

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Luíza de Oliveira Trindade

*Avaliação da resposta de aterramentos
elétricos frente a descargas atmosféricas
considerando os efeitos de ionização e
dependência com a frequência dos
parâmetros do solo com base na aplicação
do método FDTD*

Belo Horizonte

2024

Luíza de Oliveira Trindade

*Avaliação da resposta de aterramentos
elétricos frente a descargas atmosféricas
considerando os efeitos de ionização e
dependência com a frequência dos
parâmetros do solo com base na aplicação
do método FDTD*

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Engenharia de Potência
Linha de Pesquisa: Sistemas de Energia Elétrica

Orientador:

Prof. Dr. Fernando Henrique Silveira

Belo Horizonte

2024

T833a

Trindade, Luíza de Oliveira.

Avaliação da resposta de aterramentos elétricos frente a descargas atmosféricas considerando os efeitos de ionização e dependência com a frequência dos parâmetros do solo com base na aplicação do método FDTD [recurso eletrônico] / Luíza de Oliveira Trindade. - 2024.

1 recurso online (101 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Fernando Henrique Silveira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 97-101.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Raio - Teses. 3. Ionização - Teses. 4. Diferenças finitas - Teses. I. Silveira, Fernando Henrique. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
COLEGIADO DO CURSO DE GRADUAÇÃO / PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

"Avaliação da Resposta de Aterramentos Elétricos Frente A Descargas Atmosféricas Considerando Os Efeitos de Ionização e Dependência Com A Frequência dos Parâmetros do Solo Com Base na Aplicação do Método Fdtd"

Luíza de Oliveira Trindade

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 18 de novembro de 2024.

Por:

**Prof. Dr. Fernando Henrique Silveira
DEE (UFMG) - Orientador**

**Prof. Dr. Silvério Visacro Filho
DEE (UFMG)**

Prof. Dr. Javier Gustavo Herrera Murcia
Departamento de ingeniería eléctrica y automática (Universidad Nacional de Colombia)

Belo Horizonte, 18 de novembro de 2024.



Documento assinado eletronicamente por **Fernando Henrique Silveira, Professor do Magistério Superior**, em 18/11/2024, às 14:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Silverio Visacro Filho, Professor do Magistério Superior**, em 18/11/2024, às 14:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Javier Gustavo Herrera Murcia, Usuário Externo**, em 21/11/2024, às 11:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3737955** e o código CRC **4A79AC24**.

Agradecimentos

A Deus por ter me abençoado com tantas boas oportunidades durante a vida. À minha mãe, Sirlene, que sempre me encorajou durante os momentos mais difíceis e me inspira com sua sabedoria. Ao meu pai, Pedro (em memória), do qual eu herdei a habilidade de criar soluções imprevisíveis para os meus problemas, a minha saudade é diária. Ao meu namorado, César, que me apoiou e incentivou desde a inscrição até a finalização desta etapa. Ao meu amigo, Gabriel, que para além da parceria, sempre me deu ótimas ideias para este projeto.

A todos os professores que influenciaram a minha jornada desde a educação básica até a pós-graduação. Principalmente ao professor Dr. Fernando H. Silveira que sempre foi atencioso e paciente principalmente durante os períodos em que eu estive sobrecarregada. Agradeço à ele pela orientação e cuidado durante a pós-graduação.

Agradeço também aos professores: professor Dr. Fernando H. Silveira, professor Dr. Silvério Visacro Filho, professora Dra. Maria Helena Murta Vale, professor Dr. Elson José da Silva, e professor Dr. Rodney Rezende Saldanha pelos ensinamentos que contribuíram para minha formação durante este período.

Por fim, agradeço a todas as pessoas que contribuíram, direta e indiretamente, na construção desse trabalho.

Resumo

Esse trabalho tem como objetivo avaliar a resposta de aterramentos elétricos frente a descargas atmosféricas com ênfase nos efeitos de ionização do solo e dependência com a frequência dos parâmetros do solo com base em resultados obtidos pela realização de simulações computacionais sistemáticas utilizando o método FDTD (Finite-Difference Time Domain). Para isso, foram estudados ajustes no método para representar os dois efeitos separadamente. Os resultados indicam o impacto de ambos os efeitos, especialmente na redução dos valores de resistência de aterramento em baixa frequência e na impedância impulsiva de aterramento. As análises indicam que a ionização e a dependência com a frequência influenciam de forma distinta a impedância impulsiva de aterramento. A resistência de aterramento em baixa frequência diminui à medida que o comprimento do eletrodo aumenta, enquanto a impedância impulsiva reduz-se até atingir o valor correspondente ao comprimento efetivo do eletrodo. A dependência com a frequência exerce maior influência em solos mais resistivos e eletrodos mais longos. Para garantir a confiabilidade em ambos os estudos, os resultados da inclusão do efeito de ionização do solo foram comparados com a formulação de Weck. Além disso, os resultados obtidos através do FDTD que consideram a dependência com a frequência dos parâmetros do solo foram comparados com o modelo eletromagnético HEM (Hybrid Electromagnetic).

Palavras-chaves: FDTD, método das diferenças finitas no tempo, ionização do solo, dependência com a frequência dos parâmetros do solo, descargas atmosféricas

Abstract

This work aims to evaluate the response of electrical grounding systems to lightning, with an emphasis on soil ionization effects and the frequency dependence of soil parameters, based on results obtained from systematic computational simulations using the FDTD (Finite-Difference Time Domain) method. For this purpose, adjustments to the method were studied to represent both effects, singly. The results indicate the impact of both effects, especially in the reduction of low-frequency grounding resistance values and in the impulsive grounding impedance. The analyses indicate that ionization and frequency dependence influence the impulsive grounding impedance differently. The grounding resistance at low frequency decreases as the electrode length increases, while the impulse impedance reduces until it reaches the value corresponding to the effective electrode length. Frequency dependence exerts greater influence in more resistive soils and longer electrodes. To ensure the reliability of both studies, the results incorporating the effect of soil ionization were compared with Weck's formulation. Additionally, the results obtained through FDTD, which consider the frequency dependence of soil parameters, were compared with the HEM (Hybrid Electromagnetic) electromagnetic model.

Keywords: FDTD, finite-difference time domain, soil ionization, frequency-dependence of soil parameters, Lightning

Lista de Figuras

2.1	Malha tridimensional de $N_x \times N_y \times N_z$ células de Yee (Adaptado de Elsherbeni e Demir (2009))	24
2.2	Disposição dos componentes de campo em uma Célula de Yee (Adaptado de Taflove e Hagness (2005))	24
2.3	Fonte de tensão entre dois nós (Adaptado de Elsherbeni e Demir (2009))	25
2.4	Fonte de corrente entre dois nós (Adaptado de Taflove e Hagness (2005))	26
2.5	Representação de um Fio Fino entre dois nós (Adaptado de Elsherbeni e Demir (2009))	28
2.6	Configuração dos campos elétricos e magnéticos em um fio condutor fino (Adaptado de Noda <i>et al.</i> (2002))	29
2.7	Representação das melhorias na modelagem de fios finos (Adaptado de Taniguchi <i>et al.</i> (2008))	30
2.8	Comparação entre malhas FDTD (Adaptado de Elsherbeni e Demir (2009))	31
2.9	Representação da região de transição	32
2.10	Ilustração fronteira PML	37
3.1	Formação de descargas elétricas próximo ao eletrodo quando uma intensa corrente flui através do aterramento (Adaptado de Visacro <i>et al.</i> (2014))	41
3.2	Modelo de ionização e deionização do solo para FDTD, baseado no modelo da resistividade dinâmica do solo. (Adaptado de Otani <i>et al.</i> (2014))	43
3.3	Perfil típico da permissividade complexa ao longo do espectro de frequências (Adaptado de (CIGRE-781, 2019))	46
4.1	Fluxograma aplicação FDTD habilitada para GPU. (Adaptado de (CARVALHO, 2022))	54

4.2	Organização hierárquica CUDA. (Adaptado (NVIDIA, 2024))	55
4.3	Mapeamento <i>xyz</i> de <i>threads</i> para células de um domínio FDTD. (Adaptado de (DEMIR; ELSHERBENI, 2010))	56
4.4	Hierarquia de memória CUDA. (Adaptado (NVIDIA, 2024))	56
4.5	Etapas do desenvolvimento dos códigos FDTD deste trabalho	58
5.1	Fluxograma simplificado da modelagem em FDTD desenvolvida (Adaptado de (CARVALHO; SILVEIRA, 2022))	62
5.2	Modelo da simulação (Adaptado de (CARVALHO; SILVEIRA, 2021))	64
5.3	Corrente de entrada do FDTD: Forma de onda de pico duplo com parâmetros medianos medidos na estação Mount San Salvatore (Adaptado de (CONTI; VISACRO, 2007))	65
5.4	GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 100 \Omega\text{m}$; L igual a 10, 12, 15, 20 m respectivamente	66
5.5	GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 500 \Omega\text{m}$; L igual a 20, 30, 40, 50 m respectivamente	66
5.6	GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 20, 40, 60, 80 m respectivamente	67
5.7	GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 60, 80, 100, 120 m respectivamente	67
5.8	GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 130, 150 m respectivamente	68
5.9	GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 100, 140, 160, 200 m respectivamente	68
5.10	Relação entre L e Z_p para diferentes resistividades do solo.	71
5.11	GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo dos parâmetros do solo; $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 20, 40, 60, 80 m respectivamente	75

5.12 GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo dos parâmetros do solo; $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 120, 150 m respectivamente	76
5.13 GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo; $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 110, 130, 150 m respectivamente	77
5.14 GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo; $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 160, 180, 200 m respectivamente	78
5.15 GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo para 4, 6 e 9 polos; $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 20, 40, 60, 80 m respectivamente	80
5.16 GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo para 4, 6 e 9 polos; $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 120, 150 m respectivamente	80
5.17 GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo para 4, 6 e 9 polos; $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 110, 130, 150 m respectivamente	81
5.18 GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo para 4, 6 e 9 polos; $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 160, 180, 200 m respectivamente	81
5.19 Relação entre L e Z_p para diferentes resistividades do solo em relação HEM e ao FDTD para 4, 6 e 9 polos	83
5.20 GPR calculado com FDTD alterando n_{pml} , $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 40, 60, 80 m	84
5.21 GPR calculado com FDTD alterando n_{pml} , $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 150 m	84
5.22 GPR calculado com FDTD alterando n_{pml} , $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 130, 150 m	85
5.23 GPR calculado com FDTD alterando n_{pml} , $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 180, 200 m	85

5.24 GPR calculado com FDTD alterando σ_{fator} , $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 40, 60, 80 m	86
5.25 GPR calculado com FDTD alterando σ_{fator} , $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 150 m	86
5.26 GPR calculado com FDTD alterando σ_{fator} , $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 130, 150 m	86
5.27 GPR calculado com FDTD alterando σ_{fator} , $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 180, 200 m	86
5.28 GPR calculado com FDTD alterando o Kappa Max da CPML, $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 40, 60, 80 m	87
5.29 GPR calculado com FDTD alterando o Kappa Max da CPML, $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 150 m	87
5.30 GPR calculado com FDTD alterando o Kappa Max da CPML, $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 130, 150 m	87
5.31 GPR calculado com FDTD alterando o Kappa Max da CPML, $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 180, 200 m	88
5.32 GPR calculado com FDTD alterando o Alpha Max da CPML, $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 40, 60, 80 m	88
5.35 GPR calculado com FDTD alterando o Alpha Max da CPML, $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 180, 200 m	89
5.33 GPR calculado com FDTD alterando o Alpha Max da CPML, $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 150 m	89
5.34 GPR calculado com FDTD alterando o Alpha Max da CPML, $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 130, 150 m	89
5.36 Relação entre comprimento do eletrodo e o tempo de simulação do método FDTD para diferentes resistividades do solo.	91

Lista de Tabelas

4.1	Comparação da performance da modelagem FDTD simulado em um ambiente CPU e GPU para diferentes cenários. Dados em milhões de células processadas por segundo (Reproduzido de (CARVALHO, 2022))	57
5.1	Dimensões da simulação pra o estudo do efeito de ionização do solo	65
5.2	Impedância impulsiva de aterramento (Z_p) calculada pela aplicação de FDTD considerando o efeito da ionização do solo	69
5.3	Resistência de aterramento de baixa frequência (R_{LF}) calculada pela aplicação de FDTD considerando o efeito da ionização do solo	70
5.4	Comparação entre a R_{LF} considerando o efeito de ionização do solo calculado pela aplicação de FDTD e a aplicação da fórmula de Weck para campo elétrico crítico de 400 kV/m	72
5.5	Comparação entre a R_{LF} considerando o efeito de ionização do solo calculado pela aplicação de FDTD e a aplicação da fórmula de Weck para campo elétrico crítico de 300 kV/m	73
5.6	Dimensões da simulação para o estudo da dependência com a frequência dos parâmetros do solo	74
5.7	Impedância impulsiva de aterramento (Z_p) calculada pela aplicação de FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo	79
5.8	Impedância impulsiva de aterramento (Z_p) calculada pela aplicação de FDTD com diferentes números de polos para incluir a dependência com a frequência dos parâmetros do solo	82
5.9	Parâmetros da fronteira CPML	84

Sumário

1	Introdução	16
1.1	Relevância e Motivação	16
1.2	Objetivo	17
1.3	Metodologia e Desenvolvimento	17
1.4	Organização do Texto	18
2	Método das diferenças finitas no domínio do tempo	19
2.1	Método FDTD	19
2.2	Equações	20
2.3	A célula de Yee: Equações para problemas tridimensionais	23
2.4	Estabilidade Numérica	23
2.5	Modelagem de elementos de circuito para FDTD	25
2.5.1	Fonte de tensão	25
2.5.2	Fonte de corrente	26
2.5.3	Resistor	26
2.5.4	Fios finos	27
2.5.4.1	Modelagem de fio fino por Umashankar <i>et al.</i>	27
2.5.4.2	Modelagem de fio fino por Noda <i>et al.</i>	28
2.6	Células não uniformes	30

2.7	Fronteiras absorventes	33
2.7.1	Fronteira de Liao	33
2.7.2	Fronteiras PML	35
2.7.2.1	Fronteira CPML	37
3	Efeitos relativos ao comportamento do solo frente às descargas atmosféricas	40
3.1	Introdução	40
3.2	Efeito de Ionização do Solo	40
3.2.1	A Fórmula de Weck	41
3.2.2	Modelo proposto por Liew e Darveniza (1974)	42
3.3	A dependência com a frequência dos parâmetros do solo	45
3.3.1	A representação da dependência com a frequência dos parâmetros do solo de acordo com Visacro e Alípio (2011)	47
3.3.2	A representação da dependência com a frequência dos parâmetros do solo no domínio do tempo	48
3.3.3	Considerações Adicionais para a Metodologia de Elsherbeni e Demir (2009) em Meios Dispersivos	50
4	Metodologia	52
4.1	Programação paralela aplicada ao método FDTD	52
4.1.1	CUDA: <i>Compute Unified Device Architecture</i>	53
4.1.2	Mapeamento do espaço de simulação	54
4.1.3	Gerenciamento de memória de simulação	55
4.1.4	Performance	57
4.2	Ambiente de Simulação FDTD no <i>Google Colaboratory</i>	58

5	Resultados e Análise	61
5.1	Estrutura básica do método FDTD desenvolvido	61
5.2	Representação do efeito de ionização do solo	64
5.2.1	Análise comparativa entre o método FDTD e a Fórmula de WECK . . .	71
5.3	Representação do efeito da dependência com a frequência dos parâmetros do solo	73
5.3.1	Efeito do número de polos nas simulações	79
5.3.2	Efeito na variação dos parâmetros da CPML	83
5.3.2.1	Impacto da variação de n_{pml}	84
5.3.2.2	Impacto da variação de σ_{fator}	85
5.3.2.3	Impacto da variação de k_{max}	87
5.3.2.4	Impacto da variação de α_{max}	88
5.4	Comparações entre os efeitos de ionização do solo e de dependência com a frequência dos parâmetros do solo	90
5.5	Análise sobre o tempo de simulação	91
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	93
6.1	Concluões	93
6.2	Trabalhos Futuros	95
	Referências	97

1 *Introdução*

1.1 *Relevância e Motivação*

A análise computacional do impacto de descargas atmosféricas em sistemas elétricos é um tema em contínua evolução e de interesse da comunidade científica. Ao longo dos anos, vários métodos computacionais foram desenvolvidos para aplicações desta natureza. A maioria das aplicações considera métodos baseados em circuitos e campos eletromagnéticos. A categoria de métodos baseados em campo eletromagnético compreende o método de domínio de tempo de diferenças finitas (FDTD) (KANE, 1966), método de circuito equivalente de elemento parcial (PEEC) (RUEHLI, 1974), método dos momentos (MoM) (HARRINGTON, 1993) e o modelo eletromagnético híbrido (HEM) (VISACRO; SOARES, 2005), por exemplo. A aplicação de tais métodos leva a uma solução de onda completa consistente, uma vez que são capazes de considerar o acoplamento eletromagnético entre os elementos do sistema e os efeitos de propagação. Por outro lado, as simulações relacionadas à aplicação de modelos eletromagnéticos apresentam um custo computacional maior em relação aos modelos baseados em circuitos (CIGRE-785, 2019).

De acordo com a brochura 785 do CIGRE (2019), o método de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) (KANE, 1966) é um dos modelos computacionais mais aplicados na literatura, principalmente para estudos relacionados às descargas atmosféricas como, por exemplo, o desempenho de sistemas de aterramento. O método é baseado na solução das equações de Maxwell no domínio do tempo para campos eletromagnéticos, onde um determinado volume de trabalho é discretizado e dividido em células (CIGRE-785, 2019).

Essa dissertação tem como finalidade dar continuidade aos trabalhos de mestrado de Melo (2017) e Carvalho (2022). Os estudos foram dedicados à aplicação do Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) na análise de fenômenos eletromagnéticos presentes em sistemas elétricos de potência, como o desempenho dos aterramentos elétricos e de linhas de transmissão frente à ocorrência de descargas atmosféricas. No entanto, os trabalhos não esgotaram o tema. Há a necessidade de aprimorar aspectos importantes como, por exemplo, a estabilidade desse algoritmo, e na adaptação para o estudo e a modelagem dos fenômenos asso-

ciados à resposta dos aterramentos elétricos frente às descargas atmosféricas, como a ionização do solo e a dependência com a frequência dos parâmetros do solo.

1.2 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo abordar a resposta de eletrodos de aterramento frente à incidência de descargas atmosféricas usando a modelagem eletromagnética FDTD, dando continuidade aos desenvolvimentos apresentados por Melo (2017) e Carvalho (2022). Particularmente, este trabalho inclui no método FDTD modelagens que consideram o efeito da ionização do solo e da dependência com a frequência dos parâmetros do solo. Essa abordagem possibilita uma representação mais realista da resposta de aterramentos elétricos frente às descargas atmosféricas.

Os resultados obtidos neste estudo referem-se à resposta de eletrodos de aterramento horizontais enterrados em solos de diferentes resistividades, com base em simulações detalhadas através do método FDTD desenvolvido. Os resultados obtidos são comparados aos fornecidos pela aplicação da fórmula de Weck tradicional proposta em (WECK, 1985) e também com os resultados obtidos pela aplicação sistemática do modelo HEM (VISACRO; SOARES, 2005). A representação dos efeitos de ionização e da dependência com a frequência dos parâmetros do solo no método FDTD, aliada aos resultados obtidos, tem potencial para esclarecer e ampliar o conhecimento sobre esses fenômenos.

1.3 Metodologia e Desenvolvimento

Inicialmente, para alcançar os objetivos descritos, é realizada uma revisão bibliográfica de todo o conteúdo citado anteriormente com o enfoque no estudo do método das diferenças finitas no domínio do tempo, considerando a recente brochura técnica 839 publicada pelo CIGRE (2019). Em seguida, há o desenvolvimento do programa em FDTD para a modelagem da resposta dos aterramentos elétricos frente às descargas atmosféricas, considerando a ionização do solo e a variação dos parâmetros do solo com a frequência. Para as simulações que consideram apenas o efeito de ionização do solo na resposta de aterramentos elétricos, há a comparação dos resultados obtidos pela utilização da Fórmula de Weck e do FDTD para as situações descritas neste trabalho. Enquanto que para as simulações que consideram a variação dos parâmetros do solo com a frequência, foram comparados com o modelo eletromagnético HEM (Hybrid Electromagnetic).

1.4 Organização do Texto

Este trabalho está estruturado em seis capítulos além deste.

No **Capítulo 2**, são apresentados os conceitos teóricos que fundamentam este trabalho, com ênfase no método das diferenças finitas no domínio do tempo. A revisão bibliográfica aborda os aspectos mais relevantes do método FDTD, bem como a representação de elementos de circuitos utilizados em simulações envolvendo sistemas elétricos necessários para o desenvolvimento das simulações.

O **Capítulo 3** é dedicado a uma introdução teórica sobre as descargas atmosféricas e a análise do impacto da ionização do solo e da variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência na resposta de aterramentos elétricos. Nesse contexto, são apresentados modelos matemáticos e as respectivas implementações numéricas no método FDTD para simular esses fenômenos.

A programação paralela, como ferramenta para acelerar as simulações numéricas, é o tema central do **Capítulo 4**. Os seus fundamentos e sua aplicação específica no contexto das simulações FDTD são apresentados. Além disso, é detalhado o desenvolvimento do ambiente de simulação FDTD utilizado neste trabalho, destacando suas principais características.

No **Capítulo 5**, são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir das simulações FDTD. Esses são comparados com resultados de outros trabalhos presentes na literatura, permitindo validar os modelos propostos e avaliar a qualidade dos resultados obtidos.

Por fim, o **Capítulo 6** apresenta as conclusões gerais deste trabalho, destacando as principais contribuições e limitações do estudo. Além disso, são propostas sugestões para trabalhos futuros, visando aprofundar o conhecimento sobre a temática e expandir as aplicações do método FDTD na análise da resposta de sistemas de aterramento frente a descargas atmosféricas.

2 Método das diferenças finitas no domínio do tempo

Este capítulo tem como objetivo apresentar o suporte teórico para os desenvolvimentos dessa dissertação de mestrado, destacando os aspectos de interesse relativos ao método FDTD. O desenvolvimento da aplicação FDTD neste trabalho segue princípios já definidos na literatura, principalmente nos livros de Elsherbeni e Demir (2009) e Taflove e Hagness (2005).

2.1 Método FDTD

O uso da computação para a resolução de problemas eletromagnéticos tem se tornado frequente nas últimas décadas. De acordo com Taflove e Hagness (2009), pode-se classificar os problemas eletromagnéticos em dois tipos: O primeiro é baseado na solução diferencial das equações de Maxwell, onde normalmente emprega-se o uso de aproximações por diferenças finitas; enquanto o segundo baseia-se na solução dessas equações em sua forma integral, normalmente empregando o uso de aproximações para somas finitas. Ambas aproximações requerem a discretização de um domínio contínuo; tornando necessário um maior esforço computacional tanto para solucionar o problema, quanto para garantir a qualidade dos resultados obtidos.

Há poucos anos, a maioria dos problemas eletromagnéticos eram modelados e tratados no domínio da frequência. Essa abordagem é conveniente, pois a obtenção das soluções é feita de forma analítica, ou seja, através do cálculo de expressões fechadas, não havendo a necessidade de discretizações ou iterações numéricas. O uso de soluções analíticas resulta em um uso menor de recursos computacionais, porém nem todos os problemas possuem soluções analíticas ou podem ser resolvidos dessa forma.

Apesar disso, recentemente a gestão de recursos computacionais está se simplificando com o uso da computação em nuvem, por meio de plataformas como Google Colab e Kaggle, por exemplo. Conseqüentemente, isso está tornando a modelagem de problemas eletromagnéticos através de soluções diferenciais ou integrais mais atraentes para a pesquisa de modelos mais

eficientes e eficazes nesse domínio. De acordo com Tatematsu *et al* (2019), o FDTD é uma das técnicas mais utilizadas na computação eletromagnética. Recentemente houve a publicação da brochura “*Electromagnetic computation methods for lightning surge studies with emphasis on the FDTD method*” (CIGRE-785, 2019), o que traz mais destaque e relevância para o método FDTD.

O FDTD é um método cuja abordagem onde as variáveis de tempo e espaço são discretizadas considerando o modelo cartesiano e as intensidades de campo elétrico e magnético são avaliadas iterativamente no tempo. O método usa a premissa de que uma variação no tempo que provoque uma mudança qualquer nos campos torna-se a origem para a próxima mudança. Dessa forma, de acordo com Ozgün (2018) os instantes de tempo correspondentes aos componentes de intensidade de campo, não se sobrepõem, mas são escalonados para fazer uso da relação em cadeia entre as intensidades de campo. De modo geral, a resolução computacional desses problemas consiste em gerar uma equação matricial, no entanto o FDTD não faz uso desta técnica, garantindo uma resposta transiente rápida se necessário. Por outro lado, de acordo com Hao e Railton (1998), é difícil gerar malhas adequadas para problemas eletromagnéticas com limites curvos, pois o algoritmo é baseado em um sistema de coordenadas cartesianas.

2.2 Equações

As equações rotacionais de Maxwell no domínio do tempo estão equacionadas a seguir:

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma^e \vec{E} + \vec{J}_i \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \sigma^m \vec{H} - \vec{M}_i \quad (2.2)$$

essas variáveis são definidas como:

- E : Campo elétrico (V/m)
- H : Campo magnético (A/m)
- ϵ : Permissividade elétrica (F/m)
- μ : Permeabilidade magnética (H/m)
- σ^e : Condutividade elétrica (S/m)
- σ^m : Condutividade magnética (Ω /m)
- \vec{J}_i : Densidade de corrente (A/m²)
- \vec{M}_i : Densidade de corrente magnética (V/m)

Ao realizar a decomposição das equações vetoriais de Maxwell 3.3 e 3.4 em coordenadas cartesianas, obtemos um sistema composto por seis equações diferenciais, conforme descrito por Elsherbeni e Demir (2009) e Taflove e Hagness (2005):

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_x} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma_x^e E_x - J_{ix} \right) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_y} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma_y^e E_y - J_{iy} \right) \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_z} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma_z^e E_z - J_{iz} \right) \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu_x} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \sigma_x^m H_x - M_{ix} \right) \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu_y} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \sigma_y^m H_y - M_{iy} \right) \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu_z} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \sigma_z^m H_z - M_{iz} \right) \quad (2.8)$$

O FDTD é um método que utiliza discretização temporal e espacial para avaliar campos elétricos e magnéticos. De acordo com Elsherbeni e Demir (2009) e Taflove e Hagness (2005) isso pode ser implementado através da aplicação da técnica das diferenças centrais para se obter a aproximação das derivadas de tempo e espaço presentes nas equações de 3.5 a 2.15, o que resulta nas equações a seguir:

$$\begin{aligned} E_x^{n+1}(i, j, k) = & \frac{2\epsilon_x(i, j, k) - \Delta t \sigma_x^e(i, j, k)}{2\epsilon_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^e(i, j, k)} \times E_x^n(i, j, k) \\ & + \frac{2\Delta t}{(2\epsilon_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^e(i, j, k)) \Delta y} \times \left(H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right) \\ & - \frac{2\Delta t}{(2\epsilon_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^e(i, j, k)) \Delta z} \times \left(H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \right) \\ & - \frac{2\Delta t}{2\epsilon_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^e(i, j, k)} \times J_{ix}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned}
E_y^{n+1}(i, j, k) &= \frac{2\varepsilon_y(i, j, k) - \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)}{2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)} \times E_y^n(i, j, k) \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)) \Delta z} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \right) \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)) \Delta x} \times \left(H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right) \\
&- \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)} \times J_{iy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k),
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}(i, j, k) &= \frac{2\varepsilon_z(i, j, k) - \Delta t \sigma_z^e(i, j, k)}{2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k)} \times E_z^n(i, j, k) \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k)) \Delta x} \times \left(H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right) \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k)) \Delta y} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right) \\
&- \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k)} \times J_{iz}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k),
\end{aligned} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= \frac{2\mu_x(i, j, k) - \Delta t \sigma_x^m(i, j, k)}{2\mu_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^m(i, j, k)} \times H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\mu_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^m(i, j, k)) \Delta z} \times (E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)) \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\mu_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^m(i, j, k)) \Delta y} \times (E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)) \\
&- \frac{2\Delta t}{2\mu_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^m(i, j, k)} \times M_{ix}^n(i, j, k),
\end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= \frac{2\mu_y(i, j, k) - \Delta t \sigma_y^m(i, j, k)}{2\mu_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^m(i, j, k)} \times H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\mu_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^m(i, j, k)) \Delta x} \times (E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k)) - \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\mu_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^m(i, j, k)) \Delta z} \times (E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k)) - \\
&- \frac{2\Delta t}{2\mu_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^m(i, j, k)} \times M_{iy}^n(i, j, k),
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned}
H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= \frac{2\mu_z(i, j, k) - \Delta t\sigma_z^m(i, j, k)}{2\mu_z(i, j, k) + \Delta t\sigma_z^m(i, j, k)} \times H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\mu_z(i, j, k) + \Delta t\sigma_z^m(i, j, k)) \Delta y} \times (E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k)) \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\mu_z(i, j, k) + \Delta t\sigma_z^m(i, j, k)) \Delta x} \times (E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k)) \\
&- \frac{2\Delta t}{2\mu_z(i, j, k) + \Delta t\sigma_z^m(i, j, k)} \times M_{iz}^n(i, j, k),
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Conforme descrito no trabalho de Carvalho (2022), as equações de 2.9 a 2.14 são denominadas como equações de atualização dos campos elétricos e magnéticos, onde:

- n : instante de tempo para a atualização dos campos
- i, j e k : posições no espaço referente as coordenadas x, y e z respectivamente

2.3 A célula de Yee: Equações para problemas tridimensionais

Em seu artigo, Yee (1966) propõe a base para o método FDTD, que consiste na discretização do espaço em um conjunto de células, chamadas de Células de Yee. Além disso, o autor apresenta a aplicação das equações de Maxwell para o cálculo dos campos elétrico e magnético nessas células. A Figura 2.1 exemplifica uma malha composta por $N_x \times N_y \times N_z$ células de Yee.

As posições espaciais discretas dos componentes do campo possuem um arranjo específico na célula Yee. Em cada face da célula há uma componente normal do campo elétrico, posicionada ao centro, as componentes do campo magnético são paralelas às arestas, como representado na Figura 2.2. Cada célula possui dimensão $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$, sua posição é indexada como (i, j, k) que são associadas as coordenadas (x, y, z) .

