

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Milene Ribeiro de Souza Dias

**PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES DE TAMANHO
FIXO COM MÚLTIPLAS PLANTAS E MÚLTIPLOS PRODUTOS, COM
TROCA DE LOTES ENTRE PLANTAS E TRANSPORTE PARA
CLIENTES**

Belo Horizonte
2025

Milene Ribeiro de Souza Dias

**PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES DE TAMANHO
FIXO COM MÚLTIPLAS PLANTAS E MÚLTIPLOS PRODUTOS, COM
TROCA DE LOTES ENTRE PLANTAS E TRANSPORTE PARA
CLIENTES**

Versão Final

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Ricardo Saraiva de Camargo

Belo Horizonte
2025

D541p	<p>Dias, Milene Ribeiro de Souza. Problema de dimensionamento de lotes de tamanho fixo com múltiplas plantas e múltiplos produtos, com troca de lotes entre plantas e transporte para cliente [recurso eletrônico] / Milene Ribeiro de Souza Dias. – 2025. 1 recurso online (90 f. : il., color.) : pdf.</p> <p>Orientador: Ricardo Saraiva de Camargo.</p> <p>Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.</p> <p>Inclui bibliografia.</p> <p>1. Engenharia de produção – Teses. 2. Desenho (Engenharia) – Dimensionamento – Teses. 3. Modelagem de informação da construção – Teses. I. Camargo, Ricardo Saraiva de. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 658.5(043)</p>
-------	---



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

FOLHA DE APROVAÇÃO

PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES DE TAMANHO FIXO COM MÚLTIPLAS PLANTAS E MÚLTIPLoS PRODUTOS, COM TROCA DE LOTES ENTRE PLANTAS E TRANSPORTE PARA CLIENTES

MILENE RIBEIRO DE SOUZA DIAS

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, como requisito para obtenção do grau de Mestre em ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, área de concentração PESQUISA OPERACIONAL E INTERVENÇÃO EM SISTEMAS SOCIOTÉCNICOS, linha de pesquisa Otimização e Simulação de Sistemas Logíst. e de Grande Porte.

Prof(a). Ricardo Saraiva de Camargo - Orientador

UFMG

Prof(a). Fatima Machado de Souza Lima

UFMG

Prof(a). Luiza Bernardes Real

UFMG

Prof(a). Gilberto de Miranda Jr.

UFOP

Prof(a). Eli Angela Vitor Toso

UFSCAR

Belo Horizonte, 23 de julho de 2025.



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Saraiva de Camargo**, Professor do **Magistério Superior**, em 23/07/2025, às 12:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gilberto de Miranda Junior, Usuário Externo**, em 23/07/2025, às 12:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luiza Bernardes Real Ferreira, Professora do Magistério Superior**, em 23/07/2025, às 18:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fátima Machado de Souza Lima, Professora do Magistério Superior**, em 24/07/2025, às 09:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Eli Angela Vitor Toso, Usuário Externo**, em 24/07/2025, às 14:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador 4401558 e o código CRC **C71CD54D**.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por sustentar cada passo desta caminhada, iluminando os dias difíceis e fazendo florescer a esperança nas horas de incerteza.

Ao meu orientador, **Dr. Ricardo Saraiva**, minha total gratidão. Suas palavras de encorajamento, seu olhar atento aos detalhes e, sobretudo, a confiança que depositou em mim foram um farol que guiou meu trabalho. Obrigada por ensinar que a pesquisa é também um gesto de generosidade: doar tempo, conhecimento e paciência ao outro. Levo comigo não só o aprendizado acadêmico, mas a certeza de que grandes mestres tocam o coração antes mesmo de formarem o intelecto.

Aos meus filhos, **Enzo e Caio**, agradeço pelo amor silencioso que me sustentou nos dias de distância. Cada história não contada à hora de dormir, cada abraço adiado, foi um lembrete do tamanho do nosso laço. Saibam que cada página desta dissertação carrega um pedacinho de vocês e que este esforço foi, desde o início, um ato de amor para lhes mostrar a força dos nossos sonhos.

Ao meu companheiro de vida, **Vinícius**, obrigada por transformar preocupação em cuidado e cansaço em colo. Sua fé inabalável e o ombro firme oferecido a cada tropeço fizeram desta jornada algo muito além de um desafio acadêmico: fizeram dela a celebração da nossa parceria. Este trabalho também é seu.

Aos pilares parentais e fraternais da minha vida (biológicos e afetivos) devo o alicerce sobre o qual construí esta história. Suas vozes de incentivo ecoam desde o primeiro dia, acreditando quando tudo ainda era semente e oferecendo palavras de coragem que me empurraram para frente. Obrigada por enxergarem potencial nos meus primeiros passos, por aplaudirem cada pequena conquista e por me ensinarem que a persistência é uma herança preciosa, sempre lembrando-me que os sonhos ganham força quando são compartilhados. O amor de vocês foi e continua sendo meu ponto de partida e meu porto seguro.

Agradeço à CAPES pela concessão da bolsa, contribuindo para uma dedicação integral à pesquisa realizada.

Encerro agradecendo a todos os amigos, colegas e professores que cruzaram este percurso, enriquecendo-o com gestos de incentivo e gentileza. Cada palavra de apoio deixou uma grande marca e me transformou como ser humano.

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas graças a Deus, não sou o que eu era antes.”

(Martin Luther King)

RESUMO

O Problema de Dimensionamento de Lotes de Múltiplas Plantas e Múltiplos Itens com Transferência e Transporte aos Clientes (MPFSL-CLSP-Transp.) considera a produção em lotes de tamanho pré-determinado (*batch size*) e a possibilidade de transferência de estoque entre plantas, além do transporte para os clientes. O problema consiste em determinar o número de lotes a serem produzidos de cada item em diferentes períodos e plantas, minimizando a soma dos custos de produção, estocagem, transporte, transferências entre plantas e eventuais atrasos no atendimento ao cliente, sem exceder a capacidade dos recursos disponíveis. Tradicionalmente, uma estratégia sequencial de resolução é empregada, onde as decisões hierárquicas são tomadas sequencialmente, resultando em soluções de baixa eficiência e custos elevados. Este trabalho propõe um modelo integrado que otimiza simultaneamente todas essas decisões, superando as limitações dos modelos sequenciais tradicionais. Para avaliar o impacto da transferência entre plantas, foram desenvolvidos dois modelos: um completo com transferências e outro restrito sem transferências, permitindo quantificar a contribuição dessa funcionalidade na redução dos custos operacionais. Os experimentos computacionais realizados com 24 instâncias representativas demonstraram a superioridade da metodologia integrada proposta, que apresentou melhor desempenho em 100% das instâncias com transferência e 96% sem transferência. O modelo integrado alcançou economia de 7,63% nos custos operacionais totais quando comparado ao modelo sequencial com transferência, e 4,39% sem transferência, além de melhorar significativamente a qualidade de serviço, atingindo taxa de atendimento de 99,71%. A análise comparativa revelou que a capacidade de transferência entre plantas não apenas elimina casos problemáticos, mas também amplifica os benefícios econômicos em 74%, validando a importância da flexibilidade operacional para maximização dos ganhos em contextos industriais complexos.

Palavras-chave: dimensionamento de lotes; múltiplas plantas; lotes de tamanho fixo; otimização integrada; transferência entre plantas; cadeia de suprimentos; programação linear inteira mista.

ABSTRACT

The Multi-Plant, Multi-Item Lot Sizing Problem with Inter-plant Transfers and Customer Transportation (MPFSL-CLSP-Transp.) addresses production in predetermined batch sizes and the possibility of inventory transfers between plants, in addition to transportation to customers. The problem consists of determining the number of lots to be produced for each item across different periods and plants, minimizing the sum of production, inventory holding, transportation, inter-plant transfer costs, and potential customer service delays, without exceeding available resource capacity constraints. Traditionally, a sequential resolution strategy is employed, where hierarchical decisions are made sequentially, resulting in low-efficiency solutions and elevated costs. This research proposes an integrated model that simultaneously optimizes all these decisions, overcoming the limitations of traditional sequential models. To evaluate the impact of inter-plant transfers, two models were developed: a complete model with transfers and a restricted model without transfers, enabling quantification of this functionality's contribution to operational cost reduction. Computational experiments conducted with 24 representative instances demonstrated the superiority of the proposed integrated methodology, which exhibited superior performance in 100% of instances with transfers and 96% without transfers. The integrated model achieved 7.63% savings in total operational costs compared to the sequential model with transfers, and 4.39% without transfers, while significantly improving service quality, reaching a 99.71% service level. Comparative analysis revealed that inter-plant transfer capability not only eliminates problematic cases but also amplifies economic benefits by 74%, validating the importance of operational flexibility for maximizing gains in complex industrial contexts.

Keywords: lot sizing; multi-plant; fixed lot size; integrated optimization; inter-plant transfer; supply chain; mixed-integer linear programming.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Representação esquemática do MPFSL-CLSP-transp	15
1.2	Classe de Atividades do setor de autopeças - Fonte: adaptado de Sindipeças anuário 2024 .	17
3.1	Modelo esquemático de decisão Sequencial	32
4.1	Comparação de desempenho: função objetivo vs. eficiência computacional dos quatro modelos desenvolvidos	56
4.2	Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado SEM transferência - Instâncias de pequeno porte	59
4.3	Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado SEM transferência - Instâncias de médio porte	60
4.4	Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado SEM transferência - Instâncias de grande porte	61
4.5	Síntese comparativa das diferenças médias de custos SEM transferência por categoria de porte	62
4.6	Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado COM transferência - Instâncias de pequeno porte	65
4.7	Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado COM transferência - Instâncias de médio porte	65
4.8	Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado COM transferência - Instâncias de grande porte	66
4.9	Síntese comparativa das diferenças médias de custos COM transferência por categoria de porte	67
4.10	Decomposição dos custos operacionais - Modelo SEM transferência	69
4.11	Economia por componente de custo - Modelo SEM transferência	72
4.12	Economia por componente de custo - Modelo SEM transferência	73
4.13	Decomposição dos custos operacionais - Modelo COM transferência	75
4.14	Economia por componente de custo - Modelo COM transferência	79
4.15	Análise de qualidade de serviço - Modelo COM transferência	80

LISTA DE TABELAS

1	Análise comparativa dos elementos estruturais decisórios do MPFSL-CLSP-Transp na literatura	25
2	Estruturas decisórias utilizadas na literatura	26
1	Notações para o MPFSL-CLSP-Transp	30
2	Novos parâmetros e variáveis de decisão introduzidos no modelo MPFSL-CLSP-Transp.	42
1	Distribuição dos parâmetros utilizados na geração das instâncias.	47
2	Porte computacional das instâncias testadas e respectivas configurações	48
3	Resultados - Modelo sequencial SEM transferência entre plantas.	49
4	Resultados - Modelo sequencial COM transferência entre plantas.	51
5	Resultados - Modelo integrado SEM transferência entre plantas.	53
6	Resultados - Modelo integrado COM transferência entre plantas.	54
7	Comparação dos valores da função objetivo - Sequencial vs Integrado SEM transferência.	57
8	Comparação dos valores da função objetivo - Sequencial vs Integrado COM transferência.	63
9	Decomposição dos custos operacionais - Sequencial vs Integrado SEM transferência	68
10	Custos de produção por porte - Sequencial vs Integrado SEM transferência	69
11	Custos de estoque por porte - Sequencial vs Integrado SEM transferência	70
12	Custos de transporte por porte - Sequencial vs Integrado SEM transferência	71
13	Custos de atraso por porte - Sequencial vs Integrado SEM transferência	71
14	Taxa de atendimento - Sequencial vs Integrado SEM transferência	73
15	Decomposição dos custos operacionais - Sequencial vs Integrado COM transferência	74
16	Custos de produção por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência	75
17	Custos de estoque por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência	76
18	Custos de transporte por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência	77
19	Custos de atraso por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência	77
20	Custos de transferência por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência	78
21	Taxa de atendimento - Sequencial vs Integrado COM transferência	79
1	Relaxação linear - Modelo Integrado SEM transferência.	89
1	Relaxação linear - Modelo Integrado COM transferência.	90

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Atend.	Atendimento
Candid.	Candidatas
CLSP	Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado
FO	Função Objetivo
Inst.	Instância
Integ.	Integrado
Local.	Localização
MPFSL-CLSP-Transp.	Problema de Dimensionamento de Lotes de Múltiplas plantas e Múltiplos Itens com Transferência e Transporte aos Clientes
Qtd.	Quantidade
Seq.	Sequencial
Transf.	Transferência
Unit.	unitário

SUMÁRIO

1	Introdução	14
2	Revisão da Literatura	21
2.1	Fundamentação Teórica	21
2.2	Estado da Arte e Posicionamento do Trabalho	23
3	Descrição do Problema e Formulação matemática	28
3.1	Definição Formal do Problema	29
3.2	Notação Geral	30
3.2.1	Características das Variáveis de Decisão	30
3.3	Modelo Sequencial SEM Transferências	31
3.3.1	Etapa Estratégica: Localização e Atribuição	31
3.3.2	Etapa Tática: Planejamento de Produção	33
3.3.3	Etapa Operacional: Distribuição e backlog	35
3.4	Modelo Sequencial COM Transferências	37
3.4.1	Etapa Operacional Modificada: Distribuição com Transferências	37
3.5	Modelo proposto integrado: SEM transferência entre plantas	38
3.6	Modelo proposto integrado: COM transferência entre plantas	42
4	Resultados Computacionais	46
4.1	Configuração das Instâncias Experimentais	47
4.1.1	Resultados Modelo Sequencial SEM Transferência entre Plantas	48
4.1.2	Resultados Modelo Sequencial COM Transferência entre Plantas	50
4.1.2.1	Metodologia de Cálculo de Métricas para Modelos Sequenciais	52
4.1.3	Resultados Modelo Integrado SEM Transferência entre Plantas	53
4.1.4	Resultados Modelo Integrado COM Transferência entre Plantas	54
4.2	Comparação Geral dos Modelos	56
4.2.1	Sequencial vs Integrado SEM transferência	57
4.2.1.1	Análise de Robustez Técnica	57
4.2.1.2	Análise de Impacto Econômico	58
4.2.1.3	Síntese dos Resultados	58
4.2.2	Sequencial vs Integrado COM transferência	62
4.2.2.1	Análise de Robustez Técnica	63
4.2.2.2	Análise de Impacto Econômico	64

4.2.2.3	Impacto da Flexibilidade de Transferência	64
4.2.2.4	Síntese dos Resultados	64
4.3	Análise Comparativa dos Custos Operacionais dos Modelos	67
4.3.1	Modelo SEM Transferência entre Plantas	68
4.3.1.1	Análise Geral dos Custos Operacionais	68
4.3.1.2	Custos de Produção	69
4.3.1.3	Custos de Estoque	70
4.3.1.4	Custos de Transporte	71
4.3.1.5	Custos de Atraso	71
4.3.1.6	Síntese da Economia por Componente de Custo	72
4.3.1.7	Taxa de Atendimento e Qualidade de Serviço	72
4.3.2	Modelo COM Transferência entre Plantas	74
4.3.2.1	Análise Geral dos Custos Operacionais	74
4.3.2.2	Custos de Produção	75
4.3.2.3	Custos de Estoque	76
4.3.2.4	Custos de Transporte	77
4.3.2.5	Custos de Atraso	77
4.3.2.6	Custos de Transferência	78
4.3.2.7	Síntese da Economia por Componente de Custo	78
4.3.2.8	Taxa de Atendimento e Qualidade de Serviço	79
4.4	Síntese dos Resultados	80
5	Conclusão	82
	Referências	85
	Apêndice A Modelo Integrado SEM Transferência	89
	Apêndice B Modelo Integrado COM Transferência	90

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho, investigamos uma extensão do Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado (Capacitated Lot Sizing Problem - CLSP), especificamente um problema de planejamento de produção e distribuição de múltiplos produtos produzidos em várias plantas com limitação de capacidade (Karimi et al., 2003). Esta variante, denominada Problema de Dimensionamento de Lotes de Múltiplas Plantas e Múltiplos Itens com Transferência e Transporte aos Clientes (MPFSL-CLSP-Transp.), integra simultaneamente as decisões de produção, controle de estoque, transporte de produtos entre plantas, alocação de demandas e distribuição. Ao resolvermos o problema, determinamos quando a produção ocorrerá, o quanto deverá ser produzido em cada uma das plantas, o quanto deverá ser enviado de uma planta para outra para auxiliar no atendimento das demandas de cada período, o quanto deverá ser armazenado em cada uma das plantas ao final de cada período de planejamento e o quanto será entregue a cada cliente em cada período.

A motivação para este estudo surge de duas décadas de experiência na indústria de autopeças, onde desafios similares de coordenação entre múltiplas plantas, gestão de estoques diversos e atendimento a demandas variáveis de montadoras são enfrentados cotidianamente. Esta vivência prática evidenciou que a falta de coordenação entre decisões de localização, produção e distribuição resulta em ineficiências operacionais significativas, motivando a investigação de abordagens integradas que considerem simultaneamente estas interdependências. A indústria automotiva, com sua complexidade operacional e exigências rigorosas de eficiência, constitui assim o contexto inspirador e campo de aplicação natural para os modelos desenvolvidos nesta pesquisa.

Esta experiência industrial também revelou restrições operacionais específicas que devem ser consideradas na modelagem. Por questões de padronização na gestão do relacionamento com os clientes e para garantir a rastreabilidade completa dos produtos - exigência crítica observada no setor automotivo - cada cliente só pode ser atendido por uma única planta. Essa rastreabilidade é essencial quando há necessidade de recalls: se um defeito é identificado em determinado componente, é fundamental saber exatamente de qual fábrica saiu cada lote para realizar ações corretivas precisas e eficazes.

No problema considerado, clientes espalhados numa região geográfica demandam por diferentes produtos cujas demandas variam ao longo do tempo. Este tempo é nor-

malmente dividido em períodos de acordo com o horizonte de planejamento considerado. Aqui, cada produto pode ser fabricado em diferentes plantas, porém a produção ocorre em lotes de tamanhos pré-fixados segundo as características fabris de cada produto e planta.

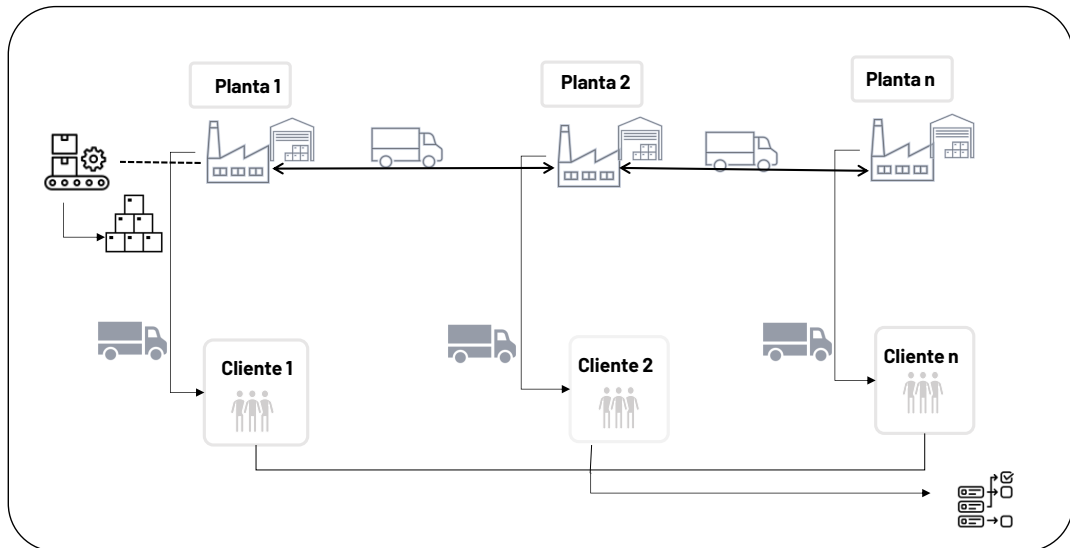


Figura 1.1: Representação esquemática do MPFSL-CLSP-transp

A Figura 1.1 ilustra a estrutura do problema estudado, evidenciando a complexidade das interações entre plantas de produção interconectadas (permitindo transferências de produtos) e suas respectivas conexões diretas com os clientes finais. Esta representação esquemática demonstra como a coordenação simultânea de decisões de localização, produção, transferência e distribuição pode resultar em configurações mais eficientes do que abordagens sequenciais tradicionais.

A complexidade desse sistema aumenta devido às restrições de capacidade, à necessidade de balancear estoques e à minimização de custos logísticos. Apesar de recorrente na indústria, lotes fixos de produção (Karimi et al., 2003; Bunn and Ventura, 2024) e a transferência de produtos entre plantas (Sambasivan and Yahya, 2005; Darvish et al., 2016) não foram ainda abordados de forma conjunta.

Esta característica é comum em ambientes industriais dentro da cadeia automotiva, onde processos de produção específicos, limitações de equipamentos ou exigências de qualidade determinam tamanhos mínimos de lote (Bunn and Ventura, 2024). Desta forma, todas as ordens de produção para um produto devem ser múltiplos do respetivo tamanho pré-fixado de produção.

Múltiplos lotes de um mesmo produto podem ser produzidos num mesmo período em diferentes plantas, cada uma com seu custo específico de produção por lote, refletindo

as diferenças de eficiência, recursos e tecnologias disponíveis em cada unidade fabril. Cada planta possui uma capacidade diferente para cada período. Esta capacidade é compartilhada por todos os produtos, restringindo assim o nível total de produção em um dado período.

Além dos custos normais de produção em cada planta, o problema de dimensionamento de lotes com múltiplas plantas e transferências (MPFSL-CLSP-Transp.) aqui estudado ainda contabiliza os custos de estocagem ao final de cada período do horizonte de planejamento em cada planta, os custos de transporte entre plantas e entre plantas e clientes, e o custo de se atrasar as entregas (*backlog*).

Problemas desta natureza aparecem com frequência na indústria de manufatura (Esmailian et al., 2016), sendo tradicionalmente abordados por meio de uma metodologia sequencial de tomada de decisões (Darvish and Coelho, 2018). Nesta abordagem hierárquica, as decisões são decompostas em três níveis organizacionais distintos, cada um com horizontes temporais e responsabilidades específicas:

Nível Estratégico (longo prazo): Define decisões estruturais fundamentais como localização de instalações, dimensionamento de capacidades e alocação de clientes às plantas. Estas decisões, uma vez tomadas, estabelecem a configuração básica da rede produtiva e são difíceis de reverter no curto prazo.

Nível Tático (médio prazo): Determina o planejamento agregado de produção, políticas de estoque e alocação de recursos entre produtos, considerando as restrições estabelecidas pelo nível estratégico. Foca na otimização da utilização de capacidades e no balanceamento entre custos de produção e estoque.

Nível Operacional (curto prazo): Executa a distribuição detalhada aos clientes, programação específica de produção e gestão de emergências como atrasos e transferências urgentes, operando dentro dos parâmetros definidos pelos níveis superiores.

Embora esta decomposição hierárquica simplifique a complexidade gerencial e computacional, ela pode resultar em soluções subótimas globais, uma vez que as interdependências entre níveis são ignoradas. A importância de integrar estas decisões torna-se evidente quando consideramos que uma decisão aparentemente ótima em um nível pode gerar ineficiências significativas nos demais, comprometendo o desempenho global do sistema.

A importância de resolver eficientemente esses problemas de coordenação torna-se evidente quando analisamos setores estratégicos como a cadeia automotiva no contexto produtivo nacional, que serve como contexto inspirador para este trabalho devido às suas características que exemplificam perfeitamente os desafios do problema estudado: múltiplas plantas produzindo diversos componentes, necessidade de coordenação entre fornecedores, variabilidade de demanda e exigências rigorosas de qualidade e rastreabilidade. A cadeia automotiva, que abrange desde as montadoras até os fornecedores de autopeças, destaca-se pelo volume de produção, geração de empregos e integração com

mercados nacionais e internacionais.

Como exemplifica a figura 1.2, o segmento de autopeças apresenta uma diversidade significativa de componentes e sistemas - desde sistemas motores (17%) até componentes elétricos e eletrônicos (10%) e sistemas de transmissão (10%) - cada qual com suas especificidades produtivas, capacidades fabris distintas e demandas variáveis ao longo do tempo. Esta diversidade de produtos, combinada com a necessidade de atender múltiplas montadoras simultaneamente, cria um cenário complexo onde empresas de autopeças frequentemente operam múltiplas plantas especializadas em diferentes componentes, necessitando coordenar decisões de produção, estoque e distribuição entre suas unidades para otimizar custos e atender às exigências de prazo e qualidade das montadoras. Essa complexidade operacional evidencia a importância de abordagens integradas de otimização, justificando a relevância do problema de coordenação estudado neste trabalho.

