

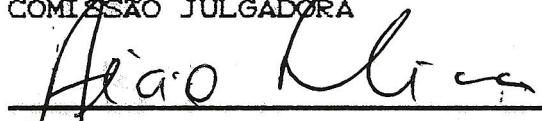
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

EFEITOS DINAMICOS NAS ESTRUTURAS DEVIDOS A TURBULENCIA ATMOSFERICA

Autor: Pedro Vianna Pessoa de Mendonça

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia da
Universidade Federal de Minas Gerais, como parte
dos requisitos necessários à obtenção do título de
"Mestre em Engenharia de Estruturas".

COMISSÃO JULGADORA



Aécio Freitas Lira - Orientador



Ricardo Coscarelli Antonini



Ricardo Hallal Fakury

Belo Horizonte, 11 de outubro de 1991

A meus pais

AGRADECIMENTOS

Ao professor Aécio Freitas Lira, meu orientador, pelo estímulo, pela paciência e por suas contribuições à elaboração desta dissertação.

Ao professor Ricardo Coscarelli Antonini, meu primeiro orientador, cuja transferência para a Universidade Federal do Rio de Janeiro interrompeu nosso trabalho comum.

Ao professor Alcebiades de Vasconcellos Filho, pelo encorajamento em hora decisiva.

Aos professores, funcionários e alunos do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

Esta dissertação tem como principal objetivo a disseminação, em nosso meio acadêmico e profissional, dos conhecimentos básicos necessários à dedução e à utilização do procedimento de cálculo para obtenção dos esforços estáticos equivalentes ao efeito dinâmico devido à turbulência atmosférica. Em especial, a metodologia apresentada pela NBR 8123, no seu Capítulo 9, é analisada.

São deduzidas as fórmulas encontradas na Norma, e que transformam o efeito dinâmico do carregamento aleatório do vento em carregamento estático equivalente, ao longo da estrutura discretizada verticalmente.

É apresentado um programa para microcomputador IBM-PC ou compatível, que permite ao usuário a obtenção dos esforços estáticos equivalentes, e que serão hipótese de carregamento para a análise estrutural.

ABSTRACT

The main purpose of this work is to disseminate the knowledge necessary to understand and apply a process to compute the static equivalent loads that substitute the dynamic effects caused by the atmospheric turbulence over the structures, according to the Chapter 9 of the Brazilian Code NBR 6123, concerning wind loads.

This method transforms the dynamic nondeterministic wind loads into static deterministic equivalent loads along the height of the structure.

A microcomputer program implementing this method is presented to permit the user to find the static equivalent loads. These loads can be used as input to a program of structural analysis.

LISTA DE TABELAS

	Fág.
Tabela (5-1) Valores do coeficiente de rugosidade K para os diferentes tipos de exposição.....	37
Tabela (6-1) Resultados do processamento do exemplo 1 - edifício de concreto.....	55.
Tabela (6-2) Resultados do processamento do exemplo 1 - edifício de aço.....	57
Tabela (6-3) Características da chaminé do exemplo 3...	59
Tabela (6-4) Propriedades do modelo adotado para a chaminé.	59
Tabela (6-5) Resultados do processamento da chaminé do exemplo 2.....	60
Tabela (6-6) Propriedades do modelo adotado para o edifício do exemplo 3.....	63
Tabela (6-7) Resultados do processamento do exemplo 3.....	64
Tabela (6-8) Propriedades do modelo adotado para o edifício do exemplo 4.....	66
Tabela (6-9) Resultados do processamento do exemplo 4.....	67
Tabela (6-10) Propriedades do modelo adotado para a torre do exemplo 5.....	69
Tabela (6-11) Resultados do processamento do exemplo 5.....	70
Tabela (6-12) Comparação do momento de tombamento calculado com o encontrado nas referências bibliográficas	71

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura (2-1) Sistema com um só grau de liberdade.....	5
Figura (2-2) Gráfico fator de amplificação dinâmica versus relação de frequências.....	11
Figura (2-3) Gráfico da resposta $R(t)$ para sistemas com e sem amortecimento.....	12
Figura (3-1) Função periódica em forma de onda quadrada...	19
Figura (3-2) Componentes harmônicos de uma onda quadrada..	19
Figura (5-1) Modelo da estrutura e notação.....	30
Figura (5-2) Definição das projeções Δy e Δz	39
Figura (6-1) Esquema para o modelo dinâmico discreto.....	50
Figura (6-1a) Fluxograma do programa VENTO.....	54
Figura (6-2) Gráficos resultantes do processamento do exemplo 1 - edifício de concreto.....	56
Figura (6-3) Gráficos resultantes do processamento do exemplo 1 - edifício de aço.....	58
Figura (6-4) Gráficos resultantes do processamento do exemplo 2 - chaminé de concreto.....	61
Figura (6-5) Gráficos resultantes do processamento do exemplo 3 - edifício em Juiz de Fora.....	65

Figura (6-5a)	Planta esquemática do exemplo 3 - edifício em Juiz de Fora.....	62
Figura (6-6)	Gráficos resultantes do processamento do exemplo 4 - edifício alto em Chicago.....	68
Figura (6-7)	Gráficos resultantes do processamento do exemplo 5 - torre de televisão de Munique....	72
Figura (7-1)	Comparação dos espectros de potência do vento e dos sismos com frequências características de vários tipos de estruturas.....	75

1. INTRODUÇÃO

A determinação dos esforços de vento nas estruturas é um fenômeno complexo, e particularmente difícil quando é necessária a consideração dos efeitos dinâmicos devidos à turbulência atmosférica.

Avaliações da ação do vento na base de distribuições de pressões determinadas para condições de fluxo uniforme, para edificações rígidas e de altura moderada, onde apenas os efeitos estáticos equivalentes são calculados, já estão incorporadas às normas de vento e já fazem parte da rotina normal do projeto de estruturas.

As estruturas modernas, mais altas, flexíveis e leves que suas antecessoras, podem apresentar movimentos ressonantes que devem ser considerados no projeto. Os efeitos dinâmicos devidos à turbulência atmosférica devem, neste caso, ser levados em conta.

Na NBR 6123 - Forças Devidas ao Vento em Edificações, o efeito dinâmico da turbulência atmosférica foi recentemente incluído em seu Capítulo 9, mas raramente tem sido usado no dia a dia dos projetos de estruturas. A análise dinâmica, em especial quando o carregamento é uma variável aleatória, não faz parte do conhecimento básico do engenheiro de estruturas.

A resposta ressonante provocada pela turbulência atmosférica foi estudada primeiro para estruturas aeronáuticas. Posteriormente Davenport [4] desenvolveu um procedimento para avaliar a resposta dos edifícios altos na direção da velocidade média do vento. Vickery [23] propôs procedimento similar ao de Davenport, mais flexível no que se refere à escolha de certos parâmetros meteorológicos. Galindez [10] apresentou processo para determinar a resposta na direção do vento, com base em um modelo discreto, fazendo uso do método do espectro introduzido pelas referências [4 a 8], com o objetivo de calcular cargas estáticas equivalentes,

cujos efeitos sobre a estrutura sejam os mesmos que aqueles produzidos pelas rajadas do vento turbulento.

Em estruturas rígidas, assim definidas aquelas com período fundamental igual ou inferior a um segundo, a influência dos efeitos dinâmicos causados pela turbulência atmosférica é pequena. Para as estruturas flexíveis, isto é, aquelas com período fundamental maior que um segundo, particularmente para as fracamente amortecidas, a consideração de tais efeitos é obrigatória.

Esta dissertação tem como principal objetivo a disseminação, em nosso meio acadêmico e profissional, dos conhecimentos necessários à dedução e à utilização do procedimento de cálculo para obtenção dos esforços estáticos equivalentes ao efeito dinâmico devido à turbulência atmosférica conforme metodologia apresentada pela NBR 6123, no seu Capítulo 9.

O Capítulo 2 trata da análise dinâmica linear de sistemas com um só grau de liberdade submetidos a carregamento harmônico; mostra-se a resposta do sistema através da solução da equação diferencial do movimento, e estudam-se os conceitos de amortecimento crítico e ressonância.

No Capítulo 3 estudam-se as séries de Fourier, importante ferramenta matemática que permite a transformação de uma função periódica qualquer em um somatório de funções periódicas simples em senos e co-senos; no caso do sistema com um só grau de liberdade ser solicitado por um carregamento qualquer periódico, este é transformado, através da aplicação das séries de Fourier, em um somatório de "n" carregamentos harmônicos, cujas respostas individuais serão tratadas no Capítulo 2, e cujo efeito total é obtido pela superposição dos "n" harmônicos.

O Capítulo 4, que trata das solicitações aleatórias, estuda o caso

em que o carregamento do sistema é não determinístico, isto é, não apresenta uma descrição explícita em função do tempo. O vento é um fenômeno físico que se enquadra nesta categoria. Definem-se parâmetros estatísticos como a média, a variância, a função de autocorrelação, as transformadas de Fourier, e a densidade espectral de potência. Mostra-se nele que qualquer função arbitrária que apresente regularidade estatística pode ser descrita por uma integral representando contribuições de componentes harmônicos que têm um espectro de frequência contínuo, obedecendo outras condições.

No Capítulo 5 apresenta-se a resposta dinâmica das estruturas na direção da velocidade média do vento, mostrando-se que a partir da equação do movimento do sistema dinâmico com "n" graus de liberdade submetido a carregamento de vento, e com a aplicação dos conceitos apresentados no Capítulo 4, chega-se à resposta procurada, não em termos de deslocamentos, como seria habitual de se esperar, mas sim em termos de forças estáticas equivalentes. O carregamento dinâmico aleatório, o vento, é transformado em carregamento estático equivalente, e este é utilizado como um dos casos de carregamento para a análise estrutural. Neste Capítulo são deduzidas as fórmulas que a NBR 6123 apresenta em seu Capítulo 9.

O Capítulo 6 consiste na implementação, em microcomputador, da metodologia adotada pela NBR 6123 para a consideração dos efeitos dinâmicos devidos à turbulência atmosférica. O programa possui recursos gráficos, o que permite a visualização dos resultados obtidos, comparando o carregamento estático equivalente, considerados os aspectos da turbulência atmosférica, com o estático sem consideração de tais efeitos.

No Capítulo 7 é feita uma recapitulação geral do trabalho, e são apresentadas sugestões para desenvolvimento de outros estudos nesta área.

2. ANÁLISE DINÂMICA LINEAR DE SISTEMAS COM UM SÓ GRAU DE LIBERDADE

Este Capítulo apresenta os conceitos básicos para a obtenção da resposta dinâmica de sistemas amortecidos, com um só grau de liberdade, solicitados por carregamento do tipo harmônico.

Um sistema com um só grau de liberdade é definido como aquele sistema que pode vibrar de um só modo, ou se apenas uma coordenada independente é necessária para especificar completamente a locação geométrica das massas do sistema no espaço.

Na figura (2-1) é mostrado um exemplo típico de tal sistema, onde a massa m pode mover-se na direção vertical, e qualquer ponto da massa se desloca de uma mesma quantidade x ; no modelo indicado é assumido que o sistema tem amortecimento do tipo viscoso, com constante c , e que a mola, de constante elástica k , não possui massa. O carregamento é uma carga $p(t)$ que varia harmonicamente, com amplitude p_0 e frequência circular $\bar{\omega}$.

Para o sistema descrito, o equilíbrio dinâmico pode ser expresso pela seguinte equação diferencial do movimento:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p_0 \sin \bar{\omega} t \quad (2-1)$$

Se o sistema não tivesse carregamento externo, a equação (2-1) se reduziria a:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2-2)$$

Os movimentos que acontecem quando no sistema não existe força externa aplicada são conhecidos como vibrações livres. A solução da equação (2-2) é da forma:

$$x(t) = Ge^{st} \quad (2-3)$$

Substituindo este valor na equação (2-2) chega-se a:

$$(ms^2 + cs + k)Ge^{st} = 0 \quad (2-4)$$

Dividindo esta equação por mGe^{st} , tem-se:

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \omega^2 = 0 \quad (2-5)$$

onde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ é chamada de frequência circular.

A solução da equação (2-5) é:

$$s = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega^2} \quad (2-6)$$

A quantidade sob o radical pode ser positiva, negativa ou nula. Quando o radical se anula, tem-se o caso limite conhecido como amortecimento crítico. Neste caso tem-se $c/2m = \omega$. Assim o amortecimento crítico c_c é:

$$c_c = 2m\omega \quad (2-7)$$

O valor de s na equação (2-6) é então:

$$s = -\frac{c}{2m} = -\omega \quad (2-8)$$

e a resposta dada pela equação (2-3) é:

$$x(t) = (G_1 + G_2 t)e^{-\omega t} \quad (2-9)$$

onde o segundo termo é multiplicado por t porque apenas um valor de s foi obtido na equação (2-8). Os valores de G_1 e G_2 são obtidos ao se introduzir na equação (2-9) as condições iniciais do

movimento. É de se notar que a resposta livre do sistema amortecido criticamente não apresenta oscilação em torno da posição de deflexão zero; pelo contrário, o deslocamento cai a zero, de acordo com o termo exponencial da equação (2-9).

Sistemas estruturais com amortecimento maior que o amortecimento crítico, isto é, a expressão sob o radical da equação (2-6) sendo positiva, não são encontrados em condições usuais. Não serão abordados no presente trabalho.

Se o amortecimento é menor que o amortecimento crítico, da equação (2-7) conclui-se que $c < 2m\omega$, e assim o radical da equação (2-6) deve ser negativo. Para avaliar a resposta deste caso, é conveniente expressar o amortecimento como uma razão ζ entre seu valor e o do amortecimento crítico; assim:

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega} \quad (2-10)$$

na qual ζ é definido como razão de amortecimento.

Levando a equação (2-10) na equação (2-6), vem:

$$s = -\zeta\omega \pm \sqrt{(\zeta\omega)^2 - \omega^2} \quad (2-11)$$

e mudando o sinal do radical, e introduzindo um novo símbolo ω_D , tem-se:

$$s = -\zeta\omega \pm i\omega_D \quad (2-12)$$

onde

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2-13)$$

A quantidade ω_D é chamada de frequência de vibração amortecida;

para as estruturas usuais, onde o valor de ζ é menor que 20%, ela difere pouco do valor da frequência não amortecida, como pode ser notado na equação (2-13).

A resposta em vibração livre de um sistema com amortecimento inferior ao crítico é dada pela substituição da equação (2-12) na equação (2-3):

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t} (G_1 e^{i\omega_D t} + G_2 e^{-i\omega_D t}) \quad (2-14)$$

Introduzindo as equações de Euler:

$$e^{\pm i\omega t} = \cos\omega t \pm i\sin\omega t \quad (2-15)$$

escreve-se em sequência que:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t} (A\sin\omega_D t + B\cos\omega_D t) \quad (2-16)$$

onde os valores das constantes A e B serão obtidos das condições iniciais do movimento.

A equação (2-16) é a solução complementar da equação (2-1), isto é, a resposta do sistema sem carregamento externo.

A solução particular da equação (2-1) é da forma:

$$x(t) = G_1 \sin\bar{\omega}t + G_2 \cos\bar{\omega}t \quad (2-17)$$

na qual o segundo termo é necessário porque, em geral, a resposta do sistema amortecido não está em fase com o carregamento.

