

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS**  
**Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais**

**MONOGRAFIA**

**Uma Revisão dos Princípios de Funcionamento e Métodos de Dimensionamento de**  
**Moinhos de Bolas**

**Aluna: Renata de Freitas Oliveira**

**Orientador: Prof. Luiz Claudio Monteiro Montenegro**

**Julho 2012**

Renata de Freitas Oliveira

**Uma Revisão dos Princípios de Funcionamento e Métodos de Dimensionamento de Moinhos de Bolas**

Monografia apresentada ao Curso de  
Especialização em Engenharia de  
Recursos Minerais da Universidade  
Federal de Minas Gerais, como  
requisito parcial para obtenção do título  
de Especialista em Engenharia de  
Recursos Minerais.

Professor orientador: Luiz Claudio  
Monteiro Montenegro

**Julho 2012**

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho aos meus pais, por todo incentivo e apoio ao longo desta jornada.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais pelo amor e dedicação incondicionais, dando-me todo o suporte para que eu chegasse até aqui. Pelo exemplo de caráter que, certamente, influenciou na minha formação pessoal, e de profissionalismo, garra e determinação, dos quais tanto me orgulho.

Agradeço, também, a todos aqueles que contribuíram para a minha formação profissional (professores, mestres, colegas de trabalho e de profissão), compartilhando não só conhecimentos técnicos, como também, ensinando-me valores que levarei para toda a vida.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2. OBJETIVO E RELEVÂNCIA.....</b>	<b>13</b>
<b>3. DESENVOLVIMENTO .....</b>	<b>14</b>
3.1 Princípios da Fragmentação .....	14
3.1.1 Definição .....	14
3.2 Moinhos de Bolas .....	15
3.2.1 Introdução.....	15
3.2.2 Descrição Geral .....	15
3.2.3 Características Construtivas .....	16
a) Carcaça .....	16
b) Alimentação.....	17
c) Descarga .....	18
d) Revestimento .....	19
e) Acionamento.....	21
3.2.4 Características Operacionais.....	23
a) Processos de Moagem .....	23
b) Tipos de Circuito .....	24
c) Carga Circulante .....	26
d) Porcentagem de Sólidos na Polpa / Densidade da Polpa.....	27
e) Corpos Moedores.....	28
f) Movimento da Carga dentro do Moinho .....	30
g) Velocidade de Operação .....	32
h) Fator de Enchimento / Volume de Carga .....	33
3.3 Modelos para Cálculo de Potência de Moinhos Tubulares.....	34
3.3.1 Introdução.....	34
3.3.2 Modelo de Rittinger.....	35
3.3.3 Modelo de Kick .....	36
3.3.4 Modelo de Bond .....	36

a)	Teste de Impacto ( $W_i$ ) .....	37
b)	Teste do Índice de Trabalho ( $W_i$ ) para Moinhos de Barras.....	38
c)	Teste do Índice de Trabalho ( $W_i$ ) para Moinhos de Bolas .....	39
d)	Fatores de Correção .....	41
3.3.5	Comparação Entre os Métodos de Dimensionamento.....	48
3.4	Modelos de Dimensionamento de Moinhos de Bolas .....	48
a)	Equação de Bond .....	48
b)	Equação de Rowland .....	49
3.4.1	Exemplo de Dimensionamento pelo Método de Bond.....	49
3.5	Modelo do Balanço Populacional .....	52
<b>4.</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>54</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>55</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>56</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Mecanismos de Fragmentação: (a) impacto, (b) compressão, (c) abrasão ou cisalhamento. (Metso, 2010) .....	15
Figura 3.2 - Moinho de Bolas: carcaça (Metso, 2005) .....	16
Figura 3.3 - Tipos de Alimentação para Moinhos: (a) <i>spout feeder</i> , (b) <i>drum feeder</i> , (c) <i>drum-scoop feeder</i> , (d) <i>scoop feeder</i> . (Metso, 2005) .....	18
Figura 3.4 - Tipos de Revestimentos (Wills, et al., 2006) .....	20
Figura 3.5 - Componentes do Revestimento (Metso, 2005) .....	21
Figura 3.6 - Acionamento por coroa e pinhão no moinho de bolas (Wills, et al., 2006) .....	22
Figura 3.7 - Acionamento <i>Gearless</i> (ABB, 2010) .....	23
Figura 3.8 - Configurações de Circuitos de Fechados de Moagem: (a) reversos, (b) normais .....	26
Figura 3.9 - Regimes de Moagem: (a) cascata; (b) catarata (Beraldo, 1987) .....	31
Figura 3.10 - Comportamento da carga de bolas (Beraldo, 1987) .....	31

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Moinhos de Bolas - Tipos e Características (Metso, 2005) .....	19
Tabela 3.2 - Modelos Teóricos para Estimação da Carga Circulante .....	27
Tabela 3.3 - Valores do Fator K para Moinhos de Bolas .....	29
Tabela 3.4 - Carga Inicial de Equilíbrio, porcentagem em peso (Bond, 1958).....	30
Tabela 3.5 - Velocidades recomendadas por Rowland (Beraldo, 1987) .....	33
Tabela 3.6 - Valores usuais de fator de enchimento dos corpos moedores (Luz, et al., 2010).....	33
Tabela 3.7 - Distribuição de Bolas para Carga do Moinho .....	40
Tabela 3.8 - Circuitos Padronizados Utilizados nos Testes de Bond .....	42
Tabela 3.9 - Fator de Ineficiência em Circuito Aberto – $EF_2$ .....	43
Tabela 3.10 - Fator de Correção do Diâmetro do Moinho. Adaptada de (Metso, 2005) 44	
Tabela 3.11 - Fatores de Correção pra a Finura do Material. (Metso, 2005) .....	46
Tabela 3.12 - Fator de Correção para a Eficiência do Moinho de Barras .....	47
Tabela 4.1 – Características de Moinhos de Barras. (Metso, 2005) .....	57
Tabela 4.2 – Características de Moinhos de Bolas. (Metso, 2005) .....	58
Tabela 4.3 - Work Index de Bond para Minerais Diversos (Metso, 2005) .....	59

## RESUMO

A cominuição é uma das etapas mais importantes do processamento mineral, uma vez que, a partir da quebra das partículas, torna-se possível:

- a obtenção de um produto com as especificações granulométricas exigidas pelo mercado;
- a preparação do material para as etapas seguintes de beneficiamento;
- a liberação do mineral de interesse para posterior etapa de concentração.

A operação de moagem, devido ao seu elevado gasto energético, tem sido alvo de grandes estudos e desenvolvimentos, com a finalidade de se otimizar este processo, aumentando sua eficiência, e conseqüentemente, reduzindo os custos operacional, de implantação e de manutenção.

Dentre os moinhos mais utilizados em plantas de beneficiamento mineral atualmente, podemos destacar o moinho de bolas. Deste modo, é de extrema importância o conhecimento de suas características construtivas e operacionais, bem como os métodos de dimensionamento dos moinhos, para a seleção do melhor equipamento a ser utilizado na usina de beneficiamento mineral.

Palavras chave: Cominuição, processamento mineral, liberação, moagem.

## **ABSTRACT**

Comminution is one of the most important stages of the mineral processing, since the breakage of particles makes possible:

- the attainment of a product with the market particle size specifications;
- the preparation of the material to the next stages of mineral processing;
- the liberation of the mineral of interest for posterior concentration.

Grinding operation, due to its high energy cost, has been the target of intensive studies and developments in order to optimize the process, increasing its efficiency, and consequently reducing their operational, implantation and maintenance costs.

Among the types of tumbling mills most used nowadays in mineral processing plants, the ball mills stands out. Thus it is extremely important the knowledge of the constructional and operational characteristics, as well as the methods of sizing a tumbling mill, for the right selection of the equipment to be used at the mineral processing plant.

**Keywords:** Comminution, mineral processing, liberation, grinding.

## 1. INTRODUÇÃO

A moagem é responsável pela redução do tamanho das partículas, com a finalidade de:

- Liberar o mineral de interesse para as operações de concentração subsequentes;
- Atingir granulometrias compatíveis com as especificações industriais e de mercado;
- Facilitar o manuseio do material, possibilitando o transporte através do bombeamento de polpas.

A operação de moagem se processa por meio de três mecanismos principais de cominuição (impacto, compressão e cisalhamento) através da movimentação da carga dentro do moinho.

Diversos são os fatores que influenciam a operação dos moinhos de bolas. A determinação de cada um deles pode levar à obtenção de um produto mais fino, ou mais grosseiro, e conseqüentemente, aumentar ou diminuir a eficiência de moagem. São eles:

- Tipo de processo via úmida ou via seca;
- Tipo de circuito, aberto ou fechado;
- Carga circulante;
- Porcentagem de sólidos/ densidade da polpa;
- Corpos moedores;
- Movimento da carga dentro do moinho;
- Velocidade de operação;
- Fator de enchimento/ volume da carga dentro do moinho.

A correta seleção e dimensionamento dos moinhos de bolas são essenciais para a obtenção de um produto com as especificações desejadas, bem como a otimização do processo, aumentando sua eficiência e reduzindo os custos operacionais.

Desde os primeiros estudos publicados, no século XIX, até os dias de hoje, pesquisadores têm se empenhado em desenvolver modelos matemáticos para a quantificação da energia requerida para a moagem, bem como explicar o mecanismo de quebra das partículas.

O método de dimensionamento de moinhos proposto por Bond, em 1952, tem sido o mais amplamente aceito e utilizado. Este modelo, também conhecido como a “Terceira Lei da Cominuição”, foi desenvolvido através de testes de laboratório e tem como principal fator o índice de trabalho ( $W_i$ ), obtido por meio de uma metodologia desenvolvida pelo próprio pesquisador.

Atualmente, os pesquisadores têm buscado estudar modelos para a simulação e controle dos circuitos de moagem, com o objetivo de retratar a dinâmica destes processos e otimizá-los. Para tanto, baseiam-se no balanço populacional das partículas, onde o processo de moagem é visto como resultado de subprocessos independentes e simultâneos, que produzem a distribuição de tamanhos dentro do moinho e o produto da moagem propriamente dito.

## **2. OBJETIVO E RELEVÂNCIA**

Este trabalho tem como objetivo apresentar os fundamentos da cominuição e sua importância no processamento mineral, e partir disto, mostrar os princípios de funcionamento dos moinhos de bolas e suas variáveis operacionais.

Será feita uma revisão dos métodos de dimensionamento dos moinhos de bolas, apresentando um exemplo de aplicação dos mesmos, através da seleção de um equipamento em um estudo de caso.

### **3. DESENVOLVIMENTO**

#### **3.1 Princípios da Fragmentação**

##### **3.1.1 Definição**

Na literatura, várias são as definições para cominuição, ou fragmentação, sendo todas concordantes de que se refere a uma operação unitária, na qual se obtém a redução de tamanho dos minérios a serem tratados. Chaves, et al. (2003) conceituam a cominuição como sendo “o conjunto de operações de redução de tamanhos de partículas minerais, executado de maneira controlada e de modo a cumprir um objetivo pré-determinado”. Dentre os principais objetivos da fragmentação, destacam-se a obtenção de um material com tamanhos conforme exigências comerciais e a liberação de minerais de interesse para posterior processamento e concentração.

A cominuição pode ser realizada através de três mecanismos distintos, ocorrendo isoladamente ou em conjunto, dependendo do equipamento utilizado para esta operação. São eles: impacto, compressão e cisalhamento (Figura 3.1).

A quebra por impacto leva à formação de uma grande quantidade de partículas com ampla distribuição granulométrica, através da aplicação de uma força muito superior à resistência da mesma (Valadão, et al., 2007).

A compressão, mecanismo no qual a partícula é submetida à aplicação de uma tensão entre duas superfícies, leva à formação de dois produtos distintos: partículas grossas resultantes da quebra por tensão; e partículas finas da quebra por compressão no ponto onde a carga foi aplicada (Wills, et al., 2006).

O cisalhamento, ou abrasão, pode ocorrer quando a força aplicada não é suficiente para provocar a fratura em toda a partícula, gerando pequena diminuição do tamanho da partícula original e a formação de partículas muito finas (Valadão, et al., 2007).

