

**Estudo da Aplicação do Método de
“Desembaraçamento” de Espectros de Sistemas
Múltiplos**

Kelly Beatriz Vieira Torres

Março 2002

KELLY BEATRIZ VIEIRA TORRES

**Estudo da Aplicação do Método de
“Desembaraçamento” de Espectros de Sistemas
Múltiplos**

Tese submetida à UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS
GERAIS como requisito parcial para a obtenção do grau de
MESTRE EM FÍSICA.

Área de Concentração: ASTROFÍSICA

Orientador: Prof. Dr. Luiz Paulo Ribeiro Vaz (UFMG)

Departamento de Física - ICEX - UFMG

Março 2002

Agradecimentos

Agradeço:

- à **Deus** pelas oportunidades de crescimento moral e intelectual e aos **A.E.** pelo apoio constante.
- aos meus pais, **Silvio** e **Cleusa** pelo exemplo de vida e ao meu irmão, **Michel**, pela amizade verdadeira.
- à **Sheyder** pela compreensão e apoio no decorrer desta caminhada.
- ao Prof. **Luiz Paulo Ribeiro Vaz** pela orientação, amizade e paciência.
- à amiga **Natália** pela grande influência positiva em meu aprendizado espiritual e intelectual durante este tempo de conviência.
- aos amigos da astrofísica: Prof. **Sérgio Luiz Araújo Vieira**, Prof. **Rodrigo Dias Társia**, Prof. **Luiz Themystokliz Sanctos Mendes**, **Bruno**, **Marcos Juliano**, **Felipe**, **Marcelo**, **Leandro Chieza** e **Leandro de Abreu** pela amizade.
- ao Prof. **Wagner José Corradi Barbosa** pelo aprendizado e amizade.
- ao Prof. **Herman Hensberge** pela grande contribuição à este trabalho.
- ao Prof. **José Luiz AArestrup Alves** e ao amigo **Luiz Cláudio** pelo apoio dado aos primeiros passos da pesquisa científica.
- ao **CNPq** pelo apoio financeiro.
- à **FAPEMIG** pelo auxílio vinculado ao projeto CEX2261/97.

*“A voz do coração é
a forma com que Deus
encontrou para nos indicar
o caminho certo”...*

Conteúdo

1	Introdução	1
2	KOREL: Uma nova versão da Correlação Cruzada	9
2.1	Filosofia do Método	9
2.2	Decomposição do Espectro composto	12
2.3	Decomposição do Espectro com Intensidades Variadas	14
2.3.1	Fotometria Relativa de Linha	16
2.3.2	Influência do Escurecimento de Bordo	19
2.4	Método Numérico	20
2.5	Implementação do Código	24
2.5.1	Descrição dos Arquivos de Entrada e Saída	25
2.5.1.1	O arquivo KOREL.PAR	25
2.5.1.2	O arquivo KOREL.DAT	27
2.5.1.3	O uso do programa	28
2.5.1.4	O arquivo KOREL.RES	29
2.5.1.5	Os arquivos PHG.OUT e KOREL.O-C	30
2.5.2	Processo de Convergência	30
2.5.3	Método SIMPLEX	33
2.5.4	Transformada Rápida de Fourier (FFT)	35
3	Estudos Realizados	38
3.1	Descrição da Metodologia Utilizada	38
3.1.1	Ruído	44
3.1.2	Rotação Estelar	45
3.2	Sistemas Duplos	49
3.2.1	Razão das Luminosidades das Componentes de 1:1	51
3.2.1.1	Número Mínimo de Espectros de Entrada	52
3.2.1.2	Normalização dos Espectros	56
3.2.1.3	Efeito da Introdução de Fases de Eclipses	59
3.2.1.4	Distribuição dos Espectros em Fases	61
3.2.1.5	Influência do Ruído	66
4	Conclusões	69
4.1	Perspectivas para o futuro	71
	Referências	71

Apêndices	75
A.1 Programa em IDL	75
A.1.1 <code>vel.pro</code>	75
A.1.2 <code>cs.pro</code>	76
A.1.2.1 Arquivo de entrada para o programa <code>cs.pro</code>	81
A.1.3 <code>shftv.pro</code>	81
A.1.4 <code>rotbrod.pro</code>	82
A.2 Programas em FORTRAN	84
A.2.1 <code>leg1.f</code>	84
A.2.2 <code>est.f</code>	84
A.3 Programas em AWK	85
A.3.1 <code>cor2.awk</code>	85
A.3.2 <code>g1.awk</code>	86
A.4 Programa de Roteiro UNIX	87
A.4.1 <code>roda3</code>	87

Lista de Figuras

1.1	Diagrama Hertzsprung – Russel	3
2.1	Contínuo e intensidades das linhas de componentes não eclipsadas e num eclipse primário.	17
2.2	Estrutura do Sistema Estelar utilizada pelo KOREL	21
2.3	Esquema do algoritmo de desembaraçamento.	24
2.4	Saída gráfica do código KOREL.	31
2.5	Esquema do processo de convergência.	32
3.1	Curva de Luz e de Velocidade Radial sintéticas para o sistema duplo numa órbita circular composto por estrelas do tipo A5V e G8IV.	39
3.2	Curva de Luz e de Velocidade Radial sintéticas para o sistema duplo ex-cêntrico composto por estrelas do tipo A5V e G8IV.	40
3.3	Esquema mostrando a preparação do arquivo korel.dat.	41
3.4	Saída gráfica do programa cs.pro mostrando os espectros compostos do sistema duplo, (A5V e G8IV) para uma órbita circular, em função da fase orbital.	42
3.5	Saída gráfica do programa cs.pro depois de escolhido, iterativamente, um novo intervalo de comprimento de onda.	43
3.6	Espectros compostos do sistema duplo para uma órbita circular influenciados por uma razão S/R de 200.	45
3.7	Espectros compostos do sistema duplo para uma órbita circular influenciados por uma razão S/R de 100.	46
3.8	Espectros compostos do sistema duplo para uma órbita circular influenciados por uma razão S/R de 50.	47
3.9	Espectros compostos do sistema duplo para uma órbita circular influenciados por uma razão S/R de 20.	48
3.10	Efeito do Bordo (“limb”) visto nas curvas de velocidade radial do sistema duplo numa órbita circular com rotação estelar.	49
3.11	Linhas espectrais da componente secundária (G8IV) influenciadas pelos efeitos da velocidade rotacional estelar de 50, 100 e 200 km/s.	50
3.12	Saída gráfica do cs.pro para um sistema duplo numa órbita circular cujos espectros compostos estão influenciados pelos efeitos da velocidade rotacional estelar de 100 km/s.	51
3.13	Curva de velocidade radial da componente secundária, de um sistema duplo que descreve uma órbita circular, exemplificando os dois conjuntos de exposições escolhidos para o estudo do número mínimo de espectros.	53

3.14	Espectros originais e reproduzidos pelo KOREL e a sua razão para a componente primária de um sistema duplo que descreve uma órbita circular, utilizando 6 exposições simétricas em velocidade.	55
3.15	Espectros originais e reproduzidos pelo KOREL e a sua razão para a componente primária de um sistema duplo que descreve uma órbita circular, utilizando 34 exposições simétricas em velocidade.	56
3.16	Curvas de velocidades radiais da componente secundária, de um sistema duplo que descreve uma órbita excêntrica, exemplificando os três conjuntos de exposições escolhidas para o estudo da distribuição dos espectros em fases.	63
3.17	Gráfico do valor do determinante em relação ao índice da Transformada Discreta de Fourier	65

Lista de Tabelas

1.1	Classe de observação para vários parâmetros físicos de um SBE	6
3.1	Valor dos Parâmetros de Entrada para o WD	39
3.2	Amplitudes de velocidades radiais teóricas das componentes de um sistema duplo numa órbita circular e excêntrica.	50
3.3	Número de exposições e separação em velocidade entre as fases em cada conjunto de exposições escolhidas, para o estudo do número mínimo de espectros.	52
3.4	Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo numa órbita circular para quatro conjuntos diferentes de exposições simétricos em velocidade. .	54
3.5	Valor de $e \cos(\omega)$ para os conjuntos de exposições simétricos em velocidade.	54
3.6	Valores de σ e de R para os conjuntos de exposições do estudo do número mínimo de espectros.	55
3.7	Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo de órbita circular, incluindo uma fase de eclipse total secundário, em cada conjunto de exposições.	61
3.8	Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo de órbita circular, incluindo fases de eclipses totais, em cada conjunto de exposições.	62
3.9	Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo de órbita circular, incluindo fases de eclipses parciais, em cada conjunto de exposições.	62
3.10	Resíduos dos parâmetros orbitais do estudo da distribuição dos espectros em intervalos iguais de fase ou de velocidade e concentrados próximos das fases de amplitude máxima de velocidade, para um sistema duplo de órbita excêntrica	64
3.11	Valor de $\sigma(\times 10^{-3})$ e $R(\times 10^{-3})$ para cada componente de cada conjunto de 23 exposições simétricas em velocidade e em fase e concentradas próximas das fases de amplitude máxima de velocidade, para um sistema duplo de órbita excêntrica.	64
3.12	Valor de $\sigma(\times 10^{-3})$ e $R(\times 10^{-3})$ para cada componente e para cada conjunto de 6 exposições simétricas em velocidade ou aleatória em fase, para um sistema duplo cuja órbita é circular.	65
3.13	Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo circular cujos espectros compostos estão influenciados por diferentes níveis de ruído.	66
3.14	Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo circular, cujos espectros compostos estão influenciados por S/R de 20.	67

3.15	Valor de $\sigma(\times 10^{-3})$ e $R(\times 10^{-3})$ para cada componente de cada conjunto de 26 e 52 de exposições simétricas em fase, para um sistema duplo circular, influenciados por S/R de 50.	68
------	---	----

Resumo

O objetivo deste trabalho é o estudo das limitações e aplicabilidade do código KOREL, desenvolvido por Hadrava (1995, 1997, 2000), para o *deseμβaracamento* de espectros compostos de sistemas estelares múltiplos cujas linhas espectrais de cada uma das componentes se encontram misturadas ("blended"). Até o momento o código tem sido aplicado, com sucesso para o estudo de abundâncias, obtenção de distâncias, rotação e idade estelar e outros (Hensberge et al. 2000, Harmanec & Hadrava 1997, Holmgren et al. 1999, Holmgren et al. 1997, Zverko et al. 1997 e Lorentz et al. 1999). No entanto, não encontramos na literatura instruções de como usar o código de forma eficiente. O manual disponível contém informações muito sucintas e, em certas partes, insuficientes sobre o processo de convergência, nada existindo sobre a qualidade das soluções produzidas. Sendo assim, decidimos estudá-lo na forma de simulações, de forma a entender melhor suas limitações e aplicações.

Conhecendo-se espectros "gabarito" de estrelas individuais em órbita num sistema com parâmetros conhecidos, produzimos os espectros compostos correspondentes e verificamos como o código KOREL reproduz os parâmetros e espectros originais. Para tanto, diversos programas foram desenvolvidos para gerar espectros compostos de sistemas duplos ou triplos (em órbitas circulares ou excêntricas) influenciados ou não por ruído e rotação estelar. Outros procedimentos auxiliares foram criados para facilitar a automação do processo de convergência e ajudar a compreender as limitações e vantagens do código. Concentramos nosso trabalho no estudo de sistemas duplos de órbitas circulares e excêntricas. Questões como qual o número mínimo de espectros necessário para se obter valores de parâmetros orbitais e espectros individuais de qualidade, qual a influência do ruído, da distribuição dos espectros em fases e da contribuição de fases de eclipses ao processo de convergência (além de dificuldades e sugestões para obtê-la) e otimização são discutidas.

No Capítulo 1, é dada uma visão geral dos motivos e da importância do presente trabalho. Para isto, expomos a necessidade do estudo de sistemas binários eclipsantes e como este estudo é desenvolvido através de modelos teóricos.

No Capítulo 2, apresentamos uma descrição do código KOREL: aplicabilidade, vantagens sobre os demais métodos, princípio matemático da decomposição do espectro composto (com ou sem fases de eclipses) através da transformada de Fourier, influência do escurecimento de bordo, bem como o processo de otimização e convergência dos parâmetros orbitais e dos espectros individuais, a transformada rápida de Fourier (FFT) e os arquivos de entrada e saída utilizados no código.

No Capítulo 3, descrevemos e discutimos a metodologia utilizada bem como o programa que gera os espectros compostos. Em seguida apresentamos e discutimos os resultados obtidos, com o uso do código, para as questões discutidas anteriormente.

No Capítulo 4 encerramos nosso trabalho apresentando, sucintamente, as conclusões obtidas assim como perspectivas para o futuro.

Abstract

This work aims the study of the limitations and of the applicability of the code `KOREL`, developed by Hadrava (1995, 1997, 2000), intended for the “disentangling” of composite spectra of multiple stellar systems in which the spectral lines of each component are blended. At present, the code has been successfully applied in studies of stellar abundances, distance determination, stellar rotation, evolution and other (Hensberge et al. 2000, Harmanec & Hadrava 1997, Holmgren et al. 1999, Holmgren et al. 1997, Zverko et al. 1997 e Lorentz et al. 1999). However, we didn’t find in the literature instructions about how to use the code efficiently. The available manual contains very brief information and, at some points insufficient, concerning the convergence process, very little or nothing existing on the quality of the solutions generated. Given this, we decided to study the code through simulations, in order to better understand its limitations and applications.

Using “template” spectra of individual stars in orbit in a system with known parameters, we produced the corresponding composite spectra and verified how the code `KOREL` reproduces the parameters and individual spectra. In doing so, we developed many programs to generate composite spectra of double or triple systems (in circular or eccentric orbits) influenced or not by noise and stellar rotation. Other auxiliary procedures were created to help understand the limitations and advantages of the code. We concentrate our work in the study of double systems in circular and eccentric orbits. We discuss questions like what is the minimum number of spectra needed for obtaining accurate orbital parameters and individual spectra, what is the influence of noise, of the phase distribution of the spectra and of the contribution of eclipse phases to the convergence process (besides the difficulty of obtaining convergence), and optimization.

In Chapter 1 we give a general vision of the importance and motivation of the present work. We comment the necessity of the study of eclipsing binary systems and how this study is developed through theoretical models.

In Chapter 2 we present a description of the code `KOREL`: applicability, advantages over other methods, mathematical principles in the decomposition of composite spectra (with or without eclipsing phases) through the Fourier transform, influence of the limb darkening, and the optimization process, orbital parameter and individual spectra convergence as well. We describe shortly the fast Fourier transform (FFT) and the input and output files used in the code.

In Chapter 3 we describe and discuss the employed method and the program which generates the composite spectra. In the sequence we present and discuss the answers, obtained with the code, to the questions presented above.

In Chapter 4 we conclude our work presenting shortly our conclusions and some future perspectives.

Capítulo 1

Introdução

O sol é uma das 100 bilhões de estrelas que formam a nossa Galáxia – sistema gigante de estrelas que podemos ver no céu como a faixa luminosa da Via Láctea. As estrelas estão então reunidas em sistemas de várias massas e dimensões no Universo: pares estelares, grupos, aglomerados e galáxias. As galáxias não constituem o topo da hierarquia dos sistemas astronômicos, existem aglomerados de galáxias e super-aglomerados, que são as maiores formações conhecidas até hoje no Universo. As estrelas são os principais constituintes do Universo, ao lado das nuvens moleculares e das nuvens de gás e poeira. Mais de 90% da matéria da nossa Galáxia está sob a forma de estrelas, e existem galáxias onde esta porcentagem é ainda maior (Gurevich & Chernin, 1987). Daí, a importância do estudo das estrelas para o conhecimento do Universo.

Existem vários tipos de estrelas. A maioria delas é do tipo do sol, ou seja, é um sistema constituído de gás quente em equilíbrio através de um compromisso entre a força gravitacional e a pressão resultante. A força gravitacional, que é dirigida para o centro da estrela, comprime o gás e, assim, aproxima as suas partículas o máximo possível. A pressão resultante entre as partículas comprimidas atua na direção oposta, para fora da estrela, e força o gás a se expandir. Desta maneira, aparece uma contraposição à tendência de contração (colapso), que permite aquela concentração de massa sobreviver por algum tempo. Entretanto, a liberação de energia gravitacional no colapso, agora um tanto retardado pela pressão interna, é perdida em forma de radiação e os cálculos indicam que uma estrela feito o Sol não sobreviveria em equilíbrio por mais que alguns milhões de anos.

Como as estrelas têm massa muito grande – o Sol, por exemplo, tem massa em torno de 10^{30} kg, sendo que existem estrelas com 50 vezes a massa do sol ou mais –, a força gravitacional resultante produz, na zona central das estrelas, pressões e temperaturas elevadas, o que dá origem a reações termo-nucleares (no Sol, por exemplo, o hidrogênio é transformado em hélio). A energia resultante das reações nucleares escapa, na forma de fluxo de fótons, desde o núcleo da estrela até sua superfície e, então, para o meio exterior. Grande parte desta energia está sob a forma de fótons na região do visível do espectro. Assim, numa noite limpa (sem nuvens), mesmo a olho nu, podemos ver milhares de estrelas no céu, principalmente se estivermos afastados das grandes cidades, onde a

contaminação da iluminação urbana e a poluição atmosférica dificultam a visão.

O fato das estrelas irradiarem, ou seja, perderem energia sob a forma de fótons e obterem esta energia através da transmutação de hidrogênio em hélio, ou seja, às custas de uma mudança de sua composição química e, conseqüentemente, de sua estrutura interna, implica que elas estão, a partir do momento em que foram criadas, mudando suas características. Eventualmente, o combustível disponível caminha para a exaustão, ou seja, a extinção, marcando o destino da estrela. Entretanto esta evolução é muito lenta e imperceptível para nós. A idade do Sol, por exemplo, é de aproximadamente 4,5 bilhões de anos, e pelas teorias atuais de evolução, ele tem energia suficiente para mais 5 bilhões de anos de vida normal. Assim, mesmo que vivêssemos por mais mil anos, presenciariamos apenas um bilionésimo da vida do Sol, o que corresponderia a menos de 15 minutos da vida de um ser humano. Entretanto, as estrelas mais velhas do Universo têm, atualmente, mais de 10 bilhões de anos, enquanto percebemos estrelas ainda nascendo, ou seja, iniciando sua evolução, neste momento, em nuvens de gás e poeira cósmica (Gurevich & Chernin, 1987). Além do mais, as distâncias astronômicas são tão grandes que o tempo que a imagem dos objetos estelares, de nossa própria Galáxia, pode levar para nos alcançar é de até centenas de milhares de anos. Assim, ao observarmos o céu, deparamos com diversos tipos de estrelas, em diferentes estágios de evolução, o que nos permite construir e testar teorias de evolução estelar.

A evolução das estrelas é um vasto campo de pesquisa na astrofísica moderna. Existem, hoje em dia, vários modelos de evolução estelar. Entretanto, para controlá-los e implementá-los é necessário que tenhamos valores confiáveis e precisos dos parâmetros físicos fundamentais das estrelas, que são: massa, raio, luminosidade e composição química. O parâmetro mais importante sobre o tempo de vida de uma estrela e sua evolução é a massa, que determina o quão rapidamente a estrela consumirá o combustível em seu núcleo. Ela é uma propriedade fundamental que determina a estrutura e destino da estrela e sua contribuição para a evolução química de sua galáxia-mãe. Para uma dada massa, o raio e a luminosidade se tornam função da sua idade (dependendo do estágio de evolução). Em alguns casos as composições isotópicas das camadas superficiais também mudam. A dependência funcional desses parâmetros com a idade é influenciada, a princípio, pela composição química.

As limitações impostas pela atmosfera terrestre restringem a observação das estrelas, a ponto de tornar impossível resolver, mesmo com telescópios potentes, a imagem de uma estrela (exceto o Sol, é claro). Apenas recentemente, através de fotometria Speckle, ocultação e métodos interferométricos começou-se a resolver a imagem das estrelas mais próximas, e assim determinar o raio estelar diretamente. Apesar das restrições impostas pela atmosfera, podemos utilizar medidas fotométricas e espectroscópicas das estrelas para deduzir uma grande quantidade de informações acerca de seu estado físico e evolução. Nas medidas espectroscópicas, a luz proveniente da estrela é resolvida em termos de comprimento de onda $I(\lambda)$. Ao contrário da fotometria, onde a luminosidade é integrada num determinado intervalo de comprimento de onda:

$$\int_{I_1}^{I_2} I(\lambda) d\lambda$$

Por exemplo, para determinar a temperatura superficial de uma estrela, medimos a luminosidade em diferentes intervalos de comprimento de onda (fotometria), como o azul, amarelo ou vermelho. A cor dominante da estrela é uma medida de sua temperatura

superficial. Assim, uma estrela muito quente, cuja temperatura é maior que 10000 K, irradia mais no violeta. Estrelas mais frias, com temperaturas superficiais de 2000 a 3000 K, são vermelhas. Podemos posicionar as estrelas num gráfico, conhecido como Diagrama Hertzsprung-Russel (HR), mostrado na Fig. (1.1), no qual a luminosidade total da estrela é traçada em termos da sua temperatura superficial (ou tipo espectral).

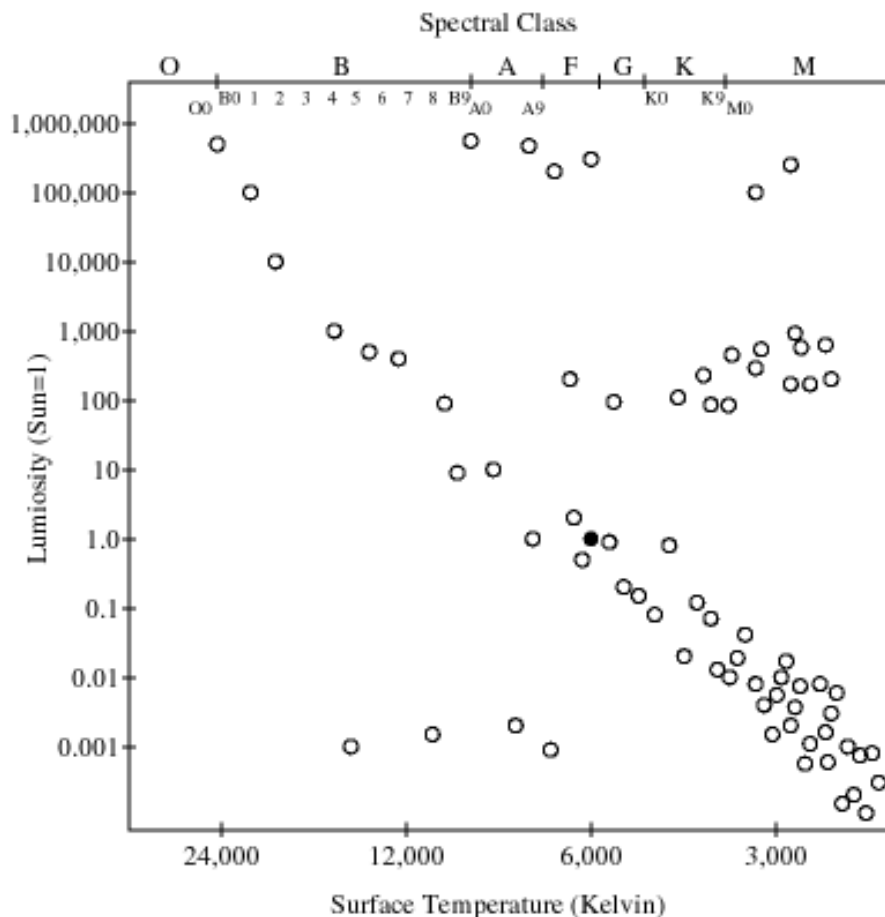


Figura 1.1: Diagrama Hertzsprung – Russel (a posição do Sol é representado por “●”). Esta figura foi extraída da página eletrônica <http://ethel.as.arizona.edu/~collins/astro/subjects/ecosphere-3.html>.

Nestes diagramas, os astrônomos adotam a convenção de que a temperatura cresce para a esquerda e a luminosidade para cima. A primeira coisa que se nota num diagrama HR, é que as estrelas não estão uniformemente espalhadas, mas se concentram em algumas partes. A maior parte delas se encontra alinhada ao longo de uma estreita faixa na diagonal que vai do canto superior esquerdo (estrelas quentes e muito luminosas), até o extremo inferior direito (estrelas frias e pouco luminosas). Essa faixa é chamada de Sequência Principal, SP, na qual o Sol se encontra (Filho, 2000). A posição neste diagrama, dos diversos grupos particulares de estrelas, fornece os melhores indícios que temos para estudar a evolução das estrelas. Além disso, a análise das linhas de emissão e absorção das observações espectroscópicas da estrela (espectro estelar) nos permite de-

terminar a composição química de suas camadas externas. Podemos ainda determinar a rotação da estrela através do alargamento das linhas do espectro estelar devido ao efeito Doppler e os campos magnéticos através da espectropolaremetria.

Entretanto, a maior fonte de dados para testes de modelos de estrutura e evolução estelares não é a análise de estrelas solitárias, mas a análise de estrelas binárias. Uma estrela binária consiste, na verdade, de duas estrelas ligadas gravitacionalmente numa órbita em torno do centro de massa do sistema. As estrelas binárias podem ser detectadas por vários meios de observação, e sua classificação é baseada na técnica utilizada na observação. Temos as **binárias visuais**, as **binárias espectroscópicas**, as **binárias de espectro** e as **binárias eclipsantes**.

As binárias visuais são aquelas que, por possuírem órbita relativamente ampla (a separação usual é de dezenas a centenas de unidades astronômicas) e estarem relativamente próximas da Terra, são percebidas como duas estrelas.

O mesmo não acontece com os outros tipos de binárias, que aparecem como estrelas solitárias mesmo nos maiores telescópios. A presença das duas estrelas é revelada, nas binárias espectroscópicas, pelo aparecimento de um deslocamento Doppler periódico nas linhas espectrais de pelo menos uma das componentes, deslocamento este produzido pelo movimento orbital de uma estrela em torno da outra. A determinação do deslocamento Doppler periódico possibilita o cálculo da velocidade radial das componentes. Nas binárias de espectro, por outro lado, nenhum deslocamento Doppler das linhas espectrais é observado, mas linhas das duas componentes no espectro, indicando dois tipos diferentes de fonte de emissão das linhas. Para que o desvio periódico das linhas espectrais seja perceptível, a velocidade orbital tem que ser mensurável (atualmente, as melhores determinações conseguem detectar velocidades de poucas dezenas de metros por segundo), ou seja, as componentes têm que estar relativamente próximas uma da outra.

