

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS - ICEx
DEPARTAMENTO ESTATÍSTICA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA COMPUTACIONAL
APLICADA

Monteiro Carlos Monteiro Mapero

Título: Monitoramento e controle multivariado: gráfico T^2 de Hotelling aplicado como instrumento de análise do açúcar utilizado no preparo de refrigerantes

Belo Horizonte (MG)

2025

Monteiro Carlos Monteiro Mapero

Título: Monitoramento e controle multivariado: gráfico T^2 de Hotelling aplicado como instrumento de análise do açúcar utilizado no preparo de refrigerantes

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Estatística Computacional Aplicada.

Orientador(a): Profa. Dra. Thais Rotsen Correa

Belo Horizonte (MG)

2025

2025, Monteiro Carlos Monteiro Mapero.
Todos os direitos reservados

Mapero, Monteiro Carlos Monteiro.

M297m Monitoramento e controle multivariado: [recurso eletrônico] gráfico T2 de Hotelling aplicado como instrumento de análise do açúcar utilizado no preparo de refrigerantes / Monteiro Carlos Monteiro Mapero – 2025.

1 recurso online (63 f. il., color.) : pdf.

Orientadora: Thais Rotsen Correa.

Monografia (especialização) - Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística.

Referências: f. 60-63

1. Estatística. 2. Análise multivariada. 3. Controle estatístico do processo. 3. Açúcar – Análise e testes. I. Correa, Thais Rotsen. II. Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística. III. Título.

CDU 519.2(043)

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Irénquer Vismeg Lucas Cruz
CRB 6/819 - Universidade Federal de Minas Gerais - ICEX



Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Programa de Pós-Graduação / Especialização
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha
31270-901 – Belo Horizonte – MG

E-mail: pgest@ufmg.br
Tel: 3409-5923 – FAX: 3409-5924

ATA DO 356ª. TRABALHO DE FIM DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA DE MONTEIRO CARLOS MONTEIRO MAPERO.

Aos vinte e sete dias do mês de outubro de 2025, às 14:00 horas, com utilização de recursos de videoconferência a distância, reuniram-se os professores abaixo relacionados, formando a Comissão Examinadora homologada pela Comissão do Curso de Especialização em Estatística, para julgar a apresentação do trabalho de fim de curso do aluno **Monteiro Carlos Monteiro Mapero**, intitulado: “Monitoramento e controle multivariado: gráfico T2 de Hotelling aplicado como instrumento de análise do açúcar utilizado no preparo de refrigerantes. ”, como requisito para obtenção do Grau de Especialista em Estatística. Abrindo a sessão, a Presidente da Comissão, Professora Thais Rotsen Correa – Orientadora, após dar conhecimento aos presentes do teor das normas regulamentares, passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do candidato. Após a defesa, os membros da banca examinadora reuniram-se sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foi atribuída a seguinte indicação: o candidato foi considerado Aprovado condicional às modificações sugeridas pela banca examinadora no prazo de 30 dias a partir da data de hoje por unanimidade. O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente Ata, que será assinada por todos os membros participantes da banca examinadora. Belo Horizonte, 27 de outubro de 2025.

Documento assinado digitalmente



THAIS ROTSEN CORREA
Data: 27/10/2025 15:36:36-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Thais Rotsen Correa (orientadora)
DEST/UFMG

Documento assinado digitalmente



JUSSIANE NADER GONCALVES
Data: 27/10/2025 18:40:35-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Jussiane Nader Gonçalves
DEST/UFMG

Dedico este trabalho à minha filha, Marerita da F. Monteiro Mapero, razão do meu esforço e inspiração constante, e aos meus pais, Carlos Monteiro Mapero e Rita Casimiro, pelo amor incondicional e presença sentida mesmo na distância.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por ter me sustentado com saúde, lucidez e força ao longo desta jornada, guiando cada passo até a conclusão deste trabalho.

À minha filha, Marerita, minha fonte de inspiração, aos meus pais, Carlos Monteiro Mapero e Rita Casimiro, e aos meus irmãos (Felícia, Aniceto, Requelina, Jackson, Bonifácio, Esperança e Yuri) agradeço por todo o amor, incentivo e presença constante apesar da distância.

Agradeço à minha orientadora Professora Doutora Thais Rotsen Correa por aceitar conduzir com a sua valiosa contribuição técnica ao meu trabalho de pesquisa.

Também agradeço aos colegas do curso que sempre compartilharam informações pertinentes, apoio mútuo e troca de experiências durante o curso. Espero conhecê-los pessoalmente em breve!

Aos professores do curso de Especialização em Estatística Computacional Aplicada da Universidade Federal de Minas Gerais, deixo o meu reconhecimento pela excelência, dedicação e qualidade demonstradas ao longo da formação.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

“Os dados não falam por si mesmos; eles precisam de um intérprete” (Hans Rosling, 2018).

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estudar quatro medidas associadas à qualidade do açúcar utilizado na produção de refrigerantes: a cor, turbidez, floco alcoólico e filtrabilidade. Para isso, foram aplicadas técnicas de controle estatístico multivariado, com destaque para o gráfico T^2 de Hotelling, visando monitorar simultaneamente essas variáveis e identificar desvios que possam comprometer o padrão exigido pela indústria alimentícia. A análise comparativa entre os tipos de açúcar cristal e refinado revelou que o refinado apresenta maior estabilidade e conformidade com os requisitos técnicos. Portanto, o açúcar refinado é mais adequado para o preparo de refrigerantes, enquanto o cristal apresenta maior variabilidade, com destaque na cor e filtrabilidade, o que pode impactar negativamente a qualidade do produto final.

Palavras-chave: qualidade do açúcar; gráfico T^2 de Hotelling; controle estatístico multivariado; refrigerantes.

ABSTRACT

This work aims to study four measures associated with the quality of sugar used in soft drink production: color, turbidity, alcoholic floc, and filterability. To achieve this, multivariate statistical control techniques were applied, with emphasis on Hotelling's T^2 chart, in order to monitor these variables simultaneously and identify deviations that may compromise the standards required by the food industry. A comparative analysis between crystal and refined sugar types revealed that refined sugar exhibits greater stability and compliance with technical specifications. Therefore, refined sugar is more suitable for soft drink manufacturing, while crystal sugar shows greater variability – particularly in color and filterability – which may negatively affect the final product's quality.

Keywords: sugar quality; Hotelling's T^2 chart; multivariate statistical control; soft drinks.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1– Fluxograma do processamento genérico de fabricação de refrigerante....	17
Figura 2 – Gráfico de controle	26
Figura 3 – Gráfico de controle T^2 de Hotelling.....	34
Figura 4 – Elipse de controle para duas variáveis independentes	34
Figura 5 – Comparação dos parâmetros do açúcar cristal e refinado	38
Figura 6 – Gráfico de correlação do açúcar cristal	39
Figura 7 – Gráfico de correlação do açúcar refinado	40
Figura 8 – Gráfico X da Cor ICUMSA do açúcar cristal.....	41
Figura 9 – Análise de capacidade da Cor ICUMSA do açúcar cristal.....	42
Figura 10 – Gráfico X da Turbidez ICUMSA do açúcar cristal	43
Figura 11 – Análise de capacidade da Turbidez ICUMSA do açúcar cristal	44
Figura 12 – Gráfico EWMA para Filtrabilidade do açúcar cristal	45
Figura 13 – Gráfico EWMA para Floco Alcoólico do açúcar cristal	45
Figura 14 – Gráfico EWMA para cor ICUMSA do açúcar refinado	46
Figura 15 – Gráfico X nos meses de outubro e novembro de 2019 para Cor ICUMSA do açúcar refinado.....	47
Figura 16 – Análise de capacidade nos meses de outubro e novembro de 2019 para Cor ICUMSA do açúcar refinado	48
Figura 17 – Gráfico EWMA para Filtrabilidade do açúcar refinado.....	49
Figura 18 – Gráfico EWMA para Floco Alcoólico do açúcar refinado.....	50
Figura 19 – Gráfico X nos meses de outubro e novembro de 2019 para Floco Alcoólico do açúcar refinado.....	50
Figura 20 – Análise de capacidade nos meses de outubro e novembro de 2019 para Cor ICUMSA.....	51
Figura 21 – Gráfico EWMA para Turbidez ICUMSA do açúcar refinado	52
Figura 22 – Gráfico X nos meses de outubro e novembro para Turbidez ICUMSA do açúcar refinado.....	53
Figura 23 – Análise de capacidade nos meses de outubro e novembro para Turbidez ICUMSA do açúcar refinado.....	53
Figura 24 – Gráfico T^2 de Hotelling para cor e turbidez do açúcar cristal	54
Figura 25 – Elipse de controle para cor e turbidez do açúcar cristal	55
Figura 26 – Gráfico MEWMA para todas as variáveis do açúcar cristal.....	56

Figura 27 – Gráfico T^2 de Hotelling nos meses de outubro e novembro de 2019, para as medidas Cor, Floco alcoólico e Turbidez do açúcar refinado	57
Figura 28 – Gráfico MEWMA para todas as variáveis do açúcar refinado	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Especificações exigidas para o açúcar empregado na produção de refrigerantes	21
Tabela 2 – Declaração e construção de hipóteses.....	24
Tabela 3 – Possíveis resultados de um teste de hipóteses.....	24
Tabela 4 – Classificação de processos com base no valor do índice de capacidade	30
Tabela 5 – Testes de hipóteses de comparação entre os dois tipos de açúcar	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANVISA	Agência Nacional de Vigilância Sanitária
AT	Amplitude Total
CAC	CODEX ALIMENTARIUS COMMISSION
CEP	Controle Estatístico de Processo
CP	Capacidade Potencial
Cpk	Índice de capacidade efetiva
Cpm	Capacidade Potencial Ajustado à Meta
Cpmk	Capacidade Efetiva Ajustado à Meta
EWMA	Média Móvel Exponencial Ponderada (do inglês, Exponential Weighted Moving Average)
ICP	Índices de Capacidade de Processo
ICUMSA	Comissão Internacional para Métodos Uniformes de Análise de Açúcar (do inglês, International Commission for Uniform Methods of Sugar Analysis)
IU	Unidades ICUMSA (do inglês, ICUMSA Unitys)
LC	Linha Central
LIC	Limite Inferior de Controle
LSC	Limite Superior de Controle
MCUSUM	Soma Acumulada Multivariada (do inglês, Multivariate Cumulative Sum)
MEWMA	Média Móvel Ponderada Exponencialmente Multivariada (do inglês, Multivariate Exponentially Weighted Moving Average)
PCA	Análise de Componentes Principais (do inglês, Principal Component Analysis)
Unica	União da Indústria de Cana-de-açúcar
λ	Comprimento de Onda
°C	Graus Celsius
°Z	Graus Zucker

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 OBJETIVOS	16
2.1 OBJETIVO GERAL	16
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
3.1. O AÇÚCAR NA INDÚSTRIA DE REFRIGERANTES.....	17
3.1.1. Composição química do açúcar	19
3.1.2. Efeitos das propriedades físico-químicas na qualidade do produto final	19
3.2. CONTROLE DE QUALIDADE NA INDÚSTRIA DE REFRIGERANTES	20
4 METODOLOGIA	22
4.1 BANCO DE DADOS.....	22
4.2 ANÁLISE DESCRITIVA.....	22
4.3 ANÁLISE DE CORRELAÇÃO	22
4.4 TESTES DE HIPÓTESES	23
4.4.1 Tipos de erros e p-valor	24
4.4.2 Tipos de testes de hipóteses	25
4.5 CONTROLE E CAPACIDADE PARA PROCESSO UNIVARIADO.....	25
4.5.1 Gráficos de controle de Shewhart	26
4.5.2 Gráfico de controle da média móvel exponencialmente ponderada	27
4.5.3 Índices de capacidade para processo univariado	29
4.6 CONTROLE E CAPACIDADE PARA PROCESSO MULTIVARIADO	31
4.6.1 Distribuição normal multivariada	32
4.6.2 Gráfico de controle T^2 de Hotelling	32
4.6.2.1 <i>Dados subagrupados</i>	33
4.6.2.2 <i>Dados individuais</i>	35
4.6.3 Gráfico de controle multivariado para a média móvel ponderada exponencialmente (MEWMA)	35
4.6.4 Tratamento de dados aplicado a cada tipo de açúcar e variável	36
5 RESULTADOS	38
5.1 ANÁLISE DESCRITIVA.....	38
5.2 TESTES DE HIPÓTESES	40
5.3 CONTROLE E CAPACIDADE UNIVARIADO.....	41

5.3.1 AÇUCAR CRISTAL	41
5.3.2 Açucar refinado	46
5.4 CONTROLE E CAPACIDADE MULTIVARIADO	54
5.4.1 AÇUCAR CRISTAL	54
5.4.1 AÇUCAR REFINADO	56
6 CONCLUSÃO	59
REFERÊNCIAS.....	60

1 INTRODUÇÃO

Mais de 100 países produzem açúcar tendo a cana como base. Com 25% da produção global, o Brasil é o maior produtor e exportador mundial de açúcar, com papel estratégico no abastecimento global. São Paulo sozinho responde por mais de 50% da produção nacional. Mais de 60% do açúcar produzido no país é exportado, sendo que os portos de Santos (SP) e Paranaguá (PR) são os principais pontos de saída (UNICA, 2025).

A Comissão Internacional para Métodos Uniformes de Análise de Açúcar, ICUMSA (do inglês, *International Commission for Uniform Methods of Sugar Analysis*) (SCHWENDLER, 2015) estabelece parâmetros para classificar a qualidade do açúcar. Dentre estes parâmetros estão: cor e turbidez ambos ICUMSA, floco alcoólico e filtrabilidade.

Na produção de refrigerantes, a qualidade do açúcar é um fator importante que influencia diretamente nas características sensoriais, já que o açúcar é adicionado numa proporção que representa de 8% a 12% do produto final (SANTOS; RIBEIRO, 2005). Por isso, há necessidade de se garantir e padronizar a integridade do açúcar utilizado conforme as especificações dos compradores e das agências fiscalizadoras (FEITOSA; ANDRADE, 2022).

Ferreira (2010) abordou em seu estudo os sistemas de qualidade na produção do refrigerante com base na satisfação de consumidores (FERREIRA, 2010). Esse estudo baseia-se nas convicções dos entrevistados e observações da pesquisadora sem, necessariamente, avaliar os parâmetros da qualidade do produto. Sartori (2011) estudou a qualidade físico-química da cana de açúcar e microbiológica do caldo sobre o processo de ozonização do caldo na redução sustentável da cor ICUMSA e impurezas dos vegetais. Porém, nesse estudo há um vazio de abordagem multivariada para correlacionar as diversas variáveis investigadas (SARTORI, 2017).

Atualmente, dentre as várias formas de cumprimento das especificações, são aplicadas ferramentas estatísticas como parte da gestão de qualidade, não apenas em setores de produção, mas também em muitas áreas do conhecimento. Técnicas univariadas de controle e capacidade, incluindo gráficos de controle de Shewart e índices de capacidade, são frequentemente utilizadas. Esta abordagem limita-se ao estudo de cada variável individualmente. Em indústrias em que várias variáveis influenciam no produto final, como é o caso do açúcar usado na produção do

refrigerante, essas técnicas univariadas não são suficientes. É necessário utilizar técnicas multivariadas que permitem avaliar diversas variáveis conjuntamente. Por exemplo, Costa (2015) aplicou o gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling e a análise de capacidade via método multivariado em uma planta de sinterização (COSTA, 2015).

2 OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho estão divididos em geral e específicos.

2.1 OBJETIVO GERAL

Estudar quatro medidas associadas à qualidade do açúcar utilizado na fabricação de refrigerantes: cor e turbidez ambos ICUMSA, flocos alcoólicos e filtrabilidade.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

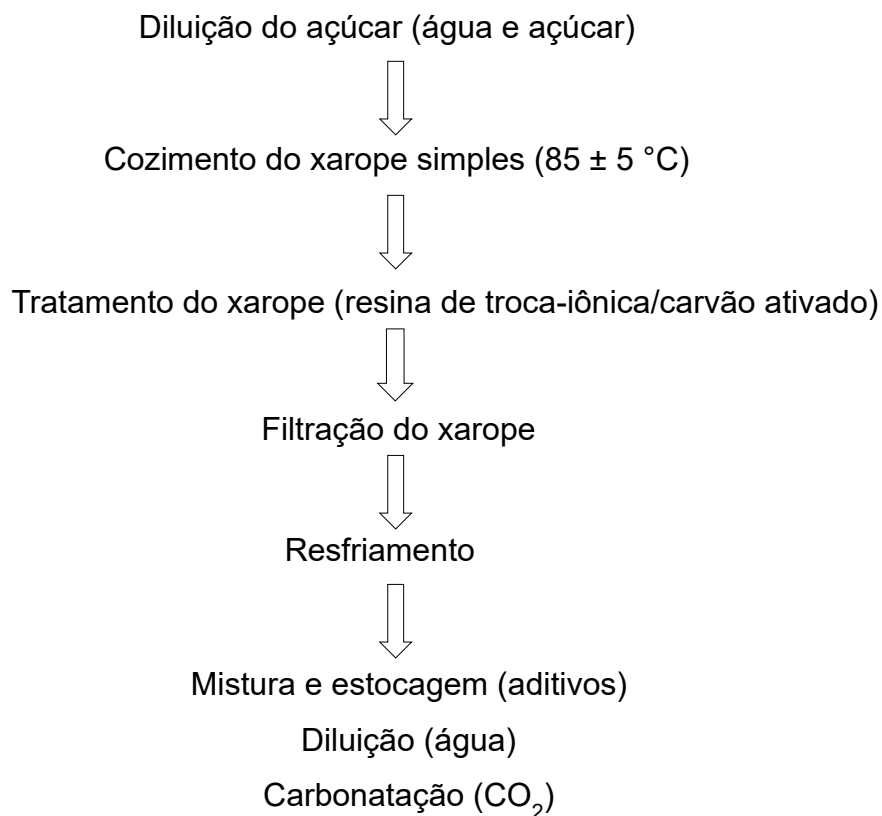
- Estudar as distribuições e correlações das medidas do açúcar.
- Comparar as medidas dos açúcares cristal e refinado.
- Avaliar o controle (univariado e multivariado) das medidas do açúcar.
- Avaliar a capacidade das medidas do açúcar em relação às suas especificações.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. O AÇÚCAR NA INDÚSTRIA DE REFRIGERANTES

Os refrigerantes são bebidas gaseificadas, obtidas pela dissolução, em água potável, de suco ou extrato vegetal, e pela adição de açúcar ou edulcorantes (VENTURINI FILHO, 2010). A Figura 1 mostra o processo geral de produção de refrigerantes, evidenciando que o açúcar (cristal ou refinado) é uma matéria-prima importante neste tipo de indústria.