2.4 Estabilidade Numérica

Uma vez que o método FDTD se baseia na discretização do tempo e espaço, portanto é necessário estabelecer um intervalo de amostragem adequado para que o modelo garanta a estabilidade da solução obtida. De acordo com Inan *et al.* (2011) a estabilidade do método FDTD deve obedecer uma relação entre a velocidade de propagação da onda e a taxa mínima de discretização no tempo. Considerando essas observações, a condição de Courant (COURANT; FRIEDRICHS; LEWY, 1967), foi definida como um parâmetro numérico para determinar a

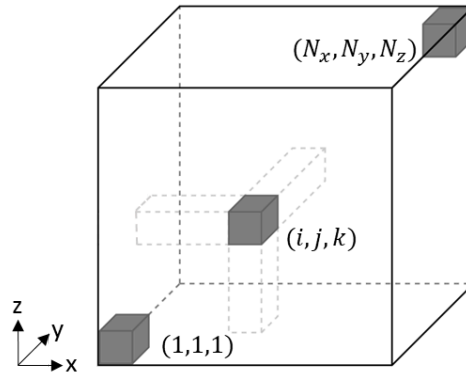


Figura 2.1: Malha tridimensional de $N_x \times N_y \times N_z$ células de Yee
(Adaptado de Elsherbeni e Demir (2009))

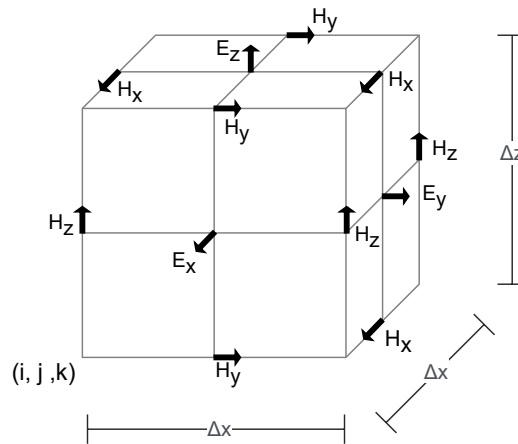


Figura 2.2: Disposição dos componentes de campo em uma Célula de Yee
(Adaptado de Taflove e Hagness (2005))

qualidade e confiança de uma simulação para o método FDTD, onde para um determinado tempo de discretização Δt , deve-se obedecer a inequação

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \quad (2.15)$$

onde, Δx , Δy , e Δz são os comprimentos das arestas de discretização nos eixos x, y e z. A constante c representa a velocidade da luz.

2.5 Modelagem de elementos de circuito para FDTD

Em diversos problemas eletromagnéticos é fundamental incluir elementos de circuitos ativos e passivos. Os principais elementos utilizados nas simulações envolvendo aterramentos elétricos são fontes de tensão, fontes de corrente e resistores. Dessa forma, é necessário obter equações para simular as características desses elementos através das equações de atualização de campo do método FDTD. Nessa seção será mostrada a modelagem desses elementos, assim como ajustes necessários nas equações de campo discutidos nas sessões anteriores.

2.5.1 Fonte de tensão

A fonte de tensão é um elemento necessário em qualquer simulação eletromagnética. A Figura 2.3 representa uma fonte de tensão posicionada no sentido positivo do eixo z , V_s com resistência interna R_s entre os nós (i, j, k) e $(i, j, k + 1)$. Como proposto por Elsherbeni e Demir (2009), a equação de atualização do FDTD para essa fonte de tensão é representada pela equação 2.16. A representação nos eixos x e y segue um procedimento análogo; da mesma forma, para inverter a polaridade da fonte, basta inverter o sinal de V_s .

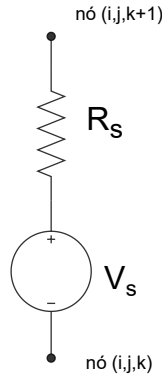


Figura 2.3: Fonte de tensão entre dois nós (Adaptado de Elsherbeni e Demir (2009))

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+1}(i, j, k) = & \frac{2\varepsilon_z(i, j, k) - \Delta t\sigma_z^e(i, j, k) - \frac{\Delta t\Delta z}{R_s\Delta x\Delta y}}{2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t\sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t\Delta z}{R_s\Delta x\Delta y}} \times E_z^n(i, j, k) \\
 & + \frac{2\Delta t}{\left(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t\sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t\Delta z}{R_s\Delta x\Delta y}\right) \Delta x} \times \left(H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k)\right) \\
 & - \frac{2\Delta t}{\left(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t\sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t\Delta z}{R_s\Delta x\Delta y}\right) \Delta y} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)\right) \\
 & - \frac{2\Delta t}{\left(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t\sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t\Delta z}{R_s\Delta x\Delta y}\right) (R_s\Delta x\Delta y)} \times V_s^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k),
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

- V_s : valores assumidos pela fonte de tensão ao longo do tempo
 R_s : resistência interna da fonte de tensão

2.5.2 Fonte de corrente

A Figura 2.4 representa uma fonte de corrente posicionada no sentido positivo do eixo z , I_s com resistência interna R_s entre os nós (i, j, k) e $(i, j, k + 1)$. Como proposto por Elsherbeni e Demir (2009), a equação de atualização do FDTD para essa fonte de corrente é representada pela equação 2.17. A representação nos eixos x e y segue um procedimento análogo. Assim como na fonte de tensão, para inverter a polaridade da fonte, basta inverter o sinal de V_s .

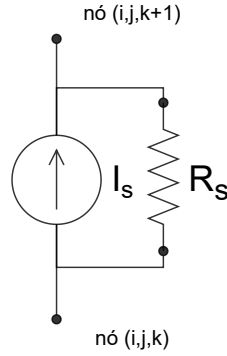


Figura 2.4: Fonte de corrente entre dois nós (Adaptado de Taflove e Hagness (2005))

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+1}(i, j, k) = & \frac{2\varepsilon_z(i, j, k) - \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) - \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}}{2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}} \times E_z^n(i, j, k) \\
 & + \frac{2\Delta t}{\left(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}\right) \Delta x} \times \left(H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k)\right) \\
 & - \frac{2\Delta t}{\left(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}\right) \Delta y} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)\right) \\
 & - \frac{2\Delta t}{\left(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}\right) (\Delta x \Delta y)} \times I_s^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k),
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

- I_s : valores assumidos pela fonte de corrente ao longo do tempo
 R_s : resistência interna da fonte de tensão

2.5.3 Resistor

Após descrever as equações de atualização para fontes de tensão e corrente, a definição de uma equação para um resistor é direta. Analisando a Figura 2.4, ao remover a fonte de corrente,

apenas o efeito do resistor é representado. Dessa forma, de acordo com Elsherbeni e Demir (2009), ao anular I_s na equação 2.17, obtém-se a equação 2.18 de atualização do campo elétrico ajustada para representar um resistor ao longo do eixo z .

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}(i, j, k) = & \frac{2\varepsilon_z(i, j, k) - \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) - \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}}{2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}} \times E_z^n(i, j, k) \\
& + \frac{2\Delta t}{\left(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}\right) \Delta x} \times \left(H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k)\right) \\
& - \frac{2\Delta t}{\left(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}\right) \Delta y} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)\right)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

2.5.4 Fios finos

A modelagem de fios finos, condutores longos e de pequeno raio é fundamental em simulações FDTD de aterramentos e linhas de transmissão, pois esses elementos estão presentes em estruturas como torres e sistemas de aterramento. No entanto, seus raios costumam ser menores que as arestas das células de Yee utilizadas na simulação, tornando necessária a aplicação de técnicas específicas para representá-los com precisão e garantir resultados confiáveis. Embora existam várias técnicas para modelar esses elementos, este trabalho foca nas propostas de Umashankar *et al.* (1987) e Noda *et al.* (2002).

2.5.4.1 Modelagem de fio fino por Umashankar *et al.*

A Figura 2.5 representa um fio fino posicionado ao longo do eixo z entre dois nós. Observe-se que o raio do condutor é inferior às arestas da célula de Yee. A de modelagem de fios finos proposta por Umashankar *et al.* (1987) consiste em anular o campo elétrico no interior do condutor e em modelar e ajustar as quatro componentes do campo magnético que circundam o eixo do fio, atualizando os campos magnéticos ao seu redor. As equações 2.19 e 2.20 descrevem a atualização dos campo magnéticos nos eixos x e y descritos por Elsherbeni e Demir (2009).

$$\begin{aligned}
H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = & H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{2\Delta t}{\mu_y(i, j, k) \Delta x \ln\left(\frac{\Delta x}{a}\right)} \times (E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k)) \\
& - \frac{\Delta t}{\mu_y(i, j, k) \Delta z} \times (E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k))
\end{aligned} \tag{2.19}$$

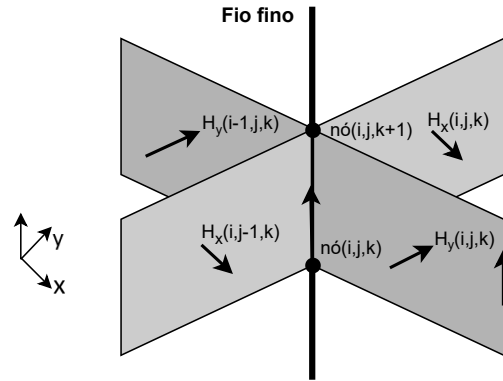


Figura 2.5: Representação de um Fio Fino entre dois nós (Adaptado de Elsherbeni e Demir (2009))

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu_x(i, j, k)\Delta z} \times (E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)) - \frac{2\Delta t}{\mu_x(i, j, k)\Delta y \ln\left(\frac{\Delta y}{a}\right)} \quad (2.20)$$

2.5.4.2 Modelagem de fio fino por Noda *et al.*

Noda *et al.* (2002) propuseram uma representação do fio fino semelhante à de Umashankar *et al.* (1987), porém com resultados melhores com relação à impedância de surto. A representação de um fio condutor fino apresentada nesta seção é amplamente adotada na literatura para simulações FDTD que envolvem surtos eletromagnéticos em sistemas elétricos.

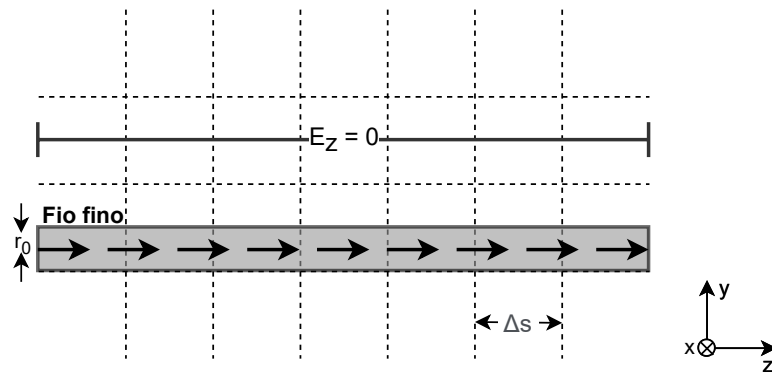
O método proposto corrige os campos elétrico e magnético adjacentes ao fio fino de acordo com seu raio, através da correção da permeabilidade e permissividade das células adjacentes através de um fator m . O fator de correção, pode ser calculado de acordo com a equação 2.21, proposta por Noda *et al.* (2002).

$$m = \frac{\ln\left(\frac{\Delta s}{r_0}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta s}{r}\right)} \quad (2.21)$$

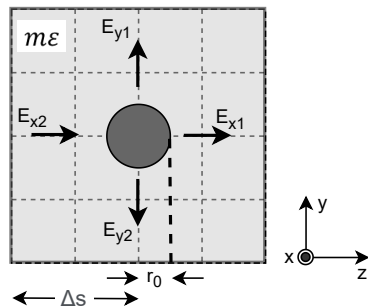
onde,

- m : fator de correção
- Δs : comprimento das arestas próximas ao fio fino
- r : raio do condutos que se espera representar
- r_0 : definido por Noda *et al.* (2002) como 0,2298 Δs

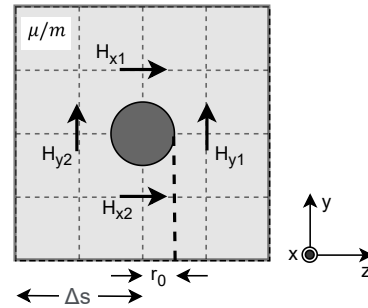
A Figura 2.6(a) ilustra um fio fino posicionado na direção z em uma representação de malha FDTD, onde a permissividade e a permeabilidade são respectivamente ϵ e μ , com as componentes do campo elétrico ao longo do eixo do fio condutor forçadas a assumir valores nulos. A Figura 2.6(b) mostra a sessão transversal do condutor com suas respectivas componentes do campo elétrico, porém com a permissividade elétrica corrigida por pelo produto fator m pela permissividade. De maneira análoga, a Figura 2.6(c) mostra as componentes do campo magnético do mesmo condutor, onde a correção da permeabilidade magnética é realizada dividindo seu valor pelo fator de correção m .



(a) Vista lateral do fio



(b) Permissividade elétrica corrigida para as componentes de campo elétrico ao redor do fio



(c) Permeabilidade elétrica corrigida para as componentes de campo magnético ao redor do fio

Figura 2.6: Configuração dos campos elétricos e magnéticos em um fio condutor fino (Adaptado de Noda *et al.* (2002))

Em 2005, Baba *et al.* propôs um modelo para utilização de fios finos situados em regiões com perdas em simulações com FDTD, utilizando-se dos conceitos do modelo proposto por Noda *et al.* (2002). Para ajustar corretamente a condutividade elétrica ao redor do fio, seu valor deve ser multiplicado pelo fator m , conforme definido na equação 2.22.

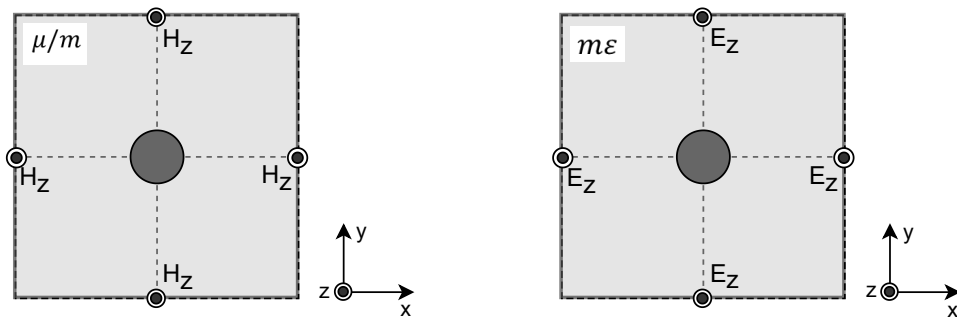
$$\sigma^* = \sigma \cdot m \quad (2.22)$$

onde,

σ^* : condutividade corrigida

σ : condutividade elétrica

Em 2008, Taniguchi *et al.* apresentou outra melhoria para o modelo proposto por Noda *et al.* (2002) com o objetivo de evitar instabilidades na representação de fios finos com raios inferiores a r_0 ($0,2298\Delta s$). Segundo os autores, para os cálculos dos componentes de campo na direção do fio, o fator de correção também deve ser aplicado aos parâmetros do meio. Em situações que os raios são inferiores a r_0 , deve-se dividir μ por m ; e para o caso de fios com raios maiores que r_0 , deve-se multiplicar ϵ por m , além do ajuste para as componentes radiais próximas aos fios, conforme ilustrado nas Figuras 2.7(b) e 2.7(a).



(a) Permeabilidade magnética corrigida para casos onde raio $< r_0$

(b) Condutividade elétrica corrigida para casos onde raio $> r_0$

Figura 2.7: Representação das melhorias na modelagem de fios finos (Adaptado de Taniguchi *et al.* (2008))

2.6 Células não uniformes

Em uma simulação utilizando o método FDTD, a escolha do tamanho da célula deve ser criteriosa. Células grandes podem não se ajustar adequadamente à geometria do objeto simulado, resultando em uma solução imprecisa. Entretanto, se reduzirmos muito o tamanho

das células para melhorar a precisão, podemos enfrentar limitações de memória e tornar o tempo de simulação inviável. Dessa forma, para reduzir o número de células na malha do FDTD faz-se o uso de células de tamanhos não uniformes.

A abordagem proposta por Elsherbeni e Demir (2009) sugere considerar células menores ao redor de objetos de interesse e células maiores nas regiões mais distantes, como ilustrado na Figura 2.8. As células na Figura 2.8(a) são muito grandes para modelar adequadamente o objeto. Em contrapartida, a Figura 2.8(b) mostra uma grade FDTD que se ajusta melhor, embora contenha 432 células, quatro vezes mais que a malha da Figura 2.8(a). A Figura 2.8(c) apresenta um equilíbrio com 182 células, utilizando células menores nas áreas de maior interesse e células maiores nas regiões mais distantes.

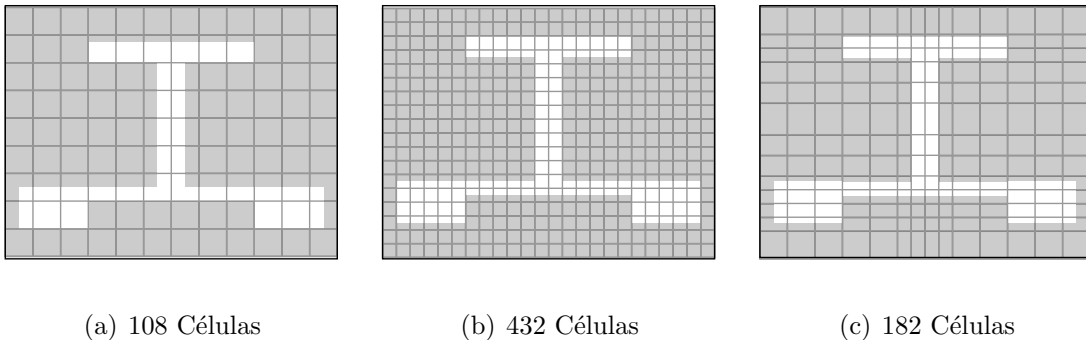


Figura 2.8: Comparação entre malhas FDTD (Adaptado de Elsherbeni e Demir (2009))

No entanto, para se utilizar essa técnica, Elsherbeni e Demir (2009) sugerem que deve haver uma região de transição entre as células menores e as células maiores. Conforme ilustrado na Figura 2.9, a transição deve envolver a definição de sub-regiões com células de tamanhos uniformes e a configuração de áreas de transição entre essas sub-regiões para prevenir problemas de reflexão numérica que podem ocorrer devido a mudança no tamanho das arestas das células. A proposta é que o tamanho da célula Δs em uma região de malha fina varie ao longo de uma distância ΔT , em uma área não uniforme, até alcançar o tamanho de célula Δe na malha mais espaçada.

As equações 2.23(1) e 2.23(2) mostram como o tamanho das células na região de transição deve ser calculado. É importante que o valor de N_{nu} seja arredondado para um número inteiro. Além disso, para obter uma transição suave, é necessário selecionar uma região de transição com o comprimento longo o suficiente.

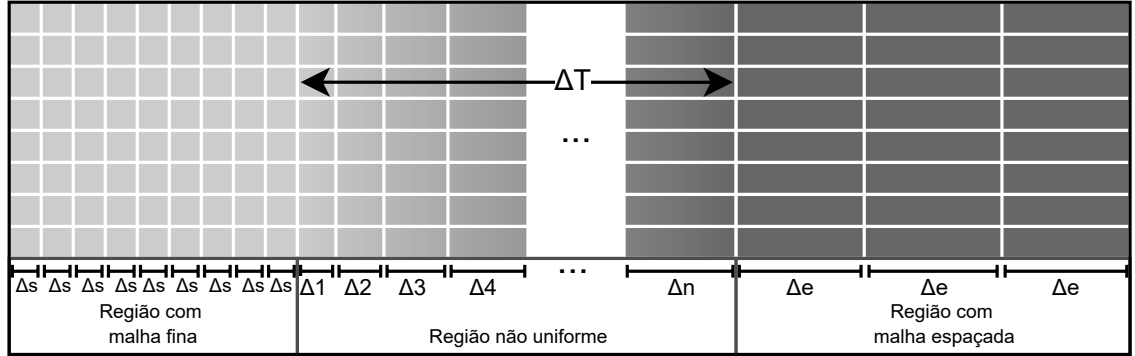


Figura 2.9: Representação da região de transição

$$R = \frac{\Delta T + \Delta e}{\Delta T + \Delta s} \quad (1)$$

(2.23)

$$N_{nu} = \frac{\log(\Delta e / \Delta s)}{\log(R)} \quad (2)$$

onde,

- R : taxa de mudança entre as células
- ΔT : comprimento da região de transição
- Δs : tamanho inicial da célula
- Δe : tamanho final da célula
- N_{nu} : número de células na região de transição

É importante destacar que o tamanho das células ao longo do espaço pode afetar a estabilidade da simulação e isso é um ponto importante a ser avaliado quando se realiza uma simulação em FDTD. Como as arestas das células não possuem um valor fixo, as distâncias entre as componentes de campo apresentam variações ao longo dos eixos cartesianos. Conforme analisado por Carvalho (2022) a equação 2.24 descreve a atualização do campo elétrico no eixo y e é semelhante à equação 2.10. Entretanto, as distâncias Δx e Δz , anteriormente constantes, agora são substituídas pelos termos $\Delta h_x(i)$ e $\Delta h_z(k)$, destacados na equação, que variam ao longo dos eixos x e z , respectivamente.

$$\begin{aligned}
E_y^{n+1}(i, j, k) &= \frac{2\varepsilon_y(i, j, k) - \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)}{2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)} \times E_y^n(i, j, k) \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)) \Delta \mathbf{h}_z(\mathbf{k})} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \right) \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)) \Delta \mathbf{h}_x(\mathbf{i})} \times \left(H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right) \\
&- \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)} \times J_{iy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k),
\end{aligned} \tag{2.24}$$

2.7 Fronteiras absorventes

Um das limitações de qualquer método computacional para a análise de problemas eletromagnéticos é a definição do espaço de simulação, devido à finitude do espaço de armazenamento. Dessa forma, o espaço de simulação deve ser reduzido através da definição de condições de contorno. No caso das simulações desse trabalho é necessário que as fronteiras da malha FDTD simulem um espaço aberto; caso contrário, haverá distorção durante o cálculo das componentes de campo elétrico e magnético, conforme argumentado por Elsherbeni e Demir (2009) e outros autores. Isso ocorre porque, nas bordas do espaço de simulação FDTD, algumas células não estão completamente circundadas por componentes de campo que são necessários para as equações de atualização apresentadas nesse capítulo.

Referidas como Condições de Fronteiras Absorventes (*ABC - Absorbing Boundary Condition*), essas técnicas são amplamente discutidas na literatura. As fronteiras CPML e de Liao, em particular, destacam-se como as mais utilizadas em simulações FDTD, cujos principais aspectos e considerações são explorados ao longo desta seção.

2.7.1 Fronteira de Liao

A formulação de ABC proposta por Liao (1984) é reconhecida por sua eficiência, facilidade de implementação, acurácia e baixo uso de memória. Além disso, esse método é interessante porque não possui dependência dos parâmetros de meio, como a permissividade relativa. A independência dos parâmetros específicos sobre o meio garante maior confiabilidade nos resultados obtidos nas simulações, uma vez que reduz a propagação de erros associados à estimativa desses parâmetros. Consequentemente, a ABC de Liao é uma opção interessante para a análise de problemas em meios não homogêneos.

A fronteira de Liao é obtida ao calcular as componentes de campo elétrico tangentes ao espaço de simulação por meio de uma extrapolação de valores previamente calculados em instantes de tempo e espaço anteriores com base na interpolação polinomial de Newton. De acordo com Taflove e Hagness (2005), essa interpolação utiliza um certo número de componentes de campo calculadas ao longo de uma linha perpendicular à borda do espaço de simulação. A componente de campo na fronteira do espaço de simulação é obtida através da equação 2.25.1:

$$u(t + \Delta t, x_{\max}) \approx \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} C_j^N u(t - (j-1)\Delta t, x_{\max} - j\alpha c\Delta t) \quad (1)$$

(2.25)

$$C_j^N = \frac{N!}{j!(N-j)!} \quad (2)$$

onde,

Δt : degrau de tempo

j : degrau no espaço

N : ordem da fronteira

N : ordem da fronteira

c : velocidade da luz

$\alpha c\Delta t$: distancia de amostragem das componentes de campo

C_j^N : coeficiente binomial, descrito em 2.25.2

De acordo com Liao (1984), o valor de α pode variar entre 0,5 e 2. Além disso, no artigo de Zhang *et al.* (2012), é descrito que se as distâncias de amostragem, $\alpha c\Delta t$, forem iguais à aresta da célula de Yee, a obtenção da equação de segunda ordem para atualização na fronteira de Liao seria dada pela equação 2.26.

$$u(t + \Delta t, x_{\max}) = 2 \cdot u(t, x_{\max-1}) - u(t - \Delta t, x_{\max-2}) \quad (2.26)$$

Quanto maior a ordem da ABC de Liao, maior sua acurácia. No entanto, além da necessidade de maior espaço de armazenagem dos dados para atualização de campo, é observada instabilidade na fronteira. Na literatura são apresentados diversos métodos para a melhoria da estabilidade da ABC de Liao. Dentre eles pode-se destacar os trabalhos de Costen (2003) e Zhang *et al.* (2012).

A abordagem proposta por Zhang *et al.* (2012), aplicada neste trabalho, envolve a combinação ponderada dos coeficientes das expressões de Liao de ordem superior e inferior estáveis.

Esses coeficientes são ponderados por fatores α e $(1-\alpha)$, variando entre 0 e 1, conforme a Equação 2.27.

$$u(t + \Delta t, x_{\max}) = (1 - \alpha) \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} C_j^N u(t - (j - 1)\Delta t, x_{\max} - j) + \alpha \sum_{j=1}^M (-1)^{j+1} C_j^M u(t - (j - 1)\Delta t, x_{\max-j}), \quad (2.27)$$

onde,

α : fator de peso

M : ordem maior

N : ordem menor

2.7.2 Fronteiras PML

A técnica da Camada Perfeitamente Casada (*Perfectly Matched Layer* - PML), proposta por Berenger (1994), destacou-se por sua eficácia e robustez na absorção de campos eletromagnéticos incidentes, proporcionando uma simulação de espaço livre. A abordagem consiste em revestir as bordas da malha FDTD com um meio absorvente fictício, semelhante ao comportamento das paredes de uma câmara anecoica, conforme explicado por Taflove e Hagness (2005). Assim, as impedâncias ficam perfeitamente casadas com as células do meio de simulação, assegurando que as componentes de campo incidentes nessas camadas não sofram reflexão e sejam rapidamente atenuadas pela alta condutividade das células. Também funciona para ondas planas, independentemente do ângulo de incidência, polarização ou frequência.

A PML apresenta vantagens significativas em relação a outras técnicas de absorção, como a ABC de Liao. Embora a ABC de Liao seja uma técnica simples e versátil, especialmente por não depender dos parâmetros específicos do meio, ela apresenta limitações ao ser aplicada em ambientes não homogêneos. A principal dificuldade reside na modelagem precisa de interfaces entre materiais diferentes, o que resulta em reflexões espúrias e perda de precisão nos resultados da simulação. Já a PML é capaz de absorver ondas em uma ampla gama de condições, incluindo diferentes ângulos de incidência, polarizações e frequências. Além disso, a PML permite a simulação de meios não lineares, tornando-a uma ferramenta mais versátil para diversas aplicações em eletromagnetismo computacional.

De acordo com Elsherbeni e Demir (2009), as equações de Maxwell modificadas para a região de fronteira estão listadas a seguir nas equações 2.28(1-12). Para cada direção nas células absorventes, os valores das condutividades elétrica e magnética são estabelecidos pelas equações

2.29(1-3). Para que as componentes de campo sejam fortemente atenuadas é necessário que os valores das condutividade elétrica e magnética sejam suficientemente elevados. A aplicação dessas equações visa prevenir a reflexão das componentes de campo na interface com a camada PML.

$$\begin{aligned}
\epsilon_0 \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_{pey} E_{xy} &= \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} & (1) & \quad \epsilon_0 \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_{pez} E_{xz} = -\frac{\partial (H_{yx} + H_{yz})}{\partial z} & (2) \\
\epsilon_0 \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} + \sigma_{pex} E_{yx} &= -\frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} & (3) & \quad \epsilon_0 \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} + \sigma_{pez} E_{yz} = \frac{\partial (H_{xy} + H_{xz})}{\partial z} & (4) \\
\epsilon_0 \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_{pex} E_{zx} &= \frac{\partial (H_{yx} + H_{yz})}{\partial x} & (5) & \quad \epsilon_0 \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_{pey} E_{zy} = -\frac{\partial (H_{xy} + H_{xz})}{\partial y} & (6) \\
\mu_0 \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_{pmy} H_{xy} &= -\frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} & (7) & \quad \mu_0 \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma_{pmz} H_{xz} = \frac{\partial (E_{yx} + E_{yz})}{\partial z} & (8) \\
\mu_0 \frac{\partial H_{yz}}{\partial t} + \sigma_{pmz} H_{yz} &= -\frac{\partial (E_{xy} + E_{xz})}{\partial z} & (9) & \quad \mu_0 \frac{\partial H_{yx}}{\partial t} + \sigma_{pmx} H_{yx} = \frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} & (10) \\
\mu_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_{pmy} H_{zy} &= \frac{\partial (E_{xy} + E_{xz})}{\partial y} & (11) & \quad \mu_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_{pmx} H_{zx} = -\frac{\partial (E_{yx} + E_{yz})}{\partial x} & (12)
\end{aligned}$$

(2.28)

$$\frac{\sigma_{pex}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{pmx}}{\mu_0} \quad (1) \quad \frac{\sigma_{pey}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{pmy}}{\mu_0} \quad (2) \quad \frac{\sigma_{pez}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{pmz}}{\mu_0} \quad (3) \quad (2.29)$$

A espessura da fronteira PML é determinada pelo número de células de Yee que a compõe, como pode ser visto na Figura 2.10. Na região da PML, os valores de condutividade elétrica aumentam gradualmente para atenuar o sinal, conforme o perfil de distribuição da equação 2.30(1-2). A condutividade começa em zero na interface entre o espaço de simulação e a PML, e cresce até atingir um valor máximo (ELSHERBENI; DEMIR, 2009).

$$\sigma(\rho) = \sigma_{\max} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{n_{pml}} \quad (1)$$

$$\sigma_{\max} = -\frac{(n_{pml} + 1) \epsilon_0 c \ln(R(0))}{2\Delta s N} \quad (2) \quad (2.30)$$

$$R(\phi_0) = e^{-2 \frac{\sigma \cos \phi_0 \delta}{\epsilon_0 c}} \quad (3)$$

onde,

- ρ : distância da interface entre o espaço de simulação e a PML até a componente de campo
 σ : espessura da camada PML
 N : número de células na fronteira
 Δs : tamanho das arestas das células na CPML
 R : coeficiente de reflexão aparente relacionado ao meio PML, 2.30(3)
 n_{pml} : ordem da distribuição das condutividades

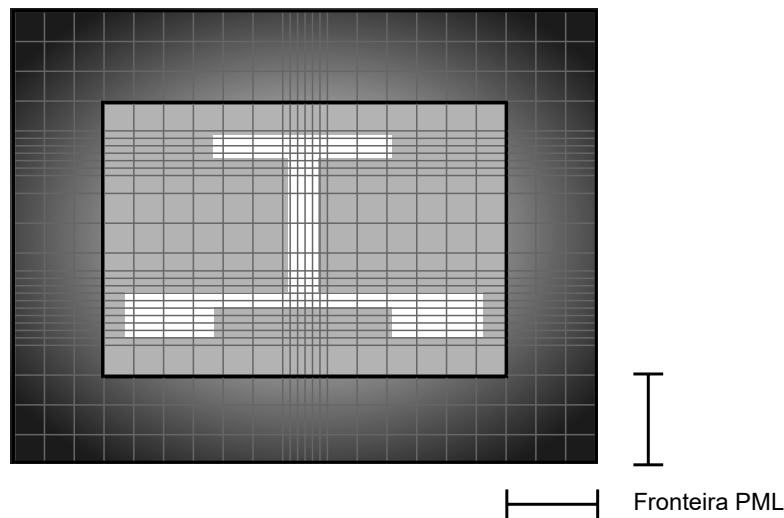


Figura 2.10: Ilustração fronteira PML

2.7.2.1 Fronteira CPML

A PML tem sua eficácia reduzida quando posicionada perto do objeto em análise. Isso ocorre porque a PML não é efetiva para absorver ondas evanescentes. Essas ondas, caracterizadas por um decaimento exponencial da amplitude, não são completamente atenuadas pela PML, de acordo com Elsherbeni e Demir (2009). Para superar essa limitação é necessário ampliar a quantidade de células no domínio FDTD, o que conseqüentemente exige mais memória computacional e aumenta o tempo de simulação. Nesse contexto, Roden *et al.* (2000) propõe a fronteira CPML (*Convolutional Perfectly Matched Layer*) que permite posicionar as ABC próximas aos objetos estudados, proporcionando uma significativa economia de memória computacional e tempo de processamento.

