

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Determinação da política ótima de manutenção em sistemas reparáveis
sujeitos a manutenções imperfeitas

CRISTIANE BASTOS LOPES

Belo Horizonte, Abril de 2012

CRISTIANE BASTOS LOPES

Determinação da política ótima de manutenção em sistemas reparáveis
sujeitos a manutenções imperfeitas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Produção da Universidade Federal de
Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do
título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de concentração: Produção e Logística

Orientador: Prof. Dr. Anderson L. G. Trindade

Belo Horizonte
Escola de Engenharia da UFMG
Abril de 2012

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo propor um modelo econômico de manutenção em sistemas reparáveis com base na análise de um modelo proposto na literatura por Liao *et al* (2010). Para tanto, faz-se uma breve revisão de conceitos relacionados à confiabilidade, bem como o conceito de valor do dinheiro no tempo. Apresenta-se o modelo proposto por Liao *et al* (2010) e os pontos questionáveis. Desenvolvem-se então dois modelos A e B. O primeiro construído com as proposições de Liao *et al* (2010) e, o segundo, considerando o valor do dinheiro no tempo. Os resultados obtidos foram substancialmente diferentes daqueles obtidos por Liao *et al* (2010). Foram estudados os efeitos individuais de alguns parâmetros de custo sobre a política ótima, bem como o impacto da incerteza na estimativa destes parâmetros para a determinação do componente de custo mais relevante. Como esperado, a inclusão do valor do dinheiro no tempo leva à alteração da política ótima de manutenção.

Palavras-chave: confiabilidade, sistemas reparáveis, reparo imperfeito, política ótima de manutenção.

ABSTRACT

The present work aims to propose an economic model of maintenance in repairable systems based on the analysis of a model proposed in the literature by Liao *et al* (2010). It starts with a brief review of concepts related to reliability, as well as the concept of time value of money. Then, it presents the model proposed by Liao *et al* (2010) and the questionable points, followed by the development of two models (A and B). The first one, built with the propositions of Liao *et al* (2010), and the second one, including the value of money over time. The results were substantially different from those obtained by Liao *et al* (2010). The effects of some individual cost parameters on the optimal policy are studied, as well as the impact of uncertainty in the estimation of those parameters for determining the most important cost component. As expected, the inclusion of the time value of the money leads to change in the optimal maintenance policy.

Keywords: reliability, repairable systems, imperfect repair, optimal maintenance policy

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Relacionamento entre RCM, CBM e CBM+ (adaptado de Niu et al (2010)).	9
Figura 2 - Modelo Redução de Idade (adaptado de Nakagawa (2005))	16
Figura 3 - Modelo Sequencial Redução de Idade (adaptado de Nakagawa (2005))	19
Figura 4 - Modelo Híbrido (adaptado de Lin et al (2000))	21
Figura 5 - Relação entre ETC e R_s (Fonte: Liao et al (2010))	31
Figura 6 - Ciclos de renovação	34
Figura 7 - Valor Presente de cada ciclo	38
Figura 8 - Comportamento do custo para diferentes N 's e R_s	40
Figura 9 - Custo do Modelo Alternativo em função de R e N .	41
Figura 10 - Função densidade $f(t)$ para diferentes N 's	42
Figura 11 - Função Acumulada $F(t)$ para diferentes N 's.	42
Figura 12 - Função taxa de falha $h(t)$ após cada ciclo de MP	43
Figura 13 - Função taxa de falha $h(t)$ com $a_i=0$	44
Figura 14 - Função taxa de falha $h(t)$ com $b_i=1$	44
Figura 15 - Política ótima considerando a manutenção perfeita	45
Figura 16 - Política ótima considerando $C_r=0$	46
Figura 17 - Política ótima considerando $C_r=C_{bd}=0$	46
Figura 18 - Política ótima considerando $C_{mr}=0$	47
Figura 19 - Comportamento do custo para diferentes R_s considerando manutenção perfeita, $C_{ir}=C_r$ e $C_o=0$	48
Figura 20 - Política ótima considerando manutenção perfeita, $C_{ir}=C_r$ e $C_o=0$	48
Figura 21 - Correlação dos parâmetros de custo com o valor de ETC	52
Figura 22 - Modelo de Regressão para o ETC	53
Figura 23 - Política ótima considerando possibilidade de diferentes R_s	54
Figura 24 - Custo do Modelo Alternativo considerando o valor do dinheiro no tempo (taxa de desconto de 5% a.a.)	56
Figura 25 - Custo do Modelo Alternativo considerando o valor do dinheiro no tempo (taxa de desconto de 20% a.a.)	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Algoritmo para a determinação da política ótima.	30
Tabela 2 - Valores dos parâmetros utilizados no modelo de Liao et al (2010).	30
Tabela 3 - Política ótima (R^*, N^*) (Fonte: Liao et al (2010))	31
Tabela 4 - Tempos entre MP's para a política ótima (Fonte: Liao et al (2010)).	32
Tabela 5 - Variação do Cmr (Fonte: Liao et al (2010))	32
Tabela 6 - Variação do Cr (Fonte: Liao et al (2010))	32
Tabela 7 - Tempos entre manutenções preventivas para a política ótima no modelo proposto.	41
Tabela 8 - Efeito da variação do Cmr	49
Tabela 9 - Efeito da variação do Cir	50
Tabela 10 - Efeito da variação do Cr	50
Tabela 11 - Efeito da variação do Cbd	51
Tabela 12 - Efeito da variação do Co	51
Tabela 13 - Comparação do custo considerando Rs fixo e variável	54
Tabela 14 - Comparação do Rs na política fixa com o Rs na política variável	55
Tabela 15 - Comparação da política ótima entre os modelos	57

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CBM	<i>Condition Based Maintenance</i>
FMEA	<i>Failure Mode and Effect Analysis</i>
FTA	<i>Fault Tree Analysis</i>
MC	Manutenção Corretiva
MP	Manutenção Preventiva
MTBF	<i>Mean Time Between Failures</i>
MTTF	<i>Mean Time to Failure</i>
MTTR	<i>Mean Time to Repair</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
RCM	<i>Reliability Centered Maintenance</i>
RNA	Redes Neurais Artificiais
TPM	<i>Total Productive Maintenance</i>
VPL	Valor Presente Líquido

LISTA DE SÍMBOLOS

$R(t)$	Função confiabilidade: fornece a probabilidade do sistema funcionar por um período superior a t
X	Variável aleatória não negativa que denota o tempo de falha
$F(t)$	Distribuição de probabilidade acumulada
$f(t)$	Função densidade de probabilidade para distribuições de tempo contínuo
μ	Média de X
$h(t)$	Função taxa de falha instantânea ou simplesmente taxa de falha
$\lambda(t; x)$	Função taxa de falha
$\Lambda(t; x)$	Taxa de falha média
$Z(t)$	Função indicadora da disponibilidade do sistema no tempo t
$D(t)$	Esperança de $Z(t)$
p_k	Função de probabilidade para distribuições de tempo discreto
p	Probabilidade de falha
q	Probabilidade de funcionamento
$E\{X\}$	Esperança de X
$V\{X\}$	Variância de X
λ	Parâmetro da distribuição Poisson (média), Exponencial e Gamma
β	Parâmetro de forma da distribuição Weibull
θ	Parâmetro de escala da distribuição Weibull
$N(t)$	Variável aleatória que denota o número de falhas no intervalo $(0, t]$
δ	Parâmetro da distribuição Binomial negativa e Gamma
σ	Parâmetro relacionado à variabilidade da distribuição Normal e Lognormal
Y_i	Tempos sucessivos de falha
X_n	Tempos entre falhas, determinado por $Y_n - Y_{n-1}$
ETC	Taxa de custo esperada
C_{mr}	Custo de reparo mínimo

C_{ir}	Custo de manutenção preventiva, sendo o reparo imperfeito um caso específico
C_r	Custo de substituição do sistema
c_0	Custo inicial do sistema
a	Fator redução de idade para MP periódica
b	Fator redução taxa de falha para MP periódica
α	Fator de desconto
N	Número de manutenções preventivas antes da substituição do equipamento
i	Número do ciclo de manutenção preventiva, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$
T_i	Intervalo de tempo antes da i -ésima manutenção preventiva ser realizada
$h_i(t)$	Taxa de falha antes da i -ésima manutenção preventiva
a_i	Fator de redução de idade para MP sequencial, $0 < a_i < 1$
b_i	Fator de melhoria da taxa de falha para MP sequencial, $b_i > 1$
R_s	Confiabilidade limite adotada
C_{bd}	Custo de parada
C_o	Custo operacional ($C_o = c_{oo} + c_{vi}i + c_{vt}t$)
c_{oo}	Custo fixo de operação
c_{vi}	Custo variável de acordo com i
c_{vt}	Custo variável de acordo com t
$N_i(t)$	Número de falhas entre o $(i - 1)$ ésimo e o i -ésimo ciclo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1	Manutenção	3
2.2	Tipos de sistemas	3
2.3	Tipos de Manutenção	4
2.3.1	Manutenção Corretiva	4
2.3.2	Manutenção Preventiva	4
2.3.3	Manutenção Preditiva	5
2.4	Qualidade da Manutenção	6
2.4.1	Manutenção perfeita ou reparo perfeito	6
2.4.2	Manutenção mínima ou reparo mínima	7
2.5	Políticas de manutenção	7
2.6	Confiabilidade	9
2.6.1	Função Confiabilidade $R(t)$	10
2.6.2	Tempo médio para reparo ou MTTR (Mean Time to Repair)	10
2.6.3	Tempo médio até a falha ou MTTF (Mean Time to Failure)	10
2.6.4	Função taxa de falha $h(t)$	11
2.6.5	Disponibilidade	12
2.7	Modelos para a Confiabilidade	12
2.7.1	Distribuições de tempo discreto	12
2.7.2	Distribuições de tempo contínuo	14
2.8	Modelos para manutenção preventiva imperfeita	15
2.8.1	Modelo A - Probabilidade	15
2.8.2	Modelo B - Idade	16
2.8.3	Modelo C - Redução na idade ou taxa de falha	16
2.8.4	Modelo D - Custo	17
2.8.5	Manutenção Preventiva Imperfeita Sequencial	18
2.9	Processo de Poisson	21
2.9.1	Processo de Poisson Homogêneo (PPH)	22
2.9.2	Processo de Poisson Não Homogêneo (PPNH)	22
2.10	Valor do Dinheiro no Tempo	23
3	MODELO DE LIAO <i>ET AL</i> (2010) PARA MANUTENÇÃO PREVENTIVA DE UM SISTEMA REPARÁVEL COM DETERIORAÇÃO	24
3.1	O modelo de Manutenção de Liao <i>et al</i> (2010).	24
3.1.1	Principais suposições adotadas	24
3.1.2	Notações	25

3.2	Função taxa de Falha	25
3.3	Os tempos de manutenção preventiva	26
3.4	Componentes de Custo	27
3.4.1	Custo Operacional Variável	27
3.4.2	Custo de Reparo Imperfeito (imperfect repair cost)	27
3.4.3	Custo de Reparo Mínimo (minimum repair cost)	27
3.4.4	Custo de Substituição (replacement cost)	28
3.4.5	Custo de Parada (break down cost)	28
3.5	A Expressão do Custo Médio	29
3.6	Algoritmo de busca para determinação da política ótima	30
3.7	Os resultados obtidos por Liao <i>et al</i> (2010)	30
3.8	Críticas ao modelo proposto por Liao <i>et al</i> (2010)	32
4	<u>MODELOS PROPOSTOS</u>	34
4.1	Modelo A	34
4.1.1	O Tempo do Ciclo de Renovação	35
4.1.2	Custo médio do ciclo	35
4.1.3	A função taxa de falha	36
4.2	Modelo B	37
4.2.1	Valor Presente do Custo no Primeiro Ciclo de Substituição	37
4.2.2	Valor Presente da Série Infinita	38
4.3	Implementação dos Modelos	39
5	<u>ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES</u>	40
5.1	Modelo A	40
5.1.1	Política Ótima para os Valores Padrão	40
5.1.2	As funções $f(t)$, $F(t)$ e $h(t)$	41
5.1.3	Política Ótima em Caso de Manutenção Perfeita	45
5.1.4	Análise em Casos Extremos	45
5.2	Variação dos Parâmetros e Impacto na Política Ótima	49
5.3	Incertezas na estimação dos parâmetros de custo	51
5.4	Uma nova política ótima: R_s variável	53
5.5	Modelo B	55
5.6	Comparação de resultados da política ótima	57
6	<u>CONCLUSÕES</u>	58
7	<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	60
	<u>APÊNDICE A - PROGRAMAS PRINCIPAIS</u>	64

A1. Função Principal - Função Custo (ETC)	64
A2. Funções Auxiliares	65
A3. Programa para Determinação do Custo para um par (N, Rs)	67
A4. Programa para determinar o Rs ótimo por otimização, para um N específico, com o Particle Swarm Optimization.	68
<u>ANEXO A - ARTIGO DE LIAO ET AL (2010)</u>	69

1 Introdução

De acordo com Smith (1993) os setores de Operação e Manutenção estão no centro das atenções, já que atualmente se relacionam com questões que vão desde fatores ambientais e de segurança até o nível de rentabilidade. Em Motta (1999) ainda é acrescentado que houve uma grande e positiva mudança no conceito e na consciência gerencial relacionada à manutenção. De mal necessário, essa passou a ser vista como atividade estratégica indispensável à produção e a ser considerada como uma das bases para toda a atividade industrial. Em Scapin (1999) é citado que a confiança tornou-se um item cada vez mais obrigatório e necessário às empresas que desejam atender melhor seus clientes, já que a confiabilidade está diretamente ligada à percepção da qualidade e por isso tornou-se sinônimo de sucesso no mundo atual.

Nesse trabalho será considerada a área da confiabilidade destinada a sistemas reparáveis, já que a maioria dos sistemas reais se enquadra nessa categoria. Apesar disso, a literatura disponível destina-se mais aos sistemas não reparáveis. Ascher e Feingold (1984) citaram: “A confiabilidade de sistemas reparáveis tem sido um filho adotivo largamente ignorado no campo da confiabilidade”.

O objetivo principal desse trabalho será desenvolver um modelo para determinar a política ótima de manutenção preventiva para um sistema reparável sujeito a deterioração, bem como avaliar o efeito do valor do dinheiro no tempo e a incerteza de parâmetros de custo na determinação desta política ótima.

Este trabalho terá como ponto de partida o modelo proposto por Liao *et al* (2010) (ver Anexo A), no qual deseja-se determinar qual seria o intervalo ótimo entre as manutenções preventivas de forma a minimizar o custo de manutenção total por unidade de tempo. Para isso algumas considerações foram feitas, entre elas:

1. O tipo de reparo da manutenção preventiva é considerado como imperfeito, ou seja, a manutenção não consegue voltar o sistema para o estado inicial, mas também não o retorna ao estado imediatamente anterior à falha, ou seja, alguma melhoria é obtida com a manutenção preventiva realizada.
2. É considerada a política de manutenção centrada na confiabilidade, em que temos a manutenção preventiva baseada na condição (CBM) ou também conhecida como manutenção preditiva. Assim, supôs-se um monitoramento contínuo do sistema, em que é possível verificar as condições e a partir disso estimar a confiabilidade atual do sistema.

O trabalho está organizado da seguinte forma: na Seção 2 serão exibidos alguns conceitos relacionados à manutenção, os tipos de sistemas e também as políticas e tipos de manutenção. Na Seção 3 o modelo de Liao *et al* (2010) é apresentado e analisado. Na Seção 4 são propostos dois modelos, sendo o segundo o modelo que considera o valor do dinheiro no tempo para determinar a política ótima de manutenção. Na Seção 5 são apresentados os resultados desses modelos e também é avaliado o efeito da variação dos parâmetros de custo na solução ótima. Finalmente, na Seção 6, está apresentada a conclusão do trabalho.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Manutenção

No Novo Dicionário da Língua Portuguesa (Ferreira, 1994) a definição de manutenção é dada como “as medidas necessárias para conservação ou a permanência de alguma coisa ou de alguma situação”. Já a Associação Brasileira de Normas Técnicas a define como “combinação de todas as ações técnicas e administrativas, incluindo as de supervisão, destinadas a manter ou recolocar um item em um estado no qual possa desempenhar uma função requerida”. (NBR 5462, 1994). Já em Salgado (2008) a manutenção é definida como todas as atividades e ações necessárias para restaurar e /ou prevenir a ocorrência ou reincidência de falhas em sistemas e componentes.

Em Nakagawa (2005) é citado que diversos acidentes ocorridos no mundo em sistemas complexos causaram graves danos e um senso de instabilidade, o que contribuiu para a valorização da manutenção. Essa importância dada à manutenção tem sido crescente e tende a ser cada vez mais valorizada.

2.2 Tipos de sistemas

De acordo com Rigdon e Basu (2000) um sistema reparável é aquele que, após a ocorrência de uma falha, pode ser retornado à condição de operação através de um reparo. Um automóvel é um exemplo de sistema reparável já que a maior parte das falhas não exige que o automóvel seja substituído. Os reparos não precisam, necessariamente, envolver a substituição das partes do sistema. No caso de um automóvel, poderia se ter uma falha ao ligar o carro devido à má conexão com a bateria e o reparo poderia ser, por exemplo, a limpeza dos cabos.

Já nos sistemas não reparáveis esses são descartados após a primeira e única falha. Uma lâmpada é um exemplo de sistema não reparável, já que quando queima essa é descartada e substituída. Uma observação é que existem sistemas que após apresentarem uma falha poderiam ser reparados, mas quando o custo do reparo é maior que o da substituição esse reparo não ocorre e o sistema acaba sendo considerado como não reparável. Em Rigdon e Basu (2000) é citado o exemplo de uma calculadora. Apesar de poder ser reparada, o custo disso deve ser próximo ao custo de comprar uma nova e por isso poderia ser considerada como um sistema não reparável.

De acordo com Santos (2003) existe uma vasta bibliografia sobre a confiabilidade de sistemas não reparáveis, embora a maioria dos sistemas e equipamentos seja, na realidade, reparáveis. Em Platilha (2008) é citado que a razão para isso é que a formalização da teoria de sistemas reparáveis é relativamente nova e decorrente do trabalho de Ascher e Feingold (1984).

Realizar um estudo de equipamentos reparáveis como se esses fossem não reparáveis pode levar a conclusões errôneas já que são desconsideradas informações importantes.

De acordo com Scapin (1999) existem três tipos básicos de falhas, se considerarmos o tempo de utilização do sistema:

- Falhas precoces: geralmente ocorrem em função de defeitos de fabricação, logo após o início de utilização do componente ou equipamento.
- Falhas por desgaste: são as falhas causadas por desgaste de componentes do equipamento, provocado por perda de características dos mesmos, como elasticidade e solubilidade. Esses tipos de falhas são minimizados pelas manutenções preventivas (discutidas na próxima seção).
- Falhas casuais: são as falhas apresentadas de forma inesperada, ao acaso, em intervalos de tempo irregulares, podendo ser por motivos diversos.

Em Nakagawa (2005) a falha é classificada em dois possíveis modos:

- Catastrófica: quando a unidade falha de forma repentina e completa.
- Falha por desgaste: quando a unidade falha de forma gradual e parcial.

2.3 Tipos de Manutenção

De acordo com Santos (2003), pode-se classificar as manutenções existentes em 3 tipos: Manutenção Corretiva (MC), Manutenção Preventiva (MP) e Manutenção Preditiva.

2.3.1 Manutenção Corretiva

É a execução de tarefas de manutenção não planejadas para restaurar as capacidades funcionais de equipamentos ou sistemas que apresentaram falhas. Na maioria dos casos, a manutenção corretiva é a forma mais primária e mais cara de manutenção. Apesar disso, torna-se impossível eliminá-la completamente, pois não se pode prever o momento exato em que ocorrerá uma falha que obrigará a uma manutenção corretiva.

2.3.2 Manutenção Preventiva

É a execução de tarefas de manutenção previamente planejadas. É desempenhada para manter um item em condições satisfatórias de operação através de inspeções sistemáticas, detecção e prevenção de falhas incipientes. Pode ser baseada no tempo ou na condição. Será baseada no tempo quando as atividades para reter as capacidades funcionais dos equipamentos ou sistemas forem planejadas para serem realizadas em pontos específicos no tempo. Será baseada na condição

quando as tarefas são programadas devido a defeitos detectados nos equipamentos em operação, sendo nesse caso conhecida como manutenção preventiva não sistemática.

Para Smith (1993) a manutenção preventiva é constituída de quatro métodos ou grupos de tarefas:

- Manutenção preventiva baseada no tempo;
- Manutenção preventiva baseada na condição;
- Tarefas de descoberta de falhas;
- Funcionamento até a falha (*run-to-failure*).

Apesar de o último método parecer estranho por estar relacionado à necessidade de manutenção corretiva, Smith (1993) define esse funcionamento até a falha como: “Decisão consciente e deliberada para funcionar até a falha, porque as outras opções de manutenção preventiva são tecnicamente inviáveis ou não são recomendáveis em termos econômicos”.

2.3.3 *Manutenção Preditiva*

É um tipo mais refinado de manutenção preventiva, em que as tarefas originam-se do acompanhamento dos parâmetros de condição ou desempenho. Conforme a tendência da maioria dos autores, Xenos (1998) insere a manutenção preditiva, também conhecida como manutenção baseada na condição (*condition based maintenance* ou CBM), no âmbito mais abrangente da manutenção preventiva.

As técnicas preditivas, ou de manutenção baseada na condição, baseiam-se no fato de que a maioria das falhas desenvolve-se ao longo do tempo, ou seja, é emitido algum sinal antes da falha efetivamente ocorrer. Entre a detecção de um sinal e o surgimento da falha existe um período de tempo durante o qual podem ser realizadas ações de manutenção. Moubroy (1992) define esses sinais como condições físicas que podem ser identificadas que indicam que uma falha funcional está prestes a ocorrer ou em processo de ocorrência. Os equipamentos continuam operando sob a condição de que os valores dos parâmetros monitorados não superem os valores predeterminados; de onde vem o nome manutenção baseada na condição (CBM). Como exemplos de falhas potenciais pode-se citar vibrações, trincas, alta temperatura, pressão, partículas no óleo, que podem variar de acordo com o sistema avaliado.

De acordo com Motta (1999) os meios de medição dessas condições do sistema podem variar desde os mais rudimentares, como os próprios sentidos humanos, até os instrumentos mais sofisticados e precisos, como os micrômetros, os medidores de vibração e os detectores de trincas.

A manutenção preditiva é aplicada quando a probabilidade de falhas não está relacionada apenas ao envelhecimento dos equipamentos, tornando ineficazes os reparos e trocas periódicas. Na

CBM as inspeções são periódicas, mas o momento em que serão efetuados os reparos é determinado pelos resultados das medições dos parâmetros monitorados.

A CBM permite um melhor aproveitamento da vida útil dos equipamentos, já que os reparos são realizados no momento mais próximo daquele em que a falha, provavelmente, irá ocorrer.

Lebold *et al* (2003) e Thurston (2001) desenvolveram o modelo OSA-CBM, um sistema de manutenção baseado em condição dividido em sete etapas: aquisição de dados, processamento de sinal, monitoração de condição, avaliação de saúde (diagnóstico), prognóstico, tomada de decisão e apresentação.

O diagnóstico determina o estado do sistema, baseado nas informações geradas pelas etapas anteriores, nos valores de referência, na extração das características de cada equipamento e detecção de anomalias.

O prognóstico ou a previsão de falhas é feita usando o histórico de diagnósticos, prognósticos, as relações entre anomalias e suas variáveis associadas. Segundo Molina *et al* (2000), uma abordagem é a aplicação de RNA (Redes Neurais Artificiais), lógica nebulosa e sistemas híbridos. Enquanto um sistema especialista tenta imitar a resposta de um operador analisando as mesmas variáveis, as redes neurais superam este limite e tentam analisar as relações não lineares entre os diferentes sinais.

De acordo com Niu *et al* (2010) recentemente foi desenvolvida a CBM+, que é a aplicação e integração de processos apropriados, tecnologias e capacidades baseadas no conhecimento para melhorar a confiabilidade e efetividade da manutenção. Foi construída a partir da CBM, mas é otimizada pela análise de confiabilidade e tem-se tornado popular a partir de 2006.

2.4 Qualidade da Manutenção

Até então foram discutidos os tipos de manutenção efetivos (corretiva, preventiva e preditiva). Já em relação à qualidade da manutenção realizada pode-se classificá-la em dois principais tipos: reparo perfeito e reparo mínimo.

2.4.1 Manutenção perfeita ou reparo perfeito

É quando no ato da manutenção, além de reparar componentes do equipamento falhados ou com iminência de falha, atua-se também nos com potencialidade de falha. Nestes componentes são realizados testes assegurando o seu funcionamento como um novo, ou providenciando sua substituição. Observa-se neste caso, que ao final da manutenção o equipamento estará tão bom quanto novo (“good as new”) em termos de probabilidade de falha.

2.4.2 *Manutenção mínima ou reparo mínima*

É a manutenção que restaura o equipamento ao estado em que se encontrava imediatamente antes da falha, colocando-o na situação de tão ruim quanto velho (“bad as old”). Neste caso atua-se somente na parte defeituosa do equipamento, que continua com a mesma probabilidade de falha que tinha antes de falhar. Um exemplo de reparo mínimo é a troca de um pneu de um carro, já que a taxa de falha do carro provavelmente será a mesma após esse reparo.

Existem na literatura outras possíveis classificações para a qualidade da manutenção. Em Pham & Wang (1996) também é citado o reparo imperfeito, definido como a manutenção que não faz o sistema retornar ao estado de tão bom quanto novo, mas o torna mais jovem. A manutenção imperfeita retorna o sistema a um estado entre o “tão bom quanto novo” e o “tão ruim quanto velho”.

2.5 **Políticas de manutenção**

A TPM (*Total Productive Maintenance* ou Manutenção Produtiva Total), de origem japonesa, e a RCM (*Reliability Centered Maintenance* ou Manutenção Centrada em Confiabilidade), de origem norte-americana, são os dois métodos que se destacam como políticas de manutenção surgidas a partir dos anos 70. No entanto, os próprios pioneiros no desenvolvimento da RCM, Nowlan e Heap (1978), afirmam o seguinte: “Com as técnicas de análise da RCM é bastante simples decidir quais tarefas incluir em um programa de manutenção preventiva, mas a lógica de decisão não cobre os intervalos nos quais estas tarefas devem ser executadas”.

Nakajima (1988) considera as seguintes características como as mais importantes da TPM:

- maximização da efetividade dos equipamentos;
- sistema de manutenção total, incluindo prevenção de manutenção, melhoria da manutenabilidade e manutenção preventiva;
- participação total de todos os trabalhadores, incluindo a manutenção autônoma realizada pelos operadores e a responsabilidade compartilhada por todos os empregados através de atividades de pequenos grupos.

Segundo Motta (1999) TPM é um sistema de manutenção de equipamentos que envolve todos os trabalhadores de várias áreas da companhia, especialmente engenharia, manutenção e operação. Tem como duplo objetivo alcançar zero falhas e zero defeitos. Como consequência da eliminação das falhas e defeitos consegue-se aumentar a disponibilidade dos equipamentos, reduzir custos, minimizar inventários e aumentar a produtividade do trabalho.

