Cristalina Teresa Rocha Mayrink

SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM HISTÓRIA INFANTIL E JOGO PARA O ENSINO DE FRAÇÕES

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu do Mestrado Profissional em Educação e Docência da Faculdade de Educação da UFMG, como requisito à obtenção do título de Mestre.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientadora: Samira Zaidan

Belo Horizonte

2019

M474s
T

Mayrink, Cristalina Teresa Rocha, 1964-
Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de frações [manuscrito] / Cristalina Teresa Rocha Mayrink. - Belo Horizonte, 2019.
267 f. : enc, il, color.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.
Orientadora: Samira Zaidan.
Bibliografia: f. 162-167.
Anexos: f. 168-172.
Apêndices: f. 173-267.
Inclui apendice com o título: "Recurso educativo : sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de frações : recurso educativo destinado a professoras do ensino fundamental. (f. 174-267)".

1. Machado, Nilson José -- O pirulito do pato -- Teses. 2. Educação -- Teses. 3. Matemática (Ensino fundamental) -- Estudo e ensino -- Teses. 4. Matemática (Ensino fundamental) -- Métodos de ensino -- Teses. 5. Jogos em educação matematica -- Teses. 6. Frações -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 7. Numeros racionais -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 8. Literatura infanto-juvenil -- Teses.
I. Título. II. Zaidan, Samira. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 372.7

Catalogação da Fonte : Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)
Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP

UFMG

ATA DA DEFESA DA DISSERTAÇÃO DA ALUNA **CRISTALINA TERESA ROCHA MAYRINK**

Realizou-se, no dia 20 de dezembro de 2019, às 14:00 horas, Sala 415- FaE/UFMG, da Universidade Federal de Minas Gerais, a 200ª defesa de dissertação, intitulada *HISTÓRIAS E JOGOS COMO POSSIBILIDADE DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES*, apresentada por CRISTALINA TERESA ROCHA MAYRINK, número de registro 2018664616, graduada no curso de PEDAGOGIA, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, à seguinte Comissão Examinadora: Prof(a). Samira Zaidan - Orientador (UFMG), Prof(a). Juliana Batista Faria (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Keli Cristina Conti (UFMG), Prof(a). Teresinha Fumi Kawasaki (Universidade Federal de Minas Gerais).

A Comissão considerou a dissertação:

(X) Aprovada

(   ) Reprovada

(   ) Aprovada com indicação de correções

A Banca sugeriu e o candidato acatou a mudança do título da dissertação para: Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de frações.

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.
Belo Horizonte, 20 de dezembro de 2019.

Prof(a). Samira Zaidan (Doutora)

Prof(a). Juliana Batista Faria (Doutora)

Prof(a). Keli Cristina Conti (Doutora)

Prof(a). Teresinha Fumi Kawasaki (Doutora)

Dedico esta dissertação a todos(as) que, de alguma forma, contribuíram para que ela fosse realizada e a todos(as) a quem ela, de alguma forma, poderá vir a contribuir.

AGRADECIMENTOS

Agradeço...

A Deus pelas oportunidades de aprendizagem e crescimento.

Aos meus pais que sempre nos incentivaram a estudar.

Aos meus irmãos que me apoiaram nessa nova etapa da minha vida.

Ao Francisco, à Ana e ao Ângelo pela compreensão da minha ausência nos momentos de escrita.

À Professora Lu pela confiança, permitindo que eu realizasse a parte prática da pesquisa com os alunos das turmas com as quais trabalhava.

À equipe da Escola Municipal Milton Campos, pela acolhida, apoio e disponibilidade para a aplicação da sequência de ensino.

Aos pais dos estudantes, por permitirem que eu desenvolvesse a sequência de ensino com seus filhos.

Aos estudantes pela participação na proposta de ensino e pelo carinho com o qual me receberam.

A todos as Professoras e Professores da Linha de Educação Matemática, pela disponibilidade e valiosas contribuições.

À Professora Samira Zaidan, pela confiança, orientação cuidadosa, apoio e cumplicidade neste trabalho.

Aos colegas da Turma 2018: Adelaide, Amanda, Gesiel, Lucinéia e Nayara, pelo companheirismo na divisão das alegrias e angústias!

Ao Glaucinei, ao Rubens, à Bianca e à Sabrina pela cuidadosa assessoria na produção do recurso educativo.

A todos(as) os(as) colegas com quem trabalhei, pela cooperação e amizade.

E, principalmente, a todos os estudantes com os quais pude aprender a ser professora,

Muito obrigada!

[...] ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.

(FREIRE, 1996, p. 21)

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo analisar – se e – como a história infantil e o jogo, na sequência didática proposta por nós, podem contribuir com professores para tornar mais interessante e significativo o ensino dos Números Racionais na forma fracionária, a fim de proporcionar aos estudantes uma melhor compreensão e aprendizagem. Para a realização da pesquisa, buscamos o conhecimento de estudos já realizados sobre o tema, elaboramos uma sequência didática e a desenvolvemos em uma Escola Municipal de Belo Horizonte, M.G., com estudantes do quarto ano do Ensino Fundamental. Os registros foram realizados utilizando-se anotações em dois diários de campo – um elaborado pela Professora Regente que atuou como pesquisadora assistente, observando e anotando o desenvolvimento da sequência didática, e outro pela Pesquisadora – e o resultado das atividades realizadas pelos alunos. Fizemos cópia das atividades da sequência didática realizadas pelos estudantes e fotografamos alguns mosaicos e embalagens de um jogo confeccionado por eles durante as aulas de Matemática sobre as frações. Introduzimos o conteúdo sobre frações tendo, por base, o livro infantil "O pirulito do pato", de Nílson José Machado; realizamos outras atividades sobre o assunto e produzimos, com os estudantes, o Jogo da Memória das Frações. De acordo com as observações dos resultados das atividades realizadas pelos alunos e o envolvimento deles com a pesquisa, consideramos que a sequência didática teve boa aceitação nas turmas em que foi desenvolvida e mostrou ter cumprido os objetivos iniciais propostos. Após o desenvolvimento da pesquisa, a sequência didática sofreu algumas modificações para ser apresentada e disponibilizada a todos os professores como recurso educativo. Acreditamos ser essa uma proposta de ensino interessante, que pode proporcionar a articulação da matemática com outras áreas, também propiciando a integração do conhecimento escolar com experiências vivenciadas pelos estudantes.

Palavras-chave: Ensino de frações. Histórias infantis. Jogos. Anos Iniciais do Ensino fundamental. Sequência Didática. Educação Matemática.

ABSTRACT

This research aims to analyze whether - and how, children's stories and games, used in the didactic sequence we propose, are able to contribute to a more significant and interesting teaching and learning process of fractions with rational numbers, seeking to provide students with a better learning and comprehension of the topic. We also intend to present teachers to the possibility of more enriched and interesting classes. For this research, we gathered studies on the theme, elaborated a didactic sequence and applied it in a municipal school of Belo Horizonte, Minas Gerais, with students coursing the fourth year of elementary education. Entries were realized in two separate field diaries - one elaborated by the school teacher, who acted as research assistant, observing and recording the development of the didactic sequence; and another one elaborated by the researcher, including the results of the activities that students participated in. We made copies of said activities, and photographed a few of the mosaics and packages used in a game that students produced during their Mathematics class on fractions. We introduced the topic of fractions through the children's storybook "O pirulito do pato", by Nílson José Machado; promoted other activities and produced, with the students, the "Memory Game of Fractions". According to the observation of the children's activities results, along with their involvement with the research, we consider that the didactic sequence was well accepted in the classes in which it was developed, and that it accomplished the proposed initial goals. After the research, the didactic sequence was altered so that it would be made available to all teachers as educational resource. We believe this to be an interesting teaching suggestion, which can provide combinations of mathematics teaching with other knowledge fields, which allows a link between school education and students' experiences.

Keywords: Fractions teaching. Children's stories. Games. Elementary education. Teaching Plan. Mathematics education.

Sumário

CAMINHOS POR ONDE ANDEI

Gostaria de começar contando um pouco de minha trajetória escolar e profissional.

Iniciei os estudos aos cinco anos, no chamado Pré-primário[1] e, de acordo com os padrões escolares, sempre fui uma boa aluna, pois tinha boa aprendizagem e bom comportamento em sala de aula. Estudei em escola pública até a 4ª série, mas, a partir da 5ª série, estudei em escolas particulares.

No 2º grau, fui estudar, em um colégio particular, o curso de Magistério, que se propunha a nos preparar e habilitar para ser professora de crianças de 0 a 10 anos. Após terminar o curso de Magistério, comecei a trabalhar em uma escola de Educação Infantil. A partir de então, surgiram os desafios profissionais e minha busca para solucioná-los. Nesse mesmo período, iniciei o curso de Pedagogia na Faculdade de Educação na Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG.

Para vários dos desafios surgidos na minha vida profissional nessa época, encontrei meios de solucioná-los dentro da Universidade, como algumas disciplinas que cursei na Faculdade de Educação Física, buscando ampliar meu conhecimento sobre universo recreativo (já que trabalhava com crianças pequenas) e o curso de “Fundamentos Linguísticos da Alfabetização”, promovido pelo Departamento de Linguística e Teoria da Literatura da Faculdade de Letras da UFMG com o qual pude aprimorar minha formação como alfabetizadora. Para outros desafios, dirigi-me a outras instituições. Nelas, participei de cursos de formação em Alfabetização, Educação Matemática, Arte e Educação Física.

Concluí o curso “Supervisão Escolar do 1º Grau”, no 1º semestre de 1985, mas permaneci na Faculdade de Educação, cursando a habilitação “Magistério das Matérias Pedagógicas do 2º grau”. Após eu concluir essa segunda habilitação, os cursos de magistério de 2º grau foram extintos e, a partir de então, exige-se a formação no curso de Pedagogia para ser professora no Ensino Fundamental de 1ª à 4ª série. Objetivando aperfeiçoar meu trabalho em sala de aula, posteriormente retornei à FaE[2] a fim de cursar uma nova habilitação: “Orientação Educacional”, mas foi como professora regente que trabalhei, praticamente, toda minha vida.

---

[1] Atual 1º ano do Ensino Fundamental.
[2] Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

Nesse mesmo ano, assumi o cargo de professora da Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte, Minas Gerais – RME/BH. Na escola para a qual fui encaminhada, iniciei lecionando todas as disciplinas para uma turma de 3ª série – atual 4º ano do Ensino Fundamental. Tempos depois, solicitaram-me que eu lecionasse, apenas, Matemática em mais de uma turma.

Até 1991 acumulei dois turnos de trabalho em diferentes níveis de ensino: um no Ensino Fundamental e outro na Educação Infantil. A partir de 1992, quando assumi novo cargo como professora da Rede Municipal de Belo Horizonte, continuei lecionando em dois turnos, somente no Ensino Fundamental.

Como professora generalista[3] – mesmo que polivalente –, trabalhei com todas as disciplinas da grade curricular do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental. Quando assumi as aulas de Arte, senti necessidade de ampliar e atualizar meus conhecimentos nessa área. Para tanto, participei, em 1993, do curso de pós-graduação *Lato-sensu* Especialização em Educação – Área de Arte/Educação IV, oferecido pelo Centro de Estudos e Pesquisas Educacionais de Minas Gerais – Cepemg.

Em 2003, uma professora/pesquisadora do Mestrado Acadêmico da UFMG desenvolveu uma pesquisa sobre minha prática nas aulas de Ciências. Nesse período, realizamos diversas reuniões de estudo e planejamento de práticas adequadas ao ensino de Ciências de forma investigativa e reflexiva. Várias atividades experimentais foram planejadas e trabalhadas em sala, com o objetivo de proporcionar aos estudantes “pensar” e “falar” sobre o objeto de conhecimento, desenvolvendo, dessa forma, por meio da nossa mediação, a sua própria aprendizagem. Após o término da pesquisa, prossegui com o trabalho iniciado pela pesquisadora. No ano seguinte, constituí parceria com uma professora e organizamos oficinas semanais para os estudantes do 2º ciclo[4]. Observei que a abordagem promoveu o desenvolvimento de um pensamento em uma perspectiva científica,

[3] Professora, geralmente formada em Pedagogia, que trabalha de forma multidisciplinar, ou seja, com todos os conteúdos disciplinares – Arte, Ciências, Educação Física, Geografia, História, Língua Portuguesa e Matemática – nos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental.

[4] Em Belo Horizonte, os nove anos do Ensino Fundamental são divididos em ciclos: O 1º ciclo compreende os três primeiros anos (1º ao 3º); o 2º ciclo, os três anos seguintes (4º ao 6º) e o 3º ciclo compõe-se dos três últimos anos dessa etapa de ensino (7º ao 9º). Disponível em: https://prefeitura.pbh.gov.br/educacao/informacoes/pedagogico/ensino-fundamental. Acesso em: 10 jul. 2019.

evidenciando a eficácia de um trabalho no qual os estudantes observam, pensam, discutem, elaboram hipóteses e registram os resultados desse processo.

Participei do CONCURSO PRÊMIO PAULO FREIRE 2004/2005 "Quem gosta de educar tem seu jeito de ensinar", promovido pela Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte, do qual fui a 2ª colocada na categoria Alfabetização e Letramento, com um relato fruto da análise da prática desenvolvida nas turmas em que lecionava Ciências durante o período em que a pesquisadora de mestrado esteve na escola em 2003.

Essa experiência associada a outros fatos promoveu diversas mudanças na minha forma de trabalhar. Percebi que, se eu realmente desejava que os estudantes se tornassem cidadãos críticos e atuantes na sociedade, necessitava propiciar que eles exercitassem essas características na sala de aula; portanto, no lugar de ser transmissora de conhecimento, busquei ser uma “problematizadora” das situações que poderiam contribuir para a produção de conhecimento.

Em 2011, assumi as aulas de Jogos (alfabetização, matemática, brincadeiras, estratégias de raciocínio, ciências e demais áreas do conhecimento) de todas as turmas do 1º ciclo. Com o objetivo de aprimorar meus conhecimentos e ter maior eficiência nesse novo desafio, participei da formação Pró-Letramento em Matemática, oferecido pela Rede Municipal de Belo Horizonte em parceria com o Governo Federal.

Desde 2005, a aula de Jogos já estava incluída na parte diversificada[5] da grade curricular do 1º ciclo, da escola onde lecionava, por entendermos que os jogos que usávamos funcionam como atividades que poderiam promover melhor aprendizagem dos estudantes nas diversas áreas do conhecimento. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) orientam ser “importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver” (p. 48-49).

Essas aulas ocorriam duas vezes por semana em uma sala ambiente e, semanalmente, as professoras das turmas e eu nos reuníamos para conversar sobre o conteúdo tratado em sala de aula e sobre as explorações dos jogos possíveis de

[5] Em Belo Horizonte, a parte diversificada do currículo era composta por outras disciplinas, diferentes das obrigatórias, conforme especificidades das escolas e definidas pela Smed (Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte). Adaptado de: http://portal6.pbh.gov.br/dom/iniciaEdicao.do?method=DetalheArtigo&pk=1132777. Acesso em: 10 jul. 2019.

realizarem-se em sala. Conversávamos, também, sobre avanços e dificuldades da turma e/ou dos estudantes.

Dentre os vários desafios que surgiram na minha carreira, em 2012, assumi a coordenação pedagógica das turmas do 2º ciclo em um dos turnos. Como coordenadora, participei em 2014, das formações do projeto *2º Ciclo – Saberes em Conexão*, oferecidas pela Secretaria Municipal de Educação. Uma das minhas funções como participante era realizar o repasse de cada formação para os(as) professores(as) do 2º ciclo que atuavam na escola.

Em fevereiro de 2015, fui selecionada para compor a equipe do 2° ciclo da Secretaria de Educação de Belo Horizonte como formadora do mesmo projeto que participei em 2014. O objetivo do projeto era integrar, prioritariamente, o trabalho de Língua Portuguesa e Matemática, com foco no desenvolvimento das capacidades de leitura, escrita e resolução de problemas, a fim de desenvolver, nos estudantes, as capacidades de reflexão, análise, formulação de hipóteses e planejamento de ações como meios para compreender e intervir sobre o real.

Nos anos de 2015 e 2016, meu foco de atuação foi a formação de professores; foram momentos em que ocorreram muitas reflexões sobre a prática de sala de aula e questionamentos acerca da eficiência das práticas sugeridas, por nós, quando da elaboração dos materiais didáticos propostos para auxiliar o trabalho dos nossos colegas que estavam na escola. Esse material era disponibilizado no formato impresso – cadernos – e virtual para os professores e demais segmentos da Secretaria de Educação. Eles continham embasamento teórico, sugestões de atividade e de jogos, sequências didáticas para exploração dos jogos e sistematização do assunto trabalhado, sempre buscando a interdisciplinaridade das diversas áreas do conhecimento.

Todo o material disponibilizado nesses cadernos buscava integrar as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, e foram pensados para ser instrumentos de apoio ao exercício do professor em sala de aula, de forma que pudesse promover, no estudante, a aquisição de habilidades e competências necessárias à sua vida dentro e fora da escola. Dessa forma, trabalhamos com diferentes tipos e gêneros textuais (orais e escritos), pontuação, ortografia, sistema de numeração decimal, as ideias do campo aditivo e multiplicativo, resolução de problemas, algoritmo, geometria, números racionais, entre outros assuntos, com o objetivo de que o estudante produzisse conhecimento, percebesse sua utilidade e se beneficiasse dele.

Durante a realização dos encontros e das oficinas, pudemos rever conceitos, discutir e compartilhar ideias e diferentes formas de trabalhar, sobre, por exemplo, função social dos números, desenvolvimento do senso fracionário, a importância da observação atenta e da descrição para a identificação de propriedades geométricas, a relevância da utilização de diferentes tipos de problemas em sala de aula, entre outros temas, além de expor angústias e dificuldades diante de alguns assuntos. Constatamos que boa parte dos professores formados em Pedagogia tinha alguma dificuldade para compreender, e, consequentemente, trabalhar com determinados assuntos matemáticos. O que mais observei, quanto ao grau de dificuldade apresentado, foram os números racionais na forma fracionária, assunto comentado pelos professores e, também, expresso durante as atividades. Esse conteúdo faz parte dos PCN, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e das diretrizes Curriculares de Belo Horizonte.

No final de 2016, conheci o Mestrado Profissional em Educação e Docência. Interessei-me pelo projeto, principalmente por ter de elaborar um Recurso Educativo a ser disponibilizado para a sociedade, após a pesquisa.

Participei do processo de seleção para o Mestrado Profissional, com o projeto *Como ensinar frações através de jogos e da literatura?* Dessa forma, aprofundaria meus conhecimentos sobre o ensino de frações, expondo o jogo e a literatura como recurso pedagógico que possibilite melhor compreensão e aprendizagem por parte dos estudantes, e apresentaria, ao professor, uma possibilidade de realizar aulas mais interessantes e significativas.

No vasto campo da literatura, podemos perceber que as histórias infantis promovem tanto situações de afetividade, criatividade, fantasia, como de aprendizagem. Pretendo levá-las para as aulas de matemática com o objetivo de promover essas situações e possibilitar as ideias de *fração*, cuja representação se mostra abstrata para o estudante dessa faixa de idade (9/10 anos), de forma a promover o interesse e a compreensão dos alunos em relação ao assunto.

A proposta que apresentarei nesta dissertação – iniciar o estudo das frações a partir de uma história infantil – já foi realizada, por mim, durante as aulas de Matemática em outro contexto; no entanto, na proposta deste novo estudo, pretendo acrescentar mais reflexão e subsidiá-la com conhecimento teórico que possibilite a elaboração de material disponibilizado ao professor, para tratar esse assunto com mais facilidade e clareza dos seus objetivos.

Comentaremos no capítulo a seguir como chegamos a essa questão.

1 INTRODUÇÃO

Como professora dos anos iniciais do ensino fundamental e, em contato com um número considerável de professores do 2º ciclo da RME/BH[6], identificamos a existência de dificuldades no ensino dos Números Racionais na forma fracionária.

Muitos professores relatavam e/ou apresentavam, durante encontros de formação, um conhecimento bastante superficial sobre o tema que, basicamente, se restringia à relação parte/todo e, consequentemente, eles não percebiam possibilidades de exploração desse conteúdo de forma significativa em sala de aula. Os relatos de alguns demonstravam que sua prática se baseava na leitura de desenhos e na respectiva representação simbólica. Atividades que envolvessem a compreensão dos conceitos importantes para o desenvolvimento do senso fracionário quase não apareciam nos depoimentos dos professores. As possibilidades de relação entre conteúdos da própria matemática, como frações e medidas, frações e geometria, eram desconhecidas pela maioria deles, assim como a integração da Matemática com outras áreas de conhecimento presentes no currículo escolar obrigatório (Literatura, Ciências, Arte, História, Geografia, Língua Portuguesa e Educação Física).

Analisando essas situações, percebemos que as condições de formação desses profissionais podem não ter sido articuladas às necessidades da prática docente. Quanto ao trabalho interdisciplinar, Kleiman e Moraes (1999, apud Lopes e Nacarato, 2005), esclarecem que:

> O profissional que atua hoje na rede pública do ensino fundamental foi formado dentro de uma concepção fragmentada, positivista do conhecimento. [...] Ele não consegue pensar interdisciplinarmente porque toda a sua aprendizagem realizou-se dentro de um currículo compartimentado. (p.72).

Em outras palavras, nós professores, até mesmo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, temos dificuldades em trabalhar, de forma integrada e contextualizada, com os diversos conteúdos que ministramos, pelo fato de não termos vivenciado um trabalho interdisciplinar. Assim, tornamo-nos reprodutores do que Santos (2008, p. 75) chama de "parcelização do conhecimento". Segundo o autor (ibid., p. 74), "Sendo um conhecimento disciplinar, tende a ser um conhecimento disciplinado, isto é, segrega uma organização do saber orientada para policiar as fronteiras entre as disciplinas e reprimir os que as quiserem transpor". Ou seja, as disciplinas escolares são

---

[6] Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte, Minas Gerais.

organizadas para permanecerem isoladas umas das outras e nós, professores, tendemos a perpetuar esse isolamento por meio de nossas ações.

Muitas vezes, nas práticas de ensino, necessitamos fazer articulações de conhecimentos que façam sentido para os estudantes, evitando, dessa forma, a construção de um conhecimento apenas [...] "utilitário e funcional" (SANTOS, 2008, p. 31). Isso posto, torna-se necessário trabalhar para que esse mesmo conhecimento opere no sentido de promover a real compreensão do que está sendo tratado. Em nossas observações e experiências, essa compreensão tem sido uma lacuna na formação e no trabalho docente.

Verificando dados da Prova Brasil de 2015, constatamos que os resultados alcançados, pelos estudantes do 5º ano da Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte, estão na média desejável. Entretanto, fazendo um recorte em relação à aprendizagem dos números racionais, verificamos que, de acordo com a Escala do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb[7]) de proficiência para o Ensino Fundamental, o bom desempenho alcançado pelos estudantes, na totalidade da Prova Brasil de 2015 de matemática, ocorreu devido à consolidação de capacidades e habilidades relacionadas a outros conteúdos matemáticos, pois, quando fazemos o recorte no teste, ele apresenta a existência de dificuldades em relação aos números racionais, uma vez que os estudantes do 5º ano demonstraram ter aprendido apenas duas entre as seis capacidades/habilidades propostas a ser consolidadas nesse ano do Ensino Fundamental.

O ensino dos números racionais na forma fracionária se apresenta como um desafio para os professores. Há um distanciamento, diferente de outros conteúdos que têm forte apelo social, entre a prática escolar e a vivência dos alunos com as frações. Nesse sentido,

> O processo escolar de ensino-aprendizagem das frações não procura compensar essa lacuna. As frações são introduzidas rapidamente na 3ª série, incluindo nomes, símbolos e nomenclaturas. As operações são ensinadas por regras e sem compreensão. E o resultado é aquele que bem conhecemos: um grande fracasso na aprendizagem desses números. (BERTONI, 2002, p.60).

---

[7] Sítio do Inep. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/web/guest/educacao-basica/saeb/matrizes-e-escalas. Acesso em: 10 jul. 2018.

Além desse distanciamento, outras duas dificuldades são apresentadas por Walle (2009) para o ensino de frações:

> 1. […] A relação inversa entre número de partes e tamanho de partes […] (p. 333).
> 2. [...] compreender que uma fração não diz nada sobre o tamanho do todo ou o tamanho das partes. Uma fração nos diz apenas sobre a *relação* entre a parte e o todo (p. 335).

É possível perceber que dificuldades apresentadas pelos professores nas formações que participamos se refletem na dificuldade dos alunos desses professores, pois, dificilmente, consegue-se ensinar algo bem quando não se tem um bom conhecimento sobre o assunto.

Segundo Walle (2009), para bem efetuar a exploração do senso fracionário e promover o desenvolvimento do conceito de fração com os estudantes, seria necessário que as cinco ideias citadas, a seguir, fossem bem trabalhadas:

> 1. As partes fracionárias são partilhas iguais (repartir) ou porções de tamanhos iguais de um todo ou unidade. Uma unidade pode ser um objeto ou uma coleção de coisas. Mais abstratamente, a unidade é contada como 1. Na reta numérica, a distância de 0 até 1 é a unidade.
> 2. As partes fracionárias têm nomes especiais que dizem quantas partes daquele tamanho são necessárias para compor o todo. [...]
> 3. Quanto mais partes fracionárias forem usadas para formar um todo, menores elas serão. [...]
> 4. O denominador de uma fração indica por qual número o todo foi dividido a fim de produzir o tipo de parte sob consideração. Assim, o denominador é um *divisor*. Em termos práticos, o denominador nomeia o tipo de parte fracionária considerada. O numerador de uma fração diz quantas partes fracionárias (do tipo indicado pelo denominador) são consideradas. Então, o numerador é um multiplicador – indica um múltiplo da parte fracionária dada.
> 5. Duas frações equivalentes são dois modos de descrever a mesma quantidade usando partes fracionárias de tamanhos diferentes. […] (p. 322).

Devido à complexidade de apresentar, em sala de aula, o ensino de frações para os estudantes do 4º e 5º anos, período em que está previsto o início do estudo sistemático desse assunto, consideramos as ideias de Walle como referência, e verificamos ser de fundamental importância para a aprendizagem do estudante a apresentação de recursos pedagógicos que promovam o entendimento, despertando o seu interesse.

Entendemos que recurso pedagógico consiste no “que auxilia a aprendizagem, de quaisquer conteúdos, intermediando os processos de ensino-aprendizagem intencionalmente organizados por educadores na escola ou fora dela”. (EITERER;

MEDEIROS, 2010, p.1). Ainda segundo as autoras, podemos identificar “materiais de natureza pedagógica em si mesma” (p. 1), ou seja, aqueles que foram criados especificamente para essa finalidade – livro didático, material dourado – e aqueles que, “apesar de não terem sido criados visando tal função, podem vir a adquirir o caráter pedagógico nos diferentes processos educativos” (p. 1), como os jogos e as histórias infantis.

De acordo com Fonseca e Cardoso (2005, p. 67), “para muitos autores [...] a contextualização aparece como um elemento didático importante no processo de transposição do conhecimento formalizado para um conhecimento ensinável (e aprendível)”. Vamos entender, como contextualização, a criação de situações reconhecidas pelos alunos e onde a matemática esteja presente. Para tanto, sugerimos a prática da leitura de histórias e a realização de jogos nas aulas de Matemática, pois esses dois recursos pedagógicos podem trazer, para a realidade, temas/assuntos/ideias/sentimentos que se tornam mais perceptíveis para o estudante dos anos iniciais do ensino fundamental.

Com o objetivo de promover a criação de um contexto que se permita a aprendizagem de um determinado assunto, Smole, Cândido e Stancanelli (1997) sugerem que sejam realizadas leituras de histórias infantis não só nas aulas de Língua Materna, mas também nas aulas de Matemática, como uma interessante prática pedagógica capaz de levar magia e encantamento para a sala de aula, além da contextualização. Elas afirmam que “De algum modo a literatura aparece à criança como um jogo, uma fantasia muito próxima ao real.” (Ibid., p. 11).

O trabalho com as histórias infantis entra nas aulas de Matemática com o objetivo não só de integrar áreas do conhecimento, mas criar contextos, promover conflitos cognitivos[8] e possibilitar questionamentos matemáticos ao longo da leitura do texto, a fim de proporcionar a construção do conhecimento.

De acordo com Menezes (2011)

> A especificidade da natureza do texto literário, diferente da do texto escolar, cria igualmente condições para que os alunos interajam e discutam o significado do que leem. A interação dos alunos com o texto e com os colegas faz emergir a necessidade de se avançar na base dos acordos e da

[8] Tomamos este termo de Piaget (1976), entendendo que são situações com as quais o estudante se depara e seus conhecimentos-informações não são suficientes para resolvê-las, provocando uma busca que irá levá-lo a um novo conhecimento e aprendizagem.

> negociação de significados. Esta abordagem à aprendizagem da Matemática favorece o desenvolvimento matemático dos alunos, [...] (p.71).

Em relação ao jogo, acreditamos ser um importante recurso pedagógico do qual podemos utilizar em sala de aula, pois desempenha “funções psicossociais, afetivas e intelectuais básicas no processo de desenvolvimento infantil.” (GRANDO, 2004, p. 18). Ele consegue suscitar interesse e envolver tanto crianças como jovens e adultos, além de promover a ampliação de suas experiências e criatividade. Consideramos ser possível utilizá-lo nas diversas áreas do conhecimento, inclusive nas aulas de Matemática, pois, por meio do jogo, o estudante se sente desafiado e pode “estabelecer um caminho natural que vai da imaginação à abstração de um conceito matemático.” (Ibid., p. 20).

Para que isso aconteça, a atividade com o jogo precisa ser bem planejada. Smole, Diniz e Milani (2007) afirmam que:

> O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estão estreitamente relacionadas ao assim chamado *raciocínio lógico.* (p.9 – grifos da autora)

No entanto, a simples participação em um jogo não garante a aprendizagem do estudante. É necessário que o professor proponha atividades baseadas no jogo ou a situações de jogo – reais ou hipotéticas – que promovam o surgimento de *“*conflitos cognitivos” (GRANDO, 2004, p. 25), desafios capazes de favorecer e proporcionar a aprendizagem.

Ao propor uma sequência didática baseada em uma história infantil e em um jogo, nossa expectativa foi avaliar se esses dois recursos pedagógicos são realmente significativos e como contribuem para o ensino e aprendizagem dos números racionais na forma fracionária, pois nossos estudantes nem sempre relacionam suas vivências cotidianas, em que são levados a lidar com quantidades fracionárias, com a ideia de fração trabalhada na escola.

Precisamos criar processos que promovam a reflexão dos estudantes sobre o assunto e elaborar meios/processos que possam ajudá-los na consolidação desses conceitos fracionários (ideias trazidas por Walle, p. 19), já que, em diversas situações da vida, necessitamos expressar, ler e compreender informações por meio dessa representação.

Segundo David e Fonseca (1997), é importante que o trabalho com a representação fracionária dos números racionais esteja direcionado para um ensino que se preocupe com o aspecto conceitual, pois existe uma "variedade de perspectivas envolvidas na abordagem desses números." (p.55). Elas destacam quatro delas:

> - Aspecto *prático*: os números racionais, em suas diferentes representações, surgem com freqüência nas diversas situações relacionadas à expressão de medidas e de índices comparativos.
> - Aspecto *psicológico:* o trabalho com os números racionais surge como uma oportunidade privilegiada para se promover o desenvolvimento e a expansão de estruturas mentais necessárias ao desenvolvimento intelectual.
> - Na perspectiva da própria *Matemática*, serão justamente esses primeiros estudos com os números racionais, particularmente em sua forma fracionária, que fundamentarão o trabalho com as operações algébricas elementares a serem desenvolvidas ao longo do ensino fundamental.
> - Aspecto *didático-epistemológico*: o trabalho com os números racionais pode se constituir numa oportunidade de experimentar uma situação de produção de conhecimento matemático, em resposta a conflitos ou dificuldades surgidas no campo mais restrito dos números naturais. Essas dificuldades requerem a criação de um novo campo numérico que abrange e amplia as possibilidades do campo anterior. (p.56).

David e Fonseca (1997) defendem ainda a ideia de que:

> Uma abordagem dos números racionais que contemple esse processo de gênese dos conceitos, em vez de ver o conteúdo matemático apenas como um produto, não só proverá o educador de elementos para compreender melhor o processo pelo qual o aluno assimila esse conteúdo, como também permitirá ao aluno uma percepção da intencionalidade e da dinâmica da produção do conhecimento matemático. (p.56).

Em outras palavras, o ensino dos números racionais na forma fracionária envolve diversas ideias importantes para o desenvolvimento cognitivo, prático e psicológico do estudante. Dessa forma, tendo a possibilidade de ser sujeito da construção desse e de outros conhecimentos, o aluno terá a oportunidade de fazer matemática e maior possibilidade de compreendê-la. Quanto ao professor, poderá acompanhar e entender como seus alunos aprendem, além de interferir de forma adequada quando perceber dificuldades de compreensão nos estudantes.

Com essas preocupações e ideias, produzimos uma sequência didática baseada em uma história infantil e em um jogo. Para definir o que é uma sequência didática, pautamo-nos em Zabala (1998). De acordo com esse autor, uma sequência didática é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos." (p.18 – grifos do autor).

Ou seja, na concepção desse autor, ao desenvolver uma sequência didática, deve-se ter como finalidade o ensino de conteúdos por meio de atividades sequenciadas e encadeadas. Essas atividades devem ser organizadas, tendo os objetivos definidos e conhecidos pelos professores e alunos; além disso, devem promover a aprendizagem e a construção do conhecimento para todos os envolvidos e, por fim, servir para sua própria avaliação.

Ao preparar nossa sequência, buscamos estar em consonância com o que é proposto por esse autor e com parte do que é recomendado para o 4º ano do Ensino Fundamental, tanto nas Proposições Curriculares da Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte quanto na Base Nacional Comum Curricular (2018). Salientamos que as Diretrizes Curriculares de Belo Horizonte foram construídas com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997).

De acordo com as Proposições Curriculares da Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte (2012, p. 40)[9], em relação aos números racionais, no 4º ano do 2º Ciclo, deverão ser introduzidas e trabalhadas as seguintes capacidades/habilidades do bloco *Números e Operações, Álgebra e Funções*:

- Representar números racionais nas formas fracionária, decimal e de porcentagem.
- Estabelecer relações entre as diferentes representações de um número racional.
- Comparar e ordenar:
  a) números racionais.
- Localizar na reta numérica:
  b) números racionais.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018, p. 289)[10], ao final do 4º ano, os estudantes devem ser capazes de:

- (EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
- (EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.

As atividades propostas na sequência didática buscam contemplar a representação dos números racionais na forma fracionária e a comparação de

[9] Disponível em: https://ecp.pbh.gov.br/pbh/ecp/files.do?evento=download...matematica2012. Acesso em: 11 maio 18.

[10] Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf. Acesso em: 10 ago. 2018.

frações. Pretendemos analisar – se e – como a história infantil e o jogo, na sequência didática proposta por nós, podem contribuir para tornar mais significativo o ensino e a aprendizagem dos números racionais na forma fracionária. Pretendemos, ainda, contribuir com a qualificação do trabalho pedagógico docente, em relação ao ensino dos números racionais na forma fracionária, no sentido de que ele seja realizado de forma mais significativa.

Apresentaremos, a seguir, algumas abordagens lúdicas que podem ser propostas para as aulas de Matemática.

2 PERSPECTIVAS LÚDICAS: Duas abordagens para as aulas de matemática

Este capítulo tem como objetivo identificar algumas abordagens lúdicas propostas para o ensino de matemática, considerando que são alternativas para ensinar e aprender os conteúdos matemáticos de forma mais significativa, por despertarem o interesse e a motivação nos estudantes na infância e valorizarem a construção do conhecimento.

Entre as atividades lúdicas pesquisadas por nós, abordaremos as histórias infantis e os jogos de regras, por considerá-los importantes aliados ao ensino da Matemática, vistos como recursos pedagógicos que podem auxiliar o estudante a desenvolver a imaginação, a criatividade, a concentração e o raciocínio.

2.1 As manifestações lúdicas e a educação matemática

A ideia de ludicidade nos remete ao campo das brincadeiras, do jogo, da recreação. Assim, podemos inferir que as atividades lúdicas são aquelas que promovem o divertimento e o entretenimento das pessoas envolvidas; está relacionada ao brincar. Para Kishimoto (2011, p. 140), a "conduta lúdica oferece oportunidades para experimentar comportamentos que, em situações normais, jamais seriam tentados" [...], como gritar, pular na sala de aula em comemoração por ter sido vencedor; tentar não seguir uma regra do jogo; fazer uma encenação com um(a) colega com o(a) qual não se tem muita empatia; ter animais que falam e têm sentimentos, entre outros comportamentos.

É importante destacar que as atividades lúdicas não estão ligadas apenas à infância; elas sempre estiveram presentes na vida dos seres humanos de diferentes idades e em diversos formatos, tais como: música, dança, jogos e brincadeiras. De acordo com Alves (2001), na antiguidade, as atividades lúdicas ocupavam posição muito importante na sociedade, e, delas, participavam, ao mesmo tempo, crianças e adultos, favorecendo para que houvesse o estreitamento dos laços de união entre as pessoas. Entretanto, o lúdico foi perdendo espaço na sociedade, e, consequentemente, no ambiente escolar e nas atividades escolares, só retornando ao espaço da sala de aula "com o objetivo de ancorar ações didáticas que visam [...], à aquisição do conhecimento." (ALVES, 2001, p. 17).

De acordo com Grando (2000), a atividade lúdica pode ser compreendida como aquela cujo objetivo seja o prazer que a própria atividade oferece: ouvir uma música que agrade, cantarolar, dançar, desenhar ou brincar com nosso animal de estimação – enfim, algo que dê certo prazer e alegria.

Segundo Dohme (2008, p. 18), na escola "as manifestações do lúdico podem ocorrer através dos seguintes tipos de atividades: jogos; histórias; dramatizações; músicas, danças e canções; artes plásticas". A realização de um trabalho envolvendo atividades lúdicas pode propiciar o desenvolvimento de competências: físicas e motoras (destreza e força); intelectuais (raciocínio e saber expressar-se); emocionais (autoconfiança e senso crítico) e éticos (cooperação e respeito às regras). Ainda, segundo a autora, algumas competências são comuns a todas essas atividades:

> - Participação do aluno no processo de ensino-aprendizagem.
> - Diversidade de objetivos permitindo o atendimento de uma ampla gama de características individuais e desenvolvimento de habilidades em diversas áreas.
> - Exercício do aprender fazendo.
> - Aumento da motivação em particular. (p. 111).

No entanto, de acordo com Dohme (2008), para cada uma das atividades lúdicas mencionadas, existem habilidades e atitudes específicas que poderão ser desenvolvidas com base na realização dessas atividades. Assim, a realização de atividades lúdicas pode:

> [...] colocar o aluno em diversas situações, onde ele pesquisa e experimenta, fazendo com que ele conheça suas habilidades e limitações, que exercite o diálogo, a liderança seja solicitada ao exercício dos valores éticos e muitos outros desafios que permitirão vivências capazes de construir conhecimentos e atitudes. Quais, como e quando usar estes instrumentos lúdicos é tarefa do professor, que determinará os objetivos e o planejamento de como irá alcançá-los. (DOHME, 2008, p.113).

Ou seja, com a realização de atividades lúdicas na sala de aula, os estudantes deixam de ser meros assimiladores e acumuladores dos conhecimentos transmitidos pelo professor e passam a construir e compartilhar esses conhecimentos e saberes de forma que se tornem comum a todos, em um "processo dinâmico, fluindo em ambas direções"; [...] (PINTO, 1998, p. 24).

2.2 Histórias infantis

As histórias conseguem reportar o leitor ou o ouvinte para uma realidade diferente da que ele vivencia. Essa mudança mental de contexto permite, ao leitor ou ouvinte, ampliar sua vivência, agregando, a ela, novas informações, conhecimentos, sensações e emoções. Ademais, de acordo com Dohme (2008), trabalhar com histórias pode propiciar o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da estabilidade emocional e do raciocínio.

Citando Dalcin (2002) e Coelho (1991), Souza (2008) amplia a ideia sobre a importância da imaginação proporcionada pelos textos literários. Segundo a autora:

> Para a primeira, a imaginação possibilita ao ser humano vivenciar experiências que não poderiam ser vividas por completo na realidade, permitindo a "superação de limites" (2002, p. 60). Corroborando essa perspectiva, Coelho assinala que o desenvolvimento da imaginação é importante porque possibilita que o sujeito se identifique, bem como auxilia na resolução de conflitos e a enfrentar momentos e situações difíceis. (SOUZA, p. 46).

Complementando a ideia das autoras, Souza (2008) conclui que:

> [...] desenvolver um ensino que aborde literatura e matemática é uma alternativa metodológica repleta de possibilidades. Contribui para a formação de alunos leitores que se apropriam da leitura enquanto prática social, capazes de utilizar os elementos necessários para que possam compreender um texto, e por meio dessa compreensão eles podem refletir e compartilhar sobre a realidade em que vivem e conhecer a si mesmos e os outros. Contribui ainda na formação de alunos conhecedores da linguagem, conceitos e idéias matemáticas e que sabem utilizar diferentes estratégias para resolver problemas, elaborando e testando hipóteses, e relacionar suas experiências ao saber matemático. (p. 56).

No ambiente escolar, é possível que as atividades de leitura e contação de histórias sejam realizadas também com a finalidade de integrar conteúdos disciplinares; dar existência a novos contextos; promover "conflitos cognitivos" e possibilitar questionamentos ao longo da leitura do texto. Nesse caso, o objetivo se torna o de propiciar a construção de um determinado conhecimento. Dessa forma, a história poderá criar um "contexto como quadro ou entorno estruturado" (KOCH, 2003, p. 27), que sejam comuns a todos os leitores e/ou ouvintes, as ideias trabalhadas no texto, sem, no entanto, deixar de lado as emoções e sensações que são vivências particulares de cada sujeito.

Consideramos, também, importante a aproximação entre o ensino de matemática e de língua materna, em especial com as histórias infantis, pois entendemos que essa conexão:

> [...] poderia ser um modo desafiante e lúdico para as crianças pensarem sobre algumas noções matemáticas e poderia servir de complemento para o material tradicionalmente utilizado nas aulas: a lousa, o giz e o livro didático. (SMOLE; CÂNDIDO; STANCANELLI 1997, p. 12).

Dessa forma, o trabalho com as histórias infantis integradas às aulas de matemática pode representar uma mudança significativa, pois, segundo a autora (ibid., p. 12), “as crianças não aprenderiam primeiro a matemática para depois aplicar na história, mas explorariam a matemática e a história ao mesmo tempo.”

Referindo-se a Whitin e Gary (1994), Souza (2008) acrescenta que o trabalho que busca integrar as histórias infantis e os conteúdos matemáticos

> [...] auxilia os alunos em uma melhor compreensão dos mesmos, tendo em vista que por meio dela [história infantil] eles podem relacionar seus próprios interesses e experiências vividas à matemática e, conseqüentemente, entendê-la não como uma linguagem formal distante, mas como uma maneira de pensar sobre a e na realidade em que vivem. (p.53).

A autora acrescenta, ainda, que, de acordo com Gailey (1993),

> [...] um trabalho que desenvolve a conexão dos livros infantis com a matemática permite que o aluno fale sobre o conteúdo matemático que é ensinado. Além disso, esse trabalho enriquece a aprendizagem do aluno, uma vez que, ao escutar, ler, escrever e falar sobre idéias e conceitos matemáticos que perpassam uma história infantil, ele está desenvolvendo tanto as habilidades da língua materna quanto as matemáticas. (SOUZA, p. 53).

Em outras palavras, trabalhar, concomitantemente, com as histórias infantis e os conteúdos matemáticos favorece para que deixe de existir a ruptura entre as áreas de conhecimento, pois a aprendizagem acontece, ao mesmo tempo, em um movimento circular. Aprende-se matemática ao explorar a história, e explora-se a história ao realizar indagações matemáticas sobre o texto.

Para Souza (2008, p. 46), no trabalho com as histórias infantis, o leitor ou ouvinte tem a possibilidade de preencher “com seus conhecimentos e experiências as lacunas desse mundo de ficção”. Ainda, segundo a autora (ibid., p. 46), é [...] “justamente por causa desse elemento imaginário que ocasiona o não-delineamento total do mundo criado, haverá muito mais informações na história do que em um não literário”. Ou seja, durante a leitura ou a audição de uma história infantil, o leitor ou o ouvinte é exposto a situações que podem provocar um movimento de ir e vir entre o mundo imaginário e o real na busca de compreensão ou novas experiências que geram outras percepções, experiências e conhecimentos. É com esse processo que a história pode contribuir para que as pessoas aprendam e façam matemática.

Entretanto, nessa perspectiva de abordagem, não é suficiente que o(a) professor(a) leia, conte histórias ou incentive os estudantes a ler as histórias infantis; é preciso, segundo Smole (2000), que o professor(a) possa criar:

> [...] situações na sala de aula que encorajem os alunos a compreenderem e se familiarizarem mais com a linguagem matemática, estabelecendo ligações cognitivas entre a linguagem materna, conceitos da vida real e linguagem matemática formal, dando oportunidades para eles escreverem e falarem sobre o vocabulário matemático, além de desenvolverem habilidades de formulação e resolução de problemas, enquanto desenvolvem noções e conceitos matemáticos. (p. 69)

A autora (ibid.) explica, ainda, que a literatura infantil, quando abordada de forma desafiadora, pode contribuir, no trabalho, com a resolução de problemas, uma vez que estimula o leitor ou ouvinte a participar, a emitir opiniões e, ao mesmo tempo, o incentiva a usar de diversas habilidades de pensamento, como classificação, ordenação, levantamento de hipóteses, interpretação e formulação de problemas.

Segundo Souza (2008), Welchman-Tischer (1992) propõe que se trabalhe com histórias infantis e matemática porque essa conexão:

> [...] propicia o desenvolvimento de atividades que "preparam" o aluno para compreender um conceito ou desenvolver habilidades matemáticas. Trata-se de atividades que introduzem o aluno nas primeiras noções dos conteúdos matemáticos utilizando materiais manipulativos e atividades exploratórias, sem se prender à terminologia e ao simbolismo formal dos conteúdos, aspectos que serão abordados em outros momentos da vida escolar do aluno. (p.51 e 52).

Nessa perspectiva, Souza (2008) indica, ainda, que “após os alunos aprenderem de modo não formal conceitos ou habilidades matemáticas, estes devem ser formalizados e analisados.” (p. 53). Em outras palavras, é preciso ora destacar aspectos da linguagem, arte ou outro conhecimento disciplinar que a história desperta, ora destacar os conteúdos de matemática, sistematizando-os.

Ou seja, a autora nos orienta no sentido de que as histórias infantis preparam os estudantes para trabalharem com novas ideias e conceitos; no entanto, essas ideias e conceitos precisam ser formalizados posteriormente, ou seja, é preciso realizar ações que organizem para/com o estudante aquilo que é o objeto de conhecimento da Matemática naquele contexto.

A possibilidade de integração das diferentes áreas do conhecimento é outro fator que nos incentiva a apresentar as histórias infantis para além das aulas de língua materna. A integração que elas propiciam pode favorecer para que sejam percebidas as possíveis relações entre os diversos conteúdos disciplinares, proporcionando, também, a diminuição da compartimentação e do isolamento das disciplinas escolares. Para Souza (2008):

> A partir de um ensino que conecte a literatura infantil com a matemática, o aluno poderá ter outra visão do conhecimento além da tradicional separação

> das disciplinas, pois essa conexão permite a reflexão e/ou diálogo sobre os elementos, aspectos, idéias, conceitos matemáticos e outras áreas do conhecimento, bem como sobre as diferentes visões de mundo presentes na literatura. Ler é uma atividade que possibilita ao leitor entrar em contato com a realidade, relacionando-se com o mundo, encontrar informações e aumentar os seus conhecimentos. (p. 45).

No entanto, Welchman-Tischer (1992), citado por Souza (2008), alerta-nos sobre o equívoco de levar as histórias infantis apenas como recurso pedagógico para subsidiar e/ou desenvolver um conteúdo didático. Segundo a autora,

> [...] a história não pode ser renegada a um simples contexto para desenvolver conceitos e habilidades matemáticas, afinal, uma história possui características e elementos próprios que possibilitam a realização de um trabalho riquíssimo no qual se relacionam literatura e matemática. Trabalhar literatura infantil e conteúdos matemáticos não significa abordar somente livros paradidáticos da área de matemática, mas também de outras áreas, bem como histórias de contos de fada, fábulas, entre outros. (p. 49).

Souza (2008) acrescenta que trabalhar com histórias infantis nas aulas de matemática pode

> [...] resultar em um processo de ensino e de aprendizagem extremamente rico e dinâmico, contribuindo para a formação de bons conhecedores dos conceitos matemáticos e de leitores fluentes que compreendam efetivamente o que lêem sem se limitar à decodificação do código lingüístico (p. 49).

Ou seja, as histórias infantis não devem ser levadas para a sala de aula no sentido utilitário, apenas com objetivos de contextualização de um determinado assunto, matemático ou de outra disciplina. O propósito é múltiplo: tocar/despertar a sensibilidade dos nossos alunos; colaborar para sua formação integral; propiciar momentos de emoção, afetividade, criação, imaginação e o surgimento de situações de discussão que poderão auxiliar na construção de diversos conhecimentos pelo estudante e, consequentemente, favorecendo para que sua aprendizagem possa ser mais humanizada e satisfatória, no sentido de ampliar as habilidades e práticas de leitura e escrita nas diversas áreas do conhecimento.

2.3 Jogos de regras

Definir o que sejam os jogos não é tarefa fácil. Grando (1995) afirma ser um desafio a caracterização do jogo, pois a criação de uma definição para o termo poderia provocar uma restrição muito rígida do próprio conceito.

Para a construção deste texto, adotaremos a perspectiva de jogo proposta por Huizunga (2000 apud Dohme, 2008, p. 16), em que o jogo é

> [...] uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da "vida quotidiana." (p. 16).

Smole, Diniz e Milani (2007) situam os entendimentos sobre o jogo no contexto escolar:

> - O jogo deve ser para dois ou mais jogadores, sendo, portanto, uma atividade que os alunos realizam juntos;
> - O jogo deverá ter um objetivo a ser alcançado pelos participantes, ou seja, ao final haverá um vencedor;
> - O jogo deverá permitir que os alunos assumam papéis interdependentes, opostos e cooperativos, isto é, jogadores devem perceber a importância de cada um na realização dos objetivos do jogo, na execução das jogadas, e observar que um jogo não se realiza a menos que cada jogador concorde com as regras estabelecidas e coopere, seguindo-as e aceitando suas consequências;
> - O jogo precisa ter regras preestabelecidas que não podem ser modificadas no decorrer de uma jogada, isto é, cada jogador deve perceber que as regras são um contrato aceito pelo grupo e que sua violação representa uma falta (...) (SMOLE, DINIZ e MILANI, 2007, p. 11 e 12).

Ao mesmo tempo que o jogo é visto como uma atividade lúdica, é possível observar, nele, uma dimensão educativa, pois, ao jogar, surgem inquietações que, quando solucionadas, podem promover o desenvolvimento cognitivo e emocional dos sujeitos. De acordo com Brenelli (2012),

> O interesse que a criança tem pelos jogos faz com que prazerosamente ela aplique sua inteligência e seu raciocínio no sentido de obter êxito. Assim sendo, ao jogar, o sujeito realiza uma tarefa, produz resultados, aprende a pensar num contexto em que enfrentar os desafios e tentar resolvê-los são imposições que ele faz a si próprio (p. 171).

Além dessas considerações, Grando (2000) afirma que diversas posturas, atitudes e emoções almejadas na aquisição do conhecimento escolar são manifestadas pelos estudantes/sujeitos enquanto jogam. Segundo a autora, espera-se deles: participação, envolvimento na atividade de ensino, concentração, atenção, a elaboração de hipóteses “sobre o que interage, que estabeleça soluções alternativas e variadas, que se organize segundo algumas normas e regras e, finalmente, que saiba comunicar o que pensa, as estratégias de solução de seus problemas.” (p.17). Isto é, a participação em jogos pode auxiliar a desenvolver atitudes e habilidades escolares.

As atividades com jogos também podem propiciar uma atitude mais reflexiva do estudante/jogador em relação ao erro, pois leva à busca de estratégias. De acordo com Aveiro (2015),

> [...] o jogo é uma atividade séria que não tem consequências frustrantes para quem joga, no sentido de ver o erro como algo definitivo ou insuperável. Isso porque os erros são revistos de forma natural na ação das jogadas, e, ao invés de deixar marcas negativas, propiciam ao aluno/jogador a oportunidade de fazer novas tentativas, estimulando, assim, a sua capacidade de fazer previsões e de checar se suas hipóteses se confirmam ou não. Além disso, a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente que o jogo exige do aluno propicia a aquisição de novas ideias e novos conhecimentos. (p. 32).

Em outras palavras, mediante uma ação/jogada equivocada, o estudante/jogador poderá usá-la como um “trampolim para a aprendizagem[11]”, ou seja, terá a oportunidade de repensá-la, criar e testar novas estratégias, além de discutir e conhecer diferentes formas de pensar para alcançar o mesmo objetivo. Essas ações poderão favorecer o processo de pensar e construir conhecimentos.

Entretanto, apenas participar de um jogo não garante a aprendizagem do estudante em relação ao que se deseja que ele aprenda. O professor precisa planejar e propor atividades – reais ou hipotéticas – baseadas no jogo ou em situações que surgiram durante a sua realização. Grando (2000, p.3) denomina essas atividades de “intervenção pedagógica”; elas precisam provocar o surgimento de reflexões capazes de favorecer e proporcionar a aprendizagem, pois o prazer e a motivação promovidos pelo jogo apenas “iniciam o processo de construção do conhecimento, que deve prosseguir com sua sistematização, sem a qual não se pode adquirir conceitos significativos” (KISHIMOTO, 2011, p. 144).

Nas atividades com os jogos, a participação dos estudantes deve ser sempre ativa, seja durante ou após a sua realização. As discussões promovidas e mediadas pelo professor podem proporcionar a troca de ideias entre eles, que analisem diversas ideias, construam conhecimento pessoal e coletivo, além de possibilitar o desenvolvimento de competências de pensamento.

Assim, estudantes e professores, na situação de trabalho coletivo após o jogo, teriam a oportunidade de ser construtores de um conhecimento mais amplo e significativo, pois têm a chance e o direito de explicitar sua opinião e/ou hipótese, ouvir a dos demais, concordar ou discordar dela, confrontar diferentes pontos de vista, justificar, negociar, compreender, reformular até chegar a uma construção coletiva.

[11] Expressão usada por Borasi (1985), citada por Cury (2007, p. 13 e 37).

Construção essa que pode sofrer alterações após avaliação do grupo ou baseada em uma necessidade de adequação.

Dessa forma, podemos afirmar que as atividades com jogos também possibilitam oportunizar o exercício de socialização dos estudantes, pois, segundo Aveiro (2015), “fica claro que, na discussão com seus pares, o aluno pode desenvolver o seu potencial de participação, cooperação, respeito mútuo e crítica.” (p. 32).

Ou seja, a participação em jogos pode promover tanto o desenvolvimento cognitivo – com base nas discussões, experimentações e informações; emocional – por meio da vivência de ganhar e perder; de atitudes – respeitando as regras, ouvindo o outro, aguardando sua vez de falar; como a de valores – jogando com honestidade, solidariedade e colaboração.

Enfim, propomos encaminhar tanto as histórias infantis quanto os jogos de regras para as aulas de matemática, com o objetivo de concretizar o desafio de

> [...] tocar nossos jovens alunos, trabalhando com eles propostas e atividades que os interesse, que colaborem com a sua formação integral, que os implique e os envolva com a aula, com a escola, com os processos de construção do conhecimento, cumprindo com as nossas responsabilidades profissionais, que são humanas e sociais; compromisso esse nem sempre fácil de ser renovado. (TEIXEIRA, 2012, p.35).

Ou seja, ao sugerir que as histórias infantis e os jogos de regras também façam parte das aulas de matemática, desejamos proporcionar situações em que o processo de pensar e construir conhecimento seja o mais próximo das características da infância, promovendo um trabalho que possa articular e integrar diferentes áreas do conhecimento, favorecer o desenvolvimento de um ensino que tenha significado para os estudantes e promover a cooperação com um objetivo comum: a aprendizagem de todos.

Realizaremos no próximo capítulo alguns apontamentos em relação aos Números Reacionais.

3 ALGUNS APONTAMENTOS SOBRE OS NÚMEROS RACIONAIS

Os números racionais surgiram devido à necessidade de os seres humanos realizarem medidas que remetiam a determinadas situações exigindo subdividir as partes inteiras em partes menores. As práticas de medida e de contagem se sucederam na vida social ao longo da história, de muitas maneiras, até que se organizaram os sistemas para a contagem e a medida.

De acordo com Centurión (1995), Guelli (1994) e Ifrah (1994), na história de nossa civilização, os seres humanos aprenderam a contar unidades e utilizaram diversos meios para quantificá-las. Recentemente, e, matematicamente, mencionando, identificamos os números "utilizados nos processos de contagem" (CENTURIÓN, 1995, p. 75) como Números Naturais.

Para as medições, contudo, os números naturais mostraram limitações porque nem sempre o número correspondia ao que se queria medir; isso levou a que se utilizasse, na vida cotidiana, múltiplos objetos, inclusive partes do próprio corpo para realizar medidas: o palmo, pé, dedo polegar, entre outras. Com o decorrer do tempo, a exemplo das situações de contagem, as medidas foram padronizadas para a maioria dos países, surgindo os números de medida, matematicamente, definidos como Números Racionais. Para efeito das trocas e organização social, os autores afirmam que a criação desses números proporcionou grandes avanços na vida social. Em organizações sociais localizadas, ainda se pode verificar outros processos de medida.

De acordo com o matemático Caraça (1998), medir consiste em "comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc." (p.29), mas isso não é o suficiente. É necessário que haja uma "unidade de medida da grandeza" (p.30), ou seja, para que pudesse haver comunicação, troca e compartilhamento social, foi preciso criar uma unidade de medida de comparação única para todas as grandezas de mesma espécie – como o centímetro para os comprimentos, o grama para os pesos, o litro para os volumes.

Além disso, é necessário que se exprima o número de vezes que a unidade escolhida se adequa naquilo que se pretende medir, ou seja, quantas vezes a medida conhecida é compatível com o se quer saber. Assim, ainda, segundo o autor, pode-se identificar, nas situações de medida, "três fases e três aspectos distintos: a escolha da unidade", considerando a praticidade, comodidade e economia; "a comparação com a unidade", ou seja, a comparação entre o que se sabe com o que se quer medir; "a expressão do resultado da comparação por um número." (p.30).

Entretanto, nas comparações realizadas em medidas, nem sempre são encontrados resultados inteiros, que podem ser expressos pelos números naturais. Quando isso acontece – encontrar uma medida que não representa o inteiro, podendo ser menor ou maior – é necessário utilizar procedimentos específicos. Matematicamente expressando, ao escolher um padrão de medida, ele deve conter subdivisões suficientes que possam ser utilizadas para precisar o que se quer medir. Desse modo, a representação das partes e subpartes para as medidas aparece caracterizada pelos Números Racionais.

Quando um(a) professor(a) mede, por exemplo, a altura dos estudantes de sua turma, em metros, usando a fita métrica, geralmente, encontra, como resultado da medida, uma parte inteira e uma parte menor que o inteiro, por exemplo: 1,27m (um metro e vinte e sete centímetros). O centímetro, nesse caso, corresponde a uma fração do metro, ou melhor, um centímetro corresponde a uma das cem partes em que o metro foi dividido.

Constatamos, na descrição acima, uma situação em que o inteiro metro (m) precisou ser "quebrado" e subdividido em centímetros (cm); ou seja, foi dividido em uma determinada quantidade de partes iguais (no caso do metro, em 100 centímetros). De acordo com Porto (1965), a palavra **fração** significa "parte quebrada" e, durante algum tempo, era possível encontrá-la significando "uma parte quebrada de algum inteiro sem a respectiva igualdade de tamanho destas partes" (p. 28), ou seja, a ideia de fração estava ligada ao número de partes e não havia a inclusão da ideia de igualdade entre as partes, o que foi, posteriormente, aprimorado.

Os números racionais são números utilizados para medir porque são capazes de representar partes do inteiro; são números que fracionam os números naturais tanto quanto for necessário; o formato dessas novas representações deveria ser diferente da forma como são representados os números naturais e, atualmente, podem ser expressos de três maneiras diferentes: fração, número decimal e porcentagem, que serão apresentadas a seguir.

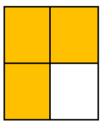
3.1 As ideias relacionadas aos números racionais

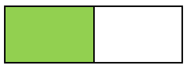
Segundo Guelli (1994), as frações surgiram cerca de 3000 anos a.C. e, de acordo com Antônio Bigode (2014), “elas representam uma quantidade ou medida que não pode ser expressa por um número inteiro.” (p.39).

Na representação fracionária, utilizamos dois números naturais “a” e “b” posicionados da seguinte forma $\frac{a}{b}$, sendo o número representado pela letra “a” chamado de numerador, e o número representado pela letra “b” chamado de denominador. O denominador de uma fração representa o número de partes em que o inteiro foi dividido, e o numerador, o número de partes destacadas ou que serão tomadas.

Quando uma fração tem o numerador menor que o denominador, por exemplo, $\frac{3}{4}$ “três quartos” e $\frac{1}{2}$ “um meio”, “essas frações são denominadas **frações próprias**, pois representam números compreendidos entre zero e um” (CENTURIÓN, 1995, p.228), ou seja, representam partes de uma unidade inteira.

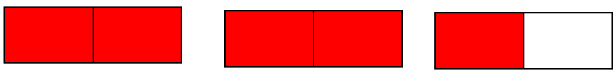
$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$

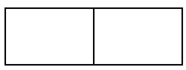




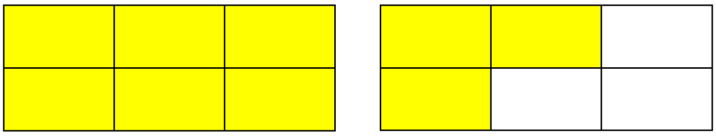
No entanto, quando o numerador de uma fração é maior que o denominador, como no caso de $\frac{5}{2}$ “cinco meios” e $\frac{9}{6}$ “nove sextos”, essas frações são denominadas **frações impróprias**, pois representam “mais do que uma unidade que foi dividida em partes iguais. As frações impróprias representam números maiores que um” (CENTURIÓN, 1995, p.228), ou seja, representam mais de uma unidade inteira dividida em partes iguais.

$\frac{5}{2}$



Nesse caso, a unidade considerada é o retângulo 

$\frac{9}{6}$

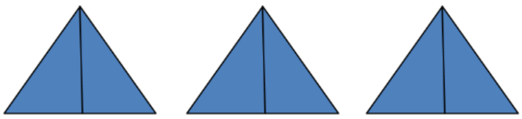


Nesse caso, a unidade considerada é o retângulo 

Existem ainda frações cujo numerador é igual ao denominador, como em $\frac{5}{5}$ "cinco quintos" ou representa um múltiplo do denominador, como em $\frac{6}{2}$ "seis meios". Nesses dois casos, o resultado da divisão do numerador pelo denominador será um número natural e "a fração representará uma ou várias unidades" (CENTURIÓN, 1995, p. 228). Essas frações são denominadas **frações aparentes**, "pois representam os números naturais" (CENTURIÓN, 1995, p.228).

$\frac{5}{5}$

$\frac{6}{2}$



Segundo Centurión (1995), quando o denominador de uma fração for 10 ou 100 ou 1000 ou outro múltiplo de dez, essa fração é denominada por fração decimal. Ainda, de acordo com a autora, "o fato de nosso sistema de numeração ser posicional e ter base dez permitiu que as frações fossem representadas na notação decimal, como números decimais." (p. 270). Ou seja, as frações decimais também podem ser representadas na forma de número decimal, isto é, "na representação dos números depois da vírgula." (IFRAH, 1994, p. 327).

Portanto, podemos afirmar, por exemplo, que as frações $\frac{4}{10}$ (quatro décimos) e $\frac{68}{100}$ (sessenta e oito centésimos) podem ser representadas como os números decimais 0,4 (quatro décimos) e 0,68 (sessenta e oito centésimos). A vírgula, no caso do nosso país, ou o ponto, no caso das calculadoras e de outros países, separa a parte inteira da parte decimal. Dessa forma, o número decimal 3,7 pode ser lido como três inteiros e sete décimos, e 5,86, como cinco inteiros e oitenta e seis centésimos. Assim, 3,7 representa três inteiros e sete partes de um inteiro dividido em 10 partes iguais. Também 5,86 representa cinco inteiros e oitenta e seis partes de um inteiro dividido em 100 partes iguais.

Vejamos alguns exemplos de situações em que os números racionais, na forma decimal, estão presentes na nossa vida.

Na figura 1, temos uma balança digital indicando a massa (peso) da pessoa – 44,2 kg (quarenta e quatro quilogramas e dois hectogramas) – que aparece registrada na notação decimal com apenas um dígito depois da vírgula; esse número também pode ser lido como quarenta e quatro inteiros e dois décimos. Podemos pensar, desse modo, que o hectograma é um décimo do quilograma, ou a décima parte do quilograma.

Figura 1 – Medida de massa registrada pela balança[12]

:

Na legenda da figura 2, vemos a imagem de divulgação da distância, em metros, dos saltos realizados por um atleta brasileiro. O número decimal que aparece na medida – 17,53m dezessete metros e cinquenta e três centímetros – tem dois dígitos após a vírgula e, também, pode ser lido como dezessete inteiros e cinquenta e três centésimos.

[12] Disponível em: https://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&tbm=isch&source =hp&biw=1821&bih876&ei=KLq8XLz1OKSv5OUPxoyM6A8&q=balan%C3%A7a+digital+de+banheiro &oq=balan%C3%A7a+digital&gs-l=img. 1.8.0l10.2010 .7589.. 14869... 0.0..0.1343. 6998.0j4j2j5-1j2j3 ......1....1..gws-wiz-img.....0.169rluDOb-Y#imgrc=9wBvY68X4uHUlM. Acesso em: 21 abr. 2019.

Figura 2 – A medida 17,53m corresponde ao total dos três saltos realizados pelo atleta Almir dos Santos[13]

Em maio, Almir fez o terceiro melhor salto do mundo na temporada 2018: 17,53m. Foto: Divulgação

Na figura 3, observamos o total de litros de combustível que um consumidor adquiriu com trinta reais: 9,378ℓ – nove litros e trezentos e setenta e oito mililitros. O número decimal que aparece na bomba de combustível tem três dígitos após a vírgula e, também, pode ser lido como nove inteiros e trezentos e setenta e oito milésimos.

Figura 3 – Imagem de uma bomba de combustível

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2019.

No entanto, apesar de o nosso sistema monetário trabalhar com centésimos, ou seja, dois dígitos depois da vírgula – pois um centavo equivale a um centésimo de um real –, constatamos, nos preços dos combustíveis, três algarismos depois da vírgula (Figura 4). De acordo com a Revista Autoesporte[14], isso se deve ao fato de que os combustíveis são comprados nas revendedoras, em metros cúbicos (m^3), e vendidos, ao consumidor final, em litros (ℓ). Ainda, segundo a revista, a

---

13 Disponível em: http://www.rededoesporte.gov.br/pt-br/noticias/almir-junior-transformou-paixao-platonica-em-feliz-casamento-com-o-salto-triplo. Acesso em: 21 abr. 2019.

14 Disponível em: https://revistaautoesporte.globo.com/Noticias/noticia/2018/04/entenda-por-que-o-preco-do-combustivel-tem-ate-quatro-digitos.html. Acesso em: 21 abr. 2019.

obrigatoriedade de usar os três dígitos das casas decimais evitaria que os revendedores arredondassem o preço por litro para cima, por exemplo, de R$2,999 – dois reais e novecentos e noventa nove milésimos – para R$3,00 – três reais –, causando prejuízo para o consumidor.

Figura 4 – Lista de preço de combustíveis

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2019.

Observamos uma grande utilização dos números decimais na representação de medidas e de quantias. Entretanto, quando é preciso fazer comparações ou indicar partes de uma totalidade, as porcentagens podem ser mais utilizadas. Podemos constatar esse fato observando as informações que recebemos atualmente; a maioria delas se apresenta na forma de porcentagem, pois são mais fáceis de serem compreendidas. É mais comum ouvir que 75% dos estudantes são frequentes, do que $\frac{3}{4}$ dos estudantes são frequentes.

Uma situação muito comum atualmente para quem precisa abastecer automóveis com etanol ou gasolina, é se informar da relação entre o preço do etanol e o preço da gasolina. Nesse caso, a porcentagem é a forma de representação ideal, pois, de acordo com a Revista Exame[15], a utilização do etanol como combustível só é vantajosa para o consumidor se o seu preço for até 70% (setenta por cento) do valor da gasolina. Na situação apresentada pela figura 5, verificamos que é mais vantajoso para o consumidor usar etanol.