Segundo Elsherbeni e Demir (2009), a equação de Maxwell modificada para PML que inclui coordenadas complexas propostas por Chew e Weedon (1994) para o campo elétrico, por exemplo, é dada pela equação 2.31(1-3). Essas equações estão descritas no domínio da frequência,

para solucioná-las é necessário o uso da técnica de convolução. Para a ABC CPML a técnica utilizada é a convolução recursiva. O detalhamento dessa técnica e a resolução dessas equações são discutidos extensivamente na literatura 5.1.

$$j\omega\varepsilon_x E_x + \sigma_x^e E_x = \frac{1}{s_{ey}} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{1}{s_{ez}} \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (1)$$

$$S_{ei} = \kappa_{ei} + \frac{\sigma_{pei}}{\alpha_{ei} + j\omega\varepsilon_0} \quad (2) \quad (2.31)$$

$$S_{mi} = \kappa_{mi} + \frac{\sigma_{pmi}}{\alpha_{mi} + j\omega\mu_0} \quad (3)$$

onde,

S : assume o valor da equação 2.31(2) ou 2.31(3)

i : assume as coordenadas x, y ou z

Além das equações 2.29(1-3) necessárias para o cálculo das condutividades elétrica e magnética ao longo da fronteira, a CPML exige a definição de outros dois parâmetros, cujos perfis de distribuição são ajustados ao longo da extensão da fronteira. Também expostas por Elsherbeni e Demir (2009) através das equações 2.32(1-2). A equação 2.32(3) é utilizada para calcular a condutividade máxima.

$$\sigma_{pei}(\rho) = \sigma_{\max} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{n_{\text{pml}}} \quad (1)$$

$$\sigma_{pmi}(\rho) = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \sigma_{\max} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{n_{\text{pml}}} \quad (2)$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{fator}} \times \sigma_{\text{opt}} \quad (3) \quad (2.32)$$

$$\sigma_{\text{opt}} = \frac{n_{\text{pml}} + 1}{150\pi\sqrt{\varepsilon_r}\Delta i} \quad (4)$$

Além disso, é importante calcular os perfis de distribuição $k_{ei}(\rho)$ e $k_{mi}(\rho)$, dados pelas equações 2.33(1-2) e também os termos $\alpha_{ei}(\rho)$ e $\alpha_{mi}(\rho)$ ao longo da CPML, que podem ser calculados através das equações 2.34(1-2). As distâncias ρ variam de acordo com a posição dos campos elétrico e magnético dentro da célula de Yee. Onde, 2.32(1), 2.33(1) e 2.34(1) são relacionadas ao campo elétrico e 2.32(2), 2.33(2) e 2.34(2) ao campo magnético.

$$k_{pei}(\rho) = 1 + (k_{\max} - 1) \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{n_{\text{pml}}} \quad (1)$$

$$k_{pmi}(\rho) = 1 + (k_{\max} - 1) \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{n_{\text{pml}}} \quad (2) \quad (2.33)$$

$$\alpha_{pei}(\rho) = \alpha_{\min} + (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{n_{\text{pml}}} \quad (1)$$

$$\alpha_{pmi}(\rho) = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \left[\alpha_{\min} + (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{n_{\text{pml}}} \right] \quad (2) \quad (2.34)$$

De acordo com Elsherbeni e Demir (2009) a eficiência da CPML está diretamente ligada à escolha dos parâmetros de distribuição. Dessa forma a sugestão dos autores é que σ_{fator} assumam valores entre 0,7 e 1,5, k_{max} valores entre 5 e 11, α_{max} entre 0 e 0,05. A ordem da CPML deve ser entre 2 e 4 e a espessura indicada para a fronteira é de 8 células. No entanto, a literatura não apresenta estudos que indiquem o impacto da definição dos parâmetros da CPML nos resultados obtidos pela aplicação do método da FDTD. Este é um dos pontos que são explorados nesta dissertação de mestrado, especificamente para o caso das simulações da resposta dos aterramentos elétricos frente às descargas atmosféricas.

3 Efeitos relativos ao comportamento do solo frente às descargas atmosféricas

3.1 Introdução

A análise da resposta de eletrodos de aterramento submetidos a descargas atmosféricas é um tópico complexo, de acordo com Visacro e Alipio (2012). O comportamento dos parâmetros do solo, especialmente sob a influência de descargas atmosféricas, exerce um papel crucial na resposta de sistemas de aterramento. Atualmente, diversos modelos computacionais avançados utilizam diferentes métodos para simular o comportamento dos aterramentos elétricos. Entretanto, a precisão dos resultados fornecidos por esses modelos depende em grande medida das suposições feitas sobre o comportamento dos parâmetros do solo.

Neste capítulo, dois efeitos de particular relevância serão discutidos: o efeito de ionização do solo e a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência. Serão apresentados modelos, baseados no método FDTD, para simular esses fenômenos e representar seus impactos na resposta de sistemas de aterramento.

3.2 Efeito de Ionização do Solo

O efeito de ionização do solo pode ocorrer quando há incidência de descargas atmosféricas diretamente no solo. A corrente injetada no solo interage com os materiais presentes no solo, modificando a distribuição de tensão e o comportamento eletromagnético durante e após o evento. De acordo com a brochura do CIGRE 839 (2021), esse fenômeno pode ocorrer quando o campo elétrico na vizinhança do solo ao redor de eletrodos do sistema de aterramento supera o campo elétrico crítico do solo.

A Figura 3.1, ilustra a ocorrência desse fenômeno. Em uma situação regular, um eletrodo

ao ser atingido por uma descarga atmosférica conta apenas com a sua área para dissipar a corrente de retorno. No entanto, quando esse fenômeno ocorre, a área de dissipação de corrente se expande pela superfície do eletrodo condutor e no solo ao redor, por meio de vários *streamers* altamente condutores formados nesse processo. Trata-se de um comportamento não linear dado que o solo não é um meio homogêneo. Em seu trabalho, Mousa (1994) descreve as características do solo relacionadas a este fenômeno.

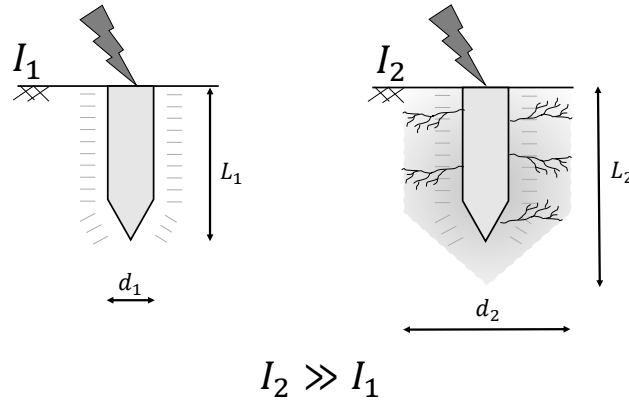


Figura 3.1: Formação de descargas elétricas próximo ao eletrodo quando uma intensa corrente flui através do aterramento (Adaptado de Visacro *et al.* (2014))

Esse efeito contribui para a redução da resistência de aterramento e a impedância impulsiva de aterramento. Tendo em vista esses impactos, o efeito de ionização do solo pode influenciar na performance de sistemas de aterramento. Dessa forma, torna-se um fenômeno relevante para ser modelado matematicamente e aplicado aos estudos computacionais relacionados a descargas atmosféricas em sistemas de aterramento, como já analisado em: (CARVALHO; SILVEIRA, 2022), (CARVALHO; SILVEIRA, 2021), (OTANI *et al.*, 2014), (SOUZA; SILVEIRA; VISACRO, 2014), (SANTOS *et al.*, 2009) e (ALA *et al.*, 2008).

Nas subseções a seguir são abordados alguns modelos de representação do efeito de ionização do solo presentes na literatura.

3.2.1 A Fórmula de Weck

Um modelo tradicionalmente usado na literatura para a representação do efeito de ionização do solo é a Fórmula de Weck (WECK, 1985), recomendada pela brochura 839 do CIGRE (2021). Essa metodologia calcula a resistência do eletrodo quando ionizado como função de uma corrente de pico injetada, a resistência de aterramento de baixa frequência e a resistividade do solo como indicado na Equação 3.1:

$$R_i = \frac{R_g}{\sqrt{1 + \frac{I}{I_i}}} \quad (3.1)$$

onde,

I : corrente de pico injetada

I_i : valor de corrente que inicia o processo de ionização do solo

R_i : Resistência com efeito de ionização

R_g : Resistência de baixa frequência

I_i tem valor dado pela Equação 3.2:

$$I_i = \frac{E_c \rho}{2\pi R_g^2} \quad (3.2)$$

onde,

E_c : valor do campo elétrico crítico

ρ : valor da resistividade do solo

Como observado nas equações 3.1 e 3.2, a formulação de Weck é amplamente utilizada na análise de surtos causados por descargas atmosféricas devido à sua simplicidade. Para calcular a resistência de aterramento com efeito de ionização através da equação 3.1, é importante que a corrente injetada I seja maior que a corrente de pico necessária para o início do processo de ionização I_i . Um parâmetro importante para o cálculo dessa corrente é o campo elétrico crítico que influencia na amplitude da corrente que inicia o processo de ionização do solo.

3.2.2 Modelo proposto por Liew e Darveniza (1974)

Uma segunda abordagem para modelar o fenômeno de ionização do solo é o modelo matemático desenvolvido por Liew e Darveniza (1974). Através deste, é possível obter uma representação mais realista e precisa do comportamento do solo quando este sofre a incidência de descargas atmosféricas. O modelo proposto por Liew e Darveniza (1974) foi adaptado por Ala *et al.* (2008) com a finalidade de ser incorporado em simulações FDTD para ajustar a resistividade do solo ao longo do tempo à medida que a corrente de impulso se propaga considerando os efeitos causados pela ionização do solo. Na literatura, diversos trabalhos aplicam o modelo proposto por Ala *et al.* (2008): (OTANI *et al.*, 2014), (CARVALHO; SILVEIRA, 2021) e (SANTOS *et al.*, 2009).

A representação da ionização do solo, conforme Liew e Darveniza (1974) e Ala *et al.*

(2008), ocorre pela redução do valor da resistividade nas proximidades dos eletrodos durante a ocorrência desse fenômeno. O modelo considera três estágios: sem ionização, ionização e deionização. A Figura 3.2 mostra o comportamento da resistividade em função do valor do campo elétrico instantâneo.

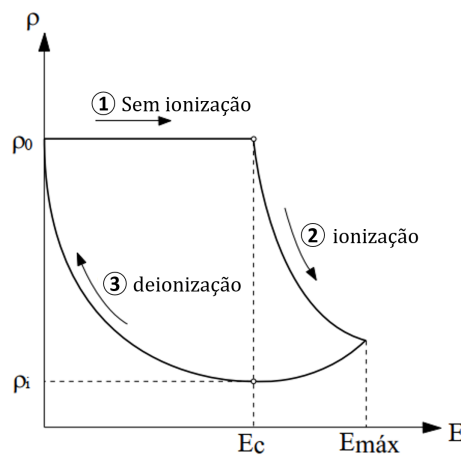


Figura 3.2: Modelo de ionização e deionização do solo para FDTD, baseado no modelo da resistividade dinâmica do solo. (Adaptado de Otani *et al.* (2014))

Enquanto não ocorrer incidência de descarga atmosférica no solo, o campo elétrico instantâneo permanece inferior ao valor do campo elétrico crítico e não há efeito de ionização do solo. Portanto, a resistividade do solo permanece com valor igual a resistividade em baixa frequência como representado pela Equação 3.3.

$$\rho(0) = \rho_0 \quad (3.3)$$

onde,

ρ : resistividade do solo

ρ_0 : resistividade em baixa frequência

Após a incidência de uma descarga atmosférica em uma região do solo, o campo elétrico instantâneo tende a aumentar e poderá exceder o valor do campo elétrico crítico, iniciando assim o processo de ionização nas regiões próximas, levando à redução do valor da resistividade do solo. Por se tratar de corrente impulsiva, o efeito de ionização do solo ocorre de forma distinta com o tempo, resultando em decaimento exponencial do valor da resistividade do solo. O estágio de ionização do solo é identificado pelo decaimento da resistividade do solo de acordo com a Equação 3.4:

$$\rho(t) = \rho_0 e^{-\frac{t}{\tau_1}} \quad (3.4)$$

onde,

τ_1 : constante de tempo de ionização

t : definido como zero quando o campo elétrico incidente se iguala ao campo elétrico crítico

A medida que a corrente de retorno se dissipa, o campo elétrico no solo decai. Como consequência, o processo de deionização do solo se inicia e o valor da resistividade do solo passa a decrescer de acordo com a Equação 3.5.

$$\rho(t) = \rho_i + (\rho_0 - \rho_i)(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}) \left(1 - \frac{E}{E_c}\right)^2 \quad (3.5)$$

onde,

E : campo elétrico incidente

E_c : campo elétrico crítico

ρ_i : menor valor de resistividade do solo durante o processo de ionização

τ_2 : constante de tempo de deionização

De acordo com Ala *et al.* (2008), a forma do eletrodo e as características do solo influenciam a ionização, mas o processo físico subjacente permanece o mesmo. A mudança na forma do eletrodo resulta em uma alteração na forma da região ionizada, e no caso do modelo proposto por Liew e Darveniza (1974) a forma das regiões ionizadas não precisa ser definida previamente, uma vez que essa configuração é construída naturalmente na região em análise ao longo do avanço temporal, de acordo com o valor real do campo elétrico total.

No entanto, para esse modelo é necessária a configuração dos parâmetros E_c , τ_1 e τ_2 . Esses valores não são um consenso na literatura, sendo eles a principal limitação do modelo. De acordo com os experimentos realizados por Liew e Darveniza (1974), o valor de E_c deve variar entre 50-200 kV/m, τ_1 entre 1,5 e 2 μs e τ_2 μs entre 0,5 e 4,5 μs para solos com resistividade entre 50 Ωm e 310 Ωm .

Com o propósito de validar o modelo desenvolvido por Ala *et al.* (2008), Otani *et al.* (2014) realiza um estudo de caso baseado no FDTD, considerando o efeito de ionização do solo para eletrodos horizontais e hastes verticais, obtendo resultados que concordam com a literatura existente. Neste contexto, o modelo de Ala *et al.* (2008) foi utilizado para adaptar as equações de atualização dos campos elétrico e magnético do método FDTD de acordo com as Equações 3.3-3.5, uma vez que a resistividade do solo é utilizada para calcular a condutividade elétrica. Como conclusão, Otani (2014) destaca que, para uma corrente com rápido crescimento da frente de onda, é necessário utilizar um valor menor de τ_1 dentro do intervalo especificado, enquanto,

para uma corrente de decaimento lento, é recomendável optar por um valor maior de τ_2 .

3.3 A dependência com a frequência dos parâmetros do solo

A dependência com a frequência dos parâmetros elétricos do solo é outro efeito que pode influenciar na performance de sistemas de aterramento e tem sido amplamente discutida e investigada ao longo dos anos. De acordo com a brochura do CIGRE 781 (2019), resultados experimentais indicam que a resistividade e a permissividade do solo são parâmetros dependentes da frequência. Segundo Visacro *et al.* (2011), em simulações, é comum que essa dependência seja desconsiderada, adotando-se valores de resistividade obtidos através medições com instrumentos convencionais, que utilizam sinais de baixa frequência. Porém, estudos experimentais (VISACRO; ROSADO, 2009), (VISACRO; PORTELA, 1987) e (ALIPIO *et al.*, 2012) demonstram que ignorar essa dependência pode resultar em erros significativos na resposta dos eletrodos de aterramento a descargas atmosféricas. Isso ocorre devido à natureza de alta frequência das correntes de descargas, que variam de 0 Hz a alguns MHz, ressaltando a importância de uma representação específica para esse fenômeno.

Através das equações de Maxwell é possível compreender a dependência com a frequência dos parâmetros do solo de maneira simplificada. Como pode ser visto na Equação 3.6, a soma das densidades de corrente condutiva e capacitiva, resultantes da aplicação de um vetor de campo elétrico externo, está relacionada com o rotacional do vetor campo magnético.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + j\omega\varepsilon \vec{E} = \vec{J}_\sigma + j\vec{J}_\varepsilon \quad (3.6)$$

onde,

- \vec{H} : campo elétrico instantâneo
- \vec{E} : campo magnético instantâneo
- \vec{J}_σ : densidade de corrente condutiva
- \vec{J}_ε : densidade de corrente capacitiva
- σ : condutividade elétrica
- ε : permissividade elétrica
- ω : frequência angular

Segundo Alipio e Visacro (2012), em termos macroscópicos, a condutividade de um material está relacionada às perdas por aquecimento, resultantes da interação com um campo elétrico externo, podendo ser considerada um número real. A permissividade, por sua vez, está vinculada

à polarização de um meio em resposta a um campo elétrico externo, sendo representada como um número complexo. Conforme a Equação 3.7, a parte real da permissividade está associada ao armazenamento de energia, enquanto a parte imaginária reflete as perdas no processo de polarização.

$$\bar{\epsilon}(\omega) = \epsilon'(\omega) - j\epsilon''(\omega) \quad (3.7)$$

onde,

$\epsilon'(\omega)$: parcela real, relacionada a energia armazenada

$\epsilon''(\omega)$: parcela imaginária, relacionada a energia dissipada devido ao processo de polarização

Segundo a brochura do CIGRE 781 (2019), em baixas frequências, diversos processos contribuem para a polarização de materiais, como ilustrado pela Figura 3.3. Contudo, com o aumento da frequência, apenas os processos com menor momento de inércia conseguem acompanhar as variações do campo elétrico e manter a polarização. A Figura 3.3(a) ilustra perfeitamente esse comportamento em materiais homogêneos. No entanto, em materiais heterogêneos como o solo, a identificação dos processos de polarização que deixam de ocorrer é mais complexa, apresentando um padrão mais próximo ao da Figura 3.3(b).

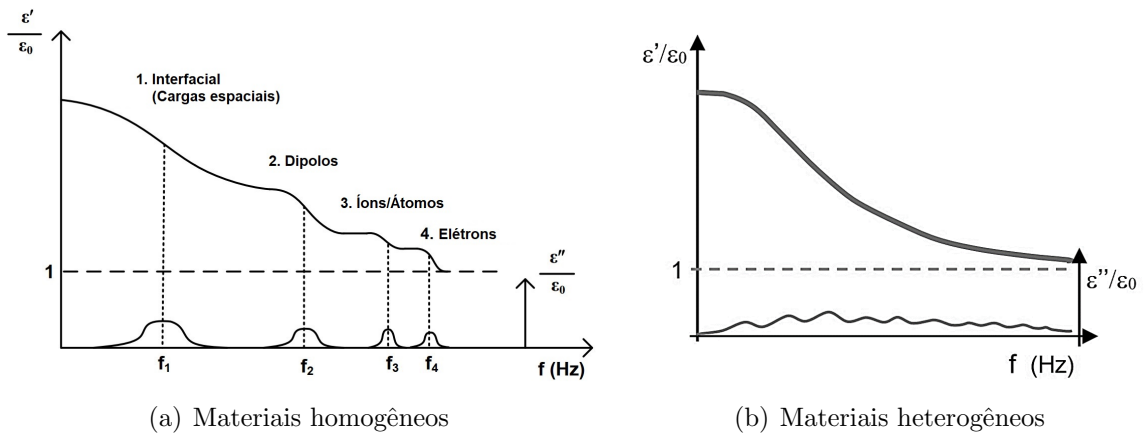


Figura 3.3: Perfil típico da permissividade complexa ao longo do espectro de frequências (Adaptado de (CIGRE-781, 2019))

A partir das Equações 3.6 e 3.7, obtém-se a equação 3.8, que demonstra a dependência com a frequência da condutividade e da permissividade elétricas, caracterizando assim um meio dispersivo.

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{H} &= \sigma \vec{E} + j\omega (\varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega)) \vec{E} \\ &= (\sigma + \omega\varepsilon''(\omega)) \vec{E} + j\varepsilon'(\omega)\vec{E}\end{aligned}\quad (3.8)$$

A partir da Equação 3.8, definimos as condutividades e permissividades efetivas nas Equações 3.9 e 3.10, respectivamente. A condutividade de um material não homogêneo tende a aumentar continuamente à medida que a frequência aumenta. Paralelamente, observa-se uma diminuição contínua da componente real da permissividade elétrica com o aumento da frequência. É possível observar, ainda, que existe uma interdependência entre as componentes real e imaginária da permissividade com a condutividade em função da frequência.

$$\sigma_{ef}(\omega) = \sigma + \omega\varepsilon''(\omega) \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_{ef}(\omega) = \varepsilon' \quad (3.10)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = (\sigma_{ef}(\omega) + j\omega\varepsilon_{ef}(\omega)) \vec{E} \quad (3.11)$$

onde,

σ_{ef} : condutividade elétrica efetiva

ε_{ef} : permissividade elétrica efetiva

3.3.1 A representação da dependência com a frequência dos parâmetros do solo de acordo com Visacro e Alípio (2011)

De acordo com a brochura do CIGRE 781 (2019), a utilização de expressões gerais para estimar a variação dos parâmetros do solo com a frequência oferece resultados simulados satisfatórios, porém o uso de dados obtidos através de metodologias experimentais de campo é mais indicado. Nesse contexto, o trabalho de Visacro *et al.* (2011) se destaca ao apresentar uma nova abordagem experimental para determinar a variação da resistividade e permissividade do solo em uma ampla faixa de frequências com base em dados coletados em campo. Os detalhes sobre essa metodologia podem ser encontrados em seu trabalho.

Ao comparar os resultados de experimentos e simulações, Visacro *et al.* (2011) evidenciaram uma variação significativa da resistividade e da permissividade do solo na faixa de 100 Hz a 4 MHz, considerada relevante para estudos de proteção contra descargas atmosféricas. Esses resultados mostram que as propriedades do solo não são constantes e podem variar significativamente com a frequência das correntes impulsivas. Como continuidade deste estudo, Alípio e Visacro (2012) concluem que a partir de medições em baixa frequência é possível estimar a resis-

tividade em várias frequências utilizando um fator de correção. Neste contexto, um conjunto de expressões simplificadas foi proposto para estimar a variação aproximada dos dois parâmetros do solo, com base no estudo experimental realizado.

3.3.2 A representação da dependência com a frequência dos parâmetros do solo no domínio do tempo

Simulações computacionais que consideram a variação dos parâmetros do solo em função da frequência normalmente utilizam modelos no domínio da frequência. Na literatura, os trabalhos de Alipio e Visacro (2012) e Alipio *et al.* (2012) aplicam o *Hybrid Electromagnetic Model* (HEM) para essa análise. Por outro lado, Ghomi *et al.* (2021) emprega o *Method of Moments* (MoM), enquanto Akbari (2012) utiliza o *Finite Element Method* (FEM) em suas investigações. Essas abordagens demonstram a versatilidade dos diferentes métodos na modelagem de fenômenos eletromagnéticos dependentes da frequência. No contexto de métodos computacionais no domínio do tempo como o FDTD, é necessário que haja um esforço na implementação de uma metodologia dedicada a considerar esses efeitos no domínio do tempo, visto que essa aplicação não é feita diretamente.

O trabalho de Oliveira (2017) adapta as equações de Ampère-Maxwell, que descrevem a variação dos parâmetros do solo com a frequência, usando a aproximação de Padé (1892) aplicada no comportamento da condutividade e permissividade elétricas através da Equação 3.11 para incorporar esse efeito em seu algoritmo FDTD. Para comprovação da eficácia de seu método, Oliveira (2017) o compara com resultados de medições em campo.

A variação das propriedades eletromagnéticas com a frequência também pode ser modelada através da soma de funções racionais, como proposto no modelo de meio de *Debye* por Elsherbeni e Demir (2009). Como continuidade ao trabalho de Carvalho (2022), esta dissertação utiliza este modelo para representar a dependência dos parâmetros do solo com a frequência.

As Equações 3.12 e 3.13 são apresentadas por Elsherbeni e Demir (2009) e mostram a lei de Ampère-Maxwell expressa no domínio da frequência e do tempo para um meio dispersivo. Nessa representação, destaca-se a presença de um componente diretamente ligado a uma soma que envolve o número de polos do meio dispersivo, estando associada à corrente de polarização que é descrita pela equação 3.14.

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_\infty\vec{E} + \sigma\vec{E} + \sum_{k=1}^P \vec{J}_k \quad (3.12)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} + \sigma \vec{E} + \sum_{k=1}^P \vec{J}_k \quad (3.13)$$

$$\vec{J}_k = j\omega \varepsilon_0 \frac{A_k (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + j\omega \tau_k} \vec{E} = j\omega \frac{\zeta_k}{1 + j\omega \tau_k} \vec{E} \quad (3.14)$$

onde,

- \vec{J}_k : k-ésima corrente de polarização
- P : número de polos
- ε_0 : permissividade elétrica no vácuo
- ε_∞ : permissividade elétrica em frequência infinita
- ε_s : permissividade elétrica em baixa frequência
- A_k : amplitude do k-ésimo termo
- τ_k : tempo de relaxação relacionado ao k-ésimo polo

De acordo com Taflove e Hagness (2005), o principal objetivo ao empregar a técnica das equações diferenciais auxiliares é obter uma equação que permita atualizar simultaneamente as Equações 3.13 e 3.14, dessa forma, é importante expressar a equação 3.13 no tempo discreto através de passos de tempo. No equacionamento indicado em 3.15 é considerado o passo de tempo $n+0,5$.

$$\nabla \times \vec{H}^{n+0.5} = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}^{n+0.5} + \sigma \vec{E}^{n+0.5} + \sum_{k=1}^P \vec{J}_k^{n+0.5} \quad (3.15)$$

Reorganizando a Equação 3.14, considerado $\zeta_k = A_k (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)$, no domínio do tempo obtêm-se as Equações 3.16 e 3.17.

$$j\omega \tau_k \vec{J}_k + \vec{J}_k = j\omega \zeta_k \vec{E} \quad (3.16)$$

$$\tau_k \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}_k + \vec{J}_k = \zeta_k \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} \quad (3.17)$$

A Equação 3.18 é o resultado obtido após discretizar a Equação 3.17 nos intervalos de tempo discreto de $n+5$.

$$\tau_k \frac{J_k^{n+1} - J_k^n}{\Delta t} + \frac{J_k^{n+1} + J_k^n}{2} = \zeta_k \frac{E^{n+1} - E^n}{\Delta t} \quad (3.18)$$

$$J_k^{n+1} = \frac{(2\tau_k - \Delta t)}{(2\tau_k + \Delta t)} J_k^n + \frac{2\zeta_k}{(2\tau_k + \Delta t)} (E^{n+1} - E^n) \quad (3.19)$$

Pode-se escrever o termo $J_k^{n+0.5}$ como:

$$J_k^{n+0.5} = \frac{J_k^{n+1} + J_k^n}{2} \quad (3.20)$$

Como na Equação 3.19 o termo J está discretizado em $n+1$ pode-se aplicar a substituição pela Equação 3.20:

$$J_k^{n+0.5} = \frac{2\tau_k}{(2\tau_k + \Delta t)} J_k^n + \frac{\zeta_k}{(2\tau_k + \Delta t)} (E^{n+1} - E^n) \quad (3.21)$$

Dessa forma, ao substituir 3.21 na Equação 3.15 e isolando o campo elétrico obtém-se a Equação 3.22. As Equações 3.22 e 3.19 são utilizadas na etapa atualização do campo elétrico no método FDTD desenvolvido neste trabalho. Seguindo a metodologia proposta por Elsherbeni e Demir (2009), a cada iteração temporal primeiramente os campos magnéticos são atualizados, posteriormente, os campos elétricos são recalculados utilizando a equação 3.22. Por fim, as correntes de polarização são ajustadas através da equação 3.19.

$$E^{n+1} = \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_0\varepsilon_\infty + \sigma\Delta t + \xi)} \nabla \times \vec{H}^{n+0.5} + \frac{(2\varepsilon_0\varepsilon_\infty - \sigma\Delta t + \xi)}{(2\varepsilon_0\varepsilon_\infty + \sigma\Delta t + \xi)} E^n - \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_0\varepsilon_\infty + \sigma\Delta t + \xi)} \sum_{k=1}^P \frac{2\tau_k}{(2\tau_k + \Delta t)} J_k^n \quad (3.22)$$

onde,

$$\xi = \sum_{k=1}^P \frac{2\Delta t \zeta_k}{(2\tau_k + \Delta t)} J_k^n$$

3.3.3 Considerações Adicionais para a Metodologia de Elsherbeni e Demir (2009) em Meios Dispersivos

Considerando o uso da modelagem de fios finos de Noda *et al.* (2002) e a inclusão da dependência em frequência dos parâmetros do solo na simulação FDTD proposta por Elsherbeni e Demir (2009), ajustes são necessários para representar corretamente os fios finos imersos em um meio *Debye*. Neste trabalho, é adaptado o método proposto por Kuklin (2016). Como explicado na Seção 2.5.4.2, ao atualizar a equação do campo elétrico 3.19 próxima ao eixo do fio fino, o termo ζ_k deverá ser multiplicado pelo fator de correção m 2.21.

