

Histerese com múltiplos *loops* e auto-oscilação
induzidas termicamente na fotoluminescência de
poláritons em microcavidades

Júlia Esteves Parreira
Orientadora: Maria Carolina Nemes
Departamento de Física - UFMG
Tese de doutorado

Novembro de 2010

SUMÁRIO

1. Introdução - Breve histórico do doutorado	8
<i>Parte I Histerese e auto-oscilação induzidas termicamente na fotoluminescência de poços quânticos semicondutores</i>	
2. Introdução	12
3. Microcavidade ótica semicondutora	16
3.1 O que é uma microcavidade semicondutora	16
3.2 Poláritons	17
3.3 Abordagem semiclássica	19
3.3.1 Modelo da dispersão de um meio linear (poço quântico)	19
3.3.2 O interferômetro Fabry-Perot feito de espelhos DBR (cavidade formada por espelhos DBR)	24
3.3.3 Microcavidade: Fabry-Perot formado por DBR's + poço quântico	34
3.4 Abordagem quântica	40
3.5 Discussão sobre os espectros da microcavidade	43
4. Biestabilidade ótica	46
4.1 O que é a biestabilidade ótica	46
4.2 Modelo para biestabilidade ótica em uma microcavidade	47
4.3 Transição entre os dois estados estacionários	53
4.4 Biestabilidade ótica induzida termicamente	54
5. Descrição do experimento: histerese na relação I/O e auto-oscilações	57
5.1 Aparato experimental	57

5.2	Medidas de reflectância da microcavidade	58
5.3	Resultados de medidas I/O	59
5.4	Auto-oscilações	60
6.	<i>Modelo teórico para a histerese e o cruzamento dos ramos da histerese</i> . . .	63
6.1	Porque não há biestabilidade neste experimento	63
6.2	Dinâmica da temperatura durante o experimento	64
6.2.1	Calor absorvido no poço	64
6.2.2	Variação da temperatura	64
6.2.3	Tempo de termalização	66
6.3	O modelo	67
6.4	Resultados	69
6.4.1	Primeiro caso	70
6.4.2	Segundo caso	72
6.4.3	Terceiro caso	72
6.4.4	Análises	73
6.4.5	Efeitos não-lineares	75
7.	<i>Auto-oscilações</i>	79
7.1	Auto-oscilações em sistemas biestáveis e fototérmicos	79
7.2	Modelo para as auto-oscilações	81
8.	<i>Conclusões</i>	85
 <i>Parte II Entropia e expoentes de Lyapunov de sistemas gaussianos bipartidos</i>		87
9.	<i>Uma relação analítica entre a produção de entropia e expoentes de Lyapunov</i>	88
9.1	Caos quântico e a conjectura de Zurek e Blume-Kohout	88
9.1.1	Decoerência da equação mestra	89
9.1.2	Evolução de valores esperados a partir da equação mestra . . .	90
9.1.3	Evolução temporal da entropia	91
9.2	Ambiente simulado por um oscilador invertido	91
9.2.1	Evolução temporal dos operadores posição e momento	92

9.2.2	Teorema de Floquet	95
9.2.3	Decoerência do sistema	95
9.2.4	Osciladores paramétricos acoplados	96
9.3	Conclusões	98

AGRADECIMENTOS

Agradeço muito especialmente à Carolina, pelo cuidado, carinho e apoio.

Agradeço aos professores Paulo Sérgio e Franklin Matinaga, do Departamento de Física da UFMG, pelas discussões sobre o trabalho.

Agradeço aos muitos que trabalharam comigo durante o doutorado, em especial: Edu, Fernando Devecchi, Fernando Kaká, Héliques, José Geraldo, Karen, Leo, Pablo, Raul, Walter.

Agradeço à Juana e ao Pablo pela leitura da tese e pelas sugestões que a tornaram melhor.

Este doutorado teve financiamento do CNPq.

RESUMO

Nós mostramos que a histerese com múltiplos *loops*, recentemente observada em uma cavidade ótica no regime de acoplamento forte, relatada nas referências [1] e [2], pode ser explicada como uma competição entre a intensidade do bombeio controlada externamente e a resposta atrasada do poço quântico em devolver o calor para a base da microcavidade. Enquanto a intensidade do bombeio aumenta, o material aquece proporcionalmente. No entanto, quando a intensidade do bombeio diminui, o sistema não consegue devolver o calor para o resfriador da base na mesma razão e a temperatura diminui de maneira atrasada em relação à intensidade do bombeio. Esse tempo de atraso é responsável pela histerese e pelo cruzamento das curvas. Na referência [2], foi mostrada a existência de auto-oscilações com um período muito maior do que seria razoável a partir das constantes de acoplamento disponíveis em modelos da literatura. Mostramos que também essas auto-oscilações são consequência direta do mesmo fenômeno. Esperamos que nosso modelo simples, ditado por toda fenomenologia existente sobre o sistema expressa por dados de vários tipos, possa iluminar o caminho de uma dinâmica microscópica para esse sistema tão rico em diversos aspectos da dinâmica de muitos corpos fora do equilíbrio.

ABSTRACT

We show that multiloop hysteresis recently observed in semiconductor optical cavities in the strong coupling regime, reported in the references [1] and [2], can be explained as a competition between the externally controlled pumping intensity and the delayed response of the well in delivery the heat to the low of basis. As the external pump intensity grows, the material heats proportionally. However, when the pump intensity decreases, the system cannot deliver heat to the cooled basis at the same rate, and the temperature decreases delayed in relation to the pump intensity. This time mismatch is responsible for the hysteresis and the crossing of the curves. In the reference [2], was showed the existence of self-oscillations with the period much larger then a reasonable value consistent with the coupling constants available in models in the literature. We also show that these self-oscillations have their origin from the same phenomenon. We hope that our simple model, based on all the existent phenomenology about the system, can illuminate a way to a microscopic dynamic of that system so rich in several aspects of the many body dynamic out of equilibrium.

1. INTRODUÇÃO - BREVE HISTÓRICO DO DOUTORADO

As conclusões finais deste doutorado estão, em grande parte, distantes de seus objetivos iniciais. Mas trabalhar com pesquisa é assim mesmo. Se soubéssemos onde iríamos chegar ao iniciar um trabalho, então nem faria sentido começá-lo. Vamos expor, neste breve histórico, alguns caminhos e descaminhos que nos trouxeram a esta tese. Explicaremos como os trabalhos que foram desenvolvidos neste doutorado, que são aparentemente tão distintos, têm uma origem comum.

No início do doutorado, nos propusemos a estudar dinâmica em Teoria Quântica de Campos. A intenção era utilizarmos esses conhecimentos na pesquisa de fundamentos de física quântica, como o limite clássico, por exemplo. Afinal de contas, a Teoria Quântica de Campos, por ser construída a partir da Mecânica Quântica e da Teoria da Relatividade, deve ser uma teoria mais fundamental e conter todos os elementos presentes naquelas. A melhor forma que encontramos de desenvolver esses estudos foi buscar áreas de pesquisa nas quais eles seriam aplicáveis e nos utilizarmos desses cenários para nosso aprendizado.

Concluímos que a dinâmica em Teoria Quântica de Campos é relevante para pesquisas em Cosmologia do Universo primordial. A fim de iniciar um trabalho de pesquisa nessa área, que nos era desconhecida, unimo-nos aos cosmólogos Raul Abramo, professor do Departamento de Matemática da USP, e Fernando Devecchi, professor do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, com os quais começamos a trocar conhecimentos e desenvolver pesquisas relacionadas a interesses comuns. Na área de Cosmologia, exploramos efeitos quânticos na equação de Einstein, na qual as fontes de matéria foram campos quânticos relativísticos. Concluímos que esses efeitos estão presentes durante a era inflacionária, sendo rapidamente dominados por efeitos clássicos. Elaboramos um artigo a partir desse trabalho, que está em fase de submissão.

Comprendemos, no início de nossos estudos, que uma ferramenta interessante

para tratar de dinâmica em Teoria Quântica de Campos são estados gaussianos. Já tínhamos, nesse momento, um bom conhecimento a respeito desses estados em Mecânica Quântica e decidimos aprofundá-los para dominar melhor essa importante ferramenta.

Um primeiro estudo cuidadoso, na dinâmica de estados gaussianos em Mecânica Quântica, deu origem a um trabalho que foi publicado em 2008, com o título ‘Uma relação analítica entre a produção de entropia e expoentes de Lyapunov quânticos para sistemas gaussianos bipartidos’ [3]. Nesse trabalho, discutimos modelos de decoerência para sistemas gaussianos. Confrontamos o modelo no qual se considera o acoplamento fraco do sistema de interesse com um reservatório de infinitos osciladores com o modelo no qual a interação com o ambiente é simulada através do acoplamento com um sistema com características caóticas. Esse trabalho está descrito na Parte II desta tese.

Nesse contexto, recebemos a proposta do então estudante de doutorado da Pós-Graduação em Física da UFMG, Eduardo Cotta, de estabelecer uma colaboração. Ele estava fazendo medidas de fotoluminescência em microcavidades semicondutoras e queria uma parceria para entender alguns resultados inesperados com os quais havia se deparado. Ele alegou que havia encontrado cruzamentos nos ramos de histerese decorrentes de uma biestabilidade ótica apresentada pela fotoluminescência da microcavidade. Pouco tempo depois, em 2008, Eduardo defendeu sua tese de doutorado apresentando dois resultados experimentais de fotoluminescência nas microcavidades: o cruzamento dos ramos de histerese e auto-oscilações.

A biestabilidade ótica nesses sistemas é apropriadamente explicada em um contexto de sistemas quânticos abertos. Ela é prevista através do cálculo do estado dos poláritons na cavidade em uma aproximação de estado coerente. A aproximação de estado coerente é um caso especial da aproximação de estado gaussiano. Decidimos, então, investigar as conseqüências de se considerar um estado gaussiano, mais geral do que estados coerentes, contendo, em particular, efeitos quânticos, para descrever a biestabilidade ótica. Tratava-se de um fenômeno dinâmico e era mais uma boa oportunidade para trabalharmos com dinâmica de estados gaussianos. Aprofundamo-nos nesse caminho. Aprendemos muito sobre microcavidades semicondutoras e dinâmica de estados gaussianos.

Algum tempo depois, no início deste ano de 2010, descobrimos que a histe-

rese que havia sido observada por Eduardo Cotta não estava relacionada à biestabilidade nem a estados gaussianos e seus efeitos quânticos. A histerese observada no experimento de fotoluminescência é consequência de uma histerese térmica na microcavidade. Um artigo com esse conteúdo está submetido à revista *Journal of Applied Physics*.

Toda a investigação sobre estados gaussianos e dinâmica em Teoria Quântica de Campos gerou um trabalho do qual nos orgulhamos. Nesse trabalho, fazemos uma proposta da extensão do princípio de incerteza de Schrödinger da Mecânica Quântica (este é uma generalização do princípio de incerteza de Heisenberg) para a Teoria Quântica de Campos. Um artigo abordando esse assunto foi submetido à revista *Physical Review D* e está recebendo modificações sugeridas pelo árbitro, que achou o trabalho interessante e nos encorajou a acrescentar mais detalhes e reenviá-lo à revista.

De todos esses trabalhos desenvolvidos durante o doutorado, escolhemos a histerese e as auto-oscilações na fotoluminescência das cavidades como o assunto principal a ser apresentado. Essa escolha se deu por ser o trabalho concluído mais recentemente. Esse é o assunto tratado detalhadamente na Parte I da tese. Na Parte II, está o exposto trabalho intitulado ‘Uma relação analítica entre a produção de entropia e expoentes de Lyapunov quânticos para sistemas gaussianos bipartidos’. As duas partes desta tese são autônomas e podem ser lidas independentemente uma da outra.

Parte I

HISTERESE E AUTO-OSCILAÇÃO INDUZIDAS
TERMICAMENTE NA FOTOLUMINESCÊNCIA DE
POÇOS QUÂNTICOS SEMICONDUTORES

2. INTRODUÇÃO

Microcavidades óticas semicondutoras são objetos que têm sido largamente utilizados em pesquisas nos laboratórios de física nas últimas duas décadas. Há duas origens distintas para o grande interesse nessas estruturas, uma teórica e outra aplicada. Por um lado, elas são um ótimo laboratório para a investigação de um assunto central da física, a interação luz-matéria; além disso, são palco de investigação de condensado de Bose-Einstein em altas temperaturas [4, 5, 6]. Por outro lado, elas têm capacidade de servir para interessantes aplicações tecnológicas, como componentes em uma computação utilizando apenas elementos óticos [7, 8, 9] ou como laser de poláritons com baixo *threshold* [10].

As microcavidades semicondutoras são compostas por um interferômetro Fabry-Perot preenchido por um material semiconductor não-linear. Fótons são confinados na cavidade Fabry-Perot e éxcitons são confinados no material de preenchimento. Sob certas condições, uma interação forte pode ser estabelecida entre fótons e éxcitons, fazendo com que eles percam suas características individuais e em seu lugar surjam características de uma quase-partícula, formada pela composição das primeiras, chamada éxciton-poláriton, ou simplesmente poláriton. Os poláritons foram tratados pela primeira vez por Hopfield, em 1958 [11].

Experimentos em microcavidades que apresentam essa forte interação entre fótons e éxcitons têm estreita analogia com experimentos feitos com átomos de dois níveis interagindo com campo eletromagnético em cavidades atômicas, que constituem outra forte área de pesquisa atualmente. Esses experimentos são feitos em cavidades óticas de alto fator de qualidade nas quais os fótons confinados na cavidade interagem fortemente com átomos que passam através da cavidade [12, 13, 14, 15]. Em ambas as montagens experimentais, temos luz e matéria interagindo fortemente: essa interação muda as propriedades tanto da luz quanto da matéria. No experimento em cavidades eletrodinâmicas, a interação causa o *vacuum Rabi splitting*, que

é o aparecimento de duas ressonâncias no espectro de fluorescência atômica e nas ressonâncias de transmissão da cavidade. Esse nome também batizou um fenômeno semelhante que acontece nas microcavidades semicondutoras, onde a forte interação faz com que, quando há uma superposição das frequências de ressonância dos éxcitons e dos fótons, essa degenerescência seja quebrada e apareça uma duplicação das ressonâncias nos espectros de fotoluminescência, reflectância, transmitância e absorvância da microcavidade. Esse fenômeno também é denominado de *Rabi splitting*. A observação experimental dessa duplicação, nas microcavidades semicondutoras, foi feita por Weisbuch e colaboradores em 1992 [16], tendo sido responsável por um grande impulso para a pesquisa na área.

Em 1979 [17], Gibbs e colaboradores observaram pela primeira vez a biestabilidade ótica em microcavidades semicondutoras, manifestada por uma curva de histerese na relação entre a emissão dos poláritons e a intensidade de bombeio. Um modelo teórico simples para essa biestabilidade consiste em encontrar a solução estacionária do hamiltoniano dos poláritons contendo um termo não-linear referente ao meio e uma fonte externa com variação senoidal. A não-linearidade intrínseca do meio é fundamental para o aparecimento desse tipo de biestabilidade, ela implica uma dependência do índice de refração do meio com relação à frequência da luz. O sistema pode ser considerado em equilíbrio em todo instante, pois todos os processos microscópicos envolvidos ocorrem muito mais rápido que a variação da intensidade da fonte.

Biestabilidades induzidas termicamente foram observadas também muitas vezes [18, 19, 24]. A variação da temperatura pode modificar a microcavidade de diversas formas: tanto pode alterar o índice de refração como alterar as dimensões da microcavidade. Um interessante modelo fenomenológico para a biestabilidade induzida termicamente é apresentado por Kong e Hwang na referência [25], no qual a biestabilidade é analisada em termos da variação da fase no interferômetro Fabry-Perot, induzida termicamente. Mas muitos parâmetros são incluídos para modelar o fenômeno.

Em 2007, Cotta e Matinaga apresentaram experimentos que foram feitos em microcavidades semicondutoras com a intenção de observar biestabilidade ótica. Nos resultados desses experimentos, foram observadas histereses na relação entre a emissão dos poláritons e a intensidade de bombeio. O aparecimento dessas histereses

foi atribuído à biestabilidade ótica. Cruzamentos entre os ramos da histerese foram observados e atribuídos a uma concorrência entre o efeito Kerr e um efeito térmico. Esses resultados foram expostos na tese de doutorado de Cotta [26], em 2008, e nos artigos de Cotta e Matinaga [2] e [1].

Outro efeito inesperado foi encontrado por Cotta e Matinaga ao bombearem a microcavidade com um laser com potência constante. Eles observaram que a microcavidade, por vezes, apresentava oscilações na luz emitida, com períodos da ordem de microssegundos. Eles denominaram esse efeito de auto-oscilação e o relataram na tese [26] e no artigo [2]. Modificando a potência e a frequência do laser de bombeio, eles verificaram que o período dessas oscilações era alterado. Nesses trabalhos, eles sugeriram que a auto-oscilação fosse um efeito decorrente da condensação dos polárítos na cavidade.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma nova explicação para os resultados obtidos por Cotta e Matinaga. Acreditamos que na realidade não ocorre biestabilidade nesses experimentos: tanto a histerese quanto os cruzamentos de seus ramos são o reflexo de um efeito fototérmico em que o tempo de termalização do sistema exerce um papel essencial. Apresentamos um modelo no qual utilizamos o menor número possível de hipóteses e parâmetros para descrever os fenômenos observados. Propomos alguns testes experimentais que podem ser feitos para verificar a validade do modelo. Também apresentamos um modelo para as auto-oscilações baseado nos mesmos princípios que o modelo da histerese: efeito fototérmico e tempo de termalização finito.

A Parte I da tese está organizada da seguinte forma:

- No capítulo 3, discutimos algumas características importantes das microcavidades e dos polárítos. Discutimos o que são os polárítos e, apresentando dois modelos teóricos para a física nas microcavidades, um semiclassico e outro completamente quântico, discutimos algumas conseqüências deles. Esse capítulo não tem a intenção de apresentar modelos rigorosos, mas apenas de apresentar os elementos dos quais julgamos necessária a compreensão para a posterior apresentação de nosso modelo.
- No capítulo 4, apresentamos a biestabilidade ótica em microcavidades semicon-

dutoras, bem como um modelo dela e alguns experimentos com biestabilidade ótica termicamente induzida. Nesse capítulo apresentamos elementos que serão essenciais para nossa argumentação e a conclusão de que os experimentos que serão objeto de nossa análise não apresentam biestabilidade ótica.

- No capítulo 5, descrevemos os experimentos feitos por Cotta e Matinaga que são nosso foco de atenção, bem como os resultados por eles obtidos.
- No capítulo 6, apresentamos nosso modelo e suas conseqüências para a histerese e o cruzamento de seus ramos.
- No capítulo 7, utilizamos o modelo exposto no capítulo 6 para explicar as auto-oscilações.
- O capítulo 8 resume os principais resultados dos trabalhos em fotoluminescência em microcavidades semicondutoras.

Todos os gráficos e simulações deste trabalho foram feitos utilizando o programa Mathematica[©].

3. MICROCAVIDADE ÓTICA SEMICONDUTORA

Neste capítulo serão discutidas algumas características das microcavidades semicondutoras. Na primeira seção, daremos uma introdução geral sobre o que são microcavidades óticas semicondutoras e porque elas vêm sendo tão estudadas. Na segunda seção, falaremos sobre polárítons, que são quase-partículas que representam os autoestados da microcavidade. Na terceira e na quarta seções, faremos uma exposição sobre modelos teóricos para as microcavidades; não teremos, nessas seções, o objetivo de apresentar os modelos com muito rigor; a intenção é apenas dar uma idéia geral de quais são os elementos principais de cada modelo e de suas conseqüências mais importantes. Na terceira, falaremos sobre um modelo semiclássico e, na quarta, sobre um modelo quântico. Na quinta seção, concluiremos o capítulo comentando algumas características importantes dos espectros da microcavidade.

3.1 O que é uma microcavidade semicondutora

Uma microcavidade ótica semicondutora consiste em uma cavidade Fabry-Perot plana que traz dentro de si um poço quântico. Podemos associar a ela um comprimento de onda de ressonância λ_c , em torno do qual ela apresentará os fenômenos que a tornam um sistema interessante. Esse valor é igual ao caminho ótico da cavidade e depende do tamanho da cavidade, L_c , e de seu índice de refração, n_c , $\lambda_c = L_c \cdot n_c$. O comprimento de onda de ressonância da cavidade deve ter um valor próximo ao comprimento de onda de ressonância do éxciton, λ_e , que se forma dentro do poço quântico. Os espelhos de alta reflectividade que compõem o Fabry-Perot são espelhos DBR (*distrubuted Bragg reflector*), compostos por camadas intercaladas de dois materiais semicondutores com índices de refração diferentes. O estado dos fótons confinados na cavidade e dos éxcitons confinados no poço quântico são quantizados na direção do crescimento da cavidade e livres nas direções perpendiculares a esta. Negligenciando efeitos de desordem, o acoplamento entre um fóton

e um éxciton só ocorre quando ambos têm o mesmo vetor de onda no plano da cavidade [27]. Os estados acoplados fóton-éxciton são chamados poláritons, havendo dois desses estados acoplados para cada comprimento de onda, o *lower* e o *upper* poláriton. A intensidade do acoplamento do éxciton com o fóton é chamada *Rabi splitting*, Ω , e é igual à diferença de frequência dos estados de poláritons quando éxciton e fóton são ressonantes. Essa descrição dos estados da microcavidade como poláritons é apropriada no regime de acoplamento forte, que ocorre quando a intensidade do acoplamento entre fóton e éxciton é razoavelmente maior que as larguras de linha do éxciton e do fóton.

As principais medidas feitas nas microcavidades semicondutoras são espectros de fotoluminescência, reflectância, transmitância e absorbância. Desses espectros são tiradas informações sobre propriedades das microcavidades. Há duas abordagens distintas para a descrição teórica desses espectros. Uma semiclassical, em que se considera o meio sólido como composto de moléculas que se comportam como osciladores harmônicos interagindo com um campo eletromagnético clássico. Utiliza-se, nesta abordagem, a técnica da matriz transferência para calcular os espectros. Na outra abordagem, quântica, usa-se a segunda quantização para descrição do campo eletromagnético dentro da cavidade e do estado do éxciton dentro do poço quântico. Nos dois casos, o modelo é semelhante ao de dois osciladores acoplados. As previsões obtidas a partir de cada um concordam em grande parte das vezes.

3.2 Poláritons

Éxcitons

Materiais condutores não apresentam separação entre as bandas de valência e de condução dos elétrons, e um elétron pode absorver uma quantidade de energia qualquer. Materiais isolantes apresentam grande separação entre essas bandas, de forma que a energia necessária para promover um elétron da banda de condução para a banda de valência é muito alta e em geral não é atingida. Já um material semicondutor está em uma situação intermediária: há uma separação energética entre as bandas de valência e condução, chamada *gap* de energia, mas o elétron pode ganhar essa energia e ser promovido da banda de valência para a banda de condução por agitação térmica, por meio de uma voltagem aplicada ao material ou

por excitação ótica.

Quando um elétron passa da banda de valência para a banda de condução, a ausência do elétron na banda de valência é adequadamente modelada supondo o aparecimento de uma partícula de carga positiva no material com características semelhantes às do elétron. Esta quase-partícula é denominada “buraco”. O elétron e o buraco podem formar um estado ligado com características típicas de um átomo hidrogenóide. Esse estado ligado é chamado “éxciton” e é comumente considerado como o estado da excitação fundamental de semicondutores.

Éxcitons + fótons: poláritons

Propriedades óticas de um dielétrico são apropriadamente obtidas considerando os éxcitons como as excitações fundamentais do material interagindo com um campo eletromagnético clássico. É o caso do cálculo da constante dielétrica do meio em regiões do espectro sem absorção. Mas, em alguns casos, em situações com absorção, o método falha. Fazer o cálculo da constante dielétrica para um *bulk* dielétrico em uma faixa de frequências em que ele apresenta absorção foi a motivação de Hopfield [11] para introduzir o conceito de éxciton-poláritons. Estes são autoestados do hamiltoniano que descreve as excitações no cristal, consistindo de estados de superposição de éxcitons e fótons. (O termo poláritons é geral para quase-partículas resultantes do acoplamento forte da luz com uma partícula, ou quase-partícula, de matéria. Além dos éxciton-poláritons também há os fônon-poláritons, por exemplo. Ao longo de todo este texto sempre que se falar de poláriton quer-se dizer éxciton-poláriton.)

Os éxcitons são, portanto, um modelo simplificado dos estados excitados em um cristal. O modelo mais completo deve levar em conta a presença dos fótons, que criam e são criados pelos éxcitons, e a interação entre éxcitons e fótons. Como consequência, não há nem estados puros de éxcitons nem de fótons no cristal, mas estados “vestidos”, os poláritons.

Uma consequência do trabalho de Hopfield é que a absorção e a emissão de luz em um semicondutor não é mais atribuída aos éxcitons, mas aos poláritons. A absorção de luz se dá como consequência da absorção de poláritons [28].

3.3 Abordagem semiclássica

Os espectros de reflexão, transmissão e absorção de uma microcavidade semicondutora serão obtidos a seguir por um modelo semiclássico. Este modelo consiste em considerar a matéria composta por átomos, e a interação destes com um campo eletromagnético clássico. Tal abordagem fornece resultados válidos tanto no regime de acoplamento fraco quanto no de acoplamento forte [29].

A microcavidade é composta por um poço quântico dentro de uma cavidade ótica do tipo Fabry-Perot. A fim de obter um modelo para a resposta ótica da microcavidade, discutiremos inicialmente cada uma das partes que a compõem. Primeiramente mostraremos um modelo para a resposta ótica de um meio dielétrico não-linear, que representará o poço quântico. Em seguida, discutiremos o comportamento ótico de um interferômetro Fabry-Perot. E, posteriormente, trataremos do caso específico de uma cavidade Fabry-Perot composta por espelhos DBR, que é o objeto deste experimento. Finalmente, consideramos todos os elementos juntos: o poço e a cavidade Fabry-Perot formada pelos espelhos DBR, para chegarmos a um modelo para a microcavidade como um todo.

A estratégia de cálculo consiste em resolver as equações de Maxwell para um sistema composto pelas camadas do espelho DBR, pela cavidade e pelo poço quântico. O método da matriz transferência é conveniente para este cálculo e será utilizado aqui. Através dele, pode-se calcular a reflectância, a transmitância e a absorbância.

3.3.1 Modelo da dispersão de um meio linear (poço quântico)

A forma da propagação da luz em um meio material pode ter uma dependência com relação à frequência da luz. O índice de refração, n , é uma característica do meio que tem um papel essencial na descrição dessa propagação. Há um modelo simples semiclássico que fornece um bom resultado para a dependência do índice de refração de um material não-condutor em função da frequência da luz. A seguir, abordaremos esse modelo, chamado modelo de Lorenz-Lorentz [30, 31, 32].¹

¹ Esta seção tem a única finalidade de mostrar que a adoção de um modelo para a não-linearidade do poço quântico, associada à técnica de matriz transferência para solucionar as equações de Maxwell em toda a microcavidade, é muito apropriada para a obtenção de espectros de reflectância, transmitância e absorbância da microcavidade. O modelo de Lorenz-Lorentz é apropriado sob

Um material sólido é composto de átomos, que são formados por um núcleo, que pode ser considerado fixo, e uma nuvem eletrônica, que tem liberdade de se mover em torno do núcleo. Se o material for transparente, uma luz incidindo sobre ele penetrará e causará um deslocamento das nuvens eletrônicas, polarizando os átomos. Desconsiderando a força magnética, que é muito inferior à elétrica para velocidades muito menores que a da luz, e a interação entre átomos vizinhos a força sentida pelo centro de massa da nuvem eletrônica devido ao campo eletromagnético incidente é $\mathbf{F}_{em} = q\mathbf{E}$, em que q é a carga da nuvem e \mathbf{E} é o campo elétrico da luz.

O deslocamento do centro de massa da nuvem eletrônica será denominado \mathbf{r} . Esse deslocamento provoca uma força de restauração devido à interação coulombiana da nuvem com o núcleo que, em primeira aproximação, pode ser considerada uma força harmônica proporcional ao próprio deslocamento, $\mathbf{F}_r = -k_r \mathbf{r} = -4\pi^2 m \nu_o^2 \mathbf{r}$, em que k_r é uma medida da intensidade da força de restauração, m é a massa da nuvem eletrônica e ν_o a frequência natural de oscilação referente à força de restauração. Cada um dos elétrons da nuvem tem um ν_o diferente. Não consideraremos essa diferença, pois nosso objetivo não é obter resultados numéricos precisos, mas apenas analisar o comportamento qualitativo de n .

