

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Escola de Engenharia**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas –**  
**Mestrado Profissional**

Lorena Campolina Milan Lucrécio

**ANÁLISE COMPARATIVA DE MODELOS GEOMETALÚRGICOS DE**  
**PRODUTIVIDADE DA MINA MORRO DO OURO: abordagens recentes e**  
**convencionais**

Belo Horizonte  
2025

Lorena Campolina Milan Lucrécio

**ANÁLISE COMPARATIVA DE MODELOS GEOMETALÚRGICOS DE  
PRODUTIVIDADE DA MINA MORRO DO OURO: abordagens recentes e  
convencionais**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas – Mestrado Profissional da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Área de concentração: Tecnologia Mineral e Meio Ambiente

Linha de Pesquisa: Geometalurgia dos Recursos e Reservas Minerais

Orientadora: Profa. Dra. Andréia Bicalho Henriques

Coorientador: Prof. Dr. Douglas Batista Mazzinghy

Belo Horizonte

2025

L942a

Lucrécio, Lorena Campolina Milan.

Análise comparativa de modelos geometalúrgicos de produtividade da mina Morro do Ouro [recurso eletrônico] : abordagens recentes e convencionais / Lorena Campolina Milan Lucrécio. - 2025.

1 recurso eletrônico (52 f. : il., color.) : pdf.

Orientadora: Andréia Bicalho Henriques.

Coorientador: Douglas Batista Mazzinghy.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia de minas - Teses. 2. Tecnologia mineral - Teses.  
3. Geometalurgia - Teses. 4. Otimização - Teses. 5. Moagem  
(Beneficiamento de minério) - Teses. I. Henriques, Andréia Bicalho.  
II. Mazzinghy, Douglas Batista. III. Universidade Federal de Minas Gerais.  
Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 622(043)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA METALÚRGICA,**  
**MATERIAIS E DE MINAS/MP**



## **ATA DA DEFESA DA DISSERTAÇÃO DA ALUNA LORENA CAMPOLINA MILAN LUCRÉCIO**

Realizou-se, no dia 25 de agosto de 2025, às 10:00 horas, Online, da Universidade Federal de Minas Gerais, a 1ª defesa de dissertação, intitulada *ANÁLISE COMPARATIVA DE MODELOS GEOMETALÚRGICOS DE PRODUTIVIDADE DA MINA MORRO DO OURO: ABORDAGENS RECENTES E CONVENCIONAIS*, apresentada por LORENA CAMPOLINA MILAN LUCRÉCIO, número de registro 2023702768, graduada no curso de ENGENHARIA METALÚRGICA, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em ENGENHARIA METALÚRGICA, MATERIAIS E DE MINAS, à seguinte Comissão Examinadora: Prof(a). Andréia Bicalho Henriques - Orientador (UFMG), Prof(a). Douglas Batista Mazzinghy (UFMG), Prof(a). Claudio Luiz Schneider (cetem), Prof(a). Leonardo Junior Fernandes Campos (UFMG).

A Comissão considerou a dissertação:

Aprovada

Reprovada

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.

Belo Horizonte, 25 de agosto de 2025.

Prof(a). Andréia Bicalho Henriques ( Doutora )

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** ANDREIA BICALHO HENRIQUES  
Data: 02/09/2025 11:51:45-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof(a). Douglas Batista Mazzinghy ( Doutor )

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** DOUGLAS BATISTA MAZZINGHY  
Data: 02/09/2025 08:21:54-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof(a). Claudio Luiz Schneider ( Doutor )

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** CLAUDIO LUIZ SCHNEIDER  
Data: 01/09/2025 17:27:02-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof(a). Leonardo Junior Fernandes Campos ( Doutor )

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** LEONARDO JUNIOR FERNANDES CAMPOS  
Data: 02/09/2025 09:10:45-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dedico este trabalho aos meus pais, Luiz e Giselle, e ao meu irmão Henrique, pelo amor e apoio incondicional

“Conheça todas as teorias, domine todas as técnicas, mas ao tocar uma alma humana, seja apenas outra alma humana.” (Carl Jung)

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela vida e por todas as bênçãos recebidas.

Aos meus amigos e colegas de profissão e jornada, que compartilharam desafios e ensinamentos valiosos, especialmente à liderança da Kinross que tanto me incentivou e apoiou com esse trabalho: Fabiano Mendes, João Paulo Caldas, Thiago Nunan, Amauri Andrade e Alvimar Sousa, minha eterna gratidão por terem contribuído significativamente com meu crescimento profissional e pessoal.

Aos demais colegas da Kinross, equipe do Laboratório de Processos e amigos de Paracatu, vocês fazem parte da minha história.

Aos professores e colegas da UFMG, obrigada por todo conhecimento transmitido, tanto na Graduação como no Mestrado, e pelo conteúdo de alto nível que nos é ensinado.

Aos meus orientadores, professora Andréia e professor Douglas, agradeço o carinho, paciência, diretrizes e conselhos para que esse trabalho fosse possível de ser realizado.

À minha família e amigos, obrigada pelo suporte e por sempre acreditarem em mim. Amo vocês.

## RESUMO

A geometalurgia é uma abordagem integrada que utiliza conhecimentos de geologia, mina e usina para otimizar as operações mineiras. Um modelo geometalúrgico de produtividade prevê a taxa de alimentação e a energia necessária para a cominuição do minério, considerando variáveis como  $P_{80}$ ,  $F_{80}$  e índice de cominuição. Tradicionalmente, o Índice de Trabalho de Bond ( $BWi$ ) é utilizado para calcular a energia específica de moagem, porém é limitado a circuitos de moagem de bolas com 250% de carga circulante. Este trabalho comparou modelos clássicos e recentes de previsão energética aplicados à mina Morro do Ouro, incluindo SPI, SMC e modelos propostos por Valle Peche. Os resultados indicam que a metodologia SPI (2001) apresenta a melhor aderência aos dados reais da usina, superando os demais modelos testados. Adicionalmente, foi desenvolvida uma proposta de equação com base na estrutura do modelo SPI, porém adaptada às rotinas da empresa, substituindo SPI e  $T_{80}$  por  $BWi$  e  $P_{80}$ . Essa equação resultou em 80% dos dados com desvio dentro de  $\pm 10\%$  em relação aos valores reais, destacando-se como a alternativa mais robusta e prática para previsão da energia específica de moagem na usina e período estudados.

Palavras-chave: geometalurgia; energia específica; modelos de moagem; índice de trabalho; otimização.

## ABSTRACT

Geometallurgy is an integrated approach that uses knowledge from geology, mining, and processing plants to optimize mining operations. A geometallurgical productivity model predicts the feed rate and the energy required for ore comminution, considering variables such as  $P_{80}$ ,  $F_{80}$  and Work Index. Traditionally, the Bond Work Index ( $BWi$ ) is used to calculate specific grinding energy, however, it is limited to ball milling circuits with a 250% circulating load. This study compared classical and recent models for energy prediction applied to the Morro do Ouro mine, including SPI, SMC, and models proposed by Valle Peche. The results indicate that the SPI (2001) methodology shows the best alignment with the actual plant data, outperforming the other models tested. Additionally, a proposed equation was developed based on the structure of the SPI model but adapted to the company's routine by replacing SPI and  $T_{80}$  with  $BWi$  and  $P_{80}$ . This equation resulted in 80% of the data falling within a  $\pm 10\%$  deviation from the actual values, standing out as the most robust and practical alternative for predicting the specific grinding energy in the studied plant and time frame analyzed.

Keywords: geometallurgy; specific energy; grinding models; work index; optimization.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Correlação entre variáveis: a) $A^*b$ x $M_{ia}$ ; b) $BW_i$ x $M_{ib}$ .....	22
Figura 2 – Localização da mina Morro do Ouro – Paracatu/MG.....	28
Figura 3 – Fluxograma de processos da Planta 2 – Kinross.....	29
Figura 4 – Modelo $A^*b$ e $BW_i$ .....	33
Figura 5 – Modelo SPI (ou SGI) e $A^*b$ .....	34
Figura 6 – Comparação entre os cálculos de energia específica a partir de diferentes equações.....	37
Figura 7 – Comparação entre as linhas de tendência das equações em relação ao dado real.....	38
Figura 8 – Comparação entre as linhas de tendência das equações, acrescentando os dados da Equação Proposta em relação ao dado real.....	40
Figura 9 – Comparação entre os modelos de estimativa de energia específica em relação aos valores reais de consumo energético.....	42

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Detalhamento dos dados utilizados na pesquisa.....	31
Tabela 2 – Dados experimentais de $A*b$ e $BW_i$ .....	32
Tabela 3 – Dados experimentais de $A*b$ , $M_{ia}$ , $M_{ib}$ e $BW_i$ .....	32
Tabela 4 – Modelos de energia específica a serem testados.....	36
Tabela 5 – Comparação estatística entre os diferentes modelos de estimativa da energia específica da moagem e os valores reais medidos na usina.....	41
Tabela 6 – Consolidado de dados com desvios entre +/- 10% em relação ao valor real.....	43
Tabela 7 – Banco de dados das variáveis (valores mínimos, médios e máximos) .....	52
Tabela 8 – Valores de energia calculados pelos modelos estudados (mínimos, médios e máximos) .....	52

## LISTA DE NOTAÇÕES

$A^*b$  – Índice de quebra

$AG$  – Autogenous Grinding

$BWi$  – Índice de Trabalho de Bond

$DWT$  – Drop Weight Test

$E$  ou  $W$  – Energia específica

$Gpr$  – gramas por revolução

$F_{80}$  – tamanho passante de 80% da alimentação ( $\mu\text{m}$ );

$M_{ia}$  – Índice de trabalho para fração grossa ( $> 750 \mu\text{m}$ ) em moinho tubular

$M_{ib}$  – Índice de trabalho para fração fina ( $< 750 \mu\text{m}$ ) em moinho tubular

$M_{ic}$  – Índice de trabalho para britador

$M_{ih}$  – Índice de trabalho para HPGR

$P$  – Potência

$P_{80}$  – tamanho passante de 80% do produto da moagem ( $\mu\text{m}$ )

$SABC$  – Semiautogenous + Balls + Pebble Crusher circuit

$SAG$  – Semiautogenous Grinding

$SMC$  – Steve Morrell Comminution

$SPI$  – SAG Power Index

$T$  – Taxa de alimentação

$TS$  – Transfer Size

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 OBJETIVOS .....	15
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
3.1 Moagem.....	16
3.2 Moagem de Minério de Ouro.....	17
3.3 Modelos de Energia Específica.....	17
3.3.1 Modelo de Fred Bond.....	17
3.3.2 Modelo de Steve Morrell.....	21
3.3.3 Modelo de Bond Modificado por Valle.....	24
3.3.4 Modelo de Valle.....	25
3.3.5 Modelo SPI (SAG Power Index) .....	26
3.4 Estudo de Caso: Mina Morro do Ouro.....	27
4 METODOLOGIA.....	30
4.1 Banco de dados.....	31
4.2 Variáveis Analisadas.....	31
4.3 Modelo de Produtividade da Kinross.....	34
4.4 Método Comparativo de Análise.....	35
4.5 Modelos a serem testados.....	35
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	36
5.1 Perspectivas Futuras e Convergência com Abordagens Inovadoras.....	44
6 CONCLUSÕES.....	46
REFERÊNCIAS.....	48
APÊNDICE A - Banco de dados.....	52

## 1. INTRODUÇÃO

A geometalurgia, também nomeada como “mineração de precisão” por Schneider (2014), é uma abordagem que busca utilizar, de forma integrada e direcionada, os diversos recursos e conhecimentos disponíveis nos campos de geologia, mina e usina, visando um planejamento de lavra otimizado de forma a garantir um melhor aproveitamento dos recursos minerais disponíveis e maximizar o retorno financeiro do empreendimento minerário. Ainda, esse tipo de estudo pode viabilizar a operação de minas com altos custos operacionais e baixos teores.

Montoya (2014) expõe que o principal objetivo da geometalurgia é fornecer entradas restritas que reflitam a variabilidade geológica inerente no minério e seu impacto no desempenho da usina ao ser processado, incorporando parâmetros geometalúrgicos nos modelos de blocos. O autor ainda destaca que modelos de blocos geometalúrgicos avançados podem ser empregados para antecipar e aprimorar características econômicas, tais como a capacidade de processamento, a concentração do mineral de interesse, o tamanho do produto da moagem e a eficiência na recuperação.

Quando desenvolvida e implementada de forma adequada, a geometalurgia revela limitações, realidades, riscos e oportunidades. Cabe destacar que se trata de um trabalho multidisciplinar e que as informações geradas devem ser não apenas rotuladas como interessantes, mas principalmente serem úteis para tomadas de decisão e refletidas em termos monetários para o empreendimento.

Tradicionalmente, informações referentes às propriedades metalúrgicas do minério são inseridas nos modelos de bloco da mina, a exemplo do teor, contudo, outras informações são igualmente relevantes para otimizar a operação. Dados como liberação do mineral de interesse, recuperação estimada, índices de trabalho e composição química podem ser utilizados nesse processo, considerando a abordagem geometalúrgica (Moraga, 2022).

Alinhado ao objeto de estudo dessa pesquisa, a investigação da energia específica para a fragmentação de um material é fundamental para se estimar consumo energético, eficiência e produtividade de uma usina de beneficiamento. Dentro de um mesmo depósito, podem existir materiais com diferentes características, britabilidade e moabilidade, o que impacta diretamente na taxa de alimentação por hora da usina e nos custos de processamento, e, essas variações, se

não forem mapeadas e tratadas, podem influenciar até mesmo na logística de operação da mina (Mata, 2021).

