

Universidade Federal de Minas Gerais
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Modelos e Métodos de Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente com Incertezas e Suas Aplicações

Joel Gomes Pereira Júnior

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção de título de doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Dr. Petr Iakovlevitch Ekel
Co-orientadora: Dra. Roberta Oliveira Parreiras

Belo Horizonte

2014

AGRADECIMENTOS

A minha família, pela compreensão, carinho e incentivo constantes.

Ao meu orientador, Petr Iakovlevitch Ekel, pela amizade, pela orientação, pelo estímulo e pela paciência em esclarecer minhas dúvidas.

A minha co-orientadora, Roberta Oliveira Parreiras, pela orientação e contribuições valiosas ao trabalho.

Ao Roberto Coelho de Berredo, pela amizade e pelos ensinamentos.

Aos colegas da Axxiom, pela amizade e apoio.

Aos colaboradores da CEMIG, que forneceram subsídios e valiosas informações para o desenvolvimento do trabalho.

Aos senhores doutores, membros da banca examinadora, por suas críticas construtivas e contribuições no direcionamento e definição do escopo do trabalho.

A todos que contribuíram e incentivaram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho é dedicado ao desenvolvimento de abordagens gerais e métodos para a tomada de decisões com a consideração dos fatores de incerteza e multicritério, utilizando a teoria dos conjuntos nebulosos. O fundamento metodológico para o desenvolvimento deste trabalho está relacionado à abordagem de Bellman-Zadeh para a tomada de decisões em ambiente nebuloso para a análise dos modelos de tomada de decisões multiobjetivo (modelos $\langle X, M \rangle$). Essa abordagem serviu como base para o desenvolvimento de um esquema geral para tomada de decisões multiobjetivo, que permite o uso de mecanismos para a modelagem das preferências do decisor em linguagem natural, através do uso de termos linguísticos e correspondentes conjuntos nebulosos. O uso desses mecanismos permite realizar uma abordagem adaptativa para o processamento das informações do decisor de forma a prover o melhoramento sucessivo da qualidade das soluções obtidas.

O uso da abordagem de Bellman-Zadeh, em conjunto com a generalização da abordagem clássica para tomada de decisões em ambiente de incertezas, permitiu a construção de duas abordagens gerais para a consideração da incerteza das informações iniciais quantitativas em problemas de tomada de decisões multicritério. A primeira abordagem está associada com a construção e análise de matrizes *payoff* que refletem os efeitos de diferentes alternativas de solução, de acordo com diferentes cenários. A segunda abordagem é baseada no uso de funções objetivo agregadas, construídas a partir das funções de escolha usadas na abordagem clássica para a análise de soluções em ambiente de incertezas.

A utilização dos resultados deste trabalho deve aumentar a adequação dos modelos de tomada de decisões multiobjetivo construídos e, conseqüentemente, o fundamento e eficiência factível das soluções obtidas com base nesses modelos. Do ponto de vista de aplicação tecnológica, as abordagens desenvolvidas neste trabalho foram usadas na solução de problemas de alocação multiobjetivo de recursos (ou suas deficiências) e otimização multiobjetivo da configuração de redes em sistemas de distribuição. Os resultados tem um caráter universal e podem ser usados para o projeto, planejamento, operação e controle de sistemas e processos de diferentes naturezas.

Palavras Chaves: Sistemas complexos, Fator de incerteza, Tomada de decisões multiobjetivo, Abordagem de Bellman-Zadeh, Matrizes *payoff*.

ABSTRACT

This work is dedicated to the development of general approaches and methods for decision making with the consideration of uncertainty and multicriteria factors using fuzzy set theory. The methodological ground for the development of this work is related to the Bellman-Zadeh approach to decision making in a fuzzy environment for the analysis of multiobjective decisions making ($\langle X, M \rangle$ models). This approach served as a basis for the development of a general scheme for multiobjective decision making, which allows one to use mechanisms for modeling the preferences of a decision maker in natural language by the use of linguistic terms and the corresponding fuzzy sets. The use of these mechanisms permits one to realize an adaptive approach to processing information of a decision maker to provide successive improving the solutions quality.

The use of the Bellman-Zadeh approach, together with the generalization of the classical approach to decision making under uncertainty environment, allowed the construction of two general approaches to the consideration of the uncertainty of the initial quantitative information in multicriteria decision making problems. The first approach is associated with the construction and analysis of payoff matrices that reflect the effects of different solution alternatives in different scenarios. The second approach is based on using aggregated objective functions, constructed from the evaluation functions proposed in the classical approach to solutions analysis under uncertainty environment.

The use of the results of this work should increase the adequacy of the constructed multiobjective decision-making models and, consequently, the foundation and factual efficiency of solutions obtained on the basis of these models. From the viewpoint of technological applications, the approaches developed in this work were used to solve problems of multiobjective resource allocation (or their shortage) and multiobjective optimization of network configuration in distribution systems. The results have a universal character and can be used in the design, planning, operation, and control of systems and processes of different natures.

Keywords: Complex Systems, Uncertainty factor, Multicriteria decisions making, Bellman-Zadeh approach, *Payoff* matrices.

LISTA DE SÍMBOLOS

A_p	- Conjunto nebuloso que representa a função objetivo p .
ANEEL	- Agência Nacional de Energia Elétrica.
B	- Valor máximo de deficiência de potência a ser alocado entre os consumidores.
B_i	- Valor máximo possível de deficiência de potência a ser alocado ao consumidor i .
c_p	- p -ésimo critério de alocação de deficiência de potência.
CEMIG	- Companhia Energética de Minas Gerais.
EP	- Função objetivo de perdas de energia.
EV	- Função objetivo de consumo de energia de baixa qualidade.
F_p	- p -ésima função objetivo normalizada.
f_p	- p -ésima função objetivo.
$f_p^{\max}$	- Valor máximo da p -ésima função objetivo.
$f_p^{\min}$	- Valor mínimo da p -ésima função objetivo.
FA	- Abordagem de tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incerteza baseada na construção de funções objetivo agregadas.
g_p^H	- Função objetivo agregada para análise de incerteza baseada no critério de Hurwicz do p -ésimo objetivo.
g_p^L	- Função objetivo agregada para análise de incerteza baseada no critério de Laplace do p -ésimo objetivo.
g_p^S	- Função objetivo agregada para análise de incerteza baseada no critério de Savage do p -ésimo objetivo.
g_p^W	- Função objetivo agregada para análise de incerteza baseada no critério de Wald do p -ésimo objetivo.
$g_p^{\min}$	- Valor mínimo da função objetivo agregada para análise de incerteza do p -ésimo objetivo.
$g_p^{\max}$	- Valor máximo da função objetivo agregada para análise de incerteza do p -ésimo objetivo.

L	- Espaço de soluções factíveis.
M	- Restrição do número máximo permissível de manobras.
MP	- Abordagem de tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incerteza baseada na construção e análise de matrizes <i>payoff</i> .
NC	- Função objetivo de número máximo de consumidores por alimentador.
OWA	- Operador de agregação <i>Ordered Weighted Averaging</i> .
q	- Número de funções objetivo.
R	- Valor a ser representado pela restrição nebulosa através de variáveis linguísticas.
S	- Número de cenários a serem avaliados.
$S\text{-}OWA$	- Operador de agregação <i>Slide OWA</i> .
X_k	- k -ésima alternativa de solução.
$X_{k,s}$	k -ésima alternativa de solução considerando os parâmetros do s -ésimo cenário.
X_{Op1}^0	- Solução selecionada no utilizando o operador linguístico representado pelo termo <i>Média</i> .
X_{Op2}^0	- Solução selecionada no utilizando o operador $S\text{-}OWA$.
X_{Op3}^0	- Solução selecionada no utilizando o operador linguístico representado pelo termo <i>Quantos forem possíveis</i> .
X_{Op4}^0	- Solução selecionada no utilizando o operador linguístico representado pelo termo <i>Todos</i> (operador <i>min</i>).
X_p^0	- Solução que minimiza a função objetivo p .
X_p^{00}	- Solução que maximiza a função objetivo p .
X_α^0	- Solução selecionada no passo α do processo de tomada de decisões iterativo.
$\langle X, M \rangle$	- Modelos de tomada de decisões multiobjetivo.
$\langle X, R \rangle$	- Modelos de tomada de decisões multiatributo.
Y_s	- Parâmetros dos s -ésimo cenário.
w_i	- Peso do i -ésimo maior valor a ser agregado pelo operador OWA .

β	- Grau de pessimismo do decisor.
μ_{A_p}	- Valor de pertinência da <i>p-ésima</i> função objetivo.
μ_D	- Valor agregado de pertinência das funções objetivo.
Ω^P	- Fronteira de Pareto
σ	- Grau de otimismo do decisor.
θ	- Índice de otimismo representado pelo operador OWA.
$\wedge$	- Operador de interseção nebulosa.
$\vee$	- Operador de união nebulosa.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Exemplo de soluções Pareto-ótimas e Pareto-ótimas fracas.....	31
Figura 3.1 - Primeira técnica para a transformação das funções objetivo	36
Figura 3.2 - Segunda abordagem para a transformação das funções objetivo	37
Figura 3.3 - Método da soma ponderada dos objetivos	40
Figura 3.4 - Funções de preferência	42
Figura 3.5 - Método do critério global.....	44
Figura 4.1 - Diferença entre os conjuntos tradicionais e os conjuntos nebulosos.	51
Figura 4.2 - Exemplos de números e intervalos nebulosos	52
Figura 4.3 - Exemplo da variável linguística temperatura.....	53
Figura 4.4 - Exemplo de restrições nebulosas: Pouco e Aproximadamente.....	58
Figura 4.5 - Exemplo de restrições nebulosas: Pouco menor, Muito menor, Pouco maior e Muito maior	58
Figura 5.1 - Índice de Otimismo	68
Figura 5.2 - Soluções para o problema DTLZ7.	74
Figura 7.1 - Abordagem FA - Fronteiras de Pareto.	105
Figura 7.2 - Comparação entre as abordagens propostas.	107
Figura 8.1 - Busca não-local por X^0	121
Figura 8.2 - Variável linguística “mais que 2000kW”	126
Figura 9.1 - Exemplo de curva de carga horária para um dia.	138
Figura 9.2 - Função de avaliação da adequação do nível de tensão	142

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Equivalência entre OWA e outros operadores de agregação	63
Tabela 5.2 - Quantificadores linguísticos nebulosos	66
Tabela 5.3 - Exemplo DTLZ7 – Pesos do operador OWA.....	72
Tabela 5.4 - Exemplo DTLZ7 – Soluções do primeiro teste	73
Tabela 5.5 - Exemplo DTLZ7 – Soluções do segundo teste	73
Tabela 6.1 - Matriz <i>payoff</i>	78
Tabela 6.2 - Matriz <i>payoff</i> com estimativas características	80
Tabela 6.3 - Matriz de riscos	81
Tabela 6.4 - Matriz <i>payoff</i> modificada para o p -ésimo critério	83
Tabela 6.5 - Matriz <i>payoff</i> agregada com estimativas características	84
Tabela 6.6 - Pontos no hipercubo Q^T	86
Tabela 6.7 - Coeficientes para a geração de cenários	87
Tabela 6.8 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz <i>payoff</i> para o primeiro objetivo	89
Tabela 6.9 - Análise de incerteza - Exemplo 1 - Estimativas características para o primeiro objetivo	89
Tabela 6.10 - Análise de incerteza – Exemplo 1 – Matriz de riscos para o primeiro objetivo	90
Tabela 6.11 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz <i>payoff</i> para o segundo objetivo	90
Tabela 6.12 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Estimativas características para o segundo objetivo	91
Tabela 6.13 - Análise de incerteza – Exemplo 1 – Matriz de riscos para o segundo objetivo	91
Tabela 6.14 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz <i>payoff</i> modificada para o primeiro objetivo	92
Tabela 6.15 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz <i>payoff</i> modificada para o segundo objetivo	92
Tabela 6.16 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz <i>payoff</i> modificada para o segundo objetivo	92
Tabela 6.17 - Análise de incerteza – Exemplo 1 – Matriz de riscos agregada	93

Tabela 7.1 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz <i>payoff</i> para a função f_1	98
Tabela 7.2 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz <i>payoff</i> para a função f_2	98
Tabela 7.3 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz <i>payoff</i> modificada para a função f_1	98
Tabela 7.4 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz <i>payoff</i> modificada para a função f_2	99
Tabela 7.5 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz <i>payoff</i> agregada para as funções f_1 e f_2	99
Tabela 7.6 – Abordagem <i>MP</i> - Matriz <i>payoff</i> com estimativas características para problemas multiobjetivo	101
Tabela 7.7 - Abordagem <i>MP</i> - Matriz <i>payoff</i> normalizada com estimativas características	102
Tabela 7.8 - Abordagem <i>MP</i> - Matriz <i>payoff</i> agregada com estimativas características	103
Tabela 7.9 - Exemplo 2 - Matriz <i>payoff</i> normalizada com estimativas características para f_1 – Abordagem <i>MP</i>	103
Tabela 7.10 - Exemplo 2 - Matriz <i>payoff</i> normalizada com estimativas características para f_2 – Abordagem <i>MP</i>	104
Tabela 7.11 - Exemplo 2 - Matriz <i>payoff</i> agregada com estimativas características – Abordagem <i>MP</i>	104
Tabela 7.12 - Exemplo 3 - Matriz de avaliação para a primeira função objetivo	108
Tabela 7.13 - Exemplo 3 - Matriz de avaliação para a segunda função objetivo	108
Tabela 7.14 - Exemplo 3 - Abordagem <i>MP</i> - Matriz de avaliação multicritério	108
Tabela 7.15 - Exemplo 3 - Valores mínimos da primeira função objetivo.....	110
Tabela 7.16 - Exemplo 3 - Valores máximos da primeira função objetivo	110
Tabela 7.17 - Exemplo 3 - Valores $g_p^{\min}$ e $g_p^{\max}$	111
Tabela 7.18 - Exemplo 3 - Soluções por critério de seleção	111
Tabela 7.19 - Exemplo 3 - Comparativo das soluções	112
Tabela 8.1 - Dados iniciais do problema de alocação multiobjetivo de deficiência de potência.....	123
Tabela 8.2 – Alocação multiobjetivo de deficiência de potência - Pesos do operador OWA.....	123
Tabela 8.3 - Alocação multiobjetivo de deficiência de potência – Teste 1 - Resultados.....	124

Tabela 8.4 - Alocação multiobjetivo de deficiência de potência – Teste 1 - Nível de Satisfação das Funções Objetivo	124
Tabela 8.5 - Alocação multiobjetivo de deficiência de potência – Teste 2 - Resultados.....	125
Tabela 8.6 - Alocação multiobjetivo de deficiência de potência – Teste 2 - Nível de satisfação das funções objetivo	126
Tabela 8.7 - Dados iniciais do problema de alocação de deficiência de potência com incertezas	127
Tabela 8.8 - Alocação de deficiência de potência com incertezas - Soluções selecionadas na abordagem <i>MP</i>	128
Tabela 8.9 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Detalhes das soluções selecionadas na abordagem <i>MP</i>	129
Tabela 8.10 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>MP</i> – Nível de satisfação das funções objetivo pelo critério de Wald	130
Tabela 8.11 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>MP</i> – Nível de satisfação das funções objetivo pelo critério de Laplace	130
Tabela 8.12 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>MP</i> – Nível de satisfação das funções objetivo pelo critério de Savage	130
Tabela 8.13 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>MP</i> – Nível de satisfação das funções objetivo pelo critério de Hurwicz.....	131
Tabela 8.14 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>FA</i> – Soluções para o critério de Wald	132
Tabela 8.15 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>FA</i> – Satisfação dos objetivos para o critério de Wald.....	132
Tabela 8.16 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>FA</i> – Soluções para o critério de Laplace	132
Tabela 8.17 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>FA</i> – Satisfação dos objetivos para o critério de Laplace.....	133
Tabela 8.18 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>FA</i> – Soluções para o critério de Savage	133
Tabela 8.19 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>FA</i> – Satisfação dos objetivos para o critério de Savage.....	133
Tabela 8.20 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>FA</i> – Soluções para o critério de Hurwicz.....	134

Tabela 8.21 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem <i>FA</i> –	
Satisfação dos objetivos para o critério de Hurwicz	134
Tabela 9.1 - Limites de tensão	141
Tabela 9.2 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –	146
Tabela 9.3 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –	147
Tabela 9.4 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –	148
Tabela 9.5 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –	148
Tabela 9.6 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –	149
Tabela 9.7 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –	149
Tabela 9.8 - Curvas de demanda típicas com consideração de incerteza	152
Tabela 9.9 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Soluções selecionadas na abordagem <i>MP</i>	153
Tabela 9.10 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Extremos das funções objetivo - Abordagem <i>MP</i>	154
Tabela 9.11 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Resultados para o critério de Wald - Abordagem <i>MP</i>	154
Tabela 9.12 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Resultados para o critério de Laplace - Abordagem <i>MP</i>	155
Tabela 9.13 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Resultados para o critério de Savage - Abordagem <i>MP</i>	155
Tabela 9.14 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Resultados para o critério de Hurwicz - Abordagem <i>MP</i>	155
Tabela 9.15 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Extremos das funções objetivo - Abordagem <i>FA</i>	157
Tabela 9.16 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Resultados para o critério de Wald - Abordagem <i>FA</i>	157
Tabela 9.17 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Resultados para o critério de Laplace - Abordagem <i>FA</i>	158
Tabela 9.18 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Resultados para o critério de Savage - Abordagem <i>FA</i>	158
Tabela 9.19 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Resultados para o critério de Hurwicz - Abordagem <i>FA</i>	159
Tabela 9.20 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas -	
Comparação de resultados para o critério de Laplace	160

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
1.1 Justificativa	19
1.2 Objetivos	24
1.3 Contribuições	25
1.4 Publicações	27
2. OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	28
2.1 Considerações Iniciais	28
2.2 Otimalidade de Pareto	29
2.2.1 Dominância	29
2.2.2 Dominância Fraca	30
2.2.3 Solução Pareto-ótima	30
2.2.4 Solução Pareto-ótima Fraca	30
2.3 Considerações Finais	31
3. TOMADA DE DECISÕES MULTIOBJETIVO	33
3.1 Considerações Iniciais	33
3.2 Abordagens para o Uso das Informações do Decisor	33
3.3 Transformação da Função Objetivo	35
3.4 Princípios de Otimalidade	38
3.5 Técnicas de Escalarização	38
3.5.1 Soma Ponderada	39
3.5.2 Função de Utilidade	40
3.6 Método de Imposição de Restrições	42
3.7 Programação de Metas	43
3.8 Método Lexicográfico	45
3.9 Otimização Evolucionária Multiobjetivo	46

3.10	Considerações Finais	48
4.	A TEORIA DOS CONJUNTOS NEBULOSOS E SUA APLICAÇÃO PARA A TOMADA DE DECISÕES MULTIOBJETIVO.....	50
4.1	Considerações Iniciais	50
4.2	Teoria dos Conjuntos Nebulosos	51
4.3	Números e Intervalos Nebulosos	51
4.4	Variáveis Linguísticas	52
4.5	Interseção e União de Conjuntos Nebulosos	54
4.6	A Abordagem de Bellman-Zadeh.....	55
4.7	Restrições Nebulosas	57
4.8	Outros Operadores de Agregação	58
4.9	Considerações Finais	59
5.	APLICAÇÃO DO OPERADOR OWA NA TOMADA DE DECISÕES MULTIOBJETIVO	61
5.1	Considerações Iniciais	61
5.2	O Operador OWA.....	62
5.3	O Operador S-OWA.....	63
5.4	Quantificadores Linguísticos Nebulosos	64
5.5	Modelagem do Nível de Otimismo.....	67
5.6	Aplicação do Operador OWA na Tomada de Decisões Multiobjetivo ...	68
5.7	Esquema Geral para a Tomada de Decisões Multiobjetivo Considerando o Nível de Otimismo do Decisor	69
5.8	Exemplo	71
5.9	Considerações Finais	74
6.	CONSIDERAÇÃO DA INCERTEZA DOS DADOS INICIAIS	76
6.1	Considerações Iniciais	76
6.2	Técnica de Construção e Análise das Regiões de Incerteza das Soluções.....	76
6.3	Construção dos Cenários	77

6.4	Definição das Alternativas de Solução	78
6.5	Construção da Matriz <i>Payoff</i>	78
6.6	Análise das Matrizes <i>Payoff</i> e Seleção das Soluções Racionais.....	79
6.7	Análise das Regiões de Incerteza em Problemas Multiobjetivo	82
6.8	Exemplo de Aplicação das Abordagens de Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incerteza	85
6.9	Considerações Finais	93
7.	NOVAS ABORDAGENS PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE TOMADA DE DECISÕES MULTIOBJETIVO EM AMBIENTE DE INCERTEZA.....	95
7.1	Considerações Iniciais	95
7.2	Transformação dos Critérios de Seleção de Alternativas de Solução em Funções Objetivo	95
7.3	Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incerteza	97
7.4	Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incerteza a partir da Análise das Matrizes <i>Payoff</i> - Abordagem <i>MP</i>	101
7.5	Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incerteza a partir da Construção de Funções Objetivo Agregadas - Abordagem <i>FA</i>	104
7.6	Exemplo de Aplicação das Novas Abordagens de Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incertezas	107
7.7	Considerações Finais	112
8.	ALOCAÇÃO MULTIOBJETIVO DE DEFICIÊNCIA DE POTÊNCIA.....	114
8.1	Considerações Iniciais	114
8.2	Alocação de Recursos ou suas Deficiências	116
8.3	Algoritmo para Alocação Multiobjetivo de Deficiência de Recursos ...	119
8.4	Exemplo de Alocação de Deficiência de Potência	121
8.5	Consideração das Incertezas dos Dados Iniciais	127
8.6	Análise usando a Abordagem <i>MP</i>	128

8.7	Análise usando a Abordagem <i>FA</i>	131
8.8	Considerações Finais	135
9.	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DA CONFIGURAÇÃO DE REDES EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	136
9.1	Considerações Iniciais	136
9.2	Modelagem de Redes de Distribuição	137
9.3	Modelagem das Cargas de Redes de Distribuição	138
9.4	Funções Objetivo	140
9.4.1	Perdas de Energia.....	140
9.4.2	Consumo de Energia de Baixa Qualidade	141
9.4.3	Número Máximo de Consumidores por Alimentador	142
9.5	Número Máximo de Manobras	143
9.6	Algoritmo para a Otimização Mono-objetivo e Multiobjetivo de Configuração de Redes em Sistemas de Distribuição	143
9.7	Exemplo de Otimização da Configuração de uma Rede Real	146
9.8	Consideração das Incertezas dos Dados Iniciais	149
9.8.1	Modelagem de Incerteza das Cargas de Redes de Distribuição	150
9.8.2	Análise Usando a Abordagem <i>MP</i>	153
9.8.3	Análise Usando a Abordagem <i>FA</i>	156
9.9.	Considerações Finais	160
10.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	162
10.1	Conclusões	162
10.2	Trabalhos Futuros	164
	BIBLIOGRAFIA	166

1. INTRODUÇÃO

Vários tipos de incerteza são frequentemente encontrados em diversos problemas de otimização e tomada de decisões relacionados ao projeto, planejamento, operação e controle de sistemas complexos, incluindo sistemas elétricos de potência. Particularmente, diversas manifestações do fator de incerteza são causadas por (Popov and Ekel, 1987; Durbach and Stewart, 2012; Durbach and Stewart, 2011):

- dificuldade de se obter uma quantidade suficiente de informações confiáveis;
- falta de previsões confiáveis das características, propriedades e comportamento de sistemas complexos;
- objetivos e restrições mal definidos em tarefas de projeto, planejamento, operação e controle;
- impossibilidade de formalizar uma série de fatores e critérios, além da necessidade de se considerar informações de caráter qualitativo;
- o papel significativo do “fator humano” na tomada de decisões.

Assim, a situação de incerteza deve ser considerada como natural e inevitável no contexto de problemas de tomada de decisões.

Levando o exposto em consideração, a incorporação do fator de incerteza na construção de modelos matemáticos serve como um meio para aumentar a sua adequação aos problemas considerados e, como resultado, aumentar a credibilidade e a eficiência real das decisões baseadas na análise destes modelos.

Pesquisas mostram os benefícios da aplicação da teoria dos conjuntos nebulosos (Durbach and Stewart, 2012; Bellman and Zadeh, 1970; Zimmermann, 1990; Pedrycz and Gomide, 1998) para lidar com diversos tipos de incerteza (por exemplo, (Ekel et al., 1997; Ekel, 2002)). Seu uso em problemas de otimização oferece vantagens tanto de natureza fundamental, que estão relacionadas com a possibilidade de obtenção de soluções mais eficazes e a possibilidade de considerar, simultaneamente, diferentes manifestações do fator de incerteza, como também de caráter computacional (Ekel et al., 1997; Ekel, 2002).

A incerteza das metas é um tipo importante de incerteza que se relaciona com o caráter multicritério de muitos problemas de projeto, planejamento, operação e controle. Alguns profissionais da área de pesquisa operacional e análise de

sistemas concordam que, do ponto de vista geral, este tipo de incerteza é o mais difícil de superar porque representa a situação em que "nós não sabemos exatamente o que queremos". Na realidade, este tipo de incerteza não pode ser efetivamente superado apenas com base na aplicação de modelos e métodos formais, já que muitas vezes as pessoas responsáveis por tomar as decisões são as únicas fontes de informação que permitem avaliar e escolher as melhores soluções.

De acordo com o exposto, duas classes de modelos de tomada de decisões multicritério podem ser construídas, multiatributo (chamados modelos $\langle X, R \rangle$) e multiobjetivo (chamados de $\langle X, M \rangle$) (Ekel et al., 1997; Ekel, 2002; Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010). O presente trabalho está relacionado aos modelos de tomada de decisões multiobjetivo e sua utilização na colocação e solução de várias classes de problemas de engenharia de potência. Em particular, uma parte significativa de desenvolvimento do trabalho é baseada na aplicação da abordagem de Bellman-Zadeh para a tomada de decisões multicritério em ambiente nebuloso (Zimmermann, 1990; Pedrycz and Gomide, 1998). Sua aplicação permite a criação de um método eficiente (do ponto de vista computacional), bem como rigoroso (do ponto de vista da obtenção de soluções que pertencem ao conjunto de Pareto (Pareto, 1886)) para a análise de modelos multicritério. Quando aplicada, a abordagem apresenta resultados bastante satisfatórios, no que diz respeito ao princípio da garantia de resultado, com base na solução dos correspondentes problemas *max-min* (Ekel, 2002). Do ponto de vista de aplicabilidade prática, os resultados associados com a utilização da abordagem de Bellman-Zadeh foram usados para a solução de diversos problemas práticos de engenharia de potência, como por exemplo, otimização multicritério da operação de sistemas de potência (Ekel et al., 2003) e controle de tensão bicritério em redes de distribuição e outros (Berredo et al., 2011).

A incerteza dos dados iniciais é outro importante tipo de incerteza, ela está relacionada à dificuldade ou à impossibilidade de obtenção de informações confiáveis a respeito dos parâmetros do problema. Assim, surge a necessidade da aplicação de abordagens especiais para o tratamento de incerteza dos dados iniciais permitindo encontrar soluções robustas, ou seja, soluções que são eficientes quando avaliadas considerando o intervalo de incerteza dos dados iniciais. Uma das mais importantes técnicas utilizadas para o tratamento desse tipo de incerteza é baseada na construção das chamadas combinações representativas dos dados iniciais (estados da natureza ou cenários) (Durbach and Stewart, 2012; Wright and Goodwin, 2009; Pedrycz, Ekel and

Parreiras, 2010). A tomada de decisões em um ambiente com múltiplos cenários pode ser realizada com o auxílio de critérios especiais para escolha de soluções, capazes de avaliar o desempenho das alternativas de soluções levando em consideração os diversos cenários simultaneamente (Durbach and Stewart, 2012; Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010).

Levando isso em consideração, os resultados relacionados à análise dos modelos $\langle X, M \rangle$ serviram como base para a proposta de um novo esquema para tomada de decisões multicritério em ambiente de incertezas, associado com a modificação da técnica em (Ekel, Martini and Palhares, 2008) para consideração da incerteza das informações iniciais. O novo esquema é baseado na construção de cenários e posterior análise das soluções através do uso de modelos contínuos de tomada de decisões multicritério com o auxílio de critérios especiais de escolha e suas modificações.

1.1 Justificativa

No processo de colocação e solução de uma grande gama de problemas do projeto, planejamento, operação e controle de sistemas complexos de diferentes naturezas (de engenharia, econômicos, ecológicos, computacionais, etc.), inevitavelmente encontram-se vários tipos de incertezas. Levar em conta os diversos tipos de incerteza na formação dos modelos matemáticos (uma classificação de fontes de incerteza, aplicável na construção dos modelos matemáticos, é dada no trabalho (Ozkan and Turksen, 2007)) constitui um meio para aumentar a adequação desses modelos, e como resultado, a credibilidade e efetividade das decisões baseadas em sua análise. De tal forma, a consideração do fator de incerteza deve ser inerente à prática de tomada de decisões.

O ponto de partida na formação de modelos matemáticos de tomada de decisões é a exigência de uma correspondência rigorosa dos mesmos ao nível de incerteza das informações utilizadas. Somente observando essa correspondência, é possível falar sobre a adequação da representação do objeto, sistema ou processo e sobre a possibilidade de ser obtido o efeito real como resultado da solução dos correspondentes problemas de otimização. Qualquer simplificação da realidade ou sua idealização, empreendida com o intuito de utilizar métodos matemáticos rigorosos, distorcem a essência de muitos problemas e diminuem o valor prático dos resultados. Seguindo essa linha de pensamento, no trabalho (Rommelfanger, 2004), coloca-se em dúvida a justificativa da

ampla orientação na aplicação de métodos probabilísticos (por exemplo, (Grassman, 1981; Wagner, 1986)).

Levando o exposto em consideração, atualmente, muitos pesquisadores têm dúvidas sobre a validade ou, pelo menos, a conveniência de incluir o fator de incerteza nos modelos que são construídos pelas abordagens tradicionais. Em geral, essas abordagens não garantem uma consideração adequada ou suficientemente racional do fator de incerteza por completo. Aplicar o conceito de incerteza para os sistemas a serem estudados pode desempenhar um papel significativo na superação das dificuldades que têm sido observadas quando são consideradas as abordagens tradicionais para a construção de modelos. O uso desse conceito abre um caminho natural para se desistir da precisão "excessiva", que é inerente às abordagens tradicionais para a construção de modelos, e ainda assim preservar um rigor razoável no modelo.

Em particular, a consideração do fator de incerteza a problemas matemáticos, formulados rigorosamente, é possível somente com base na desconSIDERAÇÃO da incerteza através da introdução de algumas hipóteses. Nesse contexto, surge a necessidade de utilizar métodos especiais para a solução de problemas em condições de incerteza. Uma das abordagens mais conhecidas (Luce and Raiffa, 1957) utiliza elementos da teoria dos jogos. Essa abordagem consiste na construção da matriz *payoff* (a qual reflete os efeitos obtidos para diferentes alternativas de solução conforme as diferentes combinações dos dados iniciais), cuja análise é baseada em critérios especiais (critérios de Wald, Laplace, Savage, Hurwicz, critério generalizado, etc.). Essa abordagem apresenta-se como eficiente e suficientemente universal, tendo encontrado aplicações em diferentes áreas (por exemplo, (Linares, 2002)).

Entretanto, os critérios especiais mencionados apresentam limitações (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010), em particular, eles não se apoiam completamente nas informações (pelo menos aproximadas) sobre a situação real e, por isso, são subjetivos e em alguns casos, contraditórios. Além disso, a aplicação somente desses critérios é insuficiente, pelo fato de que eles conciliam com as incertezas existentes, e deste modo, não permitem passar para um nível informativo mais alto, através de sua superação. Isso leva a uma perda injustificada da eficiência das decisões tomadas.

Assim, na solução de problemas sob condições de incerteza, é necessário exercer esforços ao máximo na busca das possibilidades de superar a incerteza (Ekel, 2002; Ekel and Popov, 1985). Isto pode ser feito, por exemplo, usando informações de caráter informal (em particular, com base no conhecimento, experiência e intuição de

especialistas) ou, no caso geral, agregando informações que chegam de várias fontes de natureza formal e informal (Ekel, 1994).

Aqui estamos falando essencialmente do fato de que as características da informação incerta (normalmente especificada por intervalos) podem e devem ser complementadas por suposições bem fundamentadas quanto à confiabilidade diferenciada de diferentes valores de fatores incertos. Supri-las representa uma generalização da especificação intervalar das informações e serve como uma abordagem para o tratamento das incertezas, mas requer o uso da ferramenta correspondente. A teoria dos conjuntos nebulosos, cujos fundamentos foram lançados por Zadeh (Zadeh, 1965), pode servir a estes últimos. A utilização dessa teoria em problemas de otimização de sistemas complexos oferece várias vantagens de natureza fundamental (associada com a possibilidade da obtenção de soluções mais eficazes) e computacional (Ekel, 1994).

Levando o exposto em consideração, é possível distinguir dois caminhos para a solução dos problemas em condições de incerteza. O primeiro caminho está associado com a obtenção (pelo menos, teoricamente) de uma solução exata para os valores fixados dos fatores de incerteza, e a subsequente estimação da estabilidade dessa solução, variando-se os fatores de incerteza (por exemplo, com base na condução de cálculos variantes). O segundo caminho supõe o estudo da influência da incerteza da informação em todas as etapas da solução e obtenção de variações da solução em função da variação dos dados iniciais. Esse caminho é mais frutífero (Popov and Ekel, 1987; Ekel and Popov, 1985) e pode ser realizado através da utilização de teoria dos conjuntos nebulosos. Além disso, sua aplicação provê superioridades sensíveis, tanto de caráter substancial (associadas com a possibilidade da obtenção justificada de soluções efetivas, menos "cautelosas" e da consideração combinada de diferentes manifestações do fator de incerteza), quanto de caráter computacional (Ekel, 1994).

As questões referentes à correlação entre a teoria da probabilidade e a teoria dos conjuntos nebulosos e referentes à interpretação da função de pertinência do conjunto nebuloso (Zimmermann, 1990; Dubois and Prade, 1980) são alvo de discussões e têm, essencialmente, um caráter metodológico e filosófico. É necessário destacar que a abordagem da teoria dos conjuntos nebulosos não compete com os métodos probabilísticos, mas permite preencher uma lacuna, onde não é possível utilizar corretamente os métodos probabilísticos (Sahinidis, 2004; Luhndjula, 2006).

Além disso, a operação com um espaço de parâmetros nebulosos permite não só um processo plenamente fundamentado para o aspecto contextual ou intuitivo da análise

qualitativa, mas, por meio da teoria dos conjuntos nebulosos, também é possível usar essa abordagem como uma fonte confiável para a obtenção de informações quantitativas.

Finalmente, a teoria de conjuntos nebulosos permite refletir mais adequadamente a essência do processo de tomada de decisões. Em particular, uma vez que o "fator humano" tem um efeito perceptível na tomada de decisões, é conveniente usar o aspecto importante da linguística da teoria dos conjuntos nebulosos (Zimmermann, 1990).

As questões relacionadas com a necessidade da colocação e solução de problemas multicritério, bem como a classificação de situações de tomada de decisões que precisam de uma abordagem multicritério, são discutidas, por exemplo, em (Larichev, 1984). No entanto, do ponto de vista substancial, é possível identificar duas grandes classes de situações (Ekel, 2001; Ekel, 2002) que exigem a aplicação de uma abordagem multicritério:

- A primeira classe está associada aos problemas em que as consequências das soluções não podem ser estimadas com um único critério. Geralmente, esses problemas estão relacionados à análise de modelos que incluem índices econômicos e físicos, quando as avaliações das alternativas não podem ser reduzidas a uma forma comparável, e também associados à necessidade da consideração de índices cujas estimativas monetárias são difíceis de serem obtidas. Por exemplo, muitos problemas de engenharia de potência devem ser analisados com base em critérios de natureza tecnológica, econômica, ecológica e social.
- A segunda classe está associada aos problemas, os quais, do ponto de vista formal, podem ser resolvidos com base em um único critério ou alguns critérios. Entretanto, se a incerteza dos dados iniciais não permite obter uma solução única, é possível transformar um problema monocritério em um problema multicritério, pois a aplicação de critérios adicionais (incluindo os critérios de caráter qualitativo, tais como "complexidade de manutenção", "flexibilidade do desenvolvimento", "atrativo de investimentos", etc.) pode se apresentar como um meio convincente para reduzir as correspondentes regiões de incerteza das decisões e pode ser considerada como uma abordagem válida e aceitável para a prática de tomada de decisões.

Ao mesmo tempo, relativamente à consideração dos critérios e outras informações de caráter qualitativo, é necessário indicar que as informações desse tipo, formadas com

base em conhecimento, experiência e intuição de especialistas, foram consideradas em alguns trabalhos (Kalika and Frant, 2000; Meza, Yildirim and Masud, 2007; Junker, 2004). Entretanto, essas informações foram usadas após a obtenção das soluções com base nos modelos formais (Kalika and Frant, 2000; Meza, Yildirim and Masud, 2007), destruindo-as sem nenhuma justificativa e, de tal forma, diminuindo o valor das soluções obtidas. Em outros casos essas informações foram usadas de forma bastante simplificada (Junker, 2004), impedindo a consideração adequada dos diversos tipos de informações qualitativas. Por isso, surge a necessidade de construir caminhos para considerar os diversos tipos de informações disponibilizadas pelos especialistas diretamente no processo de tomada de decisões.

Nesse contexto, os resultados das pesquisas associados com os objetivos metodológicos específicos, indicados a seguir, devem aumentar a adequação dos modelos de otimização e tomada de decisões e, conseqüentemente, aumentar o fundamento e a eficiência real das soluções obtidas com sua utilização. Esses resultados têm um caráter universal e podem ser aplicados à alocação de recursos, projeto, análise, planejamento, operação e controle de sistemas e processos de diferentes naturezas, e para o desenvolvimento de sistemas inteligentes de tomada de decisões e controle. Assim, existe um abrangente campo de possíveis usuários dos resultados da pesquisa.

Em particular, a utilização dos resultados da pesquisa na indústria de energia elétrica deve permitir a melhoria da confiabilidade, qualidade e eficiência econômica do fornecimento de energia elétrica por meio da solução dos problemas tradicionais e de novos problemas, definidos pelas condições modernas de desenvolvimento energético. É possível indicar a possibilidade da aplicação dos resultados da pesquisa em problemas relacionados à otimização da interação entre os participantes dos mercados de energia e o gerenciamento compromissório de sistemas e subsistemas de potência independentes. Os usuários diretos dos resultados da pesquisa são as divisões de planejamento e operação de sistemas de potência e correspondentes instituições de pesquisa e desenvolvimento.

Apesar do número significativo de publicações (em particular, associadas com aplicação da teoria dos conjuntos nebulosos), é difícil afirmar que elas englobam todas as questões relativas a esses fatores. Os autores do trabalho (Herrera and Verdegay, 1997) indicam que os modelos de pesquisa operacional, baseados nos conjuntos nebulosos, são associados com otimização nebulosa, modelagem de preferências, modelagem linguística e modelos de tomada de decisões. Segundo os autores de (Herrera and Verdegay, 1997), esses temas foram pesquisados de maneira ampla e profunda. Entretanto, essa área ainda

conserva muitas questões em aberto, desde como entender a solução nebulosa e como implementá-la na prática, até os mais sofisticados modelos multicritério e a aplicação mútua dos modelos e técnicas de otimização nebulosa e modelos e técnicas baseados no conhecimento (Castro, Herrera and Verdegay, 1994; Carlsson and Fuller, 2001; Inuiguchi and Tanino, 2002).

De fato, muitas questões nesta área ainda não foram consideradas e outras, como mostram a experiência e recentes pesquisas, devem ser reconsideradas para o aperfeiçoamento de seus resultados. Esse ponto de vista é compartilhado por Zimmermann (Zimmermann, 1996): *"essa área permanecerá muito frutífera em metodologia e, também, em aplicações, nas décadas futuras"*. Além disso, Wang (Wang, 2007) indica que ainda existem muitos ramos da matemática da incerteza que devem ser revelados e criados. Levando isso em conta, é necessário falar não somente sobre o desenvolvimento das abordagens baseadas na teoria dos conjuntos nebulosos, mas também na sua combinação com outros ramos de matemática da incerteza.