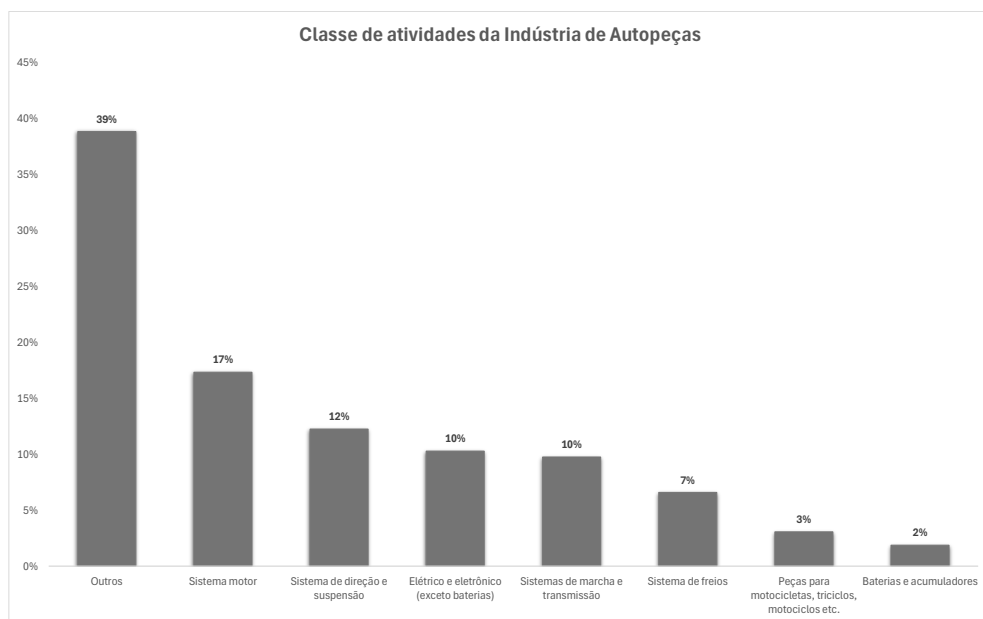


Figura 1.2: Classe de Atividades do setor de autopeças - Fonte: adaptado de Sindipeças anuário 2024

Com base no Anuário da Indústria Automotiva [SINDIPEÇAS \(2024\)](#), projeções indicam investimentos expressivos na cadeia automotiva até 2030, com destaque para a modernização dos processos produtivos, a incorporação de tecnologias avançadas, incluindo inovação e sustentabilidade, e a expansão da capacidade instalada, capazes de impulsionar o setor para um novo patamar competitivo e tecnológico. Essa estratégia, liderada pelas montadoras, repercute diretamente em toda a cadeia de fornecedores, especialmente no segmento de autopeças, que passa a reavaliar suas operações produtivas e logísticas com o objetivo de manter a competitividade e atender às exigências crescentes de desempenho, sustentabilidade e agilidade impostas pelo mercado.

Esse cenário de transformação e investimento na cadeia automotiva exige uma reavaliação estratégica das operações produtivas e logísticas dos fornecedores de autopeças. A modernização da cadeia produtiva, a adoção de novas tecnologias e o aumento da capacidade instalada intensificam a complexidade na tomada de decisão e ampliam a necessidade de abordagens integradas e otimizadas.

Estudos em gestão da cadeia de suprimentos (Harrison et al., 2019) destacam que o investimento em logística influencia diretamente a frequência e a necessidade de replanejamento da estratégia logística. Na indústria automotiva, caracterizada por cadeias de suprimentos complexas e elevados volumes de componentes e produtos, os custos totais de distribuição podem representar uma parcela significativa das vendas. Nesse cenário, variações nos custos de transporte, estocagem e manuseio podem impactar fortemente a eficiência operacional e a competitividade das empresas. Assim, o planejamento logístico deve ser constantemente ajustado para otimizar esses custos, garantindo que a cadeia de suprimentos responda ágil e eficazmente às demandas do mercado. Essa gestão estratégica dos custos logísticos é crucial para o sucesso da indústria automotiva, na qual pequenas melhorias podem representar substanciais reduções nos custos totais e aumento da lucratividade.

No trabalho de Almeida et al. (2018) é apontado que, em ambientes industriais que operam fábricas em diferentes regiões, com capacidades e custos distintos, a decisão de onde produzir tem grande impacto nos custos totais, podendo comprometer a eficiência geral do processo. Uma fábrica pode ter capacidade física suficiente para atender a determinada demanda, mas se os recursos (mão de obra, matéria-prima, equipamentos) não forem alocados adequadamente entre os diferentes produtos, isso pode acarretar desperdícios significativos, como ociosidade de máquinas, acúmulo de estoque ou gargalos desnecessários.

A descentralização produtiva impõe desafios relacionados à sincronização entre unidades fabris, tornando essencial a adoção de medidas para otimizar recursos. Darvish et al. (2016) discutem a importância da integração de decisões para potencializar as operações da cadeia de suprimentos. Decisões acertadas sobre onde e quando produzir, como distribuir e quais fábricas devem permanecer ativas representam um desafio de grande escala e de alta complexidade combinatória. Esta complexidade é amplificada quando as decisões são tomadas de forma hierárquica e sequencial, sem considerar as interdependências entre os diferentes níveis de planejamento (estratégico, tático e operacional).

Decisões acertadas sobre onde e quando produzir, como distribuir e quais fábricas devem permanecer ativas representam um desafio de grande escala e de alta complexidade combinatória.

Portanto, em função da importância da indústria de autopeças para a economia brasileira, este trabalho propõe um modelo de programação matemática inteira mista para o problema acima descrito que permite a tomada simultânea das decisões envolvidas.

A principal contribuição desta pesquisa consiste no desenvolvimento de uma formulação matemática integrada que coordena simultaneamente decisões de localização de plantas, planejamento de produção, controle de estoques, transferência de produtos entre unidades fabris e distribuição aos clientes finais. Diferentemente das abordagens sequenciais tradicionalmente empregadas na prática industrial, onde essas decisões são tomadas hierarquicamente em níveis organizacionais distintos, o modelo proposto considera suas interdependências de forma simultânea, permitindo explorar sinergias que resultam em reduções significativas nos custos operacionais totais. A contribuição é de natureza específica ao problema de dimensionamento de lotes multi-plantas com transferência, não constituindo um framework metodológico genérico, mas sim uma solução otimizada para esta classe particular de problemas de planejamento da produção.

A relevância desta pesquisa transcende aspectos puramente acadêmicos, oferecendo contribuições práticas significativas para a gestão de operações industriais. Em um contexto econômico onde pressões competitivas exigem eficiência operacional máxima, reduções percentuais aparentemente modestas nos custos totais podem representar milhões em economia absoluta para empresas de grande porte. Além disso, a crescente complexidade das cadeias de suprimentos globais, intensificada por incertezas geopolíticas e volatilidade de demanda, amplifica a necessidade de ferramentas de otimização que considerem interdependências sistêmicas, justificando investimentos em metodologias integradas de planejamento.

A fim de avaliar o desempenho da formulação proposta, o modelo foi implementado na linguagem de programação Python, utilizando o solver CPLEX. A fim de avaliar o desempenho da formulação proposta, o modelo foi implementado na linguagem de programação Python, utilizando o solver CPLEX.

Diferentes instâncias foram criadas aleatoriamente para emular diferentes cenários de uma empresa. Os resultados obtidos foram comparados através de duas etapas de análise com uma abordagem tradicional de tomar as decisões de forma sequencial, de cima para baixo, seguindo uma hierarquia organizacional estruturada em três níveis: (i) nível estratégico, onde se define a localização das instalações e a alocação dos clientes às plantas; (ii) nível tático, onde se determina o planejamento de produção seguindo a capacidade de cada planta e os níveis de estoque; e (iii) nível operacional, onde se estabelece a distribuição aos clientes, os eventuais atrasos no atendimento e as possíveis transferências entre plantas (quando permitidas no modelo). Esta abordagem tradicional sequencial utiliza métodos baseados em regras de negócio e heurísticas simples, comumente empregadas em sistemas de planejamento empresarial, onde cada nível toma suas decisões baseando-se apenas nas diretrizes estabelecidas pelo nível superior, sem considerar as implicações nos níveis subsequentes.

A avaliação experimental foi estruturada em duas etapas: primeiramente, comparou-se o modelo integrado proposto com o modelo hierárquico tradicional, ambos sem a pos-

sibilidade de transferência entre plantas; posteriormente, introduziu-se a funcionalidade de transferência em ambos os modelos para uma nova comparação, permitindo avaliar especificamente o impacto das transferências nos custos totais do sistema. As análises realizadas empregaram as seguintes métricas: custo operacional total e nível de atendimento da demanda. Com base nos dados obtidos, buscou-se analisar a efetividade e a escalabilidade do modelo, de modo a subsidiar uma contribuição teórica com o objetivo de demonstrar os benefícios da abordagem integrada, que pode ser recalibrada com dados reais quando disponíveis.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: O Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica, contextualizando o problema e destacando os principais estudos relacionados. O Capítulo 3 descreve o problema, introduz as notações e as definições usadas, e apresenta as formulações desenvolvidas. No Capítulo 4, os resultados obtidos são apresentados. Por fim, o Capítulo 5 traz os comentários finais e possíveis direcionamentos para pesquisas futuras.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

A revisão da literatura apresentada neste capítulo foi conduzida através de busca sistemática em bases de dados científicas relevantes, incluindo Web of Science, Scopus, ScienceDirect e Google Scholar ([Sambasivan and Yahya, 2005](#)). Os termos de busca utilizaram combinações de "lot sizing", "multiple plants", "batch size", "inventory transfer", "integrated production-distribution", "capacitated lot sizing problem" e variações equivalentes em português e inglês ([Drexl and Kimms, 1997](#)). A estratégia de busca foi estruturada em duas etapas: inicialmente, foram identificados trabalhos seminais a partir da década de 1950 para fundamentar a evolução histórica do problema de dimensionamento de lotes; posteriormente, realizou-se busca direcionada por publicações que integrassem múltiplos elementos característicos do problema estudado, priorizando artigos publicados em periódicos de alto impacto na área de Pesquisa Operacional e Gestão da Produção ([Pochet, 2001](#)).

A busca direcionada por trabalhos que abordassem simultaneamente vários dos elementos considerados nesta pesquisa (múltiplas plantas, lotes fixos, transferências, transporte, atraso) revelou uma lacuna significativa na literatura ([Darvish et al., 2021](#)). A escassez de publicações recentes que integrem estes elementos de forma conjunta evidencia uma oportunidade de pesquisa, justificando a relevância da contribuição proposta nesta dissertação ([Stadtler, 2014](#)). A Tabela 1 sintetiza esta análise comparativa, apresentando exclusivamente trabalhos que abordam pelo menos dois dos cinco elementos considerados, utilizando combinações específicas destes termos-chave nas bases mencionadas ([Ballou, 2009](#)).

2.1 Fundamentação Teórica

O dimensionamento de lotes constitui um problema clássico da Pesquisa Operacional que busca determinar quando e quanto produzir de cada item ao longo de um horizonte de planejamento, minimizando os custos totais do sistema ([Pochet, 2001](#)). Este

problema situa-se na interface entre três áreas fundamentais: gestão da produção, controle de estoques e otimização combinatória, representando decisões táticas críticas em sistemas produtivos (Drexel and Kimms, 1997). O trade-off fundamental em problemas de dimensionamento de lotes reside no equilíbrio entre custos de setup (que favorecem lotes maiores) e custos de estocagem (que favorecem lotes menores), constituindo a essência do problema desde suas formulações iniciais (Wagner and Whitin, 1958).

A integração de decisões na gestão da cadeia de suprimentos, conforme apresentada por Stadtler (2014), é entendida como um processo estruturado que articula a coordenação entre diferentes níveis hierárquicos e as diversas camadas ou elos da cadeia produtiva. Em termos hierárquicos, ela abrange desde o planejamento estratégico, passando pelo tático, até o operacional, buscando a coerência e a consistência dos planos entre esses estágios temporais e decisórios distintos (Stadtler, 2014). Em paralelo, a integração ocorre entre as camadas da cadeia, ou seja, entre fornecedores, produção, centros de distribuição e clientes, promovendo o alinhamento das atividades e a sincronização dos fluxos de materiais, informações e recursos (Ballou, 2009).

Essa visão multidimensional de integração, tanto vertical (interníveis) quanto horizontal (entrecamadas), é fundamental para superar limitações de abordagens fragmentadas, reduzindo erros, estoques excessivos e descontinuidades no atendimento ao cliente (Stadtler, 2014). Ela exige processos, metodologias e tecnologias que permitam a visão integrada dos horizontes temporais, com decisões coerentes e factíveis, além do compartilhamento de dados consistentes e atualizados ao longo da cadeia de valor (Jayaraman and Pirkul, 2001). Assim, o modelo integrado de planejamento habilita a busca por soluções ótimas globais, evitando subotimizações locais e promovendo uma melhoria significativa da performance da cadeia como um todo (Stadtler, 2014).

Os problemas de dimensionamento de lotes podem ser classificados segundo múltiplas dimensões estruturais decisórias (Drexel and Kimms, 1997): estrutura temporal (estática versus dinâmica), restrições de capacidade (capacitado versus não-capacitado), número de produtos (mono-item versus multi-item), estrutura da rede (planta única versus múltiplas plantas), flexibilidade operacional (com ou sem transferências entre unidades), características dos lotes (tamanho variável versus tamanho fixo) e nível de serviço (com ou sem possibilidade de atrasos). O problema abordado nesta dissertação situa-se na categoria mais complexa desta taxonomia: dinâmico, capacitado, multi-item, múltiplas plantas com transferências, lotes de tamanho fixo e possibilidade de atrasos (Sambasivan and Yahya, 2005).

A produção em lotes de tamanho fixo (*batch size*) representa uma característica operacional comum em indústrias de processo, onde equipamentos ou procedimentos determinam quantidades mínimas de produção, adicionando complexidade combinatória significativa ao problema clássico (Bunn and Ventura, 2024). Esta restrição torna as variáveis de decisão discretas e limita as decisões de produção a múltiplos de tamanhos

pré-determinados, criando uma estrutura decisória fundamentalmente diferente dos problemas tradicionais de lote variável (Sahling and Hahn, 2019). As transferências entre plantas permitem maior flexibilidade operacional na estrutura decisória, possibilitando o aproveitamento de capacidades ociosas e o balanceamento de cargas de trabalho através de decisões coordenadas de alocação de produção (Darvish et al., 2016).

A incorporação de custos de transporte e decisões de distribuição adiciona uma dimensão logística ao problema tradicional de dimensionamento de lotes, criando uma estrutura decisória integrada que permite otimizar simultaneamente decisões de produção, estocagem e distribuição (Park, 2005). Esta integração resulta em soluções mais eficientes para a cadeia de suprimentos como um todo, mas aumenta substancialmente a complexidade do espaço de soluções devido à interdependência entre as diferentes categorias de decisões (Ekşioğlu et al., 2007). A possibilidade de atrasos no atendimento introduz uma dimensão adicional de flexibilidade na estrutura decisória, permitindo trade-offs entre custos de estocagem, custos de transporte e penalidades por não cumprimento de prazos (Liang et al., 2015).

2.2 Estado da Arte e Posicionamento do Trabalho

A pesquisa em dimensionamento de lotes apresenta uma evolução histórica que pode ser dividida em cinco fases principais, cada uma caracterizada por avanços específicos na estrutura decisória dos problemas abordados (Drexler and Kimms, 1997). A primeira fase (1950-1970) estabeleceu as fundações teóricas com a formulação original do problema por Wagner and Whitin (1958) utilizando programação dinâmica para demanda determinística e variável ao longo do tempo. Manne (1958) introduziu restrições de capacidade produtiva, criando o Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP) e expandindo a estrutura decisória para incluir limitações de recursos, enquanto Gomory (1965) trataram o problema através de programação inteira, inaugurando o uso de ferramentas matemáticas mais sofisticadas para contextos industriais reais.

A segunda fase (1970-1990) focou no desenvolvimento de métodos para tratar a crescente complexidade computacional da estrutura decisória expandida (Bitran and Yanasse, 1982). Bitran and Yanasse (1982) demonstraram que o CLSP pertence à classe de problemas NP-difíceis, mesmo em variantes com apenas um item, motivando o desenvolvimento de métodos alternativos. Barany et al. (1984) contribuíram com formulações fortes baseadas em análise poliedral, oferecendo nova percepção sobre a estrutura matemática do problema através da identificação de desigualdades válidas. Thizy and Van Wassenhove (1985) desenvolveram técnicas de relaxação Lagrangeana para contornar a complexidade

computacional, permitindo a decomposição do problema em subproblemas mais simples através da relaxação de restrições de acoplamento na estrutura decisória.

A terceira fase (1990-2005) marcou a transição para estruturas decisórias multiplantas, refletindo a tendência das empresas em estabelecer redes de produção distribuídas (Jayaraman and Pirkul, 2001). Jayaraman and Pirkul (2001) e Jolayemi and Olorunniwo (2004) trataram ambientes com múltiplas plantas e depósitos, incorporando decisões de localização e alocação sob capacidade extensível através de formulações baseadas em programação inteira mista. Sambasivan and Yahya (2005) representaram uma contribuição pioneira ao combinar múltiplas plantas com transferências inter-plantas e distribuição aos clientes, desenvolvendo uma estrutura decisória integrada através de heurística baseada em relaxação lagrangeana para a indústria siderúrgica. Apesar de sua relevância, esta modelagem apresenta limitações importantes na estrutura decisória: ausência de restrições de lotes de tamanho fixo, não consideração de atrasos no atendimento e falta de modelagem explícita de custos de estocagem por planta (Park, 2005).

A quarta fase (2005-2015) caracterizou-se pelo desenvolvimento de estruturas decisórias integradas produção-distribuição (Park, 2005). Park (2005) avançaram propondo um modelo que otimiza simultaneamente decisões de produção em múltiplas plantas e distribuição para múltiplos varejistas, criando uma estrutura decisória integrada com o objetivo de maximização do lucro líquido total. Ekşioğlu et al. (2006) e Ekşioğlu et al. (2007) contribuíram significativamente para o desenvolvimento de formulações de fluxo em rede para problemas integrados, criando estruturas decisórias baseadas em decomposição lagrangeana para gerar soluções eficientes. Liang et al. (2015) introduziram uma perspectiva diferente ao combinar decisões de localização de facilidades com dimensionamento de lotes capacitado, desenvolvendo uma estrutura decisória híbrida que combina geração de colunas com decomposição do tipo relaxar e fixar.

A quinta fase (2015-presente) tem se caracterizado pelo desenvolvimento de estruturas decisórias avançadas e especializadas para contextos industriais específicos (Darvish et al., 2016). Darvish et al. (2016) propuseram um modelo integrado para o planejamento dinâmico de produção, estoque e distribuição em múltiplas plantas, desenvolvendo uma estrutura decisória que incorpora janelas de entrega e transferências internas através de decomposição por preços e geração de colunas. Sahling and Hahn (2019) investigaram o problema de dimensionamento de lotes capacitado e multi-nível com tamanhos fixos de lote, incorporando uma estrutura decisória específica para a indústria biofarmacêutica que considera descontos por lote e limitações de shelf life.

Melega et al. (2020) avançaram ao propor um modelo integrado para dimensionamento de lotes em contexto de duas etapas produtivas, desenvolvendo uma estrutura decisória que incorpora múltiplos produtos, lotes fixos e restrições de capacidade através de métodos exatos como geração de coluna e técnicas de decomposição. Wan and Zhan (2021) propuseram um modelo MIP para o problema integrado de dimensionamento de

lotes e agendamento multi-produto, criando uma estrutura decisória para ambiente de produção flexível com demanda dinâmica através de heurísticas baseadas na abordagem "relax-and-fix" e planejamento por horizonte móvel.

Jalal et al. (2023) abordaram aspectos de robustez em sistemas com transferências entre plantas, desenvolvendo estruturas decisórias que consideram incertezas na demanda e custos de transporte através de programação robusta para tratar a variabilidade de parâmetros. Carvalho et al. (2024) exploraram a dimensão da flexibilidade de processo em redes de produção distribuída, analisando estruturas decisórias que equilibram custos de transporte e investimentos em flexibilidade através de uma matriz de flexibilidade binária. Bunn and Ventura (2024) desenvolveram o estado da arte em problemas com lotes de tamanho fixo, propondo reformulações matemáticas fortes e criando estruturas decisórias baseadas em variáveis de fluxo estendido, embora limitadas ao contexto de planta única.

A análise comparativa apresentada na Tabela 1 evidencia uma evolução gradual na integração de elementos na estrutura decisória de problemas de dimensionamento de lotes, revelando simultaneamente as lacunas que motivam esta pesquisa (Darvish et al., 2021). Esta análise foi conduzida através de revisão sistemática dos trabalhos identificados na busca bibliográfica, classificando cada contribuição segundo a presença ou ausência dos cinco elementos-chave na estrutura decisória considerados nesta dissertação.

Tabela 1: Análise comparativa dos elementos estruturais decisórios do MPFSL-CLSP-Transp na literatura

Autores	Múltiplas Plantas	Lotes Fixos	Transferências	Transporte	Atraso
Sambasivan et. al (2005)	✓		✓	✓	
Park (2005)	✓	✓		✓	
Ekşioğlu et al. (2006)	✓			✓	
Ekşioğlu et al. (2007)	✓			✓	
Liang et al. (2015)	✓			✓	✓
Darvish et al. (2016)	✓		✓	✓	
Sahling et al. (2019)		✓			
Melega et al. (2020)	✓	✓			
Wan et al. (2021)		✓			
Jalal et al. (2023)	✓		✓		✓
Bunn & Ventura (2024)		✓			
Carvalho et al. (2024)	✓			✓	✓
Melega et al. (2025)	✓				
Este Trabalho	✓	✓	✓	✓	✓

A análise das estruturas decisórias empregadas na literatura revela uma evolução significativa nas abordagens utilizadas para tratar a crescente complexidade dos problemas de dimensionamento de lotes (Drexler and Kimms, 1997). A Tabela 2 apresenta as principais estruturas decisórias identificadas nos trabalhos revisados, evidenciando a transição desde estruturas decisórias básicas até abordagens mais sofisticadas que lidam com a complexidade combinatória de problemas multi-plantas e multi-elemento.

Tabela 2: Estruturas decisórias utilizadas na literatura

Autores	Estrutura Decisória	Características das Decisões
Wagner & Whitin (1958)	Sequencial Temporal	Decisões de produção período a período
Sambasivan et. al (2005)	Hierárquica Multi-planta	Produção, transferência e alocação clientes
Park (2005)	Integrada Produção-Distribuição	Simultânea produção múltiplas plantas e distribuição
Eksioglu et al. (2007)	Fluxo Multi-planta	Decisões de fluxo entre plantas e distribuição
Liang et al. (2015)	Integrada Localização-Produção	Localização facilidades e dimensionamento
Darvish et al. (2016)	Integrada Produção-Roteamento	Produção, estoque, distribuição e roteamento
Sahling et al. (2019)	Hierárquica Multi-nível	Decisões de produção em níveis hierárquicos
Melega et al. (2020)	Integrada Duas Etapas	Decisões coordenadas entre etapas produtivas
Wan et al. (2021)	Integrada Produção-Sequenciamento	Dimensionamento e agendamento simultâneos
Jalal et al. (2023)	Robusta Multi-planta	Decisões sob incerteza com transferências
Bunn & Ventura (2024)	Integrada Lotes Fixos	Decisões de produção com restrições de lote
Carvalho et al. (2024)	Flexível Multi-planta	Decisões de produção com flexibilidade processo
Melega et al. (2025)	Integrada Multi-localização	Produção e alocação múltiplos armazenamentos
Este Trabalho	Integrada Completa Multi-planta	Todas as decisões simultaneamente integradas

Observa-se uma clara tendência evolutiva nas estruturas decisórias: os trabalhos seminais utilizavam estruturas sequenciais simples para problemas básicos de planta única, evoluindo para estruturas hierárquicas multi-nível quando a complexidade aumentou com múltiplas plantas e produtos (Sambasivan and Yahya, 2005). Trabalhos mais recentes incorporam estruturas decisórias integradas que coordenam simultaneamente múltiplas dimensões e níveis, contrastando com as abordagens hierárquicas tradicionais onde decisões de níveis superiores restringem rigidamente as opções dos níveis inferiores (Jalal et al., 2023). Esta evolução reflete o reconhecimento da comunidade científica sobre a necessidade de estruturas decisórias completamente integradas para problemas de natureza complexa, justificando a abordagem adotada nesta pesquisa (Darvish et al., 2021).