Outro desafio ao adotar a modelagem proposta por Elsherbeni e Demir (2009) é descrever com precisão o comportamento dos parâmetros do solo em função da frequência para diferentes valores de resistividade. Em seu trabalho, Carvalho (2022) realiza seus experimentos iniciais utilizando os valores de polos fornecidos por Alipio e Visacro (2017). Uma solução para esse problema é a utilização da função *invfreqs* do MatLab, estratégia adotada por Velasco *et al.* (2020).

A função *invfreqs* é usada para gerar uma expressão algébrica da permissividade relativa de um meio em função da frequência. Ela decompõe valores de permissividade complexa em múltiplos polos, essenciais para modelar o comportamento dielétrico de materiais. Os coeficientes de *Debye* gerados descrevem a permissividade relativa em altas frequências, os pesos dos polos e outros parâmetros importantes que são incorporados ao método FDTD para atualizar as propriedades dielétricas do meio e modelar sua resposta a campos elétricos em diferentes frequências.

4 Metodologia

Neste capítulo, são discutidos os fundamentos da programação paralela e sua aplicação no contexto das simulações baseadas no método FDTD. Adiante, na segunda seção, são abordados os aspectos gerais do ambiente de simulação FDTD aplicado neste trabalho, com ênfase na resposta de aterramentos elétricos representados por eletrodos horizontais considerando os efeitos da ionização do solo e da dependência com a frequência dos parâmetros do solo.

4.1 Programação paralela aplicada ao método FDTD

Conforme discutido ao longo Capítulo 2, uma das principais limitações do método FDTD se refere ao tempo de simulação, que pode ser tão longo que inviabiliza a aplicação da técnica em determinados casos. Foram mencionadas algumas estratégias para mitigar o tempo de processamento, como a escolha apropriada do tamanho das células e do espaço de simulação, além do uso de células não uniformes; entretanto, nenhuma dessas estratégias é orientada à computação e este é o foco desse capítulo.

Conforme descrito no Guia de Programação da NVIDIA (2024), *Central Processing Unit* (CPU) e *Graphics Processing Unit* (GPU) servem a propósitos diferentes. A CPU é projetada para processar rapidamente uma sequência de operações, realizando até várias dezenas de operações paralelamente, enquanto a GPU é capaz de lidar com milhares de operações paralelas, denominadas *threads*. Devido ao suporte mais amplo e maduro de linguagens, bibliotecas e *frameworks*, além da familiaridade dos desenvolvedores com ferramentas e ambientes padrão, programar para CPUs é mais simples e direto. Porém, o uso de CPUs possui desempenho inferior a simulações processadas em GPUs.

De acordo com Baumeister *et al.* (2015), simulações FDTD apresentam alto nível de paralelismo, uma vez que o cálculo das atualizações de campo para cada célula da malha são baseados apenas nos valores dos pontos vizinhos em um instante de tempo anterior. Dessa forma, os cálculos para cada célula podem ser realizados de forma independente sendo bons candidatos para serem implementados em GPUs. Além disso, é possível citar outros trabalhos que relatem a

aplicação de processamento paralelo em FDTD como (SHAHMANSOURI; RASHIDIAN, 2012), (TATEMATSU, 2015) e (DONNO et al., 2010). Demir e Ensherbeni para além do artigo, também tem um capítulo dedicado a este tema em seu livro (ELSHERBENI; DEMIR, 2009). Todos os autores citados aplicam o modelo CUDA apresentado em 2006 pela NVIDIA como forma de programar a unidade de processamento gráfico.

4.1.1 CUDA: *Compute Unified Device Architecture*

De acordo com Dono *et al.* (2010), no passado a tarefa de programar GPUs era complexa e exigia um conhecimento profundo da arquitetura de GPU e dos modelos gráficos. Em resposta a essa necessidade, em novembro de 2006 a empresa NVIDIA introduziu o CUDA como uma plataforma voltada para o desenvolvimento de aplicações de computação paralela. Desde então, ela tem sido amplamente adotada por desenvolvedores por oferecer uma solução mais eficiente para uma variedade de problemas computacionais em comparação com o uso das CPUs.

CUDA é uma plataforma atraente aos desenvolvedores devido à sua compatibilidade com as linguagens de programação mais populares na literatura, como C que é a linguagem utilizada neste trabalho. Além disso, é simples de aprender e oferece suporte abrangente tanto para usuários quanto para desenvolvedores. Segundo Elsherbeni e Demir (2009), uma limitação significativa da plataforma é que o CUDA é restrito às placas NVIDIA compatíveis, ao contrário de seus concorrentes, como OpenCL e DirectCompute, que oferecem maior flexibilidade.

Como detalhado no Guia de Programação da NVIDIA (2024), a plataforma CUDA categoriza a CPU como *host* e a GPU como *device* que funcionam de forma independente, porém se conectam e trocam dados. O *host* executa o programa principal se conectando ao *device* que irá executar as funções de paralelismo denominadas *kernel*. Quando chamadas, as funções *kernel* são executadas "N" vezes em paralelo por "N" *threads* CUDA diferentes, trocando dados entre o *host* e o *device*, em contraste a uma função regular em CPU que é executada apenas uma única vez.

A Figura 4.1, mostra o fluxo de uma aplicação FDTD habilitada para funcionar em GPU. O programa principal, executado pelo *host*, é iniciado configurando as informações necessárias e alocando a memória requerida. Adiante, inicia-se o cálculo FDTD que é separado em dois *kernels*, onde um é responsável por atualizar o campo magnético e outro o campo elétrico através de cálculos em paralelo realizados no *device*. Após realizar os cálculos dos campos por toda malha do FDTD o resultado é apurado e salvo para consulta do usuário.

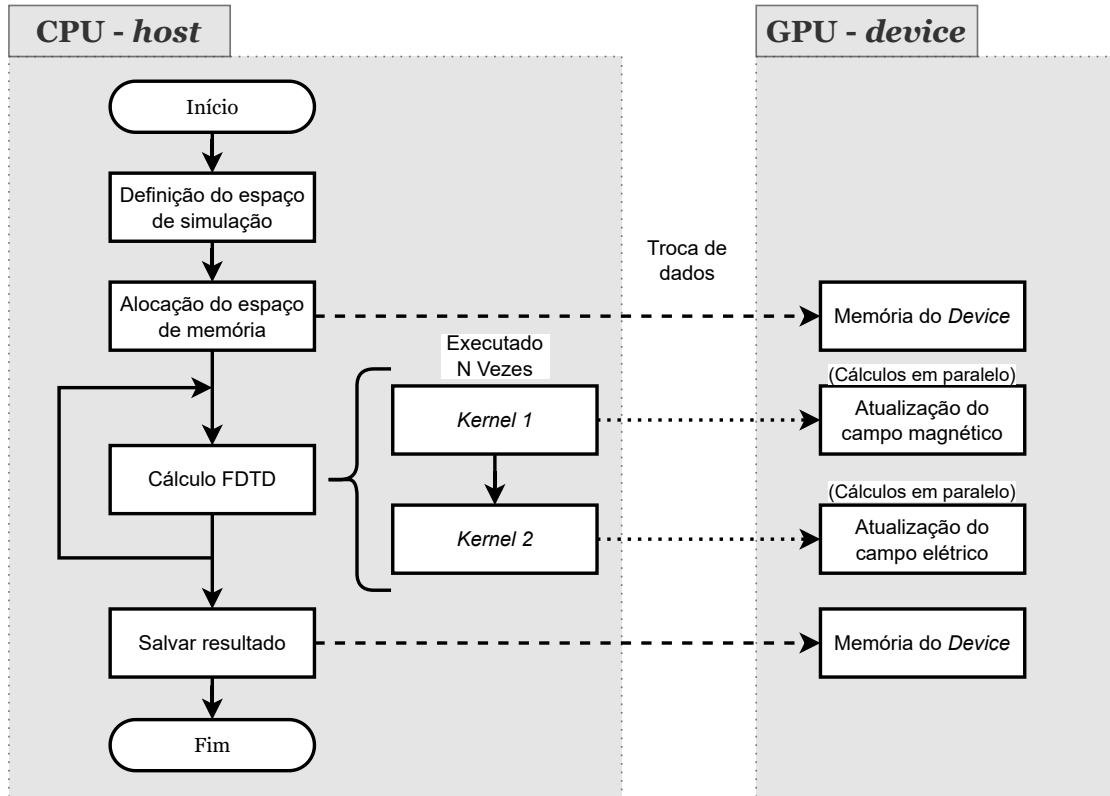


Figura 4.1: Fluxograma aplicação FDTD habilitada para GPU.
(Adaptado de (CARVALHO, 2022))

4.1.2 Mapeamento do espaço de simulação

No ambiente CUDA, a execução é organizada em hierarquias de *grids*, *blocks* e *threads*. Organizados em um *grid*, os *blocks* são uma coleção de *threads* que podem cooperar entre si através de memória compartilhada e sincronização. Essa organização é ilustrada pela Figura 4.2. De acordo com o manual (2024), os *blocks* e os *grids* podem ser bi ou até tridimensionais e cada *block* pode comportar até 1024 *threads*.

Como abordado por Dono *et al.* (2010), quando o *kernel* CUDA é evocado, cada *thread* dentro de um *block* executa o mesmo código aplicado a uma seção distinta de células de Yee, acessada conforme o índice atribuído a essa *thread*. Essa característica permite que os cálculos sejam realizados em paralelo, onde cada *thread* atualiza os valores dos campos elétrico e magnético para sua célula correspondente. Neste trabalho, a iteração temporal do algoritmo é realizada em um *loop*, como ilustrado na Figura 4.1.

Essa abordagem maximiza a utilização da GPU, pois várias *thread* podem ser executadas simultaneamente. Além disso, *threads* no mesmo *block* podem se comunicar e compartilhar informações através da memória compartilhada, que opera mais rapidamente do que a memória

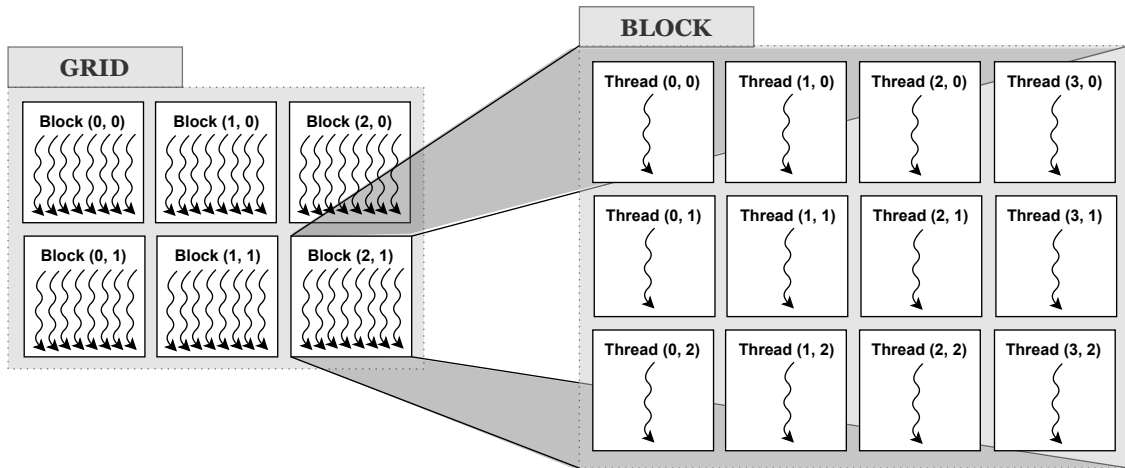


Figura 4.2: Organização hierárquica CUDA. (Adaptado (NVIDIA, 2024))

global. No contexto do FDTD, isso é particularmente vantajoso, pois os cálculos de uma célula frequentemente dependem dos valores das células vizinhas. Para garantir que os dados estejam atualizados corretamente antes que outra *thread* acesse os resultados, a sincronização entre *thread* é necessária.

Os trabalhos (DEMIR; ELSHERBENI, 2010), (DONNO et al., 2010) e (CARVALHO, 2022) mostram particularidades e diversos exemplos de implementações de mapeamentos adequados de espaços de simulação FDTD para CUDA. Neste trabalho, o mapeamento aplicado é conhecido como mapeamento *xyz* proposto por Elsherbeni e Demir (2009), dando continuidade ao trabalho de Carvalho (2022). Neste mapeamento, um *block* de *threads* é organizado como um *array* unidimensional, com as *threads* mapeadas para células no plano *xy*, como ilustrado pela Figura 4.3(a). O *grid* de *blocks* é estruturado bidimensionalmente, mapeando a dimensão *x* para o plano *xy* e a dimensão *y* para a dimensão *z*. Essa abordagem assegura uma correspondência direta entre *threads* e células, maximizando a paralelização. Cada *thread* atualiza os valores de campo em uma célula específica, percorrendo a direção *z* em um *loop*, ilustrado em 4.3(b), o que permite uma cobertura eficiente de todo o domínio FDTD e otimiza o uso dos recursos da GPU.

4.1.3 Gerenciamento de memória de simulação

Em seu artigo, Dono (2010), ressalta a responsabilidade dos desenvolvedores para com o gerenciamento de memória da aplicação, buscando implementar funções que minimizem o número de leituras de memória. É importante a adoção de técnicas para realizar acessos eficientes de memória, para evitar gargalos nas simulações de FDTD em CUDA. Isso se deve ao fato de que, conforme observado por Elsherbeni e Demir (2009), nas aplicações FDTD, as operações de

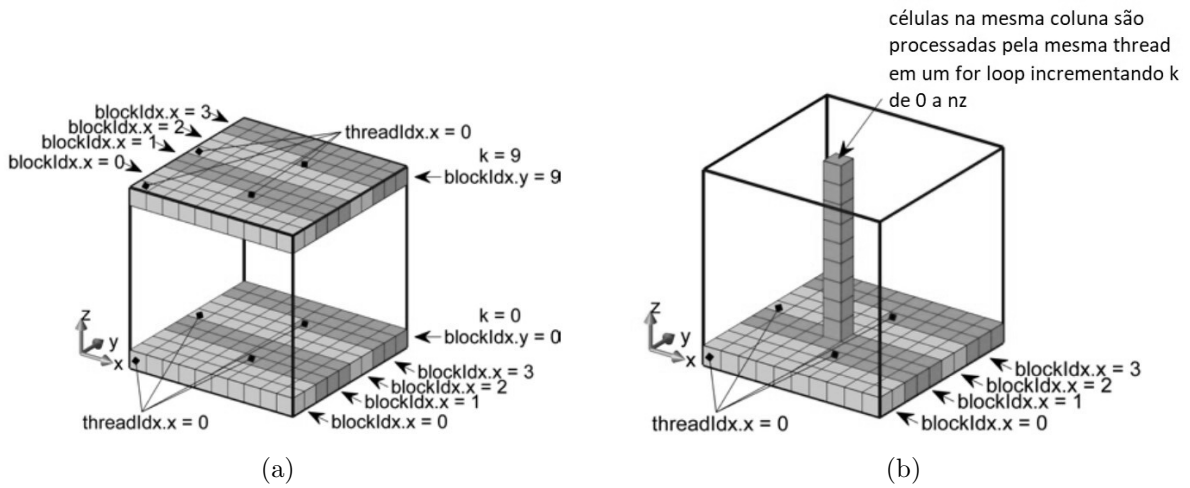


Figura 4.3: Mapeamento xyz de *threads* para células de um domínio FDTD. (Adaptado de (DEMIR; ELSHERBENI, 2010))

acesso à memória são significativamente mais frequentes do que as instruções aritméticas.

De acordo com o manual (2024), as *threads* CUDA têm a capacidade de acessar dados de diferentes espaços de memória ao longo de sua execução. A Figura 4.4 mostra a hierarquia de memória em uma GPU, onde cada *thread* possui uma memória local privada. Por sua vez, os *blocks* possuem memória compartilhada que é visível por todas as *threads* pertencentes a um determinado *block*. O *grid* tem acesso a memória global, bem como suas subdivisões de memória. A memória global mantém sua consistência em todas as inicializações do *kernel* realizadas em uma mesma aplicação.

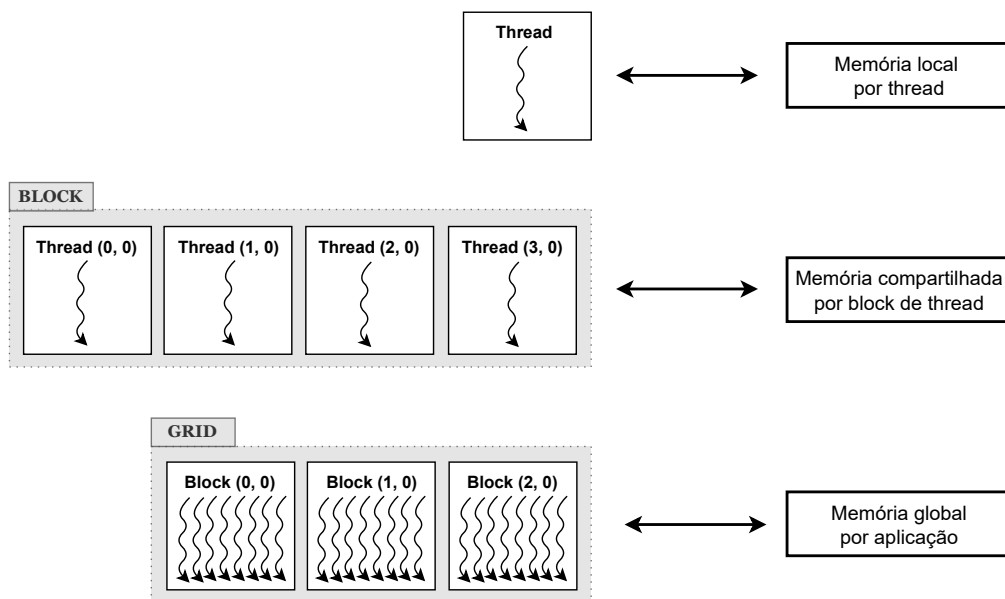


Figura 4.4: Hierarquia de memória CUDA. (Adaptado (NVIDIA, 2024))

4.1.4 Performance

De acordo com Elsherbeni e Demir (2009), o desempenho de uma aplicação FDTD pode ser calculado em função da relação entre o tamanho do espaço e o número de iterações com o tempo. A métrica é dada em milhões de células processadas por segundo, conforme a equação 4.1.

$$NMCPs = \frac{n_{steps} \times Nx \times Ny \times Nz}{t_s} \times 10^{-6} \quad (4.1)$$

onde,

- $NMCPs$: milhões de células processadas por segundo
- Nx, Ny, Nz : número de células em cada eixo, respectivamente
- n_{steps} : número de degraus de tempo aplicados
- t_s : tempo total de simulação em segundos

Em seu trabalho, Cavalho (2022), realizou simulações para destacar o ganho computacional de modelagens FDTD utilizando a GPU NVIDIA Tesla P100 com relação a mesma simulação executada em CPU Intel Core i5 1,6GHz. Os cenários testados foram a variação de quatro fronteiras absorventes para um volume de $64m^3$ simulado em cerca de 800 iterações de *loop* de tempo. Os resultados obtidos estão na Tabela 4.1. Como esperado, o número de células processadas por segundo é muito maior em simulações utilizando GPUs, chegando a ser 230 vezes mais eficiente. A otimização da performance das simulações com GPU pode ser alcançada por meio de melhorias na manipulação da memória, na reorganização do número de *threads* e blocos de *thread*, bem como no mapeamento do espaço de simulação, e, naturalmente, com a chegada de GPUs mais robustas.

Tabela 4.1: Comparação da performance da modelagem FDTD simulado em um ambiente CPU e GPU para diferentes cenários. Dados em milhões de células processadas por segundo (Reproduzido de (CARVALHO, 2022))

Plataforma	PEC	Liao segunda ordem	Liao terceira ordem	CPML
CPU	2,6	2,5	2,5	1,7
GPU	489,7	457,7	442,4	396,2

4.2 Ambiente de Simulação FDTD no *Google Colaboratory*

O *Google Colaboratory*¹ (ou *Google Colab*) é uma plataforma gratuita que permite o uso de *Jupyter Notebooks*² diretamente em navegadores. O código é executado na nuvem, não havendo necessidade de instalações locais. Um dos maiores diferenciais da plataforma é que ela se integra facilmente ao *Google Drive*³ e ao *GitHub*⁴, facilitando o acesso a dados e códigos compartilhados.

Outra vantagem do *Google Colab*, amplamente divulgada na academia de acordo com os trabalhos (FERREIRA; CANESCHE; CARVALHO, 2020), (CANESCHE et al., 2021) e (ALI; KHAN; WALEED, 2020) é a possibilidade de programar e executar aplicações CUDA mesmo sem acesso direto a uma GPU da NVIDIA. Tendo em vista essas qualidades, o presente trabalho foi desenvolvido na plataforma do *Google Colab*.

Os códigos FDTD utilizados para o estudo da resposta de aterramentos elétricos frente a descargas atmosféricas foram desenvolvidos na linguagem Cuda C, uma extensão da linguagem C desenvolvida pela NVIDIA. Mesmo que o *Google Colab* aceite a implementação de códigos em diversas linguagens diretamente em seu *Jupyter Notebook* embutido, por opção esses códigos ficaram hospedados no *Google Drive* para melhor organização. O fluxograma mostrado na Figura 4.5 mostra as etapas do desenvolvimento dos códigos FDTD desta dissertação e adiante a explicação de cada etapa.

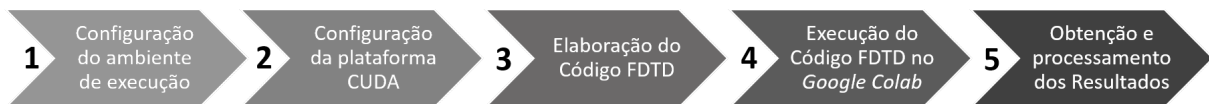


Figura 4.5: Etapas do desenvolvimento dos códigos FDTD deste trabalho

1. *Configuração do ambiente de execução:* É necessário habilitar no *Google Colab* o uso de GPU no menu "Ambiente de execução". O *Colab* gratuito tem acesso limitado a GPUs, os limites de utilização são muito mais baixos em comparação com as versões pagas. É possível executar códigos FDTD na versão gratuita, porém as edições pagas têm acesso às GPUs de alto desempenho tornando possível executar o código com poucas restrições de uso. As GPUs pagas disponíveis podem variar com o tempo e dependem da disponibilidade e do saldo de unidades de computação. A GPU NVIDIA L4 Tensor Core foi utilizada para as simulações deste trabalho.

¹Google Colaboratory: <https://colab.research.google.com/>

²Jupyter Notebooks: <https://jupyter.org/>

³Google Drive: <https://www.google.com/intl/pt-br/drive/about.html>

⁴GitHub: <https://github.com/>

Essa GPU possui largura de banda de memória de até 800 GB/s, e opera seus 7.424 núcleos CUDA em frequências elevadas (em torno de 1,2 GHz) sendo interessante para aplicações FDTD. Trata-se de uma GPU superior àquela utilizada no trabalho de Carvalho (2022), a NVIDIA Tesla P100 que possui 3.584 núcleos CUDA e largura de banda de memória de até 720 GB/s em uma frequência de 1,190 GHz.

2. *Configuração CUDA Toolkit*: É necessário instalar a *CUDA Toolkit* para utilizá-la no *Colab* e também seu *plugin* NVCC. É possível executar códigos CUDA em uma GPU salvando o arquivo com a extensão CUDA (.cu), compilando-o com o NVCC utilizando as *flags* de ligação apropriadas. A seguir tem-se as instruções de instalação.

```

1 # Instalacao CUDA Toolkit
2 !apt update -qq;
3 !wget https://developer.download.nvidia.com/compute/cuda/repos/ubuntu2004/x86_64/
   ↪ cuda-ubuntu2004.pin;
4 !mv cuda-ubuntu2004.pin /etc/apt/preferences.d/cuda-repository-pin-600;
5 !apt-key adv --fetch-keys https://developer.download.nvidia.com/compute/cuda/
   ↪ repos/ubuntu2004/x86_64/3bf863cc.pub;
6 !add-apt-repository "deb https://developer.download.nvidia.com/compute/cuda/repos
   ↪ /ubuntu2004/x86_64/ ";
7 !apt-get update -qq;
8 !apt-get -y install cuda;
9
10 # Instalacao plugin NVCC
11 !pip install nvcc4jupyter
12 %load_ext nvcc4jupyter
13
14 #Verificacao da versao do plugin
15 !nvcc --version
16
17 # Verifica GPU disponivel
18 !nvidia-smi
19
20 #Verifica se o PyTorch pode acessar a GPU
21 import torch
22 torch.cuda.is_available()
23 import tensorflow as tf
24 tf.test.gpu_device_name

```

3. *Elaboração do Código FDTD*: Nesta etapa, é realizado o desenvolvimento do código FDTD para a simulação da resposta de aterramentos elétricos frente às descargas atmosféricas. O código é fundamentado nas equações e na modelagem dos elementos descritos no Capítulo

2 desta dissertação. Além disso, adapta-se o código para realizar simulações considerando o efeito de ionização do solo e da dependência com a frequência na resposta de aterramentos elétricos considerando as modelagens discutidas no Capítulo 3.

4. *Execução do Código FDTD no Google Colab*: Após a codificação, basta executar o código no *Colab*. O código e os resultados da execução das aplicações FDTD desenvolvidas neste trabalho são salvas em pastas do *Google Drive*. Abaixo segue um exemplo para executar um código FDTD que não necessita de parâmetros de entrada.

```
1 # Compilar código FDTD
2 !nvcc -w aplicacaoFDTD.cu -o executarFDTD cpFuncoes.cpp -std=c++11
3
4 # Se compilacao executada com sucesso:
5 !./executarFDTD
```

5. *Obtenção e processamento dos Resultados*: Neste trabalho o resultado da simulação é um arquivo no formato CSV que contém os valores de GPR em função do tempo. Eles são processados por um algoritmo próprio para a obtenção das curvas de GPR e outras informações como resistência de aterramento e impedância impulsiva. Essas informações são discutidas no Capítulo 5.

O *Google Colab* se mostrou uma excelente ferramenta não somente pela sua praticidade, mas também por ser uma plataforma de compartilhamento de conhecimento. Possibilitou a continuação dos trabalhos desenvolvidos por Carvalho (2022) e possibilitará o desenvolvimento de trabalhos futuros relacionados a esta dissertação.

5 *Resultados e Análise*

Neste capítulo, são apresentados os resultados de simulações FDTD para sistemas de aterramento com eletrodos horizontais. Considerando os efeitos da ionização do solo e de dependência com a frequência dos parâmetros do solo. Ondas de corrente com parâmetros medianos de descargas negativas descendentes são utilizadas nas simulações.

5.1 Estrutura básica do método FDTD desenvolvido

A estrutura básica do algoritmo FDTD aplicado neste trabalho é baseada no que foi desenvolvido por Carvalho e Silveira (2021). A Figura 5.1 apresenta as principais etapas método desenvolvido nessa dissertação de Mestrado de maneira simplificada. Nas etapas de 1 a 4 do programa ocorre a configuração do ambiente de simulação, onde é possível descrever o cenário em que o FDTD será aplicado. As etapas de 5 a 9 compreendem o *loop* de tempo em que ocorrem as atualizações das componentes de campo elétrico e magnético para a obtenção das curvas de GPR (*Ground Potencial Rise*).

Nas etapas de 1 a 4, é importante destacar alguns pontos essenciais para garantir a precisão das simulações. Primeiramente, ao definir o tamanho do ambiente de simulação deve-se garantir a acomodação completa do sistema, das regiões de interesse para análise de campos e, também, garantir espaço ao redor do ambiente suficiente para o posicionamento das fronteiras absorventes.

Além disso, o tamanho das células da simulação deve ser definido em função das dimensões dos objetos para garantir a precisão dos resultados. Recapitulando: células muito grandes podem levar à perda de detalhes importantes, enquanto células muito pequenas podem aumentar significativamente o tempo de simulação. Além disso, deve-se respeitar o critério de Courant, apresentado em 2.4.

