítico elástico de vigas mistas contínuas. Para isso, foram implementadas análises de flambagem elástica, com auxílio do *software* Ansys 17.0 (2016), em modelos de elementos finitos que retratam o comportamento à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Os modelos numéricos foram constituídos pelo perfil de aço, por uma mola rotacional que restringe parcialmente o giro da mesa superior e uma restrição ao deslocamento lateral, ambas aplicadas à mesa superior, ao longo de todo o comprimento da viga. Além disso, para avaliar os métodos de cálculo das normas europeia e brasileira para se obter o momento fletor resistente nominal à FLD, neste trabalho foram implementados modelos numéricos inelásticos em elementos finitos, com auxílio do *software* Ansys 17.0 (2016), considerando o comportamento do mecanismo “U” invertido e levando em conta as influências das imperfeições geométricas e de material (tensões residuais) e da fissuração do concreto. Foi avaliada também a influência do vão adjacente ao vão analisado. Para isso, os modelos numéricos possuem dois vãos e três apoios para representar os vãos de extremidade e três vãos e quatro apoios para simular os vãos internos. Como resultado, foram avaliados os métodos de cálculo prescritos pelas duas normas citadas, além de proposta uma equação simplificada para a determinação do índice de esbeltez e , ainda, uma nova equação para o fator de redução para a flambagem lateral com distorção.

Palavras-chave: viga mista contínua de aço e concreto; flambagem lateral com distorção; momento crítico elástico, momento fletor resistente

ABSTRACT

In the internal supports, the continuous composite steel-concrete beams are subject to hogging moment, hence, the bottom and part of the web of the steel member is in compression. If the web of the steel profile does not have enough stiffness to avoid the lateral bending, the web will distort allowing the compressed flange to displace laterally and twist, characterizing buckling mode known as lateral distortion buckling (LDB). The method to verify the LDB of the European code EN 1994-1-1:2004 originated the Brazilian standard ABNT NBR 8800:2008 prescription. The main difference between them is in the fact that EN 1994-1-1:2004 does not provide expression for the calculation of elastic critical moment, while ABNT NBR 8800:2008 prescribes a formulation proposed by researches in the 1990s. The equations present in the literature for the determination of elastic critical moment present a lot of inconsistencies. For this reason, a parametric study is proposed for the determination of a new equation for the calculation of the elastic critical moment of continuous composite steel-concrete beams. For this, elastic buckling analysis were performed using the software Ansys 17.0 (2016) in finite element models that describe the behavior of continuous composite steel-concrete beams. The numeric models were composed by steel profile, rotational spring and lateral restraint, both applied along the beam span to restrain the steel top flange. Furthermore, to evaluate the methods of calculation of European and Brazilian standards to obtained the nominal hogging moment of LDB, in this thesis were implemented inelastic numerical models in finite elements, using the software Ansys 17.0 (2016), considering the inverted U-mechanism and taking into account the geometric and material imperfections (residual stresses) and the cracking of concrete. The influence of adjacent span at the analyzed span also was verified. For this, the numerical models have two span and three supports to represent the end span and three spans with four supports to simulate the internal spans. As a result, the calculation methods prescribed by the mentioned standards were evaluated. Also, a simplified equation for the determination of the slenderness and the new equation of reduction factor for the LDB were proposed.

Keywords: continuous composite steel-concrete beam; lateral distortional buckling; elastic critical moment; bending resistance

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Ilustração esquemática de apoios internos de vigas mistas contínuas	2
Figura 1.2 – Ligações mistas de resistência parcial (Fonte: ABNT NBR 8800:2008)	2
Figura 1.3 – Flambagem lateral com torção ilustrada por Johnson (2004)	4
Figura 1.4 – Flambagem lateral com distorção	4
Figura 1.5 – Deformação típica da mesa inferior na FLD descrita por Johnson (2004)	5
Figura 1.6 – Flambagem local da mesa inferior comprimida.....	5
Figura 2.1 – Mecanismo “U” invertido com dois perfis de aço	11
Figura 2.2 – Tipos de mecanismo “U” invertido representados por Calenzani (2008).....	12
Figura 2.3 – Rigidez rotacional de uma viga mista adaptada da EN 1994-1-1:2004.....	13
Figura 2.4 – Rigidez à flexão da laje fissurada ilustrada por Calenzani (2008).....	14
Figura 2.5 – Rigidez à flexão da alma do perfil de aço ilustrada por Calenzani (2008)	15
Figura 2.6 – Rigidez à flexão da conexão de cisalhamento ilustrada por Calenzani (2008)....	16
Figura 2.7 – Distribuição da tensão na região de momento negativo para perfil de classe 1 e 2, ilustrado por Dujmovi <i>et al.</i> (2015).....	17
Figura 2.8 – Distribuição da tensão na região de momento negativo para perfil de aço Classe 3 ilustrado pela norma EN 1993-1-1:2005	18
Figura 2.9 – Curvas de resistência à compressão adaptadas da EN 1993-1-1:2005	19
Figura 2.10 – Mecanismo “U” invertido para resistência à FLD da EN 1994-1-1:2004	20
Figura 2.11 – Distribuição de tensões para momento fletor negativo da ABNT NBR 8800:2008	22
Figura 2.12 – Valor de χ_{dist} em função de λ_{dist} conforme a ABNT NBR 8800:2008	23
Figura 3.1 – Mecanismo “U” invertido contínuo	26
Figura 3.2 – Elevação e seção transversal do protótipo U1 de Fan (1990)	26
Figura 3.3 – Curva momento <i>versus</i> rotação do protótipo U1 do ensaio de Fan (1990).....	27
Figura 3.4 – Representação dos protótipos U2 e U3 de Fan (1990).....	28
Figura 3.5 – Seção transversal do protótipo U2 de Fan (1990).....	28
Figura 3.6 – Seção transversal do protótipo U3 de Fan (1990).....	29
Figura 3.7 – Curva de momento <i>versus</i> rotação do protótipo U3 do ensaio de Fan (1990).....	29
Figura 3.8 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do ensaio de Fan (1990)30	
Figura 3.9 – Elevação e seção transversal do protótipo U4 de Chen (1992).....	31

Figura 3.10 – Elevação e seção transversal do protótipo U5 de Chen (1992).....	32
Figura 3.11 – Reforço na alma do protótipo U5 de Chen (1992).....	33
Figura 3.12 – Curva do momento versus rotação longitudinal do ensaio de Chen (1992)	33
Figura 3.13 – Rotação transversal da viga U4A na primeira fase do ensaio de Chen (1992) ..	34
Figura 3.14 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço da viga U4A na primeira fase do ensaio de Chen (1992).....	34
Figura 3.15 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço da viga U5B na segunda fase do ensaio de Chen (1992).....	35
Figura 3.16 – Modos de flambagem lateral com distorção dos ensaios de Chen (1992)	36
Figura 3.17 – Viga mista com mecanismo “U” contínuo estudada por Roik <i>et al.</i> (1990).....	38
Figura 3.18 – Distribuição das tensões na seção mista e no perfil de aço.....	38
Figura 3.19 – Sistema equivalente de Roik <i>et al.</i> (1990)	39
Figura 3.20 – Sistema equivalente de Hanswille (2002).....	44
Figura 3.21 – Coeficiente de flambagem β_b para vigas com momentos de extremidade e carga uniformemente distribuída de Hanswille (2002).....	47
Figura 3.22 – Coeficiente de flambagem β_b para vigas com momentos de extremidade e carga concentrada de Hanswille (2002)	47
Figura 3.23 – Método da barra comprimida com apoio elástico estudado por Ye e Chen (2013)	49
Figura 3.24 – Modos de flambagem que ocorrem na FLD de uma viga mista de aço e concreto submetida à momento negativo, estudados por Zhou <i>et al</i> (2016).....	49
Figura 3.25 – Modelo simplificado de Zhou <i>et al.</i> (2016) para o estudo analítico da FLD em viga mista de aço e concreto com perfil de aço com seção transversal I	50
Figura 3.26 – Seção transversal típica de uma viga mista de aço e concreto ilustrada por Zhou <i>et al.</i> (2016).....	50
Figura 3.27 – Distribuição de tensão nos modelos com deslocamento da linha neutra (em cores, tensões na direção longitudinal em Pa. – em magenta, posição da linha neutra elástica), ilustrada por Dias (2018).....	54
Figura 3.28 – Modelos numéricos de Chen e Wang (2012).....	58
Figura 3.29 – Restrição da mesa superior do perfil dos modelos de Chen e Wang (2012).....	58
Figura 3.30 – Modos de flambagem das vigas mistas de Chen e Wang (2012).....	59
Figura 3.31 – Esquema do modelo numérico da análise não linear de Chen e Wang (2012) ..	59
Figura 3.32 – Modelo numérico da análise não linear de Chen e Wang (2012)	60

Figura 3.33 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço nas vigas analisadas numericamente por Chen e Wang (2012).....	61
Figura 3.34 – Modos de deformação da viga mista com perfil de aço enrijecido analisados por Chen e Wang (2012).....	61
Figura 3.35 – Notações da alma enrijecida recomendada por Chen e Wang (2012)	62
Figura 3.36 – Elementos e tamanho da malha dos modelos numéricos de Amaral (2016).....	63
Figura 3.37 – Viga mista utilizada no estudo paramétrico de Amaral (2016).....	63
Figura 3.38 – Modelo numérico biapoiado de vão interno com carga distribuída estudado por Amaral (2016)	64
Figura 3.39 – Modelos numéricos com dois e três vãos com carga distribuída estudados por Amaral (2016)	64
Figura 3.40 – Elementos utilizados nos modelos numéricos de Dietrich (2017).....	66
Figura 3.41 – Condição de contorno dos modelos numéricos de Dietrich (2017)	67
Figura 3.42 – Condição de contorno do estudo paramétrico de Dietrich (2017)	68
Figura 3.43 – Condição de contorno para vigas internas estudada por Dietrich (2017)	69
Figura 3.44 – Modo de carregamento da viga mista estudada por Zhou e Yan (2017)	70
Figura 3.45 – Modelo de elemento finito da viga mista estudada por Zhou e Yan (2017).....	70
Figura 3.46 – Primeiro modo de flambagem da viga mista estudada por Zhou e Yan (2017).71	
Figura 3.47 – Seção transversal das quatro vigas mistas estudadas por Zhou e Yan (2017) ...	71
Figura 3.48 – Avaliação da precisão do coeficiente χ_{dist} de Zhou e Yan (2017).....	73
Figura 3.49 Diagrama de tensão normal <i>versus</i> deformação com e sem tensões residuais	74
Figura 3.50 – Tensões residuais em perfis I laminados.....	75
Figura 3.51 – Tensões residuais em perfis soldados	75
Figura 3.52 – Distribuição simplificada das tensões residuais estudada por Almeida (2006) .76	
Figura 4.1 – Mecanismo “U” invertido analisado neste trabalho para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas contínuas.....	80
Figura 4.2 – Tipos de elementos adotados no modelo numérico	81
Figura 4.3 – Elemento de casca – <i>Shell181</i> . Disponibilizado no <i>help</i> do Ansys 17.0 (2016)..82	
Figura 4.4 – Elemento de mola – <i>Spring Combin14</i> . Disponibilizado no Ansys 17.0 (2016) .82	
Figura 4.5 – Carregamento aplicado no modelo simplificado.....	83
Figura 4.6 – Carregamento aplicado no modelo simplificado de vão interno.....	84
Figura 4.7 – Condições de contorno do modelo numérico.....	85
Figura 4.8 – Trecho da viga que mostra a aplicação da força normal	85
Figura 4.9 – λ_{FLD} <i>versus</i> número de elementos	87

Figura 4.10 – Análise das condições de contorno do modelo numérico	88
Figura 4.11 – Análise da influência da região de momento negativo no modelo numérico	89
Figura 4.12 – Flambagem lateral com torção do modelo MV3.....	91
Figura 4.13 – Flambagem por flexão do modelo MV7	92
Figura 4.14 – Flambagem por torção do modelo MV12	94
Figura 4.15 – Flambagem lateral com distorção obtido numericamente	95
Figura 5.1 – Mecanismo “U” invertido analisado neste trabalho.....	98
Figura 5.2 – Modelo numérico simplificado que representa o mecanismo “U” invertido	98
Figura 5.3 – Tipos de elementos adotados no modelo numérico	99
Figura 5.4 – Curva tensão <i>versus</i> deformação dos aços	102
Figura 5.5 – Relação tensão-deformação para o concreto submetido a compressão segundo a norma EN 1992-1-1:2004.....	103
Figura 5.6 – Análise da consideração do esmagamento nos modelos numéricos	104
Figura 5.7 – Descrição da malha na laje e no perfil de aço no sentido longitudinal	107
Figura 5.8 – Descrição da malha da seção transversal	107
Figura 5.9 – Resultados obtidos nos modelos EMC1 a EMC13	110
Figura 5.10 – Resultados obtidos nos modelos EMC27 a EMC39	112
Figura 5.11 – Flambagem lateral com distorção do modelo EMC60.....	114
Figura 5.12– Distribuição das tensões residuais analisadas	114
Figura 5.13– Resultados obtidos da distribuição das tensões residuais analisadas	116
Figura 5.14 – Imperfeição geométrica medida por Chen (1992)	116
Figura 5.15– Resultados obtidos das imperfeições geométricas analisadas.....	117
Figura 5.16– Avaliação da tolerância adotada no modelo numérico MR1	119
Figura 5.17 – Imperfeição lateral inicial da mesa inferior do perfil de aço do protótipo U4A obtida por Chen (1992).....	121
Figura 5.18 – Imperfeição lateral inicial da mesa inferior do perfil de aço do protótipo U5B obtida por Chen (1992).....	121
Figura 5.19 – Distribuição da tensão residual no perfil de aço soldado com borda laminada adotado no modelo numérico de validação	122
Figura 5.20 – Modelo numérico para representar os protótipos U4A e U5B ensaiado por Chen (1992).....	123
Figura 5.21 – Travamento da laje no plano de simetria e posição do carregamento aplicado no modelo numérico	124

Figura 5.22 – Acoplamento entre a mesa superior do perfil de aço e a base do conector.....	124
Figura 5.23 – Condições de contorno do modelo numérico.....	125
Figura 5.24 – Enrijecedores e cantoneira no modelo U5B de Chen (1992).....	125
Figura 5.25 – Imperfeição geométrica da mesa inferior do perfil de aço do modelo numérico que representa o protótipo U4A de Chen (1992).....	126
Figura 5.26 – Imperfeição geométrica da mesa inferior do perfil de aço do modelo numérico que representa o protótipo U5B de Chen (1992).....	126
Figura 5.27 – Tensões residuais aplicadas nas mesas e na alma do perfil de aço	127
Figura 5.28 – Deslocamento lateral da mesa inferior obtida no modelo numérico U4A	128
Figura 5.29 – Tensão de von Mises no perfil de aço do modelo numérico U4A em N/m ²	129
Figura 5.30 – Fissuração da laje de concreto do modelo numérico U4A na região próxima ao apoio interno	130
Figura 5.31 – Deslocamento vertical da viga mista do modelo numérico U4A.....	131
Figura 5.32 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do modelo U4A	131
Figura 5.33 – Rotação transversal da mesa inferior do perfil de aço do modelo U4A.....	132
Figura 5.34 – Deslocamento lateral da mesa inferior obtida no modelo numérico U5B	133
Figura 5.35 – Tensão de von Mises no perfil de aço do modelo U5B em N/m ²	134
Figura 5.36 – Deslocamento vertical da viga mista do modelo numérico U5B.....	134
Figura 5.37 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do modelo U5B	135
Figura 6.1 – Tipo de diagrama de momento fletor analisado para determinação de M_{cr}	138
Figura 6.2 – Modelos analisados no estudo paramétrico para análise do diagrama de momento fletor não uniforme	138
Figura 6.3 – Modos de flambagem obtidos no estudo paramétrico.....	139
Figura 6.4 – Possibilidades de utilização das equações (6.1) e (3.47)	141
Figura 6.5 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta considerando o diagrama de momento fletor não uniforme	141
Figura 6.6 – Representação gráfica da distribuição de erro para análise de diagrama de momento fletor não uniforme	142
Figura 6.7 – Possíveis posições do apoio externo para a obtenção de diferentes diagramas de momento fletor	143
Figura 6.8 – Modelos analisados no estudo paramétrico para análise da variação do momento fletor na viga mista	144
Figura 6.9 – Relação entre $M_{cr}/M_{cr,0,5}$ e L_1/L_{cr}	145
Figura 6.10 – Coeficiente que leva em conta a variação de momento fletor na viga mista ...	145

Figura 6.11 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta considerando a variação do momento fletor na viga mista.....	146
Figura 6.12 – Representação gráfica da distribuição de erro para análise da variação do momento fletor na viga mista	147
Figura 6.13 – Modelos analisados no estudo paramétrico para análise da rigidez da laje	148
Figura 6.14 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta considerando a variação da rigidez da laje	149
Figura 6.15 – Representação gráfica da distribuição de erro para análise da rigidez da laje .	151
Figura 6.16 – Modelos analisados no estudo paramétrico para análise do deslocamento da linha neutra elástica	152
Figura 6.17 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta considerando o deslocamento da linha neutra elástica	153
Figura 6.18 – Representação gráfica da distribuição de erro para análise do deslocamento da linha neutra elástica	154
Figura 6.19 – Modelos analisados no estudo paramétrico para avaliação final da formulação proposta para o cálculo do momento crítico elástico	155
Figura 6.20 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta.....	156
Figura 6.21 – Representação gráfica da distribuição de erro da equação proposta.....	157
Figura 6.22 – Seção transversal do modelo numérico padrão (dimensões em mm)	158
Figura 6.23 – Comparação entre os resultados numéricos e obtido pelas equações	164
Figura 6.24 – Comparação entre os resultados numéricos e os obtidos pelas equações	167
Figura 7.1 – Mecanismo “U” invertido analisado no estudo paramétrico	169
Figura 7.2 – Modelos numéricos de vãos extremo e interno das vigas mistas contínuas	170
Figura 7.3 – Disposição das armaduras na laje de concreto armado do modelo numérico de vão interno.....	172
Figura 7.4 – Carregamento aplicado no modelo numérico de vão interno	172
Figura 7.5 – Vão extremo da viga mista contínua.....	173
Figura 7.6 – Vão interno da viga mista contínua.....	174
Figura 7.7 – Vão interno da viga mista contínua submetida a um momento fletor constante	175
Figura 7.8 – Tipos de distribuições da tensão residual analisadas	176
Figura 7.9 – Momento fletor <i>versus</i> deslocamento lateral do modelo TR3	178
Figura 7.10 – Seção transversal do modelo numérico padrão na região dos apoios internos	179
Figura 7.11 – Ilustração das curvas para obter o momento resistente das vigas mistas.....	185

Figura 7.12 – Comparação entre os resultados numéricos e os procedimentos de cálculo normativos	189
Figura 7.13 – Índice de esbeltez reduzido <i>versus</i> razão entre parâmetros da viga mista	190
Figura 7.14 – Parâmetros <i>versus</i> λ_{dist} dos 78 modelos estudados.....	194
Figura 7.15 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta para determinação do índice de esbeltez λ_{dist}	196
Figura 7.16 – λ_{dist} <i>versus</i> χ_{dist} com relação aos parâmetros da viga mista.....	198
Figura 7.17 – Relação entre λ_{dist} e χ_{dist} segundo as equações normativas, de Zhou e Yan (2017) e proposta neste trabalho e obtida numericamente	200
Figura 7.18 – Detalhes do exemplo de aplicação	206
Figura 7.19 – Seção transversal da laje para o cálculo de I_2	208
Figura 7.20 – Imperfeição geométrica aplicada nos modelos com enrijecedores	218
Figura 7.21 – Momento crítico elástico <i>versus</i> razão a/d	219
Figura 7.22 – Momento resistente à FLD <i>versus</i> razão a/d	220

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Classificação da seção transversal do perfil de aço de acordo com a norma europeia EN 1993-1-1:2005	17
Tabela 2.2 – Seleção da curva de resistência à compressão conforme a EN 1993-1-1:2005...	19
Tabela 2.3 – Altura máxima d (mm) do perfil de aço para não ocorrer FLD	21
Tabela 2.4 – Limites para perfil compacto pela ABNT NBR 8800:2008	21
Tabela 3.1 – Valores de C_{dist} em vigas mistas contínuas para vãos com carga transversal uniformemente distribuída obtidos por Roik <i>et al.</i> (1990)	43
Tabela 3.2 – Valores de C_{dist} em vigas mistas contínuas para vãos sem carga transversal obtidos por Roik <i>et al.</i> (1990)	43
Tabela 3.3 – Modelos numéricos adotados no estudo paramétrico da análise não linear realizada por Chen e Wang (2012)	60
Tabela 3.4 – Valores de C_{dist} de vigas mistas contínuas para vãos com carga transversal distribuídas propostos por Amaral (2016)	64
Tabela 3.5 – Valores de C_{dist} de vigas mistas contínuas para vãos sem carga transversal propostos por Amaral (2016)	65
Tabela 4.1 – Descrição do estudo de malha e resultado obtido	86
Tabela 4.2 – Descrição dos modelos para análise das condições de contorno e resultado obtido	88
Tabela 4.3 – Modelos para análise da região de momento negativo e resultado obtido	89
Tabela 4.4 – Descrição do modelo de FLT e resultado obtido	91
Tabela 4.5 – Descrição do modelo de flambagem por flexão e resultado obtido	92
Tabela 4.6 – Descrição do modelo de flambagem por torção e resultado obtido	93
Tabela 4.7 – Descrição do modelo de FLD e resultado obtido	94
Tabela 5.1 – Estudo da malha do modelo numérico	108
Tabela 5.2 – Resultados obtidos do primeiro grupo de análise (modelos EMC1 a EMC13) ..	110
Tabela 5.3 – Resultados obtidos do segundo grupo de análise (modelos EMC14 a EMC26) ..	111
Tabela 5.4 – Resultados obtidos do terceiro grupo de análise (modelos EMC27 a EMC39) ..	111
Tabela 5.5 – Resultados obtidos do quarto grupo de análise (modelos EMC40 a EMC52) ..	112
Tabela 5.6 – Resultados obtidos do quinto grupo de análise (modelos EMC53 a EMC59) ..	113
Tabela 5.7 – Resultados obtidos do sexto grupo de análise (modelos EMC60 a EMC64)	113

Tabela 5.8 – Dimensões da seção transversal dos protótipos medidos por Chen (1992).....	120
Tabela 6.1 – Frequência de erros da equação proposta considerando o diagrama de momento fletor não uniforme	142
Tabela 6.2 – Frequência de erros da equação proposta considerando a variação do momento fletor na viga mista	147
Tabela 6.3 – Frequência de erros da equação proposta considerando a variação da rigidez da laje	150
Tabela 6.4 – Frequência de erros da equação proposta considerando a variação de y/h_0	153
Tabela 6.5 – Frequência de erros da equação proposta	157
Tabela 6.6 – Modelos para comparação do momento crítico elástico obtido pela equação proposta e pela equação de Roik <i>et al.</i> (1990).....	159
Tabela 6.7 – Avaliação dos momentos críticos elásticos obtidos pela equação proposta neste trabalho e pela equação de Roik <i>et al.</i> (1990)	161
Tabela 6.8 – Modelos para comparação do momento crítico elástico obtido pela equação proposta e pela equação de Hanswille (2002)	164
Tabela 6.9 – Avaliação dos momentos críticos elásticos obtidos pela equação proposta neste trabalho e pela equação de Hanswille (2002).....	166
Tabela 7.1 – Limites de redistribuição de momentos negativos, em percentagem do valor inicial do momento fletor a ser reduzido, conforme a EN 1994-1-1:2004.....	175
Tabela 7.2 – Modelos numéricos para análise da tensão residual	177
Tabela 7.3 – Resultados obtidos numericamente para análise da tensão residual.....	178
Tabela 7.4 – Propriedades mecânicas dos materiais.....	180
Tabela 7.5 – Modelos numéricos para análise do momento resistente à FLD	181
Tabela 7.6 – Resultados numéricos e normativos obtidos do momento resistente à FLD e desvios	186
Tabela 7.7 – Comparação entre os índices de esbeltez numérico e proposto.....	195
Tabela 7.8 – Comparação entre os fatores de redução numérico e proposto	201
Tabela 7.9 – Propriedades geométricas da seção transversal do perfil de aço e da seção mista	207
Tabela 7.10 – Modelos numéricos para análise da influência dos enrijecedores	217
Tabela 7.11 – Resultados obtidos para análise da influência dos enrijecedores	219

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas minúsculas

a	Distância entre as vigas paralelas
b_f	Largura da mesa do perfil de aço
b_s	Largura do enrijecedor
d	Altura total do perfil de aço
e	Excentricidade da força normal do perfil de aço
f_{ck}	Resistência à compressão do concreto
f_s	Resistência ao escoamento do aço da armadura
f_y	Resistência ao escoamento do perfil de aço
h	Altura da alma do perfil de aço
h_0	Distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço
h_p	Dobro da altura da parte comprimida da alma do perfil de aço
k_y	Fator relacionado a geometria da seção transversal da viga mista
k_r	Rigidez rotacional
k_1	Rigidez rotacional da laje de concreto armado
k_2	Rigidez rotacional da alma do perfil de aço
k_3	Rigidez rotacional da conexão de cisalhamento
m_t	Momento de torção distribuído na barra
n	Número de semiondas na configuração deformada de flambagem

n_{id}	Número de semiondas teórico que leva ao momento mínimo de flambagem
n_{lim}	Número de semiondas teórico correspondente à transição entre modos de flambagem
q	Carga distribuída
r	Raio de concordância entre a mesa e a alma nos perfis laminados
t_f	Espessura da mesa do perfil de aço
t_s	Espessura do enrijecedor
t_w	Espessura da alma do perfil de aço
y_A	Distância entre o centro geométrico até a metade da mesa superior do perfil de aço
y_c	Distância entre o centro geométrico do perfil de aço até a metade da altura da laje de concreto armado
y_f	Distância entre o centro de rotação e o centro de torção do perfil de aço
y_p	Distância entre o centro de torção e a metade da espessura da mesa superior do perfil de aço
y_s	Distância entre o centro de torção e o centro geométrico do perfil de aço
$\bar{y}$	Distância do centro de gravidade da seção mista ao centro de gravidade da seção do perfil de aço

Letras romanas maiúsculas

A	Área da seção transversal da viga mista
A_a	Área da seção transversal do perfil de aço
A_s	Área da seção transversal da armadura longitudinal

C_{dist}	Coefficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento L da viga mista
$C_{w,a}$	Constante de empenamento do perfil de aço
$C_{w,d}$	Constante de empenamento do perfil de aço calculada com o polo no centro da mesa superior do perfil
D	Rigidez rotacional da placa
E_a	Módulo de elasticidade longitudinal do aço do perfil, ou, simplesmente, módulo de elasticidade do aço do perfil
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto (ou simplesmente, E_c)
$(EI)_2$	Rigidez à flexão da laje de concreto fissurada
F	Força
G_a	Módulo de elasticidade transversal do aço do perfil
I	Momento de inércia da seção transversal da viga mista
I_a	Momento de inércia da seção transversal do perfil de aço
I_{af}	Momento de inércia da mesa do perfil de aço
J	Constante de torção da seção transversal do perfil de aço
L	Comprimento total da viga
L_{neg}	Comprimento do trecho de momento negativo
L_u	Distância entre os enrijecedores na alma do perfil de aço
L_1	Menor comprimento do trecho de momento negativo
M_a	Momento fletor no perfil de aço

M_{cr}	Momento fletor de flambagem elástica
M_{Rk}	Momento fletor resistente da seção transversal na região de momento negativo
N_a	Força axial de compressão no perfil de aço
N_e	Força axial de flambagem por flexão (carga de Euler)
P	Carga ou força concentrada
P_e	Carga crítica de Euler
P_y	Carga ou força distribuída vertical

Letras gregas minúsculas

α	Coefficiente para consideração da posição da viga no sistema de piso no cálculo da rigidez da laje
α_g	Fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista
β	Coefficiente para a consideração da distribuição do diagrama de momento fletor
β_b	Coefficiente para consideração de relação entre geometria de seção de aço e seção mista e do diagrama de momentos fletores na equação de Hanswille (2002)
χ_{dist}	Fator de redução para flambagem lateral com distorção
δ	Deslocamento lateral
ε	Deformação
η	Grau de interação dos conectores de cisalhamento
κ_g	Coefficiente para consideração da relação entre seção transversal da viga mista e seção transversal do perfil de aço
$\kappa_{g,0}$	Coefficiente de redução do momento crítico devido ao deslocamento da linha neutra

λ	Parâmetro de esbeltez
ν_a	Coefficiente de Poisson do perfil de aço
θ	Rotação
ρ	Razão da força
σ_p	Tensão de proporcionalidade
σ_r	Tensão residual
ψ	Razão entre os momentos de extremidade da viga e o máximo momento fletor, considerando a viga como biapoiada

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ELU	Estado-limite último
FLD	Flambagem lateral com distorção
FLM	Flambagem local da mesa
FLT	Flambagem lateral com torção
LNP	Linha neutra plástica
MEF	Método dos elementos finitos
PROPEEs	Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Considerações Gerais.....	1
1.2	Flambagem Lateral com Distorção	3
1.2.1	Definição	3
1.3	Objetivos.....	6
1.4	Metodologia	6
1.5	Justificativa	7
1.6	Estrutura deste Trabalho	8
2	Métodos Normativos para a Flambagem Lateral com Distorção	10
2.1	Considerações Gerais.....	10
2.1.1	Visão geral dos métodos normativos.....	10
2.1.2	Mecanismo “U” invertido.....	11
2.1.3	Rigidez rotacional.....	12
2.2	Cálculo do Momento Resistente Segundo a EN 1994-1-1:2004	16
2.3	Cálculo do Momento Resistente Segundo a ABNT NBR 8800:2008	21
3	Revisão da Literatura.....	24
3.1	Considerações Gerais.....	24
3.2	Estudos Experimentais.....	25
3.2.1	Considerações iniciais	25
3.2.2	Trabalho de Fan (1990)	25
3.2.3	Trabalho de Chen (1992).....	30
3.3	Estudos Analíticos	37
3.3.1	Considerações iniciais	37
3.3.2	Trabalho de Roik <i>et al.</i> (1990).....	37
3.3.3	Trabalho de Hanswille (2002)	44
3.3.4	Trabalho de Ye e Chen (2013)	48
3.3.5	Trabalho de Zhou <i>et al.</i> (2016).....	49
3.3.6	Trabalho de Dias (2018).....	51
3.4	Estudos Numéricos	56
3.4.1	Considerações iniciais	56
3.4.2	Trabalho de Chen e Wang (2012)	57
3.4.3	Trabalho de Amaral (2016)	62
3.4.4	Trabalho de Dietrich (2017)	66

3.4.5	Trabalho de Zhou e Yan (2017)	69
3.5	Fatores que Influenciam o Momento Resistente à FLD	73
3.5.1	Considerações iniciais	73
3.5.2	Imperfeições de material (tensões normais residuais).....	74
3.5.3	Imperfeições geométricas	76
4	Definição e Aferição da Modelagem Numérica para Determinação do Momento Crítico Elástico	78
4.1	Considerações Gerais.....	78
4.2	Sobre o Programa Computacional de Análise	79
4.3	Modelo Numérico	80
4.3.1	Considerações iniciais	80
4.3.2	Elementos utilizados.....	81
4.3.3	Propriedades dos materiais	82
4.3.4	Carregamento aplicado e condições de contorno	83
4.3.5	Malha de elementos finitos.....	86
4.3.6	Análise das condições de contorno do modelo numérico.....	87
4.4	Aferição da modelagem numérica	89
4.4.1	Considerações iniciais	89
4.4.2	Flambagem lateral com torção	90
4.4.3	Flambagem por flexão	92
4.4.4	Flambagem por torção	93
4.4.5	Flambagem lateral com distorção.....	94
4.4.6	Consideração final	95
5	Definição e Aferição da Modelagem Numérica para Determinação do Momento Resistente à Flambagem Lateral com Distorção.....	96
5.1	Considerações Gerais.....	96
5.2	Análise Não Linear no Programa Ansys.....	96
5.3	Modelo Numérico	97
5.3.1	Considerações iniciais	97
5.3.2	Elementos utilizados.....	99
5.3.3	Relações constitutivas e propriedades dos materiais	101
5.3.4	Malha de elementos finitos.....	105
5.3.5	Análise de sensibilidade da distribuição das tensões residuais	114
5.3.6	Análise de sensibilidade da imperfeição geométrica.....	116
5.3.7	Formulação da análise numérica e método de solução	118
5.4	Trabalho Experimental de Chen (1992) Adotado na Validação	120
5.4.1	Considerações iniciais	120
5.4.2	Descrição do modelo numérico	122

5.4.3	Resultados numéricos e aferição da modelagem do modelo U4A	127
5.4.4	Resultados numéricos e aferição da modelagem do modelo U5B	132
5.4.5	Consideração final	135
6	Estudo Paramétrico para Análise do Momento Crítico Elástico	136
6.1	Considerações Gerais	136
6.2	Análise do Diagrama de Momento Fletor Não Uniforme	137
6.2.1	Considerações iniciais	137
6.2.2	Equação proposta e comparação com os resultados numéricos	139
6.3	Análise da Variação do Momento Fletor na Viga Mista	143
6.3.1	Considerações iniciais	143
6.3.2	Equação proposta e comparação com os resultados numéricos	144
6.4	Análise da Influência da Rigidez da Laje	148
6.4.1	Considerações iniciais	148
6.4.2	Equação proposta e comparação com os resultados numéricos	149
6.5	Análise da Influência do Deslocamento da Linha Neutra Elástica	151
6.5.1	Considerações iniciais	151
6.5.2	Equação proposta e comparação com os resultados numéricos	152
6.6	Avaliação da Equação Proposta	154
6.6.1	Considerações iniciais	154
6.6.2	Equação proposta e comparação com os resultados numéricos	155
6.7	Comparação da Equação Proposta com a Equação de Roik <i>et al.</i> (1990)	158
6.7.1	Considerações iniciais	158
6.7.2	Avaliação das formulações	161
6.8	Comparação da Equação Proposta com a Equação de Hanswille (2002)	164
6.8.1	Considerações iniciais	164
6.8.2	Avaliação das formulações	166
7	Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Distorção	168
7.1	Considerações Gerais	168
7.2	Modelos Numéricos para Análise Paramétrica	169
7.2.1	Considerações iniciais	169
7.2.2	Vigas mistas contínuas	170
7.2.3	Imperfeições geométrica e de material	176
7.3	Descrição do Estudo Paramétrico	178
7.4	Momento Resistente à FLD pelas Normas EN 1994-1-1:2004 e ABNT NBR 8800:2008 e Comparação com os Resultados Numéricos	185
7.5	Proposição de Fórmula para Determinação do Índice de Esbeltez	189
7.5.1	Avaliação dos resultados numéricos	189

7.5.2	Expressões analíticas do índice de esbeltez.....	191
7.5.3	Fórmula proposta para a determinação simplificada do índice de esbeltez e comparação com os resultados numéricos	192
7.6	Proposição de Fórmula para a Determinação do Fator de Redução da Flambagem Lateral com Distorção	196
7.6.1	Avaliação dos resultados numéricos	196
7.6.2	Expressão analítica do fator de redução da FLD	198
7.6.3	Fórmula proposta para a determinação do fator de redução da FLD e comparação com os resultados numéricos	200
7.7	Síntese do Procedimento Proposto e Exemplo de Aplicação	202
7.7.1	Procedimento proposto para a determinação do momento resistente à FLD ...	202
7.7.2	Exemplo de aplicação	206
7.8	Análise da Influência dos Enrijecedores no Momento Resistente à FLD	217
7.8.1	Considerações iniciais	217
7.8.2	Avaliação do momento resistente à FLD	218
8	Conclusões.....	221
8.1	Sobre o Trabalho Realizado.....	221
8.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	225
9	Referências	227

1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

Nas estruturas de aço, o perfil das vigas era projetado para suportar isoladamente o peso próprio da laje de concreto sobreposta e as sobrecargas de serviço. Entretanto, por volta de 1950, foram desenvolvidos os conectores de cisalhamento, peças que permitiram uma conexão prática entre o perfil de aço e a laje de concreto, de forma que o perfil e uma faixa da laje trabalhem em conjunto para resistir às solicitações de flexão. Esse elemento estrutural ficou conhecido como viga mista de aço e concreto e, desde então, tem sido muito usado nas edificações, pontes e viadutos (Johnson, 2004).

As vigas mistas de aço e concreto podem ser biapoiadas, contínuas ou semicontínuas. As biapoiadas são aquelas em que as ligações nos apoios podem ser consideradas como rótulas, as contínuas aquelas com dois ou mais vãos em que o perfil de aço e a armadura longitudinal da laje têm continuidade total nos apoios internos, e as semicontínuas aquelas, também com dois ou mais vãos, em que o perfil de aço não tem continuidade total nos apoios internos, ou seja, que possuem ligação de resistência parcial, segundo definições da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008.

Nas vigas mistas contínuas, o perfil de aço deve ser contínuo sobre os apoios internos ou o perfil de um vão deve ser unido ao perfil do vão adjacente por meio de ligações rígidas e de resistência total, como ilustram esquematicamente os modelos apresentados na Figura 1.1 (na Figura 1.1-a, o perfil de aço da viga é contínuo sobre o pilar de apoio e, na Figura 1.1-b, o perfil da viga, nos dois vãos, é perfeitamente engastado por meio de ligação soldada no pilar de apoio).

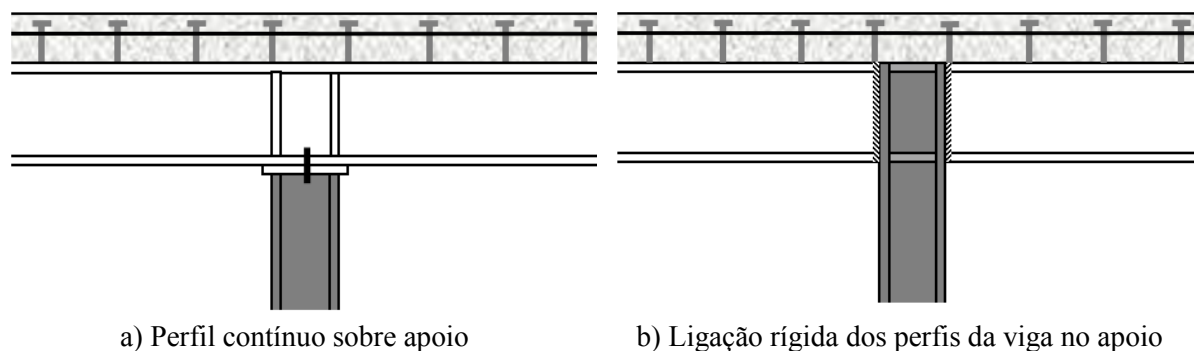


Figura 1.1 – Ilustração esquemática de apoios internos de vigas mistas contínuas

Nas vigas mistas semicontínuas, a ABNT NBR 8800:2008 explicita que a ligação de resistência parcial usada nos apoios internos é uma ligação mista obtida a partir de uma ligação metálica flexível ou semirrígida. Explicita também que, de maneira geral, uma ligação mista tem grande rigidez inicial, mas não tem a mesma resistência à flexão da viga mista suportada por ela (daí a denominação de ligação de resistência parcial). Essa ligação deve ter capacidade de rotação suficiente para não sofrer colapso antes que a viga atinja um estado-limite último (ELU). A Figura 1.2 apresenta as ligações de resistência parcial apresentadas na norma brasileira.

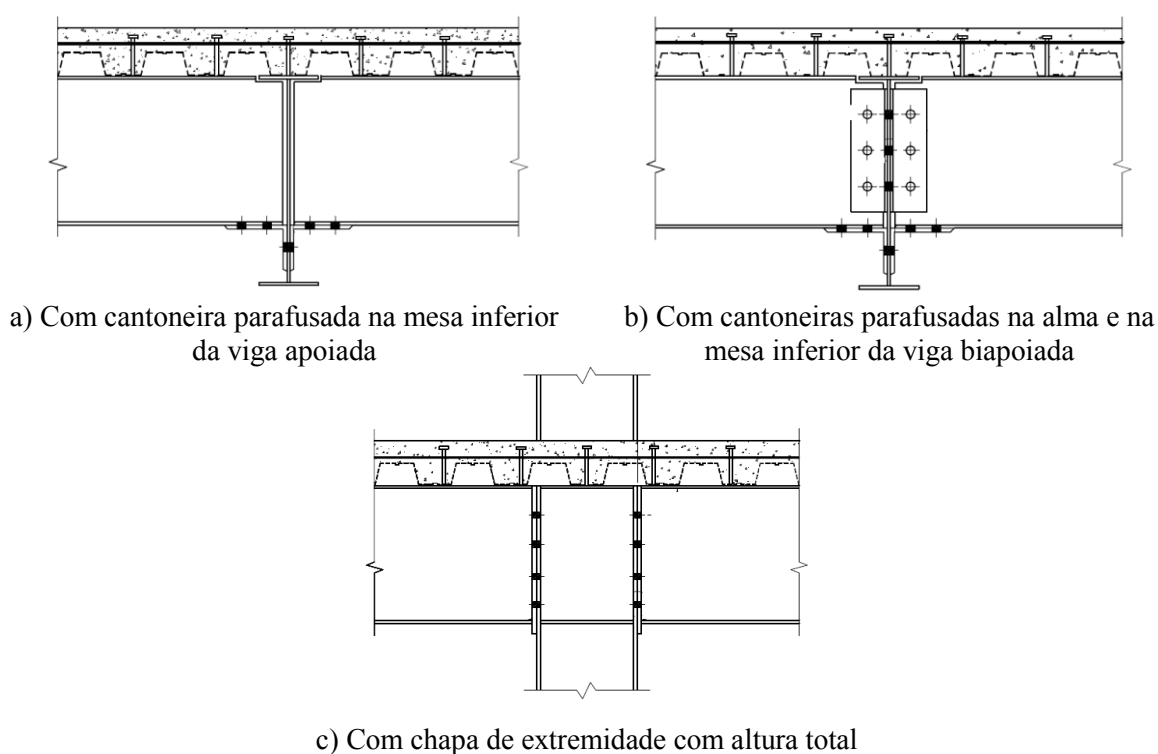


Figura 1.2 – Ligações mistas de resistência parcial (Fonte: ABNT NBR 8800:2008)

Tanto nas vigas contínuas quanto nas semicontínuas, o elemento de suporte pode ser um pilar (como na Figura 1.1 e Figura 1.2-c) ou uma viga (como na Figura 1.2-a e Figura 1.2-b) e a laje

pode ser maciça (como na Figura 1.1), com fôrma de aço incorporada (laje mista – como na Figura 1.2) ou com laje pré-moldada de concreto.

Nas vigas biapoiadas, as ações gravitacionais provocam apenas momento fletor positivo. Como a mesa superior encontra-se continuamente unida à laje pelos conectores de cisalhamento, não há possibilidade de ocorrência de modos globais de flambagem.

As vigas mistas contínuas e semicontínuas são solicitadas a momento negativo nos apoios internos, o que provoca uma redução do momento positivo máximo em relação às vigas biapoiadas. Os momentos negativos fazem com que a parte inferior do perfil de aço se torne comprimida, o que pode causar alguns modos de flambagens que influenciam no momento resistente da viga mista. Um desses modos é a flambagem lateral com distorção (FLD), fenômeno abordado na presente pesquisa para o caso em que o perfil de aço possui seção I duplamente simétrica, cuja definição e princípios básicos são fornecidos na Seção 1.2. Em seguida, nas seções 1.3, 1.4 e 1.5 são apresentados, respectivamente, os objetivos, a metodologia e as justificativas da pesquisa e, na Seção 1.6, a formatação completa deste trabalho.

1.2 Flambagem Lateral com Distorção

1.2.1 Definição

O modo de flambagem global associado às vigas é a flambagem lateral com torção (FLT), no qual o perfil de aço se desloca lateralmente e gira em torno do centro de torção, mantendo a forma da seção transversal (Figura 1.3). Para as vigas mistas biapoiadas de aço e concreto esse modo de instabilidade não ocorre, pois, a mesa superior do perfil de aço está fixada à laje de concreto através dos conectores de cisalhamento, impedindo que o perfil se desloque lateralmente e, pelo menos parcialmente, o giro em torno do seu centro de torção.

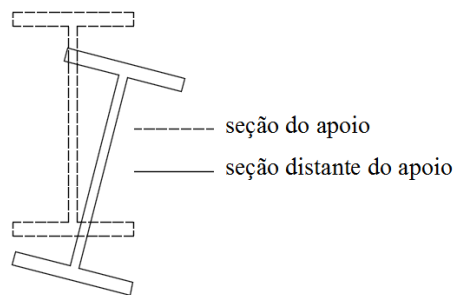


Figura 1.3 – Flambagem lateral com torção ilustrada por Johnson (2004)

As vigas mistas contínuas e semicontínuas ficam com a mesa inferior submetida à compressão em um determinado comprimento a partir dos apoios internos. Como consequência, essa mesa pode flambar em relação ao seu eixo de maior inércia (eixo situado no plano de flexão), já que a alma impede a flambagem em relação ao seu eixo de menor inércia, apresentando um deslocamento lateral, δ , que necessariamente é acompanhado de uma torção, θ , uma vez que para ocorrerem a alma precisa fletir lateralmente (distorcer), caracterizando um estado-limite último denominado flambagem lateral com distorção (FLD). Facilitam a manifestação desse fenômeno a flexão da laje e a deformação da conexão da laje com a face superior do perfil de aço (conexão de cisalhamento), que possibilitam a torção da seção de aço praticamente como corpo rígido. A Figura 1.4 mostra esse fenômeno.

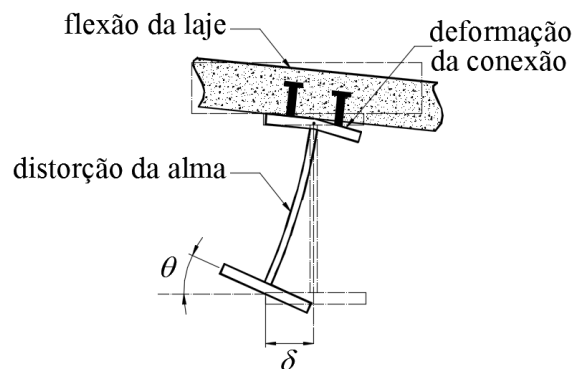


Figura 1.4 – Flambagem lateral com distorção

De acordo com Johnson (2004), o deslocamento lateral (δ) e a torção da mesa comprimida do perfil de aço (θ) na FLD consistem de uma semionda em cada lado do apoio interno, com o ponto de máximo deslocamento lateral situado entre duas e três vezes a altura do perfil de aço (d) em relação ao apoio interno (Figura 1.5). É importante ressaltar que nos projetos de vigas mistas contínuas e semicontínuas de aço e concreto devem ser previstos, obrigatoriamente, elementos que impeçam o deslocamento lateral da seção transversal nos apoios.

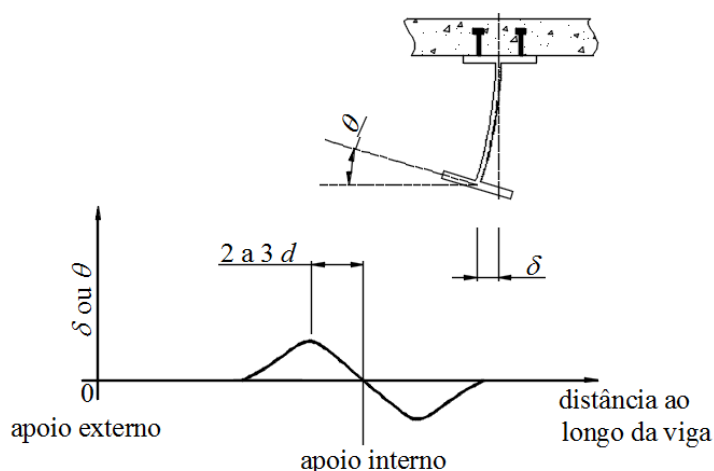


Figura 1.5 – Deformação típica da mesa inferior na FLD descrita por Johnson (2004)

A FLD se distingue da flambagem local da mesa (FLM), pois nesta última o deslocamento é essencialmente vertical (Figura 1.6), não lateral, com o máximo deslocamento da seção transversal distante do apoio de uma distância igual à largura da mesa. A FLM tende a ocorrer quando a razão entre a largura e a espessura da mesa inferior (b_f/t_f) é alta, já a FLD quando essa razão é pequena, Johnson (2004).

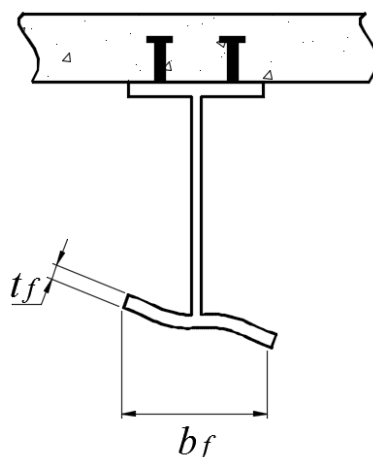


Figura 1.6 – Flambagem local da mesa inferior comprimida

As normas de projeto europeia EN 1994-1-1:2004 e brasileira ABNT NBR 8800:2008, abordam a flambagem lateral com distorção, fornecendo métodos aproximados similares para a determinação do momento fletor resistente. A norma americana ANSI/AISC 360:16 não trata desse modo de flambagem.

1.3 Objetivos

Este trabalho de pesquisa tem como objetivos, nas vigas mistas contínuas de aço e concreto com perfil I duplamente simétrico de aço submetidas à atuação de carga uniformemente distribuída:

- a) determinar numericamente o momento crítico elástico à flambagem lateral com distorção, com o intuito de propor um procedimento de cálculo para a determinação desse momento;
- b) determinar numericamente o momento fletor resistente nominal à FLD, com o intuito de verificar a precisão e a adequabilidade dos métodos de cálculo da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e da norma europeia EN 1994-1-1:2004 para a obtenção desse momento;
- c) propor uma equação simplificada para a determinação do índice de esbeltez e uma nova equação para a determinação do fator de redução da flambagem lateral com distorção.

1.4 Metodologia

Para alcançar os objetivos deste trabalho, serão cumpridas as etapas descritas sucintamente a seguir:

- a) realização de pesquisa bibliográfica rigorosa a respeito da flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas com perfil I de aço;
- b) desenvolvimento de um modelo numérico para análise linearizada de flambagem, por meio do método dos elementos finitos (MEF) com a utilização do programa Ansys 17.0 (2016) para a determinação do momento crítico elástico da viga mista contínua;
- c) comparação dos resultados modelo numérico considerando uma viga puramente de aço com aqueles obtidos analiticamente das instabilidades da flambagem lateral com torção, flambagem por flexão e flambagem por torção que ocorrem em vigas puramente de aço e validação do modelo da alínea anterior com a formulação analítica proposta por Dias (2018);
- d) desenvolvimento de um modelo numérico para análise não linear inelástica, por meio do MEF com a utilização do programa Ansys 17.0 (2016), considerando as influências das imperfeições geométricas e de material, incluindo os efeitos de fissuração do concreto, para obtenção do comportamento e do momento resistente de vigas mistas contínuas com perfil

I duplamente simétrico de aço com relação ao estado-limite último de flambagem lateral com distorção;

- e) validação do modelo numérico por meio de comparação com resultados experimentais fornecidos pela literatura científica, como, por exemplo, os constantes no trabalho de Chen (1992);
- f) desenvolvimento de um estudo paramétrico para avaliar os parâmetros que influenciam o momento crítico elástico à flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto;
- g) proposição de uma equação que possa ser utilizada na determinação do momento crítico elástico à flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas;
- h) desenvolvimento de um estudo paramétrico no qual serão estabelecidas as variações dos valores dos diversos parâmetros que influem no momento fletor resistente nominal e processados, com o modelo numérico validado, todos os casos necessários para se levantar as influências de todos esses parâmetros;
- i) avaliação dos métodos de cálculo da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e da norma europeia EN 1994-1-1:2004 por meio de comparação entre os resultados do momento resistente obtidos por essas normas e aqueles da análise numérica;
- j) proposição de uma equação simplificada para a determinação do índice de esbeltez e de uma nova equação para a determinação do fator de redução da flambagem lateral com distorção.

1.5 Justificativa

O desenvolvimento de sistemas construtivos mais eficientes e, conseqüentemente, de menor custo, é um dos principais objetivos da Engenharia Civil. Nesse contexto, as vigas mistas contínuas de aço e concreto conduzem a uma distribuição mais equilibrada do momento fletor, implicando em menor momento fletor solicitante positivo, o que possibilita o uso de maiores razões entre o vão da viga e a altura do perfil de aço (Johnson, 2004). No entanto, nos apoios internos dessas vigas e nas suas vizinhanças ocorre momento negativo, fazendo com que uma parte do perfil de aço esteja submetida à compressão. Por essa razão, as vigas podem sofrer flambagem lateral com distorção (FLD), sendo necessária a verificação desse estado-limite último no dimensionamento.

Nos procedimentos normativos para a determinação do momento fletor resistente à FLD de vigas mistas contínuas de aço e concreto, têm-se como etapa inicial a determinação do momento crítico elástico (M_{cr}). Constam na literatura algumas pesquisas em que são obtidas analiticamente equações para a determinação desse momento. No entanto, essas equações apresentam inconsistências que tornam imprecisos seus resultados, como destacado por Hanswille (2002) e Dias (2018). A equação proposta por Roik *et al* (1990), por exemplo, a mais conhecida, adotada pela ABNT NBR 8800:2008, pode conduzir a resultados conservadores quando se analisa vãos internos ou inseguros para vãos extremos de vigas mistas, conforme destacado por Johnson e Anderson (2004). Por conta disso, é necessária uma reavaliação das equações disponíveis na literatura para determinação de M_{cr} à FLD de vigas mistas contínuas de aço e concreto.

Existem poucos estudos experimentais e numéricos de vigas mistas contínuas com perfil I de aço, e nenhum desses estudos avaliou de forma sistemática e com abrangência necessária as influências das imperfeições geométricas e de material na flambagem lateral com distorção. Por essa razão, essas influências são consideradas, de modo simplificado, como equivalentes às das barras de aço axialmente comprimidas na determinação do momento fletor resistente à FLD pelas normas brasileira ABNT NBR 8800:2008 e europeia EN 1994-1-1:2004.

Com base no exposto, acredita-se que esta pesquisa possa contribuir de forma expressiva para que se chegue a valores mais realísticos do momento crítico elástico e do momento fletor resistente à FLD de vigas mistas contínuas de aço e concreto, ajudando na consolidação do uso das vigas mistas contínuas.

Finalmente, cumpre destacar que este trabalho é parte de um amplo programa de pesquisa sobre elementos mistos de aço e concreto, desenvolvido pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas – PROPEEs – da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

1.6 Estrutura deste Trabalho

Este trabalho é composto de oito capítulos. Neste primeiro capítulo foi apresentada uma breve introdução sobre as vigas mistas de aço e concreto, além de abordados conceitos necessários à apresentação do fenômeno de flambagem lateral com distorção (FLD). Neste capítulo também foram apresentados os objetivos deste trabalho, sua metodologia e sua justificativa.

O Capítulo 2 apresenta as considerações de cálculo para a determinação do momento resistente à FLD das vigas mistas contínuas de aço e concreto, incluindo a descrição dos métodos de cálculo desse momento segundo a norma europeia EN 1994-1-1:2004 e a norma brasileira ABNT NBR 8800:2008.

No Capítulo 3 é apresentada uma revisão da literatura com base em artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado, para a assimilação de conceitos fundamentais ao entendimento do comportamento de vigas mistas contínuas de aço e concreto na região de momento negativo. São também destacados e discutidos os fatores que influenciam no valor do momento fletor resistente à FLD.

O Capítulo 4 apresenta a definição e a aferição do modelo numérico para análise do momento crítico elástico de vigas mistas de aço e concreto com perfil I de aço. São apresentadas as condições de contorno, os tipos de elementos e outras informações pertinentes ao modelo.

O Capítulo 5 apresenta a definição e a aferição do modelo numérico para obtenção do momento resistente à flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas de aço e concreto com perfil I de aço. São fornecidas as condições de contorno, os tipos de elementos adotados, as características geométricas, as propriedades dos materiais e outras informações pertinentes ao modelo.

O Capítulo 6 apresenta um estudo paramétrico do modelo desenvolvido no Capítulo 4. O intuito é avaliar os parâmetros que influenciam o valor do momento crítico elástico à FLD. Com os resultados desse estudo, é possível propor uma equação para a determinação do momento crítico elástico à FLD de vigas mistas contínuas de aço e concreto.

No Capítulo 7 o estudo paramétrico a ser realizado no modelo numérico desenvolvido no Capítulo 5 é descrito em detalhes. São avaliados os parâmetros que influenciam na determinação do momento fletor resistente nominal à FLD em vigas mistas contínuas de aço e concreto e proposta uma equação simplificada para a determinação do índice de esbeltez e uma nova equação para determinação do fator de redução relacionado à FLD.

No Capítulo 8 constam as conclusões do trabalho e sugestões para estudos futuros.

2

MÉTODOS NORMATIVOS PARA A FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO

2.1 Considerações Gerais

2.1.1 Visão geral dos métodos normativos

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e a europeia EN 1994-1-1:2004 fornecem um método aproximado para a determinação do momento resistente à flambagem lateral com distorção (FLD) das vigas mistas contínuas, que, sucintamente, consiste das seguintes etapas (usando uma simbologia baseada na norma brasileira):

- a) determinação do momento crítico elástico (M_{cr}) com base no modelo do mecanismo “U” invertido (tratado na Subseção 2.1.2) e considerando a rigidez rotacional desse mecanismo (tratada na Subseção 2.1.3);
- b) determinação de um parâmetro de esbeltez, dado por:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} \quad (2.1)$$

onde M_{Rk}^- é o momento fletor resistente nominal da viga na região de momento negativo, considerando a seção transversal constituída pelo perfil de aço e a armadura longitudinal (na direção do eixo da viga) da laje de concreto;

c) com o valor de λ_{dist} , entra-se em uma curva de resistência à compressão axial e obtém-se o fator de redução χ_{dist} ;

d) com χ_{dist} chega-se ao momento resistente de cálculo por meio da expressão:

$$M_{dist,Rd}^- = \chi_{dist} M_{Rd}^- \quad (2.2)$$

onde M_{Rd}^- é o momento fletor resistente de cálculo da seção transversal na região de momento negativo (determinado de forma similar a M_{Rk}^- , com a introdução dos coeficientes de ponderação da resistência para reduzir as resistências ao escoamento dos aços do perfil e da armadura longitudinal da laje).

2.1.2 Mecanismo “U” invertido

O mecanismo “U” invertido é o modelo previsto pelas normas ABNT NBR 8800:2008 e EN 1994-1-1:2004 para a determinação do momento crítico elástico (M_{cr}). Nesse modelo, considera-se que a laje de concreto esteja sobre dois ou mais perfis de aço paralelos, conforme ilustrado na Figura 2.1 para dois perfis.

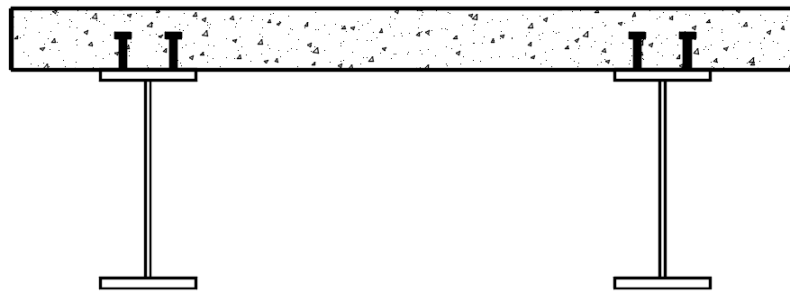
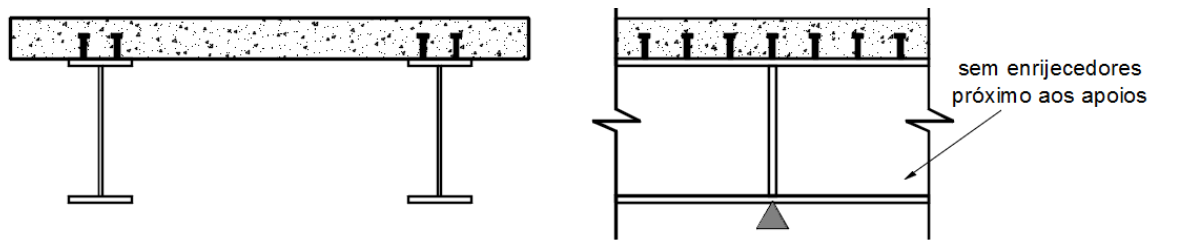


Figura 2.1 – Mecanismo “U” invertido com dois perfis de aço

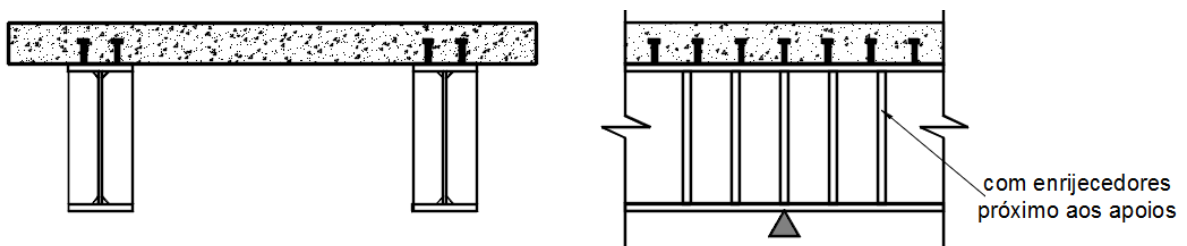
Comparado ao modelo de uma viga mista com seção transversal “T”, que é composto por um único perfil de aço sobreposto por uma laje de concreto, o mecanismo “U” invertido é mais adequado para representar o comportamento à FLD, pois retrata de forma bastante realística as restrições ao deslocamento lateral e à torção impostas à mesa inferior do perfil de aço pela sua alma, pela laje de concreto e pela conexão de cisalhamento, como se verá nas próximas subseções. Adicionalmente, a consideração do mecanismo “U” tem relação direta com as situações encontradas na prática, uma vez que, em boa parte das construções, utilizam-se

sistemas de pisos compostos por vigas de aço paralelas igualmente espaçadas sob a laje de concreto.

Na literatura científica, são descritos dois tipos de mecanismo “U” invertido, o contínuo e o discreto. No mecanismo “U” contínuo (Figura 2.2-a), a viga mista de aço e concreto possui enrijecedores verticais somente na região dos apoios internos. Nesse tipo de mecanismo, a restrição contínua é fornecida à mesa comprimida apenas por meio da laje de concreto e da alma não enrijecida dos perfis de aço. No mecanismo “U” discreto (Figura 2.2-b), há enrijecedores transversais soldados à alma do perfil de aço regularmente espaçados em toda a região de momento negativo, sendo função desses enrijecedores contribuir na restrição à FLD. O método de cálculo prescrito pelas normas considera apenas o mecanismo “U” contínuo.



a) Mecanismo “U” contínuo



b) Mecanismo “U” discreto

Figura 2.2 – Tipos de mecanismo “U” invertido representados por Calenzani (2008)

2.1.3 Rigidez rotacional

Uma grandeza fundamental para a determinação do momento crítico elástico (M_{cr}), momento este utilizado na Equação (2.1), é a rigidez rotacional da viga mista, k_r , também tratada como rigidez rotacional do mecanismo “U” invertido. Essa rigidez, aplicada a uma mola de rotação

situada na mesa superior de um perfil de aço, permite reproduzir a influência do mecanismo “U” no momento fletor resistente à FLD, considerando a flexão da laje, a distorção da alma e a deformação da conexão de cisalhamento (Figura 2.3 – ver também Figura 1.4). Segundo Johnson (2004), essa rigidez é obtida por unidade de comprimento da viga, relacionando o momento no ponto A, situado no centro geométrico da mesa superior, causado por forças de perturbação F de sentidos opostos aplicadas nas mesas inferiores das vigas paralelas do mecanismo “U”, com a rotação correspondente θ dessas mesas. Essa rotação é obtida pela razão entre o deslocamento lateral da mesa inferior (δ) e a distância entre os centros geométricos das duas mesas do perfil de aço (h_0). Já o momento fletor no ponto A é o produto entre a força F e a distância h_0 . Tomando-se uma das vigas, a rotação no ponto A será igual a δ/h_0 , e como o momento em A é dado pelo produto entre F e h_0 , obtém-se a seguinte expressão geral para a rigidez rotacional:

$$k_r = \frac{F h_0}{\delta/h_0} \quad (2.3)$$

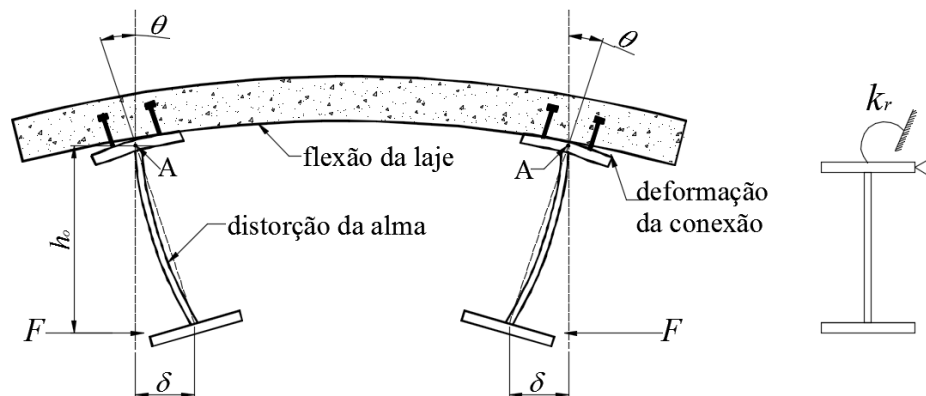


Figura 2.3 – Rigidez rotacional de uma viga mista adaptada da EN 1994-1-1:2004

Para resolver de forma precisa a Equação (2.3), é necessário realizar análises experimentais ou numéricas. Uma alternativa prática e que fornece resultados bastante confiáveis da rigidez rotacional (k_r), é considerá-la como resultante de uma associação em série entre a rigidez à flexão da laje fissurada (k_1), a rigidez à flexão transversal da alma do perfil de aço (k_2) e a rigidez da conexão de cisalhamento (k_3), conforme segue:

$$k_r = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right)^{-1} \quad (2.4)$$

Para o cálculo da rigidez à flexão na direção do eixo longitudinal dos perfis de aço da laje fissurada, k_1 , considera-se a laje como uma viga engastada nos perfis. Essa rigidez é caracterizada pelos momentos fletores que surgem ao aplicar rotações unitárias nos engastes (Figura 2.4) e, de forma generalizada, pode ser obtida como

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \quad (2.5)$$

onde α é um coeficiente que depende da posição da viga em consideração. Se a viga estiver na extremidade da laje, α é igual a 2 e se a viga é interna α é igual a 3 (para vigas internas com quatro ou mais vigas similares, pode-se adotar α igual a 4). O termo $(EI)_2$ representa a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje, desconsiderando o concreto tracionado, por unidade de comprimento da viga, tomada como o menor valor entre as rigidezes no meio do vão e no apoio interno e a é a distância entre as vigas paralelas do mecanismo “U”.

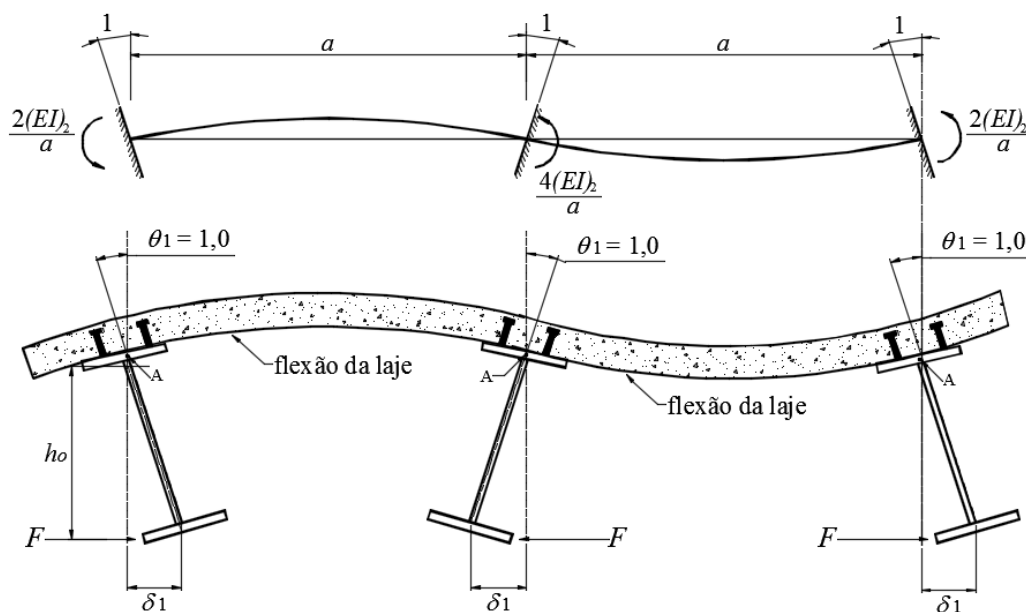


Figura 2.4 – Rigidez à flexão da laje fissurada ilustrada por Calenzani (2008)

Para a rigidez à flexão da alma do perfil de aço, k_2 , considera-se esse elemento como uma placa engastada no centro geométrico da mesa superior e livre no centro geométrico da mesa inferior, onde atua uma força F , como ilustrado na Figura 2.5.

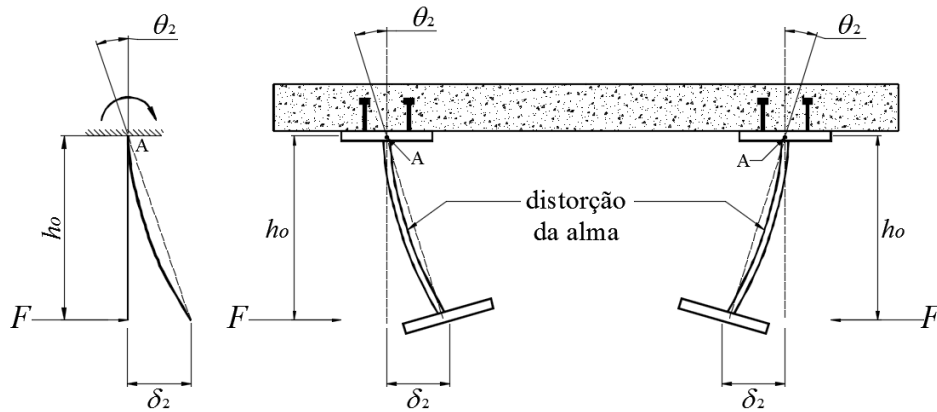


Figura 2.5 – Rigidez à flexão da alma do perfil de aço ilustrada por Calenzani (2008)

A força F relaciona-se com o deslocamento δ_2 pela expressão:

$$\frac{F}{\delta_2} = \frac{3D}{h_0^3} \quad (2.6)$$

onde D é a rigidez à flexão da placa por unidade de comprimento.

De acordo com a Equação (2.3) e reorganizando a Equação (2.6), obtém-se:

$$k_2 = \frac{3D}{h_0} \quad (2.7)$$

Segundo Timoshenko e Gere (1961), a rigidez rotacional da placa por unidade de comprimento pode ser calculada como:

$$D = \frac{E_a t_w^3}{12 (1 - \nu_a^2)} \quad (2.8)$$

onde t_w é a espessura da alma do perfil de aço e E_a e ν_a são, respectivamente, o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson do aço do perfil. Substituindo a Equação (2.8) na Equação (2.7), o valor de k_2 por unidade de comprimento é determinado como:

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4 h_0 (1 - \nu_a^2)} \quad (2.9)$$

A rigidez à flexão da conexão de cisalhamento (k_3) representa o momento atuante no centro geométrico da mesa superior quando se impõe uma rotação unitária para a ligação entre o perfil de aço e a laje de concreto armado (Figura 2.6). De acordo com Johnson e Molenstra (1990) e

Dietrich (2017), essa rigidez costuma ter valor muito elevado quando o perfil I de aço é de alma cheia, influenciando em menos de 1% a rigidez rotacional k_r para o caso de conexão de cisalhamento com dois conectores de cisalhamento soldados na seção transversal e em menos de 5% para o caso de conexão de cisalhamento com um conector de cisalhamento soldado na seção transversal. Por essa razão, a rigidez k_3 geralmente é desconsiderada nos cálculos.

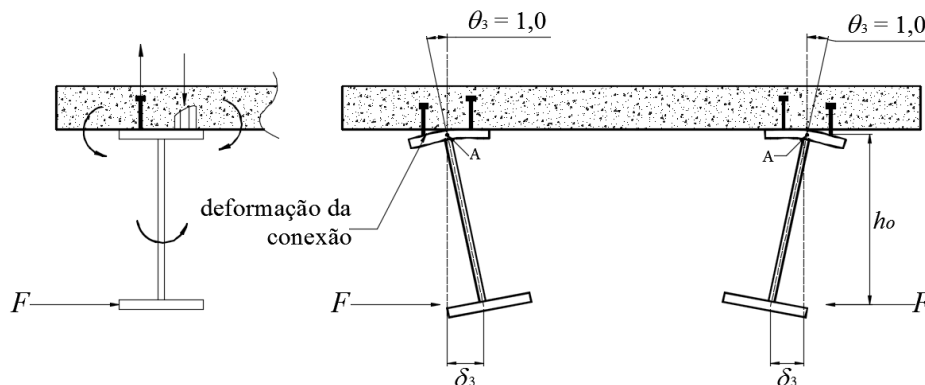


Figura 2.6 – Rigidez à flexão da conexão de cisalhamento ilustrada por Calenzani (2008)

2.2 Cálculo do Momento Resistente Segundo a EN 1994-1-1:2004

O método de cálculo da norma europeia EN 1994-1-1:2004 para obtenção do momento resistente à FLD em viga mista de aço e concreto originou o método da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, descrito na Seção 2.3. A EN 1994-1-1:2004 prescreve um procedimento de cálculo apenas para perfil de aço com seção transversal I de alma cheia que pertença às Classes 1, 2 ou 3, ou seja, perfil que não sofre flambagem local em regime elástico.

Conforme a Tabela 2.1, a classificação do perfil é obtida de acordo com a razão entre a largura do elemento comprimido (c) e sua espessura. Para a alma do perfil, como na região de momento negativo apenas parte desse elemento está submetido à compressão, para se levar isso em conta, deve-se obter o parâmetro α para a classificação da alma (Figura 2.7), pela seguinte equação, conforme descrito por Dujmovi *et al* (2015):

$$\alpha = \frac{1}{c} \left[\frac{d}{2} + \frac{1}{2} \frac{A_{sl} f_{sd}}{t_w f_{yd}} - (t_f + r) \right] \quad (2.10)$$

onde d é a altura do perfil de aço, t_w e t_f são a espessura da alma e da mesa do perfil de aço, respectivamente, r é o raio de concordância entre a mesa e a alma nos perfis laminados (caso seja perfil soldado, r é igual a zero), f_{yd} é a resistência de cálculo ao escoamento do perfil de

aço, A_{sl} é a área da armadura negativa na região do apoio interno e f_{sd} é a resistência de cálculo ao escoamento da armadura. O valor de c corresponde à altura total da alma do perfil de aço, descontando-se os raios de concordância entre as mesas e a alma do perfil laminado ou os lados dos filetes de solda nos perfis soldados, indicados por r , sendo, portanto, dado por:

$$c = h - 2 t_f - 2 r \quad (2.11)$$

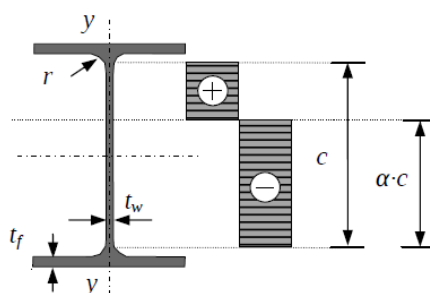


Figura 2.7 – Distribuição da tensão na região de momento negativo para perfil de classe 1 e 2, ilustrado por Dujmovi *et al.* (2015)

No caso da mesa comprimida do perfil, a largura c é igual à metade da largura total desse elemento (comprimento medido entre a extremidade da mesa e o eixo y), descontando-se a semiespessura da alma e o raio de concordância entre as mesas e a alma nos perfis laminados ou o lado do filete de solda nos perfis soldados.

Tabela 2.1 – Classificação da seção transversal do perfil de aço de acordo com a norma europeia EN 1993-1-1:2005

Classificação da esbeltez	Classe 1 (Plástica)	Classe 2 (Compacta)	Classe 3 (Semicompacta)
Análise da seção transversal	plástica	plástica	elástica
Máxima razão c/t_f para mesa do perfil	$9 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	$10 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	$14 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$
Máxima razão c/t_w para alma do perfil	se $\alpha > 0,5$ $\frac{396}{(13\alpha - 1)} \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	$\frac{456}{(13\alpha - 1)} \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	se $\psi \leq 1$ $\frac{42}{(0,67 - 0,33\psi)} \sqrt{\frac{235}{f_y}}$
	se $\alpha \leq 0,5$ $\frac{35}{\alpha} \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	$\frac{41,5}{\alpha} \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	se $\psi > 1$ $62(1 - \psi) \sqrt{\psi} \sqrt{\frac{235}{f_y}}$

O parâmetro ψ para os perfis de Classe 3 da Tabela 2.1 corresponde à parcela comprimida em regime elástico, conforme ilustrado na Figura 2.8, sendo dado por:

$$\psi = \frac{d - y_{cg}}{y_{cg}} \quad (2.12)$$

onde, y_{cg} é a posição do centro geométrico da seção mista e d a altura total do perfil de aço.

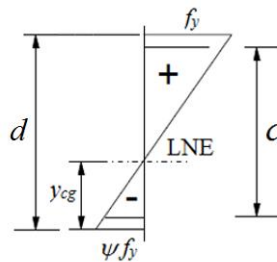


Figura 2.8 – Distribuição da tensão na região de momento negativo para perfil de aço Classe 3 ilustrado pela norma EN 1993-1-1:2005

De acordo com a EN 1994-1-1:2004, o momento fletor resistente à FLD em viga mista de aço e concreto com perfil de aço com seção transversal de classe 1, 2 ou 3 é obtido pela Equação (2.2), na qual M_{Rd}^- é o momento resistente de cálculo na região de momentos negativos para as seções de classes 1 e 2, correspondente ao momento de plastificação de cálculo, envolvendo o perfil de aço e a armadura da laje de concreto e considerando interação completa entre o perfil de aço e a laje. Para o perfil de aço com seção transversal de Classe 3, a norma prescreve a adoção do momento resistente de cálculo correspondente ao início do escoamento.

Ainda na Equação (2.2), χ_{dist} é um fator de redução para FLD da seção transversal. Como existem poucos trabalhos sobre a influência das imperfeições geométricas iniciais e das tensões residuais e de escoamento do aço na FLD, para a obtenção desse fator de redução, a norma EN 1994-1-1:2004 adota as quatro curvas de resistência à compressão axial fornecidas na EN 1993-1-1:2005. Essas curvas, denominadas a, b, c e d, estão mostradas na Figura 2.9, sendo que a norma possui as expressões de cada uma delas, e a seleção entre elas depende do tipo de fabricação do perfil, das dimensões da seção transversal e do tipo de aço, conforme a Tabela 2.2.

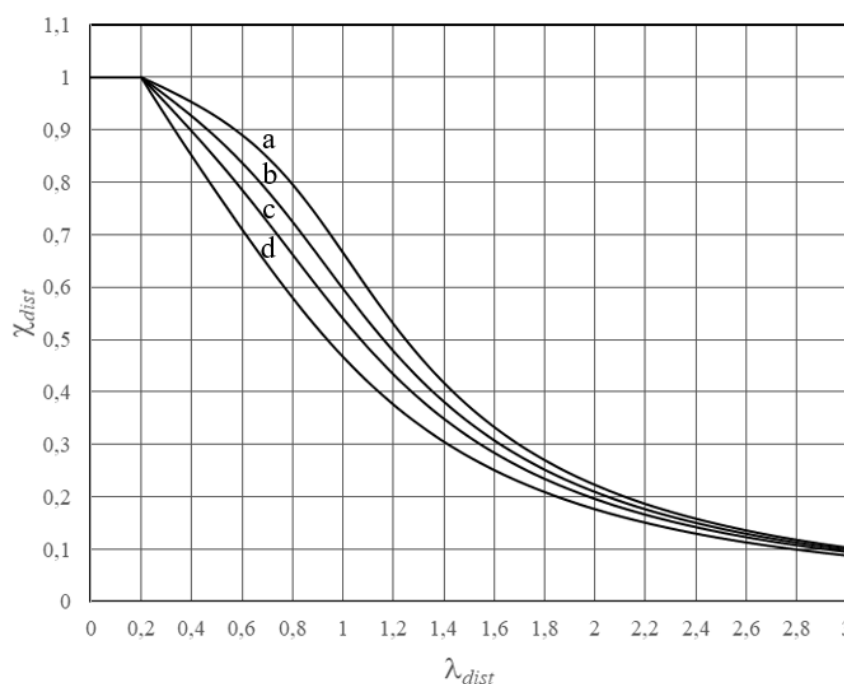


Figura 2.9 – Curvas de resistência à compressão adaptadas da EN 1993-1-1:2005

Tabela 2.2 – Seleção da curva de resistência à compressão conforme a EN 1993-1-1:2005

Perfil I fletido em relação ao eixo perpendicular à alma	Razão entre altura do perfil (<i>d</i>) e largura total das mesas (<i>b_f</i>)	Espessura das mesas	Curva de resistência à compressão	
			Aços S235, S275, S355 e S420	Aço S460
Laminado	> 1,2	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	a	a
		$40 < t_f \leq 100 \text{ mm}$	b	a
	$\leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	b	a
		$t_f > 100 \text{ mm}$	d	c
Soldado	-	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	b	b
		$t_f > 40 \text{ mm}$	c	c

As curvas de resistência à compressão são função da distribuição das tensões residuais nos perfis, que variam se esse perfil é laminado ou soldado e segundo as dimensões da seção transversal. Conforme destacado por Pimenta (1997), a capacidade resistente de diferentes tipos de perfis de aço resultantes de diferentes processos de fabricação, diferentes dimensões da seção transversal e diferentes tipos de aço, pode variar consideravelmente de tal modo que uma única curva não seja suficiente para representar toda a gama de variação. Por conta disso, surgem múltiplas curvas de resistência à compressão e para cada tipo de perfil é utilizada uma curva apropriada, conforme suas características.

O parâmetro de esbeltez λ_{dist} deve ser calculado pela Equação (2.1), sendo M_{Rk}^- o momento fletor resistente nominal, calculado como o momento de plastificação para as seções de classes 1 e 2, e como o momento correspondente ao início do escoamento para seções de Classe 3, e M_{cr} o momento crítico elástico, ambos na região de momento negativo.

A norma europeia EN 1994-1-1:2004 não fornece uma expressão para a determinação de M_{cr} , mas recomenda adotar o mecanismo “U” invertido, conforme ilustrado na Figura 2.10. A norma despreza a influência da conexão de cisalhamento, k_3 , e utiliza as fórmulas de k_1 e k_2 , dadas pelas Equações (2.5) e (2.9), respectivamente, para o cálculo da rigidez rotacional da viga mista, k_r , sendo o valor de k_r determinado pela Equação (2.4), sem a parcela $1/k_3$. Além disso, a norma recomenda adotar o efeito favorável da torção de Saint Venant, $G_a J_a$, na seção do perfil de aço para o cálculo de M_{cr} .