Na binária eclipsante, a normal ao plano da órbita do sistema é perpendicular (ou aproximadamente perpendicular) à linha de visada, de tal maneira que, periodicamente, para um observador na Terra, uma estrela passa na frente da outra, eclipsando-a parcialmente ou totalmente. Em seguida, a estrela, eclipsada sai de trás da primeira e posteriormente passa na frente dela, causando um segundo eclipse. Durante cada eclipse, a luz total que recebemos do sistema sofre uma diminuição da intensidade.

As curvas de luz de um sistema binário eclipsante (SBE) apresentam ótimas condições para a extração de informações físicas do sistema, O valor desta análise dos parâmetros físicos está diretamente relacionado com a qualidade das observações e com a precisão e adequação do modelo teórico usado na interpretação das observações.

As observações de SBE podem ser divididas em diferentes classes básicas, de acordo com o tipo de informação que elas contêm.

Segundo Vaz (1984), as observações fotométricas podem ser classificadas em:

1. *curvas de luz (cl)*: quando as observações são suficientes para mostrar um padrão de variação da luminosidade total (num determinado intervalo de comprimento de onda) no tempo;
2. *índices de cor (ic)*: são inversamente proporcionais ao logaritmo da razão entre duas luminosidade de intervalos de comprimento de onda diferentes;
3. *tempos de mínimos (T_{min})*: consistem na determinação (na escala de tempo) dos mínimos de luminosidade (devido aos eclipses) de um SBE;

4. *polarimetria (po)*: quando as curvas de luz ou os índices de cor são observados usando esta técnica.

As curvas de luz, usualmente, fornecem informação sobre os índices de cor e os tempos de mínimo. Entretanto, o inverso, evidentemente, não é verdadeiro. Como o caráter das informações físicas contidas em cada uma destas classes é essencialmente diferente, a distinção é justificada.

As observações espectroscópicas podem ser classificadas em:

1. *tipos espectrais (te)*: onde os diferentes tipos de espectro estelar são divididos nas classes O, B, A, F, G, K, M descritos em todos os livros de astronomia básica, como por exemplo, Zeilik & Gregory (1998) ou Bowers & Deeming (1984);
2. *espectrofotometria (ef)*: quando os espectros são próprios para determinar as formas das linhas espectrais;
3. *velocidade radial (vr)*: que só pode ser determinada se a estrela binária for também espectroscópica;
4. *curva de velocidade radial (cvr)*: se o número de observações for suficiente para mostrar a variação da velocidade radial com o tempo;
5. *desembaraçamento espectral (de)*: a partir de espectros compostos de um sistema múltiplo podemos obter os espectros individuais de cada componente (além dos parâmetros orbitais).

Estas classes de observações podem ser obtidas usando diferentes instrumentos e técnicas, de acordo com a região do espectro desejado: visível, ultra-violeta, infra-vermelho, etc. A determinação dos parâmetros físicos de um SBE é feita através da análise de uma ou mais classes diferentes de observação. Alguns parâmetros podem ser determinados pela análise isolada de uma única classe de observação, mas outros requerem a combinação de duas ou mais classes para serem determinados. Este é o caso da maioria dos parâmetros físicos fundamentais de SBE, como pode ser visto na Tabela (1.1), onde são dadas as classes de observação para vários parâmetros. Além disso, da Tabela (1.1) fica evidente que a análise conjunta da curva de luz e de velocidade radial é a fonte mais importante para a determinação dos parâmetros físicos fundamentais de um SBE.

Os métodos utilizados para a determinação dos parâmetros físicos de um SBE com base na análise da curva de luz podem ser, basicamente, divididos em métodos diretos e indiretos. Métodos diretos são aqueles que, a partir de um modelo físico matemático e valores aproximados dos elementos do sistema, geram uma curva de luz sintética e, através de ajustes baseados na curva de luz observada, determinam os elementos corretos do modelo. Métodos indiretos são aqueles que usam uma formulação analítica, que relaciona a forma particular de curva de luz observada com os elementos do modelo.

O problema de determinar os parâmetros de um SBE diretamente, através da sua curva de luz ou da curva de velocidade radial (método indireto), envolve erros que as vezes são imperceptíveis à primeira vista. Por exemplo, um parâmetro que é muito bem determinado num eclipse total já não o é num eclipse parcial. O método indireto é fortemente não-linear, e por isso, merece consideração na escolha entre as opções para o parâmetro de otimização. Desde que uma seleção inicial de parâmetros é sempre um pouco melhor

Tabela 1.1: Classe de observação para vários parâmetros físicos de um SBE

Parâmetros	Classes de Observação
Período	cl, $T_{\min}$, cvr, (de)
Inclinação Orbital	cl
Excentricidade Orbital	cl, $T_{\min}$, cvr, de:
Longitude do Periastro	cl, $T_{\min}$, cvr, de:
Tempo de Conjunção	cl, $T_{\min}$, cvr, (de)
Semi-eixo maior da órbita	cl + cvr (+ de)
Raio não perturbado da estrela A	cl
Razão dos Raios (r_b/r_a)	cl + ef
Massa Estelar	cl + cvr (+ de)
Razão da Massas (M_b/M_a)	(cl:), cvr, de
Rotação Axial	ef, cl + cvr, de
Coefficiente de Escurecimento de Bordo	[cl], te
Coefficiente de Abrilhantamento de Gravidade	[cl], te
Albedo de Reflexão	[cl],[cvr], te
Temperatura Efetiva	cl + cvr, cl + de
Logaritmo da Gravidade Superficial	(ic), cl + cvr, cl + de, te, ef
Razão da Luminosidades	cl:, ef, de
Razão do Fluxos na Superfície	cl
Terceira Luz	cl:, $T_{\min}$, (cvr), (ef)
Magnitude Bolométrica	cl + cvr, cl + de
Idade	(ic), cl + cvr, cl + de
Composição Química	cl + cvr, (ef), de
Distância do Observador	cl + cvr, cl + de
Velocidade Radial do Centro de Massa	cvr, de
Abundâncias	cl + cvr, de

(Observações: O sinal “,” representa “ou”; o sinal “+” representa “e”; “(xxx)” significa que há informação suficiente sobre os parâmetros da classe xxx para ser usado como um controle da determinação do parâmetro, mas não há informação suficiente para determiná-lo por conta própria; “[xxx]”: a determinação do parâmetro pela classe xxx é incerta e problemática, sendo apenas possível em princípio; “xxx:”: significa que o valor determinado pela xxx não apresenta alta precisão).

do que valores escolhidos aleatoriamente, o uso de um processo de otimização é essencial. Em alguns casos, por exemplo, o conhecimento *a priori* do comportamento de um parâmetro sobre uma curva de luz pode dar apoio à um processo de “tentativa e erro” para a otimização. Isto não garante a produção do melhor conjunto de parâmetros, além do processo não ser sistemático e requerer um elevado tempo computacional (Kallrath & Linnel, 1987). O processo indireto é complexo, e por isso requer simplificações. Entretanto, a retificação (tentativa de eliminação de perturbações aproximadas pela alteração das curvas observadas) é um procedimento que pode ser justificado teoricamente apenas sob severas considerações, que não são realistas (Vaz, 1984)

O método direto ataca o problema usando um modelo físico do sistema. O modelo é construído numericamente, incorporando todas as características físicas de um SBE

que conhecemos, porém com algumas limitações e aproximações. Este modelo é usado para gerar curvas de luz (CL) e de velocidade radial (CVR) sintéticas, a partir de valores prováveis dos elementos do sistema. A curva de luz e/ou de velocidades radiais são comparadas diretamente com suas respectivas curvas observadas, e os parâmetros do modelo são ajustados usando um método de otimização (por exemplo, o método de mínimos quadrados ou método SIMPLEX discutidos no Capítulo 2, de modo a obter um melhor ajuste entre as duas curvas (a observada e a calculada pelo modelo). A principal dificuldade deste método está no grande número de parâmetros do sistema, ao ponto de uma combinação **correta** de parâmetros **errados** poder produzir quase perfeitamente uma CL, uma CVR e/ou espectros individuais observados. Desta maneira, a solução do método direto não é a única.

Esta dificuldade pode ser evitada, usando-se o maior número de informações físicas possível sobre o sistema binário em questão, de maneira a limitar os parâmetros a uma estreita faixa de valores (Vaz, 1984). A Tabela (1.1) nos dá uma idéia da informação a ser usada para cada um dos parâmetros de um SBE. Conforme inferimos dela, a análise conjunta das curvas de luz e velocidade radial mais o desembaraçamento espectral é a principal fonte para a determinação dos parâmetros físicos do sistema.

Acima de tudo, deve-se sempre analisar o conjunto resultante de parâmetros, para que estejam sempre coerentes com o modelo físico utilizado. Quer dizer, para a determinação segura dos parâmetros de um SBE, é necessário fazer uso da razão, porque não existe um modelo padrão, ou seja, cada SBE é único no sentido de que requer mais de uma análise própria particular. Este é o principal motivo para a existência, na literatura científica, de determinações ruins para os valores de parâmetros absolutos de SBE. Estas determinações ruins são perigosas porque, apesar de sua aparente precisão interna, apresentam inconsistências.

Neste trabalho, vamos utilizar o método direto, porque o consideramos o mais eficaz, preciso e adequado para a determinação de parâmetros absolutos de um SBE. Os modelos numéricos utilizados pelo método direto se compõem de uma parte geométrica (órbitas e disposição das componentes num sistema hierárquico), uma parte "fotométrica" (tratamento físico da variabilidade das intensidades das linhas do espectro, devido à presença de eclipses) e uma parte numérica (aproximação do cálculo e método de ajuste dos parâmetros).

Na verdade, vamos dissertar sobre um método que tem sido considerado bastante eficaz no processo de *desembaraçamento* de espectros de sistemas múltiplos eclipsantes, nos quais as linhas espectrais, pertencentes à cada uma de suas componentes estão muito misturadas ("blended") devido ao seu deslocamento causado pelos movimentos orbitais. O código KOREL (Hadrava 1995, 1997, 2000) é o responsável pelo *desembaraçamento* de espectros compostos. Como produto final de seu processamento temos os espectros individuais de cada estrela componente de um sistema, juntamente com os valores dos parâmetros orbitais (longitude e tempo de passagem pelo periastro, excentricidade, velocidades radiais de cada componente, razão das massas, período orbital e sua variação com relação ao tempo e o avanço do periastro). O processo de otimização dos espectros é feito utilizando uma combinação dos métodos de mínimos quadrados e SIMPLEX.

Os espectros individuais, produzidos pelo código KOREL, podem ser tão precisos a ponto de serem utilizados para estudo de abundâncias, obtenção de distâncias, rotação e idade estelar e outros (Hensberge *et al.* 2000, Harmanec & Hadrava 1997, Holmgren *et al.* 1999, Holmgren *et al.* 1997, Zverko *et al.* 1997 e Lorentz *et al.* 1999).

O objetivo deste trabalho é o estudo das limitações deste código. Ou seja, ser capaz de responder perguntas do tipo:

- Qual o número mínimo de espectros utilizados para que se obtenha valores de parâmetros orbitais e espectros individuais de qualidade?
- A utilização de fases localizadas influem na precisão dos resultados?
- Qual o nível de ruído mínimo?

É de grande interesse responder tais perguntas, pois isto facilitaria muito ao pesquisador de um determinado SBE aplicar este método com segurança, obtendo resultados confiáveis com erros que se limitam ao ruído observacional (inevitável) e possivelmente erros sistemáticos causados por defeitos básicos no modelo físico. Este método tem a vantagem de ser usado iterativamente com modelos de cálculos de curvas de luz como o Wilson & Devinney (1971) ou o modelo desenvolvido por Hadrava (1996) – **FOTEL**.

Assim, na Seção (2.1) do Capítulo 2, é apresentada uma descrição da filosofia do método dando ênfase às suas aplicações e discussão sobre as vantagens e desvantagens de seu uso em relação aos outros métodos de *desembarçamento*. Na seção (2.2), demonstramos o seu princípio matemático – o uso da transformada de Fourier para a obtenção dos parâmetros orbitais e espectros individuais. Na Seção (2.3) apresentamos a possibilidade de sua aplicação às fases de eclipses, considerando os efeitos de perda de luz e de escurecimento de bordo. Na Seção (2.4) fazemos referência ao método numérico dando ênfase à discussão da parte geométrica do sistema estelar empregada no **KOREL** e às equações do movimento relacionadas a ela, para a obtenção dos parâmetros orbitais. Na Seção (2.5.1), fazemos uma descrição minuciosa dos arquivos de entrada e saída do código e do processo de convergência (Seção 2.5.2), discutindo as dificuldades encontradas para obtê-la e sugerindo alternativas mais eficientes. Na Seção (2.5.3) demonstramos o método de otimização – **SIMPLEX**, que o **KOREL** utiliza para obter os parâmetros orbitais e na Seção (2.5.4) apresentamos uma descrição sobre a transformada rápida de Fourier empregada no código.

No Capítulo 3, Seção (3.1), apresentamos e discutimos a estratégia para o estudo das aplicações do código apresentando o programa desenvolvido em **IDL** – Iterative Data Language, para gerar espectros compostos a serem introduzidos no código obtendo resultados que são conhecidos por nós, a fim de testar sua eficiência. Descrevemos as possibilidades deste programa de tratar sistemas com vários níveis de ruído e rotação estelar (a escolher dentre 50, 100 e 200 km/s). Em seguida, na Seção (3.2), descrevemos a aplicação do código a um sistema duplo circular e/ou excêntrico cuja razão das luminosidades é de 1:1. Mais precisamente na Seção (3.2.1.1) fazemos o estudo do número mínimo de espectros de que o **KOREL** necessita para produzir resultados confiáveis e com o mesmo intuito, nas Seções (3.2.1.3), (3.2.1.4) e (3.2.1.5) apresentamos, respectivamente, o estudo sobre o efeito da introdução de fases em eclipses, a distribuição dos espectros em fases e a influência do ruído. Na Seção (3.2.1.2) discutimos a renormalização que deve ser feita nos espectros individuais reproduzidos pelo código.

Finalizando, no Capítulo 4, apresentamos de forma sucinta as conclusões obtidas neste trabalho como também as perspectivas para o futuro.

Capítulo 2

KOREL: Uma nova versão da Correlação Cruzada

2.1 Filosofia do Método

Podemos obter, a partir da medida do comprimento de onda de centros efetivos de linhas espectrais, as velocidades radiais instantâneas das componentes binárias. Desta maneira, se ajustarmos a curva de velocidade radial (CVR), ou simultaneamente a curva de luz (CL), podemos obter, respectivamente, os valores dos parâmetros orbitais ou outros parâmetros físicos do sistema. Para que este processo seja satisfatório, é preciso que as linhas do espectro de cada componente possam ser bem distingüidas e medidas do centro de massa e que o centro medido destas linhas correspondam à velocidade radial do centro de massa da respectiva componente (Hadrava, 2001).

Se o sistema em estudo é constituído por duas estrelas com espectros detectáveis e de tipo espectral próximo (e magnitudes comparáveis), as linhas das componentes só serão bem resolvidas quando as estrelas estiverem em quadratura (máximo de velocidade radial) e estarão misturadas quando elas estiverem em conjunção. A má determinação das linhas neste ponto (fases em conjunção) dificulta a obtenção da excentricidade e da longitude do periastro do sistema. Erros sistemáticos podem surgir em sistemas binários cujas linhas estão muito misturadas. A situação piora se uma terceira estrela está presente. Além disso, a resolução espectral do espectro composto depende da dispersão do espectrógrafo, da qualidade do detector e do sinal/ruído de cada exposição. Estes problemas se tornam mais graves em estrelas jovens, cujas linhas são alargadas pela rotação rápida em torno de seu eixo (onde a largura das linhas pode ser comparável à amplitude das velocidades radiais, Hadrava 1995).

É claro que, até mesmo no caso de linhas misturadas, a informação sobre as velocidades radiais das componentes está contida no perfil das mesmas. Para obter esta informação é possível usar a técnica de correlação cruzada (Simkin 1974, Tonry *et al.* 1979, Zucker *et al.* 1994) que compara os espectros observados com “gabaritos” (*templates*) similares aos espectros esperados das componentes. Cada “gabarito” pode ser obtido de estrelas (de referência) de tipo espectral similar ou de espectros modelos. No entanto, escolher um

“gabarito” apropriado pode ser um problema se as linhas das duas ou mais estrelas estão misturadas em *todas* as fases. Por outro lado, o melhor “gabarito” poderia ser o espectro da própria estrela, (sob a condição de que este não mude com a fase) que deve ser obtido *comparando os perfis* das linhas em *diferentes* fases.

Um método que compara os perfis das linhas em diferentes fases é o método descrito por Simon & Sturm (1994) (que usa a técnica da Decomposição do Valor Singular – SVD), baseado na inversão da matriz de transformação linear para obter os espectros das componentes. Sua precisão depende da dimensão da matriz que corresponde ao número de espectros compostos empregados.

Um outro método é o de *desembaraçamento* por tomografia desenvolvido por Bagnuolo & Gies (1991), que é baseado num algoritmo similar, em princípio, à tomografia usada na física médica. Devido aos diferentes valores de velocidade radial das estrelas num sistema múltiplo, o número de ângulos vistos por tomografia são gerados cujos raios paralelos atravessam o objeto e atingem o detector, produzindo o espectro observado a uma dada época. Diferentemente do caso da tomografia médica, os ângulos são limitados e não podemos arbitrariamente olhar em torno do objeto (além disso, o objeto não é ordenadamente terminado em cada fim). A precisão deste algoritmo depende do número de espectros compostos e do processo de reconstrução espectral.

Podemos, ainda, citar a técnica de Reconstrução Secundária, desenvolvido por Ferluga *et al.* (1997). Ela se baseia num algoritmo que deriva a velocidade da componente secundária, analisando a diferença do perfil da linha obtida de dois espectros de entrada em diferentes configurações orbitais (preferencialmente, fora de eclipses ou conjunções).

O método alternativo de *desembaraçamento* utilizando a transformada de Fourier, apresentado neste trabalho, pode ser aplicado a uma série de espectros compostos observados em fases diferentes (para obter parâmetros orbitais e espectros individuais das componentes) com a hipótese de que os espectros não variem com o tempo. Além disso, ele não utiliza espectros “gabaritos” ou nenhuma informação *a priori* sobre a forma dos espectros (Ilijić *et al.*, 2001). O problema geral da decomposição dos espectros usando as velocidades radiais conhecidas, foi previamente resolvida pela separação tomográfica e a medida das velocidades radiais para os espectros conhecidos de cada componente foi bem resolvido pela técnica de correlação cruzada. O método de *desembaraçamento* utiliza, de forma mais eficiente, os dois princípios citados acima (Hadrava, 2001). O primeiro passo é a determinação das velocidades radiais para cada exposição. O produto final, deste processamento, é a obtenção dos espectros individuais médios (de todas as exposições), os quais podem ser usados para uma análise espectroscópica mais detalhada.

Uma vantagem deste método é que todas as linhas dos espectros são usadas para a determinação da velocidade radial mesmo se suas identificações não estão claras (isto pode ser uma desvantagem se alguma característica variável, que não segue da velocidade da estrela, esteja presente nos espectros). Uma outra vantagem, consiste na aplicação iterativa do método de *desembaraçamento* associados a modelos de ajuste de curvas de luz e de modelos de atmosferas estelares para a obtenção dos parâmetros físicos do sistema (o esquema iterativo deste processo é mostrado na Fig. 1 de Hensberge *et al.*, (2000)). O código FOTEL desenvolvido por Hadrava (1990) ou o programa WD, de Wilson & Devinney (1971), constituem modelos que podem ser usados para ajustar as curvas de luz (o modelo WD, na verdade, permite ajustar simultaneamente várias curvas de luz do sistema e uma curva de velocidade radial para cada uma das componentes eclipsantes). A vantagem deste método sobre a correlação cruzada, com relação à determinação da curva de velocidade

radial, é demonstrada por Harmanec *et al.*, (1997, conforme Fig. 7).

No caso “puro”, quando as velocidades radiais devem obedecer às leis do movimento orbital (isto é, se não há nenhuma distorção devido à matéria circumstelar, pulsações ou outros efeitos), o estágio intermediário da determinação das velocidades radiais independentes de cada exposição individual dificulta a tarefa do *desembaraçamento*. Para estes casos, o método pode ajustar, diretamente, os elementos orbitais do espectro observado e produzir os espectros médios das componentes com um número menor de parâmetros livres.

O *desembaraçamento*, tem sido aplicado tanto a binárias bem separadas como em casos de sistemas tão complicados quanto o de β Lyr (Bisikalo *et al.* 2000). Muitas aplicações tem sido concentradas em linhas fortes, como as de hidrogênio, hélio ou magnésio.

Em casos mais complicados, o método de desembaraçamento foi usado para a detecção de componentes espectrais fracas (Holmgren *et al.* 1999, Bisikalo *et al.* 2000). O desvio das velocidades radiais previstas das características detectadas serviu então como argumento decisivo para atribuí-las a componentes previamente não conhecidas ou a matéria movendo com ela.

Os espectros individuais gerados pelo KOREL podem ser analisados usando métodos normalmente aplicados a uma única estrela (Ilijić *et al.*, 2001). Temperaturas e (se não bem determinados da análise dinâmica) gravidades podem ser melhor estimadas da espectroscopia do que das relações baseadas na fotometria. As velocidades rotacionais (Hensberge *et al.*, 2000, Harmanec & Hadrava, 1997, Holmgren *et al.*, 1999, Holmgren *et al.*, 1997) e abundâncias (Zverko *et al.*, 1997) podem ser estimadas sem a interferência de outra componente. Parâmetros atmosféricos foram obtidos para V578 Mon por Hensberge *et al.* (2000). A precisão de tais parâmetros tem sido usada para derivar idades estelares e distâncias (Hensberge *et al.*, 2000, Holmgren *et al.*, 1997). No caso de binárias massivas freqüentemente encontradas em aglomerados ou associações, o método proporciona um indicador independente da idade destes grupos.

Outra aplicação, diz respeito à detecção de variabilidade espectral devido a oscilação não forçada em sistemas duplos (Harmanec *et al.*, 1997, Holmgren *et al.*, 1997, Holmgren *et al.*, 1999). A reconstrução de um espectro médio para cada uma das componentes permite a pesquisa por choques viajantes (variações nos perfis das componentes que se movem em comprimento de onda) ou outras alterações nos perfis de linha usando o “espectro diferença” (calculado como a diferença entre espectro observado e o composto computado no *desembaraçamento*).

Os espectros produzidos pelo *desembaraçamento* são menos ruidosos do que cada um dos espectros de entrada. Logo, especialmente, para as informações presentes em linhas espectrais mais fracas o ruído sistemático torna-se o fator limitante, em vez do ruído aleatório. Contudo, em tais linhas, o ruído se torna multiplicativo no processo de renormalização (que deverá ser feito nos espectros individuais produzidos pelo código, Seção 3.2.1.2) se não utilizarmos um número razoavelmente grande de espectros de entrada proporcional ao nível do Sinal/Ruído de cada exposição.

De forma geral, a maior fonte significativa de erro se encontra na retificação dos espectros (Simon *et al.*, 1994). Assim, na análise de dados em qualquer modelo físico, uma melhor compreensão dos efeitos dos ruídos aleatórios e sistemáticos devem ser alcançada de forma a produzir resultados finais confiáveis. Sendo assim, o código KOREL não está livre de tais controles e pode levar a resultados incorretos se for aplicado de forma descuidada.

2.2 Decomposição do Espectro composto

O método desenvolvido por Hadrava (1995) pressupõe que o espectro composto observado, $I(x, t)$, é formado por espectros individuais de n estrelas, $I_j(x)|_{j=1}^n$, sendo que cada uma delas sofre mudanças exclusivamente devido ao efeito Doppler de acordo com a velocidade radial instantânea, $v_j(t)$, da estrela j no tempo t , ou seja, considera o espectro composto como uma combinação de diferentes fontes de luz. Desta forma, as linhas provenientes da atmosfera terrestre (linhas telúricas) e do meio interestelar devem ser removidas antes de se utilizar o método. Tais linhas não são fontes de luz mas, ao contrário, absorvem luz dos espectros estelares. Dessa forma, o modelo pressupõe que os espectros das estrelas possuem variabilidade causada **somente** pelo efeito Doppler descrito por:

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}, \quad (2.1)$$

onde λ representa o comprimento de onda medido, λ_0 o de laboratório, v_r é a velocidade radial e c a velocidade da luz. Podemos escrever a Eq.(2.1) como:

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \simeq \Delta \ln \lambda \quad (2.2)$$

$$v_r \simeq c\Delta \ln \lambda. \quad (2.3)$$

Desta forma, podemos dizer que qualquer mudança causada na velocidade radial é equivalente a uma mudança em $\ln \lambda$ (Simkin, 1974).

Considerando $x = c\Delta \ln \lambda$ então (para $v_j(t) \ll c$)

$$I(x, t) = \sum_{j=1}^n I_j(x) * \delta(x - v_j(t)) \quad (2.4)$$

A convolução é uma técnica matemática que simula o deslocamento Doppler dos espectros individuais na direção do comprimento de onda e, portanto, permite o cálculo da velocidade radial de uma estrela numa determinada fase (uma descrição sobre as propriedades da convolução pode ser encontrada em Gray 1976, Kraut 1967 ou Rosenfeld & Kak 1982). Podemos fazer o tempo t (mais especificamente, a fase), descrito na Eq.(2.4), variar de $l = 1$ até k exposições ou, sinteticamente, $t_l|_{l=1}^k$. Representando a Eq.(2.4) matricialmente, temos:

$$\begin{pmatrix} I(x, t_1) \\ I(x, t_2) \\ \vdots \\ I(x, t_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta(x - v_A(t_1)) & \delta(x - v_B(t_1)) & \dots & \delta(x - v_j(t_1)) \\ \delta(x - v_A(t_2)) & \delta(x - v_B(t_2)) & \dots & \delta(x - v_j(t_2)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta(x - v_A(t_k)) & \delta(x - v_B(t_k)) & \dots & \delta(x - v_j(t_k)) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_A(x) \\ I_B(x) \\ \vdots \\ I_j(x) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Para cada exposição l (variando de 1 a k) temos que o espectro composto é formado pela soma do produto do espectro individual de cada estrela pela alteração Doppler associada a ela (em Bronson, 1991, encontramos um estudo amplo sobre matrizes e suas aplicações).