Finalmente, do ponto de vista prático, somente alguns resultados teóricos foram ajustados a algoritmos concretos e implementados computacionalmente. Nesse contexto, o trabalho é direcionado a preencher certas lacunas teóricas e práticas na solução do problema de consideração dos fatores de incerteza e multicritério no projeto, planejamento, operação e controle de sistemas complexos, incluindo sistemas e subsistemas de potência.

1.2 Objetivos

O objetivo amplo e geral do trabalho está associado com o desenvolvimento de abordagens gerais e métodos para a tomada de decisões em ambiente nebuloso, propondo a consideração correta e efetiva dos fatores de incerteza e multicritério em problemas de caráter de otimização. Como consequência do objetivo geral, espera-se a superação de complexidades advindas da consideração simultânea desses fatores em problemas de otimização e tomada de decisões no projeto, planejamento, operação e controle de sistemas complexos.

O objetivo geral abrange os seguintes objetivos específicos:

- desenvolvimento e aperfeiçoamento de métodos para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo (análise de modelos $\langle X, M \rangle$);

- desenvolvimento e aperfeiçoamento de métodos para a solução de problemas de otimização e tomada de decisões multiobjetivo em condições de incerteza utilizando elementos da teoria dos jogos através da construção e análise de cenários com o auxílio de critérios especiais de escolha de alternativas.

Do ponto de vista de aplicação tecnológica, pretende-se utilizar os resultados associados com os objetivos metodológicos específicos, no desenvolvimento de ferramentas computacionais direcionadas à melhoria da confiabilidade, qualidade e eficiência econômica do fornecimento de energia elétrica. Particularmente, deseja-se atacar as seguintes classes de problemas energéticos:

- alocação multiobjetivo de deficiências de potência e energia (naturais ou associadas com racionalidade do gerenciamento de carga) para diferentes níveis territoriais, temporais e situacionais da hierarquia de controle de carga, que pode servir como base para a elaboração de diversos programas de gerenciamento de carga, incluindo programas emergenciais;
- otimização multiobjetivo da configuração (otimização dos pontos de desconexão) de redes em sistemas de distribuição.

1.3 Contribuições

Como contribuição ampla deste trabalho é possível destacar o desenvolvimento de fundamentos metodológicos para a análise adequada e efetiva de problemas de tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incertezas. Como contribuições específicas podemos citar:

- A aplicação efetiva do operador OWA (Yager, 1988) na solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo utilizando a teoria dos conjuntos nebulosos.
- Identificação das limitações da abordagem proposta na literatura para o tratamento de incertezas dos dados iniciais em problemas multiobjetivo a partir da análise de matrizes *payoff*;
- Proposta de uma nova abordagem para a análise de matrizes *payoff* no tratamento de incertezas dos dados iniciais em problemas multiobjetivo, de

forma a superar as limitações identificadas na abordagem proposta na literatura;

- Proposta de uma nova abordagem para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo considerando a incerteza dos dados iniciais, a partir da aplicação dos modelos contínuos de tomada de decisões multiobjetivo utilizando a teoria dos conjuntos nebulosos;
- Aplicação das abordagens desenvolvidas neste trabalho na solução de problemas reais de engenharia.

1.4 Publicações

Os estudos realizados para a produção deste trabalho resultou nas seguintes publicações:

- Berredo, R. C.; Ekel, P.; Martini, J. S. C.; Palhares, R. M.; Parreiras, R. O.; Pereira Jr., J. G., Decision making in fuzzy environment and multicriteria power engineering problems, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 33, n. 3, p. 623-632, 2011.
- P. I. Ekel, J.S.C. Martini, R. O. Parreiras, J.G. Pereira Jr., and E.L. Vasconcelos, Multicriteria load management, in *Proceedings of the XI Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*. Belém, 2009, Paper SP-015.

2. OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

2.1 Considerações Iniciais

Na solução de problemas de otimização multiobjetivo um conjunto de funções objetivo

$$f(X) = \{f_1(X), f_2(X), \dots, f_q(X)\} \quad (2.1)$$

deve ser otimizado simultaneamente, isto é,

$$f_p(X) \rightarrow \underset{X \in L}{\text{extr}}, \quad p = 1, 2, \dots, q, \quad (2.2)$$

onde $q \geq 2$ e L é o conjunto de soluções factíveis em $\mathbf{R}^n$. Dependendo da natureza do problema em consideração, o termo *extr* denota mínimo ou máximo.

Ao contrário dos problemas de otimização mono-objetivo, na análise dos modelos de otimização multiobjetivo, a definição de otimalidade não é direta. É possível dizer que um ponto X^* é uma solução ótima de um problema multiobjetivo se e somente se existe $X^* \in L$ tal que

$$f_p(X^*) \leq f_p(X), \quad p = 1, 2, \dots, q \quad (2.3)$$

para todo $X \in L$. Além disso, em geral, uma solução que otimize simultaneamente todas as funções objetivo, conhecida como solução utópica, não existe. Assim, o conceito de uma solução ótima não pode ser aplicado diretamente em problemas de otimização multiobjetivo.

A principal dificuldade está relacionada à presença de funções objetivo conflitantes, em que a melhoria de uma função objetivo pode levar à degradação das outras funções objetivo. Por exemplo, a maximização da confiabilidade de uma rede de distribuição de energia elétrica pode ser alcançada através da reconfiguração de suas chaves. Entretanto, esta pode levar ao aumento das perdas de energia na rede, o que é prejudicial ao objetivo de minimização de perdas de energia. Assim, a tarefa consiste em encontrar soluções que permitam balancear os objetivos de forma eficiente. Tal balanceamento é alcançado quando não é possível melhorar um objetivo sem que outros

objetivos sejam degradados. Essas soluções são definidas como soluções não dominadas, soluções eficientes ou soluções Pareto-ótimas (Pareto, 1886).

Este capítulo é dedicado à revisão dos conceitos relativos à otimização multiobjetivo, em particular, o conceito de otimalidade desenvolvido por Pareto. Esses conceitos têm sido amplamente empregados por métodos e algoritmos de otimização e tomada de decisões multiobjetivo.

2.2 Otimalidade de Pareto

Na ausência de uma solução utópica, os problemas de otimização multiobjetivo apresentam um conjunto de soluções. Este conjunto pode ser obtido aplicando os conceitos de otimalidade de Pareto (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010). As definições a seguir levam em consideração funções objetivo que devem ser minimizadas.

2.2.1 Dominância

Uma solução X^* domina uma solução X se e somente se:

- X^* não é pior que X em todas as funções objetivo, isto é,

$$f_p(X^*) \leq f_p(X), \forall p = 1, \dots, q \quad (2.4)$$

e

- X^* é melhor que X em pelo menos uma função objetivo, isto é,

$$\exists p = 1, \dots, q : f_p(X^*) < f_p(X). \quad (2.5)$$

De forma similar, para o espaço dos objetivos, uma solução $f^*(X)$ domina outra solução $f(X)$, se o valor de $f^*(X)$ não é pior que os valores de $f(X)$ em todas as funções objetivo e o valor de $f^*(X)$ é melhor que o valor de $f(X)$ em ao menos uma função objetivo.

2.2.2 Dominância Fraca

Uma solução X^* domina fracamente a solução X se e somente se X^* não é pior que X em todas as funções objetivo, isto é,

$$f_p(X^*) \leq f_p(X), \forall p = 1, \dots, q. \quad (2.6)$$

2.2.3 Solução Pareto-ótima

Uma solução, $X^* \in L$, é Pareto-ótima se não existe outra solução $X \in L$, que domine X^* .

As soluções Pareto-ótimas definidas acima são chamadas também de soluções não dominadas e soluções eficientes. No espaço dos objetivos, $f^*(X)$ é uma solução Pareto-ótima se X é uma solução Pareto-ótima.

Todas as soluções Pareto-ótimas formam o conjunto de soluções de Pareto Ω^P , de forma que as soluções $X \in \Omega^P$ não podem ser melhoradas em todas as funções objetivo. Os pontos correspondentes a esse conjunto no espaço dos objetivos formam uma fronteira de Pareto Ω_f^P .

2.2.4 Solução Pareto-ótima Fraca

Uma solução $X^* \in L$ é Pareto-ótima fraca se não existe outro ponto, $X \in L$, que domine fracamente X^* .

Todas as soluções Pareto-ótimas fracas formam o conjunto de soluções de Pareto-ótimas fracas Ω^{WP} .

Na Figura 2.1 são apresentadas as soluções Pareto-ótimas e Pareto-ótimas fracas para o problema a seguir (Emmerich and Deutz, 2006):

$$f = (f_1, f_2) \rightarrow \min, \quad L = [0,2] \times [0,2], \quad (2.7)$$

onde

$$f_1(x_1, x_2) = \begin{cases} 2 + x_1 & \text{se } 0 \leq x_2 < 1 \\ 1 + 0,5x_1 & \text{se } x_2 \geq 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

e

$$f_2(x_1, x_2) = 1 + x_1, \quad (2.9)$$

onde $x_1 \in [0, 2]$, $x_2 \in [0, 2]$.

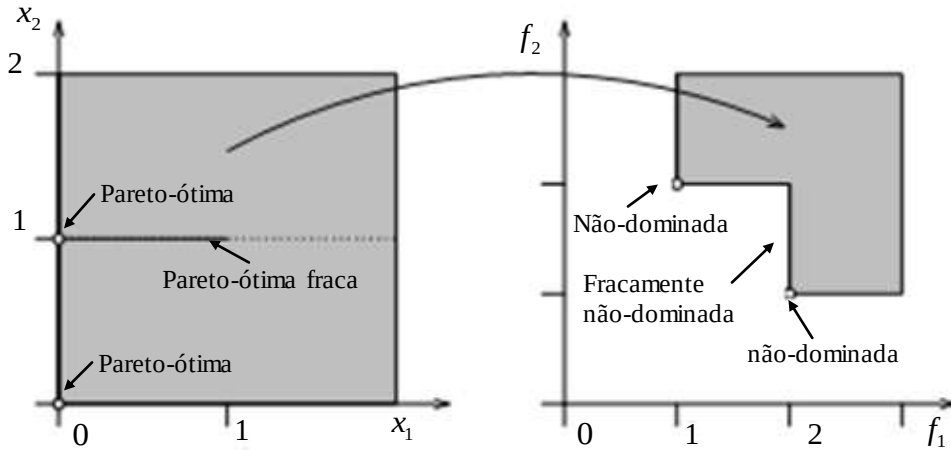


Figura 2.1 - Exemplo de soluções Pareto-ótimas e Pareto-ótimas fracas

As soluções $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ são soluções Pareto-ótimas do problema enquanto as soluções em que $x_1 = 1$ e $x_2 = 1$ são Pareto-ótimas fracas. É importante observar que as soluções Pareto-ótimas também são Pareto-ótimas fracas. Assim, se Ω^{co} define o conjunto de soluções factíveis, é possível fazer a seguinte relação:

$$\Omega^P \subseteq \Omega^{wp} \subseteq \Omega^{co}. \quad (2.10)$$

2.3 Considerações Finais

Este capítulo expôs os conceitos relativos à otimização multiobjetivo, descrevendo o conceito de otimalidade elaborado por Pareto. Em princípio, o conceito do conjunto de soluções Pareto-ótimas é fundamental, pois uma solução de um problema de otimização multiobjetivo deve pertencer a este conjunto. Entretanto, em geral, a construção desse conjunto é complicada e de alto custo computacional. Diversos métodos de construção do conjunto de soluções Pareto-ótimo estão disponíveis na literatura, por exemplo, em (Coelho, Van Veldhuizen and Lamont, 2002; Das and Dennis, 1998). Além disso, geralmente em problemas reais de otimização multiobjetivo, é necessária a

participação de um decisor para a seleção de uma solução final. Essa questão é tratada pelas abordagens de tomada de decisões multiobjetivo apresentadas no Capítulo 3.

3. TOMADA DE DECISÕES MULTIOBJETIVO

3.1 Considerações Iniciais

A solução de problemas de otimização multiobjetivo (análise de modelos contínuos de tomada de decisões multicritério ou análise de modelos $\langle X, M \rangle$ (Ekel, 2002; Berredo et al., 2011; Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010)) consiste em vários estágios (Coelho, 2000). Entretanto, muitas pesquisas tendem a se concentrar em questões relacionadas à construção do conjunto de soluções eficientes. É importante apontar que o conjunto de soluções eficientes não fornece informações suficientes para o processo de tomada de decisões em si. Por isso, a participação de um decisor ainda se faz necessária na escolha de uma das soluções eficientes como a solução final do problema. Surge então a necessidade do desenvolvimento de métodos capazes de incorporar as preferências e informações fornecidas pelo decisor no processo de tomada de decisões multiobjetivo, de forma que seja possível distinguir uma solução dentre o conjunto de soluções eficientes.

Na formulação e solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo é necessário responder algumas questões específicas. Entre essas questões, é importante indicar as seguintes (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010):

- Transformação das funções objetivo.
- Escolha de princípio de otimalidade.
- Consideração de prioridades das funções objetivo.

As respostas às questões colocadas acima, e, conseqüentemente o desenvolvimento de métodos multiobjetivo, foram realizados em caminhos diferentes, por exemplo, (Hwang and Masud, 1979; Rao, 1996; Ehrgott, 2005).

3.2 Abordagens para o Uso das Informações do Decisor

Uma possível forma de classificar as abordagens que auxiliam na incorporação das informações fornecidas pelo decisor é baseada no momento em que tais informações estão disponíveis e são aplicadas dentro do processo de tomada de decisões. De acordo

com este critério de classificação, existem três abordagens: a *a priori*, a *posteriori* e a interativa (Coelho, 2000; Horn, 1997).

Se as informações são utilizadas *a priori*, o decisor as fornece antes do processo de tomada de decisões. Neste caso, assume-se que todas as informações necessárias para a escolha da solução final estão disponíveis no início do processo de tomada de decisões. Com base nas informações do decisor, um método de tomada de decisões multiobjetivo é aplicado para a geração de uma solução final.

Quando aplicada a abordagem *a posteriori* o decisor fornece as informações para a escolha da solução final após a obtenção de um conjunto de soluções eficientes. Assim, as informações são fornecidas com base nas alternativas de soluções disponíveis e, a partir destas informações, um método para a avaliação das alternativas de soluções é usado na escolha da solução final.

Na abordagem interativa (adaptativa (Ekel et al., 2003; Berredo et al., 2011; Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010; Ekel et al., 2002; Ekel et al., 2006)) sucessivas melhoras na qualidade da solução são realizadas com a transição de uma solução eficiente à outra solução eficiente. Seja X_α^0 a solução obtida na iteração α , I_α a informação fornecida pelo decisor na iteração α e ω a iteração final do processo decisório, a abordagem iterativa consiste na transição de $X_\alpha^0 \in \Omega^P \subseteq L$ para $X_{\alpha+1}^0 \in \Omega^P \subseteq L$, levando em consideração as informações fornecidas pelo decisor:

$$X_1^0, f(X_1^0) \xrightarrow{I_1} X_2^0, f(X_2^0) \xrightarrow{I_2} \dots \xrightarrow{I_{\alpha-1}} X_\alpha^0, f(X_\alpha^0) \xrightarrow{I_\alpha} \dots \xrightarrow{I_{\omega-1}} X_\omega^0, f(X_\omega^0). \quad (3.1)$$

O procedimento (3.1) está associado com dois tipos de adaptação:

- o computador se adapta às preferências do decisor, com base nas informações fornecidas;
- o decisor se adapta ao problema, com base no resultado do passo $X_\alpha^0, f(X_\alpha^0) \xrightarrow{I_\alpha} X_{\alpha+1}^0, f(X_{\alpha+1}^0)$, que permite entender as consequências de suas preferências e possibilidades de satisfação das suas necessidades.

A abordagem descrita possibilita a construção de métodos suficientemente universais para a tomada de decisões multiobjetivo. Tais métodos permitem o uso de diversas formas de representação das informações fornecidas pelo decisor. Por exemplo, é possível apontar as seguintes formas (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010):

- o decisor identifica a importância de cada função objetivo, usando, por exemplo, pesos diferenciados para cada objetivo;
- o decisor identifica alguns valores desejados para as funções objetivo. Esses valores também podem ser informados como desvios permissíveis dos valores ideais das funções ou limites mínimos e máximos de valores da função objetivo;
- o decisor compara diversas alternativas de soluções disponíveis.

As características das abordagens para o uso das informações do decisor ainda não estão completamente definidas. Por exemplo, apesar de muitos trabalhos na área de tomada de decisões multiobjetivo associarem os métodos baseados na teoria da utilidade (Keeney and Raiffa, 1976) com a abordagem a posteriori, os autores (Keeney and Raiffa, 1976) relacionam estes métodos com a abordagem a priori. Além disso, existem alguns métodos de tomada de decisões que não podem ser relacionados a uma única abordagem, uma vez que estes podem ser aplicados em abordagens mistas (a priori e a posteriori ou a posteriori e interativa) (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010). Finalmente, os grupos de métodos de tomada de decisões multiobjetivo apresentados na seção 3.4 podem ser aplicados em diferentes abordagens de uso das informações do decisor.

3.3 Transformação da Função Objetivo

Em problemas de tomada de decisões multiobjetivo, diferentes funções objetivo podem ter diferentes naturezas e, conseqüentemente, são expressas em diferentes unidades e suas escalas não são comparáveis. Levando isso em consideração, a comparação da qualidade das soluções para cada função objetivo deve ser realizada em uma mesma escala. A seguir são apresentadas algumas técnicas para a transformação de funções objetivo para uma escala única.

A primeira técnica é dada pelas seguintes expressões (Marler and Arora, 2004):

$$F_p = \frac{f_p(X)}{f_p^{\max}}, \quad (3.2)$$

onde $f_p^{\max}$ é o valor máximo da função objetivo p . Essa transformação das funções objetivo geram funções com o limite superior igual a 1 e sem limite inferior. Esta abordagem é indicada para funções objetivo em que $f_p(X) > 0$, já que valores de $f_p^{\max}$

muito próximos a zero podem levar a problemas computacionais no cálculo de (3.2). A Figura 3.1 apresenta as funções transformadas para as seguintes funções objetivo:

$$f_1(X) = 0,0005 \sqrt{X} \times (\sin(X) + 1) \quad (3.3)$$

e

$$f_2(X) = 2000X^3. \quad (3.4)$$

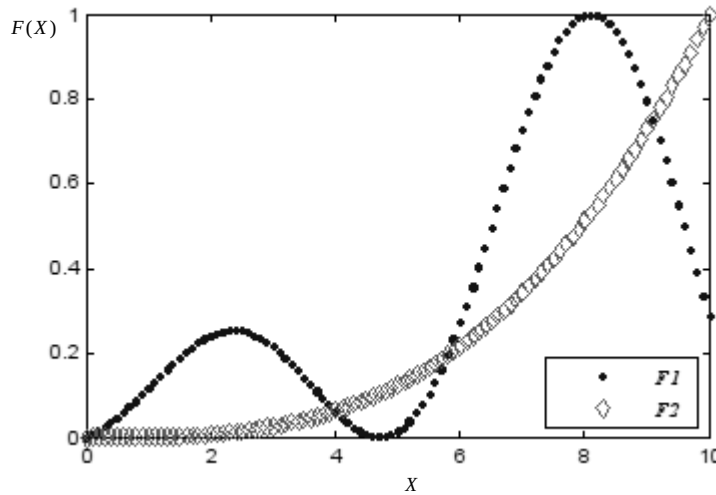


Figura 3.1 - Primeira técnica para a transformação das funções objetivo

Uma segunda abordagem é definida pela seguinte expressão:

$$F_p = \frac{f_p^{\max} - f_p(X)}{f_p^{\max}}, \quad (3.5)$$

onde $f_p^{\max} \neq 0$.

A correlação (3.5) gera funções transformadas com o limite inferior igual a zero e sem limite superior. É importante apontar que valores próximos à zero no denominador podem trazer problemas computacionais. Essa transformação inverte os pontos de máximo e mínimo da função objetivo. A Figura 3.2 mostra a aplicação de (3.5) considerando as funções (3.3)-(3.4).

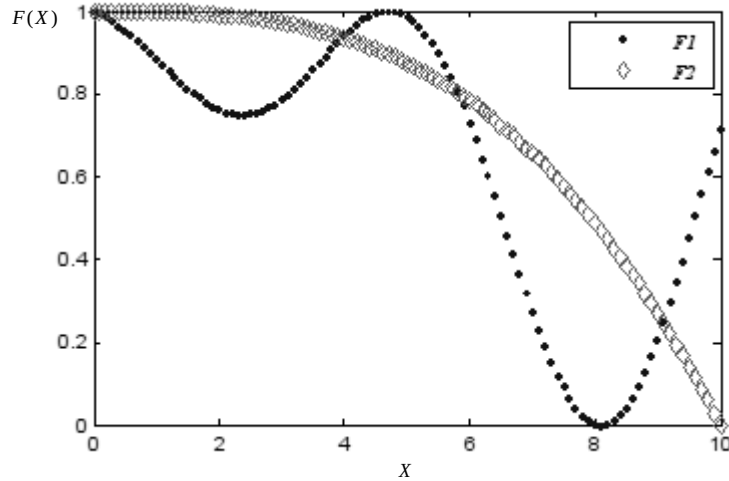


Figura 3.2 - Segunda abordagem para a transformação das funções objetivo

Finalmente uma terceira abordagem permite construir as seguintes expressões:

$$F_p = \frac{f_p(X) - f_p^{\min}}{f_p^{\max} - f_p^{\min}} \quad (3.6)$$

e

$$F_p = \frac{f_p^{\max} - f_p(X)}{f_p^{\max} - f_p^{\min}}, \quad (3.7)$$

onde $f_p^{\min}$ e $f_p^{\max}$ são os valores mínimo e máximo, respectivamente, da função objetivo p . As transformações (3.6) e (3.7) geram valores entre zero e um, as funções transformadas são as mesmas apresentadas nas Figuras 3.1 e 3.2, respectivamente. Em comparação às outras duas abordagens, a terceira abordagem é considerada a mais robusta (Marler and Arora, 2004) pelo fato de não depender da escala das funções objetivo originais no que diz respeito a dificuldades computacionais. Além disso, as transformações (3.6) e (3.7) não alteram a natureza das funções objetivo originais (linear ou não linear). Entretanto, essa abordagem exige que sejam conhecidos os valores $f_p^{\max}$ e $f_p^{\min}$, e a obtenção destes valores pode apresentar dificuldades.

Em geral, é possível distinguir duas formas para a obtenção de $f_p^{\max}$ ou $f_p^{\min}$:

- Encontrar a solução X^* que minimiza e maximiza f_p , ou seja, solucionar os problemas:

$$f_p(X) \rightarrow \min_{X \in L} \quad (3.8)$$

e

$$f_p(X) \rightarrow \max_{X \in L} ; \quad (3.9)$$

- Definir um valor absoluto para $f_p^{\max}$ ou $f_p^{\min}$, caso ele exista, ou sua aproximação baseada no conhecimento do decisor.

A segunda forma de obtenção de $f_p^{\max}$ e $f_p^{\min}$ pode ser mais interessante em problemas em que maximizar ou minimizar f_p é complexo ou exige um alto custo computacional.

3.4 Princípios de Otimalidade

Segundo o conceito de otimalidade de Pareto não é possível distinguir a qualidade das soluções pertencentes ao conjunto Pareto-ótimo de um problema de otimização multiobjetivo. Assim, surge a necessidade do desenvolvimento de técnicas para a comparação da qualidade das soluções eficientes, de forma que seja possível reduzi-lo, ou até mesmo encontrar uma única solução final, facilitando o processo de tomada de decisões.

Levando o exposto em consideração, diferentes conceitos de otimalidade foram propostos na literatura. Os conceitos geralmente utilizados são baseados em encontrar a solução com a maior soma ponderada (*melhor compromisso* (Bentley and Wakefield, 1998)), menor produto (*compromisso justo* (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010)), a solução de menor valor máximo (*min-max* (Lewandowski and Volkovich, 1988)), maior número de objetivos eficientes (*K-otimalidade* (Farina and Amato, 2004)), etc. Esses conceitos formam a base das diversas técnicas de tomada de decisões multiobjetivo que podem ser encontradas na literatura. A seguir, são descritas algumas das abordagens mais comuns.

3.5 Técnicas de Escalarização

Uma das abordagens mais utilizadas na tomada de decisões multiobjetivo é baseada na construção de convoluções para a agregação das várias funções objetivo em

uma única função objetivo. Essa técnica é chamada de escalarização. Diversas técnicas para a construção dessas convoluções foram discutidas na literatura (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010; Marler and Arora, 2004; Emmerich and Deutz, 2006). A seguir serão descritos algumas das técnicas mais utilizadas para a construção das convoluções e solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo.

3.5.1 Soma Ponderada

Uma das convoluções mais comuns consiste na soma ponderada dos objetivos. Neste caso, o problema multiobjetivo é transformado no seguinte problema mono-objetivo:

$$\min \sum_{p=1}^q \lambda_p F_p(X), \quad (3.10)$$

$$\sum_{p=1}^q \lambda_p = 1, \quad (3.11)$$

$$\lambda_p > 0, p = 1, \dots, q, \quad (3.12)$$

onde λ_p é um peso dado a função p e $F_p(X) = f_p(X)$, $p = 1, 2, \dots, q$ considerando que todas as funções $F_p(X)$ estão na mesma escala ou foram transformadas como descrito na seção 3.3. O trabalho (Bentley and Wakefield, 1998) define a solução do problema (3.10)-(3.12) como a solução de *melhor compromisso*.

A solução do problema (3.10)-(3.12) pertence ao conjunto de soluções eficientes do problema multiobjetivo inicial e diferentes soluções podem ser encontradas de acordo com os valores dos pesos λ_p definidos pelo decisor (Ehrgott, 2005). Entretanto, esta abordagem não permite encontrar soluções que pertencem à parte não convexa da fronteira de Pareto, qualquer que seja a combinação dos pesos λ_p . Um exemplo pode ser construído mostrando a interpretação geométrica do método da soma ponderada para um problema com dois objetivos. Neste caso, a função objetivo é representada pela seguinte reta (Emmerich and Deutz, 2006):

$$y = \lambda_1 F_1(X) + \lambda_2 F_2(X). \quad (3.13)$$

A solução deste problema pode ser interpretada como a tentativa de achar o valor y em que, a partir do ponto de origem, a reta de coeficiente $-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ é tangente à região L .

No caso de fronteiras de Pareto convexas, diferentes valores para os pesos permitem encontrar diferentes pontos na fronteira de Pareto. Entretanto, na Figura 3.3, pode ser observado que no caso de fronteiras de Pareto não convexas, apenas soluções nas extremidades da fronteira podem ser obtidas.

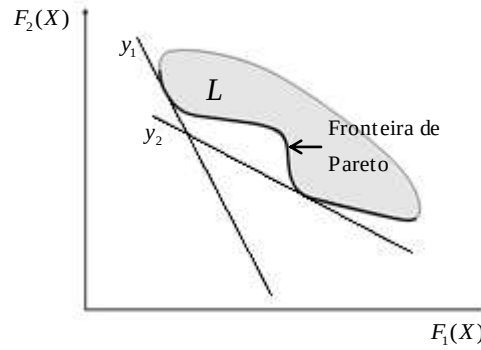


Figura 3.3 -Método da soma ponderada dos objetivos

3.5.2 Função de Utilidade

Uma abordagem bastante utilizada para a construção de convoluções para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo é baseada da modelagem de funções de utilidade. A função de utilidade atribui um valor escalar (chamado de utilidade) para cada combinação de valores que venham a ocorrer no espaço dos objetivos. A solução do problema de tomada de decisões consiste então, em maximizar o valor da utilidade.

Existem diversas abordagens disponíveis na literatura para a construção das funções de utilidade, como os exemplos a seguir (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010; Emmerich and Deutz, 2006):

$$\Phi(X) = \prod_{p=1}^q \lambda_p F_p(X) \quad (3.14)$$

e

$$\Phi(X) = \prod_{p=1}^q [F_p(X)]^{\lambda_p}. \quad (3.15)$$

Geralmente a modelagem de funções de utilidade é baseada em algum princípio de otimalidade que o decisor pretende representar por meio da função de utilidade. As convoluções (3.14) e (3.15), por exemplo, representam o princípio do *compromisso justo* (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010).

A construção de funções de utilidade não lineares permite solucionar os problemas encontrados nas abordagens que usam funções lineares relacionados à obtenção de soluções em regiões não convexas da fronteira de Pareto. Entretanto, o uso de funções de utilidade não lineares pode provocar o aumento da complexidade computacional para a solução dos problemas.

Outra abordagem para a construção de funções de utilidade consiste no uso de índices de satisfação, originalmente proposta em (Harrington, 1965). Nessa abordagem as funções objetivo são mapeadas em níveis de satisfação definidos pelo decisor, variando entre o “não aceitável” (com o valor de utilidade 0) e o “totalmente satisfeito” (com o valor de utilidade 1).

No trabalho (Emmerich and Deutz, 2006) são sugeridas duas funções de preferência (*desirability functions*) para o mapeamento das funções objetivo em valores de satisfação:

$$D_p = \begin{cases} 0, & f_p < f_p^{\min}, \\ \left(\frac{f_p - f_p^{\min}}{t_p - f_p^{\min}} \right)^{l_p}, & f_p^{\min} < f_p < t_p, \\ 1, & f_p \geq t_p \end{cases} \quad (3.16)$$

e

$$D_p = \begin{cases} 0, & f_p < f_p^{\min}, \\ \left(\frac{f_p - f_p^{\min}}{t_p - f_p^{\min}} \right)^{l_p}, & f_p^{\min} \leq f_p \leq t_p, \\ \left(\frac{f_p - f_p^{\max}}{t_p - f_p^{\max}} \right)^{r_p}, & t_p < f_p \leq f_p^{\max}, \\ 0, & f_p > f_p^{\max}. \end{cases} \quad (3.17)$$

O parâmetro $f_p^{\min}$ especifica o limite inferior, $f_p^{\max}$ especifica o limite superior da função objetivo p , l_p e r_p são parâmetros de forma da função e t_p o centro de simetria. A função de utilidade é construída pela agregação das funções de preferência pelo operador produto:

$$\Phi(X) = \prod_{p=1}^q D_p^{\frac{1}{q}}. \quad (3.18)$$

Finalmente, a solução do problema consiste então em maximizar a expressão (3.18). A Figura 3.4 apresenta um exemplo para as funções de preferências (3.16) e (3.17), respectivamente, onde $f_p = [1, -1]$, $t_p = 0$ e $l_p, r_p \in \{0.5, 1, 2\}$.

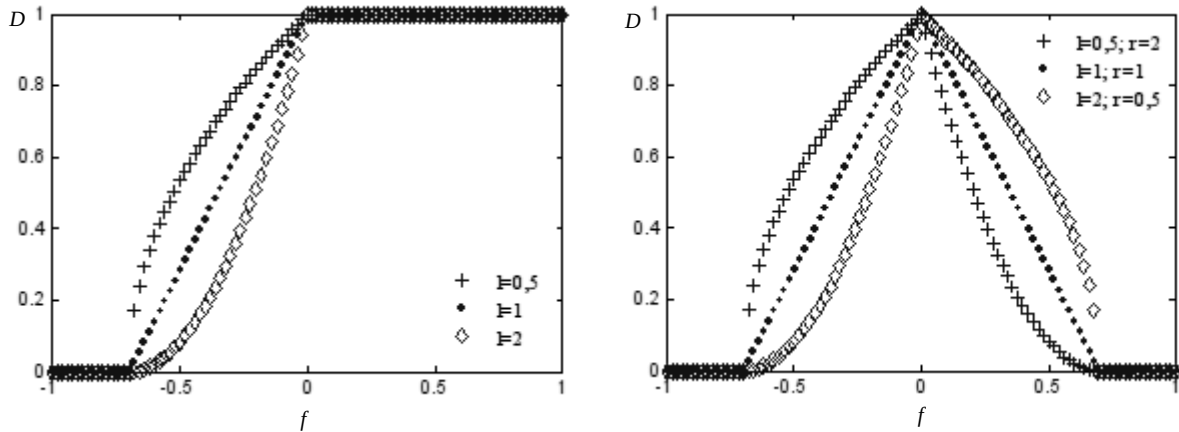


Figura 3.4 - Funções de preferência

3.6 Método de Imposição de Restrições

Nesta abordagem, conhecida também como ε -constraints, o decisor escolhe um objetivo para ser minimizado ou maximizado, os demais objetivos são tratados como restrições limitados a valores ε definidos pelo decisor. Por exemplo, considerando que a função objetivo f_2 foi escolhida para ser minimizada, o problema pode ser definido da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & f_2(X); \\ & f_p(X) \leq \varepsilon_p \quad \forall p \in \{1, \dots, q\}, p \neq 2; \\ & X \in L. \end{aligned} \quad (3.19)$$

A dificuldade do uso desta abordagem está na definição dos valores das restrições ε_p por parte do decisor. Determinados valores de ε_p podem gerar problemas que não possuem soluções factíveis (Marler and Arora, 2004).

3.7 Programação de Metas

O método de programação das metas necessita que o decisor defina as metas para cada função objetivo (Charnes and Cooper, 1961; Tamiz, Jones and Romero, 1998). Então, a solução preferencial é definida como aquela que minimiza a distância em relação ao conjunto de metas. O problema de programação de metas pode ser formulado como:

$$\text{Minimizar } \left[\sum_{p=1}^q \left(d_p^- + d_p^+ \right) \right]^{\frac{1}{\gamma}}, \quad p \geq 1, \quad (3.20)$$

sujeito a

$$X \in L, \quad (3.21)$$

$$f_p(X) + d_p^- - d_p^+ = b_p, \quad p = 1, \dots, q, \quad (3.22)$$

$$d_p^- d_p^+ = 0, \quad p = 1, \dots, q, \quad (3.23)$$

$$d_p^-, d_p^+ \geq 0, \quad p = 1, \dots, q, \quad (3.24)$$

onde $b_p, p = 1, \dots, q$ são as metas definidas por um decisor para os objetivos (as metas podem ser definidas como $f_p(X_p^0)$ para funções a serem minimizadas ou $f_p(X_p^{00})$ para funções a serem maximizadas) e d_p^- e d_p^+ são as diferenças inferior e superior da p -ésima meta, respectivamente. O valor de γ definido em (3.20) é baseado na função de utilidade definida por um decisor.

Existe uma modificação da programação das metas, formulada dentro do modelo (3.20)-(3.24), chamada programação de metas prioritária ou lexicográfica. Neste caso, um decisor, além do conjunto de metas, é capaz de definir uma ordenação de importâncias para os objetivos. Para a comparação direta dos objetivos uma programação de metas ponderadas pode ser usada com a atribuição de pesos às metas em (3.22).

Outras variações e desenvolvimentos em relação à metodologia da programação das metas são apresentados em (Tamiz, Jones and Romero, 1998).

Uma variação especial do método de programação de metas é conhecida como *método do critério global*. Neste método, o decisor especifica uma solução ideal (por exemplo, a solução utópica) no espaço dos objetivos. Então, o objetivo é encontrar a solução que mais se aproxima da solução ideal. A distância em relação à solução ideal é medida por uma métrica de distância, como a de Minkowski, definida como (Emmerich and Deutz, 2006):

$$\Phi(X) = \left\{ \sum_{p=1}^q w_p |f_p(X) - f_p^0|^\gamma \right\}^{\frac{1}{\gamma}}, \quad (3.25)$$

sujeito a (3.11) e (3.12).

Em (3.25) f_p^0 é a solução utópica para a função objetivo p e o parâmetro λ está relacionado com a função de distância. Por exemplo, quando $\gamma=1$ é representada a distância de Manhattan e quando $\gamma=2$ a distância euclidiana. Independentemente dos valores dos parâmetros f_p^0 e γ , não há garantia de que a variação dos pesos w_p definidos pelo decisor permite encontrar soluções em todas as regiões da fronteira de Pareto (Emmerich and Deutz, 2006). A Figura 3.5 exemplifica o método usando a distância euclidiana e de Manhattan, respectivamente.

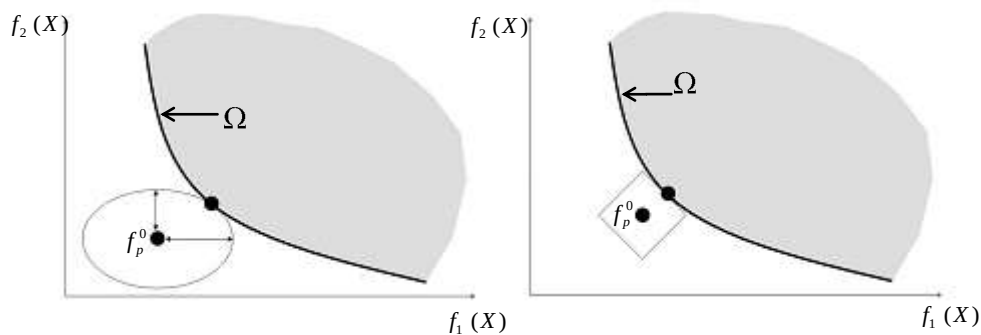


Figura 3.5 - Método do critério global

Por outro lado, a função de distância de Tschebycheff definida como:

$$\Phi(X) = \max_{p=1,\dots,q} \lambda_p |f_p(X) - f_p^0| \quad (3.26)$$

permite encontrar soluções em toda a fronteira de Pareto. Entretanto, essa função também pode gerar soluções que são fracamente eficientes (Emmerich and Deutz, 2006).

Em geral, as abordagens baseadas na distância a um ponto de referência permite uma interpretação mais clara dos resultados uma vez que permite ao decisor, além de definir diferentes pesos para os objetivos, definir uma solução ideal ou utópica. Além disso, a distância até a solução ideal definida pelo decisor pode servir como uma medida quantitativa para a avaliação da qualidade das soluções obtidas no processo de tomada de decisões.

3.8 Método Lexicográfico

O método lexicográfico (Rao, 1996; Ehrgott, 2005) também conhecida como abordagem de concessões sucessivas (*successive concessions*) (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010) pode ser relacionada com as abordagens baseadas na imposição de restrições.

Na utilização do método lexicográfico, as funções objetivo são ordenadas em ordem de importância pelo decisor e numeradas de acordo com a ordem. O problema multiobjetivo é substituído então por um conjunto de problemas mono-objetivo. Por exemplo, assumindo que a função objetivo mais importante é $f_1(X)$ enquanto $f_2(X)$ é a função objetivo de menor importância e que todas as funções objetivo devem ser minimizadas podemos aplicar a abordagem resolvendo a série de problemas a seguir. O primeiro problema tem a seguinte forma:

$$f_1(X) \rightarrow \min_{X \in L} . \quad (3.27)$$

Se X_1^0 é a solução do problema (3.27), então o segundo problema

$$f_2(X) \rightarrow \min_{X \in L} , \quad (3.28)$$

é resolvido levando em consideração a seguinte restrição adicional:

$$f_1(X_1^0) + \Delta f_1 \geq f_1(X), \quad (3.29)$$

onde Δf_1 é a concessão em $f_1(X)$ para minimizar $f_2(X)$.

Considerando que X_2^0 é a solução do problema (3.28), então a concessão Δf_2 é usada para minimizar $f_3(X)$ para a obtenção de X_3^0 . O processo de concessões segue para a obtenção de $X_4^0, X_5^0, \dots, X_q^0$. Finalmente, o ponto $X_p^0, p=1,2,\dots,q$ é considerado a solução do problema multiobjetivo original. Assim, como na abordagem baseada em restrições, cabe ao decisor definir os valores das concessões, o que pode ser uma tarefa complicada.

3.9 Otimização Evolucionária Multiobjetivo

Os métodos de tomada de decisões multiobjetivo apresentados até aqui foram formulados de forma a serem resolvidos utilizando técnicas de otimização mono-objetivo. Entretanto, outras abordagens, geralmente relacionadas à computação evolucionária, permitem resolver problemas multiobjetivo diretamente.

A computação evolucionária constitui uma família de métodos estocásticos de otimização baseada no processo de evolução natural das espécies. Em particular, os algoritmos genéticos multiobjetivo têm sido bastante utilizados na solução de problemas de otimização multiobjetivo (Yu and Gen, 2010; Zhou et al., 2011). Podemos destacar duas principais características favoráveis ao uso dos algoritmos genéticos multiobjetivo em relação às técnicas tradicionais:

- ao contrário das técnicas tradicionais que visam encontrar uma solução, os algoritmos genéticos multiobjetivo geram um conjunto de soluções eficientes após uma única execução, o que é uma vantagem principalmente em processos de tomada de decisões *a posteriori*.
- a capacidade de obtenção de soluções em toda a fronteira de Pareto, inclusive nas regiões não convexas, sem que seja necessário combinar diferentes pesos para os objetivos.