Figura 1– Fluxograma do processamento genérico de fabricação de refrigerante



Fonte: Adaptado (CRUZ, 2012; MAPERO, 2022; SANTOS & RIBEIRO, 2005; VENTURINI FILHO, 2010).

De forma geral, a produção do refrigerante consiste na dissolução do açúcar em água a temperatura ambiente (processo frio) ou em água quente a 60 °C (processo quente) formando deste modo o xarope simples, que pode ser acidificado ou não

(KLUG, 2011). O processo a quente é preferido, pois facilita a dissolução do açúcar e a eliminação de microrganismos. Após essa fase, segue-se o cozimento à temperatura de cerca de 85 °C, de modo a retirar impurezas que possam gerar problemas de odor e sabor no produto final. Quando acidificado, adiciona-se ácido ao xarope antes ou durante o aquecimento, obtendo-se inversão total ou parcial do açúcar (sacarose).

A calda do açúcar é então tratada e clarificada, usando principalmente resinas de troca-iônica ou carvão ativado em pó (SCHWENDLER, 2015). O xarope simples é resfriado em trocadores de calor até uma temperatura aproximada de 20 °C. Aditivos são incorporados - sucos naturais de frutas, flavorizantes, estabilizantes, conservantes, corantes, antioxidantes, entre outros. Para fabricar o refrigerante propriamente dito, o xarope é diluído em água tratada e acrescido de CO₂ (carbonatação). O envase é geralmente feito em latas de alumínio, garrafas de vidro e PET (VENTURINI FILHO, 2010).

As variáveis controladas na determinação da qualidade da produção de refrigerante na empresa parceira de estudos, entre outras, destacam-se a cor e turbidez ambos ICUMSA, floco alcoólico e filtrabilidade.

A cor ICUMSA é uma medida que indica a presença de impurezas e produtos de degradação que conferem a coloração ao xarope de açúcar bruto, seja o cristal como o refinado, que afetam a aparência e o sabor do produto final. Oliveira e colaboradores (2007) consideram como a principal especificação da qualidade do açúcar. Mede-se pela maior ou menor capacidade de absorção de luz de uma solução de açúcar de concentração de 50% em um comprimento de onda definido ($\lambda = 420$ nm) (OLIVEIRA, Danilo Tostes; ESQUIAVETO; SILVA JÚNIOR, 2007). É expressa em unidades ICUMSA (IU) e quanto menor o valor ICUMSA, mais claro é o açúcar.

A turbidez ICUMSA é uma medida da opacidade ou da presença de partículas em suspensão no xarope de açúcar bruto que afetam a clareza e a qualidade visual do produto final. Está relacionada à presença de precipitados formados por derivados de não-açúcares, especialmente em tratamentos com agentes oxidantes como o peróxido de hidrogênio (MANDRO et al., 2017). Também é expressa em unidades ICUMSA (IU) e quanto menor o valor ICUMSA, menos turvo é o açúcar.

Os flocos alcoólicos são precipitados formados por dextranas, polissacarídeos de alto peso molecular presentes no açúcar bruto que afetam o aspecto do xarope. A sua presença causa a falsa impressão de produto deteriorado ou contaminado,

enquanto em nada afetam o produto final além do aspecto visual (OLIVEIRA, Danilo Tostes; ESQUIAVETO; SILVA JÚNIOR, 2007).

A filtrabilidade é a medida da facilidade com que o xarope de açúcar bruto pode ser filtrado para remoção de impurezas e partículas em suspensão. Este parâmetro, não está explícito nas normas e regulamentações que regem a indústria de refrigerantes e na literatura consultada. Porém, Alves e Crestani (2021) destacam a sua importância na produção de açúcar de qualidade sem uso de tratamentos químicos, influenciando diretamente parâmetros como cor e turbidez, além de melhorar a pureza do produto final (ALVES; CRESTANI, 2021).

3.1.1. Composição química do açúcar

Os açúcares considerados fisiologicamente mais importantes e mais utilizados na produção dos alimentos são os monossacarídeos (glicose, galactose e frutose), bem como os dissacarídeos (lactose, sacarose e maltose) (CRUZ, 2012; FISBERG; AMÂNCIO; LOTTENBERG, 2002).

A sacarose (dissacarídeo de fórmula $C_{12}H_{22}O_{11}$ - glicose + frutose) é o açúcar utilizado na forma cristalizada, proveniente da cana-de-açúcar, sendo o segundo ingrediente em maior proporção encorpando (8 a 12%) ao refrigerante. O açúcar é responsável pelo sabor adocicado dos refrigerantes, ajuda na estabilização do CO_2 , fornece valor energético e juntamente com o acidulante, fixa e realça o paladar (VENTURINI FILHO, 2010).

Para refrigerantes, o açúcar cristal deve respeitar o limite máximo de 60 unidades ICUMSA para cor e apresentar polarização entre 99,5 e 100%. Com a polarização muito baixa pode ocorrer inversão do açúcar e o refrigerante chegar ao mercado mais doce, e as substâncias não açúcares podem abrigar microrganismos contaminantes que reduzem o prazo de validade do produto (FAINTINEL, 2000)

3.1.2. Efeitos das propriedades físico-químicas na qualidade do produto final

A qualidade e as propriedades físico-químicas das matérias-primas impactam na qualidade do produto final. Em se tratando de qualidade, considera-se o conjunto de características que diferenciam as unidades individuais do produto e que tem

importância na determinação do grau de aceitabilidade daquela unidade pelo comprador/consumidor. Dentre elas pode-se mencionar cor, viscosidade, sabor, aroma, odor, ausência de defeitos e materiais estranhos à vista do consumidor, além da isenção de substâncias tóxicas (microbianas, resíduos de defensivos, fraudes).

No caso do açúcar, algumas características importantes para a qualidade são: polarização ou pol (Graus Zucker = °Z), cor (Unidades ICUMSA – UI), resíduo insolúvel (mg kg^{-1}), partículas magnetizáveis (mg kg^{-1}), dióxido de enxofre (mg kg^{-1}), amido (mg kg^{-1}), dextrana (mg kg^{-1}), granulometria (abertura média = 0,5 mm a 0,8 mm e coeficiente de variação = 24% a 35%), íons metálicos (Cu^{2+} , Fe^{2+} , Pb^{2+} , As^{3+} (mg kg^{-1})), floco ácido e floco alcoólico, resíduos de agrotóxicos (mg kg^{-1}), umidade (%), açúcares redutores (m m^{-1}). Especificações para estas características constam em documentos normativos de agentes regulatórios, como ANVISA (Agência Nacional de Vigilância Sanitária) e CAC (CAC – CODEX ALIMENTARIUS COMMISSION, 2003).

É importante ressaltar que a demanda de açúcar de alta qualidade cresceu em todo o mundo, principalmente para atender as indústrias alimentícias e de bebidas. O Brasil, sendo um dos maiores produtores e exportadores de açúcar no mundo, se encontra na disputa desse mercado. Por isso, as indústrias dentro do país vêm continuamente buscando tecnologias e padrões de qualidade para serem incorporadas ao processo produtivo (FARIA, 2012; STUPIELLO, 1997).

3.2. CONTROLE DE QUALIDADE NA INDÚSTRIA DE REFRIGERANTES

Uma usina de açúcar pode ser classificada como uma indústria de extração, uma vez que o açúcar já é produzido pela natureza através da cana nas suas várias modalidades (DA ROSA; MARTINS, 2013). Entretanto, a indústria de refrigerantes é considerada como de transformação, pois têm vários processos, inclusive químicos, para que se possa obter o produto final (CRUZ, 2012).

O consumo de açúcares simples estimula o cérebro a produzir serotonina, neurotransmissor responsável pela sensação de bem-estar e prazer. No entanto, ao provocar a sensação de bem-estar e prazer, cria dependência. Uma dieta rica em açúcar aumenta o risco para a saúde dado que potencia, entre outros, o excesso de peso e a obesidade, doenças crônicas como a diabetes tipo 2 e a ocorrência de cáries dentárias (GALACHO; FIGUEIREDO, 2024).

Na produção de refrigerantes o açúcar se apresenta na forma “líquida”, chamado de xarope de sacarose, com concentrações previamente determinadas (LIMA & AFONSO, 2009; MAPERO, 2022), que deve atender as especificações apresentadas na Tabela 1. Nos casos em que estas especificações não são atendidas, o açúcar deve necessariamente passar por algum tipo de tratamento, de modo a alcançar os limites propostos (FAINTINEL, 2000; MAPERO, 2022; SCHWENDLER, 2015).

Tabela 1 – Especificações exigidas para o açúcar empregado na produção de refrigerantes

Característica	Limite máximo
Polarização	99,5% a 100,0%
Cor (Unidade ICUMSA)	60 unidades
Turbidez (Unidade ICUMSA)	45 unidades
SO ₂	20 mg kg ⁻¹
Cinzas condutimétricas	0,035%
Arsênio	1 mg kg ⁻¹
Cobre	2 mg kg ⁻¹
Mercúrio	0,05 mg kg ⁻¹
Chumbo	1 mg kg ⁻¹
Pontos pretos	20 unidades 100 g ⁻¹ de amostra
Odor / Sabor	Nenhum
Presença de floco	Nenhum

Fonte: Adaptado(FAINTINEL, 2000; MAPERO, 2022; SCHWENDLER, 2015).

Na indústria parceira deste estudo, somente foram obtidos os dados da cor, turbidez, floco alcoólico e filtrabilidade. A partir desses quatro parâmetros foram utilizadas técnicas estatísticas com vista ao cumprimento dos propósitos deste estudo como a seguir são descritas. Note que, ao contrário da cor e turbidez, não existe um critério de especificação para as medidas de floco alcoólico e filtrabilidade na produção dos refrigerantes.

4 METODOLOGIA

4.1 BANCO DE DADOS

Os dados foram coletados em uma empresa de refrigerantes de Minas Gerais, entre dezembro de 2018 e novembro de 2019. As medidas de cor ICUMSA, turbidez ICUMSA e floco alcoólico e filtrabilidade, todas elas contínuas, foram tomadas em 190 amostras de açúcar, sendo 130 do açúcar cristal e 60 do açúcar refinado.

Todas as análises foram feitas no programa R 4.4 (R CORE TEAM, 2023) adotando-se 5% de significância.

4.2 ANÁLISE DESCRITIVA

A análise estatística descritiva permite organizar, resumir e descrever os aspectos mais importantes de um conjunto de dados, assim como identificar anomalias, valores incorretos e dados atípicos. Esta análise não apenas transforma números em gráficos, mas também fornece informações úteis sobre um conjunto de dados (DIAS et al., 2024).

Existem muitos tipos de ferramentas descritivas, como gráficos e tabelas e medidas de síntese como percentagens, índices e médias (REIS; REIS, 2002). Os gráficos são recursos visuais que tornam os processos de análise descritiva mais intuitivo, facilitando a visualização de inadequações de qualquer tipo (ROCHA, 2019). Neste trabalho destacam-se os gráficos de dispersão, de pareto, histograma e de controle.

4.3 ANÁLISE DE CORRELAÇÃO

A correlação é uma medida do grau de associação entre duas variáveis quantitativas (LARSON; FARBER, 2015; ROCHA, 2019).

Considera-se correlação linear positiva quando, à medida que uma variável aumenta, a outra também tende a aumentar, e quando uma diminui, a outra também tende a diminuir; correlação linear negativa quando o comportamento é inverso, isto é, quando uma variável aumenta, a outra tende a diminuir; correlação linear nula quando não existe associação linear entre as variáveis; e correlação não linear

quando a mudança em uma variável não é proporcional à mudança na outra, isto é, os dados não seguem uma linha reta, mas sim, uma curva. As correlações lineares, positivas ou negativas, podem ser fortes ou fracas (pontos menos ou mais dispersos, respectivamente) (ROCHA, 2019).

Larson e Farber (2015) advertem que o fato de duas variáveis serem fortemente correlacionadas não implica, em si, numa relação de causa e efeito entre elas. Os autores sugerem a necessidade de um estudo profundo para determinar se há uma relação casual entre as variáveis.

Geralmente, a quantificação do grau de associação linear entre duas variáveis é feita por meio de um único número que pode variar entre -1 e +1 (chamado coeficiente de correlação de Pearson), e a proximidade de zero indica falta de associação linear (MORETTIN; BUSSAB, 2017). Neste trabalho foi utilizado o coeficiente de correlação de Pearson.

4.4 TESTES DE HIPÓTESES

Uma hipótese é uma afirmação que carece de uma comprovação, podendo ser aceita ou rejeitada. Em estatística, este processo de decisão é feito por meio de um teste de hipóteses, que pode ser definido como um processo usado para se retirar uma conclusão sobre uma ou mais populações, a partir de uma ou mais amostras dessas populações (LAUREANO, 2020). O autor destaca que a formulação de hipóteses deverá ser baseada na teoria, e nunca tomar em conta o observado na amostra.

As duas hipóteses de um teste, chamadas de hipótese nula e hipótese alternativa, são formuladas de forma que uma delas represente a afirmação e outra seu complemento. Se uma dessas hipóteses é verdadeira, a outra deve ser falsa (LARSON; FARBER, 2015; LAUREANO, 2020; SCHMULLER, 2019).

A notação estatística para a hipótese nula, que contém a afirmação de igualdade (\leq , $=$, \geq) é H_0 ; a notação para a hipótese alternativa, que contém uma declaração de desigualdade ($<$, \neq , $>$) é H_a ou H_1 .

Se o parâmetro envolvido nas hipóteses é a média populacional μ , os pares possíveis de hipóteses nula e alternativa são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Declaração e construção de hipóteses

Declaração sobre H_0	Sentença matemática	Declaração sobre H_a
A média é...		A média é...
...maior ou igual a k .	$\begin{cases} H_0: \mu \geq k \\ H_1: \mu < k \end{cases}$...menor que k .
...pelo menos kabaixo de k .
...não menos que kmenos que k .
...menor ou igual a k .	$\begin{cases} H_0: \mu \leq k \\ H_1: \mu > k \end{cases}$...maior que k .
...no máximo kacima de k .
...não mais que kmais que k .
... igual a k .	$\begin{cases} H_0: \mu = k \\ H_1: \mu \neq k \end{cases}$...não igual a k .
... kdiferente de k .
...exatamente knão k .

Fonte: adaptado (LARSON; FARBER, 2015).

O teste de hipótese permitirá tomar uma das decisões: rejeitar a hipótese nula ou aceitá-la. Porém, esta decisão envolve a possibilidade de erros.

4.4.1 Tipos de erros e p-valor

Um erro tipo I ocorre quando a hipótese nula é rejeitada sendo ela é verdadeira. A probabilidade máxima do erro tipo I é α , o nível de significância do teste. Já um erro tipo II ocorre quando a hipótese nula não é rejeitada sendo ela falsa. A probabilidade do erro tipo II é β . Então, $1 - \beta$ representa o poder do teste – a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando ela é falsa (ASSIS; SOUSA; LINHARES, 2020). A Tabela 3 mostra os resultados possíveis na tomada de decisão de um teste de hipóteses.

Tabela 3 – Possíveis resultados de um teste de hipóteses

Decisão baseada na amostra	Situação real na população	
	H_0 é verdadeira	H_0 é falsa
Não rejeitar H_0	Decisão correta (probabilidade $1 - \alpha$)	Erro tipo II (probabilidade β)
Rejeitar H_0	Erro tipo I (probabilidade máxima α)	Decisão correta (probabilidade $1 - \beta$, indica o poder do teste)

Fonte: Adaptado (LARSON & FARBER, 2015; LAUREANO, 2020).

Os três níveis de significância usuais são 0,10; 0,05 e 0,01. Com esses pequenos valores, pretende-se que a probabilidade de rejeitar uma hipótese nula verdadeira seja pequena (LARSON; FARBER, 2015).

O menor nível de significância para o qual a hipótese nula é rejeitada, sendo ela verdadeira, é o valor-p do teste. Isto corresponde à probabilidade de a estatística de teste assumir um valor igual ou mais extremo do que aquele que, de fato, é observado (LAUREANO, 2020). Logo, se $p\text{-value} \leq \alpha$ rejeita-se H_0 ; se $p\text{-value} \geq \alpha$ não rejeita-se H_0 .