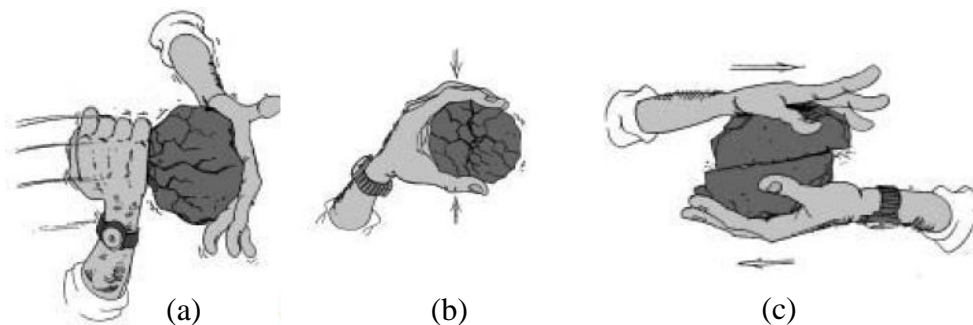


Figura 3.1 - Mecanismos de Fragmentação: (a) impacto, (b) compressão, (c) abrasão ou cisalhamento. (Metso, 2010)

## 3.2 Moinhos de Bolas

### 3.2.1 Introdução

A moagem é a última etapa de cominuição em uma usina de tratamento de minérios, sendo responsável por produzir partículas com tamanhos adequados à liberação do mineral de interesse da ganga, para posterior concentração, e/ou partículas com granulometria adequada para o processo subsequente ou ao mercado consumidor. Além disso, é responsável pelo maior gasto energético do processo.

A moagem caracteriza-se pela fragmentação em uma faixa de tamanhos abaixo de  $\frac{3}{4}$ " (Chaves, et al., 2003), através da combinação dos mecanismos de impacto, compressão, abrasão e atrito (Luz, et al., 2010).

Os equipamentos mais empregados na moagem são: moinhos cilíndricos (barras, bolas ou seixos), moinhos de martelos entre outros (Luz, et al., 2010).

### 3.2.2 Descrição Geral

Os moinhos de bolas se enquadram no grupo dos moinhos cilíndricos de carga cadente. Isso significa que a moagem é desenvolvida em um vaso cilíndrico rotativo, revestido internamente com placas de aço ou borracha, contendo uma carga de corpos moedores, livre para se movimentar em seu interior. O movimento rotativo da carcaça é transmitido à carga, proporcionando a cominuição das partículas.

Os moinhos de carga cadente são, geralmente, empregados na indústria mineral em processos de moagem mais grosseira, em que as partículas se encontram na faixa de tamanhos entre 5 e 250 mm, e cujo produto possui granulometria entre 40 e 300  $\mu\text{m}$  (Wills, et al., 2006).

Os moinhos de bolas são essencialmente unidades de moagem fina, capazes de fornecer produtos desde 80% passante na malha de 35 mesh até extremamente finos, passantes em malhas de poucos microns (Metso, 2010).

Os moinhos de bolas se diferenciam dos demais moinhos rotativos, especificamente, por possuírem uma só câmara de moagem em que o comprimento útil dessa câmara é menor que o dobro do seu diâmetro, ou seja, onde a relação comprimento/diâmetro seja de 1,5 a 1 e até menor (Luz, et al., 2010).

### 3.2.3 Características Construtivas

#### a) Carcaça

A carcaça dos moinhos de carga cadente, construída a partir de placas de aço carbono laminado, é projetada para aguentar o impacto e o peso da carga, possuindo diversos furos para fixação do revestimento interno (Wills, et al., 2006).

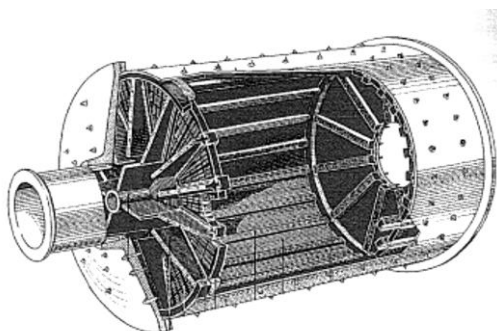


Figura 3.2 - Moinho de Bolas: carcaça (Metso, 2005)

A carcaça do moinho é fechada nas duas extremidades por peças de aço fundido chamadas tampas, cabeças ou espelhos (“heads”), sendo submetidas a ensaios de Raios X ou  $\gamma$  e líquido penetrante para verificar a existência de eventuais defeitos de

fundição ou trincas nas soldas. As tampas possuem dois pescoços ou munhões, que sustentam todo o moinho (carcaça, revestimento, tampas e toda a carga presente em seu interior) e giram dentro de mancais(Chaves, et al., 2003).

Alguns moinhos podem apresentar janelas de inspeção, permitindo o acesso à parte interna dos mesmos para uma eventual manutenção, substituição dos revestimentos, inspeção e complementação da carga moedora (Chaves, et al., 2003).

### **b) Alimentação**

O tipo de arranjo de alimentação utilizado em moinhos depende do tipo de circuito de moagem a ser conduzida (circuito aberto ou fechado) e se a moagem será realizada a seco ou via úmida. Além disso, a granulometria das partículas, bem como a taxa de alimentação, também são importantes na definição do tipo de alimentação a ser utilizada(Wills, et al., 2006).

Moagens a seco, geralmente, utilizam alimentadores vibratórios. Para moagens via úmida estão disponíveis três tipos de alimentação (Figura 3.3): *spoutfeeder*, o mais simples, consiste de um chute cilíndrico ou elíptico, suportado independente do moinho, projetando-se diretamente para dentro do munhão, sendo a alimentação feita por gravidade; *drumfeeder*, onde a alimentação entra no tambor através de um chute e uma espiral interna transporta o material para dentro do munhão, quando a altura de alimentação é limitada; *drum-scoopfeeder*, geralmente utilizado para circuitos fechados com classificadores espirais, onde a alimentação nova é conduzida diretamente ao tambor, enquanto o pescador (*scoop*) apanha a areia do classificador espiral para remoagem. *Scoopfeeders* são geralmente utilizados em substituição à combinação *drum-scoop* quando a alimentação do moinho possui uma faixa granulométrica mais fina(Wills, et al., 2006).

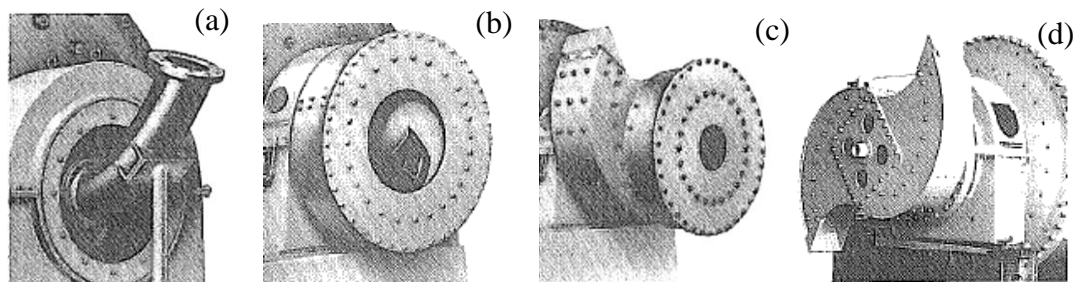


Figura 3.3 - Tipos de Alimentação para Moinhos: (a) *spoutfeeder*, (b) *drumfeeder*, (c) *drum-scoopfeeder*, (d) *scoopfeeder*. (Metso, 2005)

### c) Descarga

Os moinhos cilíndricos são, muitas vezes, classificados de acordo com a natureza do dispositivo de descarga da polpa durante a moagem. Em geral, quanto mais próximo da periferia da carcaça e da boca de alimentação estiver situada a saída da polpa, mais rápido o material é descarregado, e ocorre menos sobre moagem (Luz, et al., 2010).

Os moinhos de bolas podem possuir descarga por overflow ou descarga por diafragma, conforme as necessidades do processo.


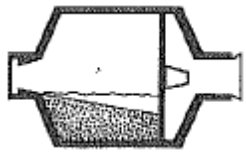
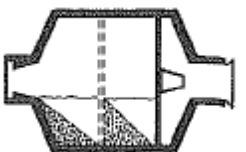
A descarga por diafragma é recomendada para alimentações grosseiras ou quando se deseja minimizar a geração de finos, correspondendo à descarga periférica do moinho de barras. O diafragma é um disco crivado, sendo que os crivos podem cobrir toda a área da superfície da peça, possibilitando a graduação do tempo de residência dentro do moinho, conforme as necessidades operacionais (Chaves, et al., 2003).

Os moinhos com descarga por diafragma apresentam algumas desvantagens operacionais, tais como o maior consumo de corpos em relação ao moinho com descarga por overflow, e a possibilidade de entupimento dos crivos, apesar do seu projeto ter os furos do crivo abertos na direção do fluxo (Chaves, et al., 2003).

A descarga por overflow apresenta-se mais fácil de operar e é utilizada para a maior parte das aplicações dos moinhos de bolas, especialmente para moagem fina e remoagem, sendo seu consumo de energia de 15 a 20% menor que o moinho com descarga por diafragma de mesmo tamanho (Wills, et al., 2006).

Nos moinhos com descarga por overflow, são utilizados alguns dispositivos, como os diafragmas, cabeças divisoras ou espirais reversas instaladas num trommel na descarga do moinho, para evitar que as bolas sejam descarregadas junto com o produto (Chaves, et al., 2003).

Tabela 3.1 - Moinhos de Bolas - Tipos e Características (Metso, 2005)

Arranjos de descarga			
	Overflow	Diafragma	Compartimentado
Processo de moagem	Somente via úmida	Via seca ou úmida	Via seca ou úmida
Circuito	Usualmente fechado	Fechado	Fechado ou aberto
Produto típico	Fino 200 mesh	Intermediário (via úmida) 65 – 100 mesh Fino (via seca) 325 mesh	Fino 150 – 325 mesh
Tamanho máximo da alimentação	10 – 14 mesh	< 1/2"	< 1/2"
Relação L/D	1 – 1,5:1	1 – 1,5:1	Circuito aberto: 3,5 – 5,0:1 Circuito fechado: 2,5 – 3,5:1
Velocidade típica – (%) da velocidade crítica	65 – 70%	68 – 78%	Via úmida: 65 – 75% Via seca: 70 – 78%
Volume de carga	35 – 40% (preferível 35%)	35 – 40%	30 – 40%

#### d) Revestimento

A porção interna dos moinhos possui revestimentos que além de proteger a carcaça contra os danos causados pela dinâmica da carga, devem ser resistentes ao impacto e ao atrito, promovendo o movimento mais favorável possível da carga.

Os revestimentos mais utilizados são fabricados a partir de ligas metálicas ou de borracha, e em casos especiais, de cerâmica ou quartzito. Dentre os revestimentos metálicos, encontram-se as placas de ferros fundidos especiais e de ligas de aço (manganês, cromo-molibdênio e níquel hard), que são fabricadas em módulos e sob encomenda para cada moinho (Chaves, et al., 2003).

Os revestimentos de borracha possuem uma vida útil maior que os revestimentos metálicos, além de serem mais fáceis e rápidos de instalar e apresentarem uma redução significativa nos níveis de ruído, porém possuem um preço muito alto. Há relatos de aumento no consumo de corpos moedores em relação ao uso de revestimentos de Ni-hard. Além disso, o uso da borracha tem aplicação limitada para processos que envolvam o uso de reagentes e àqueles em que a temperatura de operação seja elevada, excedendo 80°C, não podendo, ainda, ser utilizado para moagem a seco. Possuem, também, maior espessura que os revestimentos metálicos, reduzindo a capacidade do moinho por apresentarem menor volume interno, o que para moinhos pequenos se torna um fator importante (Wills, et al., 2006).

Em casos especiais onde a contaminação por ferro dos corpos moedores e dos revestimentos não seja permitida, utilizam-se revestimentos cerâmicos (Chaves, et al., 2003).

Os revestimentos são produzidos em diferentes formas (Figura 3.4), aplicáveis ao tipo e tamanho do moinho, material a processar (dureza, tamanho), velocidade de operação, etc., utilizando-se, muitas vezes, ferramentas computacionais para simular o comportamento da carga nas diversas aplicações, visando selecionar a melhor configuração do revestimento, bem como estudar as suas diferentes alternativas, o consumo dos corpos moedores e o desempenho na moagem (Luz, et al., 2010).