Como ponto negativo, é possível indicar o alto custo computacional necessário para a aproximação da fronteira de Pareto como um todo. Além disso, o desempenho dos

algoritmos genéticos multiobjetivo reduz bastante quando são usados na solução de problemas com muitos objetivos, como discutido nos trabalhos (Corne and Knowles, 2007; Hughes, 2005; Purshouse and Fleming, 2003).

Como citado anteriormente, apesar da construção do conjunto de soluções Pareto-ótimas seja útil no processo de tomada de decisões multiobjetivo, ela não é suficiente para a resolução de diversos problemas reais. Assim, nesses casos, a construção e análise de modelos de tomada de decisões multiobjetivo se fazem necessárias para a escolha de uma solução eficiente. Os trabalhos (Parreiras, 2006; Rachmawati and Srinivasan, 2006) usam técnicas de tomada de decisões multiatributo em conjunto com algoritmos genéticos multiobjetivo. Já os trabalhos (Bentley and Wakefield, 1998; Cvetkovic' and Parmee, 1999) apresentam técnicas que permitem ao decisor definir diferentes importâncias para os objetivos de forma a priorizar soluções que pertençam à determinada região da fronteira de Pareto.

Seguindo esta linha de pensamento, algumas abordagens para distinguir soluções pertencentes ao conjunto de Pareto foram propostas na literatura. De forma semelhante aos métodos apresentados na seção 3.5, o trabalho (Bentley and Wakefield, 1998) propõe a construção de diferentes convoluções de forma a criar um *ranking* de soluções, são elas *weighted average ranking* (WAR), *weighted maximum ranking* (WMR), *sum of weighted ratios* (SWR) e *sum of weighted global ratios* (SWGR).

O método AR (Corne and Knowles, 2007) calcula uma pontuação para cada solução a partir da soma dos rankings individuais dos objetivos. Por exemplo, se existem três objetivos e uma determinada solução é a segunda melhor em dois objetivos e a quinta melhor em um objetivo, a pontuação desta solução será $2 + 2 + 5 = 9$. Assim, as soluções não dominadas podem ser ordenadas de acordo com a pontuação calculada.

A abordagem chamada de *favour relation*, tenta criar uma relação de preferência entre duas soluções Pareto-ótimas. Nesta abordagem, a solução X_j^0 é preferível à solução X_i^0 se X_j^0 é melhor que X_i^0 em mais objetivos em que X_i^0 é melhor que X_j^0 . Por exemplo, considerando que os objetivos devem ser minimizados, na análise das soluções:

- $X_1^0 = (0,1,2,3,4,5)$,
- $X_2^0 = (1,2,2,3,4,0)$,
- $X_3^0 = (3,4,2,3,0,0)$,

- $X_4^0 = (4,5,2,0,0,0)$

temos que X_1^0 é preferível a X_2^0 , X_2^0 é preferível a X_3^0 , X_3^0 é preferível a X_4^0 e X_4^0 é preferível a X_1^0 . Como pode ser observado no exemplo, esta abordagem não garante a ordenação completa das soluções, o que pode apresentar problemas na solução de alguns problemas, como apontado em (Drechsler, Drechsler and Becker, 2001).

Outra abordagem é baseada no conceito de *K-otimalidade* (*K-optimality*) (Farina and Amato, 2004). O conceito de *K-Otimalidade* pode ser definido como:

- dada uma solução X^0 de um conjunto de Pareto com N soluções e q objetivos, X^0 é eficiente de ordem K se X^0 é não-dominada em todo subconjunto de K objetivos dos q objetivos.

Como consequência, podemos dizer que toda solução Pareto-ótima é eficiente de ordem $K=q$ e se X^0 é eficiente de ordem K em que $K < q$, X^0 é eficiente na ordem $K+1$. Finalmente X^0 é K -ótima se K é o menor valor em que podemos dizer que X^0 é eficiente de ordem K . Soluções não dominadas podem ser ordenadas de forma a gerar um ranking K para cada solução X^0 de forma que X^0 é K -Ótima.

Finalmente, os conceitos apresentados neste capítulo podem ser aplicados em uma abordagem de tomada de decisões *a posteriori*, tendo como base o conjunto de soluções não dominadas obtido após a execução do algoritmo genético multiobjetivo.

3.10 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados os conceitos de tomada de decisões multiobjetivo (análise dos modelos $\langle X, M \rangle$). Foram discutidos os aspectos relativos à transformação das funções objetivo, princípios de otimalidade e as abordagens mais comuns para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo.

É possível identificar pontos fortes e fracos em cada uma das abordagens discutidas neste capítulo. No entanto, uma dificuldade comum a todas as abordagens de tomada de decisões multiobjetivo está relacionada ao uso eficiente das informações fornecidas pelo decisor, uma vez que elas geralmente são escassas e incertas. Assim, é

necessário o estudo de técnicas capazes de modelar e incorporar as informações fornecidas pelo decisor e suas incertezas ao processo de tomada de decisões.

Levando o exposto em consideração, o Capítulo 4 apresenta uma abordagem para tomada de decisões multicritério baseada na teoria dos conjuntos nebulosos. Diversas técnicas para modelagem de incertezas e preferências do decisor usando teoria dos conjuntos nebulosos podem ser encontradas na literatura e a incorporação destas técnicas à tomada de decisões multiobjetivo pode ser realizada com o uso da abordagem de Bellman-Zadeh para tomada de decisões em ambiente nebuloso (Bellman and Zadeh, 1970).

4. A TEORIA DOS CONJUNTOS NEBULOSOS E SUA APLICAÇÃO PARA A TOMADA DE DECISÕES MULTIOBJETIVO

4.1 Considerações Iniciais

Uma grande limitação dos sistemas interativos existentes está relacionada com a forma única de representação das informações adicionais (Larichev, 1984; Ekel et al., 1997). Em muitos casos, esses sistemas não têm a capacidade de fazer uso de toda informação que a pessoa que toma as decisões pode fornecer. Informações amplas ou de difícil formalização são em geral desprezadas, quando poderiam ser usadas para direcionar (e acelerar) a busca da solução. Além disso, na prática, geralmente não é possível definir parâmetros exatos para os modelos. Normalmente incertezas e imprecisões surgem da falta de conhecimento ou informações incompletas a respeito dos parâmetros e limites do problema.

Assim, quando são analisados problemas complexos, que demandam a participação direta do decisor no processo de escolha da solução, é importante desenvolver sistemas de tomada de decisões, que permitam a interação entre a pessoa que toma as decisões e o computador, em uma linguagem próxima à linguagem natural desta pessoa. Neste sentido, a teoria dos conjuntos nebulosos (*fuzzy*) constitui em uma importante ferramenta na modelagem das informações do decisor com suas incertezas, permitindo a incorporação de informações de caráter qualitativo e quantitativo no processo decisório (Dubois, 2011). A abordagem de Bellman-Zadeh para tomada de decisões em ambiente nebuloso permite preservar a medida natural da incerteza na tomada de decisões com múltiplos critérios e considerar, no processo decisório, índices, critérios e restrições de caráter qualitativo (semântico, contextual) (Zimmermann, 1990; Bellman and Zadeh, 1970).

Considerando o exposto, a utilização da teoria dos conjuntos nebulosos e da abordagem de Bellman-Zadeh serão discutidas neste capítulo.

4.2 Teoria dos Conjuntos Nebulosos

Um conjunto clássico possui seus limites bem definidos de tal modo que a pertinência de um dado elemento a um conjunto é dada como verdadeira ou falsa, uma vez que os limites dos conjuntos clássicos são bem definidos. A fronteira exata de um conjunto nebuloso, por sua vez, é indefinida. A pertinência ou não pertinência de um elemento a ao conjunto nebuloso A é definida por uma função $\mu(X)$, chamada de função de pertinência, que assume valores no intervalo $[0,1]$, conforme o grau de pertinência de a ao conjunto A . Essa representação permite a transição gradual entre a pertinência $\mu(X)=1$ e a não pertinência $\mu(X)=0$, como apresentado na Figura 4.1.

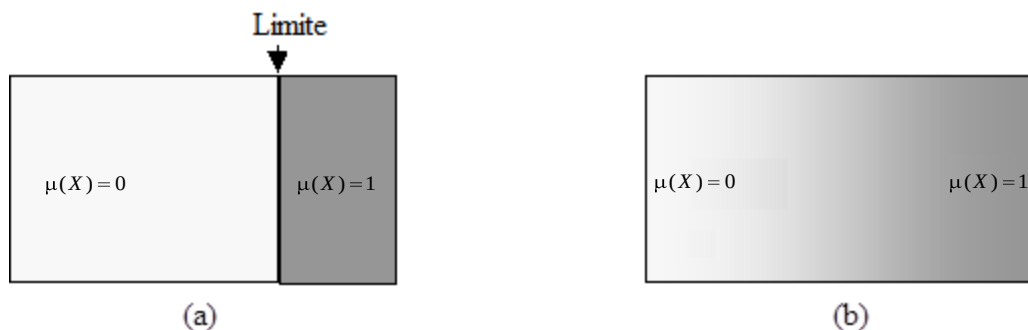


Figura 4.1 - Diferença entre os conjuntos tradicionais e os conjuntos nebulosos.

4.3 Números e Intervalos Nebulosos

Números e intervalos nebulosos visam representar valores imprecisos de forma modelar a noção humana de números e intervalos aproximados. Em geral, os valores nebulosos representam um valor numérico através de conjuntos nebulosos, cada um com uma definição linguística.

Por exemplo, se o valor de uma variável é conhecido ($X = 2,5$), então é possível representá-lo como um valor exato, em que a função característica é $A_{2,5}(X)=1$ se $X = 2,5$ senão $A_{2,5}(X)=0$, como apresentado na Figura 4.2 (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010). Nessa situação, o valor é preciso em relação ao seu valor e ao seu significado. Se o valor da variável é incerto, mas os limites para o valor são conhecidos, então o valor incerto pode ser representado por um intervalo fechado $[2,2 \ 3,0]$ em que a função característica é $A_{[2,2;3]}(X)=1$ se $X \in [2,2 \ 3,0]$ senão $A_{[2,2;3]}(X)=0$. Nesse caso a variável é considerada como incerta, mas o seu significado é preciso. Quando os limites

são incertos também, o valor e o intervalo são nebulosos, como apresentado na Figura 4.2. Nesse caso o valor da variável e os seus limites tem significado definido, mas valores incertos.

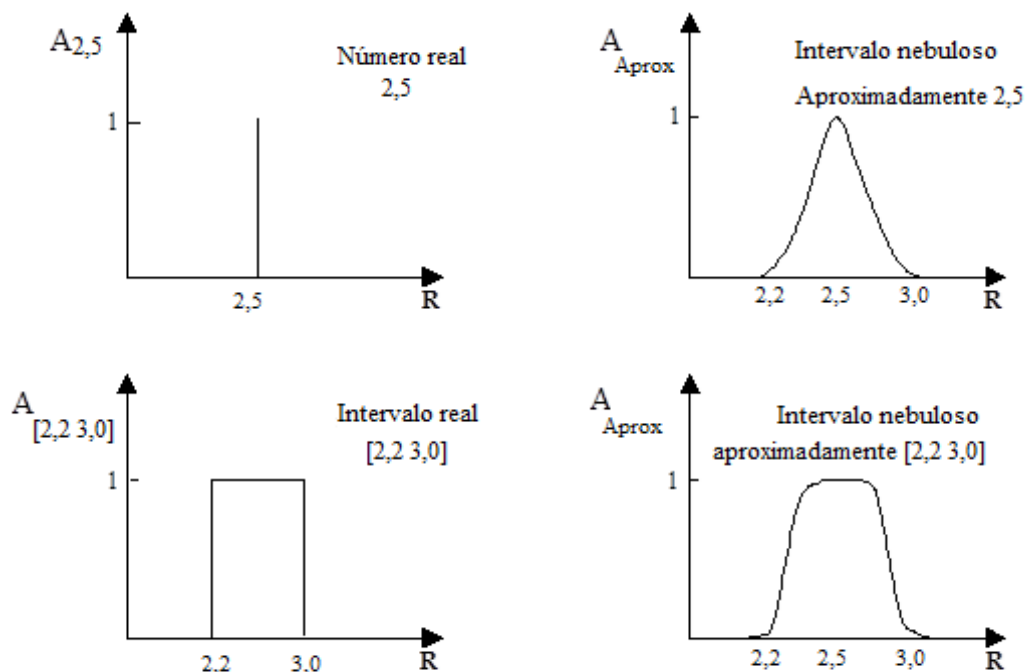


Figura 4.2 - Exemplos de números e intervalos nebulosos

4.4 Variáveis Linguísticas

Uma vez que os conjuntos nebulosos são capazes de modelar valores incertos através de funções de pertinência, eles fornecem caminhos para a representação numérica e linguística de valores. Assim, a teoria dos conjuntos nebulosos serve como uma ferramenta para a computação através de palavras.

Ao contrário da ideia de variáveis numéricas, as variáveis linguísticas apresentadas aqui são definidas como variáveis em que os valores são conjuntos nebulosos. Em geral, as variáveis linguísticas podem assumir valores que consistem em palavras ou sentenças expressas em linguagem natural (Zadeh, 1999). Formalmente, uma variável linguística é caracterizada por uma quintupla $\langle X, Tm(X), X, Gr, Rm \rangle$ em que seus componentes são os seguintes:

- X - o nome da variável;
- $Tm(X)$ - um termo de X em que os elementos são rótulos Lm de valores linguísticos de X ;
- Gm - uma gramática que gera os nomes de X ;
- Rm - uma regra semântica que atribui a cada rótulo $Lm \in T(X)$ um significado em que a realização é um conjunto nebuloso no universo em que a variável base é X .

No exemplo a seguir é modelada uma variável linguística de temperatura explicitando os componentes da definição formal de uma variável linguística (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010):

- $X = \text{temperatura}$, $X = [0, 40]$;
- $Tm(\text{temperatura}) = \{\text{frio}, \text{confortável}, \text{quente}\}$;
- $Rm(\text{frio}) \rightarrow Cm$, $Rm(\text{confortável}) \rightarrow Fm$, $Rm(\text{quente}) \rightarrow Wm$, onde Cm , Fm e Wm são conjuntos nebulosos em que as funções de pertinência são apresentadas na Figura 4.3.

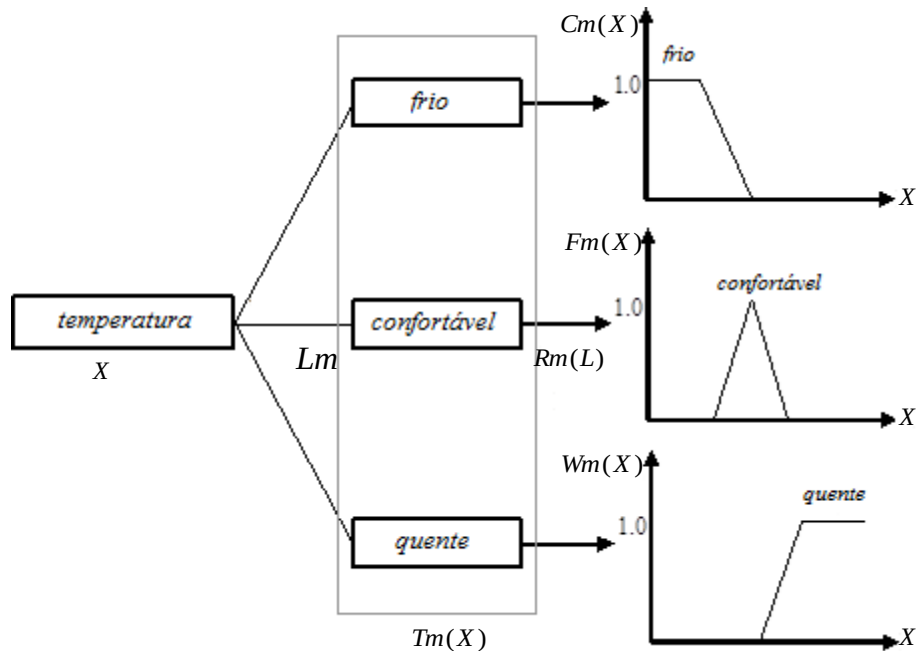


Figura 4.3 - Exemplo da variável linguística temperatura

4.5 Interseção e União de Conjuntos Nebulosos

Os conjuntos nebulosos possuem operações similares às operações de união, interseção e complemento dos conjuntos clássicos.

A operação de interseção nebulosa denominada T-norma, definida por $\wedge$, satisfaz as seguintes condições:

- Condição de fronteira: $\wedge(0,0) = 0, \wedge(a,1) = \wedge(1,a) = a$
- Monotonicidade: se $b \leq c$ então $a \wedge b \leq a \wedge c$
- Propriedade Cumulativa: $a \wedge b = b \wedge a$
- Propriedade Associativa: $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$

A seguir são apresentados alguns exemplos de operadores T-norma (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010).

$$\text{Mínimo: } a \wedge b = \min(a, b). \quad (4.1)$$

$$\text{Produto: } a \wedge b = ab. \quad (4.2)$$

$$\text{Lukasiewicz: } a \wedge b = \max(a + b - 1, 0). \quad (4.3)$$

$$\text{Produto drástico: } a \wedge b = \begin{cases} \text{se } b=1 & a \\ \text{se } a=1 & b \\ \text{senão} & 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

De forma análoga, a operação de união nebulosa denominada S-norma, definida por $\vee$, satisfaz as seguintes condições:

- Condição de fronteira: $\vee(1,1) = 0, \vee(a,0) = \vee(0,a) = a$;
- Monotonicidade: se $b \leq c$ então $a \vee b \leq a \vee c$;
- Propriedade Cumulativa: $a \vee b = b \vee a$;
- Propriedade Associativa: $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$.

A seguir são apresentados alguns exemplos de operadores S-norma (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010):

$$\text{Máximo: } a \vee b = \max(a, b); \quad (4.5)$$

$$\text{Soma probabilística: } a \vee b = a + b - ab; \quad (4.6)$$

$$\text{Lukasiewicz: } a \vee b = \min(a + b, 1); \quad (4.7)$$

$$\text{Soma drástica: } a \vee b = \begin{cases} \text{se } b=0 & a \\ \text{se } a=0 & b \\ \text{senão} & 1 \end{cases} \quad (4.8)$$

4.6 A Abordagem de Bellman-Zadeh

Como apresentado no Capítulo 3, a eficiência real das abordagens tradicionais de tomada de decisões multiobjetivo depende da qualidade das informações fornecidas pelo decisor. A teoria dos conjuntos nebulosos fornece técnicas bem fundamentadas para a modelagem eficiente da preferência humana o que justifica sua aplicação na construção de abordagens para a solução de problema de tomada de decisões multiobjetivo. Neste trabalho, a abordagem de Bellman-Zadeh para a tomada de decisões em ambiente nebuloso (Bellman and Zadeh, 1970; Zimmermann, 1990; Pedrycz and Gomide, 1998) será usada como base para o desenvolvimento de métodos para a solução de problemas de otimização e tomada de decisões multiobjetivo (análise de modelos $\langle X, M \rangle$).

Uma dificuldade metodológica fundamental na resolução de problemas de otimização multicritério reside na falta de clareza na concepção da "solução ótima". Quando é aplicada a abordagem de Bellman-Zadeh para a tomada de decisões em ambiente nebuloso (Bellman and Zadeh, 1970; Zimmermann, 1990; Pedrycz and Gomide, 1998; Durbach and Stewart, 2012), para resolver os problemas multiobjetivo, esta concepção é definida com razoável validade, porque o máximo "grau de implementação de todos os objetivos" serve como um critério de otimalidade que concorda com o princípio da garantia do resultado e constitui uma linha efetiva na obtenção de soluções harmoniosas (Ekel, 2002; Ekel et al., 2006; Ekel et al., 2003). A obtenção de soluções harmoniosas está associada com a ideia de evitar soluções que possuem altos níveis de satisfação para alguns critérios, mas em contrapartida, possuem baixos níveis de satisfação para outros critérios. Além disso, a abordagem de Bellman-Zadeh permite a criação de um método eficiente (do ponto de vista computacional) e

rigoroso (do ponto de vista da obtenção de soluções que pertencem ao conjunto de Pareto) para a análise de modelos multicritério.

Quando é usada a abordagem de Bellman-Zadeh, toda a função objetivo $f_p(X)$ é substituída por uma função objetivo nebulosa ou um conjunto nebuloso

$$A_p = \{X, \mu_{A_p}(X)\}, \quad X \in L, \quad p = 1, \dots, q, \quad (4.9)$$

onde $\mu_{A_p}(X)$ é uma função de pertinência de A_p (Zimmermann, 1990; Pedrycz and Gomide, 1998).

A solução nebulosa D , com base em (4.9), é formada como $D = \bigcup_{p=1}^q A_p$ com a função de pertinência

$$\mu_D(X) = \min_{p=1, \dots, q} \mu_{A_p}(X), \quad X \in L. \quad (4.10)$$

Sua utilização permite obter uma solução que prove o grau máximo

$$\max \mu_D(X) = \max_{X \in L} \min_{p=1, \dots, q} \mu_{A_p}(X) \quad (4.11)$$

de pertinência à solução nebulosa D . Assim, do ponto de vista formal, o problema multicritério é substituído pelo problema *maxmin*

$$X^0 = \arg \max_{X \in L} \min_{p=1, \dots, q} \mu_{A_p}(X). \quad (4.12)$$

Para a obtenção (4.12), é necessário construir funções de pertinência $\mu_{A_p}(X)$, $p = 1, \dots, q$ que reflitam o grau de alcance do extremo próprio da função objetivo correspondente $f_p(X)$, $X \in L$, $p = 1, \dots, q$. As funções de transformação (3.2) e (3.5)-(3.7) são exemplos de funções que podem ser usadas como função de pertinência.

A construção de (3.6) ou (3.7) demanda a solução dos problemas (3.8) e (3.9) para a obtenção $X_p^0 = \arg \min_{X \in L} f_p(X)$ e $X_p^{00} = \arg \max_{X \in L} f_p(X)$, respectivamente.

De tal forma, a solução do problema (4.11) com base na abordagem de Bellman-Zadeh demanda a solução de até $2q+1$ problemas monocritério (3.8), (3.9) e (4.12), respectivamente.

Para que a solução X^0 pertença ao $\Omega \subseteq L$, é necessário construir

$$\bar{\mu}_D(X) = \bigwedge_{p=1}^q \mu_{A_p}(X) \wedge \mu_\pi(X) = \min \{ \min_{p=1, \dots, q} \mu_{A_p}(X), \mu_\pi(X) \}, \quad (4.13)$$

onde $\mu_\pi(X) = 1$ se $X \in \Omega$ e $\mu_\pi(X) = 0$ se $X \notin \Omega$.

4.7 Restrições Nebulosas

As incertezas relativas às restrições dos problemas de otimização multiobjetivo podem ser modeladas por conjuntos nebulosos e serem incorporadas de forma natural ao processo de solução dos problemas. As restrições, incluindo condições adicionais de caráter qualitativo, podem ser definidas pelas variáveis linguísticas apresentadas na seção 4.4, (Ekel et al., 2006; Ekel, Menezes and Schuffner Neto, 2007; Ekel et al., 2002). Assim, é possível modificar (4.12) para a consideração de r variáveis linguísticas para a forma:

$$X^0 = \arg \max_{X \in L} \min_{p=1, \dots, q+r} \mu_{A_p}(X), \quad (4.14)$$

onde $\mu_{A_p}(X)$, $X \in L$, $p = q+1, \dots, r$ são funções de pertinência de valores nebulosos (Zimmermann, 1990; Pedrycz and Gomide, 1998) das variáveis linguísticas que refletem as condições adicionais.

Como exemplos de restrições representadas por variáveis linguísticas é possível indicar (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010):

$$\mu(X) = e^{-k(R-Q)^2}; \quad (4.15)$$

$$\mu(X) = \begin{cases} 1 - e^{-k(R-Q)^2}, & X \leq R; \\ 0, & X > R; \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\mu(X) = \begin{cases} 1 - e^{-k(R-Q)^2}, & X \geq R; \\ 0, & X < R. \end{cases} \quad (4.17)$$

A expressão (4.15) representa o conceito de aproximadamente R , a expressão (4.16) menor que R e (4.17) maior que R . O argumento k indica o nível de precisão da restrição. Em (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010) são propostas cinco funções de pertinência para a variável $\mu_p(X)$ a partir da variação dos valores de k : $\mu(X) = \{\text{Próximo}, \text{Aproximadamente}, \text{Pouco Menor}, \text{Muito Menor}, \text{Pouco Maior}, \text{Muito Maior}\}$. A representação gráfica desta variável é apresentada nas Figuras 4.4 e 4.5.

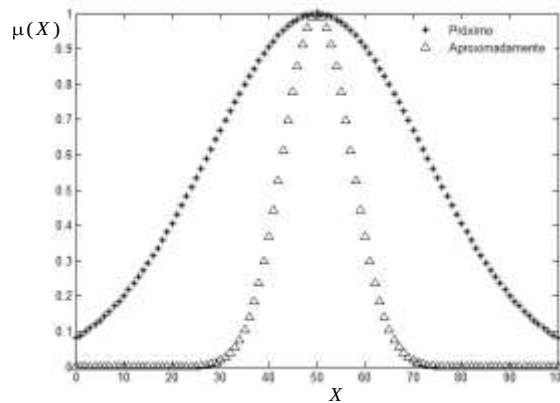


Figura 4.4 - Exemplo de restrições nebulosas: Pouco e Aproximadamente

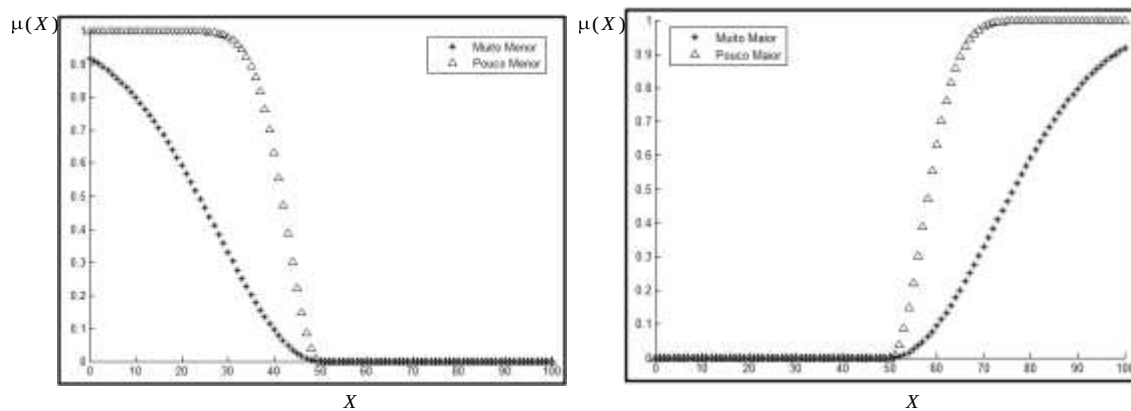


Figura 4.5 - Exemplo de restrições nebulosas: Pouco menor, Muito menor, Pouco maior e Muito maior

4.8 Outros Operadores de Agregação

Existem bases teóricas (por exemplo, (Bellman and Giertz, 1974)) da validade da aplicação do operador $\min$ em (4.12) e (4.13). Entretanto, há muitas famílias dos operadores de agregação, que podem ser usadas no lugar do operador $\min$ (Zimmermann,

1990; Beliakov and Warren, 2001), o operador *produto*, por exemplo, foi aplicado em (Ekel et al., 2006; Ekel, Menezes and Schuffner Neto, 2007; Ekel et al., 2002). As pesquisas generalizadas em (Beliakov and Warren, 2001; Despic and Simonovic, 2000) incluem tentativas de se introduzir outros tipos de operadores, outros resultados nessa área foram refletidos em (Dyckhoff and Pedrycz, 1984; Yager, 1988). Entretanto, o volume crescente dos trabalhos direcionados à introdução de novos tipos de operadores (por exemplo, (Calvo, Mesiar and Yager, 2004)) motiva os estudos, principalmente do ponto de vista substancial, do uso de diferentes tipos dos operadores. Considerando o exposto, é possível generalizar (4.11) da seguinte forma:

$$\mu_D(X) = \text{agg}(\mu_{A_1}(X), \mu_{A_2}(X), \dots, \mu_{A_l}(X)), \quad X \in L, \quad (4.18)$$

onde *agg* é um operador de interseção nebulosa, por exemplo (4.1)-(4.4).

4.9 Considerações Finais

Levando o exposto em consideração, o uso da teoria dos conjuntos nebulosos permite não só o desenvolvimento de um processo plenamente fundamentado para o aspecto contextual ou intuitivo da análise qualitativa e da modelagem de incertezas, mas também proporciona uma ferramenta confiável para a obtenção de informações quantitativas. O presente capítulo introduz a teoria básica relativa à lógica nebulosa (*fuzzy*) e o seu uso no desenvolvimento de abordagens para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo.

É necessário salientar que uma das mais importantes questões da tomada de decisões multicritério é a qualidade das soluções obtidas. Os trabalhos (Ekel et al., 2002; Galperin and Ekel, 2003) indicam que a qualidade é considerada como alta se os níveis de satisfação dos critérios são iguais ou próximos uns dos outros (soluções harmoniosas), quando a importância dos critérios é a mesma. Desse ponto de vista, é necessário destacar o fundamento convincente e a validade de uma solução baseada no princípio da garantia do resultado, que pode ser aplicado usando-se o operador *min*. Outras direções podem levar a soluções com altos níveis de satisfação para alguns critérios, mas baixos níveis para outros critérios (Ekel et al., 2006; Ekel, Menezes and Schuffner Neto, 2007; Galperin and Ekel, 2003; Canha et al., 2007).

Outros trabalhos, por exemplo, em (Chen, 2011; Malczewski, 2006), indicam um caminho para escolha de soluções em problemas de tomada de decisões multicritério levando em consideração o nível de otimismo ou pessimismo da pessoa que toma a decisão ou do caráter do problema. Existem diversos trabalhos na literatura que justificam o uso do operador de agregação OWA (*Ordered Weighted Average*) (Yager, 1988) e suas variações como uma ferramenta eficiente na consideração do nível de otimismo e pessimismo do decisor na solução de problemas de tomada de decisões (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010; Yager, 1988; Malczewski, 2006; Herrera and Herrera-Viedma, 2000). Os resultados desses trabalhos servem de motivação para a proposta uma nova abordagem para tomada de decisões multiobjetivo através do uso da teoria dos conjuntos nebulosos e o operador OWA apresentada no capítulo 5.

5. APLICAÇÃO DO OPERADOR OWA NA TOMADA DE DECISÕES MULTIOBJETIVO

5.1 Considerações Iniciais

Como discutido nos capítulos 3 e 4 a escolha do princípio de otimalidade é fundamental no processo de tomada de decisões multiobjetivo. O uso do princípio da *garantia do resultado* (Ekel, 2002), em particular, a formulação do problema *max-min* como fundamento único na análise das soluções eficientes, representa um ponto de vista pessimista em relação à avaliação dos níveis de satisfação dos critérios. Isso porque soluções em que um único critério tem o nível de satisfação baixo e os demais critérios possuem níveis de satisfação altos são consideradas ruins. Já o princípio do *melhor compromisso* (Bentley and Wakefield, 1998), obtido pela soma ponderada dos objetivos, permite escolher soluções em que baixos níveis de satisfação para alguns objetivos são compensados por altos níveis de satisfação de outros objetivos. Estes são dois dos princípios de otimalidade bastante utilizados pelas abordagens tradicionais, como apresentado nos capítulos 3 e 4.

As abordagens tradicionais, em geral, permitem ao decisor definir a prioridade dos objetivos através da definição de seus pesos. Entretanto, em diversos casos, não é desejável ou possível fazer a ordenação completa das prioridades dos objetivos. Nesses casos, a solução será escolhida de acordo com o conceito de otimalidade implementado pela abordagem de tomada de decisões, limitando a capacidade do decisor de influenciar o processo de tomada de decisões. Caso a solução não seja satisfatória, outra abordagem de tomada de decisões deverá ser utilizada, exigindo, por parte do decisor, um conhecimento mais profundo sobre os conceitos de otimalidade implementado por cada abordagem.

Levando isso em consideração, neste trabalho é investigado um conceito mais amplo para a avaliação da qualidade das soluções eficientes. Com base no nível de otimismo ou pessimismo do decisor, é possível implementar diversos conceitos de otimalidade usando uma mesma abordagem. Esse conceito também concorda com a necessidade da modelagem de risco em problemas de tomada de decisões multicritério (Chen, 2011; Malczewski, 2006; Yager, 1993). O principal aspecto na construção desta

abordagem está associado ao uso do operador de agregação OWA e suas modificações. Assim, este capítulo é dedicado a apresentar as características do operador OWA e sua aplicação na solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo.

5.2 O Operador OWA

O operador OWA foi originalmente proposto da seguinte maneira:

$$\text{OWA}(a_1, a_2, \dots, a_q) = \sum_{i=1}^q w_i b_i, \quad (5.1)$$

onde b_i corresponde ao i -ésimo maior valor entre $a_1, a_2, \dots, a_q$ e os pesos w_i satisfazem às

condições $w_i \in [0,1]$ e $\sum_{i=1}^q w_i = 1$.

A aplicação do operador OWA inclui os seguintes passos:

1. Ordenar os argumentos $a_1, a_2, \dots, a_q$ em ordem decrescente.
2. Determinar os pesos $w_1, w_2, \dots, w_q$ associados ao operador OWA usando um método adequado.
3. Usar o operador OWA, aplicando (5.1), para agregar os argumentos.

O aspecto fundamental na aplicação do operador OWA é a definição dos pesos w_i associados. Em particular, o peso w_i não está associado com um argumento a_i , mas sim com a posição i dos argumentos ordenados. O operador OWA permite implementar outros operadores como casos específicos dele através do ajuste adequado de seus pesos, como mostra a Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Equivalência entre OWA e outros operadores de agregação

Operador de agregação	Pesos do OWA
<i>Min</i>	$w_q = 1, w_i = 0, i = 1, \dots, q-1$
<i>Max</i>	$w_1 = 1, w_i = 0, i = 2, \dots, q$
<i>Média aritmética</i>	$w_i = \frac{1}{q}, i = 1, \dots, q$

Particularmente, os operadores *max*, *min* e *média aritmética* têm encontrado aplicação na análise multicritério, reproduzindo atitudes racionalmente admissíveis para um decisor. O operador *max* reproduz uma abordagem otimista em que há uma relação de compensação máxima entre os critérios, bastando uma boa avaliação para compensar todas as más avaliações. O operador *min* reproduz uma abordagem pessimista em que não há qualquer compensação entre critérios, prevalecendo sempre a pior avaliação associada a um determinado critério. Finalmente, o operador *média aritmética* permite um grau de compensação intermediário ao nível de compensação permitidos pelo operador *min* e o *max*.

5.3 O Operador S-OWA

Existem diversas variações do operador OWA propostas na literatura. Geralmente estas variações se caracterizam pelos diferentes métodos para se determinar os pesos do operador. Sem entrar em detalhes sobre as características destes métodos (este tipo de análise é feita em (Xu, 2005)), o operador S-OWA (*Slide OWA*) (Yager, 1994) foi escolhido para o desenvolvimento deste trabalho por possuir as características necessárias para a modelagem do nível de otimismo e pessimismo do decisor.

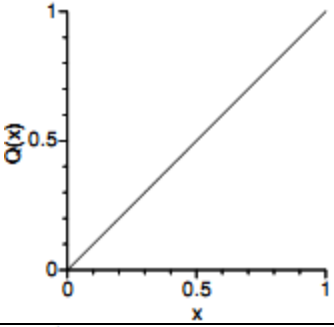
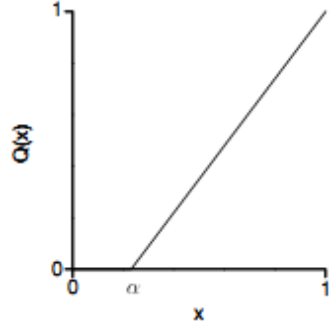
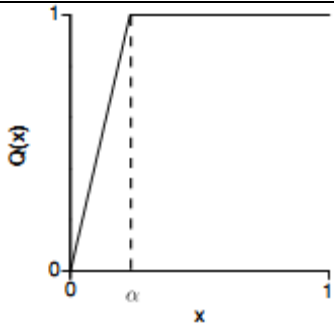
O operador S-OWA permite trabalhar com diferentes níveis de otimismo e pessimismo a partir dos seus pesos, que são definidos da seguinte forma:

Os quantificadores nebulosos Q podem ser representados em linguagem natural por termos linguísticos. A Tabela 5.2 apresenta exemplos de quantificadores linguísticos para um problema de quatro objetivos (Liu and Han, 2008).

Tabela 5.2 – Quantificadores linguísticos nebulosos

Termo Linguístico	Função de Pertinência		θ
Existe	$Q(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x = 0 \\ 1 & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$		1
Todos	$Q(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \neq 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \end{cases}$		0
Maioria	$Q(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq x \leq 0,3 \\ 2(x - 0,3) & \text{se } 0,3 < x \leq 0,8 \\ 1 & \text{se } 0,8 < x \leq 1 \end{cases}$		0,45
Pelo menos metade	$Q(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } 0 \leq x \leq 0,5 \\ 1 & \text{se } 0,5 < x \leq 1 \end{cases}$		0,75
Quantos forem possíveis	$Q(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq x \leq 0,5 \\ 2(x - 0,5) & \text{se } 0,5 < x \leq 1 \end{cases}$		0,25

Tabela 5.2 - Quantificadores linguísticos nebulosos (continuação)

Termo Linguístico	Função de Pertinência		θ
Média	$Q(x) = x(0 \leq x \leq 1)$		0,5
Mais do que j $\alpha = \frac{j}{q}$	$Q(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq x \leq \alpha \\ \frac{x}{1-\alpha} & \text{se } \alpha < x \leq 1 \end{cases}$		$\frac{1-\alpha}{2}$
Ao menos j $\alpha = \frac{j}{q}$	$Q(x) = \begin{cases} \frac{x}{\alpha} & \text{se } 0 \leq x \leq \alpha \\ 1 & \text{se } \alpha < x \leq 1 \end{cases}$		$1 - \frac{\alpha}{2}$

Após escolhido o quantificador adequado, os pesos do operador OWA são obtidos pela seguinte expressão:

$$w_i = Q\left(\frac{i}{q}\right) - Q\left(\frac{i-1}{q}\right), \quad i = 1, \dots, q. \quad (5.3)$$

5.5 Modelagem do Nível de Otimismo

Uma vez conhecidos os pesos do operador OWA, é possível estimar uma noção de otimismo ou pessimismo expressada pelos valores dos pesos. No trabalho (Yager,

1988) foi proposta uma medida quantitativa para a avaliação do nível de otimismo do decisor (conhecida como *Orness Degree*), baseada nos pesos do operador OWA:

$$\theta = \frac{1}{q-1} \sum_{i=1}^q (q-i)w_i, \quad (5.4)$$

assim, quanto maior o valor de θ maior é o nível de otimismo do decisor. Por exemplo, se $w_n = 1$ e $w_i = 0$ para $i = 2, \dots, q$ (operador *min*) então $\theta = 0$, enquanto se $w_1 = 1$ e $w_i = 0$ para $i = 2, \dots, q$ (operador *max*) então $\theta = 1$. A Figura 5.1 (Zarghami and Szidarovszky, 2009) mostra a relação entre o valor de θ e o nível de otimismo do decisor.

