



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS A
EVENTOS DISCRETOS VIA REDES DE PETRI
ESTOCÁSTICAS: APLICAÇÃO EM MINERAÇÃO

CESAR MONTEIRO RIBEIRO

BELO HORIZONTE - MG

JUNHO/2015

CESAR MONTEIRO RIBEIRO

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS A
EVENTOS DISCRETOS VIA REDES DE PETRI
ESTOCÁSTICAS: APLICAÇÃO EM MINERAÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: DR. ADRIANO CHAVES LISBOA
COORIENTADOR: PROF. DR. CARLOS ANDREY MAIA

Belo Horizonte

Junho de 2015


**"Modelagem e Simulação de Sistemas a Eventos Discretos Via
Redes de Petri Estocásticas: Aplicação Em Mineração"**

Cesar Monteiro Ribeiro


Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 15 de junho de 2015.

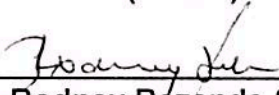
Por:



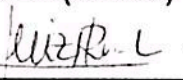
Dr. Adriano Chaves Lisboa
P&D (ENACOM)



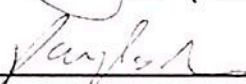
Prof. Dr. Carlos Andrey Maia
DEE (UFMG)



Prof. Dr. Rodney Rezende Saldanha
DEE (UFMG)



Prof. Dr. Luiz Ricardo Pinto
DEP (UFMG)



Dr. Douglas Alexandre Gomes Vieira
P&D (ENACOM)

Agradecimentos

A minha esposa Camila pelo amor e compreensão. A minha filha Clarice ainda pequena foi minha colega nos estudos.

Agradeço a toda a minha família pelo carinho e incentivo.

Ao meu orientador Adriano pela sua paciência, disponibilidade e as constantes aulas de programação.

Ao prof. Carlos Andrey, meu coorientador, pelo incentivo e apoio.

Ao prof. Rodney, ao Douglas pelo incentivo. Aos colegas Roberto e Arlindo pelos conhecimentos compartilhados.

Resumo

Alguns processos operacionais de ambientes produtivos são caracteristicamente complexos, principalmente devido à sua natureza dinâmica que muda seu estado ao longo do tempo e à sua natureza estocástica que é determinada por variáveis com incerteza associada. Um sistema a eventos discretos é um sistema dinâmico que evolui com a ocorrência de eventos em intervalos de tempo em geral irregulares e incertos, se mostrando adequado para modelar processos operacionais. Dentre as técnicas de sistema a eventos discretos, as redes de Petri se apresentam como uma forma elegante de modelagem, cuja simulação é simples e direta, além de possuírem especificação formal bem estabelecida e serem largamente difundidas. São indicadas para modelagem de sistemas que tenham atividades paralelas, concorrentes, assíncronas e não determinísticas. Neste trabalho, os conceitos de redes de Petri foram utilizados para modelar e simular os processos de operações de carregamento e transporte para uma mina a céu aberto. Foram desenvolvidos 2 modelos de redes de Petri diferentes. Os modelos seguiram uma ordem cronológica na evolução do trabalho, apresentando um crescimento na complexidade e na acurácia. O primeiro modelo, e o mais simples, foi construído com apenas 43 lugares, 38 transições e 113 arcos. O segundo modelo, o mais completo, que possui características de uma rede de Petri colorida, foi construído com 255 lugares, 170 transições e 606 arcos. Na instância testada com valores realistas, a carga e descarga representam cerca de 60% do valor de produtividade da mina e as paradas operacionais e paradas para manutenção respondem por cerca de 40%. O simulador demonstrou ser cerca de três vezes mais rápido para apresentar os resultados da simulação quando comparado ao modelo de referência feito em SIMAN. A convergência da produtividade em função do tempo foi atingida nos primeiros segundos da simulação e os resultados da produção apresentaram erros abaixo de 4%.

Palavras-chave: simulação de sistemas a eventos discretos, redes de Petri, mineração a céu aberto.

Abstract

Some operational production processes are typically complex, mainly because of their dynamic nature, that changes their state over time, and their stochastic nature, which is determined by variables associated with uncertainty. A discrete event system is a dynamic system that evolves with the occurrence of events at intervals generally irregular and uncertain, being suitable to model operational processes. Among the techniques of discrete event system, Petri nets are an elegant way of modeling, whose simulation is simple and direct, besides having a well-established formal specification and being widely disseminated. They are suitable for modeling systems that have parallel concurrent asynchronous non-deterministic activities. In this work, the concepts of Petri nets were used to model the operations of loading and hauling mining processes of an open pit mine. Two different Petri net models have been developed in this work. The models follow a chronological order in the work evolution, showing an increasing level of complexity and accuracy. The first model has only 43 places, 38 transitions and 113 arcs. The fourth model, the most complete, which has characteristics of a colored Petri net, has 255 places, 170 transitions and 606 arcs. In an instance with realistic values, the loading/unloading and hauling represent about 60% of the mine productivity value and operational stops and maintenance represent about 40%. The simulator shown to be approximately three times faster than the reference model constructed in SIMAN. The productivity measure converges in the first seconds of simulation. Production results presented errors below 4%.

Keywords: discrete event system simulation, Petri nets, open mine pit.

Lista de Figuras

1.1	Representação simulação e otimização.	2
2.1	Carregamento e transporte em uma mina a céu aberto.	9
2.2	Os tempos para carga do caminhão são representados pelo histograma, curva de valores discretos. Podem ser aproximados por uma distribuição de probabilidade Erlang ou beta, curva de valores contínuos.	10
2.3	As cargas do caminhão são representados pelo histograma, curva de valores discretos. Podem ser aproximados por uma distribuição de probabilidade normal, curva de valores contínuos.	11
2.4	Elementos básicos de um DCA.	14
2.5	Fluxo resumido do método de 3 fases.	15
3.1	Grafo de uma rede de Petri composta de 2 lugares (círculos) e 1 transição (retângulo).	20
3.2	Transição habilitada (esquerda) e estado depois do disparo (direita).	21
3.3	Exemplo de rede de Petri.	22
3.4	Estado de manhã.	23
3.5	Estado de tarde.	23
3.6	Estado de noite.	24
3.7	Rede \mathcal{R} marcada.	27
3.8	Grafo das marcações acessíveis.	28
4.1	Modelo M1 para carga descarga com paralelismo.	32
4.2	Rede de Petri do bloco de manobra em praça.	34
4.3	Rede de Petri do bloco de equipamento (carregadeira e britador).	34
4.4	Rede de Petri do bloco de percurso.	35
4.5	Solução com arco inibidor e rede equivalente sem ele.	36
4.6	Rede de Petri do bloco de manutenção e paradas operacionais.	43
4.7	Modelo M2 para carga e descarga com paralelismo completo e paradas.	44

4.8	Função p de distribuição de probabilidades delta de Dirac definindo um valor constante α para o período v entre habilitação e disparo de uma transição.	45
4.9	Função p de distribuição de probabilidades triangular no intervalo $[a, b]$ com moda c para o período v entre habilitação e disparo de uma transição.	45
4.10	Função p de distribuição de probabilidades normal com média μ e desvio padrão σ para o período v entre habilitação e disparo de uma transição.	45
5.1	Produtividade por caminhão e produção total mensal para o modelo M1.	49
5.2	Comparação do simulador SIMAN (Arena) com redes de Petri (M2) para produções mensais.	51
5.3	Comparação entre produção estimada e simulada com rede de Petri.	52
5.4	Erros relativos dos modelos M1, M2 com o modelo de referência.	52
5.5	Produtividade entre os modelos em função do número de caminhões.	53
5.6	Convergência da produtividade com o SIMAN (Arena) em função do tempo de modelo (acima) e tempo de simulação (abaixo).	55
5.7	Convergência da produtividade com a rede de Petri em função do tempo de modelo (acima) e tempo de simulação (abaixo).	55
5.8	Comparação da convergência do SIMAN (Arena) e do modelo em rede de Petri no tempo do modelo.	56
5.9	Comparação da convergência do SIMAN (Arena) e do modelo em rede de Petri no tempo da simulação.	56
5.10	Convergência da produtividade com o SIMAN (Arena) em função do tempo de modelo (acima) e tempo de simulação (abaixo).	57
5.11	Convergência da produtividade com a rede de Petri em função do tempo de modelo (acima) e tempo de simulação (abaixo).	57
5.12	Comparação da convergência do SIMAN (Arena) e do modelo em rede de Petri no tempo do modelo.	58
5.13	Comparação da convergência do SIMAN (Arena) e do modelo em rede de Petri no tempo da simulação.	59
5.14	Convergência no tempo do modelo (acima) e convergência no tempo de simulação (abaixo) para 1 caminhão.	59
5.15	Convergência no tempo do modelo (acima) e convergência no tempo de simulação (abaixo) para 2 caminhões.	60
5.16	Convergência no tempo do modelo (acima) e convergência no tempo de simulação (abaixo) para 3 caminhões.	60
5.17	Convergência no tempo do modelo (acima) e convergência no tempo de simulação (abaixo) para 4 caminhões.	61

5.18	Convergência no tempo do modelo M2 em função do número de caminhões.	61
5.19	Convergência no tempo de simulação M2 em função do número de caminhões.	62
A.1	Diagrama completo modelo M1 para 8 caminhões.	72
A.2	Diagrama completo modelo M2 para 4 caminhões.	75

Lista de Tabelas

4.1	Resumo dos modelos de redes de Petri	31
4.2	Temporização das transições.	37
4.3	Temporização das transições para cálculo de tempo do ciclo.	41
5.1	Parâmetros das distribuições de probabilidades.	48
5.2	Parâmetros de temporização das transições para cálculo de tempo do ciclo do modelo M1.	49
5.3	Comparação do simulador SIMAN (Arena) com redes de Petri (M1) para produções mensais.	50
5.4	Comparação do simulador SIMAN (Arena) com redes de Petri (M2) para produções mensais.	51
5.5	Comparação entre os modelos M1, M2	52
5.6	Intervalos de confiança construídos para o M1.	53
5.7	Intervalos de confiança construídos para o M2.	53
5.8	Modelo 1 - simulado com valores estocásticos e valor médio para produções mensais.	54
A.1	Arcos de lugar para transição modelo M1	73
A.2	Arcos de transição para lugar modelo M1	73
A.3	Matriz de incidência modelo M1.	74
A.4	Arcos de lugar para transição modelo M2	76
A.5	Arcos de transição para lugar modelo M2	76
A.6	Matriz de incidência modelo M2 para o primeiro caminhão	77

Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
1 Introdução	1
1.1 Contexto e motivação do trabalho	1
1.2 Objetivo	3
1.3 Publicações	3
1.4 Organização do Trabalho	4
2 Simulação	7
2.1 Simulação de Sistemas a Eventos Discretos	7
2.2 Simulação de Minas	8
2.2.1 Modelo de Minas	9
2.3 Abordagens para Simulação de Minas	11
2.4 Modelos analíticos	11
2.5 Teoria de filas	12
2.6 Lógica nebulosa	13
2.7 Redes neurais	13
2.8 Simulação de eventos discretos	13
2.8.1 Diagrama de ciclos de atividade e método de três fases	14
2.8.2 Redes de Petri	15
3 Redes de Petri	19

3.1	Conceitos e blocos funcionais	20
3.2	Simulação com redes de Petri	21
3.2.1	Formulação matemática	21
3.2.2	Exemplo de uma simulação passo a passo	23
3.2.3	Pseudocódigo	25
3.3	Propriedades das redes de Petri	26
3.4	Classes das rede de Petri	29
4	Modelo da mina	31
4.1	Modelo M1 - Carga e descarga com paralelismo	33
4.2	Modelo do bloco de praça	33
4.3	Modelo do bloco de equipamento	33
4.4	Modelo do bloco de percurso	35
4.5	Bloco das paradas	36
4.6	Modelo M2 - Carga e descarga com paralelismo completo e paradas	39
4.7	Bloco dos recursos compartilhados	40
4.8	Limites na produção	40
4.9	Intervalo de confiança	42
5	Resultados	47
5.1	Parâmetros do modelo	47
5.2	Análise dos limites na produção	48
5.3	Análise de erro entre abordagens	50
5.3.1	Modelo M1	50
5.3.2	Modelo M2	50
5.4	Análise de erro entre modelos da rede de Petri	51
5.5	Análise de erro entre modelos estocásticos e determinísticos	54
5.6	Análise de convergência	54
5.6.1	Análise de convergência entre abordagens sem paradas	54
5.6.2	Análise de convergência entre abordagens com paradas	57
5.6.3	Análise de convergência entre os modelos da rede de Petri	58
5.6.4	Análise de convergência em função do número de caminhões	59
6	Conclusão	63
	Referências Bibliográficas	65
	Apêndice A Detalhamento dos Modelos	71

Capítulo 1

Introdução

A necessidade por eficiência no ambiente produtivo é uma busca constante uma vez que o mercado está cada vez mais competitivo, e os custos associados a produção estão sempre aumentando. As empresas de sucesso veem procurando alternativas para redução de custos e aumento da produção. A simulação se mostra como uma ferramenta de suporte a tomada de decisão dos gestores, pois permite avaliar os processos de um ambiente de produção em um ambiente virtual, reduzindo tempo e custos associados a testes que seriam realizados na operação.

Uma mina a céu aberto é uma mina onde a extração de minério ocorre na superfície. Nos processos operacionais da mineração, grande parte dos recursos: carregadeiras, britadores, vias de acessos são compartilhados, um modelo de simulação pode ser construído para reproduzir a operação desse ambiente visando a obter o melhor desempenho operacional.

1.1 Contexto e motivação do trabalho

Simulação é uma ferramenta que responde a perguntas do tipo “o que ocorre se?”. No contexto da mineração poderíamos ter perguntas como: Qual seria a produção de uma mina se substituirmos os caminhões por outros de maior capacidade de carga? Ou, se em um dia de chuva, os caminhões tivessem a sua velocidade reduzida, qual seria a produção da mina?

Neste sentido, a simulação é uma ferramenta avaliadora de soluções, e não geradora de soluções. Observamos que com o uso de simulação, é possível prever situações sem a necessidade de implementação prática. No entanto, cada modificação no modelo de simulação implica em um novo cenário. Em alguns casos o número de cenários a serem simulados é tão grande que inviabiliza a sua simulação.

Ribeiro [2013] e de Castro [2014] apresentam um estudo para o problema de escolha de portfólio de investimento de uma empresa mineradora. Foi disponibilizado pela empresa uma carteira de vários projetos que compõem o portfólio de projetos de investimentos. O objetivo do trabalho é determinar a melhor combinação de projetos que, respeitando o orçamento estabelecido, maximize algum índice como a produção total da mina ou produtividade dos caminhões que são calculados através de simulação.

Neste contexto temos um problema de simulação e otimização, ou seja, é um problema típico de otimização em que a função objetivo, as restrições ou ambas são respostas que somente podem ser avaliadas pela simulação computacional [Chwif & Medina, 2007], conforme ilustrado na Figura 1.1.

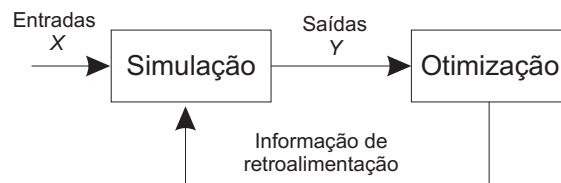


Figura 1.1. Representação simulação e otimização.

Tendo uma condição inicial X , o procedimento de otimização atuará interativamente com o modelo de simulação, fornecendo os valores das variáveis a serem simuladas e recebendo do modelo de simulação o valor da função objetivo Y . O procedimento de otimização parará quando algum critério for satisfeito. O resultado final deste procedimento são os valores ótimos ou sub ótimos das variáveis de interesse do modelo de simulação.

De uma forma geral, os softwares comerciais de simulação apresentam altos custos, são dependentes de sistemas operacionais, e não apresentam claramente os algoritmos de simulação implementados. Assim, a motivação para desenvolvimento do trabalho foi reproduzir o mesmo modelo de carregamento e transporte apresentado em Ribeiro [2013] e de Castro [2014] utilizando outra ferramenta de sistemas a eventos discretos. Construindo um simulador simples, independente de linguagem de programação e plataforma. De forma a permitir comparações entre o simulador construído e o modelo de referência Arena adotado. Em fase futura, o simulado será integrado a uma solução simulação e otimização.

Este trabalho de simulação aplicada aos processos de carregamento e transporte de uma mina a céu aberto é para parte integrante do projeto intitulado “Priorização de Portfólio de Investimento Corrente”, parceria entre a UFMG e empresa ENACOM para a mineradora VALE S/A.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é estudar redes de Petri, uma ferramenta de simulação de sistemas a eventos discretos, e sua aplicação à modelagem e simulação de processos de carregamento e transporte de uma mina a céu aberto.

1.3 Publicações

Até o presente momento, duas publicações foram geradas::

1. [Ribeiro et al., 2015a] On using petri nets to model and simulate process with uncertainty. *1st Pan-American Congress on Computational Mechanics. Buenos Aires, Argentina*, p. 1578-1586.
2. [Ribeiro et al., 2015b] Modelagem e simulação de mina a céu aberto utilizando rede de petri. *XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - Porto de Galinhas, Pernambuco*.

A primeira publicação foi apresentada no congresso PANACM2015 na Argentina. Discute os conceitos de redes de Petri, descreve a solução adotada para modelar e simular os processos de carregamento e transporte para uma mina a céu aberto. A segunda, foi aceita e será apresentada no XLVII SBPO que acontecerá em agosto de 2015. Acrescenta à primeira publicação um maior detalhamento do modelo, como paralelismo nos processos. Apresenta medidas de produtividade da mina para cenários simulados com vários caminhos.

A quantidade de trabalhos que aplicam redes de Petri a modelagem e simulação de minas a céu aberto é pequena. Desta forma as duas publicações trazem importantes contribuições para a área de simulação e se destacam dos demais trabalhos pesquisados.

Prata et al. [2005] apresentam um estudo de modelagem via redes de Petri ao processo de operação carregadeira-caminhão. A estratégia adotada foi de atribuir pesos aos arcos que modelam os processos de carregamento. Dessa forma foi obtida a carga a ser transportada por cada caminhão em cada ciclo. Outra solução para a carga do caminhão foi construída neste trabalho. Consiste da combinação de duas funções de disparo para as ações (transições) que modelaram a carga e o tempo de carga do caminhão.

Konyukh & Davidenko [1999] utilizam redes de Petri para modelar e simular uma mina de carvão. Eles apresentam os gargalhos da operação em função da variação da velocidade dos veículos. Este trabalho aborda os gargalhos da operação de uma forma

diferente, em função da quantidade de caminhões na frota e a conseqüente saturação da produção da mina.

Algumas extensões às redes de Petri originais foram criadas com a finalidade de aumentar a aplicação das redes de Petri, permitir flexibilidade aos modelos, cobrir algumas deficiências e limitações de redes existentes. Dentre as extensões, temos o uso do conceito de arco inibidor e aplicação das propriedades de redes de Petri. Essas duas técnicas foram aplicadas nesse trabalho e no estudo de Brahma [2007] dando maior flexibilidade aos modelos, pois permitiram parametrizar facilmente as variáveis de simulação. Brahma [2007] apresenta um significativo estudo para modelagem de minas a céu aberto. Nesse modelo o autor utiliza-se da técnica lugares de fusão. Segundo Jensen [1996] esta técnica permite especificar um conjunto de lugares idênticos que representam um único lugar conceitual. Ou seja, um lugar que modela um recurso compartilhado por vários processos é representado de forma repetida em cada parte do modelo onde ocorre o compartilhamento. O conceito de lugares de fusão foi aplicado à carregadeira no processo de carregamento. Desta forma, em cada circuito paralelo de carga criado há um lugar que representa a carregadeira. Quando a carregadeira é ocupada, representado pelo recebimento de uma ficha, os demais lugares de fusão receberão também uma ficha. O modelo se torna mais claro, pois há redução dos arcos entre os processos. O modelo se torna flexível, pois permite simular a solução com mais de uma carregadeira através da alteração no número de fichas iniciais nos lugares de fusão. Já este trabalho com aplicação do conceito de arco-inibidor foi possível modelar circuitos paralelos para os percursos de deslocamentos dos caminhões. O modelo se tornou mais flexível, pois foi permitido executar a simulação com n caminhões, sem que fossem inseridos tempos indesejáveis nos processos de deslocamentos.

1.4 Organização do Trabalho

Capítulo 2: Simulação

Introduz os conceitos de teoria de simulação, simulação de sistemas a eventos discretos, apresenta o modelo de carregamento e transporte utilizado no trabalho e discute algumas abordagens para simulação de minas a céu aberto.

Capítulo 3: Redes de Petri

Apresenta os conceitos de redes de Petri, descreve passo a passo o processo de simulação usando redes de Petri.

Capítulo 4: Modelo da mina

Apresenta dois modelos de rede de Petri construídos para simular o processo de carregamento e transporte. Detalhando em forma de blocos os sub-processos envolvidos.

Capítulo 5: Resultados

Apresenta os parâmetros de tempo e carga utilizados nos modelos de simulação e os resultados numéricos da simulação dos dois modelos criados.

Capítulo 6: Conclusões

Discute os resultados da simulação e trabalhos futuros.

Capítulo 2

Simulação

2.1 Simulação de Sistemas a Eventos Discretos

De acordo com Cassandras & Lafortune [2010], o termo simulação pode ser entendido como o processo de projetar e criar um modelo computadorizado do sistema real ou proposto, com objetivo de conduzir experimentos numéricos para prover melhor entendimento do comportamento do sistema para um dado conjunto de condições. O termo sistema pode ser definido como uma agregação de objetos que possuem alguma interação ou interdependência. Tais sistemas têm em comum a maneira pela qual percebem as ocorrências no ambiente a sua volta, o que se dá pela recepção de estímulos, denominados eventos. Esses eventos são, por sua natureza, instantâneos, o que lhes confere um caráter discreto no tempo. Sistemas com estas características são denominados sistemas a eventos discretos (SED) [Robinson, 2004], em oposição aos sistemas de variáveis contínuas, tratados pela teoria de controle clássica. A natureza discreta dos SED's faz com que os modelos matemáticos convencionais, baseados em equações diferenciais, não sejam adequados para tratá-los.

Um sistema a eventos discretos pode ser também caracterizado como sendo um sistema dinâmico que evolui com a ocorrência de eventos em intervalos de tempo, em geral, irregulares e incertos. Segundo Cassandras & Lafortune [2010], a ocorrência de um evento causa uma transição ou mudança de estado no sistema. Diversas são as aplicações de simulação de sistemas a eventos discretos. Dentre elas, é possível destacar no ambiente de produção industrial (e.g. manufaturas, mineração) [Schroer & Tseng, 1988; Yuriy, 2005], na área de prestação de serviços (e.g. bancos, alimentação, correio) [Visintin et al., 2014], na área de saúde (e.g. pronto atendimento, centros cirúrgicos) [Hamrock et al., 2013], e na área de informática e telecomunicações [O'Reilly et al., 2007].

Projetos de uma indústria de mineração a céu aberto geralmente apresentam a característica de serem complexos principalmente devido à sua natureza dinâmica que muda seu estado ao longo do tempo e à sua natureza estocástica que é regida por variáveis com incerteza associada. Um modelo de simulação construído para uma mina a céu aberto tem o objetivo de capturar essas características, repetindo em um computador o mesmo comportamento do sistema real. Com um modelo computacional para simulação em mãos, é possível, por exemplo, analisar instâncias específicas de minas ou mesmo formular um problema de otimização para minas.

2.2 Simulação de Minas

Mineração é uma área que apresenta alto custo, tanto de implantação quanto de operação, e os seus processos são complexos devido à incerteza intrínseca desse ambiente de produção. As atividades em minas a céu aberto envolvem principalmente as operações básicas de perfuração, desmonte, carregamento e transporte [Hustrulid & Fernberg, 2008].