Para simulações que utilizam células não uniformes, é fundamental garantir que o condicionamento dessas células no ambiente de simulação varie de acordo com a complexidade da região simulada. Especialmente em regiões que estejam modelados os Fios Finos. Neste trabalho, todas

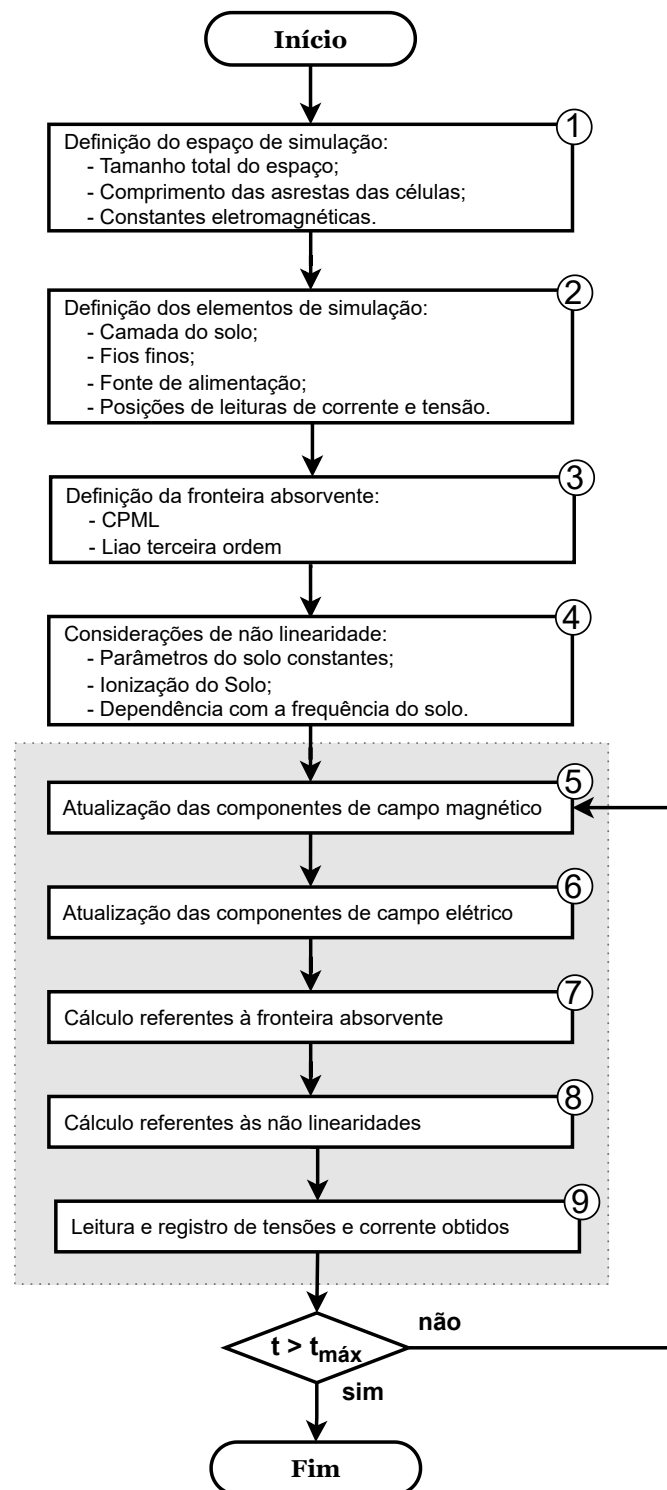


Figura 5.1: Fluxograma simplificado da modelagem em FDTD desenvolvida (Adaptado de (CARVALHO; SILVEIRA, 2022))

as simulações utilizaram a modelagem de Fios Finos proposta por Noda (2002), abordada em 2.5.4.2.

A fonte de alimentação utilizada nas simulações deste trabalho é caracterizada por uma onda de corrente duplo pico, a qual será descrita em detalhes ao longo deste capítulo. Quanto às modelagens de fronteiras absorventes, a fronteira CPML será utilizada para simulações que consideram a dependência com a frequência dos parâmetros do solo. Por outro lado, a fronteira de terceira ordem de Liao será empregada nas simulações que consideram o efeito de ionização, assim como nas simulações que não representam nenhum desses efeitos.

Nas etapas de 5 a 9, após cada iteração do *loop*, em que os componentes de campo elétrico e magnético são atualizados e as condições de contorno são aplicadas, as tensões e correntes são calculadas a partir dos campos atualizados. O valor da tensão pode ser calculado através da integração do campo elétrico. No ambiente FDTD, conforme Elsherbeni e Demir (2009), essa integração se torna um somatório como equacionado em 5.1. De modo geral, comprimento das arestas ao longo do eixo Z é constante ao longo do caminho de integração. No entanto, em malhas FDTD não uniformes, o comprimento das arestas ao longo do eixo Z varia ao longo da direção de integração, devendo ser considerado em cada célula de maneira análoga à Equação 5.1.

$$V = - \int \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

$$V = -dz \times \sum_{k=k_s}^{k_e-1} E_z(i_s, j_s, k) \quad (5.1)$$

onde,

dz = comprimento das arestas ao longo do eixo z

O cálculo da corrente é realizado através da aplicação da Lei de Ampère. Conforme Elsherbeni e Demir (2009), essa integração torna-se um somatório como equacionado em 5.2, representando a corrente ao longo do eixo Z. O cálculo da corrente ao longo dos eixos x e y pode ser feito de maneira análoga.

$$I = \oint \vec{H} \cdot \vec{dl} \quad (5.2)$$

$$I_z = dx \times H_x(i, j - 1, k) + dy \times H_y(i, j, k) - dx \times H_x(i, j, k) - dy \times H_y(i - 1, j, k) \quad (5.3)$$

onde,

I_z = corrente ao longo do eixo z

dx = comprimento das arestas ao longo do eixo x

dy = comprimento das arestas ao longo do eixo y

5.2 Representação do efeito de ionização do solo

Nessa sessão são analisados os resultados de simulações sistemáticas utilizando o método FDTD com o objetivo de avaliar o impacto do efeito de ionização do solo causado por descargas atmosféricas. Os resultados são comparados ao desempenho de sistemas de aterramento compostos por eletrodos horizontais enterrados em solo homogêneo com parâmetros elétricos constantes.

Com base no trabalho de Carvalho e Silveira (2021), as simulações **com** e **sem** o efeito de ionização do solo foram modeladas. O espaço de simulação é representado pela Figura 5.2 e as dimensões da geometria considerada estão listadas na Tabela 5.1. Para essas simulações são consideradas apenas células uniformes com aresta de 0,25 m. O comprimento do eletrodo de aterramento é representado por L e está posicionado no eixo Y, onde o comprimento total da coordenada Y varia; por exemplo, para um eletrodo com o comprimento (L) de 20 m, o comprimento de Y é de 60 m (20 m + 20 m + 20 m), os 60 m adicionais são para respeitar as fronteiras do problema.

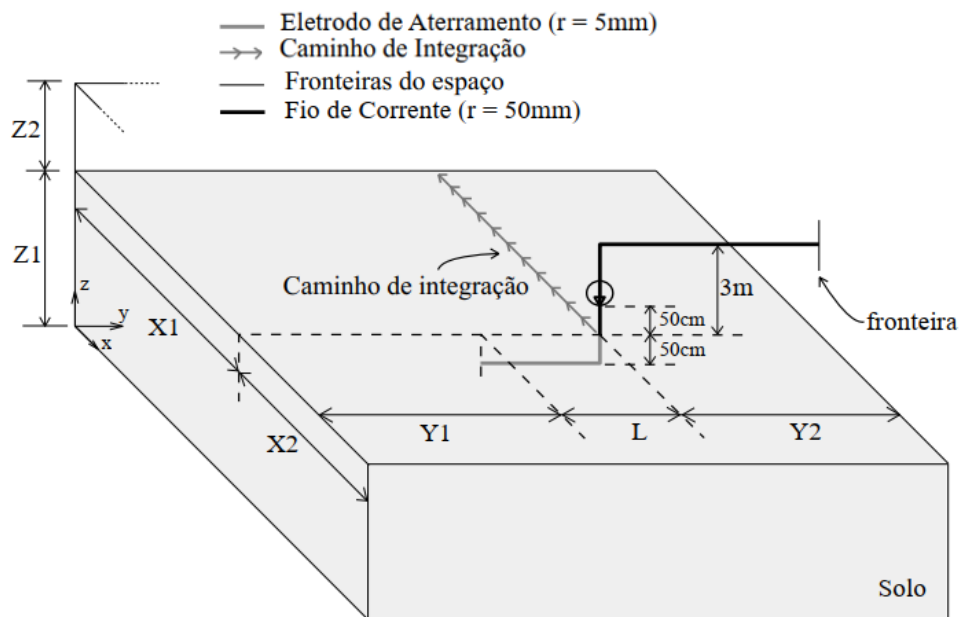


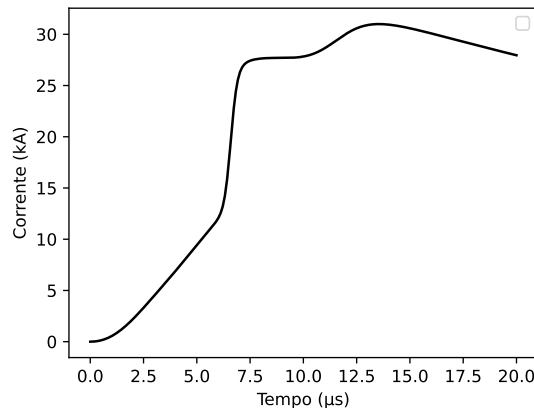
Figura 5.2: Modelo da simulação (Adaptado de (CARVALHO; SILVEIRA, 2021))

O GPR é obtido através da integração da componente X do campo elétrico ao longo de um

Tabela 5.1: Dimensões da simulação pra o estudo do efeito de ionização do solo

	Z = Z1 + Z2		X = X1+ X2		Y = Y1 + L + Y2		
Item	Z1	Z1	X1	X2	Y1	Y2	L
Dimensão (m)	25	5	50	70	20	20	Variável

caminho na superfície, desde a fronteira absorvente até a fonte de corrente. A fonte de corrente da simulação, por sua vez, é posicionada no eixo Z, a 0,50 m acima do solo. Essa fonte é a reprodução das características medianas das primeiras descargas negativas medidas no Monte San Salvatore, conforme a representação proposta por De Conti e Visacro (2007), ilustrada na Figura 5.3, cujo pico é 31 kA.

**Figura 5.3:** Corrente de entrada do FDTD: Forma de onda de pico duplo com parâmetros medianos medidos na estação Mount San Salvatore (Adaptado de (CONTI; VISACRO, 2007))

O efeito de ionização do solo foi simulado considerando o modelo proposto por Liew e Darveniza (1974), discutido no Capítulo 2. As constantes τ_1 , τ_2 , foram definidas como $1,5\mu s$, $4,5\mu s$, respectivamente, com base no trabalho de Carvalho (2022). Foram realizadas simulações considerando mantidos o campo elétrico crítico (E_c) adotando valores de 300 kV/m e 400 kV/m e constantes durante todo o tempo de simulação.

As simulações foram realizadas considerando eletrodos de comprimento entre 20 e 200 m e resistividade do solo variando entre 100 e 8000 Ωm , com uma permissividade relativa igual a 10. Esses foram os valores de resistividade do solo e comprimento de eletrodos utilizados por Carvalho e Silveira (2024). A influência do efeito de ionização do solo para o cálculo do GPR está apresentado a seguir, nas Figuras de 5.4 a 5.9.

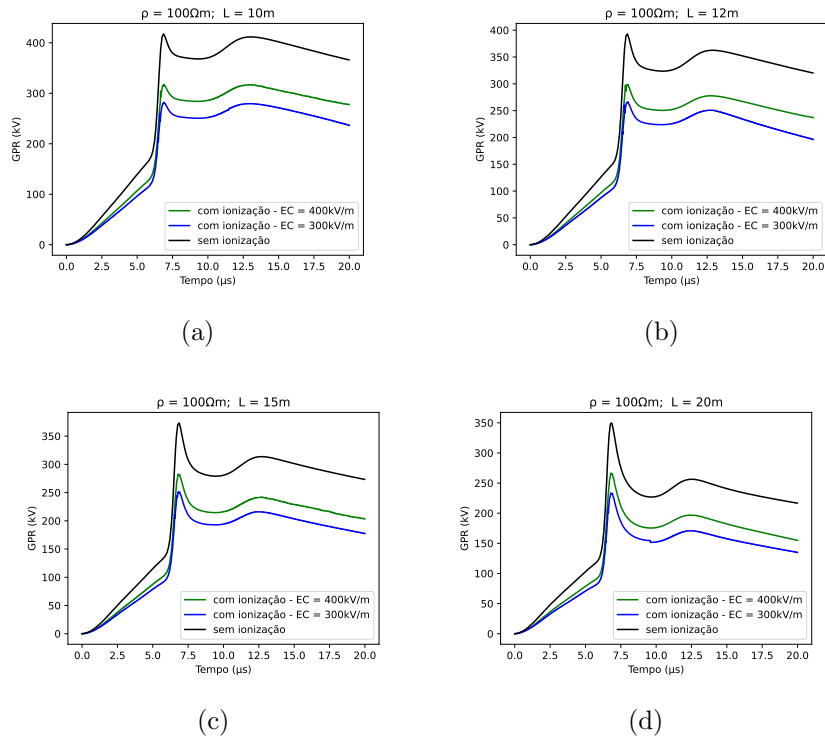


Figura 5.4: GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 100 \Omega\text{m}$; L igual a 10, 12, 15, 20 m respectivamente

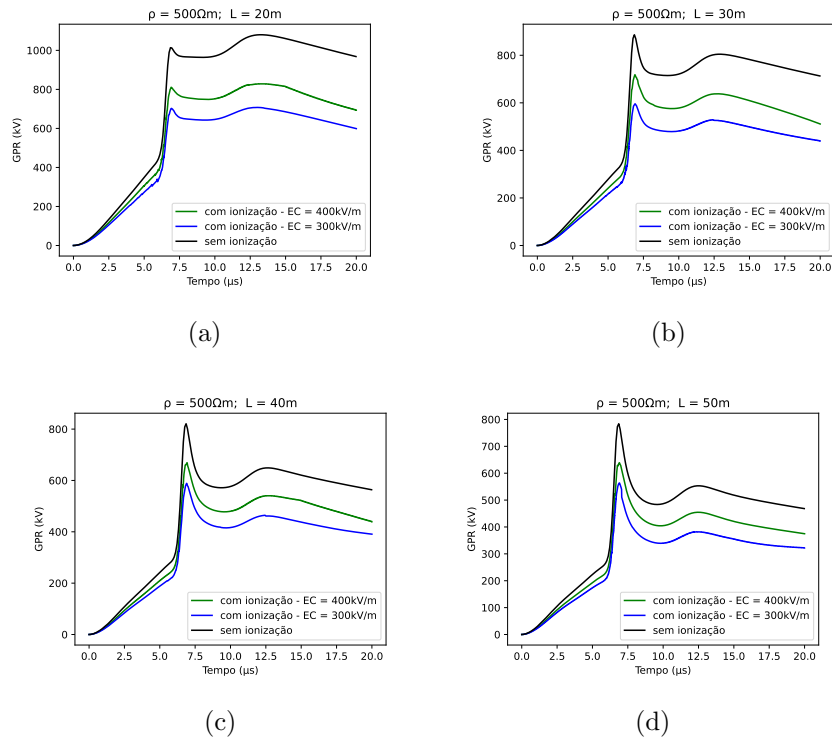


Figura 5.5: GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 500 \Omega\text{m}$; L igual a 20, 30, 40, 50 m respectivamente

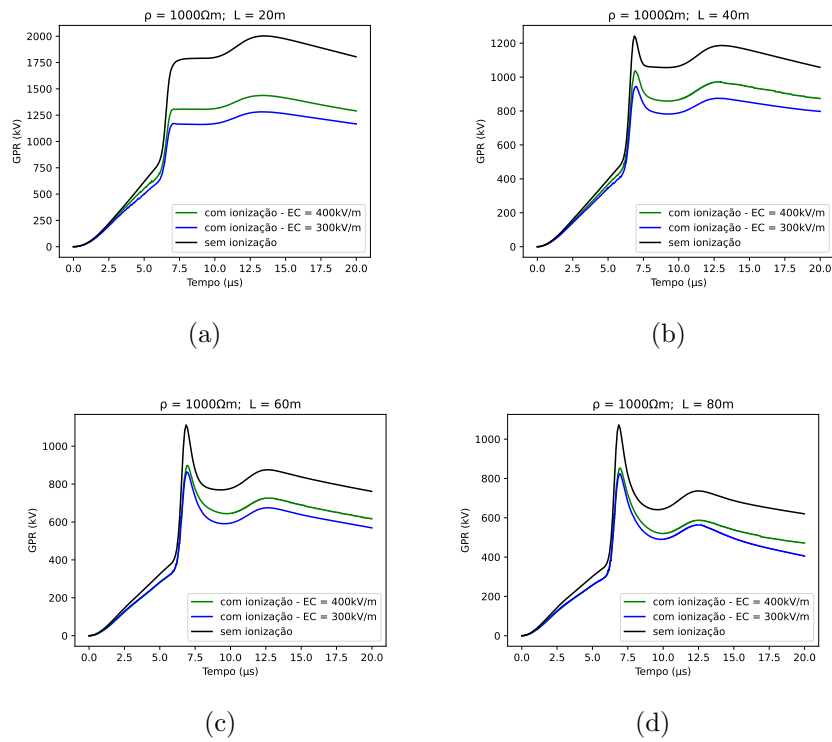


Figura 5.6: GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 20, 40, 60, 80 m respectivamente

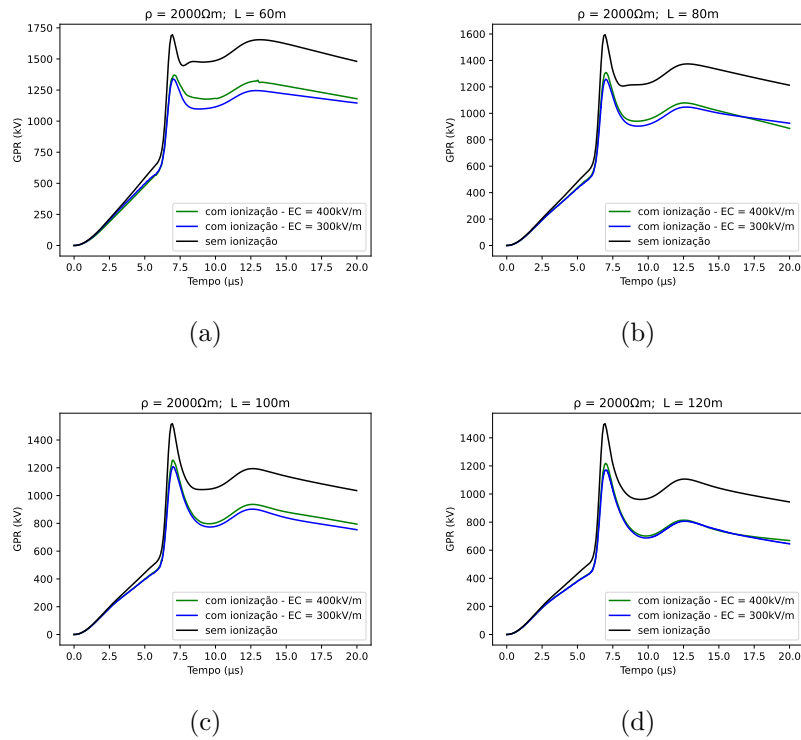


Figura 5.7: GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 60, 80, 100, 120 m respectivamente

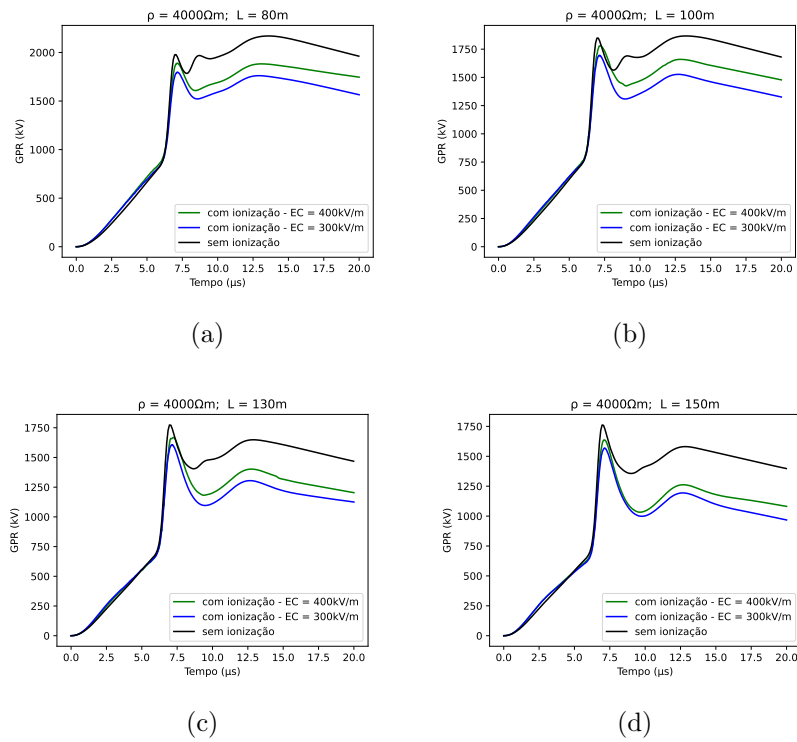


Figura 5.8: GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 130, 150 m respectivamente

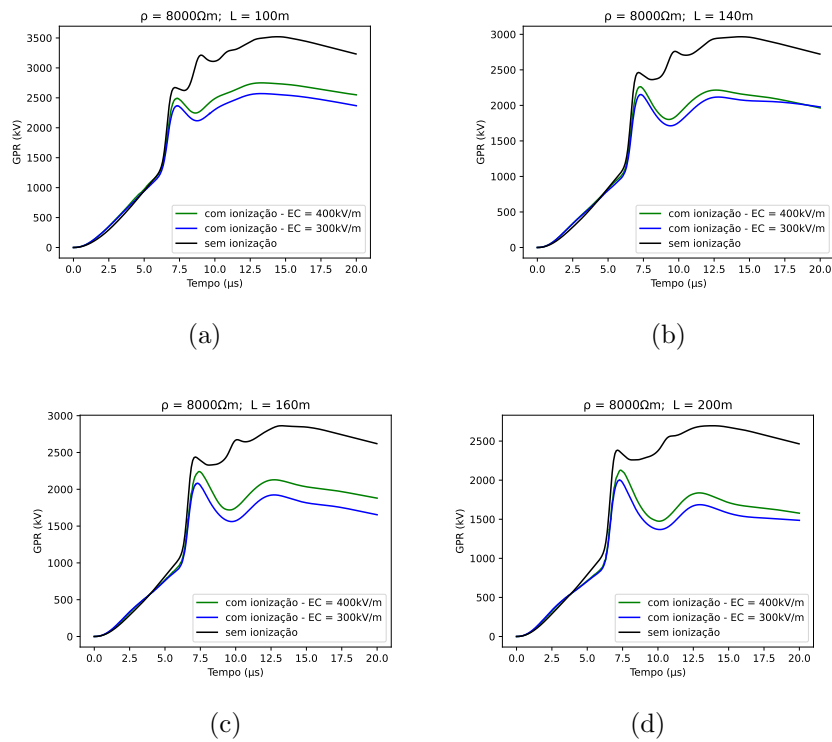


Figura 5.9: GPR calculado com FDTD com e sem o efeito de ionização, $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 100, 140, 160, 200 m respectivamente

Os resultados das simulações demonstraram que considerar o efeito de ionização no solo para a análise da resposta de aterramentos elétricos representados por eletrodos horizontais, causa uma atenuação considerável na amplitude dos sinais de GPR, em relação aos casos onde este efeito não foi considerado. A intensidade da redução para um mesmo valor de campo elétrico crítico depende do valor da resistividade do solo e do tamanho do eletrodo. Foi observado que para uma determinada resistividade do solo quanto maior o tamanho do eletrodo, menor a influência do efeito de ionização para causar a redução do valor resultante de GPR.

Os resultados das simulações de GPR foram utilizados para determinar a impedância impulsiva de aterramento (Z_p) para cada cenário, considerando a razão entre os valores de pico da tensão da curva de GPR e da corrente injetada. Os valores obtidos estão apresentados na Tabela 5.2. Observa-se uma correlação entre o tamanho do eletrodo e a intensidade do efeito de ionização do solo, sendo os eletrodos menores os que mais contribuíram para a redução de Z_p , especialmente para valores mais baixos de campo elétrico crítico. Observa-se as maiores reduções de ocorrem para os solos de resistividade 100 Ωm (reduções entre 34% e 32,7%) e 500 Ωm (reduções entre 34,5% e 28,4%), enquanto que as menores reduções são para os solos mais resistivos 4000 Ωm (reduções entre 17,2% e 9,2%) e 8000 Ωm (reduções entre 27,2% e 25,7%).

Tabela 5.2: Impedância impulsiva de aterramento (Z_p) calculada pela aplicação de FDTD considerando o efeito da ionização do solo

ρ (Ωm)	L (m)	Z_p (Ω) sem efeito de ionização do solo	Campo elétrico crítico = 400 kV/m		Campo elétrico crítico = 300 kV/m	
			Z_p (Ω) com efeito de ionização do solo	Redução de Z_p (%)	Z_p (Ω) com efeito de ionização do solo	Redução de Z_p (%)
100	10	13.567	10.263	-24.4%	9.120	-32.8%
	12	12.794	9.676	-24.4%	8.610	-32.7%
	15	12.191	9.129	-25.1%	8.116	-33.4%
	20	11.440	8.619	-24.7%	7.548	-34.0%
500	20	34.844	26.731	-23.3%	22.824	-34.5%
	30	28.640	23.185	-19.0%	19.239	-32.8%
	40	26.596	21.598	-18.8%	19.004	-28.5%
	50	25.443	20.633	-18.9%	18.207	-28.4%
1000	20	64.604	46.373	-28.2%	41.339	-36.0%
	40	40.170	33.495	-16.6%	30.480	-24.1%
	60	35.900	28.969	-19.3%	27.880	-22.3%
	80	34.599	27.510	-20.5%	26.612	-23.1%
2000	60	54.858	44.226	-19.4%	43.243	-21.2%
	80	51.651	42.242	-18.2%	40.601	-21.4%
	100	49.200	40.500	-17.7%	39.013	-20.7%
	120	48.652	39.316	-19.2%	37.744	-22.4%
4000	80	70.012	60.957	-12.9%	57.987	-17.2%
	100	60.232	57.449	-4.6%	54.708	-9.2%
	130	57.370	53.805	-6.2%	51.822	-9.7%
	150	56.989	52.841	-7.3%	50.643	-11.1%
8000	100	113.573	88.725	-21.9%	82.941	-27.0%
	140	95.690	73.017	-23.7%	69.470	-27.4%
	160	92.376	72.306	-21.7%	67.251	-27.2%
	200	86.983	68.660	-21.1%	64.597	-25.7%

A resistência de aterramento de baixa frequência (R_{LF}) também foi calculada como a razão

entre os valores instantâneos de tensão e corrente na cauda da curva de GPR, cálculo realizado conforme explicado por Carvalho e Silveira (2022). A Tabela 5.3 apresenta os resultados obtidos. Os resultados indicam que R_{LF} sofre reduções de acordo com o aumento do tamanho do eletrodo para um mesmo valor de resistividade do solo. Pode-se observar a redução de R_{LF} quando a ionização do solo é considerada nas simulações, especialmente para as simulações onde o campo elétrico considerado tem o valor de 300 kV/m. No entanto, observa-se que para cálculos de R_{LF} para solo de resistividade 2000 Ωm e comprimento do eletrodo 80 e resistividade 8000 Ωm e comprimento do eletrodo 140, o valor de R_{LF} calculado para um campo elétrico crítico de 300 kV/m foi superior (33,1 Ω e 70,6 Ω , respectivamente) ao valor obtido para um campo elétrico crítico de 400 kV/m (31,6 Ω e 70,2 Ω , respectivamente). Por fim pode ser observado que o efeito de ionização do solo provoca reduções percentuais do valor da resistência de aterramento em baixa frequência maiores do que para a resistência impulsiva de aterramento.

Tabela 5.3: Resistência de aterramento de baixa frequência (R_{LF}) calculada pela aplicação de FDTD considerando o efeito da ionização do solo

ρ (Ωm)	L (m)	R_{LF} (Ω) sem efeito de ionização do solo	Campo elétrico crítico = 400 kV/m		Campo elétrico crítico = 300 kV/m	
			R_{LF} (Ω) com efeito de ionização do solo	Redução de R_{LF} (%)	R_{LF} (Ω) com efeito de ionização do solo	Redução de R_{LF} (%)
100	10	13.091	9.933	-24.1%	8.456	-35.4%
	12	11.453	8.480	-26.0%	7.018	-38.7%
	15	9.776	7.287	-25.5%	6.348	-35.1%
	20	7.749	5.539	-28.5%	4.823	-37.8%
500	20	34.625	24.800	-28.4%	21.426	-38.1%
	30	25.498	18.280	-28.3%	15.735	-38.3%
	40	20.163	15.711	-22.1%	13.980	-30.7%
	50	16.748	13.410	-19.9%	11.530	-31.2%
1000	20	64.533	46.160	-28.5%	41.733	-35.3%
	40	37.825	31.262	-17.4%	28.539	-24.6%
	60	27.233	22.078	-18.9%	20.353	-25.3%
	80	22.178	16.871	-23.9%	14.495	-34.6%
2000	60	52.957	42.210	-20.3%	40.987	-22.6%
	80	43.377	31.682	-27.0%	33.091	-23.7%
	100	37.040	28.421	-23.3%	26.979	-27.2%
	120	33.750	23.917	-29.1%	23.096	-31.6%
4000	80	70.168	62.458	-11.0%	55.980	-20.2%
	100	60.102	52.873	-12.0%	47.441	-21.1%
	130	52.504	43.061	-18.0%	40.247	-23.3%
	150	49.975	38.683	-22.6%	34.616	-30.7%
8000	100	115.595	91.233	-21.1%	84.723	-26.7%
	140	97.338	70.260	-27.8%	70.755	-27.3%
	160	93.700	67.237	-28.2%	59.171	-36.9%
	200	88.143	56.432	-36.0%	53.158	-39.7%

A relação entre o comprimento do eletrodo de aterramento e a impedância impulsiva de aterramento é um importante parâmetro utilizado para se aferir a qualidade dos aterramentos elétricos, conhecida como comprimento efetivo. De acordo com (VISACRO, 2006), o comprimento efetivo representa o comprimento máximo a partir do qual um aumento no comprimento do eletrodo não resulta em uma redução significativa da impedância impulsiva de aterramento. Esse parâmetro corresponde ao valor limite de comprimento para o qual eletrodos com compri-

mentos maiores não são capazes de promover a redução do valor da impedância impulsiva de aterramento. Em um primeiro momento não foram gerados resultados suficientes para analisar a saturação das curvas, no entanto, a Figura 5.10 apresenta curvas que indicam que o aumento do comprimento do eletrodo além de certo ponto resulta reduções percentuais cada vez menores da impedância impulsiva, para diferentes resistividades do solo.