Em suma, um modelo de produtividade geometalúrgico é capaz de prever o comportamento do bloco a ser processado na usina em termos de taxa de alimentação horária (t/h), bem como a energia necessária para o processo de cominuição, conforme a Equação (1), o que permite uma otimização do planejamento de lavra e uma estimativa mais precisa de valor econômico de cada bloco.

$$T = \frac{P}{E} \quad (1)$$

Onde:

$T$  = Taxa de alimentação (t/h);

$P$  = Potência disponível dos moinhos (kW);

$E$  = Energia específica (kWh/t).

## 2. OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo geral realizar uma análise comparativa entre diferentes modelos geometalúrgicos de previsão de energia específica e produtividade aplicados à mina Morro do Ouro, visando avaliar sua adequação aos dados operacionais reais e identificar o modelo mais representativo para as condições da usina de beneficiamento de Paracatu.

Os objetivos específicos são:

1 – Aplicar dados históricos da mina Morro do Ouro nos modelos de energia específica de Bond, Morrell, Bond modificado por Valle, Valle e SPI e comparar com os dados reais da usina e com o modelo de produtividade atualmente utilizado, a fim de avaliar qual seria o melhor método para prever a energia de moagem e, conseqüentemente, de taxa de alimentação.

2 – Testar modelos geometalúrgicos recentes com dados reais e avaliar a representatividade de tais modelos.

3 – Desenvolver um novo modelo que seja mais adequada à realidade operacional da usina de beneficiamento de Paracatu ou apontar melhorias no modelo já existente.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1. Moagem

A moagem, etapa crucial no beneficiamento de minérios, visa reduzir o tamanho das partículas para liberar os minerais de interesse, otimizando as etapas subsequentes de concentração e extração (Wills & Napier-Munn, 2006). Este processo, intensivo em energia, pode representar uma parcela significativa dos custos operacionais, demandando otimização e controle rigorosos, conforme descrito por Napier-Munn (2014) em *Statistical Comminution Models* do JKMRM. Em 2024, o IBRAM publicou um Guia de Eficiência Energética no qual aponta que 54% do consumo energético na mineração é referente à etapa de fragmentação do minério (britagem e moagem). Avanços recentes focam na otimização energética e no controle preciso da distribuição de tamanho de partículas para maximizar a eficiência das etapas seguintes à cominuição (Alzahrani & Ramzan, 2022).

No documento publicado pela GMG em 2021 é destacado que as empresas vêm sofrendo com o declínio do teor dos minerais nas minas, evidenciado especialmente no caso dos metais básicos, como cobre e zinco, e metais nobres, a exemplo do ouro e prata, acarretando uma necessidade de aumento constante de capacidade produtiva das usinas de beneficiamento, necessidade esta que também é influenciada pelo aumento da demanda do mercado. Desde a década de 80, é cada vez mais comum a combinação de moinhos semi-autógenos (SAG) e moinhos de bolas no circuito de cominuição dado o ganho de capacidade gerado, muitas vezes sendo possível processar mais de 4.000 t/h de material, além de possuir um *CAPEX* reduzido. Essa configuração é conhecida como SABC – *Semiautogenous + Balls + Pebble Crusher* (Luz, Sampaio, & França, 2010).

Outra grande vantagem do circuito AG/SAG é a flexibilidade operacional, uma vez que é possível trabalhar com uma grande faixa de variação no tamanho de transferência entre a moagem primária (SAG) e a moagem secundária (BOLAS). O grau de redução do minério é um fator fundamental para se determinar a energia específica (kWh/t) que será consumida na cominuição, considerando o alto consumo energético desta etapa do processo operacional (Luz, Sampaio, & França, 2010; Sayadi et al., 2014).

### **3.2. Moagem de minério de ouro**

A moagem de minérios de ouro apresenta particularidades devido à natureza disseminada do ouro em muitos depósitos e à necessidade de liberar finamente as partículas de ouro para otimizar a recuperação (Marsden & House, 2006). Em muitos casos, o ouro está associado a minerais refratários, como pirita e arsenopirita, que requerem moagem fina para expor o ouro e permitir a cianetação ou outros processos de extração (La Brooy et al., 1994). A busca por processos de extração de ouro mais sustentáveis tem incentivado o desenvolvimento de técnicas de moagem que minimizem a geração de rejeitos e o consumo de reagentes (Hilson & Monhemius, 2006).

Considerando que há uma demanda por produtividade e recuperação, as usinas de beneficiamento de minério de ouro buscam operar com capacidade máxima.

### **3.3. Modelos de Energia Específica**

O dimensionamento adequado e a previsão de forma precisa do consumo energético da moagem são fatores críticos para o desempenho técnico e econômico do processamento mineral. Nesse contexto, diversos modelos matemáticos e empíricos têm sido propostos para estimar a energia específica de moagem, visando aumentar a precisão das estimativas energéticas, especialmente em circuitos complexos e de alta capacidade. A seguir serão apresentadas equações desenvolvidas por Fred Bond, Steve Morrell, Roddy Valle Peche, que neste trabalho será nomeado apenas “Valle” e outras abordagens que utilizam a metodologia *SPI*.

#### **3.3.1. Modelo de Bond**

##### **3.3.1.1. Fundamentação e Histórico**

As primeiras tentativas de descrever matematicamente a relação entre a energia aplicada e o grau de fragmentação de partículas remontam ao século XIX. Rittinger (1867) foi o primeiro a propor que a energia consumida na cominuição seria proporcional à nova área superficial gerada, sendo seu postulado mais adequado a processos de moagem fina e remoagem, nos quais o aumento de área é o principal objetivo. Posteriormente, Kick (1883) sugeriu que a energia necessária para fragmentar um material homogêneo seria proporcional à razão de redução de

tamanho, ou seja, à variação de diâmetro das partículas, sendo seu modelo mais aplicável a operações de britagem, em que predominam partículas mais grossas. Apesar das contribuições conceituais, ambos os postulados apresentavam limitações práticas e faixas restritas de aplicabilidade (Sampaio; Delboni Junior, 2018).

Somente em meados do século XX, Fred C. Bond (1952) desenvolveu uma equação mais abrangente, baseada em dados experimentais obtidos de uma ampla variedade de circuitos industriais disponíveis na época, sendo mais assertiva para a faixa de fragmentação que a moagem industrial utiliza. A “Equação de Bond”, conhecida como "Terceira Lei da Fragmentação", constitui uma abordagem empírica amplamente utilizada para o cálculo da energia específica (kWh/t) necessária à cominuição de um material até um determinado  $P_{80}$ . A equação baseia-se no índice de trabalho ( $BWi$ ), parâmetro que expressa a moabilidade do minério. Desenvolvidos por Bond, os índices de trabalho se tornaram referência na engenharia mineral, sendo derivados de ensaios padronizados em moinhos de bolas ou de barras e conhecidos genericamente como índices de Bond (Schneider et al., 2014).

### 3.3.1.2. Definição e Aplicação da Equação de Bond

A Equação (2) original, ainda amplamente utilizada, é expressa conforme abaixo:

$$W = 10BWi(P_{80}^{-0,5} - F_{80}^{-0,5}) \quad (2)$$

Onde:

$W$  = Energia específica (kWh/t);

$BWi$  = Índice de Trabalho de Bond (kWh/t);

$F_{80}$  = tamanho passante de 80% da alimentação ( $\mu\text{m}$ );

$P_{80}$  = tamanho passante de 80% do produto da moagem ( $\mu\text{m}$ )

O índice de trabalho é determinado experimentalmente em escala laboratorial, sendo definido como a energia requerida para reduzir o minério de um  $F_{80}$  qualquer até um produto com  $P_{80} = 100 \mu\text{m}$ . Essa metodologia tem aplicação consolidada tanto na caracterização da moabilidade de minérios quanto no dimensionamento de moinhos (Luz; Sampaio & França, 2010). O teste é realizado em moinho de bolas padronizado ( $305 \times 305 \text{ mm}$ ), em circuito

fechado, com uma peneira de fechamento entre 65 e 270 mesh, selecionada conforme o  $P_{80}$  desejado. Utiliza-se cerca de 10 kg de amostra com 100% passante em 3,36 mm, preparada por britagem em etapas. O procedimento é conduzido em ciclos sucessivos, mantendo uma carga circulante de 250%, até que o sistema atinja condição de equilíbrio, caracterizada por massa constante de produto gerado por revolução do moinho ( $Gpr$ ). A partir dos resultados de  $Gpr$ , calcula-se o índice de trabalho de Bond ( $BWi$ ) a partir da Equação 3, expresso em kWh/t (SGS, 2005a).

$$BWi = \frac{44,5}{P_1^{0,23} Gpr^{0,82} \left( \frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right)} \quad (3)$$

Onde:

$P_1$  é a abertura da peneira de fechamento (em micrômetros)

O método se destaca pela reprodutibilidade e padronização mundial, sendo referência para comparação de diferentes minérios e para calibração de modelos de energia específica em processos de cominuição. (Sampaio; Delboni Junior, 2018).

### 3.3.1.3. Limitações do Modelo de Bond

Apesar de sua robustez empírica e simplicidade de aplicação, a equação de Bond apresenta limitações consideráveis quando extrapolada para contextos industriais ou tipos específicos de minério. A principal crítica reside no fato de que o índice de trabalho é obtido em condições idealizadas de laboratório, a seco, com moagem por impacto em circuito fechado com classificador eficiente. Essa realidade difere significativamente das condições operacionais de muitas plantas industriais, uma vez que se trata de um ensaio de similaridade.

Segundo Wills e Finch (2016), o modelo assume que a energia necessária para a cominuição varia com a diferença entre os inversos das raízes quadradas dos tamanhos da alimentação e do produto, o que representa uma simplificação importante da realidade, especialmente em sistemas onde há geração significativa de finos, presença de partículas muito grossas, ou variações na forma e tenacidade do minério.

Apesar do Índice de Trabalho ( $BWi$ ) medido ser uma média que resulta de todas as partículas presentes na amostra de alimentação do ensaio, Tavares (2004) destaca que a

heterogeneidade mineralógica, a presença de argilas e texturas finas podem afetar significativamente o desempenho da moagem e a representatividade do teste. O autor pontua ainda que materiais com essas características podem apresentar comportamentos divergentes dos previstos pelos modelos tradicionais de cominuição, comprometendo a precisão das estimativas energéticas.

#### **3.3.1.4. Considerações para Moagem Semi-Autógena (SAG)**

Uma limitação crítica é a não aplicabilidade da equação de Bond em usinas com moagem semi-autógena (SAG). Como o modelo foi desenvolvido com base em moinhos de bolas operando com granulometria relativamente fina e em circuito fechado com 250% de carga circulante, sua aplicação à moagem SAG — que opera com fração de alimentação muito mais grossa, frequentemente em circuito aberto ou com classificadores ineficientes — é conceitualmente inadequada.

Na moagem SAG, os mecanismos predominantes de fragmentação incluem impacto entre blocos de grande porte e ação parcial de corpos moedores, gerando um perfil de consumo energético e distribuição granulométrica que diverge dos pressupostos do modelo de Bond (King, 2001). Em tais contextos, o uso de modelos baseados na distribuição granulométrica, como o proposto por Dell’Agnese et al. (2017), tem se mostrado mais adequado.

Djordjevic et al. (2003) também apontam que o modelo de Bond não considera a fragmentação prévia do minério, o que pode ter papel determinante no consumo energético em circuitos SAG. Métodos como o *Drop Weight Test* têm sido empregados para caracterizar de forma mais realista os mecanismos de fratura envolvidos (Napier-Munn, 2014).

#### **3.3.1.5. Considerações Operacionais**

O modelo de Bond, criado no início dos anos 50, também não considera fatores operacionais importantes em escala industrial, como a eficiência dos moinhos, a carga circulante, o tipo de revestimento interno e o nível de enchimento, pois foi concebido para escalonamento de moinhos de bolas e utilizando dos dados disponíveis à época. Tais variáveis influenciam significativamente o desempenho da moagem, tornando o  $BW_i$  um parâmetro muitas vezes insuficiente para representar a realidade industrial dos anos subsequentes à Bond (Napier-Munn et al., 1996).

Ainda assim, conforme Schneider et al. (2014), o *BWi* continua sendo um estimador eficaz da moabilidade, especialmente útil em estudos geometalúrgicos e projetos nos quais se pretende avaliar a variabilidade de minério, devido à sua praticidade e capacidade de condensar informações em um único valor. No entanto, os autores alertam que a moabilidade de um minério exige, no mínimo, dois parâmetros distintos para ser caracterizada com maior precisão: um associado à tenacidade e outro à geração de finos.

### 3.3.1.6. Modelos Derivados e Abordagens Complementares

Em 1961, o próprio Bond propôs correções à equação original, considerando o diâmetro do moinho e a granulometria da alimentação, mas essas modificações não se consolidaram no uso prático. O procedimento de escalonamento foi ajustado ao longo dos anos para acomodar um banco de dados mais completo, o desuso de moinhos de barras e alimentações mais grossos e moinhos com diâmetros cada vez maiores.

Desde então, novos modelos vêm sendo desenvolvidos e alguns foram destacados por Roddy Valle Peche em seus estudos (2020). Um exemplo é a equação de Bond-Rowland (1978), que incorpora fatores de correção específicos para diferentes condições de operação. Outro é o modelo proposto por Morrell (2004), que modifica o expoente da equação para incorporar a distribuição real das partículas alimentadas e do produto, gerando melhores previsões energéticas em cenários complexos.