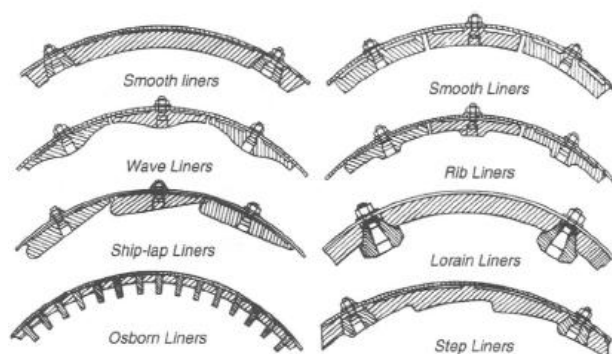


Figura 3.4 - Tipos de Revestimentos (Wills, et al., 2006)

O perfil do revestimento interno afeta sensivelmente a trajetória dos corpos moedores. As saliências (ou *lifters*, em inglês) servem para levantar as bolas, dando-lhes um

impulso ascendente (Chaves, et al., 2003). Desta forma, a escolha da configuração do revestimento é afetada pelas características da alimentação, bem como influencia no resultado do produto, através da dinâmica do movimento da carga durante a operação do moinho.

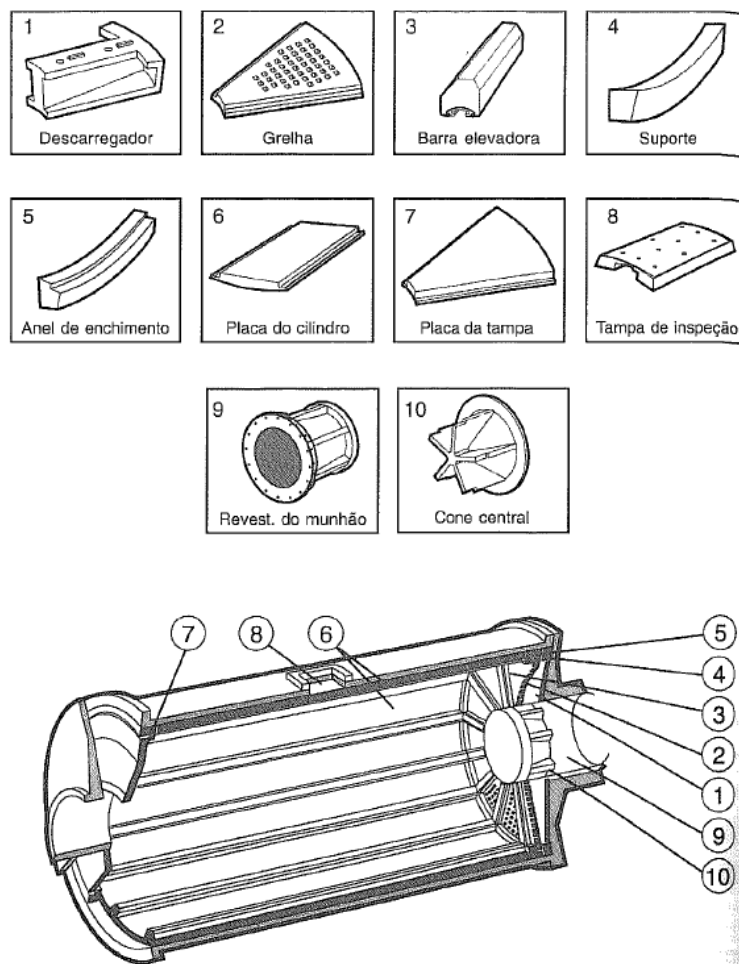


Figura 3.5 - Componentes do Revestimento (Metso, 2005)

### e) Acionamento

Existem dois tipos principais de acionamento para os moinhos de bolas atualmente: acionamento por coroa e pinhão (*ring drive*) e acionamento *gearless* (*ring motor*).

O acionamento por coroa e pinhão consiste na rotação do moinho através da engrenagem do pinhão com a coroa aparafusada em uma das extremidades do moinho, como mostrado na Figura 3.1Figura 3.6. O eixo do pinhão é movimentado através do motor principal por correias em V, em moinhos pequenos de até 180 kW (Wills, et al.,

2006). Para moinhos maiores, existem diferentes maneiras para realizar a transmissão do movimento, podendo ser através de redutor ligado diretamente ao moinho, onde o redutor é instalado entre o motor e a coroa, precisando de dois acoplamentos flexíveis; através de um motor de baixa velocidade conectado diretamente ao moinho, mediante acoplamentos flexíveis; e através de redutor mais acoplamento hidráulico, permitindo a partida do moinho à plena carga (Chaves, et al., 2003).

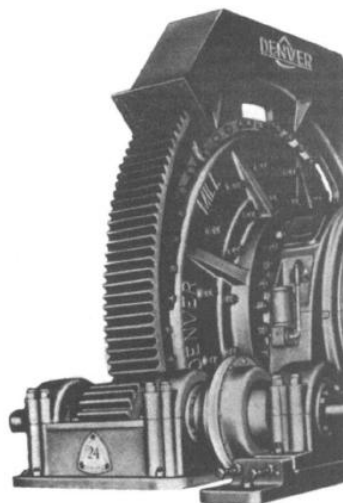


Figura 3.6 - Acionamento por coroa e pinhão no moinho de bolas (Wills, et al., 2006)

Motores síncronos de 150 a 250 RPM são ligados ao eixo por meio de acoplamentos flexíveis, enquanto motores assíncronos de 600 a 1000 RPM utilizam um redutor intercalado. Motores de indução e motores de gaiola podem ser utilizados quando não há necessidade de correção do fator de potência (Chaves, et al., 2003).

O acionamento *gearless* possui elementos do motor, responsáveis pela rotação do moinho, aparafusados à carcaça, além de um estator estacionário montado ao redor dos elementos de rotação e componentes eletrônicos para conversão da corrente de entrada de 50/60 Hz para aproximadamente 1 Hz. A carcaça se torna, na realidade, o elemento de rotação de um grande motor síncrono de baixa velocidade. A velocidade do moinho é variada pela mudança de frequência da corrente do motor, permitindo ajustes no rendimento do moinho à medida que há variação na moabilidade do minério (Wills, et al., 2006).

As principais vantagens do acionamento *gearless* são a capacidade de se variar a velocidade, o fim da limitação para o projeto de potências, elevada eficiência de acionamento, baixa necessidade de manutenção e menor espaço físico para instalação (Wills, et al., 2006).

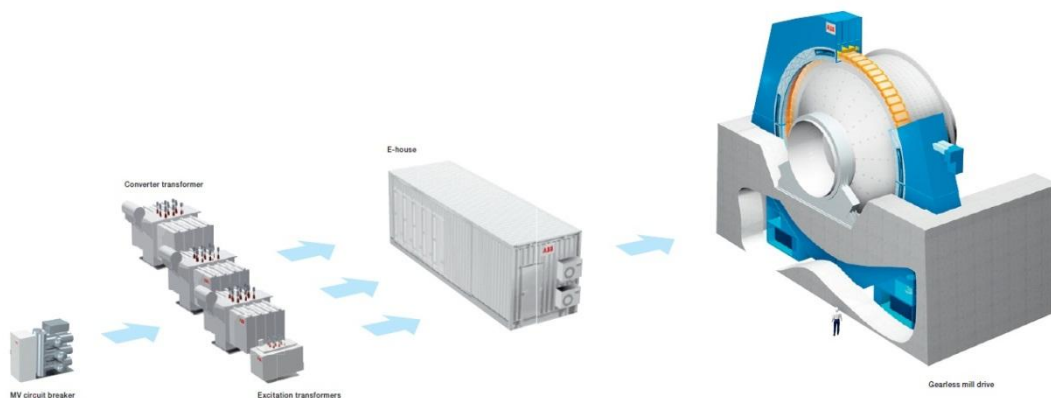


Figura 3.7 - Acionamento *Gearless* (ABB, 2010)

A montagem do acionamento, geralmente, é feita do lado oposto ao da alimentação, ou seja, do lado da descarga, para impedir que um eventual entupimento cause derramamento de polpa da alimentação sobre os componentes (Chaves, et al., 2003).

### 3.2.4 Características Operacionais

#### a) Processos de Moagem

A operação de moagem pode ser conduzida através de dois tipos de processo, via seca ou via úmida, determinado pelas características do material, pela operação subsequente ou por aspectos econômicos.

A moagem via seca é, normalmente, adotada para casos onde o minério não pode ser molhado, devido à reação com a água, ou quando a próxima etapa do processo é a seco, tornando-se economicamente inviável a secagem da polpa, ou quando a escassez de água torna o processo a úmido inviável. Conforme apresentado por Wills, et al. (2006), a moagem a seco causa menos desgaste nos revestimentos e nos corpos moedores, em consequência à formação de uma camada de minério que recobre os mesmos, resultando, também, na produção de mais partículas finas.

A moagem via úmida se caracteriza pela adição de líquido ao sólido, produzindo uma polpa, que irá compor a carga. A quantidade de água a ser adicionada é determinada conforme a densidade ou porcentagem de sólidos da polpa que se deseja utilizar no processo. Este tipo de moagem apresenta uma ação lubrificante, devido ao transporte hidráulico, levando a redução de potência, em torno de 23%, em relação à moagem a seco, como mostra Metso (2005). Entretanto, o consumo de revestimento é de 5 a 7 vezes maiores, em função do desgaste à corrosão e falta de recobrimento dos mesmos.

Moagem via úmida é, geralmente, a mais utilizada em operações de processamento mineral devido à economia global da operação. As vantagens deste tipo de processo, conforme apresentadas por Wills, et al. (2006), são:

- Menor consumo energético por tonelada de material;
- Maior capacidade por volume do moinho;
- Possibilidade do uso de peneiramento a úmido ou classificação para controle mais preciso do produto;
- Eliminação de problemas relacionados à poeira;
- Dissipa o calor gerado dentro do moinho;
- Possibilita o uso de meios de transporte de material mais simples, tais como bombas, tubulações e calhas.

#### **b) Tipos de Circuito**

A moagem pode ser conduzida em dois tipos de circuito, aberto ou fechado, determinado pela especificação granulométrica desejada do produto e/ou pela operação de classificação do material.

O circuito aberto se caracteriza por apenas uma passagem do material através do moinho, de forma que o produto atinja as especificações desejadas, não necessitando de classificação antes de passar para a próxima etapa do processo. Wills, et al. (2006) destacam que este tipo de circuito é raramente utilizado em processamento mineral, uma vez que não se tem controle da distribuição granulométrica do produto e, ainda, necessitar de uma taxa de alimentação baixa o bastante para garantir que todas as

partículas permanecerão tempo suficiente dentro do moinho para serem fragmentadas ao tamanho de produto desejado. Deste modo, o tempo de residência das partículas dentro do moinho é superdimensionado, levando à produção excessiva de finos e ao consumo desnecessário de energia.

O circuito fechado de moagem é aquele onde o produto passa por um equipamento de classificação e o material grosseiro (“oversize”) retorna ao moinho, quantas vezes forem necessárias para que se atinja a granulometria especificada. Deste modo, a alimentação total do moinho é composta por uma alimentação nova, que ainda não sofreu moagem, e por uma corrente de produto que ainda não alcançou o tamanho desejado e precisa passar novamente pelo moinho, chamada de carga circulante e expressa em porcentagem, em peso, da alimentação nova.

Na operação em circuito fechado, tem-se como objetivo remover do moinho, o mais rápido possível, aquelas partículas que já atingiram o tamanho desejado, reduzindo o tempo de residência das mesmas a cada passagem pelo moinho. Deste modo, há redução na sobremoagem, aumentando a energia disponível para a fragmentação efetiva das partículas (Wills, et al., 2006).

A moagem pode apresentar dois tipos de configuração para o circuito fechado (Figura 3.8): normal e reverso. Na configuração normal a alimentação nova é conduzida ao moinho e o circuito é fechado pelo equipamento de classificação. A configuração reversa possui o equipamento de classificação recebendo a alimentação nova e o moinho fechando o circuito.

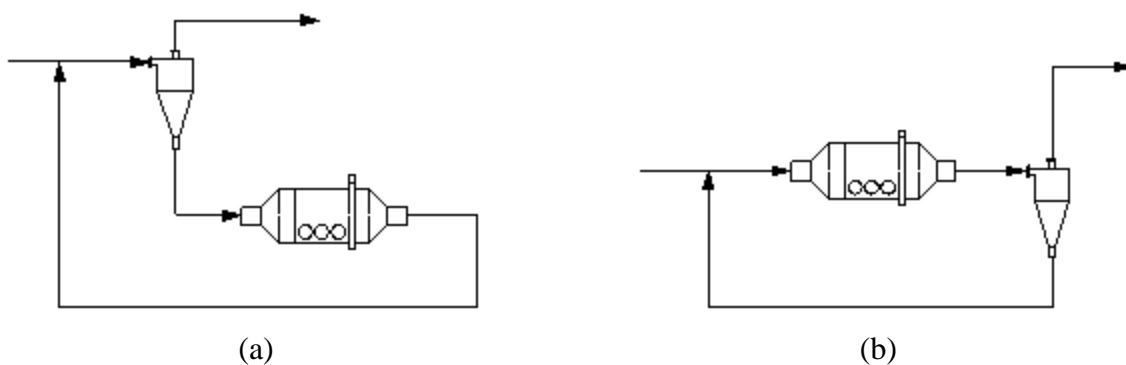


Figura 3.8 - Configurações de Circuitos de Fechados de Moagem: (a) reversos, (b) normais.