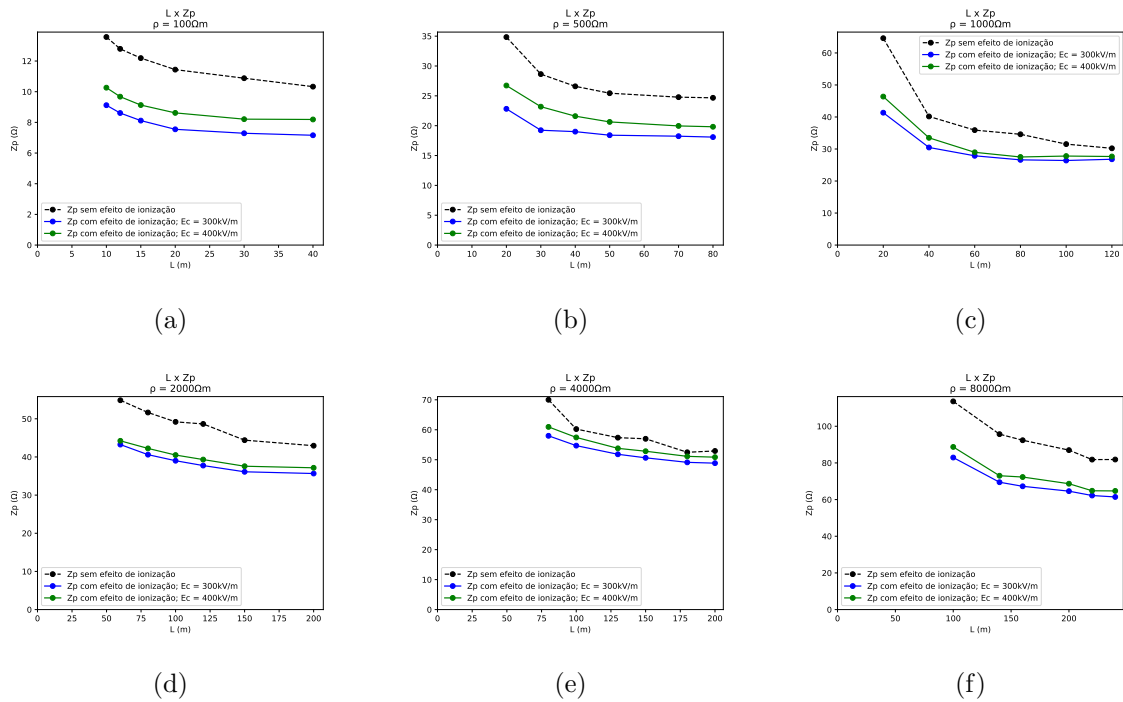


Figura 5.10: Relação entre L e Z_p para diferentes resistividades do solo.

5.2.1 Análise comparativa entre o método FDTD e a Fórmula de WECK

A fim de validar os resultados obtidos pelo método FDTD, comparou-se os valores da resistência de aterramento calculadas por simulação FDTD com aqueles obtidos pela fórmula de Weck (detalhada em 3.2.1). Para essa comparação, a fórmula de Weck foi aplicada aos valores de R_{LF} obtidas pelas simulações FDTD que **não consideraram** o efeito de ionização do solo. Os valores obtidos de R_{LF} estão apresentados nas Tabelas 5.4 e 5.5, que apresentam os valores de R_{LF} e a redução percentual em relação aos valores obtidos pela fórmula de Weck e pela aplicação do método FDTD desenvolvido neste trabalho, para campos elétricos críticos de 400 kV/m e 300 kV/m, respectivamente.

Ao comparar as formulações de Weck e Liew-Darvenisa, observou-se que a primeira previu valores de impedância impulsiva significativamente menores que a segunda para a maioria dos casos, indicando um efeito de ionização mais intenso. As simulação de FDTD com campo elétrico

crítico de 400 kV/m tem reduções de R_{LF} entre 36,0% e 11,0%, o resultado obtido pela fórmula de Weck neste caso foi reduções entre 45,8% e 17,5%. Considerando um campo elétrico crítico de 300 kV/m, tem-se que as simulações FDTD tem reduções entre 39,7% e 20,2% enquanto a aplicação da fórmula de Weck tem reduções entre 44,8% e 21,3%

Essa diferença pode estar relacionada ao fato de que a formulação Liew-Darvenisa ajusta a resistividade do solo conforme a corrente de impulso avança, capturando os efeitos de ionização e desionização, enquanto Weck aplica simplificações no processo de modelagem da ionização do solo, o que pode levar a uma subestimação dos valores da resistência de aterramento em baixa frequência.

Tabela 5.4: Comparação entre a R_{LF} considerando o efeito de ionização do solo calculado pela aplicação de FDTD e a aplicação da fórmula de Weck para campo elétrico crítico de 400 kV/m

ρ (Ωm)	L (m)	R_{LF} (Ω) sem efeito de ionização do solo calculado com FDTD	Campo elétrico crítico = 400 kV/m			
			R_{LF} (Ω) com efeito de ionização do solo calculado com FDTD	R_{LF} (Ω) com efeito de ionização do solo calculado com WECK	Redução R_{LF} (%) (FDTD)	Redução R_{LF} (%) (WECK)
100	10	13.091	9.933	8.495	-24.1%	-35.1%
	12	11.453	8.480	7.752	-26.0%	-32.3%
	15	9.776	7.287	6.844	-25.5%	-30.0%
	20	7.749	5.539	5.703	-28.5%	-26.4%
500	20	34.625	24.800	22.429	-28.4%	-35.2%
	30	25.498	18.280	18.503	-28.3%	-27.4%
	40	20.163	15.711	15.535	-22.1%	-23.0%
	50	16.748	13.410	13.284	-19.9%	-20.7%
1000	20	64.533	46.160	34.996	-28.5%	-45.8%
	40	37.825	31.262	26.543	-17.4%	-29.8%
	60	27.233	22.078	20.334	-18.9%	-25.3%
	80	22.178	16.871	16.304	-23.9%	-26.5%
2000	60	52.957	42.210	37.511	-20.3%	-29.2%
	80	43.377	31.682	31.522	-27.0%	-27.3%
	100	37.040	28.421	27.186	-23.3%	-26.6%
	120	33.750	23.917	23.696	-29.1%	-29.8%
4000	80	70.168	62.458	56.063	-11.0%	-20.1%
	100	60.102	52.873	49.612	-12.0%	-17.5%
	130	52.504	43.061	41.631	-18.0%	-20.7%
	150	49.975	38.683	38.015	-22.6%	-23.9%
8000	100	115.595	91.233	87.700	-21.1%	-24.1%
	140	97.338	70.260	73.542	-27.8%	-24.4%
	160	93.700	67.237	67.209	-28.2%	-28.3%
	200	88.143	56.432	59.348	-36.0%	-32.7%

Tabela 5.5: Comparação entre a R_{LF} considerando o efeito de ionização do solo calculado pela aplicação de FDTD e a aplicação da fórmula de Weck para campo elétrico crítico de 300 kV/m

ρ (Ωm)	L (m)	R_{LF} (Ω) sem efeito de ionização do solo calculado com FDTD	Campo elétrico crítico = 300 kV/m			
			R_{LF} (Ω) com efeito de ionização do solo calculado com FDTD	R_{LF} (Ω) com efeito de ionização do solo calculado com WECK	Redução R_{LF} (%) (FDTD)	Redução R_{LF} (%) (WECK)
100	10	13.091	8.456	7.271	-35.4%	-44.5%
	12	11.453	7.018	6.656	-38.7%	-41.9%
	15	9.776	6.348	5.915	-35.1%	-39.5%
	20	7.749	4.823	4.968	-37.8%	-35.9%
500	20	34.625	21.426	19.128	-38.1%	-44.8%
	30	25.498	15.735	15.236	-38.3%	-40.2%
	40	20.163	13.980	13.789	-30.7%	-31.6%
	50	16.748	11.530	11.898	-31.2%	-29.0%
1000	20	64.533	41.733	35.963	-35.3%	-44.3%
	40	37.825	28.539	25.144	-24.6%	-33.5%
	60	27.233	20.353	19.684	-25.3%	-27.7%
	80	22.178	14.495	15.964	-34.6%	-28.0%
2000	60	52.957	40.987	35.537	-22.6%	-32.9%
	80	43.377	33.091	30.323	-23.7%	-30.1%
	100	37.040	26.979	26.406	-27.2%	-28.7%
	120	33.750	23.096	23.174	-31.6%	-31.3%
4000	80	70.168	55.980	52.798	-20.2%	-24.8%
	100	60.102	47.441	47.306	-21.1%	-21.3%
	130	52.504	40.247	40.240	-23.3%	-23.4%
	150	49.975	34.616	36.947	-30.7%	-26.1%
8000	100	115.595	84.723	81.567	-26.7%	-29.4%
	140	97.338	70.755	69.812	-27.3%	-28.3%
	160	93.700	59.171	64.326	-36.9%	-31.3%
	200	88.143	53.158	57.334	-39.7%	-35.0%

5.3 Representação do efeito da dependência com a frequência dos parâmetros do solo

Nessa sessão são analisados os resultados de simulações sistemáticas utilizando o método FDTD com o objetivo de avaliar o impacto do efeito da dependência com a frequência dos parâmetros do solo causado por descargas atmosféricas. Os resultados são comparados ao desempenho de sistemas de aterramento compostos por eletrodos horizontais nas mesmas condições, porém considerando o método proposto por Soares e Visacro (2005): o HEM.

As simulações numéricas seguem a metodologia proposta por Carvalho e Silveira (2024) utilizando o método FDTD para modelar o efeito da dependência com a frequência dos parâmetros do solo em uma geometria similar à apresentada na Figura 5.2. As dimensões específicas dessa geometria estão detalhadas na Tabela 5.6. O comprimento do eletrodo de aterramento é representado por L e está posicionado no eixo Y, onde o comprimento total da coordenada Y varia; por exemplo, para um eletrodo com o comprimento (L) de 20 m, o comprimento de Y é de 40 m (10 m + 20 m + 10 m), os 20 m adicionais são para respeitar as fronteiras do problema. As fronteiras do espaço são posicionadas mais próximas dos objetos de simulação devido ao uso da fronteira CPML.

De forma análoga às simulações considerando o efeito de ionização do solo, o GPR cal-

Tabela 5.6: Dimensões da simulação para o estudo da dependência com a frequência dos parâmetros do solo

	Z = Z1 + Z2		X = X1+ X2		Y = Y1 + L + Y2		
Item	Z1	Z1	X1	X2	Y1	Y2	L
Dimensão (m)	25	20	100	100	10	10	Variável

culado considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo é obtido por meio da integração da componente X do campo elétrico. Para essas simulações a fonte de corrente da simulação é a mesma utilizada nas simulações que consideram o efeito de ionização do solo representada pela Figura 5.3.

O diferencial dessas simulações é o uso de células não uniformes. Em regiões próximas às estruturas de interesse e região das fronteiras elas possuem aresta mínima de 0,25 m. Já para regiões afastadas dos eletrodos, as arestas podem assumir valores variando entre 0,25 m e 5 m. Essas variações ocorrem ao longo dos eixos X e Z enquanto o eixo Y mantém as arestas constantes no tamanho mínimo de 0,25 m.

É importante ressaltar que para as simulações que envolvem a dependência com a frequência dos parâmetros do solo será considerado o modelo de fio fino descrito por Noda *et al.* (2002), apresentado na seção 2.5.4.2. Conforme discutido na seção 3.3.2, o termo ζ_k das células adjacentes ao eixo do fio fino deve ser multiplicado pelo fator de correção m , é proposto por Kuklin (2016) apresentado na seção 2.5.4.2.

Seguindo a estratégia proposta por Carvalho (2022) e Velasco *et al.* (2020), empregaremos a função *invfreqs* do MatLab para descrever com precisão a dependência com a frequência dos parâmetros do solo, considerando diferentes valores de resistividade, como discutido na seção 3.3.2.

As Figuras de 5.11 a 5.14 apresentam uma análise comparativa dos resultados obtidos através das simulações FDTD com aqueles obtidos pelo método HEM. As curvas de GPR obtidas a partir de simulações FDTD consideram 6 polos para resistividades de 1000, 2000, 4000 e 8000 Ωm , com eletrodos de comprimento variando entre 20 e 200 m.

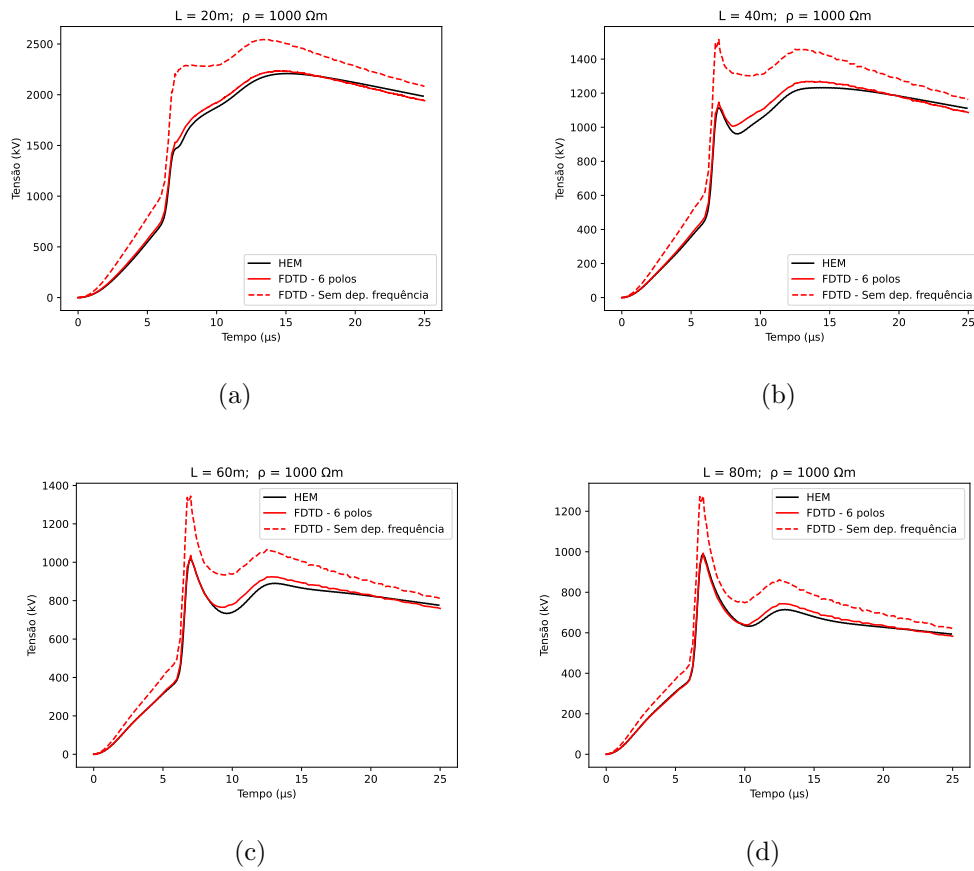


Figura 5.11: GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo dos parâmetros do solo; $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 20, 40, 60, 80 m respectivamente

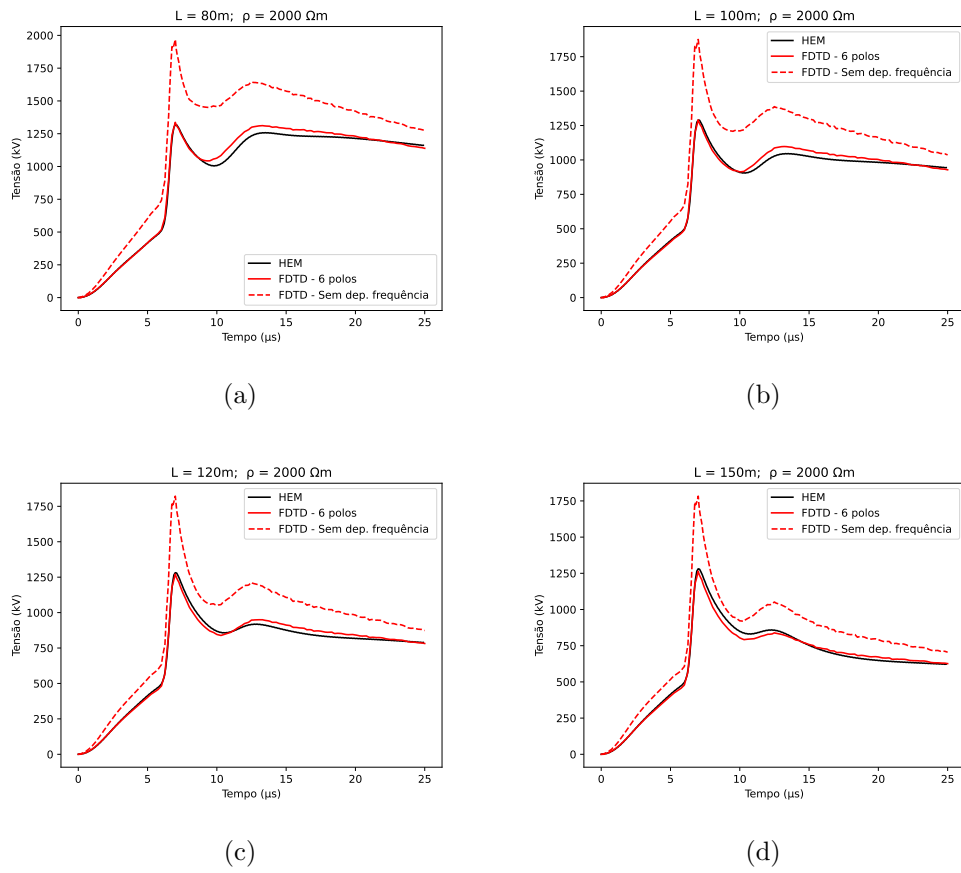


Figura 5.12: GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo dos parâmetros do solo; $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 120, 150 m respectivamente

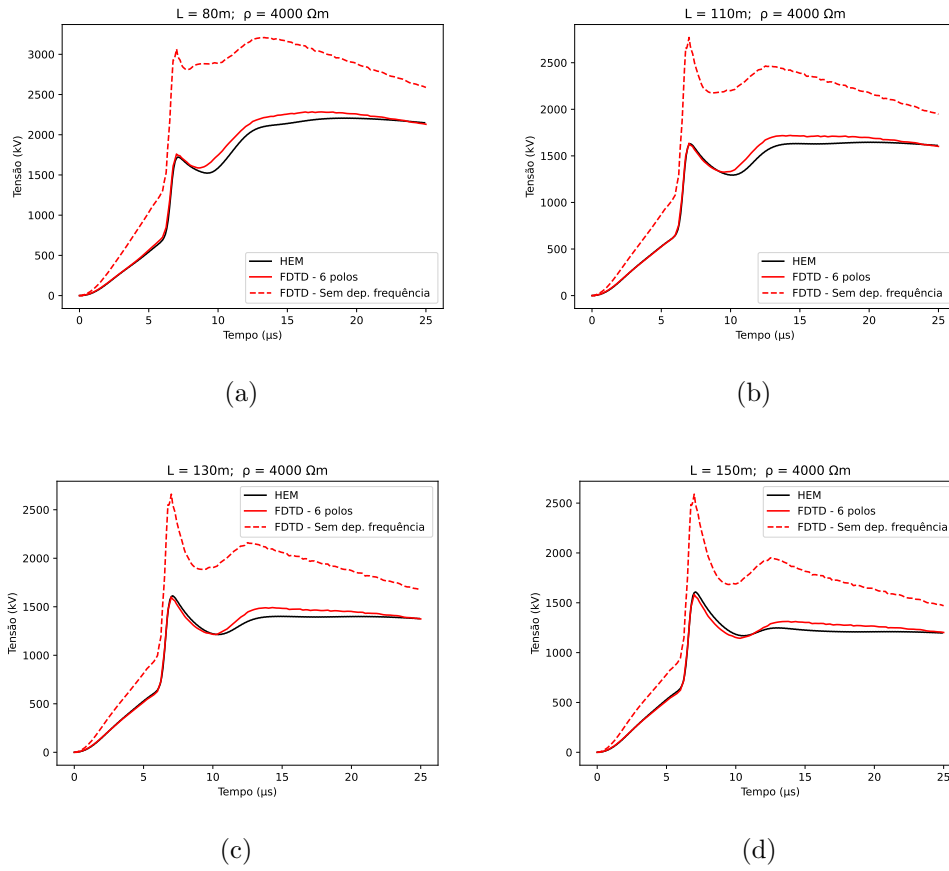


Figura 5.13: GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo; $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 110, 130, 150 m respectivamente

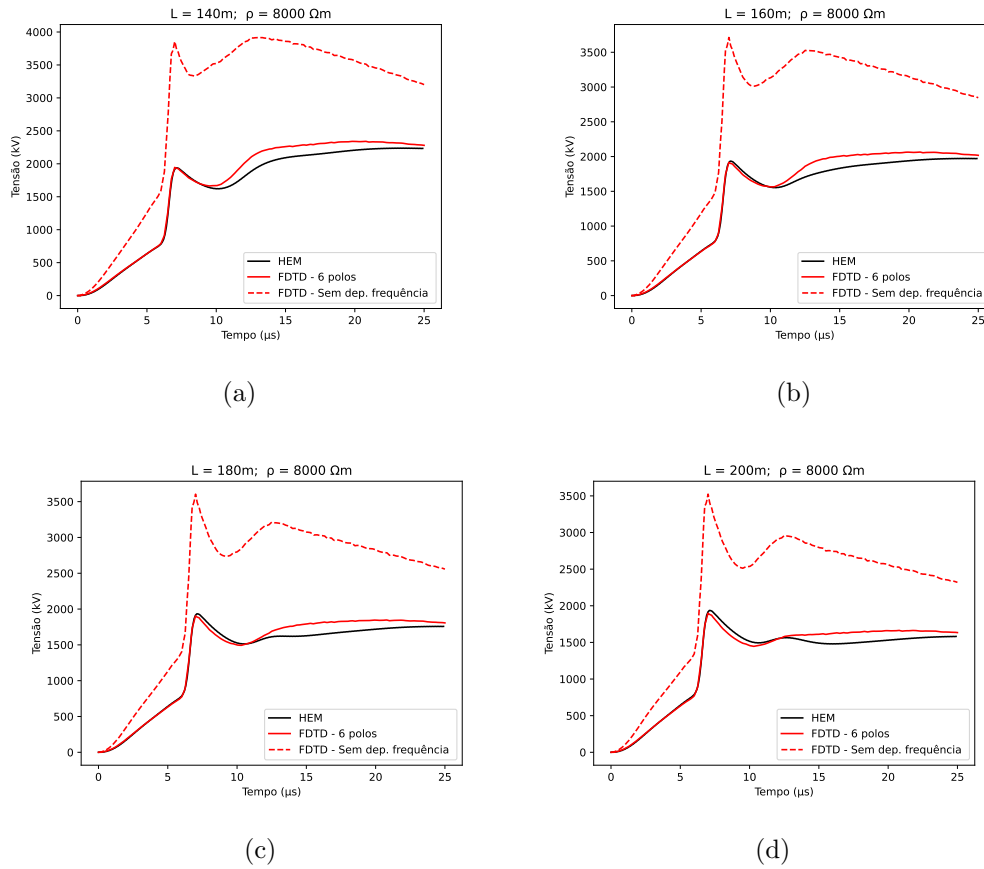


Figura 5.14: GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo; $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 160, 180, 200 m respectivamente

Para este estudo foi considerado a inclusão do efeito de dependência com a frequência pelo método FDTD utilizando 6 polos, pois foi para essa condição que Carvalho (2024) obteve os melhores resultados para suas simulações. Conforme apresentado, as curvas calculadas com 6 polos para este trabalho estão coerentes com os resultados obtidos com o HEM.

Seguindo os passos das simulações considerando o efeito da ionização do solo, os resultados das simulações de GPR considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo foram utilizados para determinar a impedância impulsiva de aterramento para cada cenário. Os valores obtidos estão apresentados na Tabela 5.7. De forma geral, os resultados do FDTD que incluem o efeito da dependência com a frequência convergem para os resultados do HEM, com discrepâncias percentuais mínimas, variando entre -7% e +3,7%.

Tabela 5.7: Impedância impulsiva de aterramento (Z_p) calculada pela aplicação de FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo

ρ (Ωm)	L (m)	Z_p (Ω) sem efeito de dep. freq.	Z_p (Ω) HEM	FDTD 6 Polos		
				Z_p (Ω)	Redução (%) de Z_p	Redução (%) de Z_p em relação ao HEM
1000	20	82.107	72.261	72.105	12.2%	0.2%
	40	48.888	40.928	40.942	16.3%	0.0%
	60	43.370	33.531	33.407	23.0%	0.4%
	80	41.122	32.464	32.029	22.1%	1.3%
2000	80	63.521	44.806	43.126	32.1%	3.8%
	100	60.499	43.564	41.659	31.1%	4.4%
	120	58.774	42.516	41.046	30.2%	3.5%
	150	57.520	42.247	40.788	29.1%	3.5%
4000	80	103.551	72.760	73.692	28.8%	-1.3%
	110	89.409	56.636	55.493	37.9%	2.0%
	130	85.841	55.498	51.638	39.8%	7.0%
	150	83.554	54.876	51.133	38.8%	6.8%
8000	140	126.381	73.889	75.521	40.2%	-2.2%
	160	119.795	64.269	66.621	44.4%	-3.7%
	180	116.289	63.147	61.453	47.2%	2.7%
	200	113.682	67.191	61.284	46.1%	8.8%

5.3.1 Efeito do número de polos nas simulações

Nesta sessão é analisado o impacto do número de polos na curva de GPR das simulações que incluem o efeito da dependência com a frequência dos parâmetros do solo. As condições para as simulações são as mesmas das simulações realizadas com o FDTD de 6 polos. As simulações representadas pelas Figuras de 5.15 a 5.18 contam com curvas de GPR considerando 4, 6 e 9 polos para resistividades de 1000, 2000, 4000 e 8000 Ωm respectivamente e eletrodos de comprimento entre 20 e 200m.

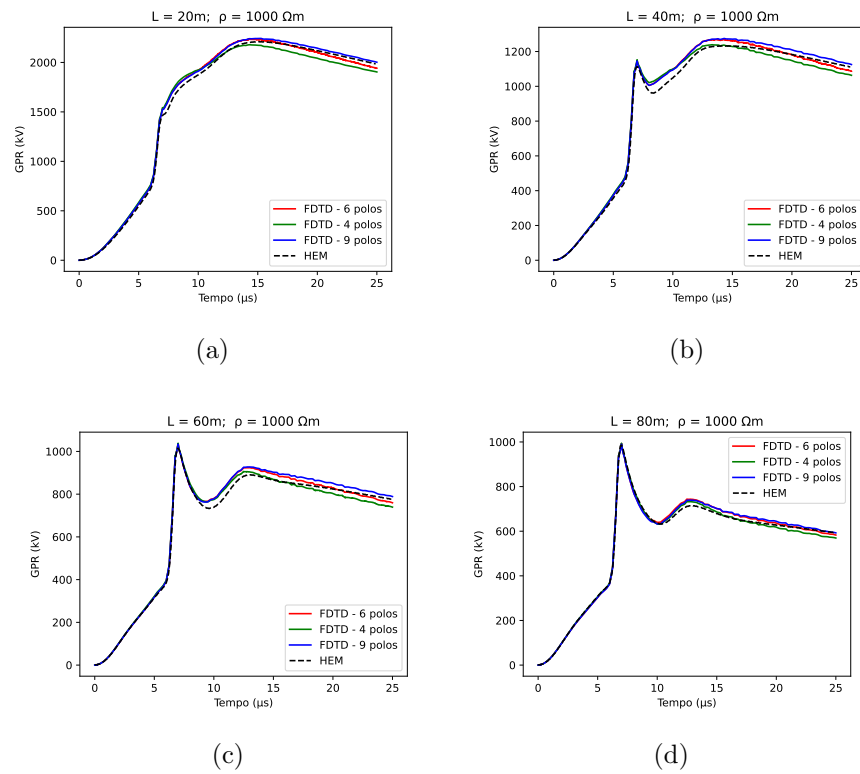


Figura 5.15: GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo para 4, 6 e 9 polos; $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 20, 40, 60, 80 m respectivamente

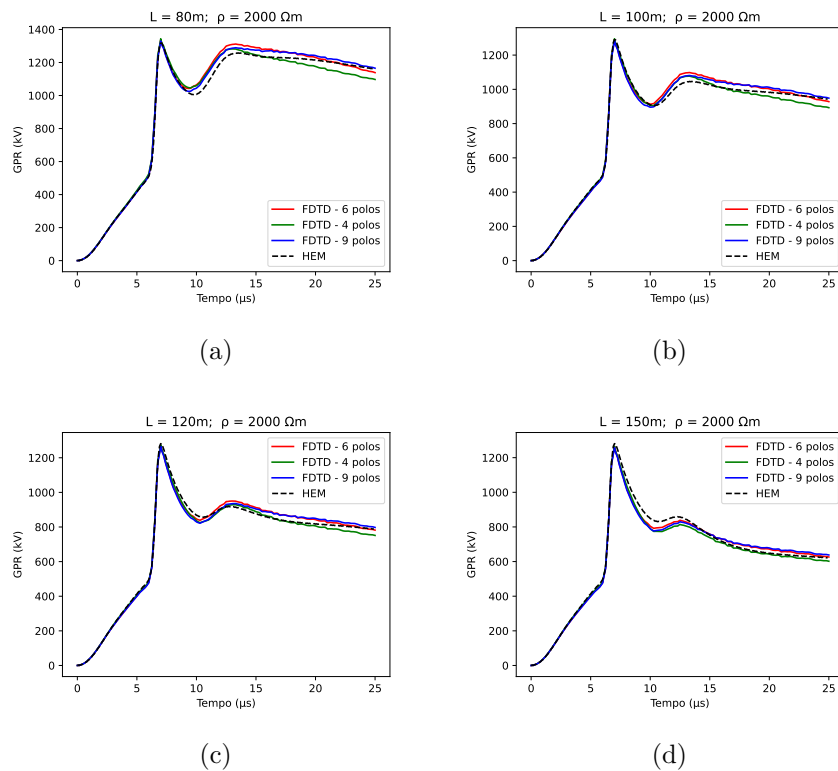


Figura 5.16: GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo para 4, 6 e 9 polos; $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 120, 150 m respectivamente

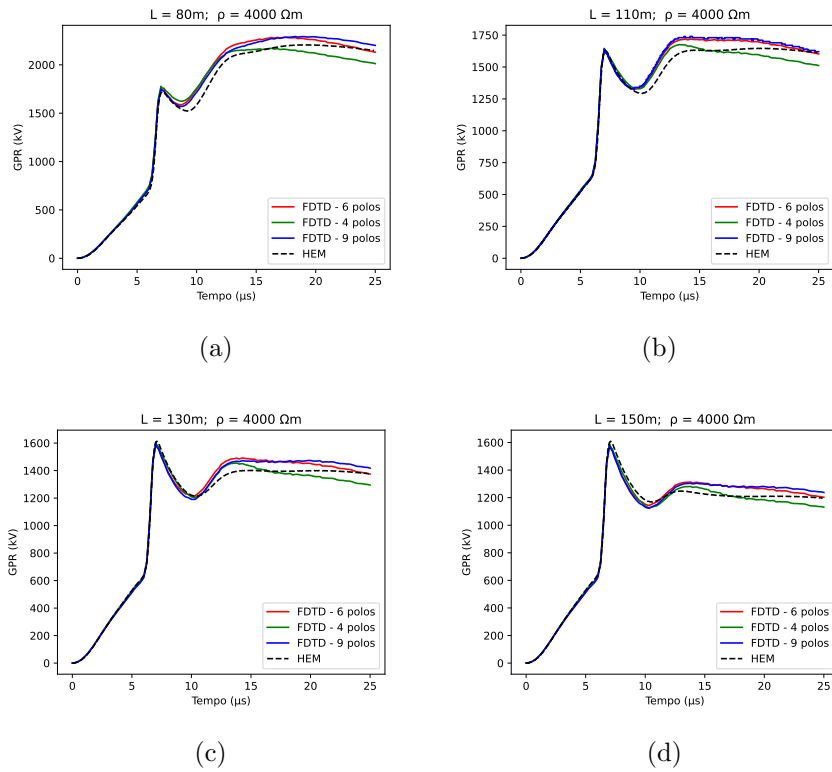


Figura 5.17: GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo para 4, 6 e 9 polos; $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 110, 130, 150 m respectivamente

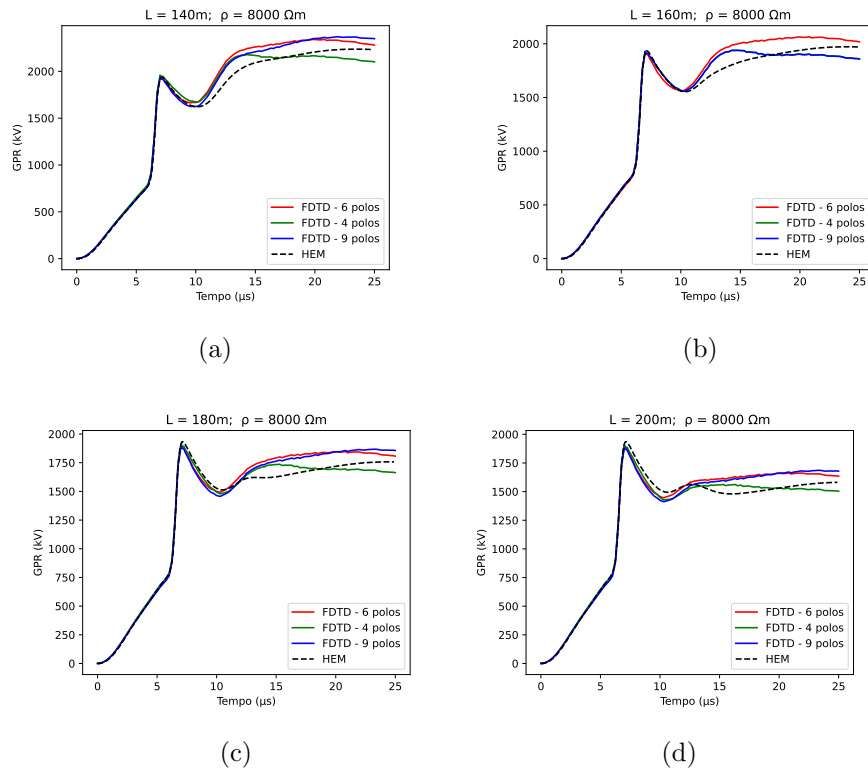


Figura 5.18: GPR calculado com FDTD considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo para 4, 6 e 9 polos; $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 160, 180, 200 m respectivamente

Conforme apresentado as curvas calculadas com 4, 6 e 9 polos convergem para os resultados obtidos com o HEM. De modo geral, a curva de GPR calculada com FDTD considerando 6 polos foi a que mais se aproximou das curvas do HEM para todos os cenários. Já as simulações com 9 polos, apesar de convergirem, apresentam valores de GPR superiores aos calculados com o HEM. No entanto, as diferenças considerando apenas 4 polos são mais expressivas, especialmente nas caudas das ondas com o aumento da resistividade do solo.