A comparação estruturada dos trabalhos relacionados evidencia que, embora diversos elementos tenham sido explorados individualmente ou em combinações parciais nas estruturas decisórias, existe uma lacuna significativa na literatura quanto à consideração simultânea de múltiplas plantas, lotes de tamanho fixo, transferências entre plantas, distribuição aos clientes e penalidades por atraso em uma única estrutura decisória integrada (Darvish et al., 2021). Os trabalhos mais próximos abordam no máximo três destes cinco elementos em suas estruturas decisórias, deixando inexploradas as sinergias que emergem da consideração conjunta de todas estas dimensões em uma estrutura decisória completamente integrada (Melega et al., 2025).

Os resultados computacionais reportados na literatura demonstram consistentemente que estruturas decisórias integradas superam abordagens sequenciais em termos

de redução de custos totais e melhoria do nível de serviço (Park, 2005). Entretanto, a validação empírica destes benefícios tem se limitado a contextos específicos com subconjuntos dos elementos considerados nesta pesquisa, criando uma oportunidade para investigação mais abrangente dos impactos da integração completa (Darvish et al., 2016).

Esta lacuna justifica a relevância científica e prática da estrutura decisória proposta nesta dissertação, que representa o primeiro modelo na literatura a integrar simultaneamente todos os cinco elementos identificados (Carvalho et al., 2024). A contribuição teórica concentra-se no desenvolvimento de uma formulação matemática que captura as interdependências entre decisões de produção multi-planta, restrições de lote fixo, transferências inter-plantas, distribuição aos clientes e gestão de atrasos em um único modelo de otimização (Gödri, 2022). Do ponto de vista metodológico, este trabalho propõe uma estrutura sistemática de validação que permite quantificar os benefícios da integração através da comparação rigorosa com abordagens hierárquicas tradicionais, fornecendo insights sobre quando e quanto a integração completa oferece vantagens competitivas (Melega et al., 2020).

A análise sistemática da literatura revela limitações recorrentes nas estruturas decisórias dos trabalhos anteriores: escopo limitado onde a maioria dos trabalhos aborda apenas aspectos parciais do problema em suas estruturas decisórias, limitando a aplicabilidade prática em contextos industriais complexos (Sahling and Hahn, 2019); validação empírica insuficiente com carência de estudos que comparem rigorosamente os benefícios de estruturas decisórias integradas versus métodos sequenciais tradicionais (Wan and Zhan, 2021); predominância de estruturas decisórias hierárquicas sem validação rigorosa da qualidade das soluções comparadas a estruturas integradas (Liang et al., 2015); e ausência de estruturas decisórias específicas para setores como a indústria automotiva, limitando a aplicabilidade prática das soluções propostas (Park, 2005). Esta análise fundamenta a relevância e originalidade da presente pesquisa, que busca preencher essas lacunas através de uma estrutura decisória integrada, completa e rigorosa para o problema de dimensionamento de lotes com múltiplas plantas (Ekşioğlu et al., 2007).

Capítulo 3

Descrição do Problema e Formulação matemática

Este capítulo introduz quatro formulações matemáticas para o problema de dimensionamento de lotes de tamanho fixo com múltiplas plantas e múltiplos produtos. O problema abordado integra simultaneamente decisões de **localização de facilidades** (determinação de quais plantas ativar dentro de um conjunto de plantas candidatas), **alocação de clientes** (designação de cada cliente a uma planta específica), **dimensionamento de lotes** (número de lotes a serem produzidos em cada período, considerando tamanhos de lote pré-determinados) e **distribuição** (fluxos de produtos para atendimento da demanda).

As abordagens propostas distinguem-se pela estrutura de tomada de decisão (sequencial vs. integrada) e pela capacidade de transferência de produtos entre plantas.

Empresas modernas adotam estruturas organizacionais com decisões em diferentes níveis hierárquicos, refletindo distintos horizontes temporais e responsabilidades gerenciais (Schneeweiss, 2003). No planejamento da produção, isso se traduz na decomposição sequencial do problema: decisões estratégicas de longo prazo são tomadas antes das táticas de médio prazo e das operacionais de curto prazo.

A decomposição sequencial é mais comum na prática devido à complexidade computacional de problemas integrados e ao alinhamento com a estrutura organizacional (Stadtler et al., 2015). Em contrapartida, abordagens integradas otimizam simultaneamente decisões de múltiplos níveis, capturando interdependências não consideradas em métodos sequenciais.

A literatura aponta que diferentes estruturas de decisão impactam significativamente custos e nível de serviço (Meyr et al., 2014). Sistemas integrados promovem maior visibilidade das interdependências, levando a soluções economicamente mais eficientes (Pochet, 2001). Além disso, a melhor coordenação entre plantas e a possibilidade de transferências de produtos tendem a contribuir para o balanceamento de capacidades e maior flexibilidade no atendimento da demanda.

Cada formulação será detalhada com suas definições de conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão e restrições. A análise comparativa dessas abordagens será realizada

no capítulo subsequente através de experimentos computacionais, avaliando suas características, desempenho econômico e capacidade de atendimento ao cliente.

3.1 Definição Formal do Problema

O Problema de Dimensionamento de Lotes de Múltiplas Plantas e Múltiplos Itens com Transferência e Transporte aos Clientes (MPFSL-CLSP-Transp.) pode ser formalmente definido como segue:

Dado:

- Um conjunto de plantas candidatas I com capacidades de produção Γ_{it} por período
- Um conjunto de produtos J com tamanhos de lote fixos q_j
- Um conjunto de clientes K com demandas d_{jkt} por produto, cliente e período
- Um horizonte de planejamento T discretizado em períodos
- Custos de produção s_{ijt} , estocagem h_{ijt} , transporte c_{ik} e atraso ρ_{jkt}
- Número fixo p de plantas a serem ativadas

Determinar:

- Quais plantas ativar (y_i) e como alocar clientes às plantas (z_{ik})
- Quantos lotes produzir (x_{ijt}) de cada produto em cada planta e período, considerando tamanhos de lote pré-determinados q_j
- Níveis de estoque (\mathcal{I}_{ijt}) em cada planta
- Fluxos de distribuição (g_{ijkt}) das plantas aos clientes
- Transferências entre plantas (f_{ijlt}) quando permitidas
- Atrasos no atendimento (b_{jkt}) quando necessários

Objetivo: Minimizar os custos totais de produção, estocagem, transporte, transferências e penalidades por atraso, respeitando as restrições de capacidade, balanço de estoque e atendimento da demanda.

Restrições principais:

- Capacidade limitada de produção em cada planta

- Produção obrigatória em número inteiro de lotes de tamanho pré-determinado
- Cada cliente atendido por exatamente uma planta
- Conservação de fluxo em cada planta
- Atendimento da demanda (com possibilidade de atraso)

3.2 Notação Geral

A Tabela 1 apresenta toda a notação utilizada nas formulações matemáticas deste capítulo. Nem todos os elementos são utilizados em todos os modelos, sendo indicado em cada formulação específica quais parâmetros e variáveis são aplicáveis.

Tabela 1: Notações para o MPFSL-CLSP-Transp

Conjuntos

I : conjunto de plantas $|I|$.
 J : conjunto de produtos, $|J|$.
 K : conjunto de clientes, $|K|$.
 T : conjunto de períodos de tempo, $|T|$.

Parâmetros

q_j : tamanho fixo do lote do produto j , $\forall j \in J$.
 d_{jkt} : demanda do produto j do cliente k no período t , $\forall j \in J, k \in K, t \in T$.
 s_{ijt} : custo unit. de produção do produto j na planta i no período t , $\forall i \in I, j \in J, t \in T$.
 h_{ijt} : custo unit. de estoque do produto j na planta i no período t , $\forall i \in I, j \in J, t \in T$.
 c_{ik} : custo unit. de transporte da planta i para o cliente k , $\forall i \in I, k \in K$.
 ρ_{jkt} : custo unit. de atraso da demanda do produto j do cliente k no período t , $\forall j \in J, k \in K, t \in T$.
 Γ_{it} : capacidade da planta i no período t , $\forall i \in I, t \in T$.
 p : número total de plantas ativas.
 β : fator de peso no cálculo do custo de distribuição ao cliente.

Variáveis de Decisão

x_{ijt} : número de lotes produzidos, $x_{ijt} \in \mathbb{Z}_+$, $\forall i \in I, j \in J, t \in T$.
 \mathcal{I}_{ijt} : Qtd. de estoque do j na planta i ao final do período t , $\mathcal{I}_{ijt} \in \mathbb{Z}_+$, $\forall i \in I, j \in J, t \in T$.
 y_i : 1, se planta i é ativada; 0, caso contrário, $y_i \in \{0, 1\}$, $\forall i \in I$.
 z_{ik} : 1, se planta i atende cliente k ; 0, caso contrário, $z_{ik} \in \{0, 1\}$, $\forall i \in I, k \in K$.
 g_{ijkt} : transporte planta-cliente, $g_{ijkt} \geq 0$, $\forall i \in I, j \in J, k \in K, t \in T$.
 b_{jkt} : demanda não atendida, $b_{jkt} \geq 0$, $\forall j \in J, k \in K, t \in T$.

3.2.1 Características das Variáveis de Decisão

O modelo utiliza uma abordagem mista onde as decisões são representadas em diferentes unidades de medida para refletir a realidade operacional:

- **Decisões de produção** (x_{ijt}): números inteiros de lotes, onde cada lote possui tamanho pré-determinado q_j

- **Fluxos operacionais** ($g_{ijkt}, f_{ijlt}, b_{jkt}$): quantidades contínuas expressas em unidades individuais de produto
- **Níveis de estoque** (\mathcal{I}_{ijt}): quantidades contínuas em unidades individuais
- **Decisões estratégicas** (y_i, z_{ik}): variáveis binárias de ativação e alocação

Esta formulação reflete a realidade industrial onde a produção é decidida em lotes discretos devido às características do processo produtivo, mas os fluxos de distribuição, transferência e manutenção de estoque podem envolver quantidades que, quando convertidas para unidades individuais ($q_j \times x_{ijt}$), permitem flexibilidade operacional através de valores contínuos.

3.3 Modelo Sequencial SEM Transferências

3.3.1 Etapa Estratégica: Localização e Atribuição

A figura 3.1 ilustra um modelo sequencial, característico do setor automotivo, que decompõe o problema em níveis de decisão independentes. Este modelo sequencial aborda o planejamento em três etapas cruciais: **Nível Estratégico**, que resolve problemas de localização de facilidades e atribuição de clientes às plantas; **Nível Tático**, responsável pelo planejamento de produção; e **Nível Operacional**, que trata dos problemas de distribuição. Cada nível é resolvido sequencialmente, sem considerar o impacto das decisões nos níveis subsequentes, caracterizando uma abordagem hierárquica de tomada de decisão.

Nesta primeira formulação, não é permitida a transferência de produtos entre plantas, ou seja, cada planta atende exclusivamente aos clientes que lhe foram atribuídos no nível estratégico, mantendo uma estrutura rígida de atendimento direto planta-cliente.

Considere um conjunto I de plantas candidatas, onde cada planta $i \in I$ possui uma capacidade de produção, um conjunto K de clientes que devem ser atendidos, onde cada cliente $k \in K$ possui uma demanda específica e um horizonte de planejamento dividido em períodos T , onde cada período $t \in T$ representa uma unidade de tempo. Na etapa estratégica, o problema integra simultaneamente decisões de **localização de facilidades** (determinação de quais plantas candidatas devem ser ativadas dentro do conjunto disponível) e decisões de **alocação de clientes** (atribuição de cada cliente a uma planta específica), minimizando os custos de transporte ponderados pela demanda total de cada cliente.

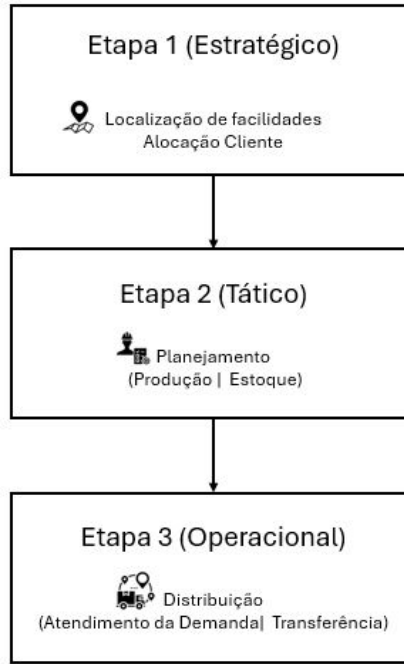


Figura 3.1: Modelo esquemático de decisão Sequencial

Seja d_{kt} a demanda do cliente $k \in K$ no período $t \in T$, que representa a soma das demandas de todos os produtos requeridos pelo cliente nesse período. Seja c_{ik} o custo unitário de transporte da planta $i \in I$ para o cliente $k \in K$, incluindo todos os custos logísticos associados. Seja p o número fixo de facilidades que devem ser instaladas.

Seja y_i uma variável binária que assume valor 1 se a planta $i \in I$ é ativada e 0 caso contrário. Seja z_{ik} uma variável binária que assume valor 1 se o cliente $k \in K$ está atribuído à planta $i \in I$ e 0 caso contrário.

A etapa estratégica do modelo sequencial pode ser formulada como segue:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_{ik} \left(\sum_{t \in T} d_{kt} \right) z_{ik} \quad (3.1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i \in I} z_{ik} = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.2)$$

$$z_{ik} \leq y_i \quad \forall i \in I, k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = P \quad (3.4)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad (3.5)$$

$$z_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, k \in K \quad (3.6)$$

A função objetivo (3.1) minimiza os custos de transporte entre plantas e clientes, ponderados pela demanda total de cada cliente ao longo do horizonte de planejamento ($\sum_{t \in T} d_{kt}$). As restrições (3.2) determinam que cada cliente deve ser atribuído a exatamente uma planta. As restrições (3.3) garantem que clientes só podem ser atribuídos a plantas ativas. As restrições

(3.4) estabelecem que exatamente p facilidades devem ser instaladas. As restrições (3.5)-(3.6) definem os domínios das variáveis de decisão.

Esta formulação da etapa estratégica corresponde a uma variante do problema clássico de p -mediana ponderada pela demanda (Hakimi, 1964; Reese, 2006), onde o objetivo é localizar exatamente p facilidades (plantas) para minimizar os custos de transporte ponderados pelas demandas dos clientes. No problema de p -mediana clássico, cada cliente é atribuído à facilidade mais próxima, mas nesta formulação a atribuição é determinada simultaneamente com a localização através das variáveis de decisão z_{ik} , permitindo maior flexibilidade na designação de clientes às plantas ativas.

A principal diferença em relação ao problema de p -mediana tradicional reside na ponderação dos custos de transporte pela demanda total acumulada de cada cliente ao longo do horizonte de planejamento ($\sum_{t \in T} d_{kt}$), ao invés de considerar apenas a distância ou custo unitário. Esta modificação é particularmente relevante em contextos de planejamento de produção, onde clientes com maior volume de demanda exercem maior influência na decisão de localização das facilidades produtivas.

3.3.2 Etapa Tática: Planejamento de Produção

Após a determinação das plantas ativas e da atribuição de clientes no nível estratégico, o nível tático resolve independentemente o problema de dimensionamento de lotes para cada planta \bar{i} ativada. Este nível considera apenas a demanda agregada dos clientes atribuídos à planta específica, utilizando parâmetros derivados das decisões estratégicas previamente tomadas. O modelo assume que todas as plantas possuem flexibilidade produtiva completa, ou seja, qualquer planta $i \in I$ pode produzir qualquer produto $j \in J$, diferindo apenas nos custos de produção s_{ijt} e eficiências específicas. Esta suposição é comum em indústrias onde o equipamento permite produção multi-produto com setup entre diferentes itens, como nas indústrias química, farmacêutica e de autopeças (Stadtler et al., 2015).

Os parâmetros do nível tático são calculados com base nas decisões de atribuição do nível estratégico para a planta específica \bar{i} sendo analisada. A demanda agregada do produto j no período t para a planta \bar{i} é calculada como:

$$\bar{d}_{jt} = \sum_{k \in K} d_{jkt} \bar{z}_{ik} \quad (3.7)$$

onde \bar{z}_{ik} representa a decisão de atribuição do cliente k à planta \bar{i} obtida no nível estratégico.

O custo proxy médio por atraso do produto j no período t é calculado como uma média ponderada dos custos unitários de atraso ρ_{jkt} de cada cliente k atribuído à planta, onde ρ_{jkt} representa o custo unitário por atraso do produto j para o cliente k no período t . Este parâmetro

permite modelar penalidades contratuais progressivas e variações sazonais no impacto dos atrasos:

$$\bar{\phi}_{jt} = \frac{\sum_{k \in K} \rho_{jkt} \bar{z}_{ik}}{\sum_{k \in K} \bar{z}_{ik}} \quad (3.8)$$

O termo proxy é utilizado neste trabalho para indicar que o custo de atraso estimado representa uma aproximação do custo verdadeiro. Essa aproximação ocorre porque, a nível tático, trabalha-se com demanda agregada, implicando a perda da informação específica relativa ao atraso de cada cliente individual. Essa forma de simplificação, baseada em dados agregados para representar variáveis não observáveis diretamente, é semelhante à abordagem adotada em diversas áreas, como exemplificado no contexto financeiro por [Sarmiento et al. \(2021\)](#)). Nesse estudo, métodos proxy são aplicados para estimar o custo de capital de empresas não listadas, usando informações de empresas listadas como substitutos ou aproximações, dado que o custo "real" não é diretamente mensurável.

Analogamente, em modelos hierárquicos de planejamento, essa agregação temporal e espacial constitui uma prática comum para viabilizar a modelagem e tomada de decisão em níveis superiores, ao utilizar parâmetros que captam o comportamento médio do sistema em vez de detalhes individuais ([Jans and Degraeve, 2008](#); [Santoso et al., 2005](#)). Dessa forma, a utilização do custo de atraso como proxy assegura uma representação prática e operacionalmente viável, permitindo o avanço do processo de otimização sem a necessidade da completa granularidade de dados, que muitas vezes é inviável ou inexistente.

Os demais parâmetros utilizados incluem s_{ijt} (custo de produção do produto j na planta \bar{i} no período t), h_{ijt} (custo de estocagem do produto j na planta \bar{i} no período t), ρ_{jkt} (custo unitário por atraso do produto j para o cliente k no período t , onde a variação temporal reflete penalidades contratuais progressivas e o impacto diferenciado de atrasos em períodos críticos). Seja q_j o tamanho fixo do lote do produto j , que representa a quantidade mínima determinada pelas características técnicas do processo produtivo, como capacidade de equipamentos, configuração de linhas de produção, ou unidades de embalagem padrão e Γ_{it} (capacidade disponível da planta \bar{i} no período t). As variáveis de decisão do nível tático incluem x_{jt} (número de lotes do produto j produzidos na planta \bar{i} no período t), \mathcal{I}_{jt} (estoque do produto j na planta \bar{i} ao final do período t) e \bar{b}_{jt} (atraso agregado do produto j na planta \bar{i} no período t).

O problema de dimensionamento de lotes para a planta \bar{i} no nível tático pode ser formulado como:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} s_{ijt} x_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_{ijt} \mathcal{I}_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \bar{\phi}_{jt} \bar{b}_{jt} \quad (3.9)$$

$$\text{sujeito a: } q_j x_{j0} = \bar{d}_{j0} + \mathcal{I}_{j0} - \bar{b}_{j0} \quad \forall j \in J \quad (3.10)$$

$$\mathcal{I}_{j(t-1)} + q_j x_{jt} = \bar{d}_{jt} + \mathcal{I}_{jt} - \bar{b}_{jt} + \bar{b}_{j(t-1)} \quad \forall j \in J, t \in T : t > 0 \quad (3.11)$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{jt} \leq \Gamma_{it} \quad \forall t \in T \quad (3.12)$$

$$x_{jt} \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J, t \in T \quad (3.13)$$

$$\mathcal{I}_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J, t \in T \quad (3.14)$$

$$\bar{b}_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J, t \in T \quad (3.15)$$

A função objetivo (3.9) minimiza os custos totais de produção, estocagem e o custo proxy de atraso para a planta \bar{i} .

As restrições (3.10) e (3.11) garantem o balanço de estoque para cada produto ao longo do tempo. As restrições (3.10) tratam especificamente do período inicial ($t=0$), onde não há estoque nem atraso anteriores, estabelecendo que a produção deve satisfazer a demanda corrente, formar estoque ou gerar atraso. As restrições (3.11) governam os períodos subsequentes ($t \geq 0$), incorporando o estoque disponível do período anterior e o atraso acumulado, considerando a demanda agregada \bar{d}_{jt} dos clientes atribuídos à planta.

As restrições (3.12) asseguram que a capacidade da planta não seja excedida em nenhum período. As restrições (3.13)-(3.15) definem os domínios das variáveis de decisão, onde a produção deve ser em números inteiros de lotes e os estoques e atrasos são não negativos.

3.3.3 Etapa Operacional: Distribuição e backlog

O nível operacional determina a distribuição dos produtos $j \in J$ das plantas $i \in I$ para os clientes individuais $k \in K$, considerando as quantidades produzidas e os estoques disponíveis determinados no nível tático. Nesta formulação, sem transferências entre plantas, cada cliente $k \in K$ é atendido exclusivamente pela planta $i \in I$ à qual foi atribuída no nível estratégico.

A disponibilidade total do produto $j \in J$ na planta $i \in I$ no período $t \in T$ é determinada pela soma da produção (\bar{x}_{ijt} em lotes q_j) e do estoque (\bar{I}_{ijt}) obtidos no nível tático. Os custos de transporte c_{ik} entre a planta $i \in I$ e o cliente $k \in K$ refletem os custos reais de distribuição, baseados na distância e fatores logísticos. O parâmetro ρ_{jkt} , previamente definido na etapa tática, representa o custo unitário por atraso.

As variáveis de decisão do nível operacional incluem g_{ijkt} , a quantidade do produto $j \in J$ enviada da planta $i \in I$ para o cliente $k \in K$ no período $t \in T$, e b_{jkt} , a quantidade de demanda não atendida (atraso) do produto $j \in J$ para o cliente $k \in K$ no período $t \in T$.

No nível operacional, a variação temporal do custo de atraso ρ_{jkt} reflete a prática industrial comum na cadeia de autopeças, onde a priorização de clientes na distribuição é fundamental para a gestão de relacionamentos comerciais. Na impossibilidade de congelamento total da demanda ao longo do horizonte de planejamento, alterações frequentes de pedidos geram necessidade de repriorização na distribuição dos produtos disponíveis. Clientes com maior relevância estratégica (como montadoras principais) ou com penalidades contratuais mais significativas recebem custos de atraso mais elevados, garantindo prioridade no atendimento mesmo quando há escassez de produtos. Esta variação temporal permite modelar cenários onde o impacto de atrasar determinados clientes varia conforme o período, como atrasos próximos a lançamentos de veículos ou paradas programadas de linha (Ballou, 2009).

O problema de distribuição pode ser formulado como:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} c_{ik} g_{ijkt} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \rho_{jkt} b_{jkt} \quad (3.16)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{k \in K} g_{ijkt} \leq x_{ijt} q_j + \mathcal{I}_{ijt} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \quad (3.17)$$

$$\bar{g}_{\bar{i}(k)jk0} + b_{jk0} = d_{jk0} \quad \forall k \in K, j \in J \quad (3.18)$$

$$\bar{g}_{\bar{i}(k)jkt} + b_{jkt} = d_{jkt} + b_{jk(t-1)} \quad \forall k \in K, j \in J, t \in T : t > 0 \quad (3.19)$$

$$g_{ijkt} = 0 \quad \forall i \in I, k \in K, j \in J, t \in T : \bar{z}_{ik} = 0 \quad (3.20)$$

$$g_{ijkt} \geq 0 \quad \forall i \in I, k \in K, j \in J, t \in T \quad (3.21)$$

$$b_{jkt} \geq 0 \quad \forall k \in K, j \in J, t \in T \quad (3.22)$$

Onde d_{jkt} é a demanda do produto $j \in J$ para o cliente $k \in K$ no período $t \in T$, q_j é o tamanho fixo do lote do produto $j \in J$, e $\bar{i}(k)$ representa a planta atribuída ao cliente k determinada no nível estratégico.

A função objetivo (3.16) minimiza a soma dos custos de transporte e das penalidades por atraso da demanda.

As restrições (3.17) garantem que a quantidade total do produto $j \in J$ distribuída da planta $i \in I$ para todos os clientes no período $t \in T$ não exceda a disponibilidade (produção x_{ijt} em lotes q_j mais estoque \mathcal{I}_{ijt}) daquela planta.

As restrições (3.18) e (3.19) asseguram o balanço de demanda para cada cliente $k \in K$ e produto $j \in J$ ao longo do tempo. As restrições (3.18) tratam especificamente do período inicial ($t=0$), onde não há atraso anterior, estabelecendo que a entrega da planta atribuída $\bar{i}(k)$ mais o atraso gerado devem satisfazer a demanda corrente. As restrições (3.19) governam os períodos subsequentes ($t \geq 1$), incorporando o atraso acumulado do período anterior no balanço de demanda.