Substituindo (2-17) em (2-1) e separando os múltiplos de $\sin\bar{\omega}t$ dos de $\cos\bar{\omega}t$, vem:

$$[-G_1\bar{\omega}^2 - G_2\bar{\omega}(2\zeta\omega) + G_1\omega^2] \sin\bar{\omega}t = \frac{P_o}{m} \sin\bar{\omega}t \quad (2-18a)$$

$$[-G_2\bar{\omega}^2 + G_1\bar{\omega}(2\zeta\omega) + G_2\omega^2] \cos\bar{\omega}t = 0 \quad (2-18b)$$

Estas duas relações devem ser satisfeitas individualmente, pois os termos em senos e co-senos se anulam em tempos diferentes. Dividindo-se ambas as expressões por ω^2 , reagrupando os termos e calculando as expressões trigonométricas chega-se a:

$$G_1(1 - \beta^2) - G_2(2\zeta\beta) = p_o/k \quad (2-19a)$$

$$G_2(1 - \beta^2) - G_1(2\zeta\beta) = 0 \quad (2-19b)$$

onde

$$\beta = \bar{\omega} / \omega \quad (2-20)$$

Resolvendo estas equações, obtém-se:

$$G_1 = \frac{p_o}{k} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} \quad (2-21a)$$

$$G_2 = \frac{p_o}{k} \frac{-2\zeta\beta}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} \quad (2-21b)$$

Introduzindo estas expressões na equação (2-17) que, combinada com a solução complementar, leva à solução geral, tem-se:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t} (A \operatorname{sen}\omega_D t + B \operatorname{cos}\omega_D t) + \frac{p_o}{k} \frac{1}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} [(1 - \beta^2) \operatorname{sen}\bar{\omega} t - 2\zeta\beta \operatorname{cos}\bar{\omega} t] \quad (2-22)$$

O primeiro termo da equação (2-22) representa a resposta transitória à carga aplicada; ele se amortece rapidamente e é de pouco interesse. O segundo termo desta equação (2-22) representa a resposta firme, com a frequência da carga aplicada, mas fora de fase com ela.

Pode-se considerar então que a resposta do sistema é dada por:

$$x(t) = \frac{p_o}{k} \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} [(1-\beta^2)\sin\bar{\omega}t - 2\zeta\beta\cos\bar{\omega}t] \quad (2-23)$$

A amplitude da resposta firme pode ser calculada a partir da equação (2-23), e vale:

$$\rho = \frac{p_o}{k} [(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2]^{-1/2} \quad (2-24)$$

A razão entre a amplitude da resposta firme e o deslocamento estático que poderia ser produzido pela força p_o é chamada de fator de amplificação dinâmica D:

$$D = \frac{\rho}{p_o/k} = [(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2]^{-1/2} \quad (2-25)$$

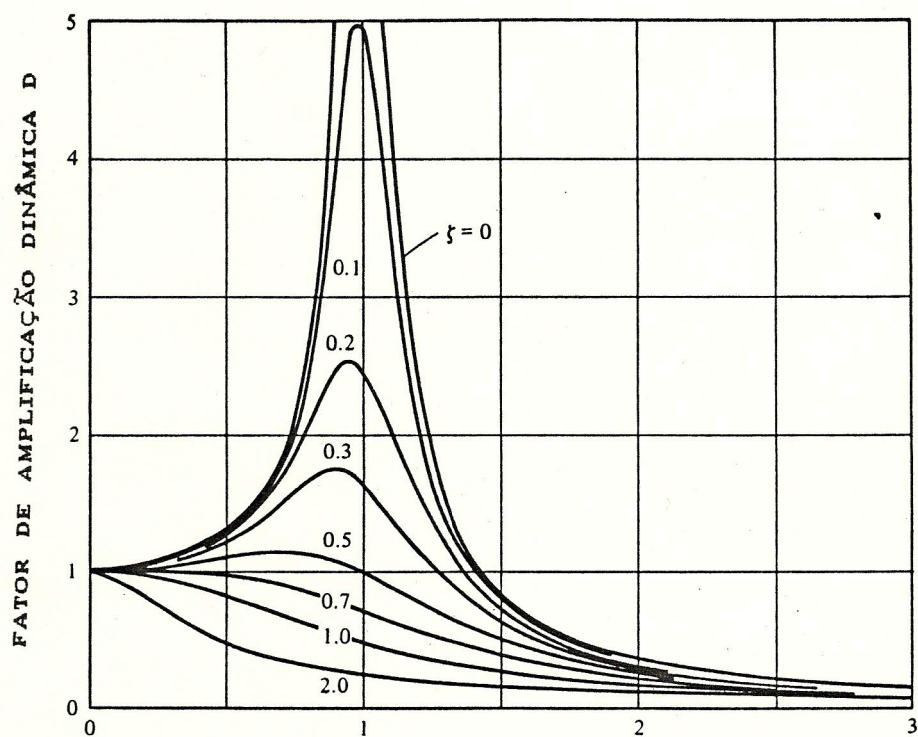
Na figura (2-2) mostra-se o gráfico da variação do fator de amplificação dinâmica D versus a relação de frequências β , para sistemas com razão de amortecimento crítico ζ . Nele pode-se notar que o pico da resposta firme ocorre para uma relação de frequências β próxima da unidade, para sistemas levemente amortecidos.

A condição na qual a frequência da carga aplicada é igual à frequência natural de vibração do sistema estrutural chama-se ressonância. Da equação (2-25), para $\beta = 1$, tem-se:

$$D_{\beta=1} = \frac{1}{2\zeta} \quad (2-26)$$

Vê-se então que, quanto menos amortecido é o sistema, maior é o valor de D. A figura (2-3) mostra o gráfico da resposta do sistema versus t, para uma relação de frequências $\beta = 1$. Nota-se que a amplitude da resposta firme cresce até atingir um valor assintótico $1/2\zeta$.

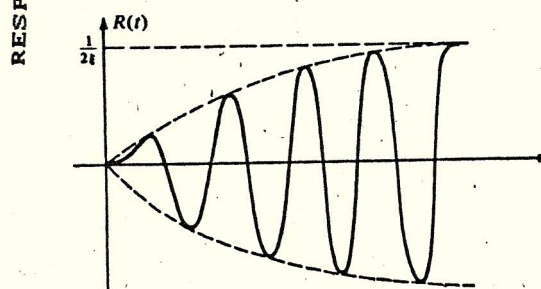
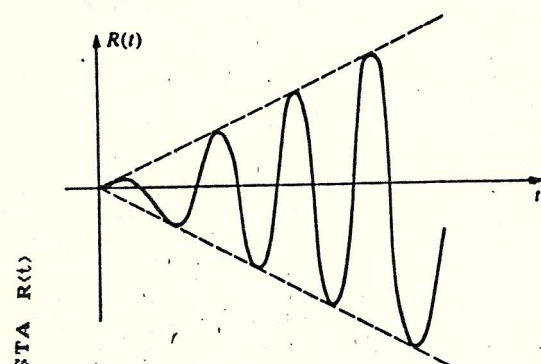
Para se encontrar a razão das frequências β que leva à resposta



RELAÇÃO DE FREQUÊNCIAS β

FIGURA (2-2) - GRÁFICO FATOR DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA VERSUS
RELAÇÃO DE FREQUÊNCIAS

SISTEMA NÃO AMORTECIDO



SISTEMA AMORTECIDO

FIGURA (2-3) - GRÁFICO DA RESPOSTA $R(t)$ PARA SISTEMAS COM E SEM AMORTECIMENTO.

igualando-se o resultado a zero. Para as estruturas usuais, com razão de amortecimento crítico $\zeta < 1/\sqrt{2}$, a frequência da resposta máxima é:

$$\beta_{\text{pico}} = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (2-27a)$$

e o correspondente fator de magnificação dinâmica vale:

$$D_{\text{max}} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (2-27b)$$

Para quantidades razoáveis de amortecimento, a diferença entre os valores obtidos das equações (2-26) e (2-27b) é negligenciável.

Ao se considerar a equação (2-22), onde a resposta do sistema inclui as partes transiente e firme, para a frequência de ressonância ($\beta=1$) tem-se:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_d t} (A \operatorname{sen}\omega_d t + B \operatorname{cos}\omega_d t) - \frac{P_o}{k} \frac{\operatorname{cos}\omega t}{2\zeta} \quad (2-28)$$

Assumindo que o movimento do sistema começa a partir da posição de repouso, $[x(0) = \dot{x}(0) = 0]$, as constantes são:

$$A = \frac{P_o}{k} \frac{\omega}{2\omega_d} = \frac{P_o}{k} \frac{1}{2\sqrt{1 - \zeta^2}} ; \quad B = \frac{P_o}{k} \frac{1}{2\zeta} \quad (2-29)$$

Assim a equação (2-28) passa a:

$$x(t) = \frac{1}{2\zeta} \frac{P_o}{k} \left[e^{-\zeta\omega_d t} \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \operatorname{sen}\omega_d t + \operatorname{cos}\omega_d t \right) - \operatorname{cos}\omega t \right] \quad (2-30)$$

Para as quantidades de amortecimento esperadas em um sistema estrutural, o termo em seno desta equação contribui pouco para a amplitude da resposta; além disto, a frequência amortecida é muito

próxima da frequência não amortecida. Pode-se escrever então que a razão da resposta $R(t)$, neste caso, vale:

$$R(t) = \frac{x(t)}{p_0/k} = \frac{1}{2\zeta} (e^{-\zeta\omega t} - 1)\cos\omega t \quad (2-31)$$

Para amortecimento zero, a equação (2-30) é indeterminada; usando a regra de L'Hospital, a resposta ressonante do sistema não amortecido é:

$$R(t) = 1/2(\sin\omega t - \omega t\cos\omega t) \quad (2-32)$$

Gráficos das equações (2-31) e (2-32) são mostrados na figura (2-3). Observa-se que resposta é crescente nos casos de excitação de ressonância, com ou sem amortecimento. Em ambos os casos o crescimento é gradual.

3. SÉRIES DE FOURIER

No Capítulo 2 foi apresentada a resposta de sistemas com um só grau de liberdade, submetidos a uma excitação harmônica. Alguns carregamentos dinâmicos são periódicos, mas raramente harmônicos. Ao se considerar, neste Capítulo, as solicitações periódicas, está-se generalizando a aplicação desenvolvida anteriormente.

As funções periódicas ocorrem com frequência nos problemas de engenharia. Sua representação em termos de funções periódicas simples, tais como senos e co-senos, conduz às séries de Fourier. Uma função $F(t)$ é periódica se é definida para todo t real, e se existe um número positivo T tal que:

$$F(t) = F(t + T) \quad (3-1)$$

O número T é chamado o período, ou o tempo mínimo requerido para $F(t)$ repetir-se.

A expansão de $F(t)$ em série de Fourier é:

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (3-2)$$

onde n é inteiro positivo, a_n e b_n são os coeficientes da série infinita, e $a_0/2$ é o valor médio de $F(t)$.

A frequência fundamental da função periódica é $\omega = 2\pi/T$, isto é, quando $n = 1$. A frequência do n -ésimo harmônico é $n\omega = 2n\pi/T$.

Para deduzir os valores de a_n e b_n , usam-se as seguintes relações:

$$\int_0^T \cos m\omega t \cos n\omega t dt = \begin{cases} 0 & \text{se } m \neq n \\ T/2 & \text{se } m = n \end{cases}$$

$$\int_0^T \sin m\omega t \sin n\omega t dt = \begin{cases} 0 & \text{se } m \neq n \\ T/2 & \text{se } m = n \end{cases}$$

$$\int_0^T \cos m\omega t \sin n\omega t dt = 0 \quad \text{para quaisquer } m \text{ e } n$$

onde m e n são inteiros e $T = 2\pi/\omega$ é o período de $F(t)$.

Reescrevendo a série em uma forma expandida, tem-se:

$$F(t) = (a_0/2 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \dots) + (b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + \dots) \quad (3-3)$$

Um coeficiente qualquer a_p pode ser obtido pela multiplicação dos dois lados da equação (3-3) por $(\cos p\omega t)$ e integrando cada termo usando as relações anteriores; exceto pelo termo contendo a_p , todas as integrais do lado direito são nulas. Assim:

$$\int_0^T F(t) \cos p\omega t dt = 0 + \dots + \int_0^T a_p \cos^2 p\omega t dt + 0 + \dots = a_p T/2$$

$$a_p = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \cos p\omega t dt \quad (3-4)$$

Da mesma maneira, um coeficiente b_p pode ser obtido pela multiplicação da série expandida por $(\sin p\omega t)$, e integrando-se cada termo usando as relações anteriores; assim os demais coeficientes da série de Fourier são:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) dt \quad (3-5)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \text{senn}\omega t dt \quad (3-6)$$

Se uma excitação periódica qualquer for expressa na forma de uma série de Fourier, como na equação (3-2), ela consiste então de uma parcela constante (o carregamento médio representado pelo coeficiente a_0) mais uma série de cargas harmônicas de frequência $\bar{\omega}_n$ e amplitudes a_n e b_n .

Considere-se um sistema com um só grau de liberdade, com o equilíbrio dinâmico podendo ser expresso pela seguinte equação diferencial de movimento:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

A equação do movimento passa a ser, substituindo ω por $\bar{\omega}$:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \text{cosn}\bar{\omega}t + b_n \text{senn}\bar{\omega}t) \quad (3-7)$$

A resposta do sistema devida a cada um dos componentes da excitação harmônica pode ser calculada, como foi visto no Capítulo 2, e fazendo-se a superposição dos resultados, a resposta firme do sistema é, segundo a equação (2-23) :

$$x(t) = \frac{1}{k} \left\{ \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1-\beta_n^2)^2 + (2\zeta\beta_n)^2} \left\{ [a_n 2\zeta\beta_n + b_n (1-\beta_n^2)] \text{senn}\bar{\omega}_1 t \right. \right. \\ \left. \left. + [a_n (1-\beta_n^2) - b_n 2\zeta\beta_n] \text{cosn}\bar{\omega}_1 t \right\} \right\} \quad (3-8)$$

onde:

$$\beta_n = \bar{\omega}_n / \omega \quad (3-9)$$

$$\omega_1 = 2\pi/T$$

(3-10)

Como exemplo de aplicação, calcula-se o desenvolvimento em série de Fourier da onda quadrada mostrada na figura (3-1) a seguir.

Para $\omega = 2\pi/T$, os coeficientes da série de Fourier são:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) dt = \frac{2}{T} \left[\int_0^{T/2} (1) dt - \int_{T/2}^T (1) dt \right] = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \cos n\omega t dt = \frac{2}{T} \left[\int_0^{T/2} \cos n\omega t dt - \int_{T/2}^T \cos n\omega t dt \right] = 0$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \sin n\omega t dt = - \frac{2}{T} \frac{T}{2n\pi} \left[\cos \frac{2n\pi}{T} t \Big|_0^{T/2} - \cos \frac{2n\pi}{T} t \Big|_{T/2}^T \right]$$

$$= \begin{cases} 4/n\pi & \text{para } n \text{ ímpar} \\ 0 & \text{para } n \text{ par} \end{cases}$$

Assim, a expansão em série de Fourier da onda quadrada é:

$$F(t) = \frac{4}{\pi} \sum_n \frac{1}{n} \sin \frac{2n\pi}{T} t \quad \text{para } n = 1, 3, 5, \dots$$

O gráfico dos primeiro quatro harmônicos de $F(t)$ e sua soma, é mostrado na figura (3-2).