Já a RCM é definida por Moubray (1992) como um processo usado para determinar o que deve ser feito para assegurar que qualquer item físico continue a desempenhar as funções requeridas pelos seus usuários em seu atual contexto operacional. Para isso, é preciso responder a sete questões básicas do item sob análise:

- Quais são as funções e os padrões de desempenho dos itens em seu atual contexto operacional?
- De que maneira eles falham em cumprir suas funções?
- Quais são as causas de cada falha funcional?
- O que acontece quando ocorre cada falha?
- Quais são as consequências de cada falha?
- O que pode ser feito para prever ou prevenir cada falha?
- O que deve ser feito se não houver nenhuma tarefa preventiva apropriada?

Existem diversas ferramentas utilizadas no processo de RCM, como formulários, matrizes, FTA (*Fault Tree Analysis*) e FMEA (*Failure Mode and Effect Analysis*).

Segundo Scapin (1999) FTA é uma técnica analítica de confiabilidade utilizada para problemas complexos, que objetiva identificar pontos de melhorias após levantar os sintomas percebidos pelos clientes e as causas das anomalias. Em outras palavras, o objetivo do FTA é mapear os diversos caminhos entre um modo de falha de um sistema (produto ou processo) e as diversas causas que contribuíram para sua ocorrência. O chamado “evento topo” da FTA é uma falha de um sistema específico e a árvore é construída no sentido de obter todas as falhas básicas que podem causar a falha do sistema analisado.

FMEA é uma outra técnica de confiabilidade que visa identificar os principais modos de falha e seus efeitos para que possam ser determinadas as ações preventivas. A FMEA utiliza um formulário e um procedimento para priorizar as falhas através de índices de gravidade, probabilidade de detecção e risco. A FMEA e FTA são consideradas como técnicas complementares.

Segundo Moubray (1992) se a RCM for corretamente aplicada pode reduzir a quantidade de trabalho de rotina da manutenção em 40-70%, sendo que os benefícios podem ser agrupados em duas amplas categorias: redução de riscos e economia de custos.

Conforme citado em Motta (1999) enquanto o foco da RCM está na definição das atividades que devem constar em um programa de manutenção, a TPM foca no envolvimento de vários setores da empresa em atividades relacionadas à manutenção. No entanto, nenhuma delas fornece meios para se definir com segurança as periodicidades adequadas à realização das tarefas de manutenção preventiva.

Em Niu *et al* (2010) é citado que a CBM é uma estratégia ou tecnologia de manutenção tradicional, enquanto a CBM+ se concentra em fornecer o suporte necessário para a realização da CBM. A RCM usa a CBM como uma estratégia de gerenciamento de falha primária. O relacionamento entre a RCM, CBM e CBM+ é mostrado na Figura 1.

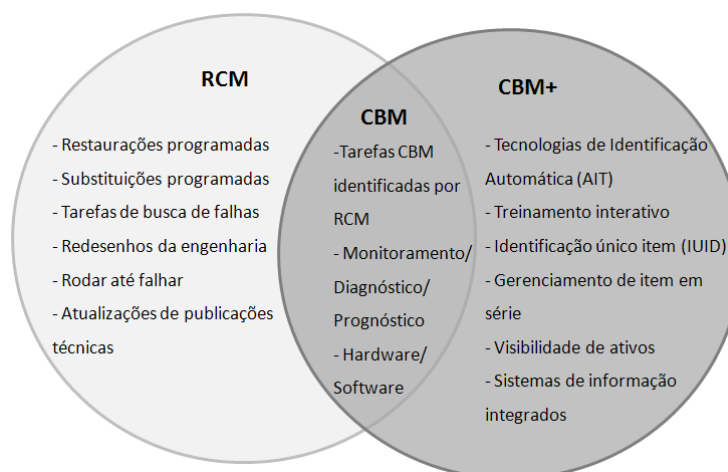


Figura 1 - Relacionamento entre RCM, CBM e CBM+ (adaptado de Niu *et al* (2010)).

2.6 Confiabilidade

Segundo Freitas e Colosimo (1997) a definição mais comum nos textos de confiabilidade é: “Confiabilidade é a probabilidade de um item desempenhar satisfatoriamente a função requerida, sob condições de operações estabelecidas, por um período de tempo predeterminado”.

Em Rigdon e Basu (2000) é citado que para muitos produtos os clientes veem a confiabilidade como uma das principais características de qualidade.

Segundo Scapin (1999) a confiabilidade surgiu após a primeira guerra mundial, através da indústria aeronáutica. Isso porque aumentou o transporte aéreo e também os acidentes, o que levou à utilização de técnicas de confiabilidade. Vários estudos foram feitos e implementou-se itens de controle, como o que comparava o número de acidentes aéreos e o número de horas voadas. Os resultados refletiram nos indicadores e, após publicação, as técnicas de confiabilidade passaram a ser utilizadas pelas indústrias petroquímicas e nucleares.

De acordo com Freitas e Colosimo (1997) existem dois elementos básicos a serem definidos em estudos de confiabilidade: o evento de interesse, chamado de falha, e a escala de medida.

É necessário definir o que configura uma falha de acordo com o objetivo do estudo. Existem falhas que são facilmente identificadas, chamadas catastróficas, e as falhas provenientes de

um processo de degradação. Nesse último caso, é necessário definir a falha em função do nível de degradação.

Outro importante aspecto a ser considerado é o tipo de truncamento do estudo. O truncamento por falha ocorre quando o acompanhamento do sistema reparável termina após um número pré-determinado de falhas, ou seja, o tempo é aleatório e o número de falhas é fixo. Já o truncamento por tempo ocorre quando o acompanhamento do sistema reparável termina após um tempo pré-determinado, ou seja, o número de falhas é aleatório e o tempo é fixo.

Para quantificar a confiabilidade de um item existem algumas importantes medidas, como:

2.6.1 Função Confiabilidade $R(t)$

Fornece a probabilidade de um item funcionar por um período superior a um determinado tempo t . Pode também ser chamada de distribuição de sobrevivência.

Supondo uma variável aleatória não negativa X ($X \geq 0$) que denota o tempo de falha de uma unidade, essa tem a distribuição de probabilidade acumulada $F(t) \equiv P\{X \leq t\}$ e a função densidade de probabilidade $f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$. Segundo Nakagawa (2005), na teoria da confiabilidade elas são chamadas de distribuição do tempo de falha e função densidade de falha.

A função confiabilidade de X é dada por:

$$R(t) \equiv P\{X > t\} = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(u)du \equiv \bar{F}(t)$$

2.6.2 Tempo médio para reparo ou $MTTR$ (Mean Time to Repair)

Corresponde ao tempo médio necessário para o reparo de um equipamento. Inclui também os tempos relativos às manutenções preventivas.

2.6.3 Tempo médio até a falha ou $MTTF$ (Mean Time to Failure)

Segundo Nakagawa (2005) a média de X , também chamada de $MTTF$, é definida como:

$$\mu \equiv E\{X\} = \int_0^{\infty} tf(t)dt = \int_0^{\infty} R(t)dt$$

Em Freitas e Colosimo (1997) o $MTTF$ é diferenciado do $MTBF$ (Mean Time Between Failures), sendo o primeiro destinado a sistemas não reparáveis e o segundo a sistemas reparáveis, já que nesse último caso ocorrerão diversas falhas. Da mesma forma, o $MTBF$ é definido como o valor médio entre falhas consecutivas em um dado período da vida de um equipamento.

2.6.4 Função taxa de falha $h(t)$

Segundo Nakagawa (2005), taxa de falha é uma boa medida para representar as características de operação de uma unidade, já que é uma função que mede o quanto a unidade melhora ou deteriora com o aumento da idade. É conhecida por diferentes nomes, como taxa de risco e força de mortalidade.

A função taxa de falha instantânea $h(t)$, chamada simplesmente de taxa de falha, é dada por:

$$h(t) \equiv \frac{f(t)}{\bar{F}(t)} = -\frac{1}{\bar{F}(t)} \frac{d\bar{F}(t)}{dt}, \text{ para } F(t) < 1$$

Isso significa que $h(t)\Delta t \approx P\{t < X \leq t + \Delta t \mid X > t\}$ representa a probabilidade de falha de uma unidade com idade t em um intervalo $(t, t + \Delta t]$, sendo $\Delta t > 0$ e pequeno.

A função taxa de falha acumulada, dada por $H(t) \equiv \int_0^t h(u)du$, possui a seguinte relação com a função confiabilidade:

$$R(t) = \exp\left[-\int_0^t h(u)du\right] = e^{-H(t)}, \text{ ou seja, } H(t) = -\log R(t)$$

Em Nakagawa (2005) são definidas as seguintes taxas de falha de uma distribuição de falha contínua $F(t)$:

- a. Taxa de falha instantânea: $h(t) \equiv \frac{f(t)}{\bar{F}(t)}$
- b. Taxa de falha intervalar $h(t; x) \equiv \frac{\int_t^{t+x} h(u)du}{x} = \frac{\log\left[\frac{\bar{F}(t)}{\bar{F}(t+x)}\right]}{x}$, para $x > 0$
- c. Taxa de falha $\lambda(t; x) \equiv \frac{F(t+x)-F(t)}{\bar{F}(t)}$, para $x > 0$
- d. Taxa de falha média $\Lambda(t; x) \equiv \frac{F(t+x)-F(t)}{\int_t^{t+x} \bar{F}(u)du}$, para $x > 0$

A distribuição F possui taxa de falha crescente se e somente se $\lambda(t; x)$ é crescente em t para qualquer $x > 0$, sendo a relação também verdadeira para o comportamento decrescente, conforme Barlow e Proschan (1965).

As propriedades das quatro taxas de falhas descritas anteriormente são investigadas em Nakagawa (2005) e pela similaridade de comportamento são chamadas simplesmente de taxa de falha.

Em Rigdon e Basu (2000) a taxa de falha é diferenciada da função intensidade, sendo a primeira destinada apenas a sistemas não reparáveis e a segunda a sistemas reparáveis.

2.6.5 Disponibilidade

Em Nakagawa (2005), a disponibilidade é definida como a probabilidade de que a unidade será capaz de operar dentro das tolerâncias em um dado instante de tempo.

$$\text{Seja } Z(t) = \begin{cases} 1, & \text{se o sistema está ativo no tempo } t \\ 0, & \text{se o sistema está inativo no tempo } t \end{cases}$$

- Disponibilidade pontual: é a probabilidade de que o sistema estará ativo em um dado instante de tempo, ou seja: $D(t) = P\{Z(t) = 1\} = E\{Z(t)\}$
- Disponibilidade intervalar: é a fração esperada de um dado intervalo em que o sistema estará apto à operação, dado por: $\frac{1}{t} \int_0^t D(u) du$
- Limite da disponibilidade intervalar: é a fração esperada de tempo no longo prazo em que o sistema estará apto a operar, dado por: $D \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t D(u) du$

2.7 Modelos para a Confiabilidade

A função de confiabilidade pode ser estimada por técnicas não paramétricas, em que não é necessário especificar nenhuma distribuição de probabilidade para a variável aleatória em estudo. Dentre as técnicas não paramétricas as mais conhecidas são a “Tabela de Vida” e o estimador de “Kaplan-Meier” (Lawless, 1982). No entanto, existem técnicas estatísticas paramétricas que requerem a especificação de uma distribuição de probabilidade para a variável aleatória.

De acordo com Freitas e Colosimo (1997), embora exista uma série de modelos probabilísticos utilizados em análise de dados de confiabilidade, alguns deles ocupam uma posição de destaque por sua comprovada adequação a várias situações práticas, como o Exponencial, Weibull e log-normal.

2.7.1 Distribuições de tempo discreto

Suponha que X seja uma variável aleatória que denota o tempo de falha de unidades que operam em tempo discreto. A função probabilidade será denotada por $p_k (k = 0, 1, 2, \dots) \equiv P\{X = k\}$.

- Distribuição Binomial

$$p_k = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \text{ para } 0 < p < 1, q \equiv 1 - p$$

$$E\{X\} = np, \quad V\{X\} = npq$$

- Distribuição de Poisson

$$p_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \text{ para } \lambda > 0$$

$$E\{X\} = V\{X\} = \lambda$$

A distribuição de falha é dada por $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Considerando $N(t)$ uma variável aleatória de contagem que denota o número de falhas no intervalo $(0, t]$, essa possui distribuição de Poisson, em que $P\{N(t) = k\} = \left[\frac{(\lambda t)^k}{k!}\right] e^{-\lambda t}$.

c. Distribuição Geométrica

$$p_k = pq^k, \text{ para } 0 < q < 1$$

$$E\{X\} = \frac{q}{p}, \quad V\{X\} = \frac{q}{p^2}$$

A taxa de falha é constante: $h_k = p$

d. Distribuição Binomial negativa

$$p_k = \binom{-\delta}{k} p^\delta (-q)^k, \text{ para } q \equiv 1 - p, \delta > 0$$

$$E\{X\} = \frac{\delta q}{p}, \quad V\{X\} = \frac{\delta q}{p^2}$$

A taxa de falha é crescente para $\delta > 1$ e decrescente para $\delta < 1$, coincidindo com a distribuição geométrica quando $\delta = 1$.

2.7.2 Distribuições de tempo contínuo

Seja $F(t)$ a distribuição de falha com função densidade $f(t)$.

a. Distribuição Normal

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \text{ para } -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$$

$$E\{X\} = \mu, \quad V\{X\} = \sigma^2$$

b. Distribuição Lognormal

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma t} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\log t - \mu)^2\right], \text{ para } -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$$

$$E\{X\} = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right), \quad V\{X\} = \exp[2(\mu + \sigma^2)]$$

A taxa de falha é decrescente em um grande intervalo de tempo.

c. Distribuição Exponencial

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \text{ para } \lambda > 0$$

$$E\{X\} = \frac{1}{\lambda}, \quad V\{X\} = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$h(t) = \lambda$$

A distribuição exponencial tem a propriedade de perda de memória e por isso a taxa de falha é constante.

d. Distribuição Gamma

$$f(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{\delta-1}}{\Gamma(\delta)} e^{-\lambda t}, \quad \text{ para } \lambda, \delta > 0$$

$$E\{X\} = \frac{\delta}{\lambda}, \quad V\{X\} = \frac{\delta}{\lambda^2}$$

, onde $\Gamma(\delta) \equiv \int_0^{\infty} x^{\delta-1} e^{-x} dx$, para $\delta > 0$.

A taxa de falha é crescente para $\delta > 1$ e decrescente para $\delta < 1$, coincidindo com a distribuição exponencial quando $\delta = 1$.

e. Distribuição Weibull

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right], \quad F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right], \quad \text{ para } \beta, \theta > 0$$

$$E\{X\} = \theta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right),$$

$$V\{X\} = \theta^2 \left\{ \Gamma \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) - \Gamma \left[1 + \left(\frac{1}{\beta} \right)^2 \right] \right\}$$

$$h(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta} \right)^{\beta-1}$$

A taxa de falha é crescente para $\beta > 1$ e decrescente para $\beta < 1$, coincidindo com a distribuição exponencial quando $\beta = 1$.

2.8 Modelos para manutenção preventiva imperfeita

De acordo com Zhou *et al* (2007) um sistema que está sob a política de manutenção preventiva imperfeita recebe manutenções em uma sequência decrescente de intervalos de tempo. Isso porque com o aumento da idade e da utilização do sistema a manutenção é necessária com uma maior frequência. Em Nakagawa (2005) é citado que a maioria das unidades operam por um intervalo de tempo finito e por isso é comum considerar uma política de substituição do sistema com um intervalo de tempo finito.

De acordo com Wang e Pham (1996) os métodos para tratar as manutenções imperfeitas, reparo pior e o pior reparo podem ser classificados em oito principais categorias.

Em Nakagawa (2005) são considerados quatro modelos de manutenção preventiva imperfeita com reparo mínimo nas falhas, conforme explicitados a seguir.

2.8.1 Modelo A - Probabilidade

Tem-se as seguintes suposições para esse modelo:

- a. É realizada a MP nos tempos kT ($k = 1, 2, \dots$) e é feito o reparo mínimo nas falhas ocorridas entre as MP's.
- b. A taxa de falha $h(t)$ permanece intacta por reparo mínimo.
- c. Após a MP, a unidade se torna tão boa quanto nova com probabilidade $q \equiv 1 - p$ e tem a mesma taxa de falha apresentada antes da falha com probabilidade p ($0 \leq p < 1$).
- d. O custo de cada reparo mínimo é C_{mr} e o custo de cada MP é C_{ir} .
- e. Os tempos de MP e do reparo mínimo são desprezíveis.
- f. A taxa de falha $h(t)$ é estritamente crescente.

É mostrado em Nakagawa (2005) que a taxa de custo esperada desse modelo é dada por:

$$ETC_A(T; p) = \frac{1}{T} \left[C_{mr} q^2 \sum_{j=1}^{\infty} p^{j-1} \int_0^{jT} h(t) dt + C_{ir} \right]$$

2.8.2 Modelo B - Idade

Esse processo é representado pela Figura 2:

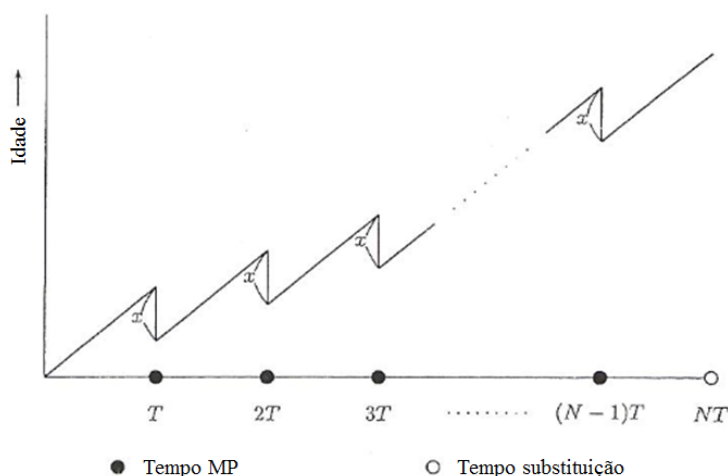


Figura 2 - Modelo Redução de Idade (adaptado de Nakagawa (2005))

Tem-se as seguintes suposições nesse modelo:

- É realizada a MP nos tempos kT ($k = 1, 2, \dots$) e é feito o reparo mínimo nas falhas ocorridas entre as MP's.
- A taxa de falha $h(t)$ permanece intacta por reparo mínimo.
- O sistema se torna x unidades mais novo a cada MP, sendo x ($0 \leq x \leq T$) constante e previamente especificado. Além disso, a unidade é substituída no tempo NT ($N = 1, 2, \dots, \infty$).
- O custo de cada reparo mínimo é C_{mr} , o custo de cada MP é C_{ir} e o custo de substituição no tempo NT é C_r , sendo $C_r > C_{ir}$.
- Os tempos de MP e do reparo mínimo são desprezíveis.
- A taxa de falha $h(t)$ é estritamente crescente.

A taxa de custo esperada desse modelo é dada por:

$$ETC_B(N; T; x) = \frac{1}{NT} \left[C_{mr} \sum_{j=0}^{N-1} \int_{j(T-x)}^{T+j(T-x)} h(t) dt + (N-1)C_{ir} + C_r \right] \quad (N = 1, 2, \dots)$$

2.8.3 Modelo C - Redução na idade ou taxa de falha

Tem-se as seguintes suposições:

- É realizada a MP nos tempos kT ($k = 1, 2, \dots$) e é feito o reparo mínimo nas falhas ocorridas entre as MP's.
- A taxa de falha $h(t)$ permanece intacta por reparo mínimo.

- c. Após a MP, o sistema reduz a sua idade para at ($0 < a \leq 1$), sendo t a idade imediatamente antes da ocorrência da falha. Além disso, a unidade é substituída no tempo NT .
- d. O custo de cada reparo mínimo é C_{mr} , o custo de cada MP é C_{ir} e o custo de substituição no tempo NT é C_r , sendo $C_r > C_{ir}$.
- e. Os tempos de MP e do reparo mínimo são desprezíveis.
- f. A taxa de falha $h(t)$ é estritamente crescente.

A taxa de custo esperada desse modelo é dada por:

$$ETC_C(N; T; a) = \frac{1}{NT} \left[C_{mr} \sum_{j=0}^{N-1} \int_{A_j T}^{(A_j+1)T} h(t) dt + (N-1)C_{ir} + C_r \right] \quad (N = 1, 2, \dots)$$

, sendo $A_j \equiv a + a^2 + \dots + a^j$ ($j = 1, 2, \dots$) e $A_0 \equiv 0$.

Quando a redução ocorre na taxa de falha a suposição “c” é substituída pela seguinte:

- c. Após a MP, o sistema reduz a sua taxa de falha para $bh(t)$ ($0 < b \leq 1$), sendo $h(t)$ a taxa de falha imediatamente antes da ocorrência da falha.

A taxa de custo esperada desse modelo é dada por:

$$ETC_C(N; T; b) = \frac{1}{NT} \left[C_{mr} \sum_{j=0}^{N-1} b^j \int_{jT}^{(j+1)T} h(t) dt + (N-1)C_{ir} + C_r \right] \quad (N = 1, 2, \dots)$$

2.8.4 Modelo D - Custo

Tem-se as seguintes suposições:

- a. É realizada a MP nos tempos kT ($k = 1, 2, \dots$) e é feito o reparo mínimo nas falhas ocorridas entre as MP's.
- b. A taxa de falha $h(t)$ permanece intacta por reparo mínimo.
- c. A taxa de falha ou a idade da unidade é reduzida proporcionalmente ao custo C_{ir} da MP.
- d. O custo de cada reparo mínimo é C_{mr} , o custo de cada MP é C_{ir} e o custo inicial da unidade é c_0 , sendo $c_0 \geq C_{ir}$.
- e. Os tempos de MP e do reparo mínimo são desprezíveis.
- f. A taxa de falha $h(t)$ é estritamente crescente.

Supondo que a idade do sistema após a MP reduz para $\left[1 - \left(\frac{C_{ir}}{c_0}\right)\right](x + T)$ a cada MP, sendo a idade imediatamente antes da falha $x + T$. Se a unidade está em estado estacionário, tem-se a equação:

$$\left(1 - \frac{C_{ir}}{c_0}\right)(x + T) = x$$

$$x = \left(\frac{c_0}{C_{ir}} - 1\right)T$$

Então, a taxa de custo esperada desse modelo é dada por:

$$\begin{aligned} ETC_D(T; c_0) &= \frac{1}{T} \left[C_{mr} \int_0^T h(t + x) dt + C_{ir} \right] \\ &= \frac{1}{T} \left[C_{mr} \int_{\left[\frac{c_0}{C_{ir}} - 1\right]T}^{\left(\frac{c_0}{C_{ir}}\right)T} h(t) dt + C_{ir} \right] \end{aligned}$$

2.8.5 Manutenção Preventiva Imperfeita Sequencial

De acordo com Lin *et al* (2000) as políticas de manutenção preventiva podem ser divididas em duas principais categorias: periódica e sequencial. Na periódica é realizada a MP em períodos fixos e múltiplos, sendo realizado o reparo mínimo caso o sistema falhe entre as MP's. Na MP sequencial, os tamanhos dos intervalos podem ser diferentes.

A MP periódica geralmente é mais conveniente devido ao agendamento fixo, mas a MP sequencial é mais realística, já que considera o desgaste do equipamento devido ao uso e idade para definir os períodos da MP.

A MP sequencial é feita em intervalos fixos T_i ($i = 1, 2, \dots, N - 1$) e a unidade é substituída na N -ésima MP, sendo que caso o sistema falhe entre as MP's é feito o reparo mínimo. A MP é imperfeita, sendo que consideraremos os seguintes casos:

(1) Após a i -ésima MP, a idade reduz para $a_i t$, sendo a idade t antes da MP.

(2) Após a i -ésima MP, a taxa de falha reduz para $b_i h(t)$, sendo a taxa de falha $h(t)$ antes da ocorrência da MP.

2.8.5.1 Modelo A - Idade

Esse modelo é representado pela figura abaixo, sendo mostrado um exemplo em que

$$\frac{c_r}{C_{ir}} = 10.$$

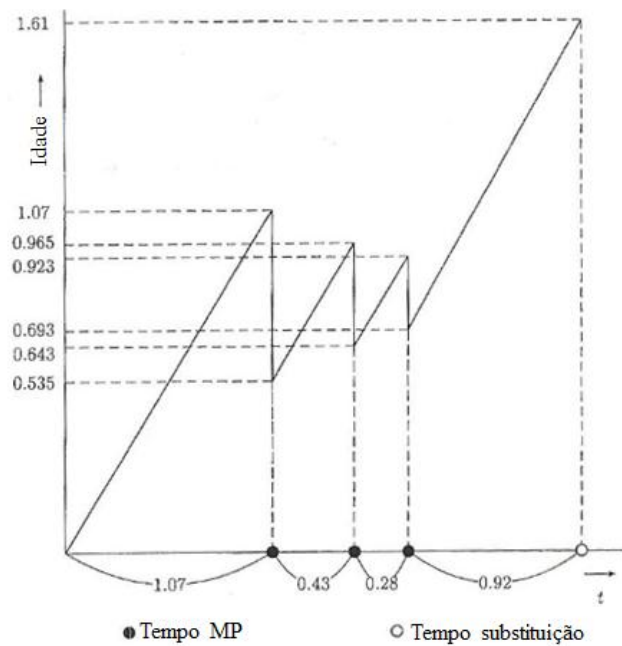


Figura 3 - Modelo Sequencial Redução de Idade (adaptado de Nakagawa (2005))

Tem-se as seguintes suposições nesse modelo:

- A MP é feita em intervalos fixos T_i ($i = 1, 2, \dots, N - 1$) e a unidade é substituída na N -ésima MP. Em outras palavras, os tempos sucessivos da MP são $T_1 < T_1 + T_2 < \dots < T_1 + T_2 + \dots + T_{N-1}$ e a substituição é feita no tempo $T_1 + T_2 + \dots + T_N$, sendo $T_0 \equiv 0$.
- A unidade recebe reparo mínimo nas falhas entre as substituições e torna-se tão boa quanto nova nas substituições.
- Após a i -ésima MP, a idade reduz para $a_i t$, sendo t a idade imediatamente anterior à MP, ou seja, a unidade com idade t se torna $t(1 - a_i)$ unidades de tempo mais nova na i -ésima MP, sendo $0 < a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_N < 1$.
- O custo do reparo mínimo é C_{mr} , o custo da MP é C_{ir} e o custo de substituição na N -ésima MP é C_r .
- Os tempos de MP, reparo e substituição são desprezíveis.