As restrições (3.20) forçam que apenas a planta atribuída ao cliente pode enviar produtos, garantindo $g_{ijkt} = 0$ quando $\bar{z}_{ik} = 0$, mantendo a exclusividade de atendimento estabelecida na etapa estratégica.

As restrições (3.21)-(3.22) definem os domínios das variáveis de decisão como não negativas. Aspectos de priorização de atendimento são tratados pela configuração dos parâmetros de penalidade ρ_{jkt} , onde valores mais altos incentivam o atendimento da demanda e, conseqüentemente, a redução da quantidade em atraso para clientes/produtos específicos.

Observação importante: O atraso no nível tático (\bar{b}_{jt}) representa um déficit agregado estimado que orienta as decisões de produção, utilizando custo proxy médio ponderado. Já o atraso no nível operacional (b_{jkt}) determina especificamente quais clientes serão atrasados, utilizando custos reais por cliente (ρ_{jkt}). Esta distinção mantém a lógica hierárquica onde decisões agregadas orientam decisões específicas sem sobrepor responsabilidades entre níveis.

3.4 Modelo Sequencial COM Transferências

O modelo sequencial com possibilidade de transferências entre plantas mantém a mesma estrutura de decomposição em três etapas apresentada na seção anterior, preservando integralmente as formulações das etapas estratégica e tática. A modificação principal concentra-se exclusivamente na etapa operacional, onde são introduzidas novas variáveis de decisão e parâmetros para modelar os fluxos de transferência de produtos entre plantas, permitindo que plantas com excesso de produção possam suprir plantas com capacidade insuficiente.

As etapas de localização e atribuição de clientes (estratégica) e de dimensionamento de lotes (tática) permanecem inalteradas, uma vez que as decisões de localização de plantas, atribuição de clientes e planejamento de produção mantêm sua independência em relação à possibilidade de transferências entre plantas. Esta abordagem preserva a filosofia sequencial do modelo, onde decisões de longo prazo orientam decisões de curto prazo, mas adiciona flexibilidade operacional através da coordenação entre plantas.

3.4.1 Etapa Operacional Modificada: Distribuição com Transferências

A formulação da etapa operacional é estendida para incorporar a possibilidade de transferência de produtos entre plantas ativas. Além dos parâmetros previamente definidos, introduz-se o custo unitário de transferência c_{il} entre a planta $i \in I$ e a planta $l \in I$, onde $i \neq l$, que inclui custos de transporte, manuseio e processamento administrativo das transferências entre plantas.

Para modelar os fluxos de transferência, define-se a variável de decisão f_{iljt} como a quantidade do produto $j \in J$ transferida da planta $i \in I$ para a planta $l \in I$ no período $t \in T$, onde $i \neq l$. As variáveis g_{ijkt} (distribuição para clientes) e b_{jkt} (atraso de demanda) mantêm as mesmas definições da formulação sem transferências.

O problema de distribuição com transferências pode ser formulado como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} c_{ik} g_{ijkt} + \sum_{i \in I} \sum_{l \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} c_{il} f_{iljt} \\ & + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \rho_{jkt} b_{jkt} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{k \in K} g_{ijkt} + \sum_{l \in I} f_{iljt} \leq x_{ijkt} q_j + \mathcal{I}_{ijkt} + \sum_{l \in I} f_{lijt} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \quad (3.24)$$

$$g_{i(k)jk0} + b_{jk0} = d_{jk0} \quad \forall k \in K, j \in J \quad (3.25)$$

$$\bar{g}_{i(k)jkt} + b_{jkt} = d_{jkt} + b_{jk(t-1)} \quad \forall k \in K, j \in J, t \in T : t > 0 \quad (3.26)$$

$$g_{ijkt} = 0 \quad \forall i \in I, k \in K, j \in J, t \in T : i \neq \bar{i}(k) \quad (3.27)$$

$$f_{iljt} = 0 \quad \forall i \in I, l \in I, j \in J, t \in T : i = l \quad (3.28)$$

$$g_{ijkt} \geq 0 \quad \forall i \in I, k \in K, j \in J, t \in T \quad (3.29)$$

$$f_{iljt} \geq 0 \quad \forall i \in I, l \in I, j \in J, t \in T \quad (3.30)$$

$$b_{jkt} \geq 0 \quad \forall k \in K, j \in J, t \in T \quad (3.31)$$

A função objetivo (3.23) incorpora o novo termo de custo de transferências $c_{il}f_{iljt}$, permitindo que o modelo avalie economicamente o balanço entre manter produtos ociosos em uma planta versus transferi-los para atender às demandas em outras partes da rede.

A principal modificação estrutural ocorre nas restrições de disponibilidade (3.24), que agora funcionam como um balanço de fluxo para cada planta. No lado direito, a disponibilidade efetiva é composta pela produção local ($\bar{x}_{ijt}q_j$), estoque local (\bar{I}_{ijt}) e recebimentos de outras plantas ($\sum_{l \in I} f_{lijt}$). No lado esquerdo, as saídas incluem tanto a distribuição para clientes ($\sum_{k \in K} g_{ijkt}$) quanto as transferências para outras plantas ($\sum_{l \in I} f_{iljt}$).

As restrições (3.25) e (3.26) asseguram o balanço de demanda para cada cliente ao longo do tempo. As restrições (3.25) tratam do período inicial ($t=0$), onde não há atraso anterior, estabelecendo que apenas a planta atribuída $\bar{i}(k)$ pode atender o cliente k . As restrições (3.26) governam os períodos subsequentes ($t \geq 0$), incorporando o atraso acumulado do período anterior.

As restrições (3.27) forçam que apenas a planta atribuída possa atender diretamente cada cliente, mantendo a política de atribuição exclusiva estabelecida na etapa estratégica. As restrições (3.28) proíbem auto-transferências, impedindo que uma planta transfira produtos para si mesma ($f_{iljt} = 0$ quando $i = l$), situação que não tem significado prático.

As restrições (3.29)-(3.31) asseguram a não negatividade de todas as variáveis de decisão.

Este modelo estendido preserva a decomposição sequencial original enquanto adiciona flexibilidade operacional significativa. As transferências funcionam como um mecanismo interno de balanceamento da rede, permitindo que plantas com capacidade ociosa forneçam produtos para plantas sobrecarregadas, criando oportunidades para economias de escala e melhor utilização da capacidade instalada.

3.5 Modelo proposto integrado: SEM transferência entre plantas

Este capítulo apresenta a formulação matemática proposta para o problema de otimização, que se enquadra na categoria de Problema de Dimensionamento de Lotes de Múltiplas

Plantas com Lotes Fixos e Transporte (MPFSL-CLSP-Transp). A notação utilizada em todas as formulações está consolidada na Tabela 1.

A nomenclatura adotada detalha as seguintes características: MP (Múltiplas Plantas) representa uma extensão dos modelos que consideram múltiplas unidades produtivas, seguindo a linha de trabalhos como o proposto por [Darvish et al. \(2016\)](#), que abordam sistemas com múltiplas plantas e pontos de demanda; FSL (Fixed-Size Lots) indica a consideração de lotes de tamanho fixo, sendo uma premissa fundamental do modelo que se baseia em desenvolvimentos como os de [Bunn and Ventura \(2024\)](#), que exploram reformulações para problemas de produção em lotes pré-fixados; CLSP (Capacitated Lot Sizing Problem) incorpora as restrições de capacidade de produção, um conceito central em problemas de otimização da produção com múltiplos produtos a serem dimensionados; e Transp (Transporte) incorpora a dimensão de transporte e distribuição final dos produtos aos clientes, uma extensão presente em diversos problemas de dimensionamento de lotes e logística. Esta classificação permite um posicionamento claro do modelo proposto em relação às variantes existentes na literatura especializada.

Ao longo deste trabalho, será diferenciada a abordagem MPFSL-CLSP-Transp **sem transferência**, que não permite transferência de estoque entre plantas, da abordagem MPFSL-CLSP-Transp **com transferência**, que incorpora a possibilidade de movimentação de produtos entre as unidades produtivas.

Para atender à demanda dos clientes, os produtos podem ser transportados diretamente das plantas para os respectivos clientes, a um custo unitário de transporte denotado por c_{ik} para cada unidade $j \in J$ movimentada entre a planta $i \in I$ e o cliente $k \in K$.

Cada planta $i \in I$ possui uma capacidade máxima de produção Γ_{it} em cada período $t \in T$, a qual é compartilhada entre todos os produtos fabricados naquela unidade. Essa limitação impõe um teto ao volume total que pode ser produzido em cada intervalo de tempo. Além disso, a decisão de ativar ou não uma planta é modelada por meio da variável binária y_i , que indica se a planta $i \in I$ estará operacional ao longo de todo o horizonte de planejamento. O atendimento de cada cliente é controlado pela variável binária z_{ik} , que assume valor 1 caso a planta $i \in I$ seja responsável pelo fornecimento ao cliente $k \in K$.

Adicionalmente, o modelo permite o não atendimento parcial da demanda, o que é penalizado com um custo ρ_{jkt} para cada unidade do produto $j \in J$ não entregue ao cliente $k \in K$ no período $t \in T$. Essa característica confere maior aderência do modelo a cenários reais, nos quais nem sempre é possível satisfazer integralmente toda a demanda.

Quanto aos custos de transporte, as distâncias entre plantas e clientes são calculadas com base na distância euclidiana entre suas respectivas coordenadas geográficas. Um fator de ponderação β é aplicado para calibrar a importância relativa dos custos logísticos de distribuição para clientes no custo total do sistema.

A seguir, apresenta-se a formulação matemática inteira mista proposta para este cenário sem transferência:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} s_{ijt} x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_{ijt} \mathcal{I}_{ijt}$$

$$+ \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} c_{ik} g_{ijkt} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \rho_{jkt} b_{jkt} \quad (3.32)$$

sujeito a:

$$q_j x_{ij0} = \sum_{k \in K} g_{ijk0} + \mathcal{I}_{ij0} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (3.33)$$

$$\mathcal{I}_{ij(t-1)} + q_j x_{ij t} = \sum_{k \in K} g_{ijk t} + \mathcal{I}_{ij t} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T : t > 0 \quad (3.34)$$

$$\sum_{i \in I} g_{ijk0} = d_{jk0} - b_{jk0} \quad \forall j \in J, k \in K \quad (3.35)$$

$$\sum_{i \in I} g_{ijk t} = d_{jk t} + b_{jk(t-1)} - b_{jk t} \quad \forall j \in J, k \in K, t \in T : t > 0 \quad (3.36)$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij t} \leq \Gamma_{it} \quad \forall i \in I, t \in T \quad (3.37)$$

$$g_{ijk t} \leq \left(\sum_{r=0}^t d_{jkr} \right) z_{ik} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, t \in T \quad (3.38)$$

$$\sum_{i \in I} z_{ik} = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.39)$$

$$z_{ik} \leq y_i \quad \forall i \in I, k \in K \quad (3.40)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \quad (3.41)$$

$$x_{ij t}, \mathcal{I}_{ij t} \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \quad (3.42)$$

$$y_i, z_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, k \in K \quad (3.43)$$

$$g_{ijk t}, b_{jk t} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, t \in T \quad (3.44)$$

A função objetivo (3.32) busca minimizar o custo total do sistema, composto por quatro termos principais. O primeiro termo representa o custo de produção, que depende da variável de produção $x_{ij t}$, multiplicada pelo custo de produção $s_{ij t}$ de cada planta $i \in I$ e produto $j \in J$ em cada período $t \in T$. O segundo termo refere-se ao custo de manutenção de estoque, dado pela variável de estoque $\mathcal{I}_{ij t}$, multiplicada pelo custo de armazenagem $h_{ij t}$ de cada produto $j \in J$ na planta $i \in I$ e período $t \in T$. O terceiro termo considera os custos de transporte direto para os clientes, modelados pela variável $g_{ijk t}$, multiplicada pelo custo de transporte c_{ik} entre planta $i \in I$ e cliente $k \in K$. Finalmente, o quarto termo abrange os custos de penalidade $b_{jk t}$ associados aos atrasos no atendimento da demanda de cada cliente, com os custos ρ_{jkt} refletindo a penalização de cada unidade de atraso.

A formulação é sempre viável, dado que existe a variável de penalidade $b_{jk t}$, que relaxa o atendimento integral da demanda. Suponha que a capacidade de produção agregada em algum período $t \in T$ seja insuficiente para atender à totalidade da demanda. Nesse caso, o modelo pode atribuir valor positivo a $b_{jk t}$, incorrendo em penalidade proporcional $\rho_{jkt} \cdot b_{jk t}$, o que mantém o conjunto viável.

As restrições (3.33) e (3.34) garantem o balanceamento dos fluxos de produção e

distribuição ao longo do tempo. As restrições (3.33) tratam especificamente do período inicial ($t=0$), onde não há estoque anterior, garantindo que a produção do produto $j \in J$ na planta $i \in I$, ajustada pelo tamanho fixo de lote q_j , seja alocada entre entregas diretas aos clientes (g_{ijk0}) e formação de estoque (\mathcal{I}_{ij0}). As restrições (3.34) governam os períodos subsequentes (t_i0), incorporando o estoque disponível do período anterior no balanço de produção e distribuição.

As restrições (3.35) e (3.36) asseguram o atendimento da demanda dos clientes ao longo do tempo. As restrições (3.35) tratam do período inicial ($t=0$), onde não há atraso anterior, estabelecendo que a soma das entregas de todas as plantas deve satisfazer a demanda corrente ou gerar atraso. As restrições (3.36) governam os períodos subsequentes (t_i0), incorporando o atraso acumulado do período anterior no balanço de atendimento da demanda.

As restrições (3.37) representam a limitação de capacidade produtiva da planta $i \in I$ no período $t \in T$, garantindo que o volume total produzido (considerando os lotes discretos de tamanho q_j) não exceda a capacidade disponível Γ_{it} . Estas restrições são fundamentais para manter a viabilidade operacional do sistema.

As restrições (3.38) limitam a quantidade entregue de cada produto $j \in J$ de uma planta $i \in I$ para um cliente $k \in K$ no período $t \in T$ à demanda acumulada daquele produto e cliente desde o início do horizonte até o período $t \in T$, representada por $\sum_{r=0}^t d_{jkr}$, condicionada à designação da planta $i \in I$ para atender o cliente $k \in K$, indicada pela variável binária z_{ik} . Isso garante que uma planta só pode realizar entregas para clientes aos quais está sendo simultaneamente designada no modelo integrado, e que essas entregas não excedam a demanda acumulada até o período corrente. Como há possibilidade de atraso através da variável b_{jkt} , este limitante superior é sempre viável, pois as restrições de balanço de demanda (3.35)-(3.36) garantem que atrasos acumulados possam ser atendidos em períodos subsequentes sem violar este limitante baseado na demanda real acumulada.

As restrições (3.39) estabelecem que cada cliente $k \in K$ seja atendido exclusivamente por uma planta $i \in I$ ao longo do horizonte de planejamento, promovendo a estabilidade no fluxo logístico e a coerência no relacionamento operacional, por meio das variáveis binárias z_{ik} . Essas restrições ajudam a reduzir a complexidade das rotas e das operações de atendimento.

As restrições (3.40) garantem que uma planta $i \in I$ só pode ser designada para atender um cliente $k \in K$ se estiver ativa no horizonte de planejamento, estabelecendo a relação entre as decisões de abertura de plantas (y_i) e a alocação de clientes (z_{ik}). Isso assegura que apenas plantas operacionais possam ser responsáveis pelo atendimento aos clientes, mantendo a coerência entre as decisões estratégicas de localização e as decisões operacionais de distribuição.

As restrições (3.41) especificam que o número total de instalações abertas deve ser

exatamente igual a p , um valor fixo que determina quantas instalações devem ser abertas ao longo do horizonte de planejamento.

As restrições (3.42), (3.43) e (3.44) definem os domínios das variáveis de decisão. As restrições (3.42) estabelecem que as variáveis de produção x_{ijt} e estoque \mathcal{I}_{ijt} devem ser números inteiros não-negativos, refletindo a natureza discreta da produção em lotes. As restrições (3.43) definem que as variáveis de abertura de plantas y_i e designação de clientes z_{ik} são binárias. Finalmente, as restrições (3.44) garantem que as variáveis de entrega g_{ijkt} e atraso b_{jkt} sejam não-negativas, permitindo valores contínuos para essas quantidades.

Como o problema apresenta uma estrutura típica de programação linear inteira mista (MILP), com variáveis binárias associadas à abertura de plantas e à alocação de clientes, sua complexidade é classificada como NP-difícil. Para sua resolução, utilizamos o solucionador CPLEX, que implementa algoritmos exatos baseados no método de *branch-and-bound*, com relaxações lineares resolvidas iterativamente para obtenção de limites inferiores, e estratégias de corte e *presolve* para acelerar a convergência.

3.6 Modelo proposto integrado: COM transferência entre plantas

Uma extensão natural do modelo anterior consiste na incorporação da possibilidade de transferências de produtos entre plantas. Esta funcionalidade adiciona flexibilidade operacional, permitindo que plantas possam apoiar outras unidades que enfrentam limitações de capacidade ou demandas concentradas.

A inclusão desta funcionalidade oferece ao planejador uma ferramenta mais realista e abrangente para a tomada de decisões em ambientes industriais complexos, onde a colaboração entre plantas constitui uma prática operacional comum e estrategicamente vantajosa. A incorporação de transferências entre plantas no modelo matemático introduz modificações substanciais tanto na função objetivo quanto no conjunto de restrições, resultando em uma formulação mais complexa e abrangente. A Tabela 2 apresenta um resumo dos novos elementos introduzidos.

Tabela 2: Novos parâmetros e variáveis de decisão introduzidos no modelo MPFSL-CLSP-Transp.

Parâmetros

c_{il} : custo unitário de transferência entre as plantas i e l , $\forall i, l \in I$.

Variáveis de Decisão

f_{ijlt} : quantidade do produto j transferida da planta i para a planta l no período t , $f_{ijlt} \geq 0$, $\forall i, l \in I, j \in J, t \in T$.

A seguir, apresenta-se a formulação matemática mista inteira proposta para o cenário com transferências:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} s_{ijt} x_{ijt} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_{ijt} \mathcal{I}_{ijt} \\
& + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{l \in I} c_{il} f_{ijlt} \\
& + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} c_{ik} g_{ijkt} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \rho_{jkt} b_{jkt}
\end{aligned} \tag{3.45}$$

sujeito a:

$$q_j x_{ij0} = \sum_{k \in K} g_{ijk0} + \sum_{l \in I} f_{ijl0} + \mathcal{I}_{ij0} \quad \forall i \in I, j \in J \tag{3.46}$$

$$\mathcal{I}_{ij(t-1)} + q_j x_{ij t} = \sum_{k \in K} g_{ijk t} + \sum_{l \in I} f_{ijl t} + \mathcal{I}_{ij t} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T : t > 0 \tag{3.47}$$

$$\sum_{i \in I} g_{ijk0} = d_{jk0} - b_{jk0} \quad \forall j \in J, k \in K \tag{3.48}$$

$$\sum_{i \in I} g_{ijk t} = d_{jk t} + b_{jk(t-1)} - b_{jk t} \quad \forall j \in J, k \in K, t \in T : t > 0 \tag{3.49}$$

$$\sum_{j \in J} q_j x_{ij t} \leq \Gamma_{it} \quad \forall i \in I, t \in T \tag{3.50}$$

$$g_{ijk t} \leq \left(\sum_{r=0}^t d_{jkr} \right) z_{ik} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, t \in T \tag{3.51}$$

$$f_{ijl t} \leq \left(\sum_{k \in K} d_{jkt} \right) y_i \quad \forall i \in I, l \in I, j \in J, t \in T : i \neq l \tag{3.52}$$

$$f_{ijl t} \leq \left(\sum_{k \in K} d_{jkt} \right) y_l \quad \forall i \in I, l \in I, j \in J, t \in T : i \neq l \tag{3.53}$$

$$f_{ijl t} = 0 \quad \forall i \in I, l \in I, j \in J, t \in T : i = l \tag{3.54}$$

$$\sum_{i \in I} z_{ik} = 1 \quad \forall k \in K \tag{3.55}$$

$$z_{ik} \leq y_i \quad \forall i \in I, k \in K \tag{3.56}$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \tag{3.57}$$

$$x_{ij t}, \mathcal{I}_{ij t} \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \tag{3.58}$$

$$y_i, z_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, k \in K \tag{3.59}$$

$$f_{ijl t}, g_{ijk t}, b_{jkt} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, l \in I, t \in T \tag{3.60}$$

A função objetivo (3.45) busca minimizar o custo total do sistema, agora composto por cinco termos principais. Além dos quatro termos presentes no modelo sem

transferências, incorpora-se o terceiro termo $\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{l \in I} c_{il} f_{ijlt}$, que quantifica os custos associados às transferências entre plantas. Estes custos refletem os gastos logísticos específicos para movimentação de produtos entre unidades produtivas, incluindo transporte, manuseio e processamento administrativo, sendo que as restrições (3.54) garantem que $f_{ijlt} = 0$ quando $i = l$, evitando auto-transferências.

A formulação é sempre viável devido à presença da variável de penalidade b_{jkt} , que relaxa o atendimento integral da demanda. Mesmo em cenários onde a capacidade agregada seja insuficiente para atender toda a demanda, o modelo pode atribuir valores positivos a b_{jkt} , incorrendo em penalidades proporcionais $\rho_{jkt} \cdot b_{jkt}$, mantendo assim o conjunto de soluções viável.

As restrições (3.46) e (3.47) garantem o balanceamento dos fluxos de produção e distribuição em cada planta ao longo do tempo, agora incorporando os fluxos de transferência. As restrições (3.46) governam o período inicial ($t=0$), estabelecendo que a produção do produto j na planta i , ajustada pelo tamanho de lote q_j , deve ser alocada entre três destinos: entrega direta aos clientes ($\sum_{k \in K} g_{ijk0}$), transferência para outras plantas ($\sum_{l \in I} f_{ijl0}$) e formação de estoque local (\mathcal{I}_{ij0}). As restrições (3.47) governam os períodos subsequentes (t_i0), estabelecendo que os recursos disponíveis, compostos pelo estoque do período anterior e pela produção corrente, devem cobrir as entregas aos clientes, as transferências para outras plantas e a formação do estoque final.

As restrições (3.48) e (3.49) asseguram o atendimento da demanda dos clientes ao longo do tempo. As restrições (3.48) tratam do período inicial ($t=0$), onde não há atraso anterior, estabelecendo que a soma das entregas de todas as plantas deve satisfazer a demanda corrente ou gerar atraso. As restrições (3.49) governam os períodos subsequentes (t_i0), incorporando o atraso acumulado do período anterior no balanço de atendimento da demanda.

As restrições (3.50) representam a limitação de capacidade produtiva de cada planta em cada período, garantindo que o volume total produzido não exceda a capacidade disponível Γ_{it} . As restrições (3.51) limitam as entregas de cada planta para cada cliente à demanda acumulada até o período corrente, condicionada à atribuição estabelecida pela variável binária z_{ik} .

O modelo introduz três restrições específicas para controlar as transferências entre plantas. As restrições (3.52) e (3.53) estabelecem limitantes superiores conservadores para as transferências entre plantas. Embora possam ser fracas em certas instâncias, garantem a validade do modelo e podem ser fortalecidas com desigualdades válidas específicas, se necessário, para melhorar a eficiência computacional.

As restrições (3.55), (3.56) e (3.57) mantêm a estrutura da rede estabelecida no modelo sem transferências. As restrições (3.55) garantem que cada cliente seja atribuído a exatamente uma planta. As restrições (3.56) asseguram que apenas plantas ativas possam ser responsáveis por clientes. As restrições (3.57) fixam o número de plantas ativas em p .

As restrições (3.58), (3.59) e (3.60) definem os domínios das variáveis de decisão. As restrições (3.58) estabelecem que as variáveis de produção x_{ijt} e estoque \mathcal{I}_{ijt} devem ser números inteiros não-negativos, refletindo a natureza discreta da produção em lotes. As restrições (3.59) definem que as variáveis de abertura de plantas y_i e designação de clientes z_{ik} são binárias. As restrições (3.60) garantem que as variáveis de transferência f_{ijlt} , entrega g_{ijkt} e atraso b_{jkt} sejam não-negativas.

A introdução das transferências aumenta significativamente a dimensionalidade do problema. O número de variáveis de decisão cresce com a adição das variáveis f_{ijlt} , que possuem cardinalidade aproximada de $|I|^2 \times |J| \times |T|$ (excluindo auto-transferências). Para um problema com n plantas, m produtos e τ períodos, isso representa aproximadamente $n(n-1) \times m \times \tau$ novas variáveis contínuas. O impacto na complexidade estende-se também ao número de restrições, com a adição das restrições de controle de transferências, e à densidade da matriz de coeficientes, devido às modificações nas restrições de balanço.