4.4.2 Tipos de testes de hipóteses

Existem dois grandes grupos testes de hipóteses, nomeadamente: paramétricos e não-paramétricos. Os testes paramétricos são mais poderosos que os não-paramétricos (LAUREANO, 2020).

Um teste paramétrico é aquele em que se faz suposições específicas sobre os parâmetros da população da qual os dados foram extraídos. Em geral, esses testes assumem que os dados seguem uma distribuição normal (ou aproximadamente normal) e que outras condições, como homogeneidade de variâncias, são atendidas.

Já um teste não paramétrico é um tipo de teste estatístico que não faz suposições rígidas sobre a distribuição dos dados (por exemplo, não exige que os dados sigam uma distribuição normal). Eles são úteis quando as suposições de um teste paramétrico não são atendidas.

Para este trabalho o teste de normalidade de Shapiro-Wilk indicou que, para o açúcar refinado, nenhuma das variáveis seguem distribuição normal, tornando o teste não paramétrico de Wilcoxon mais apropriado para comparar as medianas entre os dois tipos de açúcar (cristal e refinado). Igualmente foi aplicado o teste de Levene para verificar a homogeneidade das variâncias entre os dois tipos de açúcar.

4.5 CONTROLE E CAPACIDADE PARA PROCESSO UNIVARIADO

Neste trabalho foram utilizadas as ferramentas estatísticas univariadas de controle e capacidade descritas a seguir.

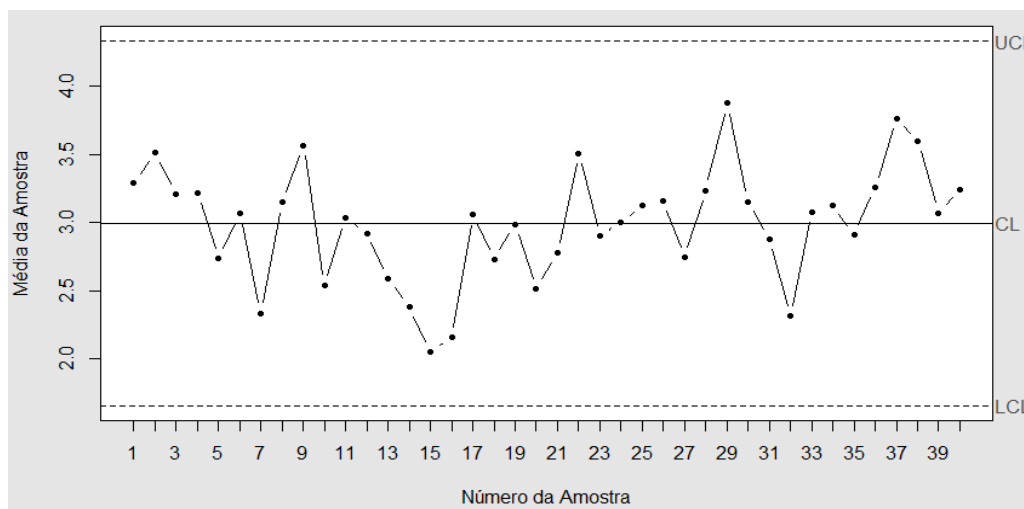
4.5.1 Gráficos de controle de Shewhart

Os gráficos de controle de Shewhart são assim chamados em homenagem a Walter A. Shewhart que desenvolveu o conceito de gráficos de controle em 1924, quando se preocupou ao perceber uma variação que estava ocorrendo nos bens produzidos na empresa *Bell Telephones* (MONTGOMERY, 2009).

Esse grupo de gráficos é uma das ferramentas do Controle Estatístico de Processo (CEP), que é um conjunto de ferramentas de monitoramento de processos ao longo do tempo (Lima et al., 2011). No CEP univariado cada variável ou característica de qualidade é analisada separadamente, assim como nos gráficos de controle propostos por Shewhart. Porém, para utilizar estes gráficos, há necessidade de validar duas suposições: as observações da característica da qualidade de interesse devem ser independentes e normalmente distribuídas (MONTGOMERY, 2009).

Os gráficos de controle consistem em um Limite Superior de Controle (LSC), uma Linha Central (LC) e um Limite Inferior de Controle (LIC). Através desses limites, se o processo estiver sob controle, praticamente todos os pontos amostrais estarão entre os limites. A Figura 1 ilustra um gráfico típico de controle feito no R. Nele está representado um processo que está sob controle estatístico.

Figura 2 – Gráfico de controle



Fonte: autor (2025).

Os gráficos de controle têm uma correspondência com os testes de hipóteses (MONTGOMERY; RUNGER, 2024): o gráfico de controle consiste em uma série de

testes da hipótese nula de que o processo está em um estado de controle estatístico, e um ponto situado fora dos limites de controle leva à rejeição desta hipótese.

Mesmo que todos os pontos estejam dentro dos limites de controle, se houver um comportamento cíclico ou não aleatório, isso pode evidenciar um processo fora de controle (MONTGOMERY, 2009).

Os principais gráficos de Shewhart são os gráficos de controle da média, da amplitude, da variância e do desvio padrão (BRANDÃO, 2014; MONTGOMERY; RUNGER, 2024). O gráfico de controle da média (\bar{X}) também controla o valor médio, enquanto o gráfico da amplitude (R, do inglês *range*) controla a variação das medidas. Shewhart propôs que os limites inferior e superior de controle destes gráficos estejam à três desvios padrão de afastamento em relação ao limite central. Para o gráfico da média, por exemplo, os limites de controle são:

$$LIC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} \quad (1)$$

$$LC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} \quad (2)$$

$$LSC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} \quad (3)$$

Note que os gráficos de controle da média e da amplitude monitoram o processo a partir da média e da amplitude das amostras, cada uma e tamanho $n > 1$. Quando o tamanho da amostra é $n = 1$, pode-se utilizar-se o gráfico de Shewhart para medidas individuais, o gráfico da média móvel exponencialmente ponderada, dentre outros. O gráfico de Shewhart para medidas individuais é altamente afetado por desvios da normalidade, e sua capacidade em detectar pequenas mudanças é muito baixa. Já o gráfico da média móvel exponencialmente ponderada é bastante insensível a suposição de normalidade (BORROR; MONTGOMERY; RUNGER, 1999).

4.5.2 Gráfico de controle da média móvel exponencialmente ponderada

O gráfico de controle da média móvel exponencial ponderada, EWMA (do inglês, Exponential Weighted Moving Average), é uma ferramenta estatística usada para monitorar processos e detectar pequenas mudanças na média do processo ao longo do tempo.

O gráfico EWMA calcula, para cada ponto no tempo t , uma média móvel ponderada dos dados anteriores, atribuindo pesos exponenciais decrescentes para observações mais antigas. A sua estatística Y_t é dada por (BEZERRA, 2017; CLARO; COSTA; MACHADO, 2007; MORETTI et al., 2019; ORSSATTO; BOAS; EYNG, 2015; VICENTIN; SILVA, 2023):

$$Y_t = \lambda X_t + (1 - \lambda)Y_{t-1} \quad (4)$$

onde:

X_t é a observação no tempo t ;

Y_{t-1} é o valor EWMA no tempo anterior;

λ ($0 < \lambda \leq 1$) é o parâmetro de suavização.

O parâmetro λ controla o peso dado à observação atual: quanto maior o valor deste parâmetro, mais peso se dá à observação atual. Normalmente utiliza-se $\lambda = 0,2$). Para $\lambda = 1$, o gráfico EWMA é exatamente o gráfico da média de Shewhart s valores representantes das amostras se aproximam dos valores correspondentes, que ocorrem no gráfico de Shewhart (CLARO; COSTA; MACHADO, 2007). Toma-se atenção ao parâmetro λ , pois a sua escolha inadequada pode levar a baixa sensibilidade ou muitos falsos alarmes (MONTGOMERY, 2009).

O valor inicial Y_0 geralmente é definido como a média do processo ou X_1 .

Os limites de controle para o gráfico EWMA são dados por (CLARO; COSTA; MACHADO, 2007):

$$LIC_t = \mu_0 + \kappa \sigma_0 \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} [1 - (1 - \lambda)^{2t}] \quad (5)$$

$$LM_t = \mu_0 \quad (6)$$

$$LSC_t = \mu_0 - \kappa \sigma_0 \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} [1 - (1 - \lambda)^{2t}] \quad (7)$$

onde:

μ_0 é a média do processo em controle;

κ é o fator multiplicador (normalmente 3 para controle a 3 sigma);

σ_0 é o desvio padrão do processo em estado de controle.

Para valores grandes de t , os limites se estabilizam em:

$$LIC_t = \mu_0 + \kappa\sigma_0\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (8)$$

$$LM_t = \mu_0 \quad (9)$$

$$LSC_t = \mu_0 + \kappa\sigma_0\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (10)$$

4.5.3 Índices de capacidade para processo univariado

Uma das ferramentas usadas no CEP é a análise de capacidade, que avalia o desempenho do processo em produzir satisfazendo as especificações do consumidor ou cliente. O ideal para as empresas é satisfazer seus clientes com um mínimo de variação nos produtos (MONTGOMERY; RUNGER, 2024).

A capacidade do processo em atender às especificações é quantificada por índices de capacidade de processo (ICP): quanto maior o valor do índice, maior a capacidade do processo.

A Tabela 5, baseada em Montgomery (2004), mostra uma aplicação prática da classificação utilizada para avaliar a capacidade de processos no caso em que a variável de interesse tem distribuição normal (OLIVEIRA, 2007). Um valor acima de 1,33, em geral indica processo altamente capaz. Todavia, esse valor pode alterar uma vez que é relacionado à proporção esperada de itens não conformes em relação à especificação exigida. Em alguns processos exige-se que a capacidade seja no mínimo 2 (OLIVEIRA, 2007).

Neste trabalho são utilizados os principais índices são propostos na literatura: índice de capacidade potencial (C_p), índice de capacidade efetiva ou real (C_{pk}) e índice de capacidade de Taguchi (C_{pm}). Todos estes índices supõem normalidade dos dados; o índice C_{pk} pode ser utilizado mesmo com especificação unilateral. A Tabela 4 ilustra a classificação de processos com base no valor do índice de capacidade.

Tabela 4 – Classificação de processos com base no valor do índice de capacidade

Nível do processo	Valor do Índice de Capacidade	Índice apropriado e quantidade de itens não conformes para especificação		Característica
		Bilateral e processo centrado. Índice: Cp, Cpk, Cpm	Unilateral e/ou processo não centrado. Índice: Cpm ou Cpk	
Capaz (Verde)	Maior ou igual a 1,33	≤ 64 ppm	≤ 32 ppm	Todas as amostras da característica de interesse dentro dos limites de especificação, a uma distância de pelo menos um desvio padrão entre os limites do processo e os de especificação.
Razoável (Amarelo)	Entre 1,00 e 1,33	De 64 ppm a 1350 ppm	De 32 ppm a 675 ppm	Todas as amostras de característica estão dentro dos limites de especificação, mas alguns resultados aparecem muito próximos deles (distância menor que um desvio padrão).
Incapaz (Vermelho)	Menor que 1,00	> 1350 ppm	> 675 ppm	Algumas amostras da característica de interesse estão localizadas fora dos limites de especificação, exigindo inspeção 100% para separar os itens defeituosos e garantir a qualidade especificada (se possível).

Fonte: Oliveira (2007); Montgomery (2004).

a) Índice de capacidade potencial (C_p)

É definido por:
$$C_p = \frac{LSE-LIE}{6\sigma}, \quad (11)$$

sendo LSE o limite superior de especificação; LIE o limite inferior de especificação e σ o desvio padrão do processo.

Este índice não leva em consideração qualquer deslocamento na média do processo em relação ao valor nominal da especificação. Portanto, só deve ser usado quando a média do processo permanece centrada no valor nominal da especificação.

b) Índice de capacidade efetiva (C_{pk})

É sensível a um possível deslocamento do processo em relação ao valor nominal da especificação. É definido por:

$$C_{pk} = \min \left(\frac{LSE - \mu}{3\sigma} - \frac{LIE - \mu}{3\sigma} \right), \quad (12)$$

onde μ é a média do processo.

c) Índice de capacidade de Taguchi (C_{pm})

Este índice considera o afastamento da média do processo em relação à média de especificação (T):

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (13)$$

Um aumento na variabilidade do processo ou distanciamento maior do processo em relação ao valor nominal, implica em diminuição do valor do índice C_{pm} .

4.6 CONTROLE E CAPACIDADE PARA PROCESSO MULTIVARIADO

Muitas vezes, o monitoramento e controle de um processo envolve mais de uma característica de interesse. Embora a aplicação de gráficos de controle univariados a cada variável individual seja possível, esta não é a solução mais adequada, já que esse procedimento ignora as correlações entre as p ($p > 1$) variáveis envolvidas (KIELING; SANTOS; PINTO, 2012).

Existem várias ferramentas para controle de processos multivariados que podem (e devem) ser adotadas, sendo as três principais o gráfico de controle T^2 de Hotelling, o gráfico de controle multivariado para a soma acumulada (MCUSUM) e o gráfico de controle multivariado para a média móvel ponderada exponencialmente (MEWMA). Os gráficos MCUSUM e MEWMA possuem a característica de detectar pequenas mudanças no processo (abaixo de 2σ), ao contrário do gráfico T^2 de Hotelling que detecta grandes variações (KIELING; SANTOS; PINTO, 2012). Além disso, os gráficos MCUSUM e MEWMA são bem mais robustos à falta de normalidade do que o gráfico T^2 de Hotelling (BORROR; MONTGOMERY; RUNGER, 1999).

Neste trabalho será utilizado o gráfico de controle T^2 de Hotelling para as variáveis com a distribuição normal e o gráfico MEWMA para as demais.

4.6.1 Distribuição normal multivariada

A distribuição normal, segundo Montgomery (2009), é provavelmente a mais importante tanto na teoria quanto na aplicação estatística. A distribuição normal multivariada é uma extensão da distribuição normal univariada para o caso em que se tem um vetor de variáveis aleatórias correlacionadas (MONTGOMERY, 2009). Portanto, define-se que um vetor aleatório $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)^T$ segue uma distribuição normal multivariada se a função densidade de probabilidade for dada por

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)\right), \quad (14)$$

onde μ é o vetor de médias e Σ é a matriz de covariância.

O termo $(x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)$ expressa a distância de Mahalanobis, que é uma medida de afastamento de x em relação a μ .

4.6.2 Gráfico de controle T^2 de Hotelling

Montgomery (2009) discute dois tipos de gráfico de controle Hotelling T^2 , sendo um para dados agrupados (subgrupos de tamanho maior que um) e outro para dados individuais. O autor adverte o cuidado que se deve ter ao selecionar os limites de

controle para a estatística T^2 de Hotelling pois, segundo ele, existem duas fases distintas no uso do gráfico de controle - fase I e fase II. A fase I visa estabelecer os limites de controle do processo, enquanto a fase II serve de monitoramento do processo para futuras aplicações. A fase I às vezes também é chamada de análise retrospectiva (ALT, 1985; SILVA; OLIVEIRA, 2015).

4.6.2.1 Dados subagrupados

No gráfico de controle T^2 de Hotelling acompanha-se a estatística

$$T^2 = n(\bar{x} - \bar{\bar{x}})' S^{-1}(\bar{x} - \bar{\bar{x}}), \quad (15)$$

onde:

\bar{x} é o vetor de médias do subgrupo;

$\bar{\bar{x}}$ é o vetor de média global;

S é a matriz de covariância amostral;

n é o tamanho de cada subgrupo.

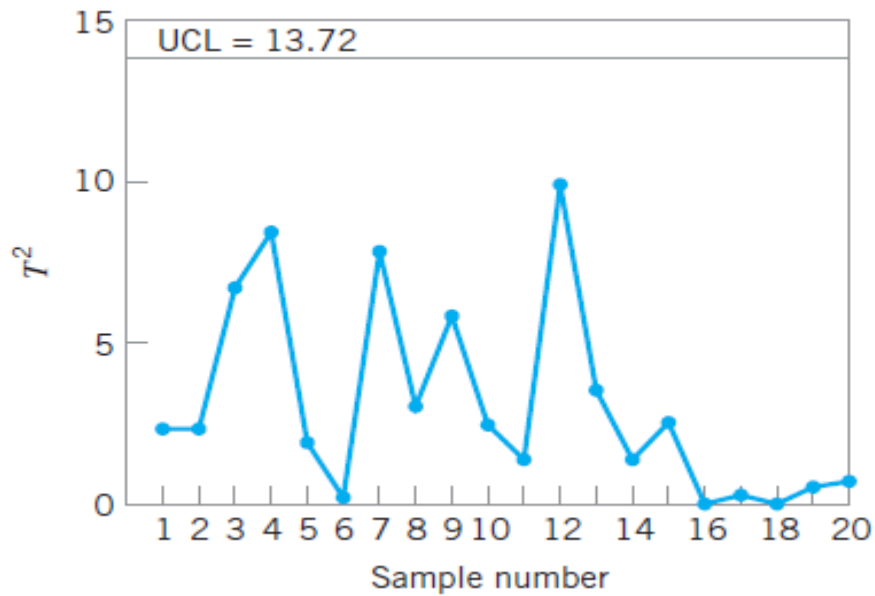
Os limites são baseados na distribuição F de Fisher:

$$\text{Fase I (controle): } \mathbf{LSC} = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \quad \text{e} \quad \mathbf{LIC} = \mathbf{0} \quad (16)$$

$$\text{Fase II (monitoramento): } \mathbf{LSC} = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \quad \text{e} \quad \mathbf{LIC} = \mathbf{0} \quad (17)$$

onde n é o tamanho de cada amostra (subgrupo); m é o número de amostras (subgrupos); p é o número de variáveis; α é o nível de significância (ou probabilidade de alarme falso).