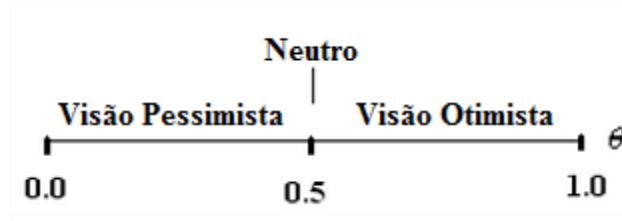


Figura 5.1 - Índice de Otimismo

5.6 Aplicação do Operador OWA na Tomada de Decisões Multiobjetivo

Uma forma natural do uso do operador OWA na tomada de decisões multiobjetivo é utilizá-lo como operador de agregação na abordagem de Bellman-Zadeh, apresentada no Capítulo 4. A aplicação do operador OWA à abordagem de tomada de decisões de Bellman-Zadeh pode ser feita substituindo a expressão (4.12) por:

$$X^0 = \arg \max_{X \in L} \text{OWA} \mu_{A_p}(X). \quad (5.5)$$

Consequentemente, a expressão (4.13) pode ser apresentada da seguinte maneira:

$$\bar{\mu}_D(X) = \text{agg}_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X) \wedge \mu_{\pi}(X) = \min_{p=1, \dots, q} \{ \text{OWA} \mu_{A_p}(X), \mu_{\pi}(X) \}. \quad (5.6)$$

Finalmente, (4.14) pode ser substituída por:

$$X^0 = \arg \max_{X \in L} \text{OWA} \mu_{A_p}(X). \quad (5.7)$$

Assim como na expressão (5.6), pode ser mais adequado tratar as restrições da forma mais pessimista possível, assim, a expressão (5.7) pode ser modificada para a forma:

$$X^0 = \arg \max_{X \in L} \min_{p=1, \dots, q} \text{OWA} \mu_{A_p}(X), \min_{v=q+1, \dots, r} \mu_{A_v}(X). \quad (5.8)$$

O operador OWA também permite que sejam atribuídos diferentes níveis de importância (pesos) para os critérios. Para que os níveis de importância sejam observados corretamente para todas as formas de agregação do operador OWA, os conjuntos nebulosos devem ser modificados da seguinte forma (Yager, 1988):

$$\mu_{A_p}(X, \lambda_p, \theta) = (\lambda_p \vee \varpi) \mu_{A_p}(X)^{(\lambda_p \vee \theta)}, \quad (5.9)$$

onde λ é um peso para o objetivo p , θ é o nível de otimismo do decisor, ϖ é o complemento, $\varpi + \theta = 1$, de θ e $\vee$ é um operador S-norma, por exemplo (4.5)-(4.8).

É possível observar que quando o operador OWA se comporta como o operador $\max$ ($\theta = 1$), neste caso (5.9) tem a forma $\mu_{A_p}(X) = \lambda_p \mu_{A_p}(X)$. Entretanto, se o operador OWA tem a forma do operador $\min$ ($\theta = 0$) obtemos $\mu_{A_p}(X) = \mu_{A_p}(X)^{\lambda_p}$. Nos testes realizados neste trabalho o operador *s-norma*, utilizado nos cálculos de $(\lambda_p \vee \varpi)$ e $(\lambda_p \vee \theta)$, foi implementado usando (4.6). Esta forma de implementação foi escolhida por ter apresentado melhores resultados nos testes em relação à geração de soluções que representam as preferências do decisor. No trabalho (Yaggar, 1998) é feito um estudo detalhado a respeito da consideração de importâncias diferenciadas para os critérios no operador OWA.

5.7 Esquema Geral para a Tomada de Decisões Multiobjetivo Considerando o Nível de Otimismo do Decisor

Definidas as propriedades do operador OWA e sua adaptação à abordagem de Bellman-Zadeh para tomada de decisões em ambiente nebuloso e levando em

consideração os resultados dos trabalhos (Berredo et al., 2011; Ekel et al., 2002; Ekel et al., 2003; Ekel et al., 2006) é possível apresentar um esquema geral para a tomada de decisões multiobjetivo. Considerando α a variável que indica o passo atual de um processo iterativo, o esquema geral de tomada de decisões multiobjetivo consiste nos seguintes passos:

1. Solução dos problemas (3.8) e (3.9) para se obter X_p^0 , $p = 1, \dots, q$ e X_p^{00} , $p = 1, \dots, q$, respectivamente.
2. Construção do vetor de importâncias dos objetivos $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_q)$.
3. Definição do vetor de pesos do operador OWA $\Psi = (w_1, \dots, w_q)$, usando (5.2) ou um dos quantificadores linguísticos apresentados na Tabela 5.2 seguido da aplicação de (5.3).
4. Cálculo do índice de otimismo usando (5.4).
5. Construção das funções de pertinência (5.9).
6. Definição ou ajuste das restrições linguísticas μ_{A_v} , $v = q+1, \dots, r$.
7. Encontrar a X_α^0 resolvendo os problemas (5.7) ou (5.8).
8. A solução X_α^0 é analisada pelo decisor. Se o decisor está satisfeito com a solução avança ao passo 9, caso contrário retorna ao passo 2 levando $\alpha := \alpha + 1$.
9. Fim do processo uma vez que a solução satisfatória X^0 foi encontrada.

O esquema apresentado pode servir como base para a solução de diversos problemas de otimização e tomada de decisões multicritério. É importante destacar a que o esquema apresentado permite a tomada de decisões adaptativa, possibilitando o “refinamento” sucessivo da solução X_α^0 de acordo com as preferências do decisor. É possível também a geração de um conjunto de soluções X_α^0 , que conciliam com uma possível característica de incerteza em relação ao problema ou às preferências do decisor. Este conjunto de soluções pode ser analisado posteriormente com o uso de informações adicionais e outras técnicas ou modelos de tomada de decisões, por exemplo, como os modelos $\langle X, R \rangle$ (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010).

Uma questão fundamental está na escolha e implementação dos algoritmos para a solução dos problemas do passo 1 e, principalmente, do passo 7. A escolha destes algoritmos geralmente está associada com as características específicas de cada problema.

5.8 Exemplo

O exemplo apresentado abaixo demonstra a capacidade do esquema de tomada de decisões apresentado neste capítulo de gerar soluções em diferentes regiões da fronteira de Pareto a partir do nível de otimismo do decisor. O exemplo, conhecido como DTLZ7, foi proposto em (Deb et al., 2002) e é bastante utilizado em testes de desempenho de algoritmos evolutivos multiobjetivo. O problema tem 2^{q-1} regiões de soluções Pareto-ótimas desconexas no espaço de busca e testa a capacidade dos algoritmos de otimização multiobjetivo de encontrar soluções nessas diferentes regiões. O problema pode ser definido como:

$$\begin{aligned} f_1(x_1) &= x_1 \rightarrow \min, \\ f_2(x_2) &= x_2 \rightarrow \min, \\ f_3(X) &= (1 + g(X))h(f_1, f_2, g) \rightarrow \min, \end{aligned} \tag{5.10}$$

onde

$$\begin{aligned} g(X) &= 1 + \frac{9}{|X|} \sum_{x_i \in X} x_i, \\ h(f_1, f_2, g) &= 3 - \sum_{i=1}^2 \left[\frac{f_i}{1+g} + \sin(3\pi f_i) \right], \\ 0 \leq x_i &\leq 1, \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, 22. \end{aligned} \tag{5.11}$$

Em um primeiro teste, os objetivos terão o mesmo peso e serão geradas soluções considerando quatro valores distintos para os pesos do operador OWA como apresentado na Tabela 5.3. As soluções apresentadas na Tabela 5.4 e na Tabela 5.5 foram obtidas solucionando o problema (5.7) utilizando um algoritmo genético mono-objetivo (JGAP—Java Genetic Algorithms Package, n.d.).

Tabela 5.3 - Exemplo DTLZ7 – Pesos do operador OWA

Solução	Termo	w	θ
S1	Média	$[0,33 \ 0,33 \ 0,33]$	0,50
S2	S-OWA ($\sigma = 0,5$ e $\beta = 0,5$)	$[0,50 \ 0 \ 0,50]$	0,50
S3	Quantos forem possíveis	$[0 \ 0,33 \ 0,67]$	0,17
S4	Todos (operador <i>min</i>)	$[0 \ 0 \ 1]$	0

A Tabela 5.4 apresenta os níveis de satisfação de cada objetivo em cada solução encontrada. Os níveis de satisfação correspondem ao grau de “proximidade” de determinada solução a solução ótima de um objetivo representado por uma função de pertinência nebulosa. A expressão (3.7) foi utilizada como função de pertinência para a solução deste problema. Os valores de $f_p^{\max}$ e $f_p^{\min}$ foram obtidos considerando os valores máximos e mínimos de cada objetivo encontrado na fronteira de Pareto previamente conhecida.

É possível identificar regiões da fronteira de Pareto em que os objetivos f_1 e f_2 são minimizados simultaneamente, como apresentado na Figura 5.2(a), o que corresponde às soluções menos pessimistas como S1. No entanto, o objetivo f_3 possui níveis de satisfação baixos nesta região. Em outras regiões da fronteira de Pareto é possível encontrar soluções mais equilibradas, como nos pontos S2 e S3. Em S2, é possível verificar como o operador prioriza o “maior” e o “menor” valores de satisfação dos objetivos, equiparando os níveis de satisfação de f_1 e f_3 e mantendo o nível de f_2 . No ponto S4 está a solução de menor compensação, em particular, é possível perceber que no ponto S4 os níveis de satisfação das funções objetivo f_1 e f_2 foram bastante penalizados para um pequeno aumento no nível de satisfação de f_3 .

Tabela 5.4 - Exemplo DTLZ7 – Soluções do primeiro teste

	$\mu_{A_1}(X)$	$\mu_{A_2}(X)$	$\mu_{A_3}(X)$
S1	1,00	1,00	0,03
S2	0,25	1,00	0,25
S3	0,75	0,75	0,27
S4	0,29	0,30	0,29

Em um segundo teste, os pesos dos objetivos foram alterados para $\Lambda = [0,20 \ 0,15 \ 0,65]$ com a intenção de aumentar o nível geral de satisfação do objetivo f_3 nas soluções. A Tabela 5.4 e a Figura 5.2(b) mostram os níveis de satisfação encontrados para os objetivos em cada solução. Percebe-se que as soluções deslocaram-se para regiões da fronteira de Pareto com maiores níveis de satisfação para o objetivo f_3 .

Tabela 5.5 - Exemplo DTLZ7 – Soluções do segundo teste

	$\mu_{A_1}(X)$	$\mu_{A_2}(X)$	$\mu_{A_3}(X)$
S1	0,77	0,76	0,25
S2	1,00	0,12	0,46
S3	0,25	0,19	0,55
S4	0,26	0,18	0,54

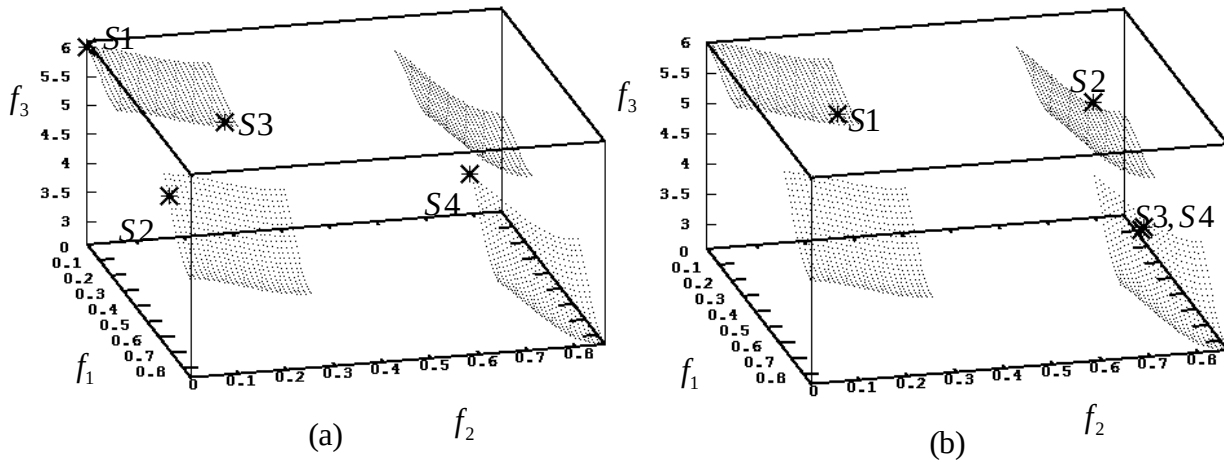


Figura 5.2 - Soluções para o problema DTLZ7.
a) Soluções com importâncias iguais para os objetivos.
b) Soluções com maior importância para as funções f_1 e f_3 .

5.9 Considerações Finais

Este capítulo apresentou uma nova abordagem para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo (análise dos modelos $\langle X, M \rangle$) baseada na teoria dos conjuntos nebulosos e na aplicação do operador de agregação OWA e suas modificações. Essas modificações são associadas com a capacidade do operador OWA de implementar diferentes tipos de operadores de agregação (Zimmermann, 1990; Beliakov and Warren, 2001) e consequentemente, diferentes conceitos de otimalidade.

A abordagem proposta foi usada para resolver o problema DTLZ7 (Deb et al., 2002). Os resultados apresentados confirmaram a capacidade de se alcançar diferentes soluções na fronteira de Pareto a partir da alteração dos pesos do operador OWA e da atribuição de diferentes pesos aos objetivos.

Como é indicado em (Beliakov and Warren, 2001), mesmo que a agregação seja uma parte importante das muitas esferas científicas e apesar de algumas propriedades dos operadores de agregação estarem estabelecidas, o entendimento profundo e a fundamentação teórica das muitas técnicas de agregação começou somente recentemente. Assim, não há uma interpretação clara e intuitiva destas propriedades e uma interpretação única dos operadores em si. Surgem então, as seguintes questões: Entre os muitos tipos de operadores de agregação, como selecionar um? Qual é o operador adequado para um determinado problema? Apesar de sugeridos os critérios de seleção em (Zimmermann,

1996), a maioria desses critérios têm uma base empírica. De tal forma, é possível afirmar que a seleção de operadores, na maioria dos casos, é baseada na experiência.

Levando o exposto em consideração, é possível apontar que a principal contribuição da nova abordagem proposta está associada à flexibilidade para a modelagem adequada do operador de agregação, tendo como base as informações fornecidas pelo decisor. O uso do operador de agregação adequado permite que seja construído um conceito de otimalidade específico para a solução de um determinado problema, baseado no conhecimento, na experiência e na intuição do decisor.

6. CONSIDERAÇÃO DA INCERTEZA DOS DADOS INICIAIS

6.1 Considerações Iniciais

Nos capítulos anteriores foram discutidas abordagens direcionadas à modelagem da incerteza das metas em problemas de tomada de decisões multiobjetivo. Essas incertezas estão relacionadas à dificuldade de se selecionar soluções aceitáveis pertencentes ao conjunto Pareto.

Este capítulo trata de outro importante tipo de incerteza associado aos dados iniciais. Essas incertezas geralmente estão associadas à dificuldade de se definir ou obter informações confiáveis, que devem ser levadas em consideração na construção de modelos de tomada de decisões.

À medida que a complexidade das incertezas aumenta, definir medidas de probabilidade ou funções de pertinência nebulosa capazes de modelar matematicamente essas incertezas pode torna-se inviável. Nesses casos, pode ser útil a construção de combinações representativas de dados iniciais, chamadas de cenários, de forma que cada cenário represente uma possível interpretação da realidade.

Neste capítulo serão revisados os conceitos relacionados à abordagem clássica para a consideração de informações incertas. Essa abordagem é baseada na construção e análise de matrizes *payoff* construídas para diferentes alternativas de solução de um problema em diferentes cenários. Uma generalização da abordagem clássica permite fazer a construção e análise multicritério de matrizes *payoff* para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo.

Em particular, este capítulo trata das questões relativas à construção das matrizes *payoff* particulares (monocritério) e agregadas (multicritério) e construção dos critérios de análise de alternativas de solução em problemas multicritério.

6.2 Técnica de Construção e Análise das Regiões de Incerteza das Soluções

A consideração do fator de incerteza das informações iniciais em problemas de otimização e tomada de decisões pode ser realizada empregando-se a abordagem clássica (Luce and Raiffa, 1957; Raiffa, 1968; Belyaev, 1977), voltada para a consideração da

incerteza de informações quantitativas. Esta abordagem é baseada na construção e análise de matrizes *payoff*, que refletem os efeitos que podem ser obtidos para diferentes alternativas de soluções em diversos cenários e consiste nas seguintes etapas (Belyaev, 1977):

1. Formulação matemática do problema;
2. Construção dos cenários;
3. Definição das alternativas de solução;
4. Construção das matrizes *payoff*;
5. Análise das matrizes *payoff* e escolha das soluções racionais.

6.3 Construção dos Cenários

A tomada de decisões multiobjetivo com a consideração das incertezas das informações através da construção e análise de cenários foi utilizada nos trabalhos (Ekel, Martini and Palhares, 2008; Ekel et al., 2008; Miranda and Proença, 1997). Nesse caso, o caminho para a solução do problema é baseado na avaliação das possíveis soluções em cada cenário seguida da escolha da solução mais robusta, ou seja, a solução que possui o melhor desempenho geral considerando todos os cenários simultaneamente.

As questões relacionadas à construção de cenários, como o número de cenários e a escolha de combinações representativas dos dados iniciais, são amplas e suas respostas variam quando analisadas nas mais diferentes áreas. Em geral, a principal condição para a construção de cenários é que cada cenário seja a representação de uma realidade plausível (Durbach and Stewart, 2012).

Os trabalhos (Belyaev, 1977; Figueira, Greco and Ehrgott, 2005; Goodwin and Wright, 2005; Wright and Goodwin, 2009) discutem algumas das questões relativas à construção de cenários. O trabalho (Goodwin and Wright, 2005) sugere que os decisores analisem as incertezas e definam o pior e o melhor cenários possíveis para o problema, a partir destes extremos, cenários intermediários seriam criados. Já o trabalho (Pappala and Erlich, 2008) propôs uma técnica baseada no algoritmo de otimização *particle swarm* para a geração e seleção dos cenários mais significativos. Neste trabalho será usada a técnica apresentada no trabalho (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010), que utilizou as chamadas sequências LP_τ (Sobol', 1979) para a geração dos cenários.

6.4 Definição das Alternativas de Solução

Considerando um número dado S de cenários $Y_s, s=1,...,S$, o primeiro passo para a construção da matriz *payoff* está relacionado à construção do conjunto de alternativas de solução. Em problemas de otimização em ambiente de incerteza, cada cenário é analisado separadamente e o seguinte problema de otimização correspondente é solucionado:

$$f_p(X, Y_s) \rightarrow \underset{X \in L}{\text{extr}}, \quad p = 1, 2, \dots, q; \quad s = 1, \dots, S. \quad (6.1)$$

Assim, considerando um total de S cenários, são geradas S soluções “localmente” ótimas correspondentes à alternativa de solução selecionada em cada um dos S problemas multiobjetivo. Do conjunto de S soluções, um conjunto de K soluções distintas é selecionado para a construção das matrizes *payoff*.

6.5 Construção da Matriz Payoff

A partir de K alternativas de soluções $X_k, k=1,...,K$ e S cenários, uma matriz *payoff* correspondente (Tabela 6.1) pode ser construída. Para isso, cada uma das K soluções devem ser avaliadas nos S cenários, ou seja, calcular $f(X_k, Y_s)$ para $X_k, k=1,...,K$ e $Y_s, s=1,...,S$. A matriz *payoff*, portanto, reflete os efeitos ou consequências de uma ou outra ação $X_k, k=1,...,K$, nos cenários correspondentes $Y_s, s=1,...,S$.

Tabela 6.1 - Matriz *payoff*

	Y_1	...	Y_s	...	Y_S
X_1	$f(X_1, Y_1)$	...	$f(X_1, Y_s)$	...	$f(X_1, Y_S)$
...	...	...	...	...	...
X_k	$f(X_k, Y_1)$	...	$f(X_k, Y_s)$	...	$f(X_k, Y_S)$
...	...	...	...	...	...
X_K	$f(X_K, Y_1)$	...	$f(X_K, Y_s)$	...	$f(X_K, Y_S)$

6.6 Análise das Matrizes *Payoff* e Seleção das Soluções Racionais

A seleção das alternativas de solução é baseada na utilização de critérios de escolha específicos. Os critérios mais utilizados são os critérios de Wald, de Laplace, de Savage e de Hurwicz (Luce and Raiffa, 1957; Raiffa, 1968; Belyaev, 1977).

Para um melhor entendimento da aplicação destes critérios, a matriz apresentada na Tabela 6.1 é reapresentada na Tabela 6.2 em forma estendida, com incorporação das estimativas características apresentadas a seguir (Belyaev, 1977):

- Nível máximo da função objetivo

$$f^{\max}(X_k) = \max_{1 \leq s \leq S} f(X_k, Y_s) \quad (6.2)$$

para a alternativa de solução dada. Essa é a estimativa mais otimista se a função objetivo deve ser maximizada ou a estimativa mais pessimista se a função objetivo deve ser minimizada para a alternativa de solução k ;

- Nível mínimo da função objetivo

$$f^{\min}(X_k) = \min_{1 \leq s \leq S} f(X_k, Y_s) \quad (6.3)$$

para a alternativa de solução dada. Essa a estimativa mais otimista se a função objetivo deve ser minimizada ou a estimativa mais pessimista se a função objetivo deve ser maximizada para a alternativa de solução k ;

- Nível médio da função objetivo

$$\bar{f}(X_k) = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f(X_k, Y_s) \quad (6.4)$$

para a alternativa de solução dada;

- Nível máximo de risco

$$r^{\max}(X_k) = \max_{1 \leq s \leq S} r(X_k, Y_s), \quad (6.5)$$

onde $r(X_k, Y_s)$ é um custo adicional que aparece para o estado de natureza Y_s e a escolha da alternativa de solução X_k no lugar da alternativa de solução que é localmente ótima para o Y_s dado. Esse custo adicional mostra uma diferença relativa dos valores da função objetivo com escolha da uma alternativa de solução

no lugar de outra. Na realidade, o custo adicional caracteriza um nível de prejuízo associado com a incerteza da situação.

Tabela 6.2 - Matriz *payoff* com estimativas características

	Y_1	...	Y_s	...	Y_S	$f^{\max}(X_k)$	$f^{\min}(X_k)$	$\bar{f}(X_k)$	$r^{\max}(X_k)$
X_1	$f(X_1, Y_1)$	...	$f(X_1, Y_s)$	...	$f(X_1, Y_S)$	$f^{\max}(X_1)$	$f^{\min}(X_1)$	$\bar{f}(X_1)$	$r^{\max}(X_1)$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
X_k	$f(X_k, Y_1)$	...	$f(X_k, Y_s)$	...	$f(X_k, Y_S)$	$f^{\max}(X_k)$	$f^{\min}(X_k)$	$\bar{f}(X_k)$	$r^{\max}(X_k)$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
X_K	$f(X_K, Y_1)$	...	$f(X_K, Y_s)$	...	$f(X_K, Y_S)$	$f^{\max}(X_K)$	$f^{\min}(X_K)$	$\bar{f}(X_K)$	$r^{\max}(X_K)$
$f^{\min}(Y_s)$	$f^{\min}(Y_1)$	...	$f^{\min}(Y_s)$	...	$f^{\min}(Y_S)$				

Para avaliar os riscos $r(X_k, Y_s)$, é necessário definir o valor máximo da função objetivo se ela deve ser maximizada, como é mostrado na Tabela 6.2, para toda combinação do cenário Y_s (para toda coluna da matriz *payoff*):

$$f^{\max}(Y_s) = \max_{1 \leq k \leq K} f(X_k, Y_s). \quad (6.6)$$

É natural que, se a função objetivo deve ser minimizada, é necessário definir o valor mínimo da função objetivo para todo cenário Y_s (para toda coluna da matriz *payoff*):

$$f^{\min}(Y_s) = \min_{1 \leq k \leq K} f(X_k, Y_s). \quad (6.7)$$

O nível de risco para qualquer alternativa de solução X_k em qualquer cenário Y_s pode ser calculado como

$$r(X_k, Y_s) = f^{\max}(Y_s) - f(X_k, Y_s), \quad (6.8)$$

se a função objetivo deve ser maximizada ou

$$r(X_k, Y_s) = f(X_k, Y_s) - f^{\min}(Y_s), \quad (6.9)$$

se a função objetivo deve ser minimizada.

Executando-se os cálculos com base em (6.8) ou (6.9), para todo X_k , $k=1,...,K$ e Y_s , $s=1,...,S$ é possível construir a matriz de riscos mostrada na Tabela 6.3. É natural que qualquer coluna desta matriz apresente ao menos um valor $r(X_k, Y_s) = 0$.

Tabela 6.3 - Matriz de riscos

	Y_1	...	Y_s	...	Y_S	$r^{\max}(X_k)$
X_1	$r(X_1, Y_1)$	...	$r(X_1, Y_s)$	...	$r(X_1, Y_S)$	$r^{\max}(X_1)$
...	...	...	...	...	...	...
X_k	$r(X_k, Y_1)$	...	$r(X_k, Y_s)$	...	$r(X_k, Y_S)$	$r^{\max}(X_k)$
...	...	...	...	...	...	...
X_K	$r(X_K, Y_1)$	...	$r(X_K, Y_s)$	...	$r(X_K, Y_S)$	$r^{\max}(X_K)$

Os critérios de escolha de Wald, Laplace, Savage e Hurwicz são baseados na utilização das estimativas características $f^{\max}(X_k)$, $f^{\min}(X_k)$, $\bar{f}(X_k)$ e $r^{\max}(X_k)$. Esses critérios são apresentados a seguir com a suposição de que a função objetivo deve ser minimizada.

- O critério de Wald utiliza a estimativa $f^{\max}(X_k)$ e permite a escolha da alternativa de solução X^W para a qual esta estimativa é mínima:

$$\min_{1 \leq k \leq K} f^{\max}(X_k) = \min_{1 \leq k \leq K} \max_{1 \leq s \leq S} f(X_k, Y_s). \quad (6.10)$$

- O critério de Laplace utiliza a estimativa $\bar{f}(X_k)$ e permite escolher a alternativa de solução X^L que minimiza essa estimativa:

$$\min_{1 \leq k \leq K} \bar{f}(X_k) = \min_{1 \leq k \leq K} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f(X_k, Y_s). \quad (6.11)$$

- O critério de Savage está associado com uso da estimativa $r^{\max}(X_k)$ e permite a escolha da alternativa de solução X^S que minimiza essa estimativa:

$$\min_{1 \leq k \leq K} r^{\max}(X_k) = \min_{1 \leq k \leq K} \max_{1 \leq s \leq S} r(X_k, Y_s). \quad (6.12)$$

- O critério de Hurwicz utiliza a combinação linear das estimativas $f^{\min}(X_k)$ e $f^{\max}(X_k)$ e permite escolher a alternativa de solução X^H que minimiza essa combinação:

$$\begin{aligned} \min_{1 \leq k \leq K} [\sigma f^{\min}(X_k) + (1-\sigma) f^{\max}(X_k)] = \\ = \min_{1 \leq k \leq K} [\sigma \min_{1 \leq s \leq S} f(X_k, Y_s) + (1-\sigma) \max_{1 \leq s \leq S} f(X_k, Y_s)], \end{aligned} \quad (6.13)$$

onde $\sigma \in [0, 1]$ é um índice de "pessimismo-otimismo" escolhido pela pessoa responsável pela decisão.

6.7 Análise das Regiões de Incerteza em Problemas Multiobjetivo

Os resultados dos trabalhos (Ekel, Martini and Palhares, 2008; Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010; Ekel et al., 2008; Ekel et al., 2007) apresentam uma generalização da abordagem clássica para o tratamento de incerteza das informações iniciais para a consideração de múltiplos critérios com base nos resultados dos trabalhos (Ekel, 2001; Ekel, 2002). No caso de problemas de tomada de decisões multiobjetivo é natural que S problemas de otimização multiobjetivo devam ser solucionados para a construção das matrizes *payoff*. Assim, se existem q funções objetivo, então q matrizes *payoff* devem estar disponíveis para a análise.

Aplicando as equações para normalização na construção das funções de pertinência dos conjuntos nebulosos, como (3.6) e (3.7), é possível construir a matriz *payoff* modificada (normalizada) para o p -ésimo critério, apresentada na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 - Matriz *payoff* modificada para o *p*-ésimo critério

	Y_1	...	Y_s	...	Y_S
X_1	$\mu_{A_p}(X_1, Y_1)$	...	$\mu_{A_p}(X_1, Y_s)$	...	$\mu_{A_p}(X_1, Y_S)$
...	...	...	...	...	...
X_k	$\mu_{A_p}(X_k, Y_1)$	...	$\mu_{A_p}(X_k, Y_s)$	...	$\mu_{A_p}(X_k, Y_S)$
...	...	...	...	...	...
X_K	$\mu_{A_p}(X_K, Y_1)$	...	$\mu_{A_p}(X_K, Y_s)$	...	$\mu_{A_p}(X_K, Y_S)$

A disponibilidade de q matrizes *payoff* modificadas permite construir uma matriz *payoff* agregada, apresentada na Tabela 6.5, aplicando um dos operadores (4.1)-(4.4). Consequentemente, as estimativas características passam a ser:

- nível máximo da função de pertinência

$$\mu_D^{\max}(X_k) = \max_{1 \leq s \leq S} \mu_D(X_k, Y_s) \quad (6.14)$$

para alternativa de solução dada, que é uma estimativa mais otimista;

- nível mínimo da função de pertinência

$$\mu_D^{\min}(X_k) = \min_{1 \leq s \leq S} \mu_D(X_k, Y_s) \quad (6.15)$$

para alternativa de solução dada, que é uma estimativa mais pessimista;

- nível médio da função de pertinência

$$\bar{\mu}_D(X_k) = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \mu_D(X_k, Y_s) \quad (6.16)$$

para alternativa de solução dada;

- nível máximo de risco, definido como em (6.7)

$$r(X_k, Y_s) = \max_{1 \leq k \leq K} \mu_D(X_k, Y_s) - \mu_D(X_k, Y_s). \quad (6.17)$$

As estimativas características indicadas para $\mu_D^{\max}(X_k)$, $\mu_D^{\min}(X_k)$, $\bar{\mu}_D(X_k)$ e $r^{\max}(X_k)$ servem como base para os critérios que devem ser usados na generalização da abordagem clássica para a tomada de decisões multicritério considerando a incerteza das informações iniciais.

Tabela 6.5 - Matriz payoff agregada com estimativas características

	Y_1	...	Y_s	...	Y_S	$\mu_D^{\max}(X_k)$	$\mu_D^{\min}(X_k)$	$\bar{\mu}_D(X_k)$	$r^{\max}(X_k)$
X_1	$\mu_D(X_1, Y_1)$	...	$\mu_D(X_1, Y_s)$	...	$\mu_D(X_1, Y_S)$	$\mu_D^{\max}(X_1)$	$\mu_D^{\min}(X_1)$	$\bar{\mu}_D(X_1)$	$r^{\max}(X_1)$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
X_k	$\mu_D(X_k, Y_1)$	...	$\mu_D(X_k, Y_s)$	...	$\mu_D(X_k, Y_S)$	$\mu_D^{\max}(X_k)$	$\mu_D^{\min}(X_k)$	$\bar{\mu}_D(X_k)$	$r^{\max}(X_k)$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
X_K	$\mu_D(X_K, Y_1)$	...	$\mu_D(X_K, Y_s)$	...	$\mu_D(X_K, Y_S)$	$\mu_D^{\max}(X_K)$	$\mu_D^{\min}(X_K)$	$\bar{\mu}_D(X_K)$	$r^{\max}(X_K)$
$\mu_D^{\max}(Y_s)$	$\mu_D^{\max}(Y_1)$	...	$\mu_D^{\max}(Y_s)$	...	$\mu_D^{\max}(Y_S)$				

Assim, os critérios de escolha de alternativas de solução podem ser adaptados aos problemas multiobjetivo como apresentado a seguir.

- O critério de Wald toma a seguinte forma:

$$\max_{1 \leq k \leq K} \mu_D(X_k) = \max_{1 \leq k \leq K} \min_{1 \leq s \leq S} \min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X_k, Y_s). \quad (6.18)$$

- O critério de Laplace pode ser apresentado da seguinte maneira:

$$\max_{1 \leq k \leq K} \mu_D(X_k) = \max_{1 \leq k \leq K} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X_k, Y_s). \quad (6.19)$$

- O critério de Savage tem a seguinte forma:

$$\min_{1 \leq k \leq K} r^{\max}(X_k) = \min_{1 \leq k \leq K} \max_{1 \leq s \leq S} [\max_{1 \leq k \leq K} \min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X_k, Y_s) - \min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X_k, Y_s)]. \quad (6.20)$$

- O critério de Hurwicz pode ser apresentado da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
& \max_{1 \leq k \leq K} [\sigma \min_{1 \leq k \leq K} \mu_D(X_k) + (1-\sigma) \max_{1 \leq k \leq K} \mu_D(X_k)] \\
& = \max_{1 \leq k \leq K} [\sigma \min_{1 \leq k \leq K} \min_{1 \leq p \leq q} \mu_D(X_k, Y_s) + (1-\sigma) \max_{1 \leq k \leq K} \min_{1 \leq p \leq q} \mu_D(X_k, Y_s)].
\end{aligned} \tag{6.21}$$

Outros critérios para análise de incerteza (diferentes dos critérios de Wald, Laplace, Savage, e Hurwicz) podem ser aplicados na análise das matrizes *payoff*, (por exemplo, os critérios de Hodges e Lehmann, Bayes, máxima probabilidade, etc.) (Turskis, Zavadskas and Peldschus, 2009). No entanto, esses critérios geralmente pressupõem a disponibilidade de certos tipos de informações (geralmente de natureza probabilística) a respeito dos cenários. Sobre essa questão, o trabalho (Miranda and Proença, 1997) aponta algumas desvantagens do uso de abordagens probabilísticas na análise de cenários.

6.8 Exemplo de Aplicação das Abordagens de Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incerteza

Como exemplo de aplicação das abordagens apresentadas neste capítulo será considerado o seguinte problema de otimização e tomada de decisões multiobjetivo em condições de incerteza (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010):

$$F_1(x) = [2,70, 3,30]x_1 + [11,70, 14,30]x_2 + [7,20, 8,80]x_3 \rightarrow \min , \tag{6.22}$$

$$F_2(x) = [5,40, 6,60]x_1 + [3,60, 4,40]x_2 + [4,50, 5,50]x_3 \rightarrow \min ,$$

restrito a:

$$\begin{aligned}
0 & \leq x_1 \leq 10, \\
0 & \leq x_2 \leq 12, \\
0 & \leq x_3 \leq 14,
\end{aligned} \tag{6.23}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 30 .$$

O primeiro passo para a solução do problema consiste na construção dos cenários. Não é um objetivo deste trabalho o estudo aprofundado de métodos para a construção dos cenários. Assim, com base no trabalho (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010), os cenários serão construídos usando o método proposto em (Sobol', 1979). Esse método permite determinar pontos distribuídos uniformemente $Q_s, s=1,2,...,S$ com coordenadas

$q_{st}, t=1,2,\dots,T$ no hipercubo unitário Q^T . Em (6.22) existem $T=6$ coeficientes e serão gerados $S=7$ cenários distintos com base nestes coeficientes. A Tabela 6.6 apresenta as coordenadas dos pontos $Q_s, s=1,2,\dots,7$ para $t=1,2,\dots,6$.

Tabela 6.6 - Pontos no hipercubo Q^T

s	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$
1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
2	0,25	0,75	0,25	0,75	0,25	0,75
3	0,75	0,25	0,75	0,25	0,75	0,25
4	0,125	0,625	0,875	0,875	0,625	0,125
5	0,625	0,125	0,375	0,375	0,125	0,625
6	0,375	0,375	0,625	0,125	0,875	0,875
7	0,875	0,875	0,125	0,625	0,375	0,375

Os pontos uniformemente distribuídos em Q^6 podem ser transformados para o hipercubo C^6 definido pelos limites inferior c'_t e superior c''_t dos respectivos intervalos dos coeficientes de (6.22). Levando isso em consideração, é possível gerar pontos uniformemente distribuídos em C^6 usando a expressão:

$$c_{st} = c'_t + (c''_t - c'_t)q_{st}, \quad t=1,\dots,6 \quad (6.24)$$

que são apresentados na tabela 6.7.

Tabela 6.7 - Coeficientes para a geração de cenários

s	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$	$t = 6$
1	3	13	8	6	4	5
2	2,85	13,65	7,6	6,3	3,8	5,25
3	3,15	12,35	8,4	5,7	4,2	4,75
4	2,93	12,68	8,2	5,55	4,3	5,38
5	2,78	13,33	8,6	6,45	4,1	4,63
6	3,08	12,03	7,8	5,85	3,7	5,13
7	3,23	13,98	7,4	6,15	3,9	4,88

As coordenadas dos pontos da Tabela 6.7 são usadas para a construção de sete problemas multiobjetivo correspondentes a sete cenários distintos:

$$f_{1,1}(x) = 3,00 x_1 + 13,00 x_2 + 8,00 x_3 \rightarrow \min , \quad (6.25)$$

$$f_{2,1}(x) = 6,00 x_1 + 4,00 x_2 + 5,00 x_3 \rightarrow \min , \quad (6.26)$$

$$f_{1,2}(x) = 2,85 x_1 + 13,65 x_2 + 7,60 x_3 \rightarrow \min , \quad (6.27)$$

$$f_{2,2}(x) = 6,30 x_1 + 3,80 x_2 + 5,25 x_3 \rightarrow \min , \quad (6.28)$$

$$f_{1,3}(x) = 3,15 x_1 + 12,35 x_2 + 8,40 x_3 \rightarrow \min , \quad (6.29)$$

$$f_{2,3}(x) = 5,70 x_1 + 4,20 x_2 + 4,75 x_3 \rightarrow \min , \quad (6.30)$$

$$f_{1,4}(x) = 2,93 x_1 + 12,68 x_2 + 8,20 x_3 \rightarrow \min , \quad (6.31)$$

$$f_{2,4}(x) = 5,55 x_1 + 4,30 x_2 + 5,38 x_3 \rightarrow \min , \quad (6.32)$$

$$f_{1,5}(x) = 2,78 x_1 + 13,33 x_2 + 8,60 x_3 \rightarrow \min , \quad (6.33)$$

$$f_{2,5}(x) = 6,45x_1 + 4,10x_2 + 4,63x_3 \rightarrow \min , \quad (6.34)$$

$$f_{1,6}(x) = 3,08x_1 + 12,03x_2 + 7,80x_3 \rightarrow \min , \quad (6.35)$$

$$f_{2,6}(x) = 5,85x_1 + 3,70x_2 + 5,13x_3 \rightarrow \min , \quad (6.36)$$

$$f_{1,7}(x) = 3,23x_1 + 13,98x_2 + 7,40x_3 \rightarrow \min , \quad (6.37)$$

$$f_{2,7}(x) = 6,15x_1 + 3,90x_2 + 4,88x_3 \rightarrow \min . \quad (6.38)$$

Após a construção dos cenários e dos problemas de correspondentes é possível executar o segundo passo para a construção das matrizes *payoff*, que consiste na solução do problema bicritério correspondente a cada um dos cenários. A seguir são apresentadas as soluções encontradas para os problemas (6.25)-(6.38):

$$s=1: x_1^0 = 7,00, x_2^0 = 9,00, x_3^0 = 14,00 \text{ para (6.25) e (6.26);}$$

$$s=2: x_1^0 = 8,95, x_2^0 = 10,50, x_3^0 = 10,55 \text{ para (6.27) e (6.28);}$$

$$s=3: x_1^0 = 7,00, x_2^0 = 9,00, x_3^0 = 14,00 \text{ para (6.29) e (6.30);}$$

$$s=4: x_1^0 = 9,95, x_2^0 = 10,50, x_3^0 = 9,55 \text{ para (6.31) e (6.32);}$$

$$s=5: x_1^0 = 7,00, x_2^0 = 9,00, x_3^0 = 14,00 \text{ para (6.33) e (6.34);}$$

$$s=6: x_1^0 = 9,93, x_2^0 = 11,35, x_3^0 = 8,72 \text{ para (6.35) e (6.36);}$$

$$s=7: x_1^0 = 7,00, x_2^0 = 9,00, x_3^0 = 14,00 \text{ para (6.37) e (6.38).}$$

Identificando as soluções distintas é possível formar o conjunto de alternativas para a análise do fator de incerteza:

$$X_1 = (7,00; 9,00; 14,00);$$

$$X_2 = (8,95; 10,50; 10,55);$$

$$X_3 = (9,95; 10,50; 9,55);$$

$$X_4 = (9,93; 11,35; 8,72).$$

Formado o conjunto X_k , $k=1,...,4$ das alternativas de solução é possível construir a matriz *payoff* para cada objetivo. Este procedimento é feito a partir da avaliação do critério correspondente de cada solução X_k para todos os cenários construídos. Assim, pode ser construída a matriz *payoff* para a primeira função objetivo, apresentada na Tabela 6.8, realizando os cálculos de (6.25), (6.27), (6.29), (6.31), (6.33), (6.35) e (6.37) para cada solução X_k . A Tabela 6.9 mostra os valores das estimativas características e a Tabela 6.10 mostra a matriz de risco para o primeiro objetivo.