A extensão da análise de Fourier quando o período tende para o infinito leva ao conceito da integral de Fourier. O desenvolvimento de uma função $F(t)$ pela integral de Fourier é dado por:

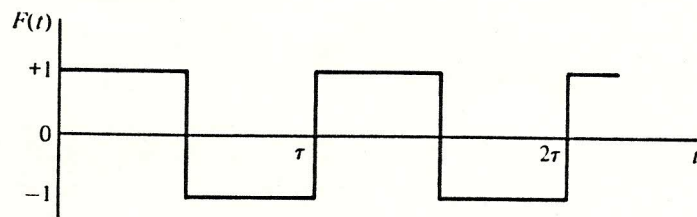


FIGURA (3-1) - FUNÇÃO PERIÓDICA EM FORMA DE ONDA QUADRADA

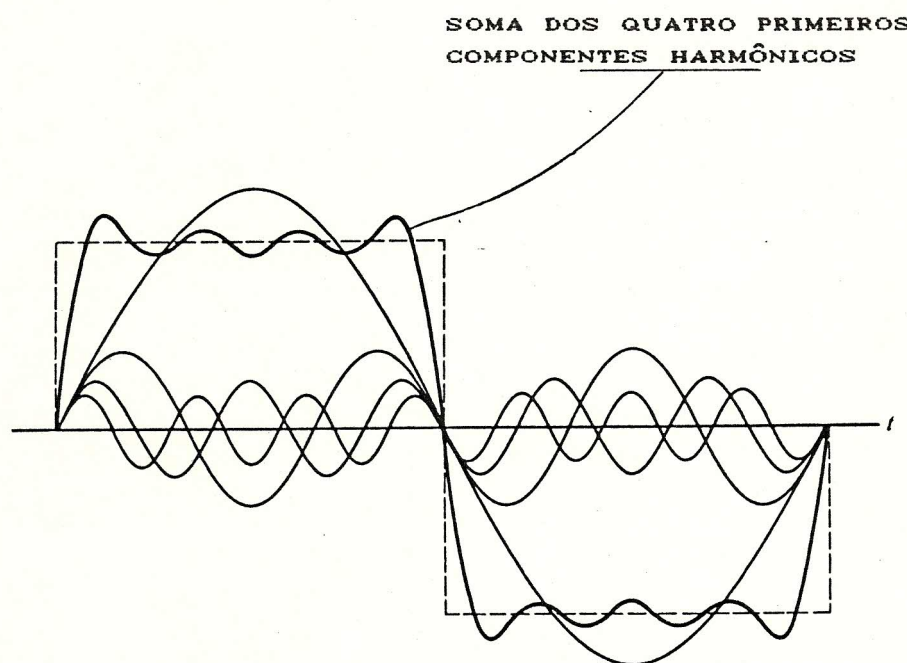


FIGURA (3-2) - COMPONENTES HARMÔNICOS DE UMA ONDA QUADRADA

4. SOLICITAÇÕES ALEATÓRIAS

Um carregamento dinâmico pode ser definido como aquele cujas magnitude, direção ou posição variam com o tempo. Da mesma forma, a resposta da estrutura ao carregamento, isto é, as resultantes deformações e tensões, também varia com o tempo, e é portanto dinâmica.

As solicitações dinâmicas dividem-se basicamente em dois tipos: determinísticas e não-determinísticas. Se a variação da solicitação é conhecida ao longo do tempo, mesmo sendo ela irregular em caráter, diz-se ser ela determinística, e a análise da resposta de um sistema estrutural a uma solicitação determinística é também determinística.

Por outro lado, se a variação da solicitação com o tempo não é completamente conhecida, mas pode ser definida em um sentido estatístico, ela é chamada de carregamento dinâmico aleatório; a análise da resposta de um sistema estrutural a este tipo de carregamento, conhecido também como não-determinístico, é não-determinística.

Em geral a resposta do sistema estrutural a uma solicitação dinâmica é dada em termos de deslocamentos da estrutura. Uma análise determinística leva a uma história de deslocamentos em função do tempo correspondendo à história do carregamento; outros aspectos da resposta estrutural determinística, como tensões, deformações, forças internas, são obtidos como uma segunda fase da análise, a partir dos deslocamentos calculados. A análise não-determinística fornece informações estatísticas sobre os deslocamentos que resultam de um carregamento definido estatisticamente. Neste caso, a variação dos deslocamentos com o tempo não é determinada, e outros aspectos da resposta, como tensões, forças internas, etc., devem ser avaliados diretamente

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \cos \omega(t-\tau) d\tau \right] d\omega \quad (3-11)$$

devendo a função satisfazer as condições de Dirichlet. Esta equação pode também escrever-se sob a forma:

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\omega) \cos \omega t + B(\omega) \sin \omega t] d\omega \quad (3-12)$$

onde:

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (3-13)$$

$$B(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \sin \omega \tau d\tau \quad (3-14)$$

As equações (3-12) a (3-14) evidenciam a analogia entre a série e a integral de Fourier, mostrando que a soma de harmônicos de frequência discreta é substituída por uma integração estendida a uma gama contínua de frequências.

por análise independente não-determinística, e não dos resultados dos deslocamentos.

Alguns fenômenos físicos, o vento dentre eles, não apresentam uma descrição explícita em função do tempo. Isto significa que valores futuros das variáveis que descrevem o fenômeno não podem ser previstos. São classificados como não-determinísticos e chamados de fenômenos aleatórios.

A resposta de um sistema a uma solicitação aleatória é também aleatória. Muitos fenômenos aleatórios exibem uma certa regularidade no sentido de poderem ser descritos em termos de certas médias, sendo esta característica conhecida como regularidade estatística. Se a excitação exibe tal propriedade, a resposta do sistema a ela também a terá. Nestes casos é interessante descrever a excitação e sua resposta em termos de probabilidades de ocorrência.

Uma solicitação aleatória é dita estacionária se suas propriedades estatísticas são independentes do tempo, isto é, não mudam com a variação deste.

A média da solicitação aleatória é definida por :

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (4-1)$$

Freqüentemente é necessário considerar-se uma solicitação aleatória com média nula, isto é, $\bar{x}(t) = 0$. Esta afirmação não é restritiva em excesso, pois se $\bar{x}(t) \neq 0$, uma nova variável $x'(t) = x(t) - \bar{x}(t)$ pode ser definida. A nova variável $x'(t)$ tem média zero.

As solicitações aleatórias, para as quais serão definidos os parâmetros valor quadrado médio, raiz RMS, e função de

autocorrelação a seguir, são consideradas como tendo média nula.

O valor quadrado médio da variável aleatória $x(t)$, cuja notação é $\bar{x}^2(t)$ é definido por:

$$\bar{x}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (4-2)$$

A variância, como freqüentemente é chamado o valor quadrado médio, é uma medida da magnitude das flutuações da solicitação. Uma quantidade relacionada, conhecida como raiz quadrada média, ou raiz RMS (root mean square) de $x(t)$ é a raiz quadrada positiva da variância, isto é:

$$x_{\text{RMS}} = \sqrt{\bar{x}^2} \quad (4-3)$$

Uma outra medida de interesse para uma variável aleatória é o cálculo da probabilidade de que a variável $x(t)$ esteja contida em um intervalo dado. Nem a raiz RMS tampouco sua probabilidade fornecem informações sobre o quão "rápido" os valores de $x(t)$ mudam, e em consequência, quanto tempo é necessário para se medir suficientes valores de $x(t)$ para que a raiz RMS e a probabilidade tenham valores confiáveis. Uma medida da velocidade com que a variável aleatória sofre mudança é dada pela função de autocorrelação, $C_x(t)$, cuja definição é:

$$C_x(t) = \bar{x}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(\tau)x(\tau+t) d\tau \quad (4-4)$$

Notar que $C_x(0)$ é o valor quadrado médio de $x(t)$.

O valor médio e a função de autocorrelação geralmente requerem um número elevado de amostragens das solicitações aleatórias do fenômeno a estudar. Sob certas condições, é possível obter-se o valor médio e a função de autocorrelação para um processo

aleatório pelo uso de uma função representativa, e calculando estes valores ao longo do tempo t . Assim, se o processo aleatório é estacionário, e se seu valor médio e sua função de autocorrelação são os mesmos independentemente da história $x_k(t)$ sobre a qual estas médias são calculadas, diz-se que o processo é ergódico.

No Capítulo 3 viu-se que uma função periódica de período T pode ser representada por uma série de Fourier, isto é, uma série infinita de funções harmônicas de frequência $n\omega$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) onde $\omega = \frac{2\pi}{T}$ é a frequência fundamental. Se o período T tender para o infinito, a função deixa de ser periódica. Neste processo, as frequências discretas $n\omega$ aproximam-se até que elas ficam contínuas, e a série de Fourier passa a ser uma integral de Fourier.

A função periódica representada por uma série de Fourier na forma complexa tem por fórmula:

$$F(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t} \quad (4-5)$$

onde o coeficiente C_n é dado por:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(t) e^{-in\omega t} dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4-6)$$

se a integração for possível. Esta expansão fornece a informação concernente à composição das frequências da função periódica $F(t)$.

Introduzindo as notações $n\omega = \omega_n$; $(n+1)\omega - n\omega = \omega = \frac{2\pi}{T} = \Delta\omega_n$ as duas equações anteriores podem ser reescritas como:

$$F(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} (TC_n) e^{i\omega_n t} = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (TC_n) e^{i\omega_n t} \Delta\omega_n \quad (4-7)$$

$$TC_n = \int_{-T/2}^{T/2} F(t) e^{-i\omega_n t} dt \quad (4-8)$$

Se o período T aumenta indefinidamente, $T \rightarrow \infty$, e abandonando o subscrito n de maneira que a variável discreta passe a ser a variável contínua ω , e tomando-se o limite, a soma na equação (4-7) pode ser substituída pela integração, e passa-se a ter:

$$F(t) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \Delta\omega_n \rightarrow 0}} \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (TC_n) e^{i\omega_n t \Delta\omega_n} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4-9)$$

$$F(\omega) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \Delta\omega_n \rightarrow 0}} (TC_n) = \int_{-\infty}^{\omega} F(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4-10) \quad \leftarrow$$

A equação (4-9) mostra que qualquer função arbitrária $F(t)$ pode ser descrita por uma integral representando contribuições de componentes harmônicos que têm um espectro de frequência contínuo, variando de $-\infty$ a $+\infty$. A quantidade $F(\omega)d\omega$ pode ser considerada como a contribuição para a função $F(t)$ dos harmônicos no intervalo de frequências entre ω e $\omega + d\omega$.

A função $F(\omega)$ na equação (4-9) é chamada de transformada de Fourier de $F(t)$, e as integrais

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4-11)$$

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4-12)$$

representam simplesmente um par de transformadas de Fourier, onde $F(t)$ é chamada de transformada inversa de Fourier de $F(\omega)$.

A representação de $F(t)$ por uma integral é possível se a integral (4-11) existe, e esta existência é assegurada se $F(t)$ satisfaz as condições de Dirichlet no domínio $-\infty < t < +\infty$ e se a integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(t)| dt$$

é convergente.

Conclui-se então que se a equação (4-5) representa uma excitação, a resposta do sistema pode ser escrita como:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n C_n e^{in\omega t} \quad (4-13)$$

onde G_n é a frequência da resposta associada à frequência $n\omega$.

Seguindo um raciocínio similar ao aplicado à função $F(t)$, conclui-se que a resposta do sistema a uma excitação arbitrária pode ser escrita na forma:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4-14)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4-15)$$

onde a transformada de Fourier da resposta é:

$$X(\omega) = G(\omega) F(\omega) \quad (4-16)$$

que é simplesmente o produto da frequência da resposta pela transformada de Fourier da excitação.

A densidade espectral de potência é usada para medir a velocidade com que a variável aleatória $x(t)$ altera-se. Com a notação $S_x(t)$, é definida como a transformada de Fourier de $C_x(t)$:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4-17)$$

A definição da função de autocorrelação também pode ser aplicada a duas variáveis aleatórias diferentes, servindo como medida da função de transferência entre as duas variáveis. A função de correlação cruzada, cuja notação é $C_{xf}(t)$, das duas variáveis $x(t)$ e $f(t)$ é definida como:

$$C_{xf}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(\tau) f(\tau + t) d\tau \quad (4-18)$$

Da mesma forma, a densidade espectral cruzada é definida como a transformada de Fourier da correlação cruzada, isto é:

$$S_{xf}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{xf}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4-19)$$

Se a função $f(\tau + t)$ é substituída por $x(\tau + t)$ na equação (4-19), resulta a densidade espectral de potência S_{xx} .

O estudo das solicitações aleatórias preocupa-se em achar como as características estatísticas do movimento de um sistema estrutural aleatoriamente excitado dependem das características dinâmicas da excitação, e das propriedades dinâmicas do sistema estrutural, ou sejam, suas massa, rigidez e amortecimento.

Viu-se então neste Capítulo que uma função $F(t)$ arbitrária pode ser descrita por uma integral representando contribuições de

componentes harmônicos que têm um espectro de frequências contínuo, equação (4-9). Com o uso das transformadas de Fourier, a resposta do sistema estrutural à excitação aleatória representada pela função arbitrária $F(t)$ pode ser encontrada, equação (4-15).

No Capítulo 5, os conceitos aqui apresentados, ligando a resposta do sistema à sollicitação aleatória que o excita, no caso o vento, serão aplicados para que se deduzam as fórmulas que transformam o efeito dinâmico do carregamento aleatório do vento em um carregamento estático equivalente.

5. EFEITOS DINAMICOS NAS ESTRUTURAS DEVIDOS A TURBULENCIA ATMOSFERICA.

5.1 Resposta dinâmica das estruturas na direção da velocidade média do vento.

Conforme visto no Capítulo 4, a turbulência atmosférica é um fenômeno aleatório. O vento atmosférico é idealizado como um processo estocástico estacionário e ergódico. A estrutura sobre a qual ele atua é considerada elástica e linear, com amortecimento do tipo viscoso.

A estrutura contínua, para efeito de análise, é transformada em um sistema discreto com n graus de liberdade, como se vê na figura (5-1).

Em relação a este sistema discreto, as equações de movimento referidas ao sistema discreto de coordenadas generalizadas x podem ser escritas na forma:

$$\underset{\sim}{M} \underset{\sim}{\ddot{x}} + \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{\dot{x}} + \underset{\sim}{K} \underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{X}(t) \quad (5-1)$$

na qual:

$\underset{\sim}{M}$ = matriz de massa do sistema, de ordem $N \times N$

$\underset{\sim}{C}$ = matriz dos coeficientes de amortecimento, de ordem $N \times N$

$\underset{\sim}{K}$ = matriz dos coeficientes de rigidez, de ordem $N \times N$

$\underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{\dot{x}}, \underset{\sim}{\ddot{x}}$ = vetores dos deslocamentos, velocidades e acelerações generalizados, respectivamente, de ordem N .

$\underset{\sim}{X}(t)$ = vetor de cargas do vento, de ordem N .