[15] Disponível em: https://exame.abril.com.br/blog/etiqueta-financeira/gasolina-mais-cara-e-o-etanol-mais-barato/. Acesso em: 25 jul. 2019.

Figura 5 – Uso social da porcentagem

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2019.

As porcentagens são derivadas das frações com denominadores 100 e têm "sua origem na aritmética comercial dos séculos XV e XVI. Isso se deu por ser comum citar taxas de juros em centésimos" (CURTY, 2016, p. 20). O símbolo "%" é uma abreviatura da escrita por cento. Segundo Imenes e Lellis (2012 a),

> Nas porcentagens, o todo é indicado sempre por 100% (cem por cento). Por cento quer dizer "em cem". Assim, cem por cento significa "cem partes em cem", que é igual a 100 centésimos ou a $\frac{100}{100}$ ou, ainda a 1. (p.137).

Dessa forma, podemos relacionar "um meio" da totalidade, com a metade de cem por cento: 50% (cinquenta por cento); e "um quarto" da totalidade, com cem dividido por quatro ou como a metade de cinquenta: 25% (vinte e cinco por cento).

Tudo isso nos faz perceber como as diferentes formas de representação dos números racionais estão relacionadas, de modo que:

0,25 = $\frac{1}{4}$ = 25%

0,5 = $\frac{1}{2}$ = 50%

0,75= $\frac{3}{4}$ = 75%

1 = $\frac{10}{10}$ = 100%

Neste trabalho, sem prejuízo de utilização pela professora das três formas, iremos considerar o número na forma fracionária, direcionado para o ensino nos anos iniciais da escolarização, em que discutiremos metodologias interessantes de ensino para os estudantes.

3.2 A forma fracionária do número racional

Atualmente, a concepção de fração nos remete ao conceito de uma unidade (contínua ou descontínua[16]) dividida em partes iguais, e essas partes "receberão nomes especiais conforme o número de partes em que a unidade foi dividida" (DAVID e FONSECA, 1997, p. 59). De acordo com Behr et al. (1983), citados por David e Fonseca (1997, p. 55), "os números racionais estão relacionados a algumas ideias mais importantes e complexas dentre aquelas com as quais as crianças lidam no ensino fundamental".

Os números racionais na forma fracionária podem ser tratados e interpretados em sentidos diferentes, conforme o contexto em que são utilizados. Segundo Graça, Ponte e Guerreiro (2018, p. 176), é "a relação entre o numerador e o denominador" que irá definir o significado que é utilizado. De acordo com Moreira e Ferreira (2008), estudiosos que tratam do assunto divergem em relação ao número de interpretações ou subconstrutos que envolvem os números racionais. No entanto, de acordo com os referidos autores, "a literatura parece se estabilizar na consideração de cinco deles como principais: relação parte-todo, medida, razão, quociente indicado e operador." (p. 106).

David e Fonseca (1997) decidem pela seguinte organização das ideias: medida e parte-todo – como ideias que se complementam –, quociente, razão e operador. Considerando a organização dessas autoras, faremos um breve comentário sobre cada um desses sentidos que os números fracionários podem ter.

3.2.1 Ideias 1 e 2 – Fração como medida e parte-todo

De acordo com Graça, Ponte e Guerreiro (2018, p. 176), citando Behr et al. (1983), o "significado medida, [é] considerado por alguns autores uma reconceptualização do significado parte-todo" [...]. Em outras palavras, quando trabalhamos a ideia de comparação da parte com o todo, estamos, também, trabalhando a ideia de fração como medida. Tentaremos deixar isso mais explícito e compreensível no texto a seguir.

[16] Discutiremos sobre o conceito de inteiros contínuos e descontínuos na pág. 48.

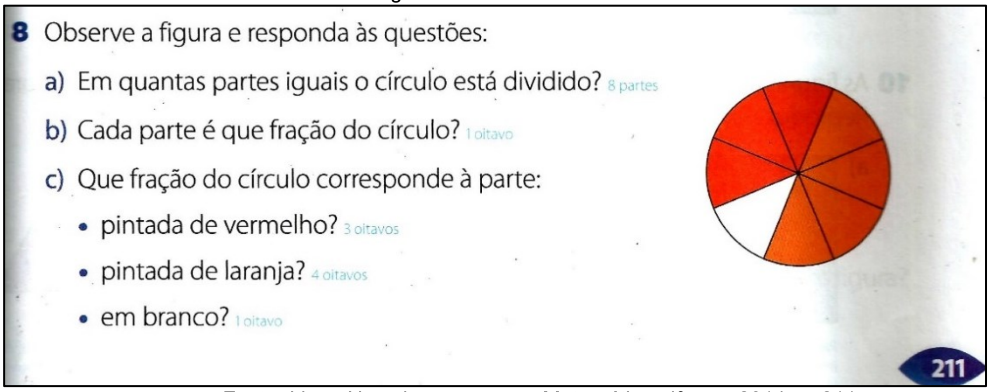
3.2.2 Parte-todo

Nesse sentido, a fração representa a relação entre a(s) parte(s) e o todo. Essa ideia refere-se à partição de certo objeto – “todo” ou “inteiro” – em um determinado número de partes iguais. Assim, uma fração indica a relação existente entre um número de partes iguais que foram “destacadas” (numerador) e o total de partes em que o todo ou o inteiro foi dividido (denominador).

Na escola, é possível identificar esse fato sempre que precisamos dividir algo em partes iguais; por exemplo, uma folha de papel colorido é dividida entre duas pessoas; cada uma receberá $\frac{1}{2}$ (um meio ou metade) da folha, ou seja, a folha foi dividida em duas partes e cada pessoa recebeu uma parte.

Nos livros didáticos, podemos encontrar a ideia parte-todo em atividades como as que se seguem:

Figura 6 - Atividade de livro didático



8 Observe a figura e responda às questões:

a) Em quantas partes iguais o círculo está dividido? 8 partes

b) Cada parte é que fração do círculo? 1 oitavo

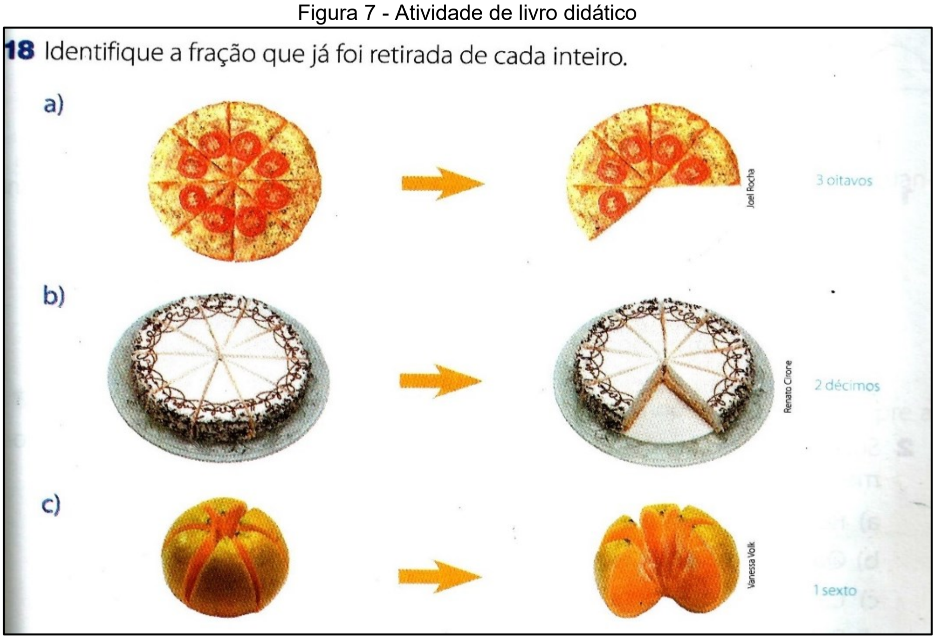
c) Que fração do círculo corresponde à parte:

- pintada de vermelho? 3 oitavos
- pintada de laranja? 4 oitavos
- em branco? 1 oitavo

211

Fonte: Livro: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p. 211.

Figura 7 - Atividade de livro didático



18 Identifique a fração que já foi retirada de cada inteiro.

a) 3 oitavos

b) 2 décimos

c) 1 sexto

Fonte: Livro: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p. 215.

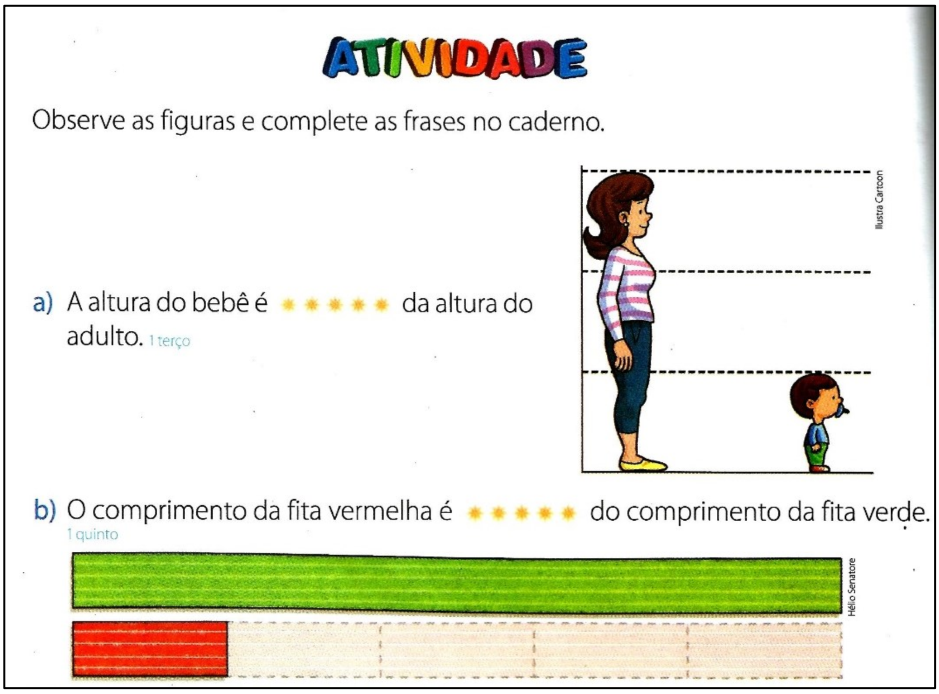
David e Fonseca (1997, p. 58) nos alertam no sentido de que “os modelos de comparação parte-todo (numa região geométrica, num conjunto discreto ou na reta numérica) estão associados a uma operação de medição”. Dessa forma, o número de partes em que o inteiro foi dividido funciona como “subunidades” do inteiro. Ou seja, ao dividirmos um inteiro em partes iguais, serão verificadas:

> [...] quantas dessas partes [*subunidades*] caberão naquilo que se quer medir. [...e] ficará assim definida a função dos termos da fração: o denominador indicará *qual a subunidade* do inteiro que se estará usando, e o numerador expressará a *medida* nessa subunidade (*quantas* vezes a subunidade cabe naquilo que se está medindo). (DAVID e FONSECA, 1997, p. 59).

Uma situação que pode exemplificar essa ideia na escola poderia ser: Em uma sala com 20 alunos, de quantas folhas inteiras seriam necessárias para distribuir meia folha a cada aluno? Serão necessários $\frac{20}{2}$, ou seja, vinte metades que equivalem a 10 folhas inteiras. Nessa situação, a metade da folha foi a medida para encontrar o total de folhas necessárias a serem distribuídas entre os 20 alunos.

Podemos constatar a ideia de medida nos livros didáticos em atividades como a que veremos a seguir:

Figura 8 - Atividade de livro didático



Fonte: – Livro: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p. 220.

3.2.3 Ideia 3 – Fração como Quociente

De acordo com David e Fonseca (1997, p. 61), o sentido de um número racional empregado como quociente também pode ser aquele em que uma “divisão surge como estratégia para resolver num problema com ideia de partilha.” [divisão]. Segundo Graça, Ponte e Guerreiro (2018), nessa ideia, “a fração representa uma operação de divisão de dois números inteiros.” (p. 176), ou seja, é a representação da divisão de um número natural por outro número natural.

Podemos identificar essa situação na escola quando, por exemplo, precisamos dividir uma folha colorida entre duas pessoas. Essa situação pode ser representada com a fração $\frac{1}{2}$ ou seja, uma folha dividida para duas pessoas. Portanto, há a divisão do INTEIRO por um NÚMERO DE PARTES (INTEIRO:NÚMERO DE PARTES) é igual a $\frac{INTEIRO}{NÚMERODEPARTES}$.

Essa fração é a resposta para a divisão, mas, segundo as autoras David e Fonseca, os alunos não conseguem percebê-la “como um número e, portanto, não podem aceitá-lo como resposta a uma operação” (1997, p. 61). Ou seja, os alunos conheceram os números pelos naturais e podem não perceber outros números, de modo que têm dificuldade para aceitar que uma divisão – no sentido de uma operação – possa ser um número e/ou a resposta para um problema.

Essa ideia – fração como quociente – pode ser identificada nos livros didáticos em atividades como a que veremos a seguir:

Figura 9 - Atividade de livro didático


5. O garçom dividiu igualmente uma pizza entre três clientes. Veja:

Cada cliente comeu $\frac{1}{3}$ da pizza.

Portanto: $1 : 3 = \frac{1}{3}$

Na mesa ao lado, outros quatro clientes pediram 3 pizzas de mesmo tamanho e as repartiram igualmente. Para fazer a repartição, começaram dividindo cada pizza em quartos, porque eram quatro pessoas. Que fração de pizza cada pessoa dessa mesa recebeu? Faça, no caderno, um desenho representando a situação e indique a operação matemática efetuada.

Fonte: Livro: Matemática: Imenes & Lellis, 8º ano, 2012 c, p. 31.

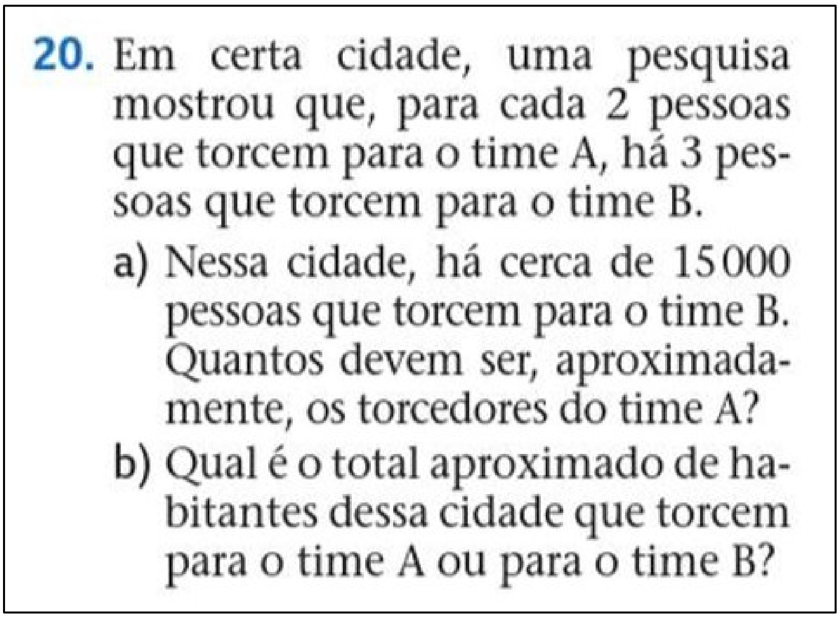
3.2.4 Ideia 4 – Fração como Razão

Para as autoras David e Fonseca (1997), uma fração pode assumir o significado de razão quando "expressa um índice comparativo" (p. 62), ou seja, quando podemos pensar na fração utilizando a expressão "tanto está para tanto".

Na escola, podemos identificar essa ideia com o seguinte exemplo: Numa turma com 30 alunos, 10 são meninas. Podemos dizer que há uma menina para cada dois meninos e representar essa ideia com a fração $\frac{1}{2}$, ou seja, o número de meninas e o número de meninos se relacionam na proporção de 1 para 2 ou a quantidade de meninas e a quantidade de meninos estão na razão 1 para 2.

Nos livros didáticos encontramos essa ideia – fração como razão – em atividades como a que veremos a seguir:

Figura 10 - Atividade de livro didático



20. Em certa cidade, uma pesquisa mostrou que, para cada 2 pessoas que torcem para o time A, há 3 pessoas que torcem para o time B.

a) Nessa cidade, há cerca de 15 000 pessoas que torcem para o time B. Quantos devem ser, aproximadamente, os torcedores do time A?

b) Qual é o total aproximado de habitantes dessa cidade que torcem para o time A ou para o time B?

Fonte: Livro: Matemática: Imenes & Lellis, 7º ano, 2012 b, p. 153.

3.2.5 Ideia 5 – Fração como Operador

Pensar em um número racional com a ideia de operador é entendê-lo como um agente transformador, ou seja, "ele representaria uma ação que deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo" (DAVID; FONSECA, 1997, p. 65).

Expressando de outra forma, para resolver uma situação e/ou um problema em que a fração é um operador, temos que utilizar as operações de divisão e/ou multiplicação. Isso acontece, segundo Bigode (2014, p. 41), quando é necessário "calcular quanto é determinada parte dentro de uma coleção de objetos".

Na escola, podemos verificar essa situação quando, por exemplo, recebemos a verba do PDDE[17]. De acordo com as informações fornecidas no site do programa,

> Os recursos do PDDE estão divididos nas categorias de custeio e capital. A parcela dos recursos do PDDE que pertence à categoria de custeio destina-se a cobrir despesas relacionadas à aquisição de material de consumo (materiais de expediente, limpeza, construção, etc.) e contratação de serviços (manutenção hidráulica, elétrica, jardinagem etc.). Já a parcela de capital deve ser empregada na aquisição de materiais permanentes (eletrodomésticos, computadores, mobiliário, etc.). https://www.fnde.gov.br/programas/pdde/sobre-o-plano-ou-programa/ sobre-recursos.

Ainda de acordo com as orientações do programa, as entidades educacionais devem informar, até uma data prevista, os **percentuais de recursos** “que desejarão receber em custeio e/ou capital no exercício subsequente ao da informação.”[18]. Digamos que a opção de uma determinada escola tem sido, nos últimos cinco anos, de 51% para despesas com capital. Como o valor da verba varia de ano para ano, de acordo com o número de alunos, os responsáveis pela instituição educacional deverão utilizar sempre o operador 51% ou 0,51 ou $\frac{51}{100}$ para identificar quanto poderão gastar com na aquisição de materiais permanentes.

Assim, suponhamos que uma escola recebeu do PDDE, no ano de 2017, o valor de R$3 000,00 e R$4 000,00 em 2018. Para encontrar o valor que poderia utilizar na aquisição de material permanente, teve que fazer os seguintes cálculos:

PARA O VALOR DE R$ 3 000,00	PARA O VALOR DE R$ 4 000,00
3 000,00 X 0,51= **R$ 1 530,00**	4 000,00 X 0,51= **2 040,00**

Na Escola Municipal Milton Campos, onde a pesquisa foi realizada, os alunos são envolvidos na decisão de quais materiais permanentes poderão ser adquiridos. Com a ajuda dos(as) professores(as), eles identificam e divulgam o que acham necessário – jogos, instrumentos musicais, ventiladores, datashow, entre outros;

---

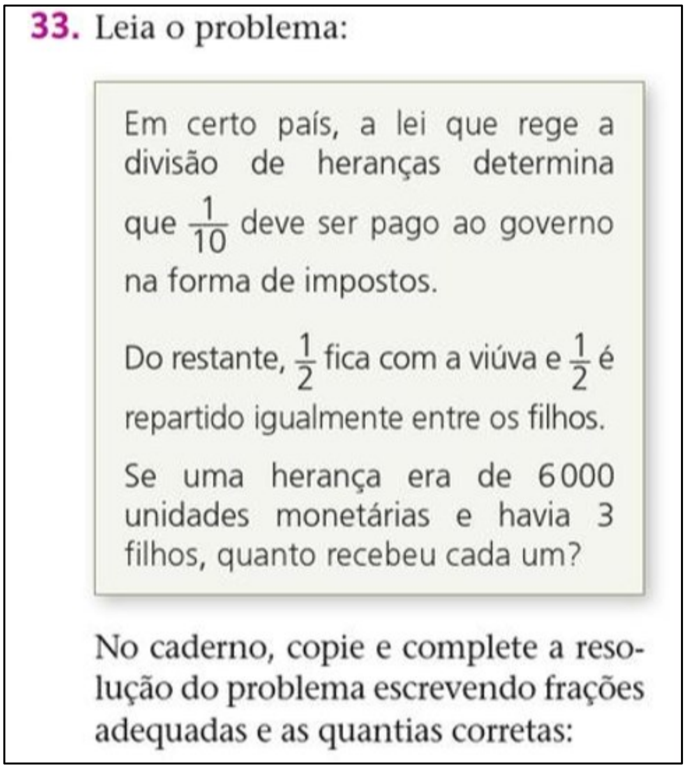
[17] Criado em 1995, o Programa Dinheiro Direto na Escola (PDDE) tem por finalidade prestar assistência financeira para as escolas, em caráter suplementar, a fim de contribuir para manutenção e melhoria da infraestrutura física e pedagógica, com consequente elevação do desempenho escolar. Também visa a fortalecer a participação social e a autogestão escolar. https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/pdde. Acesso em: 11 abr. 2019.

[18] https://www.fnde.gov.br/programas/pdde/sobre-o-plano-ou-programa/sobre-recursos. Acesso em: 11 abr. 2019.

posteriormente, a decisão é estabelecida por meio de votação, também realizada por eles. Após a votação, é elaborada uma lista com os itens na ordem dos mais votados para os menos votados, e a compra dos bens permanentes é realizada seguindo a ordem da lista até que a verba acabe.

Podemos constatar, nos livros didáticos, atividades como a que veremos a seguir, utilizando a ideia de fração como operador:

Figura 11 - Atividade de livro didático



33. Leia o problema:

Em certo país, a lei que rege a divisão de heranças determina que $\frac{1}{10}$ deve ser pago ao governo na forma de impostos.

Do restante, $\frac{1}{2}$ fica com a viúva e $\frac{1}{2}$ é repartido igualmente entre os filhos.

Se uma herança era de 6000 unidades monetárias e havia 3 filhos, quanto recebeu cada um?

No caderno, copie e complete a resolução do problema escrevendo frações adequadas e as quantias corretas:

Figura 11 – Livro: Matemática: Imenes & Lellis, 8º ano, 2012 c, p. 40.

3.3 Frações de grandezas contínuas e frações de grandezas discretas ou descontínuas

Em diversas situações matemáticas, vemos e/ou ouvimos as expressões “grandezas contínuas” e “grandezas discretas ou descontínuas” e, muitas vezes, não compreendemos a que se referem. Para ilustrá-las, vamos pensar em uma situação bastante comum em nossas escolas.

Uma professora propõe a realização de um trabalho em grupo e solicita que os 24 alunos presentes na turma se organizem em quatro grupos, com a mesma quantidade de pessoas em cada grupo. Posteriormente, ela retira do armário uma folha de papel kraft, em que os alunos deverão registrar o resultado do trabalho. Para que todos os grupos possam efetuar o registro, a professora dobra a folha para dividi-la em quatro partes iguais. Entretanto, um aluno chega atrasado. O que fazer com ele? A professora lança o problema para a turma e várias propostas são sugeridas, avaliadas e até mesmo votadas, e a proposta vencedora é reorganizar os alunos em cinco grupos, para que a regra inicial, de que “todos os grupos deveriam ter a mesma quantidade de pessoas”, seja respeitada. Decidido dessa forma, a professora modifica a dobra que fez no papel e o divide em cinco partes iguais.

Nessa situação que simulamos, aconteceram duas reorganizações: a dos alunos e a dobra no papel. A reorganização da turma foi necessária porque o aluno que chegou atrasado não poderia ser “dividido” em quatro partes iguais e, se ele fosse para um grupo, a regra inicial não poderia ser cumprida. Nesse caso, o inteiro “aluno” não pode ser dividido. Os inteiros que só podem ser contados um a um – pois, ao contrário, perdem suas características como é o caso dos alunos da turma – são considerados de **grandeza discreta ou descontínua**. No entanto, a dobra na folha de papel também foi refeita, mas esse fato não alterou as características do inteiro “folha de papel”; modificou apenas o tamanho das partes. A folha de papel é considerada um inteiro de **grandeza contínua**, porque pode ser dividida em qualquer número de partes (iguais ou não), mantendo suas características de uma folha de papel.

Como outros exemplos de grandezas discretas ou descontínuas, podemos citar: animais, bolinhas de gude, canetas, cadeiras, bolas, bonecas, figurinhas, pratos, roupas, entre outros.

Para exemplificar grandezas contínuas, podemos mencionar: alimentos de uma forma geral (bombons, barras de chocolate, pizzas, bolos, tortas, ovo cozido, doces em barra, entre outros), folhas de papel, placas de madeira, parede, entre outros.

Quando trabalhamos com frações de grandezas discretas ou descontínuas ou com frações de grandezas contínuas, precisamos estar atentos para o fato de ter que dividir o inteiro sempre em partes iguais, uma vez que iremos comparar para dividir, pois trata-se do assunto fração.

Em relação às frações de grandezas discretas ou descontínuas, também é importante destacar o fato de que

> Só podemos associar frações a grandezas discretas quando é possível dividir esta grandeza em subgrupos com o mesmo número de elementos, onde o

> número de subgrupos é igual ao denominador da fração a ele associada. Neste caso não devem sobrar elementos. (CENTURIÓN, 1995, p. 225).

Vejamos o exemplo a seguir:

Os 27 alunos de uma turma vão observar a germinação de sementes na horta da escola, mas como o espaço é pequeno, torna-se necessário dividir a turma em grupos. A situação-problema foi apresentada para os estudantes, que sugeriram dividir a turma em dois grupos: metade fosse até a horta antes do recreio e a outra metade fosse depois do recreio. Após separarem os grupos, foi constatado que sobrou um aluno e, depois de algumas discussões, os estudantes perceberam que os 27 alunos poderiam ser divididos em três grupos sem que houvesse sobra. Ficou decidido, então, que “um terço” dos alunos iria visitar a horta de cada vez.

Ou seja, o número de elementos que formam o inteiro de grandeza discreta ou descontínua deve ser divisível pelo número que está no denominador da fração, pois não podem sobrar elementos do inteiro.

Ainda segundo a autora, na situação de divisão de um inteiro de grandeza contínua, é possível ter as mais variadas frações desse inteiro. Entretanto, precisamos ter cuidado quando elaboramos exercícios envolvendo frações de grandezas contínuas, pois inteiros, como canetas, carrinhos, bonecas, moedas, notas de dinheiro, entre outros, não podem ser divididos em partes sem perder suas características.

Relataremos no próximo capítulo os procedimentos metodológicos que utilizamos para a realização da pesquisa de campo.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

4.1 Abordagem da pesquisa

A afirmativa de Morin (2014, p. 20) de que [...] “todas as ciências, incluindo físicas e biológicas, são sociais” reforça a declaração de Giraldo et al. (2017, apud Barbosa, 2017, p. 10) de que [...] “a produção de atividades matemáticas não pode ser dissociada do contexto social em que se dá.” Ou seja, consideramos a importância da matemática, na escola, relacionar-se com o cotidiano ou a temas/situações de interesse dos estudantes, de modo que possa ser mais inclusiva. O ensino que não estabelece relações com a vida social pode se transformar em instrumento de poder, exclusão escolar e, posteriormente, social. Para Miguel (2016),

> [...] o que temos secularmente chamado de “matemática escolar” não passa de um amontoado de conceitos, regras e expedientes totalmente dispensáveis para o esclarecimento acerca do modo como problemas são enfrentados e saberes são de fato produzidos, mobilizados e transformados em todos os campos extraescolares de atividade humana. (p. 350). No caso específico da educação matemática escolar, esse modelo colonizador de escolarização procurou sempre organizar os currículos escolares com base em uma lista de “conteúdos em si”: conceituais, genéricos, abstratos, desconectados das práticas culturais e campos extraescolares de atividade humana e que se reduzia àquilo que era considerado pela comunidade de matemáticos profissionais ou de professores de matemática do ensino superior [...]. (p. 351).

Com a realização desta pesquisa, buscamos colocar vida na matemática escolar, pensando em possibilidades de explorar o conteúdo sobre frações, de forma interessante e significativa em sala de aula, com base na situação produzida pela história infantil e pelo jogo, possibilitando o uso desse conhecimento de maneira competente e crítica dentro e fora da escola. Por isso, optamos por uma abordagem qualitativa no sentido exposto por Denzin e Lincoln (2006, p. 23):

> A palavra *qualitativa* implica uma ênfase sobre as qualidades das entidades e sobre os processos e os significados que são examinados ou medidos experimentalmente (se é que são medidos de alguma forma) em termos de quantidade, volume, intensidade ou frequência.

Também vale ressaltar que a relação do pesquisador com a pesquisa e, principalmente, com os sujeitos da pesquisa é vivenciada de forma bastante distinta da que é realizada em uma pesquisa quantitativa. A esse respeito, Denzin e Lincoln (ibid., p. 23) afirmam que:

> Os pesquisadores qualitativos ressaltam a natureza socialmente construída da realidade, a íntima relação entre o pesquisador e o que é estudado, e as limitações situacionais que influenciam a investigação. Esses pesquisadores

> enfatizam a natureza repleta de valores da investigação. Buscam soluções para as questões que realçam o *modo* como a experiência social é criada e adquire significado.

Nessa perspectiva, em uma pesquisa qualitativa, pesquisador e pesquisados, contexto e conhecimento modificam e são modificados no decorrer da pesquisa, em uma relação circular. Tendo isso em vista, realizamos, durante a pesquisa, diversas reflexões em relação às possibilidades de trabalho com frações. Quando apresentamos história infantil e o jogo de regras para as aulas de matemática, almejávamos propiciar que o conhecimento matemático fosse democrático e acessível a todos.

Por fim, abordaremos o que na pesquisa qualitativa é chamado de contexto natural. De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 16), em uma pesquisa qualitativa, as “questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objectivo de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural”. Contudo, entendemos que o “contexto natural” foi modificado com a simples presença da pesquisadora e, mais ainda, com as interferências que foram propostas no decorrer da pesquisa. São justamente essas modificações que nos interessam estudar, pois desejamos: analisar – se e – como a história infantil e o jogo, na sequência didática proposta por nós, podem contribuir para o ensino e a aprendizagem dos números racionais na forma fracionária; refletir sobre seu potencial de contextualização e de auxílio na construção de sentidos e raciocínios sobre frações, por parte dos alunos, com base nessas duas abordagens lúdicas recursos pedagógicos.

4.1.1 A pesquisa no campo

A pesquisa no campo foi realizada no período de 29 de outubro a 17 de dezembro de 2018, por meio do desenvolvimento de uma sequência didática criada tendo por base a exploração de uma história infantil, em três turmas do 4º ano, na Escola Municipal Milton Campos, localizada à Rua Jovino Rodrigues Pêgo, número 145, bairro Mantiqueira, na região de Venda Nova, em Belo Horizonte, Minas Gerais.

A escolha dessa Escola para a realização da pesquisa ocorreu pelo fato de a Professora Lu atuar nas três turmas, considerando pertinente o tratamento do assunto com os estudantes. Também, o fato de a Lu e a pesquisadora serem mestrandas da mesma linha de pesquisa, e com a mesma orientadora, facilitou a pesquisa. Essa convivência já estabelecida favoreceu um maior e melhor entrosamento para a realização das discussões a respeito da pesquisa e para a elaboração da sequência didática. Além disso, a Professora Lu considerou a atividade de pesquisa desenvolvida de grande valor formativo para a turma, favorecendo o seu próprio planejamento de ensino.

4.1.2 A Professora Lu

O contato com a Professora Lu aconteceu durante o primeiro semestre de 2018 – ano de nossa entrada no Mestrado Profissional Educação e Docência (Promestre) – quando cursávamos as disciplinas obrigatórias desse programa de mestrado, entre elas, Seminário de Pesquisa I[19], disciplina na qual discutíamos a questão de pesquisa de cada um, com os professores e colegas da linha de pesquisa.

Após algumas aulas, ela se interessou pelo assunto da pesquisa que eu pretendia realizar, e se dispôs a me receber como pesquisadora. Após algumas conversas com nossa orientadora e demais professores e professoras da linha de pesquisa, combinamos que as atividades da sequência didática seriam desenvolvidas nas três turmas nas quais ela atuava como professora de Matemática; assim, passamos a discutir e elaborar as atividades que seriam desenvolvidas. Posteriormente, decidimos que eu desenvolveria a sequência didática e que ela permaneceria na sala durante todo o tempo, como pesquisadora assistente, observando e registrando a realização das aulas. Entretanto, em alguns momentos que se fizeram necessários, a Professora Lu realizou alguma interferência nas discussões e auxiliou, corrigindo algumas atividades.

4.1.3 Caracterização da Escola

O espaço físico da Escola é muito grande – ocupa quase um quarteirão – e é pouco acidentado, fato que permitiu que as construções fossem realizadas em apenas dois níveis. A estrutura física do prédio é composta por 18 salas de aula organizadas em três blocos distintos; um bloco com as dependências administrativas – sala da direção, secretaria, sala da coordenação, sala de professores com banheiro, cantina, biblioteca e uma sala na qual estão os escaninhos e onde são guardados os mapas e

[19] Disciplina obrigatória do Mestrado Profissional da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

livros para serem utilizados/consultados pelos professores; duas quadras – uma coberta e uma descoberta; salas onde funcionam: o atendimento do AEE[20] (Atendimento Educacional Especializado), Escola Integrada[21] e mecanografia; horta; jardins entre um bloco e outro; um teatro de arena; rampas de acesso que facilitam a movimentação das pessoas

Em 2018, ano do trabalho de campo, a Instituição de Ensino atendia a 953 alunos do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, com faixa etária entre 6 e 15 anos. Funcionava em três turnos: no turno da manhã, estavam as turmas de 1º ao 5º ano; à tarde, funcionavam duas turmas de 5º ano e as turmas do 6º ao 9º ano; à noite, funcionavam as turmas de EJA (Educação de Jovens e adultos) com um total de 84 alunos. No período da manhã e da tarde, os estudantes que participavam do Projeto Escola Integrada permaneciam na Escola, realizando atividades. Nesse ano, a Escola Integrada oferecia as seguintes oficinas: Reforço em Língua Portuguesa e Matemática, Informática, Educomunicação, Música, Circo, Horta e jardinagem, Capoeira, Esporte e atletismo e Artesanato e teatro. Além disso, nos finais de semana, esse Estabelecimento de Ensino atendia a comunidade com o Programa Escola Aberta[22].

---

[20] O Atendimento Educacional Especializado (AEE) identifica, elabora e organiza recursos de acessibilidade para estudantes que têm alguma necessidade específica, criando oportunidades para que possam participar plenamente das atividades curriculares. As salas de AEE disponíveis na Rede Municipal de Educação são adaptadas e contam com recursos materiais e tecnológicos que desenvolvem as habilidades desses estudantes. Disponível em: https://prefeitura.pbh.gov.br/noticias/prefeitura-oferece-novas-salas-para-educacao-inclusiva-de-bh. Acesso em: 30 jan. 2019.

[21] O Programa Escola Integrada é um programa da Prefeitura de Belo Horizonte, que tem por objetivo contribuir para a melhoria da qualidade da educação, por meio da ampliação da jornada educativa dos estudantes, com ações de formação nas diferentes áreas do conhecimento. Com a participação das diferentes esferas governamentais, das escolas, de instituições de ensino superior e ONGs, o programa visa garantir nove horas diárias de atendimento educativo para os estudantes – quatro horas e meia no horário regular e quatro horas e meia no contraturno escolar – por meio de atividades de acompanhamento pedagógico, cultura, esportes, lazer e formação cidadã. Adaptado de: https://educacaointegral.org.br/wp-content/uploads/2015/06/ORIENTA%C3%87%C3%95ES - Programa- Escola-Integrada.pdf. Acesso em: 30 jan. 2019.

[22] O Programa Escola Aberta é um programa Governo Federal adotado pela Prefeitura Municipal de Belo Horizonte que promove a abertura das escolas municipais da cidade aos sábados e domingos oferecendo uma diversificada programação - oficinas de esportes, informática, artesanato, dança, música, entre outras, para os públicos de diferentes idades - durante todo o ano. Adaptado de: https://prefeitura.pbh.gov.br/educacao/escola-aberta. Acesso em: 30 jan. 2019

A Escola tinha dezesseis turmas de 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental no turno da manhã, três delas eram do 4º ano do Ensino Fundamental. Decidimos realizar a pesquisa com as três turmas a fim de que o trabalho da Professora Lu fosse o mesmo nas turmas e tivéssemos um universo maior para analisar a nossa proposta de ensino.

A organização dos(as) professores(as) na Escola era desempenhada de forma variada, de acordo com o ano de ensino. As turmas do 4º ano tinham, ao todo, quatro professores(as): um docente para cada uma das disciplinas ou grupos de disciplinas a seguir: Língua Portuguesa e Literatura; Matemática; Ciências e Arte; Geografia, História e Educação Física.

As aulas eram organizadas em módulos de duas horas (120 minutos) e, apenas, nas quintas-feiras, as aulas eram desenvolvidas em módulos de uma hora (60 minutos).

Além disso, as Turmas A e B tiveram, de agosto a novembro, uma organização diferenciada nas segundas e quartas-feiras: era a enturmação flexível. Nessa forma de organização, os estudantes eram agrupados de acordo com sua necessidade em relação ao estágio/momento no qual se encontravam no processo de leitura/escrita. As duas turmas eram organizadas em três grupos distintos com o Professor de Língua Portuguesa, a Professora Lu e o Coordenador do 4º e 5º anos. Nos dois primeiros horários, o Professor de Língua Portuguesa e o Coordenador trabalhavam com Língua Portuguesa com dois grupos, e a Professora Lu ministrava as aulas de Matemática para o terceiro grupo. Após o recreio, a Professora Lu e o Coordenador ministravam aula de Matemática para os grupos que tinham trabalhado com Língua Portuguesa.

No entanto, durante o período em que a pesquisa foi realizada, a organização foi modificada; como eram poucos estudantes da Turma A que saíam para participar da atividade de enturmação flexível, também participavam da aula de Matemática com os alunos da Turma B, e o Coordenador trabalhava apenas com as atividades de Língua Portuguesa juntamente com o Professor regente dessa disciplina. Dessa forma, não houve prejuízo para os alunos que saíam nem para as nossas observações, pois os 22 alunos autorizados a participar da pesquisa permaneciam na sala.

4.2 Sequência didática

A sequência didática proposta para a realização da pesquisa foi desenvolvida com base na exploração matemática do livro *O pirulito do pato*, de Nílson José Machado[23]. O texto conta a história de dois irmãos que ganham um pirulito de sua mãe e que deve ser dividido, igualmente, entre eles; antes que ele seja dividido, chega um amigo e o pirulito é, então, dividido em três partes iguais. Após a divisão da iguaria, chega um quarto patinho, que, para não ficar sem a guloseima, recebe a metade do "um terço" do pirulito recebido por um dos patinhos. Como se pode perceber, a história envolve uma situação próxima ao universo de preocupação de uma criança – dividir um doce –, possibilita abordar o tema proposto e, ao mesmo tempo, explora o universo fantasioso, em que patos falam e chupam pirulito.

A escolha do livro ocorreu por diversos motivos, entre eles:

- Por trazer uma situação que, possivelmente, já foi vivenciada pela maioria dos estudantes dessa faixa etária: a de precisar dividir algum alimento.
- A possibilidade de cada estudante reconhecer-se em um dos personagens da história, pois eles demonstram sentimentos e/ou desejos com os quais os estudantes podem se identificar. Podem ser sentimentos/desejos momentâneos – por exemplo, o desejo de ficar com o doce só para si – e/ou de personalidade – ser desprendido; gostar de dividir.
- A possibilidade de os estudantes representarem a história estando na "situação" de um personagem, vivenciando, dessa forma, as diversas emoções e sentimentos.

Enfim, a escolha dessa história se deu pelo fato de ela abordar uma situação que, possivelmente, faz parte da experiência de vida que os estudantes trazem para o ambiente escolar, além de propiciar momentos de fantasia, imaginação, emoção e aprendizagem.

[23] Professor de matemática em cursos de graduação e pós-graduação. Publicou diversos livros, fruto de seu trabalho acadêmico e outros paradidáticos, voltados para crianças a partir de cinco anos. Adaptado de: http://www.nilsonjosemachado.net/sobre/. Acesso em: 14 jun. 2018.

4.3 Contexto e instrumentos de coleta de informações da pesquisa

Para o desenvolvimento da sequência didática, realizamos doze encontros com cada uma das turmas, onze dos quais de duas horas cada, e um encontro de uma hora. A realização das atividades demandou um tempo superior ao previsto, pois decidimos possibilitar uma melhor exploração dos conceitos apresentados na história e das discussões propiciadas pelas atividades propostas. Acreditamos que esse fato não tenha interferido negativamente na aprendizagem dos estudantes e no resultado da pesquisa, já que as propostas que deixaram de ser realizadas são os jogos adaptados/escolhidos para explorar especificamente as ideias de comparação e a equivalência de frações e suas respectivas atividades de exploração. No entanto, a noção desses dois assuntos foi trabalhada em outras atividades da sequência didática. Importante também observar que um planejamento sofre modificações quando direcionado à prática, pois situações novas e inesperadas ocorrem, além da necessidade de se adequar às demandas do grupo.

As aulas tiveram situações e momentos diferenciados: leitura de história, representação artística de trechos do texto, registro no caderno, dinâmica de jogos, discussões em grupo e coletivas, entre outras. A organização da turma foi elaborada de acordo com a necessidade da atividade a ser realizada a cada momento – roda, pequenos grupos, duplas – e das discussões com a Professora.

Planejamos que, posteriormente, seja realizada uma apresentação dos resultados obtidos com a pesquisa para a Direção, Coordenação e Professores da Escola.

Os registros da pesquisa foram realizados utilizando-se: 1) anotação em dois diários de campo – um concluído pela Professora Lu e outro, pela Pesquisadora – contendo as observações, impressões, conversas, descrições de fatos e situações que aconteceram durante o desenvolvimento da sequência didática. 2) ao final de cada aula, a Professora Lu e eu conversávamos sobre nossas impressões a respeito da aula, do envolvimento dos alunos e a necessidade ou não de mudanças nas atividades da sequência didática como foram planejadas, tendo as sínteses dessas conversas registradas sempre que necessário. 3) foram feitas cópias das atividades da sequência didática realizadas em folha avulsa pelos estudantes; todavia, deixamos de recolher as três primeiras folhas, por se tratar de material de consulta para eles. 4) fotografamos alguns mosaicos e algumas embalagens do “Jogo da Memória das

Frações”. Esses itens foram confeccionados por eles durante as aulas de Matemática sobre as frações.

O material coletado/produzido – diários de campo e atividades dos estudantes – é a base utilizada para as reflexões desta pesquisa.

Enfim, nossa pesquisa pretende contribuir para fundamentar, de forma teórica e prática, o trabalho da professora, buscando fazer da escola um espaço de produção de conhecimento matemático por meio da mobilização de práticas matemáticas e, se possível, promover a melhoria da aprendizagem dos estudantes.

4.4 Desenvolvimento da proposta de ensino

A sequência foi desenvolvida nas três turmas com as quais a professora Lu trabalhava e foram denominadas por Turma A, B e C. As aulas transcorreram de forma muito parecida nas turmas, com pequenas diferenciações. Registramos os dados das três turmas, entretanto, para a apresentação do desenvolvimento da proposta de ensino, tomaremos, como base, a Turma A, por encontrarmos nessa turma alunos em níveis mais diversificados de aprendizagem; ainda assim, sempre que houver algo de destaque nas turmas B e C, será relatado.

Apesar de haver ritmos e aprendizagens diferenciadas, percebemos que conseguimos desenvolver nossa proposta de modo satisfatório. Podemos destacar que, pela expressão oral dos estudantes, a sequência foi muito bem aceita e produziu resultados positivos; as dificuldades que enfrentamos diziam respeito à leitura e escrita, ainda em fase de construção para uma parcela dos estudantes.

4.4.1 Caracterização da Turma A

A Turma A era composta por 32 alunos, dos quais, 15 meninas e 17 meninos. Havia duas crianças com necessidades especiais na turma e uma delas pouco permanecia no espaço da sala de aula, acompanhada por um monitor. Seus pais não autorizaram a participação na pesquisa, então nós a incluímos nas aulas, segundo suas possibilidades, mas não faremos referências a respeito da participação que teve no processo. A outra criança permanecia em sala, mas não desenvolvia integralmente as mesmas atividades que os demais estudantes, recebeu todas as atividades em folha para que a monitora, que a acompanhava, pudesse trabalhar de acordo com suas potencialidades. Existia outra criança com laudo médico, acompanhada pela mesma pessoa que acompanhava a segunda criança citada. Mostrou dificuldade para registrar, necessitando da presença à sua carteira em vários momentos; no entanto, participou ativamente da pesquisa.

A maioria dos estudantes foi participativa e apresentava comportamento respeitoso com os colegas e professoras. Em relação à leitura, grande parte lia pequenos textos, como o enunciado das atividades, com alguma fluência e compreendia o que lia. Em relação à escrita, vários revelavam um pouco de dificuldade, como troca ou omissão de letras (sons nasais com M ou N, RR, SS, gerúndio); em alguns poucos casos, percebemos que a escrita era alfabética. Em Matemática, a grande maioria demonstrava saber ler e representar, simbolicamente, os numerais com até três ordens e realizar cálculos mentais simples, ou seja, onde não houvesse necessidade de fazer reserva ou reagrupamento. Boa parte dos estudantes conseguia realizar as operações de adição e subtração com os algoritmos escolares, além de resolver problemas sem a interferência da Professora.

A maioria dos alunos teve boa participação nas discussões em relação às frações, fazendo comentários que, geralmente, estavam de acordo com o que era discutido; argumentavam seu ponto de vista; faziam inferências a respeito do assunto; expressavam hipóteses e conclusões.

Percebemos que a Escola já estava atenta aos estudantes da Turma A quanto às dificuldades apresentadas em relação ao processo de alfabetização, tanto que a Coordenação e os Professores dessas turmas organizaram a enturmação flexível para dar maior atenção aos diferentes grupos existentes na turma.

4.5 Procedimentos que antecederam a sequência proposta

Acordado, anteriormente, com a Professora Lu, a pesquisa seria realizada nas turmas em que ela ministrava aulas de Matemática. Decidimos que promoveríamos uma atividade com os estudantes das turmas, favorecendo me conhecer e eu conhecer a escola e os estudantes que fariam parte da pesquisa. No entanto, desejávamos que a atividade fosse interessante e que estivesse ligada a alguma necessidade dos alunos e/ou da escola; não desejávamos realizar uma atividade que apenas promovesse a minha aproximação com a escola e as turmas.

Decidimos trabalhar com o Jogo Mancala[24] para que os estudantes pudessem apresentá-lo na Feira de Cultura Mama-África[25]. Os encontros aconteceram durante o mês de setembro de 2018, uma vez por semana, em dois horários de 60 minutos nas aulas de Matemática. Dessa forma, pude conhecer e me entrosar com os alunos das turmas, com os profissionais que atuam nessa Escola, além de me familiarizar com ambiente escolar.

4.5.1 Procedimentos éticos

Com base na anuência em relação ao projeto pelo Comitê de Ética em Pesquisa – Coep/UFMG – entregamos o "Pedido de autorização para realização de pesquisa" à Direção da Escola Municipal Milton Campos, o "Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento/professor(a)" para a Professora Lu, o "Termo de Assentimento Livre e Esclarecido/aluno(a) menor" para os estudantes, e solicitamos que, fossem entregues aos pais, o termo em que os pais e/ou responsável autorizam a participação na pesquisa do(a) filho(a) menor. Todos os 89 alunos matriculados receberam o termo, mas apenas 52 – 22 da Turma A – devolveram a autorização assinada pelos pais e/ou responsável. Apesar disso, a Professora e eu mantivemos a decisão de desenvolver a sequência didática nas três turmas do 4º ano do Ensino Fundamental (EF), considerando, em nossos dados, apenas as informações daqueles estudantes cujos pais assinaram a autorização. O desenvolvimento da sequência didática nas três turmas se justifica uma vez que a nossa proposta se integrava ao planejamento da Professora.

Com o objetivo de não expor os participantes, mas, ao mesmo tempo, desejando identificá-los como protagonistas da pesquisa e autores de suas ideias, decidimos utilizar nomes fictícios tanto para a Professora Lu como para os estudantes das turmas; os nomes foram escolhidos por eles mesmos.

A maioria dos alunos utilizou nomes próprios: em alguns casos, o nome que desejavam ter – Rayane, Peter, Luís – e, em outros, de pessoas que gostam e/ou

[24] Mancala é um jogo de estratégia de origem africana que simula o ato de semear, a germinação das sementes na terra, o desenvolvimento e a colheita. Além do valor histórico, esse jogo oferece grande potencial de aprendizado, uma vez que exige muita agilidade de pensamento para realizar boas jogadas. Adaptado de: Cadernos de Educação Matemática – Ensino Fundamental. v 5 – Matemática e cultura africana e afro-brasileira. Belo Horizonte, 2005.

[25] Feira Cultural que acontece anualmente na Escola no mês de novembro.

admiram – Neil Armstrong; outros colocaram nomes que são de personagens de filmes e/ou desenhos animados que eles assistem – Hulck; alguns colocaram o nome que usam em jogos – Barão 237, Meliodas; uma aluna decidiu colocar seu apelido – Doce –, e um aluno quis homenagear seu animal de estimação – Rex.

4.6 Procedimentos conforme sequência proposta

Mesmo após o convívio com os estudantes devido ao trabalho com o Jogo Mancala, no primeiro dia de realização da pesquisa, conversamos, novamente, a respeito da minha presença na sala como Professora que iria ensinar um conteúdo. A Professora Lu explicou aos alunos que permaneceria na turma, porém, como observadora da pesquisa. Algumas crianças acharam interessante a nova situação; outras demonstraram não gostar da ideia.

Para realizar as atividades do dia, organizávamos, com antecedência, cada sala de aula (em círculo, dupla, quartetos, individualmente), porque, arrumar o ambiente com os estudantes, constatamos que era complicado, pois ficavam muito agitados. As mudanças na organização da sala de aula ocorreram em diversos momentos da sequência didática de acordo com a necessidade que o momento e/ou atividade exigia.

Em determinados dias, as turmas A e B foram reunidas devido ao grande número de ausência dos estudantes. Esse fato se tornou mais acentuado após a realização das avaliações trimestrais. No último dia de aula, a frequência foi tão baixa, que os professores decidiram agrupar as três turmas em apenas uma sala.

A sequência de ensino será apresentada como ocorreu na Turma A, comentando os seus desdobramentos e destacando situações de interesse tanto para os estudantes quanto para a pesquisa. Consideramos ser uma situação de interesse para o estudante, aquela(s) em que se envolveram participando, e que mostraram compreensão do assunto. Para a pesquisa, estas também nos interessam, mas tivemos atenção com as situações que ratificavam ou retificavam questões da própria sequência didática. Buscaremos também a literatura para subsidiar as discussões sobre um determinado assunto e/ou situação ocorrida durante o desenvolvimento da pesquisa.

No próximo capítulo relataremos como foi o desenvolvimento da nossa pesquisa de campo.

5 COLOCANDO NOSSA PROPOSTA EM AÇÃO

Neste capítulo, descreveremos, gradativamente, a sequência didática, elaborada pela pesquisadora, como ela ocorreu na experiência com a Turma A, destacando e comentando situações de interesse, como as que os alunos demonstraram compreensão e, também, aquelas que ratificam ou retificam as atividades propostas na sequência. Buscaremos indicar citações de estudiosos sobre o assunto, para elucidar os comentários de cada aula, à medida que acharmos conveniente relacioná-las.

5.1 Lendo e explorando a história "O pirulito do pato"

A primeira aula foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada uma das três turmas.

A imagem, a seguir (Figura 12), apresenta a proposta de atividades para o primeiro momento da sequência didática realizada com as turmas. Trata-se da leitura do livro "O pirulito do pato", de Nílson José Machado e todas as atividades desenvolvidas em relação à história.

Figura 12 – Atividades relacionadas à história.

Atividades

1- Contar a história.

2- Exploração dos personagens.

3- Identificação das palavras desconhecidas e de seus significados.

4- Reconhecimento dos sentimentos dos personagens nas seguintes situações:

- Quando o pirulito seria dividido em duas partes.
- Quando o pirulito foi dividido em três partes.
- Quando um dos patinhos dividiu seu pedaço de pirulito com o amigo.

5- Explorar a ideia do tamanho das partes.

Fonte: Elaboradas pela pesquisadora, 2018.

Iniciamos a aula conversando sobre o livro: apresentei a capa; li o título, o nome do autor, ilustrador e editora; perguntei se alguém já conhecia a história. Uma menina respondeu afirmativamente; pedi que ela não fizesse comentários sobre o texto por enquanto, pois, se comentasse, a história poderia ficar sem graça, e iniciei a leitura. Nas demais turmas, ninguém conhecia o livro.

Os estudantes, em geral, demonstraram bastante interesse em relação à história e vibraram com algumas situações, como a que um dos patinhos dá o palito do pirulito ao seu irmão, e quando um deles divide seu pedaço com o amigo.

Durante a leitura da história, aconteceram comentários significativos sobre o andamento da atividade, como o que vem a seguir:

Neil Armstrong (em voz alta): Não gosto de dividir nada meu com ninguém.
Barão 237: Nossa! Você é egoísta!

Outras crianças também comentaram que não dividiriam o pirulito com os amigos que chegaram. Percebemos, com essa situação, que elas “entram na história”, colocando-se no lugar de um dos personagens. Entendemos que o comentário de Neil Armstrong e de outros alunos pode refletir suas experiências e posicionamentos.

Após o término da leitura do livro, iniciamos as atividades de exploração das ideias do texto; a primeira foi uma discussão em relação ao que aconteceu com o pirulito e conversamos sobre como ele foi dividido, inicialmente, em três partes iguais, porque eram três patinhos , mas, com a chegada do quarto patinho, um deles dividiu o seu pedaço, “um terço”, com o amigo, e ambos ficaram com pedaços menores.

Os estudantes perceberam que os dois pedaços maiores eram do mesmo tamanho e os dois pedaços menores também tinham o mesmo tamanho. Desenhei o pirulito dividido, no quadro, como está no livro (Figura 13), e nomeamos as partes, pois são citadas na história. Para que eles compreendessem o motivo pelo qual os pedaços menores representam “um sexto”, dividi os pedaços maiores ao meio, utilizando linha pontilhada, para explicitar as seis partes do pirulito redividido. (Figura 14). Isso mostrou, naturalmente, que a divisão tem nessa situação, como referência, o inteiro.

Figura 13 – Imagem do livro “O pirulito do pato”


Fonte: Livro “O pirulito do pato”, de Nílson José Machado,2003, p.18.

Figura 14 – Imagem do livro “O pirulito do pato”.

Fonte: Livro “O pirulito do pato”, de Nílson José Machado,2003, p.19.

Exploramos as palavras desconhecidas no texto; identificamos outra situação em que a palavra “terço” aparece como sinônimo de “rosário” – objeto utilizado para fazer orações e que é dividido em três partes –; conversamos, também, sobre a outra forma de ortografar a palavra sexto/cesto e os diferentes significados que elas têm.

Prosseguindo com a sequência didática, exploramos o significado das palavras “pito”, “vivaldino” e “cordata” que aparecem na história, mas não são de uso cotidiano das crianças. Ao reler o trecho em que elas aparecem, as crianças perceberam que as palavras foram utilizadas pelo autor pelo significado de acordo com o que ele desejava exprimir, e por promoverem rima, pois o texto é todo rimado.

A seguir, apresentarei os trechos da história em que aparecem as palavras citadas:

> O pato Dino
> Levou um pito.
> Tudo por causa
> De um pirulito.
> (MACHADO, 2003, p. 3)
>
> Disse a mãe Pata:
> “Seu vivaldino!
> Não é assim!
> Pobre do Lino!
> [...]”
> (MACHADO, 2003, p. 6)
>
> Era uma amiga
> da mãe Pata,
> chamada Xoca,
> nada cordata...
> (MACHADO, 2003, p. 8)

A palavra “cordata” foi a única das três palavras trabalhadas que os estudantes tiveram dificuldade para encontrar significado. Utilizei a situação descrita, a seguir, para exemplificar um dos significados da palavra “cordata”: “sensata”.

A aluna Rayane chegou às oito horas nesse dia e a aula teve início às 7 horas. Seu pai foi autorizado, pela escola, a levá-la até a porta da sala. Ele explicou que se enganou com o horário e perguntou se ela poderia entrar. Disse a ele que sim; ele agradeceu e foi embora. Vi, nesse episódio, uma situação adequada para refletir sobre um dos significados da palavra cordata: sensata. Comentei que se eu tivesse dito ao pai da aluna que ela não poderia entrar, porque já eram oito horas e que ela havia perdido parte da aula, eu seria “nada cordata”.

Os estudantes começaram a dizer que se eu tivesse falado dessa forma, seria “mal-educada”, “chata”, “sem educação”, “implicante”. Expliquei a eles que eu não seria mal-educada, nem sem educação se falasse de forma educada com o pai; não seria chata nem implicante, pois eles realmente estavam atrasados; mas eu não seria sensata, ou seja, não agiria com sabedoria, pois é melhor a aluna participar de parte da aula e aprender sobre o assunto que estamos trabalhando, do que perder a aula toda e deixar de aprender.

Registrei o significado da palavra no quadro e iniciei a encenação da história (Figura 15).

Figura 15 – Atividades relacionadas à encenação da história.

Atividades

1- Representação da história, sendo que a pesquisadora representará o papel de narradora e da personagem Mamãe Pata. Com o objetivo de dar destaque aos trechos onde acontecem as divisões, utilizaremos material concreto (papel no formato de círculos) para representar o pirulito, solicitando a divisão dos círculos em duas e posteriormente em três partes iguais.

2- Após a representação e ainda utilizando círculos de papel, solicitar a divisão do pirulito em quatro partes iguais, fato que não acontece na história, mas é proposta pelo autor.

Fonte: Elaboradas pela pesquisadora, 2018.

Solicitei aos alunos que formassem grupos com quatro pessoas. Após a formação dos grupos, solicitei que conversassem entre os componentes do grupo e escolhessem o personagem que desejavam representar. Expliquei que eu narraria a história e representaria a Mãe Pata. Registrei no quadro o nome dos quatro patinhos e recomendei que levantasse a mão, em cada grupo, apenas a pessoa que representaria o personagem citado.

Para a encenação, sugeri que os atores que estavam representando Pato Xato e Pato Zinho ficassem atrás da cadeira, pois eles não entram no início da história. Para representar o pirulito, utilizamos um círculo de papel colado a um palito de picolé. Comecei a contar a história e entreguei um pirulito de papel para cada personagem “Dino” que, chegando no grupo, deu o palito para Lino (seu irmão). Quando aparece o personagem “Xato”, solicitei que verbalizassem a fala dele pedindo um pedaço do pirulito.

O mesmo foi solicitado ao personagem “Lino” quando diz que vai dividir seu pedaço com o amigo “Zinho”. As crianças que representavam esses dois últimos personagens deveriam se abraçar – como acontece na história –, mas algumas crianças não conseguiram. Chegaram perto uma da outra, mas não se abraçaram.

Comentei que encenaríamos a história novamente, mas eles deveriam trocar de personagem. Quem foi Dino ou Lino seria agora Xato ou Zinho e vice-versa.

No momento de dividir o pirulito de papel em partes iguais, todos os grupos conseguiram repartir a representação ao meio, mas nenhum grupo conseguiu dividi-la em três partes iguais. Acreditamos que esse fato tenha ocorrido por ser mais difícil dobrar um círculo em três partes iguais e por eles não terem o hábito de fazer atividades com dobraduras.

Após a segunda encenação, encerramos as representações e discutimos se eles acharam justo que Pato Lino e Pato Zinho ficassem com pedaços menores de pirulito; os estudantes acharam que não. Perguntei como seria a forma mais justa de dividir o pirulito entre eles se todos estivessem juntos na hora da divisão, e a resposta foi em quatro pedaços iguais.

Entreguei um novo círculo de papel para cada grupo e pedi que dividissem em quatro partes iguais, e todos os grupos conseguiram dividi-lo igualmente. Em seguida, pedi que verificassem se as partes eram realmente iguais e que nome receberia cada uma delas; a resposta foi “um quarto”.
Posteriormente, introduzi outro momento da sequência didática: levei um pirulito de chocolate, no formato circular, para ser dividido, igualmente, entre os estudantes de cada grupo (Figura 16).

Figura 16 – Proposta de divisão de um pirulito entre os estudantes da turma

Dividir igualmente um pirulito para cada grupo de quatro alunos a fim de explorar as ideias de como a divisão poderá ser realizada, e o que acontece com as partes à medida que o inteiro é dividido.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Mesmo sabendo que os estudantes já fazem divisões de doces entre eles, propusemos essa atividade para que vivenciassem a divisão em partes iguais de um pirulito – como a Mãe Pata fez na história. Efetuei a divisão do pirulito, pois foi necessário usar faca. Chamei grupo por grupo até a mesa onde estavam os pirulitos e, para cada um deles, perguntei como queriam receber o pirulito. Todos disseram que queriam partes iguais. Reparti o pirulito do grupo em quatro partes iguais e perguntei que nome receberia cada uma das partes.

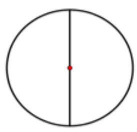
Algumas crianças acertam; outras “chutaram” uma resposta. Respondia que cada um deles receberia “um quarto” do pirulito.

Para realizar a atividade de registro da história, pedi aos estudantes que voltassem com as carteiras para a organização de filas, e cada um deles recebeu uma folha com dois trechos da história que tratavam da divisão do pirulito (Figura 17) e uma terceira atividade que aborda a forma como os estudantes pensaram para dividir o pirulito, igualmente, entre os quatro patinhos (Figura 18). A atividade foi entregue com os desenhos que representavam o pirulito já dividido, para garantir que o tamanho das partes fosse igual.

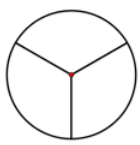
Figura 17 – Atividades que tratam da divisão do pirulito na história

1- Agora é hora de registrar com desenhos e por extenso as frações que fizeram parte da história “O pirulito do pato”, de Nílson José Machado.

Mamãe Pata deu um pirulito a Dino e Lino. Ele deveria ser dividido igualmente em duas partes. Desta forma, que fração cada patinho receberia?



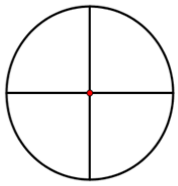
Antes que o pirulito fosse dividido, chegou o Pato Xato. Então, o pirulito teve que ser dividido igualmente em três partes. Que fração cada patinho recebeu?



Fonte: Elaboradas pela pesquisadora, 2018.

Figura 18 – Atividade em que o pirulito deve ser dividido igualmente entre os quatro patinhos

Depois que o pirulito foi dividido, chegou o Pato Zinho. Pato Lino resolveu dividir o seu pedaço com ele, mas as partes não ficaram iguais. Se o pirulito tivesse sido dividido igualmente entre os quatro amigos, que fração cada um deles receberia?



Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Nessas atividades, eles deveriam escrever o nome de cada uma das partes em que o inteiro foi dividido, apenas por extenso.

Quando fomos registrar o nome de cada parte de um inteiro dividido em duas partes iguais, surgiram as palavras *duplas* e *dois*, mas, logo em seguida, alguns alunos lembraram-se da palavra “metade”. Entretanto, precisei utilizar de encenação para que os estudantes se lembrassem da palavra “meio”.

> **Pesquisadora**: Quando eu divido em duas partes, eu divido no... (Faço um gesto com as mãos indicando o meio).
> **Alunos**: Um meio.

Posteriormente, denominamos cada metade como “um meio”.

Quando foram registrar o nome de cada parte de um inteiro dividido em três partes iguais, alguns alunos disseram palavras que não estavam relacionadas ao assunto; Laura responde “um terço”; outra parte do grupo diz “segundo terço” e eu esclareci que cada pedaço é “um terço”.

Durante a realização da atividade com o inteiro dividido em três partes iguais, Clara comentou:

> **Clara**: Se juntar um terço mais um terço vai dar dois sextos.
> **Pesquisadora**: O que acontece se juntarmos terços com terços?
> **Clara**: Terços.
> (Após pensar mais um pouco, explicou)
> **Clara:** Um terço mais um terço é igual a dois terços.

Expliquei que, para ser “dois sextos”, o pirulito deveria ser dividido em seis partes iguais.

De acordo com Cury (2007, p.33), nessa situação, Clara utilizou “um conhecimento prévio que não foi adequadamente generalizado ou transposto para uma nova situação”. Ou seja, ela adicionou os numeradores e os denominadores das frações por, provavelmente, pensar que deveria somar todos os algarismos que fazem parte da fração, como se fossem números naturais.

Ao realizar o registro do nome de cada parte de um inteiro dividido em quatro partes iguais, Clara respondeu:

> **Clara**: Um quarto.

Em seguida comentou:

> **Clara**: Não tem outro cômodo? A casa só tem quarto?

Vemos nesse comentário a apropriação dos significados que a palavra "quarto" pode ter cotidianamente: cômodo da casa e a quarta parte de um inteiro dividido em quatro partes iguais.

Aproveitando a discussão sobre a adição de frações, que surgiu com o inteiro dividido em três partes iguais, indaguei o que aconteceria se a Professora Lu recebesse dois pedaços de um quarto do pirulito de chocolate. Clara e vários colegas da turma responderam "*dois quartos*".

Após os alunos terminarem de fazer os registros, a aula foi encerrada.

Achamos interessante comentar que, na Turma C, ao serem perguntados se eles já passaram por uma situação em que foi necessário dividir algo, muitos levantam a mão e relatam experiências que tiveram.

> Vanessa fala em uma divisão de salgadinhos em quantidades iguais.
> Outros falam em divisões em partes iguais de pizzas, bombons.
> Eles conversam paralelamente enquanto os colegas relatam.
> Laís fala da divisão de roupas, sapatos, cama, quarto com a irmã.

Expliquei que, nessa situação, acontece uma divisão diferente; ela usa e a irmã também.

Percebemos que os estudantes falaram de situações vivenciadas por eles; momentos em que dividiram inteiros contínuos (pizza, bombons), discretos ou descontínuos (pacote de salgadinhos) e divisões em que o inteiro não é alterado (roupa, sapato, quarto e cama). Expliquei que, nessas situações, o objeto de divisão não sofria alteração; era usado em cada momento por uma pessoa diferente, como no caso da roupa e do sapato, ou ao mesmo tempo, como no caso do quarto e da cama.

Consideramos que ocorreu uma aprendizagem significativa sobre o assunto, pois os alunos conseguiram relacionar o que era tratado na aula com uma situação de sua própria vida.

Ao explorar a representação do pirulito dividido em quatro partes iguais, perguntei aos alunos sobre que fração receberia um dos patos se ganhasse dois pedaços de "um quarto"; a turma respondeu "dois quartos". Rafael e Alfredo fazem o seguinte comentário:

> **Rafael e Alfredo**: Se forem dois, é "dois quartos"; com três, é "três quartos".
> **Pesquisadora**: E se forem quatro?
> **Rafael e Alfredo**: É o pirulito inteiro.

Entendemos que, nesse momento, esses dois alunos perceberam a equivalência entre as quatro partes do pirulito que foi dividido em quatro partes iguais, e o pirulito inteiro. Segundo Nunes (2002), "em vez de nós tentarmos provar a equivalência para a criança, é ela que vai provar a equivalência para a professora. [...]. Elas mesmas vão construir esses argumentos" (p. 7), ou seja, à medida que elas forem estimuladas a perceber e pensar sobre o assunto, os argumentos para explicá-los serão construídos por elas.

5.1.1 Considerações sobre a aula

Com o objetivo de apresentar o assunto fração de forma contextualizada e significativa para os estudantes das turmas do 4º ano do Ensino Fundamental, optamos em promover a exploração desse conteúdo tendo, por base, uma história, pois acreditamos que, dessa forma, conseguiremos produzir um contexto comum de conhecimento entre todos os estudantes, ou seja, "um ponto de partida" básico (KOCH, 2003, p. 22) para todos.

Além disso, esperávamos, ao trazer a história infantil para a aula de matemática, que pudéssemos promover não uma "simples junção de disciplinas, mas sim uma efetiva conexão que se apresente como um caminho alternativo" (SOUZA, 2008, p. 47) para que o assunto "fração" fosse visto pelos estudantes de forma diferente e interessante, movimentando suas fantasias e também situações vivenciadas por eles que poderiam ser comparadas com a da história.