Além disso, os espectros, tanto o composto como os individuais, devem levar em conta o número de pixels em cada exposição. Logo, a matriz que representa $I(x, t)$ é uma matriz

$k \times N$ onde N é o número de pixels (da ordem de 10^3) e $I_j(x)$ uma matriz $n \times N$. A matriz (2.5) pode ser escrita de forma geral como:

$$\begin{pmatrix} I(x, t_1, p_1) & I(x, t_2, p_2) & \dots & I(x, t_k, p_N) \\ I(x, t_1, p_1) & I(x, t_2, p_2) & \dots & I(x, t_k, p_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I(x, t_1, p_1) & I(x, t_2, p_2) & \dots & I(x, t_k, p_N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{A1} & M_{B1} & \dots & M_{j1} \\ M_{A2} & M_{B2} & \dots & M_{j2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{Ak} & M_{Bk} & \dots & M_{jk} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_A(x, p_1) & I_A(x, p_2) & \dots & I_A(x, p_N) \\ I_B(x, p_1) & I_B(x, p_2) & \dots & I_B(x, p_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_j(x, p_1) & I_j(x, p_2) & \dots & I_j(x, p_N) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

As submatrizes M_{jl} são matrizes unitárias fora da diagonal relacionadas com a mudança Doppler das componentes no tempo $t_l|_{l=1}^k$ das exposições.

No processo do desembaraçamento, Simon & Sturm (1994) utilizaram o método de Decomposição do Valor Singular (SVD) para resolver as equações lineares características do sistema. No entanto, o método alternativo do desembaraçamento (“disentangling”) resolve os conjuntos de equações lineares no espaço de Fourier, ou seja, faz a transformação de Fourier ($x \rightarrow y$) da Eq.(2.4):

$$\mathcal{F}\{I(x, t)\} = \mathcal{F}\left\{\sum_{j=1}^n I_j(x) * \delta(x - v_j(t))\right\} \quad (2.7)$$

Como a transformada de uma convolução é o simples produto das transformadas de cada função, temos:

$$\tilde{I}(y, t) = \sum_{j=1}^n \tilde{I}_j(y) \exp(iy v_j(t)) \quad (2.8)$$

onde $\mathcal{F}\{I(x, t)\} = \tilde{I}(y, t)$ e $\mathcal{F}\{I_j(x)\} = \tilde{I}_j(y)$.

Se temos k ($k > n$) espectros observados no tempo $t_l|_{l=1}^k$, correspondendo aos valores de $v_j(t)$, podemos, em princípio, procurar por valores apropriados de $v_j(t)$ e $\tilde{I}_j(y)$, que combinados de acordo com a Eq.(2.8), resultarão no espectro composto de $\tilde{I}(y, t)$.

Para diminuir o ruído, o sistema deve ser super-determinado, isto é, o número de exposições (k) deve ser maior que o número de estrelas componentes (n) do sistema. As velocidades $v_j(t)$ podem ser tratadas como valores independentes, ou funções do tempo ou certos parâmetros “ p ” (elementos orbitais do sistema múltiplo).

O método de mínimos quadrados é usado para obter os melhores espectros individuais $\tilde{I}_j(y)$ que, influenciados individualmente pelo efeito Doppler e somados, representam o espectro composto $\tilde{I}(y, t)$.

Definindo $\mathcal{S}$ como o erro mínimo quadrado, temos:

$$\mathcal{S} = \sum_{l=1}^k \sum_X \int \left| \tilde{I}_X(y, t_l) - \sum_{j=1}^n \tilde{I}_{j,X}(y) \exp(iy v_j(t_l; p)) \right|^2 dy \quad (2.9)$$

onde a integração é feita sobre todas as frequências y .

O subscrito X refere-se às diferentes regiões espectrais dos espectros observados. Cada região é caracterizada por um comprimento de onda inicial e sua dispersão.

Observe que, se $\mathcal{S}$ é somado para cada exposição k , calculamos e somamos o erro de cada exposição a fim de obter $\mathcal{S}$. Nossa intenção é determinar valores de $\tilde{I}_j(y)$ que minimizem o erro, ou seja:

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \tilde{I}_{j,X}(y)} = 0 \quad (2.10)$$

Podemos introduzir na Eq. (2.9) funções $f_{l,X}(y)$ escolhidas como pesos de cada modo de Fourier y na região espectral X da exposição l . Na prática, supomos $f_l(y) \equiv f_{l,X}f(y)$. O fator $f_{l,X}$ está relacionado com o número de informações contidas nas linhas espectrais para cada região X , que dependerá dos fatores a serem discutidos na Seção (3.2.1) (sinal/ruído, tipo espectral das componentes, intervalo espectral utilizado e rotação estelar). A função $f(y)$ pode ser introduzida como filtro de frequência, que corta os modos de frequência mais baixos influenciados pela retificação dos espectros que no caso de terem sido mal feitos, originarão em erros sistemáticos. Desta forma, temos:

$$\mathcal{S} = \sum_{l=1}^k \sum_X \int f_{l,X}(y) \left| \tilde{I}_X(y, t_l) - \sum_{j=1}^n \tilde{I}_{j,X}(y) \exp(iyv_j(t_l; p)) \right|^2 dy \quad (2.11)$$

Como $\mathcal{S}$ é bilinear em $\tilde{I}_j(y)$, as condições obtidas da Eq.(2.10), variando com respeito a $\delta I_m^*(y)$ (variação do complexo conjugado de $(\delta I_m(y))$), levam a:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^k f_{l,X}(y) \tilde{I}_X(y, t_l) \exp(-iyv_m(t_l; p)) = \\ \sum_{j=1}^n \left[\sum_{l=1}^k f_{l,X}(y) \exp(iy(v_j(t_l; p) - v_m(t_l; p))) \right] \tilde{I}_{j,X}(y) \end{aligned} \quad (2.12)$$

A Eq.(2.12) representa um conjunto de equações lineares, onde $m = 1, \dots, n$ é independente de cada y . A solução para cada y é o vetor $\tilde{I}_j(y)$ que satisfaz a Eq. (2.12). O valor obtido para $\tilde{I}_j(y)$ é substituído na Eq.(2.11) e $\mathcal{S}$ é otimizado apenas com respeito aos parâmetros $v_j(t_l)$ ou p .

Apenas esta independência dos modos de Fourier, que é consequência da forma da Eq. (2.8) (local na variável y) ao contrário da forma da Eq. (2.4) (integral na variável x), faz com que o desembaraçamento se torne numericamente mais fácil na transformada de Fourier do que no espaço dos comprimentos de onda.

Quando a contribuição das estrelas componente ao contínuo não muda em todos os espectros observados, a Eq. (2.12) é singular em $y = 0$. Isso não acontece, por exemplo, se alguns dos espectros foi tomado em fase de eclipses. A singularidade corresponde ao fato de que contribuições de estrelas individuais a um termo constante $I(x)$ não podem ser distingüidas. Os níveis de contínuo das estrelas são praticamente constantes e, na prática, não são afetados pelo efeito Doppler. Logo, um grande erro de $\tilde{I}_j(y)$ pode ser esperado para pequenos valores de y . Isto pode ser evitado cortando-se os intervalos de y , ou seja, fazer $f_l = 0$.

2.3 Decomposição do Espectro com Intensidades Variadas

Uma outra maneira de melhorar e generalizar o método do “desembaraçamento” consiste em considerar que as linhas espectrais podem variar, de uma certa maneira, durante o

período orbital.

O primeiro passo foi desenvolvido por Hadrava (1997) para quantificar a mudança da intensidade das linhas mantendo-se a condição de que sua forma se mantivesse constante. No entanto, a motivação inicial para variar a intensidade das linhas foi de explicar e remover o espalhamento das velocidades radiais observadas durante os eclipses (Hadrava, 1997).

Num eclipse, considera-se que a mudança das linhas seja mais influenciada pela alteração de suas intensidades (decréscimo) do que pelo efeito da rotação estelar, o chamado efeito *Schlesinger – Rossiter*. Este efeito se deve ao fato de que, nos eclipses estelares, as partes do disco da estrela eclipsada que se afastam ou se aproximam do observador são alternadamente bloqueadas, e a velocidade radial medida da componente eclipsada não mais coincide com a velocidade de seu centro de massa. Contudo, a experiência mostra que a diferença entre o escurecimento de bordo nas linhas e o contínuo devem ser levados em conta para explicar não somente a diminuição da intensidade das linhas espectrais da estrela eclipsada, mas também seu aumento nas fases iniciais e finais do eclipse. Este efeito diminui a influência da rotação, tanto que a mudança na forma da linha causada por este efeito pode ser considerada para estrelas de baixa velocidade rotacional, o que produz uma boa ferramenta para pesquisa da estrutura vertical das atmosferas estelares.

Usando as generalizações incluídas no KOREL, é possível calcular a intensidade das componentes binárias, suas mudanças relativas durante o eclipse, a contribuição de cada uma delas ao contínuo e a remoção das linhas telúricas do espectro estelar (um método alternativo e aproximado para ser usado caso estas linhas não foram removidas com sucesso num processo anterior de redução de dados). O código assume que o espectro composto é formado por uma contribuição da intensidade de cada estrela mais a intensidade das linhas telúricas (ou do meio interestelar). Assim, podemos obter os espectros individuais de cada componente e o “espectro telúrico”, assim como suas contribuições ao contínuo. Na verdade não existe um “espectro telúrico”, pois as linhas telúricas são linhas de absorção provenientes da atmosfera terrestre e estão presentes no espectro estelar das componentes diminuindo as intensidades reais das mesmas, mas o código faz esta aproximação para determinar seu “espectro”, e em seguida utilizá-lo para ser removido dos espectros individuais obtidos pelo KOREL. Uma nova iteração, com os espectros das componentes corrigidos dos efeitos telúricos, é realizada com o objetivo de obter somente os espectros individuais devidamente normalizados (os valores dos parâmetros orbitais, anteriormente determinados, são mantidos fixos).

Podemos adicionar, à Eq. (2.8) da Seção (2.2), a função $s_j(t)$ que pode estar associada à elipticidade, ou aos eclipses das componentes, ou à massa de ar, ou à umidade para os espectros telúricos.

Desta forma, o espectro composto será dado por:

$$I(x, t) = \sum_{j=1}^n s_j(t) I_j(x) * \delta(x - v_j(t)) \quad (2.13)$$

e a transformada de Fourier ($x \rightarrow y$) para esta equação será:

$$\tilde{I}(y, t) = \sum_{j=1}^n s_j(t) \tilde{I}_j(y) \exp(iy v_j(t)) \quad (2.14)$$

Se temos k espectros ($k > n$) observados no tempo $t_l|_{l=1}^k$ correspondendo às velocidades $v_j(t_l)$ de cada estrela j , podemos em princípio, ajustá-los pesquisando por valores

apropriados para $v_j(t_l)$, $S_{jl} \equiv S_j(t_l)$ e $\tilde{I}_j(y)$. Da mesma forma que na Seção (2.2), as velocidades $v_j(t_l)$ podem ser tratadas como valores independentes ou como funções dos parâmetros “ p ”.

Aplicando-se o método padrão de mínimos quadrados, chegamos à condição:

$$\delta\mathcal{S} = 0, \quad (2.15)$$

onde $\mathcal{S}$ é a mesma equação descrita na Seção 2.2 corrigida por s_{jl} , ou:

$$\mathcal{S} = \sum_{l=1}^k \sum_X \int f_{l,X}(y) \left| \tilde{I}_X(y, t_l) - \sum_{j=1}^n s_{jl} \tilde{I}_{j,X}(y) \exp(iy v_j(t_l; p)) \right|^2 dy \quad (2.16)$$

Aplicando a condição (2.15) à Eq. (2.16) e considerando que $\mathcal{S}$ é bilinear em $\tilde{I}_j(y)$, encontramos um conjunto de equações lineares tais que:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^k \int f_{l,X}(y) \tilde{I}_X(y, t_l) s_{ml} \exp(-iy v_m(t_l; p)) = \\ \sum_{j=1}^n \left[\sum_{l=1}^k \int f_{l,X}(y) s_{jl} s_{ml} \exp(iy(v_j(t_l; p) - v_m(t_l; p))) \right] \tilde{I}_{j,X}(y) \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde $m = 1, \dots, n$ que são, além disso, independentes para cada y .

Por outro lado $\mathcal{S}$ é também bilinear com relação aos coeficientes s_{jl} . Conseqüentemente, variando $\mathcal{S}$ com respeito a s_{ml} , obtemos um conjunto de equações lineares:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \Re \left[\sum_X \int f_{l,X}(y) \tilde{I}_{j,X}(y) \tilde{I}_{m,X}^*(y) \exp(iy(v_j(t_l; p) - v_m(t_l; p))) \right] s_{jl} = \\ \Re \sum_X \int f_{l,X}(y) \tilde{I}_X(y, t_l) \tilde{I}_{m,X}^*(y) \exp(-iy v_m(t_l; p)) dy \end{aligned} \quad (2.18)$$

para estes coeficientes.

Na verdade, estes coeficientes são bastantes numerosos, porém menos do que os modos de Fourier do espectro composto. Então, é mais vantajoso resolvê-los diretamente destas equações antes de otimizar $\mathcal{S}$ com respeito a $v_j(t_l)$, no qual é não linear.

Devemos ter em mente que as soluções dos elementos orbitais, a velocidade radial de cada componente, a decomposição do espectro composto e a solução das intensidades são interrelacionadas e suas soluções auto-consistentes devem ser encontradas. Isto pode ser atingido iterativamente começando por valores iniciais estimados dos parâmetros orbitais e intensidades das linhas.

Em um laço de iterações (“loop”) mais interno, a Eq. (2.17), para determinar $\tilde{I}_j(y)$, e a Eq. (2.18), para determinar s_{jl} , são usadas sucessivamente no KOREL, enquanto que os parâmetros orbitais são resolvidos em um laço (“loop”) mais externo pelo método simplex (Kallrath, 1987).

2.3.1 Fotometria Relativa de Linha

Este método permite obter as mudanças da magnitude diferencial entre as componentes de um sistema múltiplo, além de determinar a razão da componente com relação ao contínuo, no caso em que as variações das intensidades são causadas por eclipses.

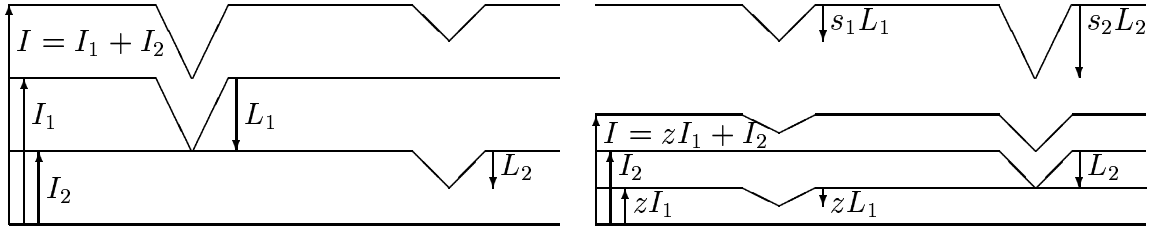


Figura 2.1: Contínuo e intensidades das linhas de componentes não eclipsadas (esquerda) e num eclipse primário (direita).

Vamos supor que num estado normal (sem eclipse) de uma binária as intensidades I_1 e I_2 , referentes as estrelas 1 e 2, sejam normalizadas:

$$I_1 + I_2 = 1 \quad (2.19)$$

As intensidades normalizadas, L_1 e L_2 , das linhas das componentes são obtidas por meio da Eq. (2.17) e são expressas como a razão de suas intensidades em relação ao contínuo comum a ambas.

Supomos que numa outra exposição o espectro da estrela 1 seja acrescido z vezes (ou decrescido, se $z < 1$, veja Fig. 2.1). Então, a intensidade das linhas decompostas das componentes, referidas a um contínuo comum instantâneo, mudarão por fatores s_1 e s_2 dados por:

$$s_1 L_1 = \frac{z L_1}{(z I_1 + I_2)} \quad (2.20)$$

$$s_2 L_2 = \frac{L_2}{(z I_1 + I_2)} \quad (2.21)$$

No exemplo mostrado na Fig. (2.1), as componentes possuem intensidade das linhas centrais igual a 50% do seu contínuo individual:

$$L_1 = \frac{I_1}{2} \quad e \quad L_2 = \frac{I_2}{2}$$

Na parte superior do diagrama da esquerda temos que a primária (componente 1) é duas vezes mais brilhante que a secundária (componente 2) e, conseqüentemente as linhas da primária e da componente 2 possuem, respectivamente, profundidade de $1/3$ e $1/6$ do contínuo total observado, e intensidades $2/3$ e $1/3$.

Se, em um eclipse primário (diagrama da direita), a intensidade da componente 1 é decrescida de 4 vezes do valor inicial ($I'_1 = z I_1$, onde $z = 1/4$) a profundidade absoluta da primária se torna 4 vezes menor, enquanto que a secundária permanece inalterada. No entanto, na razão do contínuo total, o qual não é mais a metade do valor máximo, a profundidade das linhas da primária se tornam 2 vezes menor enquanto que a intensidade das linhas da secundária se tornam 2 vezes maior.

Resolvendo as Eqs. (2.20) e (2.21), o fator z pode ser obtido por uma relação entre s_1 e s_2 :

$$z = \frac{s_1}{s_2} \quad (2.22)$$

e a razão das intensidades das componentes em relação ao contínuo são obtidas:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1 - s_2}{s_1 - 1} \quad (2.23)$$

Da Eq. (2.22) temos que, se $z < 1$, então $s_1 < 1$ e $s_2 > 1$. Este comportamento ajuda a distinguir as variações intrínsecas das intensidades das linhas de uma componente ou de um ruído observacional. Além disso, em k exposições, os fatores $z_l|_{l=1}^k$ do escurecimento de bordo (“*limb darkening*”) da componente 1 pode ser calculada independentemente de cada exposição usando $s_{jl}|_{j=1}^2$ de acordo com a Eq. (2.22).

Aplicando o ajuste dos mínimos quadrados às Eqs. (2.20) e (2.21) obtemos a razão das intensidades referente ao contínuo em escala logarítmica, (isto é, em magnitudes).

Resolvendo a condição de que $\delta F(I_1)/\delta(I_1) = 0$, onde:

$$F(I_1) = \sum_l [\ln(s_{2l}) + \ln(1 + I_1(z_l - 1))]^2 \quad (2.24)$$

temos,

$$\delta F(I_1) \equiv \delta \sum_l [\ln(s_{2l}) + \ln(1 + I_1(z_l - 1))]^2 \quad (2.25)$$

Isto significa que estamos realizando uma minimização numérica da função $F(I_1)$.

A diferença de magnitude entre as duas componentes numa dada exposição é:

$$\begin{aligned} m_1 - m_2 &= -2.5 \log(I'_1/I'_2) \\ &= -2.5 \log(zI_1/I_2) \\ &= -2.5 \log(zI_1/(1 - I_1)) \end{aligned}$$

Se a componente secundária for constante durante o eclipse primário, então a magnitude do sistema inteiro terá contribuição da intensidade da componente secundária somada à intensidade da componente primária corrigida do fator z :

$$\begin{aligned} m &= -2.5 \log(zI_1 + I_2) \\ &= -2.5 \log(zI_1 + (1 - I_1)) \\ &= -2.5 \log(1 + I_1(z - 1)) \end{aligned}$$

Da mesma forma, no caso de um eclipse secundário, a magnitude do sistema todo será:

$$\begin{aligned} m &= -2.5 \log(I_1 + I_2/z) \\ &= -2.5 \log(I_1 + (1 - I_1)/z). \end{aligned}$$

Lembrando que, se a intensidade da componente primária decresce (ou aumenta) de um fator z , num eclipse primário, então a intensidade da componente secundária aumenta (ou diminui) do mesmo fator, num eclipse secundário.

Devemos ter em mente que o método da linha fotométrica se baseia nas seguintes afirmações:

1. a mudança da intensidade das linhas e do contínuo da componente eclipsada é a mesma;

2. as intensidades das componentes são constantes fora de seus eclipses;
3. a forma das linhas é constante e permanece inalterada.

Estas afirmações conduzem a uma aproximação limitada da análise dos efeitos do movimento orbital num sistema múltiplo. Por exemplo, a afirmação 1 pode ser violada mesmo no caso de um eclipse puro, devido ao escurecimento de bordo, que será tratado na Seção (2.3.2), o qual é diferente na linha e no contínuo.

A segunda afirmação é importante para que possamos definir o estado “normal” (em que não ocorre eclipse e onde L_1 e L_2 são observados diretamente), desta forma a intensidade da componente não-eclipsada pode ser usada como “comparação”. Essa afirmativa pode ser violada no caso de variáveis elipsoidais, em que a intensidade das linhas de suas componentes variam mesmo fora dos eclipses.

Por fim, a terceira afirmação pode ser violada, por exemplo, pelo efeito *Rossiter*: diferentes partes equatoriais de uma estrela em rotação são eclipsadas. Esta afirmação é de suma importância para o desembaraçamento. Contudo, como o alargamento rotacional (mesmo para uma componente eclipsada parcialmente) é também dado por uma convolução em x , é possível, em princípio, generalizar o método do desembaraçamento e da linha fotométrica para este caso.

Sendo assim, tais efeitos podem ser desconsiderados não somente para eclipses puros, mas também, com alguma aproximação, para sistemas com componentes elípticas, ou aqueles onde o efeito reflexão é conspícuo, ou, ainda, aqueles com componentes pulsantes.

2.3.2 Influência do Escurecimento de Bordo

Vamos agora, investigar a influência do escurecimento de bordo na fotometria de linha. Na aproximação de *Milne-Eddington*, que considera a atmosfera estelar como sendo plano-paralela, a intensidade específica observada na direção $\cos \mu$ é dada por:

$$I(\mu, \nu) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) \exp\left(\frac{-\tau_\nu}{\mu}\right) \frac{d\tau_\nu}{\mu} \quad (2.26)$$

A função fonte (S_ν) pode ser considerada constante dentro da linha e aproximadamente linear em uma profundidade óptica média ($\bar{\tau}$, *Rosseland*, por exemplo):

$$S_\nu(\tau_\nu) \simeq S_0 + S_1 \bar{\tau} \quad (2.27)$$

Se a opacidade no contínuo (α_c) e na linha ($\alpha_1 \phi_\nu$, onde ϕ_ν é a intensidade de linha normalizada) são proporcionais à opacidade média ($\bar{\alpha}$) por meio da profundidade óptica onde a linha é formada, então:

$$\tau_\nu \simeq \frac{\alpha_c + \alpha_1 \phi_\nu}{\bar{\alpha}} \bar{\tau} \quad (2.28)$$

e

$$\begin{aligned} I(\mu, \nu) &\simeq \int_0^\infty \left(S_0 + S_1 \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_c + \alpha_1 \phi_\nu} \right) \exp\left(\frac{-\tau_\nu}{\mu}\right) \frac{d\tau_\nu}{\mu} = \\ &= S_0 + S_1 \frac{\bar{\alpha} \mu}{\alpha_c + \alpha_1 \phi_\nu} \end{aligned} \quad (2.29)$$

O escurecimento de bordo é mais acentuado no contínuo do que na linha. Durante um eclipse, a razão z da luz visível em relação à luz total (visível mais contínuo) é diferente

para cada μ , ou seja $z = z(\mu)$. Logo, a contribuição da componente eclipsada a intensidade total específica é:

$$I_\mu = \int_0^1 I(\mu, \nu) z(\mu) d\mu \simeq z_0 S_0 + z_1 S_1 \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_c + \alpha_1 \phi_\nu} \quad (2.30)$$

onde,

$$z_k = \int_0^1 \mu^k z(\mu) d\mu \quad (2.31)$$

são momentos de $z(\mu)$, os quais são algebricamente independentes.

Ao contrário do caso de um disco estelar homogêneo, discutido na seção anterior, onde o contínuo e a intensidade das linhas são proporcionais ao fator z , a contribuição da componente eclipsada à intensidade total no contínuo (isto é, a $\phi_\nu = 0$):

$$I_1(z) \simeq z_0 S_0 + z_1 S_1 \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_c} \quad (2.32)$$

é agora afetada por z_0 e z_1 , enquanto que sua contribuição à intensidade da linha:

$$L_{1,\nu}(z) = I_1(z) - I_\nu \simeq z_1 S_1 \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_c} \frac{\alpha_1 \phi_\nu}{\alpha_c + \alpha_1 \phi_\nu} \quad (2.33)$$

é afetada apenas por z_1 . A generalização das equações (2.20) e (2.21) para mudanças das intensidades das linhas conduz a:

$$s_1 = 2z_1 \frac{S_0 + \frac{1}{2}S_1 + \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_c} + I_2}{z_0 S_0 + z_1 S_1 \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_c} + I_2} \quad (2.34)$$

$$s_2 = \frac{S_0 + \frac{1}{2}S_1 + \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_c} + I_2}{z_0 S_0 + z_1 S_1 \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_c} + I_2} \quad (2.35)$$

O eclipse na borda do disco estelar, onde $\mu \rightarrow 0$, pode ter o efeito em z_1 e na intensidade da linha desprezados. Isto pode levar a um aumento da intensidade relativa da linha, até mesmo de uma componente eclipsada neste estágio do eclipse.

Ao contrário de um disco estelar homogêneo, todos os parâmetros livres (z_0 e z_1 para cada exposição, além de S_0 e S_1) não podem ser diretamente calculados agora. Ao invés disto, raio e parâmetros orbitais, os quais devem corresponder à geometria do eclipse numa fase orbital, são ajustados aos dados observados juntamente com métodos apropriados de atmosferas estelares.

Desta forma, uma aplicação à linha fotométrica relativa pode reduzir a um teste adicional aos modelos atmosféricos.

2.4 Método Numérico

A transformada de Fourier é calculada por FFT (*Fast Fourier Transform*, veja a Seção 2.5.4 para uma descrição mais detalhada), em 256 pontos, na versão PC, que usa o sistema operacional Windows da Microsoft, e 512 pontos, na versão workstation, adequada para qualquer tipo de UN*X¹, do código KOREL.

¹ “UN*X” é uma forma de se referir aos diversos tipos de sistemas UNIX, como Solaris, SunOS, HP-UX, AIX, IRIX, OSF, Linux, etc.

A função δ na Eq. (2.4) deve ser discreta com relação à frequência, para que a função $\exp(iyv_j(t))$ seja periódica. Conseqüentemente, $v_j(t)$ e $\mathcal{S}$ são funções-passo (*step functions*) em t e p , respectivamente.

Hadrava sugere em seu manual (Hadrava, 2000) que para atingir uma boa resolução na velocidade, pode ser vantajoso interpolar os espectros de entrada para uma densidade de amostragem mais alta do que aquela com que os espectros originais são lidos do detector (cada detector possui uma frequência de amostragem intrínseca para leitura de um sinal, logo podemos obter um melhor sinal aumentando a densidade de amostragem através de uma interpolação), contudo a interpolação linear gera ruídos nos dados, requerendo cuidados ao adotar tal processo.