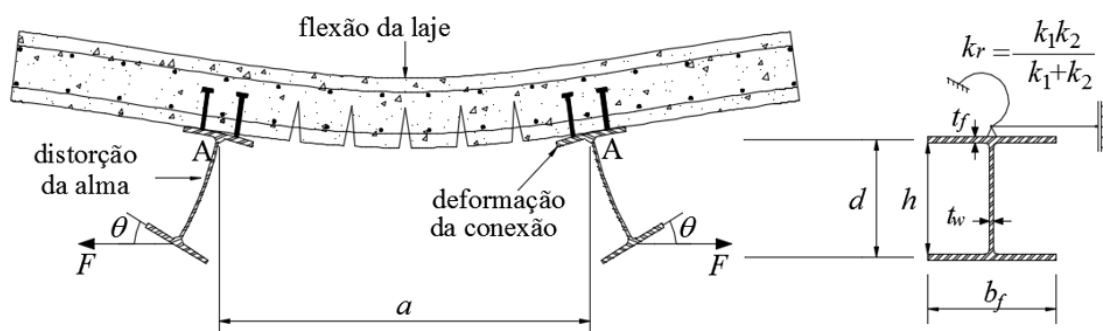


Figura 2.10 – Mecanismo “U” invertido para resistência à FLD da EN 1994-1-1:2004

De acordo com a EN 1994-1-1:2004, uma viga mista contínua de aço e concreto com perfil de aço com seção transversal de classe 1, 2 ou 3 está isenta da verificação do estado-limite último de FLD desde que satisfaça as seguintes condições:

- os vãos adjacentes não apresentem uma diferença de comprimento superior a 20%. No caso de balanço, o seu comprimento não deve exceder 15% do comprimento do vão adjacente;
- o carregamento em cada vão deve ser uniformemente distribuído, com o valor da carga permanente de cálculo acima de 40% da carga total de cálculo;
- a mesa superior do perfil de aço tem que estar conectada a uma laje mista ou de concreto armado por meio de conectores de cisalhamento;

- d) a mesma laje também deve estar ligada a outro elemento de apoio aproximadamente paralelo à viga mista considerada, formando o mecanismo “U” invertido ilustrado na Figura 2.10;
- e) se a laje for mista, deve-se considerar a sua capacidade para vencer o vão entre os dois elementos de apoio do mecanismo “U” invertido;
- f) no apoio, a mesa inferior do perfil tem que estar restringida ao deslocamento lateral, além de a alma do perfil possuir enrijecedor transversal;
- g) se o perfil de aço for do tipo IPE ou HE (perfis laminados fabricados na Europa), sua altura total, d , não pode exceder os limites dados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Altura máxima d (mm) do perfil de aço para não ocorrer FLD

Perfil de aço	Tipo de aço			
	S235	S275	S355	S420 e S460
IPE	600	550	400	270
HE	800	700	650	500

2.3 Cálculo do Momento Resistente Segundo a ABNT NBR 8800:2008

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 adota um procedimento de cálculo para determinação do momento fletor resistente à FLD em vigas mistas de aço e concreto na região de momento negativo similar ao da EN 1994-1-1:2004, introduzindo algumas particularidades. A primeira delas é não permitir que a alma e a mesa tenham possibilidade de sofrer flambagem local, mesmo em regime inelástico. Desse modo, a norma exige a adoção de um perfil de aço compacto, ou seja, perfil com os limites da razão entre largura e espessura da alma e da mesa comprimida apresentados na Tabela 2.4 (nessa tabela, h_p é o dobro da altura da parte comprimida da alma, subtraído de duas vezes o raio de concordância entre a mesa e a alma nos perfis laminados, com posição da linha neutra plástica determinada para a seção mista sujeita a momento negativo, e b é metade da largura da mesa).

Tabela 2.4 – Limites para perfil compacto pela ABNT NBR 8800:2008

Alma	Mesa
$\frac{h_p}{t_w} = 3,76 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}}$	$\frac{b}{t_f} = 0,38 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}}$

Na determinação do momento fletor resistente de cálculo, M_{Rd}^- , a ABNT NBR 8800:2008 recomenda considerar esse momento como correspondente ao momento de plastificação de cálculo, com a distribuição de tensões dada na Figura 2.11, por meio da seguinte equação:

$$M_{Rd}^- = A_s f_{sd} d_3 + A_{at} f_{yd} d_4 + A_{ac} f_{yd} d_5 \quad (2.13)$$

onde A_{at} é a área tracionada da seção do perfil de aço, A_{ac} a área comprimida da seção do perfil de aço, A_s a área da armadura longitudinal dentro da largura efetiva da laje de concreto e f_{sd} e f_{yd} são as resistências de cálculo ao escoamento do aço da armadura e do perfil (resistências nominais divididas pelos coeficientes de ponderação da resistência), respectivamente. As distâncias d_3 , d_4 e d_5 estão ilustradas na Figura 2.11.

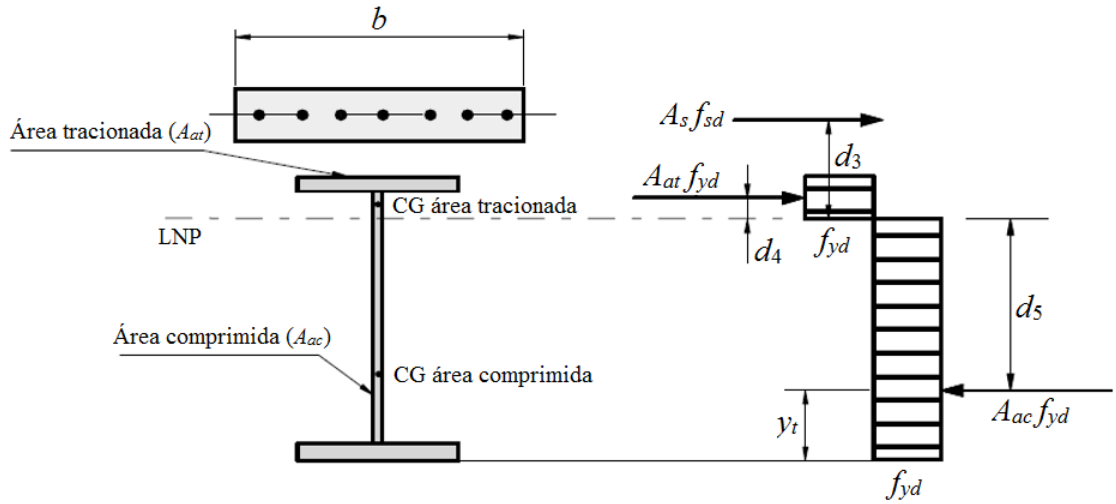


Figura 2.11 – Distribuição de tensões para momento fletor negativo da ABNT NBR 8800:2008

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, diferentemente da EN 1994-1-1:2004, prescreve uma equação para a determinação de M_{cr} , indicando a Equação (3.23) proposta por Roik *et al.* (1990) e que também aparecia na ENV 1994-1-1:1992 (versão anterior da norma europeia), que será apresentada na Subseção 3.3.2. Como será visto também nessa subseção, M_{cr} é influenciado pela distribuição do momento fletor no vão considerado, sendo essa influência levada em consideração pelo coeficiente C_{dist} . A norma ABNT NBR 8800:2008 adota os valores de C_{dist} propostos por Roik *et al.* (1990) para vigas mistas de aço e concreto contínuas, apresentados na Tabela 3.1 para o caso em que há carga transversal uniformemente distribuída. Na determinação da rigidez rotacional, k_r , do mecanismo “U”, as mesmas expressões descritas na Subseção 2.1.3 são fornecidas pela ABNT NBR 8800:2008, desprezando também a rigidez da conexão de cisalhamento, k_3 .

Similarmente à EN 1994-1-1:2004, o fator de redução para flambagem lateral com distorção da seção transversal, χ_{dist} , é obtido da curva de resistência à compressão axial (Figura 2.12) em função do parâmetro de esbeltez λ_{dist} , obtido pela Equação (2.1). Destaca-se que a curva de resistência à compressão da ABNT NBR 8800:2008 é única e não coincide com nenhuma das curvas da norma europeia.

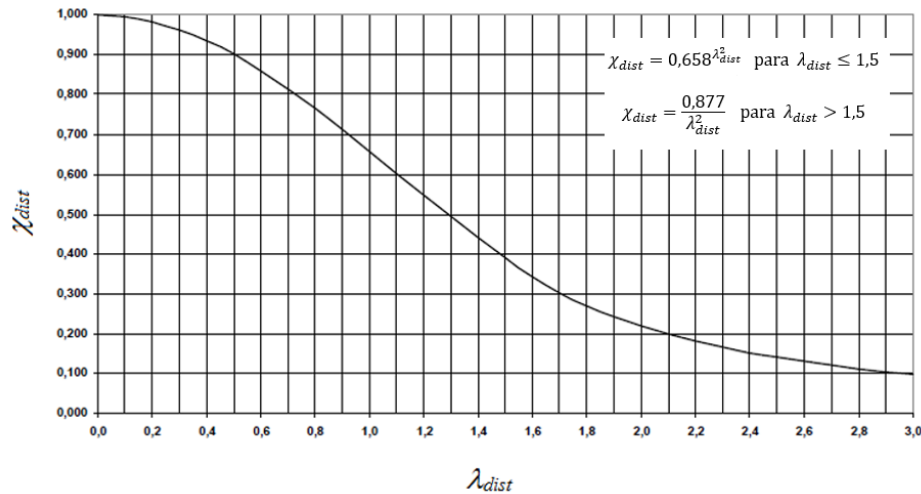


Figura 2.12 – Valor de χ_{dist} em função de λ_{dist} conforme a ABNT NBR 8800:2008

Resultados de ensaios mostram que a FLD não reduz o momento fletor resistente da seção mista se λ_{dist} for inferior a 0,4, podendo-se, portanto, adotar χ_{dist} igual a 1,0 nessa situação. Conforme apresentado na ABNT NBR 8800:2008, a determinação do parâmetro λ_{dist} pode ser simplificada para seções duplamente simétricas pela seguinte expressão:

$$\lambda_{dist} = 5,0 \left(1 + \frac{t_w h_0}{4 b_f t_f} \right) \left[\left(\frac{f_y}{E_a C_{dist}} \right)^2 \left(\frac{h_0}{t_w} \right)^3 \left(\frac{t_f}{b_f} \right) \right]^{0,25} \quad (2.14)$$

onde, t_w é a espessura da alma do perfil de aço, h_0 é a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço, b_f e t_f é a largura e espessura da mesa do perfil de aço, respectivamente, f_y é a resistência ao escoamento do perfil de aço, E_a é o módulo de elasticidade longitudinal do perfil de aço e C_{dist} é o coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento L da viga mista.

Essa expressão foi obtida por meio de várias simplificações conservadoras descritas em Johnson e Anderson (2004). De acordo com Johnson (2004), sua utilização fornece um cálculo mais simples e rápido sem que haja perda considerável de economia.

3

REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Considerações Gerais

Conforme mencionado anteriormente, são poucas as pesquisas existentes na literatura sobre a flambagem lateral com distorção (FLD) das vigas mistas contínuas de aço e concreto. Neste capítulo, essas pesquisas serão apresentadas, subdivididas em análise experimental, análise teórica e análise numérica, respeitando a ordem cronológica das publicações e o aspecto evolutivo do conhecimento na área.

Nos estudos que envolvem experimentos, observa-se uma escassez de trabalhos, uma vez que é necessário trabalhar em escala real, ou próxima da real, para obtenção de resultados mais confiáveis, tornando as atividades onerosas e de difícil execução. Na Seção 3.2 são relatados em detalhes os ensaios que abordam aspectos de capacidade resistente e comportamento.

Os trabalhos que contribuíram para o desenvolvimento de métodos de cálculo que auxiliam na determinação do momento crítico elástico à FLD em vigas mistas de aço e concreto com abordagem analítica são apresentados na Seção 3.3. Na sequência, na Seção 3.4 são descritos alguns estudos numéricos empregando o MEF para simular o comportamento de vigas mistas de aço e concreto na região de momento negativo. Na apresentação desses estudos, serão enfatizadas as estratégias de modelagem adotadas pelos pesquisadores. Finalmente, na Seção 3.5, são discutidos detalhadamente os fatores que influem no valor do momento resistente à FLD.

É importante mencionar que algumas pesquisas sobre o assunto se relacionam com o uso de perfis de aço com alma corrugada (Calenzani, 2008; Calenzani *et al.*, 2012; Oliveira, 2014; Oliveira *et al.*, 2016) ou perfis de aço celulares (Gizehowski e Salah, 2008; Gizejowski e Khalil, 2010; Piassi, 2016). No entanto, neste capítulo, somente serão detalhadas as pesquisas relacionadas aos perfis I de alma cheia, tendo em vista serem esses perfis o objeto deste trabalho.

3.2 Estudos Experimentais

3.2.1 Considerações iniciais

Nesta seção são descritos os principais estudos experimentais sobre o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com perfil I de aço de alma cheia submetidas a momento negativo. Na Subseção 3.2.2 é apresentada a pesquisa realizada por Fan (1990), que contribuiu significativamente para o estudo de flambagem lateral com distorção, ao constatar que a melhor maneira de se avaliar esse tipo de instabilidade é por meio do mecanismo “U” invertido. Na Subseção 3.2.3 é apresentado o trabalho de Chen (1992), que realizou ensaios em vigas mistas de aço e concreto considerando o mecanismo “U” discreto e propôs um procedimento para se obter o valor da rigidez rotacional dessas vigas com enrijecedores transversais soldados na alma do perfil de aço.

3.2.2 Trabalho de Fan (1990)

Com o intuito de analisar o comportamento das vigas mistas contínuas de aço e concreto com perfis de aço I de alma cheia na região de momento negativo, Fan (1990) realizou quatro ensaios com protótipos em escala real. Foram analisados dois protótipos em vigas mistas com seção transversal “T” (nomeados S2 e U1) e dois protótipos em vigas mistas com mecanismo “U” invertido contínuo (nomeados U2 e U3). Todos os protótipos foram construídos com dois vãos e um apoio central, sendo o comprimento de cada vão igual ao comprimento de uma viga mista contínua, sujeita a momento negativo entre um apoio intermediário e um ponto de inflexão do diagrama de momento fletor.

As vigas mistas com seção transversal “T” foram constituídas pelo perfil de aço sobreposto por uma faixa de laje de concreto, ao passo que as vigas mistas com mecanismo “U” invertido contínuo consideraram pelo menos dois perfis de aço paralelos com a laje sobreposta, como mostra a Figura 3.1. Nesse mecanismo, como já foi explicitado anteriormente, considera-se que são colocados enrijecedores transversais na alma do perfil de aço apenas sobre o apoio interno, com todo o comprimento sem enrijecedores.

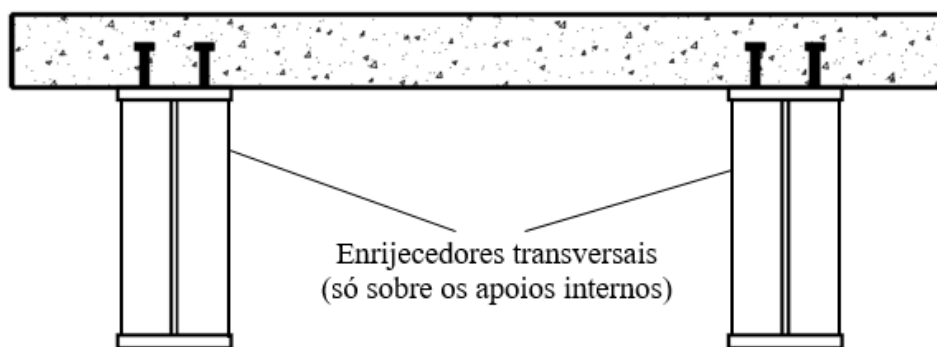


Figura 3.1 – Mecanismo “U” invertido contínuo

O experimento do protótipo S2 foi um teste piloto para avaliar a instrumentação, o sistema de apoio e os procedimentos de ensaio. O ensaio do protótipo U1 foi realizado para representar uma viga mista contínua secundária de um piso de edifício residencial com uma malha de pilares igual a 6 m x 10 m. Essa viga possui três vãos com 10 m, com o vão interno submetido a carga permanente e sobrecarga, e os vãos extremos apenas à carga permanente. A Figura 3.2 ilustra o protótipo U1, cujo comprimento total foi obtido pela consideração da formação de rótula plástica nos apoios internos da viga mista contínua. Nesse protótipo foi utilizada uma laje de concreto com fôrma de aço incorporada (laje mista) e uma linha simples de conectores de cisalhamento.

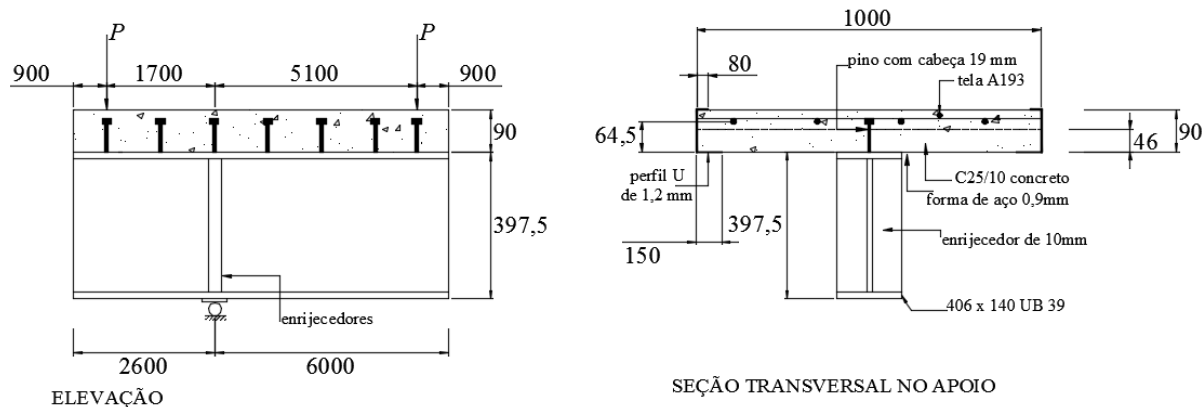


Figura 3.2 – Elevação e seção transversal do protótipo U1 de Fan (1990)

Pelos resultados obtidos nos ensaios dos protótipos S2 e U1, Fan (1990) constatou que, após iniciar o escoamento do aço do perfil na seção do apoio interno, o movimento lateral e a rotação da mesa inferior aumentaram consideravelmente. A Figura 3.3 ilustra a curva de momento *versus* rotação no apoio do protótipo U1. No carregamento máximo, a rotação transversal do concreto e das mesas do perfil de aço se tornaram excessivas e, por razões de segurança, o

ensaio foi interrompido. O máximo momento no apoio desse protótipo foi de 272,6 kN.m, valor que corresponde a 90% do momento de plastificação da viga mista.

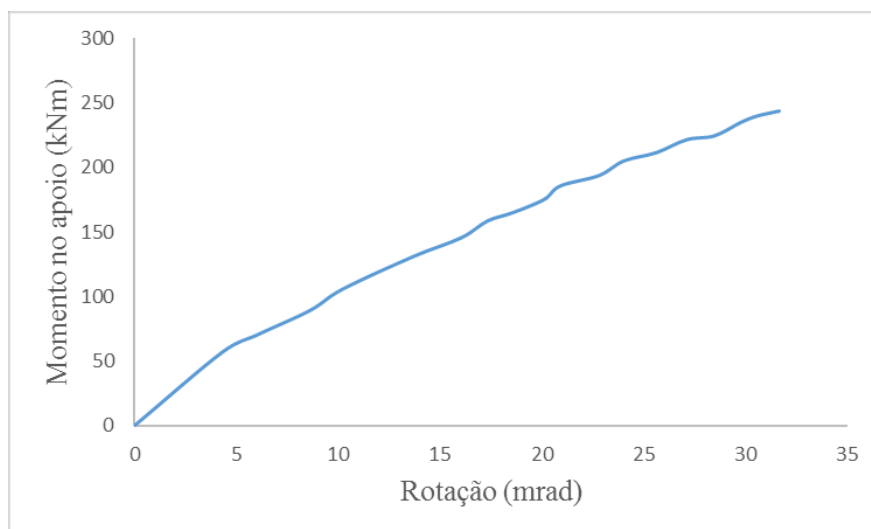


Figura 3.3 – Curva momento *versus* rotação do protótipo U1 do ensaio de Fan (1990)

Antes de iniciar o escoamento do perfil de aço nos protótipos S2 e U1, a taxa de aumento das deformações com o carregamento era pequena. Quando a viga se aproximou do colapso (após o escoamento da seção do perfil de aço), essa taxa começou a se acelerar rapidamente. Os resultados do ensaio indicaram que para a viga mista de seção transversal “T”, a rigidez rotacional da seção mista não foi suficiente para impedir o giro da laje de concreto. Também ficou evidente que as condições de contorno do protótipo não permitiram à laje de concreto restringir a mesa inferior do perfil de aço contra o movimento lateral, como ocorreria em uma estrutura real na qual a laje certamente contribuiria na estabilização do perfil de aço.

Para avaliar o efeito da restrição da laje contra a flambagem lateral da mesa inferior do perfil de aço, Fan (1990) realizou mais dois ensaios de vigas mistas, adotando o mecanismo “U” invertido (protótipos U2 e U3). Esses protótipos representam uma viga de extremidade de um piso de múltiplas vigas.

O protótipo U2 apresentou as mesmas características do protótipo U1, para simular uma viga mista contínua secundária de um piso de edifício residencial, conforme explicado anteriormente. Já o protótipo U3 foi projetado para representar uma viga mista de ponte ou viaduto. Com a finalidade de simular melhor as situações práticas, optou-se por construir as vigas do protótipo U3 um pouco menores (4,25 m), uma vez que nesse tipo de estrutura

geralmente os vãos não ultrapassam 20 m e os pontos de inflexão dos momentos ficam localizados a uma distância próxima a 0,21 vez o comprimento do vão.

Além de todas as características presentes no ensaio do protótipo U2 (Figura 3.4-a), no ensaio do protótipo U3 foi acrescentada uma linha de carregamento em um de seus vãos para simular a sobrecarga de piso (Figura 3.4-b). Esse arranjo teve a finalidade de avaliar se a estabilidade da viga seria influenciada pela flexão transversal da laje devido ao acréscimo da sobrecarga.

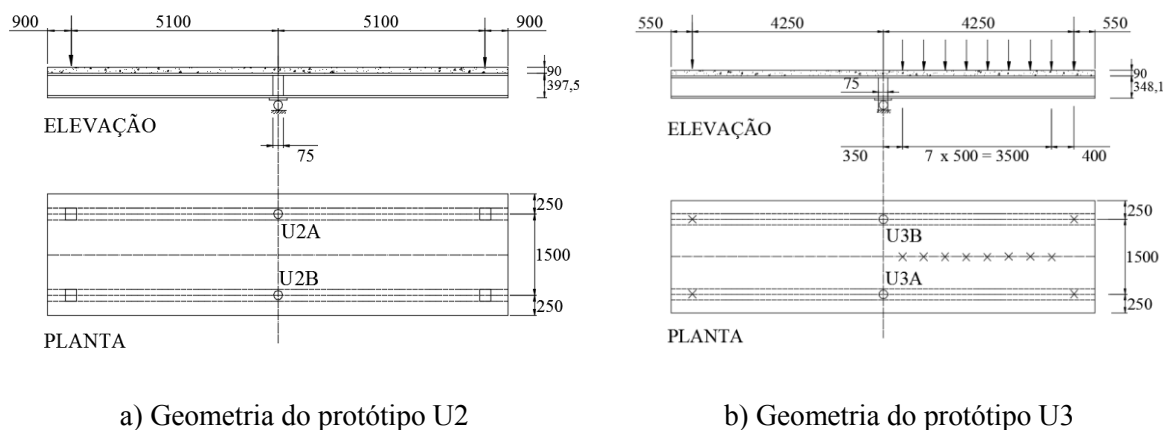


Figura 3.4 – Representação dos protótipos U2 e U3 de Fan (1990)

O protótipo U2 apresentava as mesmas características geométricas e de materiais do U1, conforme pode-se observar na Figura 3.5. Para simular o mecanismo “U” invertido e alcançar a rigidez rotacional confiável da viga mista, foram usados dois perfis de aço localizados próximos às extremidades da laje. Contraventamento interno entre os perfis em forma de X foi acrescentado na posição do apoio central para impedir o movimento lateral e a elevação desses perfis, sem restringir sua rotação em relação ao eixo vertical.

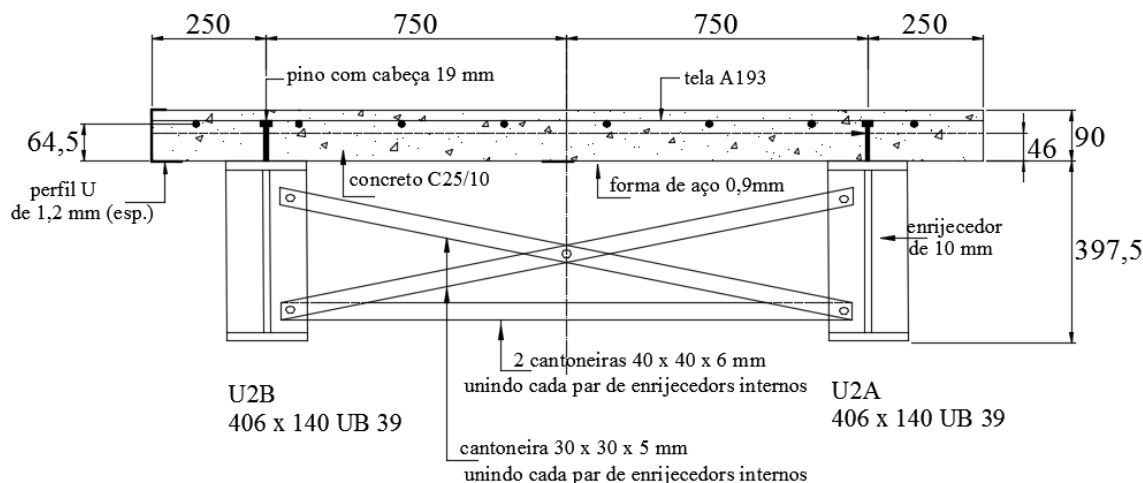


Figura 3.5 – Seção transversal do protótipo U2 de Fan (1990)

No protótipo U3 foi adotada uma laje convencional de concreto armado com duas camadas de armadura longitudinal para aumentar seu momento fletor resistente, além de um perfil de aço com dimensões diferentes, tendo em vista que esse modelo representa uma estrutura de ponte ou viaduto. Contraventamento interno também foi incluído na posição do apoio central desse protótipo (Figura 3.6).

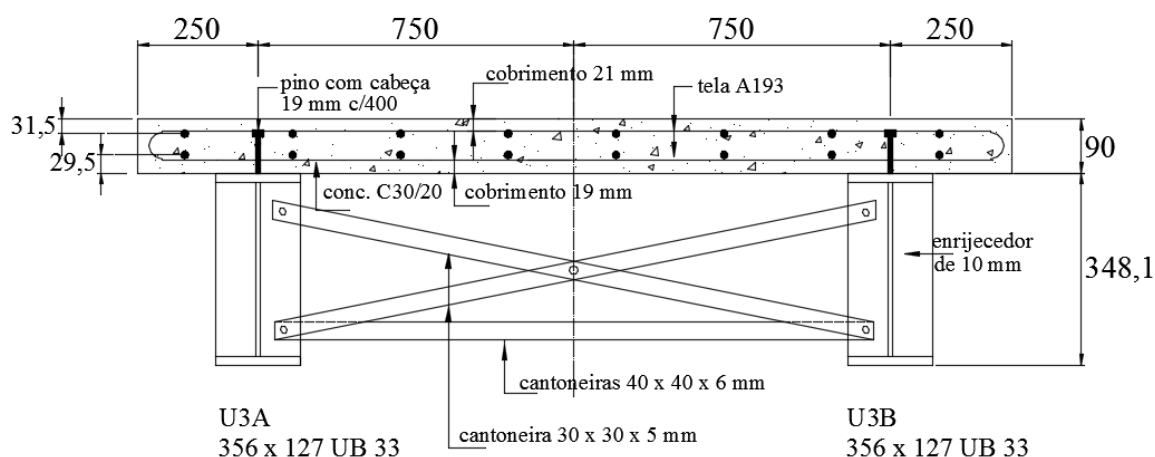


Figura 3.6 – Seção transversal do protótipo U3 de Fan (1990)

Os testes nos protótipos U2 e U3 foram finalizados quando havia uma excessiva rotação em relação ao eixo vertical no apoio central. A Figura 3.7 ilustra o gráfico de momento *versus* rotação no apoio central do protótipo U3. Em ambos os protótipos (U2 e U3) o momento resistente ficou muito próximo do momento de plastificação da viga mista, igual a, aproximadamente, 270 kN.m.

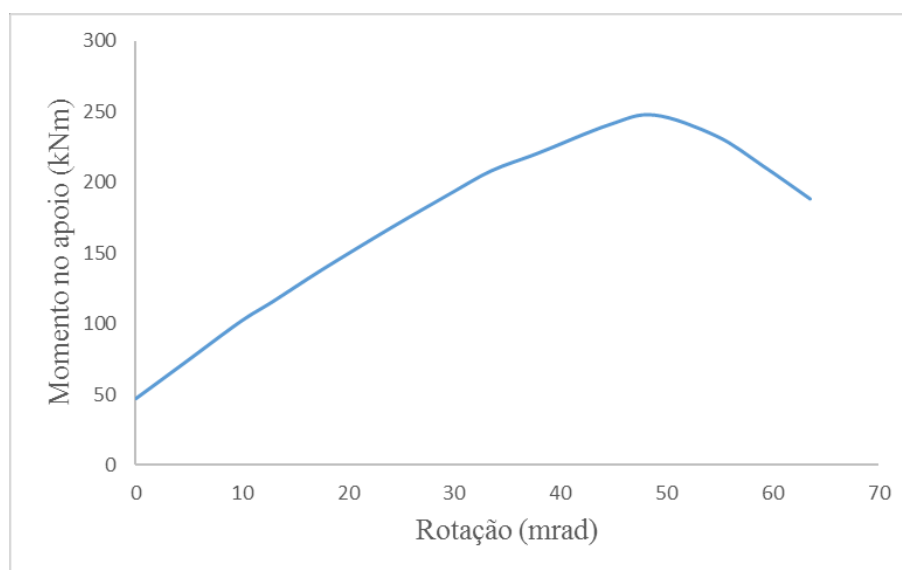


Figura 3.7 – Curva de momento *versus* rotação do protótipo U3 do ensaio de Fan (1990)

Ao analisar os deslocamentos dos protótipos U2 e U3, Fan (1990) constatou que os deslocamentos da mesa inferior dos perfis de aço seguiram a forma das imperfeições laterais iniciais, porém com magnitudes pequenas até o final do regime elástico. O momento fletor resistente último de cada uma das quatro vigas desses dois protótipos foi governado pela interação entre flambagem local e flambagem lateral com distorção, com forte influência das imperfeições iniciais da mesa inferior do perfil de aço.

Na Figura 3.8 constam os deslocamentos laterais do protótipo S2 e do protótipo U3. Esses resultados mostraram que os deslocamentos laterais foram reduzidos nos protótipos que simulam o mecanismo “U” invertido. Pôde-se considerar que a laje de concreto do mecanismo “U” forneceu restrição total ao deslocamento lateral da mesa superior do perfil de aço e restrição parcial ao giro do perfil em relação ao eixo longitudinal. Além disso, observou-se que o carregamento acrescentado na laje do protótipo U3 causou maiores deslocamentos laterais e rotações transversais à mesa inferior no lado carregado do que no outro.

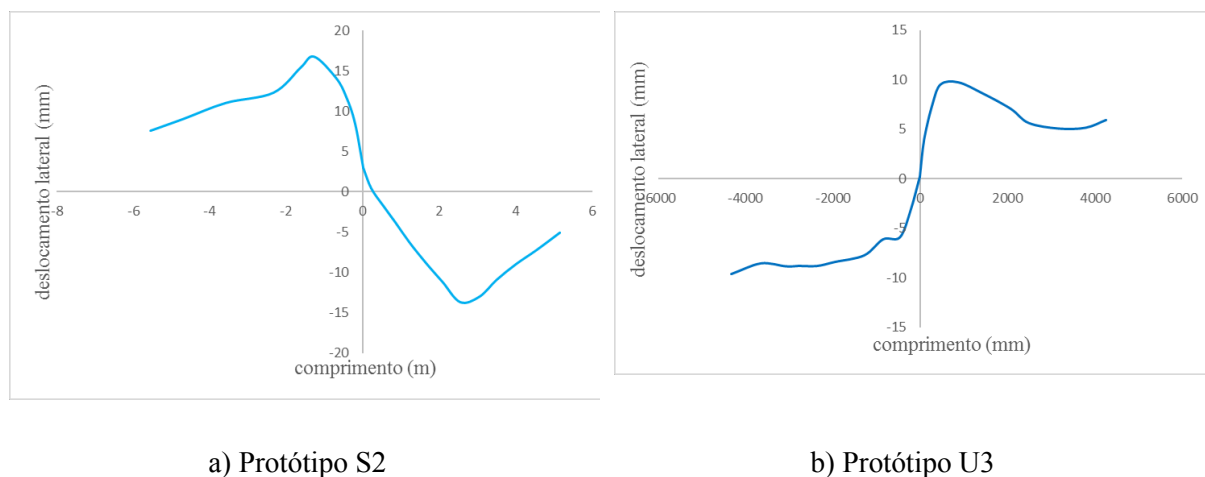


Figura 3.8 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do ensaio de Fan (1990)

Ao comparar as vigas mistas de seção transversal “T” com as vigas mistas com mecanismo “U” invertido, observou-se que esse mecanismo aumenta a estabilidade lateral. Por conta disso, Fan (1990) recomendou utilizar o mecanismo “U” nos estudos teóricos, enfatizando a importância de fornecer restrição lateral nos apoios internos para eliminar o deslocamento lateral da mesa inferior e propiciar um modo de flambagem na forma de S.

3.2.3 Trabalho de Chen (1992)

Por volta de 1990, apenas as normas inglesa BS 5400:1982 e europeia ENV 1994-1-1:1992 apresentavam métodos para avaliação da FLD de vigas mistas contínuas de aço e concreto

adotando o mecanismo “U” invertido. Nesses métodos, não era previsto o uso de enrijecedores ao longo da região de momento negativo. Com o intuito de propor um método de cálculo que contemplasse essa situação, Chen (1992) ensaiou dois protótipos em escala real, sendo um com vigas mistas compondo um mecanismo “U” contínuo (com enrijecedores transversais só sobre o apoio central – protótipo U4) e outro com enrijecedores distribuídos na região de momento negativo, denominado nesse caso o mecanismo “U” discreto (protótipo U5) e dois protótipos de vigas isoladas com enrijecedores distribuídos na região de momento fletor negativo (I-US e I-UD).

O protótipo U4 foi composto por duas vigas soldadas (U4A e U4B), com enrijecedores duplos soldados à alma no apoio. Para impedir o movimento lateral e vertical entre as vigas, sem restringir a rotação em relação ao eixo vertical, foi acrescentado contraventamentos interno na região do apoio. Nesse protótipo foi utilizada uma laje de concreto armado com malha dupla de barras de aço de 10 mm de diâmetro, com espaçamento entre as barras, nas direções longitudinais e transversais, de 150 mm. Os conectores tinham altura de 65 mm e foram espaçados transversalmente em 85 mm com distâncias longitudinais de 200 mm (Figura 3.9).

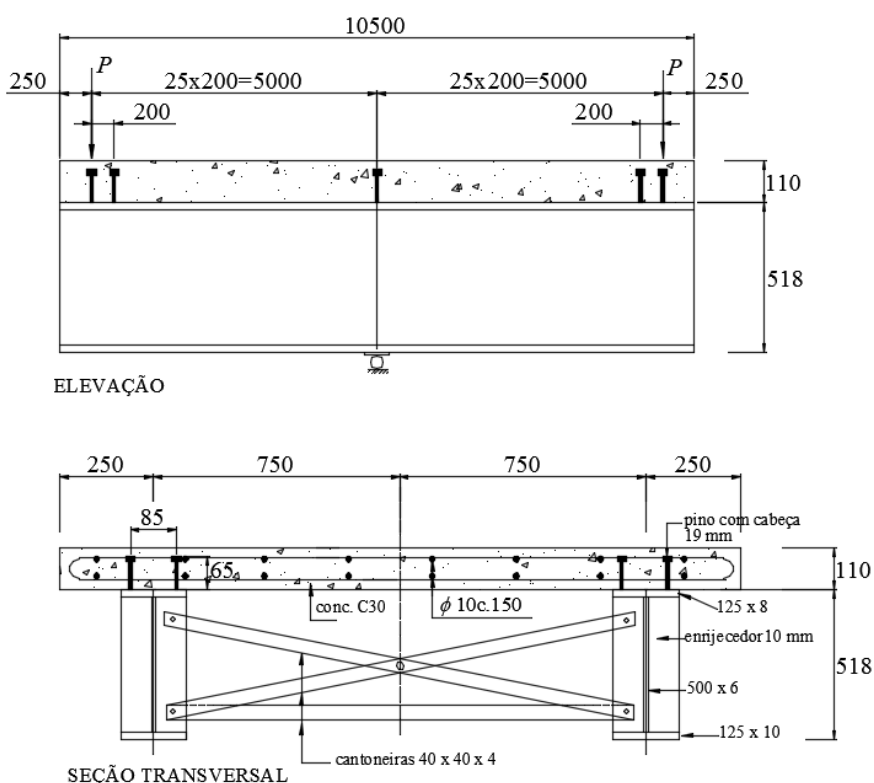


Figura 3.9 – Elevação e seção transversal do protótipo U4 de Chen (1992)

O protótipo U5 também foi composto por duas vigas soldadas (U5A e U5B), com as seções transversais idênticas aos de U4A e U4B. Chen (1992) considerou dois tipos de enrijecedores nesse modelo. Em uma metade do comprimento da viga foram adotados enrijecedores duplos, espaçados a cada 1.200 mm. Na outra metade, os enrijecedores foram projetados somente de um lado do perfil de aço, espaçados a cada 600 mm (Figura 3.10). Os conectores tinham altura de 65 mm e foram espaçados transversalmente em 85 mm com distâncias longitudinais de 100 mm, localizados na região próxima aos enrijecedores.

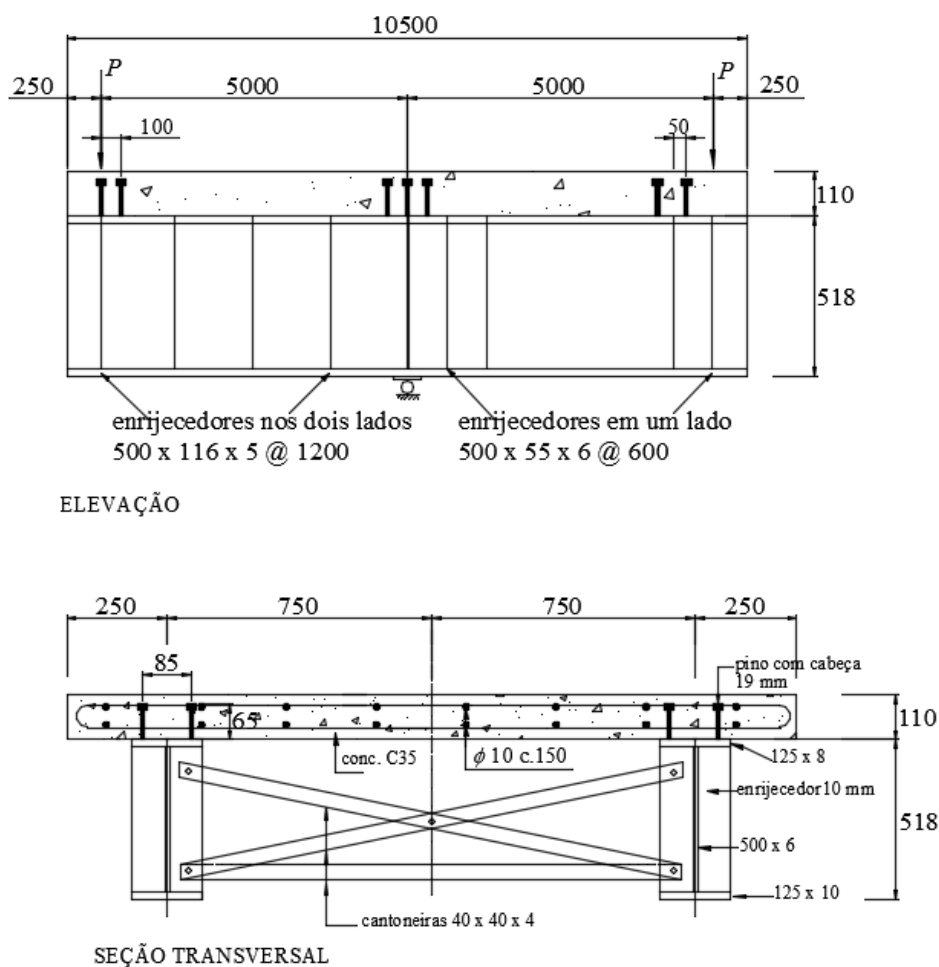


Figura 3.10 – Elevação e seção transversal do protótipo U5 de Chen (1992)

Os ensaios nos protótipos U4 e U5 foram realizados em duas etapas. Na primeira etapa, considerou-se apenas os enrijecedores e contraventamentos na região do apoio interno do protótipo U4, enquanto no protótipo U5 havia enrijecedores distribuídos em toda região de momento negativo. Na segunda etapa do protótipo U4 foram acrescentados contraventamentos idênticos ao da seção do apoio (sem as barras horizontais) distantes de 1,2 m e 1,6 m de cada lado do apoio. Para impedir a flambagem local do protótipo U5 na segunda fase do ensaio,

Chen (1992) enrijeceu os painéis da alma da seção central com cantoneiras 25 x 25 x 5 mm (Figura 3.11).

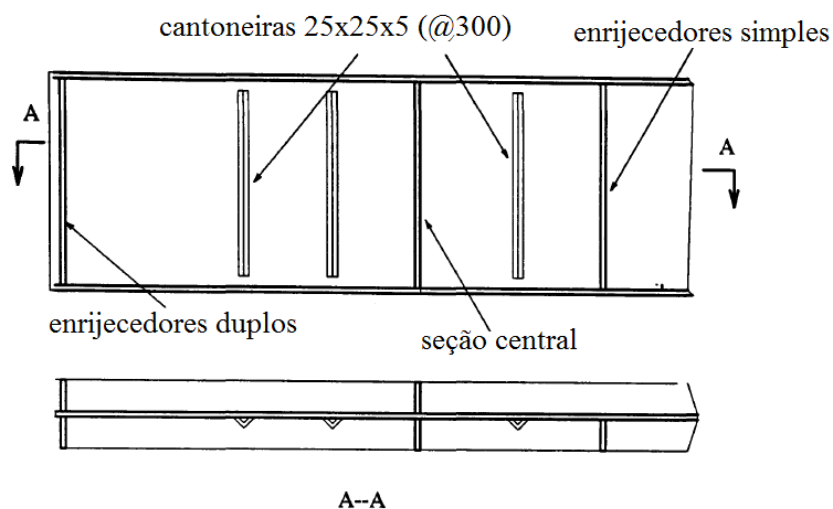


Figura 3.11 – Reforço na alma do protótipo U5 de Chen (1992)

O momento fletor em que teve início a flambagem lateral com distorção, na primeira fase do ensaio do protótipo U4, foi muito inferior ao momento de escoamento da seção para as duas vigas. Como pode ser observado na Figura 3.12, nessa fase o momento fletor em cada viga do protótipo U4 foi igual a 317 kN.m, aproximadamente. Já na segunda fase do ensaio, a capacidade resistente última das vigas foi governada por uma interação entre FLD e flambagem local da alma. O momento fletor em que teve início a FLD foi igual a 405 kN.m, sendo levemente superior ao momento de escoamento do perfil.

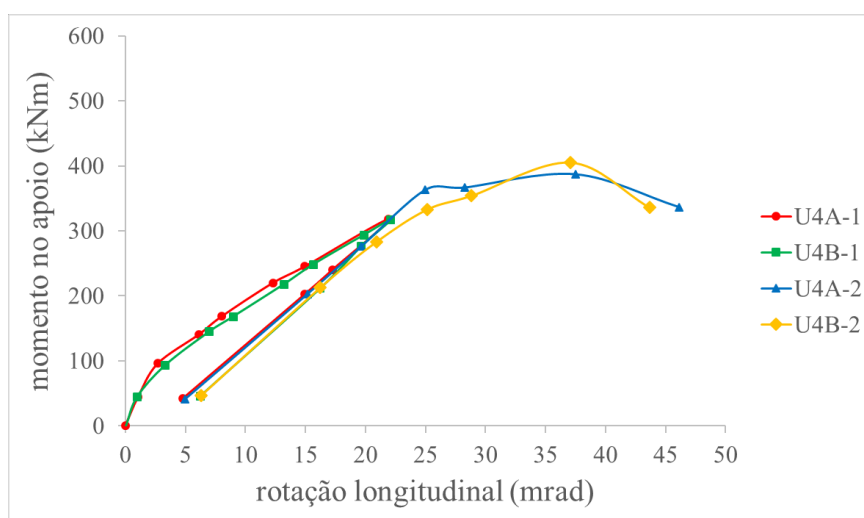


Figura 3.12 – Curva do momento versus rotação longitudinal do ensaio de Chen (1992)

Na primeira fase do ensaio do protótipo U4, quando havia contraventamentos apenas no apoio interno, Chen (1992) obteve curvas de momento no apoio *versus* rotação da mesa superior e inferior do perfil de aço e da laje de concreto armado (Figura 3.13). Nessas curvas, ele observou que as rotações na mesa superior do perfil de aço e na laje de concreto foram muito menores do que as rotações na mesa inferior do perfil.

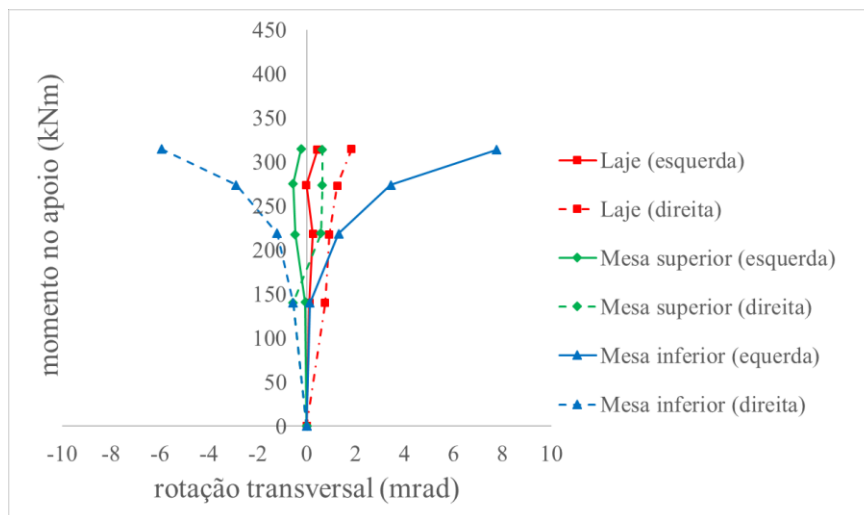


Figura 3.13 – Rotação transversal da viga U4A na primeira fase do ensaio de Chen (1992)

Os deslocamentos laterais da mesa inferior do perfil de aço foram medidos por Chen (1992) na primeira fase do ensaio e mostraram os modos típicos de FLD, que têm a forma de S e são aproximadamente simétricos em relação à seção central, conforme observado na Figura 3.14. Na etapa 12 o momento fletor era igual a, aproximadamente, 220 kN.m e o deslocamento lateral começou a ter o formato da FLD. A etapa 16 correspondeu ao final da primeira fase do ensaio, com um momento próximo a 315 kN.m.

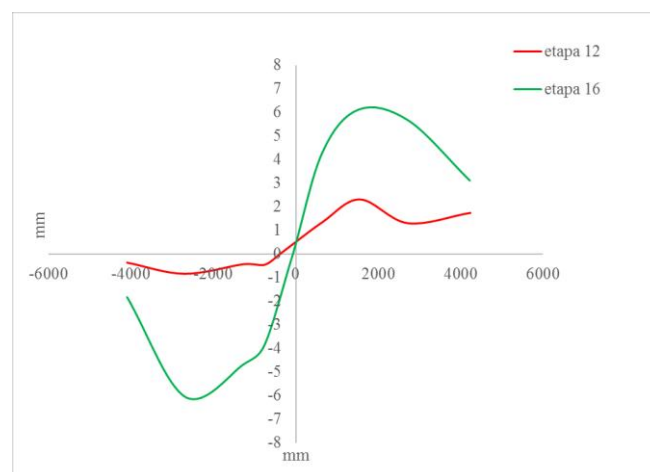


Figura 3.14 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço da viga U4A na primeira fase do ensaio de Chen (1992)

Na primeira fase do ensaio do protótipo U5 (mecanismo “U” discreto), Chen (1992) inicialmente observou a ocorrência de flambagem local da alma do perfil de aço próximo ao apoio interno, não sendo constatada a FLD na viga U5A. Já na segunda fase do ensaio (mecanismo “U” discreto com cantoneiras nos painéis da alma), o acréscimo do enrijecimento com cantoneiras na alma do perfil de aço aumentou a capacidade resistente à flambagem local, permitindo ocorrer escoamento nas seções do perfil de aço próximo ao apoio interno. No perfil de aço da viga U5B foi observada a FLD nas duas etapas do ensaio, com momento fletor próximo a 403 kN.m, acompanhada por uma severa deformação fora do plano do painel de alma enrijecido perto do apoio (Figura 3.15).

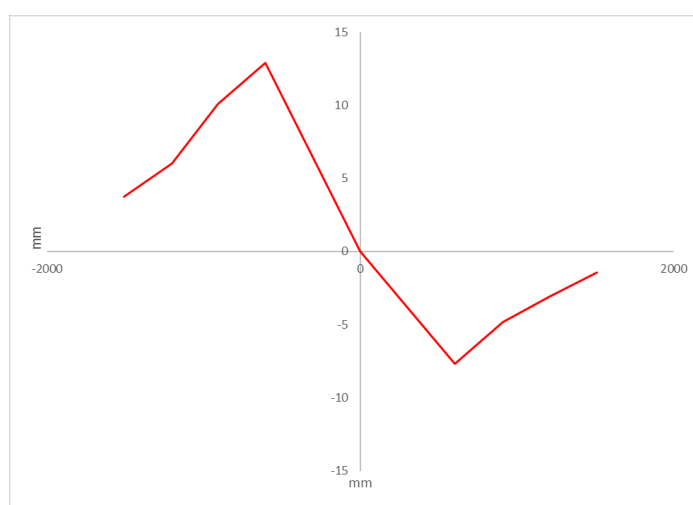
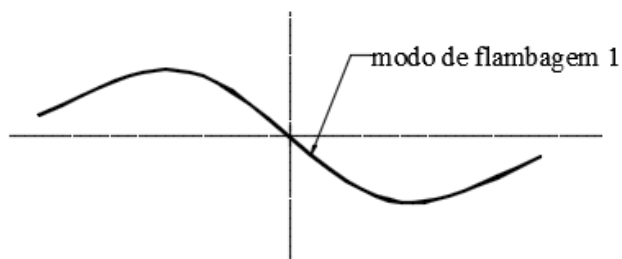
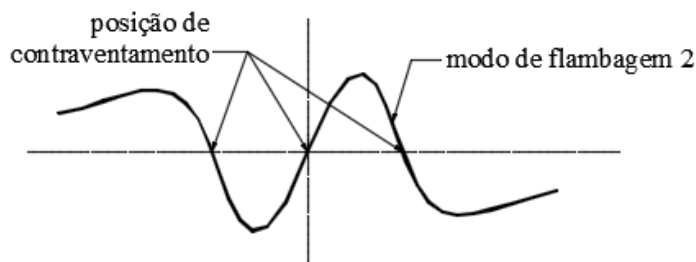


Figura 3.15 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço da viga U5B na segunda fase do ensaio de Chen (1992)

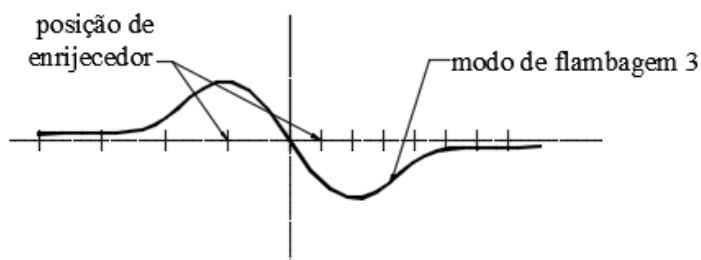
Em resumo, três modos de flambagem lateral da mesa inferior do perfil de aço foram encontrados nos ensaios de Chen (1992), conforme ilustrado na Figura 3.16. As deformações laterais das vigas no primeiro ensaio do protótipo U4 mostraram os modos típicos de FLD, que é a forma senoidal aproximada, simétrica em relação à seção central, sobre todo o comprimento da região de momento negativo (Figura 3.16-a). No segundo ensaio do protótipo U4 (mecanismo “U” contínuo com contraventamento) foram observadas quatro regiões de deformação lateral separadas por três seções contraventadas (Figura 3.16-b). No primeiro e no segundo ensaio do protótipo U5, ocorreram deformações laterais concentradas próximas à região do apoio (Figura 3.16-c).



a) viga não contraventada, não enrijecida



b) viga contraventada, não enrijecida



c) viga não contraventada, enrijecida

Figura 3.16 – Modos de flambagem lateral com distorção dos ensaios de Chen (1992)

Pelos resultados obtidos dos ensaios dos protótipos U4 e U5, Chen (1992) constatou que os enrijecedores na alma do perfil de aço contribuem para a redução das distorções, particularmente nas regiões afastadas do apoio central, aumentando a capacidade resistente à flambagem lateral com distorção da viga. Além disso, observou-se concentração de fissuras paralelas na laje do protótipo U4 com um espaçamento de, aproximadamente, 150 mm (espaçamento entre as barras da armadura da laje), indicando que a formação e a posição das fissuras estão relacionadas ao arranjo da armadura. No protótipo U5, além das fissuras transversais, apareceram fissuras longitudinais localizadas acima dos enrijecedores duplos próximos ao apoio, demonstrando que ocorreu uma concentração de momentos nas posições dos enrijecedores.

3.3 Estudos Analíticos

3.3.1 Considerações iniciais

As normas europeia EN 1994-1-1:2004 e brasileira ABNT NBR 8800:2008 requerem o conhecimento do momento crítico elástico (M_{cr}) na região de momento negativo para a determinação do momento fletor resistente à FLD. Na literatura constam alguns estudos analíticos sobre a determinação desse momento para vigas mistas com perfil I de aço de alma cheia.

Na Subseção 3.3.2 é apresentado o estudo analítico de Roik *et al.* (1990), que propõe uma equação para a determinação de M_{cr} por meio do método da energia, sendo essa a equação adotada pela ABNT NBR 8800:2008. A analogia entre as equações diferenciais da FLD e as da flambagem lateral de uma barra comprimida em fundação elástica foi estudada por Hanswille (2002), e encontra-se apresentada na Subseção 3.3.3. Quando comparado com o método da energia, o método da barra comprimida com apoio elástico é mais atraente devido à sua forma simples e de fácil compreensão. Estudos recentes têm adotado o método da barra comprimida com apoio elástico para a determinação de M_{cr} , como os trabalhos analíticos de Ye e Chen (2013) e de Zhou *et al.* (2016), descritos nas subseções 3.3.4 e 3.3.5, respectivamente. Dias (2018) propõe uma nova equação para a determinação de M_{cr} , por meio da teoria de vigas em base elástica, sendo seu trabalho apresentado na Subseção 3.3.6.

3.3.2 Trabalho de Roik *et al.* (1990)

Para a determinação do momento crítico elástico (M_{cr}) na região de momento negativo de vigas mistas de aço e concreto, Roik *et al.* (1990) propuseram uma equação deduzida pelo método da energia. Na derivação da energia potencial da mesa e da alma, o deslocamento lateral da mesa é assumido como uma série senoidal e o deslocamento lateral da alma é representado como uma curva polinomial de terceira ou quinta ordem ou tomado com a forma da deformação de flexão de uma viga em balanço. Usando o método de Ritz ou o método de Galerkin, o problema de FLD elástica é transformado em um problema de autovalor, que pode ser resolvido por meio de algoritmos numéricos.

Roik *et al.* (1990) adotaram o mecanismo “U” invertido em seu modelo analítico, considerando uma viga mista de aço e concreto com dois perfis de aço paralelos, distanciados de a , conforme ilustra a Figura 3.17. A viga mista adotada possui um vão L , e está sujeita a momentos de extremidade de sentidos opostos, que ocasionam um diagrama de momento fletor negativo constante ao longo do vão e M_{cr} é o momento de bifurcação da posição de equilíbrio, considerando a resposta do mecanismo “U” contínuo à FLD.

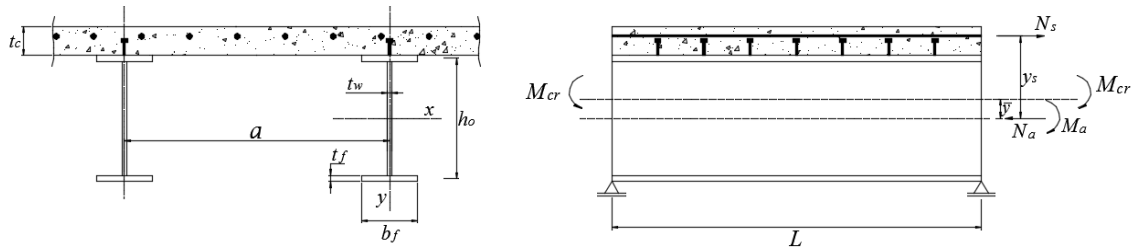


Figura 3.17 – Viga mista com mecanismo “U” contínuo estudada por Roik *et al.* (1990)

A distribuição das tensões na seção mista e no perfil de aço é representada na Figura 3.18.

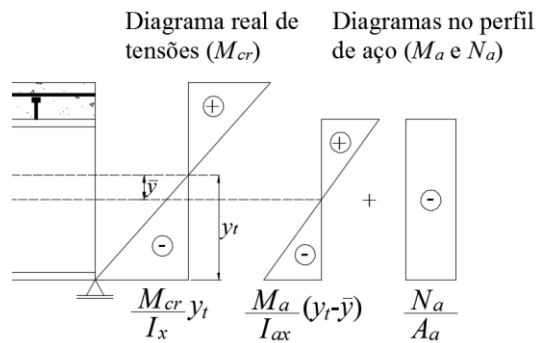


Figura 3.18 – Distribuição das tensões na seção mista e no perfil de aço

Para obter a relação entre os esforços internos no perfil de aço, ou seja, a força axial de compressão (N_a) e o momento fletor (M_a), com o momento crítico elástico, Roik *et al.* (1990) igualaram as tensões da seção mista e do perfil de aço no centro geométrico e na mesa inferior desse perfil. Assim, obtém-se:

$$-\frac{N_a}{A_a} = -\frac{M_{cr}}{I_x} \bar{y} \quad (3.1)$$

Explicitando N_a , chega-se à seguinte relação:

$$N_a = -M_{cr} \frac{\bar{y} A_a}{I_x} \quad (3.2)$$

Ao igualar as tensões na mesa inferior do perfil de aço, tem-se

$$-\frac{N_a}{A_a} - \frac{M_a}{I_{ax}}(y_t - \bar{y}) = -\frac{M_{cr}}{I_x} y_t \quad (3.3)$$

Simplificando a Equação (3.3), obtém-se a seguinte expressão:

$$M_a = M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} \quad (3.4)$$

Substituindo a Equação (3.4) na Equação (3.2) chega-se à seguinte relação de N_a com M_a :

$$N_a = -M_a \frac{\bar{y} A_a}{I_{ax}} \quad (3.5)$$

onde I_{ax} e I_x são os momentos de inércia em relação ao eixo x do perfil de aço e da seção mista, (tomada como o perfil de aço mais a seção da armadura negativa), respectivamente, e $\bar{y}$ é a distância do centro geométrico da seção mista ao centro geométrico do perfil de aço. A excentricidade da força axial no perfil de aço, e , pode ser definida como:

$$e = \frac{M_a}{N_a} = \frac{I_{ax}}{\bar{y} A_a} \quad (3.6)$$

Para representar o mecanismo “U” invertido, Roik *et al.* (1990) utilizaram um sistema equivalente, onde a laje de concreto foi substituída por um apoio para impedir o deslocamento lateral da mesa superior do perfil de aço ao longo do vão (Figura 3.19). Além disso, consideraram um apoio elástico contínuo ao longo do vão da viga com rigidez rotacional, k_r , igual à rigidez do mecanismo “U” invertido, para impedir parcialmente o giro da seção do perfil de aço, sendo esse apoio aplicado no centro geométrico (indicado como ponto A) da mesa superior.

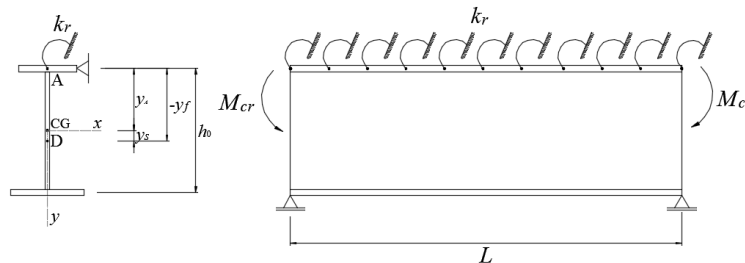


Figura 3.19 – Sistema equivalente de Roik *et al.* (1990)

Para perfil duplamente simétrico, são válidas as seguintes relações:

$$y_f = -y_A \quad (3.7)$$

$$y_D = y_S = 0 \quad (3.8)$$

$$r_D^2 = y_D^2 + r_p^2 = \frac{(I_{ax} + I_{ay})}{A_a} \quad (3.9)$$

$$r_{my} = -2y_j = \frac{1}{I_{ax}} \int y (x^2 + y^2) dA \quad (3.10)$$

De acordo com Roik *et al.* (1990), a expressão da energia potencial da FLD é:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^L \left[(E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w) \phi'^2 + G_a J \phi'^2 + k_r \phi^2 + M_a r_{my} \phi'^2 - 2M_a y_f \phi \phi'' + N_a (y_f^2 + r_D^2) \phi'^2 + 2 N_a y_S y_f \phi \phi'' \right] dz \quad (3.11)$$

Do método de Ritz, partindo da solução da forma, tem-se:

$$\phi = \phi_0 \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (3.12)$$

$$\phi' = \phi_0 \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (3.13)$$

$$\phi'' = -\phi_0 \frac{\pi^2}{L^2} \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (3.14)$$

em que ϕ é a rotação e ϕ_0 é a amplitude máxima.

Substituindo as Equações (3.12), (3.13) e (3.14) na Equação (3.11), tem-se:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^L \left[(E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w) \phi_0^2 \frac{\pi^4}{L^4} \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) + G_a J \phi_0^2 \frac{\pi^2}{L^2} \cos^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) + k_r \phi_0^2 \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) + M_a r_{my} \phi_0^2 \frac{\pi^2}{L^2} \cos^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) - 2M_a y_f \phi_0^2 \frac{\pi^2}{L^2} \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) + N_a (y_f^2 + r_D^2) \phi_0^2 \frac{\pi^2}{L^2} \cos^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) \right] dz \quad (3.15)$$

Integrando a Equação (3.15) e substituindo as integrais da Equação (3.16), obtém-se a Equação (3.17), após a consideração das relações das Equações (3.2) e (3.4).

$$\int_0^L \cos^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) dz = \int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) dz = \frac{L}{2} \quad (3.16)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \left[(E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w) \frac{\pi^4}{L^4} + G_a J \frac{\pi^2}{L^2} + k_r + M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} r_{my} \frac{\pi^2}{L^2} - 2M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} y_A \frac{\pi^2}{L^2} - M_{cr} \bar{y} \frac{A_a}{I_x} (y_A^2 + r_D^2) \frac{\pi^2}{L^2} \right] \phi_0^2 \frac{L}{2} \quad (3.17)$$

Derivando a Equação (3.17) em relação a ϕ_0 , tem-se:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \phi_0} = \phi_0 \frac{L}{2} \left[\begin{aligned} & (E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w) \frac{\pi^4}{L^4} + G_a J \frac{\pi^2}{L^2} + k_r + M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} r_{my} \frac{\pi^2}{L^2} \\ & - 2 M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} y_A \frac{\pi^2}{L^2} - M_{cr} \bar{y} \frac{A_a}{I_x} (y_A^2 + r_D^2) \frac{\pi^2}{L^2} \end{aligned} \right] = 0 \quad (3.18)$$

Da Equação (3.18), obtém-se:

$$\begin{aligned} & (E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w) \frac{\pi^4}{L^4} + G_a J \frac{\pi^2}{L^2} + k_r + M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} r_{my} \frac{\pi^2}{L^2} \\ & - 2 M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} y_A \frac{\pi^2}{L^2} - M_{cr} \bar{y} \frac{A_a}{I_x} (y_A^2 + r_D^2) \frac{\pi^2}{L^2} = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Dividindo todos os termos da Equação (3.19) por $\frac{\pi^2}{L^2}$, chega-se a:

$$\begin{aligned} & (E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w) \frac{\pi^2}{L^2} + G_a J + k_r \frac{L^2}{\pi^2} + M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} r_{my} \\ & - 2 M_{cr} \frac{I_{ax}}{I_x} y_A - M_{cr} \bar{y} \frac{A_a}{I_x} (y_A^2 + r_D^2) = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Isolando M_{cr} na Equação (3.20), tem-se:

$$M_{cr} = \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \frac{\alpha_g}{h_0} \left\{ E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w + \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 \left[G_a J + k_r \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.21)$$

onde α_g é um fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista. De acordo com Roik *et al.* (1990), a expressão $(E_a I_{ay} y_f^2 + E_a C_w)$ é a rigidez ao empenamento do perfil de aço em relação ao centro de rotação. Pode-se denominar $C_{w,A}$ de constante de empenamento do perfil de aço em relação a esse centro, sendo seu valor dado por:

$$C_{w,A} = C_w + y_f^2 I_{ay} = I_{af,y} h_0^2 \quad (3.22)$$

onde $I_{af,y}$ é o momento de inércia da mesa inferior com relação ao eixo y . Após algumas operações matemáticas, obtém-se:

$$M_{cr} = \frac{C_{dist} \alpha_g}{L} \sqrt{\left(G_a J + k_r \frac{L^2}{\pi^2} \right) E_a I_{af,y}} \quad (3.23)$$

sendo E_a e G_a os módulos de elasticidade longitudinal e transversal do perfil de aço, respectivamente, J a constante de torção do perfil, $I_{af,y}$ o momento de inércia em relação ao eixo y da mesa inferior do perfil I e L o comprimento da viga entre os apoios verticais. O fator α_g está relacionado à geometria da seção transversal da viga mista e é dado por:

$$\alpha_g = \frac{h_0 I_x / I_{ax}}{\frac{(y_f - y_s)^2 + \frac{(I_{ax} + I_{ay})}{A_a}}{\frac{A I_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)}} + 2 \left[y_f - \left(y_s - \int_{A_a} \frac{y(x^2 + y^2)}{2 I_{ax}} dA \right) \right]} \quad (3.24)$$

onde h_0 é a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço, A e A_a são a área da seção mista na região de momento negativo (perfil de aço mais armadura da laje) e a área do perfil de aço, respectivamente. O parâmetro y_f representa a distância entre o centro de rotação (ponto A da Figura 3.19) e o centro de torção (ponto D da Figura 3.19) do perfil de aço. A distância entre o centro de torção ao centro geométrico do perfil de aço é representada por y_s , enquanto a distância entre o centro geométrico do perfil de aço até a metade da altura da laje de concreto armado é representada por y_c .

Se o momento de inércia em relação ao eixo y da mesa inferior do perfil de aço, $I_{af,y}$, for maior do que a metade do momento de inércia com relação ao eixo y do perfil de aço, I_{ay} , pode-se obter o fator α_g pela seguinte equação:

$$\alpha_g = \frac{h_0 I_x / I_{ax}}{\frac{(y_f - y_s)^2 + \frac{(I_{ax} + I_{ay})}{A_a}}{\frac{A I_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)}} + 2 \left[y_f - 0,4 h_0 \left(2 \frac{I_{af,y}}{I_{ay}} - 1 \right) \right]} \quad (3.25)$$

Caso a seção transversal do perfil de aço seja duplamente simétrica, pode-se adotar a seguinte equação para o fator α_g :

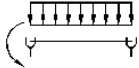
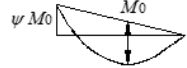
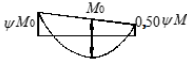
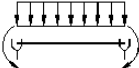
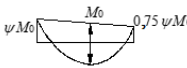
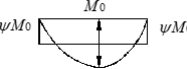
$$\alpha_g = \frac{h_0 I_x / I_{ax}}{\frac{h_0^2/4 + \frac{(I_{ax} + I_{ay})}{A_a}}{\frac{A I_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)}} + h_0} \quad (3.26)$$

A Equação (3.23) depende da rigidez rotacional da viga mista, k_r . Essa rigidez pode ser obtida considerando associação em série entre a rigidez à flexão da laje fissurada (k_1), a rigidez à flexão transversal da alma do perfil de aço (k_2) e a rigidez da conexão de cisalhamento (k_3), conforme a Subseção 2.1.3

O coeficiente C_{dist} da Equação (3.23) é um fator que leva em consideração a distribuição do momento fletor ao longo do comprimento L da viga. Para sua obtenção, Roik *et al.* (1990) analisaram, através do MEF, casos práticos de vigas mistas contínuas solicitadas a momento fletor variável. Esses autores constataram haver uma leve dependência dos valores de C_{dist} com

as variações das dimensões do perfil de aço, que foi desconsiderada. Ao final, conservadoramente, indicaram a adoção dos valores de C_{dist} apresentados na Tabela 3.1, para vãos com carga transversal uniformemente distribuída, e na Tabela 3.2, para vãos sem cargas transversais e ainda outros valores, não apresentados aqui, para vãos com carga transversal concentrada.

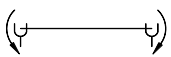
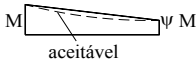
Tabela 3.1 – Valores de C_{dist} em vigas mistas contínuas para vãos com carga transversal uniformemente distribuída obtidos por Roik *et al.* (1990)

Condições de carregamento e apoio	Diagrama de momento fletor ¹⁾	C_{dist}								
		$\psi=0,50$	$\psi=0,75$	$\psi=1,00$	$\psi=1,25$	$\psi=1,50$	$\psi=1,75$	$\psi=2,00$	$\psi=2,25$	$\psi=2,50$
		41,5	30,2	24,5	21,1	19,0	17,5	16,5	15,7	15,2
		33,9	22,7	17,3	14,1	13,0	12,0	11,4	10,9	10,6
		28,2	18,0	13,7	11,7	10,6	10,0	9,5	9,1	8,9
		21,9	13,9	11,0	9,6	8,8	8,3	8,0	7,8	7,6

NOTA:

¹⁾ M_0 é o momento máximo solicitante de cálculo, considerando o tramo analisado como biapoiado.

Tabela 3.2 – Valores de C_{dist} em vigas mistas contínuas para vãos sem carga transversal obtidos por Roik *et al.* (1990)

Condições de carregamento e apoio	Diagrama de momento fletor ¹⁾	C_{dist}				
		$\psi=0,00$	$\psi=0,25$	$\psi=0,50$	$\psi=0,75$	$\psi=1,00$
		11,1	9,5	8,2	7,1	6,2

NOTA:

¹⁾ M é o maior momento negativo solicitante de cálculo, em módulo, no trecho analisado, sendo que valores de ψ maiores que 1,00 devem ser tomados iguais a 1,00.

De acordo com Johnson (2004), o termo $G_{\alpha}J$ da Equação (3.23) fornece a contribuição da rigidez à torção uniforme de Saint Venant do perfil de aço. Essa rigidez é pequena quando comparada com $k_r L^2 / \pi^2$, podendo ser desprezada no cálculo do momento crítico elástico sem perda de precisão considerável. Assim, a Equação (3.23) torna-se independente do vão L :

$$M_{cr} = \frac{C_{dist} \alpha_g}{\pi} \sqrt{k_r E_a I_{af,y}} \quad (3.27)$$

3.3.3 Trabalho de Hanswille (2002)

A analogia entre as equações diferenciais da FLD e as da flambagem lateral de uma barra comprimida em fundação elástica foi estudada por Hanswille (2002), visando à obtenção do momento crítico elástico de uma viga mista sujeita a carga vertical e momento de torção distribuídos ao longo do vão, além de momentos de extremidade.

O sistema equivalente de Hanswille (2002) é similar ao de Roik *et al.* (1990), composto por um perfil de aço, um apoio rígido que impede o deslocamento lateral da mesa superior e um apoio elástico para restringir parcialmente o giro da seção do perfil de aço. A diferença entre os sistemas está no carregamento a que o perfil está sujeito, sendo o sistema de Hanswille (2002) submetido, adicionalmente, a uma força distribuída vertical e momento de torção, como ilustrado na Figura 3.20.

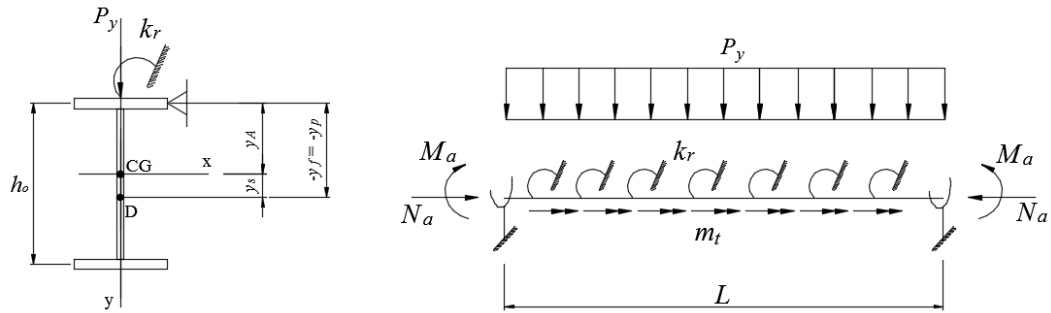


Figura 3.20 – Sistema equivalente de Hanswille (2002)

No sistema equivalente mostrado nessa figura, os esforços internos no perfil de aço, N_a e M_a , também podem ser expressos em função do momento crítico elástico da seção mista, M_{cr} , conforme representado pelas equações (3.2) e (3.4). A equação diferencial de equilíbrio para o problema da Figura 3.20 é dada por:

$$E_a C_{w,A} \phi'''' - G_a J \phi'' + \left\{ \left[M_a (2y_f - r_{my}) + N_a (y_f + y_s)^2 + r_p^2 \right] \phi' \right\} + [p_y (y_p - y_f) + k_r] \phi = m_t \quad (3.28)$$

onde y_f é a distância do centro de torção do perfil de aço ao centro geométrico da mesa superior desse perfil, y_s é a distância do centro geométrico ao centro de torção do perfil de aço (negativa quando o centro de torção e a mesa comprimida estão do mesmo lado do centro geométrico),

y_p é a posição da força distribuída em relação ao centro de torção, r_p é o raio de giração polar do perfil de aço, m_t é o momento de torção externo distribuído aplicado à viga e $C_{w,A}$ é a constante de empenamento do perfil de aço.

Substituindo os esforços N_a e M_a na Equação (3.28) e considerando uma viga duplamente simétrica, a equação diferencial passa a assumir a seguinte forma:

$$E_a C_{w,A} \phi'''' + (k_y M_{cr} - G_a J) \phi'' + k_r \phi = 0 \quad (3.29)$$

com

$$k_y = \frac{I_{ax}}{I_x} \left[2y_f - \frac{1}{e} (y_f^2 + i_p^2) \right] \quad (3.30)$$

Fazendo agora

$$\begin{cases} \varepsilon_b = L \left[\frac{k_y M_{cr} - G_a J}{E_a C_{w,A}} \right]^{0,5} \\ \eta_b = \sqrt{\frac{k_r L^4}{E_a C_{w,A}}} \end{cases} \quad (3.31)$$

escreve-se finalmente a equação diferencial como:

$$\phi'''' + \left(\frac{\varepsilon_b}{L} \right)^2 \phi'' + \left(\frac{\eta_b}{L^2} \right)^2 \phi = 0 \quad (3.32)$$

Partindo da seguinte solução de forma:

$$\phi = \phi_0 \sin\left(\frac{n \pi x}{L}\right) \quad (3.33)$$

que corresponde a uma deformada senoidal com n semiondas, onde n é um inteiro para que sejam atendidas as condições de contorno essenciais. Substituindo a Equação (3.33) e suas derivadas na Equação (3.32), obtém-se o momento crítico elástico, dado por:

$$M_{cr} = \frac{1}{k_y} \left\{ G_a J + \frac{E_a C_{w,A}}{L^2} \left[(n \pi)^2 + \left(\frac{\eta_b}{n \pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.34)$$

Fazendo,

$$\beta_b = \sqrt{\frac{1}{n^2 + \left(\frac{1}{n \pi} \right)^2 \left(\frac{\eta_b}{\pi} \right)^2}} \quad (3.35)$$

finalmente obtém-se a equação proposta por Hanswille (2002):

$$M_{cr} = \frac{1}{k_y} \left(\frac{\pi^2 E_a C_{w,A}}{(\beta_b L)^2} + (G_a J)_{ef} \right) \quad (3.36)$$

onde E_a é o módulo de elasticidade longitudinal do aço, $C_{w,A}$ a constante de empenamento do perfil e L o comprimento total da viga.

É possível observar que a equação de Hanswille (2002) é dependente do número de semiondas da configuração deformada imposta. Para resolver esse problema, o autor propôs diversos ábacos de β_b versus (η_b/π) , onde β_b é um coeficiente introduzido para considerar o efeito da flambagem lateral com distorção na viga, que pode ser obtido com auxílio dos ábacos apresentados na Figura 3.21 e Figura 3.22. A Equação (3.36) também considera a rigidez à torção uniforme efetiva, $(G_a J)_{ef}$, definida como:

$$(G_a J)_{ef} = A(1,5 - 0,5\psi)G_a J \quad (3.37)$$

onde G_a é o módulo de elasticidade transversal do aço, J a constante de torção do perfil de aço, A um fator definido pela razão entre os momentos de extremidade da viga e ψ a razão entre o momento de extremidade da viga e o máximo momento fletor, considerando a viga como simplesmente biapoiada, sendo A e ψ obtidos com auxílio da Figura 3.21 e Figura 3.22.

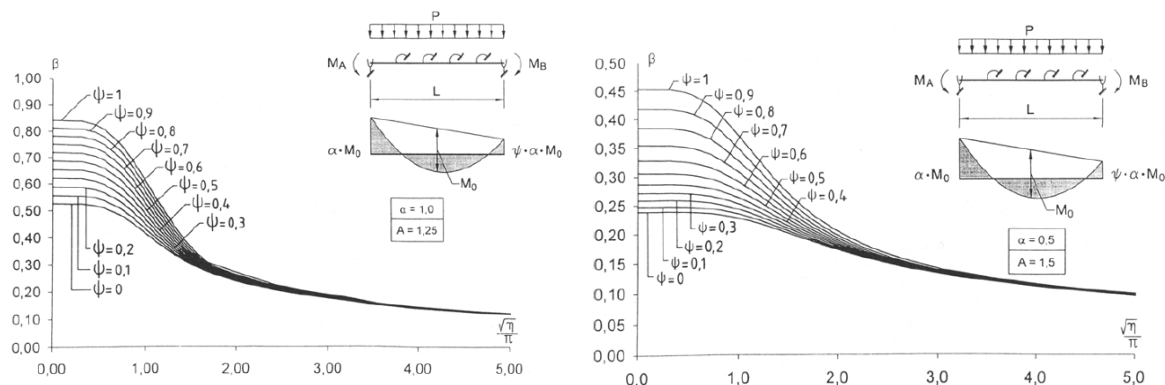


Figura 3.21 – Coeficiente de flambagem β_b para vigas com momentos de extremidade e carga uniformemente distribuída de Hanswille (2002)

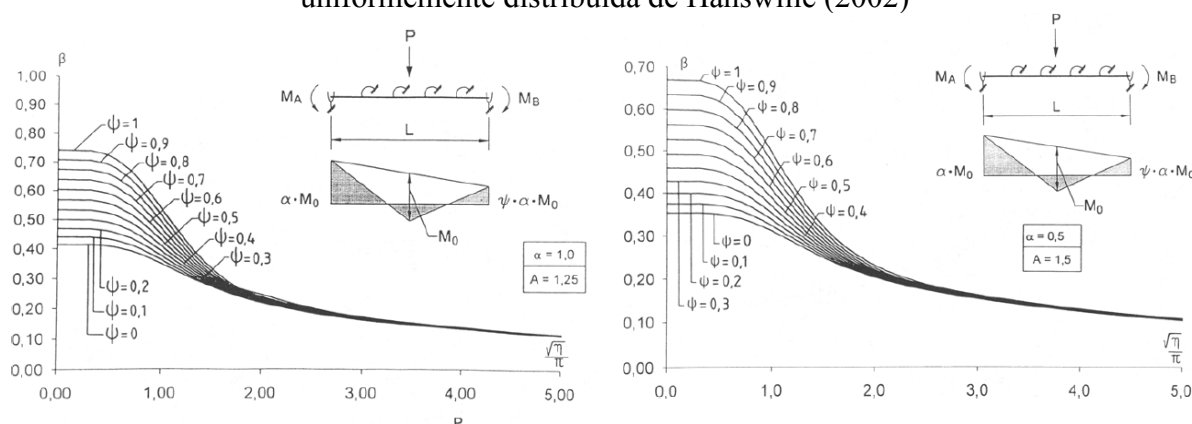


Figura 3.22 – Coeficiente de flambagem β_b para vigas com momentos de extremidade e carga concentrada de Hanswille (2002)

O momento crítico elástico de vigas mistas contínuas foi calculado para vãos variando entre 10 a 25 vezes a altura do perfil de aço tanto pela Equação (3.36) proposta por Hanswille (2002), quanto pela Equação (3.23) proposta por Roik *et al.* (1990). Os valores de M_{cr} dessas duas equações foram comparados com os resultados obtidos numericamente por Hanswille (2002) utilizando o MEF. Essa comparação mostrou que a equação de Roik *et al.* (1990) pode conduzir a resultados não conservadores no caso de vigas mistas internas com momento de extremidade desiguais e no caso de vãos extremos de vigas mistas contínuas. Como exemplo, considerando uma viga mista de comprimento igual a 20 m e perfil de aço HEA 800A, Hanswille (2002) obteve M_{cr} , pela Equação (3.36), igual a 10.974 kN.m. Ao adotar a Equação (3.23), M_{cr} obtido foi de 15.063 kN.m. Quando comparado com o valor obtido pela análise numérica (10.995 kN.m), é possível observar que a equação proposta por Roik *et al.* (1990) levou a um resultado 37% maior, enquanto a equação de Hanswille (2002) levou a um resultado 0,2% menor.

3.3.4 Trabalho de Ye e Chen (2013)

Uma importante modificação no método da barra comprimida com apoio elástico para determinação de M_{cr} foi desenvolvida por Svensson (1985), na qual a variação da tensão normal de compressão na mesa livre foi levada em consideração e soluções para nove casos relevantes na prática foram apresentadas. Goltermann e Svensson (1988) estenderam o método de Svensson (1985), adotando o caso de restrição à torção finita com aplicação de um apoio lateral na mesa.

Embora simples na aplicação, o método de Svensson (1985) usualmente superdimensiona as soluções, pois, na consideração do modelo da barra comprimida, não leva em consideração a contribuição da torção de Saint Venant, nem parte da alma do perfil de aço contribuindo na restrição da mesa livre do perfil. Ye e Chen (2013) melhoraram o método de Svensson (1985), incluindo a participação da alma como parte do modelo da barra comprimida em apoio elástico e propuseram um método simplificado para resolver os problemas de FLD em vigas mistas contínuas. Assim, de acordo com esses dois pesquisadores, o momento crítico elástico à FLD pode ser expresso como:

$$M_{cr} = \frac{\sigma_{cr} I_x}{0,5h + t_f} \quad (3.38)$$

onde σ_{cr} é a tensão crítica de flambagem à FLD, I_x o momento de inércia em relação ao eixo x da seção transversal da viga mista, h a altura da alma do perfil de aço e t_f a espessura da mesa inferior do perfil.