Constatamos que a leitura do livro "O pirulito do pato", a encenação da história e a divisão do pirulito de chocolate, propiciaram que os estudantes percebessem a necessidade de que as partes do inteiro fossem iguais para receberem nomes especiais, e que o tamanho das partes diminui à medida que o número de partes aumenta. De acordo com David e Fonseca (1997), experiências que promovem o trabalho com os números racionais podem "se constituir numa oportunidade de experimentar uma situação de produção de conhecimento matemático, em resposta a conflitos ou dificuldades surgidas no campo restrito dos números naturais" (p.56). Ou seja, ao dividir um inteiro em diferentes números de partes iguais (duas, três, quatro, como na história) e visualizar o resultado dessas divisões, os alunos tiveram a oportunidade de observar que à medida que aumenta o número de partes em que o inteiro é dividido, menores serão as partes. Esta constatação poderá levá-los posteriormente, ao conhecimento de que há uma inversão no campo dos números racionais em relação aos números naturais e, então, poderão criar novos conhecimentos.

Nossos alunos estão acostumados a dividir inteiros – contínuos e/ou discretos ou descontínuos – mas, na maioria das vezes, essa divisão não é realizada de forma igualitária. No entanto, quando trabalhamos com frações, a ideia de que a unidade precisa ser dividida em partes iguais é muito importante, pois, somente assim, essas partes poderão ser operadas, uma vez que cada parte pode ser considerada como referência; também facilitam os registros, já que podem receber nomes especiais de acordo com o número de partes em que a unidade foi dividida. Quando a unidade é dividida em um determinado número de partes de tamanhos diferentes, são apenas pedaços maiores ou menores da unidade.

Enfim, a primeira atividade da sequência didática lida com a situação de repartir igualmente uma grandeza contínua, com base em um recurso visual, e junto a isso, começa a desenvolver uma linguagem própria para denominar o resultado da divisão. A história deu ludicidade à aprendizagem, assim como a encenação, pois são linguagens variadas, mobilizadoras e, também, divertidas.

Entretanto, constatamos que os alunos ficaram muito agitados com as atividades iniciais e a discussão sobre o assunto. Percebemos que seria preciso uma pausa, deixando que aflorassem as ideias dos alunos baseadas na história. Verificamos certo desgaste tanto para os estudantes – que conversavam sobre a história, a encenação e a divisão do pirulito –, como para mim, que tive de interromper a conversa em diversos momentos solicitando silêncio e atenção a fim de ouvir quem estava falando. Por isso, iremos sugerir que, na sequência didática final, a atividade seja encerrada após a divisão do pirulito.

Na continuidade da sequência, outras situações e aprendizagens foram desenvolvidas. Vejamos adiante.

5.2 Dividindo o pirulito

A segunda aula foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada turma.

A proposta para essa aula foi dar continuidade à divisão do pirulito até décimos (Figura 19). A atividade foi realizada coletivamente, ou seja, com base nas discussões dos estudantes da turma, fizemos o registro no quadro e cada aluno fazia seu registro na folha que distribuímos com a atividade.

Figura 19 - Proposta de atividade para nomear as partes iguais de um inteiro de meios até centésimos.

Atividades Retornar à situação da história, refletindo sobre outras possíveis divisões do pirulito de acordo com o número de pessoas. Questionar: Se o pirulito fosse dividido igualmente para cinco pessoas, como chamaria cada parte? – Registrar no caderno, com desenhos, as frações até décimos e nomeá-las apenas por extenso.

Fonte: Elaboradas pela pesquisadora, 2018.

No início da aula, retomamos a história e todos fizeram comentários. Entendemos que o fato de os estudantes recontarem a história e/ou comentar sobre a encenação indica que houve uma apropriação do assunto tratado e das duas situações vivenciadas, por eles, na aula precedente; também pudemos favorecer, nesse momento de conversa sobre a aula anterior, a possibilidade de os alunos desenvolverem “tanto as habilidades da língua materna quanto as matemáticas” (SOUZA, 2008, p 53), propiciando explorar a história e o conteúdo matemático ao mesmo tempo.

Depois de conversarmos sobre a história, perguntei aos estudantes se eles achavam que as frações terminavam naquelas denominadas “quartos” – última atividade realizada; a resposta da turma foi negativa. Barão 237 completou:

> **Barão 237**: Os números são infinitos e as frações também são infinitas.

Constatamos, nesse comentário, uma ideia importante: a de que o aluno está compreendendo que as frações são números e, como tal, são infinitos. Mencionei que essa seria nossa atividade do dia: conhecer e nomear outras frações até dez partes. Barão 237 comentou:

> **Barão 237:** Os pedaços de dez são pequenos.
> **Pesquisadora**: Como é isso?
> **Barão 237:** Com dez partes têm mais pedaços, mas os pedaços são pequenos.

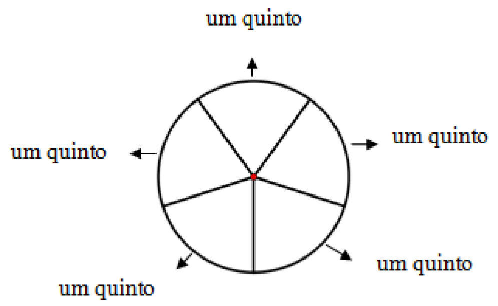
Percebemos, nessa fala, outra ideia importante em relação às frações: à medida que dividimos o inteiro em um número maior de partes iguais, menores são as partes. Em seguida perguntei:

> **Pesquisadora**: Vocês preferem ganhar “um décimo” ou “um quarto” do pirulito?
> **Laura e Júlia**: É melhor ganhar um quarto, porque é maior.
> **Doce**: Eu prefiro com dez; eu fico com cinco e meu colega com cinco.
> **Pesquisadora**: Como assim?
> **Doce:** Cada um fica com a metade do pirulito.

Verificamos, nessa situação, que Doce começa a fazer correspondência entre o número de partes do inteiro e numerador da fração, ou seja, infere que cinco é a metade de dez, portanto, cinco partes de um inteiro dividido em dez partes correspondem à metade do inteiro.

Depois disso, entreguei a primeira folha com as atividades do dia. Ao realizar a exploração de cada inteiro, retomava a ideia do nome dado a cada parte do pirulito, caso ele fosse dividido, igualmente, para um determinado número de pessoas de cinco até dez partes. Os estudantes deveriam escrever o nome de cada parte ao lado da figura que representava o pirulito (Figura 20).

Figura 20 – Trecho da proposta de atividade para nomear as partes iguais de um inteiro.



Continuar a atividade com sextos, sétimos, oitavos, nonos e décimos.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Para nomear as partes do inteiro dividido em cinco partes iguais, Doce e Barão 237 disseram a palavra *quíntuplo*. Os próprios colegas desses estudantes explicaram: “Quíntuplo significa cinco vezes mais”.

À medida que a atividade era realizada, os estudantes perceberam que o nome dado às frações estava relacionado ao nome dos números ordinais: quarto, quinto, sexto, sétimo, oitavo, nono e décimo. Essa conclusão contribuiu para que os estudantes tivessem segurança em relação ao nome que cada parte dos demais inteiros deveria receber. Propiciou também que alguns deles terminassem os registros até décimos, antes que eu terminasse de registrar no quadro.

Em seguida, avançamos para a resolução dos dois desafios: como nomear as partes de um inteiro com onze ou mais partes iguais, e de um inteiro dividido em cem partes iguais, conforme apresentado na Figura 21 que está a seguir.

Figura 21 – Proposta de atividade para nomear as partes iguais de um inteiro.

DESAFIO:

1- Que nome daríamos a cada parte do pirulito se ele fosse dividido igualmente para todas as pessoas que estão na sala hoje?

____

2- E se ele fosse dividido em 100 partes?

Fonte: Elaboradas pela pesquisadora, 2018

A forma como nomeamos as frações de um inteiro dividido em onze ou mais partes, foi discutida; a primeira ideia dos estudantes foi usar “décimo primeiro”, “décimo segundo”, seguindo a lógica das frações até décimos.

Esses dois episódios ilustram bem a afirmativa de Cury (2007), de que “...o aluno constrói [um] conhecimento relacionando-o com outros, em diferentes contextos, tentando adaptá-lo às novas situações e resistindo em abandoná-lo” (p. 34 e 35). Ou seja, depois que os estudantes conseguiram inferir, de forma correta, o nome dado às partes dos inteiros divididos de quatro a dez partes, a mesma regra foi utilizada para o inteiro dividido em onze partes iguais; no entanto, nesse último caso, a regra é outra.

Ao iniciar a resolução do desafio “1”, os estudantes não nos incluíram no número de pessoas presentes na sala; foi necessário retomar o texto: “Que nome daríamos a cada parte do pirulito se ele fosse dividido, igualmente, entre todas as pessoas que estão na sala hoje?” (ao ler “todas as pessoas”, modifiquei a entonação da voz, para dar ênfase a essa expressão). Depois disso, a monitora de inclusão, a Professora Lu e eu, fomos incluídas no total de 21 pessoas.

Comentei que, se o pirulito fosse dividido em vinte e uma partes, cada um de nós receberia um pedaço de vinte e um, ou seja, “um vinte e um o quê?” Expliquei que, nesse caso, usamos uma palavra antiga. Para pensassem na palavra “avos”, comentei que a palavra usada parecia com o nome dos pais dos nossos pais. Algumas crianças disseram “tataravós”. Repeti a dica. Aí, disseram “avós”. Registrei a palavra “avós” e, em seguida, retirei o acento, ficando a palavra “avos” e esclareci que ela significa “pedaços”. Registramos apenas por extenso, “um vinte e um avos” para a fração que cada um de nós receberia se o pirulito fosse dividido para todas as pessoas presentes na sala. De acordo com Sebastiani (2006, p.97),

> O termo avo, que aparece na designação das frações a partir do um onze avos, não tem até hoje uma explicação na história da matemática, [...]. Numa busca em dicionários e enciclopédias, constatei que veio do oitavo. Somente no espanhol, que o adotou como sufixo, e no português, que o emprega como palavra na designação de frações cujos denominadores são maiores que dez, é feito uso desse termo. Minha hipótese, a qual sustento neste trabalho, é que o termo deriva do harmônico pitagórico oitava – em grego, —διαπασϖν, isto é, diapason –, que chegou à Espanha pelos árabes e foi latinizado, chegando, também, a Portugal” (p. 97).

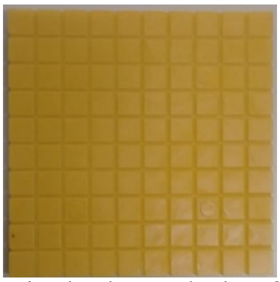
Depois disso, Barão 237 perguntou:

Barão 237: E a partir de cem?

Perguntei se eles já tinham visto alguma coisa dividida em cem partes iguais; não se lembraram. Então, apresentei, a eles, a placa do “Material dourado” – inteiro dividido em cem partes iguais (Figura 22) – representando uma barra de chocolate dividida em cem partes iguais[26].

[26] Cotidianamente, cada cubinho do “Material dourado” representa um inteiro. Entretanto, nessa situação, utilizamos a placa do “Material dourado” como um inteiro dividido em cem partes. Dessa forma, cada cubinho passa a representar um centésimo do inteiro.

Figura 22 – Placa do Material dourado



Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Indagados sobre que nome receberia cada uma das partes de um inteiro dividido em cem partes iguais, alguns alunos disseram “um cento” e “uma centena”; expliquei que “um cento” e “uma centena” referem-se a um conjunto com cem elementos. Se usássemos essas expressões, as pessoas poderiam achar que estávamos falando de um conjunto de cem. Após conversarmos bastante, surgiu a palavra “centésimo”, dita bem baixinho. Registrei a palavra no quadro e a destaquei como a palavra que vai nomear cada parte de um inteiro dividido em cem partes iguais.

Mais uma vez, observamos os estudantes buscando relacionar um conhecimento que já têm para construir outro, isto é, procuram palavras conhecidas por eles e que estão vinculadas à quantidade “cem” para nomear as partes de um inteiro dividido em cem partes iguais.

Antes, porém, algumas crianças sugeriram que um pedaço de um inteiro dividido em cem partes iguais seria “um noventa e nove avos”. Eles pensaram que, ao destacar um pedaço, ele é retirado, e o que daria nome ao inteiro eram as partes que sobraram.

Era uma ideia interessante, mostrava como estavam envolvidos nas descobertas; expliquei que, ao representar uma fração, devemos colocar o total de partes que o inteiro foi dividido e não o que sobrou, pois, a parte que queríamos retirar deveria ser vista e comparada com o todo considerado. Queríamos, então, saber o que aquela parte destacada representava diante do todo, podendo nomear qualquer parte da placa.

Ainda trabalhando com a placa do “Material dourado”, como se fosse uma barra de chocolate, Rayane comentou:

> **Rayane**: Se a placa fosse uma barra de chocolate, daria uns três centésimos para cada pessoa que está na sala.
> **Pesquisadora**: Somos 21 pessoas na sala hoje. É realmente possível?
> **Rayane** (calcula mentalmente): Dá sessenta e três centésimos.
> **Pesquisadora**: Vão sobrar muitos pedaços. É possível distribuí-los igualmente entre as pessoas que estão na sala?
> **Rayane**: Acho que cada pessoa poderia receber quatro ou cinco centésimos. Cinco!
> **Pesquisadora**: Quantos centésimos serão distribuídos ao todo? (Rayane tenta fazer novo cálculo mental, mas não consegue. Júlia começa a apontar para cada pessoa presente na sala contando de cinco em cinco e chega a uma conclusão).
> **Júlia**: Precisa de cento e cinco pedaços de chocolate.

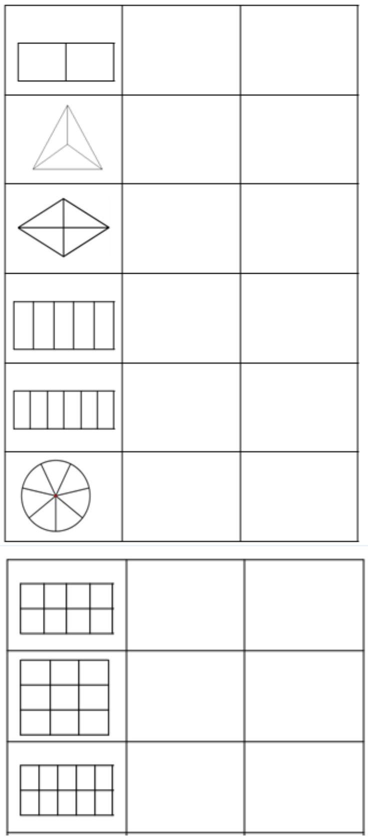
> **Rayane**: É mais que a quantidade que tem na placa (faz cara triste). Vai dar quatro centésimos para cada pessoa da sala e sobra um pouco.
> **Pesquisadora:** Sou alérgica à leite e não posso comer chocolate ao leite.
> **Rayane**: Vai ficar certinho; cinco pra cada!

Constatamos, nessa situação, que a aluna fez estimativa para resolver uma divisão; utiliza palavras referentes ao assunto que estamos tratando e calcula mentalmente o total de partes que cada pessoa poderia receber no final da divisão; ou seja, ela envolve conhecimentos prévios e atuais para solucionar uma situação problema criada por ela.

No final da atividade, surgiu a pergunta relacionada ao inteiro dividido em mil partes, que foi discutida da mesma forma como fizemos com o “centésimo”, até chegar à palavra “milésimo”.

Depois que terminamos os desafios, os estudantes colaram as folhas no caderno e iniciamos a atividade de colorir as peças para o Jogo da Memória das Frações[27] (Figura 23).

Figura 23 – Peças do Jogo da Memória das Frações.



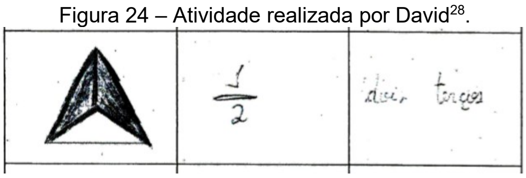
Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2018.

[27] Jogo proposto, por nós, na sequência didática, em que uma mesma fração seria representada com desenho, por extenso e simbolicamente.

Para realizar essa atividade, os estudantes assentaram-se em duplas. Expliquei que eles deveriam colorir algumas partes das figuras geométricas desenhadas na folha; depois, precisavam escrever, por extenso, a fração que representaria a parte colorida.

Na hora de escrever as frações por extenso, várias crianças registravam o numerador corretamente e o denominador como se fosse o resto, ou seja, o que não foi colorido; interferi com explicações à medida que passava pelas carteiras e percebia a fração registrada de forma incorreta. Na figura 24, podemos perceber que esse estudante ou inverteu a função do numerador e do denominador ou representa a fração correspondente à parte em branco da figura. Para as duas hipóteses, ele utiliza a ideia subtrativa no registro simbólico: registrou, no numerador, o número de partes em branco, subtraiu esse número do total de partes e registrou, no denominador, o número de partes que sobrou. Percebemos que o entendimento da fração como parte de um todo, ainda estava em construção, pois, até então, o enfoque dado era sobre a linguagem, e, o contexto do desenho era de relação parte-todo.

Figura 24 – Atividade realizada por David[28].



Nem todos os alunos conseguiram terminar de colorir os desenhos e registrar, por extenso, a parte colorida de cada inteiro, pois a aula terminou.

Comentamos um ocorrido na Turma C, quando, para nomear as partes de um inteiro dividido em cem partes iguais, também, utilizei a placa do “Material dourado”, como nas outras turmas.

Quando perguntei como nomearíamos cada parte do inteiro dividido em cem partes iguais, um aluno disse *“centavos”.*

Nesse momento, desenhei uma moeda de “um real” e perguntei como poderíamos trocá-la; eles disseram que poderia ser trocada por dez moedas de “dez centavos”. Desenhei as moedas, destaquei uma moeda de “dez centavos” e perguntei como poderíamos trocá-la. Eles disseram que poderia ser trocada por dez moedas de “um centavo”. Concluímos que “um real” poderia ser trocado por cem moedas de “um centavo”, mas sem dividi-la em pedaços, só trocando.

Nessa situação, é possível associar o inteiro dividido em cem partes iguais com o sistema monetário, fazendo as equivalências: 1 real = 10 moedas de 10 centavos = a 100 moedas de um centavo.

Após essa conversa, concluímos que centavo corresponde à centésima parte do valor de uma moeda de “um real”, e que o nome dado a cada uma das partes de um inteiro dividido em cem partes iguais é “centésimo”.

[28] A cópia da atividade desse estudante foi feita após a aula “Confeccionando o Jogo da Memória das Frações”. A escrita da fração por extenso está correta porque já havíamos feito sua correção.

Novamente, verificamos a estratégia dos estudantes de relacionar um conhecimento que já têm para construir outro. De acordo com Cury (2007, p. 48), Esteban (2002) investigou os conhecimentos que estavam presentes nas respostas erradas dos alunos e o que eles desconheciam, baseando-se nas suas respostas corretas. Nessa situação, constatamos o que esses estudantes sabem é que a palavra “centavo” tem sua origem na palavra “cem”, que representa a centésima parte de um inteiro divido em cem partes iguais e é utilizada no sistema monetário; no entanto, pode ser que não saibam que a palavra “centavo” só é aplicada no sistema monetário.

5.2.1 Considerações sobre a aula

Ao refletir com os estudantes sobre que nome recebem as partes dos inteiros conforme o número de partes iguais em que são divididos, constatamos que relacionaram um conhecimento que já tinham para construir outro. Primeiramente, – os inteiros divididos em cinco, seis, sete, oito nove e dez partes iguais –, a hipótese exposta por eles estava correta; entretanto, posteriormente – inteiros divididos de onze a noventa e nove partes –, a hipótese exposta, por eles, não era pertinente; mesmo assim, eles utilizaram a mesma estratégia para pensar no nome dado às partes de um inteiro dividido em cem partes iguais. Assim, inspiramo-nos em Cury (2007, p. 79) para afirmar que, com base nas discussões realizadas durante a aula, os estudantes se sentiram “encorajados a expor suas próprias ideias, a organizar o pensamento [e] a tecer hipóteses [...]”.

Como já comentado por nós, nossos alunos estão acostumados a dividir inteiros – contínuos e/ou discretos ou descontínuos –, mas, visualizar a representação da divisão, é algo incomum para eles. Segundo Stocco, Cândido e Stancanelli (1997, p. 13), quando há o estabelecimento da conexão da matemática com as histórias infantis, é possível “explorar problemas e descrever resultados usando modelos ou representações gráficas, numéricas, físicas e verbais”. Ou seja, a contextualização promovida pela história foi fundamental em relação à divisão dos círculos representando o pirulito, pois com base no “cenário” criado pela história, os estudantes percebiam aquelas representações como o pirulito da situação vivida pelos patinhos.

A visualização de um mesmo inteiro dividido em diferentes números de pedaços iguais pode ter contribuído para que os estudantes percebessem e confirmassem a ideia de que à medida que aumentam o número de partes em que o inteiro é dividido, menores serão as partes; isto é, pode ter auxiliado a desenvolver “noções e conceitos matemáticos” (ibid., p.13) importantes em relação ao assunto fração.

Todavia, avaliamos como precipitada a decisão de iniciar a produção do Jogo da Memória das Frações já na segunda aula, principalmente, a escrita por extenso das frações. A dificuldade de perceber e registrar a fração com base no desenho foi nítida quando os alunos subtraíam a parte colorida do número total de partes. Indicamos que essa dificuldade se refere à capacidade de abstração que a situação requer, ou seja, a fração a ser registrada é uma parte do todo; o seu registro ocorre quando o aluno percebe o todo e, também, a parte a ser tomada em relação ao todo. São ideias que necessitam de uma construção.

Percebemos que os estudantes ainda não tinham maturidade para trabalhar apenas com o desenho, e que havia a necessidade de um texto com uma história para contextualizar o desenho. Foi difícil, para os estudantes, analisar um desenho que, por si só, não revela nada. Por isso, decidimos que, naquele momento, não realizaríamos essa atividade com a Turma C e nem daríamos continuidade a ela nas Turmas A e B. Avaliamos ser mais adequado aguardar mais algumas aulas para prosseguir com a produção do jogo.

5.3 Representando, simbolicamente, as frações – Parte 1

A terceira aula foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada turma.

Para a terceira aula da sequência didática, propomos a introdução da representação simbólica das frações, discutindo, com os estudantes, as possibilidades de sua realização (Figura 25).

Figura 25 – Plano da pesquisadora – como representar as frações simbolicamente.

Atividades

1- Perguntar as crianças se só é possivel representar as frações por extenso. Lembrar que existe representação simbólica para diversas situações. Solicitar exemplos que elas conhecem: mais (+), menos (-), kg (quilograma), m (metro), igual (=), entre outros. Registrar no quadro a palavra ou expressão por extenso e simbolicamente.

2- Escrever por extenso as frações já trabalhadas por nós no quadro e pedir que os estudantes sugiram formas para representá-las simbolicamente, ou seja, utilizando algum simbolo - algarismo, letra ou qualquer representação que, por convenção ou por principio de analogia formal ou de outra natureza, substitui ou sugere algo.

3- Registrar no quadro as sugestões. Após conversarmos sobre elas, lembrar que uma representação simbólica precisa ser reconhecida por nós e pelas demais pessoas que estão dentro e fora da escola. Assim como acontece com a representação das medidas, com os sinais das operações, de pontuação, entre outros.

Para chegarmos à representação convencional, relembrar o que foi feito com o pirulito na história *O pirulito do pato*. Ele foi dividido. Então, uma fração representa uma divisão.

Explicar que na convenção matemática o registro de frações é feito assim:

- Passando um traço para indicar que foi realizada uma divisão. Na parte que fica embaixo do traço, colocamos o número de partes em que o inteiro foi dividido; ele é chamado DENOMINADOR porque vai denominar, ou seja, dar nome à fração.
- Na parte de cima, colocamos o número de partes que estão sendo consideradas; ele é chamado NUMERADOR, pois representa o número de partes que estão sendo consideradas no todo dividido.

$$\frac{\textbf{NUMERADOR}}{\textbf{DENOMINADOR}}$$

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2018.

Iniciamos a aula relembrando o que foi trabalhado nas aulas anteriores. Algumas crianças lembraram que tratamos do assunto fração, mas a maioria lembrou que trabalhamos com pedaços iguais ou do mesmo tamanho[29]. Fui relembrando os nomes das partes divididas e se os nomes têm relação com os tamanhos.

Reforcei a ideia de que as frações são pedaços do mesmo tamanho e, por isso, recebem nomes especiais de acordo com o número de partes em que o inteiro foi dividido. Para relembrar os nomes, escrevi no quadro o nome que as partes recebem quando o inteiro é dividido em duas, três, até dez partes.

2 pedaços iguais → metade ou meio
3 pedaços iguais → terço

Perguntei como se chama cada pedaço quando um inteiro é dividido em duas partes iguais. Eles responderam, prontamente, metade ou meio. E, assim, procederam com as outras divisões: terço, quarto, quinto, sexto, sétimo, oitavo, nono, décimo. Continuei questionando:

Pesquisadora: E quando são 11?
Alunos: É décimo primeiro.
Aluna: Onze avos.

[29] Matematicamente falando, não há necessidade de que as partes da divisão de um inteiro sejam iguais para dizer de uma fração. Entretanto, de acordo com Porto (1965), Centurión (1995), David e Fonseca (1997) e Walle (2009) para nomear as partes de um inteiro no trabalho com o aluno em sala de aula, é necessário que as partes sejam iguais. Sendo assim, trataremos a partir daqui como fração as partes de um inteiro que foi dividido igualmente.

Barão 237: Daí pra frente é avos.

Registrei como nomeamos as partes do inteiro dividido em onze e em noventa e nove partes iguais:

11 pedaços iguais → onze avos
99 pedaços iguais → noventa e nove avos

Pesquisadora: E quando é cem?
Alunos: Centavos.
Barão 237: Centésimos.

Confirmei a fala do estudante e, também, registrei no quadro:

100 pedaços iguais → centésimos (ou centavos em dinheiro)

Pesquisadora: E se fosse 1000?
Aluno: Um milhar.

Expliquei que “um milhar” é um conjunto com mil unidades, e que não é o mesmo que uma parte de um inteiro dividido em mil partes iguais. Outro aluno disse “milhão”; outro disse ainda “mil centésimos”. Escrevi 1000 no quadro, coloquei uma interrogação e falei que ficaria ali para que a turma fosse pensando sobre o assunto.

Observamos, nas situações citadas, que os estudantes, quando não lembram ou não sabem responder a uma questão, utilizam de conhecimentos que já têm, como “décimo primeiro”, “centavos”, “um milhar”, “mil centésimos”; também percebemos que as respostas dadas estão próximas do conteúdo tratado.

Contei a eles que, nessa aula, pensaríamos em uma forma de registrar, simbolicamente, as frações. Comentei que os símbolos foram e são criados para que algo seja dito e compreendido sem usar palavras e/ou letras.

Conversamos sobre símbolos atuais. Os estudantes citaram o botão vermelho ou verde nos aparelhos eletrônicos para indicar, respectivamente, desligar e ligar.

Também utilizei, como exemplo, as placas de trânsito; os símbolos 0-1-2-3-4-5-6-7-8-9 que Barão 237 a corrige, dizendo que são algarismos; símbolos de medidas como m, Kg, Km que eles respondem, prontamente, o que significam, e os sinais de pontuação “?” e “!” para ver os significados. Expus a importância de os símbolos serem conhecidos por todas as pessoas.

Reforcei essa ideia de que os símbolos na escolarização precisam ser aceitos, usados e reconhecidos pelas pessoas de um modo geral. Comentei também que, em Matemática, os símbolos são pensados pelos matemáticos em reuniões, chamadas convenções, em que eles discutem e propõem as representações simbólicas.

Insisti nessa questão – uma forma simbólica que seja aceita e usada pela maioria das pessoas – para que pudéssemos refletir sobre as diversas possibilidades de representar uma fração, mas tendo em vista a necessidade de que a forma proposta seja reconhecida e utilizada pela maioria das pessoas e não por apenas por um pequeno grupo, como o da sala de aula.

Iniciei comentando que, na confecção do Jogo da Memória das Frações, um aluno tentou representar “um meio”, simbolicamente, da seguinte forma: “*1 meio”.* Expliquei que esse estudante usou parte do registro empregando um símbolo, e a outra parte, usou palavra. Barão 237 fala:

Barão 237: A pessoa acertou meio a meio.

Percebemos que esse estudante utiliza a palavra “meio” com a intenção de demonstrar que se apropriou desse vocábulo e que consegue utilizá-lo fazendo um trocadilho.

Reafirmei o que ele falou e perguntei se pode ser utilizado o número 1. Alguns disseram que sim, outros disseram que não.

Uma criança disse para colocar “1” “2”. Registrei um ao lado do outro – 12 – e perguntei o que eles liam. Todos responderam “doze”.

Júlia: Falta um traço para separar.

Pesquisadora: Onde? (Júlia aponta com a mão inclinada e registro *1 | 2*).

Alunos: Ficou parecendo data.

Expliquei que até chegarmos à representação que temos hoje, aconteceram muitas conversas entre os matemáticos para que todas as pessoas entendessem a simbologia. Nesse momento, perguntei:

Pesquisadora: Como poderia ser o traço?

Júlia: Deitado, com o 1 em cima e o 2 embaixo.

Registrei a fração $\frac{1}{2}$ no quadro e expliquei que dessa forma representamos uma parte de um inteiro que foi dividido em duas partes iguais, e que a parte debaixo chama-se “denominador”, pois nomeia a fração, e a parte de cima chama-se “numerador” porque vai numerar o que estamos destacando no inteiro.

Para explorar um pouco mais a representação simbólica das frações, fiz alguns exemplos no quadro.

Desenhei um retângulo dividido em três partes iguais, com duas partes coloridas e perguntei como se chama a parte colorida. Eles responderam “dois terços”. Perguntei como seria a representação, e eles responderam que “o traço tem que ficar na horizontal, coloca o “dois” em cima e o “três” embaixo” – $\frac{2}{3}$.

Escrevi $\frac{5}{8}$ no quadro e perguntei como se lê; eles responderam cinco oitavos. Perguntei como seria o desenho, e os alunos concluíram que é um inteiro dividido em oito partes iguais e cinco coloridas. Apresentei a fração com os nomes “numerador” e “denominador” – $\frac{\text{NUMERADOR}}{\text{DENOMINADOR}}$ –, mostrando que o denominador indica o número de partes em que o inteiro foi dividido, e o numerador indica quais partes estamos destacando, e perguntei novamente:

> **Pesquisadora**: Que fração representam as partes que foram coloridas?
> **Alunos**: Cinco oitavos. (Ela registra)
> **Pesquisadora**: Quantas não foram coloridas?
> **Alunos**: Três oitavos.

Registrei, mostrei a diferença no numerador e enfatizei que o denominador não mudou porque o número de partes divididas é o mesmo.

Para finalizar a discussão, entreguei a eles um resumo do que foi trabalhado até o momento (Figura 26) e Júlia começa a lê-lo.

Figura 26 – Resumo das principais ideias discutidas com os estudantes.

Representando simbolicamente as frações

Uma representação simbólica precisa ser reconhecida por nós e pelas demais pessoas que estão dentro e fora da escola, assim como acontece com a representação das medidas, com os sinais das operações, de pontuação, entre outros.

Na história "O pirulito do pato", o pirulito foi dividido. Então, uma fração representa uma **divisão**.

Na convenção matemática o registro de frações é feito assim:

- Passando um traço para indicar que foi realizada uma divisão.
- Na parte que fica embaixo do traço, colocamos o número de partes em que o inteiro foi dividido; ele é chamado **DENOMINADOR** porque vai denominar, ou seja, dar nome à fração.
- Na parte de cima, colocamos o número de partes que estão sendo consideradas; ele é chamado **NUMERADOR**, pois representa o número de partes que estão sendo consideradas no todo dividido.

$$\frac{\textbf{NUMERADOR}}{\textbf{DENOMINADOR}}$$

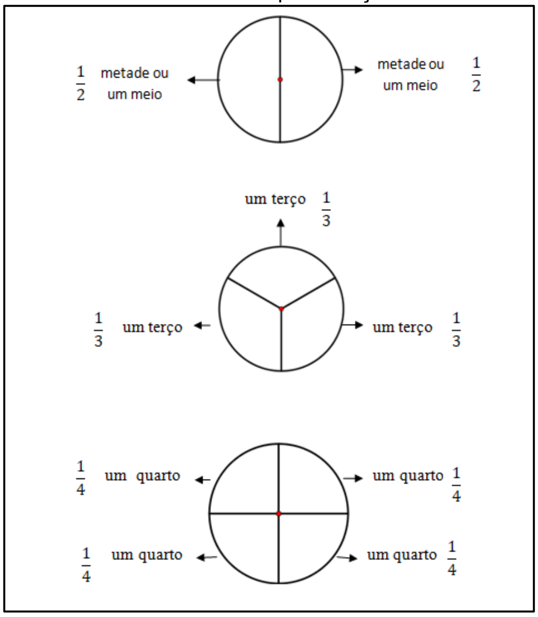
- A leitura da fração é realizada de cima para baixo.

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018

Solicitei que Brey Gil continuasse a leitura da folha que receberam. Sempre que achava necessário, pausava e explicava.

Outros alunos foram convidados a efetuar a leitura. Depois que terminamos de ler o texto, solicitei que colassem a folha no caderno e voltassem na primeira folha de atividade; observamos a representação simbólica das frações que fizeram parte da história "O pirulito do pato" (Figura 27). Os registros foram realizados na mesma folha em que os estudantes registraram as frações por extenso.

Figura 27 – Trecho da atividade de representação simbólica das frações.



Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Fizemos, coletivamente, o registro simbólico de cada “um meio”, “um terço” e “um quarto”, ou seja, eu fiz os desenhos no quadro, escrevi por extenso (como já estava na folha deles) e analisamos como seria o registro simbólico. Sempre destaquei a função do denominador e do numerador além de qual algarismo colocar em cada um deles. Depois dessa atividade, a aula foi encerrada.

Na Turma B, quando do desenvolvimento dessa atividade, alguns alunos confundiram “um meio” com “um e meio”. Para demonstrar a diferença, utilizei um copo. Mostrei que “um meio” do copo corresponde à metade dele, e que “um e meio” corresponde a um copo cheio mais a metade dele, isto é, um copo inteiro mais meio copo.

5.3.1 Considerações sobre a aula

De acordo com Cury (2007), há uma ideia vigente de que o trabalho dos matemáticos é isento de erros, pois são apresentados na escola “somente o produto final, sem as incertezas, as hesitações, as falhas, as idas-e-vindas de seus raciocínios” (p. 25); dessa forma, é como se não existisse nem o processo, tampouco o erro no trabalho matemático.

Fazer com que essas ideias deixassem de ser percebidas como “naturais” era nosso principal objetivo para essa aula; desejávamos que os estudantes refletissem e percebessem que os símbolos que utilizamos, atualmente, nas aulas de matemática, são frutos de convenções. Para nós, esse conhecimento é importante, pois desnaturaliza a ideia de que os símbolos sempre existiram dessa forma.

> [...] a História nos mostra que as coisas nem sempre foram como são, que já foram de um jeito diferente em outro momento – e ainda são em outras

> coletividades e em outros contextos – e que, nesse sentido, também não são eternas. (BELO HORIZONTE, 2010, p.12).

Os alunos participaram bastante, contribuindo com informações e conhecimentos já adquiridos sobre a história dos números, criando hipóteses, inferindo e sugerindo formas de registro até chegarem à forma convencional de registrar, simbolicamente, uma fração. Eles atuaram ativamente nesse processo, demonstrando real envolvimento na construção desse conhecimento.

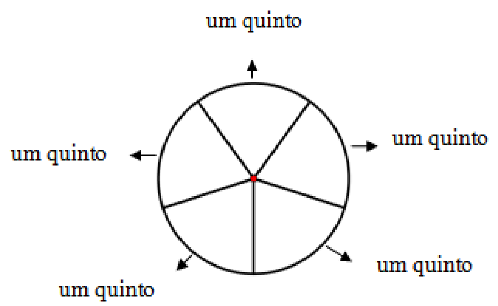
Com base nos comentários realizados oralmente, pelos estudantes, foi possível perceber que eles puderam compreender que as representações simbólicas são convenções, ou seja, são combinados que envolvem muitas pessoas, que nem sempre foram da forma como são apresentadas atualmente, e que podem ser modificados quando e/ou se houver necessidade; substituem uma ideia e podem ser reproduzidas em palavras e, por fim, precisam ser conhecidas e utilizadas pelas pessoas para que sejam reconhecidas como símbolos.

5.4 Representando, simbolicamente, as frações – Parte 2

A quarta aula foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada turma.

Para a quarta aula da proposta de ensino, trabalhamos com a representação simbólica das frações de quintos até décimos e, posteriormente, a fração que representava a parte do pirulito que cada aluno receberia se fosse dividido pelo número de presentes na sala, e a fração caso o pirulito fosse dividido em cem partes iguais. (Figura 28).

Figura 28 – Trecho da proposta de atividade para nomear as partes iguais de um inteiro.



Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Relembramos a aula anterior, nomeando as partes quando se divide o inteiro em duas, três e quatro partes iguais. Uma aluna disse que houve uma multiplicação; perguntei para a turma se foi isso que aconteceu. Eles respondem que não; houve uma divisão em partes iguais.

Recordamos, também, o que é o numerador e o denominador. Enfatizei que os nomes especiais só podem ser dados quando as partes são iguais. Nesse momento Rex comentou:

> **Rex**: Outro dia eu fui numa festa e levei um docinho para casa. Quando cheguei em casa tive que dividir.
> **Pesquisadora**: Você conseguiu dividir em partes iguais?
> **Rex**: Não.
> **Pesquisadora**: Então, não podemos dar nomes especiais a esses pedaços, mas, se ele você tivesse conseguido, poderia dar um nome a essas partes.

Após recordarmos a aula anterior, pedi aos alunos que abrissem o caderno na página em que estava colada a folha com as representações do pirulito dividido em cinco, seis e sete partes iguais. Alguns alunos faltaram no dia em que a atividade foi realizada; para eles entreguei a folha em branco.

Os alunos registram a parte simbólica na folha que já colaram – a folha que tem quintos, sextos e sétimos. Muitos deles preenchem, rapidamente, com a representação simbólica.

Para cada registro, desenhei a representação do pirulito no quadro, nomeávamos cada uma das partes do inteiro e verbalizávamos o motivo pelo qual recebia esse nome; posteriormente, escrevia a fração por extenso. Somente depois disso, fazia o registro na forma simbólica.

> **Pesquisadora**: Como é representada, simbolicamente, a fração um sexto?
> **Alunos**: "Um" "seis".
> **Pesquisadora**: Não falta nada?
> **Júlia**: Falta o traço para indicar a divisão.

Fizemos o mesmo com as representações do pirulito dividido em oito, nove e dez partes e com os desafios.

A fala se repete com os sétimos, oitavos, nonos e décimos. Retomei o desafio de nomear as partes do pirulito dividido em 21 pedaços (para todos da turma). Eles responderam facilmente que é "um vinte e um avos"; então, perguntei:

> **Pesquisadora**: Como é a representação simbólica?
> **Alunos**: Tracinho (–); "um" em cima e "vinte e um embaixo" $\frac{1}{21}$.

Quando comentamos a divisão em "cem" partes iguais, Doce responde rapidamente:

> **Doce**: É "um centésimo", com o "um" em cima, o tracinho e o "cem" embaixo $\frac{1}{100}$.

Em seguida, Peter lembra:

> **Peter**: Ficou um desafio para responder: o de mil partes.
> **Pesquisadora**: Que nome recebe cada parte de um inteiro que foi dividido em mil partes iguais?
> **Alunos**: Um milésimo.

Apenas para efeito de discussão, em alguns momentos, destaquei um número de partes diferente de “um” para que eles percebessem que o numerador nem sempre é “um”.

Vale destacar o ocorrido na turma B. Recordando a função do numerador e do denominador com o inteiro dividido em quatro partes iguais, ao representar a fração $\frac{1}{4}$, tivemos a seguinte situação:

> **Larissa**: O “1” do numerador é o pirulito inteiro e o “4” são os pedaços.
> **Pesquisadora**: Vocês concordam?
> **Alunos**: O “um” não é o inteiro, é uma das quatro partes.
> **Pesquisadora** (formula um exemplo): Ana foi ao mercado e comprou um quarto de queijo. (Faz o desenho dividido em quatro partes iguais). Quanto Ana comprou do queijo?
> **Larissa**: Um quarto, porque ela comprou um pedaço de um queijo que foi dividido em quatro pedaços.
> **Pesquisadora**: Quanto que sobrou do queijo?
> **Alunos**: Três quartos.

Nessa situação, percebemos que a estudante Larissa considerou a fração como uma operação de divisão de dois números naturais, ou seja, ela pensou na divisão da quantidade “um” por “quatro”. Essa ideia seria válida se não estivéssemos discutindo “um” dos quatro pedaços da representação do pirulito.

Também na Turma C, a questão da fração, como divisão, apareceu. Relembrei como se nomeia um pirulito dividido em duas partes e colorindo uma; eles respondem, sem dúvida, que é um meio ou meio pirulito.

> **Pesquisadora**: Como vamos fazer a representação simbólica?
> **Alunos**: Coloca um traço com o algarismo “1” em cima e o “2” embaixo.
> **Pesquisadora**: Por que colocamos o “um” em cima?
> **Alunos**: Porque o “um” representa o pirulito inteiro e o “dois” porque representa a quantidade de partes que o pirulito está dividido.
> **Pesquisadora** (pinta as duas partes do inteiro): Que fração representam as partes coloridas? (Eles tiveram dúvida).
> **Pesquisadora** (modifica a pergunta): Em quantas partes o inteiro foi dividido?
> **Alunos**: Duas.
> **Pesquisadora**: Onde devo colocar o “dois”?
> **Alunos**: Embaixo. (Ela coloca o algarismo “dois” no denominador da fração).
> **Pesquisadora**: O denominador indica em quantas partes o inteiro foi dividido. E o que colocamos no numerador? (Aponta para a parte de cima da fração).
> **Alunos**: Dois.
> **Pesquisadora**: Nesse caso é o “dois” porque estamos destacando duas partes do inteiro. (Ela representa $\frac{2}{2}$ no quadro)
> **Pesquisadora**: Como lemos?
> **Alunos**: Dois meios.
> **Pesquisadora** (tenta contextualizar a fração contando a seguinte história e representando-a com um desenho): Ângelo comprou um pirulito e o dividiu em

> duas partes iguais. Comeu uma parte no horário da merenda e a outra depois do almoço. Que fração do pirulito ele comeu ao todo?
> **Alguns alunos**: Dois meios.
> **Outros alunos**: O pirulito inteiro.

Confirmei a hipótese e relembramos como podemos fazer o registro de um inteiro dividido em três partes iguais.

Os alunos apresentaram a mesma hipótese que a aluna Larissa, da Turma B; ou seja, a hipótese de que o algarismo “um” era colocado no numerador porque representava a quantidade de inteiros: “um”. No denominador, colocaria o número de partes em que o inteiro foi dividido. Então, para fração $\frac{1}{2}$, a interpretação seria: um inteiro dividido em duas partes; para $\frac{1}{3}$, seria um inteiro dividido em três partes, e, assim, sucessivamente. Essa seria a ideia de fração como quociente, ou seja, como uma divisão de inteiros.

Entretanto, a hipótese deles não se confirma quando representamos a fração “dois meios”, pois não eram dois inteiros divididos em duas partes iguais; era apenas um inteiro. Por isso, depois de perceber as dúvidas que os estudantes tiveram, comecei a contextualizar os demais registros, sempre destacando a fração unitária como uma parte do inteiro e fazendo algum questionamento em relação à parte que sobrava do mesmo inteiro, pois sem a contextualização, a representação $\frac{2}{2}$ pode indicar tanto a ideia de divisão quanto a ideia da relação parte-todo.

5.4.1 Considerações sobre a aula

O principal objetivo proposto para essa aula era de consolidar o formato da representação simbólica das frações $\frac{numerador}{denominador}$ (de acordo com a ideia parte-todo) e da função de cada um deles: denominador – indicar o número de partes em que o inteiro foi dividido , e do numerador – indicar o número de partes consideradas.

No entanto, deparamo-nos com situações em que os estudantes estavam utilizando a ideia de fração como quociente – divisão de dois números inteiros. Consideramos muito proveitosa a apresentação dessa ideia, pois nos permite constatar que, mesmo trabalhando apenas com a ideia parte-todo nas aulas, os alunos usaram “o conhecimento intuitivo da divisão, [...], como base da construção do conceito de fração” (NUNES, 2002, p. 9), ou seja, mostraram, na sala de aula, uma ideia do número fracionário que, provavelmente, está ligada às suas experiências de vida e da sua compreensão de divisão.

Percebemos, também, que, durante o registro simbólico das frações, os estudantes realizaram o que Smole, Cândido e Stancanelli (1997, p. 14), chamam de “comunicar-se em matemática”; isto é, com base nas discussões que aconteceram entre um registro e outro, os estudantes puderam rever, clarear e explicitar “seus pensamentos acerca das ideias discutidas” (ibid., p. 14). Consideramos que o fato de ter que registrar, simbolicamente, as frações e conversar sobre a função do numerador e do denominador, sempre que o registro simbólico era realizado, pode ter colaborado para o aprendizado da forma como elas são representadas e para a compreensão da função do numerador e do denominador.

Acreditamos que boa parte dos estudantes conseguiu compreender a representação fracionária trabalhada por nós – em quantos pedaços foi dividido o todo e quantos pedaços são considerados –; entretanto, alguns ainda representam, no denominador, o número de parte que sobrou depois de “retirar” o número de partes consideradas no numerador; ou seja, ainda não conseguem perceber o inteiro depois de destacar uma parte dele. De acordo com Merlini (2005, p. 209), o aluno age dessa maneira “com o intuito de revelar a resposta [e para tanto, realiza] algum tipo de algoritmo de operação (adição, subtração, divisão ou multiplicação entre numerador e denominador”.

Como esse é um processo de construção de uma ideia, passaremos, a partir da próxima aula, para atividades que têm como propósito auxiliar esse processo de construção da ideia do número fracionário e suas representações: forma simbólica, por extenso e com desenho.

5.5 Lanchando, brincando e comemorando com frações

A quinta aula foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada turma e realizada coletivamente, ou seja, discutindo com todos os alunos da turma, registrando no quadro, e os estudantes, na folha.

Na Turma A, iniciamos as atividades relembrando o assunto que estamos estudando.

> **Barão 237**: É a história do pirulito.
> **Júlia:** É fração.

Podemos observar, na fala desses dois alunos, que Júlia já consegue identificar que o assunto tratado, nas aulas, é fração, mas Barão 237 se apoia na história para lembrar do assunto; ou seja, verificamos que a história está subsidiando as reflexões e inferências desse aluno.

Confirmei a hipótese dos dois, relembrando que, para começar a falar de fração, contei a história “O pirulito do pato”. Uma criança comentou que tinha que ser pedaços iguais. Confirmei o comentário e completei dizendo que as partes recebem nomes diferentes de acordo com o número de pedaços em que o inteiro é dividido.

Comecei a falar e registrar, no quadro, o número de partes em que o inteiro pode ser dividido (de duas até dez; onze e noventa e nove); os estudantes falavam o nome que elas recebem de acordo com o número de partes.

> **Pesquisadora**: Quando o inteiro é dividido em duas partes iguais, que nome recebe cada parte?
> **Alunos**: Metade ou um meio.

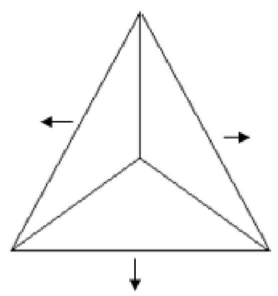
E assim, sucessivamente.
Após registrarmos o nome do inteiro dividido em cem partes iguais – "centésimos" –, um aluno perguntou que nome receberiam as partes de um inteiro dividido em mil partes iguais. Uma das crianças respondeu "*milésimos*". Confirmei a resposta e comentei que um milésimo corresponde a um cubinho do "Material dourado" no cubo grande – tomando o cubo como uma unidade[30] –; em seguida, peguei uma placa e mostrei "um centésimo"; depois peguei uma barrinha e mostrei "um décimo". Registrei "um milésimo" no quadro junto com as outras frações.

Contei que, hoje, faríamos algumas atividades envolvendo frações. Cada uma delas estava em uma folha separada; assim, tivemos a possibilidade de observar a ilustração, ler e discutir com os estudantes cada uma das situações, de forma que eles pudessem tecer comentários e considerações a respeito do assunto tratado no texto. Além disso, buscamos inserir, em cada uma delas, uma situação possível de ter sido vivenciada pelos estudantes ou por alguém próximo a eles.

Depois que expliquei a eles que não iriam colar as folhas porque eu faria cópia delas para anexar à pesquisa, iniciamos com o primeiro exercício (Figura 29):

Figura 29 – Proposta de atividade – grandezas contínuas.

Luciana levou para o lanche uma esfirra grande que sua mãe fez. Como era costume na turma dividir os lanches, Luciana e mais duas colegas resolveram dividir a esfirra em partes iguais. Veja como o salgado foi repartido na representação a seguir:



Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Essa situação envolve a divisão de um salgado – esfirra – entre três meninas, fato que presenciei, várias vezes, entre os estudantes nas três turmas; entretanto, esse não é um salgado muito conhecido pelas crianças; por isso, perguntei se todos o conheciam e expliquei como é feito.

[30] Cotidianamente, cada cubinho do "Material dourado" representa um inteiro. Entretanto, nessa situação, utilizamos o cubo grande do "Material dourado" como um inteiro dividido em mil partes. Dessa forma, cada cubinho passa a representar um milésimo do inteiro.

Pesquisadora: Todo mundo conhece esse salgado chamado esfirra?
Alguns alunos disseram que sim; outros disseram que não conheciam.
Pesquisadora: Esfirra é um salgado de origem síria e libanesa, feito com massa de pão e recheado com carne moída; aqui, no Brasil, algumas pessoas também recheiam com frango; ele tem, geralmente, o formato triangular, como no desenho.

Após a leitura, discutimos a situação apresentada no texto e realizamos as atividades propostas (Figura 30).

Figura 30 – Exploração da situação proposta.

a- Escreva simbolicamente e por extenso o nome de cada pedaço da esfirra, de acordo com a direção apontada pelas setas que estão ao lado do desenho.

b- Cada uma das meninas comeu um pedaço da esfirra na hora da merenda.

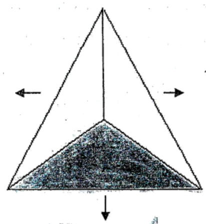
- ✓ Pinte a parte da esfirra que Luciana comeu.
- ✓ Escreva simbolicamente e por extenso a fração que representa a parte da esfirra que Luciana comeu. ______________________________.
- ✓ Escreva simbolicamente e por extenso a fração que representa a parte da esfirra que as amigas de Luciana comeram juntas.______________.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Todos nomearam cada pedaço da esfirra como “um terço” (Figura 31).

Figura 31 – Atividade realizada por Laís Almeida

1- Luciana levou para o lanche uma esfirra grande que sua mãe fez. Como era costume na turma dividir os lanches, Luciana e mais duas colegas resolveram dividir a esfirra em partes iguais. Veja como o salgado foi repartido na representação a seguir:



a- Escreva simbolicamente e por extenso o nome de cada pedaço da esfirra, de acordo com a direção apontada pelas setas que estão ao lado do desenho.

b- Cada uma das meninas comeu um pedaço da esfirra na hora da merenda.

- ✓ Pinte a parte da esfirra que Luciana comeu.
- ✓ Represente simbolicamente e por extenso a fração que representa a parte da esfirra que Luciana comeu. Luciana comeu 1/3 (um terço) da esfirra
- ✓ Represente simbolicamente e por extenso a fração que representa a parte da esfirra que as amigas de Luciana comeram ao todo. Elas comeram 2/3 dois terços) da esfirra

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Representaram, corretamente, a parte da esfirra que Luciana comeu; no entanto, quando tiveram que responder “que fração as amigas de Luciana comeram ao todo”, percebi que algumas crianças tiveram dúvida; elas responderam “dois meios”, pois sobraram dois pedaços.

> **Pesquisadora**: Em quantas partes a esfirra foi dividida?
> **Alunos**: Três.
> **Pesquisadora**: Quantas partes ficaram para as amigas da Luciana?
> **Alunos**: Duas.
> **Pesquisadora**: Sobraram dois pedaços de um inteiro dividido em três partes.

Depois do comentário, eles responderam “dois terços”.

Percebemos que alguns estudantes não reconheceram a esfirra inteira depois que pintaram a parte que Luciana comeu; elas subtraíram o pedaço da Luciana dos três pedaços iniciais; para esses alunos, elas comeram “dois pedaços dos dois pedaços que sobraram”.

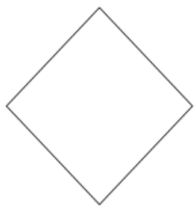
Na atividade 2 (Figura 32), vários estudantes comentaram que também gostam de soltar pipa, como o personagem, mas poucos afirmaram que sabem fazer esse brinquedo.

Figura 32 - Proposta de atividade – grandezas contínuas.

João adora fazer e soltar pipas. Para brincar no final de semana com seus primos, ele fez uma pipa colorida. Usou a cor verde em um quarto da pipa e no restante, usou a cor amarela.

a- Em quantas partes ele dividiu a pipa? ______

b- Utilize o desenho para representar a divisão feita por ele.



c- Pinte a pipa de acordo com o que foi informado no texto.
d- Represente simbolicamente e por extenso a fração da pipa que tinha a cor amarela. ____

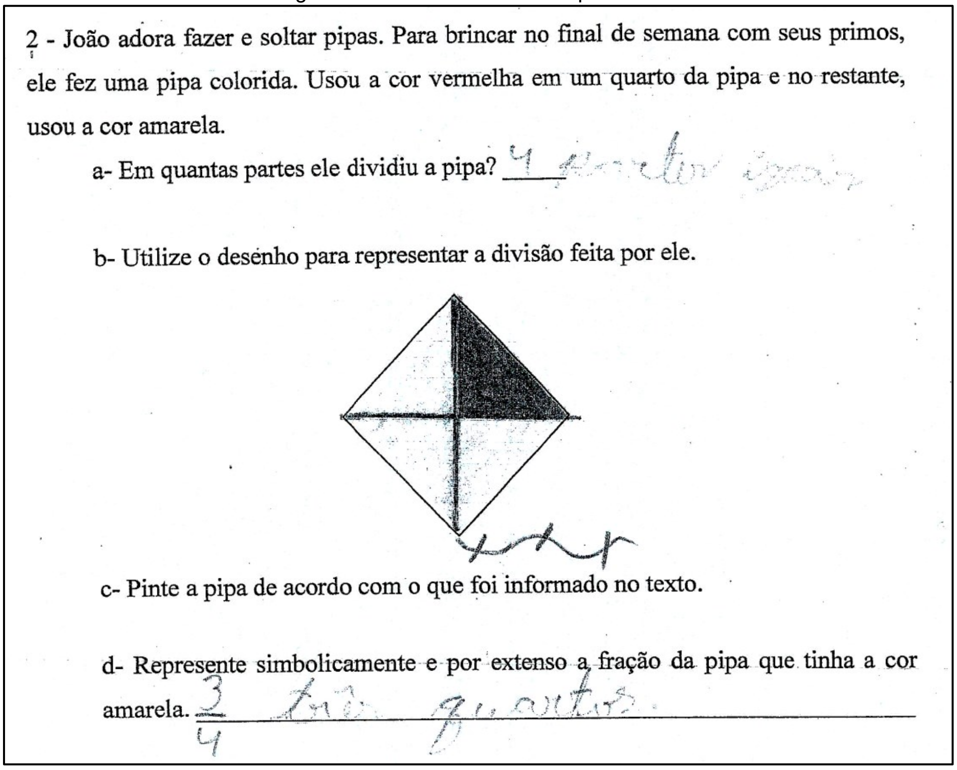
Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

A maioria conseguiu identificar em quantas partes o inteiro foi dividido, com base na seguinte informação do texto: “Ele usou a cor vermelha em ‘um quarto’ da pipa”.

Clara logo percebe que, no texto, está escrito que ele colocou vermelho em um quarto da pipa; então, ela dividiu a pipa em quatro partes.

Realizaram, tranquilamente, uma parte vermelha e as três amarelas (Figura 33).

Figura 33 – Atividade realizada por Camila



2 - João adora fazer e soltar pipas. Para brincar no final de semana com seus primos, ele fez uma pipa colorida. Usou a cor vermelha em um quarto da pipa e no restante, usou a cor amarela.

a- Em quantas partes ele dividiu a pipa? 4 quartos iguais

b- Utilize o desenho para representar a divisão feita por ele.

c- Pinte a pipa de acordo com o que foi informado no texto.

d- Represente simbolicamente e por extenso a fração da pipa que tinha a cor amarela. $\frac{3}{4}$ três quartos.

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Ao analisar os três comentários anteriores, podemos inferir que um dos objetivos de se trabalhar de forma integrada com língua materna e matemática pode ser alcançado: contribuir “para a formação de bons conhecedores dos conceitos matemáticos e de leitores fluentes que compreendam efetivamente o que leem sem se limitar à decodificação do código linguístico” (SOUZA, 2008, p. 49). Todos os estudantes conseguiram compreender que “um quarto” da pipa é uma parte das quatro partes em que ela deveria ser dividida; além disso, todos conseguiram dividi-la em quatro partes iguais.

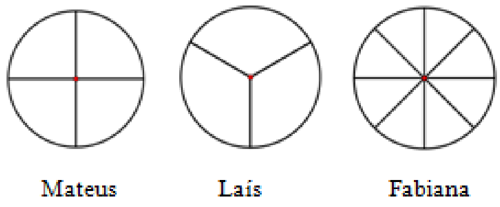
No entanto, ao representar, simbolicamente, e, por extenso, a parte da pipa que estava pintada de amarelo, alguns registraram “três terços”. Relembrei que a pipa inteira tinha quatro partes ao todo e três partes estavam coloridas de amarelo. Depois desse comentário, quem estava com dúvida corrigiu e registrou corretamente “três quartos”.

Percebemos que alguns estudantes ainda não construíram a ideia de que o todo é o mesmo, ou seja, não é alterado, quando destacamos alguma(s) de suas partes. Por esse motivo, o denominador de um mesmo inteiro não se modifica quando fazemos diferentes perguntas em relação a ele, como no caso das frações relacionadas à pipa.

A seguir, passamos para a resolução da situação de número 3 (Figura 34):

Figura 34 – Proposta de atividade – grandezas contínuas.

Para comemorar seu aniversário, Laís levou seus filhos Mateus e Fabiana a uma pizzaria. Cada um deles comeu apenas um pedaço de pizza com o seu recheio predileto, de acordo com as imagens a seguir:



a- Pinte no desenho a parte da pizza que cada um deles comeu.

b- Embaixo do nome de cada pessoa represente simbolicamente a fração da pizza que cada um deles comeu.

c- Quem comeu a maior fração de pizza? _______________ Por quê?

d- Se você fosse à pizzaria com eles, que recheio escolheria para sua pizza?

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Após a leitura do texto, pedi que os estudantes pintassem apenas um pedaço de cada pizza – como solicitado na atividade – e, em seguida, perguntei a eles:

> **Pesquisadora**: Que pedaço de pizza vocês preferiam comer e por quê?

Imaginei que eles entenderiam que cada personagem pegou apenas o pedaço de pizza que estava pintado no desenho; entretanto, o texto, da forma como está escrito, deu margem a outras interpretações. Os estudantes não perceberam que as pizzas inteiras tinham o mesmo tamanho; a maioria se ateve apenas à quantidade de pedaços que cada uma delas tinha. Isso resultou no pensamento da maioria de que Fabiana tinha mais pizza, porque “a pizza dela tinha mais pedaços”.

> **Júlia**: Eu escolheria a pizza da Fabiana porque tem mais pedaços.
>
> **Pesquisadora**: Quem escolheria a mesma coisa que Júlia? (A maioria dos estudantes da turma levanta a mão).

Outros conseguiram perceber que os pedaços da pizza de Laís eram maiores.

> **Rex**: Eu pegaria a da Laís porque o pedaço é maior de todos.

Outros preferiram o pedaço de pizza do Mateus por achar que o pedaço da pizza dele é maior.

> **Meliodas**: Eu pegaria do Matheus que tem o pedaço maior.

Peguei três círculos pequenos de papel – no material da proposta de ensino – e apresentei cada um deles como a representação de uma das pizzas. Em seguida, perguntei:

> **Pesquisadora**: Se todos recebessem a pizza toda, o número de pedaços faz diferença? (A dúvida permaneceu).
>
> Alguns achavam que não faria diferença.

Laís Almeida: As pizzas são do mesmo tamanho?
Pesquisadora: Sim.
Laís Almeida: Então não tem por que, pois, daria o mesmo tanto pra cada um; só muda o tamanho dos pedaços.

Outros continuaram afirmando que Fabiana (cuja pizza foi dividida em oito partes iguais) receberia mais pizza.

Peguei os círculos de papel, dobrei cada um deles de acordo com uma das pizzas, recortei os pedaços e peguei um pedaço de cada para apresentar aos estudantes. Quando coloquei um pedaço ao lado do outro, no quadro, tivemos mais chances de visualizar que o pedaço "um terço" é maior que o pedaço "um oitavo".

Pesquisadora (comparando os pedaços dos círculos): Qual é o maior?
Alunos: O que foi dividido em três pedaços.
Pesquisadora: Mas três é maior que oito?
Alunos: Não.
Pesquisadora: Por que o pedaço da pizza dividida em três partes é maior?
Peter: Quanto mais pedaços, menores eles ficam.

Como as representações eram pequenas, a diferença não ficou tão nítida; depois disso, eles afirmaram que o pedaço da Laís era maior e o da Fabiana era menor; mas ainda tinha criança que achava que Fabiana tinha mais pizza porque tinha mais pedaços.

Meliodas: Não faz diferença a quantidade de pedaços se todos receberem a pizza inteira. Seria a pizza inteira. Os pedaços da Laís são maiores porque têm menos recortes; e os pedaços da Fabiana são menores porque têm mais recortes.

A conclusão de que Laís comeu o maior pedaço de pizza foi, cada vez mais, aceita, após as justificativas explicitadas pelos alunos. Entretanto, ainda não era unânime.

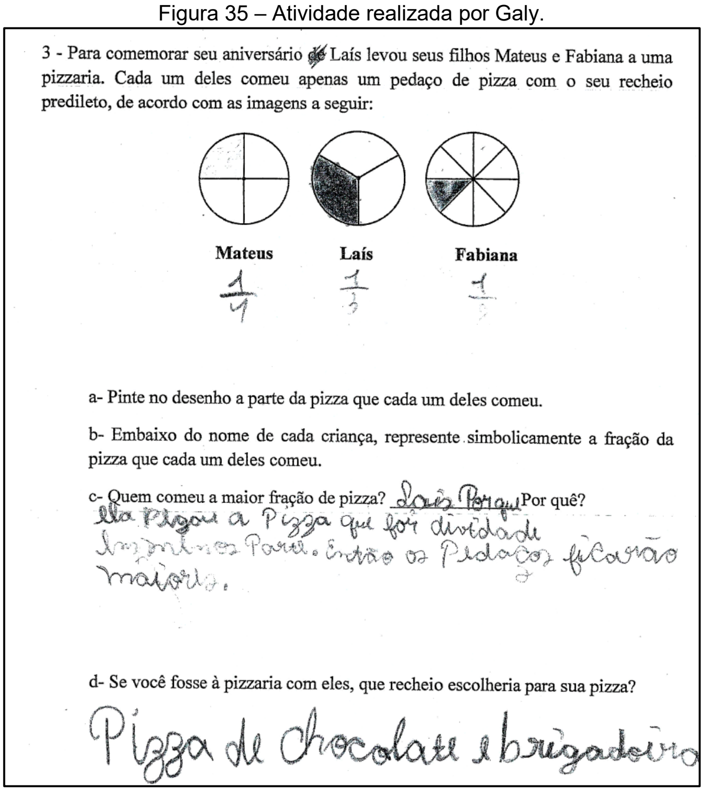
Galy: Quem ganhou o maior pedaço de pizza foi Fabiana.
Alunos: Foi Laís. A pizza dela foi dividida em menos partes; então os pedaços ficaram maiores.

Para os estudantes, cada uma das pessoas da história tinha uma pizza inteira e comeu apenas um pedaço; por isso, preferiam a pizza da Fabiana, porque, para eles, a pizza que tinha mais pedaços é maior que as outras. Ou seja, eles não perceberam a igualdade de tamanho das pizzas; eles se ativeram ao maior número de partes de uma pizza em relação à outra.

Constatamos que, para a realização dessa atividade, é necessário a utilização de material manipulativo que pudesse representar as pizzas inteiras e em pedaços. De acordo com Reys (1971), citado por Souza (2008), materiais manipulativos são "objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma idéia" (p. 129). Segundo Souza (2008, p. 133), "ao manipular um material e ao estabelecer comparações, os alunos podem construir ou adquirir determinados conceitos e princípios matemáticos." Em outras palavras, o material manipulativo pode facilitar a aprendizagem dos estudantes em relação ao assunto tratado. No entanto, segundo Nacarato (2005, p. 4), o "uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los." Ou seja, ao utilizar material manipulativo, é preciso que se planeje bem as aulas, tendo objetivos bem definidos em relação ao que se deseja alcançar com sua utilização, além de estar inteirado com o material, sabendo manipulá-lo. Enfim, é preciso usar o material e não fazer, dele, conteúdo.

Após as discussões anteriores, todas as atividades da folha foram realizadas com tranquilidade (Figura 35).

Figura 35 – Atividade realizada por Galy.



3 - Para comemorar seu aniversário ~~de~~ Laís levou seus filhos Mateus e Fabiana a uma pizzaria. Cada um deles comeu apenas um pedaço de pizza com o seu recheio predileto, de acordo com as imagens a seguir:

Mateus	Laís	Fabiana
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$

a- Pinte no desenho a parte da pizza que cada um deles comeu.

b- Embaixo do nome de cada criança, represente simbolicamente a fração da pizza que cada um deles comeu.

c- Quem comeu a maior fração de pizza? Laís Porque Por quê?
Ela pegou a Pizza que foi dividida im menos Parte. Então os Pedaços ficarão maiores.

d- Se você fosse à pizzaria com eles, que recheio escolheria para sua pizza?

Pizza de chocolate e brigadeiro

Fonte: arquivo da pesquisadora, 2018.

Aqueles que quiseram contaram o sabor da pizza que pediriam se tivessem ido com Laís até a pizzaria; enquanto ouvia os comentários, percebi que uma menina estava desenhando uma pizza na sua folha. Resolvi pedir, a eles, que também desenhassem a pizza de sua preferência; para isso, entreguei um círculo de papel para cada um. Os estudantes demonstraram gostar de desenhar a pizza de sua preferência; no entanto, não deu tempo de terminar o desenho para tirar cópia.

5.5.1 Considerações sobre a aula

Cury (2007) questiona a falta de discussão em relação aos erros cometidos pelos estudantes, futuros professores, nos cursos de formação. Segundo ela, "raramente há tempo para voltar ao erro e partir dele para reconstruir algum conhecimento." (p. 93). Percebo que o mesmo acontece conosco na escola;

raramente tempos oportunidade de refletir sobre nossa prática. Felizmente, não foi o que ocorreu em relação às atividades propostas e realizadas nessa aula, principalmente, à atividade das pizzas.

Ao realizar essa atividade, os estudantes inicialmente se fixaram na ideia da quantidade de pedaços da pizza, quando o que desejávamos era que eles percebessem que quanto mais dividimos o inteiro, menores são as partes, e, assim, construíssem a ideia de que quanto maior o denominador, menores são as partes. Constatamos que essa ideia exige tempo, atividades de exploração e material manipulativo para ser construída, pois é uma ideia contrária à que os alunos já têm estabelecida em relação aos números naturais.

Apesar disso, pudemos verificar que, na atividade das pizzas, a maioria dos estudantes conseguiu nomear as partes dos inteiros divididos em três, quatro e oito partes, sem apresentarem dificuldade; na atividade da pipa, eles foram capazes também de identificar que o inteiro foi dividido em quatro partes iguais, com base na leitura e no reconhecimento da expressão “um quarto” como uma parte de um inteiro dividido em quatro partes iguais, ou seja, houve uma apropriação do termo para ser utilizado no contexto matemático.

Entretanto, apesar de os estudantes verbalizarem o nome dos termos de uma fração, identificarem a função de cada um deles e falarem que, no denominador, devemos colocar o total de partes em que o inteiro foi dividido, percebemos que vários deles ainda não fazem uso dessa informação quando vão registrar uma fração; isso porque, inicialmente, não “enxergam” o inteiro depois que destacam uma parte dele. A atividade proporcionou a percepção do inteiro e suas partes

Consideramos que as atividades foram positivas tanto para os estudantes – que puderam discutir sobre o assunto, criar hipóteses, modificar suas hipóteses, argumentar suas ideias, ou seja, raciocinar e refletir sobre fração – como para a pesquisa, pois deixou evidente a necessidade do uso de material manipulativo para que possamos trabalhar de forma que o aluno tenha condições de, realmente, compreender e comparar frações.