Tabela 6.8 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz *payoff* para o primeiro objetivo

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
X_1	250,00	249,20	250,80	249,43	259,83	239,03	252,03
X_2	243,75	249,01	246,49	245,87	255,58	236,17	253,77
X_3	242,75	244,26	241,24	240,60	249,76	231,45	249,60
X_4	247,10	249,50	244,70	244,52	253,89	235,14	255,27
$f^{\min}(Y_s)$	242,75	244,26	241,24	240,60	249,76	231,45	249,60

Tabela 6.9 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Estimativas características para o primeiro objetivo

	$f^{\max}(X_k)$	$f^{\min}(X_k)$	$\bar{f}(X_k)$	$r^{\max}(X_k)$
X_1	259,83	239,03	250,05	10,07
X_2	255,58	236,17	247,81	5,82
X_3	249,76	231,45	242,81	0,00
X_4	255,27	235,14	247,16	5,67

Tabela 6.10 - Análise de incerteza – Exemplo 1 – Matriz de riscos para o primeiro objetivo

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	$r^{\max}(X_k)$
X_1	7,25	4,94	9,56	8,83	10,07	7,58	2,43	10,07
X_2	5,00	4,75	5,25	5,27	5,82	4,72	4,17	5,82
X_3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X_4	4,35	5,24	3,46	3,92	4,13	3,69	5,67	5,67

A análise mono-objetivo realizada a partir da Tabela 6.9 indica que, com base em (6.10) $X^W = \{X_3\}$, baseado em (6.11) $X^L = \{X_3\}$, baseado em (6.12) $X^S = \{X_3\}$ e baseado em (6.13), com $\alpha = 0,75$ (recomendado em (Belyaev, 1977)), $X^H = \{X_3\}$. Assim, é possível recomendar X_3 como solução mono-objetivo em ambiente de incerteza para o primeiro objetivo.

A matriz *payoff* da segunda função objetivo é construída de forma semelhante. Os cálculos são feitos usando (6.26), (6.28), (6.30), (6.32), (6.34), (6.36) e (6.38), os resultados são apresentados na Tabela 6.11.

Tabela 6.11 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz *payoff* para o segundo objetivo

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
X_1	148,00	151,80	144,20	152,87	146,87	146,07	146,47
X_2	148,45	151,67	145,23	151,58	149,62	145,33	147,48
X_3	149,45	152,72	146,18	151,75	151,44	146,05	148,75
X_4	148,58	151,47	145,69	150,83	150,96	144,82	147,89
$f^{\min}(Y_s)$	148,00	151,47	144,20	150,83	146,87	144,82	146,47

Tabela 6.12 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Estimativas características para o segundo objetivo

	$f^{\max}(X_k)$	$f^{\min}(X_k)$	$\bar{f}(X_k)$	$r^{\max}(X_k)$
X_1	152,87	144,20	148,04	2,04
X_2	151,67	145,23	148,48	2,75
X_3	152,72	146,05	149,48	4,57
X_4	151,47	144,82	148,61	4,09

Tabela 6.13 - Análise de incerteza – Exemplo 1 – Matriz de riscos para o segundo objetivo

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	$r^{\max}(X_k)$
X_1	0,00	0,33	0,00	2,04	0,00	1,25	0,00	2,04
X_2	0,45	0,20	0,93	0,75	2,75	0,51	1,01	2,75
X_3	1,45	1,25	1,98	0,92	4,57	1,23	2,28	4,57
X_4	0,58	0,00	1,49	0,00	4,09	0,00	1,42	4,09

A análise mono-objetivo realizada a partir da Tabela 6.12 indica que, com base em (6.10) $X^W = \{X_4\}$, baseado em (6.11) $X^L = \{X_1\}$, baseado em (6.12) $X^S = \{X_1\}$ e baseado em (6.13), com $\alpha = 0,75$, $X^H = \{X_4\}$. Assim, é possível recomendar X_1 e X_3 como soluções mono-objetivo em ambiente de incerteza para o segundo objetivo. Formalmente, não é possível distinguir X_1 e X_3 , sendo necessária a participação do decisor para a escolha da solução final do problema.

Com base na Tabela 6.4 é possível construir as tabelas 6.14 e 6.15, que representam as matrizes *payoff* modificadas para o primeiro e segundo objetivos respectivamente. Finalmente, com base na Tabela 6.15 é possível construir a Tabela 6.16 representando a matriz característica agregada, necessária para a análise multiobjetivo. A Tabela 6.17 mostra a matriz de riscos agregada, necessário para o cálculo de (6.20).

Tabela 6.14 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz *payoff* modificada para o primeiro objetivo

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
X_1	0,35	0,37	0,32	0,37	0,00	0,73	0,27
X_2	0,43	0,38	0,47	0,49	0,15	0,83	0,21
X_3	0,60	0,55	0,66	0,68	0,35	1,00	0,36
X_4	0,45	0,36	0,53	0,54	0,21	0,87	0,16

Tabela 6.15 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz *payoff* modificada para o segundo objetivo

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
X_1	0,56	0,12	1,00	0,00	0,69	0,78	0,74
X_2	0,51	0,14	0,88	0,15	0,37	0,87	0,62
X_3	0,39	0,02	0,77	0,13	0,16	0,79	0,48
X_4	0,49	0,16	0,83	0,24	0,22	0,93	0,57

Tabela 6.16 - Análise de incerteza – Exemplo 1 - Matriz *payoff* modificada para o segundo objetivo

	$\mu_D^{\max}(X_k)$	$\mu_D^{\min}(X_k)$	$\bar{\mu}_D(X_k)$	$r^{\max}(X_k)$
X_1	0,73	0,00	0,26	0,34
X_2	0,83	0,14	0,34	0,19
X_3	0,79	0,02	0,36	0,14
X_4	0,87	0,16	0,37	0,20

Tabela 6.17 - Análise de incerteza – Exemplo 1 – Matriz de riscos agregada

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	$r^{\max}(X_k)$
X_1	0,10	0,04	0,34	0,24	0,21	0,14	0,09	0,34
X_2	0,02	0,02	0,19	0,09	0,06	0,04	0,15	0,19
X_3	0,06	0,14	0,00	0,11	0,05	0,08	0,00	0,14
X_4	0,00	0,00	0,13	0,00	0,00	0,00	0,20	0,20

A análise da Tabela 6.16 permite aplicar (6.18) e encontrar a solução multiobjetivo para o critério de Wald $X^W = \{X_4\}$. Para o critério de Laplace (6.19) $X^L = \{X_4\}$. Aplicando (6.20) é possível encontrar $X^S = \{X_3\}$ como solução para o critério de Savage. Finalmente, para o critério de Hurwicz (6.21) a solução $X^H = \{X_4\}$ é selecionada. De tal forma, formalmente não é possível distinguir a qualidade das soluções X_3 e X_4 . Os trabalhos (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010; Berredo, Ekel and Palhares, 2005; Araujo et al., 2007; Ekel, Pedrycz and Schinzinger, 1998) sugerem a aplicação de uma fase posterior com a utilização dos modelos $\langle X, R \rangle$ considerando as soluções X_3 e X_4 para a escolha da solução final.

6.9 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentada a abordagem clássica para a tomada de decisões em ambiente de incerteza e sua generalização para a solução de problemas multicritério. Um aspecto fundamental das abordagens apresentadas está associado à construção das matrizes *payoff* e o uso dos critérios especiais para a análise de problemas em condições de incerteza e escolha da melhor alternativa de solução.

No próximo capítulo serão apresentadas algumas limitações na abordagem de construção das matrizes *payoff* agregadas para a solução de problemas multicritério. Assim, uma nova abordagem para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incerteza será apresentada. A nova abordagem procura

superar algumas limitações presentes na abordagem discutida neste capítulo com base na abordagem de tomada de decisões multiobjetivo apresentada no capítulo 5.

7. NOVAS ABORDAGENS PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE TOMADA DE DECISÕES MULTIOBJETIVO EM AMBIENTE DE INCERTEZA

7.1 Considerações Iniciais

No presente capítulo serão propostas duas novas abordagens para a solução de problemas em ambientes de incerteza, superando limitações presentes na generalização da abordagem clássica apresentada no Capítulo 6.

As principais contribuições das novas abordagens em relação à abordagem descrita no Capítulo 6 estão associadas com os seguintes aspectos:

- desenvolvimento de uma abordagem eficiente para a construção e análise das matrizes *payoff* na avaliação de soluções em ambiente de incerteza, permitindo o tratamento adequado da natureza multiobjetivo dos problemas;
- desenvolvimento de uma abordagem para tomada de decisões multiobjetivo em ambiente com incertezas, com base nos critérios de escolha da abordagem clássica para a tomada de decisões em ambiente de incerteza e na abordagem de tomada de decisões multiobjetivo em ambiente nebuloso apresentada no Capítulo 5.
- uso do operador OWA para a avaliação das alternativas de solução, complementando a análise realizada com os critérios já conhecidos na abordagem clássica para a tomada de decisões em ambiente de incerteza.

Finalmente, um exemplo de aplicação dos métodos será apresentado, em que serão discutidos os aspectos particulares de cada abordagem no que diz respeito à qualidade das soluções.

7.2 Transformação dos Critérios de Seleção de Alternativas de Solução em Funções Objetivo

Na abordagem clássica para o tratamento de incertezas os critérios de Wald, Laplace, Savage e Hurwicz, definidos por (6.10), (6.11), (6.12) e (6.13), respectivamente, são utilizados para a seleção das soluções racionais em ambientes de incerteza. Neste

trabalho será proposta uma modificação da abordagem clássica para a consideração do fator de incerteza na solução de problemas multiobjetivo.

De acordo com a abordagem clássica, a solução para um problema mono-objetivo em ambiente de incerteza consiste em resolver os problemas de otimização (6.10)-(6.13) para uma determinada função objetivo $f(X)$ em um ambiente com diversos cenários Y_s , $s = 1, \dots, S$. Deste forma, é possível tratar os critérios de Wald, Laplace, Savage e Hurwicz como funções objetivo expressadas da seguinte forma:

$$g^W(X_k) = f^{\max}(X_k) = \max_{1 \leq s \leq S} f(X_k, Y_s), \quad (7.1)$$

$$g^L(X_k) = \bar{f}(X_k) = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f(X_k, Y_s), \quad (7.2)$$

$$g^S(X_k) = r^{\max}(X_k) = \max_{1 \leq s \leq S} r(X_k, Y_s), \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} g^H(X_k) &= \sigma f^{\max}(X_k) + (1-\sigma) f^{\min}(X_k) = \\ &= \sigma \max_{1 \leq s \leq S} f(X_k, Y_s) + (1-\sigma) \min_{1 \leq s \leq S} f(X_k, Y_s), \end{aligned} \quad (7.4)$$

respectivamente, considerando que as funções objetivo devam ser minimizadas.

Em um problema multiobjetivo com q objetivos é possível desenvolver este conceito para ser considerado um conjunto de funções objetivo $\{g_1(X), g_2(X), \dots, g_q(X)\}$ em que a solução em ambiente de incerteza consiste em otimizar simultaneamente as q funções objetivo utilizando os critérios propostos na abordagem clássica representados em (7.1)-(7.4):

$$g_p^*(X) \rightarrow \text{extr}_{X \in L}, \quad p = 1, \dots, q, \quad g^* \in \{g^W, g^L, g^S, g^H\}. \quad (7.5)$$

Por exemplo, um problema bicritério em ambiente de incerteza em que $f_1(X)$ e $f_2(X)$ devem ser minimizadas utilizando o critério de Laplace pode ser formulado da seguinte forma:

$$\min_{1 \leq k \leq K} g_1^L = \min_{1 \leq k \leq K} \bar{f}_1(X_k) = \min_{1 \leq k \leq K} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f_1(X_k, Y_s), \quad (7.6)$$

$$\min_{1 \leq k \leq K} g_2^L = \min_{1 \leq k \leq K} \overline{f_2}(X_k) = \min_{1 \leq k \leq K} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f_2(X_k, Y_s). \quad (7.7)$$

O problema (7.5) possui todas as características básicas dos problemas de otimização e tomada de decisões multiobjetivo. Assim, é possível, a partir do conceito de otimalidade de Pareto (Pareto, 1886), definir o conceito de dominância em ambiente de incerteza:

A solução X_1 domina a solução X_2 se e somente se

$$\begin{aligned} g_p^L(X_1) &\leq g_p^L(X_2), \\ \forall p = 1, 2, \dots, q \text{ e } \exists p = 1, 2, \dots, q: g_p^L(X_1) &< g_p^L(X_2). \end{aligned} \quad (7.8)$$

As expressões (7.6)-(7.8) definidas para o critério de Laplace podem ser aplicadas de forma semelhante para os outros critérios definidos por (7.1), (7.3) e (7.4).

7.3 Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incerteza

Os trabalhos (Ozkan and Turksen, 2007; Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010; Ekel et al., 2008; Ekel et al., 2007) generalizam a abordagem clássica de tomada de decisões em ambiente de incerteza para a consideração de mais de uma função objetivo através da construção de uma matriz *payoff* agregada, como apresentado no Capítulo 6. No entanto, é possível observar limitações na abordagem proposta. A seguir é apresentada a aplicação dessa abordagem em um exemplo de problema bicritério. No exemplo, são avaliadas quatro soluções X_k , $k=1, \dots, 4$, levando em consideração dois cenários Y_1 e Y_2 . Os valores das funções objetivo f_1 e f_2 foram normalizados, utilizando (3.7). A tabela 7.5, que representa a matriz *payoff* agregada, foi construída com o uso do operador *min*, $\mu_A = \min(\mu_{A1}, \mu_{A2})$. Para maior clareza, as tabelas 7.1-7.5 apresentam apenas os valores necessários das matrizes *payoff* para a avaliação do ponto de vista critério de Laplace:

Tabela 7.1 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz *payoff* para a função f_1

	Y_1	Y_2	$g_1^L(X)$
X_1	9,00	9,00	9,00
X_2	4,20	11,49	7,80
X_3	15,00	7,80	11,40
X_4	3,00	13,80	8,40

Tabela 7.2 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz *payoff* para a função f_2

	Y_1	Y_2	$g_2^L(X)$
X_1	8,40	14,80	11,60
X_2	13,20	5,20	9,20
X_3	2,00	18,00	10,00
X_4	11,60	13,20	12,40

Tabela 7.3 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz *payoff* modificada para a função f_1

	Y_1	Y_2
X_1	0,50	0,50
X_2	0,90	0,30
X_3	0,00	0,60
X_4	1,00	0,10

Tabela 7.4 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz *payoff* modificada para a função f_2

	Y_1	Y_2
X_1	0,60	0,20
X_2	0,30	0,90
X_3	1,00	0,00
X_4	0,40	0,30

Tabela 7.5 - Análise de incerteza – Exemplo 2 - Matriz *payoff* agregada para as funções f_1 e f_2

	Y_1	Y_2	$g^L(X)$
X_1	0,50	0,20	0,35
X_2	0,30	0,30	0,30
X_3	0,00	0,00	0,00
X_4	0,40	0,10	0,25

No exemplo acima podemos observar que, considerando o critério de Laplace, a solução X_2 possui melhor desempenho quando as funções f_1 e f_2 são avaliadas individualmente nas tabelas 7.1 e 7.2. Assim, de acordo com a expressão (7.8) é possível concluir que solução X_2 domina a solução X_1 . No entanto, na análise da matriz *payoff* agregada (Tabela 7.5), a solução X_1 é mais bem avaliada. Finalmente, podemos concluir que esta técnica não garante soluções que satisfaçam a definição de otimalidade de Pareto (Pareto, 1886), generalizada em (7.8).

No exemplo foi usado o operador *min* para a construção da matriz agregada, entretanto, o uso de outros operadores de agregação, como, por exemplo, o operador *média aritmética*, pode levar a melhores resultados para o critério de Laplace. No entanto, seria necessário determinar um operador de agregação capaz de garantir soluções eficientes para todos os critérios de escolha de alternativas de solução (7.1)-(7.4), ou associar operadores específicos para cada critério.

Levando em consideração as limitações da abordagem apresentada, duas novas abordagens para tomada de decisões em ambiente de incerteza serão apresentadas. Com a definição do problema (7.5), a escolha da melhor solução para o problema multiobjetivo

em ambiente de incerteza pode ser realizada com o uso dos conceitos apresentados nos capítulos 3, 4 e 5, garantindo a escolha de soluções não dominadas de acordo com o conceito definido em (7.8).

As propriedades do operador OWA já descritas no capítulo 5 são válidas na aplicação de (5.5) para a solução de problemas em ambiente de incerteza. Entretanto, é importante destacar que as características do operador OWA apresentadas anteriormente, em particular, às questões relacionadas à modelagem nível de otimismo do decisor, estão relacionadas às preferências do decisor em relação à satisfação simultânea dos diversos objetivos, ou seja, eles estão relacionados com a multiplicidade de objetivos, que representam as incertezas das metas. Os critérios de Wald, Laplace, Savage, e Hurwicz estão relacionados ao desempenho de uma determinada função objetivo quando esta é avaliada em diversos cenários, portanto, estes critérios estão relacionados com a multiplicidade de cenários, que representam as incertezas das informações iniciais.

Em complemento às diferenças conceituais apresentadas acima, a construção de (7.5) permite que diferentes critérios de decisão em ambiente de incerteza sejam usados como funções objetivo. Por exemplo, é possível construir um problema com $q=4$ critérios da forma:

$$\begin{aligned}
 g_p(X) &\rightarrow \text{extr}_{X \in L}, \quad p=1, \dots, 4; \\
 g_1 &= g^W; \\
 g_2 &= g^L; \\
 g_3 &= g^S; \\
 g_4 &= g^H.
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

Assim, com base nas diferentes características dos métodos de escolha de alternativas discutidas no Capítulo 6, o decisor poderá expressar diferentes preferências para as funções objetivo considerando o desempenho destas na análise em múltiplos cenários.

Os conceitos discutidos nesta seção são usados para a colocação de duas abordagens distintas para a análise de soluções em ambiente de incerteza a serem descritas a seguir.

7.4 Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incerteza a partir da Análise das Matrizes *Payoff* - Abordagem *MP*

A primeira abordagem para tomada de decisões multiobjetivo, chamada de modelo *MP*, é baseada na construção de matrizes *payoff*. Assim como na abordagem apresentada no Capítulo 6, essa abordagem segue os seguintes passos:

1. Formulação matemática do problema;
2. Construção dos cenários;
3. Definição das alternativas de solução;
4. Construção das matrizes *payoff*;
5. Construção das matrizes *payoff* normalizadas;
6. Construção da matriz *payoff* agregada;
7. Escolha das soluções.

A diferença fundamental desta abordagem em relação à abordagem apresentada no capítulo anterior está relacionada à construção da matriz *payoff* agregada. Para isso, é necessário reescrever a matriz de estimativas características, apresentada na Tabela 6.2, para a seguinte forma:

Tabela 7.6 – Abordagem *MP* - Matriz *payoff* com estimativas características para problemas multiobjetivo

	Y_1	...	Y_s	...	Y_S	$g^W(X_k)$	$g^L(X_k)$	$g^S(X_k)$	$g^H(X_k)$
X_1	$f(X_1, Y_1)$	...	$f(X_1, Y_s)$	...	$f(X_1, Y_S)$	$g^W(X_1)$	$g^L(X_1)$	$g^S(X_1)$	$g^H(X_1)$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
X_k	$f(X_k, Y_1)$	...	$f(X_k, Y_s)$	...	$f(X_k, Y_S)$	$g^W(X_k)$	$g^L(X_k)$	$g^S(X_k)$	$g^H(X_k)$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
X_K	$f(X_K, Y_1)$	...	$f(X_K, Y_s)$	...	$f(X_K, Y_S)$	$g^W(X_K)$	$g^L(X_K)$	$g^S(X_K)$	$g^H(X_K)$
g^{min}						$\min_{1 \leq k \leq K} g^W(X_k)$	$\min_{1 \leq k \leq K} g^L(X_k)$	$\min_{1 \leq k \leq K} g^S(X_k)$	$\min_{1 \leq k \leq K} g^H(X_k)$
g^{max}						$\max_{1 \leq k \leq K} g^W(X_k)$	$\max_{1 \leq k \leq K} g^L(X_k)$	$\max_{1 \leq k \leq K} g^S(X_k)$	$\max_{1 \leq k \leq K} g^H(X_k)$

Para problemas com q objetivos é necessário construir q matrizes, como apresentado na Tabela 7.6, uma para cada objetivo. A análise da matriz apresentada na Tabela 7.6 permite aplicar os conceitos apresentados no Capítulo 5 para a solução do problema multiobjetivo representado pelas q matrizes *payoff*.

Assim, o primeiro passo consiste na solução dos problemas mono-objetivo:

$$g^{\min} = g_p^*(X) \rightarrow \min_{X \in L}, \quad (7.10)$$

$$g^{\max} = g_p^*(X) \rightarrow \max_{X \in L}. \quad (7.11)$$

onde $g^* \in \{g^W, g^L, g^S, g^H\}$.

Com o resultado de (7.10) e (7.11) para $p=1...q$ é possível construir q funções de pertinência usando (3.7), ou seja, construir:

$$\mu_{A_p}^* = \frac{g_p^{\max} - g_p(X)}{g_p^{\max} - g_p^{\min}}. \quad (7.12)$$

A aplicação de (7.12) para os critérios de Wald, Laplace, Savage e Hurwicz permite a construção de q matrizes normalizadas, como apresentado na Tabela 7.7.

Tabela 7.7 - Abordagem MP - Matriz *payoff* normalizada com estimativas características

	$\mu_{A_p}^W(X_k)$	$\mu_{A_p}^L(X_k)$	$\mu_{A_p}^S(X_k)$	$\mu_{A_p}^H(X_k)$
X_1	$\mu_{A_p}^W(X_1)$	$\mu_{A_p}^L(X_1)$	$\mu_{A_p}^S(X_1)$	$\mu_{A_p}^H(X_1)$
...	...	...	...	...
X_k	$\mu_{A_p}^W(X_k)$	$\mu_{A_p}^L(X_k)$	$\mu_{A_p}^S(X_k)$	$\mu_{A_p}^H(X_k)$
...	...	...	...	...
X_K	$\mu_{A_p}^W(X_K)$	$\mu_{A_p}^L(X_K)$	$\mu_{A_p}^S(X_K)$	$\mu_{A_p}^H(X_K)$

Na etapa seguinte é construída a matriz agregada, apresentada na Tabela 7.8, com a utilização do operador OWA:

$$\mu_D^* = \text{OWA}_{p=1,...,q} \mu_{A_p}^*(X_k). \quad (7.13)$$

Finalmente, baseado em (5.5), a solução do problema multiobjetivo é encontrada com a resolução de:

$$X^0 = \arg \max_{X \in L} \text{OWA} \mu_D^*(X). \quad (7.14)$$

Tabela 7.8 - Abordagem MP - Matriz *payoff* agregada com estimativas características

	$\mu_D^W(X_k)$	$\mu_D^L(X_k)$	$\mu_D^S(X_k)$	$\mu_D^H(X_k)$
X_1	$\mu_D^W(X_1)$	$\mu_D^L(X_1)$	$\mu_D^S(X_1)$	$\mu_D^H(X_1)$
...	...	...	...	...
X_k	$\mu_D^W(X_k)$	$\mu_D^L(X_k)$	$\mu_D^S(X_k)$	$\mu_D^H(X_k)$
...	...	...	...	...
X_K	$\mu_D^W(X_K)$	$\mu_D^L(X_K)$	$\mu_D^S(X_K)$	$\mu_D^H(X_K)$
	$\max_{1 \leq k \leq K} \mu_D^W(X_k)$	$\max_{1 \leq k \leq K} \mu_D^L(X_k)$	$\max_{1 \leq k \leq K} \mu_D^S(X_k)$	$\max_{1 \leq k \leq K} \mu_D^H(X_k)$

A resolução de (7.14) indicará a solução que melhor representa o conceito de otimalidade definido pelo decisor, tanto no que diz respeito à multiplicidade de objetivos (através da escolha dos pesos do operador OWA) quanto à multiplicidade de cenários (através do uso dos critérios de Wald, Laplace, Savage e Hurwicz).

Usando a abordagem *MP* para solucionar o exemplo discutido anteriormente (tabelas 7.1-7-5), é possível construir as matrizes com as estimativas características para f_1 e f_2 , apresentadas nas tabelas 7.9 e 7.10, respectivamente.

Tabela 7.9 - Exemplo 2 - Matriz *payoff* normalizada com estimativas características para f_1 – Abordagem MP

	$\mu_{A_p}^L(X_k)$
X_1	0,67
X_2	1,00
X_3	0,00
X_4	0,83

Tabela 7.10 - Exemplo 2 - Matriz *payoff* normalizada com estimativas características para f_2 – Abordagem MP

	$\mu_{A_p}^L(X_k)$
X_1	0,25
X_2	1,00
X_3	0,75
X_4	0,00

A agregação das matrizes 7.9 e 7.10 utilizando o operador *min* é apresentada na Tabela 7.11. A análise da matriz agregada utilizando (7.14) indica X_2 como a solução do problema.

Tabela 7.11 - Exemplo 2 - Matriz *payoff* agregada com estimativas características – Abordagem MP

	$\mu_D^L(X_k)$
X_1	0,25
X_2	1,00
X_3	0,00
X_4	0,00

7.5 Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incerteza a partir da Construção de Funções Objetivo Agregadas - Abordagem FA

O modelo FA para a solução de problemas de tomada de decisões multicritério em ambiente de incerteza propõe que um conjunto de alternativas de soluções X_k , $k = 1, \dots, K$ seja formado a partir das soluções dos problemas multiobjetivo correspondentes aos S cenários. Assim, o conjunto de soluções selecionadas para a análise de incerteza está restrito às soluções que pertencem a uma das S fronteiras de Pareto correspondentes às soluções do problema multiobjetivo em cada cenário. Essa situação permite que soluções globalmente eficientes ou robustas (soluções que possuem bom desempenho quando

analisada em todos os cenários) sejam ignoradas nas análises locais, uma vez que o decisor concentra-se apenas no desempenho das soluções em um determinado cenário. A Figura 7.1 exemplifica esta situação em que três soluções são analisadas em dois cenários.

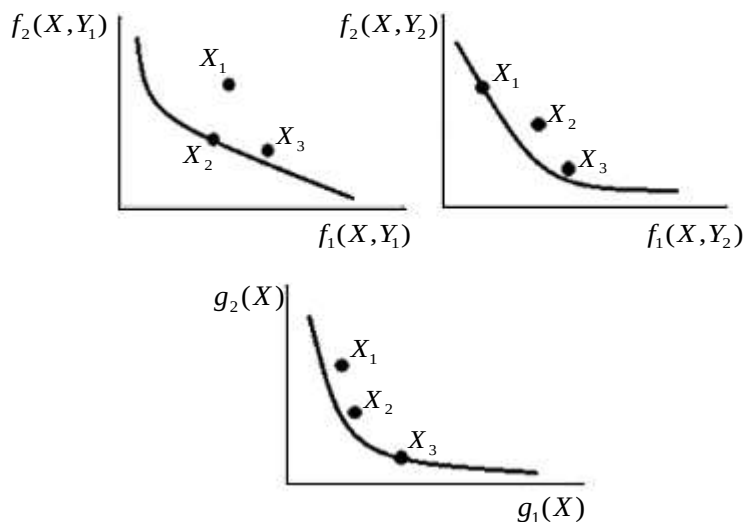


Figura 7.1 – Abordagem FA - Fronteiras de Pareto.

a) Primeiro cenário.

b) Segundo cenário.

c) Funções agregadas

Analisando a situação apresentada na Figura 7.1 utilizando a abordagem *MP*, no cenário (a) a solução X_2 seria selecionada, no cenário (b) a solução X_1 seria selecionada. Na abordagem *MP* apenas as soluções X_1 e X_2 seriam avaliadas e a solução X_3 descartada. Entretanto, no espaço (c) das funções objetivo $g_1(X)$ e $g_2(X)$ definidas, por exemplo, por um dos critérios (7.1)-(7.4), a solução X_3 é a mais eficiente.

Na tentativa de evitar o problema apontado acima, é proposta uma segunda abordagem para a escolha e análise das alternativas de solução, chamada aqui de modelo *FA*. A abordagem consiste em usar diretamente a abordagem de tomada de decisões multiobjetivo apresentada no Capítulo 5, para encontrar soluções não dominadas para o problema definido em (7.5) segundo a definição (7.8).

Assim, os S problemas de otimização multiobjetivo usados na abordagem *MP* serão substituídos por um problema multiobjetivo, cujos objetivos são definidos pelas funções agregadas (7.1)-(7.4), refletindo o desempenho das soluções nos S cenários.

Levando o exposto em consideração, é possível resumir esta abordagem de tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incerteza nos seguintes passos:

1. Formulação matemática do problema;
2. Construção dos cenários;
3. Definição das funções objetivo agregadas utilizando (7.1)-(7.4)
4. Solução dos problemas (7.10) e (7.11) para cada objetivo, utilizando um algoritmo de otimização mono-objetivo adequado, para a construção de (7.12);
5. Solução do problema de tomada de decisões multiobjetivo (7.14).

É importante ressaltar que no passo 3, é necessário definir o valor de $f_p^{\min}(Y_s)$, $s = 1, \dots, S$ para cada objetivo p a ser avaliado usando de (7.3).

A Figura 7.2 apresenta um esquema comparando as duas abordagens propostas. É possível observar que as abordagens utilizam o mesmo conceito para a análise das soluções considerando as incertezas nos dados iniciais. No entanto, existem duas diferenças fundamentais entre as abordagens. A primeira diferença está na obtenção das soluções dos problemas de tomada de decisão multiobjetivo em cada cenário para construção das matrizes *payoff* na abordagem *MP*. A segunda diferença está no espaço de busca das duas abordagens na execução das etapas *E* e *J*, na abordagem *MP* o espaço de busca está limitado às matrizes *payoff* construídas, em contrapartida, na abordagem *FA* todo o espaço de soluções factíveis pode ser investigado por um algoritmo de tomada de decisão multiobjetivo adequado.

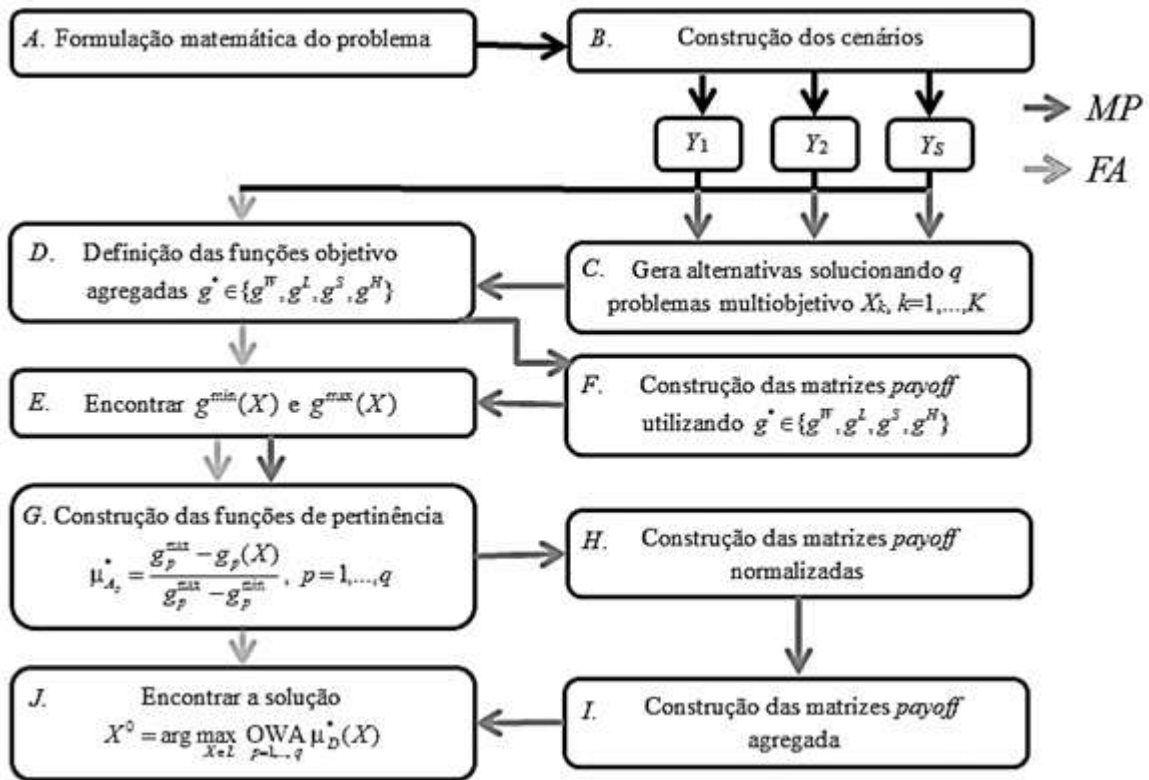


Figura 7.2 – Comparação entre as abordagens propostas.

7.6 Exemplo de Aplicação das Novas Abordagens de Tomada de Decisões Multiobjetivo em Ambiente de Incertezas

Como exemplo de aplicação das abordagens apresentadas neste capítulo será considerado o problema de otimização e tomada de decisões multiobjetivo (6.22), (6.23) apresentado no Capítulo 6.

Seguindo a sequência dos passos da abordagem *MP*, o primeiro passo consiste na construção dos cenários (ver tabelas 6.6 e 6.7) e dos problemas de correspondentes (6.25)-(6.38). A etapa seguinte corresponde à construção das matrizes *payoff*, como apresentado nas tabelas 6.8 e 6.11.

Usando os resultados apresentados nas tabelas 6.8 e 6.11 é possível aplicar (7.1)-(7.4) para a avaliação monocritério de cada alternativa de solução usando os critérios de Wald, Laplace, Savage e Hurwicz. As tabelas 7.12 e 7.13 mostram os resultados dos cálculos para a primeira e para a segunda função objetivo, respectivamente.

Tabela 7.12 - Exemplo 3 - Matriz de avaliação para a primeira função objetivo

	$F^W(X_k)$	$F^L(X_k)$	$F^S(X_k)$	$F^H(X_k)$
X_1	259,83	250,05	10,07	254,63
X_2	255,58	247,81	5,82	250,73
X_3	249,76	242,81	0,00	245,18
X_4	255,27	247,16	5,24	250,24
$F^{\min}$	249,76	242,81	0,00	245,18
$F^{\max}$	259,83	250,05	10,07	254,63

Tabela 7.13 - Exemplo 3 - Matriz de avaliação para a segunda função objetivo

	$F^W(X_k)$	$F^L(X_k)$	$F^S(X_k)$	$F^H(X_k)$
X_1	152,87	148,04	2,04	150,70
X_2	151,67	148,48	2,75	150,06
X_3	152,72	149,48	4,57	151,05
X_4	151,47	148,61	4,09	149,81
$F^{\min}$	151,47	148,04	2,04	149,81
$F^{\max}$	152,87	149,48	4,57	151,05

Com base em (7.12) é possível construir a tabela 7.14, que serve como base para a escolha das melhores soluções a partir da aplicação de (7.14). Nos testes realizados, a aplicação de (7.14) foi feita com os pesos do operador OWA iguais a $w = \{0,1\}$, o que corresponde ao operador de agregação *min*.

Tabela 7.14 - Exemplo 3 - Abordagem MP- Matriz de avaliação multicritério

	Wald			Laplace			Savage			<u>Hurwicz</u>		
	$\mu_A^W(X)$	$\mu_{A_2}^W(X)$	$\mu_D^W(X)$	$\mu_A^L(X)$	$\mu_{A_2}^L(X)$	$\mu_D^L(X)$	$\mu_A^S(X)$	$\mu_{A_2}^S(X)$	$\mu_D^S(X)$	$\mu_A^H(X)$	$\mu_{A_2}^H(X)$	$\mu_D^H(X)$
X_1	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,28	0,00
X_2	0,42	0,86	0,42	0,31	0,69	0,31	0,42	0,72	0,42	0,41	0,80	0,41
X_3	1,00	0,11	0,11	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
X_4	0,45	1,00	0,45	0,40	0,60	0,40	0,48	0,19	0,19	0,46	1,00	0,46

Analisando os resultados apresentados na Tabela 7.14 podemos perceber que a alternativa X_4 foi a melhor na avaliação dos critérios de Wald, Laplace e Hurwicz. Entretanto, a solução X_2 foi escolhida na avaliação pelo critério de Savage. Seguindo às recomendações dos trabalhos (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010; Berredo, Ekel and Palhares, 2005; Araujo et al., 2007; Ekel, Pedrycz and Schinzing, 1998), neste caso, a escolha de uma solução única pode ser realizada de forma mais racional a partir da avaliação das soluções X_2 e X_4 usando técnicas de tomada de decisões multiatributo (análise de modelos $\langle X, R \rangle$).

Para a aplicação da abordagem *FA* devem ser definidas as funções objetivo correspondentes aos critérios de escolha de alternativas em ambiente de incerteza. Isso demanda a construção de (7.1)-(7.4) usando (6.25)-(6.38). Assim, podemos construir um problema de otimização multiobjetivo em ambiente de incerteza da seguinte forma:

$$\begin{aligned} g_1(x) &\rightarrow \min, \quad g_1 \in \{g_1^W, g_1^L, g_1^S, g_1^H\}, \\ g_2(x) &\rightarrow \min, \quad g_2 \in \{g_2^W, g_2^L, g_2^S, g_2^H\}, \end{aligned} \quad (7.15)$$

restrito a

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_1 \leq 10, \\ 0 &\leq x_2 \leq 12, \\ 0 &\leq x_3 \leq 14, \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 30. \end{aligned} \quad (7.16)$$

No caso do critério de Wald, (7.5) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} g_1^W &= \max_{1 \leq s \leq 7} f_{s,1}(X) \rightarrow \min, \\ g_2^W &= \max_{1 \leq s \leq 7} f_{s,2}(X) \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (7.17)$$

Para o critério de Laplace:

$$g_1^L = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^7 f_{s,1}(X) \rightarrow \min, \quad (7.18)$$

$$g_2^L = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^7 f_{s,2}(X) \rightarrow \min .$$

Para o critério de Savage, com $r(X)$ definido em (6.9):

$$\begin{aligned} g_1^S &= \max_{1 \leq s \leq 7} r_{s,1}(X) \rightarrow \min , \\ g_2^S &= \max_{1 \leq s \leq 7} r_{s,2}(X) \rightarrow \min . \end{aligned} \quad (7.19)$$

Finalmente, para o critério de Hurwicz:

$$\begin{aligned} g_1^H &= \sigma \max_{1 \leq s \leq 7} f_{s,1}(X) + (1-\sigma) \min_{1 \leq s \leq 7} f_{s,1}(X) \rightarrow \min , \\ g_2^H &= \sigma \max_{1 \leq s \leq 7} f_{s,2}(X) + (1-\sigma) \min_{1 \leq s \leq 7} f_{s,2}(X) \rightarrow \min . \end{aligned} \quad (7.20)$$

Para a solução de (7.19) é necessário encontrar os valores mínimos de cada função objetivo usando um algoritmo de otimização adequado. Esta etapa também é necessária para o cálculo da estimativa de risco (6.9), usada no cálculo do critério de Savage. No caso de funções lineares, como neste exemplo, a solução é trivial. As tabelas 7.15 e 7.16 mostram os resultados para a primeira e para a segunda função objetivo, respectivamente.

Tabela 7.15 - Exemplo 3 - Valores mínimos da primeira função objetivo

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
$f^{\min}$	220,00	216,80	223,20	220,18	228,18	212,18	219,78

Tabela 7.16 - Exemplo 3 - Valores mínimos da segunda função objetivo

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
$f^{\min}$	142,00	144,30	139,7	149,12	139,82	139,62	139,72

Em seguida, é necessário encontrar $g_p^{\min}$ e $g_p^{\max}$ resolvendo (7.10) e (7.11) para q funções objetivo para a construção de (7.12). Na Tabela 7.20 são apresentados os resultados dos cálculos para os quatro critérios de seleção de alternativas em ambiente de incerteza.

