

**ANÁLISE QUASE-ESTÁTICA E DE FADIGA EM JUNTAS
COLADAS USANDO MODELO DE ZONA COESIVA (CZM)**

Murilo Ferreira Brandão

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"ANÁLISE QUASE-ESTÁTICA E DE FADIGA EM JUNTAS COLADAS
USANDO MODELO DE ZONA COESIVA (CZM)"**

Murilo Ferreira Brandão

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Jr.
DEES-UFMG – (Orientador)

Prof. Dr. Leonardo B. Goldefroid
DEMET-UFOP

Prof. Dr. Ernani Sales Palma
DEMEC-UFMG

Belo Horizonte, 19 de setembro de 2018

B817a	<p>Brandão, Murilo Ferreira.</p> <p>Análise quase-estática e de fadiga em juntas coladas usando modelo de zona coesiva (CZM) [manuscrito] / Murilo Ferreira Brandão. – 2018. xiv, 68 f., enc.: il.</p> <p>Orientador: Carlos Alberto Cimini Jr.</p> <p>Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.</p> <p>Bibliografia: f. 64-68.</p> <p>1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Materiais compostos - Teses. 3. Materiais -- fadiga - Teses. 4. Juntas (Engenharia) - Teses. I. Cimini Júnior, Carlos Alberto. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.</p> <p>CDU: 624(043)</p>
-------	--

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho aos meus pais, Cleide e Roberto, e ao meu irmão, Gustavo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que me ajudaram a alcançar meu objetivo. Em especial agradeço à minha família, à Carol, ao meu orientador Prof. Cimini, aos meus amigos, às empresas Expandex e Aeron e ao DEES/UFMG pela oportunidade.

RESUMO

Nessa dissertação foram realizadas simulações numéricas para análises das tensões e de fadiga de alto ciclo em juntas coladas usando materiais compósitos como aderentes. Para isso foi desenvolvida um algoritmo usando a sub-rotina UEL no Abaqus® para adicionar um modelo de dano usando elementos coesivos quando o componente estrutural é solicitado por carregamentos cíclicos.

Esse trabalho é importante devido ao crescente uso de juntas coladas usando materiais compósitos em estruturas aeronáuticas, automotivas e outros segmentos da indústria. Os motivos desse crescimento são algumas vantagens em relação as juntas mecânicas tais como peso, resistência a fadiga, menor custo de manutenção.

Para representar numericamente o comportamento da propagação da trinca e do dano na região colada será usado o modelo de zona coesiva (CZM – sigla em inglês). O motivo da escolha se justifica, pois, o CZM apresenta como principal vantagem, em relação a outros modelos de clássicos de elementos finitos como VCCT e XFEM, o tempo computacional.

Como resultado foram realizadas simulações de juntas coladas para modo I sujeitos a um carregamento quase-estático e de fadiga. Foram comparados os valores numéricos e experimentais das tensões atuantes, a taxa de propagação da trinca e número de ciclos de vida das juntas. Na análise quase-estática, estudou-se parâmetros de ajustes para o modelo CZM como a rigidez coesiva e o comprimento da zona coesiva, cujos os resultados mostraram a influência dos seus valores na curva de tração-separação na região coesiva para o modelo DCB e a influência na distribuição da tensão normal e de cisalhamento para o modelo SLJ. Já para na análise de fadiga usando CZM, aplicou-se o modelo numérico apresentado por Turon (2006) com o qual foi possível comparar por meio de dados experimentais, a taxa de crescimento da trinca para diferentes razões de carregamento, assim como, o acúmulo do dano no elemento coesivo propiciado pelo carregamento cíclico.

Palavras-chave: Fadiga, Juntas Coladas, Propagação de Trinca, Materiais Compósitos, CZM.

ABSTRACT

In this paper numerical simulations were performed for tensile and fatigue analyzes of high cycle in bonded joints using composite materials as adhesives. For this, an algorithm was developed using the UEL subroutine in Abaqus® to add a damage model using cohesive elements when the structural component is requested by cyclic loads.

This work is important because of the increasing use of bonded joints using composite materials in aeronautical, automotive and other industry segments. The reasons for this growth are some advantages over mechanical joints such as weight, fatigue strength, lower maintenance cost.

In order to numerically represent the behavior of crack propagation and damage in the bonded region, the cohesive zone model (CZM) will be used. The reason for the choice is justified, since the CZM presents the main advantage, in relation to other models of classics of finite elements like VCCT and XFEM, the computational time.

As a result, bonded joints for mode I were subjected to quasi-static and fatigue loading. The numerical and experimental values of the tensile stresses, the crack propagation rate and the number of joint life cycles were compared. In the quasi-static analysis, adjustment parameters for the CZM model were studied, such as cohesive stiffness and cohesive zone length, whose results showed the influence of their values on the traction-separation curve in the cohesive region for the DCB model and the influence on the distribution of normal and shear stress for the SLJ model. For the analysis of fatigue using CZM, the numerical model presented by Turon (2006) was applied with which it was possible to compare, by means of experimental data, the crack growth rate for different loading ratios, as well as the accumulation of the damage to the cohesive element caused by the cyclic loading.

Keywords: Fatigue, Bonded Joints, Cracking Propagation, Composite Materials, CZM

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA.....	iii
AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE SÍMBOLOS	xii
LISTA DE ABREVIATURAS.....	xiv
1. Introdução.....	1
1.1 Considerações Gerais.....	1
1.2 Juntas coladas: definição e modos de fabricação.....	3
1.3 Modos de falha em juntas coladas	6
1.4 Modelos numéricos para análise de tensão e de fadiga em Juntas	7
1.4.1 Mecânica do Contínuo.....	7
1.4.2 Mecânica da Fratura (VCCT).....	8
1.4.3 Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM).....	10
1.4.4 Mecânica do Dano (CZM).....	11
1.5 Objetivos.....	13
1.6 Justificativa	14
1.7 Metodologia	14
2. Modelo de zona coesiva para análise quase-estática.....	16
2.1 Considerações Gerais.....	16
2.2 Modelo numérico para o CZM	18
2.2.1 Relação bilinear (Triangular).....	19
2.2.2 Seleção dos Parâmetros do modelo CZM para aplicação em MEF	25
2.3 Aplicação do modelo CZM em junta colada do tipo DCB.....	29
2.3.1 Caso 1: Descrição do modelo DCB para análise bidimensional	29
2.3.2 Caso 2: Descrição do modelo SLJ para análise bidimensional	31
2.4 Resultados e Discussões	33
2.4.1 Caso 1: Resultados do modelo DCB para análise bidimensional.....	33
2.4.2 Caso 2: Resultados do modelo SLJ para análise bidimensional.....	36

3.	Modelo de zona coesiva para análise de fadiga de alto ciclo.....	40
3.1	Considerações Gerais.....	40
3.2	Evolução do dano usando CZM para análise de Fadiga.....	41
3.3	Taxa de crescimento da trinca	45
3.4	Aplicação do CZM para Fadiga de alto ciclo	46
3.5	Método de Elementos Finitos aplicado aos elementos coesivos	47
3.6	Algoritmo implementado na sub-rotina UEL	52
3.7	Descrição do modelo para análise de fadiga.....	54
3.8	Resultados e Discussões	57
4.	Conclusão e sugestões para trabalhos futuros	62
5.	Bibliografia.....	64

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Proporção de materiais usados nas estruturas dos aviões Boeing 787 e Airbus A350 (fonte: www.pre-engineering.com, 2015)	1
Figura 1.2: Diminuição na inspeção dos componentes estruturais na escala produtiva com o uso de ferramentas computacionais – TURON (2006 apud MIL-HBK-17, 2002)	3
Figura 1.3: Tipos de juntas coladas – NOORMAN (2014 apud ZWINDERMAN, 2013)	4
Figura 1.4: Mecanismo de diminuição das tensões nas juntas – DA SILVA E CAMPILHO (2012)	5
Figura 1.5: Posicionamento das fibras na região da colagem – NOORMAN (2014)	5
Figura 1.6: Tipos de falha nas juntas coladas – NOORMAN (2014)	6
Figura 1.7: Estruturas suscetíveis a delaminação – KIEFER (2014 apud KELVIN, 2009).....	6
Figura 1.8: (a) Singularidade da tensão na ponta da trinca (b) Descontinuidade das tensões entre os diferentes materiais – DA SILVA E CAMPILHO (2012).....	8
Figura 1.9: Força e deslocamento na ponta da trinca – KRUEGER (2002)	9
Figura 1.10: Modelos de malha no XFEM com nós enriquecidos – LIU (2012).....	10
Figura 1.11: Região coesiva na abertura da trinca – HALLETT E HARPER (2015).....	11
Figura 1.12: Tipos de leis coesivas: (a) triangular, (b) exponencial, (c) trapezoidal, (d) perfeitamente plástica e (e) linear/polinomial – HALLETT (2008)	12
Figura 1.13: Diagrama esquemático para diferentes formulações de elementos coesivas – HALLET (2008).....	13
Figura 2.1: Modos I, II e III para a propagação da trinca.....	16
Figura 2.2: Comportamento da zona coesiva usando relação triangular – NOORMAN (2014 apud KHORAMISHAD et al. 2010)	17
Figura 2.3: Irreversibilidade da rigidez com introdução do dano – JIMENEZ E DUDDU (2016)	18
Figura 2.4: Relação triangular e os parâmetros do modelo constitutivo	20
Figura 2.5: Modelo físico e modelo numérico na ponta da trinca – TURON (2006)	26
Figura 2.6: Relação entre as forças coesivas e os deslocamentos	26
Figura 2.7: Definição do comprimento da zona coesiva – KIEFER (2014)	28
Figura 2.8: Dimensões do modelo DCB usado nas simulações	30
Figura 2.9: Condições de contorno do modelo.....	31

Figura 2.10: Geometria do SLJ usado na simulação	32
Figura 2.11: Disposição das camadas de carbono epóxi em cada aderente	32
Figura 2.12: Modelo de malha usada para a simulação do SLJ	33
Figura 2.13: Simulação do modelo DCB para a condição quase-estática.	34
Figura 2.14: Comparação entre o resultado numérico, experimental e analítico para diferentes valores de K_i^0	35
Figura 2.15: Comparação entre o resultado numérico, experimental e analítico para diferentes valores de N_e	35
Figura 2.16: Campo de tensão de cisalhamento na região de descontinuidade da junta.....	36
Figura 2.17: Campo de tensão normal na região de descontinuidade da junta.	37
Figura 2.18: Curva da distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da região coesiva....	37
Figura 2.19: Curva da distribuição da tensão normal ao longo da região coesiva	38
Figura 2.20: Curva de força por deslocamento da junta.....	38
Figura 3.1: Evolução do dano estático e de fadiga – KIEFER (2014)	41
Figura 3.2: Densidade de micro trincas na região coesiva – GIULIESE (2015).....	42
Figura 3.3: Relação entre a energia dissipada e a taxa de energia crítica – TURON (2006) ...	42
Figura 3.4: Modelo de propagação do dano após ΔN ciclos – TURON (2006)	43
Figura 3.5: Modelo de acúmulo do dano após ΔN ciclos.....	44
Figura 3.6: Modelo padronizado de taxa de crescimento da trinca	45
Figura 3.7: Variação da taxa de liberação de energia.....	46
Figura 3.8: Condição de equilíbrio na região da trinca – KIEFER (2004)	48
Figura 3.9: Elemento discreto nas coordenadas de Gauss – KIEFER (2014)	49
Figura 3.10: Fluxograma mostrando a interação entre o ABAQUS/STANDART e as sub-rotinas	53
Figura 3.11: Dimensões do modelo.....	55
Figura 3.12: Condições de contorno do modelo.....	56
Figura 3.13: Condições de aplicação da carga – DE MOURA E GONÇALVES (2014).....	56
Figura 3.14: Modelo de malha.....	56
Figura 3.15: Campo de tensão e região coesiva na análise de fadiga	57
Figura 3.16: Dados experimentais, curva de Paris e curva numérica da taxa de crescimento da trinca.....	58
Figura 3.17: Curva de tração-separação do elemento coesivo para a condição estática e de fadiga	58
Figura 3.18: Taxa de crescimento da trinca para diferentes valores de R	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1: Comparação entre junta mecânicas e juntas coladas.....	2
Tabela 2.1: Principais critérios de iniciação do dano	22
Tabela 2.2: Métodos para cálculo da rigidez coesiva (K_i^0)	27
Tabela 2.3: Valores da variável M usados por cada autor – TURON (2006)	29
Tabela 2.4: Propriedades do carbono epóxi T300/977-2.....	30
Tabela 2.5: Propriedades da região coesiva.....	30
Tabela 2.6: Propriedade do carbono epóxi	32
Tabela 2.7: Propriedades da região coesiva.....	32
Tabela 2.8:Comparação entre os valores numéricos e analíticos para $L_0 = 25, 50$ e 75 mm..	39
Tabela 2.8:Comparação entre os valores numéricos e analíticos para $c = 50, 100$ e 200 mm..	39

LISTA DE SÍMBOLOS

C – Parâmetro experimental da equação de Paris.

C_{xyz} – Matriz de tensores.

D, D_i, D_m – Dano no elemento coesivo.

da/dN – Taxa de crescimento da trinca.

E_{11}, E_{22}, E_{33} – Módulo de elasticidade nas coordenadas locais.

f_{coh} – Matriz com a força residual dos elementos coesivos.

G_{12}, G_{13}, G_{23} – Módulo Transversal nas coordenadas locais.

G_i – Taxa de liberação de energia.

G_{ic} – Taxa de liberação de energia crítica.

J – Matriz Jacobiana.

K_i^0 – Rigidez do elemento coesivo.

K_{coh} – Matriz de rigidez dos elementos coesivos.

l_{cz} – Comprimento da zona coesiva.

l_e – Comprimento do elemento coesivo.

m – Parâmetro experimental da equação de Paris.

$N_{\xi,\eta}$ – Funções de forma nas coordenadas de Gauss.

R – Razão entre a taxa de energia mínima e máxima.

u_N – Deslocamentos nodais.

v_1, v_2, v_3 – Vetores ortogonais representados pelas coordenadas locais.

Subíndices

1,2,3 – Coordenadas locais.

$i = I, II, III$ – Modos de falha nas juntas.

m – Modo misto.

x, y, z – Coordenadas globais.

Letras Gregas

ΔN_i – Intervalo dos ciclos.

δ_i, δ_m – Deslocamento nos elementos coesivos.

δ_i^c – Deslocamento crítico nos elementos coesivos.

δ_i^0, δ_m^0 – Deslocamento correspondente a tensão máxima nos elementos coesivos.

$\nu_{11}, \nu_{22}, \nu_{33}$ – Coeficiente de Poisson representado nas coordenadas locais.

σ_i, σ_m – Tensão nos elementos coesivos.

σ_i^0 – Tensão máxima nos elementos coesivos.

Φ – Matriz de operadores.

LISTA DE ABREVIATURAS

B-K – *Benzeggagh e Kenane*

CZM – *Cohesive Zone Model*

DCB – *Double Cantilever Beam*

ENF – *End Notched Flexure*

MEF – *Método dos Elementos Finitos*

MFEP – *Mecânica de Fratura Elasto-Plástica*

MFLE – *Mecânica de Fratura Linear Elástica*

MIL-HBK-17 – *Military Handbook*

MMB – *Mixed Mode Bending*

SLJ – *Single Lap Joint*

VCCT – *Virtual Crack Closure Technique*

XFEM – *Extend Finite Element Methods*

1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

O uso de materiais compósitos em componentes estruturais já se tornou uma realidade na indústria aeronáutica e aeroespacial. Aviões como o Boeing 787 e Airbus A350 usam materiais compósitos em mais de 50% de seus componentes como pode ser visto na Figura 1.1. Seguindo a mesma tendência a Embraer também tem aumentado gradativamente a utilização desse tipo de material nas estruturas de suas aeronaves. Os principais motivos para incorporar esses materiais é a excelente razão peso/rigidez e peso/resistência, as quais são características vantajosas em relação a outros materiais usados no setor aeronáutico como o alumínio.

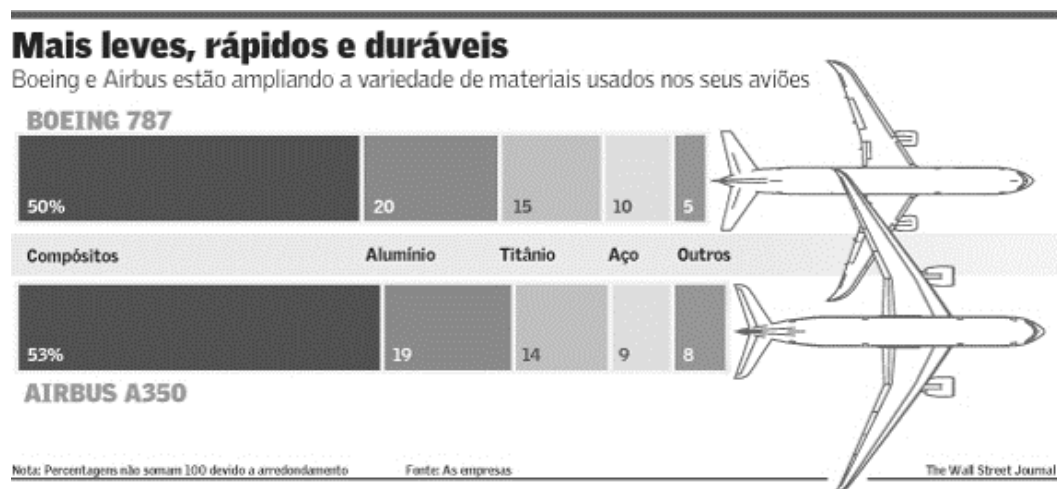


Figura 1.1: Proporção de materiais usados nas estruturas dos aviões Boeing 787 e Airbus A350 (fonte: www.pre-engineering.com, 2015)

Porém, mesmo as peças sendo fabricadas com material compósito, existem problemas semelhantes aos do alumínio no processo de ligação entre os componentes. Esses problemas são comumente relacionados a uma concentração de tensão na região da ligação, o que potencializa a ocorrência de falha estrutural.

Há basicamente dois tipos de ligações: juntas mecânicas e juntas coladas. A junta mecânica é a união de dois componentes usando parafusos ou rebites enquanto a junta colada, como o nome pressupõe, usa cola na união. Na Tabela 1.1 há comparações entre as juntas coladas e as juntas mecânicas.

Tabela 1.1: Comparação entre junta mecânicas e juntas coladas

Vantagens	Desvantagens
Juntas mecânicas	
<ul style="list-style-type: none"> • Fácil montagem ou desmontagem sem danos aos componentes • Fácil inspeção. • Não apresenta queda de resistência com a variação de temperatura e umidade. 	<ul style="list-style-type: none"> • Concentração de tensão próximos aos furos. • Diminuição da resistência devido aos furos. • Mais pesado. • Pior acabamento superficial.
Juntas coladas	
<ul style="list-style-type: none"> • Maior distribuição das tensões e menor concentração de tensão. • Resistência a fadiga • Menor peso. • Melhor acabamento superficial. • Resistência a corrosão 	<ul style="list-style-type: none"> • Não possui muitos ensaios não destrutivos. • Manutenção é mais complexa. • Pior acabamento aerodinâmico. • Alteração da resistência com a variação de temperatura e umidade

Assim como há um aumento no uso de materiais compósitos na indústria aeronáutica, há também um aumento no uso de estruturas ligadas por juntas coladas. Porém pensando em uma ampliação da aplicação desse tipo de ligação para outras indústrias como a automotiva, por exemplo, é importante criar modelos numéricos confiáveis com intuito de diminuir o controle e o teste em cada peça, pois a quantidade fabricada atinge uma escala muito maior que na indústria aeroespacial. Método de elementos finitos (MEF) é uma ferramenta computacional importante em aplicações dentro da Engenharia das Estruturas e pode atender essa necessidade quando se tem produção em larga escala. Dessa forma há uma diminuição dos custos de produção e de fabricação além de uma expansão no uso do material compósito para outros mercados. Como exemplo, a Figura 1.2 apresentada por Turon (2006) e baseada em MIL-HBK-17 mostra uma metodologia de projeto e de certificação de uma estrutura além de uma

significativa diminuição do número de componentes ensaiados em cada etapa do projeto quando testes mecânicos virtuais como MEF são aplicados.

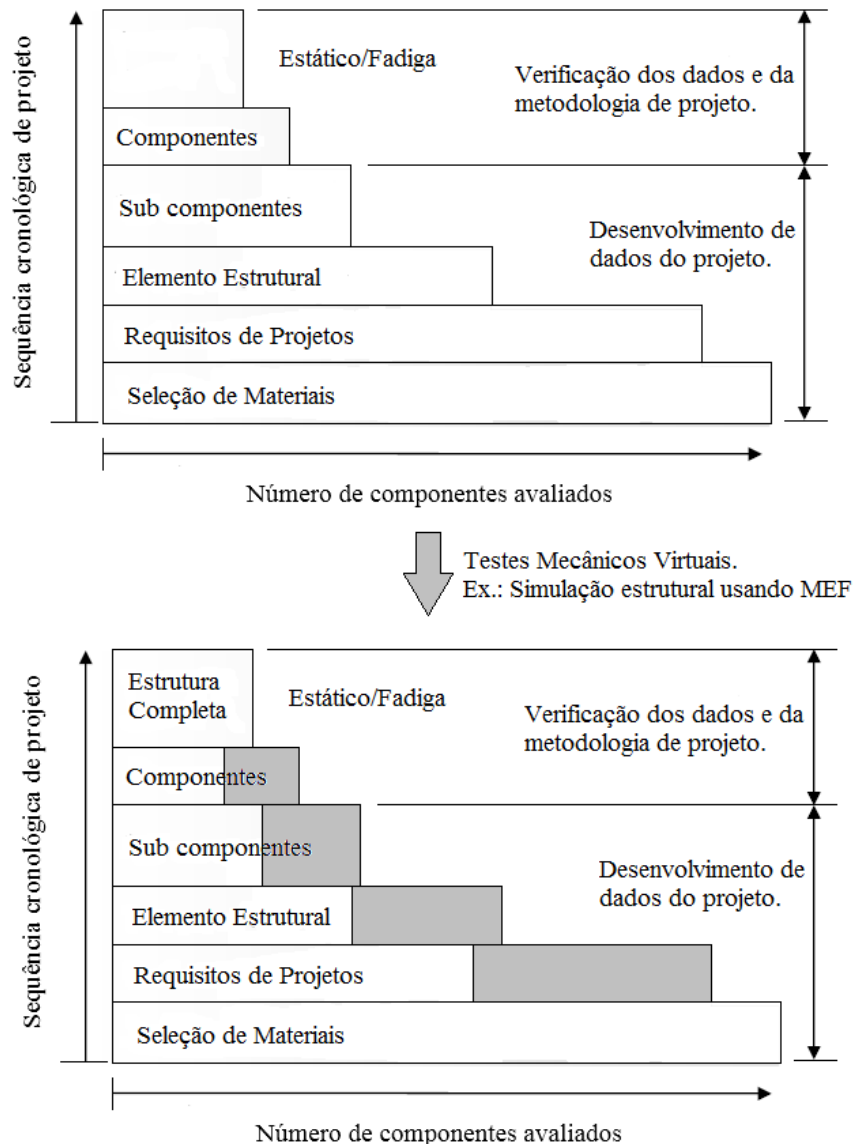


Figura 1.2: Diminuição na inspeção dos componentes estruturais na escala produtiva com o uso de ferramentas computacionais - TURON (2006 apud MIL-HBK-17, 2002)

1.2 Juntas coladas: definição e modos de fabricação

A junta colada é formada pela união de dois componentes denominados aderentes por meio de uma cola denominada de adesivo. No caso dos compósitos o laminado é um caso particular de junta colada. A Figura 1.3 apresenta diversos tipos de juntas coladas e cada uma apresenta vantagens e desvantagens dependendo da aplicação. Por exemplo, juntas sobrepostas (*single*

lap joint) são fáceis de serem fabricadas, inspecionadas e analisadas. Por outro lado, junta sobreposta dupla (*double lap joint*) apresenta maior resistência à tensão normal.