Para $m \geq 20$ ou 25 amostras, geralmente é desnecessária a distinção entre os limites da fase I e da fase II, pois eles quase coincidirão (JENSEN et al., 2006). A Figura 3 ilustra o gráfico de controle T^2 de Hotelling.

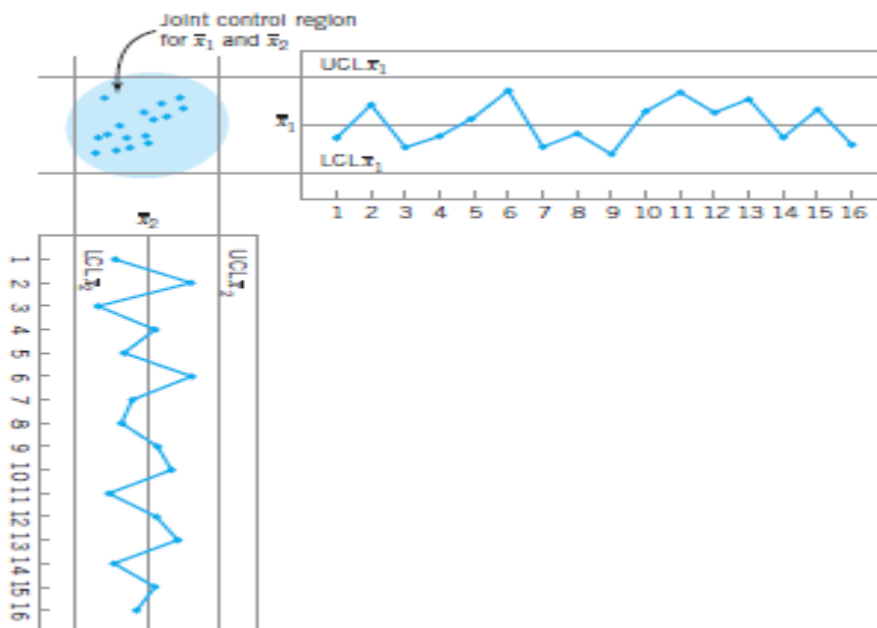
Figura 3 – Gráfico de controle T^2 de Hotelling

Fonte: Montgomery (2009).

Para $p = 2$ variáveis pode-se utilizar, além do gráfico de controle, uma elipse de controle (Figura 4). Neste caso a estatística T^2 de Hotelling se reduz a:

$$T^2 = \frac{n}{s_1^2 s_2^2 - s_{12}^2} \left[s_2^2 (\bar{x}_1 - \bar{\bar{x}}_1)^2 + s_1^2 (\bar{x}_2 - \bar{\bar{x}}_2)^2 - 2s_{12}(\bar{x}_1 - \bar{\bar{x}}_1)(\bar{x}_2 - \bar{\bar{x}}_2) \right] \quad (18)$$

Figura 4 – Elipse de controle para duas variáveis independentes



Fonte: Montgomery (2009).

4.6.2.2 Dados individuais

Para os dados individuais ($n = 1$) a estatística T^2 de Hotelling é definida por:

$$T^2 = n(x - \bar{x})' S^{-1}(x - \bar{x}) \quad (19)$$

Os limites de controle são dados por:

$$\text{Fase I: LSC} = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha, p/2, (m-p-1)/2} \quad \text{e} \quad \text{LIC} = 0 \quad (20)$$

$$\text{Fase II: LSC} = \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} F_{\alpha, p, m-p} \quad \text{e} \quad \text{LIC} = 0 \quad (21)$$

O termo $\beta_{\alpha, p/2, (m-p-1)/2}$ é percentil $(1-\alpha)$ de uma distribuição Beta com parâmetros $p/2$ e $(m-p-1)/2$.

4.6.3 Gráfico de controle multivariado para a média móvel ponderada exponencialmente (MEWMA)

O gráfico de controle multivariado para a média móvel exponencialmente ponderada, MEWMA (do inglês, *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average*), é uma extensão multivariada do EWMA, utilizado para monitorar processos com múltiplas variáveis correlacionadas. Detecta pequenas mudanças não vetor de médias do processo, incorporando ponderação exponencial para dados históricos. Sua referência é dada ao Lowry e colaboradores (1992) (BEZERRA, 2017).

Para um vetor de observações X_t no tempo t , a sua estatística Y_t é dada por

$$Y_t = \lambda X_t + (1 - \lambda)Y_{t-1} \quad (22)$$

onde:

Y_t é o vetor MEWMA no tempo t ;

λ é a matriz diagonal com parâmetros de suavização, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ (um para cada variável).

A quantidade plotada no gráfico de controle é

$$Y_t' \Sigma_{Y_t}^{-1} Y_t \quad (23)$$

onde Σ_{Y_t} é a matriz de covariância dada por:

$$\Sigma_{Z_t}(\kappa, \iota) = \frac{\lambda_\kappa \lambda_\iota [1 - (1 - \lambda_\kappa)^t (1 - \lambda_\iota)^t]}{\lambda_\kappa + \lambda_\iota - \lambda_\kappa \lambda_\iota} \sigma_{\kappa, \iota} \quad (24)$$

O valor inicial Y_0 geralmente é definido como a média histórica.

Se $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_p = \lambda$, simplifica-se para:

$$\Sigma_{Y_t} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2t}] \Sigma \quad (25)$$

onde Σ é a matriz de covariância das variáveis originais.

Quando $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_p = \lambda = 1$ o gráfico MEWMA é equivalente ao gráfico T^2 de Hotelling.

Tal qual no gráfico EWMA, toma-se atenção ao parâmetro λ e a estimação precisa de Σ , pois a sua escolha inadequada pode levar a baixa sensibilidade ou muitos falsos alarmes (MONTGOMERY, 2009).

4.6.4 Tratamento de dados aplicado a cada tipo de açúcar e variável

A aplicação de ferramentas de controle e capacidade foi feita com base na distribuição das variáveis.

Para o açúcar cristal, foi feita a análise univariada de seguinte forma: gráfico EWMA para Floco e Filtrabilidade, pois não seguem distribuição Normal; gráfico \bar{X} e Análise de Capacidade para Cor e Turbidez, pois seguem distribuição Normal.

O estudo multivariado para o mesmo açúcar foi feito da seguinte forma: gráfico T^2 de Hotelling para Cor e Turbidez, pois seguem distribuição Normal; gráfico MEWMA com todas as quatro variáveis, visto que nem todas elas seguem distribuição Normal.

Por sua vez, para o açúcar refinado, a análise univariada foi feita da seguinte maneira: gráfico EWMA para todas as quatro, pois nenhuma delas segue distribuição

Normal; gráfico \bar{X} e Análise de Capacidade foram aplicados para Cor, Floco e Turbidez considerando apenas nos meses de outubro e novembro, pois neste período as três variáveis seguem distribuição Normal.

A análise multivariada do açúcar refinado foi feita da seguinte maneira: gráfico T^2 de Hotelling para Cor, Floco e considerando apenas nos meses de outubro e novembro, pois neste período as três variáveis seguem distribuição Normal; gráfico MEWMA com todas as quatro variáveis, visto que nem todas elas seguem distribuição Normal.

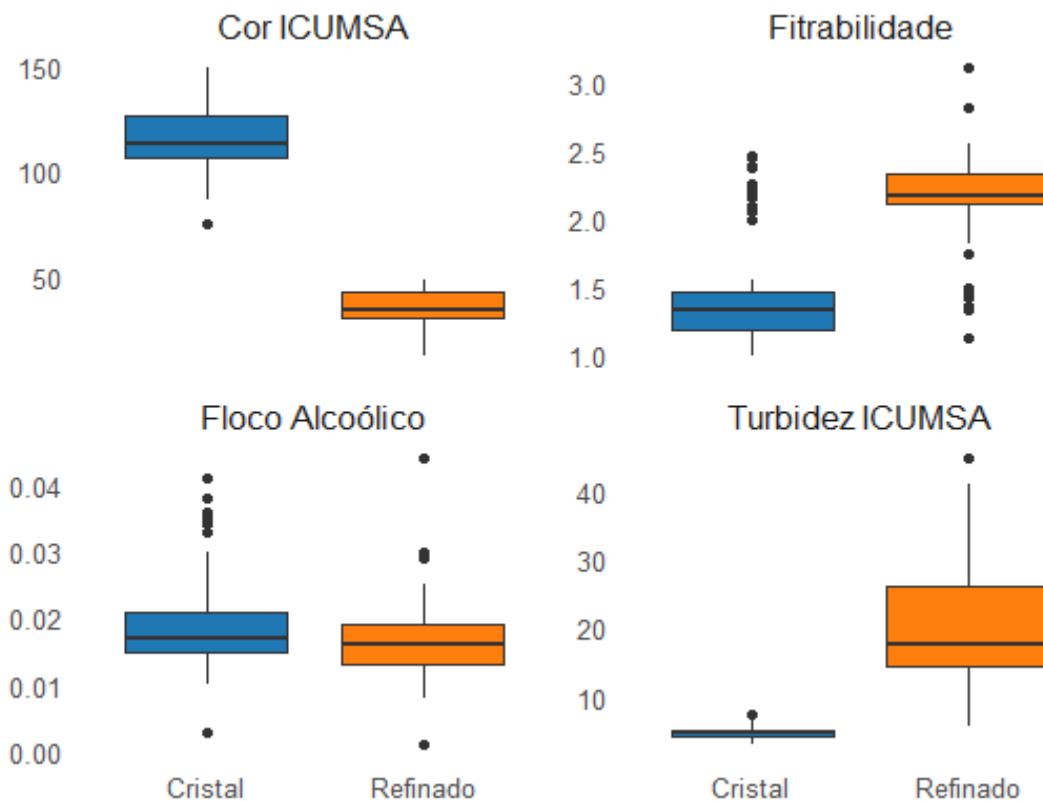
A seguir são apresentados os resultados desses gráficos.

5 RESULTADOS

5.1 ANÁLISE DESCRITIVA

A Figura 5 apresenta boxplots comparando o açúcar cristal com o refinado, em relação a cada um dos quatro parâmetros de qualidade do açúcar.

Figura 5 – Comparação dos parâmetros do açúcar cristal e refinado



Fonte: autor (2025).

Com exceção do floco alcoólico, visivelmente há diferenças entre os dois tipos de açúcar. O açúcar cristal apresenta uma média da cor acima do recomendado pelas especificações exigidas para o açúcar empregado na produção de refrigerantes, que é de 60 unidades ICUMSA (FAINTINEL, 2000; MAPERO, 2022; SCHWENDLER, 2015), enquanto o açúcar refinado está abaixo, em torno de 45 unidades.

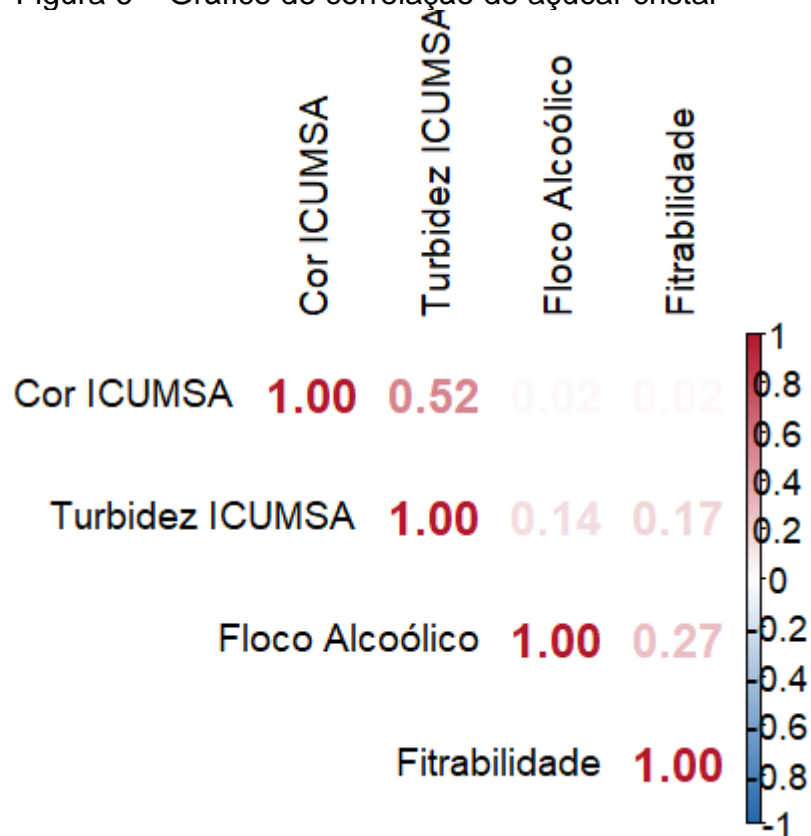
Já a turbidez e a filtrabilidade apresentam comportamento contrário ao da cor, sendo maiores no açúcar refinado e menores no cristal. Esta maior turbidez no açúcar refinado é devido a um processo adicional de dissolução do açúcar cristal e posterior recristalização ou secagem. Durante essa etapa podem se formar partículas muito finas ou precipitadas a partir de impurezas ou subprodutos do tratamento químico (por

exemplo, peróxidos usados na clarificação), que permanecem em suspensão na solução gerando turbidez como o verificado por Mandro e colaboradores (2017). Além disso, o açúcar refinado que tem a granulometria menor e mais aquosa em comparação ao cristal, o que pode influenciar maior dispersão em solução, contribuindo para o aumento da turbidez medida (MANDRO et al., 2017).

Em relação ao floco alcoólico parece não haver diferença entre os dois tipos de açúcar: o desejável seria a ausência de floco alcoólico.

Como forma de aprofundar o estudo estatístico desses dados, as Figuras 6 e 7 ilustram a correlação entre os parâmetros no açúcar cristal e no refinado, respectivamente.

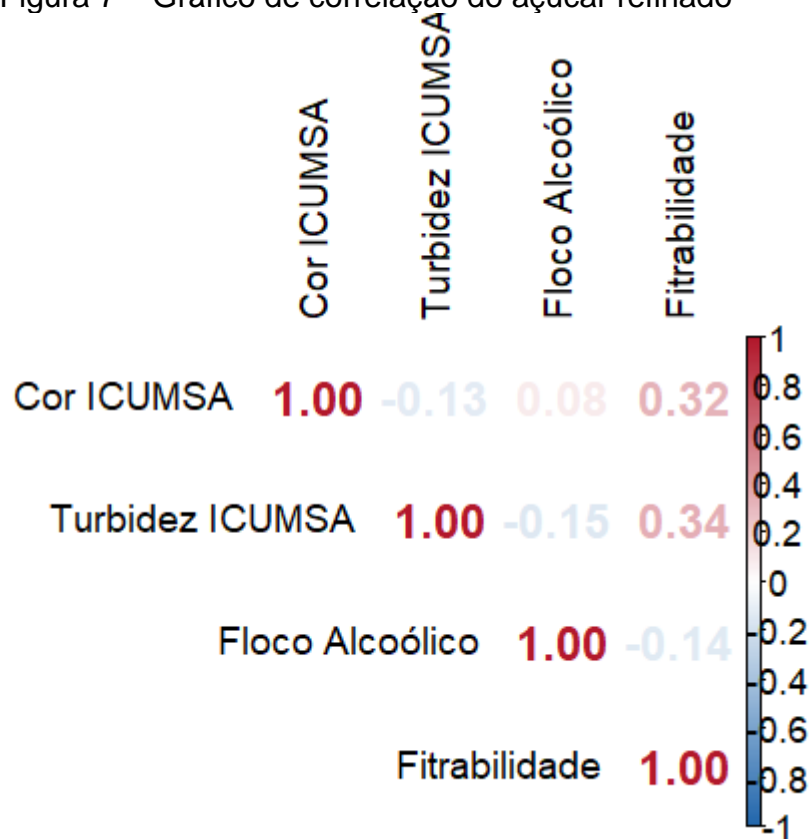
Figura 6 – Gráfico de correlação do açúcar cristal



Fonte: autor (2025).

No açúcar cristal todas as correlações são positivas, sendo a mais forte aquela entre a cor ICUMSA e a turbidez ICUMSA. Essa alta correlação é vantajosa, pois o controle de um desses parâmetros, geralmente a cor, serve como indicador do outro, ambos essenciais para garantir a clareza e a aparência do produto final.

Figura 7 – Gráfico de correlação do açúcar refinado



Fonte: autor (2025).

No açúcar refinado algumas das correlações são negativas. A filtrabilidade está mais fortemente correlacionada à cor e à turbidez, em comparação ao açúcar cristal.

5.2 TESTES DE HIPÓTESES

A Tabela 5 apresenta os resultados dos testes de Wilcoxon e Levene (mediana e variância, respectivamente) para a comparação entre o açúcar cristal e refinado.