Para obter σ_{cr} , Ye e Chen (2013) substituíram o problema de FLD pela flambagem por flexo-torção da barra comprimida com apoio elástico, considerando o modelo simplificado representado na Figura 3.23. Com o intuito de incluir nesse modelo a inclinação do diagrama de momento fletor que atua na viga mista contínua, eles consideraram que a barra está submetida a uma força P , expressa por:

$$P = P_0 n(\xi), \quad n(\xi) = a + b\xi + c\xi^2, \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (3.39)$$

onde P_0 é a máxima força na mesa inferior do perfil e os coeficientes a , b , c representam as diferentes condições de carregamento na viga. Por exemplo, $a = 1$, $b = 0$, $c = 0$ representa casos de momento negativo uniforme, $a = 0$, $b = 1$, $c = 0$ casos de momento negativo triangular e $a = 0$, $b = 4$, $c = -4$ casos de vigas mistas submetidas a carregamento uniformemente distribuído.

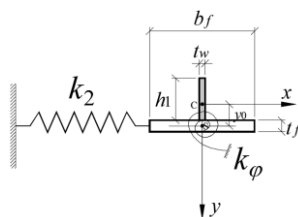


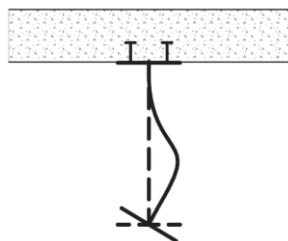
Figura 3.23 – Método da barra comprimida com apoio elástico estudado por Ye e Chen (2013)

Com o intuito de melhorar o método da barra comprimida com apoio elástico sujeita a força axial, Ye e Chen (2013) propuseram ainda duas expressões teóricas para a determinação da tensão crítica, σ_{cr} , considerando a expressão da energia potencial e o equilíbrio das equações diferenciais.

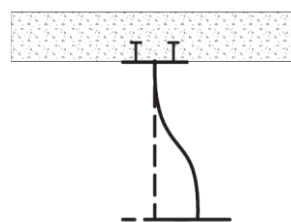
3.3.5 Trabalho de Zhou *et al.* (2016)

Zhou *et al.* (2014) e Zhou *et al.* (2015) apresentaram um estudo propondo uma equação do momento crítico elástico (M_{cr}) à FLD que foi posteriormente apresentada de maneira mais prática por Zhou *et al.* (2016).

Na flambagem lateral com distorção há uma interação entre o modo de flambagem por torção da alma do perfil de aço (Figura 3.24-a) e o modo de flambagem por flexão lateral da mesa inferior do perfil (Figura 3.24-b). Para a determinação da rigidez à torção e da rigidez à flexão lateral em uma viga mista de aço e concreto, Zhou *et al.* (2016) analisaram separadamente esses dois modos de flambagem, usando o princípio da energia potencial estacionária. Considerando o efeito da interação entre as rigidezes obtidas e por meio do método da barra comprimida com apoio elástico, os autores obtiveram uma equação para determinar M_{cr} à FLD.



a) Modo de flambagem por torção da alma do perfil de aço



b) Modo de flambagem por flexão lateral da mesa inferior do perfil de aço

Figura 3.24 – Modos de flambagem que ocorrem na FLD de uma viga mista de aço e concreto submetida à momento negativo, estudados por Zhou *et al.* (2016)

No estudo de Zhou *et al.* (2016), considerou-se que a rigidez à flexão lateral e a rigidez à torção da laje de concreto armado são relativamente maiores do que as rigidezes à flexão lateral e à torção da mesa superior do perfil de aço. Considerou-se também que a laje de concreto armado restringe totalmente o movimento lateral e a torção da mesa superior do perfil, e ainda que a resistência à tração do concreto é nula, tendo em vista que a laje de concreto armado fissura na região de momento negativo. De acordo com essas considerações, a FLD em viga mista de aço e concreto com perfil de aço com seção I pôde ser analisada considerando a mesa inferior do perfil restringida por molas de rigidezes lateral e à torção, conforme ilustrado na Figura 3.25.

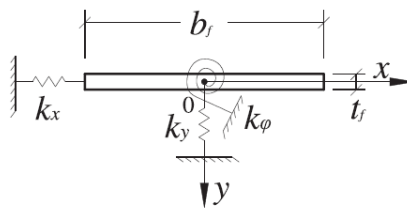


Figura 3.25 – Modelo simplificado de Zhou *et al.* (2016) para o estudo analítico da FLD em viga mista de aço e concreto com perfil de aço com seção transversal I

Como pode ser observado nessa figura, os eixos x e y da seção da mesa inferior do perfil são simétricos. De acordo com a abordagem clássica da barra comprimida com apoio elástico, Zhou *et al.* (2016) obtiveram a seguinte equação para o cálculo de M_{cr} :

$$M_{cr} = \alpha_{\xi} \sigma_{cr} \frac{I_x}{y_c} \quad (3.40)$$

onde I_x é o momento de inércia em relação ao eixo x da seção transversal da viga mista, σ_{cr} a tensão crítica à FLD, α_{ξ} um fator que serve para considerar a influência do diagrama de momento fletor e y_c a coordenada em relação ao eixo x do centro geométrico da seção transversal da viga mista, conforme ilustrada na Figura 3.26. Zhou *et al.* (2016) fornecem em seu estudo as expressões para a determinação de todas essas grandezas.

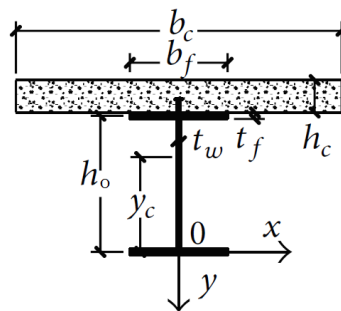


Figura 3.26 – Seção transversal típica de uma viga mista de aço e concreto ilustrada por Zhou *et al.* (2016)

Para a determinação de σ_{cr} , é necessário obter o comprimento crítico de meia onda de uma seção I, sendo seu valor determinado pela seguinte expressão:

$$L_{cr} = 2,4 h_w [b_f^3 t_f (1 - \nu_a^2) / (t_w^3 h_w)]^{0,25} \quad (3.41)$$

Com o intuito de avaliar a adequabilidade da Equação (3.40), os autores realizaram uma análise numérica com auxílio do *software* Ansys em vigas mistas de aço e concreto sujeitas a momento negativo uniforme, momento negativo triangular e cargas uniformemente distribuídas. Os resultados numéricos ficaram próximos dos obtidos por essa equação, indicando sua boa precisão.

3.3.6 Trabalho de Dias (2018)

De acordo com Dias (2018), as equações para determinação de M_{cr} propostas por Roik *et al.* (1990) e por Hanswille (2002) não conduzem a resultados satisfatórios, sendo observado um erro médio de 12,41% e 16,51%, respectivamente, nas vigas mistas submetidas a um momento fletor negativo uniforme. Por conta disso, Dias (2018) propõe um novo procedimento para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas sujeitas a distribuição de momento fletor negativo uniforme, desenvolvido com base na teoria de vigas em fundações elásticas.

Partindo das equações básicas da resistência dos materiais e da flexo-torção, e considerando que existe uma mola de rigidez k_r no topo da viga, tem-se um momento igual a $k_r \phi$ e a seguinte equação de equilíbrio:

$$E_a C_{w,d} \phi^{IV} - G_a J \phi'' + k_r \phi = 0 \quad (3.42)$$

onde $C_{w,d}$ é a constante de empenamento calculada com relação ao ponto situado no centro geométrico da mesa superior do perfil de aço, J a constante de torção do perfil e ϕ a rotação da seção transversal com relação ao ponto situado no centro geométrico da mesa superior do perfil.

Introduzindo os acréscimos de forças gerados pelos efeitos de segunda ordem, associando os deslocamentos do centro geométrico da mesa superior aos do centro de torção do perfil, além de desprezar a parcela de bimomento e considerando um perfil duplamente simétrico, obtém-se a seguinte equação diferencial:

$$E_a C_{w,d} \phi^{IV} - G_a J \phi'' + h_0 M_a \phi'' + k_r \phi = 0 \quad (3.43)$$

onde h_0 é a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço e M_a o momento fletor atuante no perfil de aço.

Procedendo à resolução da Equação (3.43) pelo método de Ritz, considera-se a seguinte solução aproximada senoidal com n semiondas:

$$\phi = \phi_0 \sin\left(\frac{n \pi x}{L}\right) \quad (3.44)$$

Derivando a Equação (3.44) e substituindo essas derivadas na Equação (3.43), chega-se na seguinte equação:

$$M_a = \frac{1}{h_0} \left\{ G_a J + E_a C_{w,d} \left(\frac{n \pi}{L}\right)^2 + k_r \left(\frac{L}{n \pi}\right)^2 \right\} \quad (3.45)$$

Definindo o parâmetro adimensional:

$$\eta_b = \sqrt{\frac{k_r L^4}{E_a C_{w,d}}} \quad (3.46)$$

o momento crítico fica igual a:

$$M_a = \frac{1}{h_0} \left\{ G_a J + \frac{E_a C_{w,d}}{L^2} \left[(n \pi)^2 + \left(\frac{\eta_b}{n \pi}\right)^2 \right] \right\} \quad (3.47)$$

A dificuldade de se utilizar a Equação (3.47) reside na determinação do número de semiondas, n , o qual deve, obviamente, ser um número inteiro. Dias (2018) propõe um procedimento para determinação desse número, pelo qual, inicialmente, deve-se determinar o valor de n_{id} pela seguinte equação:

$$n_{id} = \frac{\sqrt{\eta_b}}{\pi} \quad (3.48)$$

Após determinar o valor de n_{id} , determinam-se os dois números inteiros mais próximos (n_1 e n_2). Determina-se também a média geométrica desses dois valores, n_{lim} , conforme segue:

$$n_{lim} = \sqrt{n_1 n_2} \quad (3.49)$$

O valor de n é então obtido como:

$$n = \begin{cases} n_1 & \text{para } n_{id} \leq n_{lim} \\ n_2 & \text{para } n_{id} > n_{lim} \end{cases} \quad (3.50)$$

Outra maneira de se resolver o problema seria calcular o valor de momento crítico para n_1 e para n_2 e utilizar o menor dos dois valores obtidos.

Para avaliar a adequação da Equação (3.47), inicialmente, Dias (2018) analisou 1.800 modelos numéricos com auxílio do *software* Ansys. Nesses modelos a rigidez da laje foi considerada como infinita e não foi previsto o deslocamento da linha neutra elástica. Dos resultados obtidos, Dias (2018) obteve um erro menor do que 10% em 98,5% dos casos analisados, constatando uma boa representação do comportamento dos modelos numéricos pelo procedimento de cálculo do momento crítico elástico.

A consideração da rigidez da laje como infinita no modelo numérico constatou a adequabilidade de se considerar a rigidez da alma do perfil por meio de uma mola na resolução analítica. Para verificar se o procedimento analítico permanece válido ao considerar a rigidez k_r como uma associação em série das rigidezes da laje, k_1 , e da alma, k_2 , calculado conforme descrito na Subseção 2.1.3, Dias (2018) analisou 2.880 modelos numéricos variando a rigidez da laje de 5 a 35 vezes a rigidez da alma. Novamente, observou-se que os valores obtidos segundo a equação proposta diferem dos obtidos numericamente em mais de 10% em pouquíssimos casos, comprovando a validade do procedimento apresentado para determinação do momento crítico elástico.

Dentre as influências da laje no momento crítico do perfil, pode-se ressaltar o deslocamento da linha neutra elástica do centro geométrico do perfil para uma posição superior (Figura 3.27). A consequência direta disso é que uma maior região da alma está comprimida e, consequentemente, a flambagem é facilitada quando comparada à situação com a linha neutra no centro geométrico. Com a finalidade de se avaliar essa influência, 2.041 modelos foram propostos e analisados por Dias (2018). O autor propõe um único coeficiente adimensional para o ajuste relativo a esse parâmetro, denominado como $\kappa_{g,0}$, dado por:

$$\kappa_{g,0} = 0,31 + 0,69 \times 0,05 \bar{y}/h_0 \quad (3.51)$$

onde, $\bar{y}$ é a distância entre o centro geométrico do perfil de aço até o centro geométrico da seção mista e h_0 a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço.

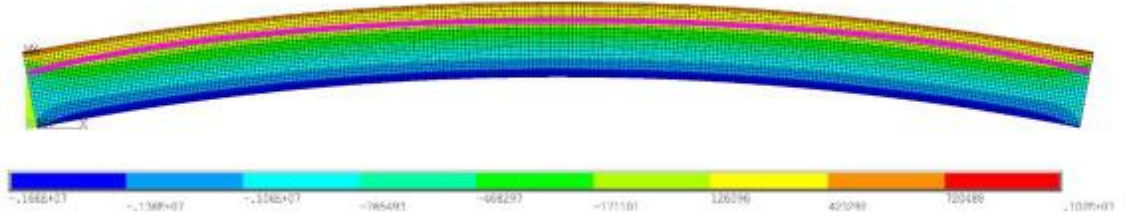


Figura 3.27 – Distribuição de tensão nos modelos com deslocamento da linha neutra (em cores, tensões na direção longitudinal em Pa. – em magenta, posição da linha neutra elástica), ilustrada por Dias (2018)

Para se levar em conta a parcela de momento absorvida pela armadura negativa, deve-se lembrar que, conforme evidenciado pela Equação (3.4), a relação entre os momentos atuantes no perfil de aço e na viga mista pode ser dada pela razão entre as inércias da seção mista e de aço. Assim, o coeficiente $\kappa_{g,0}$, considerando apenas o perfil de aço, pode ser reescrito para que considere toda a seção mista, resultando em um coeficiente κ_g igual a:

$$\kappa_g = \frac{I_x}{I_{ax}} [0,31 + 0,69 \times 0,05 \bar{y}/h_0] \quad (3.52)$$

Dessa forma, a equação para o momento crítico pode ser dada, finalmente, para a seção mista, por:

$$M_{cr} = \frac{\kappa_g}{h_0} \left\{ G_a J + \frac{E_a C_{w,d}}{L^2} \left[(n \pi)^2 + \left(\frac{\eta_b}{n \pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.53)$$

Para avaliar de maneira definitiva a adequabilidade do procedimento proposto, Dias (2018) analisou mais 480 modelos numéricos com auxílio do *software* Ansys e comparou seus resultados com os obtidos pelas equações propostas por Roik *et al.* (1990) e Hanswille (2002). Dias (2018) observou que o seu procedimento fornece melhores resultados que as duas outras formulações, sendo que a equação proposta por Roik *et al.* (1990) é ligeiramente melhor que a de Hanswille (2002). Os resultados obtidos segundo o procedimento proposto por Dias (2018) apresentaram desvios inferiores a 10% dos valores obtidos numericamente em 97,29% dos casos, com um desvio médio de 2,33%, indicando uma excelente concordância.

No total 7.772 modelos numéricos foram analisados por Dias (2018) para o desenvolvimento e verificação da equação proposta, abrangendo praticamente todas as vigas de perfis utilizáveis na prática. Dias (2018) observou que o modo de flambagem lateral com distorção das vigas apresenta aumento no número de semiondas com a elevação do vão. Assim, a curva de flambagem real é formada, a rigor, por uma composição de diversas curvas, cada uma para um número de semiondas e não pode ser descrita por uma única função, como é feito nas formulações apresentadas na literatura. Por conta disso, Dias (2018) propôs um procedimento para determinar o número de semiondas, n , na configuração deformada, como já foi mencionado anteriormente.

Dias (2018) observou também que o deslocamento da linha neutra do centro geométrico do perfil de aço ao seu topo conduz a reduções de aproximadamente 54% no momento crítico e que mesmo pequenos desvios já causam uma grande redução deste momento, de maneira que tais desvios não podem ser desconsiderados na análise do fenômeno. Essa questão não é bem representada analiticamente e, por isso, sua influência na flambagem foi incorporada por meio do coeficiente κ_g ajustado numericamente.

A equação de M_{cr} proposta por Roik *et al.* (1990) foi deduzida utilizando-se o processo de Ritz e considerando-se uma única semionda para a deformada. Isso se mostra inconsistente, uma vez que, conforme destacado por Dias (2018), há um aumento no número de semiondas com a elevação do vão. Segundo Roik *et al.* (1990), o coeficiente C_{dist} não varia muito para as vigas mistas usuais e pode ser adotado como 6,2 para vigas sujeitas a momento fletor negativo uniforme ao longo do vão. Dias (2018) observou que esse valor de C_{dist} para vigas sujeitas a momento fletor uniforme é altamente variável, podendo alcançar valores próximo a 45, demonstrando mais uma inconsistência na equação do M_{cr} proposto por Roik *et al.* (1990).

A equação do M_{cr} proposta por Hanswille (2002) depende do número de semiondas na configuração deformada imposta, sendo seu valor desconhecido inicialmente. Para resolver esse problema, o autor propôs ábacos de β_b versus (η_b/π) , não abrangendo de maneira ideal a determinação do número de semiondas, sendo esse problema melhor abordado por Dias (2018), o qual propõem um procedimento para se obter esse valor. A utilização de uma equação única para o fator β_b certamente resulta em uma perda de precisão na determinação do M_{cr} . Além disso, enquanto a formulação de Hanswille (2002) inclui o efeito do deslocamento da linha neutra desde seu desenvolvimento analítico, o procedimento proposto por Dias (2018) o

considera por meio de um coeficiente separado, determinado numericamente. Segundo Zhou *et al.* (2014), a rigidez à distorção da alma do perfil não pode ser representada por uma mola linear e depende do nível de solicitação da alma. Assim, as considerações adotadas por Hanswille (2002) podem conduzir a algum erro, problema este que é resolvido a partir de uma metodologia numérica e não analítica no trabalho de Dias (2018).

Os estudos recentes, como o de Ye e Chen (2013) e Zhou *et al.* (2016), são desenvolvidos com base em teorias que introduzem complexidade para a determinação do M_{cr} , envolvendo o cômputo de autovalores de diversas matrizes de rigidez e uma análise de convergência da solução. Por conta disso, uma aplicação computacional específica deve ser desenvolvida, o que faz com que essas formulações sejam de difícil uso na prática. A equação proposta por Dias (2018) apresentou resultados bastante satisfatórios, com uma formulação de uso simples, tornando sua aplicação mais viável comparada aos trabalhos desenvolvidos recentemente.

3.4 Estudos Numéricos

3.4.1 Considerações iniciais

Muitos problemas estruturais não podem ser resolvidos analiticamente, devido à complexidade do comportamento dos materiais, da geometria, das ações atuantes e das condições de contorno. Nessas situações, é comum recorrer a ensaios experimentais ou a métodos numéricos que permitem a obtenção de soluções aproximadas. Os ensaios experimentais requerem investimentos muitas vezes elevados, o que os tornam menos viáveis em algumas situações. Com o avanço da tecnologia, o uso de *softwares* que contribuem nas resoluções de modelos numéricos, por meio principalmente do método dos elementos finitos, possibilitou o avanço das pesquisas numéricas.

Nesta seção, são apresentados os estudos numéricos que contribuíram nos estudos de vigas mistas de aço e concreto constituídas por um perfil I de alma cheia na região de momento negativo. Assim, na Subseção 3.4.2 é apresentado o trabalho de Chen e Wang (2012), que para verificar se os enrijecedores soldados na alma do perfil de aço reduzem à FLD em vigas mistas de aço e concreto, analisaram numericamente, com auxílio do *software* Ansys, modelos de vigas mistas com perfil de aço sem e com enrijecedores soldados na alma. Na Subseção 3.4.3 é descrito o trabalho numérico de Amaral (2016), em que foi avaliada numericamente, também com o *software* Ansys, a influência da distribuição de momentos fletores ao longo do vão no

valor de M_{cr} à FLD de vigas mistas contínuas. Com o intuito de avaliar o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 para a obtenção da rigidez rotacional de vigas mistas, Dietrich (2017) determinou numericamente, mais uma vez com o *software* Ansys, a rigidez rotacional de vigas mistas com lajes maciças de concreto armado, usando o mecanismo “U” invertido, sendo esse trabalho descrito na Subseção 3.4.4. Na Subseção 3.4.5 é apresentado o trabalho de Zhou e Yan (2017), em que foi estudado numericamente, com auxílio do *software* Ansys, a FLD em viga mista submetida a um momento negativo, considerando os efeitos da imperfeição geométrica inicial, da tensão residual, da não linearidade geométrica e da imperfeição de material. Uma fórmula prática para a determinação da esbeltez e do coeficiente de redução da FLD foi proposta.

3.4.2 Trabalho de Chen e Wang (2012)

Chen e Wang (2012) analisaram numericamente o comportamento estrutural de vigas mistas contínuas de aço e concreto com enrijecedores transversais soldados à alma do perfil de aço. Com o *software* Ansys, modelos em elementos finitos foram implementados para estudar o comportamento dessas vigas na região de momento negativo. Os seguintes parâmetros que podem afetar o momento fletor resistente da viga foram analisados: rigidez à flexão da laje de concreto, rigidez da alma enrijecida do perfil de aço, esbeltez da alma do perfil de aço e razão entre distância dos enrijecedores e vão total da viga.

Análises de flambagem (*buckling analysis*) e análises não lineares foram realizadas no estudo de Chen e Wang (2012). Para análise de flambagem, foi adotado o modelo constituído por uma viga de aço simplesmente apoiada sem enrijecedores e uma viga de aço com enrijecedores (Figura 3.28). Os modelos numéricos foram submetidos a um momento fletor negativo através da aplicação de um binário de forças nas extremidades da viga. O perfil de aço e os enrijecedores foram modelados com o elemento *Shell163*.

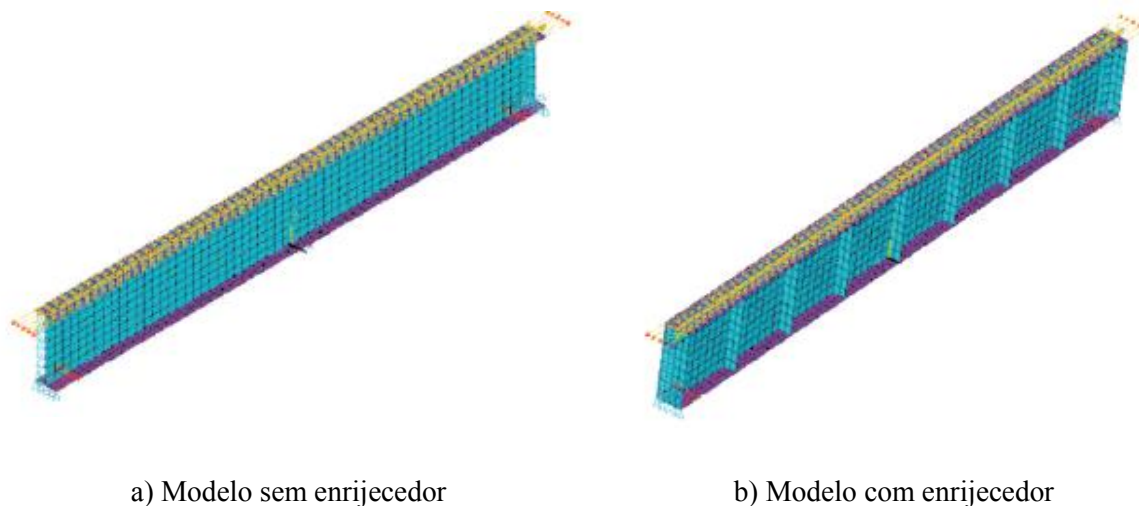


Figura 3.28 – Modelos numéricos de Chen e Wang (2012)

Para representar a rigidez da laje de concreto armado, Chen e Wang (2012) aplicaram na mesa superior do perfil de aço do modelo numérico uma restrição rotacional por meio de molas com rigidez k_r e um apoio para impedir o deslocamento lateral da mesa superior (Figura 3.29). As molas foram modeladas com o elemento *SpringCombine14*, distribuído uniformemente na mesa superior do perfil, ao longo do vão da viga.

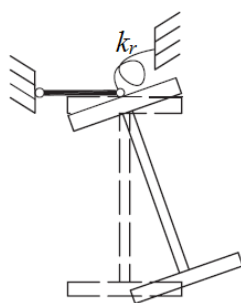
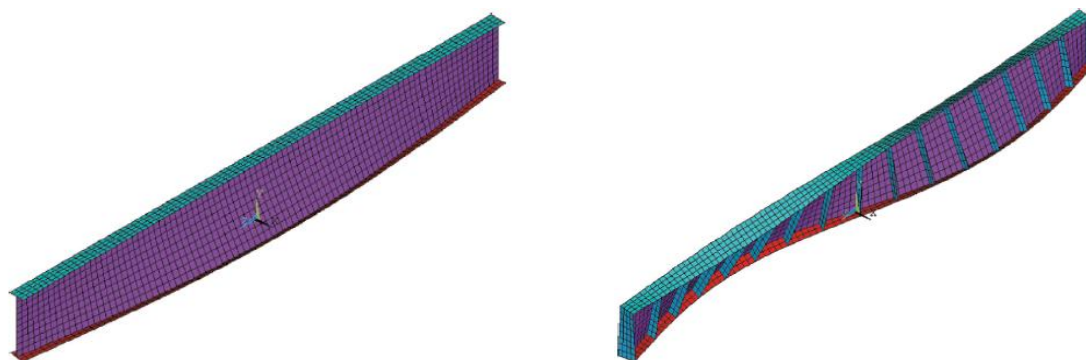


Figura 3.29 – Restrição da mesa superior do perfil dos modelos de Chen e Wang (2012)

Como na literatura muitos autores prescrevem formulações para o cálculo da carga crítica à flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço não enrijecidos, a análise numérica de flambagem de Chen e Wang (2012) foi aferida em um modelo de viga mista sem enrijecedor. O modelo de aferição adotado foi estudado por diversos autores e os resultados numéricos obtidos foram semelhantes entre eles.

A Figura 3.30 mostra os modos de flambagem das vigas sem enrijecedores e com enrijecedores estudadas por Chen e Wang (2012). É possível constatar que os enrijecedores na alma do perfil de aço reduzem o deslocamento lateral da mesa comprimida e, conseqüentemente, aumentam o momento crítico elástico da viga mista. Pelos estudos paramétricos realizados pelos autores,

foi possível constatar que a distância entre os enrijecedores e a espessura das chapas dos enrijecedores influenciam no momento resistente à FLD.



a) Modelo sem enrijecedor

b) Modelo com enrijecedor

Figura 3.30 – Modos de flambagem das vigas mistas de Chen e Wang (2012)

Para aferição do modelo numérico da análise não linear, foram utilizados resultados de ensaios experimentais realizados em vigas mistas de aço e concreto sem enrijecedores na alma do perfil de aço. Conforme pode ser observado na Figura 3.31, o modelo numérico da análise não linear adotado por Chen e Wang (2012) foi constituído por um vão da viga, que simula uma viga contínua, com comprimento total L , submetida a duas forças concentradas P , distantes de L_a das extremidades, que ocasionam momento negativo na estrutura.

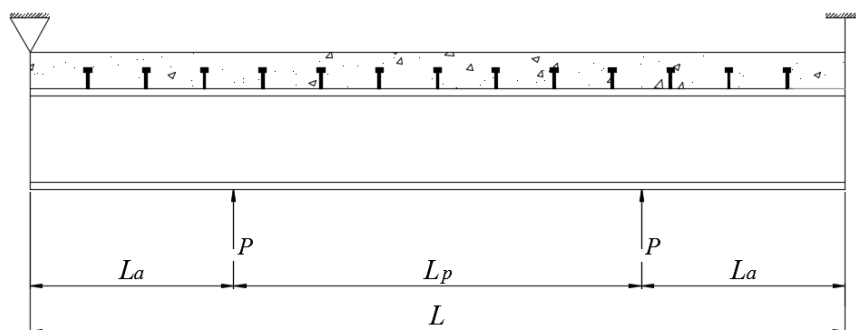


Figura 3.31 – Esquema do modelo numérico da análise não linear de Chen e Wang (2012)

A análise numérica de Chen e Wang (2012) foi realizada em duas etapas. Na primeira etapa, uma análise de flambagem foi executada para identificar o modo crítico de flambagem. Em seguida, realizou-se a análise não linear, considerando uma imperfeição geométrica no modelo com formato correspondente ao modo crítico de flambagem. A Figura 3.32 ilustra o modelo numérico utilizado por Chen e Wang (2012), sendo adotado o elemento *Solid65* para simular a laje de concreto armado e o elemento *Shell181* para o perfil de aço e os enrijecedores da alma.

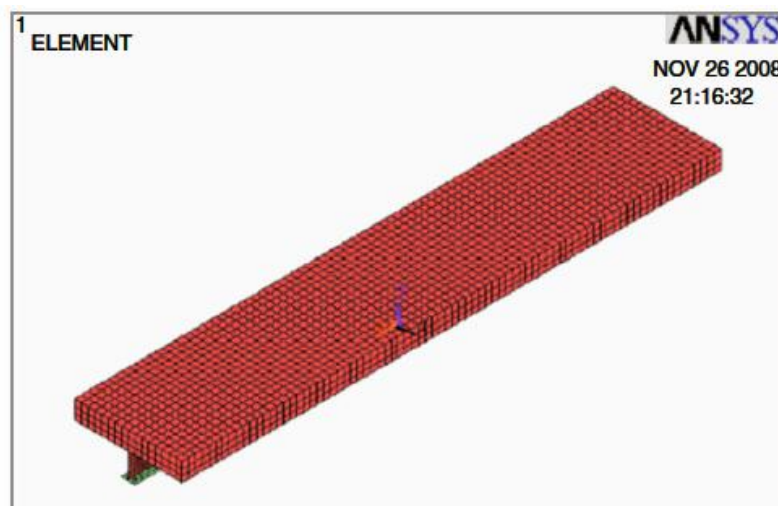


Figura 3.32 – Modelo numérico da análise não linear de Chen e Wang (2012)

Na análise paramétrica dos modelos numéricos não lineares, Chen e Wang (2012) alteraram a altura da alma do perfil de aço (h_w), a espessura da alma do perfil (t_w), a espessura da mesa do perfil (t_f), o comprimento total da viga (L), a posição das forças concentradas (L_a), além da disposição dos enrijecedores na alma do perfil de aço (L_u), como apresentado na Tabela 3.3. Em todos os modelos analisados, foram mantidas a largura da mesa do perfil de aço em 100 mm, a espessura da laje maciça de concreto armado em 110 mm e a largura total da seção transversal da laje em 800 mm.

Tabela 3.3 – Modelos numéricos adotados no estudo paramétrico da análise não linear realizada por Chen e Wang (2012)

Viga	h_w (mm)	t_w (mm)	t_f (mm)	L (mm)	L_a (mm)	L_u / h
Viga 4	177,2	7	11,4	3.600	1.400	-
Viga 5	400	6	10	7.200	2.400	-
Viga 6	400	6	10	7.200	2.400	0,5
Viga 7	400	6	10	7.200	2.400	1
Viga 8	400	6	10	7.200	2.400	2
Viga 9	400	6	10	7.200	2.400	3

Como pode ser observado na Figura 3.33, foi possível constatar a ocorrência da flambagem lateral com distorção no perfil de aço em todos os modelos numéricos analisados, sendo que, quanto mais enrijecida é a alma da viga, menor o deslocamento lateral da mesa inferior.

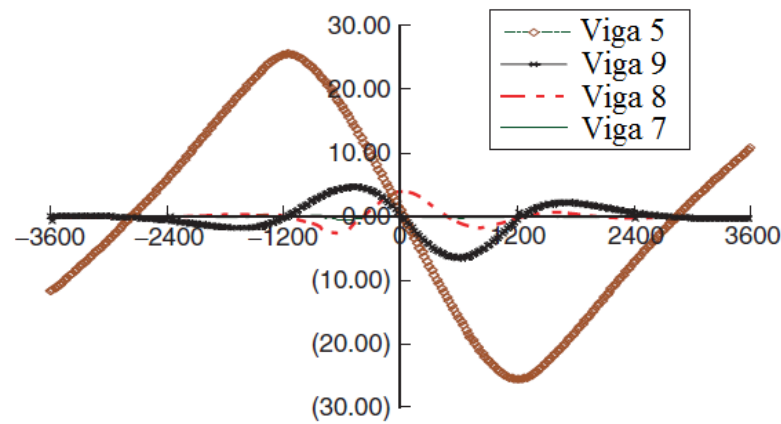
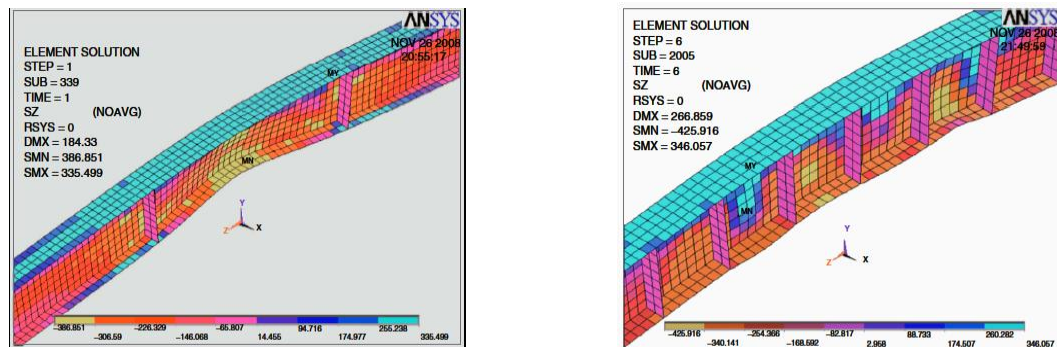


Figura 3.33 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço nas vigas analisadas numericamente por Chen e Wang (2012)

Além disso, Chen e Wang (2012) observaram que a distância entre os enrijecedores na alma do perfil de aço influenciam no valor do momento fletor resistente à FLD das vigas mistas. Conforme pode ser observado na Figura 3.34, quanto maior a distância dos enrijecedores, maior a tendência de ocorrer a FLD e menor o valor desse momento.



a) Alma enrijecida com grande espaçamento entre os enrijecedores

b) Alma enrijecida com pequeno espaçamento entre os enrijecedores

Figura 3.34 – Modos de deformação da viga mista com perfil de aço enrijecido analisados por Chen e Wang (2012)

Na determinação do momento crítico elástico de vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço com enrijecedores soldados na alma, Chen e Wang (2012) recomendaram utilizar a equação seguinte para obter a rigidez rotacional da alma dos perfis de aço enrijecidos:

$$k_{2,e} = \frac{1}{4} \frac{E_a}{1 - \nu_a^2} \frac{t_w^3}{h_0} + \frac{E_a}{4} \frac{(2b_s + t_w)^3 t_s}{h_0 L_u} \quad (3.54)$$

onde E_a e ν_a correspondem ao módulo de elasticidade longitudinal e ao coeficiente de Poisson do aço do perfil, respectivamente, t_w é a espessura da alma do perfil de aço, h_0 é a distância

entre os centros geométricos das mesas do perfil, b_s e t_s são a largura e a espessura dos enrijecedores, respectivamente, e L_u é a distância entre os enrijecedores, como ilustrado na Figura 3.35.

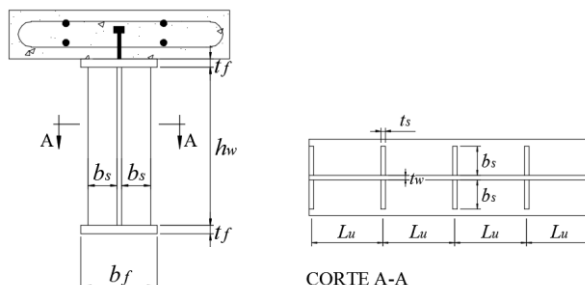


Figura 3.35 – Notações da alma enrijecida recomendada por Chen e Wang (2012)

Ao comparar a Equação (3.54) com a Equação (2.9), apresentada na Subseção 2.1.3, percebe-se que os enrijecedores na alma do perfil de aço aumentam consideravelmente a rigidez rotacional da alma do perfil. Por essa razão, as vigas mistas de aço e concreto com enrijecedores na alma do perfil de aço apresentam um maior momento fletor resistente à FLD.

3.4.3 Trabalho de Amaral (2016)

Para verificar a adequação das tabelas fornecidas pela ABNT NBR 8800:2008 dos valores do parâmetro de modificação do momento fletor (C_{dist}), utilizado para obter o momento crítico elástico (M_{cr}) à FLD, Amaral (2016) desenvolveu modelos numéricos em elementos finitos de vigas mistas contínuas com perfil I de aço. Para isso, análises linearizadas de flambagem foram implementadas no programa Ansys.

Os elementos adotados no modelo numérico de Amaral (2016), Figura 3.36, foram similares aos utilizados por Oliveira (2014) e Oliveira *et al.* (2016), com o elemento *Shell181* adotado no perfil de aço e o elemento *Spring Combin 14* utilizado para modelar as molas rotacionais de rigidez k_r , considerando esse elemento distribuído ao longo do eixo da mesa superior do vão da viga. O valor da rigidez k_r adotado por Amaral (2016) foi tomado como igual ao valor da rigidez da laje de concreto armado (k_1), uma vez que a rigidez da alma, k_2 , é considerada no modelo por meio dos elementos de casca *Shell181*. Amaral (2016) adotou o tamanho máximo dos elementos como igual a 30 mm, com base no estudo de malha realizado por Oliveira (2014) e Oliveira *et al.* (2016).

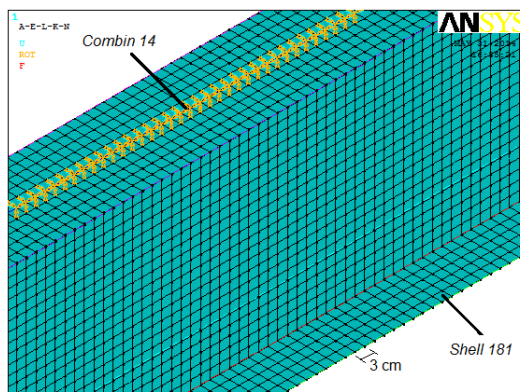


Figura 3.36 – Elementos e tamanho da malha dos modelos numéricos de Amaral (2016)

Para aferir seu modelo numérico, Amaral (2016) utilizou os resultados numéricos de flambagem elástica obtidos por Chen e Wang (2012), tendo sido observado um desvio máximo de 10%.

Em seu estudo paramétrico, Amaral (2016) processou um total de 118 modelos numéricos, adotando o perfil PS 600x59 como base (Figura 3.37). Para a obtenção do valor da rigidez rotacional da laje, k_1 , Amaral (2016) considerou uma laje com fôrma de aço incorporada de altura das nervuras e espessura iguais a 75 mm e 1,25 mm, respectivamente.

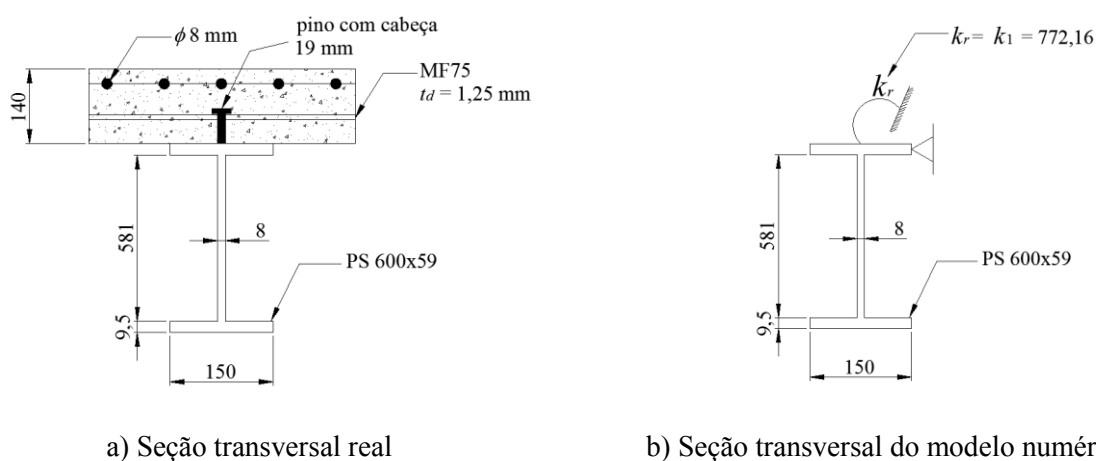


Figura 3.37 – Viga mista utilizada no estudo paramétrico de Amaral (2016)

Amaral (2016) dividiu os modelos numéricos em dois grupos de acordo com o número de vãos. Um dos modelos, considerado como “simplificado”, continha apenas um vão biapoiado e momento fletor concentrado aplicado nas extremidades, similar ao de Roik *et al.* (1990), ilustrado na Figura 3.38. Como Oliveira *et al.* (2016) destacaram a importância da distribuição do momento fletor nos vãos adjacente ao analisado, Amaral (2016) simulou um segundo grupo de modelos considerando dois ou três vãos. Os modelos com dois vãos foram implementados

para simular os vãos extremos (Figura 3.39-a), enquanto os modelos com três vãos representaram os vãos internos de uma viga contínua (Figura 3.39-b).

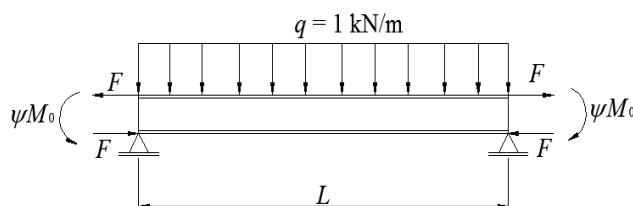


Figura 3.38 – Modelo numérico biapoiado de vão interno com carga distribuída estudado por Amaral (2016)

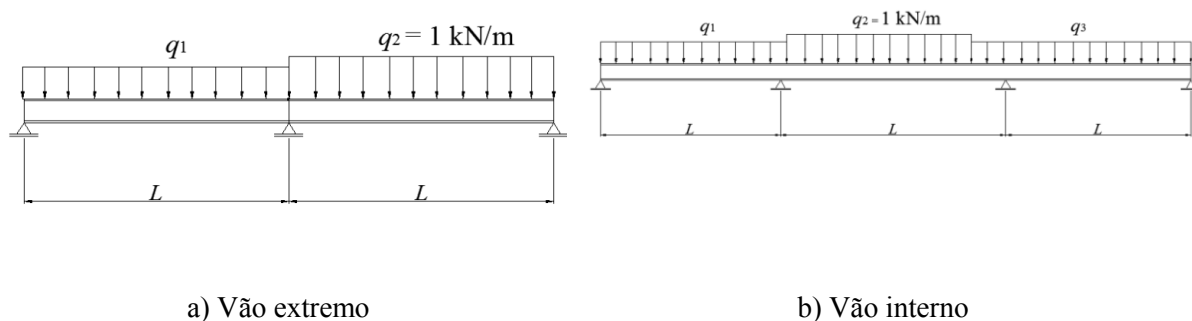


Figura 3.39 – Modelos numéricos com dois e três vãos com carga distribuída estudados por Amaral (2016)

Com a análise dos resultados numéricos obtidos, Amaral (2016) propôs novos valores para o parâmetro C_{dist} de vigas mistas contínuas com carga transversal distribuída no lugar dos valores fornecidos pela ABNT NBR 8800:2008. Esses valores encontram-se na Tabela 3.4. Amaral (2016) também propôs valores para C_{dist} para vãos sem cargas transversais, ilustrado na Tabela 3.5 e para a atuação de cargas concentradas, aqui não ilustradas.

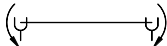
Tabela 3.4 – Valores de C_{dist} de vigas mistas contínuas para vãos com carga transversal distribuídas propostos por Amaral (2016)

Condições de carregamento e apoio	Diagrama de momento fletor ¹⁾	C_{dist}								
		$\psi=0,50$	$\psi=0,75$	$\psi=1,00$	$\psi=1,25$	$\psi=1,50$	$\psi=1,75$	$\psi=2,00$	$\psi=2,25$	$\psi=2,50$
		9,7	12,2	12,5	12,4	12,2	12	11,8	11,6	11,5
		10	12,6	12,5	12,2	11,9	11,6	11,3	11,1	10,9
		11,5	12,7	12,5	12,1	11,6	11,3	10,9	10,7	10,4
		10	12,6	12,5	12,2	11,9	11,6	11,3	11,1	10,9

NOTA:

¹⁾ M_0 é o momento máximo solicitante de cálculo, considerando o tramo analisado como biapoiado.

Tabela 3.5 – Valores de C_{dist} de vigas mistas contínuas para vãos sem carga transversal propostos por Amaral (2016)

Condições de carregamento e apoio	Diagrama de momento fletor ¹⁾	C_{dist}				
		$\psi=0,00$	$\psi=0,25$	$\psi=0,50$	$\psi=0,75$	$\psi=1,00$
		8,9	8,5	8,1	7,6	6,9

NOTA:

¹⁾ M é o maior momento negativo solicitante de cálculo, em módulo, no trecho analisado, sendo que valores de ψ maiores que 1,00 devem ser tomados iguais a 1,00.

Para verificar se o parâmetro C_{dist} é influenciado por outras variáveis além do diagrama de momento fletor, Amaral (2016) simulou mais vinte modelos de vigas, variando a altura e a espessura da alma do perfil de aço, o vão da viga e a rigidez da laje. Desse estudo, concluiu que esse parâmetro sofre influência pequena dessas outras variáveis.

Amaral (2016) observou uma boa concordância entre os valores de M_{cr} obtidos pela formulação da ABNT NBR 8800:2008 ao utilizar seus valores de C_{dist} com os resultados obtidos numericamente, com um desvio máximo de 22%. Além disso, todos os resultados obtidos pela formulação da norma com C_{dist} proposto por Amaral (2016) foram conservadores.

Amaral (2016) observou também que os valores de C_{dist} obtidos em seu trabalho ficaram próximos dos valores propostos por Oliveira (2014) e Oliveira *et al.* (2016) para perfis de aço de alma senoidal, obtendo diferenças de no máximo 15%. Isso indica, mais uma vez, que o parâmetro C_{dist} possui uma leve influência das características geométricas do perfil de aço, como também foi observado por Roik *et al.* (1990).

Outra observação importante citada por Amaral (2016) diz respeito à pequena variação no valor do parâmetro C_{dist} para ψ acima de 1,0. Ao comparar os valores propostos por Amaral (2016) com os da ABNT NBR 8800:2008, observa-se que os valores da norma apresentam uma grande redução no valor de C_{dist} com o aumento de ψ , justificando a importância das novas tabelas propostas.

3.4.4 Trabalho de Dietrich (2017)

Dietrich (2017) implementou modelos numéricos, com auxílio do *software* Ansys, para avaliar o procedimento da norma ABNT NBR 8800:2008 de determinação da rigidez rotacional de vigas mistas de aço e concreto com perfil I de alma cheia. Para isso, foram desenvolvidos modelos numéricos que retratam vigas mistas de borda e internas ao piso com lajes maciças de concreto armado, com um ou dois conectores de cisalhamento na seção transversal e perfis de aço com alma não enrijecida.

Como não existem experimentos na literatura para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma cheia, Dietrich (2017) utilizou os resultados experimentais obtidos por Calenzani (2008) e Calenzani *et al.* (2012) para perfil de alma senoidal, para aferição de seu modelo numérico. Os elementos utilizados nos modelos de Dietrich (2017) foram similares aos adotados por Calenzani (2008) e Calenzani *et al.* (2012), sendo o elemento *Solid65* empregado para representar a laje maciça de concreto armado, os elementos *Target170* e *Conta173* para reproduzir o contato entre a laje e o perfil de aço, o elemento *Solid185* para simular os conectores de cisalhamento e o elemento *Shell181* para representar o perfil de aço (Figura 3.40).

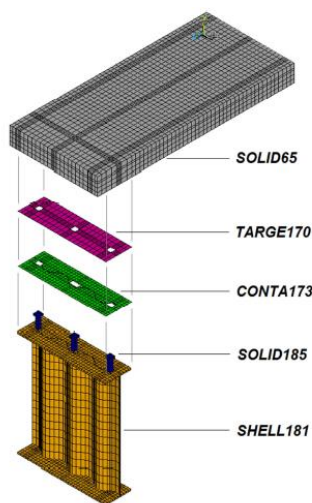


Figura 3.40 – Elementos utilizados nos modelos numéricos de Dietrich (2017)

Diferentemente de Calenzani (2008) e Calenzani *et al.* (2012) que simularam apenas a metade do mecanismo “U” invertido, considerando a condição de simetria do modelo numérico, Dietrich (2017) modelou todas as vigas do mecanismo “U”. Como no modelo numérico de Calenzani (2008) e Calenzani *et al.* (2012), foi adotada a condição de simetria, com o apoio fornecido em uma extremidade da laje (apoio de 2º gênero) replicado na outra viga, tornando a

estrutura hiperestática (HIPER). Nos modelos numéricos de Dietrich (2017) foi possível investigar a condição de apoio isostático (ISO) no seu modelo numérico, considerando em uma extremidade apoio de 1º gênero e na outra apoio de 2º gênero (Figura 3.41-a). Com o intuito de analisar as duas condições de apoio, Dietrich (2017) também simulou a condição de HIPER, com duas linhas de apoio de 2º gênero (Figura 3.41-b).

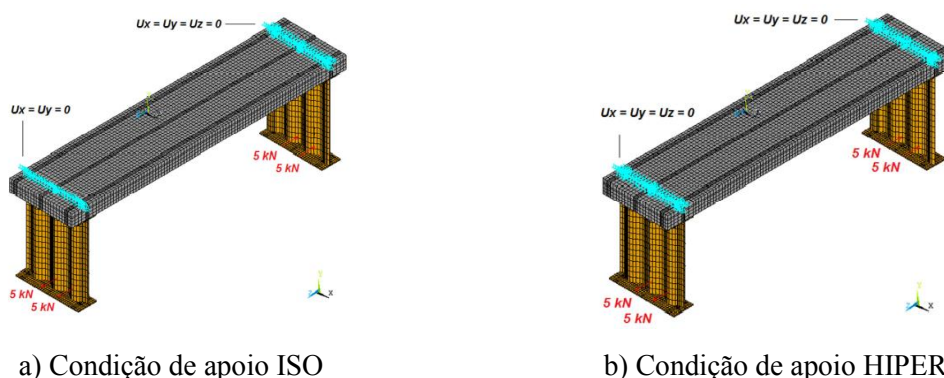


Figura 3.41 – Condição de contorno dos modelos numéricos de Dietrich (2017)

Na aferição de seu modelo numérico, Dietrich (2017) comparou as curvas de momento *versus* rotação da laje, da alma, da conexão de cisalhamento e da viga mista com as respectivas curvas experimentais de Calenzani (2008) e Calenzani *et al.* (2012). O momento obtido por Dietrich (2017) corresponde à força aplicada na mesa inferior do perfil de aço multiplicado pela distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço. As rotações foram obtidas por Dietrich (2017) conforme a medição de deslocamentos nodais em determinadas seções transversais do modelo.

Dietrich (2017) observou que, independentemente de o modelo numérico ser HIPER ou ISO, as curvas numéricas de rotação da alma e da conexão de cisalhamento concordam com a rigidez inicial do modelo experimental. Com relação à rotação da laje de concreto armado, o modelo numérico do tipo ISO apresentou um melhor resultado, uma vez que distribuiu melhor as tensões normais ao longo da laje, enquanto o HIPER concentrou as ações horizontais na região dos apoios, aumentando as tensões normais nesses pontos e, conseqüentemente, simulou uma restrição ao deslocamento horizontal da laje que não existe na prática. Por conta disso, Dietrich (2017) considerou como condição de contorno ideal para seus modelos numéricos a condição de apoio do tipo ISO.

Como o trabalho de Dietrich (2017) teve como objetivo avaliar o procedimento de cálculo da rigidez rotacional do mecanismo “U” invertido proposto pela ABNT NBR 8800:2008, em seu

estudo paramétrico, o perfil de aço de alma senoidal foi substituído por um perfil de aço de alma cheia (Figura 3.42).

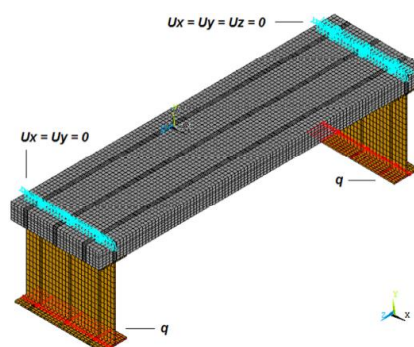


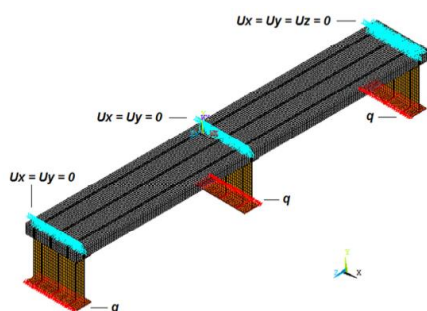
Figura 3.42 – Condição de contorno do estudo paramétrico de Dietrich (2017)

Em seu estudo paramétrico, Dietrich (2017) utilizou o perfil soldado PS 500 x 165 x 9,5 x 8 e o perfil soldado CVS 850 x 500 x 16 x 16 como bases. Para o perfil PS 500 x 165 x 9,5 x 8, Dietrich (2017) considerou um conector de cisalhamento tipo pino com cabeça com diâmetro de 19 mm e resistência à compressão do concreto, f_{ck} , igual a 25 MPa. Para o perfil CVS 850 x 500 x 16 x 16 foi adotado um conector de cisalhamento com diâmetro de 22 mm e, para laje de concreto, f_{ck} de 30 MPa.

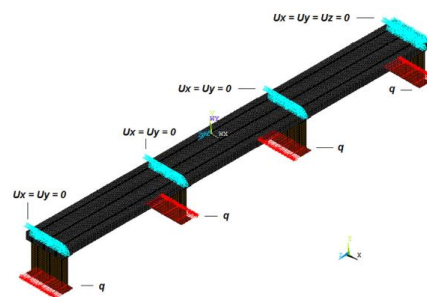
Pelos resultados obtidos, Dietrich (2017) observou que a rigidez rotacional da conexão de cisalhamento praticamente não influencia na rigidez rotacional total, sendo sua contribuição máxima igual a 4,3%. Isso está de acordo com a metodologia de cálculo de k_r da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, que despreza a rigidez rotacional da conexão para o cálculo de k_r . Com relação aos valores numéricos da rigidez rotacional da alma do perfil de aço, Dietrich (2017) constatou que eles ficaram próximos dos valores da ABNT NBR 8800:2008, dados pela Equação (2.9) da Subseção 2.1.3, com um desvio máximo de 7%.

Em relação à rigidez rotacional da laje de concreto, Dietrich (2017) observou que os valores analíticos de k_1 apresentam uma boa concordância com os resultados numéricos quando a força está no sentido de fechar o mecanismo “U” invertido. Quando a força está no sentido de abrir o mecanismo “U” invertido, a rigidez rotacional da laje é superestimada pela formulação da ABNT NBR 8800:2008, dada pela Equação (2.5) da Subseção 2.1.3. Para aproximar os resultados obtidos numericamente dos analíticos, Dietrich (2017) recomenda adotar o coeficiente α igual a 1,71 ao invés de 2.

Dietrich (2017) também avaliou a rigidez rotacional de vigas mistas internas. Para isso, foram desenvolvidos modelos numéricos que simulam a condição de α igual a 3, constituídos por três vigas (Figura 3.43-a), e o caso de α igual a 4, com modelos numéricos compostos por quatro vigas (Figura 3.43-b).



a) Caso de α igual a 3



b) Caso de α igual a 4

Figura 3.43 – Condição de contorno para vigas internas estudada por Dietrich (2017)

Nos modelos com α igual a 3, observou-se que os resultados numéricos da rigidez da laje ficaram muito próximos dos normativos, fornecidos pela Equação (2.5) da Subseção 2.1.3, com uma diferença máxima de 14%. Já para os modelos numéricos com α igual a 4, foi constatada uma divergência entre os valores da rigidez numéricos e os normativos, indicando que o coeficiente k_1 proposto pela ABNT NBR 8800:2008 não é adequado. Foi concluído que se a norma mantivesse o coeficiente α igual a 3 para todos os casos, os valores numéricos e normativos ficariam mais próximos.

3.4.5 Trabalho de Zhou e Yan (2017)

Para estudar a FLD em vigas mistas submetidas à momento negativo, Zhou e Yan (2017) implementaram modelos numéricos, com auxílio do *software* Ansys, capazes de acomodar vários efeitos como imperfeição geométrica, tensão residual, deslizamento entre o aço e o concreto e não linearidades geométrica e de material. O momento negativo da viga mista foi obtido aplicando forças nas suas extremidades, conforme ilustrado na Figura 3.44-a, com a distribuição do momento na viga mista representada na Figura 3.44-b.

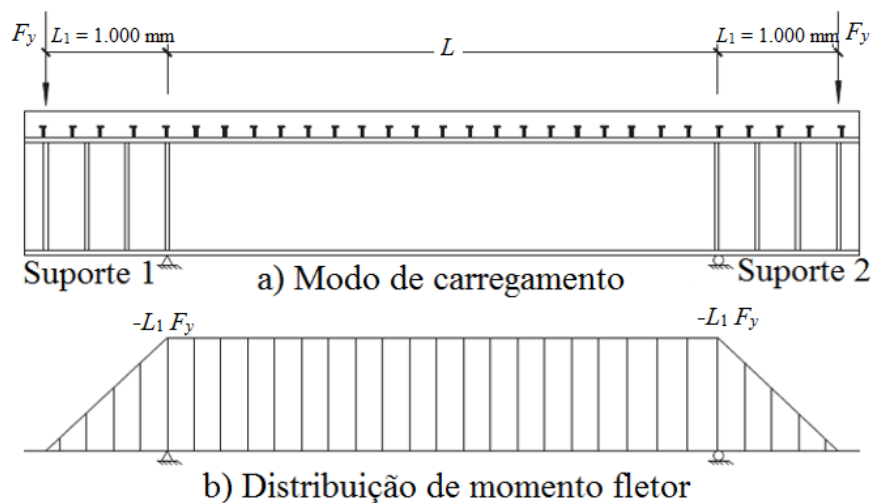


Figura 3.44 – Modo de carregamento da viga mista estudada por Zhou e Yan (2017)

O modelo numérico da viga mista de aço e concreto estudada por Zhou e Yan (2017) foi composto por 5 elementos, sendo o elemento *Shell181* usado para simular o perfil de aço e o *Solid65* para simular a laje de concreto, elemento este capaz de considerar a fissuração. A armadura transversal foi definida de maneira dispersa utilizando a constante real, fornecida pelo *Solid65*. Já a armadura longitudinal foi simulada usando o elemento *Link8*, sendo conectada ao *Solid65* pelos nós coincidentes. Para evitar não convergência causada por concentração de tensão, os apoios foram simulados com placas, conforme ilustrado na Figura 3.45, representadas pelo elemento *Solid45*, e os pontos de aplicação das forças receberam enrijecedores transversais. Por fim, os conectores de cisalhamento foram simulados pelo elemento de mola *Combin39*.

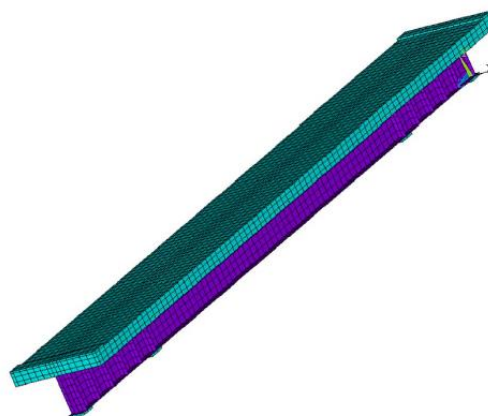


Figura 3.45 – Modelo de elemento finito da viga mista estudada por Zhou e Yan (2017)

O primeiro modo de flambagem (ilustrado na Figura 3.46), obtido da análise de flambagem, multiplicado pelo fator de imperfeição inicial, foi utilizado para simular a imperfeição

geométrica inicial da viga mista. Observa-se que o primeiro modo de flambagem pode ser constituído por uma ou duas semiondas, sendo que há o aumento no número de ondas de flambagem com a elevação do vão da viga, conforme também observado por Dias (2018). O coeficiente de imperfeição geométrica adotado por Zhou e Yan (2017) corresponde a 1/1.000 do vão.

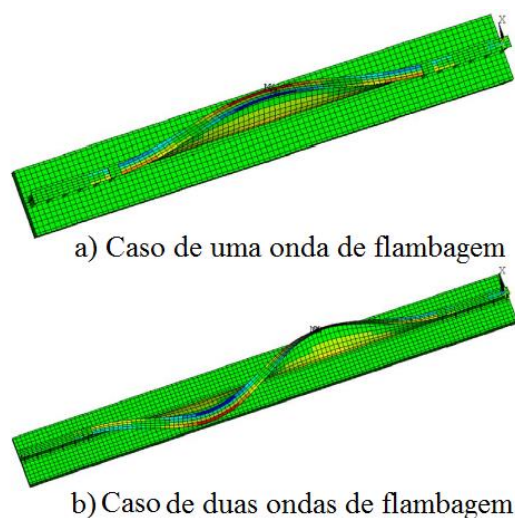


Figura 3.46 – Primeiro modo de flambagem da viga mista estudada por Zhou e Yan (2017)

Para validação do modelo numérico, Zhou e Yan (2017) utilizaram os quatros ensaios realizados por Thong *et al.* (2014). Nesses ensaios, as vigas mistas tiveram a seção transversal representada pela Figura 3.47, com altura do perfil de aço (representada pela distância entre os centros geométricos das mesas), h_w , igual a 342 mm e 392 mm. Nos ensaios também foram analisadas vigas com vãos iguais a 3 m e 4,2 m. Todos os protótipos ensaiados entraram em colapso por FLD. Comparando o momento resistente obtido numericamente com o obtido pelo ensaio, Zhou e Yan (2017) obtiveram resultados entre 3% maior e 3% menor, comprovando a eficiência da modelagem numérica.

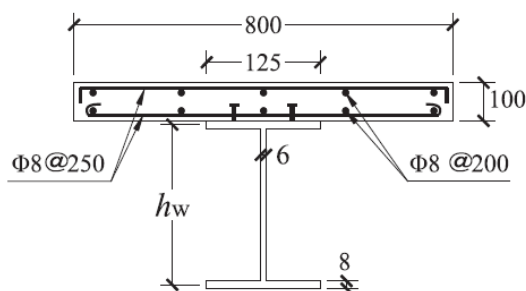


Figura 3.47 – Seção transversal das quatro vigas mistas estudadas por Zhou e Yan (2017)

No estudo paramétrico realizado por Zhou e Yan (2017), foram analisados 50 modelos numéricos com o intuito de estudar a influência na FLD da razão entre a altura e a espessura da alma do perfil de aço (h_w/t_w), da razão da força (ρ), da razão da largura e espessura da mesa do perfil de aço (b_f/t_f), do grau de interação dos conectores de cisalhamento (η) e da razão da esbeltez lateral da mesa comprimida (L/b_f). A razão da força é definida pela seguinte equação:

$$\rho = \frac{A_r f_r}{(A_w f_w + 2 A_f f_f)} \quad (3.55)$$

onde A_w é a área da seção transversal da alma do perfil de aço, A_f a área da seção transversal da mesa do perfil de aço e A_r a área da seção transversal da armadura longitudinal da laje de concreto.

Zhou e Yan (2017) observaram que o momento resistente da viga mista decresce com o aumento da razão da força, ρ . Ao aumentar essa razão, aumenta-se a área da armadura da laje de concreto, A_r , e, conseqüentemente, também a altura da região comprimida do perfil de aço, aumentando assim a possibilidade de instabilidade da viga mista. O mesmo ocorre com o aumento da razão h_w/t_w , que faz com que o momento resistente da viga mista decresça, tendo em vista que o momento resistente é afetado tanto por instabilidades locais quanto globais. Situação similar ocorre com o aumento da razão de esbeltez lateral da mesa comprimida (L/b_f), que causa a redução do momento resistente da viga mista. Quanto maior essa razão, mais fácil é a tendência de ocorrer a FLD. Já o efeito do grau de interação dos conectores de cisalhamento (η) não foi evidenciado, sendo observado uma leve queda no valor do momento resistente com o decréscimo de η .

A esbeltez da viga mista contínua é dada pela raiz quadrada da razão entre o momento de plastificação da viga mista, M_p , e o momento crítico elástico, M_{cr} . Como o cálculo do M_{cr} é relativamente complexo, Zhou e Yan (2017) propuseram uma formulação prática para o cálculo dessa esbeltez, expressa em função dos parâmetros da seção e do vão da viga mista, conforme apresentado a seguir:

$$\lambda_{dist} = 0,09 \left(\frac{L}{b_f} \right)^{0,2} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0,4} \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{0,6} (1,5 + \rho)^{0,5} \quad (3.56)$$

Devido aos efeitos da imperfeição geométrica inicial e da tensão residual, o momento resistente obtido numericamente é bastante inferior ao momento de plastificação da viga mista contínua. Logo, é extremamente necessário desenvolver uma fórmula prática para calcular o coeficiente

de estabilidade, χ_{dist} . Assim, com base nos resultados obtidos numericamente, Zhou e Yan (2017) desenvolveram a seguinte equação:

$$\chi_{dist} = 1,56 - 0,58 \lambda_{dist} \leq 1,0 \quad (3.57)$$

Pela Figura 3.48 é possível observar que os resultados obtidos para χ_{dist} pela Equação (3.57) ficaram próximo dos resultados numéricos, com um erro bastante pequeno. Isso indica que o método proposto por Zhou e Yan (2017) para o cálculo de χ_{dist} é preciso e simples, podendo ser adotado nos projetos de engenharia.

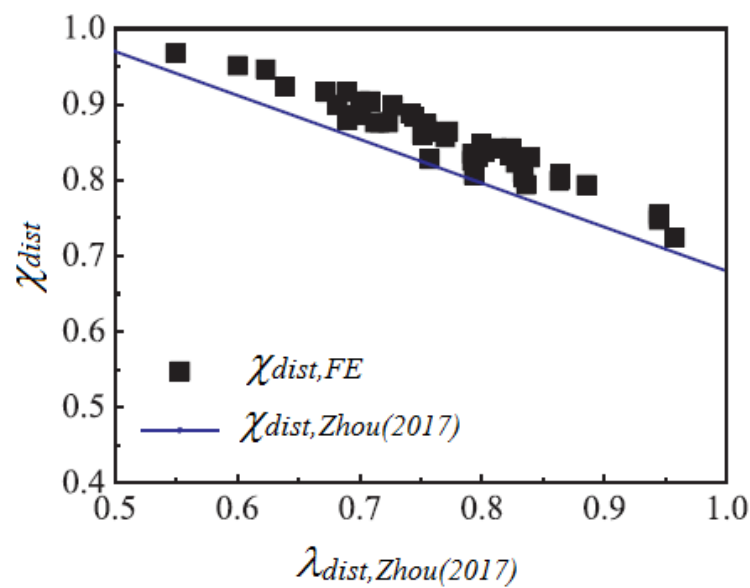


Figura 3.48 – Avaliação da precisão do coeficiente χ_{dist} de Zhou e Yan (2017)

3.5 Fatores que Influenciam o Momento Resistente à FLD

3.5.1 Considerações iniciais

De acordo com o que foi exposto no Capítulo 2 e com a revisão bibliográfica apresentada anteriormente neste capítulo, pode-se concluir que o momento resistente à flambagem lateral com distorção de uma viga mista de aço e concreto é influenciado por diversos fatores, como a rigidez rotacional e as imperfeições de materiais (no caso, caracterizada pelas tensões normais residuais) e geométricas. Nas subseções seguintes esses fatores são discutidos em detalhes.

3.5.2 Imperfeições de material (tensões normais residuais)

A magnitude e a distribuição das tensões normais residuais no perfil de aço podem antecipar a passagem da flambagem lateral com distorção do regime elástico para o inelástico. Conforme pode ser observado na Figura 3.49, referente à compressão axial, pelo fato de o perfil de aço apresentar tensões residuais, o escoamento se inicia com uma tensão σ_p , inferior à resistência ao escoamento do aço, f_y . Essa tensão σ_p é conhecida muitas vezes como tensão de proporcionalidade e é igual à tensão normal causada pela força externa que, somada ao máximo valor da tensão residual (σ_r), alcança o valor da resistência ao escoamento do aço (f_y). Aumentando a força externa, o escoamento vai atingindo gradativamente toda a seção transversal do perfil. Se as tensões no perfil de aço estiverem acima de σ_p as deformações crescem de forma não linear com o acréscimo das tensões normais. Quando a tensão atuante se torna igual à f_y , em toda a seção transversal, o escoamento se completa.

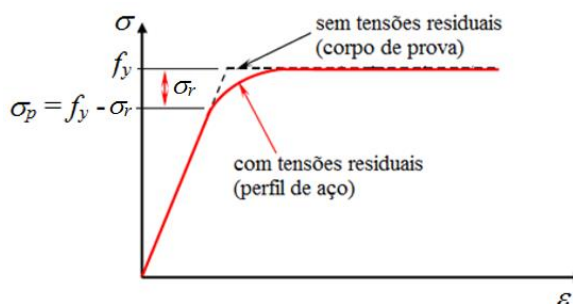


Figura 3.49 Diagrama de tensão normal *versus* deformação com e sem tensões residuais

As tensões residuais aparecem durante o resfriamento não uniforme do perfil, decorrente do processo de fabricação, e advêm do fato de que, o aço, ao resfriar, sofre redução de volume e aumento de resistência e rigidez. Sua distribuição ao longo do perfil de aço depende das dimensões da seção transversal, do tipo de fabricação do perfil (laminado ou soldado), das propriedades do material e do processo de resfriamento.

Nos perfis laminados a quente, as regiões das extremidades da mesa e do centro da alma, nas quais existe uma menor quantidade de material concentrado, resfriam primeiro, diminuem livremente de volume e passam a resistir à diminuição de volume das partes que ainda permanecem aquecidas. Como consequência, quando o resfriamento se completa, as partes que se resfriaram primeiro ficam com tensões residuais de compressão e as que se resfriaram mais tarde (junção entre a alma e a mesa) ficam com tensões residuais de tração, conforme ilustrado na Figura 3.50.

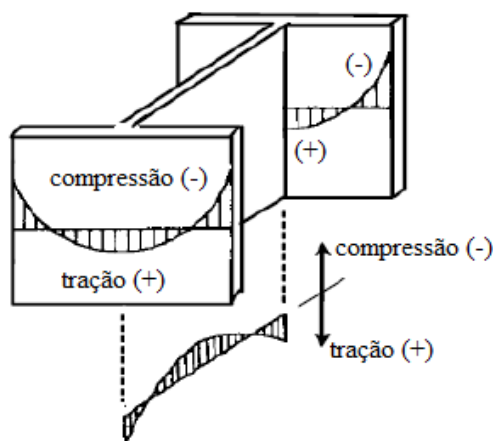


Figura 3.50 – Tensões residuais em perfis I laminados

Nos perfis soldados, a tensão residual apresenta distribuição diferente se as bordas do perfil forem laminadas ou se forem cortadas a maçarico. Como destacado por Pimenta (1997), os perfis soldados com borda laminada apresentam uma maior tensão residual de compressão nas mesas, devido ao resfriamento desigual da chapa e ao processo de soldagem entre a mesa e a alma de perfil de aço. Já nos perfis soldados constituídos por chapas cortadas a maçarico, as extremidades das chapas ficam mais aquecidas, resfriando-se por último e, conseqüentemente, sujeitas à tração, tornando esses perfis mais resistentes à flambagem lateral. Em seguida, devido ao processo de soldagem da mesa à alma do perfil, as regiões próximas à solda sofrerão um resfriamento posterior, ficando tracionadas.



a) Formados por chapas com bordas laminadas

b) Formados por chapas com bordas cortadas à maçarico

Figura 3.51 – Tensões residuais em perfis soldados

A literatura técnica tem adotado, de forma simplificada, distribuições parabólicas ou lineares para a consideração das tensões residuais nos perfis laminados e soldados. Almeida (2006) analisou a influência das tensões residuais em pilares de aço considerando uma distribuição linear (Figura 3.52-a) ou parabólica (Figura 3.52-b) nas mesas e na alma dos perfis. Na alma dos perfis foram analisadas quatro situações: tensão residual nula, constante, linear e parabólica. Esse autor constatou que uma boa aproximação seria considerar distribuições parabólicas ou

lineares tanto nas mesas quanto nas almas do perfil de aço, sendo a distribuição linear a mais conservadora dentre as estudadas para determinação da capacidade resistente última. Na distribuição linear a tensão residual de compressão, σ_{rc} , é igual à tensão residual de tração, σ_{rt} . Na distribuição parabólica, a tensão residual de tração se relaciona com a de compressão de acordo com a seguinte equação:

$$\sigma_{rt} = -\frac{t_f b_f + t_w h_w}{4t_f b_f + t_w h_w} 2\sigma_{rc} \quad (3.58)$$

onde b_f e t_f são largura e espessura das mesas do perfil de aço, respectivamente, e h_w e t_w são a altura e espessura da alma do perfil, respectivamente.



Figura 3.52 – Distribuição simplificada das tensões residuais estudada por Almeida (2006)

3.5.3 Imperfeições geométricas

As imperfeições geométricas iniciais são decorrentes do processo de fabricação do perfil de aço e são consideradas na análise de elementos estruturais como imperfeições globais e locais. Nos perfis I, as imperfeições locais são aquelas relacionadas a defeitos na forma da seção transversal, como falta de ortogonalidade nas ligações entre a alma e as mesas e falta de retilinearidade na alma ou nas mesas, e são importantes nos estudos de flambagem local. As imperfeições globais são aquelas relacionadas à desvios na retilinearidade da barra, como por exemplo, a existência de uma flecha, e são fundamentais nos estudos de instabilidade global.

A norma EN 1993-1-5:2006 recomenda adotar na modelagem numérica o modo de flambagem elástica com amplitude máxima equivalente a 80% da tolerância de fabricação geométrica. As tolerâncias máximas são dadas nas especificações e nas normas de fabricação, sendo baseadas em análises estatísticas.

Nessa mesma linha, muitos pesquisadores de fato consideram como imperfeição geométrica inicial nos seus modelos numéricos o modo de flambagem obtido previamente da análise linearizada de flambagem. Por exemplo, Chen e Wang (2012) e Sonck *et al.* (2012) adotaram como imperfeição geométrica o modo de flambagem elástica com o valor máximo da amplitude correspondente a $L/1.000$, onde L é o comprimento da barra. Esse valor corresponde à amplitude original usada para a determinação da curva de resistência à compressão da EN 1993-1-1:2005. Esse mesmo procedimento foi usado por Sonck (2013) e Sonck e Belis (2015), que apesar de terem os valores medidos da imperfeição real dos protótipos de perfil de aço alveolar ensaiados, como esses valores eram muito pequenos optaram por adotar na modelagem numérica o modo de flambagem obtido da análise elástica com amplitude máxima de $L/1.000$.

4

DEFINIÇÃO E AFERIÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA PARA DETERMINAÇÃO DO MOMENTO CRÍTICO ELÁSTICO

4.1 Considerações Gerais

Este capítulo tem como objetivo apresentar o modelo numérico adotado para a realização de análise linearizada de flambagem, via método dos elementos finitos, de vigas mistas contínuas de aço e concreto, utilizando o programa Ansys 17.0 (2016), com intuito de se obter o momento crítico elástico, M_{cr} , referente à flambagem lateral com distorção (FLD). Como na literatura não constam exemplos ou procedimentos que forneçam valores confiáveis do M_{cr} , para aferição do modelo, utilizou-se os resultados obtidos considerando uma viga puramente de aço, submetida a um momento fletor uniforme e à flambagem lateral com torção, um modo de flambagem que guarda semelhança com a FLD. A mesma viga foi submetida a uma força axial de compressão para avaliar as situações de flambagem por flexão pura e flambagem por torção pura.

Na Seção 4.2 é apresentado o programa numérico utilizado neste trabalho, descrevendo como são as considerações da análise linearizada de flambagem no Ansys 17.0 (2016). A descrição detalhada do modelo numérico adotado encontra-se na Seção 4.3, onde são apresentados os elementos utilizados, as condições de contorno e a definição da malha de elementos finitos.

Na Seção 4.4 são descritos os exemplos utilizados na aferição do modelo numérico, com a apresentação da comparação entre os resultados fornecidos por esse modelo e os resultados analíticos.

4.2 Sobre o Programa Computacional de Análise

As análises numéricas deste trabalho, pelo método dos elementos finitos, foram feitas por meio do programa Ansys 17.0 (2016), que possui uma extensa biblioteca de elementos que facilitam a modelagem de qualquer geometria. O Ansys 17.0 (2016) também permite o uso de diversos materiais, além de vários recursos numéricos, incluindo pré e pós processadores, que contribuem para uma simulação numérica mais confiável do comportamento de uma estrutura. O programa permite realizar análises estática, dinâmica e de estabilidade estrutural, considerando as não linearidades física e geométrica dos materiais. Por conta dessas várias opções na modelagem numérica, o Ansys 17.0 (2016) é muito adotado pelas comunidades científicas nacional e internacional.

O Ansys 17.0 (2016) possui interface gráfica (*Graphical User Interface*, GUI) que permite ao usuário criar seu modelo de maneira interativa. Diferentemente de outros programas de análise estrutural, o Ansys 17.0 (2016) oferece uma linguagem de programação chamada *Ansys Parametric Design Language* (APDL), que pode ser utilizada para criação do modelo, realizar a análise desejada e extrair resultados. Todas as tarefas que podem ser executadas com o uso do GUI também podem ser realizadas com código em APDL.

A linguagem APDL possibilita o uso de operações matemáticas, de rotinas de repetição (*loops*) e de comandos para tomada de decisão (*if-then-else*) que facilitam na alteração do modelo numérico. Escrever programas em APDL requer do usuário maior tempo de estudo e boa familiaridade com grande número de comandos. No entanto, é vantajoso adotar a linguagem paramétrica quando é necessário criar diversos modelos similares, pois permite resolver inúmeros problemas com códigos relativamente curtos, tornando os estudos paramétricos, tais como os desenvolvidos nos capítulos 6 e 7 deste trabalho, mais rápidos.

Neste trabalho são realizadas análises lineares e não lineares, com auxílio do programa Ansys 17.0 (2016), a fim de se obter o momento crítico elástico e o momento fletor resistente nominal para o estado-limite último de flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas de aço e concreto. Na análise de flambagem é obtido o autovalor que será o multiplicador da força crítica e o autovetor associado fornece o correspondente modo de flambagem. Realizou-se a modelagem numérica por meio do código em APDL, com o intuito de reduzir o tempo requerido durante a modelagem e possibilitar a criação de um grande número

de modelos. Como o Ansys 17.0 (2016) não oferece um ambiente para o desenvolvimento desses códigos que disponha de ferramentas, como marcação colorida de sintaxe, a escrita do código acaba sendo feita em editores de texto genéricos, resultando em arquivo final de difícil leitura. Para contornar esse problema, foi empregado o programa PeDAL, um editor de APDL que reconhece palavras-chave e fornece facilidades adicionais, como acesso direto à documentação de ajuda do Ansys 17.0 (2016).

4.3 Modelo Numérico

4.3.1 Considerações iniciais

Para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas contínuas deve-se desprezar o concreto tracionado. Como na análise linearizada de flambagem não é possível desprezar a parcela de concreto tracionado, é proposto neste trabalho um modelo numérico simplificado, em que a laje de concreto armado é substituída por uma mola de rigidez rotacional k_1 , obtida pela Equação (2.5).

Essa simplificação é adotada por Roik *et al.* (1990), conforme foi mostrado na Subseção 3.3.2. Nesse caso, o modelo das vigas mistas de aço e concreto com a laje de concreto e os conectores de cisalhamento pode ser substituído por um modelo com uma mola rotacional e uma restrição total ao deslocamento lateral, ambas aplicadas à mesa superior, ao longo de todo o comprimento do perfil de aço (Figura 4.1). Para obter o deslocamento da linha neutra do modelo com mola, devido à presença da laje de concreto armado, deve-se aplicar uma força normal, N_a , de acordo com o descrito na Equação (3.5).

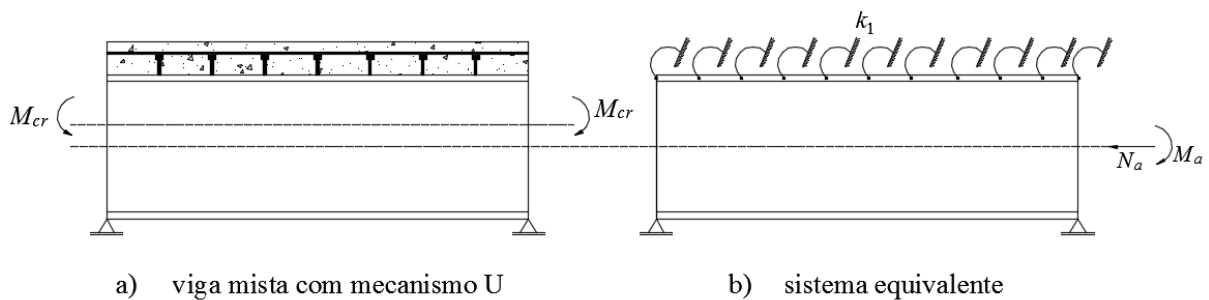


Figura 4.1 – Mecanismo “U” invertido analisado neste trabalho para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas contínuas

Na Subseção 4.3.2 são apresentados os elementos adotados na modelagem numérica para representar o perfil de aço e a mola de rigidez rotacional k_1 . A propriedade do material é descrita na Subseção 4.3.3. O carregamento aplicado e as condições de contorno são apresentados na Subseção 4.3.4. A definição do tamanho da malha de elementos finitos é descrita na Subseção 4.3.5. Por fim, a verificação da adequabilidade das condições de contorno é apresentada no Subseção 4.3.6.

4.3.2 Elementos utilizados

O modelo numérico desenvolvido foi elaborado com base em elementos pré-definidos, disponibilizados na biblioteca interna do Ansys 17.0 (2016). A escolha dos elementos foi realizada considerando aspectos como graus de liberdade, esforço computacional e, principalmente, a representatividade perante o problema em estudo.

Como ilustrado na Figura 4.2, o modelo numérico é constituído por um perfil de aço e enrijecedores, modelados com o elemento de casca *Shell181* e por um elemento de mola, para representar a rigidez da laje, modelado com o elemento *Spring Combin14*. A rigidez rotacional (k_r) dos modelos numéricos assume o valor da rigidez da laje (k_1), pois a rigidez da conexão de cisalhamento (k_3) é desprezada devido a sua pequena influência no valor da rigidez rotacional da viga e a rigidez da alma (k_2) já é considerada no modelo por meio dos elementos de casca *Shell181* que compõem esse elemento do perfil de aço.