Como o problema mantém a estrutura de programação linear inteira mista (MILP), sua complexidade permanece classificada como NP-difícil. Esta maior complexidade é compensada pela flexibilidade operacional adicional, que pode resultar em soluções de menor custo total através da melhor utilização da capacidade instalada, especialização entre plantas e redistribuição eficiente de produtos, criando oportunidades para economias de escala e melhor balanceamento de cargas de trabalho na rede produtiva.

Capítulo 4

Resultados Computacionais

Os testes realizados implementam uma metodologia de avaliação que compara dois cenários operacionais distintos: um modelo sem a possibilidade de transferir produtos entre as plantas instaladas, e o modelo com esta possibilidade habilitada. Esta abordagem representa uma contribuição metodológica que amplia o escopo de análise, sendo singular na literatura ao quantificar diretamente o valor estratégico da flexibilidade produtiva em problemas de dimensionamento de lotes.

Os experimentos computacionais foram conduzidos utilizando instâncias aleatórias, uma abordagem amplamente adotada na literatura de otimização matemática em problemas de dimensionamento de lotes (Bunn and Ventura, 2024; Park, 2005). Esta escolha metodológica se justifica por: (i) permitir controle sistemático dos parâmetros do problema, possibilitando análise comparativa rigorosa entre os cenários com e sem transferências; (ii) possibilitar a geração de instâncias com características específicas para avaliar o comportamento dos modelos sob diferentes condições operacionais; e (iii) garantir reprodutibilidade dos experimentos, fundamental para a validação científica da contribuição proposta.

A implementação técnica foi desenvolvida em Python utilizando o solver CPLEX para otimização, executada em estação Dell Power Edge T620 (CPU Intel Xeon E5-2609 @ 2.40GHz, 98 GB de RAM, Linux 64 bits) com processamento sequencial e limite de 3600 segundos por execução, garantindo rigor metodológico na comparação entre ambas as configurações do modelo proposto.

A Tabela 1 apresenta a distribuição dos parâmetros utilizados na geração das 24 instâncias testadas. Os parâmetros foram definidos seguindo distribuições probabilísticas e faixas de valores consistentes com a natureza do problema estudado, baseando-se em duas fontes principais. Para os elementos relacionados a lotes de tamanho fixo e custos de produção, os parâmetros foram adaptados das faixas utilizadas por Bunn and Ventura (2024), que investigaram problemas de dimensionamento de lotes com restrições de batch size em contextos similares. As faixas de demanda, custos de estoque e parâmetros de capacidade foram inspirados na experiência prática observada no setor automotivo e de autopeças, refletindo a variabilidade típica encontrada nestes ambientes industriais (Gödri, 2022).

As demandas foram definidas com base em distribuições uniformes para garantir

cenários equilibrados de teste, enquanto os custos de transporte e penalidades por atraso foram calibrados considerando as características operacionais comuns na indústria automotiva, onde transferências entre plantas e flexibilidade no atendimento são práticas estabelecidas. As capacidades de planta foram dimensionadas de forma a criar diferentes níveis de pressão no sistema, permitindo avaliar o comportamento do modelo sob condições de recursos escassos e abundantes, seguindo a metodologia de teste utilizada em problemas multi-plantas da literatura (Sambasivan and Yahya, 2005).

Tabela 1: Distribuição dos parâmetros utilizados na geração das instâncias.

Parâmetro	Distribuição
Demanda ($d_{j,k,t}$)	Uniforme (20, 50)
Custo de produção ($s_{i,j,t}$)	Uniforme (18, 35)
Custo de estoque (h)	Uniforme (0.15, 0.25) \times custo de produção (s)
Custo por atraso de produção ($\rho_{j,k,t}$)	Uniforme (5, 12)
Tamanho do lote (q_j)	Uniforme (15, 35)
Número de facilidades (p)	Parâmetro de entrada (definido por instância)
Economia de escala entre plantas (α)	0,015 (constante)
Custo de transporte para clientes (β)	0,06 (constante)
Capacidade da planta ($\Gamma_{i,t}$)	Uniforme($0,6 \cdot \bar{\Gamma}$, $1,6 \cdot \bar{\Gamma}$) onde $\bar{\Gamma} = \left[\frac{1}{i} \cdot \text{média} \left(\sum_{j,k} d_{j,k,t} \right) \right] \times 7$

4.1 Configuração das Instâncias Experimentais

Para avaliar os impactos da transferência de produtos entre plantas, foram criadas 24 instâncias distribuídas em três categorias de porte computacional, conforme detalhado na Tabela 2. O conjunto contempla 8 instâncias pequenas (≤ 3.000 variáveis), 8 médias (3.001 a 10.000 variáveis) e 8 grandes (> 10.000 variáveis), proporcionando uma análise abrangente do comportamento do modelo sob diferentes complexidades operacionais. Essa abordagem possibilita uma avaliação direta do papel estratégico da colaboração entre unidades produtivas na composição dos custos totais e no desempenho do sistema logístico como um todo.

Tabela 2: Porte computacional das instâncias testadas e respectivas configurações

Categoria de Porte	Configuração (I×K×J×T)	Variáveis de Decisão (I × K × J × T)
Pequeno	3×5×5×5	375
	3×8×6×5	720
	4×6×5×6	720
	4×5×8×5	800
	5×7×7×6	1.470
	8×6×6×6	1.728
	6×10×5×7	2.100
	3×15×8×8	2.880
Médio	4×8×15×7	3.360
	6×8×8×10	3.840
	8×10×7×7	3.920
	5×10×10×8	4.000
	7×12×6×8	4.032
	5×9×12×9	4.860
	10×10×10×6	6.000
	6×10×20×8	9.600
Grande	7×15×10×10	10.500
	10×18×8×12	17.280
	8×15×15×10	18.000
	12×20×12×10	28.800
	9×30×8×14	30.240
	7×20×18×12	30.240
	6×22×20×16	42.240
	10×25×25×15	93.750
Total: 24 instâncias (8 pequenas, 8 médias, 8 grandes)		

Nota: I = Plantas, K = Clientes, J = Produtos, T = Períodos.
 Classificação baseada no número total de variáveis de decisão (modelo MILP).
 Discretas: x_{ijt} (lotes), y_i (ativação), z_{ik} (alocação).
 Contínuas: \mathcal{I}_{ijt} (estoque), g_{ijkt} (transporte), f_{ijlt} (transferência), b_{jkt} (atraso).
 Pequeno (≤ 3.000), Médio (3.001 a 10.000), Grande (> 10.000).

4.1.1 Resultados Modelo Sequencial SEM Transferência entre Plantas

Os resultados obtidos para o modelo sequencial sem possibilidade de transferência entre plantas são apresentados na Tabela 3. As instâncias foram organizadas em três categorias de porte: pequeno, médio e grande, considerando o número de plantas candidatas, clientes, produtos, períodos e instâncias de localização.

Para as instâncias de pequeno porte, observa-se que o solver conseguiu encontrar soluções ótimas para todas as configurações testadas, com gap de otimalidade igual a zero. Os tempos computacionais variaram de 4,20 a 61,23 segundos, sendo que a instância com maior tempo de processamento apresentou 8 plantas candidatas, 6 clientes, 6 produtos, 6 períodos e 3 instâncias de localização. Os valores da função objetivo variaram de \$10,38 mil a \$64,53 mil, refletindo principalmente o aumento no número de clientes e produtos.

As instâncias de médio porte mantiveram o padrão de otimalidade, com todas as soluções apresentando gap zero. Os tempos computacionais permaneceram relativamente baixos, com média de 11,86 segundos. A função objetivo apresentou valores entre \$40,74 mil e \$115,57 mil, demonstrando maior variabilidade em relação às instâncias de pequeno

Tabela 3: Resultados - Modelo sequencial SEM transferência entre plantas.

Porte	Inst. Candid.	Cli- entes	Pro- dutos	Perí- odos	Inst. Local.	FO ($\times 1000$)	Gap (%)	Tempo (s)
Pequeno	3	5	5	5	2	10,38	0,00	4,33
	3	8	6	5	2	19,38	0,00	4,20
	4	6	5	6	2	13,19	0,00	5,15
	4	5	8	5	3	17,02	0,00	5,95
	5	7	7	6	2	19,89	0,00	4,92
	8	6	6	6	3	17,71	0,00	61,23
	6	10	5	7	2	21,98	0,00	4,78
	3	15	8	8	2	64,51	0,00	8,18
Médio	4	8	15	7	2	65,15	0,00	12,38
	6	8	8	10	3	48,36	0,00	13,78
	8	10	7	7	4	44,05	0,00	14,22
	5	10	10	8	3	53,57	0,00	10,70
	7	12	6	8	3	40,74	0,00	6,01
	5	9	12	9	3	74,84	0,00	15,62
	10	10	10	6	4	41,43	0,00	6,39
	6	10	20	8	3	115,57	0,00	15,81
Grande	7	15	10	10	3	100,92	0,00	15,45
	10	18	8	12	3	95,49	0,00	24,73
	8	15	15	10	3	142,73	0,00	50,33
	12	20	12	10	4	223,58	0,00	34,72
	9	30	8	14	3	376,92	0,00	13,78
	7	20	18	12	4	299,67	0,00	233,33
	6	22	20	16	4	733,71	0,00	220,34
	10	25	25	15	4	545,27	0,00	252,81
	Média					132,75	0,00	43,30

Nota: O tempo computacional total inclui: (i) resolução do nível estratégico (localização), (ii) resolução dos subproblemas táticos (uma otimização por planta ativa), e (iii) resolução do nível operacional (distribuição).

Esta abordagem sequencial resolve os níveis independentemente, onde cada nível utiliza como entrada as decisões do nível anterior.

porte devido ao aumento da complexidade estrutural dos problemas.

Para as instâncias de grande porte, o solver manteve a capacidade de encontrar soluções ótimas, com bons tempos computacionais, em média 105,69 segundos. Os valores da função objetivo variaram de \$95,49 mil a \$733,71 mil, indicando forte correlação com o tamanho das instâncias.

O modelo sequencial obteve soluções ótimas para todas as 24 instâncias testadas, com gap de otimalidade igual a zero. O tempo médio de execução foi de 43,30 segundos e o valor médio da função objetivo foi de \$132,75 mil. Esses resultados servirão como *baseline* para as comparações posteriores.

4.1.2 Resultados Modelo Sequencial COM Transferência entre Plantas

A implementação da flexibilidade de transferência introduz variáveis adicionais de decisão (f_{ijlt}) que representam o fluxo de produtos entre plantas, ampliando significativamente o espaço de soluções viáveis. Esta expansão do domínio de otimização permite que o algoritmo explore configurações operacionais mais diversificadas, onde plantas com capacidade ociosa ou custos produtivos mais favoráveis podem suprir demandas originalmente atribuídas a outras facilidades.

Do ponto de vista computacional, observa-se que o aumento na complexidade teórica do problema (devido às variáveis de transferência) é mais que compensado pela melhoria na qualidade do espaço de busca. A possibilidade de redistribuir produtos entre plantas elimina muitos gargalos operacionais que, no modelo restritivo, exigiam soluções subótimas para contornar limitações de capacidade ou custos locais elevados.

O comportamento das soluções indica que o modelo com transferência consegue implementar estratégias de *load balancing* entre facilidades, onde a produção é dinamicamente alocada considerando não apenas os custos diretos de manufatura, mas também os custos de redistribuição e os benefícios sistêmicos de uma melhor coordenação entre plantas. Esta abordagem resulta em configurações mais equilibradas do ponto de vista operacional e economicamente mais eficientes.

Os resultados do modelo sequencial com possibilidade de transferência entre plantas são apresentados na Tabela 4. O modelo manteve a capacidade de encontrar soluções ótimas para todas as 24 instâncias testadas, apresentando gap de otimalidade igual a zero.

Tabela 4: Resultados - Modelo sequencial COM transferência entre plantas.

Porte	Inst. Candid.	Cli- ntes	Pro- dutos	Perí- odos	Inst. Local.	FO ($\times 1000$)	Gap (%)	Tempo (s)
Pequeno	3	5	5	5	2	9,53	0,00	2,00
	3	8	6	5	2	18,60	0,00	2,45
	4	6	5	6	2	12,82	0,00	2,37
	4	5	8	5	3	15,80	0,00	2,37
	5	7	7	6	2	19,21	0,00	2,70
	8	6	6	6	3	16,71	0,00	2,44
	6	10	5	7	2	21,39	0,00	2,59
Médio	3	15	8	8	2	63,50	0,00	4,64
	4	8	15	7	2	63,34	0,00	6,69
	6	8	8	10	3	42,93	0,00	7,36
	8	10	7	7	4	38,76	0,00	3,25
	5	10	10	8	3	49,75	0,00	5,48
	7	12	6	8	3	39,63	0,00	3,49
	5	9	12	9	3	68,24	0,00	10,12
Grande	10	10	10	6	4	38,19	0,00	3,55
	6	10	20	8	3	108,84	0,00	9,18
	7	15	10	10	3	97,58	0,00	8,58
	10	18	8	12	3	90,90	0,00	13,76
	8	15	15	10	3	135,85	0,00	12,19
	12	20	12	10	4	212,21	0,00	11,76
	9	30	8	14	3	370,58	0,00	17,05
Média	7	20	18	12	4	278,20	0,00	116,08
	6	22	20	16	4	697,90	0,00	242,58
	10	25	25	15	4	519,91	0,00	159,05
						126,26	0,00	27,16

Nota: O tempo computacional total inclui: (i) resolução do nível estratégico (localização), (ii) resolução dos subproblemas táticos (uma otimização por planta ativa), e (iii) resolução do nível operacional (distribuição).

Esta abordagem sequencial resolve os níveis independentemente, onde cada nível utiliza como entrada as decisões do nível anterior.

Para as instâncias de pequeno porte, os tempos computacionais ficaram na média de 2,70 segundos, demonstrando redução significativa em relação ao modelo sem transferência. Os valores da função objetivo ficaram entre \$9,53 mil e \$63,50 mil, apresentando redução na maioria das instâncias quando comparados ao modelo anterior.

Nas instâncias de médio porte, os tempos de processamento permaneceram baixos, com média de 6,14 segundos. A função objetivo apresentou valores entre \$38,19 mil e \$108,84 mil, mantendo o padrão de redução observado nas instâncias menores.

As instâncias de grande porte apresentaram tempos computacionais na média de 72,63 segundos, com redução substancial em relação ao modelo sem transferência. A função objetivo variou de \$90,90 mil a \$697,90 mil, mantendo a correlação com o tamanho das instâncias. Destaca-se que a instância de maior complexidade (i6-k22-j20-t16-p4) apresentou o maior valor de função objetivo e tempo computacional, refletindo o impacto do aumento simultâneo no número de clientes, produtos e períodos.

O modelo com transferência obteve tempo médio de execução de 27,16 segundos e valor médio da função objetivo de \$126,26 mil. Todas as 24 instâncias foram resolvidas de forma ótima, apresentando tempos computacionais consistentemente menores que o modelo sem transferência.

A comparação preliminar entre os modelos sequenciais evidencia que a possibilidade de transferência entre plantas proporciona maior flexibilidade operacional, resultando em redução de **4,9%** nos custos totais (de \$ 132,75 mil para \$ 126,26 mil). Esta flexibilidade adicional será posteriormente contrastada com a abordagem integrada, que considera simultaneamente as decisões de localização, produção e distribuição em um único modelo de otimização.

4.1.2.1 Metodologia de Cálculo de Métricas para Modelos Sequenciais

É importante esclarecer como são calculadas as métricas de desempenho para os modelos sequenciais, que diferem dos modelos integrados por resolverem múltiplos sub-problemas independentes:

Tempo Computacional Total: O tempo total do modelo sequencial é calculado como a soma dos tempos de resolução de todas as etapas:

$$T_{total} = T_{estratégico} + \sum_{i \in I_{ativas}} T_{tático}^{(i)} + T_{operacional} \quad (4.1)$$

onde $T_{estratégico}$ é o tempo de resolução do problema de localização e alocação, $T_{tático}^{(i)}$ é o tempo de resolução do subproblema de produção da planta i , e $T_{operacional}$ é o tempo de resolução do problema de distribuição.

Gap de Otimalidade: Como os modelos sequenciais não possuem uma função objetivo global única, o gap reportado refere-se ao desempenho de cada etapa individual. Quando todas as etapas são resolvidas optimamente (como observado nas instâncias testadas), o gap é reportado como 0,00%. Em casos onde alguma etapa apresentasse gap de otimalidade, seria necessário definir uma metodologia de agregação, como o gap máximo entre as etapas ou um gap ponderado pelos valores das funções objetivo respectivas.

Função Objetivo Total: O valor da função objetivo do modelo sequencial é calculado como:

$$FO_{sequencial} = FO_{estratégico} + \sum_{i \in I_{ativas}} FO_{tático}^{(i)} + FO_{operacional} \quad (4.2)$$

onde cada componente refere-se ao valor ótimo obtido em sua respectiva etapa de otimização.

4.1.3 Resultados Modelo Integrado SEM Transferência entre Plantas

Os resultados do modelo integrado sem transferência entre plantas são apresentados na Tabela 5. O modelo apresenta maior dificuldade computacional comparado aos modelos sequenciais, evidenciando o impacto da integração das decisões na complexidade de otimização.

Tabela 5: Resultados - Modelo integrado SEM transferência entre plantas.

Porte	Instal. Candid.	Cli-ntes	Pro-ductos	Perí-odos	Instal. Local.	FO ($\times 1000$)	Gap (%)	Tempo (s)
Pequeno	3	5	5	5	2	7,95	0,00	108,05
	3	8	6	5	2	17,59	0,00	683,70
	4	6	5	6	2	11,99	0,00	227,70
	4	5	8	5	3	14,15	0,00	560,82
	5	7	7	6	2	16,94	0,00	181,74
	8	6	6	6	3	15,90	0,00	1022,09
	6	10	5	7	2	20,49	1,03	3606,75
	3	15	8	8	2	61,58	3,38	3603,00
Médio	4	8	15	7	2	60,63	1,55	3603,15
	6	8	8	10	3	39,72	7,41	3600,22
	8	10	7	7	4	36,84	7,90	3605,81
	5	10	10	8	3	46,92	8,80	3605,09
	7	12	6	8	3	38,45	5,28	3611,58
	5	9	12	9	3	62,51	5,00	3610,28
	10	10	10	6	4	34,84	8,74	3604,35
	6	10	20	8	3	106,64	11,71	3600,19
Grande	7	15	10	10	3	95,01	7,02	3611,86
	10	18	8	12	3	87,05	10,83	3602,78
	8	15	15	10	3	133,89	9,97	3600,34
	12	20	12	10	4	214,62	5,88	3600,21
	9	30	8	14	3	371,22	3,48	3600,15
	7	20	18	12	4	290,91	15,61	3600,39
	6	22	20	16	4	713,52	6,79	3600,42
	10	25	25	15	4	546,84	17,22	3600,37
Média						126,93	5,74	2818,79

Para as instâncias de pequeno porte, os valores da função objetivo variaram de \$7,95 mil a \$61,58 mil. Seis instâncias foram resolvidas com gaps muito baixos (0,01%), enquanto duas apresentaram gaps de otimalidade de 1,03% e 3,38%. O tempo médio de processamento ficou em 1.249 segundos.

Nas instâncias de médio porte, a função objetivo apresentou valores entre \$34,84 mil e \$106,64 mil. Os gaps de otimalidade variaram de 1,55% a 11,71%, com todas as instâncias atingindo o limite de tempo de 3600 segundos.

As instâncias de grande porte apresentaram função objetivo com valores de \$87,05 mil a \$713,52 mil. Os gaps de otimalidade variaram de 3,48% a 17,22%, com todas as instâncias atingindo o limite de tempo de 3600 segundos.

Em termos gerais, o gap de relaxação linear por porte foi de 16,66% para instâncias pequenas, 19,20% para médias e 17,75% para grandes (detalhes ApêndiceA).

O modelo integrado sem transferência apresentou gap médio de otimalidade de 5,74% e tempo computacional médio de 2.818,79 segundos, com todas as instâncias médias e grandes atingindo o limite de tempo. Os resultados indicam que a integração das decisões, embora proporcione uma abordagem mais holística do problema, resulta em maior complexidade computacional comparada aos modelos sequenciais.

4.1.4 Resultados Modelo Integrado COM Transferência entre Plantas

Tabela 6: Resultados - Modelo integrado COM transferência entre plantas.

Porte	Instal. Candid.	Clientes	Produtos	Períodos	Instal. Local.	FO ($\times 1000$)	Gap (%)	Tempo (s)
Pequeno	3	5	5	5	2	7,80	0,00	18,28
	3	8	6	5	2	17,49	0,00	390,04
	4	6	5	6	2	11,50	0,00	142,24
	4	5	8	5	3	13,37	0,00	459,03
	5	7	7	6	2	16,41	0,35	3600,08
	8	6	6	6	3	14,75	0,00	484,84
	6	10	5	7	2	20,09	0,79	3605,82
	3	15	8	8	2	59,96	1,78	3600,13
Médio	4	8	15	7	2	58,27	0,67	3603,44
	6	8	8	10	3	35,44	0,65	3600,10
	8	10	7	7	4	33,92	1,87	3602,47
	5	10	10	8	3	41,77	0,66	3600,16
	7	12	6	8	3	36,98	0,85	3600,92
	5	9	12	9	3	59,21	2,60	3600,25
	10	10	10	6	4	32,05	2,64	3609,22
	6	10	20	8	3	97,07	3,64	3600,18
Grande	7	15	10	10	3	91,27	2,97	3600,20
	10	18	8	12	3	83,66	7,16	3611,79
	8	15	15	10	3	123,83	2,42	3603,71
	12	20	12	10	4	198,62	0,20	3601,50
	9	30	8	14	3	357,51	0,29	3610,62
	7	20	18	12	4	257,27	4,88	3600,40
	6	22	20	16	4	652,04	0,26	3617,59
	10	25	25	15	4	478,85	5,64	3600,68
Média						116,63	1,68	2915,15

Os resultados do modelo integrado com transferência entre plantas são apresentados na Tabela 6. O modelo apresenta desempenho computacional superior ao modelo sem transferência, demonstrando que a flexibilidade operacional facilita o processo de otimização.

Para as instâncias de pequeno porte, os valores da função objetivo variaram de \$7,80 mil a \$59,96 mil. Cinco instâncias foram resolvidas com gaps muito baixos (0,004%

a 0,010%), enquanto três apresentaram gaps de otimalidade superiores (0,345%, 0,790% e 1,778%). Os tempos computacionais variaram significativamente, de 18,28 segundos a 3605,82 segundos, com três instâncias atingindo o limite de tempo, chegando a uma média de 1.537 segundos.

Nas instâncias de médio porte, a função objetivo apresentou valores entre \$32,05 mil e \$97,07 mil. Os gaps de otimalidade ficaram entre 0,650% e 3,636%, com todas as instâncias atingindo o limite de tempo de 3600 segundos. Observa-se uma melhoria consistente nos valores da função objetivo comparados ao modelo sem transferência.

As instâncias de grande porte apresentaram função objetivo com valores de \$83,66 mil a \$652,04 mil. Os gaps de otimalidade variaram de 0,198% a 7,165%, demonstrando melhor convergência que o modelo sem transferência. Todas as instâncias atingiram o limite de tempo de 3600 segundos.

Em termos gerais, o gap de relaxação linear por porte foi de 13,75% para instâncias pequenas, 13,84% para médias e 12,01% para grandes (detalhes no ApêndiceB).

O modelo integrado com transferência obteve gap médio de otimalidade de 1,68% (redução de **70,7%** comparado ao modelo sem transferência) e valor médio da função objetivo de \$116,63 mil. O tempo computacional médio foi de 2.915,15 segundos. A comparação entre os modelos integrados evidencia que a possibilidade de transferência entre plantas proporciona redução de **8,1%** nos custos totais e melhoria substancial na qualidade das soluções obtidas pelo solver.

A Figura 4.1 consolida visualmente o desempenho comparativo dos quatro modelos desenvolvidos, evidenciando claramente os trade-offs entre eficiência econômica e demanda computacional. O gráfico demonstra que, embora os modelos integrados exijam maior esforço computacional, proporcionam benefícios econômicos superiores, sendo o modelo integrado com transferência entre plantas a configuração que alcança o melhor desempenho econômico global.