Para extração de minério, alocam-se equipamentos de carga em locais específicos da mina, denominadas frentes de lavra, de onde o material (minério ou estéril) retirado é depositado em caminhões apropriados para transporte até um britador, onde o minério é processado, ou até pilha de estéril.

Sob o ponto de vista econômico, Subtil et al. [2011] mencionam que as operações de carregamento e transporte são as mais críticas dentro dos processos de lavra, já que representam cerca de 50% dos custos operacionais dentre os outros processos do ambiente de mineração. Dessa forma, modelar essa parte é crítica para o projeto, pois representa grande parte da medida de produtividade.

Este trabalho utiliza o conceito de sistemas a eventos discretos para modelar os processos de operações de carregamento e transporte de um ambiente de mineração. Para tratar as peculiaridades e as restrições dos processos foram construídos quatro modelos com o objetivo de identificar dentre eles o que o melhor reproduzia o comportamento da mina. Um simulador em ambiente computacional foi desenvolvido e aplicado para validar os modelos, os resultados numéricos da simulação de cada modelo são apresentados no capítulo 5.

Um modelo simplificado do processo de carregamento e transporte é apresentado no trabalho de Quevedo [2009] e está ilustrado na Figura 2.1. Nesse modelo, as filas no britador e na carregadeira modelam a restrição desses equipamentos ao serem ocupados por apenas um só caminhão por vez.

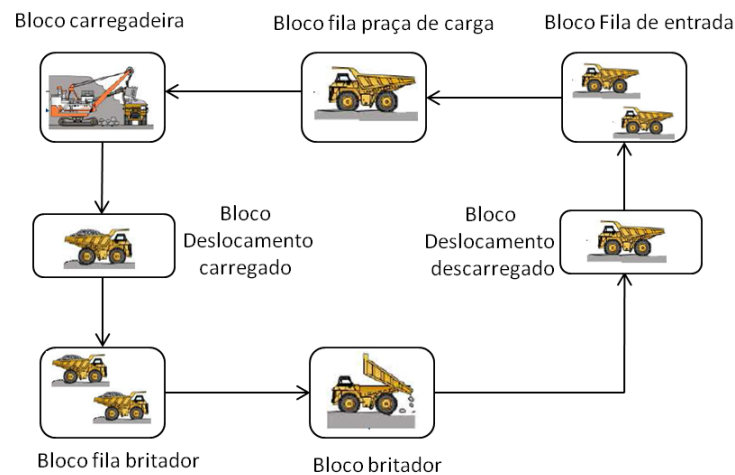


Figura 2.1. Carregamento e transporte em uma mina a céu aberto.

O modelo de carregamento e transporte apresentado é considerado um modelo simplificado, pois considera apenas uma frente de lavra e conseqüentemente não considera o sistema de despacho de caminhões para diferentes frentes de lavra. Modelos que consideram várias frentes de lavra são conhecidos como problema da mistura ou blendagem [Fioroni et al., 2008]. Consiste na determinação de quanto minério proveniente de cada frente deve ser misturado de modo a satisfazer as exigências da produção [da Costa et al., 2005].

A grande maioria do tempo gasto nos processos de mineração a céu aberto são estocásticos, e tipicamente são modelados por distribuições de probabilidades.

2.2.1 Modelo de Minas

Para fazer a simulação de uma mina, primeiramente um modelo tem que ser criado, independente de qual seja o método a ser utilizado. Esse modelo descreve as regras às quais cada equipamento da mina está sujeito, especialmente a dinâmica, de forma a tornar possível reproduzir computacionalmente o que acontece na realidade. Por exemplo, a Figura 2.1 ilustra um modelo baseado no ciclo que o caminhão faz dentro da mina: carga e descarga de minério. Cada parte de seu itinerário é regida por uma dinâmica específica e é representada por um bloco. Se o interesse é a produtividade da mina, cada bloco introduz um tempo característico no ciclo do caminhão que, a cada ciclo, tem uma produção indicada pela carga que carregou. Essa é a abordagem adotada para modelagem neste trabalho.

Dados reais de uma mina em Minas Gerais são mostrados ilustrados na Figura 2.2 e Figura 2.3. O tempo de carga de um caminhão se assemelha a uma distribuição de

Erlang [Zukerman, 2015] ou beta [Walck, 2007], conforme mostrado na Figura 2.2. A Figura 2.3 ilustra a carga de um caminhão que se assemelha a uma distribuição normal [Gauss, 1809]. El-Moslmani et al. [2002] apresentam um estudo de caso utilizando distribuição exponencial para o tempo de viagem dos caminhões e a distribuição de Erlang para o tempo de carga. Farid & Koning [1994] mencionam que as distribuições de probabilidades Erlang ou beta são mais adequadas para a modelagem dos processos de carga e tempo de viagem para construção de um modelo real ao invés do uso de distribuição exponencial atualmente aplicada. A modelagem dos processos usando distribuição exponencial, ao invés de beta, implica em subestimação da produção e superestimação do custo de 4 até 7% [Farid & Koning, 1994]. Outra investigação das distribuições de probabilidade foi aplicada por Ta et al. [2005] para modelar o tempo de ciclo e carga do caminhão. Em um dos cenários simulados, é avaliada a relação da redução do volume transportado quando os caminhões foram submetidos à redução de velocidade causada por mal tempo. O tempo de transporte constitui um desafio à modelagem pela grande variação de frentes de lavras em um mesmo dia.

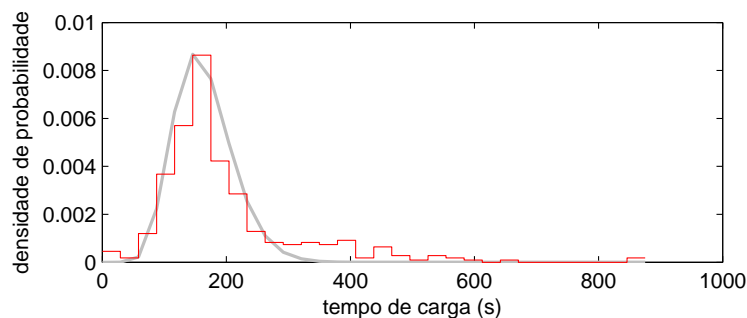


Figura 2.2. Os tempos para carga do caminhão são representados pelo histograma, curva de valores discretos. Podem ser aproximados por uma distribuição de probabilidade Erlang ou beta, curva de valores contínuos.

O modelo simplificado de carregamento e transporte apresentado na Figura 2.1 é bastante utilizado para simulação de operações de mineração a céu aberto. Torkamani & Askari-Nasab [2012] apresentam um modelo de simulação para analisar o sistema caminhões-carregadeira em mina a céu aberto e sua relação com planejamentos de curto prazo.

Uma aplicação do modelo de carregamento e transporte é apresentada por Krause & Musingwini [2007] e Eskandari et al. [2013] para modelagem e simulação de uma mina de cobre. O objetivo da simulação é apresentar cenários onde seja possível identificar a eficiência dos recursos, ou seja, identificar o cenário onde os recursos foram utilizados na maior parte do tempo. Eskandari et al. [2013] apresentam uma particularidade no mo-

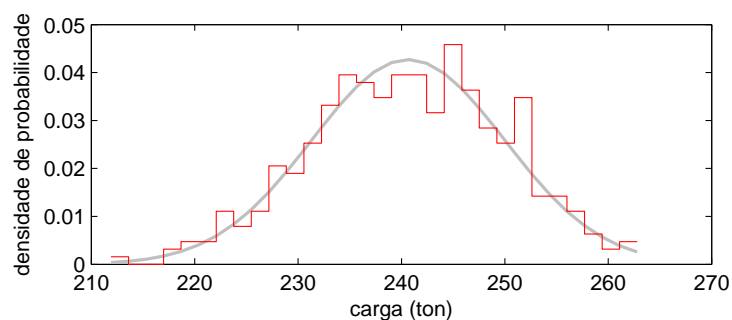


Figura 2.3. As cargas do caminhão são representados pelo histograma, curva de valores discretos. Podem ser aproximados por uma distribuição de probabilidade normal, curva de valores contínuos.

delo, onde os caminhões podem seguir para destinos diferentes para serem carregados, dependendo da necessidade da produção da mina.

Juliá [2010] apresenta um modelo de simulação utilizado em um sistema pátio-porto na cadeia de minério de ferro. Pantuza [2011] apresenta um modelo de simulação usado para validar dois modelos aplicados a um planejamento operacional em mina a céu aberto. Molck [2002], por sua vez aplica um modelo de simulação para avaliar os métodos heurísticos desenvolvidos para o agendamento de atividades de pátios de estocagem de uma mineradora.

2.3 Abordagens para Simulação de Minas

Diversas técnicas de simulação podem ser aplicadas em cima de um mesmo modelo. Cada técnica apresenta características e limitações específicas que as diferenciam das demais. Burt & Caccetta [2013] apresentam uma revisão de trabalhos relacionados ao problema de seleção de equipamentos para mineração. Os métodos apresentados foram agrupados em cinco grupos: programação linear, inteligência artificial, heurísticas, simulação e teoria das filas. Outras possibilidades serão abordadas nesta seção.

2.4 Modelos analíticos

Os modelos empregados para levantar problemas de otimização lineares são tipicamente aproximações da realidade. Na medida em que detalhes são adicionados aos modelos, sua complexidade aumenta e tipicamente não é possível dar garantias teóricas de otimalidade, apesar do modelo se tornar mais realista.

Uma aplicação de programação linear como ferramenta de decisão para seleção de equipamentos de uma frota é apresentado por Baxter et al. [2010] que considera que as horas de operação do caminhão é um fator de decisão para o agendamento da produção e substituição de equipamentos. Edwards et al. [2001] indica que a locação de equipamentos de escavação é uma solução mais apropriada do que a solução de aquisição de equipamentos.

Topal & Ramazan [2010] apresentam uma aplicação de programação linear inteira mista para processo de manutenção preventiva dos caminhões em dez anos de operação de uma mina. Os resultados com aplicação da simulação com eventos discretos do modelo mostram uma redução de até 25% (vinte e cinco por cento) no custo de manutenção, mesmo com o modelo simplificado da formulação MILP. O modelo empregado considera aspectos econômicos macros (e.g. disponibilidade do caminhão de uma dada idade, horas de caminhão necessárias em cada período) e estão longe de entrar nos detalhes de operação da mina. Naoum & Haidar [2000] apresentam um modelo semelhante em termos de granularidade do modelo e tipo de formulação, mas aplicam algoritmos genéticos para conseguir soluções aceitáveis em tempo adequado.

2.5 Teoria de filas

O desempenho de uma mina está muito atrelado à formação de filas que idealmente devem ser evitadas de forma a maximizar a produtividade. Sendo assim, atenção especial foi dada a modelos baseados em teoria de filas pela sua simplicidade, apesar do escopo limitado de aplicação: filas.

Raman et al. [2009] apresentam um estudo de simulação baseado em teoria das filas para determinar a quantidade de equipamentos necessários para movimentação de materiais entre instalações de uma empresa. Eles consideram que a natureza estocástica desse sistema de produção não é adequadamente abordada na literatura, sendo melhor modelado usando a teoria das filas. O uso de simulação através da teoria das filas é aplicado para modelar o sistema caminhão-carregadeira como apresentado por May [2012], bem como para o estudo da seleção de frota.

Com simulação utilizando da teoria das filas, Karshenas [1989] cita que a capacidade do caminhão deve ser cerca de cinco a sete vezes maior do carregador em um processo de terraplenagem. Através de gráficos resultantes da simulação, é apresentado um método para selecionar combinações adequadas entre caminhões e carregadeiras. Burt et al. [2011] e Burt [2008] apresentam opções entre carregadeira e caminhões possíveis para serem usados na combinação.

2.6 Lógica nebulosa

A lógica nebulosa pode ser usada para tratar de incertezas do modelo de mineração. Bitarafan & Ataei [2004] mostram um estudo de caso para seleção do método adequado para exploração em minas, objetivando determinar quais parâmetros são mais importantes. A principal vantagem desta lógica é lidar com distribuições para um valor que seria determinístico, incluindo variáveis inteiras: daí o nome nebuloso. Ela tipicamente opera a partir de uma base de dados a ser devidamente estabelecida.

2.7 Redes neurais

Redes neurais são muito utilizadas para representar um conjunto de dados de forma eficiente, extraindo de forma sistemática a função que mapeia uma dada entrada em uma dada saída.

Marinelli et al. [2014] utilizam redes neurais para prever as condições operacionais dos caminhões em um ambiente de terraplenagem. A camada de entrada da rede neural recebe parâmetros dos caminhões: capacidade, idade, distância percorrida e o nível de manutenção que o caminhão foi submetido. A saída da rede neural é o nível operacional que o caminhão se encontra. Jonak [2002] aplica o conceito de redes neurais para prever a carga nas escavadeiras. Kapageridis [2002] utiliza o conceito de redes neurais para estimar a reserva de minerais em um ambiente de mina a céu aberto. Uma rede neural foi modelada tendo como sua entrada os parâmetros do terreno pesquisado e a saída o tipo de mineral possível de ser encontrado no terreno pesquisado.

2.8 Simulação de eventos discretos

Uma mina a céu aberto é naturalmente modelada de forma mais real como um sistema de eventos discretos. Dentro dessa abordagem, existem diversas variações. A mais objetiva é modelar e simular diretamente os eventos utilizando uma fila de eventos e tratando evento por evento.

Dahl & Derigs [2011] mostram um estudo de simulação aplicado a empresas de transporte associadas de forma cooperativa. Nesse estudo, as cargas são compartilhadas entre as empresas, ou seja, há um aproveitamento do frete entre as mesmas. Os resultados indicam uma redução nos custos de 14,07% quando trabalham de forma cooperativa.

Gambardella et al. [1998] utilizam técnica de simulação aplicada a um problema de gestão de contêiner em um terminal portuário. O simulador aplicado utiliza-se de

eventos discretos, orientado a objeto e desenho de paradigma apresentado por Booch [1994]. O simulador serve de teste para validar o modelo de otimização aplicado, tendo sido construído baseado em hierarquias definidas pela autonomia e poder de decisão que cada objeto tem dentro do processo de simulação. Nesse exemplo, os gerentes estão no topo do modelo, uma vez que podem tomar decisões sobre recursos e espaço. Os operadores de guindastes possuem certa autonomia de decisões, pois podem evitar alguns conflitos na operação. Na parte inferior, estão os navios e caminhões que não podem tomar decisões, apenas executar ações pré-definidas. Marzouk & Moselhi [2004] apresentam uma simulação a eventos discretos e modelagem orientada a objetos aplicados em um problema de otimização de terraplenagem.

2.8.1 Diagrama de ciclos de atividade e método de três fases

O diagrama de ciclo de atividade (DCA) apresentado por Tocher [1963] é uma metodologia gráfica de modelos de simulação de sistemas a eventos discretos. Utilizam somente dois símbolos para descrever o ciclo de vida dos objetos ou elementos de um sistema que se deseja modelar, denominadas entidades. O primeiro símbolo é um círculo que representa uma fila. O segundo é um retângulo que representa uma atividade. Conforme apresentado na Figura 2.4, eles indicam explicitamente as interações entre as entidades do sistema e seus fluxos.

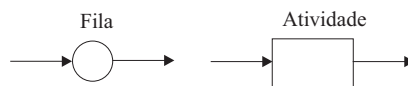


Figura 2.4. Elementos básicos de um DCA.

As filas e atividades estão sempre dispostas alternadamente em qualquer ciclo de vida. As entidades podem estar aguardando em filas ou participando de alguma atividade. Um DCA completo consiste da combinação de todos os ciclos de vida individuais de cada entidade e representa o comportamento do sistema que se deseja modelar.

Segundo Tocher [1963], o método das três fases é uma forma de simulação manual de um DCA. Este método foi proposto a partir da observação de que há dois tipos diferentes de operações na maioria dos sistemas:

1. operações cujo início e término podem ser determinados;
2. operações podem ou não ocorrer dependendo do estado do sistema.

As três fases do DCA ilustradas na Figura 2.5 representam uma estrutura comum presente em qualquer simulação de eventos discretos [Chwif & Medina, 2007]:

1. avance o relógio de simulação para o próximo evento;
2. execute os eventos limites, quando terminam as atividades;
3. execute os eventos condicionais, quando as atividades se iniciam.

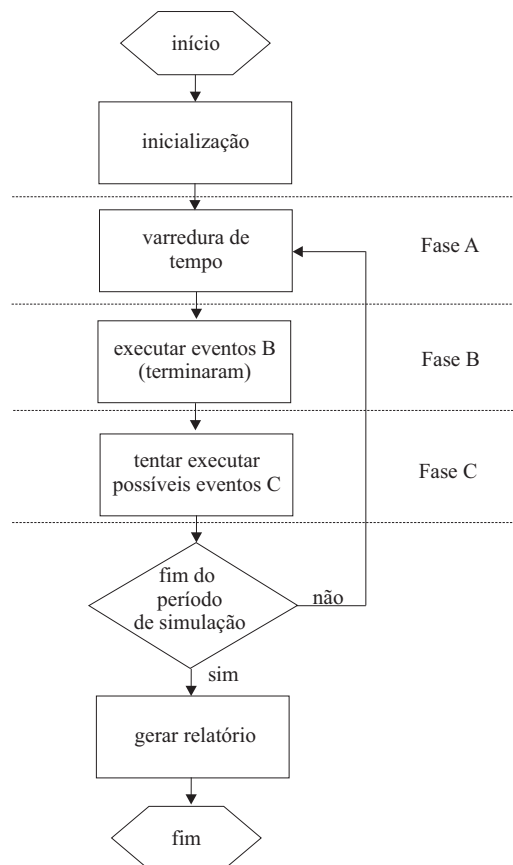


Figura 2.5. Fluxo resumido do método de 3 fases.

2.8.2 Redes de Petri

As redes de Petri são uma forma elegante de modelar um sistema a eventos discretos, cuja simulação é simples e direta. Brahma [2007] apresenta um significativo estudo para modelagem de minas a céu aberto. Menciona que as redes de Petri possibilitam a decomposição hierárquica e modular de projetos de mineração, reduzindo a complexidade do projeto. Afirma ainda, que as incertezas de tempo e estimativas de custo podem ser modeladas usando distribuições de probabilidade adequadas. Tal metodologia foi aplicada em dois modelos, o primeiro, nos processos de perfuração da mina, atividade que apresenta um grau elevado de insalubridade associado a poeira,

ruído e vibração. Para a atividade de perfuração é proposto um modelo de rede de Petri que se propõe a automatizar os processos, de forma que a perfuração possa ser executada sem a presença de um operador. O segundo modelo foi utilizado na alocação caminhão-carregadeira, que utiliza a técnica da rede de Petri conhecida como lugares de fusão. Segundo Jensen [1996], esta técnica permite especificar um conjunto de lugares idênticos que representam um único lugar conceitual. Ou seja, um lugar que modela um recurso compartilhado por vários processos é representado de forma repetida em cada parte do modelo onde ocorre o compartilhamento. Segundo Brahma [2007], as redes de Petri podem ser utilizadas para substituir ferramentas atuais de controle da mina, PERT (do inglês *Program Evaluation and Review Technique*) e CPM (do inglês *Critical Path Method*) que também utilizam conceitos de grafos. Porém, redes de Petri permitem maior análise e possibilitam a simulação dos processos.

Prata et al. [2005] apresentam um estudo de modelagem via redes de Petri ao processo de operação carregadeira-caminhão. O resultado da simulação mostra o custo operacional, tempo de ciclo para as combinações de carregadeiras e caminhões. A estratégia adotada foi de atribuir pesos aos arcos que modelam os processos de carregamento. Desta forma foi possível garantir que um caminhão só inicia uma viagem quando estiver completamente carregado e só termina uma viagem quando estiver completamente descarregado. Outra solução para a carga do caminhão foi construída neste trabalho. Consiste da combinação de duas funções de disparo para as ações (transições) que modelaram a carga e o tempo de carga do caminhão, garantindo que o caminhão fosse carregado, no mínimo, com 90% da sua carga máxima.

Konyukh & Davidenko [1999] utilizam redes de Petri para modelar e simular uma mina de carvão. Utiliza-se das propriedades das redes de Petri para definir uma condição ideal de operação da mina para despacho dinâmico da frota. Trata dos gargalhos da operação em função da variação da velocidade dos veículos. Já neste trabalho aborda os gargalhos da operação, em função da quantidade de caminhões na frota e a consequente saturação da produção da mina. Buscando um equilíbrio entre o investimento nos caminhões e a produção da mina.

Este trabalho investiga a modelagem e simulação de uma mina a céu aberto com processos envolvendo incertezas com redes de Petri, pela sua elegância na modelagem e potencial eficiência computacional se diferem dos demais trabalhos apresentados nesta seção pois apresentam simplicidade na abordagem do problema através do detalhamento da construção do modelo de rede de Petri em blocos com funções específicas de cada processo do modelo de carregamento e transporte, permitindo fácil entendimento do problema. A forma como os caminhões, considerados como clientes, ocupam os recursos dos servidores (i.e. carregadeira, britador e via de deslocamento) é bem

detalhada em cada bloco.

De um modo resumido, os recursos são ocupados pelos clientes através do sincronismo entre as ações temporizadas (chamadas de transições no contexto de redes de Petri) e restritas a apenas um cliente ocupar o recurso por vez. Outro ponto de destaque deste trabalho é disponibilização das matrizes de incidência dos modelos e os parâmetros simulados que possibilitam a sua reprodução. A teoria de suporte e o modelo da mina utilizando redes de Petri serão detalhados nas próximas seções.

Capítulo 3

Redes de Petri

A teoria inicial das redes de Petri foi desenvolvida e apresentada pelo alemão Carl Adam Petri na sua tese de doutorado Petri [1962]. Segundo Murata [1989], redes de Petri é uma técnica de especificação formal bem estabelecida, largamente difundida, sendo adequada para modelagem de sistemas que tenham atividades paralelas, concorrentes, assíncronas e não determinísticas.

A análise de uma rede de Petri permite avaliar a estrutura e o comportamento dinâmico do sistema modelado. De acordo com Maciel et al. [1996], a representação gráfica das redes de Petri tem se mostrado muito útil, pois permite a visualização dos processos e comunicação entre eles.

Diversas aplicações de redes de Petri são encontradas na literatura. Em sistemas de transportes, Giua & Seatzu [2008] apresentam um problema de modelagem de redes ferroviárias com redes de Petri. O modelo prevê a utilização de semáforos e sensores na construção da rede, garantindo, dessa forma, segurança aos usuários através da implementação de técnicas de restrições mútuas e restrições de disparo das transições. List & Cetin [2004] utilizam esse conceito para modelar cruzamentos com semáforos em centros urbanos. Segundo Zee [2011], este modelo é construído baseado no princípio de redes modulares que é a utilização de sub-redes de Petri na construção do modelo final. Dessa forma, se tem liberdade em aplicar mudanças em uma das sub-redes, sem afetar as demais.

De acordo com Masri et al. [2008], outra abordagem do conceito modular para redes de Petri é aplicada em um estudo do protocolo Ethernet. No cenário apresentado, é possível gerenciar os protocolos e serviços de forma modular e isolada, não interferindo nos serviços adjacentes. Kounev [2006] apresenta aplicações das redes de Petri para previsão de desempenho em processos de engenharia de software.

Segundo Adam et al. [1998] redes de Petri se apresentam favoráveis para aplica-

ções de automatização de processos empresariais conhecidos como *workflow*. Na construção do *workflow* de um processo, são definidas as atividades, os seus executores, os recursos necessários e a interação entre todos. Ling & Schmidt [2000] apresentam uma simulação em um ambiente de saúde associando tempos não determinísticos às atividades de *workflow* em uma clínica médica. Como resultado dessa simulação, é obtida a disponibilidade dos recursos da clínica no decorrer do tempo.