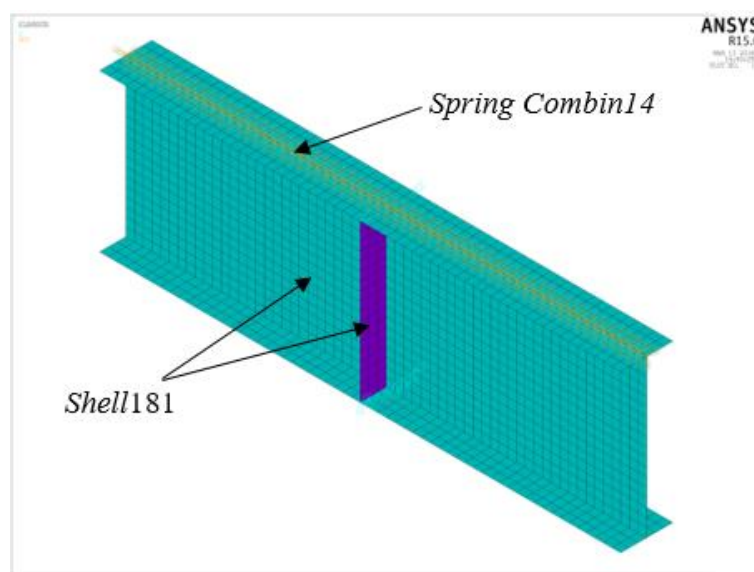


Figura 4.2 – Tipos de elementos adotados no modelo numérico

O elemento *Shell181* foi utilizado para representar o perfil de aço e os enrijecedores. Esse elemento é usado para estruturas de casca de espessura fina ou moderadamente grossa, sendo útil em análises lineares, não lineares, com grandes deslocamentos e grandes deformações, (Ansys, 2016). O elemento *Shell181* é definido por quatro nós e seis graus de liberdade por nó, as translações nas direções x , y e z e as rotações em relação aos eixos x , y e z , de acordo com a Figura 4.3.

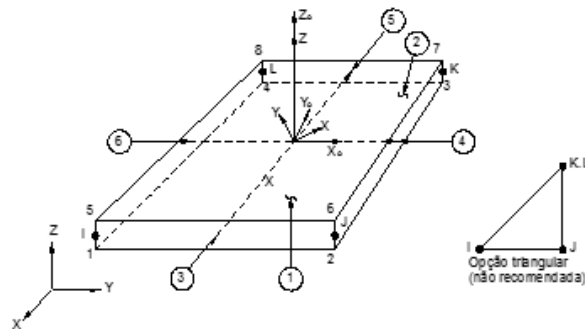


Figura 4.3 – Elemento de casca – *Shell181*. Disponibilizado no *help* do Ansys 17.0 (2016)

O elemento *Spring Combin14* foi utilizado para representar a rigidez da laje na viga mista de aço e concreto. Esse elemento pode ser utilizado para restringir de forma parcial tanto a translação quanto a rotação. Para a opção de rotação, ele é definido pela constante de mola (k) e por dois nós com três graus de liberdade em cada nó: rotação em relação aos eixos x , y e z (Figura 4.4).

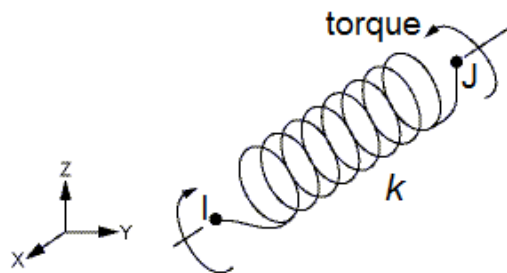


Figura 4.4 – Elemento de mola – *Spring Combin14*. Disponibilizado no Ansys 17.0 (2016)

4.3.3 Propriedades dos materiais

Como na análise linearizada de flambagem são utilizadas apenas as propriedades do material em regime elástico, é necessário definir apenas o módulo de elasticidade longitudinal e o

coeficiente de Poisson do aço. Esses parâmetros foram assumidos como iguais a 20.000 kN/cm² e 0,3 e, respectivamente.

4.3.4 Carregamento aplicado e condições de contorno

O modelo numérico adotado para a determinação do momento crítico elástico representa apenas os trechos de momento negativo da viga mista contínua, sendo por isso denominado modelo simplificado. Para simular esses trechos, o modelo é constituído de um vão em balanço e um vão sobre dois apoios, conforme ilustrado na Figura 4.5-b. O comprimento dos vãos do modelo simplificado corresponde à extensão dos trechos de momento negativo da viga mista contínua, iguais a L_1 e L_2 da Figura 4.5-a. Na extremidade do balanço foi aplicada uma força P que fornece o valor do momento negativo no apoio interno. Para dar a inclinação do diagrama de momento fletor não-uniforme, foi aplicada uma carga distribuída q ao longo de cada vão da viga.

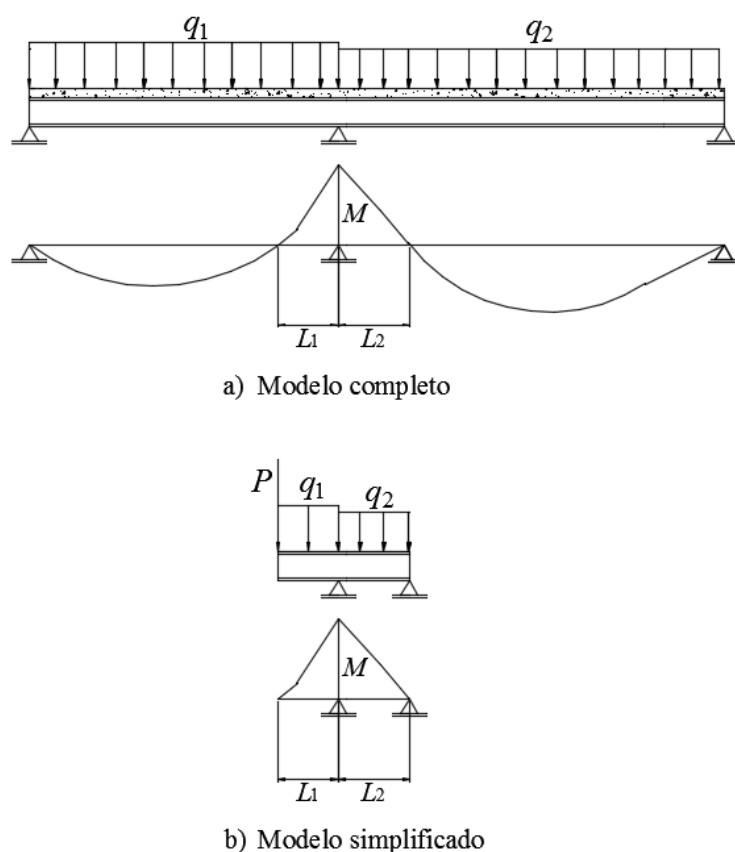


Figura 4.5 – Carregamento aplicado no modelo simplificado

Para o caso de viga mista contínua em que todo o vão interno está submetido a um momento negativo, o modelo simplificado é constituído por dois vãos em balanço e um vão sobre dois

apoios, conforme ilustrado na Figura 4.6-b. Em cada extremidade dos balanços é aplicada uma força concentrada P e ao longo do comprimento da viga uma carga uniformemente distribuída q .

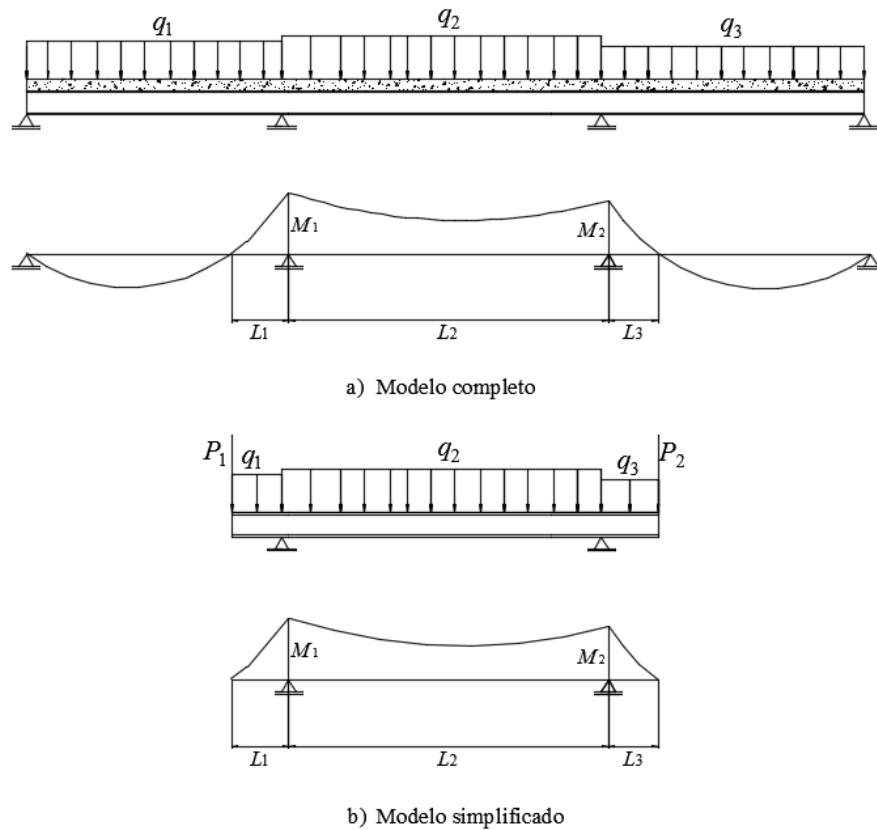


Figura 4.6 – Carregamento aplicado no modelo simplificado de vão interno

Para simular as condições de contorno, no que se refere aos apoios da viga, na extremidade do trecho sobre dois apoios, o deslocamento na direção global y foi restringido no centro geométrico do perfil de aço e na direção global x na mesa inferior. No apoio interno da viga, o deslocamento na direção global y foi restringido, com essa restrição aplicada na mesa inferior do perfil. Para simular o vínculo de garfo e impedir o giro das seções transversais do apoio interno, os deslocamentos na direção z foram restringidos nos nós extremos das mesas superior e inferior. Enrijecedores transversais foram modelados nas seções transversais dos apoios, para anular qualquer influência de deformações locais nessa região (Figura 4.7).

Para representar a rigidez da laje, na mesa superior, ao longo de todo o comprimento da viga, foi modelada uma mola rotacional de rigidez k_1 e uma restrição lateral, ao deslocamento na direção z (Figura 4.7). Conforme sugerido pelo Ansys 17.0 (2016), o elemento *Combin14* foi definido por dois nós coincidentes, ou seja, nós com as mesmas coordenadas em x , y e z . Esse elemento foi adicionado ao eixo geométrico da mesa superior do perfil de aço. Para dar

estabilidade ao elemento de mola, o nó não conectado ao elemento *Shell181* foi restringido em todas as direções (translações e rotações em x , y e z).

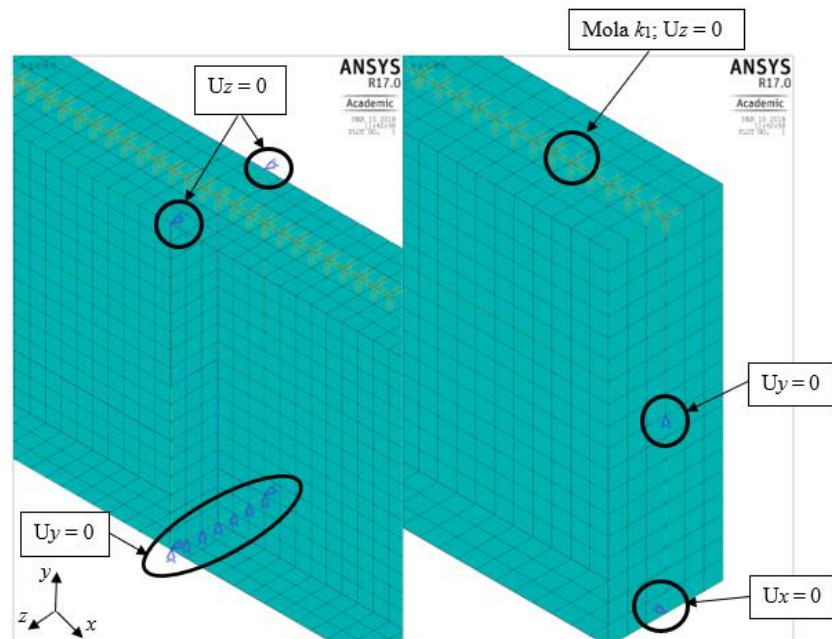


Figura 4.7 – Condições de contorno do modelo numérico

Para o deslocamento da linha neutra, foi introduzida uma força normal N_a distribuída por todos os nós da seção transversal ao longo da viga, conforme ilustrado na Figura 4.8. O valor dessa força é obtido pela Equação (3.5).

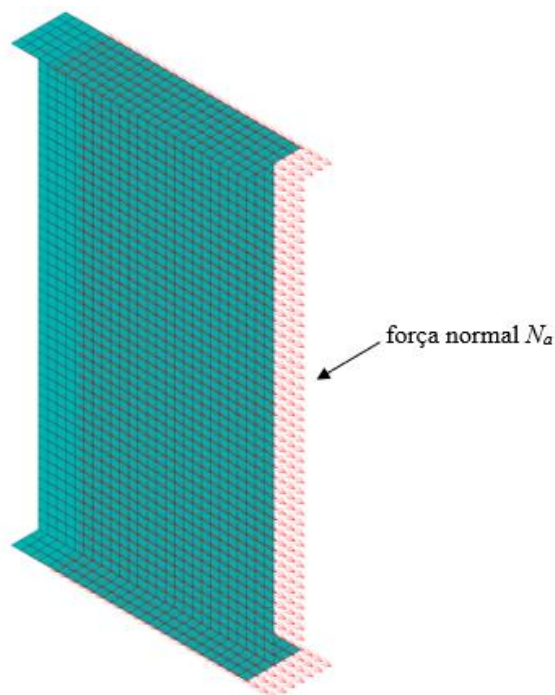


Figura 4.8 – Trecho da viga que mostra a aplicação da força normal

4.3.5 Malha de elementos finitos

O Ansys 17.0 (2016) possui duas alternativas para a geração da malha de elementos finitos, livre ou mapeada. A malha livre é gerada automaticamente pelo programa, enquanto a mapeada é definida pelo usuário, que estabelece a forma e o tamanho dos elementos. Optou-se, nesta modelagem numérica, pela geração mapeada da malha.

Para definir o tamanho do elemento do perfil de aço, foi realizado um estudo de malha composto por elementos de dimensões variando da largura da mesa até um vigésimo dessa largura, totalizando 20 modelos (Tabela 4.1). A viga mista do estudo submetida a um momento fletor não uniforme era de perfil de aço com altura de 600 mm, largura da mesa de 200 mm, espessura da mesa de 16 mm e espessura da alma de 12,5 mm e comprimento do trecho de momento fletor negativo igual a 10 m. Para a rigidez rotacional do elemento de mola, adotou-se o valor de 1.180 kN.m/m, o que corresponde a uma laje de concreto armado de altura igual a 0,12 m com armadura negativa longitudinal e transversal de 20 cm²/m e armadura positiva longitudinal e transversal de 9,5 cm²/m. A linha neutra foi deslocada de 120 mm do centro geométrico do perfil de aço por meio da aplicação de um esforço axial variável ao longo do comprimento do vão, conforme explicitado na subseção anterior.

A Figura 4.9 mostra os autovalores obtidos da análise linearizada de flambagem em função do número total de elementos. O eixo horizontal marca a quantidade de elementos correspondente à densidade de malha. Visualmente, seria possível marcar como número ótimo de elementos aquele que ocorre ao final do trecho curvo do gráfico, ou seja, malha com um número de elementos próximo a cinco mil. Conclui-se através desse estudo de malha que elementos com dimensão igual a um sexto da largura da mesa, modelo EM6 da Tabela 4.1, geram resposta suficientemente boa, a partir da qual não foram observadas diferenças significativas nos resultados (desvio de -0,28%, conforme apresentado na Tabela 4.1).

Tabela 4.1 – Descrição do estudo de malha e resultado obtido

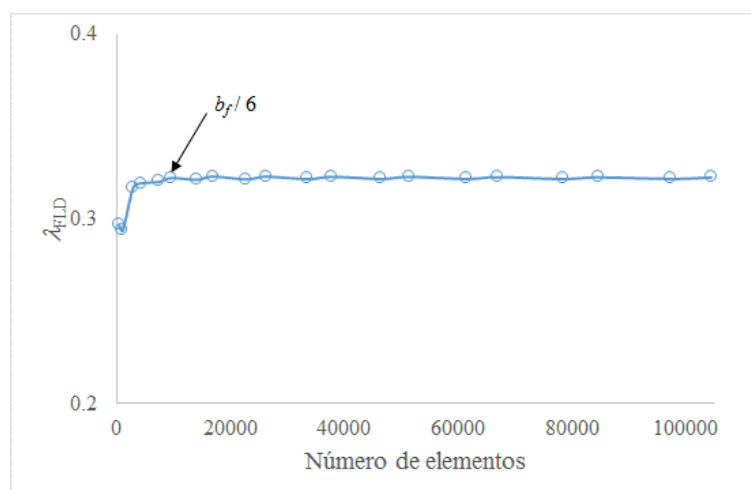
(continua)

nº modelo	tamanho malha (mm)	total de elementos	λ	Desvio com relação à malha seguinte (%)
EM1	200	475	0.29671	-1,00
EM2	100	1,137	0.29374	7,90
EM3	67	2,971	0.31695	0,73
EM4	50	4,345	0.31925	0,25

Tabela 4.1 – Descrição do estudo de malha e resultado obtido

(conclusão)

n° modelo	tamanho malha (mm)	total de elementos	λ	Desvio com relação à malha seguinte (%)
EM5	40	7,539	0.32004	0,64
EM6	33	9,625	0.32210	-0,28
EM7	29	14,179	0.32119	0,53
EM8	25	16,977	0.32289	-0,45
EM9	22	22,891	0.32143	0,44
EM10	20	26,400	0.32286	-0,42
EM11	18	33,675	0.32151	0,38
EM12	17	37,897	0.32274	-0,34
EM13	15	46,531	0.32164	0,34
EM14	14	51,465	0.32272	-0,34
EM15	13	61,459	0.32161	0,30
EM16	13	67,105	0.32257	-0,31
EM17	12	78,459	0.32157	0,27
EM18	11	84,817	0.32243	-0,25
EM19	11	97,531	0.32161	0,25
EM20	10	104,601	0.32240	-

Figura 4.9 – λ_{FLD} versus número de elementos

4.3.6 Análise das condições de contorno do modelo numérico

Com a malha definida no item anterior, foi feita uma avaliação das condições de contorno para determinar o impacto das seguintes simplificações: (i) adoção da extremidade da esquerda do modelo sem vínculos (em balanço) apesar da continuidade da viga e (ii) comprimento do modelo igual ao comprimento da região de momento negativo. Foi analisada a situação em que

a extremidade do balanço da viga tem os deslocamentos laterais totalmente restringidos, simulando um vínculo de garfo nessa região (Figura 4.10-a), e a situação dessa extremidade com rotação livre (Figura 4.10-b). Para isso, foram analisadas quatro vigas, conforme apresentadas na Tabela 4.2. Os resultados obtidos também constam nessa tabela, sendo o valor do momento crítico elástico para a situação da extremidade do balanço com vínculo de garfo simbolizado por $M_{cr,R}$ e o valor do momento para a condição de extremidade do balanço com rotação livre por $M_{cr,L}$.

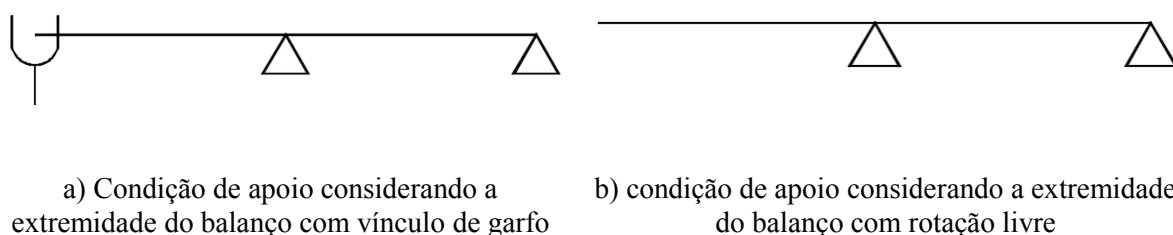


Figura 4.10 – Análise das condições de contorno do modelo numérico

Tabela 4.2 – Descrição dos modelos para análise das condições de contorno e resultado obtido

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_w (mm)	t_f (mm)	L (m)	$M_{cr,R}$ (kN.m)	$M_{cr,L}$ (kN.m)	$\frac{M_{cr,R}}{M_{cr,L}}$
ECC1	300	100	6,3	9,5	6	160,89	160,12	1,005
ECC2	400	100	6,3	9,5	8	155,54	154,85	1,004
ECC3	500	200	9,5	12,5	10	899,67	895,79	1,004
ECC4	600	200	9,5	12,5	12	868,55	863,79	1,006
média								1,005

Observa-se na Tabela 4.2 que a diferença entre os resultados obtidos com extremidade do balanço com vínculo de garfo ou com rotação livre corresponde a 0,5%, o que demonstra que a consideração do balanço na extremidade esquerda no modelo numérico não influencia nos resultados.

Nos modelos numéricos, para o estudo do momento crítico elástico deste trabalho, é considerada toda a região de momento negativo, ou seja, os comprimentos dos trechos de momento negativo em cada lado dos apoios internos, diferentemente dos modelos de Roik *et al.* (1990) que estudaram a FLD considerando apenas um vão biapoiado. Para demonstrar que é necessário modelar todo o comprimento de momento negativo, assume-se uma situação em que o trecho sobre dois apoios corresponde à metade do vão da viga, ilustrado na Figura 4.11-a, e outra situação em que esse trecho é igual a 0,5 m (Figura 4.11-b), considerando a extremidade em balanço sempre igual à metade do vão total da viga. Para isso,

foram analisadas quatro vigas, conforme descrito na Tabela 4.3. Os resultados obtidos também constam nessa tabela, sendo o valor do momento crítico elástico para a situação do trecho sobre dois apoios igual a metade do vão da viga simbolizado por $M_{cr,T}$ e o valor do momento para a condição do trecho sobre dois apoios igual a 0,5 m por $M_{cr,M}$.

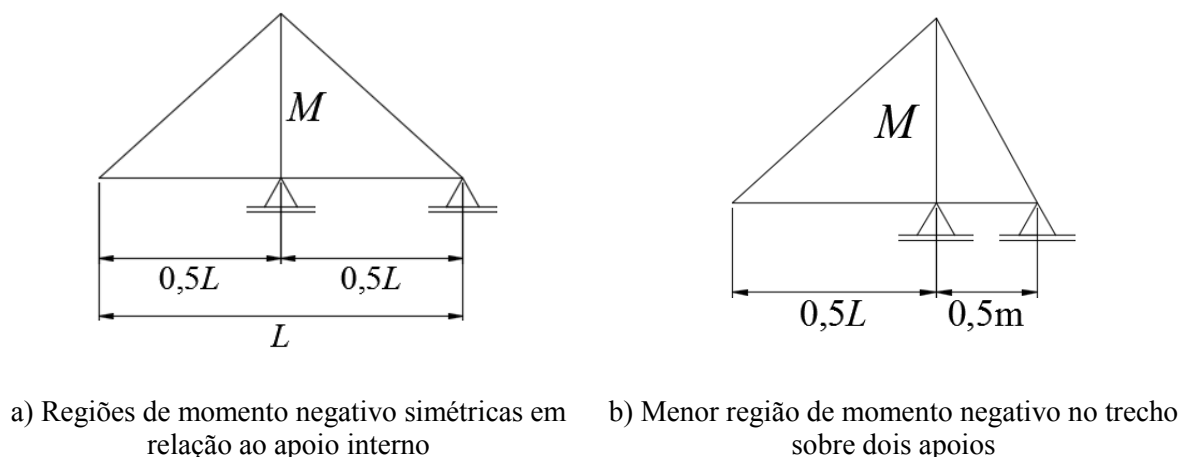


Figura 4.11 – Análise da influência da região de momento negativo no modelo numérico

Tabela 4.3 – Modelos para análise da região de momento negativo e resultado obtido

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_w (mm)	t_f (mm)	L (m)	$M_{cr,T}$ (kN.m)	$M_{cr,M}$ (kN.m)	$\frac{M_{cr,M}}{M_{cr,T}}$
ECC5	300	100	6,3	9,5	6	160,12	188,40	1,18
ECC6	400	100	6,3	9,5	8	154,85	174,41	1,13
ECC7	500	200	9,5	12,5	10	895,79	1154,24	1,29
ECC8	600	200	9,5	12,5	12	863,79	1075,67	1,24
média								1,21

Observa-se na Tabela 4.3 que a diferença obtida entre a situação com maior trecho de momento negativo e a de menor trecho de momento negativo corresponde em média a 21%, chegando a casos em que a diferença foi de 29%. Isso demonstra a importância de se considerar todo o trecho de momento negativo no modelo numérico.

4.4 Aferição da modelagem numérica

4.4.1 Considerações iniciais

Como as formulações apresentadas na literatura para a determinação de M_{cr} à FLD de vigas mistas contínuas não fornecem resultados consistentes, é inviável realizar a validação do

modelo numérico analisando esse fenômeno. Por essa razão, será realizada uma comparação do modelo numérico considerando fenômenos bastantes conhecidos e estudados na literatura, como a flambagem lateral com torção (FLT - Subseção 4.4.2), a flambagem por flexão (Subseção 4.4.3) e a flambagem por torção (Subseção 4.4.4) que ocorrem em barras puramente de aço axialmente comprimidas. Como a equação desenvolvida analiticamente por Dias (2018) apresenta um melhor resultado para a determinação do momento crítico elástico à FLD, para a validação do modelo numérico, considerou-se também uma viga mista com rigidez da laje infinita e sem deslocamento da linha neutra elástica, sendo os resultados obtidos numericamente comparados com os obtidos pela equação de Dias (2018), apresentado na Subseção 4.4.5.

Para realizar a comparação dos resultados numéricos, considerando as barras puramente de aço, serão removidas do modelo numérico as restrições impostas pela laje e o deslocamento da linha neutra causado pela força normal. Remove-se também os enrijecedores de alma para que não sejam parcialmente restritos alguns deslocamentos. Além disso, serão alteradas levemente as condições de contorno e carregamento, considerando apenas o trecho sobre dois apoios da viga. Para análise da FLT será aplicado um binário nas extremidades da viga, de modo que essa viga fique submetida apenas a momento fletor uniforme. Com um modelo similar ao apresentado para FLT, removendo o binário e introduzindo apenas uma força de compressão, é possível determinar as forças críticas de flambagem por flexão e de flambagem por torção.

4.4.2 Flambagem lateral com torção

A flambagem lateral com torção (FLT) ocorre em vigas puramente de aço, sendo caracterizada pelo deslocamento lateral do perfil e, simultaneamente, seu giro em torno do centro de torção. O momento crítico de FLT nas vigas com seção I duplamente simétrica, sujeitas à flexão pura em relação ao eixo central de inércia perpendicular à alma (eixo x), para a situação em que as extremidades do comprimento destravado apresentam vínculo de garfo, sob atuação de momento uniforme, pode ser calculado a partir da seguinte equação analítica clássica (Timoshenko e Gere, 1961):

$$M_{cr,FLT} = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{E_a I_y G_a J + \left(\frac{\pi E_a}{L_b} \right)^2 I_y C_w} \quad (4.1)$$

onde E_a é o módulo de elasticidade do aço do perfil, G_a o módulo de elasticidade transversal do aço do perfil, I_y o momento de inércia do perfil de aço em relação ao eixo central de inércia que

passa pelo plano médio da alma (eixo y), L_b o comprimento destravado da viga, C_w a constante de empenamento do perfil de aço e J a constante de torção do perfil de aço.

Para a validação do modelo numérico considerando a FLT, foram analisadas as quatro vigas apresentadas na Tabela 4.4. Os resultados obtidos pela Equação (4.1), $M_{cr,an}$, e os obtidos numericamente, $M_{cr,num}$, também são apresentados nessa tabela. A Figura 4.12 apresenta o modo de flambagem do modelo MV3, típico de todos os outros analisados nesta subseção.

Tabela 4.4 – Descrição do modelo de FLT e resultado obtido

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_w (mm)	t_f (mm)	L_b (m)	$M_{cr,an}$ (kN.m)	$M_{cr,num}$ (kN.m)	$\frac{M_{cr,num}}{M_{cr,an}}$
MV1	150	100	4,3	4,9	3	18,55	17,79	0,96
MV2	260	100	6,4	10	6	27,80	26,34	0,95
MV3	360	170	6,9	9,8	6,5	93,73	89,42	0,95
MV4	530	210	10,9	17,4	10	243,60	230,43	0,95
							média	0,95

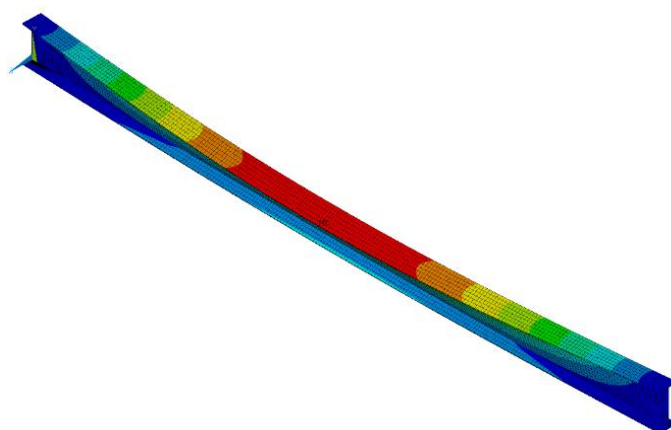


Figura 4.12 – Flambagem lateral com torção do modelo MV3

Os desvios da ordem de 5% para menos nos modelos numéricos podem parecer altos quando se realiza uma análise de flambagem elástica por elementos finitos de um problema de solução analítica precisa e conhecida. No entanto, é importante destacar que a formulação da Equação (4.1) foi desenvolvida considerando-se a teoria de barras, levando em conta a hipótese de manutenção da forma da seção transversal, enquanto o modelo numérico é constituído por elementos de placas. Uma análise mais detalhada do modo de flambagem obtido permite constatar a ocorrência do fenômeno da distorção da seção transversal nos modelos analisados, atingindo principalmente a alma. Essa distorção ocasiona uma redução do momento crítico elástico à FLT, que explica os desvios dos resultados obtidos. Silva (2016) também observou

em suas análises desvios dos momentos críticos numéricos da ordem de 5% causados pela distorção quando comparados aos resultados analíticos em modelos de vigas sujeitas a momento uniforme com aproximadamente a mesma esbeltez da alma dos apresentados nesta subseção.

4.4.3 Flambagem por flexão

Quando a força axial de compressão em uma barra de eixo perfeitamente reto atinge um determinado valor, a barra se torna subitamente encurvada, em um fenômeno conhecido como flambagem por flexão. De maneira similar ao que foi feito na subseção anterior, comprimindo as barras, é possível analisar a adequabilidade do modelo ao se verificar a força crítica de flambagem por flexão, dada analiticamente, pela seguinte equação:

$$N_e = \frac{\pi^2 E_a I_y}{L_y^2} \quad (4.2)$$

onde E_a é o módulo de elasticidade do aço do perfil, I_y o momento de inércia do perfil de aço em relação ao eixo y e L_y é o comprimento de flambagem por flexão em torno do eixo y (eixo de menor momento de inércia da seção transversal).

Para a validação do modelo numérico considerando a flambagem por flexão, foram analisadas quatro barras com as mesmas dimensões das vigas apresentadas na Tabela 4.4, todas birrotuladas. Os resultados obtidos pela Equação (4.2), $N_{e,an}$, e os obtidos numericamente, $N_{e,num}$, são apresentados na Tabela 4.5. A Figura 4.13 apresenta o modo de flambagem do modelo MV7, típico de todos os outros analisados nesta subseção.

Tabela 4.5 – Descrição do modelo de flambagem por flexão e resultado obtido

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_w (mm)	t_f (mm)	L_y (m)	$N_{e,an}$ (kN)	$N_{e,num}$ (kN)	$\frac{N_{e,num}}{N_{e,an}}$
MV5	150	100	4,3	4,9	3	179,33	171,83	0,96
MV6	260	100	6,4	10	6	91,7	88,83	0,97
MV7	360	170	6,9	9,8	6,5	375,37	357,61	0,95
MV8	530	210	10,9	17,4	10	531,26	511,29	0,96
							média	0,96

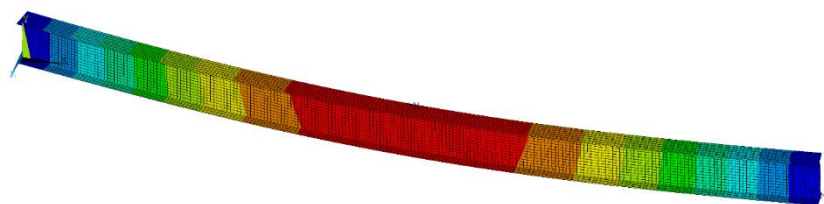


Figura 4.13 – Flambagem por flexão do modelo MV7

A mesma ordem de grandeza dos desvios quando se analisa o momento crítico de FLT é observada para a flambagem por flexão. Novamente, o motivo reside na distorção da alma dos perfis, que se manifesta nos modelos numéricos.

4.4.4 Flambagem por torção

Outra análise possível, comprimindo as barras, consiste em analisar a adequabilidade do modelo ao se verificar a força crítica de flambagem por torção, cujo valor pode ser obtido analiticamente como:

$$N_{e,z} = \frac{1}{r_0^2} \left(\frac{\pi^2 E_a C_w}{L_z^2} + G_a J \right) \quad (4.3)$$

onde r_0 é o raio de giração polar da seção em relação ao seu centro de torção, E_a o módulo de elasticidade do aço do perfil, G_a o módulo de elasticidade transversal do aço do perfil, J a constante de torção do perfil de aço, C_w a constante de empenamento do perfil de aço e L_z o comprimento de flambagem por torção.

Os mesmos modelos gerados anteriormente podem ser utilizados nessa análise, alterando somente o modo de flambagem escolhido. Nos casos analisados, os modos de flambagem correspondentes à torção foram o segundo ou o terceiro, precedidos sempre pela flambagem por flexão em torno do eixo de menor inércia, apresentada na subseção anterior. Os modelos e resultados obtidos para esses casos são apresentados na Tabela 4.6. A Figura 4.14 apresenta o modo de flambagem do modelo MV12, típico de todos os outros analisados nesta subseção (notar que, nas extremidades, o perfil teve a rotação impedida e o empenamento liberado).

Tabela 4.6 – Descrição do modelo de flambagem por torção e resultado obtido

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_w (mm)	t_f (mm)	L_b (m)	$N_{ez,an}$ (kN)	$N_{ez,num}$ (kN)	$\frac{N_{e,num}}{N_{e,an}}$
MV9	150	100	4,3	4,9	3	413,25	397,48	0,96
MV10	260	100	6,4	10	6	688,12	688,12	0,93
MV11	360	170	6,9	9,8	6,5	952,72	952,72	0,95
MV12	530	210	10,9	17,4	10	2165,45	2165,45	0,93
							média	0,94

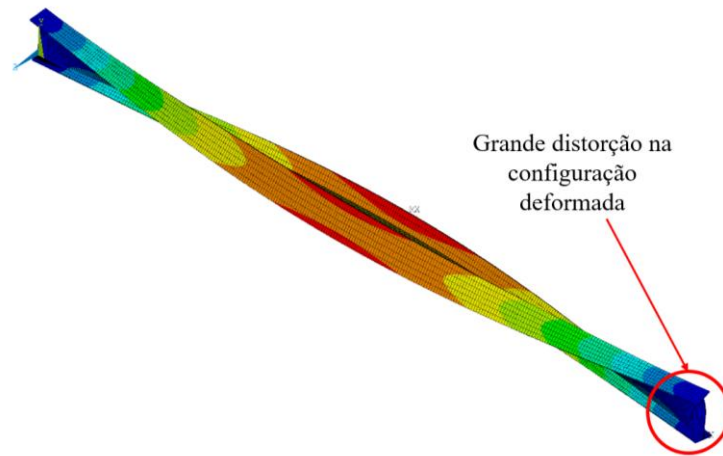


Figura 4.14 – Flambagem por torção do modelo MV12

Desvios de até 7% são observados nos casos apresentados para flambagem por torção. É perceptível da Figura 4.14 que a distorção exerce um papel importante nessa flambagem, estando mais presente nesses casos que nos analisados anteriormente, o que aumenta a diferença entre os modelos numéricos e a formulação analítica.

4.4.5 Flambagem lateral com distorção

Com relação a análise da flambagem lateral com distorção é utilizada a equação para a determinação do M_{cr} proposta por Dias (2018), Equação (3.47), aqui repetida para maior clareza.

$$M_a = \frac{1}{h_0} \left\{ G_a J + \frac{E_a C_{w,d}}{L^2} \left[(n\pi)^2 + \left(\frac{\eta_b}{n\pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.47)\text{-a}$$

Para a validação do modelo numérico considerando a FLD, foram analisadas as quatro vigas apresentadas na Tabela 4.7. Os resultados obtidos pela Equação (3.47), $M_{cr,an}$, e os obtidos numericamente, $M_{cr,num}$, também são apresentados nessa tabela. A Figura 4.12 apresenta o modo de FLD obtido numericamente, típico de todos os modelos analisados nesta subseção.

Tabela 4.7 – Descrição do modelo de FLD e resultado obtido

Modelo	h_0 (mm)	b_f (mm)	t_w (mm)	t_f (mm)	L (m)	$M_{cr,an}$ (kN.m)	$M_{cr,num}$ (kN.m)	$\frac{M_{cr,num}}{M_{cr,an}}$
MV13	300	100	5,0	5,55	9	99,44	100,21	1,01
MV14	600	150	10,0	12,5	15	564,28	575,99	1,02
MV15	900	300	11,25	15,0	18	1.627,17	1.638,44	1,01
MV16	1.200	400	15,0	20,0	24	3.857,01	3.883,71	1,01
							média	1,01

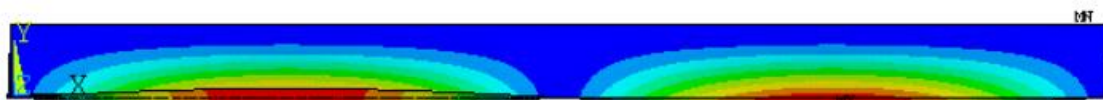


Figura 4.15 – Flambagem lateral com distorção obtido numericamente

Como pode ser observado na Tabela 4.7, o desvio médio obtido entre o resultado numérico e o analítico é de apenas 1% para mais, confirmando a adequabilidade da modelagem numérica desenvolvida neste trabalho.

4.4.6 Consideração final

Diante das comparações de resultados apresentadas nas subseções 4.4.2, 4.4.3, 4.4.4 e 4.4.5, considera-se que a modelagem numérica desenvolvida é capaz de prever com precisão adequada os valores de momento crítico elástico de vigas mistas contínuas, estando, assim, validada.

5

DEFINIÇÃO E AFERIÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA PARA DETERMINAÇÃO DO MOMENTO RESISTENTE À FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO

5.1 Considerações Gerais

Este capítulo tem como objetivo apresentar o modelo numérico adotado para a realização de análise não linear, via método dos elementos finitos, de vigas mistas contínuas de aço e concreto, utilizando o programa Ansys 17.0 (2016). Para aferição do modelo, utilizou-se os ensaios experimentais realizado por Chen (1992).

Na Seção 5.2 é apresentado o programa numérico utilizado neste trabalho, descrevendo como são as considerações da análise não linear no Ansys 17.0 (2016). A descrição detalhada do modelo numérico adotado encontra-se na Seção 5.3, onde são apresentados os elementos utilizados, as relações constitutivas dos materiais, a definição da malha de elementos finitos, a análise de sensibilidade das tensões residuais e da imperfeição geométrica, além dos detalhes da análise numérica e das técnicas de solução empregadas.

Na Seção 5.4 são apresentados os modelos numéricos que representam os ensaios realizados por Chen (1992). Com o intuito de aferir a modelagem, os resultados obtidos numericamente são confrontados com os resultados dos experimentos.

5.2 Análise Não Linear no Programa Ansys

Em uma análise não linear, é possível obter a máxima capacidade resistente de uma determinada estrutura. Para isso, devem-se levar em consideração no modelo numérico as não linearidades geométricas e de materiais.

No Ansys 17.0 (2016), assim como em outros programas que usam o MEF, a análise não linear muitas vezes é precedida de uma análise linearizada de flambagem. Por meio dessa análise, é possível obter a deformada do modelo, com deslocamentos normalizados, que pode ser usada na definição das imperfeições geométricas iniciais na estrutura analisada. Em seguida, podem-se inserir as demais não linearidades no modelo numérico, como as tensões residuais.

Após inserir as não linearidades, deve-se definir o método de resolução não linear a ser adotado. No Ansys 17.0 (2016), pode-se optar pela aproximação de Newton-Raphson para a resolução das equações de equilíbrio não lineares. Nessa aproximação, as forças aplicadas são subdivididas em uma série de incrementos que podem ser aplicados em diversas etapas. Antes de cada solução, o método de Newton-Raphson avalia o vetor de forças desbalanceadas, considerando a diferença entre as forças internas e as forças aplicadas. O Ansys 17.0 (2016) executa então uma análise linear usando as forças desbalanceadas e verifica a convergência. Se os critérios de convergência adotados não forem satisfeitos, o vetor de forças desbalanceadas é reavaliado, sendo atualizada a matriz de rigidez e obtida uma nova solução. Esse procedimento iterativo prossegue até se obter a convergência do problema. Com o resultado da resolução do sistema não linear é possível obter o diagrama de força *versus* deslocamento da estrutura e, conseqüentemente, o valor da força última.

Um grande número de aceleradores de convergência, como o *line-search*, incremento automático de forças aplicadas e o método da bisseção podem ser ativados para ajudar na convergência. Se a convergência não for atingida, o programa tenta resolver com um incremento de forças menor. Em algumas análises não lineares, quando se usa o método do Newton-Raphson isolado, a matriz de rigidez tangente pode se tornar singular, causando dificuldades na convergência. Para tais situações, pode-se ativar um esquema alternativo de interação, adotando o método de comprimento de arco (*arc-length*), que evita pontos limites de carga e deslocamentos.

5.3 Modelo Numérico

5.3.1 Considerações iniciais

O modelo numérico desenvolvido neste trabalho visa a retratar o mecanismo “U” invertido de viga mista de aço e concreto para a obtenção do momento fletor resistente nominal à FLD. Esse

modelo é constituído por uma laje de concreto armado, conectores de cisalhamento e dois perfis I de aço com alma cheia (Figura 5.1).

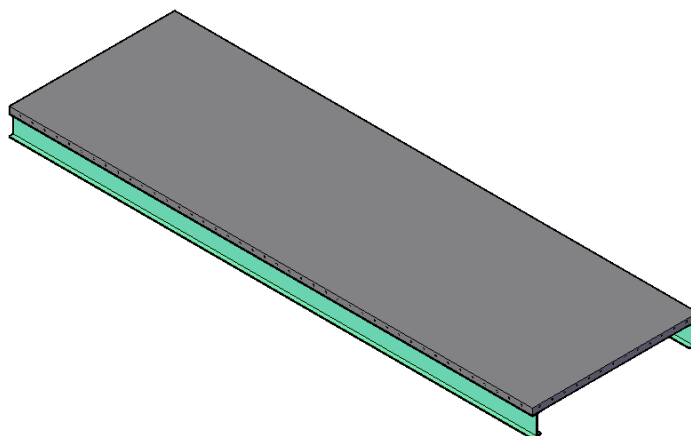


Figura 5.1 – Mecanismo “U” invertido analisado neste trabalho

Como há simetria em relação ao plano médio paralelo à alma dos perfis de aço que passa pelo meio da laje, adotou-se um modelo numérico constituído apenas por um perfil de aço e pela metade da laje de concreto armado, conforme ilustrado na Figura 5.2. Na extremidade livre da laje desse modelo serão implementados apoios que simulem a simetria do modelo, sendo essa condição de contorno descrita detalhadamente na Subseção 5.4.2. Ao adotar essa condição de simetria há uma redução no número de nós e elementos do modelo numérico e, consequentemente, ganho no desempenho computacional.

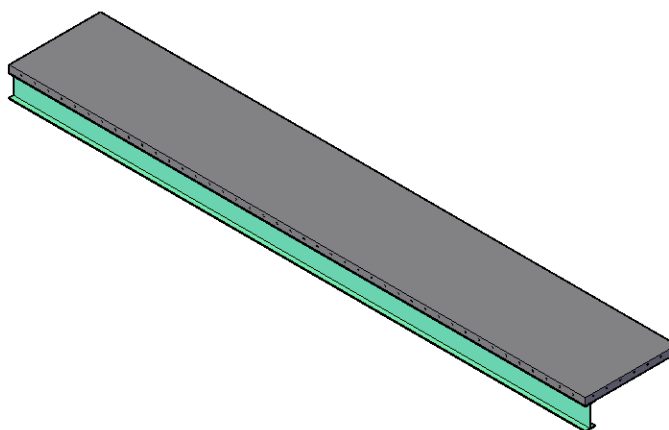


Figura 5.2 – Modelo numérico simplificado que representa o mecanismo “U” invertido

Na Subseção 5.3.2 são apresentados os elementos adotados na modelagem numérica para representar a laje de concreto armado, os conectores de cisalhamento e o perfil de aço. As relações constitutivas e as propriedades dos materiais são descritas na Subseção 5.3.3. A

definição do tamanho da malha de elementos finitos é descrita na Subseção 5.3.4. A análise de sensibilidade da distribuição das tensões residuais e da imperfeição geométrica são descritas nas subseções 5.3.5 e 5.3.6, respectivamente. Por fim, na Subseção 5.3.7 são apresentados os detalhes da modelagem numérica e as técnicas de solução empregadas.

5.3.2 Elementos utilizados

Como ilustrado na Figura 5.3, o modelo numérico é constituído por um perfil de aço de alma cheia, modelado com o elemento de casca *Shell181*, por uma laje de concreto armado, modelada com o elemento *Solid65*, e por conectores de cisalhamento pino com cabeça, modelados com o elemento *Beam188*. Para permitir o contato entre a laje de concreto armado e a mesa superior do perfil de aço, foram utilizados os elementos *Conta173* e *Targe170*.

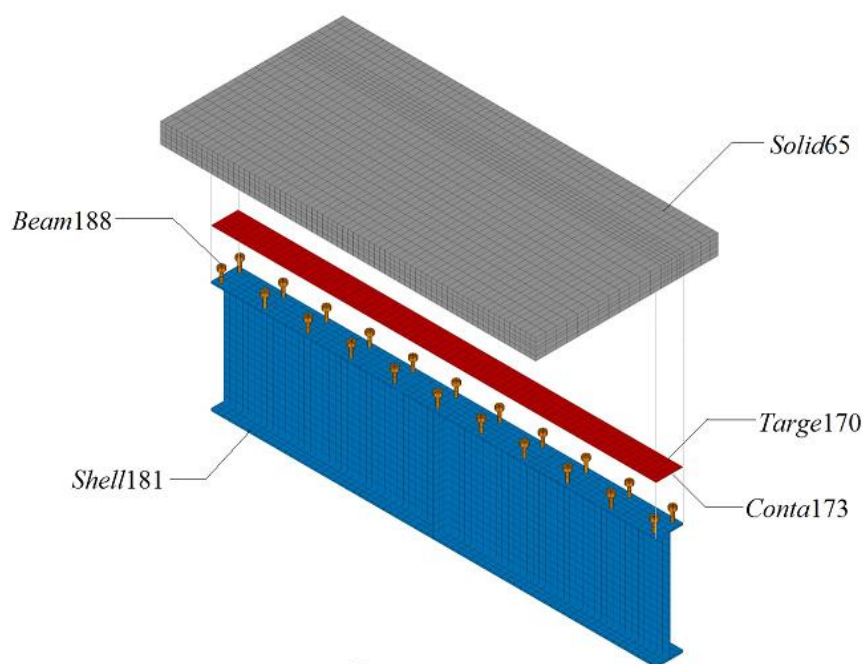


Figura 5.3 – Tipos de elementos adotados no modelo numérico

O elemento *Shell181* foi utilizado no modelo numérico para representar o perfil de aço, além dos enrijecedores que são posicionados nos apoios. Esse tipo de elemento é adotado na modelagem de casca de espessura fina ou moderadamente grossa, sendo definido por quatro nós. Cada nó possui seis graus de liberdade, que são as translações e as rotações em relação aos eixos x , y e z . Conforme informado no *help* do Ansys 17.0 (2016), o *Shell181* é útil para análises lineares, não lineares, com grandes deslocamentos e deformações. Pode-se definir o material desse elemento como elástico linear ou elastoplástico. O critério de escoamento de

von Mises (von Mises, 1913) pode ser utilizado quando o material for considerado dúctil e isotrópico, podendo-se optar por uma das três opções: BISO (Bilinear ISOtrópico), MISO (Multilinear ISOtrópico) ou NLISO (Não-Linear ISOtrópico).

Para simular a laje de concreto armado, utilizou-se o elemento *Solid65*, definido por oito nós, cada um com três graus de liberdade, que são as translações nas direções x , y e z . Geralmente, adota-se esse elemento para a modelagem tridimensional de sólidos de concreto com ou sem armadura, uma vez que ele possui capacidade de fissuração em regiões tracionadas e de esmagamento nas áreas comprimidas. A armadura é assumida na forma dispersa, considerando sua taxa definida como a razão entre o volume da armadura e o volume total do concreto, em cada uma das direções dos eixos locais do elemento. Como aspecto mais importante desse elemento, tem-se o tratamento não linear das propriedades dos materiais, pois considera a fissuração (em até três direções ortogonais), o esmagamento, a plasticidade e a fluência. Apesar do elemento *Solid65* ser classificado como *legacy* pelo Ansys, ele ainda é bastante utilizado nas pesquisas, uma vez que ele apresenta capacidade de ilustrar graficamente o comportamento à fissuração do concreto, além de permitir considerar a armadura de maneira dispersa. Assim, pesquisas recentes, como a de Zhou e Yan (2017), ainda utilizam esse elemento para simular a laje de concreto armado.

Conforme destacado por Nogueira *et al.* (2010), a superfície de ruptura do elemento *Solid65*, dada pelo modelo de Willam-Warnke (Willam e Warnke, 1974), descreve a falha por tração. Se a superfície de ruptura for atingida por um estado de tensão, admite-se que ocorre a fissuração. Assim, quando qualquer das componentes de tensão principal de tração atingir a resistência à tração do concreto haverá fissuração no plano normal a essa componente. As tensões principais atuantes em uma determinada direção se anulam bruscamente assim que é atingida a superfície de ruptura. O processo de fissuração é representado por meio do conceito de fissura dispersa e de coeficientes de transferência de tensão de cisalhamento que controlam a retenção de rigidez nos planos fissurados.

O elemento *Beam188* foi utilizado para simular os conectores de cisalhamento pino com cabeça. Trata-se de um elemento de viga com dois nós, que possui seis graus de liberdade em cada nó, que são as translações e as rotações em relação aos eixos x , y e z . O *Beam188* foi escolhido para representar os conectores por proporcionar uma modelagem mais simples, sem perder a representatividade nos resultados. Esse elemento responde a esforços de flexão, possibilita a

consideração da não linearidade do material, além de permitir configurar a forma da seção transversal circular do conector de cisalhamento.

O par de elementos *Conta173* e *Targe170* foi empregado para representar o contato existente na interface entre a laje de concreto armado e a mesa superior do perfil de aço. Esses elementos são utilizados em análises tridimensionais com contato do tipo superfície-superfície, sendo capazes de simular a existência de pressão entre os elementos, quando há contato, e a separação entre os mesmos elementos, quando não há contato. O elemento *Conta173* é usado para representar o contato e o deslizamento entre uma superfície deformável, definida por esse elemento, e superfícies alvos tridimensionais, definidas pelo elemento *Targe170*. O *Conta173* pode ser definido por superfícies de elementos sólidos ou de cascas lineares, possuindo quatro nós. Haverá contato entre as superfícies definidas quando o elemento *Conta173* penetrar na superfície alvo, definida pelo elemento *Targe170*.

5.3.3 Relações constitutivas e propriedades dos materiais

5.3.3.1 Considerações iniciais

No modelo numérico de elementos finitos desenvolvidos neste trabalho, considera-se o comportamento não linear do aço, descrito na Subseção 5.3.3.2. O concreto também é adotado como não linear, conforme apresentado na Subseção 5.3.3.3. As características consideradas entre o contato da laje e da mesa superior do perfil de aço são descritas na Subseção 5.3.3.4.

5.3.3.2 Aço

O comportamento uniaxial dos aços do perfil e da armadura é considerado como elastoplástico bilinear, onde a primeira reta é elástica linear até o alcance da resistência ao escoamento, f_y , com módulo tangente igual ao módulo de elasticidade do aço, E_a . A deformação correspondente ao início do escoamento, ε_y , equivale à razão entre f_y e E_a . A segunda reta possui módulo tangente igual a 1/10.000 do módulo de elasticidade do aço, para evitar problemas de convergência numérica (Figura 5.4). Assume-se que o aço segue o critério de von Mises, com regra de encruamento isotrópico, aplicável para análises de materiais dúcteis. Os valores da massa

específica e do coeficiente de Poisson do aço adotado são iguais a 7850 kg/m³ e 0,3, respectivamente.

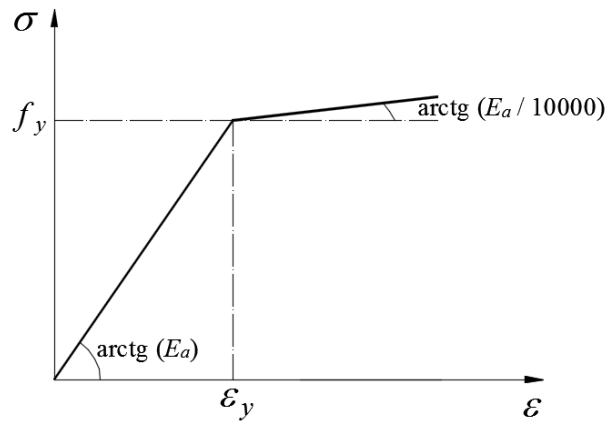


Figura 5.4 – Curva tensão *versus* deformação dos aços

As propriedades mecânicas adotadas para o aço do perfil no modelo de validação são obtidas do trabalho de Chen (1992). O módulo de elasticidade (E_a) corresponde a 205 GPa e a resistência ao escoamento (f_y) do aço é igual a 386,5 MPa. Para a modelagem do comportamento mecânico do aço da armadura passiva, adota-se o módulo de elasticidade, E_s , como igual a 210 GPa e a resistência ao escoamento como igual a 459 MPa.

Para representar o aço dos conectores de cisalhamento nos modelos numéricos deste trabalho, considera-se o material como linear, com módulo de elasticidade igual ao do perfil de aço (E_a).

5.3.3.3 Concreto armado

O comportamento do concreto sob compressão uniaxial foi modelado com base na relação tensão-deformação da norma europeia EN 1992-1-1:2004, definida conforme a seguir e ilustrada esquematicamente na Figura 5.5:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k \eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}, \text{ para } 0 < |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{cu1}| \quad (5.1)$$

onde

σ_c é a tensão de compressão;

f_{cm} é a tensão máxima de compressão;

ε_{c1} é a deformação correspondente à tensão máxima de compressão; sendo $\varepsilon_{c1} = 0,7 f_{cm}^{0,31} < 2,8$, expressa em ‰;

- ε_{cu1} é a deformação correspondente à tensão última, sendo $\varepsilon_{cu1} = 3,5$, expressa em ‰;
- $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$ é a relação entre a deformação ε_c e a deformação correspondente à tensão máxima de compressão ε_{c1} ;
- E_{cm} é o módulo de elasticidade secante do concreto, sendo $E_{cm} = 22 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3}$, com f_{cm} expressa em MPa.
- k é definido como $k = 1,05 E_{cm} \times |\varepsilon_{c1}| / f_{cm}$.

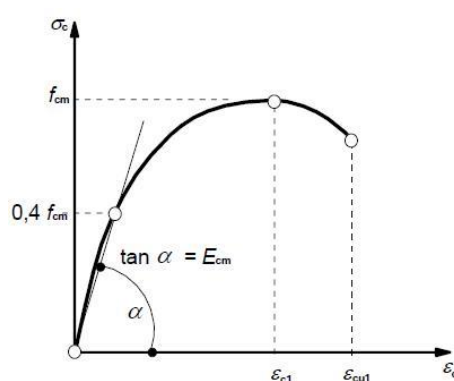
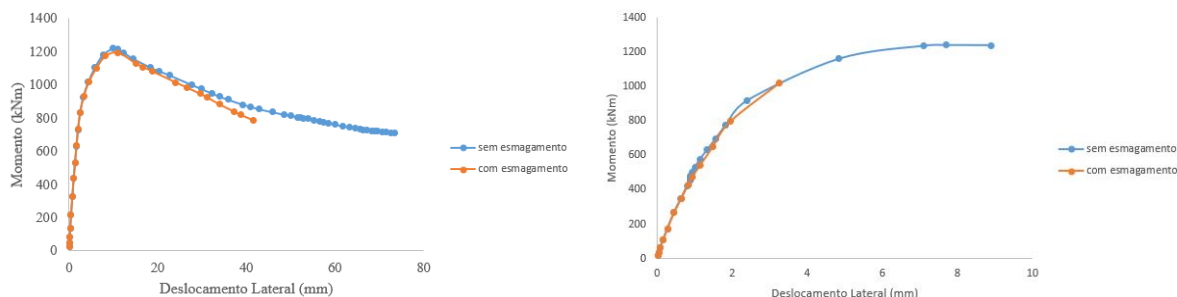


Figura 5.5 – Relação tensão-deformação para o concreto submetido a compressão segundo a norma EN 1992-1-1:2004

No modelo numérico de validação, os valores do coeficiente de Poisson e da massa específica do concreto armado são considerados iguais a 0,20 e 2500 kg/m³, respectivamente. Já o módulo de elasticidade (E_c) e a resistência à compressão (f_{ck}) do concreto são tomados de acordo com os valores fornecidos no trabalho de Chen (1992), iguais a 32 GPa e 38,6 MPa, respectivamente. Para o concreto empregado no presente estudo, a deformação correspondente à tensão máxima ε_{c1} é igual a 2,17 ‰, o módulo de elasticidade secante E_{cm} é igual a 32,99 GPa e, finalmente, o valor do parâmetro adimensional k é igual a 1,95.

Com o intuito de facilitar na convergência da solução numérica, alguns autores como Queiroz (2003), Kotinda (2006) e Gomes (2015) desabilitaram o esmagamento do concreto. No modelo numérico de validação deste trabalho não houve necessidade de se usar essa estratégia, uma vez que ela não contribuiu para melhoria na convergência da solução. Com relação aos modelos numéricos analisados no estudo paramétrico, descritos no Capítulo 7, observou-se que para o modelo padrão, modelo MR1, desabilitar o esmagamento ou considera-lo ocasionou uma diferença muito pequena de resultado, conforme ilustrado na Figura 5.6-a. Entretanto, em

alguns modelos numéricos do estudo paramétrico, ao considerar o esmagamento ativado os modelos deixaram de convergir antes de atingir o momento final (Figura 5.6-b). Assim, para evitar os problemas de convergência no processamento dos modelos do estudo paramétrico, optou-se nesse trabalho por não considerar o esmagamento.



a) Resultado do modelo paramétrico MR1

b) Resultado do modelo paramétrico MR36

Figura 5.6 – Análise da consideração do esmagamento nos modelos numéricos

O comportamento do concreto à tração foi representado por meio do critério de falha de Willam-Warnke, “default” do elemento *Solid65*. O critério de Willam-Warnke permite simular a fissuração do concreto quando submetido a tensões de tração. De acordo com a norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 e com norma europeia EN 1992-1-1:2004, a resistência à tração média pode ser obtida por meio da seguinte equação:

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (5.2)$$

Neste trabalho optou-se por adotar os valores informados por Contamine *et al.* (2011), que realizaram um estudo paramétrico analisando os possíveis valores dos coeficientes de transferência de cisalhamento e concluíram que o valor ideal desses coeficientes é de 0,6 para fissuras abertas e de 0,9 para fissuras fechadas. O intervalo para esses coeficientes é de 0 a 1,0, onde 0 representa uma fissura lisa (perda completa de transferência de cisalhamento) e 1,0 representa uma fissura rugosa (nenhuma perda de transferência de cisalhamento).

5.3.3.4 Características do contato entre o perfil de aço e o concreto armado

Como apresentado na Subseção 5.3.2, o contato entre a laje e a mesa superior do perfil de aço foi estabelecido por meio dos elementos *Conta173* e *Targe170*, o que possibilita o surgimento

de tensões normais de compressão quando o contato é estabelecido, além de permitir a separação entre a laje e o perfil de aço.

O elemento *Conta173* apresenta vários parâmetros que definem seu comportamento e que podem ter seus valores estabelecidos pelo usuário. A rigidez normal do contato é definida por meio das constantes reais FKN e FTOLN do elemento. A constante FKN é um fator que possui intervalo de 0,01 a 1,0, sendo 1,0 o valor preestabelecido pelo Ansys 17.0 (2016). Neste trabalho, adota-se o valor de 0,1 para essa constante, pois o Ansys 17.0 (2016) recomenda esse valor quando a deformação predominante é de flexão. A constante FTOLN é um fator de tolerância que verifica a compatibilidade da penetração, sendo adotado o valor igual a 0,1 preestabelecido pelo Ansys 17.0 (2016). Um coeficiente de atrito nulo entre as superfícies foi definido para o par de elementos de contato.

5.3.4 Malha de elementos finitos

A precisão dos resultados obtidos em estudos que utilizam o método dos elementos finitos está diretamente relacionada com a qualidade da malha gerada no modelo. É importante garantir que os elementos tenham forma e dimensões apropriadas. No presente estudo numérico, são utilizados elementos de barra para representar os conectores de cisalhamento pino com cabeça (*Beam188*), elementos de casca para o perfil de aço e enrijecedores (*Shell181*) e elementos sólidos para a laje de concreto armado (*Solid65*). Cada malha é gerada de maneira que seus elementos sólidos tenham forma prismática com seis faces e os elementos de casca tenham forma retangular.

Na geração da malha, as linhas, áreas e volumes que formam cada elemento são discretizados separadamente, sendo que as coordenadas dos nós das mesas do perfil de aço podem não coincidir com as coordenadas dos nós da laje de concreto, uma vez que não há necessidade de uma malha tão refinada na laje quanto nas mesas do perfil de aço. A falta de coincidência de nós entre esses dois elementos é possível devido à utilização de elementos de contato superfície-superfície. Também, na direção vertical, uma distância (*gap*) igual à metade da espessura da mesa foi deixada entre os nós da mesa superior do perfil de aço e os nós da laje de concreto.

Os nós dos conectores de cisalhamento coincidem com os nós da laje e da mesa superior do perfil de aço, permitindo uma equivalência entre os deslocamentos do concreto e do aço. Essa hipótese de deslocamento equivalente entre esses elementos não compromete os resultados da

análise numérica, uma vez que, para a quantidade de conectores de cisalhamento adotada, o deslizamento esperado entre os materiais é relativamente pequeno.

As dimensões ideais dos elementos são avaliadas por meio de um estudo de sensibilidade da malha. Em teoria, quanto maior a densidade da malha, melhores serão os resultados obtidos pelo método dos elementos finitos. Entretanto, à medida que se aumenta a densidade, eleva-se o custo computacional. Por conta disso, é recomendável realizar um estudo de malha dos elementos, para determinar quão densa deverá ser essa malha para obtenção de bons resultados, com o menor custo computacional.

Para definir o tamanho ideal dos elementos, realizou-se um estudo da malha considerando as características do protótipo ensaiado por Chen (1992), descrita na Subseção 3.2.3. Nesse protótipo, a viga possui um comprimento igual a 10,5 m com apoio no centro, as forças são aplicadas nas extremidades e foram colocados dois conectores de cisalhamento na seção transversal com distância entre eles igual a 85 mm e distância longitudinal de 200 mm, conforme ilustrado na Figura 3.9.

No presente estudo de malha, procurou-se obter a carga crítica de FLD, realizando uma análise numérica de flambagem elástica. Por conta disso, as não linearidades dos materiais foram desconsideradas. Além disso, devido à simetria e com o intuito de otimizar o tempo computacional, apenas a metade da estrutura em “U” foi modelada. Como simplificação, não foram modeladas as barras de aço dos contraventamentos, sendo adicionada apenas uma restrição do deslocamento lateral do perfil de aço no apoio central. A força aplicada nas extremidades da viga é considerada como igual a 100 kN.

De acordo com Aymone (2000) e Ferreira *et al.* (2010), a taxa de aspecto dos elementos (razão entre o maior comprimento da aresta do elemento e o menor comprimento) não deve ser superior a cinco, para a obtenção de resultados mais confiáveis. Como a cabeça do conector terá um elemento com uma dimensão igual a 15 mm, as demais arestas de todos elementos do modelo numérico terão no máximo uma dimensão de 75 mm, atendendo ao limite de taxa de aspecto igual a cinco. Como ilustrado na Figura 5.7, no sentido longitudinal a distância entre os nós da laje de concreto armado é representada pela letra z e a distância entre os nós dos elementos do perfil de aço pela letra p , sendo que essas dimensões variam de 15 mm até 75 mm, com passo de 5 mm.

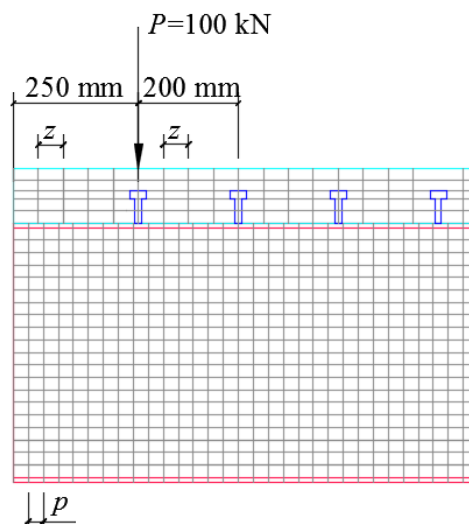


Figura 5.7 – Descrição da malha na laje e no perfil de aço no sentido longitudinal

Os elementos da alma do perfil de aço e dos enrijecedores (letra w da Figura 5.8), além dos elementos da região do trecho em balanço e da região de simetria da laje (letra x da Figura 5.8) tiveram dimensões variando de 15 mm até 75 mm, com passo de 5 mm. Como a distância do conector até a alma do perfil de aço é igual a 42,5 mm, na região do conector e do perfil de aço os elementos tiveram dimensões variando de 15 mm a 45 mm (letra y da Figura 5.8), com passo de 5 mm. Para analisar a malha nos conectores de cisalhamento variou-se o número de divisões, considerando 2, 3, 4, 5 ou 6 divisões no corpo do conector. O trecho da laje que coincide com o conector de cisalhamento foi dividido de acordo com o corpo do conector, sendo essa mesma divisão da laje adotada na região acima da cabeça do conector, ilustrado na Figura 5.8.

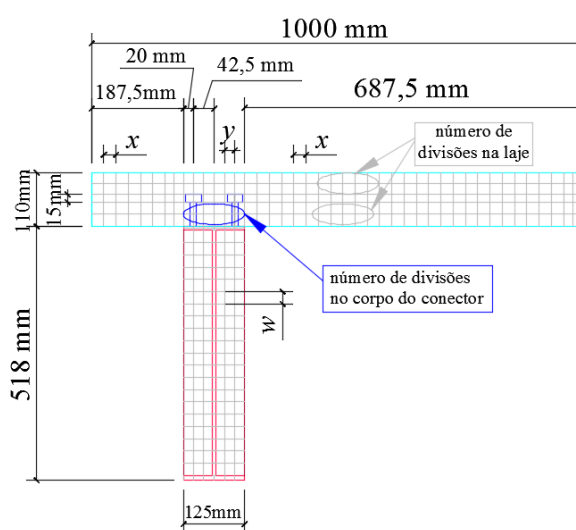


Figura 5.8 – Descrição da malha da seção transversal

A Tabela 5.1 apresenta um resumo dos modelos que foram analisados no estudo da malha para a viga mista de aço e concreto com dois conectores de cisalhamento na seção transversal.

Tabela 5.1 – Estudo da malha do modelo numérico

(continua)

n° modelo	n° divisões laje e conector	y (mm)	x (mm)	w (mm)	z (mm)	p (mm)
EMC1	2	15	15	15	15	15
EMC2						20
EMC3						25
EMC4						30
EMC5						35
EMC6						40
EMC7						45
EMC8						50
EMC9						55
EMC10						60
EMC11						65
EMC12						70
EMC13						75
EMC14	2	15	15	15	15	melhor resultado do grupo 1
EMC15					20	
EMC16					25	
EMC17					30	
EMC18					35	
EMC19					40	
EMC20					45	
EMC21					50	
EMC22					55	
EMC23					60	
EMC24					65	
EMC25					70	
EMC26					75	
EMC27	2	15	15	15	melhor resultado do grupo 2	melhor resultado do grupo 1
EMC28				20		
EMC29				25		
EMC30				30		
EMC31				35		
EMC32				40		
EMC33				45		
EMC34				50		
EMC35				55		
EMC36				60		
EMC37				65		
EMC38				70		
EMC39				75		

Tabela 5.1 – Estudo da malha do modelo numérico

(conclusão)

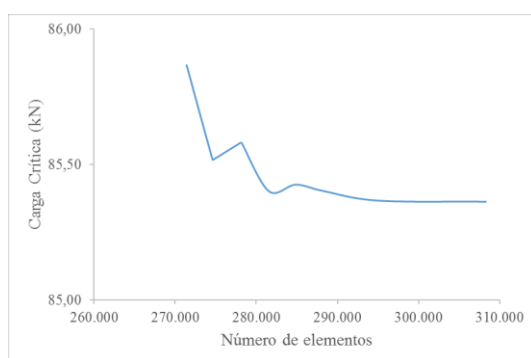
n° modelo	n° divisões laje e conector	y (mm)	x (mm)	w (mm)	z (mm)	p (mm)
EMC40	2	15	15	melhor resultado do grupo 3	melhor resultado do grupo 2	melhor resultado do grupo 1
EMC41			20			
EMC42			25			
EMC43			30			
EMC44			35			
EMC45			40			
EMC46			45			
EMC47			50			
EMC48			55			
EMC49			60			
EMC50			65			
EMC51			70			
EMC52			75			
EMC53	2	15	melhor resultado do grupo 4	melhor resultado do grupo 3	melhor resultado do grupo 2	melhor resultado do grupo 1
EMC54		20				
EMC55		25				
EMC56		30				
EMC57		35				
EMC58		40				
EMC59		45				
EMC60	2	melhor resultado do grupo 5	melhor resultado do grupo 4	melhor resultado do grupo 3	melhor resultado do grupo 2	melhor resultado do grupo 1
EMC61	3					
EMC62	4					
EMC63	5					
EMC64	6					

Para cada modelo analisado, verificou-se o número total de elementos, a força crítica à FLD e a variação percentual da força crítica entre os resultados obtidos na análise atual e na anterior. Em todos os modelos, o primeiro modo de flambagem correspondeu à FLD. Os resultados do primeiro grupo de análise (modelos EMC1 a EMC13) estão descritos na Tabela 5.2.

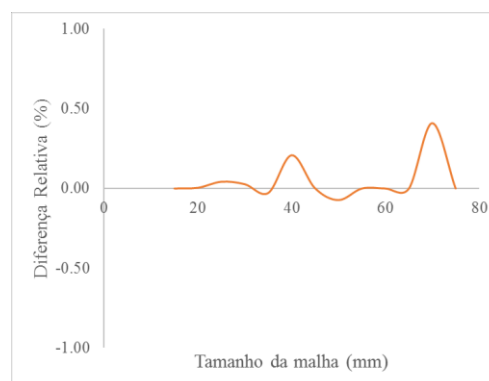
Tabela 5.2 – Resultados obtidos do primeiro grupo de análise (modelos EMC1 a EMC13)

nº modelo	total de elementos	força crítica FLD (kN)	diferença força FLD (%)
EMC1	308.294	85,36	0,01
EMC2	294.982	85,37	0,04
EMC3	288.198	85,40	0,04
EMC4	284.870	85,43	-0,04
EMC5	281.542	85,40	0,21
EMC6	278.214	85,58	0
EMC7	278.086	85,58	-0,07
EMC8	274.758	85,52	0
EMC9	274.758	85,52	0
EMC10	274.758	85,52	0
EMC11	274.630	85,52	0,41
EMC12	271.430	85,87	0
EMC13	271.430	85,87	-

O tamanho máximo da malha adotado para os elementos do perfil de aço no sentido longitudinal foi de 30 mm. Na Tabela 5.2, observa-se que para esse tamanho de malha (modelo EMC4), a diferença relativa para a força crítica à FLD é pequena. Além disso, na Figura 5.9, percebe-se que houve um comportamento constante para malhas com tamanho até 30 mm, com uma diferença relativa da força crítica pequena.



a) Força crítica à FLD x número de elementos



b) Diferença relativa da força crítica

Figura 5.9 – Resultados obtidos nos modelos EMC1 a EMC13

A Tabela 5.3 apresenta os resultados do segundo grupo de análise (modelos EMC14 a EMC26), fixando o tamanho da malha do perfil de aço no sentido longitudinal como igual a 30 mm (melhor resultado obtido do primeiro grupo de análise). Observa-se que para esse grupo houve uma pequena variação das forças com o refinamento da malha. Assim, adota-se o tamanho

máximo da malha da laje no sentido longitudinal como igual a 60 mm (modelo EMC23), sendo esse tamanho correspondente ao dobro da malha adotada nos elementos do perfil.

Tabela 5.3 – Resultados obtidos do segundo grupo de análise (modelos EMC14 a EMC26)

n° modelo	total de elementos	força crítica FLD (kN)	diferença força FLD (%)
EMC14	284.870	85,43	0,04
EMC15	211.030	85,46	0,01
EMC16	173.400	85,47	0,01
EMC17	154.940	85,48	-0,01
EMC18	136.480	85,47	0,02
EMC19	118.020	85,49	0
EMC20	117.310	85,49	0,04
EMC21	98.850	85,52	0
EMC22	98.850	85,52	0
EMC23	98.850	85,52	0
EMC24	98.140	85,52	0,11
EMC25	80.390	85,61	0
EMC26	80.390	85,61	-

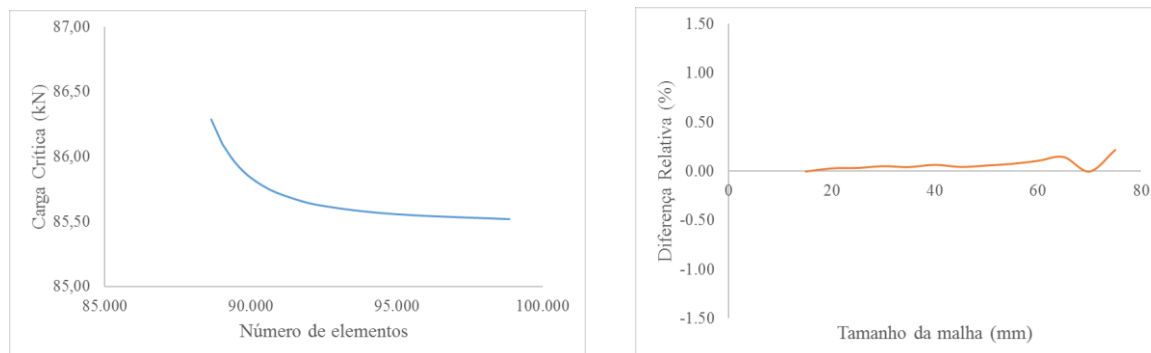
A Tabela 5.4 apresenta os resultados do terceiro grupo de análise (modelos EMC27 a EMC39), fixando o tamanho da malha no sentido longitudinal do perfil de aço como igual a 30 mm e da laje como igual a 60 mm.

Tabela 5.4 – Resultados obtidos do terceiro grupo de análise (modelos EMC27 a EMC39)

n° modelo	total de elementos	força crítica FLD (kN)	diferença força FLD (%)
EMC27	98.850	85,52	0,04
EMC28	95.826	85,55	0,04
EMC29	93.936	85,58	0,05
EMC30	92.424	85,62	0,05
EMC31	91.668	85,66	0,07
EMC32	90.912	85,72	0,05
EMC33	90.534	85,76	0,06
EMC34	90.156	85,81	0,08
EMC35	89.778	85,88	0,10
EMC36	89.400	85,97	0,15
EMC37	89.022	86,10	0
EMC38	89.022	86,10	0,22
EMC39	88.644	86,29	-

O tamanho máximo da malha adotado para os elementos da alma do perfil de aço no sentido transversal é adotado igual ao tamanho dos elementos do perfil no sentido longitudinal, ou seja,

30 mm. Na Figura 5.10, observa-se que para esse tamanho de malha (modelo EMC30), a diferença relativa para a força crítica à FLD é pequena. Além disso, na Tabela 5.4 percebe-se que houve um comportamento praticamente constante para malhas com tamanho até 30 mm, com uma diferença relativa da força crítica pequena.



a) Força crítica à FLD x número de elementos

b) Diferença relativa da força crítica

Figura 5.10 – Resultados obtidos nos modelos EMC27 a EMC39

A Tabela 5.5 apresenta os resultados do quarto grupo de análise (modelos EMC40 a EMC52), fixando o tamanho da malha dos elementos do perfil de aço como igual a 30 mm e a malha na laje no sentido longitudinal como igual a 60 mm. Como pode-se observar, nesse grupo a força crítica à FLD não variou com o refinamento da malha da laje no sentido transversal. Assim, adota-se o tamanho máximo da malha da laje no sentido transversal como igual a 60 mm (modelo EMC49), mantendo uma malha quadrada nos elementos da laje.

Tabela 5.5 – Resultados obtidos do quarto grupo de análise (modelos EMC40 a EMC52)

nº modelo	total de elementos	força crítica FLD (kN)	diferença força FLD (%)
EMC40	92.424	85,62	0,01
EMC41	77.724	85,63	0,01
EMC42	68.274	85,64	0
EMC43	61.974	85,64	0
EMC44	57.774	85,64	0
EMC45	54.624	85,64	0
EMC46	52.524	85,64	0
EMC47	49.374	85,64	0
EMC48	48.324	85,64	0
EMC49	47.274	85,64	0
EMC50	45.174	85,64	0
EMC51	44.124	85,64	0
EMC52	44.124	85,64	-

A Tabela 5.6 apresenta os resultados do quinto grupo de análise (modelos EMC53 a EMC59), fixando o tamanho máximo dos elementos da malha do perfil de aço igual a 30 mm e da laje igual a 60 mm. Como pode ser observado, houve uma pequena variação da força crítica à FLD com o aumento do tamanho da malha da mesa do perfil de aço. Por conta disso, adota-se o tamanho máximo da malha das mesas do perfil como igual a 30 mm (modelo EMC56), sendo esse tamanho igual ao das outras dimensões dos elementos do perfil de aço.

Tabela 5.6 – Resultados obtidos do quinto grupo de análise (modelos EMC53 a EMC59)

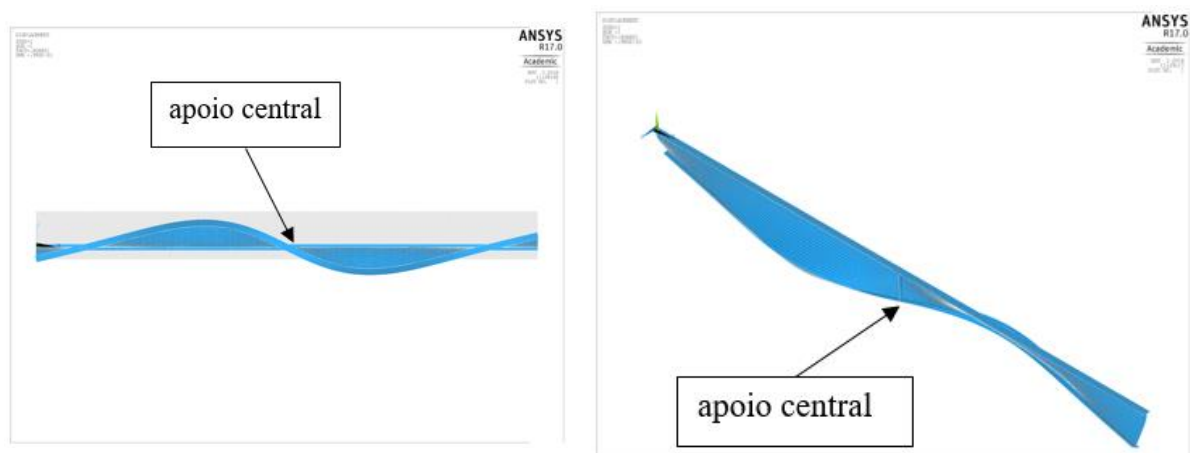
n° modelo	total de elementos	força crítica FLD (kN)	diferença força FLD (%)
EMC53	47.274	85,64	-0,18
EMC54	42.512	85,49	-0,46
EMC55	37.750	85,10	0
EMC56	37.750	85,10	0
EMC57	37.750	85,10	0
EMC58	37.750	85,10	-2,69
EMC59	32.988	82,81	-

A Tabela 5.7 apresenta os resultados do sexto grupo de análise (modelos EMC60 a EMC64), fixando o tamanho máximo dos elementos do perfil de aço como igual a 30 mm e o tamanho máximo dos elementos da laje como igual a 60 mm. Como se observa, pode-se adotar duas divisões do corpo do conector e da laje acima da cabeça do conector (modelo EMC60), uma vez que a variação da força à FLD foi pequena com o aumento do número de elementos, não justificando o refinamento nessa região devido ao elevado custo computacional.

Tabela 5.7 – Resultados obtidos do sexto grupo de análise (modelos EMC60 a EMC64)

n° modelo	total de elementos	força crítica FLD (kN)	diferença força FLD (%)
EMC60	47.274	85,64	-0,19
EMC61	58.296	85,48	-0,11
EMC62	69.318	85,39	-0,06
EMC63	80.340	85,34	-0,04
EMC64	91.362	85,31	-

A Figura 5.11 apresenta o modo de FLD do modelo EMC60 (modelo final escolhido no estudo da malha). Nesse modelo numérico, os elementos do perfil de aço apresentam um tamanho máximo igual a 30 mm e os elementos da laje possuem um tamanho máximo igual a 60 mm.



a) FLD vista por baixo da viga

b) Perfil de aço (sem laje)

Figura 5.11 – Flambagem lateral com distorção do modelo EMC60

5.3.5 Análise de sensibilidade da distribuição das tensões residuais

As tensões residuais nos perfis de aço utilizados nos ensaios de Chen (1992), que são soldados com bordas laminadas, não foram medidas. Assim, serão avaliadas no estudo numérico deste trabalho quatro situações referentes a essas tensões: (i) sua desconsideração, (ii) distribuição linear apenas nas mesas (Figura 5.12-a), (iii) distribuição constante na alma e linear nas mesas (Figura 5.12-b) e (iv) distribuição linear na alma e nas mesas do perfil (Figura 5.12-c).