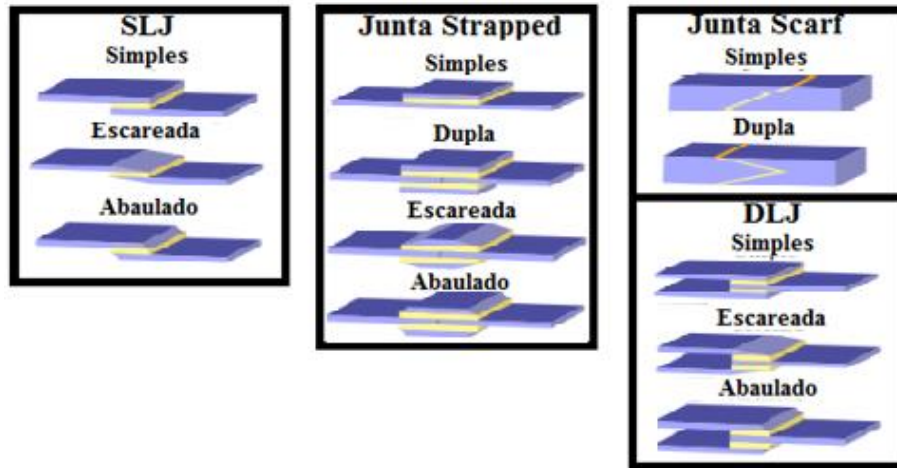


Figura 1.3: Tipos de juntas coladas – NOORMAN (2014 apud ZWINDERMAN, 2013)

As tensões nas juntas dependem de diversas propriedades sendo a espessura dos aderentes e do adesivo uma das mais importante. Em termos de projeto, Gleich et al. (2001) apresenta alguns ensaios envolvendo estudo da espessura do adesivo recomendando uma espessura ótima entre 0,1 – 0,2 mm para máxima tensão na junta. Para os aderentes também há um limite de espessura baseado na análise das tensões.

Outro ponto importante a se destacar nos projetos e nas análises das tensões em juntas são os mecanismos práticos para a diminuição das tensões atuantes nos pontos de singularidade. A Figura 1.4 mostra que o uso de um chanfro em uma quina viva diminui a ocorrência de falha na junta.

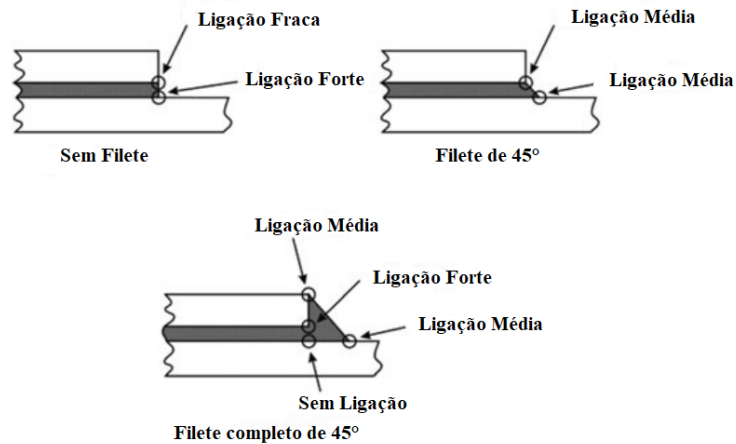


Figura 1.4: Mecanismo de diminuição das tensões nas juntas - DA SILVA E CAMPILHO (2012)

Por fim, quando se usa materiais compósitos nos aderentes, dependendo do tipo de tensão atuante é primordial posicionar corretamente as fibras para realizar a colagem dos componentes das juntas. A Figura 1.5 mostra a maneira correta para realizar a colagem de dois laminados levando em consideração o tipo de carregamento que irá solicitar a junta. Esse tipo de informação de projeto pode ser encontrado em manuais como da ESA (2011).

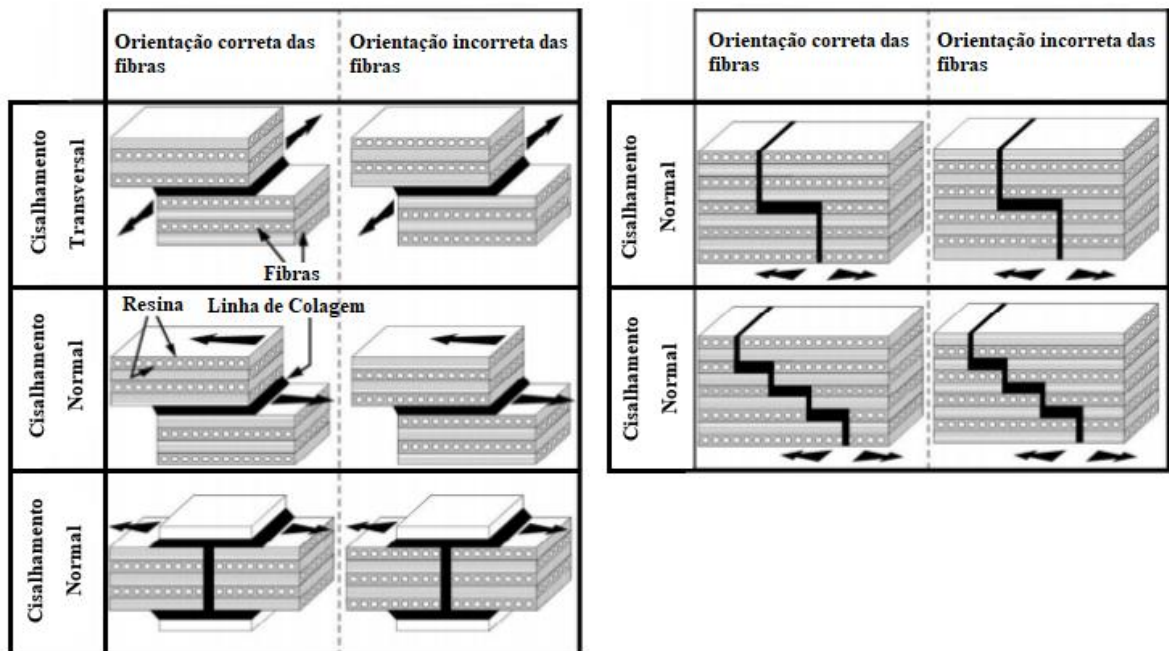


Figura 1.5: Posicionamento das fibras na região da colagem - NOORMAN (2014)

1.3 Modos de Falha em Juntas Coladas

Em juntas coladas a falha pode ocorrer tanto no adesivo quanto no aderente. No adesivo as duas principais falhas são chamadas de falha coesiva e de falha adesiva (DAVIS e TOMBLIN, 2007). A falha adesiva ocorre na interface entre o aderente e o adesivo por meio da perda da aderência da cola (Figura 1.6). Essa falha é conhecida como descolamento e pode ser ocasionada por alguma impureza na superfície de colagem, erro de fabricação e entre outros fatores. Já a falha coesiva ocorre internamente a cola e pode ser iniciada pela fabricação, impacto, trincas e etc.



Figura 1.6: Tipos de falhas nas juntas coladas – NOORMAN (2014)

Em um laminado a falha coesiva é chamada de delaminação. A delaminação é uma falha interlaminar, e dentro de uma estrutura ela geralmente se forma em pontos de concentração de tensão como bordos livres, quinas, lamina descontínuas ou em escalas, juntas mecânica ou coladas, ligações estruturais entre outros (Figura 1.7).

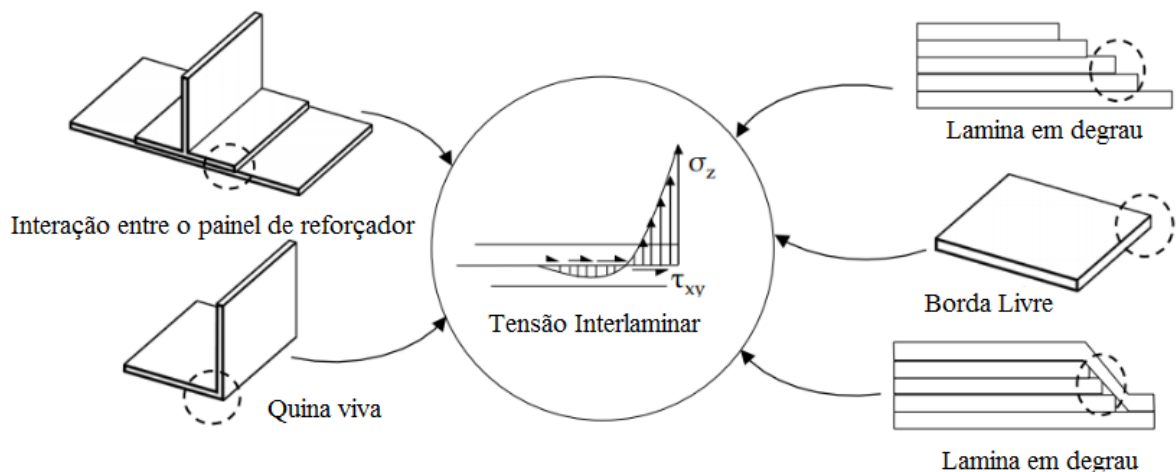


Figura 1.7: Estruturas suscetíveis a delaminação - KIEFER (2014 apud KELVIN , 2009)

1.4 Modelos Numéricos para Análise de Tensão e de Fadiga em Juntas

Fatiga por fadiga é um dos principais modos de falha em componentes estruturais. Ela ocorre por meio de uma trinca iniciada por algum defeito de fabricação, manuseio, manutenção ou projeto. Após a iniciação da trinca ela se propaga devido aos carregamentos cíclicos até que haja fratura do componente.

O método de elementos finitos (MEF) tem sido uma das principais ferramentas para análise de tensão e de propagação de trinca. Segundo Adams e Harris (1984) alguns cálculos e análises em juntas são mais práticos com o uso de MEF. Mecânica do contínuo, mecânica de fratura (VCCT), método dos elementos finitos estendidos (XFEM) e o mecanismo de dano (CZM) são as abordagens mais usadas para a análise de fadiga em juntas (DA SILVA E CAMPILHO, 2012).

Em geral as duas abordagens mais estudadas para a previsão de vida são o método S-N e o método Mecânica de fratura linear elástica (MFLE). No método S-N uma série de ensaios são realizados sob diversas condições de carregamento até que a falha do componente ocorra. Dessa forma traça-se uma curva de tensão (S) versus números de ciclos (N). Essa curva é conhecida como curva S-N ou curva de Wohler. Já o MFLE pressupõe uma trinca inicial no componente estrutural e a partir disso aplica conceitos da mecânica linear elástica para calcular a propagação da trinca e prever a vida.

Dentre os métodos de elementos finitos citados a mecânica do contínuo está ligada à metodologia S-N enquanto que o VCCT está ligado à metodologia MFLE. Os métodos CZM e XFEM são uma mescla entre a mecânica do contínuo e o VCCT.

1.4.1 Mecânica do Contínuo

Mecânica do contínuo é a abordagem mais comum e conhecida para análise de falha nos materiais. Na mecânica do contínuo, por meio da análise em MEF, os valores críticos de tensão, deformação e deslocamentos são usados em algum critério de falha para verificar se o componente estrutural falhou ou não.

A mecânica do contínuo é muito usada e bem-sucedida em diversos casos, porém apresenta certas limitações na aplicação em juntas coladas. Dois problemas clássicos da aplicação da

mecânica do contínuo em juntas são ilustrados na Figura 1.8. Na Figura 1.8 (a) existe uma descontinuidade da tensão na ponta da trinca e dessa forma, pela mecânica do contínuo, o valor da tensão nesse local é infinito. Isso é definido como singularidade do problema. Já na Figura 1.8 (b) essa singularidade também está presente quando há uma união entre dois componentes diferentes. Nesse caso a singularidade se dá pela variação da tensão na junção dos componentes. Dessa forma, em elementos finitos, é necessário tomar cuidado com o tamanho da malha e os valores das tensões na região próxima à singularidade, principalmente quando critério de falha é baseado na tensão máxima.

Apesar de ter modelos que contornem alguns dos problemas citados acima, não é a abordagem mais adequada e usada para análise de falha em juntas coladas.

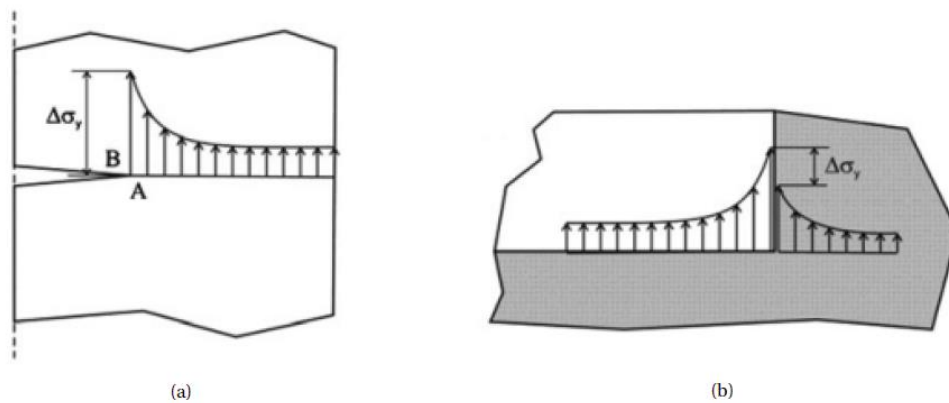


Figura 1.8: (a) Singularidade da tensão na ponta da trinca (b) Descontinuidade das tensões entre os diferentes materiais - DA SILVA E CAMPILHO (2012)

1.4.2 Mecânica de Fratura (VCCT)

A mecânica de fratura é outra abordagem bastante usada na análise de tensões e de fadiga em juntas coladas. Ela pode ser dividida em duas metodologias: Mecânica de Fratura Linear Elástica (MFLE) e em Mecânica de Fratura Elasto-Plástica (MFEP). Por meio desses métodos, técnicas para cálculo da propagação de trinca são desenvolvidas sendo o *Virtual Crack Closure Technique* (VCCT – sigla em inglês) o mais usado para análise em juntas coladas.

Segundo Irwin (1957) e Krueger (2002), no VCCT assume-se que taxa de energia para abrir a trinca é igual ao trabalho virtual para fechar a trinca. Portanto, o método usa as forças e os deslocamentos do modelo de elemento finito para calcular a taxa de variação de energia a cada

instante para um modo em particular. Essa energia será igual ao trabalho necessário para fechar a trinca. Se a soma das taxas de liberação de energia dos elementos for igual a taxa de liberação de energia crítica ocorre a falha do componente. Usando como referência a Figura 1.9, as equações (1.1), (1.2) e (1.3) mostram matematicamente o cálculo da taxa de liberação de energia para cada um dos modos.

$$G_I = -\frac{1}{2b\Delta a} F'_{zLi}(w'_{L\ell} - w'_{L\ell'}) \quad (1.1)$$

$$G_{II} = -\frac{1}{2b\Delta a} F'_{xLi}(u'_{L\ell} - u'_{L\ell'}) \quad (1.2)$$

$$G_{III} = -\frac{1}{2b\Delta a} F'_{yLi}(v'_{L\ell} - v'_{L\ell'}) \quad (1.3)$$

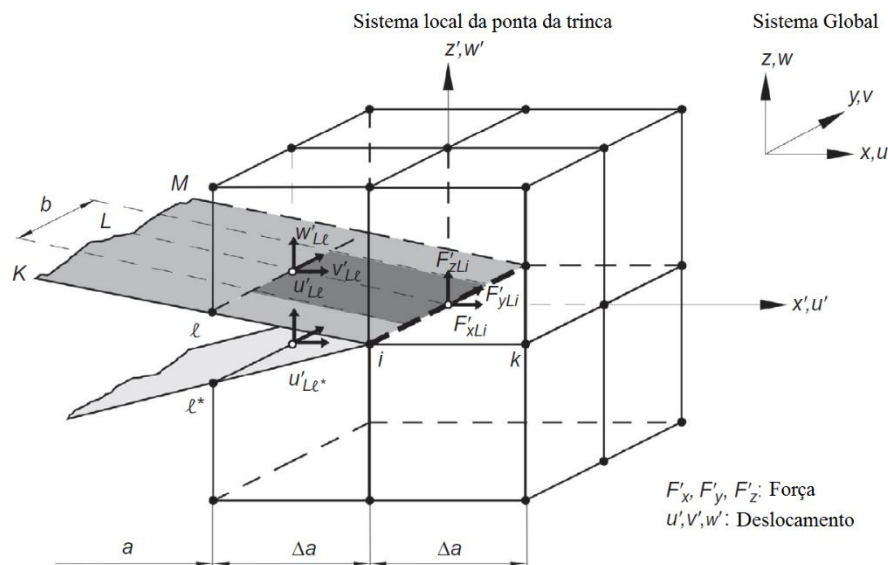


Figura 1.9: Força e deslocamento na ponta da trinca - KRUEGER (2002)

Contudo, o VCCT também tem suas limitações. Os cálculos dos parâmetros de fratura como a taxa de liberação de energia e a intensidade das tensões dependem das informações dos nós e da topologia a montante e a jusante da trinca. Tais cálculos requerem muito esforço computacional para análise de propagação da trinca, visto que a malha e as informações dos

nós têm que ser atualizados a cada instante. Outro problema na aplicação desse método é a necessidade da introdução de uma trinca.

1.4.3 Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM)

O Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM – sigla em inglês) é a abordagem mais recente para análise de propagação de trinca. As primeiras teorias foram desenvolvidas por Belytschko e Black (1999). O método é versátil na modelagem de grandes descontinuidades e singularidades. Peng e Kulasegaram (2017) explicam que no XFEM adiciona-se funções enriquecidas no campo de deslocamento. Essas funções carregam informações e soluções sobre descontinuidade e singularidade baseadas nos graus de liberdade associados aos nós enriquecidos (Figura 1.10). Dessa forma, a grande vantagem do método é não precisar atualizar a malha a cada instante e a não ter a necessidade de introduzir uma trinca inicial ou determinar previamente o caminho da trinca.

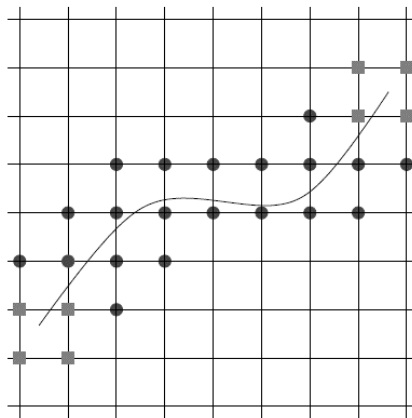


Figura 1.10: Modelos de malha no XFEM com nós enriquecidos - LIU (2012)

Contudo, por ser um método muito novo, há poucas aplicações em juntas coladas. Campilho et al. (2011) realizam uma simulação bidimensional usando XFEM em uma junta colada do tipo *Double Cantilaver Beam* (DCB – sigla em inglês) para determinar a curva força-deslocamento para o modo I. A simulação numérica apresentou bom resultado se comparado com a curva experimental.

A principal desvantagem do método está ligada a implementação em ferramentas de elementos finitos, limitando a sua aplicação para alguns modelos. Por exemplo, os critérios de falha nos programas de elementos finitos são baseados na tensão e na deformação máxima e não distinguem os materiais e as regiões das análises. Isso resulta na imprecisão da origem e do caminho da trinca. Outra desvantagem do XFEM é a sensibilidade em relação a malha, o que pode aumentar consideravelmente o tempo computacional para as análises.

1.4.4 Mecânica do Dano (CZM)

A mecânica do dano permite simular passo a passo o dano e a fratura em uma trinca predefinida ou em uma trinca arbitrária dentro de uma região finita (DUAN et al., 2004). Essa técnica pode simular a falha completa da estrutura. Portanto, a cada instante há um crescimento progressivo do dano levando em consideração a degradação da rigidez. A variável do dano pode ser expressa de diversas maneiras e depende das propriedades do material tais como módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, deformação, tensão entre outras (LEMAITRE E DESMORAT, 2005).

Na mecânica do dano o modelo mais estudado é o modelo de zona coesivo (CZM – sigla em inglês). O CZM é muito usado na simulação e análise de propagação de trincas em juntas coladas. O conceito do CZM é elaborado em torno da região próxima a ponta da trinca na qual uma tração coesiva trabalha no sentido de resistir a abertura e a propagação da trinca (Figura 1.11).



Figura 1.11: Região coesiva na abertura da trinca – HALLETT E HARPER (2015)

Na zona coesiva, modelo é descrito matematicamente e fisicamente em função da força ou tensão e do deslocamento entre as interfaces (Equação 1.4). Esse modelo é chamado de lei coesiva ou lei de tração-separação. Inicialmente há uma elevação das tensões na zona coesiva por meio do aumento dos deslocamentos entre as superfícies até que se atinja a tensão máxima coesiva σ_{\max}^0 do material. A partir desse ponto ocorre um processo de acúmulo do dano até que o elemento coesivo atinja o deslocamento crítico δ_c ou a energia de ruptura G_c (GIULIESE, 2015). Essa relação entre a tração e o deslocamento pode ser expressa de diversas formas como pode ser visto na Figura 1.12.

$$\Gamma = \int_0^{\delta_c} \sigma(\delta_n) d\delta_n = G_c \quad \text{Energia de separação} \quad (1.4)$$

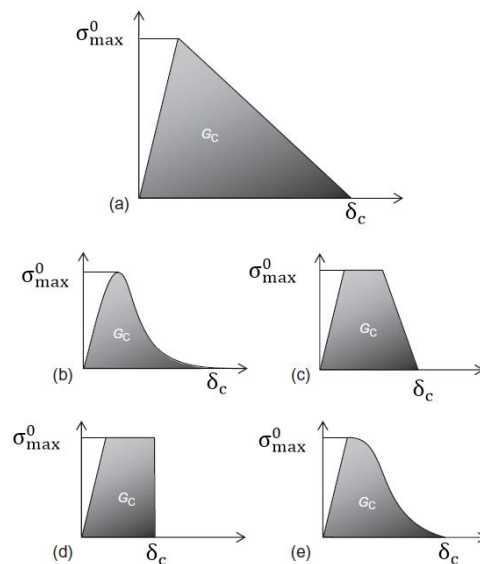


Figura 1.12: Tipos de leis coesivas: (a) triangular, (b) exponencial, (c) trapezoidal, (d) perfeitamente plástica e (e) linear/polinomial - HALLETT (2008).