3.1 Conceitos e blocos funcionais

Rede de Petri é um grafo bipartido e orientado. A ideia fundamental é que objetos, chamados de fichas, percorram o grafo segundo eventos. É uma forma bem elegante de escrever um modelo matemático e simular sistemas a eventos discretos.

O grafo bipartido de uma Petri possui dois tipos de nós: lugares e transições. O lugar representa a condição da variável que se deseja modelar. A transição representa uma ação realizada pelo sistema. Fichas, também chamadas de marcas, ou *tokens*, são associadas a cada lugar e mudam de localização quando eventos ocorrem nas transições. A quantidade de fichas em um lugar é representada por um número inteiro não negativo e representa a condição verdadeira da variável. A cada transição, é associada uma função de disparo que é a regra que define o tempo entre a habilitação da transição e a execução da ação (disparo da transição). Uma transição torna-se habilitada quando existem fichas suficientes em cada lugar conectado a ela através de um arco. Um peso é associado a cada arco para indicar o número de fichas para habilitar a respectiva transição. Por outro lado, os arcos que partem de uma transição indicam quantas fichas são geradas no lugar de destino, quando a respectiva transição é disparada. Sendo assim, as fichas circulam na direção dos arcos e lugares e só se conectam a outros lugares através de transições, e vice-versa. O desenho padrão do grafo de uma rede de Petri considera que cada lugar é representado por um círculo, e cada transição é representada por um retângulo, conforme mostrado na Figura 3.1.

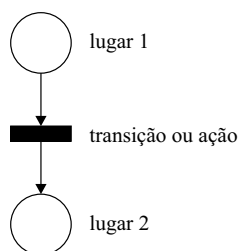


Figura 3.1. Grafo de uma rede de Petri composta de 2 lugares (círculos) e 1 transição (retângulo).

Cada ficha é representada por um ponto dentro de um lugar, ou de forma mais explícita: o número de marcas do respectivo lugar. As condições de habilitação de uma transição são definidas pelos números associados aos arcos que ligam lugares a ela, onde cada número representa a quantidade de fichas no respectivo lugar. Por exemplo, como mostrado na Figura 3.2, a transição t_1 está habilitada devido ao atendimento da condição de habilitação para todos os arcos, ou seja, a quantidade de fichas nos lugares p_1 , p_2 e p_3 é igual ao peso dos respectivos arcos que ligam os lugares p_1 , p_2 e p_3 à transição t_1 . Após o disparo, uma ficha é gerada no lugar p_4 .

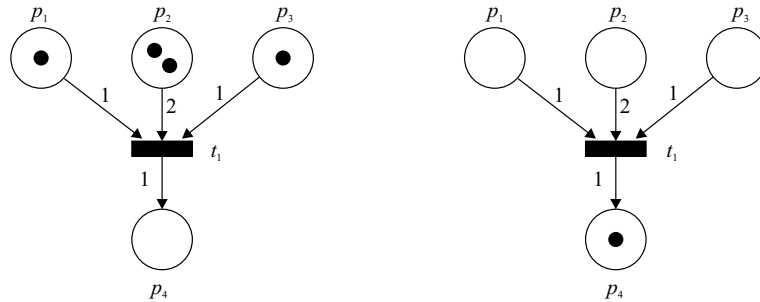


Figura 3.2. Transição habilitada (esquerda) e estado depois do disparo (direita).

3.2 Simulação com redes de Petri

A simulação com redes de Petri se inicia a partir da identificação das transições habilitadas. Após a identificação dessas, é montada uma lista ordenada pelo tempo de disparo, chamada de calendário de eventos por Cassandras & Lafortune [2010]. Nesse sentido, o calendário de eventos mantém a transição a ser disparada e o respectivo tempo de disparo.

As transições são então disparadas na ordem indicada pelo calendário de eventos. Depois de cada disparo, novas transições podem habilitar e outras podem desabilitar, de forma que o calendário de eventos deve ser atualizado.

3.2.1 Formulação matemática

Uma rede de Petri pode ser completamente representada por um conjunto $\mathbb{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_P\}$ de P lugares, por um conjunto $\mathbb{T} = \{t_1, t_2, \dots, t_T\}$ de T transições, por uma matriz de incidência $W^- \in \mathbb{N}^{P \times T}$ entre lugares e transições com número de fichas necessárias em cada lugar para habilitar cada transição, por uma matriz de incidência $W^+ \in \mathbb{N}^{P \times T}$ entre transições e lugares com número de fichas criadas para cada lugar depois de um disparo em cada transição, e por um vetor de funções $f = (f_1, f_2, \dots, f_T)$,

$f_i(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, T$, com a função de disparo de cada transição. De forma curta, uma rede de Petri é representada por

$$\mathcal{P}(\mathbb{P}, \mathbb{T}, W^-, W^+, f) \quad (3.1)$$

O vetor $x = (x_1, x_2, \dots, x_P) \in \mathbb{N}^P$ representa o número de fichas em cada lugar.

Por exemplo, a rede de Petri ilustrada na Figura 3.3 pode ser representada por:

$$\begin{aligned} \mathbb{P} &= \{p_1, p_2, p_3\} \\ \mathbb{T} &= \{t_1, t_2, t_3\} \\ W^- &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad W^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad f(t) = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.2)$$

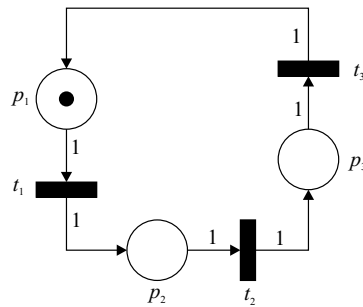


Figura 3.3. Exemplo de rede de Petri.

O disparo de uma transição t_i causa mudança de estado na rede de Petri, i.e. alteração em x . Considere $e_i \in \{0, 1\}^T$ o vetor com todos elementos nulos, exceto a posição i que é unitária. O novo estado é, então, dado por:

$$x_k = x_{k-1} + (W^+ - W^-)e_i \quad (3.3)$$

Denotando W_{t_i} como sendo a i -ésima coluna da matriz W relativa à transição t_i , se tem:

$$x_k = x_{k-1} + W_{t_i}^+ - W_{t_i}^- \quad (3.4)$$

Já a condição de habilitação de uma transição t_i no estado x_k pode ser escrita como:

$$x_k \geq W^- e_i = W_{t_i}^- \quad (3.5)$$

Uma vez habilitada, a transição dispara t_i depois de um tempo dado pela respectiva função $f_i(t)$.

3.2.2 Exemplo de uma simulação passo a passo

Nesta seção, uma rede de Petri simples é definida para modelar os períodos do dia. Para tanto, os lugares da Figura 3.4 representam as três condições (manhã, tarde, noite) e as três transições as mudanças de períodos (amanhecer, entardecer e anoitecer). Considera-se, então, a rede de Petri em seu estado inicial demonstrado na Figura 3.4: manhã.

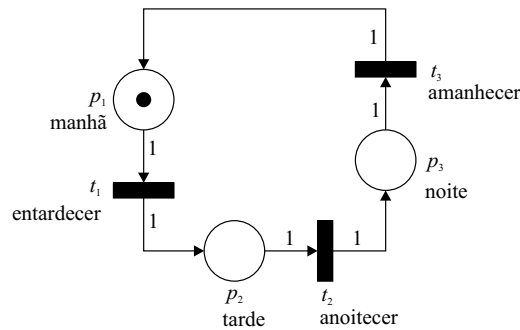


Figura 3.4. Estado de manhã.

Manhã (lugar) é a condição para habilitar o entardecer (transição). Uma vez habilitada, depois de um tempo, seis horas no caso, ela dispara para atingir o novo estado como demonstrado na Figura 3.5: tarde.

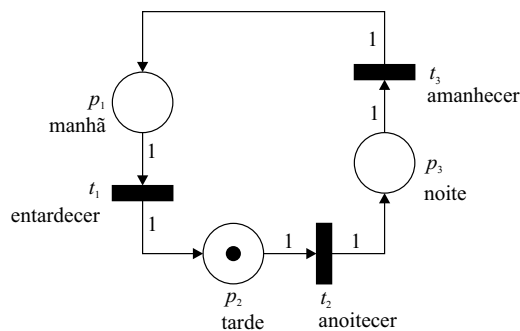


Figura 3.5. Estado de tarde.

Tarde, por sua vez, é a condição para habilitar o anoitecer. Uma vez habilitada, depois de um tempo, seis horas no caso, ela dispara para atingir o novo estado como demonstrado na Figura 3.6: noite.

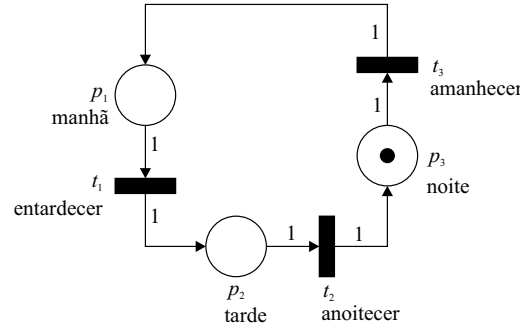


Figura 3.6. Estado de noite.

Por fim, noite é a condição para habilitar o amanhecer. Uma vez habilitada, depois de um tempo, doze horas no caso, ela dispara para atingir o estado inicial mostrado na Figura 3.4: manhã. Como, durante toda a simulação, existe apenas uma ficha nesse exemplo específico, fica uma relação muito forte entre condição e estado. Essa relação não será tão forte no modelo de mina a ser apresentado posteriormente neste relatório.

Matematicamente, a rede de Petri e seu estado inicial são dados pela equação (3.2). Para saber os outros estados, as equações (3.3) e (3.5) devem ser aplicadas. Sendo assim, o estado inicial é :

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Nesse estado, as transições habilitadas são dadas pela equação (3.5) que, nesse caso, é respeitada apenas pela transição t_1 , pois:

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = W_{t_1}^-, \quad x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \not\geq \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = W_{t_2}^-, \quad x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \not\geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = W_{t_3}^- \quad (3.7)$$

Uma vez habilitada, depois de um tempo dado por $f_1(t) = 6$, t_1 dispara. Quando t_1 dispara, o próximo estado é dado pela equação (3.3), e assim:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + (W^+ - W^-)e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= x_0 + W_{t_1}^+ - W_{t_1}^- = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Nesse novo estado, apenas a transição t_2 está habilitada. De forma similar, os próximos estados até voltar ao estado inicial são:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + (W^+ - W^-)e_2 = x_1 + W_{t_2}^+ - W_{t_2}^- = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ x_3 &= x_2 + (W^+ - W^-)e_3 = x_2 + W_{t_3}^+ - W_{t_3}^- = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.2.3 Pseudocódigo

Os passos seguidos no exemplo da seção anterior podem ser generalizados para o 1. Os passos 1 e 2 inicializam as variáveis de saída. Os passos 3 e 4 inicializam a fila de prioridades segundo o tempo de disparo das transições habilitadas. Os passos 6 a 8 formam o critério de parada: nenhuma transição habilitada. O passo 9 identifica o primeiro item da fila de eventos dado pelo menor tempo de disparo. Os passos 10 a 12 adicionam um novo estado ao histórico. Os passos 13 e 16 adicionam novas transições habilitadas à fila de eventos. Os passos 14 e 15 removem transições da fila de eventos que se tornaram desabilitados. Para eficiência computacional, apenas transições adjacentes são verificadas na atualização das filas.

Algorithm 1 Simulação em redes de Petri**Entrada:**

- W^- ($P \times T$)-matriz de peso de lugares para transições
- W^+ ($P \times T$)-matriz de peso de transições para lugares
- f T -vetor de funções $\mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ de disparo
- x_0 P -vetor com número inicial de fichas em cada lugar

Saída:

- x ($P \times k + 1$)-matriz com histórico de fichas em cada estado
- \bar{t} ($k + 1$)-vetor com tempo inicial de cada estado
- \bar{u} ($k + 1$)-vetor com transição disparada para iniciar cada estado
- 1: $\bar{t}_0 \leftarrow 0$ ▷ tempo inicial do estado inicial
- 2: $\bar{u}_0 \leftarrow 0$ ▷ transição que disparou inicialmente: nenhuma
- 3: $u \leftarrow \{t \mid x_0 \geq W_t^-\}$ ▷ fila de transições habilitadas
- 4: $\tau_i \leftarrow \bar{t}_0 + f_{u_i}(\bar{t}_0), i = 1, \dots, |u|$ ▷ tempo de disparo das transições habilitadas
- 5: **for** $k = 1, 2, \dots$ **do** ▷ contador de iterações
- 6: **if** $u = \emptyset$ **then**
- 7: **return** x, \bar{t}, \bar{u} ▷ atingiu estado permanente
- 8: **end if**
- 9: $i \leftarrow \arg \min_i \tau_i$ ▷ identifica próximo disparo
- 10: $x_k \leftarrow x_{k-1} - W_{u_i}^- + W_{u_i}^+$ ▷ adiciona novo estado de fichas
- 11: $\bar{t}_k \leftarrow \tau_i$ ▷ adiciona novo estado de fichas
- 12: $\bar{u}_k \leftarrow u_i$ ▷ adiciona novo estado de transição disparada
- 13: $\mathbb{T}^+ \leftarrow \{t \mid x_k \geq W_{t'}^-, \forall t' : (W_{p,t'}^- > 0, t' \notin u) \text{ ou } t' = u_i, \forall p : W_{p,u_i}^+ > 0\}$ ▷
- habilitadas
- 14: $\mathbb{I}^- \leftarrow \{i\} \cup \{j \mid x_k \not\geq W_{u_{j'}}^-, \forall j' : W_{p,u_{j'}}^- > 0, \forall p : W_{p,u_i}^- > 0\}$ ▷ desabilitadas
- 15: $u \leftarrow \{u_i \mid i \notin \mathbb{I}^-\}, \tau \leftarrow \{\tau_i \mid i \notin \mathbb{I}^-\}$ ▷ remove transições desabilitadas da fila
- 16: $u \leftarrow u \cup \{t \mid t \in \mathbb{T}^+\}, \tau \leftarrow \tau \cup \{\bar{t}_k + f_t(\bar{t}_k) \mid t \in \mathbb{T}^+\}$ ▷ adiciona transições
- habilitadas na fila
- 17: **end for**
- 18: **return** x, \bar{t}, \bar{u}

Outros critérios de parada podem e devem ser adicionados ao 1, como, por exemplo, o tempo do modelo máximo de simulação ou o número máximo de disparos.

3.3 Propriedades das redes de Petri

O grafo das marcações acessíveis é uma representação gráfica do conjunto de marcações que podem ser alcançadas para uma dada rede de Petri. O disparo de uma transição modifica a marcação atual e a estrutura da rede. Este conceito é importante para a definição das propriedades das redes de Petri que serão descritas nesta seção. Maciel et al. [1996] ilustram este conceito através da Figura 3.7 para uma rede marcada

representada por:

$$\mathcal{R}(\mathcal{P}, x_0) \quad (3.10)$$

sendo \mathcal{P} a estrutura da rede de Petri e x_0 a marcação inicial.

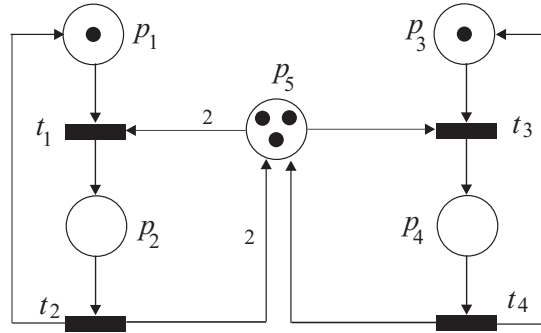


Figura 3.7. Rede \mathcal{R} marcada.

O vetor x_k representa a k -ésima marcação da rede $\mathcal{R}(\mathcal{P}, x_k)$ e $\mathbb{A}(\mathcal{P}, x_0) = \{x_0, x_1, x_2, x_3\}$ o conjunto das marcações acessíveis obtidas a partir da marcação inicial x_0 , onde:

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad x_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

O grafo das marcações acessíveis é construído através da verificação e disparo das transições habilitadas para uma dada marcação inicial e repetindo-se esse processo para as marcações obtidas com esses disparos. Os vértices desse grafo são as marcações e os arcos que interconectam esses vértices e representam o disparo de cada transição.

A Figura 3.8 ilustra o grafo de marcações da rede de Petri da Figura 3.7. O grafo foi construído a partir da marcação inicial x_0 e da verificação e disparo das transições habilitadas para essa marcação inicial, t_1 e t_3 . Sendo assim, na rede marcada da Figura 3.7 podemos disparar a transição t_1 e a transição t_3 . O disparo de t_1 leva a rede para a marcação x_1 e o disparo de t_3 para a marcação x_3 . A partir da marcação de x_1 é possível disparar t_2 e t_3 . O disparo de t_2 retorna a marcação inicial da rede. O disparo de t_3 , a partir de x_1 faz com que a rede atinja a marcação x_2 . Na marcação x_2 , as transições t_2 e t_4 estão habilitadas. Disparando-se t_4 , retorna-se a marcação x_1 e disparando-se t_2 , atinge-se x_3 . Em x_3 , é possível retornar-se à marcação x_2 pelo disparo de t_1 ou a marcação inicial pelo disparo de t_4 . Na Figura 3.8 é apresentado o grafo das marcações acessíveis.

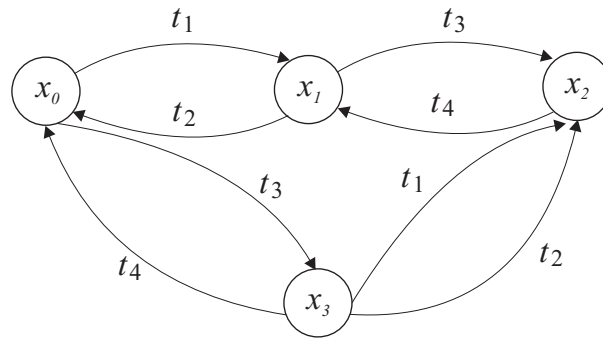


Figura 3.8. Grafo das marcações acessíveis.

Principais propriedades das redes de Petri

1. Alcançabilidade (*Reachability*)

Indica a possibilidade de se atingir uma determinada marcação pelo disparo de um número finito de transições, a partir de uma marcação inicial. Muitos problemas podem ser observados em termos da dessa propriedade. Por exemplo, se uma rede fica em *deadlock* em uma determinada marcação, há o interesse em saber se essa marcação é acessível.

2. Limitação (*Boundedness*)

Seja um lugar $p_i \in \mathcal{P}$, de uma rede de Petri marcada $\mathcal{R}(\mathcal{P}, X_0)$. Este lugar é dito k -limitado ($k \in \mathbb{N}$) ou simplesmente limitado se para toda marcação acessível $x \in \mathbb{A}(\mathcal{P}, x_0)$, $x_i \leq k$.

Uma rede de Petri marcada $\mathcal{R}(\mathcal{P}, x_0)$ é dita k -limitada se o número de marcas de cada lugar de \mathcal{R} não excede k em qualquer marcação acessível de \mathcal{R} .

3. Segurança (*Safeness*)

O conceito de segurança é uma particularização do conceito de limitação. Um lugar p_i é dito k -limitado se o número de fichas que este lugar pode acumular estiver limitado ao número k . Um lugar 1-limitado é chamado de seguro. Uma rede de Petri é segura se todos os seus lugares forem seguros. Isso significa dizer que todos os lugares possuem, no máximo, uma ficha.

4. Vivacidade (*Liveness*)

O conceito de vivacidade é definido em função das possibilidades de disparo das transições. O conjunto de strings, sequências de transições, gerado por todas as possíveis sequências de disparo definem uma linguagem formal, denominada linguagem da rede de Petri para uma dada marcação inicial, representada por

$\mathbb{L}(\mathcal{P}, x_0)$. Estando uma rede impossibilitada de disparar pelo menos uma transição, ela estará bloqueada ou em *deadlock*. As redes de Petri são caracterizadas em níveis de vivacidade. Uma transição t_i de uma rede $\mathcal{R}(\mathcal{P}, x_0)$ pode ser caracterizada como:

- a) morta (*dead*), se esta transição nunca poderá ser disparada em qualquer sequência de $\mathbb{L}(\mathcal{P}, x_0)$, ou seja, se existe alguma marcação $x' \in \mathbb{A}(\mathcal{P}, x_0)$ tal que x' habilita t_i ;
- b) N_1 -viva, se t_i pode ser disparada pelo menos uma vez em alguma sequência de $\mathbb{L}(\mathcal{P}, x_0)$;
- c) N_2 -viva, se t_i pode ser disparada pelo menos k vezes em alguma sequência de disparos de $\mathbb{L}(\mathcal{P}, x_0)$;
- d) N_3 -viva, se t_i aparece um número infinito de vezes em alguma sequência de disparo de $\mathbb{L}(\mathcal{P}, x_0)$;
- e) N_4 -viva ou simplesmente viva, se t_i é N_1 -viva para todas as marcações de $\mathbb{A}(\mathcal{P}, x_0)$.

3.4 Classes das rede de Petri

As redes de Petri são classificadas em função do tipo e quantidade de marcas que podem ser associadas aos lugares, como também em função da capacidade dos arcos. As classificações comumente usadas são:

1. Rede de Petri ordinária:

As redes de Petri ordinárias caracterizam-se pelo tipo de suas marcas. Nessa classe de rede o tipo de marca é inteiro não negativo, enquanto nas redes de Petri não ordinárias possuem marcas de tipos particulares.

a) Rede de Petri binária ou condição-evento:

Representa as redes mais simples entre todas as classes. Nessa classe, os lugares podem conter no máximo uma ficha e todos os arcos têm peso unitário.

b) Rede de Petri lugar-transição

Nas redes lugar-transição, os lugares podem acumular marcas, assim como os arcos podem ter valores maiores que um.

2. Redes de Petri não ordinárias ou de alto nível:

As redes não ordinárias são caracterizadas pelos tipos de suas marcas que não são mais elementos do tipo inteiro positivo. Nestas classes de redes, as marcas são diferenciadas com parâmetros de cor que permitem a individualização das mesmas (a especificação de um objeto por sua cor) ou mesmo representadas não por um objeto, mas por um conjunto de objetos.

a) Coloridas

Nas redes ordinárias, existe apenas um tipo de ficha, o que não permite a diferenciação de recursos em um lugar, sendo necessários lugares distintos para expressar recursos similares. Não possuem, ainda, níveis de refinamento do modelo. O principal objetivo das redes de Petri coloridas é a redução do tamanho do modelo, permitindo que marcas individuais (cores) representem diferentes processos ou recursos em uma mesma sub-rede.

b) Hierárquicas

O conceito de hierarquia em redes de Petri permite o refinamento de lugares e transições, possibilitando a modelagem de sistemas de grandes dimensões. Do ponto de vista teórico, a hierarquia é apenas um conveniência gráfica que não adiciona nenhum poder computacional. Contudo, para a modelagem segura de grandes sistemas, é necessário o uso de ferramentas que com esses mecanismos. Nessa classe de rede, os lugares e as transições de um nível superior podem ser refinados, ou seja, podem ser sub-redes da sua rede global.

Capítulo 4

Modelo da mina

Este capítulo apresenta modelos com redes de Petri construídos para o ambiente de carga e descarga de uma mina a céu aberto. A Figura 4.1 ilustra o primeiro modelo (M1) adotado.

Fundamentalmente, cada ficha representa um caminhão, cada lugar representa uma localização para os caminhões e as transições coordenam os movimentos dos caminhões pela mina. Contudo, alguns controles especiais dão outros significados para algumas fichas, lugares e transições.