Após a $(i - 1)$ -ésima MP, a idade da unidade vai de $a_{i-1}(T_{i-1} + a_{i-2}T_{i-2} + \dots + a_{i-2}a_{i-3} \dots a_2a_1T_1)$ para $T_i + a_{i-1}(T_{i-1} + a_{i-2}T_{i-2} + \dots + a_{i-2}a_{i-3} \dots a_2a_1T_1)$ antes da i -ésima MP, ou seja, passa de $a_{i-1}Y_{i-1}$ para Y_i , sendo $Y_i \equiv T_i + a_{i-1}T_i + \dots + a_{i-1}a_{i-2} + \dots + a_2a_1T_1$ ($i = 1, 2, \dots$). Assim, a taxa de custo esperada é:

$$ETC_A(Y_1, Y_2, \dots, Y_N) = \frac{C_{mr} \sum_{k=1}^N \int_{a_{i-1}Y_{i-1}}^{Y_i} h(t) dt + (N - 1)C_{ir} + C_r}{\sum_{i=1}^{N-1} (1 - a_i) Y_i + Y_N}$$

, já que $T_i = Y_i - a_{i-1}Y_{i-1}$ e $\sum_{i=1}^N T_i = \sum_{i=1}^{N-1} T_i = (1 - a_i)Y_i + Y_N$.

O objetivo é encontrar uma sequência ótima $\{Y_i\}$ que minimiza $ETC_A(Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$. Diferenciando $ETC_A(Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$ em relação à Y_i e igualando a 0, temos:

$$\frac{h(Y_i) - a_i h(a_i Y_i)}{1 - a_i} = h(Y_N) \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1)$$

$$C_{mr} h(Y_N) = C_A(Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$$

2.8.5.2 Modelo B - Taxa de falha

Tem-se as seguintes suposições nesse modelo:

- A MP é feita em intervalos fixos T_i ($i = 1, 2, \dots, N - 1$) e a unidade é substituída na N -ésima MP. Em outras palavras, os tempos sucessivos da MP são $T_1 < T_1 + T_2 < \dots < T_1 + T_2 + \dots + T_{N-1}$ e a substituição é feita no tempo $T_1 + T_2 + \dots + T_N$, sendo $T_0 \equiv 0$.
- A unidade recebe reparo mínimo nas falhas entre as substituições e torna-se tão boa quanto nova nas substituições.
- Após a i -ésima MP, a taxa de falha altera para $b_i h(t)$, sendo $h(t)$ a taxa de falha imediatamente anterior à MP, ou seja, na i -ésima MP a unidade tem a taxa de falha $B_i h(t)$, onde $1 = b_0 < b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_{N-1}$, $B_i \equiv \prod_{j=0}^{i-1} b_j$ ($i = 1, 2, \dots, N$) e $1 = B_1 < B_2 < \dots < B_N$.
- O custo do reparo mínimo é C_{mr} , o custo da MP é C_{ir} e o custo de substituição na N -ésima MP é C_r .
- Os tempos de MP, reparo e substituição são desprezíveis.

A taxa de custo esperada nesse modelo é:

$$ETC_B(T_1, T_2, \dots, T_N) = \frac{C_{mr} \sum_{i=1}^N B_i \int_0^{T_i} h(t) dt + (N - 1)C_{ir} + C_r}{T_1 + T_2 + \dots + T_N} \quad (N = 1, 2, \dots)$$

Diferenciando $ETC_B(T_1, T_2, \dots, T_N)$ em relação à T_i e igualando a zero, tem-se:

$$B_1 h(T_1) = B_2 h(T_2) = \dots = B_N h(T_N)$$

$$C_{mr} B_i h(T_i) = C_B(T_1, T_2, \dots, T_N) \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

2.8.5.3 Modelo Híbrido

Existem na literatura trabalhos como o de Lin *et al* (2000) e Liao *et al* (2010) em que foi construído um modelo híbrido, utilizando o fator de redução de idade e o fator de melhoria da taxa de falha.

Segundo Lin *et al* (2000) esse modelo híbrido combina as vantagens do modelo que considera a redução de idade e da melhoria da taxa de falha. O primeiro tem a vantagem de determinar a função taxa de falha instantânea após a MP, já que considera a idade efetiva do sistema. O segundo tem a vantagem de aumentar a função taxa de falha após cada MP, já que considera-se que o sistema ficará em um estado entre o “tão bom quanto novo” e o “tão ruim quanto velho”.

A Figura 4 representa a função taxa de falha para cada um dos modelos de Redução de Idade e Taxa de Falha e para o Modelo Híbrido.

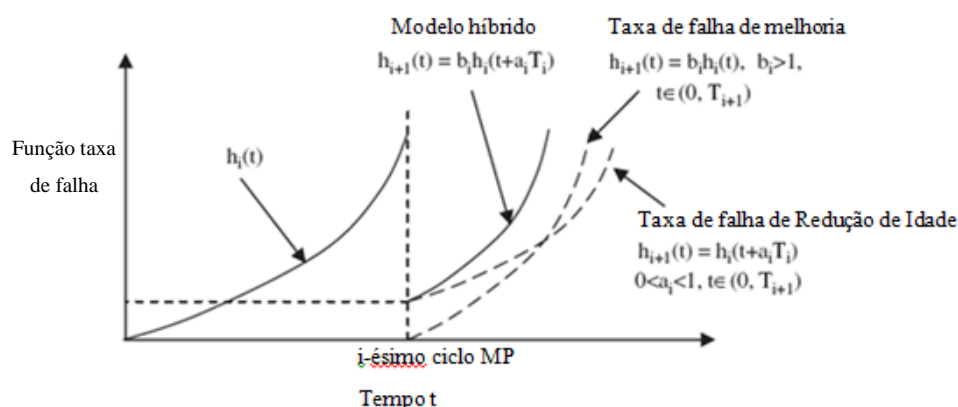


Figura 4 - Modelo Híbrido (adaptado de Lin *et al* (2000))

2.9 Processo de Poisson

Um processo pontual é um modelo estocástico que descreve a ocorrência de eventos no tempo, que nesse caso serão os tempos de falha do sistema reparável. De acordo com Rigdon e Basu (2000) geralmente os tempos entre as ocorrências não são independentes nem identicamente distribuídos.

Seja $N(t)$ uma variável aleatória que denota o número de falhas no intervalo $[0, t]$. Pode-se escrever o número de falhas no intervalo $(a, b]$ como $N(a, b] = N(b) - N(a)$.

Um processo de contagem $N(t)$ é dito ser um processo de Poisson se:

- $N(0) = 0$
- A propriedade de incrementos independentes é válida, ou seja, para qualquer $a < b \leq c < d$ as variáveis aleatórias $N(a, b]$ e $N(c, d]$ são independentes.
- Existe uma função λ tal que $\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t+\Delta t]=1)}{\Delta t}$. A função λ é chamada de função intensidade do Processo de Poisson.
- $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t+\Delta t] \geq 2)}{\Delta t} = 0$, ou seja, não existem falhas simultâneas.

As propriedades acima implicam que $N(t) \sim POI(\Lambda(t))$, ou seja,

$$P(N(t) = n) = \frac{1}{n!} \left(\int_0^t \lambda(x) dx \right)^n \exp \left(- \int_0^t \lambda(x) dx \right), n = 0, 1, 2, \dots$$

Portanto, para um processo de Poisson, a variável aleatória $N(a, b]$ segue a distribuição de Poisson com média $\int_a^b \lambda(x) dx$.

Com esses resultados, um processo de contagem $N(t)$ será um Processo de Poisson se e somente se:

- $N(0) = 0$
- O processo tem a propriedade de incrementos independentes e
- Para qualquer $a < b$, $N(a, b] \sim POI \left(\int_a^b \lambda(x) dx \right)$.

2.9.1 Processo de Poisson Homogêneo (PPH)

O Processo de Poisson é chamado de Processo de Poisson Homogêneo (PPH) quando a função intensidade é constante. Esse é o modelo mais simples utilizado em sistemas reparáveis, mas deve ser utilizado com cuidado, já que não pode ser ajustado a sistemas que deterioram ou melhoram com o passar do tempo.

Um processo é um PPH com função intensidade λ se e somente se os tempos entre as falhas X_i 's são independentes e são variáveis aleatórias exponenciais com média $1/\lambda$.

Se $0 < T_1 < T_2 < \dots < T_n$ são os tempos de falhas de um PPH, então a distribuição conjunta de T_1, T_2, \dots, T_n é:

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n) = \lambda^n \exp(-\lambda t_n), \quad 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$$

Seja X_i a variável aleatória que representa o intervalo entre a i -ésima falha e a $(i - 1)$ -ésima falha. Então, para um PPH, o tempo da n -ésima falha $T_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ é uma soma de variáveis aleatórias exponenciais independentes.

Como a soma de n variáveis aleatórias exponenciais com média $1/\lambda$ tem uma distribuição Gamma $(n, 1/\lambda)$, o tempo da n -ésima falha de um sistema modelado pelo PPH segue a distribuição $GAM(n, 1/\lambda)$.

2.9.2 Processo de Poisson Não Homogêneo (PPNH)

Quando a função intensidade não é constante, ou seja, depende do tempo, tem-se os processos de contagem denominados como Processo de Poisson Não-Homogêneo (PPNH). De acordo com Ascher e Feingold (1984) o PPNH possui um papel fundamental para modelar a ocorrência de falhas aleatórias sob um reparo mínimo.

Quando a função intensidade tem a forma $\lambda(t) = \left(\frac{\beta}{\theta}\right) \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1}$, em que $\beta > 0$ e $\theta > 0$, o processo é chamado de processo de lei de potência.

2.10 Valor do Dinheiro no Tempo

Considere que o tempo entre manutenções preventivas sejam de meses (ou anos). Uma questão que pode ser considerada na construção de modelos, neste caso, é o valor do dinheiro no tempo. Uma mesma quantia, em diferentes instantes de tempo, possuem valores diferentes no presente. De acordo com Samanez (2009), \$100 hoje são preferíveis (valem mais que) \$100 a serem recebidos em uma data futura devido a algumas razões:

- Risco de não receber a quantia no futuro;
- Menor poder aquisitivo da quantia no futuro devido ao efeito da inflação;
- Custo de oportunidade do dinheiro, ou seja, através de investimento \$100 hoje poderia ser transformado em mais que \$100 no futuro.

Segundo Nakagawa (2005) é possível utilizar uma taxa de desconto para avaliar o custo real da política de manutenção através de valores presentes. Considerando uma taxa de desconto (neste caso, o custo de capital da empresa) r ($0 < r < \infty$), o valor presente do custo c no tempo t é dado por

$$VP = ce^{-rt}$$

Considerando o custo de capital da empresa, utilizar o valor presente para uma série infinita de despesas corresponde a determinar qual o valor hoje (no presente) que deveria ser empregado a uma taxa de juros igual ao custo de capital, para permitir o pagamento indeterminado destas despesas.

O conceito de valor do dinheiro no tempo será utilizado para avaliar se há mudança na política ótima de controle, comparado ao modelo que desconsidera este efeito.

3 Modelo de Liao *et al* (2010) para Manutenção Preventiva de um sistema reparável com deterioração

Neste capítulo será apresentado o modelo proposto por Liao *et al* (2010) para determinação da política ótima de manutenção de um sistema reparável com deterioração. Deve-se ressaltar que o modelo será apresentado tal qual proposto pelos autores, o que pode apresentar algum grau de confusão ou imprecisão. O objetivo do trabalho de Liao *et al* (2010) é determinar um modelo sequencial de manutenções preventivas de modo a minimizar o custo por unidade de tempo.

Segundo Liao *et al* (2010), se o intervalo entre as ações de manutenção é muito grande, a confiabilidade do sistema será menor e mais falhas provavelmente irão ocorrer. Em contrapartida, se as ações de manutenção ocorrem em intervalos de tempo pequenos, o sistema terá boas condições de operação, mas o custo da manutenção será muito maior. Portanto, o grande desafio é definir os intervalos em que deverão ser feitas as manutenções preventivas, de forma a ter uma confiabilidade razoável com um custo ótimo.

3.1 O modelo de Manutenção de Liao *et al* (2010).

Liao *et al* (2010) propõem que um sistema está sujeito à deterioração, ou seja, que as manutenções realizadas não são capazes de levá-lo à condição de “tão bom quanto novo”. Por esta razão, e em função de custos operacionais crescentes, propõem que o sistema, após N ciclos de manutenções preventivas, deve ser substituído. Assim, desenvolvem um modelo para determinar uma política ótima de manutenções preventivas.

É considerado que a confiabilidade de um sistema pode ser monitorada continuamente e perfeitamente e sempre que essa confiabilidade atinge um valor limite R_s , uma manutenção preventiva imperfeita será realizada. Caso ocorra uma falha durante o ciclo de manutenção, um reparo mínimo será efetuado. Na N -ésima vez em que o sistema atinge a confiabilidade limite R_s , o sistema é substituído por um novo. Com isso, a política ótima consiste em determinar os valores R^* e N^* tais que minimizam o custo médio de operação do sistema.

3.1.1 Principais suposições adotadas

Os autores propõem alguns pressupostos na formulação do modelo, sendo os principais:

1. Um novo sistema é instalado no tempo $t = 0$;
2. A falha do sistema é estocástica, mas pode ser descrita pela função taxa de falha;
3. O sistema é reparável e deteriora com o uso e com a idade;
4. A condição do sistema é monitorada de modo contínuo e sem erros;

5. Uma falha inesperada pode ser detectada assim que ocorre;
6. O tempo gasto nas ações de manutenção é desprezível;
7. O sistema inicia um novo processo de deterioração após a manutenção preventiva;
8. O custo de substituição do sistema é menor que o custo de reparo imperfeito e reparo mínimo.

3.1.2 Notações

As notações utilizadas no estudo de Liao *et al* (2010) adaptadas a esse trabalho estão descritas a seguir:

- N : número do ciclo de manutenção em que ocorre a substituição do equipamento
- i : número do ciclo de manutenção preventiva, $i \in \{1, 2, \dots, N - 1\}$
- $h_i(t)$: taxa de falha antes da i -ésima manutenção preventiva
- T_i : intervalo de tempo antes da i -ésima manutenção preventiva ser realizada
- R_s : confiabilidade limite adotada
- C_{mr} : custo de reparo mínimo
- C_{ir} : custo de reparo imperfeito
- C_r : custo de substituição do sistema
- C_{bd} : custo de parada
- C_o : custo operacional, sendo $C_o = c_{oo} + c_{vi}i + c_{vt}t$, em que:
 - c_{oo} é o custo fixo de operação
 - c_{vi} é o custo variável de acordo com i
 - c_{vt} é o custo variável de acordo com t
- a_i : fator de redução de idade, $0 < a_i < 1$
- b_i : fator de melhoria da taxa de falha, $b_i > 1$
- ETC : taxa de custo esperada

3.2 Função taxa de Falha

De acordo com Liao *et al* (2010), como um sistema reparável é considerado, a taxa de falha do sistema tenderia a aumentar com o uso e a idade do sistema, o que exigiria manutenções cada vez mais frequentes. Segundo os autores, há dois fatores que podem representar o aumento na taxa de falha. O primeiro seria um fator de redução de idade, a_i . Se a função taxa de falha é $h_i(t)$ antes da i -ésima manutenção preventiva, a função taxa de falha após a i -ésima manutenção preventiva será

$$h_{i+1}(t) = h_i(t + a_i T_i) \text{ para } t \in (0, T_{i+1})$$

com $0 < a_i < 1$. No caso em que $a_i = 0$ tem-se um sistema “tão bom quanto novo” após a manutenção, ou seja, a idade do sistema é reduzida para zero. Se $a_i = 1$, tem-se o caso de reparo mínimo, em que o sistema torna-se “tão ruim quanto velho”. Neste caso, a idade do sistema permanece exatamente a mesma após a manutenção.

O segundo fator, segundo Liao *et al* (2010), é o fator de aumento da taxa de falha, b_i . Se a taxa de falha é $h_i(t)$ antes da i -ésima manutenção preventiva, a função taxa de falha após a i -ésima manutenção preventiva será

$$h_{i+1}(t) = b_i h_i(t) \text{ para } t \in (0, T_{i+1})$$

com $b_i > 1$. Note que se $b_i = 1$, a taxa de falha permanece a mesma após a manutenção.

A taxa de falha $h(t)$ considerada por Liao *et al* (2010) é do tipo híbrida, combinando os dois fatores apresentados, e é definida como

$$h_{i+1}(t) = b_i h_i(t + a_i T_i) \text{ para } t \in (0, T_{i+1})$$

em que $0 < a_i < 1$ e $b_i > 1$ são os fatores de redução de idade e de melhoria, respectivamente. Os autores ilustraram o artigo com uma função taxa de falha Weibull.

$$h_1(t) = h(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1}$$

3.3 Os tempos de manutenção preventiva

Segundo Liao *et al* (2010), a relação teórica entre a taxa de falha e a confiabilidade do sistema é dada por:

$$\exp\left[-\int_0^{T_i} h_i(t) dt\right] = R_i$$

Como a manutenção será realizada sempre que a confiabilidade atingir o valor R_s , tem-se:

$$\begin{aligned} \exp\left[-\int_0^{T_1} h_1(t) dt\right] &= \exp\left[-\int_0^{T_2} h_2(t) dt\right] = \dots = \exp\left[-\int_0^{T_N} h_N(t) dt\right] = R_s \\ \int_0^{T_1} h_1(t) dt &= \int_0^{T_2} h_2(t) dt = \dots = \int_0^{T_N} h_N(t) dt = -\ln(R_s) \end{aligned} \quad (1)$$

Ou seja, resolvendo-se a equação (1) pode-se determinar os tempos T_i 's nos quais as manutenções preventivas devem ser realizadas.

3.4 Componentes de Custo

Liao et al (2010) consideraram cinco grupos principais de custo, que são detalhados a seguir.

3.4.1 Custo Operacional Variável

Os autores consideram que o sistema torna-se, com o decorrer do tempo, mais fraco e difícil de operar, aumentando o custo para operá-lo. A definição deste custo operacional será função do ciclo de manutenção i e do tempo decorrido desde a última manutenção t , dado pela equação

$$C_o = c_{oo} + c_{vi}i + c_{vt}t,$$

em que:

c_{oo} é o custo fixo de operação

c_{vi} é o custo variável de acordo com o número do ciclo da MP (i)

c_{vt} é o custo variável de acordo com o tempo (t)

Segundo os autores os custos variáveis c_{vi} e c_{vt} poderiam ser deduzidos dos dados históricos de manutenção do sistema.

O custo operacional C_o é introduzido no modelo com o objetivo de torná-lo mais realístico, já que com o desgaste do sistema pode ser que o alto custo operacional mostre uma situação que seja preferível substituir o equipamento a realizar ações de reparo.

3.4.2 Custo de Reparo Imperfeito (*imperfect repair cost*)

Na realização da manutenção programada, o custo incorrido será C_{ir} . Esse custo está relacionado a ações preventivas, que geralmente atuam no sistema como um todo e são mais econômicas que ações corretivas.

O reparo imperfeito colocará o sistema em um estado entre o “tão ruim quanto velho” e o “tão bom quanto novo”, ou seja, alguma melhoria provavelmente será obtida se compararmos o sistema com a situação que ele apresentava imediatamente antes da parada para a manutenção.

3.4.3 Custo de Reparo Mínimo (*minimum repair cost*)

Caso o sistema falhe antes do tempo previsto para a manutenção de reparo imperfeito, a manutenção realizada para colocar o sistema em operação novamente implica no custo C_{mr} . O reparo mínimo realizado coloca o sistema na mesma situação que estava imediatamente antes da falha, ou seja, “tão ruim quanto velho”.

Portanto, é razoável assumir que o custo C_{mr} deverá ser maior que o custo do reparo imperfeito C_{ir} , já que representa uma situação em que atua-se corretivamente na parte que apresentou a falha, sendo geralmente necessária a troca de peças ou de ações mais caras que aquelas com foco apenas preventivo.

3.4.4 *Custo de Substituição (replacement cost)*

Após um número suficiente de manutenções realizadas, assumindo-se que o sistema nunca retorna a condição de tão bom quanto novo após as manutenções preventivas, torna-se imperativa a substituição do equipamento por um novo. Este custo é dado por C_r , e as seguintes restrições são apresentadas pelos autores: $C_{mr} < C_r$ e $C_{ir} < C_r$. Essas suposições são razoáveis, já que se o custo de substituição do sistema fosse igual ou menor que a manutenção de reparo mínimo não seria vantajoso fazer manutenções com foco preventivo e, da mesma forma, não seria válido atuar corretivamente no sistema se o custo de reparo mínimo fosse maior que o custo de substituição.

Se o custo de substituição fosse menor que os custos de reparo mínimo e reparo imperfeito seria melhor trocar o equipamento sempre que ele falhasse, ou seja, a política ótima seria substituir o sistema sempre que falhasse. O custo de substituição ocorrerá sempre no N -ésimo ciclo.

3.4.5 *Custo de Parada (break down cost)*

Os autores consideraram que, independentemente do tipo de manutenção que ocorrer, a produção ficará parada por um período de tempo, e isso representa um custo que será indicado por C_{bd} . Da mesma forma que o custo operacional, o custo de parada é introduzido no modelo com o objetivo de se adequar a situações mais práticas, já que qualquer um dos tipos de reparo (mínimo ou imperfeito) e a substituição do sistema geralmente levam a uma necessidade de se parar o sistema e existe um custo atrelado a essa parada.

Na prática, pode representar uma redução parcial ou total de produção, funcionários sem atividade e até mesmo perda de produtos relacionados à qualidade. Exemplo dessa última situação seria uma empresa alimentícia com produção contínua, em que o processo não pode ser interrompido e retomado sem uma limpeza de toda a linha, ou seja, uma manutenção não prevista pode significar a perda de toda a produção em linha.

Em outras palavras, o custo de parada é uma forma de penalizar o não aproveitamento de toda a estrutura disponível para se produzir e, conseqüentemente, gerar receita, diluindo custos e despesas de operação da fábrica.

3.5 A Expressão do Custo Médio

É considerado que para cada ciclo pode ocorrer apenas um dos eventos: reparo imperfeito ou reparo mínimo ou substituição. Além disso, a equação (1) é colocada como o risco acumulado de falha do sistema. Com isso, os autores estabelecem que o custo de reparo mínimo provável (esperado) é dado por $C_{mr} \int_0^{T_i} h_i(t) dt$.

Da mesma forma, estabelecem que o custo de reparo imperfeito provável (esperado) será dado por $C_{ir}(1 - \int_0^{T_i} h_i(t) dt)$, já que o termo entre parênteses, segundo os autores, representa o complementar do risco acumulado de falha do sistema.

Como o custo de parada ocorrerá em qualquer tipo de evento, a probabilidade de ocorrência será 1. O custo operacional para cada ciclo de manutenção é dado por $\int_0^{T_i} C_o(i, t) dt$.

Liao *et al* (2010) desenvolvem a expressão do custo médio em duas partes. A primeira considera os ciclos de manutenção preventiva de 1 a $(N - 1)$. Nestes ciclos não haverá a substituição do sistema e o custo por unidade de tempo no ciclo é dado por:

$$ETC_i = \frac{C_{mr} \int_0^{T_i} h_i(t) dt + C_{ir}(1 - \int_0^{T_i} h_i(t) dt) + \int_0^{T_i} C_o(i, t) dt + C_{bd}}{T_i} \quad (2)$$

em que ETC_i é o custo esperado por unidade de tempo do i -ésimo ciclo de manutenção, com $0 < i < N$.

Já para o N -ésimo ciclo de manutenção, na qual há a substituição do sistema por um novo, não haverá o custo de manutenção imperfeita, mas sim o custo de substituição. Com isso, o custo por unidade de tempo é dado por:

$$ETC_N = \frac{[C_{mr} \int_0^{T_N} h_N(t) dt + C_r(1 - \int_0^{T_N} h_N(t) dt) + \int_0^{T_N} C_o(N, t) dt + C_{bd}]}{T_N}$$

Por fim, os autores propõem o custo médio por unidade de tempo como

$$ETC = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} ETC_i \cdot T_i + ETC_N \cdot T_N}{\sum_{i=1}^N T_i}$$

sendo $(N - 1)$ o número de manutenções realizadas antes da substituição do equipamento. Segundo os autores, deve-se estabelecer um limite para o N , limite este necessário para evitar respostas “acadêmicas” que poderiam apontar como resposta a não substituição do equipamento (ou seja, $N = \infty$), já que, em termos práticos, ele deverá ser substituído em algum momento.

3.6 Algoritmo de busca para determinação da política ótima

Os autores determinam a política ótima utilizando força bruta. Uma vez fixado o valor de N (que pode variar entre 1 e o valor N limitante), eles discretizam o valor de R_s entre os valores mínimo e máximo (R_1, R_2) em passos de 0,01, determinam o valor do ETC e registram. A política ótima é o par (N, R_s) que minimizam o valor do ETC . O algoritmo proposto pelos autores é mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Algoritmo para a determinação da política ótima.

Passo 1	Definir um limite superior para o valor de N .
Passo 2	Para uma região de confiabilidade definida $[R_1, R_2]$, onde $R_1 < R_2$, faça $R_s = R_1$
Passo 3	Procurar N a partir de 1, em passos de 1, até que ETC não seja mais reduzido. Para um dado valor de N :
Passo 3.1	Calcular os valores de $\{T_1, T_2, \dots, T_N\}$
Passo 3.2	Calcular o valor de ETC
Passo 3.3	Se o ETC calculado for menor que o menor ETC já obtido, registrar os parâmetros ótimos $ETC^* = ETC$, $R^* = R_s$ e $N^* = N$.
Passo 4	Faça $R_s = R + 0,01$. Se $R_s \leq R_2$, retornar ao Passo (3). Caso contrário, finalizar.

3.7 Os resultados obtidos por Liao et al (2010)

Os autores ilustram o modelo com um exemplo numérico. Os valores dos parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores dos parâmetros utilizados no modelo de Liao et al (2010).

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
β	5	C_r	5000
θ	200	C_{bd}	500
a_i	$2i/(5i + 9)$	c_{oo}	4
b_i	$(13i + 3)/(11i + 4)$	c_{vi}	1,2
C_{mr}	2000	c_{vt}	0,05
C_{ir}	1200		

No processo de busca dos parâmetros ótimos, os autores restringiram a busca a valores de $N \leq 10$ e $R_s \in [0,80; 1,00)$. Na Tabela 3 estão os resultados da política ótima para cada R_s da região definida para busca. Por exemplo, se considerarmos um R_s de 0,90 (nível de confiabilidade do sistema em que será realizada a manutenção imperfeita), serão feitas 7 manutenções antes da troca do sistema, ou seja, a substituição do mesmo deverá ser feita no 8º ciclo.

Tabela 3 - Política ótima (R^*, N^*) (Fonte: Liao et al (2010))

(R^*, N^*)	(R^*, N^*)	(R^*, N^*)	(R^*, N^*)
(0,80;5)	(0,85;6)	(0,90;8)	(0,95;9)
(0,81;5)	(0,86;6)	(0,91;8)	(0,96;9)
(0,82;6)	(0,87;6)	(0,92;8)	(0,97;9)
(0,83;6)	(0,88;6)	(0,93;8)	(0,98;10)
(0,84;6)	(0,89;8)	(0,94;8)	(0,99;10)

A Figura 5 mostra o melhor valor obtido, segundo os autores, para cada um dos R_s testados. A política ótima obtida seria $R^* = 0,89$ e $N^* = 8$, com $ETC^* = 29,3958$.