### 3.3.2. Modelo de Steve Morrell

O método SMC (*Steve Morrell Comminution*), desenvolvido por Steve Morrell, segue princípios semelhantes aos de Bond ao empregar uma equação geral para estimar a energia específica necessária à cominuição e índices de trabalho associados à resistência do minério. Contudo, distingue-se por simplificar a abordagem, eliminando os múltiplos índices de trabalho e fatores de eficiência e utilizando apenas dois índices, que representam o comportamento do material nas faixas de partículas grossas e finas, e um único fator de correção. Nessa classificação, consideram-se partículas grossas aquelas com  $P_{80}$  entre 750  $\mu\text{m}$  e o produto final da britagem, enquanto as finas abrangem de 750  $\mu\text{m}$  até cerca de 45  $\mu\text{m}$ , limite típico da moagem em bolas. O ponto de transição em 750  $\mu\text{m}$  foi definido empiricamente por apresentar melhor ajuste global aos dados de diversas plantas analisadas (Morrell, 2008).

Conforme destacado no guia publicado pela GMG (2021b), o modelo de Morrell é aplicável para previsão de energia específica de circuitos de cominuição em que haja combinações, como no caso de moinhos de moagem Autógena (AG) e moinhos Semi-Autógenos (SAG). Diante da possibilidade de combinar equipamentos, a metodologia utiliza tanto o índice de trabalho de Bond ( $BWi$ ), com foco na fração mais fina da moagem, quanto resultados obtidos com o teste de DWT (Drop Weight Test) simplificado. São saídas do teste SMC:

- $M_{ia}$  – Índice de trabalho para fração grossa (maior que 750  $\mu\text{m}$ ) em circuitos de moinho rotativo (kWh/t)
- $M_{ic}$  – Índice de trabalho para britador (kWh/t)
- $M_{ih}$  – Índice de trabalho para HPGR (kWh/t)
- $A*b$  – Índice de quebra

Adicionalmente, há o parâmetro  $M_{ib}$  que se caracteriza como o índice da fração menor que 750  $\mu\text{m}$  da alimentação da moagem (fração fina) e o qual é calculado com base nos resultados de  $BWi$ . Alex Doll (2022) investigou a correlação da variável  $M_{ib}$  com o  $BWi$  de Bond a partir de diferentes malhas de moagem ( $P100$ ) e, em 2024, publicou uma relação atualizada entre os dados de  $A*b$  e o índice de  $M_{ia}$  objetivando tornar acessível aspectos proprietários do método SMC e possibilitando cálculos estimados destes índices. Apesar do ganho na aplicabilidade dos dados, não é possível apontar o nível de acurácia de suas estimativas. Ambas as análises estão apresentadas na Figura 1.

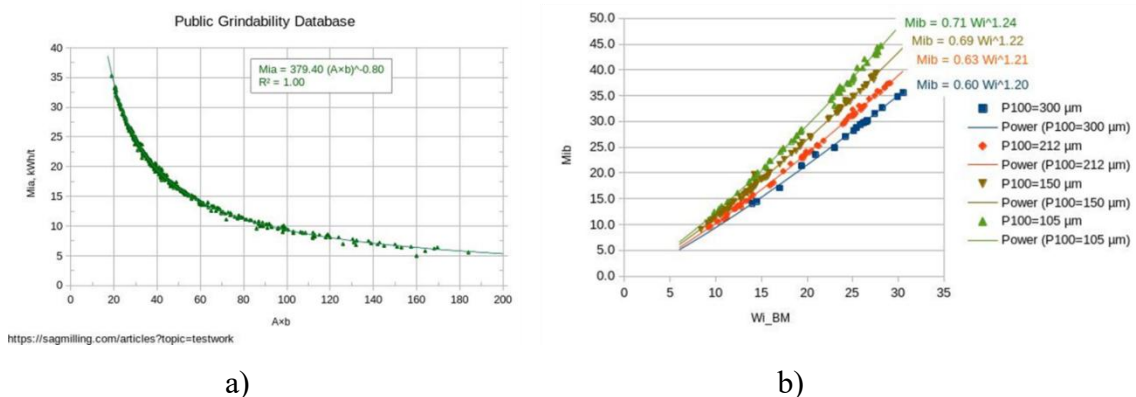


Figura 1 – Correlação entre variáveis: a)  $A*b \times M_{ia}$ ; b)  $BWi \times M_{ib}$

Fonte: Doll (2022); Doll (2024)

A Equação (4) apresenta o modelo para estimar a energia específica ( $W$ ) definida por Morrell para um circuito SABC (Morrell, 2008)

$$W = 4M_{ia} \left( 750^{-(0,295+750/10^6)} - F_{80}^{-(0,295+F80/10^6)} \right) k + 4M_{ib} \left( P_{80}^{-(0,295+P80/10^6)} - 750^{-(0,295+750/10^6)} \right) \quad (4)$$

Onde:

$K$  equivale ao efeito da recirculação de *pebbles* britados no circuito, sendo = 1,0 para circuitos sem recirculação e 0,95 com recirculação;

750 = granulometria de referência para dividir fração grossa e fina;

O modelo de Morrell apresenta vantagens relevantes em relação à equação de Bond, que foi concebido para moinhos de bola, para estimar o consumo de energia em circuitos de moagem SAG, tendo sido baseado em um banco de dados industriais extenso que inclui plantas com moinho SAG, britadores, moinhos de bola e HPGRs, o que possibilitou o desenvolvimento das correlações atualmente conhecidas. Um dos principais diferenciais da equação está no fato de que ela considera mecanismos de cominuição predominantes nesse tipo de moagem, como impacto, atrito e compressão, o que contribui para aumentar a representatividade das estimativas energéticas em relação à operação real (Djordjevic et al., 2003). Além disso, o uso de testes laboratoriais específicos, como o *Drop Weight Test*, permite obter parâmetros mais alinhados ao comportamento do minério em moinhos SAG (Morrell, 1996).

O modelo também se mostra mais adequado para faixas de alimentação mais grossas, comuns nesse tipo de circuito, e incorpora a distribuição de tamanhos de partículas, fator importante para a precisão dos cálculos energéticos (Dell’Agnese et al., 2017). Outro ponto positivo é sua flexibilidade de aplicação: por meio de fatores de correção, o modelo pode ser ajustado a diferentes configurações de circuito, o que amplia seu potencial de uso em usinas com arranjos variados de cominuição (Curry et al., 2005).

É possível encontrar na literatura a aplicabilidade e a precisão do modelo de Morrell para estimar o consumo de energia em circuitos de moagem semi-autógena. Um exemplo é o estudo de Valery et al. (2012), que aplicou o modelo para otimizar o circuito de cominuição de uma usina de beneficiamento de cobre no Chile. Os resultados mostraram que o modelo foi capaz de prever com precisão o consumo energético e identificar oportunidades de melhoria no processo.

### 3.3.3. Modelo de Bond Modificado por Valle

Roddy Valle Peche propôs modelos inovadores para estimar o consumo de energia na moagem, buscando adaptar as equações existentes para melhor refletir as condições de operação e as características dos minérios (Peche, 2020; Peche, 2022). Seus modelos incorporam variáveis adicionais e ajustam os expoentes das equações tradicionais, como a de Bond, para aumentar a precisão das estimativas.

O autor baseou-se nas abordagens de Hukki (1962) e de Morrell (2004) de que o expoente da equação de Bond não deveria ser uma constante, mas sim uma variável, e desenvolveu um novo modelo com base em 82 dados reais de diferentes configurações de circuitos de cominuição em diferentes países, sendo coletados de diversos projetos da empresa Metso's e de trabalhos técnicos da área (Peche, 2020)

No mesmo trabalho, Valle constatou que a equação de Bond teria boa representatividade para 25% dos dados analisados, mas, no geral, há uma tendência a superestimar a energia específica quando a granulometria da alimentação da moagem é mais fina. Portanto, para a equação de Bond, concluiu que o erro relativo em relação ao dado real aumenta à medida que o  $F_{80}$  diminui e que a equação tem boa previsibilidade quando o  $F_{80}$  está próximo de 10 mm, não sendo tão precisa para frações mais finas ou mais grossas.

Considerando as análises realizadas, Roddy Valle Peche chegou a uma Equação (5) que será nomeada por “Bond (Valle)” no presente trabalho, a qual foi indicada para circuitos fechados de moinhos de bola e moinhos verticais, englobando as diversas configurações possíveis. Destaca-se que o  $BWi$  utilizado segue a metodologia original proposta por Bond.

$$W = 10BWi \left( P_{80}^{-0,8F_{80}^{-0,05}} - F_{80}^{-0,8F_{80}^{-0,05}} \right) \quad (5)$$

Essa nova Equação (5) mostrou-se mais representativa quando comparada aos dados reais, tendo desvios relativos mais bem distribuídos, sem haver uma tendência de superestimação para uma faixa de tamanho específica, como ocorre com a Equação de Bond (2). Outra contribuição interessante deste estudo é o fato de que o resultado foi otimizado, ainda que não sejam consideradas outras variáveis como tamanho e carga de bolas, velocidade dos moinhos e eficiência de classificação, evidenciando a forte relação da energia específica de moagem com o  $F_{80}$ ,  $P_{80}$  e  $BWi$  do material (Peche, 2020).

O autor ainda aponta que o valor do expoente na equação (5) pode ser adaptado em função do  $F_{80}$ , variando de 0,4 para valores de 1 metro até 0,7 para 10 micrometros de tamanho de partícula, indicando a adaptabilidade da equação para diferentes circuitos. O mesmo vale para o coeficiente 10, que, em seu estudo, foi uma forma de minimizar os erros relativos dos dados, mas que pode variar de acordo com o mecanismo de cominuição e a eficiência de classificação (Peche, 2020).

### 3.3.4. Modelo de Valle

De acordo com Peche (2020), a aplicação direta de equações tradicionais, como a de Bond (2) e a sua própria equação (5), em moinhos SAG resulta em subestimações significativas do consumo energético, devido às diferenças nos mecanismos de cominuição envolvidos. O autor reforça a necessidade do uso de diferentes índices de moabilidade: o Índice de Morrell ( $M_{ia}$ ) para partículas maiores e o Índice de Bond ( $BWi$ ) para partículas menores.

Por isso, Roddy Valle Peche propôs uma Equação (6), nomeada aqui como “Valle”, para circuitos com moinhos SAG, adicionando uma parcela relativa ao componente de impacto no cálculo e com expoente variável, assim como na equação de “Bond por Valle”, ajustável conforme o  $F_{80}$ . Trata-se de um desenvolvimento empírico e a justificativa do autor para a nova equação é de que partículas maiores do que 11.500  $\mu\text{m}$  são moídas prioritariamente por impacto, utilizando assim o índice de Morrell ( $M_{ia}$ ), enquanto as menores são cominuídas por abrasão, melhor representado pelo índice de Bond ( $BWi$ ). Além disso, Roddy destacou que seria necessário empregar um coeficiente superior a 10, denominado por alguns autores como “fator SAG”, para corrigir a tendência de subestimação da energia específica nesses circuitos (Peche, 2020).

$$W = 30M_{ia} \left( TS^{-0,8F_{80}^{-0,05}} - F_{80}^{-0,8F_{80}^{-0,05}} \right) + 10BW_i \left( P_{80}^{-0,8TS^{-0,05}} - TS^{-0,8TS^{-0,05}} \right) \quad (6)$$

Onde:

$TS$  = tamanho de transição entre o mecanismo de quebra por impacto e por abrasão, fixado em 11.500  $\mu\text{m}$  pelo autor.

Embora o tamanho de transição tenha sido considerado constante na Equação (6), Valle destaca em seu estudo que esse parâmetro pode variar conforme variáveis operacionais, como

a velocidade do moinho e as cargas de bolas e total, que influenciam o regime predominante de cominuição (impacto/abrasão). No entanto, o autor optou por utilizar um valor fixo visando reduzir os erros relativos no conjunto de dados analisados.

Uma das principais vantagens dos modelos de Valle está na possibilidade de realizar ajustes mais precisos, com base nas características específicas tanto do minério quanto do circuito de moagem. A incorporação de expoentes ajustáveis e coeficientes ponderados contribui para uma maior acurácia nas estimativas, o que representa um avanço importante na modelagem da cominuição (Peche, 2020; Peche, 2022). Além disso, o uso de técnicas de otimização para determinar os valores ótimos desses parâmetros pode ampliar ainda mais a confiabilidade dos resultados obtidos.

Outro aspecto relevante diz respeito à flexibilidade dos modelos de Valle, que podem ser aplicados a diferentes configurações de circuito, inclusive àqueles que utilizam moinhos semi-autógenos (SAG). A possibilidade de incorporar variáveis adicionais ao modelo permite adaptá-lo a diferentes condições operacionais, superando limitações observadas nos modelos clássicos, como o de Bond, porém ainda utilizando o  $BWi$  dentro do cálculo.

### 3.3.5. Modelo SPI (SAG Power Index)

O teste SAG Power Index (SPI<sup>®</sup>) foi desenvolvido por John Starkey na década de 1990 com o objetivo de estimar a energia específica requerida por minérios em circuitos de moagem semi-autógena (SAG), especialmente em estudos com limitação de amostragem. Posteriormente, a metodologia foi comercializada pela MinnovEX Technologies e, em 2005, adquirida pela SGS Minerals Services (SGS, 2005b).

A principal motivação para o desenvolvimento do teste foi suprir a ausência, à época, de métodos economicamente viáveis que permitissem capturar a variabilidade geometalúrgica dos depósitos usando testemunhos de sondagem convencionais (NQ – 47 mm). Desde então, o SPI<sup>®</sup> passou a ser amplamente utilizado em projetos de dimensionamento de circuitos, otimizações operacionais e programas de previsão de desempenho (Amelunxen et al., 2014).