Em MEF, os elementos coesivos podem ser modelados de duas formas: elementos contínuos e elementos discretos (Figura 1.13). Dentro do grupo de elementos contínuos se encontram os elementos sólido e os elementos de espessura zero (CAMANHO et al, 2003). Conforme descrito em Xie e Waas (2006), nos elementos contínuos a lei coesiva é aplicada em cada ponto de integração do elemento enquanto que nos elementos discretos a lei coesiva é aplicada em uma espécie de “mola” que liga os nós de duas superfícies. Com relação aos elementos contínuos, o elemento sólido é modelado por meio da relação entre a tensão e a deformação enquanto o elemento de espessura zero é modelado por meio da relação entre a tensão e o

deslocamento (BARBERO, 2003). A referência cita também que o elemento sólido é recomendado para juntas coladas, onde a espessura do adesivo é considerável em relação à espessura dos aderentes, já o elemento de espessura zero é recomendado para juntas coladas onde a espessura do adesivo é pequena em relação à espessura do aderente como é o caso dos laminados.

Como principal vantagem o CZM incorpora, no mesmo modelo, a iniciação e a propagação do dano, facilitando as análises das tensões e das tolerâncias ao dano. Dessa forma o modelo mescla conceitos de mecânica do contínuo e mecânica de fratura. Usando a mecânica do dano e o elemento coesivo, o CZM não precisa de uma trinca inicial para a propagação do dano e isso significa que não precisa de um caminho pré-definido para a trinca se propagar. Outra vantagem importante é que não é necessário atualizar a malha a cada iteração dos cálculos.

A principal desvantagem é a sensibilidade ao tamanho da malha. Dessa forma, o refinamento da malha é primordial para o CZM identificar a origem e propagação do dano. Porém, esse refinamento pode acarretar em um aumento significativo do tempo computacional. Outra desvantagem é que algumas leis coesivas são mais adequadas a um tipo específico de material seja ele dúctil, compósito ou com algum modo de falha específico.

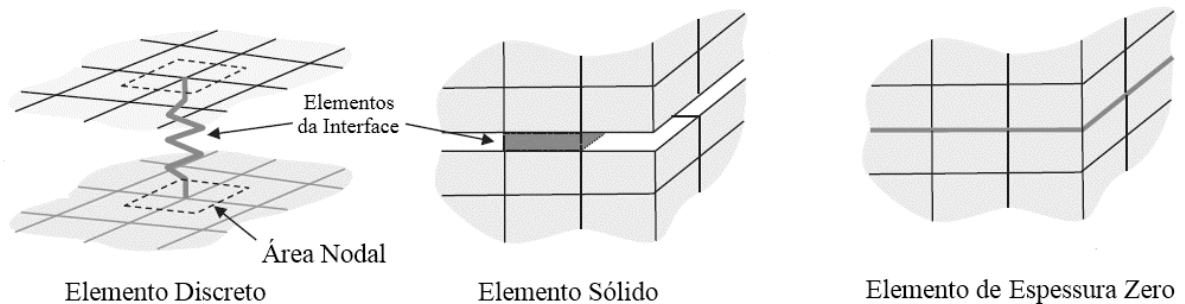


Figura 1.13: Diagrama esquemático para diferentes formulações de elementos coesivos - HALLETT (2008).

1.5 Objetivos

O presente trabalho teve como objetivo realizar simulações quase-estáticas para análise de tensão e implementar um modelo de fadiga em juntas coladas usando aderentes ortotrópicos e o método CZM.

Na primeira etapa do trabalho utilizou-se o modelo quase-estático usando o método CZM presentes no pacote ABAQUS/STANDART. Essa etapa foi primordial para conhecer e entender os parâmetros e as limitações do método antes de aplicá-lo nas análises de fadiga. Foram realizadas simulações bidimensionais em um modelo DCB, traçando curvas de força versus deslocamento para o modo I. Essas curvas foram comparadas com soluções analíticas e resultados experimentais apresentados em Camanho e D'Ávila (2002). Ainda nessa etapa foi aplicado o CZM em uma análise de tensão em uma junta colada bastante usada na indústria: junta sobreposta simples (SLJ – *single lap joint*). A simulação foi 2D e suas curvas foram comparadas com uma solução analítica proposta por Langella et al. (2011).

Na segunda etapa foi implementado um método para análise de fadiga para o modo I usando CZM. O algoritmo foi baseado no trabalho realizado por Kiefer (2014) aplicando a metodologia proposta por Turon (2006). O modelo simulado é um DCB no qual foram usados elementos tridimensionais. Foram geradas curvas de previsão de vida e de propagação da trinca para carregamentos cíclicos e os resultados foram comparados com ensaios experimentais propostos por Asp et al (2001).

1.6 Justificativa

Fadiga em juntas coladas tem sido estudada nas principais universidades do mundo. O intuito é criar modelos numéricos que diminuam o tempo computacional nas análises de fadiga com resultados confiáveis. O modelo de zona coesiva (CZM) vem ao encontro dessa filosofia se mostrando eficiente e mais rápido do que outros modelos numéricos clássicos usados na indústria como o VCCT e a mecânica do contínuo.

Outro ponto importante é que esse estudo é o primeiro realizado na Engenharia das Estruturas da UFMG usando esse modelo e pode ser um embrião para que outros alunos possam aprimorar ou desenvolver modelos ainda melhores.

1.7 Metodologia

Para alcançar os objetivos propostos neste trabalho, as seguintes etapas foram cumpridas:

CAPÍTULO 1 – Revisão bibliográfica sobre as definições, tipos de juntas coladas apresentando modos de fabricação e de falha. Foram mostrados e discutidos os principais modelos numéricos

para análise de tensão e de fadiga em juntas. Por fim apresentou-se os objetivos e as justificativas para o trabalho realizado.

CAPÍTULO 2 – Considerações gerais; desenvolvimento do modelo numérico para método CZM para carregamento quase-estático; metodologia para a aplicação do método CZM; e os resultados e discussões dos modelos simulados.

CAPÍTULO 3 – Considerações gerais; desenvolvimento do modelo numérico para método CZM para carregamento cíclicos e análise de fadiga; metodologia para a implementação do algoritmo usando o método CZM para fadiga; e os resultados e discussões dos modelos simulados.

CAPÍTULO 4 – Conclusão do trabalho; abordando os pontos positivos e negativos de acordo com os resultados obtidos, e sugestões para trabalhos futuros com intuito de apresentar caminhos para a evolução de pesquisa na área.

CAPÍTULO 5 – Referências bibliográficas.

2

MODELO DE ZONA COESIVA PARA ANÁLISE QUASE-ESTÁTICA

2.1 Considerações Gerais

O modelo de zona coesiva relaciona o deslocamento relativo e a tração entre dois pontos em uma região finita. Nessa relação constitutiva o CZM considera um mecanismo de dano ao redor da trinca a qual diminuirá a rigidez do elemento coesivo. Essa relação é conhecida como lei de zona coesiva ou como lei de tração-separação e descreve o deslocamento relativo e a tração através de uma curva. Outra característica importante é que o CZM é formulado assumindo que os três modos de propagação da trinca são independentes (Figura 2.1). Como será discutido posteriormente, existe algumas relações para representar o modo misto de um elemento coesivo.

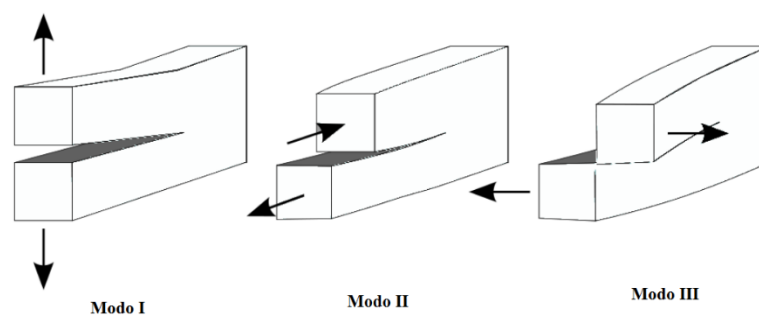


Figura 2.1: Modo I, II e III para a propagação da trinca.

Existem diversas formas de representar o comportamento da lei de tração-separação e nessa dissertação será usada a relação bilinear ou triangular (Figura 2.2) pois ela foi usada também nos trabalhos os quais serão comparados os resultados desse trabalho. Ela pode ser dividida em duas partes: na primeira parte há um aumento gradativo das tensões e dos deslocamentos na região coesiva até atingir o critério de iniciação do dano (Figura 2.2). Esse critério é atendido quando o valor da tensão no elemento coesivo se iguala ao valor da tensão máxima (σ_i^0) ou ao

valor deslocamento (δ_i^0) definidos previamente. Esse ponto é chamado de ponto crítico ou ponto de iniciação do dano. Nessa etapa o comportamento é reversível (Figura 2.3), ou seja, a rigidez permanece constante não havendo, portanto, nenhum tipo de dano. Na segunda parte, a partir do ponto crítico, ocorre a propagação do dano até a separação total da região coesiva a qual ocorre quando o valor da taxa de liberação de energia crítica (G_c) é alcançado. Nessa etapa o comportamento pode ser modelado como elástico ou plástico. Para um carregamento cíclico, o dano é acumulado ao longo dos ciclos, o que torna viável a aplicação desse método para cálculo de fadiga.

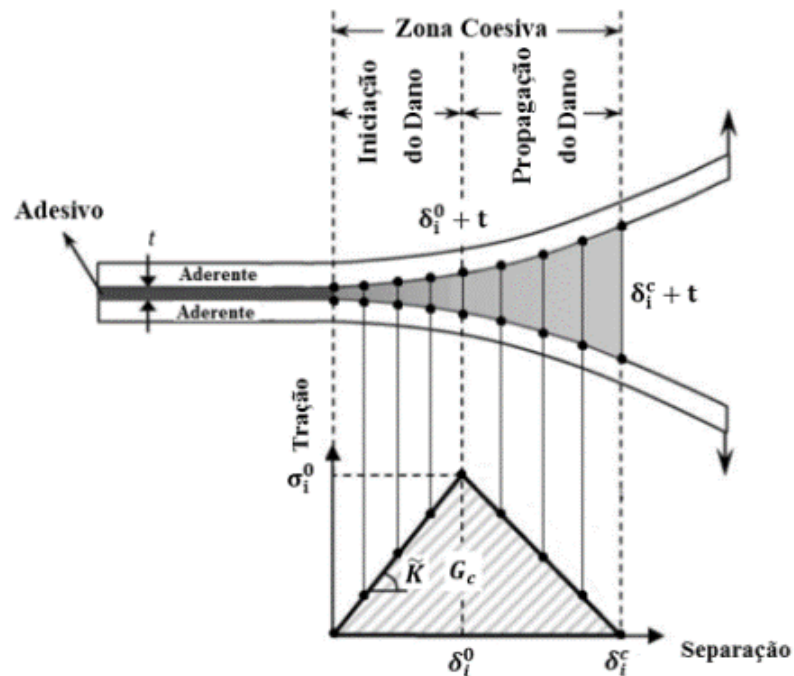


Figura 2.2: Comportamento da zona coesiva usando relação triangular. NOORMAN (2014 apud KHORAMISHAD et al. 2010).

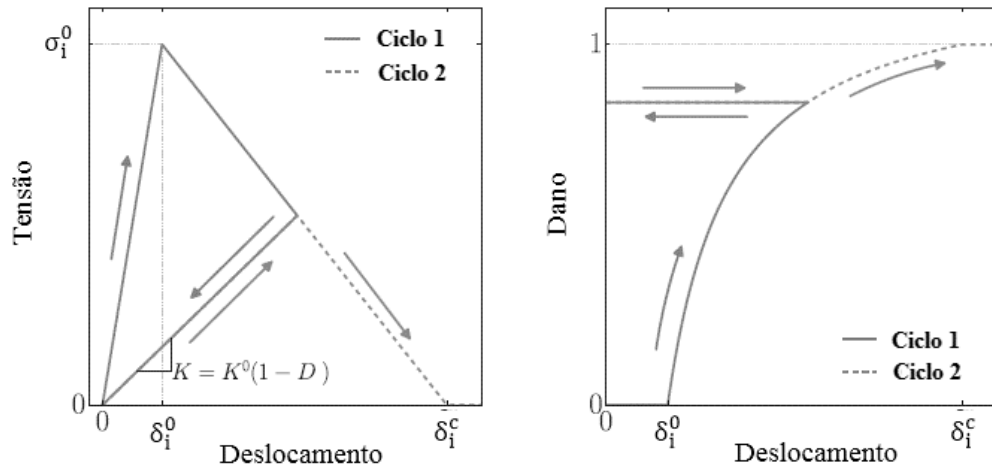


Figura 2.3: Irreversibilidade da rigidez com introdução do dano - JIMENEZ E DUDDU (2016).

2.2 Modelo Numérico para o CZM

A propagação do dano é descrita em função da taxa de liberação de energia. Essa taxa corresponde a área sob a curva que relaciona a tensão e o deslocamento do elemento coesivo da seguinte forma:

$$G_i = \int \sigma_i d\delta_i \quad (2.1)$$

$$G_{ic} = \int_0^{\sigma_i \rightarrow 0} \sigma_i d\delta_i \quad (2.2)$$

Para as seguintes condições de contorno:

$$\left. \frac{dG_i}{d\delta_i} \right|_{\delta_i = \delta_i^0} = 0 \quad (2.3)$$

$$\sigma_i(\delta_i^0) = \sigma_i^0 \quad (2.4)$$

Dessa forma G_i representa a taxa de liberação de energia, G_{ic} a taxa de liberação de energia crítica, σ_i a tensão atuante no elemento coesivo, δ_i é o deslocamento entre os elementos coesivos, δ_i^0 é o deslocamento correspondente ao valor da tensão máxima σ_i^0 . O sub índice i se refere ao modo da propagação da trinca.

A tensão na zona coesiva é calculada por meio da relação entre a rigidez, K_i , e o deslocamento dos elementos coesivos:

$$\sigma_i = K_i \delta_i \quad (2.5)$$

Sendo,

$$K_i = (1 - D)K_i^0; \quad D \in [0,1]; \quad \dot{D} \geq 0 \quad (2.6)$$

O valor da rigidez do elemento coesivo, K_i , diminui com o aumento do valor do dano, D . O intervalo de D significa que quando o seu valor é igual a zero, a rigidez inicial, K_i^0 , não sofreu qualquer tipo de dano e tem o comportamento elástico. Por outro lado, se o valor do dano for igual a 1 significa que o elemento coesivo perdeu por completo sua rigidez atingindo a condição de falha. É importante dizer que $\dot{D} = 0$ é a condição na qual se encontra o ponto de iniciação ao dano.

A variável do dano pode ser escrita como uma função escalar que varia entre 0 a 1:

$$D(\delta_i) = \frac{G(\delta_i) - G(\delta_i^0)}{G(\delta_i^c) - G(\delta_i^0)} \quad (2.7)$$

Como pode ser visto na equação (2.7) o valor do dano é calculado em função da taxa de liberação de energia.

2.2.1 Relação Bilinear (Triangular)

- **Relação Constitutiva**

A relação entre as tensões e os deslocamentos em uma zona coesiva pode ser descrita como uma curva. Na Figura 1.12 são apresentadas algumas representações dessas curvas. Nessa dissertação foi usada a relação bilinear ou triangular para estabelecer a relação constitutiva para os elementos coesivos. A Figura 2.4 será o referencial para o desenvolvimento matemático.

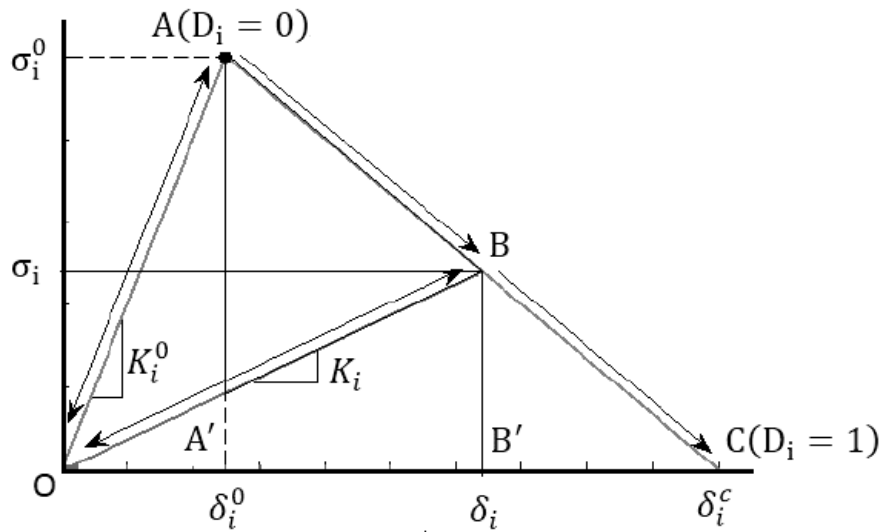


Figura 2.4: Relação triangular e os parâmetros do modelo constitutivo.

O comportamento do material na zona coesiva é linear e elástico até o ponto de iniciação ao dano (\overline{AO}). Após esse ponto, o comportamento permanece linear porém há uma introdução do dano (\overline{AC}). Portanto a relação entre a tensão e o deslocamento é descrito por:

$$\sigma_i = K_i \delta_i \quad (2.8)$$

Onde,

$$K_i = (1 - D_i) K_i^0 \quad (2.9)$$

Como mencionado anteriormente a variável K_i^0 é a rigidez do elemento coesivo sem a presença do dano. Depois que a iniciação ao dano ocorre a rigidez inicial é reduzida linearmente e é representada pela variável K_i . É importante ressaltar que o sub índice $i = I, II$ e III corresponde aos modos da propagação da trinca (Figura 2.1).

- **Critério de iniciação do dano**

O critério de iniciação do dano é definido como o ponto no qual a tensão atuante (σ_i) atinge o valor da tensão máxima (σ_i^0) estabelecida para os elementos da região coesiva. Essa tensão máxima é determinada por meio de ensaios experimentais e é um parâmetro importante para os resultados numéricos. Para o critério de iniciação do dano tem-se:

$$\sigma_i = \sigma_i^0 \quad (2.10)$$

A variável δ_i^0 é o deslocamento correspondente à tensão máxima σ_i^0 e pode ser calculado por meio da relação entre σ_i^0 e K_i^0 :

$$\delta_i^0 = \sigma_i^0 / K_i^0 \quad (2.11)$$

Para o modo misto o ponto de iniciação ao dano pode ser calculado por meio de alguns critérios. Para exemplificar como é obtido esse ponto considerando o modo misto, será usado um desses critérios chamado de quadrático das tensões. Ele foi baseado no critério de Ye (1988) no qual a soma quadrática da razão entre a tensão atuante e a tensão máxima dos modos tem que ser igual a 1 para que a iniciação ao dano ocorra:

$$f_{\text{iniciação}} = \left(\frac{\sigma_I}{\sigma_I^0} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{II}}{\sigma_{II}^0} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{III}}{\sigma_{III}^0} \right)^2 - 1 = 0 \quad (2.12)$$

Até o ponto de iniciação do dano o comportamento do elemento coesivo é linear e elástico, portanto as tensões são definidas como:

$$\sigma_i = K_i^0 \delta_i \quad (2.13)$$

O deslocamento para o modo misto é definido como,

$$\delta_m = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \delta_i^2} \quad (2.14)$$

Usando as equações (2.11), (2.13) e (2.14) na equação (2.12), o deslocamento para iniciar o dano considerando o modo misto é calculado como,

$$\delta_m^0 = \delta_I^0 (\delta_e^0) \sqrt{\frac{1 + \beta^2}{(\delta_e^0)^2 + (\beta \delta_I^0)^2}} \quad (2.15)$$

Onde,

$$\delta_e^0 = \sqrt{\delta_{II}^0 + \delta_{III}^0} \quad (2.16)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{\delta_{II} + \delta_{III}}}{\delta_I} \quad (2.17)$$

Outros critérios de iniciação do dano para o modo misto são encontrados em pacotes de elementos finitos, sendo que os principais estão listados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Principais critérios de iniciação do dano.

Critério de Máxima Tensão $MAX(\sigma_i/\sigma_i^0) = 1$	Critério de Máximo deslocamento $MAX(\delta_i/\delta_i^c) = 1$
Critério Quadrático das Tensões $\left(\frac{\sigma_I}{\sigma_I^0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{II}}{\sigma_{II}^0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{III}}{\sigma_{III}^0}\right)^2 = 1$	Critério Quadrático dos Deslocamentos $\left(\frac{\delta_I}{\delta_I^c}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{II}}{\delta_{II}^c}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{III}}{\delta_{III}^c}\right)^2 = 1$

- **Critério de propagação do dano**

Após a iniciação do dano ocorre o processo de propagação do dano nos elementos da zona coesiva. Para o caso geral ela é calculada por meio da equação (2.7) na qual o dano é equacionado em função da taxa de liberação de energia. Porém, para a relação bilinear, o dano (D_i) pode ser obtido por meio da combinação entre as equações (2.8), (2.9) e (2.11):

$$D_i = 1 - \frac{\sigma_i \delta_i^0}{\sigma_i^0 \delta_i} \quad (2.18)$$

Por meio da relação entre os triângulos $BB'C$ e $AA'C$ (Figura 2.12) tem-se

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_i^0} = \frac{\delta_i^c - \delta_i}{\delta_i^c - \delta_i^0} \quad (2.19)$$

Substituindo a equação (2.18) na (2.19), D_i pode ser reescrito da seguinte forma:

$$D_i = \frac{\delta_i^c (\delta_i - \delta_i^0)}{\delta_i (\delta_i^c - \delta_i^0)} \quad (2.20)$$

A taxa de crescimento do dano é estabelecida em função da taxa de liberação de energia G_i . De acordo com equação (2.2) quando a tensão no elemento coesivo tende a zero tem-se o valor crítico de G_i conhecido como taxa de liberação crítica (G_{ic}). Matematicamente essa equação representa a área sob o gráfico do triângulo OAC (Figura 2.12) formada pela relação entre a tensão e o deslocamento na zona coesiva. Dessa forma G_{ic} é expresso por:

$$G_{ic} = \frac{\sigma_i^0 \delta_i^c}{2} \quad (2.21)$$

Segundo Barbero (2013) a variável G_i pode ser calculada seguindo duas metodologias diferentes. Usando a Figura 2.12 como modelo, alguns autores calculam G_i considerando a área OABB' enquanto outros autores consideram a área OBB'. Na primeira metodologia, a taxa de liberação de energia é contabilizada antes mesmo que o dano ocorra, ou seja, inclui a região linear e elástica (\overline{OA}) enquanto que na segunda, a taxa de liberação de energia é contabilizada após a iniciação do dano. Portanto, a primeira abordagem indiretamente é mais relacionada à mecânica de fratura linear elástica enquanto que a segunda é mais relacionada à mecânica do dano.