Tabela 7.17 - Exemplo 3 - Valores $g_p^{\min}$ e $g_p^{\max}$

	$g_1^{\min}(X)$	$g_1^{\max}(X)$	$g_2^{\min}(X)$	$g_2^{\max}(X)$
g^W	228,18	291,48	149,12	159,3
g^L	220,04	280,04	142,04	154,03
g^S	0,00	64,80	0,00	15,00
g^H	224,18	285,08	146,75	156,65

A solução do problema (7.15) pode ser obtida usando a abordagem de tomada de decisões multiobjetivo apresentada no Capítulo 5 em conjunto com um algoritmo de busca não linear. A Tabela 7.18 mostra as soluções encontradas para os problemas (7.17)-(7.20) (para o critério de Hurwicz, $\sigma = 0,75$). Em (7.14) foi utilizado operador *min* para a agregação dos critérios, portanto, os pesos do operador OWA foram definidos como $w = \{0,1\}$.

Tabela 7.18 - Exemplo 3 - Soluções por critério de seleção

	x_1	x_2	x_3	$g_1(X)$	$g_2(X)$
X^W	10,00	10,60	9,40	250,03	152,63
X^L	10,00	11,99	8,01	250,01	148,03
X^S	7,00	9,00	14,00	32,40	7,50
X^H	10,00	10,91	9,09	247,31	150,51

A Tabela 7.19 mostra a comparação das soluções encontradas pelos modelos *MP* e *FA*. É importante apontar que os níveis de satisfação foram calculados considerando os valores de $g_p^{\min}$ e $g_p^{\max}$ apresentados na tabela 7.17, pois estes valores representam os extremos reais das funções objetivo de avaliação de soluções em ambiente de incerteza.

Tabela 7.19 - Exemplo 3 - Comparativo das soluções

	Wald			Laplace			Savage			Hurwicz		
	$\mu_A^W(X)$	$\mu_{A_2}^W(X)$	$\mu_D^W(X)$	$\mu_A^L(X)$	$\mu_{A_2}^L(X)$	$\mu_D^L(X)$	$\mu_A^S(X)$	$\mu_{A_2}^S(X)$	$\mu_D^S(X)$	$\mu_A^H(X)$	$\mu_{A_2}^H(X)$	$\mu_D^H(X)$
<i>MP</i>	0,57	0,77	0,57	0,45	0,55	0,45	0,48	0,35	0,35	0,57	0,69	0,57
<i>FA</i>	0,65	0,66	0,65	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,62	0,62	0,62

Os resultados apresentados na tabela 7.19 mostram que foram alcançados níveis de satisfação mais altos para os critérios de escolha de alternativas quando foi usada a abordagem das funções agregadas para tomada de decisões multicritério em ambiente de incerteza. Um caso especial pode ser indicado na solução encontrada para o critério de Savage, uma vez que X^S é igual à solução X_1 avaliada no exemplo da primeira abordagem, no entanto, X_1 não foi selecionada pela segunda abordagem. A explicação para isso está nos valores $g^{\min}$ encontrados nas Tabelas 7.18 e 7.19, que representam os valores mínimos considerando todo o espaço de soluções factíveis do problema e não apenas as S soluções selecionadas nas avaliações individuais dos cenários. Como consequência, os valores da função de risco (6.9) e do critério de seleção de Savage (7.3) são diferentes nas duas abordagens.

A diferença na qualidade das soluções apresentadas pela abordagem *MP* está relacionada ao conjunto inicial de soluções usado na construção das matrizes *payoff*. O procedimento de avaliação das alternativas de soluções é o mesmo nas duas abordagens, a diferença está no espaço de busca limitado da abordagem *MP*. Nesse sentido, é importante observar que a abordagem *MP* é flexível suficiente para ser integrada a outras abordagens para a geração do conjunto de soluções iniciais.

Outro aspecto importante está relacionado ao fato da abordagem *FA* alterar as funções objetivo originais do problema, alterando diretamente o desempenho do algoritmo de otimização a ser utilizado na solução do problema. Por outro lado, a abordagem *MP* não interfere no algoritmo para a geração das alternativas de solução.

7.7 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentadas duas novas abordagens para a solução de problemas multiobjetivo em ambientes de incerteza com base nos critérios de avaliação

de Wald, Laplace, Savage e Hurwicz. A primeira abordagem (*MP*) é baseada na construção e avaliação de matrizes *payoff*. A segunda abordagem (*FA*) é baseada na construção de funções objetivo agregadas, geradas a partir dos critérios especiais de avaliação de soluções, e posterior solução do problema de tomada de decisões multiobjetivo correspondente.

As novas abordagens são capazes de tratar as incertezas das informações iniciais e gerar soluções eficientes de acordo com os critérios de avaliação de soluções definidos. Além disso, as abordagens permitem ao decisor solucionar problemas em ambiente de incerteza usando as técnicas de tomada de decisões multiobjetivo apresentadas no Capítulo 5, possibilitando a modelagem de preferência através da teoria dos conjuntos nebulosos. Nos próximos capítulos essas abordagens serão usadas na solução de problemas reais de otimização e tomada de decisões multiobjetivo.

8. ALOCAÇÃO MULTIOBJETIVO DE DEFICIÊNCIA DE POTÊNCIA

8.1 Considerações Iniciais

Atualmente problemas relacionados com o controle do consumo de potência e energia têm crescido em importância. Isso está associado não somente com a necessidade de superar limitações de potência e energia, causados pelo maior aumento da demanda em relação à capacidade de construção de unidades geradoras, mas também com os seguintes aspectos:

- o aumento do custo de manejo da capacidade de geração instalada, que envolve um aumento do custo de produção da energia, principalmente no período de pico;
- o aumento do custo do combustível, que envolve o aumento do custo da unidade de produção de qualquer energia.

Levando essas circunstâncias em consideração e também justificada pela ânsia da população em relação ao fator ecológico, a otimização das condições do consumo de potência e energia devem ser considerados com um dos mais importantes problemas de engenharia de potência.

As questões de controle do consumo de potência e energia e sua automação estão relacionadas com uma área relativamente nova de atividades das companhias de energia e demandam um desenvolvimento intensivo. A otimização das condições de consumo de potência e energia, como um todo, inclui uma complexa diversidade de problemas e são discutidas, por exemplo, em (Talukdar and Gellings, 1987). É necessário resolver esses problemas em sua totalidade, de acordo com os princípios de análise de sistemas, dentro do ambiente dos sistemas de automação de gerenciamento de carga correspondentes. A operação desses sistemas está direcionada aos seguintes objetivos:

- economia de combustível e recursos energéticos alcançada com base no aperfeiçoamento da eficiência do uso da energia nos locais em que ela é consumida, nivelando as curvas de carga do sistema de potência e reduzindo perdas de potência e energia;

- aperfeiçoamento da confiabilidade e proporcionando continuidade no fornecimento de energia assim como a preservação da estabilidade do sistema de potência devido a realização de soluções elaboradas permite eliminar as desconexões, ou ao menos diminuir o seu número, dos centros de alimentação e através de ações automáticas dos sistemas.

Diferentes conceitos de controle do consumo de potência e energia são considerados em (Talukdar and Gellings, 1987). Entretanto sua principal proposta consiste na elaboração e realização do controle de ações executadas baseadas em dois níveis. Em particular, no nível dos centros de controle de energia, otimização da alocação de deficiência de potência e energia (natural ou associada com a viabilidade econômica do gerenciamento de carga) é realizada para diferentes níveis de hierarquia de controle, o que permite traçar ações para diferentes grupos de consumidores (por exemplo, empresas). No nível de grupos de consumidores, ações de controle, correspondentes a estas tarefas, são elaboradas e realizadas.

Assim, os problemas de alocação de deficiências de potência e energia são relevantes e preenchem uma importante área na família de questões de controle do consumo de potência e energia. Esses problemas são excepcionalmente complexos porque estes devem ser considerados não somente como problemas técnicos e econômicos, mas também como ecológicos e sociais. Para resolvê-los, é necessário apontar a necessidade de considerar a criação de influências de incentivos para os consumidores. Além disso, as incertezas das informações a respeito dos impactos econômicos, ecológicos e sociais a serem considerados na alocação de deficiência de recursos devem ser levadas em conta.

A partir desses pontos de vista, os métodos existentes de alocação de deficiências de potência e energia, associados com os princípios fundamentais de alocação de recursos discutidos neste capítulo, possuem algumas desvantagens consideráveis. Superá-las é possível com base na formulação e solução dos problemas de otimização e tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incerteza, que permite considerar e minimizar diversas consequências negativas da alocação de deficiências de potência e energia considerando as incertezas das informações e criar incentivos de influências para os consumidores.

Este capítulo é dedicado à solução de problemas de alocação de deficiências de potência e energia utilizando uma abordagem multiobjetivo descrita no capítulo 7. A

solução desses problemas usando uma abordagem multiobjetivo foi apresentada em (Ekel et al., 2002; Ekel et al., 2006; Ekel et al., 2003), no entanto, as soluções propostas não consideram as incertezas das informações iniciais.

8.2 Alocação de Recursos ou suas Deficiências

Ao analisar problemas de alocação de recursos ou suas deficiências (estes problemas são equivalentes no ponto de vista substancial, matemático e informativo), um centro de controle possui uma quantidade fixa de recurso B e deve alocá-lo entre consumidores (departamentos, regiões, projetos, etc). A definição do problema permite o uso de diversos tipos de funções objetivo (linear, fracional, quadrática, etc. (Ekel, Pedrycz and Schinzinger, 1998)) em que a região factível é definida como:

$$L = \{x \in \mathbf{R}^n \mid 0 \leq x_i \leq B_i, \sum_{i=1}^n x_i = B\}. \quad (8.1)$$

onde $X = [x_1 \ x_2 \ \wedge \ x_n]$ é um vetor de limitações a serem alocadas aos consumidores, B_i é o valor permissível de limitação para o i -ésimo consumidor, enquanto B é o valor total de limitações a ser alocado.

Esta alocação é normalmente realizada em condições de informações incompletas e incertas sobre as necessidades reais dos consumidores. Nessa situação o centro é forçado a alocar recursos assumindo que a necessidade $m_i, i=1, \dots, n$ dos consumidores são iguais às suas demandas $d_i, i=1, \dots, n$.

É possível indicar três princípios fundamentais (Burkov and Kondrat'ev, 1981) de alocação de recursos, que são usados ou podem ser usados nos problemas de alocação de deficiências de potência e energia: alocação proporcional, alocação ótima e princípio de prioridades inversas.

Ao usar o princípio da alocação proporcional (que é utilizada na prática de alocação de deficiências de potência e energia em alguns países (Burkov and Kondrat'ev, 1981)), o consumidor i recebe a quantidade de recurso y_i proporcional a sua demanda d_i
:

$$y_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^n d_i} B, i = 1, \dots, n. \quad (8.2)$$

É evidente que com o uso deste princípio existe a tendência de demanda exagerada dos consumidores caso $\sum_{i=1}^n d_i > B$ ignorando a necessidade de minimizar seus danos.

Ao usar o princípio da alocação ótima, a solução é obtida ao se encontrar o dano integrado mínimo dos consumidores. Em particular, a seguinte função de dano para um consumidor arbitrário i foi considerada em (Burkov and Kondrat'ev, 1981):

$$r_i = \bar{r}_i \left[\left(1 - \frac{y_i}{m_i} \right)^2 \right], \quad (8.3)$$

em que $\bar{r}_i$ é o máximo valor possível de ser alocado ao consumidor i .

Supondo que $m_i = d_i, i = 1, \dots, n$, o centro resolve o problema de alocação ótima maximizando

$$\sum_{i=1}^n r_i(y_i) = \sum_{i=1}^n \bar{r}_i \left[\left(1 - \frac{y_i}{m_i} \right)^2 \right], \quad (8.4)$$

satisfazendo a restrição

$$\sum_{i=1}^n y_i = B. \quad (8.5)$$

Assim, a solução do problema tem a seguinte forma:

$$y_i = d_i - \frac{d_i^2 / \bar{r}_i^2}{\sum_{i=1}^n (d_i^2 / \bar{r}_i^2)} (\sum_{i=1}^n d_i - B). \quad (8.6)$$

Como é apresentado em (Kavalerchik and Genadinik, 1983), a aplicação do princípio de alocação ótima também leva à demanda exagerada dos consumidores.

Problemas similares à (8.4) e (8.5) podem ser resolvidos, no caso geral, com o uso de funções $r_i(y_i)$ diferentes de (8.3) com base em diferentes métodos de otimização. Da

mesma forma, não há dificuldades metodológicas em minimizar o dano integrado com funções de dano arbitrárias $p_i(y_i), i = 1, \dots, n$. Entretanto, a construção de características de dano (refletindo geralmente, custos ou perdas naturais) de consumidores, associados com os desvios das condições de operação normais, geram dificuldades. Em particular, essas características têm consideráveis incertezas e incorreção (Ansuj et al., 1994).

Além disso, existem muitos tipos de consumidores, para os quais a obtenção das características de dano é impossível. Neste contexto, usar apenas o valor dos danos não fornece embasamento convincente para a tomada de decisões em situações concretas de alocação de deficiências. Finalmente, a ideia de dano integrado, por si só pode ser submetida a dúvidas, pois pode levar ao benefício de um consumidor em troca do prejuízo de outro consumidor em situações reais.

Por exemplo, a partir de duas soluções para dois consumidores $p_1^1 + p_2^1 = 10 + 10 = 20$ e $p_1^2 + p_2^2 = 12 + 6 = 18$, a segunda é melhor, do ponto de vista formal. Entretanto, a solução é alcançada ao custo do aumento do dano do primeiro consumidor o que não é permitido se os consumidores são de diferentes classes.

O uso do princípio de prioridades inversas também supõe que a dano mínimo do i -ésimo consumidor é $\bar{r}_i$ e $m_i = d_i, i = 1, \dots, n$. Neste caso:

$$y_i = \min \left\{ d_i, \frac{\bar{r}_i/d_i}{\sum_{i=1}^n (\bar{r}_i/d_i)} B \right\}. \quad (8.7)$$

O princípio de prioridades inversas não é natural e força os consumidores a diminuir suas demandas (Kavalerchik and Genadinik, 1983). No entanto, este princípio, assim como outros princípios, não estimulam os consumidores a mostrarem demandas objetivas e bem fundamentadas. A alocação de recursos baseada nos princípios indicados acima não prevê estimular influências para os consumidores. Além disso, na resolução de problemas como a alocação de recursos ou a sua escassez, é necessário levar em consideração diversas consequências que não podem ser refletidas por funções de danos tradicionais. Finalmente, as informações de demanda e as consequências da limitação de recursos aos consumidores geralmente não podem ser informadas com precisão, o que cria a necessidade de uma modelagem bem fundamentada das incertezas das informações.

Superar os pontos observados é possível com base na formulação de problemas no âmbito dos modelos de otimização multicritério. Os objetivos desses modelos têm que refletir diversas consequências negativas (técnicas, econômicas, ecológicas, sociais) associadas à limitação dos consumidores com base no uso de informações reais disponíveis. Estes modelos também devem ser capazes de considerar as informações incertas inerentes à modelagem das consequências da limitação dos consumidores.

8.3 Algoritmo para Alocação Multiobjetivo de Deficiência de Recursos

O problema de alocação multiobjetivo de recursos pode ser solucionado usando o esquema apresentado na Subseção 5.7. No caso de funções objetivo lineares, como as que foram usadas neste trabalho, encontrar a solução de (3.8) e (3.9) para a implementação do Passo 1 do esquema não apresenta dificuldades. Na implementação do Passo 7 é possível utilizar o algoritmo de busca não local baseado na modificação do método dos “vales longos” usado nos trabalhos (Ekel et al., 2002; Ekel et al., 2006; Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010). Os passos do algoritmo de busca implementado são apresentados a seguir.

1. A sequência $\{X^{(l)}\}$, $l=1,2,\dots,q$ é construída a partir dos pontos X_p^0 , se minimizarmos $f_p(X)$, ou X_p^{00} , se maximizarmos $f_p(X)$ como resultado do Passo 1 do esquema geral apresentado na seção 5.7. Esta sequência satisfaz a propriedade $\min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X^{(l)}) \geq \min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X^{(l+1)}), l=1,2,\dots,q-1$.
2. A busca local por X^0 segue a partir de $X^{(l)} (l=1)$. Como resultado desta busca é obtido o ponto $X^{(l)0}$ com o correspondente $\mu_{A_p}(X^{(l)0}), p=1,2,\dots,q$.
3. A busca local por X^0 segue a partir de $X^{(l+1)}$. Como resultado, é obtido o ponto $X^{(l+1)0}$ com o correspondente $\mu_{A_p}(X^{(l+1)0}), p=1,2,\dots,q$.
4. O seguinte teste é realizado:
 - a. Se $X^{(l)0} \neq X^{(l+1)0}$, faz $X^{(t)0} = X^{(l)0}$ e $X^{(t+1)0} = X^{(l+1)0}$, então segue para o Passo 5;
 - b. Se $X^{(l)0} = X^{(l+1)0}$ para $l \neq q-1$, então segue para o Passo 3, incrementado $l := l+1$;

- c. Se $X^{(1)0} = X^{(l+1)0} = X^{(q)0}$, então segue para o Passo 8, fazendo $X^0 = X^{(1)0}$.
5. Uma linha entre os pontos $X^{(t)0}$ e $X^{(t+1)0}$ é formada para a geração dos pontos $X_s^{(t,t+1)}$, $s = 1, 2, 3$ (ver Figura 8.1). Entre eles, se for factível no ponto de vista das restrições (8.1), um ponto $X^{(t,t+1)0} = \arg \max_t \text{OWA} \mu_{A_p}(X_s^{(t,t+1)})$ é selecionado para definir a direção da próxima busca.
6. A próxima busca local por X^0 segue a partir do ponto $X^{(t,t+1)0}$. Como resultado desta busca, é obtido o ponto $X^{(t+2)0}$ (ver Figura 8.1).
7. É feita a seguinte análise: se os últimos pontos $X^{(t)0}$, $X^{(t+1)0}$, e $X^{(t+2)0}$ diferem em $\min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X^{(t)0})$, $\min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X^{(t+1)0})$, e $\min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X^{(t+2)0})$ menos que uma precisão desejada definida pelo decisor, então segue para o Passo 8, fazendo $X^0 = \arg \max [\min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X^{(t+2)0}), \min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X^{(t+1)0}), \min_{1 \leq p \leq q} \mu_{A_p}(X^{(t)0})]$; senão, segue para o Passo 5, fazendo $X^{(t)0} := X^{(t,t+1)0}$ e $X^{(t+1)0} := X^{(t+2)0}$.
8. Os cálculos terminam e a solução $X^0 \in \Omega^P \subseteq L$ foi obtida.

Os cálculos realizados nos Passos 2, 3 e 6 do algoritmo são possíveis com o uso de um método de busca adequado. Em particular, nos testes realizados neste trabalho foi utilizada uma modificação do método *univariate* (Rao, 1996). Se $X^{(m)}$ é o ponto atual, a transição para $X^{(m+1)}$ é realizada se

$$(\forall p = 1, 2, \dots, q) : \mu_{A_p}(X^{(m+1)}) \geq \mu_{A_p}(X^{(m)}) \quad (8.8)$$

e

$$(\exists p = 1, 2, \dots, q) : \mu_{A_p}(X^{(m+1)}) > \mu_{A_p}(X^{(m)}). \quad (8.9)$$

Pelo contrário, se

$$(\exists p = 1, 2, \dots, q) : \mu_{A_p}(X^{(m+1)}) < \mu_{A_p}(X^{(m)}). \quad (8.10)$$

a transição para $X^{(m+1)}$ não é racional do ponto de vista de maximizar $\text{OWA} \mu_{A_p}(X)$.

Esta forma de avaliação de transição para o próximo ponto $X^{(m+1)}$ leva a uma solução (5.5) que pertence ao conjunto de Pareto, se todas as transições forem rejeitadas.

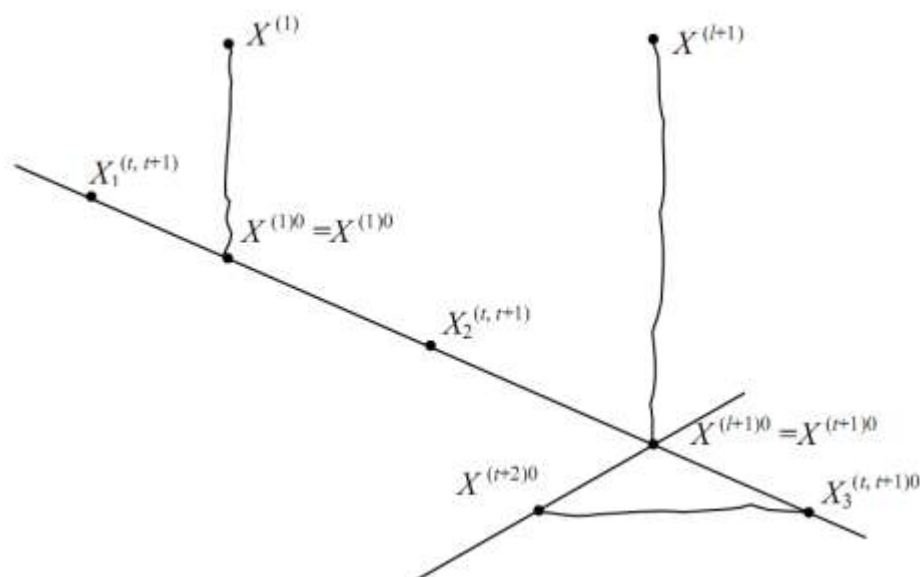


Figura 8.1 - Busca não-local por X^0 .

8.4 Exemplo de Alocação de Deficiência de Potência

No estudo apresentado em (Ekel et al., 1998), a análise substancial dos problemas de alocação de escassez de potência e energia, sistemas de gestão econômica, bem como relatórios e informações reais de planejamento do setor disponíveis permitiu a construção de um conjunto geral de metas para resolver estes problemas através de uma formulação multiobjetivo. A lista completa inclui 17 tipos de objetivos. Alguns deles são mostrados abaixo:

1. Limitação preponderante de consumidores com baixo custo de produção e/ou serviços prestados por 1 kWh de energia consumida, o que corresponde a obtenção da queda mínima do volume total de produção e/ou dos serviços prestados;
2. Limitação preponderante de consumidores causadores de maiores danos ao meio ambiente;
3. Limitação preponderante de consumidores com maiores coeficientes de posse de energia de trabalho por 1 kWh de energia consumida, o que corresponde a queda do número de trabalhadores cuja produtividade, e portanto, salários, serão reduzidos em função das limitações;

4. Limitação preponderante de consumidores com maiores possibilidades de transferência de carga máxima diária, o que corresponde também, à consumidores com o menor tempo de utilização da carga máxima diária;

O conjunto geral de objetivos (Ekel et al., 1998) é suficientemente completo, pois é direcionado para diminuir diversas consequências negativas para os consumidores e criando influências de incentivo para eles. Este conjunto de metas é universal, porque pode servir como a base para a construção de modelos para diferentes níveis de hierarquia de gestão de carga através da agregação da informação e posterior decomposição dos problemas, de acordo com diferentes índices. A lista correspondente de objetivos pode ser definida para cada caso, por um decisor, que pode ser um indivíduo ou um grupo (por exemplo, organizações de governança de um país ou estado, um conselho de administração de empresas, etc.).

Como exemplo de alocação multiobjetivo de deficiência de potência, pode-se considerar o seguinte problema.

É necessário alocar uma deficiência de potência de $B=40000$ kW entre seis consumidores considerando os objetivos de 1 a 4 listados acima. Estes objetivos são modelados com as seguintes funções lineares

$$f_p(x) = \sum_{i=1}^6 c_{pi} x_i, \quad p=1,3,4, \quad (8.11)$$

que devem ser minimizadas. O objetivo f_2 deve ser maximizado, mas pode ser modelado em uma função objetivo a ser minimizada da forma:

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^6 -c_{2i} x_i. \quad (8.12)$$

Em (8.11) e (8.12), $x_i, i=1,...,6$ são limitações de potência a serem alocada a cada consumidor e $B_i, i=1,...,6$ são os limites de alocação para cada consumidor de forma que $0 \leq x_i \leq B_i$. A Tabela 8.1 inclui as informações iniciais para resolver os problemas.

Tabela 8.1 - Dados iniciais do problema de alocação multiobjetivo de deficiência de potência

i	$c_{1,i}$ (valor monetário /kWh)	$c_{2,i}$	$c_{3,i}$	$c_{4,i}$ (h)	B_i (kW)
1	1,50	5,40	0,63	15,30	14000
2	4,10	6,20	0,33	17,20	6000
3	1,40	5,80	0,28	21,10	4000
4	2,20	5,30	0,21	18,50	7000
5	1,20	4,20	0,26	17,40	19000
6	2,13	4,70	0,36	19,60	14000

A solução do problema será realizada com base na abordagem de tomada de decisões apresentada no Capítulo 5 e no algoritmo apresentado na Seção 8.3. Nos testes serão geradas soluções considerando quatro valores distintos para os pesos do operador OWA como apresentado na Tabela 8.2.

Tabela 8.2 – Alocação multiobjetivo de deficiência de potência - Pesos do operador OWA

Operador	Termo	w			
$Op1$	Média	0,25	0,25	0,25	0,25
$Op2$	S-OWA ($\sigma = 0,5$ e $\beta = 0,5$)	0,50	0	0	0,50
$Op3$	Quantos forem possíveis	0	0,50	0,50	0
$Op4$	Todos (operador <i>min</i>)	0	0	1,00	0

A Tabela 8.3 mostra os resultados de alocação de deficiência para cada consumidor, enquanto a Tabela 8.4 mostra os valores de satisfação das de cada função objetivo representado pelo valor de pertinência de cada solução ao correspondente conjunto nebuloso construído a partir de (3.7).

Tabela 8.3 - Alocação multiobjetivo de deficiência de potência – Teste 1 - Resultados

i	X_{Op1}^0	X_{Op2}^0	X_{Op3}^0	X_{Op4}^0
1	13999,9	13121,80	8587,60	9101,03
2	0,10	0,00	3746,60	4158,19
3	0,00	4000,00	4000,00	4000,00
4	7000,00	3878,20	7000,00	6821,53
5	19000,00	19000,00	16665,80	15919,24
6	0,00	0,00	0,00	0,01

Tabela 8.4 - Alocação multiobjetivo de deficiência de potência – Teste 1 - Nível de Satisfação das Funções Objetivo

Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}
X_{Op1}^0	0,90	0,30	0,34	0,91
X_{Op2}^0	0,98	0,36	0,36	0,75
X_{Op3}^0	0,60	0,53	0,60	0,60
X_{Op4}^0	0,56	0,56	0,56	0,62

A partir dos resultados apresentados na Tabela 8.4 é possível verificar as propriedades dos operadores de agregação. Na solução X_{Op1}^0 os altos valores de satisfação de μ_{A_1} e μ_{A_4} compensam baixos valores de μ_{A_2} e μ_{A_3} resultando em um nível alto de satisfação média. Na solução X_{Op2}^0 a compensação é feita considerando apenas os valores de satisfação máximo e mínimo. Neste caso, o alto valor de satisfação de μ_{A_1} compensa os baixos valores de μ_{A_2} ou μ_{A_3} .

A solução X_{Op3}^0 considera os dois menores níveis de satisfação enquanto a solução X_{Op4}^0 considera apenas o menor nível de satisfação. O baixo grau de compensação dessas soluções evitou os baixos valores de satisfação encontrados nas

soluções X_{Op1}^0 e X_{Op2}^0 , em contrapartida, não apresentaram valores altos de satisfação para qualquer critério.

Na análise da Tabela 8.3 é possível perceber que em nenhuma solução foram alocados valores significativos de deficiência ao consumidor x_6 . O uso de uma variável linguística, como apresentado na Seção 4.4, permite forçar a alocação de deficiências a um determinado consumidor. Assim, será criada uma variável linguística $\mu(x_6)$ para o exemplo, baseada em (4.17), com $k=1 \times 10^{-7}$ e $R=2000$ da seguinte forma:

$$\mu(x_6) = \begin{cases} 1 - e^{-(2000-Q)^2/10^7}, & x_6 \geq 2000; \\ 0, & x_6 < 2000. \end{cases} \quad (8.13)$$

Em termos linguísticos, essa variável representa que deve ser alocado mais de 2000 kW de deficiência de potência ao consumidor x_6 . A Tabela 8.5 mostra os resultados de alocação de deficiência de potência e a Tabela 8.6 o nível de satisfação dos objetivos e variável linguística para o segundo teste. A Figura 8.2 mostra os níveis de satisfação de cada solução em relação à variável linguística criada.

Tabela 8.5 - Alocação multiobjetivo de deficiência de potência – Teste 2 - Resultados

i	X_{Op1}^0	X_{Op2}^0	X_{Op3}^0	X_{Op4}^0
1	9171,10	0,10	8706,15	8847,45
2	0,00	5999,60	3229,40	3113,10
3	0,00	1752,30	3169,15	3159,35
4	7000,00	7000,00	6774,40	6761,30
5	19000,00	19000,00	13415,45	13411,35
6	4828,90	6248,00	4705,45	4707,45

Tabela 8.6 - Alocação multiobjetivo de deficiência de potência – Teste 2 - Nível de satisfação das funções objetivo

Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}	$\mu(Q)$
X_{Op1}^0	0,81	0,20	0,54	0,66	0,55
X_{Op2}^0	0,32	0,33	0,97	0,32	0,84
X_{Op3}^0	0,53	0,52	0,52	0,52	0,52
X_{Op4}^0	0,52	0,52	0,52	0,53	0,52

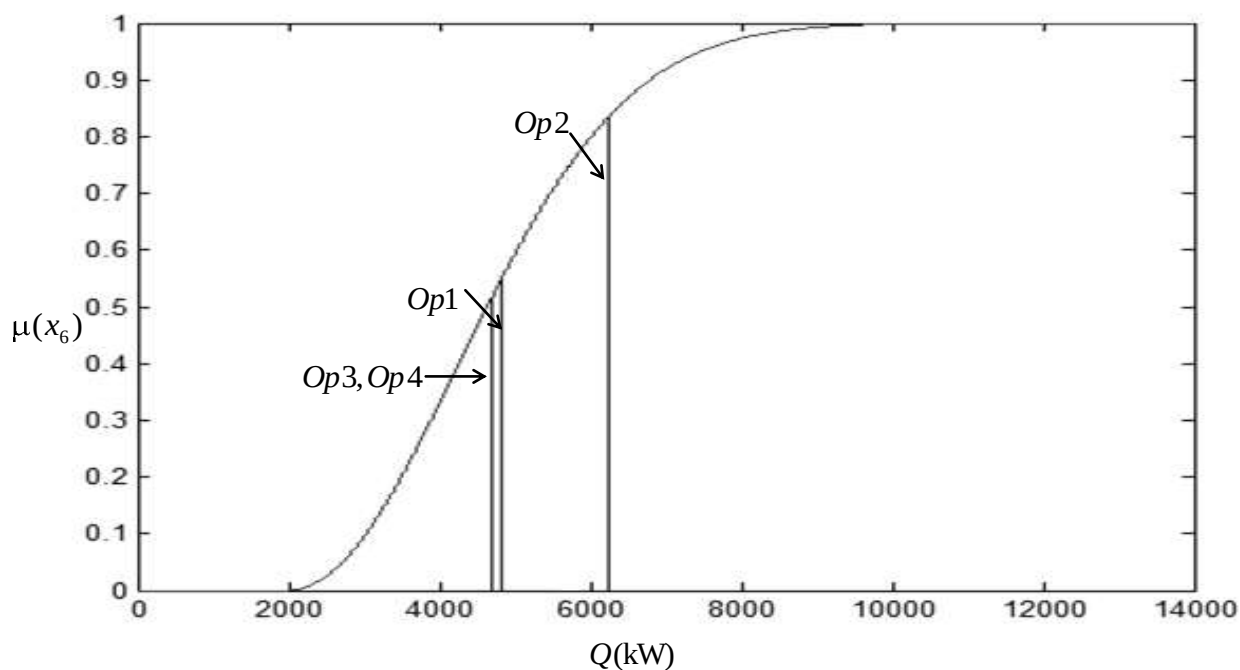


Figura 8.2 -Variável linguística “mais que 2000kW”

Os resultados da Tabela 8.5 mostram que foram alocadas deficiências para o consumidor x_6 . É importante observar que é necessário existir um compromisso entre os níveis de satisfação gerais dos objetivos definidos pelos operadores OWA e o nível de satisfação da variável linguística, como definido em (5.8), como pode ser observado na Tabela 8.6.

8.5 Consideração das Incertezas dos Dados Iniciais

O exemplo apresentado na seção anterior será resolvido agora considerando incertezas dos dados iniciais. Essas incertezas estão associadas com a dificuldade de se definir as consequências da alocação de deficiência de potência. Para o teste foi considerado um erro de $\pm 10\%$ nos coeficientes c_{pi} das funções objetivo. Assim, os valores dos coeficientes das funções objetivo c_{pi} , $p=1,\dots,4$, $i=1,\dots,6$, serão analisados dentro de intervalos de valores possíveis. A Tabela 8.7 apresenta os dados iniciais do problema com consideração de incertezas. Os valores das limitações de deficiência dos consumidores assim como a deficiência total $B=40000$ não foram modificados.

Tabela 8.7 - Dados iniciais do problema de alocação de deficiência de potência com incertezas

i	$c_{1,i}$ (valor monetário /kWh)	$c_{2,i}$	$c_{3,i}$	$c_{4,i}$ (h)	B_i (kW)
1	[1,35; 1,65]	[4,86; 5,94]	[0,56; 0,69]	[13,77; 16,83]	14000
2	[3,69; 4,51]	[5,58; 6,82]	[0,30; 0,36]	[15,48; 18,92]	6000
3	[1,26; 1,54]	[5,22; 6,38]	[0,25; 0,31]	[18,99; 23,21]	4000
4	[1,98; 2,42]	[4,77; 5,83]	[0,19; 0,23]	[16,65; 20,35]	7000
5	[1,08; 1,32]	[3,78; 4,62]	[0,23; 0,29]	[15,66; 19,14]	19000
6	[1,92; 2,34]	[4,23; 5,17]	[0,32; 0,40]	[17,64; 21,56]	14000

A partir da Tabela 8.7 foram construídos cenários aplicando LP_t sequencias (Sobol', 1979), de forma semelhante à abordagem descrita na Seção 6.8. Foram construídos $S = 20$ cenários para a análise de incerteza do problema. As abordagens para otimização e tomada de decisões em ambiente de incertezas (abordagens *MP* e *FA*), apresentadas Capítulo 7, serão usadas para a solução deste problema.

8.6 Análise usando a Abordagem MP

Na abordagem MP, descrita na seção 7.4, devem ser encontradas as soluções do problema multiobjetivo correspondente a cada cenário. Assim, é necessário resolver S problemas multiobjetivo definidos com base em (8.11) e (8.12).

Para cada problema foram geradas quatro soluções correspondentes às quatro composições distintas dos pesos do operador OWA, como apresentado na Tabela 8.2. Assim, serão geradas $S \times 4 = 80$ soluções para construção e análise das matrizes *payoff*.

A solução do problema pode ser obtida a partir da abordagem apresentada na Seção 7.4. Neste exemplo, a análise da matriz multiobjetivo agregada (ver Tabela 7.8), a partir da aplicação de (7.13), foi feita utilizando diferentes pesos no operador OWA, como apresentado na Tabela 8.2. Como resultado, é possível fazer a seleção das alternativas de solução apresentadas na Tabela 8.8. Aqui, a solução $X_{s,Op}^0$ indica a solução obtida no cenário s utilizando o operador Op . As soluções encontradas usando a abordagem apresentada no Capítulo 6, aqui identificadas pelo operador $Op5$ também foram avaliadas.

Tabela 8.8 - Alocação de deficiência de potência com incertezas - Soluções selecionadas na abordagem MP

Solução	Wald	Laplace	Savage	Hurwicz
$Op1$	$X_{8,1}^0$	$X_{16,1}^0$	$X_{19,1}^0$	$X_{16,1}^0$
$Op2$	$X_{14,3}^0$	$X_{14,3}^0$	$X_{14,3}^0$	$X_{18,1}^0$
$Op3$	$X_{6,4}^0$	$X_{6,4}^0$	$X_{16,3}^0$	$X_{6,3}^0$
$Op4$	$X_{6,4}^0$	$X_{6,4}^0$	$X_{16,3}^0$	$X_{6,4}^0$
$Op5$	$X_{14,4}^0$	$X_{6,4}^0$	$X_{4,4}^0$	$X_{12,3}^0$

A partir da Tabela 8.8 é possível perceber que foram selecionadas oito alternativas de solução distintas, apresentadas detalhadamente na Tabela 8.9. Para o critério de Hurwicz $\sigma = 0,75$, seguindo a recomendação de (Belyaev, 1977).

A Tabela 8.8 permite observar dois aspectos importantes na solução de problemas multiobjetivo em ambiente de incertezas. Quando as colunas são analisadas

separadamente, é possível verificar a diversidade de soluções obtidas quando são usadas diferentes abordagens para consideração da multiplicidade de objetivos. Por outro lado, ao fazer a análise por linha, é possível perceber a diversidade das soluções obtidas quando são usadas diferentes abordagens para o tratamento da multiplicidade de cenários.

As tabelas 8.10-8.13 mostram os níveis de satisfação dos objetivos em cada solução, de acordo com cada critério de análise em ambiente de incerteza.

Tabela 8.9 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Detalhes das soluções selecionadas na abordagem MP

i	$X_{8,1}^0$	$X_{16,1}^0$	$X_{18,1}^0$	$X_{19,1}^0$	$X_{6,3}^0$	$X_{14,3}^0$	$X_{16,3}^0$	$X_{6,4}^0$
1	14000,00	14000,00	10000,00	13999,00	7677,45	11274,00	8371,60	8117,90
2	0,10	0,00	0,00	0,10	2850,65	4225,60	2973,70	3296,30
3	4000,00	4000,00	4000,00	4000,00	4000,00	4000,00	4000,00	4000,00
4	7000,00	6999,90	7000,00	7000,00	6475,85	6869,40	6999,90	6996,30
5	14999,80	15000,10	19000,00	15000,00	18996,00	13631,00	17654,80	17589,50
6	0,10	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00

Tabela 8.9. Alocação de deficiência de potência com incertezas – Detalhes das soluções selecionadas na abordagem MP (continuação)

i	$X_{14,4}^0$	$X_{4,4}^0$	$X_{12,3}^0$
1	11273,05	8117,90	9286,10
2	4238,15	3296,30	3981,00
3	4000,00	4000,00	4000,00
4	6832,20	6996,30	7000,00
5	13656,55	17589,50	15732,70
6	0,05	0,00	0,20

Tabela 8.10 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem MP – Nível de satisfação das funções objetivo pelo critério de Wald

Operador	Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}
Op1	$X_{8,1}^0$	0,83	0,62	0,12	0,69
Op2	$X_{14,3}^0$	0,30	1,00	0,30	0,63
Op3	$X_{6,4}^0$	0,50	0,52	0,53	0,53
Op4	$X_{6,4}^0$	0,50	0,52	0,53	0,53
Op5	$X_{14,4}^0$	0,30	1,00	0,29	0,63

Tabela 8.11 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem MP – Nível de satisfação das funções objetivo pelo critério de Laplace

Operador	Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}
Op1	$X_{16,1}^0$	0,81	0,62	0,12	0,65
Op2	$X_{14,3}^0$	0,27	1,00	0,27	0,57
Op3	$X_{6,4}^0$	0,48	0,52	0,52	0,47
Op4	$X_{6,4}^0$	0,48	0,52	0,52	0,47
Op5	$X_{6,4}^0$	0,48	0,52	0,52	0,47

Tabela 8.12 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem MP – Nível de satisfação das funções objetivo pelo critério de Savage

Operador	Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}
Op1	$X_{19,1}^0$	0,80	0,65	0,09	0,67
Op2	$X_{14,3}^0$	0,29	1,00	0,26	0,58
Op3	$X_{16,3}^0$	0,47	0,59	0,50	0,45
Op4	$X_{16,3}^0$	0,47	0,59	0,50	0,45
Op5	$X_{4,4}^0$	0,43	0,61	0,51	0,44

Tabela 8.13 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem MP – Nível de satisfação das funções objetivo pelo critério de Hurwicz

Operador	Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}
<i>Op1</i>	$X_{16,1}^0$	0,82	0,73	0,12	0,66
<i>Op2</i>	$X_{18,1}^0$	0,87	0,45	0,43	0,50
<i>Op3</i>	$X_{6,3}^0$	0,53	0,57	0,57	0,45
<i>Op4</i>	$X_{6,4}^0$	0,49	0,63	0,52	0,48
<i>Op5</i>	$X_{12,3}^0$	0,33	0,84	0,43	0,51

Os resultados apresentados nas Tabelas 8.10-8.13 mostram que os conceitos propostos pelos diversos pesos do operador OWA foram preservados nas soluções obtidas. Os operadores menos otimistas *Op3* e *Op4* geram as mesmas soluções para o critério de Wald, Laplace e Savage e no geral, geram soluções mais harmoniosas (em relação à satisfação dos objetivos) do que os demais operadores. Em particular, o operador *Op1* gera soluções com baixos níveis para o objetivo f_3 em todos os critérios, mas nos demais objetivos apresentou níveis de satisfação maiores que os demais operadores.