Há também uma força de amortecimento do movimento, que será considerada como proporcional à velocidade da nuvem eletrônica: $\mathbf{F}_a = -m\gamma\dot{\mathbf{r}}$, sendo γ uma constante de amortecimento.

Utilizando a lei de Newton para o movimento do centro de massa da nuvem eletrônica, tem-se que $\mathbf{F}_t = m\ddot{\mathbf{r}}$, em que \mathbf{F}_t é a força total sobre a nuvem. Assim, obtemos a equação de movimento para o centro de massa da nuvem eletrônica: $m\ddot{\mathbf{r}} = q\mathbf{E} - 4\pi^2 m \nu_o^2 \mathbf{r} - m\gamma\dot{\mathbf{r}}$.

Consideraremos uma luz monocromática de frequência ν incidindo sobre o material. O campo elétrico da luz oscila no tempo senoidalmente com essa frequência e pode ser representado como a parte real de $\mathbf{E} = \mathbf{E}_o e^{i2\pi\nu t}$, em que E_o é a amplitude do campo elétrico da luz incidente. Consideraremos uma luz com polarização linear e um meio isotrópico, de forma que a polarização do campo elétrico da luz incidente tenha uma componente linear bem definida e assim continue a se propagar no meio,

certas condições, mas outro, ou mesmo uma versão mais refinada do de Lorenz-Lorentz, poderia ser mais apropriado se estivéssemos interessados na obtenção de resultados quantitativos. A escolha dele tem apenas uma razão didática, com a intenção de mostrar o uso de um modelo para a não-linearidade do meio associado à matriz transferência.

pois a polarização do meio se dará na direção do campo elétrico da luz. Isso implica na oscilação da nuvem eletrônica se dar na mesma direção da oscilação do campo elétrico da luz, digamos direção x . Com essas considerações, o campo elétrico pode ser escrito de forma escalar como $E = E_o e^{i2\pi\nu t}$, e a equação de movimento do centro de massa da nuvem eletrônica como

$$m \ddot{x} = qE_o e^{i2\pi\nu t} - 4\pi^2 m \nu_o^2 x - m\gamma \dot{x}. \quad (3.1)$$

Em uma situação estacionária, o movimento da nuvem eletrônica se dá na mesma frequência do forçamento do campo elétrico da luz e podemos escrever $x = x_o e^{i2\pi\nu t}$. Substituindo esta expressão na equação diferencial para a posição do centro de massa da nuvem, x , obtemos uma expressão para a quantidade x_o :

$$x_o = \frac{q}{m} \frac{1}{4\pi^2 \nu_o^2 - 4\pi^2 \nu^2 + i2\pi\gamma\nu} E_o. \quad (3.2)$$

O momento de dipolo induzido no átomo na direção x é $p = qx$,

$$p = qx = \frac{q^2}{m} \frac{1}{4\pi^2 \nu_o^2 - 4\pi^2 \nu^2 + i2\pi\gamma\nu} E_o e^{i2\pi\nu t}. \quad (3.3)$$

Como pode ser visto na expressão anterior, o momento de dipolo induzido é proporcional ao campo elétrico da luz. A constante dessa proporcionalidade dividida pela permissividade do vácuo, ϵ_o , é chamada polarizabilidade atômica, α ,

$$p = \epsilon_o \alpha E, \quad (3.4)$$

$$\alpha \equiv \frac{q^2}{m\epsilon_o} \frac{1}{4\pi^2 \nu_o^2 - 4\pi^2 \nu^2 + i2\pi\gamma\nu}. \quad (3.5)$$

A polarização do meio é a densidade dos momentos de dipolo, de forma que, se há N átomos por unidade de volume, a polarização será

$$P = pN = \epsilon_o \alpha EN.$$

Queremos descobrir que tipo de ondas eletromagnéticas serão estabelecidas no meio dielétrico em questão. Essas ondas respeitarão as equações de Maxwell num

meio material sem cargas nem correntes livres, que são:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{\epsilon_0} \partial_t \mathbf{D}. \quad (3.7)$$

Em que \mathbf{B} é o campo magnético, \mathbf{E} o campo elétrico, \mathbf{D} o vetor deslocamento elétrico, definido como $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon \mathbf{E}$, \mathbf{P} é a polarização dielétrica, ϵ_0 a constante dielétrica do vácuo, ϵ a constante dielétrica do meio e c a velocidade da luz no vácuo. Nossos meios são anisotrópicos, de forma que $n = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$ é o índice de refração do meio.

Aplicando o rotacional na primeira equação da segunda linha, obtém-se $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\partial_t (\nabla \times \mathbf{B})$. Utilizando a identidade $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$, chega-se a

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\partial_t \left[\frac{1}{c^2} \partial_t \left(\frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{P} + \mathbf{E} \right) \right] \quad (3.8)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{P}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2 \epsilon_0} \partial_t^2 \mathbf{P} - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \mathbf{E}. \quad (3.9)$$

Estamos considerando que só há a componente x do campo elétrico no meio. A equação 3.9 admite uma solução oscilatória para o campo elétrico do tipo $E_x = E_o e^{i(2\pi\nu t - kz)}$, que representa uma onda se propagando na direção z , com velocidade $v = \frac{2\pi\nu}{k}$. O índice de refração pode ser definido como a razão $n \equiv \frac{c}{v} \rightarrow n = \frac{ck}{2\pi\nu}$. Então, o índice de refração da luz neste meio pode ser encontrando descobrindo-se qual o k satisfaz 3.9.

Utilizando a solução do tipo $E_x = E_o e^{i(2\pi\nu t - kz)}$ e $P_x = P_o e^{i(2\pi\nu t - kz)}$ em 3.9, uma expressão para k será encontrada. Além disso, $\nabla \cdot \mathbf{P} = 0$, pois a polarização só ocorre na direção x , considerando-se o material homogêneo e isotrópico. Então, de 3.9 tem-se

$$k^2 E_x = \frac{4\pi^2 \nu^2 P_x}{c^2 \epsilon_0} + \frac{4\pi^2 \nu^2 E_x}{c^2}. \quad (3.10)$$

Considerando a relação anteriormente obtida entre polarização e campo elétrico,

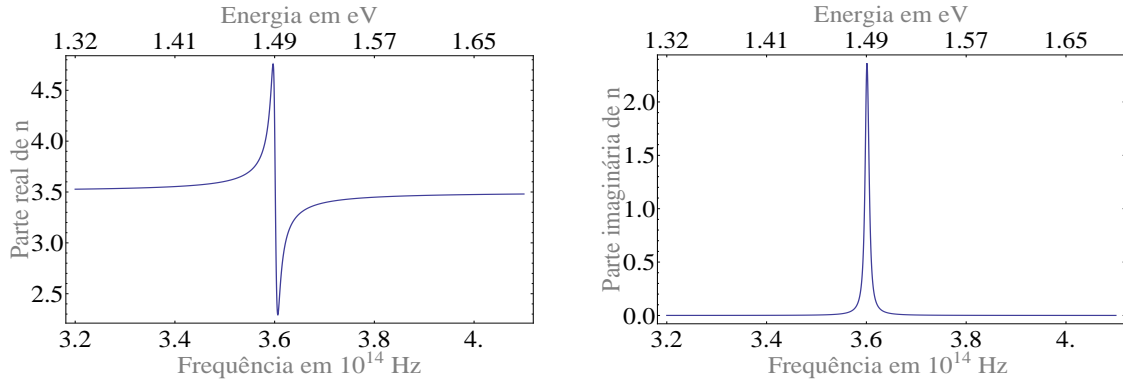
$P_x = \epsilon_o \alpha E_x N$, e a definição do índice de refração $n = \frac{ck}{2\pi\nu}$, chega-se a

$$k^2 = \frac{4\pi^2\nu^2}{c^2}(N\alpha + 1), \quad (3.11)$$

$$n^2 = N\alpha + 1, \quad (3.12)$$

$$n^2 = N \frac{q^2}{m\epsilon_o} \frac{1}{4\pi^2\nu_o^2 - 4\pi^2\nu^2 + i2\pi\gamma\nu} + 1. \quad (3.13)$$

Note que n na última equação é uma quantidade complexa. Sua parte real está associada à alteração da velocidade da luz entre o vácuo e o meio material. Esta parte é chamada de índice de refração. A parte complexa é associada à absorção da luz pelo meio e ganha o nome de coeficiente de absorção. A figura 3.1 traz um esboço do comportamento das partes real e imaginária de n em frequências próximas à ressonância ν_o . Os parâmetros utilizados para fazer a figura foram escolhidos para que a simulação ficasse o mais próximo possível do comportamento qualitativo dos dados experimentais apresentados na referência [33], mas em ressonância com a cavidade do experimento sobre o qual trabalhamos.



(a) Índice de refração: parte real de n da equação 3.13.

(b) Coeficiente de absorção: absoluto da parte imaginária de n da equação 3.13.

Fig. 3.1: Partes real e imaginária de n da equação 3.13. A parte real corresponde ao índice de refração e a imaginária ao coeficiente de absorção. Os valores utilizados para o esboço foram $\frac{Nq^2}{m\epsilon_o} = 1,655 \times 10^{28} s^{-2}$, $\nu_o = 3,59 \times 10^{14} Hz$, $\gamma = 5 \times 10^{12} Hz$. As duas quantidades foram multiplicadas por $n_w = 3,5$.

3.3.2 O interferômetro Fabry-Perot feito de espelhos DBR (cavidade formada por espelhos DBR)

O interferômetro do tipo Fabry-Perot é um componente ótico pelo qual se faz passar luz e que apresenta alta reflectividade para quase qualquer frequência de luz, a não ser para uma estreita faixa de frequências para a qual a reflectividade pode reduzir quase a zero. A construção de um interferômetro Fabry-Perot requer espelhos de alta reflectividade. No experimento em questão estes são espelhos DBR.

Os espelhos DBR são obtidos intercalando camadas de dois meios dielétricos com diferentes índices de refração. Eles são feitos para ter alta reflectividade em uma faixa de frequências. A espessura escolhida para cada camada que compõe o espelho é escolhida de forma a coincidir com aproximadamente $1/4$ de comprimento de onda na frequência da luz escolhida.

A seguir serão discutidas as propriedades óticas do interferômetro Fabry-Perot e do espelho DBR e será simulada a reflectividade de um Fabry-Perot composto de espelhos DBR, que é parte da estrutura da microcavidade do experimento que analisamos.

Interferômetro Fabry-Perot

Quando um feixe de luz incide sobre uma placa de material transparente, ocorrerão muitas reflexões nas superfícies da placa, resultando em um número grande de feixes de menor intensidade que interferem entre si e geram os feixes transmitido e refletido. As intensidades da luz transmitida e da luz refletida dependerão da frequência da luz, da geometria da placa e da natureza dos materiais. Variando essas duas características do meio, constróem-se interferômetros para variados propósitos: para filtrar luz em faixas de frequência definidas, para fazer diferentes experimentos em física, como em ótica quântica, e também para construir as microcavidades semicondutoras, que são nosso objeto de estudo.

Transmissão e reflexão de luz por uma placa de superfícies paralelas

O nosso interferômetro consiste em uma placa de material dielétrico, com superfícies paralelas, entre dois espelhos com alta reflectividade (DBR). A seguir, serão encontradas expressões que caracterizam a transmissão e a reflexão de um feixe de

luz que incide sobre uma placa transparente de superfícies paralelas. A figura 3.2 ilustra as superfícies paralelas da placa, que são espelhos idênticos, com coeficientes de reflexão e transmissão r_s e t_s , distantes h um do outro. Também estão ilustrados o raio incidente e diversos dos raios que aparecem por reflexão e transmissão do raio incidente nas superfícies. O material da placa tem índice de refração n' e a placa está imersa em um meio cujo índice de refração é n . O feixe é considerado uma onda plana monocromática de comprimento de onda λ_o no vácuo. Ele incide sobre uma das superfícies da placa, fazendo um ângulo θ com a direção normal à superfície.

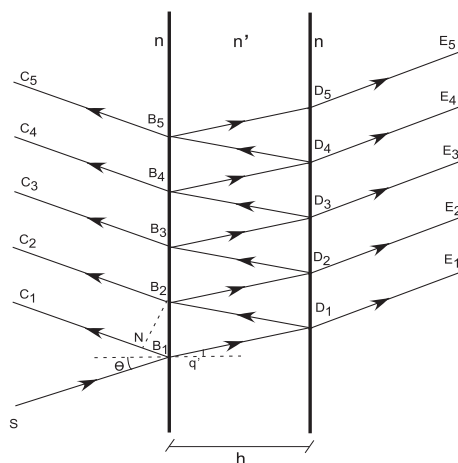


Fig. 3.2: Interferômetro Fabry-Perot.

O feixe incidente é representado pelo raio SB_1 . Ao atingir o ponto B_1 , o feixe se divide em um feixe refletido B_1C_1 e um transmitido B_1D_1 . O feixe B_1D_1 se divide, no ponto D_1 , no feixe refletido D_1B_2 e no transmitido D_1E_1 . E assim por diante.

Uma lente pode fazer os vários raios refletidos (ou transmitidos) convergirem, e eles podem interferir entre si. Há uma diferença de caminho ótico entre os diferentes raios que emergem de cada uma das superfícies. Essa diferença de caminho ótico, comparada ao comprimento de onda da luz, será determinante para que haja interferência construtiva ou destrutiva e, portanto, para haver maior transmissão ou reflexão do feixe pela placa.

A diferença de caminho ótico entre os feixes que chegam a C_1 e C_2 é

$$\Delta L = n' (B_1 D_1 + D_1 B_2) - n B_1 N. \quad (3.14)$$

As distâncias que determinam a diferença de caminho ótico podem ser determinadas observando a figura 3.2:

$$B_1 D_1 = D_1 B_2 = \frac{h}{\cos(\theta')}, \quad (3.15)$$

$$B_1 N = B_1 B_2 \sin(\theta) = 2h \tan(\theta') \sin(\theta), \quad (3.16)$$

$$n' \sin(\theta') = n \sin(\theta). \quad (3.17)$$

Donde chega-se à expressão para a diferença de caminho ótico

$$\Delta L = 2hn' \cos(\theta'), \quad (3.18)$$

que corresponde a uma variação na fase do feixe de

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} n' h \cos(\theta'). \quad (3.19)$$

Os coeficientes de reflexão e transmissão das superfícies são r_s e t_s . A amplitude do campo elétrico refletido é a soma das amplitudes dos raios $B_1 C_1$, $B_2 C_2$, $B_3 C_3$, \dots . Se a superfície for grande o suficiente, pode-se considerar que são infinitos raios refletidos e a expressão para a soma das amplitudes dos campos elétricos dos raios refletidos pode ser resumida utilizando-se a série geométrica

$$\begin{aligned} E^{(r)} &= r_s E^{(i)} e^{i\pi} + t_s^2 r_s E^{(i)} e^{i\delta} + t_s^2 r_s^3 E^{(i)} e^{2i\delta} + t_s^2 r_s^5 E^{(i)} e^{3i\delta} + \dots \\ &\quad + t_s^2 r_s^{2p-3} E^{(i)} e^{i(p-1)\delta} + \dots \\ &= E^{(i)} r_s \left(1 + \frac{t_s^2 e^{i\delta}}{1 - r_s^2 e^{i\delta}} \right). \end{aligned} \quad (3.20)$$

A primeira reflexão carrega uma fase π em relação às outras porque ela ocorre do meio n para n' e as outras de n' para n . A intensidade da luz refletida pode ser calculada tomando o módulo quadrado de $E^{(r)}$.

A amplitude do campo elétrico transmitido é:

$$\begin{aligned} E^{(t)} &= t_s^2 E^{(i)} + t_s^2 r_s^2 E^{(i)} e^{i\delta} + t_s^2 r_s^4 E^{(i)} e^{2i\delta} + t_s^2 r_s^6 E^{(i)} e^{3i\delta} + \dots \\ &\quad + t_s^2 r_s^{2(p-1)} E^{(i)} e^{i(p-1)\delta} + \dots \\ &= t_s^2 E^{(i)} \frac{1}{1 - r_s^2 e^{i\delta}}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

A amplitude dentro da cavidade é a soma das amplitudes dos raios entre as duas placas, que é igual a

$$E^{(c)} = \frac{E^{(r)} + E^{(t)}}{t_s}. \quad (3.22)$$

Pode ocorrer uma mudança na fase da luz de π , se o índice de refração do meio de onde a luz incide for menor que o índice de refração do meio para onde a luz passa. O coeficiente de reflexão da superfície pode ser considerado complexo para contemplar essa possibilidade $r = |r| e^{i\delta_r/2}$. A transmitância e a reflectância das superfícies são respectivamente $\mathcal{T}_s = |t_s|^2$ e $\mathcal{R}_s = |r_s|^2$. As intensidades de luz transmitida e refletida pela placa são obtidas calculando o quadrado do módulo das amplitudes dos respectivos campos elétricos, $I = |E|^2$:

$$\begin{aligned} I^{(r)} &= I^{(i)} \mathcal{R}_s \left| -1 + \frac{\mathcal{T}_s e^{i\Delta}}{1 - \mathcal{R}_s e^{i\Delta}} \right|^2 \\ I^{(t)} &= I^{(i)} \frac{\mathcal{T}_s^2}{|1 - \mathcal{R}_s e^{i\Delta}|^2}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Em que $\Delta = \delta + \delta_r$ é a diferença de fase total entre duas reflexões sucessivas.

A transmitância, \mathcal{T}_p , e a reflectância, \mathcal{R}_p , da placa são as razões entre as intensidades transmitida e refletida pela placa e a intensidade incidente, respectivamente.

Rearranjando as expressões acima, temos

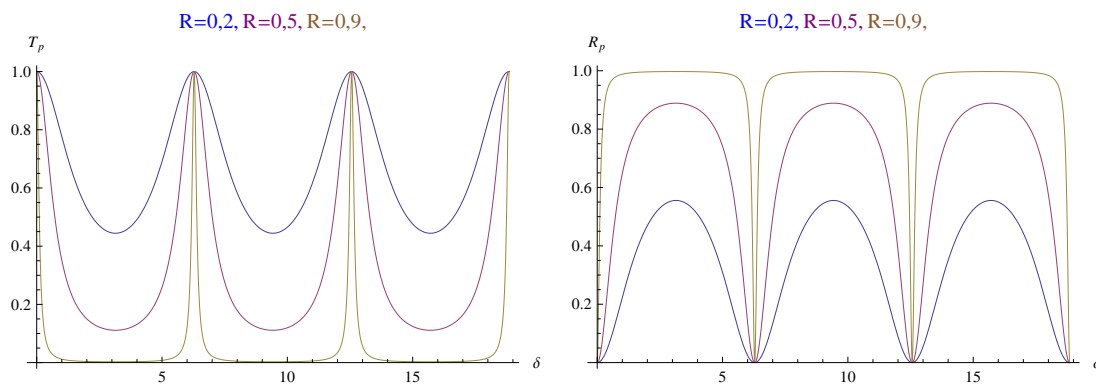
$$\mathcal{T}_p = \frac{I^{(t)}}{I^{(i)}} = \frac{\mathcal{T}_s^2}{(1 - \mathcal{R}_s)^2} \frac{1}{1 + F \sin(\Delta/2)}, \quad (3.24)$$

$$\mathcal{R}_p = \frac{I^{(r)}}{I^{(i)}} = \mathcal{R}_s \left| -1 + \frac{\mathcal{T}_s e^{i\Delta}}{1 - \mathcal{R}_s e^{i\Delta}} \right|^2. \quad (3.25)$$

Em que $F = \frac{4\mathcal{R}_s}{(1 - \mathcal{R}_s)^2}$ é o coeficiente de *finesse*.

Esboços da transmitância e da reflectância da placa em função de δ (que é

função do comprimento de onda da luz incidente) para diferentes valores de \mathcal{R}_s estão nas figuras 3.3. Elas guardam entre si a relação $\mathcal{R}_p + \mathcal{T}_p = 1$.



(a) Transmitância em um interferômetro Fabry-Perot para diferentes valores de \mathcal{R}_s . $\mathcal{R}_s = 0,2$ corresponde a $F = 1,25$, $\mathcal{R}_s = 0,5$ a $F = 8$, e $\mathcal{R}_s = 0,9$ a $F = 360$. (b) Reflectância em um interferômetro Fabry-Perot.

Fig. 3.3: Transmitância e reflectância da placa em função da diferença de fase δ , para diferentes valores da reflectância da superfície, \mathcal{R}_s .

Observando a figura 3.3, vê-se que a transmitância e a reflectância da placa variam de acordo com o comprimento de onda da luz incidente. Essa variação é maior e ocorre de forma mais abrupta para valores maiores da reflectância \mathcal{R}_s de cada superfície das interfaces placa-ambiente, que correspondem a valores maiores da *finesse* F . O interferômetro Fabry-Perot é justamente uma montagem de meios transparentes com \mathcal{R}_s grande. Aos valores de comprimento de onda onde há máximos da transmitância chamamos ressonâncias do Fabry-Perot. As ressonâncias ocorrem quando δ é múltiplo de $2\pi rad$, ou seja, $\frac{2n'h \cos(\theta')}{\lambda}$ é um número inteiro. Cada conjunto de parâmetros n' , h e θ' corresponde a um determinado comprimento de onda de ressonância $\lambda_0 = 2n'h \cos(\theta')$ (seus harmônicos também são ressonantes). Para incidência normal, $\theta = 0^\circ$, as ressonâncias se dão quando meio comprimento de onda, $\lambda_0/2$, for igual ao caminho ótico da cavidade, $n'h$, e em seus harmônicos. A *finesse* dá uma medida do quão estreito é o pico da transmitância em um interferômetro Fabry-Perot na ressonância.

Espelho DBR

Os espelhos DBR são espelhos com alta reflectividade em certa faixa de frequências. A seguir será descrito o método da matriz transferência, que depois servirá para calcular o espectro de reflectividade tanto do espelho DBR quanto de toda a microcavidade.

Método da matriz transferência

A microcavidade pode ser pensada como uma seqüência de fatias sobrepostas de materiais com diferentes índices de refração. Experimentos comuns na microcavidade consistem em medir a transmitância e/ou reflectância de um feixe de luz incidente sobre a ela. Uma forma de obter uma previsão teórica para os resultados experimentais é resolver as equações de Maxwell nesta estrutura. O método da matriz transferência é um método de solução das equações de Maxwell em sistemas desse tipo e será empregado a seguir.

As equações de Maxwell que são obedecidas pelos campos elétrico e magnético na matéria com ausência de cargas e correntes livres foram escritas em 3.6 e 3.7.

Qualquer solução das equações de Maxwell para os campos elétrico e magnético pode ser escrita na base de ondas planas. Para o campo elétrico, por exemplo, as soluções podem ser escritas como combinações lineares de ondas planas $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - 2\pi\nu t)}$, caracterizadas pela frequência ν , módulo do vetor de onda $k = \frac{2\pi n \nu}{c}$ e amplitude do campo elétrico \mathbf{E}_0 . Das equações de Maxwell, pode-se obter a equação de onda para cada componente do campo elétrico expandido em ondas planas, que pode ser escrita como

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -k^2 \mathbf{E}. \quad (3.26)$$

Para solucionar as equações de Maxwell para dois meios adjacentes, basta solucioná-las em cada meio e aplicar as equações de contorno à interface, que impõem continuidade para as componentes tangenciais de cada campo.

Vamos considerar a situação de um feixe de luz monocromático incidindo perpendicularmente, direção z , em uma placa transparente de superfícies paralelas e espessura l , com vetor de onda no vácuo k_0 , ilustrada em 3.4. O índice de refração do meio de onde o feixe vem é n_o , o do meio para o qual é transmitido é n_t e o da

placa é n_1 . Os vetores de onda e vetores campo elétrico nos três meios são \mathbf{k}_o e \mathbf{E}_o , \mathbf{k}_t e \mathbf{E}_t , e \mathbf{k}_1 e \mathbf{E}_1 . O módulo do vetor de onda no meio se relaciona com o módulo do vetor de onda no vácuo através do índice de refração $k_1 = k_o n$, lembrando que $k_o = 2\pi/\lambda_o$.

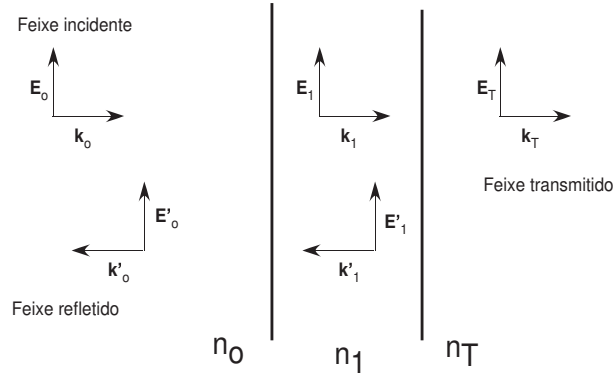


Fig. 3.4: Representação dos vetores campo elétrico e vetor de onda de uma onda monocromática incidindo sobre uma placa transparente.

As condições de contorno impostas às duas interfaces levam às restrições

$$E_o + E'_o = E_1 + E'_1, \quad (3.27)$$

$$H_o - H'_o = H_1 - H'_1 \text{ ou } n_o E_o - n_o E'_o = n_1 E_1 - n_1 E'_1, \quad (3.28)$$

$$E_1 e^{ik_1 l} + E'_1 e^{-ik_1 l} = E_t, \quad (3.29)$$

$$H_1 e^{ik_1 l} - H'_1 e^{-ik_1 l} = H_t \text{ ou } n_1 E_1 e^{ik_1 l} - n_1 E'_1 e^{-ik_1 l} = n_t E_t. \quad (3.30)$$

Eliminando-se as amplitudes E_1 e E'_1 , as condições de contorno são reduzidas a duas expressões que podem ser escritas matricialmente como

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_o \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_o \end{pmatrix} \frac{E'_o}{E_o} = \begin{pmatrix} \cos(k_1 l) & -\frac{i}{n_1} \sin(k_1 l) \\ -in_1 \sin(k_1 l) & \cos(k_1 l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_t \end{pmatrix} \frac{E_t}{E_o}, \quad (3.31)$$

que podem ser abreviadas como

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_o \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_o \end{pmatrix} r = M \begin{pmatrix} 1 \\ n_t \end{pmatrix} t, \quad (3.32)$$

em que $r = \frac{E'_o}{E_o}$ é o coeficiente de reflexão da placa, $t = \frac{E_t}{E_o}$ é o coeficiente de transmissão e $M = \begin{pmatrix} \cos(k_1 l) & -\frac{i}{n_1} \sin(k_1 l) \\ -in_1 \sin(k_1 l) & \cos(k_1 l) \end{pmatrix}$ é a matriz transferência.

Suponhamos a situação em que há muitas placas em seqüência. Digamos N placas com índices de refração diferentes $n_1, n_2, n_3, \dots, n_N$ e espessuras $l_1, l_2, l_3, \dots, l_N$. Uma relação semelhante a 3.32 pode ser obtida e terá a forma

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_o \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_o \end{pmatrix} r = M_1 M_2 M_3 \cdots M_N \begin{pmatrix} 1 \\ n_t \end{pmatrix} t = M \begin{pmatrix} 1 \\ n_t \end{pmatrix} t, \quad (3.33)$$

em que M_i é a matriz transferência da i -ésima placa. A matriz transferência total é uma matriz 2×2 , obtida pela multiplicação matricial das matrizes de cada placa: $M = M_1 M_2 M_3 \cdots M_N$.

$$M = M_1 M_2 M_3 \cdots M_N = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Nesse caso, tem-se os coeficientes de transmissão e reflexão do sistema de muitas camadas dados pelas expressões

$$r = \frac{M_{11}n_o + M_{12}n_on_t - M_{21} - M_{22}n_t}{M_{11}n_o + M_{12}n_on_t + M_{21} + M_{22}n_t}, \quad (3.35)$$

$$t = \frac{2n_o}{M_{11}n_o + M_{12}n_on_t + M_{21} + M_{22}n_t}. \quad (3.36)$$

A reflectância e a transmitância, R e T , do sistema podem ser calculadas pelas razões entre as intensidades dos campos elétricos refletido e transmitido e a intensidade do campo incidente, elas são relacionadas com os coeficientes de reflexão

e transmissão da placa, como apresentado nas referências [31, 34]:

$$R \equiv \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{E'_o}{E_o} \right)^2 = |r|^2, \quad (3.37)$$

$$T \equiv \frac{I_t}{I_i} = \frac{n_t}{n_o} \left(\frac{E_t}{E_o} \right)^2 = \frac{n_t}{n_o} |t|^2, \quad (3.38)$$

Se houver absorção, a absorbância, A , pode ser calculada como $A = 1 - R - T$.