5.6 Lá vem mosaico!

A sexta atividade foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada turma e realizada coletivamente, ou seja, discutindo com todos os alunos da turma, registrando no quadro e os estudantes, na folha. Nessa aula, prosseguimos com as atividades de compreensão de frações de inteiros contínuos.

Na Turma A, apresentei círculos maiores e coloridos – em papel – para facilitar a visualização (Figura 36) e retomei a atividade das pizzas.

Figura 36 - Círculos inteiros e divididos em partes

Fonte: arquivo da pesquisadora, 2018.

Colei, no quadro, a representação colorida das pizzas inteiras para serem comparadas. Expliquei que Laís não comprou uma pizza inteira para cada um; a pizza inteira estava no balcão e cada pessoa podia escolher a quantidade de pedaços e sabor. Disse, ainda, que cada um deles escolheu um pedaço de uma pizza dividida em diferentes números de pedaços.

Sobrepus as imagens das pizzas inteiras para mostrar que, se eles tivessem comprado a pizza inteira, todos teriam pizzas do mesmo tamanho, ou seja, o fato de ter mais ou menos fatias não interferiria no tamanho da pizza.

Nesse momento, apresentei os pedaços um quarto, um terço e um oitavo e os sobrepus, de forma que o pedaço um oitavo foi encaixado dentro de um quarto e um quarto dentro de um terço.

Comentei que o número de fatias ia interferir no tamanho do pedaço; não no tamanho da pizza; por isso havíamos concluído que Laís comeu o maior pedaço de pizza.

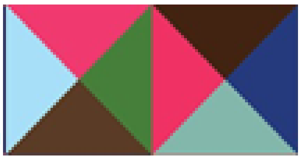
Depois desses comentários, entreguei a primeira folha de atividade de hoje. Após ler a primeira situação – feira de cultura em uma escola – falamos sobre a Feira Mama África e expliquei que em outras escolas também acontecem feiras culturais com formatos diferentes.

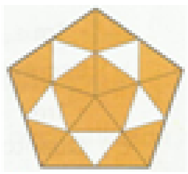
Comentei sobre a feira da escola citada no texto e perguntei se eles sabiam o que é um mosaico. A maioria respondeu que é “uma arte feita com formas geométricas”. Perguntei se é só com formas geométricas, e a maioria afirmou que sim. Então, mostrei à turma, por meio do computador, várias imagens de mosaicos, para que os alunos percebessem que não é só com formas geométricas que se fazem mosaicos. Também expliquei que os mosaicos podem ser feitos com peças quebradas de azulejos ou outros materiais; em seguida, os alunos citam exemplos.

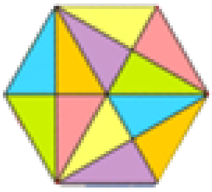
Apresentei exemplos de mosaicos de imagens, cenas, figuras abstratas, com pedras, azulejos; comentei que podem ser encontrados em quadros e em diversos locais, como igrejas, passeios – citei alguns de B.H. e o de Copacabana. Os estudantes citaram exemplos dessa arte, conhecidos, por eles, em igrejas, muros, como o da entrada principal do Zoológico de BH. Relatei que essa forma de arte é muito antiga e, após a conversa, iniciamos a atividade em folha (Figura 37).

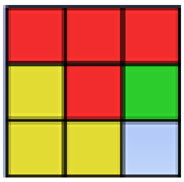
Figura 37 – Atividade para observação de mosaicos com partes iguais.

Pedro e Ana foram visitar os trabalhos apresentados pelos alunos do 5° ano na feira de cultura que aconteceu na escola onde estudam. Numa das apresentações havia uma exposição de mosaicos. Ao lado de alguns mosaicos, havia uma representação fracionária faltando o numerador ou o denominador. Os visitantes precisavam completar as frações. Como você completaria as frações que estão ao lado dos seguintes mosaicos:

a-[1]  Parte colorida de verde – $\frac{1}{\square}$

b-[2]  Parte branca – $\frac{\square}{20}$

c-[3]  Parte colorida de azul - $\frac{\square}{12}$

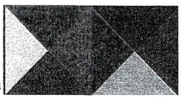
d-[4]  Parte colorida de amarelo - $\frac{3}{\square}$

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

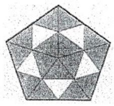
Desta vez, deixei que fizessem a atividade para, depois, discutir. Percebi que a maioria dos estudantes fez a atividade rapidamente e de forma correta (Figura 38). Alguns completaram o denominador como já foi comentado em relatos anteriores: subtraindo, do total de partes do inteiro, a quantidade registrada no numerador. Após conversarmos, a fração foi corrigida.

Figura 38 – Atividade realizada por Sub Zero

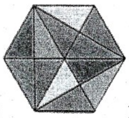
1 - Pedro e Ana foram visitar os trabalhos apresentados pelos alunos do 4º ano na Feira de Cultura que aconteceu na escola onde estudam. Numa das apresentações havia uma exposição de mosaicos. Ao lado de alguns mosaicos, havia uma representação fracionária faltando o numerador ou o denominador. Os visitantes precisavam completar as frações. Como você completaria as frações que estão ao lado dos seguintes mosaicos:



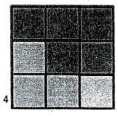
a- 1 Parte colorida de verde - $\frac{1}{8}$



b- 2 Parte branca – $\frac{5}{20}$



c- 3 Parte colorida de azul - $\frac{2}{12}$



d- 4 Parte colorida de amarelo - $\frac{3}{9}$

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

No item “a” – retângulo dividido em oito partes, tem um pedaço que o azul se confunde com o verde; isso causou dúvidas nos alunos. Eles completaram com o denominador, apenas Brey Gil apresentou dúvida; ele confundiu o denominador com a parte colorida de verde. Expliquei que a quantidade de partes iguais deve ficar no denominador e o que o número “1” representa apenas a parte verde (numerador). Nos itens “b”, “c” e “d”, não tiveram dúvidas.

Ao serem questionados sobre o motivo pelo qual era possível colocar uma fração ao lado desses mosaicos, a grande maioria explicou que as partes dos mosaicos eram iguais.

No mosaico com partes diferentes, atividade 2, os alunos identificaram rapidamente que não apareceu fração porque as partes não são iguais (Figuras 39 e 40).

Figura 39 - Atividade para observação de mosaico com partes diferentes.

Em outros mosaicos não havia uma representação fracionária. Veja o exemplo a seguir:

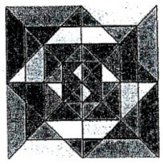
5

Olhando para o desenho, você poderia dizer por qual motivo não foi colocada uma fração ao lado desse mosaico?

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Figura 40 – Atividade realizada por Júlia

2 - Em outros mosaicos não havia uma representação fracionária. Veja o exemplo a seguir:



5

Olhando para o desenho, você poderia dizer por qual motivo não foi colocada uma fração ao lado desse mosaico?

Porque erre mosaco não dividido em parter igais

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Em seguida, iniciamos a atividade “3”, dividir três folhas para quatro pessoas. Quando comentei que faríamos a atividade, as crianças demonstraram alegria por assentarem-se com os colegas, pois ela foi realizada coletivamente com a turma organizada em grupos de quatro estudantes (Figura 41).

Figura 41 – Atividade que culminou com a produção de mosaicos.

A professora Maria gostou da exposição de mosaicos da turma do 5º ano e pensou em produzir alguns mosaicos com sua turma. Para produzi-los, ela entregou 3 folhas de papel colorido para cada grupo de 4 crianças. Os papéis têm cores diferentes e todos os componentes do grupo devem receber partes iguais de cada folha de papel.

a- Que fração de cada cor cada criança recebeu? ____

b- Que fração representa o total de folhas que cada criança recebeu?

c- Represente com desenho o que foi feito com as folhas de papel.

d- Faça um mosaico utilizando as frações das folhas que você recebeu.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Entreguei três folhas de cores diferentes para cada grupo, mas disse que eles só poderiam dividi-las depois que encontrássemos uma solução para a situação. Rapidamente, uma criança sugeriu:

Aluno: Divida a folha em quatro partes e cada criança recebe um pedaço de cada folha.
Pesquisadora: O que vocês acham da proposta?
Alunos: Boa!
Pesquisadora: Como vamos fazer para dividir igualmente?
Bruna: É só dobrar a folha ao meio e partir.
Pesquisadora (dobra uma folha ao meio e mostra): Assim só temos duas partes.
Peter: É só dobrar ao meio de novo que ficarão quatro pedaços.

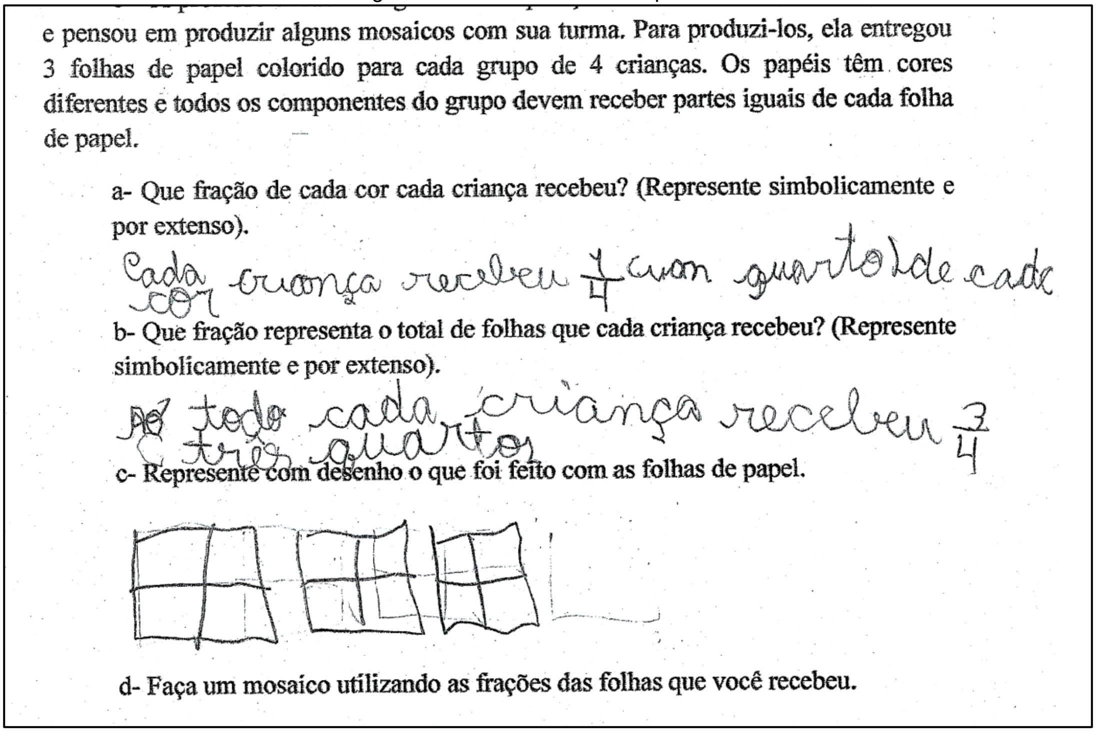
Após algumas discussões, as crianças concluíram que a folha deveria ser dobrada ao meio e, depois, ao meio novamente.

Então, todos os alunos começam a dobrar e partir. Um dos grupos não dividiu as folhas em pedaços iguais e, então, entreguei outra folha. Alguns grupos tiveram dificuldade para dobrar a folha igualmente; precisei ajudá-los.

Depois disso, efetuamos o registro. Todos demonstraram compreender que tinham recebido “um quarto” de cada folha e que, ao todo, receberam “três quartos”, ou seja, “três pedaços de um quarto” (Figura 42).

Na letra “c”, os alunos representam as três folhas divididas em quatro partes iguais.

Figura 42 – Atividade realizada por Júlia.


e pensou em produzir alguns mosaicos com sua turma. Para produzi-los, ela entregou 3 folhas de papel colorido para cada grupo de 4 crianças. Os papéis têm cores diferentes e todos os componentes do grupo devem receber partes iguais de cada folha de papel.

a- Que fração de cada cor cada criança recebeu? (Represente simbolicamente e por extenso).

Cada criança recebeu $\frac{1}{4}$ um quarto de cada cor

b- Que fração representa o total de folhas que cada criança recebeu? (Represente simbolicamente e por extenso).

Ao todo cada criança recebeu $\frac{3}{4}$ três quartos

c- Represente com desenho o que foi feito com as folhas de papel.

d- Faça um mosaico utilizando as frações das folhas que você recebeu.

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Depois disso, foi realizada a atividade de produzir o mosaico. Como tínhamos pouco tempo, a atividade foi realizada na aula de Língua Portuguesa, no 3º horário, pois o professor faltou nesse dia (Figuras 43 e 44).

Cada criança utilizou os pedaços que recebeu para fazer um mosaico.

Figuras 43 e 44 – Murais produzidos com os mosaicos dos estudantes das três turmas

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

5.6.1 Considerações sobre a aula

Com o intuito de conseguir alcançar os objetivos propostos para essa aula, refletimos na integração com a disciplina Arte, utilizando os mosaicos para esse fim. Acreditamos ter sido acertada nossa escolha, pois essa foi uma aula bastante produtiva, tanto em relação ao assunto fração quanto em relação à produção artística realizada pelos estudantes. Contudo, consideramos interessante realizar algumas modificações na atividade “3” para que possa ficar mais adequada aos objetivos propostos para ela.

Indicamos como sugestões:

1. Colocar o desenho da folha como a primeira atividade, para que os estudantes tenham a ideia da folha inteira antes de trabalhar com a quarta parte.
2. Ao desenhar as folhas que foram divididas, pedi que utilizassem as cores das folhas que receberam no desenho. Isso foi feito na Turma C e, dessa forma, avaliamos que a atividade ficou mais interessante.
3. Dividir o desenho da folha em quatro partes iguais, destacando a parte que a criança recebeu de cada folha.

Essas modificações que sugerimos estão no recurso didático.

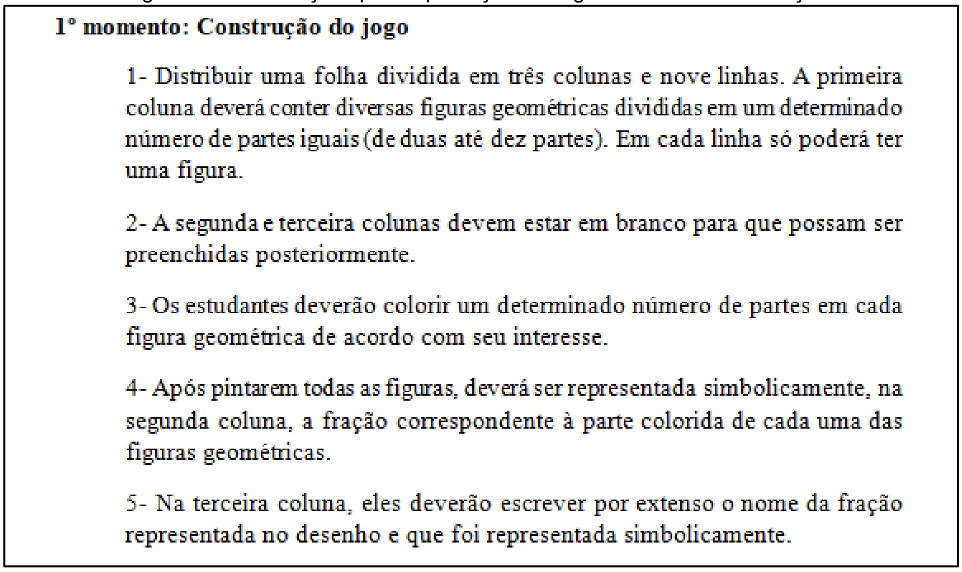
Observamos que a maioria dos estudantes conseguiu fazer o registro do numerador e do denominador de acordo com sua função, já se apropriou da ideia de que, nas frações, as partes em que o inteiro é dividido têm que ser iguais, e que é possível adicionar frações com denominadores iguais.

Porém, verificamos que, pensar antes de executar uma ação, é pouco usual para eles; percebemos esse fato quando os estudantes tiveram que pensar em “como” dividir as folhas em quatro partes iguais para que todos pudessem receber uma parte de cada folha colorida. A decisão de “dividir a folha ao meio e depois ao meio novamente” não foi fácil de ser concluída e, da mesma forma, realizar a ação de dividir a folha igualmente. Ou seja, nossos alunos estão sempre dividindo “coisas”, mas nem sempre refletem sobre como realizar essa divisão e, menos ainda, realizar divisões em partes iguais. Acreditamos que a atividade colaborou para que eles avançassem um pouco mais na compreensão da fração como divisão.

5.7 Confeccionando o Jogo da Memória das Frações

A sétima aula – produção do Jogo da Memória das Frações (Figura 45) – foi desenvolvida em quatro horários aulas de 60 minutos nas Turmas A e B. Iniciamos sua produção nas aulas de segunda-feira e terminamos nas aulas de quarta-feira; todavia, na segunda-feira, as duas turmas estavam juntas no mesmo espaço físico, mas, na quarta-feira, cada uma estava na sua sala.

Figura 45 – Orientações para a produção do Jogo da Memória das Frações.



1º momento: Construção do jogo

1- Distribuir uma folha dividida em três colunas e nove linhas. A primeira coluna deverá conter diversas figuras geométricas divididas em um determinado número de partes iguais (de duas até dez partes). Em cada linha só poderá ter uma figura.

2- A segunda e terceira colunas devem estar em branco para que possam ser preenchidas posteriormente.

3- Os estudantes deverão colorir um determinado número de partes em cada figura geométrica de acordo com seu interesse.

4- Após pintarem todas as figuras, deverá ser representada simbolicamente, na segunda coluna, a fração correspondente à parte colorida de cada uma das figuras geométricas.

5- Na terceira coluna, eles deverão escrever por extenso o nome da fração representada no desenho e que foi representada simbolicamente.

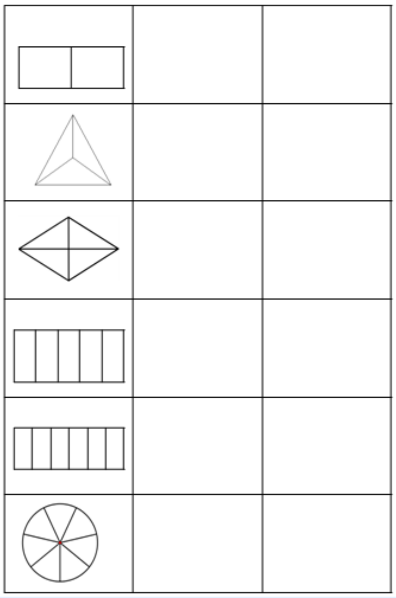
Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2018.

5.7.1 Turmas A e B

Por ser um dia chuvoso, muitos estudantes das duas turmas faltaram. Por isso, reunimos os alunos das duas turmas. Iniciamos entregando as folhas com as atividades da última aula para serem coladas no caderno; em seguida, expliquei que terminaríamos a construção do Jogo da Memória das Frações, proposta que foi bem aceita pelo grupo.

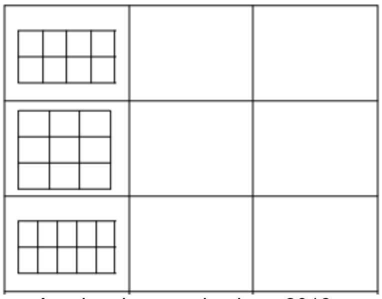
Entregamos a folha com os desenhos coloridos e com a fração registrada por extenso para quem já havia iniciado na segunda aula, e entregamos o jogo em branco para os estudantes que faltaram no dia em que iniciamos a sua produção. (Figuras 46 e 47).

Figura 46 – Primeira parte do Jogo da Memória das Frações.



Arquivo da pesquisadora, 2018.

Figura 47 – Outra parte do Jogo da Memória das Frações



Arquivo da pesquisadora, 2018.

Expliquei novamente como ele seria construído; informei, para quem já tinha iniciado o trabalho, que faltava representar as frações simbolicamente; uma das crianças completou, dizendo:

> **Aluno**: Colocando números.

Confirmei a fala do estudante; eles começaram a representar, simbolicamente, cada desenho que coloriram; fui perguntando como é que se faz. Alguns alunos comentam:

> **Alunos**: Primeiro, tem que se colocar o traço para indicar que houve uma divisão.
> **Pesquisadora**: Como se chama o número que fica em cima?
> **Neil Armstrong**: É numerador.
> **Júlia**: O que fica embaixo é denominador.

Eles não apresentam dúvidas para responder; mas alguns alunos confundiram na hora de registrar. Não souberam colocar o número de partes coloridas como numerador.

De acordo com Nunes e Bryant (1997), muitas vezes, as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações; elas até usam os termos fracionais certos, falam

coerentemente sobre frações, resolvem atividades sobre frações, e, ainda assim, não têm a compreensão necessária em relação ao assunto.
Foi possível perceber que alguns alunos ainda faziam a subtração: total de partes do inteiro menos parte(s) destacada(s) no numerador, como no exemplo a seguir:

> **Pesquisadora**: Por que você colocou a fração “um meio” para representar a parte colorida?
> **Aluno**: Porque tem uma parte colorida e sobrou duas.

Relembramos que devemos pensar no desenho inteiro e representar, no denominador, o total de partes que o inteiro tem. Notei que essa dúvida surgiu no grupo de alunos que é menos frequente.

Nessa situação, constatamos novamente que alguns estudantes utilizam uma ideia subtrativa para representar uma fração, ou seja, subtraem, do inteiro, o número de partes que está no numerador, e registram, no denominador, o que sobrou.

Solicitei às crianças que me chamassem assim que fossem terminando, para conferir o jogo; depois que conferia, entregava o envelope e autorizava recortar as peças. A Professora Lu também foi conferindo e entregando o envelope.

Vários alunos não conseguiram terminar de colorir e representar as frações simbolicamente e por extenso; outros não tiveram sua atividade corrigida, pois os que acabaram e recortaram as peças do jogo ficaram agitados. Pedi que parassem a atividade para escrevermos as regras do jogo, e decidimos terminar de corrigir e recortar na próxima aula.

Antes de iniciar o registro das regras do jogo, expliquei que as regras eram as mesmas de um jogo da memória e perguntei quem já havia jogado; praticamente, todos os alunos conheciam o jogo; então, passamos para a exploração da forma como ele é realizado.

> **Clara**: Na minha casa a gente embaralha as cartas e coloca todas viradas para baixo.
> **Pesquisadora**: Viradas, como?
> **Clara**: O desenho para baixo.
> **Aluno**: Tem que pegar duas cartas iguais.
> **Pesquisadora**: No nosso caso, não temos cartas “iguais”; com o mesmo desenho. O que temos são cartas que representam a mesma fração, mas de forma diferente: desenho, escrita simbólica e por extenso. Precisaremos “virar” três cartas; um trio e elas devem se complementar.

De acordo com Grando (2004, p. 19), “No jogo, a situação imaginária é resultante das operações com os objetos”. Nesse diálogo, percebemos que, por já conhecer o jogo, Clara consegue imaginar a situação de jogo e verbalizar essa situação de forma a contribuir para a organização das regras.

Efetuamos o registro escrito no quadro. Ao anotar o material, perguntei:

> **Pesquisadora**: Quantas cartas tem o nosso jogo?
>
> **Júlia**: São trinta, porque tem dez linhas e três colunas, então dá trinta.
>
> **Aluno**: Não é trinta porque não tem fração com o número "1" no denominador; é do dois até o dez.
>
> (Fizemos a contagem em uma folha inteira e encontramos nove linhas).
>
> **Clara**: Se fosse dez, seria 30; tendo nove, é vinte e sete.
>
> **Pesquisadora** (explicando a ideia de Clara): Porque 30-3=27. Poderíamos ter pensado em 3x9=27 (apresentando três colunas e nove linhas) ou 3+3+3+3+3+3+3+3+3=27 (contando os três quadrinhos em cada linha).

Percebemos, nessa situação, dois fatos importantes; o primeiro, em relação às frações: "não tem fração com o número "1" no denominador". De acordo com Imenes e Lelis. (2012 b),

> Em Matemática, os números representados por frações (inclusive números inteiros) são conhecidos como **números racionais**. O nome "racionais" vem do latim ratio que significa "divisão"; esse nome decorre, portanto, de as frações representarem **resultados de divisões** (grifos dos autores).
>
> Os números racionais incluem os números inteiros porque todo número inteiro pode ser considerado um tipo especial de fração, uma fração com denominador 1 (p. 29).

Ou seja, não utilizamos o número "1" no denominador de uma fração porque, pensando na fração como divisão, temos, por exemplo 2:1 ou $\frac{2}{1}$ é igual a 2. Por esse motivo, não há a necessidade de colocar o "1" no denominador.

O segundo fato: os alunos usam duas estratégias diferentes para resolver uma multiplicação: configuração retangular "dez linhas e três colunas, então dá trinta" e subtrativa: "Se fosse dez, seria 30; tendo nove é vinte e sete", ou seja, 30-3=27.

Registramos que o jogo é composto por 27 cartas e começamos a discutir sobre quantas pessoas poderiam jogar. Comentamos que, com uma pessoa, seria desinteressante. Depois de algumas discussões, os alunos concluem que o número de participantes pode ser de 2 a 4, jogando individualmente, ou dupla contra dupla.

Passamos para o registro das regras; à medida que eles falavam, discutíamos a viabilidade ou não da regra e eu registrava no quadro.

> **Clara**: A primeira coisa é embaralhar todas as cartas e colocar viradas para baixo.
>
> **Aluno**: Precisa tirar ímpar ou par para ver quem vai começar o jogo.
>
> **Pesquisadora:** O que ele vai fazer?
>
> **Alunos**: O primeiro jogador deve virar as três cartas.
>
> **Pesquisadora**: O que vai acontecer depois que o jogador virar as cartas?
>
> **Aluno**: Tem que formar par.
>
> **Pesquisadora**: Par são dois, por exemplo, par de meias, par de luvas.
>
> **Doce**: Esta regra está dizendo que ele vai olhar se formou o trio.
>
> **Pesquisadora**: O que ele vai fazer?
>
> **Doce**: Se formar, ele fica com as três cartas e, se não formar, devolve as cartas no mesmo lugar.

Pesquisadora: O trio tem que ser: desenho, fração por extenso e fração representada simbolicamente. O que vai acontecer em seguida?
Alunos: Os outros vão fazer a mesma coisa.
Pesquisadora: Como termina o jogo?
Doce: Termina quando as cartas estiverem todas acabadas.
Aluno: Quando o jogador forma o trio, ele pode jogar de novo.
Pesquisadora: Boa lembrança! Vamos colocar, no final, como uma observação. Como se vence o jogo?
Alunos: Vence quem tiver mais cartas.
Hulck: E se ficar empatado?
Pesquisadora: E aí? O que vamos fazer se ficar empatado?
Alunos: Pode tirar par ou ímpar ou dois ou um.
Pesquisadora: Mas se o jogo é de memória, vamos ver quem vai ganhar por par ou ímpar? O jogo não é de sorte para ser decidido assim.

Quanto ao empate, os alunos tiveram outras ideias: jogar de novo; ganhar quem estiver com a fração com o inteiro dividido em 10 partes. Para cada proposta, apresentei um possível problema. Ex.: Quem empatou vai jogar de novo, e os outros jogadores? Se for olhar o inteiro dividido em 10 partes e se ele estiver com um jogador que não empatou?

Decidimos deixar a questão do empate para a próxima aula e registrar na parte das observações.

Identificamos, no diálogo acima, uma situação-problema, pois, segundo Smole, Diniz e Cândido (2000, p. 13), devemos "considerar como problema toda situação que permita algum questionamento ou investigação." Além disso, de acordo com as autoras, as situações-problema podem ser planejadas ou não, mas devem permitir "o desafio, ou seja, [precisam desencadear] na criança a necessidade de buscar uma solução com os recursos de que ela dispõe no momento." (p. 14). Ou seja, essa situação (não planejada) foi desencadeada pela necessidade de o grupo definir o que deve ser feito em caso de empate no Jogo da Memória das Frações.

Os estudantes registraram as regras no caderno e eu me comprometi a digitá-las para que fossem colocadas dentro da embalagem do jogo.

Observamos no diálogo anterior o quanto "É fundamental inserir as crianças em atividades que permitam um caminho que vai da imaginação à abstração [...]" GRANDO (2004, p. 18), ou seja, ao serem inseridos no processo de organização das regras do "Jogo da Memória das Frações", os estudantes utilizaram alguns de seus conhecimentos prévios – matemáticos ou não –, para alcançar o objetivo: criar as regras do jogo. Nesse processo, de acordo com Smole, Cândido e Stancanelli (1997), houve a participação dos estudantes, emitindo opiniões e utilizando uma "variedade de habilidades de pensamento – [...], ordenação, levantamento de hipóteses, interpretação e formulação de problemas (p. 15).

Na quarta-feira, as Turmas A e B estavam separadas; portanto, relataremos, a seguir, como aconteceu a aula apenas na Turma A.

Prosseguimos com a confecção do Jogo da Memória das Frações; para a realização da atividade, organizamos as carteiras para que os estudantes se assentassem em duplas.

A maioria dos alunos já tinha terminado de recortar as peças na segunda-feira; por isso, foi necessário solicitar a eles que auxiliassem os colegas que não terminaram. A Professora Lu e eu verificamos quem ainda estava completando o jogo com as frações – representando-as, simbolicamente, e por extenso – para observar se a forma como preencheram os quadros estava correta. Constatamos que alguns ainda estavam usando a ideia subtrativa quando representavam as frações.

Terminada essa etapa, introduzimos a produção das embalagens, preenchendo os envelopes (Figura 48).

Figura 48 – Proposta para a produção da embalagem do Jogo da Memória das Frações.

2° momento: Produção da embalagem do jogo

1- Entregar um envelope para cada estudante guardar o jogo e as regras.

2- Preencher o envelope colocando:

- Nome do jogo.
- Número de peças
- Quem o produziu.
- Ilustração.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Expliquei que o envelope era a embalagem do nosso jogo e, por isso, precisava ter algumas informações; apresentei a caixa do “Material dourado” individual. As próprias crianças disseram que era necessário colocar o nome do jogo; registrei no quadro e os alunos registraram no envelope; destacamos a importância de se colocar, na embalagem, o número de peças (cartas) do jogo, para que, ao final do jogo, seja verificado se as cartas estão completas e, por fim, o produtor do jogo, Hulck, sugeriu:

Hulck: Criador do jogo.

Várias crianças gostaram da ideia e, também, concordaram. Para encerrar, comentei que embalagem de brinquedo é sempre bem colorida e, geralmente, apresenta ilustrações do brinquedo. Solicitei que ilustrassem a embalagem deles (Figura 49). As embalagens ficaram muito bonitas.

Figura 49 – Imagem de algumas embalagens confeccionadas pelos estudantes das três turmas.

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Aproveitamos esse momento – confecção da embalagem – para terminar de verificar o jogo das crianças que ainda não tinham terminado.

Combinamos que o jogo seria realizado em grupos com no máximo quatro pessoas, de acordo com as regras e, em cada rodada, seria utilizado o jogo de um dos jogadores, porque, se juntássemos todas as cartas, o jogo ficaria com cartas demais. A realização dos jogos em grupo, segundo Grando (2004), “possibilitam aos indivíduos trabalharem com a regularidade, o limite, o respeito e a disciplina, mediante ações necessariamente subordinadas às regras.” (p. 28). Em outras palavras, quando trabalhamos com os jogos de regras por meio de atividades em grupo, podemos proporcionar outras aprendizagens, tais como: respeito, cooperação, autonomia, interação com o outro, controle emocional, além daquelas propostas pelo jogo.

Expliquei que as peças não têm nome e, se nomeá-las, transmitirá uma pista; comentei, também, que, jogando com as peças de outros colegas, poderão aprender frações novas; também lembrei que o jogo pode ser de 2 a 4 jogadores. Portanto, eles vão jogar cada rodada com as cartas de um jogador.

Construímos um quadro para que fossem registrados os resultados de cada rodada. Nossa intenção, com o quadro, era verificar o ganhador de cada grupo, pedindo que eles somassem os pontos de cada rodada e averiguassem quem fez mais pontos. Como, nessa turma, os estudantes decidiram que venceria o jogo quem tivesse mais cartas, combinamos que os pontos seriam contados pelo número de cartas; ou seja, cada carta valia um ponto. No entanto, não houve tempo para realizar a atividade com o quadro, e alguns grupos jogaram apenas uma rodada.

QUADRO DO JOGO DA MEMÓRIA DAS FRAÇÕES

JOGADORES	RODADAS			TOTAL DE PONTOS
	1ª	2ª	3ª	
1-				
2-				
3-				
4				

Organizamos a sala e cada aluno escolheu com quem jogaria; tivemos duplas, trios e quartetos.

Alguns estudantes não compreenderam que, no jogo da memória, é necessário memorizar a posição das cartas sobre a mesa. Vimos que vários deles retiravam as cartas da mesa e, quando retornavam com elas, não as colocavam no mesmo lugar. A Professora Lu e eu transitamos pelos grupos, orientando as crianças nesse sentido e verificando se estavam jogando de acordo com as regras. Sobre essa questão, percebemos que faltaram dois momentos, que segundo Grando (2000), fazem parte das etapas para a realização de um jogo na sala de aula: o momento de “familiarização com o jogo”[31] e do “jogo pelo jogo”[32]. Pelo fato de todos os estudantes terem conhecimento do jogo, consideramos que não seria necessário verificar como seria o desenvolvimento do jogo com os alunos antes de iniciá-lo.

Foi interessante perceber que os colegas (principalmente o dono do jogo) corrigia quem formava trios que não se complementavam; em outros momentos “ajudavam” quem estava jogando dando dicas de onde encontrar a(s) carta(s) que faltava(m) para formar os trios.

Pudemos observar que os estudantes se divertiram bastante, pois estavam ansiosos para brincar com o jogo, que foi levado para casa, porque desejávamos que os alunos brincassem durante a semana de avaliações.

5.7.2 Considerações sobre a aula

Foi possível desenvolver, na aula de Matemática, uma atividade em que os estudantes tiveram oportunidade de ter contato com dois gêneros textuais: embalagem de jogo e regra de jogo; ou seja, foi possível propiciar, aos alunos, uma situação de integração entre a língua materna e matemática.

Outro fato que destacamos é que os alunos puderam jogar em grupo, seguindo as regras produzidas por eles mesmos. Nessa situação – produção das regras –, de acordo com Grando (2004), os estudantes tiveram a oportunidade de “cooperar [isto é], co-operar, ou seja, ‘operar junto’ ou ‘negociar’, para estabelecer um acordo que [parecesse] adequado a todos os envolvidos (jogadores).” (p. 27). Isto é, as regras não foram criadas por alguém que está fora do grupo; foram discutidas e acordadas por eles, de acordo com suas vivências e com os diversos pontos de vista apresentados; são passíveis de serem modificadas de acordo com a necessidade e/ou desejo do mesmo grupo. Além disso, o momento das discussões e do jogo podem ter propiciado, segundo a mesma autora, a “interação social entre colegas, [que] é indispensável ao desenvolvimento social, moral e intelectual dos indivíduos.” (ibid, p. 29). Ou seja, as discussões coletivas e o jogo em grupo podem favorecer tanto o lado intelectual quanto social/moral dos indivíduos.

---

[31] Familiarização com o material do jogo: Neste primeiro momento, os alunos entram em contato com o material do jogo, identificando materiais conhecidos, como: dados, peões, tabuleiros e outros, e experimentam o material através de simulações de possíveis jogadas. É comum o estabelecimento de analogias com os jogos já conhecidos pelos alunos (GRANDO, 2000, p. 43).

[32] O “Jogo pelo jogo”: jogar para garantir regras: Este é o momento do jogo pelo jogo, do jogo espontâneo simplesmente, em que se possibilita ao aluno jogar para garantir a compreensão das regras. [...] O importante é a internalização das regras, pelos alunos. Joga-se para garantir que as regras tenham sido compreendidas e que vão sendo cumpridas. (GRANDO, 2000, p. 44).

No entanto, percebemos que fizemos muitas atividades em um só dia e que elas podem ser realizadas em mais dias, ou seja, designar um dia para cada ação: colorir e registrar – por extenso e simbolicamente – as frações; produzir a embalagem; criar e registrar as regras; jogar. Pontuamos essa observação, principalmente pela necessidade de corrigir cada uma das frações com os estudantes, pois é nesse momento, que temos a possibilidade de solucionar dúvidas e/ou explicar algo que não tenha sido entendido.

No desenvolvimento da atividade, constatamos que os estudantes se envolveram bastante com a construção do jogo, pois puderam fazer escolhas – fato pouco comum na escola – ao decidir que frações produziriam. Outra observação interessante é que eles se enxergaram como criadores do jogo; ou seja, aquilo era uma produção deles. Esse entendimento se ampliou quando criaram e produziram a embalagem.

Verificamos que o jogo pode também ser realizado em etapas: primeiro, formando par, que pode ser: desenho/representação por extenso; desenho/representação simbólica ou representação por extenso/representação simbólica. Isso pode melhorar a dinâmica do jogo, uma vez que, com menos peças, ficará mais rápido e fácil; poderá, do mesmo modo, ajudar aqueles alunos que apresentam mais dificuldade para memorizar as peças.

5.8 Explorando o Jogo da Memória das Frações – Realizando as atividades

A oitava aula foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada turma. As atividades de exploração do Jogo da Memória das Frações foram realizadas individualmente, pelos alunos, ou seja, não fizemos junto com eles; apenas esclarecemos dúvidas em relação à atividade e/ou fizemos algum esclarecimento em relação ao enunciado; vez por outra, houve discussões dos alunos em pequenos grupos. Nessa aula, as Turmas A e B estavam agrupadas.

5.8.1 Turmas A e B

Dia chuvoso, reunimos os estudantes das duas turmas para dar continuidade à pesquisa. Interrompemos, na semana passada, devido às provas.

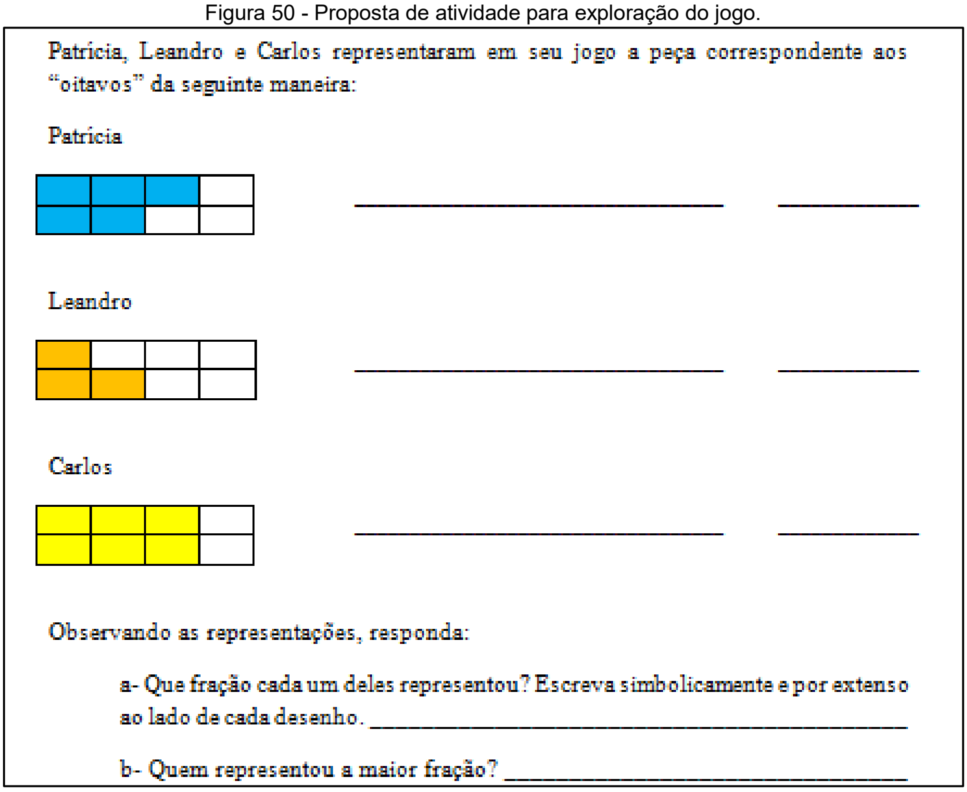
Com poucos estudantes das duas turmas e a falta do Professor que também daria aula para eles, a Professora Lu e o Coordenador juntaram as duas turmas em uma sala, totalizando 37 alunos; trabalhamos nos dois primeiros horários e o Coordenador, nos dois últimos.

Por ter me ausentado da escola, durante uma semana, devido às avaliações trimestrais, iniciamos as atividades organizando os estudantes para que pudessem jogar e relembrar o jogo. Nem todos trouxeram as cartas; assim, os grupos foram organizados de forma que todos jogassem. Aproveitamos para terminar o jogo com os estudantes que faltaram no dia em que foi finalizado.

Depois de jogarem, entreguei a primeira folha com as atividades de exploração (Figura 50); os estudantes foram organizados em dupla. Expliquei que faria a correção das atividades somente na próxima aula, possibilitando observar o que eles já haviam aprendido e as dúvidas que ainda tinham.

As atividades de exploração do jogo constituem excelente oportunidade para realizar sua “análise”, ou seja, uma “reflexão sobre os procedimentos utilizados na elaboração de estratégias e resolução de situações-problema presentes no jogo ou definidas a partir dele.” (GRANDO, 2000, p.3). Elas também podem promover “a compreensão dos aspectos cognitivos envolvidos na utilização do jogo na aprendizagem matemática” (ibid., p.3). Ou seja, é o momento para a problematização de situações de jogo – reais e/ou hipotéticas – e compreensão dos conceitos; são as intervenções realizadas coletivamente e por escrito. É nesse momento que são feitas a ligação entre o jogo e os conceitos matemáticos propriamente ditos.

Figura 50 - Proposta de atividade para exploração do jogo.



Patricia, Leandro e Carlos representaram em seu jogo a peça correspondente aos “oitavos” da seguinte maneira:

Patricia

Leandro

Carlos

Observando as representações, responda:

a- Que fração cada um deles representou? Escreva simbolicamente e por extenso ao lado de cada desenho. ____________________

b- Quem representou a maior fração? ____________________

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

A cada questão, solicitei que um estudante lesse em voz alta e expliquei as dúvidas que surgiam. Quando foi solicitada a minha presença, apresentei-me, sem induzir à resposta; apenas expliquei a dúvida e deixei que respondessem. Percebi que alguns estudantes responderam fazendo apenas a leitura silenciosa e/ou discutindo com o(s) colega(s) que estava(m) próximo(s).

Na atividade “1”, surgiram dúvidas em relação ao que era para fazer nas linhas ao lado de cada desenho; expliquei que era para fazer como no jogo: representar as frações com algarismos e escrevê-las por extenso, ou seja, em palavras.

Quando os estudantes tiveram que comparar as frações, a grande maioria comentou que “Carlos” representou a maior fração.

Percebi que algumas crianças ainda estão subtraindo do inteiro o total de partes que foram coloridas no desenho.

Na atividade “2” (Figura 51), os estudantes deveriam realizar uma antecipação de ideia com base em uma peça, ou seja, pensar nas duas peças que precisavam ser encontradas para formar o trio.

Figura 51 - Proposta de atividade para exploração do jogo.

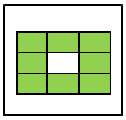
Atividade 2

Conteúdo desenvolvido: Frações de grandezas contínuas.

Objetivos:

- Realizar a correspondência entre as diferentes representações de uma fração (representação simbólica, com desenho e por extenso).
- Realizar antecipação de ideia.
- Identificar e representar as peças do jogo que necessita.

Na sua vez, Cláudia virou a seguinte peça do jogo:



Represente nos quadros a seguir as peças que Cláudia terá que encontrar para formar um trio.

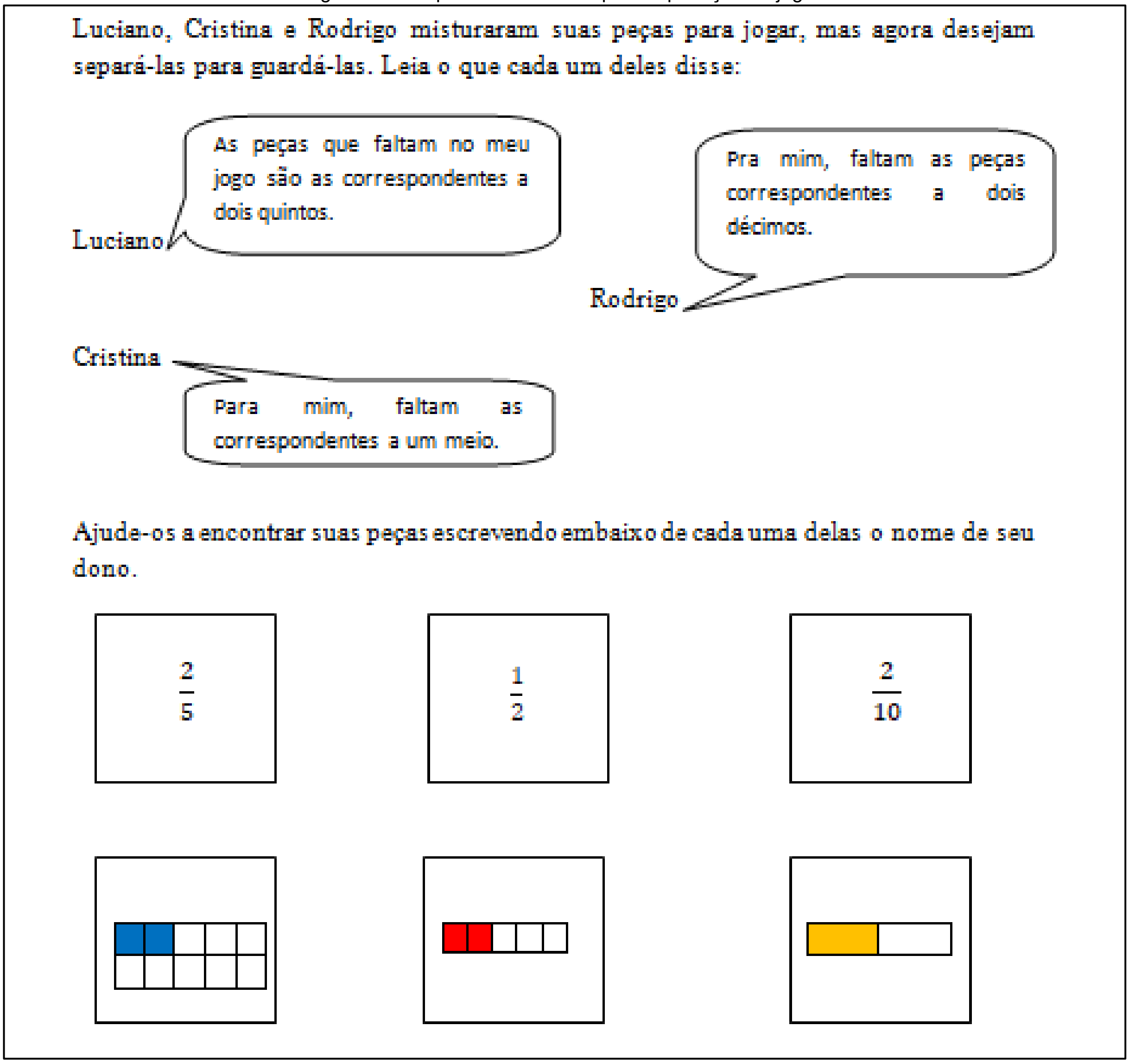
Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Os estudantes não apresentaram dúvidas ao realizar a atividade, entretanto, antes que eles respondessem, perguntei, oralmente, em quantas partes o desenho foi dividido e quantas foram coloridas; eles responderam corretamente.

Explorei a atividade, explicando como eles têm que proceder: representar a fração simbolicamente e por extenso.

Na atividade “3” (Figura 52), era necessário realizar a correspondência entre diferentes representações de uma mesma fração.

Figura 52 - Proposta de atividade para exploração do jogo.



Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

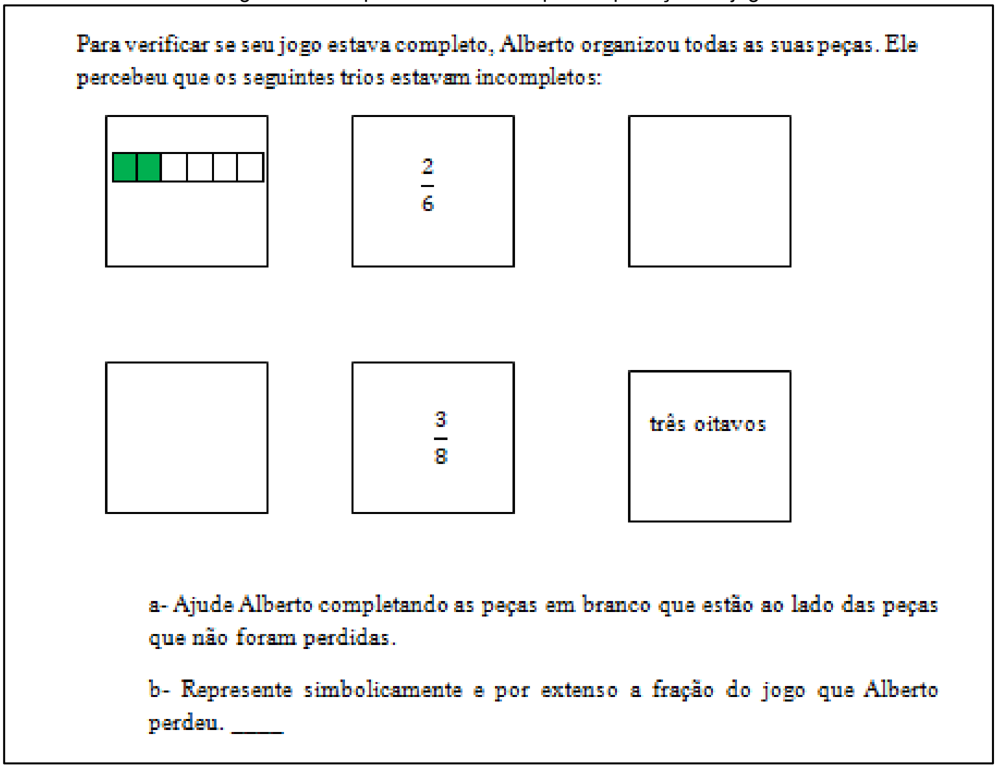
Para contextualizar a situação, comentei que as crianças citadas na história jogaram misturando as suas cartas, o que tornou o jogo mais difícil, mas, ao mesmo tempo, mais emocionante, e que, após terminarem o jogo, foi necessário separar as cartas. Todavia, apesar da leitura em voz alta e da explicação que fiz, algumas crianças estavam escrevendo a fração por extenso embaixo de cada carta. Interferi afirmando que era para escrever o nome da criança a quem pertencia cada carta. Alguns estudantes falavam o nome das crianças da história, sem dar atenção ao texto que estava escrito em cada balão, ou seja, não faziam relação entre o que estava escrito no balão e o que estava representado nas cartas. Precisei insistir para que lessem o balão com atenção antes de escrever o nome da criança embaixo de cada carta.

Os estudantes tiveram facilidade para compreender o que era para ser feito no item “a” da atividade “4” (Figura 53), contudo, a dificuldade surgiu quando lemos o item “b”; muitos deles entenderam que o total de cartas do jogo correspondia à quantidade de cartas que estava desenhada. Barão 237, disse em voz alta:

Barão 237: O total de cartas é 27.

Informei que o jogo tinha, ao todo, 27 cartas, e que Alberto perdeu duas cartas. Registrei as duas informações no quadro. Apesar disso, muitos estudantes não identificaram que o denominador deveria ser o correspondente ao do total de cartas do jogo.

Figura 53 - Proposta de atividade para exploração do jogo.


Para verificar se seu jogo estava completo, Alberto organizou todas as suas peças. Ele percebeu que os seguintes trios estavam incompletos:

$\frac{2}{6}$

$\frac{3}{8}$

três oitavos

a- Ajude Alberto completando as peças em branco que estão ao lado das peças que não foram perdidas.

b- Represente simbolicamente e por extenso a fração do jogo que Alberto perdeu. _____

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Seria interessante estar escrito que o total de peças do jogo é 27 e que o personagem perdeu 2. Do jeito que está não ficou nítido para eles. Alguns confundiram e fizeram as frações tendo como base o total de peças que aparece no exercício: seis. Depois que terminaram, recolhi as folhas – para fazer cópia e analisar os resultados – e iniciamos outra atividade: produção de uma história que envolvesse fração (Figura 54).

Propusemos a criação de uma história envolvendo o assunto fração, na aula de matemática, com base na perspectiva de integração entre matemática e língua materna, pois concordamos com Souza (2008) quando afirma que “a escrita e a leitura são práticas sociais” (p. 43) que envolvem todas as disciplinas escolares, inclusive, a Matemática. Souza (2008) declara ainda que, de acordo com Kliman e Richards (1992), “os alunos podem criar suas próprias histórias matemáticas sobre situações que lhes sejam familiares e que envolvam um problema a ser resolvido por ideias matemáticas.” (p. 50). Ou seja, dessa forma, os estudantes têm a possibilidade de desenvolver “habilidades matemáticas e de linguagem [...] juntas” (SMOLE, CÂNDIDO E STANCANELLI, 1997, p. 12) além de relacionarem suas vivências com o conhecimento escolar.

Figura 54 - Atividade para produção de histórias com frações.

Nome - ______________________________ Sala - _____ Data - _____

Em grupo e baseando-se em histórias já conhecidas ou em situações vividas por vocês, escrevam uma situação problema envolvendo a ideia de fração. Resolvam a situação criada por vocês.

____

____

____

____

____

____

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Cada dupla deveria conversar sobre uma situação em que teriam que dividir algo, igualmente, com alguém. Esta parte de escrita foi muito difícil com as duas turmas, pois os estudantes não tinham o hábito de escrever histórias na aula de matemática. Explicamos, para as duplas, que tipo de situação precisaria ser descrita. Deveria ser uma história em que houvesse a necessidade de dividir algo em partes iguais, como na história "O pirulito do pato", e que ela poderia ser elaborada em dupla ou individualmente. Eles seriam os autores dessa história e, enquanto escreviam, apresentei uma foto do professor Nílson José Machado, autor da história "O pirulito do pato", em uma palestra ministrada por ele, em 2018, na UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais); então, como ele, eles seriam os autores da história que produzissem. Algumas crianças ficaram incentivadas com a fotografia; outras não. Moon perguntou quando eu estava diante da sua carteira:

> **Moon**: Foi emocionante ficar perto de um autor de livro?
>
> **Pesquisadora**: Sim! Fiquei muito entusiasmada em conhecê-lo pessoalmente; pena que não deu tempo de tirar uma foto ao lado dele.

Depois que a maioria terminou de escrever a história, perguntei quem desejava ler. Expliquei que, quem ainda não tinha terminado, poderia continuar escrevendo.

> **Pesquisadora**: Quem gostaria de ler o que escreveu?
>
> Peter se prontifica e começa a ler sua história.
>
> Bruna lê a dela, mas não abordou frações.
>
> **Pesquisadora**: Complete colocando o número de peças ou quantas partes deveria ser para cada uma.
>
> **Barão 237** (lê e, na história dele, fica claro que a divisão não foi feita igualmente):
>
> Foi um pedaço pequeno pra mim e um maior para minha irmã.
>
> **Pesquisadora**: Do jeito que está tem como definir a fração?
>
> **Barão 237**: Não.
>
> **Pesquisadora**: Você pode mudar a história para que a divisão seja igual.

Percebemos, nessa situação, que o aluno compreendeu que, para um pedaço receber um nome especial, por exemplo, "metade", é necessário que as partes sejam iguais.

> **Meliodas** (não escreveu, mas contou uma situação que aconteceu com ele):
>
> Minha mãe trouxe 10 sushis pra mim; o problema é que minha prima estava

> acordada e queria também. Então ela dividiu e eu fiquei com 5, e deu 5 para ela.
> **Pesquisadora**: Que fração representa a parte que cada um de vocês recebeu?
> Alguns estudantes responderam "um meio" (se referindo à metade) e outros "cinco décimos".
> **Pesquisadora**: Sua história ficou muito legal! É bom você escrevê-la porque, senão, não vamos mais nos lembrar dela. Além disso, a atividade é de escrita.
> Ele concordou e escreveu a história.

Como o espaço reservado para a escrita era pequeno, algumas crianças escreveram atrás da folha, mas, para a maioria, foi o suficiente.

Depois que terminaram, recolhemos as folhas para, posteriormente, organizarmos e produzirmos o livro com as histórias, entretanto, não contamos essa proposta para eles.

A maioria dos estudantes produziu apenas a história; posteriormente, a Professora Lu e eu elaboramos as questões problematizadoras. Salientamos que essa foi a primeira experiência dos estudantes criando uma história sobre um conteúdo matemático.

Destacamos também que só serão apresentadas as histórias dos(as) alunos(as) autorizados(as) a participar da pesquisa.

Para organizar as histórias, pautamo-nos em Nacarato, Mengali e Passos (2011) que identificam três diferentes contextos na produção de problemas dos alunos: "situações do cotidiano, literatura infantil e situações puramente matemáticas." (p. 111).

Nas dez produções dos estudantes autorizados da Turma A, identificamos nove histórias relacionadas a situações do cotidiano e uma relacionada à literatura infantil. Vale ressaltar que outros estudantes também utilizaram situações relacionadas à literatura infantil, mas não fomos autorizadas a divulgar suas histórias.

Apresentaremos, a seguir, as histórias como foram produzidas pelos estudantes da Turma A, acrescidas das questões problematizadoras elaboradas pela Professora Lu e por mim.

5.8.2 Nossas histórias com frações

5.8.2.1 Situações do cotidiano

1- Eu tinha um pirulito e uma bala. Como havia cinco pessoas comigo, decidi dividir a bala para duas pessoas e o pirulito para três pessoas. Assim, cada pessoa ganhou um pedaço de doce.

Autora: Lia

a- Desenhe no espaço, a seguir, o pirulito e a bala que Lia tinha.

b- No desenho que você fez, divida os doces de acordo com a história.
c- Que nome podemos dar ao pedaço de bala que cada pessoa recebeu? _____________. Represente simbolicamente. __________
d- Que nome podemos dar ao pedaço de pirulito que cada pessoa recebeu? _________________________________. Represente simbolicamente ____________.

2- Um dia, eu fiquei com fome porque o café da manhã demorou. Minha mãe trouxe um bolo e o dividiu em dois pedaços de tamanhos diferentes. Ela serviu o menor pedaço do bolo para mim e o maior para minha irmã.

Autor: Barão 237

a- Represente no desenho, a seguir, a divisão do bolo, de acordo com a história.

b- Nós podemos chamar cada um dos pedaços de metade? _________________. Por quê? ____.

3- Carlos marcou um encontro em sua casa. Ele comprou um bolo e o repartiu em 25 pedaços, mas eles só comeram 10 pedaços.

Autor: Brey Gil

Represente, simbolicamente e, por extenso, a fração do bolo que eles comeram ao todo. ____
____.

4- Um dia, minha mãe comprou dez *sushis* pra mim. O problema é que minha prima estava acordada e quis também. Nós dividimos os *sushis* igualmente: cinco para ela e cinco pra mim.

Autor: Meliodas

Represente, simbolicamente, a fração que representa o total de sushis que cada um deles recebeu. ____.

5- Maria tinha uma torta cortada em três fatias. Ela comeu duas fatias. Que fração da torta Maria comeu? Represente por extenso e simbolicamente. _________________

Autora: Spencer

6- Havia um menino que adorava fazer bolo. Um dia, quando ele terminou de fazer um bolo, as pessoas que estavam na sua casa correram para a mesa. Nesse dia, havia 14 pessoas na sua casa: seus sete irmãos, quatro amigos, os pais dele e ele. O bolo foi partido em 19 pedaços e cada pessoa comeu um pedaço.

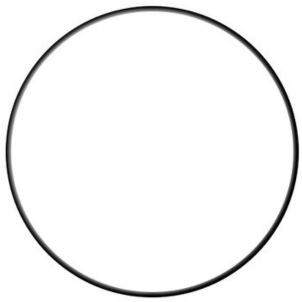
Autor: Peter

a- Quantas fatias do bolo sobraram? ________________
b- Que fração do bolo as fatias que sobraram representam? Represente por extenso e simbolicamente. ____.

7- Elza tinha uma pizza e ia dividi-la em dois pedaços. Então, chegou uma pessoa que estava com fome, mas não tinha dinheiro. Ela resolveu dividir a pizza em três pedaços iguais.

Autoras: Júlia e Laura

a- Que fração da pizza você acha que Elza deve dar à pessoa que está com fome? (Represente-a simbolicamente) _____. Por quê? _______________________________.
b- Divida o desenho a seguir e pinte a parte que Elza deve dar à pessoa que está com fome, de acordo com a resposta que você deu na questão anterior.



8- Eu tinha um bolinho e o dividi igualmente para mim e para meus amigos Gustavo, Cláudio e William.

Autor: Galy

Que fração do bolo cada um de nós recebeu? (Represente-a simbolicamente) _____________.

9- Um dia minha prima e eu estávamos brincando com o Jogo da Memória das Frações. Quando fomos contar as cartas para ver quem era a vencedora, vimos que eu tinha 15 e ela 12 das 27 cartas que formam o jogo. Minha prima perdeu e não quis jogar de novo.

Autora: Bruna

a- Representе, simbolicamente, a fração das cartas do jogo que Bruna tinha. __________
b- Escreva, por extenso, a fração das cartas do jogo que a prima de Bruna tinha. ____.

5.8.2.2 Situação relacionada à literatura infantil

Era uma vez um pato chamado Patolino. Ele comprou um pirulito, mas seu amigo Pato Xato e outros dois amigos também queriam um pedaço do pirulito. A Mãe Pata partiu o pirulito em quatro partes iguais. Cada um pegou seu pedaço, comeu e ficou satisfeito.

Autor: Neil Armstrong

a- Essas partes podem receber um nome próprio? ______. Por quê? ________.
b- Que fração do pirulito cada um dos personagens comeu? _______________________.

5.8.3 Considerações sobre a aula

Com as atividades de exploração do Jogo da Memória das Frações, desejávamos verificar quais os conhecimentos foram adquiridos pelos estudantes em relação ao assunto fração no contexto criado pelo jogo e/ou em situações hipotéticas, tendo o jogo como base.

Interessávamos, também, analisar a adequação das questões da sequência didática baseadas no jogo, por meio da compreensão dos estudantes em relação a elas como ponto de partida para a formulação e/ou reformulação das propostas pedagógicas.

As dúvidas apresentadas pelos estudantes no decorrer dessa aula e as discussões que aconteceram em relação às dúvidas e questões propostas foram muito significativas tanto para os estudantes – que puderam raciocinar e argumentar a respeito de suas hipóteses – quanto para nós professores/pesquisadores – que pudemos refletir sobre a proposta de ensino e em relação a “o que” ensinamos e “como” ensinamos.

Outro acontecimento de destaque nessa aula foi o fato de que parte dos estudantes conseguiu produzir e/ou contar uma situação relacionada ao assunto fração; outros, falaram de partilha e não de fração. No entanto, entendemos que há um indicativo de que eles estão conseguindo aprender esse assunto de forma significativa, ou seja, relacionando com suas vivências e experiências. Contudo, acreditamos que essa atividade – produção de histórias – poderia ter sido antecedida por outras atividades “com a finalidade de auxiliar os alunos a criar essas histórias” (KLIMAN; RICHARDS (1992), comentadas por (SOUZA, 2008, p. 50). Ainda de acordo com as autoras,

> [...] o professor pode ler um texto que contenha alguma situação cotidiana envolvida por conhecimentos matemáticos a serem discutidos com os alunos, que posteriormente irão pensar em situações similares. Outras estratégias a serem desenvolvidas pelo professor são: deixar os alunos livres para escolher a temática da história; encorajá-los a utilizar dados qualitativos e quantitativos; criar um ambiente em que todos pensem sobre a matemática; ajudá-los em suas dificuldades quanto à linguagem matemática, criando um ambiente para a comunicação matemática; fazer com que compreendam a importância da resolução de problemas. (SOUZA, 2008, p. 50).

Ao propor a produção de um livro com as histórias criadas por eles, pretendemos tornar possível a afirmativa de Nunes (2002) “aproveitar o conhecimento diário do aluno e reconstruir esse conhecimento na escola, [...] e posteriormente reconstruir esse conhecimento em um nível diferente.” (p.3). Planejamos ler e explorar as histórias produzidas pelos estudantes nas aulas subsequentes, assim que o livro estiver pronto.

5.9 Explorando o Jogo da Memória das Frações – Discutindo as atividades

A atividade de exploração do Jogo da Memória das Frações foi realizada sem a nossa interferência, assim, na nona aula, corrigimos os exercícios, discutindo os acertos e erros que ocorreram. Essa aula foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada turma.

Conforme comentado na aula anterior, nem todos os alunos das turmas fizeram as atividades de exploração do Jogo da Memória das Frações; muitos deixaram de frequentar as aulas, devido à realização das avaliações trimestrais do final de ano. Dos 22 alunos autorizados a ter suas informações divulgadas pela pesquisa na Turma A, apenas 12 fizeram essas atividades.

Nesse texto, faremos a descrição da aula e, em seguida, a apresentação dos resultados alcançados pelos alunos participantes da pesquisa da Turma A, em cada questão.

Iniciamos as atividades, realizando a correção dos exercícios efetuados, por eles, na aula anterior.

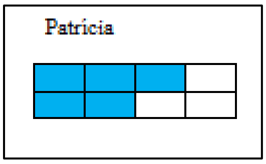
Na atividade “1”, comentei que as crianças citadas no texto resolveram comparar o que cada um tinha colorido na figura que foi dividida em oito partes iguais. Fiz os mesmos desenhos da atividade no quadro e perguntei:

> **Pesquisadora**: O que é comparar?
> **Galy**: É uma igualdade.
> **Pesquisadora**: Quando a gente compara alguma coisa podemos encontrar uma igualdade ou uma...
> **Alunos**: Diferença.

Com base nesses comentários, os alunos participaram verbalizando como ficam as frações representadas, considerando as partes coloridas.

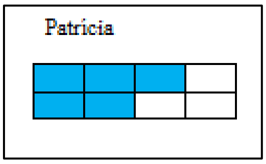
Na hora de responder, praticamente todos verbalizaram corretamente as frações. Perguntei, ora o número de partes do inteiro e, depois, o número de partes que foram coloridas; ora o número de partes coloridas no inteiro dividido em oito partes. Verbalizei, também, as palavras “numerador e denominador”, localizando cada um dos termos na fração.

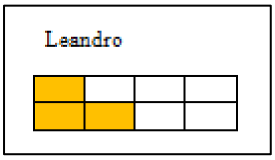
Problematizei afirmando que algumas pessoas haviam representado $\frac{5}{3}$ ao lado da figura da Patrícia; perguntei como essa pessoa havia pensado.



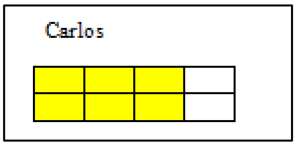
Segundo explicaram, a pessoa tirou a parte colorida do inteiro. Perguntei se poderia ser dessa forma; eles responderam que não, pois, no denominador, deve-se representar quantas partes tem ao todo.

Novamente, problematizei: algumas pessoas representaram $\frac{3}{8}$ ao lado da figura da Patrícia e $\frac{5}{8}$ na figura do Leandro. Perguntei como essas pessoas pensaram.





As crianças demoraram um pouco para perceber que essas frações correspondiam à parte em branco das figuras. Lembrei a eles que o nosso combinado, quando fizemos o jogo, era de representar a parte colorida, por isso, a forma como essas pessoas representaram não estava correta, mas se tivéssemos combinado de representar a parte que não foi colorida, estaria correto. Fizemos o mesmo quando corrigimos o desenho da figura colorida por Carlos.



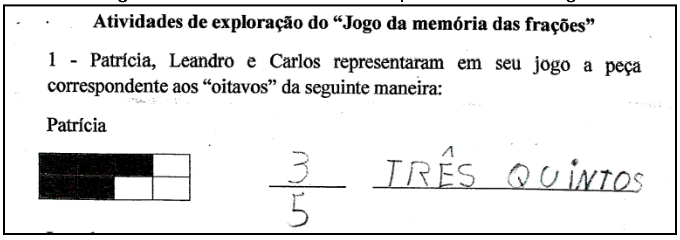
Quando corrigimos quem tinha representado a maior fração, todos responderam: ”Carlos”.

Considerando os 12 alunos presentes nesse dia, destacamos, em relação à atividade “1”, item “a”, as seguintes respostas:

1. Oito alunos responderam “cinco oitavos”.
2. Dois alunos responderam “três quintos”.
3. Dois alunos responderam “cinco terços”.