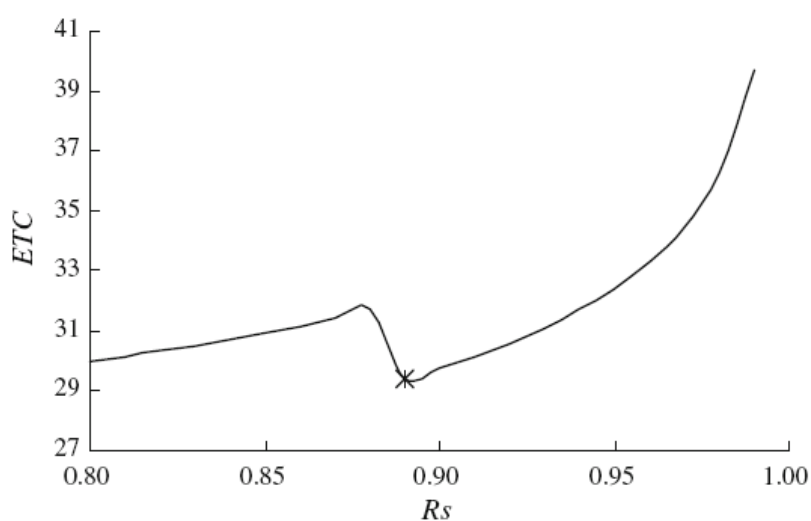


Figura 5 - Relação entre ETC e R_s (Fonte: Liao et al (2010))

Considerada esta política, os tempos nos quais as manutenções preventivas seriam realizadas são dados na Tabela 4. Observa-se intervalos decrescentes de tempo para que o reparo imperfeito seja realizado, o que indica que o sistema atinge mais rapidamente o R_s de 0,89 devido ao processo de deterioração.

Tabela 4 - Tempos entre MP's para a política ótima (Fonte: Liao et al (2010)).

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
130,1	113,2	109,2	106,2	104,4	103,2	102,2	101,5

Na Tabela 5 constam os resultados da simulação através da variação do custo do reparo mínimo, o C_{mr} . Observa-se que quanto maior foi o C_{mr} , maior foi o R limite e menores os intervalos entre as manutenções imperfeitas.

Tabela 5 - Variação do C_{mr} (Fonte: Liao et al (2010))

C_{mr}	R	ETC	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
1000	0,84	29,2608	141,0	122,7	118,3	115,1	113,2	111,8		
2000	0,89	29,3958	130,1	113,2	109,2	106,2	104,4	103,2	102,2	101,5
3000	0,92	34,0711	121,7	105,9	102,1	99,3	97,7	96,5	95,6	95,0
4000	0,94	35,6962	114,6	99,7	96,2	93,5	92,0	90,9	90,1	89,5

Através da Tabela 6, é possível visualizar os resultados obtidos com a variação do custo de substituição do equipamento, o C_r . Com o aumento do mesmo, a confiabilidade diminui e os intervalos das manutenções aumentam. Em Liao et al (2010) ainda é acrescentado que o aumento do C_r indica uma redução proporcional do C_{mr} , o que seria equivalente a avaliar o comportamento mostrado na Tabela 5, quando há redução do valor C_{mr} .

Tabela 6 - Variação do C_r (Fonte: Liao et al (2010))

C_r	R	ETC	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9
3000	0,90	29,1888	127,5	111,0	107,0	104,1	102,3	101,1			
5000	0,89	29,3958	130,1	113,2	109,2	106,2	104,4	103,2	102,2	101,5	
8000	0,86	34,2953	137,0	119,2	114,9	111,8	110,0	108,6	107,7	106,9	
10000	0,84	34,5832	141,0	122,7	118,3	115,1	113,2	111,8	110,8	110,1	109,4

3.8 Críticas ao modelo proposto por Liao et al (2010)

Uma série de questões foram levantadas sobre o modelo de Liao et al (2010). Os autores alegam que, para cada ciclo de inspeção, haveria uma, e apenas uma manutenção realizada, seja ela o reparo mínimo, seja ela a manutenção imperfeita. Porém, se isso for verdade, ora o sistema opera até o momento de fazer a manutenção programada, ora o sistema falha antes deste instante. Portanto, o tempo médio no qual ocorre a manutenção não seria aquele calculado na equação (1), mas sim um tempo menor. E quando ocorresse a falha antes da manutenção, por ser um reparo mínimo como o proposto pelos autores, o sistema não retornaria à condição exata que apresentava

antes da falha. Mas os autores propõem que, após uma manutenção, o sistema inicia um novo processo de degradação. Há uma confusão no modelo proposto.

Se observarmos o numerador da expressão do custo médio por ciclo de manutenção (Equação 2), para um ciclo que não seja aquele de substituição do equipamento, tem-se os termos $C_{mr} \int_0^{T_i} h_i(t) dt$ e $C_{ir}(1 - \int_0^{T_i} h_i(t) dt)$. Como proposto no artigo, o primeiro termo seria o custo de reparo mínimo multiplicado pela sua probabilidade de ocorrência, assim como o segundo termo seria o custo do reparo imperfeito multiplicado pela respectiva probabilidade de ocorrência. Porém, $\int_0^{T_i} h_i(t) dt$ não é uma probabilidade, o que coloca em suspeição o modelo proposto.

Com esta série de questões levantadas, podemos propor modificações neste modelo para obter a política ótima de manutenção no problema proposto por Liao *et al* (2010).

4 Modelos Propostos

Neste capítulo detalhamos os modelos propostos neste trabalho. O Modelo A usará a mesma estrutura de custos proposta por Liao *et al* (2010), porém com um maior detalhamento da obtenção da expressão do custo esperado por unidade de tempo. Em seguida, desenvolveremos o Modelo B, que considera o valor do dinheiro no tempo, incorporando uma taxa de juros que representa o custo de capital da empresa.

4.1 Modelo A

Considere que um sistema, sujeito a deterioração, operará por N ciclos, sendo que nos ciclos $i = 1, 2, \dots, N - 1$ estará sujeito a manutenções preventivas imperfeitas nos instantes de tempo em que a confiabilidade atinge o valor limite R_S . No N -ésimo ciclo, o sistema será substituído no tempo em que a confiabilidade atinge o limite R_S . Em caso de falhas em qualquer instante do ciclo, que não coincida com os instantes de manutenção preventiva imperfeita ou substituição, o sistema será submetido a um reparo mínimo. Portanto, diferentemente do trabalho de Liao *et al* (2010), considera-se a possibilidade de haver mais de uma manutenção por ciclo, sendo que necessariamente ocorrerá a manutenção programada, prevista para ser realizada no tempo T_i , e podem ocorrer eventuais manutenções corretivas (reparos mínimos) antes do tempo T_i , caso o sistema falhe.

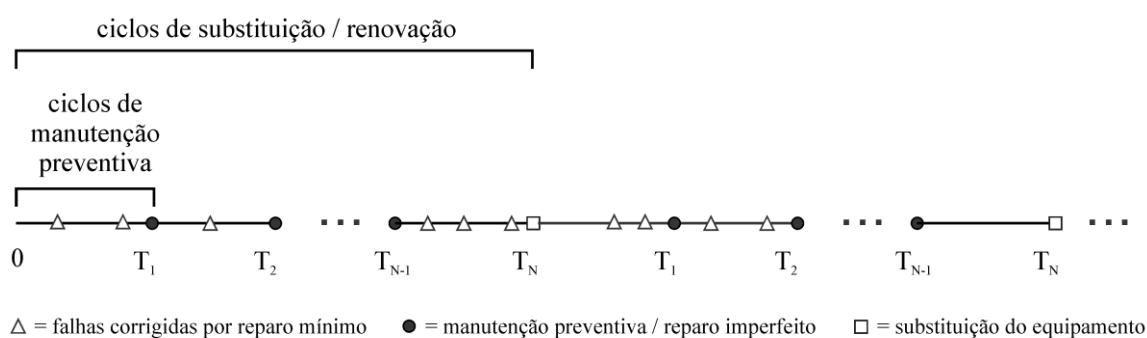


Figura 6 - Ciclos de renovação

Este sistema, representado na Figura 6, pode ser modelado como um Processo de Renovação, em que os tempos de renovação correspondem aos tempos de substituição. Como pode ser visto em Ross (2003), considere um processo de renovação $\{N(t), t \geq 0\}$ que possui tempos de renovação $X_n, n \geq 1$, e suponha que a cada momento em que ocorre uma renovação incorre-se em um custo ETC . Denotaremos por ETC_n o custo associado à n -ésima renovação. Pode-se assumir

que os ETC_n , $n \geq 1$, são independentes e identicamente distribuídos e que podem (e neste caso vão) depender de X_n , a duração do n -ésimo intervalo de renovação. Façamos:

$$ETC(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} ETC_n$$

em que $ETC(t)$ representa o custo total incorrido até o tempo t . Seja $E[ETC] = E[ETC_N]$ e $E[X] = E[X_N]$. Se $E[ETC] < \infty$ e $E[X] < \infty$, então, com probabilidade 1,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{ETC(t)}{t} = \frac{E[ETC]}{E[X]}$$

ou seja, o custo por unidade de tempo é finito, e pode ser calculado pela razão entre o custo do ciclo de renovação e a duração do ciclo de renovação.

4.1.1 O Tempo do Ciclo de Renovação

A política de manutenção depende do N (número de ciclos de manutenções preventivas) e do nível de confiabilidade R_s utilizados. Fixados N e R_s , determinam-se T_1, T_2, \dots, T_N , resolvendo-se a equação (1).

$$\int_0^{T_i} h_i(t) dt = -\ln(R_s)$$

Note que, neste caso, em que é fixado o R_s , os T_i 's serão sempre os mesmos e, com isso:

$$E[X] = \sum_{i=1}^N T_i$$

4.1.2 Custo médio do ciclo

O cálculo do custo médio do ciclo será a soma da esperança dos custos incorridos em cada ciclo de manutenção preventiva

$$E[ETC] = \sum_{i=1}^N E[ETC_i]$$

Os elementos que compõem os ciclos de manutenção são detalhados a seguir.

4.1.2.1 Custo Decorrente das Falhas antes da Manutenção Preventiva

Segundo Nakagawa (2005), quando há reparos mínimos, em que o sistema retorna à condição de “tão ruim quanto velho”, o número esperado de falhas (NF) até o tempo T_i é dado por

$$NF_i = \int_0^{T_i} h_i(t) dt$$

Isso porque considerou-se que o número de falhas é uma variável aleatória que pode ser modelada através de um Processo de Poisson não Homogêneo.

Portanto, o custo esperado de reparos mínimos no i -ésimo ciclo será:

$$C_{mr} \int_0^{T_i} h_i(t) dt$$

4.1.2.2 Custo Decorrente do Custo Operacional

Este custo, no i -ésimo ciclo, corresponderá à integral, no tempo, da expressão de custo operacional proposta, ou seja:

$$\int_{t=0}^{T_i} (c_{oo} + c_{vi}i + c_{vt}t) dt$$

4.1.2.3 Custo de Parada

Observe que o sistema irá parar NF vezes para reparos mínimos, e 1 vez mais para o reparo imperfeito (ou substituição). Assim, este custo será

$$C_{bd}(1 + NF_i)$$

4.1.2.4 Custo decorrente do reparo imperfeito (ou da substituição)

Caso não seja o N -ésimo ciclo, o custo do reparo imperfeito (C_{ir}) será adicionado ao custo do ciclo. Caso trata-se do ciclo de substituição, incorre-se no custo de substituição (C_r).

4.1.2.5 Expressão de Custo para os ciclos que antecedem a substituição ($i < N$)

O custo destes ciclos será composto pela soma dos custos de reparo mínimo, operação, parada e o custo do reparo imperfeito. Logo:

$$E[ETC_i] = C_{mr}NF_i + \left(\int_{t=0}^{T_i} c_{oo} + c_{vi}i + c_{vt}t dt \right) + C_{bd}(1 + NF_i) + C_{ir}$$

4.1.2.6 Expressão de Custo para o N -ésimo ciclo

O custo deste ciclo será composto pela soma dos custos de reparo mínimo, operação, parada e o custo de substituição. Logo:

$$E[ETC_N] = C_{mr}NF_N + \left(\int_{t=0}^{T_i} c_{oo} + c_{vi}i + c_{vt}t dt \right) + C_{bd}(1 + NF_N) + C_r$$

4.1.3 A função taxa de falha

A deterioração proposta por Liao *et al* (2010) será a mesma utilizada no modelo atual.

$$h_{i+1}(t) = b_i h_i(t + a_i T_i) \text{ para } t \in (0, T_{i+1})$$

Note que esta função depende do i , que neste caso representa o i -ésimo ciclo antes da i -ésima manutenção preventiva. Por definição,

$$h_1(t) = h(t)$$

Com isso, têm-se:

$$h_2(t) = b_1 h_1(t + a_1 T_1) = b_1 h(t + a_1 T_1)$$

$$h_3(t) = b_2 h_2(t + a_2 T_2) = b_2 b_1 h(t + a_2 T_2 + a_1 T_1)$$

$$h_4(t) = b_3 h_3(t + a_3 T_3) = b_3 b_2 b_1 h(t + a_3 T_3 + a_2 T_2 + a_1 T_1)$$

e, como regra geral:

$$h_n(t) = \left(\prod_{i=1}^{n-1} b_i \right) h \left(t + \sum_{i=1}^{n-1} a_i T_i \right)$$

4.2 Modelo B

O Modelo B consiste em considerar o valor do dinheiro no tempo. Neste caso não calcularemos o custo por unidade de tempo, mas o valor presente do custo considerando um horizonte de tempo infinito. Por esta razão, o valor calculado no Modelo B pode apresentar algumas ordens de grandeza maior que aquele calculado no Modelo A.

4.2.1 Valor Presente do Custo no Primeiro Ciclo de Substituição

Todos os custos deverão ser descontados, à uma taxa de desconto contínua, para o valor presente (VP). Para os componentes do custo que ocorrem em um instante específico de tempo, basta “descontá-lo” multiplicando-o pelo fator de e^{-rt} . Porém, qualquer cálculo que seja função do tempo deverá incluir este fator em sua expressão original. Deve-se considerar, ainda, que o tempo utilizado neste fator de desconto é o tempo decorrido desde o instante de tempo em que se deseja descontar os valores.

Consideremos, inicialmente, os custos associados ao primeiro ciclo de substituição. Sendo T_d o tempo decorrido em ciclos de manutenção anteriores, para os ciclos de manutenção que antecedem o ciclo em que há a substituição, tem-se:

$$\begin{aligned} VP[E[ETC_i]] &= C_{mr} \int_0^{T_i} h_i(t) e^{-r(t+T_d)} dt + \left(\int_0^{T_i} (c_{oo} + c_{vi}i + c_{vt}t) e^{-r(t+T_d)} dt \right) \\ &\quad + C_{bd} \left(1 \times e^{-r(T_i+T_d)} + \int_0^{T_i} h_i(t) e^{-r(t+T_d)} dt \right) + C_{ir} e^{-r(T_i+T_d)} \end{aligned}$$

Para o caso em que tem-se o N -ésimo ciclo:

$$VP[E[ETC_N]] = C_{mr} \int_0^{T_i} h_i(t) e^{-r(t+T_d)} dt + \left(\int_0^{T_i} (c_{oo} + c_{vi}i + c_{vt}t) e^{-r(t+T_d)} dt \right) \\ + C_{bd} \left(1 \times e^{-r(T_i+T_d)} + \int_0^{T_i} h_i(t) e^{-r(t+T_d)} dt \right) + C_r e^{-r(T_i+T_d)}$$

Quando se consideram os ciclos de substituição, o valor do custo, no início do respectivo ciclo de substituição, chamado de A, será:

$$A = \sum_{i=1}^N VP[E[ETC_i]]$$

4.2.2 Valor Presente da Série Infinita

Ao considerarmos cada ciclo de substituição independentemente, o custo calculado no item anterior corresponde ao valor presente do custo no início do ciclo, como representado na Figura 7.

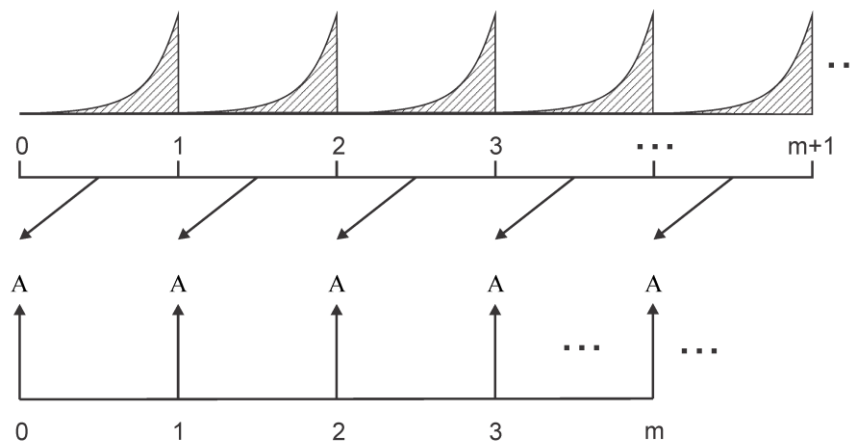


Figura 7 - Valor Presente de cada ciclo

Portanto, o custo de cada ciclo de substituição passa a ser representado por um valor pontual no início do ciclo, previamente denominado A. Com isso, tem-se uma série infinita de valores, que deseja-se descontar até o instante presente. Sabe-se que, se o valor absoluto de z é menor que 1, a seguinte série converge para

$$\sum_{k=0}^{\infty} A(z)^k = \frac{A}{1-z}$$

Note que a série acima corresponde exatamente à Figura 7, com $z = e^{-rT}$. Com isso, o valor presente do custo do Modelo B será:

$$VP = \frac{A}{1 - e^{-rT}}$$

4.3 Implementação dos Modelos

Os Modelos A e B foram implementados no software *Matlab*, na forma de programas e funções, sendo os principais apresentados como Apêndice neste trabalho. O algoritmo básico do cálculo é similar ao de Liao *et al* (2010), e com discretização de 0,001 em 0,001. A diferença está em, eventualmente, utilizar um método de otimização na determinação do valor ótimo de R_s , uma vez fixado o valor de N . Neste trabalho, utilizaremos o *Particle Swarm Optimization* para realizar esta busca, fixando o limite no intervalo [0;1].

Particle Swarm Optimization (PSO) otimiza um problema utilizando uma população de soluções candidatas, chamadas de partículas, movendo tais partículas em torno do espaço de pesquisa de acordo com fórmulas matemáticas simples sobre a posição e a velocidade da partícula. O movimento de cada partícula é influenciado pela sua melhor posição já obtida e é também influenciada pela melhor posição conhecida pela população de partículas (a melhor posição global). Há analogias na implementação do PSO ao comportamento de cardumes de peixes ou uma revoada de pássaros. A implementação original do método é atribuída a Kennedy e Eberhart (1995), e a implementação empregada neste trabalho é apresentada como uma função no Apêndice A.

A região de busca dos parâmetros ótimos desse estudo é diferente do trabalho de Liao *et al* (2010), tendo sido definida como $N \leq 11$ e R_s ilimitado, ou seja, $R_s \in [0; 1,00)$.

5 Análise dos Resultados e Discussões

Nessa Seção serão apresentados os resultados obtidos com a aplicação do Modelo A, o efeito das variações obtidas com cada um dos parâmetros na política ótima obtida, bem como o impacto na política ótima na utilização de uma taxa de desconto do Modelo B. Os valores dos parâmetros utilizados são aqueles estabelecidos na Tabela 2.

5.1 Modelo A

5.1.1 Política Ótima para os Valores Padrão

Na Figura 8 é apresentado o comportamento da função custo considerando quatro distintos valores de R_s . Ao contrário do observado por Liao *et al* (2010), não houve uma alteração no comportamento da curva de custo, mesmo utilizando-se a discretização do R_s como proposto no artigo original. Para todos os valores de R_s exibidos no gráfico, a política ótima de manutenção corresponde a $N = 3$.

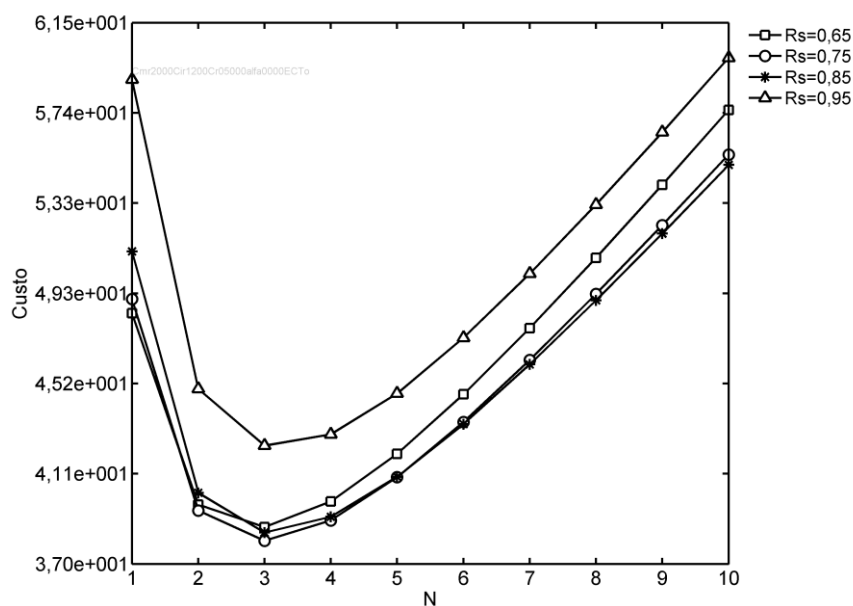


Figura 8 - Comportamento do custo para diferentes N 's e R_s

A Figura 9 mostra o custo médio obtido com o modelo para o N da solução ótima. A política ótima da manutenção é dada por $R^* = 0,775$ e $N^* = 3$, com $ETC^* = 38,01$.

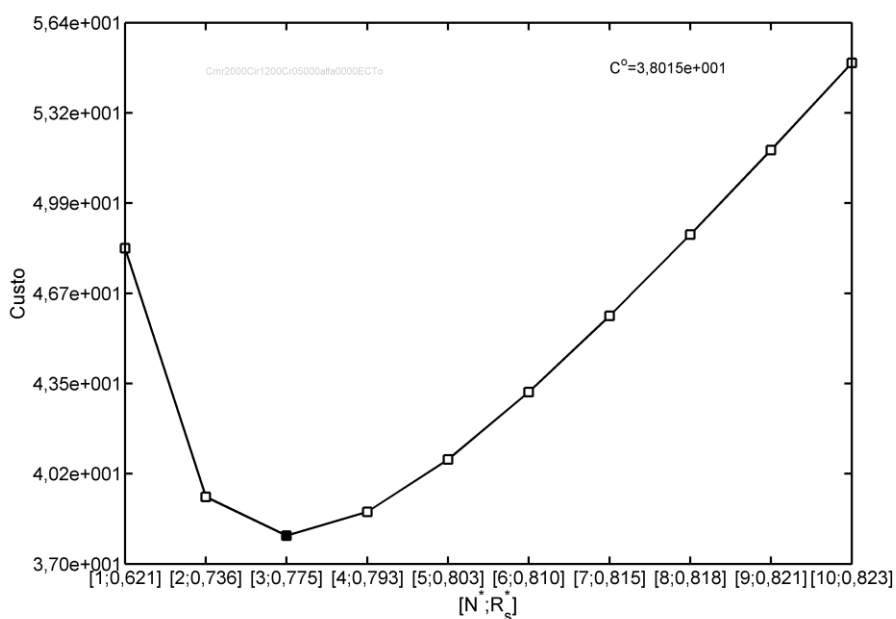


Figura 9 - Custo do Modelo Alternativo em função de R e N .

Os tempos nos quais a manutenção preventiva deve ocorrer são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Tempos entre manutenções preventivas para a política ótima no modelo proposto.

T_1	T_2	T_3
152,16	128,47	98,30

5.1.2 As funções $f(t)$, $F(t)$ e $h(t)$

Apesar de definirem a função $f(t)$, os trabalhos geralmente omitem os seus gráficos e os das funções relacionadas.

Na Figura 10 está representada a função densidade $f(t)$ do tempo de falha em função do N . Observa-se que quanto maior o N , maior é a massa de probabilidade que tende a se concentrar em tempos de falha menores. Esse comportamento é esperado, já que quanto maior o N maior tende a ser a idade do sistema e com o maior número de MP's a taxa de falha será maior, refletindo o desgaste do mesmo.

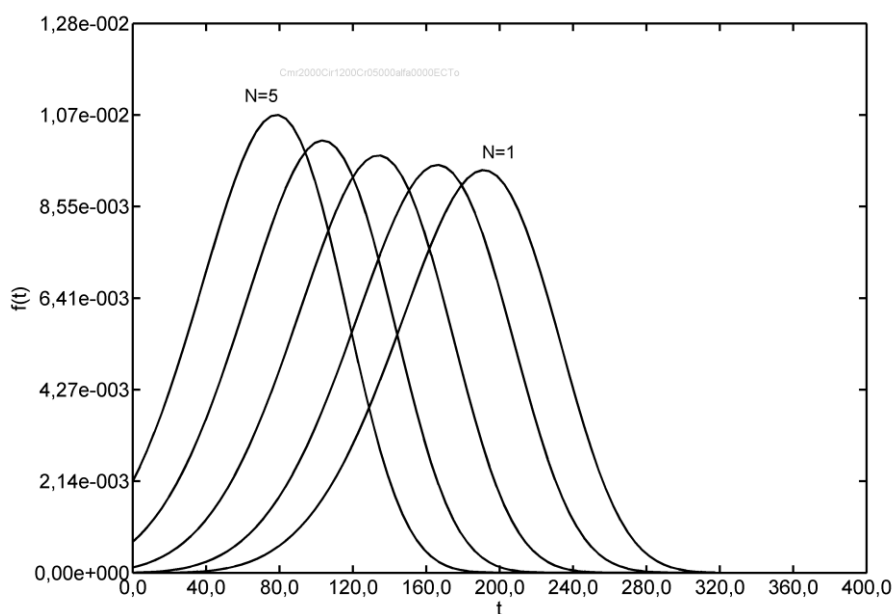


Figura 10 - Função densidade $f(t)$ para diferentes N 's

Na Figura 11 está representada a função densidade acumulada $F(t)$ do tempo de falha para N variando de 1 a 5. Já seria esperado o mesmo comportamento da $f(t)$ com a variação do N .