Foram desenvolvidos, durante o trabalho, foram construídos dois modelos diferentes para reproduzir os processos de carga e descarga da mina a céu aberto. A Tabela 4.1 resume os dois modelos: M1, M2 com suas diferentes estruturas. Os modelos seguiram uma ordem cronológica na evolução do trabalho, apresentando um crescimento na complexidade e acurácia. O primeiro modelo (M1) tratou de uma o processo de carga e descarga com o conceito de paralelismo no processo de deslocamento. O segundo modelo (M2) acrescentou os processos de manutenção e paradas operacionais. Sendo o segundo modelo o mais completo, pois, através da individualização dos caminhões, possibilitou uma análise mais elaborada do ambiente simulado.

Tabela 4.1. Resumo dos modelos de redes de Petri

Modelo	Característica do modelo	Estrutura da rede		
		Lugares	Transições	Arcos
M1	Carga e descarga com paralelismo	$15 + 4(n - 1)$	$10 + 4(n - 1)$	$29 + 12(n - 1)$
M2	Carga e descarga com paralelismo completo e paradas	$38 + 31(n - 1)$	$23 + 31(n - 1)$	$81 + 75(n - 1)$

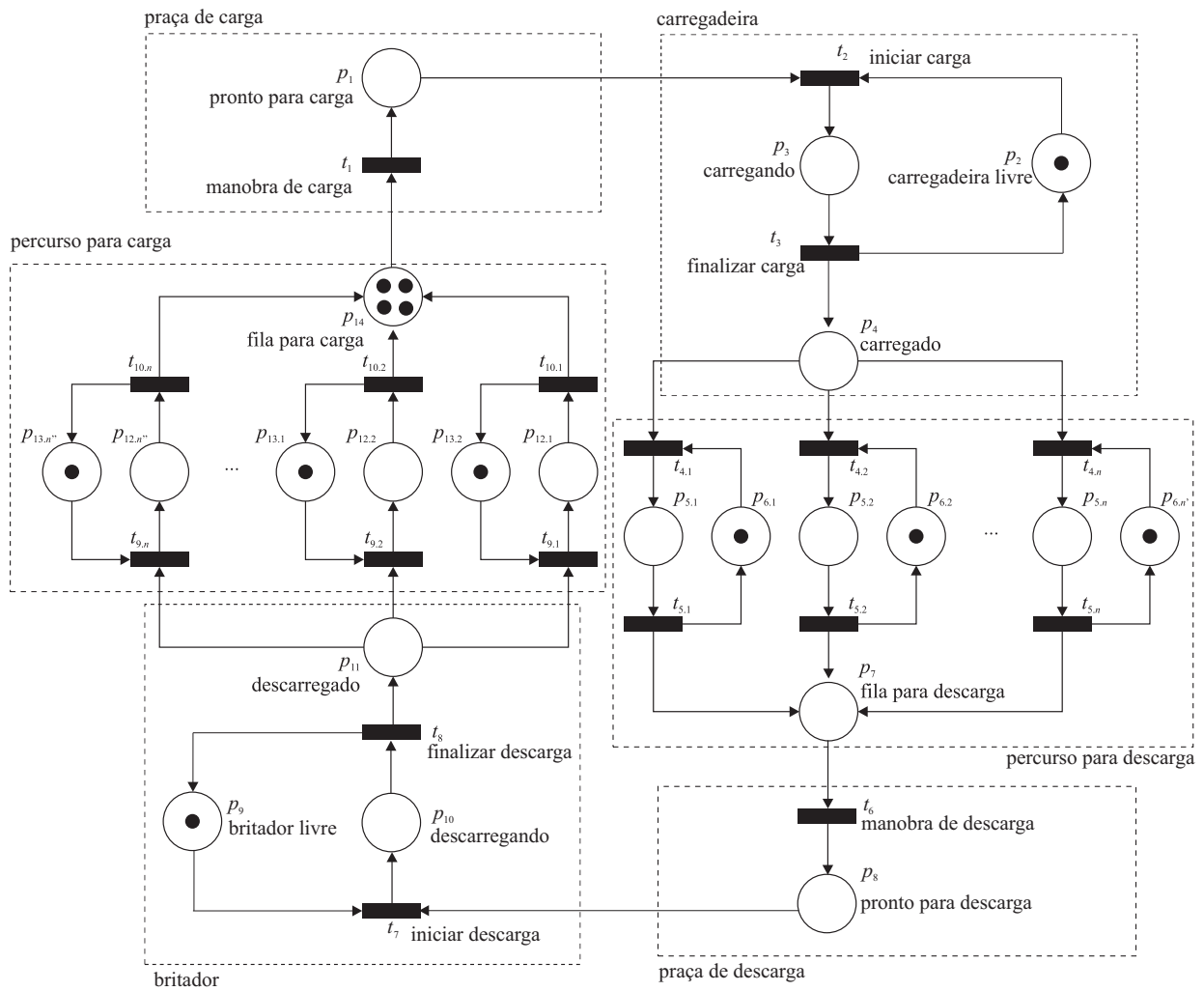


Figura 4.1. Modelo M1 para carga descarga com paralelismo.

O modelo generalizado é composto de sete blocos que podem ser simplificados em quatro blocos básicos:

1. bloco de praça: base para blocos de praça de carga e praça de descarga;
2. bloco de equipamento: base para blocos de carregadeira e britador;
3. bloco de percurso: base para blocos de percurso para carga e percurso para descarga;
4. bloco de paradas: bloco base para paradas para troca de turno, abastecimento, manutenção corretiva e preventiva.

Foram realizadas aproximações no modelo real para permitir a simulação em ambiente computacional. Os modelos com suas particularidades serão detalhados nas próximas seções.

As distribuições de probabilidade usadas nos modelos estão ilustradas na Figura 4.8, na Figura 4.9 e na Figura 4.10.

4.1 Modelo M1 - Carga e descarga com paralelismo

O primeiro modelo, o mais simples, possui os blocos de praça e bloco de equipamento e o bloco de percurso. Porém, permitiu explorar os conceitos básicos da rede de Petri, criando a ideia de cliente servidor, onde o cliente é cada caminhão e o servidor é representado pelos equipamentos carregadeira e britador. O modelo para 1 caminhão possui 15 lugares 10 transições 29 arcos, sendo generalizado para n caminhões, sendo composto de $15 + 4(n - 1)$ arcos, $10 + 4(n - 1)$ transições e $29 + 12(n - 1)$ arcos. Um exemplo desse modelo para um cenário com até 8 caminhões, é apresentado no apêndice A, na Figura A.1. A temporização das transições do modelo é dada na Tabela 4.2, adaptadas dos trabalhos de de Castro [2014] e Ribeiro [2013].

4.2 Modelo do bloco de praça

Quando o caminhão termina o percurso entre equipamentos, ele precisa fazer uma manobra para ficar pronto para utilizar o equipamento, conforme ilustra a respectiva rede de Petri na Figura 4.2. Nesse sentido, cada ficha nesse bloco representa um caminhão. Os caminhões permanecem em manobra, representada pelo lugar p_{14} , até completar a manobra. Apenas um caminhão faz a manobra de cada vez. A sinalização de que um caminhão terminou a manobra e outro pode começar é modelada pela transição t_1 . Ao completar o movimento, o respectivo caminhão vai para o estado de manobra completa modelado pelo lugar p_1 .

O tempo de manobra é modelado por uma distribuição de probabilidade triangular e é definido na função de disparo da transição t_1 .

4.3 Modelo do bloco de equipamento

Quando um caminhão está pronto para usar um equipamento (i.e. fazer carga ou descarga), ele o espera o equipamento (i.e. carregadeira ou britador) ficar livre e, uma vez livre, ele pode entrar para utilizar o equipamento, conforme ilustra a respectiva

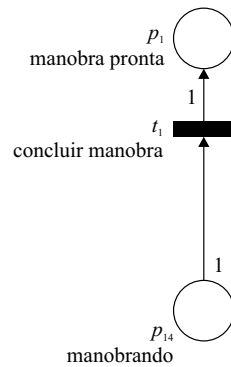


Figura 4.2. Rede de Petri do bloco de manobra em praça.

rede de Petri na Figura 4.3. Os caminhões esperam em p_1 para usar o equipamento. Uma vez livre o equipamento, um caminhão entra para usar o equipamento gastando um tempo definido pela função de disparo da transição t_2 . Permanece no equipamento, modelado pelo lugar p_3 , pelo tempo necessário para finalizar o trabalho, definido pela função de disparo da transição t_3 , e então, vai para o lugar p_4 que indica que o trabalho foi feito. O estado livre do equipamento é indicado pelo lugar p_2 . Note que nos lugares p_1 , p_3 e p_4 as fichas possuem o significado de caminhão, mas no lugar p_2 ela indica estado livre do equipamento.

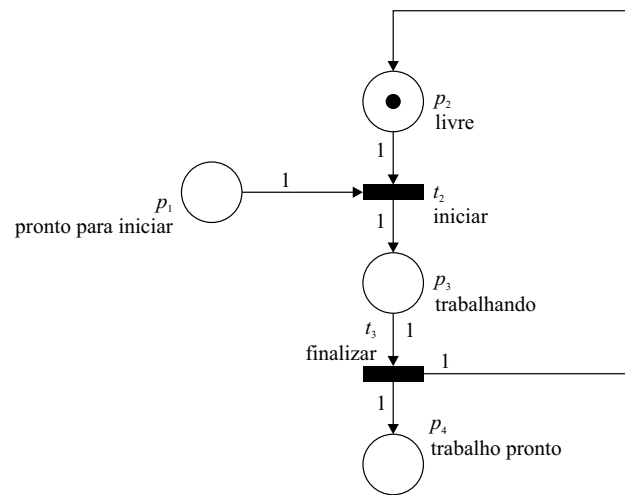


Figura 4.3. Rede de Petri do bloco de equipamento (carregadeira e britador).

O tempo para entrar no equipamento é modelado por uma distribuição de probabilidade delta de Dirac e é definido na função de disparo da transição t_2 . Já o tempo para usar o equipamento é modelado por uma distribuição de probabilidade triangular e é definido na função de disparo da transição t_3 .

4.4 Modelo do bloco de percurso

Vários caminhos podem se encontrar em um mesmo percurso, seja para carga ou descarga. Para tratar tal situação, vários circuitos de temporização de percurso foram definidos, conforme ilustrado na Figura 4.4.

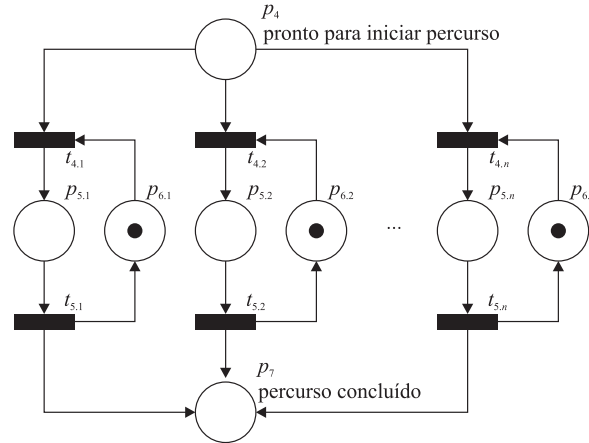


Figura 4.4. Rede de Petri do bloco de percurso.

Quando um circuito i de temporização está livre, indicado por uma ficha no respectivo lugar $p_{6,i}$, um caminhão (i.e. ficha) que estiver no lugar p_4 irá se dirigir a $p_{5,i}$ caso todos os circuitos de prioridade maior (definidas por temporizações nas transições $t_{4,i}$) estejam ocupados. O tempo de percurso é então medido individualmente para cada caminhão pelo respectivo circuito de temporização pela transição $t_{5,i}$. Ao completar o percurso, o caminhão vai para o lugar comum a todos caminhões p_7 .

O tempo usado para definir qual circuito de temporização pegar é modelado por uma distribuição de probabilidade delta de Dirac e é definido nas funções de disparo das transições $t_{4,i}$. Já o tempo de percurso é modelado por uma distribuição de probabilidade normal e é definido nas funções de disparo das transições $t_{5,i}$. Os tempos de $t_{4,i}$ podem ser todos nulos, mas diferentes valores pequenos podem ser usados para dar prioridades aos circuitos de temporização (e.g. $v_i = i\epsilon$, onde ϵ é um número bem pequeno em relação ao tempo do percurso).

Devem haver circuitos de temporização suficientes para atender o número de caminhões no lugar p_4 de forma a não introduzir tempos indesejados no sistema. Para o modelo de mina apresentado na Figura 4.1, esse número, para o percurso carregado deve ser

$$n' = \min \left\{ n_c, \frac{v_{5,\max}}{v_{3,\min}} \right\} \quad (4.1)$$

e para o percurso descarregado

$$n'' = \min \left\{ n_c, \frac{v_{10,\max}}{v_{8,\min}} \right\} \quad (4.2)$$

onde n_c é o número de caminhos.

Na construção dos circuitos de temporização, foi utilizada uma característica específica da rede de Petri: arco inibidor. Esse arco é representado por um segmento de reta e um círculo na extremidade. O arco inibidor tem a função de habilitar uma transição, porém de uma forma diferente. A habilitação da transição ocorre caso não haja fichas no lugar que é pré-condição da transição que possui o arco inibidor.

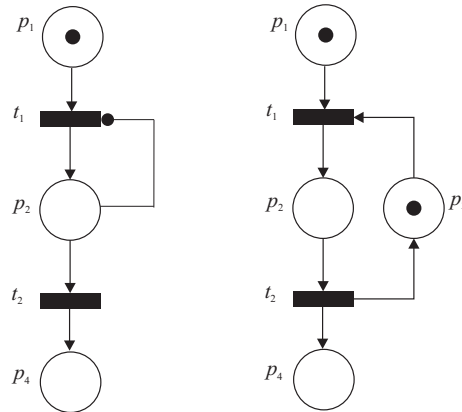


Figura 4.5. Solução com arco inibidor e rede equivalente sem ele.

A Figura 4.5 esclarece o conceito de arco inibidor. Nessa situação, os dois circuitos são iguais. A rede de Petri com o arco-inibidor utiliza um arco inibidor conectado do lugar p_2 para a transição t_1 . Dessa forma, o lugar p_2 é pré-condição para a transição t_1 . A rede de Petri equivalente foi a solução utilizada para criar os circuitos temporizados. A transição t_1 está habilitada nos dois casos, o arco inibidor habilita t_1 devido a uma ficha em p_1 e a ausência de fichas em p_2 .

4.5 Bloco das paradas

As paradas operacionais são os eventos necessários para garantir a operação contínua dos caminhões. As manutenções corretivas são respostas a ocorrências de eventos aleatórios indesejáveis, como um defeito ou mau funcionamento do caminhão, sendo necessário executar uma correção ou um ajuste no caminhão. As paradas têm períodos e duração modelados através de distribuições de probabilidade que representam o comportamento das atividades. Desta forma, a temporização das transições são dadas

Tabela 4.2. Temporização das transições.

transição	parâmetro	distribuição de probabilidades
t_1	tempo de manobra na praça de carga, v_1	triangular
t_2	tempo de manobra para carga, v_2	delta de Dirac
t_3	tempo de carga, v_3	composição
t_4	tempo de escolha de percurso para descarga, v_4	delta de Dirac
t_5	tempo de percurso para descarga, v_5	normal inversa
t_6	tempo de manobra na praça de descarga, v_6	triangular
t_7	tempo de manobra para descarga, v_7	delta de Dirac
t_8	tempo de descarga, v_8	triangular
t_9	tempo de escolha de percurso para carga, v_9	delta de Dirac
t_{10}	tempo de percurso para carga, v_{10}	normal inversa
t_{11}	tempo de período para troca de turno, v_{11}	delta de Dirac
t_{12}	tempo de período para abastecimento, v_{12}	delta de Dirac
t_{13}	tempo de período para manutenção preventiva, v_{13}	delta de Dirac
t_{14}	tempo de período para manutenção corretiva, v_{14}	triangular
t_{15}	tempo de duração da troca de turno, v_{15}	normal
t_{16}	tempo de duração do abastecimento, v_{16}	delta de Dirac
t_{17}	tempo de duração da manutenção preventiva, v_{17}	delta de Dirac
t_{18}	tempo de duração da manutenção corretiva, v_{18}	triangular
t_{19}	tempo de manobra para parada, v_{19}	delta de Dirac

na Tabela 4.2. O período da parada, ou período da manutenção é o tempo entre a ocorrência de duas paradas ou duas manutenções consecutivas. A duração é o tempo entre o início e o fim da parada ou manutenção.

As paradas modeladas foram:

1. Paradas para troca de turno: têm um período constante que representa as horas diárias trabalhadas pelo operador e sua duração definida através de uma distribuição de probabilidade normal que modela o tempo gasto para a substituição do operador do caminhão.
2. Paradas para abastecimento: têm um período definido pelo consumo do combustível do caminhão. A sua duração é definida através de uma distribuição de probabilidade normal que modela o tempo gasto para o abastecimento do caminhão. Para esta parada, foi realizada uma aproximação do modelo real a fim de modelar a medição de combustível do caminhão e, conseqüentemente, definir os parâmetros da transição que representa o período de abastecimento. A aproximação considera a relação entre capacidade de armazenamento do tanque de

combustível e o consumo médio de combustível do caminhão em horas, obtendo assim o período em horas para o abastecimento.

3. Paradas para manutenção preventiva: têm período constante e a duração definida por uma distribuição de probabilidade triangular que modela o tempo gasto para realização da manutenção preventiva.
4. Paradas para manutenção corretiva: tem um período aleatório definido por uma distribuição triangular que representa o tempo estimado entre duas manutenções consecutivas e a duração definido por uma distribuição de probabilidade triangular que modela o tempo gasto para realização da manutenção corretiva.

Da forma como modelado manutenção corretiva, novas paradas podem ser adicionadas ao modelo, como paradas por mau tempo ou paradas por fontes externas, necessitando apenas definir a distribuição de probabilidade que representa estes eventos.

Durante os ciclos de carga e descarga, os caminhões realizam paradas operacionais e paradas para manutenções, conforme ilustrado na Figura 4.6.

Ao terminar uma descarga, um caminhão estando no lugar p_{11} da Figura 4.6 que representa o caminhão descarregado o mesmo tem dois caminhos: o primeiro é executar novo ciclo se dirigindo para o percurso para carga. O segundo é se dirigir para o bloco de paradas. A decisão de qual caminho o caminhão deve tomar é definida pelo lugar p_{19} , parada agendada. A existência de uma ficha no p_{19} é que vai determinar se o caminhão deverá entrar ou não no modo de paradas.

O lugar p_{19} na Figura 4.6 representa o estado em que pelo menos uma parada deve ser executada. O conjunto de lugares p_{15} , p_{16} , p_{17} e p_{18} representa o agendamento das paradas e pode ser considerado como as entradas de um circuito lógico OU que tem a saída o lugar p_{19} . Os períodos das paradas : troca de turno, abastecimento, manutenção preventiva e manutenção corretiva são obtidos respectivamente através do disparo das transições: t_{11} , t_{12} , t_{13} e t_{14} de acordo com as distribuições dadas na Tabela 4.2

A transição t_{19} quando habilitada tem o seu disparo imediato garantindo que um caminhão descarregado deverá ser submetido a uma parada e ficará aguardando no lugar p_{20} durante o tempo de execução da parada. O tempo de permanência neste estado é determinado por uma das transições t_{15} ou t_{16} ou t_{17} ou t_{18} , que representa a duração das paradas de troca de turno, abastecimento, manutenção preventiva e manutenção corretiva respectivamente.

Ao término da parada, o caminhão estará na condição de pronto para iniciar percurso, permanecendo no lugar p_{21} durante o tempo gasto para percorrer o caminho para carga, iniciando novo ciclo.

Algumas estratégias de controle de sincronismo entre as atividades foram implementadas, a seguir são apresentadas duas destas estratégias:

Estratégia 1: Caminhões em deslocamento não vão para manutenção

De acordo com Figura 4.6 a transição t_{19} tem o seu disparo imediato, e as transições $t_{9,i}$, $i = 1, \dots, n'$ do bloco de percurso para carga ilustrado na Figura 4.4 têm o tempo de disparo associado ao deslocamento do caminhão. Todas têm a mesma pré-condição que é o caminhão estar descarregado. Poderia se ter um cenário de conflito onde um caminhão que já iniciou o seu deslocamento, ou seja, houve o disparo de umas das transições $t_{9,i}$, $i = 1, \dots, n'$, ser deslocado indevidamente para uma parada em função do disparo de uma das transições t_{15} ou t_{16} ou t_{17} ou t_{18} . A estratégia adotada para evitar o conflito foi a inclusão dos lugares p_{22} , transição t_{37} e definição da transição t_{19} , como prioritária sobre a t_{37} . Desta forma, na ausência de uma parada agendada, o caminhão inicia o processo de deslocamento não sendo permitida sua parada.

Estratégia 2: Definir prioridade entre as paradas operacionais.

Esta estratégia consiste na criação de circuitos temporizados associados às transições t_{20} , t_{21} , t_{22} e t_{23} que definem prioridades entre as transições como mostrado na Figura 4.6, onde tempos entre essas transições podem ser todos nulos, mas diferentes valores pequenos podem ser usados para dar prioridades aos circuitos de temporização (e.g. $v_i = i\epsilon$, onde ϵ é um número bem pequeno em relação ao tempo de execução da manutenção). A troca de turno foi modelada como prioritária sobre o abastecimento e sobre a manutenção preventiva, configurando as transições de forma que $t_{20} < t_{21} < t_{22}$.

4.6 Modelo M2 - Carga e descarga com paralelismo completo e paradas

Esse modelo, foi construído para vários caminhões e permite análise mais detalhada, pois individualiza os caminhões, permitindo associar características específicas para cada caminhão. Por exemplo, para um determinado tipo de caminhão é possível determinar a periodicidade da realização da manutenção corretiva ou alterar os parâme-

tros da distribuição que modela o tempo entre falhas, sem interferir nas características dos demais. Desta forma, o modelo M2, foi considerado como pseudocolorido, uma vez que agrega características de uma rede de Petri colorida. Esse modelo, é ilustrado na Figura 4.7 e utiliza a mesma lógica dos modelos anteriores, porém, agora considerado circuitos individuais para cada caminhão. Os circuitos de temporização no bloco de percursos e bloco de paradas não são mais necessários e saem naturalmente dos circuitos individuais dos caminhões. Os recursos dos blocos de equipamento são compartilhados entre os caminhões, como apresentado no bloco de recursos compartilhados. Figura 4.7.

4.7 Bloco dos recursos compartilhados

Estando um caminhão no lugar: fila para carga, e a carregadeira estiver disponível, indicada por um ficha no lugar p_2 na Figura 4.7 ele poderá iniciar o processo de carga, obedecendo ao critério de controle para ocupar o equipamento. As transições $t_{1.1}$, $t_{1.2}$ a $t_{1.n}$ são configuradas para controlar a ocupação do equipamento, garantindo que o equipamento só será ocupado por um caminhão por vez. Par tal, foram configuradas com um pequeno intervalo de tempo entre elas. O disparo de uma das transições, irá retirar uma ficha do p_2 inabilitando as demais transições. O processo de carga poderá então ser iniciado tendo apenas uma transição habilitada entre as transições $t_{3.1}$, $t_{3.2}$ a $t_{3.n}$. Assim, apenas um caminhão ocupa o equipamento e os demais aguardam a sua vez no respectivos lugares: fila para carga. As temporizações das transições são definidas na tabela Tabela 4.2. O mesmo processo é aplicado na ocupação do britador.

Um exemplo desse modelo para um cenário com 2 caminhões, é apresentado no apêndice A, na Figura A.2. O modelo para 1 caminhão possui 38 lugares, 23 transições e 81 arcos, Sendo generalizado para n caminhões, sendo composto de $38 + 31(n - 1)$ arcos, $23 + 21(n - 1)$ transições e $81 + 75(n - 1)$ arcos.