### c) Carga Circulante

A carga circulante é uma das variáveis operacionais mais importantes no processo de moagem. É definida em termos de porcentagem da alimentação nova, sendo composta pelo produto do moinho com tamanho de partícula maior que o desejado e que retorna ao mesmo para ter uma nova chance de sofrer fragmentação para atingir a granulometria requerida.

A alimentação total do moinho aumenta com o aumento da carga circulante, levando à diminuição do tempo de residência das partículas dentro do moinho. Wills, et al. (2006) argumentam que devido à diminuição do tempo de residência, a descarga do moinho torna-se mais grosseira, e que conseqüentemente, a corrente de “*underflow*” do classificador aumenta. Deste modo, mais partículas finas retornam à alimentação e a diferença entre o tamanho médio das partículas da alimentação e do produto diminui. Ainda, segundo Chaves, et al. (2003), o aumento da quantidade de partículas faz que o efeito da carga seja amortecido, gerando menos finos.

Alguns modelos para estimar a carga circulante foram propostos ao longo dos anos, conforme apresentado por Chaves, et al. (2003) e reproduzido aqui na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Modelos Teóricos para Estimação da Carga Circulante

<b>Circuito Fechado Normal</b>	<b>Circuito Fechado Reverso</b>
Proposto por AllisChalmers, em 1953: $S = \frac{100 - r}{e - r}$	Proposto por AllisChalmers, em 1966: $S = \frac{1}{y} \cdot \left[ \frac{100^3}{E} - 100 \cdot a \right]$
Proposto pela Faço, em 1966: $S = \frac{(100 - a) \cdot (100 - y)}{y \cdot (100 - s)} \cdot 100$	Proposto pela Faço, em 1966: $S = \frac{100 \cdot (100 - a)}{y \cdot (100 - s)} \cdot 100$
Proposto por Karra, em 1979: $S = \frac{100^3}{E \cdot y} - 100$	Proposto por Karra, em 1979: $S = \frac{100^3}{E} - 100 \cdot a$
Onde: <ul style="list-style-type: none"> <li>- S = Carga circulante;</li> <li>- r = porcentagem (%) de oversize no produto;</li> <li>- e = eficiência do equipamento de classificação;</li> <li>- y = porcentagem (%) de undersize no produto da moagem;</li> <li>- E = eficiência da separação de tamanhos;</li> <li>- a = porcentagem (%) de undersize na alimentação nova;</li> <li>- s = porcentagem (%) no oversize da peneira (underflow do classificador).</li> </ul>	

Como pode ser observado pelos modelos propostos, a eficiência da operação de classificação é determinante para a determinação da carga circulante, bem como a distribuição granulométrica da alimentação.

#### **d) Porcentagem de Sólidos na Polpa / Densidade da Polpa**

A densidade da polpa de alimentação deve ser a mais elevada possível, mas que permita o fluxo da mesma através do moinho. É essencial que os corpos moedores estejam cobertos com uma camada de minério, pois uma polpa muito diluída aumenta o contato entre as bolas, conseqüentemente aumentando o desgaste das mesmas e o seu consumo específico, além de reduzir a eficiência de moagem (Wills, et al., 2006).

Os moinhos de bolas devem operar com uma porcentagem de sólidos, em peso, em torno de 65% a 80%, dependendo do tipo de minério. A viscosidade da polpa aumenta

com a diminuição do tamanho das partículas, portanto, circuitos de moagem fina necessitam de polpas menos densas (Wills, et al., 2006).

#### **e) Corpos Moedores**

A eficiência de moagem depende da área superficial dos corpos moedores. Portanto, as bolas devem ter o menor tamanho possível e a carga deve ser graduada de modo que as bolas maiores sejam pesadas o suficiente para moer as partículas mais duras e com maiores tamanhos da alimentação. Uma carga sazoadada consiste de uma ampla faixa de tamanhos de bolas, sendo que as novas bolas a serem adicionadas para recompor a carga do moinho serão aquelas de maior tamanho. As bolas gastas de menor tamanho saem do moinho juntamente com o produto, e podem ser removidas do processo através de peneiras(Wills, et al., 2006).

O material de fabricação das bolas são, geralmente, ferro fundido ou aço forjado ou fundido, além de ligas metálicas. Seu consumo varia entre 0,1 a um pouco mais de 1,0 kg/t de minério, dependendo da dureza do minério e da qualidade da carga. A densidade média da carga das bolas é de 4.646 kg/m<sup>3</sup> para bolas de aço forjadas ou fundidas, ou 4.165 kg/m<sup>3</sup> para bolas de ferro fundido, como apresentado por Beraldo (1987).

Os tamanhos corretos para as bolas que compõem a carga do moinho são determinadas através de tentativa e erro, apesar de várias fórmulas terem sido propostas para determinar a relação entre o tamanho das bolas e o tamanho das partículas minerais. Normalmente, para moagem primária, utilizam-se bolas com tamanhos que variam entre 10 e 5 cm de diâmetro, enquanto para moagem secundária, utilizam-se bolas de 5 a 2 cm de diâmetro (Wills, et al., 2006).

Bond (1958) apresenta uma equação empírica (Eq. 1) para determinar o tamanho das bolas que compõem a carga, baseado no fato de que o tamanho dos corpos moedores é um dos principais fatores que afetam a eficiência e capacidade dos moinhos tubulares. O autor ainda enfatiza que, como princípio geral, o tamanho adequado das bolas de reposição da carga do moinho é aquele que irá quebrar a maior partícula da alimentação. Bolas muito grandes reduzem o número de contatos que geram quebra de partículas e aumentam a produção de partículas extremamente finas geradas por cada contato,

afetando a distribuição de tamanhos do produto; ainda, bolas muito pequenas diminuem a eficiência de moagem pelo contato com as partículas sem que as mesmas sofram fragmentação.

O modelo apresentado por Bond (1958) relaciona os principais fatores que influenciam na seleção dos tamanhos das bolas de reposição, levando-se em consideração a prática operacional. São eles:

- Distribuição granulométrica da alimentação, em  $\mu\text{m}$  (80% passante da alimentação) - F;
- Tipo de moagem – K (apresentado na Tabela 3.3);
- Work index da alimentação, em kWh/st -  $W_i$ ;
- Peso específico do minério - S;
- Porcentagem da velocidade crítica do moinho -  $C_s$ ;
- Diâmetro do moinho interno ao revestimento, em ft - D.

$$B = \left( \frac{F}{K} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{S \cdot W_i}{C_s \cdot \sqrt{D}} \right)^{1/3} \quad (\text{Eq. 1})$$

Onde, B = diâmetro da bola, em in.

Tabela 3.3 - Valores do Fator K para Moinhos de Bolas

Tipo de Moagem			Valores de K
Tipo de Processo	Tipo de Descarga	Tipo de Circuito	
Úmido	Overflow	Aberto	350
Úmido	Overflow	Fechado	350
Úmido	Diafragma	Aberto	330
Úmido	Diafragma	Fechado	330
Seco	Diafragma	Aberto	335
Seco	Diafragma	Fechado	335

Bond (1958) apresenta a proporção dos tamanhos das bolas que devem ser inseridas ao moinho no início da operação, sendo similar àquela encontrada quando a operação do moinho já tenha alcançado o equilíbrio, ou seja, a carga sazoadada (Tabela 3.4).

Tabela 3.4 - Carga Inicial de Equilíbrio, porcentagem em peso (Bond, 1958)

Diâmetro, pol./[mm]	Diâmetro de Reposição, pol./[mm]						
	4 <sup>1/2</sup> [115]	4 [100]	3 <sup>1/2</sup> [90]	3 [75]	2 <sup>1/2</sup> [65]	2 [50]	1 <sup>1/2</sup> [40]
4 <sup>1/2</sup> [115]	23,0	-	-	-	-	-	-
4 [100]	31,0	23,0	-	-	-	-	-
3 <sup>1/2</sup> [90]	18,0	34,0	24,0	-	-	-	-
3 [75]	15,0	21,0	38,0	31,0	-	-	-
2 <sup>1/2</sup> [65]	7,0	12,0	20,5	39,0	34,0	-	-
2 [50]	3,8	6,5	11,5	19,0	43,0	40,0	-
1 <sup>1/2</sup> [40]	1,7	2,5	4,5	8,0	17,0	45,0	51,0
1 [25]	0,5	1,0	1,5	3,0	6,0	15,0	49,0
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

#### f) Movimento da Carga dentro do Moinho

A rotação da carcaça do moinho leva ao movimento da carga em seu interior, responsável pelo processo de fragmentação das partículas. À medida que o moinho gira, a carga é levantada próximo à carcaça, devido à força centrífuga exercida sobre ela, até o ponto em que a força peso passa a ser predominante. Neste ponto, a carga é arremessada da parede da carcaça, em trajetória parabólica, podendo apresentar dois tipos de movimento, dependendo da velocidade de rotação do moinho (Figura 3.9): cascata ou catarata.

No movimento de cascata, as bolas rolam sobre a carga no sentido descendente, gerando a fragmentação das partículas por atrito. No movimento de catarata, as bolas são lançadas sobre a carga e a moagem é realizada, essencialmente, por impacto.

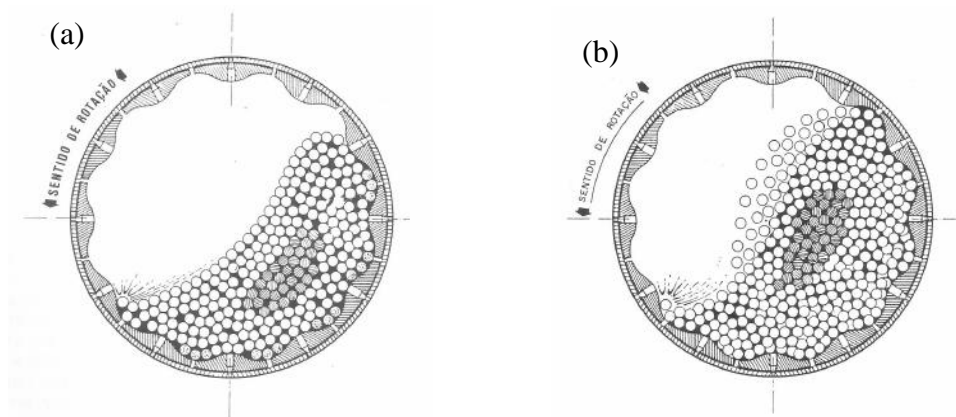


Figura 3.9 - Regimes de Moagem: (a) cascata; (b) catarata (Beraldo, 1987)

A carga apresenta três zonas de moagem durante a sua movimentação (Figura 3.10):

- Zona de cisalhamento, onde as bolas rolam umas sobre as outras em camadas concêntricas, através do próprio movimento individual das mesmas dentro do moinho. Nesta zona a quebra das partículas ocorre pelos mecanismos de compressão e cisalhamento.
- Zona de quebra, onde ocorre o movimento de cascata.
- Zona de impacto, em que a moagem ocorre pelo regime de catarata.

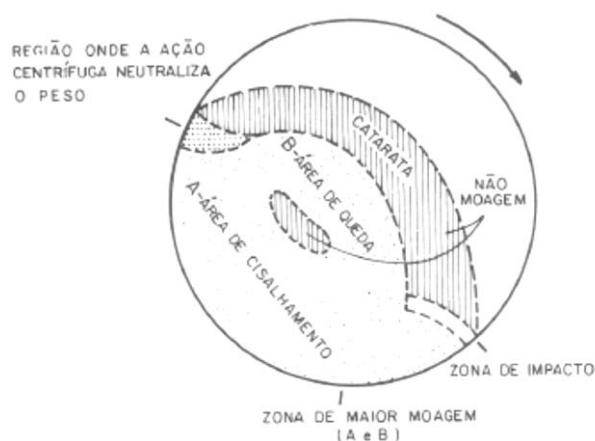


Figura 3.10 - Comportamento da carga de bolas (Beraldo, 1987)

Beraldo (1987) justifica que os moinhos normalmente operam entre 60 e 85% da velocidade crítica, ou seja, a velocidade de rotação em que a carga é centrifugada, devido à necessidade de se evitar o regime de cascata, uma vez que não há moagem propriamente dita neste tipo de movimento. Ainda, em velocidades mais altas, o regime

de cascata pode levar ao lançamento das bolas contra os revestimentos, aumentando o desgaste e o consumo de corpos moedores. Entretanto, velocidades mais baixas tendem a diminuir o efeito de moagem nas zonas de quebra e de impacto, resultando em uma operação de fragmentação essencialmente por atrito. Daí a importância de se determinar uma velocidade ótima de rotação do moinho, a fim de se maximizar a eficiência de moagem.