Matriz transferência para incidência oblíqua

A matriz transferência deduzida anteriormente era referente a uma incidência normal da luz sobre a superfície. Se o feixe de luz faz um ângulo θ_o com a direção normal à superfície, a matriz transferência para uma placa de espessura l_1 e índice de refração n_1 pode ser escrita como [35]:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\frac{i}{p} \sin(\beta) \\ -i p \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix}, \quad (3.39)$$

em que $\beta = k_1 l_1 \cos(\theta_1)$ e $p = n_1 \cos(\theta_1)$ para polarização TE (campo elétrico paralelo à superfície) e $p = \frac{n_1}{\cos(\theta_1)}$ para polarização TM (campo magnético paralelo à superfície). θ_1 é o ângulo entre o feixe e a direção normal dentro da placa, pode ser calculado pela lei de Snell: $\theta_1 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_o} \sin(\theta_o)\right)$.

Cálculo da reflectividade do espelho DBR

O espelho DBR é feito de camadas intercaladas de dois materiais distintos, com índices de refração n_a e n_b e espessuras das camadas a e b . Supomos um ângulo do feixe de incidência faz com a normal igual a θ_o . As matrizes transferência para cada camada são:

$$\mathbf{M}_a = \begin{pmatrix} \cos(k_a a \cos(\theta_a)) & -\frac{i}{p(\theta_a)n_a} \sin(k_a a \cos(\theta_a)) \\ -i p(\theta_a) n_a \sin(k_a a \cos(\theta_a)) & \cos(k_a a \cos(\theta_a)) \end{pmatrix}, \quad (3.40)$$

$$\mathbf{M}_b = \begin{pmatrix} \cos(k_b b \cos(\theta_b)) & -\frac{i}{p(\theta_b)n_b} \sin(k_b b \cos(\theta_b)) \\ -i p(\theta_b) n_b \sin(k_b b \cos(\theta_b)) & \cos(k_b b \cos(\theta_b)) \end{pmatrix}, \quad (3.41)$$

A matriz transferência para um par de camadas é $\mathbf{M} = \mathbf{M}_b \mathbf{M}_a$ e para um

número N de pares é $\mathbf{M} = (\mathbf{M}_b \mathbf{M}_a)^N$.

Quando o número de pares é grande, há uma faixa de frequências em torno de λ para a qual a reflectividade é próxima de 1, denominada *stop band*. A extensão dessa faixa é proporcional à diferença do índice de refração dos dois dielétricos [29]. A figura 3.5 mostra a simulação feita com matriz transferência da reflectância e da transmitância para um espelho DBR formado por 21 pares. Cada par é composto por camadas com espessuras 688\AA e 590\AA e índices de refração 2,87 e 3,26. Consideramos o ângulo de incidência $\theta_o = 12^\circ$ e que a luz vem do ar e vai para um meio com índice de refração 3,355. Este é o chamado ângulo mágico, é calculado de forma a fazer coincidir as componentes dos vetores de onda do fóton e do éxciton paralelas ao plano da cavidade. Esses valores foram escolhidos por serem os utilizados no experimento de nosso interesse, referentes a camadas dos materiais $AlAs$ e $Al_{0,2}Ga_{0,8}As$.

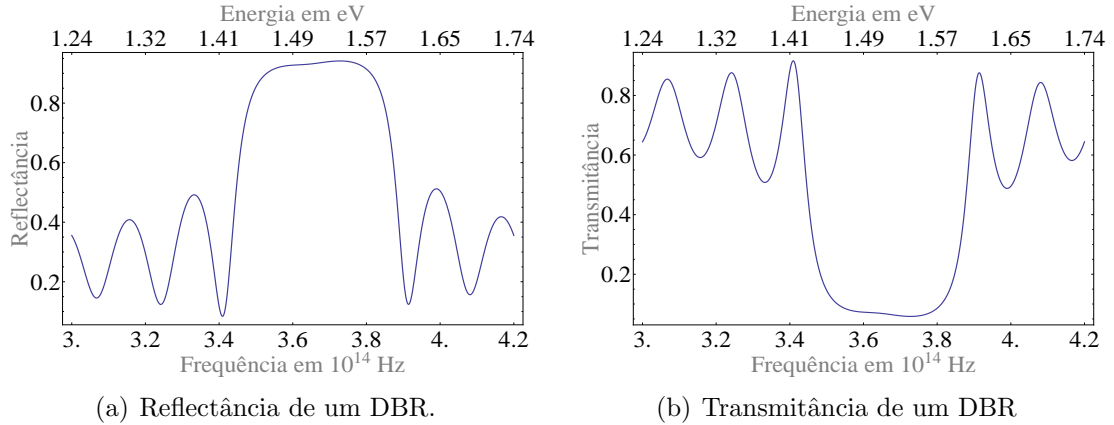


Fig. 3.5: Simulação feita pelo método da matriz transferência da reflectância e da transmitância de um espelho DBR em função do comprimento de onda da luz que incide sobre ele. O DBR considerado é formado por 21 pares de camadas de materiais com índices de refração $n_a = 2,97$ e $n_b = 3,26$ e espessuras $l_a = 688\text{\AA}$ e $l_b = 590\text{\AA}$. Considerou-se a luz vindo de um meio com $n_o = 1$ e indo para um meio onde $n_t = 3,355$. O ângulo de incidência é $\theta_o = 12^\circ$.

Matriz transferência para um meio não-linear

O poço quântico que compõe a microcavidade é um meio que apresenta não-linearidade, ou seja, o índice de refração depende da frequência da luz, o coeficiente de absorção também tem essa dependência. O mesmo método da matriz transferência que é utilizado para meios lineares pode ser usado também para o poço quântico, apenas substituindo o índice de refração que relaciona o vetor de onda e a frequência, $k = 2\pi n\nu$, pelo índice de refração complexo e dependente da frequência, $k = 2\pi\mathcal{N}\nu = 2\pi\nu(n+i\alpha)$. Isso é possível porque as equações 3.27 no caso de um meio que apresenta absorção são parecidas com as do meio sem absorção, mudando apenas os coeficientes que acompanham E_1 e E'_1 : $e^{ik_1l} = e^{2\pi iln\nu} \rightarrow e^{2\pi i\nu n - 2\pi l\nu\alpha} = e^{2\pi i\mathcal{N}\nu}$.

3.3.3 Microcavidade: Fabry-Perot formado por DBR's + poço quântico

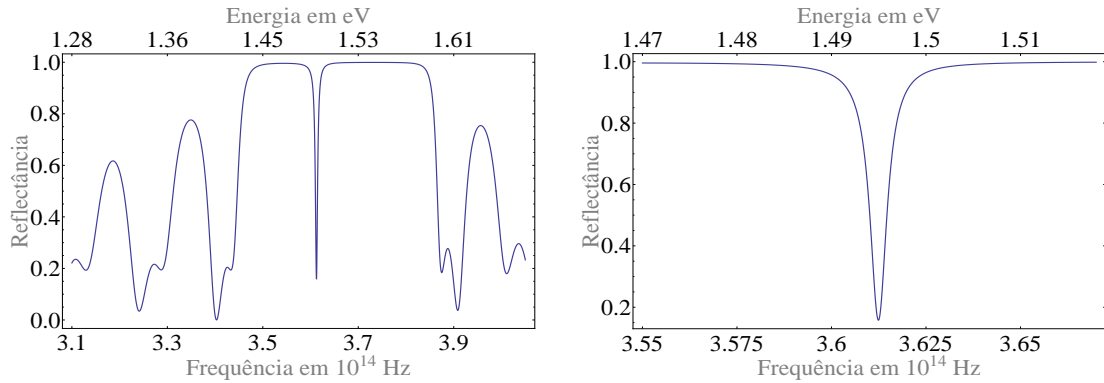
O modelo para o cálculo da reflectância de um interferômetro Fabry-Perot já foi discutido. Também já foi apresentado o modelo para o índice de refração de um meio dispersivo próximo de sua frequência de ressonância. Agora, todos esses elementos serão utilizados em conjunto, para a obtenção de uma descrição da reflectividade da microcavidade, que consiste em um interferômetro tipo Fabry-Perot, formado por dois espelhos DBR, com uma camada espaçadora entre eles, dentro da qual há um poço quântico. Primeiramente, será discutido o Fabry-Perot formado pelos espelhos DBR e, posteriormente, será introduzido o poço quântico no modelo.

Fabry-Perot formado por DBR's - cavidade vazia

O interferômetro Fabry-Perot do experimento tratado é construído com espelhos DBR, que têm alta reflectividade em certa região de comprimentos de onda λ_{dbr} . A faixa de comprimentos de onda com alta reflectividade é determinada na construção do espelho e pode ser regulada escolhendo-se a espessura das camadas de acordo com o índice de refração do material do qual é feito. Um interferômetro Fabry-Perot tem um mínimo em sua reflectividade em certo comprimento de onda λ_{fp} . Esse comprimento de onda também pode ser regulado escolhendo a espessura do Fabry-Perot de acordo com o índice de refração do material do qual é feito. Se λ_{fp} é escolhido dentro do *stop-band* do DBR, observa-se o casamento dos dois efeitos,

que consiste em um mínimo da reflectância ocorrendo dentro do *stop-band*. A figura 3.6 ilustra essa situação.

Para a confecção da figura 3.6, o método da matriz transferência foi utilizado, considerando a luz incidente vinda do ar, passando por um espelho DBR de 21 pares, pela camada espaçadora, por outro espelho DBR com 21 pares e finalmente sendo transmitida para um substrato. A forma da matriz transferência é $M = M_{dbr} \cdot M_c \cdot M_{dbr}$, sendo M_{dbr} a matriz transferência dos espelhos DBR e M_c a matriz transferência da cavidade Fabry-Perot. Os valores utilizados para as espessuras das camadas do DBR e de seus índices de refração foram $l_a = 688\text{Å}$, $l_b = 590\text{Å}$, $n_a = 2,87$ e $n_b = 3,264$ e para espessura e índice de refração da cavidade $l_c = 2100\text{Å}$ e $n_c = 3,217$, os índices de refração dos meios adjacentes à cavidade são $n_{ar} = 1$, $n_{sub} = 3,355$, estes são dados nominais, fornecidos pelo fabricante da microcavidade. O caminho ótico na cavidade Fabry-Perot, $l_{fp}n_{fp}$, pode ser calculado levando-se em conta o tamanho e o índice de refração médio do poço que está imerso nela, $l_{fp}n_{fp} = l_c n_c + l_p n_p$, sendo $l_c = 2000\text{Å}$, $l_p = 100\text{Å}$, $n_c = 3,17$ e $n_p = 3,355$.



(a) Reflectância de um Fabry-Perot feito com espelhos DBR.

(b) Zoom da figura 3.6(a).

Fig. 3.6: Reflectância para um Fabry-Perot feito por dois DBR em função da frequência. Calculado pelo método de matriz transferência, $M = M_{dbr} \cdot M_c \cdot M_{dbr}$. Os parâmetros utilizados foram estão expostos no texto.

Fabry-Perot formado por DBR's com poço quântico

A microcavidade que estudamos é formada por um Fabry-Perot feito por dois espelhos DBR com um poço quântico no centro dessa cavidade Fabry-Perot. O poço quântico é uma camada de um material não-linear cuja frequência de ressonância é próxima à frequência característica do Fabry-Perot.

O poço quântico pode ser pensado como um adicional no tamanho da cavidade Fabry-Perot, aumentando seu caminho ótico e, conseqüentemente, diminuindo sua frequência de ressonância. Porém, como o índice de refração do poço varia com a frequência da luz, a mudança do caminho ótico provocada pelo poço será diferente para diferentes frequências. A frequência de ressonância de uma cavidade Fabry-Perot, ν_o , em incidência normal, é aquela cujo meio comprimento de onda, $\frac{\lambda_o}{2} = \frac{c}{2\nu_o}$, é igual ao comprimento ótico da cavidade, $l_{fp}n_{fp}$. Portanto, obedece à relação

$$\nu_o = \frac{c}{2l_{fp}n_{fp}}. \quad (3.42)$$

(Seus múltiplos também são ressonantes, mas vamos nos ater a esta ressonância.) Mas, com a presença do poço quântico, o comprimento ótico da cavidade passa a ser $l_{fp}n_{fp} = l_c.n_c + l_p.n_p(\nu)$, sendo l_c e l_p as espessuras da cavidade e do poço, respectivamente, e n_c e $n_p(\nu)$ seus índices de refração, sendo o último função da frequência da luz. Portanto, ocorrerá ressonância na frequência ν_o quando ela obedecer à relação

$$\nu = \frac{c}{2[l_c.n_c + l_p.n_p(\nu)]}. \quad (3.43)$$

Como o índice de refração do poço não é fixo, mas é uma função da própria frequência da luz, pode haver mais de um valor de frequência ν que respeite à última equação, podendo haver mais de uma ressonância. Utilizando o modelo de Lorenz-Lorentz para obter o índice de refração do material do poço, observamos o aparecimento de duas frequências de ressonância próximas.

O método da matriz transferência foi utilizado para calcular a reflectância de uma microcavidade. Considerando 21 pares de um DBR, seguidos por meia cavidade, pelo poço, a outra metade da cavidade, os outros 21 pares do DBR e o substrato, $M = M_{dbr}.M_{1/2c}.M_p.M_{1/2c}.M_{dbr}$. A figura 3.7 mostra os espectros de reflectância, transmitância e absorbância da microcavidade para uma situação em

que as frequências de ressonância do material não-linear e da cavidade Fabry-Perot são bem próximas. Os espectros são mostrados tanto com toda a extensão do *stop band* quanto com um *zoom* sobre as ressonâncias. Os parâmetros utilizados foram: espessuras e índices de refração das camadas que compõem os DBR's: $l_a = 688\text{Å}$, $l_b = 590\text{Å}$, $n_a = 2,871$ e $n_b = 3,264$; espessura de meia cavidade e índice de refração: $l_{1/2c} = 1000\text{Å}$ e $n_c = 3,217$; espessura do poço quântico $l_p = 100\text{Å}$; índice de refração do meio do qual a luz vem e do meio para o qual a luz vai: $n_o = 1$ e $n_t = 3,355$. O índice de refração e o coeficiente de absorção do poço quântico utilizados foram os da figura 3.1.

A separação entre as ressonâncias nos espectros de reflexão, transmissão e absorção só será a mesma quando $\gamma = 0$, que é o amortecimento da nuvem eletrônica no modelo de Lorentz-Lorenz [34].

O experimento de interesse desta tese consistiu em medidas de fotoluminescência da microcavidade. O espectro de fotoluminescência é proporcional ao de absorção, pois a cavidade emitirá na mesma proporção que absorve [36].

Os espectros apresentados na figura 3.7 têm dois picos ou dois mínimos, que são associados a frequências de ressonância do sistema e serão chamadas frequências dos polárítos. O aparecimento dessas duas frequências é relacionado às duas frequências de ressonância anteriormente identificadas no sistema: a ressonância da cavidade Fabry-Perot, que é determinada pela sua espessura e seu índice de refração, e a ressonância do poço quântico, que é a frequência na qual o índice de refração do material do poço sofre grande variação, chamada frequência do éxciton. As ressonâncias da cavidade e do éxciton não aparecem mais nesse sistema composto de cavidade+poço, elas dão lugar às ressonâncias dos polárítos. O tratamento quântico, que será apresentado na sequência, joga luz sobre a interpretação dessa mudança de frequências no sistema e fornece uma forma clara para o cálculo das frequências dos polárítos em termos das frequências do éxciton e da cavidade.

Importantes características da microcavidade aparecem observando-se o efeito da variação da dessintonia entre as frequências do éxciton e da cavidade sobre os espectros que estamos tratando (o de reflectância, por exemplo). A figura 3.8 mostra vários espectros de reflectância de uma microcavidade, calculados para várias dessintonias diferentes. A ressonância da cavidade foi mantida fixa e variou-se a ressonância do éxciton. As reflectâncias foram calculadas pelo método da matriz

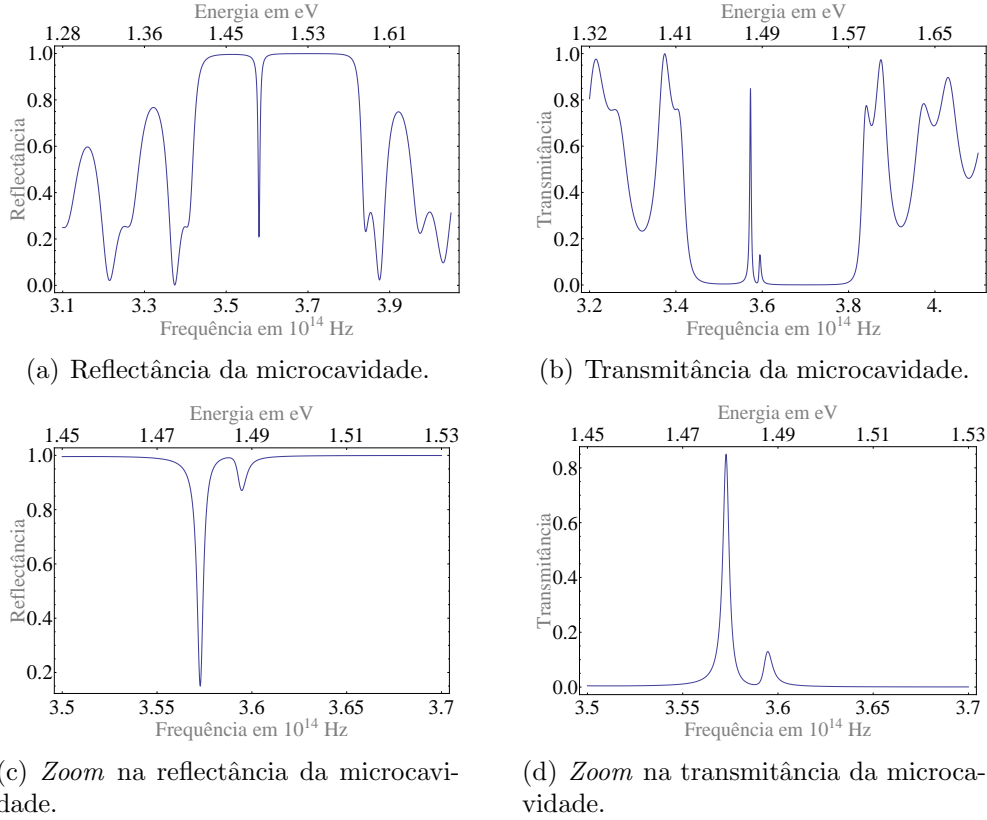


Fig. 3.7: Simulação dos espectros de reflectância e transmitância de uma microcavidade formada por um interferômetro Fabry-Perot, preenchido com um material não-linear absorvedor, calculados por matriz transferência. Os parâmetros utilizados estão no texto.

transferência. Os parâmetros utilizados foram: $\theta_o = 12^\circ$, $\frac{Ng_e^2}{m\epsilon_o} = 1,655 \times 10^{28} s^{-2}$, $\gamma = 2,418 \times 10^{12} Hz$, $n_a = 2,871$, $n_b = n_c = 3,264$, $a = 688 \text{Å}$, $b = 590 \text{Å}$, $l_c = 2000 \text{Å}$, $l_p = 100 \text{Å}$. A frequência de ressonância dos éxcitons foi variada entre $\nu_e = 3,5 \times 10^{14} Hz$ e $\nu_e = 3,65 \times 10^{14} Hz$. A linha pontilhada inclinada representa as frequências do éxciton. A frequência de ressonância da cavidade pode ser lida do espectro da cavidade vazia na figura 3.6, vale $\nu_c = 3,58 \times 10^{14} Hz$ e está representada na linha vertical. Na figura fica visível o chamado *anticrossing*, que é o fato de que as duas novas frequências de ressonância do sistema (as frequências dos poláritons) se aproximam, devido à aproximação das ressonâncias do éxciton e da cavidade, mas nunca se tornam iguais. Quando as frequências do éxciton e da cavidade são iguais,

observa-se a menor diferença entre as energias dos polárítons, mas mesmo assim estas têm valores distintos. A primeira observação da separação das frequências dos polárítons quando as frequências da cavidade e do éxciton têm o mesmo valor foi feita por Weisbuch e colaboradores e foi uma importantíssima contribuição na área [16].

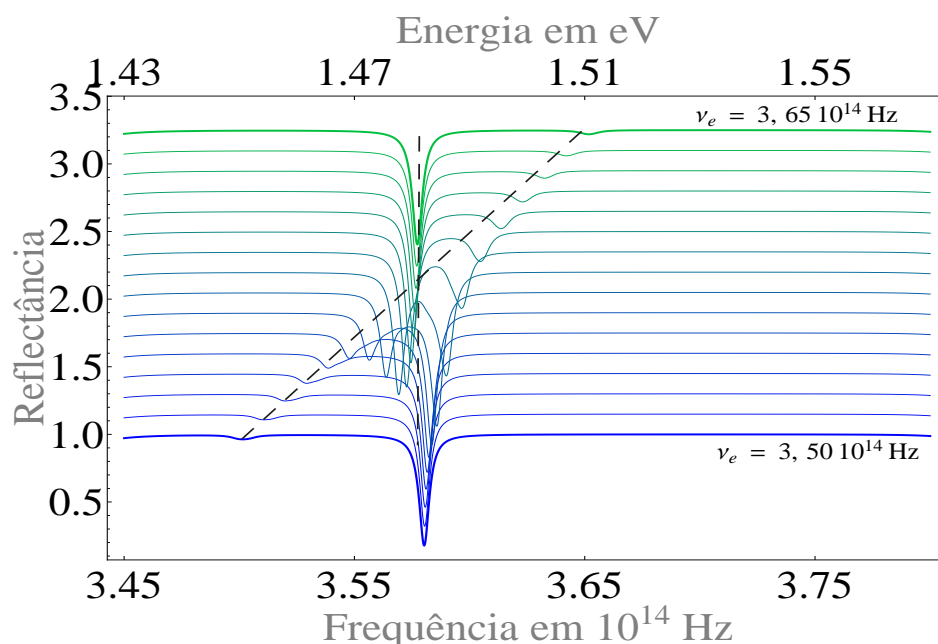


Fig. 3.8: Espectros de reflectância de uma microcavidade calculados pelo método de matriz transferência. Os parâmetros utilizados estão descritos no texto.

O *anticrossing* no espectro de reflectância de uma microcavidade pode ser observado tanto mudando a frequência de ressonância da cavidade (que pode ser implementado com uma cavidade crescida em forma de cunha, como a utilizada no experimento de interesse), como mudando a frequência de ressonância dos éxcitons (que pode ser implementado mudando a temperatura da amostra, no caso do índice de refração ser sensivelmente dependente da temperatura), mas também pode ser feito mudando o ângulo de incidência do laser sobre a amostra, o que, em certos casos, é uma manipulação muito mais simples de implementar. O espectro de reflectância de uma microcavidade variando o ângulo de incidência foi simulado e está

apresentado na figura 3.9. Os parâmetros utilizados para essa simulação foram os mesmos das outras reflectâncias, a não ser pelas espessuras $l_a = 730\text{\AA}$, $l_b = 680\text{\AA}$ e $l_c = 2570\text{\AA}$.

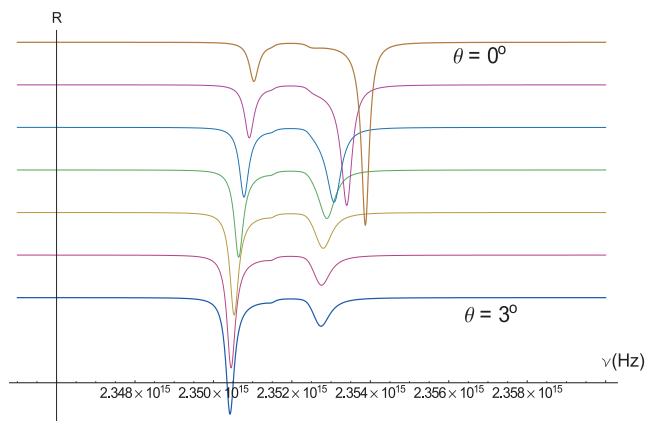


Fig. 3.9: Espectros de reflectância de uma microcavidade para diversos ângulos de incidência do laser. Os parâmetros utilizados estão descritos no texto.

3.4 Abordagem quântica

A abordagem quântica para o estudo de microcavidades consiste em considerar o campo eletromagnético quantizado na cavidade e o éxciton quantizado no poço quântico. Essa foi a abordagem utilizada por Hopfield quando ele introduziu o conceito de éxciton-poláritons pela primeira vez [11]. A seguir serão expostos alguns elementos centrais desse modelo e também a utilização dele para descrever o espectro de fotoluminescência da microcavidade. Discussões mais detalhadas podem ser encontradas nos trabalhos das referências [37, 11, 38].

Os éxcitons e fótons quantizados interagindo podem ser representados por um hamiltoniano contendo um termo de éxcitons livres, um termo de fótons livres e um termo de interação entre eles. Os operadores que representam éxcitons e fótons são operadores bosônicos. Só há interação entre éxcitons e fótons que tenham o mesmo vetor de onda \mathbf{k} [38]. Denominando \hat{e} os operadores de éxcitons e \hat{f} os operadores de fótons, o hamiltoniano da microcavidade fechada, contendo fótons e éxcitons, pode

ser escrito como:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \hat{H}_{\mathbf{k}}, \quad (3.44)$$

$$\hat{H}_{\mathbf{k}} = h\nu_e(\mathbf{k})\hat{e}_{\mathbf{k}}^\dagger\hat{e}_{\mathbf{k}} + h\nu_f(\mathbf{k})\hat{f}_{\mathbf{k}}^\dagger\hat{f}_{\mathbf{k}} + h\Omega(\mathbf{k}) \left(\hat{f}_{\mathbf{k}}^\dagger\hat{e}_{\mathbf{k}} + \hat{e}_{\mathbf{k}}^\dagger\hat{f}_{\mathbf{k}} \right), \quad (3.45)$$

em que $h\nu_e(\mathbf{k})$ é a energia do éxciton com vetor de onda \mathbf{k} , $h\nu_f(\mathbf{k})$ é a energia do fóton com vetor de onda \mathbf{k} e $\Omega(\mathbf{k})$ é a intensidade de interação das duas partículas, também chamada frequência de Rabi (em analogia à frequência de Rabi do acoplamento forte entre átomo e campo eletromagnético em cavidades óticas [39]). Subentenderemos os índices \mathbf{k} nas próximas expressões.

O hamiltoniano pode ser escrito em uma forma diagonal, através de uma transformação linear, escrevendo-o em termos dos operadores \hat{l} e \hat{u} , que são definidos como combinações lineares de \hat{e} e \hat{f} ,

$$\hat{l} = X\hat{e} + C\hat{f}, \quad (3.46)$$

$$\hat{u} = -C\hat{e} + X\hat{f}, \quad (3.47)$$

em que os coeficientes X e C são reais. Esses coeficientes, chamados coeficientes de Hopfield, podem ser encontrados em termos dos parâmetros do hamiltoniano 3.45, impondo aos novos operadores regras de comutação bosônicas, $[\hat{l}, \hat{l}^\dagger] = [\hat{u}, \hat{u}^\dagger] = 1$, $[\hat{l}, \hat{u}] = 0$, e exigindo que o hamiltoniano tenha a forma diagonal

$$\hat{H} = h\nu_l\hat{l}^\dagger\hat{l} + h\nu_u\hat{u}^\dagger\hat{u}. \quad (3.48)$$

Obtendo-se as seguintes expressões para os coeficientes de Hopfield

$$X = \frac{\Omega\sqrt{2}}{\sqrt{4\Omega^2 + \Delta(\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2})}}, \quad (3.49)$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2}}}, \quad (3.50)$$

em que Δ é a dessintonia entre as frequências do fóton e do éxciton

$$\Delta = \nu_f - \nu_e. \quad (3.51)$$

Os autoestados do hamiltoniano, que são representados pelos operadores \hat{u} e \hat{l} , são quase-partículas denominadas poláritons, o *upper* e o *lower* poláriton, respectivamente.