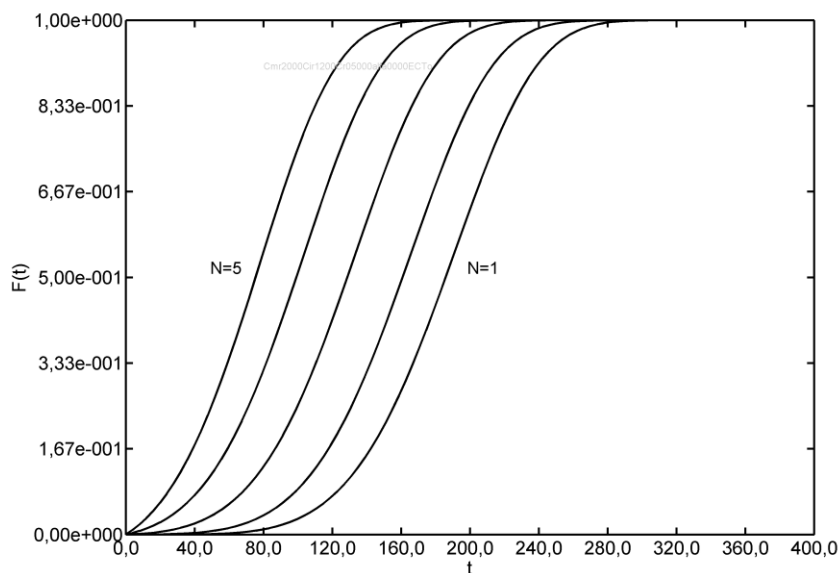


Figura 11 - Função Acumulada $F(t)$ para diferentes N 's.

Na Figura 12 está representada a função taxa de falha $h(t)$ para diferentes N 's e com um R_s fixo de 0,775. Como considerou-se o modelo híbrido, a cada ciclo de MP, a função taxa de falha

terá uma inclinação maior devido ao efeito do fator de melhoria b_i . Além disso, o fator de redução de idade a_i faz com que após cada ciclo de MP a função taxa de falha inicie com um valor diferente de 0, mas menor que o valor que estava imediatamente antes da falha, ou seja, considerando que o sistema está em um estado entre o “tão bom quanto novo” e o “tão ruim quanto velho”.

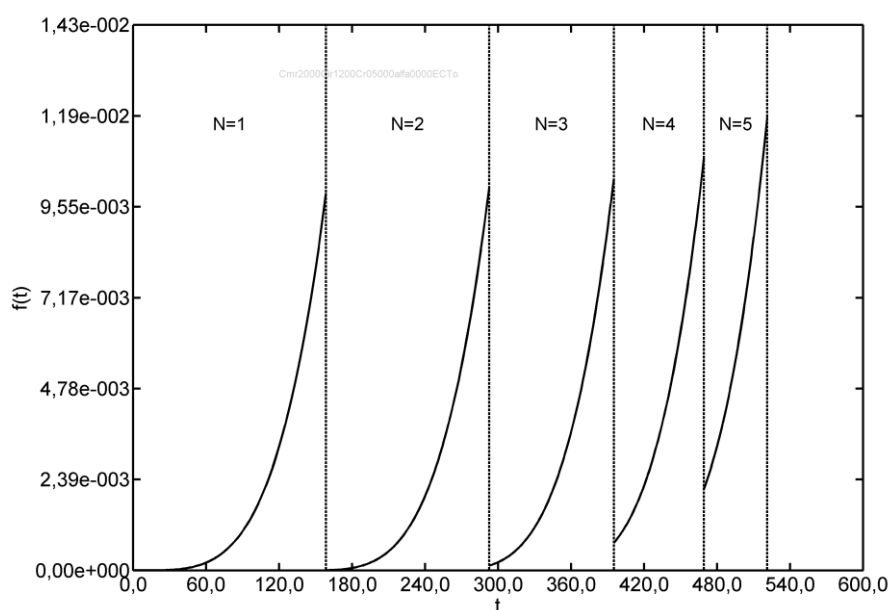


Figura 12 - Função taxa de falha $h(t)$ após cada ciclo de MP

Na Figura 13 está representado o comportamento da taxa de falha, considerando o fator de redução de idade $a_i = 0$. Assim, a taxa de falha se resume a $h_{i+1}(t) = b_i h_i(t)$ e por isso o único efeito observado na taxa de falha após cada ciclo de manutenção é a alteração da inclinação da função devido ao efeito do fator de melhoria b_i .

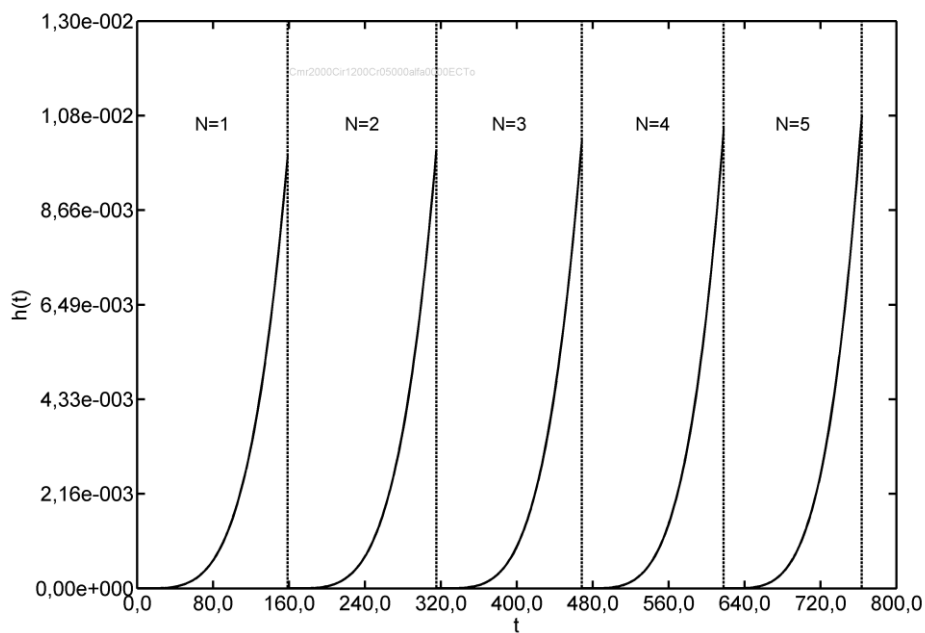


Figura 13 - Função taxa de falha $h(t)$ com $a_i=0$

Na Figura 14 está representado o comportamento da taxa de falha, considerando o fator de melhoria $b_i = 1$. Assim, a taxa de falha se resume a $h_{i+1}(t) = h_i(t + a_i T_i)$.

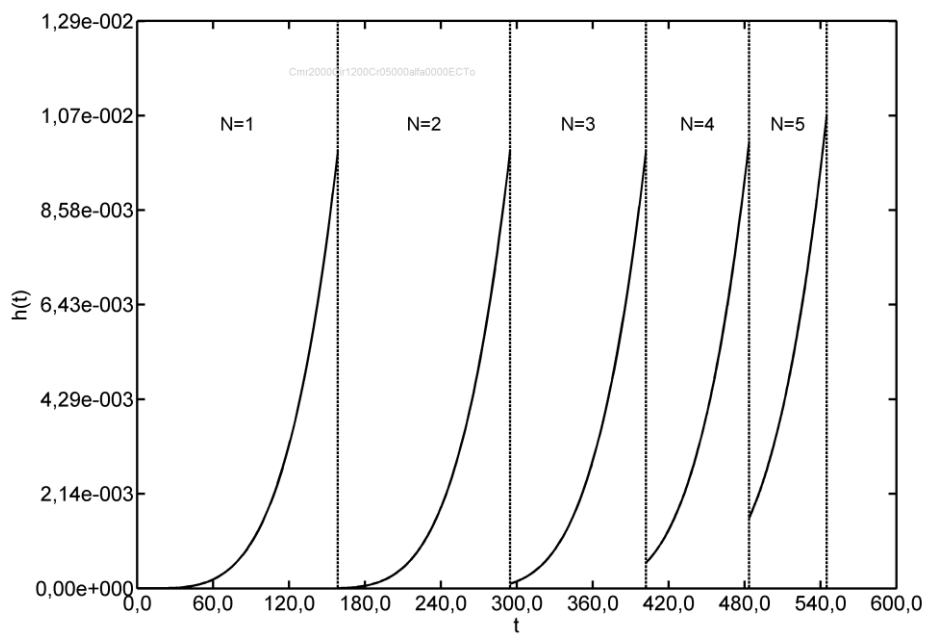


Figura 14 - Função taxa de falha $h(t)$ com $b_i=1$

5.1.3 Política Ótima em Caso de Manutenção Perfeita

Neste caso, desejamos avaliar o comportamento do modelo caso as manutenções fossem perfeitas. Através da Figura 15, observa-se que a política ótima altera-se para $R^* = 0,840$ e $N^* = 7$. Comparando à solução original da manutenção imperfeita, o R_s e o N aumentaram, fato esperado já que não existe o processo de degradação, ou seja, a cada MP o sistema se torna tão bom quanto novo.

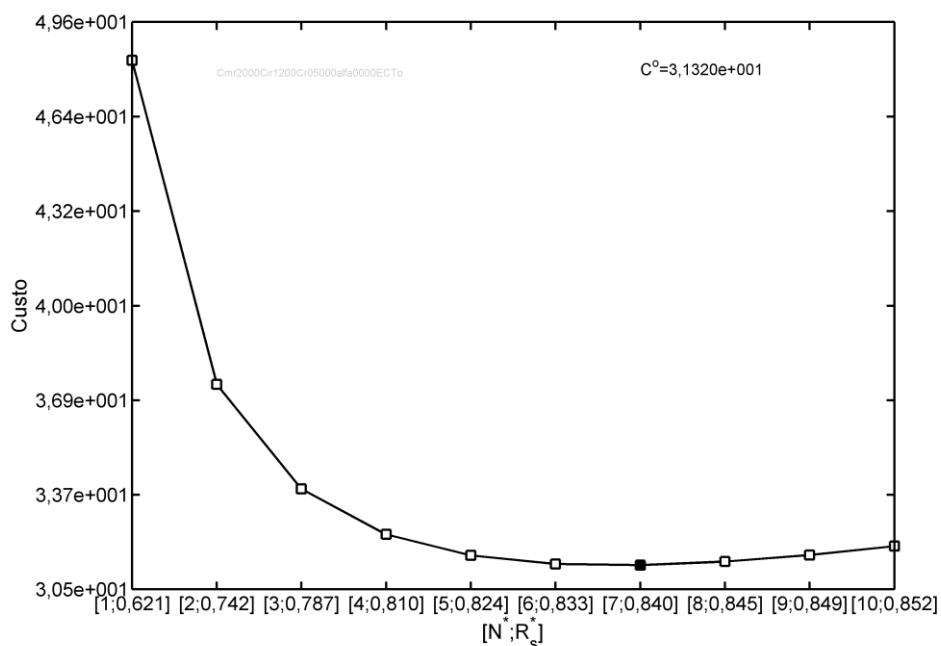


Figura 15 - Política ótima considerando a manutenção perfeita

5.1.4 Análise em Casos Extremos

Apesar de algumas restrições apresentadas para os custos, vamos analisar o comportamento do modelo em casos extremos. No primeiro caso, vamos considerar que o custo de substituição seja zero. Assim, é de se esperar que o modelo “decida” substituir o equipamento o mais rapidamente possível ($N = 1$) com o sistema ainda com alta confiabilidade. Isso é mostrado na Figura 16. Notem que o R_s ótimo não tende a 1, pois há o custo de parada, que precisa ser diluído por algum tempo de operação. Neste caso, há o balanço entre o custo de parada, o custo de reparo mínimo e os custos operacionais. A Figura 19 mostra o que acontece caso o custo de parada também seja zero. Neste caso, o sistema tende a ser substituído continuamente e instantaneamente, como esperado.

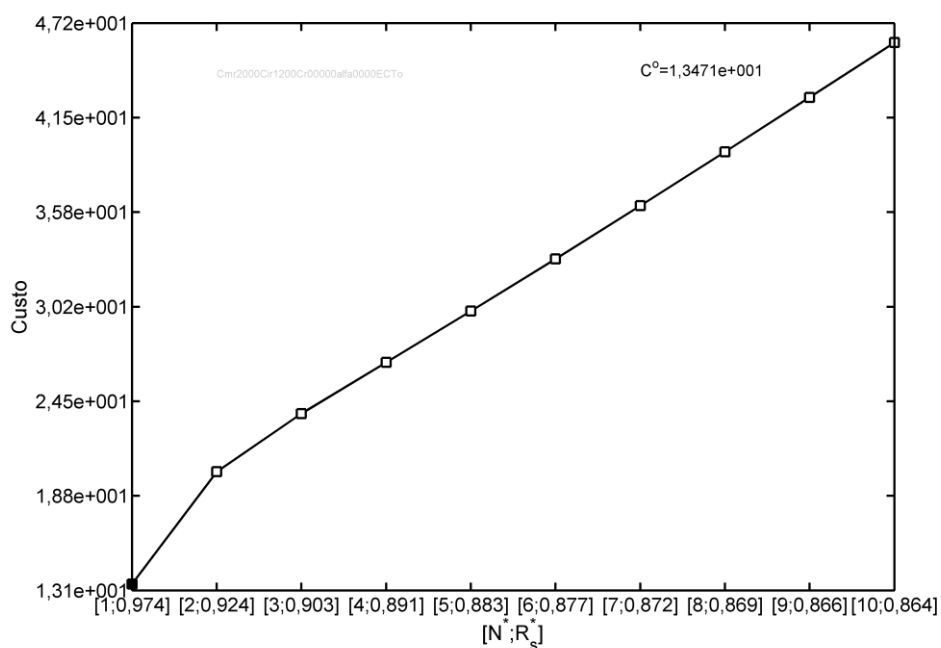


Figura 16 - Política ótima considerando $C_r=0$

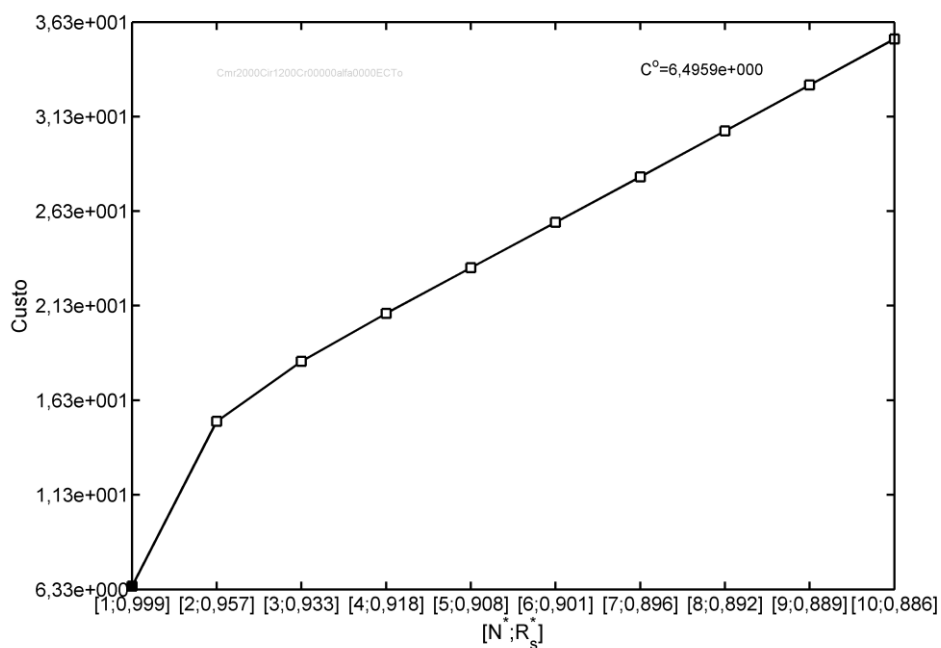


Figura 17 - Política ótima considerando $C_r=C_{bd}=0$

O caso hipotético em que, mantidos os parâmetros originais e o custo do reparo mínimo seja nulo, é mostrado na Figura 18. Neste caso, o modelo permite valores menores de confiabilidade (já que não há custo em fazer o reparo mínimo), mas precisa balancear o custo de parada (C_{bd}) e o custo operacional, que aumentam com o tempo de operação.

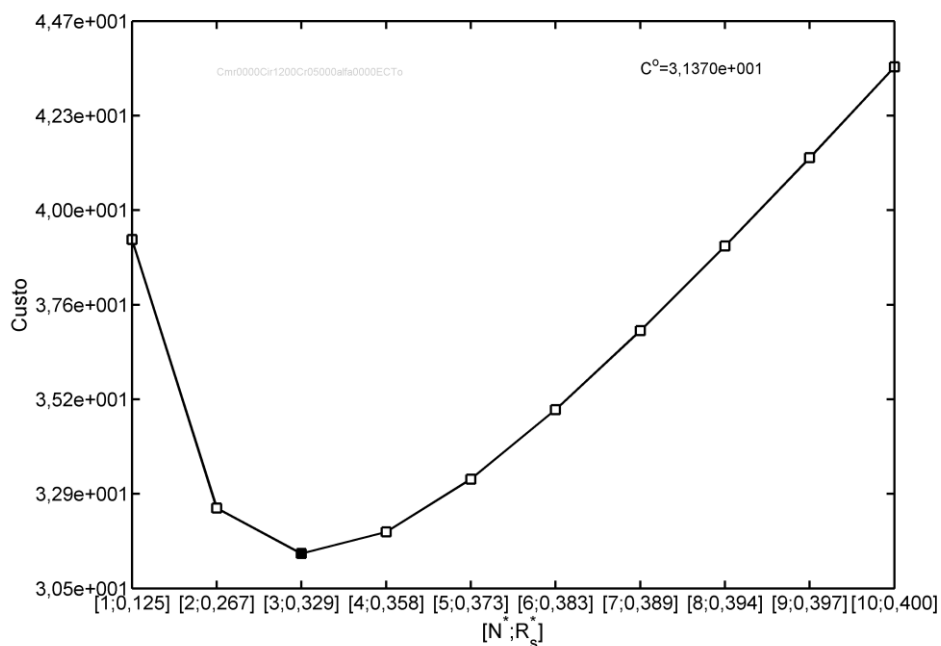


Figura 18 - Política ótima considerando $C_{mr}=0$

Consideremos agora o caso em que a manutenção programada seja perfeita, que os custos da manutenção programada e substituição sejam iguais, e que os custos operacionais sejam zero. A Figura 19 mostra o comportamento do custo para quatro valores fixados de R_s em função de N . Note que, como o sistema não degrada, como não há custos operacionais e o custo de substituição é igual ao custo de manutenção programada, o custo independe de N . Porém, haverá um R_s ótimo, mostrado na Figura 20, já que há custos de reparo mínimo e custo de parada que precisam ser balanceados. A política ótima torna-se, então, fixado o R ótimo, substituir o sistema a qualquer N .

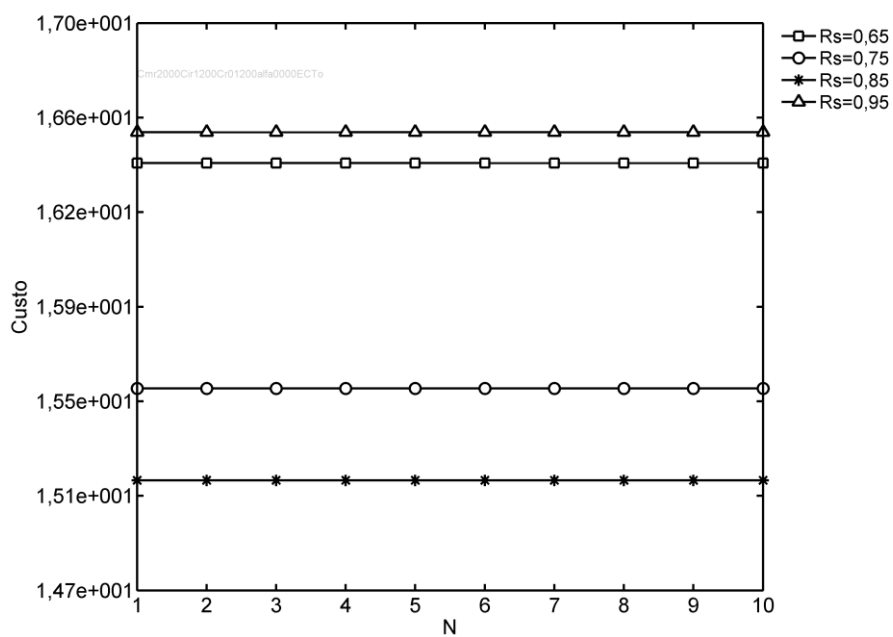


Figura 19 - Comportamento do custo para diferentes R_s considerando manutenção perfeita, $C_{ir}=C_r$ e $C_o=0$

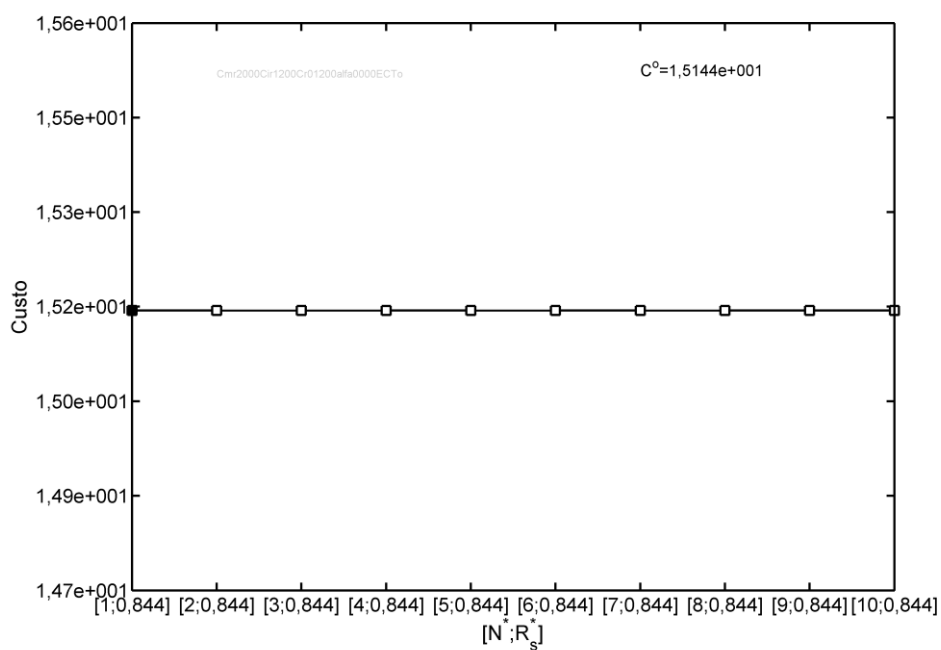


Figura 20 - Política ótima considerando manutenção perfeita, $C_{ir}=C_r$ e $C_o=0$

5.2 Variação dos Parâmetros e Impacto na Política Ótima

Para verificar como o modelo reage às alterações nos valores dos custos, foram feitas alterações individuais em cada um dos parâmetros. Na Tabela 8 estão apresentadas as políticas ótimas para C_{mr} variando entre 1500 e 4000. Observa-se que quanto maior o custo do reparo mínimo C_{mr} maior é o nível de confiabilidade R_s . Esse comportamento é esperado já que, para compensar o aumento no C_{mr} , o sistema buscará a redução do número de reparos mínimos (i.e. do número de falhas), que é obtido com a redução do tempo entre as manutenções preventivas, refletido aqui no aumento do R_s .

Tabela 8 - Efeito da variação do C_{mr}

C_{mr}	ETC	N	R_s
1500	36,92	3	0,730
1750	37,49	3	0,754
2000	38,02	3	0,775
2250	38,50	3	0,792
2500	38,96	3	0,806
2750	39,39	3	0,819
3000	39,79	3	0,830
3250	40,17	3	0,840
3500	40,53	3	0,849
3750	40,88	3	0,857
4000	41,21	3	0,864

Na Tabela 9 constam os resultados com a variação do C_{ir} entre 500 e 1500. Como pode ser observado, com o aumento do custo do reparo imperfeito, o R_s decresce, uma vez que o sistema buscará operar por mais tempo antes que ocorra uma manutenção programada, diluindo o aumento do custo C_{ir} .

A Tabela 10 apresenta os resultados da variação do custo de substituição do equipamento, o C_r , entre 3000 e 15000. Como a substituição torna-se mais cara, o sistema reage operando por mais tempo antes da substituição, tanto reduzindo o R_s como aumentando o N .

Tabela 9 - Efeito da variação do C_{ir}

C_{ir}	ETC	N	R_s
500	34,00	4	0,833
600	34,71	4	0,827
700	35,34	3	0,799
800	35,88	3	0,794
900	36,42	3	0,789
1000	36,96	3	0,784
1100	37,49	3	0,779
1200	38,02	3	0,775
1300	38,54	3	0,770
1400	39,07	3	0,765
1500	39,59	3	0,760

Tabela 10 - Efeito da variação do C_r

C_r	ETC	N	R_s
3000	32,30	2	0,808
4200	35,88	3	0,794
5400	39,07	3	0,765
6600	42,16	3	0,737
7800	45,04	4	0,742
9000	47,60	4	0,721
10200	50,12	4	0,700
11400	52,59	4	0,680
12600	55,03	4	0,661
13800	57,44	4	0,642
15000	59,81	4	0,624

Na Tabela 11 constam os resultados obtidos com a variação do custo de parada, o C_{bd} . Notoriamente foi o parâmetro que menos impactou na política ótima, mas como esperado provoca o aumento do R_s , para reduzir o tempo entre manutenções preventivas e, conseqüentemente, o número médio de quebras.

Para avaliar o efeito da variação do custo operacional C_o optou-se por aplicar um mesmo percentual aos valores padrão que o compõem, o c_{oo} , o c_{vi} e o c_{vt} . A Tabela 12 mostra esse percentual e os valores assumidos por cada um dos parâmetros. Observa-se que quanto maior o C_o , maior tende a ser o R_s , reduzindo o tempo entre substituições e, portanto, o tempo em que o sistema opera.

Tabela 11 - Efeito da variação do C_{bd}

C_{bd}	ETC	N	R_s
100	34,04	3	0,774
190	34,94	3	0,774
280	35,83	3	0,774
370	36,72	3	0,774
460	37,62	3	0,774
550	38,51	3	0,775
640	39,41	3	0,775
730	40,30	3	0,775
820	41,19	3	0,775
910	42,09	3	0,775
1000	42,98	3	0,775

Tabela 12 - Efeito da variação do C_o

% dos parâmetros padrão do C_o	c_{oo}	c_{vi}	c_{vt}	ETC	N	R_s
0%	0	0,0	0,0000	28,48	3	0,743
25%	1	0,3	0,0125	30,87	3	0,751
50%	2	0,6	0,0250	33,26	3	0,759
75%	3	0,9	0,0375	35,64	3	0,767
100%	4	1,2	0,0500	38,02	3	0,775
125%	5	1,5	0,0625	40,38	3	0,782
150%	6	1,8	0,0750	42,75	3	0,789
175%	7	2,1	0,0875	45,10	3	0,796
200%	8	2,4	0,1000	47,45	3	0,803
225%	9	2,7	0,1125	49,79	3	0,810
250%	10	3,0	0,1250	52,13	3	0,816

5.3 Incertezas na estimação dos parâmetros de custo

Os parâmetros de custo considerados nesse estudo foram os mesmos do trabalho de Liao *et al* (2010), que assumiu serem valores fixos e determinados pela equipe técnica da empresa. No entanto, é razoável considerarmos a possibilidade de haver algum grau de incerteza na especificação destes custos. Por mais estranho que possa parecer, os gestores não são capazes de estimar os componentes de custo com exatidão.