O ensaio é realizado em um moinho de laboratório do tipo SAG, com diâmetro de 12" e comprimento de 4", operando a seco e com carga de bolas padrão (5 kg). A amostra, com massa de 2 kg, é previamente cominuída até atingir  $F_{80}$  em torno de 12,5 mm. O teste é conduzido até que o material alcance um  $P_{80}$  de aproximadamente 1,7 mm, sendo o tempo total

necessário para atingir essa condição registrado em minutos. Quanto maior o tempo, maior a resistência do minério à moagem (SGS, 2005b; Amelunxen et al., 2014).

Diferentemente do índice de Bond, o SPI não resulta diretamente em energia específica (kWh/t), sendo necessária sua calibração com base em dados de plantas industriais. De acordo com Amelunxen et al. (2014), a Equação (7) original de calibração do teste SPI foi desenvolvida em meados da década de 1990, com apoio do Mining Industry Technology Council of Canada (MITEC). Os resultados foram publicados por Starkey e Dobby (1996) nos anais da conferência SAG '96, realizada em Vancouver. Essa equação, aqui nomeada de “SPI (1996)” relacionava o consumo específico de energia do moinho com o valor de SPI e o tamanho  $T_{80}$  do produto da moagem SAG, em circuito fechado sem britagem de pebbles.

$$W = \frac{2,2+0,1SPI}{T_{80}^{0,33}} \quad (7)$$

Onde:

SPI = índice de moabilidade (min);

$T_{80}$  = tamanho do produto do moinho SAG ( $\mu\text{m}$ ).

Já em 1999, com o acúmulo de novos dados industriais, Dobby et al. (2001) propuseram uma nova Equação (8), que passou a ser reconhecida como a equação de calibração principal para circuitos SAG em uma configuração de referência: circuito fechado, sem britagem de pebbles e com alimentação nominal de 6 polegadas. Segundo Amelunxen et al. (2014), para circuitos em configurações diferentes, como aqueles com alimentação mais fina ou britagem de pebbles, é necessário aplicar um fator de correção a fim de ajustar a equação e representar adequadamente o consumo energético reduzido observado nesses casos. Esse novo modelo será nomeado neste trabalho como “SPI (2001)”.

$$W = 5,9 \left( \frac{SPI}{\sqrt{T_{80}}} \right)^{0,55} \quad (8)$$

### 3.4. Estudo de Caso: Mina Morro do Ouro

O presente estudo diz respeito à Mina Morro do Ouro, uma operação a céu aberto localizada em Paracatu, noroeste de Minas Gerais (Figura 2), pertencente à Kinross Brasil Mineração, empresa que integra o grupo canadense Kinross Gold Corporation, sendo uma das maiores

produtoras de ouro do Brasil.

A mina em questão opera com o menor teor aurífero do mundo (0,4 gramas de ouro por tonelada de minério), investindo constantemente em tecnologias de extração e em projetos de melhoria de eficiência operacional. Com 588 koz de ouro produzidos, a produção de 2023 de Paracatu aumentou em comparação a 2022, principalmente devido a um aumento na produtividade da usina (um total de 60,2 Mt de minério processado), bem como a recuperações recordes (79,1% de recuperação global), parcialmente compensadas por teores ainda mais baixos (0,389 g/t) (Kinross, 2023; Kinross, 2024).

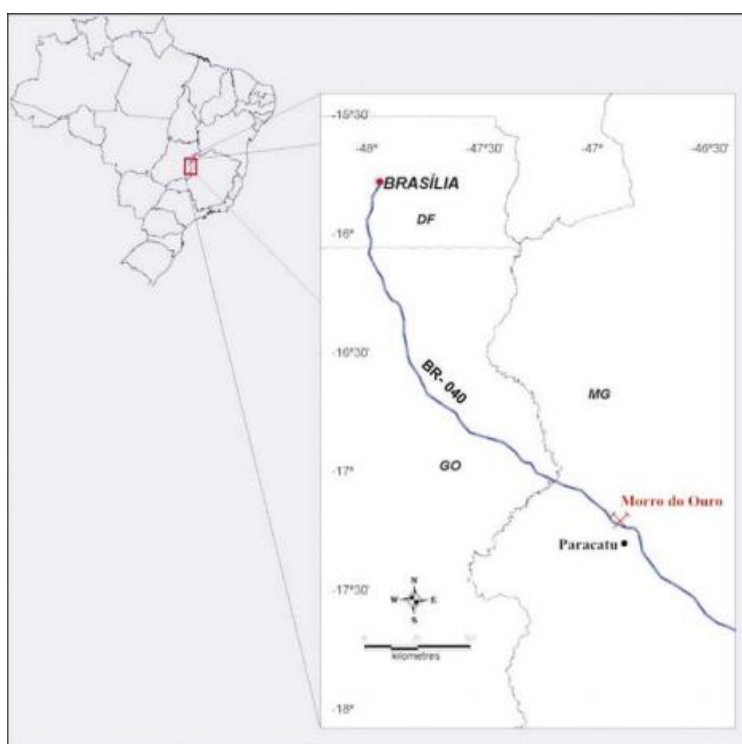


Figura 2 – Localização da mina Morro do Ouro – Paracatu/MG

Fonte: Almeida (2009)

Em 2007, a usina 2 da Kinross Brasil passou por um projeto de expansão, aumentando significativamente sua capacidade de processamento mineral. O circuito atual de moagem é do tipo SABC, o qual contém um moinho SAG (38 ft de diâmetro e 22 ft de comprimento), que recebe o minério homogeneizado de uma pilha pulmão por meio de uma correia transportadora, seguido da etapa secundária de moagem com 4 moinhos de bola, que operam em circuito fechado com pré-classificação da polpa. O produto do SAG passante na peneira de dois decks

(o 1º com abertura de 25x60mm e o 2º com 16x30m), também chamado de tamanho de transferência ( $T_{80}$ ), é bombeado para a caixa dos moinhos de bola e essa polpa é alimentada nos hidrociclones. Na etapa de classificação, busca-se um overflow no qual 80% do material é menor do que 149  $\mu\text{m}$ , e o material que não atende a esse parâmetro (underflow) será a alimentação dos moinhos de bola. Um resumo do fluxograma está exposto na Figura 3 (Kinross, 2016).

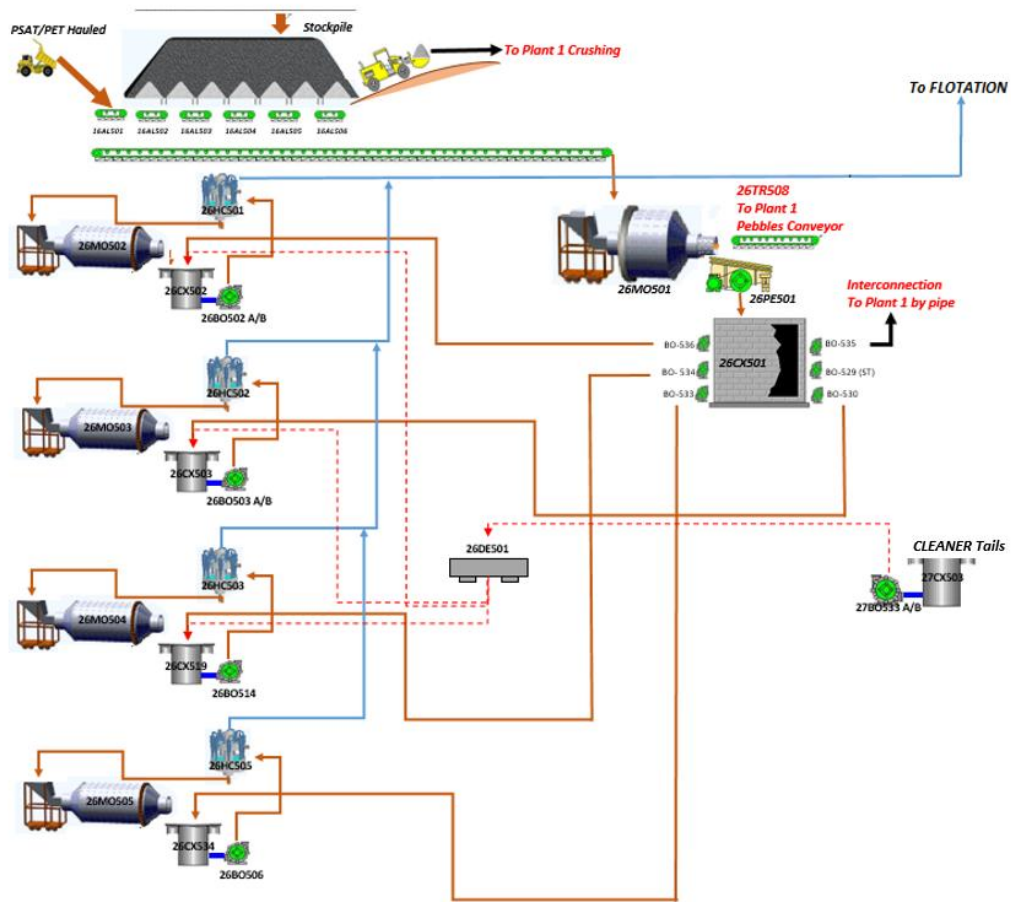


Figura 3 - Fluxograma de processos da Planta 2 – Kinross

Fonte: Kinross (2016)

Para fins de controle de processo, há uma câmera de monitoramento online de granulometria na correia transportadora que alimenta o moinho SAG, a partir da qual pode-se obter o  $F_{80}$  em tempo real do material que está entrando na usina. O produto da moagem ( $P_{80}$ ) é coletado por um amostrador automático, com cortes de 20 em 20 minutos no fluxo do rejeito final da flotação, e então é realizada análise granulométrica de amostras compostas a cada 2 horas. Uma vez que a massa do rejeito é cerca de 98% da massa alimentada na usina, é válido

considerar que o  $P_{80}$  do rejeito da flotação é similar ao  $P_{80}$  da alimentação da flotação e, consequentemente, do produto da moagem secundária.

#### 4. METODOLOGIA

Para garantir a precisão e a validade dos resultados apresentados neste estudo, uma metodologia rigorosa de coleta e aplicação dos dados foi empregada, a fim de se evitar que ruídos operacionais interfiram na análise. A primeira etapa consistiu no levantamento de dados históricos no banco de dados da empresa, os quais podem ser extraídos de diversas fontes, como os sistemas de automação e controle (PI System), analisador de tamanho de partícula em tempo real (câmera Vision Rock) e resultados de testes laboratoriais (análise granulométrica, teste de *BWi*). Na sequência, foi realizada uma análise de paradas que ocorreram na usina de beneficiamento no período estabelecido para o estudo, de forma que fossem removidos do banco os dias em que a usina operou com baixa eficiência.

Para que todos os modelos geometalúrgicos citados nesse trabalho sejam testados, faz-se necessário construir ou utilizar curvas de correlação para as variáveis que não fazem parte da rotina de geração de dados da empresa. É o caso dos índices  $M_{ia}$ ,  $M_{ib}$ ,  $A^*b$  e SPI, os quais foram calculados com base em testes realizados anteriormente em laboratórios externos e em curvas de correlação.

De posse de todas as variáveis necessárias, foi calculada a energia específica diária a partir de cada equação proposta. O resultado obtido para cada dia foi comparado com a energia específica real líquida consumida pela usina no mesmo período, sendo o valor real bruto obtido pela equação (1) citada anteriormente, descontando um valor de 5% que seria referente a eventuais perdas de energia.

Para fins de comparação, foi calculado o desvio relativo da energia específica obtida aplicando-se os modelos em relação ao valor real praticado. Esse cálculo serviu como base para a avaliação da acurácia de cada modelo proposto em relação à realidade operacional.

#### 4.1. Banco de Dados

Os dados coletados para o presente estudo são referentes ao período de janeiro de 2023 a julho de 2023 da usina 2 da operação em Paracatu da Kinross e estão retratados na Tabela 1. Foi utilizado um filtro em que apenas dias com mais de 20h de operação foram considerados na análise.

Tabela 1 – Detalhamento dos dados utilizados na pesquisa

Dado	Origem do dado	Tipo do dado	Tratamento do dado	Unidade
$P_{80}$ (moagem)	Amostrador automático	% retido na peneira de 150 $\mu\text{m}$	Curva interna: $P_{80} = 6,431 \times \% \text{ retido em } 150 \mu\text{m} + 19,45$	$\mu\text{m}$
$F_{80}$ (SAG)	Câmera Vision Rock	Leitura direta	-	$\mu\text{m}$
$P_{80}$ (SAG)	Coleta manual semanal	Análise granulométrica do produto da moagem SAG	$P_{80}$ médio semanal das bombas que alimentam os moinhos de bola	$\mu\text{m}$
Potência	PI System	Leitura direta	-	kW
Taxa de alimentação SAG	PI System	Leitura direta da balança	-	t/h
$BW_i$	Furo de sondagem	Teste laboratorial	Krigagem da área do bloco	kWh/t

Em relação ao produto da moagem SAG, foram realizadas amostragens manuais em cada uma das 4 bombas que alimentam os moinhos semanalmente durante este período (janeiro a julho de 2023). As amostras foram levadas ao laboratório de processos para ensaios de granulometria, o qual resultou no  $P_{80}$  da moagem SAG – ou  $F_{80}$  da moagem de bolas. Uma vez que a amostragem ocorreu 1 vez por semana, o resultado obtido foi replicado para todos os dias da semana em que o material foi coletado.