Os operadores de fóton e de éxciton podem ser escritos em termos dos operadores dos poláritons como

$$\hat{f} = C\hat{l} + X\hat{u}, \quad (3.52)$$

$$\hat{e} = X\hat{l} - C\hat{u}. \quad (3.53)$$

As autofrequências dos poláritons são

$$\nu_u = \nu_f + \frac{1}{2} \left(-\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2} \right), \quad (3.54)$$

$$\nu_l = \nu_f + \frac{1}{2} \left(-\Delta - \sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2} \right). \quad (3.55)$$

As autoenergias são $E_l = h\nu_l$ e $E_u = h\nu_u$.

No caso ressonante, em que as frequências da cavidade e do éxciton são iguais, a dessintonia Δ é nula e a diferença das energias do *upper* e do *lower* poláriton é relacionada com o Rabi *splitting* Ω da seguinte maneira: $E_u - E_l = 2h\Omega$; de forma que, medindo-se a diferença de energia entre os dois tipos de poláriton, no caso ressonante, obtém-se uma medida do Rabi *splitting*.

A figura 3.10 mostra as energias dos poláritons mantendo-se fixa a frequência da cavidade e variando a frequência do éxciton. Essas energias correspondem à previsão teórica do modelo quântico para as energias de emissão da cavidade por fotoluminescência, pois essa emissão se dá pelo decaimento radioativo dos poláritons. Observa-se o *anticrossing*, marca característica do acoplamento forte entre éxcitons e fótons em microcavidades.

Os modos dos poláritons deste modelo são discretos, não têm largura de linha. Um próximo passo que pode ser dado para aprimorar o modelo é considerar o acoplamento dos poláritons com os infinitos modos do campo eletromagnético de

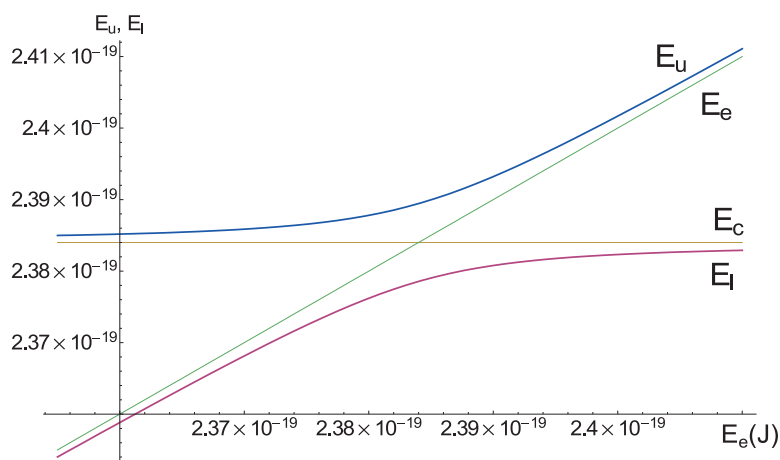


Fig. 3.10: Energias dos polárítions *upper* e *lower*, E_u e E_l , em função da energia do éxciton. Desenhado a partir das expressões 3.54 com os parâmetros : $\Omega = 3,4meV$ e $E_c = 1,49eV$. Também estão ilustradas as energias do éxciton, E_e , e do fóton, E_f , em cada caso.

fora da cavidade, que é um acoplamento fraco, mas existente, e é o responsável, no modelo teórico, pelo escape dos fótons da cavidade, o que viabiliza a medição da fotoluminescência. Este passo pode ser encontrado na referência [34], por exemplo.

A abordagem quântica para os polárítions é especialmente apropriada para tratar a biestabilidade nesse sistema, por sua simplicidade neste contexto.

3.5 Discussão sobre os espectros da microcavidade

A obtenção teórica das propriedades de microcavidades semicondutoras como reflectância, transmitância, absorvância e fotoluminescência pode ser feita por uma abordagem semiclássica ou por uma abordagem completamente quântica. As duas foram expostas anteriormente. Um paralelo entre as duas abordagens pode ser visto no trabalho da referência [34].

Na abordagem semiclássica, o espectro de fotoluminescência é obtido fazendo-se a consideração de que ele é proporcional ao de absorção, que por sua vez tem características muito semelhantes ao de reflectância, como pode ser visto na figura 3.7. O espectro de fotoluminescência previsto pela teoria quântica está representado na figura 3.10. Para o esboço desse espectro, foi considerada a teoria mais básica

para o tratamento de poláritons, considerando apenas éxcitons não excitados. Os espectros obtidos pelos dois métodos coincidem.

Acoplamentos fraco e forte

A interação de fótons na cavidade com éxcitons no poço quântico ocorre em dois regimes distintos e é classificada em dois grupos: acoplamento fraco e acoplamento forte. A intensidade da interação entre éxcitons e fótons é o critério de classificação. Essa intensidade depende sensivelmente da geometria da microcavidade, de forma que se pode construir microcavidades para apresentar acoplamento forte ou fraco, escolhendo sua estrutura durante a construção [27].

Chamamos de acoplamento forte quando o acoplamento entre éxciton e fótons ($\hbar\Omega$, em 3.44) é maior que as larguras de linha do modo da cavidade e do éxciton, que estão relacionadas aos tempos de vida do fóton e do éxciton, respectivamente. Nesse caso, os autoestados do sistema são os poláritons, combinações lineares de éxcitons e fótons. A emissão do sistema é associada ao decaimento de poláritons.

Quando a largura de linha do modo da cavidade supera o acoplamento éxciton-fóton, o acoplamento é chamado fraco. O efeito do acoplamento fraco também é modificar as características da emissão da cavidade, mas de forma menos drástica. Pode-se considerar que os estados do sistema continuam sendo estados de fótons e éxcitons, que sofrem pequena alteração por conta da interação. Esta pode ser tratada perturbativamente. Nesse caso, o decaimento espontâneo de éxcitons é o principal responsável pela emissão da cavidade [40]. Um tratamento quântico unificado para os dois regimes pode ser encontrado na referência [29].

O Rabi *splitting*, que é a quebra da degenerescência das duas ressonâncias da microcavidade no caso das frequências do fóton e do éxciton coincidirem, foram previsto pelos dois modelos teóricos apresentados anteriormente. Esse fenômeno tem origem no acoplamento forte de luz e matéria e tem como uma consequência a mudança do espectro de transmissão da cavidade. Portanto, a observação dessa mudança no espectro é uma marca do regime de acoplamento forte e sua medição pode ser feita para verificar se uma determinada cavidade propicia tal regime.

Influência da temperatura no espectro de reflectância

Os espectros de fotoluminescência, reflexão e transmissão de uma microcavidade são alterados pela mudança da temperatura. Medidas do espectro de fotoluminescência para diversas temperaturas são mostradas na figura 3.11, retirada da referência [41], outras medidas semelhantes podem ser vistas nas referências [42] e [43]. As faixas de temperaturas utilizadas em cada experimento são muito diferentes, mas o efeito observado da temperatura sobre os espectros é semelhante. Observando as medidas, verificamos que o aumento da temperatura afeta os espectros, transladando suas ressonâncias para energias menores e também modificando seu perfil.

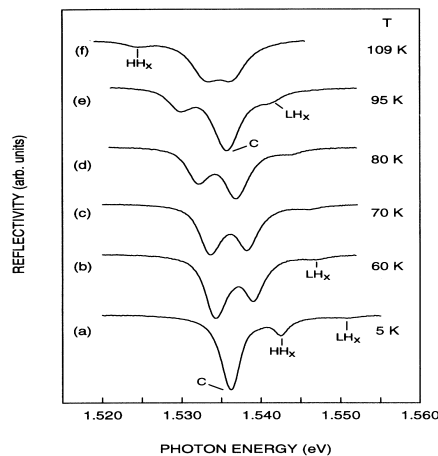


Fig. 3.11: Medidas da reflectância em uma microcavidade para diversas temperaturas, retiradas de [44].

As origens da mudança nos espectros devido à mudança de temperatura são várias. A temperatura afeta a microcavidade de diversas formas, no entanto, a mudança mais sensível é na frequência de ressonância do éxciton, que diminui com o aumento da temperatura. Mas ressonância da cavidade e a intensidade da interação fóton-éxciton também são afetadas.

4. BIESTABILIDADE ÓTICA

Neste capítulo discutiremos alguns aspectos relevantes da biestabilidade ótica para nosso trabalho. Na primeira seção, falaremos sobre o que é o fenômeno de biestabilidade ótica e como ele pode ser medido. Na segunda seção, apresentaremos um modelo teórico para a descrição da biestabilidade ótica em microcavidades semicondutoras. Na terceira seção, abordaremos algumas características da transição entre estados que ocorre durante a biestabilidade. Na quarta seção, finalmente, mostraremos alguns casos em que a biestabilidade é induzida por uma variação de temperatura no sistema.

4.1 *O que é a biestabilidade ótica*

Biestabilidade ótica é um fenômeno que ocorre quando um sistema emissor de luz tem dois possíveis estados estacionários, referentes a duas emissões distintas e relacionados a um mesmo conjunto de parâmetros que caracterizam a situação na qual o sistema se encontra. Microcavidades semicondutoras podem apresentar biestabilidade ótica, tendo dois possíveis estados estacionários, relacionados a duas intensidades de luz emitidas pela cavidade, para uma única intensidade do laser que bombeia a cavidade.

Medidas que verificam a ocorrência de biestabilidade ótica podem ser feitas variando a intensidade do laser de bombeio e observando a intensidade da emissão pelo sistema. Fazendo um gráfico I/O (*input/output* - intensidade de bombeio/intensidade de emissão) a partir dos resultados dessas medidas, pode-se observar uma histerese, indicando que há duas possíveis respostas O 's para uma entrada I . A rapidez da variação da intensidade do bombeio é um parâmetro importante para que a biestabilidade seja observada ou não, como será discutido. A figura 4.1 é o resultado de uma medida desse tipo, retirada do trabalho de Gibbs e colaboradores, [8], no qual foi apresentada, pela primeira vez, uma medida de biestabilidade

ótica com um interferômetro Fabry-Perot preenchido por um meio não-linear. O sistema consistia em um Fabry-Perot, com vapor de sódio em seu interior, bombeado por um laser. A primeira medida de biestabilidade ótica com semicondutores foi apresentada pelo mesmo grupo, no artigo da referência [17].

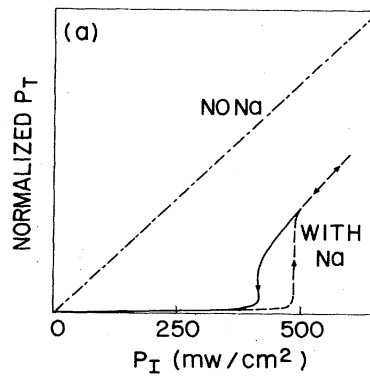


Fig. 4.1: Medida de biestabilidade ótica, apresentada na referência [8]. O eixo horizontal representa a potência do laser de bombeio sobre um Fabry-Perot preenchido com vapor de sódio e o eixo vertical representa a intensidade da luz transmitida pelo Fabry-Perot. Os dois resultados representados na figura são: para o Fabry-Perot não preenchido e preenchido com vapor de sódio.

4.2 Modelo para biestabilidade ótica em uma microcavidade

Os processos físicos em uma microcavidade semicondutora podem ser modelados semiclassicamente ou quanticamente, como já foi discutido. A biestabilidade ótica pode ser tratada tanto pela abordagem semiclássica, como é feito nas referências [45] e [46], como pela abordagem quântica, como apresentado na referência [47]. A seguir será apresentada a abordagem quântica para a biestabilidade em microcavidades.

O modelo quântico para a biestabilidade consiste em considerar, inicialmente, o hamiltoniano 3.48 para os polártons. O experimento que é foco desta tese foi feito em frequências próximas à do *lower* polárton, de forma que a luz coletada nesse experimento é proveniente do decaimento radioativo dessas partículas. A fim de modelar esse experimento, é possível negligenciar os termos referentes ao *upper*

poláriton no hamiltoniano. Mas esse é um hamiltoniano de sistema fechado, ao qual devem ser adicionados termos que levam em conta a entrada e a saída de fótons na cavidade e a interação entre poláritons, que têm origem na interação coulombiana entre os éxcitons. Com essas mudanças, obtém-se um hamiltoniano efetivo que tem a seguinte forma (maiores detalhes podem ser encontrados nas referências [48] e [38]):

$$\hat{H} = h\nu_p \hat{p}^\dagger \hat{p} + hV \hat{p}^\dagger \hat{p}^\dagger \hat{p} \hat{p} + i(Eh e^{-i2\pi\nu_L t} \hat{p}^\dagger - E^* h e^{i2\pi\nu_L t} \hat{p}), \quad (4.1)$$

sendo \hat{p} o operador destruição de poláriton, $h\nu_p$ a energia do *lower* poláriton na cavidade, h a constante de Planck, V a intensidade de interação entre poláritons, E um termo proporcional à amplitude do campo coerente (laser) que bombeia a cavidade, ν_L a frequência deste campo e t o tempo.

O hamiltoniano pode ser reescrito em termos de um operador definido como $\hat{p} \equiv \hat{p} e^{i2\pi\nu_L t}$, em um sistema de referência que acompanha a oscilação do laser, com frequência ν_L . Desta forma, ele perde a dependência explícita com o tempo:

$$\hat{H} = h\nu_p \hat{p}^\dagger \hat{p} + hV \hat{p}^\dagger \hat{p}^\dagger \hat{p} \hat{p} + i(Eh \hat{p}^\dagger - E^* h \hat{p}). \quad (4.2)$$

A equação mestra que representa a evolução temporal do estado $\hat{\rho}$ dos poláritons, levando em conta que o poláriton não é uma partícula estável [49], ou seja, tem um tempo de vida finito, é:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \gamma (2\hat{p} \hat{\rho} \hat{p}^\dagger - \hat{\rho} \hat{p}^\dagger \hat{p} - \hat{p}^\dagger \hat{p} \hat{\rho}), \quad (4.3)$$

sendo γ o inverso do tempo de vida do poláriton, que é igual à largura de linha da emissão do *lower* poláriton.

Equação diferencial para o valor esperado $\langle \hat{p} \rangle$

No que se segue, vamos obter uma equação para o valor esperado do operador destruição, essa equação nos possibilitará, mais a frente, encontrar uma relação entre as intensidades de bombeio e de emissão da cavidade, I/O .

A derivada temporal do valor esperado do operador destruição, $\langle \hat{p} \rangle$, pode ser

calculada da seguinte forma:

$$\frac{\partial \langle \hat{p} \rangle}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \text{tr}(\hat{\rho} \hat{p}) = \text{tr} \left(\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} \hat{p} \right) + \text{tr} \left(\hat{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial t} \right). \quad (4.4)$$

A derivada temporal de $\hat{\rho}$ é dada pela equação mestra 4.3 e a derivada de \hat{p} é

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(e^{i2\pi\nu_L t} \hat{p} \right) = i2\pi\nu_L e^{i2\pi\nu_L t} \hat{p} = i2\pi\nu_L \hat{p}. \quad (4.5)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \partial_t \langle \hat{p} \rangle &= \text{tr}(\hat{p} \partial_t \hat{\rho}) + i2\pi\nu_L \langle \hat{p} \rangle \\ &= \frac{1}{i\hbar} \text{tr} \left(\hat{p} [\hat{H}, \hat{\rho}] \right) + \gamma \text{tr} \left(\hat{p} (2\hat{p} \hat{\rho} \hat{p}^\dagger - \hat{\rho} \hat{p}^\dagger \hat{p} - \hat{p}^\dagger \hat{p} \hat{\rho}) \right) + i2\pi\nu_L \langle \hat{p} \rangle. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Utilizando a propriedade cíclica do traço e a relação de comutação bosônica dos operadores de poláritons, $[\hat{p}, \hat{p}^\dagger] = 1$, tem-se

$$\begin{aligned} \partial_t \langle \hat{p} \rangle &= \frac{1}{i\hbar} \text{tr} \left(\hat{\rho} [\hat{p}, \hat{H}] \right) + \gamma \text{tr} \left(\hat{\rho} (2\hat{p}^\dagger \hat{p} \hat{\rho} - \hat{p}^\dagger \hat{p} \hat{\rho} - \hat{p} \hat{\rho}^\dagger \hat{p}) \right) + i2\pi\nu_L \langle \hat{p} \rangle \\ &= \frac{1}{i\hbar} \text{tr} \left(\hat{\rho} [\hat{p}, \hat{H}] \right) - \gamma \text{tr}(\hat{\rho} \hat{p}) + i2\pi\nu_L \langle \hat{p} \rangle. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Os comutadores dos operadores presentes no hamiltoniano com o operador \hat{p} valem

$$\begin{aligned} [\hat{p}, \hat{p}^\dagger] &= 1 \\ [\hat{p}, \hat{p}^\dagger \hat{p}] &= \hat{p} \\ [\hat{p}, (\hat{p}^\dagger)^2 \hat{p}^2] &= 2\hat{p}^\dagger \hat{p}^2. \end{aligned} \quad (4.8)$$

De forma que o comutador de \hat{p} com o hamiltoniano é

$$[\hat{p}, \hat{H}] = h\nu_p \hat{p} + 2hV \hat{p}^\dagger \hat{p}^2 + iEh \quad (4.9)$$

e a equação de evolução temporal do valor esperado de \hat{p} é

$$\begin{aligned}\partial_t \langle \hat{p} \rangle &= -\frac{i}{\hbar} \text{tr} (\hat{\rho} (h\nu_c \hat{p} + 2hV \hat{p}^\dagger \hat{p}^2 + iEh)) - \gamma \langle \hat{p} \rangle + i2\pi\nu_L \langle \hat{p} \rangle \\ &= 2\pi (E + \langle \hat{p} \rangle (i(\nu_L - \nu_c) - \gamma/2\pi) - 2iV \langle \hat{p}^\dagger \hat{p}^2 \rangle).\end{aligned}\quad (4.10)$$

Aproximação de estado coerente

A fim de obter valores esperados do estado do sistema que se relacionem com resultados de medidas, vamos proceder à aproximação de estado coerente. Essa aproximação consiste em atribuir um estado coerente aos polárítions da cavidade em todo o tempo. Um estado coerente é caracterizado por um número complexo α e pode ser definido como sendo o estado que resulta da aplicação do operador deslocamento, $\hat{D}(\alpha)$, sobre o vácuo, $|0\rangle$: $|\alpha\rangle \equiv \hat{D}(\alpha)|0\rangle$, sendo o operador deslocamento definido como: $\hat{D}(\alpha) \equiv \exp(\alpha \hat{p}^\dagger - \alpha^* \hat{p})$ e o vácuo tal que $\hat{p}|0\rangle = 0$. O estado coerente tem a propriedade de ser autovetor do operador destruição com autovalor α : $\hat{p}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$. Portanto, $\langle \alpha|\hat{p}|\alpha\rangle = \alpha$ e $\langle \alpha|\hat{p}^\dagger \hat{p}|\alpha\rangle = \alpha^* \alpha = n$. n é o número médio de polárítions na cavidade, mais detalhes podem ser encontrado na referência [50].

Levando em conta a aproximação de estado coerente e a equação 4.10 de evolução temporal para o operador \hat{p} , chega-se a uma relação entre o parâmetro α , que caracteriza o número de polárítions, e E , que caracteriza a intensidade do laser de bombeio:

$$\dot{\alpha} = E + \alpha (i\Delta - \gamma/2\pi) - 2iV\alpha^* \alpha^2, \quad (4.11)$$

tendo sido definido $\Delta \equiv \nu_L - \nu_c$.

Estado estacionário

O experimento que desejamos modelar é realizado aumentando e diminuindo a intensidade do laser de bombeio por uma seqüência de vezes e acumulando os dados obtidos sobre a luz espalhada. O período de um ciclo na variação da intensidade de bombeio é da ordem do tempo de relaxação do sistema biestável. Se muito maior, o sistema atingirá um estado estacionário no qual a biestabilidade não será observada. Mas também não é muito menor, de forma que o sistema pode ser considerado em um estado quase-estacionário. Considerando então que a modulação da intensidade do laser seja suficientemente lenta para que o sistema se encontre em um estado

quase-estacionário em todo o tempo, na aproximação de estado coerente, o estado dos poláritons corresponde a $\dot{\alpha} = 0$, em 4.11, e o estado coerente estacionário é tal que α obedeça a relação

$$E + \alpha (i\Delta - \gamma/2\pi) - 2iV\alpha^*\alpha^2 = 0. \quad (4.12)$$

Cálculo da relação entre intensidade de bombeio e número de poláritons

A biestabilidade ótica é observada através de uma histerese na relação entre a intensidade do laser de bombeio e a intensidade da luz emitida pela cavidade (na frequência dos poláritons). A intensidade do laser de bombeio é o módulo quadrado da amplitude do campo elétrico E da equação 4.12, $I_b \propto E^*E$, e a intensidade da luz emitida pelos poláritons é proporcional ao número de poláritons na cavidade, N_p , que, por sua vez, é igual ao módulo quadrado de α , $N_p = \alpha^*\alpha$, ($\langle \alpha | \hat{n} | \alpha \rangle = \langle \alpha | \hat{p}^\dagger \hat{p} | \alpha \rangle = \alpha^*\alpha = N_p$). A relação entre N_p e I_b é:

$$I_b \propto N_p [(2N_p V - \Delta)^2 + (\gamma/2\pi)^2]. \quad (4.13)$$

Biestabilidade

A relação 4.13 está esboçada na figura 4.2. A linha azul representa a relação 4.13 com os valores $\Delta = 3,7 \times 10^{-3} eV$, $V = 2,2 \times 10^{-8} Hz$ e $\gamma = 5 \times 10^{11} Hz$. No gráfico observa-se que há regiões em que a um único valor da intensidade do laser de bombeio correspondem três diferentes estados possíveis dos poláritons (três valores de números de poláritons). Dois desses estados são estáveis e um (o do meio) é instável.

As setas indicam os estados pelos quais o sistema passa durante o experimento, produzindo um ciclo de histerese. Essa dinâmica pode ser acompanhada pelos números indicados na figura e descrita da seguinte forma:

- 1 - A intensidade de bombeio começa a ser aumentada a partir de zero. O número de poláritons também aumenta.
- 2 - O sistema atinge uma situação na qual há três possíveis estados de número de poláritons para uma única intensidade de bombeio. À medida que a intensidade de bombeio aumenta, o sistema tem três possíveis estados para

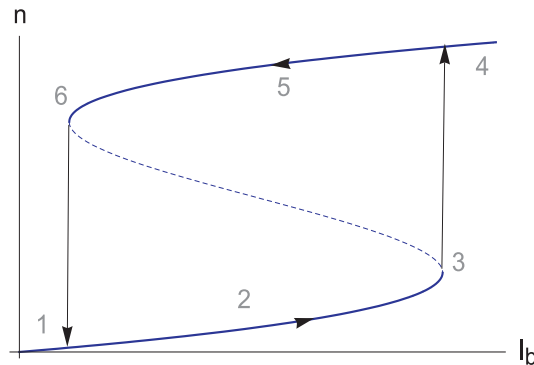


Fig. 4.2: Biestabilidade ótica: histerese na relação $I_b \times N_p$.

alcançar. O estado para o qual o sistema evolui é o que está mais próximo daquele em que se encontrava no instante anterior, que é o estado de menor N_p entre os três estados possíveis.

- 3 - Aumentando ainda mais a intensidade de bombeio, atingimos um valor de I_b a partir do qual só há um possível valor de N_p para cada valor de I_b . Nesse momento, o estado do sistema sofre uma mudança abrupta, passando para um estado com número de polárítons muito diferente, indo para o outro ramo da curva. Este salto está representado na figura 4.2 por uma seta. Depois do salto, o sistema continua respondendo com um aumento suave do número de polárítons diante do aumento da intensidade de bombeio.
- 4 - Neste ponto, passa-se a diminuir a intensidade de bombeio.
- 5 - Novamente, é atingida a região em que há três possíveis estados do sistema para o mesmo bombeio. Nessa região, o sistema evolui suavemente para um estado com N_p mais próximo do qual se encontra, ou seja, o estado com maior N_p dos três possíveis, percorrendo o ramo superior do gráfico 4.2.
- 6 - Diminuindo ainda mais a intensidade do bombeio, chega-se ao valor de I_b para o qual só há um valor de N_p correspondente. Este estado de N_p pertence ao ramo inferior do gráfico. Nesse ponto, o estado do sistema sofre uma mudança abrupta, passando para um estado com número de polárítons sensivelmente menor do que aquele no qual se encontrava. O sistema volta ao estado do início do ciclo, completando uma curva típica de histerese.

Condições para que ocorra a biestabilidade

A relação 4.13 pode ser interpretada como a intensidade de bombeio, I_b , em função do número de poláritons, n . $I_b(N_p)$ é uma função de terceiro grau de N_p . A biestabilidade só ocorre quando houver valores da intensidade de bombeio com três valores de números de poláritons possíveis. Isso ocorrerá quando a função de terceiro grau $I_b(n)$ tiver dois extremos, correspondentes a um mínimo e a um máximo local. Isso significa que sua derivada tem duas raízes reais e positivas, já que apenas valores positivos de N_p têm interpretação física. Essas condições são calculadas a seguir.

$$\partial_{N_p} I_b(N_p) \propto 12n^2 V^2 - 8n\Delta V + (\Delta^2 + (\gamma/2\pi)^2). \quad (4.14)$$

Assumindo $V > 0$:

$$\partial_{N_p} I_b(N_p) = 0 \Rightarrow \left\{ N_{p1} = \frac{2\Delta - \sqrt{\Delta^2 - 3(\gamma/2\pi)^2}}{6V}, N_{p2} = \frac{2\Delta + \sqrt{\Delta^2 - 3(\gamma/2\pi)^2}}{6V} \right\} \quad (4.15)$$

Para que as raízes N_{p1} e N_{p2} sejam reais, os parâmetros Δ e γ devem obedecer a condição:

$$\Delta^2 - 3(\gamma/2\pi)^2 > 0, \quad (4.16)$$

assumindo Δ e γ positivos:

$$\Delta > \sqrt{3}\gamma/2\pi. \quad (4.17)$$

Essa condição garante também a positividade das raízes. Se os parâmetros do sistema não obedecerem a essas condições, o sistema não apresentará biestabilidade ótica.

4.3 Transição entre os dois estados estacionários

A histerese originária da biestabilidade ótica ocorre porque, durante o aumento da potência do laser, para certa intensidade do bombeio, o sistema deixa de ter dois estados estáveis possíveis e passa a ter apenas um. Então, o sistema deixa o estado no qual se encontra e passa para o único estado acessível, com intensidade de emissão bem maior (ou bem menor) que a anterior. A transição entre esses

dois estados do sistema é tão abrupta quanto possível. A dinâmica dessa transição depende da relação entre dois tempos característicos: o período da modulação da intensidade de bombeio, τ_m , e o tempo de relaxação do sistema, τ_r , que é o tempo que ele demora em sair de um estado qualquer e atingir o estado estacionário. Se o tempo de relaxação é muito menor que o período da modulação do bombeio, a transição é abrupta, quase instantânea. Já se estes tempos são compatíveis, se τ_r for uma fração considerável (da ordem de um centésimo ou mais) de τ_m , então a transição demorará um tempo para ocorrer e sua dinâmica poderá ser observada na histerese da relação I/O [51].

Um exemplo de transição abrupta pode ser observado no gráfico I/O da figura 4.1, do já citado experimento de Gibbs e colaboradores.

A observação de um transiente foi relatada, por exemplo, por Kar e colaboradores, no trabalho da referência [52], em um ressonador feito com uma cavidade de InSb com $250\mu m$ de espessura. O resultado está reproduzido na figura 4.3(a). O tempo de relaxação do sistema foi estimado em $\tau_r = 47ns$ e o período usado para a modulação foi cerca de $\tau_m = 150ns$. Comportamento transiente também foi destacado por Yumoto e colaboradores no trabalho da referência [19]. O sistema era composto por um interferômetro Fabry-Perot preenchido com vidro dopado com CdS_xSe_{1-x} com $60\mu m$ de espessura. O tempo de relaxação estimado foi $\tau_r = 10ps$ e o tempo de modulação utilizado $\tau_m = 400ps$. A histerese observada está reproduzida na figura 4.3(b). Nesses dois casos, há biestabilidade em decorrência da não-linearidade do meio que preenche o Fabry-Perot, sendo o índice de refração e o coeficiente de absorção desse meio dependentes da intensidade de luz.