As transformadas de Fourier destes espectros devem ser armazenadas na memória do computador no decorrer da solução. Para permitir o uso de um grande número de espectros de alta resolução estes podem ser representados por várias regiões espectrais contendo linhas previamente escolhidas. Cada região é caracterizada por seu comprimento de onda inicial, pelo passo na velocidade radial e por um peso (de cada modo de Fourier – $f_i(y)$). Para cada região, a função $\mathcal{S}$ é dada pela Eq. (2.16) e o conjunto correspondente da Eq. (2.17) é constituído de equações independentes. A soma total da função $\mathcal{S}$ sobre as regiões espectrais é calculada com o propósito de se controlar a convergência dos parâmetros “ p ”.

Supõe-se que os espectros se originam de um sistema estelar múltiplo com uma estrutura hierárquica, como a mostrada na Fig. (2.2). Os números dentro dos círculos representam o índice da posição da estrela e os números entre parênteses representam os índices da órbita correspondente. A ocupação de cada posição da componente visível é representada por um indicador, ou “chave”, especificado nos dados de entrada (arquivo `kore1.par`). As órbitas 1, 2 e 3 podem ser desconsideradas escolhendo-se o período correspondente igual a zero.

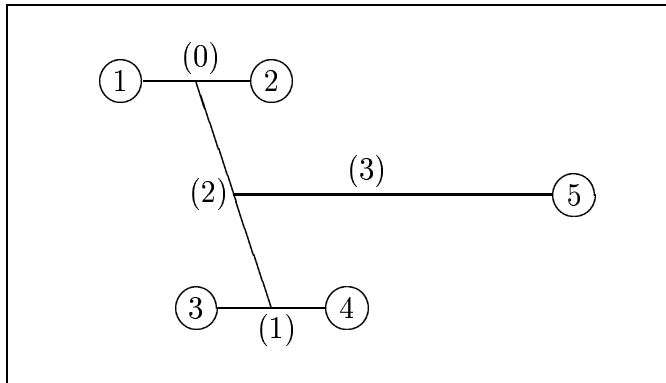


Figura 2.2: Estrutura do Sistema Estelar.

As equações que se seguem estão presentes no código para o cálculo dos parâmetros orbitais para cada estrela do sistema em estudo. Elas podem ser encontradas em livros-textos, como em Binnendijk (1960) e uma discussão sobre determinação de órbitas de sistemas tipo solar pode ser revista no livro de Társia (1993).

A velocidade radial com respeito ao centro de massa do sistema, correspondente a

cada componente, é dada por:

$$v_j(t_i; p) = \sum_{\sigma} K (\cos(\omega + v) + e \cos \omega) \quad (2.36)$$

com

$$K = \frac{na \sin i}{\sqrt{1 - e^2}}$$

onde:

a é o semi-eixo maior da órbita verdadeira,

n é o movimento médio da estrela ($n = 2\pi/P$),

i é a inclinação do plano orbital em relação ao plano do céu,

e é a excentricidade da órbita verdadeira, e

ω é a distância angular medida na órbita verdadeira entre a linha dos nodos e o periastro de 0 à 2π rad na direção do movimento da componente secundária.

O somatório da Eq. (2.36) é efetuado sobre as órbitas (σ) que influenciam o movimento de cada estrela (por exemplo, as órbitas 0, 2 e 3 influenciam a estrela número 1). Observa-se que a velocidade do centro de massa do sistema, γ , não aparece na fórmula acima; ela pode ser especificada apenas depois da identificação das linhas no espectro de cada componente.

A anomalia verdadeira (contada a partir da direção do periastro no mesmo sentido do movimento da estrela mais massiva, ou primária) é calculada de acordo com

$$v = 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right), \text{ onde} \quad (2.37)$$

E é a anomalia excêntrica, medida a partir do periastro de 0 a 2π no sentido do movimento da primária, e M é a anomalia média, medida da mesma forma que E .

A Eq. (2.37) é obtida a partir da solução da equação de Kepler

$$2\pi \left(\frac{t - t_0 - \Delta t}{P} \right) \left(1 - \frac{P}{2} \frac{t - t_0 - \Delta t}{P} \right) = M = E - e \sin E \quad (2.38)$$

para o tempo t corrigido por

$$\Delta t = \sum_{\sigma} \frac{PK}{2\pi c} (1 - e^2)^{3/2} \frac{\sin(\omega + v)}{1 + e \cos v} \quad (2.39)$$

para os efeitos de luz devido às órbitas de índices mais altos no sistema hierárquico da Fig. (2.2) (por exemplo, órbitas 2 e 3 para as estrelas 1 e 2).

A longitude do periastro (ω) é dada por:

$$\omega = \omega_0 + \dot{\omega}(t - t_0), \quad (2.40)$$

isto é, um avanço do periastro secular (se existir) pode ser considerado na aproximação linear. Os espectros e os tempos de exposição são transformados para o sistema heliocêntrico. Se não, a órbita de ordem mais alta na hierarquia pode ser usada para fazer a correção correspondente. A componente secundária desta órbita pode ser usada para remover as linhas telúricas dos espectros estelares.

A minimização de $\mathcal{S}$ com respeito aos parâmetros “ p ” é formada pelo método **SIMPLEX**, adaptado de Kallrath & Linnel (1987, veja na Seção 2.5.3 uma descrição mais detalhada deste método). Vários elementos orbitais (até no máximo 10) podem ser escolhidos para a convergência numa iteração. Internamente, no programa, os elementos orbitais são identificados para cada órbita o , na sequência hierárquica descrita acima, como os parâmetros p_n , da seguinte forma:

período: $P = p_{1+10\times\sigma}$, ou seja $p_{01}, p_{11}, p_{21}, \dots$,

tempo de passagem no periastro: $t_0 = p_{2+10\times\sigma}, p_{02}, p_{12}, p_{22}, \dots$,

excentricidade: $e = p_{3+10\times\sigma}$,

longitude do periastro: $\omega_0 = p_{4+10\times\sigma}$,

velocidade da(s) “primária(s)”, ou seja, da(s) componente(s) com índice(s) mais baixo(s) em cada órbita o : $K = p_{5+10\times\sigma}$,

razão de massa da secundária pela primária: $q = p_{6+1\times\sigma}$,

a taxa de avanço do periastro: $\dot{\omega} = p_{7+10\times\sigma}$, e

a variação do período: $\dot{P} = p_{8+10\times\sigma}$.

O KOREL permite, ainda, produzir dados sintéticos com a escolha de certos parâmetros orbitais. O perfil das linhas de cada componente pode ser escolhido como do tipo “asa larga” (“broad wings”), semelhante a linha de H_α :

$$I_j = -c \frac{\Delta^2}{(x - x_0)^2 + \Delta^2} , \quad (2.41)$$

ou com contínuo:

$$I_j = c \min \left[0, \left(\frac{(x - x_0)^2}{\Delta^2} - 1 \right) \right] . \quad (2.42)$$

O ruído, de amplitude conhecida, pode ser adicionado nos dados de entrada.

O algoritmo de desembaraçamento (Fig. 2.3) é baseado na rotina de separação que de modo não-iterativo calcula o espectro das componentes a partir dos espectros compostos de entrada e um conjunto de velocidades radiais. Os espectros individuais são produzidos sobre a condição de que, dadas as velocidades radiais, o código ajusta os espectros compostos observados com os espectros individuais reconstruídos e combinados, utilizando o ajuste dos mínimos quadrados. O sucesso deste ajuste depende sensivelmente das velocidades radiais. O rotina de otimização utiliza o algoritmo de minimização **SIMPLEX** (Seção 2.5.3) para encontrar as velocidades radiais. Estas são obtidas através da variação de K , e e w e uma mudança de fase global ($\Delta\phi$) com respeito as fases relativas especificadas com os espectros de entrada (no arquivo korel.dat, decrito na Seção 2.5.1.2). Esta mudança de fase está correlacionada com a longitude do periastro e apenas sua soma é

bem determinada. Cada vez em que o código é processado a rotina é iniciada 10 vezes, com diferentes valores iniciais supostos para cada parâmetro a fim de checar se a mesma solução é encontrada consistentemente. O processo de filtragem realizado nos espectros individuais, antes de reconstruir os espectros compostos para serem comparados com os de entrada, melhora o processo de convergência do algoritmo evitando uma estrutura fina não-física na estimativa da qualidade do ajuste.

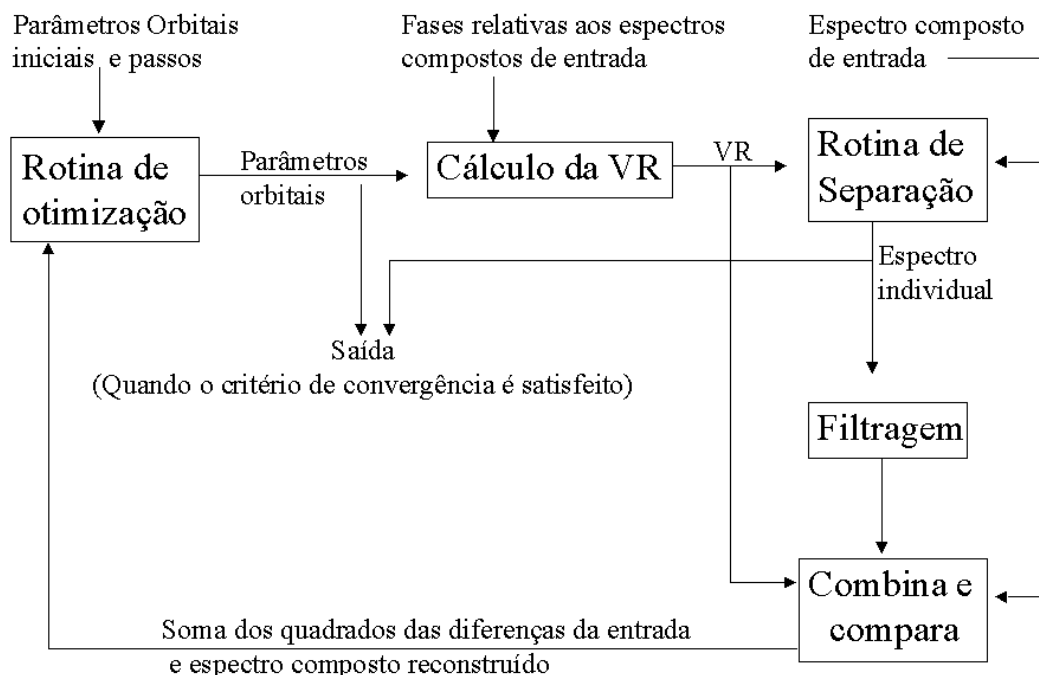


Figura 2.3: Esquema do algoritmo de desembaraçamento.

2.5 Implementação do Código

O código KOREL é escrito em FORTRAN 77. Sua versão PC (mais especificamente para a arquitetura WindowsTM, denominada KOREL.FOR) inclui gráficos on-line (pacote PHG.FOR escrito para FORTRAN em MicroSoft). A versão UNIX (KOREL.F) contém pacotes análogos com saída gráfica aos arquivos com extensão HPGL[©] ou PS[©] e pode ser compilado por qualquer compilador fortran. O código PREKOR, que prepara os dados para o KOREL, existe apenas na versão PC. Neste trabalho não iremos utilizar este código diretamente, mas tivemos de desenvolver um programa similar para a preparação dos espectros sintéticos utilizados em nossos estudos. A função que seria desempenhada por ele será executada por uma versão desenvolvida em IDL que será descrita na Seção (3.1) (veja também

Apêndice A.1.2). As informações contidas nesta seção sobre o KOREL, assim como artigos nos quais o código foi aplicado pode ser encontrado em Hadrava (2000).

2.5.1 Descrição dos Arquivos de Entrada e Saída

O KOREL é controlado por dois arquivos de entrada: o KOREL.PAR e o KOREL.DAT. Produz, como saída, os arquivos KOREL.RES e (opcionalmente) KOREL.O-C, além da saída gráfica PHG.OUT (opcional). No decorrer do texto apresentaremos uma descrição detalhada de como usar e interpretar estes arquivos e um exemplo para cada caso.

2.5.1.1 O arquivo KOREL.PAR

Usaremos, nesta descrição, um sistema duplo, para o qual 3 parâmetros são escolhidos para convergir (tempo de passagem no periastro, velocidade radial da primária e razão das massas). Foram escolhidos 14 espectros compostos em diferentes fases usados como arquivos de entrada. Começaremos com o arquivo KOREL.PAR, cujo formato é descrito abaixo:

```

1 1 0 0 0 1 0 2 22
  1 0 1 1      1.67734600      .000001
  2 1 1 1      2.83864167      .1
  3 0 1 1      0.0              .1
  4 0 1 1      90.0             .1
  5 1 1 1      84.00052136      .02
  6 1 1 1      0.48717507      .004
101 0 1 1      0.              .1
102 0 1 1      0.              .1
. . . . .
112 0 1 1      0.              .1
113 0 1 1      -9.             .1
114 0 1 1      0.              .1
201 0 1 1      0.              .1
202 0 1 1      0.              .1
. . . . .
212 0 1 1      0.              .1
213 0 1 1      0.              .1
214 0 1 1      -.1275          .1
0 0 0 0 0 0 0

```

Na primeira linha do arquivo definimos uma série de inteiros, que são “chaves” de controle do programa,

$$IND(j) \mid_{j=1}^5, K0, IFIL, KP, KPR$$

onde:

IND(j): define se as linhas espectrais da componente *j*, de acordo com a Fig.(2.2), estão presentes no espectro composto ($IND(j) \geq 1$) ou não. Se *IND(j)* for diferente de zero temos que $IND(j) = 10 \cdot K_1 + K_0$, onde $K_0 = 1$ significa que a intensidade da componente *j* é fixada, enquanto que $K_0 = 2$ significa que a intensidade desta componente é calculada através da Eq. (2.18). Por outro lado, se $K_1 = 0$ temos que a velocidade radial da componente *j* está sujeita ao movimento orbital descrito pela Eq. (2.36) e se $K_1 = 1$ a velocidade radial desta componente é mantida livre para variar;

K0: determina se os espectros compostos são lidos a partir do `KOREL.DAT` ($K0 > 0$), para $K0 < 0$ especifica o número de espectros ($-K0$) a serem simulados, ou para $K0 = 0$ os dados são lidos daqueles especificados anteriormente;

IFIL: representa o número de harmônicos esféricos a serem removidos pelo processo de filtragem;

KR: representa a opção de saída gráfica, arquivo `PHG.OUT`. Se igual a 0, nenhuma saída gráfica é impressa; se igual a 1, a saída é impressa com extensão PCX e, se igual 2, a saída é impressa com extensão PS;

KPR: controla o nível de saída dos arquivos contendo os resultados. É definido como $KPR = 10 \cdot KPR_1 + KPR_0$. $KPR_0 > 1$ determina que as informações sobre o **SIMPLEX** são impressas no `KOREL.RES`. Para $KPR_1 > 0$ temos que o arquivo `KOREL.0-C` é criado, onde a diferença dos espectros compostos observados com os espectros encontrados pelo **KOREL** são computados em escala de comprimento de onda e relacionado com a estrela número KPR_1 .

A partir da segunda linha do arquivo é lido um bloco de linhas que deve terminar com uma linha contendo somente zeros. Cada linha deve conter 6 entradas com a seguinte estrutura,

$$n, Kc, L1, L2, EL(n), \Delta(n)$$

onde:

n: representa o número do elemento a ser convergido. Para $n = 10j + i \leq 37$, referimos ao elemento orbital $i \mid_{i=1}^8$ da órbita $j \mid_{j=0}^3$. Os valores que i pode assumir são: 1 (referindo-se ao período); 2 (tempo de passagem no periastro); 3 (excentricidade); 4 (longitude do periastro em graus); 5 (velocidade radial da componente de menor índice); 6 (razão das massas entre a componente de maior índice em relação à de menor índice); 7 (taxa de variação do periastro); 8 (taxa de variação do período); Além disso, n pode ser igual a $100j + i$, pertencente à um intervalo de 100 a 600, que representa o logaritmo natural das intensidades da j^{th} componente (ou linhas telúricas) no i^{th} espectro composto. Para $n = 1000j + i$ temos que a velocidade radial da j^{th} componente do i^{th} espectro composto é especificada (este indicador é válido somente se $IND(j) \mid_{j=1}^5 > 11$, ou seja se é escolhido que os valores das velocidades radiais das componentes sejam parâmetros livres para variar).

Kc > 0: especifica se o elemento n será convergido ou não ($=0$). Kc pode assumir valores maiores que zero correspondendo ao número de interações realizadas pelo **SIMPLEX** (o código pode iterar mais uma de vez para se certificar de que os mesmos resultados são encontrados);

L1 e L2: especificam, respectivamente, se o valor inicial do elemento n e seu passo (correspondente ao **SIMPLEX**) serão lidos;

EL(n) e $\Delta L(n)$: correspondem aos valores do elemento n e de seu passo (alguns números devem ser apresentados mesmo se $L1$ e/ou $L2$ forem iguais a zero.)

Com esses dados lidos, o programa segue seu curso: se $K0 < 0$, então há $-K0$ valores de dados para as quais os espectros serão simulados. A seguir, deve ser fornecido o valor da intensidade central c das linhas espectrais e sua largura Δ (km/s) para cada componente visível do sistema além do código 1 ou 2 especificando se os perfis obedecem as Eqs. (2.41) ou (2.42), respectivamente. Finalmente, o ruído do espectro e o incremento de velocidade radial para cada conjunto de espectros são lidos dos dados simulados.

Existe a possibilidade de se usar o programa para gerar uma saída simulada, a partir de dados de entrada. Como queríamos testar a capacidade do programa em reproduzir soluções partindo de dados independentes, não utilizamos esta opção no presente estudo. A seguir, apresentamos um exemplo do arquivo de entrada para a ativação desta opção:

```

1  1 0 0 0 -4 0 2 3
3  0 1 0 .3 0.
4  0 1 0 110. 0.
5  0 1 0 100. 0.
6  0 1 0 .9 0.
101 0 1 0 -4. 0.
102 0 1 0 .1 0.
103 0 1 0 .1 0.
104 0 1 0 .1 0.
0 0 0 0 0 0
.1 .18 .25 .32
.30 30. 2
.15 60. 2
.02 3.
2 2 0 0 0 0 0 1 13
5 1 1 1 80. 10.
101 0 1 0 -3. 0.
102 0 1 0 .0 0.
201 0 1 0 -1. 0.
202 0 1 0 -0. 0.
0 0 0 0 0 0

```

2.5.1.2 O arquivo KOREL.DAT

No segundo arquivo, KOREL.DAT, são lidos blocos de dados, um para cada espectro a ser utilizado na solução. Cada bloco possui a seguinte estrutura: na primeira linha são lidos o tempo, em data juliana, o comprimento de onda inicial em Å (ångströms), o incremento de velocidade radial a cada ponto do espectro lido, a partir do comprimento de onda inicial, em km/s, e peso de cada espectro, a ser utilizado na solução. A seguir, são lidas as intensidades normalizadas correspondentes, como uma série de valores. São permitidas 256 intensidades na versão PC e 512 na versão UNIX, em pontos separados em comprimento de onda por um passo **constante** em velocidade radial. Exemplo do arquivo KOREL.DAT (relacionado com o arquivo KOREL.PAR exemplificado anteriormente):

```

      2.268368      5924.2973      4.645      1.000
1.01059 1.01066 1.01028 1.01070 1.01091 1.01071 1.01014 1.00907 1.00848 1.00800
1.00732 1.00415 0.99979 0.99881 1.00165 1.00681 1.00879 1.00810 1.00619 1.00428
. . . . .
0.99070 0.99350 0.99458 0.99587 0.99823 1.00063 1.00177 1.00267 1.00436 1.00625
1.00608 1.00397
      2.318687      5924.2973      4.645      1.000
1.00930 1.00952 1.01064 1.01101 1.01174 1.01149 1.01125 1.01062 1.00919 1.00611
1.00069 0.99731 0.99852 1.00424 1.00897 1.01024 1.01002 1.00885 1.00840 1.00686
. . . . .
1.00044 0.99906 0.99793 0.99727 0.99621 0.99484 0.99547 0.99808 1.00033 1.00055
0.99970 0.99979
. . . . .
. . . . .
. . . . .

```

2.838673	5924.2973	4.645	1.000						
0.99555	0.99295	0.99106	0.99057	0.99225	0.99593	0.99832	0.99650	0.99116	0.98554
0.98316	0.98522	0.99185	1.00190	1.01058	1.01417	1.01392	1.01300	1.01298	1.01388
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1.00316	1.00497	1.00689	1.00919	1.01193	1.01519	1.01794	1.01857	1.01677	1.01383
1.00956	1.00374								

2.5.1.3 O uso do programa

O KOREL pode ser usado com, no máximo, 27 espectros para PC ou 45 para a versão UNIX, em 5 regiões espectrais (ou seja, combinações de comprimento de onda inicial e passo da velocidade radial) e 15 espectros de componentes diferentes (ou seja, número de regiões espectrais vezes o número de componentes). Este dados podem ser preparados pelo código PREKOR, que funciona no sistema Windows. O presente trabalho foi desenvolvido usando-se sistemas UNIX e desenvolvemos programas similares ao PREKOR para essa preparação dos dados.

Durante a execução do código, é mostrada na tela algumas informações básicas: número de espectros de entrada, número de estrelas, número de regiões espectrais, número de elementos a serem convergidos, número de harmônicos filtrados e opção de saída gráfica e de impressão. Em cada iteração, várias transformações **SIMPLEX** (veja Seção 2.5.3) são realizadas, e detalhes destas **podem ser impressos** no arquivo de saída, KOREL.RES. O número destas transformações é 10 vezes o número de parâmetros a serem convergidos. A posição real em que se encontra a iteração é mostrada na seguinte ordem: número indicador do passo (igual da 10 vezes o número dos parâmetros convergidos), código da transformação simplex (A – reflexão, B – contração, C – expansão, ou D – redução), número do pior ponto do simplex, valor de $\mathcal{S}$ neste ponto e os valores dos parâmetros “ p ”. Depois de efetuado o processo **SIMPLEX**, duas linhas são impressas: a primeira contém o pior ponto do simplex, o valor de $\mathcal{S}$ neste ponto e os valores do último passo para cada parâmetro; na segunda linha é impresso, mais uma vez, o pior ponto do simplex e o valor de $\mathcal{S}$ neste ponto seguido dos valores dos parâmetros orbitais para aquela iteração. Em seguida, na próxima linha, é impresso um comentário (denominado *achi1*), o indicador da iteração realizada (veja Kc definido anteriormente) e três parâmetros relacionados com a otimização dos parâmetros orbitais. Cada um deles é dado, respectivamente, pelo valor da função $\mathcal{S}$ para os parâmetros orbitais, seu valor depois de recalculado das intensidades das linhas (estes dois últimos sempre possuem valores iguais) e o desvio médio padrão. O último foi o escolhido para identificar se a convergência está sendo alcançada (o processo será descrito na Seção 2.5.2) pois, observou-se que o valor de tal parâmetro (assim como os outros dois) diminuía a medida em que os parâmetros orbitais se aproximavam dos valores esperados (esta variável representa uma medida da qualidade dos dados reproduzidos). Assim, o desvio médio padrão é dado pela raiz quadrada da soma dos resíduos dos valores de cada parâmetro (“ p ”), dividido por 512. Ou seja:

$$\sigma = \sqrt{P_1/f_{tot} \cdot 512}$$

onde, P_1 representa a soma dos desvios de cada parâmetro, f_{tot} é o valor da soma total dos pesos de cada espectro de entrada e 512 é o número de valores de intensidades.

2.5.1.4 O arquivo KOREL.RES

O arquivo KOREL.RES pode apresentar a mesma saída impressa na tela durante a convergência, como foi discutido anteriormente na seção anterior, acrescido de informações sobre os valores dos parâmetros convergidos para cada órbita com período diferente de zero e de todas as intensidades das componentes em fases de eclipses (parciais ou totais, cujo logaritmo neperiano é diferente de zero) seguido do passo correspondente. Em seguida é discriminado o valor da mudança do contínuo total para cada região que é dado por 1 menos o valor do contínuo determinado pelo código (ver Eq. 3.11 para o valor do contínuo). Os espectros individuais das componentes são impressos em colunas correspondendo ao número de estrelas presentes no sistema e o valor do resíduo da velocidade radial de cada uma delas em cada fase orbital.

Uma consideração importante deve ser feita com relação ao contínuo dos espectros individuais. Seus valores não são conhecidos, de forma que, as profundidades das linhas são normalizadas de acordo com a média aritmética de todos os contínuos calculados (dado pela média aritmética das intensidades) em cada exposição (uma descrição detalhada sobre como o KOREL determina os contínuos dos espectros individuais e a alternativa para renormalizá-los, no caso de espectros sintéticos e reais, será descrita na Seção 3.2.1.2).

Segue-se um exemplo do KOREL.RES produzido pelo código a partir dos arquivos KOREL.PAR e KOREL.DAT exemplificados anteriormente:

```
End of input:14 spectra of 2 stars in 1 regions. 3 elements to be converged.
filtered 0 harmonics, plot mode= 2, print mode= 2
 1 B 2 0.16657E+04 0.29300E+01 0.84007E+02 0.48905E+00
 2 A 4 0.14351E+04 0.28593E+01 0.84007E+02 0.49187E+00
 3 B 3 0.14184E+04 0.28593E+01 0.84021E+02 0.48905E+00
. . . . .
29 A 1 0.13498E+04 0.28386E+01 0.84001E+02 0.48718E+00
30 A 1 0.13498E+04 0.28386E+01 0.84000E+02 0.48711E+00
31 1 0.13498E+04 0.20349E-03 0.25147E-02 0.93113E-04
31 1 0.13498E+04 0.28386E+01 0.84001E+02 0.48718E+00
achil 1 1349.81635 1349.81635 0.433948652

! PERIOD(0) = 1.677346000
! PERIASTRON EPOCH = 2.838641671
! ECCENTRICITY = 0.000000000
! PERIASTRON LONG. = 90.000000000
! K1 = 84.000521359
! M2/M1 = 0.487175065 K2= 172.423687865
! d omega/dt = 0.000000000
! d P/dt = 0.000000000E+00

s(113)=-9.00000 0.10000
s(214)=-0.12750 0.10000
1349.81635 1349.81635 0.433948652
14. spectra in 1th region with total continuum shift 0.0139
5924.2973 0.99707 1.00897
5924.3891 0.99873 1.00879
. . . . .
5971.2960 0.99750 1.00919
5971.3885 0.99653 1.00987
t VR(1) 0-C VR(2) 0-C VR(
2.2684 60.20 -10.72-184.63 -39.04
2.3187 75.25 -2.86-166.27 -5.95
. . . . .
2.8387 -0.01 0.00 0.02 0.00
```

2.5.1.5 Os arquivos PHG.OUT e KOREL.O-C

O arquivo PHG.OUT é um arquivo de comandos gráficos, em PostScript[©] (nossa opção neste trabalho) ou em HPGL[©], utilizado como saída gráfica para a versão UNIX do KOREL. A versão PC apresenta esta saída gráfica diretamente na tela do computador. Esta saída mostra os espectros compostos distribuídos em fases (na parte superior) e os espectros desembaraçados de cada estrela (na parte inferior). O eixo das abcissas é dado em comprimento de onda, cujo valor inicial é aquele especificado no KOREL.DAT) e o eixo das ordenadas encontra-se em escala arbitrária. Um exemplo é mostrado na Fig. (2.4) para um sistema que será descrito na Seção (3.2.1.3).