Para avaliar qual dos parâmetros de custo é o mais importante (e que, portanto, deveria ser estimado com mais cuidado) estabeleceu-se que cada um dos parâmetros foi estimado com um erro de 25% para mais ou para menos. Com isso, 10000 amostras independentes, com distribuição uniforme entre o mínimo e o máximo estabelecidos foram geradas e, para cada uma, o custo médio foi determinado.

Na Figura 21 está representado o gráfico de correlação linear entre cada um dos parâmetros e o custo total. Observa-se que o C_r foi o custo que apresentou maior correlação com o ETC , e portanto, nos níveis considerados, aquele que mais responde pela variação do ETC e o qual deveria ser especificado com maior precisão.

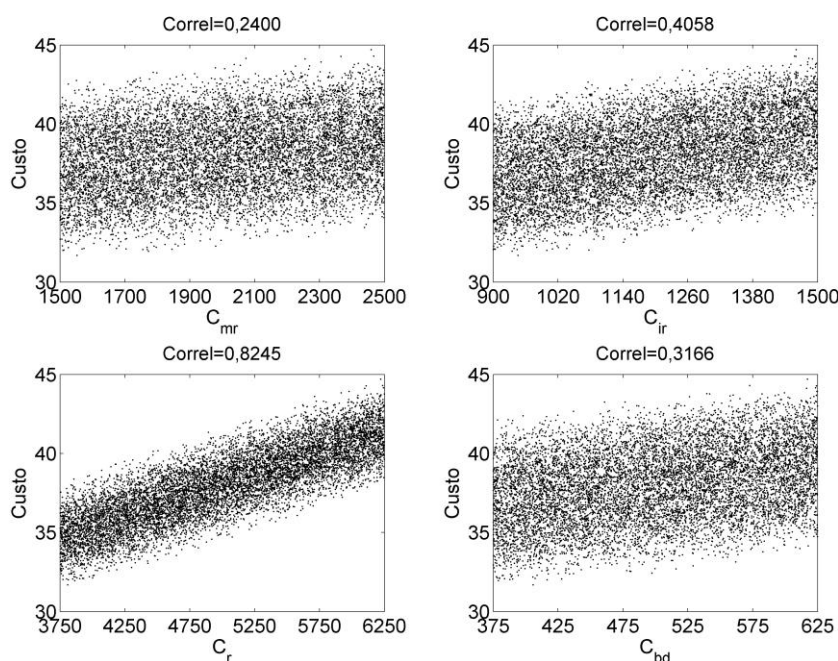


Figura 21 - Correlação dos parâmetros de custo com o valor de ETC

Foi construído um modelo de regressão em que a variável resposta é o custo médio por unidade de tempo e as variáveis explicativas são os parâmetros de custo. Para isso dividiu-se cada valor de custo gerado aleatoriamente pelo valor padrão do custo, com o objetivo de tirar o efeito da diferença de grandeza entre as quatro variáveis.

Portanto, na Figura 22 está a saída no Minitab do modelo de regressão contendo os coeficientes de cada um dos parâmetros de custo. Como pode-se observar o maior peso é dado ao C_r (coeficiente de 12,7), seguido pelo C_{ir} (coeficiente de 6,07), depois pelo C_{mr} (coeficiente de 4,78) e por último o C_{bd} (coeficiente de 3,80).

The regression equation is
 $ETC = 9,62 + 4,78 \text{ Cmr}_1 + 6,07 \text{ Cir}_1 + 12,7 \text{ Cr}_1 + 3,80 \text{ Cbd}_1$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	9,62349	0,00000	2,39515E+08	0,000
Cmr_1	4,77739	0,00000	2,39739E+08	0,000
Cir_1	6,07211	0,00000	3,03888E+08	0,000
Cr_1	12,6502	0,00000	6,27078E+08	0,000
Cbd_1	3,79507	0,00000	1,89769E+08	0,000

S = 2,880807E-07 R-Sq = 100,0% R-Sq(adj) = 100,0%

Figura 22 - Modelo de Regressão para o ETC

5.4 Uma nova política ótima: R_s variável

Uma alternativa na determinação da política ótima de manutenção seria considerar que o R_s pudesse ser diferente para os distintos ciclos de manutenção preventiva. Com isso, torna-se inviável o uso da discretização para a determinação do vetor R_s . Por exemplo, considere que o R_s será discretizado de 0 a 1 em passos de 0,001, e que será determinado o vetor R_s ótimo para $N = 8$. Neste caso, seriam necessários $(1000)^8$ cálculos do ETC. Para estimar o tempo necessário, 1000 cálculos do ETC foram realizados em um computador com processador Core i7 860, consumindo em média 80 segundos de processamento. Assim, com a discretização seriam necessários 2×10^{15} anos para calcular o vetor R_s ótimo apenas para $N = 8$. Assim, a Figura 23 foi obtida utilizando o método de otimização *Particle Swarm Optimization*.

Observa-se que $N^* = 3$ não foi alterado em relação à política ótima em que considerou-se apenas a possibilidade de R_s fixo. No entanto, temos agora um vetor de R_s ótimo: $[0,799; 0,789; 0,737]$, ou seja, a solução ótima considera que a primeira manutenção preventiva deve ser feita quando o sistema atinge a confiabilidade de 0,799, a segunda quando ele tiver o nível de 0,789 de confiabilidade e a última quando $R_s = 0,737$.

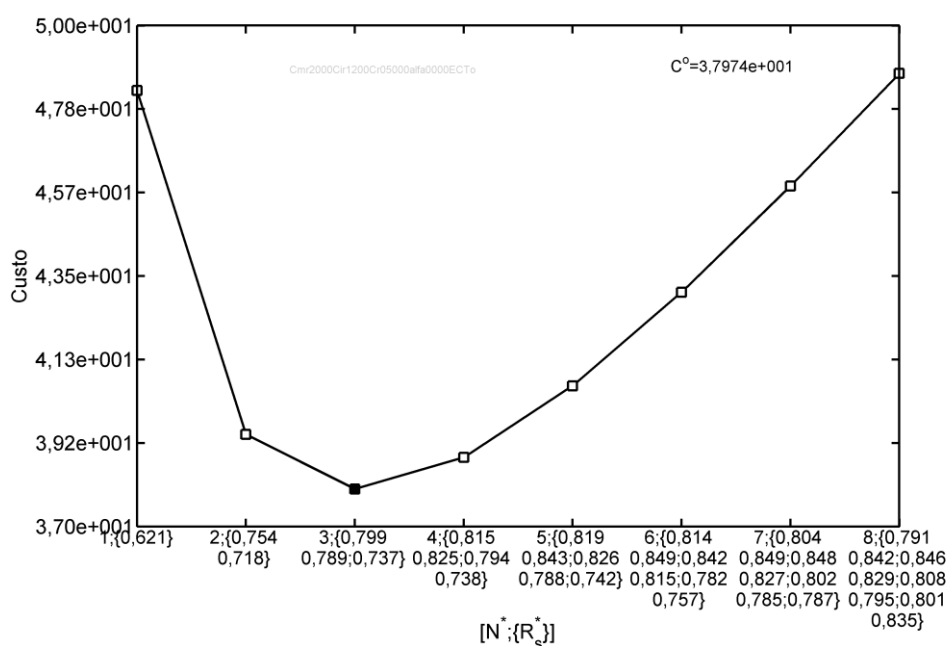


Figura 23 - Política ótima considerando possibilidade de diferentes R_s

Na Tabela 13 foi feita uma comparação do custo para as políticas em que o R_s é fixo ou variável. Para $N = 5$, por exemplo, tem-se uma economia de 0,22% no custo quando utiliza-se o R_s variável como política para a manutenção preventiva.

Um resultado curioso pode ser visto na Tabela 14. A média do vetor R_s , quando a política é variável, é exatamente o valor de R_s quando a política é de confiabilidade fixa. Não temos uma explicação para este resultado, que poderia ser utilizado, por exemplo, para reduzir em uma variável o problema de otimização.

Tabela 13 - Comparação do custo considerando R_s fixo e variável

N	Política com R_s Fixo		Política com R_s Variável									Redução no Custo
	R_s	ETC	R_{s1}	R_{s2}	R_{s3}	R_{s4}	R_{s5}	R_{s6}	R_{s7}	R_{s8}	ETC	
1	0,621	48,31	0,621								48,31	0,00%
2	0,736	39,41	0,754	0,718							39,39	0,04%
3	0,775	38,02	0,799	0,789	0,737						37,97	0,11%
4	0,793	38,87	0,815	0,825	0,794	0,738					38,79	0,19%
5	0,803	40,74	0,819	0,843	0,826	0,788	0,742				40,65	0,22%
6	0,810	43,16	0,814	0,849	0,842	0,815	0,782	0,757			43,08	0,19%
7	0,815	45,89	0,804	0,849	0,848	0,827	0,802	0,785	0,787		45,83	0,12%
8	0,818	48,80	0,791	0,842	0,846	0,829	0,808	0,795	0,801	0,835	48,76	0,09%

Tabela 14 - Comparação do R_s na política fixa com o R_s na política variável

Política com R_s Fixo	Política com R_s Variável								
	\bar{R}_s	R_{s1}	R_{s2}	R_{s3}	R_{s4}	R_{s5}	R_{s6}	R_{s7}	R_{s8}
0,621	0,621	0,621							
0,736	0,736	0,754	0,718						
0,775	0,775	0,799	0,789	0,737					
0,793	0,793	0,815	0,825	0,794	0,738				
0,803	0,803	0,819	0,843	0,826	0,788	0,742			
0,810	0,810	0,814	0,849	0,842	0,815	0,782	0,757		
0,815	0,815	0,804	0,849	0,848	0,827	0,802	0,785	0,787	
0,818	0,818	0,791	0,842	0,846	0,829	0,808	0,795	0,801	0,835

5.5 Modelo B

Considere que o tempo informado na Tabela 7 é dado em dias. O intervalo de tempo entre substituições do equipamento é de aproximadamente 1 ano e meio. Portanto, seria adequado considerar o valor do dinheiro em um modelo econômico. Porém, seria a política ótima alterada? Para verificar esta questão, o Modelo B foi implementado, assumindo-se uma taxa de desconto de 5% ao ano capitalizada continuamente. A Figura 24 mostra o valor presente obtido.

A política ótima da manutenção é dada por $R^* = 0,772$ e $N^* = 3$, com $ETC^* = 274210$. Note que a política ótima de manutenção foi alterada, mostrando que a consideração do valor do dinheiro no tempo altera a política ótima.

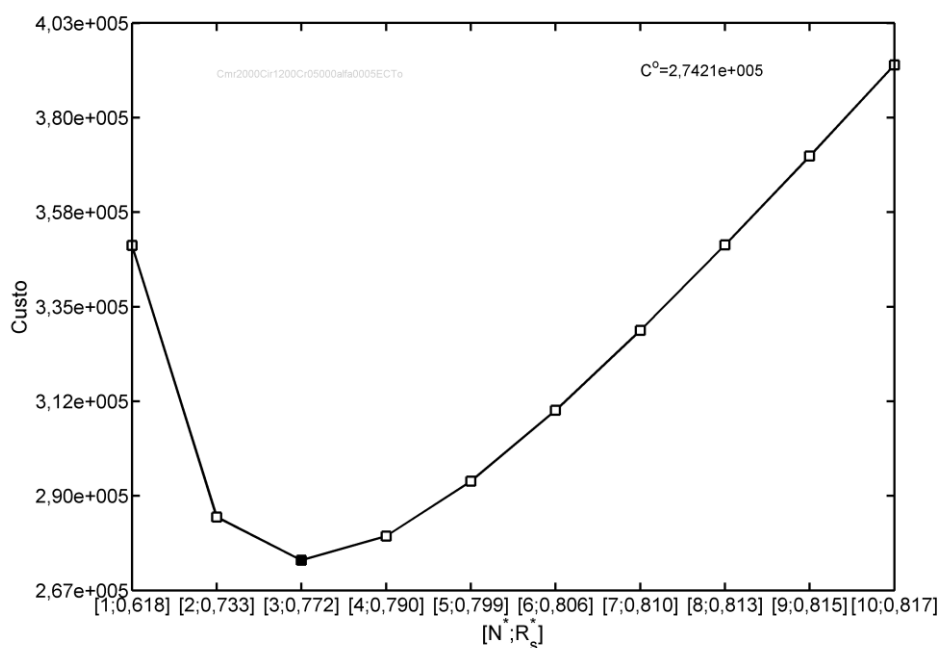


Figura 24 - Custo do Modelo Alternativo considerando o valor do dinheiro no tempo (taxa de desconto de 5% a.a.)

Utilizando-se uma taxa de desconto de 20% a.a., a política ótima é dada por $R^* = 0,764$ e $N^* = 3$, conforme mostrado na Figura 25.

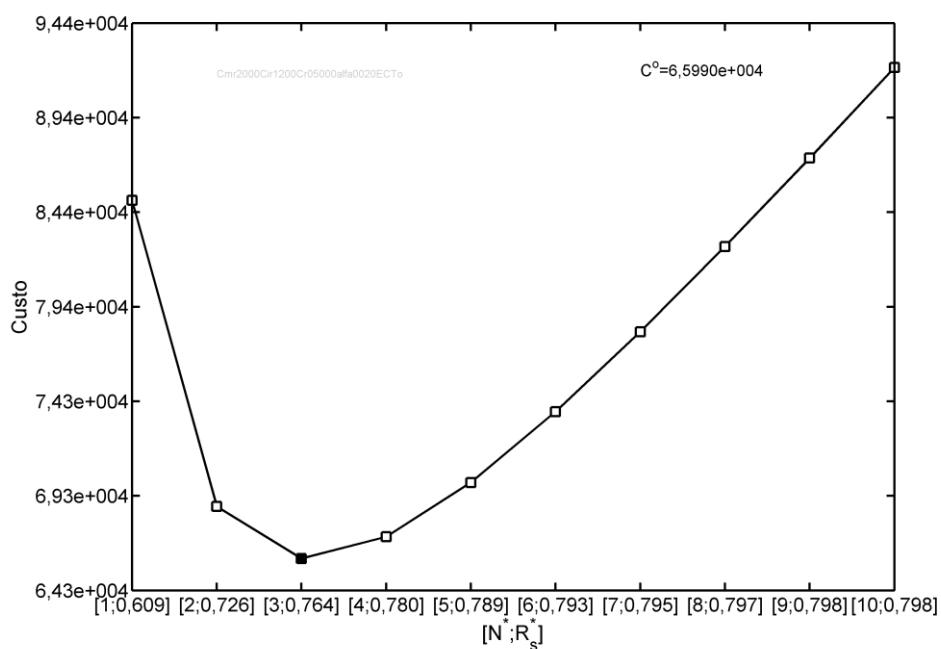


Figura 25 - Custo do Modelo Alternativo considerando o valor do dinheiro no tempo (taxa de desconto de 20% a.a.)

Este resultado mostra que o valor de R_s foi mais sensível à taxa de desconto que o valor de N . A maioria dos modelos econômicos desconsidera o valor no tempo em razão da complexidade introduzida nas equações. Porém, caso os prazos de substituição sejam longos, o uso de um modelo que considere a taxa de desconto é recomendada.

5.6 Comparação de resultados da política ótima

Após apresentar os resultados ótimos obtidos com o Modelo A e o Modelo B, construiu-se a Tabela 15, em que compara-se o valor de ETC , R_s e N desses dois modelos, o de Liao *et al* (2010) e os resultados de uma possível política tradicional.

Essa possível política tradicional considera intervalos fixos e múltiplos da MP de 150 em 150 dias (aproximadamente a cada 5 meses) e faremos a suposição de que ocorrerão 12 MP's antes da substituição do equipamento, ou seja, a cada 5 anos o sistema será substituído. Isso porque é muito comum nas empresas essa determinação de períodos constantes, tanto para a MP quanto para a substituição de todos os equipamentos.

Conforme pode ser observado na Tabela 15, os valores de R_s e N dos modelos A e B são menores que o de Liao e levou a um custo médio por unidade de tempo superior, já que considerou outra estrutura para a determinação do custo médio.

Comparando a política tradicional,.....

Tabela 15 - Comparação da política ótima entre os modelos

Modelo	ETC	R_s	N
Liao	29,40	0,890	8
A	38,01	0,775	3
B	65990	0,764	3
Tradicional	-	-	12

6 Conclusões

Determinar o intervalo entre as manutenções preventivas de forma a otimizar o custo da política de manutenção de uma empresa é um grande desafio para grande parte das organizações. Por isso, a maioria delas estabelecem um período fixo, baseado na experiência dos técnicos da empresa para que sejam feitas as manutenções preventivas. Ou até mesmo muitas delas não realizam manutenções preventivas por “enxergar” apenas os custos relacionados à parada do equipamento, sem avaliar a possível otimização do custo total de uma política de manutenção.

Considerando a importância da determinação dessa política ótima de manutenção e a crescente valorização da área nos dias atuais, foi feita uma revisão bibliográfica relacionada à confiabilidade e proposto um modelo econômico de manutenção em um sistema reparável sujeito a deterioração com base na análise de um modelo proposto na literatura por Liao *et al* (2010).

O modelo utilizado considerou uma taxa de falha híbrida ($h_{i+1}(t) = b_i h_i(t + a_i T_i)$), em que o fator de melhoria b_i reforça o processo de degradação do sistema, já que após cada ciclo i a taxa de falha terá uma nova inclinação, e o fator de redução de idade a_i , que também após cada ciclo i faz com que a idade real do sistema não seja a mesma anterior à falha.

Além dessa taxa de falha híbrida, também considerou-se outros parâmetros de custos: custos operacionais, de parada, reparo mínimo, reparo imperfeito e substituição do sistema. A inserção de todos esses custos tiveram o objetivo de tornar o modelo o mais realístico possível, conforme foi mostrado em Liao *et al* (2010) a importância da consideração de todos esses custos, principalmente os operacionais e de parada, que geralmente são excluídos.

Após propor um modelo em que novas considerações são feitas, principalmente em termos de probabilidade de falhas considerada no estudo de Liao *et al* (2010), a solução ótima encontrada foi diferente do trabalho original.

Diversas variações dos parâmetros também foram feitas para avaliar o efeito na solução da política ótima. Quando aumentou-se o custo de reparo mínimo, o R_s foi maior, já que seria mais vantajoso evitar a manutenção corretiva pelo seu maior custo relativo ao custo da preventiva. Outra variação realizada foi no custo do reparo imperfeito, que para valores maiores apresentou menores R_s 's. Da mesma forma que a variação no custo de reparo mínimo, o custo relativo da preventiva aumenta e por isso corre-se maior risco de se fazer a corretiva.

Também variou-se o custo de substituição do sistema. Para maiores valores de C_r , o R_s foi menor e o N foi maior. Com o aumento relativo do custo de substituição, é esperado que se assumam maior risco de quebra e que se faça maior número de preventivas antes da substituição do

equipamento. Também observou-se que ao aumentar a região de busca e com valores muito maiores de C_r , a solução ótima tende ao valor inferior do R_s e ao máximo de N .

A variação no custo de parada C_{bd} mostrou que maiores valores implicam em maiores R_s , apesar de ter sido o parâmetro com menor efeito na solução ótima. Da mesma forma, a variação no custo operacional C_o mostrou que maiores valores implicam em maiores R_s na solução ótima, já que um alto custo operacional tende a levar a solução ótima a reduzir o tempo de operação do sistema.

Nos níveis testados, caso os parâmetros C_{mr} , C_{ir} , C_r e C_{bd} tenham sido especificados com um erro de $\pm 25\%$, o C_r explica mais a variação no custo, sendo a variável candidata para melhor especificação pela empresa.

A política com R_s variável obteve um custo menor que aquela com o R_s fixo. Apesar de ganhos relativamente pequenos (0,11% na política ótima) trata-se de um ganho obtido apenas com a mudança da política de manutenção e, portanto, facilmente implementável.

A introdução do valor do dinheiro no tempo no Modelo B, como esperado, altera a política ótima obtida. O seu pouco uso, na prática, está relacionado ao aumento da complexidade das equações, mas se justifica caso sejam grandes os tempos envolvidos ou altas as taxas de desconto consideradas pela empresa.

Como sugestões para trabalhos futuros, tem-se o estudo sobre o fato de que o valor médio do vetor R_s na política variável ser exatamente o valor do R_s na política fixa, bem como a determinação de uma nova política em que, caso a falha ocorra em um instante suficientemente próximo ao instante em que ocorrerá a manutenção preventiva, esta seja antecipada ao invés da realização do reparo mínimo. Este valor “suficientemente próximo” seria o terceiro parâmetro a se determinar nesta nova política.

7 Referências Bibliográficas

- Ascher, H. e Feingold, H. Repairable Systems Reliability: Modelling, Inference, Misconception and their Causes. Marcel Dekker, New York, 1984.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT. NBR 5462. Confiabilidade e Manutenibilidade. Rio de Janeiro, 1994.
- Bain, L. J. e Engelhardt, M. Statistical Analysis of Reliability and Life Testing Models: Theory and Methods. Second Edition, Marcel-Dekker: New York, 1991.
- Barlow, R. E. e Campo, R. Total Time on Test Processes and Applications to Failure Data Analysis. SIAM: Philadelphia, 1975.
- Block, H. W.; Borges, W. S. e Savits, T. H. Age dependent minimal repair. Journal of Applied Probability 22, 370-385, 1985.
- Brown, M. e Proschan, F. Imperfect repair. Journal of Applied Probability 20, 851-859, 1983.
- Cox, D. R. e Lewis, P. A. W. The Statistical Analysis of Series of Events. Chapman and Hall London, 1966.
- Ferreira, A. B. H. Novo Dicionário da Língua Portuguesa. Nova Fronteira, Rio de Janeiro, 1994.
- Freitas, M. A. e Colosimo, E. A. Confiabilidade: Análise de Tempo de Falha e Testes de Vida Acelerados. Fundação Christiano Ottoni, Belo Horizonte, 1997.
- Hokstad, P. The Failure Intensity Process and the Formulation of Reliability and Maintenance Models. Reliability Engineering and System Safety, 58, 69-82, 1997.
- Kennedy, J.; Eberhart, R. Particle Swarm Optimization. Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. IV. pp. 1942-1948, 1995.
- Kijima, M.; Morimura, H. e Suzuki, Y. Periodical replacement problem without assuming minimal repair. European Journal of Operational Research 37/2, 194-203, 1988.
- Kijima, M. e Nakagawa, T. Accumulative damage shock model with imperfect preventive maintenance. Naval Research Logistics 38, 145-156, 1991.
- Lawless, J. F. Statistical Models and Methods for Lifetime Data. John Wiley & Sons, New York, 1982.
- Lebold, M.; Reichard, K. e Boylan D. Utilizing DCOM in an Open System Architecture Framework for Machinery Monitoring and Diagnostics, In Proceedings from Aerospace Conference, pages 1227-1236, Irvine, USA, 2003.

- Liao, W.; Pan, E. e Xi, L. Preventive maintenance scheduling for repairable system with deterioration. *Journal of Intelligent Manufacturing*. 21, 875-884. 2010.
- Lin, D.; Zuo, M.J e Yam, R.C.M. Sequential Imperfect Preventive Maintenance Models with Two Categories of Failure Modes, 2000.
- Malik, M. A. K. Reliable preventive maintenance policy. *AIIE Transactions* 11/3, 221-228, 1979.
- Molina, J. M.; Isasi, P.; Berlanga, A. e Sanchis, A. Hydroelectric power plant management relying on neural networks and expert system integration, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 13, No. 3, pp. 357-369, 2000.
- Motta, S. B. Periodicidade de manutenções preventivas em dispositivos de proteção de sistemas elétricos de potência. Aplicação de técnicas quantitativas de confiabilidade à engenharia de manutenção. Dissertação de Mestrado (Departamento de Engenharia de Produção) - UFMG, Belo Horizonte, 1999.
- Moubray, J. *Reliability-centered maintenance*. New York: Industrial Press, 1992.
- Nakagawa, T. Imperfect preventive maintenance. *IEEE Transactions on Reliability* R-28/5, 402, 1979b.
- Nakagawa, T. *Maintenance Theory of Reliability*. Springer Series in Reliability Engineering, London, 2005.
- Nakagawa, T. Optimum policies when preventive maintenance is imperfect. *IEEE Transactions on Reliability* R-28/4, 331-332, 1979a.
- Nakajima, S. *Introduction to TPM - total productive maintenance*. Cambridge: Productivity Press, 1988.
- Niu, G.; Yang, B. e Pecht, M. Development of an optimized condition-based maintenance system by data fusion and reliability centered-maintenance. *Reliability Engineering and System Safety* 95, 786-796, 2010.
- Nodem, F. I. D.; Kenne, J. P. e Gharbi, A. *Production planning and repair/replacement switching policy for deteriorating manufacturing systems*. Springer-Verlag London Limited, 2011.
- Nowlan, F. S. e Heap, H. F. *Reliability centered maintenance*. National Technical Information Service, Report n° AD/A066-579, 1978.
- Oliveira, J. A. N. *Engenharia Econômica: uma abordagem às decisões de investimento*. McGrawHill do Brasil, São Paulo, 1982.
- Pham, H. e Wang, H. Imperfect Maintenance. *European Journal of Operational Research* 94 425-438, 1996.

- Rigdon, S. E. e Basu, A. P. *Statistical Methods for the Reliability of Repairable Systems*. John Wiley & Sons, New York, 2000.
- Ross, S. M. *Introduction to Probability Models*. 8. ed. San Diego: Academic Press, 2003.
- Salgado, M. F. P. *Aplicação de técnicas de otimização à engenharia de confiabilidade*. Dissertação de Mestrado (Departamento de Engenharia Elétrica) - UFMG, Belo Horizonte, 2008.
- Samanez, C. P. *Engenharia Econômica*. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2009.
- Santos, W. B. *Determinação da Periodicidade da Manutenção Preventiva em Sistemas Reparáveis*. Dissertação de Mestrado (Departamento de Engenharia de Produção) - UFMG, Belo Horizonte, 2003.
- Scapin, C. A. *Análise Sistêmica de Falhas*. EDG, Belo Horizonte, 1999.
- Shaked, M. e Shanthikumar, J. G. Multivariate imperfect repair. *Operations Research* 34, 437-448, 1986.
- Smith, A. M. *Reliability-centered maintenance*. USA: MacGraw-Hill, 1993.
- Thurston, M. G. An Open Standard for Web-Based Condition-Based Maintenance Systems. In *proceedings from the IEEE System Readiness Technology Conference, Autotestcon Proceedings*, pages 401–415, Valley Forge, P.A., USA, 2001.
- Zhou, X.; Xi, L. e Lee, J. Reliability-centered predictive maintenance scheduling for a continuously monitored system subject to degradation. *Reliability Engineering and System Safety* 92 530-534, 2007.
- Wang, H. e Pham, H. Optimal maintenance policies for several imperfect maintenance models. *International Journal of Systems Science*, 1996a.
- Wang, H. e Pham, H. Optimal age-dependent preventive maintenance policies with imperfect maintenance. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 1996b.
- Wang, H. e Pham, H. A quasi renewal process and its application in the imperfect maintenance. *International Journal of Systems Science*, 1996c.
- Wang, H. e Pham, H. Availability and optimal maintenance of series system subject to imperfect repair. *IE Working Paper 96-101*, Rutgers University, 1996d.
- Wu, S. Comments on “Reliability-centered predictive maintenance scheduling for a continuously monitored system subject to degradation” by X. Zhou, L. Xi and J. Lee. *Reliability Engineering and System Safety*, 2007.