4.4 Biestabilidade ótica induzida termicamente

A biestabilidade pode ser induzida termicamente em um Fabry-Perot preenchido com um material não-linear. O próprio laser de bombeio aquece a amostra, alterando tanto a espessura da cavidade quanto o seu índice de refração. Essas duas mudanças causam a variação da frequência de ressonância do Fabry-Perot e podem fazer o sistema entrar ou sair de uma região de parâmetros onde há dois estados quase-estacionários, gerando uma histerese devido à biestabilidade.

Um exemplo de biestabilidade térmica está no trabalho da referência [20], no

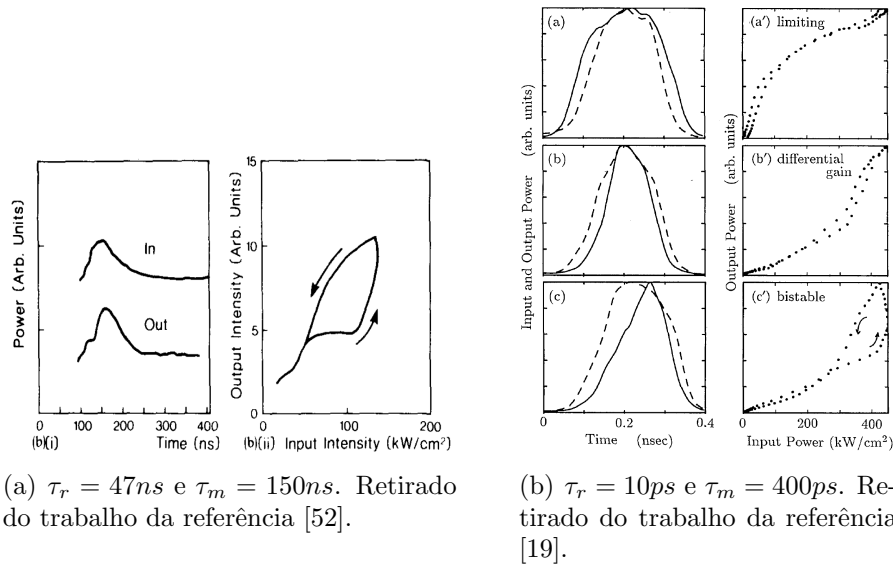


Fig. 4.3: Histerese relativa a uma biestabilidade ótica apresentando comportamento transiente na transição entre os estados estacionários.

qual são identificados dois tempos de relaxação, ambos relativos à termalização do sistema. Um desses tempos característicos é relacionado à estabilização do índice de refração depois que o sistema sofre uma variação de temperatura, estimado em $\tau_n = 10ms$, e o outro é relacionado à estabilização da espessura da cavidade Fabry-Perot, estimado em $\tau_l = 140ms$. Histereses observadas devido à biestabilidade ótica deste sistema estão reproduzidas na figura 4.4, que foi retirada do artigo [20].

A diferença entre os três resultados apresentados nos gráficos da figura 4.4 são os tempos da modulação da intensidade de bombeio, que foram $\tau_1 = 80ms$, $\tau_2 = 1,2s$ e $\tau_3 = 15s$, para os gráficos marcados como 1, 2 e 3, respectivamente. Nesses gráficos, podemos observar a dinâmica da transição entre os estados. O transiente da transição é mais visível quando o período da modulação do bombeio é mais próximo dos tempos de relaxação, que é o caso do gráfico 1. Quando o período da modulação do bombeio cresce muito, os tempos de relaxação passam a ser uma fração ínfima do tempo de modulação e um transiente na transição passa a ser imperceptível, como no gráfico 3, em que a transição se dá de forma abrupta. Mais de um ciclo de histerese é observado, o que se deve ao fato de haver dois efeitos não-lineares presentes durante o experimento.

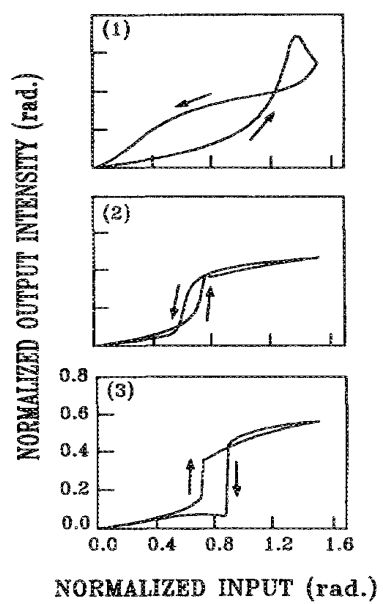


Fig. 4.4: Histerese induzida termicamente, retirado do trabalho [20].

5. DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO: HISTERESE NA RELAÇÃO I/O E AUTO-OSCILAÇÕES

Neste capítulo vamos descrever os experimentos de fotoluminescência em microcavidade que nos empenhamos em explicar. Na primeira seção, será descrito o aparato experimental. As informações a respeito do aparato contidas em sua descrição são as que julgamos necessárias para a compreensão do experimento e do modelo dos resultados que apresentaremos. Na segunda seção, apresentamos alguns resultados de medidas da reflectância da microcavidade. Na terceira e na quarta seções são apresentados os resultados experimentais foco do nosso trabalho. Na terceira, apresentamos resultados de medidas da intensidade de bombeio *versus* intensidade de emissão na cavidade. Na quarta, apresentamos medidas da intensidade de emissão da cavidade quando esta é bombeada por um laser com intensidade constante, a intensidade de emissão apresenta auto-oscilações.

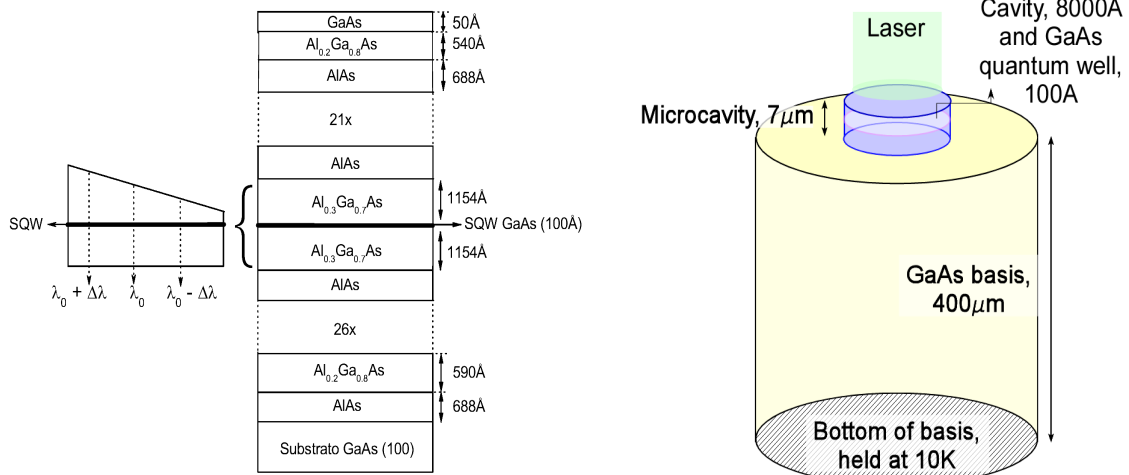
5.1 *Aparato experimental*

O experimento que pretendemos descrever consiste em medidas de fotoluminescência em uma microcavidade semicondutora. Uma luz proveniente de um laser incide na microcavidade obliquamente, fazendo um ângulo de 12° com a normal, e a luz espalhada pela microcavidade em ângulo normal é captada e analisada.

A microcavidade semicondutora foi construída com dois espelhos DBR, que são compostos por camadas alternadas de $AlAs$ e $Al_{0,2}Ga_{0,8}As$. As espessuras das camadas são 688\AA e 590\AA , respectivamente, havendo 26 pares no espelho inferior e 21 no superior. Entre os dois espelhos há uma camada de $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ de espessura variável, com espessura média de $l_c = 2308\text{\AA}$. A espessura faz com que a cavidade seja ressonante com uma radiação eletromagnética que tem comprimento de onda no vácuo próximo a $\lambda_c = l_c n_c = 8000\text{\AA}$, sendo n_c o índice de refração do material

que compõe a cavidade. Essa ressonância da cavidade é sintonizável em virtude de seu formato de cunha. Há um poço quântico de $GaAs$ no centro da cavidade, com espessura de 100\AA . Este poço é feito para possibilitar a formação de éxcitons com energia próxima à energia dos fótons ressonantes com a cavidade. Chamaremos de cavidade a camada de $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ e de microcavidade o conjunto formado pelos espelhos, cavidade e poço quântico, a fim de distingui-los durante o texto.

A microcavidade foi crescida sobre uma base feita de $GaAs$ com espessura de $400\mu m$. A parte inferior dessa base foi mantida a uma temperatura de $10K$ por um resfriador do tipo dedo frio. As figuras 5.1(a) e 5.1(b) representam a microcavidade e a microcavidade sobre a base, respectivamente.



(a) Ilustração da microcavidade. Retirada da referência [26].

(b) Ilustração da microcavidade sobre a base.

Fig. 5.1: Microcavidade.

5.2 Medidas de reflectância da microcavidade

As figuras 5.2(a) e 5.2(b) são curvas experimentais da reflectância dessa microcavidade. Elas foram retiradas da referência [53]. A figura 5.2(a) apresenta medidas quantitativas da reflectância em função do comprimento de onda da luz e a figura

5.2(b) mostra qualitativamente a variação do perfil do espectro de reflectância com a variação da temperatura.

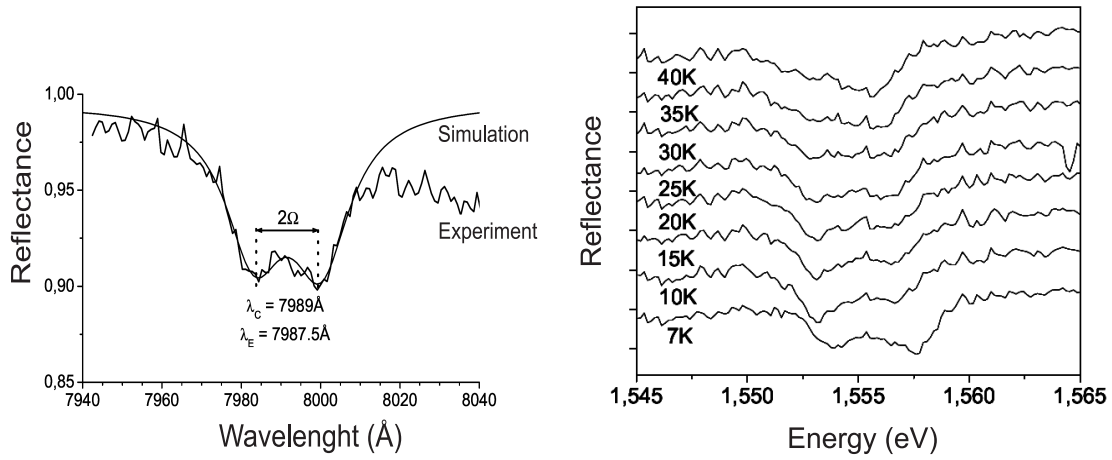
O gráfico 5.2(c) é uma representação da figura 5.2(b). Ele foi construído a partir dos dados lidos das figuras 5.2(a) e 5.2(b), da primeira retiramos os valores assumidos pela reflectância e da segunda o comportamento da reflectância com a temperatura, ele será utilizado posteriormente.

5.3 Resultados de medidas I/O

O experimento foi feito focando sobre a microcavidade um laser de Titânio-Safira de frequência sintonizável em torno de $\nu = E_L/h$, sendo h a constante de Planck e $E_L = 1,55eV$ a energia dos fótons do laser de bombeio. O tamanho do *spot* do laser era $40\mu m$, a potência foi modulada com uma frequência de $1MHz$ e amplitude de $250mW$. A luz espalhada pela microcavidade devido ao decaimento radioativo dos *lower* poláritons foi medida e a relação entre as intensidades da luz incidente e da luz espalhada foi observada. O gráfico relacionando essas duas quantidades é denominado I/O ($Input \times Output$). Alguns resultados experimentais encontrados estão mostrados na figura 5.3(a), retirada das referências [1] e [26]. Outros resultados similares obtidos no mesmo aparato podem ser encontrados nessas duas referências.

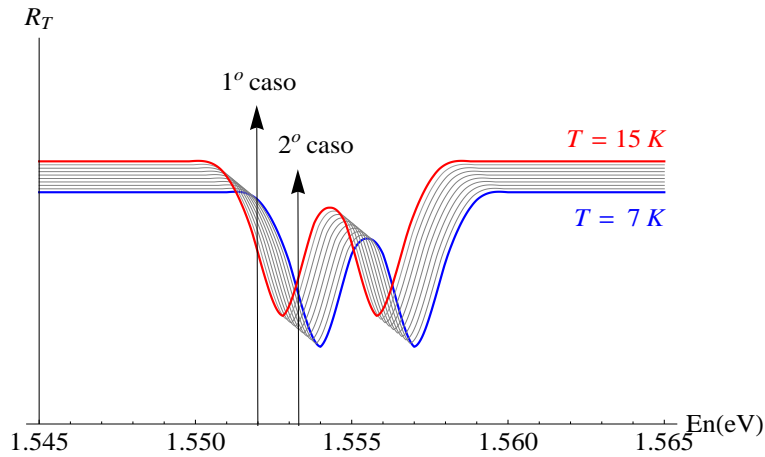
Observamos nos resultados mostrados na figura 5.3(a), que há uma relação de histerese entre a intensidade de bombeio, representada no eixo horizontal, e a intensidade de emissão, representada no eixo vertical. Em algumas medidas, notamos um ou dois cruzamentos entre os ramos da curva de histerese. Vemos na figura 5.3(a) que o cruzamento das curvas depende do parâmetro Δ_L , que representa a diferença entre a energia do *lower* poláriton E_p e a energia dos fótons do laser de bombeio E_L . No capítulo 6 desta tese, iremos propor um modelo teórico que descreve o comportamento da microcavidade retratado nessas medidas.

Medidas desse tipo, I/O , foram feitas muitas vezes anteriormente, em grande parte delas com o objetivo de observar uma histerese provocada pela biestabilidade ótica, que é exibida por esse tipo de sistema, algumas dessas medidas podem ser encontradas nas referências [48, 54, 55].



(a) Reflectância da microcavidade em função do comprimento de onda do fóton obtida da referência [53].

(b) Reflectância da microcavidade em função da energia do fóton para várias temperaturas diferentes, obtida da referência [53].

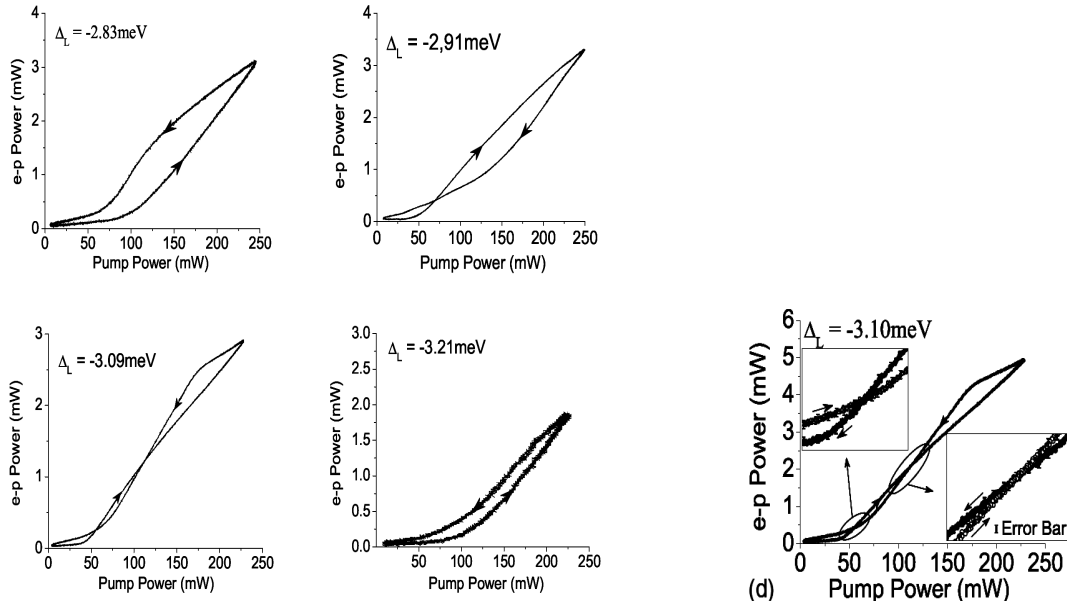


(c) Curvas representando a reflectância da microcavidade para várias temperaturas diferentes, construídas a partir de dados lidos da figura 5.2(b).

Fig. 5.2: Reflectância da microcavidade.

5.4 Auto-oscilações

Cotta e Matinaga também fizeram medidas da intensidade da luz emitida pela microcavidade quando esta era bombeada por um pulso de laser de intensidade constante. Em algumas execuções desse experimento foi observado que a intensidade da luz emitida apresentava uma oscilação temporal, que foi denominada auto-oscilação.



(a) Resultados experimentais de medidas I/O para diferentes dessintonias $\Delta_L \equiv E_p - E_L$, onde E_p representa a energia do *lower* poláriton e E_L a energia dos fótons do laser. Obtidos das referências [1] e [26].

(b) Visão detalhada de I/O próximo ao ponto de cruzamento. Obtido da referência [1].

Fig. 5.3: Resultados experimentais de medidas do tipo I/O .

Estas auto-oscilações foram apresentadas no artigo [2] e na tese [26], algumas delas estão reproduzidas na figura 5.4. A diferença entre os dois experimentos foi a frequência do laser, a frequência utilizada para obter o resultado da figura (a) correspondia a uma dessintonia entre a frequência do laser e a frequência dos poláritons igual a $\Delta_L = -6,26 \times 10^{13} \text{ Hz}$, e na figura (b) $\Delta_L = -7,01 \times 10^{13} \text{ Hz}$. A dessintonia entre a cavidade e os poláritons foi $\Delta_c = -5,08 \times 10^{13} \text{ Hz}$ em ambos os casos.

Notamos uma dependência do período e da forma das auto-oscilações com a dessintonia entre as frequências do laser e dos poláritons, $\Delta_L = E_p - E_L$, como pode ser visto na figura 5.4. Essas características, período e perfil das auto-oscilações, também dependem fortemente da potência de bombeio, como é discutido nos textos [2] e [26]. No capítulo 7 apresentaremos um modelo teórico que explica essas auto-oscilações.

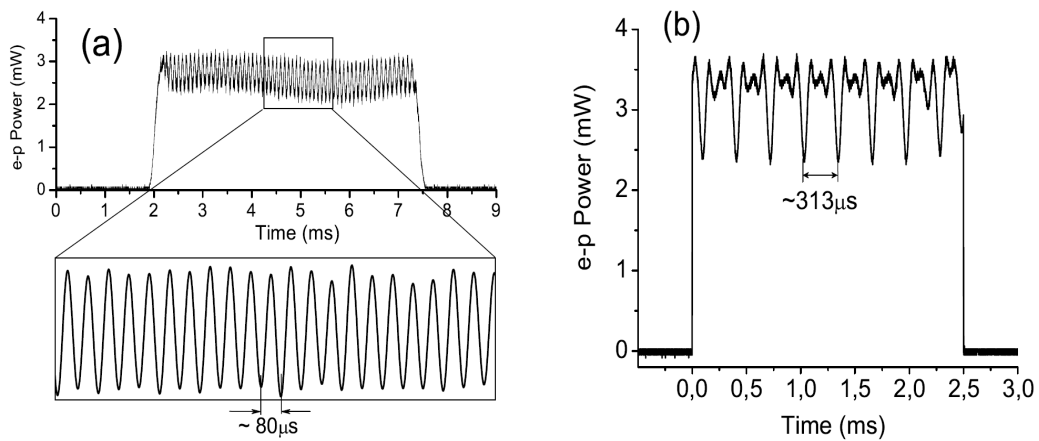


Fig. 5.4: Medida da luz emitida pela microcavidade quando bombeada por um laser de intensidade constante. Em (a) a frequência do laser correspondia a $\Delta_L = -6,26 \times 10^{13} Hz$ e em (b) $\Delta_L = -7,01 \times 10^{13} Hz$ ($\Delta_L \equiv E_p - E_L$). $\Delta_c = -5,08 \times 10^{13} Hz$ em ambos os casos.

6. MODELO TEÓRICO PARA A HISTERESE E O CRUZAMENTO DOS RAMOS DA HISTERESE

Neste capítulo é apresentado nosso modelo teórico para explicar os experimentos descritos na referência [1]. Na primeira seção dizemos por que acreditamos que não há biestabilidade nos experimentos I/O feitos por Cotta e Matinaga. Na segunda seção é analisada a dinâmica da temperatura na microcavidade. Na terceira seção o modelo é apresentado. E na quarta seção são obtidos resultados a partir do modelo compatíveis com os resultados experimentais apresentados em [1].

6.1 *Porque não há biestabilidade neste experimento*

As medidas I/O , feitas em uma microcavidade semicondutora, que reproduzimos no capítulo 5, na figura 5.3, apresentam histereses. No entanto, acreditamos que em nenhum caso há ocorrência do fenômeno de biestabilidade, pois não há variação abrupta nas curvas.

Como já foi discutido anteriormente, a aparência da histerese em I/O devido à biestabilidade ótica é intimamente conectada com a razão entre duas escalas de tempo: uma referente ao período da modulação do laser de bombeio e outra referente ao tempo que os poláritons levam para atingir um estado quase-estacionário nesta cavidade [51]. Um efeito transiente é observado na transição de estados da biestabilidade se essas duas escalas de tempo são comparáveis e transições contínuas são observadas nesse caso. Mas, se o tempo característico do bombeio for muito maior que o tempo característico de relaxação dos poláritons, a biestabilidade apresentará “saltos”. O experimento que estamos analisando pertence ao segundo caso, no qual as duas escalas de tempo relevantes para se observar efeitos transientes na biestabilidade não são compatíveis. O tempo característico do bombeio é próximo de $1\mu s$ e o tempo que os poláritons levam para atingir um estado quase-estacionário

é da ordem de $10ps$ [26]. De forma que, se não são observados saltos nas curvas I/O , é porque não ocorre biestabilidade nestes experimentos. Nas figuras 5.3(a) e 5.3(b), vemos que as curvas variam suavemente durante todo o experimento. Na figura 5.3(b) temos uma visão detalhada na proximidade do ponto de cruzamento.

6.2 Dinâmica da temperatura durante o experimento

6.2.1 Calor absorvido no poço

Se a luz de um laser é enviada através de uma microcavidade, a microcavidade pode absorver, parcialmente ou totalmente, a luz e, em decorrência disso, a temperatura da microcavidade pode aumentar. No caso do experimento que tratamos, a intensidade do laser é relativamente alta, o que contribui para esse efeito.

É fácil estimar qual porção da luz absorvida é convertida em calor, provocando a variação da temperatura. Observando a razão entre as duas quantidades representadas na figura 5.3(a), vemos que em torno de 1% da luz incidente gera poláritons, que decaem radioativamente gerando a luz emitida pela cavidade. Da figura 5.2(a), concluímos que cerca de 89% da luz incidente é refletida pela microcavidade. A transmissão dessa microcavidade é praticamente nula. Os 10% restantes, que não são nem refletidos nem emitidos a partir do decaimento de poláritons, são completamente absorvidos pelo poço quântico.

O material do qual o poço quântico é feito é $GaAs$, cujo gap de energia é menor que a energia dos fótons do laser, E_L , e, portanto, é o único componente da microcavidade que absorve luz. Os outros materiais que compõem a microcavidade são semicondutores que apresentam um gap de energia maior que E_L , o que indica que a absorção do laser por esses outros materiais poderão ser negligenciada.

6.2.2 Variação da temperatura

Vamos estimar qual é a variação da temperatura na microcavidade durante o experimento. Esse é um problema muito complicado, dado o grande número de graus de liberdade envolvidos no processo. No entanto, como este é um modelo exploratório, acreditamos que é válido usar os argumentos mais simples, desde que razoáveis, no intuito de desvelar as principais características físicas do processo.

Para fazer essa estimativa, precisamos conhecer parâmetros como a difusividade térmica e a condutividade térmica. Medidas desses parâmetros para o *GaAs* estão reproduzidas na figura 6.1, retirada da referência [21], notamos que eles variam muito sensivelmente com a temperatura. No entanto, no intuito de ter um modelo qualitativo do que está ocorrendo, tudo o que precisamos averiguar é se a variação da temperatura e o tempo de termalização são compatíveis com o modelo que estamos prestes a propor. Vamos tomar valores médios para essas quantidades.

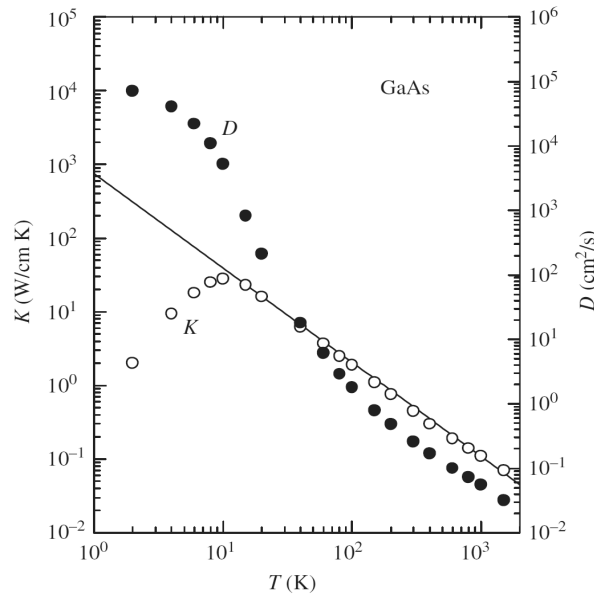


Fig. 6.1: Difusividade térmica, D , e condutividade térmica, K , do GaAs para diversas temperaturas. Gráfico retirado do livro de Adachi [57].

Quando a luz bombeia a cavidade, o máximo de sua intensidade ocorre quando a potência vale 250mW [1]. Assumimos que a luz completamente absorvida é convertida em calor no poço quântico e consideramos que o fluxo de calor vai ocorrer da microcavidade para a parte inferior da base, mantida a temperatura de $T_b = 10\text{K}$. Devido ao pequeno tamanho da microcavidade se comparada à sua base, como ilustrado na figura 5.1, vamos considerar que a microcavidade está toda na mesma temperatura em cada instante (que é a temperatura do poço quântico). A temperatura da microcavidade pode ser encontrada de uma forma aproximada resolvendo

a equação de Fourier:

$$\frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} = -k \frac{dT}{dx}, \quad (6.1)$$

em que $\frac{dQ}{dt}$ é a taxa de absorção de luz, que é convertida em calor, no poço quântico, que ocorre em uma área A , A é a área correspondente ao *spot* do laser, k é a condutividade térmica do material que compõe a base, *GaAs*, pois é por ele que o calor irá fluir, e $\frac{dT}{dx}$ o gradiente de temperatura na base.

A solução de 6.1 é a temperatura no poço quântico e, portanto, em toda a microcavidade:

$$T_m = \frac{P L}{A k} + T_b, \quad (6.2)$$

em que P é a potência absorvida e L é a espessura da base.

No experimento que investigamos, temos $P = 25mW$ (10% da potência incidente máxima), $L = 400\mu m$, $T_b = 10K$, $A = \pi r^2$, sendo $r = 20\mu m$ o raio do *spot* do laser, $k \cong 10W/cm K$, lida em 6.1. Para os parâmetros acima, a temperatura do poço (e de toda a microcavidade) será em torno de $18K$ ($8K$ acima da temperatura da parte inferior da base). Essa magnitude parece ser compatível com evidências experimentais.

6.2.3 Tempo de termalização

Toda a microcavidade é termalizada a uma mesma temperatura, no entanto, o tempo de termalização da base é uma fração considerável do período da modulação do laser. Portanto, devemos esperar efeitos qualitativamente importantes ao levarmos em conta esse tempo de termalização.

Uma estimativa do tempo de termalização da base pode ser obtida considerando um problema unidimensional no qual o calor flui da microcavidade para o inferior da base.