Ao invés de se usar o vetor de deslocamentos $\underset{\sim}{x}$, na análise

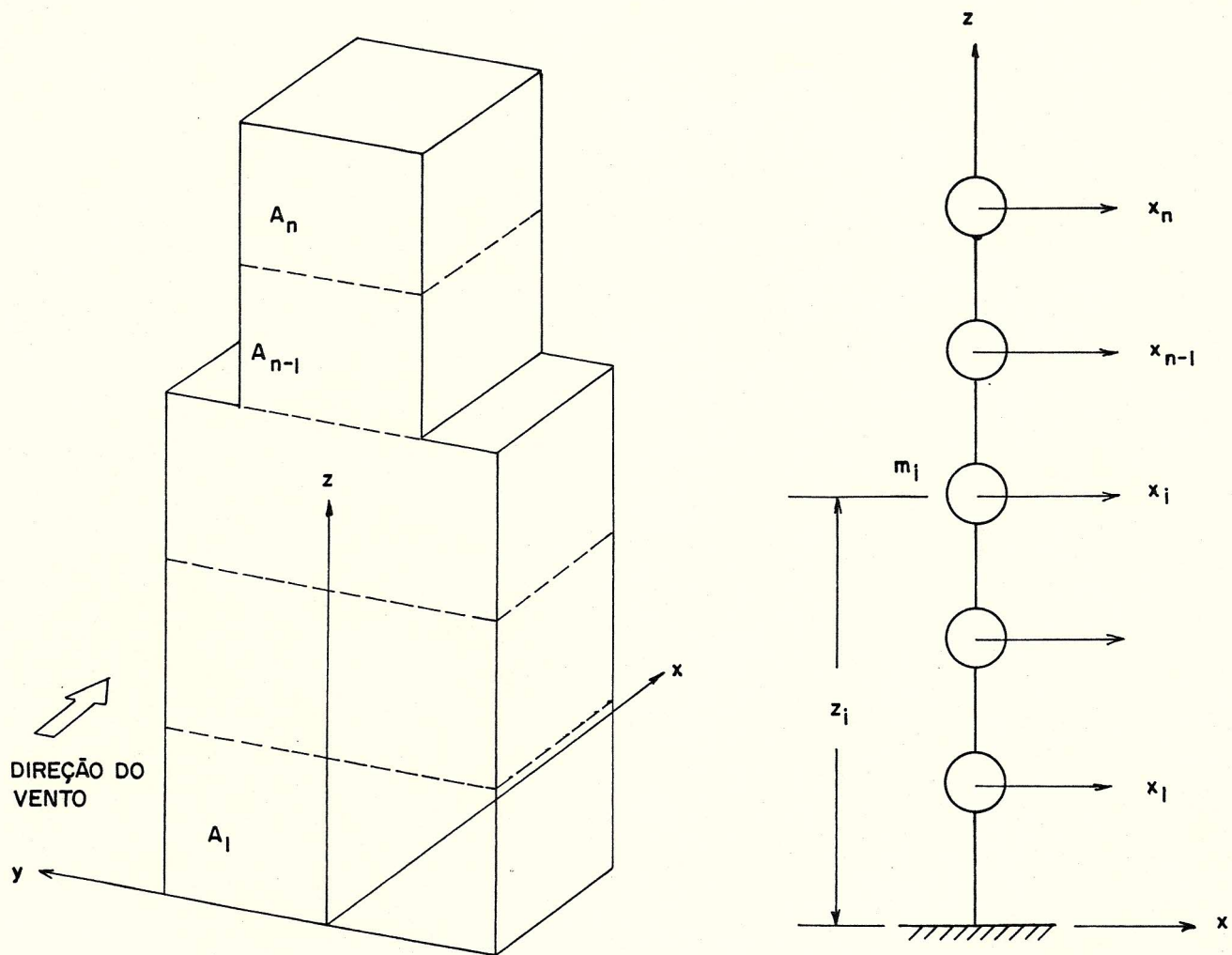


FIGURA (5-1) - MODELO DA ESTRUTURA E NOTAÇÃO

dinâmica é mais interessante representar os deslocamentos pelas formas modais de vibração livre. Estas formas constituem N padrões de deslocamentos independentes, cujas amplitudes servem como coordenadas generalizadas para expressar qualquer forma de deslocamento. Têm uma aplicação semelhante à das séries de Fourier, por suas propriedades de ortogonalidade. Assim faz-se a seguinte mudança de coordenadas:

$$\underset{\sim}{\vec{x}} = \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{\vec{n}} \quad (5-2)$$

onde $\underset{\sim}{\phi}$ representa a matriz modal, cujas colunas são os autovalores do sistema homogêneo não amortecido, e $\underset{\sim}{\vec{n}}$ é o vetor de coordenadas normais.

A equação (5-1) passa a ser então:

$$\underset{\sim}{M} \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{\ddot{n}} + \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{\dot{n}} + \underset{\sim}{K} \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{n} = \underset{\sim}{X}(t)$$

Pré-multiplicando esta equação por $\underset{\sim}{\phi}^T$, vem:

$$\underset{\sim}{\phi}^T \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{\ddot{n}} + \underset{\sim}{\phi}^T \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{\dot{n}} + \underset{\sim}{\phi}^T \underset{\sim}{K} \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{n} = \underset{\sim}{\phi}^T \underset{\sim}{X}(t)$$

Utilizando as condições de ortogonalidade, esta equação se transforma em:

$$\underset{\sim}{M}_r \underset{\sim}{\ddot{n}} + \underset{\sim}{C}_r \underset{\sim}{\dot{n}} + \underset{\sim}{K}_r \underset{\sim}{n} = \underset{\sim}{\phi}^T \underset{\sim}{X}(t) \quad (5-3)$$

As matrizes $\underset{\sim}{M}_r$ e $\underset{\sim}{K}_r$ são diagonais; $\underset{\sim}{C}_r$ o será se a matriz $\underset{\sim}{C}$ é combinação linear de $\underset{\sim}{M}$ e $\underset{\sim}{K}$. Esta transformação desacopla o sistema, tornando-o um conjunto de N equações, cada uma delas

representando um sistema de um grau de liberdade. A r-ésima equação não acoplada é então:

$$\ddot{n}_r + 2\zeta_r \omega_r \dot{n}_r + \omega_r^2 n_r = F_r(t) \quad (5-4)$$

onde:

$$F_r(t) = \vec{x}_r^T \vec{X}(t) / M_r \quad (5-5)$$

na qual:

x_r = r-ésimo modo de vibração do sistema não amortecido

M_r = r-ésima massa generalizada

ω_r = frequência natural (rad/s) do modo r

ζ_r = relação de amortecimento crítico para o modo r

A equação (5-5) pode também ser escrita na forma:

$$F_r(t) = \left[\sum_{i=1}^N x_{ir} X_i(t) \right] / M_r \quad (5-6)$$

onde x_{ir} e X_i indicam as i-ésimas componentes de $\vec{x}$ e $\vec{X}$ respectivamente.

A função de autocorrelação da excitação $F_r(t)$, conforme a equação (4-4), é:

$$C_{F_r}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{i=1}^N \frac{x_{ir} X_i(t)}{M_r} \sum_{j=1}^N \frac{x_{jr} X_j(t+\tau)}{M_r} dt \quad (5-7)$$

Daí vem:

$$C_{F_r}(\tau) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{x_{ir} x_{jr}}{M_r^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) x_j(t+\tau) dt \quad (5-8)$$

$$C_{F_r}(\tau) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{x_{ir} x_{jr}}{M_r^2} (C_P)_{ij} \quad (5-9)$$

onde $(C_P)_{ij}$ é a função de correlação cruzada das forças X_i e X_j .

A força de vento X_i pode ser representada pela expressão :

$$X_i(t) = \frac{1}{2} \rho A_i C_{D_i} V_{T_i}^2(t) \quad (5-10)$$

na qual ρ indica a massa específica do ar, A_i é a massa de referência e C_{D_i} o coeficiente de arrasto correspondente à coordenada generalizada i .

A velocidade total do vento V_{T_i} pode ser decomposta em uma velocidade média $\bar{V}_i$ e em uma parte flutuante $V_i(t)$:

$$V_{T_i}(t) = \bar{V}_i + V_i(t) \quad (5-11)$$

Tendo-se em conta a equação (5-10), a função de correlação cruzada das forças $X_i(t)$ e $X_j(t)$ passa a ser:

$$(C_P)_{ij} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \rho A_i C_{D_i} V_{T_i}^2(t) \frac{1}{2} \rho A_j C_{D_j} V_{T_j}^2(t+\tau) dt \quad (5-12)$$

$$(C_P)_{ij} = \frac{1}{4} \rho^2 A_i A_j C_{D_i} C_{D_j} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T V_{T_i}^2(t) V_{T_j}^2(t+\tau) dt \quad (5-13)$$

Substituindo-se $V_{T_i}(t)$ pelos valores da equação (5-11), obtém-se:

$$(C_P)_{ij} = \frac{1}{4} \rho^2 A_i A_j C_{D_i} C_{D_j} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\nabla_i^2 + 2 \nabla_i V_i(t) + V_i^2(t) \right] \left[\nabla_j^2 + 2 \nabla_j V_j(t+\tau) + V_j^2(t+\tau) \right] dt \quad (5-14)$$

Em condições normais, a amplitude RMS da parte flutuante da velocidade não excede 10% a 15% da velocidade média, conforme a referência bibliográfica [10]; sendo assim, os termos $V_i^2(t)$ e $V_j^2(t+\tau)$ na equação (5-14) podem então ser desprezados.

A equação citada fica:

$$(C_P)_{ij} = \frac{1}{4} \rho^2 A_i A_j C_{D_i} C_{D_j} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \nabla_i^2 \nabla_j^2 dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T 2 \nabla_i^2 \nabla_j V_j(t+\tau) + \right. \\ \left. + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T 2 \nabla_i V_i(t) \nabla_j^2 dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T 4 \nabla_i \nabla_j V_i(t) V_j(t+\tau) dt \right] \quad (5-15)$$

As segunda e terceira integrais da equação (5-15) são nulas, por ser zero o valor médio das velocidades flutuantes $V_i(t)$ e $V_j(t)$, obtendo-se então:

$$(C_P)_{ij} = \frac{1}{4} \rho^2 A_i A_j C_{D_i} C_{D_j} \left[\nabla_i^2 \nabla_j^2 + 4 \nabla_i \nabla_j (C_v)_{ij} \right] \quad (5-16)$$

O termo constante correspondente ao produto cruzado $\nabla_i^2 \nabla_j^2$ resulta num efeito puramente estático, podendo ser omitido na determinação da resposta à parte flutuante.

Expressa-se portanto a função de correlação cruzada das forças flutuantes na forma seguinte:

$$(C_P)_{ij} = \rho^2 A_i A_j C_{D_i} C_{D_j} \nabla_i \nabla_j (C_v)_{ij} \quad (5-17)$$

A função $(C_V)_{ij}$ representa a correlação cruzada da componente longitudinal da parte flutuante da velocidade do vento em i e j.

Calculando a transformada complexa de Fourier de ambos os membros da equação (5-17), tem-se a seguinte relação entre as funções de densidade espectral cruzada das forças $(S_P)_{ij}$ e da velocidade flutuante do vento $(S_V)_{ij}$:

$$(S_P)_{ij} = \rho^2 A_i A_j C_{D_i} C_{D_j} \nabla_i \nabla_j (S_V)_{ij} \quad (5-18)$$

De maneira análoga obtém-se ao calcular as transformadas complexas de Fourier para ambos os membros da equação (5-9):

$$S_{Fr} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{x_{ir} x_{jr}}{M_r^2} (S_P)_{ij} \quad (5-19)$$

As funções de densidade espectral de potência da coordenada modal n_r e da força generalizada F_r estão vinculadas pela relação seguinte, semelhante à expressão (2-23), resposta do sistema de um só grau de liberdade submetido a carregamento harmônico:

$$S_{n_r} = |H(f)|^2 S_{F_r} \quad (5-20)$$

na qual $H(f)$ é a função da resposta complexa associada à equação (5-4).

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{(2\pi f_r)^4} \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{f}{f_r}\right)^2\right]^2 + 4\zeta_r^2 \left(\frac{f}{f_r}\right)^2} \quad (5-21)$$

onde $f = \omega/2\pi$ é a frequência em Hz.

Em consequência, o valor quadrado médio da coordenada modal é:



$$E [n_r^2] = \int_0^{\infty} |H(f)|^2 S_{F_r} df \quad (5-22)$$

na qual E indica valor esperado. Calculado o desvio padrão de n_r , dado por

$$\sigma_{n_r} = \sqrt{E [n_r^2]}$$

O valor máximo provável de n_r é calculado pela expressão:

$$(n_r)_{\max} = g \sigma_{n_r} \quad (5-23)$$

sendo g um fator de pico, cujo valor, compreendido entre 3 e 4,75, depende da frequência f_r e da probabilidade adotada para que a resposta seja excedida num tempo Δt dado.

Tendo-se em conta a mudança de coordenadas da equação (5-2), é possível calcular a resposta máxima em termos de deslocamentos, nas coordenadas originais, para cada modo de vibração, por meio da equação:

$$(\vec{x}_{\max})_r = g \sigma_{n_{r \sim r}} \vec{x}_{r \sim r} \quad (5-24)$$

onde $(x_{\max})_r$ representa a contribuição do r-ésimo modo de vibração ao vetor de deslocamentos máximos (parte flutuante).

Na maioria dos casos, a contribuição dos modos superiores é desprezível, sendo portanto suficiente considerar só o primeiro modo.

$$\vec{x}_{\max} = g \sigma_{n_{1 \sim 1}} \vec{x}_{1 \sim 1} \quad (5-25)$$

Davenport [8] estudou a influência da turbulência das camadas

inferiores da atmosfera, e propôs a equação seguinte para a função da densidade espectral de potência da velocidade longitudinal:

$$(S_v)_f = 4 K \nabla_o L \frac{n}{(1+n^2)^{4/3}} \quad (5-26)$$

na qual K é um coeficiente adimensional que depende da rugosidade superficial, ∇_o é a velocidade média na altura de referência $z_o = 10$ m e L um comprimento de escala, tomado igual a 1.200 m. A frequência reduzida n é definida como:

$$n = \frac{fL}{\nabla_o} \quad (5-27)$$

Harris [12] sugeriu modificar a equação original de Davenport, passando-a a:

$$(S_v)_f = 4 K \nabla_o L \frac{n}{(2+n^2)^{5/6}} \quad (5-28)$$

Esta última expressão foi adotada pela NBR-6123.

Na tabela seguinte encontram-se os valores do coeficiente de rugosidade K para os diferentes tipos de exposição.

Exposição	1	2	3	4
K	0,005	0,0088	0,015	0,040

TABELA (5-1) - REF. [12]

As flutuações da velocidade do vento não apresentam uma correlação perfeita em diferentes pontos do espaço, o que tem efeito redutor na carga atuante sobre a estrutura. No cálculo dinâmico considera-se a relação entre os valores esperados das forças do vento em dois pontos diferentes através da correlação cruzada, ou da densidade espectral cruzada $(S_v)_{ij}$. Sua determinação constitui uma tarefa trabalhosa.

A correlação cruzada $(C_v)_{ij}$ não é uma função par da frequência, e a densidade espectral cruzada, $(S_v)_{ij}$, definida por sua transformada de Fourier é, em geral, complexa. Suas partes real e imaginária denominam-se, respectivamente, densidades espectrais coincidente e de quadratura. Esta última é desconsiderada, o que permite a expressão seguinte para a densidade espectral cruzada:

$$(S_v)_{ij} = S_v(f) R_v(\Delta y, \Delta z, f) \quad (5-29)$$

onde R_v representa um coeficiente de correlação, Δy e Δz são os comprimentos das projeções horizontal e vertical, respectivamente, do vetor que une os pontos i e j, os quais pode-se supor contidos num plano normal à velocidade média do vento, como mostrado na figura (5-2).

Davenport [4] apresenta a fórmula seguinte para o cálculo de R_v :

$$R_v(\Delta y, \Delta z, f) = \exp \left[- \frac{f \sqrt{C_y^2 \Delta y^2 + C_z^2 \Delta z^2}}{\bar{v}_m} \right] \quad (5-30)$$

na qual C_y e C_z são coeficientes de escala lateral e vertical, respectivamente, e

$$\bar{v}_m = \frac{1}{2} (\bar{v}_i + \bar{v}_j) \quad (5-31)$$

Diversos autores estudaram este coeficiente de correlação R_v . A partir de suas observações, adota-se para ele o valor:

$$R_v(\Delta y, \Delta z, f) = \exp \left[- \frac{11 \Delta r f}{\bar{v}_o} \left(\frac{z_m}{z_o} \right)^{-0.9} \right] \quad (5-32)$$

onde:

$\Delta r = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta z^2}$, medido sobre um plano normal à velocidade do vento;

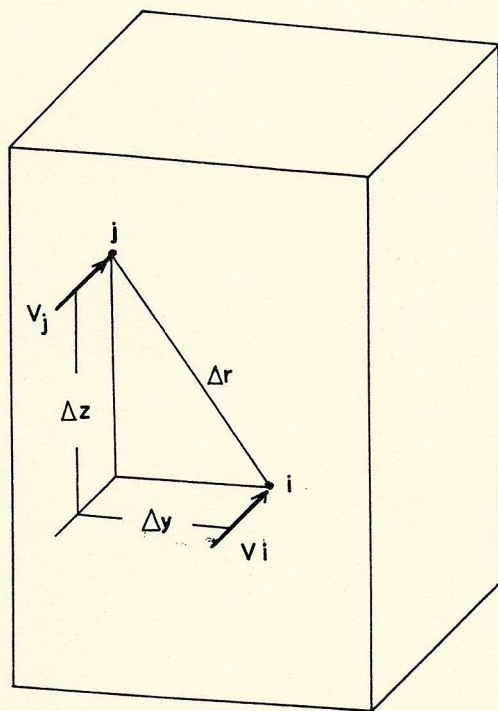


FIGURA (5-2)

$$z_m = (z_i + z_j)/2.$$

Na equação (5-10) foi admitido que a força que atua ao longo da coordenada generalizada i é dada por:

$$X_i(t) = \frac{1}{2} \rho A_i C_{D_i} V_T^2(t) \quad (5-33)$$

A velocidade total do vento foi decomposta em uma velocidade média $\bar{V}_i$ e em uma parte flutuante $V_i(t)$. Substituindo V_T pela soma $\bar{V}_i + V_i(t)$ na equação anterior, e desprezando o quadrado da parte flutuante da velocidade, chega-se a:

$$X_i(t) = \bar{X}_i + \rho A_i C_{D_i} \bar{V}_i V_i(t) \quad (5-34)$$

onde a força média $\bar{X}_i$ vale:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{2} \rho A_i C_{D_i} \bar{V}_i^2 \quad (5-35)$$

A expressão dada em (5-34) é válida apenas para corpos suficientemente pequenos, nos quais poderia-se supor a existência de uma perfeita correlação espacial das velocidades flutuantes. Da equação (5-18), com $i = j$, ter-se-ia então:

$$S_P(f) = \rho^2 A_i^2 C_{D_i}^2 \bar{V}_i^2 S_V(f) \quad (5-36)$$

Na maior parte dos problemas de interesse prático, há que se considerar a imperfeita correlação espacial das velocidades flutuantes. Isto é feito com a introdução de um fator de correção $\chi_i^2(f)$, denominado admitância aerodinâmica.