Xenos, H. G. Gerenciando a manutenção produtiva. Belo Horizonte: Editora de Desenvolvimento Gerencial, 1998.

Apêndice A - Programas Principais

As funções e programas abaixo foram implementados e executados no Matlab R2010a. São apresentadas apenas as funções principais e programas que exemplificam o uso das mesmas. Este trabalho utilizou diversas variações no uso destas funções para gerar os resultados obtidos.

A1. Função Principal - Função Custo (ETC)

```

1  function [ETC,T_PM,NQ,INTCO]=fcustom2(RS,t_pm,nq,intco)
2  %-----
3  % Função Custo Modelo 2 (A e B)
4  %
5  % Este modelo considera o desconto a uma taxa alfa. Se esta taxa
6  % for zero, calcula-se o valor médio do custo por unidade de tempo (Modelo A).
7  % Se a taxa de desconto for maior que zero, calcula-se o valor presente
8  % da série (Modelo B).
9  %-----
10 global i_PM T_PM T_SIS
11 global N Rs
12 global beta theta alfa coo cvi cvt diasano Cmr Cir Cr Cbd
13
14 bCalculaTempo=1;
15 bCalculaNq=1;
16 bCalculaIntCo=1;
17 if nargin==1
18     T_PM=zeros(1,N);
19     NQ=zeros(1,N);
20     INTCO=zeros(1,N);
21 elseif nargin==2
22     T_PM=t_pm;
23     bCalculaTempo=0;
24     NQ=zeros(1,N);
25     INTCO=zeros(1,N);
26 elseif nargin==3
27     T_PM=t_pm;
28     bCalculaTempo=0;
29     NQ=nq;
30     bCalculaNq=0;
31     INTCO=zeros(1,N);
32 else
33     T_PM=t_pm;
34     bCalculaTempo=0;
35     NQ=nq;
36     bCalculaNq=0;
37     INTCO=intco;
38     bCalculaIntCo=0;
39 end
40
41 ETCi=zeros(1,N);
42 ETCalfa=0;
43
44 for i=1:N
45
46     %-----
47     %Determinar o tempo de duração do ciclo, ou seja, até que R=Rs
48     %-----
49     Rs=RS(i);
50     i_PM=i;
51     T_SIS=sum(T_PM(1:(i-1)));
52
53     if bCalculaTempo==1
54         alfaor=alfa; %Como o alfa está dentro da função h(t), é preciso zerá-lo antes
55         de calcular o tempo.
56         alfa=0;
57         Tm=fzero(@tempoi,150);
58         alfa=alfaor; %Redefinindo o valor de alfa para o valor utilizado nos
59         parâmetros.

```

```

60         T_PM(i)=Tm;
61     else
62         Tm=T_PM(i);
63     end
64
65     %Número médio de quebras que sofrerão reparo mínimo
66     if bCalculaNq==1
67         Nq=quad(@lambdai,0,Tm);
68         NQ(i)=Nq;
69     end
70
71     %Custos Operacional
72     if bCalculaIntCo==1
73         intCo=quad(@custooper,0,Tm);
74         INTCO(i)=intCo;
75     end
76
77     if alfa==0
78         if i==N
79             ETCi(i)=(INTCO(i)+NQ(i)*Cmr+Cr+(1+NQ(i))*Cbd)/(Tm);
80         else
81             ETCi(i)=(INTCO(i)+NQ(i)*Cmr+Cir+(1+NQ(i))*Cbd)/(Tm);
82         end
83     else
84         if i==N
85             ETCalfa=ETCalfa+INTCO(i)+NQ(i)*(Cmr+Cbd)+(Cr+Cbd)*exp(-
86             alfa*(T_SIS+Tm)/diasano);
87         else
88             ETCalfa=ETCalfa+INTCO(i)+NQ(i)*(Cmr+Cbd)+(Cir+Cbd)*exp(-
89             alfa*(T_SIS+Tm)/diasano);
90         end
91     end
92
93 end
94
95 if alfa>0
96     ETC=(ETCalfa/(1-exp(-alfa*sum(T_PM)/diasano)));
97 else
98     ETC=sum(ETCi.*T_PM

```

A2. Funções Auxiliares

```

1  function y=lambdai(t)
2  %-----
3  % Função confiabilidade no ciclo i
4  %-----
5  global i_PM T_PM
6  b=1;
7  for i=1:(i_PM-1)
8      b=b*frateincrease(i);
9  end
10 newt=0;
11 for i=1:(i_PM-1)
12     newt=newt+fagereduction(i)*(T_PM(i));
13 end
14 newt=newt+t;
15 y=b*lambdal(newt);

1  function y=lambdal(t)
2  %-----
3  % Função confiabilidade no ciclo 1
4  %-----
5  global beta theta alfa diasano T_SIS
6  if alfa==0
7      y=(beta/theta)*((t/theta).^(beta-1));
8  else
9      y=(beta/theta)*((t/theta).^(beta-1)).*exp(-alfa*(t+T_SIS)/diasano);
10 end

```

```

1  function y=custoooper(t)
2  %-----
3  % Função custo operacional no tempo t e no ciclo i
4  %-----
5  global i_PM T_SIS coo cvi cvt alfa diasano
6  y=(coo+cvi*i_PM+cvt*t).*exp(-alfa*(t+T_SIS)/diasano);
1 function [y, tpm, xo]=ps0(n, fixaRs, NITER, NPASS)
2 %=====
3 % Particle Swarm Optimization Aplicada à Manutenção Preventiva Imperfeita
4 %=====
5 global N
6 N=n;
7
8 %Definir os limites da busca
9 lb=0;
10 ub=1;
11
12 %Definir para qual função objetivo o método será aplicado
13 funobj=@fcustom2;
14
15 %Se o objetivo for minimizar, fazer obj=-1. Caso maximizar, obj=+1;
16 obj=-1;
17
18 %Determina se os valores Rs serão os mesmos para cada N ou não
19 %fixaRs=1 (sim); fixaRs=0 (não)
20 %NITER = Número de Iterações
21 %NPASS = Número de Partículas
22
23 %A partir daqui, o swarm é utilizado para gerar uma combinação de Rs que reduza
24 %o custo ao mínimo possível. Porém, como o Swarm é um algoritmo de maximização,
25 %deve-se utilizar o -1 multiplicando a função objetivo.
26
27 if fixaRs==1
28     x0=0.5;
29 else
30     x0=ones(1,N)*0.5;
31 end
32
33 d=length(x0);
34
35 % A seguir se define um vetor com os diversos parâmetros usados no método
36 options=[d*NPASS NITER 1 1 1 0.1];
37 n=options(1); %número de pássaros
38 niter=options(2); %número de iterações
39 c1=options(3); %constante de busca global
40 c2=options(4); %constante de busca local
41 wi=options(5); %peso inicial
42 wf=options(6); %peso final
43
44 LB=lb*ones(1,d); %limitante inferior para os valores de RS
45 UB=ub*ones(1,d); %limitante superior para os valores de RS
46 BoundType=ones(1,d)*3; %informando para o método que há limites inf e sup
47
48 %gerando a primeira amostra de soluções, X (posicao)
49 X=(0.5-rand(n-1,d))*pi;
50 X=[xinvtransform(x0, LB, UB, BoundType); X];
51
52 %gerando a primeira amostra de velocidades, V
53 V=(0.5-rand(n,d))*pi;
54
55 %avaliando a aptidão de cada partícula
56 F=zeros(n,1);
57 for i=1:n
58     x=X(i,:);
59     x=xtransform(x, LB, UB, BoundType);
60     if fixaRs==1
61         x=ones(1,N)*x;
62     end
63     F(i)=obj*funobj(x);
64 end
65
66 % Obtendo a melhor posicao de cada partícula

```

```

67 P=X;
68 FP=F;
69
70 % Obtendo a melhor posicao de todas as particulas
71 [Y,g]=max(F);
72 Pg=X(g,:);
73 FPg=Y;
74
75 for i=1:niter
76     i;
77     w = wi + (wf - wi) * (i - 1) / (niter - 1);
78     RAND1=rand(n,1);
79     RAND1= repmat(RAND1,1,d);
80
81     RAND2=rand(n,1);
82     RAND2= repmat(RAND2,1,d);
83     V=w*V+c1*(RAND1.*(P-X))+c2*RAND2.*( repmat(Pg,n,1)-X);
84
85     X=X+V;
86     for j=1:n
87         x=X(j,:);
88         x=xtransform(x,LB,UB,BoundType);
89         if fixaRs==1
90             x=ones(1,N)*x;
91         end
92         F(j)=obj*funobj(x);
93     end
94
95     I=(find(F>FP));
96     P(I,:)=X(I,:);
97     FP(I,:)=F(I,:);
98
99     [Y,g]=max(FP);
100    Pg=X(g,:);
101    FPg=Y;
102 end
103
104 %Mostrando o resultado Final
105 if fixaRs==1
106     xo=xtransform(Pg,LB,UB,BoundType)*ones(1,N);
107 else
108     xo=xtransform(Pg,LB,UB,BoundType);
109 end
110
111 [y,tpm]=funobj(xo);

```

A3. Programa para Determinação do Custo para um par (N, Rs)

```

1 %=====
2 %Mostra o custo e os tempos ótimos para uma política especifica
3 %=====
4 global beta theta alfa coo cvi cvt diasano Cmr Cir Cr Cbd FAGERED FRATEINC
5
6 %Parametros da função taxa de falha
7 FAGERED=1; %Usar Fator Redução de Idade
8 FRATEINC=1; %Usar Fator Aumento da Taxa de Falha
9
10 %Parametros da Weibul
11 beta=5;
12 theta=200;
13
14 %DIAS/ANO
15 diasano=365.25;
16
17 %Parametros de Custo
18 Cmr=2000;
19 Cir=1200;
20 Cr=5000;
21 Cbd=500;
22

```

```

23  coo=4;
24  cvi=1.2;
25  cvt=0.05;
26
27  %Taxa de desconto
28  alfa=0;
29
30  % Determinação do Custo e Tempo para um valor específico de N e Rs
31  N=3;
32  Rs=0.775;
33  RS=ones(1,N)*Rs;
34
35  [ETC,T_PM]=fcustom2(RS)

```

A4. Programa para determinar o Rs ótimo por otimização, para um N específico, com o Particle Swarm Optimization.

```

1  %=====
2  %Mostra o custo e os tempos ótimos para uma política específica
3  %=====
4  global beta theta alfa coo cvi cvt diasano Cmr Cir Cr Cbd FAGERED FRATEINC
5
6  %Parametros da função taxa de falha
7  FAGERED=1; %Usar Fator Redução de Idade
8  FRATEINC=1; %Usar Fator Aumento da Taxa de Falha
9
10 %Parametros da Weibul
11 beta=5;
12 theta=200;
13
14 %DIAS/ANO
15 diasano=365.25;
16
17 %Parametros de Custo
18 Cmr=2000;
19 Cir=1200;
20 Cr=5000;
21 Cbd=500;
22
23  coo=4;
24  cvi=1.2;
25  cvt=0.05;
26
27  %Taxa de desconto
28  alfa=0;
29
30  % Determinação do Custo, Tempo e Rs para um valor específico de N
31  fixaRs=1;
32  NITER=100;
33  NPASS=20;
34
35  N=8;
   [ETC,tpm,rso]=pso(N,fixaRs,NITER,NPASS);

```

Anexo A - Artigo de Liao et al (2010)

J Intell Manuf (2010) 21:875–884
DOI 10.1007/s10845-009-0264-z

Preventive maintenance scheduling for repairable system with deterioration

Wenzhu Liao · Ershun Pan · Lifeng Xi

Received: 22 May 2008 / Accepted: 22 March 2009 / Published online: 4 April 2009
© Springer Science+Business Media, LLC 2009

Abstract Maintenance as an important part in manufacturing system can keep equipment in good condition. Many maintenance policies help to decrease the unexpected failures and reduce high operational cost such as conventional preventive maintenance. But these conventional preventive maintenance policies have the same time interval T that may easily neglect system's reliability, because the system deteriorates with increased usage and age. Hence, this study has developed a reliability-centred sequential preventive maintenance model for monitored repairable deteriorating system. It is supposed that system's reliability could be monitored continuously and perfectly, whenever it reaches the threshold R , the imperfect repair must be performed to restore the system. In this model, system's failure rate function and operational cost are both considered by the effect of system's corresponding condition, which helps to decide the optimal reliability threshold R and preventive maintenance cycle number. Finally, through case study, the simulation results show that the improved sequential preventive maintenance policy is more practical and efficient.

Keywords Preventive maintenance · Reliability · Imperfect repair · Cost · Optimization

Introduction

Many manufacturing systems suffer increasing wear with usage and age as deterioration process, which can cause low reliability and high operational cost (Nguyen and Murthy 1981). Once failures occur, they usually make huge economic losses for the system such as breakdown cost. Therefore,

maintenance management as an important part in manufacturing systems is widely used to keep equipment in good condition to decrease failures and reduce high operational cost and breakdown cost (Segawa et al. 1992).

Since 1960s, the analysis and modelling of maintenance operations have aroused the interests from many researchers. Barlow and Hunter (1960) first proposed a simple periodic replacement model with minimal repair. When the system fails, minimal repair is performed immediately to restore the system to its prior state before failure. For this basic time-based maintenance model, a lot of scheduled maintenance policies have been developed. For example, Khandelwal et al. (1979) discussed an application of periodic maintenance policy for a machine. Then Yak et al. (1987) used the periodic maintenance to achieve the reliability requirements of the fault-tolerant computer systems. Compare with the failure-based maintenance, scheduled maintenance shows that it is more positive and efficient (Boland and Proschan 1982). However, how to decide time interval T is a crucial work (Boland 1982; Berenguer et al. 1997). If the interval time is too long, although it can decrease maintenance actions so as to reduce maintenance cost, system's reliability will be lower and more failures will occur, which may lead to higher breakdown cost. If the interval time is too short, although the system remains in good condition, maintenance cost will be much higher. Thus, neither too long nor too short interval time T is suitable for maintenance model (Graham et al. 1979). Based on this concept, it becomes important to improve maintenance models if system's condition could be known. Hence, many researchers have studied predictive maintenance since 1980s.

Predictive maintenance is a positive and useful condition-based maintenance methodology that system's condition can be collected through continuous monitoring (Graves and Lee 1999). Because important performances of equipment can

W. Liao (✉) · E. Pan · L. Xi
Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China
e-mail: liaowenzhu@sjtu.edu.cn

be monitored, it is feasible for predictive maintenance to determine the required maintenance actions prior to any predicted failure, which can be proved to greatly improve the system safety (Mobley 1989). However, in the traditional studies, predictive maintenance was usually used for some important and expensive equipment because of those costly diagnosis tools. So many researchers studied preventive maintenance which usually adopts transition functions to describe system's deteriorating process (Love et al. 2000; Zhao 2003; El-Ferik and Ben-Daya 2006; Sheu and Kuo 2006). However, the factors influencing the system are numerous. Hence, it is not accurate to describe system's deteriorating process only by some transition functions such as Markov decision process, especially with many assumptions and simplifications. Thus, preventive maintenance with some classical models seems not practical for some real systems. Some other researches have been studied on how to save cost by some discontinuous monitoring methods. But one issue appears that it is still hard to determine the suitable inspection intervals (Wang 2000; Badia et al. 2002). In order to solve the problems, researchers have been studying the development of the intelligent maintenance system. In recent years, with the applications of embedded agent techniques and tether-free techniques such as the smart prognostic Watchdog AgentTM (Jay et al. 2006), it becomes possible to monitor system's condition continuously with much lower cost. Thus, this paper studies a repairable deteriorating system whose current condition could be monitored by the economical intelligent diagnosis tools. Based on the advantages of predictive maintenance (i.e. system's reliability could be obtained from the on-line collected data), an improved preventive maintenance is used to arrange maintenance actions for the system. Whenever system's reliability reaches the threshold R , imperfect repair or replace is performed to restore the system. It should be noted that perfect repair is not considered because it is not practical to restore the system to be "as good as new" only by repair actions (Hontelez et al. 1996; Dieulle et al. 2002; Grall et al. 2002). And because it is not a possible and economical way for the system to perform repair actions all along, it is important to balance repair cost and replacement cost and operational cost, which means necessary replacement for the system after scheduled maintenance cycles can minimize the total cost.

With the aim of minimizing the total cost, preventive maintenance is studied to make the scheduling to arrange maintenance actions for the system. This paper is devoted to present an improved sequential preventive maintenance (R^* , N^*) policy for the repairable deteriorating system with the intelligent diagnosis tools that could monitor system's condition continuously and perfectly. Whenever system's reliability reaches the threshold R , imperfect repair is performed to restore the system. If an unexpected failure occurs during the maintenance cycle, minimal repair is taken. Once

it is the N th time to reach the threshold R , the system should be replaced to be "as good as new". In this preventive maintenance policy, the optimal system's reliability R^* and number of preventive maintenance cycle N^* are determined under the criterion of minimization of the long-term total cost in the residual life of the system. In this study, preventive maintenance model and search algorithm are given to seek the optimal scheduling for the repairable deteriorating system. In order to build more reasonable maintenance model, system's failure rate function and operational cost are considered to be variant according to system's condition and the maintenance process, which is firstly researched in maintenance models.

Development of the sequential preventive maintenance

Based on many preventive maintenance models available today, this study tries to develop an improved sequential preventive maintenance model focused on these following cases in order to meet more practical situations.

Failure rate

Because the repairable deteriorating system is discussed, it is obvious that system's failure rate will increase with increased usage and age so that the system needs more frequent maintenance actions. Hence, the failure rate function influenced by its usage and maintenance actions should be variant according to system's condition.

Malik (1979) introduced the concept of improvement factor to measure system's age recovery after maintenance actions for a few maintenance scheduling problems. He proposed k ($1 \leq k \leq \infty$) as the improvement factor, when one maintenance action is performed at system's age t , the system shifts back to a younger state at system's age t/k ($k = 1$ represents the minimal repair; $k = \infty$ represents the perfect repair). This indicates that when the i th ($i > 1$) maintenance action has been performed, system's initial failure rate right after this preventive maintenance action should be influenced by these maintenance actions before, but not all the way to zero $\lambda_i(0)$. Therefore, it is feasible to construct the failure rate function for the sequential preventive maintenance model with such kind of improvement factor (Xiaojun et al. 2007). Suppose a_i as system's age reduction factor and $a_i = 1/k$, if system's failure rate function is $\lambda_i(t)$ for $t \in (0, T_i)$ prior to the i th preventive maintenance, system's failure rate function after the i th preventive maintenance is $\lambda_{i+1}(t) = \lambda_i(t + T_i/k) = \lambda_i(t + a_i T_i)$ for $t \in (0, T_{i+1})$, where a_i ($0 < a_i < 1$) means imperfect repair is performed. If $a_i = 0$, it becomes the special case of perfect repair to be "as good as new"; if $a_i = 1$, it becomes the special case of minimal repair to be "as bad as old".

On the other side, Nakagawa (1977, 1988), Nakagawa et al. (1984) and Ben-Daya and Hariga (2000), Ben-Daya and Rahim (2000) have considered another improvement factor b about the influence of frequency of maintenance actions. The failure rate function is $b_i \lambda_i(t)$ for $t \in (0, T_{i+1})$ after the i th preventive maintenance, where b_i is the failure rate increase factor. And $b_i > 1$ indicates that each imperfect maintenance action makes the failure rate increase due to system's deterioration process. Thus, this study has focused on the advantages of these two improvement factor methods and studied a combined failure rate function for the repairable deteriorating system.

Operational cost and upper bound of maintenance cycles

For the sequential preventive maintenance model is studied with the aim of minimizing the long-term total cost, it is necessary to consider the related cost factors about the cost objective function (Wessels 2003). Although researchers have provided many preventive maintenance models considering maintenance cost, there are few considerations about system's operational cost and breakdown cost. Operational cost is used to describe the cost during the operating process (Svensson 2006; Ruel 2005). However, few researchers have focused on cost analysis about operational cost, moreover, defined it as an invariant value. In real manufacturing processes, the system becomes weak and hard to operate after longtime use, hence its operational cost should be higher. Once system's condition gets worse, it may be not an economical way to perform repair actions only because operational cost becomes extremely high (Iyob and Cassidy 2004; Nguyen and Murthy 1981). Thus, when involved in that situation, replace the system will be more economical and practical. So in order to well construct the maintenance model, operational cost is considered in this study. Moreover, it is firstly thought to be variant with usage and maintenance actions and constructed by three parts: fixed cost for operating, relative variant cost for the frequency of preventive maintenance cycles and relative variant cost for time.

In this study, breakdown cost is also considered because there will be huge losses for some complex manufacturing processes if the system is broken down or stopped for maintenance (Segawa et al. 1992). As minimal repair or imperfect repair or replacement (scheduled preventive maintenance action) would make system out of work for some time and there is only one maintenance action for each maintenance cycle, breakdown cost caused by minimal repair or imperfect repair or replacement is surely occurred, but for only one case of three. Hence, for each maintenance cycle, the probability of occurrence of breakdown cost should be 1. The maintenance model by adding operational cost and breakdown cost could meet more practical situations.

And for the maintenance actions, although repair actions can restore the system, the system will not be "as good as new". If the maintenance model is considered without the limit of maintenance cycles, one issue will appear that if repair cost is low enough, the preventive maintenance cycle number N solved by the academic cost objective function will be an infinite value, which seems impossible. Hence, for real maintenance processes, the system cannot be performed by repair actions all along for minimizing the long-term total cost. That is to say, repair actions cannot be chosen without any restriction, because there will never be an infinite number of repairs in finite time (Ross 1970; Lee 1996). Thus, in order to avoid the situation of "no replacement but infinite number of repair" caused by the academic cost objective functions, this study has defined the upper bound of preventive maintenance cycles to be the restriction for the cost objective function in this maintenance model.

The sequential preventive maintenance model

In this section, the mathematical framework for sequential preventive maintenance is established to prove the structural characteristics of the optimum.

Notation and assumptions

Notations

N	preventive maintenance cycle number
i	ordinal of preventive maintenance cycles, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$
$\lambda_i(t)$	System's failure rate function prior to i th preventive maintenance
T_i	time interval for preventive maintenance prior to i th preventive maintenance
R_s	system reliability threshold
C_{mr}	minimal repair cost
C_{ir}	imperfect repair cost
C_r	replacement cost
C_o	operational cost
C_{bd}	breakdown cost
a_i	age reduction factor, $0 < a_i < 1$
b_i	failure rate increase factor, $b_i > 1$
ETC	expected long-term total cost rate

Assumptions

- (1) the independent system is studied;
- (2) a new system is installed at the beginning;
- (3) the system's failure is stochastic, but can be described by system's failure rate function;

- (4) the system is repairable and deteriorates with increased usage and age;
- (5) the system's condition can be monitored continuously and perfectly;
- (6) the unexpected failure can be inspected at once when it happens;
- (7) the time of maintenance actions is negligible;
- (8) the system begins a new deteriorating process after preventive maintenance;
- (9) $C_{ir} < C_r$ and $C_{mr} < C_r$;
- (10) C_o is relative with i and t .

Imperfect repair is performed once system's reliability reaches the threshold R_s , when it is the N th time for the system to reach the threshold R_s (N is the upper bound of preventive maintenance cycles), the system should be replaced. During the preventive maintenance cycle, if the unexpected failure occurs before scheduled preventive maintenance actions, minimal repair is performed to restore the system to be "as bad as old".

Maintenance model

As mentioned in section "Failure rate", this study has added system's age reduction factor and failure rate increase factor into system's failure rate function. The age reduction factor indicates that imperfect repair changes the initial failure rate value right after the preventive maintenance cycle to $\lambda_i(a_i T_i)$ but not always to $\lambda_i(0)$ (Malik 1979). Meanwhile, the failure rate increase factor indicates that each imperfect repair action makes the increasing rate of system's failure rate function higher due to deterioration of the system (Nakagawa 1988, 1984; Nakagawa et al. 2004). The deteriorating process is described in Fig. 1. It shows a continuous deteriorating process. System's reliability decreases and system failure rate increases when the system deteriorates. If these improvement factors are not considered, the effect of system's failure rate function during each maintenance cycle will be the same, which cannot describe the deteriorating process of the system (Lin et al. 2000). Generally, these two improvement factors could be deduced from the history maintenance data of the system (Jayabalan and Chaudhuri 1992). And system's failure rate function is defined as below:

$$\lambda_{i+1}(t) = b_i \lambda_i(t + a_i T_i) \quad \text{for } t \in (0, T_{i+1}) \quad (1)$$

where $0 < a_i < 1$ and $b_i > 1$.