Esse tempo característico depende da difusividade térmica do material, D , e da espessura da base, L :

$$\tau = \frac{0,1 L^2}{D}. \quad (6.3)$$

Este é o tempo para que a diferença de temperatura entre a microcavidade e o inferior da base se torne 50% menor em uma situação na qual o laser incidente fosse abruptamente desligado. A difusividade do *GaAs* varia consideravelmente na faixa

de temperaturas em questão, como pode ser visto na figura 6.1. Para um valor médio $D \cong 10^{-1}m^2/s$, que esperamos seja representativo, obtemos $\tau \cong 2 \times 10^{-7}s$. No entanto, este é um tempo superestimado, já que o fluxo real é tridimensional. Portanto, usamos

$$\tau = 5 \times 10^{-8}s \quad (6.4)$$

como o tempo de termalização da base. A razão para a escolha desse valor é a boa concordância de nossas simulações com os experimentos. Esse tempo é grande o suficiente para gerar um atraso na variação da temperatura da microcavidade comparado com a variação temporal na amplitude do laser que bombeia a cavidade. Esse atraso, como será mostrado a seguir, é a origem das histereses na figura 5.3(a).

6.3 O modelo

O experimento que estamos descrevendo envolve muitos aspectos difíceis de analisar. Temos formação de poláritons, éxcitons, biéxcitons, diferentes intensidades desses vários componentes em diversos estágios do experimentos, fônons, dentre outros. No entanto, a luz espalhada pela microcavidade tem um perfil simples e robusto, de forma que não é difícil acreditar que os ingredientes físicos necessários para sua explicação podem ser poucos. Identificar esses ingredientes é o objetivo deste modelo. Como teorias microscópicas estão longe de ser esclarecedoras neste ponto, acreditamos que um olhar cuidadoso em vários aspectos dos dados pode nos levar à física por trás dessa “curva simples”.

Queremos compreender o comportamento das curvas I/O observadas. Sabemos precisamente como a intensidade I se comporta. Ela oscila como $I_M \sin^2(2\pi\nu_m t)$ com $\nu_m = 1MHz$ e I_M é proporcional à potência máxima $P_M = 250mW$. O objetivo agora é modelar a resposta do aparato com essa fonte.

Consideramos que a intensidade da luz luminescência, O , é proporcional ao número de poláritons formado, N_p : $O \propto N_p$. Efeitos não-lineares são menos importantes e serão considerados mais tarde. Assumimos que o número de poláritons formados na microcavidade é proporcional à intensidade da luz dentro da microcavidade: $N_p \propto I_c$. A intensidade de luz dentro de um interferômetro tipo Fabry-Perot, I_c , depende da intensidade da luz que incide e da reflectância do interferômetro R :

$I_c \propto I(1 - R)$. Podemos, então, escrever uma relação entre I e O :

$$O \propto I(1 - R). \quad (6.5)$$

A reflectância da microcavidade varia com a temperatura e precisamos levar isso em conta. Há medidas de R em função da frequência da luz para várias temperaturas diferentes, estão mostradas na figura 5.2. Note que a reflectância varia de 90% a 98%, o que significa que a variação de $(1 - R)$ se dá entre 2% e 10%.

Os resultados na figura 5.2(b) nos ensinam qual é a mudança na reflectância entre as temperaturas de 7K e 20K. O comportamento de R para as frequências de laser utilizadas nos experimentos pode ser obtido dessas curvas; no entanto, não é possível ter uma idéia precisa devido às inevitáveis flutuações. Mas, na curva que desenhamos na figura 5.2(c), a partir de valores lidos do gráfico 5.2(b), torna-se claro que a posição dos mínimos de R varia com a temperatura.

Então, a curva que descreve R como função da temperatura apresenta comportamentos qualitativamente diversos para diferentes frequências do laser.

Em nosso modelo, consideramos que, enquanto a intensidade do laser de bombeio aumenta, parte dessa intensidade aquece a cavidade e a temperatura ¹ da microcavidade é proporcional à potência absorvida pelo poço quântico no mesmo instante de tempo. A temperatura em cada instante, enquanto a potência do bombeio está aumentando, pode ser representada por:

$$T_{\uparrow}(t) = T_b + \Delta T \frac{I(t)}{I_M} \frac{1 - R(t)}{1 - R_{min}}, \quad (6.6)$$

em que ΔT é a amplitude da variação da temperatura na microcavidade durante o experimento, I_M é a intensidade máxima do bombeio, R_{min} é o valor mínimo da reflectância, $I(t)$ é a intensidade do laser de bombeio em cada instante t e $R(t)$ o valor da reflectância em cada instante. $\frac{I(t)}{I_M} \frac{1 - R(t)}{1 - R_{min}}$ é um termo que assume valores entre 0 e 1 e é proporcional à luz absorvida em cada instante.

Como discutido anteriormente, R é função da temperatura: $R(t) = R(T(t))$.

¹ Por temperatura queremos dizer o resultado da medição feita por um termômetro que fosse colocado em contato com a microcavidade.

Levando isso em consideração, temos equações recursivas que modelam o processo:

$$O_{\uparrow}(t) \propto I(t) [1 - R(t)], \quad (6.7a)$$

$$T_{\uparrow}(t) = T_b + \Delta T \frac{I(t) [1 - R(t)]}{I_M [1 - R_{min}]}. \quad (6.7b)$$

A forma da variação da reflectância com a temperatura pode ser obtida da figura 5.2(b).

Quando a temperatura da microcavidade diminui, ela cede calor para a parte inferior da base, que é mantida a $10K$. No entanto, a parte inferior da base se encontra a $400\mu m$ de distância da microcavidade. De forma que, enquanto a intensidade do laser diminui, o tempo de termalização desempenha um papel relevante. A temperatura da microcavidade em certo instante t não depende somente da potência absorvida neste tempo t , mas também da potência absorvida em instantes anteriores e da dinâmica do fluxo de calor. No entanto, de forma a fazer um modelo o mais simples possível, mas que descreva o comportamento observado, vamos considerar que a temperatura da microcavidade em um tempo t depende apenas da potência absorvida no instante $t - \tau$, em que τ é o tempo de termalização efetivo do sistema. Mas a potência absorvida pelo poço em $t - \tau$ depende da intensidade do bombeio I e da reflectância R em $t - \tau$. De forma que temos outras equações recursivas que modelam o processo enquanto a intensidade do bombeio está diminuindo:

$$O_{\downarrow}(t) \propto I(t) [1 - R(t)], \quad (6.8a)$$

$$T_{\downarrow}(t) = T_b + \Delta T \frac{I(t - \tau) [1 - R(t - \tau)]}{I_M [1 - R_{min}]}. \quad (6.8b)$$

Lembrando que a dependência temporal da reflectância se deve à dependência temporal da temperatura: $R(t) = R(T(t))$.

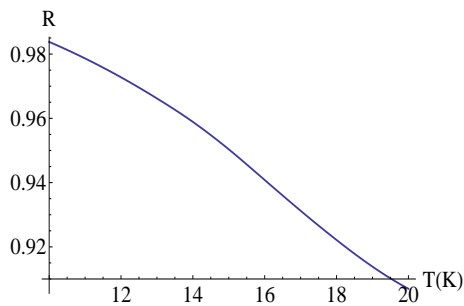
Calculamos a reflectância em cada instante iterativamente. As equações 6.7 e 6.8 e suas conseqüências constituem o principal resultado deste trabalho.

6.4 Resultados

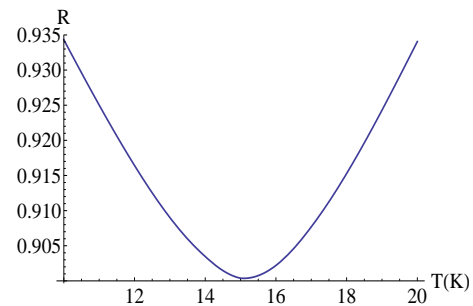
Duas frequências foram destacadas na figura 5.2(c), $1,552eV$ e $1,5533eV$. Para cada uma delas, a reflectância é uma função da temperatura. Vamos usar

nosso modelo para simular o comportamento de I/O em cada uma dessas duas situações.

Para a frequência indicada no 1º caso, a reflectância diminui com o aumento da temperatura. Para a frequência indicada no 2º caso, a reflectância inicialmente diminui e posteriormente aumenta com o aumento da temperatura. As figuras 6.2(a) e 6.2(b) mostram esses comportamentos.



(a) Dependência da reflectância com a temperatura para o 1º caso.

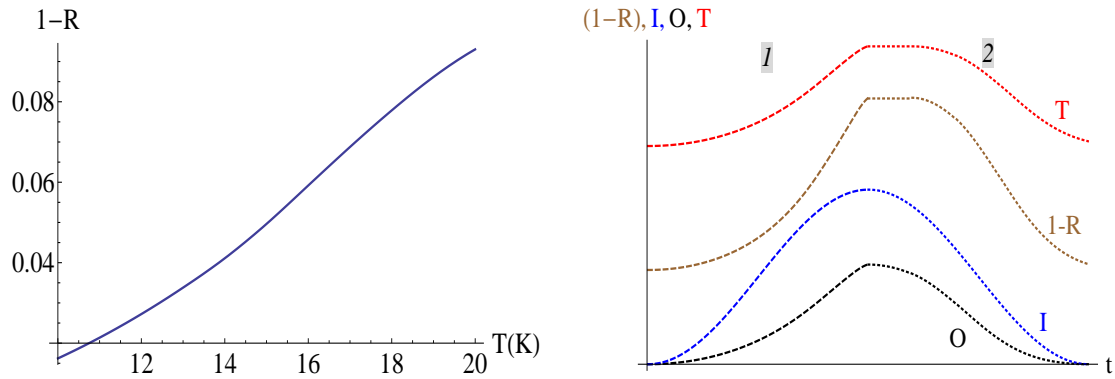


(b) Dependência da reflectância com a temperatura para o 2º caso.

Fig. 6.2: Dependência da reflectância com a temperatura para os dois casos destacados na figura 5.2(c).

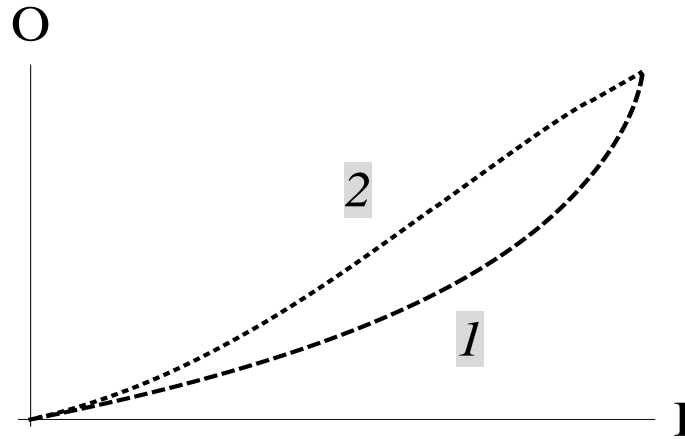
6.4.1 Primeiro caso

Para uma dada frequência do laser, é possível que R tenha um comportamento monotônico como função da temperatura. Esse é o caso representado nas figuras 6.2(a) e 6.3(a), referentes ao 1º caso destacado na figura 5.2(c). Utilizando a função da figura 6.3(a) para representar $(1 - R(T))$, uma amplitude de variação da temperatura igual a $\Delta T = 8K$, o valor mínimo da reflectância $R_{min} = 0,93$, a intensidade do laser de bombeio $I(t) = I_M \sin^2(2\pi\nu_m t)$, com $I_M \propto 250mW$, $\nu_m = 1Mhz$ e um tempo de termalização efetivo igual a $\tau = 5 \times 10^{-8}s$ obtemos a reflectância R , a temperatura T e a intensidade da luz espalhada O devido ao decaimento dos polaritons como função do tempo iterando as equações 6.7 e 6.8. Os resultados obtidos são mostrados na figura 6.3(b). A curva I/O correspondente a esta dinâmica é mostrada na figura 6.3(c).



(a) Dependência de $(1 - R)$ com a temperatura para o 1º caso.

(b) $(1-R)$, Temperatura, *Input* e *Output* em função do tempo obtidos por simulação durante um período da modulação do laser. O número 1 indica a primeira metade do período de modulação e o número 2 indica a segunda metade.



(c) Curva I/O . Os números 1 e 2 indicam o mesmo que na figura 6.3(b).

Fig. 6.3: Resultados de simulação para o 1º caso.

Observamos uma histerese em I/O que pode ser interpretada da forma descrita a seguir.

Valores iguais para a intensidade de bombeio, antes e depois do máximo, em t_{\uparrow} e t_{\downarrow} , não correspondem a temperaturas iguais. Quando a intensidade do bombeio está aumentando, nosso modelo considera que a temperatura aumenta proporcionalmente à intensidade de luz dentro da cavidade. De forma que, no tempo t_{\uparrow} , o

sistema se encontra em uma temperatura que depende de $I(t_{\uparrow}) \times (1 - R(t_{\uparrow}))$. No entanto, quando a intensidade do bombeio está diminuindo, nosso modelo considera que a temperatura no tempo t_{\downarrow} é proporcional a $I(t_{\downarrow} - \tau) \times (1 - R(t_{\downarrow} - \tau))$, o que corresponde a uma temperatura maior. Como consequência, como quanto maior T maior $(1 - R)$, $(1 - R)$ será maior no tempo t_{\downarrow} que no tempo t_{\uparrow} , o que implica em uma intensidade da luz espalhada O maior quando a intensidade do laser está diminuindo.

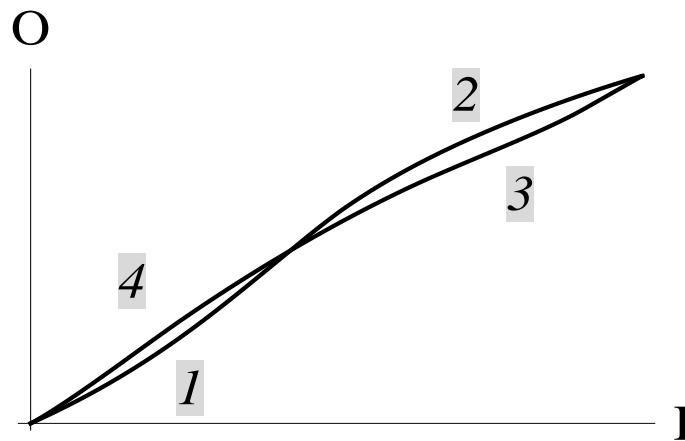
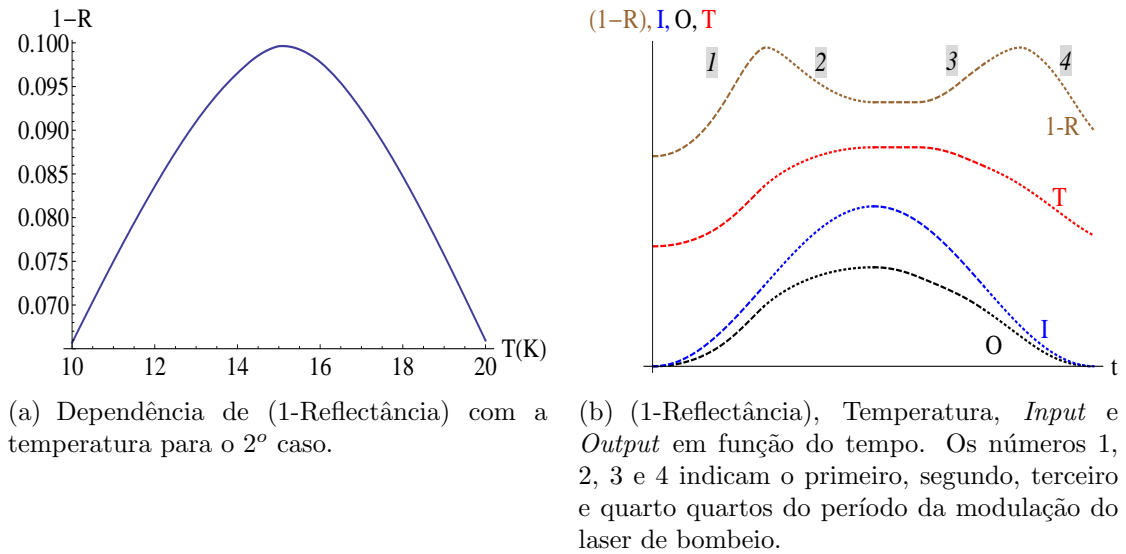
6.4.2 Segundo caso

Consideramos agora uma situação na qual a reflectância atinge um mínimo local durante o experimento, como representado nas figuras 6.2(b) e 6.4(a). Utilizando a função da figura 6.4(a) para representar $(1 - R(T))$ e parâmetros iguais aos utilizados no 1º caso, iterando as equações 6.7 e 6.8, obtemos R , T e O . Os resultados para essas quantidades são mostrados na figura 6.4(b) e o gráfico I/O correspondente a esta dinâmica é mostrado na figura 6.4(c).

Observamos, no gráfico I/O , a histerese e o cruzamento dos dois ramos de histerese. Podemos interpretar esse comportamento da seguinte forma: quando a temperatura está abaixo daquela na qual observamos o mínimo da reflectância, $15K$, o comportamento é semelhante ao 1º caso: a luz espalhada O é maior na diminuição que no aumento da intensidade de bombeio. As regiões indicadas por 1 e por 4 correspondem a esta situação nas figuras 6.4(b) e 6.4(c). No entanto, quando a temperatura está acima de $15K$, na figura 6.2(b), a situação é inversa. Neste caso, quanto maior é a temperatura, maior será a reflectância e menor a emissão dos poláritons. De forma que a luz espalhada é mais forte quando a intensidade do bombeio está aumentando. As regiões marcadas como 2 e 3 nas figuras 6.4(b) e 6.4(c) correspondem a esta situação. O cruzamento das curvas em I/O ocorre em torno de $15K$.

6.4.3 Terceiro caso

Alguns dados experimentais mostram dois cruzamentos na curva de histerese I/O . Um possível princípio deste fenômeno é que a curva de reflectância atinja um valor mínimo e um valor máximo devido à variação de temperatura que ocorre no



(c) Curva *I/O*. Os números 1, 2, 3 e 4 indicam o mesmo que na figura 6.3(b).

Fig. 6.4: Resultados de simulação do 2º caso.

experimento. Esta situação é ilustrada nas figuras 6.5(a), 6.5(b) e 6.5(c).

6.4.4 Análises

Mudando a frequência do laser, podemos nos aproximar ou afastar de um mínimo da reflectância, permitindo ou inibindo a possibilidade deste mínimo ser atingido durante o experimento e, em decorrência disso, que haja ou não um cruza-

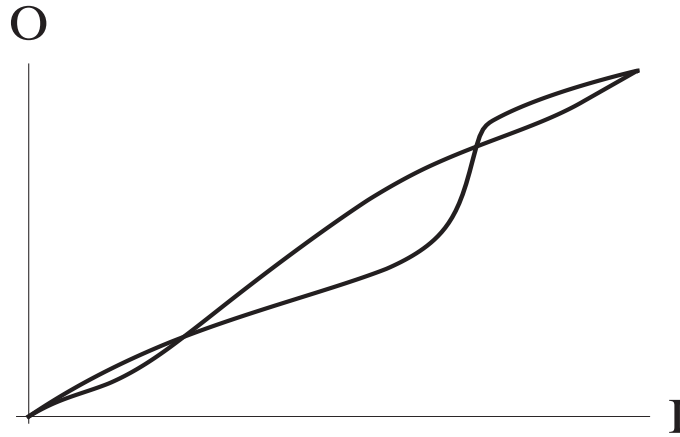
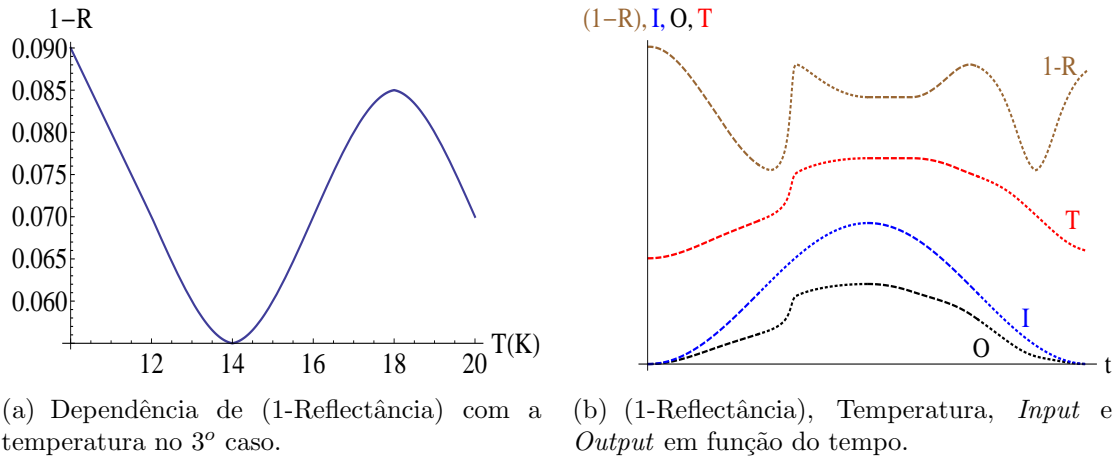
(c) Curva I/O .

Fig. 6.5: Resultados de simulação do 3º caso.

mento na curva de histerese. Isso está de acordo com os resultados dos experimentos da referência [1], nos quais a mudança da frequência do laser faz com que apareçam ou desapareçam os cruzamentos na curva I/O .

Outra variação implementada no experimento foi a variação da frequência de ressonância da cavidade, os resultados estão apresentados no artigo [26]. A observação e inibição dos cruzamentos em I/O também ocorreu com tal variação. Isto está de acordo com nosso modelo, pois, mudar a ressonância da cavidade, faz com que a curva de reflectância seja transladada em relação à frequência da luz e um valor mínimo da reflectância pode ser atingido ou não em função dessa variação.

6.4.5 Efeitos não-lineares

Analisamos também efeitos não-lineares em nosso modelo. Para tanto, levamos em conta o termo de interação entre polárítions no hamiltoniano 4.2. Como conseqüência, modificamos em nosso modelo a relação entre o número de polárítions e a intensidade de luz na cavidade. Primeiramente, consideramos N_p e I_c como quantidades proporcionais ($N_p \propto I_c$). Agora consideraremos que essa equação é determinada pela relação entre I e N_p expressa em 4.13. Quando aquela relação foi obtida, não se considerou a variação da reflectância. No entanto, diante da possibilidade de que esta quantidade varie, a relação deve ser corrigida e pode ser expressa como:

$$I(1 - R) \propto N_p [(2N_p V - \Delta)^2 + (\gamma/2\pi)^2]. \quad (6.9)$$

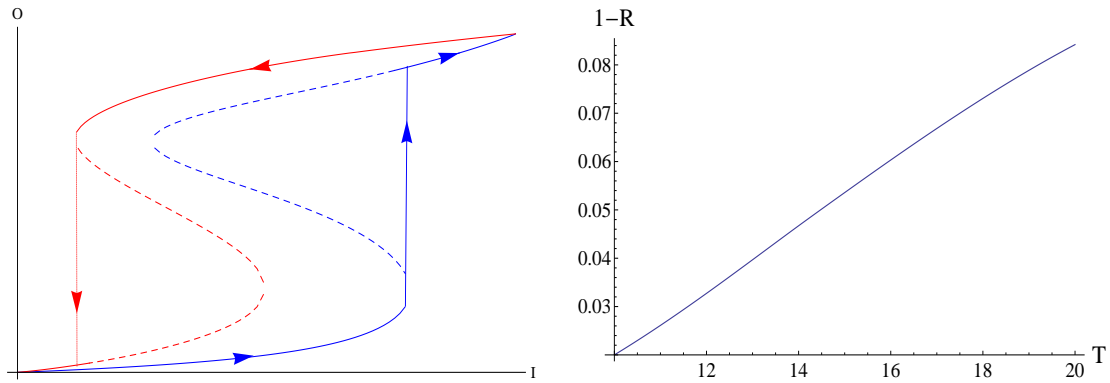
Como a intensidade de emissão da cavidade é proporcional ao número de polárítions ($O \propto N_p$) obtendo o comportamento da curva I/N_p , obtemos também, qualitativamente, o comportamento de I/O .

Implementando essa modificação no modelo, observamos que geralmente a inclusão de efeitos não-lineares só altera a forma da curva I/O , não modificando a presença da histerese e do cruzamento de seus ramos.

Os efeitos não-lineares terão um papel mais relevante no caso de haver biestabilidade. Para estudar esse caso, utilizamos nosso modelo levando em conta a não-linearidade entre I e N_p na equação 6.9 e consideramos parâmetros que propiciam a biestabilidade.

Nossa simulação fornece o número de polárítions formados na cavidade para cada intensidade de bombeio. Resultados dessas simulações estão nas figuras 6.6(a) e 6.7(a). Na simulação que gerou a figura 6.6(a), consideramos uma situação em que a reflectância diminui monotonicamente com a temperatura, como representado no gráfico 6.6(b), já na simulação representada na figura 6.7(a), a reflectância aumenta com a temperatura, como representado no gráfico 6.7(b).

Em cada uma das simulações, vemos duas curvas em formato de ‘S’, cada uma semelhante à curva da figura 4.2. A diferença entre as duas curvas em ‘S’ de cada figura é a temperatura da microcavidade. A curva em azul é relativa ao aumento da intensidade de bombeio e a curva em vermelho é relativa à diminuição. Cada uma dessas situações corresponde a temperaturas diferentes e, portanto, a



(a) Simulação de biestabilidade associada à histerese térmica para o caso da reflectância diminuir com a temperatura. Os parâmetros utilizados foram: dessintonia entre laser e éxciton $\Delta = 5,9 \times 10^{12} Hz$, parâmetro não-linear $V = 2,26 \times 10^7$, taxa de decaimento dos poláritons $\gamma = 10^{12} Hz$, termalização $\tau = 5 \times 10^{-8} s$, correspondente a 5% do período do bombeio.

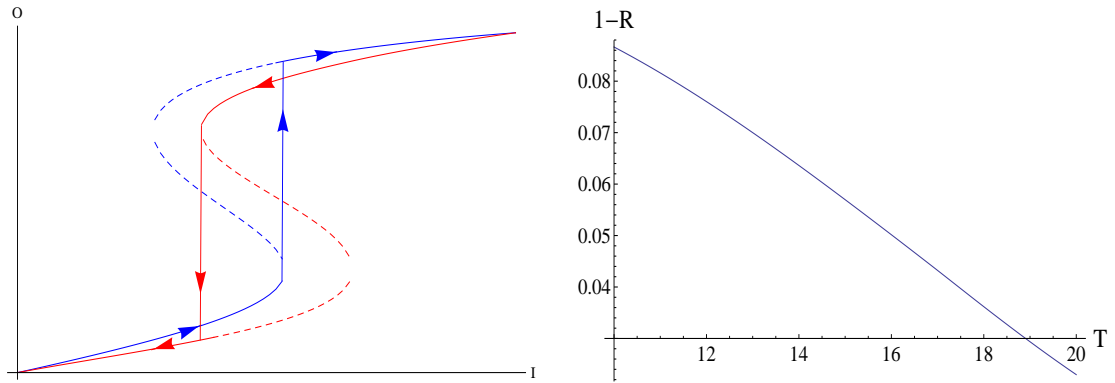
(b) Relação entre transmitância e temperatura utilizada na simulação da figura 6.5(a).

Fig. 6.6: Biestabilidade associada à histerese térmica com reflectância diminuindo com a temperatura.

reflectâncias e número de poláritons diferentes. A temperatura da microcavidade é, em média, menor durante o aumento da intensidade de bombeio do que durante a diminuição, de forma, que na situação estudada na figura 6.6(a), $1 - R$ é em média menor durante o aumento do bombeio (pois $1 - R$ cresce com a temperatura) e O será também menor durante o aumento do bombeio. Já na situação estudada na figura 6.7(a), $1 - R$ é em média maior durante o aumento do bombeio (pois $1 - R$ diminui com a temperatura) e O será também maior, em média, durante o aumento do bombeio.

Para obtermos a dinâmica da curva I/O , devemos fazer uma análise semelhante àquela feita na seção 3.2. As setas nas figuras 6.6(a) e 6.7(a) representam essa interpretação.