A expressão (5-36) passa a ser:

$$S_p(f) = \rho^2 A_i^2 C_{D_i}^2 \nabla_i^2 S_v(f) \chi_i^2(f) \quad (5-37)$$

Vickery [23] propôs a expressão:

$$\chi_i^2(f) = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{2\pi f \sqrt{A_i}}{\nabla_i} \right)^{4/3} \right]^2} \quad (5-38)$$

Ao introduzir estes valores na equação (5-18), fica-se com:

$$(S_p)_{ij} = \rho^2 A_i A_j C_{D_i} C_{D_j} \nabla_i \nabla_j (S_v)_{ij} \chi_i \chi_j \quad (5-39)$$

Os ensaios de Vickery [23] foram feitos em discos e placas planas. É necessário ainda o desenvolvimento de estudos para estender as expressões da admitância aerodinâmica a corpos com diversas formas.

A estrutura responde à parte flutuante da velocidade do vento vibrando nos seus modos naturais. As forças estáticas equivalentes X_r que causam na estrutura uma deformação igual à deformação máxima correspondente ao modo r de vibração serão:

$$\vec{X}_{\sim r} = g \sigma_{n_{\sim r}} K \vec{X}_{\sim r} \quad (5-40)$$

Como $\vec{X}_{\sim r}$ satisfaz o problema linear de autovalores, vem:

$$K \vec{X}_{\sim r} = \omega_r^2 M \vec{X}_{\sim r} \quad (5-41)$$

A equação (5-40) pode exprimir-se da forma:

$$\vec{X}_{\sim r} = g \sigma_{n_{\sim r}} \omega_r^2 M \vec{X}_{\sim r} \quad (5-42)$$

Admitindo-se ser a matriz M diagonal, tem-se então:

$$\hat{X}_{ir} = g \sigma_n \omega_r^2 m_i x_{ir} \quad (5-43)$$

Omite-se, para simplificar a notação, o sub-índice r , e generalizando-se o resultado a um modo qualquer de vibração, pode-se escrever então que:

$$\hat{X}_i = (g \sigma_n \omega_n^2) m_i x_i \quad (5-44)$$

Da mesma forma:

$$\hat{X}_i = (g m_o \sigma_n \omega_n^2) \frac{m_i}{m_o} x_i \quad (5-45)$$

onde m_o representa uma massa arbitrária de referência, e a expressão entre parênteses um coeficiente com dimensão força/comprimento, dependente das características da turbulência, do perfil vertical da velocidade, da velocidade média, das dimensões e das propriedades da estrutura.

Combinando-se as equações (5-18) a (5-22) com (5-39) chega-se a:

$$E[n^2] = \int_0^\infty |H(f)|^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{x_i x_j}{M} \rho^2 A_i A_j C_{D_i} C_{D_j} \bar{V}_i \bar{V}_j \chi_i \chi_j (S_v)_{ij} df \quad (5-46)$$

Esta equação (5-46) pode ser rearranjada, levando-se em conta (5-29):

$$E[n^2] = \bar{q}_o^2 A_T^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{x_i x_j}{M^2} \beta_i \beta_j \left[4 \int_0^\infty |H(f)|^2 \left(\frac{S_v}{V_o^2} \right) R_v(\Delta y, \Delta z, f) \chi_i(f) \chi_j(f) df \right] \quad (5-47)$$

ou:

$$E[n^2] = \bar{q}_o^2 A_T^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{x_i x_j}{M^2} \beta_i \beta_j \gamma_{ij}^2 \quad (5-48)$$

na qual:

$$\bar{q}_o = \text{pressão média na altura de referência } z_o: \bar{q}_o = \frac{1}{2} \rho V_o^2 \quad (5-49)$$

$$\beta_i = \frac{A_i C_{D_i} V_i}{A_T V_o} \quad (5-50)$$

A_T = área total exposta

$$\gamma_{ij}^2 = 4 \int_0^{\infty} |H(f)|^2 \left(\frac{S_v}{V_o^2} \right) R_v(\Delta y, \Delta z, f) \chi_i(f) \chi_j(f) df \quad (5-51)$$

Conhecido o valor de $E[n^2]$, é possível obter-se o desvio padrão de n dado por:

$$\sigma_n = \sqrt{E[n^2]}$$

Levando-se tal valor na equação (5-25), obtém-se o vetor de deslocamentos máximos, correspondente ao modo considerado. A equação (5-44) permite, por sua vez, a determinação da carga estática equivalente no elemento i .

5.2 Consideração dos efeitos dinâmicos devidos à turbulência atmosférica na NBR 6123

O cálculo das forças estáticas equivalentes, através do procedimento discutido no item anterior, pressupõe o uso de um computador, para a avaliação das integrais que aparecem na sua formulação.

Para que a determinação destas forças seja feita de maneira expedita, admite-se então que na integral da fórmula (5-47), o produto

$$R_v(\Delta y, \Delta z, f) \chi_i(f) \chi_j(f)$$

não varie com os índices i e j , ou seja, leva-se em conta a posição dos pontos substituindo-se o produto por um valor médio, de modo que:

$$E[n^2] = \bar{q}_o^2 A_T^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{x_i x_j}{M^2} \beta_i \beta_j \gamma^2 \quad (5-52)$$

onde:

$$\gamma^2 = 4 \int_0^\infty |H(f)|^2 \left(\frac{\Sigma_v}{\nabla^2} \right) \left[R_v(\Delta y, \Delta z, f) \chi_i(f) \chi_j(f) \right]_{\text{MEDIO}} df \quad (5-53)$$

O desvio padrão será:

$$\sigma_n = \sqrt{E[n^2]} = \bar{q}_o A_T \frac{\sum_{i=1}^N x_i \beta_i}{M} \gamma \quad (5-54)$$

onde:

$$\underset{\sim}{M} = \underset{\sim}{\langle x \rangle}^T [\underset{\sim}{M}] \underset{\sim}{\langle x \rangle}$$

Sendo $\underset{\sim}{M}$ diagonal, tem-se:

$$\underset{\sim}{M} = \sum_{i=1}^N x_i^2 m_i$$

Dai:

$$\sigma_n = \bar{q}_o A_T \frac{\sum_{i=1}^N x_i \beta_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2 m_i} \gamma \quad (5-55)$$

Levando este valor de σ_n na equação (5-45) e fazendo $\psi_i = m_i / m_o$, vem:

$$\hat{X}_i = \bar{q}_o A_T \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i x_i}{\sum_{i=1}^N \psi_i x_i^2} (g \omega^2 \gamma) \psi_i x_i \quad (5-56)$$

Chamando o produto $g \omega^2 \gamma = \xi$, tem-se que:

$$\hat{X}_i = H \psi_i x_i \quad (5-57)$$

onde:

$$H = \bar{q}_o A_T \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i x_i}{\sum_{i=1}^N \psi_i x_i^2} \xi \quad (5-58)$$

sendo $\hat{X}_i$ a força estática equivalente na coordenada i para o modo considerado.

O coeficiente de amplificação ξ , que aparece na equação (5-58), depende das características do vento incidente, e das propriedades dinâmicas da estrutura.

Sendo g o fator de pico, e ω a frequência natural do modo de vibração considerado, o cálculo de ξ reduz-se à determinação do

fator γ .

$$\xi = g\omega^2\gamma \quad (5-59)$$

Comparando as equações (5-48) e (5-52), tem-se que:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \beta_i \beta_j \gamma_{ij}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \beta_i \beta_j \gamma^2 \quad (5-60)$$

Como γ^2 independe dos índices i e j , tem-se então:

$$\gamma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \beta_i \beta_j \gamma_{ij}^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \beta_i \beta_j} \quad (5-61)$$

A integral da fórmula (5-53) foi calculada por Galindez [10], usando um procedimento de integração numérica baseado em parábolas cúbicas de interpolação. Este autor construiu ábacos para o coeficiente ξ utilizando 50 pontos de integração, sendo em todos os casos o limite de integração igual a $2f_n$.

No item anterior, viu-se que a força total do vento atuando sobre um elemento i é dada por:

$$X_i(t) = \frac{1}{2} \rho A_i C_{D_i} V_{T_i}^2(t) \quad (5-62)$$

e que a velocidade $V_{T_i}(t)$ pode se decomposta em uma velocidade média $\bar{V}_i$ e numa parte flutuante $V_i(t)$.

A resposta total da estrutura é a soma das parcelas correspondentes à parte flutuante da velocidade e à velocidade

média.

A força correspondente à velocidade média, que tem caráter puramente estático, é dada por:

$$\overline{X}_i = \frac{1}{2} \rho A_i C_{D_i} \overline{V}_i^2 \quad (5-63)$$

Sendo a velocidade média $\overline{V}_i$ função da altura, obtida da lei potencial

$$\overline{V}_i = \overline{V}_o \left(\frac{z_i}{z_o} \right)^p \quad (5-64)$$

onde p é um expoente que depende da rugosidade da superfície, z_i é a altura sobre o terreno, e z_o a altura a 10 metros acima do nível do terreno.

Tem-se então que:

$$\overline{X}_i = \frac{1}{2} \rho A_i C_{D_i} \overline{V}_o^2 \left(\frac{z_i}{z_o} \right)^{2p} \quad (5-65)$$

Fazendo-se:

$$\overline{q}_o = \frac{1}{2} \rho \overline{V}_o^2$$

pressão dinâmica média do vento, vem:

$$\overline{X}_i = \overline{q}_o A_i C_{D_i} \left(\frac{z_i}{z_o} \right)^{2p} \quad (5-66)$$

O efeito total do vento sobre o elemento i é obtido pela soma:

$$X_i = \overline{X}_i + \hat{X}_i \quad (5-67)$$

6. PROGRAMA PARA MICROCOMPUTADOR E EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

6.1 - Apresentação do programa

No Capítulo 5 foi apresentado o processo desenvolvido por Galindez [10], para a determinação da resposta na direção do vento, com base em um modelo discreto, e fazendo uso do método do espectro introduzido pelas referências [4 a 8], com o objetivo de calcular cargas estáticas equivalentes, cujos efeitos sobre a estrutura sejam os mesmos que aqueles produzidos pelas rajadas do vento turbulento.

A NBR 6123 - Forças Devidas ao Vento em Edificações, inclui no seu Capítulo 9 este processo, chamando-o de processo discreto.

As fórmulas simplificadas, deduzidas no Capítulo 5 deste trabalho, e integrantes do Capítulo 9 da NBR 6123, foram implementadas no programa VENTO, como se mostrará a seguir. Foi ele escrito na linguagem TURBOPASCAL 5.0, para ser utilizado em microcomputadores IBM-PC ou similar.

Os resultados dele obtidos - cargas estáticas equivalentes, calculadas para cada elemento em que foi discretizada a estrutura, ao longo de sua altura - têm utilização imediata pelo engenheiro de estruturas, como uma das hipóteses de carregamento consideradas na análise estrutural.

Este programa pode ser então considerado como uma contribuição ao refinamento do cálculo dos efeitos do vento sobre as estruturas, na maior parte dos projetos ainda tomado como solicitação estática.

No caso geral de uma edificação com propriedades variáveis com a altura, a mesma deve ser representada por meio de um modelo discreto, de acordo com o esquema da figura (6-1), no qual:

- x_i - deslocamento correspondente à coordenada i ;
- A_i - área de influência correspondente à coordenada i ;
- m_i - massa discreta correspondente à coordenada i ;
- C_{ai} - coeficiente de arrasto correspondente à coordenada i ;
- z_i - altura do elemento i sobre o nível do terreno;
- z_r - altura de referência; $z_r = 10$ m;
- n - número de graus de liberdade ($i = 1, 2, \dots, n$). No caso de estruturas verticais com um plano de simetria, n é também igual ao número de elementos em que for dividida a mesma.

Para cada modo de vibração j com componentes $(x_i)_j = x_{ij}$, a força total X_i devida ao vento na direção da coordenada i é dada por:

$$X_i = \bar{X}_i + \hat{X}_i \quad (6-1)$$

na qual a força média $\bar{X}_i$ é igual a:

$$\bar{X}_i = \bar{q}_0 b^2 C_{ai} A_i \left(\frac{z_i}{z_r} \right)^{2p} \quad (6-2)$$

sendo:

$$\bar{q}_0 = 0,613 \nabla_p^2 \quad (\bar{q}_0 \text{ em N/m}^2; \nabla_p \text{ em m/s})$$

b, p - parâmetro e expoente que dependem da categoria de rugosidade do terreno.

A componente flutuante $\hat{X}_i$ é dada por:

$$\hat{X}_i = F_H \psi_i x_i \quad (6-3)$$

sendo

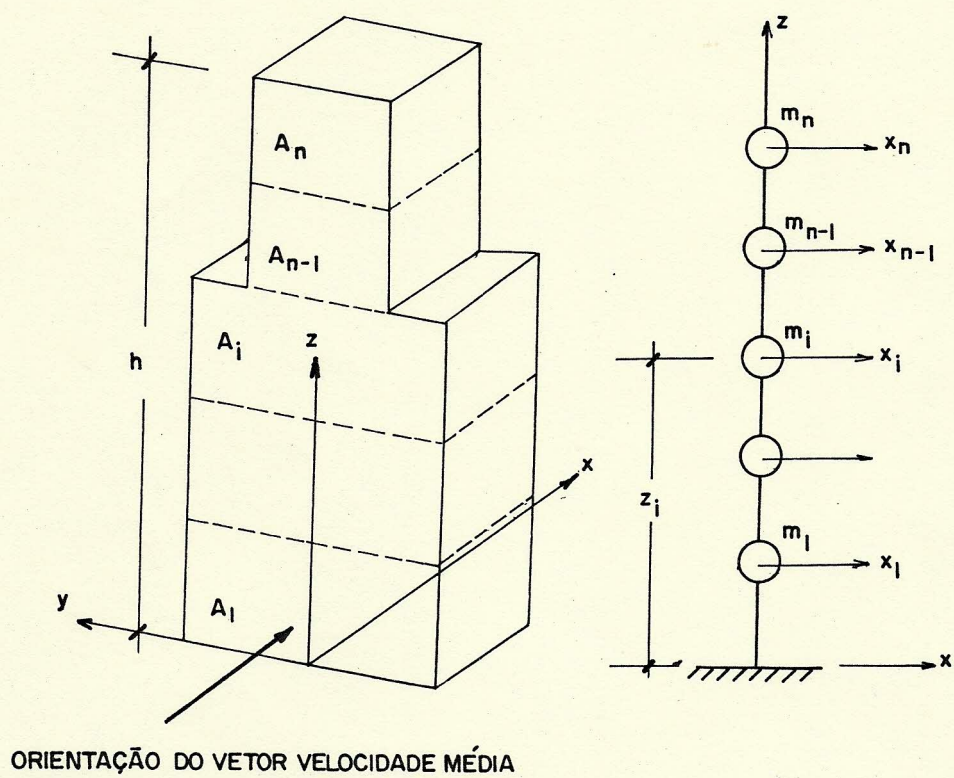


FIGURA (6-1)- ESQUEMA PARA O MODELO DINÂMICO DISCRETO

$$\psi_i = m_i/m_o$$

$$F_H = \bar{q}_o b^2 A_o \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i x_i}{\sum_{i=1}^N \psi_i x_i^2} \xi$$

$$\beta_i = C_{ai} \frac{A_i}{A_o} \left(\frac{z_i}{z_r} \right)^p$$

$$\nabla_p = 0,69 V_o S_1 S_2$$

m_o e A_o : massa e área de referência

ξ : coeficiente de amplificação dinâmica.