Considerando a primeira metodologia, G_i representa a área OABB' que é calculada subtraindo a área BB'C da área OAC. Dessa forma:

$$A_{BB'C} = \frac{\sigma_i (\delta_i^c - \delta_i)}{2} \quad (2.22)$$

Usando as equações (2.11) e (2.19) em (2.22) tem-se:

$$A_{BB'C} = \frac{1}{2} K_i^0 \delta_i^0 \frac{(\delta_i^c - \delta_i)^2}{\delta_i^c - \delta_i^0} \quad (2.23)$$

Usando (2.21) e (2.23),

$$G_i = G_{ic} - \frac{1}{2} K_i^0 \delta_i^0 \frac{(\delta_i^c - \delta_i)^2}{\delta_i^c - \delta_i^0} \quad (2.24)$$

Para a segunda metodologia tem-se:

$$A_{BB'C} = \frac{\sigma_i(\delta_i^c)}{2} \quad (2.25)$$

Usando as (2.11) e (2.19) em (2.25) tem-se:

$$A_{BB'C} = \frac{1}{2} K_i^0 \delta_i^0 \delta_i^c \left(\frac{\delta_i^c - \delta_i}{\delta_i^c - \delta_i^0} \right) \quad (2.26)$$

Da mesma forma com (2.21) e (2.26),

$$G_i = G_{ic} - \frac{1}{2} K_i^0 \delta_i^0 \delta_i^c \left(\frac{\delta_i^c - \delta_i}{\delta_i^c - \delta_i^0} \right) \quad (2.27)$$

Para o modo misto, assim como na iniciação ao dano, alguns critérios são estabelecidos para a propagação do dano. Os dois principais são Power Law e B-K e são equacionados da seguinte forma:

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}} \right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right)^\alpha + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}} \right)^\alpha = 1 \quad (\text{Power Law}) \quad (2.28)$$

$$G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{shear}}{G_T} \right)^\eta = G_{TC} \quad (\text{B-K}) \quad (2.29)$$

Sendo $G_{shear} = G_{II} + G_{III}$, $G_T = G_I + G_{shear}$ e $G_{TC} = G_{IC} + G_{IIC} + G_{IIIC}$. O critério B-K é mostrado em detalhes na referência Benzeggagh e Kenane (1996). As variáveis α e η são parâmetros para ajuste das curvas e são obtidos experimentalmente. Em Camanho et al. (2003) é realizado um estudo detalhado sobre esses parâmetros.

Será usado o Power Law para mostrar o desenvolvimento matemático para obtenção da equação do dano considerando o modo misto. Utilizou-se as condições propostas por D'Avila et al. (2001) em que $\alpha = 2$ e apenas os modos I e II são considerados. Substituindo as equações (2.27), (2.14) e (2.17) em (2.28) tem-se,

$$\delta_m^c = \frac{\sqrt{1 + \beta}}{\beta^2 (\delta_I^{0C})^2 + (\delta_{II}^{0C})^2} \times$$

$$[\delta_I^0 (\delta_{II}^{0C})^2 + \beta^2 \delta_{II}^0 (\delta_I^{0C})^2 +$$

$$+ \delta_I^{0C} \delta_{II}^{0C} \sqrt{(\delta_{II}^{0C})^2 - (\delta_{II}^0)^2 + 2\beta \delta_I^0 \delta_{II}^0 - \beta^2 (\delta_I^0)^2 + \beta^2 (\delta_I^{0C})^2}]$$
(2.30)

Onde $\delta_I^{0C} = \delta_I^c - \delta_I^0$ e $\delta_{II}^{0C} = \delta_{II}^c - \delta_{II}^0$. Dessa forma o dano para o modo misto é definido por:

$$D_m = \frac{\delta_m^c (\delta_m - \delta_m^0)}{\delta_m (\delta_m^c - \delta_m^0)}$$
(2.31)

2.2.2 Seleção dos Parâmetros do modelo CZM para aplicação em MEF

Para realizar uma simulação de forma correta usando MEF e CZM, duas condições tem que ser satisfeitas: a contribuição do elemento coesivo na relação constitutiva do modelo deve ser a menor possível antes do início da propagação da trinca e; o comprimento do elemento da malha na interface entre os aderentes deve ser menor que o comprimento da zona coesiva (TURON, 2007). Para isso foram criados alguns métodos para estimar a rigidez e o comprimento dos elementos coesivos.

- **Estimativa da rigidez dos elementos coesivos**

Fisicamente, na região da descontinuidade, um modelo de propagação da trinca pode ser representado por uma relação entre a tensão e o deslocamento. Como observado na Figura 1.8 na região de descontinuidade há um valor de tensão inicial na ponta da trinca. Numericamente é impossível representar o modelo físico exato nessa região e por isso deve-se ajustar o parâmetro de rigidez dos elementos coesivos (Figura 2.5). Na seção 2.2.1 essa rigidez foi representada pela variável K_i^0 .

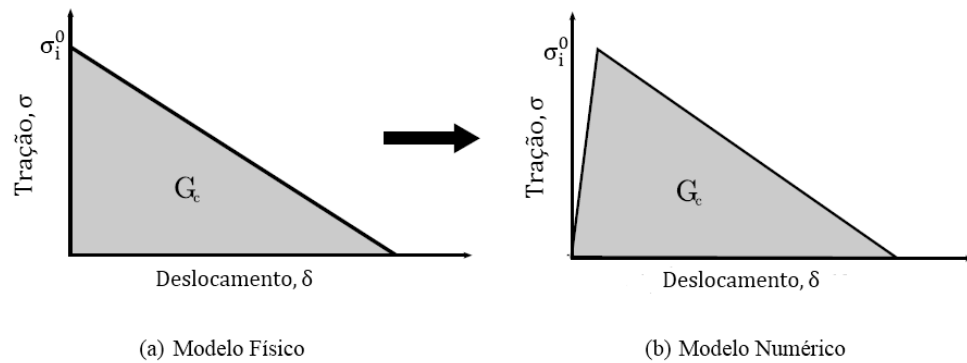


Figura 2.5: Modelo físico e modelo numérico na ponta da trinca - TURON (2006)

A propriedade elástica efetiva (E_{ef}) é calculada por meio da relação constitutiva entre os aderentes e a superfície coesiva (adesivo). Porém, antes do início da propagação do dano a superfície coesiva não pode influenciar no cálculo da deformação global do componente estrutural visto que ela tem o único propósito de simular a fratura (TURON, 2006). Dessa forma a condição de equilíbrio entre os aderentes e a superfície coesiva é dada por:

$$\sigma_i = E\varepsilon = K_i^0 \delta_i \quad (2.32)$$

Onde σ_i é a tensão entre a superfície coesiva e o aderente, E e ε são respectivamente o módulo de elasticidade e a deformação do aderente e K_i^0 e δ_i a rigidez e o deslocamento da superfície coesiva. A Figura 2.6 esquematiza o modelo descrito acima.

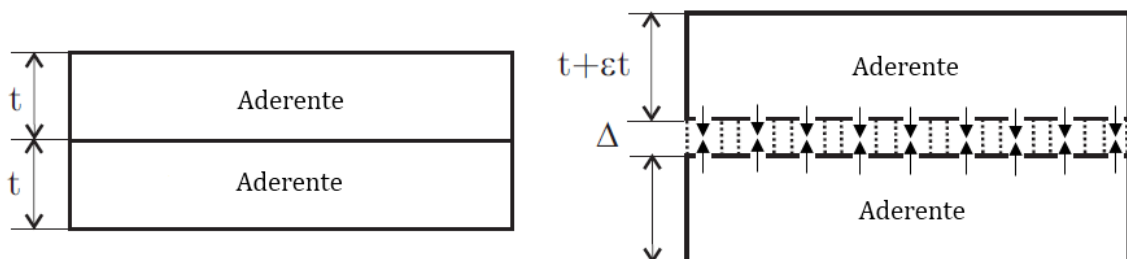


Figura 2.6: Relação entre as forças coesivas e os deslocamentos.

A deformação efetiva da junta é dada por:

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\delta t}{t} + \frac{\Delta}{t} = \varepsilon + \frac{\Delta}{t} \quad (2.33)$$

Na condição de equilíbrio tem-se:

$$\sigma = E_{ef} \varepsilon_{ef} \quad (2.34)$$

Usando as equações (2.32) e (2.33) em (2.34),

$$E_{ef} = E \left(\frac{1}{1 + \frac{E}{K_i^0 t}} \right) \quad (2.35)$$

De acordo com a equação (2.35), para que a contribuição da superfície coesiva na relação constitutiva (2.34) seja a menor possível e para que o modelo numérico se aproxime do modelo físico,

$$\frac{E}{K_i^0 t} \rightarrow 0 \quad (2.36)$$

Por esse motivo é que o valor de K_i^0 deve ter o maior valor possível (SONG et al. 2008). Entretanto um valor muito alto pode se transformar em problema numérico. Posto isso, três autores propõem os seguintes valores para a essa rigidez (Tabela 2.2):

Tabela 2.2: Métodos para cálculo da rigidez coesiva (K_i^0)

	TURON (2006)	ZOU et al (2002)	CAMANHO et al. (2003)
$K_i^0 \left[\frac{N}{mm^3} \right]$	$K_i^0 = \frac{\alpha E}{t}$ para $\alpha = 50$	$10^4 \leq K_i^0 \leq 10^7$	$K_i^0 = 10^6$

- **Estimativa do comprimento da zona coesiva**

O CZM é um modelo muito sensível ao tamanho da malha e, portanto, o refinamento dessa malha é primordial para garantir certa precisão no cálculo da iniciação e propagação do dano. Dessa forma alguns autores criaram modelos para estimar o número de elementos necessários na zona coesiva.

O comprimento da zona coesiva (l_{zc}) é definido como a distância entre o início da trinca e o ponto de tensão máxima atuante na superfície coesiva (Figura 2.7).

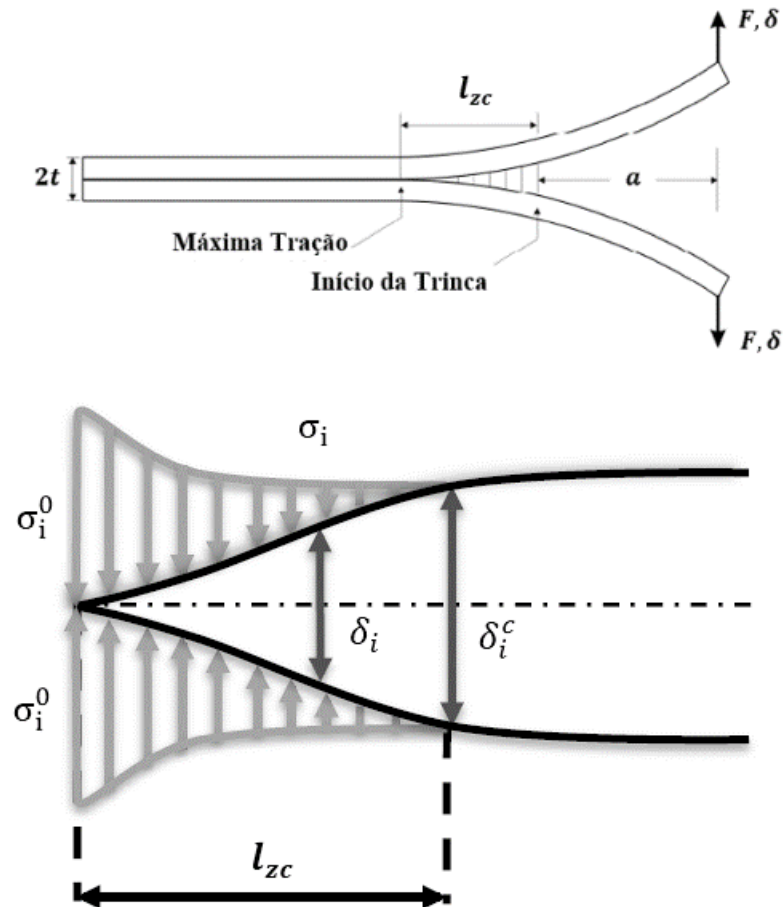


Figura 2.7: Definição do comprimento da zona coesiva – KIEFER (2014)

A formulação usada pelos autores para estimar o comprimento da zona coesiva é dada da seguinte forma:

$$l_{zc} = ME \frac{G_{ic}}{(\sigma_i^0)^2} \quad (2.37)$$

Onde E é o módulo de elasticidade do aderente, M uma variável que depende do modelo coesivo usado, G_{ic} a taxa de liberação de energia crítica e σ_i^0 a tensão máxima do elemento coesivo. A Tabela 2.3 mostra os valores de M que cada modelo utiliza:

Tabela 2.3: Valores da variável M usados por cada autor – TURON (2006)

	M
Hui et al. (2003)	$2/3\pi$
Irwin (1960)	$1/\pi$
Dugdale (1960) & Barenblatt (1962)	$\pi/8$
Rice (1980) e Falk et al. (2001)	$9\pi/32$
Hillerborg et al. (1976)	1

Em MEF o número de elementos na zona coesiva é dado por:

$$N_e = \frac{l_{zc}}{l_e} \quad (2.38)$$

Onde l_e é o tamanho da malha na direção da propagação da trinca. Não há um número padrão de elementos que pode ser usado na região coesiva. Em Turon (2006) recomenda-se usar no mínimo 3 ou 4 elementos para a propagação do dano para o modo I.

2.3 Aplicação do modelo CZM em junta colada do tipo DCB

Nessa seção foi realizada uma aplicação do modelo de zona coesiva para a condição quase-estática. A intenção era calibrar os modelos numéricos por meio de protótipos ensaiados experimentalmente ou que possuam soluções analíticas. Um ponto importante foi aprender a estimar os parâmetros coesivos e conhecer as limitações do CZM antes de aplicá-lo em análise de fadiga. Essa calibração foi realizada por meio das análises das forças e das tensões nas juntas usando a metodologia desenvolvida no capítulo 2. Dessa forma dois casos foram simulados: o primeiro caso foi uma simulação bidimensional em um DCB (*Double Cantilaver Beam*), o segundo uma simulação bidimensional em uma junta sobreposta simples ou SLJ (*Single Lap Joint*).

2.3.1 Caso 1: Descrição do modelo DCB para análise bidimensional

Esse modelo foi usado para analisar as condições de força e deslocamento para o modo I de uma junta colada. Geometricamente o DCB é composto por dois aderentes colados com uma trinca inicial introduzida de forma a simular uma imperfeição. O modelo que foi usado como

referência (Figura 2.8) possui comprimento $L = 150$ mm, largura $B = 20$ mm, espessura $h = 1.98$ mm e trinca inicial $a_0 = 55$ mm.

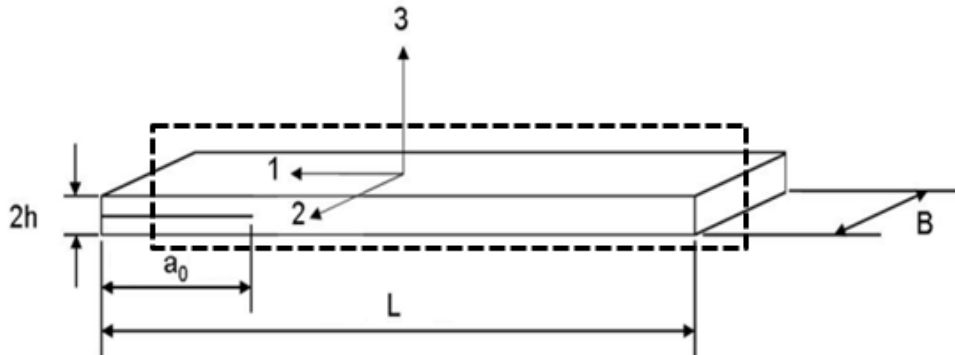


Figura 2.8: Dimensões do modelo DCB usado nas simulações

Os aderentes são laminados fabricados com 24 camadas de fibras de carbono epóxi T300/977-2 dispostas de forma unidirecional na configuração $[0^\circ]_{24}$. Na Tabela 2.4 são apresentadas as propriedades do carbono. São apresentadas também as propriedades da região coesiva (adesivo) na Tabela 2.5

Tabela 2.4: Propriedades do carbono epóxi T300/977-2 - MORAIS et al. (2000)

E_{11} (MPa)	$E_{22} = E_{33}$ (MPa)	$G_{12} = G_{23}$ (MPa)	G_{23} (MPa)	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}
150000	11000	6000	3700	0.25	0.45

Tabela 2.5: Propriedades da região coesiva - MORAIS et al. (2000)

G_{IC}	0.352 N/mm
σ_0	60 MPa

Como dito anteriormente essa primeira análise foi bidimensional. Dessa forma utilizou-se o plano médio do modelo. A malha nos aderentes é composta por elementos 2D com quatro nós usando o estado plano de deformações. Já os elementos coesivos que conectam a superfície do aderente superior ao aderente inferior são elementos de quatro nós. O tamanho dos elementos ao longo da zona coesiva foi definido usando as equações (2.37) e (2.38) e a Tabela 2.3. Foram

usados tamanhos diferentes de elementos coesivos para verificar a importância de se estimar bem l_e . Os valores usados de l_e são mostrados na seção 2.4.1.

Outro parâmetro que deve ser escolhido com rigor é a rigidez do elemento coesivo (K^0). Essa rigidez é conhecida também como rigidez de penalidade. Dessa forma nas simulações numéricas variou-se os valores de K^0 cujos resultados são mostrados na seção 2.4.1.

O critério de iniciação ao dano usado foi o critério quadrático das tensões (2.12) e o critério de evolução do dano usado foi o B-K (2.29). Para o critério B-K utilizou-se $\eta = 2.28$, mesmo valor usado em Camanho e D'Ávila (2002).

Nas condições de contorno foi utilizado o engaste em uma das extremidades e deslocamento em sentidos opostos na outra extremidade conforme pode ser visto na Figura 2.9.



Figura 2.9: Condições de contorno do modelo

2.3.2 Caso 2: Descrição do modelo SLJ para análise bidimensional

No segundo problema foi realizada uma simulação bidimensional em um tipo de junta colada muito usado em estruturas aeronáuticas: junta sobreposta simples (SLJ – sigla em inglês). O objetivo é mostrar que os conceitos usados nos modelos DCB também funcionam em outro tipo de estrutura.

A geometria do SLJ é mostrada em detalhes na Figura 2.10. A espessura dos aderentes e do adesivo são, respectivamente, $t_p = 5.04$ mm e $t_A = 5.04$ mm. O SLJ foi simulado usando três comprimentos na região do adesivo $L_0 = 25, 50$ e 75 mm e três comprimentos fora da região do adesivo $c = 50, 100$ e 200 mm. Variou-se esses parâmetros pois eles influenciam nos

valores da tensão normal e de cisalhamento no adesivo e, portanto, é possível comparar os resultados numéricos e analíticos para condições distintas.

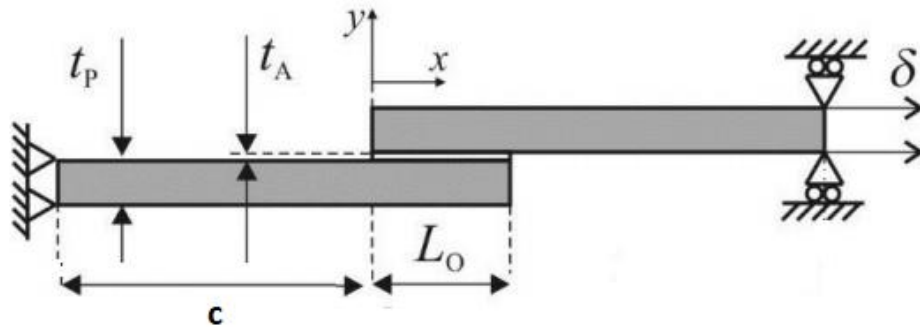


Figura 2.10: Geometria do SLJ usado na simulação

Em cada aderente foi usado um laminado com 12 camadas de carbono epóxi dispostas na sequência $[0/90/0/90/45/-45]_s$ (Figura 2.11). As propriedades do carbono são mostradas na Tabela 2.6. Já as propriedades da região coesiva são mostradas na Tabela 2.7.

Tabela 2.6: Propriedade do carbono epóxi - LANGELLA et al. (2011)

E_{11} (MPa)	$E_{22} = E_{33}$ (MPa)	G_{12} (MPa)	ν_{12}
130000	8700	3500	0.33

Tabela 2.7: Propriedades da região coesiva - LANGELLA et al. (2011)

σ_I^0 (MPa)	σ_{II}^0 (MPa)	G_{Ic} (N/mm)	G_{IIc} (N/mm)
22	18	0.43	4.7



Figura 2.11: Disposição das camadas de carbono epóxi em cada aderente.

Na região da cola foram utilizados elementos coesivos de quatro nós com malha no tamanho de 0.25 mm (Figura 2.12). Nos aderentes utilizou-se elementos de quatro nós e a condição de estado plano de deformações.

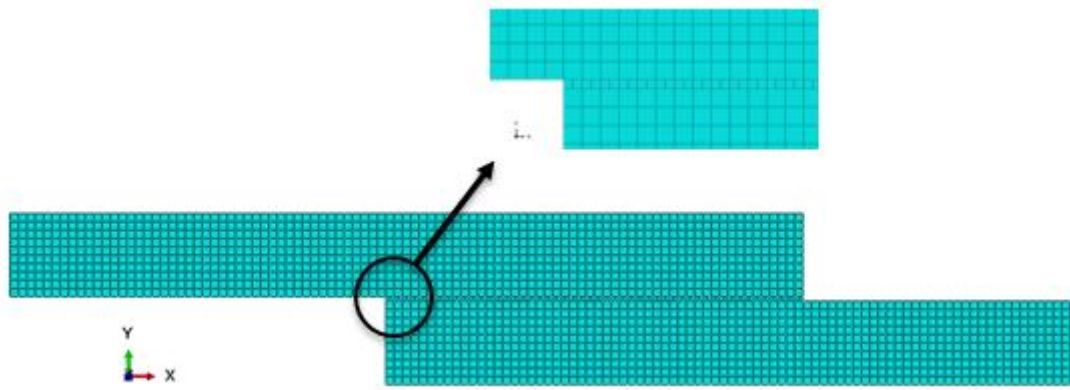


Figura 2.12: Modelo de malha usada para a simulação do SLJ

As condições de contorno usadas no problema também são mostradas na Figura 2.10. Observe que uma extremidade é engastada e a na outra extremidade restringe-se a translação vertical e permite somente a translação horizontal.