As figuras 6.6 e 6.7 são nossas previsões de como seriam os resultados de medidas experimentais feitas na cavidade de Cotta e Matinaga se houvesse biestabilidade. Nessas figuras, a histerese tem contribuições de duas origens distintas: da biestabilidade e da histerese da temperatura em relação à intensidade de bombeio.



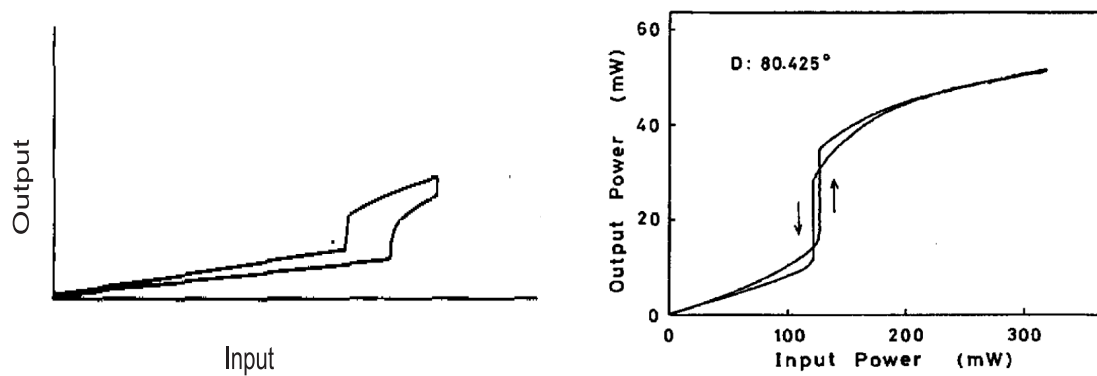
(a) Biestabilidade + histerese térmica para o caso da reflectância diminuir com a temperatura. Os parâmetros utilizados foram: dessintonia entre laser e éxciton $\Delta = 5,9 \times 10^{12} Hz$, parâmetro não-linear $V = 2,26 \times 10^7$, taxa de decaimento dos poláritons $\gamma = 2 \times 10^{12} Hz$. O tempo de termalização utilizado foi $\tau = 2 \times 10^{-7} s$, correspondente a 20% do período do bombeio.

(b) Relação entre transmitância e temperatura utilizada na simulação da figura 6.7(a).

Fig. 6.7: Biestabilidade + histerese térmica.

No caso da reflectância atingir um mínimo durante o experimento, um cruzamento semelhante ao obtido no estudo do caso 2 apareceria neste caso não-linear também.

Resultados com esse perfil já foram observados em sistemas que apresentavam tanto biestabilidade quanto um aumento atrasado da temperatura em relação ao aumento da intensidade de bombeio. A figura 6.8 apresenta dois desses resultados, retirados das referências [58] e [59], que têm um perfil muito semelhante às nossas simulações.



(a) Medida experimental de biestabilidade apresentada por Jewell e colaboradores, em [58]. O sistema de medida foi um Fabry-Perot de $4\mu\text{m}$ de espessura, preenchido com GaAs.

(b) Medida experimental de biestabilidade em uma placa de CdSSe, retirada da referência [59].

Fig. 6.8: Medidas experimentais apresentando histerese devido à biestabilidade e à histerese térmica.

7. AUTO-OSCILAÇÕES

7.1 *Auto-oscilações em sistemas biestáveis e fototérmicos*

Auto-oscilações associadas à biestabilidade e ao efeito fototérmico, em um interferômetro Fabry-Perot preenchido com um meio não-linear, foram discutidas pela primeira vez em um trabalho de McCall, em 1978 [56]. O fenômeno foi denominado de “pulsação” regenerativa. McCall apresentou tanto medidas experimentais quanto uma explicação para o fenômeno. O período dessas pulsações é um valor próximo ao período de termalização do sistema. A medida de McCall está reproduzida na figura 7.1.



Fig. 7.1: Auto-oscilações observadas experimentalmente por McCall, reportadas no artigo da referência [56]. A figura (b) representa a intensidade de bombeio da cavidade e (a) representa a intensidade emitida pela microcavidade.

A figura 7.2, retirada do mesmo artigo de McCall [56], ilustra a proposta para a explicação das auto-oscilações como uma associação de três fenômenos apresentados pelo sistema: a ocorrência da biestabilidade, o efeito fototérmico e o tempo finito de termalização. A explicação dada por McCall é descrita a seguir.

A seqüência das figuras de *a* a *f* representa uma seqüência temporal pela

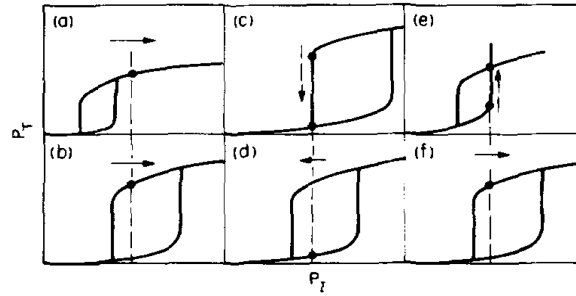


Fig. 7.2: Figura que ilustra a explicação do comportamento da intensidade de luz emitida pela cavidade quando esta apresenta auto-oscilações, retirada da referência [56]. A interpretação está no texto.

qual o sistema passa enquanto é bombeado por um laser com potência constante. Durante o experimento, a temperatura do sistema varia. Cada subfigura de 7.2 representa os estados quase-estacionários estáveis do sistema para a temperatura na qual se encontra. O eixo vertical representa a potência emitida pela microcavidade e o eixo horizontal a potência de bombeio. O aumento da temperatura modifica as propriedades óticas do sistema, fazendo com que a curva de histerese se desloque para a direita.

Como consequência da dinâmica proposta nas figuras, a intensidade da luz emitida pela microcavidade apresenta uma pulsação periódica que tem origem em uma oscilação térmica associada à biestabilidade. Em cada figura, o ponto realçado no ciclo da histerese representa o estado no qual o sistema se encontra e a linha vertical representa a potência de bombeio, constante ao longo do ciclo. McCall descreve a dinâmica do sistema a partir da figura 7.2 da seguinte forma:

- (a) O laser de bombeio é ligado e a microcavidade se encontra em uma situação fora do regime biestável, com uma alta taxa de emissão. A esta alta taxa de emissão estão associados os seguintes aspectos: alta intensidade de luz dentro da cavidade, alta taxa de absorção, aquecimento da cavidade e deslocamento do ciclo de histerese da biestabilidade para a direita.
- (b) A região biestável é atingida. O sistema continua no ramo de emissão mais alta da histerese. Portanto, continua absorvendo uma potência relativamente alta, aquecendo e tendo sua curva de histerese se deslocando para a direita.
- (c) Um dos extremos da região biestável atinge o valor da potência de bombeio. A

partir desse momento, o sistema sai da região biestável e passa a ter novamente um único estado acessível, que tem intensidade de emissão muito menor do que a anterior. A emissão do sistema diminui bruscamente, simultaneamente às diminuições da quantidade de luz dentro da cavidade, da taxa de absorção e do aquecimento. Em decorrência disso, o movimento do ciclo para a direita pára.

- (d) Com a diminuição do aquecimento por efeito fototérmico, o resfriamento externo do sistema passa a diminuir sua temperatura. Em decorrência disso o ciclo de histerese passa a se deslocar para a esquerda, como indicado pela seta.
- (e) O outro extremo da região biestável atinge o valor da intensidade de bombeio do laser. O sistema sai da região biestável e seu estado salta para outro com maior emissão de luz, que corresponde à maior intensidade de luz na cavidade e maior absorção, bem como ao recomeço do aquecimento.
- (f) O ciclo de histerese volta a se deslocar para a direita, voltando à situação descrita em (b).

Outras observações de auto-oscilações em sistemas apresentando biestabilidade e tempo finito de termalização foram relatadas diversas vezes. Alguns desses relatos podem ser vistos nos artigos citados nas referências [58, 20, 23]. Em todos os casos, o período das auto-oscilações é determinado pelo tempo de termalização do sistema.

7.2 Modelo para as auto-oscilações

Acreditamos que as auto-oscilações observadas por Cotta e Matinaga e apresentadas na seção 4.3 desta tese têm origem semelhante às pulsações regenerativas de McCall, mencionadas na referência [56], no sentido de que são pulsações geradas por uma associação de efeito fototérmico, tempo de termalização finito do sistema e modificação das propriedades de transmissão do sistema.

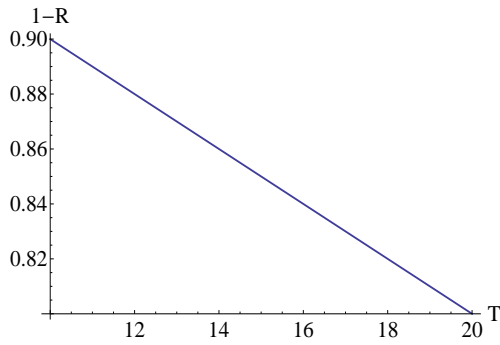
Nossa interpretação para as auto-oscilações, tanto de Cotta em [2] quanto de McCall em [56], é a seguinte: as pulsações são geradas porque, ao ser bombeado por um laser com intensidade constante, o sistema aquece por um efeito fototérmico. Isso faz com que ele mude suas características de transmissão, diminuindo a

quantidade de luz em seu interior, o que o faz resfriar e novamente modificar suas características de transmissão, permitindo que mais luz entre na cavidade, o que provoca seu aquecimento, e assim por diante. Podemos prever, dessa forma, que as auto-oscilações aparecerão quando o aumento da temperatura provoca a diminuição da transmitância e, portanto, da quantidade de luz dentro da cavidade. O período dessas pulsações é da ordem do tempo de termalização do sistema. Esta interpretação é compatível tanto para o sistema biestável de McCall quanto para o sistema que não apresenta biestabilidade de Cotta.

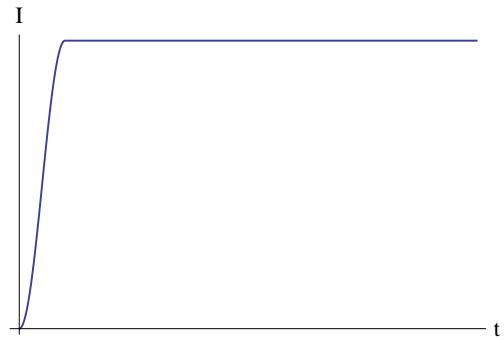
Fizemos simulações para a obtenção das auto-oscilações a partir do nosso modelo. Utilizamos um pulso de bombeio cuja intensidade é inicialmente nula, mas se torna constante após um curto período de tempo. Consideramos um tempo finito para a termalização em todos os instantes, tanto durante o aquecimento quanto durante o resfriamento do sistema.¹ O resultado de nossas simulações é mostrado na figura 7.3.

A oscilação obtida na simulação tem o período igual ao tempo de termalização do sistema. Esse tempo de termalização depende sensivelmente da condutividade e da difusividade da base da microcavidade e essas quantidades dependem da temperatura. Essa dependência está representada no gráfico 6.1, retirado do livro [57] de Adachi. Como pode ser visto no gráfico, tanto a difusividade quanto a condutividade podem sofrer variação de mais de uma ordem de grandeza para pequenas variações de temperatura próximas de $10K$. Essas grandes variações possibilitam que o sistema tenha tempos de termalização de vários valores diferentes e, como consequência, vários períodos de auto-oscilações poderiam ser observados. Realmente, Cotta e Matinaga observaram vários períodos de auto-oscilação na cavidade. Eles verificaram que o período das auto-oscilações varia com as dessintonias e com a potência de bombeio, o que é esperado segundo nosso modelo, tendo em vista que a modificação das dessintonias pode ocasionar a mudança na forma como o sistema absorve energia, pois altera a função $R(T)$ e a intensidade do bombeio modifica as temperaturas atingidas pelo sistema.

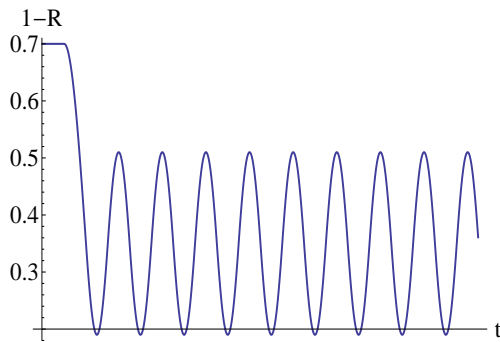
¹ Nas simulações das medidas de I/O apresentadas no capítulo 6, o tempo de termalização finito foi levado em conta apenas durante o resfriamento do sistema, e, durante o aquecimento, uma termalização instantânea foi considerada. Essa diferença se deve ao fato de que o processo de aquecimento é diferente do processo de resfriamento. Mas é importante notar que o mesmo comportamento qualitativo seria mantido se o tempo de termalização finito fosse utilizado em todos os instantes: a histerese e o cruzamento de seus ramos continuariam sendo previstos.



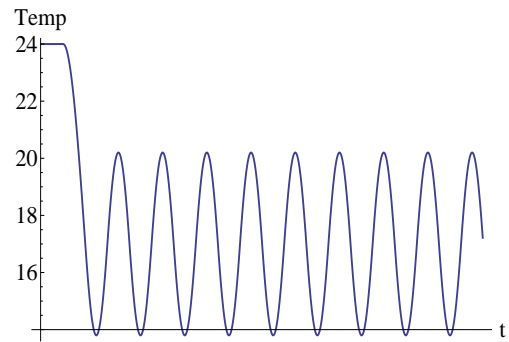
(a) Relação entre $1 - R$ e a temperatura utilizada para simular as auto-oscilações.



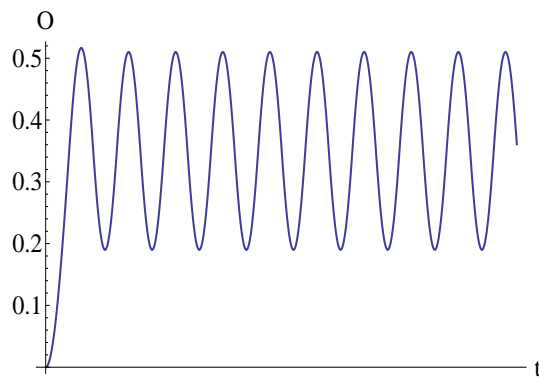
(b) Intensidade de bombeio utilizada para a simulação das auto-oscilações apresentadas na figura 7.3(e).



(c) $1 - R$ obtido na mesma simulação apresentada na figura 7.3(e).



(d) Temperatura da cavidade obtida na mesma simulação apresentada na figura 7.3(e).



(e) Auto-oscilações obtidas por nossas simulações.

Fig. 7.3: Simulação das auto-oscilações apresentadas pela cavidade quando bombeada por um pulso de intensidade constante.

Esse modelo para as auto-oscilações pode ser investigado com mais profundidade, por exemplo, levando-se em conta a diferença dos processos de aquecimento e resfriamento.

8. CONCLUSÕES

Histereses na relação I/O já foram observadas diversas vezes em experimentos feitos em microcavidades semicondutoras. Várias delas foram relatadas nesta tese e em todos os casos essas histereses estavam relacionadas à biestabilidade ótica, com exceção da histerese relatada por Cotta e Matinaga em [1], que foi o experimento sobre o qual trabalhamos.

Investigamos a dinâmica da temperatura no experimento apresentado em [1]: os modelos utilizados para essa investigação foram simples. Obter um modelo que descreva fielmente essa dinâmica é muito difícil, pois é uma dinâmica que depende de muitos parâmetros, como difusividade térmica e condutividade térmica, e cada um desses parâmetros tem uma dependência forte com a temperatura. Mas nossa análise foi suficiente para obter uma estimativa das temperaturas atingidas pelo sistema e do seu tempo de termalização, que são compatíveis com o modelo proposto para a histerese e os cruzamentos de seus ramos.

O tempo de termalização do sistema encontrado é uma fração considerável do tempo de modulação da intensidade do bombeio (cerca de 10%). Isso gera uma histerese na temperatura do sistema durante o experimento, ou seja, as temperaturas atingidas na primeira metade do experimento (quando a intensidade de bombeio está aumentando) são diferentes das temperaturas atingidas na segunda metade (quando a intensidade de bombeio está diminuindo). *Essa histerese na temperatura é a origem da histerese na relação I/O .*

As temperaturas atingidas na primeira metade do experimento são diferentes das atingidas na segunda metade. Essa diferença faz com que a reflectância da microcavidade seja diferente nas duas metades do ciclo e, conseqüentemente, o número de poláritons e a intensidade da emissão da cavidade também sejam diferentes em cada uma das metades do ciclo: aí está a origem da histerese.

Os cruzamentos dos ramos da histerese aparecem também devido a essas

diferenças da temperatura e da reflectância nas duas metades do experimento, mas dependem de um mínimo na reflectância ser atingido durante o experimento.

Nosso modelo prevê qualitativamente a histerese e o cruzamento de seus ramos. A dificuldade em obter um modelo quantitativo para a relação I/O reside principalmente na dificuldade de obter um modelo quantitativo para a dinâmica do aquecimento e resfriamento, mas também há a dificuldade de não termos a dependência precisa da reflectância com a temperatura.

Nosso modelo também explica o aparecimento de auto-oscilações na intensidade de emissão quando a microcavidade é bombeada por um laser com intensidade constante. Essas auto-oscilações devem ter o período igual ao tempo de termalização do sistema. Associamos a observação experimental de períodos de auto-oscilações com valores diferentes a diferentes tempos de termalização. Por sua vez, os diferentes tempos de termalização ocorrem devido à forte sensibilidade da difusividade térmica e da condutividade térmica do $GaAs$, material que compõe a base.

O modelo pode ser testado através de variações do mesmo experimento. Se ele for feito em outras temperaturas, espera-se um comportamento diferente nos resultados, já que a temperatura é um parâmetro determinante em todo o processo. Se o mecanismo de resfriamento for modificado, os resultados também devem ser diferentes: por exemplo, se a base da microcavidade for imersa em He líquido, a temperatura da microcavidade não sofrerá tanta variação como a que acreditamos ocorrer no experimento [1], pois deve ficar mais próxima da temperatura do He líquido e a histerese desaparecerá. Outra modificação possível para testar o modelo é alterar o período da modulação do bombeio. Se a modulação se torna muito mais lenta, o sistema terá tempo de termalizar em cada etapa e então o modelo prevê que a histerese desaparecerá; este teste foi feito pelo mesmo grupo que fez o experimento [1] e a inibição da histerese foi verificada. A histerese também deve ser inibida se a modulação da intensidade do bombeio ocorrer de forma muito mais rápida.

Neste trabalho encontramos um modelo simples, que envolve poucos parâmetros, para a biestabilidade, o cruzamento de seus ramos e as auto-oscilações apresentados pela microcavidade. A maior dificuldade em chegar a este modelo foi justamente encontrar, dentre os inumeráveis fenômenos que ocorrem na microcavidade durante o experimento, apenas aqueles poucos que são essenciais para os efeitos observados.

Parte II

ENTROPIA E EXPOENTES DE LYAPUNOV DE SISTEMAS GAUSSIANOS BIPARTIDOS

9. UMA RELAÇÃO ANALÍTICA ENTRE A PRODUÇÃO DE ENTROPIA E EXPOENTES DE LYAPUNOV QUÂNTICOS PARA SISTEMAS GAUSSIANOS BIPARTIDOS

O conteúdo deste capítulo foi publicado com o mesmo título publicado em 2008, na revista *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, cujos autores são: K. M. Fonseca Romero, Júlia E. Parreira, L. A. M. Souza, M. C. Nemes, e W. Wreszinski.

9.1 *Caos quântico e a conjectura de Zurek e Blume-Kohout*

A evolução temporal de sistemas caóticos em Mecânica Clássica apresenta forte sensibilidade às condições iniciais. Isso significa que duas trajetórias próximas no espaço de fase num certo instante podem se afastar muito posteriormente. Para um sistema caótico típico, duas trajetórias do espaço de fase com uma pequena distância s_o entre si em um dado instante terão uma separação $s(t) \sim s_o e^{\lambda t}$ decorrido um tempo t . O parâmetro λ é chamado expoente de Lyapunov, se $\lambda > 0$, então o movimento é caótico e o expoente de Lyapunov é uma medida da divergência exponencial das trajetórias.

O caos é um fenômeno essencialmente clássico. Devido à estrutura linear do espaço de Hilbert, dois estados que sejam quase idênticos permanecerão quase idênticos em qualquer tempo, no sentido de que o *overlap* dos estados é constante sob uma transformação unitária. No entanto, há um fenômeno análogo ao caos para sistemas quânticos. Dois sistemas quase idênticos, preparados em estados idênticos, mas sujeitos a Hamiltonianos ligeiramente diferentes (\hat{H} e $\hat{H} + \delta\hat{H}$), evoluem para dois estados diferentes, cujo produto interno decai exponencialmente com o tempo [60].

Zurek e Blume-Kohout conjecturaram, no trabalho da referência [60], que

propriedades essencialmente quânticas, tais como troca de informação entre dois subsistemas, sendo um deles classicamente caótico, têm vestígios dessa dinâmica caótica, sendo dominada pelo expoente de Lyapunov clássico. O trabalho de Zurek e Blume-Kohout tem como suporte análises qualitativas de sistemas que cabem na descrição acima, bem como experimentos descritos por tais modelos.

Inspirados no trabalho de Zurek e Blume-Kohout, encontramos uma relação analítica entre a entropia e o expoente de Lyapunov para alguns sistemas, mostrando assim que o expoente de Lyapunov pode medir a perda de informação do sistema quântico.

A seguir serão expostos sobre três modelos de decoerência para um oscilador harmônico, em todos eles usamos a entropia de von Neumann para medir a decoerência:

- O tradicional modelo em que se acopla fracamente infinitos osciladores ao oscilador principal, usando o método de equação mestra, introduzido por Caldeira e Leggett no trabalho da referência [61].
- O modelo estudado por Zurek e Blume-Kohout, que simula o ambiente como um oscilador harmônico invertido [60].
- Os modelos de Anosov, que tratam de osciladores paramétricos acoplados [62].

9.1.1 Decoerência da equação mestra

A decoerência de um oscilador harmônico pode ser modelada acoplando-se este sistema fracamente a infinitos osciladores em equilíbrio térmico à temperatura T (estes infinitos osciladores chamamos reservatório, ambiente ou banho térmico).

Apresentamos a seguir o cálculo da entropia de von Neumann para um sistema nessa situação, utilizamos as aproximações de Born e Markov. A entropia de von Neumann dará a quantificação da perda de pureza do estado do oscilador.

Primeiramente apresentaremos a equação mestra e o cálculo da evolução de valores esperados. Em um segundo passo, serão apresentadas algumas características do estado gaussiano. Posteriormente, um estado gaussiano será utilizado como estado inicial e serão obtidas expressões para os valores esperados que o caracterizam. E, finalmente, será calculada a evolução temporal da entropia de von Neumann do oscilador harmônico.

9.1.2 Evolução de valores esperados a partir da equação mestra

Consideremos o sistema governado pelo Hamiltoniano:

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hat{H}_S + \hat{H}_R + \hat{H}_{SR}, \\ \hat{H}_S &= \hbar\omega_0\hat{a}^\dagger\hat{a}, \\ \hat{H}_R &= \sum_j \hbar\omega_j\hat{r}_j^\dagger\hat{r}_j, \\ \hat{H}_{SR} &= \sum_j \hbar\left(\kappa_j^*\hat{a}\hat{r}_j^\dagger + \kappa_j\hat{a}^\dagger\hat{r}_j\right) = \hbar\left(\hat{a}\hat{\Gamma}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{\Gamma}\right).\end{aligned}\quad (9.1)$$

Associamos ao sistema total, composto pelo oscilador e pelo banho, um operador densidade $\hat{\chi}(t)$ na representação de Schrödinger. Consideramos que a interação ocorre a partir de um tempo $t = 0$ e que antes desse tempo o oscilador e o banho eram descorrelacionados: $\hat{\chi}(0) = \hat{\rho}(0) \otimes \hat{R}(0)$, em que $\hat{\rho}(0)$ é a matriz densidade do oscilador harmônico no momento inicial e $\hat{R}(0)$ a do banho. O operador densidade do oscilador em um tempo qualquer é obtido tomando o traço parcial de $\hat{\chi}(t)$ em relação ao banho, $\hat{\rho}(t) = \text{tr}_R(\hat{\chi}(t))$.

Levando em conta as aproximações de Born, que despreza termos acima da segunda ordem do acoplamento do banho com o oscilador, de Markov, que considera que o estado futuro do sistema só depende do estado presente e não do passado, e algumas outras aproximações detalhadas na referência [49], obtém-se uma equação diferencial para a matriz densidade do oscilador harmônico, chamada equação mestra:

$$\dot{\hat{\rho}} = -i\omega_0[\hat{a}^\dagger\hat{a}, \hat{\rho}] + \frac{\gamma}{2}(\bar{n}_R + 1)(2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}) + \frac{\gamma}{2}\bar{n}_R(2\hat{a}^\dagger\hat{\rho}\hat{a} - \hat{a}\hat{a}^\dagger\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}\hat{a}^\dagger)$$

em que $\gamma \equiv 2\pi g(\omega_0)|\kappa(\omega_0)|^2$, $g(\omega)$ é uma densidade de estados, sendo $g(\omega)d\omega$ é o número de osciladores com frequências no intervalo de ω a $\omega + d\omega$ e $\bar{n}_R = \frac{e^{-\hbar\omega_0/k_B T}}{1 - e^{-\hbar\omega_0/k_B T}}$ é o número médio de fótons no reservatório, $\bar{n}_R = \text{tr}(R_0\hat{\Gamma}^\dagger\hat{\Gamma})$.

A partir da equação mestra, pode-se calcular a evolução de valores esperados, como por exemplo:

$$\partial_t \langle \hat{a} \rangle = \partial_t \text{tr}(\hat{a}\hat{\rho}) = \text{tr}(\hat{a}\dot{\hat{\rho}}) \Rightarrow \langle \hat{a} \rangle(t) = e^{-(\frac{\gamma}{2} + i\omega_0)t} \langle \hat{a} \rangle(0).\quad (9.3)$$

De forma semelhante, outros valores esperados relevantes para o cálculo futuro da entropia também são obtidos:

$$\begin{aligned}\langle \hat{a}^2 \rangle(t) &= e^{(-2i\omega_0 - \gamma)t} \langle \hat{a}^2 \rangle(0), \\ \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle(t) &= \bar{n}_R (1 - e^{-\gamma t}) + e^{-\gamma t} \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle(0).\end{aligned}\quad (9.4)$$

9.1.3 Evolução temporal da entropia

Consideramos um estado gaussiano como o estado inicial do oscilador, ele pode ser escrito como:

$$\hat{\rho}_{G0} = \hat{D}(\alpha_0) \hat{S}(r_0, \phi_0) \hat{\rho}_T(\bar{n}_{T0}) \hat{S}(r_0, \phi_0)^\dagger \hat{D}(\alpha_0)^\dagger. \quad (9.5)$$

Sua evolução pode ser calculada pela equação mestra. Estados gaussianos têm a propriedade de permanecerem gaussianos quando evoluídos por uma equação mestra quadrática. Este é o caso da equação mestra que utilizamos. Também sabemos que a entropia de von Neumann do estado Gaussiano é igual à entropia de von Neumann do estado térmico e só depende do valor médio das excitações térmicas deste. De forma que podemos escrever a entropia de von Neumann do estado do oscilador em função do tempo em termos dos números médios iniciais de excitações do oscilador e do reservatório e do parâmetro γ da equação mestra:

$$\begin{aligned}S(t) &= \text{tr}(\hat{\rho}_G(t) \ln \hat{\rho}_G(t)) = \text{tr}(\hat{\rho}_T(t) \ln \hat{\rho}_T(t)) = (\bar{n}_T(t) + 1) \ln(\bar{n}_T(t) + 1) - \bar{n}_T(t) \ln \bar{n}_T(t), \\ \bar{n}_T(t) &= \sqrt{e^{-\gamma t}(\bar{n}_{T0} - \bar{n}_R) + \left[-\bar{n}_R + \frac{1}{2} - \sinh^2(2r_0) \left(\bar{n}_{T0} + \frac{1}{2} \right)^2 \right]} - \frac{1}{2}.\end{aligned}\quad (9.6)$$

Um esboço do comportamento qualitativo da entropia de von Neumann para este sistema é feito na figura 9.1.