Para a utilização do programa, os dados básicos de entrada são:

- rugosidade do terreno (categorias I a V)
- classe da edificação (A, B ou C)
- fator topográfico S_1
- fator estatístico S_2
- altura da edificação
- número de variações da altura
- razão de amortecimento crítico
- frequência própria da estrutura (ou seu inverso, o período)
- área de influência da coordenada i
- massa discreta na ordenada i
- coeficiente de arrasto na coordenada i
- deslocamento correspondente à coordenada i para o modo de vibração considerado.

É importante ressaltar que para a consideração dos efeitos

dinâmicos devidos à turbulência atmosférica, é obrigatório o processamento da análise modal da estrutura para a obtenção da primeira frequência própria, como um dos dados básicos de entrada.

De posse de tais dados, o programa VENTO passa à determinação das forças estáticas equivalentes, calculando as parcelas devidas à velocidade média (FM) e à flutuação da velocidade (FF), somando-as em seguida para chegar ao efeito total (FT).

Para que se tenha uma visão da importância da consideração dos efeitos dinâmicos induzidos pelo vento, é feito, nos mesmos elementos da estrutura discretizada, o cálculo das cargas tomando-o como carregamento estático, sem a consideração da turbulência atmosférica, seguidas as determinações pertinentes da NBR 6123.

Através de um processamento gráfico, na tela do monitor de vídeo aparece um diagrama onde são plotados, nível por nível, os esforços obtidos pela consideração estática ou dinâmica daquele carregamento.

Esta visualização permite ao projetista uma avaliação da importância de se considerar ou não, o efeito dinâmico, devido à turbulência atmosférica.

A NBR 6123, em seu Capítulo 9, apresenta ainda um processo simplificado, chamado modelo contínuo simplificado, quando a edificação obedece a determinadas condições (altura inferior a 150 metros, distribuição ao menos aproximadamente uniforme da massa, seção constante, estrutura apoiada exclusivamente na base). Neste caso, as características dinâmicas da estrutura (frequência própria, primeiro modo de vibração, e razão de amortecimento crítico) são fornecidas, evitando-se a necessidade do processamento dinâmico, referente à análise modal. O programa VENTO permite o cálculo considerada esta simplificação.

O coeficiente de amplificação dinâmica ξ , apresentado em nomogramas na NBR 6123, foi transposto para o programa através da interpolação por polinômios do 4º grau, automatizando assim seu cálculo.. Desta forma, os nomogramas para a obtenção de ξ da NBR 6123 não precisam ser consultados.

Na figura (6-1a) apresenta-se o fluxograma do programa VENTO.

6.2- Exemplos de aplicação

Foram selecionados cinco exemplos de aplicação. Um edifício em concreto ou aço, apresentado no Anexo I da NBR 6123, e processado pelo modelo contínuo simplificado. Uma chaminé de concreto, processada com o modelo discreto, com resultados também apresentados no mesmo Anexo I. Um edifício real, bastante esbelto, a ser construído em Juiz de Fora, MG. Um edifício muito alto, construído em Chicago, U.S.A., e finalmente a torre de televisão de Munique.

6.2.1 - Edifício do Anexo I da NBR 6123

O primeiro exemplo, retirado do Anexo I da NBR 6123, tem os seguintes dados:

- edifício de seção quadrada;
- altura igual a 120 metros;
- lado igual a 24 metros;
- terreno de categoria IV;
- velocidade básica do vento $V_o = 45$ m/s;
- parâmetros $S_1 = S_2 = 1,00$;
- o período T_1 e a razão de amortecimento ξ estão indicados nas tabelas (6-1) e (6-2), para cada caso, respectivamente.

Foram analisadas duas alternativas: estrutura de concreto armado, com as forças laterais resistidas exclusivamente pelos pórticos, e

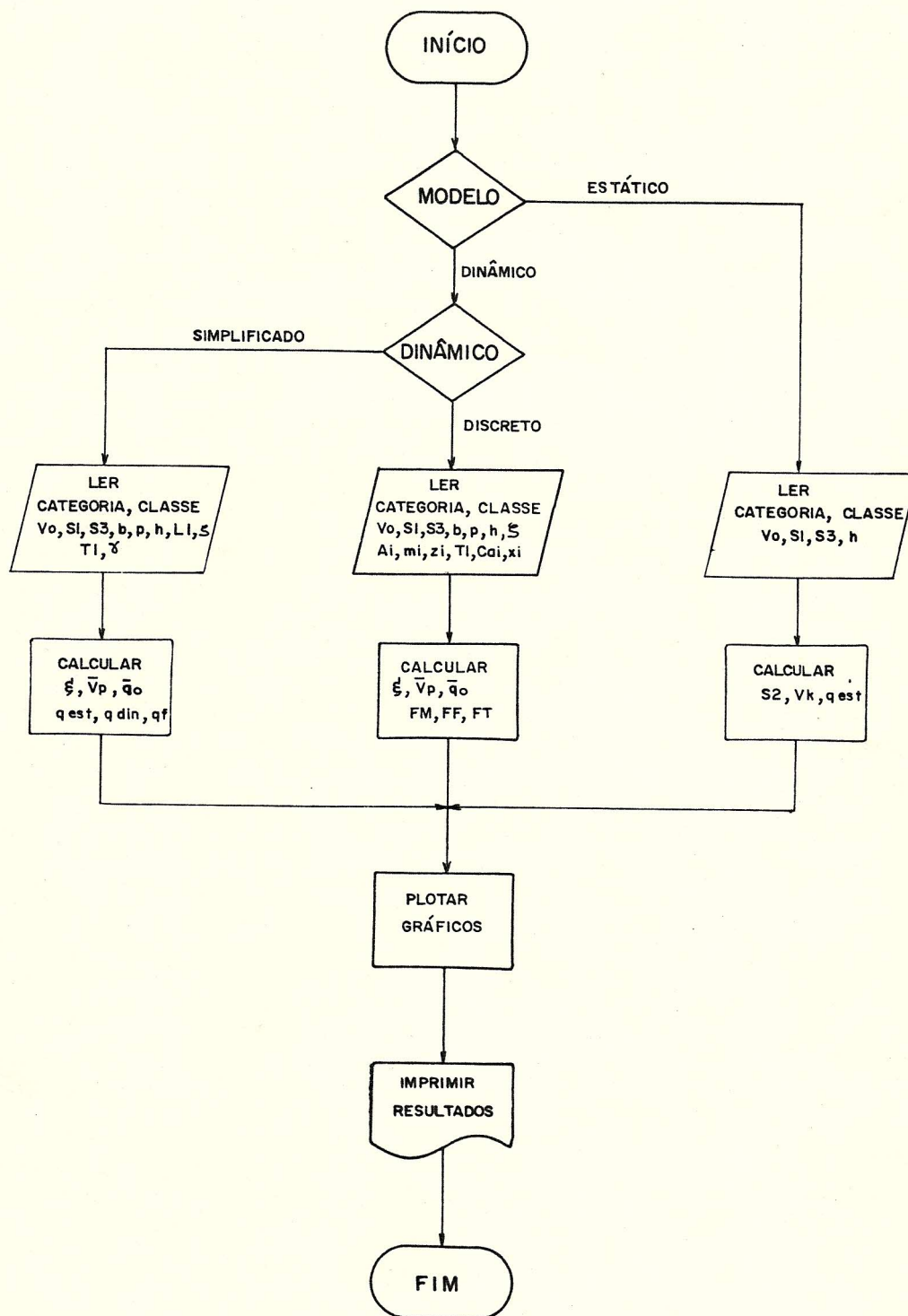


FIGURA (6-1a)- FLUXOGRAMA DO PROGRAMA VENTO

estrutura de aço, com pórticos resistentes com ligações soldadas.

As tabelas (6-1) e (6-2) mostram os resultados do processamento, considerado o modelo discreto simplificado, com excelente concordância com os resultados da NBR 6123.

Exemplo 1 - Edifício em concreto Modelo Discreto Simplificado	
Categoria: IV	
$V_o = 45 \text{ m/s}$	
$S_1 = 1,00$	
$S_2 = 1,00$	
$h = 120 \text{ m}$	
$L_1 = 24 \text{ m}$	
Classe: C	
$T_1 = 1,85 \text{ s}$	
$\zeta = 0,02$	
$\xi = 1,04$	
$\nabla_p = 31,05 \text{ m/s}$	
$\bar{q}_o = 590,995 \text{ n/m}^2$	
$\gamma = 1,2$	

$z \text{ (m)}$	$q_{est.} \text{ (N/m}^2\text{)}$	$q_{din.} \text{ (N/m}^2\text{)}$	$q_{total} \text{ (N/m}^2\text{)}$	$q_{est. eq.} \text{ (N/m}^2\text{)}$
12,0	383,984	48,471	372,455	830,367
24,0	445,654	111,358	557,012	1001,263
36,0	537,031	181,147	718,178	1117,102
48,0	613,015	255,833	868,849	1207,331
60,0	679,282	334,387	1013,668	1282,307
72,0	738,709	416,166	1154,875	1347,011
84,0	792,992	500,729	1293,721	1404,257
96,0	843,228	587,750	1430,979	1455,809
108,0	890,175	676,980	1567,155	1502,850
120,0	934,380	768,219	1702,599	1546,216

TABELA (6-1)

Modelo Dinamico Simplificado

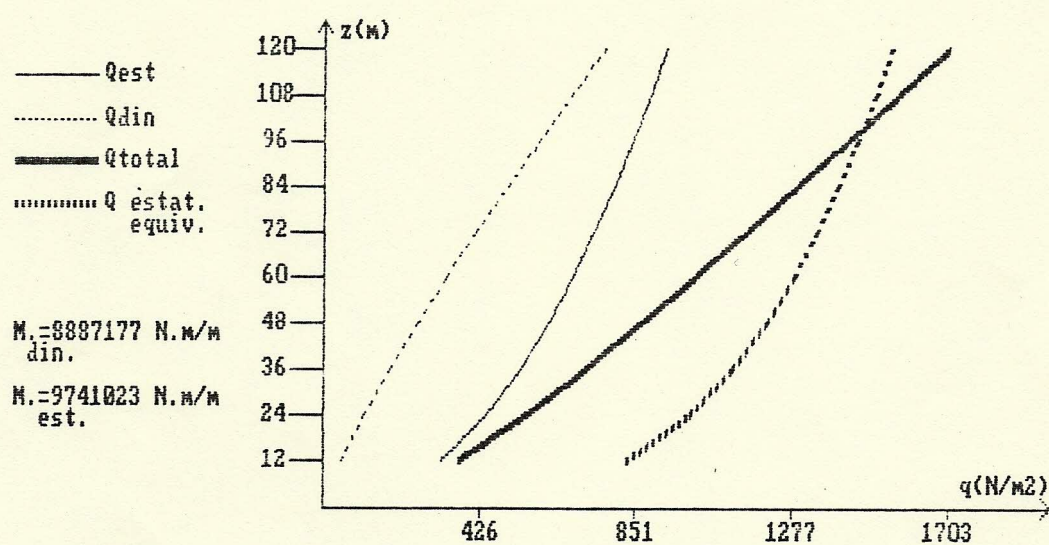


FIGURA (6-2) - GRAFICOS RESULTANTES DO PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 1
- EDIFÍCIO DE CONCRETO

Exemplo 1 - Edifício em aço
Modelo Discreto Simplificado

Categoria: IV
 $V_o = 45 \text{ m/s}$
 $S_1 = 1,00$
 $S_3 = 1,00$
 $h = 120 \text{ m}$
 $L_1 = 24 \text{ m}$
 Classe: C
 $T_1 = 2,78 \text{ s}$
 $\zeta = 0,01$
 $\xi = 1,34$
 $\nabla_p = 31,05 \text{ m/s}$
 $\bar{q}_o = 590,995 \text{ n/m}^2$
 $\gamma = 1,2$

$z \text{ (m)}$	$q_{est.} \text{ (N/m}^2\text{)}$	$q_{din.} \text{ (N/m}^2\text{)}$	$q_{total} \text{ (N/m}^2\text{)}$	$q_{est. eq.} \text{ (N/m}^2\text{)}$
12,0	323,984	62,522	386,506	830,367
24,0	445,654	143,638	589,292	1001,263
36,0	537,031	233,658	770,689	1117,102
48,0	613,015	329,994	943,010	1207,331
60,0	679,282	431,319	1110,601	1282,307
72,0	738,709	536,804	1275,513	1347,011
84,0	792,992	645,881	1438,873	1404,257
96,0	843,228	758,128	1601,356	1455,809
108,0	890,175	873,224	1763,399	1502,850
120,0	934,380	990,911	1925,291	1546,216

TABELA (G-2)

Modelo Dinamico Simplificado

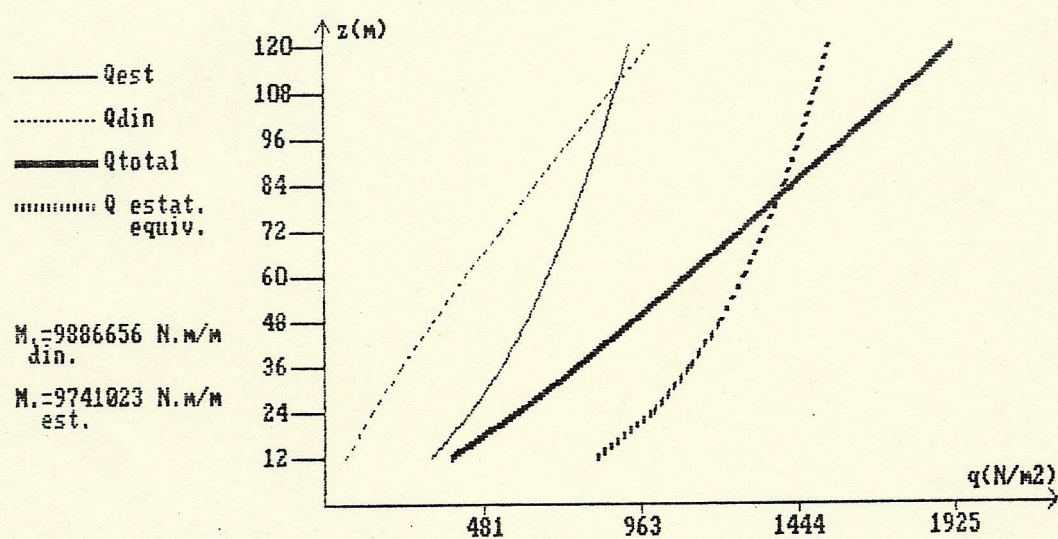


FIGURA (6-3) - GRÁFICOS RESULTANTES DO PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 1
- EDIFÍCIO DE AÇO

6.2.2 - Chaminé do Anexo I da NBR 6123

O segundo exemplo, também retirado do Anexo I da NBR 6123, é uma chaminé de concreto armado com as características indicadas nas tabelas (6-3) e (6-4).

Neste caso foi utilizado o modelo discreto, e os resultados do processamento, mostrados na tabela (6-5), apresentam concordância muito boa com os resultados do Anexo I acima.