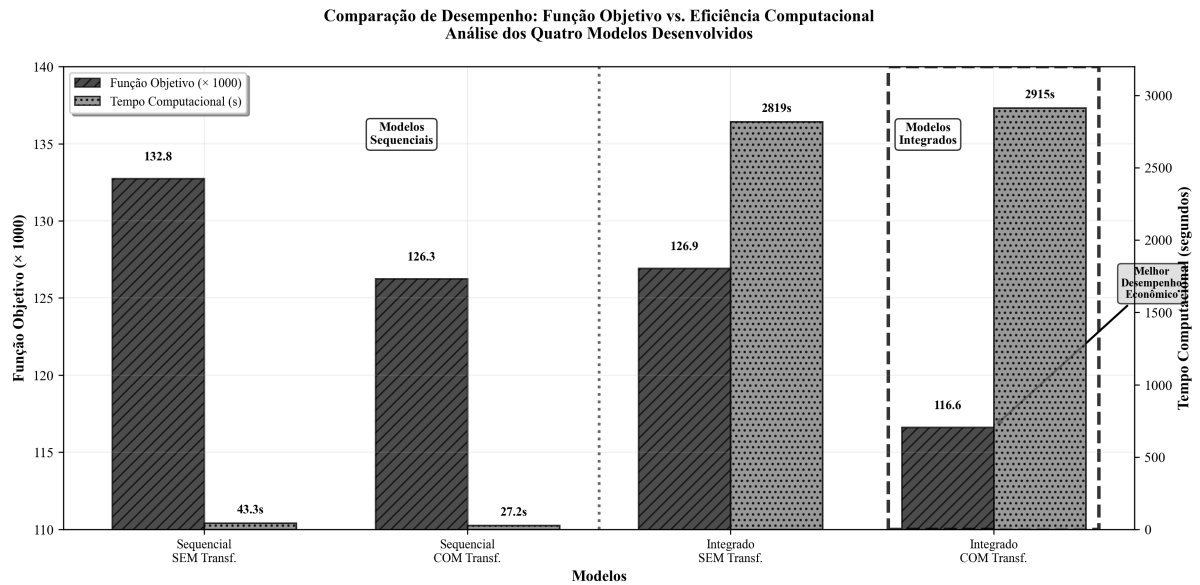


Figura 4.1: Comparação de desempenho: função objetivo vs. eficiência computacional dos quatro modelos desenvolvidos

4.2 Comparação Geral dos Modelos

Esta seção tem por objetivo consolidar uma análise comparativa sistemática entre os quatro modelos desenvolvidos, quantificando os impactos específicos da flexibilidade de transferência entre plantas e da otimização integrada no desempenho econômico e computacional do sistema.

A comparação é estruturada de forma a isolar os efeitos de cada componente metodológico, permitindo identificar onde cada abordagem alcança seus principais benefícios e quais trade-offs estão envolvidos. Os resultados desta análise fundamentam a validação da metodologia proposta e orientam as recomendações para a aplicação prática dos modelos desenvolvidos.

É importante considerar que a comparação entre os modelos apresenta uma assimetria metodológica: enquanto os modelos sequenciais alcançaram soluções ótimas comprovadas (gap = 0,00%), os modelos integrados apresentaram gaps de otimalidade médios de 5,74% (SEM transferência) e 1,68% (COM transferência). No entanto, a análise dos bounds inferiores da relaxação linear (Apêndice ??) demonstra que mesmo no cenário teórico ideal, os modelos integrados possuem potencial econômico substancialmente superior: os bounds de \$105,08 mil (SEM) e \$104,37 mil (COM) são 20,8% e 21,4% menores que as soluções ótimas sequenciais de \$132,75 mil e \$126,26 mil, respectivamente. Esta evidência confirma que a superioridade observada não é artefato dos gaps de otimalidade,

mas reflete genuinamente os benefícios da coordenação integrada.

4.2.1 Sequencial vs Integrado SEM transferência

A comparação entre os modelos sequencial e integrado sem transferência entre plantas é apresentada na Tabela 7. Para uma avaliação completa do desempenho, foram realizadas duas análises complementares: **validação da robustez técnica** e **quantificação do impacto econômico**.

Tabela 7: Comparação dos valores da função objetivo - Sequencial vs Integrado SEM transferência.

Porte	Instal. Candid.	Cientes	Produtos	Períodos	Instal. Local.	FO Sequencial ($\times 1000$)	FO Integrado ($\times 1000$)	Economia (%)
Pequeno	3	5	5	5	2	10,38	7,95	23,47
	3	8	6	5	2	19,38	17,59	9,22
	4	6	5	6	2	13,19	11,99	9,04
	4	5	8	5	3	17,02	14,15	16,84
	5	7	7	6	2	19,89	16,94	14,85
	8	6	6	6	3	17,71	15,90	10,24
	6	10	5	7	2	21,98	20,49	6,76
Médio	3	15	8	8	2	64,51	61,58	4,54
	4	8	15	7	2	65,15	60,63	6,94
	6	8	8	10	3	48,36	39,72	17,86
	8	10	7	7	4	44,05	36,84	16,37
	5	10	10	8	3	53,57	46,92	12,41
	7	12	6	8	3	40,74	38,45	5,60
	5	9	12	9	3	74,84	62,51	16,48
Grande	10	10	10	6	4	41,43	34,84	15,89
	6	10	20	8	3	115,57	106,64	7,73
	7	15	10	10	3	100,92	95,01	5,86
	10	18	8	12	3	95,49	87,05	8,84
	8	15	15	10	3	142,73	133,89	6,20
	12	20	12	10	4	223,58	214,62	4,01
	9	30	8	14	3	376,92	371,22	1,51
Média	7	20	18	12	4	299,67	290,91	2,92
	6	22	20	16	4	733,71	713,52	2,75
	10	25	25	15	4	545,27	546,84	-0,29
Média						132,75	126,93	4,39

4.2.1.1 Análise de Robustez Técnica

O modelo integrado demonstra **superioridade técnica consistente**, apresentando melhor desempenho em 96% das instâncias testadas (23 de 24 casos). A análise por porte, utilizando média aritmética simples para equalizar o peso de cada teste, revela

que:

- **Pequeno porte:** economia média de 11,87%, com 100% de casos superiores
- **Médio porte:** economia média de 12,41%, com 100% de casos superiores
- **Grande porte:** economia média de 3,97%, com 87,5% de casos superiores

Esta análise confirma a **robustez e confiabilidade** do algoritmo proposto independentemente da complexidade do problema.

4.2.1.2 Análise de Impacto Econômico

Considerando o valor absoluto de cada instância para avaliar o **benefício operacional real**, o modelo integrado proporciona economia total de \$139,84 mil, representando **4,39% de redução** nos custos do sistema. A distribuição por porte demonstra:

- **Pequeno porte:** \$17,47 mil de economia total (9,49% do valor agregado)
- **Médio porte:** \$57,14 mil de economia total (11,81% do valor agregado)
- **Grande porte:** \$65,23 mil de economia total (2,59% do valor agregado)

4.2.1.3 Síntese dos Resultados

As duas análises convergem para demonstrar que o modelo integrado é tanto **tecnicamente superior** quanto **economicamente viável**. A redução da eficiência relativa em instâncias de grande porte reflete a crescente complexidade computacional, mas o algoritmo mantém vantagem absoluta, validando sua aplicabilidade em cenários industriais diversos.

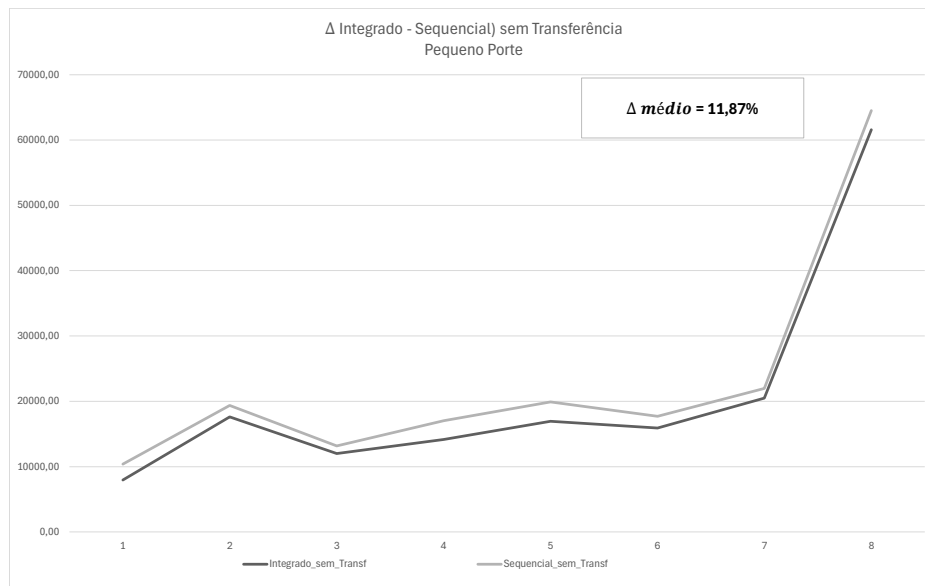


Figura 4.2: Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado SEM transferência - Instâncias de pequeno porte

A Figura 4.2 demonstra a **consistente superioridade** do modelo integrado em todas as instâncias de pequeno porte. O gráfico revela variabilidade significativa nos benefícios absolutos, com economia variando de 4,54% a 23,47%, evidenciando que a abordagem integrada mantém vantagem mesmo em cenários de menor complexidade, onde os ganhos de coordenação poderiam ser menos evidentes.

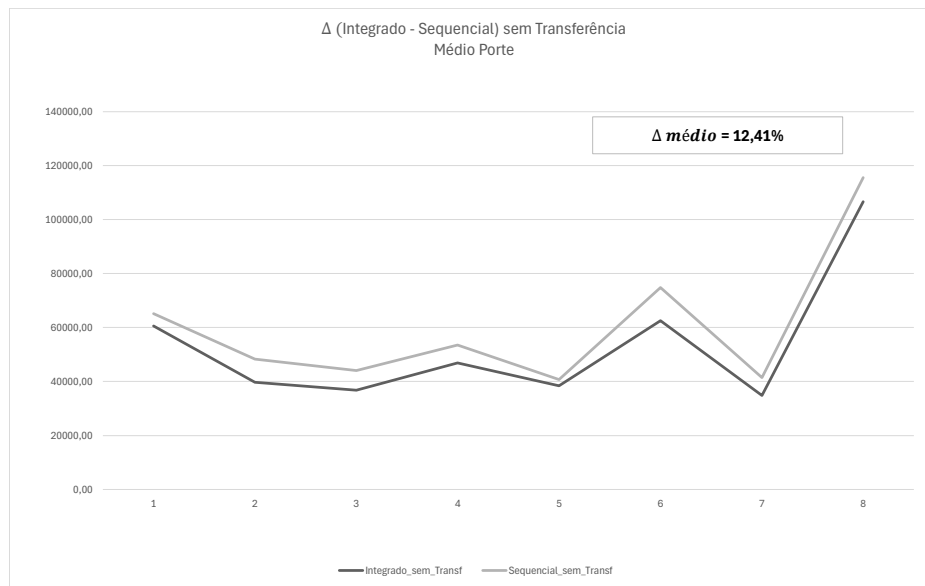


Figura 4.3: Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado SEM transferência - Instâncias de médio porte

A Figura 4.3 ilustra o **melhor desempenho relativo** observado entre todas as categorias de porte. O gráfico evidencia maior variabilidade nos benefícios (5,60% a 17,86%) comparativamente às instâncias de pequeno porte, demonstrando que esta categoria representa o ponto ótimo entre complexidade gerenciável e potencial de coordenação, resultando na maior economia média percentual (12,41%).

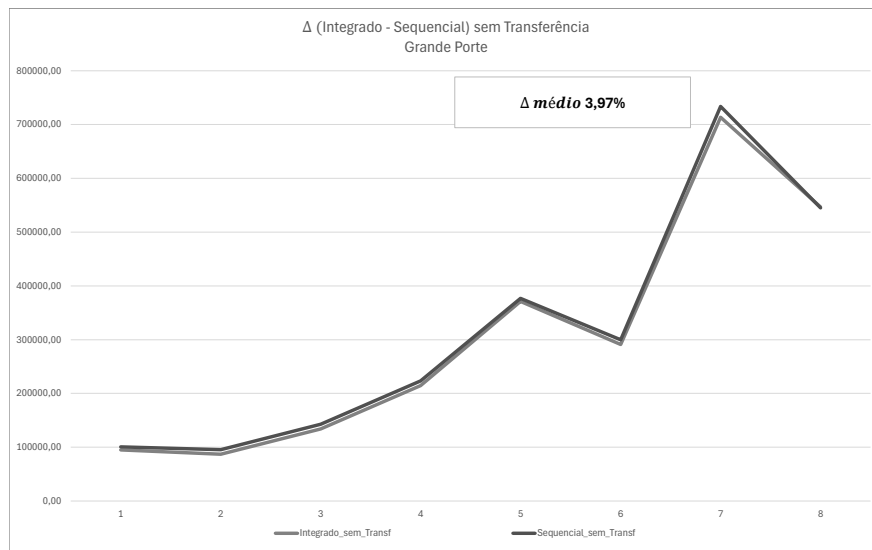


Figura 4.4: Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado SEM transferência - Instâncias de grande porte

A Figura 4.4 revela os **desafios inerentes à otimização integrada** em problemas de maior escala. O gráfico mostra tendência de redução nos benefícios percentuais conforme aumenta a complexidade, culminando em um caso com resultado negativo (-0,29%) na instância i10-k25-j25-t15-p4. Este comportamento confirma que a crescente complexidade computacional limita parcialmente os benefícios da coordenação, embora o modelo integrado ainda mantenha superioridade em 87,5% dos casos desta categoria.

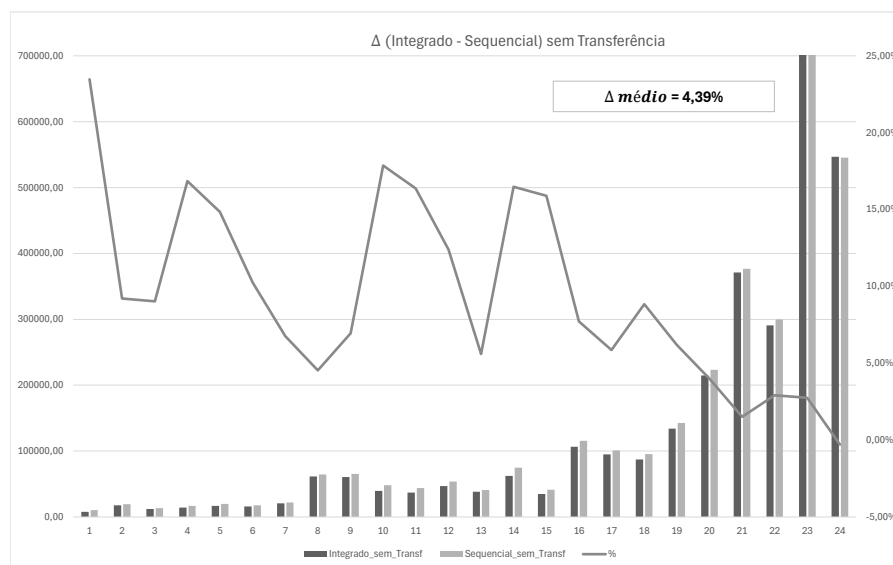


Figura 4.5: Síntese comparativa das diferenças médias de custos SEM transferência por categoria de porte

A Figura 4.5 oferece uma perspectiva consolidada dos benefícios da otimização integrada no cenário sem transferência. A visualização apresenta tanto os **deltas individuais** das 24 instâncias quanto as **diferenças percentuais** correspondentes, demonstrando a economia geral de 4,39% obtida pelo modelo integrado. O gráfico evidencia que, apesar da variabilidade entre instâncias, o modelo integrado apresenta superioridade técnica em 96% dos casos testados, validando a robustez da abordagem proposta mesmo em um cenário restritivo sem flexibilidade de transferência entre plantas.

4.2.2 Sequencial vs Integrado COM transferência

A comparação entre os modelos sequencial e integrado com transferência entre plantas é apresentada na Tabela 8. Para uma avaliação completa do desempenho, foram realizadas duas análises complementares: **validação da robustez técnica** e **quantificação do impacto econômico**.

Tabela 8: Comparação dos valores da função objetivo - Sequencial vs Integrado COM transferência.

Porte	Instal. Candid.	Cli- entes	Pro- dutos	Perí- odos	Instal. Local.	FO Sequencial (×1000)	FO Integrado (×1000)	Economia (%)
Pequeno	3	5	5	5	2	9,53	7,80	18,15
	3	8	6	5	2	18,60	17,49	5,97
	4	6	5	6	2	12,82	11,50	10,27
	4	5	8	5	3	15,80	13,37	15,38
	5	7	7	6	2	19,21	16,41	14,58
	8	6	6	6	3	16,71	14,75	11,72
	6	10	5	7	2	21,39	20,09	6,09
	3	15	8	8	2	63,50	59,96	5,57
Médio	4	8	15	7	2	63,34	58,27	8,00
	6	8	8	10	3	42,93	35,44	17,46
	8	10	7	7	4	38,76	33,92	12,49
	5	10	10	8	3	49,75	41,77	16,04
	7	12	6	8	3	39,63	36,98	6,68
	5	9	12	9	3	68,24	59,21	13,23
	10	10	10	6	4	38,19	32,05	16,08
	6	10	20	8	3	108,84	97,07	10,81
Grande	7	15	10	10	3	97,58	91,27	6,47
	10	18	8	12	3	90,90	83,66	7,96
	8	15	15	10	3	135,85	123,83	8,85
	12	20	12	10	4	212,21	198,62	6,40
	9	30	8	14	3	370,58	357,51	3,53
	7	20	18	12	4	278,20	257,27	7,52
	6	22	20	16	4	697,90	652,04	6,57
	10	25	25	15	4	519,91	478,85	7,90
	Média					126,26	116,63	7,63

4.2.2.1 Análise de Robustez Técnica

O modelo integrado demonstra **superioridade técnica absoluta**, apresentando melhor desempenho em 100% das instâncias testadas. A análise por porte, utilizando média aritmética simples para equalizar o peso de cada teste, revela que:

- **Pequeno porte:** economia média de 10,97%, com 100% de casos superiores
- **Médio porte:** economia média de 12,60%, com 100% de casos superiores
- **Grande porte:** economia média de 6,90%, com 100% de casos superiores

Esta análise confirma que a **flexibilidade de transferência elimina completamente** os casos problemáticos, garantindo robustez absoluta do algoritmo proposto em todos os níveis de complexidade.

4.2.2.2 Análise de Impacto Econômico

Considerando o valor absoluto de cada instância para avaliar o **benefício operacional real**, o modelo integrado com transferência proporciona economia total de \$231,12 mil, representando **7,63% de redução** nos custos do sistema. A distribuição por porte demonstra:

- **Pequeno porte:** \$16,19 mil de economia total (9,12% do valor agregado)
- **Médio porte:** \$54,98 mil de economia total (12,22% do valor agregado)
- **Grande porte:** \$159,95 mil de economia total (6,66% do valor agregado)

4.2.2.3 Impacto da Flexibilidade de Transferência

A comparação entre os cenários sem e com transferência revela o **valor estratégico** da flexibilidade operacional:

- **Melhoria na robustez:** Taxa de sucesso aumentou de 96% para 100%
- **Melhoria na economia:** Benefício total aumentou de 4,39% para 7,63%
- **Ganho incremental:** 3,24 pontos percentuais de economia adicional
- **Benefício absoluto:** \$91,28 mil adicionais de economia

4.2.2.4 Síntese dos Resultados

As análises convergem para demonstrar que a **flexibilidade de transferência potencializa significativamente** os benefícios da otimização integrada. O modelo não apenas mantém superioridade técnica em todos os casos, mas também proporciona impacto econômico 74% superior ao cenário restritivo, validando a importância da flexibilidade operacional para maximização dos ganhos em contextos industriais complexos.

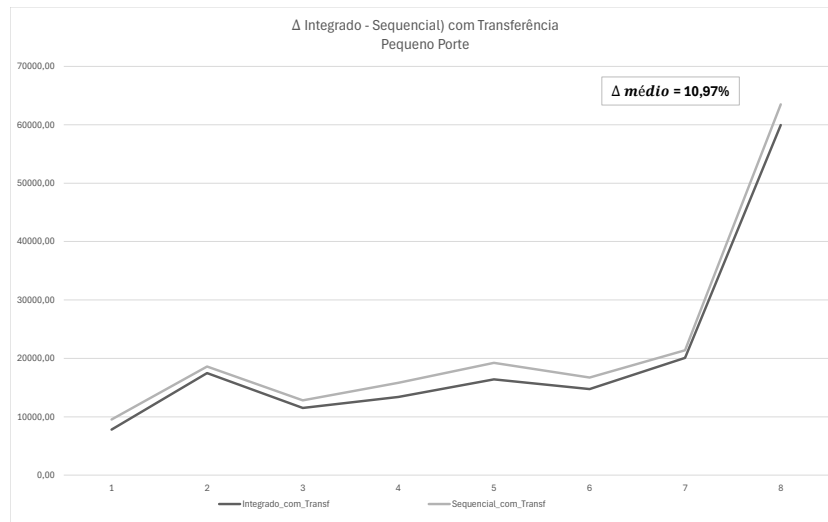


Figura 4.6: Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado COM transferência - Instâncias de pequeno porte

A Figura 4.6 demonstra a **consistência aprimorada** dos benefícios em instâncias de pequeno porte com transferência. O gráfico revela economia variando de 5,57% a 18,15%, evidenciando que a flexibilidade de transferência elimina a variabilidade excessiva observada no cenário restritivo, mantendo benefícios robustos mesmo em problemas de menor complexidade.

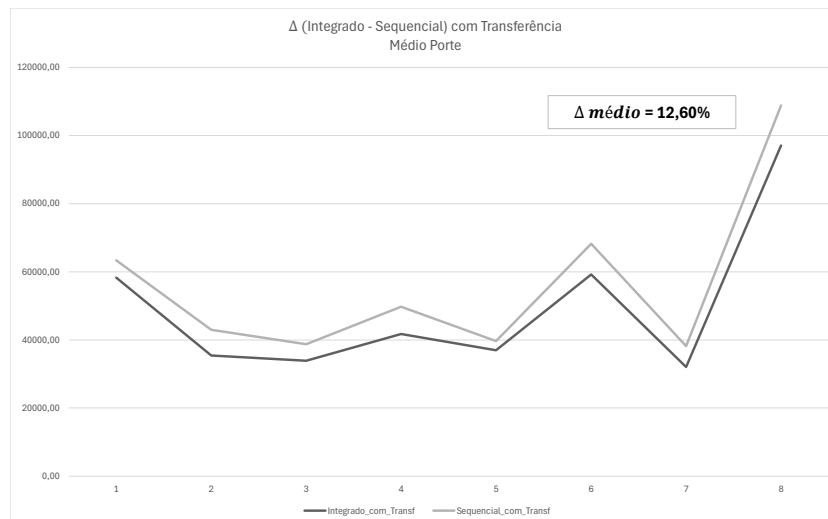


Figura 4.7: Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado COM transferência - Instâncias de médio porte

A Figura 4.7 ilustra o **desempenho otimizado** observado nas instâncias de médio

porte. O gráfico evidencia economia variando de 6,68% a 17,46%, confirmando que esta categoria continua representando o melhor equilíbrio entre complexidade e potencial de coordenação, agora potencializado pela flexibilidade de transferência.

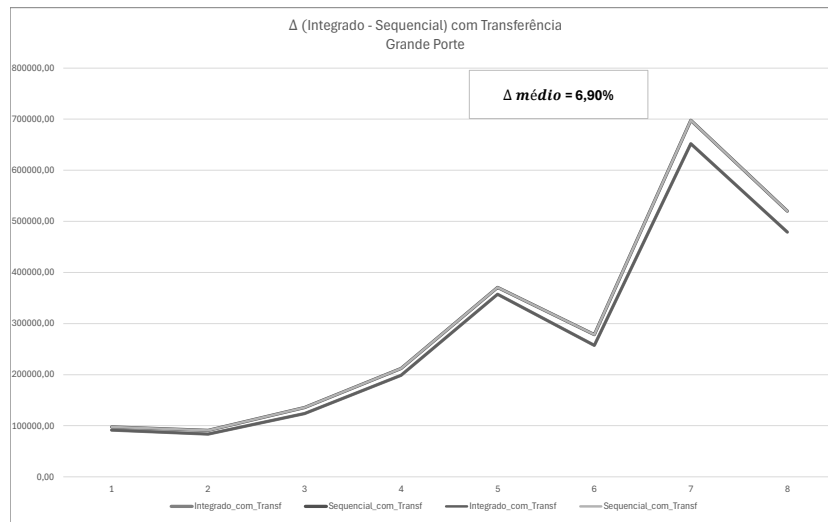


Figura 4.8: Diferenças de custos entre modelos sequencial e integrado COM transferência - Instâncias de grande porte

A Figura 4.8 revela o **impacto transformador** da flexibilidade de transferência em instâncias de grande porte. O gráfico mostra que, diferentemente do cenário restritivo, todas as instâncias apresentam benefícios positivos (3,53% a 8,85%), eliminando completamente o caso problemático e demonstrando que a flexibilidade de transferência é fundamental para viabilizar a otimização integrada em problemas de maior escala.