### **g) Velocidade de Operação**

Como apresentado anteriormente, a velocidade de operação do moinho é de fundamental importância para o processo de moagem, podendo-se reduzir o consumo de bolas, diminuir o desgaste dos revestimentos e determinar a granulometria do produto, através da geração de partículas mais finas ou mais grosseiras.

A velocidade de operação do moinho é dada em porcentagem da velocidade crítica, sendo esta última a velocidade com a qual a carga é centrifugada, aderindo-se à parede da carcaça, e determinada através da (Eq. 2):

$$N_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r}} \quad (\text{Eq. 2})$$

onde,  $N_c$  = velocidade crítica, em rpm

$g$  = aceleração da gravidade (9,8 m/s<sup>2</sup>)

$r$  = raio do moinho, em m

Conforme apresentado anteriormente, normalmente, a velocidade de operação do moinho varia entre 60 e 85% da velocidade crítica, podendo variar, em casos extremos, entre 50 e 90%. Luz, et al. (2010) alertam que velocidades altas aumentam a capacidade do moinho e realizam uma moagem mais grosseira, porém comprometem o seu desempenho (kWh/t). Ainda, velocidades baixas são usadas quando não é possível atingir a plena capacidade do moinho.

Tabela 3.5 - Velocidades recomendadas por Rowland (Beraldo, 1987)

Diâmetro Interno		Velocidade Recomendada (% velocidade crítica)
m	pés	
0,91 – 1,83	3 – 6	80 – 78
1,83 – 2,74	6 – 9	78 – 75
2,74 – 3,66	9 – 12	75 – 72
3,66 – 4,57	12 – 15	72 – 69
4,57 – 5,49	15 - 18	69 - 66

### h) Fator de Enchimento / Volume de Carga

O fator de enchimento do moinho representa o percentual do volume do moinho ocupado pelas bolas (considerando os espaços vazios entre as bolas), sendo expresso pela(Eq. 3):

$$F = 113 - 126 \cdot \frac{H}{D} \quad (\text{Eq. 3})$$

onde, F = fator de enchimento, em %

H = distância do topo do moinho ao topo da carga em repouso, em m

D = diâmetro do moinho, em m

A porcentagem da carga do moinho geralmente não excede 50% de volume. Na prática, os moinhos com descarga por overflow trabalham com fatores de enchimento que variam entre 30 e 45%, como apresentado na Tabela 3.6, a seguir.

Tabela 3.6 - Valores usuais de fator de enchimento dos corpos moedores (Luz, et al., 2010)

Tipo	Fator de Enchimento
Moinho de transbordo	45 a 30%
Moinho de grade	55 a 35%
Moinho de barras	40 a 22%

O volume de carga no moinho, como apresentado por Beraldo (1987), afeta diretamente a capacidade de moagem pela dependência da potência em função do grau de enchimento. Além disso, o volume da carga para uma dada velocidade de operação, também afeta o regime de moagem, onde para cargas mais altas o movimento de catarata é mais acentuado, influenciando, portanto, a distribuição granulométrica do produto.

O volume da carga influencia, também, a velocidade de quebra das partículas, sendo quase existe um ponto ótimo de grau de enchimento, onde o material ocupa em torno de 50 a 6% dos espaços vazios entre as bolas. Valores baixos e muito altos para o grau de enchimento reduzem a velocidade de quebra, devido ao choque entre as bolas e ao acolchoamento do choque das bolas, respectivamente.

### **3.3 Modelos para Cálculo de Potência de Moinhos Tubulares**

#### **3.3.1 Introdução**

O dimensionamento de moinhos tubulares se baseia na determinação da potência absorvida pelo processo de moagem e subsequente seleção do equipamento através de tabelas que correlacionam a potência do moinho ao seu diâmetro e comprimento nominais, além da velocidade de operação e fator de enchimento do mesmo.

Os diversos métodos de dimensionamento de moinhos desenvolvidos ao longo dos anos foram uma tentativa de se quantificar a energia requerida para a moagem das partículas através do estudo dos mecanismos de quebra e da observação de que esta energia seria inversamente proporcional ao diâmetro das partículas. A partir disto, chegaram-se à seguinte equação geral:

$$dE = -C \cdot \frac{dx}{x^n} \quad (\text{Eq. 4})$$

onde, E = energia requerida por unidade de massa

x = diâmetro da partícula

n = expoente indicativo da ordem do processo

C = constante relativa ao material

Fórmulas para a determinação da energia absorvida na moagem de minérios foram desenvolvidas, embora não sendo totalmente satisfatórias. Os trabalhos mais importantes são conhecidos como “Primeira, Segunda e Terceira Leis da Cominuição”, propostos, respectivamente, por Rittinger, em 1867, Kick, em 1885, e Bond, em 1952.

O maior problema na quantificação da energia de moagem, segundo Wills, et al. (2006), está no fato de que a maior parte desta energia é absorvida pelo próprio moinho, principalmente na geração de calor, e apenas uma pequena porção é utilizada para a fragmentação das partículas, representando cerca de 1% nos moinhos de bolas. Além disso, parte da energia é consumida no processo de mudança de forma, ou seja, no alongamento e contração das partículas, uma vez que se tratam de materiais plásticos, sem representar a formação de novas superfícies por quebra do minério.

### 3.3.2 Modelo de Rittinger

Von Rittinger, em 1867, apresentou a seguinte equação, mais conhecida como a “Primeira Lei da Cominuição”, baseando-se no fato de que a energia requerida é proporcional à área da superfície gerada:

$$E = C \cdot \left( \frac{1}{P} - \frac{1}{F} \right) \quad (\text{Eq. 5})$$

Onde, C = constante

P = diâmetro do produto

F = diâmetro inicial da partícula

O modelo de Rittinger pode ser obtido através da integração da equação geral da cominuição (Eq. 4), considerando n=2.

### 3.3.3 Modelo de Kick

Friedrich Kick propôs, em 1885, que o trabalho necessário à cominuição é proporcional à redução, em volume, das partículas. A partir disso, apresentou a seguinte fórmula para a energia de cominuição:

$$E = C \cdot \log \left( \frac{F}{P} \right) \quad (\text{Eq. 6})$$

Onde, C = constante

F = diâmetro inicial da partícula (alimentação)

P = diâmetro final da partícula (produto)

A razão F/P é comumente conhecida como relação de redução (Eq. 7), designada pela letra R.

$$R = \frac{F}{P} \quad (\text{Eq. 7})$$

A equação proposta por Kick, assim como a equação de Rittinger, pode ser obtida através da integração da equação geral da cominuição (Eq. 4). Neste caso, considera-se  $n=1$ .

### 3.3.4 Modelo de Bond

O modelo de Bond, ou “Terceira Lei da Cominuição”, afirma que o trabalho necessário à cominuição é proporcional à extensão da fratura produzida nas partículas, resultando na equação do índice de trabalho, apresentada a seguir:

$$W = \frac{10 \cdot W_i}{\sqrt{P}} - \frac{10 \cdot W_i}{\sqrt{F}} = 10 \cdot W_i \left( \frac{1}{\sqrt{P}} - \frac{1}{\sqrt{F}} \right) \quad (\text{Eq. 8})$$

Onde,  $W$  representa a energia necessária, em kWh, para reduzir 1 tonelada curta de minério de um tamanho da alimentação  $F$ , em  $\mu\text{m}$ , onde 80% passam, até um tamanho de produto  $P$ , em  $\mu\text{m}$ , onde 80% passam.

O índice de trabalho (*work index*),  $W_i$ , é um parâmetro relativo à resistência do material, que pode ser determinado através de testes operacionais ou de laboratório. Numericamente, o  $W_i$  é a energia necessária, em kWh, para reduzir 1 tonelada curta de minério de um tamanho de alimentação teoricamente infinito até um tamanho de produto onde 80% passam em 100  $\mu\text{m}$ .

Foi observado que, assim como os modelos de Rittinger e Kick, o modelo de Bond também pode ser obtido através da integração da equação geral da cominuição (Eq. 4), para o valor de  $n=1,5$ .

#### a) Teste de Impacto ( $W_i$ )

O teste de impacto de Bond se aplica para operações de cominuição mais grosseiras, especialmente para etapas de britagem.

O procedimento consiste na colocação de uma amostra de minério com tamanho entre 3 e 2 polegadas (75 e 50 mm) entre dois pesos iguais de 30 libras (13,6 kg), que oscilam sobre rodas. Quando as rodas são soltas os pesos atingem, simultaneamente, os lados opostos da menor porção da amostra. A altura da queda dos pesos é, sucessivamente, aumentada até que a amostra de minério quebre. A força de impacto, em lb-ft/in da espessura da amostra, é designada como  $C$ , e  $S_g$  é o peso específico do minério. O índice de impacto é encontrado através da média de dez fragmentações de amostras, onde:

$$W_i = 2,59 \cdot \frac{C}{S_g} \quad (\text{Eq. 9})$$

### **b) Teste do Índice de Trabalho ( $W_i$ ) para Moinhos de Barras**

A determinação do índice de trabalho para moinhos de barras foi proposta por Bond (1961).

O teste padronizado consiste na utilização de uma amostra de alimentação, britada abaixo de  $\frac{1}{2}$ ", onde uma massa correspondente ao volume de 1250 ml é medida em um cilindro graduado e classificada em peneiras.

A amostra é alimentada ao circuito fechado de moagem, a seco, com 100% de carga circulante. O moinho de barras utilizado possui as dimensões de 12 in de diâmetro e 24 in de comprimento, revestimento interno de ondas e equipado com contador de giros. O moinho opera a 46 rpm, com uma carga de seis barras de 1,25 in de diâmetro e duas barras de 1,75 in de diâmetro, todas com 21 in de comprimento e com peso total de 33.380 g.

A fim de se equalizar a segregação nas extremidades do moinho, são feitas oito revoluções na horizontal, seguida de uma revolução a +5 graus de inclinação, mais uma revolução a -5 graus, e oito revoluções na horizontal, continuamente, até que se complete o ciclo.

Testes são feitos para todas as aberturas de peneiras de 4 a 65 mesh. No fim de cada ciclo de moagem, o moinho é descarregado a 45° por 30 revoluções, e o produto é peneirado. O passante é pesado e o retido é adicionado à alimentação nova não segregada, para recompor a massa total da amostra original. Em seguida, a amostra é alimentada ao moinho, por um número de revoluções calculado para atingir uma carga circulante igual à massa da nova alimentação. Os ciclos de moagem são conduzidos até que a massa produzida por revoluções, passante na peneira, atinja o equilíbrio e reverta sua direção no sentido de aumentar ou diminuir.

O passante na peneira e a carga circulante são, então, analisados em peneiramento, e a média das três últimas massas de amostra por revolução ( $Grp$ ) representa o índice de moabilidade para o moinho de barras.

O índice de trabalho ( $W_i$ ) para o moinho de barras pode ser, então, calculado através da(Eq. 10):

$$W_i = \frac{62}{P_1^{0,23} \cdot Grp^{0,625} \cdot \left( \frac{10}{\sqrt{P}} - \frac{10}{\sqrt{F}} \right)} \quad (\text{Eq. 10})$$

Onde, F = tamanho da alimentação, em  $\mu\text{m}$ , onde 80% passam

$P_1$  = abertura da peneira de teste, em  $\mu\text{m}$

O valor de  $W_i$  calculado pela (Eq. 10), equivale à potência do motor de um moinho de barras de descarga por overflow com 8 ft de diâmetro interno, operando em circuito aberto por via úmida. Para moagem a seco, o índice de trabalho deve ser multiplicado por 1,30. O trabalho requerido deve ser multiplicado por  $(8/D)^{0,20}$ , onde D é o diâmetro interno aos revestimentos do moinho, em ft.

### c) Teste do Índice de Trabalho ( $W_i$ ) para Moinhos de Bolas

A determinação do índice de trabalho é feita a partir de um teste padronizado por Bond, apresentado no artigo *Crushing and Grinding Calculations*, em 1961.