2.4 Resultados e Discussões

Nessa seção são apresentados os resultados e as discussões para os casos descritos na seção 2.3.

2.4.1 Caso 1: Resultados do modelo DCB para análise bidimensional

Na Figura 2.13 tem-se o modelo DCB simulado para o modo I. Na figura foi destacado a tensão atuante na região onde se encontram os elementos coesivos. Como esperado há uma concentração da tensão na ponta da trinca.

Nos gráficos apresentados pelas Figuras 2.14 e 2.15 comparou-se alguns dos resultados numéricos com resultados experimentais e analíticos. Os ensaios foram realizados por Moraes et al. (2000) e os resultados são mostrados em detalhes por Camanho e D'Ávila (2002). Já as equações analíticas podem ser encontradas em Carpinteri (1989).

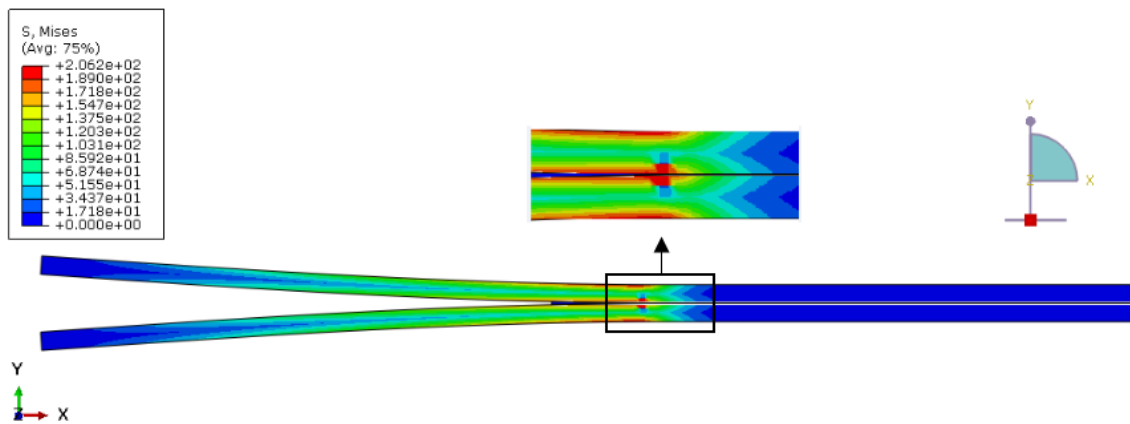


Figura 2.13: Simulação do modelo DCB para a condição quase-estática.

Na Figura 2.14 é possível observar a comparação entre o valor numérico, experimental e analítico para diferentes valores de K_i^0 . Em todas as simulações utilizou-se malhas com o comprimento $l_e = 0.25\text{mm}$. O parâmetro l_e será discutido no gráfico da Figura 2.15.

Para realizar as simulações, três valores de rigidezes foram testados: $K_i^0 = 10^6\text{N}/\text{mm}^3$, $K_i^0 = 10^5\text{N}/\text{mm}^3$ e $K_i^0 = 10^2\text{N}/\text{mm}^3$. O objetivo era verificar na prática a influência dessa rigidez nos resultados das simulações. Conforme discutido na seção 2.22 quanto maior o valor de K_i^0 menor a influência dos elementos coesivos na relação constitutiva do modelo cabendo a eles apenas a função de simular a propagação do dano aproximando, assim, o modelo numérico do modelo físico (Figura 2.5).

Por meio dos gráficos, como esperado, o modelo numérico apresentou o melhor resultado para $K_i^0 = 10^6\text{N}/\text{mm}^3$. No ponto de iniciação do dano o valor da tensão máxima (σ_i^0) varia 2% do valor experimental. Já a propagação do dano atingiu valores próximos aos valores experimentais e analíticos.

No gráfico apresentado na Figura 2.15 foram testados o número de elementos de malha N_e na zona coesiva (l_{zc}). O valor de l_{zc} foi calculado através da equação (2.37) usando $M = 9\pi/32$. Dessa forma $l_{zc} = 0.95\text{mm}$. Através de (2.38) calculou-se o tamanho da malha (l_e) para $N_e = 1, 2$ e 4 . Esses comprimentos foram usados nas simulações.

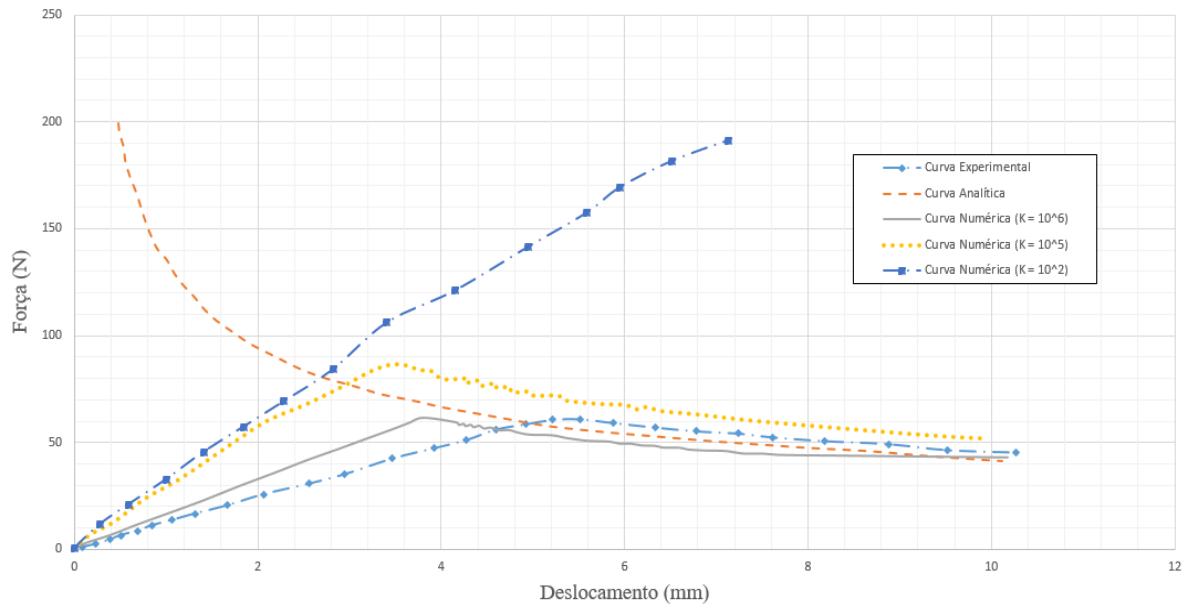


Figura 2.14: Comparação entre o resultado numérico, experimental e analítico para diferentes valores de K_i^0 .

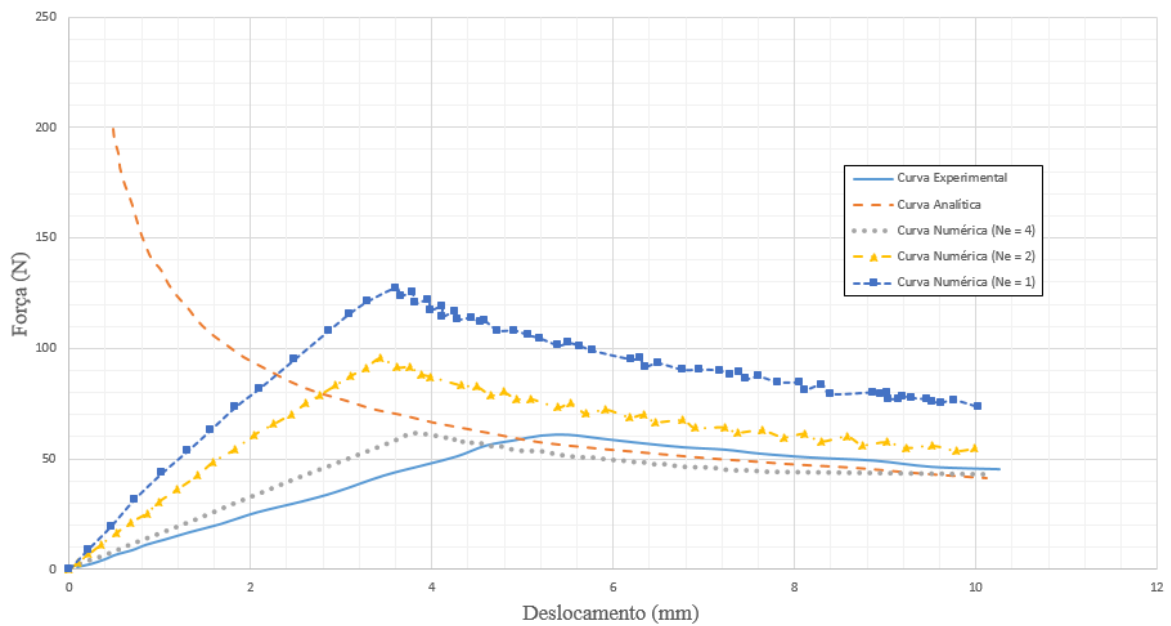


Figura 2.15: Comparação entre o resultado numérico, experimental e analítico para diferentes valores de N_e .

Para $N_e < 4$ os valores numéricos não convergiram bem em relação aos valores experimentais e analíticos. No trabalho realizado por Turon (2006) recomendou-se usar no mínimo 3 ou 4 elementos para a propagação do dano para o modo I. Os gráficos apresentados seguem essa mesma tendência.

2.4.2 Caso 2: Resultados do modelo SLJ para análise bidimensional

As Figuras 2.16 e 2.17 mostram, respectivamente, o campo de tensão de cisalhamento e tensão normal na região da descontinuidade da junta. Já nas Figuras 2.18 e 2.19 são realizadas comparações entre os resultados obtidos pelo modelo numérico usando o método CZM e os valores numéricos e analíticos propostos por Langella et al. (2011). Na comparação calculou-se a distribuição de tensão de cisalhamento e de tensão normal ao longo da região coesiva. É possível notar uma boa convergência entre as curvas do modelo numérico proposto e a solução analítica. Porém o mais relevante a destacar é que no modelo numérico proposto por Langella et al. (2011) 1600 elementos de malha na região coesiva são usados enquanto que no modelo proposto foram usado apenas 200 elementos. A referência não especifica qual metodologia ele usou, contudo o que se pode concluir é que computacionalmente o modelo de zona coesiva se mostrou vantajoso nesse caso.

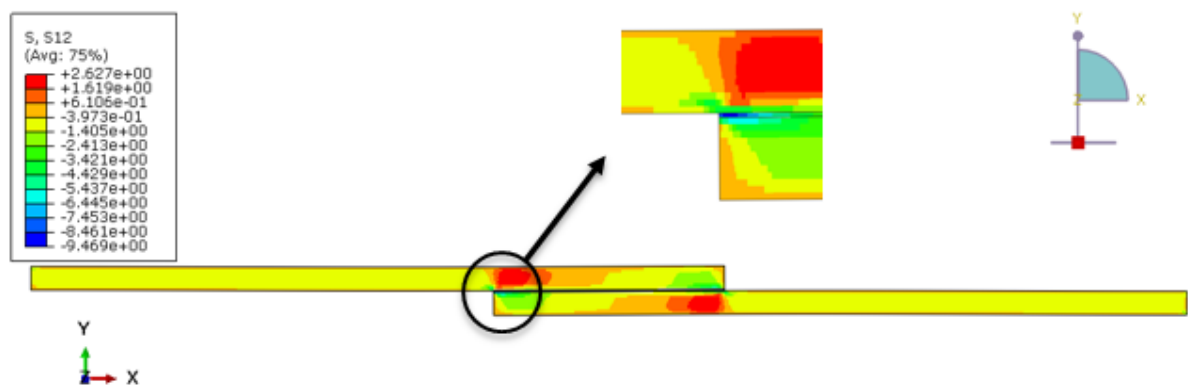


Figura 2.16: Campo de tensão de cisalhamento na região de descontinuidade da junta.

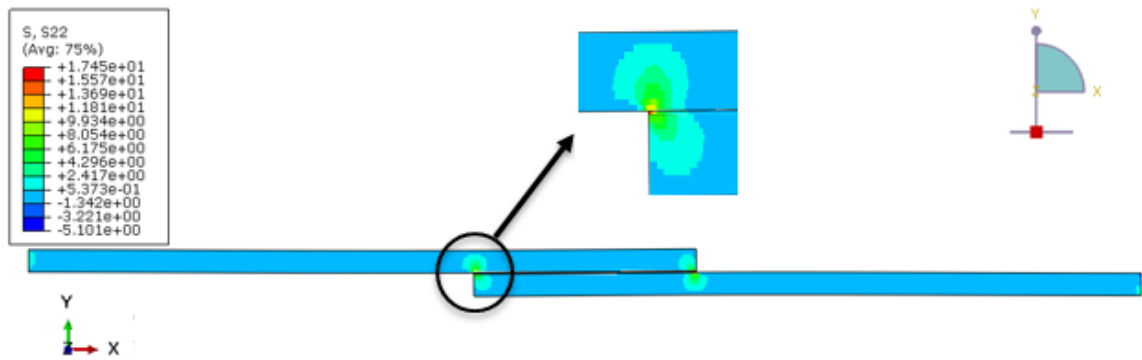


Figura 2.17: Campo de tensão normal na região de descontinuidade da junta.

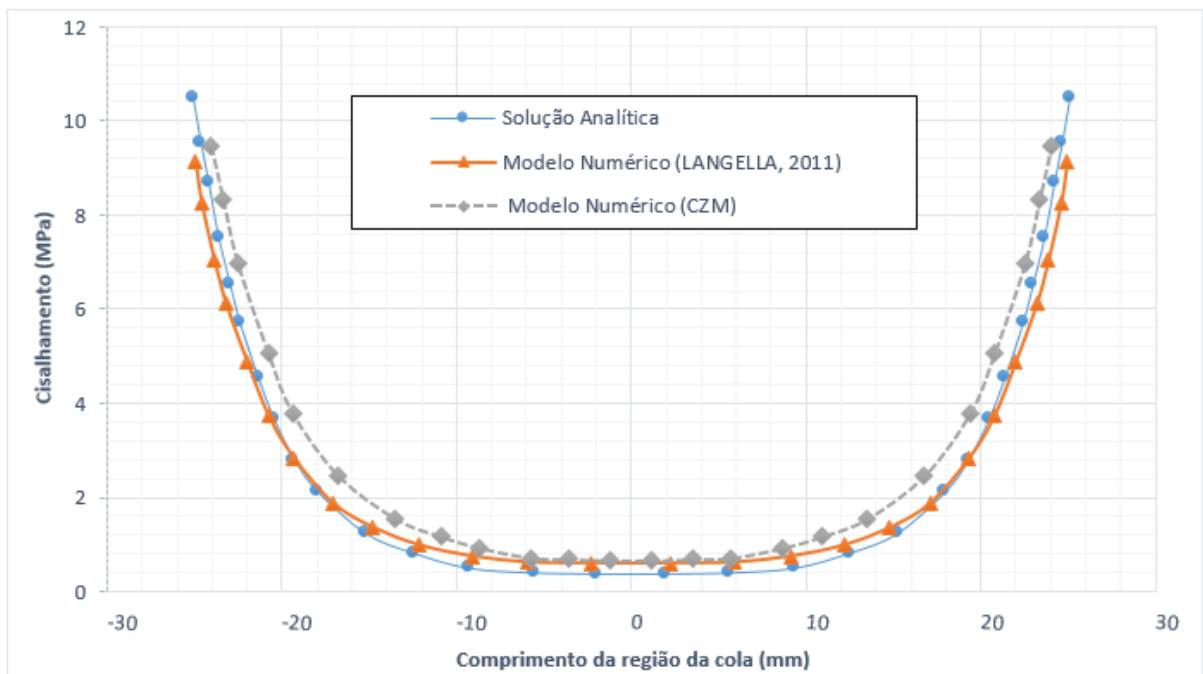


Figura 2.18: Curva da distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da região coesiva.

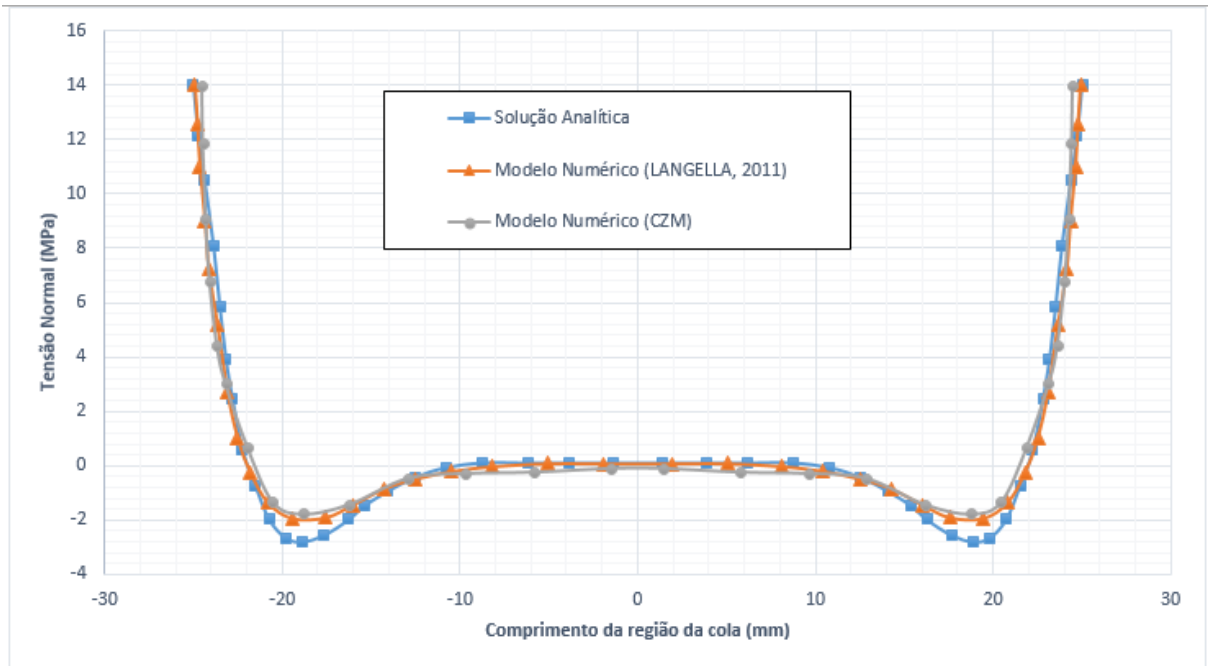


Figura 2.19: Curva da distribuição da tensão normal ao longo da região coesiva.

Na Figura 2.20 tem-se o gráfico de força por deslocamento da junta. Esse gráfico se justifica, pois, para plotar os gráficos das Figuras 2.18 e 2.19 a mesma condição de carregamento foi usada. Em Langella et al. (2011) as simulações são realizadas aplicando uma carga de 100 N/mm, porém como na simulação proposta aplicou-se o deslocamento ao invés da carga foi necessário gerar a curva de força por deslocamento para saber qual ponto usar para atingir a mesma condição de contorno. É possível observar também o ponto de iniciação do dano e repentina queda da rigidez da zona coesiva até atingir a falha completa.

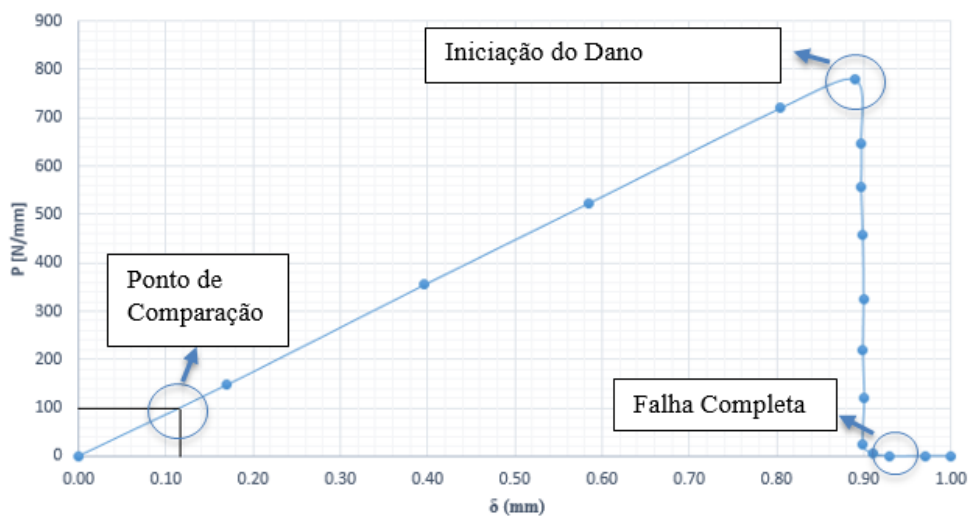


Figura 2.20: Curva de força por deslocamento da junta.

Aproveitando a solução analítica foram simulados SLJ com geometrias diferentes. Dessa forma variou-se o comprimento da região da cola $L_0 = 25, 50$ e 75 mm e posteriormente variou-se o comprimento externo da região da cola $c = 50, 100$ e 200 mm. Nas Tabelas 2.8 e 2.9 são mostrados os resultados das tensões máximas normais e de cisalhamento. Os valores numéricos apresentaram erros abaixo de 10% em relação aos valores analíticos com exceção da tensão de cisalhamento para o comprimento $L_0 = 75$ mm a qual atingiu o erro máximo de 10.31%.

Tabela 2.8: Comparação entre valores numérico e analíticos para $L_0 = 25, 50$ e 75 mm

				Erro (%)	
	Modelo	τ_{max} [MPa]	σ_{max} [MPa]	τ_{max}	σ_{max}
$L_0 = 25$ mm	Analítico	11.719	15.342	8.91	7.82
	FEM (CZM)	10.675	14.142		
$L_0 = 50$ mm	Analítico	10.562	14.071	8.35	7.01
	FEM (CZM)	9.680	13.084		
$L_0 = 75$ mm	Analítico	10.009	11.928	10.31	2.84
	FEM (CZM)	8.977	11.589		

Tabela 2.9: Comparação entre valores numérico e analíticos para $c = 50, 100$ e 200 mm

				Erro (%)	
	Modelo	τ_{max} [MPa]	σ_{max} [MPa]	τ_{max}	σ_{max}
$c = 50$ mm	Analítico	10.019	11.976	8.90	-0.94
	FEM (CZM)	9.127	12.090		
$c = 100$ mm	Analítico	10.562	14.071	8.35	7.01
	FEM (CZM)	9.680	13.084		
$c = 200$ mm	Analítico	11.018	13.948	5.37	7.47
	FEM (CZM)	10.426	12.906		

3

MODELO DE ZONA COESIVA PARA ANÁLISE DE FADIGA DE ALTO CICLO.