Pretendemos, num futuro próximo, fazer a integração do KOREL com outros pacotes de programação gráfica, por exemplo, o PGLOT ou mesmo o IDL para tornar seu uso mais confortável e integrar as funcionalidades atualmente presentes somente na versão PC.

Os espectros residuais (espectro composto observado menos o espectro composto calculado pelo KOREL) para cada fase orbital são armazenados no arquivo KOREL.O-C, que possui uma estrutura semelhante ao KOREL.DAT (onde tínhamos as intensidades do espectro composto passamos a ter, no KOREL.O-C, a diferença observado menos calculado dos espectros). A seguir, um exemplo:

```
2.2684 5924.2973 4.645 1.000
-0.01438-0.01883-0.02007-0.01648-0.01062-0.00664-0.00291 0.00193 0.00803 0.01354
0.01570 0.01443 0.01078 0.00682 0.00186-0.00402-0.00911-0.01020-0.00800-0.00591
. . . . .
0.02232 0.01951 0.01893 0.02155 0.02332 0.02020 0.01292 0.00461-0.00180-0.00547
-0.00808-0.01110
2.3187 5924.2973 4.645 1.000
0.00090 0.00167 0.00186-0.00029-0.00424-0.00804-0.01013-0.01108-0.00979-0.00718
-0.00486-0.00319-0.00183 0.00029 0.00152 0.00187 0.00126-0.00092-0.00303-0.00417
. . . . .
0.00262 0.01160 0.01788 0.01915 0.01823 0.01723 0.01426 0.00978 0.00575 0.00324
0.00155 0.00022
. . . . .
2.8387 5924.2973 4.645 1.000
0.00357-0.00053-0.00353-0.00514-0.00592-0.00689-0.00987-0.01506-0.02070-0.02512
-0.02804-0.02876-0.02558-0.01884-0.01167-0.00628-0.00684-0.00252 0.00196 0.00081
. . . . .
0.01876 0.01510 0.01475 0.01825 0.02341 0.02663 0.02581 0.02276 0.01979 0.01889
0.01695 0.01151
```

2.5.2 Processo de Convergência

A solução auto-consistente requer que várias iterações sejam feitas, utilizando os valores dos parâmetros obtidos na iteração anterior para uma nova iteração. O procedimento (Fig. 2.5) é sistemático e visualizamos uma maneira de torná-lo semi-automático, utilizando programas e arquivos de roteiro escritos em FORTRAN, AWK (Dougherty 1997), IDL, e descritos nos Apêndices (A.2), (A.2.1) e (A.4.1):

1. rodar o código e implementar os valores encontrados na última iteração no KOREL. PAR. Isto é feito duas vezes sem alteração no valor do passo e dos parâmetros orbitais. Os valores encontrados para o desvio médio padrão são impressos num arquivo denominado **estudo**, que possibilita um acompanhamento do processo de convergência dos parâmetros;

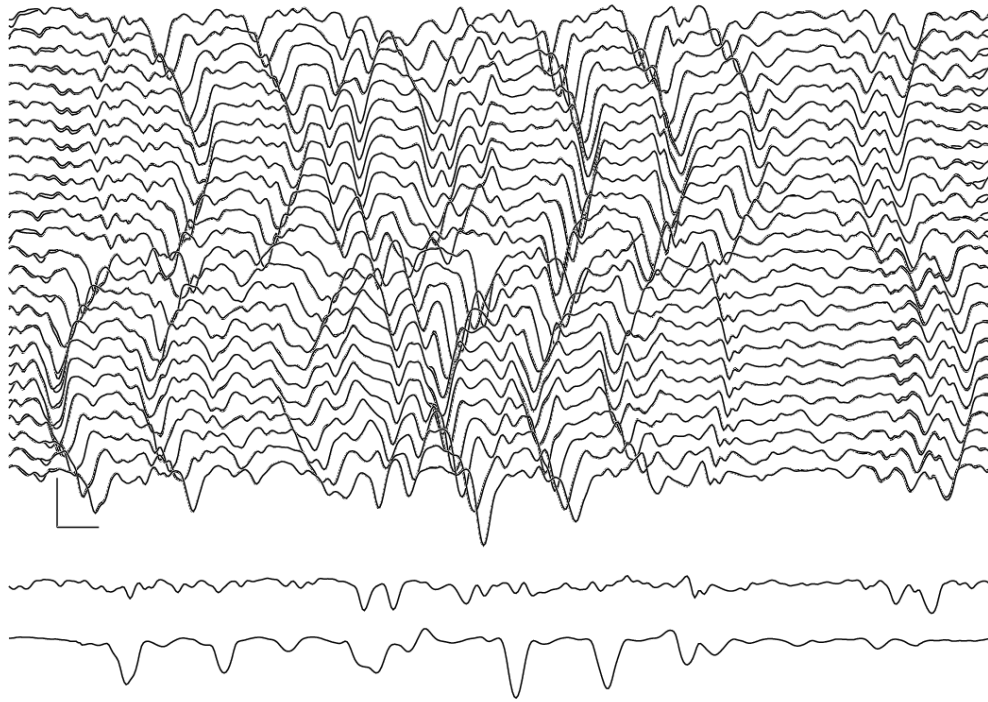


Figura 2.4: Os 26 primeiros espectros referem-se aos espectros compostos, para cada fase, introduzidos no código KOREL. Já os dois últimos são os espectros individuais gerados pelo código para cada estrela componente do sistema, neste caso, A5V e G8IV, respectivamente.

2. rodar o código para cada parâmetro (escolhido livre para convergir) separadamente, tendo seu passo correspondente multiplicado por um fator a escolher; Este passo é executado tantas vezes quanto o número de parâmetros livres. Os valores dos parâmetros e seus passos, para cada tentativa, são impressos no arquivo denominado **estudo-achil**, que é utilizado posteriormente para se decidir qual dos parâmetros teve a maior influência em melhorar a solução (reduzir o valor do desvio médio padrão, **achil**), ou podemos rodar o código sem que nenhuma alteração no passo seja feita. Inicialmente, podemos rodar o código sem nenhuma alteração no passo até que o valor do **achil** não mude mais, em seguida podemos ativar a busca do parâmetros que mais afetará a solução com a mudança de seu passo;
3. o menor desvio médio padrão encontrado no item 3, é implementado no arquivo **KOREL.PAR** e os valores dos parâmetros e seus passos correspondentes impressos, automaticamente, no arquivo **estudo**.
4. realizar os processos descritos nos itens 2 e 3 até que os valores do **achil** diminuam e se mantenham constantes durante a convergência.

No item 2 podemos, inicialmente, rodar o código sem nenhuma alteração no passo até que o valor do **achil** não mude mais e em seguida podemos escolher dividir o passo por 2, por 4, por 8 e assim por diante até que o item 4 seja satisfeito.

Observamos que, ao realizar os testes para um sistema duplo de órbita circular, constantemente o valor do passo inicial de cada parâmetro era muito sensível ao andamento

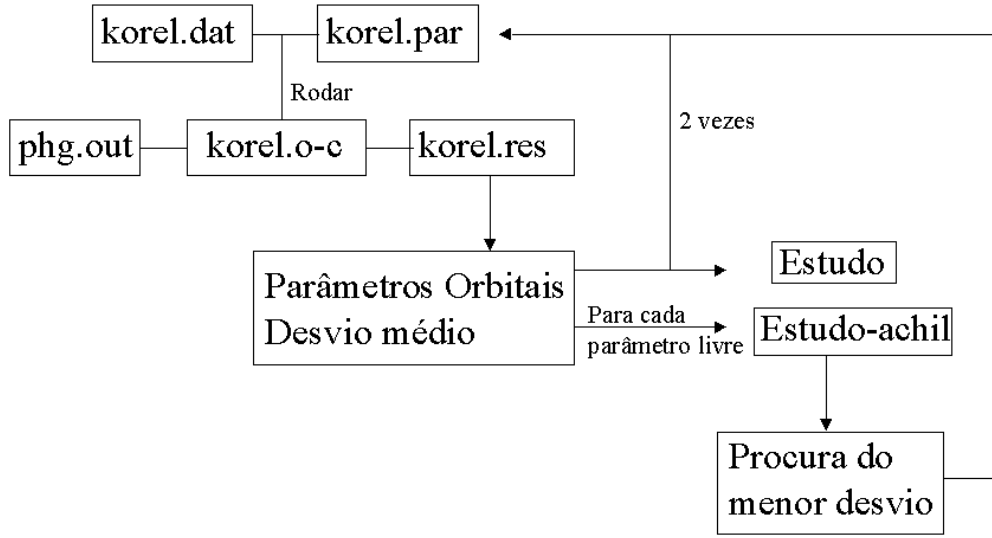


Figura 2.5: Esquema do processo de convergência.

da convergência e que este não podia ser nem muito grande e nem muito pequeno. Entendemos que isto acontecia porque o **SIMPLEX** pode encontrar um mínimo na hipersuperfície (na Seção 2.5.3 o método **SIMPLEX** será discutido como mais detalhe) que não corresponde ao mínimo absoluto, onde esperamos a solução.

Observamos, ainda, que o valor do passo pode produzir matrizes de equações características do sistema cujo determinante é zero (matriz singular, veja Sec.3.2.1.4). Assim, a escolha do passo é um ponto crucial para o processo de convergência. Percebe-se que quanto maior o número de parâmetros fixos mais flexível é a escolha dos passos para os outros que se mantêm livres, exceto para a longitude do periastro em que seu passo deve ser menor ou igual a 90° (dependendo se o seu valor estimado inicialmente está próximo ou não do valor esperado) e, no caso da excentricidade, em que seu passo nunca deve ser maior que 10 vezes o seu valor inicial. Para o caso de uma órbita excêntrica observamos que a excentricidade e a longitude do periastro são parâmetros importantes para o processo de convergência. Podemos, a partir de valores e passos iniciais de excentricidade (cerca de ~ 0.05 , com passo de 0.1 ou 0.15), atingir uma boa solução para um sistema que descreve qualquer tipo de órbita, se o processo de procura descrito acima for seguido. Há mais probabilidade do código convergir para valores corretos se começarmos com valores pequenos de excentricidade e passos cerca de seis vezes maiores do que a própria. No entanto, há o risco de que, se não conhecermos nada sobre o sistema podemos sugerir um valor inicial, para a excentricidade, que está próximo do valor correto e se o seu passo, neste caso, for muito grande os valores dos parâmetros divergem, salvo se ele for um valor

pequeno. Em função disto, sugerimos que o usuário do KOREL faça testes quanto aos valores iniciais da excentricidade e de seu passo. A situação se mostra bastante favorável se o valor deste parâmetro é conhecido aproximadamente, o mesmo valendo para outros parâmetros.

2.5.3 Método SIMPLEX

Os parâmetros orbitais são obtidos através do método de otimização desenvolvido por Kallrath e Linnel (1987) denominado algoritmo **SIMPLEX**.

O **SIMPLEX** é um método de pesquisa direto e portanto não requer derivadas parciais do espectro calculado, com respeito aos parâmetros do sistema. Vários tipos de processos de otimização são usados pela comunidade científica – por exemplo, o “método de entropia máxima” (Skilling & Bryan, 1984) e o “método de pesquisa direto” (Murray, 1972) – que, por definição, não utilizam totalmente derivadas parciais. Comparado com outros métodos independentes de gradientes (derivadas de primeira ordem), o **SIMPLEX**, torna-se mais eficiente quando há mais do que dois ou três parâmetros livres a serem ajustados. A eficiência de um algoritmo está relacionada com a eficácia da convergência e com a eficiência do cálculo de todas as quantidades necessárias nele. Os algoritmos que usam a correção diferencial, e todos aqueles que dependem da derivada, são mais eficientes, quanto à eficácia da convergência, exceto quando consideram a necessidade de calcular $m + 1$ ou $2m + 1$ curvas de luz em cada iteração (Kallrath & Linnel, 1987).

Ao invés do **SIMPLEX** usar derivadas parciais, ele compara valores da função a ser minimizada em $m + 1$ vértices de uma figura geométrica denominada **SIMPLEX**. Esta figura move-se através de um espaço de parâmetros por meio de certas operações, que serão definidas mais adiante. Isto é similar a um procedimento de “declive mais íngreme” (*steepest descendent*). No entanto, a direção do gradiente máximo da soma ponderada dos mínimos quadrados (SPMQ) não foi calculada explicitamente. De uma forma muito mais eficiente, quatro operações são permitidas no **SIMPLEX**. Por meio de várias operações: “reflexão”, “expansão”, “contração” e “redução” o **SIMPLEX** move-se através do espaço dos parâmetros, (adaptado pelo próprio método à topologia local) e acha o mínimo, ao qual se reduz. Estas operações podem ser controladas por 3 ou 4 parâmetros. Desta forma, o **SIMPLEX** pode ser compreendido em termos geométricos. Há $m + 1$ conjuntos de parâmetros diferentes (“ X ”) com “ m ” parâmetros cada, e a soma ponderada dos mínimos quadrados para cada “ X ” - ($SPMQ(X)$), é definida como $(m + 1)$ -ésima entidade por um **SIMPLEX** de dimensão $(m + 1)$. Para encontrar o mínimo local sobre a hipersuperfície da função $SPMQ(X)$, o **SIMPLEX** determina em cada iteração o vértice com o valor maior e o menor da SPMQ e elimina o ponto de valor mais alto (isto é, o maior valor da SPMQ).

A velocidade da convergência normalmente é reduzida quando há parâmetros correlacionados (“vales” na forma da função SPMQ). O **SIMPLEX** não falha até mesmo nestes casos. A velocidade da convergência é apenas ligeiramente dependente do **SIMPLEX** inicial. Se necessário, o **SIMPLEX** pode ter um volume arbitrariamente grande no espaço dos parâmetros. No entanto, isto é um procedimento global por pesquisa através deste espaço. O cálculo do **SIMPLEX** inicial requer o cálculo de $(m + 1)$ curvas para ajustar “ m ” parâmetros. Posteriormente, o algoritmo não depende de “ m ” diretamente. Por comparação, as correções diferenciais e processos similares podem melhorar o valor estimado para um parâmetro ou a sua solução iterativa, mas pode divergir se o conjunto de parâmetros a serem iterados está longe dos valores corretos.

Usando o **SIMPLEX** encontrado na solução final, é possível, ainda, calcular a matriz covariante de todos os parâmetros estimados e usá-lo para estimar seus erros.

Matematicamente, o **SIMPLEX** trabalha da seguinte forma: imagine que existam “ m ” parâmetros na posição $\vec{x} = (x_1, \dots, x_m)$ a serem ajustados, tal que a função real $f(x)$ deve ser minimizada. Esta configuração define um “**SIMPLEX**” em um espaço m -dimensional como um conjunto de $m+1$ pontos que preenchem um subespaço. Seja, $V_i^{(k)}$, $i=1, \dots, m+1$, os vértices do **SIMPLEX** $S^{(k)}$ no k -ésimo passo da iteração com coordenadas $\vec{x}_i^{(k)}$. Para fins práticos, escolhemos $S^{(k)}$ como uma matriz de dimensão $(m+1) \times (m+1)$, $S_{ij}^{(k)}$, definida como:

$$S_{ij}^{(k)} = \begin{cases} x_{ij}^{(k)}, & 1 \leq j \leq m \\ f_i = f(\vec{x}_i), & j = m+1 \end{cases} \quad (2.43)$$

Além disso, definimos para cada iteração separadamente:

$$f_h = \max[f_i, 1 \leq i \leq m+1] \quad (2.44)$$

$$f_s = \max[f_i, 1 \leq i \leq m+1, i \neq h] \quad (2.45)$$

$$f_l = \min[f_i, 1 \leq i \leq m+1] \quad (2.46)$$

$$\vec{x}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1, i \neq h}^{m+1} \vec{x}_i, \text{ centro do simplex} \quad (2.47)$$

O **SIMPLEX** inicial depende de “ m ”, de um vetor inicial $\vec{x}_1^{(0)}$ e de um vetor $\Delta\vec{S} = (S_1, \dots, S_m)$, que contém os tamanhos de passo para cada parâmetro. O algoritmo constrói $S^{(0)} = S^0(m, \vec{x}_1^{(0)}, \Delta\vec{S})$ usando:

$$p = [(m+1)^{0.5} + m - 1]/\sqrt{2}m \quad (2.48)$$

$$q = [(m+1)^{0.5} - 1]/\sqrt{2}m \quad (2.49)$$

$$x_{ij}^{(0)} = x_{1j}^{(0)} + s_j \cdot \begin{cases} 0, & i = 1 \\ p, & j = i - 1 \\ q, & \text{qualquer outro} \end{cases} \quad (2.50)$$

O **SIMPLEX** também utiliza $S^{(0)} = S^0(m, \vec{x}_1^{(0)} - q\Delta\vec{S}, \Delta\vec{S})$ e $S^0(m, \vec{x}_1^{(0)}, \Delta\vec{S}/p)$ como processos alternativos para o **SIMPLEX** inicial S^0 .

Definimos as seguintes funções vetoriais:

$$\begin{aligned} \vec{x}_\alpha &= \vec{x}_\alpha(\vec{x}) = (1 + \alpha)\vec{x}_c - \alpha\vec{x}; & 0 < \alpha &= \text{coeficiente de reflexão,} \\ \vec{x}_\beta &= \vec{x}_\beta(\vec{x}) = (1 - \beta)\vec{x}_c + \beta\vec{x}; & 0 < \beta &= \text{coeficiente de contração} < 1, \\ \vec{x}_\gamma &= \vec{x}_\gamma(\vec{x}) = (1 - \gamma)\vec{x}_c + \gamma\vec{x}; & 0 < \gamma &= \text{coeficiente de expansão,} \\ \vec{x}_\delta &= \vec{x}_\delta(\vec{x}) = \vec{x}_l + \delta(\vec{x} - \vec{x}_l); & 0 < \delta &= \text{coeficiente de redução.} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Há 4 operações possíveis (Kallrath & Linnel 1987) $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ e $\hat{\delta}$, para mapear um **SIMPLEX** $S^{(k)}$ sobre um novo **SIMPLEX** $S^{(k+1)}$:

$$\begin{aligned} \text{Reflexão} \quad S^{(k+1)} &= \hat{\alpha}S^{(k)}, \text{ i.e., } \vec{x}_h \rightarrow \vec{x}_\alpha(\vec{x}_h), & \text{se } f_s > f_\alpha > f_l; \\ \text{Expansão} \quad S^{(k+1)} &= \hat{\gamma}S^{(k)}, \text{ i.e., } \vec{x}_h \rightarrow \vec{x}_\gamma(\vec{x}_h), & \text{se } f_\gamma < f_\alpha < f_l; \\ \text{Contração} \quad S^{(k+1)} &= \hat{\beta}S^{(k)}, \text{ i.e., } \vec{x}_h \rightarrow \vec{x}_\beta(\vec{x}_h), & \text{se } f_h < f_\alpha; \\ & & \rightarrow \vec{x}_\beta[\vec{x}_\alpha(\vec{x}_h)], & \text{se } f_h > f_\alpha; \\ \text{Redução} \quad S^{(k+1)} &= \hat{\delta}S^{(k)}, \text{ i.e., } \vec{x}_i \rightarrow \vec{x}_\delta(\vec{x}_i), & \text{se } f_\beta \geq f_h; \end{aligned} \quad (2.52)$$

Estas operações serão combinadas de forma a escolher, para cada iteração, qual operação é apropriada para encontrar o mínimo da função $f(x)$, seguindo as condições descritas nas quatro operações acima.

O processo termina quando $k > k_{max}$, onde k_{max} é o número máximo de iterações (escolhido previamente) ou quando $\sigma_f < \sigma_{ext}$, onde σ_{ext} é o desvio padrão dos resíduos observacionais e σ_f é o desvio padrão das funções f_i calculadas no **SIMPLEX**:

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m+1} (f_i - f^*)^2;$$

$$f^* = \frac{1}{(m+1)} \sum_{i=1}^{m+1} f_i$$

Podemos, ainda, escolher que o processo termine quando f^* for praticamente igual à σ_{ext} .

Os valores usados pelo código **KOREL** para α , β , γ e δ , são, respectivamente, 0.9, 0.35, 2.0 e 0.5.

2.5.4 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

Para uma dada função $f(x)$, temos que a sua transformada de Fourier, $F(u)$, é dada por:

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(2\pi i x u) dx \quad (2.53)$$

As variáveis x e u são denominadas pares de Fourier. A transformada inversa de $F(u)$ é, novamente, $f(x)$:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \exp(-2\pi i x u) du \quad (2.54)$$

Quando lidamos com um processo numérico as integrais das Eqs. (2.53) e (2.54) podem ser substituídas por somatórios limitados a uma matriz $N \times M$ elementos. Isto constitui o método denominado FFT. Este método se torna mais eficiente do que o uso das integrais, pois estas têm a desvantagem de realizar cálculos redundantes com senos e cossenos. De acordo com Gray (1976), o tempo computacional para o método clássico é $2N^2$ enquanto que a FFT equivale a $3N \log_2 N$, onde N é o número de pontos da matriz da função a ser transformada (para o caso uni-dimensional). O tempo computacional é proporcional ao número de pontos na matriz vezes a soma de seus fatores primos. Para uma matriz com N elementos, a decomposição de N a seus fatores primos conduz a:

$$N = 2^{k_2} \cdot 3^{k_3} \cdot 5^{k_5}.$$

O tempo computacional é proporcional a:

$$T_0 + N(T_1 + 2k_2T_2 + T_3(3k_3 + 5k_5 + \dots))$$

onde $T_3 \sim 4T_2$. Por exemplo, o tempo computacional de uma FFT de 263 pontos é aproximadamente 10 vezes **maior** que uma matriz contendo 264, mesmo considerando que a primeira tem **menos** pontos. A soma dos fatores primos de 263 é $264(1 + 263)$, enquanto que a soma dos fatores primos de 264 é $20(2 + 2 + 2 + 3 + 11)$.

A transformada de Fourier necessita de N pontos, sendo N igual a uma potência inteira de 2. A partir disto, podemos obter, de qualquer matriz inicial, uma nova matriz cujo o número de pontos é dado por uma potência de 2.

Uma segunda suposição é que todos os pontos na matriz sejam igualmente espaçados ao longo da abcissa. Muitos tipos de dados podem facilmente ser tomados em passos iguais, não introduzindo problemas. Em outros casos, tratar os dados como se eles fossem igualmente espaçados resulta num erro.

Imaginemos uma função $f(x)$ tal que:

$$f(x) = f(j\Delta x) = f(j) \quad (2.55)$$

na qual Δx é o passo e j é um índice inteiro que varia de 0 a $N - 1$, onde N é o número total de pontos. A integral de Fourier pode ser escrita como um somatório:

$$\begin{aligned} F(u) &= \sum_{-\infty}^{\infty} f(x_j) \exp(2\pi i x_j u) \Delta x \\ &= \sum_0^{N-1} f(j) \exp(2\pi i (j\Delta x)u) \Delta x \end{aligned} \quad (2.56)$$

Podemos escrever $u = k\Delta u$, onde Δu é o espaçamento entre os pontos em $F(u)$ e k é um inteiro. Então:

$$F(u) = F(k) = \sum_0^{N-1} f(j) \exp(2\pi i j k \Delta x \Delta u) \Delta x \quad (2.57)$$

Além disso, a frequência mais alta na qual esperamos encontrar informação é:

$$u_N = \frac{1}{2\Delta x} \quad (2.58)$$

Geralmente, se há N pontos definindo $f(x)$, então N valores de $F(u)$ serão calculados. Se além disso, $F(u)$ estender igualmente a valores de u positivos e negativos, então há N pontos distribuídos em torno do zero ($N/2$ para a direita e para esquerda). Logo, o passo em u , utilizando a Eq. (2.58), deve ser:

$$\Delta u = \frac{u_N}{N/2} = \frac{1}{N\Delta x} \quad (2.59)$$

ou

$$\Delta u \Delta x = \frac{1}{N} \quad (2.60)$$

Substituindo a Eq. (2.60) na Eq. (2.57), temos:

$$F(k) = \sum_0^{N-1} f(j) \exp(2\pi i j k / N) \Delta x \quad (2.61)$$

Este somatório é usado na técnica da transformada de Fourier (muitas versões consideram $\Delta x = 1$).

A transformada inversa da Eq. (2.61) é:

$$f(j) = \sum_0^{N-1} F(k) \exp(-2\pi i j k / N) \Delta u \quad (2.62)$$

O mesmo algoritmo pode ser usado para avaliar esta soma, mas Δu deve ser explicitamente tomado usando a Eq. (2.60). Isto é equivalente à renormalização:

$$f(j) = \frac{1}{N\Delta x} \sum_0^{N-1} F(k) \exp(-2\pi i j k / N) \quad (2.63)$$

Capítulo 3

Estudos Realizados

3.1 Descrição da Metodologia Utilizada

A fim de estudarmos as qualidades e limitações do KOREL decidimos gerar espectros sintéticos que simulassem observações de um sistema duplo ou triplo de estrelas, de forma simples. Para tanto, obtivemos da literatura espectros de estrelas do tipo espectral A5V, G8IV e K5IV do catálogo HYPERCAT (que podem ser encontrados em <http://www-obs.univ-lyon1.fr/hypercat/11/>). O HYPERCAT arquiva vários conjuntos de dados espectrofotométricos de estrelas e galáxias, entre eles os obtidos pelo espectrógrafo ELODIE instalado no telescópio de 1,93 m do *Observatoire de Haute-Provence* (<http://www.obs-hp.fr/www/guide/elodie/elodie.html>). Nosso objetivo foi utilizar espectros realistas na geração de nossos espectros sintéticos compostos. Selecionamos espectros de alta resolução ($R=42000$) no intervalo de comprimento de onda entre 410 e 680 nm, com relação sinal/ruído relativamente alta (150 por pixel) de estrelas com velocidade rotacional projetada (V_{seni}) pequena (≤ 10 km/s). Os dados podem ser acessados na forma de arquivos FITS no seguinte endereço eletrônico: http://www-obs.univ-lyon1.fr/hypercat/fG.cgi?n=11&b=LH_ELODIE.