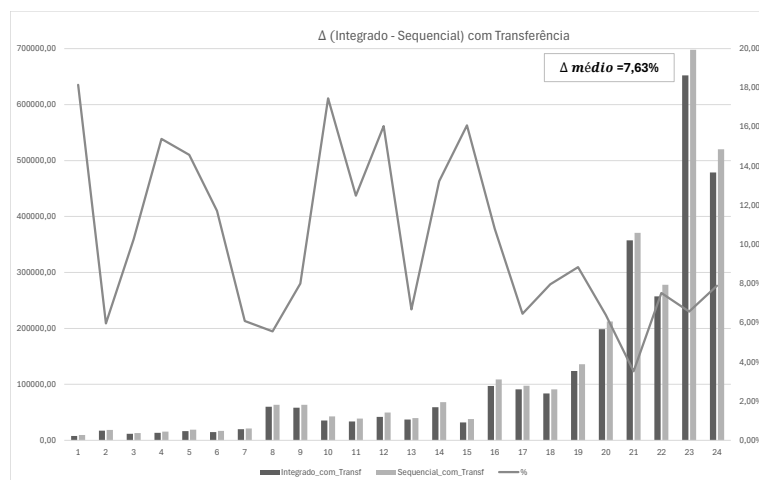


Figura 4.9: Síntese comparativa das diferenças médias de custos COM transferência por categoria de porte

A Figura 4.9 oferece uma perspectiva consolidada dos benefícios maximizados da otimização integrada com transferência. A visualização apresenta a economia geral de **7,63%** e demonstra que a flexibilidade de transferência não apenas elimina casos problemáticos, mas também amplifica os benefícios em 74% comparativamente ao cenário restritivo. O gráfico evidencia a superioridade técnica absoluta (100% de casos superiores) e o impacto econômico otimizado, validando a flexibilidade de transferência como elemento-chave para maximização dos ganhos da abordagem integrada.

4.3 Análise Comparativa dos Custos Operacionais dos Modelos

A análise dos custos operacionais dos quatro modelos desenvolvidos revela diferenças significativas em termos de eficiência econômica. Os resultados obtidos através da função objetivo demonstram o impacto quantitativo da metodologia integrada quando comparada às abordagens sequenciais tradicionais. Esta seção apresenta uma decomposição detalhada dos custos operacionais, permitindo identificar onde ocorrem os principais benefícios da otimização integrada e como a flexibilidade de transferência entre plantas influencia cada componente de custo.

4.3.1 Modelo SEM Transferência entre Plantas

4.3.1.1 Análise Geral dos Custos Operacionais

Tabela 9: Decomposição dos custos operacionais - Sequencial vs Integrado SEM transferência

Componente de Custo	Sequencial SEM Transf.	Integrado SEM Transf.	Economia (%)
Produção	1.561.249,00	1.556.701,00	0,29%
Estoque	198.275,81	166.282,10	16,14%
Transporte	1.124.682,83	1.162.707,51	-3,38%
Atraso	301.850,12	160.531,77	46,82%
Total	3.186.057,76	3.046.222,38	4,39%

A análise dos custos operacionais dos quatro modelos desenvolvidos revela diferenças significativas em termos de eficiência econômica. Os resultados obtidos através da função objetivo demonstram o impacto quantitativo da metodologia integrada quando comparada às abordagens sequenciais tradicionais.

Metodologia de agregação: Os valores apresentados nesta seção correspondem à soma total dos custos obtidos em todas as 24 instâncias testadas para cada modelo. Para cada instância individual, os custos são calculados por componente (produção, estoque, transporte, atraso e transferência) e, posteriormente, agregados ao longo de todo o conjunto de testes. Esta abordagem permite avaliar o impacto econômico absoluto que pode ser obtido através da implementação da metodologia proposta em um portfólio diversificado de cenários operacionais, considerando diferentes portes e configurações de problema.

Esta seção apresenta uma decomposição detalhada dos custos operacionais, permitindo identificar onde ocorrem os principais benefícios da otimização integrada e como a flexibilidade de transferência entre plantas influencia cada componente de custo.

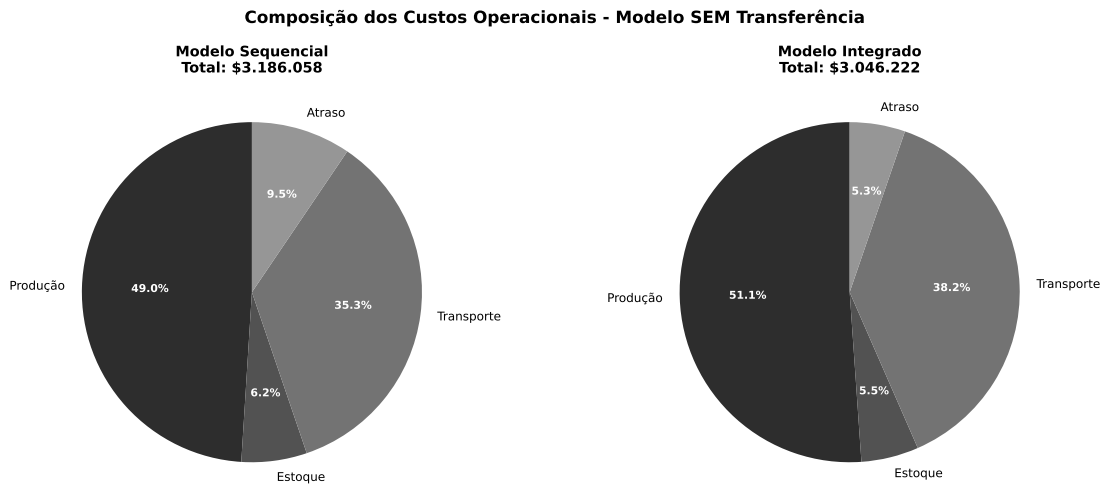


Figura 4.10: Decomposição dos custos operacionais - Modelo SEM transferência

4.3.1.2 Custos de Produção

Tabela 10: Custos de produção por porte - Sequencial vs Integrado SEM transferência

Porte	Sequencial SEM Transf.	Integrado SEM Transf.	Economia (%)
Pequeno	94.230,00	93.743,00	0,52%
Médio	263.130,00	261.770,00	0,52%
Grande	1.203.889,00	1.201.188,00	0,22%
Total	1.561.249,00	1.556.701,00	0,29%

Os custos de produção apresentam economias modestas, com redução total de 0,29%. A análise por porte revela comportamento diferenciado: instâncias pequenas e médias apresentam economias idênticas de 0,52%, enquanto instâncias grandes mostram economia reduzida de 0,22%. Esta redução limitada nos custos de produção pode ser explicada por quatro fatores fundamentais:

- **Rigidez paramétrica:** Os custos de produção são intrinsecamente determinados pelos parâmetros de custo unitário e volumes produzidos, que são relativamente fixos independentemente da abordagem de otimização adotada. A demanda total permanece constante entre os modelos, limitando o potencial de redução através de ajustes no volume produzido.
- **Características dos lotes padronizados:** A natureza do problema de dimensionamento de lotes com tamanhos pré-fixados (batch sizes), característica inerente

aos processos industriais estudados, define volumes mínimos de produção que devem ser respeitados. Esta característica, embora reflita as realidades operacionais da indústria automotiva e de autopeças, limita a capacidade do modelo integrado de explorar ajustes granulares nos volumes de produção, concentrando as oportunidades de otimização na coordenação temporal e espacial das decisões.

- **Foco da otimização integrada:** As economias mais significativas da otimização integrada concentram-se na coordenação temporal e espacial das decisões (redução de estoques e atrasos), enquanto os custos diretos de manufatura permanecem relativamente inalterados. O modelo integrado prioriza otimizações na cadeia logística em detrimento de reduções nos custos produtivos primários.
- **Limitações computacionais:** A complexidade crescente dos problemas de grande porte limita as oportunidades de otimização nos custos diretos de manufatura devido às restrições na exploração simultânea do espaço de soluções, resultando em convergência para soluções localmente ótimas que preservam os padrões produtivos do modelo sequencial.

4.3.1.3 Custos de Estoque

Tabela 11: Custos de estoque por porte - Sequencial vs Integrado SEM transferência

Porte	Sequencial SEM Transf.	Integrado SEM Transf.	Economia (%)
Pequeno	16.009,42	7.794,65	51,31%
Médio	46.545,96	31.516,92	32,29%
Grande	135.720,43	126.970,53	6,45%
Total	198.275,81	166.282,10	16,14%

Os custos de estoque demonstram o maior benefício relativo da otimização integrada, com economia total de 16,14%. A análise por porte revela padrão decrescente de benefícios: instâncias pequenas alcançam economia excepcional de 51,31%, médias apresentam redução substancial de 32,29%, e grandes mostram economia modesta de 6,45%. Este comportamento evidencia que a coordenação entre decisões de localização, produção e distribuição é mais eficaz em problemas de menor complexidade, onde a sincronização entre oferta e demanda pode ser otimizada com maior precisão.

4.3.1.4 Custos de Transporte

Tabela 12: Custos de transporte por porte - Sequencial vs Integrado SEM transferência

Porte	Sequencial SEM Transf.	Integrado SEM Transf.	Economia (%)
Pequeno	52.812,41	55.902,29	-5,85%
Médio	98.581,73	104.917,26	-6,43%
Grande	973.288,69	1.001.887,96	-2,94%
Total	1.124.682,83	1.162.707,51	-3,38%

Os custos de transporte apresentam comportamento desfavorável, com aumento total de 3,38%. Todas as categorias de porte mostram aumentos: pequeno (5,85%), médio (6,43%) e grande (2,94%). Este resultado configura um trade-off estratégico onde o modelo integrado aceita maiores custos de transporte para alcançar otimizações superiores em outros componentes, particularmente nos custos de atraso e estoque, resultando em economia total positiva do sistema.

4.3.1.5 Custos de Atraso

Tabela 13: Custos de atraso por porte - Sequencial vs Integrado SEM transferência

Porte	Sequencial SEM Transf.	Integrado SEM Transf.	Economia (%)
Pequeno	21.015,50	9.161,26	56,41%
Médio	75.446,71	28.358,46	62,41%
Grande	205.387,91	123.012,05	40,11%
Total	301.850,12	160.531,77	46,82%

Os custos de atraso apresentam a redução mais expressiva, com economia total de 46,82%. A análise por porte revela que instâncias médias alcançam a maior economia (62,41%), seguidas pelas pequenas (56,41%) e grandes (40,11%). Esta redução substancial indica que a otimização integrada é particularmente eficaz em melhorar o cumprimento de prazos, especialmente em problemas de complexidade baixa a intermediária, onde a coordenação temporal entre decisões pode ser explorada mais efetivamente.

4.3.1.6 Síntese da Economia por Componente de Custo

A análise consolidada dos resultados evidencia que a otimização integrada alcança benefícios substanciais através de trade-offs estratégicos bem definidos. A Figura 4.11 apresenta uma síntese visual da economia absoluta por componente de custo, demonstrando claramente onde ocorrem os principais ganhos e quais custos são sacrificados para alcançar a otimização global do sistema.

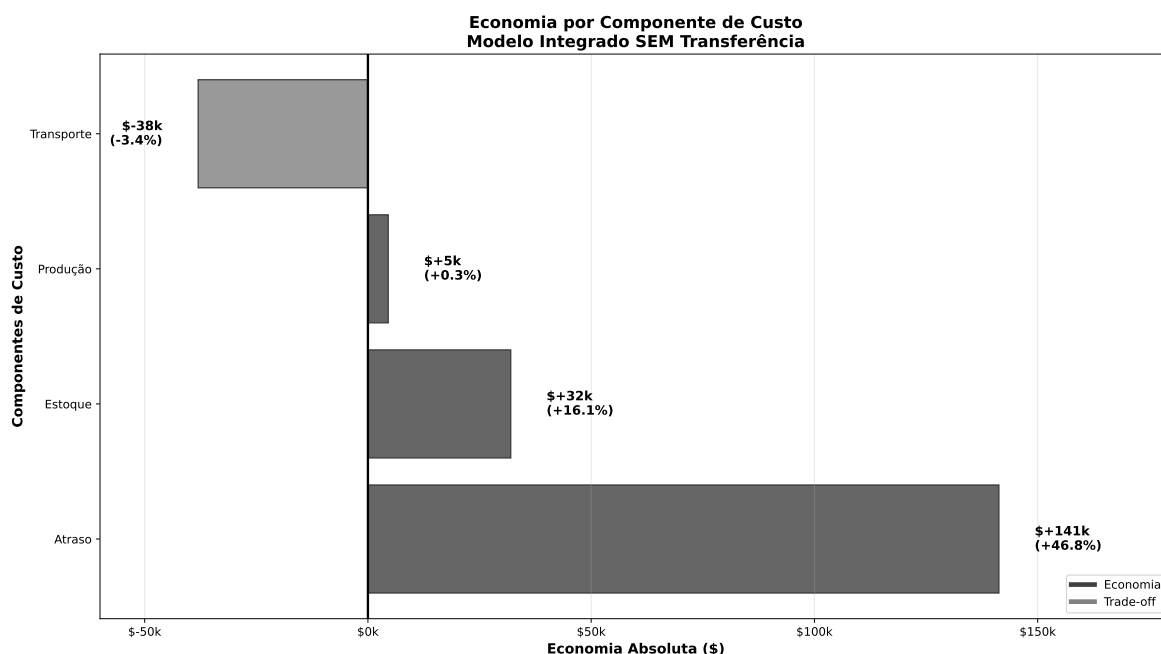


Figura 4.11: Economia por componente de custo - Modelo SEM transferência

Os resultados demonstram que as economias significativas em custos de atraso (\$ 141,32 mil, 46,82%) e estoque (\$ 31,99 mil, 16,14%), somadas à economia modesta em produção (\$ 4,55 mil, 0,29%), superam o custo adicional de transporte (\$ 38,02 mil, 3,38%). Esta configuração resulta em economia líquida total de \$ 139,84 mil (4,39%), confirmando a eficácia da metodologia integrada mesmo sem flexibilidade de transferência entre plantas.

4.3.1.7 Taxa de Atendimento e Qualidade de Serviço

A análise da taxa de atendimento constitui elemento fundamental para validação da metodologia proposta, uma vez que reduções de custo que comprometam o nível de

serviço representariam otimização inadequada. A taxa de atendimento é calculada como:

$$\text{Taxa de Atendimento} = \frac{\text{Demanda Total} - \text{Unidades em Atraso}}{\text{Demanda Total}} \times 100\%$$

Tabela 14: Taxa de atendimento - Sequencial vs Integrado SEM transferência

Modelo SEM Transf.	Demanda Total	Unidades em Atraso	Taxa de Atend. (%)
Sequencial	1.417.496	47.040	96,68%
Integrado	1.417.496	26.033	98,16%
Redução %		44,66%	-

O modelo integrado sem transferência alcança taxa de atendimento de 98,16%, superando o modelo sequencial (96,68%) em 1,48 pontos percentuais com redução de 44,65% nas unidades em atraso (21.007 unidades). Esta melhoria evidencia que a otimização integrada consegue simultaneamente reduzir custos operacionais e melhorar a qualidade de serviço através da coordenação entre decisões de localização, produção e distribuição. A Figura 4.12 consolida visualmente os resultados, evidenciando que os benefícios em custos de atraso e estoque superam o trade-off nos custos de transporte, resultando na economia total de 4,39%.

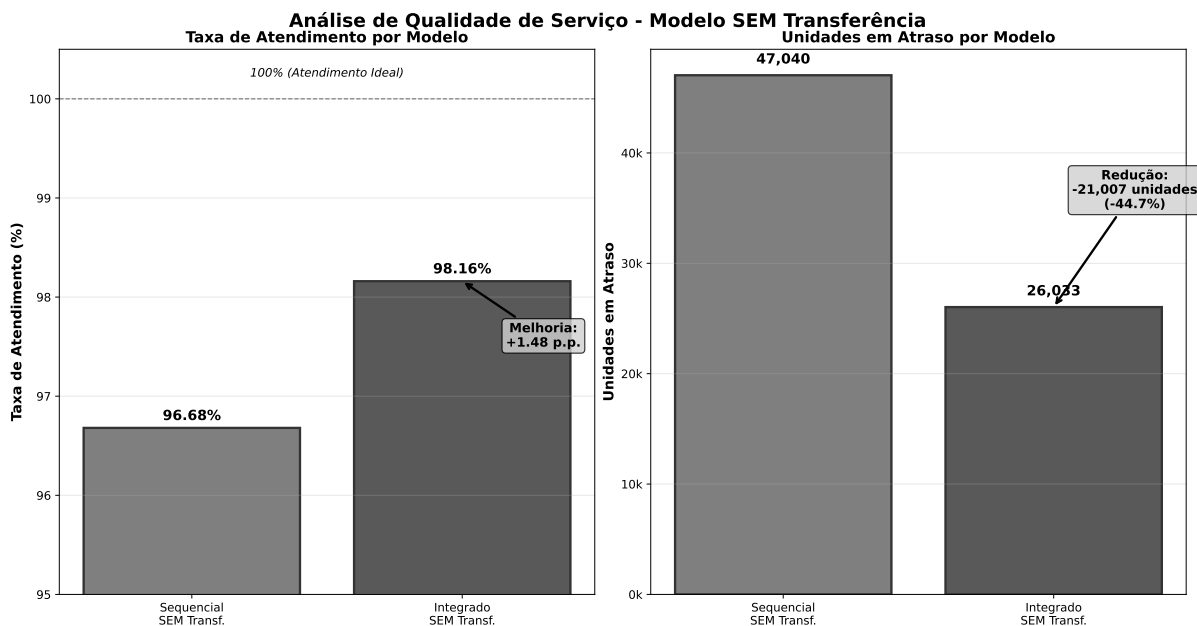


Figura 4.12: Economia por componente de custo - Modelo SEM transferência

4.3.2 Modelo COM Transferência entre Plantas

4.3.2.1 Análise Geral dos Custos Operacionais

Tabela 15: Decomposição dos custos operacionais - Sequencial vs Integrado COM transferência

Componente de Custo	Sequencial COM Transf.	Integrado COM Transf.	Economia (%)
Produção	1.561.249,00	1.531.327,00	1,92%
Estoque	198.275,81	15.775,41	92,04%
Transporte	1.127.312,69	1.144.716,57	-1,54%
Atraso	83.502,36	24.109,36	71,13%
Transferência	60.014,22	83.205,08	-38,64%
Total	3.030.354,08	2.799.133,42	7,63%

A análise comparativa dos custos operacionais no modelo com transferência revela que a abordagem integrada alcança economia total de 7,63%, equivalente a R\$ 231.221 mil. Esta redução representa um desempenho superior ao modelo sem transferência (4,39%), evidenciando que a flexibilidade de transferência entre plantas potencializa os benefícios da otimização integrada. Os resultados demonstram trade-offs estratégicos ainda mais pronunciados, onde economias em custos de estoque (92,04%) e atraso (71,13%) compensam aumentos moderados em custos de transporte (1,54%) e transferência (38,64%), além de uma economia mais expressiva em custos de produção (1,92%).

A capacidade de redistribuir produtos entre plantas permite melhor balanceamento da cadeia produtiva, resultando em reduções dramáticas nos custos de manutenção de estoques e cumprimento de prazos, justificando plenamente os custos adicionais associados à logística de transferência entre plantas.

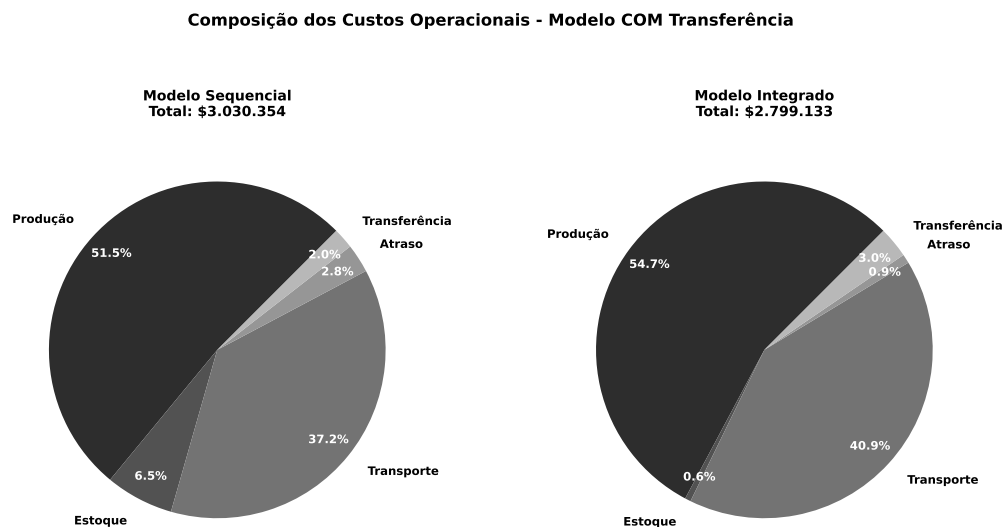


Figura 4.13: Decomposição dos custos operacionais - Modelo COM transferência

4.3.2.2 Custos de Produção

Tabela 16: Custos de produção por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência

Porte	Sequencial COM Transf.	Integrado COM Transf.	Economia (%)
Pequeno	94.230,00	94.014,00	0,23%
Médio	263.130,00	259.218,00	1,49%
Grande	1.203.889,00	1.178.095,00	2,14%
Total	1.561.249,00	1.531.327,00	1,92%

Os custos de produção no modelo com transferência apresentam economia total de 1,92%, superior aos 0,29% observados no modelo sem transferência. A análise por porte revela padrão crescente de benefícios: instâncias pequenas alcançam economia modesta de 0,23%, médias apresentam redução de 1,49%, e grandes mostram a maior economia de 2,14%. Este comportamento indica que a flexibilidade de transferência permite melhor aproveitamento da capacidade produtiva, especialmente em problemas de maior complexidade.

A melhoria nos custos de produção pode ser atribuída a quatro fatores principais relacionados à capacidade de transferência:

- **Balanceamento produtivo:** A possibilidade de transferir produtos entre plan-

tas permite melhor distribuição da carga produtiva, reduzindo custos através do aproveitamento otimizado da capacidade instalada e minimização de ociosidade.

- **Flexibilidade na alocação de demanda:** A transferência permite que plantas com custos produtivos menores atendam demandas geograficamente distantes, resultando em mix produtivo mais eficiente do ponto de vista econômico.
- **Coordenação temporal aprimorada:** A capacidade de redistribuir produtos permite sincronização mais eficaz entre ciclos produtivos e padrões de demanda, reduzindo a necessidade de produção em períodos de maior custo.
- **Economia de escala ampliada:** A transferência permite concentração da produção em plantas com maior eficiência econômica, explorando economias de escala que não seriam viáveis sem flexibilidade de redistribuição.

4.3.2.3 Custos de Estoque

Tabela 17: Custos de estoque por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência

Porte	Sequencial COM Transf.	Integrado COM Transf.	Economia (%)
Pequeno	16.009,42	3.258,39	79,65%
Médio	46.545,96	5.932,88	87,25%
Grande	135.720,43	6.584,14	95,15%
Total	198.275,81	15.775,41	92,04%

Os custos de estoque apresentam a redução mais importante do modelo com transferência, alcançando economia total de 92,04%, significativamente superior aos 16,14% do modelo sem transferência. A análise por porte revela padrão crescente de benefícios: pequenas (79,65%), médias (87,25%) e grandes (95,15%). Este comportamento excepcional evidencia que a flexibilidade de transferência é o principal catalisador para a redução dos custos de manutenção de inventário.

A redução dramática nos custos de estoque pode ser explicada pela capacidade de implementar estratégias de estoque centralizado virtual, onde a transferência entre plantas permite que o sistema opere com níveis de segurança significativamente reduzidos, mantendo a capacidade de atendimento através da redistribuição dinâmica de produtos.

4.3.2.4 Custos de Transporte

Tabela 18: Custos de transporte por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência

Porte	Sequencial COM Transf.	Integrado COM Transf.	Economia (%)
Pequeno	53.020,60	53.715,43	-1,31%
Médio	98.955,97	109.226,12	-10,38%
Grande	975.336,12	981.775,02	-0,66%
Total	1.127.312,69	1.144.716,57	-1,54%

Os custos de transporte apresentam aumento moderado de 1,54%, inferior aos 3,38% observados no modelo sem transferência. A análise por porte revela que instâncias médias apresentam o maior aumento (10,38%), seguidas pelas pequenas (1,31%) e grandes (0,66%). O menor impacto negativo comparado ao modelo sem transferência sugere que a flexibilidade de transferência permite configurações de distribuição mais eficientes, mesmo considerando os custos adicionais de movimentação entre plantas.