Acreditamos que, para dar a resposta “três quintos” (Figura 55), os(as) alunos(as) pensaram na parte em branco do desenho e utilizaram a ideia subtrativa, ou seja, registraram as três partes em branco no numerador e no denominador registraram o que sobrou. De acordo com Monteiro (2013, p. 143), "Outra possibilidade é [que esses estudantes tenham] estabelecido uma relação entre os elementos, interpretando como uma razão", isto é, podem ter pensado em três quadrinhos em branco e cinco coloridos.

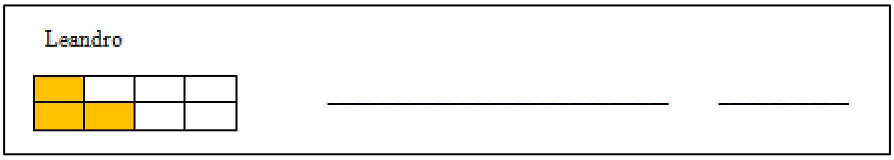
Figura 55 – Atividade realizada por Neil Armstrong.



Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Quanto à resposta "cinco terços", concluímos que tenha sido dada porque o(a)estudante também utilizou a ideia subtrativa para registrar a fração, ou seja, colocou, no numerador, o total de partes coloridas no inteiro e, no denominador, o número de partes que sobraram. Pode ter interpretado como razão, isto é, cinco partes coloridas e três em branco.

Em relação à atividade "1", item "b", tivemos as seguintes respostas:

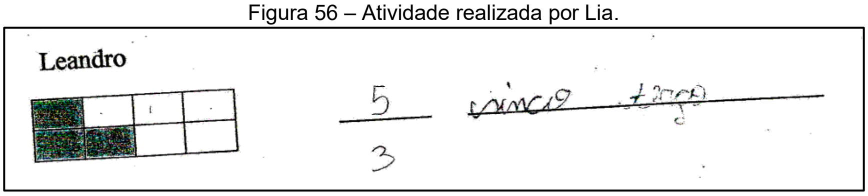


1. Sete alunos responderam "três oitavos".
2. Três alunos responderam "três quintos".
3. Dois alunos responderam "cinco terços"

Inferimos que a resposta "três quintos" tenha sido dada porque os(as)estudantes utilizaram a ideia subtrativa para registrar a fração, ou seja, colocaram, no numerador, o total de partes coloridas no inteiro e, no denominador, o número de partes que sobraram.

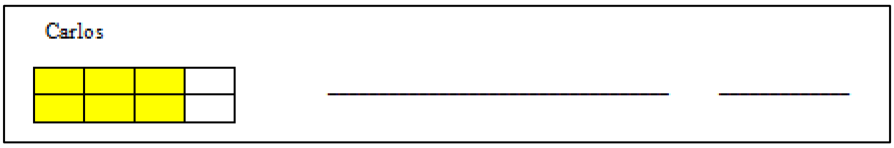
O mesmo procedimento deve ter acontecido para dar a resposta "cinco terços" (Figura 56), considerando só a parte em branco do inteiro; ou seja, colocou as cinco partes em branco no numerador e as três partes coloridas que sobraram no denominador.

Figura 56 – Atividade realizada por Lia.



Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

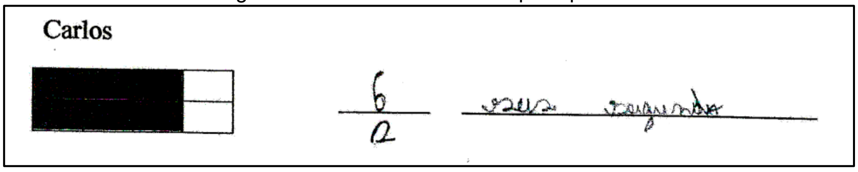
Em relação à atividade "1", item "c", obtivemos as seguintes respostas:



1. Oito alunos responderam “seis oitavos”.
2. Um aluno respondeu “seis meios”.
3. Dois alunos responderam “dois sextos”
4. Um aluno respondeu “seis terços”.

A resposta “seis meios” (Figura 57) foi dada porque os(as)estudantes utilizaram a ideia subtrativa para registrar a fração, ou seja, colocaram, no numerador, o total de partes coloridas no inteiro e, no denominador, o número de partes que sobraram. Essa hipótese foi confirmada quando fizemos a correção da atividade com os alunos.

Figura 57 – Atividade realizada por Spencer.



Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

A mesma ideia deve ter sido pensada para a resposta “dois sextos”, só que visualizando a parte em branco do inteiro; ou seja, colocou as duas partes em branco no numerador e as seis partes coloridas que sobraram no denominador.

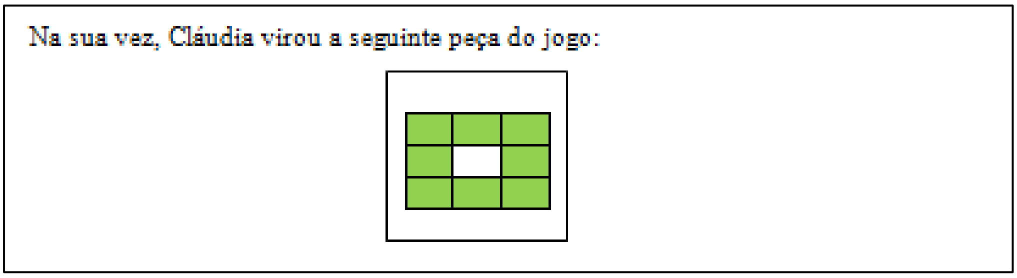
Quanto à resposta “seis terços”, não conseguimos conversar com o(a) estudante e identificar o motivo para que essa resposta tenha sido dada. Uma hipótese é que tenha enxergado três colunas preenchidas por seis quadradinhos coloridos e uma coluna com dois quadradinhos em branco.

Os erros dos alunos mostram que estão ainda em processo de perceber o número fracionário, não tendo, nessas atividades, atingido os objetivos.

Em relação à questão “b”, “Quem representou a maior fração?”

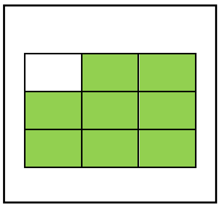
1. Onze alunos responderam “Carlos”.
2. Um aluno não respondeu.

Acreditamos que esse(a) aluno(a) não respondeu por não ter visto a atividade.
Fizemos a correção da atividade “2”.



Pesquisadora: Em quantas partes o desenho foi dividido?
Alguns alunos: Oito.

Outros alunos: Nove.
Então, contei junto com eles e verificamos que havia nove quadrinhos.
Sub Zero: É oito, porque o branco não conta.
Outra aluna concorda.
Pesquisadora: Por que o branco desse desenho não conta e dos outros desenhos conta?
Eles se complicaram para explicar o motivo. Mudei a posição do quadrinho que estava branco e perguntei:



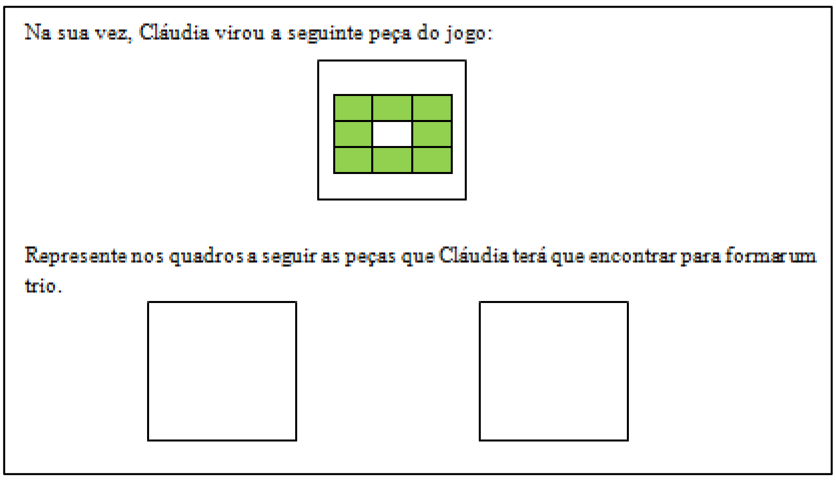
Pesquisadora: E agora? Esse quadrinho branco conta?
Alunos: Agora sim, conta.

Como o quadradinho branco era o do meio, eles pensaram que era um desenho vazado, por isso, não contaram.

Voltei para a imagem inicial a fim de corrigir a atividade. Comentei que algumas pessoas tinham representado $\frac{1}{8}$. Eles disseram que era porque a pessoa tirou a parte que não foi colorida do inteiro. Completamos as peças em branco, destacando a função e a localização do numerador e do denominador.

Ao representar a fração $\frac{1}{8}$, o (a) aluno(a) representou a única parte em branco do desenho e contou apenas as partes coloridas como se formassem o inteiro, ou seja, usou a ideia subtrativa.

Para a atividade “2”, foram dadas as seguintes respostas:


Na sua vez, Cláudia virou a seguinte peça do jogo:

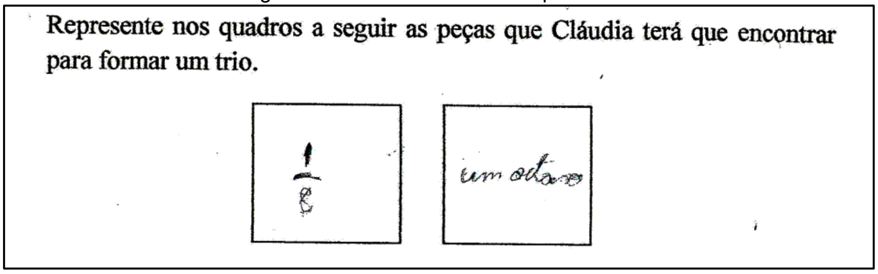
Represente nos quadros a seguir as peças que Cláudia terá que encontrar para formar um trio.

1. Sete alunos responderam “oito nonos”.
2. Um aluno respondeu “um nono”.
3. Dois alunos responderam “um oitavo”.
4. Dois alunos não responderam.

Ao corrigir a atividade com os estudantes, pudemos compreender que a fração “um nono” foi registrada porque o estudante pensou que deveria colocar a parte que estava em branco. O desenho conduz a essa interpretação.

Quanto à fração “um oitavo” (Figura 58), os(as) alunos(as) representaram a única parte em branco do desenho e contaram apenas as partes coloridas como o inteiro, ou seja, usaram a ideia subtrativa, pois, colocaram, no numerador, o total de partes em branco no inteiro e, no denominador, o número de partes que sobraram.

Figura 58 – Atividade realizada por Peter.



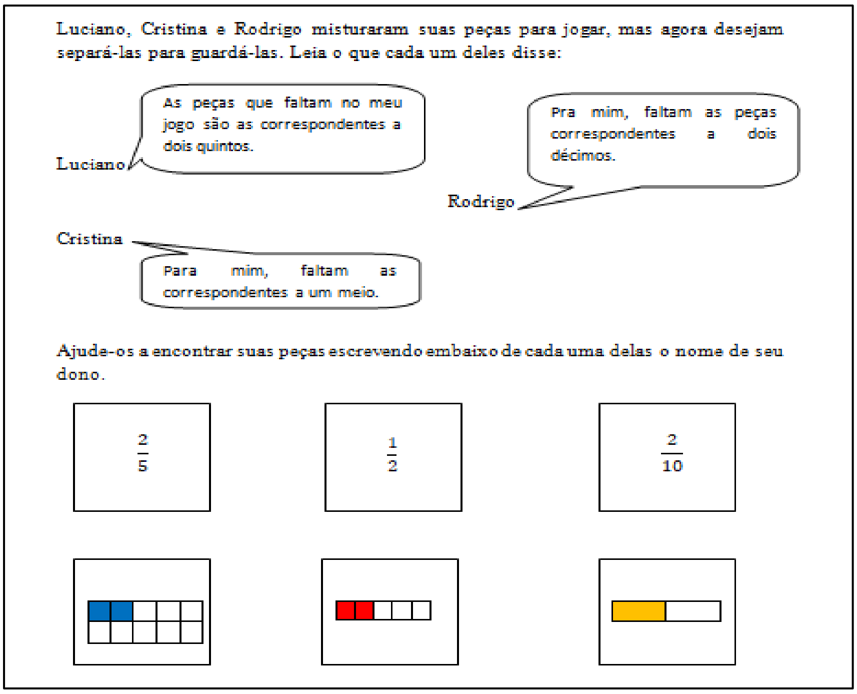
Represente nos quadros a seguir as peças que Cláudia terá que encontrar para formar um trio.

$\frac{1}{8}$ | um oitavo

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Deduzimos que os(as) estudantes que deixaram a questão em branco, sem responder, é porque não entenderam o que era para ser feito.

Na atividade “3”, comentei que as crianças citadas no texto já tinham jogado muitas vezes o Jogo da Memória das Frações e decidiram juntar as cartas para que ele ficasse mais emocionante e difícil.



Luciano, Cristina e Rodrigo misturaram suas peças para jogar, mas agora desejam separá-las para guardá-las. Leia o que cada um deles disse:

Luciano: As peças que faltam no meu jogo são as correspondentes a dois quintos.

Rodrigo: Pra mim, faltam as peças correspondentes a dois décimos.

Cristina: Para mim, faltam as correspondentes a um meio.

Ajude-os a encontrar suas peças escrevendo embaixo de cada uma delas o nome de seu dono.

$\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{10}$

Após a leitura dos balões, comentei que eles deveriam escrever o nome do dono da carta embaixo delas, mas que não era por adivinhação nem por “mamãe mandou escrever ...”. Uma criança falou:

> **Aluna**: A resposta está nos balões; é só ler.

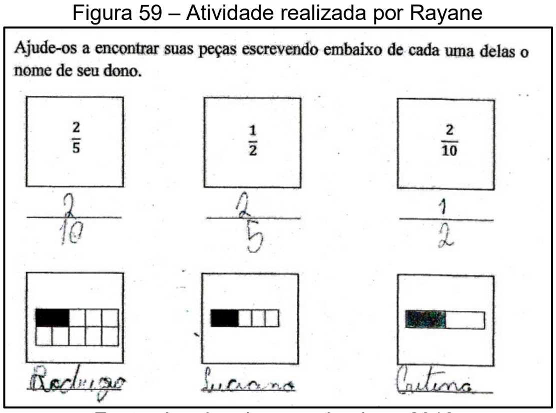
Fizemos a correção lendo e conversando sobre a função do numerador e do denominador. Em uma das situações, comentei que Luciano disse que as peças dele correspondem a dois quintos, mas tem dois aqui $\frac{2}{5}$ e aqui $\frac{2}{10}$ – falei apontando para o algarismo dois no numerador das duas frações. As crianças comentaram que era na primeira, porque, na outra, o denominador é dez e aí é décimo.

Para a atividade “3”, tivemos as seguintes respostas:

1. Sete alunos(as) colocaram o nome correto em todas as peças do jogo.
2. Um(a) aluno(a) representou, simbolicamente, uma fração embaixo das cartas com representação simbólica e registrou, corretamente, o nome dos personagens nas peças do jogo com desenho.
3. Três alunos(as) colocaram o nome correto apenas nas cartas com a representação simbólica.
4. Um (a) aluno(a) colocou o nome correto em apenas duas cartas.

É provável que o(a) estudante que representou, simbolicamente, uma fração embaixo das cartas com a representação simbólica (Figura 59) tenha pensado que deveria escrever a fração correspondente à representação com desenho que estava logo abaixo; ou seja, ele(a) ignorou as cartas de cima – com a representação simbólica – e pensou, apenas, nas que estavam com desenho. Podemos perceber que a representação simbólica corresponde à carta que está logo abaixo.

Figura 59 – Atividade realizada por Rayane



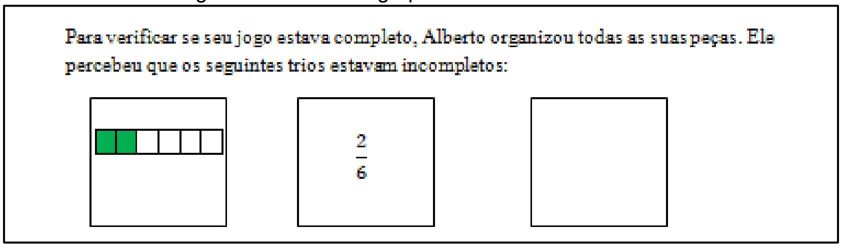
Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Quanto aos(às) alunos(as) que escreveram o nome correto em apenas parte das cartas, acreditamos que eles(as) ainda podem ter dúvida em relação às frações e/ou podem ter confundido o nome dos personagens da história.

Na atividade “4”, comentei que Alberto perdeu peças, mas como ele tinha feito o jogo, poderia repor as peças perdidas sem problema; era só refazê-las.

Em seguida, completamos o primeiro grupo de cartas apenas conversando sobre a leitura da fração (Figura 60).

Figura 60 – Primeiro grupo de cartas da atividade 4



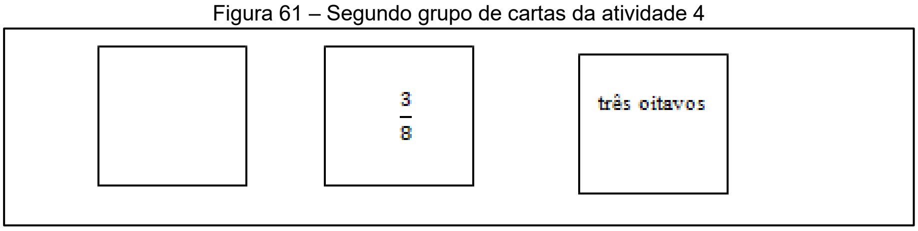
Para o primeiro grupo de cartas da atividade “4”, item “a”, tivemos as seguintes respostas:

1. Dez alunos(as) escreveram “dois sextos”.
2. Um aluno escreveu “um sexto”
3. Um aluno escreveu de forma ilegível.

Avaliamos que o(a) aluno(a) que escreveu “um sexto” tenha se confundido.

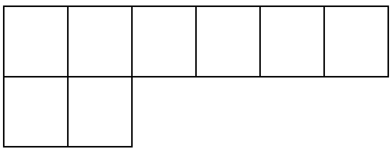
No segundo grupo (Figura 61), era necessário desenhar; comentei que o desenho poderia ser com a figura que eles desejassem; desenhei, no quadro, um retângulo, um quadrado e um círculo, todos divididos em 8 partes iguais.

Figura 61 – Segundo grupo de cartas da atividade 4



Alguns alunos tiveram dificuldade para representar com o desenho e se confundiram na hora de dividi-lo. Houve estudante que desenhou um retângulo com seis quadradinhos em cima e dois embaixo, sendo oito no total.

A Professora Lu interferiu perguntando se a figura poderia ser esta:



Várias crianças disseram que sim. Completei o desenho tracejando as linhas e contei a seguinte situação:

Minha mãe fez um bolo e o dividiu em doze partes iguais. Minha irmã comeu quatro pedaços (apaguei o tracejado); depois eu cheguei e comi três pedaços do bolo (colori os pedaços que comi). Posso dizer que comi $\frac{3}{8}$ do bolo?

Algumas crianças disseram que sim; outras disseram que não. Pedi um defensor de cada ideia para explicar. Quem defendeu a ideia que era $\frac{3}{8}$ disse que o inteiro tinha oito partes. O defensor do "não" disse que o bolo tinha 12 partes.

Comentei que apesar de, naquele momento, aparecer oito pedaços, a figura inicial tinha doze partes. Quando vamos desenhar uma figura para dividi-la em partes iguais a fim de representar uma fração, não podemos acrescentar ou retirar partes dela, pois deixa de ser o inteiro.

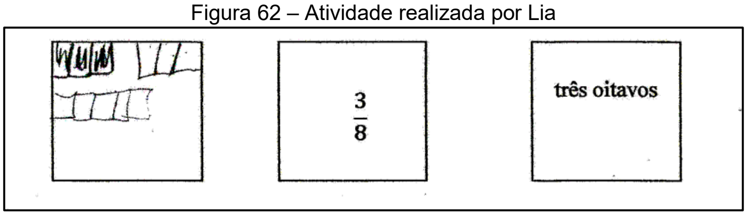
É natural que os estudantes tenham esses entendimentos, pois a compreensão do número fracionário está em processo, entretanto, o(a) professor(a) deve estar atento(a) para realizar as intervenções sempre que necessário.

Como ilustração para a fração "três oitavos", obtivemos as seguintes respostas:

1. Oito alunos(as) desenharam um inteiro dividido em oito partes e coloriram três partes do inteiro.
2. Um(a) aluno(a) desenhou três inteiros separados (um, com 3 partes, outro, com 3, e outro, com 5 partes) e coloriu três partes.
3. Dois (duas) alunos(as) desenharam um inteiro com oito partes e não coloriram.
4. Um(a) aluno(a) não respondeu.

Possivelmente, a estudante que desenhou os três inteiros separados (um com 3 partes, outro, também, com 3 e outro, com 5 partes) e coloriu três partes (Figura 62), tenha pensado na fração $\frac{3}{8}$ como números separados. Em outras palavras, esse(a) estudante pensou no três do numerador, desenhou três partes e coloriu; depois, representou o oito do denominador separadamente: desenhou três partes em cima e cinco embaixo.

Figura 62 – Atividade realizada por Lia



Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Acreditamos que os(as) aluno(as) que desenharam um inteiro com oito partes e não coloriram, tenham se esquecido de que é necessário dar destaque ao que está representado no numerador.

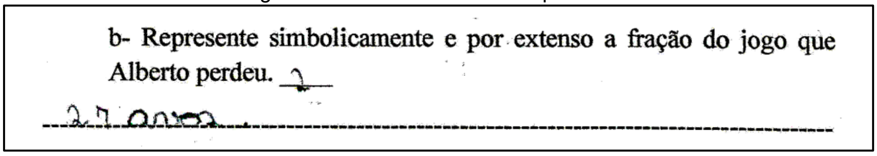
A criança que não respondeu, provavelmente, não compreendeu o que era solicitado.

Como resposta para questão "b", obtivemos o seguinte:

b- Represente simbolicamente e por extenso a fração do jogo que Alberto perdeu. ____

1. Dois alunos(as) representaram a fração “dois vinte e sete avos” (Figura 63).
2. Um(a) aluno(a) representou a fração “dois sextos”.
3. Dois alunos(as) escreveram um texto explicando que eram 25, porque o jogo tinha 27 peças, mas Alberto perdeu duas peças.
4. Três alunos(as) responderam “um”.
5. Dois alunos responderam 27.

Figura 63 – Atividade realizada por Bruna


b- Represente simbolicamente e por extenso a fração do jogo que Alberto perdeu. 2

27 avos

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Observamos, na forma como a aluna representou a fração $\frac{2}{27}$, que ela ainda não domina a representação simbólica, mas concordamos com Nunes (2002, p. 3) quando afirma que o “ensino poderia ser facilitado se trabalhássemos com base na compreensão do conceito, e não na escrita da fração” [...]. Assim, consideramos essa representação, pois está em construção; além disso, a estudante conseguiu compreender que o jogo representava o inteiro, e as duas peças perdidas era o que estava sendo considerado.

A criança que representou “dois sextos”, possivelmente, considerou as seis peças desenhadas, como o inteiro, e as duas peças em branco, como as peças que Alberto perdeu.

As crianças que responderam 25, provavelmente, pensaram no total de peças do jogo (27) e subtraíram as peças que Alberto perdeu (2). Elas responderam, na verdade, o total de peças que Alberto não havia perdido.
Quanto à resposta “um”, não conseguimos compreender o motivo dela.

Em relação à resposta 27, é possível que os(as) estudantes tenham registrado apenas o número total de peças que o jogo contém; não consideraram as peças perdidas.

Após a correção das atividades, solicitei que colassem as folhas no caderno e iniciamos a leitura do livro “Como o mundo acorda”, de Ye Shil Kim e Hee Jun Kang, Editora Callis, São Paulo, 2009 (Figura 64).

Esse livro também apresenta o assunto fração envolvendo a forma do desjejum das pessoas em alguns lugares do mundo. Segundo Abramovich (1989, p. 17), citado por Souza (2008, p.45), "é através duma história que se podem descobrir outros lugares, outros tempos, outros jeitos de agir e de ser, outra ética, outra ótica". Ou seja, com base na leitura dessa história, buscamos, mais uma vez, a conexão entre língua materna e matemática, pois, nela, estão envolvidas situações familiares aos estudantes (café da manhã), vocabulário matemático (as autoras utilizam a representação e o nome das frações de “meios” até “décimos” no decorrer da história), além de permitir, aos estudantes, contato com diferentes formas de viver, de acordo com as diversas situações citadas pelas autoras.

Figura 64 – Capa do livro “Como o mundo acorda”, de Ye Shil Kim e Hee Jun Kang, 2009

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Informei às crianças que a Professora Lu e eu gostamos tanto das histórias criadas por eles, que decidimos utilizá-las para produzir um livro; elas gostaram da ideia. Essas histórias lembraram-me de um livro que eu leria para eles.

Saímos da sala e fomos para um espaço aberto, mas coberto, cedido, anteriormente, pela Coordenadora da Escola Integrada. Antes de iniciar a leitura, comentei:

> **Pesquisadora**: Quando li o título “Como o mundo acorda”, pensei que as autoras contariam que algumas pessoas acordam com despertador; outras, com a mãe chamando...
> **Meliodas**: Eu acho que as autoras vão falar sobre o que as pessoas comem no café da manhã.

Perguntei se mais alguém tinha uma opinião sobre o assunto da história, mas ninguém fez comentário.

Após ler a história, comentei que Meliodas tinha acertado o assunto do texto; perguntei, também, por que as autoras dizem que em alguns lugares “há uma linda manhã, mas não uma manhã com todos de barrigas cheias.” As crianças responderam que é porque, em alguns lugares, as pessoas passam fome. Relembrei uma das histórias produzidas por eles, em que uma pessoa dividiu seu salgado com uma pessoa que estava com fome porque não tinha dinheiro para comprar comida.

Logo depois, encerrou-se o horário e retornamos à sala pois iniciaria o recreio.

5.9.1 Considerações sobre a aula

Nem todos os estudantes que fizeram as atividades de exploração do Jogo da Memória das Frações estiveram presentes no dia da correção, o que dificultou a reflexão em relação às respostas, impossibilitando-nos de compreender a razão dos resultados.

Com base na correção coletiva das atividades de exploração do Jogo da Memória das Frações, foi possível identificar o que e como as crianças estão pensando sobre o assunto fração, além de promover a troca de ideias, hipóteses e informações entre os estudantes.

Nessa situação, pudemos perceber que a maioria dos estudantes não teve dificuldade para comparar a parte destacada de inteiros divididos com o mesmo número de partes.

Verificamos, também, que a maioria dos alunos conseguiu reconhecer e relacionar três formas diferentes de representar uma fração – desenho, representação simbólica e por extenso. No entanto, ainda há estudantes que não consolidaram a função do denominador: identificar o total de partes do inteiro.

Constatamos que a ideia da divisão em partes iguais ficou bem compreendida, mas a representação com os registros se mostrou mais difícil. É uma nova linguagem para os alunos e requer tempo e novos usos para ser incorporada.

Certificamos que, apesar de terem sido explicadas, as questões que geraram mais dúvidas, no dia em que a atividade foi realizada, foram as que apresentaram a maior variedade de respostas, sendo necessário modificá-las para que possam ser utilizadas de forma a promover a aprendizagem dos estudantes.

Observamos que muitas crianças vibravam quando constatavam ter acertado uma questão; outras, explicavam porque erraram. De acordo com Pinto (1997, p.119), "O erro, por ser permitido, é percebido pela criança como fazendo parte do processo de aprendizagem." Em outras palavras, nessa situação, a resposta incorreta não era percebida como um erro, mas como uma ideia que tinha como consequência não responder adequadamente ao que foi proposto e, discutida, gerava um conhecimento.

A leitura do livro "Como o mundo acorda" pode ter proporcionado aos estudantes diversificar suas experiências e reflexões tanto em relação às diferentes formas de viver e de se alimentar quanto em relação às frações, pois, na história, são divididos inteiros contínuos e descontínuos ou discretos.

5.10 Frações de inteiros discretos ou descontínuos e de uma quantidade

A décima aula foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada uma das três turmas.

A proposta para essa aula era trabalhar com frações de inteiros discretos ou descontínuos, ou seja, aqueles que só podem ser contados um a um. Acreditamos ser importante que o estudante tenha contato com inteiros de grandezas diferentes a fim de ampliar e diversificar sua aprendizagem. Para o desenvolvimento dessa ideia, trabalhamos, inicialmente, com o número de alunos da turma, representando o inteiro do qual estamos falando (Figura 65).

Figura 65 – Proposta de atividade – Grandezas descontínuas.

Relatório sobre sua turma

Nessa turma há ________ estudantes.

Que fração representa, então:

a- Todos os estudantes da turma-

b- Você na turma-

c- Os meninos desta turma-

d- As meninas desta turma -

e- Estudantes presentes hoje -

f- Estudantes ausentes hoje-

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Para realizar a atividade 1, expliquei a eles que eu tinha que fazer um relatório sobre as turmas com as quais estou realizando a pesquisa. Para isso, necessitava da colaboração deles para responder às questões sobre a turma. Quando perguntei o total de alunos da turma, várias crianças começaram a contar o número de alunos na sala. Foi uma boa iniciativa, contudo, expliquei que, na atividade, estava escrito o total de alunos, ou seja, todos os alunos presentes e ausentes.

> **Pesquisadora**: Onde podemos encontrar os registros da turma?
> Depois de algumas ideias...
> **Aluno**: No livro de chamada.
> **Pesquisadora**: Muitas pesquisas são feitas baseadas na memória das pessoas; outras, baseadas nos documentos. Para essa atividade, temos um documento com o registro de todos os alunos da turma. O diário de classe é um documento oficial da escola e, nele, conseguimos obter várias informações; uma delas é o total de alunos da turma.

Abri o diário e li o histórico da turma, nele, registrado: a turma começou o ano com 29 alunos; chegaram mais 5, resultando 34; saíram 2. Então, atualmente, são 32 alunos no total. Depois dessa leitura, identificamos o total de partes do inteiro/turma e fizemos as atividades, destacando o total de partes que tem o inteiro e o que estávamos nos referindo em relação à turma. Depois de responder aos itens “a” e “b”, questionei:

> **Pesquisadora**: Só o numerador mudou. Por que o denominador não mudou?
> **Alunos**: O inteiro é o mesmo: a turma.

Para responder ao item “c”, total de meninos na turma, utilizei novamente o diário de classe, lendo em voz alta o nome dos meninos para que fossem contados pelos estudantes, pois nem todos estavam presentes. Verificaram que havia 17 meninos em um inteiro que tem 32 alunos. Eles representaram, simbolicamente, a fração $\frac{17}{32}$. Ao serem questionados sobre como lemos essa fração, Hulck diz:

Hulck: Dezessete e trinta e dois avos.
Neil Armstrong: Dezessete trinta e dois avos.
Pesquisadora: "Dezessete e trinta e dois avos" é dezessete mais trinta e dois, que não é o caso dessa fração registrada no quadro; então leitura correta dessa fração é "dezessete trinta e dois avos".

Para responder ao item "d", comentei que eles já sabiam que, ao todo, são 32 alunos na turma e que, desse total, 17 são meninos.

Pesquisadora: O que pode ser feito para descobrir o número de meninas?
Clara: É só fazer 32 menos 17 para descobrir. Dá 15.
Pesquisadora: Que fração será formada?
Alunos: Quinze trinta e dois avos.
Pesquisadora: Por que o numerador mudou e o denominador não modificou?
Barão 237: É por causa do total de alunos na turma.

O item "e" foi respondido contando os alunos que estavam presentes na sala hoje: 24 alunos. A fração $\frac{24}{32}$ foi representada e escrita por extenso.

Para responder ao item "f", perguntei:

Pesquisadora: O que podemos fazer para saber quantas pessoas faltaram?
Meliodas: É só contar do 24 até o 32.
Outros alunos: É só fazer 32 – 24 = 8.

Depois de identificar o número de alunos ausentes, registramos a fração $\frac{8}{32}$ e a escrevemos por extenso.

Após a exploração do denominador nos itens anteriores, é possível que os estudantes tenham percebido que, quando estamos tratando de um mesmo inteiro – e ele não sofre modificações – o número que representa a quantidade de partes em que ele foi dividido, será o mesmo.

Continuamos trabalhando com inteiros discretos ou descontínuos; desta vez o inteiro é um colar (Figura 66).

Figura 66 – Proposta de atividade – Grandezas descontínuas.

Observe o colar representado na imagem. Carlos o viu numa loja, mas achou muito caro. Decidiu comprar as peças e fazer um colar igual para sua esposa usar na festa de casamento de sua irmã. Para isso ele precisa saber:

a - Que fração representa o número de contas pretas no colar?

b- Que fração representa o número de contas brancas no colar?

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Após a leitura do enunciado da atividade 2, os estudantes fizeram alguns comentários sobre o colar e a respeito de alguns familiares que sabem fazer bijuterias.

Para responder ao item “a”, alguns estudantes fizeram comentários.

> **Spencer**: É quatro quintos.
> **Neil Armstrong** (contou as peças): O total é nove.
> **Meliodas**: É quatro nonos.
> **Outro aluno** (se confunde na hora de responder): Quatro trinta e ... ah, não é trinta e dois.

Confirmei com a turma qual seria a fração correspondente às contas pretas do colar e registrei no quadro.

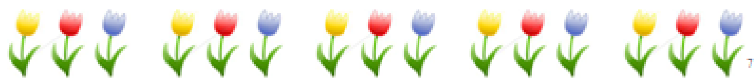
Os alunos responderam corretamente ao item “b”, “cinco nonos”, e após registrar a resposta no quadro, perguntei:

> **Pesquisadora**: Por que o “nove” não mudou?
> **Spencer e Escx**: Nove é o total de peças do colar.

Em seguida, iniciamos a atividade 3 (Figura 67). Nessa atividade, o objetivo era identificar quantos elementos inteiros há dentro de cada parte/fração e no total das partes consideradas.

Figura 67 - Proposta de atividade de fração de uma quantidade.

Dona Tamires participa de um grupo da terceira idade no Centro Comunitário de seu bairro. Ela tem aula de artesanato e está aprendendo a fazer flores com retalhos de tecido. Observe as tulipas que ela fez para vender.



a- Quantas flores dona Tamires fez ao todo? ______

b- Ela separou as flores em cinco grupos iguais e vendeu um quinto para dona Fátima. Quantas flores dona Fátima comprou? ______

c- Que fração as flores que sobraram representam em relação ao total de flores?

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Após a leitura do enunciado, conversamos sobre o que é grupo da terceira idade e onde a história se passava.

Um estudante diz que é pessoa velha. Outros alunos começam a contar a idades dos pais e avós. Contam sobre os cabelos brancos; uns gostam, outros não gostam e, então, tingem os cabelos para não mostrar os brancos.

Expliquei que um grupo da terceira idade é formado por pessoas idosas, acima de 60 anos, e que essas pessoas adquirem alguns direitos que as pessoas mais jovens não têm, por exemplo, prioridade nas filas, descontos no teatro, em shows, lugar reservado nos ônibus, vagas especiais para estacionar. Também comentei que, em meu bairro, há um Centro Comunitário muito antigo onde os idosos participam aprendendo e, também, ensinando diversas atividades culturais e esportivas para os mais novos; nesse espaço, acontecem, também, os ensaios de uma banda.

Clara: Imagina os velhinhos tocando rock!

Nessa situação, parece que a aluna imaginou uma banda de rock com os músicos tocando, cantando e dançando; entretanto, no centro cultural citado, existe uma banda de coreto, daquelas em que os músicos executam a melodia de músicas populares. Comentei que fui informada pela Professora Lu de que, no bairro onde a Escola está localizada, não há Centro Comunitário, e que as atividades culturais e esportivas são realizadas no Programa Escola Aberta, aos sábados e domingos na Escola. Alguns estudantes falam que eles e seus familiares participam das atividades realizadas na Escola Aberta e que elas são muito interessantes. De acordo com os comentários, a Escola parece ser um espaço importante na vida das famílias dessa comunidade.

Retornamos à atividade; explorei as cores das flores: há cinco de cada cor; solicitei que circulassem os grupos de flores e, depois, perguntei quantos grupo foram formados e como estão organizados. Os alunos explicaram que são cinco grupos e que, em cada grupo, tem uma flor de cada cor, ou seja, três flores ao todo. Após a leitura do item “a”, os alunos responderam, prontamente, que são quinze flores. Depois que o item “b” foi lido, relembrei que um quinto das flores foi vendido para dona Fátima e perguntei:

Pesquisadora: O que é “um quinto” nessa situação?
Ninguém responde.
Pesquisadora: Um quinto é cada uma das flores?
Alunos: Não.
Pesquisadora: Então, o que é “um quinto” nessa situação?
Escx: É um grupo de flores.
Pesquisadora: Isso mesmo! Dona Fátima comprou um grupo de flores. Então, quantas flores ela comprou?
Alunos: “Três”.

Nesse momento, esse estudante infere que, nessa situação, “um quinto” corresponde a um dos cinco grupos de flores e que, nesse grupo, há “três” flores, ou seja, nesse caso, “um quinto” corresponde a “três”.

Após registrarem a resposta, iniciamos o item “c”. Ao lerem a pergunta “que fração as flores que sobraram representam em relação ao total de flores?”, Escx respondeu:

Escx: Doze.
Pesquisadora: Doze o quê?
Escx: Doze avos?
Barão 237: Será “doze quinze avos”.
Pesquisadora: Por quê?
Barão 237: Porque sobraram doze flores das quinze que ela fez.

Confirmei a explicação e registrei no quadro.

Avaliamos que o fato de o item "c" se referir ao total de flores, ajudou a tornar a atividade mais complexa, pois, no momento anterior, os estudantes tiveram que pensar em um grupo como uma fração; e, logo em seguida, pensar no conjunto de flores que sobraram, como fração. Também sentimos falta de usar material manipulativo.

Para resolver a atividade 4 (Figura 68), conversamos sobre o comércio de frango assado. Os estudantes comentaram sobre os diversos locais no bairro que vendem esse produto, o preço e onde o frango é mais saboroso.

Figura 68 – Proposta de atividade sobre fração de um inteiro descontínuo.

Francisco tem uma loja que vende frango assado nos finais de semana. Domingo, após fechar a loja, verificou que $\frac{2}{5}$ dos 10 botijões de gás estavam vazios.

a- Desenhe o total de botijões que Francisco tem em sua loja.

b- Em quantos grupos Francisco separou os botijões? ______. Como você identificou essa informação?

c- Separe os botijões de gás de acordo com o número de grupos que você representou na atividade anterior. *(Use o material manipulativo)*. Quantos botijões foram colocados em cada grupo?

d- Quantos grupos de botijões estão vazios? ______ Como você identificou essa informação?

e- Quantos botijões estão vazios?

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2018.

Para realizar a atividade, cada estudante recebeu dez tampinhas de garrafa representando os botijões de gás citados na história. Os alunos agruparam as tampinhas de acordo com o texto.

Pesquisadora: Quantos grupos o Francisco fez?
Barão 237: Ele fez dois grupos de cinco.
Pesquisadora: Onde devemos olhar para saber em quantos grupos o inteiro foi dividido: no numerador ou no denominador?
Barão 237: É no denominador.
Depois da resposta, ele concluiu:
Barão 237: São cinco grupos de dois.

Nessa situação, o aluno pode ter lido a fração "dois quintos" como uma orientação para organizar as tampinhas: "dois grupos de cinco"; ele pode não ter utilizado o conhecimento que estava construindo em relação às frações. Entretanto, ao ser questionado, faz uma reflexão e retoma o que sabe em relação à função do numerador e do denominador da fração para responder: "cinco grupos de dois"; ou seja, o denominador indica que o inteiro foi dividido em cinco partes iguais.

Escx organiza as suas tampinhas de dois em dois e ajuda Galy. Após organizarem as tampinhas em cinco grupos de dois, perguntei:

Pesquisadora: Quantos grupos de botijões estão vazios?
Alguns alunos: Dois.
Pesquisadora: Como vocês descobriram?

Barão 237 e Júlia: Olhando o numerador.
Pesquisadora: Isso mesmo. Então, quantos botijões estão vazios?
Clara: São quatro, porque duas vezes dois são quatro.
Pesquisadora confirma juntando as tampinhas de dois grupos.

Nessa etapa, aluno que teve dúvida na situação anterior, consegue identificar que, no numerador da fração, vai encontrar a informação a respeito de quantos grupos de botijões estão vazios.

Depois de resolver a história utilizando material manipulativo, registraram na folha. Cada um desenha, em sua atividade, os dez botijões e, sem dificuldade, respondem que os botijões foram organizados em cinco grupos.

Pesquisadora: Como vocês ficaram sabendo o número de grupos que Francisco organizou os botijões?
Barão 237: Olhando o denominador.
Pesquisadora: Quantos botijões tem em cada grupo?
Alunos (sem dificuldade): São dois botijões.
Pesquisadora: Quantos botijões tem em cada grupo?
Alunos: Dois.

Solicitei que colorissem os grupos de botijões vazios. Eles realizam a tarefa sem dificuldade. Depois disso, o item “d” foi respondido com tranquilidade.

A utilização de material manipulativo parece ter tornado a resolução da atividade mais agradável, interessante e compreensível para os estudantes. De acordo com Nacarato (2005), “não é o simples uso de materiais que possibilitará a elaboração conceitual por parte do aluno, mas a forma como esses materiais são utilizados e os significados que podem ser negociados e construídos a partir deles.” (p.5). Ou seja, é possível que o fato de termos relacionado a situação – venda de frango assado – com os conhecimentos e a experiência que os estudantes têm sobre o assunto, pode ter ajudado a torná-la significativa para eles.

5.10.1 Considerações sobre a aula

Souza (2008, p. 55) afirma que, de acordo com Carneiro e Passos (2007), “integrar matemática e textos literários ocasiona mudanças na dinâmica da sala de aula, sendo um caminho para romper com o desconhecimento matemático e para tornar o processo de aprendizagem mais motivador.” Ou seja, temos observado que o envolvimento dos estudantes com as atividades da sequência didática tem aumentado a cada aula; como exemplo dessa afirmativa, citamos o fato de alunos(as) que quase não participavam ativamente das aulas, como Spencer e Escx, realizarem comentários e “arriscarem” respostas; outros, compartilharem informações que envolvem sua vida, e outros, ainda, como Clara e Barão 237, explicitarem ideias que auxiliam na construção do conhecimento matemático sobre frações e/ou fazerem comentários divertidos, como “Imagina os velhinhos tocando rock!”. Para nós, esses são indicativos de que as aulas estão mais dinâmicas, motivadoras e propícias a tornar o processo de aprendizagem mais próximo dos “conhecimentos pessoais” (BISHOP e GOFREE, 1986, apud NACARATO, 2005, p. 5) de cada aluno.

Entretanto, apesar de constatarmos problemas com as atividades relacionadas com o assunto “fração de uma quantidade”, percebemos, por meio das respostas e comentários realizados pelos estudantes que, vários deles já identificavam frações em inteiros discretos ou descontínuos, isto é, identificavam a parte que um ou mais elementos de um grupo representava(m) dentro do grupo inteiro.

Os alunos, também, parecem ter compreendido que, na representação fracionária, o denominador não é modificado quando tratamos de um mesmo inteiro, e que são verificadas mudanças no numerador à medida que modificamos o que é destacado em um mesmo inteiro.

Consideramos que o assunto tratado pelas atividades 3 e 4 – fração de um inteiro discreto ou descontínuo/ fração de uma quantidade – precisa de mais tempo e mais atividades para ser mais bem compreendido. Para tratar desse assunto, tivemos poucas atividades na sequência didática, sendo necessário que, novas atividades que abordem esse conteúdo, sejam pensadas.

Verificamos que a utilização do material manipulativo, na atividade 4, pode ter melhorado a percepção dos estudantes em relação à formação do agrupamento de acordo com a fração. O mesmo deveria ter sido feito com as flores – atividade 3. Quando convertemos o material manipulativo (tampinhas) em desenho, percebemos que os estudantes tiveram mais facilidade para entender o que representava “dois quintos de dez”. Concordamos que seriam necessárias outras atividades envolvendo frações de inteiros descontínuos para, posteriormente, introduzir atividades de fração de uma quantidade.

5.11 Frações no livro didático

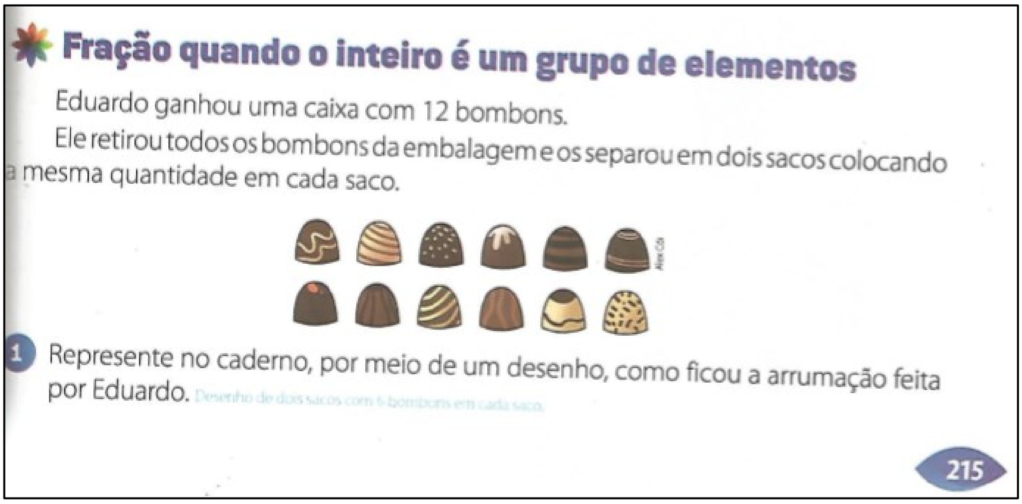
A décima primeira aula foi desenvolvida em dois horários de 60 minutos em cada uma das três turmas.

Conforme a nossa programação, entregaríamos os livros e exploraríamos as histórias criadas pelos estudantes nessa aula, porém, no dia anterior, fomos informadas de que eles não estariam prontos a tempo de serem entregues nessa aula.

Eu e a Professora Lu concordamos que as atividades sobre o assunto “fração de uma quantidade” não tinham sido suficientes para favorecer a compreensão dos estudantes, por isso, optamos por dar continuidade ao assunto por meio de algumas atividades do livro didático de matemática adotado pela Escola: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, Editora do Brasil. Selecionamos alguns exercícios mais adequados com o que havíamos trabalhado até então na sequência didática, principalmente, os que dizem respeito às frações de inteiros descontínuos.

Como havia poucos alunos das Turmas A e B, os professores decidiram juntá-las. Iniciei com a atividade 1, da página 215 do livro didático dos alunos, com o assunto **Fração de quantidade** (Figura 69).

Figura 69– Primeira parte da atividade 1



Fração quando o inteiro é um grupo de elementos

Eduardo ganhou uma caixa com 12 bombons.

Ele retirou todos os bombons da embalagem e os separou em dois sacos colocando a mesma quantidade em cada saco.

1 Represente no caderno, por meio de um desenho, como ficou a arrumação feita por Eduardo. Desenho de dois sacos com 6 bombons em cada saco.

215

Fonte: Livro didático: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p. 215

As atividades foram realizadas no livro, pois 2018 foi o último ano em que ele seria utilizado pelos alunos. Nessa atividade, o personagem tinha uma caixa com 12 bombons e queria colocá-los, igualmente, em dois pacotes. Conversamos sobre os motivos que poderiam ter feito Eduardo querer ou precisar dividir os bombons. A ideia mais sugerida pelos estudantes foi a de distribuir os bombons para outras pessoas. Por isso, durante a atividade, utilizei esse argumento – distribuir os bombons para várias pessoas – como justificativa para a mudança no número de pacotes que ele usou. Solicitei que circulassem os bombons desenhados na folha, formando dois grupos (teria sido melhor se solicitasse que desenhassem os pacotes e os bombons dentro dos pacotes). Perguntei a elas como fizeram, e vários alunos explicaram.

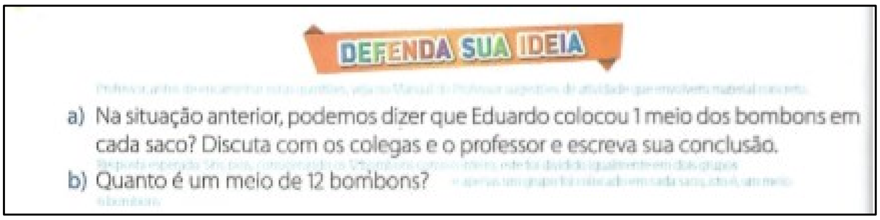
Doce: O meu deu três pacotes.
Pesquisadora: Como você agrupou?
Doce: De quatro em quatro.

Representei a forma como ela pensou no quadro.
Pesquisadora: Você colocou em três pacotes ao invés de dois.
Doce: É mesmo! (Ela corrigiu no seu livro).

Avaliamos que, nessa atividade, deveríamos ter pedido que os estudantes desenhassem os pacotes para que, posteriormente, distribuíssem os bombons nos pacotes, pois, de acordo com Ramos (2009), “Distribuir é mais natural para a criança. Desde muito pequenas elas fazem isso, independentemente da escola.” (p.88). Ou seja, a ideia de partilha ou distribuição – “repartir igualmente determinada quantidade por um determinado número” (CENTURIÓN, 1995, p. 94) – já é conhecida e utilizada pela maioria dos estudantes, mas, como fizeram a atividade no livro, poucos estudantes desenharam os dois saquinhos para representar, neles, os bombons; a maioria apenas circulou o desenho dos bombons que estava no livro, ou seja, utilizou a ideia de formação de grupos. A alternativa seria utilizar material manipulativo para realizar a atividade.

A continuação da atividade 1 estava na página 216 (Figura 70).

Figura 70 - Continuação da atividade 1


DEFENDA SUA IDEIA

a) Na situação anterior, podemos dizer que Eduardo colocou 1 meio dos bombons em cada saco? Discuta com os colegas e o professor e escreva sua conclusão.

b) Quanto é um meio de 12 bombons?

Fonte: Livro didático: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p.216.

Observação: Em nenhuma das turmas, os estudantes comentaram que as autoras do livro representaram a fração “um meio” na atividade “Defenda sua ideia” (Figura 70), da seguinte forma: “1 meio”; ou seja, utilizando algarismo e palavra. Na terceira aula, essa forma de representação foi discutida e descartada, pela turma e por nós, como forma de representar, simbolicamente, uma fração, justamente, porque usa algarismo e palavra, já que buscávamos uma representação que utilizasse apenas símbolos.

O item “a” da atividade perguntava: “Pode-se considerar que Eduardo colocou a metade dos bombons em cada saco?”.

Alguns alunos: Pode.
Outros alunos: Não pode.
Robin: Sim, porque seis é a metade de 12 e se somarmos 6+6 =12.
Barão 237: Não. (Não explicou o motivo de sua afirmação).
Então, fiz um desenho no quadro para explicar.

Desenhei um quadrado para representar uma barra de chocolate e a dividi em duas partes. Perguntei como se chama cada parte. Todos responderam “um meio”.

Comentei que o personagem tinha dividido os bombons em dois pacotes. Desenhei a caixa de bombons com os doze bombons dentro dela. Dividi a caixa de forma que ficaram seis bombons de um lado e seis do outro lado. Perguntei:

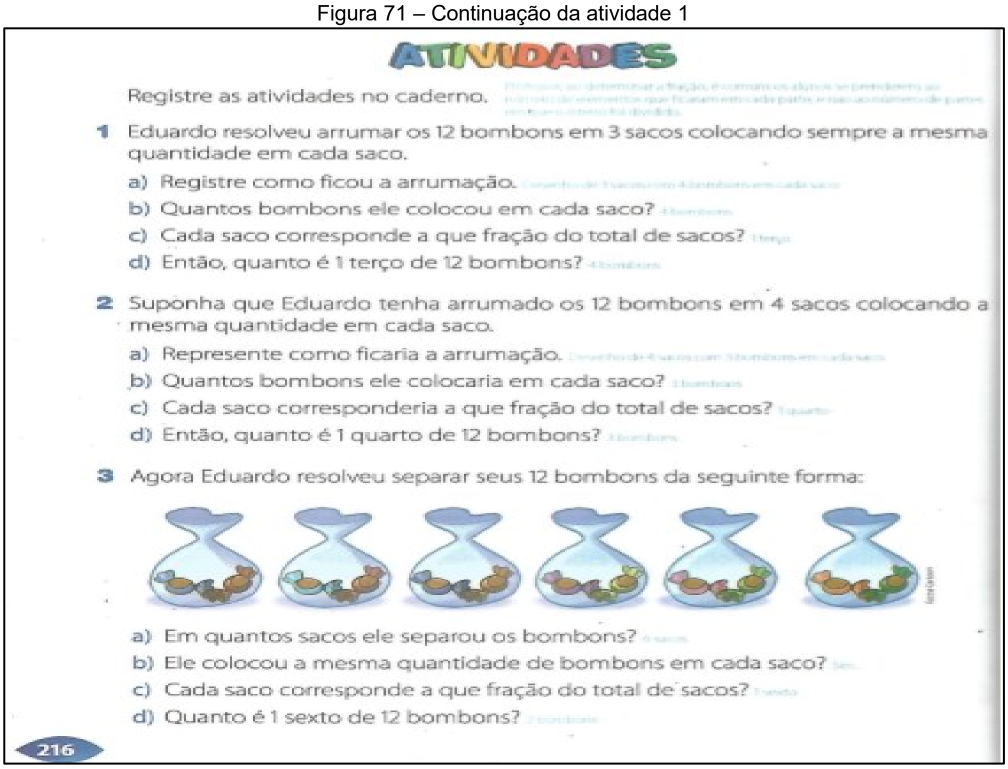
> **Pesquisadora**: Que nome daremos a cada uma das partes da caixa?
> **Alunos**: Um meio ou metade.
> **Pesquisadora**: Quantos bombons há em cada metade da caixa?
> **Alunos**: Seis.
> **Pesquisadora**: Quantos bombons há em cada pacote?
> **Alunos**: Seis.
> **Pesquisadora**: Em cada pacote tem “um meio” dos bombons?
> Os alunos pensam.
> **Rex**: É meio porque os doze bombons representam o inteiro que foi dividido em dois pacotes com seis.
> **Galy**: Daria para fazer seis mais seis, então dois pacotes com seis.
> **Pesquisadora**: Isso mesmo. Nesse caso, não estão juntando; estão separando os bombons em dois grupos iguais.

Após a discussão, todos respondem “seis”, para a pergunta do item “b” – “Quanto é um meio de 12 bombons?”.

Nessa atividade, percebemos que os estudantes tiveram dúvida para nomear os seis bombons como “um meio” ou “metade”. Atribuímos a esse fato, as poucas atividades nomeando as partes de determinada quantidade.

Continuamos a atividade anterior que, também, trata do assunto fração quando o inteiro é um grupo de elementos (Figura 71), modificando o número de saquinhos que o personagem usa para repartir os bombons.

Figura 71 – Continuação da atividade 1



ATIVIDADES

Registre as atividades no caderno.

1 Eduardo resolveu arrumar os 12 bombons em 3 sacos colocando sempre a mesma quantidade em cada saco.
a) Registre como ficou a arrumação.
b) Quantos bombons ele colocou em cada saco?
c) Cada saco corresponde a que fração do total de sacos?
d) Então, quanto é 1 terço de 12 bombons?

2 Suponha que Eduardo tenha arrumado os 12 bombons em 4 sacos colocando a mesma quantidade em cada saco.
a) Represente como ficaria a arrumação.
b) Quantos bombons ele colocaria em cada saco?
c) Cada saco corresponderia a que fração do total de sacos?
d) Então, quanto é 1 quarto de 12 bombons?

3 Agora Eduardo resolveu separar seus 12 bombons da seguinte forma:

a) Em quantos sacos ele separou os bombons?
b) Ele colocou a mesma quantidade de bombons em cada saco?
c) Cada saco corresponde a que fração do total de sacos?
d) Quanto é 1 sexto de 12 bombons?

216

Fonte: Livro didático: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p.216.

A atividade continua com o personagem repartindo os mesmos bombons em três, quatro e seis pacotes. Nessas atividades, as autoras propõem que os estudantes desenhem os pacotes e distribuam os bombons dentro deles.

Para resolver a atividade 1, item “a”, fiz três círculos representando os três pacotes citados no exercício e comecei a distribuir os bombons um a um para que os estudantes visualizassem como ficariam os pacotes.

Depois que desenhei, ficou fácil para os estudantes perceberem e confirmarem que foram colocados quatro bombons em cada um dos três pacotes e, então, responder ao item “b”.

Para responder ao item “c” – “Cada saquinho corresponde a que fração do total de sacos?” –, perguntei:

> **Pesquisadora**: Quantos sacos são ao todo?
> **Alunos**: Três.
> **Pesquisadora**: Cada saquinho representa quantos saquinhos no total de saquinhos?
> **Barão 237**: Um.
> **Pesquisadora**: Então, cada saquinho representa que fração do total de saquinhos?
> **Alunos**: Um terço.

Para responder ao item “d” – “Quanto é um terço de doze bombons? ”–, alguns alunos se confundiram e disseram “um doze avos”, misturando o inteiro, que é doze, com o número de saquinhos, que é três. Por esse motivo, perguntei:

> **Pesquisadora**: Se eu der um pacotinho de bombons para a Professora Lu, quantos bombons ela receberá?
> **Alunos**: Quatro bombons.

Percebemos que, quando trouxemos a fração para uma situação de sala de aula, como a descrita, os estudantes tinham mais facilidade para responder.

Em seguida, iniciamos a atividade 2, que era dividir os doze bombons em quatro saquinhos.

Fizemos a atividade por meio de desenhos e verificamos que ficaram três bombons em cada saquinho, respondendo assim ao item “b”.

Os estudantes também não tiveram dificuldade para responder ao item “c”. De acordo com eles, cada saquinho corresponde a “um quarto” do total de saquinhos.

Para responder ao item “d” – “Quanto é um quarto de doze bombons? –, comentei que daria um pacote para a auxiliar de inclusão. Perguntei quantos bombons ela ganharia se isso acontecesse; eles respondem, sem dificuldade, que é três.

Posteriormente, iniciamos a atividade 3.

Para resolver ao item “a”, perguntei quantos saquinhos estavam desenhados no exercício; eles contam e respondem seis. Barão 237 comenta:

> **Barão 237**: Quanto mais aumenta a quantidade de pacotes, diminui a quantidade de bombons.

Relacionei a fala dele com o que aconteceu na história “O pirulito do pato”. Eles lembraram que quanto mais o pirulito era dividido, menores ficavam os pedaços. Percebemos, mais uma vez, a história como “ponto de apoio” para a construção/consolidação de um conceito/conhecimento.

A maioria responde “sim” para a pergunta do item “b”, “Ele colocou a mesma quantidade de bombons em cada saco?”.

Ao resolver o item “c” – “Cada saco corresponde a que fração do total de sacos? –, Barão 237 responde:

> **Barão 237**: Sexto.
>
> **Pesquisadora**: Por que você acha que é sexto?
>
> **Barão 237**: Porque tem seis sacos. Então, cada um é “sexto”.

Constatamos, nesse diálogo, a relevância de questionar e analisar as respostas dos alunos, pois “o mais importante não é o acerto ou o erro em si – [...] –, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento” [...] (CURY, 2007, p. 63). Nesse caso, verificamos que o estudante está compreendendo que o inteiro não eram os bombons, mas os sacos em que estavam os bombons; além disso, o aluno consegue dar nome às partes do inteiro de acordo com o número de pedaços em que ele foi dividido. A resposta desse estudante pode ter influenciado no raciocínio de outros estudantes.

Perguntei, para o restante da turma, que fração cada saquinho representaria no total de saquinhos; eles responderam “um sexto”. Representei $\frac{1}{6}$ e verbalizei – apontando para o numerador – que cada saquinho é “um saquinho” em um grupo de “seis saquinhos” – apontando para o denominador.

Para responder ao item “d”, disse que gostaria de presentear o Coordenador com “um sexto” dos bombons em agradecimento à sua colaboração, e perguntei:

> **Pesquisadora**: Então, quantos bombons ele receberá?
>
> **Alunos**: Dois bombons.

Durante toda a discussão, justifiquei a mudança na quantidade de saquinhos feita pelo personagem da história, afirmando que ele iria distribuir os bombons com mais pessoas. O aluno Neil Armstrong repetiu incessantemente:

> **Neil Armstrong**: Não divido nada que eu ganho com ninguém.

Nessa situação, parece que o estudante “vivencia” a divisão dos bombons – como se fossem seus – a cada vez que ela é comentada, e isso o incomoda tanto que é necessário verbalizar seu incômodo.

A segunda atividade que realizamos (Figura 72), também, estava relacionada à fração de um inteiro descontínuo– atividade 7, página 218; porém, dessa vez, o inteiro já estava dividido. Tínhamos que analisar e responder às questões.

Figura 72 – Atividade 7

7 Valério separou seus carrinhos em 3 caixas colocando a mesma quantidade de carrinhos em cada uma.

Responda às questões:

a) Qual é o total de carrinhos de Valério?

b) Quantos carrinhos ele colocou em cada caixa?

c) Que fração do total de carrinhos cada caixa contém?

d) Então, se 1 terço de 15 carrinhos é 5 carrinhos, quantos são:

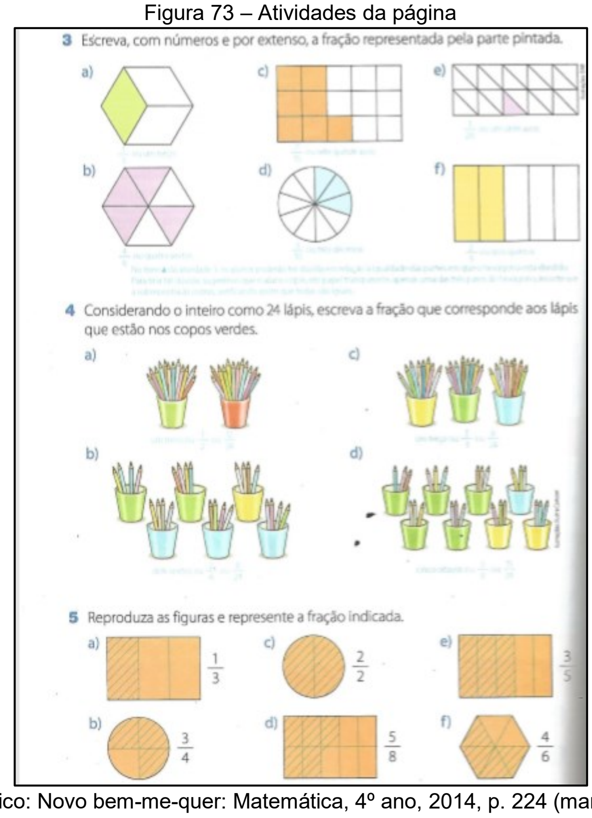
- 2 terços de 15 carrinhos?
- 3 terços de 15 carrinhos?

Fonte: Livro didático: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p.218.

Os estudantes responderam, corretamente e sem apresentarem dúvidas, a todas as questões dessa atividade.

As demais atividades foram da página 224 do mesmo livro (Figura 73).

Figura 73 – Atividades da página



3 Escreva, com números e por extenso, a fração representada pela parte pintada.

a) b) c) d) e) f)

4 Considerando o inteiro como 24 lápis, escreva a fração que corresponde aos lápis que estão nos copos verdes.

a) b) c) d)

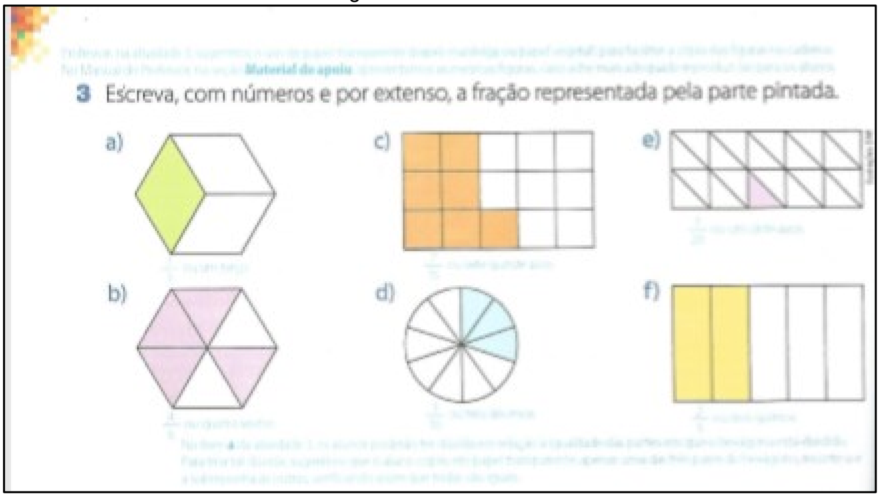
5 Reproduza as figuras e represente a fração indicada.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{2}$ d) $\frac{5}{8}$ e) $\frac{3}{5}$ f) $\frac{4}{6}$

Fonte: Livro didático: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p. 224 (manual do professor).

A atividade de número 3 (Figura 74) refere-se a inteiros contínuos. Os estudantes deveriam representar as frações correspondentes aos desenhos simbolicamente e por extenso.

Figura 74 – Atividade 3



Fonte: Livro didático: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p. 224 (manual do professor).

Todos colocaram “um terço” ao lado da figura do item “a”, pois a consideraram uma figura plana como as demais; sendo assim, apenas as partes visíveis da figura foram contadas.

Na figura do item “b”, os estudantes contam seis partes ao todo e quatro coloridas. Então, respondem “quatro sextos”.

Na figura “c”, alguns alunos tentaram adivinhar o total de partes em que o inteiro foi dividido. Precisei lembrá-los de que a atividade não era de adivinhação; que eles precisavam contar o total de partes de cada inteiro. Depois desse comentário, os alunos contam e respondem “sete quinze avos”.

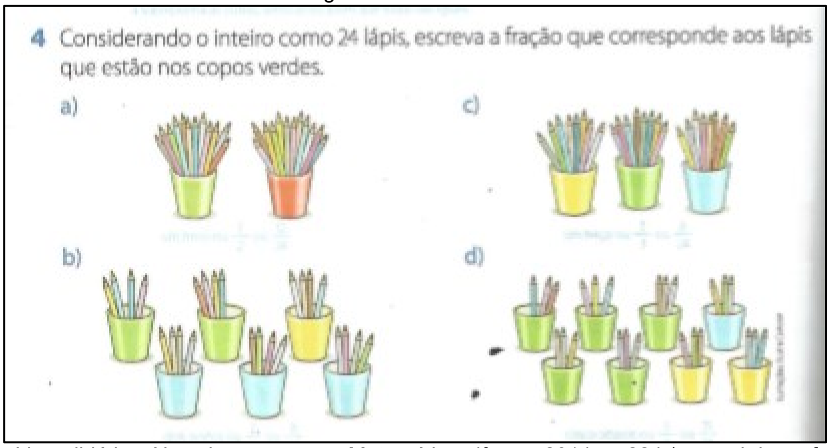
No item “d”, eles identificam que o inteiro tem dez partes iguais.

> **Pesquisadora**: Onde vamos colocar o “dez”?
> **Luís**: É no denominador.
> **Pesquisadora**: Como lemos a fração $\frac{3}{10}$?
> **Alunos**: Três dez avos.
> **Pesquisadora**: É realmente “avos”?
> **Neil Armstrong**: É décimos.
> **Pesquisadora**: “Avos” só é usado a partir de onze partes iguais.

Os estudantes não apresentaram dúvidas para responder ao item “e” – “um vinte avos” – e ao item “f” – “dois quintos”.

A atividade de número 4 refere-se a um inteiro descontínuo (Figura 75). São 24 lápis organizados igualmente em quantidades diferentes de potinhos.

Figura 75 – Atividade 4



Fonte: Livro didático: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p. 224 (manual do professor).

Representamos duas frações para cada uma das situações: uma, apresentando a fração que o(s) potinho(s) verde(s) representava(m): a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{2}{6}$, $c)\frac{1}{3}$, $d)\ \frac{5}{8}$. e outra, relacionada ao número de lápis no(s) potinho(s) verde(s): $a)\frac{12}{24}$, $b)\ \frac{8}{24}$, c) $\frac{8}{24}$, $d)\frac{15}{24}$.

Ao analisarmos o item “a”, perguntei:

Pesquisadora: Quantos grupos foram formados com os lápis?
Alunos: Doze.
Laura: São dois, porque são 2 potinhos.
Pesquisadora: De acordo com a pergunta, a resposta seria “dois grupos”, mas quem respondeu “doze” pensou no total de lápis em cada potinho. Então, existem dois potinhos com 12 lápis em cada um deles.
Ela explora as duas formas para representar.
Pesquisadora: Considerando os potinhos, o potinho verde representa “um meio”. Podemos também, considerar os lápis no potinho verde em relação ao total.
Barão 237: Já sei como é que se deve pensar. É doze vinte e quatro avos.

Para responder ao item “b”, comentei que os lápis foram divididos em seis potinhos e perguntei o que cada potinho representa.