Nesta tarefa, utilizou-se o modelo de Wilson-Devinney, (WD, Wilson & Devinney, 1971) a fim de gerar as velocidades radiais de cada estrela componente do sistema, em função da fase orbital, com uma órbita de excentricidade, período, longitude do periastro e razão das massas, anteriormente especificadas. Os parâmetros como temperatura, razão das massa e raio estelar para as estrelas do tipo espectral A5V, G8IV ou K5IV foram estimados a partir dos dados fornecidos em Schmidt-Kaler (1982). Outros parâmetros foram obtidos com o uso deste modelo tais como luminosidade, rotação intrínseca de cada estrela e contaminação por terceira luz, mas até o presente momento somente as velocidades radiais nos interessa. Na Tabela (3.1) estão descritos os valores de entrada de alguns parâmetros para o WD das estrelas do tipo A5V e G8IV. Primeiramente, faremos um estudo para um sistema circular e em seguida para um sistema excêntrico ($e = 0.3$ e $\omega = 130^\circ$). As Figs.(3.1) e (3.2) mostram as curvas de luz e as curvas de velocidade radial sintéticas para o sistema duplo com uma órbita circular e excêntrica, respectivamente.

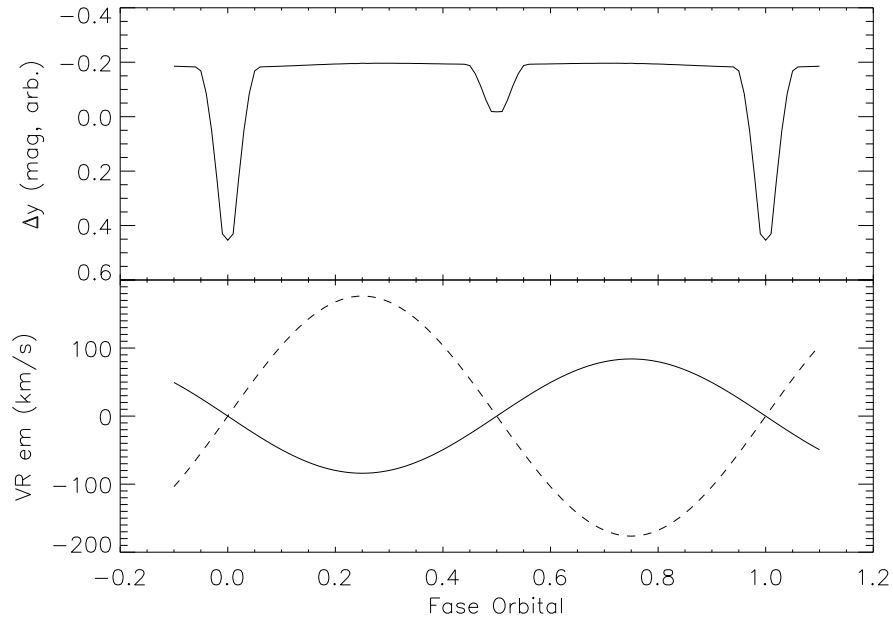


Figura 3.1: Curva de Luz e Curva de Velocidade Radial sintéticas para o sistema duplo numa órbita circular composto por estrelas do tipo A5V e G8IV). Na caixa inferior a curva com linha tracejada representa a secundária e com linha contínua a primária.

Parâmetros	Valores
Período (P)	1,6773460 (dias)
Semi-eixo maior (a)	8,6295 $R_{\odot}$
Excentricidade (e)	0,0 ¹ ou 0,3 ²
Longitude do Periastro (ω)	90,0 ¹ ou 130,0 ²
Inclinação Orbital (i)	90,0
Velocidade do Centro de Massa (V_0)	0,0 (km/s)
Razão da Massas (q)	0,47619

Tabela 3.1: Dados de entrada relevantes para o WD calcular as curvas de velocidades radiais. O índice (1) refere-se aos valores dos parâmetros para uma órbita circular e o índice (2) refere-se aos valores dos parâmetros para uma órbita excêntrica. Os parâmetros sem índice possuem o mesmo valor para os dois casos.

Foi desenvolvido um programa em IDL denominado `cs.pro` (Composite Spectrum) para gerar espectros compostos sintéticos de um sistema duplo ou triplo constituídos por estrelas do tipo espectral A5V, G8IV ou K5IV, podendo incluir vários níveis de ruídos e/ou rotação estelar em seus espectros originais. A estrela do tipo A5V é definida como a componente primária, a do tipo G8IV como a secundária e, quando tratamos de sistemas triplos, a do tipo K5IV como a terciária.

Para ler a saída do WD desenvolvemos o programa `vel.pro` (Apêndices A.1.1), para simplesmente transformar os valores das velocidades radiais das estrelas em cada fase orbital em km/s, e preparar o arquivo de entrada para o `cs.pro` gerar um dos arquivos de entrada para o KOREL (KOREL.DAT). O esquema deste processo está descrito na Fig. (3.3).

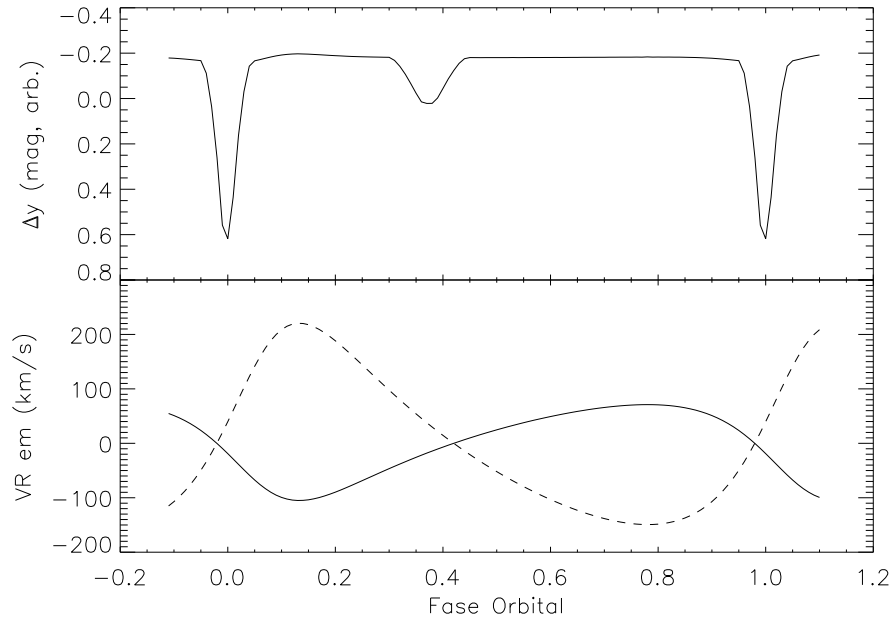


Figura 3.2: Curva de Luz e Curva de Velocidade Radial sintéticas para o sistema duplo excêntrico composto por estrelas do tipo A5V e G8IV. Na caixa inferior a curva com linha tracejada representa a secundária e com linha contínua a primária.

Uma descrição sobre o `cs.pro` e seus dados de entrada pode ser encontrada nos Apêndices A.1.2 e A.1.2.1.

De forma geral o `cs.pro` utiliza:

1. uma biblioteca de dados para os espectros sintéticos das estrelas A5V, G8IV e K5IV, com rotação estelar intrínseca de 10 km/s, cujos comprimentos de onda estão entre 4200.05 e 6799.90 Å;
2. a subrotina denominada `shftv.pro`, descrita no apêndice A.1.3, que muda o espectro de uma estrela, em escala de comprimento de onda, simulando o deslocamento Doppler causada pelo movimento orbital do sistema em torno do seu centro de massa;
3. a função `interpol` (intrínseca do IDL) para calcular corretamente o número máximo de pontos de que o KOREL necessita (512) na versão UNIX. Ela é feita de forma que os espectros estejam separados em intervalos iguais de velocidade.
4. a função `randomu` (intrínseca do IDL) que simula o ruído observacional inserido nos espectros. Esta função retorna um ou mais números pseudo-aleatórios, uniformemente distribuídos, no intervalo de 0 a 1.
5. a rotina `rotbrod.pro`, decrita no Apêndice A.1.4, para o alargamento rotacional dos espectros (esta rotina foi obtida de um pacote de redução de espectros echelle para o espectrógrafo Hamilton (Kitt Peak), desenvolvido pelo grupo do Dr. Gibor Basri, da Universidade da Califórnia em Berkeley, EUA. Comunicação privada).

A partir do momento em que os parâmetros e o arquivo de entrada são lidos, o cálculo das datas julianas de acordo com a Eq. (3.1) é realizado e a biblioteca de dados para os

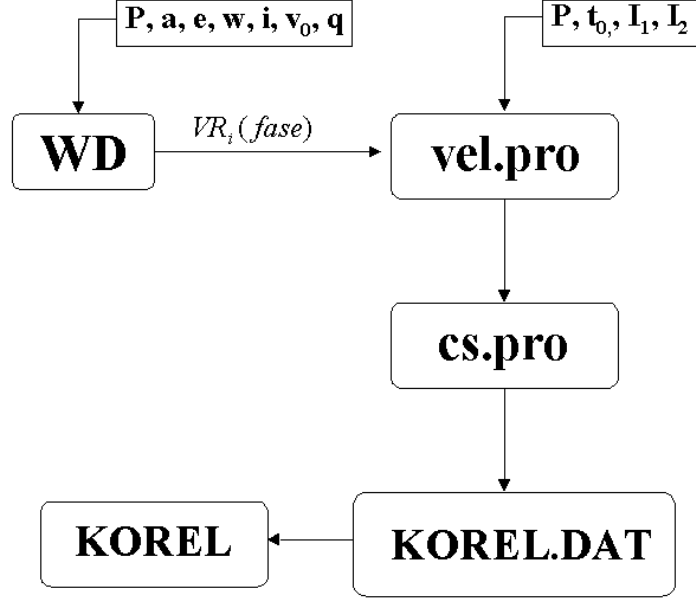


Figura 3.3: Esquema mostrando a preparação do arquivo korel.dat. “P” é o período orbital, “a” é o semi-eixo maior da órbita, “e” é a excentricidade, “w” é a longitude do periastro, “i” é a inclinação orbital, “v₀” é a velocidade do centro de massa, “q” é a razão das massas, “t₀” é o tempo de mínimo inicial, “I₁” e “I₂” são as intensidades de cada componente (se o sistema for duplo).

espectros sintéticos do sistema (duplo ou triplo), influenciados ou não por ruído e rotação, são lidos.

$$\text{HJD} = \text{Tempo de mínimo inicial} + M \cdot \text{período} \cdot \text{fase}, \quad (3.1)$$

onde M é um número inteiro arbitrário.

Em seguida, a rotina `shftv.pro` é utilizada e os espectros compostos e normalizados – (I_f), para cada fase f , são gerados da seguinte forma:

$$I_f = \frac{\sum_i I_{i,f} \cdot E_{i,f}}{\sum_i I_{i,f}}, \quad (3.2)$$

onde $I_{i,f}$ e $E_{i,f}$ representam, respectivamente, a intensidade e o espectro mudado da estrela i na fase f .

O programa oferece a oportunidade de decidir qual a melhor região para obter os espectros compostos para cada fase. Dentro da região escolhida podemos ainda decidir, de modo iterativo, uma nova região onde as linhas localizadas no extremo dos espectros estejam presentes em todas as fases, como também, ressaltar uma determinada fase no gráfico impresso na tela.

Na Fig. (3.4) mostramos os espectros originais das estrelas do tipo A5V e G8IV, respectivamente, sem qualquer mudança e um conjunto subsequente de 75 espectros compostos

em diferentes fases orbitais crescentes para o sistema de órbita circular. O espectro que se encontra no meio do gráfico corresponde ao espectro da primária, que nesta fase orbital, está eclipsando totalmente a sua companheira. Podemos observar claramente o "dançar"

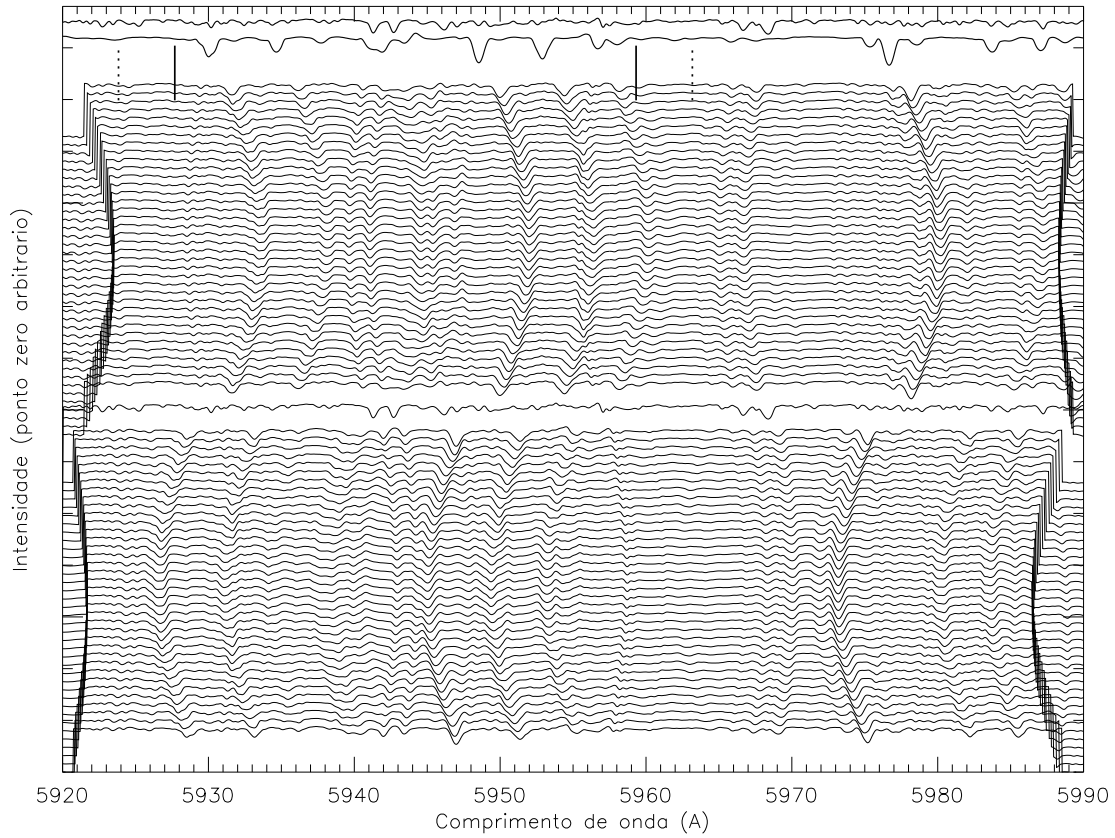


Figura 3.4: Saída gráfica do programa `cs.pro` mostrando os espectros compostos do sistema duplo, (A5V e G8IV) para uma órbita circular, em função da fase orbital. Os dois espectros localizados na parte superior referem-se, respectivamente, à estrela do tipo A5V e G8IV. Os 75 demais espectros referem-se aos espectros deste sistema em diferentes fases orbitais. O espectro localizado no meio do gráfico corresponde ao espectro da primária que neste instante eclipsa totalmente sua companheira. As duas barras verticais localizadas aproximadamente a 5928 Å e 5959 Å mostram nossa escolha da região a ser utilizada na geração dos espectros. As barras pontilhadas mostram os limites calculados pelo programa para que nenhuma linha da região escolhida fosse momentaneamente excluída por causa do efeito Doppler orbital.

das linhas de cada componente. Isto ocorre porque num movimento orbital enquanto as linhas de uma estrela vão para a direita (comprimento de onda maior), indicando que ela está se afastando de nós, as linhas de sua companheira estão caminhando em sentido contrário (comprimento de onda menor), indicando que ela se aproxima de nós. Neste exemplo, o intervalo inicial escolhido em comprimento de onda dos espectros compostos vai de 5920 à 5970 Å. Observamos ainda, a presença de regiões nos extremos desta figura que não devem ser consideradas. Elas aparecem porque a rotina `shftv.pro` define uma matriz com um número de elementos fixos, correspondente ao comprimento de onda, que não serão preenchidos depois do cálculo do novo espectro deslocado para direita (ou es-

querda) devido ao efeito Doppler. Por isto, deve-se ter o cuidado de selecionar as linhas de forma a não incluir tais regiões. Além disso, se desejamos que certas linhas sejam

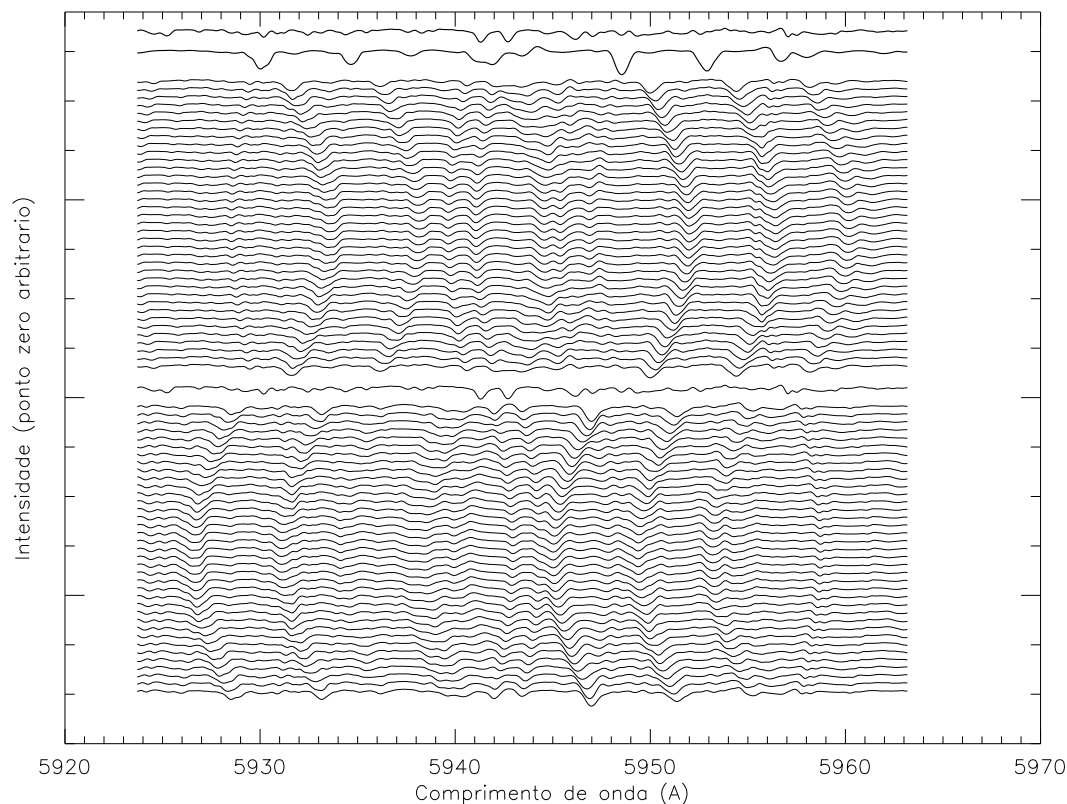


Figura 3.5: Saída gráfica do programa `cs.pro` mostrando os mesmos espectros contidos na Fig. 3.4, porém com um novo intervalo de comprimento de onda que foi escolhido iterativamente. Observamos claramente que todas as linhas desejadas se encontram dentro do intervalo escolhido.

incluídas no intervalo devemos levar em conta que elas podem sofrer um deslocamento máximo para direita ou esquerda dependendo da velocidade máxima que a estrela pode atingir (fases de quadratura). Para isto, ao selecionar uma região iterativamente (linhas contínuas na parte superior do gráfico), o programa automaticamente recalcula um novo intervalo (linhas tracejadas na parte superior do gráfico) a partir do módulo da velocidade máxima da componente menos massiva, além de indicar na tela os novos comprimentos de onda iniciais e finais do novo intervalo. O produto final deste processo está exemplificado na Fig. (3.5). O intervalo final encontrado pelo `cs.pro` vai de 5923.7042 à 5963.1780 Å.

Finalmente, o programa gera um conjunto de arquivos de saída para cada fase contendo as intensidades do espectro composto em intervalos iguais de velocidade radial, que serão usados em um dos arquivos de entrada para o KOREL, o `KOREL.DAT` (Sec. 2.5.1.2).

3.1.1 Ruído

Em Gray (1976), obtemos uma descrição detalhada sobre as origens mais freqüentes de ruído, assim como a melhor forma de reduzi-los ao realizar as observações astronômicas.

Nesta seção apresentaremos uma descrição da influência do ruído no processo de reconstrução espectral. Este processo se baseia no fato de que:

$$D(\lambda) = I(\lambda) * F(\lambda) \quad (3.3)$$

ou seja, o espectro composto observado $D(\lambda)$ é dado pela convolução do perfil instrumental $I(\lambda)$ com o fluxo verdadeiro do espectro $F(\lambda)$.

A Eq. (3.3) pode ser simplificada se tomarmos a transformada de Fourier nos dois lados da igualdade. Seja $d(\sigma)$, $i(\sigma)$ e $f(\sigma)$ as respectivas transformadas de $D(\lambda)$, $I(\lambda)$ e $F(\lambda)$. Assim temos que:

$$d(\sigma) = i(\sigma)f(\sigma) \quad (3.4)$$

A função $i(\sigma)$ age como um filtro sobre $f(\sigma)$ e sempre diminui quando σ aumenta.

Se não houvesse ruído, a reconstrução de $F(\lambda)$ poderia seguir trivialmente da Eq. (3.3):

$$f(\sigma) = \frac{d(\sigma)}{i(\sigma)}, \quad (3.5)$$

e tomando a sua transformada inversa. Os pontos em $f(\sigma)$ onde $i(\sigma) = 0$ devem ser omitidos, pois próximo a este valor (freqüências mais altas de $F(\lambda)$) $i(\sigma)$ se reduz ao nível do ruído. O processo de reconstrução seria ideal se $i(\sigma)$ permanecesse constante e igual a 1.

Gray (1976), ao estudar a transformada de Fourier de um espectro composto observado de Procyon, mostra que o nível constante de ruído pode ser estendido a freqüências mais altas e a amplitude do sinal do espectro diminui para valores altos de σ . O processo de reconstrução esboçado acima equivale a um aumento das amplitudes de Fourier, de forma a desfazer o que o filtro instrumental ocasionou. Porém, o ruído, bem como a amplitude do sinal, é aumentado por este processo. Isto pode ser escrito explicitamente se tomarmos $n(\sigma)$ como o ruído contido na transformada do espectro composto. Então, a transformada para $D(\lambda)$ pode ser escrita como:

$$d_1(\sigma) = d(\sigma) + n(\sigma) \quad (3.6)$$

e a reconstrução será:

$$f_1(\sigma) = \frac{d(\sigma) + n(\sigma)}{i(\sigma)} = f(\sigma) + \frac{n(\sigma)}{i(\sigma)} \quad (3.7)$$

O primeiro termo dá $f(\sigma)$ de volta, mas o segundo aumenta quando $i(\sigma)$ torna-se pequeno para σ alto. Eventualmente, para freqüências suficientemente altas, o ruído torna-se amplificado a um nível intolerável. Em tal situação é necessário aplicar um filtro, $\phi(\sigma)$, para remover o ruído de freqüência alta. Na prática, considera-se que o espectro estelar e o ruído possuem transformadas diferentes. A transformada de um espectro estelar está mais concentrada nas regiões onde os valores de σ são menores, enquanto que a transformada do ruído se encontra nas regiões onde os valores de σ são maiores.

Ilijic *et al.* (2001) estudaram as influências do nível de ruído no processo de desembaraçamento espectral, realizado pelo código FDBINARY (baseado no KOREL). Nosso objetivo é estudar estas influências para diferentes valores da razão sinal/ruído (S/R).

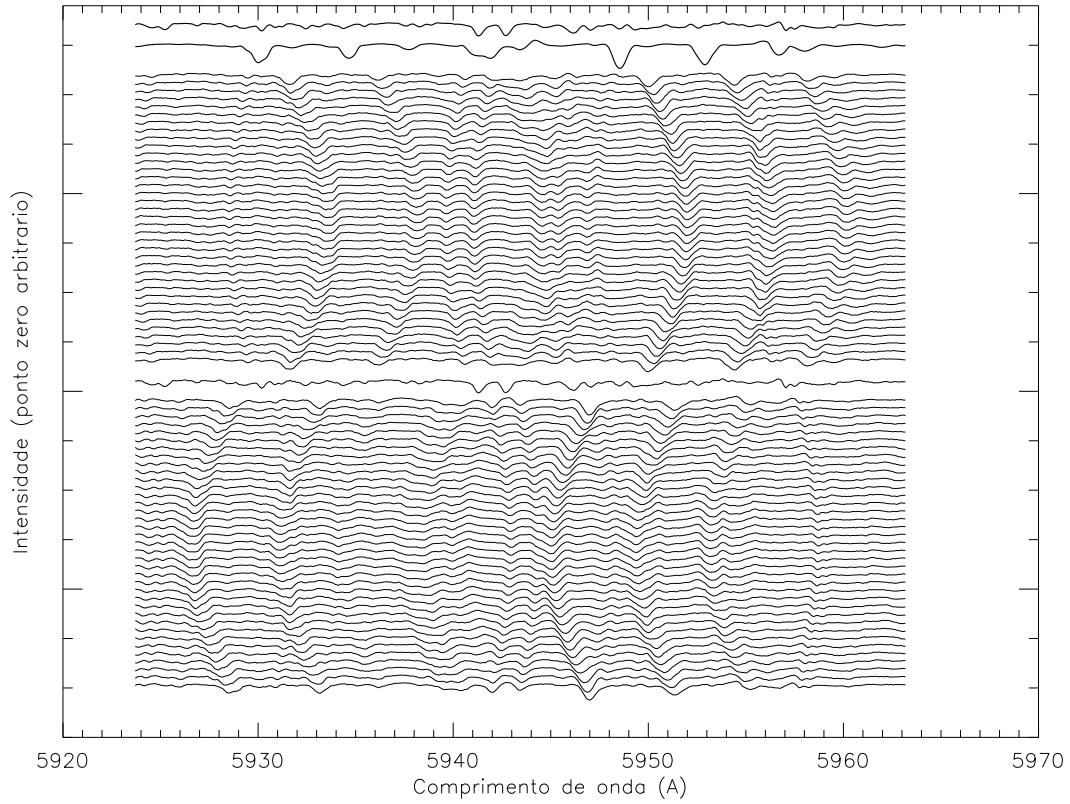


Figura 3.6: Espectros compostos do sistema duplo para uma órbita circular influenciados por uma razão S/R de 200. Os dois primeiros espectros, na parte superior da figura, referem-se, respectivamente, à estrela do tipo A5V e G8IV (sem ruído) e os 75 demais referem-se aos espectros compostos (com ruído) deste sistema em diferentes fases orbitais. O espectro que se encontra destacado no meio da figura corresponde à fase de mínimo secundário.