Tabela 5 – Testes de hipóteses de comparação entre os dois tipos de açúcar

Parâmetro	p_valor_Wilcoxon	p_valor_Levene
Cor ICUMSA	$1,00 \times 10^{-28}$	$1,11 \times 10^{-3}$
Turbidez ICUMSA	$2,28 \times 10^{-28}$	$6,33 \times 10^{-21}$
Floco alcoólico	0,075	0,799
Filtrabilidade	$5,71 \times 10^{-19}$	0,644

Fonte: autor (2025).

Os parâmetros cor ICUMA, turbidez ICUMSA e filtrabilidade apresentam diferenças estatisticamente significativas tanto nas medianas quanto nas variâncias,

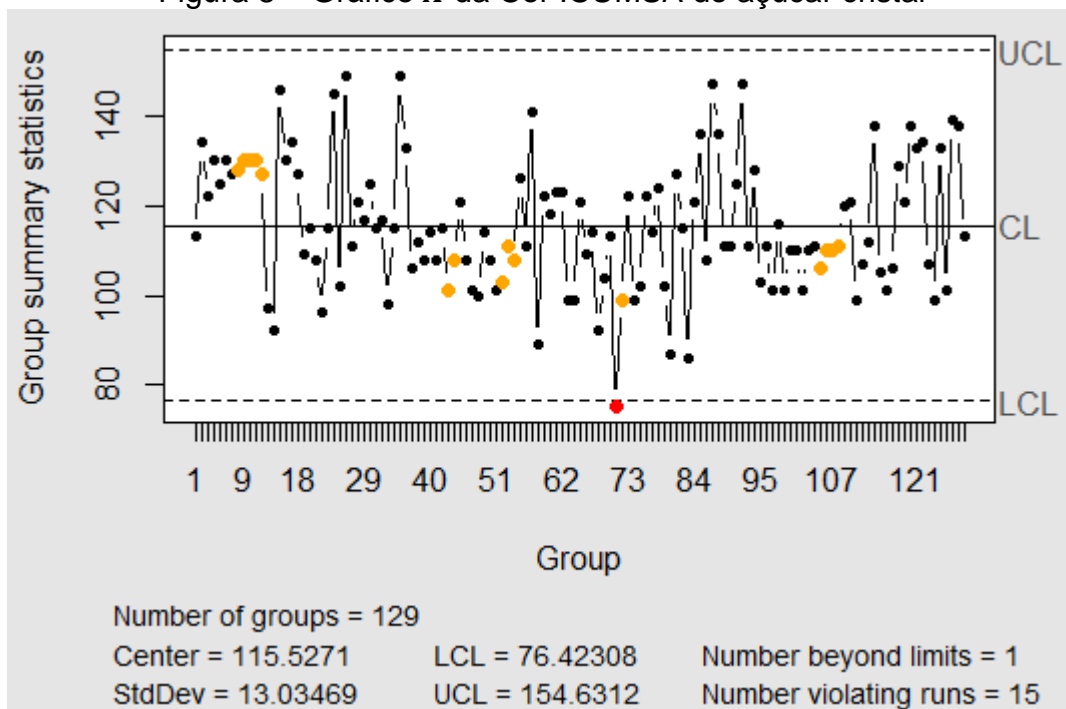
indicando que são discriminantes entre os tipos de açúcar. Já o floco alcoólico, não apresenta diferença significativa, sugerindo semelhança entre o xarope obtido após a adição da água.

5.3 CONTROLE E CAPACIDADE UNIVARIADO

5.3.1 Açúcar cristal

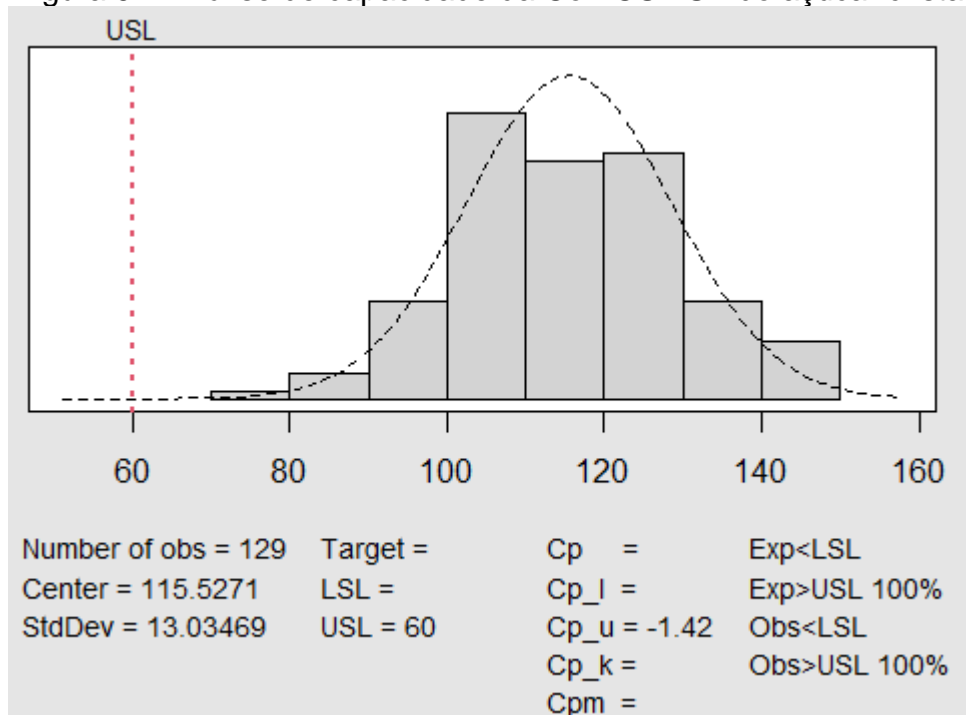
As Figuras 8 e 9 apresentam respectivamente o gráfico de controle \bar{X} e a análise de capacidade para a cor ICUMSA, que segue uma distribuição normal.

Figura 8 – Gráfico \bar{X} da Cor ICUMSA do açúcar cristal



Fonte: autor (2025).

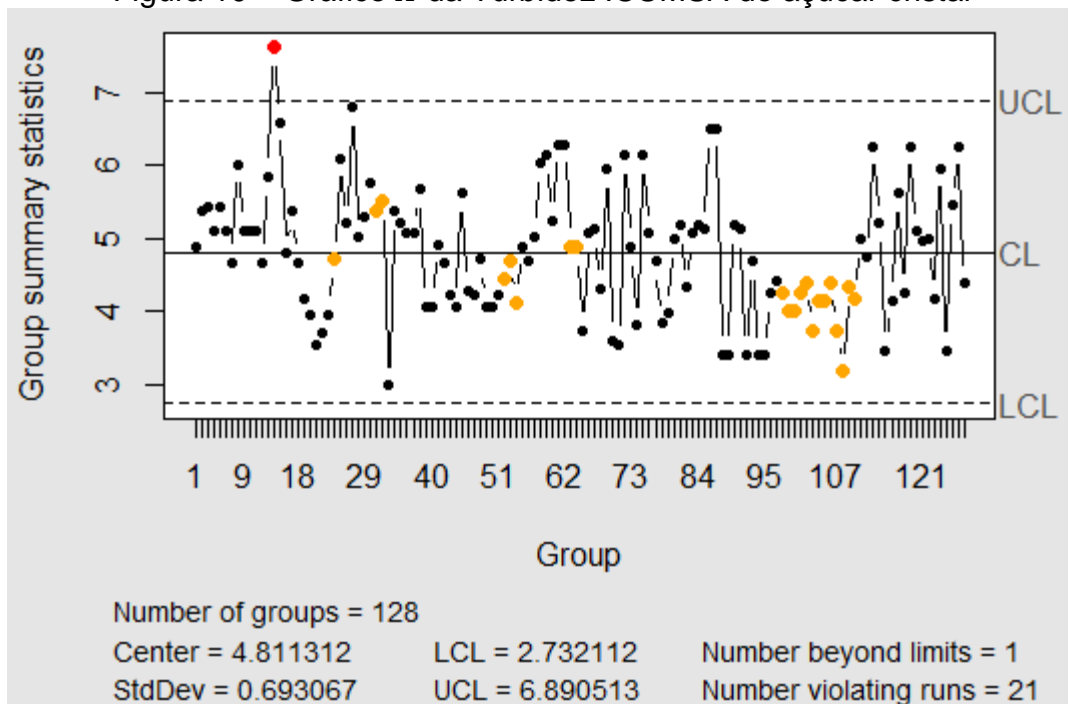
Figura 9 – Análise de capacidade da Cor ICUMSA do açúcar cristal



Fonte: autor (2025).

No gráfico da figura 8 a linha central (CL) em 115,5 indica a média da medida, enquanto os limites superior (154,6) e inferior (76,4) definem a variação esperada. A análise deste gráfico mostra que o processo parece estar sob controle estatístico. No entanto, a análise de capacidade mostra claramente que o processo não é capaz de atender a especificação. O índice de capacidade potencial é negativo ($C_{pu} = -1,42$). Isso era esperado, tendo em vista que a média da cor é 115,5, muito acima (quase o dobro) do limite máximo permitido, o que indica que o processo está produzindo resultados que excedem o limite. Isso reforça os achados de Mandro e colaboradores (2017) que apontam dificuldades na redução da cor em açúcar cristal (MANDRO et al., 2017).

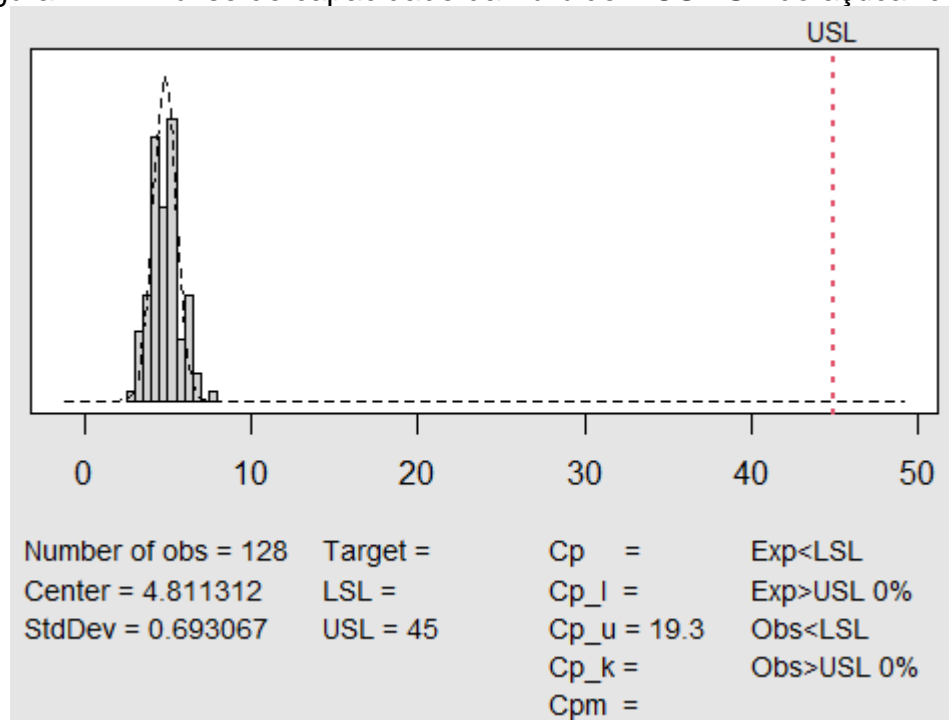
As Figuras 10 e 11 apresentam respectivamente o gráfico de controle \bar{X} e a análise de capacidade para a turbidez ICUMSA, que segue uma distribuição normal.

Figura 10 – Gráfico \bar{X} da Turbidez ICUMSA do açúcar cristal

Fonte: autor (2025).

No gráfico da figura 10 a linha central (CL) em 4,8 indica a média do processo, enquanto os limites superior (6,9) e inferior (2,7) definem a variação esperada. A análise deste gráfico mostra que o processo parece estar sob controle estatístico. A análise de capacidade mostra claramente que o processo é perfeitamente capaz de atender a especificação. O valor do Cpu (19,3) evidencia que o processo tem uma boa margem de segurança em relação ao limite de especificação, dando maior confiabilidade e qualidade.

Figura 11 – Análise de capacidade da Turbidez ICUMSA do açúcar cristal

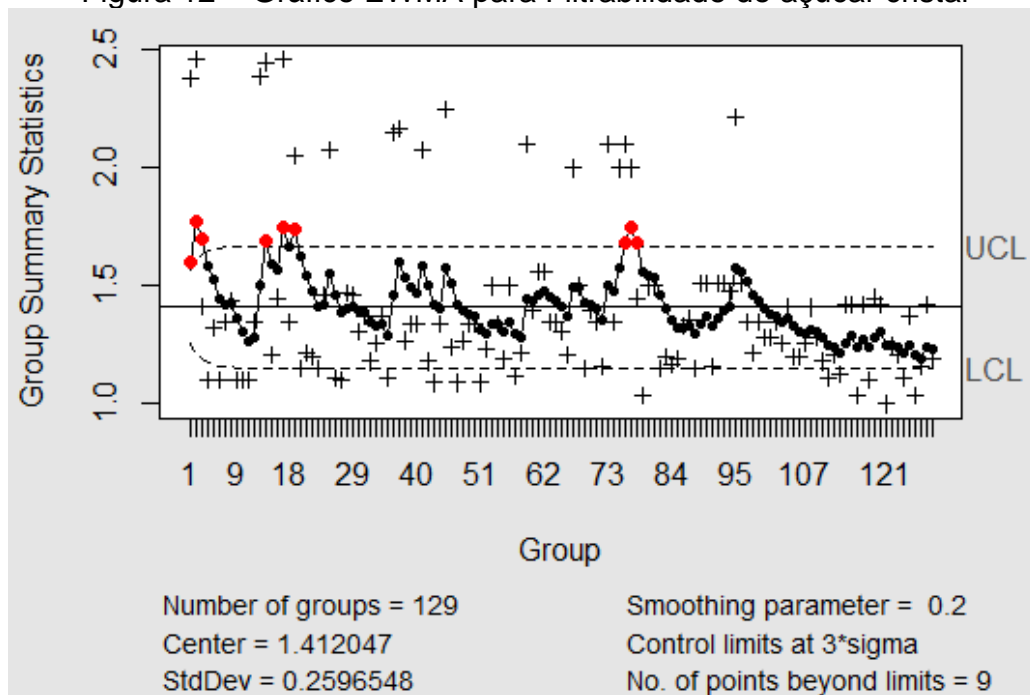


Fonte: autor (2025).

Diferentemente da cor ICUMSA e da turbidez ICUMSA, a filtrabilidade e os flocos alcoólicos não seguem uma distribuição normal para o açúcar cristal. Com isso, fez-se o gráfico EWMA para os estudos estatísticos.

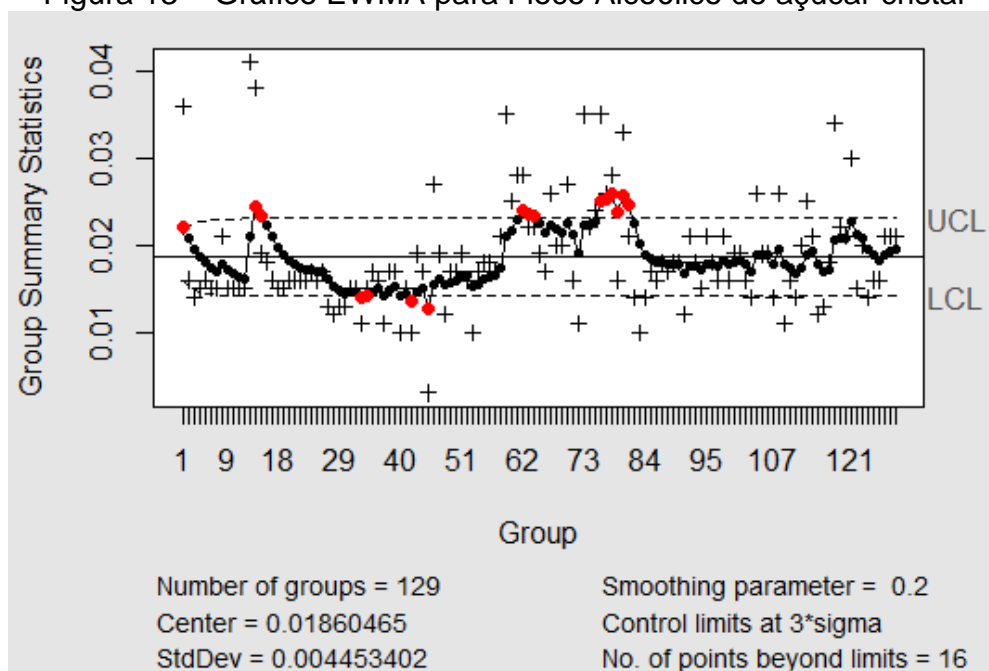
A Figuras 12 e 13 apresentam o gráfico EWMA para filtrabilidade e Floco Alcoólico do açúcar cristal, respectivamente. O processo está fora de controle tanto filtrabilidade quanto para Floco Alcoólico: observa-se que há oscilações em algumas amostras com pontos que se aproxima ou ultrapassam os limites de controle. Em relação à filtrabilidade, esta instabilidade pode ser associada a falhas operacionais, variações na granulometria do açúcar ou presença de partículas insolúveis. Alves e Crestani (2021), analisam técnicas de microfiltração para melhorar esse aspecto (ALVES; CRESTANI, 2021). Em relação ao Floco Alcoólico esta instabilidade pode estar relacionada, mais uma vez, à presença de compostos insolúveis ou à variação na matéria-prima, como sugerem Alves e Crestani (2021) na sua discussão sobre os desafios na produção de açúcar sem aditivos químicos (ALVES; CRESTANI, 2021).