Alunos: Quatro sextos.
Pesquisadora: Para ser “quatro sextos” vocês estão considerando a quantidade de lápis em cada potinho (quatro) e os seis potinhos (como o inteiro). Como será?
Barão 237: É “quatro vinte e quatro avos”.

Confirmei que um potinho verde tem “quatro vinte e quatro avos” do total de lápis, mas são dois potinhos verdes. Eles concluem que os dois potinhos verdes têm “oito vinte e quatro avos do total de lápis.

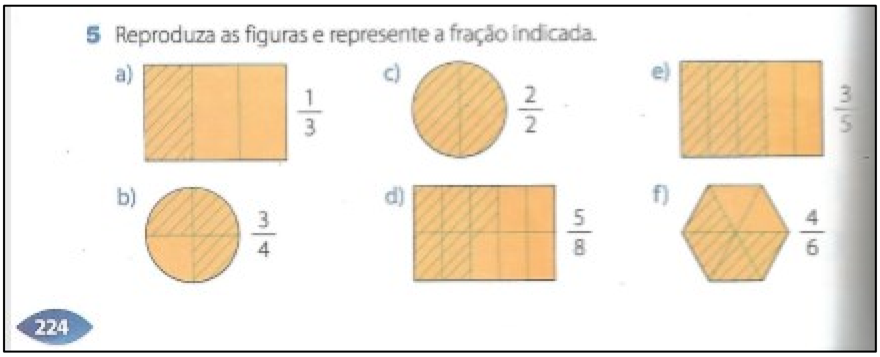
Em seguida, perguntei como poderia ser a outra representação. Como os estudantes ficaram em silêncio, contei os potinhos com eles e perguntei o que cada potinho representava. Eles responderam que cada potinho é “um sexto”. Contei os potinhos verdes e chegamos à conclusão de que eles representam “dois sextos” do total de potinhos.

No item “c”, os estudantes rapidamente responderam que são três potinhos e que tem oito lápis em cada potinho. Barão 237 faz uma pequena confusão dizendo que a fração que corresponde aos lápis é “um vinte e quatro avos”, pois considerou um potinho e vinte e quatro lápis. Após o esclarecimento, ele entendeu que o potinho verde corresponde a “um terço” do total de potinhos e que, no potinho verde, há “oito vinte e quatro avos” do total de lápis.

Os alunos não apresentaram dúvida para responder que os potinhos verdes representam “cinco oitavos” do total de potinhos, e que os lápis que estão nos potinhos verdes representam “quinze vinte e quatro avos” do total de lápis.

Na atividade 5, havia figuras desenhadas e frações ao lado delas (Figura 76). Os estudantes deveriam dividi-las e colori-las de acordo com a fração que estava representada ao lado.

Figura 76 – Atividade 5



Fonte: Livro didático: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, 2014, p. 224 (manual do professor).

A maior dificuldade dos estudantes foi dividir os desenhos em partes iguais. Alguns deles não conseguiam identificar que uma parte do seu desenho tinha ficado muito maior que a outra; foi necessário que eu conferisse, apontando para a diferença de tamanho e, em alguns casos, medir o tamanho dos pedaços com régua. Um aluno só conseguiu entender isso quando eu disse que, se aquilo fosse um chocolate e ele recebesse aquele pedaço (o menor), se ele concordaria que era igual ao outro (o maior). Ele disse que não. Nesse momento, concordou em refazer as divisões do inteiro.

Ao falar sobre a fração “dois meios”, Victor disse que era “dois segundos”. Ou seja, ele utilizou os ordinais para nomear a fração.

5.11.1 Considerações sobre a aula

O trabalho com o livro didático adotado na Escola não fazia parte da sequência didática proposta por nós, mas, diante da impossibilidade de trabalhar com as histórias produzidas pelos alunos, decidimos buscar, no livro didático, novas situações para trabalhar com o assunto frações.

Ao selecionarmos as atividades, tentamos escolher as que abordassem os mesmos assuntos tratados na sequência didática (nomear e representar, simbolicamente, as partes de um inteiro, dividir um inteiro de acordo com uma fração, e, principalmente, fração de uma quantidade), mas que não utilizassem os mesmos exemplos que fizeram parte dela (pizza, pipa, mosaicos, colar, entre outros).

Consideramos que a utilização do livro didático foi bastante interessante por evidenciar, para os estudantes, que o assunto tratado na sequência didática fazia parte dos conteúdos que estavam previstos para aquele ano do Ensino Fundamental, ou seja, nossa pesquisa estava integrada com as propostas curriculares; por isso, todos – autorizados ou não – participaram das aulas.

Além disso, ao utilizar o livro didático, tivemos a oportunidade de trabalhar diversas situações com as quais os estudantes puderam desenvolver as habilidades de leitura e interpretação além da "capacidade de articular informações presentes no texto, com outras não presentes" (SMOLE, 2000, p.74), pois as situações apresentadas no livro foram criadas por outras pessoas em diferentes contextos de produção.

Por fim, para os estudantes realizarem as atividades, foi possível utilizar conhecimentos já consolidados e elaborar e/ou reelaborar os que ainda não estavam consolidados; também, foi possível tirar dúvidas e explicitar comentários. Entretanto, consideramos que foram muitas atividades no mesmo dia, podendo, em uma situação de sala de aula, ser desenvolvidas em momentos diferentes, com mais tempo para que os estudantes possam se apropriar do assunto.

5.12 Chegamos ao fim!

A décima segunda aula foi desenvolvida em um horário de 60 minutos em cada uma das três turmas.

Como havia poucos estudantes das três turmas, os professores decidiram juntar todos alunos em uma sala. Para esse dia, estava marcada uma festa de encerramento do ano letivo após o recreio; por isso, os professores que trabalhariam com as turmas nesse dia decidiram que cada um teria um horário de 60 minutos antes do recreio para finalizar suas atividades.

No horário designado para a aula de Matemática, iniciei agradecendo aos estudantes pela oportunidade de realizar a pesquisa com eles e pedi que agradecessem aos pais por permitirem que eu pudesse desenvolver as atividades nas turmas, mesmo não sendo professora da Escola.

A Professora Lu apresentou os livros que foram produzidos com as histórias criadas por eles. Junto do livro, entregamos também um pirulito (Figura 77) igual ao que aparece na ilustração do livro "O pirulito do pato". Comentei que, durante esse último mês, trabalhamos com frações e que eles tiveram que dividir muitas coisas, mas dessa vez, teriam um pirulito inteiro.

Figura 77 – Imagem dos livros produzidos com as histórias dos estudantes

Fonte: Arquivo da pesquisadora, 2018.

Os estudantes ficaram contentes de receber o pirulito, mas ficaram mais contentes ainda, quando viram que, no livro, havia a história que criaram e as dos colegas.

A reação foi de alegria geral ao ver as histórias em formato de livro. Alguns ficaram encantados por ter espaço para responder. Um estudante disse que "estava igual ao livro", referindo-se ao livro didático. Outro estudante identificou a sua história pela ilustração.

Uma criança disse que mostraria, a sua mãe, o livro resultante "da pesquisa que ela o deixou participar"; algumas crianças começaram a fazer a atividade da história que produziram; outras, ficaram lendo as histórias.

A ideia era realizar algumas atividades com eles, porém, a agitação era geral; eles mostram uns aos outros as suas histórias e as ilustrações que foram expostas.

Peter sorriu e perguntou por que não colocamos seu nome de artista "Peter"; ele adorou ter o nome em um livro.

No livro que entregamos a eles, colocamos o nome deles original, não o fictício.

Um estudante ficou deslumbrado quando viu seu nome escrito ao lado da palavra “autor” e me perguntou por que eu havia colocado seu nome. Expliquei que ele era o autor da história e, por isso, seu nome estava ali.

Depois que eles acalmaram um pouco, expliquei que as histórias das turmas A e B foram impressas no mesmo livro porque, no dia em que as elas foram criadas, as turmas estavam agrupadas e alguns estudantes produziram a história em dupla com o/a colega da outra sala.

Chegamos ao final do horário e, infelizmente, não foi possível explorar mais o livro, mas foi possível perceber o quanto os estudantes se sentiram contentes e valorizados em ver sua história fazendo parte de um livro e lida pelos colegas.

A Professora Lu entregou, no início do ano letivo de 2019, o livro e o pirulito aos estudantes que não estavam presentes nesse dia.

5.12.1 Considerações sobre a aula

Iniciamos o desenvolvimento de nossa pesquisa com base na leitura do livro “O pirulito do pato”, e terminamos produzindo o livro “Nossas histórias com frações”, contendo histórias elaboradas pelos estudantes. Para nós, esse fato é muito significativo, pois, percebemos que a história infantil na aula de matemática pode proporcionar uma diversidade de experiências e a abordagem do assunto fração, propiciando criar conexões com a vida dos estudantes, que se permitem compartilhar suas experiências de vida, contadas nas histórias.

Percebemos que os estudantes se sentiram alegres e valorizados ao manusearem o livro e encontrarem, nele, a história que produziram. É importante lembrar que as histórias produzidas pelos estudantes constituem um gênero textual.

Marcuschi (2002) esclarece que a expressão gênero textual é usada

> […] como uma noção propositalmente vaga para referir os textos materializados que encontramos em nossa vida diária e que apresentam características sócio-comunicativas definidas por conteúdos, propriedades funcionais, estilo e composição característica (p.22).

Sendo um gênero textual, precisa circular; ou seja, as histórias produzidas pelos estudantes não devem ficar no caderno, tampouco, recolhidas e guardadas pela professora; precisam ser lidas por outras pessoas. Portanto, antes de solicitarmos que nossos alunos escrevam histórias matemáticas ou não, precisamos planejar como vamos promover sua leitura por outras pessoas.

Em nossa pesquisa, fizemos a opção por um livro, pois, dessa forma, poderíamos reproduzi-lo para todos os alunos com facilidade e baixo custo. No entanto, não foi possível explorar e resolver as histórias com os estudantes, devido à finalização do ano letivo.

A seguir, analisaremos as aulas e a sequência didática.

5.13 Análise das aulas e sequência didática

Destacamos que foi bastante interessante e significativo trabalhar, conjuntamente, com língua materna e matemática, em especial, com a história infantil e o jogo, pois esses dois recursos pedagógicos favoreceram para que houvesse mudança na dinâmica das aulas e, desse modo, fossem promovidas situações e condições para que os estudantes falassem, ouvissem, debatessem, lessem, pensassem, criassem e escrevessem sobre diversos assuntos, inclusive, frações. Dessa forma, desde o início da realização da proposta de ensino, foi possível constatar que os estudantes foram protagonistas e coadjuvantes, produzindo conhecimento e adquirindo conhecimentos já produzidos por outras pessoas; pensaram, refletiram e, por vezes, extrapolaram o conteúdo previsto; conversaram sobre atitudes e valores essenciais para uma convivência harmoniosa com as outras pessoas. De acordo com Souza (2008), a

> conexão [entre a literatura e a matemática] não se limita a colocar problemas matemáticos: ela permite colocar problemas da vida e problemas relacionados a outras áreas do conhecimento, já que a literatura também pode fornecer um espaço para a discussão de conflitos, tristezas, medos, dúvidas, entre outros desafios que impregnam a vivência do ser humano. (p. 50 e 51).

Constatamos que, na realização das atividades da sequência didática, foi possível:

- Trabalhar com a ideia de fração como medida parte-todo, de forma contextualizada em situações, resultando que, em diversos momentos, os estudantes fizessem comentários relacionando o assunto a situações de sua vida.
- Integrar as disciplinas Matemática, Língua Materna e Arte.
- Refletir sobre situações quotidianas, não só em termos fracionários, mas em relação a valores.
- Ouvir e entender a forma de pensar e fazer dos estudantes, possibilitando realizar intervenções que puderam minimizar as dificuldades de aprendizagem em relação ao assunto.

- Promover situações de debate/discussão entre os estudantes, propiciando o desenvolvimento da capacidade de expor, justificar, argumentar, compartilhar e ouvir ideias em um ambiente de respeito mútuo.
- Ampliar o vocabulário e apropriar-se de palavras e/ou expressões próprias do assunto “fração”.
- Ler e escrever diferentes gêneros textuais.
- Perceber “que o erro se constitui como um conhecimento, [...], um saber que o aluno possui [...]” (CURY, 2007, p. 80). Ou seja, entender que, bem diferente da concepção usual de “não saber”, o “erro” é uma forma de conhecimento construída pelo estudante e que, no “erro”, existe a possibilidade de aprendizagem, sendo necessário, segundo a mesma autora, que o professor elabore “intervenções didáticas” (ibid., p. 80) que possam desestabilizar as certezas e oportunizar que o aluno reelabore seus conhecimentos.
- Conhecer uma forma com que os estudantes pensam a fração. Durante o desenvolvimento da sequência didática, constatamos que alguns estudantes registravam a fração da seguinte forma: pensavam no total de partes que formavam o inteiro; identificavam o número de partes destacadas e registravam no numerador; em seguida subtraíam, do total de partes do inteiro, o número de partes destacadas, e faziam o registro do que restava no denominador; isto é, utilizavam a ideia de subtração. Segundo Merlini (2005), os alunos agem dessa forma por necessitarem utilizar um algoritmo que relacione o numerador e denominador da fração. De acordo com Monteiro (2013), existe a possibilidade de os estudantes terem pensado na relação entre o numerador e o denominador como razão, ou seja, podem ter pensado em “tantas partes destacadas” e “outras tantas não destacadas.” Essa pode ter sido uma ideia transitória no processo de compreender o número fracionário. Podemos compreender que a divisão está relacionada à subtração, pois uma das formas de resolvê-la é por meio das subtrações sucessivas.

  A divisão como medida, implica a ideia de comparar quantas vezes uma grandeza “cabe” dentro de outra. Assim, a possibilidade de operar com subtrações sucessivas é muito grande.

Destacamos algumas questões relativas ao desenvolvimento da sequência proposta, como relatado neste texto:

1. As horas de trabalho com a proposta de ensino ficaram muito concentradas. Percebemos que seria mais adequado distribuir essas horas durante o semestre, de forma que os estudantes tivessem mais tempo para amadurecer os conceitos e para que ficasse menos cansativo. Por outro lado, estender o tempo distanciaria da história que abriu e motivou a proposta.
2. A leitura de histórias nas aulas de matemática não deve ter apenas o propósito de ensinar matemática, assim como não deve ter o objetivo de ensinar e/ou explorar outros conteúdos. A leitura de histórias infantis, em todas as áreas do conhecimento, deve ter a finalidade de promover a melhoria da leitura e da escrita, do ouvir e do falar, da compreensão, do raciocínio e da capacidade de fazer conexões dos estudantes, além de suscitar o gosto pela leitura e possibilitar uma melhor e maior aprendizagem desses estudantes. Entretanto, com a história pode-se explorar assuntos da Matemática.
3. O Jogo da Memória das Frações possibilitou muito mais que simplesmente ter um jogo para trabalhar com as frações. Durante sua elaboração, no decorrer da prática do jogo e no momento de realização das atividades de exploração percebemos que aconteceram discussões coletivas e/ou em pequenos grupos que podem ter favorecido tanto o desenvolvimento intelectual quanto o social/moral dos estudantes. Afirmamos isso baseadas no fato de que eles falaram, ouviram, expuseram dúvidas, elaboraram e organizaram conhecimento, utilizaram diferentes estratégias para resolver problemas, sempre respeitando a exposição do outro.
4. A proposta de criação de uma história envolvendo o assunto fração, na aula de matemática pode ter favorecido para que os estudantes pudessem desenvolver ao mesmo tempo as habilidades matemáticas e de língua materna. Percebemos também que a grande maioria deles trouxe, para a história, situações relacionadas à sua vivência, contribuindo, desta forma, para colocar vida no conhecimento escolar proposto por nós.

Enfim, a realização da sequência didática nos propiciou muito mais que a aprendizagem de dividir inteiros em partes iguais, representá-los simbolicamente e nomear suas partes. Concedeu-nos, também a oportunidade de compartilhar sentimentos e emoções; experienciar atitudes como respeito e solidariedade; conversar sobre assuntos, tais como, diversidade, igualdade, desigualdades, entre outros, com base nas situações hipotéticas e/ou reais suscitadas pelas leituras e atividades; e, além de tudo isso, possibilitou, aos estudantes, a oportunidade de construírem o conceito de número racional, na forma fracionária, com a ideia parte-todo, utilizando inteiros contínuos e/ou descontínuos. Em suma, podemos afirmar que as aulas foram bastante produtivas e construtivas, pois estudamos e exercitamos a prática pedagógica, não em uma "relação unilateral, [mas na busca] de uma formação humana (construída por intermédio de relações de colaboração e compartilhamento)." (CALDEIRA; ZAIDAN, 2017, p. 56).

No próximo capítulo faremos as considerações finais a respeito da nossa pesquisa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da complexidade de trabalhar com os Números Racionais, na forma fracionária, com os estudantes de 9/10 anos, refletimos nas histórias infantis e no jogo, como recursos pedagógicos interessantes e apropriados para aproximar esse conteúdo matemático da compreensão dos estudantes dessa faixa etária, buscando, assim, melhorar o conhecimento deles em relação às frações.

Para isso, desenvolvemos uma sequência didática, tendo, como base, a história infantil "O pirulito do pato", de Nílson José Machado; propusemos algumas atividades baseadas na história, outras criadas por nós e o Jogo da Memória das Frações – produzido pelos estudantes. Após a aplicação e análise da sequência didática, e retomando o objetivo dessa pesquisa – analisar se/e como a história infantil e o jogo, na sequência didática proposta por nós, podem contribuir para tornar mais significativo o ensino e a aprendizagem dos números racionais na forma fracionária – avaliamos que esses dois recursos pedagógicos contribuíram para fomentar o ensino dos números racionais na forma fracionária nas turmas em que eles foram utilizados.

Conforme foi apresentado no desenvolvimento da pesquisa de campo nesta dissertação, a história infantil propiciou a conexão de Língua Materna e Matemática, das experiências de vida dos alunos, além de subsidiar suas elaborações a respeito do assunto fração, ou seja, a história infantil desempenhou a função de um "suporte" comum de conhecimento para todos os estudantes. Constatamos, dessa forma, o que foi afirmado por Smole, Cândido e Stancanelli (1997), Koch (2003), Souza (2008) e Menezes (2011), que as histórias são capazes de encantar, emocionar, divertir e criar uma atmosfera de conhecimento comum a todos e, com base nisso, possibilitam a exploração do texto, estabelecendo questionamentos que favoreçam tanto a aprendizagem da língua quanto de matemática. Além disso, no decorrer da sequência didática, os alunos puderam ter contato com diferentes gêneros textuais, por meio da leitura/audição de histórias infantis e da produção de regra de jogo, embalagem de jogo e problemas matemáticos. Dessa forma, nosso trabalho ratifica a afirmativa de Souza (2008) de que o trabalho conjunto de Língua Materna e Matemática contribui na formação de alunos conhecedores da linguagem, conceitos e ideias matemáticas.

Os resultados desta pesquisa nos revelam ainda que as histórias produzidas pelos estudantes reproduzem situações cotidianas vivenciadas por eles, e visões diversas sobre divisão. No entanto, para nós, essa constatação não inviabiliza que essas histórias sejam compartilhadas e trabalhadas em sala pelos estudantes, possibilitando, dessa forma, o aperfeiçoamento da escrita e o interesse em produzir textos cada vez melhores e adequados ao objetivo que se deseja alcançar: leitores mais fluentes e sujeitos que dominem as práticas cotidianas de escrita e o conhecimento matemático que é tratado.

Quanto à atividade de registro, avaliamos que, apesar de demorada, entre uma anotação e outra, ocorreram muitas discussões interessantes e o fato de ter que escrever, várias vezes, a mesma fração – sem a intenção de “fazer cópia” – ajudou os estudantes a se apropriarem dos nomes das partes de cada inteiro, da grafia correta dessas palavras e da forma simbólica de representar as frações. Como sugestão, contamos que eles possam escrever por extenso e simbolicamente, apenas uma parte de cada inteiro; outra ideia é que cada folha possa ser realizada em dias diferentes para que os estudantes não fiquem cansados.

As atividades propostas aos estudantes e que percebemos a necessidade de mudança, foram modificadas para serem inseridas no recurso educativo.

Verificamos também, no decorrer do desenvolvimento da sequência, a necessidade e a importância de se utilizar material manipulativo, principalmente quando há a necessidade de comparar frações e/ou encontrar equivalências. Constatamos que, em determinados momentos, alguns alunos conseguiram abstrair e “enxergar” qual fração era maior, menor ou equivalente, porém, acreditamos que seria bem mais produtivo se os estudantes estivessem com material manipulativo em mãos para realizar a(s) atividade(s) de comparação e concluírem de forma mais empírica, ou seja, baseada na experimentação.

O Jogo da Memória das Frações contribuiu para que houvesse momentos de interação entre os alunos, que trabalharam em duplas e/ou em grupos durante a sua produção – produzindo o material necessário para o jogo, como: cartas, regras e embalagem – no decorrer da prática do jogo e na realização das atividades de exploração. Esses momentos de interação oportunizaram discussões a respeito de vários assuntos - inclusive fração – e demonstraram a possibilidade de conexão entre a Língua Materna e Matemática – os alunos leram, escreveram e resolveram situações problema que surgiram durante a organização das regras do jogo –, e, dessa forma, confirmaram a assertiva de Aveiro (2015) sobre a oportunidade de desenvolvimento do potencial de participação, cooperação, respeito mútuo e crítica entre os alunos nas atividades com jogos. Além disso, percebemos, com base nos relatos presentes na dissertação, que os estudantes se interessaram pelo jogo e se envolveram tanto nos momentos em que foram produzi-lo quanto nos momentos de jogar, confirmando as considerações de Grando (2000) sobre as diversas posturas, atitudes e emoções que desejamos que os estudantes tenham durante as atividades de ensino, manifestadas, por eles, enquanto jogam.

A correção coletiva das atividades de exploração do jogo possibilitou que refletíssemos sobre o motivo das diferentes respostas dadas em cada questão, identificando diversas formas de pensar sobre um mesmo assunto e resultando na construção de conhecimento, sem imposição. Foi possível também trabalhar com a ideia de erro, que, de acordo com Cury (2007), é um conhecimento produzido pelo aluno, mas não é pertinente em determinado momento e/ou situação, entretanto, não significa "não saber". Essa concepção em relação ao erro é importante pois, por meio da exploração do "erro", é possível construir novos conhecimentos.

A realização do jogo proporcionou que avaliássemos sua jogabilidade. Verificamos que, também, pode ser jogado com pares de cartas – desenho/representação por extenso, desenho/representação simbólica ou representação por extenso/representação simbólica. Outra sugestão de alguns estudantes é que podemos jogar utilizando grupos de cartas de jogadores diferentes. Além disso, analisamos que, nas cartas, ao invés de figuras geométricas, podem ser feitos desenhos de inteiros discretos ou descontínuos, como pessoas, canetas, bolinhas de gude, entre outros.

Consideramos que realizamos muitas atividades no mesmo dia de aula, devido à organização do tempo de aula e pela proximidade do final do ano letivo. Entendemos que é necessário que algumas questões da sequência sejam realizadas em um horário de aula apenas para aquela atividade. Estão, nesse rol, as atividades "Criando um mosaico" e "Produzindo histórias com frações".

Para a atividade "Criando um mosaico", sugerimos que seja realizada sozinha, em um dia com dois horários, a fim de que os estudantes tenham tempo para produzir os mosaicos; a atividade "Produzindo histórias com frações" pode ocorrer, também, em um dia com dois horários de aula, precedida por ações que propiciem a criatividade para a escrita, como a leitura de histórias relacionadas ao tema e/ou em uma roda de conversa, em que, primeiramente, sejam contadas as situações para que, depois, possam ser escritas.

Após analisar as informações coletadas na pesquisa, por meio das respostas dos alunos – durante as aulas e nas atividades escritas –, das conversas com a Professora Lu e da vivência que experienciei no período de realização da pesquisa, pudemos constatar que trabalhar com as histórias infantis e o jogo possibilitou não só integrar Língua Materna e Matemática, mas promoveu a interação dos estudantes a partir dos diversos momentos de discussão que foram propiciados pela sequência didática. Ou seja, não bastou ler/contar uma história e/ou propor um jogo; foi necessário incentivar e/ou iniciar as discussões coletivas ou em grupo, pois, esses dois recursos pedagógicos realmente, dinamizam mais as aulas, tornando o processo de aprendizagem mais motivador – no sentido dito por Carneiro e Passos (2007) –, e auxiliam no ensino e na aprendizagem dos Números Racionais na forma fracionária, quando bem explorados com os estudantes.

Para finalizar faremos algumas considerações sobre as contribuições que a realização da pesquisa no Mestrado Profissional promoveu em mim enquanto pesquisadora e professora que ensina Matemática sem ser formada em Matemática e sua importância para outras professoras.

Verifiquei que a realização desta pesquisa me propiciou refletir em relação ao trabalho docente que já havia realizado – e que pretendo continuar realizando –, me dando a oportunidade de repensar, aprofundar e ressignificar conhecimentos que havia conquistado no decorrer da minha trajetória profissional. Adquiri também muitos outros conhecimentos, que foram incorporados aos já existentes, me modificando como pessoa e como profissional.

Pensamos que mais professoras e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental poderiam se beneficiar com a experiência do Mestrado Profissional, podendo investigar de forma sistemática e crítica sua própria prática profissional, buscando alcançar possíveis soluções para os problemas vividos em sala de aula e elaborando/reelaborando, na reflexão sobre seu trabalho, formas mais adequadas de auxiliar seus alunos, no processo de ensino/aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ABRAMOVICH, Fanny. **Literatura infantil**: gostosuras e bobices. 3.ed. São Paulo: Scipione, 1989. 174 p.

ALVES, Eva Maria Siqueira. **A ludicidade e o ensino de matemática**: Uma prática possível. Campinas, SP: Papirus, 2001. 112 p.

AVEIRO, José Carlos. **Formalização do conjunto dos números racionais e alguns jogos com frações**. 2015. 55f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – Profmat, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Abordagens teóricas e metodológicas na educação matemática**: aproximações e distanciamentos. In: REUNIÃO NACIONAL DA Anped, 38, 2017, São Luís. p. 1 - 44.

BELO HORIZONTE. Prefeitura Municipal. Secretaria Municipal de Educação. **Cadernos de Educação Matemática** – Ensino Fundamental. v 5 – Matemática e cultura africana e afro-brasileira. Belo Horizonte, 2005.

BELO HORIZONTE. Prefeitura Municipal. Secretaria Municipal de Educação. **Desafios da educação** – Proposições Curriculares do Ensino Fundamental Proposições Curriculares do Ensino Fundamental. História. Belo Horizonte: Smed, 2010.

BELO HORIZONTE. Prefeitura Municipal. Secretaria Municipal de Educação. **Desafios da educação** – Proposições Curriculares do Ensino Fundamental – Matemática. Belo Horizonte: SMED, 2012. 48p.

BERTONI, Nilza Eigenheer. **Compreendendo a adição e a subtração**. In: SALGADO, M.U.C. e MIRANDA, G.V. (org.): Guia de Estudo. Módulo 2. v. 2. Coleção Veredas. Belo Horizonte: Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais, 2002b. p. 47 a 81.

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática**: soluções para dez desafios do professor: 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. 1. ed. São Paulo: Ática, 2014. p. 38-47.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, 1994, p. 15-80.

BORDEAUX, Ana Lúcia. et al. **Novo bem-me-quer**: matemática, 4º ano: ensino fundamental: anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2014. 416 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília, DF, 2018. 472p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1997. v..7

BRASIL. Ministério da Educação. Capes. **Considerações sobre Classificação de Produção Técnica**. 2016.

BRENELLI, Rosely Palermo. **O jogo como espaço para pensar**: A construção de noções lógicas e aritméticas. 9 ed. Campinas, SP: Papirus, 2012. 208 p.

CALDEIRA, Anna Maria Salgueiro; ZAIDAN, Samira. Sobre o conceito de prática pedagógica. In: DINIZ-PEREIRA, Júlio Emílio; DINIZ, Margareth; SOUZA, João Valdir Alves de (org.). **PRODOC**: 20 anos de pesquisas sobre a profissão, a formação e a condição docentes. Belo Horizonte: Autêntica, 2017, p. 47 – 64.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1.ed. Lisboa: Gradiva, 1998. 318 p.

CARNEIRO, Reginaldo F.; PASSOS, Cármen. Lúcia Brancaglion. **Matemática e literatura infantil**: uma possibilidade para quebrar a armadilha do desconhecimento matemático. In: CONGRESSO DE LEITURA NO BRASIL, 16, 2007. Campinas. Anais do 16º Congresso e Leitura do Brasil. Campinas: Unicamp, 2007. p. 1-10.

CENTURIÓN, Marília. **Números e operações**. São Paulo: Scipione, 1995. 328 p.

COELHO, Maria Betty. **Contar histórias:** uma arte sem idade. São Paulo: Ática, 1991. 78 p.

CURTY, Andréia Caetano da Silva. **Números Racionais e suas Diferentes Representações**. Dissertação. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – Uenf, Campos dos Goytacazes – RJ, 2016.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 112 p.

DALCIN, Andréa. **Um olhar sobre o paradidático de matemática**. 2002. 162f. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 2002.

DAVID, Maria Manuela Martins Soares; FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. **Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária**. Belo Horizonte: Presença Pedagógica, v.3, n.14, mar/abr. 1997, p. 55-67.

DENZIN, Norman K.; LINCOLN Yvonna S. A disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Tradução de Sandra Regina Netz. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006, p. 15 – 41.

DOHME, Vânia. **Atividades lúdicas na educação**: O caminho de tijolos amarelos do aprendizado. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008. 182 p.

EITERER, C.L.; MEDEIROS, Z. Recursos pedagógicos. In: OLIVEIRA, D.A.; DUARTE, A.M.C.; VIEIRA, L.M.F. DICIONÁRIO: trabalho, profissão e condição docente. Belo Horizonte: UFMG/Faculdade de Educação, 2010. CDROM

ESTEBAN, Maria Teresa. **O que sabe quem erra?** Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. 3.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002. 200 p.

FREIRE, PAULO. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 25.ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002 .56 p.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CARDOSO, Cleusa de Abreu. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática e Matemática para ler o texto. In: LOPES, Celi Aparecida Espasandin; NACARATO, Adair Mendes (org.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, p. 63-76.

GAILEY, Stavroula K. **The mathematics children's connection**. Arithmetic Teacher, v.40, n.5, p.258-259, jan.1993.

GRAÇA, Sofia; PONTE, João Pedro; GUERREIRO, António. As frações no 5.º ano de escolaridade: Que conhecimentos revelam os alunos?**. In: VII Conferência Internacional Investigação, Práticas e Contextos em Educação.** org. ALVES, Dina; PINTO, Hélia Gonçalves; DIAS, Isabel Simões; ABREU, Maria Odília; MUÑOZ, Romain Gillain. Edição Eletrónica. Escola Superior de Educação e Ciências Sociais Instituto Politécnico de Leiria, Portugal, 2018. p. 175-184

GRANDO, Regina Célia. **O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática**. 1995. 175p. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, SP.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento Matemático e o uso de Jogos na sala de aula**. 2000. 224p. Tese de doutorado – Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, SP.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. 2. ed. São Paulo: Paulus, 2004. 120 p.

GUELLI, Oscar. A invenção dos números. 3. ed. São Paulo: Ática, 1994. 64 p.

HUIZINGA, Johan. **Homo ludens**. Tradução João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2000. 162 p.

IFRAH, Georges. **Os números**: história de uma grande invenção. Tradução: Stella Maria Freitas Senra. 7. ed. São Paulo: Globo. 1994. 367 p.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática**: Imenes & Lellis 6º ano. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2012 a. 316 p.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática**: Imenes & Lellis 7º ano. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2012 b. 332 p.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática**: Imenes & Lellis 8º ano. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2012 c. 325 p.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. Bruner e a brincadeira. In: ------ (org.). **O brincar e suas teorias**. São Paulo: Cengage Learning, 2011. 176 p.

KLEIMAN, Ângela B.; MORAES, Silvia E. Leitura e Interdisciplinaridade: Tecendo Redes nos Projetos da Escola. In: LOPES, Celi Aparecida Espasandin; NACARATO, Adair Mendes (org..). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 207 p.

KLIMAN, Marlene; RICHARDS, Judith. **Writing, sharing and discussing mathematics stories**. Arithmetic Teacher, v.38, n.3, p.138-141, nov. 1992.

KOCH, Ingedore. Texto e contexto. In: -----. **Desvendando os segredos do texto**. São Paulo: Cortez, 2003, p. 21 – 33.

MACHADO, Nilson José. **O pirulito do pato**. São Paulo: Scipione, 2003. 24 p.

MARCUSCHI, Luiz Antônio. Gêneros textuais: definição e funcionalidade. In: DIONISIO, Ângela Paiva et al. (org.) **Gêneros textuais & ensino**. Rio de Janeiro: Lucerna, 2002, p. 19-36.

MATOS, José Manuel; SERRAZINA, Maria de Lurdes. **Didáctica da matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1996. 294 p.

MENEZES, Luís. **Matemática, Literatura & Aulas**. Educação e Matemática, Viseu, n. 115, 67-71, 2011. Disponível em: <http://www.esev.ipv.pt/mat1Ciclo /Nova%20pasta/-EM115-pp67-1-4f1d94c118b47-H.pdf>. Acesso em: 28 de nov. 2016.

MERLINI, Vera Lúcia. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. 2005. 226f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

MIGUEL, Antônio. Entre Jogos de Luzes e de Sombras: uma agenda contemporânea para a educação matemática brasileira. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 20, Mato Grosso do Sul: 2016, p. 323 - 365.

MONTEIRO, Alexandre Branco. **Estudos de recuperação do conteúdo de frações com o uso de tecnologias da informação e comunicação**. 2013. 218f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Rio Grande do Sul.

MOREIRA, Plínio Cavalcante; FERREIRA, Maria Cristina Costa. A Teoria dos Subconstrutos e o Número Racional como Operador: das estruturas algébricas às cognitivas. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p. 103 a 127.

MORIN, Edgar. **Ciência com consciência**. Tradução Maria D. Alexandre e Maria Alice Araripe de Sampaio Dória. 16. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2014. 350 p.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. São Paulo: SBEM, Ano 9, n. 9-10, p. 1-6, 2004-2005.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. 244 p.

NUNES, Terezinha. **Criança pode aprender frações. E gosta!** In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO CULTURA E DESPORTO, 3., 2002, Brasília-DF.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar**. 1998. 320f. Tese (Doutorado em Educação: Área de Didática) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

PONTE et al. **Didática da Matemática**: Ensino Secundário. Lisboa: Ministério da Educação/Departamento do ensino secundário, 1997. 134 p.

PORTO, Rizza Araújo. **Frações na escola elementar**. Belo Horizonte: Editora do Professor, 1965. 302 p.

RAMOS, Luzia Faraco. **Conversa sobre números, ações e operações**: uma proposta criativa para o ensino da matemática nos primeiros anos. São Paulo: Ática, 2009. 159 p.

SANTOS, Boaventura de Sousa. **Um discurso sobre as ciências**. 5. ed. - São Paulo: Cortez, 2008. 92 p.

SEBASTIANI FERREIRA, Eduardo. Onze avos, doze avos, ... de onde vem este termo avo?. **Revista Brasileira de História da Matemática**. Campinas, S.P.: Sociedade Brasileira de História da Matemática, v. 6, n. 11, p. 97-108, abr. - set. 2006.

SMOLE, Katia Stoco. **A Matemática na Educação Infantil**: A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Penso, 2000. 205 p.

SMOLE, Kátia Stocco; CÂNDIDO, Patrícia T.; STANCANELLI, Renata. **Matemática e Literatura Infantil**. 2. ed. Belo Horizonte: Lê, 1997. 134 p.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia. **Resolução de Problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2000, vol. 2. 96 p.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; MILANI, Estela. **Jogos de matemática de 6º ao 9º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007. 102 p.

SOUZA, Ana Paula Gestoso de. **Histórias infantis e matemática**: a mobilização de recursos, a apropriação de conhecimentos e a receptividade de alunos de 4ª série do ensino fundamental. 2008. 207f. Dissertação (Mestrado em Metodologia de Ensino) -

Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

TEIXEIRA, Inês. Uma carta, um convite. In: DAYRELL, J.; CARRANO, P.; MAIA, C. (org.). **Juventude e Ensino Médio**: sujeitos e currículos em diálogo. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2014. 339 p.

TISCHER-WELCHMAN, Rosamond. **How to use children's literature to teach mathematics**. Reston: NCTM, 1992. 75 p.

WALLE, John A. Van de. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009. 514p.

WHITIN, David J.; GARY, Cassandra C. **Promoting mathematical explorations through children's literature**. Arithmetic Teacher, v.41, n.7, p.394-399, Mar. 1994.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998. 224 p.

ANEXOS

Deixaremos, anexo, modelo dos termos entregues à Escola Municipal Milton Campos, à Professora regente, aos estudantes e aos pais.

Anexo 1 – Pedido de autorização para realização de pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Faculdade de Educação

Pedido de autorização para realização de pesquisa

À direção Escola Municipal Mílton Campos
Sr(a) ____

Prezado(a) Senhor(a)

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, juntamente com o(a) pesquisador(a) Cristalina Teresa Rocha Mayrink, viemos pedir sua autorização para a realização nesta Escola da pesquisa intitulada: "Docência e formação do professor que ensina Matemática", nos espaços da Escola.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciados têm enquanto se tornam professores, como relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Nossa metodologia de pesquisa inclui a observação de aulas e, juntamente com o(a) professor(a), a elaboração e desenvolvimento de plano de aulas, onde pretendemos desenvolver inovações para equacionar dificuldades do ensino e aprendizagem.

Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo a nossa movimentação nos espaços da Escola, estaremos atentos para colaborar com o funcionamento. Também nos comprometemos a respeitar a organização da Escola, suas normas e calendário.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidencias e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as). As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e logo após o cumprimento do prazo, serão destruídas. Convidaremos professores e estudantes da Escola a participarem da pesquisa, de modo voluntário. As identidades dos participantes ficarão preservadas por meio do uso de um nome fictício e nenhum deles terá custo com a pesquisa.

Apresentamos aos participantes da pesquisa termo de autorização. Aos estudantes menores de idade, também pediremos a autorização dos pais. Caso algum estudante não possa ou não queira participar da pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira será formado grupo à parte dos alunos autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a participação do aluno que não quis participar e respeitando o seu espaço na sala de aula.

Nossas ações serão conversadas e realizadas em comum acordo com o(a)s professor(a)s em suas turmas. A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Apenas com a autorização da direção da Escola, dos responsáveis e dos estudantes é que acontecerá a pesquisa, ressaltando que não haverá qualquer atividade proposta que extrapole as tarefas escolares comuns; a participação não envolverá gastos de qualquer natureza, pois os custos previstos são de responsabilidade da pesquisadora. Nos propomos a realizar todos os esforços possíveis para assegurar a naturalidade dos mesmos e minimizar possíveis riscos e desconfortos. Está garantida a indenização em casos de eventuais danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Em qualquer momento, a Escola poderá solicitar esclarecimento sobre quaisquer aspectos desta pesquisa através do telefone (31) 3409 6202 – 99291 0830 ou pelo e-mail: samira@fae.ufmg.br.

Sentindo-se esclarecida em relação à proposta e concordando em autorizar a realização da pesquisa, peço-lhe a gentileza de assinar e rubricar as páginas (duas vias, sendo que uma das vias ficará com V. Sª e a outra será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos, de acordo com a Resolução 466/2012).

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

________________________________ ______________________________
Samira Zaidan - Coordenadora da pesquisa Professor(a) Pesquisador(a) corresponsável

( ) Concordo e autorizo a realização da pesquisa nos termos propostos.
( ) Discordo e desautorizo a realização da pesquisa.
Diretor(a) ____
Data: ___/___/________

Anexo 2 – Termo de consentimento livre e esclarecimento/professor(a)

TCLE – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO/PROFESSOR(A)

Prezado(a) Professor(a) ____

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, juntamente com o(a) pesquisador(a) Cristalina Teresa Rocha Mayrink, temos o prazer de convidá-lo(a) a participar da pesquisa intitulada: "Docência e formação do professor que ensina Matemática", nos espaços da Escola.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciados têm enquanto se tornam professores, como relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo a nossa ocupação de seu tempo, estaremos atentos à realização de um compartilhamento, de modo que ao discutir sobre o ensino da Matemática possamos também te auxiliar a melhoramento da prática, em reuniões em horários marcados por você de modo a propiciar situações em que todos se sintam à vontade para se expressarem. Acreditamos ainda que nossa proposta de pesquisa poderá colaborar com sua própria ação na sala de aula, pois nos comprometemos a te apresentar todos os resultados. Nos comprometemos a respeitar as normas e calendário da Escola.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidencias e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as). As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e logo após o cumprimento do prazo, serão destruídas. Sua identidade ficará preservada por meio do uso de um nome fictício e você não terá nenhum custo com a pesquisa.

Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento você poderá pedir esclarecimento sobre ela e até mesmo se recusar a continuar participando. Informamos ainda que os seus alunos serão convidados a participar de modo voluntário e receberão termo de consentimento; em caso de menores, com termo dirigido também aos pais. Caso o(a) aluno(a) não possa ou não queira participar da pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira, será formado grupo à parte dos alunos autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a participação do aluno que não quis participar e respeitando o seu espaço na sala de aula. A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Caso você concorde em participar da pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento.

______________________________ ______________________________________

Samira Zaidan - Coordenadora Professor(a) – Pesquisador(a) Corresponsável

Eu, ___________________, RG __________ declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, Samira Zaidan, telefone (31) 99291-0830 e Cristalina Teresa Rocha Mayrink, telefone (31) 99209-5780 e respondi positivamente à sua demanda de realizar a pesquisa nas minhas aulas e atividades didáticas. Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me esclarecido(a) para participar, com liberdade para manifestar minha adesão ou não ao projeto, sem qualquer prejuízo. Assim sendo, concordo em participar da pesquisa, com meu consentimento livre e esclarecido.

__________________________, _________ de ________________________ de 20____.

____

Assinatura do(a) Professor(a)

A pesquisadora me informou que o projeto foi encaminhado para o Comitê de Ética em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq, e que em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderei consultar na Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha – Belo Horizonte – MG – CEP 31270-901 Unidade Administrativa II – 2° Andar – Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 – E-mail: coep@prpq.ufmg.br.

PEDIMOS A SUA RÚBRICA NA PRIMEIRA PÁGINA DESTE TERMO.

Anexo 3 – Termo de consentimento livre e esclarecimento/aluno(a)

TCLE – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO/ALUNO(A)

Prezados alunos da turma ______ da Escola Municipal Mílton Campos

Nome - ____

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, juntamente com o(a) pesquisador(a) Cristalina Teresa Rocha Mayrink, temos o prazer de convidá-lo(a) a participar da pesquisa intitulada: "Docência e formação do professor que ensina Matemática", nos espaços da Escola.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciados têm enquanto se tornam professores, como relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Faremos observações de aulas e/ou participaremos, junto com o(a) professor(a) de aulas previamente elaboradas, visando aprendizagem de conteúdos da Matemática. Poderemos filmas ou gravar em áudio estas aulas e esperamos que você possa participar naturalmente das aulas. Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo a sua inibição na aula, estaremos atentos para que todos fiquem à vontade ou para que possa mesmo não participar. Pensamos que nossa pesquisa possa apoiar a escola e o professor, e auxiliar o melhoramento do ensino da Matemática.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidencias e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as). As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e logo após o cumprimento do prazo, serão destruídas. Sua identidade ficará preservada por meio do uso de um nome fictício e você não terá nenhum custo com a pesquisa. Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento você poderá conversar sobre a pesquisa, pedir esclarecimentos sobre ela e até mesmo se recusar a continuar participando.
Caso você não possa ou não queira participar da pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira, será formado grupo à parte dos alunos autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a sua participação e respeitando o seu espaço na sala de aula.

A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Caso você concorde em participar da pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento.

______________________________ ______________________________________

Samira Zaidan - Coordenadora Professor(a) – Pesquisador(a) Corresponsável

Eu, ____, RG _________________________, declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, Samira Zaidan, telefone (31) 99291-0830 e Cristalina Teresa Rocha Mayrink, telefone (31) 99209-5780, e aceito participar desta pesquisa. Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me esclarecido(a) para participar. Terei liberdade para manifestar minha adesão ou não ao projeto, sem qualquer prejuízo. Assim sendo, dou meu consentimento livre e esclarecido.

__________________________, _________ de _______________________ de 20____.

____

Assinatura do(a) Aluno(a)

A pesquisadora me informou que o projeto foi encaminhado para o Comitê de Ética em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq, e que em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderei consultar na Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha – Belo Horizonte – MG – CEP 31270-901 Unidade Administrativa II – 2° Andar – Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 – E-mail: coep@prpq.ufmg.br.

PEDIMOS A SUA RÚBRICA NA PRIMEIRA PÁGINA DESTE TERMO.

Anexo 4 – Termo de consentimento livre e esclarecimento/pais de aluno(a)

TCLE – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO/PAIS

Prezados pais e/ou responsáveis pelo(a) aluno(a) ___________________________________ da turma _______da Escola Municipal Milton Campos

Eu, Samira Zaidan, coordeno uma equipe de pesquisa formada por professores e estudantes de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFMG, juntamente com o(a) pesquisador(a) Cristalina Teresa Rocha Mayrink, temos o prazer de convidá-lo(a) a participar da pesquisa intitulada: "Docência e formação do professor que ensina Matemática", nos espaços da Escola.

O objetivo dessa pesquisa é compreender como o professor da escola básica percebe o conhecimento matemático em suas práticas, suas elaborações e suas dificuldades; tratar de modo articulado os conceitos matemáticos com os saberes da prática e da profissão; propor conteúdos e metodologias relevantes e teoricamente sustentados para avançar nas práticas de ensino de matemática na escola básica e na universidade; compreender e sistematizar práticas com o uso de tecnologias; dar atenção às linguagens e mediações na docência; levantar e analisar os entendimentos que licenciados têm enquanto se tornam professores, como relacionam o conhecimento matemático acadêmico com o conhecimento escolar; discutir o currículo da escola básica e o da formação docente; elaborar materiais didáticos para o professor.

Faremos observações de aulas e/ou participaremos, junto com o(a) professor(a) de aulas previamente elaboradas, visando aprendizagem de conteúdos da Matemática. Poderemos filmas ou gravar em áudio estas aulas. Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo às crianças, como por exemplo, a sua inibição na aula, estaremos atentos para que todos fiquem à vontade ou para que possa mesmo não participar. Pensamos que nossa pesquisa possa apoiar a escola e o professor, e auxiliar o melhoramento do ensino da Matemática.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidencias e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações do(a)s pesquisadores(as). As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco anos e logo após o cumprimento do prazo, serão destruídas. A identidade da criança ficará preservada por meio do uso de um nome fictício e você não terá nenhum custo com a pesquisa. Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento você poderá conversar sobre a pesquisa, pedir esclarecimentos sobre ela e até mesmo recusar a continuidade da participação da criança.

Caso você não possa ou não queira a participação de seu (sua) filho(a) na pesquisa, seja em toda ela ou em parte, não serão realizadas gravações de vídeo e consideraremos duas alternativas: a primeira, será formado grupo à parte dos alunos autorizados, em horário alternativo, de modo a não interferir no processo escolar; a segunda, será realizada a aula com apenas o registro manual do pesquisador e/ou gravação em áudio, não incluindo a participação do(a) mesmo(a) e respeitando o seu espaço na sala de aula.

A participação de todos os convidados será voluntária, garantida a indenização por danos em decorrência da pesquisa que porventura venham a ocorrer, nos termos da Lei, e o ressarcimento das despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Caso você concorde com a participação de seu (sua) filho(a) na pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento.

______________________________ ______________________________________

Samira Zaidan - Coordenadora Professor(a) – Pesquisador(a) Corresponsável

Eu, ____, RG _________________________, declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, Samira Zaidan, telefone (31) 99291-0830 e Cristalina Teresa Rocha Mayrink, telefone (31) 99209-5780, e autorizo a participação do meu/minha filho(a) nesta pesquisa. Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me esclarecido(a) para autorizar. Terei liberdade para manifestar sua adesão ou não ao projeto, sem qualquer prejuízo. Assim sendo, dou meu consentimento livre e esclarecido.

_________________________, _________ de _______________________ de 20____.

____

Assinatura do(a) pai, mãe ou responsável pelo aluno(a)

A pesquisadora me informou que o projeto foi encaminhado para o Comitê de Ética em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq, e que em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderei consultar na Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha – Belo Horizonte – MG – CEP 31270-901 Unidade Administrativa II – 2° Andar – Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 – E-mail: coep@prpq.ufmg.br.

PEDIMOS A SUA RÚBRICA NA PRIMEIRA PÁGINA DESTE TERMO.

APÊNDICE

Apresentamos a proposta do Recurso educativo (Produto educacional) em duas versões: para o(a) professor(a) e outra para os(as) alunos(as).

A versão para o(a) professor(a) contém: introdução explicando o que é o recurso educativo e como ele está composto; breve síntese sobre os números racionais, a história infantil e os jogos, além da sequência com comentários.

A versão para o(a) aluno(a), ou melhor, para o(a) professor(a) trabalhar com os(as) alunos(as), contém parte das atividades da sequência didática conforme poderá ser apresentada aos estudantes, podendo ser utilizada integral ou parcialmente em sala de aula.

UFMG
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

FaE
Faculdade de Educação

PROMESTRE
MESTRADO PROFISSIONAL
EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA

RECURSO EDUCATIVO

SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM HISTÓRIA INFANTIL E JOGO PARA O ENSINO DE FRAÇÕES

Recurso Educativo destinado a Professoras do Ensino Fundamental

Cristalina Teresa Rocha Mayrink

Belo Horizonte
2019

Ficha Técnica

Reitora da UFMG:
Sandra Goulart Almeida
Vice-reitor:
Alessandro Fernandes Moreira

Diretora da FaE/UFMG:
Daisy Moreira Cunha
Vice-diretor:
Wagner Ahmad Auarek

Coordenação do Promestre – FaE / UFMG
Coordenadora:
Maria Amália de Almeida Cunha
Subcoordenadora:
Teresinha Fumi Kawasaki

Linha de Pesquisa: Educação Matemática

Autora:
Cristalina Teresa Rocha Mayrink

Orientadora:
Samira Zaidan

Designers:
Bianca Roque
Sabrina Oliveira

Consultoria de design:
Glaucinei Rodrigues Correa
Rubens Rangel Silva

1 UM CONVITE PARA FAZER UMA EXPERIÊNCIA

Prezado e prezada colega de trabalho,

É com grande satisfação e alegria que convidamos você a fazer a leitura e realizar com seus alunos as atividades deste recurso educativo que é resultado de uma pesquisa realizada numa escola pública da Rede Municipal de Belo Horizonte, M.G., por uma pedagoga que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sem ser formada nessa disciplina.

Suponho que esta deva ser a situação da maioria das professoras dos anos iniciais – somos a maioria nessa etapa do ensino – e acredito também que são muitos os desafios que enfrentamos para realizar nosso trabalho de forma a promover a construção do conhecimento que nossos alunos necessitam tanto para dar continuidade em sua vida escolar como para empregar em suas vivências cotidianas dentro e fora da escola.

E é por ter passado pelos vários desafios de ensinar e aprender a ensinar – inerentes à nossa profissão – sem me acomodar, que busquei durante minha trajetória profissional formas de resolvê-los – você terá a oportunidade de saber fazendo a leitura da dissertação “Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de frações”.

Preocupada com o ensino de frações, especialmente sua introdução nos anos iniciais, iniciei, em 2018, o Mestrado Profissional em Educação e Docência oferecido pela Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, onde tive a possibilidade refletir sobre o meu trabalho docente, adquirir novos conhecimentos além de aprofundar e ressignificar outros que já havia conquistado. Desenvolvemos também esta proposta de sequência didática com objetivo de favorecer o ensino e a aprendizagem sobre o assunto “fração” a partir da história infantil “O pirulito do pato”, de Nílson José Machado – que trabalha com a ideia parte-todo – e do Jogo da Memória das Frações – elaborado por nós.

Como o público alvo dessa pesquisa são os professores e as professoras que ensinam matemática, mas não são, necessariamente, matemáticos, apresentamos, no decorrer da sequência didática – versão do(a) professor(a) – algumas elucidações teóricas que acreditamos serem pertinentes. Além disso, para cada atividade proposta, destacamos o conteúdo trabalhado, os objetivos que se pretende alcançar e algumas orientações sobre a forma de realizá-la.

Assim, para facilitar nossa comunicação, optamos por utilizar diferentes formatos de caixas de texto, cada uma com um objetivo. Dessa forma:

Caixa de texto simples:

Tem como objetivo apresentar orientações sobre a realização da atividade.

Caixa de texto lateral:

Tem como objetivo fornecer esclarecimento teórico sobre o assunto tratado ao lado.

Caixa de texto com o formato de adesivo:

Tem como objetivo mostrar comentários nossos, baseados na realização da sequência didática.

Caixa de texto com o formato de um balão:

Tem como objetivo apresentar comentários realizados pelos estudantes durante a realização da pesquisa.

Na versão do(a) aluno(a) você encontrará todas as atividades propostas para reproduzir integral ou parcialmente.

Deixamos, anexo, modelo com as peças para a produção do Jogo da Memória das Frações, as regras do Jogo da Memória das Frações, o KIT PIZZAS – para ser utilizado na atividade “Que tal uma pizza?!” – e círculos divididos em duas até dez partes iguais.

Lembramos ainda que as atividades propostas são sugestões que podem ser modificadas de acordo com a(s) necessidade(s) e/ou interesse do(a) professor(a) e dos(as) alunos(as) em suas turmas.

Desejamos que esse material possa contribuir e auxiliar o seu trabalho com os Números racionais na forma fracionária, enriquecendo ainda mais suas aulas, além de promover a aprendizagem dos estudantes com os quais trabalha.

Bom trabalho!

A autora

2 PERSPECTIVAS LÚDICAS: Duas Abordagens para as aulas de matemática

Este capítulo tem como objetivo identificar algumas abordagens lúdicas propostas para o ensino de matemática, considerando que elas são alternativas para ensinar e aprender os conteúdos matemáticos de forma mais significativa, por despertarem o interesse e a motivação nos estudantes na infância e valorizarem a construção do conhecimento.

Entre as atividades lúdicas pesquisadas por nós, abordaremos as histórias infantis e os jogos de regras, por considerá-los importantes aliados ao ensino, vistos como recursos pedagógicos que podem auxiliar o estudante a desenvolver a imaginação, a criatividade, a concentração e o raciocínio. Buscamos, assim, compreender um pouco mais os sentidos e significados das práticas lúdicas de ensino e suas relações com conteúdos matemáticos.

2.1 As manifestações lúdicas e a educação matemática

A ideia de ludicidade nos remete ao campo das brincadeiras, do jogo, da recreação. Assim, podemos inferir que as atividades lúdicas são aquelas que promovem o divertimento e o entretenimento das pessoas envolvidas; está relacionada ao brincar.

Em uma atividade lúdica, temos a oportunidade de experimentar comportamentos que não seriam realizados em situações normais, como gritar, pular na sala de aula em comemoração por ter sido vencedor; tentar não seguir uma regra do jogo; fazer uma encenação com um(a) colega com o qual não se tem muita empatia; ter animais que falam e têm sentimentos, entre outros comportamentos.

É importante destacar que as atividades lúdicas não estão ligadas apenas à infância; elas sempre estiveram presentes na vida dos seres humanos de diferentes idades e em diversos formatos, tais como: música, dança, jogos e brincadeiras.

Antigamente, as atividades lúdicas eram realizadas por crianças e adultos ao mesmo tempo, favorecendo para que houvesse o estreitamento dos laços de união entre as pessoas. Entretanto, o lúdico foi perdendo espaço na sociedade, e, consequentemente, no ambiente escolar e nas atividades escolares, só retornando, ao espaço da sala de aula, com o objetivo de propiciar a aquisição de conhecimentos escolares.

Ampliando a ideia de lúdico, podemos dizer que é toda atividade que proporciona certo prazer e alegria, como cantarolar, desenhar, brincar, entre outras.

As atividades lúdicas mais comuns realizadas nas escolas são: os jogos; as histórias; as dramatizações; as músicas, danças e canções; artes plásticas. A realização de um trabalho envolvendo atividades lúdicas pode propiciar o desenvolvimento de competências: físicas e motoras (destreza e força); intelectuais (raciocínio e saber expressar-se); emocionais (autoconfiança e senso crítico) e éticos (cooperação e respeito às regras). Podemos destacar ainda a oportunidade de participação dos estudantes e desenvolvimento de habilidades nas diversas áreas do conhecimento.

Além disso, para cada uma das atividades lúdicas mencionadas, existem habilidades e atitudes específicas que poderão ser desenvolvidas na sua realização.

Com a realização de atividades lúdicas na sala de aula, os estudantes deixam de ser meros assimiladores e acumuladores dos conhecimentos transmitidos pelo professor e passam a construir e compartilhar esses conhecimentos e saberes de forma que se tornem comuns a todos.

2.2 Histórias infantis

As histórias conseguem reportar o leitor ou o ouvinte para uma realidade diferente da que ele vivencia. Essa mudança mental de contexto permite, ao leitor ou ouvinte, ampliar sua vivência, agregando, a ela, novas informações, conhecimentos, sensações e emoções.

No ambiente escolar, é possível que as atividades de leitura e contação de histórias sejam realizadas, também, com a finalidade de integrar conteúdos disciplinares; dar existência a novos contextos; promover "conflitos cognitivos" e possibilitar questionamentos ao longo da leitura do texto. Nesse caso, o objetivo se torna o de propiciar a construção de um determinado conhecimento.

Dessa forma, a história poderá criar um contexto que seja comum – a todos os leitores e/ou ouvintes – às ideias trabalhadas no texto, sem, no entanto, deixar de lado as emoções e sensações que são vivências particulares de cada sujeito.

Consideramos, também, importante a aproximação entre o ensino de matemática e de língua materna, em especial com as histórias infantis, pois o trabalho com as histórias infantis integradas às aulas de matemática pode representar uma mudança significativa na forma de trabalhar a história e a matemática. Ou seja, trabalhar, concomitantemente, com as histórias infantis e os conteúdos matemáticos favorece para diminuir a ruptura entre as áreas de conhecimento, pois a aprendizagem acontece ao mesmo tempo, em um movimento circular. Aprende-se matemática ao explorar a história e explora-se a história ao realizar indagações matemáticas sobre o texto.

Durante a leitura ou a audição de uma história infantil, o leitor ou o ouvinte é exposto a situações que podem provocar um movimento de ir e vir entre o mundo imaginário e o real na busca de compreensão ou novas experiências que geram outras percepções, experiências e conhecimentos. É com esse processo que a história pode contribuir para que as pessoas aprendam e façam matemática.

Entretanto, nessa perspectiva de abordagem, não é suficiente que o(a) professor(a) leia, conte histórias ou incentive os estudantes a lerem as histórias infantis; o trabalho com histórias infantis e matemática precisa ser realizado de forma desafiadora, de forma a poder contribuir no trabalho com a resolução de problemas, uma vez que estimula o leitor ou ouvinte a participar, a emitir opiniões e, ao mesmo tempo, incentiva-o a usar de diversas habilidades de pensamento, como classificação, ordenação, levantamento de hipóteses, interpretação e formulação de problemas.

Além disso, ao explorar uma história infantil, é preciso ora destacar aspectos da linguagem, arte ou outro conhecimento disciplinar que a história desperta, ora destacar os conteúdos de matemática, sistematizando-os.

As histórias infantis também preparam os estudantes para trabalharem com novas ideias e conceitos; no entanto essas ideias e conceitos precisam ser formalizados posteriormente, ou seja, é preciso realizar ações que organizem para/com o estudante aquilo que é o objeto de conhecimento da Matemática naquele contexto.

A possibilidade de integração das diferentes áreas do conhecimento é outro fator que nos incentiva a apresentar as histórias infantis para além das aulas de língua materna. A integração que elas propiciam pode favorecer para que sejam percebidas as possíveis relações entre os diversos conteúdos disciplinares além da língua materna, proporcionando, também, a diminuição da compartimentação e do isolamento das disciplinas escolares.

No entanto, alertamos sobre o equívoco de levar as histórias infantis apenas como recurso pedagógico para subsidiar e/ou desenvolver um conteúdo didático no sentido utilitário, apenas com objetivos de contextualização de um determinado assunto, matemático ou de outra disciplina. O propósito pode ser múltiplo: tocar/despertar a sensibilidade dos nossos alunos; colaborar para sua formação integral; propiciar momentos de emoção, afetividade, criação, imaginação e o surgimento de situações de discussão que poderão auxiliar na construção de diversos conhecimentos pelo estudante e, consequentemente, favorecendo para que sua aprendizagem possa ser mais humanizada e satisfatória, no sentido de ampliar as habilidades e práticas de leitura e escrita nas diversas áreas do conhecimento.

2.3 Jogos de regras

Definir o que sejam os jogos não é tarefa fácil. Para a construção desse texto, adotaremos a perspectiva de jogo proposta por Huizunga (2000, citado por Dohme, 2008, p. 16), em que o jogo é:

> [...] uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da "vida quotidiana." (p. 16).

Ou seja, o jogo é uma atividade que é realizada pela livre escolha dos jogadores; precisa ter tempo e espaço delimitados, regras definidas, aceitas e seguidas pelos jogadores, como um contrato, e ser acompanhada por sentimentos de apreensão e alegria, diferentemente daqueles que são comuns na vida de quem se propõe a participar.

Ao mesmo tempo que o jogo é visto como uma atividade lúdica, é possível observar, nele, uma dimensão educativa, pois, ao jogar, surgem inquietações que, quando solucionadas, podem promover o desenvolvimento cognitivo e emocional dos sujeitos.

Além disso, na realização de um jogo é possível verificar que diversas posturas, atitudes e emoções almejadas na aquisição do conhecimento escolar são manifestadas pelos estudantes/sujeitos enquanto jogam, tais como: participação, envolvimento na atividade de ensino, concentração, atenção, a elaboração de hipóteses, a forma de interação com o jogo (normas e regras) e com os desafios que surgem durante sua realização , além de auxiliar no desenvolvimento da capacidade de comunicação de hipóteses, estratégias e solução de dificuldades. Isto é, a participação em jogos pode auxiliar a desenvolver atitudes e habilidades escolares.

As atividades com jogos também podem propiciar uma atitude mais reflexiva do estudante/jogador em relação ao erro, pois leva à busca de estratégias. Dizendo de outra forma, mediante uma ação/jogada equivocada, o estudante/jogador terá a oportunidade de repensá-la, criar e testar novas estratégias, além de discutir e conhecer diferentes formas de pensar para alcançar o mesmo objetivo. Essas ações poderão favorecer o processo de pensar e construir conhecimentos.

Entretanto, apenas participar de um jogo não garante a aprendizagem do estudante em relação ao que se deseja que ele aprenda. O professor precisa planejar e propor atividades – reais ou hipotéticas – baseadas no jogo ou em situações que surgiram durante a sua realização. Elas precisam provocar o surgimento de reflexões capazes de favorecer e proporcionar a aprendizagem, pois o prazer e a motivação promovidos pelo jogo apenas iniciam o processo de construção do conhecimento. Esse deve prosseguir até sua sistematização, sem a qual não se pode adquirir conceitos significativos.

Nas atividades com os jogos, a participação dos estudantes deve ser sempre ativa, seja durante ou após a sua realização. As discussões promovidas e mediadas pela professora podem proporcionar que os estudantes troquem ideias entre eles, analisem diversas situações, construam conhecimento pessoal e coletivo, além de possibilitar o desenvolvimento de competências de pensamento.

Assim, estudantes e professores, na situação de trabalho coletivo após o jogo, teriam a oportunidade de ser construtores de um conhecimento mais amplo e significativo, pois têm a chance e o direito de explicitar sua opinião e/ou hipótese, ouvir a dos demais, concordar ou discordar dela, confrontar diferentes pontos de vista, justificar, negociar, compreender, reformular até chegar a uma construção coletiva. Construção essa que pode sofrer alterações após avaliação do grupo ou baseada em uma necessidade de adequação.

Assim, podemos afirmar também que as atividades com jogos possibilitam oportunizar o exercício de socialização dos estudantes, pois, nas discussões com seus pares, o aluno tem a chance de desenvolver sua capacidade de participação, cooperação e respeito mútuo.

Ou seja, a participação em jogos pode promover tanto o desenvolvimento cognitivo – baseado nas discussões, experimentações e informações; emocional: por meio da vivência de ganhar e perder; de atitudes: respeitando as regras, ouvindo o outro, aguardando sua vez de falar– como o de valores: jogando com honestidade, solidariedade e colaboração.

Enfim, ao sugerir que as histórias infantis e os jogos de regras, também, façam parte das aulas de matemática, desejamos proporcionar situações em que o processo de pensar e construir conhecimento seja o mais próximo das características da infância, promovendo um trabalho que possa articular e integrar diferentes áreas do conhecimento, favorecer o desenvolvimento de um ensino que tenha significado para os estudantes e promover a cooperação com um objetivo comum: a aprendizagem de todos.

3 ALGUNS APONTAMENTOS SOBRE OS NÚMEROS RACIONAIS

Vamos apresentar alguns entendimentos sobre os números racionais visando à recordação do que já foi estudado por todas as professoras, esperando apoiar, ainda mais, a realização das atividades propostas.

Os números racionais surgiram pela necessidade de os seres humanos realizarem medidas que remetiam a determinadas situações exigindo subdividir as partes inteiras em partes menores. As práticas de contagem e medida se sucederam na vida social ao longo da história, de muitas maneiras, até que se organizaram os sistemas para a contagem e a medida.

Na história de nossa civilização, os seres humanos aprenderam a contar unidades e utilizaram diversos meios para quantificá-las. Recentemente e matematicamente afirmando, identificamos os números – utilizados nos processos de contagem – como Números Naturais. São eles representados por:

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...}

Para as medições, contudo, os números naturais mostraram limitações porque nem sempre o número inteiro correspondia ao que se queria medir. Na vida cotidiana, sabe-se que, nos primórdios da humanidade, múltiplos objetos, inclusive partes do próprio corpo humano, eram utilizados para realizar medidas: o palmo, pé, dedo polegar, entre outras. Com o decorrer do tempo, a exemplo das situações de contagem, as medidas foram padronizadas para a maioria dos países, surgindo, atualmente, os números de medida, matematicamente, definidos como Números Racionais. Para efeito das trocas e organização social, a criação desses números proporcionou grandes avanços na vida social. Em organizações sociais localizadas, ainda se pode verificar outros processos de medida.

De acordo com o matemático Bento Caraça (1998), medir consiste em "comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc." (p.29). Isto é, usamos uma medida que já conhecemos para medir outra que não conhecemos, como é o caso do uso de uma fita métrica para medir tecidos ou a altura de pessoas. Esse procedimento, contudo, não é suficiente, pois é necessário que haja uma "unidade de medida da grandeza" (p.30), ou seja, para que pudesse haver comunicação, troca e compartilhamento social, foi preciso criar uma unidade de medida de comparação única para todas as grandezas de mesma espécie

– como o centímetro para os comprimentos, o grama para os pesos, o litro para os volumes.

Além disso, é necessário que se exprima o número de vezes que a unidade escolhida “cabe” naquilo que se pretende medir, isto é, quantas vezes a medida conhecida “cabe” no que se quer saber – número –, e como ela pode ser representada – centímetros, gramas, entre outras. Assim, ainda, segundo o autor, pode-se identificar, nas situações de medida, “três fases e três aspectos distintos: a escolha da unidade”, considerando a praticidade, comodidade e economia; “a comparação com a unidade”, ou seja, a comparação entre o que se sabe com o que se quer medir; “a expressão do resultado da comparação por um número" (p.30).

Entretanto, como se sabe na prática social, nas comparações realizadas em medidas, nem sempre são encontrados resultados inteiros, que podem ser expressos pelos números naturais. Quando isso acontece – encontrar uma medida que não representa o inteiro, podendo ser menor ou maior –, é necessário utilizar procedimentos específicos. Matematicamente afirmando, ao escolher um padrão de medida, ele deve conter subdivisões suficientes que possam ser utilizadas para precisar o que se quer medir. Desse modo, a representação das partes e subpartes para as medidas aparece caracterizada pelos Números Racionais. Lembremos quantas divisões tem uma fita métrica, por exemplo, de modo que, nela, conseguimos medir tamanhos variados.

Quando uma professora mede, por exemplo, a altura dos estudantes de sua turma em metros, usando a fita métrica, geralmente, encontra, como resultado da medida, uma parte inteira e uma parte menor que o inteiro, por exemplo: 1,27m (um metro e vinte e sete centímetros). O centímetro, nesse caso, corresponde a uma fração do metro, ou melhor, um centímetro corresponde a uma das cem partes em que o metro foi dividido.