#### 4.2. Variáveis Analisadas

Atualmente, a Kinross dispõe de um volumoso banco de dados de  $BW_i$ , de diversas áreas da mina, e utiliza essa informação em seu modelo de bloco geometalúrgico, estimando a

produtividade (t/h) de cada bloco, ainda que o  $BW_i$  não seja uma variável adequada para um circuito de moagem SAG. Diante disso, foi necessário associar a variável  $BW_i$  aos índices de trabalho de Morrell, como o  $A^*b$ ,  $M_{ia}$  e  $M_{ib}$ , e ao índice de moabilidade SPI, uma vez que o SMC e SAG Power Index são os parâmetros de escalonamento mais adequados para circuitos que contenham moinho SAG. Outras informações sobre as variáveis analisadas podem ser verificadas no Apêndice A deste trabalho.

Em 2010 e 2017, foram realizadas campanhas de testes com 11 amostras cada, provenientes da mina Morro do Ouro, e realizados ensaios DWT em laboratório externo. Os resultados estão expostos nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 2 – Dados experimentais de  $A^*b$  e  $BW_i$ , 2010

Amostra	$A^*b$	$BW_i$
1	170,7	5,42
2	187,9	5,57
3	65,3	12,3
4	159,6	8,85
5	151,1	8,31
6	71,7	10,33
7	77,6	10,61
8	58	11,84
9	63,8	13,07
10	101,4	6,52
11	162	7,98

Fonte: Gomes et. al (2010)

Tabela 3 – Dados experimentais de  $A^*b$ ,  $M_{ia}$ ,  $M_{ib}$  e  $BW_i$ , 2017

Amostra	$A^*b$	$M_{ia}$	$M_{ib}$	$BW_i$
1	68,7	12,6	21,9	15,7
2	73	12	22,7	16,04
3	56,9	14,6	23,4	16,44
4	82,3	10,9	19	13,9
5	79,1	11,2	21,3	15,26
6	64,1	13,3	22,5	15,94
7	78,1	11,4	22,6	15,85
8	75,1	11,7	23,9	16,75
9	56,6	14,7	24	16,75
10	66	13	24,6	16,88
11	65,5	13,1	23,9	16,67

Fonte: Relatório Interno, Kinross (2017)

A partir dos resultados experimentais tabelados acima, é possível construir uma correlação entre o  $BW_i$ , variável proveniente de testes de rotina da empresa, e os demais parâmetros. Na Figura 4, tem-se a relação entre  $BW_i$  e  $A * b$ , e o modelo gerado, demonstrado na Equação (9). A partir deste modelo, foi possível calcular o índice  $A * b$  para o mesmo período histórico analisado nesse trabalho, sendo este um dado necessário para o cálculo de energia nas equações de SMC e Valle.

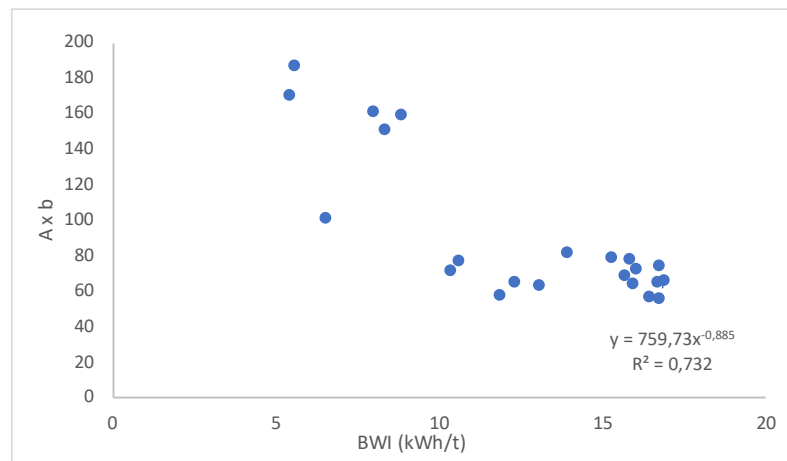


Figura 4 - Modelo  $A * b$  e  $BW_i$

$$A * b = 759,73BW_i^{-0,885} \quad (9)$$

Para os dados de  $M_{ia}$  e  $M_{ib}$ , foram utilizadas as Equações (10), extraída da Figura 1a, e (11), extraída da Figura 1b, construídas por Doll (2022; 2024), sendo que, para o  $M_{ib}$ , foi selecionada a curva em que é utilizada uma peneira com abertura de 106  $\mu\text{m}$  nos testes de índice de trabalho de Bond para se obter o  $W_i$ . Uma vez que o circuito industrial da Kinross opera com um  $P_{80}$  sendo calculado a partir de uma peneira de abertura maior, 150  $\mu\text{m}$ , foi necessária uma correção segundo a Equação (12) (GMG, 2021b).

$$M_{ia} = 379,4(A * b)^{-0,80} \quad (10)$$

$$M_{ib} = 0,71BW_i^{1,24} \quad (11)$$

$$M_{ib\text{ corrigido}} = M_{ib} \left( \frac{P_{80}}{P'_{80}} \right)^{0,24} \quad (12)$$

Onde:

$M_{ib}$  corrigido =  $M_{ib}$  corrigido para o  $P_{80}$  do circuito industrial ( $P'_{80}$ )

$M_{ib}$  = valor calculado através dos resultados do ensaio de Bond

$P_{80}$  = abertura da peneira, em  $\mu\text{m}$ , do ensaio de Bond ( $P_{80} = 106$ )

$P'_{80}$  = abertura da peneira, em  $\mu\text{m}$ , do  $P_{80}$  do circuito industrial ( $P'_{80} = 150$ )

Alex Doll (2020) também publicou uma correlação que possibilita obter valores de SPI a partir de dados de  $A*b$ . Os dados estão expostos na Figura 5 a seguir, bem como a representação da Equação (13) encontrada pelo autor.

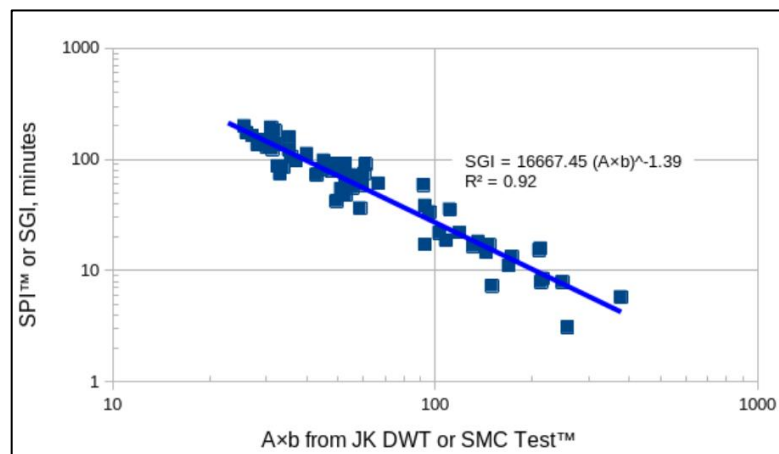


Figura 5 - Modelo SPI (ou SGI) e  $A*b$

Fonte: Doll (2020)

$$SPI = 16.667,45(A * b)^{-1,39} \quad (13)$$

### 4.3. Modelo de Produtividade da Kinross

Desde 2018, a mineradora possui uma “Curva de *Throughput*”, um modelo matemático interno, apresentado na Equação (14), desenvolvido com o objetivo de prever a tonelagem processada nas usinas de beneficiamento de acordo com o  $BW_i$  do minério. A aderência a essa curva é um indicador de desempenho fundamental para a avaliação da performance da usina, porém, diante das premissas adotadas e uma vez que a curva é baseada em resultados de  $BW_i$ , variável que não representa exclusivamente o atual circuito de moagem, o que se busca no dia a dia da operação é estar de 8 a 11% acima dessa curva. Ou seja, há a necessidade de estar

sempre “acima da curva” para garantir a entrega de bons resultados de massa processada diariamente nas usinas, já que a curva atual não está totalmente alinhada com a real capacidade de processamento.

$$TPH = 6600,2 BWi^{-0,465} \quad (14)$$

Como há duas usinas em operação, há ainda a aplicação de um fator para ratear a massa por hora total em cada uma das usinas. Considerando que o foco do presente trabalho é a Usina SAG, a Equação (15) será a utilizada nos cálculos de energia para fins de comparação com os demais modelos.

$$TPH = (6600,2 BWi^{-0,465}) * 0,822 \quad (15)$$

#### 4.4. Método Comparativo de Análise

Para fins de comparação, será utilizada a Equação (16) para o cálculo do desvio relativo da “Curva de Throughput” e demais modelos apresentados neste trabalho em relação aos dados reais líquido levantados para a base diária.

$$Desvio\ Relativo(\%) = 100 * \left( \frac{ValorMedido - ValorEstimado}{ValorEstimado} \right) \quad (16)$$

#### 4.5. Modelos a serem testados

A Tabela 4 a seguir resume os modelos e configurações de circuito que serão testados neste estudo. Para os circuitos “únicos”, o  $F_{80}$  se refere à alimentação do SAG e o  $P_{80}$  o produto da moagem de bolas, considerando o circuito todo como uma “caixa preta”, já para os circuitos separados, calculou-se separadamente a energia das parcelas de moagem SAG e Bolas e, posteriormente, somou-se os resultados para obter a energia total do circuito.

Tabela 4 – Modelos de energia específica a serem testados

Nome	Circuito considerado
Real (95%)	Único
Bond	Único
SMC	Único
Bond (Valle)	Único
Valle	Único
SAG (Valle) + Bond (Valle)	Separado (SAG + Bolas)
SPI (1996) + Bond	Separado (SAG + Bolas)
SPI (2001) + Bond	Separado (SAG + Bolas)
Modelo	Único
Modelo + 8%	Único

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o presente estudo, foram utilizadas as curvas de correlação a fim de transformar as variáveis  $BW_i$  em índices de quebra ( $M_{ia}$  e  $M_{ib}$ ), no cálculo da variável  $A^*b$  e, conseqüentemente, no índice de moabilidade  $SPI$ , devido apenas os resultados de  $BW_i$  serem gerados por testes rotineiros e bem consolidados na empresa.

O gráfico apresentado na Figura 6 compara a energia específica (kWh/t) estimada pelos diferentes modelos selecionados com a energia real líquida, representada pela linha amarela, ao longo do período de janeiro a julho de 2023. Essa linha serve como referência para avaliar o desempenho dos modelos preditivos. A linha preta, por sua vez, representa os valores estimados pela metodologia atualmente utilizada pela Kinross, que se mostra sistematicamente acima da energia real, indicando uma tendência de superestimação, sugerindo uma abordagem conservadora ou a ausência de ajustes refinados para as condições operacionais específicas. Ao ser aplicado o fator de 8% (linha roxa), parte da discrepância em relação à energia real líquida é reduzida, porém o modelo ainda superestima os valores de forma consistente ao longo do período analisado.

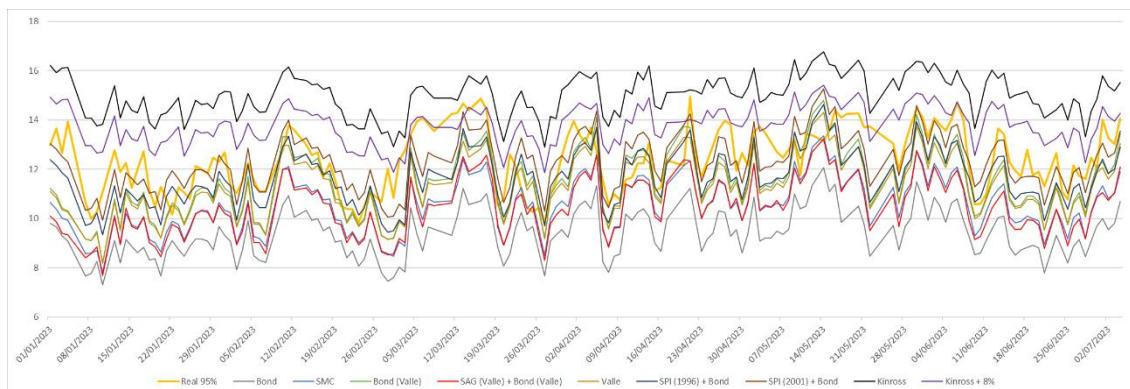


Figura 6 – Comparação entre os cálculos de energia específica a partir de diferentes equações

Entre os modelos avaliados, os que apresentaram maior proximidade com os dados reais foram aqueles baseados no SPI. Tanto o modelo SPI (1996) + Bond (linha azul escura) quanto o SPI (2001) + Bond (linha vinho) demonstraram o melhor desempenho global, permanecendo próximos à linha amarela durante quase todo o período, especialmente entre março e junho. A versão mais recente da calibração SPI se destaca pela maior aderência às condições operacionais reais e isso reforça a robustez da calibração revisada proposta por Dobby et al. (2001), que incorpora ajustes empíricos para diferentes configurações operacionais.

Além disso, observou-se que os modelos Bond (Valle) (linha verde) e SPI (1996) + Bond (linha azul escuro) apresentam comportamento muito semelhante em diversos períodos, especialmente entre março e maio, com aproximação razoável da linha amarela e variações dentro de uma faixa aceitável de erro.

O modelo SAG (Valle) + Bond (Valle) (linha vermelha), que combina componentes de moagem por impacto e abrasão com expoente variável, fica muito próximo dos resultados obtidos pelo modelo SMC (linha azul claro). Ambos demonstram valores intermediários entre a subestimação do Bond clássico e a superestimação do modelo corporativo da Kinross, mas ainda tendem a apresentar desvios mais expressivos em relação à energia real líquida, especialmente nos picos de variação.