A alimentação padrão é preparada através de um estágio de britagem, resultando em um produto onde 100% passam em uma peneira de 6mesh. Entretanto, alimentações mais finas podem ser utilizadas, quando necessário.

O produto da britagem é peneirado e empacotado por agitação em um cilindro graduado de 1000 ml. A massa referente ao volume de 700 ml é inserida no moinho, onde a moagem é conduzida em via seca com uma carga circulante de 250%.

O moinho a ser utilizado deve possuir as dimensões de 12 polegadas de diâmetro e 12 polegadas de comprimento, com extremidades arredondadas e revestimentos lisos, exceto por uma porta de inspeção de 4 polegadas x 8 polegadas para carregamento. O moinho é equipado com contador de giros e deverá operar a 70 rpm.

A carga de moagem consiste de 285 bolas de ferro, pesando 20.125 g e área superficial calculada de 842  $\text{pol}^2$ . A distribuição de bolas é apresentada na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 - Distribuição de Bolas para Carga do Moinho

Número de Bolas	Diâmetro, pol. (mm)
43	1.45 (36,8)
67	1.17 (29,7)
10	1 (25,4)
71	0.75 (19,0)
94	0.61 (15,5)

Testes são feitos com todos os tamanhos abaixo de 28 mesh. Após o primeiro período de moagem de 100 revoluções, o moinho é descarregado, a carga de bolas é separada por peneiramento, e o volume de 700 ml de material é analisado em peneiras com o tamanho de aberturas testadas. O passante é pesado e a alimentação nova não segregada é adicionada ao material retido para recompor a massa total da carga original.

Em seguida, esta carga é novamente enviada ao moinho, juntamente com as bolas, para ser moída pelo tempo de revoluções calculado até produzir uma carga circulante de 250%, para ser novamente descarregado e peneirado. O número de revoluções necessário é calculado a partir dos resultados do período anterior para produzir um passante na peneira igual a 1/3,5 da carga total do moinho.

Os ciclos de moagem são prosseguidos até que a taxa mássica de passante na peneira produzida por revoluções do moinho alcance o equilíbrio e reverta sua direção de aumentar ou diminuir. Então, o produto passante e a carga circulante são analisadas em peneiras e a média das três últimas taxas mássicas por revolução (Gbp) representa a moabilidade do moinho.

Quando  $F$  representa o tamanho, em  $\mu\text{m}$ , onde 80% das novas bolas de alimentação passam,  $P$  representa o tamanho, em  $\mu\text{m}$ , onde 80% do produto da peneira do último ciclo passam, e  $P_1$  é a abertura, em  $\mu\text{m}$ , da peneira testada, então o índice de trabalho do moinho de bolas  $W_i$  pode ser calculado a partir da (Eq. 11).

$$W_i = \frac{44,5}{P_1^{0,23} \cdot G_{bp}^{0,82} \cdot \left( \frac{10}{\sqrt{P}} - \frac{10}{\sqrt{F}} \right)} \quad (\text{Eq. 11})$$

O valor de  $W_i$  da (Eq. 11) deve estar de acordo com a potência do motor de um moinho de descarga por overflow de 8 pés de diâmetro interior, operando a úmido e circuito fechado. Para moagem a seco, o trabalho necessário deve ser, normalmente, multiplicado por 1,30. Entretanto, o recobrimento das bolas pelo minério e o empacotamento podem aumentar o trabalho requerido para moagens a seco.

O trabalho necessário deve ser multiplicado por  $(8/D)^{0,20}$ , onde D é o diâmetro interno aos revestimentos do moinho, em pés.

Em algumas situações em que o  $F_{80}$  é muito pequeno em relação ao  $P_{80}$ , e a razão de redução é menor que 6:1 devido às características próprias do material, o valor calculado pela equação convencional é demasiadamente elevado e difere do valor esperado para o minério e dos valores encontrados na bibliografia. Neste caso, o uso da (Eq. 12), proposta por Bond resulta em valores mais próximos dos esperados e encontrados na bibliografia para cada mineral (Bond, 1953).

$$W_{i\,mob} = \frac{16}{M_{ob}^{0,82}} \cdot \sqrt{\frac{A_m}{100}} \quad (\text{Eq. 12})$$

Onde:

$W_i$  = índice de trabalho, em kWh/t;

$M_{ob}$  = índice de moabilidade;

$A_m$  = abertura da malha de teste de classificação, em  $\mu\text{m}$ .

#### **d) Fatores de Correção**

Bond (1961) em seu trabalho para determinação da energia necessária à moagem, utilizou em seus testes circuitos padronizados, conforme apresentado na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 - Circuitos Padronizados Utilizados nos Testes de Bond

Descrição	Moinho de Barras	Moinho de Bolas
Diâmetro Interno, ft (m)	8 (2,44)	8 (2,44)
Tamanho da Alimentação, mm	13,2	3,35
Tipo de Circuito	Aberto	Fechado, com classificador espiral e carga circulante de 250%
Tipo de Processo	A úmido	A úmido

Fatores de correção (EF) para circuitos que não utilizam as condições apresentadas por Bond devem ser incluídos no cálculo da determinação da energia necessária à moagem. Alguns destes fatores de correção foram propostos pelo próprio Bond. Os demais foram apresentados por Rowland ao estudar a aplicabilidade do modelo de Bond.

$$W = 10 \cdot W_i \left( \frac{1}{\sqrt{P}} - \frac{1}{\sqrt{F}} \right) \cdot \prod_{i=1}^8 (EF_i) \quad (\text{Eq. 13})$$

A seguir, serão apresentados os fatores de correção ( $EF_i$ ) para os desvios em relação às condições de testes padronizados por Bond.

- $EF_1$  – Fator de correção para moagem a seco. Neste tipo de moagem, as partículas tendem a recobrir os corpos moedores, diminuindo seu grau de ação e, portanto, a eficiência de moagem. Para o cálculo da energia de moagem, considerar:
  - 1,0 – para moagem a úmido (conforme testes padrão de Bond);
  - 1,3 – para moagem a seco
- $EF_2$  – Fator de correção para circuito aberto em moinhos de bolas. Em circuito aberto, material grosseiro é descarregado como produto antes de atingir a granulometria requerida, diminuindo a eficiência da moagem. Para cálculo da energia requerida de moagem, considerar os valores apresentados na Tabela 3.9.

Tabela 3.9 - Fator de Ineficiência em Circuito Aberto – EF<sub>2</sub>

Referência de controle (% do produto menor que o nominal)	Multiplicador EF <sub>2</sub>
50	1,035
60	1,05
70	1,10
80	1,20
90	1,40
92	1,46
95	1,57
98	1,70

Obs: quando o valor de referência é desconhecido, considerar EF<sub>2</sub> = 1,20.

- EF<sub>3</sub> – Fator de correção para o diâmetro. A eficiência do moinho está varia com seu diâmetro interno. Este fator de correção se aplica a moinhos menores que o modelo padronizado nos testes de Bond, de 8ft de diâmetro. Moinhos maiores não necessitam de correção, mas podem ser corrigidos conforme necessidade.

Por se tratar de um fator dependente do diâmetro, só pode ser calculado após a definição de suas dimensões. Para cálculo da energia requerida de moagem, considerar o valor obtido da (Eq. 14). A Tabela 3.10 apresenta valores para o fator de correção de moinhos com tamanhos mais comercialmente utilizados.

$$EF_3 = \left( \frac{8}{D} \right)^{0.2} \quad (\text{Eq. 14})$$

Onde, D = diâmetro interno do moinho, em ft.

Tabela 3.10 - Fator de Correção do Diâmetro do Moinho. Adaptada de (Metso, 2005)

Diâmetro Interno do Moinho		Fator de Correção EF <sub>3</sub>
Interno à Carcaça, ft (m)	Interno ao Revestimento, ft (m)	
3,0 [0,914]	2,6 [0,790]	1,25
3,281 [1,000]	2,88 [0,880]	1,23
4,0 [1,220]	3,6 [1,100]	1,17
5,0 [1,520]	4,6 [1,400]	1,12
6,0 [1,830]	5,6 [1,710]	1,075
6,562 [2,000]	5,96 [1,820]	1,06
7,0 [2,130]	6,5 [1,980]	1,042
8,0 [2,440]	7,5 [2,290]	1,014
8,5 [2,590]	8,0 [2,440]	1,00 (base)
9,0 [2,740]	8,5 [2,590]	0,992
9,5 [2,900]	9,0 [2,740]	0,977
9,843 [3,000]	9,34 [2,850]	0,970
10,0 [3,050]	9,5 [2,900]	0,966
10,5 [3,200]	10,0 [3,050]	0,956
11,0 [3,350]	10,5 [3,200]	0,948
11,5 [3,510]	11,0 [3,350]	0,939
12,0 [3,660]	11,5 [3,510]	0,931
12,5 [3,810]	12,0 [3,660]	0,923
13,0 [3,960]	12,5 [3,810]	0,914
13,124 [4,000]	12,62 [3,850]	0,914

- EF<sub>4</sub> – Fator de correção para alimentação com tamanho excessivo. Uma alimentação mais grosseira necessita de corpos moedores maiores, o que resulta na maior dispersão destes últimos, reduzindo a eficiência de moagem. Para cálculo da energia requerida de moagem, considerar o valor obtido da(Eq. 15).

$$EF_4 = \frac{R_r + (W_i - 7) \cdot \left( \frac{F - F_o}{F_o} \right)}{R_r} \quad (\text{Eq. 15})$$

Onde,  $R_r$  = razão de redução, dada pela (Eq. 16)

$F_o$  = tamanho ótima da alimentação, dado pelas (Eq. 17) e (Eq. 18)

$$R_r = \frac{F}{P} \quad (\text{Eq. 16})$$

Para moinhos de barras, o tamanho ótimo da alimentação pode ser obtido pela equação a seguir:

$$F_o = 16.000 \cdot \sqrt{\frac{13}{W_i}} \quad (\text{Eq. 17})$$

Para moinhos de bolas, o tamanho ótimo da alimentação pode ser obtido pela equação a seguir:

$$F_o = 4.000 \cdot \sqrt{\frac{13}{W_i}} \quad (\text{Eq. 18})$$

- $EF_5$  – Fator de correção para a finura do material, para moinhos de bolas. Em casos onde o produto desejado na moagem é menor que 200 mesh (74  $\mu\text{m}$ ), são necessárias bolas com tamanhos economicamente inviáveis. Portanto, utilizam-se bolas maiores, com tamanhos econômicos, o que reduz a eficiência de moagem. Para cálculo da energia requerida de moagem, considerar o valor obtido da (Eq. 19), ou da Tabela 3.11.

$$EF_5 = \frac{P + 10,3}{1,145 \cdot P} \quad (\text{Eq. 19})$$

Onde,  $P$  = tamanho do produto 80% passante, em  $\mu\text{m}$ .

Tabela 3.11 - Fatores de Correção pra a Finura do Material. (Metso, 2005)

Produto 80% Passante, em $\mu\text{m}$	Fator de Correção $EF_5$
70	1,01
65	1,02
60	1,03
55	1,04
53 (270 mesh)	1,04
50	1,05
45 (325 mesh)	1,07
40	1,10
38 (400 mesh)	1,11
35	1,13
30	1,17
26 (500 mesh)	1,22
25	1,23
20	1,32
15	1,47
10	1,82

- $EF_6$  – Fator de correção para a relação de redução do moinho de barras. Para cálculo da energia requerida de moagem, considerar o valor obtido da(Eq. 20).

$$EF_6 = 1 + \frac{(R_r - R_{ro})^2}{150} \quad (\text{Eq. 20})$$

$$R_{ro} = 8 + \frac{5 \cdot L}{D} \quad (\text{Eq. 21})$$

Onde,  $R_r$  = razão de redução, dada pela (Eq. 16)

$R_{ro}$  = razão ótima de redução, dada pela(Eq. 21)

L = comprimento das barras, em ft

D = diâmetro interno ao revestimento do moinho, em ft

- $EF_7$  – Fator de correção para a relação de redução do moinho de bolas. Para cálculo da energia requerida de moagem, considerar o valor obtido da (Eq. 22).

$$EF_7 = \frac{R_r - 1,22}{R_r - 1,35} \quad (\text{Eq. 22})$$

Onde,  $R_r$  = relação de redução, dada pela (Eq. 16).

A (Eq. 22) é aplicável apenas para moinhos de bolas, onde a relação de redução é menor que 6:1.