Constatamos, na descrição acima, uma situação em que o inteiro metro (m) precisou ser “quebrado” e subdividido em centímetros (cm); ou seja, foi dividido em uma determinada quantidade de partes iguais (no caso do metro, em 100 centímetros). De acordo com Rizza Araújo Porto (1965), a palavra **fração** significa “parte quebrada” e, durante algum tempo, era possível encontrá-la significando “uma parte quebrada de algum inteiro sem a respectiva igualdade de tamanho destas partes” (p. 28). Ou seja, a ideia inicial de fração estava ligada ao número de partes e não havia a inclusão da ideia de igualdade entre as partes, o que foi, posteriormente, aprimorado.

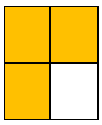
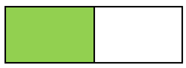
Os números racionais são números utilizados para medir porque são capazes de representar o inteiro e partes do inteiro; são números que fracionam os números naturais tanto quanto for necessário para grande parte das medidas que, socialmente, necessitamos; o formato dessas novas representações deveria ser diferente da forma como são representados os números naturais e, atualmente, podem ser expressos de três maneiras diferentes: fração, número decimal e porcentagem, que serão apresentadas a seguir.

3.1 As ideias relacionadas aos números racionais

As frações surgiram cerca de 3000 anos a.C. e representam uma medida ou quantidade que não pode ser expressa por um número inteiro.

Na representação fracionária, utilizamos dois números naturais "a" e "b" posicionados da seguinte forma $\frac{a}{b}$, sendo o número representado pela letra "a" chamado de numerador, e o número representado pela letra "b" chamado de denominador. O denominador de uma fração representa o número de partes em que o inteiro foi dividido e o numerador o número de partes destacadas ou que serão tomadas.

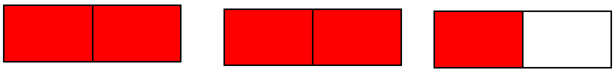
Quando uma fração tem o numerador menor que o denominador, por exemplo, $\frac{3}{4}$ "três quartos" e $\frac{1}{2}$ "um meio", "essas frações são denominadas **frações próprias**, pois representam números compreendidos entre zero e um" (CENTURIÓN, 1995, p. 228), ou seja, representam partes de uma unidade inteira.

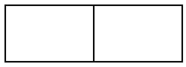
$\frac{3}{4}$  $\frac{1}{2}$ 

No entanto, quando o numerador de uma fração é maior que o denominador, como no caso de $\frac{5}{2}$ "cinco meios" e $\frac{9}{6}$ "nove sextos", essas frações são denominadas **frações impróprias**, pois representam "mais do que uma unidade que foi dividida em partes iguais. As frações impróprias representam números maiores que um"

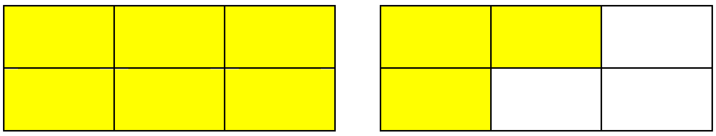
(CENTURIÓN, 1995, p.228), ou seja, representam mais de uma unidade inteira dividida em partes iguais.

$\frac{5}{2}$



Nese caso, a unidade considerada é o retângulo 

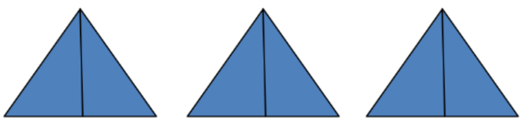
$\frac{9}{6}$



Nesse caso, a unidade considerada é o retângulo 

Existem ainda frações cujo numerador é igual ao denominador, como em $\frac{5}{5}$ “cinco quintos” ou representa um múltiplo do denominador, como em $\frac{6}{2}$ “seis meios”. Nesses dois casos, o resultado da divisão do numerador pelo denominador será um número natural e “a fração representará uma ou várias unidades” (CENTURIÓN, 1995, p. 228.). Essas frações são denominadas **frações aparentes**, “pois representam os números naturais” (CENTURIÓN, 1995, p.228).

$\frac{5}{5}$



$\frac{6}{2}$

Quando o denominador de uma fração for 10 ou 100 ou 1000 ou outro múltiplo de dez, essa fração é denominada fração decimal.

De acordo com Marília Centurión (1995), “o fato de nosso sistema de numeração ser posicional e ter base dez permitiu que as frações fossem representadas na notação decimal, como números decimais." (p. 270). Ou seja, as frações decimais também podem ser representadas na forma de número decimal, isto é, representando os números depois da vírgula.

Portanto, podemos afirmar, por exemplo, que as frações $\frac{4}{10}$ (quatro décimos) e $\frac{68}{100}$ (sessenta e oito centésimos) podem ser representadas como os números decimais 0,4 (quatro décimos) e 0,68 (sessenta e oito centésimos). A vírgula, no caso do nosso país, ou o ponto, no caso das calculadoras e de outros países, separa a parte inteira da parte decimal. Assim, o número decimal 3,7 pode ser lido como três inteiros e sete décimos, e 5,86, como cinco inteiros e oitenta e seis centésimos.

Assim, 3,7 representa três inteiros e sete partes de um inteiro dividido em 10 partes iguais. Também 5,86 representa cinco inteiros e oitenta e seis partes de um inteiro dividido em 100 partes iguais.

Vejamos alguns exemplos de situações em que os números racionais, na forma decimal, estão presentes na nossa vida.

Na figura 1, temos uma balança digital indicando a massa (peso) da pessoa – 44,2 kg (quarenta e quatro quilogramas e dois hectogramas) – aparece registrada na notação decimal com apenas um dígito depois da vírgula; esse número também pode ser lido como quarenta e quatro inteiros e dois décimos.

Figura 1 – Medida de massa registrada pela balança[33]

[33] In: https://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&tbm=isch&source=hp&biw=1821&bih876&ei=KLq8XLz1OKSv5OUPxoyM6A8&q=balan%C3%A7a+digital+de+banheiro&oq=balan%C3%A7a+digital&gs-l=img.1.8.0l10.2010.7589..14869...0.0..0.1343.6998.0j4j2j5-1j2j3......1....1..gws-wiz-img.....0.169rluDOb-Y#imgrc=9wBvY68X4uHUlM. Acesso em: 21 abr. 2019.

Na legenda da figura 2, vemos a imagem de divulgação da distância, em metros, dos saltos realizados por um atleta brasileiro. O número decimal que aparece na medida – 17,53m dezessete metros e cinquenta e três centímetros – tem dois dígitos após a vírgula e, também, pode ser lido como dezessete inteiros e cinquenta e três centésimos.

Figura 2 – A medida 17,53m corresponde ao total dos três saltos realizados pelo atleta Almir dos Santos[34].

Em maio, Almir fez o terceiro melhor salto do mundo na temporada 2018: 17,53m. Foto: Divulgação

Na figura 3, observamos o total de litros de combustível que um consumidor adquiriu com trinta reais: 9,378ℓ – nove litros e trezentos e setenta e oito mililitros. O número decimal que aparece na bomba de combustível tem três dígitos após a vírgula e, também, pode ser lido como nove inteiros e trezentos e setenta e oito milésimos.

Figura 3 – Imagem de uma bomba de combustível

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

34 In: http://www.rededoesporte.gov.br/pt-br/noticias/almir-junior-transformou-paixao-platonica-em-feliz-casamento-com-o-salto-triplo. Acesso em: 21 abr. 2019.

No entanto, apesar de o nosso sistema monetário trabalhar com centésimos, ou seja, dois dígitos depois da vírgula – pois um centavo equivale a um centésimo de um real – constatamos, nos preços dos combustíveis, três algarismos depois da vírgula (Figura 4). De acordo com a Revista Autoesporte[35], isso se deve ao fato de que os combustíveis são comprados nas revendedoras em metros cúbicos (m³) e vendidos, ao consumidor final, em litros (ℓ). Ainda, segundo a revista, a obrigatoriedade de usar os três dígitos das casas decimais evitaria que os revendedores arredondassem o preço por litro para cima, por exemplo, de R$2,999 – dois reais e novecentos e noventa nove milésimos – para R$3,00 – três reais –, causando prejuízo para o consumidor.

Figura 4 – Lista de preço de combustíveis

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Observamos uma grande utilização dos números decimais na representação de medidas e de quantias. Entretanto, quando é preciso fazer comparações ou indicar partes de um todo, as porcentagens podem ser mais utilizadas. Podemos constatar esse fato observando as informações que recebemos atualmente; a maioria delas se apresenta na forma de porcentagem, pois são mais fáceis de serem compreendidas. É mais comum ouvir que 75% dos estudantes são frequentes, do que $\frac{3}{4}$ dos estudantes são frequentes.

Uma situação muito comum atualmente, para quem precisa abastecer automóveis com etanol ou gasolina, é se informar da relação entre o preço do etanol e o preço da gasolina. Nesse caso, a porcentagem é a forma de representação ideal, pois, de acordo com a Revista Exame[36], a utilização do etanol como combustível só é

[35] In: https://revistaautoesporte.globo.com/Noticias/noticia/2018/04/entenda-por-que-o-preco-do-combustivel-tem-ate-quatro-digitos.html. Acesso em: 21 abr. 2019.

[36] In: https://exame.abril.com.br/blog/etiqueta-financeira/gasolina-mais-cara-e-o-etanol-mais-barato/. Acesso em: 25 jul. 2019.

vantajosa para o consumidor se o seu preço for até 70% (setenta por cento) do valor da gasolina. Na situação apresentada pela figura 5, verificamos que é mais vantajoso, para o consumidor, usar etanol.

Figura 5 – Uso social da porcentagem

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

As porcentagens são derivadas das frações com denominadores 100 e têm "sua origem na aritmética comercial dos séculos XV e XVI. Isso se deu por ser comum citar taxas de juros em centésimos" (CURTY, 2016, p. 20). O símbolo "%" é uma abreviatura da escrita por cento. Segundo Imenes e Lellis (2012 a),

> Nas porcentagens, o todo é indicado sempre por 100% (cem por cento). Por cento quer dizer "em cem". Assim, cem por cento significa "cem partes em cem", que é igual a 100 centésimos ou a $\frac{100}{100}$ ou, ainda a 1 (p.137).

Assim, podemos relacionar "um meio" da totalidade com a metade de cem por cento: 50% (cinquenta por cento); e "um quarto" da totalidade com cem dividido por quatro ou como a metade de cinquenta: 25% (vinte e cinco por cento).

Tudo isso nos faz perceber como as diferentes formas de representação dos números racionais estão relacionadas, de modo que:

$0{,}25 = \frac{1}{4} = 25\%$

$0{,}5 = \frac{1}{2} = 50\%$

$0{,}75 = \frac{3}{4} = 75\%$

$1 = \frac{10}{10} = 100\%$

Neste trabalho, sem prejuízo de utilização, pela professora, das três formas, iremos considerar o número na forma fracionária, direcionado ao ensino nos anos iniciais da escolarização, em que buscaremos metodologias interessantes de ensino para os estudantes.

3.2 A forma fracionária do número racional

Atualmente, a concepção de fração nos remete ao conceito de uma unidade dividida em partes iguais, e essas partes “receberão nomes especiais conforme o número de partes em que a unidade foi dividida.” (DAVID e FONSECA, 1997, p. 59).

Os números racionais, na forma fracionária podem ser tratados e interpretados em sentidos diferentes, conforme o contexto em que são utilizados, por isso, o seu ensino merece cuidados especiais. Segundo Graça, Ponte e Guerreiro (2018, p. 176), é “a relação entre o numerador e o denominador” que irá definir o significado da ideia que é utilizada.

Maria Manuela David e Maria da Conceição Fonseca (1997) decidem pela seguinte organização das ideias relacionadas aos números racionais: medida e parte-todo – como ideias que se complementam –, quociente, razão e operador. É considerando a organização dessas autoras que faremos um breve comentário sobre cada um desses sentidos que os números fracionários podem ter.

3.2.1 Ideias 1 e 2 – Fração como medida e parte todo

Parte-todo

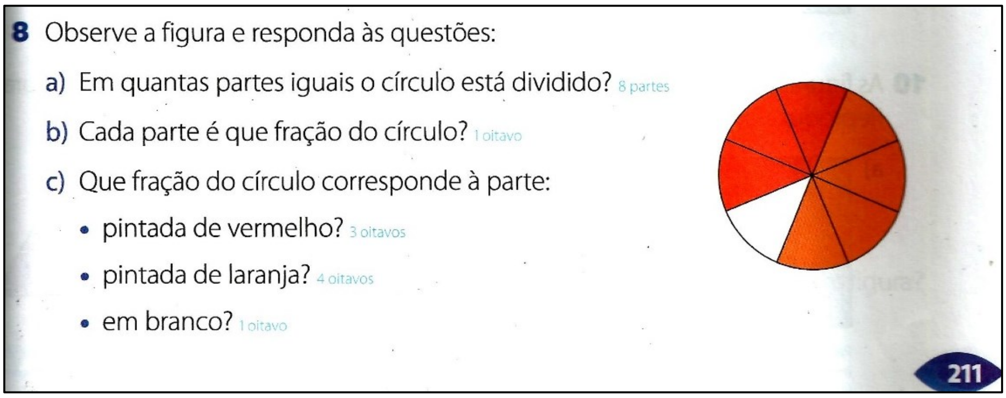
Uma das representações das frações é relacionar a parte com o todo. Essa ideia refere-se à partição de certo objeto – “todo” ou “inteiro” – em um determinado número de partes iguais. Assim, uma fração indica a relação existente entre um número de partes iguais que foram “destacadas” (numerador) e o total de partes em que o todo ou o inteiro foi dividido (denominador).

Durante a encenação da história “O pirulito do pato”, no desenvolvimento da pesquisa, dividimos o pirulito em quatro partes iguais, e cada estudante recebeu um pedaço (parte) dos quatro pedaços em que o pirulito (todo) foi dividido; assim, podemos dizer que cada estudante recebeu $\frac{1}{4}$ do pirulito, ou seja, uma das quatro partes do pirulito.

Na escola, é possível mostrar essa situação sempre que precisamos dividir algo em partes iguais; por exemplo, uma folha de papel colorido é dividida entre duas pessoas; cada uma receberá $\frac{1}{2}$ (um meio ou metade) da folha, ou seja, a folha foi dividida em duas partes e cada pessoa recebeu uma parte.

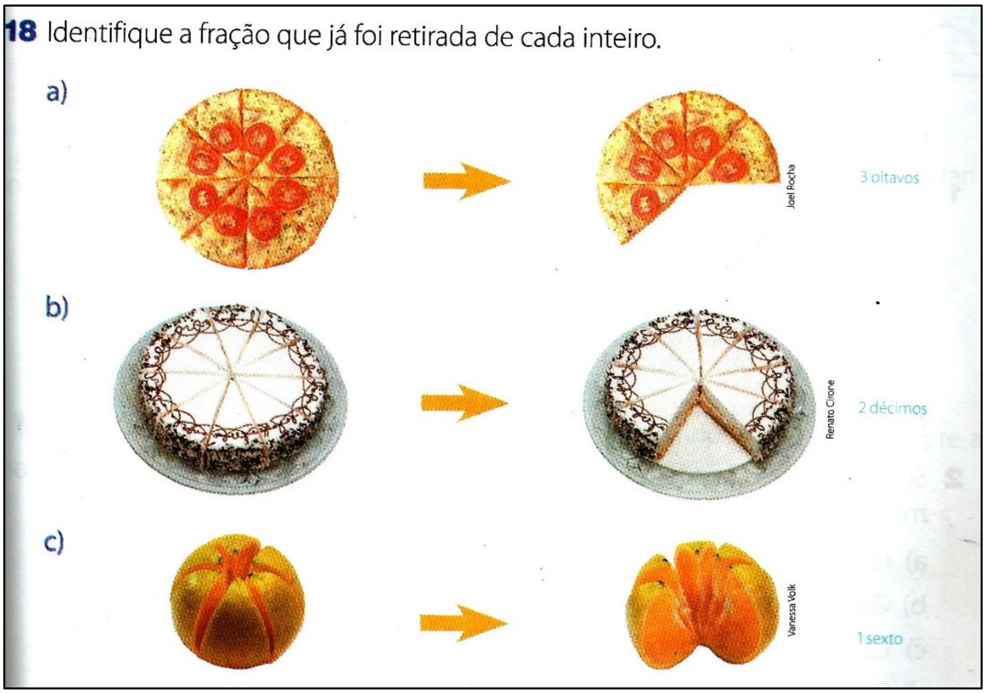
Nos livros didáticos, podemos encontrar a ideia parte-todo em atividades como as que se seguem:

Figura 6 – Atividade de livro didático



Fonte: Livro: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, p. 211.

Figura 7 – Atividade de livro didático



Fonte: Livro: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, p. 215.

Maria Manuela David e Maria da Conceição Fonseca (p. 58) nos alertam no sentido de que "os modelos de comparação parte-todo (numa região geométrica, num conjunto discreto ou na reta numérica) estão associados a uma operação de medição". Dessa forma, o número de partes em que o inteiro foi dividido, funciona como “subunidades” do inteiro. Ou seja, ao dividirmos um inteiro em partes iguais, serão verificadas:

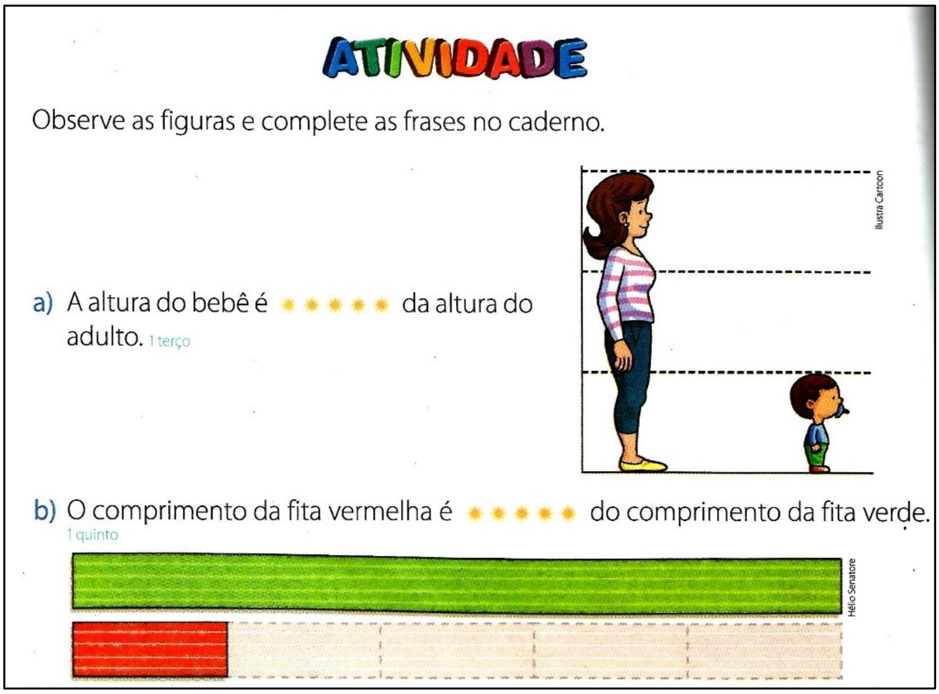
> [...] quantas dessas partes [*subunidades*] caberão naquilo que se quer medir. [...e] ficará assim definida a função dos termos da fração: o denominador indicará *qual a subunidade* do inteiro que se estará usando, e o numerador expressará a *medida* nessa subunidade (*quantas* vezes a subunidade cabe naquilo que se está medindo). (DAVID; FONSECA, 1997, p. 59).

Vivenciamos essa ideia – **fração como medida** – em um dos momentos da realização da nossa pesquisa. Planejamos distribuir “um quarto” de um pirulito de chocolate para cada um dos 93 alunos das turmas que participavam do desenvolvimento da pesquisa. Para isso, tivemos que calcular quantos “quartos” seriam necessários e, posteriormente, determinar o número de pirulitos que deveríamos encomendar. Ou seja, “um quarto” do pirulito foi a “medida” utilizada para calcular o total de pirulitos, pois, para cada pirulito inteiro, tínhamos quatro pedaços de “um quarto”. Assim, constatamos que precisaríamos de noventa e três pedaços de “um quarto”, que pode ser representado pela seguinte fração: $\frac{93}{4}$; isto é, precisaríamos de noventa e três quartos, que equivalem a 23 pirulitos mais “um quarto”.

Uma situação de sala de aula que pode exemplificar essa ideia poderia ser: Em uma sala com 20 alunos, quantas folhas inteiras seriam necessárias para distribuir meia folha a cada aluno? Serão necessários $\frac{20}{2}$, ou seja, vinte metades que equivalem a 10 folhas inteiras. Nessa situação, a metade da folha foi a medida para encontrar o total de folhas necessárias a serem distribuídas entre os 20 alunos.

Podemos constatar a ideia de medida nos livros didáticos em atividades como a que veremos a seguir:

Figura 8 – Atividade de livro didático



Fonte: Livro: Novo bem-me-quer: Matemática, 4º ano, p. 220.

3.2.2 Ideia 3 – Fração como Quociente

De acordo com Maria Manuela David e Maria da Conceição Fonseca (p. 61), o sentido de um número racional empregado como quociente também pode ser aquele em que uma “divisão surge como estratégia para resolver num problema com ideia de partilha” [divisão], ou seja, é a representação da divisão de um número natural por outro número natural.

A ideia de fração como quociente é muito utilizada em nosso cotidiano, por exemplo, quando uma mãe leva para casa um chocolate para ser dividido, igualmente, entre seus três filhos. Como podemos representar a parte de cada um? Nesse caso seria um chocolate dividido para três filhos, que, também, pode ser representado com a fração $\frac{1}{3}$, ou seja, 1 dividido para 3.

Podemos identificar essa situação na escola quando, por exemplo, precisamos dividir uma folha colorida entre duas pessoas. Essa situação pode ser representada com a fração $\frac{1}{2}$ ou seja, uma folha dividida para duas pessoas. Portanto, há a divisão do INTEIRO por um NÚMERO DE PARTES (INTEIRO:NÚMERO DE PARTES) é igual a $\frac{INTEIRO}{NÚMERODEPARTES}$. Ou seja, a fração representa 1 dividido por 2, assim como, também, representa a ideia de dividir o inteiro em 2 partes e tomar 1.

Essa fração é o número resposta para a divisão, mas segundo as autoras, os alunos não conseguem percebê-la “como um número e, portanto, não podem aceitá-lo como resposta a uma operação” (DAVID; FONSECA, 1997, p. 61). Ou seja, os alunos conheceram os números com base nos naturais, e podem não perceber outros números, de modo que têm dificuldade para aceitar que uma divisão – no sentido de uma operação – possa ser um número e/ou a resposta para um problema. Talvez, também se possa considerar que, por lidar muito tempo com os números naturais nas contagens, o número fracionário não apareça como número.

Essa ideia – fração como quociente – pode ser constatada nos livros didáticos em atividades como a que veremos a seguir:

Figura 9 – Atividade de livro didático

5. O garçom dividiu igualmente uma pizza entre três clientes. Veja:

Cada cliente comeu $\frac{1}{3}$ da pizza.

Portanto: $1 : 3 = \frac{1}{3}$

Na mesa ao lado, outros quatro clientes pediram 3 pizzas de mesmo tamanho e as repartiram igualmente. Para fazer a repartição, começaram dividindo cada pizza em quartos, porque eram quatro pessoas. Que fração de pizza cada pessoa dessa mesa recebeu? Faça, no caderno, um desenho representando a situação e indique a operação matemática efetuada.

Fonte: Livro: Matemática: Imenes & Lellis, 2012 b, p. 31.

3.2.3 Ideia 4 – Fração como Razão

Para as autoras David e Fonseca (1997), uma fração pode assumir também o significado de razão quando “expressa um índice comparativo” (p. 62), ou seja, quando podemos pensar na fração utilizando a expressão “tanto está para tanto”. Como exemplo para utilização dessa ideia, podemos citar o problema social que vivemos, atualmente, em nosso País. No momento, de cada 100 brasileiros, 12 estão desempregados; então, 12 está para 100 é a relação matemática que pode ser escrita $\frac{12}{100}$.

Na escola, podemos identificar essa ideia com o seguinte exemplo: Numa turma com 30 alunos, 10 são meninas. Podemos dizer que há uma menina para cada dois meninos e representar essa ideia com a fração $\frac{1}{2}$, ou seja, o número de meninas e o número de meninos se relacionam na proporção de 1 para 2 ou a quantidade de meninas e a quantidade de meninos estão na razão 1 para 2.

Nos livros didáticos encontramos essa ideia – fração como razão – em atividades como a que veremos a seguir:

Figura 10 – Atividade de livro didático

20. Em certa cidade, uma pesquisa mostrou que, para cada 2 pessoas que torcem para o time A, há 3 pessoas que torcem para o time B.

a) Nessa cidade, há cerca de 15 000 pessoas que torcem para o time B. Quantos devem ser, aproximadamente, os torcedores do time A?

b) Qual é o total aproximado de habitantes dessa cidade que torcem para o time A ou para o time B?

Fonte: Livro: Matemática: Imenes & Lellis, 7º ano, 2012 b, p. 153.

3.2.4 Ideia 5 – Fração como Operador

Pensar em um número racional com a ideia de operador é entendê-lo como um agente transformador, ou seja, toda vez que a situação se repetir, o número operador pode ser aplicado porque “ele representaria uma ação que deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo” (DAVID; FONSECA, 1997, p. 65).

Utilizamos a ideia de fração como operador nos momentos em que precisamos calcular multas, juros, descontos, taxas ou impostos em que incide sobre ele(a) uma porcentagem. Uma dessas situações é o pagamento do ITBI – Imposto sobre Transmissão de Bens Imóveis. Ele deve ser pago ao município por quem compra um imóvel – lote, casa, apartamento, entre outros – e a comprovação do pagamento deve ser apresentada pelo comprador, ao cartório, no momento de dar entrada na escritura do imóvel. A porcentagem cobrada em Belo Horizonte, MG, é de 3% do valor do bem, e é calculada de acordo com a avaliação da prefeitura[37]. Ou seja, todas as pessoas que adquirirem um imóvel nessa cidade terão um custo adicional de 3% ou $\frac{3}{100}$ no valor do imóvel, mas esse valor será diferente para cada uma delas, porque depende do valor do imóvel.

Para resolver essa situação e/ou um problema em que a fração é um operador, temos que utilizar as operações de divisão e/ou multiplicação. Mas isso acontece, segundo Antônio Bigode (2014, p. 41), quando é necessário "calcular quanto é determinada parte dentro de uma coleção de objetos".

Na escola, podemos verificar essa situação quando, por exemplo, recebemos a verba do PDDE[38]. De acordo com as informações fornecidas no site do programa,

> Os recursos do PDDE estão divididos nas categorias de custeio e capital. A parcela dos recursos do PDDE que pertence à categoria de custeio destina-se a cobrir despesas relacionadas à aquisição de material de consumo (materiais de expediente, limpeza, construção, etc.) e contratação de serviços (manutenção hidráulica, elétrica, jardinagem etc.). Já a parcela de capital deve ser empregada na aquisição de materiais permanentes (eletrodomésticos, computadores, mobiliário, etc.). https://www.fnde.gov.br/programas/pdde/sobre-o-plano-ou-programa/ sobre-recursos. Acesso em 11 abr. 2019.

Ainda de acordo com as orientações do programa, as entidades educacionais devem informar até uma data prevista "*os **percentuais de recursos*** que desejarão receber em custeio e/ou capital no exercício subsequente ao da informação"[39] – (grifos dos autores). Digamos que a opção de uma determinada escola tem sido, nos últimos cinco anos, de 51% para despesas com capital. Como o valor da verba varia de ano para ano, de acordo com o número de alunos, os responsáveis pela instituição educacional deverão utilizar sempre o operador 51% ou 0,51 ou $\frac{51}{100}$ para identificar quanto poderão gastar com a aquisição de materiais permanentes.

---

[37] Adaptado de: https://www.casamineira.com.br/blog/custos-adicionais-na-hora-de-comprar-o-seu-imovel/. Acesso em: 03 out. 2019.

[38] Criado em 1995, o Programa Dinheiro Direto na Escola (PDDE) tem por finalidade prestar assistência financeira para as escolas, em caráter suplementar, a fim de contribuir para manutenção e melhoria da infraestrutura física e pedagógica, com consequente elevação do desempenho escolar. Também visa fortalecer a participação social e a autogestão escolar. https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/pdde. Acesso em 11 abr. 2019.

[39] https://www.fnde.gov.br/programas/pdde/sobre-o-plano-ou-programa/sobre-recursos. Acesso em 11 abr. 2019.

Assim, suponhamos que uma escola recebeu do PDDE, no ano de 2017, o valor de R$3 000,00 e R$4 000,00 em 2018. Para encontrar o valor que poderia utilizar na aquisição de material permanente, aplicou o operador e, para isso, teve que fazer os seguintes cálculos:

PARA O VALOR DE R$ 3000,00	PARA O VALOR DE R$ 4 000,00
3 000,00 X 0,51= **R$ 1530,00**	4 000,00 X 0,51= **2 040,00**

Na Escola Municipal Milton Campos, onde a pesquisa foi realizada, os alunos são envolvidos na decisão de quais materiais permanentes poderão ser adquiridos. Com a ajuda dos(as) professores(as), eles identificam e divulgam o que acham necessário – jogos, instrumentos musicais, ventiladores, datashow, entre outros; posteriormente, a decisão é efetuada por meio de votação, também, realizada por eles. Após a votação, é elaborada uma lista com os itens na ordem dos mais votados para os menos votados, e a compra dos bens permanentes é realizada seguindo a ordem da lista até que a verba acabe.

Podemos constatar, nos livros didáticos, atividades como a que veremos a seguir, utilizando a ideia de fração como operador: e, no caso, seja de quem for a herança, o operador “um meio” será aplicado para pagar a parte do governo, veja abaixo:

Figura 11 – Atividade de livro didático

33. Leia o problema:

> Em certo país, a lei que rege a divisão de heranças determina que $\frac{1}{10}$ deve ser pago ao governo na forma de impostos.
>
> Do restante, $\frac{1}{2}$ fica com a viúva e $\frac{1}{2}$ é repartido igualmente entre os filhos.
>
> Se uma herança era de 6000 unidades monetárias e havia 3 filhos, quanto recebeu cada um?

No caderno, copie e complete a resolução do problema escrevendo frações adequadas e as quantias corretas:

Fonte: Livro: Matemática: Imenes & Lellis, 2012 c, p. 40.

3.3 Frações de grandezas contínuas e frações de grandezas discretas ou descontínuas

Como a fração relaciona a parte com a totalidade, as situações em que se aplicam são múltiplas, especialmente, na vida cotidiana. Ocorre que o que chamamos de “todo” pode variar muito e é sobre isso que trataremos a seguir.

Considerando que o “todo” é uma grandeza, em diversas situações matemáticas vemos e/ou ouvimos as expressões “grandezas contínuas” e “grandezas discretas ou descontínuas” e, muitas vezes, não compreendemos a que se referem. Para ilustrá-las, vamos pensar em uma situação bastante comum em nossas escolas.

Uma professora propõe a realização de um trabalho em grupo e solicita que os 24 alunos presentes na turma se organizem em quatro grupos com a mesma quantidade de pessoas em cada grupo. Posteriormente, ela retira do armário uma folha de papel kraft, em que os alunos deverão registrar o resultado do trabalho. Para que todos os grupos possam efetuar o registro, a professora dobra a folha para dividi-la em quatro partes iguais. Entretanto, um aluno chega atrasado. O que fazer com ele? A professora lança o problema para a turma e várias propostas são sugeridas, avaliadas e, até mesmo, votadas, e a proposta vencedora é reorganizar os alunos em cinco grupos, para que a regra inicial, de que “todos os grupos deveriam ter a mesma quantidade de pessoas”, seja respeitada. Decidido dessa forma, a professora modifica a dobra que fez no papel e o divide em cinco partes iguais.

Nessa situação que simulamos, aconteceram duas reorganizações: a dos alunos e a dobra no papel. A reorganização da turma foi necessária porque o aluno que chegou atrasado não poderia ser ”dividido” em quatro partes iguais e, se ele fosse para um grupo, a regra inicial não poderia ser cumprida. Nesse caso, o inteiro “aluno” não pode ser dividido. Os inteiros que só podem ser contados um a um – pois, ao contrário, perdem suas características, como é o caso dos alunos da turma – são considerados de **grandeza discreta ou descontínua**. No entanto, a dobra na folha de papel também foi refeita, mas esse fato não alterou as características do inteiro “folha de papel”; modificou apenas o tamanho das partes. A folha de papel é considerada um inteiro de **grandeza contínua** porque pode ser dividida em qualquer número de partes (iguais ou não), mantendo suas características de uma folha de papel.

Como outros exemplos de grandezas discretas ou descontínuas, podemos citar: animais, bolinhas de gude, canetas, cadeiras, bolas, bonecas, figurinhas, pratos, roupas, entre outros. Veja que, nesse caso, não podemos partir o todo, pois ele se desintegraria. Então, quando operamos com grandezas que não podem ser "picadas", a situação exige tratamento especial.

De outro modo, as grandezas contínuas podem ser partidas, que não se modificam. Para exemplificar grandezas contínuas, podemos mencionar: alimentos de uma forma geral (bombons, barras de chocolate, pizzas, bolos, tortas, ovo cozido, doces em barra, entre outros), folhas de papel, placas de madeira, parede, entre outros.

Quando trabalhamos com frações de grandezas discretas ou descontínuas ou com frações de grandezas contínuas, precisamos estar atentos para o fato de ter que dividir o inteiro sempre em partes iguais, uma vez que iremos comparar para medir, pois trata-se do assunto fração. Na matemática, dividir é sempre em partes iguais.

Em relação às frações de grandezas discretas ou descontínuas, também é importante destacar o fato de que:

> Só podemos associar frações a grandezas discretas quando é possível dividir esta grandeza em subgrupos com o mesmo número de elementos, onde o número de subgrupos é igual ao denominador da fração a ele associada. Neste caso não devem sobrar elementos. (CENTURIÓN, 1995, p. 225).

Vejamos o exemplo a seguir:

Os 27 alunos de uma turma vão observar a germinação de sementes na horta da escola, mas, como o espaço é pequeno, torna-se necessário dividir a turma em grupos. A situação-problema foi apresentada para os estudantes, que sugeriram dividir a turma em dois grupos: metade fosse até a horta antes do recreio e a outra metade fosse depois do recreio. Após separarem os grupos, foi constatado que sobrou um aluno e, depois de algumas discussões, os estudantes perceberam que os 27 alunos poderiam ser divididos em três grupos sem que houvesse sobra. Ficou decidido, então, que "um terço" dos alunos iria visitar a horta de cada vez.

Ou seja, quando se quer uma divisão exata, o número de elementos que formam o inteiro de grandeza discreta ou descontínua deve ser divisível pelo número que está no denominador da fração, pois não podem sobrar elementos do inteiro. Do contrário, o número fracionário irá apenas indicar a divisão (no exemplo, poderíamos ter a fração $\frac{27}{3}$, que não poderia ser executada, mas que representaria a ideia da divisão da turma em três partes iguais).

Ainda, segundo a autora Marília Centurión, na situação de divisão de um inteiro de grandeza contínua, é possível ter as mais variadas frações desse inteiro. Assim, no ensino de frações, podemos propor situações bem variadas, de modo a proporcionar o contato com todos esses referenciais citados neste texto. Entretanto, precisamos ter cuidado quando elaboramos exercícios envolvendo frações de grandezas contínuas, pois inteiros como canetas, carrinhos, bonecas, moedas, notas de dinheiro, entre outros, não podem ser divididos em partes sem perder suas características.

4 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA[40] – VERSÃO DA PROFESSORA

Lendo e explorando a história O PIRULITO DO PATO

1º momento – Leitura da história e sua exploração oral

Objetivo:

- Criar uma situação capaz de contextualizar o assunto fração.

Atividades na interação com a turma:

1- Contar a história.

2- Explorar os personagens, suas características e ações na história.

3- Identificar as palavras desconhecidas e seus significados.

4- Observar e reconhecer os sentimentos dos personagens nas seguintes situações:

- Quando o pirulito seria dividido em duas partes.
- Quando o pirulito foi dividido em três partes.
- Quando um dos patinhos dividiu seu pedaço de pirulito com o amigo.

5- Explorar a ideia do tamanho das partes, mostrando as diferenças entre elas.

Professor(a), matematicamente falando, não há necessidade de que as partes da divisão de um inteiro sejam iguais para dizer de uma fração. Entretanto, de acordo com Porto (1965), Centurión (1995), David e Fonseca (1997) e Walle (2009) para nomear as partes de um inteiro no trabalho com o aluno em sala de aula, é necessário que as partes sejam iguais. Sendo assim, trataremos a partir daqui como fração as partes de um inteiro que foi dividido igualmente.

2º momento – Representação da história

Objetivos:

- Vivenciar as diversas situações, emoções e sentimentos pelos quais passam os personagens da história e suas repercussões nos alunos.
- Realizar as divisões propostas na história com material concreto.

[40] As atividades da sequência didática foram elaboradas pela pesquisadora e compõem a dissertação de: MAYRINK, Cristalina Teresa Rocha. Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de frações.2019. 268f.

Atividades:

1- Representar a história, tendo a professora no papel de narradora e da personagem Mamãe Pata.

> Com o objetivo de dar destaque aos trechos onde acontecem as divisões, é interessante utilizar material concreto (papel no formato de círculo fixado em um palito de picolé) para representar o pirulito, solicitando a divisão dos círculos em duas e, posteriormente, em três partes iguais.

2- Após a representação e, ainda utilizando círculos de papel, solicitar a divisão do pirulito em quatro partes iguais, fato que não acontece na história, mas é proposta pelo autor.

3º momento – Divisão de um pirulito

Objetivos:

- Vivenciar a divisão de um pirulito.
- Pensar e propor estratégias para dividir igualmente o doce.
- Abordar a fração de grandeza contínua.

Ao final da aula, entregar um pirulito para cada grupo de quatro alunos a fim de ser dividido igualmente entre eles.

> Se for necessário o uso de faca, é melhor que o professor ou outro adulto faça a divisão. Antes de realizar a divisão, explorar as ideias de como ela poderá ser realizada e que fração do pirulito cada um receberá.

4º momento – Registro no caderno

Dividindo a representação do pirulito

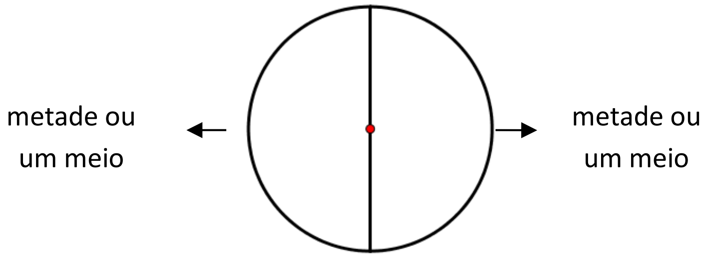
Objetivo:

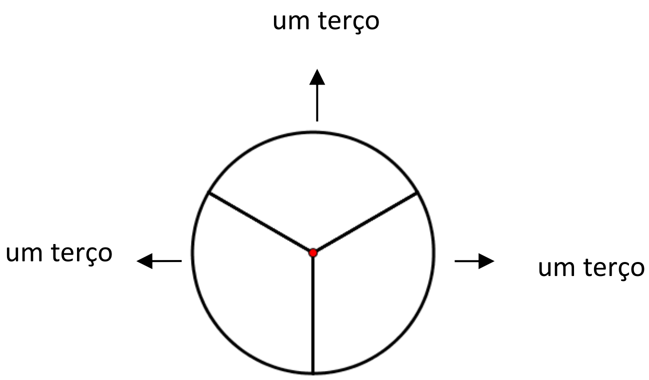
- Registrar com desenho e com a forma escrita as frações citadas na história.

> De acordo com nossa análise após a realização da proposta de ensino, consideramos mais produtivo fazer as discussões e registros das frações em outro dia de aula, pois, no nosso caso, os estudantes ficaram muito agitados.

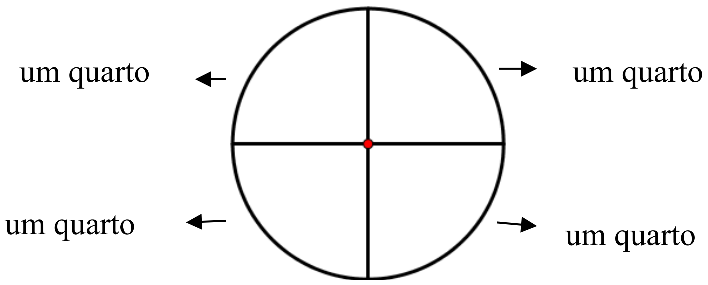
Para a realização dessa atividade, entregar inteiros com marcações de acordo com o número de partes trabalhadas para representar o pirulito. Assim, as partes terão o mesmo tamanho.

1- Registrar no caderno, com desenhos, cada fração citada no texto ($\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$), nomeando-as apenas por extenso.





2- Registrar, também, a fração $\frac{1}{4}$, da mesma forma que as anteriores.



Dividindo o pirulito ainda mais

Nomear as frações até décimos

Objetivo:

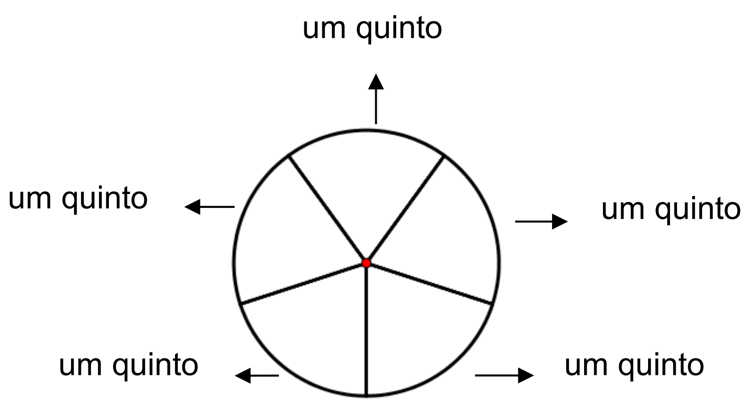
- Registrar, com desenho e com a forma escrita, as frações que não foram citadas na história, até décimos.
- Denominar frações que têm de 11 a 99 partes.
- Denominar frações divididas em 100 partes iguais.

Atividades

1- Retornar à situação da história, refletindo sobre outras possíveis divisões do pirulito de acordo com o número de pessoas.

Questionar:

Se o pirulito fosse dividido, igualmente, para cinco pessoas, como chamaria cada parte? Registrar no caderno, com desenhos, as frações até décimos e nomeá-las apenas por extenso.



Continuar a atividade com sextos, sétimos, oitavos, nonos e décimos.

Vocês preferem ganhar “um décimo” ou “um quarto” do pirulito?

Pesquisadora

É melhor ganhar um quarto, porque é maior.

Laura e Júlia

Barão 237

Os pedaços de dez são pequenos.

Após trabalhar com décimos, é interessante questionar a possibilidade de o pirulito ser dividido para todas as pessoas da turma. Como seriam as partes? Que nome receberia cada parte?

Explicar que, a partir de onze partes, não utilizamos mais um nome especial para denominador da fração. Usamos o número cardinal acrescido da palavra “avos”, que significa pedaços; partes. Explorar também que as partes serão muito pequenas, pois quanto mais dividimos o inteiro, em partes iguais, menores serão as partes.

DESAFIO:

1- Que nome daremos a cada parte do pirulito se ele fosse dividido, igualmente, para todas as pessoas que estão na sala hoje? ________________________________

2- E se ele fosse dividido em 100 partes iguais? _____________________________

Representando, simbolicamente, as frações

Objetivos:

- Refletir sobre possíveis formas de representar, simbolicamente, uma fração.
- Identificar a forma simbólica convencional para representar uma fração.
- Representar, simbolicamente, todas as frações registradas no caderno.

Atividades

1- Perguntar às crianças se só é possível representar as frações por extenso. Lembrar que existe representação simbólica para diversas situações. Solicitar exemplos que elas conhecem: mais (+), menos (-), kg (quilograma), m (metro), igual (=), entre outros. Registrar, no quadro, a palavra ou expressão por extenso e simbolicamente.

2- Escrever, por extenso, as frações já trabalhadas, por nós, no quadro, e pedir que os estudantes sugiram formas para representá-las simbolicamente, ou seja, utilizando algum símbolo – algarismo, letra ou qualquer representação que, por convenção ou por princípio de analogia formal ou de outra natureza, substitui ou sugere algo.

3- Registrar, no quadro, as sugestões. Após conversarmos sobre elas, lembrar que uma representação simbólica precisa ser reconhecida por nós e pelas demais pessoas que estão dentro e fora da escola. Assim como acontece com a representação das medidas, com os sinais das operações, de pontuação, entre outros.

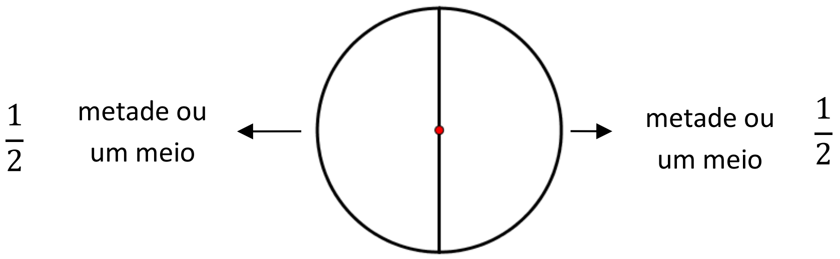
Para chegarmos à representação convencional, relembrar o que foi efetuado com o pirulito na história “O pirulito do pato”; ele foi dividido. Então, uma fração representa uma **divisão**.

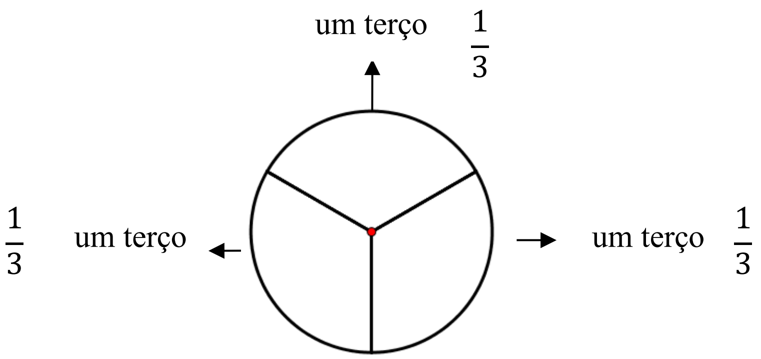
Explicar que, na convenção matemática, o registro de frações é efetuado assim:

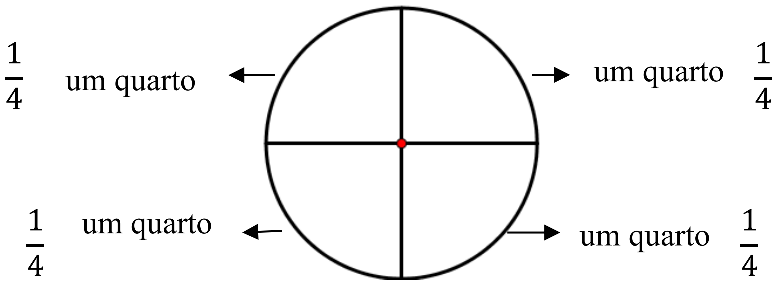
- Passando um traço para indicar que foi realizada uma divisão. Na parte que fica embaixo do traço, colocamos o número de partes em que o inteiro foi dividido; ele é chamado DENOMINADOR porque vai denominar, ou seja, dar nome à fração.
- Na parte de cima, colocamos o número de partes que são consideradas; ele é chamado NUMERADOR, pois representa o número de partes consideradas no todo dividido.

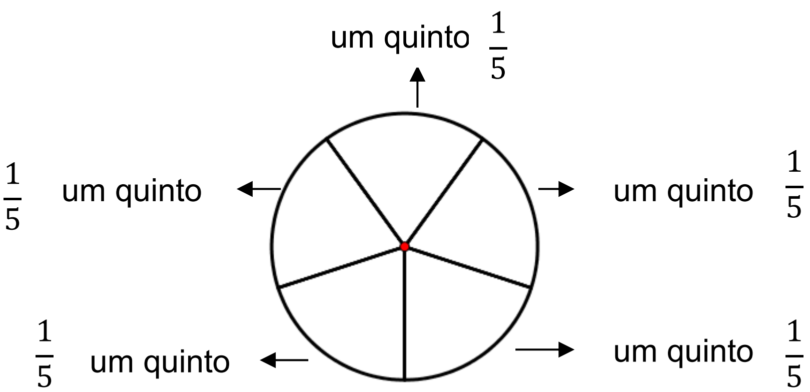
$$\frac{\text{NUMERADOR}}{\text{DENOMINADOR}}$$

4- Representar, simbolicamente, todas as frações registradas no caderno.









Continuar a atividade com sextos, sétimos, oitavos, nonos e décimos. Representar, simbolicamente, também, a fração correspondente ao pirulito dividido para a turma, e em 100 partes iguais.

Situações envolvendo frações

Dividindo o lanche com amigos

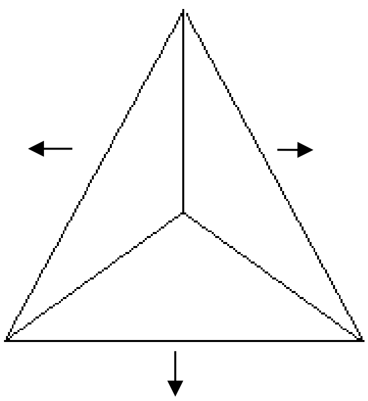
Para a realização das tarefas a seguir, cada estudante precisa receber uma folha contendo cada uma das atividades propostas.

Objetivos:

- Nomear as partes de um inteiro repartido em três partes iguais.
- Adicionar, mentalmente, as partes de um inteiro dividido igualmente e nomeá-las.
- Abordar a fração de grandeza contínua.

Ideia fracionária: Parte-todo.

Luciana levou, para o lanche, uma esfirra grande que sua mãe fez. Como era costume, na turma, dividir os lanches, Luciana e mais duas colegas resolveram dividir a esfirra em partes iguais. Veja como o salgado foi repartido na representação a seguir:



Grandezas contínuas são aquelas cujas divisões podem resultar em números inteiros ou fracionários, por exemplo, uma barra de chocolate: ela pode ser dividida de várias formas, mas suas partes não deixarão de ser chocolate.

Uma fração de grandeza contínua é aquela que pode ter as mais variadas frações do mesmo inteiro, por exemplo, as frações do pirulito, na história "O pirulito do pato".

a- Represente, simbolicamente e por extenso, o nome de cada pedaço da esfirra, de acordo com a direção apontada pelas setas que estão ao lado do desenho.

b- Cada uma das meninas comeu um pedaço da esfirra na hora da merenda.

- ✓ Pinte a parte da esfirra que Luciana comeu.
- ✓ Registre, simbolicamente e por extenso, a fração que representa a parte da esfirra que Luciana comeu. _______________________________.

- ✓ Escreva, simbolicamente e por extenso, a fração que representa a parte da esfirra que as amigas de Luciana comeram juntas. ________ ____.

Fazendo uma pipa colorida

Objetivos:

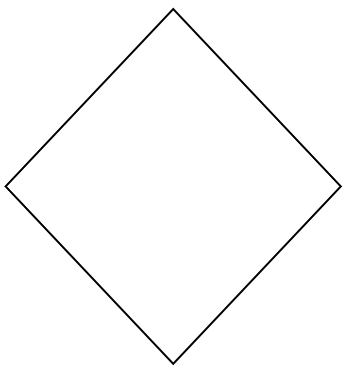
- Identificar em quantas partes o inteiro foi dividido com base em uma fração dada.
- Dividir um inteiro representado por meio de desenho de acordo com uma fração dada.
- Abordar a fração de grandeza contínua.

Ideia fracionária: Parte-todo.

João adora fazer e soltar pipas. Para brincar no final de semana com seus primos, ele fez uma pipa colorida. Usou a cor vermelha em um quarto da pipa e, no restante, usou a cor amarela.

a- Em quantas partes ele dividiu a pipa? _____

b- Utilize o desenho para representar a divisão efetuada por ele.



c- Pinte a pipa de acordo com o que foi informado no texto.

d- Represente, simbolicamente e por extenso, a fração da pipa que tinha a cor amarela. _______ ____

Que tal uma pizza?!

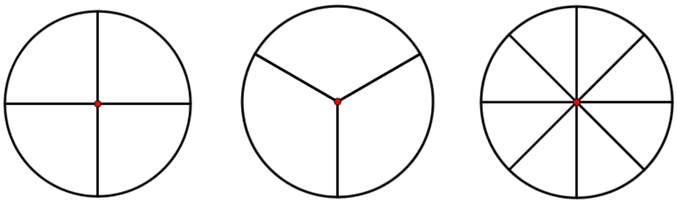
Objetivos:

- Identificar a parte considerada em uma fração, representá-la simbolicamente e nomeá-la.
- Comparar frações com numeradores iguais e denominadores diferentes.
- Abordar a fração de grandeza contínua.

Ideia fracionária: Parte-todo.

De acordo com o que foi observado na realização da proposta de ensino, acreditamos ser importante que cada aluno ou grupo de alunos tenha em mãos as representações das pizzas inteiras e os pedaços das pizzas – Anexo 3 –, a fim de que possam fazer as comparações necessárias para resolver essas atividades.

Para comemorar seu aniversário, Laís levou seus filhos Mateus e Fabiana a uma pizzaria. Cada um deles pediu uma pizza pequena com seu recheio predileto. Todas as pizzas eram do mesmo tamanho. As pizzas vieram divididas de acordo com a imagem a seguir:



Mateus Laís Fabiana

Cada um deles retirou um pedaço de pizza para comer.

a- Pinte, no desenho, a parte da pizza que cada um deles retirou para comer.

b- Embaixo do nome de cada pessoa, represente, simbolicamente, a fração que corresponde a parte da pizza que cada um deles retirou para comer.

c- De acordo com essa situação, escreva o nome de quem comeu a maior fração de pizza. ___________. Por quê? ______________________________ .

Por que o pedaço da pizza dividida em três partes é maior?

Pesquisadora

Quanto mais pedaços, menores eles ficam.

Peter

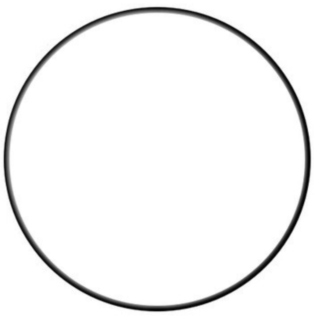
d- No final do lanche, todos comeram a pizza inteira. Quem comeu mais pizza? ____________. Por quê? ____ .

Não faz diferença a quantidade de pedaços se todos receberem a pizza inteira. Seria a pizza inteira. Os pedaços da Laís são maiores porque têm menos recortes; os pedaços da Fabiana são menores porque têm mais recortes.

Meliodas

e- Se você fosse à pizzaria com eles, que recheio escolheria para sua pizza? ____.

Represente sua pizza no desenho a seguir.



Lá vem mosaico!

Objetivos:

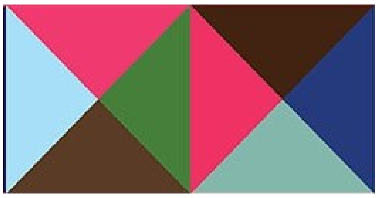
- Identificar a função do numerador e do denominador em uma fração.

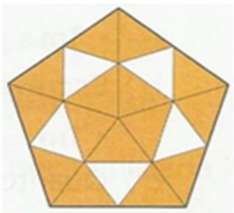
Para a posterior produção de um mosaico, é interessante apresentar diferentes modelos de mosaicos para os alunos.

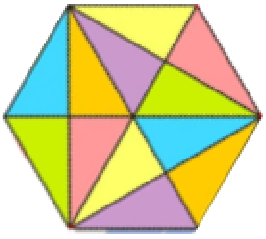
- Abordar a fração de grandeza contínua.

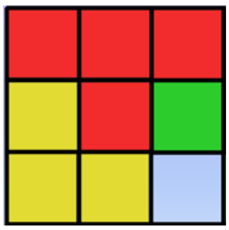
Ideia fracionária: Parte-todo.

Pedro e Ana foram visitar os trabalhos apresentados pelos alunos do 5º ano na feira de cultura que aconteceu na escola onde estudam. Em uma das apresentações, havia uma exposição de mosaicos. Ao lado de alguns mosaicos, havia uma representação fracionária faltando o numerador ou o denominador. Os visitantes precisavam completar as frações. Como você completaria as frações que estão ao lado dos seguintes mosaicos?

a- [41]  Parte colorida de verde $\frac{1}{}$

b- [42]  Parte branca $\frac{}{20}$

c- [43]  Parte colorida de azul - $\frac{}{12}$

d- [44]  Parte colorida de amarelo - $\frac{3}{}$

[41] Adaptado de http://www.decoratons.com.br/papel-de-parede-geometrico-colorido.html. Acesso em 06 jul. 2018.

[42] Adaptado de http://webquest.gear.host/index.php/webquests/publicar/32. Acesso em 06 jul. 2018.

[43] Adaptado de: http://www.wonderos.net/desafio/area-de-figura-compuestas-por-varios-triangulos-45.htmlb. Acesso 06 jul. 2018.

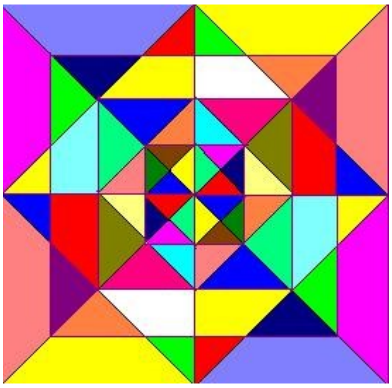
[44] Adaptado de: http://www.zurditorium.com/haciendo-cuadrados-con-al-t-del-tetris. Acesso em 06 jul. 2018.

Lá vem mosaico! (Continuação)

Objetivos:

- Identificar que, quando um inteiro não está dividido em partes iguais, as partes não poderão receber um nome especial.
- Abordar a fração de grandeza contínua.

Em outros mosaicos, não havia uma representação fracionária. Veja o exemplo a seguir:


[45]

Olhando para o desenho, você poderia dizer por qual motivo não foi colocada uma fração ao lado desse mosaico?

Criando um mosaico

Conteúdo desenvolvido: Frações de grandezas contínuas.

Objetivos:

- Vivenciar a divisão de inteiros.
- Abordar a fração de grandeza contínua.
- Adicionar, mentalmente, frações com denominadores iguais e de inteiros diferentes.
- Criar e produzir mosaicos.
- Trabalhar com a turma em grupos.

Ideia fracionária: Parte-todo.

Como foi comentado na análise da proposta de ensino, acreditamos que essa atividade deva ser realizada em duas aulas, para que os estudantes tenham tempo de fazer o mosaico.

[45] In: http://www.matematcien.xpg.com.br/Mosaicos.htm. Acesso em 15 jul. 2018.

A professora Maria gostou da exposição de mosaicos da turma do 5º ano e pensou em produzir alguns mosaicos com sua turma. Para produzi-los, ela entregou 3 folhas de papel colorido para cada grupo de 4 crianças. Os papéis têm cores diferentes e todos os componentes do grupo devem receber partes iguais de cada folha de papel.

a- Represente, com desenho, as folhas de papel inteiras que seu grupo recebeu. Utilize a cor das folhas que você recebeu para representar o seu desenho.

b- Na atividade anterior, divida o desenho de cada folha em quatro partes iguais e pinte **somente** a parte da folha que você recebeu.

c- Que fração de cada cor cada criança recebeu? _______________.

d- Que fração representa o total de folhas que cada criança recebeu? _________.

e- Faça um mosaico, utilizando as frações das folhas que você recebeu.

Atividades relacionadas ao Jogo da Memória das Frações

Confeccionando o Jogo da Memória das Frações

Como foi comentado na análise da proposta de ensino, temos muitas atividades para realizar a confecção do jogo; acreditamos que elas possam ser executadas em aulas separadas.

Objetivos:

- Nomear frações de meios até décimos.
- Abordar a fração de grandeza contínua.

1º momento: Construção do jogo

1- Distribuir uma folha dividida em três colunas e nove linhas. A primeira coluna deverá conter diversas figuras geométricas divididas em um determinado número de partes iguais (de duas até dez partes). Em cada linha, só poderá ter uma figura.

2- A segunda e terceira colunas em branco para que possam ser preenchidas posteriormente.

3- Os estudantes deverão colorir um determinado número de partes em cada figura geométrica de acordo com seu interesse.

4- Após pintarem todas as figuras, deverá ser representada, simbolicamente, na segunda coluna, a fração correspondente à parte colorida de cada uma das figuras geométricas.

5- Na terceira coluna, eles deverão escrever, por extenso, o nome da fração representada no desenho e que foi representada simbolicamente.

2º momento: Produção da embalagem do jogo

1- Entregar um envelope para cada estudante guardar o jogo e as regras.

2- Preencher o envelope colocando:

- Nome do jogo.
- Número de peças
- Quem o produziu.
- Ilustração.

3º momento: Construção das regras do jogo

Explicar que esse jogo tem as mesmas regras de um jogo da memória. Registrar as regras no quadro à medida que elas forem verbalizadas e discutidas pelos estudantes. Ao final do registro, fazer a leitura final e votar as regras. Fotografar para digitar e entregar aos estudantes posteriormente.

Como jogar

1- No início do jogo, todas as 27 cartas devem ser embaralhadas e colocadas sobre a mesa com o desenho e a parte escrita voltados para cima, a fim de que todos possam memorizar a posição das cartas. Posteriormente, todas as cartas devem ser viradas para baixo.

2- Os jogadores determinam o critério de escolha para decidir quem inicia o jogo e sequência dos demais jogadores. Pode ser "par ou ímpar", "adedanha", "dois ou um", ordem alfabética, idade, entre outras opções de escolha.

3- Na sua vez, o jogador deverá virar três cartas a cada rodada. Se formar um **trio** (desenho, fração representando a parte colorida do mesmo desenho e a mesma fração escrita por extenso), o jogador deverá ficar com as três cartas. Se não formar o **trio**, as cartas deverão ser colocadas no mesmo lugar, com o desenho e a parte escrita, voltados para baixo.

4- O jogo é realizado até que todas as cartas que estão sobre a mesa sejam retiradas.

Vencedor: O vencedor será quem tiver mais cartas ou trios, isto é, conjunto com três cartas representando a mesma fração.

Variações: O jogo pode, também, ser realizado em etapas: primeiro, formando par, que pode ser: desenho e representação por extenso; desenho e representação simbólica; ou representação por extenso e representação simbólica. Isso pode melhorar a dinâmica do jogo, pois, com menos peças, ficará mais rápido e fácil; poderá, de mesmo modo, ajudar aqueles alunos que apresentam mais dificuldade para memorizar as peças.

4º momento: Jogar

1- Organizar a turma em grupo de dois a quatro estudantes.

2- Realizar o jogo com apenas um conjunto de cartas do grupo.

3- Registrar situações que não foram contempladas na regra do jogo para ajustes posteriores.

4- Avaliar o jogo.

Atividades de exploração do Jogo da Memória das Frações

Comparando representações do “Jogo da Memória das Frações”

Objetivos:

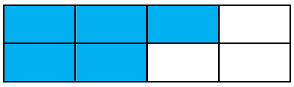
- Identificar uma fração de acordo com a representação por desenho.
- Comparar frações com o mesmo denominador.
- Abordar a fração de grandeza contínua.

Ideia fracionária: Parte-todo.

Para a realização das tarefas a seguir, cada estudante precisa receber uma folha contendo cada uma das atividades propostas.

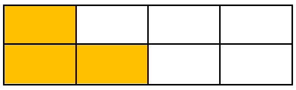
Patrícia, Leandro e Carlos representaram, em seu jogo, a peça correspondente aos “oitavos”, da seguinte maneira:

Patrícia



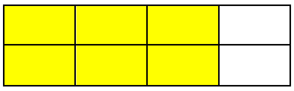
____

Leandro



____

Carlos



____

As atividades de exploração do jogo constituem excelente oportunidade para realizar sua “análise”, ou seja, uma “reflexão sobre os procedimentos utilizados na elaboração de estratégias e resolução de situações-problema presentes no jogo ou definidas a partir dele” (GRANDO, 2000, p.3).
Elas também podem promover “a compreensão dos aspectos cognitivos envolvidos na utilização do jogo na aprendizagem matemática” (GRANDO, 2000, p.3).

Observando as representações, responda:

a- Que fração cada um deles representou? Escreva por extenso nas linhas maiores que estão ao lado de cada desenho, e, nas linhas menores, represente as frações simbolicamente.

b- Quem representou a maior fração? _________________________________

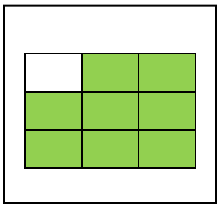
Que cartas do “Jogo da Memória das Frações” preciso encontrar?

Objetivos:

- Realizar a correspondência entre as diferentes representações de uma fração (representação simbólica, com desenho e por extenso).
- Realizar antecipação de ideia.
- Identificar e representar as peças do jogo de que necessita.
- Abordar a fração de grandeza contínua.

Ideia fracionária: Parte-todo.

Na sua vez, Cláudia virou a seguinte peça do jogo:



Represente, nos quadros, a seguir, as peças que Cláudia terá que encontrar para formar um trio.

Representação simbólica da fração

Representação por extenso da fração

Organizando o "Jogo da Memória das Frações"

As atividades a seguir estão com as modificações baseadas na análise dos resultados da proposta de ensino.

Objetivos:

- Realizar a correspondência entre as diferentes representações de uma fração (representação simbólica, com desenho e por extenso).
- Relacionar uma fração escrita por extenso com sua representação simbólica e uma possível representação por desenho.
- Abordar a fração de grandeza contínua.

Ideia fracionária: Parte-todo.

Luciano, Cristina e Rodrigo misturaram suas peças para jogar, mas agora desejam separá-las para guardá-las. Leia o que cada um deles disse:

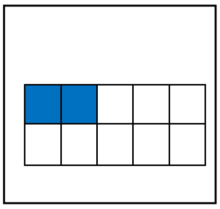
Luciano: As peças que faltam no meu jogo são as correspondentes a dois quintos.

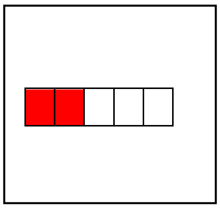
Rodrigo: Pra mim, faltam as peças correspondentes a dois décimos.

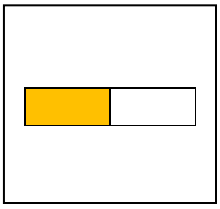
Cristina: Para mim, faltam as correspondentes a um meio.

Ajude-os a encontrar suas peças, escrevendo, embaixo de cada uma delas, o nome de seu dono (**Luciano, Cristina ou Rodrigo**).

$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$
____________	____________	____________


____


____


____

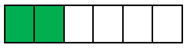
Refazendo as cartas perdidas do "Jogo da Memória das Frações"

Objetivos:

- Realizar a correspondência entre as diferentes representações de uma fração (representação simbólica, com desenho e por extenso).
- Identificar a fração que parte dos elementos de um grupo representa dentro do grupo inteiro.
- Abordar frações de grandezas contínuas e descontínuas ou discretas.

Ideia fracionária: Parte-todo.

Para verificar se seu jogo estava completo, Alberto organizou todas as suas peças. Ele percebeu que os seguintes trios estavam incompletos:

1º trio:  $\frac{2}{6}$

2º trio: $\frac{3}{8}$ três oitavos

a- Ajude Alberto, completando as peças em branco que estão ao lado das peças que não foram perdidas.

b- Quantas cartas Alberto perdeu? _______________

c- Quantas cartas tem o jogo ao todo? _______________

d- Represente, simbolicamente, e por extenso, a fração do total do jogo que Alberto perdeu. ____ ____

Atividades relacionadas às frações de inteiros discretos ou descontínuos

Para a realização das tarefas a seguir, cada estudante precisa receber uma folha contendo cada uma das atividades propostas.

Nossa turma virou fração?!

Objetivos:

- Identificar a fração que parte dos elementos de um grupo representa dentro do grupo inteiro.
- Abordar frações de grandezas descontínuas ou discretas.

Ideia fracionária: Parte-todo.

Grandezas discretas ou descontínuas são aquelas que só podem ser contadas “um a um”.

Uma fração de grandeza discreta ou descontínua é aquela que com a qual “é possível dividir esta grandeza em subgrupos com o mesmo número de elementos, onde o número de subgrupos é igual ao denominador da fração a ele associada. Neste caso não devem sobrar elementos”. (CENTURIÓN, 1995, p. 225).

A pesquisadora Cecília precisa levar para a faculdade informações sobre as turmas da Escola que estão participando da pesquisa. Como ela está trabalhando com frações, pensou em levar todas as informações, utilizando a representação fracionária representada na forma simbólica e por extenso.