Características da chaminé - altura $h = 180$ m				
z (m)	diâmetro externo (m)	espessura da parede (m)	massa (kN/m)	momento de inércia (m ⁴)
180	4,75	0,17	94	6,4
130	5,90	0,17	109	12,6
80	7,42	0,25	174	36,2
35	8,82	0,60	387	131,6
0	9,86	0,60	436	187,9

TABELA (6-3)

Propriedades do modelo adotado				
z_i (m)	x_i	m_i (kN)	A_i (m ²)	C_{ai}
180	1,00	709	36,3	0,6
165	0,83	1462	76,4	0,6
150	0,68	1537	81,6	0,6
135	0,56	1631	86,9	0,6
120	0,46	1744	93,0	0,6
105	0,36	1950	99,9	0,6
90	0,28	2325	107,2	0,6
75	0,20	2925	114,0	0,6
60	0,14	4638	141,4	0,6
40	0,07	7500	173,2	0,6
20	0,03	12540	282,5	0,6

TABELA (6-4)

Exemplo 2 - Chaminé de Concreto

Categoria III
 $V_o = 39,40 \text{ m/s}$
 $S_1 = 1,00$
 $S_3 = 1,00$
 $h = 180 \text{ m}$
 $\zeta = 0,01$
 $T_1 = 3,85 \text{ s}$
 $\xi = 1,36$
 $\bar{V}_p = 27,19 \text{ m/s}$
 $\bar{q}_o = 453,06 \text{ N/m}^2$

z (m)	FM (kN)	FF (kN)	FT (kN)	F _{est.} (kN) equiv.
20,0	73,400	15,299	88,700	147,663
40,0	58,158	21,351	79,509	106,179
60,0	55,165	26,406	81,572	95,157
75,0	48,303	23,791	72,094	80,758
90,0	48,592	26,475	75,067	79,193
105,0	47,941	28,549	76,490	76,464
120,0	46,890	32,625	79,515	73,403
135,0	45,766	37,144	82,910	70,472
150,0	44,683	42,504	87,187	67,797
165,0	43,337	49,349	92,686	64,883
180,0	21,265	28,833	50,098	31,451

TABELA (6-5)

Modelo Dinamico Discreto

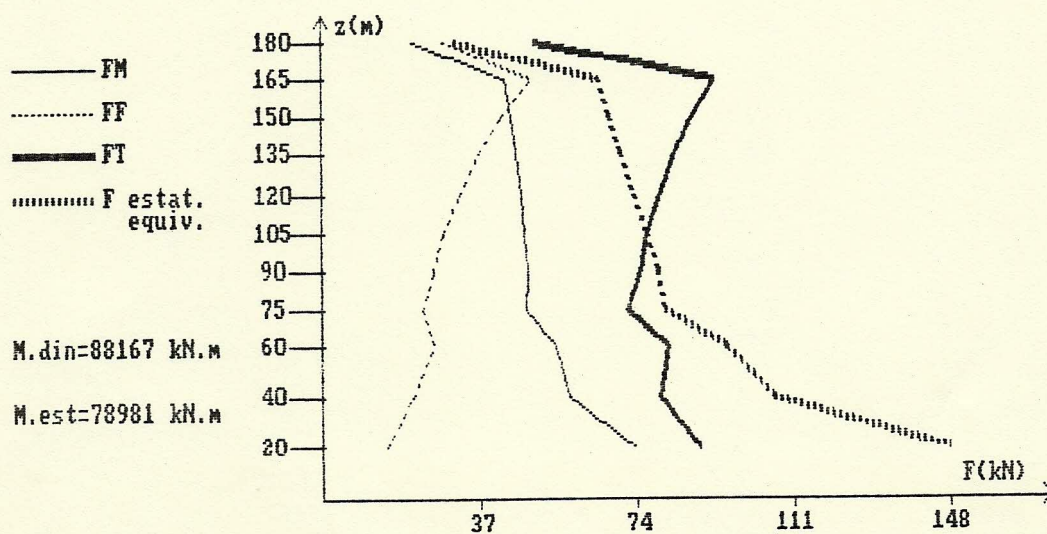


FIGURA (6-4) - GRAFICOS RESULTANTES DO PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 2
- CHAMINE DE CONCRETO

6.2.3 - Prédio em aço em Juiz de Fora, MG

O terceiro exemplo é o de um prédio real, projetado em Juiz de Fora, MG, com 69,00 m de altura. Seus dados de entrada são reais, e foram obtidos do processamento dinâmico da sua estrutura.

- edifício de seção retangular;
- altura igual a 69,00 m;
- terreno de categoria V;
- velocidade básica do vento $V_0 = 33,0$ m/s;
- parâmetros $S_1 = S_2 = 1,00$
- período $T_1 = 2,00$ s;
- razão de amortecimento $\zeta = 0,02$;

As tabelas (6-6) e (6-7) mostram os dados complementares do edifício, e o resultado do processamento pelo modelo dinâmico discreto para este exemplo.

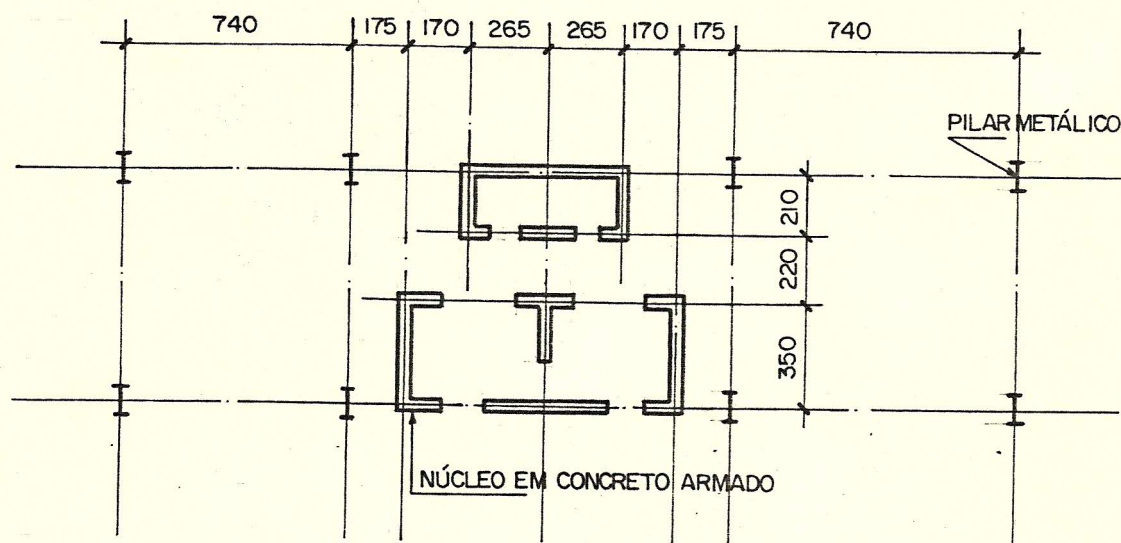


FIGURA (6-5a) - PLANTA ESQUEMÁTICA
EXEMPLO 3

z (m)	A (m ²)	m (kN)	Ca	x (m)
3,0	39,60	1054,90	1,46	0,01
6,0	39,60	1054,90	1,46	0,01
9,0	39,60	1054,90	1,46	0,03
12,0	39,60	1054,90	1,46	0,08
15,0	39,60	1054,90	1,46	0,13
18,0	39,60	1054,90	1,46	0,18
21,0	39,60	1054,90	1,46	0,24
24,0	39,60	1054,90	1,46	0,29
27,0	39,60	1054,90	1,46	0,35
30,0	39,60	1054,90	1,46	0,40
33,0	39,60	1054,90	1,46	0,46
36,0	39,60	1054,90	1,46	0,51
39,0	39,60	1054,90	1,46	0,57
42,0	39,60	1054,90	1,46	0,63
45,0	39,60	1054,90	1,46	0,68
48,0	39,60	1054,90	1,46	0,74
51,0	39,60	1054,90	1,46	0,80
54,0	39,60	1054,90	1,46	0,85
57,0	39,60	1054,90	1,46	0,91
60,0	39,60	1054,90	1,46	0,97
63,0	39,60	1054,90	1,46	1,02
66,0	39,60	1054,90	1,46	1,08
69,0	39,60	1054,90	1,46	1,13

TABELA (6-6)

z (m)	FM (kN)	FF (kN)	FT (kN)	F _{est} , (kN) equiv.
3,0	2,178	0,136	2,314	11,521
6,0	3,347	0,136	3,483	14,684
9,0	4,303	0,408	4,711	16,923
12,0	5,144	1,088	6,232	18,716
15,0	5,907	1,769	7,675	20,236
18,0	6,614	2,449	9,063	21,570
21,0	7,277	3,265	10,452	22,765
24,0	7,905	3,945	11,850	23,855
27,0	8,504	4,762	13,266	24,859
30,0	9,078	5,442	14,520	25,792
33,0	9,631	6,258	15,889	26,667
36,0	10,134	6,938	17,103	27,492
39,0	10,682	7,755	18,436	28,273
42,0	11,184	8,571	19,755	29,016
45,0	11,673	9,251	20,924	29,725
48,0	12,149	10,067	22,217	30,404
51,0	12,614	10,884	23,498	31,056
54,0	13,069	11,564	24,633	31,683
57,0	13,515	12,380	25,895	32,289
60,0	13,952	13,196	27,148	32,874
63,0	14,380	13,877	28,257	33,440
66,0	14,801	14,693	29,494	33,989
69,0	15,215	15,373	30,588	34,552

TABELA (6-7)

Modelo Dinamico Discreto

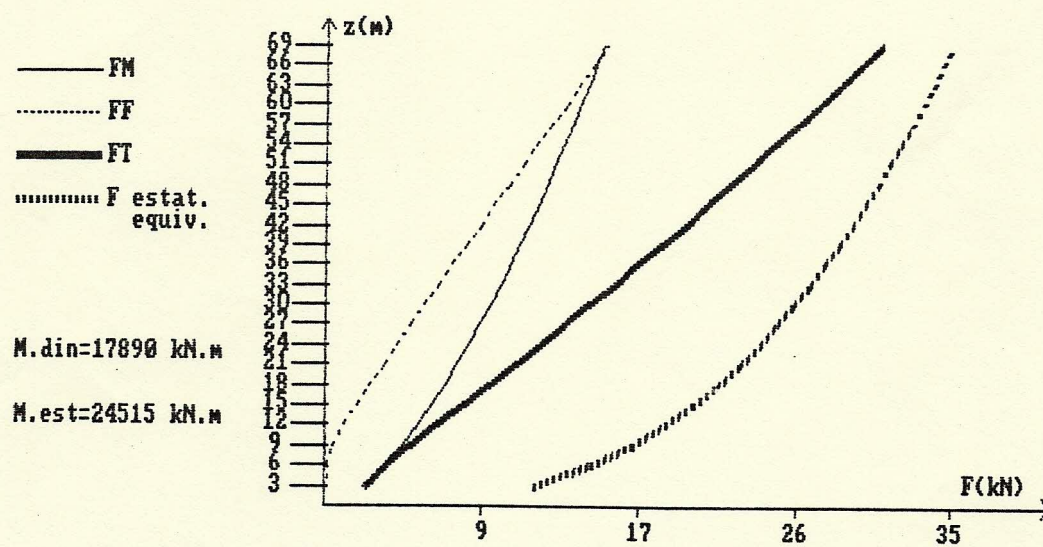


FIGURA (6-5) - GRAFICOS RESULTANTES DO PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 3
- EDIFÍCIO EM JUIZ DE FORA

6.2.4 - Edifício muito alto de Chicago, U.S.A.

O quarto exemplo, um edifício muito alto, (365,00 m), cujos dados foram retirados da referência bibliográfica [18], é processado, e os resultados mostrados na tabela (6-9).

Os dados utilizados foram os seguintes:

- edifício de seção quadrada;
- altura igual a 365 m;
- lado igual a 69 m;
- terreno de categoria I;
- velocidade básica do vento $V_0 = 41,30$ m/s;
- parâmetros $S_1 = S_3 = 1,00$;
- período $T_1 = 6,30$ s;
- razão de amortecimento $\zeta = 0,01$.

A tabela (6-8) mostra os dados complementares necessários ao processamento.

z (m)	A (m ²)	m (kN)	C _a	x ₁
365,00	742	5048,47	1,40	1,00
340,62	1484	10096,95	1,40	0,93
316,29	1484	10096,95	1,40	0,87
291,96	1484	10096,95	1,40	0,80
267,63	1484	10096,95	1,40	0,73
243,30	1484	10096,95	1,40	0,67
218,96	1484	10096,95	1,40	0,60
194,64	1484	10096,95	1,40	0,53
170,31	1484	10096,95	1,40	0,47
145,97	1484	10096,95	1,40	0,40
121,65	1484	10096,95	1,40	0,33
97,32	1484	10096,95	1,40	0,27
72,98	1484	10096,95	1,40	0,20
48,66	1484	10096,95	1,40	0,13
24,33	2226	15145,42	1,40	0,07

TABELA (6-8)

z (m)	FM (kN)	FF (kN)	FT (kN)	F _{est} (kN) equiv.
24,33	2779,00	382,87	3161,87	4177,89
48,66	2113,46	583,42	2696,88	3069,09
72,98	2282,65	729,28	3011,93	3248,28
97,32	2410,96	984,52	3395,48	3381,84
121,65	2515,37	1203,30	3718,67	3489,16
145,97	2604,00	1458,55	4062,55	3579,33
170,31	2681,43	1713,80	4395,23	3657,46
194,64	2750,33	1932,58	4682,91	3726,47
218,96	2812,55	2187,82	5000,37	3788,41
243,30	2869,44	2443,07	5312,51	3844,73
267,63	2884,29	2661,85	5546,14	3859,38
291,96	2884,29	2917,10	5801,39	3859,38
316,29	2884,29	3172,34	6056,63	3859,37
340,62	2884,29	3391,12	6275,41	3859,37
365,00	1442,14	1823,18	3265,32	1929,69

TABELA (6-9)

Modelo Dinamico Discreto

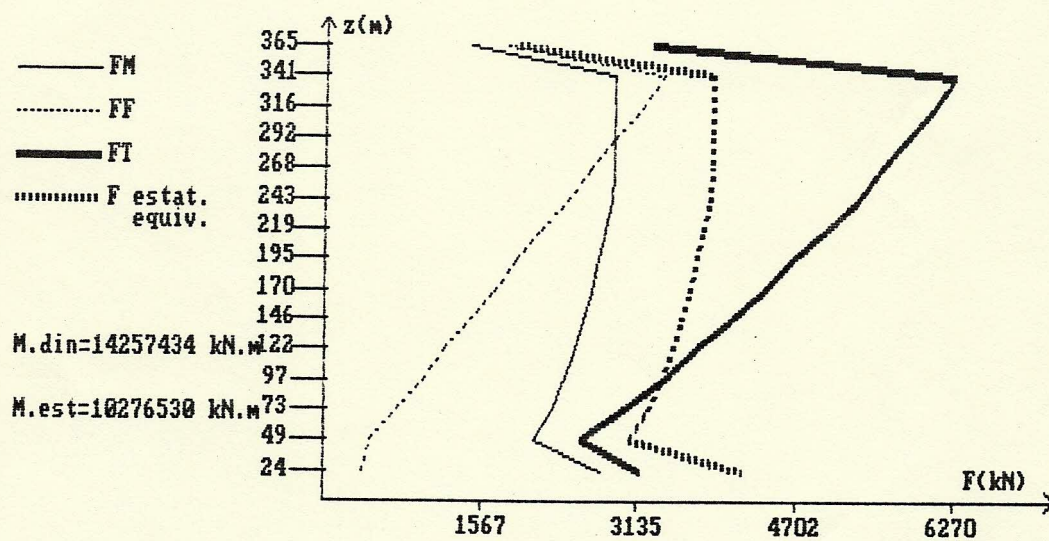


FIGURA (6-6) - GRAFICOS RESULTANTES DO PROCESSAMENTO DO EXEMPLO 4
 - EDIFICIO ALTO EM CHICAGO

6.2.5 - Torre de televisão de Munique

O quinto exemplo, retirado da bibliografia [16], é a torre de televisão de Munique, cujos dados e resultados do processamento são mostrados nas tabelas (6-10) e (6-11), respectivamente.