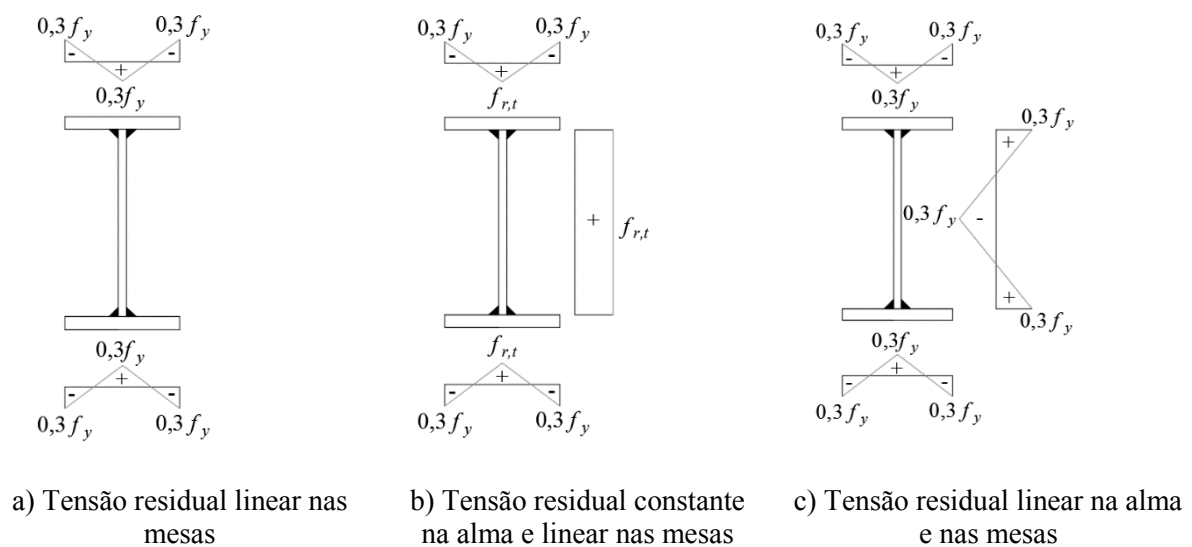


Figura 5.12– Distribuição das tensões residuais analisadas

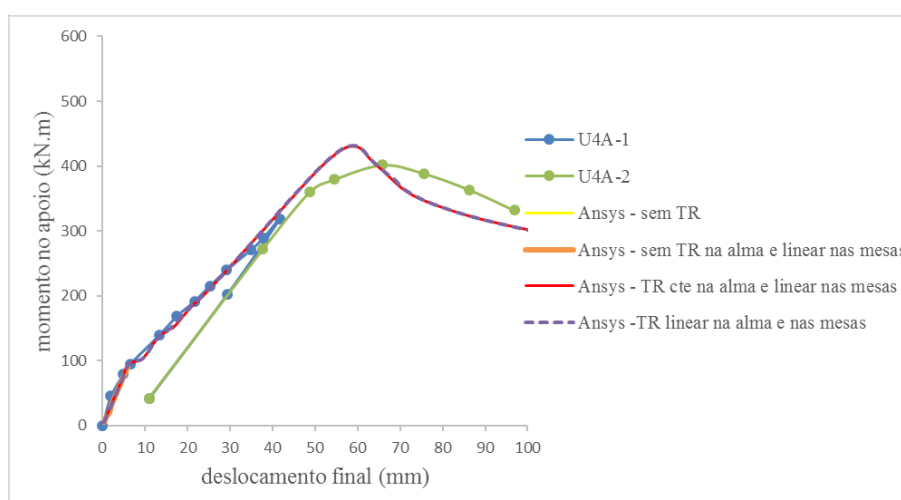
Para obter o valor da tensão residual na alma para a situação de distribuição constante, conforme ilustrado na Figura 5.12-b, pode-se adotar a seguinte equação, conforme Almeida (2006):

$$f_{r,t} = \frac{b_f t_f}{b_f t_f + h_w t_w} (0,3 f_y) \quad (5.3)$$

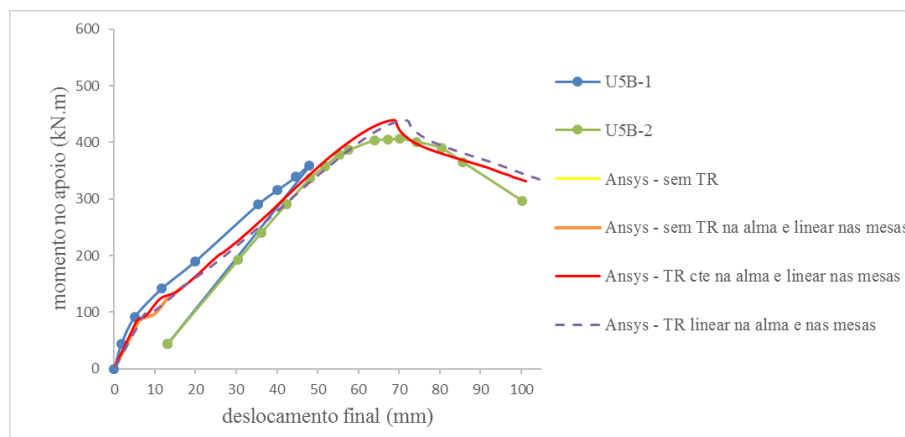
onde b_f e t_f são a largura e a espessura das mesas do perfil de aço, respectivamente, h_w e t_w são a altura e a espessura da alma do perfil de aço, respectivamente, e f_y é a resistência ao escoamento do aço do perfil.

Foi realizado o estudo de sensibilidade das tensões residuais tanto no ensaio U4 quanto no ensaio U5 de Chen (1992). A diferença entre esses ensaios está no fato de que o protótipo U5 apresenta enrijecedores soldados na alma ao longo da região de momento negativo enquanto que o protótipo U4 apresenta enrijecedores apenas na região do apoio interno da viga, conforme destacado na Subseção 3.2.3.

De acordo com a Figura 5.13, a situação da distribuição constante na alma e linear nas mesas ficou bem próxima da situação de distribuição linear na alma e nas mesas, sendo esta última a que apresentou resultado mais próximo dos ensaios (Figura 5.13-b). Nas situações sem tensão residual ou com tensão residual linear apenas nas mesas, o modelo numérico deixou de convergir logo no início da análise. Diante do exposto, será considerado no modelo numérico de validação o caso da distribuição linear na alma e nas mesas do perfil de aço (Figura 5.12-c).



a) Análise da distribuição da tensão residual no protótipo U4 de Chen (1992)



b) Análise da distribuição da tensão residual no protótipo U5 de Chen (1992)

Figura 5.13– Resultados obtidos da distribuição das tensões residuais analisadas

5.3.6 Análise de sensibilidade da imperfeição geométrica

Chen (1992) mediu a imperfeição geométrica dos protótipos U4 e U5, conforme ilustrado na Figura 5.14. Caso não se tenha determinado o valor e a forma dessa imperfeição, é comum nos estudos numéricos realizar uma análise linearizada de flambagem para obter o modo de FLD (autovetor) do modelo analisado. Ao se obter o autovetor, que representa o modo de flambagem estudado, a geometria do modelo é atualizada introduzindo a imperfeição geométrica inicial no modelo indeformado. O autovetor correspondente ao modo de flambagem obtido na análise de flambagem é multiplicado por um fator que representa a imperfeição inicial.

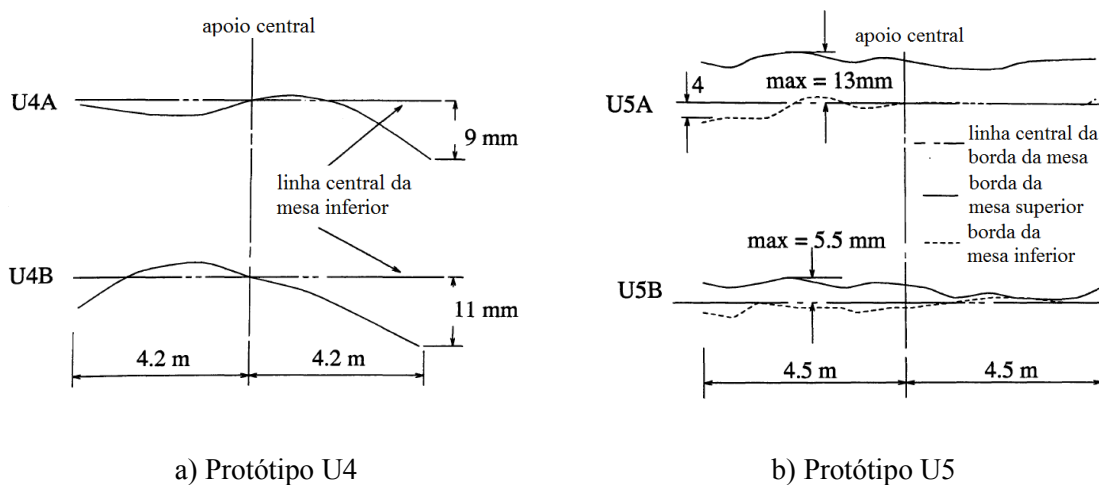
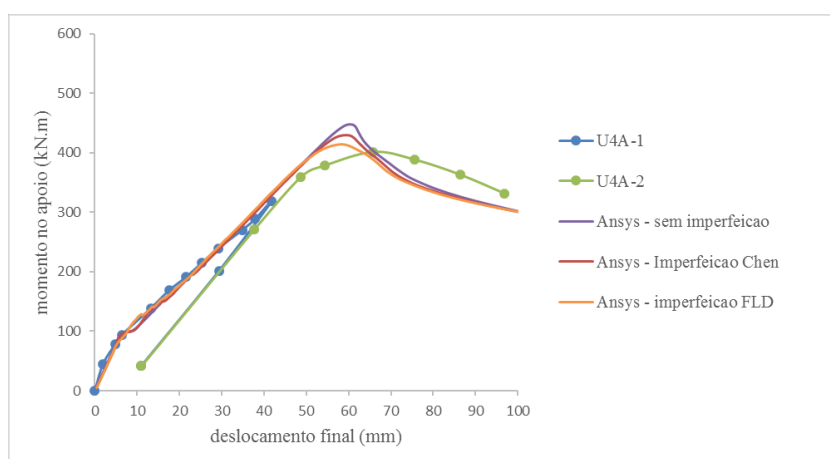
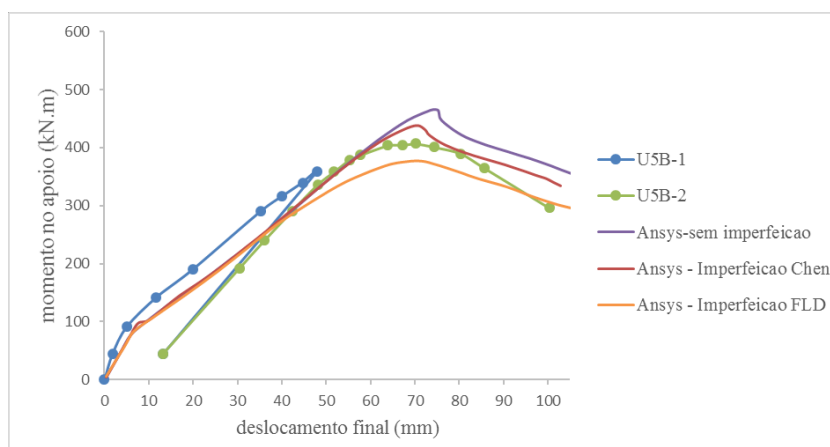


Figura 5.14 – Imperfeição geométrica medida por Chen (1992)

Com intuito de verificar a sensibilidade da imperfeição geométrica nos modelos numéricos, realizou-se análises sem a consideração dessa imperfeição, tomando a imperfeição medida por Chen (1992) e adotando a imperfeição conforme o modo de FLD, considerando a amplitude máxima de 80% da tolerância de fabricação do perfil de aço, conforme a EN 1993-1-5:2006. Pela Figura 5.15, observa-se que os resultados numéricos considerando a imperfeição geométrica medida por Chen (1992) ficaram mais próximos dos resultados obtidos experimentalmente, como era de se esperar, e entre a situação sem imperfeição geométrica e a situação da imperfeição conforme o modo de flambagem. Observa-se também não haver maiores diferenças entre as situações considerando a imperfeição medida por Chen (1992) e a imperfeição conforme o modo de flambagem. Assim, para validação do modelo numérico deste trabalho, será adotada a imperfeição medida por Chen (1992) e, para a análise paramétrica do Capítulo 7, será considerada a imperfeição geométrica conforme o modo de flambagem, considerando a amplitude máxima de 80% da tolerância de fabricação do perfil de aço.



a) Análise da imperfeição geométrica no protótipo U4 de Chen (1992)



b) Análise da imperfeição geométrica no protótipo U5 de Chen (1992)

Figura 5.15– Resultados obtidos das imperfeições geométricas analisadas

5.3.7 Formulação da análise numérica e método de solução

No modelo numérico desenvolvido neste trabalho é realizada análise não linear com grandes deslocamentos. Nessa análise, considerou-se as imperfeições geométricas oriundas do processo de fabricação. A não linearidade do material também foi considerada, com a introdução das tensões residuais no perfil de aço, além da consideração da resistência à tração e à compressão do concreto armado e do aço com comportamento não linear. Devido ao contato entre a laje e a mesa superior do perfil de aço, tem-se também a não linearidade de *status*.

Para introduzir as imperfeições geométricas, pode-se realizar uma análise linearizada de flambagem. Com essa análise, obtêm-se os autovalores e autovetores correspondentes aos vários modos de flambagem do modelo. Os autovalores representam os fatores de força para os quais ocorrem a flambagem, já os autovetores definem as deformadas do modelo. O modo de FLD é considerado, com uma amplitude máxima relacionada à 80% da tolerância de fabricação do perfil de aço. Conforme descrito na Subseção 5.3.6, na etapa de validação, adotou-se a imperfeição geométrica inicial medida por Chen (1992).

Para introdução da tensão residual no perfil de aço, é utilizado o comando INISTATE, disponibilizado pelo *software* Ansys 17.0 (2016). Com esse comando, é possível adicionar no modelo numérico de elementos finitos tensores de tensão e deformação em elementos de viga, casca ou sólido. Esses tensores podem ser introduzidos nos pontos de integração ou nos nós do elemento finito para materiais modelados exclusivamente com encruamento isotrópico. No modelo numérico deste trabalho, as tensões residuais foram introduzidas nos nós dos elementos finitos das mesas e da alma do perfil de aço, considerando a distribuição da tensão residual apresentada na Subseção 5.3.5, com variação linear na alma e nas mesas (Figura 5.12-c)

Após determinar todas as não linearidades do modelo numérico, foi realizada a análise não linear considerando o procedimento incremental-iterativo de Newton Raphson total (*Full Newton-Raphson Procedure*). Nesse procedimento é avaliado o vetor de forças desbalanceadas a cada intervalo de força, sendo testada a convergência da solução em cada intervalo. Se os critérios de convergência não são satisfeitos, o vetor de forças desbalanceadas é reavaliado e a matriz de rigidez é atualizada, obtendo-se uma nova solução. Esse procedimento iterativo prossegue até que o problema convirja ou que o número de interações exceda o valor fornecido pelo usuário.

Foi utilizado também o método de *Arc-Length* para a obtenção das respostas não lineares. Esse método segue o mesmo princípio básico do método de Newton Raphson, com a diferença que sua trajetória de iterações é controlada por um comprimento de arco, enquanto no método de Newton-Raphson a trajetória é controlada por uma linha horizontal. O acelerador de convergência *Line-Search* também foi selecionado para minimizar a energia do sistema, resultando numa maior facilidade de solucionar equações não lineares.

Na análise numérica deste trabalho é estabelecido um valor de convergência para as forças e para os momentos, adotando-se como norma do vetor de forças e momentos desbalanceados a raiz quadrada da soma dos termos. O programa Ansys 17.0 (2016) recomenda adotar como tolerância um valor de 0,5%. Ao testar o modelo numérico adotado como padrão do estudo paramétrico, modelo MR1, descrito no Capítulo 7, considerando a tolerância de 0,5% o resultado numérico não convergiu. Foram realizados testes considerando tolerância de 1%, 2,5%, 5% e 10%. Observou-se que a partir da tolerância de 5% o resultado atinge o momento fletor máximo, tendo esse momento o mesmo valor do obtido com a tolerância de 10%, conforme ilustrado na Figura 5.16. Assim, similarmente a Calenzani (2008) e Calenzani *et al.* (2012), um valor igual a 0,1, ou seja, 10%, foi adotado como tolerância neste trabalho. O número máximo de iterações foi tomado como igual a 400.

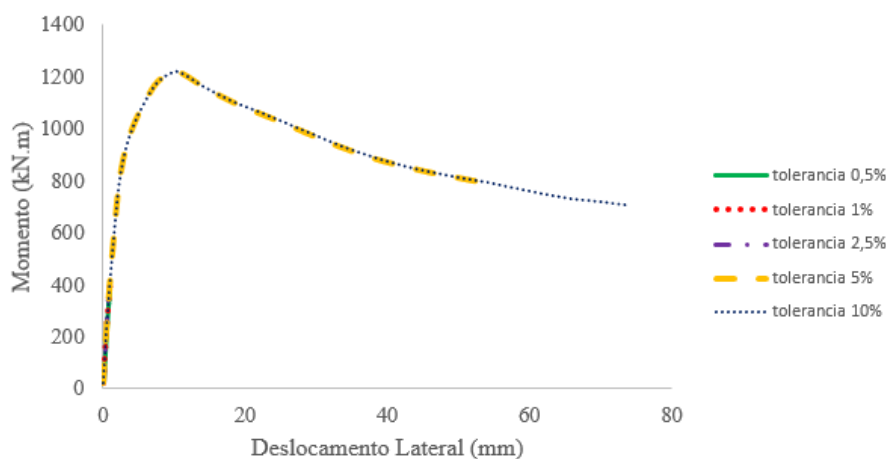


Figura 5.16– Avaliação da tolerância adotada no modelo numérico MR1

Junto ao procedimento incremental-iterativo de Newton Raphson, a técnica de ajuste da matriz de rigidez (*Adaptive descent*) foi utilizada para acelerar a convergência do modelo numérico. O ajuste na matriz é feito quando dificuldades de convergência são encontradas. O programa substitui a matriz de rigidez tangente por uma mais rígida, voltando com a matriz de rigidez tangente original quando a solução converge.

5.4 Trabalho Experimental de Chen (1992) Adotado na Validação

5.4.1 Considerações iniciais

Conforme apresentado na Subseção 3.2.3, Chen (1992) realizou um estudo experimental de viga mista contínua com perfil de aço de alma cheia, submetida a momento fletor negativo. Os protótipos estudados por Chen (1992) foram constituídos por dois perfis que apoiavam uma laje de concreto armado, simulando o mecanismo “U” invertido. Para aferição do modelo numérico estudado neste trabalho, foram utilizados os protótipos U4 e U5, ilustrados na Figura 3.9 e Figura 3.10, respectivamente.

Chen (1992) mediu as dimensões da seção transversal dos perfis de aço utilizados em seus ensaios, conforme apresentado na Tabela 5.8. Como a FLD nos ensaios realizados por Chen (1992) ocorreu principalmente nos protótipos U4A e U5B, as medidas da seção transversal desses perfis foram adotadas na modelagem numérica.

Tabela 5.8 – Dimensões da seção transversal dos protótipos medidos por Chen (1992)

Protótipo	b_{fs} (mm)	t_{fs} (mm)	b_{fi} (mm)	t_{fi} (mm)	h_w (mm)	t_w (mm)
U4A	124,34	8,08	125,45	10,12	498,83	5,95
U4B	123,74	8,06	125,86	10,03	498,17	5,99
U5A	125,50	8,00	125,90	9,90	500,00	6,10
U5B	121,50	8,00	121,30	9,90	498,50	6,10

A imperfeição geométrica da mesa inferior do perfil de aço relativa à mesa superior do perfil foi medida por Chen (1992) antes do ensaio. Uma linha teórica na mesa foi localizada a partir do centro geométrico do perfil até uma distância igual à metade da largura média da mesa superior, sendo essa linha posicionada na interseção da mesa superior com a alma do perfil. As imperfeições laterais da mesa inferior do perfil de aço foram medidas com relação a essa linha teórica.

Na Figura 5.17, a linha azul ilustra a imperfeição geométrica do protótipo U4A obtida por Chen (1992). Com o intuito de considerar essa imperfeição geométrica inicial na modelagem numérica, a curva foi digitalizada com auxílio do *software Web Plot Digitizer* (Rohatgi, 2015), o que possibilitou a obtenção de uma curva de tendência, representada pela linha tracejada em

vermelho da Figura 5.17 e, conseqüentemente, uma equação para essa imperfeição em função do comprimento da viga. Cada curva apresenta uma equação que corresponde à distância da viga em função do deslocamento lateral da mesa inferior.

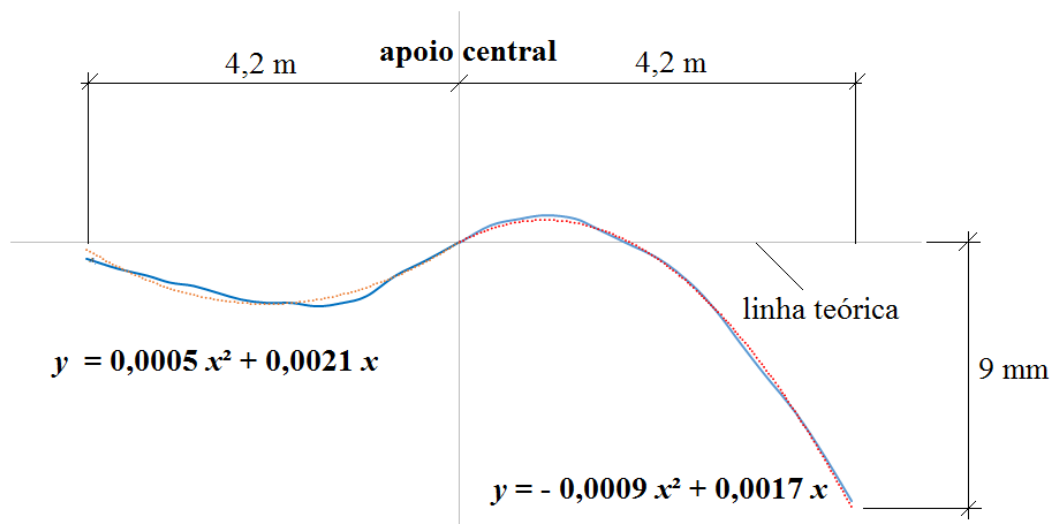


Figura 5.17 – Imperfeição lateral inicial da mesa inferior do perfil de aço do protótipo U4A obtida por Chen (1992)

O mesmo foi feito para o protótipo U5B, sendo digitalizada a curva da imperfeição geométrica desse protótipo com auxílio do *software Web Plot Digitizer* (Rohatgi, 2015), conforme ilustrado na Figura 5.18. Para esse protótipo foi necessário obter mais de duas equações para a imperfeição geométrica de maneira a se aproximar mais das curvas obtidas. Por conta disso, ao invés de se definir o deslocamento lateral em função de uma equação, foram definidos no modelo numérico pontos de deslocamentos específicos de acordo com a posição na viga.

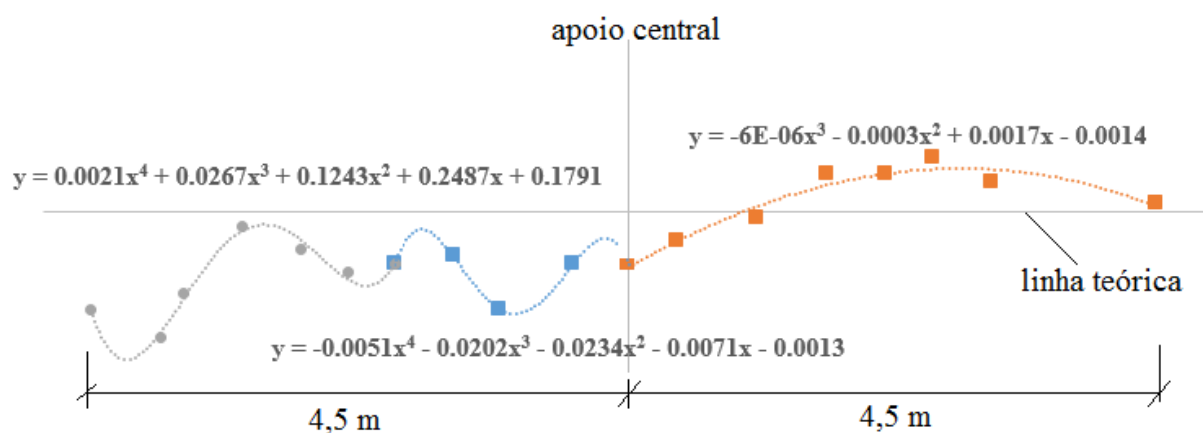


Figura 5.18 – Imperfeição lateral inicial da mesa inferior do perfil de aço do protótipo U5B obtida por Chen (1992)

Conforme já mencionado anteriormente, adotou-se no estudo numérico deste trabalho a distribuição da tensão residual ilustrada na Figura 5.19. O valor máximo da tensão adotado, igual a 30% da resistência ao escoamento do aço, tanto de tração como de compressão, é prescrito pela norma ABNT NBR 8800:2008 para o dimensionamento de barras fletidas.

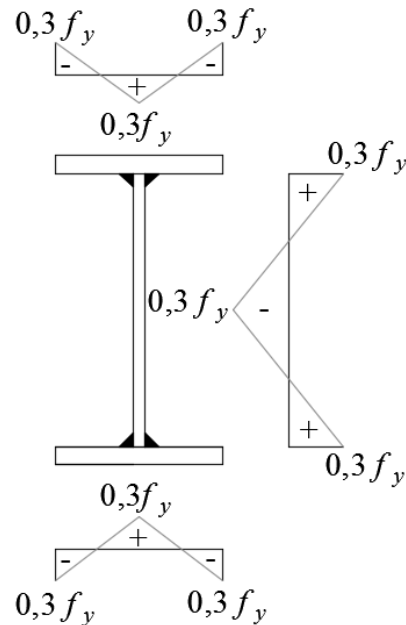


Figura 5.19 – Distribuição da tensão residual no perfil de aço soldado com borda laminada adotado no modelo numérico de validação

5.4.2 Descrição do modelo numérico

A Figura 5.20 ilustra o modelo numérico completo que representa os ensaios de Chen (1992), na qual os eixos globais de referência do Ansys 17.0 (2016), além do apoio interno e da região em que foram aplicadas as forças P no modelo numérico, são destacados.

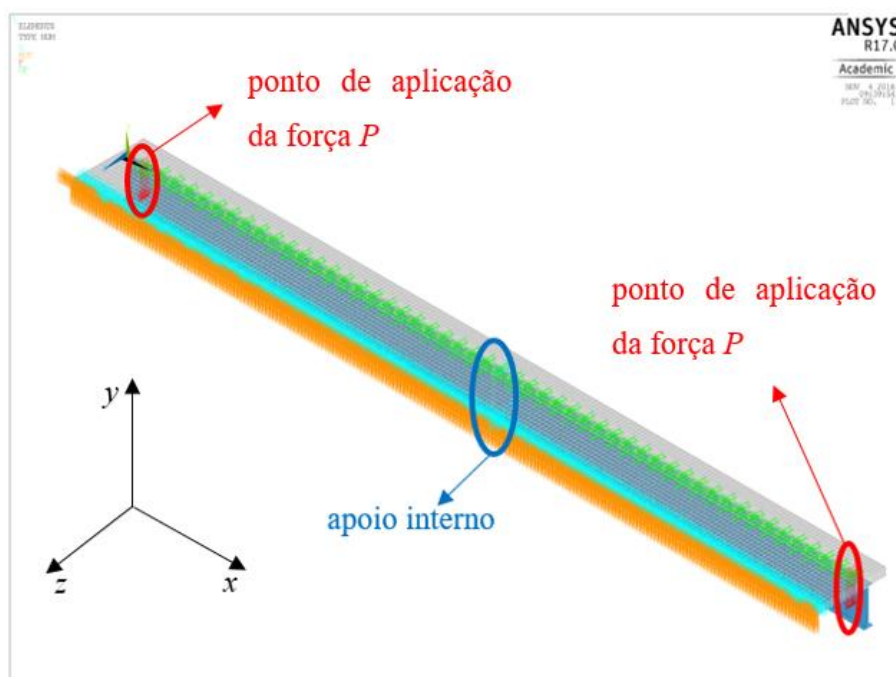


Figura 5.20 – Modelo numérico para representar os protótipos U4A e U5B ensaiado por Chen (1992)

Como os protótipos ensaiados por Chen (1992) são simétricos em relação ao plano médio paralelo à alma que passa pelo meio da laje, utilizou-se essa simetria para reduzir o número de elementos na modelagem numérica e, consequentemente, o tempo de processamento. Para isso, aplicou-se o comando de simetria DSYM disponível no Ansys 17.0 (2016) no plano de simetria da laje de concreto, impedindo a translação na direção global z , além das rotações em relação a x e y , conforme ilustrado na Figura 5.21. Como o concreto armado é simulado pelo elemento *Solid65*, pode-se aplicar a armadura na laje de maneira dispersa, entrando com os valores de taxa de armadura, em cada uma das direções dos eixos coordenados. A força P foi aplicada em ambas as extremidades do modelo numérico, nos nós da face superior da laje de concreto. O valor dessa carga corresponde a 100 kN, sendo esse valor aplicado com incremento igual a 0,1 kN.

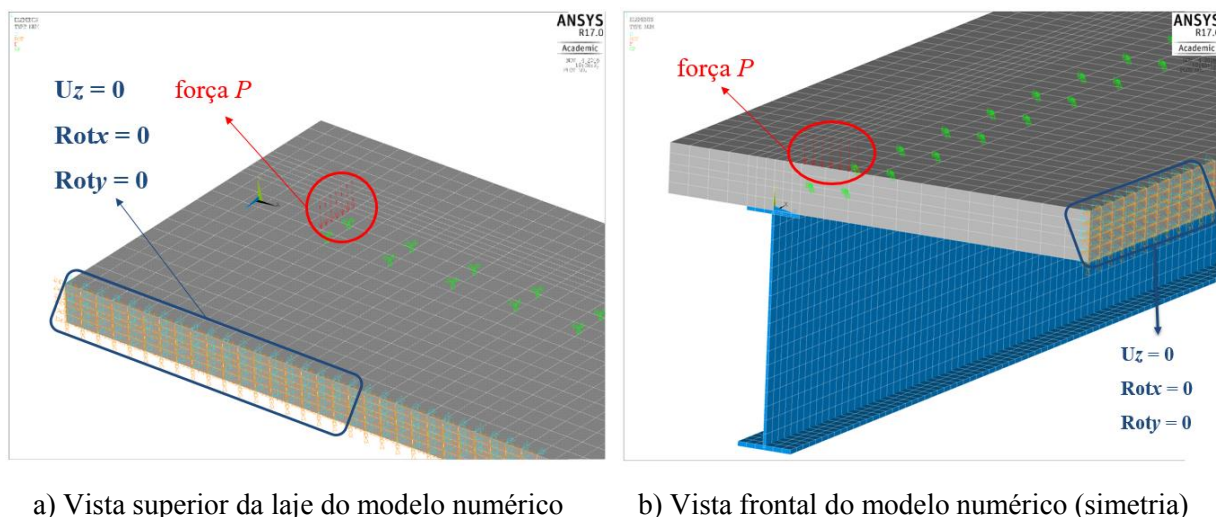


Figura 5.21 – Travamento da laje no plano de simetria e posição do carregamento aplicado no modelo numérico

Os nós da base de cada conector de cisalhamento foram acoplados aos nós correspondentes da mesa superior do perfil de aço, compatibilizando-se todos os graus de liberdade (rotações e translações), caracterizando o engastamento do conector, conforme ilustrado na Figura 5.22. Como os demais nós dos conectores coincidem com os nós da laje de concreto armado, não é necessário realizar seu acoplamento.

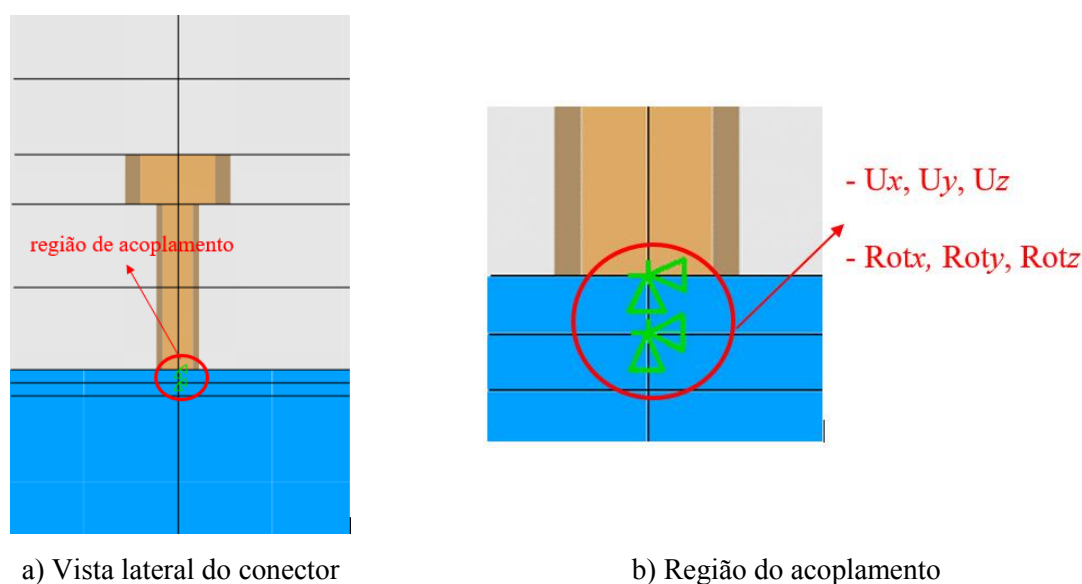


Figura 5.22 – Acoplamento entre a mesa superior do perfil de aço e a base do conector

Para reproduzir um apoio fixo, os nós correspondentes ao apoio interno foram restringidos em relação às translações nas direções x e y . Conforme ilustrado na Figura 5.23, na região do apoio interno da viga mista foram restringidos na direção vertical (U_y) todos os nós da mesa inferior do perfil de aço. O nó central dessa mesa teve também restrição na direção longitudinal (U_x),

impedindo o deslocamento, porém permitindo o empenamento da seção transversal. Para simular o travamento lateral devido à presença das cantoneiras na região do apoio interno, foi restringido o deslocamento transversal (U_z) dos nós das extremidades superior e inferior do perfil. Enrijecedores transversais foram modelados nas seções transversais do apoio para anular qualquer influência de deformações locais nessa região (Figura 5.23-b).

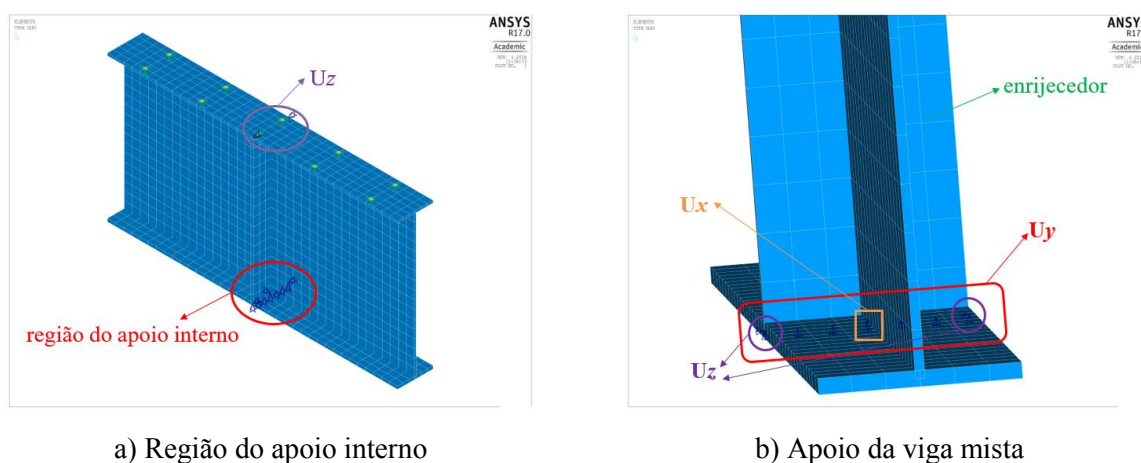


Figura 5.23 – Condições de contorno do modelo numérico

Diferentemente do protótipo U4, que possui enrijecedores apenas na região do apoio central, no protótipo U5 de Chen (1992) há enrijecedores ao longo da região de momento negativo, conforme ilustrado na Figura 3.10. Assim, no modelo numérico desse protótipo, foram modelados esses enrijecedores (Figura 5.24). Além disso, Chen (1992) soldou cantoneiras próximo a região de apoio para evitar imperfeições locais nessa região, como representado na Figura 3.11.

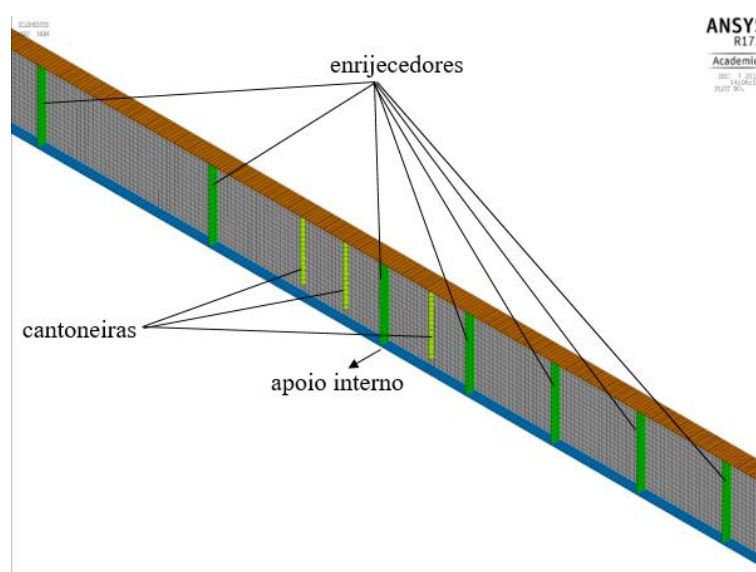


Figura 5.24 – Enrijecedores e cantoneira no modelo U5B de Chen (1992)

Para a consideração da não linearidade geométrica no modelo numérico que representa o protótipo U4A de Chen (1992), implementou-se a imperfeição geométrica inicial medida por esse autor, ilustrada na Figura 5.25. Para isso foi imposto um deslocamento da mesa inferior do perfil de aço em função da posição do nó na viga mista, segundo a equação obtida na curva descrita por Chen (1992), representada na Figura 5.17.

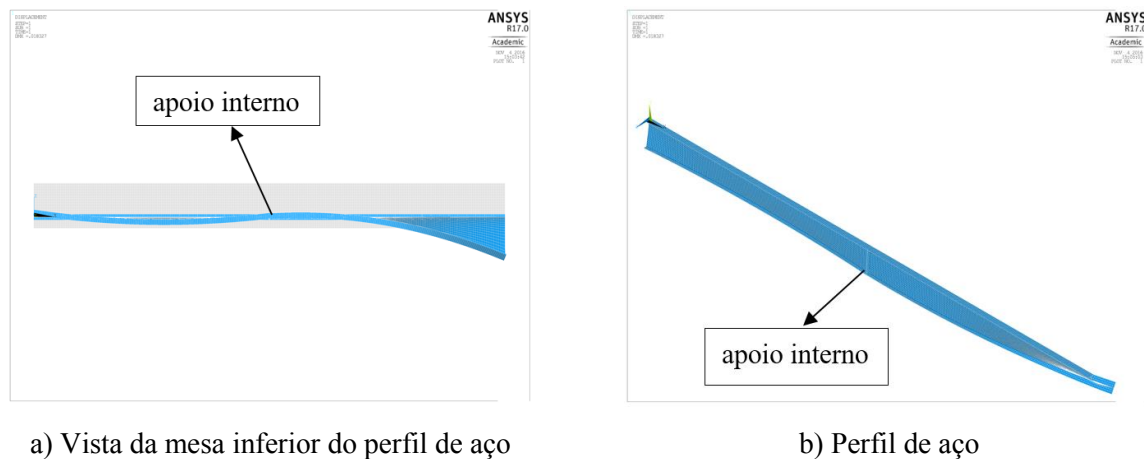


Figura 5.25 – Imperfeição geométrica da mesa inferior do perfil de aço do modelo numérico que representa o protótipo U4A de Chen (1992)

Similar ao que foi feito para o protótipo U4A, foi implementada a imperfeição geométrica inicial medida por Chen (1992) no modelo numérico que representa o protótipo U5B, conforme ilustrado na Figura 5.26. Para isso foi imposto um deslocamento da mesa inferior do perfil de aço em função da posição do nó na viga mista, segundo os pontos destacados na Figura 5.18.

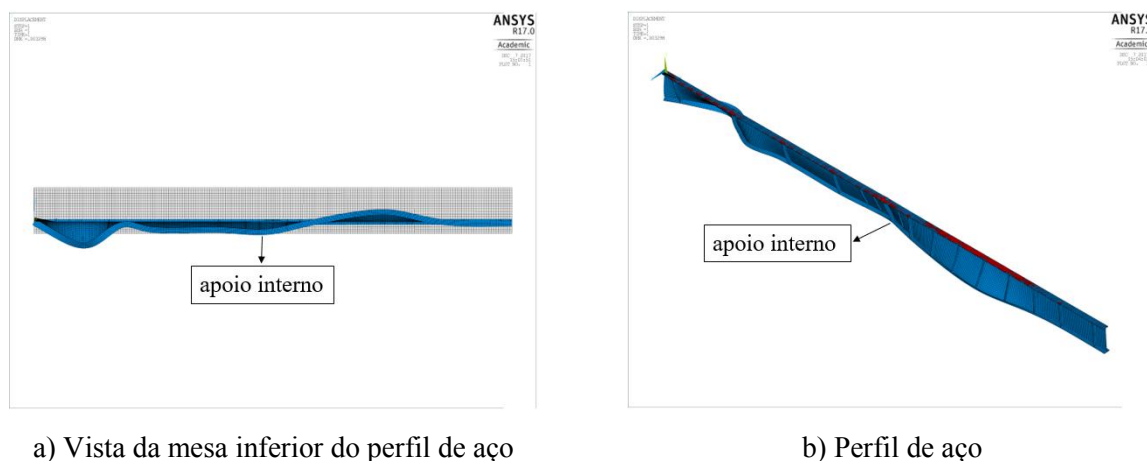


Figura 5.26 – Imperfeição geométrica da mesa inferior do perfil de aço do modelo numérico que representa o protótipo U5B de Chen (1992)

Com auxílio do comando INISTATE, aplicou-se a tensão residual nas mesas e na alma do perfil de aço, representada na Figura 5.27. De acordo com o descrito na Subseção 5.4.1, a distribuição

da tensão residual varia linearmente nas mesas e na alma do perfil, conforme se mostrou na Figura 5.19.

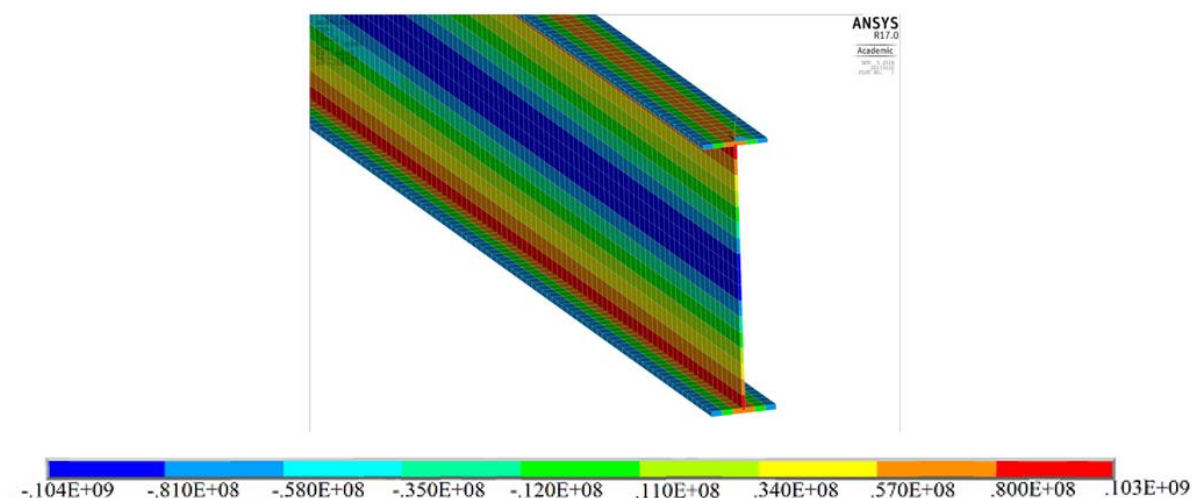


Figura 5.27 – Tensões residuais aplicadas nas mesas e na alma do perfil de aço

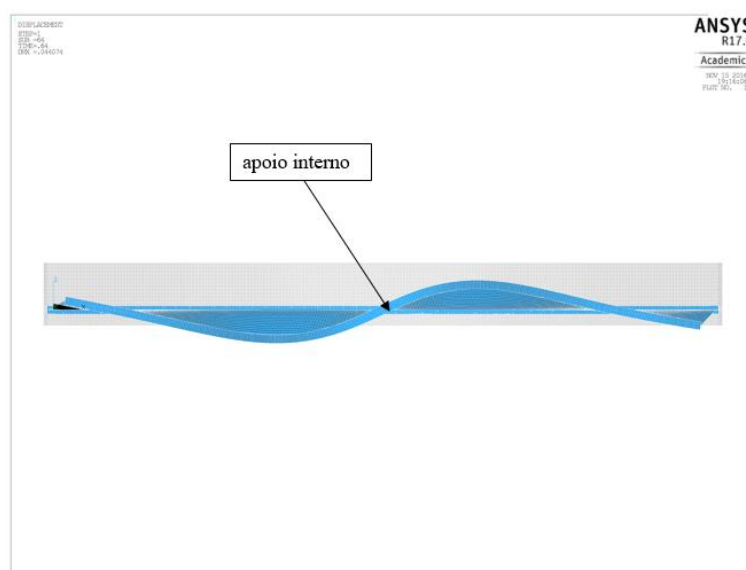
Apesar de o peso específico dos materiais ter sido fornecido na modelagem numérica, conforme descrito na Subseção 5.3.3, nesse modelo numérico desconsiderou-se a influência do peso próprio da estrutura. Esse procedimento se justifica porque os resultados obtidos no ensaio de Chen (1992) foram medidos apenas a partir do instante em que iniciou a aplicação das forças nas extremidades do protótipo. Assim, o deslocamento inicial devido ao peso próprio da estrutura não foi medido por Chen (1992).

Na Subseção 3.2.3, encontra-se o detalhamento do estudo experimental realizado por Chen (1992) sobre FLD. Na Subseção 5.4.1 foram apresentadas as particularidades do ensaio realizado por Chen (1992), enquanto que nesta subseção estão detalhadas as condições de contorno dos modelos numéricos adotados neste estudo para simular os experimentos de Chen (1992). A seguir, na Subseção 5.4.3 encontra-se a descrição dos resultados numéricos obtidos do modelo U4A e, na Subseção 5.4.4, os resultados numéricos obtidos do modelo U5B.

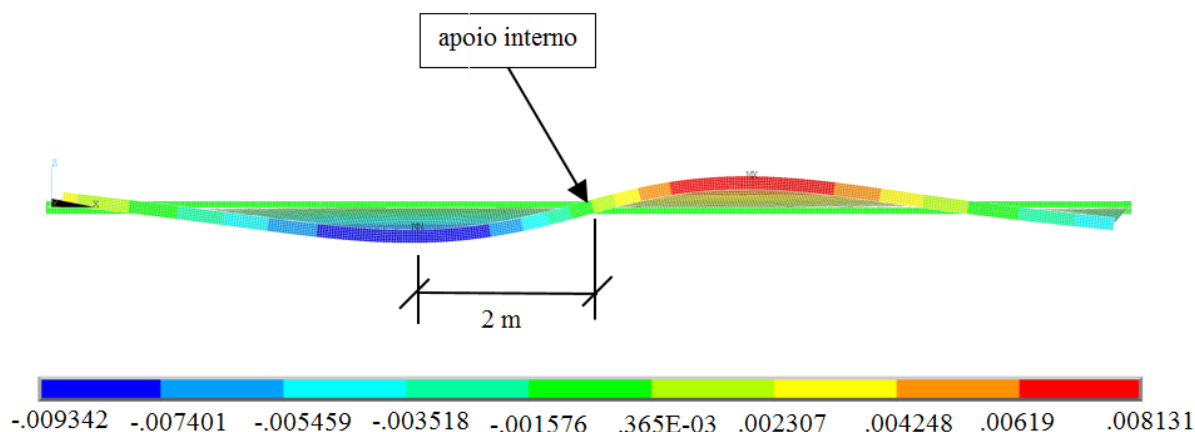
5.4.3 Resultados numéricos e aferição da modelagem do modelo U4A

Como no ensaio do protótipo U4 realizado por Chen (1992) ocorreu FLD na primeira fase do ensaio, os resultados numéricos apresentados nesta subseção se referem apenas à essa fase. O momento fletor resistente da simulação numérica foi igual a 320 kN.m, apenas 0,66% superior ao resultado da primeira fase do ensaio realizado por Chen (1992), igual a, aproximadamente, 318 kN.m.

A Figura 5.28-a apresenta o deslocamento lateral no último subintervalo convergido (subintervalo 64) da mesa inferior do perfil de aço (vista por baixo do modelo numérico) que corresponde ao momento resistente de 320 kN.m. Como pode ser observado, o modelo numérico apresenta o modo de falha caracterizado por FLD. Nota-se, também, que o deslocamento lateral máximo da mesa inferior do perfil de aço foi de 9,3 mm, distante, aproximadamente 2 m do apoio interno. O local de máximo deslocamento lateral está próximo do que foi destacado por Johnson (2004) ao descrever o fenômeno da FLD, ou seja, distante do apoio interno de duas a três vezes a altura do perfil de aço.



a) Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do modelo U4A



b) Valores obtidos do deslocamento lateral no modelo numérico U4A em m

Figura 5.28 – Deslocamento lateral da mesa inferior obtida no modelo numérico U4A

A Figura 5.29 apresenta a tensão de von Mises no perfil de aço. Pode-se notar que o valor máximo dessa tensão ocorre na região do apoio, com valor aproximado de 387 MPa. Como a

resistência ao escoamento do perfil de aço ensaiado por Chen (1992) referente ao protótipo U4A é igual a 386,5 MPa, a tensão de von Mises foi atingida na região do apoio interno quando ocorreu a falha do modelo numérico.

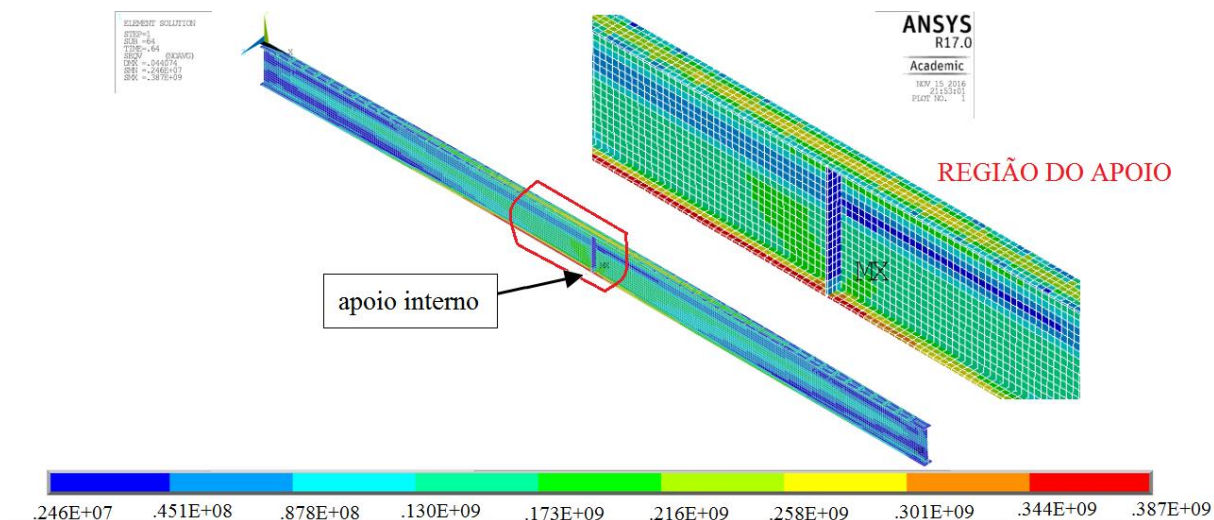
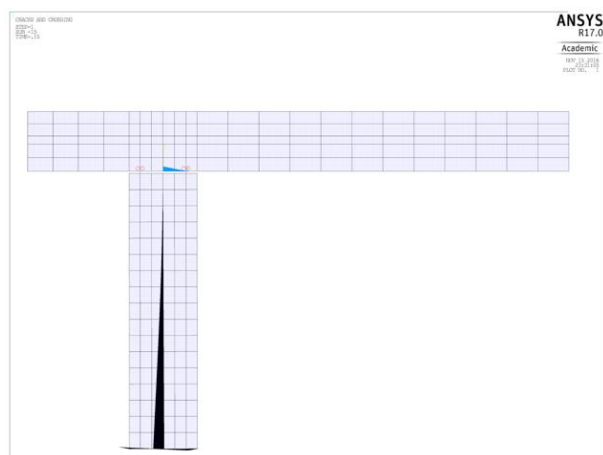


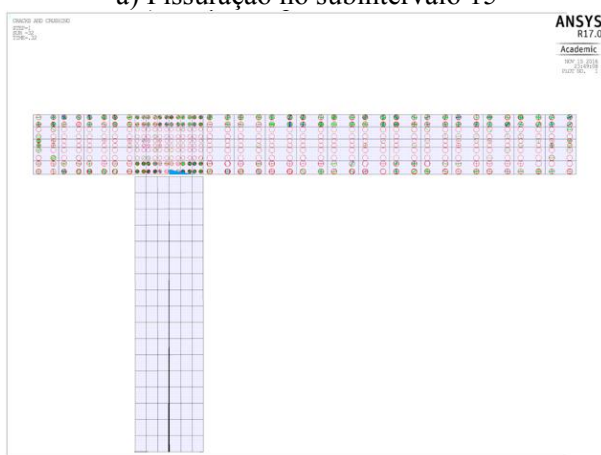
Figura 5.29 – Tensão de von Mises no perfil de aço do modelo numérico U4A em N/m²

A Figura 5.30 apresenta a fissuração e o esmagamento na laje de concreto armado do modelo numérico. Essa figura é obtida com auxílio do comando PLCRACK, disponível para o elemento *Solid65* no Ansys 17.0 (2016). Os círculos representam a fissuração, enquanto os octaedros ilustram as posições de esmagamento. Cada ponto de integração pode fissurar em até três planos diferentes, sendo que a primeira fissura é representada por um círculo vermelho, a segunda por um círculo verde e a terceira por um círculo azul.

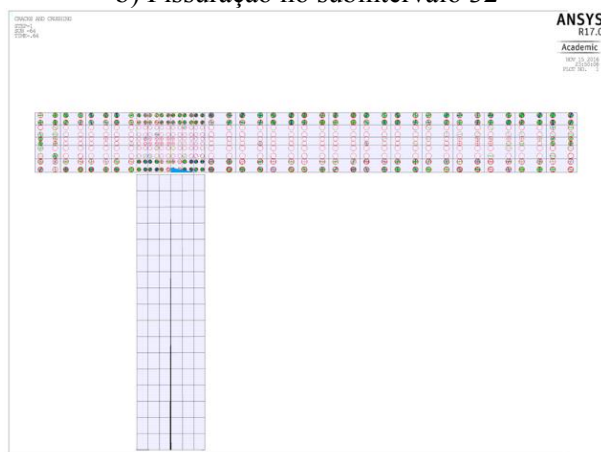
Chen (1992) observou no ensaio o início da fissuração da laje de concreto armado na região do apoio interno logo no início do carregamento. A Figura 5.30-a ilustra o subintervalo 15 do modelo numérico, no qual a fissuração da laje de concreto teve início próxima à base do conector, correspondente ao momento nominal de 75 kN.m. No subintervalo 32, ilustrado na Figura 5.30-b, a fissuração na laje de concreto se espalha verticalmente até a face superior da laje e horizontalmente até a região de simetria do modelo numérico (metade do vão da laje). No último subintervalo convergido (subintervalo 64 – Figura 5.30-c), praticamente toda a laje encontra-se fissurada.



a) Fissuração no subintervalo 15



b) Fissuração no subintervalo 32



c) Fissuração no subintervalo 64

Figura 5.30 – Fissuração da laje de concreto do modelo numérico U4A na região próxima ao apoio interno

Os valores encontrados com a modelagem numérica do modelo U4A desenvolvida neste trabalho foram comparados com os valores obtidos no ensaio realizado por Chen (1992), descrito na Subseção 3.2.3. Na Figura 5.31 consta o deslocamento vertical final na extremidade da viga *versus* o momento no apoio aplicado na viga mista. Como pode ser observado, o resultado obtido numericamente está muito próximo do resultado medido por Chen (1992).

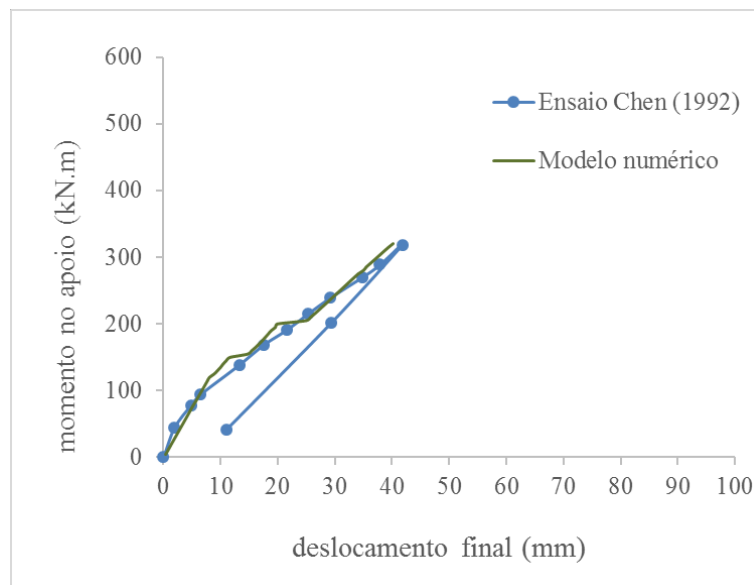
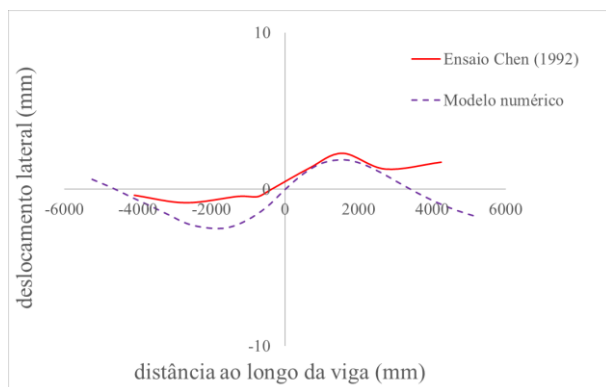
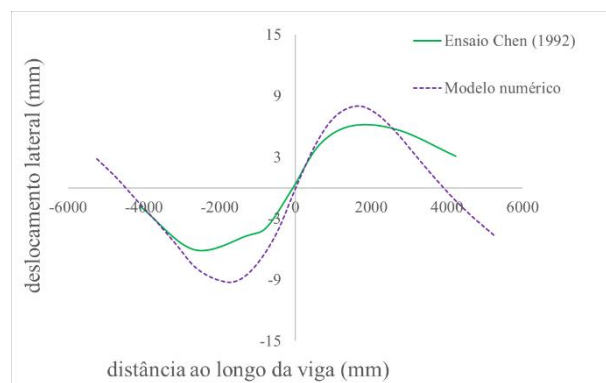


Figura 5.31 – Deslocamento vertical da viga mista do modelo numérico U4A

Durante o ensaio realizado por Chen (1992), também foi medido o deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço em duas etapas do carregamento. Na primeira etapa, o momento fletor no apoio da viga mista estava próximo a 220 kN.m, enquanto na segunda etapa esse momento correspondia a, aproximadamente, 320 kN.m. Conforme se observa na Figura 5.32, em ambas as etapas de carregamento, o resultado obtido numericamente se aproximou do resultado do ensaio de Chen (1992).



a) Etapa com momento igual a 220 kN.m



b) Etapa com momento igual a 320 kN.m

Figura 5.32 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do modelo U4A

Ainda conforme a Subseção 3.2.3, a rotação da mesa inferior do perfil de aço foi medida durante o ensaio realizado por Chen (1992). Na Figura 5.33, observa-se que o resultado obtido no modelo numérico desenvolvido neste trabalho está bastante próximo do ensaio.

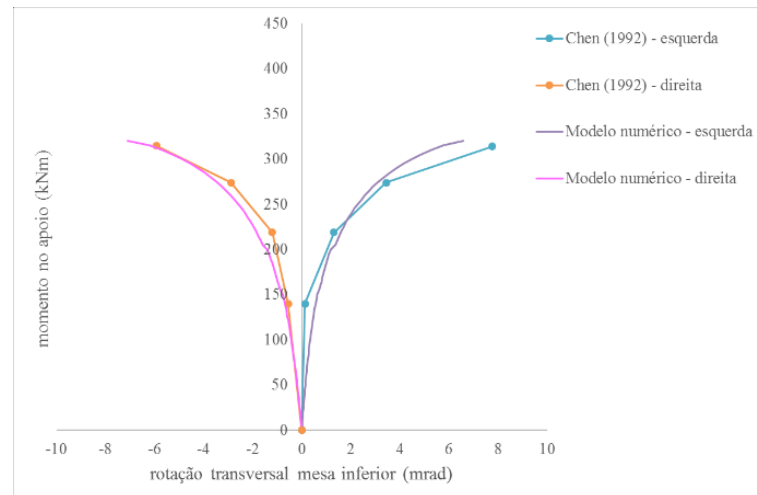
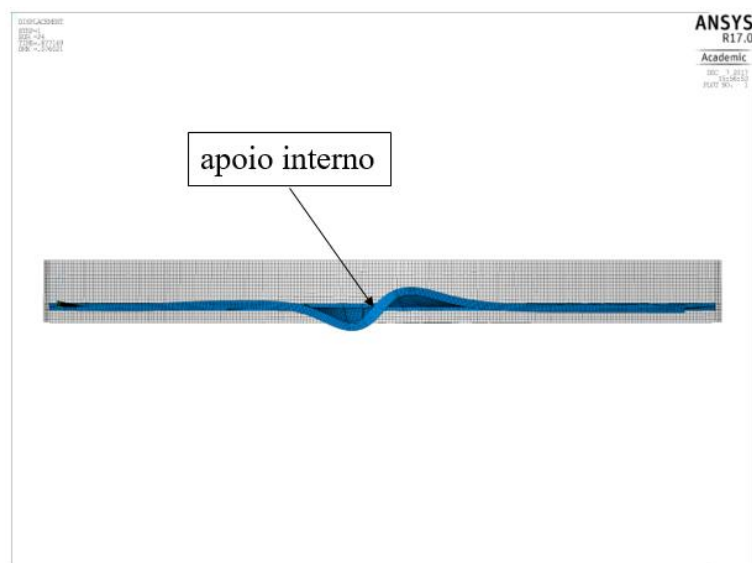


Figura 5.33 – Rotação transversal da mesa inferior do perfil de aço do modelo U4A

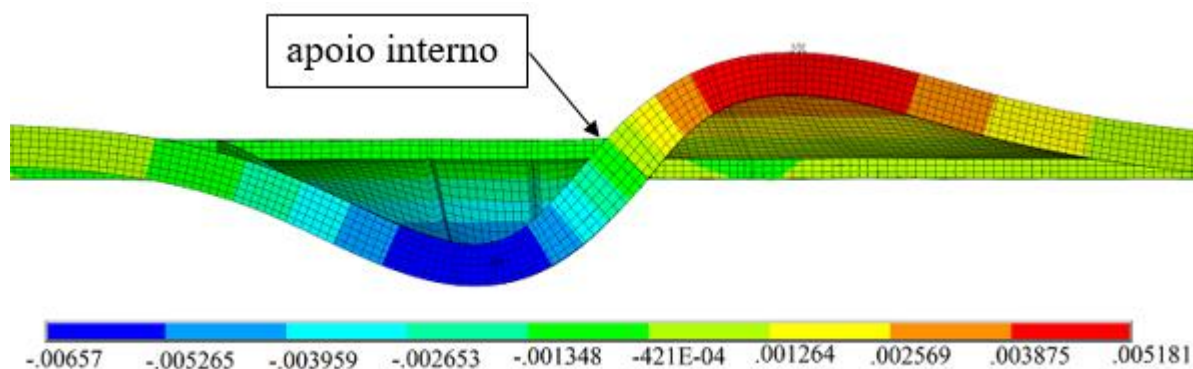
5.4.4 Resultados numéricos e aferição da modelagem do modelo U5B

Como no ensaio do protótipo U5 realizado por Chen (1992) a FLD ocorreu apenas na segunda fase do ensaio, serão apresentados os resultados numéricos referente às duas etapas de carregamento. O momento fletor último da simulação numérica foi igual a 438,57 kN.m, apenas 7% superior ao momento da segunda fase do ensaio realizado por Chen (1992), igual a, aproximadamente, 407 kN.m.

A Figura 5.34-a apresenta o deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço (vista por baixo do modelo numérico) no subintervalo que forneceu o momento fletor último (subintervalo 24). Como pode ser observado, o modelo numérico apresenta o modo de falha caracterizado por FLD. Nota-se, também, que o deslocamento lateral máximo da mesa inferior do perfil de aço ficou próximo do apoio interno, entre dois enrijecedores.



a) Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do modelo U5B



b) Valores obtidos do deslocamento lateral no modelo numérico U5B em m

Figura 5.34 – Deslocamento lateral da mesa inferior obtida no modelo numérico U5B

A Figura 5.35 apresenta a tensão de von Mises no perfil de aço. Pode-se notar que o valor máximo dessa tensão ocorre na região do apoio, com valor aproximado de 369 MPa. Como a resistência ao escoamento do perfil de aço ensaiado por Chen (1992) referente ao protótipo U5B é igual a 369 MPa, a tensão de von Mises foi atingida na região do apoio interno quando ocorreu a falha do modelo numérico.

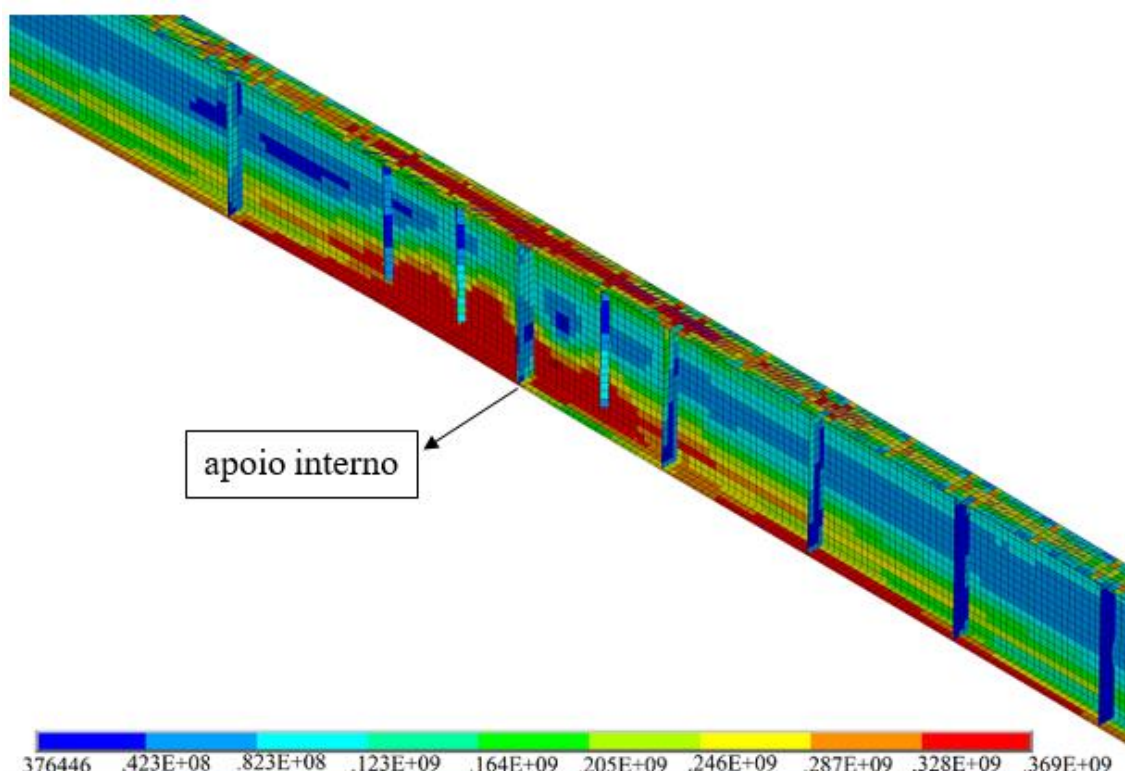


Figura 5.35 – Tensão de von Mises no perfil de aço do modelo U5B em N/m^2

Os valores encontrados com a modelagem numérica do modelo U5B desenvolvida neste trabalho foram comparados com os valores obtidos no ensaio realizado por Chen (1992), descrito na Subseção 3.2.3. Na Figura 5.36 consta o deslocamento vertical na extremidade da viga *versus* o momento no apoio aplicado na viga mista. Como pode ser observado, o resultado obtido numericamente está localizado entre os resultados da 1ª e 2ª fases medidos por Chen (1992).

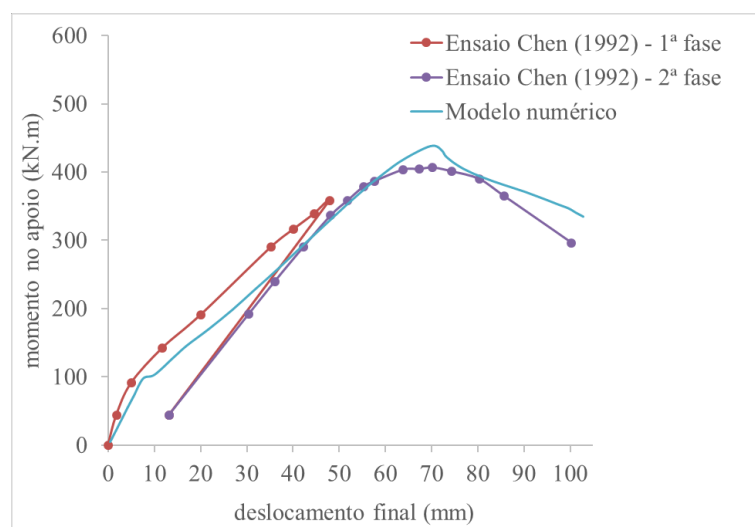


Figura 5.36 – Deslocamento vertical da viga mista do modelo numérico U5B

Durante o ensaio realizado por Chen (1992), também foi medido o deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço na fase de descarregamento. O momento fletor na viga mista medida no ensaio de Chen (1992) estava próximo a 404 kN.m. Pela Figura 5.37 observa-se que o resultado obtido numericamente se aproximou do resultado do ensaio de Chen (1992).

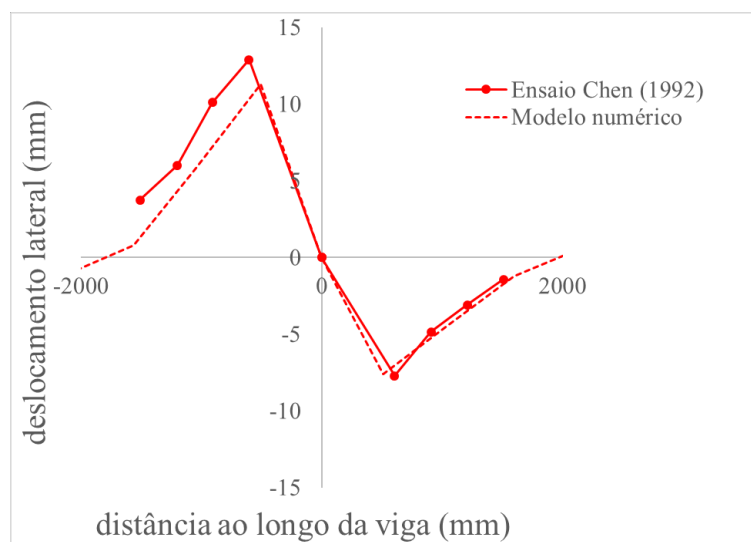


Figura 5.37 – Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do modelo U5B

5.4.5 Consideração final

De acordo com os dados apresentados nas subseções 5.4.3 e 5.4.4, observa-se uma grande convergência entre os resultados, relacionados ao momento último e ao comportamento estrutural, dos modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho e dos ensaios de Chen (1992). Assim, considera-se o modelo numérico desenvolvido neste trabalho apropriado para o estudo de FLD em vigas mistas de aço e concreto.

6

ESTUDO PARAMÉTRICO PARA ANÁLISE DO MOMENTO CRÍTICO ELÁSTICO

6.1 Considerações Gerais

Na determinação do momento fletor resistente à FLD, tem-se como etapa fundamental o cálculo do momento crítico elástico. A equação de M_{cr} proposta por Roik *et al.* (1990), adotada pela ABNT NBR 8800:2008, pode conduzir a resultados conservadores, quando se analisam os vãos internos e inseguros para vãos extremos de vigas mistas. Hanswille (2002) propôs uma nova equação para a obtenção de M_{cr} , porém, conforme observado por Dias (2018), os resultados obtidos pela equação de Roik *et al.* (1990) são melhores, além da equação de Hanswille (2002) ser limitada a algumas condições de carregamento. Como parte da equação deduzida por Roik *et al.* (1990) depende do coeficiente que leva em conta a distribuição do momento fletor, C_{dist} , Oliveira *et al.* (2016) e Amaral (2016) sugerem novos valores para esse coeficiente, supondo que ele é a única fonte de erro da equação. No entanto, Dias (2018) apontou diversas inconsistências nos métodos de cálculo presentes na literatura para a determinação de M_{cr} e, por conta disso, propôs uma nova equação para a obtenção desse momento nas vigas submetidas a momento fletor uniforme que conduz a resultados mais satisfatórios.

Como a equação de M_{cr} de Dias (2018) é limitada a vigas mistas submetidas a um momento fletor uniforme, é proposto neste trabalho um estudo paramétrico para o caso de vigas mistas contínuas submetidas a um diagrama de momento fletor não uniforme. Como simplificação, inicialmente propõem-se modelos com diagrama de momento fletor triangular simétrico em relação ao centro do trecho de momento fletor negativo, além da rigidez da laje como infinita e a manutenção da linha neutra elástica sempre no centro geométrico do perfil de aço (Seção 6.2). Posteriormente, é analisada a influência do diagrama de momento fletor (Seção 6.3). Em seguida, são impostos diferentes valores de rigidez da laje (Seção 6.4) e o deslocamento da posição da linha neutra elástica (Seção 6.5), mostrando que esses efeitos podem ser tratados como desacoplados uns dos outros. As modificações necessárias ao procedimento de cálculo

de M_{cr} proposto por Dias (2018) para a consideração de um momento fletor não uniforme são apresentadas nas seções a seguir, sendo a adequabilidade de todas as modificações propostas neste trabalho verificadas na Seção 6.6. Por fim, na Seção 6.7 é realizada uma comparação da equação proposta neste trabalho com a equação de Roik *et al.* (1990) e, na Seção 6.8, com a equação de Hanswille (2002).

6.2 Análise do Diagrama de Momento Fletor Não Uniforme

6.2.1 Considerações iniciais

Para análise do momento crítico elástico de vigas mistas contínuas é tomada como base a equação de M_{cr} proposta por Dias (2018), aplicável apenas a vigas mistas submetidas a momento fletor uniforme. Para avaliar a acurácia da equação do momento crítico elástico de vigas mistas submetidas a um diagrama de momento fletor não uniforme, inicialmente são propostos e analisados 1.503 modelos de vigas mistas contínuas.

Similar a Dias (2018), o estudo paramétrico é feito considerando quatro distâncias entre os centros geométricos das mesas de perfis de aço (300, 600, 900 e 1.200 mm). Como requisitos para fabricação de perfis soldados, a ABNT NBR 5884:2013 prescreve razões entre largura da mesa do perfil de aço e altura do perfil entre um quarto a dois terços para vigas e vigas-colunas. Quando essa razão supera a metade, observa-se a predominância da flambagem local da mesa ao invés da flambagem lateral com distorção. Por esse motivo, para cada uma das alturas do perfil analisadas, apenas três razões entre a largura da mesa do perfil de aço (b_f) e a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil (h_0) são propostas ($b_f/h_0 = 1/4, 1/3$ e $1/2$).

Com relação à espessura da alma do perfil de aço, são analisadas razões entre a distância dos centros geométricos das mesas do perfil e a espessura da alma (h_0/t_w) iguais a 60, 70, 80, 90 e 100. Valores superiores a 100 podem conduzir a perfis de alma esbelta, segundo a ABNT NBR 8800:2008, ou a perfis de Classe 4, segundo a EN 1994-1-1:2004, estando fora de escopo das normas para o dimensionamento de vigas mistas contínuas. Para o caso de valores abaixo de 60, os perfis apresentam uma alma bastante rígida, dificultando a ocorrência da flambagem lateral com distorção.

Para determinar a espessura da mesa do perfil de aço, adotou-se razões entre a semilargura e a espessura da mesa ($b_f/2t_f$) iguais a 5, 6, 7, 8, 9 e 10. Esses valores são determinados de maneira a evitar a flambagem local, não permitindo que se tenha mesas esbeltas segundo a ABNT NBR 8800:2008 ou mesa que levam o perfil a ser classificado como de Classe 4, de acordo com a EN 1994-1-1:2004.

Como destacado na Subseção 4.3.4, apenas a região de momento negativo é simulada nessa análise numérica. O comprimento da viga mista é determinado com base na razão entre o comprimento do trecho de momento negativo (L_{neg}) e a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço (h_0), sendo adotadas razões iguais a 10, 15, 20, 25 e 30. Inicialmente é analisada a situação em que o diagrama de momento fletor negativo é simétrico em relação a cada vão da viga mista (Figura 6.1). Nesse caso, cada trecho da viga sempre corresponde à metade do comprimento da viga.

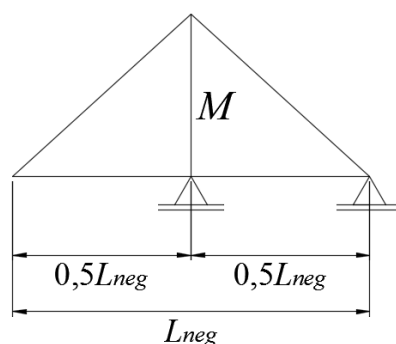


Figura 6.1 – Tipo de diagrama de momento fletor analisado para determinação de M_{cr}

De acordo com a determinação dos parâmetros da viga mista, todas as possíveis combinações foram analisadas, conforme ilustrado na Figura 6.2. No total, têm-se 1.800 modelos numéricos. No entanto, apenas 1.503 modelos, nos quais ocorreu a FLD (Figura 6.3-a), são tratados neste estudo, uma vez que os demais modelos apresentaram flambagem da alma por cisalhamento (Figura 6.3-b), sendo descartados.

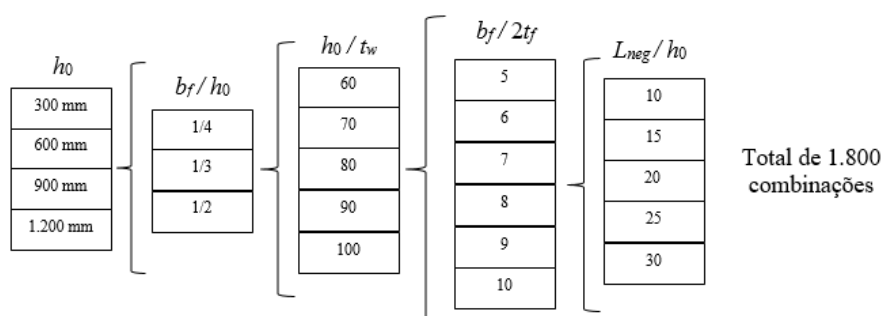


Figura 6.2 – Modelos analisados no estudo paramétrico para análise do diagrama de momento fletor não uniforme

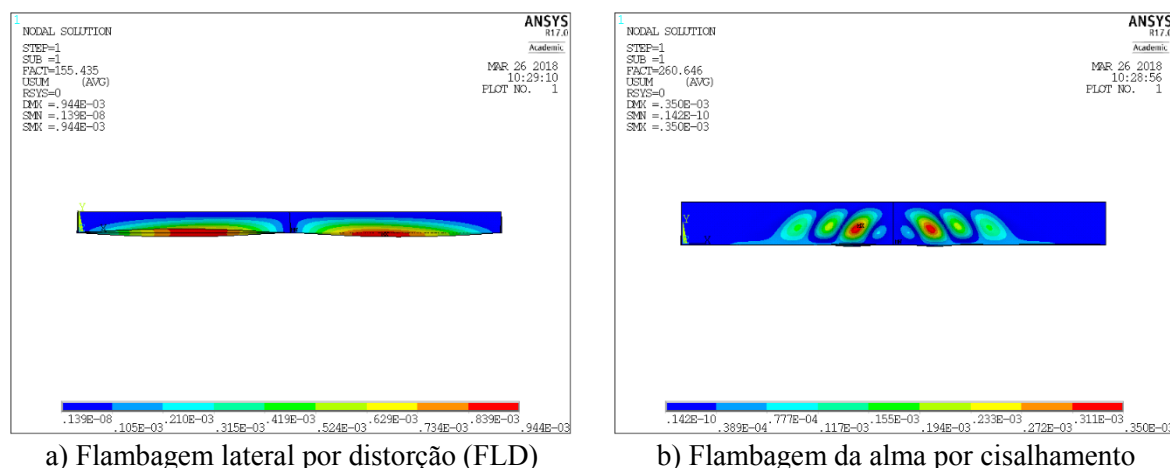


Figura 6.3 – Modos de flambagem obtidos no estudo paramétrico

Com auxílio do programa *Matlab* foi desenvolvido um código que gerasse os 1.800 modelos numéricos a serem analisados, obtendo todos os arquivos de entrada. Um outro código foi desenvolvido com auxílio do programa *Pedal*, um editor de APDL, para que todos os modelos fossem rodados sequencialmente e seus resultados anotados em arquivo texto. Esse processo de automatização facilitou a obtenção de resultados do grande número de modelos estudados. A geometria de todos os modelos numéricos analisados, bem como os resultados obtidos são apresentados na Tabela 1 que está disponível no seguinte *link*: www.dropbox.com/sh/ezqux7hs8uparfm/AACAaEFhoh6geyZmSOs8UlpSa?dl=0.

6.2.2 Equação proposta e comparação com os resultados numéricos

Dias (2018) apresentou a Equação (3.47), descrita na Subseção 3.3.6, para a determinação do momento crítico elástico para vigas mistas submetidas a momento fletor uniforme. Com base nos resultados dos 1.503 modelos numéricos submetidos a momento fletor não uniforme, nos quais ocorreu a flambagem lateral com distorção, neste trabalho são propostas as seguintes alterações nessa equação para levar em consideração essa nova distribuição de momento fletor:

- o comprimento do vão, L , adotado na Equação (3.47), corresponde ao comprimento da região de momento negativo, sendo aqui representado por L_{neg} ;
- para os casos de diagrama de momento fletor uniforme, a formação da semionda, característica da FLD, ocorre em todo o comprimento de momento negativo (nesse caso, coincide com o vão da viga mista). Já para os casos de momento fletor não uniforme, há formação da semionda em cada lado do apoio interno, sendo esse apoio situado na metade do trecho de momento negativo.

Por conta disso, para esses casos, é considerada na determinação de M_{cr} a metade do comprimento da região de momento negativo, sendo por isso, multiplicado por 4 o termo $E_a C_w / L_{neg}^2$;

- por regressão linear e analisando todas as variações paramétricas descritas na Figura 6.2, observou-se a necessidade de se introduzir o fator $2,13 (L_{neg}/h_0)^{-0,1}$.

Assim, a nova equação pode ser dada por:

$$M_a = 2,13 \left(\frac{L_{neg}}{h_0} \right)^{-0,1} \frac{1}{h_0} \left\{ G_a J + \frac{4 E_a C_{w,D}}{L_{neg}^2} \left[(n \pi)^2 + \left(\frac{\eta_b}{n \pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (6.1)$$

onde L_{neg} é o comprimento do trecho de momento negativo, h_0 é a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço, J é a constante de torção do perfil de aço, G_a e E_a são o módulo de elasticidade transversal e o módulo de elasticidade do aço do perfil, respectivamente. O parâmetro n corresponde ao número de semiondas, sendo seu valor obtido conforme descrito no trabalho de Dias (2018), apresentado na Subseção 3.3.6. Os parâmetros $C_{w,D}$ e η_B são calculados pelas seguintes equações:

$$C_{w,D} = I_{af,y} h_0^2 \quad (6.2)$$

$$\eta_B = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{k_r L_{neg}^4}{E_a C_{w,D}}} \quad (6.3)$$

sendo, $I_{af,y}$ o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y e k_r a rigidez rotacional da viga mista, calculada pela Equação (2.4), apresentada na Subseção 2.1.3.