Para isto, o programa `cs.pro` tem a possibilidade de inserir vários níveis de ruído. Apresentamos nas Figs. (3.6), (3.7), (3.8) e (3.9) os espectros do sistema duplo numa órbita circular, degradados, respectivamente, com razão S/R de 200, 100, 50 e 20. De acordo com elas, observamos que as linhas espectrais ficam degradadas a medida em que a razão S/R diminui.

3.1.2 Rotação Estelar

A rotação estelar é um fenômeno universal. É raro um objeto “livre”, como uma estrela, ter momento angular nulo. O Sol é considerado um rotador lento em relação às outras estrelas, pois ele possui uma velocidade rotacional equatorial de 2 km/s, enquanto que muitas estrelas possuem velocidade entre 100 a 200 km/s. Além disso, há uma correlação, exceto para pulsares, entre as velocidades rotacionais das estrelas e seu tipo espectral. Em particular, as velocidades rotacionais mais altas são encontradas entre as estrelas mais jovens. No caso do Sol, o momento angular foi distribuído aos planetas, de forma que da ordem de 99% (ou mais) da massa do sistema solar está concentrada no Sol, enquanto que 97% do momento angular do sistema está nos planetas (Zeilik 1998).

Os efeitos da rotação sobre o contínuo dos espectros são pequenos, exceto para razões

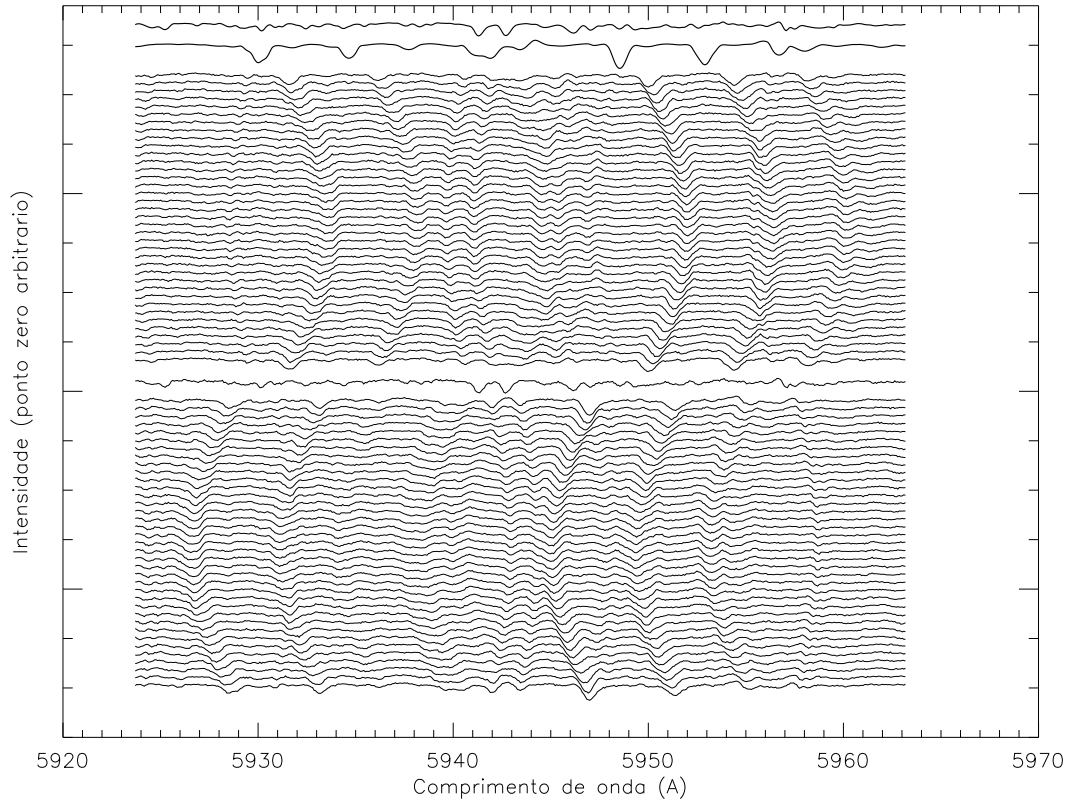


Figura 3.7: Espectros compostos do sistema duplo para uma órbita circular influenciados por uma razão S/R de 100. Os dois primeiros espectros (sem ruído), na parte superior da figura, referem-se, respectivamente, à estrela do tipo A5V e G8IV e os 75 demais referem-se aos espectros compostos (com ruído) deste sistema em diferentes fases orbitais. O espectro que se encontra destacado no meio da figura corresponde à fase de mínimo secundário.

rotacionais muito próximas à velocidade rotacional crítica (a aceleração gravitacional no equador é comparável à força centrípeta necessária a reter o material equatorial). As linhas espectrais, no entanto, são fortemente influenciadas pelo deslocamento Doppler relativo à luz que vem de diferentes partes do disco estelar. A confirmação mais recente sobre rotação estelar provém dos estudos de sistemas eclipsantes. Da mesma forma que as binárias espectroscópicas, podemos calcular a projeção da velocidade equatorial na linha de visada da Terra, isto é, a quantidade $v \sin i$, onde i é a inclinação do eixo de rotação da estrela em relação à linha de visada. A rotação das estrelas componentes de sistemas binários está, geralmente, na mesma direção que o movimento orbital, enquanto que o eixo de rotação está, provavelmente, perpendicular ao plano orbital. Ou seja, para tais estrelas o eixo está praticamente no plano do céu, e a direção de rotação do bordo está praticamente na mesma direção da linha de visada. Para uma estrela cuja órbita é perpendicular à linha de visada, a inclinação é zero e não veremos nenhum alargamento rotacional das linhas mesmo se a estrela possua velocidade rotacional alta.

Espera-se que a velocidade radial orbital tenda à velocidade radial do centro de massa do sistema binário, durante um eclipse. Contudo, a curva observada mostra uma elevação entre o primeiro e o segundo contatos e um comportamento inverso entre o terceiro e o

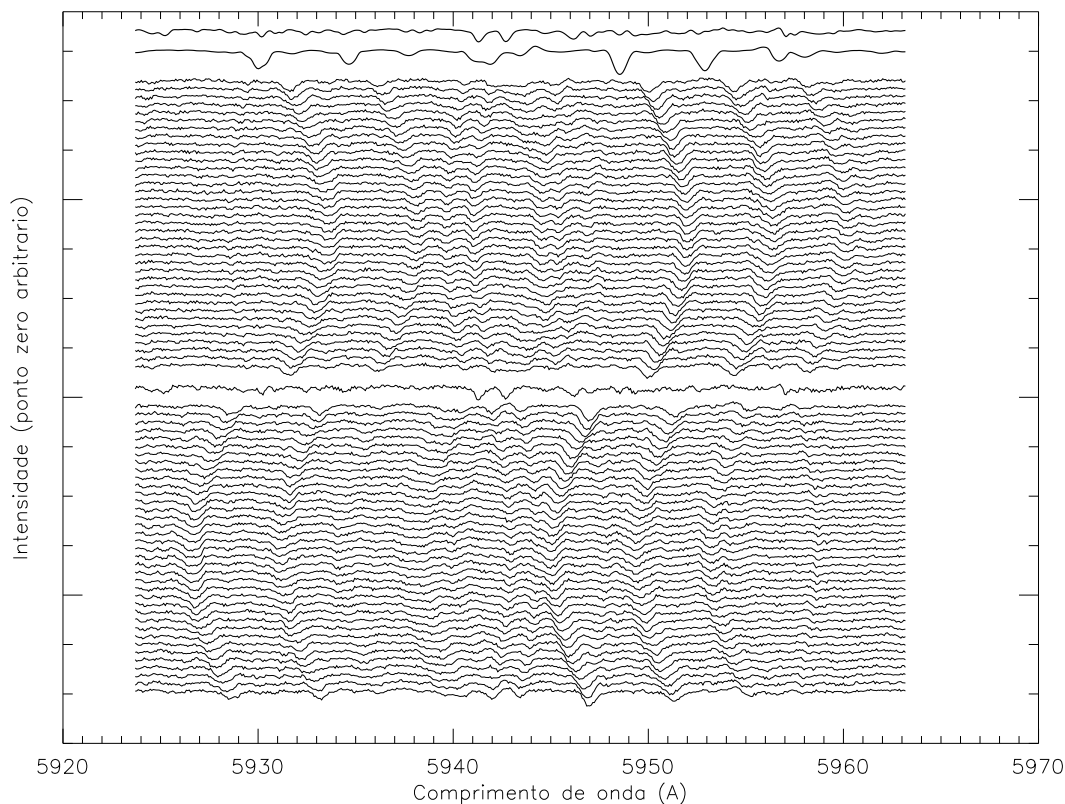


Figura 3.8: Espectros compostos do sistema duplo para uma órbita circular influenciados por uma razão S/R de 50. Os dois primeiros espectros (sem ruído), na parte superior da figura, referem-se, respectivamente, à estrela do tipo A5V e G8IV e os 75 demais referem-se aos espectros compostos (com ruído) deste sistema em diferentes fases orbitais. O espectro que se encontra destacado no meio da figura corresponde à fase de mínimo secundário.

quarto contatos. (Estes “contatos” designam os momentos em que a projeção dos bordos das estrelas componentes no plano do céu se “tocam” durante a entrada e saída de um eclipse). A Fig. (3.10) ilustra tal efeito. No início do eclipse a porção observável da estrela sendo eclipsada possui uma velocidade rotacional positiva, pois esta parte da estrela está se afastando do observador. Qualquer linha de absorção que observarmos nesta fase aparece, então, deslocada para o vermelho, além da linha se tornar mais estreita. Este último efeito se deve ao fato da dispersão de velocidades entre as partes que produzem a linha ser menor, uma vez que a parte da estrela que se aproxima do observador está sendo gradualmente eclipsada. Durante o eclipse total, a estrela menor que se encontra atrás de sua companheira não mostra nenhuma velocidade radial em nossa direção e por isso, nesta fase vemos uma descontinuidade da curva de velocidade radial para tal estrela. Logo após o eclipse, a parte que se aproxima do observador começa a aparecer e a sua velocidade rotacional afeta o espectro deslocando-o, em relação à velocidade do centro de massa da estrela em questão, para o azul.

Para estudar as influências da rotação estelar no processo de *desembaraçamento*, o programa `cs.pro` tem a possibilidade de trabalhar com três valores diferentes de velocidade rotacional estelar.

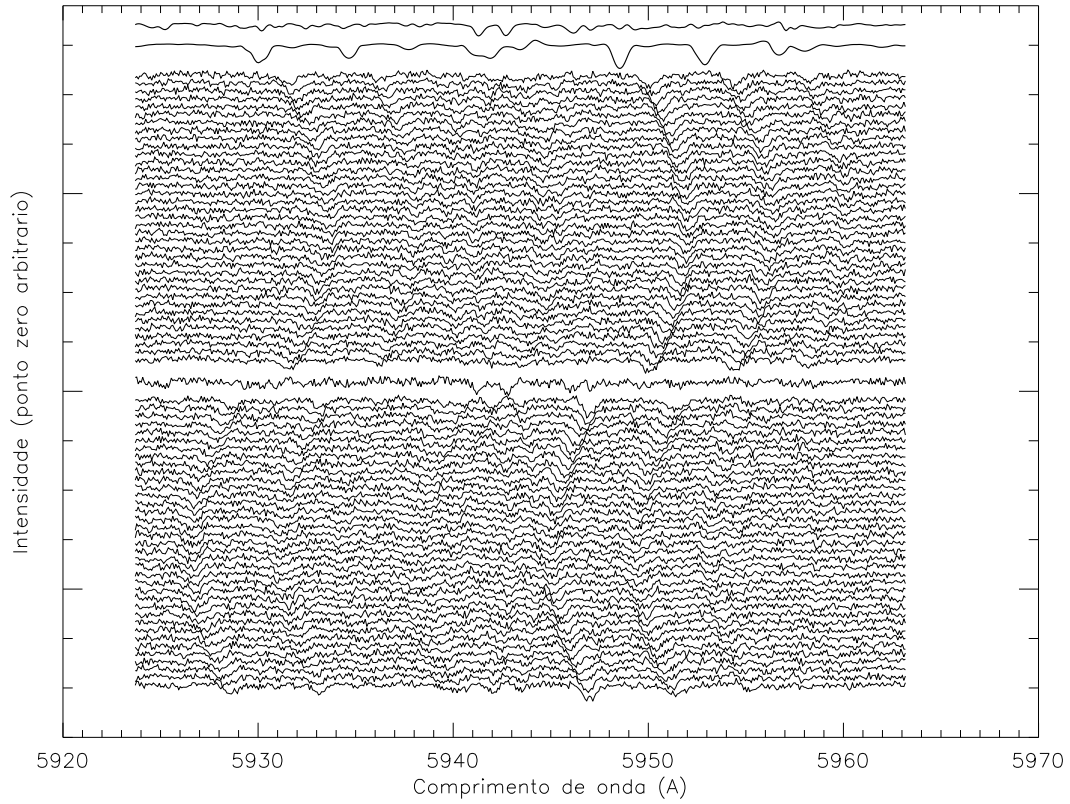


Figura 3.9: Espectros compostos do sistema duplo para uma órbita circular influenciados por uma razão S/R de 20. Os dois primeiros espectros (sem ruído), na parte superior da figura, referem-se, respectivamente, à estrela do tipo A5V e G8IV e os 75 demais referem-se aos espectros compostos (com ruído) deste sistema em diferentes fases orbitais. O espectro que se encontra destacado no meio da figura corresponde à fase de mínimo secundário.

Apresentamos na Fig.(3.11), algumas linhas espectrais da componente secundária (G8IV) influenciadas pelos efeitos da velocidade rotacional estelar de 50, 100 e 200 km/s. Observamos que as linhas são “lavadas” ou “alargadas” a medida em que a velocidade rotacional estelar aumenta, mas suas larguras equivalentes são conservadas (como a intensidade de uma linha emitida de qualquer ponto da superfície estelar é completamente independente do restante da estrela, temos que a sua contribuição individual à intensidade não aumenta e nem diminui se ela sofrer deslocamento Doppler). Assim, podemos esperar que quanto maior a velocidade rotacional das componentes num sistema, mais alargada suas linhas estarão, menos profundas e mais misturadas, e mais difícil será para o código KOREL determinar os parâmetros orbitais e os espectros individuais de cada componente, pois não se observa claramente linhas nos espectros compostos. A exemplificação disto se encontra na Fig. (3.12), onde representamos os espectros compostos para um sistema duplo numa órbita circular que se encontram influenciados por uma rotação estelar de 100 km/s.

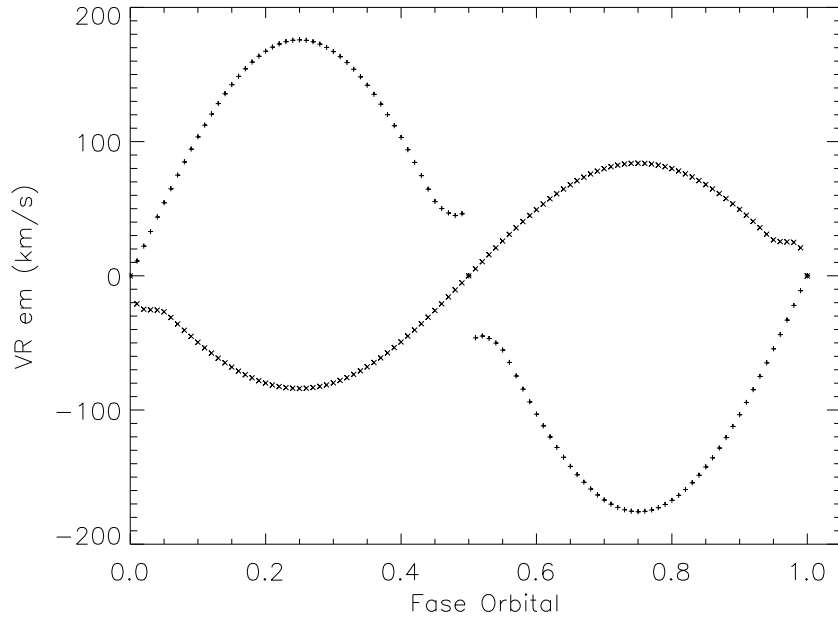


Figura 3.10: Efeito do Bordo (“limb”) visto na curva de velocidade radial do sistema duplo numa órbita circular. A anomalia observada é atribuída à rotação estelar. Representamos a curva de velocidades radiais da estrela primária por “x” e por “+” a da componente secundária.

3.2 Sistemas Duplos

Nesta Seção discutiremos sobre as vantagens e limitações do código `KOREL` aplicada a curvas de velocidades radiais sintéticas de um sistema binário constituído de estrelas do tipo espectral **A5V** e **G8IV**.

Primeiramente, não iremos considerar que os espectros sejam influenciados por ruído. O estudo desta influência será descrito na Seção (3.2.1.5).

De acordo com Binnendijk (1960), a velocidade radial de cada componente i de um sistema pode ser descrita, aproximadamente, pela média aritmética dos módulos de suas velocidades radiais máximas:

$$K_i = (|A_{i,1}| + |A_{i,2}|) / 2 \quad (3.8)$$

onde A_1 é a amplitude máxima da curva de velocidade radial e A_2 é a amplitude mínima.

Desta forma, as velocidades radiais de cada componente foram calculadas através da curva de velocidade radial obtida através do modelo `WD` – Figs. (3.1) e (3.2). Assim, as amplitudes das velocidades radiais teóricas da primária e da secundária para os estudos de órbita circular e excêntrica estão descritas na Tabela (3.2). Os valores dos demais parâmetros, para os estudos referidos acima, estão listados na Tabela (3.1).

Inicialmente todos os parâmetros são mantidos “livres”, exceto o período da órbita (estamos lidando com a situação mais desfavorável possível). Alguns parâmetros, que são muito bem determinados pela fotometria, como por exemplo, o período e a longitude do periastro, podem ser utilizados no `KOREL.PAR` (mantendo-os fixos) para obter uma solução final mais precisa e mais rápida.

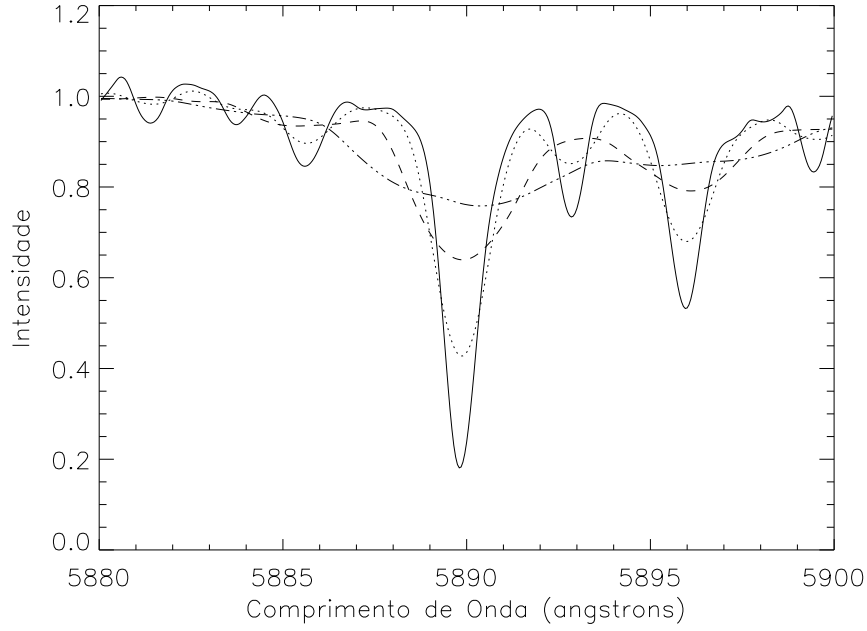


Figura 3.11: Linhas espectrais da componente secundária (G8IV) influenciadas pelos efeitos da velocidade rotacional estelar de 50, 100 e 200 km/s. A linha sólida representa as linhas espectrais desta componente sem influência de rotação além daquela intrínseca da estrela usada como gabarito (da ordem de 10 km/s), a pontilhada representa as linhas espectrais influenciadas pela rotação estelar adicional de 50 km/s, a tracejada pela rotação estelar de 100 km/s e a tracejada com pontos pela rotação estelar adicional de 200 km/s.

Amplitude de velocidades	Órbita Circular	Órbita Excêntrica
K_1 (km/s)	84,00	88,04
K_2 (km/s)	176,40	184,87

Tabela 3.2: Amplitudes de velocidades radiais teóricas das componentes numa órbita circular e excêntrica.

Nas próximas Seções, apresentaremos alguns resultados dos estudos feitos sobre a influência do número de espectros de entrada (Seção 3.2.1.1), o efeito da introdução de fases de eclipses (Seção 3.2.1.3), o efeito da distribuição dos espectros em fases cujas velocidades estão distribuídas homogeneamente em velocidade e em intervalos iguais de fases (Seção 3.2.1.4), além do estudo da influência de vários níveis de ruído (Seção 3.2.1.5) para órbitas circulares e/ou excêntricas cujas componentes possuem razão de luminosidades de 1:1. Além disso, para estes estudos, levamos em consideração que as intensidades das estrelas são mantidas fixas durante a convergência.

Nos estudos realizados com sistemas de órbita circular não levamos em conta os resultados obtidos para o tempo de passagem no periastro (“T”), pois este não tem significado, por definição, para este tipo de órbita. Já numa órbita excêntrica o tempo de passagem

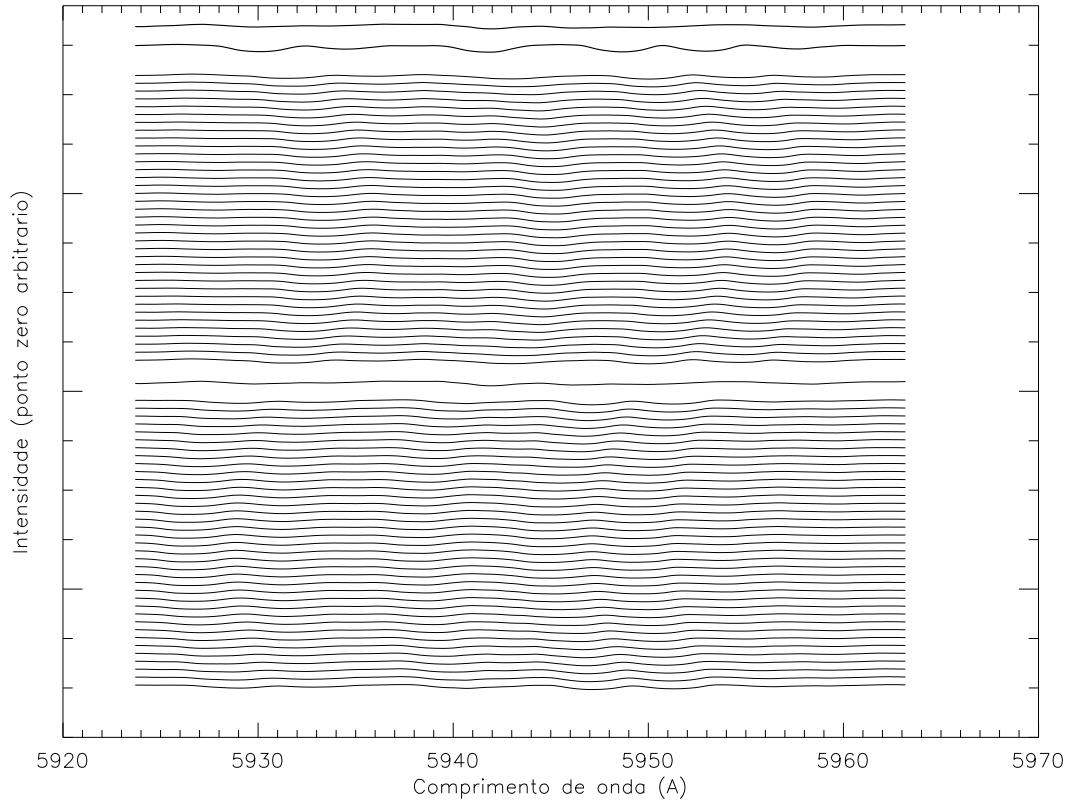


Figura 3.12: Saída gráfica do `cs.pro` para um sistema duplo numa órbita circular cujos espectros compostos estão influenciados pelos efeitos da velocidade rotacional estelar de 100 km/s. Os dois primeiros espectros, na parte superior da figura, referem-se, respectivamente, à estrela do tipo A5V e G8IV e os 75 demais referem-se aos espectros compostos deste sistema em diferentes fases orbitais. O espectro que se encontra destacado no meio da figura corresponde à fase de mínimo secundário.

no periastro é dado pelo instante onde ocorre a aproximação máxima entre as estrelas.

Uma consideração importante deve ser mencionada: o código só usa as velocidades orbitais keplerianas do centro de massa das componentes, sem considerar o efeito de rotação estelar que ocorre nos eclipses (o efeito Schesinger-Rossiter). Assim, os espectros compostos observados foram gerados de forma que este efeito não estivesse presente (o que se observava era que os espectros reconstruídos pelo código, a partir dos observados que se encontravam influenciados por rotação estelar, se mostravam deslocados, para direita ou para esquerda em relação ao original, devido a esse efeito). Assim, não consideraremos os efeitos de rotação nos espectros observados que serão utilizados nos estudos realizados daqui para frente.

3.2.1 Razão das Luminosidades das Componentes de 1:1

Para o estudo das influências dos efeitos descritos acima estimamos valores iniciais não muito longe dos valores teóricos para o tempo de passagem no periastro (somente para as órbitas excêntricas), excentricidade, longitude do periastro, velocidade radial da primária e razão das massas e introduzimos tais valores no código a fim de obter a solução a ser comparada com os valores esperados, assim como os espectros individuais. Escolhemos

apenas uma região espectral compreendida entre, aproximadamente, 5923 e 5972 Å.

É importante ressaltar que a precisão dos parâmetros orbitais resultantes, assim como os espectros individuais reconstruídos dependem:

1. do tipo espectral das componentes do sistema. O espectro de uma estrela fria, por exemplo, possui mais linhas espectrais por intervalo de comprimento de onda, ou seja mais informação sobre o perfil espectral característico, do que o espectro de uma estrela quente;
2. do intervalo espectral. Quanto maior o intervalo espectral maior o número de linhas e, por conseqüência, maior o número de informação contidas nele;
3. do nível de ruído. Quanto mais ruidoso mais degradado será o espectro e menos informação estará disponível;
4. da rotação estelar. Quanto maior a rotação estelar menos nítida (profundidade, largura à meia altura) são as linhas e menos preciso é o valor obtido para a velocidade radial.

Hensberge *et al.* (2000) e Verschueren & David (1999) obtiverem uma relação matemática sobre a informação da velocidade radial, contida num intervalo espectral, utilizando gradientes de intensidades em comprimento de onda.