Figura 12 – Gráfico EWMA para Filtrabilidade do açúcar cristal



Fonte: autor (2025).

Figura 13 – Gráfico EWMA para Floco Alcoólico do açúcar cristal



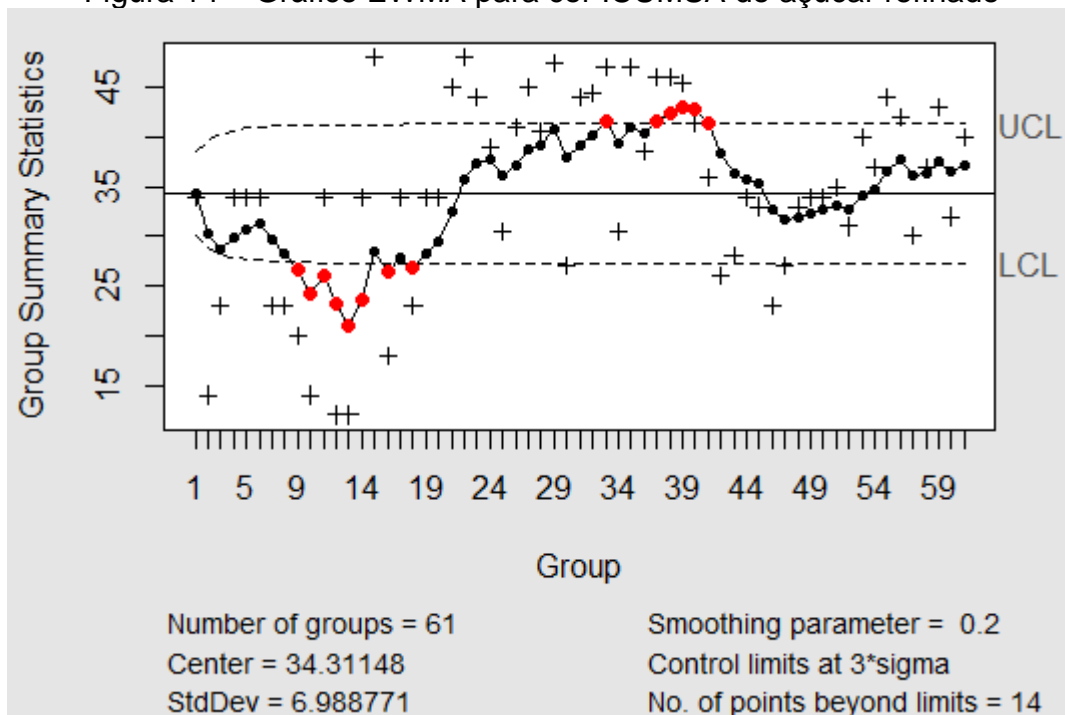
Fonte: autor (2025).

5.3.2 Açúcar refinado

Para o açúcar refinado, como nenhum parâmetro segue uma distribuição normal, utilizou-se o gráfico de controle EWMA para todas as variáveis. Percebeu-se, no entanto, que, para o recorte de tempo correspondente aos meses de outubro e novembro de 2019, as medidas cor e turbidez ambos ICUMSA e floco alcoólico seguem uma distribuição normal. Com isso, decidiu-se analisar também os gráficos \bar{X} e a capacidade para estas medidas no período mencionado.

A Figura 14 mostra o gráfico EWMA para Cor ICUMSA do açúcar refinado. Apesar de apresentar sempre valores abaixo do limite de especificação (60), o gráfico mostra uma instabilidade no processo. Esse aspecto pode estar relacionado a variações no processo de refino ou na matéria-prima, exigindo ajustes no controle de qualidade.

Figura 14 – Gráfico EWMA para cor ICUMSA do açúcar refinado

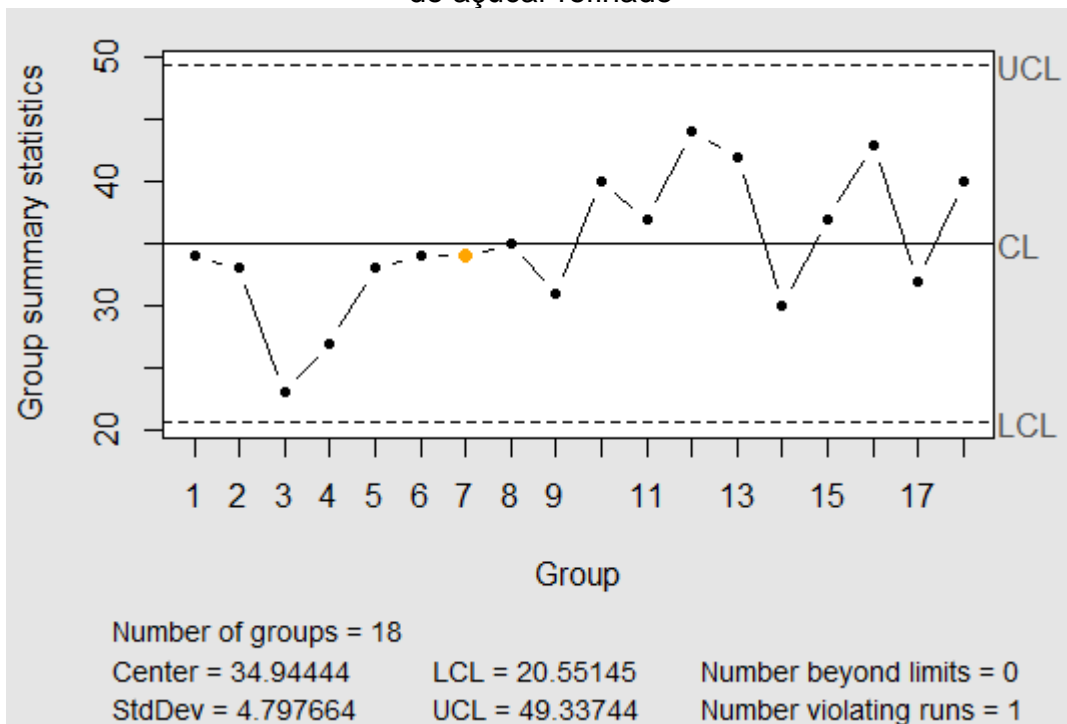


Fonte: autor (2025).

As Figuras 15 e 16 mostram o gráfico \bar{X} e a análise de capacidade para a cor ICUMSA considerando somente para o período mencionado anteriormente. Observa-se um processo sob controle estatístico, sem pontos fora dos limites de controle. Essa estabilidade reforça os padrões de qualidade esperados para o açúcar refinado,

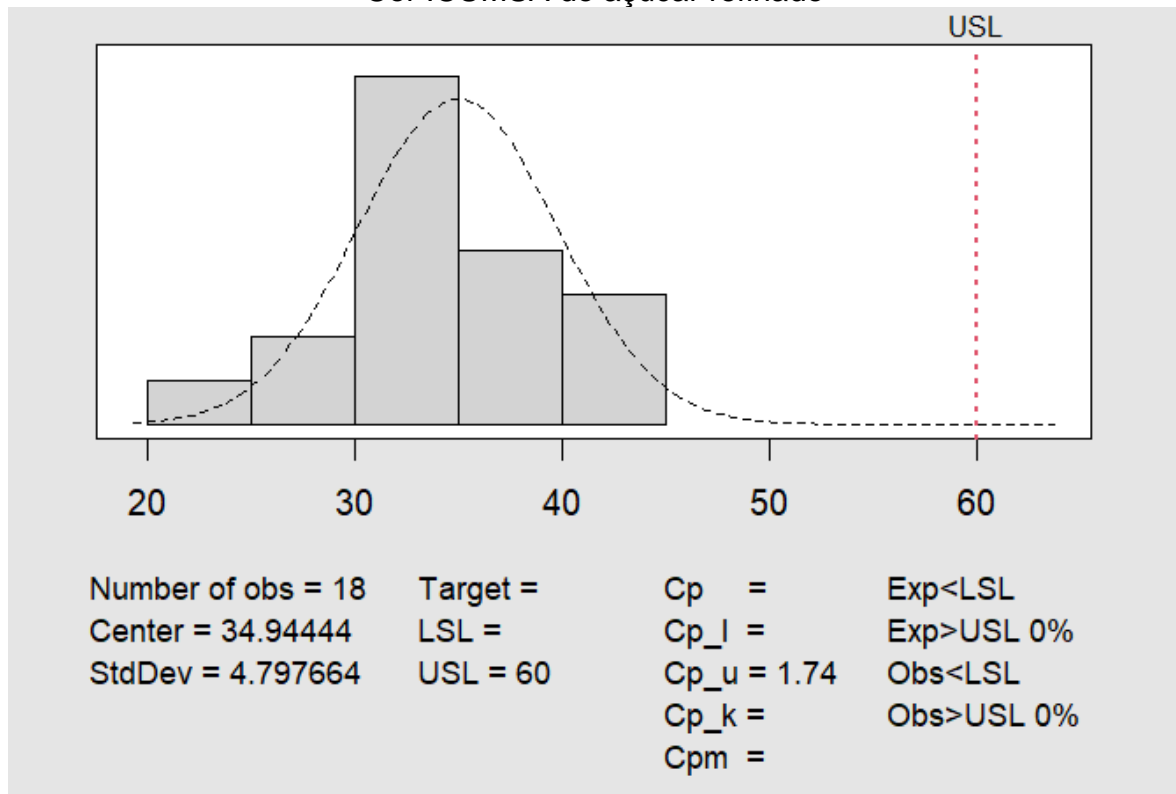
sustentando os relatos de Stupiello (1997), que destaca a importância de manter a cor dentro de limites comerciais (STUPIELLO, 1997). Igualmente valida o uso do controle univariado em períodos específicos, como proposto por Lima e colaboradores para monitoramento eficiente em lotes de produção (LIMA, A. A. N. et al., 2011). A análise de capacidade mostra que o processo é totalmente capaz, com $Cp_u = 1,76$. Isso indica que o açúcar cristal refinado atende os requisitos de cor nos meses de outubro e novembro de 2019. Parafraseando Montgomery e Runger (2024), valores de Cp acima de 1,33 são considerados excelentes, consolidando a eficiência do processo. A conformidade dos padrões de cor promove a aceitação do produto final e reflete um controle eficaz da etapa de filtração (OLIVEIRA, Danilo Tostes; ESQUIAVETO; SILVA JÚNIOR, 2007).

Figura 15 – Gráfico \bar{X} nos meses de outubro e novembro de 2019 para Cor ICUMSA do açúcar refinado



Fonte: autor (2025).

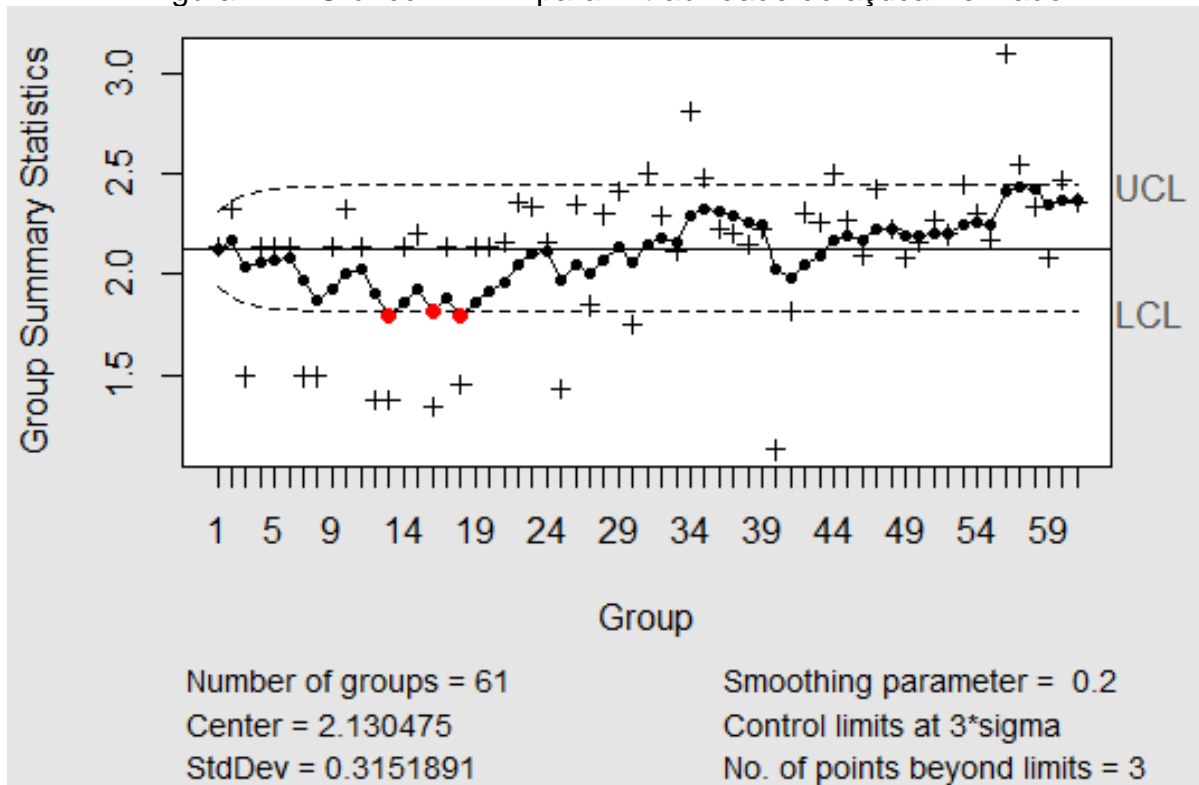
Figura 16 – Análise de capacidade nos meses de outubro e novembro de 2019 para Cor ICUMSA do açúcar refinado



Fonte: autor (2025).

A Figura 17 ilustra o gráfico EWMA para Filtrabilidade do açúcar refinado. O gráfico apresenta três pontos fora dos limites de controle, indicando relativa estabilidade. A baixa variabilidade observada sugere que o processo estável.

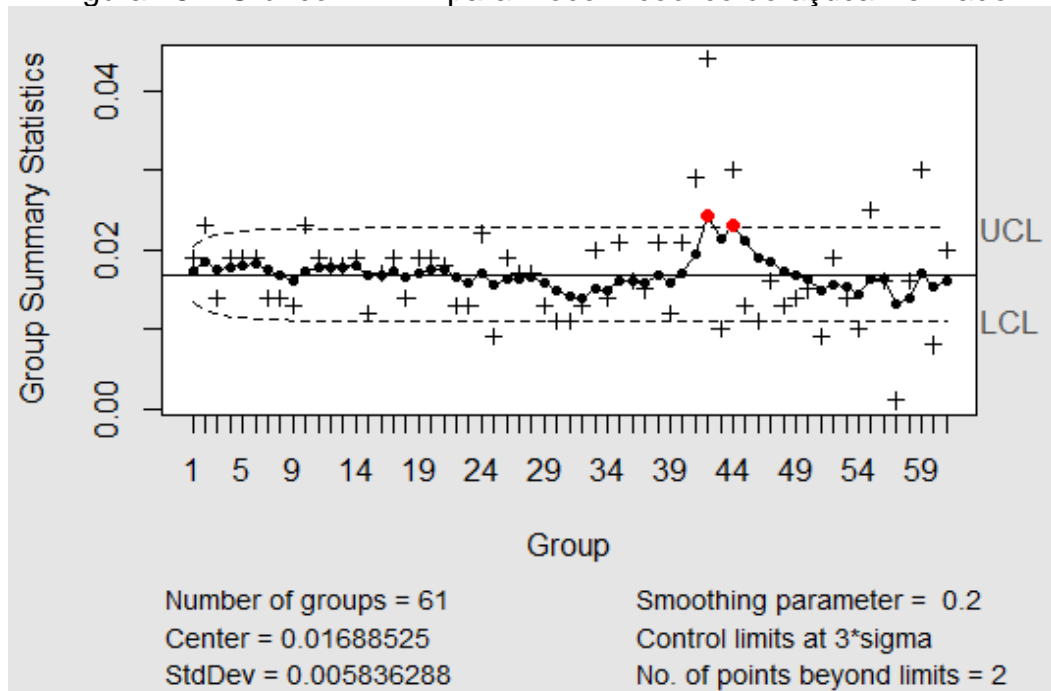
Figura 17 – Gráfico EWMA para Filtrabilidade do açúcar refinado



Fonte: autor (2025).