4.8 Limites na produção

Nesse modelo de simulação podemos obter os limites superiores de alguns variáveis. Como a produtividade máxima de um caminhão, ou seja, podemos conhecer a carga máxima em toneladas transportada por um caminhão em uma hora. Como também, podemos estimar o número máximo de caminhões da frota obtendo um equilíbrio entre o investimento em caminhões e o aumento na produção da mina. Os valores dos limites são calculados usando uma aproximação no modelo, considerando que os tempos são determinísticos, sendo calculados com o valor médio das distribuições de

probabilidade. Desta forma podemos ter a priori, informações sobre o comportamento do sistema a ser simulado.

Produtividade máxima

A produtividade máxima k em toneladas por hora por caminhão pode ser calculada pela relação entre a capacidade máxima de carga m do caminhão e o tempo t de um ciclo do processo de carregamento e transporte [da Costa et al., 2005] como

$$k = \frac{m}{t} \quad (4.3)$$

com o sistema vazio,

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9 + t_{10} \quad (4.4)$$

onde os tempos estão descritos na Tabela 4.3.

Tabela 4.3. Temporização das transições para cálculo de tempo do ciclo.

transição	parâmetro
t_1	tempo de manobra na praça de carga, v_1
t_2	tempo de manobra para carga, v_2
t_3	tempo de carga, v_3
t_4	tempo de escolha de percurso para descarga, v_4
t_5	tempo de percurso para descarga, v_5
t_6	tempo de manobra na praça de descarga, v_6
t_7	tempo de manobra para descarga, v_7
t_8	tempo de descarga, v_8
t_9	tempo de escolha de percurso para carga, v_9
t_{10}	tempo de percurso para carga, v_{10}

Número máximo de caminhões

O número máximo de caminhões n pode ser calculado pela relação do tempo de ciclo t e o tempo de carga t_m , nesse caso $t_m = t_3$, como

$$n = \left\lceil \frac{t}{t_m} \right\rceil \quad (4.5)$$

Esse número máximo de caminhões indica que um acréscimo na quantidade de caminhões não implica em aumento na produção da mina. Os resultados numéricos da produtividade e número máximo de caminhões são usados como referência para os resultados.

4.9 Intervalo de confiança

Intervalo de confiança é o intervalo de valores que contém a média da população, com certa probabilidade P . Quanto maior o valor dessa probabilidade, maior a confiança estatística de que a média da população encontra dentro deste intervalo construído. Um intervalo de confiança $100(1 - \alpha)\%$ para a média de uma população é construído através das equações:

$$P(\bar{x} - h \leq \mu \leq \bar{x} + h) = 1 - \alpha \quad (4.6)$$

$$\bar{x} \pm t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (4.7)$$

onde, \bar{x} é a média da amostra; $h = t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$ é a metade do intervalo, chamada de precisão; $t_{n-1, \alpha/2}$ é o $(1-\alpha/2)$ percentil t de *Student* com $n-1$ graus de liberdade; s é o desvio padrão da amostra e n é o número de dados da amostra.

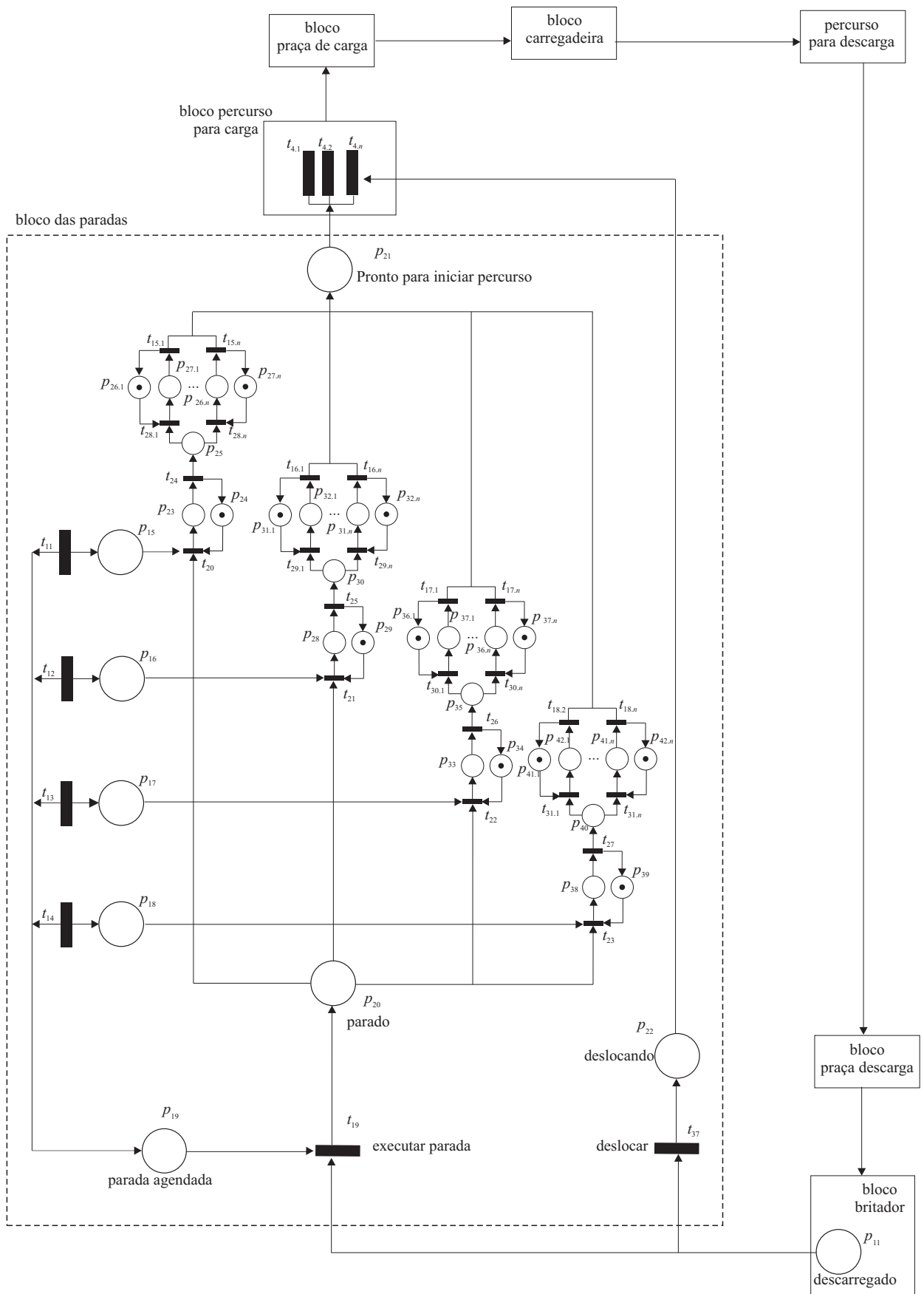


Figura 4.6. Rede de Petri do bloco de manutenção e paradas operacionais.

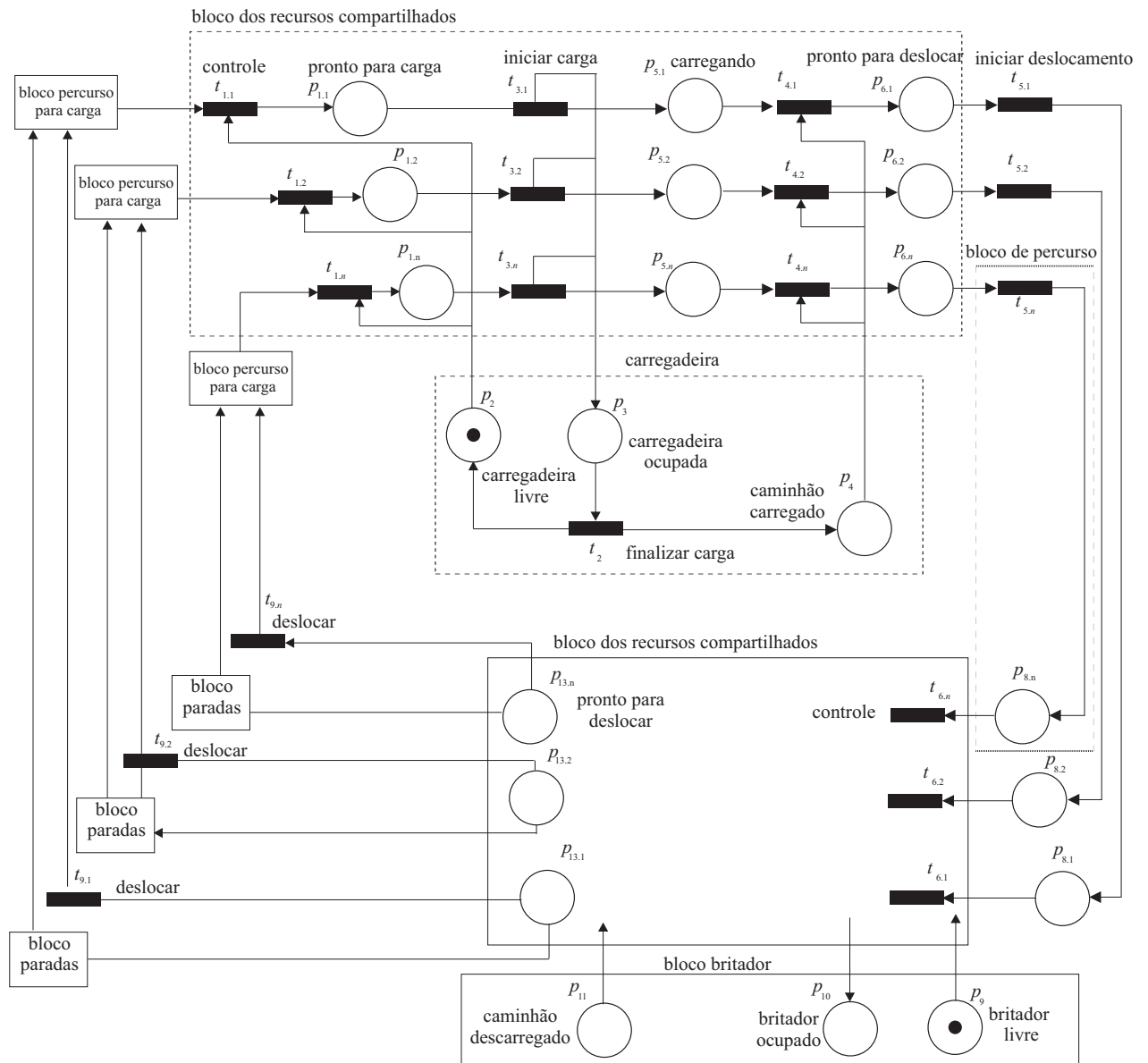


Figura 4.7. Modelo M2 para carga e descarga com paralelismo completo e paradas.

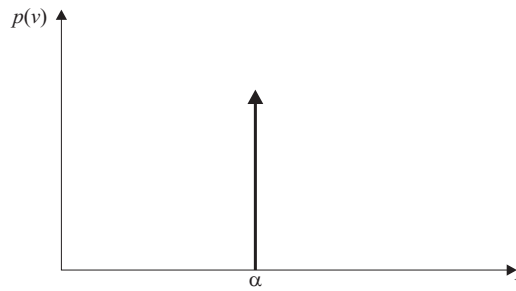


Figura 4.8. Função p de distribuição de probabilidades delta de Dirac definindo um valor constante α para o período v entre habilitação e disparo de uma transição.

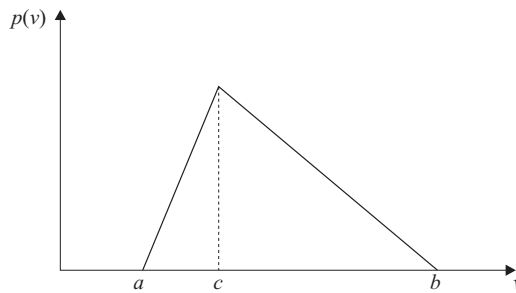


Figura 4.9. Função p de distribuição de probabilidades triangular no intervalo $[a, b]$ com moda c para o período v entre habilitação e disparo de uma transição.

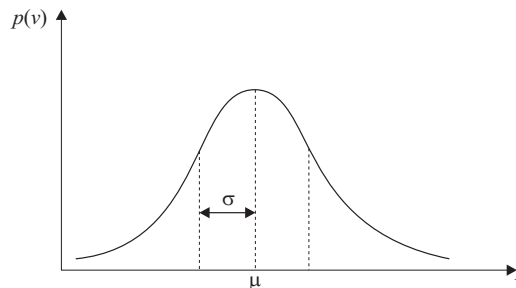


Figura 4.10. Função p de distribuição de probabilidades normal com média μ e desvio padrão σ para o período v entre habilitação e disparo de uma transição.

Capítulo 5

Resultados

Este capítulo apresenta os resultados da simulação dos modelos das redes de Petri criadas para os processos de carregamento e transporte da mina a céu aberto.

5.1 Parâmetros do modelo

Para os modelos da mina com rede de Petri foram utilizadas as funções de disparo definidas na Tabela 4.2 com os parâmetros dados na Tabela 5.1. A Tabela 5.2 apresenta os parâmetros do modelo M1 obtidos dos valores médios das distribuições de probabilidade.

Os tempos de percurso consideraram uma velocidade s dada por uma distribuição normal e foram calculados como $v_5 = d/s_5$ e $v_{10} = d/s_{10}$.

A carga m do caminhão se deu a partir de uma composição de distribuições triangulares que modelaram a carga \dot{m} de uma pá da carregadeira, de forma que a carga do caminhão estava dentro de um intervalo de carga mínima m_{\min} e carga máxima m_{\max} . O tempo \dot{v}_3 de carga relativa a uma pá da carregadeira foi dado por uma distribuição também triangular.

O período de abastecimento do caminhão foi aproximado pela relação da capacidade l de armazenamento do tanque de combustível e o consumo médio c de combustível por hora sendo calculado como $v_{12} = l/c$.

O simulador foi implementado em MATLAB em um Notebook Dell Vostro 3300 processador Intel Core i5 2.53 GHz, memória de 4,0GB de RAM e sistema operacional 32 bits Windows 7.

Tabela 5.1. Parâmetros das distribuições de probabilidades.

variável (unidade)	tipo	parâmetro		
		α, a, μ	b, σ	c
v_1 (minutos)	triangular	1,3	4,0	1,5
v_2 (minutos)	delta de Dirac	0,0		
v_3 (minutos)	triangular	0,67	1,0	0,75
$v_{4,i}$ (minutos)	delta de Dirac	$i \times 10^{-10}$		
s_5 (km/min)	normal	0,3	0,03	
v_6 (minutos)	triangular	1,0	1,2	1,1
v_7 (minutos)	delta de Dirac	0,0		
v_8 (minutos)	triangular	1,0	4,3	1,1
$v_{9,i}$ (minutos)	delta de Dirac	$i \times 10^{-10}$		
s_{10} (km/min)	normal	0,36	0,126	
v_{11} (minutos)	delta de Dirac	360		
v_{12} (minutos)	delta de Dirac	1740		
v_{13} (minutos)	delta de Dirac	30000		
v_{14} (minutos)	triangular	2400	2700	5400
v_{15} (minutos)	normal	16	5	
v_{16} (minutos)	delta de Dirac	15		
v_{17} (minutos)	delta de Dirac	150		
v_{18} (minutos)	delta de Dirac	180	300	2880
v_{19} (minutos)	delta de Dirac	0,0		
d (km)	delta de Dirac	2,5		
\dot{m} (ton)	triangular	43,0	65,0	44,9
m_{\min} (ton)	delta de Dirac	205,2		
m_{\max} (ton)	delta de Dirac	228,0		
c (litros/hora)	delta de Dirac	150		
l (litros)	delta de Dirac	4354		

5.2 Análise dos limites na produção

Produtividade máxima

A produtividade máxima de um caminhão k pode ser calculada pela relação entre a capacidade máxima de carga m do caminhão e o tempo de um ciclo do processo de carregamento e transporte [da Costa et al., 2005]. O tempo de um ciclo calculado foi de 23,94min, a carga máxima do caminhão considerada é de $m = 228\text{ton}$. Desta forma, temos a produtividade máxima de um caminhão como

$$k = \frac{m}{t} = \frac{228\text{ton}}{0,4\text{h}} = 572\text{ton/h}$$

A produtividade em função do número de caminhões é apresentada na Figura 5.1, sendo possível observar que não ultrapassa 572ton/h.

Tabela 5.2. Parâmetros de temporização das transições para cálculo de tempo do ciclo do modelo M1.

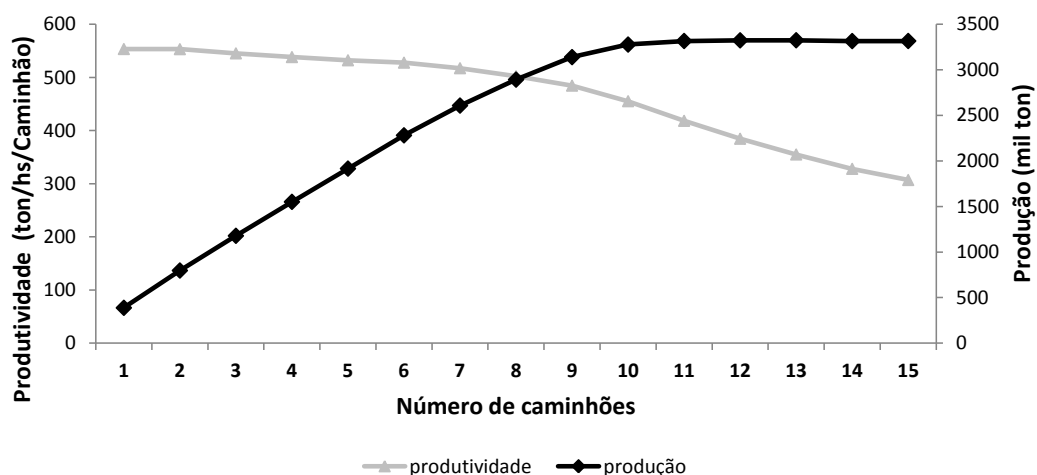
transição	parâmetro	valores médios (min)
t_1	tempo de manobra na praça de carga, v_1	1,3
t_2	tempo de manobra para carga, v_2	0
t_3	tempo de carga, v_3	2,88
t_4	tempo de escolha de percurso para descarga, v_4	0
t_5	tempo de percurso para descarga, v_5	8,42
t_6	tempo de manobra na praça de descarga, v_6	1,3
t_7	tempo de manobra para descarga, v_7	0
t_8	tempo de descarga, v_8	2,14
t_9	tempo de escolha de percurso para carga, v_9	0
t_{10}	tempo de percurso para carga, v_{10}	7,9
t	tempo de um ciclo	23,94

Número máximo de caminhões

O número máximo de caminhões n pode ser calculado pela relação do tempo de ciclo t e o tempo de carga t_m , nesse caso $t_m = t_3$ [da Costa et al., 2005], como

$$n = \left\lceil \frac{t}{t_m} \right\rceil = \left\lceil \frac{23,94\text{min}}{2,88\text{min}} \right\rceil = 8$$

O número máximo de 8 caminhões é o limite de caminhões na frota para o modelo M1, indicando que não teremos ganho significativo na produção com o acréscimo de novos caminhões, conforme ilustra a Figura 5.1.

**Figura 5.1.** Produtividade por caminhão e produção total mensal para o modelo M1.

5.3 Análise de erro entre abordagens

Os resultados são apresentados através de comparações das produções mensais da mina obtidas entre as abordagens:

1. simulador SIMAN (usado pelo software Arena) [Pegden, 1983; Pegden et al., 1995]. Os parâmetros utilizados para a simulação no SIMAN foram obtidos dos trabalhos de Castro [2014] e Ribeiro [2013];
2. modelos M1, M2 de redes de Petri introduzidos neste trabalho.

O modelo original do SIMAN considera os processos de carga, descarga e paradas. Para a geração dos dados no SIMAN para comparação do modelo sem paradas modelo M1 foram desconsiderados na simulação 2 processos implementados pelo SIMAN: submodelo paradas operacionais e submodelo manutenção, constantes no trabalho de Castro [2014] e Ribeiro [2013]. Não sendo necessária alteração no SIMAN para a comparação com o modelo com paradas, M2.

As duas abordagens estudadas possuem a mesma condição inicial de simulação, ou seja, no início da simulação o sistema esta vazio e livre. Desta forma, o tempo para alcançar a convergência da produtividade ou o período de aquecimento do sistema tende a serem próximo para as duas abordagens. Podendo ser comparados entre si.

5.3.1 Modelo M1

Os resultados do modelo M1 são apresentados na Tabela 5.3. Os resultados concordaram com erros relativos menores que 5%.

Tabela 5.3. Comparação do simulador SIMAN (Arena) com redes de Petri (M1) para produções mensais.

medida	número de caminhões							
	1	2	3	4	5	6	7	8
SIMAN (mil ton)	403	798	1179	1549	1886	2180	2260	2325
M1 (mil ton)	398	772	1129	1558	1908	2268	2341	2438
diferença (%)	1,03	3,26	4,28	-0,56	-1,20	-4,00	3,47	4,61

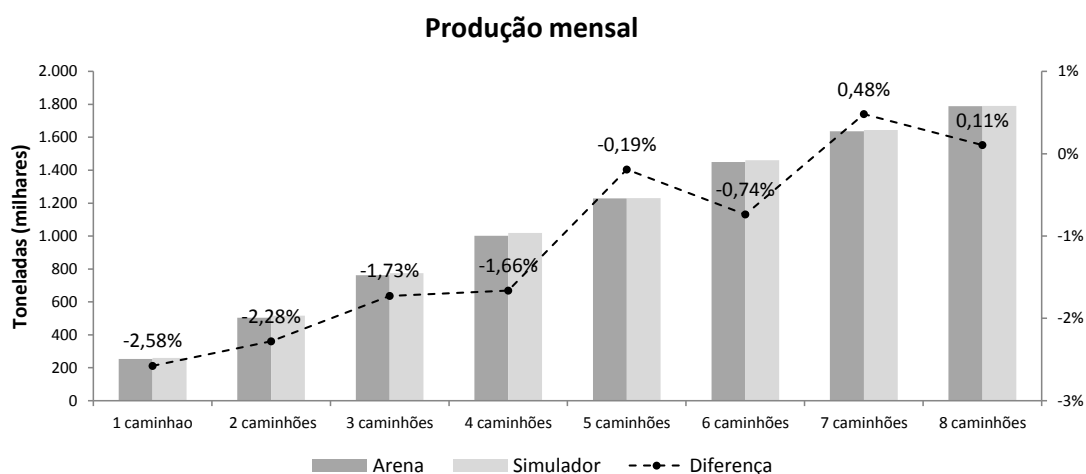
5.3.2 Modelo M2

O modelo M2 foi o modelo mais completo e se mostrou o mais aderente. Os erros foram menores de 3%, como apresentado na Tabela 5.4

Tabela 5.4. Comparação do simulador SIMAN (Arena) com redes de Petri (M2) para produções mensais.

medida	número de caminhões							
	1	2	3	4	5	6	7	8
SIMAN (mil ton)	253	504	762	1002	1228	1449	1637	1789
M2 (mil ton)	259	516	775	1018	1231	1460	1644	1791
diferença (%)	-2,58	-2,28	-1,73	-1,66	-0,19	-0,74	0,48	0,11

O gráfico da Figura 5.2 foi construído com os dados da Tabela 5.4 para ilustrar melhor a aderência entre os modelos M2 e o modelo de referência.

**Figura 5.2.** Comparação do simulador SIMAN (Arena) com redes de Petri (M2) para produções mensais.

A Figura 5.3 apresenta a produção total para um período mensal utilizando rede de Petri do modelo M2 e um valor estimado. A produção estimada equivale à produção dos caminhões sem compartilhamento de recursos (e.g. a produção estimada de dois caminhões seria duas vezes a produção de um caminhão). Como esperado, com o aumento do número de caminhões, a relação entre a produção real e a produção estimada diminuiu devido à formação de filas e gargalos na operação da mina.