3.1 Considerações Gerais

A fadiga é um dos assuntos mais estudados na engenharia. Técnicas e modelos são frequentemente criados para diminuir o custo das análises e garantir excelência nos resultados. Uma das ferramentas mais usadas na análise de fadiga é o método de elementos finitos. Dentro dessa proposta o modelo de zona coesiva (CZM) tem sido bastante aplicado em análises de fadiga em juntas coladas. É um modelo computacionalmente mais rápido do que outros modelos como VCCT e XFEM e que tem apresentado bons resultados.

Conforme descrito em Giuliese (2015) a fadiga pode ser dividida em duas abordagens: fadiga de baixo e de alto ciclo. Lemaitre e Desmorat (2005) define que a fadiga de baixo ciclo ocorre quando o número de ciclos até a falha é menor que 10^5 . Nessa abordagem a evolução do dano é calculada ciclo por ciclo. Já a fadiga de alto ciclo, ocorre quando há micro trincas na região da concentração de tensão e número de ciclos até a falha é maior que 10^6 . Dessa forma não é viável computacionalmente simular o modelo ciclo por ciclo. Para isso o desafio é criar técnicas e modelos com intuito de conseguir extrapolar o acúmulo do dano e a propagação da trinca para grandes intervalos de ciclos.

Os primeiros modelos para análise de fadiga de alto ciclo usando CZM foram elaborados por Robinson et al (2005) e Muñoz et al (2006), porém o acúmulo do dano era contabilizado ciclo por ciclo tornando inviável computacionalmente. Turon et al. (2007) propôs um dos primeiros modelos para calcular o acúmulo do dano usando intervalos de ciclos. Posteriormente autores como Harper e Hallett (2010), Moroni e Pironi (2011), Kawashita e Hallett (2012)

apresentaram melhorias e novas alternativas em relação as limitações apresentadas pelo modelo proposto por Turon et al. (2007).

Os modelos em geral usam apenas uma variável de dano na qual é somada a parcela do dano proveniente do carregamento estático e do carregamento cíclico (Figura 3.1). O que diferencia os modelos é a forma como CZM e o carregamento cíclico são aplicados nas variáveis que calculam a taxa de propagação da trinca.

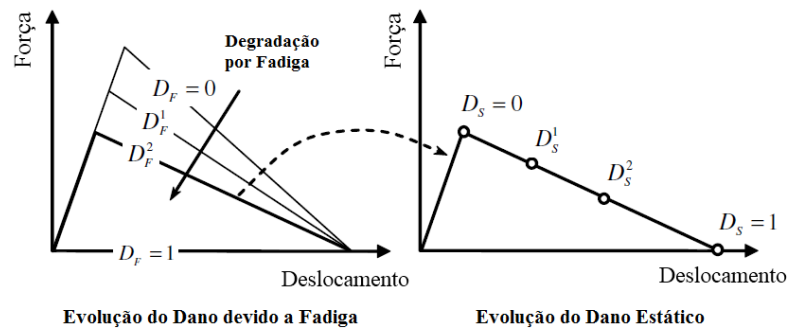


Figura 3.1: Evolução do dano estático e de fadiga – KIEFER (2014)

3.2 Evolução do dano usando CZM para análise de Fadiga

A formulação que foi usada nessa dissertação para calcular a fadiga de alto ciclo foi baseada no método apresentado por Turon (2006). Nesse modelo a evolução do dano ao longo do tempo ou dos ciclos é definida como a soma do dano proveniente do carregamento quase-estático e do carregamento cíclico.

$$\dot{D} = \dot{D}_{\text{estático}} + \dot{D}_{\text{cíclico}} \quad (3.1)$$

O modelo de fadiga é formulado através da união entre a mecânica de fratura e a mecânica do dano. A variável de evolução do dano (D) é escrita em função do número de ciclos da seguinte forma:

$$\frac{\partial D}{\partial N} = \frac{\partial D}{\partial A_D} \frac{\partial A_D}{\partial N} \quad (3.2)$$

Onde A_D é a área do dano e $\partial A_D / \partial N$ é a taxa de crescimento da área do dano. A variável D se relaciona com A_D por meio da densidade (\bar{d}) de micro trincas na superfície do elemento coesivo (Figura 3.2).

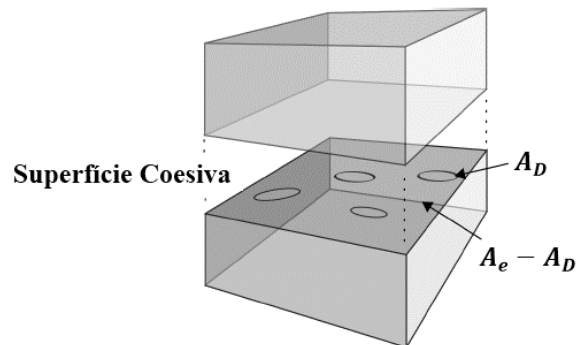


Figura 3.2: Densidade de micro trincas na região coesiva – GIULIESE (2015)

Matematicamente \bar{d} é a razão entre a área do dano e a área da superfície coesiva e de acordo com a formulação apresentada por Turon (2006) essa razão pode ser representada em função da energia dissipada (Ξ) e da taxa de energia crítica (G_c) (Figura 3.3).

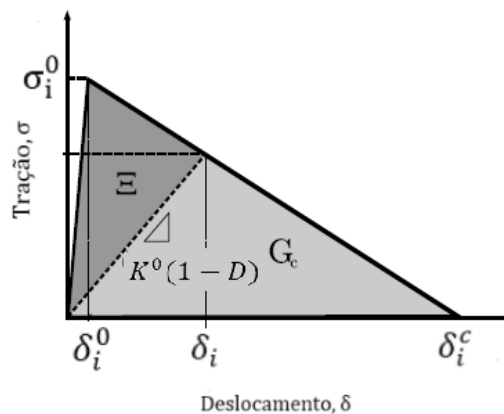


Figura 3.3: Relação entre a energia dissipada e a taxa de energia crítica - TURON (2006)

Portanto, \bar{d} é calculado por:

$$\bar{d} = \frac{A_D}{A_e} = \frac{\Xi}{G_c} = 1 - \frac{\delta_i}{\delta_i^0} (1 - D_i) \quad (3.3)$$

Usando a equação (2.20), isolando a variável δ_i e substituindo em (3.3) tem-se,

$$\frac{A_D}{A_e} = \frac{\delta_i^0 D}{\delta_i^c (1 - D) + \delta_i^0 D} \quad (3.4)$$

Retornando até a equação (3.2), a variável $\partial D / \partial A_D$ pode ser calculada derivando a equação (3.4),

$$\frac{\partial D}{\partial A_D} = \frac{1}{A_e} \frac{[\delta_i^c (1 - D) + \delta_i^0 D]^2}{\delta_i^c \delta_i^0} \quad (3.5)$$

Já a determinação da taxa de crescimento da área do dano em função do número de ciclos, $\partial A_D / \partial N$, está ligada ao processo de degradação envolvendo carregamento cíclico. Na Figura 3.4 é possível notar que após ΔN ciclos há uma variação da área do dano (ΔA_D) próximo a região da trinca:

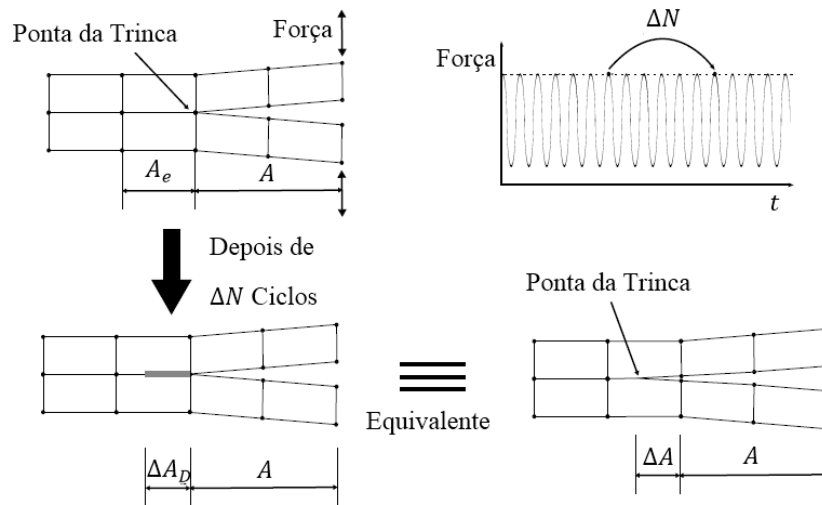


Figura 3.4: Modelo de propagação do dano após ΔN ciclos – TURON (2006)

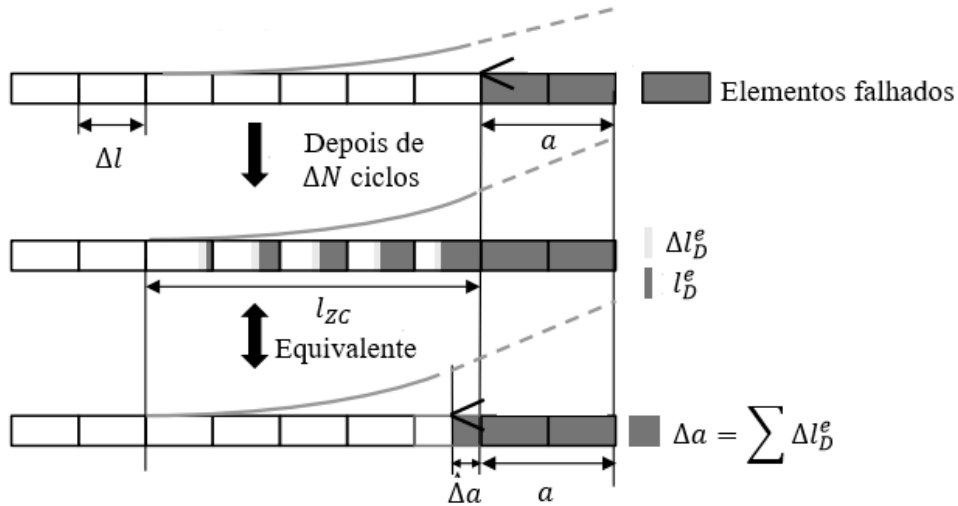


Figura 3.5: Modelo de acúmulo do dano após ΔN ciclos.

Portanto a taxa de aumento da área do dano a jusante da ponta da trinca é definida como a soma da área do dano de todos os elementos da zona coesiva (Figura 3.5):

$$\frac{\partial A}{\partial N} = \sum_{e \in A_{zc}} \frac{\partial A_D^e}{\partial N} \quad (3.6)$$

Sendo A_D^e a área do dano de um elemento e A_{zc} área da zona coesiva. Assumindo que $\partial A_D / \partial N$ é o valor médio da taxa de crescimento da área do elemento na zona coesiva e assumindo que o valor médio da área dos elementos na região coesiva é A_e , a equação (3.6) pode ser reescrita em função da razão entre A_{zc} e A_e da seguinte forma:

$$\frac{\partial A}{\partial N} = \sum_{e \in A_{zc}} \frac{\partial A_D^e}{\partial N} = \frac{A_{zc}}{A_e} \frac{\partial A_D}{\partial N} \quad (3.7)$$

Dessa forma a taxa de crescimento da área do dano em função do número de ciclos, $\partial A_D / \partial N$, é dada por:

$$\frac{\partial A_D}{\partial N} = \frac{A_e}{A_{zc}} \frac{\partial A}{\partial N} \quad (3.8)$$

Substituindo as equações (3.5) e (3.8) em (3.2) tem-se que a taxa de evolução do dano ao longo dos ciclos é calculada por:

$$\frac{\partial D}{\partial N} = \frac{1}{A_{zc}} \frac{[\delta_i^c(1-D) + \delta_i^0 D]^2}{\delta_i^c \delta_i^0} \frac{\partial A}{\partial N} \quad (3.9)$$

Onde $A_{zc} = bl_{zc}$ sendo b a largura da junta e l_{zc} calculado através de (2.37).

3.3 Taxa de crescimento da trinca

A taxa de crescimento da trinca, $\partial A/\partial N$, é definida por meio da Lei de Paris (PARIS et al., 1963). Diferentemente dos metais, quando se usa materiais compósitos, se torna mais complicado medir o fator de intensidade de tensão (ΔK), visto que o campo de tensão na ponta da trinca é mais complexo (ASP, 2001 apud WHITCOMB, 1982). Como alternativa, na equação tradicional de Paris, ΔK é substituído pela taxa de variação de energia ΔG . Dessa forma, a representação matemática da Lei de Paris é expressada da seguinte forma:

$$\frac{dA}{dN} = C \left(\frac{\Delta G}{G_c} \right)^m, G_{th} < G^{max} < G_c \quad (3.10)$$

A equação (3.10) representa o comportamento do crescimento da trinca para a região II (Figura 3.6). Na região II, o valor de $\partial A/\partial N$ é limitado pela taxa de liberação de energia inicial, G_{th} , e a taxa de liberação de energia crítica, G_c .

É importante ressaltar que essa lei depende de variáveis experimentais tais como o m , C e G_c . A variável ΔG é definida como a diferença entre o valor máximo e mínimo de G (Figura 3.7),

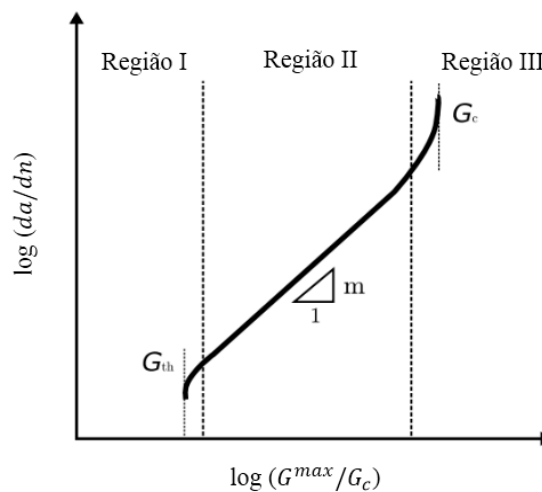


Figura 3.6: Modelo padronizado de taxa de crescimento da trinca.

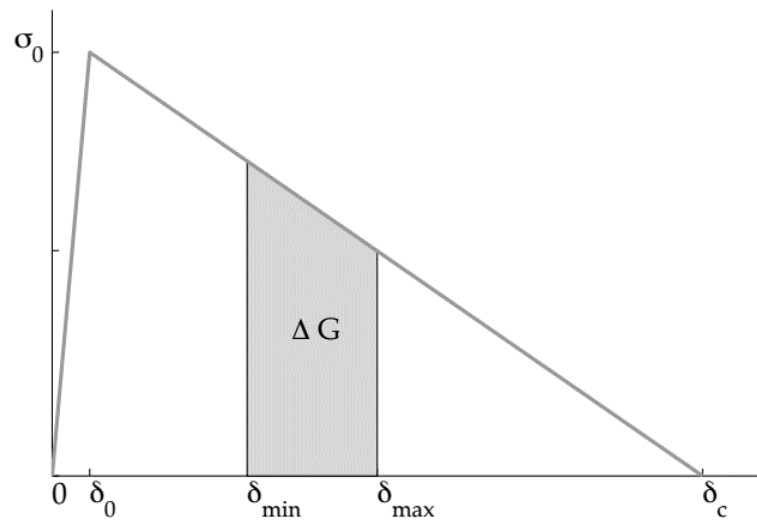


Figura 3.7: Variação da taxa de liberação de energia

$$\Delta G = G^{max} - G^{min} \quad (3.11)$$

Usando a equação (2.24) G^{max} é calculada por,

$$G^{max} = \frac{\sigma_i^0}{2} \left[\delta_i^0 + \frac{(\delta_c - \delta^{max})^2}{\delta_c - \delta_0} \right] \quad (3.12)$$

O valor de G^{min} é definido através da razão de carregamento, R :

$$R^2 = \frac{G^{min}}{G^{max}} \quad (3.13)$$

Usando as equações (3.12) e (3.13) em (3.11) tem-se,

$$\Delta G = \frac{\sigma_i^0}{2} \left[\delta_i^0 + \frac{(\delta_c - \delta^{max})^2}{\delta_c - \delta_0} \right] (1 - R^2) \quad (3.14)$$

3.4 Aplicação do CZM para Fadiga de alto ciclo

É impraticável computacionalmente calcular o dano ciclo por ciclo quando se tem fadiga de alto ciclo. Dessa forma criou-se uma estratégia para que o dano fosse contabilizado ao longo do tempo. Basicamente esse modelo simula a propagação do dano para um intervalo de ciclos.

Portanto, após N_i ciclos, o acúmulo do dano é contabilizado nos pontos de integração J através da taxa de evolução do dano (3.9). Matematicamente o acúmulo de dano é definido por:

$$D_{i+\Delta N_i}^J = D_i^J + \frac{\partial D_i^J}{\partial N} \Delta N_i \quad (3.15)$$

Para determinar a variação dos ciclos (ΔN_i) Turon (2006) propõe uma relação entre a variação máxima do dano, ΔD_{max} , e o maior valor da taxa de evolução do dano nos pontos de integração,

$$\Delta N_i = \frac{\Delta D_{max}}{\max_J \left\{ \frac{\partial D_i^J}{\partial N} \right\}} \quad (3.16)$$

O valor de ΔD_{max} é um dado de entrada sendo que quanto menor o seu valor maior a precisão da análise. Porém valores muito pequenos aumentam o tempo computacional.

3.5 Método de Elemento Finitos aplicado aos elementos coesivos

Ao contrário da análise quase-estática realizada na primeira parte do trabalho, para simular fadiga de alto ciclo é necessário criar uma rotina dentro da plataforma do Abaqus/Standart. Dessa forma utilizou-se uma sub-rotina chamada de UEL com a qual é possível criar ou modificar um elemento que não existe dentro da plataforma do Abaqus.

- **Condição de equilíbrio na região da trinca**

Inicialmente é necessário entender a condição de equilíbrio estabelecida na região da trinca. A Figura 3.8 mostra as forças e as condições de contorno aplicados no domínio Ω . As forças t^+ e t^- são aplicadas na região coesiva (Γ_{coh}) assim como uma força externa F é aplicada no domínio Γ_f e por fim a condição de contorno para deslocamento é aplicada no domínio Γ_u .

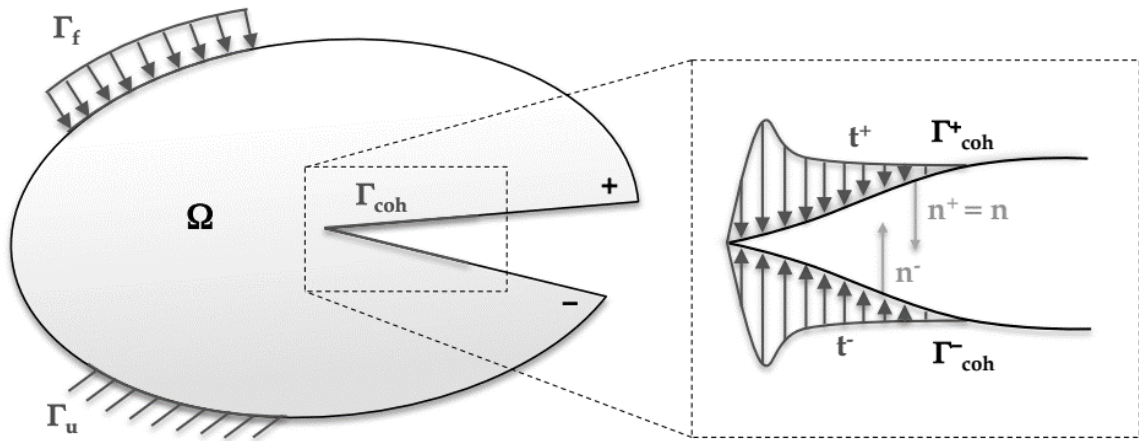


Figura 3.8: Condição de equilíbrio na região da trinca – KIEFER (2014)

As equações diferenciais parciais para equilíbrio estático na ausência de forças de corpo são expressas por:

$$\nabla \cdot \sigma = 0 \rightarrow \text{em } \Omega \quad (3.17)$$

$$\sigma \cdot n = F \rightarrow \text{em } \Gamma_f \quad (3.18)$$

$$\sigma \cdot n^+ = -\sigma \cdot n^- = t^+ = t^- \rightarrow \text{em } \Gamma_{\text{coh}} \quad (3.19)$$

Onde n^+ e n^- são vetores normais a superfície coesiva e o sinais de + e - apenas direcionam as forças aplicadas. Já os deslocamentos e as deformações nos domínios são equacionados da seguinte forma:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T) \rightarrow \text{em } \Omega \quad (3.20)$$

$$u = 0 \rightarrow \text{em } \Gamma_u \quad (3.21)$$

$$\Delta u = u^+ - u^- \rightarrow \text{em } \Gamma_{\text{coh}} \quad (3.22)$$

Pelo princípio do trabalho virtual tem-se que a equação de equilíbrio pode ser escrita da seguinte forma:

$$\int_{\Omega} \sigma : \varepsilon dV = \int_{\Gamma_f} F \cdot v dS + \int_{\Gamma_{\text{coh}}^+} t^+ \cdot v dS - \int_{\Gamma_{\text{coh}}^-} t^- \cdot v dS \quad (3.23)$$

Onde, ε e v são deformações e deslocamentos virtuais. Simplificando (3.23) tem-se,

$$\int_{\Omega} \sigma : \varepsilon dV - \int_{\Gamma_{\text{coh}}} t \cdot \Delta v dS = \int_{\Gamma_f} F \cdot v dS \quad (3.24)$$

Sendo $\Delta v = v^+ - v^-$

- **Modelo discreto de um elemento coesivo**

Será implementado um elemento coesivo cuja espessura é zero. Apesar de ser um elemento tridimensional, inicialmente a superfície superior coincide com a inferior e portando possui uma dimensão a menos. A Figura 3.9 mostra um desenho esquemático do elemento coesivo no sistema de coordenadas locais ($\xi\eta$) e globais (xyz).