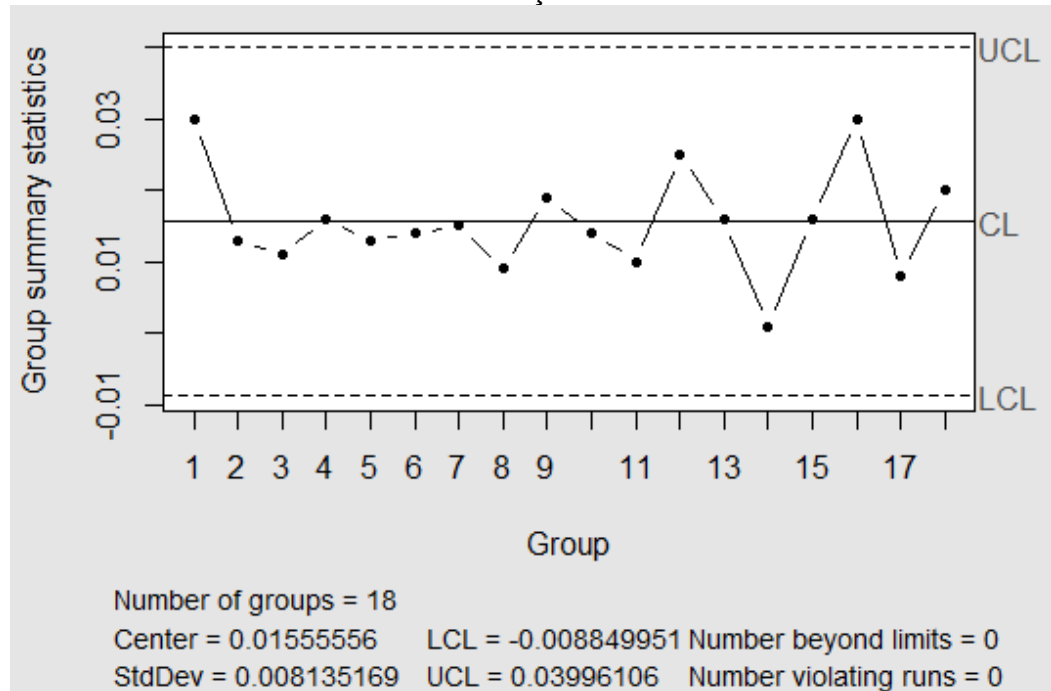
As Figuras 18 e 19, relativos ao Floco alcoólico, mostram respectivamente o gráfico EWMA para todo o período estudado e o gráfico \bar{X} considerando somente os meses de outubro e novembro de 2019. Estes dois gráficos de controle mostram um processo estável, sugerindo uniformidade da presença de impurezas nas amostras utilizadas no preparo de refrigerante, que deve ter boa aparência e pureza (OLIVEIRA, Danilo Tostes; ESQUIAVETO; SILVA JÚNIOR, 2007).

Figura 18 – Gráfico EWMA para Floco Alcoólico do açúcar refinado



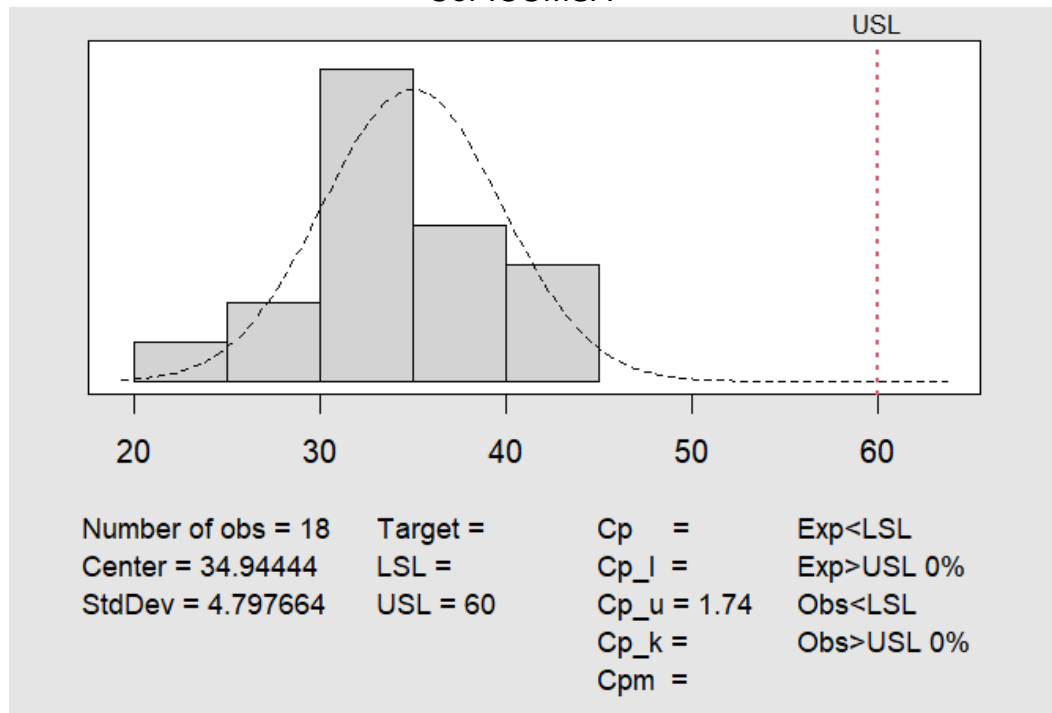
Fonte: autor (2025)

Figura 19 – Gráfico \bar{X} nos meses de outubro e novembro de 2019 para Floco Alcoólico do açúcar refinado



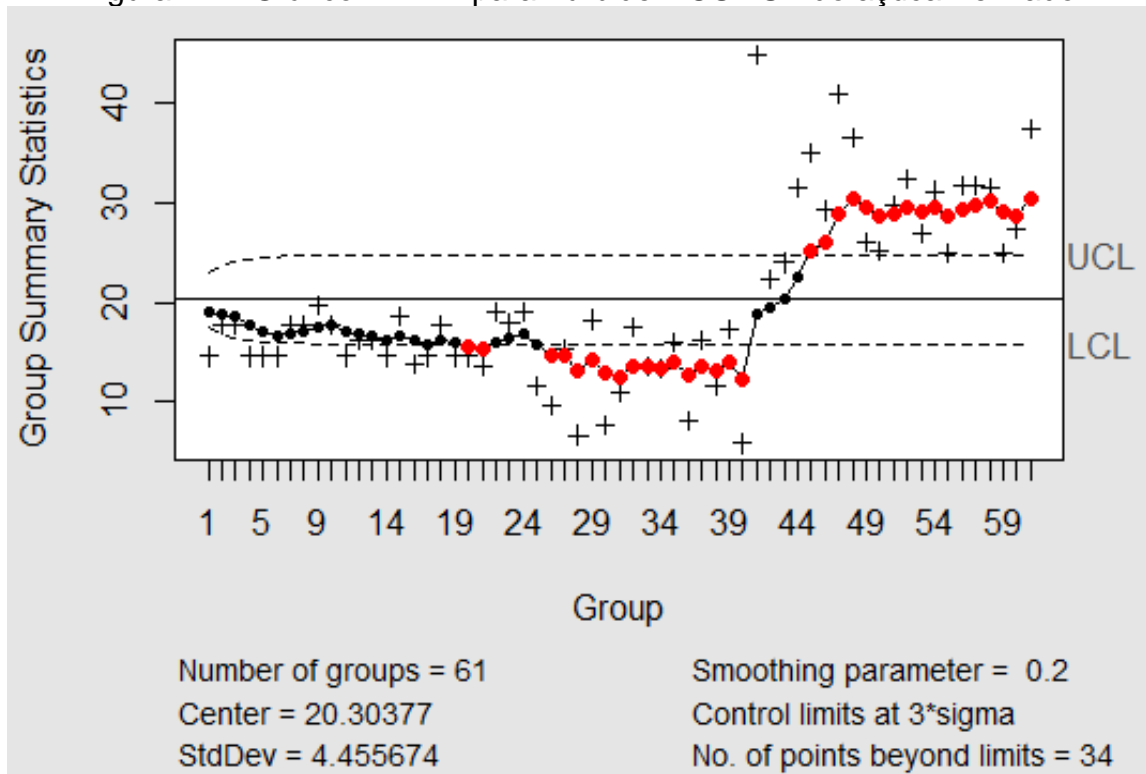
Fonte: autor (2025).

Figura 20 – Análise de capacidade nos meses de outubro e novembro de 2019 para Cor ICUMSA



A Figura 21 mostra o gráfico de controle EWMA para Turbidez ICUMSA do açúcar refinado. O gráfico apresenta muitos pontos fora dos limites, indicando forte instabilidade no processo.

Figura 21 – Gráfico EWMA para Turbidez ICUMSA do açúcar refinado



Fonte: autor (2025).

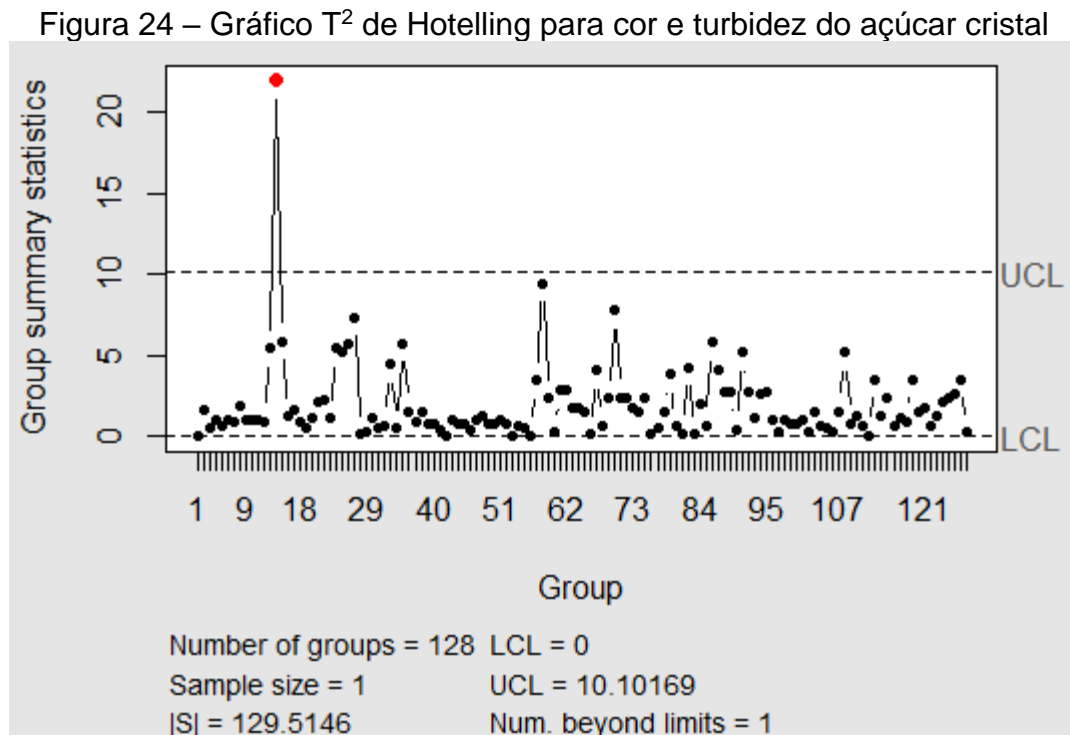
As Figuras 22 e 23 mostram o gráfico \bar{X} e a análise de capacidade para a turbidez ICUMSA considerando somente para o período mencionado anteriormente. Neste período, o processo está sob controle estatístico e é razoavelmente capaz ($CP_u = 1,05$), indicando que o açúcar refinado atende aos requisitos técnicos de turbidez nos dois meses em questão.

5.4 CONTROLE E CAPACIDADE MULTIVARIADO

Os gráficos MEWMA e T^2 de Hotelling (no caso de medidas com distribuição Normal) foram utilizados para avaliar o controle multivariado.

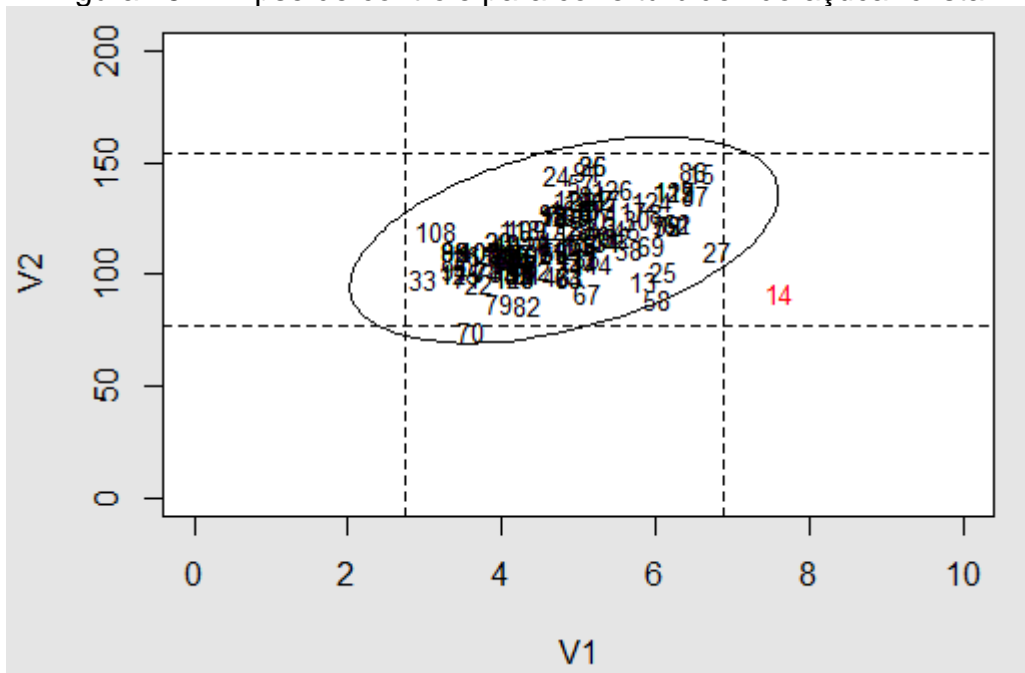
5.4.1 Açúcar cristal

As Figuras 24 e 25 apresentam os gráficos T^2 de Hotelling e elipse de controle utilizados para monitorar simultaneamente a cor e a turbidez do açúcar cristal. Os gráficos T^2 de Hotelling e elipse de controle indicam controle multivariado adequado para os parâmetros cor e turbidez: há apenas um ponto fora dos limites de controle, logo no início do período de acompanhamento. No gráfico T^2 de Hotelling, a baixa variabilidade indica a estabilidade do processo, embora ajustes pontuais possam ser necessários para evitar futuras violações. A proximidade dos pontos ao centro da elipse sugere que o processo está bem ajustado, com baixa variabilidade conjunta (BRANDÃO, 2014).



Fonte: autor (2025).

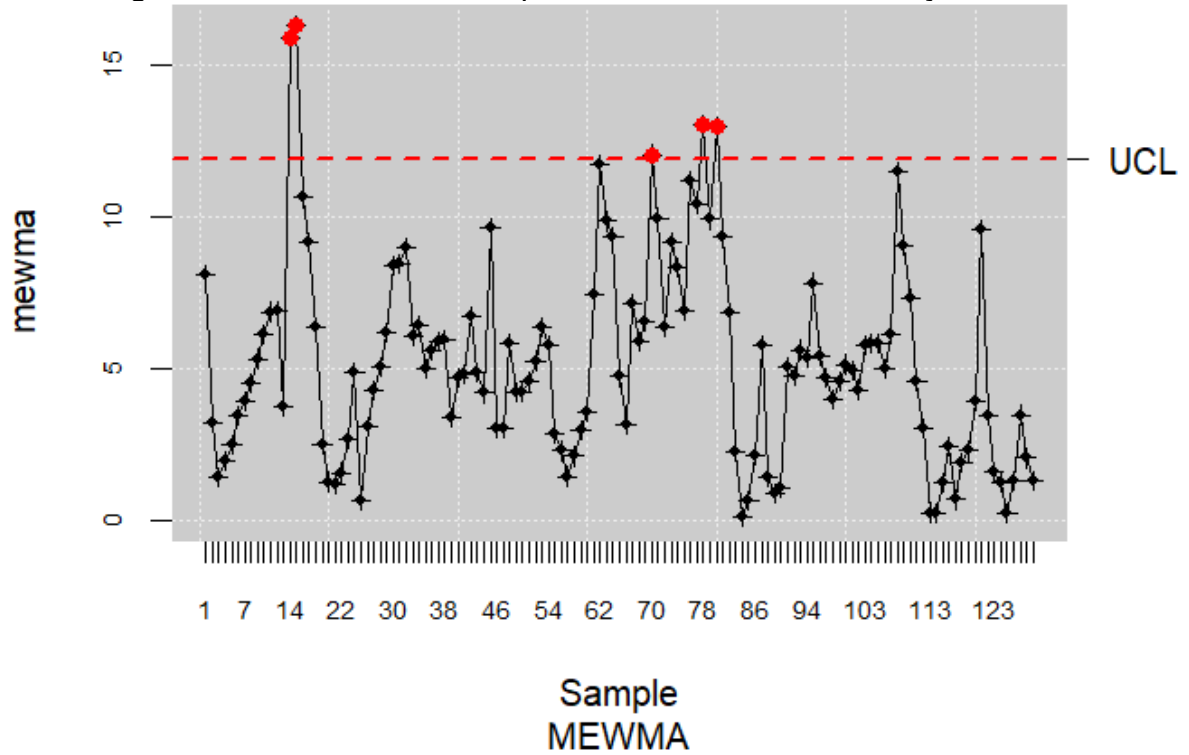
Figura 25 – Elipse de controle para cor e turbidez do açúcar cristal



Fonte: autor (2025).