5.4 Análise de erro entre modelos da rede de Petri

Tabela 5.5 e a Figura 5.4 apresentam a acurácia do modelos M1, M2 ou seja, a relação de erros dos modelos em relação ao modelo de referência. É possível observar que o modelo M2 se mostra mais eficiente com erro médio de 1%.

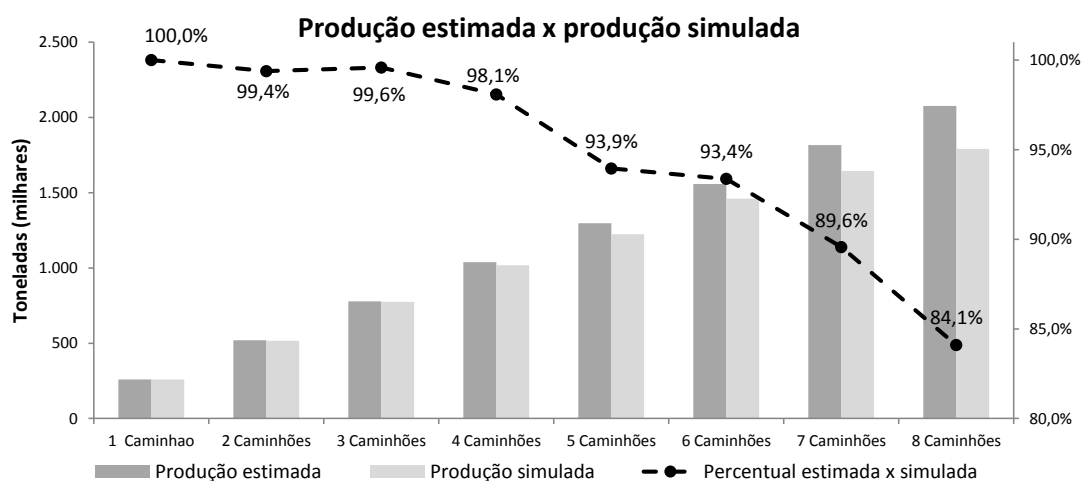


Figura 5.3. Comparação entre produção estimada e simulada com rede de Petri.

Tabela 5.5. Comparação entre os modelos M1, M2

medida	número de caminhões							
	1	2	3	4	5	6	7	8
M1 (%)	1,03	3,26	4,28	-0,56	-1,20	-4,00	3,47	4,61
M2 (%)	-2,58	-2,28	-1,73	-1,66	0,42	-0,74	0,48	0,11

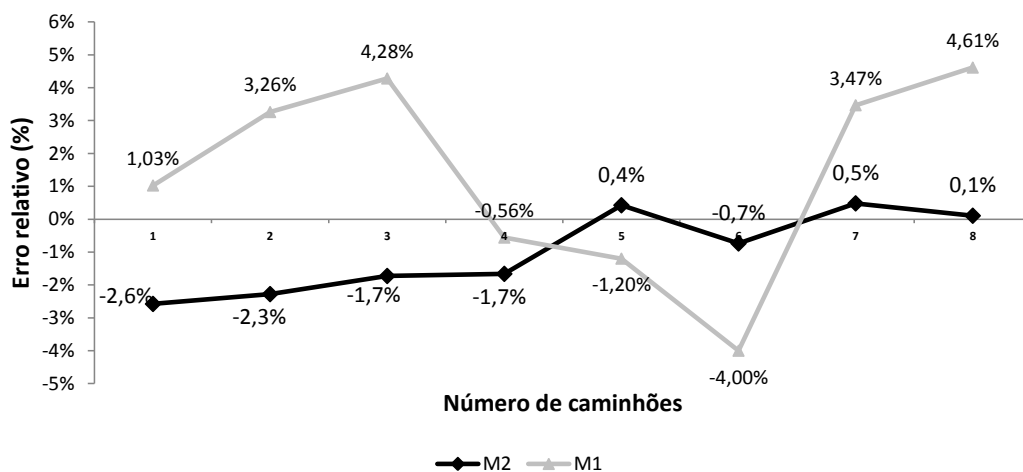


Figura 5.4. Erros relativos dos modelos M1, M2 com o modelo de referência.

A Figura 5.5 apresenta a comparação da produtividade dos dois modelos em função do número de caminhões. Como o modelo M2 trata dos processos de parada, os valores de produtividade são menores do que o modelo M1.

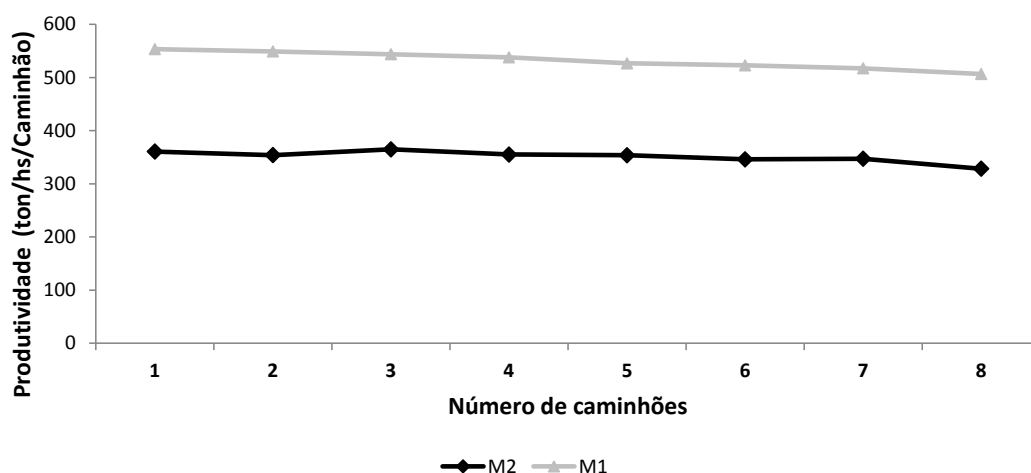


Figura 5.5. Produtividade entre os modelos em função do número de caminhões.

Cálculo dos intervalos de confiança

A partir das médias de 15 simulações foram construídos os intervalos de 95% de confiança, conforme mostrado nas Tabela 5.6 e Tabela 5.7.

Tabela 5.6. Intervalos de confiança construídos para o M1.

Caminhões	Média(\bar{x})	Desvio padrão(s)	Precisão(h)	Intervalo de confiança
1	383	4,6	3	$380 \leq \bar{x} \leq 385$
2	759	13	7	$752 \leq \bar{x} \leq 766$
3	1167	7,99	4	$1162 \leq \bar{x} \leq 1171$
4	1843	4,77	3	$1840 \leq \bar{x} \leq 1846$
5	1843	15,79	3	$1834 \leq \bar{x} \leq 1852$
6	2174	34,25	9	$2155 \leq \bar{x} \leq 2193$
7	2508	8,61	19	$2503 \leq \bar{x} \leq 2512$
8	2788	24,62	5	$2775 \leq \bar{x} \leq 2802$

Tabela 5.7. Intervalos de confiança construídos para o M2.

Caminhões	Média(\bar{x})	Desvio padrão(s)	Precisão(h)	Intervalo de confiança
1	259	12	6,8	$252,7 \leq \bar{x} \leq 266,2$
2	516	14	7,7	$508 \leq \bar{x} \leq 523,4$
3	775	21	11,4	$763,7 \leq \bar{x} \leq 786,5$
4	1018	24	13,1	$1005 \leq \bar{x} \leq 1031$
5	1231	29	16	$1215 \leq \bar{x} \leq 1247$
6	1460	29	16,1	$1444 \leq \bar{x} \leq 1476$
7	1644	29	16	$1628 \leq \bar{x} \leq 1660$
8	1791	29	16,2	$1775 \leq \bar{x} \leq 1807$

5.5 Análise de erro entre modelos estocásticos e determinísticos

A fim de investigar a presença da incerteza nos processos simulados foi realizada uma comparação entre um cenário estocástico e um cenário determinístico. Foi escolhido o modelo M1, sendo simulado em dois cenários:

1. Cenário estocástico: condição normal do modelo utilizando as distribuições de probabilidades.
2. Cenário determinístico: condição considerando o valor médio de cada distribuição de probabilidade.

Tabela 5.8. Modelo 1 - simulado com valores estocásticos e valor médio para produções mensais.

medida	número de caminhões							
	1	2	3	4	5	6	7	8
M2 - estocástico (mil ton)	385	757	1137	1483	1851	2190	2510	2799
M2 - média (mil ton)	384	768	1151	1535	1919	2302	2686	3070
diferença (%)	-0,22	1.36	1.28	3.37	3.52	4,89	6,55	8,83

Com a análise da Tabela 5.8 é possível perceber o crescimento do erro com o aumento do número de caminhões, reforçando a importância da simulação com os valores estocásticos originais do modelo.

5.6 Análise de convergência

Essa seção apresenta a análise de convergência da simulação com SIMAN e com rede de Petri. Os resultados são apresentados para processos de carga e descarga sem manutenção e carga e descarga com manutenção. Para o cenário sem manutenção os dados apresentados são do modelo M1 e o tempo de simulação foi de um mês. Para o cenário com manutenção os dados apresentados são do modelo M2 e o tempo de simulação foi de um ano.

5.6.1 Análise de convergência entre abordagens sem paradas

A Figura 5.6 e a Figura 5.7 mostram as respectivas convergências da simulação com SIMAN e com o modelo M1 da rede de Petri.

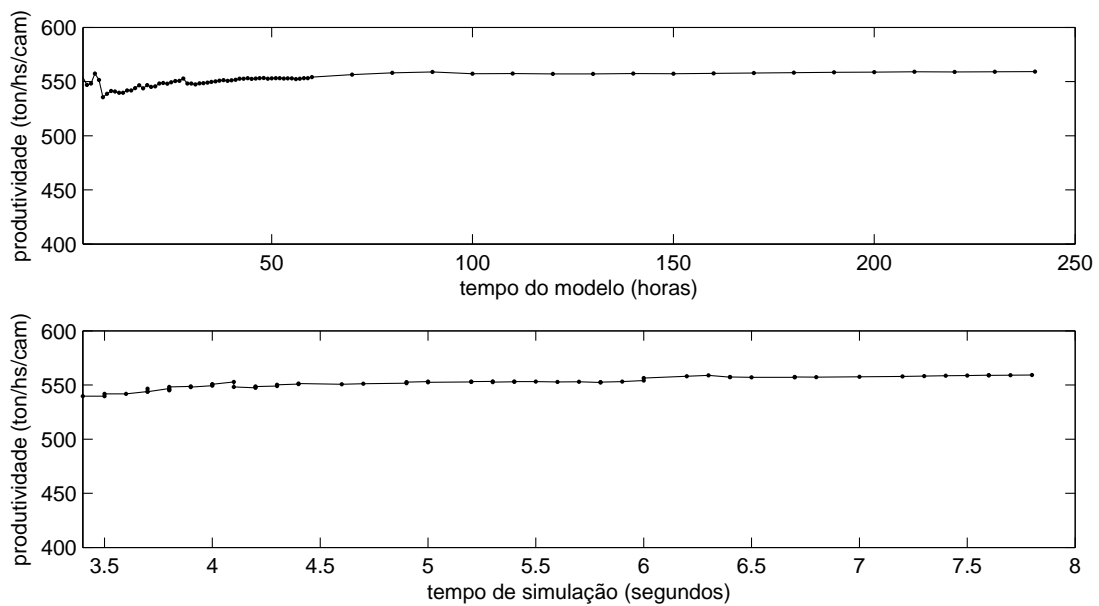


Figura 5.6. Convergência da produtividade com o SIMAN (Arena) em função do tempo de modelo (acima) e tempo de simulação (abaixo).

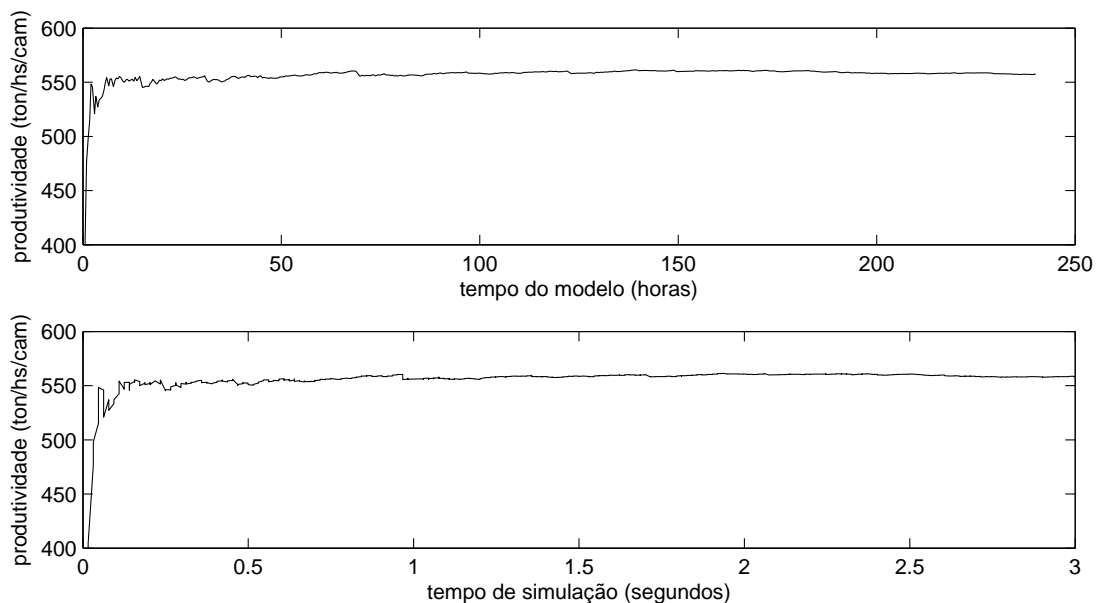


Figura 5.7. Convergência da produtividade com a rede de Petri em função do tempo de modelo (acima) e tempo de simulação (abaixo).

A Figura 5.8 apresenta a comparação da convergência dos modelos SIMAN e rede de Petri no tempo do modelo. As simulações convergem praticamente no mesmo tempo e com valores bem próximos, o que demonstra uma concordância entre os modelos.

A Figura 5.9 apresenta a comparação da convergência dos modelos SIMAN e rede

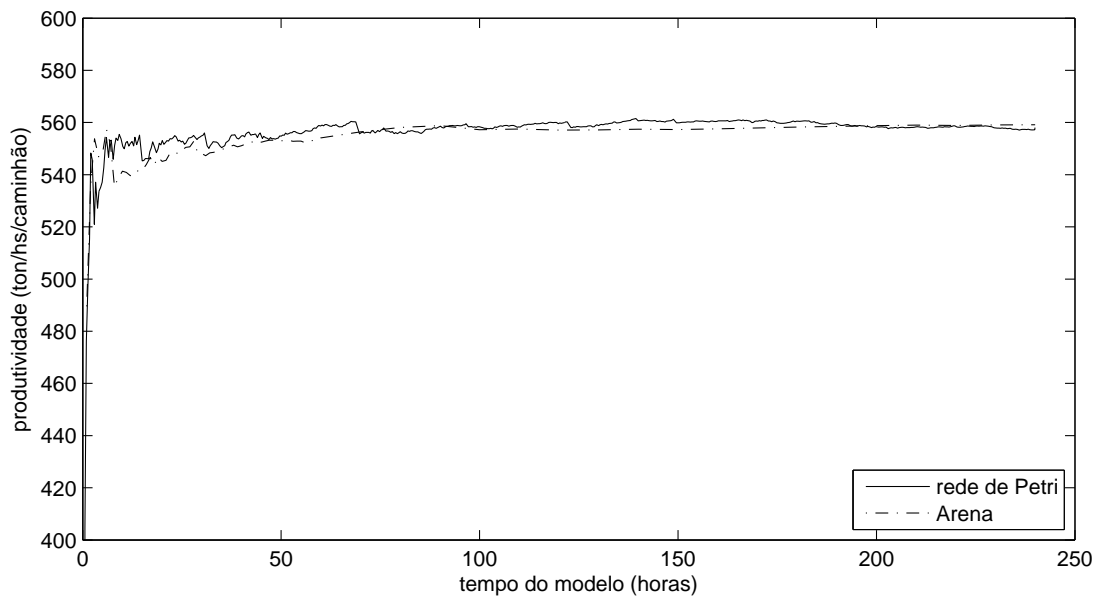


Figura 5.8. Comparação da convergência do SIMAN (Arena) e do modelo em rede de Petri no tempo do modelo.

de Petri no tempo da simulação. A rede de Petri se mostra relativamente bem mais rápida: cerca de três vezes mais rápida.

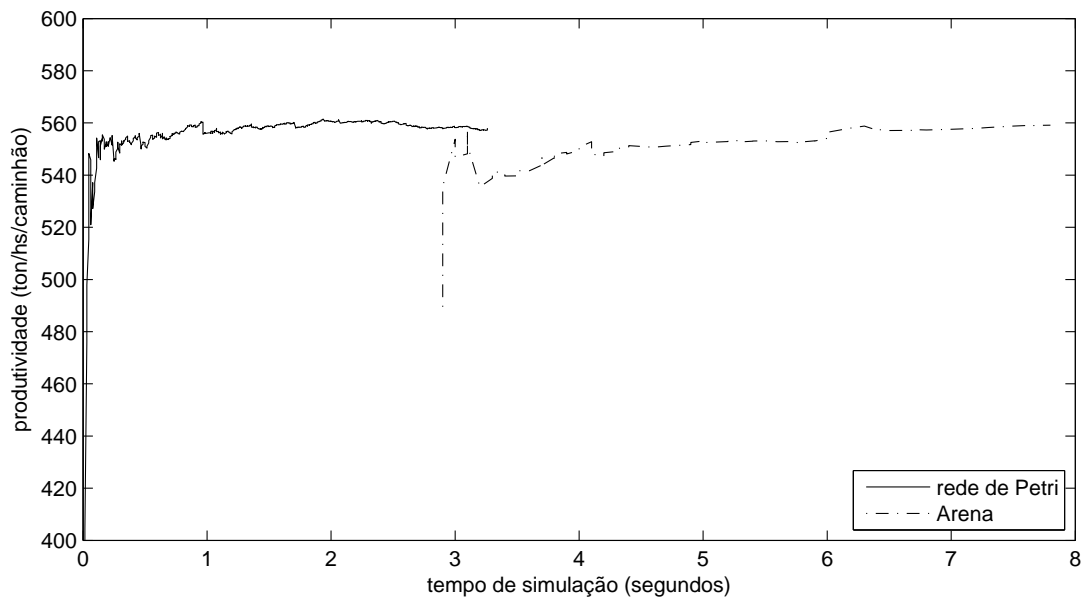


Figura 5.9. Comparação da convergência do SIMAN (Arena) e do modelo em rede de Petri no tempo da simulação.

5.6.2 Análise de convergência entre abordagens com paradas

A Figura 5.10 e a Figura 5.11 ilustram as respectivas convergências da simulação com SIMAN e com o modelo M2 da rede de Petri.

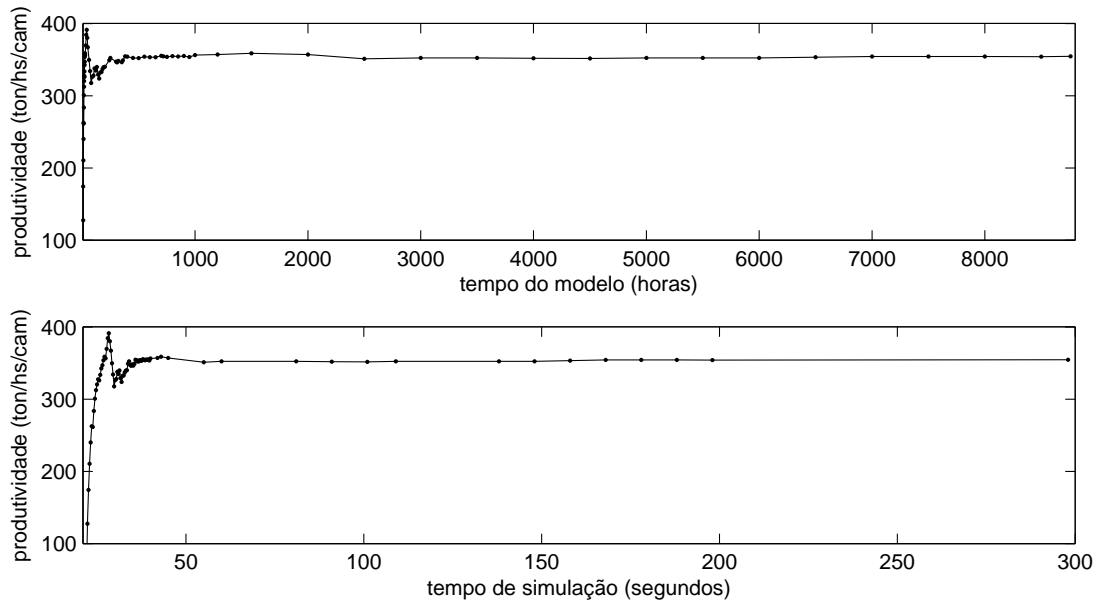


Figura 5.10. Convergência da produtividade com o SIMAN (Arena) em função do tempo de modelo (acima) e tempo de simulação (abaixo).

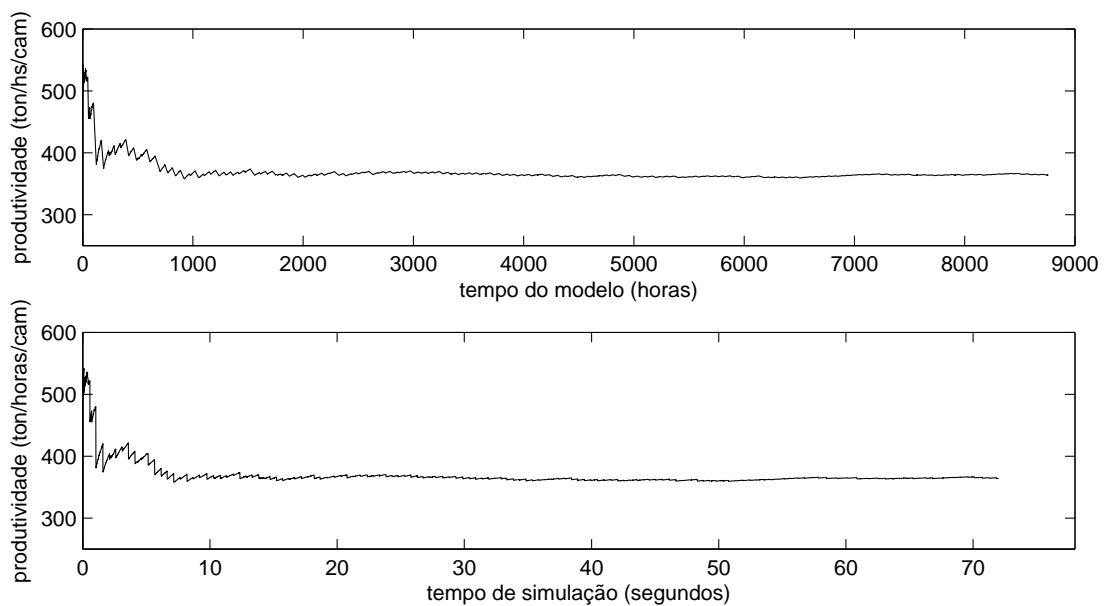


Figura 5.11. Convergência da produtividade com a rede de Petri em função do tempo de modelo (acima) e tempo de simulação (abaixo).