O modelo de Bond clássico (linha cinza) apresentou a maior subestimação, reforçando suas limitações para prever o consumo energético em circuitos SAG, uma vez que este modelo é limitado a circuitos de moagem de bolas com 250% de carga circulante (Barbato & Sampaio, 2007). Já o modelo SMC teve desempenho melhor, porém ainda inferior aos modelos calibrados com SPI ou com os ajustes propostos por Valle. O modelo Valle (linha amarelo escuro), que

considera o circuito único e as parcelas de impacto e abrasão, apresentou desempenho ligeiramente abaixo do modelo Bond (Valle), que considera apenas a parcela de abrasão no cálculo).

Em síntese, o gráfico evidencia que o modelo SPI (2001) + Bond é o que melhor representa o comportamento real do circuito. Modelos como Bond (Valle) e SPI (1996) + Bond também apresentam bom desempenho em períodos específicos, enquanto SAG (Valle) + Bond (Valle) e SMC compartilham respostas semelhantes, porém com menor acurácia geral quando comparados aos dados reais.

Na Figura 7, os dados foram plotados em um gráfico de dispersão, resultando em linhas de tendência para cada modelo, sendo os dados reais representados pela linha amarela de inclinação 1. É possível observar que os dados calculados utilizando o modelo da empresa, no geral, apresentam valores de energia específica acima do real, enquanto os demais modelos apresentam valores abaixo. A proximidade de cada linha de tendência em relação à linha amarela indica o quão aderente é o modelo à realidade operacional.

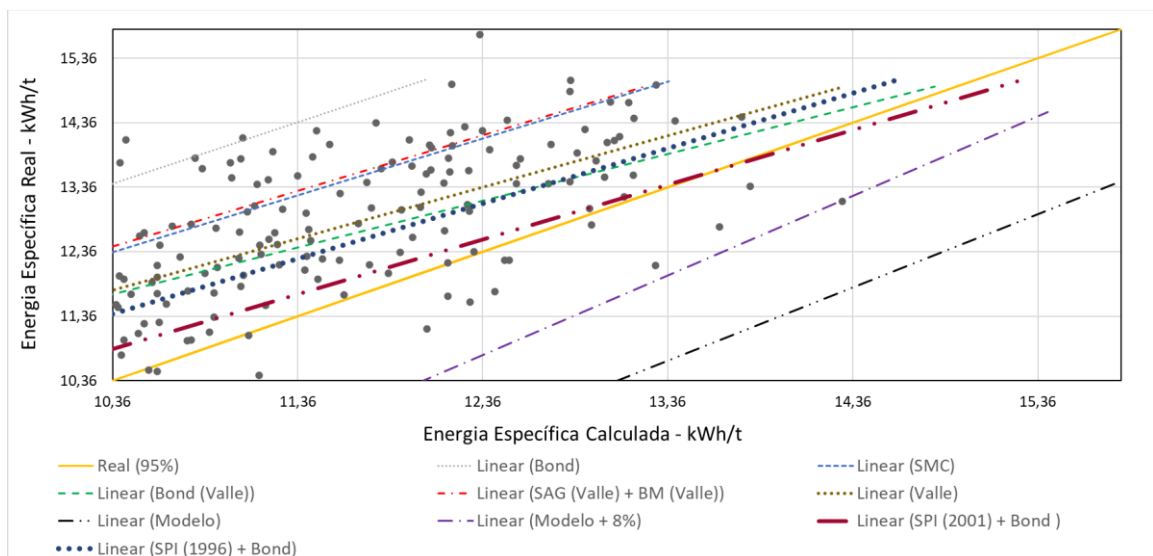


Figura 7 – Comparação entre as linhas de tendência das equações em relação ao dado real

Dentre os modelos avaliados, o que mais se aproxima da linha real é o modelo SPI (2001) + Bond (linha vinho), demonstrando boa capacidade de predição da energia real consumida. Já o modelo SPI (1996) + Bond (azul escuro pontilhado) e o Bond (Valle) (verde tracejado) seguem o mesmo padrão, com desempenho intermediário e razoável aderência, embora ainda com um desvio considerável.

O modelo SMC (azul claro tracejado) e o SAG (Valle) + BM (Valle) (vermelho tracejado) estão visivelmente afastados da linha amarela, sugerindo uma tendência mais consistente de subestimativa da energia específica. Em contrapartida, o modelo atualmente utilizado pela empresa (linha preta tracejada) superestima consideravelmente os valores reais, enquanto a versão ajustada com a aplicação do fator de 8% (linha roxa tracejada) melhora essa estimativa, porém ainda permanece abaixo da linha real.

Em suma, os resultados reforçam que os modelos baseados em SPI, especialmente o calibrado em 2001, apresentam maior proximidade com a realidade energética da usina, sendo mais confiáveis para uso operacional e estudos de otimização energética.

Diante dos bons resultados obtidos com a aplicação da equação de SPI calibrada em 2001, e considerando que o extenso banco de dados de  $BWi$  e  $P_{80}$  que a Kinross possui, por serem testes realizados rotineiramente na empresa, foi realizado um estudo mantendo a estrutura original da equação, porém substituindo a variável SPI pelo  $BWi$  e o  $T_{80}$  (ou  $F_{80}$  dos moinhos de bola) pelo  $P_{80}$  da moagem. Foi utilizada a função *Solver* do Excel para encontrar quais seriam os melhores coeficientes que reduziriam ao máximo o desvio da energia calculada em relação à energia de fato consumida na usina no período analisado. A curva obtida está representada na Equação (17) e a Figura 8 replica a análise da Figura 7, adicionando a linha de tendência dessa nova equação (linha rosa), que será nomeada como “Equação Proposta”.

$$W = 12,616 \left( \frac{BWi}{\sqrt{P_{80}}} \right)^{0,732} \quad (17)$$

Ressalta-se que para a construção da Equação Proposta foram utilizados 100% dos dados disponíveis, ou seja, toda a amostra.

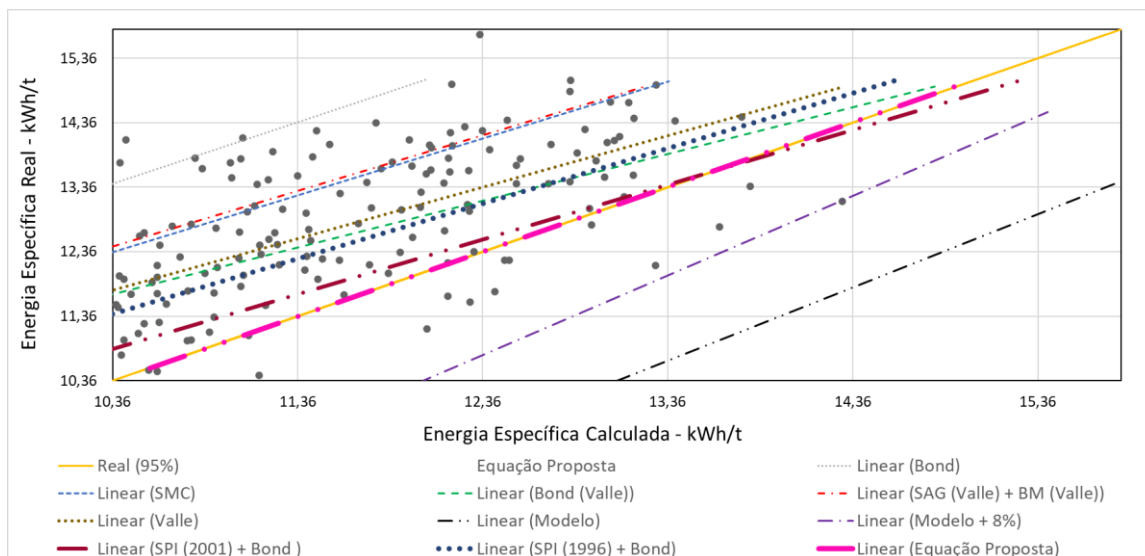


Figura 8 – Comparação entre as linhas de tendência das equações, acrescentando os dados da Equação Proposta em relação ao dado medido

Visando avaliar o desempenho preditivo dos diferentes modelos de estimativa da energia específica da moagem, foi realizada uma análise comparativa entre os valores calculados por cada modelo e os valores reais de consumo energético descontado 5% de eventuais perdas. Para isso, foram aplicadas as seguintes métricas estatísticas:

- MAPE (%) – Erro Percentual Médio Absoluto: mede o erro médio percentual sem considerar o sinal do erro. Quanto menor o MAPE, mais preciso o modelo em termos relativos;
- Bias (%) – Viés Médio Percentual: avalia se o modelo tende a superestimar (viés negativo) ou subestimar (viés positivo) os valores reais. O ideal é um valor próximo de zero;
- RMSE (%) – Erro Quadrático Médio Percentual: análise que identifica a magnitude dos desvios, sendo especialmente útil quando existem outliers;
- Mediana: representa o erro percentual central dos dados;
- Desvio Padrão: indica a dispersão dos erros percentuais. Quanto menor, mais consistente é o modelo.

O objetivo desta etapa foi identificar, de forma quantitativa, qual modelo apresentou maior capacidade de ajuste aos dados reais, com menores erros médios e menor tendência sistemática de superestimação ou subestimação e a Tabela 5 apresenta os resultados da análise, enquanto a Figura 9 ilustra as comparações.

Tabela 5 – Comparação estatística entre os diferentes modelos de estimativa da energia específica da moagem e os valores reais medidos na usina

Modelo	<i>MAPE (%)</i>	<i>Bias (%)</i>	<i>RMSE (%)</i>	<i>Mediana</i>	<i>Desvio Padrão</i>
Bond	33,2	33,2	35,1	32,7	11,3
SAG (Valle) + Bond (Valle)	20,2	20,1	22,4	19,2	9,9
SMC	19,0	18,9	21,3	18,2	9,8
Modelo	16,8	-16,6	18,0	-17,6	6,9
Modelo + 8%	10,5	-9,4	12,0	-10,5	7,5
Valle	11,9	11,1	14,4	10,6	9,3
Bond (Valle)	10,8	9,4	13,4	9,1	9,5
SPI (1996) + Bond	9,0	7,4	11,3	7,2	8,5
SPI (2001) + Bond	6,5	1,7	8,4	1,5	8,3
Modelo Proposto	6,2	0,0	7,7	0,1	7,7

Analisando os resultados dos dez modelos apresentados tem-se que o modelo “Bond” apresentou o pior desempenho geral, com o maior MAPE (33,2%), Bias (33,2%) e RMSE (35,1%), além da maior mediana dos erros (32,7%). Isso indica um erro sistemático elevado e grande variabilidade nos desvios (desvio padrão de 11,3%).

As equações “SAG (Valle) + Bond (Valle)”, “SMC” e “Modelo” apresentaram desempenho intermediário. Embora tenham RMSEs entre 18% e 22%, ainda apresentam vieses positivos ou negativos consideráveis, sugerindo tendência à superestimação (caso do Modelo Kinross) ou subestimação dos valores reais. Os valores calculados por “Modelo + 8%”, “Valle” e “Bond (Valle)” apresentaram melhorias claras em relação aos anteriores. O ajuste de 8% no modelo, por exemplo, reduziu o viés para -9,4% e o RMSE para 12,0%, além de diminuir o desvio padrão.

A análise estatística evidencia que o Modelo Proposto é o mais robusto entre os modelos avaliados, reunindo precisão (baixo MAPE e RMSE), ausência de viés (Bias = 0%) e boa estabilidade (baixo desvio padrão). Os modelos “SPI (2001) + Bond” e “SPI (1996) + Bond” também mostraram bom desempenho e podem ser considerados alternativas válidas para o cálculo da energia específica do circuito estudado neste trabalho.