Observa-se que com o aumento da resistividade do solo as caudas das curvas de GPR calculadas com FDTD para os polos considerados divergem consideravelmente do HEM, especialmente para solo com resistividade de 8000 Ωm . Para o solo de 2000 Ωm , o GPR calculado com 9 polos apresentou, em alguns casos, melhor concordância com o HEM em comparação com o resultado obtido com 6 polos, particularmente para o eletrodo de 80m. No entanto, para o eletrodo de 120 m, o GPR calculado com 4 polos apresentou a melhor concordância com o HEM, apesar de divergir nas regiões de cauda.

Os resultados das simulações de GPR considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo foram utilizados para determinar a impedância impulsiva de aterramento para cada cenário. Os valores obtidos estão apresentados na Tabela 5.8. Em média, o valor de Z_p calculado pelo FDTD com 6 polos mostra menor discrepância em relação ao Z_p obtido pelo HEM, em contraste com os resultados de 4 polos (variação de -0,1% a -6,5%) e de 9 polos (variação de 1,7% a -7,5%) estando em concordância com o que foi apresentado no trabalho de Carvalho (2022).

Tabela 5.8: Impedância impulsiva de aterramento (Z_p) calculada pela aplicação de FDTD com diferentes números de polos para incluir a dependência com a frequência dos parâmetros do solo

ρ (Ωm)	L (m)	Z_p (Ω) sem efeito de dep. freq.	Z_p (Ω) HEM	FDTD 4 Polos			FDTD 6 Polos			FDTD 9 Polos		
				Z_p (Ω)	Redução (%) de Z_p	Redução (%) de Z_p em relação ao HEM	Z_p (Ω)	Redução (%) de Z_p	Redução (%) de Z_p em relação ao HEM	Z_p (Ω)	Redução (%) de Z_p	Redução (%) de Z_p em relação ao HEM
1000	20	82.107	72.261	70.320	14.4%	2.7%	72.105	12.2%	0.2%	72.361	11.9%	-0.1%
	40	48.888	40.928	39.981	18.2%	2.3%	40.942	16.3%	0.0%	41.146	15.8%	-0.5%
	60	43.370	33.531	33.497	22.8%	0.1%	33.407	23.0%	0.4%	33.370	23.1%	0.5%
	80	41.122	32.464	32.076	22.0%	1.2%	32.029	22.1%	1.3%	31.938	22.3%	1.6%
2000	80	63.521	44.806	43.345	31.8%	3.3%	43.126	32.1%	3.8%	42.902	32.5%	4.2%
	100	60.499	43.564	41.784	30.9%	4.1%	41.659	31.1%	4.4%	41.442	31.5%	4.9%
	120	58.774	42.516	41.117	30.0%	3.3%	41.046	30.2%	3.5%	40.829	30.5%	4.0%
	150	57.520	42.247	40.835	29.0%	3.3%	40.788	29.1%	3.5%	40.589	29.4%	3.9%
4000	80	103.551	72.760	70.059	32.3%	3.7%	73.692	28.8%	-1.3%	74.008	28.5%	-1.7%
	110	89.409	56.636	54.067	39.5%	4.5%	55.493	37.9%	2.0%	56.133	37.2%	0.9%
	130	85.841	55.498	51.865	39.6%	6.5%	51.638	39.8%	7.0%	51.321	40.2%	7.5%
	150	83.554	54.876	51.308	38.6%	6.5%	51.133	38.8%	6.8%	50.848	39.1%	7.3%
8000	140	126.381	73.889	70.331	44.4%	4.8%	75.521	40.2%	-2.2%	76.436	39.5%	-3.4%
	160	119.795	64.269	62.580	47.8%	2.6%	66.621	44.4%	-3.7%	62.565	47.8%	2.7%
	180	116.289	63.147	61.777	46.9%	2.2%	61.453	47.2%	2.7%	61.011	47.5%	3.4%
	200	113.682	67.191	61.593	45.8%	8.3%	61.284	46.1%	8.8%	60.847	46.5%	9.4%

A Figura 5.19 indica variação da impedância impulsiva em função do comprimento do eletrodo tendo como base a Tabela 5.8. Não foram gerados resultados suficientes para analisar a saturação das curvas, no entanto, é possível observar que para o solo de resistividade 1000 Ωm há pouca variação entre os valores de Z_p para cada comprimento de eletrodo considerado, apesar de se notar uma tendência na redução de ganhos no valor de Z_p independente do número de

polos. O efeito da redução Z_p para solos de $2000 \Omega\text{m}$ é o mais proeminente, enquanto que para as resistividades de $4000 \Omega\text{m}$ e $8000 \Omega\text{m}$ apesar de se notar a tendência na redução dos ganhos é possível observar a redução de Z_p apenas em alguns casos em relação ao que foi calculado a partir do HEM.

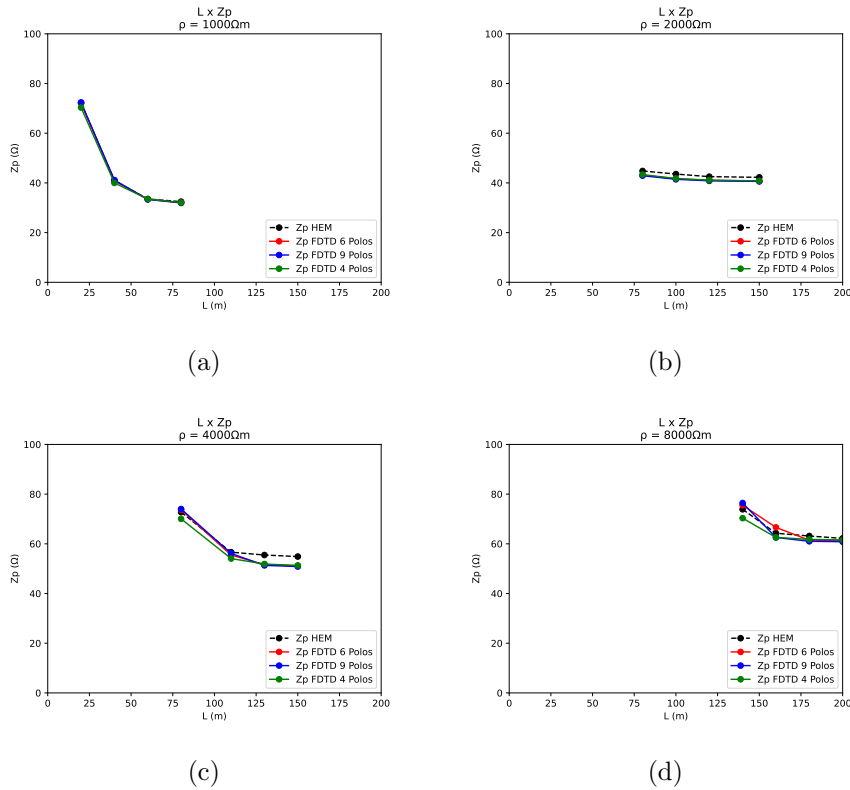


Figura 5.19: Relação entre L e Z_p para diferentes resistividades do solo em relação HEM e ao FDTD para 4, 6 e 9 polos

5.3.2 Efeito na variação dos parâmetros da CPML

A fronteira CPML foi escolhida para as simulações que consideram o efeito da dependência com a frequência dos parâmetros do solo por sua eficácia em absorver ondas em meios dispersivos e não lineares, eliminando a necessidade de adaptações para diferentes tipos de materiais. Além disso, de acordo com Elsherbeni e Demir (2009), as fronteiras do espaço podem ser posicionadas mais próximas dos objetos de simulação, reduzindo o a geometria e o tempo de simulação.

Como descrito na seção 2.7.2.1, a escolha dos valores que os parâmetros da CPML devem assumir influencia na performance da fronteira, garantindo menor taxa de erro. Nesse trabalho, seguindo o que foi proposto por Carvalho (2022), todas as simulações realizadas neste capítulo que consideram o efeito da dependência com a frequência dos parâmetros do solo tem os parâmetros definidos conforme a Tabela 5.9. Nessa sessão serão avaliados o impacto da variação

de cada um desses parâmetros, obedecendo os limites estabelecidos por Elsherbeni e Demir (2009), calculando o efeito da dependência com a frequência com 6 polos.

Tabela 5.9: Parâmetros da fronteira CPML

Parâmetro	σ_{fator}	$\kappa_{m\acute{a}x}$	$\alpha_{m\acute{a}x}$	η_{pml}
Valor	1.3	7	0	3

5.3.2.1 Impacto da variação de n_{pml}

Em seu livro, Elsherbeni e Demir (2009) sugere que a ordem da CPML deve ser entre 2 e 4. Nesse sentido foram calculadas curvas de GPR considerando resistividades do solo que variam entre 1000 e 8000 Ωm , para cada resistividade foram considerados 3 comprimentos de eletrodos. Cada gráfico contém como referência o valor do GPR calculado com o HEM e o valor do GPR calculado com FDTD mantendo fixo os parâmetros da Tabela 5.9 e variando apenas a ordem da CPML entre 2 e 4.

As curvas de GPR obtidas podem ser vistas nas Figuras de 5.20 a 5.23. Observa-se que as simulações com n_{pml} igual a 2 são as que mais destoam dos valores de GPR calculado com o HEM. Apesar de neste trabalho ter sido utilizado a CPML com ordem igual a 3, verifica-se as curvas de GPR calculadas com ordem igual a 4 estão mais próximas às curvas calculadas através do HEM para todos os casos.

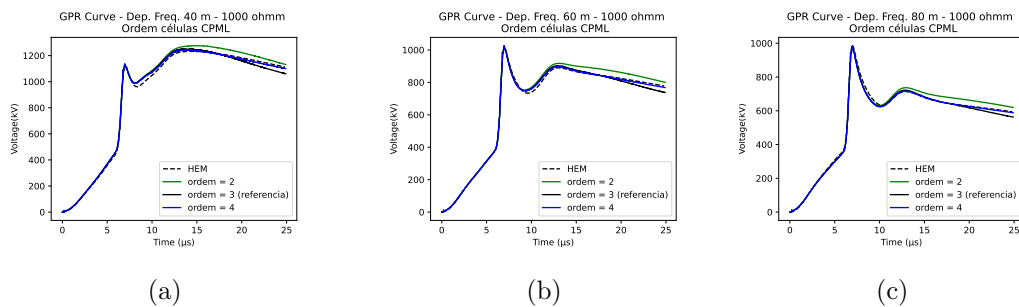


Figura 5.20: GPR calculado com FDTD alterando n_{pml} , $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 40, 60, 80 m

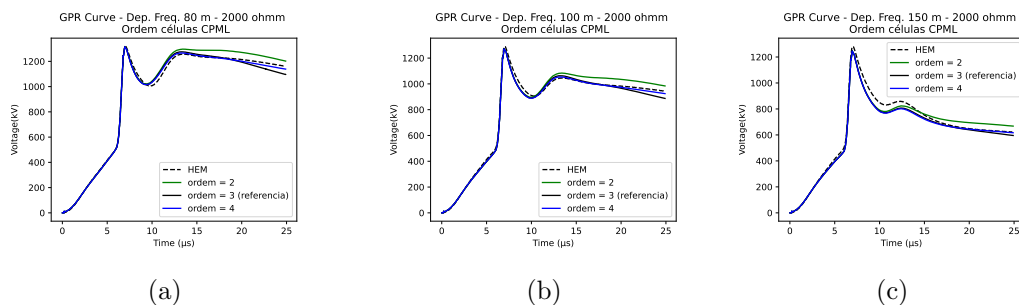


Figura 5.21: GPR calculado com FDTD alterando n_{pml} , $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 150 m

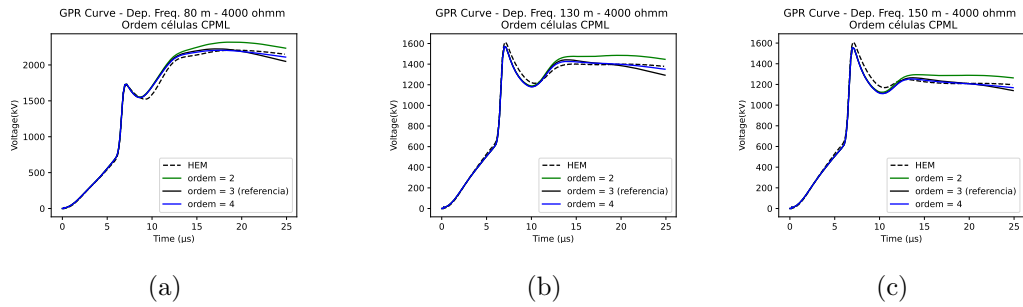


Figura 5.22: GPR calculado com FDTD alterando n_{pml} , $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 130, 150 m

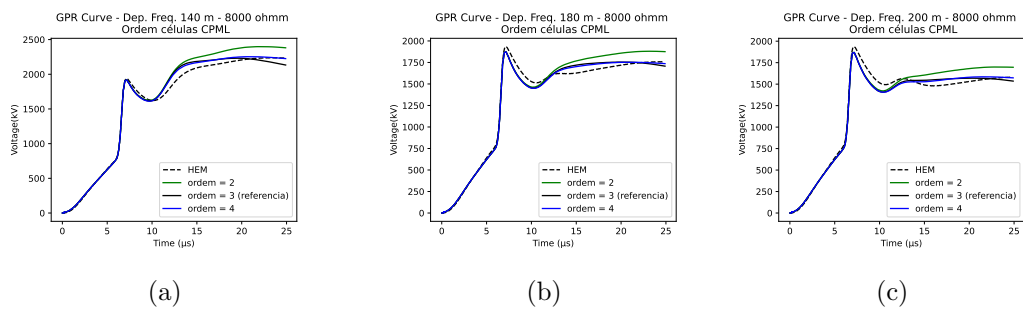


Figura 5.23: GPR calculado com FDTD alterando n_{pml} , $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 180, 200 m

5.3.2.2 Impacto da variação de σ_{fator}

De acordo com a sugestão de Elsherbeni e Demir (2009), σ_{fator} deve assumir valores entre 0,7 e 1,5. De maneira análoga, para cada valor de resistividade do solo, entre 1000 e 8000 Ωm , foram geradas curvas de GPR considerando três comprimentos de eletrodo distintos. Em cada gráfico, os resultados obtidos pelo HEM foram utilizados como referência para comparar com os resultados das simulações numéricas via FDTD, mantendo os demais parâmetros constantes conforme a Tabela 5.9, variando apenas σ_{fator} entre 0,7 e 1,5.

As curvas de GPR obtidas podem ser vistas nas Figuras de 5.24 a 5.27. Para essa simulação, a tendência observada é que quanto maior o valor de σ_{fator} , mais a cauda da curva de GPR calculado com FDTD se distancia da curva calculada pelo HEM. Observa-se que para σ_{fator} , sumindo o menor valor sugerido (0,7) mais próximo do valor do HEM a curva fica. Nota-se que melhor concordância entre as curvas de GPR obtidas com FDTD e do HEM quando σ_{fator} foi ajustado para 0,7 para todos os casos, enquanto o valor que mais se distancia é de 1,5.

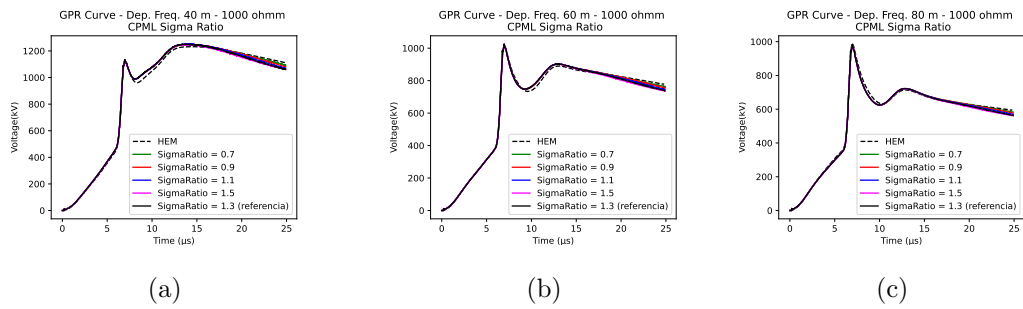


Figura 5.24: GPR calculado com FDTD alterando σ_{fator} , $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 40, 60, 80 m

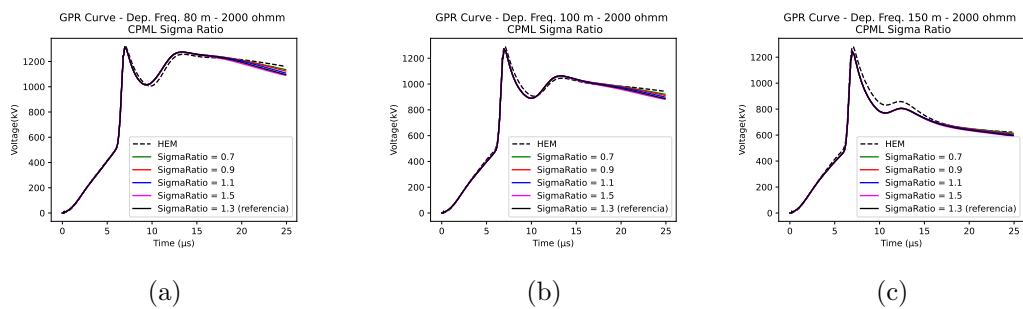


Figura 5.25: GPR calculado com FDTD alterando σ_{fator} , $\rho_{solo} = 2000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 100, 150 m

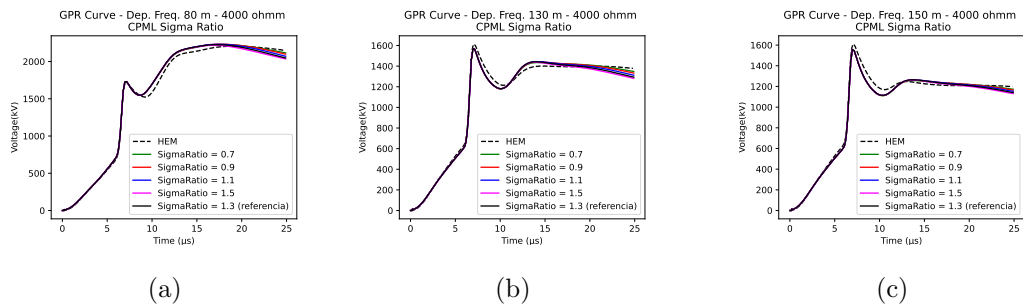


Figura 5.26: GPR calculado com FDTD alterando σ_{fator} , $\rho_{solo} = 4000 \Omega\text{m}$; L igual a 80, 130, 150 m

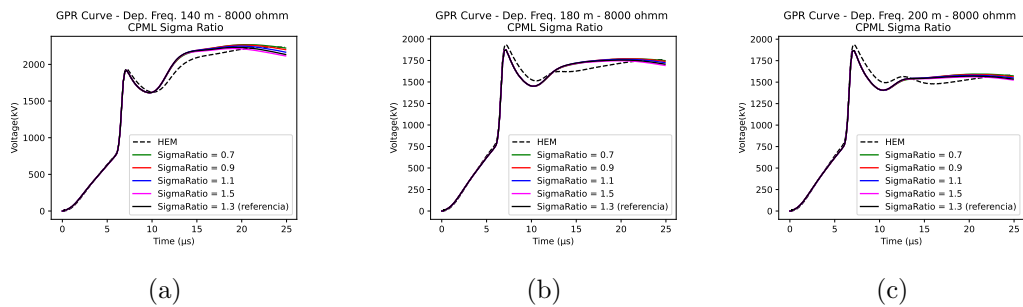


Figura 5.27: GPR calculado com FDTD alterando σ_{fator} , $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 180, 200 m

5.3.2.3 Impacto da variação de k_{\max}

O parâmetro k_{\max} da CPML deve assumir valores entre 5 e 11, de acordo com Elsherbeni e Demir (2009). Foram realizadas simulações de GPR variando a resistividade do solo (1000-8000 Ω m), o comprimento dos eletrodos e k_{\max} , utilizado no método FDTD. Os demais parâmetros foram mantidos constantes conforme a Tabela 5.9. As curvas de GPR obtidas podem ser vistas nas Figuras de 5.28 a 5.31. Nesse cenário, observa-se que para todas as simulações o valor de k_{\max} pouco influencia no cálculo das curvas de GPR a partir do método FDTD.

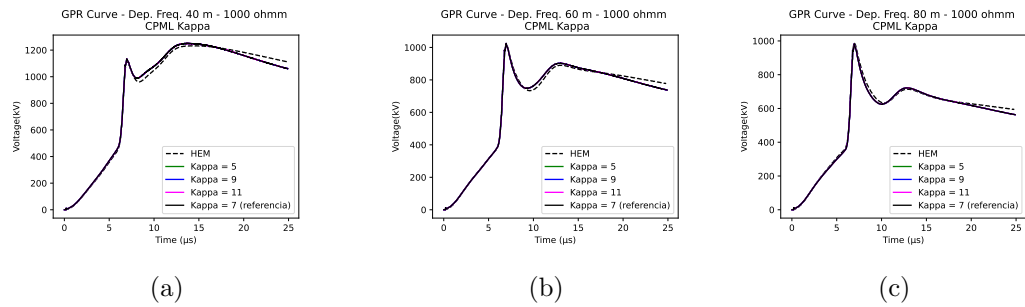


Figura 5.28: GPR calculado com FDTD alterando o Kappa Max da CPML, $\rho_{solo} = 1000 \Omega$ m; L igual a 40, 60, 80 m

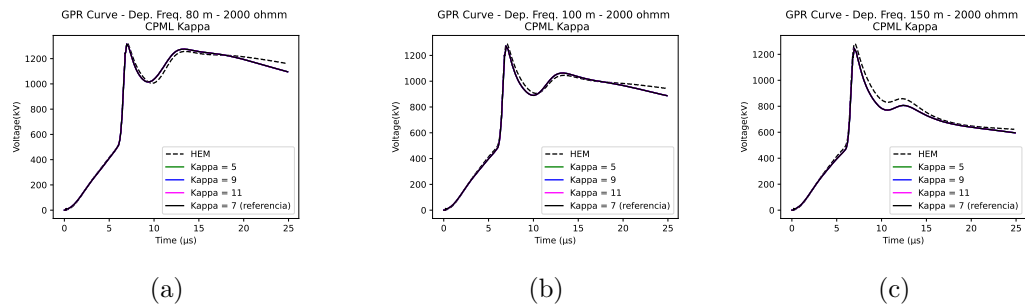


Figura 5.29: GPR calculado com FDTD alterando o Kappa Max da CPML, $\rho_{solo} = 2000 \Omega$ m; L igual a 80, 100, 150 m

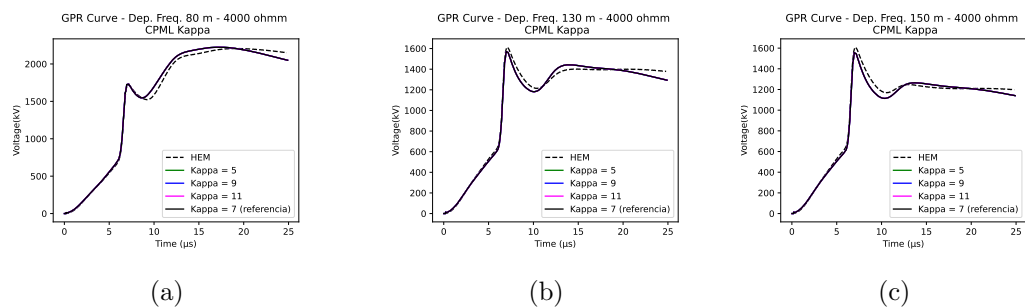


Figura 5.30: GPR calculado com FDTD alterando o Kappa Max da CPML, $\rho_{solo} = 4000 \Omega$ m; L igual a 80, 130, 150 m

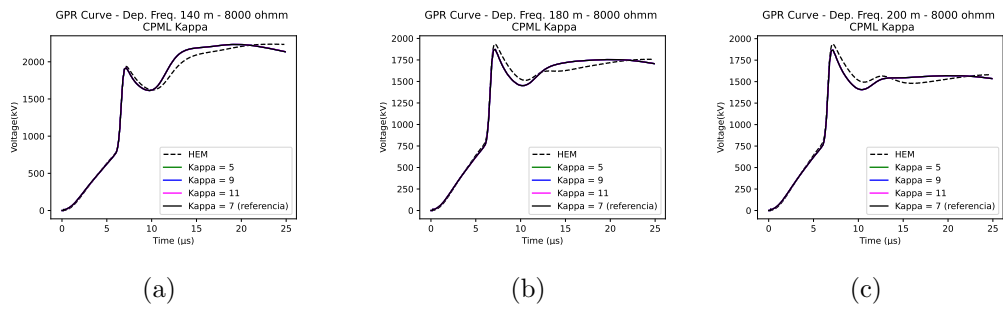


Figura 5.31: GPR calculado com FDTD alterando o Kappa Max da CPML, $\rho_{solo} = 8000 \Omega\text{m}$; L igual a 140, 180, 200 m

5.3.2.4 Impacto da variação de α_{max}

Para concluir essa análise, o parâmetro α_{max} , foi variado no intervalo entre 0 e 0,05 como sugerido por Elsherbeni e Demir (2009). Da mesma forma, para cada valor de resistividade do solo, entre 1000 e 8000 Ωm , foram geradas curvas de GPR através do método FDTD considerando três comprimentos de eletrodo distintos, variando-se apenas α_{max} , mantendo constantes os demais parâmetros conforme a Tabela 5.9.

A configuração com α_{max} apresentou as melhores correlações com o método HEM, superando o valor de α_{max} igual a 0 sugerido por Carvalho (2022). A curva de GPR gerada com α_{max} igual ao seu valor máximo (0,05) demonstrou maior discrepância em relação à curva de referência calculada pelo método HEM, especialmente para eletrodos de comprimento baixo independente da resistividade do solo, a curva apresenta oscilações indesejadas e não esperadas. Esse comportamento também pode ser observado para α_{max} igual a 0,01 com menor intensidade.