- $EF_8$  – Fator de correção para eficiência do moinho de barras. A eficiência do moinho de barras fica comprometida, em função da presença de barras gastas e quebradas, além de variações no tamanho da alimentação. A Tabela 3.12 apresenta os valores para a correção da eficiência do moinho de barras, que devem se considerados para o cálculo da energia requerida de moagem.

Tabela 3.12 - Fator de Correção para a Eficiência do Moinho de Barras

Tipo de Circuito		$EF_8$
Circuito Aberto de moagem	Alimentação com origem em circuito aberto de britagem	1,4
	Alimentação com origem em circuito fechado de britagem	1,2
Circuito fechado de moagem de barras com moinho de bolas, sem equipamentos de classificação	Alimentação do moinho de barras com origem em circuito aberto de britagem	1,2
	Alimentação do moinho de barras com origem em circuito fechado de britagem	1,0

### 3.3.5 Comparação Entre os Métodos de Dimensionamento

Diversos estudos de comparação entre os modelos da cominuição, propostos por Rittinger, Kick e Bond, foram realizados, chegando-se à conclusão de que cada teoria apresenta melhor aplicabilidade em diferentes faixas de tamanhos de partículas. Deste modo, a equação proposta por Rittinger mostra-se mais adequada para moagens ultrafinas (partículas de 10 a 1000  $\mu\text{m}$  de diâmetro); a teoria de Kick apresenta melhores resultados para operações com partículas mais grosseiras (acima de 1 cm de diâmetro), principalmente para britagens; e o modelo de Bond possui melhor aplicabilidade para tamanhos intermediários de partículas, na faixa de operação de moinhos de barras e de bolas.

### 3.4 Modelos de Dimensionamento de Moinhos de Bolas

Atualmente, o modelo mais amplamente utilizado para a seleção e dimensionamento de moinhos de bolas é o modelo proposto por Bond, utilizando-se os fatores de correção de Rowland, apresentados no item 3.3.4.

Expressões simplificadas das equações de Bond e Rowland são apresentadas a seguir.

#### a) Equação de Bond

$$W = 7,33 \cdot A \cdot J \cdot \varphi_c \cdot (1 - 0,937 \cdot J) \cdot \left(1 - \frac{0,1}{2^{9-10 \cdot \varphi_c}}\right) \cdot \rho_b \cdot L \cdot D^{2,3} \quad (\text{Eq. 23})$$

Onde,  $A = 1$  para moagem a úmido em moinho por overflow;

$A = 1,16$  para moinho a úmido com grelha;

$A = 1,08$  para moagem a seco;

$D$  = diâmetro, em metros;

$L$  = comprimento, em metros;

$J$  = fração de enchimento de carga do moinho;

$\varphi_c$  = fração da velocidade crítica do moinho;

$\rho_b$  = densidade das bolas, em  $\text{g/cm}^3$ .

### b) Equação de Rowland

$$W_b = 4,879 \cdot D^{0,3} \cdot (3,2 \cdot 3 \cdot J) \cdot \varphi_c \cdot \left(1 - \frac{0,1}{2^{9-10 \cdot \varphi_c}}\right) + S \quad (\text{Eq. 24})$$

$$S = 1,102 \cdot \left(\frac{b - 12,5 \cdot D}{50,8}\right) \quad (\text{Eq. 25})$$

Onde,  $b$  = tamanho da bola de reposição, em polegadas;

$W_b$  = potência necessária por tonelada de bolas, em kW/t bolas.

À equação (Eq. 24), recomenda-se multiplicar o valor da potência por 1,16, para moagem a seco com diafragma no nível mais baixo, e por 1,08, para moagem a seco com diafragma no nível mais alto.

#### 3.4.1 Exemplo de Dimensionamento pelo Método de Bond

Dimensionar um moinho de bolas para a operação de moagem via úmida, em circuito fechado, processando 600 t/h de minério de cobre ( $W_i = 13,13$  kWh/st), com tamanho de alimentação ( $F_{80}$ ) de 2.000  $\mu\text{m}$ . O produto desejado é de 180  $\mu\text{m}$ .

##### – Determinação da Energia Requerida de Moagem

Pela (Eq. 8), calcula-se a energia de moagem.

$$W = 10W_i \left( \frac{1}{\sqrt{P}} - \frac{1}{\sqrt{F}} \right) = 10 \times 13,13 \times \left( \frac{1}{\sqrt{180}} - \frac{1}{\sqrt{2000}} \right) = 6,85 \text{ kWh/st}$$

Convertendo-se a potência requerida para a unidade de HP h/t, tem-se:

$$W = 6,85 \frac{\text{kWh}}{\text{st}} \times 1,1023 \frac{\text{st}}{\text{t}} \times 1,341 \frac{\text{HP}}{\text{kW}} = 10,13 \text{ HP h/t}$$

Para a alimentação de 600 t/h, tem-se que a energia necessária à moagem é:

$$W = 10,13 \frac{\text{HP h}}{\text{t}} \times 600 \frac{\text{t}}{\text{h}} = 6.075,34 \text{ HP}$$

### – Determinação dos Fatores de Correção

- EF<sub>1</sub> – não se aplica, pois a moagem é conduzida em via úmida;
- EF<sub>2</sub> – não se aplica, uma vez que o circuito de moagem é fechado;
- EF<sub>3</sub> – determinado após o cálculo preliminar da potência do moinho;
- EF<sub>4</sub> = 0,73

$$R_r = \frac{F}{P} = \frac{2000 \mu 0}{180 \mu 8} = 11,11$$

$$F_o = 4.000 \sqrt{\frac{13}{W_i}} = 4.000 \times \sqrt{\frac{13}{13,13 \text{ kWh/st}}} = 3.980,15 \mu\text{m}$$

$$EF_4 = \frac{R_r + (W_i - 7) \cdot \left( \frac{F - F_o}{F_o} \right)}{R_r} = \frac{11,11 + (13,13 - 7) \times \left( \frac{2.000 - 3.980,15}{3.980,15} \right)}{11,11} = 0,73$$

- EF<sub>5</sub> = 0,92

$$EF_5 = \frac{P + 10,3}{1,145 \cdot P} = \frac{180 + 10,3}{1,145 \times 180} = 0,92$$

- EF<sub>6</sub> – não se aplica a moinhos de bolas
- EF<sub>7</sub> = 1,01

$$EF_7 = \frac{R_r - 1,22}{R_r - 1,35} = \frac{11,11 - 1,22}{11,11 - 1,35} = 1,01$$

- EF<sub>8</sub> – não se aplica a moinhos de bolas

- $EF_1 = 0,68$

$$\prod_{i=1}^8 = 0,73 \times 0,92 \times 1,01 = 0,678$$

### – Cálculo da Potência Corrigida

Multiplicando-se a energia requerida de moagem pelos fatores de correção, obtém-se:

$$W = 6.075,34 \text{ hp} \times 0,68 = 4.121 \text{ hp}$$

### – Seleção do Moinho de Bolas

Através da Tabela 4.2, do ANEXO II, um modelo de moinho de bolas é selecionado a partir da potência requerida, calculada no item anterior.

Pode-se observar pela Tabela 4.2, que são necessários dois moinhos para processar a alimentação total de 600 t/h. Deste modo, cada moinho deve possuir uma potência unitária de 2.060,5 HP (4.121/2).

Os moinhos selecionados, pela tabela do fabricante, são do tipo descarga por “overflow” com 45% de grau de enchimento, de 15ft de diâmetro e 15ft de comprimento, com um motor de 1.893HP.

A partir do modelo selecionado, pode-se então calcular o fator de correção  $EF_3$ .

$$EF_3 = \left( \frac{8}{D} \right)^{0,20} = \left( \frac{8}{14,4} \right)^{0,20} = 0,89$$

A potência corrigida pelo fator de diâmetro passa a ser:

$$W = 2.060,5 \times 0,89 = 1833,85 \text{ HP}$$

### 3.5 Modelo do Balanço Populacional

A busca por modelos matemáticos para a simulação e controle dos circuitos de cominuição, com o objetivo de retratar a dinâmica destes processos e otimizá-los, levaram diversos pesquisadores ao desenvolvimento de modelos que se baseiam na distribuição de tamanhos das partículas e não apenas no tamanho de 80% passante, como o método desenvolvido por Bond.

Os diversos modelos, baseados no balanço populacional das partículas, definem o processo de moagem como resultado de subprocessos independentes e simultâneos, que produzem a distribuição de tamanhos dentro do moinho e o produto da moagem propriamente dito. São eles:

- Cinética de quebra
- Transporte no moinho ou movimento diferencial das partículas dentro do equipamento

A cinética de quebra se baseia em duas funções, de seleção e de quebra (ou de distribuição), que determinam, respectivamente, o quanto de cada fração granulométrica é selecionada para quebrar, e como se processará a quebra da parcela que foi selecionada para quebrar.

A função de seleção expressa o fato de que partículas de todos os tamanhos entram num processo de cominuição, e que cada uma delas possui uma probabilidade individual de ser cominuída e esta probabilidade varia em função do seu tamanho. Resulta, então que, durante o processo, uma certa proporção das partículas de cada fração granulométrica da alimentação é cominuída, enquanto que o restante atravessa o equipamento sem sofrer nada. Seu valor é determinado pela velocidade de desaparecimento de uma fração granulométrica da alimentação. (Chaves, et al., 2003)

A função de quebra mostra que cada fração de tamanhos é submetida a algum processo de seleção antes de sofrer o próximo estágio de cominuição. (Chaves, et al., 2003)

O transporte no moinho depende do tempo de residência das partículas dentro do moinho, e representa a relação entre o volume de polpa no moinho e a vazão de polpa.

O modelo do balanço populacional gera os dados de entrada para os modelos da classificação, o que permite sua aplicação na otimização do circuito de moagem, o que não é possível com o uso do modelo de Bond.

#### 4. CONCLUSÕES

Com este trabalho pode-se observar que o conhecimento das características construtivas dos moinhos de bolas, bem como suas variáveis operacionais, é de extrema importância para a seleção do melhor equipamento a ser utilizado. Desta forma, a escolha dos tipos de materiais a serem empregados para a construção da carcaça, dos revestimentos e dos corpos moedores, além da determinação da velocidade de operação, do fator de enchimento e das características da polpa, como a porcentagem de sólidos e sua densidade, é tão importante para a obtenção do produto desejado, quanto o correto dimensionamento do equipamento propriamente dito.

Pode-se concluir que os métodos para dimensionamento de moinhos de bolas ainda não são unanimidade entre a comunidade científica, tampouco para a realidade industrial. O modelo de Bond, mais utilizado em projetos para seleção de moinhos, ainda é uma aproximação teórica com aplicação limitada para uma faixa granulométrica. Por outro lado, o modelo do balanço populacional, com pouca aplicação prática no dimensionamento de moinhos, tem-se mostrado bastante promissor na simulação de circuitos de moagem, bem como uma ferramenta para a melhoria e otimização de processos.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ABB. 2010.** Go Gearless - Gearless Mill Drives. 2010.
- Beraldo, José Luiz. 1987.** *Moagem de Minérios em Moinhos Tubulares*. São Paulo : Edgard Blücher Ltda., 1987.
- Bond, F. C. 1953.** Work Indexes Tabulated. *AIME transactions*. 1953.
- Bond, Fred C. 1958.** Confirmation of The Third Theory. *AIME Trans*. Novembro, 1958, Vol. 217.
- . **1961.** Crushing and Grinding Calculations. *British Chemical Engineering*. Junho, 1961, Vol. 6, 6.
- Bond, Fred C. e Wang, Jen-Tung. 1950.** A New Theory of Comminution. *Mining Engineering - Transactions AIME*. Agosto, 1950, Vol. 187.
- Bond, Fred C. 1958.** Grinding Ball Size Selection. *Mining Engineering*. Maio, 1958.
- Charles, R. J. 1958.** Energy-Size Reduction Relationships in Comminution. *Mining Engineering*. Abril, 1958.
- Chaves, Arthur Pinto e Peres, Antônio Eduardo Clark. 2003.** *Teoria e Prática do Tratamento de Minérios - Volume 3*. São Paulo : Signus, 2003.
- Hukki, R. T. 1962.** Proposal for a Solomonic Settlement Between The Theories of Von Rittinger, Kick and Bond. *Transactions of the AIME*. 1962, Vol. 223.
- ITEP. 1980.** Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia, in Memoriam Professor Paulo Abib Andéry. Recife : Fundação Instituto Tecnológico do Estado de Pernambuco, 1980.
- Luz, Adão Benvindo da, França, Sílvia Cristina Alves e Sampaio, João Alves. 2010.** *Tratamento de Minérios*. Rio de Janeiro : CETEM, 2010.
- Metso. 2010.** *Basics in Minerals Processing*. 2010.
- . **2005.** *Manual de Britagem*. 2005.
- Valadão, George Eduardo Sales e Araújo, Armando Corrêa de. 2007.** *Introdução ao Tratamento de Minérios*. Belo Horizonte : Editora UFMG, 2007.
- Wills, Barry A. e Napier-Munn, Tim. 2006.** *Mineral Processing Technology - An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*. Burlington : Elsevier, 2006.