A Figura 5.12 apresenta a comparação da convergência dos modelos SIMAN e rede de Petri no tempo do modelo. Apesar das diferenças, as simulações convergem praticamente no mesmo tempo, o que mostra uma concordância entre os modelos.

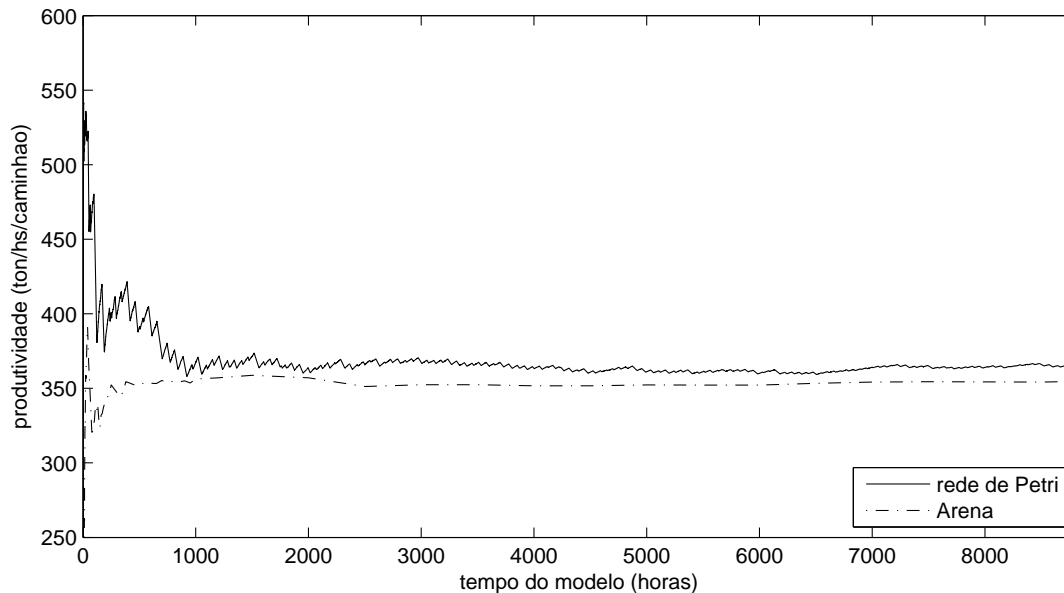


Figura 5.12. Comparação da convergência do SIMAN (Arena) e do modelo em rede de Petri no tempo do modelo.

A Figura 5.13 apresenta a comparação da convergência dos modelos SIMAN e rede de Petri no tempo da simulação. Como na seção anterior para o cenário sem paradas, a rede de Petri se mostra relativamente bem mais rápida. Porém, para esse cenário, se mostra cerca de quatro vezes mais rápida.

5.6.3 Análise de convergência entre os modelos da rede de Petri

Nessa seção são apresentados a convergência dos dois modelos no tempo do modelo e no tempo da simulação em função do número de caminhões. A Figura 5.14, Figura 5.15, Figura 5.16, Figura 5.17, apresentam os dados para os números de caminhões de 1 a 4. Através de análise dos gráficos é possível identificar que todos os modelos de uma forma geral apresentam convergência.

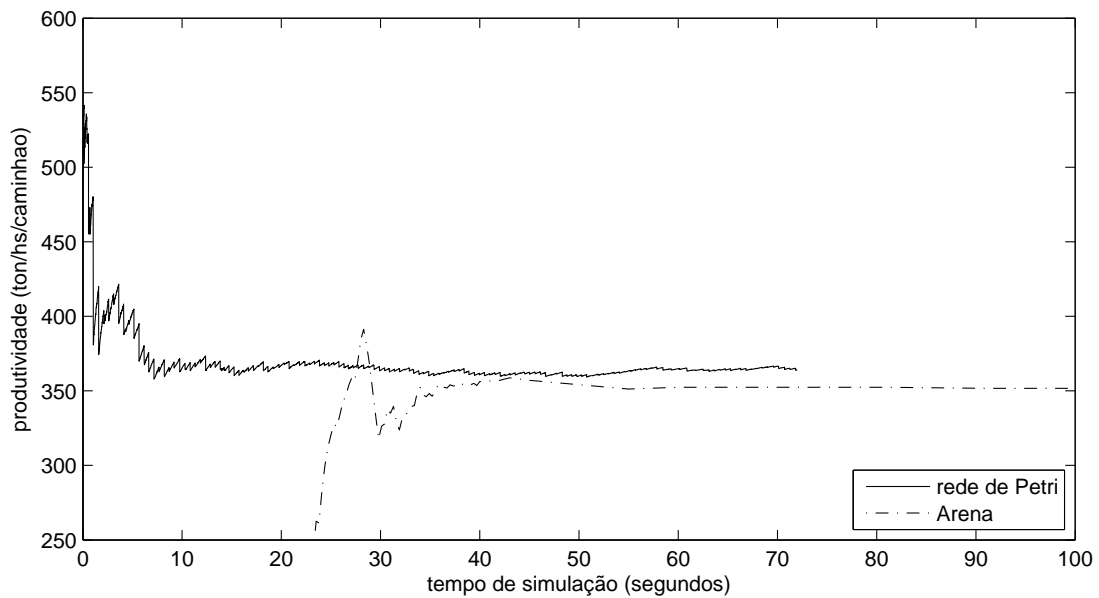


Figura 5.13. Comparação da convergência do SIMAN (Arena) e do modelo em rede de Petri no tempo da simulação.

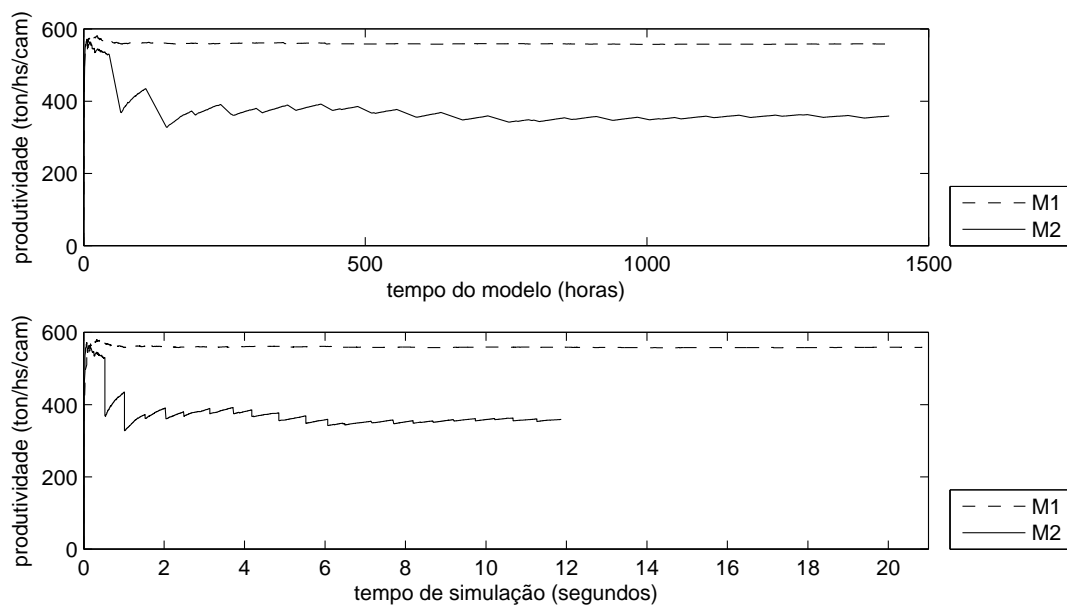


Figura 5.14. Convergência no tempo do modelo (acima) e convergência no tempo de simulação (abaixo) para 1 caminhão.

5.6.4 Análise de convergência em função do número de caminhões

Nessa seção é apresentada a convergência do modelo M2 em função do número de caminhões. Com uma análise da Figura 5.18 e da Figura 5.19 para o modelo M2

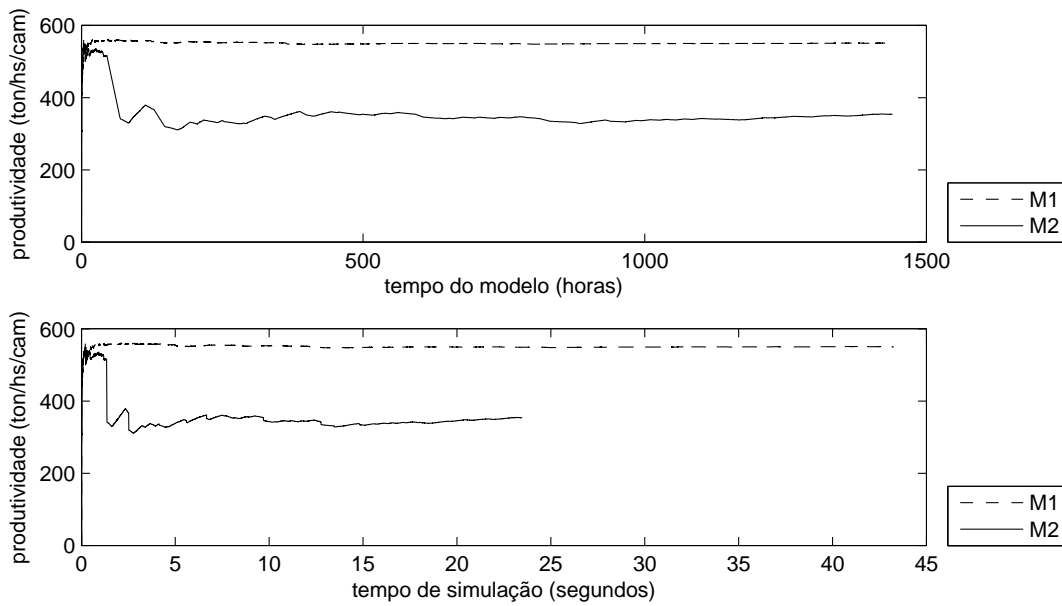


Figura 5.15. Convergência no tempo do modelo (acima) e convergência no tempo de simulação (abaixo) para 2 caminhões.

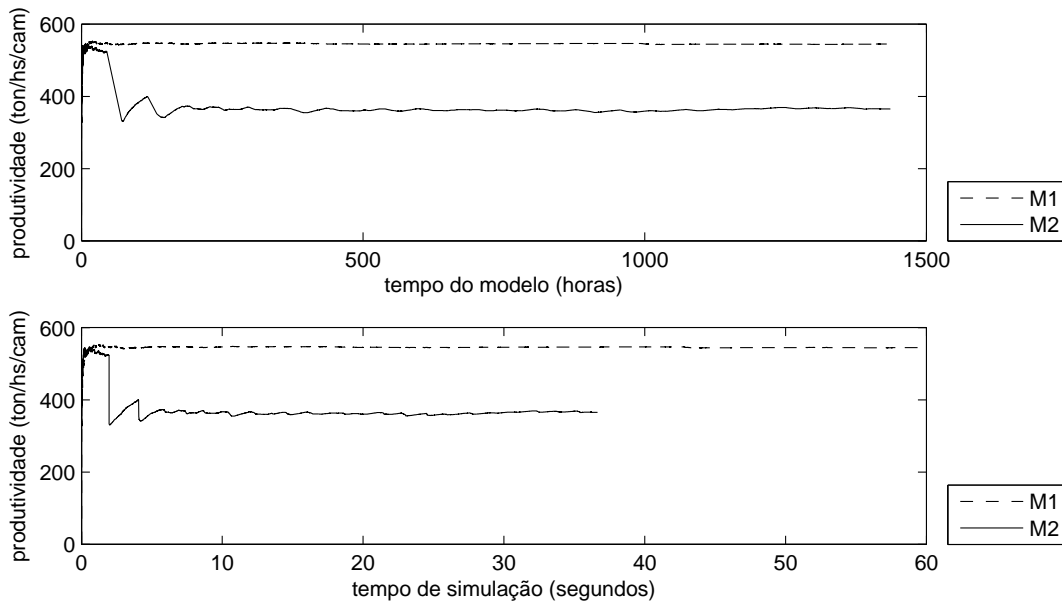


Figura 5.16. Convergência no tempo do modelo (acima) e convergência no tempo de simulação (abaixo) para 3 caminhões.

é possível identificar que a produtividade média do modelo simulado para seis e sete caminhões são bem próximas e para o oitavo caminhão já apresenta uma produtividade abaixo dos demais. Desta forma, o uso de mais de seis caminhões não implica em aumento na produtividade média.

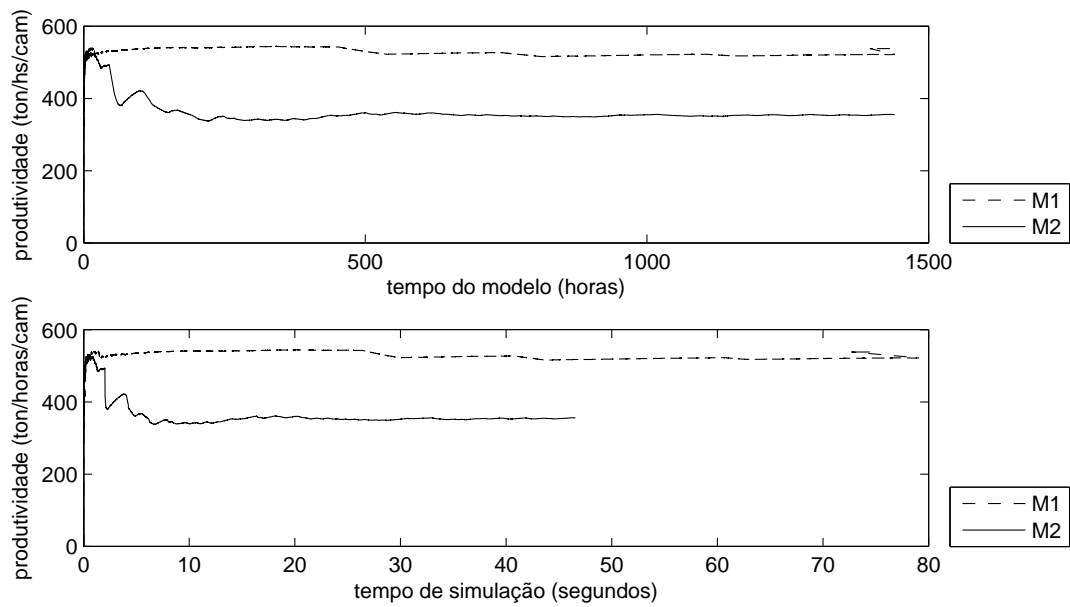


Figura 5.17. Convergência no tempo do modelo (acima) e convergência no tempo de simulação (abaixo) para 4 caminhões.

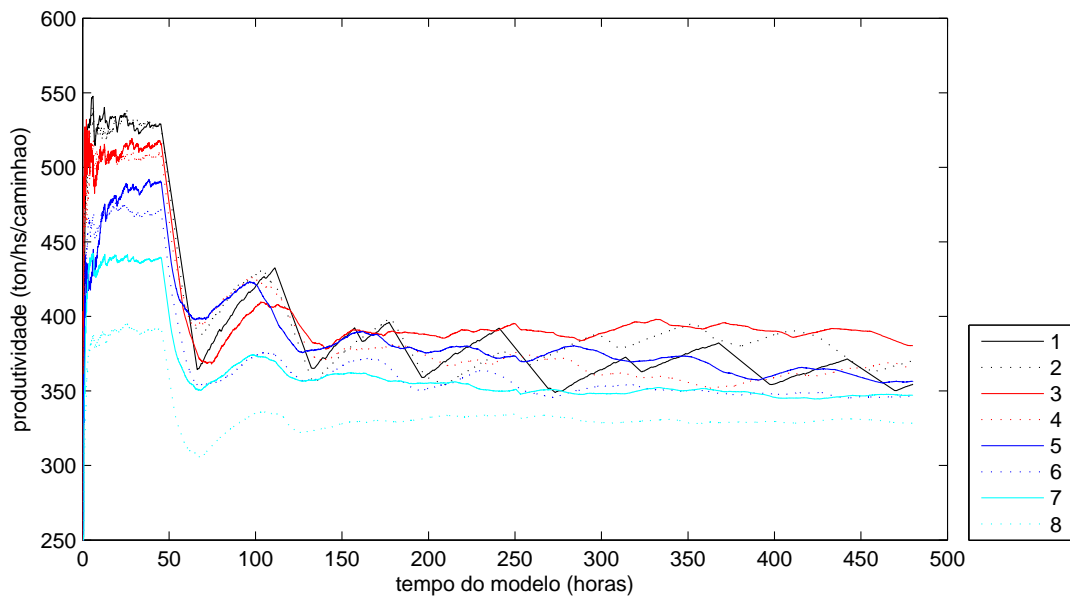


Figura 5.18. Convergência no tempo do modelo M2 em função do número de caminhões.

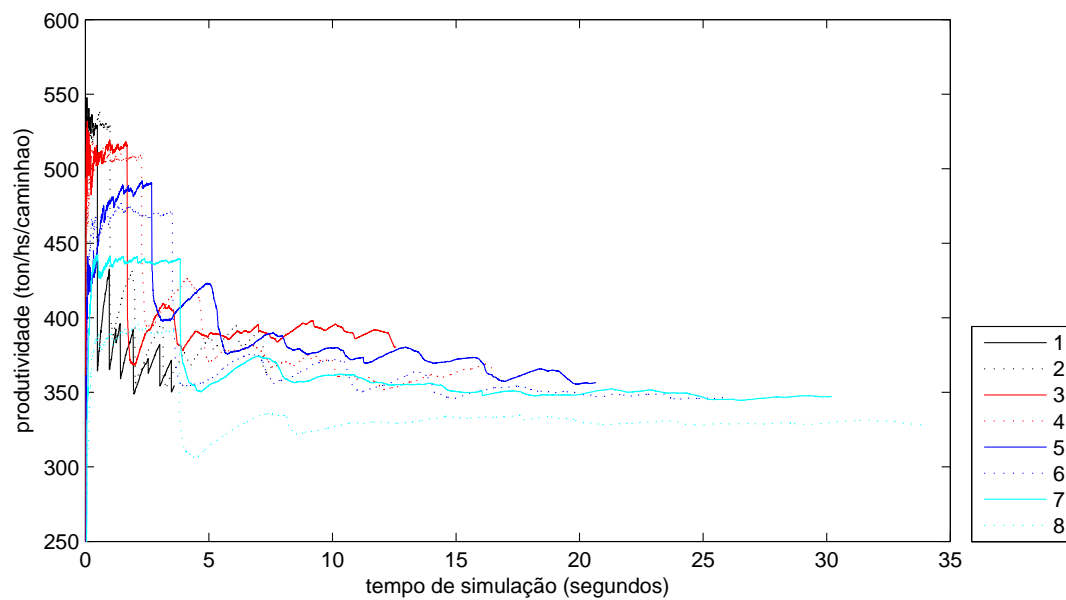


Figura 5.19. Convergência no tempo de simulação M2 em função do número de caminhões.

Capítulo 6

Conclusão

Os resultados encontrados para a produção da mina apresentaram erros abaixo de 4% quando comparados com o modelo de referência para os processos sem manutenção e abaixo de 3% para os processos com manutenção. Esta diferença é justificada pelas aproximações realizadas na criação do modelo, e também pela possível divergência entre os modelos na forma de geração dos números aleatórios usados nas funções de probabilidade.

A análise da convergência da produtividade em função do tempo e em função do número de caminhões reforça a aderência entre os modelos comparados. Através da análise da convergência em função do número de caminhões foi possível identificar o momento de saturação na produção da mina com o aumento do número de caminhões, i.e. ponto de formação de um gargalo operacional da mina.

A simulação de um modelo com rede de Petri utilizando distribuições de probabilidades se mostrou diferente da simulação utilizando apenas valores médios, especialmente na medida em que o número de caminhões aumentava. Esse comportamento induz uma relação curiosa entre incertezas e números de caminhões, aparecendo mesmo antes da formação significativa de filas.

Este trabalho traz uma contribuição importante ao criar um simulador de redes de Petri no ambiente MATLAB. O simulador é fácil de entender, transparente, pode ser implementado em outra plataforma e linguagem. As matrizes de incidências geradas no simulador são de fácil manipulação e podem ser utilizadas, por exemplo, como entrada para um algoritmo de otimização.

O simulador demonstrou ser três vezes mais rápido para apresentar os resultados da simulação quando comparado ao modelo de referência. Foram desenvolvidas todas as distribuições de probabilidades utilizadas para temporizar o disparo das transições no modelo. Desta forma, foi garantido total controle do código, do ambiente simulado

e a independência de softwares proprietários de simulação que apresentam custos da ordem de 32 mil dólares. Portanto, o simulador é considerado uma ferramenta bastante útil podendo ser facilmente aplicada a outros problemas, necessitando apenas dos parâmetros de entrada: arcos com pesos, funções de disparos e condição inicial.

Estudos futuros deverão integrar o modelo de simulação a uma solução de otimização que está em desenvolvimento. Aplicar redes de Petri colorida e hierárquicas para reduzir a complexidade do modelo, conduzindo a maior detalhamento dos processos, permitindo criar modelos mais reais do ambiente de mineração com mais de uma frente de lavra e com despacho dos caminhões.

Referências Bibliográficas

- Adam, N. R.; Atluri, V. & Huang, W.-K. (1998). Modeling and analysis of workflows using Petri nets. *Journal of Intelligent Information Systems*, 10:131–158.
- Baxter, M.; Brown, M. & Gan, H.-S. (2010). A decision support tool for equipment replacement in forestry harvesting operations. *Proceedings of the 45th Annual Conference of the ORSNZ*.
- Bitarafan, M. & Ataei, M. (2004). Mining method selection by multiple criteria decision making tools. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 104(9):493–498.
- Booch, G. (1994). *Object-oriented analysis and design with applications*. Benjamin/Cummings Publishing Company.
- Brahma, K. C. (2007). *A study on application of strategic planning models and operations research techniques in opencast mining*. Tese de doutorado, The National Institute of Technology, Rourkela.
- Burt, C. (2008). *An optimisation approach to materials handling in surface mines*. Tese de doutorado, Curtin University of Technology.
- Burt, C. & Caccetta, L. (2013). Equipment selection for surface mining: a review. Relatório técnico, University of Melbourne.
- Burt, C.; Caccetta, L.; Welgma, P. & Fouch, L. (2011). Equipment selection with heterogeneous fleets for multi-period schedules. *Journal of the Operational Research Society*, 62:1498–1509.
- Cassandras, C. & Lafortune, S. (2010). *Introduction to Discrete System*. 2 edição.
- Chwif, L. & Medina, A. C. (2007). *Modelagem e Simulação de Eventos Discretos: Teoria e Aplicações*.

- da Costa, F. P.; Souza, M. J. F. & Pinto, L. R. (2005). Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. *Revista Escola de Minas*, 58(1):77–81.
- Dahl, S. & Derigs, U. (2011). Cooperative planning in express carrier networks. an empirical study on the effectiveness of a real-time decision support system. *Decision Supports Systems*.
- de Castro, F. L. B. (2014). Gerenciamento de portfólio de projetos: uma abordagem para investimentos correntes e de melhoria. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Edwards, D. J.; Malekzadeh, H. & Yisa, S. B. (2001). A linear programming decision tool for selecting the optimum excavator. *Structural Survey*, 19(2):113–120.
- El-Moslmani, K.; AlkassA, S. & Al-Hussein, M. (2002). A computer module for multti-loaders-multi-trucks fleet selection for earthmoving projects. *Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering*.
- Eskandari, H.; Darabi, H. & Hosseinzadeh, S. A. (2013). Simulation and optimization of haulage system of an open-pit mine. *School of Industrial Engineering, Advanced Simulation Lab*.
- Farid, F. & Koning, T. L. (1994). Simulation verifes queuing program for selecting loader-truck flets. *Engineering Management Journal*, 120(2):386–404.
- Fioroni, M. M.; Franzese, L. A. G.; Biachi, T. J.; Ezawa, L.; Pinto, L. R. & de Miranda Jr., G. (2008). Concurrent simulation and optimization models for mining planning. *Proceeding of the 2008 Winter Simulation Conference*.
- Gambardella, L. M.; Rizzoli, A. E. & Zaffalon, M. (1998). Simulation and planning of an intermodal container terminal. *Special Issue SIMULATION on Harbour and Maritime Simulation*, 71:107–116.
- Gauss, C. F. (1809). *Theoria motus corporum coelestivm in sectionibus conicis solem ambientivm*.
- Giua, A. & Seatzu, C. (2008). Modeling and supervisory control of railway networks using Petri nets. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 5(3):431–445.