Comparação das Métricas de Desvio Percentual - Modelos Avaliados

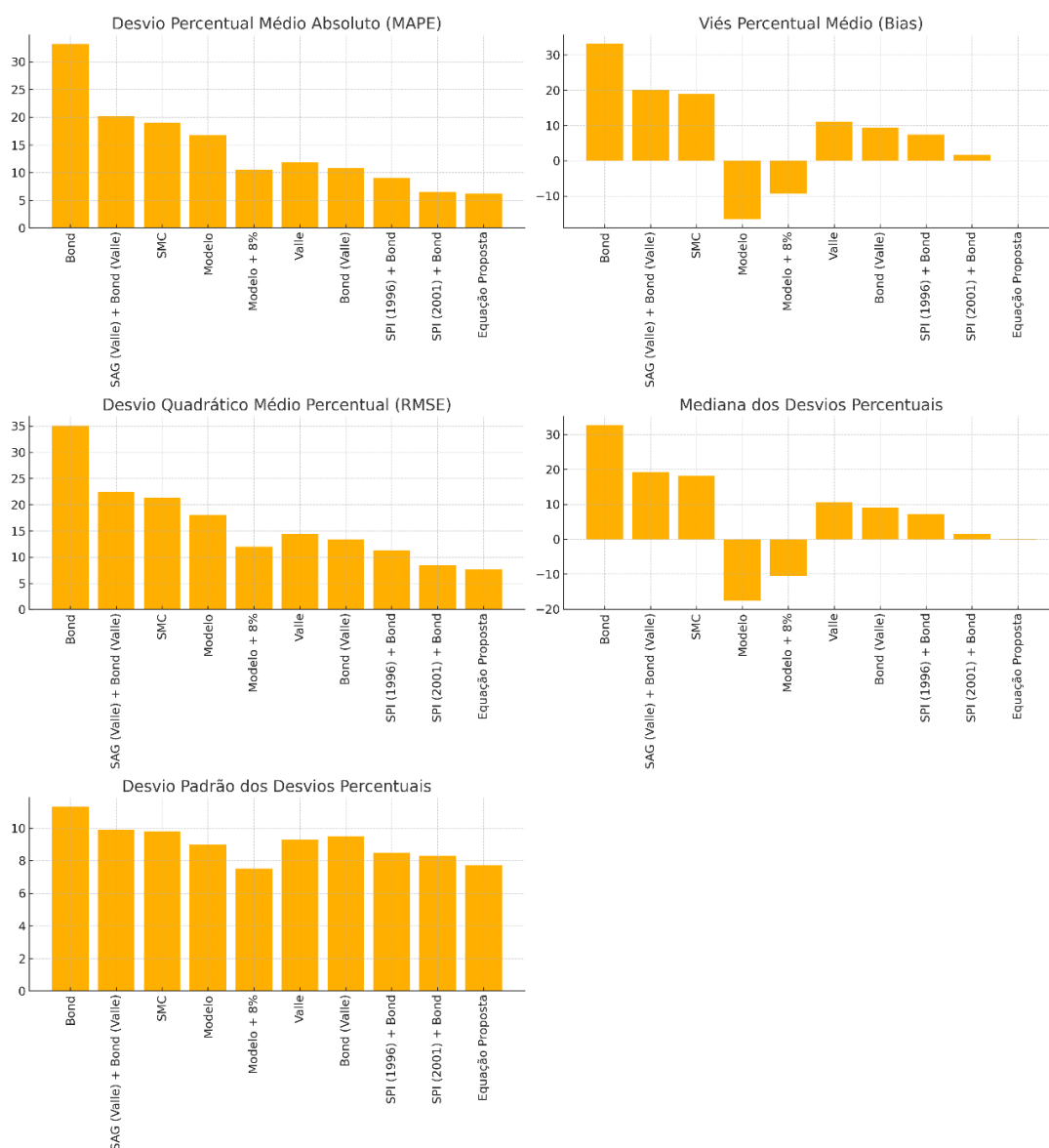


Figura 9 – Comparação entre os modelos de estimativa de energia específica em relação aos valores reais de consumo energético.

Uma investigação complementar foi realizada a fim de se observar a distribuição dos desvios de cada modelo quando comparados ao valor real. Para a análise, foi assumido um desvio aceitável de mais ou menos 10% em torno do dado real e o resultado foi compilado na Tabela 6.

Tabela 6 – Consolidado de dados com desvios entre +/- 10% em relação ao valor real

<b>Modelo</b>	<b>Concentração de dados com desvios entre -10% a +10%</b>
Bond	2%
SAG (Valle) + Bond (Valle)	13%
SMC	17%
Modelo	17%
Modelo + 8%	45%
Valle	46%
Bond (Valle)	57%
SPI (1996) + Bond	61%
SPI (2001) + Bond	80%
Modelo Proposto	80%

O cálculo de energia utilizando a equação de Bond resultou em apenas 2% dos dados dentro da faixa de desvio estabelecida como aceitável neste trabalho, o que pode ser explicado devido à limitação do modelo a um circuito de moagem de bolas, não sendo o caso do circuito SABC da Kinross. Comportamento semelhante foi observado com o modelo de SMC, o qual apresentou 17% de dados alinhados com o valor real. Cabe destacar que não foram utilizados dados experimentais das variáveis  $A*b$ ,  $M_{ia}$  e  $M_{ib}$ , mas sim as curvas de correlação apresentadas no tópico anterior, o que pode ter comprometido a acurácia dos resultados.

O modelo da Kinross se mostrou também pouco assertivo, com 17% dos dados apresentando um desvio aceitável, sendo esse número ampliado para 45% ao ser aplicado o fator de 8% sobre a equação original. Diante disto, percebe-se que o modelo interno apresenta um erro sistemático o qual poderia ser minimizado, ou até mesmo corrigido, com a aplicação de um fator adequado.

As equações propostas por Valle apresentaram comportamentos distintos. Ao dividir o cálculo de energia considerando as parcelas relativas ao SAG e à moagem de Bolas separadamente, resultou em apenas 13% dos dados com desvio maior e/ou menor do que 10% em relação ao dado real. Considerando o circuito único, tem-se uma maior concentração de dados que se aproximam do valor real: 46% utilizando a equação proposta com a inclusão da parcela de impacto no cálculo e 57% para a equação de Bond modificada pelo autor. Apesar da relativa aderência aos dados reais ao se aplicar a equação de Bond modificada por Valle no circuito único, o próprio autor não recomenda o uso nesta configuração, pois, assim como a premissa da equação original, tal modificação também não foi concebida para circuitos de

moagem SAG e possivelmente não apresentará bons resultados com outras faixas valores de  $Axb$ .

A metodologia SPI mostrou maior aderência entre os modelos analisados, com 61% dos dados calculado pela equação original de 1996 dentro da faixa de desvio aceitável, elevando este número para 80% com a equação proposta em 2001. Esses resultados reforçam a aplicabilidade do modelo em circuitos compostos pela moagem SAG e Bolas, pois apresentaram boa convergência com os dados reais, ainda que tivessem sido utilizadas correlações para se chegar no valor de energia e não dados experimentais, o que indica uma capacidade preditiva promissora e apontando para possibilidades de aprimoramento e adaptação do modelo à realidade da empresa.

Uma vez que o Modelo Proposto foi baseado no modelo SPI, observa-se resultados semelhantes ao ser analisada a concentração de dados que estão entre -10% e +10% em relação ao valor real, repetindo os 80% da calibração de 2001, indicando que a substituição das variáveis de SPI e  $T_{80}$  para  $BWI$  e  $P_{80}$ , buscando adequar o modelo à realidade operacional e à rotina de testes da empresa, pode ser uma alternativa válida.

### **5.1. Perspectivas Futuras e Convergência com Abordagens Inovadoras**

A análise crítica dos modelos testados nesta pesquisa revelou importantes oportunidades de aprimoramento que podem ser exploradas em estudos futuros. Além do desenvolvimento contínuo de modelos empíricos ajustados à realidade da usina, como o modelo de SPI e a Equação Proposta, observa-se na literatura uma tendência crescente de integração entre dados operacionais, geometurgia e inteligência artificial (IA) (Ghasemi et al., 2024; Taghavi e Gharabaghi, 2025; Bueno et al., 2025; Gough, 2015).

Estudos como o de Ghasemi et al. (2024) demonstram que algoritmos de aprendizado de máquina, como XGBoost e CatBoost, têm sido capazes de prever com alta precisão variáveis operacionais em moinhos SAG, especialmente a taxa de alimentação, superando os modelos clássicos de Bond em desempenho preditivo. Essa abordagem baseada em dados se mostra promissora especialmente em ambientes com grande volume de informações em tempo real, como ocorre na usina de Paracatu. Os autores salientam que a coleta de dados e experimentos no mundo real, além de caros, podem ser demorados, além de fornecer informações que são limitadas à condição específica a qual foi analisada, dificultando sua replicabilidade,

destacando a importância de se obter modelos dinâmicos que possam ser continuamente alimentados com novos dados.

A busca por alternativas aos modelos convencionais de cominuição tem se intensificado com o avanço das técnicas de aprendizado de máquina. Taghavi e Gharabaghi (2025), por exemplo, aplicaram redes do tipo Radial Basis Function (RBF) para prever o consumo energético em moinhos de bolas a partir de parâmetros operacionais como índice de Bond, distribuição granulométrica e carga de bolas. O modelo RBF apresentou desempenho superior à regressão linear, evidenciando sua maior capacidade de capturar relações não-lineares entre as variáveis do processo. Essa abordagem, alinhada ao uso de modelos mais adaptativos como o de Roddy Valle Peche, reforça a relevância da integração entre dados operacionais e inteligência artificial para melhorar a previsibilidade e a eficiência energética na cominuição.

Complementarmente, reforçando a base da proposta deste estudo, o trabalho de Bueno et al. (2025) destaca a importância de uma base de dados geometalúrgica integrada e robusta. A coleta sistemática de dados experimentais diretamente da usina não apenas permitiria o ajuste fino de modelos preditivos existentes, mas também possibilitaria o treinamento de algoritmos, através de metodologias como *machine learning*, mais inteligentes e responsivos às mudanças litológicas e operacionais. Por se tratar de problemas de regressão, os cálculos de parâmetros de cominuição são compatíveis com metodologias baseadas em redes neurais, que aprendem padrões a partir dos dados inseridos e permitem prever resultados com boa precisão. Bueno et al (2025) apresentou ainda uma redução no erro médio de estimativas de parâmetros como o *BWi* ao ser aplicado um modelo de IA.

No campo da engenharia de processos, além da predição de parâmetros de desempenho, como energia específica e produtividade, o uso de ferramentas avançadas de controle tem se mostrado uma alternativa eficaz para melhorar o rendimento de circuitos de moagem SAG. Gough (2015) apresenta a aplicação do *Model Predictive Control* (MPC) em usinas sul-americanas, demonstrando ganhos superiores a 1,6% na produção ao comparar com sistemas especialistas. O MPC consegue lidar com atrasos de transporte e interações entre variáveis, reduzindo significativamente a variabilidade do processo. Essa abordagem, embora mais voltada ao controle dinâmico do processo, reforça a importância de modelos robustos e adaptativos, alinhando-se à proposta desta dissertação de adotar modelos que representem com maior fidelidade a complexidade operacional da usina de Paracatu.

Dessa forma, a integração entre abordagens empíricas, inteligência artificial, automação e geometurgia aponta para um futuro em que os modelos de produtividade sejam cada vez mais adaptáveis, precisos e conectados à realidade operacional das usinas. Bueno et al. (2025) reforça como a IA vem ganhando força no avanço tecnológico dos mais diversos setores ao redor do mundo, destacando ainda que pioneiros em pesquisas em IA receberam o Prêmio Nobel de Física e Química em 2024.

## 6. CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo avaliar a representatividade de diferentes modelos de estimativa da energia específica de moagem aplicados à realidade operacional da mina Morro do Ouro, visando indicar o método mais aderente ao comportamento energético real da usina de Paracatu. Com base nos dados históricos da usina, foi possível aplicar e comparar modelos clássicos (como o de Bond), modelos mais recentes (como SPI e SMC) e equações alternativas propostas por Valle Peche.

A partir da aplicação dos modelos e posterior análise estatística quantitativa (MAPE, Bias, RMSE, Mediana e Desvio Padrão), evidenciou-se que o modelo tradicional de Bond apresenta grande limitação quando aplicado a circuitos do tipo SABC, com elevado desvio percentual e baixo percentual de dados dentro da faixa de tolerância de  $\pm 10\%$ . De forma semelhante, o modelo SMC também não apresentou resultados satisfatórios, possivelmente em função da necessidade de testes laboratoriais específicos, que foram substituídos por correlações.

Modelos como “Valle”, “Bond (Valle)” e “Modelo + 8%” apresentaram desempenho intermediário, com valores estatísticos mais ajustados à realidade e redução dos desvios sistemáticos. No entanto, os melhores desempenhos foram observados nos modelos baseados no índice SPI. O modelo SPI (2001) + Bond apresentou excelente aderência à energia real líquida da usina, com o menor MAPE (6,5%) entre os modelos originais e 80% dos dados dentro da faixa de  $\pm 10\%$  de desvio.

Cabe destacar que considerar o circuito como único, ou seja, sem a separação do cálculo da energia pela etapa de moagem primária e secundária, resultou em dados mais próximos à realidade operacional. Essa consideração já é adotada no atual modelo da empresa e se confirmou como a melhor opção nesse estudo de caso.

Dentre todos os modelos analisados, a Equação Proposta, construída a partir do modelo SPI

(2001), mas adaptada à realidade da Kinross por meio da substituição de variáveis SPI e  $T_{80}$  por  $BWi$  e  $P_{80}$ , obteve o melhor desempenho global. Essa equação apresentou os menores desvios em todas as métricas estatísticas, Bias igual a zero (sem viés sistemático), RMSE de apenas 7,7% e 80% dos dados dentro da faixa considerada aceitável. Além disso, trata-se de uma solução prática, baseada em dados rotineiramente gerados pela empresa, facilitando sua aplicabilidade imediata. Contudo, considerando que todos os dados disponíveis foram utilizados na calibração da equação, o que pode introduzir viés nos resultados, recomenda-se avaliar sua representatividade por meio da aplicação a um novo conjunto de dados.

Modelo Proposto (17):

$$W = 12,616 \left( \frac{BW_i}{\sqrt{P_{80}}} \right)^{0,732} \quad (17)$$

Foi possível concluir ainda que o modelo de produtividade atualmente adotado pela Kinross não representa com precisão a real capacidade de processamento horário da usina, resultando na subestimação da produtividade e na superestimação do consumo energético específico. A aplicação de um fator de correção (de 8%, no presente estudo) mostrou-se eficaz para reduzir essa discrepância, indicando a necessidade de revisão e eventual recalibração do modelo vigente.

Com base nas análises conduzidas ao longo deste trabalho, é possível afirmar que os objetivos propostos foram alcançados. Foram comparados diferentes modelos de previsão de energia específica, tanto os mais tradicionais (Bond), quanto os mais recentes (SMC, SPI e Valle), e foi possível identificar uma alternativa que se mostrou mais próxima da realidade vivida na usina da Kinross em Paracatu (Equação Proposta) e que utiliza variáveis mais adequadas e condizentes com o atual processo de beneficiamento e com a rotina de testes laboratoriais da empresa ( $BWi$  e  $P_{80}$ ), ressaltando a necessidade de testar com novos dados a representatividade do modelo sugerido.