Em relação ao desempenho da abordagem MP em comparação à abordagem apresentada no Capítulo 5, é possível comparar os resultados obtidos pelos operadores *Op4* e *Op5*, pois ambos agregam os critérios usando o operador *min*. Com exceção ao critério de Laplace, o *Op4* teve desempenho superior ao *Op5* em todos os critérios. Comparando os valores mínimos dos objetivos (f_p, μ_p) em cada critério, no critério de Wald $(f_1, 0,50)_{Op4} > (f_1, 0,30)_{Op5}$, no critério de Savage $(f_4, 0,45)_{Op4} > (f_1, 0,43)_{Op5}$ e no critério de Hurwicz $(f_4, 0,48)_{Op4} > (f_1, 0,33)_{Op5}$.

8.7 Análise usando a Abordagem FA

Para a solução do problema definido na Tabela 8.7 usando abordagem FA devem ser resolvidos $q=4$ problemas multiobjetivo. Em cada problema as funções objetivo, definidas em (8.11) e (8.12), foram transformadas para refletir um critério de análise de

soluções em ambiente de incertezas com base em (7.1)-(7.4) (no caso do critério de Hurwicz $\sigma = 0,75$).

Para cada problema foram encontradas quatro soluções para os diferentes pesos do operador OWA definidos na Tabela 8.2. As Tabelas 8.14, 8.16, 8.18 e 8.20 mostram a alocação final da deficiência de recursos e as Tabelas 8.15, 8.17, 8.19 e 8.21 mostram os níveis de satisfação dos objetivos.

Tabela 8.14 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem FA – Soluções para o critério de Wald

Solução	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
X_{Op1}^0	13548,10	0,10	4000,00	7000,00	15451,70	0,10
X_{Op2}^0	10267,00	5192,90	0,00	6998,80	17541,20	0,10
X_{Op3}^0	8686,85	4041,55	4000,00	7000,00	16271,45	0,15
X_{Op4}^0	8898,35	4257,50	4000,00	6835,75	16008,30	0,10

Tabela 8.15 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem FA – Satisfação dos objetivos para o critério de Wald

Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}
X_{Op1}^0	0,90	0,48	0,32	0,75
X_{Op2}^0	0,48	0,48	0,48	0,90
X_{Op3}^0	0,58	0,55	0,58	0,69
X_{Op4}^0	0,56	0,56	0,56	0,69

Tabela 8.16 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem FA – Soluções para o critério de Laplace

Solução	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
X_{Op1}^0	13999,90	0,10	0,00	7000,00	19000,00	0,00
X_{Op2}^0	13167,70	0,10	4000,00	3832,10	19000,00	0,10
X_{Op3}^0	8591,20	3743,10	4000,00	7000,00	16665,70	0,00
X_{Op4}^0	8852,85	3552,95	3822,50	6957,35	14482,45	2331,90

Tabela 8.17 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem FA – Satisfação dos objetivos para o critério de Laplace

Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}
X_{Op1}^0	0,90	0,30	0,34	0,91
X_{Op2}^0	0,98	0,35	0,35	0,75
X_{Op3}^0	0,60	0,53	0,60	0,60
X_{Op4}^0	0,55	0,55	0,55	0,55

Tabela 8.18 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem FA – Soluções para o critério de Savage

Solução	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
X_{Op1}^0	14000,00	353,84	516,58	6999,79	18129,70	0,10
X_{Op2}^0	10232,10	6000,00	0,00	4958,00	18809,80	0,10
X_{Op3}^0	8481,70	3722,30	4000,00	7000,00	14987,30	1808,70
X_{Op4}^0	8832,20	4275,60	4000,00	6822,00	16070,20	0,00

Tabela 8.19 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem FA – Satisfação dos objetivos para o critério de Savage

Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}
X_{Op1}^0	0,86	0,37	0,30	0,88
X_{Op2}^0	0,47	0,48	0,47	0,87
X_{Op3}^0	0,55	0,55	0,56	0,58
X_{Op4}^0	0,55	0,55	0,55	0,64

Tabela 8.20 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem FA – Soluções para o critério de Hurwicz

Solução	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
X_{Op1}^0	13999,90	0,10	0,00	7000,00	19000,00	0,00
X_{Op2}^0	10850,50	0,10	4000,00	6149,40	18999,90	0,10
X_{Op3}^0	7998,70	3826,70	4000,00	6261,80	17912,80	0,00
X_{Op4}^0	8108,70	3574,20	3772,70	6923,30	17621,10	0,00

Tabela 8.21 - Alocação de deficiência de potência com incertezas – Abordagem FA – Satisfação dos objetivos para o critério de Hurwicz

Solução	μ_{A_1}	μ_{A_2}	μ_{A_3}	μ_{A_4}
X_{Op1}^0	0,90	0,48	0,33	0,91
X_{Op2}^0	0,93	0,49	0,49	0,67
X_{Op3}^0	0,62	0,62	0,62	0,62
X_{Op4}^0	0,62	0,62	0,62	0,62

Os resultados mostram que cada combinação de critério de análise em ambiente de incertezas e configuração de pesos do operador OWA geraram resultados distintos, totalizando 16 soluções. Além disso, é possível observar que as propriedades dos pesos do operador OWA, relacionadas ao grau de compensação entre os objetivos, foram preservadas nas soluções encontradas.

Em comparação à abordagem *MP*, a abordagem *FA*, obteve as soluções com o tempo de processamento aproximadamente seis vezes menor. Além disso, a abordagem *FA* gerou uma solução distinta para cada combinação de preferências do decisor, indicando uma maior capacidade de gerar soluções que satisfazem às preferências do decisor.

O menor número de soluções distintas encontradas pela abordagem *MP* pode estar associada ao espaço de busca reduzido (limitado às $S \times 4 = 80$ soluções locais) em relação à abordagem *FA* que faz uma busca em todo espaço de soluções factíveis considerando o desempenho global das soluções.

Finalmente, em relação ao conjunto de soluções encontrado pelas abordagens *MP* e *FA*, formalmente, não é possível selecionar uma das soluções como solução final do problema. De acordo com a recomendação dos trabalhos (Ekel et al., 2008; Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010), o uso de critérios adicionais de escolha de alternativa de solução e métodos de tomada de decisões multiatributo podem ser aplicados para a priorização destas soluções.

8.8 Considerações Finais

Levando em consideração insuficiências dos princípios existentes de alocação de recursos (de alocação proporcional, de alocação ótima e princípio de prioridades inversas) este problema, ou o problema equivalente de alocação de deficiências de recursos, foi formulado dentro de quadros de modelos de tomada de decisões multiobjetivo, incluindo de tomada de decisões em condições de incerteza. A aplicação prática dos resultados desse capítulo é orientada na solução de um dos mais importantes problemas de controle de consumo de potência e energia em sistemas e subsistemas de potência, à alocação de suas deficiências.

A aplicação dos resultados do Capítulo 5 mostra a possibilidade de geração de soluções considerando diversas composições dos pesos do operador OWA representando diferentes preferências do decisor em relação ao nível de compensação mútua da satisfação dos objetivos.

A aplicação dos resultados do Capítulo 7 associados com duas abordagens para o processamento de incertezas dos dados iniciais em problemas de tomada de decisões multiobjetivo mostra a capacidade de gerar soluções considerando simultaneamente diferentes critérios de escolha (critérios de Wald, Laplace, Savage e Hurwicz) para o tratamento da multiplicidade de cenários e diferentes critérios de compensação dos objetivos (através de diversas composições dos pesos do operador OWA).

9. OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DA CONFIGURAÇÃO DE REDES EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

9.1 Considerações Iniciais

Entre os problemas de sistemas de distribuição de energia elétrica, é possível distinguir a otimização de configuração (pontos de desconexão) ou reconfiguração de redes que está associada com a alteração das suas estruturas topológicas através da mudança do estado de chaves (fechado/aberto) (Berredo et al., 2011). Tradicionalmente, a otimização de configuração de redes é considerada como um dos mais efetivos meios de redução de perdas em sistemas de distribuição sem investimentos. Pesquisas mostram que a otimização dos pontos de desconexão tem uma influência significativa nos níveis de confiabilidade de fornecimento e de qualidade de energia elétrica (Gontijo, 2007). Os trabalhos (Baran and Wu, 1989; Chiang and Jean-Jumeau, 1990; Chiang and Jean-Jumeau, 1990; Guedes et al., 2013) consideram que a reconfiguração de redes pode ser realizada para reduzir as perdas e também para excluir as sobrecargas nas redes (o problema de balanceamento de carga). O problema de restauração de serviço também pode ser considerado como um problema especial de balanceamento de carga (Baran and Wu, 1989). Outros trabalhos diversificam as colocações do problema considerando, por exemplo, à maximização de *loadability* das redes (Venkatesh, Ranjan and Gooi, 2004) e minimização do custo de fornecimento de energia elétrica (Broadwater et al., 1993).

Todos os problemas indicados surgem nas etapas de planejamento de longa e curta duração e também diretamente no processo de operação (Baran and Wu, 1989; Broadwater et al., 1993; López et al., 2004). Além disso, a reconfiguração de redes pode ser utilizada em estudos de projeto (Baran and Wu, 1989; Nara et al., 1991). Finalmente, o interesse sobre o problema também pode ser associado com a ampla automação dos sistemas de distribuição, que cada vez mais contém equipamentos para comutações, monitorados e controlados remotamente, permitindo considerar o problema de reconfiguração como um problema "on-line" (López et al., 2004).

Desta forma, a otimização da configuração de redes em sistemas de distribuição tem uma ampla gama de aplicações e também, influências nos diferentes índices de confiabilidade, qualidade e eficiência econômica de fornecimento de energia elétrica.

É necessário indicar que muitas pesquisas nesta área "competem" na aspiração de fornecer as soluções "mais" ótimas com extremos mais profundos. Entretanto, considerando que a incerteza das informações iniciais e a estabilidade relativa das soluções ótimas criam regiões de incerteza das soluções (Ekel and Popov, 1985; Ekel, Pedrycz and Schinzinger, 1998), essa aspiração não é convincente.

A consideração das incertezas na formação dos modelos constitui um meio para aumentar a adequação desses modelos, e como resultado, a credibilidade e efetividade real das soluções obtidas em sua análise (Ekel and Popov, 1985). Considerando isso, é necessário indicar, que mesmo resolvendo o problema com base monocritério (por exemplo, a minimização das perdas de energia), surge a necessidade de se utilizar critérios adicionais para reduzir as regiões de incerteza das soluções.

Levando o exposto em consideração este capítulo é dedicado à solução de problemas de otimização da configuração de redes em sistemas de distribuição. Como caso de estudo, será usado o modelo de uma rede real da CEMIG.

9.2 Modelagem de Redes de Distribuição

Um aspecto fundamental na solução de problemas de reconfiguração de redes de distribuição de energia está associado a modelagem dos componentes da rede. A escolha da modelagem deve ser feita de forma a atender de forma satisfatória e equilibradamente dois compromissos conflitantes, a precisão adequada e um baixo custo computacional. Em particular, foram modelados os seguintes componentes de rede:

- Rede de média tensão.
- Rede de baixa tensão.
- Transformadores.
- Reguladores.
- Capacitores.
- Seccionadores.

Além da modelagem dos componentes da rede, os algoritmos desenvolvidos neste trabalho faz o uso intensivo de cálculos dos modos de operação da rede. Esses cálculos são essenciais para a avaliação dos valores das funções objetivo, seus incrementos, e da observação das restrições do problema. Uma atenção maior foi dada a modelagem das cargas do sistema, pois esta é essencial para a consideração das incertezas das inerentes

ao problema. A descrição completa da modelagem dos componentes da rede e cálculo dos seus modos de operação utilizados pode ser encontrada no trabalho (Pereira Jr., 2007).

9.3 Modelagem das Cargas de Redes de Distribuição

No estudo de sistemas de distribuição as cargas desempenham um papel preponderante, pois delas dependem todas as outras variáveis de estado, como corrente, tensão, etc. Assim, para um determinado instante de tempo, a demanda de um conjunto de cargas é representada pela soma das demandas de cada carga individualmente. Essa demanda é usualmente denominada de demanda diversificada ou coincidente do conjunto de cargas.

A representação mais usual da demanda de um conjunto de cargas é feita através de uma curva de demanda para um ou mais dias da semana (por exemplo, sábados, domingos e dias úteis), como mostrado na Figura 9.1. Estas curvas são construídas a partir de curvas com valores instantâneos, integralizados em intervalos de uma hora ou 15 minutos.

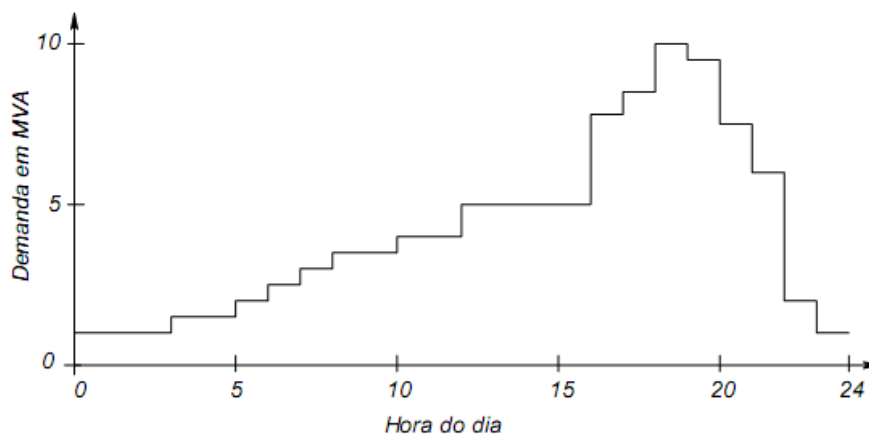


Figura 9.1 - Exemplo de curva de carga horária para um dia.

Para os cálculos dos modos de operação em redes de distribuição, é necessário conhecer as curvas de demanda dos conjuntos de cargas atendidos em média tensão e dos conjuntos de consumidores de baixa tensão. No caso das cargas atendidas em média tensão (consumidores primários, interligações entre concessionárias, etc.), as curvas de

demanda ativa e reativa são bastante peculiares a cada uma, devendo ser construídas com base em registros de medições individuais e contratos de fornecimento.

Para a construção das curvas de demanda ativa e reativa dos transformadores ou consumidores individuais, são utilizadas curvas típicas de demanda para cada grupo homogêneo de consumidores, específicas para dias úteis, sábados e domingos (feriados). Um grupo homogêneo de consumidores pode ser definido como uma classe ou subclasse que apresenta um mesmo perfil de demanda. Por exemplo, consumidores residenciais com faixa de consumo mensal entre 100 e 300 kWh.

Estas curvas típicas são elaboradas com base nos resultados de programas sistemáticos de medições, durante os quais, para cada grupo homogêneo c , $c = 1, \dots, C$ e para cada tipo de dia da semana j (j = dia útil, sábado ou domingo), são realizadas medições de consumo e demanda para cada instante de tempo i . Dessa forma, são produzidas três curvas com os valores médios $\bar{P}$ destas medições, os quais são então normalizados pelo maior valor de demanda observado $P_j^{\max}$, independente da curva ou curvas onde ocorre, da seguinte maneira:

$$P_{j,c,i} = \frac{\bar{P}_{j,c,i}}{P_j^{\max}}. \quad (9.1)$$

Para cada curva típica é também produzida uma outra curva com os valores horários do fator de potência, normalmente dado como a tangente do ângulo entre a tensão e a corrente ($\tan \phi$). A partir das curvas típicas, as curvas de demanda ativa e reativa são calculadas com base no consumo de energia W_k de cada consumidor ou de um grupo homogêneo de consumidores em um dado período.

Inicialmente, calcula-se o consumo normalizado de energia ativa para um consumidor ou um grupo homogêneo de consumidores. Este valor médio é definido, para uma curva típica j e para 24 intervalos diários, pela seguinte equação:

$$\bar{W}_{j,c} = \sum_{i=1}^{24} P_{j,c,i}. \quad (9.2)$$

Sabendo-se o número de dias úteis n_u , sábados n_s e domingos n_d no período de cálculo (intervalo de dias no qual foi registrado o consumo W_c) é possível calcular o consumo normalizado para um consumidor ou um grupo homogêneo de consumidores neste período:

$$\overline{W}_c = \overline{W}_{u,c}.n_u + \overline{W}_{s,c}.n_s + \overline{W}_{d,c}.n_d . \quad (9.3)$$

A partir de (9.3) pode ser calculada a demanda máxima para cada grupo de consumidores:

$$P_c^{\max} = \frac{W_c}{W_c} . \quad (9.4)$$

Uma vez conhecido o valor de $P_c^{\max}$ é possível definir a demanda ativa para qualquer hora i , de uma curva j , para um grupo de consumidores c , da seguinte forma:

$$P'_{j,c,i} = P_c^{\max} \times P_{j,c,i} . \quad (9.5)$$

Com base nas curvas típicas de $\tan \varphi$ é possível estimar a demanda reativa para qualquer hora i , de uma curva j , para um grupo de consumidores c , da seguinte forma:

$$Q'_{j,c,i} = P'_{j,c,i} \times \tan \varphi_{j,c,i} . \quad (9.6)$$

Se o consumo W_c é dado por fase (A, B e C), então podemos calcular (9.5) e (9.6) por fase para a modelagem de um sistema trifásico desequilibrado.

9.4 Funções Objetivo

A seguir serão descritas as funções objetivo a serem consideradas durante a reconfiguração da rede.

9.4.1 Perdas de Energia

A função objetivo de perdas de energia reflete as perdas de energia na rede durante as 24 horas e pode ser apresentada da seguinte maneira:

$$EP = \sum_{i=1}^{24} \sum_{t=1}^T I_{i,t,A}^2 + I_{i,t,B}^2 + I_{i,t,C}^2 \overline{R}_{j,f} , \quad (9.7)$$

em que $I_{i,j,f}$ é a corrente da fase f observada na i -ésima hora da curva de carga do trecho t , T é o total de trechos da rede e $R_{j,f}$ é a resistência de fase do trecho t .

9.4.2 Consumo de Energia de Baixa Qualidade

Esta função objetivo modela o consumo de energia com valores de tensão fora dos limites recomendados pela ANEEL. De acordo com (ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, 2008) os limites de tensão nas barras da rede são divididos em três faixas, como apresentado na Tabela 9.1.

Tabela 9.1 - Limites de tensão

Faixas de Variação de Tensão	
Adequada	$0,91 \leq V_f \leq 1,04$
Precária	$0,86 \leq V_f < 0,91$ ou $1,04 < V_f \leq 1,06$
Crítica	$V_f < 0,86$ ou $V_f > 1,06$

Com base na Tabela 9.1, foi criada uma função para a modelagem da adequação do nível de tensão de uma determinada barra da rede, apresentada na Figura 9.1

$$V_f^{-+} = 1 - V_f^- V_f^+, \quad (9.8)$$

onde

$$V_f^- = \begin{cases} e^{\frac{-(V_f-1)^2}{2(0,06^2)}} & \text{se } V_f \leq 1 \\ 1 & \text{se contrário} \end{cases}, \quad (9.9)$$

$$V_f^+ = \begin{cases} 1 & \text{se } V_f \leq 1 \\ e^{\frac{-(V_f-1)^2}{2(0,03^2)}} & \text{se contrário} \end{cases} \quad (9.10)$$

e V_f é a tensão na fase f em p.u. .

Finalmente, o consumo de energia de baixa qualidade pode ser calculado da seguinte forma:

$$EV = \sum_{i=1}^{24} \sum_{b=1}^B P'_{i,b,A} V_{i,b,A}^{-+} + P'_{i,b,B} V_{i,b,B}^{-+} + P'_{i,b,C} V_{i,b,C}^{-+}, \quad (9.11)$$

em que $P'_{i,b,f}$ é a potência e $V_{i,b,f}^{-+}$ o nível de adequação da tensão da fase f observadas na i -ésima hora da curva de carga da barra b e B é o total de barras da rede.

A construção de (9.11) é uma adaptação da função objetivo apresentada em (Berredo et al., 2011; Pereira Jr., 2007). A construção baseada em (9.8) procura considerar todos os valores de tensão, não somente aqueles que estão fora dos limites adequados, de forma a penalizar de forma gradual os níveis de tensão não adequados.

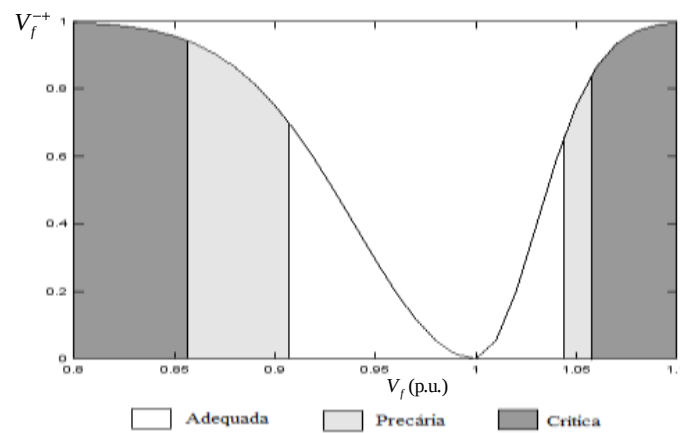


Figura 9.2 - Função de avaliação da adequação do nível de tensão

9.4.3 Número Máximo de Consumidores por Alimentador

Esta função objetivo busca minimizar o total de consumidores em um único alimentador. Este objetivo visa melhorar a confiabilidade da rede, uma vez que uma possível falha em um alimentador afetaria um número menor de consumidores. A função objetivo do número máximo de consumidores por alimentador pode ser definida da seguinte forma:

$$NC = \max_{a \in A} nc_a, \quad (9.12)$$

onde nc_a é o número de consumidores ligados ao alimentador a , A é o conjunto de alimentadores da rede a ser analisada.

9.5 Número Máximo de Manobras

Geralmente a otimização da configuração de redes de distribuição está restrita a um número máximo de manobras a serem realizadas definido pelo decisor. Além disso, é desejável alcançar uma solução de boa qualidade com o menor número de manobras possível. Com o intuito de contemplar essas questões, foi modelada uma variável linguística nebulosa para avaliar a qualidade de uma solução em relação ao número de manobras a serem executadas.

Assim, com base em (4.16) e $k=8 \times 10^{-3}$, a restrição nebulosa do número máximo de manobras pode ser definida como:

$$\mu_M(M) = \begin{cases} 1 - e^{-0,008(R-M)^2}, & M \leq R \\ 0, & M > R \end{cases} \quad (9.13)$$

onde M é o número de manobras e R é o número máximo de manobras desejável.

9.6 Algoritmo para a Otimização Mono-objetivo e Multiobjetivo de Configuração de Redes em Sistemas de Distribuição

Nesta seção será descrito o algoritmo que trata o problema de otimização monocritério e multicritério de configuração de redes em sistemas de distribuição. O algoritmo descrito a seguir é baseado no método de descida coordenada (Rao, 1996) e suas adaptações (Pereira Jr., 2007) e serviu como base para a solução de problemas de otimização mono-objetivo e multiobjetivo da configuração de redes de distribuição nos trabalhos (Pereira Jr., 2007; Berredo et al., 2011; Berredo and Pereira Jr., 2012).

O algoritmo é baseado em duas etapas principais, a primeira etapa é o passo de prova e a segunda o passo de troca. A determinação da configuração ótima tem como ponto de partida a identificação de todos os trechos de rede abertos que criariam uma malha entre alimentadores ou entre trechos de um mesmo alimentador, caso fossem fechados. Essa malha virtual criada pode ser considerada como um eixo artificial de busca do ponto de vista do método de descida coordenada. Além do endereço do trecho aberto, a tabela criada também armazena os trechos fechados que poderiam alimentá-lo caso o trecho aberto tivesse seu estado alterado para fechado. Desta forma é possível identificar o caminho que o passo de prova deve seguir.

No passo de prova é selecionado um trecho aberto. A partir do trecho aberto selecionado são analisados todos os trechos fechados que podem alimentá-lo. Para cada trecho fechado são avaliadas as seguintes restrições:

- Presença de dispositivos de seccionamento;
- Fixação do estado dos dispositivos de seccionamento;

Caso exista um dispositivo de seccionamento no trecho fechado e seu estado puder ser alterado, é feita a tentativa de troca com a abertura do trecho fechado e fechamento do trecho aberto. Em seguida é realizado o cálculo dos modos de operação e as seguintes restrições devem ser verificadas:

- Capacidades dos elementos da rede.
- Capacidades dos transformadores de subestações.
- Número máximo de manobras realizadas.

Ainda no passo de prova, após terem sido observadas todas as restrições, é necessário avaliar a eficiência do passo de prova. No caso da otimização monocritério associada com a minimização de uma função objetivo, a cada iteração m , a avaliação da eficiência da configuração da rede X gerada no passo de prova pode ser feita da seguinte forma.

Se

$$f(X^{(m+1)}) \leq f(X^{(m)}), \quad (9.14)$$

então o passo é eficiente. Se

$$f(X^{(m+1)}) > f(X^{(m)}), \quad (9.15)$$

então o passo não é eficiente.

No caso da otimização multicritério, a eficiência do passo de prova pode ser verificada da seguinte forma.

Se

$$(\forall p = 1, 2, \dots, q) : \mu_{A_p}(X^{(m+1)}) \geq \mu_{A_p}(X^{(m)}) \quad (9.16)$$

e

$$(\exists p = 1, 2, \dots, q) : \mu_{A_p}(X^{(m+1)}) > \mu_{A_p}(X^{(m)}). \quad (9.17)$$

então o passo é eficiente. Ao contrário se

$$(\exists p = 1, 2, \dots, q) : \mu_{A_p}(X^{(m+1)}) < \mu_{A_p}(X^{(m)}). \quad (9.18)$$

então o passo não é eficiente. Se alguma das restrições do passo de prova não for observada ou o passo não for considerado eficiente, os estados dos aparelhos de comutação do trecho aberto e do trecho fechado são alterados para o seu estado inicial, um outro trecho aberto é selecionado e o passo de prova reiniciado. Caso o passo de prova tenha uma avaliação positiva, passa-se para o passo de troca.

O passo de troca, ou passo efetivo, corresponde a efetuar a reconfiguração do sistema e atualizar as informações dos trechos envolvidos na troca e todos os demais trechos ao longo da malha entre os alimentadores. É importante ressaltar que todo o processo descrito só envolve os trechos e barras que fazem parte do caminho entre o trecho a ser fechado e os possíveis alimentadores deste trecho.

Um ciclo de otimização é considerado completo quando todos os de trechos inicialmente abertos forem avaliados. O processo completo de otimização é considerado como terminado quando o último ciclo executado não realizar nenhuma troca de estado entre os trechos ou quando for atingido um número máximo de ciclos, estipulado previamente. Esse processo é válido tanto para a otimização monocritério quanto para otimização multicritério, a única diferença está no passo de avaliação do incremento da função objetivo.

O algoritmo para a realização dos passos de prova e passo de troca na avaliação de mudanças na configuração da rede é descrito a seguir. Supondo que existe uma tabela contendo o registro de todos os trechos abertos da rede, para cada registro da tabela de trechos abertos:

1. Estabelecer arbitrariamente o sentido de busca coordenada a partir de um dos trechos fechados que poderiam alimentar o trecho aberto em questão;
2. Procurar e selecionar, no sentido de busca estabelecido, um trecho fechado que possua um aparelho comutador. Se não for encontrado algum trecho ir para o passo 8;

3. Analisar a observação de restrições; Caso alguma aconteça alguma violação de restrição ir para o passo 8;
4. Fechar o trecho aberto selecionado e abrir o trecho fechado selecionado (passo de prova).
5. Avaliar o incremento das funções objetivo; Caso a avaliação indique que o passo de prova não foi eficiente ir para o passo 8;
6. Atualizar as cargas nos trechos e barras envolvidos na troca e atualizar o mapeamento endereçado (passo de troca);
7. Atualizar o registro na tabela de trechos abertos, fazendo com que o trecho fechado selecionado passe a ser o novo trecho aberto e voltar ao passo 2;
8. Inverter o sentido de busca coordenada a partir de um dos trechos fechados que poderiam alimentar o trecho aberto em questão; Caso a busca já tenha acontecido nos dois sentidos, selecionar um novo registro na tabela de trechos abertos e voltar ao passo 1;

9.7 Exemplo de Otimização da Configuração de uma Rede Real

A metodologia desenvolvida neste trabalho foi aplicada na solução do problema de otimização da configuração de redes utilizando dados de uma rede real, fornecidos pela CEMIG. O sistema é composto por duas subestações, 29 circuitos alimentadores, 38397 trechos e 721 chaves de manobra, sendo 176 chaves abertas. A Tabela 9.2 mostra os valores iniciais das funções objetivo.

**Tabela 9.2 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –
Valores iniciais das funções objetivo**

	<i>EP</i> (kWh)	<i>EV</i> (kWh)	<i>NC</i>
Valor	81655,59	183068,89	8244

A primeira etapa para a solução consiste em encontrar os valores extremos das funções objetivo $f^{\max}$ e $f^{\min}$ para a construção da função de pertinência nebulosa usando

(3.7). Os valores $f^{\min}$ funções objetivo foram encontrados utilizando o algoritmo descrito na seção 9.6.

A obtenção de $f^{\max}$ pode trazer problemas relacionados à convergência do cálculo do fluxo de potência levando à soluções infactíveis. Levando isso em consideração, os valores de $f^{\max}$ das funções EP e EV foram definidos pelos seus valores iniciais. No caso da função objetivo NC , o valor $f^{\max}$ foi atribuído ao valor máximo encontrado na execução do algoritmo para a obtenção dos valores de $f^{\min}$. A Tabela 9.3 mostra os valores de $f^{\max}$ e $f^{\min}$ das funções objetivo. Soluções em que $\exists f_p > f_p^{\max}, p=1,...,q$ são consideradas infactíveis. Vale observar que a configuração inicial da rede é factível, assim, ao usar o algoritmo descrito na seção 9.6 podemos garantir que encontraremos uma solução factível.

Tabela 9.3 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –

Valores $f^{\min}$ e $f^{\max}$ das funções objetivo

	EP (kWh)	EV (kWh)	NC
$f^{\min}$	77963,32	177250,24	7675
$f^{\max}$	81655,59	183068,89	12366

A análise multiobjetivo do problema foi realizada utilizando a abordagem descrita no Capítulo 5. Foram testadas quatro combinações de pesos para o operador OWA, como apresentado na Tabela 8.2. Além disso, a variável linguística do número máximo de manobras foi levada em consideração, com $R=30$. Os resultados das análises multiobjetivo são apresentados nas Tabelas 9.4 e 9.5. Na Tabela 9.4 apresenta os valores das funções objetivo e o número de manobras realizadas em cada solução. A Tabela 9.5 mostra os níveis de satisfação de cada objetivo e da restrição de número máximo de manobras desejado.

**Tabela 9.4 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –
Teste 1 - Valores das funções objetivo**

Operador	EP (kWh)	EV (kWh)	NC	M
$Op1$	80730,40	180239,31	8050	19
$Op2$	80459,24	180925,37	8050	18
$Op3$	80447,26	180036,38	8050	22
$Op4$	80234,31	180828,85	10592	21

**Tabela 9.5 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –
Teste 1 - Níveis de satisfação das funções objetivo**

Operador	μ_{EP}	μ_{EV}	μ_{NC}	μ_M
$Op1$	0,25	0,49	0,92	0,62
$Op2$	0,32	0,37	0,92	0,68
$Op3$	0,33	0,52	0,92	0,40
$Op4$	0,39	0,39	0,38	0,48

A Tabela 9.5 mostra que foi possível gerar soluções distintas que concordam com os conceitos definidos pelos pesos do operador OWA. Vale observar que as soluções tendem a beneficiar o objetivo NC em compensação aos baixos níveis de satisfação do objetivo EP , com exceção da solução $Op4$. A solução $Op4$, gerada pelo operador min que não possui compensação, possui o maior nível de satisfação para o objetivo EP , mas com o nível de satisfação NC baixo em relação às demais soluções.

Levando em consideração os baixos níveis de satisfação do objetivo EP os pesos dos objetivos foram alterados de forma a priorizar o objetivo EP , sendo $\lambda_{EP} = 0,50$, $\lambda_{EV} = 0,25$ e $\lambda_{NC} = 0,25$. As Tabelas 9.6 e 9.7 apresentam os resultados considerando os novos pesos para os objetivos.

**Tabela 9.6 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –
Teste 2 - Valores das funções objetivo**

Operador	EP (kWh)	EV (kWh)	NC	M
$Op1$	80689,82	180568,78	10818	17
$Op2$	80652,69	180411,33	11468	17
$Op3$	80508,92	181525,25	11053	18
$Op4$	80510,09	181523,77	11053	18

**Tabela 9.7 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes –
Teste 2 - Níveis de satisfação das funções objetivo**

Operador	μ_{EP}	μ_{EV}	μ_{NC}	μ_M
$Op1$	0,39	0,34	0,33	0,74
$Op2$	0,41	0,36	0,19	0,74
$Op3$	0,46	0,21	0,28	0,68
$Op4$	0,46	0,21	0,28	0,68

Os resultados apresentados na Tabela 9.7 mostram que o nível de satisfação da função EP aumentou em todas as soluções. No entanto, houve uma grande redução nos níveis de satisfação dos outros objetivos. Ajustes nos pesos dos objetivos ou adição de restrições nebulosas (por meio de variáveis linguísticas, por exemplo) podem levar a resultados mais satisfatórios ao decisor. Esses ajustes são etapas fundamentais no processo de tomada de decisões adaptativa (3.1).

9.8 Consideração das Incertezas dos Dados Iniciais

O problema apresentado na seção anterior será resolvido agora considerando incertezas dos dados iniciais. Incertezas nos dados de demanda dos consumidores, assim como as características técnicas de condutores e equipamentos da rede, são bastante comuns na modelagem de redes de distribuição de energia. Entretanto, no escopo deste

trabalho será considerada apenas a incerteza das cargas. A incerteza das demandas dos consumidores será modelada durante a construção das curvas típicas de demanda, como descrito a seguir.

9.8.1 Modelagem de Incerteza das Cargas de Redes de Distribuição

As curvas típicas de carga são elaboradas a partir dos resultados das campanhas de medição promovidas pela concessionária de energia. A obtenção dos dados de medição é feita por amostragem para cada tipo de consumidor. Por consequência, é possível estimar o erro dos valores amostrados para cada tipo de consumidor.

Levando o exposto em consideração, com base nos resultados de (Berredo and Pereira Jr., 2012) foram construídas cinco variáveis incertas que representam os erros nos valores de demanda das curvas típicas (Figura 9.1) para cada tipo de consumidor. A partir de um valor de erro de cada variável incerta é possível construir uma curva típica intervalar. A aplicação do método LP_t permite elaborar as combinações representativas de dados da curva típica intervalar para a construção de S curvas típicas, representando S cenários distintos.

Para a construção da curva típica intervalar, o valor médio de demanda $\bar{P}$ é substituído por um intervalo de valores de medição. Considerando o valor de erro ε , o instante de tempo i , de uma curva típica j , de um determinado tipo de consumidor c , o valor mínimo do intervalo de demanda pode ser calculado da seguinte forma:

$$\bar{P}'_{j,c,i} = \bar{P}_{j,c,i} - \varepsilon, \quad (9.19)$$

e

$$\bar{P}''_{j,c,i} = \bar{P}_{j,c,i} + \varepsilon. \quad (9.20)$$

calcula o valor máximo do intervalo. Finalmente, considerando intervalos de incerteza diferentes para cada classe de consumidor, o valor de demanda no instante de tempo i , de uma curva típica j , de um determinado tipo de consumidor C , no cenário s pode ser calculado:

$$\bar{P}_{j,c,i,s} = \bar{P}' + (\bar{P}''_{j,c,i} - \bar{P}'_{j,c,i})q_{c,s}. \quad (9.21)$$

Os valores de $q_{c,s}$ podem ser calculados usando o método LP_{τ} (Sobol', 1979) como exemplificado na Seção 6.8 (ver tabelas 6.6 e 6.7).

A Tabela 9.8 mostra as curvas típicas intervalares para dias úteis construídas a partir dos resultados de (Berredo and Pereira Jr., 2012). De forma semelhante, é possível a construção de curvas típicas divididas por faixa de consumo, no entanto para este trabalho foi considerada apenas uma curva horária por tipo de consumidor para todas as faixas de consumo.

A modelagem da incerteza de carga através do tratamento diferenciado de incertezas por tipo de consumidor permite reduzir de forma racional o número de variáveis incertas, uma vez que em redes reais podem existir mais de milhares de pontos de demanda.

Tabela 9.8 - Curvas de demanda típicas com consideração de incerteza

Hora	Comercial	Industrial	Primário	Residencial	Rural	$\tan \phi$
0	[0,35; 0,41]	[0,24; 0,28]	[0,68; 0,79]	[0,39; 0,46]	[0,81; 0,95]	0,75
1	[0,26; 0,31]	[0,24; 0,28]	[0,66; 0,77]	[0,36; 0,42]	[0,79; 0,93]	0,75
2	[0,28; 0,33]	[0,24; 0,28]	[0,65; 0,75]	[0,36; 0,42]	[0,80; 0,94]	0,75
3	[0,24; 0,28]	[0,28; 0,33]	[0,63; 0,73]	[0,35; 0,40]	[0,79; 0,93]	0,75
4	[0,25; 0,29]	[0,32; 0,37]	[0,65; 0,76]	[0,35; 0,41]	[0,84; 0,99]	0,75
5	[0,25; 0,29]	[0,39; 0,46]	[0,68; 0,78]	[0,41; 0,47]	[0,97; 1,14]	0,75
6	[0,33; 0,39]	[0,42; 0,49]	[0,71; 0,82]	[0,47; 0,55]	[1,00; 1,18]	0,75
7	[0,49; 0,57]	[0,79; 0,93]	[0,81; 0,93]	[0,50; 0,58]	[0,96; 1,13]	0,75
8	[0,71; 0,83]	[0,92; 1,09]	[0,92; 1,06]	[0,55; 0,65]	[0,91; 1,07]	0,75
9	[0,81; 0,95]	[0,94; 1,11]	[0,96; 1,12]	[0,57; 0,67]	[0,87; 1,02]	0,75
10	[0,80; 0,94]	[0,96; 1,13]	[1,00; 1,15]	[0,57; 0,66]	[0,81; 0,95]	0,75
11	[0,77; 0,90]	[0,74; 0,87]	[0,94; 1,09]	[0,63; 0,74]	[0,72; 0,85]	0,75
12	[0,73; 0,86]	[0,73; 0,86]	[0,95; 1,10]	[0,59; 0,69]	[0,72; 0,85]	0,75
13	[0,85; 0,99]	[0,95; 1,12]	[1,00; 1,15]	[0,60; 0,71]	[0,77; 0,90]	0,75
14	[0,96; 1,12]	[1,00; 1,17]	[0,99; 1,15]	[0,62; 0,72]	[0,76; 0,90]	0,43
15	[1,00; 1,17]	[0,96; 1,12]	[1,00; 1,16]	[0,61; 0,71]	[0,82; 0,96]	0,43
16	[0,95; 1,11]	[0,90; 1,05]	[0,95; 1,10]	[0,66; 0,77]	[0,90; 1,06]	0,43
17	[0,87; 1,01]	[0,71; 0,84]	[0,84; 0,97]	[0,72; 0,84]	[0,83; 0,98]	0,43
18	[0,82; 0,96]	[0,55; 0,65]	[0,70; 0,81]	[1,00; 1,17]	[0,93; 1,09]	0,75
19	[0,66; 0,78]	[0,47; 0,56]	[0,61; 0,70]	[0,90; 1,05]	[0,97; 1,14]	0,75
20	[0,64; 0,75]	[0,38; 0,45]	[0,60; 0,69]	[0,86; 1,01]	[0,91; 1,07]	0,75
21	[0,53; 0,62]	[0,36; 0,42]	[0,67; 0,77]	[0,79; 0,92]	[0,77; 0,91]	0,75
22	[0,45; 0,52]	[0,29; 0,35]	[0,71; 0,82]	[0,70; 0,82]	[0,88; 1,04]	0,75
23	[0,38; 0,45]	[0,28; 0,32]	[0,70; 0,81]	[0,48; 0,56]	[0,84; 1,00]	0,75

9.8.2 Análise Usando a Abordagem MP

Como descrito na seção 7.4, na aplicação da abordagem MP é necessário encontrar as soluções de S problemas multiobjetivo. Na solução do sistema proposto neste trabalho foram considerados $S=10$ cenários e para cada cenário serão geradas quatro soluções de forma semelhante ao realizado na Seção 9.7 (Tabelas 9.4 e 9.5). Assim, 40 soluções serão avaliadas através da construção e análise das matrizes *payoff*.