Salienta-se que a Equação (6.1) foi desenvolvida para o caso de diagrama de momento fletor com valor máximo negativo sobre o apoio, com decréscimo linear na direção do interior do vão da viga até que se anule. Evidentemente, essa equação pode ser usada também no caso de variação parabólica do diagrama de momento, levando a resultados levemente conservadores (Figura 6.4-a). Da mesma forma, a Equação (3.47), para momento uniforme, pode também ser usada de modo conservador se o momento fletor variar, com qualquer distribuição, ao longo do vão, sem se anular (Figura 6.4-b). De maneira conservadora, deve-se também adotar a Equação (3.47) quando o momento fletor se anular no vão, sem haver uma parcela de momento fletor positivo.

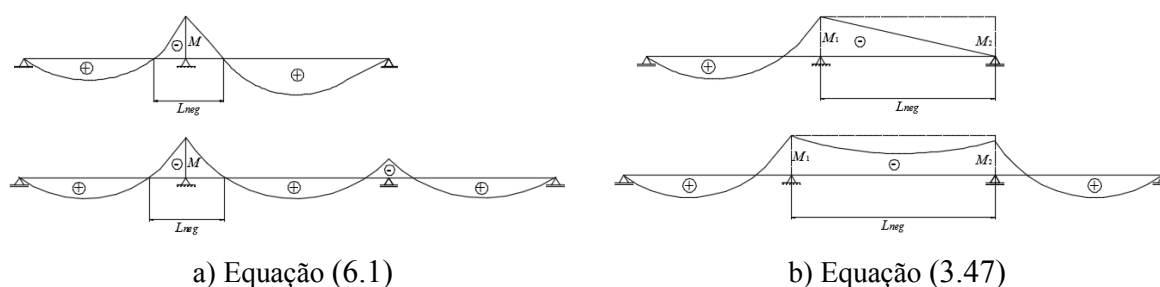


Figura 6.4 – Possibilidades de utilização das equações (6.1) e (3.47)

Na Figura 6.5 é apresentada uma comparação entre os resultados obtidos com a Equação (6.1) e os numéricos, normalizados pelo momento de início de escoamento da seção transversal (M_y), considerando como referência um aço com resistência ao escoamento de 300 MPa. A região entre as duas retas verdes representa uma situação na qual o desvio é inferior a 10%. Já a região entre as duas retas vermelhas representa a situação na qual o desvio é inferior a 20%. Observa-se que a maioria dos resultados obtidos estão dentro da faixa de desvio de 10%, e nenhum resultado ultrapassou a faixa de 20%. Como a média do erro obtido corresponde a apenas 1,91%, com um desvio padrão de 0,071% e um coeficiente de variação igual a 3,73%, pode-se afirmar que a Equação (6.1) se mostra adequada para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas submetidas a momento fletor não uniforme.

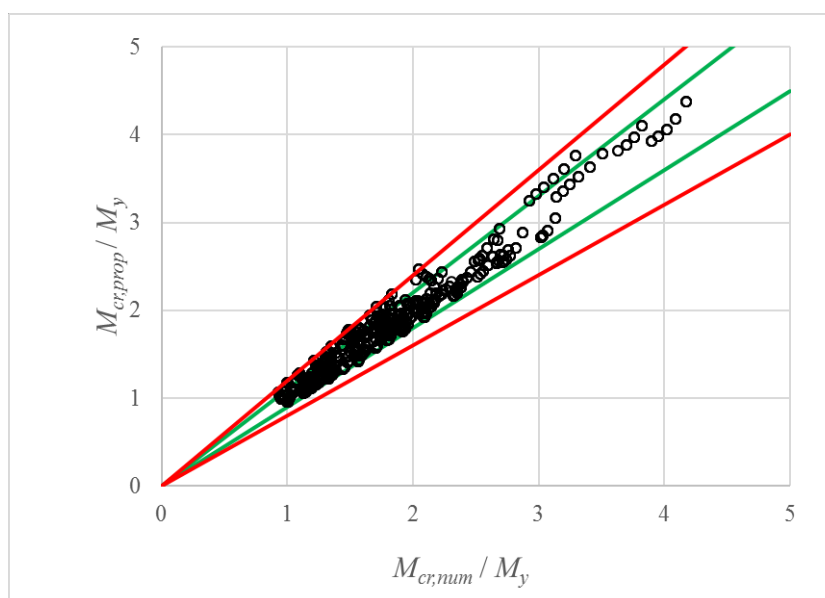


Figura 6.5 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta considerando o diagrama de momento fletor não uniforme

Ao analisar os desvios entre os resultados fornecidos pela equação proposta e os numéricos, é possível obter a frequência acumulada dos erros. Na Tabela 6.1 consta o erro limite com a frequência acumulada de cada erro.

Tabela 6.1 – Frequência de erros da equação proposta considerando o diagrama de momento fletor não uniforme

Erro limite	Frequência acumulada
0%	0%
1%	8,05%
2%	15,24%
3%	23,49%
4%	33,60%
5%	46,11%
6%	60,08%
7%	69,93%
8%	77,91%
9%	80,84%
10%	84,83%
11%	86,96%
12%	89,35%
13%	91,22%
14%	92,81%
15%	95,21%
16%	95,48%
17%	97,07%
18%	98,40%
19%	98,94%
20%	99,73%
21%	100%

A Tabela 6.1 também pode ser representada graficamente pela Figura 6.6.

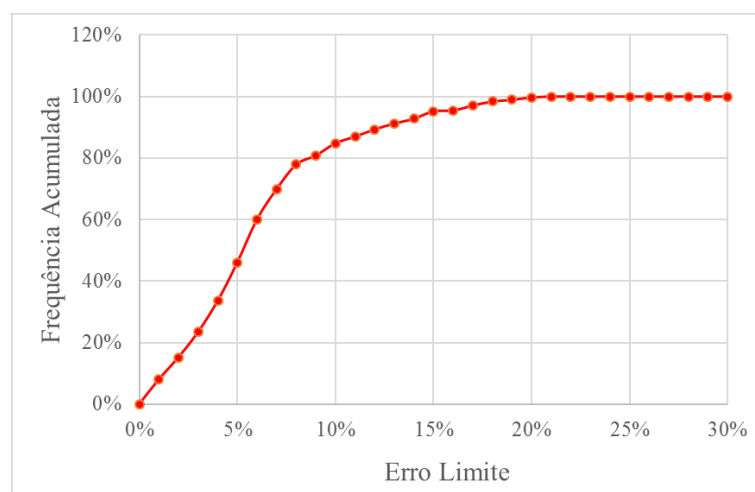


Figura 6.6 – Representação gráfica da distribuição de erro para análise de diagrama de momento fletor não uniforme

Desses dados, observa-se que os erros obtidos são inferiores a 10% em 84,83% dos modelos analisados e inferiores a 15% em 95,21% dos modelos analisados. Consta-se, portanto, que a Equação (6.1) reproduz muito bem os resultados do momento crítico obtidos numericamente.

6.3 Análise da Variação do Momento Fletor na Viga Mista

6.3.1 Considerações iniciais

Para avaliar a variação do momento fletor ao longo da viga mista contínua, inicialmente são propostos e analisados 1.846 modelos de vigas mistas contínuas. Nesses modelos são consideradas dez posições diferentes do apoio externo da viga mista, de forma a obter razões entre o vão sobre dois apoios e o comprimento total da viga (corresponde ao comprimento do trecho de momento negativo), L_{neg} , iguais a 0,250, 0,275, 0,300, 0,325, 0,375, 0,400, 0,425, 0,475 e 0,500. A Figura 6.7 ilustra duas possíveis posições analisadas para o apoio externo, mostrando a diferença no diagrama de momento fletor e a designação do menor trecho de momento negativo, L_1 .

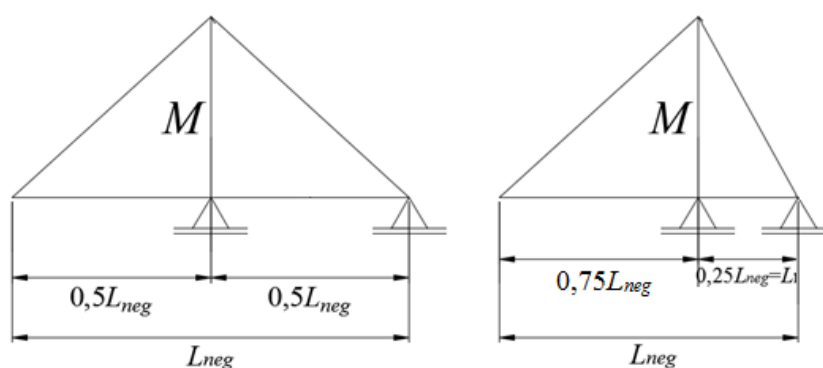


Figura 6.7 – Possíveis posições do apoio externo para a obtenção de diferentes diagramas de momento fletor

Similarmente ao que foi efetuado na Seção 6.2, o estudo paramétrico é feito considerando quatro distâncias entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço (300, 600, 900 e 1.200 mm). Com relação à razão entre a largura da mesa do perfil de aço (b_f) e a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil (h_0) apenas dois valores foram analisados ($b_f/h_0 = 1/4$ e $1/2$). Para a espessura da alma do perfil de aço foram analisadas razões entre a distância dos centros geométricos das mesas do perfil e a espessura da alma (h_0/t_w) iguais a 60, 75 e 90. Para determinar a espessura da mesa do perfil de aço, adotou-se razões entre a

semilargura e a espessura da mesa ($b_f/2t_f$) iguais a 6 e 8. Por fim, a determinação do comprimento da viga mista foi feita com base na razão entre o comprimento do trecho de momento negativo (L_{neg}) e a distância dos centros geométricos das mesas do perfil (h_0), sendo adotado razões iguais a 15, 20, 25 e 30.

De acordo com a determinação dos parâmetros da viga mista, todas as possíveis combinações foram analisadas, conforme ilustrado na Figura 6.8, gerando, no total 1.920 modelos numéricos. No entanto, apenas 1.846 modelos apresentaram flambagem lateral com distorção e são tratados neste estudo. Os restantes apresentaram flambagem da alma por cisalhamento e foram descartados.

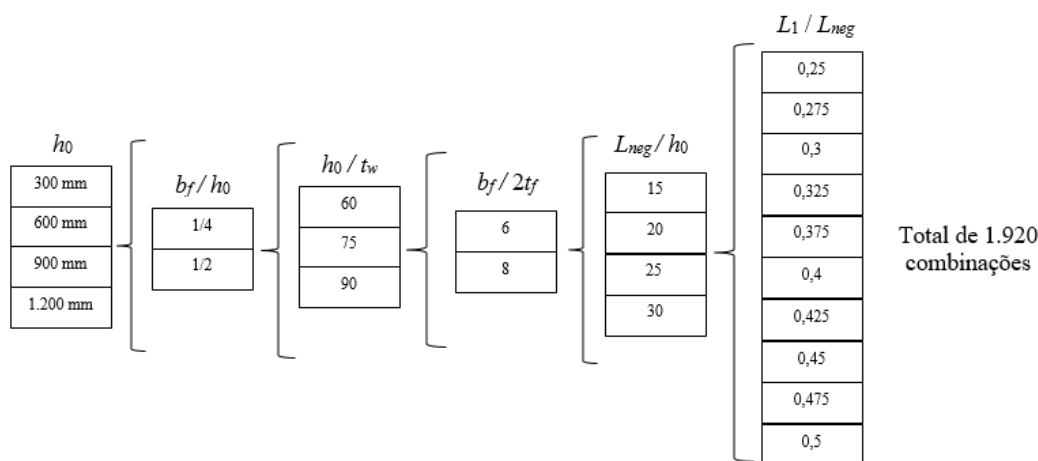


Figura 6.8 – Modelos analisados no estudo paramétrico para análise da variação do momento fletor na viga mista

A geometria de todos os modelos numéricos analisados, bem como os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2 que está disponível no seguinte *link*: www.dropbox.com/sh/ezqux7hs8uparfm/AACAaEFhoh6geyZmSOs8UlpSa?dl=0.

6.3.2 Equação proposta e comparação com os resultados numéricos

Ao analisar os resultados obtidos numericamente, observa-se uma relação entre a razão do momento crítico da viga mista (M_{cr}) e o momento crítico correspondente ao caso em que o apoio interno da viga mista está localizado no meio do vão ($M_{cr,0,5}$) com a razão do menor comprimento do trecho de momento negativo (L_1) e o comprimento crítico da viga mista (L_{cr}), conforme ilustrado na Figura 6.9. O valor de L_{cr} corresponde ao comprimento crítico de meia onda de uma viga mista, sendo sua equação descrita no trabalho de Zhou *et al.* (2016) como:

$$L_{cr} = 2,4 h_w [b_f^3 t_f (1 - v_a^2) / (t_w^3 h_w)]^{0,25} \quad (3.41)\text{-a}$$

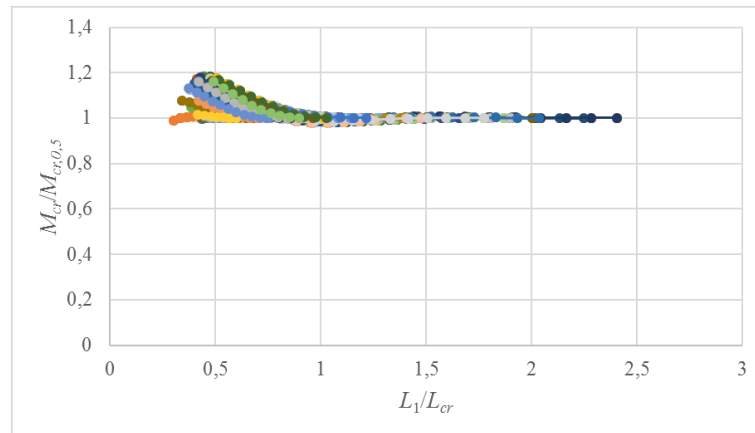


Figura 6.9 – Relação entre $M_{cr}/M_{cr,0,5}$ e L_1/L_{cr}

Observa-se na Figura 6.9 que quando a razão entre L_1/L_{cr} é maior do que 1,0, o valor de $M_{cr}/M_{cr,0,5}$ fica próximo a 1,0. Quando L_1/L_{cr} está abaixo de 1,0, pode-se traçar uma linha de tendência para obter uma relação entre $M_{cr}/M_{cr,0,5}$ e L_1/L_{cr} , conforme ilustrado na Figura 6.10. Essa equação obtida retrata a influência da variação do momento fletor ao longo da viga mista, influência esta representada pelo símbolo β .

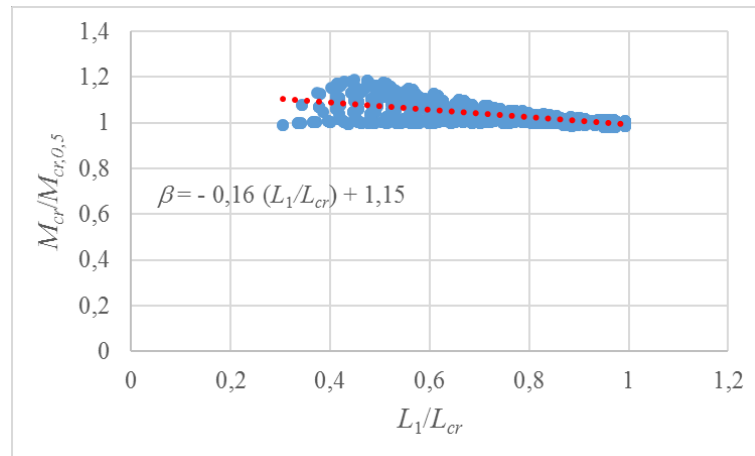


Figura 6.10 – Coeficiente que leva em conta a variação de momento fletor na viga mista

Assim, deve-se adotar a equação a seguir para obter o momento crítico:

$$M_a = 2,13 \beta \left(\frac{L_{neg}}{h_0} \right)^{-0,1} \frac{1}{h_0} \left\{ G_a J + \frac{4 E_a C_{w,D}}{L_{neg}^2} \left[(n \pi)^2 + \left(\frac{\eta_b}{n \pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (6.4)$$

sendo β o coeficiente que leva em consideração a variação do momento fletor ao longo da viga mista. Esse coeficiente é dado por:

$$\beta = 1,0, \quad \text{se } \frac{L_1}{L_{cr}} \geq 1,0$$

$$\beta = -0,16 \left(\frac{L_1}{L_{cr}} \right) + 1,15, \quad \text{se } \frac{L_1}{L_{cr}} < 1,0 \quad (6.5)$$

Uma comparação entre os resultados numéricos e os obtidos segundo a equação proposta pode ser visualizada na Figura 6.11. Novamente, a região entre as duas retas verdes representa uma situação na qual o desvio entre os resultados numéricos e os obtidos pela equação proposta é inferior a 10%. Já a região entre as duas retas vermelhas representa a situação na qual o desvio é inferior a 20%. Observa-se que a maioria dos resultados obtidos estão dentro da faixa de desvio de 10%, e nenhum resultado ultrapassou a faixa de 20%. Como a média do erro obtido corresponde a apenas 1,89%, com um desvio padrão de 0,082% e um coeficiente de variação igual a 4,34%, pode-se afirmar que a Equação (6.4) é adequada para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas submetidas a um momento fletor não uniforme.

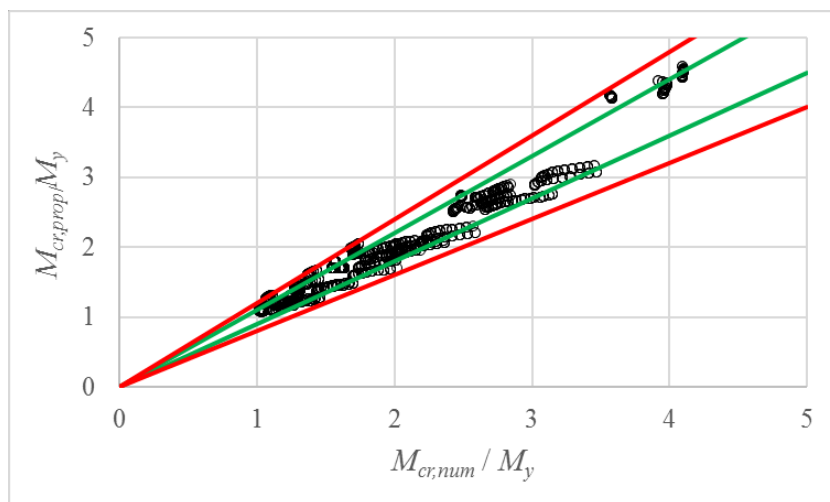


Figura 6.11 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta considerando a variação do momento fletor na viga mista

Ao analisar os desvios entre os resultados propostos e os numéricos, é possível obter a frequência acumulada dos erros. Na Tabela 6.2 consta o erro limite com a frequência acumulada de cada erro.

Tabela 6.2 – Frequência de erros da equação proposta considerando a variação do momento fletor na viga mista

Erro limite	Frequência acumulada
0%	0%
1%	4,98%
2%	10,13%
3%	17,55%
4%	28,49%
5%	43,61%
6%	51,41%
7%	57,48%
8%	63,54%
9%	69,72%
10%	76,11%
11%	80,01%
12%	84,51%
13%	85,75%
14%	88,35%
15%	90,74%
16%	93,01%
17%	97,18%
18%	99,13%
19%	100%

A Tabela 6.2 também pode ser representada graficamente pela Figura 6.6.

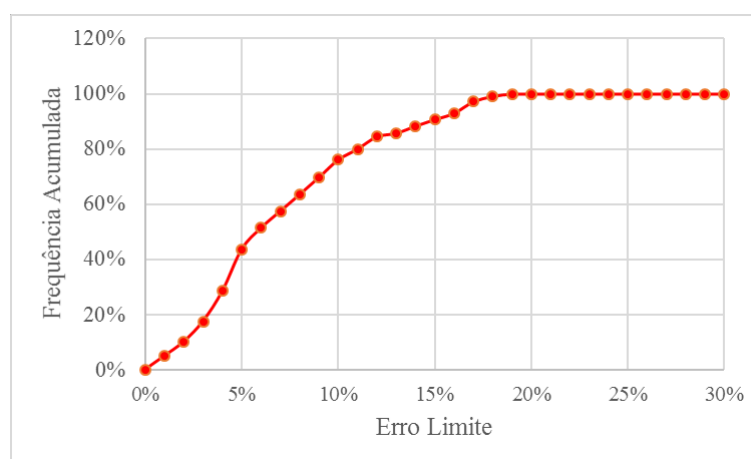


Figura 6.12 – Representação gráfica da distribuição de erro para análise da variação do momento fletor na viga mista

Desses dados, constata-se que os erros obtidos são inferiores a 10% em 76,11% dos modelos analisados e inferiores a 15% em 90,74% desses modelos. Novamente, observa-se uma boa concordância entre resultados obtidos e propostos, comprovando a validade do procedimento apresentado para determinação do momento crítico elástico.

6.4 Análise da Influência da Rigidez da Laje

6.4.1 Considerações iniciais

Nas seções anteriores considerou-se a rigidez à flexão da laje de concreto como infinita, assumindo no lugar de uma mola um apoio que restringe totalmente esse movimento da mesa superior do perfil de aço. Nesse caso, a rigidez k_r da Equação (6.3) é tomada como igual a rigidez da alma do perfil de aço, k_2 . Na presente seção, é usada uma rigidez finita para a mola que restringe parcialmente a rotação da mesa superior do perfil. Nesse caso, o procedimento proposto na Equação (6.3) deve permanecer válido para a consideração da associação em série das rigidezes da laje, k_1 , e da alma, k_2 , calculada conforme descrito na Subseção 2.1.3.

São propostos valores para a rigidez da laje iguais a 500, 600, 750, 950, 1.200, 1.500, 1.800, 2.300, 2.900 e 3.600 kN.m/m. Valores inferiores a 500 kN.m/m resultam em uma situação inusual e na qual a flambagem se aproxima mais da flambagem lateral com torção. Valores acima de 3.600 kN.m/m se aproximam dos casos de rigidez da laje infinita. No total, 1.920 modelos são analisados, com as combinações de propriedades apresentadas na Figura 6.13. Como alguns modelos apresentaram flambagem da alma por cisalhamento, sendo por isso descartados, no final restaram 1.744 modelos para análise dos resultados.

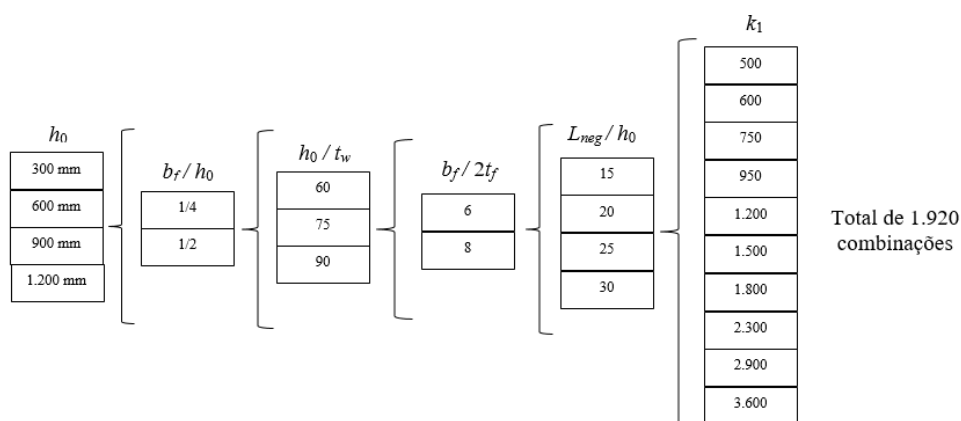


Figura 6.13 – Modelos analisados no estudo paramétrico para análise da rigidez da laje

A geometria de todos os modelos numéricos analisados, bem como os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3 que está disponível no seguinte *link*: www.dropbox.com/sh/ezqux7hs8uparfm/AACAaEFhoh6geyZmSOs8UlpSa?dl=0.

6.4.2 Equação proposta e comparação com os resultados numéricos

A Equação (6.4), proposta e avaliada na Seção 6.3, é aqui analisada considerando a rigidez da laje como finita. Nesse caso, o cálculo da rigidez rotacional k_r é feito considerando a rigidez da laje, k_1 , e a rigidez da alma do perfil de aço, k_2 , como molas ligadas em série.

Uma comparação entre os resultados numéricos e os obtidos segundo a Equação (6.4) pode ser visualizada na Figura 6.14. Novamente, a região entre as duas retas verdes representa uma situação na qual o desvio é inferior a 10% e a região entre as duas retas vermelhas a situação na qual o desvio é inferior a 20%. Observa-se que a maioria dos resultados obtidos estão dentro da faixa de desvio de 10%, com muitos poucos resultados ultrapassando os 20% de erro. Como a média do erro obtido corresponde a apenas 3,46%, com um desvio padrão de 0,073% e um coeficiente de variação igual a 2,12%, pode-se afirmar que a equação em análise se mostra adequada para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas submetidas a um momento fletor não uniforme, considerando o cálculo da rigidez rotacional k_r conforme a Subseção 2.1.3.

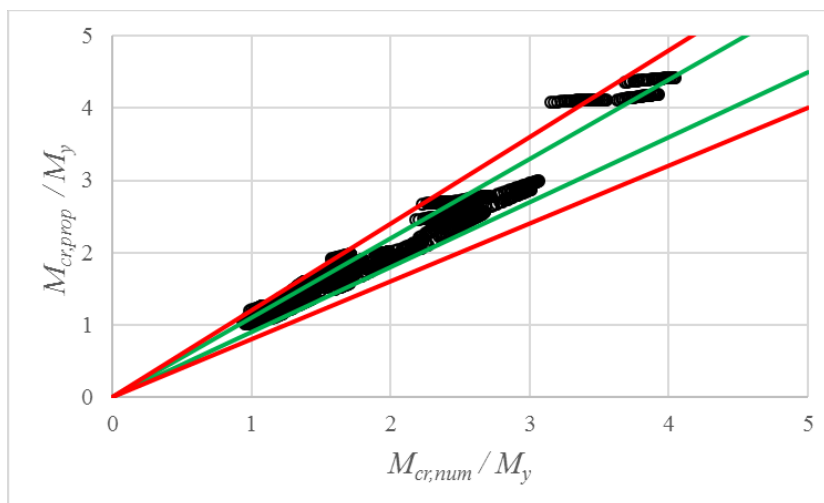


Figura 6.14 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta considerando a variação da rigidez da laje

Ao analisar os desvios entre os resultados propostos e numéricos, é possível obter a frequência acumulada dos erros. Assim, na Tabela 6.3 são mostrados o erro limite e a frequência acumulada de cada erro.

Tabela 6.3 – Frequência de erros da equação proposta considerando a variação da rigidez da laje

Erro limite	Frequência acumulada
0%	0%
1%	4,01%
2%	13,42%
3%	21,56%
4%	34,52%
5%	53,78%
6%	62,96%
7%	68,92%
8%	73,74%
9%	77,18%
10%	80,22%
11%	82,45%
12%	84,46%
13%	86,24%
14%	88,70%
15%	90,54%
16%	93,46%
17%	96,39%
18%	97,31%
19%	97,88%
20%	98,45%
21%	98,80%
22%	99,08%
23%	99,25%
24%	99,43%
25%	99,60%
26%	99,71%
27%	99,83%
28%	99,89%
29%	99,94%
30%	100%

A Tabela 6.3 também pode ser representada graficamente pela Figura 6.15.

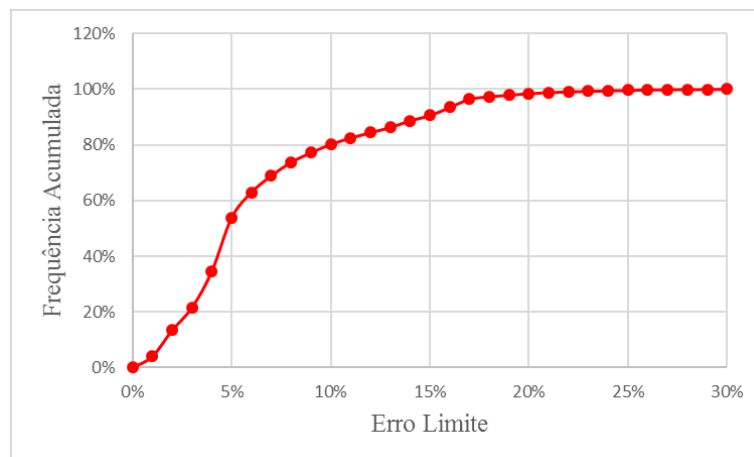


Figura 6.15 – Representação gráfica da distribuição de erro para análise da rigidez da laje

Desses dados, constata-se que os erros obtidos são inferiores a 10% em 80,22% dos modelos analisados e inferiores a 15% em 90,54% desses modelos. Novamente, observa-se uma boa concordância entre os resultados obtidos e os propostos, comprovando a validade do procedimento apresentado para determinação do momento crítico elástico.

6.5 Análise da Influência do Deslocamento da Linha Neutra Elástica

6.5.1 Considerações iniciais

Nas seções anteriores, o deslocamento da linha neutra elástica foi considerado como nulo, com a linha neutra sempre passando pelo centro geométrico do perfil de aço. Nesta seção prevê-se razões entre a distância do centroide do perfil de aço ao centroide da seção mista ($\bar{y}$) e a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço, h_0 variando de 0 a 0,5, com incremento de 0,05, constituindo onze situações entre os dois extremos possíveis.

No total, 2.112 modelos são analisados, com as combinações de parâmetros apresentadas na Figura 6.16. Como alguns modelos apresentaram flambagem da alma por cisalhamento, sendo por isso descartados, no final ficaram 1.516 modelos para análise dos resultados.

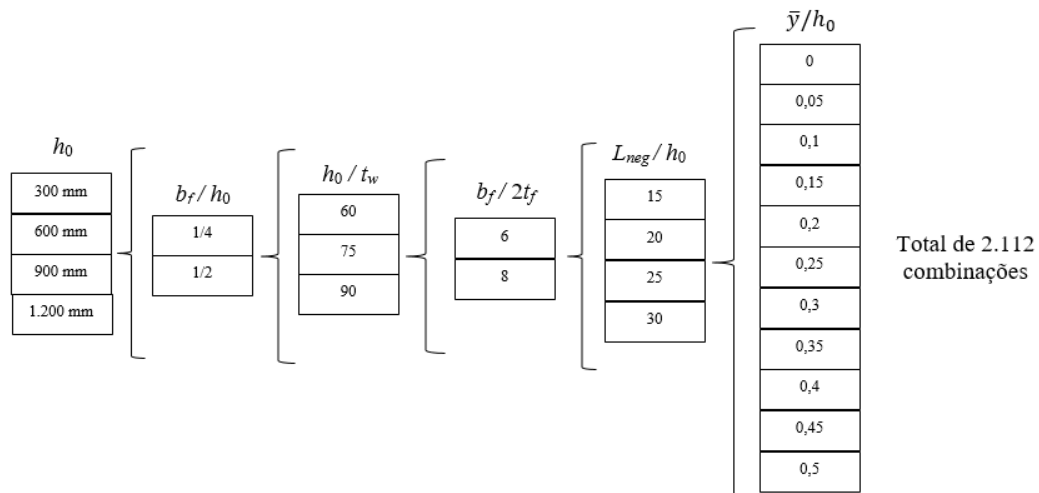


Figura 6.16 – Modelos analisados no estudo paramétrico para análise do deslocamento da linha neutra elástica

A geometria de todos os modelos numéricos analisados, bem como os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4 que está disponível no seguinte *link*: www.dropbox.com/sh/ezqux7hs8uparfm/AACAaEFhoh6geyZmSOs8Ulpsa?dl=0.

6.5.2 Equação proposta e comparação com os resultados numéricos

Similarmente a Dias (2018), para levar em conta a influência do deslocamento da linha neutra elástica, o momento crítico elástico deve ser multiplicado pelo coeficiente $\kappa_{g,0}$, descrito pela Equação (3.51) apresentada na Subseção 3.3.6. Assim, a Equação (6.4) deve ser multiplicada por esse coeficiente.

A comparação entre os resultados numéricos e os obtidos segundo a equação proposta multiplicada pelo coeficiente $\kappa_{g,0}$ pode ser visualizada na Figura 6.17. Mais uma vez, a região entre as duas retas verdes representa uma situação na qual o desvio é inferior a 10% e a região entre as duas retas vermelhas a situação na qual o desvio é inferior a 20%. Observa-se que a maioria dos resultados obtidos estão dentro da faixa de desvio de 10%, com nenhum resultado acima dos 20% de erro. Como a média do erro obtido corresponde a apenas 3,86%, com um desvio padrão de 0,079% e um coeficiente de variação igual a 2,04%, pode-se afirmar que a Equação (6.4) multiplicada pelo coeficiente $\kappa_{g,0}$ se mostra adequada para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas submetidas a um momento fletor não uniforme.

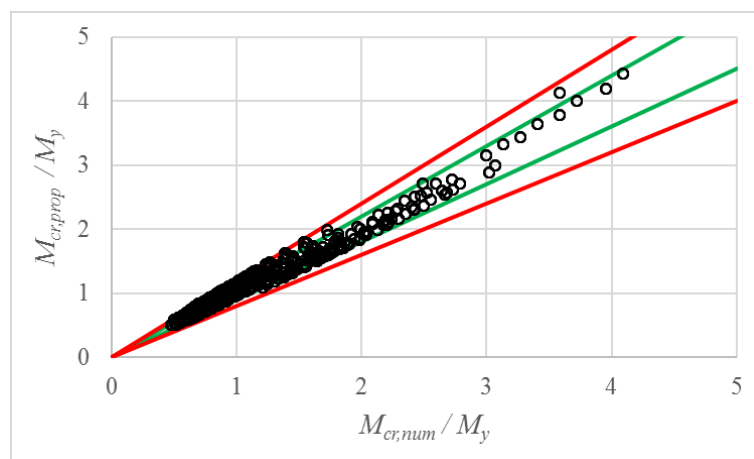


Figura 6.17 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta considerando o deslocamento da linha neutra elástica

Ao analisar os desvios entre os resultados propostos e numéricos, é possível obter a frequência acumulada dos erros, mostrada na Tabela 6.4 conforme o erro limite.

Tabela 6.4 – Frequência de erros da equação proposta considerando a variação de $\bar{y}/h_0$

Erro limite	Frequência acumulada
0%	0%
1%	3,76%
2%	9,83%
3%	15,63%
4%	25,40%
5%	39,91%
6%	48,35%
7%	57,59%
8%	64,97%
9%	71,83%
10%	78,17%
11%	80,28%
12%	82,65%
13%	83,44%
14%	85,29%
15%	87,34%
16%	89,84%
17%	92,35%
18%	97,63%
19%	99,74%
20%	100%

A Tabela 6.4 também pode ser representada graficamente pela Figura 6.18.

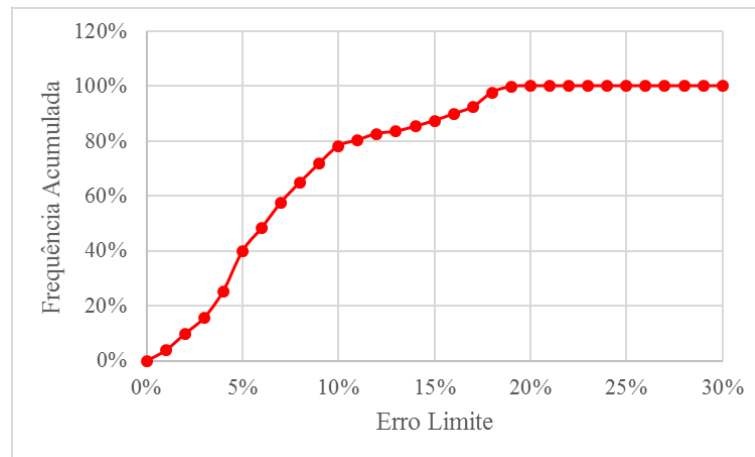


Figura 6.18 – Representação gráfica da distribuição de erro para análise do deslocamento da linha neutra elástica

Desses dados, constata-se que os erros obtidos são inferiores a 10% em 78,17% dos modelos analisados e inferiores a 15% em 87,34% desses modelos. Novamente, caracteriza-se uma boa concordância entre os resultados obtidos e os propostos, comprovando a validade do procedimento apresentado para determinação do momento crítico elástico.

6.6 Avaliação da Equação Proposta

6.6.1 Considerações iniciais

Com o intuito de verificar a adequação da formulação proposta, é realizado um estudo paramétrico considerando todas as variações envolvendo:

- distâncias entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço iguais a 400, 700 e 1.000 mm;
- razões entre a largura das mesas do perfil de aço, b_f , e a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil, h_0 , iguais a 1/4 e 1/2;
- razões entre a distância dos centros geométricos das mesas do perfil, h_0 , e a espessura da alma, t_w , iguais a 60, 75 e 90;
- razões entre a semilargura das mesas do perfil, $b_f/2$, e a espessura das mesas, t_f , iguais a 6 e 8.

A determinação do comprimento da viga mista foi feita com base na razão entre o comprimento do trecho de momento negativo (L_{neg}) e a distância entre os centros geométricos das mesas do

perfil de aço (h_0), sendo adotadas razões iguais a 20, 25 e 30. Diferentes diagramas de momento fletor foram analisados, considerando-se, para isso, razões entre o menor comprimento do trecho de momento negativo (L_1) e o trecho de momento negativo (L_{neg}) iguais a 0,3, 0,4 e 0,5. Três valores de rigidez rotacional da laje são considerados (500, 1.000 e 2.000 kN.m/m). Por fim, são previstas três razões entre a distância do centroide do perfil de aço ao centroide da seção mista ($\bar{y}$) e a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço, h_0 (0,1, 0,2 e 0,3).

De acordo com a determinação dos parâmetros da viga mista, todas as possíveis combinações foram analisadas, conforme ilustrado na Figura 6.19, resultando em 2.916 modelos numéricos. No final, alguns modelos foram descartados por apresentarem flambagem da alma por cisalhamento, restando ainda 2.417 modelos, nos quais ocorreu FLD.

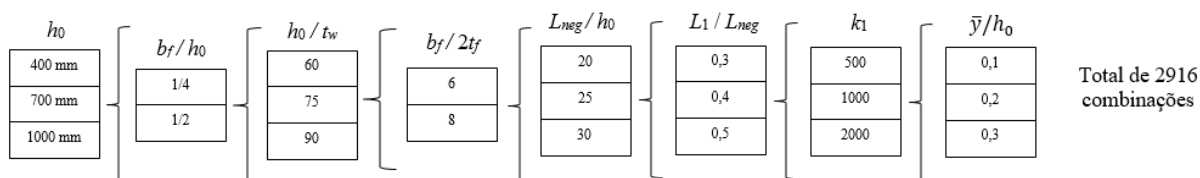


Figura 6.19 – Modelos analisados no estudo paramétrico para avaliação final da formulação proposta para o cálculo do momento crítico elástico

A geometria de todos os modelos numéricos analisados, bem como os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5 que está disponível no seguinte *link*: www.dropbox.com/sh/ezqux7hs8uparfm/AACAaEFhoh6geyZmSOs8UlpSa?dl=0.

6.6.2 Equação proposta e comparação com os resultados numéricos

Das seções anteriores, é possível concluir que a seguinte equação pode ser usada para obtenção do momento crítico elástico de uma viga mista submetida a um momento fletor não uniforme:

$$M_a = 2,13 \beta \left(\frac{L_{neg}}{h_0} \right)^{-0,1} \frac{\kappa_{g,0}}{h_0} \left\{ G_a J + \frac{4 E_a C_{w,D}}{L_{neg}^2} \left[(n \pi)^2 + \left(\frac{\eta_b}{n \pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (6.6)$$

onde $\kappa_{g,0}$ é um parâmetro que leva em consideração a altura da linha neutra elástica e β o coeficiente que leva em consideração a distribuição do diagrama de momento fletor, obtido pela Equação (6.5).

É importante frisar que para se levar em conta a parcela de momento absorvida pela armadura negativa na formulação proposta neste trabalho, deve-se lembrar que, conforme evidenciado pela Equação (3.4), a relação entre momento atuante no perfil de aço e na viga mista pode ser dada pela razão entre as inércias da seção mista e de aço. Assim, similarmente a Dias (2018), o coeficiente $\kappa_{g,0}$ considerando apenas o perfil de aço pode ser reescrito para que considere toda a seção mista, resultando no coeficiente dado pela Equação (3.52), reproduzida a seguir:

$$\kappa_g = \frac{I_x}{I_{ax}} [0,31 + 0,69 \times 0,05^{\bar{y}/h_0}] \quad (3.52)\text{-a}$$

A comparação dos resultados numéricos e os obtidos segundo a equação proposta pode ser visualizada na Figura 6.20. Novamente, a região entre as duas retas verdes representa uma situação na qual o desvio entre os resultados numéricos e obtidos pela equação proposta é inferior a 10% e a região entre as duas retas vermelhas a situação na qual o desvio é inferior a 20%. Observa-se que a maioria dos resultados obtidos estão dentro da faixa de desvio de 10%, com poucos resultados ultrapassando os 20% de erro. Como a média do erro obtido corresponde a apenas 5,0%, com um desvio padrão de 0,093% e um coeficiente de variação igual a 1,86%, pode-se afirmar que a Equação (6.6) é adequada para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas submetidas a um momento fletor não uniforme.

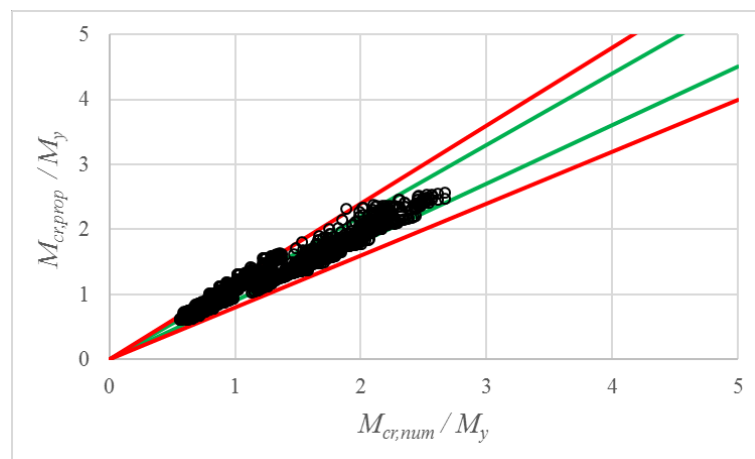


Figura 6.20 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta

Ao analisar os desvios entre os resultados propostos e numéricos, é possível obter a frequência acumulada dos erros. Na Tabela 6.5 consta o erro limite com a frequência acumulada de cada erro.

Tabela 6.5 – Frequência de erros da equação proposta

Erro limite	Frequência acumulada
0%	0%
1%	4,76%
2%	10,05%
3%	14,52%
4%	19,74%
5%	26,11%
6%	35,13%
7%	44,60%
8%	52,79%
9%	62,06%
10%	68,60%
11%	73,15%
12%	75,96%
13%	77,53%
14%	79,15%
15%	80,60%
16%	83,37%
17%	86,64%
18%	90,94%
19%	94,54%
20%	95,74%
21%	96,81%
22%	97,68%
23%	98,59%
24%	98,92%
25%	98,92%
26%	99,17%
27%	99,59%
28%	99,92%
29%	100%

A Tabela 6.5 também pode ser representada graficamente pela Figura 6.21.

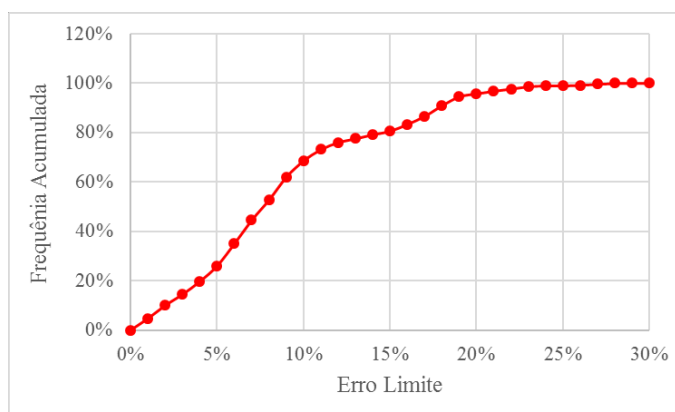


Figura 6.21 – Representação gráfica da distribuição de erro da equação proposta

Desses dados, constata-se que os erros obtidos são inferiores a 10% em 68,60% dos modelos analisados e inferiores a 15% em 80,60% desses modelos. Novamente, observa-se uma boa concordância entre resultados obtidos e propostos, comprovando a validade do procedimento apresentado para determinação do momento crítico elástico.

6.7 Comparação da Equação Proposta com a Equação de Roik *et al.* (1990)

6.7.1 Considerações iniciais

Na presente subseção é feita uma comparação entre o procedimento proposto, apresentado na Seção 6.6, e a formulação proposta por Roik *et al.* (1990), descrita na Subseção 3.3.2. Para isso foram analisados os 74 modelos descritos na Tabela 6.6. Como modelo padrão avaliado nesse estudo paramétrico, é adotada a seção transversal mostrada na Figura 6.22.

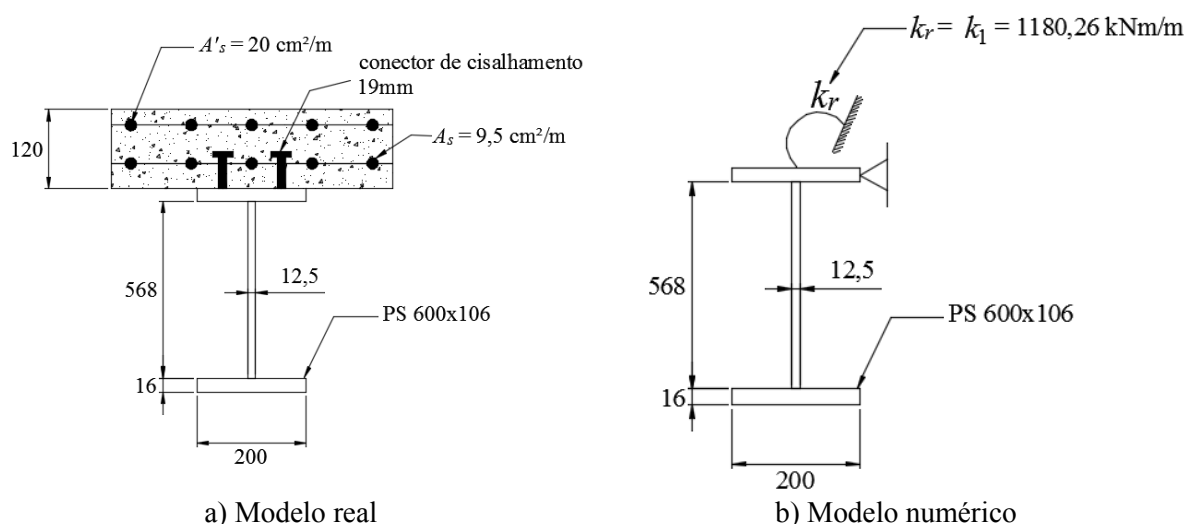


Figura 6.22 – Seção transversal do modelo numérico padrão (dimensões em mm)

Buscou-se sempre trabalhar com perfis de aço classificados como compactos, de forma a não ocorrer flambagem local nos modelos estudados. O comprimento do vão, L , ou seja, a distância entre os apoios da viga mista, corresponde a 15 m e a distância entre vigas (a) adotada é igual a 3 m. Os modelos MCR1 até MCR36 da Tabela 6.6 avaliam o parâmetro C_{dist} da equação de Roik *et al.* (1990). Para isso, esses modelos tiveram variação do diagrama de momento fletor, conforme os valores presentes na Tabela 3.1 da Subseção 3.3.2, consequentemente, sofrem variações os comprimentos do trecho de momento negativo, L_{neg} , e os valores do menor trecho do momento negativo, L_1 . Os modelos MCR37 a MCR44 avaliam a situação de diagrama de momento fletor uniforme, com variações apenas nas dimensões da seção transversal da viga mista. Nos modelos MCR45 a MCR48 sofre variação a armadura negativa da viga mista, A'_s ,

sendo assumidos valores iguais a 50, 40, 30 e 10 cm²/m. Nesse caso, a posição da altura da linha neutra elástica, dada pela razão $\bar{y}/h_0$, também varia. Nos modelos MCR49 a MCR61 sofrem variações as propriedades geométricas do perfil de aço, considerando altura, d , iguais a 800, 700, 500 e 400 mm, largura da mesa, b_f , iguais a 150, 250 e 300 mm, espessura da mesa, t_f , iguais a 12,5, 19, 22,4 e 25 mm e espessura da alma, t_w , iguais a 9,5 e 16 mm. Nos modelos MCR62 a MCR70, sofrem variações a altura da laje, h , considerando valores iguais a 10, 15, 18 e 20 cm, além da distância entre vigas, a , com valores iguais a 2,5, 3,5, 4,0, 4,5 e 5 m. Nesses modelos estudados houve variação do valor da rigidez rotacional da laje, k_1 . Por fim, nos modelos MCR71 a MCR74, variou-se o vão da viga mista, L , com valores iguais a 9, 12, 18 e 21 m, sendo, por isso, alterado o comprimento do trecho de momento negativo, L_{neg} .

Tabela 6.6 – Modelos para comparação do momento crítico elástico obtido pela equação proposta e pela equação de Roik *et al.* (1990)

(continua)

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	L_{neg} (m)	L_1 (m)	k_1 (kN.m/m)	$\bar{y}/d$	C_{dist}
MCR1	600	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,18	29,1
MCR2	600	200	16	12,5	7,81	3,13	1.180,26	0,18	24,5
MCR3	600	200	16	12,5	8,42	2,82	1.180,26	0,19	21,8
MCR4	600	200	16	12,5	9,19	2,63	1.180,26	0,20	19,8
MCR5	600	200	16	12,5	10,03	2,50	1.180,26	0,22	18,4
MCR6	600	200	16	12,5	10,87	2,41	1.180,26	0,23	17,3
MCR7	600	200	16	12,5	11,69	2,35	1.180,26	0,25	16,5
MCR8	600	200	16	12,5	12,66	2,29	1.180,26	0,26	15,9
MCR9	600	200	16	12,5	13,50	2,25	1.180,26	0,26	15,4
MCR10	600	200	16	12,5	7,56	3	1.180,26	0,18	21,6
MCR11	600	200	16	12,5	9,06	2,58	1.180,26	0,20	17,3
MCR12	600	200	16	12,5	15	2,25	1.180,26	0,26	14,7
MCR13	600	200	16	12,5	15	2,02	1.180,26	0,26	13,4
MCR14	600	200	16	12,5	15	1,87	1.180,26	0,26	12,6
MCR15	600	200	16	12,5	15	1,77	1.180,26	0,26	11,9
MCR16	600	200	16	12,5	15	1,70	1.180,26	0,26	11,4
MCR17	600	200	16	12,5	15	1,65	1.180,26	0,26	11
MCR18	600	200	16	12,5	15	1,61	1.180,26	0,26	10,7
MCR19	600	200	16	12,5	8,01	2,72	1.180,26	0,18	17,1
MCR20	600	200	16	12,5	15	2,34	1.180,26	0,26	13,7
MCR21	600	200	16	12,5	15	2,11	1.180,26	0,26	12,1
MCR22	600	200	16	12,5	15	1,97	1.180,26	0,26	11
MCR23	600	200	16	12,5	15	1,87	1.180,26	0,26	10,4
MCR24	600	200	16	12,5	15	1,81	1.180,26	0,26	9,9
MCR25	600	200	16	12,5	15	1,76	1.180,26	0,26	9,5
MCR26	600	200	16	12,5	15	1,72	1.180,26	0,26	9,2

Tabela 6.6 – Modelos para comparação do momento crítico elástico obtido pela equação proposta e pela equação de Roik *et al.* (1990)

(continua)

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	L_{neg} (m)	L_1 (m)	k_1 (kN.m/m)	$\bar{y}/d$	C_{dist}
MCR27	600	200	16	12,5	15	1,69	1.180,26	0,26	9
MCR28	600	200	16	12,5	15	2,50	1.180,26	0,26	13,3
MCR29	600	200	16	12,5	15	2,20	1.180,26	0,26	11
MCR30	600	200	16	12,5	15	2,04	1.180,26	0,26	9,9
MCR31	600	200	16	12,5	15	1,95	1.180,26	0,26	9,1
MCR32	600	200	16	12,5	15	1,87	1.180,26	0,26	8,6
MCR33	600	200	16	12,5	15	1,82	1.180,26	0,26	8,2
MCR34	600	200	16	12,5	15	1,78	1.180,26	0,26	8
MCR35	600	200	16	12,5	15	1,76	1.180,26	0,26	7,8
MCR36	600	200	16	12,5	15	1,73	1.180,26	0,26	7,7
MCR37	800	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,21	6,2
MCR38	700	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,22	6,2
MCR39	600	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,26	6,2
MCR40	500	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,30	6,2
MCR41	400	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,34	6,2
MCR42	600	150	16	12,5	15	-	1.180,26	0,30	6,2
MCR43	600	250	16	12,5	15	-	1.180,26	0,23	6,2
MCR44	600	300	16	12,5	15	-	1.180,26	0,21	6,2
MCR45	600	200	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,33	29,1
MCR46	600	200	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,27	29,1
MCR47	600	200	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,22	29,1
MCR48	600	200	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,13	29,1
MCR49	800	200	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,15	29,1
MCR50	700	200	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,16	29,1
MCR51	500	200	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,19	29,1
MCR52	400	200	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,22	29,1
MCR53	600	150	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,19	29,1
MCR54	600	250	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,16	29,1
MCR55	600	300	16	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,15	29,1
MCR56	600	200	12,5	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,19	29,1
MCR57	600	200	19	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,17	29,1
MCR58	600	200	22,4	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,16	29,1
MCR59	600	200	25	12,5	7,5	3,75	1.180,26	0,15	29,1
MCR60	600	200	16	9,5	7,5	3,75	1.180,26	0,19	29,1
MCR61	600	200	16	16	7,5	3,75	1.180,26	0,16	29,1
MCR62	600	200	16	12,5	7,5	3,75	656,23	0,17	29,1
MCR63	600	200	16	12,5	7,5	3,75	2.276,81	0,19	29,1
MCR64	600	200	16	12,5	7,5	3,75	3.755,84	0,19	29,1
MCR65	600	200	16	12,5	7,5	3,75	4.958,32	0,20	29,1
MCR66	600	200	16	12,5	7,5	3,75	1.416,31	0,18	29,1

Tabela 6.6 – Modelos para comparação do momento crítico elástico obtido pela equação proposta e pela equação de Roik *et al.* (1990)

(conclusão)

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	L_{neg} (m)	L_1 (m)	k_1 (kN.m/m)	$\bar{y}/d$	C_{dist}
MCR67	600	200	16	12,5	7,5	3,75	1.011,65	0,18	29,1
MCR68	600	200	16	12,5	7,5	3,75	885,19	0,18	29,1
MCR69	600	200	16	12,5	7,5	3,75	786,84	0,18	29,1
MCR70	600	200	16	12,5	7,5	3,75	708,16	0,18	29,1
MCR71	600	200	16	12,5	4,5	2,25	1.180,26	0,12	29,1
MCR72	600	200	16	12,5	6,0	3,0	1.180,26	0,15	29,1
MCR73	600	200	16	12,5	9,0	4,5	1.180,26	0,20	29,1
MCR74	600	200	16	12,5	10,5	5,25	1.180,26	0,22	29,1

6.7.2 Avaliação das formulações

Os resultados obtidos numericamente, $M_{cr,num}$, são apresentados na Tabela 6.7. Além disso, constam também nessa tabela os resultados obtidos pela equação proposta neste trabalho, $M_{cr,P}$, e os resultados obtidos pela equação de Roik *et al.* (1990), $M_{cr,R}$. Salienta-se que, para a determinação do $M_{cr,P}$, utiliza-se a Equação (6.6) para o caso de diagrama de momento fletor com máximo negativo sobre o apoio e variação parabólica ao longo do vão até que se anule. Já para os casos em que momento fletor negativo varia ao longo de todo vão, sem se anular, utiliza-se a Equação (3.47). Os desvios obtidos por cada equação também são calculados e apresentados nessa mesma tabela.

Tabela 6.7 – Avaliação dos momentos críticos elásticos obtidos pela equação proposta neste trabalho e pela equação de Roik *et al.* (1990)

(continua)

Modelo	$M_{cr,num}$ (kN.m)	$M_{cr,P}$ (kN.m)	$M_{cr,R}$ (kN.m)	$(M_{cr,P} / M_{cr,num} - 1) * 100$	$(M_{cr,R} / M_{cr,num} - 1) * 100$	Equação para determinar $M_{cr,P}$
MCR1	3.145	2.849	6.420	-9,42%	104,13%	(6.6)
MCR2	3.097	2.838	5.439	-8,36%	75,62%	(6.6)
MCR3	3.107	2.771	4.869	-10,82%	56,71%	(6.6)
MCR4	3.124	2.752	4.472	-11,91%	43,14%	(6.6)
MCR5	3.083	2.794	4.183	-9,37%	35,68%	(6.6)
MCR6	3.068	2.902	3.962	-5,41%	29,16%	(6.6)
MCR7	3.021	3.054	3.803	1,08%	25,89%	(6.6)
MCR8	2.983	3.275	3.665	9,81%	22,87%	(6.6)
MCR9	2.943	3.220	3.559	9,39%	20,91%	(6.6)
MCR10	3.328	2.907	4.715	-12,63%	41,69%	(6.6)
MCR11	3.218	2.754	3.792	-14,43%	17,82%	(6.6)
MCR12	3.174	1.669	3.406	-47,42%	7,31%	(3.47)

Tabela 6.7 – Avaliação dos momentos críticos elásticos obtidos pela equação proposta neste trabalho e pela equação de Roik *et al.* (1990)

(continua)

Modelo	$M_{cr,num}$ (kN.m)	$M_{cr,P}$ (kN.m)	$M_{cr,R}$ (kN.m)	$(M_{cr,P} / M_{cr,num} - 1) * 100$	$(M_{cr,R} / M_{cr,num} - 1) * 100$	Equação para determinar $M_{cr,P}$
MCR13	3.039	1.669	3.106	-45,08%	2,21%	(3.47)
MCR14	3.045	1.669	2.912	-45,18%	-4,37%	(3.47)
MCR15	2.856	1.669	2.745	-41,56%	-3,87%	(3.47)
MCR16	2.789	1.669	2.634	-40,16%	-5,55%	(3.47)
MCR17	2.939	1.669	2.542	-43,22%	-13,52%	(3.47)
MCR18	2.682	1.669	2.477	-37,78%	-7,64%	(3.47)
MCR19	3.239	2.839	3.775	-12,33%	16,55%	(6.6)
MCR20	3.244	1.669	3.166	-48,55%	-2,40%	(3.47)
MCR21	3.086	1.669	2.796	-45,92%	-9,40%	(3.47)
MCR22	2.900	1.669	2.551	-42,46%	-12,04%	(3.47)
MCR23	3.048	1.669	2.394	-45,25%	-21,46%	(3.47)
MCR24	2.708	1.669	2.288	-38,36%	-15,51%	(3.47)
MCR25	2.644	1.669	2.195	-36,87%	-16,96%	(3.47)
MCR26	2.599	1.669	2.121	-35,79%	-18,38%	(3.47)
MCR27	2.630	1.669	2.075	-36,55%	-21,11%	(3.47)
MCR28	3.421	2.885	3.027	-15,65%	-11,52%	(6.6)
MCR29	3.134	1.669	2.542	-46,74%	-18,89%	(3.47)
MCR30	2.928	1.669	2.283	-42,99%	-22,02%	(3.47)
MCR31	2.741	1.669	2.107	-39,11%	-23,11%	(3.47)
MCR32	2.602	1.669	1.987	-35,87%	-23,64%	(3.47)
MCR33	2.584	1.669	1.904	-35,42%	-26,33%	(3.47)
MCR34	2.425	1.669	1.849	-31,19%	-23,78%	(3.47)
MCR35	2.344	1.669	1.812	-28,79%	-22,70%	(3.47)
MCR36	2.300	1.669	1.775	-27,42%	-22,83%	(3.47)
MCR37	1.594	1.469	1.221	-7,87%	-23,40%	(3.47)
MCR38	1.658	1.528	1.314	-7,83%	-20,77%	(3.47)
MCR39	1.789	1.669	1.433	-6,70%	-19,91%	(3.47)
MCR40	1.954	1.821	1.592	-6,83%	-18,51%	(3.47)
MCR41	2.357	2.063	1.822	-12,49%	-22,70%	(3.47)
MCR42	1.256	1.156	962	-8,00%	-23,45%	(3.47)
MCR43	2.333	2.213	1.953	-5,13%	-16,30%	(3.47)
MCR44	3.236	2.950	2.516	-8,86%	-22,27%	(3.47)
MCR45	3.307	3.035	6.966	-8,24%	110,63%	(6.6)
MCR46	3.262	2.993	6.838	-8,23%	109,67%	(6.6)
MCR47	3.206	2.944	6.667	-8,17%	108,00%	(6.6)
MCR48	2.964	2.718	6.061	-8,33%	104,44%	(6.6)
MCR49	3.059	3.215	5.499	5,09%	79,75%	(6.6)
MCR50	3.075	2.994	5.906	-2,63%	92,07%	(6.6)
MCR51	3.169	2.832	7.121	-10,65%	124,71%	(6.6)
MCR52	3.342	3.172	8.116	-5,06%	142,88%	(6.6)
MCR53	1.971	1.831	4.300	-7,11%	118,17%	(6.6)
MCR54	4.732	4.543	8.785	-4,00%	85,66%	(6.6)
MCR55	5.986	7.035	11.352	17,51%	89,63%	(6.6)
MCR56	2.650	2.439	5.772	-7,96%	117,82%	(6.6)
MCR57	3.502	3.230	6.945	-7,76%	98,31%	(6.6)

Tabela 6.7 – Avaliação dos momentos críticos elásticos obtidos pela equação proposta neste trabalho e pela equação de Roik *et al.* (1990)

(conclusão)

Modelo	$M_{cr,num}$ (kN.m)	$M_{cr,P}$ (kN.m)	$M_{cr,R}$ (kN.m)	$(M_{cr,P} / M_{cr,num} - 1) * 100$	$(M_{cr,R} / M_{cr,num} - 1) * 100$	Equação para determinar $M_{cr,P}$
MCR58	3.971	3.703	7.506	-6,76%	89,00%	(6.6)
MCR59	4.341	4.098	7.926	-5,60%	82,60%	(6.6)
MCR60	2.389	2.387	4.438	-0,06%	85,80%	(6.6)
MCR61	3.897	3.621	8.684	-7,08%	122,82%	(6.6)
MCR62	3.391	2.715	5.928	-19,93%	74,83%	(6.6)
MCR63	3.284	3.000	6.961	-8,64%	111,99%	(6.6)
MCR64	3.446	3.140	7.410	-8,86%	115,06%	(6.6)
MCR65	3.543	3.226	7.697	-8,95%	117,20%	(6.6)
MCR66	3.128	2.867	6.498	-8,33%	107,77%	(6.6)
MCR67	3.078	2.831	6.357	-8,02%	106,51%	(6.6)
MCR68	3.055	2.814	6.289	-7,86%	105,89%	(6.6)
MCR69	3.032	2.798	6.224	-7,71%	105,27%	(6.6)
MCR70	3.010	2.783	6.161	-7,55%	104,67%	(6.6)
MCR71	3.745	3.968	6.240	5,95%	66,63%	(6.6)
MCR72	3.629	3.684	6.331	1,53%	74,47%	(6.6)
MCR73	2.883	2.604	6.519	-9,68%	126,14%	(6.6)
MCR74	2.752	2.678	6.601	-2,70%	139,81%	(6.6)
média				-4,66%	50,46%	

Da Tabela 6.7 é possível constatar que a equação proposta por Roik *et al.* (1990) apresenta um desvio máximo de 142,88% em relação aos resultados obtidos numericamente. Para os casos em que se utilizou a Equação (6.6), proposta neste trabalho, o desvio máximo obtido foi igual a -19,93%. Como era de se esperar, os resultados obtidos pela Equação (3.47) apresentaram um desvio máximo igual a -48,55%, uma vez que esta equação foi deduzida para momento fletor uniforme e, para esses casos de maior desvio, há variação no diagrama de momento fletor, apresentando, assim, resultados conservadores. O erro médio obtido com os resultados da equação de Roik *et al.* (1990) corresponde a 50,46%, enquanto o erro médio da equação proposta neste trabalho é de -15,53%. Esses resultados indicam que as equações propostas neste trabalho fornecem valores muito mais precisos que a equação de Roik *et al.* (1990), ainda hoje a mais usada para obtenção do momento resistente à flambagem lateral com distorção. Deve-se também destacar que há necessidade de se ter equações de fácil utilização para fins de projeto, e as equações (3.47) e (6.6) cumprem esse objetivo, especialmente quando se leva em conta que seus desvios mais significativos ocorrem do lado da segurança. Deve ainda ser mencionado que o problema tratado é bastante complexo, função de muitos parâmetros, o que torna pouco provável que se consigam equações simples com precisão significativamente melhores que as deste trabalho.

Também é possível analisar os erros dos dois procedimentos por meio da Figura 6.23, na qual ambos são comparados aos resultados numéricos. Pela análise dessa figura fica evidenciado que o procedimento proposto fornece melhores resultados que a formulação de Roik *et al.* (1990), sendo que boa parte desses resultados se situa dentro da faixa dos 20% de erro.

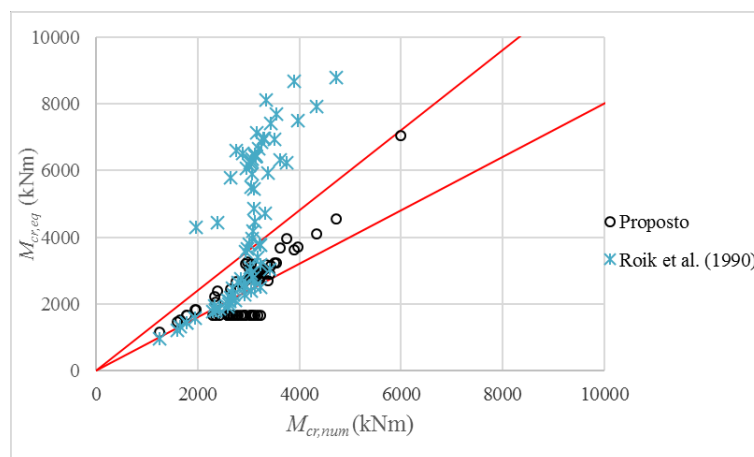


Figura 6.23 – Comparação entre os resultados numéricos e obtido pelas equações

6.8 Comparação da Equação Proposta com a Equação de Hanswille (2002)

6.8.1 Considerações iniciais

Nesta subseção é feita uma comparação entre o procedimento proposto e a formulação proposta por Hanswille (2002), descrita na Subseção 3.3.3. Para isso, foram analisados os 42 modelos descritos na Tabela 6.8. O modelo padrão avaliado neste estudo paramétrico é o mesmo da Figura 6.22, ilustrado na Subseção 6.7.1. Os mesmos modelos analisados na Tabela 6.6 são usados, exceto os modelos MCR1 até MCR36, que serviram para analisar o parâmetro C_{dist} e, como a equação de Hanswille (2002) não aborda todas as possíveis variações de diagrama de momento fletor previstas por Roik *et al.* (1990), foram dispensados neste estudo. Por conta disso, houve uma redução no número de modelos.

Tabela 6.8 – Modelos para comparação do momento crítico elástico obtido pela equação proposta e pela equação de Hanswille (2002)

(continua)

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	L_{neg} (m)	L_1 (m)	k_1 (kN.m/m)	$\bar{y}/d$
MCH1	600	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,18
MCH2	600	200	16	12,5	7,56	3	1.180,26	0,18
MCH3	600	200	16	12,5	8,01	2,72	1.180,26	0,18

Tabela 6.8 – Modelos para comparação do momento crítico elástico obtido pela equação proposta e pela equação de Hanswille (2002)

(conclusão)

Modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	L_{neg} (m)	L_1 (m)	k_1 (kN.m/m)	$\bar{y}/d$
MCH4	600	200	16	12,5	15	2,5	1.180,26	0,26
MCH5	800	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,21
MCH6	700	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,22
MCH7	600	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,26
MCH8	500	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,30
MCH9	400	200	16	12,5	15	-	1.180,26	0,34
MCH10	600	150	16	12,5	15	-	1.180,26	0,30
MCH11	600	250	16	12,5	15	-	1.180,26	0,23
MCH12	600	300	16	12,5	15	-	1.180,26	0,21
MCH13	600	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,33
MCH14	600	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,27
MCH15	600	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,22
MCH16	600	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,13
MCH17	800	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,15
MCH18	700	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,16
MCH19	500	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,19
MCH20	400	200	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,22
MCH21	600	150	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,19
MCH22	600	250	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,16
MCH23	600	300	16	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,15
MCH24	600	200	12,5	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,19
MCH25	600	200	19	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,17
MCH26	600	200	22,4	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,16
MCH27	600	200	25	12,5	7,50	3,75	1.180,26	0,15
MCH28	600	200	16	9,5	7,50	3,75	1.180,26	0,19
MCH29	600	200	16	16	7,50	3,75	1.180,26	0,16
MCH30	600	200	16	12,5	7,50	3,75	656,23	0,17
MCH31	600	200	16	12,5	7,50	3,75	2.276,81	0,19
MCH32	600	200	16	12,5	7,50	3,75	3.755,84	0,19
MCH33	600	200	16	12,5	7,50	3,75	4.958,32	0,20
MCH34	600	200	16	12,5	7,50	3,75	1.416,31	0,18
MCH35	600	200	16	12,5	7,50	3,75	1.011,65	0,18
MCH36	600	200	16	12,5	7,50	3,75	885,19	0,18
MCH37	600	200	16	12,5	7,50	3,75	786,84	0,18
MCH38	600	200	16	12,5	7,50	3,75	708,16	0,18
MCH39	600	200	16	12,5	4,5	2,25	1.180,26	0,12
MCH40	600	200	16	12,5	6,0	3,0	1.180,26	0,15
MCH41	600	200	16	12,5	9	4,5	1.180,26	0,20
MCH42	600	200	16	12,5	10,5	5,25	1.180,26	0,22

6.8.2 Avaliação das formulações

Os resultados obtidos numericamente, $M_{cr,num}$, são apresentados na Tabela 6.9. Além disso, constam também nessa tabela os resultados obtidos pela equação proposta neste trabalho, $M_{cr,P}$, e os resultados da equação de Hanswille (2002), $M_{cr,H}$. Os desvios obtidos por cada equação também são calculados e apresentados na Tabela 6.9.

Tabela 6.9 – Avaliação dos momentos críticos elásticos obtidos pela equação proposta neste trabalho e pela equação de Hanswille (2002)

(continua)

Modelo	$M_{cr,num}$ (kN.m)	$M_{cr,P}$ (kN.m)	$M_{cr,H}$ (kN.m)	$(M_{cr,P} / M_{cr,num} - 1) * 100$	$(M_{cr,H} / M_{cr,num} - 1) * 100$	Equação para determinar $M_{cr,P}$
MCH1	3.145	2.849	6.916	-9,42%	119,90%	(6.6)
MCH2	3.328	2.907	6.851	-12,63%	105,89%	(6.6)
MCH3	3.239	2.839	2.635	-12,33%	-18,64%	(6.6)
MCH4	3.421	2.885	5.821	-15,65%	70,17%	(6.6)
MCH5	1.594	1.469	1.864	-7,87%	16,94%	(3.47)
MCH6	1.658	1.528	1.994	-7,83%	20,25%	(3.47)
MCH7	1.789	1.669	2.150	-6,70%	20,17%	(3.47)
MCH8	1.954	1.821	2.569	-6,83%	31,49%	(3.47)
MCH9	2.357	2.063	2.874	-12,49%	21,93%	(3.47)
MCH10	1.256	1.156	1.531	-8,00%	21,89%	(3.47)
MCH11	2.333	2.213	2.971	-5,13%	27,37%	(3.47)
MCH12	3.236	2.950	3.832	-8,86%	18,42%	(3.47)
MCH13	3.307	3.035	8.044	-8,24%	143,23%	(6.6)
MCH14	3.262	2.993	7.799	-8,23%	139,12%	(6.6)
MCH15	3.206	2.944	7.450	-8,17%	132,42%	(6.6)
MCH16	2.964	2.718	5.994	-8,33%	102,20%	(6.6)
MCH17	3.059	3.215	6.176	5,09%	101,86%	(6.6)
MCH18	3.075	2.994	6.520	-2,63%	112,00%	(6.6)
MCH19	3.169	2.832	7.388	-10,65%	133,13%	(6.6)
MCH20	3.342	3.172	7.978	-5,06%	138,75%	(6.6)
MCH21	1.971	1.831	4.697	-7,11%	138,36%	(6.6)
MCH22	4.732	4.543	10.581	-4,00%	123,62%	(6.6)
MCH23	5.986	7.035	14.820	17,51%	147,57%	(6.6)
MCH24	2.650	2.439	6.789	-7,96%	156,18%	(6.6)
MCH25	3.502	3.230	7.931	-7,76%	126,48%	(6.6)
MCH26	3.971	3.703	7.874	-6,76%	98,27%	(6.6)
MCH27	4.341	4.098	8.705	-5,60%	100,53%	(6.6)
MCH28	2.389	2.387	5.710	-0,06%	139,05%	(6.6)
MCH29	3.897	3.621	8.536	-7,08%	119,03%	(6.6)
MCH30	3.391	2.715	6.916	-19,93%	103,97%	(6.6)
MCH31	3.284	3.000	6.916	-8,64%	110,63%	(6.6)
MCH32	3.446	3.140	6.916	-8,86%	100,72%	(6.6)
MCH33	3.543	3.226	6.916	-8,95%	95,18%	(6.6)
MCH34	3.128	2.867	6.916	-8,33%	121,13%	(6.6)
MCH35	3.078	2.831	6.916	-8,02%	124,68%	(6.6)

Tabela 6.9 – Avaliação dos momentos críticos elásticos obtidos pela equação proposta neste trabalho e pela equação de Hanswille (2002)

(conclusão)						
Modelo	$M_{cr,num}$ (kN.m)	$M_{cr,P}$ (kN.m)	$M_{cr,H}$ (kN.m)	$(M_{cr,P} / M_{cr,num} - 1) * 100$	$(M_{cr,H} / M_{cr,num} - 1) * 100$	Equação para determinar $M_{cr,P}$
MCH36	3.055	2.814	6.916	-7,86%	126,41%	(6.6)
MCH37	3.032	2.798	6.916	-7,71%	128,09%	(6.6)
MCH38	3.010	2.783	6.916	-7,55%	129,75%	(6.6)
MCH39	3.745	3.968	10.736	5,95%	186,67%	(6.6)
MCH40	3.629	3.684	8.663	1,53%	138,73%	(6.6)
MCH41	2.883	2.604	7.170	-9,68%	148,71%	(6.6)
MCH42	2.752	2.678	6.730	-2,70%	144,51%	(6.6)
média				-6,66%	73,86%	

Da Tabela 6.9 é possível constatar que a equação de Hanswille (2002) apresenta um desvio máximo de 186,67% em relação ao resultado obtido numericamente, ao passo que a equação proposta neste trabalho apresenta um desvio máximo de -19,93%. O erro médio dos resultados da equação de Hanswille (2002) corresponde a 73,86%, enquanto o erro médio da equação proposta neste trabalho é de -6,66%. Observa-se também que os resultados da equação de Hanswille (2002), para modelos MCH5 a MCH12, apresentaram um erro médio próximo a 20%, constatando que essa equação fornece valores aceitáveis para os casos de diagrama de momento fletor uniforme.

Também é possível analisar os erros dos dois procedimentos por meio da Figura 6.24, na qual estes são comparados com os resultados numéricos. Observando essa figura, verifica-se que o procedimento proposto apresenta resultados melhores que a formulação de Hanswille (2002), com todos os resultados dentro da faixa dos 20% de erro.

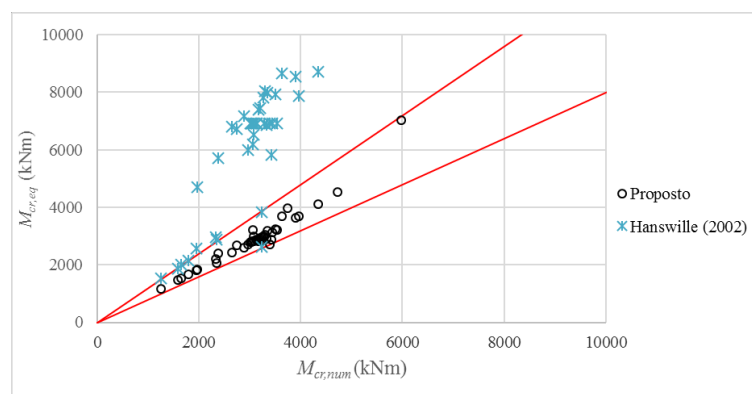


Figura 6.24 – Comparação entre os resultados numéricos e os obtidos pelas equações

7

DETERMINAÇÃO DO MOMENTO FLETOR RESISTENTE À FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO

7.1 Considerações Gerais

Com a modelagem numérica é possível realizar simulações variando os parâmetros que influenciam no momento resistente à flambagem lateral com distorção das vigas mistas contínuas de aço e concreto. Neste capítulo, inicialmente, são apresentados os modelos numéricos utilizados para a análise paramétrica, e a definição das variáveis adotadas nesse estudo com a descrição dos 78 modelos analisados, o que será feito nas seções 7.2 e 7.3, respectivamente.

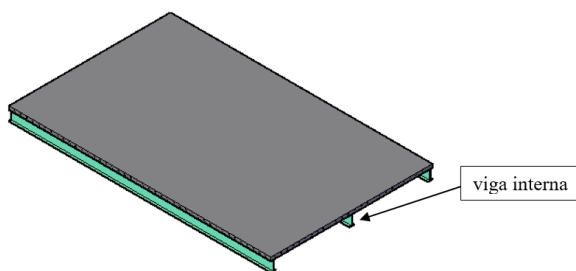
Na Seção 7.4 são apresentados os valores do momento fletor resistente à FLD obtidos numericamente, confrontando-os com os valores obtidos pelos procedimentos da norma europeia EN 1994-1-1:2004 e da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008. Após uma avaliação dos resultados da influência dos diversos parâmetros no valor do momento fletor resistente, são propostas formulações para determinação do índice de esbeltez e do fator de redução da FLD, apresentadas nas seções 7.5 e 7.6, respectivamente. Para se chegar a essas formulações, os resultados numéricos são analisados e as expressões analíticas são apresentadas e discutidas e, por fim, é feita a validação tendo como referência os resultados numéricos. Uma síntese de todo o procedimento proposto para a determinação do momento fletor resistente à FLD é apresentada na Seção 7.7, juntamente com um exemplo de aplicação. Complementarmente, a influência de enrijecedores transversais, situados na região de momento negativo, no valor do momento resistente, é analisada na Seção 7.8.

7.2 Modelos Numéricos para Análise Paramétrica

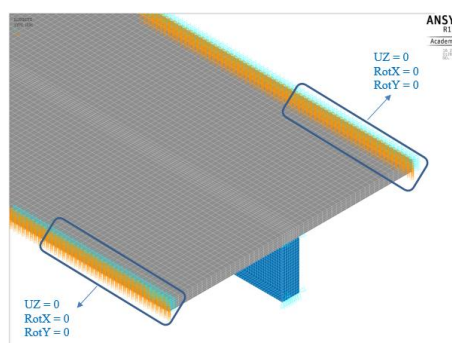
7.2.1 Considerações iniciais

Pretende-se aqui determinar numericamente o momento fletor resistente nominal à flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas de aço e concreto. Para isso, foram implementados modelos numéricos com auxílio do *software* Ansys 17.0 (2016), utilizando os elementos e a malha conforme descritos na Seção 5.3.

No estudo paramétrico foram analisadas as vigas internas do mecanismo “U” invertido, mostradas na Figura 7.1-a. Similarmente ao modelo de validação, descrito no Capítulo 5, nos modelos numéricos de parametrização também será adotada a condição de simetria do mecanismo “U” invertido contínuo, sendo representadas apenas uma viga do mecanismo “U” e metade da laje de concreto armado. Essa consideração pode ser feita devido à simetria em relação ao plano médio paralelo à alma que passa pelo meio da laje. O comando DSYM foi aplicado em cada extremidade livre da laje no plano de simetria (Figura 7.1-b).



a) Viga interna do mecanismo “U” invertido



b) Condição de contorno nas extremidades livres da laje de concreto armado

Figura 7.1 – Mecanismo “U” invertido analisado no estudo paramétrico

7.2.2 Vigas mistas contínuas

Conforme já foi mencionado anteriormente, as vigas mistas contínuas, por definição, são aquelas com mais de dois apoios, sendo o perfil de aço contínuo sobre os apoios internos ou ligado ao perfil do vão adjacente por meio de ligações rígidas e de resistência total. O modelo numérico deste trabalho simula vigas mistas contínuas sobre o apoio interno, como foi mostrado na Figura 1.1-a.

Para avaliar o momento fletor nominal à FLD de vãos extremos, o modelo numérico é composto por dois vãos e três apoios, como na Figura 7.2-a e na Figura 7.2-b. Já para os vãos internos, as vigas mistas são representadas por um modelo numérico com três vãos e quatro apoios, conforme ilustrado na Figura 7.2-c e Figura 7.2-d.

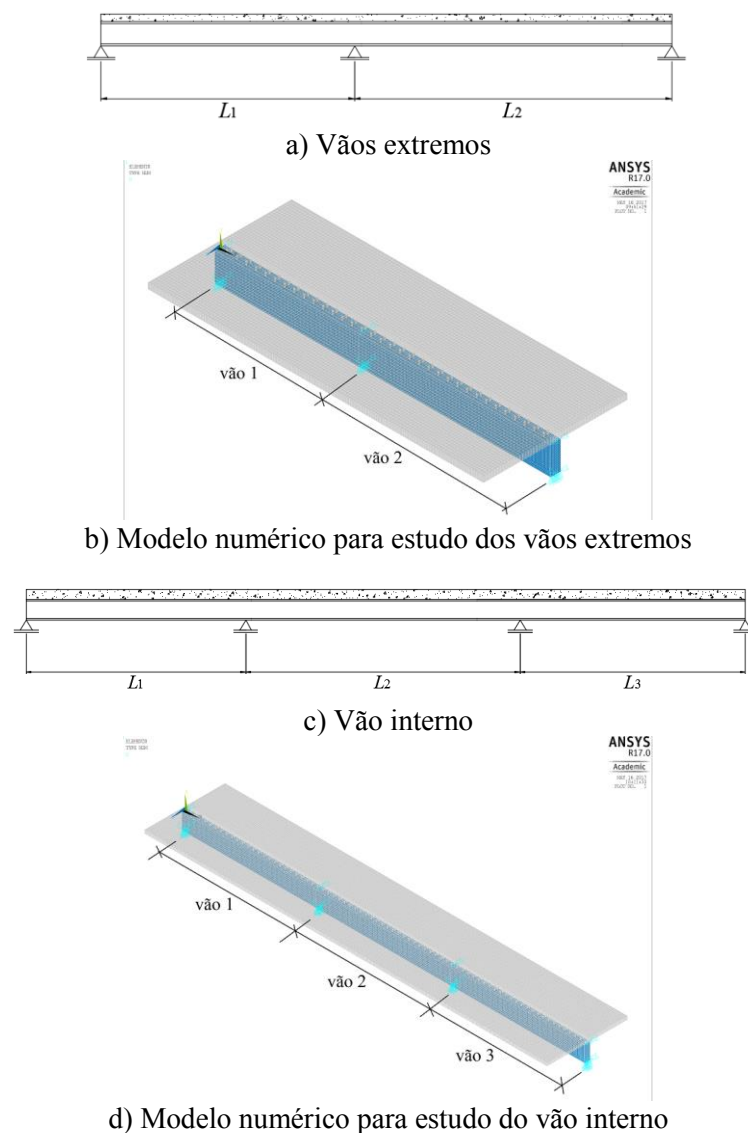


Figura 7.2 – Modelos numéricos de vãos extremo e interno das vigas mistas contínuas

Similarmente às condições de apoio representadas na Figura 5.23, todos os nós da mesa inferior do perfil de aço nas seções dos apoios dos modelos numéricos dessa análise paramétrica têm o deslocamento na direção global y impedido e o nó central dessa mesa tem o deslocamento na direção global x impedido. Além disso, para simular o vínculo de garfo e impedir o giro da seção transversal dos apoios, os deslocamentos na direção z são restringidos nos nós extremos das mesas superior e inferior do perfil. Enrijecedores transversais são modelados nas seções transversais dos apoios, para anular qualquer influência de deformações locais.