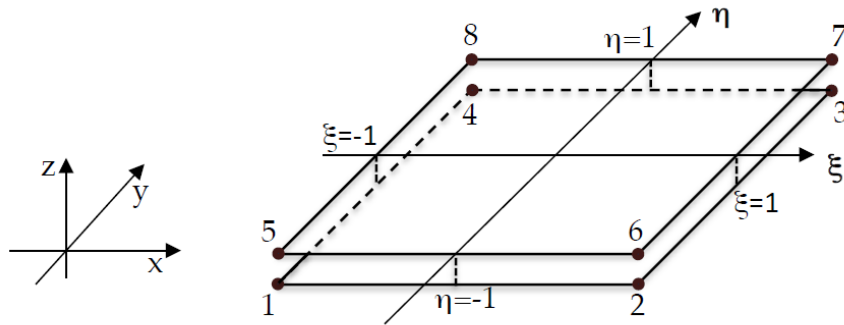


Figura 3.9: Elemento discreto nas coordenadas de Gauss – KIEFER (2014)

O elemento possui 24 graus de liberdades e o vetor com os deslocamentos nodais é escrito da seguinte forma:

$$u_N = [u_x^1 \quad u_y^1 \quad u_z^1 \quad \dots \quad u_x^8 \quad u_y^8 \quad u_z^8]^T \in \mathbb{R}^{24} \quad (3.25)$$

A matriz de operadores pode ser definida como:

$$\Phi = [-I_{12 \times 12} \mid I_{12 \times 12}], \quad \Phi \in \mathbb{R}^{12 \times 24} \quad (3.26)$$

Onde $I_{12 \times 12}$ são matrizes identidades. Os deslocamento nodais (Δu_N) entre a superfície superior e inferior são dados por:

$$\Delta u_N = \Phi \cdot u_N, \text{ para } \Delta u_N \in \mathbb{R}^{12} \quad (3.27)$$

Usando a matriz (H) com as funções de forma (N_i) do elemento, os deslocamentos para as coordenadas globais (Δu) podem ser reescritos em função dos deslocamento nodais como:

$$\Delta u = H\Phi\Delta u_N = Bu_N, \text{ para } \Delta u \in \mathbb{R}^3, B \in \mathbb{R}^{3 \times 24} \quad (3.28)$$

Onde,

$$H = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 12} \quad (3.29)$$

A relação entre a tração e o deslocamento na superfície coesiva é dado por:

$$t = D\Delta u \quad (3.30)$$

Sendo D a matriz constitutiva do elemento coesivo. Usando as equações (3.28) e (3.30) na parcela coesiva da equação de equilíbrio (3.24) tem-se para a coordenada local:

$$- \int_{\Gamma_{coh}} (Bv_N)^T DBu_N dS = - v_N \int_{\Gamma_{coh}} B^T DBu_N dS \quad (3.31)$$

A matriz de rigidez e força residual do elemento coesivo são dados por:

$$K_{coh} = - \int_{\Gamma_{coh}} B^T DB dS \quad (3.32)$$

$$f_{coh} = - \int_{\Gamma_{coh}} B^T t dS \quad (3.33)$$

A integral na (3.32) é calculada através das coordenadas locais. Para transformar as coordenadas locais ($\xi\eta$) nas coordenadas globais (xyz) é necessário usar a matriz Jacobiana (J) e o sistema de rotação (Θ). Portanto tem-se que:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} \end{pmatrix} = N_{\xi,\eta} \cdot C_{xyz} \quad (3.34)$$

Onde,

$$N_{\xi,\eta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$C_{xyz} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Delta u_{N1} & \Delta u_{N2} & \Delta u_{N3} \\ \Delta u_{N4} & \Delta u_{N5} & \Delta u_{N6} \\ \Delta u_{N7} & \Delta u_{N8} & \Delta u_{N9} \\ \Delta u_{N10} & \Delta u_{N11} & \Delta u_{N13} \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

A matriz C_{xyz} é escrita em Turon (2006) para elementos coesivos que apresentam grandes deformações. Já a matriz de rotação (Θ) é definida como,

$$\Theta = (v_1 \quad v_2 \quad v_3) \quad (3.37)$$

Os vetores v_1 , v_2 e v_3 são calculados usando o princípio da ortogonalidade e as relações $v_\xi := \partial x / \partial \xi$ e $v_\eta := \partial x / \partial \eta$:

$$v_1 = \frac{v_\xi}{\|v_\xi\|} \quad (3.38)$$

$$v_3 = \frac{v_\xi \times v_\eta}{\|v_\xi \times v_\eta\|} \quad (3.39)$$

$$v_2 = \frac{v_1 \times v_3}{\|v_1 \times v_3\|} \quad (3.40)$$

Por meio da matriz jacobiana e da matriz de rotação, a matriz de rigidez (3.32) pode ser reescrita nas coordenadas locais da seguinte forma:

$$K_{coh} = - \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \int_{\eta=-1}^{\eta=1} B^T \Theta^T D \Theta B |J| d\eta d\xi = \sum_{i=1}^{n_i} w_i B^T \Theta^T D \Theta B |J|(\xi_i, \eta_i) \quad (3.40)$$

É na matriz constitutiva D que o dano calculado pela equação (3.15) para fadiga de alto ciclo é inserido:

$$D = \begin{pmatrix} E_x & 0 & 0 \\ 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 - D_f \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

3.6 Algoritmo implementado na sub-rotina UEL

Nessa seção foram detalhados os passos e os procedimentos adotados para implementar o modelo de fadiga de alto ciclo usando CZM. O algoritmo desenvolvido nessa dissertação foi baseado no algoritmo apresentado por Kiefer (2014). Realizou-se modificações e adaptações para que o modelo de fadiga apresentado por Turon (2006) e detalhado nas seções 3.2, 3.3 e 3.4 pudesse ser implementado.

Conforme apresentado na Figura 3.10 os programas foram elaborados dentro de duas sub-rotinas do ABAQUS chamadas de UEL e UEXTERNALBD. A sub-rotina UEL como mencionado anteriormente é usada quando é necessário modificar ou criar um novo elemento dentro do ABAQUS/STANDART. Nesse trabalho a UEL realiza a tarefa de calcular a matriz de rigidez (k_{coh}) e a força residual (f_{coh}) dos elementos coesivos conforme apresentado na seção 3.5. Já o UEXTERNALBD apenas armazena e atualiza algumas variáveis a cada iteração e para posteriormente enviá-las a UEL.

Essas duas sub-rotinas alimentam o ABAQUS/STANDART o qual realiza o cálculo do modelo completo. Usando a junta colada como exemplo, as sub-rotinas UEL e UEXTERNALBD fornecem a rigidez e as forças residuais somente dos elementos coesivos que nesse caso representa o adesivo, e o ABAQUS/STANDART acoplaria essas informações ao modelo completo o qual é formado pelas rigidezes e forças residuais dos aderentes e do adesivo.

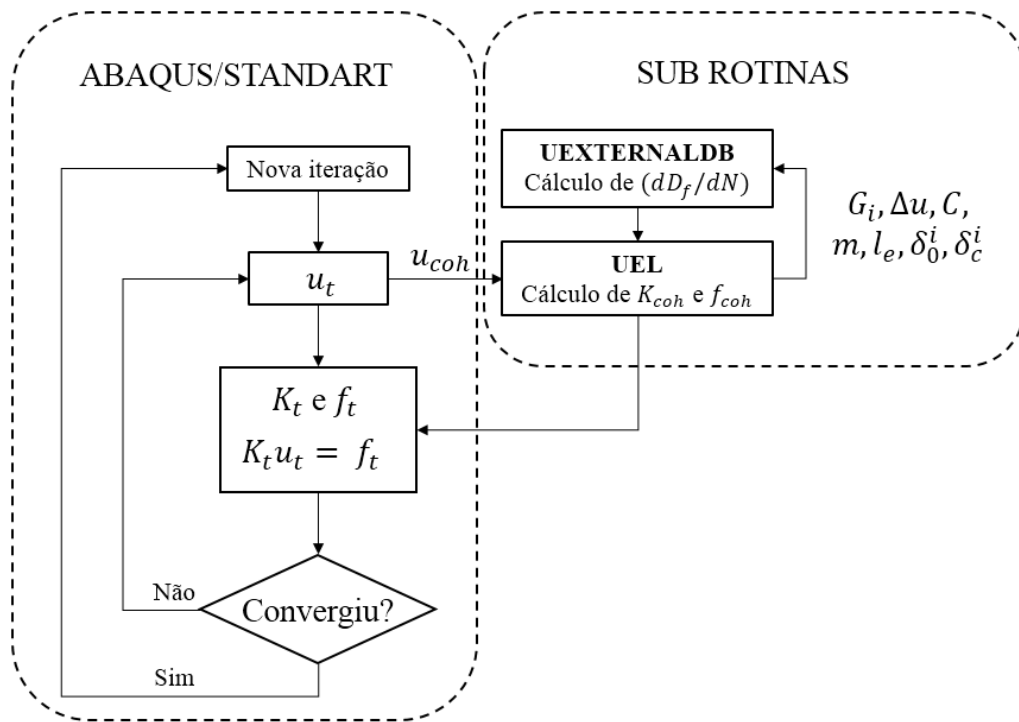


Figura 3.10: Fluxograma mostrando a interação entre o ABAQUS/STANDART e as sub-rotinas

Os passos que a UEL e a UEXTERNALBD realizam são descritos em detalhes no esquema a seguir:

→ Variáveis de entrada: $G_{ic}, \sigma_i^0, K_I^0, C, m, \Delta l_e$

→ Para o passo $k = 0$: $\delta_i|^{k}, \sigma_i|^{k}, D_{\text{estático}}^k, D_{\text{fadiga}}^k, D_{\text{total}}^k, \Delta G^k$ e u_k são nulos

→ Para o passo $k = k + 1$

(1) Por meio de u_k e a funções de forma calcula-se $\delta_i|^{k+1}$

(2) Calcula-se $D_{\text{estático}}^{k+1}$ - (2.20).

(3) Calcula-se D_{fadiga}^{k+1} - (3.15).

i. Calcular ΔG^{k+1} - (3.14).

ii. Calcular dA/dN - (3.10).

iii. Calcular $\left. \frac{dD_{\text{fadiga}}}{dN} \right|^{k+1}$ - (3.9)

iv. Calcular D_{fadiga}^{k+1} - (3.15).

(4) Calcula-se $D_{\text{total}}^{k+1} = D_{\text{fadiga}}^{k+1} + D_{\text{estático}}^{k+1}$

(5) Calcula-se K_{coh}^{k+1} - (3.32)

(6) Calcula-se $\sigma_i|^{k+1} = K_{coh}^{k+1} \delta_i|^{k+1}$

(7) Armazena $\delta_i|^{k+1}, \sigma_i|^{k+1}, D_{\text{estático}}^{k+1}, D_{\text{fadiga}}^{k+1}, D_{\text{total}}^{k+1}, \Delta G^{k+1}$

3.7 Descrição do modelo para análise de fadiga.

O modelo que foi simulado é do tipo DCB para modo I (Figura 3.11). A geometria, as propriedades dos materiais e os parâmetros de fadiga foram baseados nos ensaios experimentais realizados por Asp et al (2001). Esse ensaio foi usado como modelo de calibração em diversos trabalhos pois apresenta com detalhes todas as variáveis e resultados.

O modelo que foi usado possui comprimento $L = 150$ mm, largura $B = 1$ mm, espessura $h = 1.98$ mm e trinca inicial $a_0 = 55$ mm (Figura 3.11).

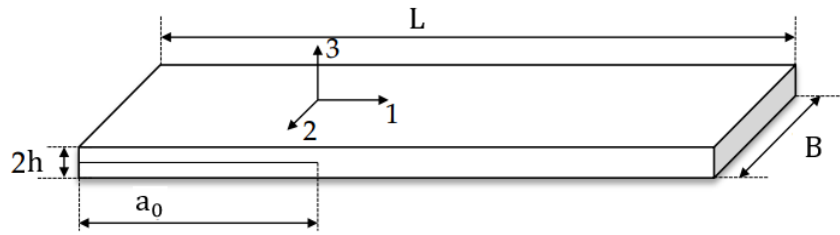


Figura 3.11: Dimensões do modelo

Nos aderentes foi usado carbono epóxi HTA/6376C cujas propriedades são mostradas na Tabela 3.1. Já as propriedades da região coesiva são apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.1: Propriedades do carbono epóxi HTA/6376C – (ASP et al, 2001)

E_{11} (MPa)	$E_{22} = E_{33}$ (MPa)	$G_{12} = G_{23}$ (MPa)	G_{23} (MPa)	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}
120000	10500	5250	3480	0.30	0.51

Tabela 3.2: Propriedades da região coesiva - (ASP et al, 2001)

G_{IC}	0.352 N/mm
σ_0	30 MPa
C	0.0066
m	5.9

É possível notar que na Tabela 3.2 aparecem os parâmetros de fadiga os quais são entradas para a equação de Paris (3.10).

As condições de contorno usadas no modelo são mostradas na Figura 3.12. É importante entender como o carregamento é aplicado no modelo. No primeiro momento é aplicado um carregamento quase-estático com o elemento seguindo a lei de tração-separação (Figura 3.13). Quando o equilíbrio estático (σ_i^0) é atingido aplica-se a metodologia descrita na seção 3.4 para simular o dano propiciado pelo carregamento cíclico.

Por fim, na malha foram usados elementos coesivos de oito nós com comprimento $l_e = 0.05$ mm e a variação máxima do dano $\Delta D_{max} = 0.0005$. Nos aderentes também foram utilizados elementos com 8 nós (Figura 3.14).

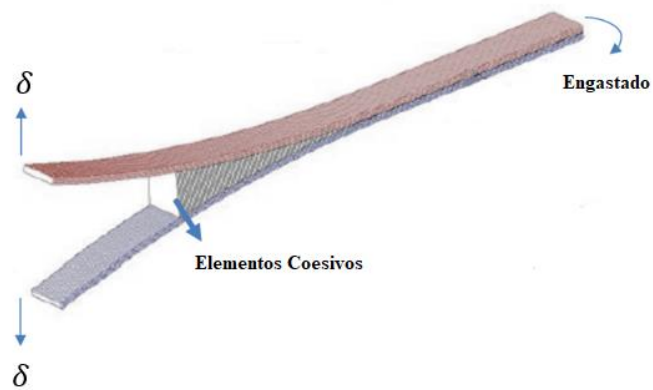


Figura 3.12: Condições de contorno do modelo.

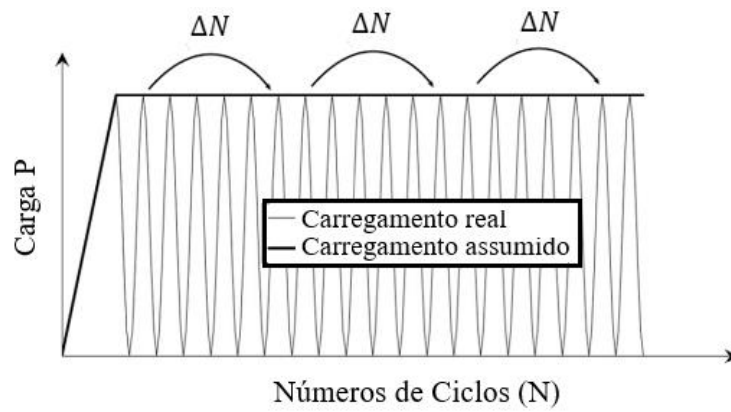


Figura 3.13: Condições de aplicação da carga – DE MOURA E GONÇALVES (2014)

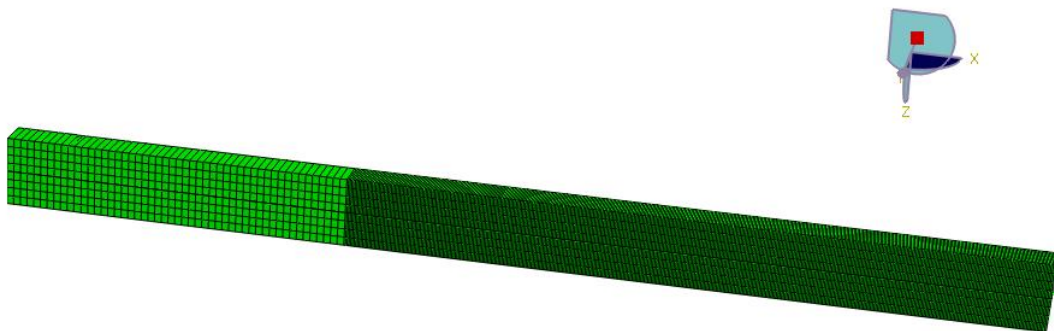


Figura 3.14: Modelo de malha.

3.8 Resultados e Discussões

A Figura 3.15 mostra a tensão normal no modelo simulado para análise de fadiga. É possível verificar alguns elementos coesivos que já falharam, ou seja, atingiram o deslocamento crítico (δ_i^c) ou a taxa de energia crítica (G_{ic}). Dessa forma os elementos foram desconectados da superfície do aderente superior.

Para realizar as análises quantitativas foram usados os resultados obtidos nos ensaios experimentais realizados por Asp et al (2001). Todas as variáveis e parâmetros do modelo foram apresentados na seção 3.7.

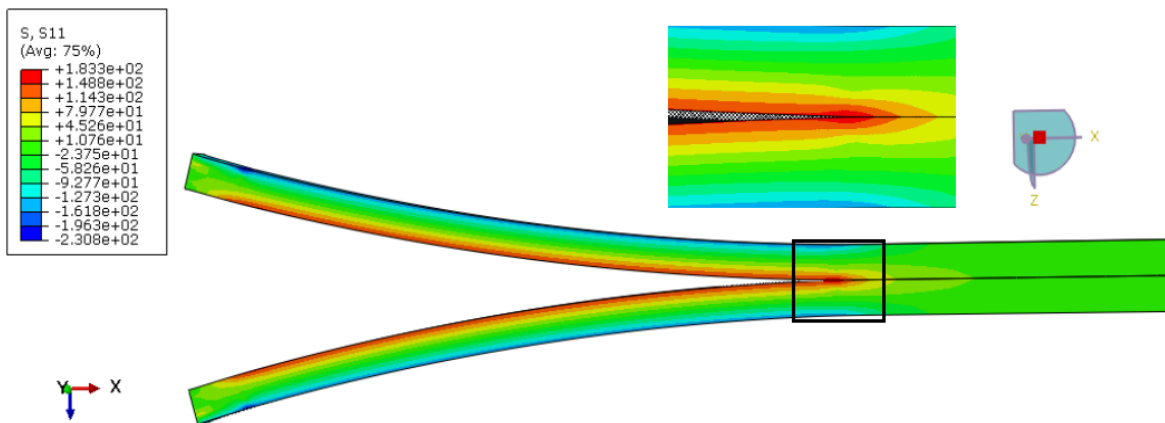


Figura 3.15: Campo de tensão e região coesiva na análise de fadiga

Através dos ensaios experimentais gerou-se um gráfico contendo os pontos que relacionam a taxa de crescimento da trinca (da/dN) e a razão entre a taxa de energia máxima (G^{max}) e a taxa de energia crítica (G_{ic}). Por meio dos resultados estimou-se as variáveis m e C e consequentemente foi possível traçar a curva de Paris. Como mostrado na Figura 3.6 a lei de Paris calcula a taxa de crescimento para região II.

O primeiro resultado numérico é apresentado no gráfico contido na Figura 3.16. É possível notar desvios entre a curva de Paris e a curva numérica principalmente entre as extremidades dos gráficos. Para a faixa $0.35 < (\log G_I/G_{Ic}) < 0.55$, a qual corresponde a faixa próxima da região II, o erro nos valores da/dN ficaram abaixo de 15%. Para valores cujo $\log G_I/G_{Ic} < 0.35$, os valores numéricos se distanciam da curva de Paris, porém apresenta uma boa tendência se comparado com os resultados experimentais. Já para valores em que $\log G_I/G_{Ic} > 0.55$, os resultados numéricos apresentam um erro significativo em relação aos resultados

experimentais. Em estudo realizado por Kiefer (2014) ele explica que a principal fonte do erro no modelo apresentado por Turon (2006) está condicionado na maneira como a taxa de variação de energia (ΔG) é calculada. Assim como foi discutido na seção 2.2, tem-se pesquisado diversas metodologias para que se possa incluir de forma mais precisa o comportamento do dano no cálculo da taxa de liberação de energia. Também são propostas melhorias no modo em que o carregamento é aplicado e no cálculo da estimativa do comprimento da zona coesiva (l_{zc}). Esses parâmetros também influenciam na convergência dos resultados.

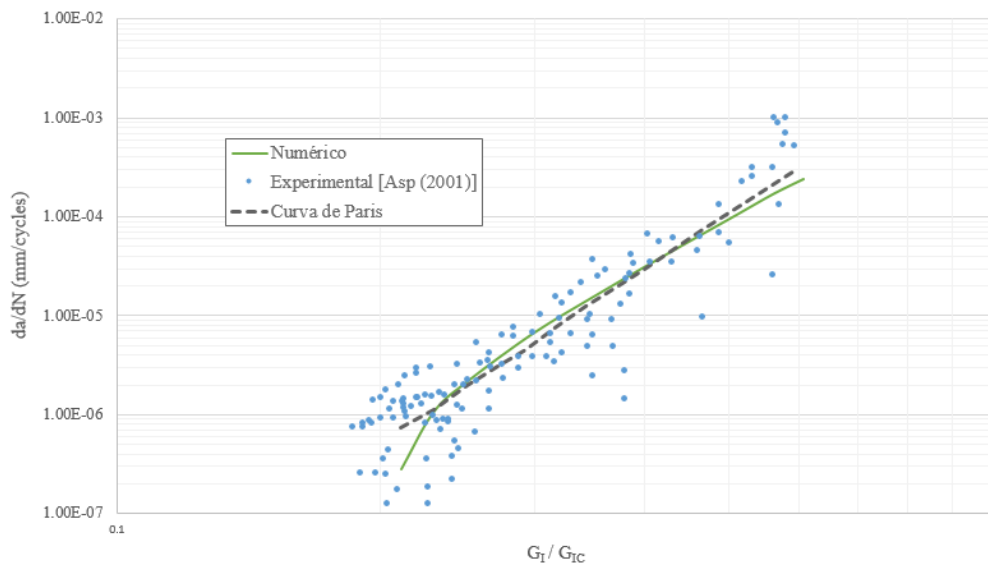


Figura 3.16: Dados experimentais, curva de Paris e curva numérica da taxa de crescimento da trinca.

As curvas apresentadas na Figura 3.17 mostram resultados da influência da fadiga no acúmulo de dano no elemento coesivo. É importante notar que sob a condição de fadiga, o elemento falha para um deslocamento crítico, δ_i^c , bem menor se comparado com a condição estática. Esse resultado era esperado visto que o acúmulo do dano na análise de fadiga é a soma entre o dano estático e o dano devido à carga cíclica, conforme mostrado na equação (3.1) e exemplificado pela Figura 3.1.