Relatório sobre sua turma

Nessa turma, há _______ estudantes. Que fração representa, então:

a- Todos os estudantes da turma – __________

b- Você na turma – __________

c- Os meninos dessa turma – __________

d- As meninas dessa turma – __________

e- Estudantes presentes hoje –__________

f- Estudantes ausentes hoje– __________

Nessa atividade e na atividade a seguir, buscamos identificar qual fração cada elemento ou parte dos elementos representa(m) no grupo.

Comprar ou fazer? Eis a questão!

Objetivos:

- Identificar a fração que parte dos elementos de um grupo representa dentro do grupo inteiro.
- Abordar frações de grandezas descontínuas ou discretas.

Ideia fracionária: Parte-todo.

Observe o colar representado na imagem. Carlos o viu em uma loja, mas achou muito caro. Decidiu comprar as peças e fazer um colar igual para sua esposa usar na festa de casamento de sua irmã. Para isso, ele precisa saber:


[46]

[46] Adaptado de: http://www.margobonita.com.br/conjunto-maxi-colar-e-brincos-gotas-preto-e-branco.html. Acesso em 11 jul. 2018.

a - Que fração representa o número de contas pretas no colar? __________

b- Que fração representa o número de contas brancas no colar? _________

Flores para enfeitar a vida

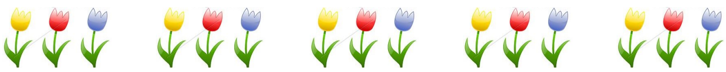
Para a realização desta atividade, cada estudante deverá receber material manipulativo com o objetivo de representar as flores.

Objetivos:

- Identificar uma fração formada por parte dos elementos de um grupo.
- Abordar frações de grandezas descontínuas ou discretas.

Ideia fracionária: Parte-todo

Dona Tamires participa de um grupo da terceira idade no Centro Comunitário de seu bairro. Ela tem aula de artesanato e está aprendendo a fazer flores com retalhos de tecido. Observe as tulipas que ela fez para vender.


[47]

De acordo com Porto (1965), “o sentido de fração como parte de um grupo de unidades está intimamente relacionado à divisão de números inteiros” (p. 29).

a- Quantas flores dona Tamires fez ao todo? _______

b- Ela separou as flores em cinco grupos iguais e vendeu um quinto para dona Fátima.

- Circule cada grupo de flores.
- Pinte o grupo de flores que dona Fátima comprou.
- Que fração esse grupo representa no total de grupos de flores? __________
- Quantas flores dona Fátima comprou? - _______

Nas atividades envolvendo fração como parte de um grupo de unidades, buscamos identificar quantos elementos inteiros há dentro de cada parte (grupo) e no total das partes (grupos) consideradas.

[47] Adaptado de: https://www.canstockphoto.pl/wiosna-fl-lato-1013755.html. Acesso em 06 jul. 2018.

Que delícia! Frango assado!

Conteúdo desenvolvido: Frações de grandezas discretas ou descontínuas.

Objetivos:

- Identificar uma fração formada por parte dos elementos de um grupo.
- Abordar frações de grandezas contínuas e descontínuas ou discretas.

Ideia fracionária: Parte-todo.

Para a realização desta atividade, cada estudante deverá receber material manipulativo com o objetivo de representar os botijões de gás.

Francisco tem uma loja que vende frango assado nos finais de semana. O nome dela é **Q DELÍCIA – FRANGO ASSADO**. Domingo, após fechar a loja, verificou que $\frac{2}{5}$ dos 10 botijões de gás estavam vazios.

a- Desenhe o total de botijões que Francisco tem em sua loja.

b- Em quantos grupos Francisco separou os botijões? _____. Como você identificou essa informação? ___________________________________

c- Separe os botijões de gás de acordo com o número de grupos que você representou na atividade anterior. *(Use o material manipulativo)*. Quantos botijões foram colocados em cada grupo? ______________

d- Quantos grupos de botijões estão vazios? _____ Como você identificou essa informação?

e- Quantos botijões estão vazios?

Conhecendo frações em novas situações

Leitura de história e exploração oral

Objetivos:

- Conhecer novas situações em que as frações estão envolvidas.

- Perceber a diversidade de hábitos e costumes em diferentes culturas.

É tão bom o jeito mineiro de tomar café: com bolo, rosquinha...

Kira

Atividades

1- Ler o livro: **Como o mundo acorda** de Ye Shil Kim e Hee Jun Kang, Coleção Tan Tan, Editora Callis.

2- Exploração das situações apresentadas no livro.

3- Identificação das palavras e/ou expressões desconhecidas e de seus significados.

4- Discussão sobre a situação apresentada pelas autoras em relação à falta de alimento em muitos lugares do mundo.

De acordo com as observações que realizamos no decorrer da pesquisa, acreditamos ser mais interessante ter uma aula só para ler o livro e realizar as atividades de exploração da história. Além disso, consideramos que essa história deva ser lida antes da produção das histórias com frações.

Produzindo histórias com frações

Objetivos:

- Elaborar uma situação problema com base em histórias conhecidas pela turma.
- Observar como os estudantes estão compreendendo a ideia de fração.

Como foi comentado na análise da proposta de ensino, pensamos ser mais interessante realizar a produção das histórias com a ideia de fração, promovendo, anteriormente, situações, tais como, roda de conversa, leitura de outras histórias que envolvam o assunto e que propiciem um ambiente mais adequado à produção de texto.

Individualmente ou em dupla, e baseando-se em histórias conhecidas ou situações vividas por vocês, escrevam uma situação problema envolvendo a ideia de fração. Resolvam a situação criada.

____

____

____

Recolher as histórias e realizar a reescrita, posteriormente, com cada grupo. Produzir um livro para entregar a cada estudante da turma para ser resolvido em sala coletivamente.

A grande maioria dos alunos não problematizou a história; apenas contou uma situação. Os questionamentos em relação às histórias foram realizados por nós.

Trabalhando com as histórias dos estudantes

Entregar, para cada criança, um livro contendo todas as situações fracionárias criadas por elas. Resolver as histórias posteriormente.

Apresentaremos, a seguir, as histórias como foram produzidas pelos estudantes das Turma A, B e C com as questões problematizadoras criadas por nós – Professora Lu e eu.

De acordo com as observações que realizamos no decorrer da pesquisa, acreditamos ser mais interessante ter uma aula para entregar e explorar o livro com as histórias que eles escreveram e realizar as atividades de resolução das situações problemas em outras aulas.

NOSSAS HISTÓRIAS COM FRAÇÕES

Situações do cotidiano

1- Eu tinha um pirulito e uma bala. Como havia cinco pessoas comigo, decidi dividir a bala para duas pessoas e o pirulito para três pessoas. Assim, cada pessoa ganhou um pedaço de doce.

Autora: Lia

a- Desenhe, no espaço a seguir, o pirulito e a bala que Lia tinha.

b- No desenho que você fez, divida os doces de acordo com a história.
c- Que nome podemos dar ao pedaço de bala que cada pessoa recebeu? ______________. Represente simbolicamente. ___________
d- Que nome podemos dar ao pedaço de pirulito que cada pessoa recebeu? _____________. Represente simbolicamente _____________.

2- Um dia eu fiquei com fome porque o café da manhã demorou. Minha mãe trouxe um bolo e o dividiu em dois pedaços de tamanhos diferentes. Ela serviu o menor pedaço do bolo para mim e o maior para minha irmã.

Autor: Barão 237

a- Represente, no desenho a seguir, a divisão do bolo de acordo com a história.

b- Nós podemos chamar cada um dos pedaços de metade? __________________. Por quê? ____.

3- Carlos marcou um encontro em sua casa. Ele comprou um bolo e o repartiu em 25 pedaços, mas eles só comeram 10 pedaços.

Autor: Brey Gil

Represente, simbolicamente e por extenso, a fração do bolo que eles comeram ao todo. ______ ____.

4- Um dia, minha mãe comprou dez *sushis* pra mim. O problema é que minha prima estava acordada e quis também. Nós dividimos os *sushis* igualmente: cinco para ela e cinco pra mim.

Autor: Meliodas

Represente, simbolicamente a fração que representa o total de sushis que cada um deles recebeu. _________________________

5- Havia um menino que adorava fazer bolo. Um dia, quando ele terminou de fazer um bolo, as pessoas que estavam na sua casa correram para a mesa. Nesse dia, havia 14 pessoas na sua casa: seus sete irmãos, quatro amigos, os pais dele e ele. O bolo foi partido em 19 pedaços e cada pessoa comeu um pedaço.

Autor: Peter

a- Quantas fatias do bolo sobraram? _________________.
b- Que fração do bolo as fatias que sobraram representam? Represente por extenso e simbolicamente. ____.

6- Maria tinha uma torta cortada em três fatias. Ela comeu duas fatias. Que fração da torta Maria comeu? Represente por extenso e simbolicamente. __________________

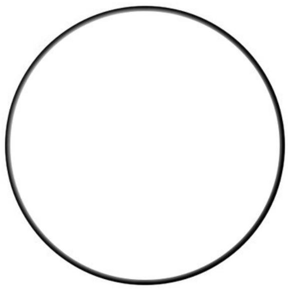
Autora: Spencer

7- Elza tinha uma pizza e ia dividi-la em dois pedaços. Então, chegou uma pessoa que estava com fome, mas não tinha dinheiro. Ela resolveu dividir a pizza em três pedaços iguais.

Autoras: Júlia e Laura

a- Que fração da pizza você acha que Elza deve dar à pessoa que está com fome? (Represente-a simbolicamente) _____. Por quê? ____________________________.

b- Divida o desenho a seguir, e pinte a parte que Elza deve dar à pessoa que está com fome, de acordo com a resposta que você deu na questão anterior.



8- Eu tinha um bolinho e o dividi igualmente para mim e para meus amigos Gustavo, Cláudio e William.

Autor: Galy

Que fração do bolo cada um de nós recebeu? (Represente simbolicamente) _____________.

9- Um dia, minha prima e eu estávamos brincando com o Jogo da Memória das Frações. Quando fomos contar as cartas para ver quem era a vencedora, vimos que eu tinha 15 e ela 12 das 27 cartas que formam o jogo. Minha prima perdeu e não quis jogar de novo.

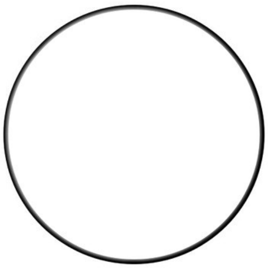
Autora: Bruna

a- Represente, simbolicamente, a fração das cartas do jogo que Bruna tinha. __________
b- Escreva, por extenso, a fração das cartas do jogo que a prima de Bruna tinha. ____.

10- Um dia, comprei um bolinho para lanchar. Como encontrei o Pedro na hora do lanche, dividi o bolo com ele: meio a meio.

Autor: Bernardo

Divida a figura, a seguir, de acordo com a história e indique a parte que cada um deles comeu.



11- João tinha um bolo repartido em cinco fatias. Ele comeu três fatias desse bolo. Que fração do bolo ele comeu? _____________________________________.

Autor: Robim

12- Eu e meu irmão jogamos 16 partidas de dominó. Cada um de nós ganhou 8 partidas.

Autora: Larissa

Escreva, por extenso, a fração que representa as vitórias de cada um dos jogadores. _________.

13- Um menino tinha um jogo com 10 peças. Na hora de jogar, cada um dos dois jogadores ficou com cinco peças.

Autor: Luís

Represente, simbolicamente, a fração das peças do jogo que cada um deles recebeu. ___________.

14- Um dia, levei um salgado para a casa da minha tia e o dividi igualmente em quatro pedaços. Cada uma de nós recebeu um pedaço.

Autora: Karoline

Represente, simbolicamente, a fração do salgado que cada uma recebeu. ________________.

15- Um dia, tive que repartir um pacote de salgadinhos com meus primos. Ele foi dividido em três partes iguais.

Autora: Vanessa

Que fração do pacote de salgadinhos cada um recebeu? Represente simbolicamente. ______.

16- Um dia, pedi balas para minha mãe. Ela me deu nove balas e eu distribuí as nove balas entre meus colegas. Como fiquei sem bala, uma amiga dividiu comigo.

Autora: Bella

Que fração representa o total de balas que Bella distribuiu para os amigos? Escreva por extenso. ____.

17- Tive que dividir um hambúrguer com minhas primas, tias, irmã e primo. Cada um recebeu um oitavo do sanduíche.

Autor: Frederico

Em quantas partes o sanduíche foi dividido? __________________________.

18- Dividi uma taça de açaí com minha irmã, com o namorado da minha mãe e com a sobrinha e o filho dele.

Autora: Isabelly

Você acha possível que todos tenham comido porções iguais de açaí? ___________________.
Por quê? ____.

19- Sempre que compro bala, tenho que dividir em três pedaços iguais: um pra mim, um para meu irmão e um para minha irmã.

Autor: Ronaldo Fenômeno

Represente, simbolicamente, a fração da bala que cada um deles recebe após a divisão? _____.

20- João tem que dividir oito rosquinhas com seu irmão Matheus. O que João deve fazer para dividir igualmente as rosquinhas?

Autor: Alfredo

Registre sua resposta utilizando uma fração escrita por extenso. ________________________.

21- Eu tinha uma barra de chocolate com 20 pedaços. Meu primo chegou e pediu a metade. Eu parti o chocolate e ficaram dez pedaços para cada um de nós.

Autor: Guilherme

Represente, simbolicamente e por extenso, a fração que representa o total de partes que cada um recebeu. ____.

22- Dividi um hambúrguer, igualmente, com minhas primas. Cada um de nós recebeu um terço do sanduíche.

Autor: Breno

Para quantas pessoas o sanduíche foi dividido? _________________________.

23- Eu e minha mãe dividimos um biscoito. Cada um de nós recebeu $\frac{2}{4}$ dele.

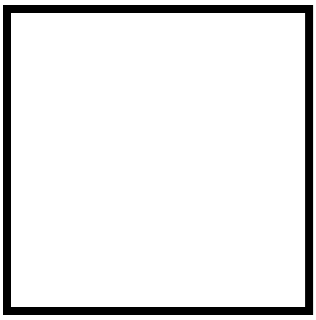
Autor: Rafael

Em quantas partes o biscoito foi dividido? _______. Como você descobriu? ______________.

24- Dividi um biscoito, igualmente, entre meu irmão, uma amiga, minha sobrinha e meu sobrinho. Cada um ficou com um quarto do biscoito.

Autora: Tokio

Divida a figura, a seguir, de acordo com a história.



25- Quando eu estava comendo um bombom, tive que dividi-lo ao meio com meu irmão.

Autora: Ana Beatriz

Utilizando uma palavra que significa “um meio”, complete a frase de acordo com a história:
Cada um deles comeu a ____________________ do bombom.

26- Hoje, tive que dividir pão com meu cão. Eu estava com dois pães; dei uma metade para ele e fiquei com um pão e uma metade.

Autora: Anoar

Desenhe o que sobrou do pão de acordo com a história, no espaço abaixo.

27- Eu trouxe dez biscoitos para lanchar. Dei um biscoito para Ana, dois para André e um para Luísa.

Autor: Jack

a- No espaço abaixo, desenhe os biscoitos que Jack trouxe para lanchar.

b- Pinte os biscoitos que Jack deu para seus amigos.
c- Escreva, por extenso, a fração dos biscoitos que sobrou para Jack lanchar.

28- Um dia, na casa da minha tia, dividi o pão com o cachorro. Dei a ele um meio do pão, mas ele pulou na minha mão e pegou tudo. Aí, eu comi um pacote de biscoito.

Autora: Nairobi

Represente, simbolicamente, a fração do pão que o cachorro comeu ao todo. __________.

29- Fui até a sorveteria e comprei um pote inteiro de sorvete para dividir, igualmente, entre quatro pessoas.

Autora: Rafaela M.

Se o pote de sorvete tem 400 gramas, um quarto do sorvete corresponde a quantos gramas de sorvete para cada pessoa? ____.

Situações relacionadas à literatura infantil

1- Era uma vez um pato chamado Patolino. Ele comprou um pirulito, mas seu amigo Pato Xato e outros dois amigos também queriam um pedaço do pirulito. A Mãe Pata partiu o pirulito em quatro partes iguais. Cada um pegou seu pedaço, comeu e ficou satisfeito.

Autor: Neil Armstrong

a- Essas partes podem receber um nome próprio? ______. Por quê? _______________.
b- Que fração do pirulito cada um dos patos comeu? _____________________________.

2- Natasha comprou um pirulito. Sua amiga Juliana pediu um pedaço do pirulito. A mãe de Natasha falou:

–Dividam sem truque algum: dois pedaços pra cada uma!

Autoras: Kira e Luiza

a- Como você acha que as meninas fizeram para que cada uma recebesse dois pedaços? Explique. ____.
b- Represente, com desenho, a sua ideia.

Referências

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática**: soluções para dez desafios do professor: 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. 1. ed. São Paulo: Ática, 2014. p. 38-47.

BORDEAUX, Ana Lúcia et al. **Novo bem-me-quer**: matemática, 4º ano: ensino fundamental: anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2014. 416 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Capes. **Considerações sobre Classificação de Produção Técnica**. 2016.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1.ed. Lisboa: Gradiva, 1998. 318 p.

CENTURIÓN, Marília. **Números e operações**. São Paulo: Scipione, 1995. 328 p.

CURTY, Andréia Caetano da Silva. **Números Racionais e suas Diferentes Representações**. Dissertação. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro - Uenf Campos dos Goytacazes – RJ, 2016.

DAVID, Maria Manuela Martins Soares; FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. **Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária**. Belo Horizonte: Presença Pedagógica, v.3, n.14, mar/abr. 1997, p. 55 - 67.

DOHME, Vânia. **Atividades lúdicas na educação**: O caminho de tijolos amarelos do aprendizado. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008. 182 p.

GRAÇA, Sofia; PONTE, João Pedro; GUERREIRO, António. As frações no 5.º ano de escolaridade: Que conhecimentos revelam os alunos?**. In: VII Conferência Internacional Investigação, Práticas e Contextos em Educação.** org. ALVES, Dina; PINTO, Hélia Gonçalves; DIAS, Isabel Simões; ABREU, Maria Odília; MUÑOZ, Romain Gillain. Edição Eletrónica. Escola Superior de Educação e Ciências Sociais Instituto Politécnico de Leiria, Portugal, 2018. p. 175-184

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento Matemático e o uso de Jogos na sala de aula**. 2000. 224p. Tese de doutorado - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, SP.

HUIZINGA, Johan. **Homo ludens**. Tradução João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2000. 162 p.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática**: Imenes & Lellis 6º ano. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2012 a. 316 p.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática**: Imenes & Lellis 7º ano. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2012 b. 332 p.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática**: Imenes & Lellis 8º ano. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2012 c. 325 p.

MACHADO, Nilson José. **O pirulito do pato**. São Paulo: Scipione, 2003. 24 p.
PORTO, Rizza Araújo. **Frações na escola elementar**. Belo Horizonte: Editora do Professor, 1965. 302 p.

5- PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA – VERSÃO DO(A) ALUNO(A)

Prezado(a) estudante,

Seguem as atividades que elaboramos para a sequência didática realizada com os(as) alunos(as) das Turmas A, B e C da Escola Municipal Milton Campos, em Belo Horizonte, MG. Algumas delas foram modificadas de acordo com as indicações que os próprios alunos sugeriram, e outras foram modificadas com base em nossas observações.

Lembramos que a simples realização das atividades não acarretará a construção do conceito de fração; para que isso aconteça, é necessário que você converse a respeito do assunto com sua professora e com seus colegas, comentando suas hipóteses, dúvidas e conclusões, pois todas essas questões auxiliam na sua aprendizagem –. Efetue as atividades com atenção e manipule, adequadamente, os materiais confeccionados para esse trabalho.

Esperamos que esse material contribua com sua aprendizagem sobre fração, de forma mais interessante e significativa.

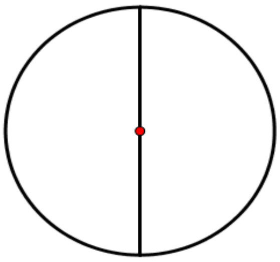
Bom trabalho,

A autora.

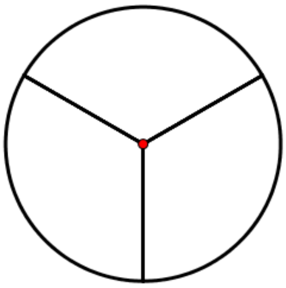
Dividindo a representação do pirulito

1- Agora é hora de registrar, com desenhos e por extenso, as frações que fizeram parte da história “O pirulito do pato”, de Nílson José Machado.

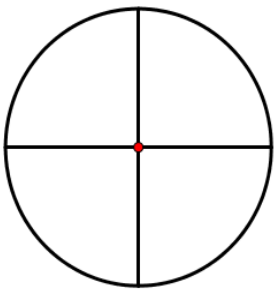
Mamãe Pata deu um pirulito a Dino e Lino. Ele deveria ser divido, igualmente, em duas partes. Dessa forma, que fração cada patinho receberia?



Antes que o pirulito fosse dividido, chegou o Pato Xato. Então, o pirulito teve que ser dividido, igualmente, em três partes. Que fração cada patinho recebeu?



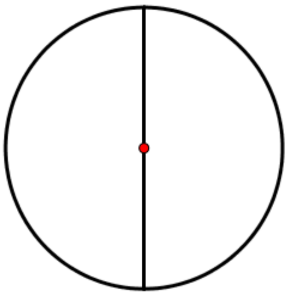
Depois que o pirulito foi dividido, chegou o Pato Zinho. Pato Lino resolveu dividir o seu pedaço com ele, mas as partes não ficaram iguais. Se o pirulito tivesse sido dividido, igualmente, entre os quatro amigos, que fração cada um deles receberia?



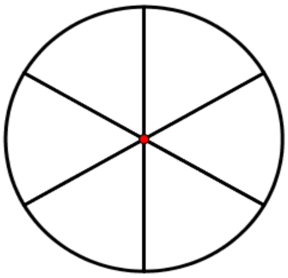
Dividindo o pirulito ainda mais

Agora vamos conhecer o nome que cada parte recebe se o pirulito fosse dividido em:

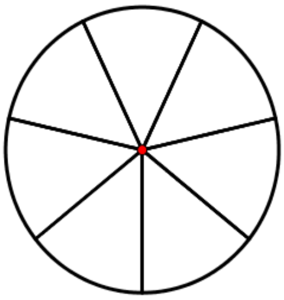
Cinco partes iguais:



Seis partes iguais:

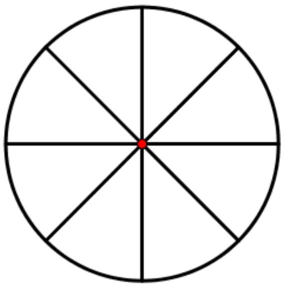


Sete partes iguais:

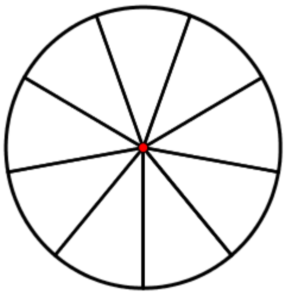


As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação “Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração” defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

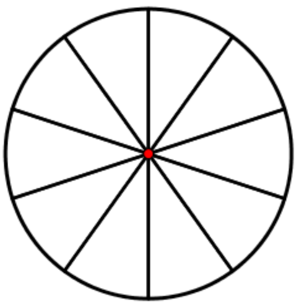
Oito partes iguais:



Nove partes iguais:



Dez partes iguais:



DESAFIOS:

1- Que nome daremos a cada parte do pirulito se ele fosse dividido, igualmente, para todas as pessoas que estão na sala hoje?

____

2- E se ele fosse dividido em 100 partes?

____

Representando, simbolicamente, as frações

Uma representação simbólica precisa ser reconhecida por nós e pelas demais pessoas que estão dentro e fora da escola, assim como acontece com a representação das medidas, com os sinais das operações, de pontuação, entre outros.

Na história “O pirulito do pato”, o pirulito foi dividido. Então, uma fração representa uma **divisão**.

Na convenção matemática, o registro de frações é efetuado assim:

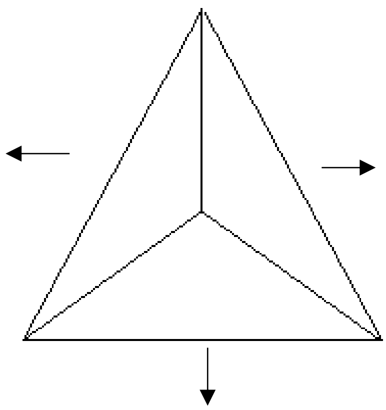
- Passando um traço para indicar que foi realizada uma divisão.
- Na parte que fica embaixo do traço, colocamos o número de partes em que o inteiro foi dividido; ele é chamado **DENOMINADOR** porque vai denominar, ou seja, dar nome à fração.
- Na parte de cima, colocamos o número de partes que são consideradas; ele é chamado **NUMERADOR**, pois representa o número de partes que são consideradas no todo dividido.

$$\frac{\textbf{NUMERADOR}}{\textbf{DENOMINADOR}}$$

- A leitura da fração é realizada de cima para baixo.

Dividindo o lanche com amigos

Luciana levou, para o lanche, uma esfirra grande que sua mãe fez. Como era costume, na turma, dividir os lanches, Luciana e mais duas colegas resolveram dividir a esfirra em partes iguais. Veja como o salgado foi repartido na representação a seguir:



a- Represente, simbolicamente e por extenso, o nome de cada pedaço da esfirra, de acordo com a direção apontada pelas setas que estão ao lado do desenho.

b- Cada uma das meninas comeu um pedaço da esfirra na hora da merenda.

- ✓ Pinte a parte da esfirra que Luciana comeu.
- ✓ Registre, simbolicamente e por extenso, a fração que representa a parte da esfirra que Luciana comeu. ________ ______________________.
- ✓ Escreva, simbolicamente e por extenso, a fração que representa a parte da esfirra que as amigas de Luciana comeram juntas. _______________

  ____.

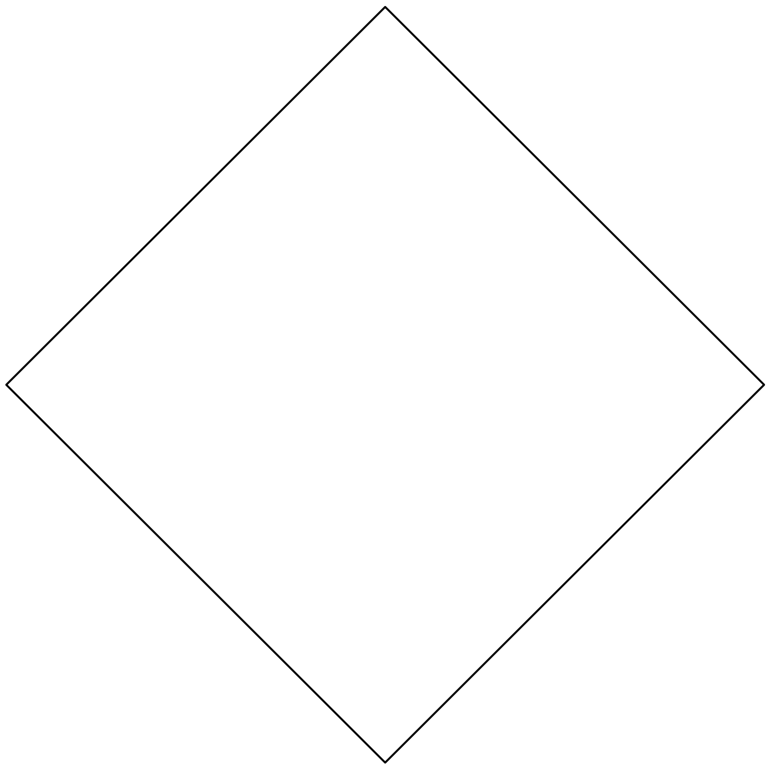
As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Fazendo uma pipa colorida

João adora fazer e soltar pipas. Para brincar, no final de semana com seus primos, ele fez uma pipa colorida. Usou a cor vermelha em um quarto da pipa e, no restante, usou a cor amarela.

a- Em quantas partes ele dividiu a pipa? _____

b- Utilize o desenho para representar a divisão feita por ele.



c- Pinte a pipa de acordo com o que foi informado no texto.

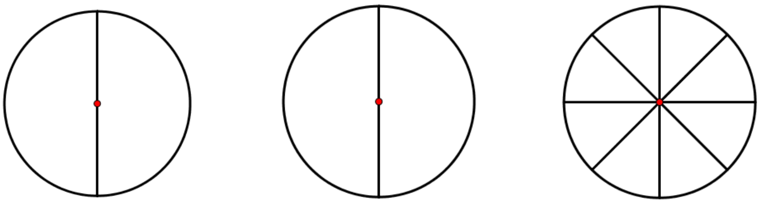
d- Represente, simbolicamente e por extenso, a fração da pipa que tinha a cor

amarela. ____________ ____

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Que tal uma pizza?!

Para comemorar seu aniversário, Laís levou seus filhos Mateus e Fabiana a uma pizzaria. Cada um deles pediu uma pizza pequena com seu recheio predileto. Todas as pizzas tinham o mesmo tamanho. Cada pizza estava dividida de acordo com a imagem a seguir:



Mateus **Laís** **Fabiana**

Cada um deles retirou um pedaço de pizza para comer.

a- Pinte, no desenho, a parte da pizza que cada um deles retirou para comer.

b- Embaixo do nome de cada pessoa, represente, simbolicamente, a fração que corresponde à parte da pizza que cada um deles retirou para comer.

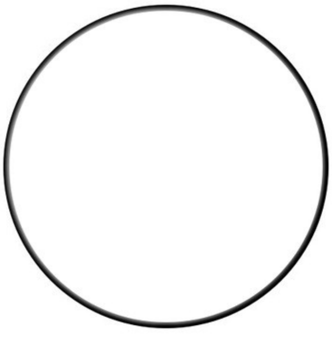
c- De acordo com essa situação, escreva o nome de quem comeu a maior fração de pizza. ____

Por quê? ____

d- No final do lanche, todos comeram a pizza inteira. Quem comeu mais pizza? ____

Por quê? ____

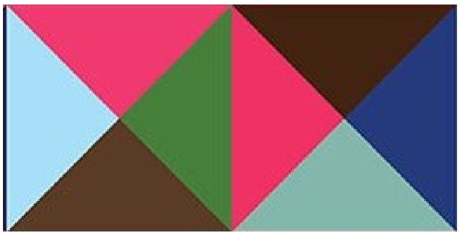
e- Se você fosse à pizzaria com eles, que recheio escolheria para sua pizza? ______________________________. Represente sua pizza no desenho a seguir.

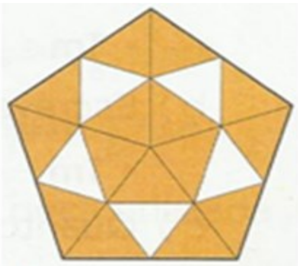


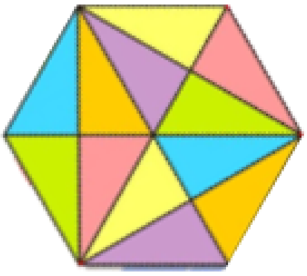
As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

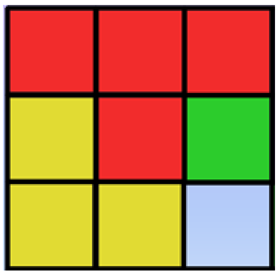
Lá vem mosaico!

Pedro e Ana foram visitar os trabalhos apresentados pelos alunos do 4º ano na Feira de Cultura que aconteceu na escola onde estudam. Em uma das apresentações, havia uma exposição de mosaicos. Ao lado de alguns mosaicos, havia uma representação fracionária faltando o numerador ou o denominador. Os visitantes precisavam completar as frações. Como você completaria as frações que estão ao lado dos seguintes mosaicos:

a-  Parte colorida de verde – $\frac{1}{\ }$

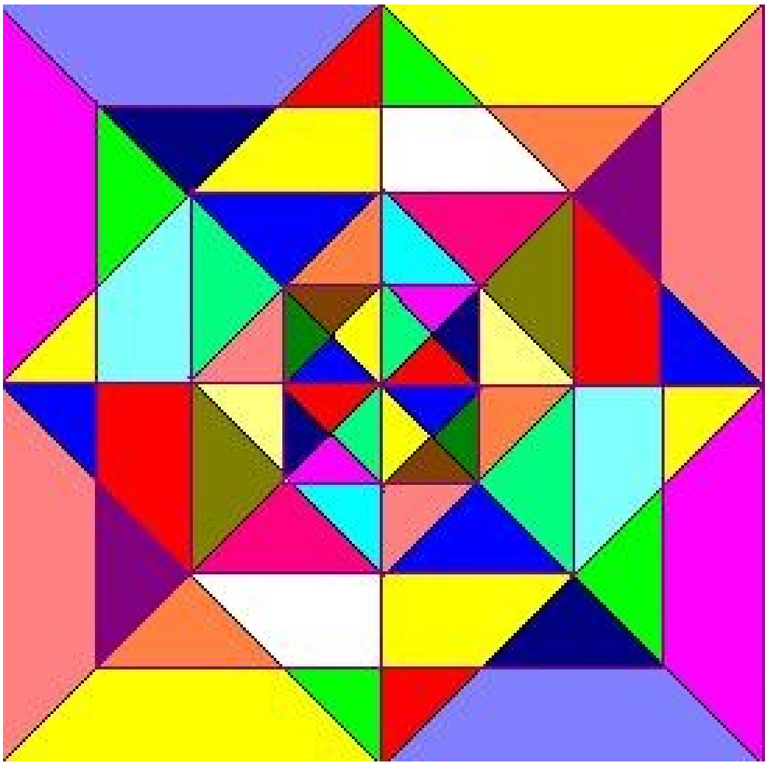
b-  Parte branca – $\frac{\ }{20}$

c-  Parte colorida de azul – $\frac{\ }{12}$

d-  Parte colorida de amarelo – $\frac{3}{\ }$

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Em outros mosaicos não havia uma representação fracionária. Veja o exemplo a seguir:



Olhando para o desenho, você poderia dizer por qual motivo não foi inserida uma fração ao lado desse mosaico?

____

____

____

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Criando um mosaico

A professora Maria gostou da exposição de mosaicos da turma do 4º ano e pensou em produzir alguns mosaicos com sua turma. Para produzi-los, ela entregou 3 folhas de papel colorido para cada grupo de 4 crianças. Os papéis têm cores diferentes e todos os componentes do grupo devem receber partes iguais de cada folha de papel.

a- Represente, com desenho, as folhas de papel que seu grupo recebeu. Utilize a cor das folhas para representar o seu desenho.

b- Na atividade anterior, divida o desenho de cada folha em quatro partes iguais e pinte **somente** a parte da folha que você recebeu.

c- Que fração de cada cor cada criança recebeu? _______________

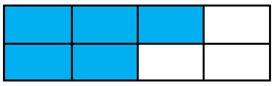
d- Que fração representa o total de folhas que cada criança recebeu? ______

e- Faça um mosaico, utilizando as frações das folhas que você recebeu.

Comparando representações do “Jogo da Memória das Frações”

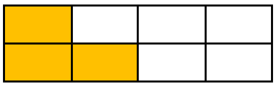
Patrícia, Leandro e Carlos representaram, em seu jogo, a peça correspondente aos “oitavos”, da seguinte maneira:

Patrícia



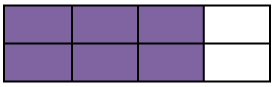
________ ____________________________

Leandro



________ ____________________________

Carlos



________ ____________________________

Observando as representações, responda:

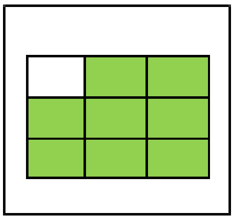
a- Que fração cada um deles representou? Escreva, por extenso, nas linhas maiores que estão ao lado de cada desenho e, nas linhas menores, represente as frações simbolicamente.

b- Quem representou a maior fração?__________________________

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação “Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração” defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Que cartas do "Jogo da Memória das Frações" preciso encontrar?

Na sua vez, Cláudia virou a seguinte peça do jogo:



Represente nos quadros a seguir as peças que Cláudia terá que encontrar para formar um trio.

Representação simbólica da fração

Representação por extenso da fração

Organizando o "Jogo da Memória das Frações"

Luciano, Cristina e Rodrigo misturaram suas peças para jogar, mas agora desejam separá-las para guardá-las. Leia o que cada um deles disse:

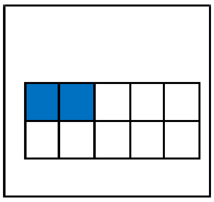
Luciano: As peças que faltam no meu jogo são as correspondentes a dois quintos.

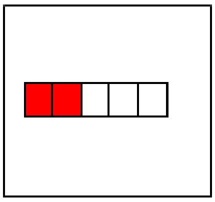
Rodrigo: Pra mim, faltam as peças correspondentes a dois décimos.

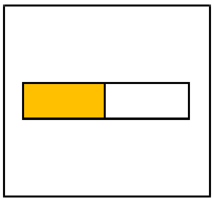
Cristina: Para mim, faltam as correspondentes a um meio.

Ajude-os a encontrar suas peças, escrevendo, embaixo de cada uma delas, o nome de seu dono. (**Luciano, Cristina ou Rodrigo**).

$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{10}$
______________	______________	______________





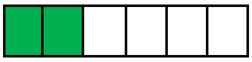


______________ ______________ ______________

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Refazendo as cartas perdidas do "Jogo da Memória das Frações"

Para verificar se seu jogo estava completo, Alberto organizou todas as suas peças. Ele percebeu que os seguintes trios estavam incompletos:

1º trio:  $\frac{2}{6}$

2º trio: $\frac{3}{8}$ três oitavos

a- Ajude Alberto, completando as peças em branco que estão ao lado das peças que não foram perdidas.

b- Quantas cartas Alberto perdeu ao todo? ________________

c- Quantas cartas tem o Jogo da Memória das Frações ao todo?________

d- Represente, simbolicamente e por extenso, a fração do total do jogo que Alberto perdeu. ________ ______________________________________

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Escola

Nome – ____

Sala – ________________ Data – ________________

Produzindo histórias com frações

Baseando-se em histórias já conhecidas ou em situações vividas por vocês, escrevam uma situação problema envolvendo a ideia de fração. A produção de texto poderá ser realizada individualmente ou em grupo.

Ilustre sua história.

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Nossa turma virou fração?!

A pesquisadora Cecília precisa levar, para a faculdade, informações sobre as turmas da escola que ela está pesquisando.

Como ela está trabalhando com frações, pensou em levar todas as informações, utilizando a representação fracionária na forma simbólica e por extenso.

Relatório da sua turma

Nessa turma há _______ estudantes ao todo.

Que fração representa:

a- Todos os estudantes da turma – _____ ________________________________

____

b- Você na turma – _____ ____

____

c- Os meninos desta turma – _____ ________________________________

____

d- As meninas desta turma – _____ ________________________________

____

e- Estudantes presentes hoje – _____ ______________________________

____

f- Estudantes ausentes hoje – _____ _______________________________

____

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Comprar ou fazer? Eis a questão!

Observe o colar representado na imagem. Carlos o viu em uma loja, mas achou muito caro. Decidiu comprar as peças e fazer um colar igual para sua esposa usar na festa de casamento de sua irmã. Para isso, ele precisa saber:

a- Que fração representa o número de contas pretas no colar? (Represente simbolicamente e por extenso)

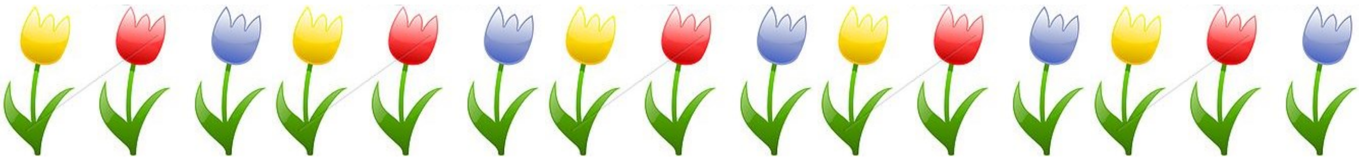
_____ ____

b- Que fração representa o número de contas brancas no colar? (Represente simbolicamente e por extenso)

_____ ____

Flores para enfeitar a vida

Dona Tamires participa de um grupo da terceira idade no Centro Comunitário de seu bairro. Ela tem aula de artesanato e está aprendendo a fazer flores com retalhos de tecido. Observe as tulipas que ela fez para vender.



a- Quantas flores dona Tamires fez ao todo? ______

b- Ela separou as flores em cinco grupos iguais e vendeu um quinto para dona Fátima.

- Circule cada grupo de flores.
- Pinte o grupo de flores que dona Fátima comprou.
- Quantas flores dona Fátima comprou? ______

Que delícia! Frango assado!

Francisco tem uma loja que vende frango assado nos finais de semana. O nome dela é **Q DELÍCIA – FRANGO ASSADO**. Domingo, após fechar a loja, verificou que $\frac{2}{5}$ dos 10 botijões de gás estavam vazios.

a- Desenhe o total de botijões que Francisco tem em sua loja.

b- Em quantos grupos Francisco separou os botijões? _____. Como você identificou essa informação?

____

c- Separe os botijões de gás de acordo com o número de grupos que você representou na atividade anterior.

Quantos botijões foram colocados em cada grupo?

____

d- Quantos grupos de botijões estão vazios? _____ Como você identificou essa informação?

____

e- Quantos botijões estão vazios? _________________________

As atividades foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

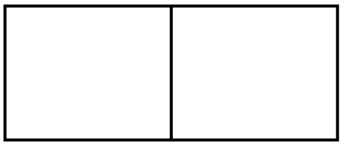
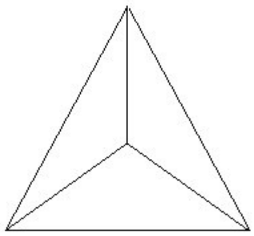
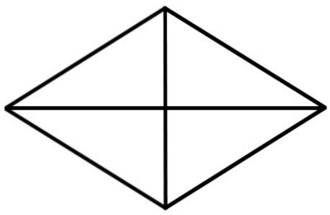
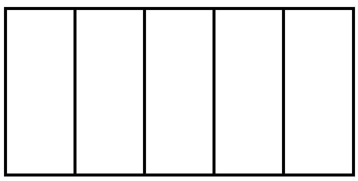
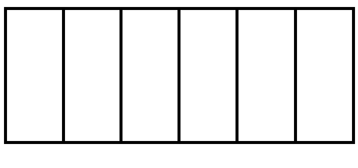
ANEXOS

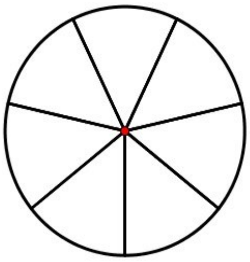
Deixaremos, anexo, todo o material utilizado e/ou proposto na sequência didática para que o(a) professor(a) possa reproduzir, se desejar. Assim, serão disponibilizados:

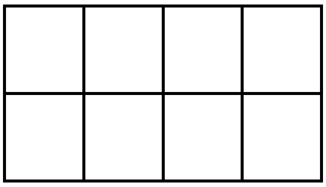
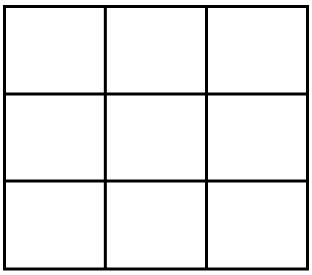
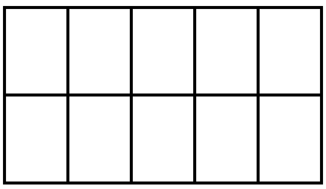
- Modelo com as peças para a produção do Jogo da Memória das Frações.
- As regras do jogo, propostas pelos estudantes da Turma A, com algumas modificações observadas após o desenvolvimento da pesquisa.
- KIT PIZZAS composto por círculos – com inteiros divididos em três, quatro e oito partes iguais – para serem recortados e, assim, realizar as comparações da atividade “Que tal uma pizza?!”, da sequência didática.
- Círculos divididos em duas até dez partes iguais a serem utilizados para comparar frações.

Anexo 1 – Modelo com as peças para a produção do Jogo da Memória das Frações

O Jogo da Memória das Frações foi elaborado pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e é parte integrante da dissertação “Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração” defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

Anexo 2 – Regras do Jogo da Memória das Frações

JOGO DA MEMÓRIA DAS FRAÇÕES

(Proposta pelos estudantes da Turma A com algumas modificações observadas após o desenvolvimento da pesquisa)

Material: 27 cartas

Número de participantes: de 2 a 4 pessoas

Como jogar:

1- Embaralhe as cartas e coloque-as sobre a mesa com a ilustração e a parte escrita viradas para cima. Depois que todos visualizarem a posição das cartas, vire-as para baixo.

2- Decida a sequência dos jogadores.

3- O primeiro jogador deve virar três cartas tentando formar um trio (desenho, representação simbólica e por extenso de uma mesma fração).

4- Se o jogador **formar um trio,** deve retirar as cartas da mesa e guardá-las consigo até o final do jogo. Ele tem o direito de jogar novamente.

Se o jogador **não formar o trio** de cartas, deverá voltar com as cartas para o mesmo lugar e ceder a vez para o próximo participante.

5- Os demais jogadores fazem o mesmo, cada um na sua vez.

6- O jogo termina quando acabam as cartas.

VENCEDOR: Será vencedor quem tiver a maior quantidade de trios ou o maior número de cartas.

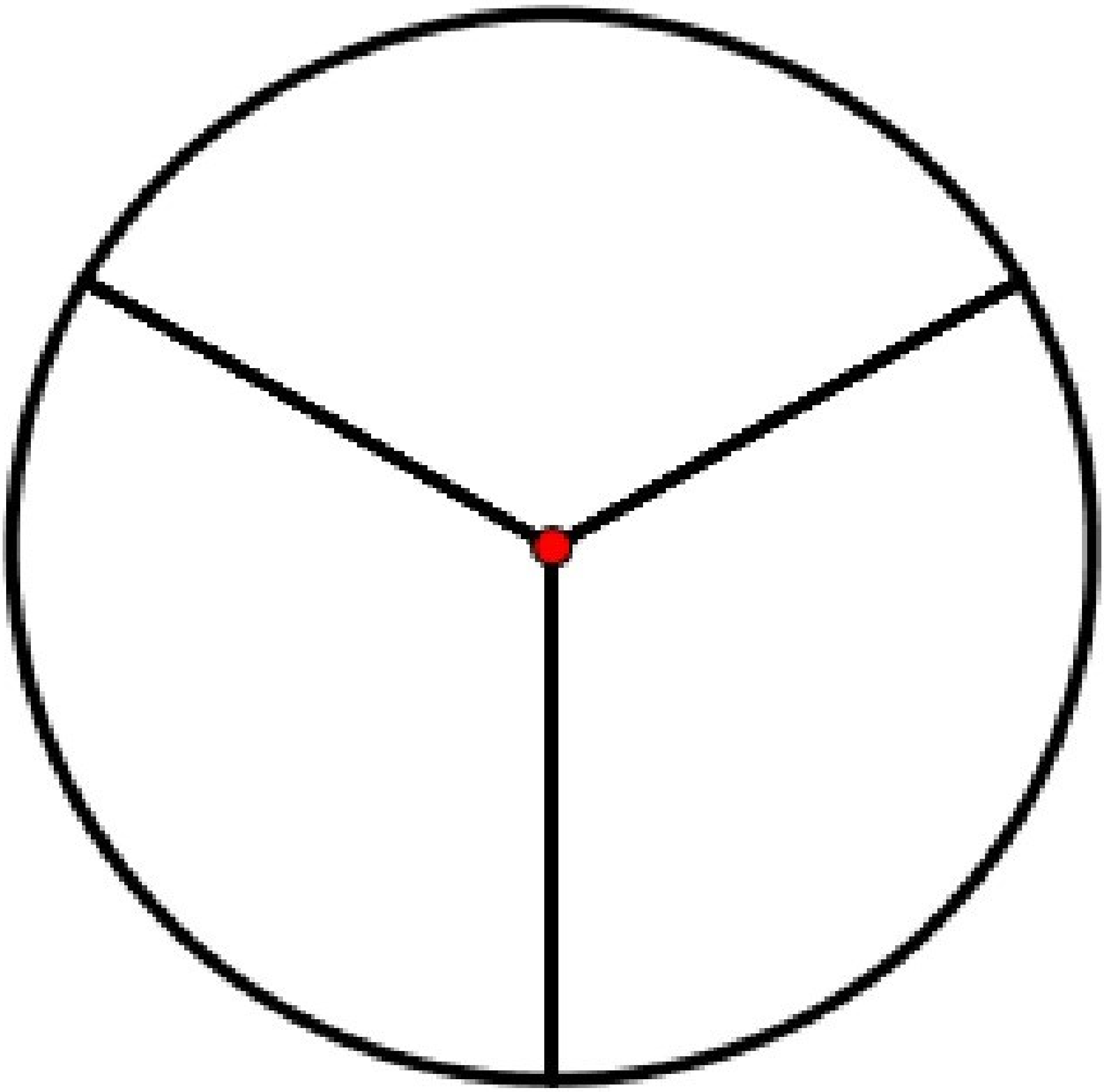
Variação: O jogo poderá ser realizado com pares de cartas: desenho/representação simbólica, desenho/escrita por extenso, representação simbólica/ escrita por extenso.

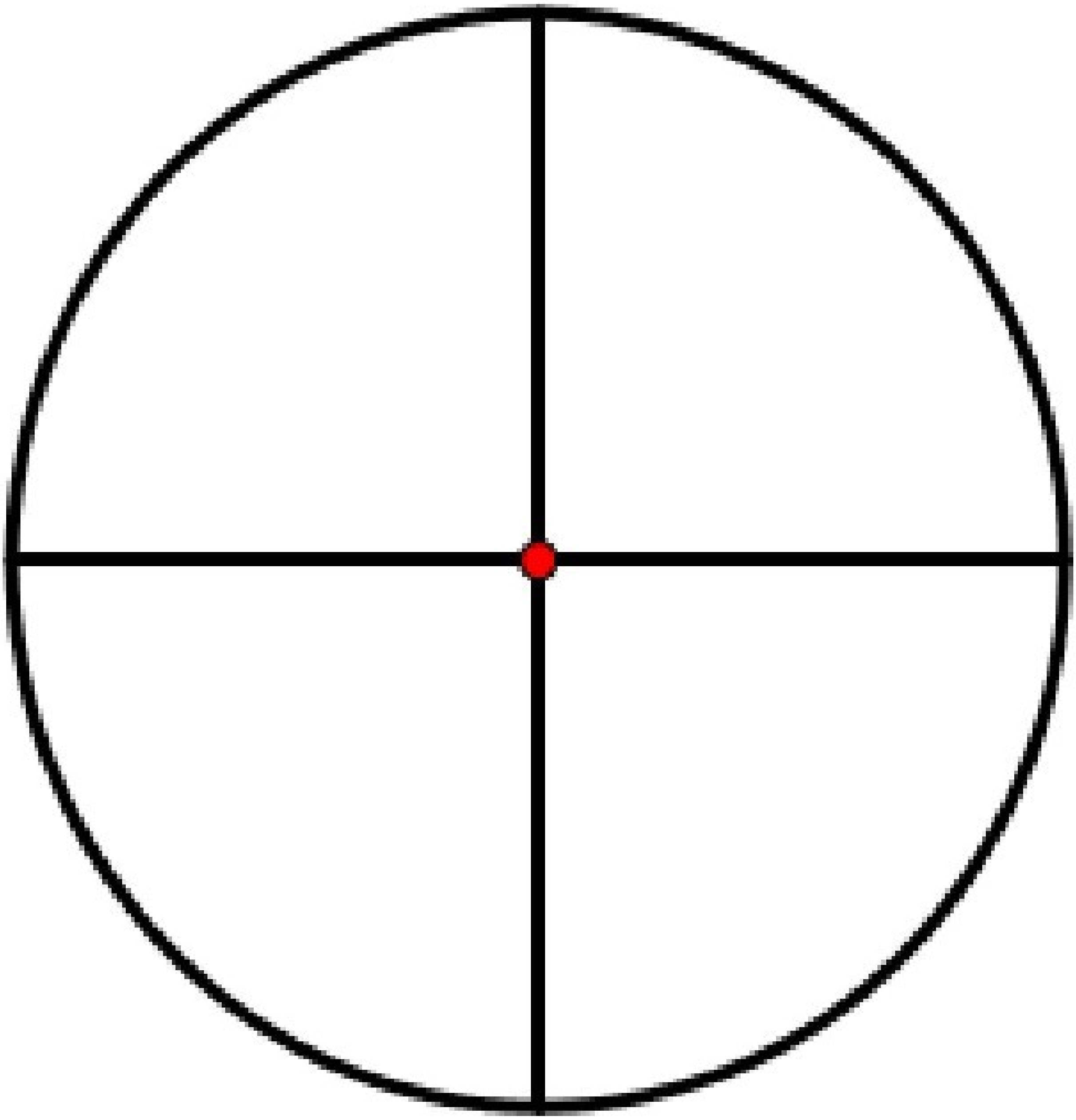
As regras do Jogo da Memória das Frações foram elaboradas pelos estudantes da Turma A, durante a realização da pesquisa de campo da pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação “Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração” defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

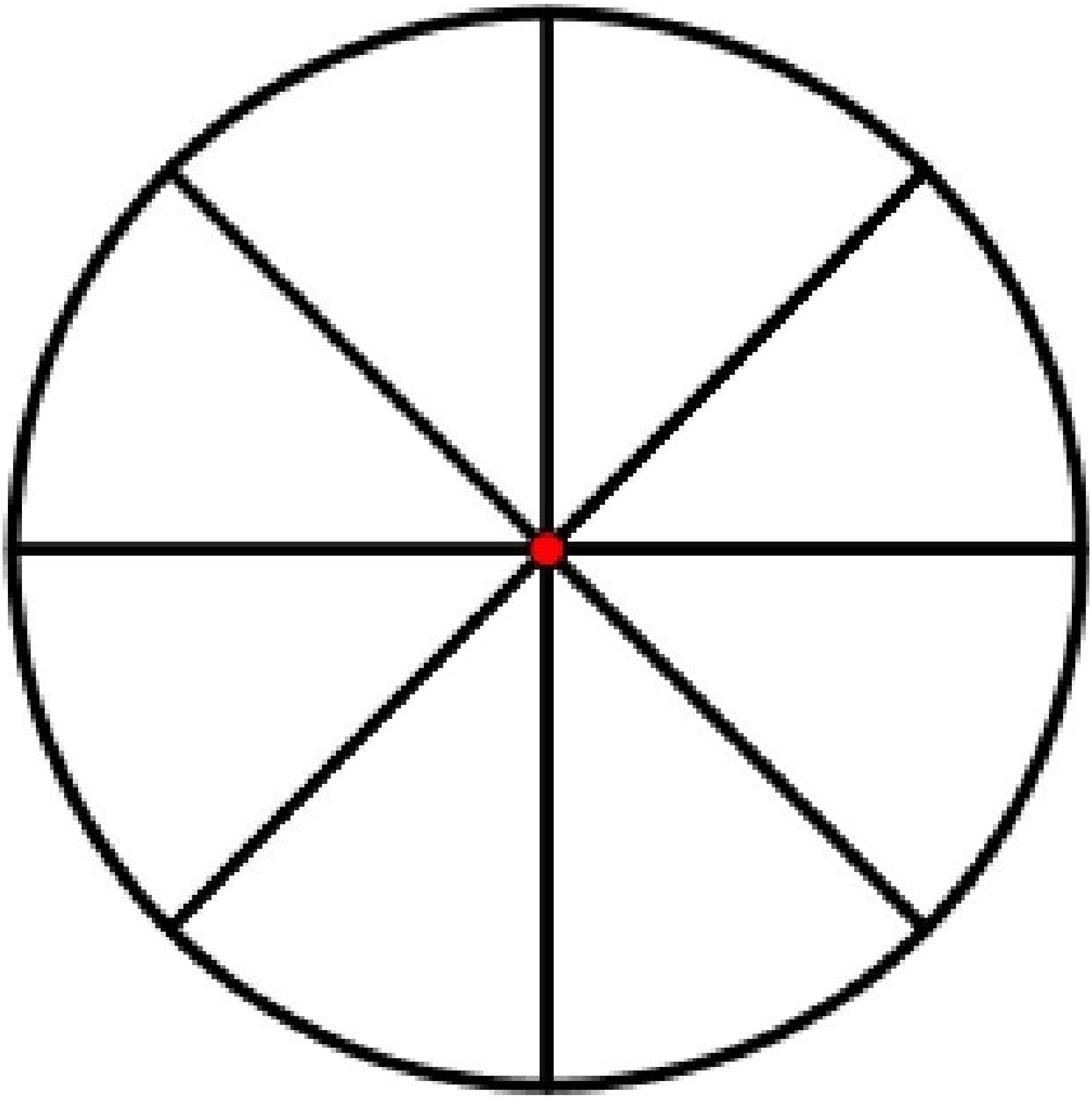
Anexo 3 – KIT PIZZAS – atividade "Que tal uma pizza?!"

1- Representações das pizzas divididas em três, quatro e oito partes iguais – para serem recortadas e deixadas inteiras.

A atividade e o Kit pizzas foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.

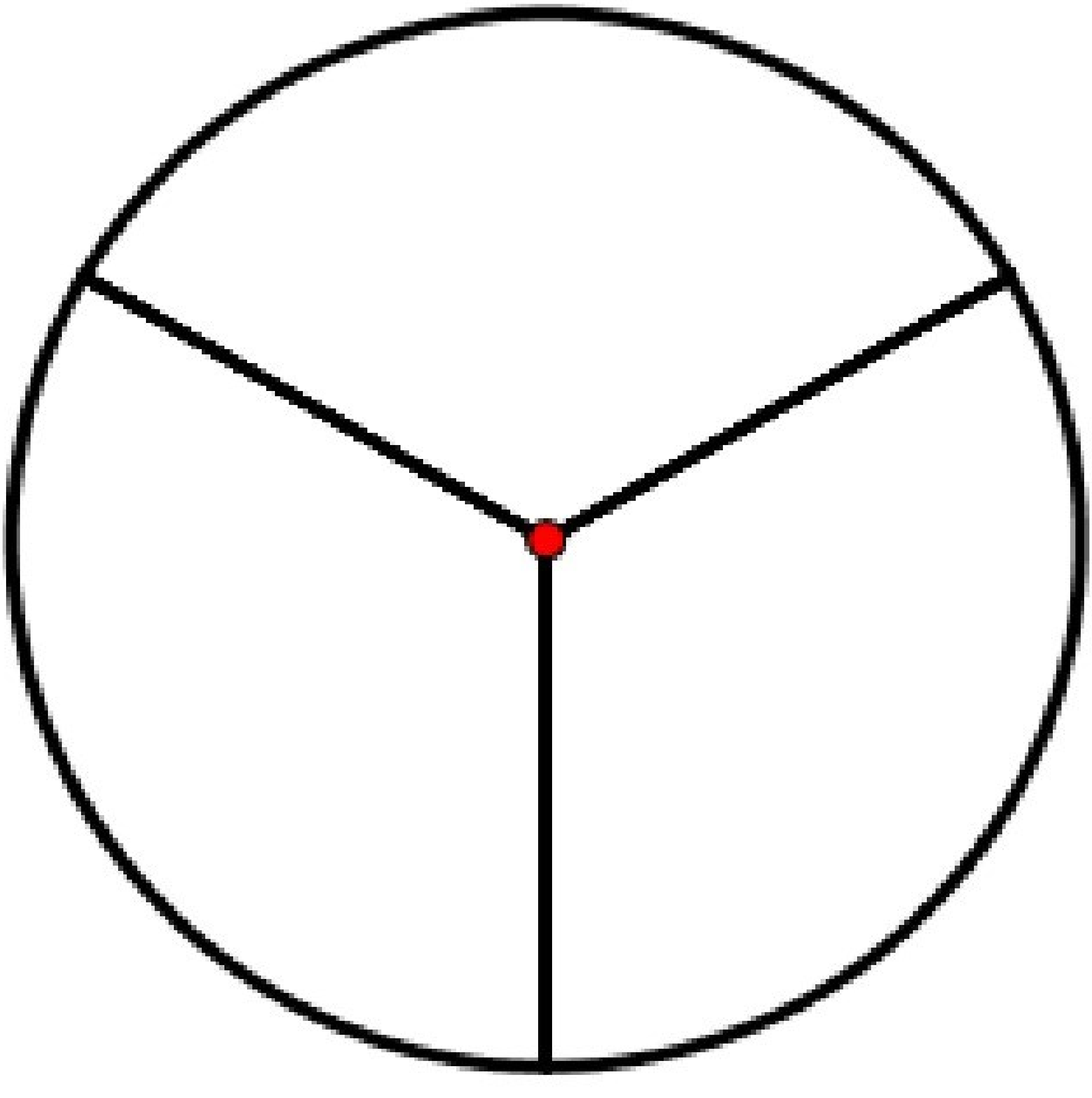


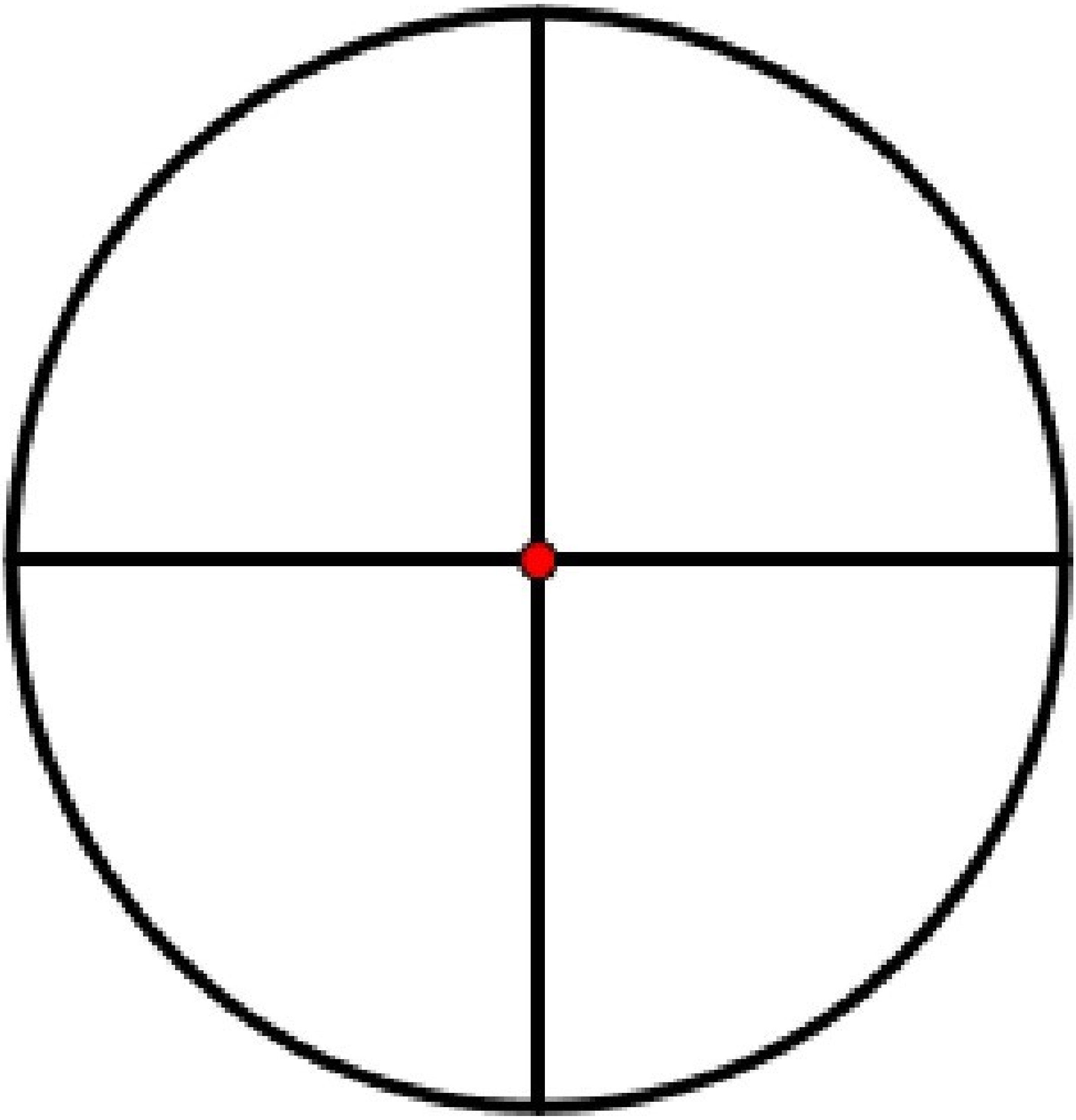


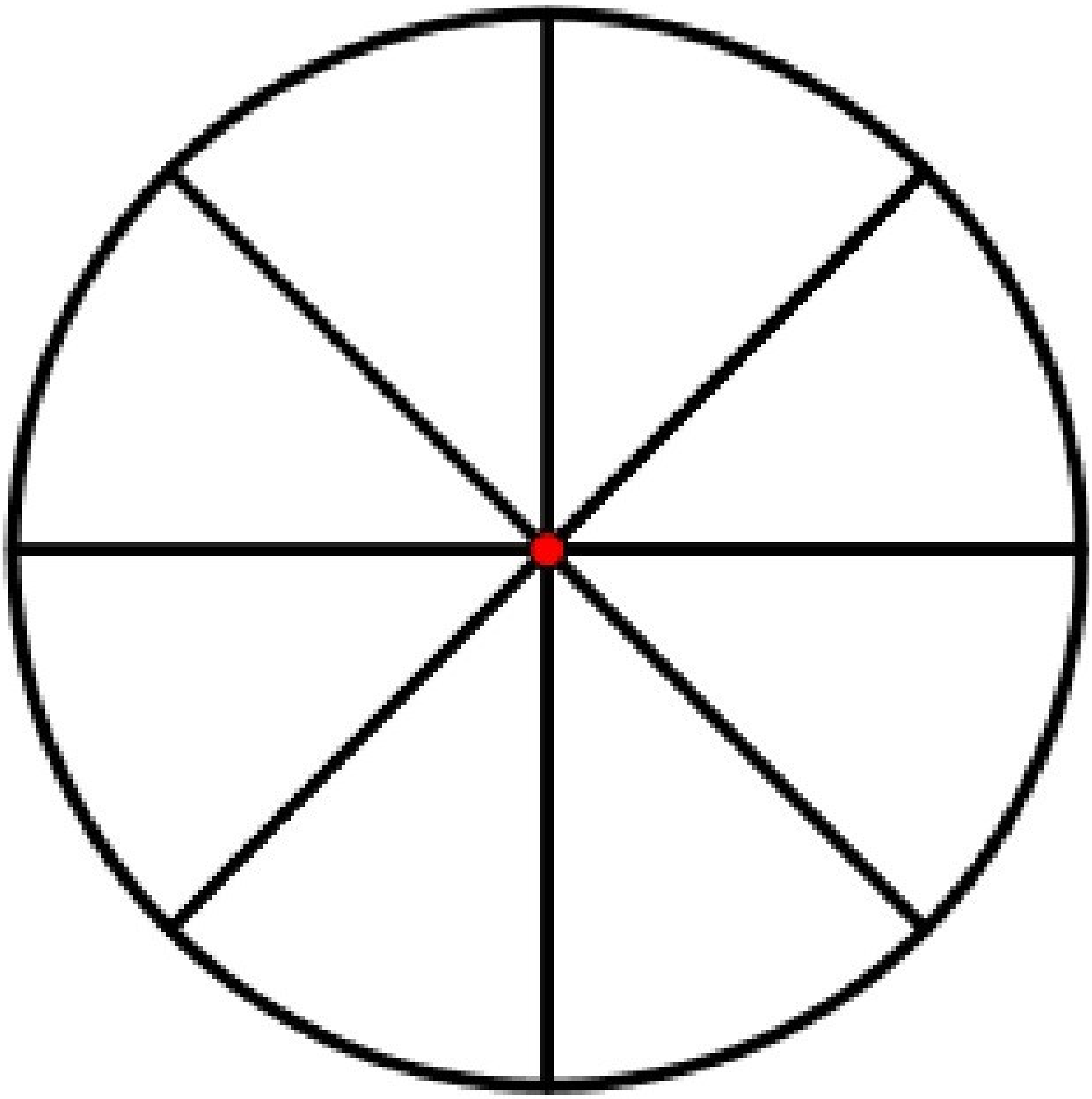


2- Representações das pizzas divididas em três, quatro e oito partes iguais – para serem recortadas em partes e, assim, realizar a comparação das partes.

A atividade e o Kit pizzas foram elaboradas pela pesquisadora Cristalina Teresa Rocha Mayrink e são parte integrante da dissertação "Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de fração" defendida por meio do Programa de Mestrado Profissional Educação e Docência- PROMESTRE/FaE/UFMG.







Anexo 4 – Círculos divididos em duas até dez partes iguais

Círculos divididos em duas, três ... até dez partes para serem utilizados nas atividades de comparação de frações.