**ANEXOS**

ANEXO I - Características de Moinhos de Barras.....	57
ANEXO II - Características de Moinhos de Bolas.....	58
ANEXO III - Valores médios para o Índice de Trabalho de Bond ( $W_i$ ).....	59

## ANEXO I - CARACTERÍSTICAS DE MOINHOS DE BARRAS

Tabela 4.1 – Características de Moinhos de Barras. (Metso, 2005)

Diâmetro interno nominal		Comprimento nominal		Comprimento das barras (L)		L/D	Velocidade do moinho			Densidade aparente da carga de barras		Peso da carga de barras			Potência do moinho (HP)			Diâmetro (D) interno ao revestimento	
												T métrica			% volume da carga				
m	ft	m	ft	m	ft		rpm	% C <sub>s</sub>	fpm	kg/m <sup>3</sup>	lb/ft <sup>3</sup>	35%	40%	45%	35%	40%	45%	m	ft
0,91	3	1,22	4	1,07	3,5	1,4	36,1	74,5	284	5847	365	1,0	1,13	1,27	7	8	8	0,76	2,5
1,22	4	1,83	6	1,68	5,5	1,57	30,6	74,7	336	5847	365	2,24	2,58	2,9	23	25	26	1,07	3,5
1,52	5	2,44	8	2,29	7,5	1,67	25,7	71,2	363	5847	365	6,91	7,95	8,89	57	61	64	1,37	4,5
1,83	6	3,05	10	2,90	9,5	1,73	23,1	70,7	399	5847	365	13,1	15,0	16,8	114	122	128	1,68	5,5
2,13	7	3,35	11	3,20	10,5	1,62	21,0	69,9	428	5766	360	20,0	27,8	25,5	181	194	204	1,98	6,5
2,44	8	3,66	12	3,51	11,5	1,53	19,4	69,3	457	5766	360	29,0	33,2	37,4	275	295	310	2,29	7,5
2,59	8,5	3,66	12	3,51	11,5	1,44	18,7	69,0	470	5766	360	33,0	37,7	42,5	318	341	359	2,44	8,0
2,74	9	3,66	12	3,51	11,5	1,38	17,9	67,5	470	5766	360	36,0	41,1	45,5	344	369	388	2,55	8,35
2,89	9,5	3,96	13	3,81	12,5	1,41	17,4	67,6	483	5606	350	42,7	48,8	54,9	416	446	470	2,70	8,85
3,05	10	4,27	14	4,11	13,5	1,44	16,8	67,0	493	5606	360	51,5	59,0	63,8	507	544	572	2,85	9,35
3,20	10,5	4,57	15	4,42	14,5	1,47	16,7	66,4	501	5606	350	61,4	70,1	78,9	609	653	687	3,00	9,85
3,35	11	4,88	16	4,72	15,5	1,50	15,8	66,8	517	5606	350	72,5	82,8	93,5	735	788	823	3,15	10,35
3,51	11,5	4,88	16	4,72	15,5	1,43	15,5	66,6	528	5606	350	79,7	90,7	103	819	878	924	3,31	10,85
3,56	12	4,88	16	4,72	15,5	1,37	15,1	68,4	538	5606	350	82,7	99,8	112	906	972	1023	3,46	11,35
3,81	12,5	5,49	18	5,34	17,5	1,48	14,7	66,0	547	5446	340	104	119	134	1093	1173	1234	3,61	11,55
3,96	13	5,79	19	5,64	18,5	1,50	14,3	65,6	555	5446	340	120	137	154	1264	1356	1426	3,76	12,35
4,11	13,5	5,79	19	5,64	18,5	1,44	14,0	65,5	569	5446	340	130	146	165	1385	1486	1562	3,92	12,85
4,27	14	6,10	20	5,94	19,5	1,46	13,6	64,9	570	5446	340	147	169	190	1580	1695	1783	4,07	13,35
4,42	14,5	6,10	20	5,94	19,5	1,41	13,3	64,6	579	5446	340	159	181	204	1715	1840	1935	4,22	13,85
4,57	15,0	6,10	20	5,94	19,5	1,36	13,0	64,3	586	5446	340	171	194	219	1853	1988	2091	4,37	14,35

## ANEXO II - CARACTERÍSTICAS DE MOINHOS DE BOLAS

Tabela 4.2 – Características de Moinhos de Bolas. (Metso, 2005)

Diâmetro nominal		Comprimento nominal		Tamanho das bolas		Velocidade			Peso da carga de bolas			Potência do moinho (HP)						Diâmetro (D) interno ao revestimento	
									T métrica			Descarga “overflow”			Descarga diafragma				
									% volume da carga			% volume da carga			% volume da carga				
m	ft	m	ft	mm	in	rpm	% C <sub>s</sub>	fpm	35%	40%	45%	35%	40%	45%	35%	40%	45%	m	ft
0,91	3	0,91	3	50	2	38,7	79,9	304	0,68	0,77	0,87	7	7	7	8	8	9	0,76	2,5
1,22	4	1,22	4	50	2	32,4	79,1	356	1,77	2,02	2,28	19	20	21	22	24	25	1,07	3,5
1,52	5	1,52	5	50	2	28,2	78,1	399	3,66	4,19	4,71	42	45	47	49	52	54	1,37	4,5
1,83	6	1,83	6	50	2	25,5	78,0	441	6,56	7,50	8,44	80	85	89	93	99	103	1,68	5,5
2,13	7	2,13	7	50	2	23,2	77,2	474	10,7	12,3	13,8	137	145	151	158	168	175	1,98	6,5
2,44	8	2,44	8	50	2	21,3	76,1	502	16,2	18,6	21,0	215	228	237	249	265	275	2,29	7,5
2,59	8,5	2,44	8	50	2	20,4	75,3	513	18,5	21,1	23,8	250	266	277	290	308	321	2,44	8,0
2,74	9	2,74	9	50	2	19,7	75,0	526	23,5	26,9	30,2	322	342	356	373	397	413	2,55	8,5
2,89	9,5	2,74	9	50	2	19,15	75,0	541	26,4	30,1	33,9	367	390	406	425	453	471	2,71	9,0
3,05	10	3,05	10	50	2	18,65	75,0	557	32,7	37,3	42,0	462	491	512	535	570	593	2,89	9,5
3,20	10,5	3,05	10	50	2	18,15	75,0	570	36,1	41,4	46,5	519	552	575	602	640	667	3,05	10,0
3,35	11	3,35	11	50	2	17,3	72,8	565	43,0	49,2	55,4	610	649	676	708	753	784	3,17	10,4
3,51	11,5	3,35	11	50	2	16,75	72,2	574	49,1	54,0	60,6	674	718	747	782	832	867	3,32	10,9
3,66	12	3,66	12	50	2	16,3	71,8	584	56,4	64,4	72,5	812	864	900	942	1003	1044	3,47	11,4
3,81	12,5	3,66	12	50	2	15,95	71,8	596	61,4	70,2	79,0	896	954	993	1040	1106	1152	3,63	11,9
3,96	13	3,96	13	50	2	15,6	71,7	607	72,3	82,7	92,6	1063	1130	1177	1233	1311	1365	3,78	12,4
4,11	13,5	3,96	13	64	2,5	15,3	71,7	620	78,2	89,4	99,8	1189	1266	1321	1379	1409	1532	3,93	12,9
4,27	14	4,27	14	64	2,5	14,8	70,7	623	90,7	10,4	117	1375	1464	1527	1595	1699	1771	4,08	13,4
4,47	14,5	4,27	14	64	2,5	14,55	70,8	635	98,0	112	126	1492	1588	1656	1730	1842	1921	4,24	13,9
4,57	15	4,57	15	64	2,5	14,1	69,8	638	113,0	129	144	1707	1817	1893	1980	2107	2196	4,39	14,4
4,72	15,5	4,57	15	64	2,5	13,85	69,6	648	121,0	138	155	1838	1956	2037	2132	2234	2363	4,54	14,9
4,88	16	4,88	16	64	2,5	13,45	68,9	651	137,0	157	179	2084	2217	2309	2417	2521	2678	4,69	15,4
5,03	16,5	4,88	16	64	2,5	13,2	68,7	659	146,0	167	188	2229	2370	2468	2585	2750	2803	4,85	15,9
5,18	17	5,18	17	75	3	13,0	68,7	670	165,0	189	212	2595	2764	2883	3010	3206	3344	5,00	16,4
5,33	17,5	5,18	17	75	3	12,7	68,1	674	176,0	201	226	2750	2929	3053	3190	3397	3542	5,15	16,9
5,49	18	5,49	18	75	3	12,4	67,5	678	197,0	225	253	3077	3276	3414	3560	3800	3961	5,30	17,4

ANEXO III - VALORES MÉDIOS PARA O ÍNDICE DE TRABALHO DE BOND ( $W_i$ )

Tabela 4.3 - Work Index de Bond para Minerais Diversos(Metso, 2005)

Material	Índice de Trabalho ( $W_i$ )	Peso Específico Médio (Densidade Real dos Sólidos)
Ardósia	13,83	2,48
Andesita	22,13	2,84
Arenito	11,53	2,68
Barita	6,24	4,28
Basalto preto	21,10	2,86
Basalto	20,41	2,89
Bauxita	9,45	2,38
Clínquer de cimento	13,49	3,09
Matéria prima para indústria de cimento	10,57	2,67
Minério de cromo	9,60	4,06
Argila	7,10	2,23
Argila calcinada	1,43	2,32
Carvão	11,37	1,63
Coque	20,70	1,51
Coque de fluido de petróleo	38,60	1,63
Coque de petróleo	73,80	1,78
Minério de cobre	13,13	3,02
Coral	10,16	2,70
Diorita	19,40	2,78
Dolomita	11,31	2,82
Esmeril	58,18	3,48
Feldspato	11,67	2,59
Espatofluor	9,76	2,98
Ferro-cromo	8,87	6,75
Ferro-manganês	7,77	5,91
Ferro-silício	12,83	4,91
Gabro	18,45	2,83
Galena	10,19	5,39
Granada	12,37	3,30
Gnaisse	20,13	2,71
Granito	14,39	2,68
Grafite	45,03	1,75
Gravilha	25,17	2,70
Pedra de gesso	8,16	2,69
Ilmenita	13,11	4,27
Minério de ferro	15,44	3,96
Hematita	12,68	3,76
Hematita-especular	15,40	3,29
Hematita-oolítica	11,33	3,32
Hematita-limenita	8,45	2,53
Hematita-magnetita	10,21	3,88
Hematita-taconita	14,87	3,52
Minério de ouro	14,83	2,85
Cianita	18,87	3,23
Escória	15,76	2,93
Escória de alto-forno	12,16	2,39
Minério de chumbo	11,40	3,44

Material	Índice de Trabalho ( $W_i$ )	Peso Específico Médio (Densidade Real dos Sólidos)
Minério de chumbo e zinco	11,40	3,44
Calcário	11,61	2,69
Calcário para cimento	10,18	2,68
Minério de manganês	12,46	3,74
Magnesita calcinada	16,80	3,22
Molibdênio	12,97	2,70
Minério de níquel	11,88	3,32
Fertilizante de fosfato	13,03	2,65
Rocha fosfática	10,13	2,66
Minério de potássio	8,88	2,37
Sal de potássio	8,23	2,18
Pedra-pomes	11,93	1,96
Minério de pirita	8,90	3,48
Minério de pirronita	9,57	4,04
Minério de prata	17,30	2,72
Quartzito	12,18	2,71
Quartzo	12,77	2,64
Minério de Rutilo	12,12	2,84
Sílica	13,53	2,71
Areia de sílica	16,46	2,65
Carboneto de silício	26,17	2,73
Sínter	8,77	3,00
Silicato de sódio	13,00	2,10
Minério “Spodumene”	13,70	2,75
Sienita	14,90	2,73
Telha (cerâmica)	15,53	2,59
Minério de estanho	10,81	3,94
Minério de titânio	11,88	4,23
Minério de urânio	17,93	2,70
Vidro	3,08	2,58
Xisto	16,40	2,58
Xisto betuminoso	18,10	1,76
Minério de zinco	12,42	3,68