Para dar continuidade a esse estudo, seria importante contar com uma base de dados mais completa, obtida por meio de testes experimentais realizados diretamente na usina, pois isso permitiria validar os resultados com ainda mais precisão. Outra linha que pode ser explorada é o uso de técnicas estatísticas mais avançadas ou até mesmo de inteligência artificial, explorando novas possibilidades para melhorar os modelos de previsão da produtividade ao longo do tempo.

## REFERÊNCIAS

**ALZHRANI, A. A.; RAMZAN, M.** Recent advances in mineral comminution: a review. *Minerals Engineering*, v. 175, p. 107285, 2022.

**AMELUNXEN, P.; BERRIOS, P.; RODRIGUEZ, E.** The SAG Grindability Index Test. *Minerals Engineering*, 55, 42–51, 2014 <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.08.012>

**BARBATO, C. N.; SAMPAIO, J. A.** Determinação experimental do índice de trabalho (WI). In: CETEM. *Tratamento de minérios – práticas laboratoriais*. 1. ed. Rio de Janeiro: CETEM, 2007. cap. 10, p. 179–192.

**BOND, F. C.** Third theory of comminution. *Mining Engineering*, v. 4, n. 5, p. 484–494, 1952.

**BUENO, M., FOGGIATTO, B. & LANE, G.** GEOMETALLURGY APPLIED IN COMMINATION TO MINIMIZE DESIGN RISKS. Ausenco, Australia. Disponível em: <<https://ausenco.com/assets/images/Geometallurgy-applied-in-comminution-to-minimize-design-risks.pdf>>. Acesso em 29 de maio de 2025.

**CURRY, D. C.; RUNGE, I. C.; WELLER, K. R.** A comparison of comminution models for SAG mill simulation. *Minerals Engineering*, v. 18, n. 1, p. 75–84, 2005.

**DELL'AGNESE, M. et al.** Multi-component AG/SAG mill model. *Minerals Engineering*, v. 103–104, p. 1–12, 2017.

**DELBONI JUNIOR, H.; SAMPAIO, J. A.** Cominuição: circuitos industriais de moagem autógena e semi-autógena. In: CETEM. *Tratamento de minérios*. 6. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCTI, 2018. cap. 4.3, p. 187–221.

**DJORDJEVIC, N.** Discrete element modeling of the influence of lifters on power draw of tumbling mills. *Minerals Engineering*, v. 16, n. 4, p. 331–336, 2003. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(03\)00019-0](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(03)00019-0).

**DOLL, A.** Empirical conversions, SPI™ & SGI. LinkedIn, 2020. Disponível em: <<https://www.linkedin.com/pulse/empirical-conversions-spi-sgi-alex-doll/?trackingId=6ZyEtvf0gdoYFMMunznTDw%3D%3D>>. Acesso em: 02 de junho de 2025.

**DOLL, A.** Workindex comminution activity. LinkedIn, 2022. Disponível em: [https://www.linkedin.com/posts/alex-doll-66b57465\\_workindex-comminution-activity-6935422189697470464-JLCm/?originalSubdomain=ca](https://www.linkedin.com/posts/alex-doll-66b57465_workindex-comminution-activity-6935422189697470464-JLCm/?originalSubdomain=ca). Acesso em: 12 abr. 2024.

**DOLL, A.** Comminution grindability SMCTest activity. LinkedIn, 2024. Disponível em: [https://www.linkedin.com/posts/alex-doll-66b57465\\_comminution-grindability-smctest-activity-7152238024792121344-7hB0/](https://www.linkedin.com/posts/alex-doll-66b57465_comminution-grindability-smctest-activity-7152238024792121344-7hB0/). Acesso em: 12 abr. 2024.

**GHASEMI, Z.; NESHAT, M.; ALDRICH, C.; ZANIN, M.; CHEN, L.** Optimising SAG mill throughput and circulating load using machine learning models: a multi-objective approach for identifying optimal process parameters. *SSRN*, 2024. Disponível em: <https://ssrn.com/abstract=5154483>. DOI: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.5154483>. Acesso em: 29 maio 2025.

**GLOBAL MINING GUIDELINES GROUP (GMG).** Determining the Bond efficiency of industrial grinding circuits. 2021a. Disponível em: [https://gmgroup.org/wp-content/uploads/2021/12/GUIDELINE\\_The-Morrell-Method-to-Determine-the-Efficiency-of-Industrial-Grinding-Circuits\\_2021.pdf](https://gmgroup.org/wp-content/uploads/2021/12/GUIDELINE_The-Morrell-Method-to-Determine-the-Efficiency-of-Industrial-Grinding-Circuits_2021.pdf). Acesso em: 12 abr. 2024.

**GLOBAL MINING GUIDELINES GROUP (GMG).** The Morrell method to determine the efficiency of industrial grinding circuits. 2021b. Disponível em: [https://gmgroup.org/wp-content/uploads/2021/12/GUIDELINE\\_The-Morrell-Method-to-Determine-the-Efficiency-of-Industrial-Grinding-Circuits\\_2021.pdf](https://gmgroup.org/wp-content/uploads/2021/12/GUIDELINE_The-Morrell-Method-to-Determine-the-Efficiency-of-Industrial-Grinding-Circuits_2021.pdf). Acesso em: 12 abr. 2024.

**GOMES, M. P. et al.** Optimization of the SAG mill circuit at Kinross Paracatu Brazil. In: Comminution '10 Conference, 2010, Cape Town, South Africa. Conference Paper. Disponível em:

[https://www.researchgate.net/publication/310954092\\_OPTIMIZATION\\_OF\\_THE\\_SAG\\_MILL\\_CIRCUIT\\_AT\\_KINROSS\\_PARACATU\\_BRAZIL](https://www.researchgate.net/publication/310954092_OPTIMIZATION_OF_THE_SAG_MILL_CIRCUIT_AT_KINROSS_PARACATU_BRAZIL). Acesso em: 13 maio 2024.

**GOUGH, W. A.** SAG MILL OPTIMISATION USING MODEL PREDICTIVE CONTROL. ANDRITZ, 2015. Disponível em: <https://www.andritz.com/resource/blob/15118/a5556fa5e0ad15046e8059f9e1fb32c4/aa-sag-mill-optimization-using-model-predictive-control-data.pdf>. Acesso em 29 de maio de 2025.

**HILSON, G.; MONHEMIUS, A. J.** Alternatives to cyanide in the gold mining industry: what prospects for the future? Journal of Cleaner Production, v. 14, n. 12–13, p. 1158–1167, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2004.09.005>.

**IBRAM.** Guia Eficiência Energética IBRAM. E Book. Instituto Brasileiro de Mineração. 1.ed. - Brasília: IBRAM, 2024. 176p. : il. ISBN nº 978-85-61993-21-4.

**KINROSS.** Conheça a Kinross. Disponível em: <https://kinross.com.br/a-kinross/conheca/>. Acesso em: 12 abr. 2024.

**KINROSS BRASIL MINERAÇÃO.** Dados experimentais de SMC. Paracatu, MG: Kinross Brasil Mineração, 2017. (Relatório técnico interno).

**KINROSS BRASIL MINERAÇÃO.** Fluxograma de Processos – Planta 2. Paracatu, MG: Kinross Brasil Mineração, 2016. (Relatório técnico interno).

**KINROSS GOLD CORPORATION.** Annual information form for the year ended December 31, 2023. 2023. Disponível em: [https://s2.q4cdn.com/496390694/files/doc\\_financials/2023/q4/KGC-Q4-year-end-2023\\_Exploration-news-release-FINAL.pdf](https://s2.q4cdn.com/496390694/files/doc_financials/2023/q4/KGC-Q4-year-end-2023_Exploration-news-release-FINAL.pdf). Acesso em: 11 abr. 2024.

**KING, R. P.** Modeling and simulation of mineral processing systems. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.

**LA BROOY, S. R.; LINGE, H. G.; WALKER, G. S.** The chemistry of gold extraction. Melbourne: CSIRO, 1994.

**LUZ, A. B. da; SAMPAIO, J. A.; FRANÇA, S. C. A.** Tratamento de minérios. 5. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2010.

**MATA, J. F. C. da.** Planejamento De Lavra Utilizando Sequenciamento Direto De Blocos Com Inclusão De Variáveis Geometalúrgicas. Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas (PPGEM). Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Belo Horizonte, 19f. 2021.

**MORAGA, C.; KRACHT, W.; ORTIZ, J.** Process simulation to determine blending and residence time distribution in mineral processing plants. *Minerals Engineering*, v. 187, p. 107807, 2022.

**MORRELL, S.** A method for predicting the specific energy requirement of comminution circuits and assessing their energy utilisation efficiency. *Minerals Engineering*, Volume 21, Issue 3, 2008, Pages 224-233, ISSN 0892-6875, <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2007.10.001>.

**MORRELL, S.** Prediction of the specific energy consumption in industrial ball mills. *Minerals Engineering*, v. 9, n. 7, p. 717–726, 1996.

**MONTOYA, P.** Geometallurgical mapping and mine modelling – Comminution studies: La Colosa case study, AMIRA P843A. 2014. Dissertação (Mestrado) – University of Tasmania.

**NAPIER-MUNN, T. J.** Statistical comminution models. JKMRRC, 2014.

**NAPIER-MUNN, T. J. et al.** Comminution testing and modeling. *Minerals Engineering*, v. 9, n. 10, p. 969–984, 1996.

**PECHE, R. V.** A new general formula to predict the specific energy of grinding in ball mills and vertimills. In: IMPC2020 Congress. South Africa: SAIMM, 2020. p. 658–669.

**PECHE, R. V.** Innovación de la predicción de energía específica de conminución y determinación de su eficiencia energética relativa. In: Congresso Internacional sobre la Reducción del Tamaño de los Minerales, 3., 2022, Lima.

**SCHNEIDER, C. L.; SAMPAIO, J. A.; BRASIL DUQUE, T. F. M.; MAZZINGHY, D. B.; ALVES, V. K.** BWI em função da malha de teste. *HOLOS*, v. 3, p. 112–121, 2014. DOI: <https://doi.org/10.15628/holos.2014.1842>. Disponível em: <https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/1842>. Acesso em: 05 maio 2025.

**SAYADI, A. R.; KHALES, M. R.; BORJI, M. K.** A parametric cost model for mineral grinding mills. *Minerals Engineering*, v. 55, p. 96–102, 2014.

**SCHNEIDER, C.** Geometalurgia, mineração de precisão e sustentabilidade. *Revista Mineração & Sustentabilidade, CETEM*, p. 46–47, set./out. 2014.

**SGS.** An overview of the small-scale tests available to characterize ore grindability for design purposes. Technical Bulletin 2005-06. Lakefield, Ontario: SGS Minerals Services, 2005a.

**SGS.** SPI<sup>®</sup> – A decade later. Technical Bulletin 2005-04. Lakefield, Ontario: SGS Minerals Services, 2005b.

**TAGHAVI, J.; GHARABAGHI, M.** Prediction of ball mill power in iron ore concentration plants: a comparison between radial basis functions and linear regression. *Results in Engineering*, v. 26, p. 105114, 2025. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.105114>. Acesso em: 29 maio 2025.

**TAVARES, L. M.** Modelagem do comportamento de moagem de minérios através de simulação computacional. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2004.

**VALERY, W.; JANKOVIC, A.; MORRISON, R.** Optimisation of a copper concentrator grinding circuit using the Morrell model. *Minerals Engineering*, v. 27–28, p. 45–54, 2012.

**WILLS, B. A.; FINCH, J. A.** *Wills' mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. 8. ed. Oxford: Elsevier, 2016.

**WILLS, B. A.; NAPIER-MUNN, T. J.** *Wills' mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2006.

## APÊNDICE A

Tabela 7 – Banco de dados das variáveis (valores mínimos, médios e máximos)

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Unidade
Potência	62462	66879	70195	kW
Alimentação SAG	4018	5133	6499	t/h
P <sub>80</sub>	125	165	214	µm
F <sub>80</sub>	32723	69886	99313	µm
T <sub>80</sub>	2967	4147	6399	µm
BWI	9,6	12,7	15,8	kWh/t
M <sub>ia</sub>	9,4	11,4	13,3	-
M <sub>ib</sub> corrigido	10,8	15,3	20,1	-
A*b	65,9	81,1	102,4	-
SPI	26,8	37,7	49,4	min

Tabela 8 – Valores de energia calculados pelos modelos estudados (mínimos, médios e máximos)

Modelo de Energia	Mínimo (kWh/t)	Média (kWh/t)	Máximo (kWh/t)
Real (95%)	9,8	12,5	15,8
Bond	7,3	9,4	12,1
SMC	7,8	10,5	13,4
Bond (Valle)	8,2	11,5	14,8
Modelo Kinross	12,9	15,0	16,8
Modelo Kinross + 8%	11,9	13,8	15,4
Valle	8,2	11,3	14,3
SAG (Valle) + Bond (Valle)	7,7	10,4	13,2
SAG (Valle)	1,7	3,4	4,6
Bond (Valle)	5,4	7,0	9,2
SPI (1996) + Bond	9,3	11,7	14,6
SPI (1996)	2,8	3,8	4,6
Bond	7,3	9,4	12,1
SPI (2001) + Bond	9,9	12,3	15,3
SPI (2001)	3,4	4,4	5,3
Bond	7,3	9,4	12,1
SPI (Kinross 2025) + Bond	10,6	12,5	15,0