A Figura 26 apresenta o gráfico MEWMA utilizados para monitorar simultaneamente cor ICUMSA, turbidez ICUMSA, filtrabilidade e floco alcoólico do açúcar cristal. A aplicação do MEWMA é proposta por Mingoti e colaboradores (2011) para o monitoramento contínuo de processos multivariados autocorrelacionados. Para este trabalho, o valor do lambda foi de 0,2 ($\lambda = 0,2$). O gráfico MEWMA para todas as variáveis do açúcar cristal apresenta cinco pontos fora do Limite Superior de Controle (LSC), diversos pontos estão próximos ao LSC, com oscilações significativas que indicam variações simultâneas das quatro variáveis. A média dos dados está abaixo do LSC, mas a amplitude das flutuações sugere que o processo está com instabilidade multivariada em todos os momentos.

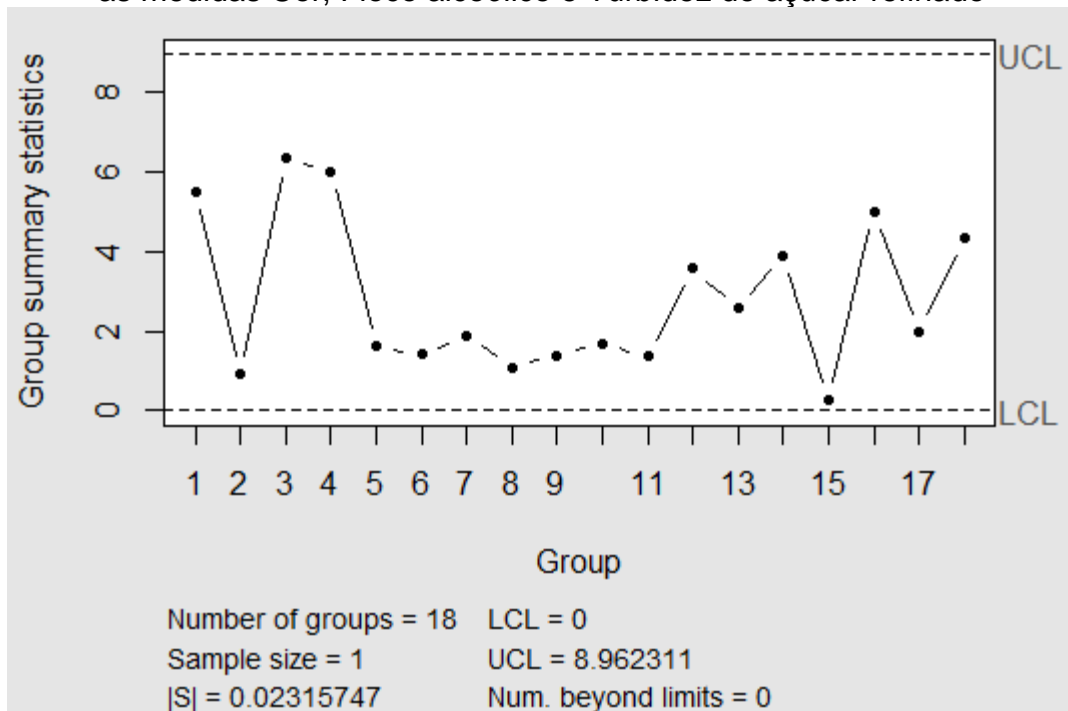
Figura 26 – Gráfico MEWMA para todas as variáveis do açúcar cristal



5.4.1 Açúcar refinado

A Figura 27 apresenta o gráfico T^2 de Hotelling utilizado para monitorar simultaneamente cor, turbidez e floco alcoólico do açúcar cristal, nos meses de outubro e novembro de 2019. Este gráfico indica controle multivariado adequado para os três parâmetros analisados no período considerado.

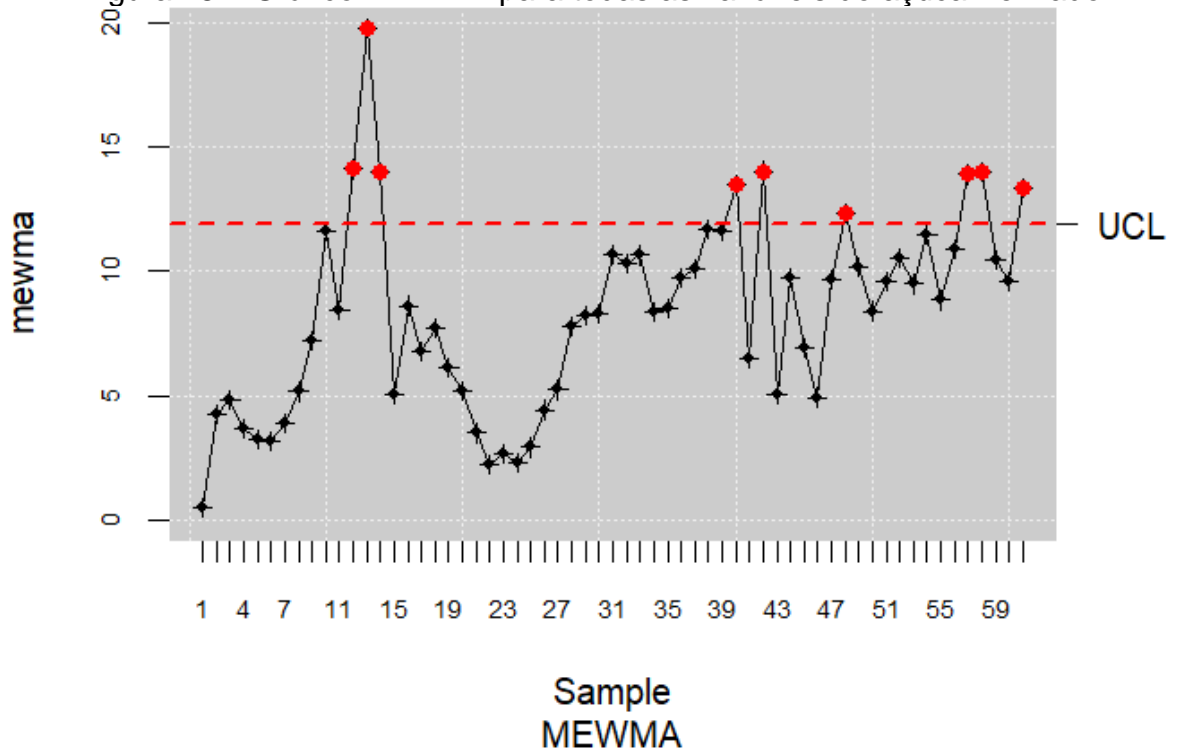
Figura 27 – Gráfico T^2 de Hotelling nos meses de outubro e novembro de 2019, para as medidas Cor, Floco alcoólico e Turbidez do açúcar refinado



Fonte: autor (2025).

A Figura 28 mostra o gráfico MEWMA para todas as variáveis do açúcar refinado. Igualmente, o valor do lambda foi de 0,2 ($\lambda = 0,2$). Diversos pontos estão fora do Limite Superior de Controle (LSC) com oscilações significativas que indicam variações simultâneas das quatro variáveis. No entanto, a maioria das amostras permanece dentro dos limites de controle. A amplitude das flutuações sugere que o processo está com instabilidade multivariada em todos os momentos à semelhança do açúcar cristal.

Figura 28 – Gráfico MEWMA para todas as variáveis do açúcar refinado



Fonte: autor (2025).

6 CONCLUSÃO

Este estudo demonstrou que o uso de ferramentas estatísticas multivariadas é adequado para o monitoramento da qualidade do açúcar utilizado no preparo de refrigerantes. A análise de parâmetros como a cor e a turbidez ambos ICUMSA, floco alcoólico e filtrabilidade mostrou que, embora alguns atributos apresentem controle estatístico individual, é na abordagem multivariada que se obtém uma visão mais abrangente e sensível às variações simultâneas. O açúcar refinado mostrou maior estabilidade e capacidade de atender às especificações técnicas, enquanto o cristal apresentou maior variabilidade, principalmente na cor.

A análise de capacidade mostrou que nem todos os parâmetros estão dentro das especificações, mesmo quando estatisticamente instáveis, o que consubstancia a necessidade de alinhar controle estatístico com limites técnicos e regulatórios garantindo padrões de qualidade exigidos pelo mercado.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Lorena Rocha; CRESTANI, Carlos Eduardo. Filtração e microfiltração na produção de açúcar comercial sem tratamento químico. **Revista brasileira de iniciação científica**, v. 8, p. 1–19, 28 maio 2021.
- ASSIS, Janilson Pinheiro de; SOUSA, Roberto Pequeno de; LINHARES, Paulo César Ferreira. **TESTES DE HIPÓTESES ESTATÍSTICAS**. Mossoró-RN: Edufersa, 2020.
- BEZERRA, Ana Karolina Gomes. **Gráficos de Controle Multivariados de Somas Acumuladas (MCUSUM) e de Média Móvel Exponencialmente Ponderada (MEWMA)**. 2017. 1–36 f. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN, 2017.
- BORROR, Connie M.; MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. Robustness of the EWMA control chart to non-normality. **Journal of Quality Technology**, v. 31, n. 3, p. 309–316, jul. 1999.
- BRANDÃO, Núbia da Silva Batista. **Eficiência entre os gráficos de controle T^2 de Hotelling e os gráficos de \bar{X} univariados simultâneos para a média em processos multivariados**. 2014. 1–72 f. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.
- CAC – CODEX ALIMENTARIUS COMMISSION. **Hazard analysis and critical control point (HACCP) system and guidelines for its applications**. Roma: FAO/WHO Codex Alimentarius Commission, 2003.
- CLARO, Fernando Antônio Elias; COSTA, Antônio Fernando Branco; MACHADO, Marcela Aparecida Guerreiro. Gráficos de controle de EWMA e de \bar{X} para monitoramento de processos autocorrelacionados. **Produção**, v. 17, n. 3, p. 536–546, set. 2007.
- CRUZ, Graziela Fregonez Baptista. **Fabricação de Refrigerantes**. Rio de Janeiro: Rede de tecnologia e Inovação do Rio de Janeiro, 2012.
- DA ROSA, Alessandra Silva; MARTINS, Camila Pereira Savi. Produção mais limpa nas fontes geradoras de poluição da indústria de açúcar e álcool. **RevInter Revista Intertox de Toxicologia, Risco Ambiental e Sociedade**, v. 6, p. 90–125, 2013.
- DIAS, Magnara Moreira Santos et al. ANÁLISE DESCRITIVA DE DADOS NA EDUCAÇÃO: LIMITES E POSSIBILIDADES. In: ALMEIDA, S. M. S; LIMA, A. L. G. (Org.). **ANÁLISE DE DADOS QUANTITATIVOS NA EDUCAÇÃO**. [S.l.]: Editora OmnisScientia., 2024. v. 1. p. 20–30.
- FAINTINEL, J. **Tecnologia de refrigerantes**. Campinas-SP: Instituto de Tecnologias de Alimentos. 2000.
- FARIA, Daiara Aparecida Mendes. **Estudo nutricional de açúcares cristal, refinado, demerara e mascavo orgânicos e convencionais**. 2012. 74 f. Universidade Federal de São Carlos, 2012.

FEITOSA, Josenne Guillarducci; ANDRADE, Patrícia Lopes. SEGURANÇA DOS ALIMENTOS E FERRAMENTAS DA QUALIDADE. **ENCICLOPÉDIA BIOSFERA**, v. 19, n. 39, p. 5–9, 30 mar. 2022.

FERREIRA, Maria Carolina de Moraes. **Sistemas de qualidade na produção de refrigerantes com base na satisfação de consumidores**. 2010. 1–110 f. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

FISBERG, M.; AMÂNCIO, O. M. S.; LOTTENBERG, A. M. P. O uso dos refrigerantes e a saúde humana. **Revista Pediatria Moderna**, v. 6, p. 261–271, 2002.

GALACHO, Cristina; FIGUEIREDO, Margarida. Doseamento do açúcar em bebidas refrigerantes: contributo para uma abordagem holística. **Tecno Alimentar**, p. 22–26, 2024.

JENSEN, Willis A et al. Effects of Parameter Estimation on Control Chart Properties: A Literature Review. **Journal of Quality Technology**, v. 38, n. 4, p. 349–364, 4 out. 2006.

KIELING, Antônio Cláudio; SANTOS, Vanessa Souza dos; PINTO, Gilberto Gracia del. Estudo do gráfico T2 de Hotelling no controle estatístico do processo multivariado. 2012, São Luís - Maranhão: ABCM, 2012.

KLUG, Tâmmila Venzke. **Resinas de Troca Iônica Aplicada na Clarificação de Xarope para Refrigerantes: uma Revisão**. 2011. 53 f. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

LARSON, Ron; FARBER, Besty. **Estatística Aplicada**. Tradução José Fernando Pereira Gonçalves. 6. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

LAUREANO, Raul M. S. **Testes de Hipóteses e Regressão - O meu manual de consulta rápida**. 1. ed. Lisboa: Edições Sílabo, 2020.

LIMA, A. A. N. et al. Controle estatístico de processo univariado: monitoramento da produção de comprimidos de dipirona. **Journal of Basic and Applied Pharmaceutical Sciences Rev Ciênc Farm Básica Apl**, v. 32, n. 1, p. 55–62, 2011.

LIMA, A. C. S.; AFONSO, J. C. A. A Química do Refrigerante. **Química Nova na Escola**, v. 31, 2009.

MANDRO, Juliana Lorenz et al. Redução de cor ICUMSA em soluções concentradas de açúcar bruto por processo oxidativo com peróxido de hidrogênio. **Brazilian Journal of Food Technology**, v. 20, p. 1–5, 2017.

MAPERO, Monteiro Carlos Monteiro. **Uso de estatística multivariada para avaliação da qualidade do xarope de açúcar bruto usado no preparo de refrigerantes**. 2022. 1–61 f. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022.

MONTGOMERY, Douglas C. **Introduction to statistical quality control**. 7. ed. USA: John Wiley & Sons, 2009.

MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**. Tradução Veronica Calado; Antônio Henrique Monteiro da F. T. Silva. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2024.

MORETTI, Vinicius et al. Gráfico de controle da média móvel exponencialmente ponderada aplicado ao monitoramento estatístico de um processo de usinagem. 4 dez. 2019, Ponta Grossa/PR: APREPRO, 4 dez. 2019.

MORETTIN, Pedro A; BUSSAB, Wilton De O. **ESTATÍSTICA BÁSICA**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

MULTIVARIATE QUALITY CONTROL. In: ALT, Frank B. (N. L. Johnson & S. Kotz, Org.) **Encyclopedia of Statistical Science**. New York: Wiley, 1985. v. 6.

OLIVEIRA, Danilo Tostes; ESQUIAVETO, Maria Madalena Mangue; SILVA JÚNIOR, José felix. Impacto dos itens da especificação do açúcar na indústria alimentícia. **Ciênc. Tecnol. Aliment**, p. 99–102, ago. 2007.

OLIVEIRA, Fernando Luiz Pereira de. **Índices de Capacidade para Processos Multivariados Autocorrelacionados**. 2007. 1–123 f. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

ORSSATTO, Fábio; BOAS, Marcio Vilas; EYNG, Eduardo. Gráfico de controle da média móvel exponencialmente ponderada: Aplicação na operação e monitoramento de uma estação de tratamento de esgoto. **Engenharia Sanitaria e Ambiental**, v. 20, n. 4, p. 543–550, 1 out. 2015.

R CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**, Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 31 out. 2023

REIS, Edna Afonso; REIS, Ilka Afonso. **Análise Descritiva de Dados**. 1. ed. Belo Horizonte: Relatório Técnico do Departamento de Estatística da UFMG, 2002.

ROCHA, Henrique Martins. **Controle Estatístico de Qualidade**. Rio de Janeiro: Fundação Cecierj, 2019. v. Único.

SANTOS, Mateus Sales dos; RIBEIRO, Flávio de Miranda. **Cervejas e refrigerantes**. [S.l: s.n.], 2005. v. 58

SARTORI, Juliana Aparecida de Souza. **Qualidade físico-química da cana-de-açúcar e microbiológica do caldo sobre o processo de ozonização do caldo na redução sustentável da cor ICUMSA e impurezas vegetais**. 2017. 1–126 f. Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2017.

SCHMULLER, Joseph. **Análise estatística com R [recurso eletrônico] para leigos**. Tradução Samantha Batista. 2. ed. Rio de Janeiro: Alta Books, 2019.

SCHWENDLER, Luana Andreia. **Análise preliminar da viabilidade econômica do uso de resinas de troca iônica e carvão ativado na clarificação do xarope para a indústria de refrigerantes.** 2015a. 27 f. Universidade Federal Rio Grande do Sul, 2015.

SILVA, Raphael Henrique Teixeira da; OLIVEIRA, Daniela Carine Ramires de. **Gráfico T² de Hotelling com tamanho de amostra variável aplicado ao processo de produção de itens de segurança automotiva.** [S.l: s.n.], 2015.

STUPIELLO, J. P. Cor do açúcar branco de alta qualidade. **STAB**, v. 1, p. 20, 1997.

UNICA. **União da indústria de cana-de-açúcar.** Disponível em: <<https://unica.com.br/setor-sucroenergetico/acucar/>>. Acessado em 15 de maio de 2025.

VENTURINI FILHO, W. G. **Bebidas não alcoólicas: ciência e tecnologia.** 1. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

VICENTIN, Damaris Chieregato; SILVA, Brena Bezerra. Carta de controle EWMA aplicada em uma empresa do setor alimentício. **Brazilian Journal of Business**, v. 5, n. 1, p. 735–745, 2 abr. 2023.