- Hamrock, E.; Paige, K.; Parks, J.; Scheulen, J. & Levin, S. (2013). Discrete event simulation for healthcare organizations: a tool for decision making. *Journal of Healthcare Management*, 58(2):110–125.
- Hustrulid, W. & Fernberg, H. (2008). An introduction to surface mining. *Atlas Copco - Talking Technically*, pp. 17–22.
- Jensen, K. (1996). An introduction to the practical use of coloured petri nets. *Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag*.
- Jonak, J. (2002). Possibility of neural network application for predicting the load on excavating machines. *Journal of Mining Science*, 38(4).
- Juliá, A. F. (2010). Desenvolvimento de um mmodel de simulação para dimensionamento de um sistema integrado. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo Escola Politécnica.
- Kapageridis, I. K. (2002). Artificial neural network technology in mining and environmental applications. *Mine Planning and Equipment Selection*.
- Karshenas, S. (1989). Truck capacity selection for earthmoving. *Journal of Construction Engineering and Management*, 115(2).
- Konyukh, V. & Davidenko, V. (1999). Petri nets as a tool for mine simulation. *Mineral resources engineering*, 8(4):361–380.
- Kounev, S. (2006). Performance modeling and evaluation of distributed component-based systems using queueing Petri nets. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 32(7):486–502.
- Krause, A. & Musingwini, C. (2007). Modelling open pit shovel-truck systems using the machine repair model. *Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 107:469–476.
- Ling, S. & Schmidt, H. (2000). Time Petri nets for workflow modelling and analysis. *School of Computer Science & Software Engineering*, 4:3039–3044.
- List, G. F. & Cetin, M. (2004). Modeling traffic signal control using Petri nets. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 5(3):177–187.
- Maciel, P. R. M.; Lins, R. D. & Cunha, P. R. F. (1996). *Introdução às redes de Petri e aplicações*. X Escola de Computação - UNICAMP-SP.

- Marinelli, M.; Lambropoulos, S. & Petroutsatou, K. (2014). Earthmoving trucks condition level prediction using neural networks. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 20(2):182–192.
- Marzouk, M. & Moselhi, O. (2004). Multiobjective optimization of earthmoving operations. *Journal of Construction on Engineering and Management*, 130:105–113.
- Masri, A.; Bourdeaud’huy, T. & Toguyeni, A. (2008). Network protocol modeling: a time Petri net modular approach. *Ecole Centrale de Lille Cite Scientifique BP 48*, pp. 274–278.
- May, M. A. (2012). Applications of queuing theory for open-pit truck/shovel haulage systems. Dissertação de mestrado, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Molck, P. H. R. (2002). Métodos heurísticos em programação de atividades em pátios de estocagem. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas.
- Murata, T. (1989). Petri nets: properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, 77(4):541–580.
- Naoum, S. & Haidar, A. (2000). A hybrid knowledge base system and genetic algorithms for equipment selection. *Engineering, Construction and Architecture Management*, 7(1):3–14.
- O’Reilly, G. P.; Jrad, A.; Kelic, A. & LeClaire, R. (2007). Telecom critical infrastructure simulations discrete event simulation vs dynamic simulation how do they compare. *Proceedings of the IEEE GLOBECOM*, pp. 2597–2601.
- Pantuza, G. (2011). Métodos de otimização multiobjetivo e de simulação aplicados ao problema de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto.
- Pegden, C. D. (1983). Introduction to SIMAN. *Proceedings of the Winter Simulation Conference*, pp. 231–241.
- Pegden, C. D.; Shannon, R. E. & Sadowski, R. P. (1995). *Introduction to simulation using SIMAN*. McGraw-Hill.
- Petri, C. A. (1962). *Kommunikation mit Automaten*. Tese de doutorado, Von der Fakultät für Mathematik und Physik der Technischen Hochschule Darmstadt.

- Prata, B.; Junior, E. F. N. & Barroso, G. C. (2005). Modelagem de sistemas de terraplanagem uma aplicação de rede de petri. *Anais do CILAMCE 2005 ABMEC & AMC*.
- Quevedo, J. M. G. (2009). Modelo de simulação para o sistema de carregamento e transporte em mina a céu aberto. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- Raman, D.; Nagalingam, S. V.; Gurd, B. W. & Lin, G. C. I. (2009). Quantity of material handling equipment a queuing theory based approach. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 25:348–357.
- Ribeiro, C. M.; Lisboa, A. C.; Maia, C. A. & Saldanha, R. R. (2015a). On using petri nets to model and simulate process with uncertainty. *1st Pan-American Congress on Computational Mechanics. Buenos Aires, Argentina*, pp. 1578–1586.
- Ribeiro, C. M.; Lisboa, A. C.; Maia, C. A.; Saldanha, R. R.; Vieira, D. A. G.; de Castro, F. L. B. & Rodrigues, G. M. (2015b). Modelagem e simulação de mina a céu aberto utilizando rede de petri. *XLVII Simposio Brasileiro de Pesquisa Operacional - Porto de Galinhas, Pernambuco*.
- Ribeiro, R. G. (2013). Uma metodologia para priorização de portfólio de projetos em ambientes incertos: aplicação em mineração a céu aberto. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Robinson, S. (2004). *Simulation - the practice of model development and use*. Wiley.
- Schroer, B. J. & Tseng, F. T. (1988). Modelling complex manufacturing systems using discrete event simulation. *Computers & Industrial Engineering*, 14(4):455–464.
- Subtil, R. F.; Silva, D. M. & Alves, J. C. (2011). A practical approach to truck dispatch for open pit mines. *35Th APCOM Symposium*, pp. 765–777.
- Ta, C.; Krest, J.; Forbes, J. & Marquez, H. (2005). A stochastic optimization approach to mine truck allocation. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 19(3):162–175.
- Tocher, K. D. (1963). A art of simulation. *English Universities Press*.
- Topal, E. & Ramazan, S. (2010). A new mip model for mine equipment scheduling by minimizing maintenance cost. *European Journal of Operational Research*, 207:1065–1071.

- Torkamani, E. & Askari-Nasab, H. (2012). Verifying short-term production schedules using truck-shovel simulation. Relatório técnico, Mining Optimization Laboratory (MOL).
- Visintin, F.; Porcelli, I. & Ghini, A. (2014). Applying discrete event simulation to the design of a service delivery system in the aerospace industry: a case study. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 25:1135–1152.
- Walck, C. (2007). Hand-book on statistical distributions for experimentalists. Relatório técnico, University of Stockholm.
- Yuriy, G. M. (2005). Discrete-event simulation of mine equipment systems combined with a reliability assesment model. Dissertação de mestrado, Laurentian University.
- Zee, D. J. V. D. (2011). Building insightful simulation models using petri nets a structured approach. *Decision Support Systems*, 51:53–64.
- Zukerman, M. (2015). Introduction to queueing theory and stochastic teletraffic models. Relatório técnico, City University of Hong Kong.

Apêndice A

Detalhamento dos Modelos

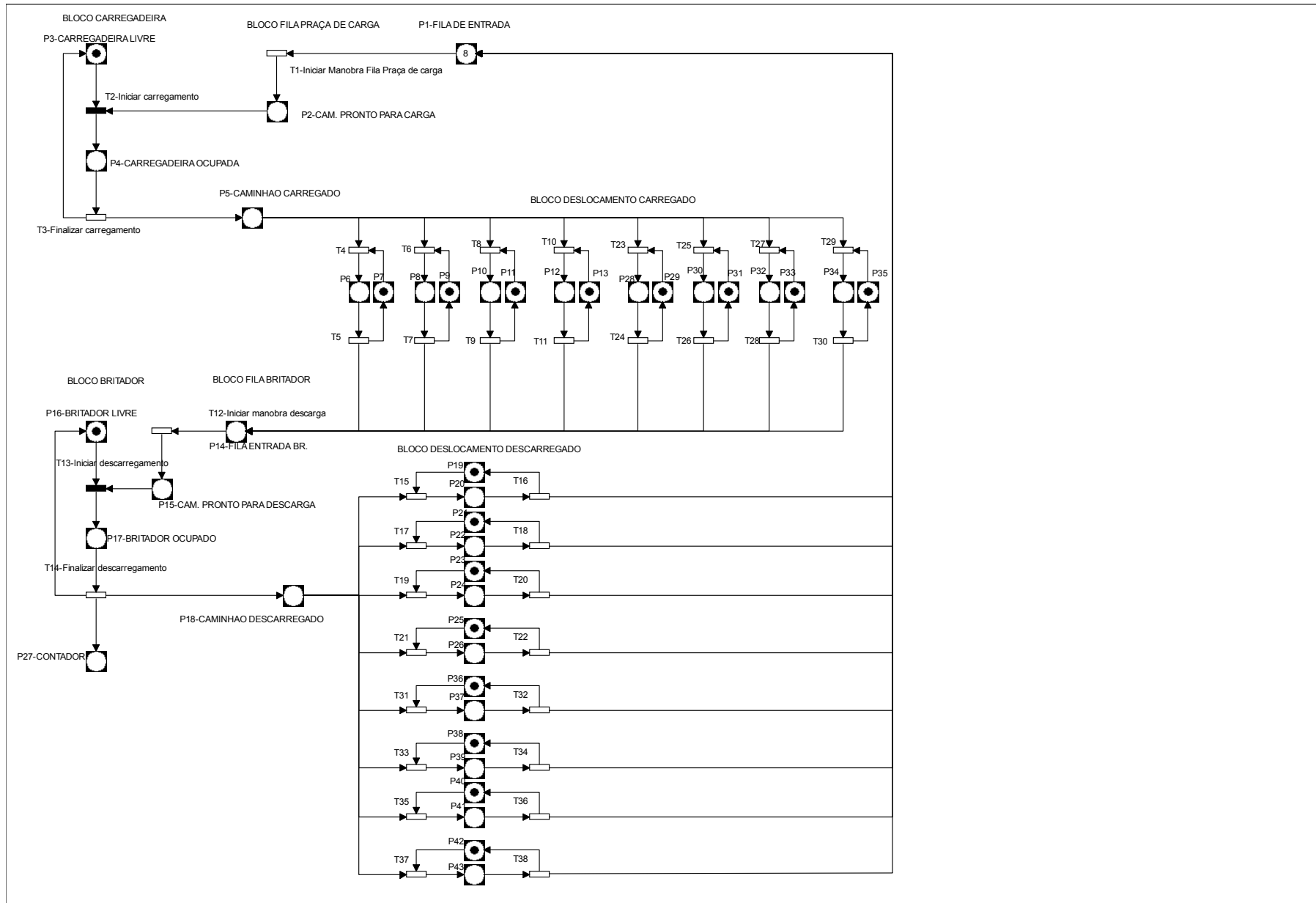


Figura A.1. Diagrama completo modelo M1 para 8 caminhões.

Os arcos da rede de Petri para o modelo M1 ilustrado na Figura A.1 são dado na Tabela A.1 Tabela A.2.

Tabela A.1. Arcos de lugar para transição modelo M1

1 1	5 27	14 12	18 35	28 24	38 33
2 2	5 29	15 13	18 37	29 23	39 34
3 2	6 5	16 13	19 15	30 26	40 35
4 3	7 4	17 14	20 16	31 25	41 36
5 4	8 7	18 15	21 17	32 28	42 37
5 6	9 6	18 17	22 18	33 27	43 38
5 8	10 9	18 19	23 19	34 30	
5 10	11 8	18 21	24 20	35 29	
5 23	12 11	18 31	25 21	36 31	
5 25	13 10	18 33	26 22	37 32	

Tabela A.2. Arcos de transição para lugar modelo M1

1 2	10 12	14 18	18 1	28 33	34 1
2 4	11 13	15 20	20 1	28 12	35 41
3 3	5 14	16 19	22 1	29 34	36 40
3 5	7 14	17 22	23 28	30 35	36 1
4 6	9 14	18 21	24 29	30 12	37 43
5 7	11 14	19 24	24 12	31 37	38 42
6 8	12 15	20 23	25 30	32 36	38 1
7 9	13 17	21 26	26 31	32 1	
8 10	14 16	22 25	26 12	33 39	
9 11	14 27	16 1	27 32	34 38	

A respectiva matriz de incidência é:

Tabela A.3. Matriz de incidência modelo M1.

1,1 = -1	14,9 = 1	1,18 = 1	30,26 = -1	39,34 = -1
2,1 = 1	5,1 = -1	21,18 = 1	31,26 = 1	18,35 = -1
2,2 = -1	12,1 = 1	22,18 = -1	5,27 = -1	40,35 = -1
3,2 = -1	13,1 = -1	18,19 = -1	32,27 = 1	41,35 = 1
4,2 = 1	12,11 = -1	23,19 = -1	33,27 = -1	1,36 = 1
3,3 = 1	13,11 = 1	24,19 = 1	12,28 = 1	40,36 = 1
4,3 = -1	14,11 = 1	1,2 = 1	32,28 = -1	41,36 = -1
5,3 = 1	14,12 = -1	23,2 = 1	33,28 = 1	18,37 = -1
5,4 = -1	15,12 = 1	24,2 = -1	5,29 = -1	42,37 = -1
6,4 = 1	15,13 = -1	18,21 = -1	34,29 = 1	43,37 = 1
7,4 = -1	16,13 = -1	25,21 = -1	35,29 = -1	1,38 = 1
6,5 = -1	17,13 = 1	26,21 = 1	12,3 = 1	42,38 = 1
7,5 = 1	16,14 = 1	1,22 = 1	34,3 = -1	43,38 = -1
14,5 = 1	17,14 = -1	25,22 = 1	35,3 = 1	
5,6 = -1	18,14 = 1	26,22 = -1	18,31 = -1	
8,6 = 1	27,14 = 1	5,23 = -1	36,31 = -1	
9,6 = -1	18,15 = -1	28,23 = 1	37,31 = 1	
8,7 = -1	19,15 = -1	29,23 = -1	1,32 = 1	
9,7 = 1	20,15 = 1	12,24 = 1	36,32 = 1	
14,7 = 1	1,16 = 1	28,24 = -1	37,32 = -1	
5,8 = -1	19,16 = 1	29,24 = 1	18,33 = -1	
10,8 = 1	20,16 = -1	5,25 = -1	38,33 = -1	
11,8 = -1	18,17 = -1	30,25 = 1	39,33 = 1	
10,9 = -1	21,17 = -1	31,25 = -1	1,34 = 1	
11,9 = 1	22,17 = 1	12,26 = 1	38,34 = 1	

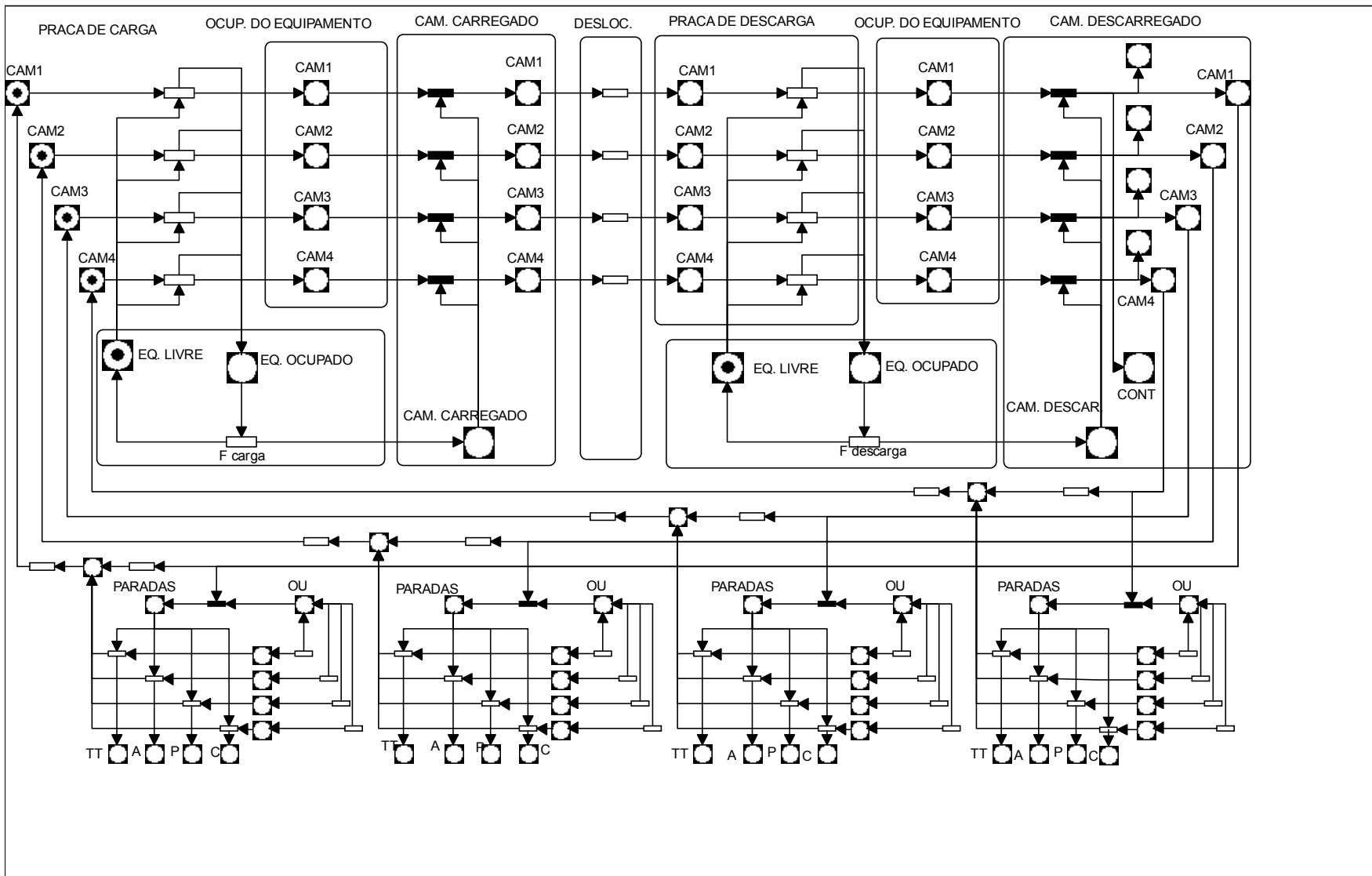


Figura A.2. Diagrama completo modelo M2 para 4 caminhões.

Tabela A.4. Arcos de lugar para transição modelo M2

1 1	7 6	9 13	13 11	18 16	23 13	32 1
39 24	45 29	47 36	51 34	56 39	61 36	32 24
2 2	7 8	9 15	14 12	19 9	24 19	34 2
40 25	45 31	47 38	52 35	57 32	62 42	34 25
3 3	8 7	10 8	15 13	20 17	25 15	35 4
41 26	46 30	48 31	53 36	58 40	63 38	35 27
4 4	9 9	11 9	16 14	21 11	26 20	37 5
42 27	47 32	49 32	54 37	59 34	64 43	37 28
5 5	9 11	12 10	17 15	22 18	27 21	33 22
43 28	47 34	50 33	55 38	60 41	65 44	36 23

Tabela A.5. Arcos de transição para lugar modelo M2

1 2	5 7	10 10	13 24	16 17	18 14	19 23	20 27	5 38
24 40	28 45	33 48	36 62	39 55	41 52	42 61	43 65	28 38
2 3	6 8	10 11	14 10	17 19	18 21	19 27	20 31	22 32
25 41	29 46	33 49	37 48	40 57	41 59	42 65	43 69	22 34
3 4	7 1	11 22	14 15	17 27	18 27	19 30	21 1	23 35
26 42	30 39	34 60	37 53	40 65	41 65	42 68	44 39	23 37
4 5	8 9	12 10	15 26	17 12	18 29	20 18	1 33	
27 43	31 47	35 48	38 64	40 50	41 67	43 56	24 33	
5 6	9 20	12 13	16 10	17 28	19 16	20 25	4 36	
28 44	32 58	35 51	39 48	40 66	42 54	43 63	27 36	

Tabela A.6. Matriz de incidência modelo M2 para o primeiro caminhão

1,1 = -1	18,16 = -1	47,31 = 1	25,15 = -1
2,1 = 1	12,17 = 1	48,31 = -1	26,15 = 1
32,1 = -1	19,17 = 1	47,32 = -1	10,16 = 1
33,1 = 1	20,17 = -1	49,32 = -1	17,16 = 1
2,2 = -1	27,17 = 1	57,32 = -1	46,29 = 1
3,2 = 1	28,17 = 1	58,32 = 1	39,3 = 1
34,2 = -1	14,18 = 1	48,33 = 1	46,3 = -1
3,3 = -1	21,18 = 1	49,33 = 1	45,31 = -1
4,3 = 1	22,18 = -1	50,33 = -1	65,43 = 1
4,4 = -1	27,18 = 1	47,34 = -1	69,43 = 1
5,4 = 1	29,18 = 1	51,34 = -1	39,44 = 1
35,4 = -1	16,19 = 1	59,34 = -1	65,44 = -1
36,4 = 1	23,19 = 1	60,34 = 1	
5,5 = -1	24,19 = -1	48,35 = 1	
6,5 = 1	27,19 = 1	51,35 = 1	
7,5 = 1	30,19 = 1	52,35 = -1	
37,5 = -1	18,2 = 1	47,36 = -1	
38,5 = 1	25,2 = 1	53,36 = -1	
7,6 = -1	26,2 = -1	61,36 = -1	
8,6 = 1	27,2 = 1	62,36 = 1	
1,7 = 1	31,2 = 1	48,37 = 1	
8,7 = -1	1,21 = 1	53,37 = 1	
7,8 = -1	27,21 = -1	54,37 = -1	
9,8 = 1	32,22 = 1	47,38 = -1	
10,8 = -1	33,22 = -1	55,38 = -1	
9,9 = -1	34,22 = 1	63,38 = -1	
11,9 = -1	35,23 = 1	64,38 = 1	
19,9 = -1	36,23 = -1	48,39 = 1	
20,9 = 1	37,23 = 1	55,39 = 1	
10,1 = 1	32,24 = -1	56,39 = -1	
11,1 = 1	33,24 = 1	50,4 = 1	
12,1 = -1	39,24 = -1	57,4 = 1	
9,11 = -1	40,24 = 1	58,4 = -1	
13,11 = -1	34,25 = -1	65,4 = 1	
21,11 = -1	40,25 = -1	66,4 = 1	
22,11 = 1	41,25 = 1	52,41 = 1	
10,12 = 1	41,26 = -1	59,41 = 1	
13,12 = 1	42,26 = 1	60,41 = -1	
14,12 = -1	35,27 = -1	65,41 = 1	
9,13 = -1	36,27 = 1	67,41 = 1	
15,13 = -1	42,27 = -1	54,42 = 1	
23,13 = -1	43,27 = 1	61,42 = 1	
24,13 = 1	37,28 = -1	62,42 = -1	
10,14 = 1	38,28 = 1	65,42 = 1	
15,14 = 1	43,28 = -1	68,42 = 1	
16,14 = -1	44,28 = 1	56,43 = 1	
9,15 = -1	45,28 = 1	63,43 = 1	
17,15 = -1	45,29 = -1	64,43 = -1	