9.2 Ambiente simulado por um oscilador invertido

Esta seção é uma revisão do que foi feito por Zurek e Blume-Kohout em [60] complementada pela nossa contribuição ao assunto.

Zurek e Blume-Kohout propuseram simular o ambiente, que provoca a deco-

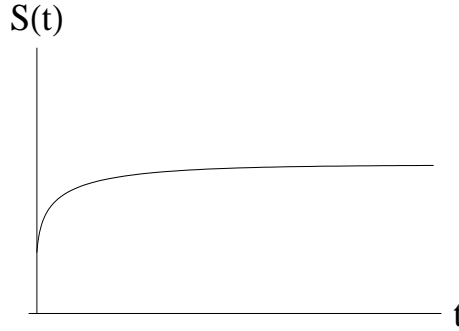


Fig. 9.1: Entropia de von Neumann do oscilador harmônico.

erência de um oscilador harmônico, através de um oscilador harmônico invertido. Este modelo não se refere a um sistema físico realizável, no entanto, para tempos pequenos, pode ser uma boa aproximação para alguns sistemas instáveis reais.

Analisemos o seguinte hamiltoniano:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{\omega_1^2 \hat{x}_1^2}{2} + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{\omega_2^2 \hat{x}_2^2}{2} + \alpha \hat{x}_1 \hat{x}_2. \quad (9.7)$$

O hamiltoniano acima modela dois osciladores acoplados. Nosso objetivo é estudar o caso em que um dos osciladores é regular, com frequência real ($\omega_1^2 = \Omega^2$, $\Omega \in \mathbb{R}$) e o outro oscilador é invertido, que significa que o quadrado da frequência é negativo ($\omega_2^2 = -\Lambda^2$, $\Lambda \in \mathbb{R}$). O oscilador invertido fará o papel do ambiente. Esse sistema tem expoente de Lyapunov positivo.

9.2.1 Evolução temporal dos operadores posição e momento

O primeiro passo no estudo desse problema foi buscar a evolução temporal dos operadores posição e momento de cada subsistema. Para tanto, diagonalizamos o hamiltoniano, como feito na referência [63]. Escrevendo o vetor $\hat{\mathbf{R}} = (\hat{x}_1 \ \hat{p}_1 \ \hat{x}_2 \ \hat{p}_2)^T$, o hamiltoniano é expresso matricialmente como:

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} m_1 \Omega^2 & 0 & \alpha \sqrt{m_1 m_2} & 0 \\ 0 & 1/m_1 & 0 & 0 \\ \alpha \sqrt{m_1 m_2} & 0 & -m_2 \Lambda^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/m_2 \end{pmatrix}, \quad (9.8)$$

de forma que $\hat{H} = \hat{\mathbf{R}}^T \cdot \hat{\mathbf{H}} \cdot \hat{\mathbf{R}}$.

As seguintes transformações tornam o Hamiltoniano diagonal:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &\equiv \mathbf{M}_3 \cdot \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_4, \\
 \mathbf{M}_4 &\equiv \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \frac{1}{\Omega} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{m_1 k_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \frac{1}{i\Lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{m_2 k_2} \end{pmatrix}, \quad k_1 \equiv \Omega, \quad k_2 \equiv i\Lambda, \\
 \mathbf{M}_1 &\equiv \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix} \quad a \equiv \left(\frac{m_1^2 \Omega}{m_2^2 i\Lambda} \right)^{1/4}, \\
 \mathbf{M}_2 &\equiv \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{pmatrix}, \quad \cos \phi \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\sqrt{(\Omega_1 - \Omega_2)^2 + 4g^2}} \right]}, \\
 \sin \phi &\equiv -\sqrt{\frac{1}{2} \left[1 - \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\sqrt{(\Omega_1 - \Omega_2)^2 + 4g^2}} \right]}, \quad g \equiv \alpha^2 m_1^2 m_2^2 i\Lambda \Omega, \quad \Omega_1 \equiv \sqrt{\frac{k_1^3}{k_2}}, \quad \Omega_2 \equiv \sqrt{\frac{k_2^3}{k_1}}, \\
 \mathbf{M}_3 &\equiv \begin{pmatrix} \alpha_+ & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\alpha_+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\alpha_- \end{pmatrix}, \quad \alpha_{\pm} \equiv \left(\frac{\omega_{\pm}}{\omega} \right)^{1/4}, \\
 \omega_{\pm} &\equiv \frac{1}{2} \left[(\Omega_1 + \Omega_2) \pm \sqrt{(\Omega_1 - \Omega_2)^2 + 4g^2} \right], \quad \omega \equiv \frac{1}{m_1 m_2 \sqrt{i\Lambda \Omega}}. \tag{9.9}
 \end{aligned}$$

O Hamiltoniano diagonalizado e a base que o diagonaliza têm a forma

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{H}}_D &= (\mathbf{M}^T)^{-1} \cdot \hat{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Omega_+ & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega_- \end{pmatrix}, \\
 \hat{\mathbf{R}}_D &= \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{R}}. \tag{9.10}
 \end{aligned}$$

A evolução temporal de um operador \hat{O} é obtida pela relação diferencial $\dot{\hat{O}} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{O}, \hat{H}]$. Para os operadores do vetor $\hat{\mathbf{R}}_D$, as equações de movimento podem ser expressas como:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{R}}}_D &= \boldsymbol{\Omega} \cdot \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{R}}_D} = \left(\boldsymbol{\Omega} \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{R}}_D} \right) \cdot \left(\hat{\mathbf{R}}_D^T \cdot \hat{\mathbf{H}}_D \cdot \hat{\mathbf{R}}_D \right), \\ \text{sendo } \left(\frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{R}}_D} \right)^T &\equiv \left(\frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{R}}_{D1}} \quad \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{R}}_{D2}} \quad \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{R}}_{D3}} \quad \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{R}}_{D4}} \right). \end{aligned} \quad (9.11)$$

Cuja solução é:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_D(t) &= \mathbf{N}(t) \cdot \hat{\mathbf{R}}_D(0), \\ \mathbf{N}(t) &\equiv \begin{pmatrix} \cos(\Omega_+ t) & \sin(\Omega_+ t) & 0 & 0 \\ -\sin(\Omega_+ t) & \cos(\Omega_+ t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\Omega_- t) & \sin(\Omega_- t) \\ 0 & 0 & -\sin(\Omega_- t) & \cos(\Omega_- t) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (9.12)$$

Uma última transformação é feita para diagonalizar a matriz evolução:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_5 &\equiv \begin{pmatrix} 1 & i & 0 & 0 \\ 1 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 0 & 0 & 1 & -i \end{pmatrix}, \\ \mathbf{N}_D(t) &\equiv \mathbf{M}_5 \cdot \mathbf{N}(t) \cdot \mathbf{M}_5^{-1} = \begin{pmatrix} e^{-i\Omega_+ t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\Omega_+ t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\Omega_- t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\Omega_- t} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (9.13)$$

Os operadores originais evoluem da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{R}}(t) = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{N}_D(t) \cdot \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{R}}(0). \quad (9.14)$$

9.2.2 Teorema de Floquet

O problema que tentamos resolver é do tipo:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{p}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{p}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ p_1 \\ x_2 \\ p_2 \end{pmatrix}, \quad \text{sendo } \mathbf{A} \text{ uma matriz } 4 \times 4. \quad (9.15)$$

O teorema de Floquet [66] diz que sempre é possível escrever a solução como:

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ p_1(t) \\ x_2(t) \\ p_2(t) \end{pmatrix} = \mathbf{G}(t) \cdot e^{\mathbf{\Lambda}t} \cdot \mathbf{G}(0)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} x_1(0) \\ p_1(0) \\ x_2(0) \\ p_2(0) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda} \equiv \begin{pmatrix} e^{\lambda_1} & 0 & 0 & 0 \\ & e^{i\lambda_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\lambda_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\lambda_2} \end{pmatrix}. \quad (9.16)$$

$\mathbf{G}(t)$ é uma matriz, λ_1 e λ_2 são constantes reais e positivas. No problema do oscilador invertido acoplado ao oscilador harmônico, a matriz $\mathbf{G}(t)$ não depende do tempo e vale $\mathbf{G} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{M}_5$. Nota-se a existência de um modo instável, com expoente de Lyapunov clássico positivo λ_1 .

9.2.3 Decoerência do sistema

A perda de coerência do oscilador harmônico pode ser medida pela entropia de von Neumann da matriz reduzida, $S_1 = -\text{tr}(\hat{\rho}_1 \ln \hat{\rho}_1)$, sendo $\hat{\rho}_1 = \text{tr}_2(\hat{\rho})$. Consideraremos o estado inicial total, $\hat{\rho}$, gaussiano da forma com $\bar{n}_T = 0$. Um estado dessa forma constitui um produto tensorial de estados coerentes generalizados, de forma que $\hat{\rho}_1$ também é gaussiano.

Analisamos esse caso, dos dois subsistemas estarem inicialmente em estados gaussianos. O determinante da matriz de covariância para o oscilador harmônico tem a forma

$$D(t) = \sum_{a,b=-2}^2 C_{ab} e^{(a\lambda_1 + b\lambda_2)t}. \quad (9.17)$$

C_{ab} são coeficientes constantes, valem zero a não ser que a soma de a e b seja um número ímpar, dependem das variâncias do estado inicial e têm uma expressão com-

plicada. Mas, para tempos grandes, podemos obter um comportamento assintótico mais simples para o determinante, ele se reduz, aproximadamente, a $D(t) \sim C_{20} e^{2\lambda_1 t}$ e a entropia reduzida pode ser aproximada por $S_r \sim \ln(\sqrt{D} - 1/2) + 1 \sim \ln D/2$. Este comportamento,

$$S_r(t) \sim \ln(C_{20})/2 + \lambda_1 t, \quad (9.18)$$

é justamente o conjecturado por Zurek e Blume-Kohout vários anos antes [60]: a entropia do oscilador harmônico, que mede a perda de coerência, cresce linearmente no tempo, o expoente de Lyapunov define a taxa desse crescimento. Um esboço do comportamento da entropia está na figura 9.2.

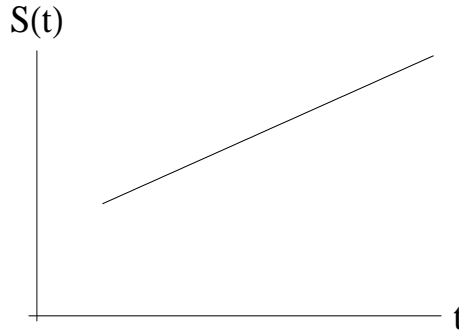


Fig. 9.2: Entropia de von Neumann para o oscilador harmônico acoplado ao oscilador invertido.

O mesmo comportamento de crescimento linear da entropia, com a taxa quantificada pelo maior expoente de Lyapunov quântico, será encontrado em outros sistemas bipartidos gaussianos que apresentem instabilidade, como por exemplo osciladores paramétricos acoplados, que são realizáveis, estes são discutidos a seguir.

9.2.4 Osciladores paramétricos acoplados

Consideremos um exemplo mais realístico, relevante para modelar armadilhas de Paul, [66], dois osciladores paramétricos acoplados com o hamiltoniano:

$$H(t) = \frac{1}{2}\hat{p}_1^2 + (\omega_1^2 - q \cos 2t) \hat{x}_1^2 + \frac{1}{2}\hat{p}_2^2 + (\omega_2^2 - q \cos 2t) \hat{x}_2^2 + \frac{g}{2}(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)^2. \quad (9.19)$$

Escolhemos $g > 0$ e $\omega_2^2 > \omega_1^2$. A solução das equações de movimento de Heisenberg para os operadores de posição e momento podem ser escritas em termos de funções de Mathieu. Por exemplo, o momento do segundo oscilador, $\hat{p}_2(t)$ é dado pela expressão $u_1(t)\hat{x}_1(0) + u_2(t)\hat{p}_1(0) + u_3(t)\hat{x}_2(0) + u_4(t)\hat{p}_2(0)$, em que as funções $u_a(t)$, $a = 1, 2, 3, 4$ são dadas por

$$u_1 = \sin(2\theta) \left[\frac{\dot{S}(\alpha_-, q, 0)}{2D_2} C(\alpha_-, q, t) - \frac{\dot{S}(\alpha_+, q, 0)}{2D_1} C(\alpha_+, q, t) \right] \quad (9.20)$$

$$u_2 = \cos^2 \theta \frac{\dot{S}(\alpha_-, q, 0)}{D_2} C(\alpha_-, q, t) - \sin^2 \theta \frac{\dot{S}(\alpha_+, q, 0)}{D_1} C(\alpha_+, q, t) \quad (9.21)$$

$$u_3 = \sin(2\theta) \left[\frac{C(\alpha_-, q, 0)}{2D_2} S(\alpha_-, q, t) - \frac{C(\alpha_+, q, 0)}{2D_1} S(\alpha_+, q, t) \right] \quad (9.22)$$

$$u_4 = \cos^2 \theta \frac{C(\alpha_-, q, 0)}{D_2} S(\alpha_-, q, t) - \sin^2 \theta \frac{C(\alpha_+, q, 0)}{D_1} S(\alpha_+, q, t). \quad (9.23)$$

Os parâmetros $\alpha_{\pm} = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} + g \pm \sqrt{g^2 + \frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2}{4}}$ dependem de constantes do Hamiltoniano. O ângulo θ é determinado através da igualdade $\tan(2\theta) = \frac{2g}{\omega_2^2 - \omega_1^2}$. As funções $C(\alpha, q, t)$ e $S(\alpha, q, t)$ são as funções seno e cosseno de Mathieu, e $\dot{C}(\alpha, q, t)$ e $\dot{S}(\alpha, q, t)$ suas derivadas temporais. A função cosseno de Mathieu pode ser expressa como $C(\alpha, q, t) = \frac{1}{2} (e^{i\phi t} P(\alpha, q, t) + e^{-i\phi t} P(\alpha, q, -t))$, onde $P(\alpha, q, t)$ é uma função periódica com período π , e $\phi = \phi(\alpha, q)$ é o chamado expoente característico. Se $Im(\phi) \neq 0$, as soluções exibem comportamento instável. Estamos interessados na situação em que um dos osciladores (sistema) está numa região de estabilidade e o outro (ambiente) em uma região instável. A partir das soluções das equações de movimento de Heisenberg e da definição do maior expoente de Lyapunov $\bar{\lambda}$ [64], pode-se mostrar que $\bar{\lambda} = |Im(\phi(\alpha_1, q))|$. A conexão com a perda de informação é feita através do cálculo do determinante da matriz de covariância para o oscilador que representa o sistema, que tem a estrutura de 9.17, mas nesse caso os coeficientes C_{ab} são funções periódicas do tempo, $\bar{\lambda} = |Im(\phi(\alpha_1, q))|$ e $\mu = i\phi(\alpha_2, q)$. Para um estado inicial gaussiano, $S(t_n) \sim \ln(C_{20})/2 + \lambda t_n$, onde $t_n = 2\pi n$. Os coeficientes C_{ab} são obtidos através do comportamento assintótico da entropia.

9.3 Conclusões

Apesar da complexidade do comportamento nas regiões de instabilidade dos parâmetros, sistemas abertos bipartidos do tipo de Anosov, que são sistemas quânticos abertos, têm uma expressão para sua entropia de von Neumann reduzida com crescimento linear cuja taxa é o maior expoente de Lyapunov. Este comportamento foi conjecturado por R. Blume-Kohout e W. H. Zurek [60], em 2003, e, agora, apresentamos um cálculo analítico demonstrando sua conjectura para uma classe de sistemas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] COTTA, E. A.; MATINAGA, F. M. Bistability double-crossing curve effect in a polariton-laser semiconductor microcavity. *Physical Review B*, vol. 76, n. 7, p. 073308, 2007.
- [2] COTTA, E. A.; MATINAGA, F. M. Bistability and self-oscillations effects in a polariton-laser semiconductor microcavity. *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 84, p. 012004, 2007.
- [3] ROMERO, K. M. Fonseca; PARREIRA, Júlia E.; SOUZA, L. A. M.; NEMES, M. C.; WRESZINSKI, W. An analytical relation between entropy production and quantum Lyapunov exponents for Gaussian bipartite systems. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, vol. 41, n. 11, p. 115303, 2008.
- [4] DENG, Hui; WEIHS, Gregor; SANTORI, Charles; BLOCH, Jacqueline; YAMAMOTO, Yoshihisa. Condensation of semiconductor microcavity exciton polaritons. *Science* vol. 298, p. 199-202, 2002.
- [5] KASPRZAK, J. et al. Bose-Einstein condensation of exciton polaritons. *Nature* vol. 443, p. 409, 2006.
- [6] WERTZ, E. et al. Spontaneous formation and optical manipulation of extended polariton condensates. *Nature Physics*, vol. 6, p. 860-864, 2010.
- [7] LIEW, T., et al. Exciton-polariton integrated circuits. *Physical Review B*, vol. 82, p. 033302, 2010.
- [8] GIBBS, H. M.; MCCALL, S. L.; VENKATESAN, T. N. C. Differential gain and bistability using a sodium-filled Fabry-Perot interferometer, *Physical Review Letters*, vol. 36, p. 1135, 1976.

-
- [9] VINOD, M. Menon; DEYCH, Lev I.; LISYANSKY, Alexander A. Nonlinear optics: Towards polaritonic logic circuits. *Nature Photonics*, vol. 4, p. 345-346, 2010.
- [10] COHEN, S. Kéna; FORREST, S. R. Room-temperature polariton lasing in an organic single-crystal microcavity. *Nature Photonics*, vol. 4, p. 371-375, 2010.
- [11] HOPFIELD, J. J. *Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals*, *Physical Review*, vol. 112, n. 5, p. 1555-1567, 1958.
- [12] SANCHEZ-MONDRAGON, J. J. et al. *Physical Review Letters*, vol. 51, p. 550, 1983.
- [13] AGARWAL, G. S. Vacuum-field Rabi splittings in microwave absorption by Rydberg atoms in a cavity. *Physical Review Letters*, vol. 53, n. 18, p. 1732-1734, 1984.
- [14] AGARWAL, G. S. Vacuum-field Rabi oscillations of atoms in a cavity. *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 2, n. 3, p. 480-485, 1985.
- [15] BRUNE, M. et al. Quantum Rabi Oscillation: a direct test of field quantization in a cavity. *Physical Review Letters*, vol. 76, n. 11, p. 1800-1803, 1996.
- [16] WEISBUCK, M. et al. Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity. *Physical Review Letters*, vol. 69, n. 23, p. 3314-3317, 1992.
- [17] GIBBS, H. M. et al. Optical bistability in semiconductors. *Applied Physics Letters*, vol. 35, p. 451-453, 1979.
- [18] CHEUNG, Mi-Mee et al. Optical bistability and self-oscillation of a nonlinear Fabry-Perot interferometer filled with a nematic-liquid-crystal film. *Optics letters*, vol. 8, n. 1, p. 39-41, 1983.
- [19] YUMOTO, J. et al. Observation of optical bistability in CdS_xSe_{1-x} -doped glasses with 25-psec switching time. *Optics letters*, vol. 12, n. 10, p. 832-834, 1987.

-
- [20] KONG, Hong Jin; HWANG, Wol Yon. Thermally induced optical bistability and self-oscillation in a nonlinear etalon filled with optical adhesive. *Journal of Applied Physics*, vol. 67, p. 6066-6069, 1990.
- [21] ADACHI, Sadao. *Properties of Semiconductor Alloys: Group-IV, III-V and II-VI Semiconductors*, 2009. 1ª ed. West Sussex, Reino Unido: John Wiley & Sons Ltd, 2009.
- [22] KARPUSHKO, F. V. et al. Spectral characteristics of nonlinear interferometers in a strong field. Translated from *Zhurnal Prikladnoi Spektroskopii*, vol. 26, n. 2, p. 269, 1977.
- [23] Gibbs, H. M. et al. Optical bistability, regenerative pulsations, and transverse effects in room- temperature GaAs-AlGaAs superlattice etalons. *Journal de Physique*, vol. 44, n. C2, p. 195-204, 1983.
- [24] CHEN, G; TIEN, C. L. Thermally induced optical nonlinearity during transient heating of thin films. *Journal of Heat Transfer*, vol. 116, p. 311-316, 1994.
- [25] KONG, HONG JIN; HWANG, WOL YON. Thermally induced optical bistability and self-oscillation in a nonlinear etalon filled with optical adhesive. *Journal of Applied Physics*, vol. 67, p. 6066-6069, 1990.
- [26] COTTA, Eduardo Adriano. Bi-estabilidade óptica e condensação de Bose-Einstein de polaritons. 2008. Tese (Doutorado em Ciências Físicas) - Pós-Graduação em Física, UFMG, Belo Horizonte.
- [27] SKOLNICK, M. S. et al. Strong coupling phenomena in quantum microcavity structures. *Semiconductor Science and Technology*, vol. 13, p. 645-669, 1998.
- [28] PARAISSO, Taofiq. Dynamics of interactions of confined microcavity polaritons. 2010. Tese (Doutorado em Ciências) - Faculté Sciences de base Laboratoire d'Optoélectronique quantique programme doctoral en physique - École polytechnique Fédérale de Lausanne, França.
- [29] SAVONA, V. et al. Quantum well excitons in semiconductor microcavities: unified treatment of weak and strong coupling regimes. *Solid State Communications*, vol. 93, n. 9, p. 733-739, 1995.

-
- [30] BORN, M; WOLF, E. Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light. 6^a ed. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press, 1997.
- [31] GRIFFITHS, David J. Introduction to Electrodynamics. 3^a ed. New Jersey, Estados Unidos: Prentice Hall, 1999.
- [32] FEYNMAN, R.; LEIGHTON, R.; SANDS, M. The Feynman Lectures on Physics, vol. 2, Richard Feynman. 2^a ed. Estados Unidos: Addison Wesley Longman, 2005.
- [33] REINHARTA, F. K. A heuristic approach to precisely represent optical absorption and refractive index data for photon energies below, at, and above the band gap of semiconductors: The case of high-purity GaAs, Part I. *Journal of Applied Physics*, vol. 97, p. 123534, 2005.
- [34] ANDREANI, L. C. et al. Polaritons in high reflectivity microcavities: semiclassical and full quantum treatment of optical properties. *Superlattices and Microstructures*, vol. 15, n. 4, p. 453-458, 1994.
- [35] FOWLES, Grant R. Introduction to modern optics. 2^a ed. Nova York, Estados Unidos: Dover Publications, 1975.
- [36] STANLEY, R. P. et al. Cavity-polariton photoluminescence in semiconductor microcavities: Experimental evidence. *Physical review B*, vol. 53, n. 16, p. 10995-11007, 1996.
- [37] ROCHAT, G. et al. Excitonic Bloch equations for a two-dimensional system of interacting excitons. *Physical Review B*, vol. 61, n. 20, 856-862, 2000.
- [38] CIUTI, C.; SCHWENDIMANN, P.; QUATTROPANI, A. Theory of polariton parametric interactions in semiconductor microcavities. *Semiconductor Science and Technology*, vol. 18, n. 10, p. S279-S293, 2003.
- [39] GENKIN, G. Rabi frequency and nonlinearity of a two-level atom for an ultrashort optical pulse. *Physical Review A*, vol. 58, n. 1, p. 758-760, 1998.

-
- [40] STANLEY, R. P. et al. Ultrahigh *finesse* microcavity with distributed Bragg reflectors. *Applied Physics Letters*, vol. 65, n. 15, p. 1883-1885, 1994.
- [41] SELL, D. D. et al. Polariton reflectance and photoluminescence in high purity GaAs. *Physical Review B*, vol. 7, n. 10, p. 4568-4586, 1973.
- [42] SKOLNICK, M. S.; FISHER, T. A.; WHITTAKER, D. M. Strong coupling phenomena in quantum microcavity structures. *Semiconductor Science and Technology*, vol. 13, p. 645-669, 1998.
- [43] WHITTAKER, D. M. et al. Motional Narrowing in Semiconductor Microcavities *Physical Review Letters*, vol. 77, p. 4792, 1996.
- [44] FISHER, T. A. et al. Electric-field and temperature tuning of exciton-photon coupling in quantum microcavity structures. *Physical Review B*, vol. 51, p. 2600, 1995.
- [45] EBERHARD, Spiller. Saturable optical resonator. *Journal of Applied Physics*, vol. 43, n. 4, 1971.
- [46] MAYWAR, D. N.; AGRAWAL, G. P. Transfer-matrix analysis of optical bistability in DFB semiconductor laser amplifiers with nonuniform gratings. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 33, n. 11, p. 2029-2037, 1997.
- [47] ROSS, M. L. STEYN; GARDINER, C. W. Quantum theory of excitonic optical bistability. *Physical Review A*, vol. 27, n. 1, p. 310-325, 1983.
- [48] BAAS, A. et al. Optical bistability in semiconductor microcavities, *Physical Review A*, vol. 69, p. 023809, 2004.
- [49] CARMICHAEL, Howard. *Statistical Methods in Quantum Optics: Master Equations and Fokker-Planck Equations*. 1^a ed. Alemanha: Springer, 1999.
- [50] *Quantum Optics*, Marlan O. Scully, M. Suhail Zubairy.
- [51] *Theoretical and experimental study of the dynamic behavior of a nonlinear Fabry-Perot interferometer*, Bischofberger T, Shen Y., *Physical Review A*. 1979;19(3):1169-1176.

-
- [52] KAR, A. K. et al. Optical bistability in InSb at room temperature with two-photon excitation. *Applied Physics Letters*, vol. 42, n. 4, p. 334, 1983.
- [53] COTTA, Eduardo Adriano. Estudos de efeitos eletrodinâmicos numa microcavidade semicontudora com um poço quântico de GaAs. 2004. Dissertação. (Mestrado em Física) - Pós-Graduação em Física, UFMG, Belo Horizonte.
- [54] SFEZ, B. G. et al. High contrast multiple quantum well optical bistable device with integrated Bragg reflectors. *Applied Physics Letters*, vol. 57, p. 324, 1990.
- [55] BAJONI, Daniele; SEMENOVA, Elizaveta Lemaître. Optical Bistability in a GaAs-Based Polariton Diode. *Physical Review Letters*, v. 101, p. 266402, 2008.
- [56] MCCALL, S. L. Instability and regenerative pulsation phenomena in Fabry-Perot nonlinear optic media devices. *Applied Physics Letters*, vol. 32, n. 5, p. 284-286, 1978.
- [57] ADACHI, Sadao. Properties of Group-IV, III-V and II-VI Semiconductors. 1^a ed. West Sussex, Reino Unido: John Wiley & Sons Ltd, 2005.
- [58] JEWELL, J. et al. Regenerative pulsation from an intrinsic bistable optical device. *Applied Physics Letters*, vol. 40, n. 4, p. 291, 1982.
- [59] OGUSU, K. et al. Mirrorless optical bistability in a semiconductor doped glass plate as a result of oblique incidence. *Applied Optics*, vol. 34, n. 18, p. 3413-3420, 1995.
- [60] BLUME-KOHOUT, R.; ZUREK, W. Decoherence from a chaotic environment: An upside-down “oscillator” as a model. *Physical Review A*, vol. 68, p. 032104, 2003.
- [61] CALDEIRA, A. O.; LEGGETT, A. J. Quantum tunnelling in a dissipative system. *Annals of Physics*, vol. 149, n. 2, p. 374-456, 1983.
- [62] EMCH, G. G. et al. Anosov actions on noncommutative algebras. *Journal of Mathematical Physics*, vol. 35, n. 11, p. 5582, 1994.

-
- [63] MAGALHÃES, A. R. Bosco; FONSECA, C. H. d'Ávila; NEMES, M. C. Classical and quantum coupled oscillators: symplectic structure. *Physica Scripta*, vol. 74, p. 472, 2006.
- [64] SAPIN, O.; JAUSLIN, H. R.; WEIGERT, S. Upper quantum Lyapunov exponent and Anosov relations for quantum systems driven by a classical flow. *Journal of Statistical Physics*, vol. 127, p. 699, 2007.
- [65] SAPIN, O.; JAUSLIN, H. R.; WEIGERT, S. Upper quantum Lyapunov exponent and Anosov relations for quantum systems driven by a classical flow. *Journal of Statistical Physics*, vol. 127, p. 699, 2007.
- [66] JAUSLIN, H. R. et al. Upper quantum Lyapunov exponent and parametric oscillators. *Journal of Mathematical Physics*, vol. 45, n. 11, p. 4377, 2004.