According to the theoretical relationship between system's failure rate function and reliability, system's reliability equation is shown as:

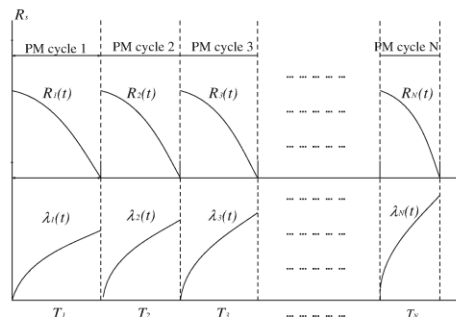


Fig. 1 System's failure rate and reliability for preventive maintenance cycles subject to deterioration

$$\exp \left[- \int_0^{T_i} \lambda_i(t) dt \right] = R_i \quad (2)$$

For this preventive maintenance model about the repairable deteriorating system, system's reliability obtained from the original on-line collected data is used to describe system's condition (i.e. the initial input parameter about system's condition in this preventive maintenance model is reliability "R", so the on-line monitoring data of the system is not directly introduced in this preventive maintenance model). It is supposed that once system's reliability reaches the threshold R_s , scheduled preventive maintenance actions should be performed, system's reliability equation during each preventive maintenance cycle under the criterion of system's reliability threshold R_s can be inferred as:

$$\begin{aligned} \exp \left[- \int_0^{T_1} \lambda_1(t) dt \right] &= \dots = \exp \left[- \int_0^{T_i} \lambda_i(t) dt \right] = \dots \\ &= \exp \left[- \int_0^{T_N} \lambda_N(t) dt \right] = R_s \end{aligned} \quad (3)$$

Rewritten as:

$$\begin{aligned} \int_0^{T_1} \lambda_1(t) dt &= \dots = \int_0^{T_i} \lambda_i(t) dt = \dots \\ &= \int_0^{T_N} \lambda_N(t) dt = - \ln R_s \end{aligned} \quad (4)$$

Equation 3 presents the relationship among system's failure rate function, system's reliability and time interval for preventive maintenance. Then, the relative cost factors in this maintenance model are discussed. Suppose minimal repair cost C_{mr} , imperfect repair cost C_{ir} , replacement cost C_r and

breakdown cost C_{bd} are constant; operational cost C_o is variant. As section “Operational cost and upper bound of maintenance cycles” has shown that operational cost C_o changes according to i and t , it is constructed with three parts: c_{oo} , c_{vi} and $c_{vt} \cdot c_{oo}$ represents the fixed cost for operating; c_{vi} represents the relative variant cost rate according to the preventive maintenance cycle number; and c_{vt} represents the relative variant cost rate according to time. Here, c_{vi} and c_{vt} could be deduced from the history maintenance data of the system. And operational cost is constructed as:

$$C_o = c_{oo} + c_{vi} \cdot i + c_{vt} \cdot t \quad (5)$$

Then in order to minimize the long-term total cost for the system, the cost function must be well constructed. As discussed in this maintenance model, during each preventive maintenance cycle, there should be: probable minimal repair cost, probable imperfect repair cost, breakdown cost and operational cost. Equation 4 implies the cumulative risk of system's failure in each maintenance cycle, so the probable minimal repair cost for each maintenance cycle is $C_{mr} \int_0^{T_i} \lambda_i(t) dt$. Since only one kind of preventive maintenance actions is performed in each maintenance cycle, Eq. 4 also indicates that the probability to implement a scheduled preventive maintenance action is $(1 - \int_0^{T_i} \lambda_i(t) dt)$, hence the probable imperfect repair cost for each maintenance cycle should be $C_{ir} (1 - \int_0^{T_i} \lambda_i(t) dt)$. And $\int_0^{T_i} C_o(i, t) dt$ represents operational cost for each maintenance cycle. Because either minimal repair or imperfect repair (scheduled preventive maintenance action) will make the system out of work during each maintenance cycle, the probability of occurrence of breakdown cost is 1. Thus, the expected total cost rate function of the system for each preventive maintenance cycle is inferred as:

$$ETC_i = \frac{[C_{mr} \int_0^{T_i} \lambda_i(t) dt + C_{ir} (1 - \int_0^{T_i} \lambda_i(t) dt) + \int_0^{T_i} C_o(i, t) dt + C_{bd}]}{T_i} \quad (6)$$

for $0 < i < N$

This sequential preventive maintenance policy presents that once it is the N th time to reach the reliability threshold R_s , the system needs to be replaced. Hence in the N th maintenance cycle, replacement is the scheduled preventive maintenance action, and $C_{ir} (1 - \int_0^{T_i} \lambda_i(t) dt)$ needs to be changed to the probable replacement cost $C_r (1 - \int_0^{T_N} \lambda_N(t) dt)$. Thus, the expected total cost rate function for the N th preventive maintenance cycle should be such that:

$$ETC_N = \frac{[C_{mr} \int_0^{T_N} \lambda_N(t) dt + C_r (1 - \int_0^{T_N} \lambda_N(t) dt) + \int_0^{T_N} C_o(N, t) dt + C_{bd}]}{T_N} \quad (7)$$

for $i = N$

Therefore, from the system installation to replacement ($0 < i \leq N$), the expected long-term total cost rate is:

$$ETC = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} ETC_i \cdot T_i + ETC_N \cdot T_N}{\sum_{i=1}^N T_i} \quad (8)$$

for $0 < i \leq N$

where the preventive maintenance cycle number N should be noted that it has its upper bound as discussed in section “Operational cost and upper bound of maintenance cycles”.

With a given reliability threshold in real systems, the entire optimization is implemented as a single-variable search, where the single variable N is incremented. When the system is available within a permitted reliability region, the minimal ETC could be obtained by comparing all the local optimal results corresponding to different reliability threshold R_s . The procedures of the search algorithm are outlined as follows:

- (1) Fix the upper bound of maintenance cycle N_{up} according to the related maintenance data.
- (2) Initialize C_{ir} beyond the N_{up} th preventive maintenance as a very larger number, say 10^7 .
- (3) Initialize ETC^* as a very larger number, say 10^7 (ETC^* is used to store the minimal ETC).
- (4) For the given reliability region $[R_1, R_2]$ where $R_1 < R_2$, let $R_s = R_1$.
- (5) Search N from one in step of one until ETC cannot be further reduced. For a given value of N :

- (5.1) Calculate the value of $\{T_1, \dots, T_N\}$ by Eqs. 1 and 4.

- (5.2) Calculate ETC by Eq. 8.

- (5.3) If the calculated ETC is smaller than the current ETC^* , replace the latter by the former, $ETC^* = ETC$, and the current value of N and $\{T_1, \dots, T_N\}$ are stored as the local optimal result, $N^* = N$.

- (6) Let $R_s = R_s + 0.01$, if $R_s \leq R_2$, return to step (5). Otherwise, stop.

Note that the traversal of reliability threshold belonging to system's reliability region is spaced with unit 0.01, because such kind of precision of reliability can satisfy most real maintenance processes. And it also simplifies computation. At the end of the entire search, the optimal ETC^* can be identified. The corresponding preventive maintenance policy (R_s^* , N^*) is also determined. Moreover, the obtained time interval for preventive maintenance $\{T_1, \dots, T_N\}$ can help to prepare those maintenance actions.

A numerical example

In this study, a case about an examining equipment of coupler buffer device for locomotive overhauling in ATP system

is researched to demonstrate the development and application. The examining equipment is performed maintenance to decrease its failures and keep high reliability to remain its working state while examining the coupler buffer device for locomotive overhauling. Although frequent maintenance can keep its working state, it brings high cost. Hence, in order to satisfy the requirements of high reliability and low cost, the suitable scheduling for preventive maintenance needs to be studied. The original data about this maintenance model such as cost factor and failure rate is from the history collected maintenance data of this examining equipment.

As Weibull distribution has been widely used to describe the failure rate in mechanical and electrical engineering, many researchers have chosen it for studying maintenance problems. For example, Weibull distribution is used for a replacement policy proposed by Chen and Feldman (1997); an preventive maintenance in which wear-out failure mode is modeled by a 2-parameter Weibull distribution by David et al. (1999); maintenance for the aircraft engine whose failures satisfy Weibull distribution (Kumar et al. 1999); entropy model whose failure time satisfies Weibull distribution with applications to the maintenance policy studied by Nakagawa and Nakamura (2007). Hence, in this study, Weibull distribution is used to present the failure rate function of this examining equipment, and shown as:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta} \right)^{\beta-1} \quad (9)$$

The parameters of Weibull distribution about system's failure function are deduced from the maintenance data, and they are also used by maintenance engineers in that locomotive depot for researches of fault diagnosis. There are shape parameter $\beta = 5$, scale parameter $\theta = 200$. For the maintenance model, the related cost factors are: $C_{mr} = 2000$, $C_{ir} = 1200$, $C_r = 5000$ and $C_{bd} = 500$. For the variant operational cost parameters, there are: $c_{oo} = 4$, $c_{vi} = 1.2$, $c_{vt} = 0.05$. Generally, the cost factors need to be pre-designed. In real manufacturing processes, maintenance engineers usually should be responsible for the design of these cost factors. In order to improve system's failure rate function $\lambda(t)$ to be more practical, system's age reduction factor a_i and failure rate increase factor b_i could be estimated through history maintenance data about the system (Lie and Chun 1986),

where $a_i = 2i/(5i+9)$ and $b_i = (13i+3)/(11i+4)$. Meanwhile, as discussed in section "Operational cost and upper bound of maintenance cycles", equipment could not be performed by imperfect repair actions only all along. In order to avoid the situation of "no replacement but infinite number of repair", the upper bound of preventive maintenance cycles is restricted as $N \leq 10$. Finally, let system's reliability searching range is $R_s \in [0.80, 1.00]$ for computation simplification and resources saving.

According to the procedures of search algorithm about this sequential preventive maintenance model presented in section "Maintenance model", the simulation results with the aim of minimizing the long-term total cost are shown as below. Table 1 illustrates the corresponding preventive maintenance policy for this examining equipment with the given system's reliability R_s . If the working plan requires system's reliability $R_s = 0.90$, the most economical scheduling is to set $N - 1 = 7$ preventive maintenance cycles and replace the system when it reaches the reliability threshold $R_s = 0.90$ at the 8th time.

In Fig. 2, it shows that among system's reliability region, there exists the minimal long-term total cost $ETC = 29.3958$ with the corresponding preventive maintenance policy (0.89, 8). It indicates that if the examining equipment requires $R_s \geq 0.80$ for smooth working, in order to minimize the long-term total cost, system's reliability threshold should be set as 0.89 and the equipment should run 8 preventive maintenance cycles. When it is the 8th time for the equipment to reach the reliability threshold, it should be replaced. Figure 3 presents the corresponding time intervals for each preventive maintenance cycle under the optimal preventive maintenance policy (0.89, 8). It can be seen that from the 1st time interval $T_1 = 130.1$ to the 8th time interval $T_8 = 101.5$, time interval T_i decreases along with the increased maintenance actions, which shows that the system reaches the reliability threshold 0.89 faster with the increased usage. Moreover, it can also prove that the system is subject to a degradation process.

Discussion

In this study, breakdown cost C_{bd} which describes the losses caused by stopping the system for failures or the sched-

Table 1 Simulation results for the optimal (R^*, N^*) policy

(R^*, N^*)	(R^*, N^*)	(R^*, N^*)	(R^*, N^*)
(0.80, 5)	(0.85, 6)	(0.90, 8)	(0.95, 9)
(0.81, 5)	(0.86, 6)	(0.91, 8)	(0.96, 9)
(0.82, 6)	(0.87, 6)	(0.92, 8)	(0.97, 9)
(0.83, 6)	(0.88, 6)	(0.93, 8)	(0.98, 10)
(0.84, 6)	(0.89, 8)	(0.94, 8)	(0.99, 10)

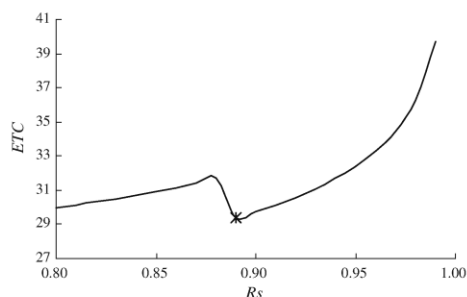


Fig. 2 Relationship between ETC and R_s

T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
130.1	113.2	109.2	106.2	104.4	103.2	102.2	101.5
1 st PM	2 nd PM	3 rd PM	4 th PM	5 th PM	6 th PM	7 th PM	Replace

Fig. 3 Nominal time intervals for optimization when $R_s = 0.89$

uled maintenance actions is added to build the maintenance model, hence it is mainly decided by WIP. Generally, the more valuable product is, the more work is needed. So the fixed cost for operating c_{oo} as one of parameters of operational cost, some ways, can reflect the value of products. Thus, in this example, with $C_{bd}/c_{oo} \gg 1$ and dimensionless cost value, the maintenance model could satisfy many cases in which there will be huge losses when system is stopped

by failures or the scheduled maintenance actions (i.e. C_{bd} is relatively high) (Table 2).

In order to discuss the influences of other cost parameters, the simulation results with the variation of minimal repair cost C_{mr} and replacement cost C_r are illustrated in Table 3 and Table 4, respectively. It can be seen that in Table 3, with the increase of minimal repair cost C_{mr} for failures, system's reliability threshold R increases and the corresponding time interval T decreases. In addition, the simulation results show that the nominal time intervals for preventive maintenance exhibit a gradual decrease, which can prove the degradation process of the system. Table 4 gives the variation of replacement cost C_r . With the increase of replacement cost C_r , system's reliability threshold R decreases and the corresponding time interval T increases. The simulation results in Table 4 also indicate that increasing C_r means decreasing C_{mr} relatively, which can be exactly in line with the simulation results in Table 3.

During maintenance period, when system's reliability threshold gets lower, time interval T_i becomes longer, which brings high operational cost and unexpected breakdown cost. If N is too large, these cost will not balance with replacement cost and the total cost seems not minimal. So it is important to decide the suitable system's reliability and maintenance cycle for minimization of the long-term total cost. From Fig. 2, it can be seen that if system's reliability is larger than 0.89, frequent expected breakdown cost and replacement cost will make the total cost high; if system's reliability is smaller than 0.89, high operational cost will make the total cost high, which can also prove that the proposed oper-

Table 2 Simulation results for optimization when $R_s = 0.89$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ETC	53.9313	38.5716	33.5795	31.3430	30.2192	29.6597	29.4255	29.3958	29.5033	29.7073

Table 3 Simulation results with the variation of C_{mr}

C_{mr}	R	ETC	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
1000	0.84	29.2608	141.0	122.7	118.3	115.1	113.2	111.8		
2000	0.89	29.3958	130.1	113.2	109.2	106.2	104.4	103.2	102.2	101.5
3000	0.92	34.0711	121.7	105.9	102.1	99.3	97.7	96.5	95.6	95.0
4000	0.94	35.6962	114.6	99.7	96.2	93.5	92.0	90.9	90.1	89.5

Table 4 Simulation results with the variation of C_r

C_r	R	ETC	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9
3000	0.90	29.1888	127.5	111.0	107.0	104.1	102.3	101.1			
5000	0.89	29.3958	130.1	113.2	109.2	106.2	104.4	103.2	102.2	101.5	
8000	0.86	34.2953	137.0	119.2	114.9	111.8	110.0	108.6	107.7	106.9	
10000	0.84	34.5832	141.0	122.7	118.3	115.1	113.2	111.8	110.8	110.1	109.4

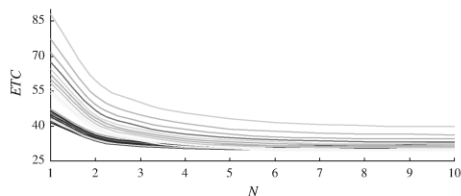


Fig. 4 ETC for each N when $R_s \in [0.80, 1.00]$

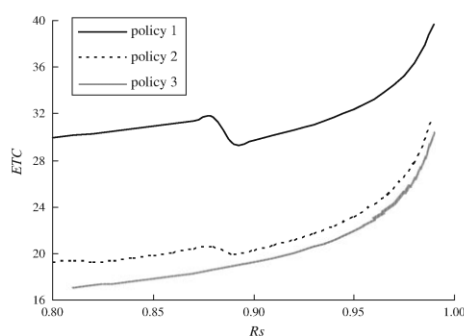


Fig. 5 Relationship between ETC and R_s obtained by policy 1, 2, 3. Note: Policy 1 is the proposed preventive maintenance policy in this study. Policy 2 is maintenance policy without considering operational cost. Policy 3 is maintenance policy without considering operational cost and breakdown cost

ational cost in this study meets more practical maintenance situations. Figure 4 shows ETC value for different N among the system's reliability searching region. It can be found that if this examining equipment is required to reach a certain reliability threshold, the corresponding ETC may decrease along with the maintenance cycles, and after the suitable N , ETC will increase again because of high operational cost and unexpected breakdown cost.

In addition, in order to present the importance of operational cost and breakdown cost discussed for this preventive maintenance model, two different situations are considered: "Do not consider operational cost"; "Do not consider operational cost and breakdown cost". Figure 5 illustrates the relationship between ETC and R_s for these two situations. It can be seen that the optimal (R^*, N^*) policy without considering operational cost is $(0.82, 6)$, and the corresponding ETC is 19.1587. And the optimal (R^*, N^*) policy without considering operational cost and breakdown cost is $(0.80, 10)$, the corresponding minimal ETC is 16.9951. For the situation of "Do not consider operational cost", the maintenance policy is mostly decided by the cost rate C_r/C_{ir} , which does not consider the cost occurred and influenced in the maintenance process and seems not very practical. For the situation of "Do not consider operational cost and breakdown

cost", the maintenance policy is decided by system's failure rate. The system should be replaced as soon as possible because no loss will occur when it is operating or broken or stopped during the maintenance process, which cannot satisfy real processing requirements. And in this study, the preventive maintenance model considers operational cost and breakdown cost to enrich the cost function for real system's requirements. The preventive maintenance model further discusses the variant operational cost that could well describe the deterioration process of the system. Therefore, for the situation in which breakdown cost is relatively high during the manufacturing process, it is important to perform appropriate maintenance scheduling to reduce breakdown cost, repair cost and replacement cost. And preventive maintenance policy proposed in this study provides a good way for the scheduling of maintenance actions to minimize the long-term total cost.

According to the original maintenance plan, this examining equipment is adopted by periodic maintenance policy. It is performed imperfect repair every half year and when this action reaches the 10th time (i.e. after 5 years), this equipment should be replaced. If failure occurs during the maintenance cycle, minimal repair is performed. The ETC value obtained by this periodic maintenance policy is 36.2772. It can be seen that the value is much higher than that obtained by preventive maintenance policy proposed in this study. Moreover, as this periodic maintenance policy does not consider system's reliability, it cannot assure its availability while examining the coupler buffer device for locomotive overhauling, which would bring huge losses because of missing locomotives' following tasks. Thus, the simulation results show that this preventive maintenance policy decreases the time interval for preventive maintenance and performs better than the original periodic maintenance policy or age-T policy. And moreover, the obtained time interval for preventive maintenance $\{T_1, \dots, T_N\}$ could help to prepare those maintenance actions and achieve the goal of near-zero inventory for the spare parts.

Conclusion and future works

For a lot of traditional maintenance policies do not consider the influence of degradation process on maintenance models, this study is devoted to present a sequential preventive maintenance (R^*, N^*) policy for maintenance scheduling to minimize the total cost of a repairable deteriorating system whose condition could be monitored continuously and perfectly by intelligent diagnosis tools. Whenever system's reliability obtained from the original on-line collected data reaches the threshold R , scheduled maintenance actions are performed to restore the system.

In order to be practical in reality, both of improved failure rate function and variant operational cost influenced by sys-

tem's condition and maintenance process are studied. System's failure rate function integrating age reduction factor and failure rate increase factor becomes more reasonable to describe real deteriorating processes. In this study, the sequential preventive maintenance policy has constructively considered operational cost involved in the maintenance process. Operational cost is firstly proposed as a variable influenced by system's condition and maintenance process, which seems to meet requirements of real situations. Through the case study, the simulation results show that this improved sequential preventive maintenance policy could reduce cost and decrease time intervals for maintenance cycles, hence this (R^*, N^*) policy performs better than the original periodic maintenance policy or age-T policy. In addition, the pre-determined time intervals for preventive maintenance could help to prepare maintenance actions and achieve the goal of near-zero inventory for the spare parts.

However, there are still some researches needed to be further discussed based on this preventive maintenance model. For example, although adding operational cost can improve this maintenance model, how to design those parameters for its influencing factors must be studied, especially for some complex maintenance processes. How to obtain the improvement factors for system's failure rate function should also be well discussed.

Acknowledgements The authors would like to thank anonymous referees for their remarkable comments and great support by National Natural Science Foundation of China (70671065) and National High-Tech Research and Development Plan (2007BAF10B00).

References

- Badia, F. G., Berrade, M. D., & Campos, C. A. (2002). Optimal inspection and preventive maintenance of units with revealed and unrevealed failures. *Reliability Engineering & System Safety*, 78(2), 157–163. doi:10.1016/S0951-8320(02)00154-0.
- Barlow, R. E., & Hunter, L. C. (1960). Optimum preventive maintenance policies. *Operations Research*, 8, 90–100. doi:10.1287/opre.8.1.90.
- Ben-Daya, M., & Hariga, M. (2000). Economic lot scheduling problem with imperfect production processes. *The Journal of the Operational Research Society*, 51(7), 875–881.
- Ben-Daya, M., & Rahim, M. A. (2000). Effect of maintenance on the economic design of x over-bar-control chart. *European Journal of Operational Research*, 120(1), 131–143. doi:10.1016/S0377-2217(98)00379-8.
- Berenguer, C., Chu, C., & Grall, A. (1997). Inspection and maintenance planning: An application of semi-Markov decision processes. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 8(5), 467–476.
- Boland, P. J. (1982). Periodic replacement when minimal repair costs vary with time. *Naval Research Logistics Quarterly*, 29, 541–546. doi:10.1002/nav.3800290402.
- Boland, P. J., & Proschan, F. (1982). Periodic replacement with increasing minimal repair costs at failure. *Operations Research*, 30, 1183–1189. doi:10.1287/opre.30.6.1183.
- Chen, M., & Feldman, R. M. (1997). Optimal replacement policies with minimal repair and age-dependent costs. *European Journal of Operational Research*, 98(1), 75–84. doi:10.1016/0377-2217(95)00320-7.
- David, M. R., et al. (1999). Improving availability and cost performance for complex systems with preventive maintenance. In *Proceedings of the annual reliability and maintainability symposium* (pp. 383–388).
- Dieulle, L., Berenguer, C., Grall, A., & Roussignol, M. (2002). Sequential condition-based maintenance scheduling for a deteriorating system. *European Journal of Operational Research*, 150(3), 451–461.
- El-Ferik, S., & Ben-Daya, M. (2006). Age-based hybrid model for imperfect preventive maintenance. *IIE Transactions*, 38(4), 365–375. doi:10.1080/07408170500232545.
- Graham, R. L., Lawler, E. L., Lenstra, J. K., & Rinnooy, A. H. G. (1979). Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: A survey. *Annals of Operations Research*, 5, 287–326.
- Grall, A., Berenguer, C., & Dieulle, L. (2002). A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 76(2), 167–180. doi:10.1016/S0951-8320(01)00148-X.
- Graves, G. H., & Lee, C. Y. (1999). Scheduling maintenance and semiresumable jobs on a single machine. *Naval Research Logistics*, 46, 845–863. doi:10.1002/(SICI)1520-6750(199910)46:7<845::AID-NAV6>3.0.CO;2-#.
- Hontelez, J., Burger, H. H., & Wijnmalen, D. (1996). Optimal condition-based maintenance policies for deteriorating systems with partial information. *Reliability Engineering & System Safety*, 51(3), 267–274. doi:10.1016/0951-8320(95)00087-9.
- Iyoob, I. M. Cassidy, C. R. (2004). Estimating system cost under an opportunistic replacement policy. In *IIE annual conference and exhibition* (p. 149).
- Jay, L., Jun, N., Dragan, D., Hai, Q., & Haitao, L. (2006). Intelligent prognostics tools and e-maintenance. *Computers in Industry*, 57, 476–489. doi:10.1016/j.compind.2006.02.014.
- Jayabalan, V., & Chaudhuri, D. (1992). Cost optimization of maintenance scheduling for a system with assured reliability. *IEEE Transactions on Reliability*, 41(1), 21–25. doi:10.1109/24.126665.
- Khandelwal, D. N., Sharma, J., & Ray, L. M. (1979). Optimal periodic maintenance of a machine. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(3), 513. doi:10.1109/TAC.1979.1102068.
- Kumar, U. D., John, C., & Jezdimir, K. (1999). Evolutionary maintenance for aircraft engines. In *Proceedings of the annual reliability and maintainability symposium* (pp. 62–68).
- Lee, C. Y. (1996). Machine scheduling with an availability constraint. *Journal of Global Optimization*, 9, 395–416. doi:10.1007/BF00121681.
- Lie, C. H., & Chun, Y. H. (1986). An algorithm for preventive maintenance policy. *IEEE Transactions on Reliability*, 35(1), 71–75. doi:10.1109/TR.1986.4335352.
- Lin, D., Zuo, M. J., & Yam, R. C. M. (2000). General sequential imperfect preventive maintenance models. *International Journal of Reliability Quality and Safety Engineering*, 7, 253–266. doi:10.1142/S0218539300000213.
- Love, C. E., et al. (2000). Discrete semi-Markov decision model to determine the optimal repair/replacement policy under general repairs. *European Journal of Operational Research*, 125(2), 398–409. doi:10.1016/S0377-2217(99)00009-0.
- Malik, M. (1979). Reliable preventive maintenance policy. *AIIE Transactions*, 11(3), 221–228.
- Mobley, R. K. (1989). *An introduction to predictive maintenance*. New York: Butterworth-Heinemann.
- Nakagawa, T. (1977). Optimum preventive maintenance policies for repairable systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 26(3), 168–173.

- Nakagawa, T. (1984). Optimal policy of continuous and discrete replacement with minimal repair at failures. *Nav Res Logist Q*, 31(4), 543–550. doi:10.1002/nav.3800310404.
- Nakagawa, T. (1988). Sequential imperfect preventive maintenance policies. *IEEE Transactions on Reliability*, 37(3), 295–298. doi:10.1109/24.3758.
- Nakagawa, T., & Nakamura, S. (2007). Entropy model with application to maintenance policy. In *2007 IEEE international conference on industrial engineering and engineering management* (pp. 654–656).
- Nakagawa, T., Nishi, K., & Yasui, K. (1984). Optimum preventive maintenance policies for a computer system with restart. *IEEE Transactions on Reliability*, 33(4), 272–276.
- Nakagawa, T., Yasui, K., & Sandoh, H. (2004). Note on optimal partition problems in reliability models. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 10, 282–287. doi:10.1108/13552510410564909.
- Nguyen, D. G., & Murthy, D. N. P. (1981). Optimal preventive maintenance policies for repairable systems. *Operations Research*, 29(6), 1181–1194. doi:10.1287/opre.29.6.1181.
- Ross, S. (1970). *Applied probability models with optimization application*. San Diego, CA: Holden-Day.
- Ruel, M. (2005). Performance monitoring and supervision: An economic point of view. *Technical Papers of ISA*, 459, 139–151.
- Segawa, Y., Ohnishi, M., & Ibaraki, T. (1992). Optimal minimal-repair and replacement problem with age dependent cost structure. *Computers & Mathematics with Applications (Oxford, England)*, 24, 91–101. doi:10.1016/0898-1221(92)90233-8.
- Sheu, D. D., & Kuo, J. Y. (2006). A model for preventive maintenance operations and forecasting. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 17(4), 441–451.
- Svensson, B. (2006). Information key to operational cost savings. *Diesel and Gas Turbine Worldwide*, 38(1), 50–51.
- Wang, W. (2000). A model to determine the optimal critical level and the monitoring intervals in condition-based maintenance. *International Journal of Production Research*, 38(6), 1425–1436. doi:10.1080/002075400188933.
- Wessels, W. R. (2003). Cost-optimized scheduled maintenance interval for reliability-centered maintenance. In *Proceedings of the annual reliability and maintainability symposium* (pp. 412–414).
- Xiaojun, Z., Lifeng, X., & Jay, L. (2007). Reliability-centered predictive maintenance scheduling for a continuously monitored system subject to degradation. *Reliability Engineering & System Safety*, 92, 530–534. doi:10.1016/j.res.2006.01.006.
- Yak, Y. W., Dillon, T. S., & Forward, K. E. (1987). Modelling the effect of transient faults in fault-tolerant computer systems. *Computer Systems Science and Engineering*, 2(4), 161–166.
- Zhao, Y. X. (2003). On preventive maintenance policy of a critical reliability level for system subject to degradation. *Reliability Engineering & System Safety*, 79(3), 301–308. doi:10.1016/S0951-8320(02)00201-6.