Como o concreto armado é simulado pelo elemento *Solid65*, pode-se aplicar a armadura na laje de maneira dispersa, entrando com os valores de taxa de armadura, em cada uma das direções dos eixos coordenados. A armadura positiva é considerada na parte inferior da viga mista de um apoio ao outro do vão. Já a armadura negativa é considerada na parte superior, na região que corresponde a um quarto do somatório dos vãos adjacentes (Figura 7.3), de modo a alcançar o ponto de inflexão do diagrama de momento fletor descrito pela norma ABNT NBR 8800:2008. Essa armadura tem ainda, para cada lado, além dos pontos de inflexão, um prolongamento de 10% da distância entre os pontos de inflexão, como medida de segurança, e ainda, um prolongamento adicional, para efeito de ancoragem, conforme prescreve a ABNT NBR 6118:2014, dado por:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \left(\frac{\frac{f_{ys}}{\gamma_s}}{1,575 \frac{0,21 f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c}} \right) \geq \begin{cases} 10 \phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad (7.1)$$

onde ϕ é o diâmetro das barras da armadura, suposto com um valor máximo de 32 mm, f_{ys} a resistência ao escoamento do aço das barras da armadura, f_{ck} a resistência característica à compressão do concreto e γ_s e γ_c são os coeficientes de ponderação da resistência do aço das barras da armadura e do concreto, iguais a 1,15 e 1,40, respectivamente. Essa equação prevê concretagem das lajes na posição horizontal, como de fato ocorre, situação considerada como de baixa aderência.

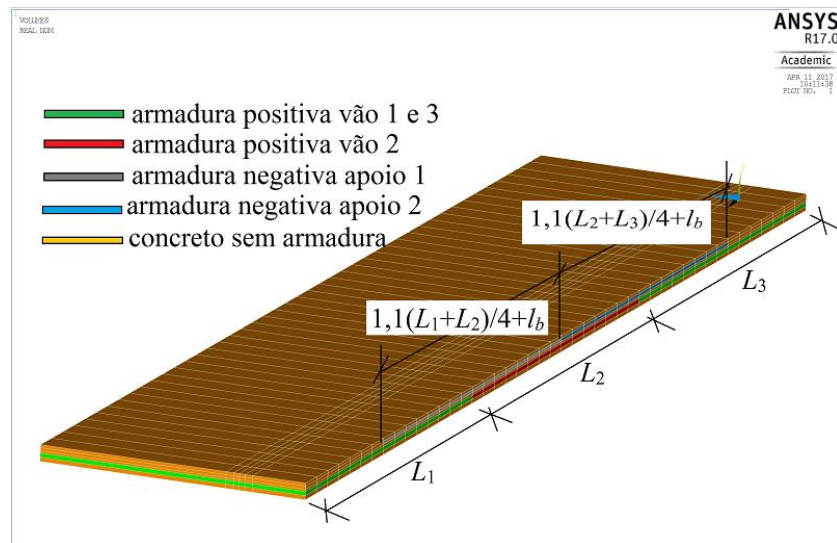


Figura 7.3 – Disposição das armaduras na laje de concreto armado do modelo numérico de vão interno

O carregamento nos vãos extremo e interno das vigas mistas é aplicado por meio de uma carga uniformemente distribuída por unidade de área na face superior da laje, como ilustrado na Figura 7.4. Diversas condições de variação do carregamento são analisadas, tendo como objetivo cobrir todas as situações mostradas na Tabela 3.1 e a situação de momento fletor constante ao longo da viga, relacionadas à determinação dos valores do fator de modificação de momento fletor não uniforme (C_{dist}).

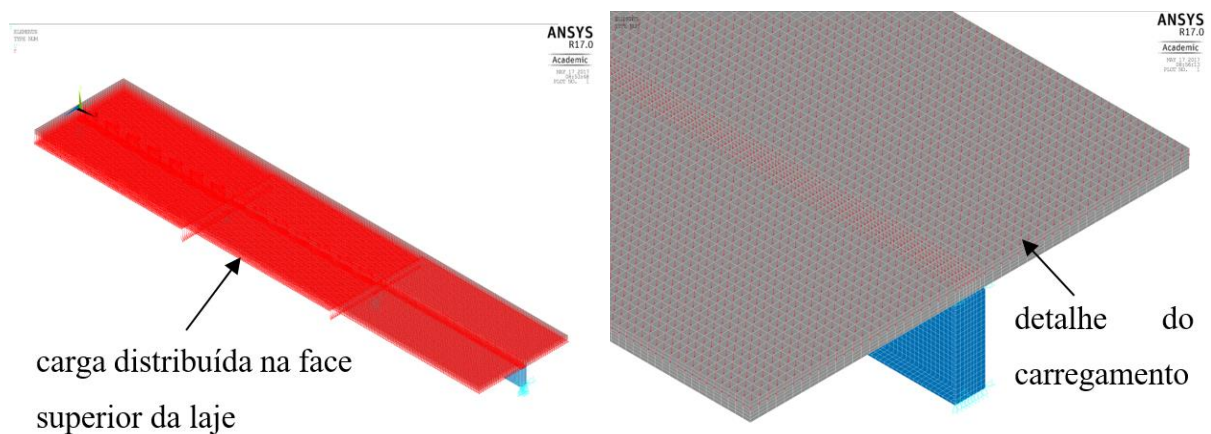


Figura 7.4 – Carregamento aplicado no modelo numérico de vão interno

Para o vão extremo das vigas mistas contínuas, o momento fletor máximo solicitante de cálculo no meio do vão, considerando o tramo como biapoiado, é M_0 , e o momento fletor negativo no apoio interno é ψM_0 , conforme ilustrado na Figura 7.5.

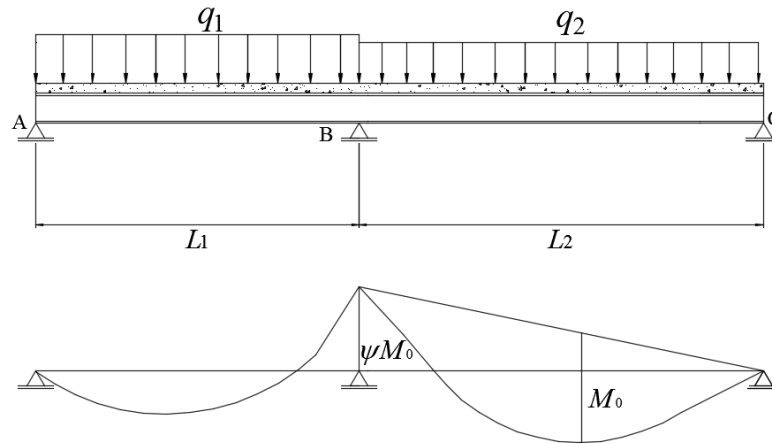


Figura 7.5 – Vão extremo da viga mista contínua

Pela equação dos três momentos, é possível obter uma relação entre as cargas distribuídas q_1 e q_2 nos dois vãos (ver Figura 7.5) e o coeficiente ψ , mantendo constante a inércia da viga:

$$L_1 M_A + 2 \left(L_1 + \frac{I_1}{I_2} L_2 \right) M_B + \frac{I_1}{I_2} L_2 M_C = -\frac{q_1 L_1^3}{4} - \frac{q_2 L_2^3}{4} \frac{I_1}{I_2} \quad (7.2)$$

onde L_1 e L_2 são os comprimentos dos vãos da viga, I_1 e I_2 as inércias da seção da viga AB e BC, respectivamente, e M_A , M_B e M_C os momentos nos apoios A, B e C, respectivamente.

Considerando $L_1 = L_2 = L$, $I_1 = I_2 = I$, $M_A = M_C = 0$ e $M_B = \psi \frac{q_2 L^2}{8}$, têm-se a seguinte relação das cargas distribuídas com o parâmetro ψ :

$$q_1 = (2\psi - 1)q_2 \quad (7.3)$$

Para o vão interno de vigas mistas contínuas foram estudadas as três situações possíveis da relação entre o momento fletor máximo solicitante de cálculo, M_0 , e o momento fletor nas extremidades da viga: $0,5\psi M_0$, $0,75\psi M_0$ e ψM_0 (Figura 7.6). Similarmente ao que foi feito para o vão extremo, obtém-se as relações das cargas distribuídas com o parâmetro ψ para a viga com três vãos e quatro apoios. Assim, para o vão interno, considerando a primeira situação, tem-se:

$$\begin{cases} q_1 = (2,25\psi - 1)q_2 \\ q_3 = (1,5\psi - 1)q_2 \end{cases} \quad (7.4)$$

onde q_3 é a carga distribuída no vão CD.

Para a segunda situação do vão interno, tem-se:

$$\begin{cases} q_1 = (2,375\psi - 1)q_2 \\ q_3 = (2,0\psi - 1)q_2 \end{cases} \quad (7.5)$$

Por fim, para a terceira situação do vão interno, tem-se:

$$\begin{cases} q_1 = (2,5\psi - 1)q_2 \\ q_3 = (2,5\psi - 1)q_2 \end{cases} \quad (7.6)$$

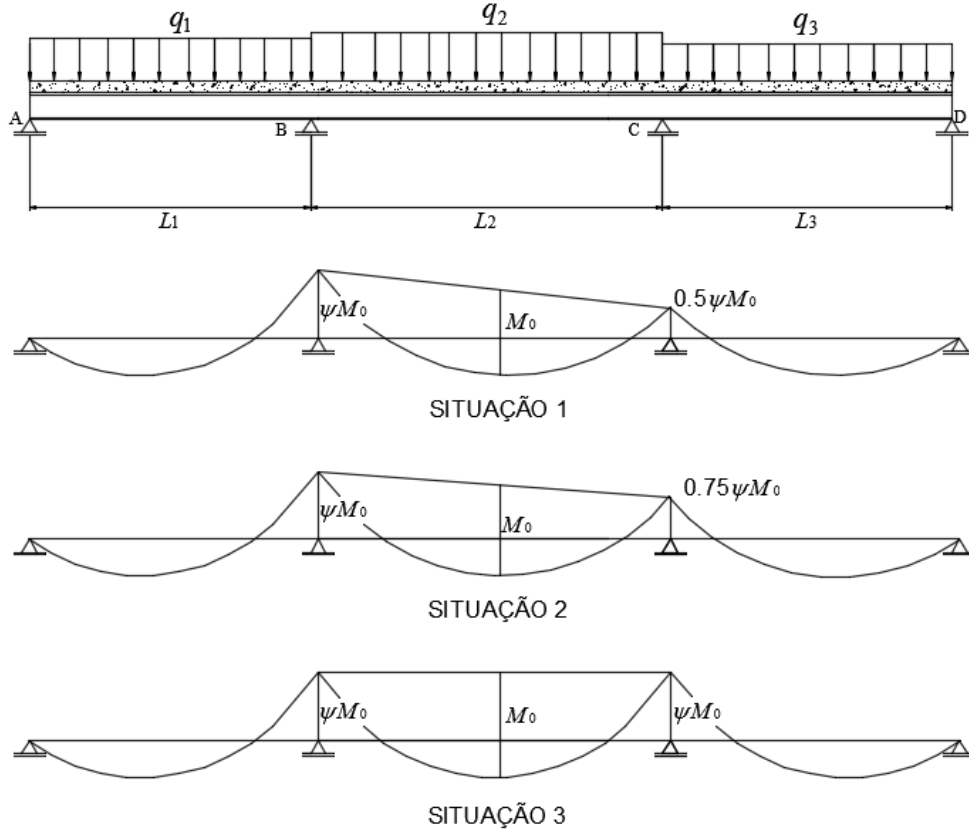


Figura 7.6 – Vão interno da viga mista contínua

Um valor mínimo para o carregamento aplicado no vão analisado, q_2 , foi estimado por meio do momento fletor resistente, conforme a seguinte expressão:

$$q_2 = \frac{8 \chi_{dist} M_{Rk}^-}{\psi a L^2} \quad (7.7)$$

onde χ_{dist} é o fator de redução para FLD da seção transversal, obtido da curva de resistência à compressão e M_{Rk}^- o momento fletor resistente nominal na região de momento negativo, calculados conforme a ABNT NBR 8800:2008. O coeficiente ψ multiplica o máximo momento fletor solicitante de cálculo, considerando o tramo analisado como biapoiado, a é a distância entre as vigas paralelas do mecanismo “U” e L o comprimento do vão. Evidentemente, o valor

adotado para o carregamento aplicado no vão analisado, q_2 , foi superior ao da Equação (7.7) para cobrir os casos em que o modelo numérico apresente maior resistência que a sugerida pela norma.

Para a situação de diagrama de momento fletor constante no vão analisado (interno), são aplicadas cargas distribuídas apenas nos vãos adjacentes (vãos de extremidade), conforme ilustrado na Figura 7.7. O valor estimado para esse carregamento é também dado pela Equação (7.7).

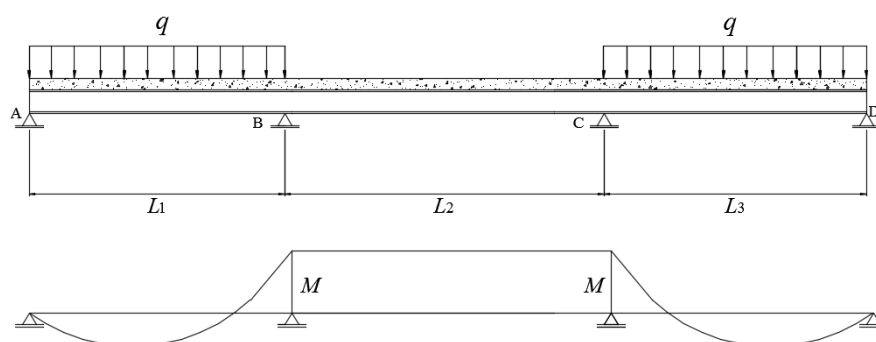


Figura 7.7 – Vão interno da viga mista contínua submetida a um momento fletor constante

Para se obter a relação entre as cargas distribuídas nos vãos da viga mista, descrita anteriormente, foi considerada a situação de modelo não-fissurado, adotando a rigidez EI constante ao longo de todos os vãos. Como no modelo numérico essa rigidez varia ao longo do vão, neste trabalho, para cálculo do momento fletor solicitante de acordo com a norma EN 1994-1-1:2004, adotou-se a redistribuição do momento fletor conforme apresentada na Tabela 7.1. Com essa redistribuição, é possível obter um valor mais próximo do real para a razão entre o momento fletor no apoio interno e o momento fletor no meio do vão, considerando o tramo analisado como biapoiado (M_0).

Tabela 7.1 – Limites de redistribuição de momentos negativos, em percentagem do valor inicial do momento fletor a ser reduzido, conforme a EN 1994-1-1:2004

Classe da seção transversal do perfil de aço na região de momento negativo	1	2	3
Para modelo não-fissurado	40	30	20
Para modelo fissurado	25	15	10

7.2.3 Imperfeições geométrica e de material

A imperfeição geométrica aplicada nos modelos numéricos foi considerada por meio do modo crítico de flambagem obtido da análise linearizada de flambagem, considerando a amplitude máxima de 80% da tolerância de fabricação do perfil de aço, conforme a EN 1993-1-5:2006. Essa amplitude foi assumida na posição em que é máximo o deslocamento lateral da mesa comprimida, ao ser formado o “S” do modo de flambagem, em um procedimento similar ao de outros pesquisadores, como Chen e Wang (2012) e Zhou e Yan (2017). De acordo com a ABNT NBR 5884:2013 a tolerância de fabricação de um perfil estrutural de aço soldado no que tange à flecha longitudinal é igual ao menor valor entre $L/1.000$ ou 10 mm, sendo L o vão da viga mista (aqui considerado entre dois apoios da viga contínua).

Foi realizado um estudo comparando os resultados do momento fletor resistente à FLD obtidos numericamente, considerando três tipos de distribuição das tensões residuais. Um deles corresponde à distribuição adotada no modelo de validação descrita na Subseção 5.4.1, ou seja, de um perfil laminado ou soldado com borda laminada com distribuição linear nas mesas e na alma (Figura 7.8-a). A segunda corresponde à distribuição de um perfil laminado ou soldado com borda laminada, considerando distribuição não linear nas mesas e na alma, similar a uma das distribuições estudadas por Silva (2006), Figura 7.8-b. Por fim, foi analisada a distribuição de um perfil soldado com bordas cortadas a maçarico (Figura 7.8-c) com distribuição não linear nas mesas e linear com um trecho uniforme na alma, sendo essa estudada também por Silva (2006).

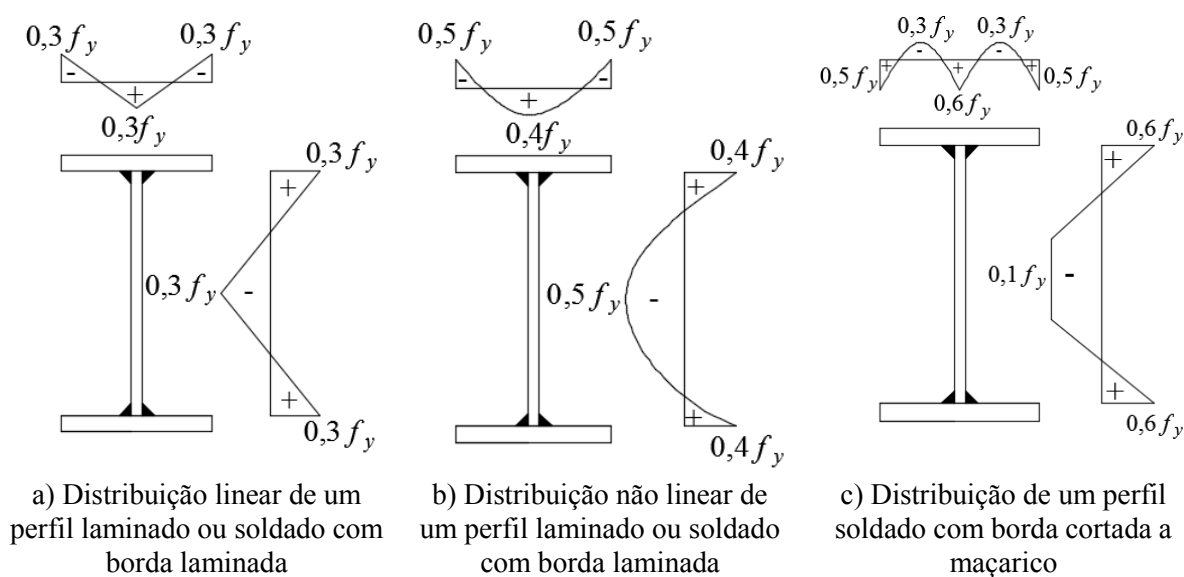


Figura 7.8 – Tipos de distribuições da tensão residual analisadas

Nos modelos numéricos analisados foi considerada uma viga mista com dois vãos extremos de comprimentos iguais a 15 m. Na laje foi aplicada uma carga uniformemente distribuída igual a 29,2 kN/m². Foi adotada uma distância entre vigas paralelas, a , igual a 3 m. A laje maciça foi considerada com altura de 120 mm e armadura negativa nas duas direções igual a 20 cm²/m. A armadura positiva adotada nas duas direções corresponde a 9,5 cm²/m. A resistência ao escoamento do aço do perfil, f_y , foi assumida como igual a 300 MPa. Na Tabela 7.2 consta a descrição das características do perfil de aço, além do tipo de distribuição da tensão residual adotado, sendo a sigla DL correspondente à distribuição representada na Figura 7.8-a, DNL à distribuição da Figura 7.8-b e DPS à distribuição da Figura 7.8-c.

Tabela 7.2 – Modelos numéricos para análise da tensão residual

Nº modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	Tipo de distribuição da tensão residual
TR1	800	200	16	12,5	DL
TR2	700	200	16	12,5	DL
TR3	600	200	16	12,5	DL
TR4	500	200	16	12,5	DL
TR5	400	200	16	12,5	DL
TR6	800	200	16	12,5	DNL
TR7	700	200	16	12,5	DNL
TR8	600	200	16	12,5	DNL
TR9	500	200	16	12,5	DNL
TR10	400	200	16	12,5	DNL
TR11	800	200	16	12,5	DPS
TR12	700	200	16	12,5	DPS
TR13	600	200	16	12,5	DPS
TR14	500	200	16	12,5	DPS
TR15	400	200	16	12,5	DPS

O momento resistente à FLD obtido numericamente corresponde ao pico do gráfico que relaciona o deslocamento lateral do centro geométrico da mesa inferior com o momento fletor, conforme ilustrado na Figura 7.9. Na Tabela 7.3 constam os resultados obtidos, sendo $M_{R,DL}$ o momento fletor obtido numericamente para os modelos TR1 até TR5, $M_{R,DNL}$ o momento fletor resistente dos modelos TR6 até TR10 e $M_{R,DPS}$ o momento fletor resistente dos modelos TR11 até TR15. Nessa tabela consta também a razão entre os momentos resistentes dos modelos com distribuição de tensão residual representado pela sigla DL em função das outras distribuições de tensão residual aqui consideradas.

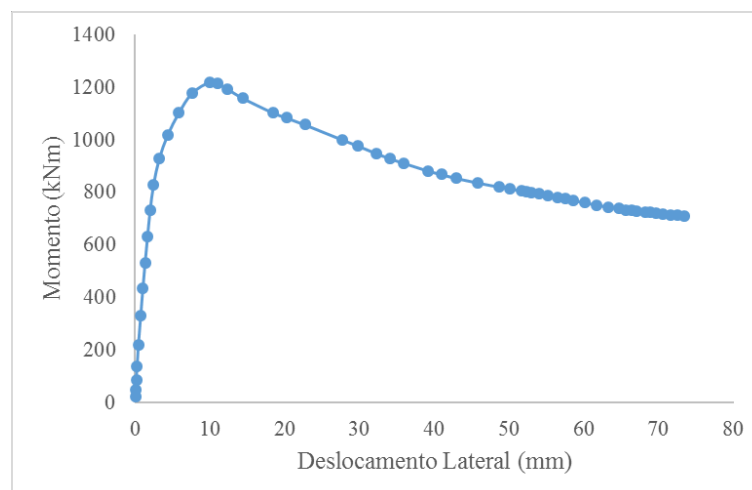


Figura 7.9 – Momento fletor *versus* deslocamento lateral do modelo TR3

Tabela 7.3 – Resultados obtidos numericamente para análise da tensão residual

Nº modelo DL	Nº modelo DNL	Nº modelo DPS	$M_{R,DL}$ (kNm)	$M_{R,DNL}$ (kNm)	$M_{R,DPS}$ (kNm)	$M_{R,DL} /$ $M_{R,DNL}$	$M_{R,DL} /$ $M_{R,DPS}$
TR1	TR6	TR11	1.553	1.526	1.577	1,02	0,99
TR2	TR7	TR12	1.414	1.398	1.428	1,01	0,99
TR3	TR8	TR13	1.220	1.209	1.250	1,01	0,98
TR4	TR9	TR14	1.009	1.003	1.030	1,01	0,98
TR5	TR10	TR15	828	816	842	1,01	0,98
média						1,01	0,98

Observa-se na Tabela 7.3 que a diferença obtida do momento fletor resistente para cada tipo de distribuição de tensão residual corresponde a no máximo 2%. Isso demonstra que o tipo de tensão residual adotado no estudo paramétrico tem influência desprezável no valor do momento fletor resistente à FLD. Por conta disso, no estudo paramétrico desenvolvido neste trabalho será adotada a mesma distribuição dos modelos de validação, representada pela Figura 7.8-a.

7.3 Descrição do Estudo Paramétrico

Para determinação do momento fletor resistente nominal à FLD de vigas mistas contínuas de aço e concreto, foi realizada uma análise numérica parametrizada. Nessa análise, procurou-se usar modelos de geometria e características definidas com base nos parâmetros que influenciam no problema estudado.

O perfil de aço adotado como padrão foi o PS 600x106, que possui uma altura total, d , igual a 600 mm, largura das mesas, b_f , igual a 200 mm, espessura das mesas, t_f , igual a 16 mm e

espessura da alma, t_w , igual a 12,5 mm. Já com relação à conexão de cisalhamento, no estudo paramétrico foi adotado como padrão dois conectores de cisalhamento pino com cabeça de diâmetro de 19 mm na seção transversal, distanciados de 80 mm. Para que os conectores sejam considerados como dúcteis, seu comprimento deve ser superior a quatro vezes o diâmetro. Por isso, essas peças tiveram comprimentos, após a instalação, iguais a 76 mm, e foram espaçadas longitudinalmente de 200 mm, valor que permitiu obter interação completa em qualquer trecho da viga mista. Com relação aos vãos, adotou-se como padrão o valor de 15 m, que corresponde a 25 vezes a altura do perfil de aço.

No estudo paramétrico, considerou-se como padrão uma laje maciça de altura igual a 120 mm, com área da armadura positiva nas duas direções igual a $9,5 \text{ cm}^2/\text{m}$. Para a armadura negativa na laje de concreto armado, situada nos apoios internos das vigas contínuas, o valor adotado como padrão foi igual a $20 \text{ cm}^2/\text{m}$. O cobrimento das armaduras positivas e negativas adotado nesse estudo corresponde a 33 mm. A Figura 7.10 ilustra a seção transversal no apoio interno do modelo numérico adotado como padrão nos modelos de parametrização.

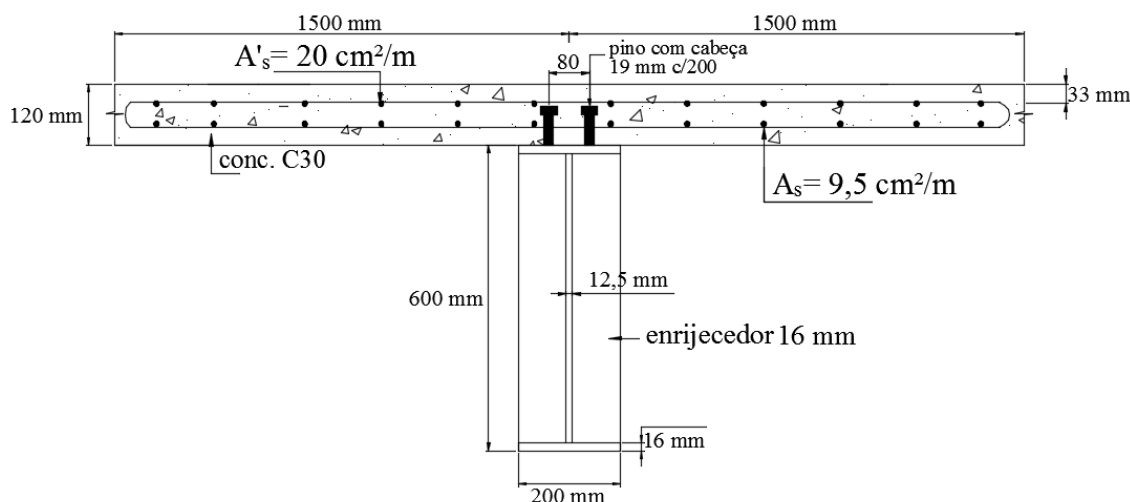


Figura 7.10 – Seção transversal do modelo numérico padrão na região dos apoios internos

As propriedades mecânicas dos materiais foram tomadas como iguais em todos os modelos numéricos analisados, exceto na análise da influência do valor da resistência ao escoamento do aço do perfil. Na Tabela 7.4 estão listadas as propriedades mecânicas adotadas como padrão do estudo paramétrico.

Tabela 7.4 – Propriedades mecânicas dos materiais

	Módulo de elasticidade (MPa)	Coef. de Poisson	Resistência ao escoamento dos aços (MPa)			Resistência à compressão do concreto (MPa)
			perfil	conector	armadura	
aço	200000	0,30	300	345	500	-
concreto	30672	0,20	-			30

Na Tabela 7.5 constam os setenta e oito modelos numéricos estudados neste trabalho, sendo que os modelos MR1 a MR9 representam os casos de vãos extremos, os modelos MR10 a MR18 a situação 1 dos vãos internos, os modelos MR19 a MR27 a situação 2 dos vãos internos e os modelos MR28 a MR36 a situação 3 dos vãos internos. Nesses modelos terão variação as cargas distribuídas ao longo de cada vão, de modo a se obter diferentes diagramas de momento fletor, tornando possível abranger todas as situações da Tabela 3.1, conforme já mencionado. Os modelos M37 a M44 correspondem aos casos de diagrama de momento fletor negativo constante no vão analisado (para análise desses casos, o modelo MR39 é tomado como padrão). Para a análise dos demais parâmetros (variações da altura, largura das mesas e espessura da alma e das mesas do perfil de aço, assim como variação da altura e da armadura da laje, do comprimento do vão e da resistência ao escoamento do aço), o modelo M1 será tomado como padrão.

Tabela 7.5 – Modelos numéricos para análise do momento resistente à FLD

(continua)

nº modelo	Parâmetros do perfil de aço					Parâmetros da laje				Vão da viga			Carregamento		
	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	f_y (MPa)	h (mm)	$A_{s,esquerda}$ (cm ² /m)	$A_{s,direita}$ (cm ² /m)	a (m)	L_1 (m)	L_2 (m)	L_3 (m)	q_1 (kN/m ²)	q_2 (kN/m ²)	q_3 (kN/m ²)
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	29,2	29,2	-
MR2	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	34,4	23,0	-
MR3	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	37,8	19,0	-
MR4	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	40,0	16,0	-
MR5	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	41,6	13,8	-
MR6	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	42,8	12,2	-
MR7	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	43,8	11,0	-
MR8	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	44,4	9,8	-
MR9	600	300	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	45,0	9,0	-
MR10	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	42,6	28,4	14,2
MR11	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	46,8	22,0	19,2
MR12	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	49,2	17,8	22,4
MR13	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	50,8	15,0	24,4
MR14	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	52,2	13,0	26,0
MR15	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	52,8	11,4	27,2
MR16	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	53,6	10,2	28,0
MR17	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	54,0	9,2	28,8
MR18	600	300	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	54,4	8,4	29,4

Tabela 7.5 - Modelos numéricos para análise do momento resistente à FLD

(continua)

nºmodelo	Parâmetros do perfil de aço					Parâmetros da laje				Vão da viga			Carregamento		
	<i>d</i> (mm)	<i>b_f</i> (mm)	<i>t_f</i> (mm)	<i>t_w</i> (mm)	<i>f_y</i> (MPa)	<i>h</i> (mm)	<i>A_{esqueto}</i> (cm²/m)	<i>A_{direito}</i> (cm²/m)	<i>a</i> (m)	<i>L₁</i> (m)	<i>L₂</i> (m)	<i>L₃</i> (m)	<i>q₁</i> (kN/m²)	<i>q₂</i> (kN/m²)	<i>q₃</i> (kN/m²)
MR19	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	37,8	27,4	27,4
MR20	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	41,8	21,2	31,8
MR21	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	44,2	17,2	34,4
MR22	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	45,6	14,4	36,2
MR23	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	46,8	12,4	37,4
MR24	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	47,6	11,0	38,4
MR25	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	48,2	9,8	39,0
MR26	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	48,6	8,8	39,6
MR27	600	300	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	49,0	8,0	40,0
MR28	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	39,6	26,4	39,6
MR29	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	43,0	20,2	43,0
MR30	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	45,2	16,4	45,2
MR31	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	46,6	13,8	46,6
MR32	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	47,4	11,8	47,4
MR33	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	48,2	10,4	48,2
MR34	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	48,8	9,2	48,8
MR35	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	49,2	8,4	49,2
MR36	600	300	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	49,6	7,6	49,6
MR37	800	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	73,0	-	73,0
MR38	700	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	73,0	-	73,0
MR39	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	73,0	-	73,0
MR40	500	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	73,0	-	73,0
MR41	400	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	73,0	-	73,0
MR42	600	150	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	73,0	-	73,0
MR39	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	73,0	-	73,0
MR43	600	250	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	73,0	-	73,0
MR44	600	300	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	15	73,0	-	73,0

Tabela 7.5 - Modelos numéricos para análise do momento resistente à FLD

(continua)

nº modelo	Parâmetros do perfil de aço					Parâmetros da laje				Vão da viga			Carregamento		
	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	f_y (MPa)	h (mm)	$A_{esquerda}$ (cm ² /m)	$A_{direita}$ (cm ² /m)	a (m)	L_1 (m)	L_2 (m)	L_3 (m)	q_1 (kN/m ²)	q_2 (kN/m ²)	q_3 (kN/m ²)
MR45	800	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR46	700	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR47	500	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR48	400	300	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR49	600	150	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR50	600	250	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR51	600	300	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR52	600	200	12,5	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR53	600	200	19	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR54	600	200	22,4	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR55	600	300	25	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR56	600	200	16	9,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR57	600	200	16	16	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR58	600	200	16	12,5	250	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR59	600	200	16	12,5	350	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR60	600	200	16	12,5	400	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR61	600	200	16	12,5	450	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-

Tabela 7.5 - Modelos numéricos para análise do momento resistente à FLD

(conclusão)

nºmodelo	Parâmetros do perfil de aço					Parâmetros da laje				Vão da viga			Carregamento		
	<i>d</i> (mm)	<i>b_f</i> (mm)	<i>t_f</i> (mm)	<i>t_w</i> (mm)	<i>f_y</i> (MPa)	<i>h</i> (mm)	<i>A_{s,esquerda}</i> (cm²/m)	<i>A_{s,direita}</i> (cm²/m)	<i>a</i> (m)	<i>L₁</i> (m)	<i>L₂</i> (m)	<i>L₃</i> (m)	<i>q₁</i> (kN/m²)	<i>q₂</i> (kN/m²)	<i>q₃</i> (kN/m²)
MR62	600	200	16	12,5	300	100	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR63	600	200	16	12,5	300	150	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR64	600	200	16	12,5	300	180	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR65	600	200	16	12,5	300	200	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR66	600	200	16	12,5	300	120	50	50	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR67	600	200	16	12,5	300	120	40	40	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR68	600	200	16	12,5	300	120	30	30	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR69	600	200	16	12,5	300	120	10	10	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR70	600	200	16	12,5	300	120	20	20	2,5	15	15	-	29,2	29,2	-
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR71	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3,5	15	15	-	29,2	29,2	-
MR72	600	200	16	12,5	300	120	20	20	4	15	15	-	29,2	29,2	-
MR73	600	200	16	12,5	300	120	20	20	4,5	15	15	-	29,2	29,2	-
MR74	600	200	16	12,5	300	120	20	20	5	15	15	-	29,2	29,2	-
MR75	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	9	9	-	29,2	29,2	-
MR76	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	12	12	-	29,2	29,2	-
MR1	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	15	15	-	29,2	29,2	-
MR77	600	200	16	12,5	300	120	20	20	3	18	18	-	29,2	29,2	-
MR78	600	300	16	12,5	300	120	20	20	3	21	21	-	29,2	29,2	-

7.4 Momento Resistente à FLD pelas Normas EN 1994-1-1:2004 e ABNT NBR 8800:2008 e Comparação com os Resultados Numéricos

Os resultados obtidos numericamente do momento fletor resistente são referentes ao pico da curva de deslocamento horizontal do centro geométrico da mesa inferior *versus* momento ou rotação da mesa inferior *versus* momento, conforme ilustrado na Figura 7.11 para um modelo específico. Esse tipo de curva é característico em casos de instabilidade, comprovando que o modo de colapso ocorrido nos modelos numéricos estudados se refere à flambagem lateral com distorção.

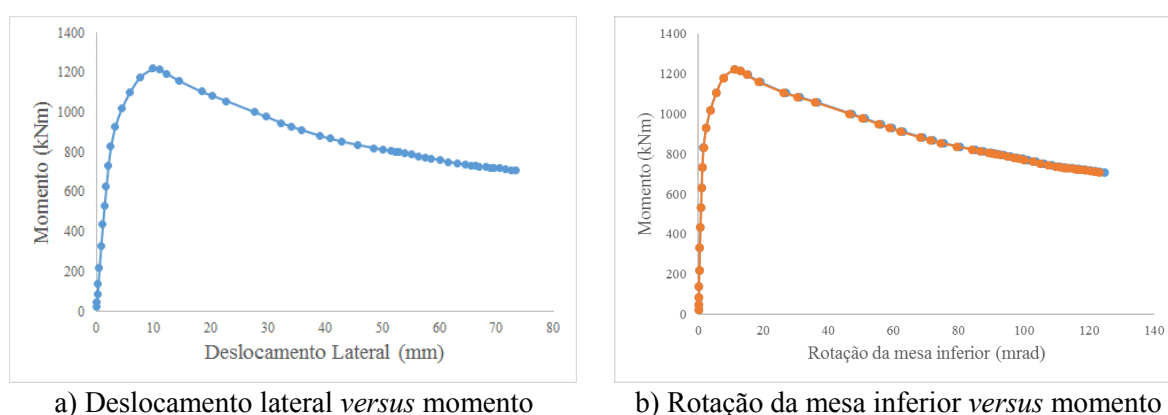


Figura 7.11 – Ilustração das curvas para obter o momento resistente das vigas mistas

Na Tabela 7.6 constam os resultados dos momentos resistente à FLD obtidos numericamente e os obtidos pelas normas EN 1994-1-1:2004 e ABNT NBR 8800:2008 dos 78 modelos estudados na parametrização. Apesar de os métodos das duas normas serem similares, deve-se destacar que a classificação da viga mista pela norma europeia foi de viga semicompacta (Classe 3), enquanto que pela norma brasileira a classificação foi de viga compacta. Devido a essa diferença, os momentos fletores resistentes nominais obtidos por cada formulação apresentaram valores distintos. Além disso, as curvas de resistência à compressão são diferentes nas duas normas, o que também contribui para fornecer momentos fletores resistentes à FLD distintos.

Como a norma EN 1994-1-1:2004 não prescreve uma equação para o M_{cr} , para efeito de comparação, adotou-se a equação da ABNT NBR 8800:2008, que é a deduzida por Roik *et al.* (1990). Relembra-se aqui, inclusive, que essa equação era prevista pela norma europeia ENV 1994-1-1:1992, que antecedeu a EN 1994-1-1:2004, atualmente em vigência. É analisado também o resultado obtido do momento fletor resistente pelas duas normas

considerando M_{cr} obtido pela equação proposta neste trabalho. Assim, constam na Tabela 7.6 os resultados do momento resistente obtidos:

- pela análise numérica, $M_{R,num}$;
- pelo procedimento da norma europeia, adotando o valor de M_{cr} obtido pela equação de Roik *et al.* (1990), $M_{R,RE}$, e com a equação proposta neste trabalho, $M_{R,PE}$;
- pelo procedimento da norma brasileira, adotando o valor de M_{cr} obtido pela equação de Roik *et al.* (1990), $M_{R,RB}$, e com a equação proposta neste trabalho, $M_{R,PB}$.

Os desvios obtidos por cada equação em relação aos resultados numéricos também foram calculados e estão também apresentados nessa tabela.

Tabela 7.6 – Resultados numéricos e normativos obtidos do momento resistente à FLD e desvios

(continua)

Modelo	$M_{R,num}$ (kN.m)	EN 1994-1-1:2004		ABNT NBR 8800:2008		$(M_{R,RE}$	$(M_{R,PE}$	$(M_{R,RB}$	$(M_{R,PB}$
		$M_{R,RE}$ (kN.m)	$M_{R,PE}$ (kN.m)	$M_{R,RB}$ (kN.m)	$M_{R,PB}$ (kN.m)	$/M_{R,num} -$ 1)*100	$/M_{R,num} -$ 1)*100	$/M_{R,num} -$ 1)*100	$/M_{R,num} -$ 1)*100
MR1	1.220	921	792	1.238	1.104	-24,54%	-35,05%	1,48%	-9,53%
MR2	1.223	912	792	1.222	1.110	-25,47%	-35,29%	-0,12%	-9,23%
MR3	1.227	892	787	1.222	1.117	-27,28%	-35,88%	-0,42%	-8,94%
MR4	1.230	876	785	1.224	1.129	-28,77%	-36,16%	-0,45%	-8,20%
MR5	1.231	863	788	1.230	1.146	-29,95%	-35,98%	-0,11%	-6,92%
MR6	1.228	851	796	1.236	1.169	-30,68%	-35,17%	0,60%	-4,83%
MR7	1.233	842	807	1.242	1.194	-31,69%	-34,59%	0,69%	-3,20%
MR8	1.230	835	821	1.240	1.215	-32,10%	-33,26%	0,81%	-1,17%
MR9	1.233	839	817	1.234	1.211	-31,96%	-33,70%	0,07%	-1,73%
MR10	1.210	891	797	1.156	1.110	-26,34%	-34,14%	-4,45%	-8,22%
MR11	1.227	851	785	1.131	1.127	-30,61%	-35,99%	-7,85%	-8,17%
MR12	1.227	821	671	1.224	1.015	-33,11%	-45,34%	-0,23%	-17,29%
MR13	1.233	802	671	1.203	1.015	-34,96%	-45,63%	-2,47%	-17,72%
MR14	1.236	789	671	1.187	1.015	-36,17%	-45,74%	-3,94%	-17,89%
MR15	1.235	776	671	1.172	1.015	-37,14%	-45,70%	-5,10%	-17,83%
MR16	1.235	768	671	1.161	1.015	-37,84%	-45,69%	-5,96%	-17,81%
MR17	1.236	760	671	1.151	1.015	-38,52%	-45,73%	-6,83%	-17,88%
MR18	1.232	754	671	1.144	1.015	-38,80%	-45,58%	-7,15%	-17,64%
MR19	1.222	850	792	1.146	1.115	-30,47%	-35,20%	-6,21%	-8,76%
MR20	1.230	806	671	1.207	1.015	-34,45%	-45,46%	-1,81%	-17,47%
MR21	1.234	780	671	1.177	1.015	-36,75%	-45,64%	-4,60%	-17,74%
MR22	1.236	761	671	1.152	1.015	-38,47%	-45,75%	-6,77%	-17,90%
MR23	1.236	746	671	1.134	1.015	-39,58%	-45,72%	-8,19%	-17,86%
MR24	1.234	736	671	1.121	1.015	-40,34%	-45,66%	-9,17%	-17,76%
MR25	1.236	727	671	1.108	1.015	-41,20%	-45,75%	-10,34%	-17,90%
MR26	1.235	719	671	1.098	1.015	-41,80%	-45,70%	-11,13%	-17,83%

Tabela 7.6 – Resultados numéricos e normativos obtidos do momento resistente à FLD e desvios

Modelo	$M_{R,num}$ (kN.m)	EN 1994-1-1:2004		ABNT NBR 8800:2008		(conclusão)			
		$M_{R,RE}$ (kN.m)	$M_{R,PE}$ (kN.m)	$M_{R,RB}$ (kN.m)	$M_{R,PB}$ (kN.m)	$(M_{R,RE} / M_{R,num} - 1) * 100$	$(M_{R,PE} / M_{R,num} - 1) * 100$	$(M_{R,RB} / M_{R,num} - 1) * 100$	$(M_{R,PB} / M_{R,num} - 1) * 100$
MR27	1.233	714	671	1.091	1.1015	-42,12%	-45,61%	-11,56%	-17,70%
MR28	1.230	800	795	1.165	1.015	-34,93%	-35,35%	-5,32%	-3,66%
MR29	1.234	760	671	1.151	1.015	-38,44%	-45,66%	-6,71%	-17,77%
MR30	1.240	736	671	1.120	1.015	-40,65%	-45,91%	-9,64%	-18,14%
MR31	1.240	717	671	1.096	1.015	-42,15%	-45,91%	-11,65%	-18,16%
MR32	1.240	703	671	1.076	1.015	-43,27%	-45,92%	-13,20%	-18,17%
MR33	1.240	693	671	1.062	1.015	-44,10%	-45,92%	-14,37%	-18,17%
MR34	1.240	686	671	1.052	1.015	-44,69%	-45,94%	-15,21%	-18,19%
MR35	1.237	681	671	1.045	1.015	-44,92%	-45,77%	-15,53%	-17,94%
MR36	1.239	676	671	1.037	1.015	-45,42%	-45,87%	-16,27%	-18,09%
MR37	1.102	698	783	866	939	-36,68%	-28,96%	-21,39%	-14,77%
MR38	1.068	666	727	809	853	-37,63%	-31,96%	-24,26%	-20,16%
MR39	1.019	622	671	955	1.015	-38,92%	-34,16%	-6,23%	-0,37%
MR40	930	564	596	861	895	-39,44%	-35,94%	-7,42%	-3,78%
MR41	815	515	530	742	760	-36,77%	-34,89%	-8,95%	-6,69%
MR42	787	477	528	744	820	-39,43%	-32,98%	-5,47%	4,15%
MR43	1.196	764	809	1.138	1.186	-36,13%	-32,37%	-4,83%	-0,90%
MR44	1.405	983	1.029	1.306	1.363	-30,06%	-26,76%	-7,03%	-2,96%
MR45	1.553	1.227	1.066	1.194	1.112	-20,98%	-31,33%	-23,13%	-28,42%
MR46	1.414	1.085	925	1.466	1.309	-23,25%	-34,59%	3,70%	-7,43%
MR47	1.009	738	670	997	908	-26,79%	-33,58%	-1,09%	-10,01%
MR48	828	571	563	775	726	-31,02%	-31,95%	-6,35%	-12,24%
MR49	1.017	769	624	1.072	915	-24,39%	-38,63%	5,40%	-10,02%
MR50	1.333	1.055	982	1.384	1.295	-20,88%	-26,36%	3,78%	-2,86%
MR51	1.530	1.190	1.182	1.531	1.476	-22,25%	-22,73%	0,06%	-3,55%
MR52	1.055	814	695	1.127	998	-22,77%	-34,10%	6,90%	-5,39%
MR53	1.334	1.010	877	1.321	1.195	-24,25%	-34,24%	-0,97%	-10,38%
MR54	1.468	1.110	974	1.419	1.299	-24,39%	-33,65%	-3,30%	-11,50%
MR55	1.562	1.185	1.049	1.494	1.379	-24,14%	-32,84%	-4,34%	-11,73%
MR56	973	826	715	783	731	-15,09%	-26,53%	-19,49%	-24,84%
MR57	1.443	1.479	1.202	1.376	1.246	2,49%	-16,72%	-4,63%	-13,67%
MR58	1.049	767	691	1.074	977	-26,87%	-34,15%	2,33%	-6,91%
MR59	1.365	1.067	886	1.377	1.216	-21,86%	-35,10%	0,85%	-10,94%
MR60	1.529	1.190	973	1.512	1.317	-22,18%	-36,38%	-1,12%	-13,87%
MR61	1.649	1.308	1.053	1.640	1.409	-20,71%	-36,16%	-0,59%	-14,55%
MR62	1.199	896	767	1.193	1.070	-25,26%	-36,03%	-0,45%	-10,77%
MR63	1.225	960	829	1.287	1.151	-21,65%	-32,39%	4,99%	-6,05%
MR64	1.249	1.002	866	1.339	1.198	-19,75%	-30,70%	7,22%	-4,11%
MR65	1.261	1.032	891	1.374	1.228	-18,17%	-29,38%	8,97%	-2,61%
MR66	1.270	1.026	873	1.460	1.288	-19,20%	-31,28%	14,96%	1,44%
MR67	1.257	1.001	854	1.393	1.235	-20,36%	-32,06%	10,82%	-1,74%
MR68	1.242	967	829	1.319	1.176	-22,10%	-33,24%	6,20%	-5,31%
MR69	1.188	1.133	928	1.070	969	-4,61%	-21,83%	-9,94%	-18,39%
MR70	1.205	921	794	1.234	1.105	-23,60%	-34,13%	2,36%	-8,28%
MR71	1.225	921	791	1.231	1.103	-24,81%	-35,39%	0,54%	-9,96%
MR72	1.215	921	790	1.230	1.101	-24,23%	-34,99%	1,22%	-9,37%
MR73	1.235	921	789	1.229	1.100	-25,45%	-36,13%	-0,50%	-10,93%
MR74	1.234	921	788	1.228	1.099	-25,42%	-36,20%	-0,55%	-10,99%
MR75	1.061	869	819	1.106	1.056	-18,09%	-22,80%	4,26%	-0,43%
MR76	1.228	897	827	1.178	1.108	-26,95%	-32,70%	-4,10%	-9,77%
MR77	1.209	941	786	1.272	1.112	-22,16%	-35,01%	5,21%	-8,01%
MR78	1.199	959	803	1.305	1.143	-20,07%	-33,08%	8,79%	-4,73%
média						-29,38%	-36,38%	-3,23%	-10,72%

Com relação à norma EN 1994-1-1:2004, o desvio entre $M_{R,num}$ e $M_{R,RE}$, considerando M_{cr} obtido pela equação de Roik *et al.* (1990), ficou entre -45,2% e 2,49%, com média de -29,38%. Já o desvio entre o $M_{R,num}$ e o $M_{R,PE}$, considerando M_{cr} obtido pela equação proposta neste trabalho, ficou entre -45,94% e -16,72%, com média de -36,38%. Com relação à norma ABNT NBR 8800:2008, tem-se o desvio entre $M_{R,num}$ e o $M_{R,RB}$, considerando M_{cr} obtido pela equação de Roik *et al.* (1990), entre -24,26% e 14,96%, com média de -3,23%. Para o caso da consideração de M_{cr} obtido pela equação proposta neste trabalho, tem-se o desvio entre $M_{R,num}$ e $M_{R,PB}$ entre -28,42% e 4,15%, com média de -10,72%. Observa-se que os resultados obtidos pela norma EN 1994-1-1:2004, independentemente do método adotado para o cálculo de M_{cr} , foram bastante conservadores. Isso ocorre, principalmente, devido aos perfis de aço terem sido classificados como Classe 3, o que limita o momento resistente ao momento correspondente ao início do escoamento, enquanto que no caso de perfil de classe 1 ou 2, o momento resistente pode atingir o momento de plastificação. Já com relação à ABNT NBR 8800:2008, observa-se uma maior aproximação entre seus resultados com os obtidos numericamente, sendo que o resultado obtido considerando M_{cr} proposto neste trabalho apresentou um menor desvio para mais (“contrário a segurança”), de apenas 4,15%, enquanto que o desvio para mais, considerando M_{cr} obtido pela equação de Roik *et al.* (1990), foi de 14,96%. Por conta disso, aconselha-se adotar no cálculo de M_{cr} a equação proposta neste trabalho, mesmo havendo um pequeno aumento do desvio médio.

Na Figura 7.12 constam os resultados do momento fletor resistente à FLD obtido tanto pela norma EN 1994-1-1:2004 quanto pela norma ABNT NBR 8800:2008, considerando M_{cr} obtido pela equação proposta por Roik *et al.* (1990) e pela equação proposta neste trabalho, apresentada na Seção 6.6. As linhas em vermelho representam um desvio máximo de 20% em relação aos resultados obtidos numericamente. É possível observar que os resultados do momento fletor resistente obtidos pela norma EN 1994-1-1:2004 estiveram sempre abaixo da linha vermelha inferior, o que demonstra que seu procedimento é muito conservador, independentemente do método de cálculo para a determinação de M_{cr} . Já os resultados obtidos pela ABNT NBR 8800:2008 se mostraram mais satisfatórios para os casos em que se adotou M_{cr} proposto neste trabalho, uma vez que a maioria dos resultados ficaram dentro da faixa dos 20% de erro.

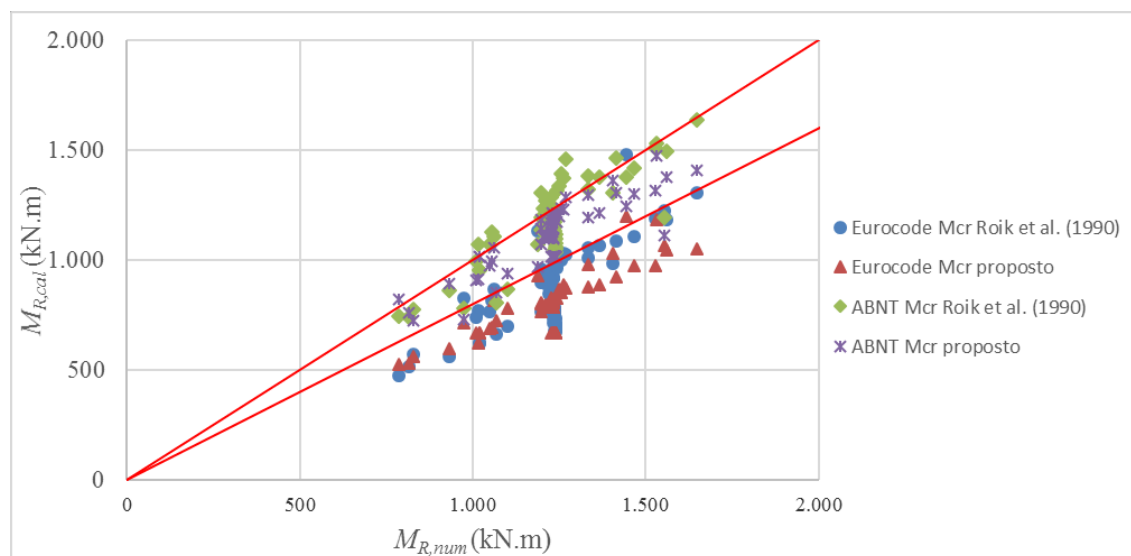


Figura 7.12 – Comparação entre os resultados numéricos e os procedimentos de cálculo normativos

7.5 Proposição de Fórmula para Determinação do Índice de Esbeltez

7.5.1 Avaliação dos resultados numéricos

Na Figura 7.13 é mostrado o índice de esbeltez da viga, λ_{dist} , em função da razão entre a altura e espessura da alma do perfil de aço (h_w/t_w), da razão entre a semilargura e a espessura das mesas do perfil de aço ($b_f/2t_f$), da razão entre o comprimento do trecho de momento negativo e a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço (L_{neg}/h_0), da razão entre o comprimento do trecho de momento negativo e a largura da mesa do perfil de aço (L_{neg}/b_f), da razão entre o menor comprimento do trecho de momento negativo e o comprimento crítico da viga mista, calculado pela Equação (3.41), (L_1/L_{cr}) e da razão entre a resistência ao escoamento do aço e o módulo de elasticidade do perfil de aço (f_y/E_a).

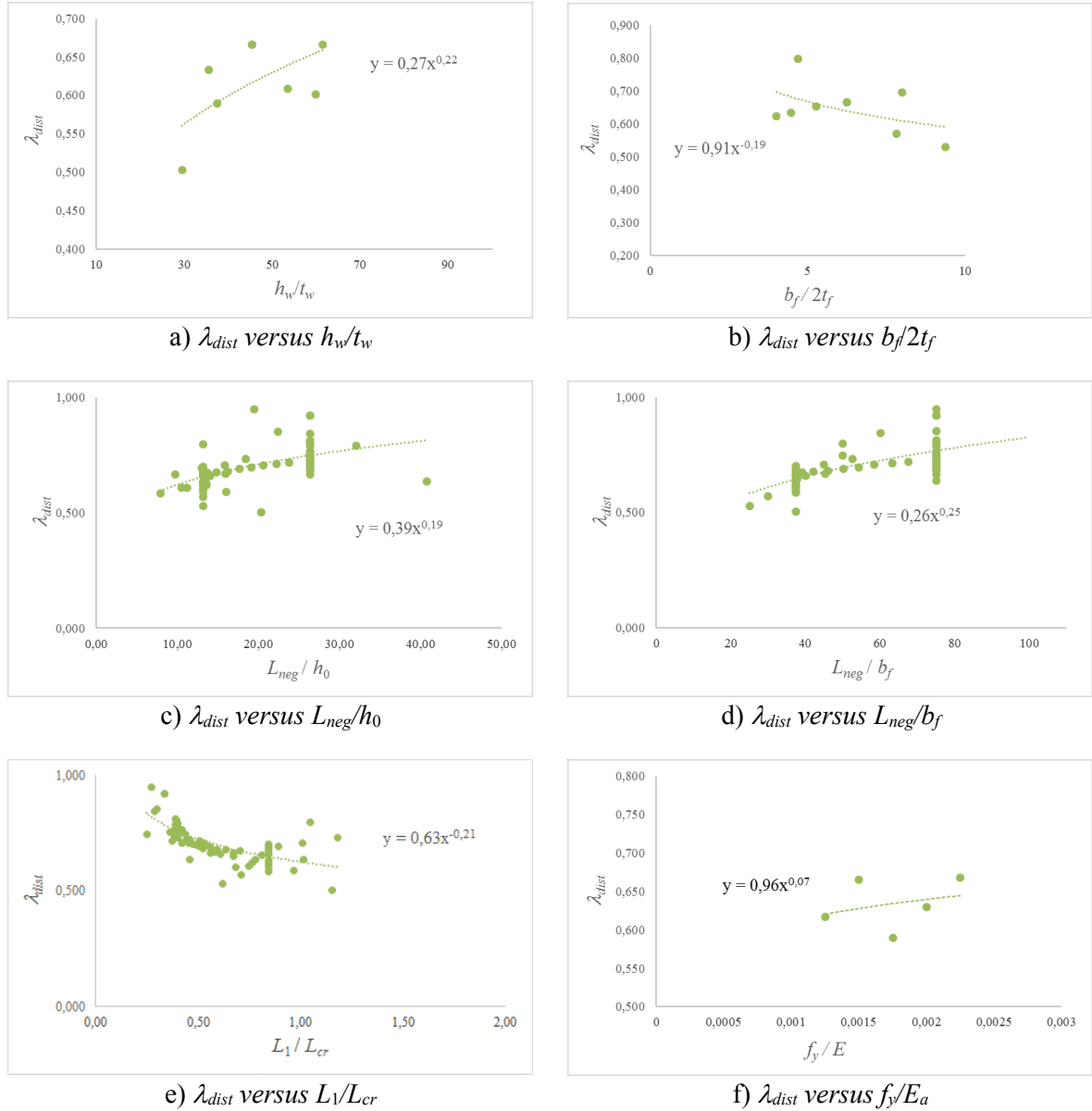


Figura 7.13 – Índice de esbeltez reduzido *versus* razão entre parâmetros da viga mista

Em cada gráfico da Figura 7.13 é obtida uma equação a partir da linha de tendência das relações entre o índice de esbeltez *versus* a razão entre os parâmetros descritos no parágrafo anterior. Observa-se que o aumento das razões h_w/t_w , L_{neg}/h_0 , L_{neg}/b_f e f_y/E_a tende a acarretar uma elevação do valor de λ_{dist} . Contrariamente, o aumento das razões $b_f/2t_f$ e L_1/L_{cr} tende a acarretar uma redução de λ_{dist} .

7.5.2 Expressões analíticas do índice de esbeltez

No Capítulo 2, a determinação do índice de esbeltez de vigas mistas contínuas é fornecida pela Equação (2.1), a seguir reproduzida para maior clareza:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} \quad (2.1)\text{-a}$$

onde M_{Rk}^- é o momento fletor resistente nominal da seção transversal na região de momento negativo, considerando o perfil de aço e a armadura longitudinal (na direção do eixo da viga) da laje de concreto, e M_{cr} é o momento crítico elástico da viga mista.

Devido à dificuldade em se obter o momento crítico elástico, equações simplificadas para a obtenção de λ_{dist} são propostas, como, por exemplo, a Equação (2.14), adotada pela ABNT NBR 8800:2008, a seguir repetida:

$$\lambda_{dist} = 5,0 \left(1 + \frac{t_w h_0}{4 b_f t_f} \right) \left[\left(\frac{f_y}{E_a C_{dist}} \right)^2 \left(\frac{h_0}{t_w} \right)^3 \left(\frac{t_f}{b_f} \right) \right]^{0,25} \quad (2.14)\text{-a}$$

Essa equação simplificada foi obtida considerando um perfil compacto, em que o valor de M_{Rk}^- corresponde ao momento de plastificação da viga mista. Além disso, no desenvolvimento dessa equação adotou-se como M_{cr} a equação proposta por Roik *et al.* (1990), sendo esse o motivo de se ter o parâmetro C_{dist} na sua composição.

Na Subseção 3.4.5 é apresentado o trabalho numérico de Zhou e Yan (2017), no qual também foi obtida uma equação simplificada para a obtenção do índice de esbeltez, λ_{dist} , Equação (3.56), aqui repetida:

$$\lambda_{dist} = 0,09 \left(\frac{L}{b_f} \right)^{0,2} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0,4} \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{0,6} (1,5 + \rho)^{0,5} \quad (3.56)\text{-a}$$

onde ρ é dado pela Equação (3.55). Para a obtenção dessa equação, Zhou e Yan (2017) analisaram os resultados numéricos obtidos apenas de vigas mistas submetidas a um momento fletor negativo constante.

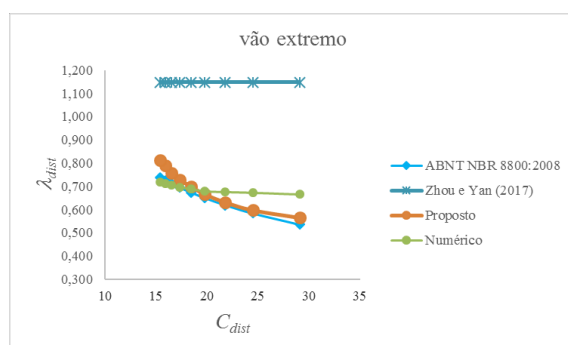
7.5.3 Fórmula proposta para a determinação simplificada do índice de esbeltez e comparação com os resultados numéricos

A equação simplificada do índice de esbeltez adotada pela norma ABNT NBR 8800:2008 é aplicável apenas a vigas mistas com perfis I compactos e, ainda, utiliza o valor de M_{cr} proposto por Roik *et al* (1990), que não fornece resultados muito precisos. Já a equação simplificada do índice de esbeltez proposta por Zhou e Yan (2017) é limitada à distribuição de momento fletor constante. Por conta dessas limitações, é proposta uma nova equação para a determinação desse índice, tomando como base os parâmetros das outras formulações, aplicável para vigas mistas com perfil de aço com dimensões mais amplas, limitadas pela Classe 3 da norma europeia EN 1994-1-1:2004 e para qualquer distribuição do diagrama de momento fletor, apresentada a seguir:

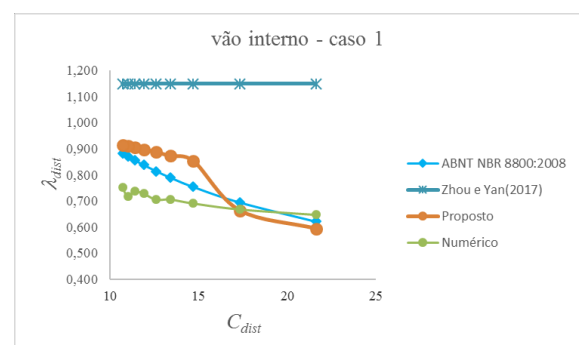
$$\lambda_{dist,prop} = 0,13 \left(\frac{h_w}{t_w} \right)^{0,22} \left(\frac{b_f}{2 t_f} \right)^{-0,19} \left(\frac{L_{neg}}{h_0} \right)^{0,19} \left(\frac{L_{neg}}{b_f} \right)^{0,25} \left(\frac{L_1}{L_{cr}} \right)^{-0,21} \left(\frac{f_y}{E_a} \right)^{0,07} \quad (7.8)$$

Para se chegar a essa equação, foram tomados os exponenciais de cada razão determinados na Figura 7.13 e ajustado, mediante regressão, o fator 0,13.

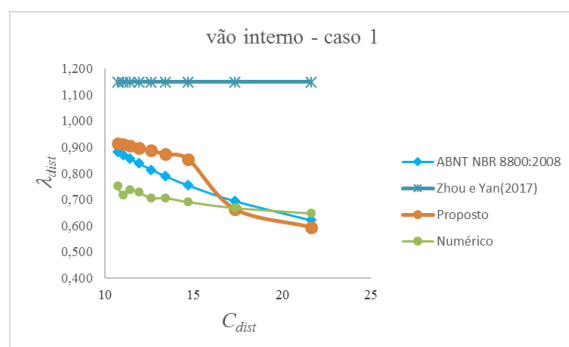
Na Figura 7.14 são apresentadas, para os 78 modelos estudados neste trabalho, as relações entre o índice de esbeltez e os demais parâmetros da viga mista, considerando a equação simplificada adotada pela ABNT NBR 8800:2008, a equação proposta por Zhou e Yan (2017), a equação proposta neste trabalho e os resultados obtidos numericamente.



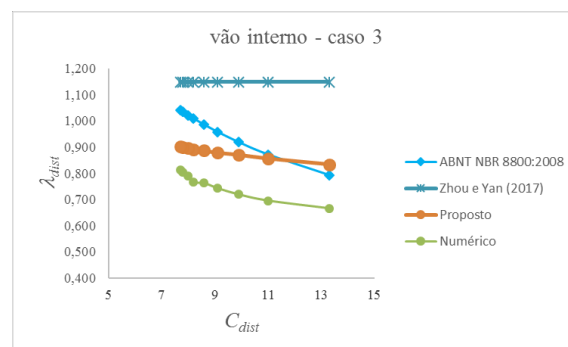
a) diagrama de momento fletor não uniforme (vão extremo)



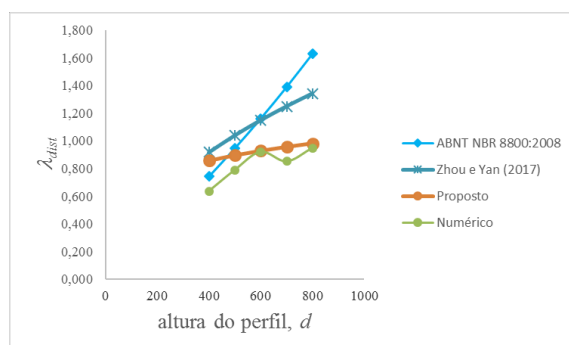
b) diagrama de momento fletor não uniforme (vão interno – caso 1)



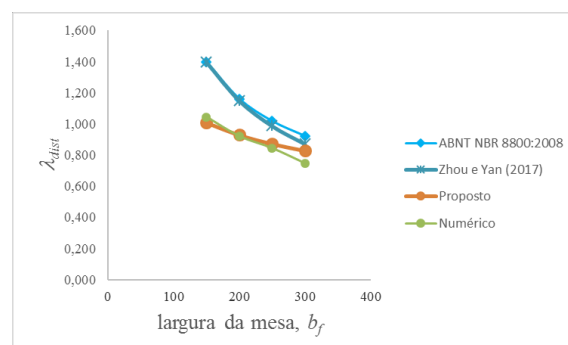
c) diagrama de momento fletor não uniforme
(vão interno – caso 2)



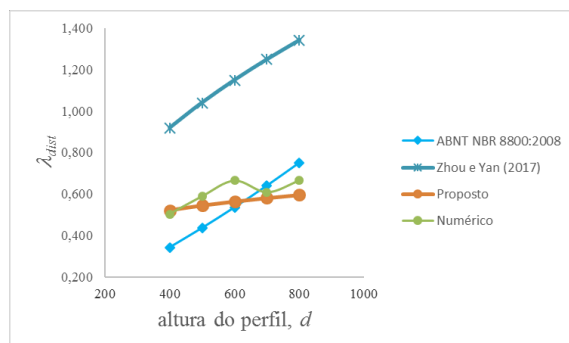
d) diagrama de momento fletor não uniforme
(vão interno – caso 3)



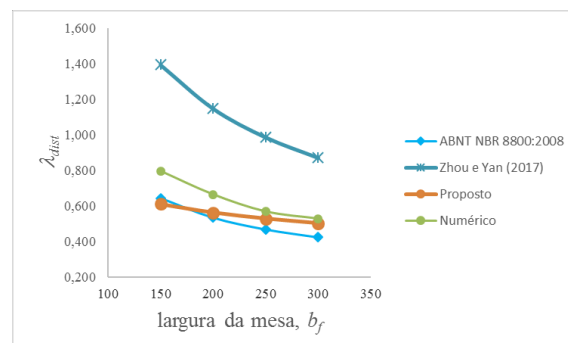
e) diagrama de momento fletor constante
(variação da altura d do perfil)



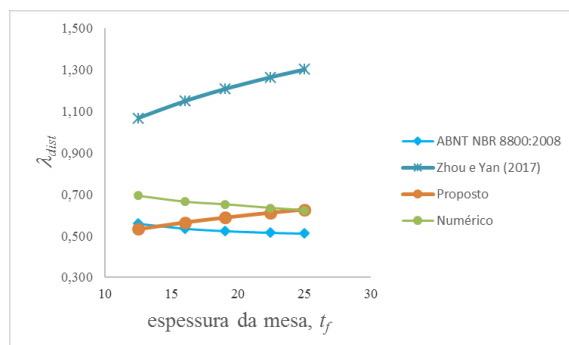
f) diagrama de momento fletor constante
(variação da largura da mesa b_f do perfil)



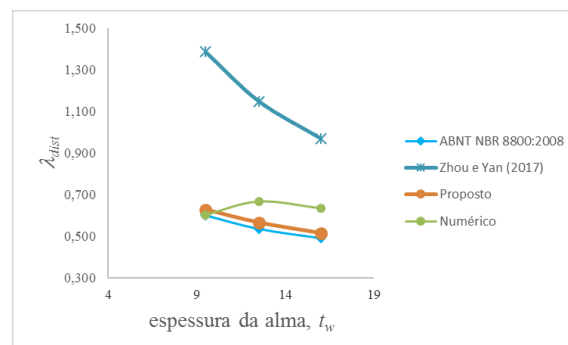
g) altura do perfil de aço (d)



h) largura da mesa do perfil de aço (b_f)



i) espessura da mesa do perfil de aço (t_f)



j) espessura da alma do perfil de aço (t_w)

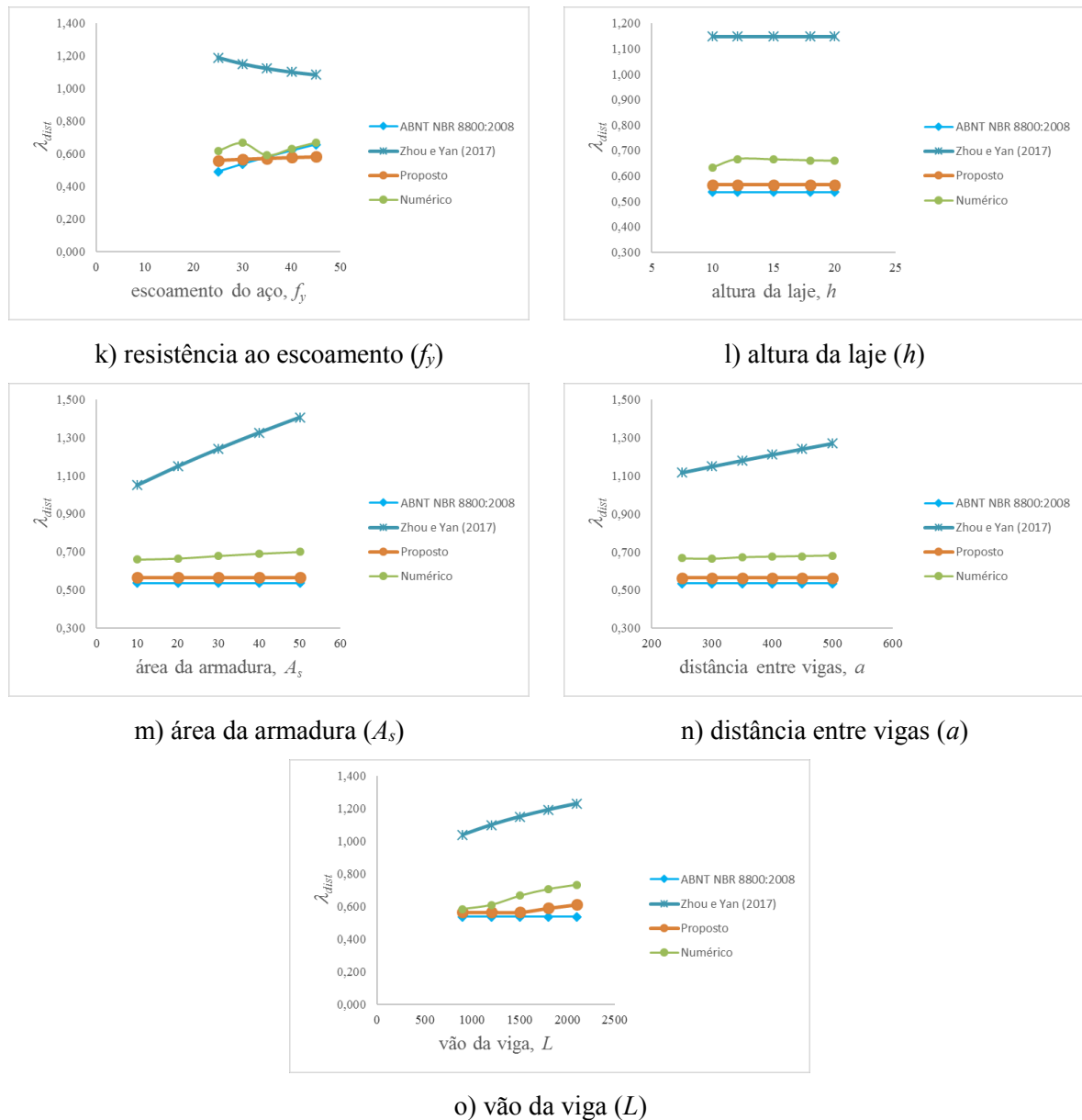


Figura 7.14 – Parâmetros *versus* λ_{dist} dos 78 modelos estudados

Conforme pode ser observado na Figura 7.14, os valores obtidos do índice de esbelteza pela equação proposta neste trabalho foram os que mais se aproximaram dos numéricos. Observa-se ainda que:

- os valores da equação proposta por Zhou e Yan (2017) estiveram sempre bastante acima dos numéricos;
- exceto para os casos de momento fletor constante, os valores obtidos pela equação da ABNT NBR 8800:2008 não ficaram muito distantes dos numéricos;

- os valores obtidos pela equação adotada pela ABNT NBR 8800:2008 para os casos de momento fletor constante, como pode ser observado na Figura 7.14-e e Figura 7.14-f, ficaram mais distantes dos obtidos numericamente, se aproximando dos valores obtidos pela equação de Zhou e Yan (2017).

A Tabela 7.7 mostra os valores numéricos do índice de esbeltez, $\lambda_{dist,n}$, os valores calculados pela fórmula proposta, $\lambda_{dist,p}$, a razão entre ambos, $\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p}$, e o percentual dos desvios, $(\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p} - 1)100$. Pode-se notar uma boa concordância entre os valores numéricos e os calculados pela fórmula, uma vez que todos os desvios estão dentro da faixa de -25,79% a 30,41%, com a média igual a 2,17%, um desvio padrão de 15,44% e um coeficiente de variabilidade igual a 7,10%.

Tabela 7.7 – Comparação entre os índices de esbeltez numérico e proposto
(continua)

Modelo	$\lambda_{dist,n}$	$\lambda_{dist,p}$	$\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p}$	$(\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p} - 1) (%)$	Modelo	$\lambda_{dist,n}$	$\lambda_{dist,p}$	$\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p}$	$(\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p} - 1) (%)$
MR1	0,665	0,565	1,178	17,839	MR34	0,791	0,896	0,883	-11,742
MR2	0,673	0,597	1,127	12,688	MR35	0,804	0,898	0,896	-10,428
MR3	0,676	0,631	1,072	7,151	MR36	0,812	0,901	0,901	-9,902
MR4	0,680	0,665	1,021	2,138	MR37	0,948	0,982	0,966	-3,377
MR5	0,690	0,699	0,987	-1,330	MR38	0,852	0,957	0,890	-10,976
MR6	0,696	0,730	0,955	-4,541	MR39	0,921	0,929	0,991	-0,860
MR7	0,707	0,757	0,933	-6,699	MR40	0,790	0,896	0,881	-11,919
MR8	0,713	0,789	0,904	-9,590	MR41	0,637	0,858	0,742	-25,789
MR9	0,718	0,814	0,882	-11,846	MR42	1,044	1,007	1,037	3,655
MR10	0,648	0,594	1,090	9,027	MR43	0,844	0,872	0,968	-3,236
MR11	0,668	0,664	1,007	0,698	MR44	0,747	0,828	0,901	-9,859
MR12	0,691	0,853	0,810	-18,959	MR45	0,666	0,597	1,116	11,589
MR13	0,706	0,872	0,810	-19,028	MR46	0,609	0,582	1,046	4,621
MR14	0,706	0,887	0,796	-20,406	MR47	0,589	0,545	1,081	8,098
MR15	0,729	0,897	0,812	-18,762	MR48	0,503	0,522	0,963	-3,678
MR16	0,737	0,905	0,815	-18,489	MR49	0,797	0,613	1,301	30,137
MR17	0,718	0,910	0,789	-21,095	MR50	0,569	0,530	1,074	7,354
MR18	0,752	0,915	0,822	-17,825	MR51	0,529	0,504	1,050	4,989
MR19	0,659	0,622	1,060	6,033	MR52	0,695	0,533	1,304	30,412
MR20	0,684	0,846	0,808	-19,169	MR53	0,652	0,588	1,109	10,905
MR21	0,701	0,864	0,811	-18,913	MR54	0,634	0,611	1,038	3,786
MR22	0,723	0,877	0,824	-17,555	MR55	0,622	0,627	0,992	-0,782
MR23	0,705	0,887	0,795	-20,455	MR56	0,602	0,626	0,960	-3,956
MR24	0,748	0,893	0,838	-16,174	MR57	0,633	0,514	1,231	23,102
MR25	0,757	0,898	0,843	-15,667	MR58	0,617	0,558	1,106	10,589
MR26	0,764	0,902	0,846	-15,356	MR59	0,589	0,571	1,032	3,217
MR27	0,759	0,906	0,838	-16,169	MR60	0,630	0,576	1,093	9,317
MR28	0,666	0,834	0,798	-20,189	MR61	0,668	0,581	1,150	14,996
MR29	0,696	0,857	0,812	-18,824	MR62	0,633	0,565	1,120	12,004
MR30	0,720	0,871	0,827	-17,335	MR63	0,664	0,565	1,176	17,553
MR31	0,744	0,879	0,846	-15,373	MR64	0,660	0,565	1,169	16,887
MR32	0,763	0,887	0,861	-13,910	MR65	0,659	0,565	1,166	16,645
MR33	0,766	0,892	0,859	-14,102	MR66	0,700	0,565	1,240	23,975

Tabela 7.7 – Comparação entre os índices de esbeltez numérico e proposto

(conclusão)

Modelo	$\lambda_{dist,n}$	$\lambda_{dist,p}$	$\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p}$	$(\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p} - 1) (\%)$	Modelo	$\lambda_{dist,n}$	$\lambda_{dist,p}$	$\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p}$	$(\lambda_{dist,n}/\lambda_{dist,p} - 1) (\%)$
MR67	0,691	0,565	1,223	22,329	MR73	0,678	0,565	1,200	20,012
MR68	0,679	0,565	1,203	20,262	MR74	0,680	0,565	1,204	20,449
MR69	0,660	0,565	1,169	16,898	MR75	0,584	0,565	1,034	3,438
MR70	0,667	0,565	1,182	18,166	MR76	0,609	0,565	1,079	7,900
MR71	0,673	0,565	1,191	19,112	MR77	0,706	0,589	1,199	19,883
MR72	0,675	0,565	1,196	19,570	MR78	0,733	0,610	1,201	20,072
média									2,17

Na Figura 7.15 é apresentada a saída gráfica dos valores obtidos pela fórmula proposta do índice de esbeltez. Essa figura ratifica a boa concordância entre os valores propostos desse índice, $\lambda_{dist,p}$, e os valores numéricos, $\lambda_{dist,n}$, pois a maioria dos resultados obtidos ficaram dentro da faixa de 20% de desvio, representadas pelas linhas em vermelho do gráfico.

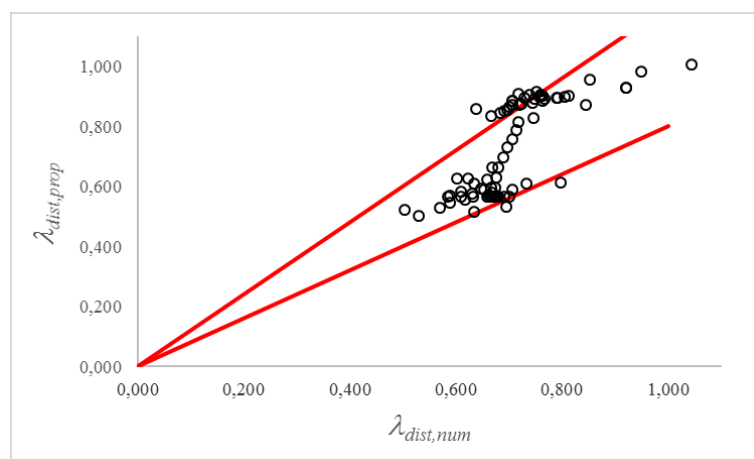


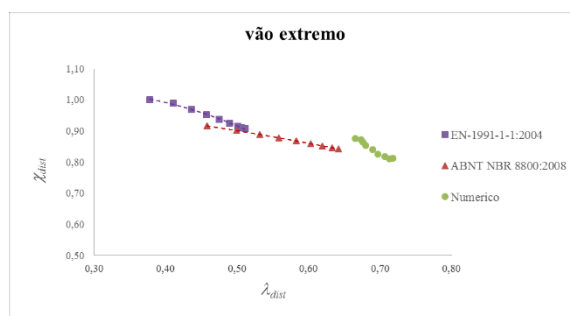
Figura 7.15 – Comparação entre os resultados numéricos e a equação proposta para determinação do índice de esbeltez λ_{dist}

7.6 Proposição de Fórmula para a Determinação do Fator de Redução da Flambagem Lateral com Distorção

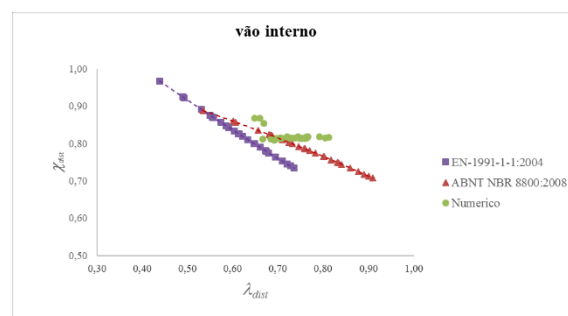
7.6.1 Avaliação dos resultados numéricos

Na Figura 7.16 são mostradas as relações entre o parâmetro λ_{dist} e o fator de redução do momento fletor resistente à FLD, χ_{dist} , para cada um dos 78 modelos numéricos analisados, segundo os procedimentos da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e da norma europeia

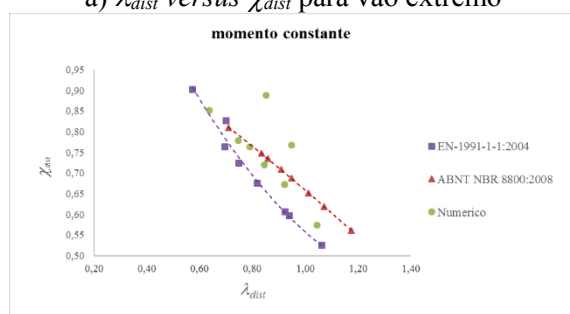
EN 1994-1-1:2004 e, ainda, os valores obtidos numericamente, considerando a variação dos parâmetros relevantes.