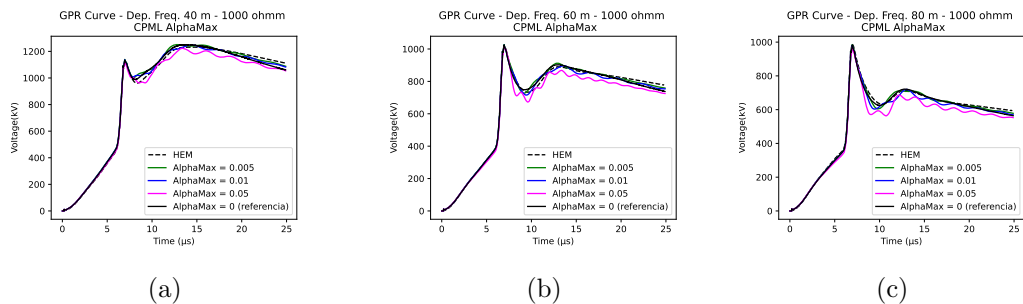


Figura 5.32: GPR calculado com FDTD alterando o Alpha Max da CPML, $\rho_{solo} = 1000 \Omega\text{m}$; L igual a 40, 60, 80 m

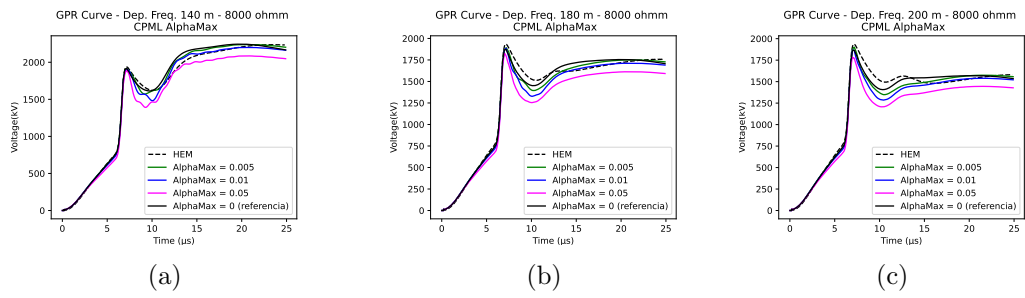


Figura 5.35: GPR calculado com FDTD alterando o Alpha Max da CPML, $\rho_{solo} = 8000 \Omega m$; L igual a 140, 180, 200 m

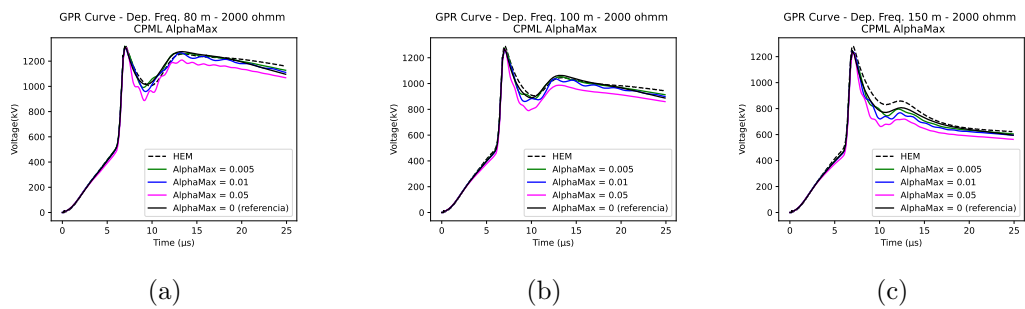


Figura 5.33: GPR calculado com FDTD alterando o Alpha Max da CPML, $\rho_{solo} = 2000 \Omega m$; L igual a 80, 100, 150 m

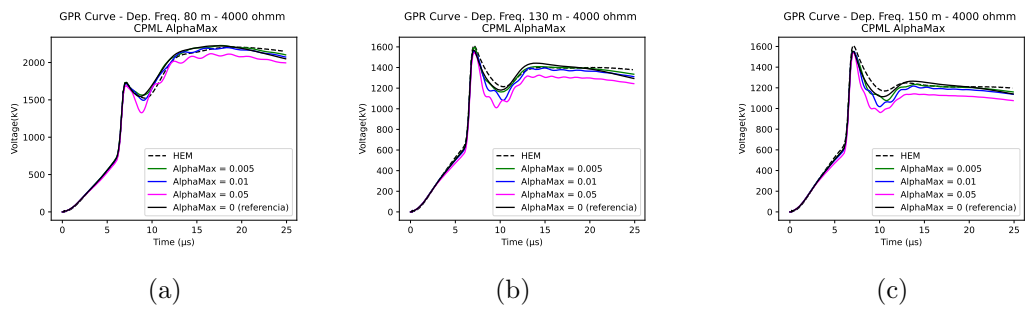


Figura 5.34: GPR calculado com FDTD alterando o Alpha Max da CPML, $\rho_{solo} = 4000 \Omega m$; L igual a 80, 130, 150 m

5.4 Comparações entre os efeitos de ionização do solo e de dependência com a frequência dos parâmetros do solo

Este trabalho buscou avaliar os efeitos dos fenômenos de ionização do solo e da dependência dos parâmetros do solo com a frequência em relação às simulações FDTD que não incluíam esses efeitos. A combinação de ambos os fenômenos em um único modelo numérico não foi abordada neste estudo, porém é importante ressaltar que esses efeitos podem interagir de forma complexa.

Este trabalho buscou avaliar os efeitos dos fenômenos de ionização do solo e da dependência dos parâmetros do solo com a frequência em relação às simulações FDTD. A combinação de ambos os fenômenos em um único modelo numérico não foi abordada neste estudo, porém é importante ressaltar que esses efeitos podem interagir de forma complexa.

Verifica-se que o efeito de ionização do solo se manifesta com maior intensidade em eletrodos de menor comprimento, quando mantém-se a mesma resistividade do solo. Como discutido na seção 5.2, os resultados demonstram que tanto a resistência de aterramento em baixa frequência quanto a impedância impulsiva de aterramento (esta última aumenta apenas até o valor do comprimento efetivo) apresentam reduções progressivamente menores à medida que o comprimento do eletrodo aumenta, o que está em consonância com as conclusões apresentadas no artigo de Visacro. (2006). A partir dos resultados encontrados neste estudo e nos trabalhos de Carvalho e Silveira (2024), observa-se que a dependência com a frequência dos parâmetros do solo tem uma influência considerável no cálculo da impedância impulsiva de aterramento, especialmente em solos de resistividade elevada quanto maior o comprimento do eletrodo.

É relevante mencionar que nas simulações que consideram o efeito de ionização do solo, as curvas de GPR apresentam valores sempre inferiores em comparação às curvas que não incluem esse efeito. Esse trabalho mostra que ionização e a dependência com a frequência são fenômenos distintos que afetam a impedância impulsiva de aterramento de maneiras diferentes. A influência de cada fenômeno depende de fatores como o comprimento do eletrodo, a resistividade do solo, a frequência da corrente injetada, campo elétrico crítico e as características geométricas do sistema.

Com base nas sugestões do trabalho de Carvalho (2022), optou-se pela utilização da fronteira CPML nas simulações que consideram a dependência com a frequência devido à sua eficiência. Porém, a CPML não convergiu adequadamente as curvas de GPR do FDTD nas caudas, o que pode estar ligado a escolha adequada dos parâmetros dessa fronteira absorvente. Para evitar este problema, seguindo as recomendações de Carvalho (2022), foi adotada a fronteira de Liao terceira ordem nas simulações que consideram o efeito de ionização do solo, a qual propor-

cionou uma melhor convergência na região de cauda da curva de GPR utilizada para calcular a resistência impulsiva de aterramento além do tempo de simulação utilizando essa fronteira ser menor que quando utiliza-se CPML.

5.5 Análise sobre o tempo de simulação

Para além do que foi discutido tecnicamente a respeito dos efeitos de ionização do solo e dependência com a frequência dos parâmetros do solo, nessa seção será discutido o impacto da modelagem de uma simulação FDTD no tempo de simulação para a obtenção de uma curva GPR. A Figura 5.36 mostra gráficos comparativos de tempo de execução entre simulações que consideram o efeito de dependência com a frequência para 6 polos, o efeito de ionização do solo, e simulações que não consideram ambos efeitos. A corrente injetada para todos os casos é a mesma com duração de $20\mu s$, assim como a geometria considerada. Porém, nas simulações com dependência com a frequência considerou-se células não uniformes variando entre 0,25 e 5 m, enquanto para os outros casos considerou-se células uniformes de 0,25 m.

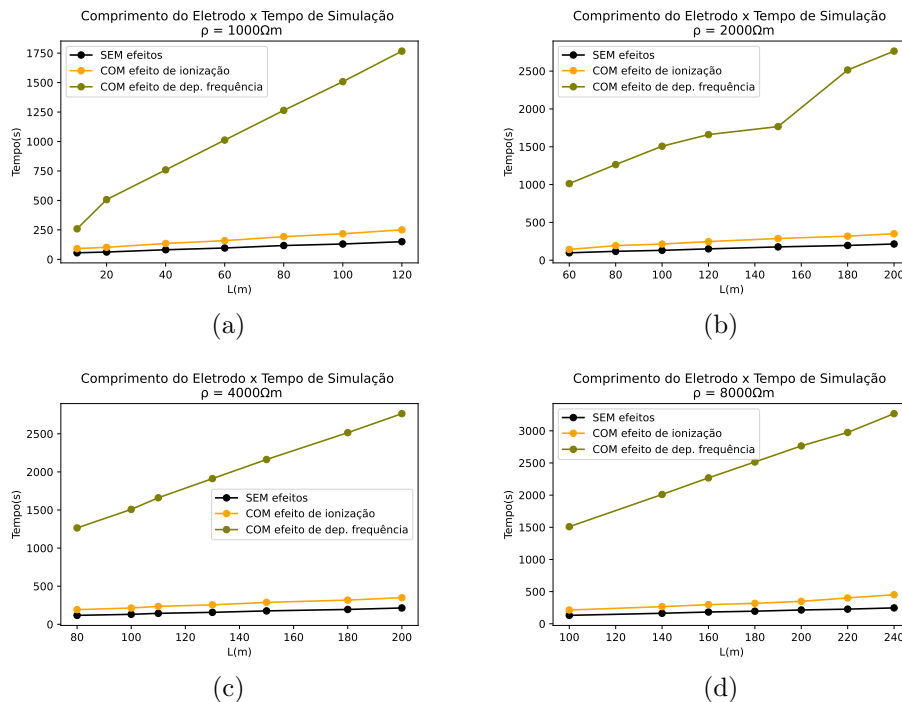


Figura 5.36: Relação entre comprimento do eletrodo e o tempo de simulação do método FDTD para diferentes resistividades do solo.

Apesar do uso da técnica das células não uniformes para reduzir o tempo de simulação, as simulações correspondentes demandam um tempo computacional consideravelmente maior. Isso ocorre devido à complexidade adicional na modelagem da variação dos parâmetros do solo com a frequência. A dependência da frequência introduz termos adicionais nas equações nas

equações de atualização do campo elétrico tornam-se mais complexas, exigindo maior esforço computacional para sua resolução. Essas simulações exigem tempo de simulação muito longo sendo no mínimo 500% maior quando comparado as simulações que não consideram nenhum efeito, levando muitas horas para simular todos os casos representados na Figura 5.36.

É possível observar que quanto maior a resistividade do solo, maior será o tempo de simulação para a simulações que consideram a dependência com a frequência devido ao uso do *invfreqs* que torna os cálculos das simulações mais complexas conforme o aumento da resistividade do solo. Apesar de não quantificado na Figura 5.36, o número de polos tem implicância direta no tempo de processamento das simulações: quanto maior o número de polos maior o tempo de simulação.

Naturalmente, observa-se que quanto maior o comprimento do eletrodo considerado, maior será o tempo de simulação, isso ocorre pois, o espaço de simulação do problema se tornará cada vez maior para comportar aumento do comprimento do eletrodo. Como esperado, as simulações que não consideram nenhum dos efeitos possuem tempos de simulação mais baixo para todos os casos. A complexidade adicional das equações devido à ionização resultou em um aumento de até 30% no tempo de simulação em contraste com as simulações que consideram a dependência com a frequência.

6 *Conclusões e Trabalhos Futuros*

6.1 Conclusões

Esta dissertação de mestrado apresenta uma análise sobre a resposta de eletrodos de aterramento frente à incidência de descargas atmosféricas com relação ao impacto de dois fenômenos nos parâmetros eletromagnéticos do solo: o efeito da ionização do solo e a dependência com a frequência, como continuidade dos trabalhos de Melo (2017) e Carvalho (2022). Para atingir este objetivo, realizou-se uma revisão bibliográfica com relação aos métodos computacionais mais explorados na literatura.

Neste contexto, foi selecionado o método FDTD, amplamente recomendado pela brochura do CIGRE 839 (2021), além de ser conceitualmente simples. A discretização das equações rotacionais de Maxwell proporciona ao método FDTD uma representação direta de elementos de circuitos fundamentais para simulações de surtos eletromagnéticos. A inclusão de elementos como resistores, fontes de corrente e tensão, além de fios finos, é feita com ajustes específicos nas equações de atualização dos campos. Esse conjunto de características torna a modelagem dos fenômenos de ionização do solo e dependência com a frequência analisados neste estudo conceitual e operacionalmente simples.

Neste trabalho, adotou-se a representação de primeira descarga proposta por De Conti e Visacro (2007), implementando-a como ondas de corrente injetadas no método FDTD para simular as curvas de GPR de forma mais realista.

Utilizando a formulação proposta por Liew e Darveniza para a modelagem do efeito de ionização do solo no método FDTD para o cálculo das curvas de GPR, obtivemos resultados esperados conforme a literatura. Foi observada a redução da amplitude do GPR ao longo das curvas, redução da resistência de aterramento de baixa frequência e da impedância impulsiva de aterramento, com relação às simulações que não consideram o fenômeno. Isto é um indicativo de que esses parâmetros não são afetados apenas pelo efeito de ionização do solo, mas, também pelas mudanças na resistividade do solo e tamanho do comprimento dos eletrodos de aterramento.

Para validar este estudo, foram calculadas as resistências de aterramento através da fórmula de Weck para os mesmos cenários. Ao usar esta formulação para calcular a redução de R_{LF} verifica-se que os resultados das resistências de aterramento podem estar subestimados em relação aqueles providos pelo método FDTD. Isso pode estar relacionado a simplicidade do método que não considera os processos de ionização e deionização ao longo do tempo de exposição do solo à um campo elétrico elevado.

Com relação ao fenômeno da dependência com a frequência dos parâmetros do solo, observa-se que as curvas de GPR calculadas com 4, 6 e 9 polos tem concordância com as curvas de GPR do HEM, que são utilizadas para a validação deste estudo. No entanto, quanto maior a resistividade do solo considerada na simulações, maior o distanciamento entre as caudas da simulações de FDTD e HEM, do número de polos, não sendo viável o cálculo da resistência de aterramento para estes casos.

Esse efeito pode melhorar a performance de sistemas de aterramento, embora não colabore para a redução das tensões induzidas no sistema elétrico através de uma descarga atmosférica. Nesse sentido, também foram conduzidas simulações FDTD com 6 polos que consideram a dependência com a frequência para as descargas subsequentes onde observou-se concordância para com os resultados do HEM.

Para finalizar o estudo da dependência com a frequência, foram conduzidos simulações variando os parâmetros da Fronteira absorvente CPML. Ainda que uma investigação aprofundada do tema ainda seja necessária, os resultados obtidos mostram algumas divergências dos valores dos parâmetros aplicados neste trabalho e também no trabalho de Carvalho (2022), mostrando a necessidade da exploração desse tema com a finalidade de melhorar os resultados das curvas de GPR, especialmente em suas caudas.

Este trabalho também investiga o impacto da inclusão dos efeitos de ionização do solo e dependência com a frequência no cálculo das curvas de GPR do método FDTD. Conforme esperado, as simulações que não consideram este efeito demandam o menor tempo de simulação. A modelagem do efeito de ionização do solo no método FDTD apesar de causar um aumento no tempo de simulação, ainda está dentro do esperado. No entanto, as simulações que consideram o efeito da dependência com a frequência dos parâmetros do solo mostraram-se muito demoradas.

Visto que este trabalho trata de fenômenos físicos, é importante conduzir trabalhos experimentais para então aplicar as mesmas condições no programa de FDTD desenvolvido para verificar sua confiabilidade.

Tendo em vista os desafios enfrentados na implementação do método FDTD é possível afirmar que o amadurecimento das técnicas de programação paralela e o uso de ferramentas

colaborativas como o *Google colab*, apresentam grande potencial para promover avanços importantes no estudo de problemas eletromagnéticos.

Por fim, é importante destacar que um dos resultados mais relevantes desta dissertação foi a publicação de um artigo na *International Conference on Grounding & Lightning Physics and Effects* que ocorreu em Belo Horizonte no ano de 2023.

6.2 Trabalhos Futuros

Este trabalho, que se baseia nos desenvolvimentos de Melo (2017) e Carvalho (2022), apresenta avanços significativos, como a implementação de uma representação de corrente injetada mais realista no FDTD e a análise aprofundada dos parâmetros da CPML. No entanto, ainda há o que ser explorado especialmente em melhorias para o método FDTD proposto e implementado.

Uma contribuição inovadora para este trabalho seria a implementação de uma simulação FDTD que contemple, de forma integrada, os efeitos de ionização do solo e da dependência com a frequência, permitindo analisar seus impactos combinados.

Com relação às simulações que incluem o efeito de ionização do solo, é essencial examinar o impacto do tamanho da aresta das células do FDTD nas curvas de GPR, especialmente em condições de baixa resistividade do solo, que são aquelas em que o fenômeno se manifesta de forma mais intensa. Como o espaço de simulação pode ficar demasiadamente grande, é interessante utilizar células não uniformes neste estudo. Isso seria útil também para reduzir o tempo de simulação. Além disso, importante é quantificar os efeitos dos parâmetros E_c , τ_1 e τ_2 propostas no modelo Liew e Darveniza (1974) na resposta de aterramentos elétricos considerando o efeito de ionização do solo.

Neste contexto, simulações que incluem a dependência com a frequência dos parâmetros do solo são as mais desafiadoras. É fundamental realizar um estudo aprofundado de técnicas de otimização de algoritmos e aumento no paralelismo do código, visando reduzir drasticamente o tempo de simulação, que atualmente se estende por horas, para poucos minutos. A técnica de células não uniformes, por si só, não é capaz de atender a essa demanda, sendo necessária a exploração de outras estratégias. Além disso, é importante investigar o motivo pelo qual a divergências nas caudas das curvas de GPR obtidas com o método FDTD em relação as curvas de HEM. É possível que os resultados obtidos sejam decorrentes de uma configuração inadequada dos parâmetros da CPML.

No trabalho de Carvalho (2022), é abordado que a largura de banda de memória da GPU CUDA é utilizada de forma mais eficiente quando os acessos de memória pelas *threads* durante a

execução de operações de leitura e escrita ocorrem de forma mais integrada em transações únicas de 16, ou 128 *bytes*. De acordo com Elsherbeni e Demir (2009) o número de células nos eixos X e Y devem ser múltiplos de 16 para garantir essa integração. Diante disso, a análise da influência dos comprimentos dos eixos X e Y na obtenção das curvas de GPR é importante. Nas simulações realizadas, notaram-se variações consideráveis no formato dessas curvas, principalmente nas caudas, mesmo quando o espaço de simulação foi dimensionado adequadamente para incluir todos os elementos do circuito, respeitando as orientações recomendadas.

Por fim, em concordância com Carvalho (2022), este trabalho utilizou o *Google Colab* como uma plataforma de integração que facilitou a entrada e visualização das simulações de FDTD. É importante melhorar esse ambiente para que os resultados das simulações sejam obtidos mais rapidamente, e que as tabelas e gráficos extraídos a partir desses resultados sejam feitos de forma automática, acelerando o progresso das pesquisas relacionadas e facilitando o compartilhamento das informações.

Referências

- AKBARI, M.; SHESHYEKANI, K.; ALEMI, M. R. The effect of frequency dependence of soil electrical parameters on the lightning performance of grounding systems. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, IEEE, v. 55, n. 4, p. 739–746, 2012.
- ALA, G. et al. Finite difference time domain simulation of earth electrodes soil ionisation under lightning surge condition. *IET Science, Measurement & Technology*, IET, v. 2, n. 3, p. 134–145, 2008.
- ALI, I.; KHAN, A.; WALEED, M. A google colab based online platform for rapid estimation of real blur in single-image blind deblurring. In: IEEE. *2020 12th International Conference on Electronics, Computers and Artificial Intelligence (ECAI)*. [S.l.], 2020. p. 1–6.
- ALIPIO, R. et al. Electric fields of grounding electrodes with frequency dependent soil parameters. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 83, n. 1, p. 220–226, 2012.
- ALIPIO, R.; VISACRO, S. Time-domain analysis of frequency-dependent electrical parameters of soil. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, IEEE, v. 59, n. 3, p. 873–878, 2017.
- BABA, Y.; NAGAOKA, N.; AMETANI, A. Modeling of thin wires in a lossy medium for fdtd simulations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, IEEE, v. 47, n. 1, p. 54–60, 2005.
- BAUMEISTER, P. F. et al. A performance model for gpu-accelerated fdtd applications. In: IEEE. *2015 IEEE 22nd International Conference on High Performance Computing (HiPC)*. [S.l.], 2015. p. 185–193.
- BERENGER, J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of computational physics*, Elsevier, v. 114, n. 2, p. 185–200, 1994.
- CANESCHE, M. et al. Google colab cad4u: Hands-on cloud laboratories for digital design. In: IEEE. *2021 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*. [S.l.], 2021. p. 1–5.
- CARVALHO, K. A. Desenvolvimento e aplicação de modelagem eletromagnética em fdtd para estudo da resposta de aterramentos elétricos e linhas de transmissão frente a descargas atmosféricas. Universidade Federal de Minas Gerais, 2022.
- CARVALHO, K. A.; SILVEIRA, F. H. Evaluation of the lightning performance of grounding electrodes using fdtd based computational tool with 3rd order liao’s absorbing boundary condition. *Proc. Int. Conf. Grounding Lightning Physics and Effects*, Elsevier, 2021.
- CARVALHO, K. A.; SILVEIRA, F. H. Evaluation of the lightning performance of grounding electrodes using fdtd-based computational model: Influence of absorbing boundary conditions and representation of the frequency-dependence of soil parameters. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 213, p. 108728, 2022.

- CARVALHO, K. d. A.; SILVEIRA, F. H. Fdtd-based computational model applied to assess the influence of the frequency dependence of soil parameters on the lightning response of grounding electrodes for typical parameters of first and subsequent return stroke currents. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 229, p. 110170, 2024.
- CHEW, W. C.; WEEDON, W. H. A 3d perfectly matched medium from modified maxwell's equations with stretched coordinates. *Microwave and optical technology letters*, Wiley Online Library, v. 7, n. 13, p. 599–604, 1994.
- CIGRE-781. Impact of soil-parameter frequency dependence on the response of grounding electrodes and on the lightning performance of electrical systems. *CIGRE Technical Brochure*, 2019.
- CIGRE-785. Electromagnetic computation methods for lightning surge studies with emphasis on the fdtd method. *CIGRE Technical Brochure*, 2019.
- CIGRE-839. Guide to procedures for estimating the lightning performance of transmission lines. *CIGRE Technical Brochure*, 2021.
- CONTI, A. D.; VISACRO, S. Analytical representation of single-and double-peaked lightning current waveforms. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, IEEE, v. 49, n. 2, p. 448–451, 2007.
- COSTEN, F. Analysis and improvement of liao abc for fdtd. In: IEEE. *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. Digest. Held in conjunction with: USNC/CNC/URSI North American Radio Sci. Meeting (Cat. No. 03CH37450)*. [S.l.], 2003. v. 1, p. 341–344.
- COURANT, R.; FRIEDRICHS, K.; LEWY, H. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM journal of Research and Development*, IBM, v. 11, n. 2, p. 215–234, 1967.
- DEMIR, V.; ELSHERBENI, A. Z. Compute unified device architecture (cuda) based finite-difference time-domain (fdtd) implementation. *The Applied Computational Electromagnetics Society Journal (ACES)*, p. 303–314, 2010.
- DONNO, D. D. et al. Introduction to gpu computing and cuda programming: A case study on fdtd [em programmer's notebook]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, IEEE, v. 52, n. 3, p. 116–122, 2010.
- ELSHERBENI, A. Z.; DEMIR, V. *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics: With MATLAB Simulations*. [S.l.]: Har/Cdr Edition, SciTech Publishing, 2009.
- FERREIRA, R.; CANESCHE, M.; CARVALHO, W. Programação em gpu no ambiente google cola-boratory. 2020.
- GHOMI, M.; BAK, C. L.; SILVA, F. F. da. Frequency dependence of multilayer soil electrical parameters: Effects on ground potential rise. In: IEEE. *2021 35th International Conference on Lightning Protection (ICLP) and XVI International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*. [S.l.], 2021. v. 1, p. 01–08.
- HAO, Y.; RAILTON, C. J. Analyzing electromagnetic structures with curved boundaries on cartesian fdtd meshes. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, IEEE, v. 46, n. 1, p. 82–88, 1998.

- HARRINGTON, R. *Field computation by moment methods (reprinted edition)*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 1993.
- INAN, U. S.; MARSHALL, R. A. *Numerical electromagnetics: the FDTD method*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011.
- KANE, Y. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, v. 14, p. 302–307, 1966.
- KUKLIN, D. Extension of thin wire techniques in the ftdt method for debye media. *Progress In Electromagnetics Research M*, EMW Publishing, v. 51, p. 9–17, 2016.
- LIAO, Z.-p. A transmitting boundary for transient wave analysis. *Science Sinica, Series A*, v. 27, n. 10, p. 1063–1076, 1984.
- LIEW, A.; DARVENIZA, M. Dynamic model of impulse characteristics of concentrated earths. In: IET. *Proceedings of the Institution of electrical Engineers*. [S.l.], 1974. v. 121, n. 2, p. 123–135.
- MOUSA, A. M. The soil ionization gradient associated with discharge of high currents into concentrated electrodes. *IEEE Transactions on power delivery*, IEEE, v. 9, n. 3, p. 1669–1677, 1994.
- NODA, T.; YOKOYAMA, S. Thin wire representation in finite difference time domain surge simulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 17, n. 3, p. 840–847, 2002.
- NVIDIA. *CUDA C++ Programming Guide*. NVIDIA Corporation, 2024. Accessed: 2024-08-10. Disponível em: <<https://docs.nvidia.com/cuda/cuda-c-programming-guide/index.html>>.
- OLIVEIRA, R. M. de et al. Finite-difference modeling of dispersive soils validated via experimental evaluation of transient grounding signals. *Journal of Electrostatics*, Elsevier, v. 87, p. 263–275, 2017.
- OTANI, K. et al. Ftdt surge analysis of grounding electrodes considering soil ionization. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 113, p. 171–179, 2014.
- ÖZGÜN, Ö.; KUZUOĞLU, M. *Matlab-based finite element programming in electromagnetic Modeling*. [S.l.]: CRC Press, 2018.
- PADÉ, H. Sur la représentation approchée d'une fonction par des fractions rationnelles. In: *Annales scientifiques de l'Ecole normale supérieure*. [S.l.: s.n.], 1892. v. 9, p. 3–93.
- RODEN, J. A.; GEDNEY, S. D. Convolution pml (cpml): An efficient ftdt implementation of the cfs-pml for arbitrary media. *Microwave and optical technology letters*, Wiley Online Library, v. 27, n. 5, p. 334–339, 2000.
- RUEHLI, A. E. Equivalent circuit models for three-dimensional multiconductor systems. *IEEE Transactions on Microwave theory and techniques*, IEEE, v. 22, n. 3, p. 216–221, 1974.
- SANTOS, T. L. dos et al. Soil ionization in different types of grounding grids simulated by ftdt method. In: IEEE. *2009 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC)*. [S.l.], 2009. p. 127–132.
- SHAHMANSOURI, A.; RASHIDIAN, B. Gpu implementation of split-field finite-difference time-domain method for drude-lorentz dispersive media. *Progress In Electromagnetics Research*, EMW Publishing, v. 125, p. 55–77, 2012.

- SILVA, V. A. Aplicação do método fdtd para avaliação da resposta de linhas de transmissão e aterramentos elétricos frente a descargas atmosféricas. Universidade Federal de Minas Gerais, 2017.
- SOUZA, R. E. de; SILVEIRA, F. H.; VISACRO, S. The effect of soil ionization on the lightning performance of transmission lines. In: IEEE. *2014 International Conference on Lightning Protection (ICLP)*. [S.l.], 2014. p. 1307–1311.
- TAFLOVE, A.; HAGNESS, S.; PIKET-MAY, M. Computational electromagnetics: the finite-difference time-domain method. *The Electrical Engineering Handbook*, Elsevier Amsterdam, The Netherlands, v. 3, n. 629-670, p. 15, 2005.
- TANIGUCHI, Y. et al. An improved thin wire representation for fdtd computations. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 56, n. 10, p. 3248–3252, 2008.
- TATEMATSU, A. Development of a surge simulation code vstl rev based on the 3d fdtd method. In: IEEE. *2015 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC)*. [S.l.], 2015. p. 1111–1116.
- TATEMATSU, A.; RACHIDI, F.; RUBINSTEIN, M. On the representation of thin wires inside lossy dielectric materials for fdtd-based lemp simulations. *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, Wiley Online Library, v. 14, n. 9, p. 1314–1322, 2019.
- UMASHANKAR, K.; TAFLOVE, A.; BEKER, B. Calculation and experimental validation of induced currents on coupled wires in an arbitrary shaped cavity. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 35, n. 11, p. 1248–1257, 1987.
- VELASCO, A. et al. Debye parameters of humidity-varying soils for induction logging techniques. *The Applied Computational Electromagnetics Society Journal (ACES)*, p. 979–974, 2020.
- VISACRO, S. A comprehensive approach to the grounding response to lightning currents. *IEEE Transactions on power delivery*, IEEE, v. 22, n. 1, p. 381–386, 2006.
- VISACRO, S.; ALIPIO, R. Frequency dependence of soil parameters: Experimental results, predicting formula and influence on the lightning response of grounding electrodes. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 27, n. 2, p. 927–935, 2012.
- VISACRO, S. et al. The response of grounding electrodes to lightning currents: The effect of frequency-dependent soil resistivity and permittivity. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, IEEE, v. 53, n. 2, p. 401–406, 2011.
- VISACRO, S.; PORTELA, C. Soil permittivity and conductivity behavior on frequency range of transient phenomena in electric power systems. In: *Proc. 1987 Int. Symp. High Voltage Engineering*. [S.l.: s.n.], 1987. p. 1–4.
- VISACRO, S.; ROSADO, G. Response of grounding electrodes to impulsive currents: An experimental evaluation. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, IEEE, v. 51, n. 1, p. 161–164, 2009.
- VISACRO, S.; SOARES, A. Hem: A model for simulation of lightning-related engineering problems. *IEEE Transactions on power delivery*, IEEE, v. 20, n. 2, p. 1206–1208, 2005.
- WECK, K. Remarks to the current dependence of tower footing resistance. In: *Proc. CIGRE Colloquium*. [S.l.: s.n.], 1985.

ZHANG, L.; YU, T. A method of improving the stability of liao's higher-order absorbing boundary condition. *Progress in Electromagnetics Research M*, EMW Publishing, v. 27, p. 167–178, 2012.