4.3.2.5 Custos de Atraso

Tabela 19: Custos de atraso por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência

Porte	Sequencial COM Transf.	Integrado COM Transf.	Economia (%)
Pequeno	9.025,91	4.278,40	52,60%
Médio	22.772,33	4.715,30	79,29%
Grande	51.704,12	15.115,66	70,77%
Total	83.502,36	24.109,36	71,13%

Os custos de atraso apresentam redução substancial de 71,13%, superior aos 46,82% do modelo sem transferência. A análise por porte revela que instâncias médias alcançam a maior economia (79,29%), seguidas pelas grandes (70,77%) e pequenas (52,60%). Esta melhoria confirma que a flexibilidade de transferência potencializa significativamente a capacidade de cumprimento de prazos através da redistribuição estratégica de produtos.

4.3.2.6 Custos de Transferência

Tabela 20: Custos de transferência por porte - Sequencial vs Integrado COM transferência

Porte	Sequencial COM Transf.	Integrado COM Transf.	Economia (%)
Pequeno	5.265,85	6.098,91	-15,82%
Médio	18.276,69	15.617,05	14,55%
Grande	36.471,68	61.489,12	-68,59%
Total	60.014,22	83.205,08	-38,64%

Os custos de transferência apresentam comportamento heterogêneo, com aumento total de 38,64%. Instâncias pequenas e grandes mostram aumentos de 15,82% e 68,59% respectivamente, enquanto médias apresentam economia de 14,55%. Este padrão indica que o modelo integrado utiliza a transferência de forma mais intensiva para alcançar otimizações globais, especialmente em problemas de maior complexidade, onde os benefícios em outros componentes justificam os custos adicionais de movimentação.

4.3.2.7 Síntese da Economia por Componente de Custo

A análise consolidada dos resultados evidencia que a otimização integrada com flexibilidade de transferência alcança benefícios substanciais através de trade-offs estratégicos bem definidos. A Figura 4.14 apresenta uma síntese visual da economia absoluta por componente de custo, demonstrando claramente onde ocorrem os principais ganhos e quais custos são sacrificados para alcançar a otimização global do sistema.

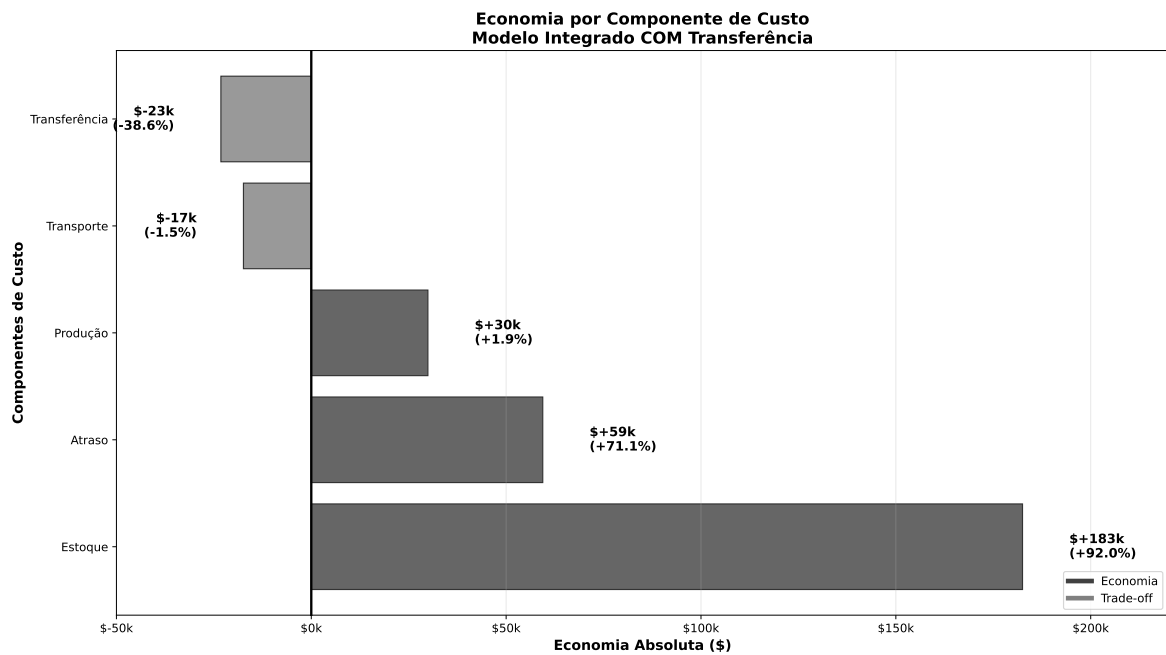


Figura 4.14: Economia por componente de custo - Modelo COM transferência

Os resultados demonstram que as economias em custos de estoque (\$ 182,50 mil, 92,04%) e atraso (\$ 59,39 mil, 71,13%), somadas à economia em produção (\$ 29,92 mil, 1,92%), superam significativamente os custos adicionais de transporte (\$ 17,40 mil, 1,54%) e transferência (\$ 23,19 mil, 38,64%). Esta configuração resulta em economia líquida total de \$ 231,22 mil (7,63%), confirmando a eficácia da metodologia integrada quando combinada com flexibilidade operacional.

4.3.2.8 Taxa de Atendimento e Qualidade de Serviço

A análise da taxa de atendimento no modelo com transferência demonstra um bom desempenho da metodologia integrada:

Tabela 21: Taxa de atendimento - Sequencial vs Integrado COM transferência

Modelo	Demanda Total	Unidades em Atraso	Taxa de Atend. (%)
SEM Transf.			
Sequencial	1.417.496	13.938	99,02%
Integrado	1.417.496	4.091	99,71%
Redução %		70,65%	-

O modelo integrado com transferência alcança taxa de atendimento de 99,71%, superando o modelo sequencial (99,02%) em 0,69 pontos percentuais, com redução de

70,65% nas unidades em atraso (9.847 unidades). Este desempenho é superior ao modelo sem transferência (98,16%), confirmando que a flexibilidade de transferência amplifica tanto os benefícios econômicos quanto os indicadores de qualidade de serviço.

A Figura 4.15 ilustra visualmente esta melhoria significativa na qualidade de serviço, evidenciando tanto o aumento na taxa de atendimento quanto a redução substancial nas unidades em atraso. A análise gráfica confirma que a otimização integrada com flexibilidade de transferência consegue, simultaneamente, alcançar excelência operacional e eficiência econômica.

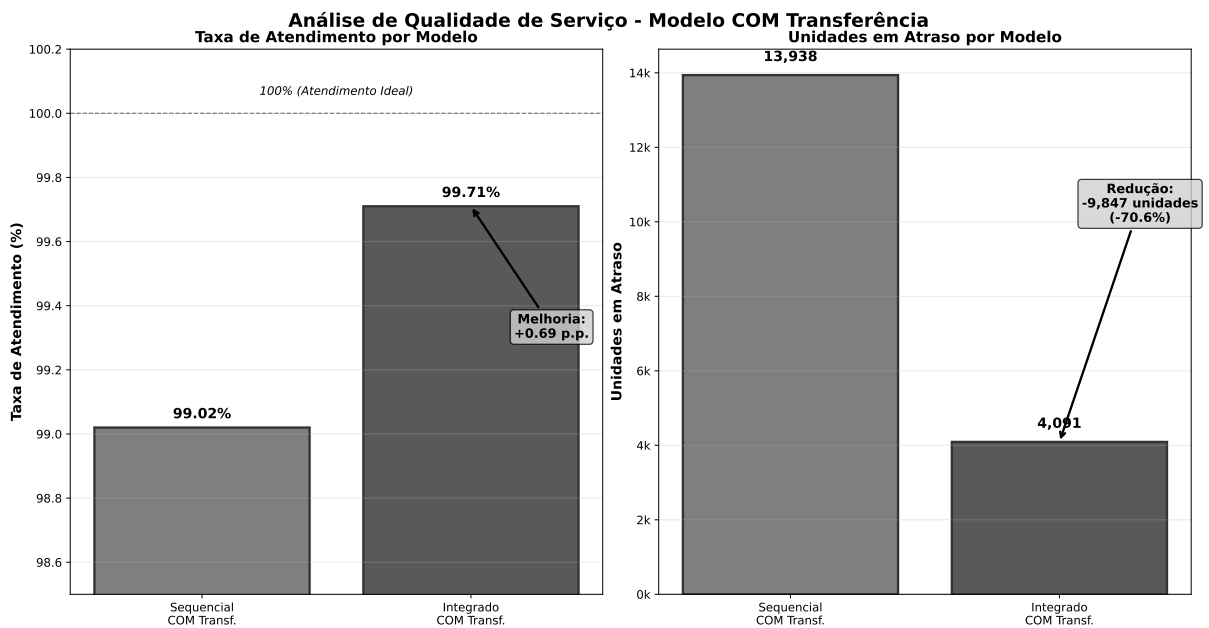


Figura 4.15: Análise de qualidade de serviço - Modelo COM transferência

A combinação de economia significativa de custos (7,63%) com melhoria substancial na taxa de atendimento evidencia que a otimização integrada com flexibilidade de transferência representa a configuração mais eficaz para o problema estudado, demonstrando superioridade tanto em eficiência econômica quanto em qualidade de serviço ao cliente.

4.4 Síntese dos Resultados

Os experimentos computacionais realizados com 24 instâncias confirmaram a superioridade técnica e econômica da abordagem integrada proposta, demonstrando economias de 4,39% (sem transferência) e 7,63% (com transferência) nos custos totais, com robustez

técnica de 96% e 100% respectivamente dos casos testados (Stadtler, 2014; Park, 2005). A flexibilidade de transferência emergiu como elemento catalisador, amplificando os benefícios econômicos em 74% e melhorando simultaneamente a qualidade de serviço, com taxas de atendimento aumentando de 96,68% para 99,71% (Darvish et al., 2016; Jalal et al., 2023). Estes resultados validam que a otimização integrada representa uma melhoria de Pareto no sistema, concentrando economias em custos de estoque (16,14% a 92,04%) e atraso (46,82% a 71,13%), fundamentando as conclusões gerais desta pesquisa sobre a gestão otimizada de cadeias de suprimentos distribuídas (Bunn and Ventura, 2024; Melega et al., 2020).

Capítulo 5

Conclusão

Esta dissertação desenvolveu e validou uma metodologia integrada para o problema de dimensionamento de lotes capacitados com múltiplas plantas, múltiplos produtos e lotes pré-fixados de produção, estabelecendo um novo olhar na otimização de cadeias de suprimentos distribuídas. A pesquisa demonstrou que a abordagem integrada representa uma vantagem fundamental em relação aos métodos sequenciais tradicionais, proporcionando benefícios econômicos e operacionais expressivos.

Os experimentos computacionais realizados com 24 instâncias representativas validaram a superioridade da metodologia proposta. O modelo integrado demonstrou superioridade técnica consistente, apresentando melhor desempenho em 100% das instâncias com transferência e 96% sem transferência. Em termos de impacto econômico, alcançou economia de 7,63% nos custos operacionais totais quando comparado ao modelo sequencial com transferência, e 4,39% sem transferência. A metodologia também demonstrou melhoria significativa na qualidade de serviço, alcançando taxa de atendimento de **99,71%**, superior aos **99,02%** do modelo sequencial com transferência e aos **96,68%** do modelo sequencial sem transferência.

A análise comparativa entre cenários com e sem transferência revelou o valor estratégico da flexibilidade operacional, demonstrando que a capacidade de transferência entre plantas não apenas elimina casos problemáticos (aumentando a taxa de sucesso de 96% para 100%), mas também amplifica os benefícios econômicos em 74%, validando a importância do investimento em flexibilidade para maximização dos ganhos em contextos industriais complexos

A principal contribuição científica desta pesquisa reside na formulação matemática integrada que otimiza simultaneamente cinco decisões essenciais: localização de facilidades, níveis de estoque, planejamento da produção (com capacidade limitada e produção em lotes pré-fixados), transferência entre plantas e distribuição. Essa abordagem é um avanço significativo em comparação aos métodos sequenciais existentes, que frequentemente resultam em soluções subótimas por otimizar essas decisões de forma isolada.

Embora a funcionalidade de transferência já seja um tema na literatura, a integração holística e simultânea desses cinco componentes em uma única formulação para um contexto de múltiplas plantas e múltiplos produtos representa uma contribuição me-

metodológica importante, endereçando uma lacuna clara na otimização de redes de produção distribuída.

Do ponto de vista prático, a metodologia desenvolvida oferece às organizações uma ferramenta eficaz para otimizar suas operações de manufatura distribuída. A convergência comprovada entre redução de custos e melhoria no nível de serviço estabelece uma nova referência para a gestão da cadeia de suprimentos, onde a eficiência operacional e a satisfação do cliente se reforçam mutuamente.

Limitações da Pesquisa e Direções Futuras

Embora os resultados sejam conclusivos dentro do escopo experimental definido, algumas limitações devem ser reconhecidas. A pesquisa focou em instâncias com características específicas de demanda e estrutura de custos, e a generalização para outros contextos industriais requer validação adicional. A implementação prática da metodologia proposta em ambientes reais apresenta desafios relacionados à qualidade dos dados, integração de sistemas e mudanças organizacionais necessárias.

Extensões naturais desta pesquisa incluem a incorporação de incertezas na demanda, a consideração de aspectos ambientais e de sustentabilidade através da modelagem de emissões de CO₂ associadas ao transporte inter-plantas e distribuição aos clientes, a inclusão de fatores como incentivos fiscais e regulamentações ambientais na decisão de localização de facilidades, a incorporação de custos de setup nas decisões de produção, e a diferenciação de custos de distribuição por modal de transporte considerando tanto viabilidade econômica quanto impactos de carbono na cadeia de suprimentos. Para problemas de grande escala, será necessário o desenvolvimento de algoritmos heurísticos ou a adaptação da formulação para simplificar a aplicação de métodos de decomposição. A efetiva implementação dessas metodologias nas organizações demanda o desenvolvimento de competências internas em pesquisa operacional, seja através de departamentos especializados ou profissionais capacitados em otimização, capazes de identificar oportunidades de melhoria e traduzir ferramentas científicas em soluções práticas para os desafios operacionais específicos de cada contexto empresarial.

Este trabalho demonstra que a otimização integrada representa uma evolução fundamental na gestão de operações de manufatura distribuída. Os benefícios econômicos e operacionais comprovados posicionam esta metodologia como um imperativo estratégico para organizações que buscam excelência operacional e competitividade. Os resultados desta pesquisa contribuem significativamente para o corpo de conhecimento em gestão de operações e otimização de cadeias de suprimentos, oferecendo tanto fundamentos teóricos

sólidos quanto evidências empíricas robustas para a superioridade da abordagem integrada.

Referências

- João Flávio de Freitas Almeida, Samuel Vieira Conceição, Luiz Ricardo Pinto, Ricardo Saraiva De Camargo, and Gilberto de Miranda Júnior. Flexibility evaluation of multi-echelon supply chains. *PloS one*, 13(3):e0194050, 2018.
- Ronald H Ballou. *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos-: Logística Empresarial*. Bookman editora, 2009.
- Imre Barany, Tony J Van Roy, and Laurence A Wolsey. Strong formulations for multi-item capacitated lot sizing. *Management Science*, 30(10):1255–1261, 1984.
- Gabriel R Bitran and Horacio H Yanasse. Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, 28(10):1174–1186, 1982.
- Kevin A Bunn and José A Ventura. Reformulations to improve the lagrangian relaxation approach for the capacitated multi-product dynamic lot sizing problem with batch ordering. *International Journal of Production Research*, 62(8):2868–2887, 2024.
- Desiree M Carvalho, Raf Jans, Silvio A de Araujo, and Diego J Fiorotto. A heuristic approach for the integrated production–transportation problem with process flexibility. *Computers & Operations Research*, 163:106502, 2024.
- Maryam Darvish and Leandro C Coelho. Sequential versus integrated optimization: Production, location, inventory control, and distribution. *European Journal of Operational Research*, 268(1):203–214, 2018.
- Maryam Darvish, Homero Larrain, and Leandro C Coelho. A dynamic multi-plant lot-sizing and distribution problem. *International Journal of Production Research*, 54(22):6707–6717, 2016.
- Maryam Darvish, Martin P Kidd, Leandro C Coelho, and Jacques Renaud. Integrated production-distribution systems: trends and perspectives. *Pesquisa Operacional*, 41 (spe):e246080, 2021.
- Andreas Drexl and Alf Kimms. Lot sizing and scheduling—survey and extensions. *European Journal of operational research*, 99(2):221–235, 1997.
- Sandra Duni Ekşioğlu, H Edwin Romeijn, and Panos M Pardalos. Cross-facility management of production and transportation planning problem. *Computers & Operations Research*, 33(11):3231–3251, 2006.

- Sandra Duni Ekşioğlu, Burak Ekşioğlu, and H Edwin Romeijn. A lagrangean heuristic for integrated production and transportation planning problems in a dynamic, multi-item, two-layer supply chain. *Iie Transactions*, 39(2):191–201, 2007.
- Behzad Esmailian, Sara Behdad, and Ben Wang. The evolution and future of manufacturing: A review. *Journal of Manufacturing Systems*, 39:79–100, 2016. ISSN 0278-6125. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2016.03.001>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0278612516300024>.
- István Gödri. Improving delivery performance in high-mix low-volume manufacturing by model-based and data-driven methods. *Applied Sciences*, 12(11):5618, 2022.
- R Gomory. Optimal programming of lot sizes, inventory and labor allocations. *Management Sci*, 11:874–890, 1965.
- S Louis Hakimi. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations research*, 12(3):450–459, 1964.
- Alan Harrison, Remko Van Hoek, Heather Skipworth, and James Aitken. *Logistics management and strategy*. Pearson UK, 2019.
- Aura Jalal, Aldair Alvarez, Cesar Alvarez-Cruz, Jonathan De La Vega, and Alfredo Moreno. The robust multi-plant capacitated lot-sizing problem. *Top*, 31(2):302–330, 2023.
- Raf Jans and Zeger Degraeve. Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 46(6):1619–1643, 2008.
- Vaidyanathan Jayaraman and Hasan Pirkul. Planning and coordination of production and distribution facilities for multiple commodities. *European journal of operational research*, 133(2):394–408, 2001.
- Joel K Jolayemi and Festus O Olorunniwo. A deterministic model for planning production quantities in a multi-plant, multi-warehouse environment with extensible capacities. *International Journal of Production Economics*, 87(2):99–113, 2004.
- Behrooz Karimi, SMT Fatemi Ghomi, and JM Wilson. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, 31(5):365–378, 2003.
- Zhe Liang, Yan He, Tao Wu, and Canrong Zhang. An informative column generation and decomposition method for a production planning and facility location problem. *International Journal of Production Economics*, 170:88–96, 2015.
- Alan S Manne. Programming of economic lot sizes. *Management science*, 4(2):115–135, 1958.

- Gislaine Mara Melega, Silvio Alexandre de Araujo, and Reinaldo Morabito. Mathematical model and solution approaches for integrated lot-sizing, scheduling and cutting stock problems. *Annals of Operations Research*, 295(2):695–736, 2020.
- Gislaine Mara Melega, Chi Xu, Raf Jans, and Julie Paquette. An integrated approach for lot-sizing and storage assignment. *Omega*, 131:103183, 2025.
- Herbert Meyr, Michael Wagner, and Jens Rohde. Structure of advanced planning systems. In *Supply chain management and advanced planning: concepts, models, software, and case studies*, pages 99–106. Springer, 2014.
- YB Park. An integrated approach for production and distribution planning in supply chain management. *International Journal of Production Research*, 43(6):1205–1224, 2005.
- Yves Pochet. Mathematical programming models and formulations for deterministic production planning problems. *Computational Combinatorial Optimization: Optimal or Provably Near-Optimal Solutions*, pages 57–111, 2001.
- Josh Reese. Solution methods for the p-median problem: An annotated bibliography. *NETWORKS: an international Journal*, 48(3):125–142, 2006.
- Florian Sahling and Gerd J Hahn. Dynamic lot sizing in biopharmaceutical manufacturing. *International Journal of Production Economics*, 207:96–106, 2019.
- Murali Sambasivan and Salleh Yahya. A lagrangean-based heuristic for multi-plant, multi-item, multi-period capacitated lot-sizing problems with inter-plant transfers. *Computers & Operations Research*, 32(3):537–555, 2005.
- Tjendera Santoso, Shabbir Ahmed, Marc Goetschalckx, and Alexander Shapiro. A stochastic programming approach for supply chain network design under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 167(1):96–115, 2005.
- Julio Sarmiento, Mehdi Sadeghi, Juan S Sandoval, and Edgardo Cayon. The application of proxy methods for estimating the cost of equity for unlisted companies: evidence from listed firms. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 57(3):1009–1031, 2021.
- Christoph Schneeweiss. Distributed decision making—a unified approach. *European Journal of Operational Research*, 150(2):237–252, 2003.
- SINDIPEÇAS. Anuário estatístico da indústria de autopeças 2024, 2024. São Paulo.
- Hartmut Stadtler. Production planning and scheduling. In *Supply Chain Management and Advanced Planning: Concepts, Models, Software, and Case Studies*, pages 195–211. Springer, 2014.

-
- Hartmut Stadtler, Hartmut Stadtler, Christoph Kilger, Christoph Kilger, Herbert Meyr, and Herbert Meyr. *Supply chain management and advanced planning: concepts, models, software, and case studies*. Springer, 2015.
- JM Thizy and Luk N Van Wassenhove. Lagrangean relaxation for the multi-item capacitated lot-sizing problem: A heuristic implementation. *IIE transactions*, 17(4):308–313, 1985.
- Harvey M Wagner and Thomson M Whitin. Dynamic version of the economic lot size model. *Management science*, 5(1):89–96, 1958.
- Guohua Wan and Yang Zhan. Multi-level, multi-stage lot-sizing and scheduling in the flexible flow shop with demand information updating. *International Transactions in Operational Research*, 28(4):2191–2217, 2021.

Apêndice A

Modelo Integrado SEM Transferência

Tabela 1: Relaxação linear - Modelo Integrado SEM transferência.

Porte	Instal. Candid.	Cli- entes	Pro- dutos	Perí- odos	Instal. Local.	Linear Relaxation	Gap (%)
Pequeno	3	5	5	5	2	6.994,10	11,97
	3	8	6	5	2	15.743,31	10,51
	4	6	5	6	2	9.098,70	24,14
	4	5	8	5	3	11.800,20	16,62
	5	7	7	6	2	13.580,78	19,82
	8	6	6	6	3	12.799,83	19,50
	6	10	5	7	2	16.419,28	19,89
	3	15	8	8	2	54.912,36	10,83
Médio	4	8	15	7	2	50.589,98	16,56
	6	8	8	10	3	29.585,75	25,52
	8	10	7	7	4	29.906,60	18,82
	5	10	10	8	3	36.489,07	22,24
	7	12	6	8	3	32.827,49	14,63
	5	9	12	9	3	53.321,01	14,69
	10	10	10	6	4	27.482,26	21,13
6	10	20	8	3	85.338,42	19,98	
Grande	7	15	10	10	3	80.823,32	14,93
	10	18	8	12	3	68.170,49	21,69
	8	15	15	10	3	107.842,32	19,45
	12	20	12	10	4	181.037,57	15,65
	9	30	8	14	3	321.092,25	13,50
	7	20	18	12	4	230.700,77	20,70
	6	22	20	16	4	637.595,36	10,64
10	25	25	15	4	407.875,55	25,41	
Média						105.084,45	17,87

Apêndice B

Modelo Integrado COM Transferência

Tabela 1: Relaxação linear - Modelo Integrado COM transferência.

Porte	Instal. Candid.	Cli- entes	Pro- dutos	Perí- odos	Instal. Local.	Linear Relaxation	Gap (%)
Pequeno	3	5	5	5	2	6.994,10	10,31
	3	8	6	5	2	15.743,31	9,97
	4	6	5	6	2	9.098,70	20,89
	4	5	8	5	3	11.800,20	11,73
	5	7	7	6	2	13.580,78	17,24
	8	6	6	6	3	12.799,83	13,25
	6	10	5	7	2	16.419,28	18,25
	3	15	8	8	2	54.912,36	8,42
Médio	4	8	15	7	2	50.589,98	13,18
	6	8	8	10	3	29.509,83	16,73
	8	10	7	7	4	29.906,60	11,82
	5	10	10	8	3	36.043,59	13,71
	7	12	6	8	3	32.827,49	11,23
	5	9	12	9	3	53.321,01	9,95
	10	10	10	6	4	27.451,34	14,35
6	10	20	8	3	85.279,17	12,15	
Grande	7	15	10	10	3	80.822,93	11,44
	10	18	8	12	3	68.162,15	18,52
	8	15	15	10	3	107.799,50	12,95
	12	20	12	10	4	179.015,36	9,87
	9	30	8	14	3	317.029,36	11,32
	7	20	18	12	4	230.700,77	10,33
	6	22	20	16	4	627.396,55	3,78
	10	25	25	15	4	407.703,73	14,86
Média						104.371,16	12,76