Além dos dados tabelados, foram consideradas as seguintes condições:

- altura total igual a 290 m;
- velocidade básica $V_0 = 36$ m/s;
- terreno de categoria IV;
- razão de amortecimento crítico $\zeta = 0,008$;
- período $T_1 = 5,477$ s;
- parâmetros $S_1 = S_3 = 1,00$.

z (m)	A (m ²)	m (kN)	C _a	α_1
290,00	17,76	8,56	0,55	1,00
267,82	15,85	9,69	0,55	0,84
248,00	58,80	285,30	0,55	0,73
220,00	76,50	344,80	0,55	0,59
203,00	68,51	281,20	0,55	0,53
192,46	294,04	1400,00	0,70	0,46
182,07	187,18	1400,00	0,70	0,42
171,70	215,40	1747,00	0,70	0,37
158,34	237,72	2212,00	0,70	0,31
145,00	230,77	1273,00	0,70	0,26
119,50	257,42	1431,00	0,70	0,17
94,00	272,51	1596,00	0,70	0,10
69,98	308,55	1869,00	0,70	0,05
45,57	345,60	2176,00	0,70	0,02
21,36	383,12	2516,00	0,70	0,01

TABELA (6-10)

z (m)	FM (kN)	FF (kN)	FT (kN)	F _{est, equiv.} (kN)
21,36	72,499	3,167	75,666	166,531
45,57	92,671	5,478	98,150	184,325
69,98	100,784	11,764	112,548	184,773
94,00	101,953	20,091	122,044	176,724
119,50	107,550	30,624	138,173	178,115
145,00	105,387	41,665	147,052	168,235
158,34	113,046	86,321	199,367	177,470
171,70	106,321	81,370	187,690	164,363
182,07	94,918	74,019	168,937	145,108
192,46	152,961	81,069	234,030	231,391
203,00	28,698	18,761	47,459	42,975
220,00	33,252	25,609	58,861	49,040
248,00	27,006	26,218	53,224	38,932
267,82	7,542	1,025	8,567	10,715
290,00	8,766	1,078	9,843	12,266

TABELA (6-11)

Na referência [16], os autores compararam os valores do momento fletor flutuante a 94 m sobre o nível do terreno, obtidos com um procedimento teórico e através de medições feitas sobre o protótipo. Galindez [10] também calculou, em seu trabalho, o valor deste momento. Para aferir o programa VENTO, a partir dos resultados obtidos para a força flutuante mostrados na tabela (6-11), calculou-se também este momento. Tais resultados estão mostrados na tabela (6-12).

Momento medido no protótipo	3498 tf.m
Momento calculado segundo a referência [16]	3924 tf.m
Momento calculado segundo a referência [10]	3762 tf.m
Momento calculado segundo o presente trabalho	3898 tf.m

TABELA (6-12)

Modelo Dinamico Discreto

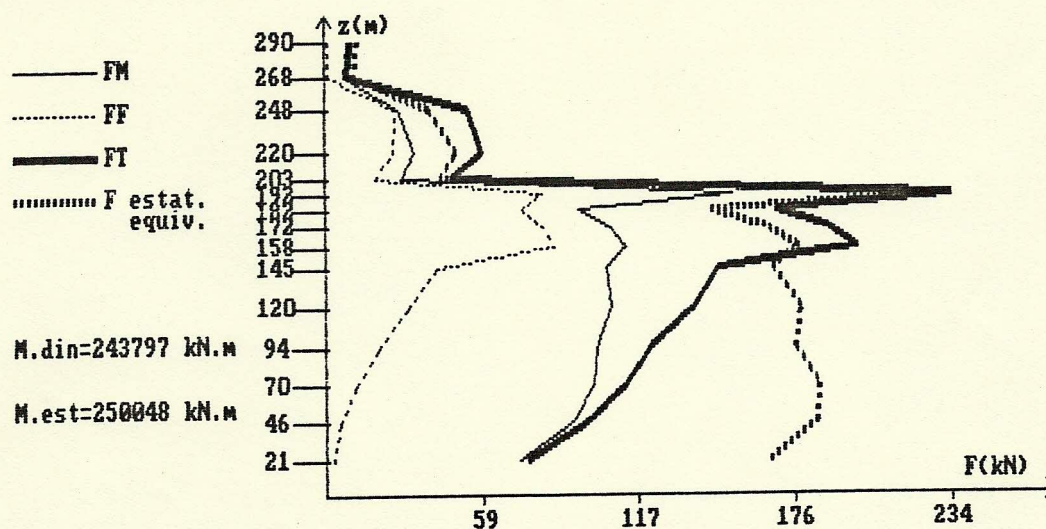


FIGURA (6-7) - GRAFICOS RESULTANTES DO PROCESSAMENTO DA TORRE DE TELEVISAO DE MUNIQUE

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Os objetivos deste estudo foram:

- I) disseminar, em nosso meio acadêmico e profissional, os conhecimentos necessários à dedução e à utilização dos procedimentos de cálculo para a obtenção dos esforços estáticos equivalentes ao efeito dinâmico devido à turbulência atmosférica;
- II) apresentar procedimentos para a determinação das cargas estáticas equivalentes de vento, seguindo a metodologia adotada pela NBR 6123, com base num programa para microcomputador.

Estes procedimentos consistem em cinco etapas:

- a) escolha do modelo a ser utilizado: contínuo simplificado ou discreto;
- b) discretização da estrutura, e obtenção dos parâmetros necessários para a análise (frequência própria, razão de amortecimento crítico, velocidade básica do vento, fatores S_1 e S_2 , áreas, massas, coeficientes de arrasto, deslocamentos correspondentes ao modo de vibração adotado);
- c) cálculo da força média (FM), da componente flutuante (FF) e da força total (FT), soma de FM com FF;
- d) cálculo, para efeito de comparação, da força estática sem consideração de efeitos dinâmicos devidos à turbulência atmosférica;
- e) gráficos de FM, FF, FT, e da força estática, e cálculo dos momentos de tombamento, em relação à base da estrutura, produzidos por estas duas últimas forças.

O trabalho demonstrou que o programa apresentado pode fazer com que, para o projetista de estruturas, a análise exata, do tipo carga dinâmica aleatória, possa ser substituída por uma carga estática equivalente, de fácil determinação e maior assimilação.

Com esta metodologia, é possível fazer-se a determinação das cargas devidas ao vento de uma forma rápida, e com baixo custo de processamento. Além destas possibilidades, o programa propicia uma visualização gráfica do método adotado, comparando-o com aquele sem a consideração dos efeitos dinâmicos da turbulência atmosférica. Nota-se a importância do valor da frequência própria da estrutura; para os prédios usuais, com período inferior a um segundo, o carregamento, considerados os efeitos dinâmicos do vento, é inferior àquele obtido sem a consideração de tais efeitos; para estruturas mais flexíveis, com período superior a um segundo, como torres, chaminés, e edifícios muito altos e esbeltos, o carregamento obtido com a consideração dos efeitos dinâmicos passa a ser preponderante. Pode-se afirmar também que, para os edifícios usuais, com altura inferior a 100 metros, mesmo que bastante esbeltos, o carregamento, considerados os efeitos dinâmicos do vento, é sempre inferior àquele obtido sem a consideração de tais efeitos.

A figura (7-1), retirada da referência bibliográfica [17], ressalta a importância da frequência própria da estrutura nos casos em que esta possa estar submetida a esforços oriundos de sismos ou do vento. Os exemplos analisados e as conclusões obtidas são confirmados na figura (7-1).

Do ponto de vista da engenharia de estruturas, sugere-se, para estudos futuros, a inclusão de outros efeitos aerodinâmicos do vento, como a resposta dinâmica transversal causada pelas flutuações aleatórias da orientação da velocidade instantânea com respeito à velocidade média do vento, responsáveis por vibrações da estrutura na direção perpendicular à direção do fluxo médio, e o desprendimento dos vórtices de Von Kármán, também causando vibrações laterais na estrutura. Além disso, o programa VENTO poderia ser incorporado a um programa mais amplo de análise estrutural, automatizando a obtenção e o processamento do

DENSIDADE ESPECTRAL REDUZIDA, $\frac{15(1)}{G^2}$

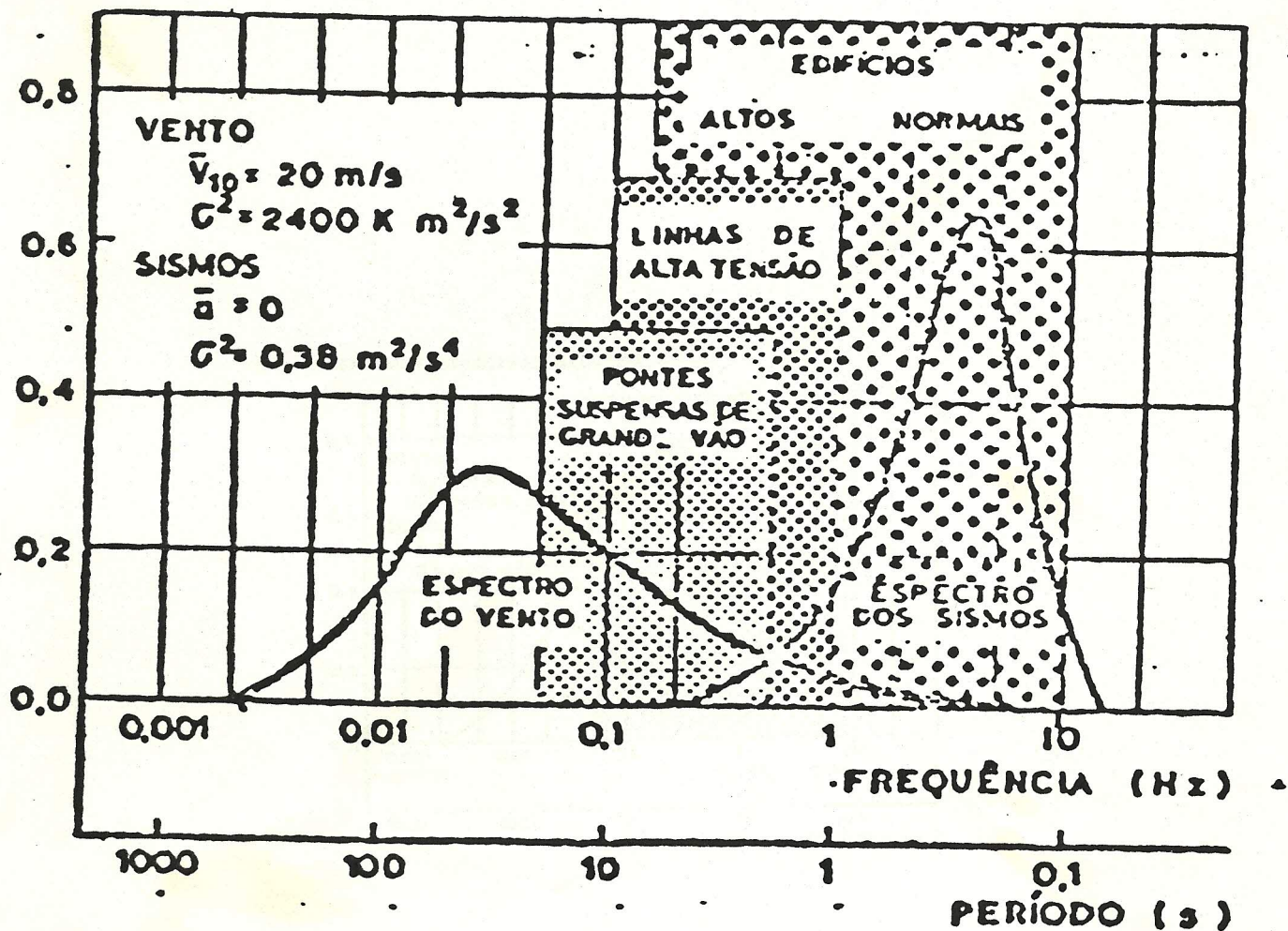


FIGURA (7-1) - COMPARAÇÃO DOS ESPECTROS DE POTÊNCIA DO VENTO E DOS SISMOS COM FREQUÊNCIAS CARACTERÍSTICAS DE VÁRIOS TIPOS DE ESTRUTURAS

carregamento proveniente da consideração dos efeitos dinâmicos do vento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1968. (NBR-6123)
2. BLESSMANN, J. Efeitos do vento em edificações. Porto Alegre, Editora da UFRGS, 1978.
3. CLOUGH, R.W. & PENZIEN, J. Dynamics of Structures. New York, McGraw-Hill Inc., 1975
4. DAVENPORT, A.G. Application of statistical concepts to the wind loading of structures. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London, 19: 449-72, Aug. 1961.
5. _____. The dependence of wind loads on meteorological parameters. In: INTERNATIONAL RESEARCH SEMINAR ON WIND EFFECTS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, Ottawa, Sept. 1967. Proceedings. University of Toronto Press, 1968. v. 1, p. 19-82.
6. _____. Gust loading factors. Journal of the Structural Division, New York, ASCE, 93(3): 11.34, June 1967.
7. _____. The relationship of wind structure to wind loading. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND EFFECTS ON BUILDING AND STRUCTURES, 16., Teddington, Midd., June 1963. Proceedings. London, Her Majesty's Stationery Office, 1965, v.1, p.54-102.
8. _____. The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds. Quartely Journal of the Royal Meteorological Society, London, 81:194-201, 1961.
9. EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEEL WORK. Recomendations for the regulation of wind effects on buildings and structures. Brussels, 1978.
10. GALINDEZ, E. Resposta dinâmica de estruturas na direção da velocidade média do vento. Porto Alegre, UFRGS, 1979. 157 p. Tese (M.Sc.)
11. HARRIS, R.I. The nature of wind. In: SEMINAR ON THE MODERN DESIGN OF WIND-SENSITIVE STRUCTURES, London, June 1968. Proceedings. Construction Industry Research and Information Association, 1971. p. 29-55.

12. _____. On the spectrum and autocorrelation function of gustiness in high winds. E.R.A. Report, no.5273, Oct. 1968.
13. INMAN, D.J. Vibration with control measurement and stability. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall Inc. 1989.
14. MEIROVITCH, L. Elements of vibration analysis. New York, MacGraw-Hill Inc., 1986
15. PADARATZ, I.J. Velocidade básica do vento no Brasil. Porto Alegre, UFRGS, 1977. 89 p. Tese (M.Sc.)
16. PANGGABEAN, H. Schwingungsverhalten von Turmartigen Tragwerken unter aerodynamischer Belastung. München, Technische Universität, 1978. (Beiträge zur Anwendung der Aeroelastik im Bauwesen, 10)
17. RAVARA, A. Dinâmica de estruturas. Lisboa, LNEC, 1969.
18. SIMIU, E. & LOZIER, D.W. The buffeting of tall structures by strong winds. Washington, National Bureau of Standards, 1975.
19. SIMIU, E. & SCANLAN, R.H. Wind effects in structures. New York, John Wiley & Sons, 1986.
20. TARANATH, B.S. Structural analysis and design of tall buildings. New York, MacGraw-Hill Book Company, 1988.
21. TSE, F.S. et alii. Mechanical Vibrations. Boston, Allyn and Bacon Inc., 1978.
22. VELLOZI, J. & COHEN, E. Gust response factors. Journal of the Structural Division, New York, ASCE, 94(6):1295-1313, June, 1968.
23. VICKERY, B.J. On the assessment of wind effects on elastic structures. Civil Engineering Transactions, Sidney, 8(2):183-92, Oct. 1966.
24. _____. On the reliability of gust loading factors. In: CONFERENCE ON WIND LOADS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, Jan. 1969. Proceedings. Washington, National Bureau of Standards, 1970. p.63-104.
25. VIEIRA F., J.M.S. Velocidades máximas do vento no Brasil. Porto Alegre, UFRGS, 1975. 62 p. Tese (M.Sc.)