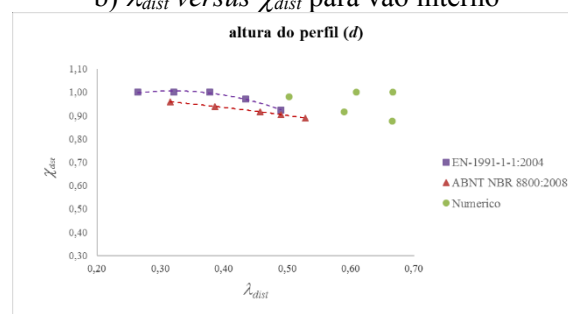
a) λ_{dist} versus χ_{dist} para vão extremo



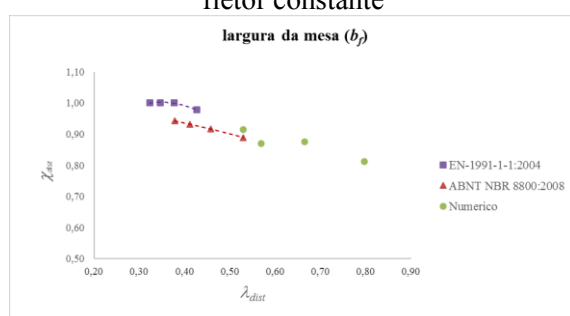
b) λ_{dist} versus χ_{dist} para vão interno



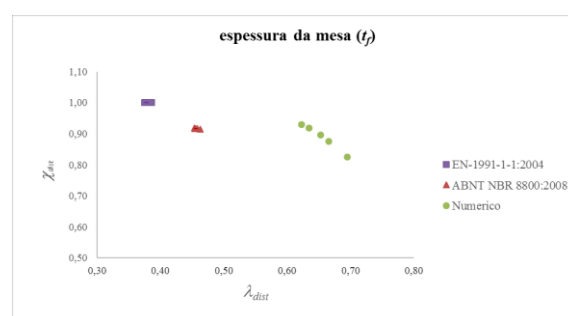
c) λ_{dist} versus χ_{dist} para diagrama de momento fletor constante



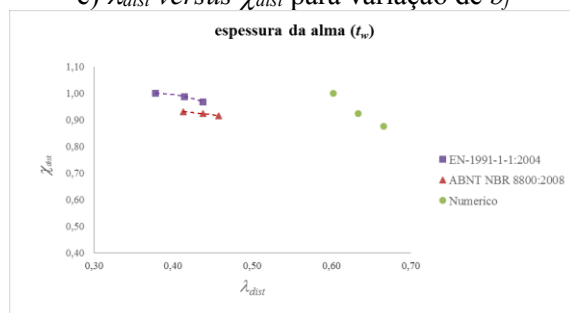
d) λ_{dist} versus χ_{dist} para variação de d



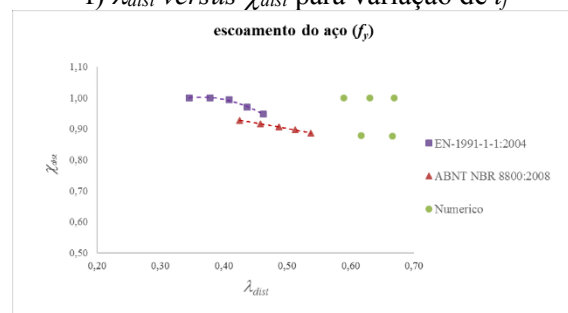
e) λ_{dist} versus χ_{dist} para variação de b_f



f) λ_{dist} versus χ_{dist} para variação de t_f



g) λ_{dist} versus χ_{dist} para variação de t_w



h) λ_{dist} versus χ_{dist} para variação de f_y

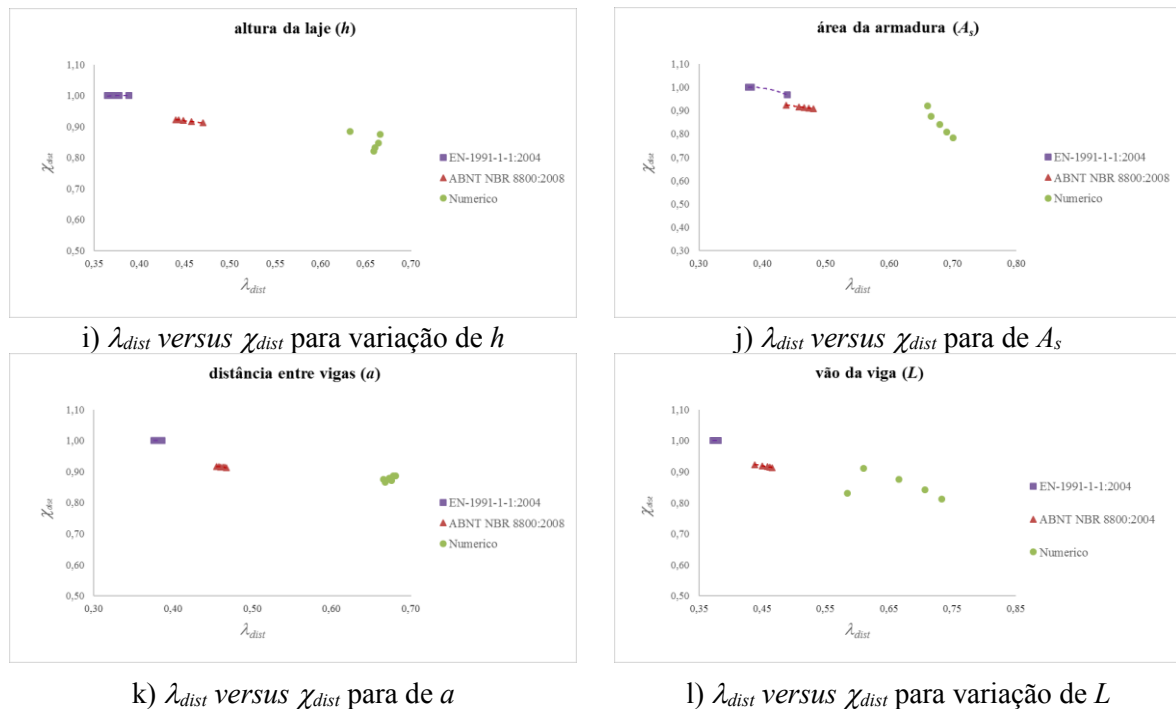


Figura 7.16 – λ_{dist} versus χ_{dist} com relação aos parâmetros da viga mista

Observa-se que os valores do parâmetro χ_{dist} obtidos pela norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, quando comparados com os da norma europeia EN 1994-1-1:2004 estão, em geral, mais próximos dos resultados numéricos, mas ambos estão distantes destes últimos. Grande parte dessas diferenças é devido ao cálculo do momento crítico pela equação de Roik *et al.* (1990) que conduz a valores do índice de esbeltez deslocados em relação aos numéricos. Entretanto, os procedimentos normativos consideram a influência das tensões residuais e da imperfeição geométrica, de maneira simplificada, como equivalentes às das barras de aço axialmente comprimidas, podendo também ser esse um dos motivos das diferenças nos resultados do fator de redução da flambagem lateral com distorção observadas na Figura 7.16. Por essa razão, se vê como necessária a obtenção de uma nova curva para a determinação do parâmetro χ_{dist} para os casos de FLD.

7.6.2 Expressão analítica do fator de redução da FLD

Para se determinar o momento resistente à FLD, o procedimento usual parte da obtenção do fator de redução, χ_{dist} , conforme a Equação (2.2), aqui repetida para maior clareza.

$$M_{dist,Rd}^- = \chi_{dist} M_{Rd}^- \quad (2.2)-a$$

No Capítulo 2 são apresentadas as curvas de resistência à compressão adotadas tanto pela norma EN 1994-1-1:2004 quanto pela norma ABNT NBR 8800:2008 para a determinação do fator χ_{dist} . A norma europeia adota as quatro curvas representadas pela Figura 2.9, que podem ser obtidas pela seguinte equação:

$$\chi_{dist} = \text{menor} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - 0,75 \lambda_{dist}^2}} \\ \frac{1}{\lambda_{dist}^2} \\ 1 \end{array} \right. \quad (7.9)$$

sendo ϕ dado, para perfis soldados com razão d/b_f maior que 2, por:

$$\phi = 0,5[1 + 0,76 (\lambda_{dist} - 0,4) + 0,75 \lambda_{dist}^2] \quad (7.10)$$

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 adota uma única curva para a obtenção do fator de redução χ_{dist} , representada pela Figura 2.12. Os resultados dessa curva podem ser obtidos pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \chi_{dist} &= 0,658 \lambda_{dist}^2 \quad \text{para } \lambda_{dist} \leq 1,5 \\ \chi_{dist} &= \frac{0,877}{\lambda_{dist}^2} \quad \text{para } \lambda_{dist} > 1,5 \end{aligned} \quad (7.11)$$

Na Subseção 3.4.5 é apresentado o trabalho numérico de Zhou e Yan (2017), autores que também obtiveram uma equação simplificada para a obtenção do fator de redução do momento fletor, χ_{dist} , a Equação (3.57), aqui repetida:

$$\chi_{dist} = 1,56 - 0,58 \lambda_{dist} \leq 1,0 \quad (3.57)-a$$

Para a obtenção dessa equação, Zhou e Yan (2017) analisaram os resultados numéricos obtidos de vigas mistas submetidas apenas a momento fletor negativo constante.

7.6.3 Fórmula proposta para a determinação do fator de redução da FLD e comparação com os resultados numéricos

A equação para determinação do fator de redução da FLD, χ_{dist} , adotada pela EN 1994-1-1:2004 e pela ABNT NBR 8800:2008 consideram, de maneira simplificada, as curvas obtidas das barras de aço axialmente comprimidas. Já a equação para a determinação de χ_{dist} proposta por Zhou e Yan (2017) foi obtida com base nos casos de viga mista submetida apenas à distribuição de momento fletor uniforme. Por conta dessas limitações, é proposta uma nova equação para a determinação do fator de redução da FLD, obtida da análise dos resultados dos 78 modelos numéricos, descritos na Seção 7.3, apresentada a seguir:

$$\chi_{dist,prop} = -0,24 \lambda_{dist}^2 - 0,12 \lambda_{dist} + 1,01 \leq 1,0 \quad (7.12)$$

Na Figura 7.17 é apresentada a relação entre o índice de esbeltez, λ_{dist} , e o fator de redução da FLD, χ_{dist} , dos 78 modelos estudados neste trabalho, considerando as equações adotadas pelas normas EN 1994-1-1:2004 e ABNT NBR 8800:2008, as equações propostas por Zhou e Yan (2017) e neste trabalho, e os resultados obtidos numericamente.

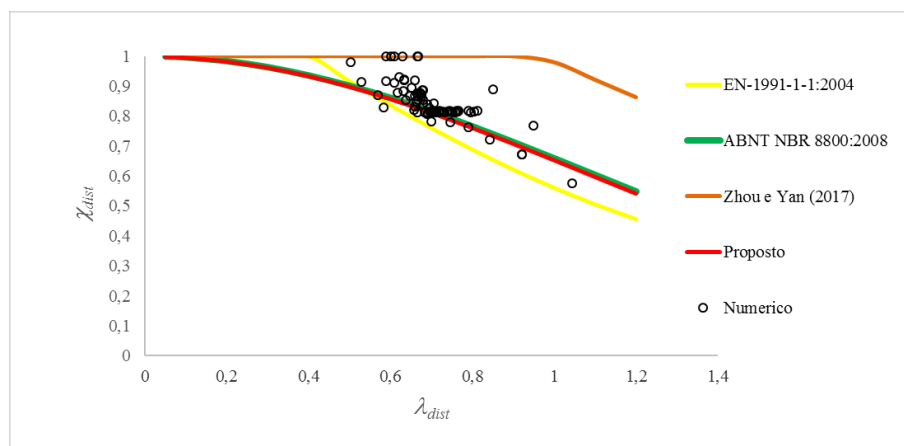


Figura 7.17 – Relação entre λ_{dist} e χ_{dist} segundo as equações normativas, de Zhou e Yan (2017) e proposta neste trabalho e obtida numericamente

Observa-se na Figura 7.17 que a curva para a obtenção de χ_{dist} proposta pela EN 1994-1-1:2004 é bastante conservadora, sempre situada abaixo dos resultados obtidos numericamente. Já a curva proposta por Zhou e Yan (2017) é contrária a segurança, estando sempre acima dos resultados numéricos. A curva adotada pela ABNT NBR 8800:2008 está mais próxima dos resultados numéricos, sendo praticamente coincidente com a curva proposta neste trabalho.

7.7 Síntese do Procedimento Proposto e Exemplo de Aplicação

7.7.1 Procedimento proposto para a determinação do momento resistente à FLD

Neste trabalho é proposto um procedimento para determinação do momento resistente de flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto contínuas, com perfil I de aço duplamente simétrico, de alma cheia, com mesas com esbeltez máxima de 9,0 e alma com esbeltez máxima de 61,40, o que engloba as seções compactas da ABNT NBR 8800:2008 e as seções de Classe 3 da EN 1994-1-1:2004.

Pelo procedimento proposto, inicialmente, deve-se determinar o momento crítico elástico (M_{cr}), para o qual é proposta a seguinte equação:

$$M_{cr} = \xi \frac{\kappa_g}{h_0} \left\{ G_a J + \frac{\rho E_a C_{w,d}}{L_{neg}^2} \left[(n \pi)^2 + \left(\frac{\eta_b}{n \pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (7.13)$$

onde E_a é o módulo de elasticidade do aço do perfil, G_a o módulo de elasticidade transversal do aço do perfil, J a constante de torção do perfil de aço, L_{neg} o comprimento da região de momento negativo, h_0 a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço e n o número de semiondas que a viga apresenta no seu modo de flambagem.

O fator ξ é determinado pela seguinte expressão:

$$\xi = \begin{cases} 1 & \text{para diagrama de momento fletor uniforme} \\ 2,13 \beta \left(\frac{L_{neg}}{h_0} \right)^{-0,1} & \text{para diagrama de momento fletor não uniforme} \end{cases} \quad (7.14)$$

sendo β um coeficiente que leva em consideração a distribuição do diagrama de momento fletor, obtida pela Equação (6.5), descrita na Subseção 6.3.2, aqui repetida:

$$\begin{aligned} \beta &= 1,0, & \text{para } \frac{L_1}{L_{cr}} &\geq 1,0 \\ \beta &= -0,16 \left(\frac{L_1}{L_{cr}} \right) + 1,15, & \text{para } \frac{L_1}{L_{cr}} &< 1,0 \end{aligned} \quad (6.5)\text{-a}$$

onde L_1 é o menor comprimento do trecho de momento negativo e L_{cr} o comprimento crítico de meia onda de uma viga mista, sendo sua equação descrita no trabalho de Zhou *et al.* (2016) como:

$$L_{cr} = 2,4 h_w [b_f^3 t_f (1 - v_a^2) / (t_w^3 h_w)]^{0,25} \quad (3.41)\text{-a}$$

Para os casos em que o diagrama de momento fletor apresente um valor máximo negativo sobre o apoio, com decréscimo na direção do interior do vão da viga até que se anule, deve-se considerar a situação de diagrama de momento fletor não uniforme, conforme destacado na Figura 6.4-a. Se o momento fletor variar, com qualquer distribuição, ao longo do vão, sem se anular, conforme apresentado na Figura 6.4-b, deve ser usada, de modo conservador, a equação para momento fletor uniforme, ou seja, $\xi = 1$.

O termo κ_g da Equação (7.13) leva em consideração a altura da linha neutra elástica e a parcela de momento absorvida pela armadura negativa, sendo seu valor obtido conforme determinado por Dias (2018) na Equação (3.52), reproduzida a seguir:

$$\kappa_g = \frac{I_x}{I_{ax}} [0,31 + 0,69 \times 0,05^{\bar{y}/h_0}] \quad (3.52)\text{-a}$$

onde I_{ax} e I_x são os momentos de inércia em relação ao eixo x do perfil de aço e da seção mista (tomada como o perfil de aço mais a seção da armadura negativa), respectivamente, e $\bar{y}$ é a distância do centro geométrico da seção mista ao centro geométrico do perfil de aço.

Os parâmetros $C_{w,d}$ e η_B , da Equação (7.13), são calculados pelas seguintes equações:

$$C_{w,d} = I_{af,y} h_0^2 \quad (6.2)\text{-a}$$

$$\eta_B = \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{k_r L_{neg}^4}{E_a C_{w,D}}} \quad (7.15)$$

sendo $I_{af,y}$ o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y , ρ igual a 1,0, para diagrama de momento fletor uniforme, e igual a 4,0, para diagrama de momento fletor não uniforme, e k_r a rigidez rotacional da viga mista, calculada pela seguinte equação:

$$k_r = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (7.16)$$

onde k_1 é a rigidez à flexão da laje de concreto armado, calculada pela Equação (2.5), e k_2 a rigidez à flexão da alma do perfil de aço, obtida pela Equação (2.9), ambas apresentadas na Subseção 2.1.3 e aqui repetidas para maior clareza:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \quad (2.5)\text{-a}$$

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4 h_0 (1 - \nu_a^2)} \quad (2.9)\text{-a}$$

sendo α igual a 2 se a viga estiver na extremidade da laje ou igual a 3 se a viga é interna (para vigas internas com quatro ou mais vigas similares, pode-se adotar α igual a 4). O termo $(EI)_2$ representa a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje, desconsiderando o concreto tracionado, por unidade de comprimento da viga, tomada como o menor valor entre as rigidezes no meio do vão e no apoio interno, a é a distância entre as vigas paralelas do mecanismo “U”, t_w é a espessura da alma do perfil de aço e ν_a o coeficiente de Poisson do aço do perfil.

Uma dificuldade de se utilizar a Equação (7.13) reside na determinação do número de semiondas, n . Dias (2018) propõe um procedimento para determinação desse número, pelo qual, inicialmente, deve-se determinar o valor de n_{id} pela Equação (3.48), repetida a seguir:

$$n_{id} = \frac{\sqrt{\eta_b}}{\pi} \quad (3.48)\text{-a}$$

Após determinar o valor de n_{id} , determinam-se os dois números inteiros mais próximos (n_1 e n_2). Determina-se também a média geométrica desses dois valores, n_{lim} , conforme Equação (3.49), reproduzida a seguir:

$$n_{lim} = \sqrt{n_1 n_2} \quad (3.49)\text{-a}$$

O valor de n é então obtido conforme apresentado na Equação (3.50), aqui repetida:

$$n = \begin{cases} n_1 & \text{para } n_{id} \leq n_{lim} \\ n_2 & \text{para } n_{id} > n_{lim} \end{cases} \quad (3.50)\text{-a}$$

Ao determinar M_{cr} , é possível obter o parâmetro de esbeltez, λ_{dist} , conforme apresentada na Subseção 2.1.1 pela Equação (2.1), descrita novamente aqui:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} \quad (2.1)-a$$

onde M_{Rk}^- é o momento fletor resistente nominal da viga na região de momento negativo, considerando a seção transversal constituída pelo perfil de aço e a armadura longitudinal (na direção do eixo da viga) da laje de concreto. Esse momento é igual ao momento de plastificação, caso o perfil de aço seja classificado como compacto conforme a ABNT NBR 8800:2008 ou classe 1 e 2 pela EN 1994-1-1:2004. Caso o perfil seja classificado como Classe 3, conforme a EN 1994-1-1:2004, esse momento corresponde ao momento de início do escoamento.

Caso não se queira determinar M_{cr} para obter o parâmetro λ_{dist} , neste trabalho foi proposta a Equação (7.8), repetida a seguir, para obtenção direta do valor de λ_{dist} :

$$\lambda_{dist,prop} = 0,13 \left(\frac{h_w}{t_w}\right)^{0,22} \left(\frac{b_f}{2 t_f}\right)^{-0,19} \left(\frac{L_{neg}}{h_0}\right)^{0,19} \left(\frac{L_{neg}}{b_f}\right)^{0,25} \left(\frac{L_1}{L_{cr}}\right)^{-0,21} \left(\frac{f_y}{E_a}\right)^{0,07} \quad (7.8)-a$$

onde h_w e t_w correspondem a altura e espessura da alma do perfil de aço, respectivamente, b_f e t_f a largura e espessura da mesa do perfil de aço, h_0 a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço, L_{neg} o comprimento do trecho de momento negativo da viga mista contínua, L_1 o menor comprimento do trecho de momento negativo, L_{cr} o comprimento crítico da viga mista, calculado pela Equação (3.41), f_y e E_a a resistência ao escoamento e o módulo de elasticidade do aço do perfil, respectivamente.

Com o valor de λ_{dist} , obtém-se o fator de redução à FLD, χ_{dist} , sendo proposta neste trabalho uma nova expressão para a sua determinação, conforme apresentado na Subseção 7.6.3, a Equação (7.12), repetida a seguir:

$$\chi_{dist,prop} = -0,24 \lambda_{dist}^2 - 0,12 \lambda_{dist} + 1,01 \leq 1,0 \quad (7.12)-a$$

Ao determinar o parâmetro χ_{dist} , chega-se ao momento resistente por meio da Equação (2.2), apresentada na Subseção 2.1.1, reproduzida a seguir:

$$M_{dist,R}^- = \chi_{dist} M_R^- \quad (2.2)\text{-a}$$

onde M_R^- é o momento fletor resistente da seção transversal na região de momento negativo.

7.7.2 Exemplo de aplicação

7.7.2.1 Considerações iniciais

Com intuito apenas de ilustrar as operações necessárias para determinação do momento resistente à FLD, permitindo uma visão de conjunto dos procedimentos utilizados pelas normas de projeto e do procedimento proposto neste trabalho, apresenta-se nesta subseção um exemplo completo de cálculo.

7.7.2.2 Descrição do caso estudado

Como exemplo de aplicação, será tomada uma viga mista contínua com a seção transversal apresentada na Figura 7.18-a, a mesma empregada nos modelos MCR1 e MR1, descritos na Subseção 6.7.1 e na Seção 7.3, respectivamente. A viga é composta por dois vãos de 15 m cada, submetidos a uma carga uniformemente q (Figura 7.18-b). O cobrimento das armaduras positiva e negativa é igual a 33 mm e a distância, a , entre as vigas paralelas que compõe o mecanismo “U” invertido é igual a 3 m. A resistência à compressão do concreto é igual a 30 MPa e a resistência ao escoamento do aço do perfil é de 300 MPa.

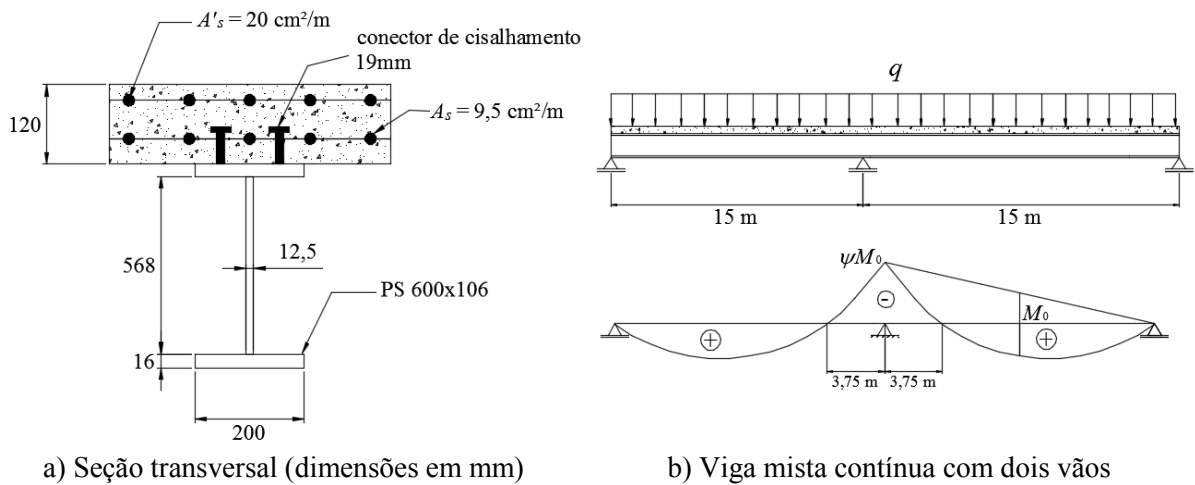


Figura 7.18 – Detalhes do exemplo de aplicação

As propriedades geométricas da seção transversal do perfil de aço e da seção mista necessárias estão listadas na Tabela 7.9, para facilidade de referência.

Tabela 7.9 – Propriedades geométricas da seção transversal do perfil de aço e da seção mista

Descrição	Valor
largura efetiva (b_{ef})	187,5 cm
área da seção transversal do perfil de aço (A_a)	135 cm ²
área da seção mista (A)	171,2 cm ²
constante de torção do perfil de aço (J)	92,63 cm ⁴
momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y ($I_{af,y}$)	1.067 cm ⁴
momento de inércia em relação ao eixo x do perfil de aço (I_{ax})	73.671 cm ⁴
momento de inércia com relação ao eixo y do perfil de aço (I_{ay})	2.143 cm ⁴
momento de inércia em relação ao eixo x da seção mista (I_x)	116.423 cm ⁴
altura da LN elástica da seção mista medida a partir da face inferior do perfil de aço (y_{cg})	40,48 cm
momento de início de escoamento da seção mista (M_e)	92.070 kN.cm
momento de plastificação da seção mista (M_{pl})	134.516 kN.cm

7.7.2.3 Determinação do momento crítico elástico pela equação de Roik *et al.* (1990)

Conforme apresentado na Subseção 3.3.2, o momento crítico elástico proposto por Roik *et al.* (1990), adotado pela norma ABNT NBR 8800:2008, é determinado pela Equação (3.23).

Como a seção transversal do perfil de aço é duplamente simétrica, o fator α_g dessa equação pode ser obtido conforme apresentado na Equação (3.26), como segue:

$$\alpha_g = \frac{h_0 I_x / I_{ax}}{h_0^2/4 + \frac{(I_{ax} + I_{ay})}{A_a} + \frac{A I_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)}} = \frac{58,40 \times (116.423/73.671)}{58,4^2/4 + \frac{(73.671 + 1.067)}{135} + \frac{171,2 \times 73.671}{135 \times 36 \times (171,2 - 135)}} = 1,18$$

A rigidez rotacional da viga mista, k_r , é calculada pela Equação (7.16), onde k_1 é a rigidez à flexão da laje de concreto armado, obtida pela Equação (2.5). Nessa equação, a inércia da seção fissurada, I_2 , é obtida considerando a menor inércia entre a região de momento positivo, com armadura igual a 9,5 cm²/m (Figura 7.19-a), e a região de momento negativo, com armadura igual a 20 cm²/m (Figura 7.19-b).

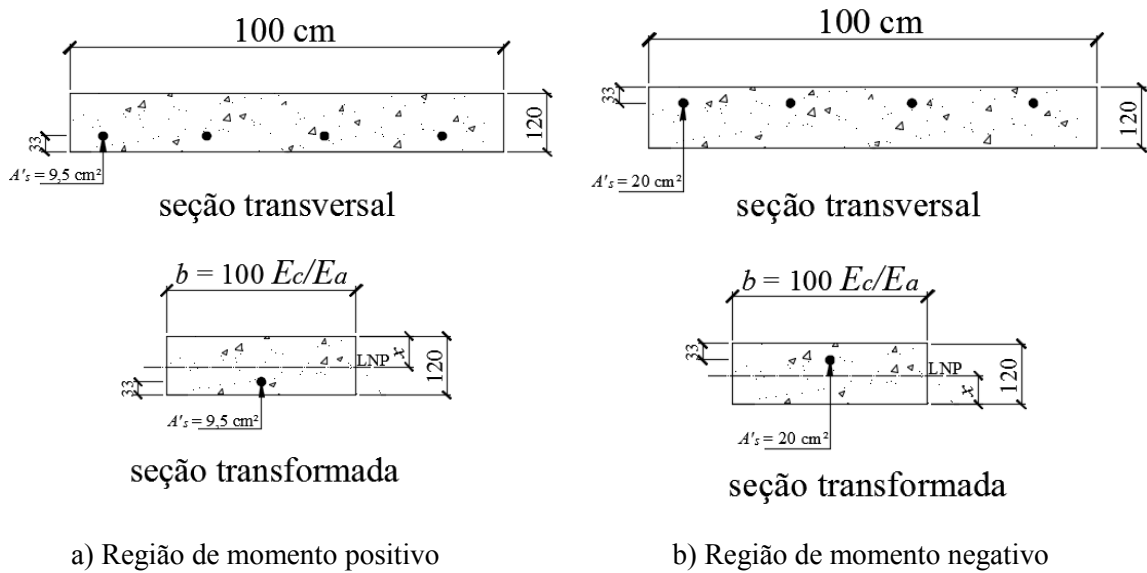


Figura 7.19 – Seção transversal da laje para o cálculo de I_2

A altura da linha neutra plástica (LNP), x , apresentada na Figura 7.19, é determinada pela seguinte equação:

$$x = \frac{-A_s + \sqrt{A_s^2 + 2 b A_s (h_c - c)}}{b} \quad (7.17)$$

onde A_s é a área da armadura de aço na seção transversal, b a largura da seção transformada da laje de concreto armado, h_c a altura dessa laje e c o cobrimento da armadura. A largura b é obtida considerando o módulo de elasticidade do concreto, E_c , igual a 3.067,2 kN/cm² e o módulo de elasticidade do aço, E_a , igual a 20.000 kN/cm², resultando em 15,34 cm. Substituindo os valores referentes à região de momento positivo, têm-se:

$$x_{pos} = \frac{-9,5 + \sqrt{9,5^2 + 2 \times 15,34 \times 9,5 (12 - 3,3)}}{15,34} = 2,72 \text{ cm}$$

Para a região de momento negativo, têm-se a seguinte altura da LNP:

$$x_{neg} = \frac{-20 + \sqrt{20^2 + 2 \times 15,34 \times 20 (12 - 3,3)}}{15,34} = 3,63 \text{ cm}$$

A inércia da seção fissurada, I_2 , é obtida pela seguinte equação:

$$I_2 = \frac{bx^3}{3} + A_s(h_c - c - x)^2 \quad (7.18)$$

Substituindo os valores referentes à região de momento positivo, têm-se:

$$I_{2,pos} = \frac{15,34 (2,72)^3}{3} + 9,5(12 - 3,3 - 2,72)^2 = 4,43 \text{ cm}^4/\text{m}$$

Substituindo agora os valores referentes à região de momento negativo, vem:

$$I_{2,neg} = \frac{15,34 (3,63)^3}{3} + 20 (12 - 3,3 - 3,63)^2 = 7,59 \text{ cm}^4/\text{m}$$

Após determinar o valor da inércia da seção fissurada, I_2 , obtém-se o valor da rigidez à flexão da laje com base na Equação (2.5):

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} = \frac{4 (20.000 \times 4,43)}{300} = 1.180 \text{ kN m/m}$$

A rigidez à flexão da alma do perfil de aço, k_2 , é obtida pela Equação (2.9), como segue:

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4 h_0 (1 - \nu_a^2)} = \frac{20.000 \times 1,25^3}{4 \times 58,4 (1 - 0,3^2)} = 184 \text{ kN m/m}$$

Assim, a rigidez rotacional da viga mista, k_r , tendo em vista a Equação (7.16), é igual a:

$$k_r = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{1.180 \times 184}{1.180 + 184} = 159 \text{ kN m/m}$$

O coeficiente C_{dist} da Equação (3.23) é um fator que leva em consideração a distribuição do momento fletor ao longo do comprimento L da viga. Da análise para obtenção das relações dos

carregamentos nos vãos das vigas mistas, utilizando a equação dos três momentos, apresentada na Subseção 7.2.2, obtém-se o valor de ψ igual a 1,0 para a situação de carregamento apresentada na Figura 7.18-b. Assumindo a redistribuição do momento fletor sugerida pela EN 1994-1-1:2004, descrita na Tabela 7.1, obtém-se um valor mais próximo do real para a razão entre o momento fletor no apoio interno e o momento fletor no meio do vão, considerando o tramo analisado como biapoiado (M_0), sendo por isso adotado para ψ um valor igual a 0,8 para a determinação de M_{cr} . Pelos valores de C_{dist} apresentados na Tabela 3.1 e fazendo interpolação linear, tem-se C_{dist} igual a 29,1.

Substituindo todos os parâmetros definidos anteriormente na Equação (3.23), tem-se o valor de M_{cr} igual a:

$$M_{cr} = \frac{C_{dist} \alpha_g}{L} \sqrt{\left(G_a J + k_r \frac{L^2}{\pi^2} \right) E_a I_{af,y}}$$

$$\therefore M_{cr} = \frac{29,1 \times 1,18}{1.500} \sqrt{\left(7.700 \times 92,63 + 159 \frac{1.500^2}{\pi^2} \right) 20.000 \times 1.067} \quad (3.23)$$

$$\therefore M_{cr} = 642.029 \text{ kN.cm} = 6.420 \text{ kN.m}$$

7.7.2.4 Determinação do momento crítico elástico pelo procedimento proposto neste trabalho

Para se obter o momento crítico elástico (M_{cr}) proposto neste trabalho, deve-se utilizar a Equação (7.13) com o parâmetro ξ determinado pela Equação (7.14), para o caso de diagrama de momento fletor não uniforme. Na viga em estudo, o comprimento da região de momento negativo, L_{neg} , para o caso de carregamento apresentado na Figura 7.18-b, é igual a 750 cm. Já o coeficiente que leva em consideração a distribuição do diagrama de momento fletor, β , deve ser obtido conforme a Equação (6.5). Ao se usar a Equação (6.5), deve-se ter em conta que o menor comprimento do trecho de momento negativo, L_1 , é igual a 375 cm e o comprimento crítico de meia onda de uma viga mista, L_{cr} , depende apenas das propriedades geométricas do perfil de aço, determinado segundo a Equação (3.41), como segue:

$$L_{cr} = 2,4 h_w \left[\frac{b_f^3 t_f (1 - v_a^2)}{t_w^3 h_w} \right]^{0,25} = 2,4 \times 56,8 \left[\frac{20^3 \times 1,6 (1 - 0,3^2)}{1,25^3 \times 56,8} \right]^{0,25} = 436,37 \text{ cm}$$

Como L_1/L_{cr} é igual a 0,85, obtém-se β igual a 1,01. Substituindo os valores obtidos na Equação (7.14), têm-se:

$$\xi = 2,13 \beta \left(\frac{L_{neg}}{h_0} \right)^{-0,1} = 2,13 \times 1,01 \times \left(\frac{750}{58,4} \right)^{-0,1} = 1,67$$

O termo κ_g da Equação (7.13) leva em consideração a altura da linha neutra elástica e a parcela de momento absorvida pela armadura negativa, sendo seu valor obtido conforme determinado por Dias (2018) pela Equação (3.52), conforme se vê:

$$\kappa_g = \frac{I_x}{I_{ax}} \left[0,31 + 0,69 \times 0,05^{\bar{y}/h_0} \right] = \frac{116.423}{73.671} \left[0,31 + 0,69 \times 0,05^{\frac{10,5}{58,4}} \right] = 1,23$$

onde $\bar{y}$ é a distância do centro geométrico da seção mista ao centro geométrico do perfil de aço, igual a 10,50 cm.

Os parâmetros $C_{w,d}$ e η_B são obtidos conforme apresentados nas equações (6.2) e (7.15), sendo iguais a:

$$C_{w,d} = I_{af,y} h_0^2 = 1.067 \times 58,4^2 = 3.639.067 \text{ cm}^6$$

$$\eta_B = \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{k_r L_{neg}^4}{E_a C_{w,D}}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{159 \times 750^4}{20.000 \times 3.639.067}} = 6,57$$

Para a determinação do número de semiondas, n , inicialmente, deve-se determinar o valor de n_{id} pela Equação (3.48), sendo seu valor igual a:

$$n_{id} = \frac{\sqrt{\eta_b}}{\pi} = \frac{\sqrt{6,57}}{\pi} = 0,82$$

Após determinar o valor de n_{id} , determinam-se os dois números inteiros mais próximos (n_1 e n_2), sendo seus valores iguais a 1,0 e 2,0, respectivamente. Determina-se também a média geométrica desses dois valores, n_{lim} , conforme segue:

$$n_{lim} = \sqrt{n_1 n_2} = \sqrt{1,0 \times 2,0} = 1,41$$

O valor de n é então obtido como:

$$n = \begin{cases} n_1 = 1,0 & \text{se } n_{id} \leq n_{lim} \\ n_2 = 2,0 & \text{se } n_{id} > n_{lim} \end{cases} \therefore n = 1,0$$

Substituindo todos os parâmetros definidos anteriormente na Equação (7.13), tem-se o valor de M_{cr} igual a:

$$M_{cr} = \xi \frac{\kappa_g}{h_0} \left\{ G_a J + \frac{\rho E_a C_{w,d}}{L_{neg}^2} \left[(n \pi)^2 + \left(\frac{\eta_b}{n \pi} \right)^2 \right] \right\}$$

$$\therefore M_{cr} = 1,67 \frac{1,23}{58,4} \left\{ 7.700 \times 92,63 + \frac{4 \times 20.000 \times 3.639.067}{750^2} \left[\pi^2 + \left(\frac{6,57}{\pi} \right)^2 \right] \right\}$$

$$\therefore M_{cr} = 284.368 \text{ kN.cm} = 2.843 \text{ kN.m}$$

7.7.2.5 Considerações sobre os valores do momento crítico elástico

O valor do momento crítico elástico da viga mista analisada neste exemplo prático, obtido numericamente, é igual a 3.145 kN.m. Já o valor de M_{cr} obtido pela equação de Roik *et al.* (1990) foi igual a 6.420 kN.m, estando 104,14% acima do valor numérico. Por fim, o valor de M_{cr} obtido pela equação proposta neste trabalho foi de 2.843 kN.m, estando apenas 9,6% abaixo do numérico.

7.7.2.6 Determinação do momento resistente à FLD pela EN 1994-1-1:2004

Para a determinação do momento resistente à FLD, inicialmente, deve-se classificar o perfil de aço. Conforme apresentado na Seção 2.2, para que o perfil seja classificado como de Classe 1, uma das exigências refere-se à mesa do perfil, cuja razão entre a semilargura da mesa ($b_f/2$) e a espessura (t_f) não pode superar $9 \sqrt{235/f_y} = 9 \sqrt{235/300} = 7,9$. Como, na viga em estudo, a razão $b_f/2t_f$ é igual a 6,25, essa exigência encontra-se atendida.

A segunda exigência diz respeito a uma limitação da razão entre largura e espessura na alma do perfil. Para avaliação dessa limitação, deve-se inicialmente obter o parâmetro α , pela Equação (2.10), conforme segue:

$$\alpha = \frac{1}{c} \left[\frac{d}{2} + \frac{1}{2} \frac{A_{sl} f_{sd}}{t_w f_{yd}} - (t_f + r) \right] = \frac{1}{56,8} \left[\frac{60}{2} + \frac{1}{2} \frac{36,20 \times 50}{1,25 \times 30} - (1,25 - 0) \right] = 0,93$$

Para que o perfil seja classificado como de Classe 1 no que se refere às dimensões da alma, a razão $c/t_w = 56,8/1,25 = 45,44$ deveria ser menor do que $396/(13\alpha - 1)\sqrt{235/f_y} = 396/(13 \times 0,93 - 1)\sqrt{235/300} = 31,60$. Como é maior, deve-se analisar a condição para Classe 2 em que a razão c/t_w deveria ser menor do que $456/(13\alpha - 1)\sqrt{235/f_y} = 456/(13 \times 0,93 - 1)\sqrt{235/300} = 36,39$. Como também é maior, por fim, deve-se verificar se o perfil é classificado como de Classe 3, sendo necessário para isso obter o parâmetro ψ , pela Equação (2.12), como segue:

$$\psi = \frac{d - y_{cg}}{y_{cg}} = \frac{60 - 40,48}{40,48} = 0,48$$

Como ψ é menor do que 1,0, tem-se o seguinte limite: $42/(0,67 - 0,33\psi)\sqrt{235/f_y} = 72,66$. Logo, como $c/t_w = 45,44$, portanto inferior a esse valor, o perfil de aço é classificado como Classe 3, com base na esbeltez da alma.

Após a classificação do perfil de aço, pode-se obter o parâmetro de esbeltez, λ_{dist} , conforme a Equação (2.1) apresentada na Subseção 2.1.1. Como o perfil de aço é de Classe 3, M_{Rk}^- nessa equação corresponde ao momento de início de escoamento, sendo seu valor igual a 920,70 kN.m. A EN 1994-1-1:2004 não prescreve uma equação para a determinação de M_{cr} , por isso, nessa etapa de cálculo foi adotado o valor desse momento obtido numericamente, igual a 3.145 kN.m. Assim, o valor de λ_{dist} é dado por:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{920,70}{3.145}} = 0,54$$

Em seguida, determina-se o fator χ_{dist} Equação (7.9):

$$\chi_{dist} = \text{menor} \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - 0,75 \lambda_{dist}^2}} \\ \frac{1}{\lambda_{dist}^2} \\ 1 \end{array} \right\} = \text{menor} \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{0,66 + \sqrt{0,66^2 - 0,75 \times 0,54^2}} \\ \frac{1}{0,54^2} \\ 1 \end{array} \right\} = 0,88$$

Nessa equação, o valor de ϕ foi dado pela Equação (7.10), para perfis soldados com razão d/b_f maior que 2, por:

$$\phi = 0,5[1 + 0,76 (\lambda_{dist} - 0,4) + 0,75 \lambda_{dist}^2]$$

$$\therefore \phi = 0,5[1 + 0,76(0,54 - 0,4) + 0,75 \times 0,54^2] = 0,66$$

Após se determinar o parâmetro χ_{dist} , chega-se ao momento resistente nominal por meio da seguinte equação, baseada na Equação (2.2):

$$M_{dist,R}^- = \chi_{dist} M_R^- = 0,88 \times 920,70 \cong 810 \text{ kN.m}$$

O valor do momento resistente considerando M_{cr} obtido numericamente foi menor do que o valor considerando M_{cr} obtido pela equação de Roik *et al.* (1990), apresentado na Tabela 7.6 (nesse caso, o modelo MR1, presente na Tabela 7.6, apresenta um momento resistente de, aproximadamente, 921 kN.m). Isso ocorreu por conta do λ_{dist} obtido considerando M_{cr} pela equação de Roik *et al.* (1990) ter sido menor do que 0,54, resultado em χ_{dist} igual a 1,0.

É interessante observar que usando a Equação (2.2) na sua forma original, seria obtido o momento resistente de cálculo, caso fossem utilizados os coeficientes de ponderação da resistência no cálculo do momento correspondente ao início do escoamento.

7.7.2.7 Determinação do momento resistente à FLD pela ABNT NBR 8800:2008

Para que a mesa comprimida do perfil de aço não sofra flambagem local, sua relação entre a semilargura, $b_f/2$, e espessura da mesa comprimida do perfil de aço, t_f , não pode ser superior a $0,38\sqrt{E_a/f_y} = 0,38\sqrt{20.000/30} = 9,81$. Como $b_f/2t_f = 200/16 = 12,5$, essa flambagem não ocorre.

Com relação a alma do perfil de aço, para que esse elemento não sofra flambagem local, a razão entre duas vezes altura da parte comprimida, h_p , e a espessura, t_w , não pode ser maior que $3,76\sqrt{E_a/f_y} = 3,76\sqrt{20.000/30} = 97,08$. Supondo que toda a alma do perfil de aço esteja comprimida (situação mais crítica possível), então o valor de h_p será igual a $2(d - 2t_f) = 2(600 - 2 \times 16) = 1.136 \text{ mm}$. Logo, tem-se a razão $h_p/t_w = 1.136/12,5 = 90,88$. Portanto, para qualquer posição da linha neutra, a alma do perfil não está sujeita a flambagem local. Em resumo, como a alma e a mesa não podem sofrer flambagem local, então o perfil de aço adotado é compacto.

Após a classificação do perfil de aço, pode-se obter o parâmetro de esbeltez, λ_{dist} , conforme a Equação (2.1), onde M_{Rk}^- é o momento fletor resistente nominal da viga na região de momento negativo, considerando a seção transversal constituída pelo perfil de aço e a armadura longitudinal (na direção do eixo da viga) da laje de concreto. Como o perfil de aço adotado é classificado como compacto, M_{Rk}^- corresponde ao momento de plastificação, sendo seu valor igual a 1.345,16 kN.m. Como a ABNT NBR 8800:2008 prescreve a equação de Roik *et al.* (1990) para a determinação de M_{cr} , seu valor, obtido na Subseção 7.7.2.3, equivale a 6.420 kN.m. Assim, λ_{dist} será igual a:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{1.345,16}{6.420}} = 0,46$$

Em seguida, determina-se o fator χ_{dist} pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \chi_{dist} &= 0,658^{\lambda_{dist}^2} \text{ para } \lambda_{dist} \leq 1,5 \\ \chi_{dist} &= \frac{0,877}{\lambda_{dist}^2} \text{ para } \lambda_{dist} > 1,5 \end{aligned} \quad \therefore \chi_{dist} = 0,658^{0,46^2} = 0,92$$

Ao determinar o parâmetro χ_{dist} , chega-se ao momento resistente por meio da Equação (2.2), fazendo os devidos ajustes para transformação dos valores de cálculo em nominais:

$$M_{dist,R}^- = \chi_{dist} M_R^- = 0,92 \times 1.345,16 \cong 1.238 \text{ kN.m}$$

7.7.2.8 Determinação do momento resistente à FLD pelo procedimento proposto neste trabalho

Pelo procedimento proposto neste trabalho, o perfil de aço pode ser classificado pelo método da ABNT NBR 8800:2008. Assim, como apresentado na Subseção 7.7.2.7, o perfil é classificado como compacto.

Após a classificação do perfil de aço, pode-se obter o parâmetro de esbeltez, λ_{dist} , pela Equação (2.1). Como o perfil de aço é compacto, M_{Rk}^- corresponde ao momento de plastificação, sendo seu valor igual a 1.345,16 kN.m. Para a determinação de M_{cr} é considerado

o valor obtido pelo método proposto neste trabalho, apresentado na Subseção 7.7.2.4, igual a 2.861 kN.m. Assim, o valor de λ_{dist} será:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{1.345,16}{2.843}} = 0,69$$

Caso não se queira determinar M_{cr} para obter o parâmetro λ_{dist} , neste trabalho foi proposta a Equação (7.8), para se chegar diretamente a valor desse parâmetro. Assim, tem-se

$$\lambda_{dist,prop} = 0,13 \left(\frac{h_w}{t_w}\right)^{0,22} \left(\frac{b_f}{2 t_f}\right)^{-0,19} \left(\frac{L_{neg}}{h_0}\right)^{0,19} \left(\frac{L_{neg}}{b_f}\right)^{0,25} \left(\frac{L_1}{L_{cr}}\right)^{-0,21} \left(\frac{f_y}{E_a}\right)^{0,07}$$

$$\therefore \lambda_{dist,prop} = 0,13 \left(\frac{568}{12,5}\right)^{0,22} \left(\frac{200}{2 \times 16}\right)^{-0,19} \left(\frac{7.500}{584}\right)^{0,19} \left(\frac{7.500}{200}\right)^{0,25} \left(\frac{3.750}{4.455,5}\right)^{-0,21} \left(\frac{30}{20.000}\right)^{0,07} \cong 0,60$$

Observa-se que o valor de λ_{dist} obtido por ambos os métodos estão próximos. Para dar continuidade, foi adotado o valor de λ_{dist} igual a 0,69, que é mais preciso. Em seguida, obtém-se o fator de redução à FLD, χ_{dist} , sendo proposta neste trabalho uma nova expressão para a sua determinação, a Equação (7.12), conforme segue:

$$\chi_{dist,prop} = -0,24 \lambda_{dist}^2 - 0,12 \lambda_{dist} + 1,01 \leq 1,0$$

$$\chi_{dist,prop} = -0,24 (0,69)^2 - 0,12 \times 0,69 + 1,01 = 0,81 \therefore \chi_{dist,prop} = 0,81$$

Após determinar o parâmetro χ_{dist} , chega-se ao momento resistente nominal mais uma vez por meio da Equação (2.2), fazendo os devidos ajustes para transformação dos valores de cálculo em nominais:

$$M_{dist,R}^- = \chi_{dist} M_R^- = 0,81 \times 1.345,16 \cong 1.090 \text{ kN.m} \quad (2.2)\text{-a}$$

7.7.2.9 Considerações sobre os valores do momento resistente à FLD

O valor do momento resistente nominal à FLD da viga mista analisada neste exemplo prático, obtido numericamente, é igual a 1.220 kN.m. Já o valor do momento segundo a norma EN 1994-1-1:2004 foi igual a 810 kN.m, estando 33,6% abaixo do valor numérico. Com relação

a norma ABNT NBR 8800:2008, o valor do $M_{dist,R}$ foi de 1.238 kN.m, estando 1,47% acima do obtido numericamente. Por fim, o valor do momento obtido pelo procedimento proposto neste trabalho corresponde a 1.090 kN.m, estando apenas 10,65% abaixo do numérico. Essas diferenças não devem servir como instrumento de comparação entre os métodos, pois abrangem um único caso. A comparação efetiva, devidamente balizada, já foi efetuada nas seções precedentes.

7.8 Análise da Influência dos Enrijecedores no Momento Resistente à FLD

7.8.1 Considerações iniciais

Nesta seção, como complemento ao estudo apresentado, é feita uma análise da influência na flambagem lateral com distorção dos enrijecedores transversais posicionados em toda a região de momento negativo. Para isso, inicialmente, tomou-se como base o modelo numérico MR1, que representa um caso de viga mista contínua com dois vãos submetida a uma carga uniformemente distribuída. Nesse modelo foram acrescentados os enrijecedores, variando a razão da distância entre eles, a , com a altura, d , do perfil de aço em 0,625, 1,041, 1,25, 1,5625, 2,08 e 3,125, conforme apresentado na Tabela 7.10 (modelos ME1 até ME6). O modelo MR1, que representa o caso sem enrijecedores na região de momento negativo, apresenta razão a/d de 6,25. Em seguida, tomou-se como referência o modelo MR42 para representar o caso em que uma viga mista com três vãos iguais está submetida a um momento fletor negativo uniforme no vão central. Nesse modelo, também se variou a razão a/d conforme descrito anteriormente (modelos ME7 até ME12).

Tabela 7.10 – Modelos numéricos para análise da influência dos enrijecedores

(continua)

Nº modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	a/d
ME1	600	200	16	12,5	0,625
ME2	600	200	16	12,5	1,041
ME3	600	200	16	12,5	1,25
ME4	600	200	16	12,5	1,5625
ME5	600	200	16	12,5	2,08
ME6	600	200	16	12,5	3,125
MR1	600	200	16	12,5	6,25

Tabela 7.10 – Modelos numéricos para análise da influência dos enrijecedores

(conclusão)

Nº modelo	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	a/d
ME7	600	150	16	12,5	0,625
ME8	600	150	16	12,5	1,041
ME9	600	150	16	12,5	1,25
ME10	600	150	16	12,5	1,5625
ME11	600	150	16	12,5	2,08
ME12	600	150	16	12,5	3,125
MR42	600	150	16	12,5	6,25

Com os enrijecedores na região de momento negativo, é dificultada a ocorrência da FLD na análise linearizada de flambagem, ocorrendo a flambagem local da alma. Para a consideração da imperfeição geométrica no perfil de aço, aplicou-se um deslocamento lateral nos nós da mesa inferior do perfil, correspondente ao modo de FLD, sendo esse deslocamento igual a 80% da tolerância de fabricação do perfil de aço, conforme prescrito pela norma EN 1993-1-5:2006. A Figura 7.20-a apresenta em destaque a região em que foi aplicada a imperfeição geométrica nos modelos ME1 a ME6 e a Figura 7.20-b a região em que foi aplicada a imperfeição nos modelos ME7 a ME12, sendo a sigla IMPMAX correspondente à máxima imperfeição aplicada no modelo numérico.

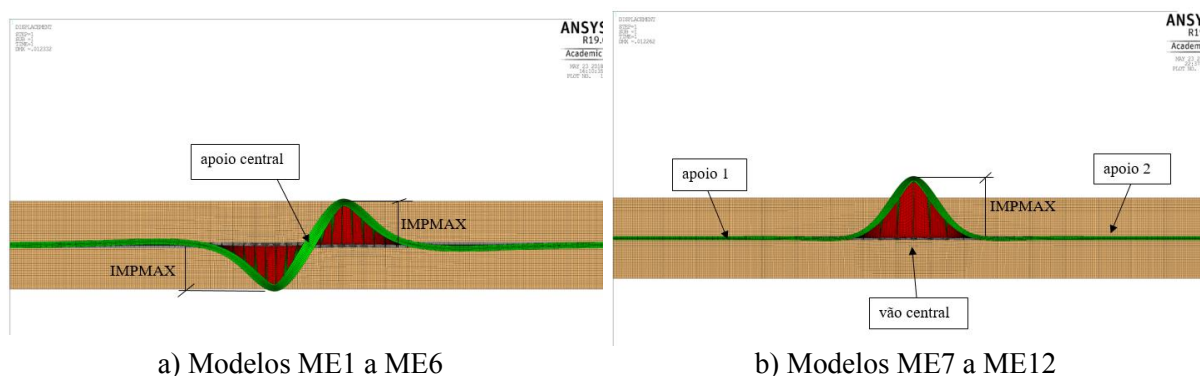


Figura 7.20 – Imperfeição geométrica aplicada nos modelos com enrijecedores

7.8.2 Avaliação do momento resistente à FLD

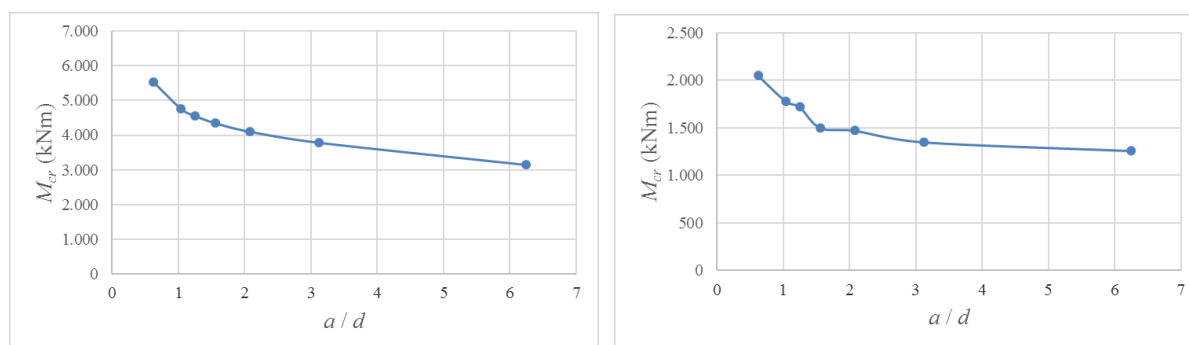
Na Tabela 7.11 constam os resultados obtidos numericamente do momento crítico elástico, $M_{cr,num}$, de cada modelo, além do momento fletor resistente à FLD, $M_{Rk,num}$. Consta também a razão entre M_{cr} de cada modelo analisado com relação ao seu modelo padrão. No caso dos modelos ME1 a ME6, tem-se como modelo padrão o modelo MR1 (modelo sem enrijecedores na região de momento negativo) e, para os modelos ME7 a ME12, o modelo padrão é o MR42.

É apresentada também a razão entre o momento resistente à FLD, $M_{Rk,num}$, do modelo analisado e $M_{Rk,num}$ do modelo tomado como padrão.

Tabela 7.11 – Resultados obtidos para análise da influência dos enrijecedores

Nº modelo	$M_{cr,num}$ (kN.m)	$M_{Rk,num}$ (kN.m)	$M_{cr,num,atual} /$ $M_{cr,num,padrão}$	$M_{Rk,num,atual} /$ $M_{Rk,num,padrão}$
ME1	5.527	1.324	1,76	1,08
ME2	4.756	1.308	1,51	1,07
ME3	4.559	1.288	1,45	1,06
ME4	4.345	1.306	1,38	1,07
ME5	4.103	1.267	1,30	1,04
ME6	3.786	1.290	1,20	1,06
MR1	3.145	1.220	1,00	1,00
		média	1,37	1,05
ME7	2.049	1.155	1,63	1,47
ME8	1.780	1.136	1,42	1,44
ME9	1.721	1.093	1,37	1,39
ME10	1.498	1.079	1,19	1,37
ME11	1.470	1.026	1,17	1,303
ME12	1.348	1.023	1,07	1,300
MR42	1.256	787	1,00	1,00
		média	1,26	1,32

Como pode ser observado, houve um acréscimo de até 76% no valor de M_{cr} dos modelos ME1 a ME6. Ao se aumentar a distância entre os enrijecedores, houve um menor acréscimo de M_{cr} , correspondente a 20% no modelo com menor número de enrijecedores. Nos modelos ME7 a ME12, esse acréscimo correspondeu a 67% nos modelos com um maior número de enrijecedores, enquanto no modelo com menor número de enrijecedor o acréscimo de M_{cr} foi de apenas 7%. Esses resultados comprovam que colocar enrijecedores na região de momento negativo reduz a tendência de ocorrer a flambagem lateral com distorção, uma vez que há um acréscimo no valor de M_{cr} . A Figura 7.21 apresenta a tendência de aumento de M_{cr} em função da redução da razão a/d dos modelos numéricos analisados.



a) Modelos ME1 a ME6

b) Modelos ME7 a ME12

Figura 7.21 – Momento crítico elástico *versus* razão a/d

Com relação ao momento fletor resistente à FLD, observa-se na Tabela 7.11 um aumento máximo em torno de 8% nos modelos ME1 a ME6 em função do acréscimo de enrijecedores na região de momento negativo. Isso ocorreu pelo fato de a capacidade resistente final da viga mista sem enrijecedor, modelo MR1, já estar próxima do momento de plastificação. Como nos modelos ME7 a ME12 a capacidade resistente final da viga mista sem enrijecedor (modelo MR42) estava mais distante do momento de plastificação, houve um aumento mais significativo do momento resistente (aumento máximo de 47% para o caso de maior quantidade de enrijecedores na região de momento negativo). A Figura 7.22 apresenta a tendência de aumento de M_{Rk} em função da redução da razão a/d dos modelos numéricos analisados.

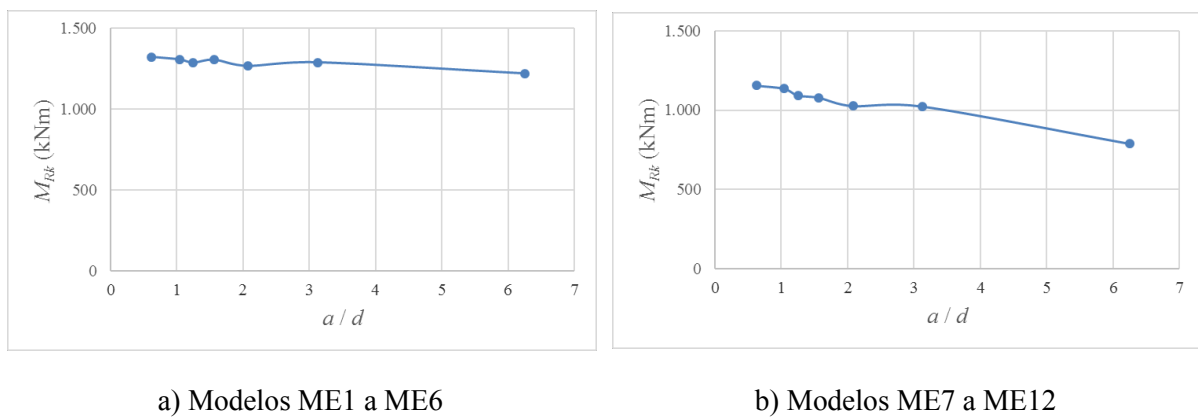


Figura 7.22 – Momento resistente à FLD *versus* razão a/d

Como conclusão, a colocação de enrijecedores transversais regularmente espaçados na região de momento negativo das vigas mistas contínuas pode aumentar consideravelmente o momento resistente, o que já era esperado. Evidentemente, a proporção do aumento do momento resistente depende da razão entre o espaçamento dos enrijecedores e a altura do perfil de aço (a/d) e, também, do valor do momento resistente quando não são empregados enrijecedores (se esse valor estiver próximo do momento de plastificação, por exemplo, a possibilidade de ganho fica muito limitada).

8

CONCLUSÕES

8.1 Sobre o Trabalho Realizado

Neste trabalho, foi desenvolvido e apresentado um novo procedimento para a determinação do momento crítico elástico, M_{cr} , de vigas mistas contínuas, com vistas à verificação do estado-limite último de flambagem lateral com distorção (FLD). Para se chegar a esse procedimento, inicialmente, foi desenvolvida uma modelagem numérica para análise linearizada de flambagem usando o programa Ansys 17.0 (2016), a qual foi aferida tomando como referência os resultados obtidos considerando uma viga puramente de aço, submetida a momento fletor uniforme, que sofre flambagem lateral com torção. Na validação do modelo numérico, usou-se também o mesmo perfil de aço da viga submetido a uma força axial de compressão para avaliar a situação de flambagem por flexão e flambagem por torção. Em seguida, foram processados nove mil cento e quarenta e dois modelos numéricos diferentes, variando os parâmetros que influem no cálculo do momento crítico elástico, abrangendo praticamente todas as dimensões de vigas utilizáveis na prática. Finalmente, os resultados numéricos foram analisados e um novo procedimento para a determinação de M_{cr} de vigas mistas contínuas foi proposto.

O procedimento proposto neste trabalho para determinação de M_{cr} tomou como base a equação proposta por Dias (2018), aplicável apenas a vigas mistas sujeitas à distribuição de momentos fletores uniforme. Assim, para englobar os casos de vigas mistas submetidas a um diagrama de momento fletor não uniforme, tendo como referência os resultados da análise numérica, foram efetuados alguns ajustes na equação.

A adequação do procedimento proposto neste trabalho para a obtenção do momento crítico elástico de vigas mistas contínuas foi confirmada pela boa concordância observada entre os valores propostos e os numéricos. Os resultados obtidos segundo o procedimento proposto apresentaram desvios inferiores a 15% dos valores obtidos numericamente em 80,60% dos

casos, com um desvio médio de 5%. Quanto à adequabilidade das equações mais relevantes da literatura científica, ou seja, as de Roik *et al.* (1990) e Hanswille (2002), observou-se que seus resultados divergem bastante dos resultados numéricos, apresentando desvios médios da ordem de 50%.

A equação de Roik *et al.* (1990) fornece resultados aceitáveis para os casos de vão interno de vigas mistas contínuas, apresentando desvio médio em relação aos resultados numéricos da ordem de 10%, mas seus resultados não são bons para os vãos extremos, uma vez que o desvio médio em relação aos resultados numéricos é de 45%. Já a equação de Hanswille (2002) apresentou boa precisão para vigas mistas contínuas submetidas a momento fletor uniforme, com desvio médio em torno de 20%. Essa equação, no entanto, não fornece bons resultados para as vigas mistas contínuas submetidas a diagrama de momento fletor não uniforme, considerando que o desvio médio em relação aos resultados numéricos foi de 120%, menos precisos que os fornecidos pela equação de Roik *et al.* (1990). Além disso, a equação de Hanswille (2002) não abrange todos os casos previstos na equação de Roik *et al.* (1990), tendo, portanto, aplicação mais restrita.

Neste trabalho, obteve-se também o momento fletor resistente nominal à flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas de aço e concreto. Para isso, foram desenvolvidos modelos numéricos em elementos finitos, com auxílio do *software* Ansys 17.0 (2016), tendo como base o comportamento do mecanismo “U” invertido contínuo e análises não lineares incluindo a consideração de imperfeições iniciais foram implementadas. Para validar a modelagem numérica, utilizaram-se os experimentos realizados por Chen (1992). Foi observada uma concordância muito boa entre os resultados numéricos e experimentais. Além disso, foi constatado claramente o modo de FLD nos modelos numéricos de validação. Constatou-se também que a posição de máximo deslocamento lateral do centroide da mesa comprimida vai ao encontro da afirmação de Johnson (2004), de que o deslocamento máximo lateral se localiza a uma distância, em relação ao apoio, de duas a três vezes a altura do perfil de aço. Após todas as análises e comparações dos modelos numéricos com os resultados experimentais obtidos por Chen (1992), considerou-se o modelo numérico deste trabalho validado.

Para avaliar a influência do vão adjacente ao vão analisado, foram modeladas vigas com dois vãos e três apoios, simulando vãos externos, e vigas com três vãos e quatro apoios, representando vãos internos. Para analisar a influência da distribuição das tensões residuais no

momento resistente à FLD foi realizado um estudo comparando os resultados do momento fletor resistente à FLD obtido numericamente, considerando três tipos de distribuição das tensões residuais. Observou-se que a diferença obtida do momento fletor para cada tipo de distribuição das tensões residuais corresponde a no máximo 2%. Isso demonstra que o tipo de distribuição das tensões residuais tem pouca influência no momento fletor resistente à FLD.

Nos estudos paramétricos realizados neste trabalho foram avaliados os diversos parâmetros que influenciam no momento fletor resistente nominal da viga mista contínua, como área da armadura negativa, dimensões do perfil de aço, altura da laje e comprimento do vão. A variação da carga distribuída ao longo do comprimento da viga mista permitiu obter diferentes tipos de diagramas de momento fletor, tornando possível a análise de todos os casos de variação do momento fletor previstos usualmente e, ainda, o caso de diagrama de momento fletor uniforme.

Com os resultados obtidos numericamente foi possível verificar os métodos de cálculo da norma europeia EN 1994-1-1:2004 e da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 para a obtenção do momento fletor resistente à FLD de vigas mistas contínuas de aço e concreto. Em ambos os métodos de cálculo, foi considerado M_{cr} obtido pela equação proposta por Roik *et al.* (1990), equação adotada pela atual norma brasileira, e M_{cr} obtido pela equação proposta neste trabalho. Pelos resultados alcançados, observou-se que a EN 1994-1-1:2004, independentemente do método adotado para o cálculo de M_{cr} , foi bastante conservadora. Já com relação aos resultados obtidos pela ABNT NBR 8800:2008, observou-se uma maior aproximação entre seus resultados e os obtidos numericamente, sendo que quando se adotava o momento crítico elástico proposto neste trabalho, o desvio contrário a segurança era menor. Por conta disso, aconselha-se adotar no cálculo do momento crítico o procedimento proposto neste trabalho.

Devido à dificuldade em se obter o momento crítico elástico, equações simplificadas para a obtenção de λ_{dist} são utilizadas. Constam na literatura duas equações simplificadas para a determinação de λ_{dist} , a equação adotada pela ABNT NBR 8800:2008 e a equação proposta por Zhou e Yan (2017). A equação adotada pela norma ABNT NBR 8800:2008 é aplicada apenas para perfis compactos e, ainda, obtida a partir do momento crítico elástico proposto por Roik *et al.* (1990), cuja precisão não é muito boa. Já a equação simplificada do índice de esbeltez proposta por Zhou e Yan (2017) é limitada à distribuição de momento fletor constante. Para corrigir essas falhas, foi proposta uma nova equação para a determinação do índice de esbeltez, aplicável para vigas mistas com perfil de aço com dimensões mais amplas, limitadas pela

Classe 3 da norma europeia EN 1994-1-1:2004 e para qualquer distribuição do diagrama de momento fletor. Em geral, os valores do índice de esbeltez obtidos pela equação proposta neste trabalho ficaram próximos dos resultados numéricos, com uma média de desvio de 1,97%.

Neste trabalho foi possível avaliar a influência das imperfeições geométricas, das tensões residuais e da fissuração do concreto na FLD, analisando a adequação das curvas de resistência à compressão de barras comprimidas na determinação do momento fletor resistente à FLD, conforme prescrito pela EN 1994-1-1:2004 e pela ABNT NBR 8800:2008. A determinação do fator de redução da FLD, χ_{dist} , pela EN 1994-1-1:2004 e pela ABNT NBR 8800:2008 é feita, de maneira simplificada, utilizando as curvas obtidas das barras de aço axialmente comprimidas. Zhou e Yan (2017) propõem uma nova curva obtida com base nos casos de viga mista submetida apenas a distribuição de momento fletor uniforme. Por conta dessas limitações, foi traçada uma nova curva de resistência específica para a FLD, levando em conta a condição do perfil de aço no mecanismo “U” invertido, as tensões residuais e a curvatura inicial das vigas. Com os resultados numéricos obtidos, observou-se que a curva para a obtenção de χ_{dist} proposta pela EN 1994-1-1:2004 é bastante conservadora, fornecendo sempre resultados inferiores aos obtidos numericamente. Já a curva proposta por Zhou e Yan (2017) tem comportamento contrário, levando a resultados sempre acima dos numéricos. A curva adotada pela ABNT NBR 8800:2008 está mais próxima dos resultados numéricos, e também muito próxima da curva proposta neste trabalho.

Complementarmente, foi feita uma síntese do procedimento proposto para a determinação do momento fletor resistente à FLD, apresentando todas as etapas de cálculo necessárias para sua obtenção (desde a determinação do momento crítico elástico, M_{cr} , até a definição do fator de redução da FLD, χ_{dist}). Um exemplo prático foi apresentado, comparando o procedimento de cálculo das normas EN 1994-1-1:2004 e ABNT NBR 8800:2008 com o procedimento proposto neste trabalho.

Foi analisada, a título de informação complementar, também a influência de enrijecedores transversais soldados na alma do perfil de aço, ao longo de toda a região de momento negativo, variando-se a distância entre eles. Observou-se, como se esperava, que com o acréscimo do número de enrijecedores, ou seja, com a redução da distância entre eles, há um aumento no momento crítico elástico à FLD. Com relação ao momento fletor resistente à FLD, observou-se que a proporção do aumento do momento resistente depende do valor desse momento quando

não são empregados enrijecedores, uma vez que se esse valor estiver próximo do momento de plastificação, a possibilidade de ganho na capacidade resistente fica muito limitada.

É importante salientar que todo o estudo desenvolvido neste trabalho se aplica apenas às vigas mistas contínuas com perfil I de aço duplamente simétrico, de alma cheia, com esbeltez máxima das mesas igual a 8,98 e da alma igual a 61,44, correspondentes às seções compactas da ABNT NBR 8800:2008 e as de Classe 3 conforme a EN 1994-1-1:2004.

A flambagem lateral com distorção (FLD) em vigas mistas de aço e concreto contínuas deve ser verificada nas regiões de momento negativo e, em muitas situações, constitui-se no estado-limite último predominante. Neste contexto, acredita-se este trabalho represente uma contribuição fundamental para o projeto de vigas mistas contínuas, pois permite a determinação da capacidade resistente à FLD, uma vez que propõe uma equação com melhores resultados para a determinação do momento crítico elástico à FLD que as existentes atualmente, tanto na literatura científica quanto nas normas de projeto que tratam do assunto, ou seja, as normas europeia EN 1994-1-1:2004 e brasileira ABNT NBR 8800:2008. Com a determinação do momento crítico elástico, é possível obter o momento fletor resistente imediatamente, adotando a formulação de uma dessas duas normas. Apesar disto, neste trabalho avançou-se ainda mais por meio da proposição de um novo procedimento de cálculo, envolvendo uma equação simplificada para a determinação do índice de esbeltez e uma nova curva para a determinação do fator de redução da FLD. Esse novo procedimento é de fácil utilização e representa de maneira mais realística o fenômeno da flambagem lateral com distorção, uma vez que se baseia, pela primeira vez na literatura científica, em modelos numéricos contemplando todo o comportamento do mecanismo “U” invertido.

8.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Considera-se que o presente estudo represente uma contribuição adicional para a compreensão e caracterização do fenômeno da flambagem lateral com distorção (FLD) de vigas mistas de aço e concreto, e para determinação do momento resistente à FLD, etapa fundamental aos projetos que utilizam vigas mistas contínuas. Procurou-se assumir da forma mais precisa possível todos os fatores envolvidos na questão, buscando assegurar a confiabilidade das proposições desenvolvidas e garantir a futuros interessados o seu uso com segurança. As metodologias utilizadas para a determinação do momento crítico elástico à FLD, assim como

para a determinação do momento resistente, se mostraram adequadas, o que possibilitou o entendimento e a validação dos resultados.

No que se refere a estudos subsequentes, sugere-se:

- desenvolver um procedimento similar ao desenvolvido neste trabalho para a determinação do momento crítico elástico na região de momento negativo de vigas mistas semicontínuas;
- propor um procedimento similar ao desenvolvido neste trabalho para a determinação do momento crítico elástico na região de momento negativo para outros tipos de perfis de aço, como os monossimétricos de alma cheia, os alveolares e os de alma senoidal, uma vez que estes são, em algumas situações, empregados nas vigas mistas contínuas;
- desenvolver modelos numéricos que retratem o comportamento não-linear das vigas mistas com outros tipos de perfis de aço, como os monossimétricos de alma cheia, os alveolares e os de alma senoidal, incluindo a modelagem das imperfeições geométricas e as tensões residuais, para a identificação do modo de colapso e determinação do momento fletor resistente à FLD;
- realizar ensaios de laboratório em escala real em protótipos de vigas mistas contínuas compondo um mecanismo “U” invertido, conduzidos até a capacidade resistente última à flexão, para identificação do modo de colapso, determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção, entre outras questões de interesse;
- analisar por meio de ensaios experimentais e/ou análises numéricas as vigas mistas contínuas com perfis de aço de seção esbelta, propondo equação para a determinação do momento crítico elástico dessas vigas e para o momento fletor resistente, levando em conta a interação entre a flambagem local e a flambagem lateral com distorção;
- analisar por meio de ensaios experimentais e/ou análises numéricas as vigas mistas contínuas com enrijecedores soldados na alma na região de momento negativo, propondo equação para a determinação do momento crítico elástico dessas vigas e para o momento fletor resistente à flambagem lateral com distorção;
- realizar uma análise de confiabilidade das equações apresentadas no presente estudo;
- realizar estudos do comportamento das vigas mistas contínuas em situação de incêndio.

9 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A.C.B. *Análise inelástica de pórticos planos considerando a plasticidade distribuída e o efeito das tensões residuais nos perfis estruturais de aço*. 2006. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

AMARAL, T.V. *Avaliação da influência da distribuição de momentos fletores no momento crítico elástico à flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas*. 2016. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

AMERICAN NATIONAL STANDARD – AISC/ANSI 360-10. *Specification of structural steel building*. Chicago, 2010.

ANSYS, INC. *Release 17.0 documentation for Ansys*. Canonsburg: [s.n.], 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 5884. *Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico - especificação*. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 6118. *Projeto de estruturas de concreto – procedimentos*. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 8800. *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Rio de Janeiro, 2008.

AYMONE, J.L.F. *Remanejamento de malhas em problemas tridimensionais de grandes deformações*. 2000. Tese de doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION – BS 5400. *Steel, concrete and composite beams. Code of practice for design of steel bridges*. Londres, 1982.

CALENZANI, A.F.G. *Proposição de procedimento para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas contínuas e semicontínuas com perfis de alma senoidal*. 2008. Tese de doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

CALENZANI, A.F.G.; FAKURY, R.H.; PAULA, F.A.; RODRIGUES, F.C.; QUEIROZ, G. Rotational stiffness of continuous composite beams with sinusoidal-web profiles for torsional buckling. *Journal of Construction Steel Research*, n. 79, p. 22-33, 2012.

CHEN, S. *Instability of composite beams in hogging bending*. 1992. Tese de doutorado – Departamento de Engenharia, Universidade de Warwick, U.K.

CHEN, S.; WANG, X. Finite element analysis of distortional lateral buckling of composite beams with transverse web stiffeners. *Advances in Structural Engineering*, v. 15, n. 9, p. 1607-1616, 2012.

CONTAMINE, R.; SI-LARBI, A.; THAN, N.Q.; HAMELIN, P. Numerical modeling of reinforced concrete beams under shear stress with and without external textile-reinforced concrete reinforcement. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, v. 30, n. 15, p. 1293-1303, 2011.

DIAS, J.V.F. *Determinação do momento crítico elástico à flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas e semicontínuas*. 2018. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

DIETRICH, M.Z. *Estudo da rigidez rotacional de vigas mistas de aço e concreto com lajes maciças de concreto armado*. 2017. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

DUJMOVIC, D.; ANDROIC, B.; LUKACEVIC, I. *Composite structures according to Eurocode 4: worked examples*. 1 ed., Berlim, Alemanha: Wilhelm Ernst & Sohn, 2015, 890p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - EN 1992-1-1:2004. *Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings*. Brussels, 2004.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - ENV 1994-1-1:1992. *Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures: general rules and rules for buildings*. Brussels, 1991.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - EN 1994-1-1:2004. *Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings*. Brussels, 2004.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - EN 1993-1-1:2005. *Eurocode 3: Design of steel structure. Part 1-1: general rules and rules for buildings*. Brussels, 2005.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - EN 1993-1-5:2006. *Eurocode 3: Design of steel structure. Part 1-5: plated structural elements*. Brussels, 2006.

FAN, C.K.R. *Buckling in continuous composite beams*. 1990. Tese de doutorado – Departamento de Engenharia, Universidade de Warwick, U.K.

FERREIRA, A.D.M.; MOTTA, R.S.; AFONSO, S.M.B.; WILLMERSDORF, R.B.; LYRA, P.R.M.; BENJAMIN, A.C.; ANDRADE, E.Q. Estudo de convergência de malhas para a análise de dutos com defeitos obtidos através da inspeção de dados de campo. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, Buenos Aires, Argentina, p. 7725-7739, 2010.

GIZEJOWSKI, M.A.; SALAH, W.S. Numerical modeling of composite castellated beams. *International Conference on Composite Construction in Steel and Concrete VI*, Colorado, Estados Unidos, p. 554-565, 2008.

GIZEJOWSKI, M.A.; KHALIL, W.A.S. Stability and ductility of castellated composite beams subjected to hogging bending. *International Conference on Stability and Ductility of Steel Structures*, Rio de Janeiro, Brasil, p. 839-846, 2010.

GOLTERMANN, P.; SVENSSON, S.E. Lateral distortional buckling: predicting elastic critical stress. *Journal of Construction Steel Research*, n. 114, p. 1606-1625, 1988.

GOMES, H.D. *Análise numérica de pilares mistos de aço e concreto tubulares circulares com concreto de alto desempenho*. 2015. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

HANSWILLE, G. Lateral torsional buckling of composite beams: comparison of more accurate method with Eurocode 4. *Composite Construction in Steel and Concrete IV*, p.105-116, 2002.

JOHNSON, R.P. *Composite structures of steel and concrete: beams, slabs, columns and frames for buildings*. 3 ed. Warwick, U.K.: Blackwell, 2004, 250p.

JOHNSON, R.P.; ANDERSON, D. *Designer's guide to EN 1994-1-1 Eurocode 4: design of composite steel and concrete structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings*. 1 ed. Londres: Thomas Telford Publishing, 2004, 235p.

JOHNSON, R.P.; MOLENSTRA, N. Strength and stiffness of shear connections for discrete U-frame action in composite plate girders. *Structural Engineer*, v.68, n. 19/2, p. 386-392, 1990.

KOTINDA, T.I. *Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo da interface laje-viga*. 2006. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Paulo.

NOGUEIRA, C.G., LEONEL, E.D., VENTURINI, W.S. Modelos para análise não-linear de estruturas em concreto armado usando o método dos elementos finitos. *Novo Simpósio de Mecânica Computacional*, São João Del Rei, Minas Gerais, p.1-9, 2010.

OEHLERS, D.J.; BRADFORD, M.A. *Elementary behaviour of composite steel and concrete structural members*. 2 ed. Oxford, U.K.: Butterworth-Heinemann, 2002, 279p.

OLIVEIRA, J.P.S. *Determinação do momento crítico de flambagem lateral com distorção em vigas mistas contínuas de aço e concreto com perfis de alma senoidal*. 2014. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

OLIVEIRA, J.P.S.; CALENZANI, A.F.G.; FAKURY, R.H.; FERREIRA, W.G. Elastic critical moment of continuous composite beams with a sinusoidal-web profile for lateral-torsional buckling. *Engineering Structures*, n. 113, p. 121-132, 2016.

PIASSI, A.D. *Proposição de formulação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfil celular para determinação do momento crítico elástico à flambagem lateral com distorção*. 2016. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

PIMENTA, R.J. *Proposição de uma curva de flambagem para perfis I soldados formados por chapas cortadas a maçarico*. 1997. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

POPOV, E.P. *Introdução à mecânica dos sólidos*. 1997. Edgard Blücher, São Paulo, 1978.

QUEIROZ, F.D. *Modelos para análise de pilares mistos pelo método dos elementos finitos*. 2003. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J.; MATA, L.A.C. *Elementos das estruturas mistas de aço-concreto*. 3 ed. Belo Horizonte, Minas Gerais.: O Lutador, 332p, 2001.

ROHATGI, A. *WebPlotDigitizer User Manual*. Version 3.9, 2015.

ROIK, K.; HANSWILLE, G.; KINA, J. Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams (em alemão). *Stahlbau*, n.59, p.327-332, 1990.

SEVENSSON, S.E. Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying axial force. *Journal of Construction Steel Research*, n. 5, p. 179-193, 1985.

SILVA, C.C. *Estudo da influência da distorção da alma no momento crítico elástico de flambagem lateral com torção de vigas de aço de alma não esbelta com seção I*. 2016. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SILVA, A.L.R.C. *Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial*. 2006. Tese de doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SONCK, D. *Global buckling of castellated and cellular steel beams and columns*. 2013. Tese de doutorado – Departamento de Engenharia de Estrutura, Universidade de Gante, Bélgica.

SONCK, D.; BELIS, J. Lateral-torsional buckling resistance of cellular beams. *Journal of Constructional Steel Research*, v.105, p. 119-128, 2015.

SONCK, D.; BOISSONNADE, R.; IMPEVAN, R. Instabilities of cellular members loaded in bending or compression. *Proceedings of the Annual Stability Conference: Structural Stability Research Council*, Grapevine, Texas, p. 1-18, 2012.

TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M. *Theory of elastic stability*. 2 ed. Nova Iorque, McGraw-Hill Book Co., 541p, 1961.

TONG, L.; LIU, Y.; SUN, B. Experimental investigation on mechanical behavior of steel-concrete composite beams under negative bending (em chinês). *Journal Building Structure*, n. 35 (10), p. 1-9, 2014.

VIEIRA, H.C.; SILVA, A.L.R.C.; FAKURY, R.H.; VERISSIMO, G.S. Capacidade resistente de vigas celulares para o estado-limite último de instabilidade do montante de alma por cisalhamento. *Revista da estrutura de aço*, v.3, n.3, p. 283-302, 2014.

VIEIRA, W.B. *Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas casteladas de aço com ênfase na flambagem do montante de alma*. 2011. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais.

VON MISES, R. Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand. *Göttin. Nachr. Math. Phys.*, v. 1, p. 582-592, 1913.

WILLAM, K.J., WARNKE, E.D. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete. *International Association for Bridge and Structural Engineering*, v. 19, p. 1-30, 1974.

YE, J.H.; CHEN, W. Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 13, n.1, p. 1350001 (1-29), 2013.

ZHOU, W.B.; JIANG, L.Z.; KANG, J.T.; BAO, M.X. Distortional buckling analysis of steel-concrete composite girders in negative moment area. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2014, p. 1-10, 2014.

ZHOU, W.B.; JIANG, L.Z.; LI, S.J.; KONG, F. Elastic distortional buckling analysis of I-steel concrete composite beam considering shear deformation. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 16, p. 1550045 (1-22), 2015.

ZHOU, W.B.; LI, S.J.; YAN, W.J. Practical formulas towards distortional buckling failure analysis for steel-concrete composite beams. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, p. 1-18, 2016.

ZHOU, W.B.; YAN, W.J. Refined nonlinear finite element modelling towards ultimate bending moment calculation for concrete composite beams under negative moment. *Thin-Walled Structures*, n. 116, p. 201-211, 2017.