Por fim, foi realizado um último teste no programa. Para valores diferentes de razão de carregamento (R) verificou-se a sensibilidade do comportamento da taxa de crescimento da trinca. Primeiramente foi gerada uma curva da/dN versus G_I^{Max}/G_{IC} (Figura 3.18). É possível notar que os valores de R não influenciaram nos valores de G_I^{Max} . Esse resultado era esperado

visto que, pela formulação do modelo proposto por Turon (2006), o valor de G_I^{Max} calculado por meio equação (3.12) não depende da razão de carregamento. Porém, se comparar qualitativamente com resultados experimentais e numéricos apresentados nos estudos proposto por Hojo et. al (1987) e Latifi et al (2015), é possível verificar que a razão de carregamento influencia bastante no valor de G_I^{Max} e não altera significativamente os valores de da/dN , principalmente na região II. Dessa forma, os resultados apresentados na Figura 3.18 mostram uma das limitações do modelo apresentado por Turon (2006). O próprio autor chama a atenção para essa limitação. Na segunda parte, foi gerada uma curva da/dN versus $\Delta G/G_{IC}$ para diferentes valores de R (Figura 3.19). É possível notar que a variação da taxa de crescimento da trinca na região II se manteve certa independente quanto aos valores de R, e esse resultado, conforme apresentado por Hojo et. al (1987) e Latifi et al (2015), é um comportamento esperado. Por outro lado, na Figura 3.19, é possível verificar que os valores de da/dN correspondentes às taxas de liberação de energia iniciais, G_{th} , diferem significativamente com a variação da razão de carregamento R. Esse comportamento não é comum nesse tipo de análise (HOJO et. al, 1987)

Portanto, como o próprio autor afirma, há limitações do modelo de Turon (2006) quanto ao cálculo da taxa de crescimento da trinca em função da razão de carregamento. Dessa forma, alguns autores tem pesquisado formas alternativas para estabelecer uma relação entre G_I^{Max} , ΔG e R de forma a representar mais precisamente o comportamento real da taxa de crescimento da trinca para diferentes razões de carregamento.

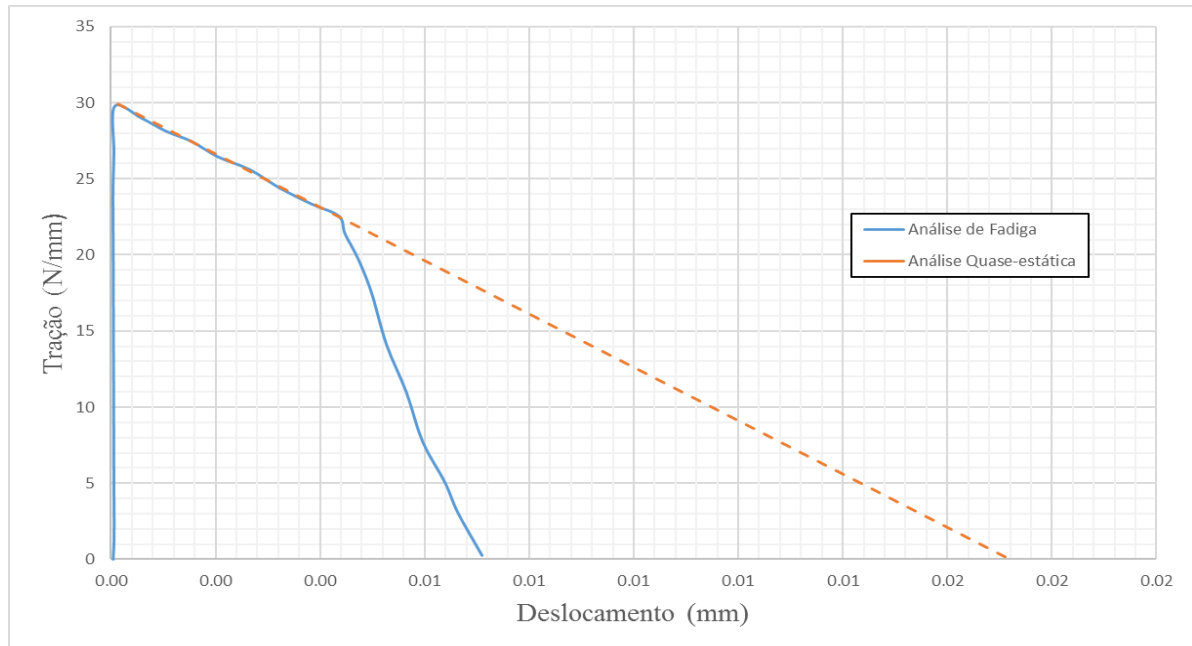


Figura 3.17: Curva de tração-separação do elemento coesivo para a condição estática e de fadiga.

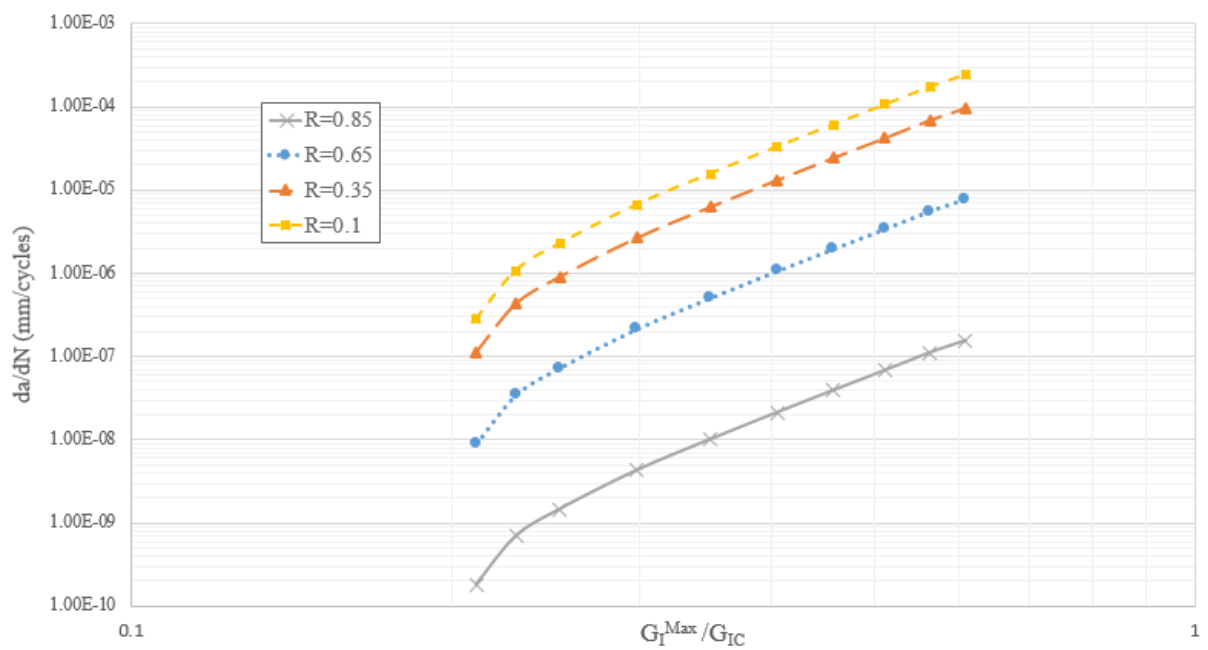


Figura 3.18: da/dN versus G_I^{Max}/G_{IC} para diferentes valores de R .

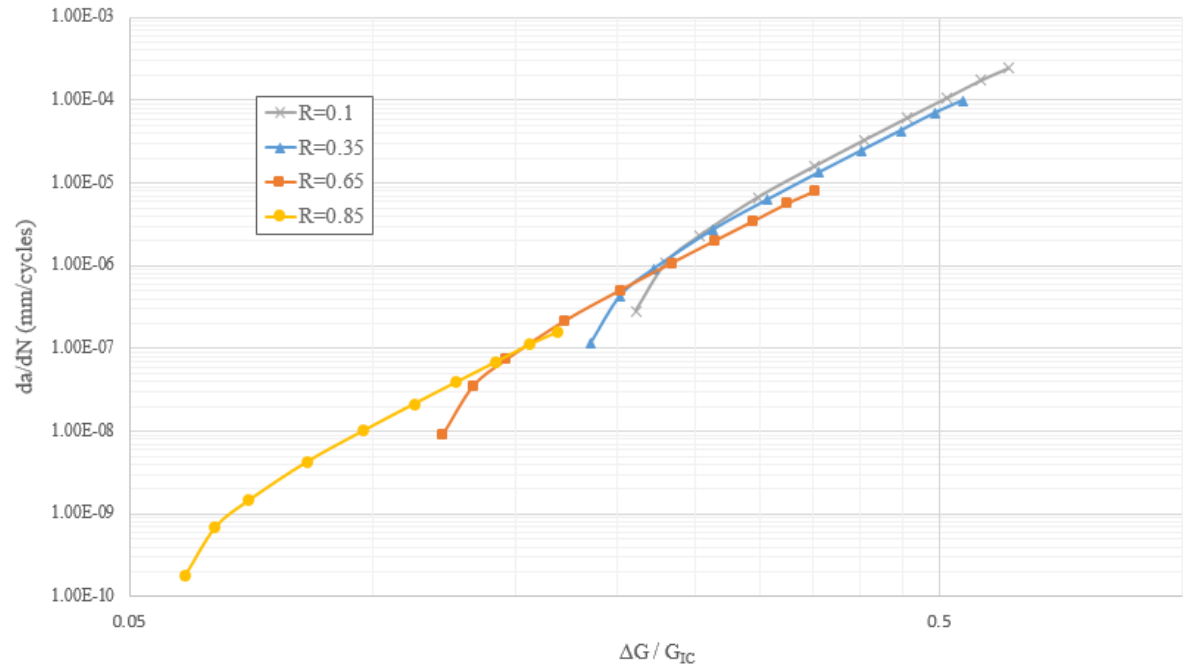


Figura 3.19: da/dN versus $\Delta G / G_{IC}$ para diferentes valores de R .

4

CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O trabalho atendeu aos objetivos propostos. Foram apresentados e discutidos os resultados obtidos pelas simulações numéricas em juntas coladas para análise da tensão para o modo I nas condições quase-estática e de fadiga usando o CZM.

Para o carregamento quase-estático foi possível estudar a influência dos parâmetros mais importantes do método de zona coesiva: comprimento da zona coesiva, l_{zc} , e rigidez coesiva, K_i^0 usando um DCB com aderentes cujas as propriedades são ortotrópicas. As curvas de tração-separação calculadas numericamente foram comparadas com dados experimentais e analíticos com uma boa precisão. Recomenda-se realizar essas análises para os modos II e modo misto usando as configurações ENF (End Notched Flexure) e MMB (Mixed Mode Bending), respectivamente.

Ainda na condição na quase-estática, apresentou-se a distribuição da tensão normal e de cisalhamento ao longo da região coesiva de um junta colada do tipo SLJ. Novamente comparando os valores numéricos com os valores analíticos, observou-se que o CZM calculou de forma precisa os valores da tensão de cisalhamento e da tensão normal para diferentes geometrias. Outro ponto a ser ressaltado é que para realizar as análise em FEM utilizou-se uma quantidade consideravelmente menor de malha se comparado com a malha usada na simulação mostrada em Langella (2011). É importante realizar análises tridimensionais e verificar a influência dos bordos livres na distribuição das tensões.

Por fim, foi implementado uma subrotina UEL para simular a fadiga de alto ciclo usando elementos coesivos tridimensionais. Utilizou-se a metodologia desenvolvida por Turon (2006). Se comparado com os dados experimentais e a curva de Paris, os valores da taxa de crescimento da trinca calculada numericamente apresentaram bons resultados para a faixa $0.35 < (\log G_I / G_{Ic}) < 0.55$. Porém para outros pontos o erro ultrapassa 15%. Recomenda-se dessa forma

estudar e testar métodos mais eficientes para o cálculo da taxa de variação de energia (ΔG) e aplicação do carregamento. Da mesma forma, recomenda-se desenvolver ou testar modelos que representem de forma mais precisa o comportamento da taxa de crescimento da trinca em função da variação da taxa de carregamento. E para finalizar, é necessário implementar outras metodologias e compará-las usando os modos II e modo misto para diferentes configurações de juntas coladas.

Conclui-se que a dissertação apresentou um modelo numérico eficiente e promissor do ponto de vista computacional. É importante ressaltar que é um dos primeiros trabalhos usando o CZM para cálculo fadiga de alto ciclo na Engenharia da UFMG e por esse motivo há muitos pontos a serem melhorados e aprimorados.

5

BIBLIOGRAFIA

ADAMS R. D., HARRIS J. A., **Strength prediction of bonded single lap joints by nonlinear finite element methods.** Int. J. Adhesion and Adhesives. 7, 55 (1984).

ASP L. E., SJOGREN B. A., ARMANIOS E.A., BUCINELL R. B., **Delamination Growth and Thresholds in a Carbon/Epoxy Composite Under Fatigue Loading.** Journal of Composites Technology and Research. Vol. 23, No. 2, pp. 55-68 (2001).

BARBERO, E. JR., **Finite Element Analysis of Composite Materials using Abaqus,** CRC Press Taylor & Francis Group, pp. 357-358 (2013)

BARENBLATT, G., **The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture,** Advances in Applied Mechanics , 7, 55-129 (1962).

BELYTSCHKO T., BLACK T., **Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing.** J. Fracture Mechanics 45, 601 (1999).

BENZEGGAGH ML, KENANE M. **Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed mode bending apparatus.** Composites Science and Technology 56(4):439-449 (1996).

CAMANHO, P.P., D'ÁVILA, **Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials.** NASA/TM-2002-211737 (2002).

CAMANHO, P.P., D'ÁVILA, C. G., MOURA, M. F., **Numerical Simulation of Mixed-Mode Progressive Delamination in Composite Materials.** Journal of Composite Materials, 37, 1415 (2003).

CAMPILHO, R. D. S. G., BANEJA, M. D. CHAVES, F. J. P., DA SILVA L. F. M., **Extended finite element method for fracture characterization of adhesive joints in pure mode I.** Computational Material Science. 50, 1543 (2011).

CARPINTERI, A. **Post-peak and post-bifurcation analysis of cohesive crack propagation,** Engineering Fracture Mechanics, 32 (1989) 265-278.

DAVIS M. AND TOMBLIN J., **Best practice in adhesive-bonded structures and repairs., Technical note DOT/FAA/AR-TN06/57.** National Institute for Aviation Research - Federal Aviation Association (2007)

DA SILVA, L. F.M., CAMPILHO, R.D.S.G., **Advances in Numerical Modelling of Adhesive Joints**, Springer- Briefs in Applied Sciences and Technology (Springer, 2012).

D'ÁVILA, C. G. CAMANHO, P. P., MOURA M. F., **Mixed-mode decohesion elements for analyses of progressive delamination**. In 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, April 16 - 19, 2001, volume 3, pages 2277- 88, Seattle, WA, 2001. AIAA.

DE MOURA, M.F.S.F., GONÇALVES, J.P.M. **Cohesive zone model for high-cycle fatigue of adhesively bonded joints under mode I loading**. International Journal of Solids and Structures 51 (2014) 1123–1131

DUAN, K., HU, X., MAI Y.W., **Substrate constraint and adhesive thickness effects on fracture toughness of adhesive joints**. J Adhesive Science Technology. 18, 39–53 (2004)

DUGDALE D.S., **Yielding of steel sheets containing slits**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 8, 100-104 (1960).

ESA-ESTEC. **Space engineering: Adhesive Bonding Handbook**, (2011).

FALK, M.L., NEEDLEMAN, A., RICE J.R., **A critical evaluation of cohesive zone models of dynamic fracture**. Journal de Physique IV, Proceedings, 543-550, (2001).

GIULIESE, G. **Numerical modelling of adhesive joints debonding under fatigue loading**. Tese de Doutorado, Universidade de Parma (2015)

GLEICH D. M., VAN TOOREN, M. J. L., BEUKERS A. **Analysis and evaluation of bondline thickness effects on failure load in adhesively bonded structures**. Journal of Adhesive Science and Technology. 15, 1091 (2001).

HALLETT, S.R. **Modelling the interaction between matrix cracks and delamination damage in scaled quasi-isotropic specimens**. Composites Science Technology 68 (1), 80–89 (2008).

HALLETT, S.R., HARPER, P.W., **Modelling delamination with cohesive interface elements**. J. Composites Science and Engineering , 55-72 (2015)

HARPER, P.W., HALLETT, S.R. **A fatigue degradation law for cohesive interface elements – development and application to composite materials**. Int. J. Fatigue 32, 1774–1787 (2010).

HILLERBORG, A., MODEER, M., PETERSSON, P.E., **Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements**, Cement and Concrete Research., 6, 773-782 (1976).

HOJO, M., TANAKA, K., GUSTAFSON, C.G. AND HAYASHI, R. **Effect of Stress Ratio on Near-threshold Propagation of Delamination Fatigue Cracks in Unidirectional CFRP**, Composites Science and Technology 29 (1987) 273-292.

HUI, C.Y., JAGOTA, A., BENNISON, S.J., LONDONO, J.D., **Crack blunting and the strength of soft elastic solids**. Proceedings of the Royal Society of London A, 459, 1489-1516 (2003).

IRWIN G.R., **Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate**, Journal for Applied Mechancis, 24 (1957), 361-366.

IRWIN, G.R., **Plastic zone near a crack and fracture toughness**. In Proceedings of the Seventh Sagamore Ordnance Materials Conference, vol. IV, 63-78, New York: Syracuse University, 1960.

JIMENEZ S., DUDDU R., **On the parametric of cohesive zone models for high-cycle fatigue delamination of composites**. Journal of Solids and Structures. 82 (2016) 111–124

KAWASHITA, L.F., HALLETT, S.R. **A crack tip tracking algorithm for cohesive interface element analysis of fatigue delamination propagation in composite materials**. Int. Journal Solids Struct. 49, 2898–2913 (2012).

KELVIN O'BRIEN T. **Development of a composite delamination fatigue life prediction methodology**. Technical report, NASA Langley Research Center (2009)

KHORAMISHAD, H. CROCOMBE, A. KATNAM K. B., ASHCROFT I. A., **Predicting fatigue damage in adhesively bonded joints using a cohesive zone model**. Int. J. Fatigue. 32, 1146 (2010).

KIEFER K., **Simulation of high-cycle fatigue-driven delamination in composites using a cohesive zone model**. Tese de Doutorado, Imperial College London (2014).

KRUEGER R., **The virtual crack closure technique: history, approach and applications.**, Contractor Report (NASA., 2002) cR-2002-211628.

LANGELLA, A. , CARBONE, R., NELE L., ROSOLIA, M. , **An analytical closed-form model to evaluate the peel and shear stresses in middle plane for adhesively bonded composite single-lap joints**, Journal of Composite Materials 2012 46:3 originally published online 9 September 2011

LATIFI, M., VAN DER MEER, F.P. AND SLUYS, L.J. **A level set model for simulating fatigue-driven delamination in composites**. International Journal of Fatigue 80 (2015) 434 - 442.

LEMAITRE, J. AND DESMORAT, R. **Engineering Damage Mechanics**. (Springer, 2005).

LIU, X. **A novel discrete damage zone model and enhancement of the extended finite element method for fracture mechanics problems**. Tese de Doutorado, Universidade Columbia (2012)

MIL-HDBK-17-3F, **Military Handbook, Polymer Matrix Composites**. U.S. Department of Defense (2002).

MORAIS, A.B., MARQUES, A.T., DE CASTRO, P.T. , **Estudo da Aplicação de Ensaios de Fractura Interlaminar de Modo I a Laminados Compósitos Multidireccionais**. Publicado na 7ª Jornada de Fractura, Sociedade Portuguesa de Materiais, (Covilhã, Portugal): 90-95 (2000).

MORONI, F., PIRONDI, A. **A procedure for the simulation of fatigue crack growth in adhesively bonded joints based on the cohesive zone model and different mixed-mode propagation criteria**. Eng. Fract. Mech. 78, 1808–1816 (2011).

MUNÓZ, J.J., GALVANETTO, U., ROBINSON, P. **On the numerical simulation of fatigue driven delamination using interface elements**. Int. Journal of Fatigue 28, 1136–114 (2006).

NOORMAN, D.C. **Cohesive Zone Modelling in Adhesively Bonded Joints: Analysis on crack propagation in adhesives and adherends**. Dissertação de mestrado, Universidade Técnica de Delft (2014).

PARIS, P., ERDOGAN, F., **A critical analysis of crack propagation laws**. J. Basic Eng. Trans. ASME, 528–534 (1963).

PENG, X., KULASEGARAM, S. **An extended finite element method (XFEM) for linear elastic fracture with smooth nodal stress**, Journal of Computers and Structures, 179 (2017) 48-63.

RICE, J., **The mechanics of earthquake rupture**, Physics of the Earth's Interior (Proc. International School of Physics "Enrico Fermi", Course 78, 1979; ed. A.M. Dziewonski and E. Boschi), Italian Physical Society and North-Holland Publ. Co. 555-649 (1980).

ROBINSON, P., GALVANETTO, U., TUMINO, D., BELLUCCI, G., VIOLEAU, D. **Numerical simulation of fatigue-driven delamination using interface elements**. Int. Journal Numerical Methods Engineer 63, 1824–1848 (2005).

SONG, K., D'ÁVILA, C.G., ROSE C.A., **Guidelines and Parameter Selection for the Simulation of Progressive Delamination**, Newport, RI: Abaqus User's Conference, 2008.

TURON, A, D'AVILA, C. G., CAMANHO, P. P. **An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models**, Journal of Engineering Fracture Mechanics, 74 (2007) 1665-1682.

TURON, A. **Simulation of delamination in composites under quasi-static and fatigue loading using cohesive zone models**. Universidade de Girona (2006).

ZOU, Z., REID, S.R., LI, S., SODEN, P.D., **Modelling interlaminar and intralaminar damage in filament wound pipes under quasi-static indentation**. Journal of Composite Materials, 36, 477-499 (2002).

ZWINDERMAN, R. E. **Analysis of Adhesively Bonded Composite Joints Employing a P-Finite Element Method**, dissertação de mestrado, Universidade Técnica de Delft (2013).

XIE, D., AND WAAS, A.M., **Discrete Cohesive Zone Model for Mixed-Mode Fracture Using Finite Element Analysis**, Engineering Fracture Mechanics 73, 1783-1796 (2006).

WHITCOMB, J. D., Strain-Energy Release Rate Analysis of Cyclic Delamination Growth in Compressively Loaded Laminates, ASTM STP 836, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1982, pp. 175–193.

YE, L. Role of Matrix Resin in Delamination Onset and Growth in Composite Laminates, Composites Science and Technology, 33 (1988), 257-277.