A análise das soluções em ambiente de incerteza é realizada utilizando a abordagem apresentada na seção 7.4. A seleção das soluções foi obtida a partir da análise da matriz multiobjetivo agregada (ver Tabela 7.5) pela aplicação de (7.11) usando os diferentes pesos para o operador OWA. As soluções selecionadas são apresentadas na Tabela 9.9, a solução $X_{s,Op}^0$ indica a solução do obtida no cenário s utilizando o operador Op . O operador $Op5$ indica a solução obtida pela abordagem apresentada no Capítulo 6.

Tabela 9.9 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Soluções selecionadas na abordagem MP

Operador	Wald	Laplace	Savage	Hurwicz
$Op1$	$X_{7,2}^0$	$X_{6,2}^0$	$X_{6,2}^0$	$X_{6,2}^0$
$Op2$	$X_{7,2}^0$	$X_{6,2}^0$	$X_{6,2}^0$	$X_{6,2}^0$
$Op3$	$X_{7,2}^0$	$X_{6,2}^0$	$X_{6,2}^0$	$X_{7,2}^0$
$Op4$	$X_{3,2}^0$	$X_{6,2}^0$	$X_{6,2}^0$	$X_{6,2}^0$
$Op5$	$X_{8,1}^0$	$X_{7,2}^0$	$X_{5,3}^0$	$X_{7,2}^0$

A análise da Tabela 9.9 permite identificar cinco soluções $X_{3,2}^0$, $X_{5,3}^0$, $X_{6,2}^0$, $X_{7,2}^0$ e $X_{8,1}^0$ como possíveis soluções do problema. As Tabelas 9.11-9.14 mostram os valores encontrados para os critérios de escolha para cada objetivo e seus respectivos níveis de satisfação. A Tabela 9.10 apresenta os valores mínimos e máximos de cada critério para cada função objetivo, usados para o cálculo dos níveis de satisfação com base em (7.12). Esses valores correspondem aos valores de máximo e mínimo considerando apenas as soluções 40 soluções selecionadas para a construção das matrizes *payoff*, como apresentado na Tabela 7.4.

Tabela 9.10 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Extremos das funções objetivo - Abordagem MP

Critério		EP (kWh)	EV (kWh)	NC
Wald	$g^{\min}$	79946,20	247609,71	7675
	$g^{\max}$	81194,72	250654,53	11468
Laplace	$g^{\min}$	76052,53	214540,05	7675
	$g^{\max}$	76605,75	217304,40	11468
Savage	$g^{\min}$	552,90	77,95	0
	$g^{\max}$	1479,90	3044,81	3739
Hurwicz	$g^{\min}$	78276,19	230075,63	7675
	$g^{\max}$	79186,20	232916,23	11468

Tabela 9.11 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Resultados para o critério de Wald - Abordagem MP

Solução		EP (kWh)	EV (kWh)	NC	M
$X_{7,2}^0$	g_p^W	80558,36	247964,95	7805	17
	μ_{A_p}	0,51	0,88	0,97	0,74
$X_{3,2}^0$	g_p^W	80464,93	248883,93	7805	18
	μ_{A_p}	0,59	0,58	0,97	0,68
$X_{8,1}^0$	g_p^W	80517,71	247848,11	9400	20
	μ_{A_p}	0,54	0,92	0,55	0,55

Tabela 9.12 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Resultados para o critério de Laplace - Abordagem MP

Solução		EP (kWh)	EV(kWh)	NC	M
$X_{6,2}^0$	g_p^L	76119,21	215100,75	8128	16
	μ_{A_p}	0,88	0,80	0,88	0,79
$X_{7,2}^0$	g_p^L	76121,33	214795,64	7805	17
	μ_{A_p}	0,88	0,91	0,97	0,74

Tabela 9.13 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Resultados para o critério de Savage - Abordagem MP

Solução		EP (kWh)	EV(kWh)	NC	M
$X_{6,2}^0$	g_p^S	721,60	647,68	453	16
	μ_{A_p}	0,82	0,81	0,88	0,79
$X_{5,3}^0$	g_p^S	978,39	2175,36	130	18
	μ_{A_p}	0,54	0,29	0,97	0,68

Tabela 9.14 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Resultados para o critério de Hurwicz - Abordagem MP

Solução		EP (kWh)	EV(kWh)	NC	M
$X_{6,2}^0$	g_p^H	78597,11	230661,64	8128	16
	μ_{A_p}	0,65	0,79	0,88	0,79
$X_{7,2}^0$	g_p^H	78598,25	230384,83	7805	17
	μ_{A_p}	0,65	0,89	0,97	0,74

Os resultados indicam que os diferentes tipos de critério de análise de incerteza geraram soluções semelhantes, por exemplo, a solução $X_{6,2}^0$ faz parte do conjunto de soluções possíveis em todos os critérios. A diversidade de soluções quando usados diferentes pesos do operador OWA também foi pequena, apenas os critérios de Wald e Hurwicz apresentaram mais de uma solução.

A qualidade dos resultados obtidos pela abordagem *MP* e pela abordagem apresentada no Capítulo 6 pode ser comparada pela avaliação das soluções encontradas usando *Op4* e *Op5* (essas soluções são comparáveis, pois ambas foram obtidas com a agregação dos níveis de satisfação dos objetivos usando o operador *min*). Ao comparar os valores de satisfação mínimo dos objetivos (*objetivo*, μ_p), é possível verificar que, para todos os critérios, a solução obtida por *Op4* apresenta melhores resultados que a solução obtida por *Op5*. Para o critério de Wald $(EV, 0,58)_{X_{3,2}} > (EP, 0,54)_{X_{8,1}}$, para o critério de Laplace $(M, 0,79)_{X_{6,2}} > (M, 0,74)_{X_{7,2}}$, para o critério de Savage $(EV, 0,81)_{X_{6,2}} > (EV, 0,29)_{X_{5,3}}$ e para critério de Hurwicz $(EP, 0,65)_{X_{6,2}} = (EP, 0,65)_{X_{7,3}}$.

Os resultados mostram que o conjunto de soluções gerado para a construção das matrizes *payoff* pode ter sido pequeno ou pouco diversificado. A análise dos resultados usando a abordagem *FA*, que usa um espaço maior para a busca de soluções, pode ajudar no entendimento dos resultados obtidos na abordagem *MP*.

9.8.3 Análise Usando a Abordagem *FA*

Para a análise utilizando a abordagem *FA*, foram utilizados os mesmos $S=10$ cenários construídos para a análise utilizando a abordagem *MP*. A Tabela 9.14 mostra os valores mínimo e máximo de cada critério para cada função objetivo. Esses valores serviram como base para a construção de (7.14) necessário para a solução de (7.15). As Tabelas 9.16-9.19 mostram os valores encontrados para os critérios de escolha para cada objetivo e seus respectivos níveis de satisfação.

Tabela 9.15 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Extremos das funções objetivo - Abordagem FA

Critério		EP (kWh)	EV (kWh)	NC
Wald	$g^{\min}$	79217,21	242667,44	7675
	$g^{\max}$	81372,65	252592,11	12366
Laplace	$g^{\min}$	75085,95	210470,31	7675
	$g^{\max}$	77089,59	219138,60	12366
Savage	$g^{\min}$	1469,18	293,28	0
	$g^{\max}$	3445,71	10163,24	4691
Hurwicz	$g^{\min}$	77156,57	225539,98	7675
	$g^{\max}$	79469,30	234725,88	12366

Tabela 9.16 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Resultados para o critério de Wald - Abordagem FA

Operador		EP (kWh)	EV (kWh)	NC	M
Op1	g_p^w	80103,22	248275,29	7675	18
	μ_{A_p}	0,59	0,44	1,00	0,68
Op2	g_p^w	80143,52	248352,93	7675	17
	μ_{A_p}	0,57	0,43	1,00	0,74
Op3	g_p^w	80044,40	247559,49	7813	20
	μ_{A_p}	0,62	0,51	0,97	0,55
Op4	g_p^w	80044,40	247559,49	7813	20
	μ_{A_p}	0,62	0,51	0,97	0,55

Tabela 9.17 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Resultados para o critério de Laplace - Abordagem FA

Objetivo		EP (kWh)	EV (kWh)	NC	M
$Op1$	g_p^L	76146,14	214314,71	7675	18
	μ_{A_p}	0,47	0,56	1,00	0,68
$Op2$	g_p^L	76077,92	214633,27	7675	16
	μ_{A_p}	0,51	0,52	1,00	0,79
$Op3$	g_p^L	76012,67	214052,30	7675	19
	μ_{A_p}	0,54	0,59	1,00	0,62
$Op4$	g_p^L	75988,64	214297,40	9400	20
	μ_{A_p}	0,55	0,56	0,63	0,55

Tabela 9.18 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Resultados para o critério de Savage - Abordagem FA

Objetivo		EP (kWh)	EV (kWh)	NC	M
$Op1$	g_p^S	2213,99	5935,18	7675	18
	μ_{A_p}	0,62	0,43	1,00	0,68
$Op2$	g_p^S	2162,27	5405,26	7675	17
	μ_{A_p}	0,65	0,48	1,00	0,74
$Op3$	g_p^S	2122,93	5263,71	7813	19
	μ_{A_p}	0,67	0,50	0,97	0,62
$Op4$	g_p^S	2117,70	5229,46	7813	20
	μ_{A_p}	0,67	0,50	0,97	0,55

Tabela 9.19 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Resultados para o critério de Hurwicz - Abordagem FA

Objetivo		EP (kWh)	EV (kWh)	NC	M
$Op1$	g_p^H	78270,85	230519,97	7675	18
	μ_{A_p}	0,52	0,46	1,00	0,68
$Op2$	g_p^H	78347,38	230354,34	7675	17
	μ_{A_p}	0,49	0,48	1,00	0,74
$Op3$	g_p^H	78205,67	230183,85	7813	20
	μ_{A_p}	0,55	0,49	0,97	0,55
$Op4$	g_p^H	78205,67	230183,85	7813	20
	μ_{A_p}	0,55	0,49	0,97	0,55

Os resultados mostram que na abordagem *FA* foi possível gerar soluções distintas para os diferentes critérios de análise de incerteza. Além disso, para cada critério, foi possível gerar diferentes soluções com a variação dos pesos do operador OWA.

O aspecto positivo da diversidade das soluções encontradas no teste está relacionado com a capacidade de obtenção de soluções que representem as diferentes preferência modeladas pelo decisor. Como apontado anteriormente, a escolha de uma solução final pode ser feita com a definição de critérios adicionais ou outras abordagens de tomada de decisões, como os modelos $\langle X, R \rangle$ (Pedrycz, Ekel and Parreiras, 2010).

Em comparação com a abordagem *MP*, os resultados mostram que a busca em um espaço maior gerou melhores soluções. É possível perceber que os valores de máximo e mínimo considerando todo o espaço de busca, apresentados na Tabela 9.15, são bastante diferentes dos apresentados na Tabela 9.10, que leva em consideração, apenas as soluções selecionadas para a construção das matrizes *payoff*. Essa diferença distorce o cálculo dos níveis de satisfação a (7.14), e consequentemente, a aplicação dos conceitos definidos pelos pesos do operador OWA.

Além disso, o teste mostra como soluções eficientes podem ser ignoradas por não fazerem parte do espaço de busca da abordagem *MP*. Como exemplo, a Tabela 9.20 compara soluções obtidas pelas duas abordagens para critério de Laplace. Analisando a

Tabela 9.20 é possível perceber que a solução obtida pela abordagem *FA* é mais eficiente que a solução obtida pela abordagem *MP*.

Tabela 9.20 - Otimização multiobjetivo da configuração de redes com incertezas - Comparação de resultados para o critério de Laplace

Abordagem	<i>EP</i> (kWh)	<i>EV</i> (kWh)	<i>NC</i>	<i>M</i>
<i>MP</i>	76119,21	215100,75	8128	16
<i>FA</i>	76077,92	214633,27	7675	16

O esforço computacional é outro aspecto importante a ser levado em consideração ao comparar as duas abordagens. Nos testes realizados para o problema de reconfiguração de redes, a abordagem *FA* teve um tempo de processamento 4,5 vezes maior do que o da abordagem *MP*. A necessidade de agregar os dados de todos os cenários para cada cálculo das funções objetivo durante o processo iterativo do algoritmo de otimização, faz com que a abordagem *FA* necessite de mais recursos computacionais, principalmente para o cálculo das funções objetivo que necessitam do cálculo do modo de operação da rede. Em contrapartida, a abordagem *MP* trata os cenários separadamente, não sendo necessário um esforço computacional adicional no cálculo das funções objetivo.

9.9. Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentado o problema de otimização multiobjetivo da configuração de redes de distribuição. Um aspecto fundamental para a solução de problemas relacionados a redes de distribuição de energia está relacionado à modelagem dos componentes da rede e de seus modos de operação. Em particular, foi descrito o processo de modelagem das curvas típicas de demanda dos consumidores, incluindo a modelagem de incertezas.

Para a realização dos testes foi construído um caso de estudo baseado em uma rede real da CEMIG. Foram definidos três objetivos a serem minimizados, perdas de energia, consumo de energia de baixa qualidade e número máximo de consumidores por alimentadores. Além disso, foi criada ainda uma variável linguística para a modelagem do número máximo desejado de manobras.

Os resultados dos testes apresentaram sucesso na modelagem de diferentes formas de compensação nos níveis de satisfação dos objetivos a partir de diferentes vetores de pesos do operador OWA. Nos testes considerando a incerteza dos dados iniciais a abordagem *FA*, apesar de ter apresentado pior performance computacional, se mostrou interessante pela capacidade gerar soluções mais eficientes que a abordagem *MP* e por gerar soluções capazes de representar as preferências do decisor em relação à multiplicidade de objetivos e cenários.

10. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Os trabalhos desenvolvidos na presente tese foram motivados pela crescente necessidade do desenvolvimento de metodologias adequadas para o tratamento de incertezas no processo de tomada de decisões multiobjetivo. Apesar do número significativo de técnicas e abordagens presentes na literatura, poucas evidenciam uma preocupação com resultados e análises consistentes de aplicações práticas. Neste sentido, foram realizados estudos tanto no sentido da análise e aperfeiçoamento das abordagens existentes bem como no desenvolvimento de fundamentos metodológicos e computacionais para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incerteza.

10.1 Conclusões

No presente trabalho, foram estudados modelos e métodos para a tomada de decisões multiobjetivo considerando a incerteza das informações. Assim, foram obtidos os seguintes resultados fundamentais listados a seguir.

- Aperfeiçoamento de modelos e métodos de tomada de decisões multiobjetivo utilizando a lógica dos conjuntos nebulosos. O uso do operador de agregação OWA em conjunto com a abordagem de Bellman-Zadeh para a tomada de decisões em ambiente nebuloso permitiu a modelagem do nível de otimismo do decisor em relação aos níveis de satisfação dos objetivos. Os resultados dos testes mostram a eficiência da abordagem desenvolvida tanto na solução de problemas de teste clássicos, usados como referência na literatura, como nos problemas propostos neste trabalho.
- Apresentação de uma nova abordagem para análise de matrizes *payoff* para a tomada de decisões multiobjetivo em problemas com incertezas, chamada de *MP*. A nova abordagem é baseada na construção de matrizes *payoff* que refletem as consequências das alternativas de solução do problema em diversos cenários. A contribuição da abordagem *MP* consiste na proposta de um novo caminho para o uso dos critérios clássicos de escolha na análise de matrizes *payoff*, o que proporciona uma avaliação mais eficiente das

alternativas de soluções em problemas multiobjetivo. Os resultados dos testes mostraram que a abordagem *MP* supera as limitações existentes na abordagem proposta na literatura e foi aplicada com sucesso na solução dos problemas propostos neste trabalho.

- Apresentação de uma nova abordagem para a solução de problemas de tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incerteza, chamada de *FA*. A nova abordagem é baseada na modelagem das funções objetivo a partir dos critérios clássicos de escolha, entretanto, eliminando a etapa de construção e análise de matrizes *payoff*. Consequentemente, o espaço de análise de soluções na abordagem *FA* é superior ao da abordagem *MP*, uma vez que este não está limitado às alternativas de soluções usadas na construção das matrizes *payoff*. Além disso, o desenvolvimento da abordagem *FA* permite generalizar a abordagem de tomada de decisões multiobjetivo desenvolvida neste trabalho para a solução de problemas em ambiente de incertezas. Os resultados dos testes mostraram que a abordagem *FA* obteve desempenho superior à abordagem *MP* em relação à qualidade das soluções. Os testes também mostraram que na solução do problema de reconfiguração de redes o desempenho computacional na abordagem *FA* é inferior ao da abordagem *MP*.
- As abordagens desenvolvidas neste trabalho foram aplicadas de maneira adequada e eficiente para a solução do problema de alocação multicritério de recursos ou de suas deficiências (em particular, deficiências de potência e energia em sistemas de potência) e do problema de otimização multicritério da configuração de redes em sistemas de distribuição.

Um aspecto importante a ser enfatizado em relação aos resultados deste trabalho está associado à interpretação da qualidade das soluções obtidas na resolução dos problemas. Nesse sentido, é possível fazer as considerações a seguir.

- O desenvolvimento de abordagens para a tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incerteza está associado à necessidade da existência de técnicas bem fundamentadas para a identificação de soluções que podem ser descartadas no processo de tomada de decisões. Os resultados deste trabalho permitem realizar essa tarefa de maneira racional com base na análise de informações quantitativas. Entretanto, geralmente a

escolha de uma solução final só é possível com a participação direta de um ou mais decisores.

- No contexto da tomada de decisões multiobjetivo em ambiente de incerteza, é possível indicar que soluções de boa qualidade são aquelas que melhor representam as preferências do decisor obedecendo aos conceitos básicos da teoria clássica de tomada de decisões multiobjetivo.

Levando o exposto em consideração, os resultados deste trabalho têm um caráter universal e podem ser aplicados na soluções de diversos problemas de engenharia.

10.2 Trabalhos Futuros

Como trabalho futuro é possível indicar o aperfeiçoamento dos métodos propostos, com foco principal nos aspectos a seguir.

- As abordagens para a tomada de decisões multiobjetivo desenvolvidas neste trabalho podem ser aplicadas em conjunto com outras ferramentas da análise multicritério. Um caminho interessante seria utilizá-los em conjunto com algoritmos evolucionários multiobjetivo.
- Um estudo mais aprofundado a respeito das técnicas de construção de cenários para a modelagem de incerteza é um caminho importante a ser seguido. Em particular, uma abordagem eficiente de construção de cenários poderia reduzir o número de cenários a ser analisado sem grande redução na qualidade das soluções obtidas.
- A eficiência da abordagem *MP* depende do conjunto inicial de soluções a serem analisadas a partir da construção das matrizes *payoff*. Um caminho para superar essa limitação está no estudo de diferentes abordagens para a geração do conjunto de soluções iniciais de forma a constituir-lo com soluções significativas, por exemplo, soluções que representassem da melhor forma possível o espaço de busca por completo.
- Neste trabalho foram utilizados quatro critérios específicos para a avaliação de soluções em ambiente de incerteza (Wald, Laplace, Savage e Hurwicz), cada um desses critérios representa um ponto de vista do decisor em relação ao desempenho de uma solução nos diversos cenários. O estudo no sentido do

desenvolvimento de novos critérios, principalmente com o auxílio da teoria dos conjuntos nebulosos, daria maior flexibilidade ao decisor para a solução de problemas com incertezas.

- Ampliar o uso das abordagens desenvolvidas neste trabalho na solução de problemas de engenharia de potência como, por exemplo, os problemas de planejamento de expansão e controle de tensão em redes de distribuição.

BIBLIOGRAFIA

Almeida, A.T. and Brito, A.J. (2009) 'Multi-attribute risk assessment for risk ranking of natural gas pipelines', *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 94, no. 2, pp. 187-198.

ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica (2008) 'Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - PRODIST' SRD.

Ansuj, S., Ekel, P., Popov, V. and Osinskaya, E. (1994) 'Multicriteria Optimization in Problems of the Power Consumption Control', *Advances in Modelling and Analysis*, vol. C-43, no. 3, pp. 1-12.

Araujo, W.J., Berredo, R.C., Ekel, P.I. and Palhares, R.M. (2007) 'Discrete optimization algorithms and problems of decision making in a fuzzy environment', *Nonlinear Analysis: Theory, Hybrid Systems*, vol. 1, pp. 593-602.

Baran, M.E. and Wu, F. (1989) 'Network reconfiguration in distribution system for loss reduction and load balancing', *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 2, no. 4, pp. 1401-1407.

Beliakov, G. and Warren, J. (2001) 'Appropriate choice of aggregation operators in fuzzy decision support systems', *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 6, pp. 773-784.

Bellman, R. and Giertz, M. (1974) 'On the analytic formalism of the theory of fuzzy sets', *Information Sciences*, no. 5, pp. 149-157.

Bellman, R.E. and Zadeh, L.A. (1970) 'Decision-making in a fuzzy environment', *Management Science*, vol. 4, no. 17, pp. 141-164.

Belyaev, L.S. (1977) *A Practical Approach to Choosing Alternative Solutions to Complex Optimization Problems under Uncertainty*, Laxenburg: IIASA.

Bentley, P.J. and Wakefield, J.P. (1998) *Finding Acceptable Pareto-Optimal Solutions using Multiobjective Genetic Algorithms*, Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag.

Berredo, R.C., Ekel, P.Y., Martini, J.S.C., Palhares, R.M., Parreiras, R.O. and Pereira Jr., J.G. (2011) 'Decision making in fuzzy environment and multicriteria power engineering problems', *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 33, no. 3, pp. 623-632.

Berredo, R.C., Ekel, P.Y. and Palhares, R.M. (2005) 'Fuzzy preference relations in models of decision making', *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, vol. 63, pp. 735-741.

Berredo, R. and Pereira Jr., J. (2012) 'Projeto ANEEEL D323 - Desenvolvimento de Ferramenta Computacional para Otimização das Perdas Técnicas na Distribuição com Referencial Internacional e Análise Técnico-Econômica - Aplicação de Métodos de Otimização Sequencial I' Belo Horizonte.

Broadwater, R.P., Khan, A.H., Shaalan, H.E. and Lee, R.E. (1993) 'Time varying load analysis to reduce distribution losses through reconfiguration', *IEEE Transactions on Power Delivery*, no. 8, pp. 294-300.

Burkov, V.P. and Kondrat'ev, V.V. (1981) *Mechanisms of Functioning Organizational Systems*, Moscou: Nauka.

Calvo, T., Mesiar, R. and Yager, R.R. (2004) 'Quantitative weights and aggregation', *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, no. 12, pp. 62-69.

Canha, L., Ekel, P.I., Queiroz, J. and Schuffner Neto, F. (2007) 'Models and methods of decision making in fuzzy environment and their applications to power engineering problems', *Numerical Linear Algebra with Applications*, vol. 3, no. 14, pp. 369-390.

Carlsson, C. and Fuller, R. (2001) 'Optimization under fuzzy if-then rules', *Fuzzy Sets and Systems*, pp. 111-120.

Castro, J.L., Herrera, F. and Verdegay, J.L. (1994) 'Knowledge-based systems and fuzzy Boolean programming', *International Journal of Intelligent Systems*, pp. 211-225.

Cavati, C.R., Ferreira, E.P. and Ekel, P. (2000) 'Fuzzy set theory based emergency control for distribution systems', in *Proceedings of the 2000 IEEE PES Winter Meeting*, 2786-2791.

Charnes, A. and Cooper, W.W. (1961) *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, New York: Wiley.

Chen, T.-Y. (2011) 'A multimeasure approach to optimism and pessimism in multiple criteria decision analysis based on Atanassov fuzzy sets', *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 10, pp. 12569-12584.

Chiang, H.D. and Jean-Jumeau, R. (1990) 'Optimal network reconfiguration in distribution systems: Part 2: Solution algorithms and numerical results', *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 3, no. 5, pp. 1568-1574.

Chiang, H.D. and Jean-Jumeau, R. (1990) 'Optimal network reconfiguration in distribution systems: Part 1: A new formulation and solution methodology', *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, no. 5, pp. 1902-1908.

Coelho, C.A.C. (2000) 'Handling preferences in evolutionary multiobjective optimization: A survey', Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation, San Diego, 30-37.

Coelho, C.A.C., Van Veldhuizen, D.A. and Lamont, G.B. (2002) *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*, New York: Kluwer.

Corne, D. and Knowles, J. (2007) 'Techniques for Highly Multiobjective Optimisation: Some Nondominated Points are Better than Others', Proceedings of the 9th annual conference on Genetic and evolutionary computation, Chicago.

Cvetkovic, D. and Parmee, C. (1999) 'Use of Preferences for GA-based Multi-objective Optimization', In GECCO-99: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, Orlando, 1504-1509.

Das, I. and Dennis, J.E. (1998) 'Normal-boundary intersection: a new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems', *SIAM Journal of Optimization*, vol. 8, no. 4, pp. 631-657.

Deb, K., Thiele, L., Laumanns, M. and Zitzler, E. (2002) 'Scalable Test Problems for Evolutionary Multi-Objective Optimization', Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation, Honolulu, 825-830.

Despic, O. and Simonovic, S.P. (2000) 'Aggregation operators for soft decision making in water resources', *Fuzzy Sets and Systems*, no. 115, pp. 11-13.

Drechsler, N., Drechsler, R. and Becker, B. (2001) 'Multi-objective Optimisation Based on Relation Favour', in *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, Zurich: Springer.

Dubois, D. (2011) 'The role of fuzzy sets in decision sciences: old techniques and new directions', *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 184, no. 1, pp. 3-28.

Dubois, D. and Prade, H. (1980) *Fuzzy Sets and Systems. Theory and Applications*, New York: Academic Press.

Durbach, I.N. and Stewart. (2011) 'An experimental study of the effect of uncertainty representation on decision making', *European Journal of Operational Research*, vol. 214, pp. 380-392.

Durbach, I.N. and Stewart. (2012) 'Modeling uncertainty in multi-criteria decision analysis', *European Journal of Operational Research*, vol. 223, pp. 1-14.

Dyckhoff, H. and Pedrycz, W. (1984) 'Generalized means as model of compensative connectives', *Fuzzy Sets and Systems*, no. 14, pp. 143-154.

Ehrgott, M. (2005) *Multicriteria Optimization*, Berlin: Springer-Verlag.

Ekel, P.Y. (1994) 'Taking into account the uncertainty factor in problems of modelling and optimizing complex systems', *Advance Modelling Analysis*, vol. C-, pp. 11-22.

Ekel, P.Y. (1999) 'Approach to decision making in fuzzy environment', *Computers and Mathematics Applications*, no. 37, pp. 59-71.

Ekel, P.Y. (2001) 'Methods of decision making in fuzzy environment and their applications', *Nonlinear Analysis*, 979-990.

Ekel, P.Y. (2002) 'Fuzzy Sets and Models of Decision Making', *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 44, pp. 863-875.

Ekel, P.Y., Bernardes, P., Kotlarewski, J., Parreiras, R. and Palhares, R. (2008) 'Multicriteria analysis based on constructing payoff matrices and methods of decision making in fuzzy environment', in *Proceedings of the 6th International Conference on Engineering Optimization*, Rio de Janeiro.

Ekel, P.Y., Horta, M.M.B., Pereira Jr., J.G., Berredo, R.C. and Palhares, R.M. (2003) 'Multicriteria resource allocation with applications to power system problems', *WSEAS Transactions on Mathematics*, vol. 2, no. 4, pp. 295-300.

Ekel, P.Y., Horta, M., Pereira Jr, J., Prakhovnik, A. and Kharchenko, A. (2002) 'Multicriteria optimization in load management and energy market problems', *WSEAS Transactions on Mathematics*, no. 1, pp. 13-18.

Ekel, P.Y., Kokshenev, I., Palhares, R., Parreiras, R. and Schuffner Neto, F. (n.d) 'Multicriteria analysis based on constructing payoff matrices and applying methods of decision making in fuzzy environment', *Optimization and Engineering*, vol. 12, no. 1, pp. 5-29.

Ekel, P.Y., Martini, J.S.C. and Palhares, R.M. (2008) 'Multicriteria analysis in decision making under information uncertainty', *Applied Mathematics and Computation*, vol. 200, no. 2, pp. 501-516.

Ekel, P.Y., Martins, C.A.P.S., Pereira Jr, J.G., Palhares, R.M. and Canha, L.N. (2006) 'Fuzzy set based multiobjective allocation of resources and its applications', *Computers and Mathematics with Applications*, no. 52, pp. 197-210.

Ekel, P.Y., Menezes, M. and Schuffner Neto, F. (2007) 'Decision making in fuzzy environment and its application to power engineering problems', *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, no. 1, pp. 527-536.

Ekel, P.Y., Pedrycz, W., Popov, V., Junges, M. and Moraes, M. (1997) 'Models and methods of multicriteria decision making in a fuzzy environment and their applications', in *Proceedings of the Seventh International Fuzzy Systems Association World Congress*, Prague, 89-94.

Ekel, P.Y., Pedrycz, W. and Schinzing, R. (1998) 'A general approach to solving a wide class of fuzzy optimization problems', *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 97, pp. 49-66.

Ekel, P.Y. and Popov, V.A. (1985) 'Consideration of the uncertainty factor in problems of modelling and optimizing electrical networks', *Power Engineering*, vol. 23, no. 2, pp. 45-52.

Ekel, P.Y., Terra, L.D.B., Junges, M.F.D., Moraes, M.A., Popov, V.A., Prakhovnik, A.V. and Razumovsky, O.V. (1998), In *Proceedings of the International Symposium on Bulk Power Systems Dynamics and Control IV: Restructuring*, 311-318.

Emmerich, M. and Deutz, A. (2006) 'Multicriteria Optimization and Decision Making'.

Farina, M. and Amato, P. (2004) 'A fuzzy definition of "Optimality" for many-criteria optimization problems', *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, vol. 34, no. 3, pp. 315-326.

Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (2005) *Multiple Criteria Decision Analysis*, Boston: Springer.

Galperin, E.A. and Ekel, P.Y. (2003) 'Box-triangular multiobjective linear programs for resource allocation with application to load management and energy market problems', *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 37, pp. 1-17.

Gontijo, M.M. (2007) 'Modelagem e otimização dos indicadores de confiabilidade na reconfiguração das redes em sistemas de distribuição', Dissertação de Mestrado, Belo Horizonte: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Goodwin, P. and Wright, G. (2005) *Decision Analysis for Management Judgment*, John Wiley & Sons.

Grassman, W.K. (1981) 'Stochastic Systems for Management' Amsterdam/London/New York.

Guedes, L.S., Lisboa, A.C., Vieira, D.A. and Saldanha, R.R. (2013) 'A multiobjective heuristic for reconfiguration of the electrical radial network', *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 28, no. 1, pp. 311-319.

Harrington, J. (1965) 'The desirability function', *Industrial Quality Control*, vol. 10, no. 21, pp. 494-498.

Herrera, F. and Herrera-Viedma, E. (2000) 'Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information', *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 115, pp. 67-82.

Herrera, F. and Verdegay, J.L. (1997) 'Fuzzy sets and operations research', *Fuzzy Sets and Systems*, pp. 207-218.

Horn, J. (1997) 'Multicriteria decision making', *Handbook of Evolutionary Computation*, pp. F1.9:1- F1.9:15.

Hughes, E.J. (2005) 'Evolutionary Many-Objective Optimisation: Many Once or One Many?', *Evolutionary Computation*, 2005. The 2005 IEEE Congress on, 222-227.

Hwang, C.L. and Masud, A.S.M. (1979) *Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications*, Berlin/ Heidelberg/New York: Springer-Verlag.

Inuiguchi, M. and Tanino, T. (2002) 'Possibilistic linear programming with fuzzy if-then rule coefficients', *Fuzzy Optimization and Decision Making*, pp. 65-91.

JGAP—Java Genetic Algorithms Package, [Online], Available: <http://www.jgap.sf.net> [2013].

Junker, U. (2004) 'Preference-Based Search and Multi-Criteria', *Annals of Operations Research*, 75-115.

Kalika, V.I. and Frant, S. (2000) 'Multicriteria Optimization Accounting for Uncertainty in Dynamic Problem of Power Generation Expansion Planning', in *Research and Practice in Multiple Criteria Decision Making - Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*.

Kavalerchik, B.Y. and Genadinik, I.I. (1983) 'On Some Principles and Models of Allocating Resources', *Mathematishche Operations*, vol. 14, no. 4, pp. 617-626.

Keeney, R.L. and Raiffa, H. (1976) *Decision with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*, New York: Wiley.

Larichev, O. (1984) 'Psychological validation of decision methods', *Journal of Applied Systems Analysis*, vol. 11, pp. 37-46.

Lewandowski, A. and Volkovich, V. (1988) 'Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems', International Conference on Multiobjective Problems of Mathematical Programming, Yalta.

Linares, P. (2002) 'Multiple criteria decision making and risk analysis as risk management tools for power systems planning', *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 17, no. 3, pp. 895-900.

Liu, X. and Han, S. (2008) 'Orness and parameterized RIM quantifier aggregation with OWA operators: A summary', *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 48, pp. 77-97.

López, E., Opazo, H., García, L. and Bastard, P. (2004) 'Online reconfiguration considering variability demand: application to real networks', *IEEE Transactions on Power Systems*, no. 19, pp. 549-553.

Luce, R.D. and Raiffa, H. (1957) *Games and Decisions: introduction and critical survey*, Dover Publications.

Luhandjula, M.K. (2006) 'Fuzzy stochastic linear programming: Survey and future research directions', *European Journal of Operational Research*, vol. 174, no. 3.

Malczewski, J. (2006) 'Integrating multicriteria analysis and geographic information systems: the ordered weighted averaging (OWA) approach', *Int. J. Environmental Technology and Management*, vol. 6.

Marler, R.T. and Arora, J.S. (2004) 'Survey of multi-objective optimization methods for engineering', *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 26, no. 6, pp. 369-395.

Meza, J.L.C., Yildirim, M.B. and Masud, A.S.M. (2007) 'A Model for the Multiperiod Multiobjective Power Generation Expansion Problem', *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 2, pp. 871-878.

Miranda, V. and Proença, L.M. (1997) 'Probabilistic choice vs. risk analysis-conflicts and synthesis in power system planning', 20th International Conference on Power Industry Computer Applications, 16-21.

Nara, K., Satoh, T., Aoki, K. and Kitagawa, M. (1991) 'Multi-year expansion planning for distribution systems', *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, no. 6, pp. 952-958.

Ozkan, I. and Turksen, I.B. (2007) 'Upper and lower values for the level of fuzziness in FSM', *Information Sciences*, vol. 177, pp. 5143-5152.

Pappala, V.S. and Erlich, I. (2008) 'Power System Optimization under Uncertainties: A PSO Approach', IEEE Swarm Intelligence Symposium, St. Louis, 1-8.

Pareto, V. (1886) *Cours d'Économie Politique*, Lousanne: Lousanne Rouge.

Parreiras, R.O. (2006) 'Algoritmos Evolucionários e Técnicas de Tomada de Decisão em Análise Multicritério', Tese de Doutorado: Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Pedrycz, W., Ekel, P.Y. and Parreiras, R. (2010) *Fuzzy Multicriteria Decision-Making: Models, Methods, and Applications*, New York: John Wiley & Sons: Wiley.

Pedrycz, W. and Gomide, F. (1998) *An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design*. Cambridge, Massachusetts/ London: MIT Press.

Pereira Jr., J.G. (2007) 'Otimização Monocritério e Multicritério da Configuração de Redes em Sistemas de Distribuição', Dissertação de Mestrado: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belo Horizonte.

Popov, V. and Ekel, P.Y. (1987) 'Fuzzy set theory and problems of controlling the design and operation of electric power systems', *Soviet Journal of Computer and System Sciences*, vol. 25, pp. 92-99.

Purshouse, R.C. and Fleming, P.J. (2003) 'Evolutionary many-objective optimisation: an exploratory analysis', *Evolutionary Computation*, 2003. CEC '03. The 2003 Congress on, 2066-2073.

Rachmawati, L. and Srinivasan, D. (2006) 'Preference Incorporation in Multi-objective Evolutionary Algorithms: A Survey', *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Vancouver.

Raiffa, H. (1968) *Decision Analysis*, Addison-Wesley.

Rao, S. (1996) *Engineering Optimization: Theory and Practice*, New York/Chichester/Brisbane: John Wiley & Sons.

Rommelfanger, H. (2004) 'The advantages of fuzzy optimization models in practical use', *Fuzzy Optimization and Decision Making*, pp. 295-309.

Sahinidis, N.V. (2004) 'Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities', *Computers and Chemical Engineering*, no. 28, pp. 971-983.

Sobol', I.M. (1979) 'On the systematic search in a hypercube', *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 16, no. 5, pp. 790-793.

Talukdar, S.N. and Gellings, C.W. (1987) 'Load Management', *IEEE Press*.

Tamiz, M., Jones, D. and Romero, C. (1998) 'Goal programming for decision making: An overview state-of the-art', *European Journal of Operational Research*, no. 111, pp. 569-581.

Turskis, Z., Zavadskas, E.K. and Peldschus, F. (2009) 'Multi-criteria Optimization System for Decision Making in Construction Design and Management', *Engineering Economics*, vol. 1, no. 61, pp. 1-7.

Venkatesh, B., Ranjan, R. and Gooi, H.B. (2004) 'Optimal reconfiguration of radial distribution systems to maximize loadability', *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 1, no. 19, pp. 260-266.

Wagner (1986) *Pesquisa Operacional*, Rio de Janeiro: Prentice Hall do Brasil.

Wang, P.P. (2007) 'Guest editorial: Mathematics of uncertainty', *Information Sciences*, pp. 5141-5142.

Wright, G. and Goodwin, P. (2009) 'Decision making and planning under low levels of predictability: Enhancing the scenario method', *International Journal of Forecasting*, vol. 25, pp. 813-825.

Xu, Z. (2005) 'An Overview of Methods for Determining OWA Weights'.

Yager, R.R. (1988) 'On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making', *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 18, no. 1, pp. 183-190.

Yager, R. (1993) 'Families of OWA operators', *Fuzzy Set Systems*, vol. 59, pp. 125-148.

Yager, R. (1994) 'Parameterized "andlike" and "orlike" OWA operators', *International Journal in Gen Syst*, vol. 22, pp. 297-316.

Yager, R.R. (1998) 'Including importances in OWA aggregations using fuzzy systems modeling', *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 6, no. 0, pp. 286 - 294.

Yu, X. and Gen, M. (2010) *Introduction to Evolutionary Algorithms*, London: Springer-Verlag.

Zadeh, L.A. (1965) 'Fuzzy sets', *Information and Control*, pp. 338-353.

Zadeh, L. (1983) 'A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages'.

Zadeh, L.A. (1999) 'From computing with numbers to computing with words: From manipulation of measurements to manipulation of perceptions', *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 45, no. 1, pp. 105-119.

Zarghami, M. and Szidarovszky, F. (2009) 'Revising the OWA operator for multicriteria decision making problems under uncertainty', *European Journal of Operational Research*, vol. 198, pp. 259-265.

Zhou, A., Qu, B.-Y., Li, H., Zhao, S.-Z., Nagaratnam, P.S. and Zhang, Q. (2011) 'Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art', *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 1, pp. 32-49.

Zimmermann, H. (1990) *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Boston: Kluwer Academic Publishers.

Zimmermann, H.J. (1996) 'Foreword', *Fuzzy Sets and Systems*, p. 1.