3.2.1.1 Número Mínimo de Espectros de Entrada

Para o estudo do número mínimo de espectros escolhemos, dentro de todas as fases disponíveis, aquelas em que não ocorrem eclipses dando um total de 34 exposições. A partir deste conjunto obtemos outros 4, denominados 1, 2, 3 e 4 contendo, respectivamente, 6, 10, 18 e 34 exposições cujas fases estão igualmente espaçadas entre si em ΔV , de acordo com a Tabela (3.3). Na Fig. (3.13) especificamos, através da curva de velocidade radial da secundária, as fases utilizadas em cada subconjunto. Observamos que exposições separadas entre si em ΔV constante não é a mesma coisa que em fase constante, para qualquer tipo de órbita (podemos observar isto nas fases de amplitude máxima).

Conjunto	N	ΔV
1	6	101,3
2	10	50,65
3	18	25,33
4	34	12,66

Tabela 3.3: Número de exposições, N , e separação em velocidade, ΔV , entre as fases para cada conjunto de exposições.

Assim, realizamos os cálculos para estes conjuntos partindo dos mesmos valores iniciais de parâmetros e passos, sendo que a única diferença entre eles é o número de exposições.

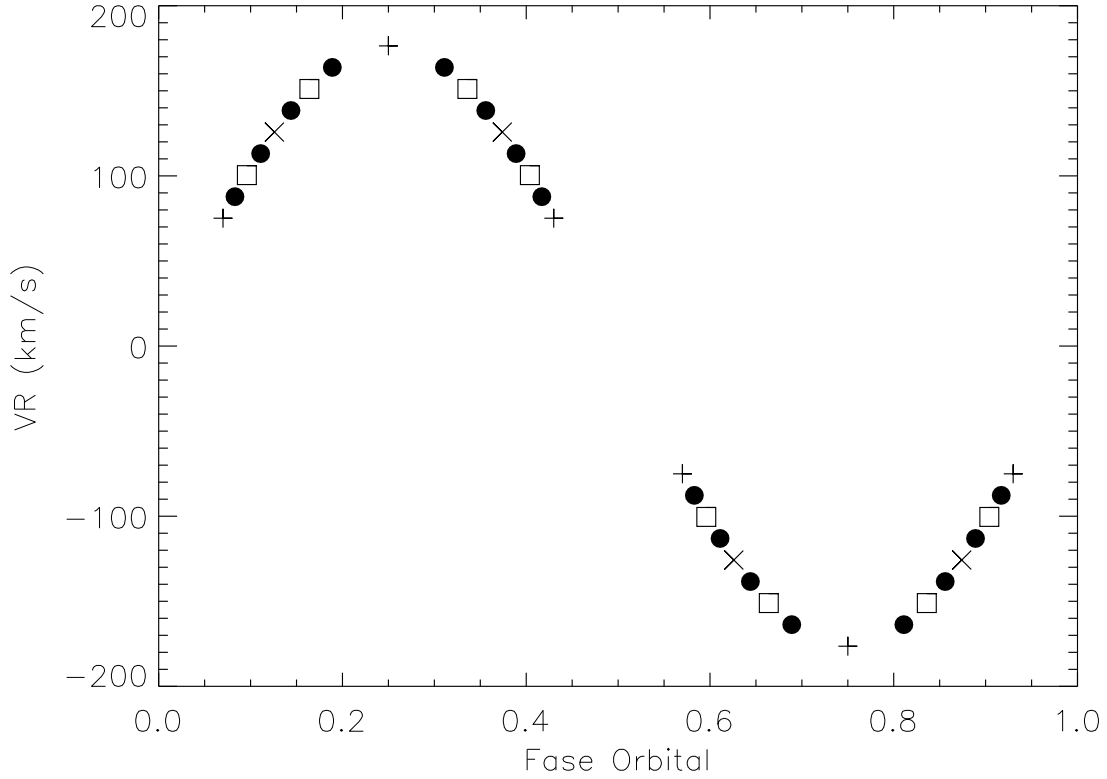


Figura 3.13: Curva de velocidade radial da componente secundária de um sistema duplo que descreve uma órbita circular. Os símbolos “+” representam o conjunto de 6 exposições; estes, somados com os “x”, formam o conjunto de 10; os pontos com “□”, em conjunto com os anteriores, formam o conjunto de 18; finalmente, o conjunto de 34 exposições contém, ainda os pontos em “•”. Note que, dessa forma, a cobertura em fases das observações não é alterada pelo aumento do número de espectros fornecidos ao KOREL.

Na Tabela (3.4) estão listados os resíduos para cada parâmetro. Os valores teóricos de cada parâmetro estão descritos nas Tabelas (3.1) e (3.2).

Podemos observar claramente que os resíduos para os diferentes subconjuntos de testes são de, **forma geral**, indiferentes quanto ao número de espectros iniciais de entrada. Como a órbita em estudo é circular temos que o termo $e \cos \omega$ presente na Eq. (2.36) deve ser zero. Assim, a partir da Tabela (3.5) observamos que o valor de $e \cos \omega$ é invariante quanto ao número de exposições. Devido a precisão suficiente obtida para a excentricidade temos que os valores das velocidades radiais também se mostram invariantes quanto ao número de exposições. Podemos ter, ainda, alguns indicadores da qualidade dos espectros gerados, ou seja, de como os espectros individuais, reproduzidos pelo código, se aproximam do espectro original. Para isto os espectros reproduzidos foram renormalizados para que tal comparação fosse feita (na Seção 2.5.1.3 descrevemos como o código normaliza os espectros individuais e na Seção 3.2.1.2 o processo de renormalização dos mesmos). Para tanto, utilizamos o **Desvio Médio Padrão** dos resíduos entre os espectros teóricos utilizados e os gerados pelo KOREL, σ , e a **Estatística de Resíduos, R**, descrita em Bruch (1999), no sentido de obter um índice, respectivamente, de quanto os desvios se afastam do valor esperado e se há ou não presença de desvios sistemáticos. O desvio médio padrão

Parâmetros	6 exp.	10 exp.	18 exp.	34 exp.
T	$-1,131 \times 10^{-1}$	$-4,700 \times 10^{-2}$	$-3,208 \times 10^{-2}$	$-1,002 \times 10^{-1}$
e	$-2,040 \times 10^{-3}$	$-1,236 \times 10^{-3}$	$-1,543 \times 10^{-3}$	$-1,834 \times 10^{-3}$
ω	$-2,437 \times 10^{+1}$	$-1,001 \times 10^{+1}$	$+6,890 \times 10^0$	$-2,150 \times 10^{+1}$
K_1	$+2,197 \times 10^0$	$-5,888 \times 10^{-1}$	$-2,313 \times 10^{-1}$	$-4,470 \times 10^{-1}$
K_2	$+8,887 \times 10^{-1}$	$+5,079 \times 10^{-1}$	$-2,429 \times 10^{-1}$	$-4,848 \times 10^{-2}$
q	$-1,001 \times 10^{-2}$	$-1,961 \times 10^{-3}$	$-1,970 \times 10^{-3}$	$-3,854 \times 10^{-3}$

Tabela 3.4: Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo numa órbita circular para os quatro conjuntos diferentes de exposições simétricos em velocidade. " T " é o tempo de passagem no periastro; " e " é a excentricidade; " ω " é a longitude do periastro; " K_1 " é a velocidade radial da primária; " K_2 " é a velocidade radial da secundária; " q " é a razão das massas.

N	$e \cos(\omega)$
6	$+5,979 \times 10^{-4}$
10	$+1,069 \times 10^{-3}$
18	$+2,192 \times 10^{-4}$
34	$-5,554 \times 10^{-5}$

Tabela 3.5: Valor de $e \cos(\omega)$ para cada conjunto de N exposições.

é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N - 1}} \quad (3.9)$$

onde, y_i representa o valor da intensidade em cada ponto i do espectro e N representa o número total de intensidades (512) e a estatística $\mathbf{R}$ por

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} y_i y_{i+1}}{V(N - 1)} \quad (3.10)$$

onde, V representa a variância (em primeira aproximação, o σ) de todos os valores das intensidades y em cada ponto i . Para evitar os problemas que aparecem nos espectros gerados tanto no início como no fim do intervalo, decorrentes de aliases nas transformadas de Fourier (ver Figs. (3.14) e (3.15)), evitamos os extremos dos espectros de cada estrela no cálculo de σ e R . Na Tabela (3.6), apresentamos os valores de σ e de R para cada conjunto de exposições e para cada componente.

Nas Figs. (3.14) e (3.15) apresentamos o espectro da primária produzido pelo KOREL superposto ao espectro teórico e a razão entre esses dois espectros, para os conjuntos com 6 e 34 observações, respectivamente. Observamos claramente, através das Figs. (3.14) e (3.15) que a solução com 6 exposições produziu um espectro com um padrão de alta frequência que praticamente não existe naquele produzido com 34 exposições. Podemos ver, através da análise do valor da estatística $\mathbf{R}$ mostrado na Tabela (3.6), que os conjuntos com menos exposições (6 e 10) apresentam o mesmo padrão de alta

N	indicador	Primária	Secundária
6	σ	6,379	6,238
	R	6,344	5,706
10	σ	4,278	4,224
	R	4,676	3,900
18	σ	1,708	1,785
	R	2,986	1,767
34	σ	1,194	1,438
	R	2,275	1,558

Tabela 3.6: Valores dos indicadores $\sigma(\times 10^{-3})$ e de $R(\times 10^{-3})$ para cada componente de cada conjunto de N exposições.

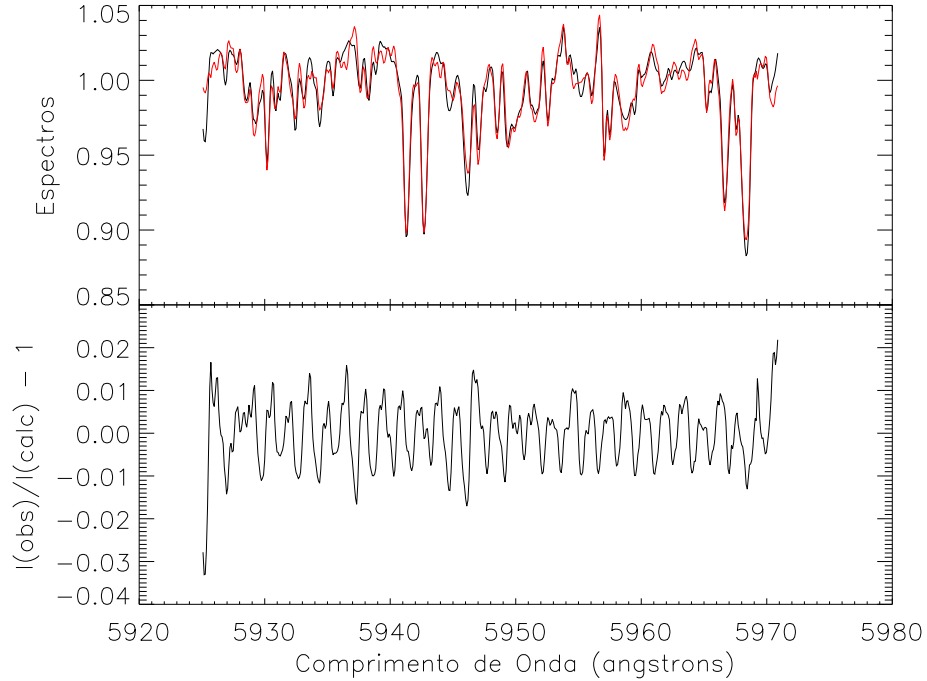


Figura 3.14: Espectros originais e reproduzidos pelo KOREL e a sua razão para a componente primária de um sistema duplo que descreve uma órbita circular. Na parte superior da figura encontramos os espectros originais (em preto) e reproduzidos pelo KOREL (em vermelho) para a componente primária de um sistema duplo numa órbita circular. Na parte inferior, mostramos a razão do espectro observado (original) sobre o calculado pelo KOREL para um conjunto de 6 exposições distribuídas homogeneamente em velocidade.

freqüência em relação aos espectros gerados com os conjuntos com mais exposições (18 e 34). Veremos adiante, que os espectros individuais para as soluções com menos observações não são perfeitamente reproduzidos (este efeito será discutido com mais detalhe na Seção 3.2.1.4, onde apresentaremos uma comparação dos valores de σ e R para dois conjuntos de 6 exposições com e sem, respectivamente, simetria em velocidade).

Ressaltamos que estes conjuntos estão distribuídos homogeneamente em velocidade. Em consequência disso, o conjunto com 6 espectros possui, na verdade, somente 4 espectros diferentes, uma vez que os espectros nas fases 0.07 e 0.43 são praticamente iguais

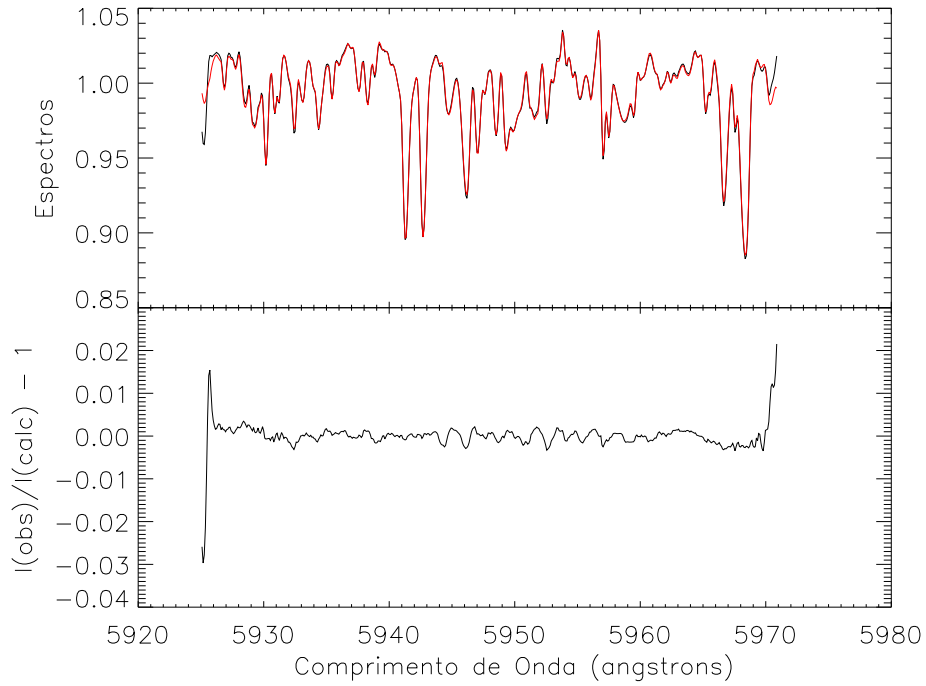


Figura 3.15: Espectros originais e reproduzidos pelo KOREL e a sua razão para a componente primária de um sistema duplo que descreve uma órbita circular. Na parte superior da figura encontramos os espectros originais (em preto) e reproduzidos pelo KOREL (em vermelho) para a componente primária de um sistema duplo numa órbita circular. Na parte inferior, mostramos a razão do espectro observado (original) sobre o calculado pelo KOREL para um conjunto de 34 exposições distribuídas homogeneamente em velocidade.

entre si, o mesmo acontecendo com aqueles nas fases 0.57 e 0.93. No conjunto de 10 observações, temos na verdade somente 6 espectros diferentes e assim por diante para os outros conjuntos. Essas observações com espectros compostos “iguais”, mas em fases diferentes, acrescentam informação extra acerca dos parâmetros orbitais, mas não acrescentam nada novo acerca dos espectros individuais que compõem o espectro “observado”. Dessa forma, ao aumentar o número de espectros, com simetria em velocidade, aumenta-se o número de espectros diferentes e por isso com mais exposições os resultados são ligeiramente melhores, mas em termos práticos a precisão dos parâmetros para cada conjunto está dentro do erro permitido para os instrumentos de medida. Por exemplo, a resolução máxima atingida ($\lambda/\Delta\lambda$) para a determinação de velocidades radiais em espectros com a resolução de 42000, como são os que utilizamos, é da ordem de 7 km/s. Isto está em bom acordo com os erros que encontramos para K_1 na Tabela (3.4) em nossas melhores determinações.

3.2.1.2 Normalização dos Espectros

Como descrito na Seção (2.5.1.3), o código KOREL determina o contínuo dos espectros tomando a média aritmética da intensidade média dos espectros de entrada, ou seja:

$$C_{cont} = \frac{\sum_{j=1}^{ks} \bar{I}_j}{ks} \quad (3.11)$$

onde,

$$\bar{I}_j = \frac{\sum_{i=1}^{512} I_i}{512} \quad (3.12)$$

onde $\bar{I}_j$ é a intensidade média para cada espectro de entrada, I_i é a intensidade em cada ponto i e ks é o número de espectros de entrada.

O contínuo dos espectros reproduzidos pelo programa não corresponde ao contínuo dos espectros originais individuais. Assim, os espectros reproduzidos pelo KOREL precisam ser renormalizados para podermos compará-los com os originais.

Para desenvolver as equações, vamos considerar um sistema duplo cuja razão das luminosidades das duas estrelas são $a:(1-a)$. Além disso, vamos definir que uma certa quantidade $\langle x \rangle$ indica o valor médio de x em escala logarítmica em comprimento de onda. Sejam S_1 e S_2 os espectros de entrada normalizados, que possuem em geral uma certa quantidade de bloqueio de linhas espectrais ("*line blocking*", a quantidade que as linhas espectrais bloquearam do contínuo):

$$\langle S_1 \rangle = 1 - b_1 \quad (3.13)$$

e

$$\langle S_2 \rangle = 1 - b_2 \quad (3.14)$$

onde b_1 e b_2 são $\ll 1$ para a maioria dos casos.

Assim, o espectro composto (não vamos considerar, explicitamente nas equações, o deslocamento Doppler) é dado por:

$$C = aS_1 + (1-a)S_2 \quad (3.15)$$

e

$$\begin{aligned} \langle C \rangle &= a \langle S_1 \rangle + (1-a) \langle S_2 \rangle \\ &= a - ab_1 + (1-a) - (1-a)b_2 \\ &= 1 - [ab_1 + (1-a)b_2] \end{aligned} \quad (3.16)$$

O bloqueio de linhas no espectro composto é dado por:

$$b = ab_1 + (1-a)b_2, \quad (3.17)$$

sendo que esta quantidade é mensurável. Na verdade, o KOREL analisa a quantidade $C - \langle C \rangle$ no espaço de Fourier e separa $C - \langle C \rangle$ em duas contribuições f_1 e f_2 os quais sofrem deslocamentos Doppler opostos e diferentes. Em cada fase temos que:

$$C - \langle C \rangle = f_1 + f_2, \quad (3.18)$$

onde $\langle f_1 \rangle = 0$ e $\langle f_2 \rangle = 0$.

O código leva em consideração que os espectros contribuem com pesos a e $1-a$, respectivamente. Conseqüentemente, a amplitude em f_1 diminui quando a diminui. Para não resultar em valores negativos e possibilitar uma amostra de como poderiam ser os espectros individuais reconstruídos para cada componente, o código os considera como sendo dado por:

$$k_1 = 1 + f_1 \quad (3.19)$$

e

$$k_2 = 1 + f_2 \quad (3.20)$$

e, conseqüentemente, $\langle k_1 \rangle = \langle k_2 \rangle = 1$.

Vamos combinar as Eqs. (3.18), (3.19), (3.20) da seguinte forma:

$$C = k_1 + k_2 - 2 + \langle C \rangle, \quad (3.21)$$

Substituindo C da Eq. (3.15) na Eq. (3.21), encontramos:

$$aS_1 + (1 - a)S_2 = k_1 + k_2 - 2 + \langle C \rangle, \quad (3.22)$$

e conseqüentemente

$$k_1 = aS_1 + z_1 \quad (3.23)$$

$$k_2 = (1 - a)S_2 + z_2 \quad (3.24)$$

onde os valores desconhecidos das constantes z_1 e z_2 são relacionadas por:

$$z_1 + z_2 = 2 - \langle C \rangle \quad (3.25)$$

ou, usando a Eq. (3.16),

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= 1 + ab_1 + (1 - a)b_2 \\ &= 1 + b \end{aligned} \quad (3.26)$$

Apenas a soma $z_1 + z_2$ é determinada (e é uma medida mensurável) quando não temos qualquer informação sobre o espectro de entrada. Contudo, introduzindo os princípios físicos, podemos descartar muitas das soluções matematicamente aceitáveis.

Caso 1: Espectros Artificiais

No caso de dados artificiais, nós obtemos uma única reconstrução uma vez que usamos as informações sobre o bloqueio de linhas nos espectros de entrada. A condição de que as Eqs. (3.13) e (3.14) sejam satisfeitas é suficiente para resolver as Eqs. (3.21) e (3.22) para z_1 e z_2 :

$$\begin{aligned} z_1 &= \langle k_1 \rangle - a \langle S_1 \rangle \\ &= 1 - a(1 - b_1) \end{aligned} \quad (3.27)$$

e

$$\begin{aligned} z_2 &= \langle k_2 \rangle - (1 - a) \langle S_2 \rangle \\ &= 1 - (1 - a)(1 - b_2) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Conseqüentemente, z_1 e z_2 podem ser calculados neste caso usando a , b_1 e b_2 . É fácil verificar que a Eq. (3.26) é válida para esta solução. Então, usando as Eqs. (3.23), (3.24), (3.27) e (3.28), reconstruímos o espectro original corretamente normalizado:

$$S_1 = \frac{k_1}{a} - \left[\frac{1}{a} - 1 + b_1 \right] \quad (3.29)$$

e

$$S_2 = \frac{k_2}{(1-a)} - \left[\frac{1}{(1-a)} - 1 + b_2 \right] \quad (3.30)$$

Na Seção (3.2.1.1) usamos as Eqs. (3.29) e (3.30) para renormalizar os espectros gerados pelo KOREL. Assim, para um sistema em que $a=(1-a)=0.5$ (ou seja, razão de luminosidades 1:1), temos que:

$$S_1 = 2k_1 - [1 + b_1] \quad (3.31)$$

e

$$S_2 = 2k_2 - [1 + b_2]. \quad (3.32)$$

Isto mostra que com contribuições iguais de duas estrelas ao contínuo, as constantes a serem adicionadas são diferentes quando o espectro original tem quantidades diferentes de bloqueio de linhas.

Caso 2: Espectros Reais com razão de luminosidades conhecida

Se detectamos o nível do contínuo nos espectros k_1 e k_2 , por exemplo como os valores de $cont_1$ e $cont_2$, podemos, então, obter as seguintes condições:

$$(cont_1 - z_1)/a = 1.0 \quad (3.33)$$

$$(cont_2 - z_2)/(1-a) = 1.0 \quad (3.34)$$

conseqüentemente,

$$z_1 = cont_1 - a \quad (3.35)$$

$$z_2 = cont_2 + a - 1 \quad (3.36)$$

e, portanto,

$$S_1 = (k_1/a) + 1 - [cont_1/a] \quad (3.37)$$

$$S_2 = (k_2/(1-a)) + 1 - [cont_2/(1-a)]. \quad (3.38)$$

No entanto, nós não devemos determinar $cont_1$ e $cont_2$ independentemente, uma vez que é suficiente apenas determinar a Eq. (3.25), ou seja:

$$cont_1 + cont_2 = 2 - \langle C \rangle \quad (3.39)$$

Conseqüentemente, é suficiente detectar o contínuo de apenas uma componente.

3.2.1.3 Efeito da Introdução de Fases de Eclipses

Normalmente, a intensidade normalizada de um espectro composto (I_{norm}), no caso de duas estrelas A e B, é dada por:

$$I_{norm} = \frac{I_A \cdot \hat{A} + I_B \cdot \hat{B}}{I_A + I_B}, \quad (3.40)$$

onde $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são os respectivos espectros das estrelas A e B.

Num eclipse total, a intensidade normalizada do espectro composto é o próprio espectro da estrela que eclipsa (a sua luminosidade é máxima enquanto a outra é mínima). Por exemplo, no caso em que a estrela A (menor) é eclipsada pela estrela B (maior), temos que:

$$I_{norm} = \frac{0 \cdot \hat{A} + I_B \cdot \hat{B}}{0 + I_B} = \hat{B}, \quad (3.41)$$

e portanto, observamos apenas o espectro da estrela B.

No caso de eclipses parciais devemos levar em conta a perda de luz da estrela eclipsada (que no nosso exemplo é a estrela B). O programa `WD` informa as razões de luminosidade geradas para o nosso sistema fictício. Devemos levar esta informação em conta ao calcular as luminosidades para cada componente nos eclipses parciais, considerando que nosso sistema tenha agora novas razões de luminosidades adequadas às características dos eclipses. Desta forma, escolhemos, do arquivo de saída gerado pelo `WD` uma fase fora do eclipse – $I_{f,i}$ – e uma de eclipse parcial – $I_{e,i}$ – para cada componente. No exemplo acima temos que no eclipse parcial a estrela A (menor) está na frente da estrela B (maior). Assim, esperamos que a nova intensidade total do espectro composto seja:

$$I_{norm} = \frac{I_A \cdot \hat{A} + I'_B \cdot \hat{B}}{I_A + I'_B}, \quad (3.42)$$

onde,

$$I'_B = I_B \left(\frac{I_{e,B}}{I_{f,B}} \right) \left(\frac{I_{f,A}}{I_{e,A}} \right) \quad (3.43)$$

e I'_B é a nova intensidade da estrela B. O primeiro parênteses da Eq. (3.43) representa a perda de luz da estrela B e o segundo parênteses representa um fator de correção dado pela estrela A.

Desta forma, as intensidades das componentes nos eclipses parciais e totais, utilizadas no programa `cs.pro` e no código `KOREL` para um sistema duplo cuja razão de luminosidades é de 1:1, foram calculadas utilizando as Eqs. (3.42) e (3.43).

Escolhemos 6 conjuntos de espectros compostos, distribuídos em intervalos iguais em fase em torno das fases de amplitude máxima e mínima de velocidade radial da componente primária e secundária, composto por 4, 8, 10, 12, 18 e 26 exposições sem eclipses mais uma de eclipse total primário (a estrela mais luminosa (A5V) está eclipsando a estrela menos luminosa (G8IV)).

De acordo com a Tabela (3.7), observamos que os valores encontrados para os parâmetros melhoram muito ao inserir esta fase de eclipse, mas há ainda um número mínimo de exposições (12), sem eclipses, para que os resultados sejam satisfatórios, verificamos, ainda, que não é suficiente inserir uma fase de eclipse total secundário no conjunto de 4 ou 8 exposições. Isto pode ser comprovado observando a Tabela (3.8) em que estão listados os testes para 4, 8, 10, 11 e 12 fases sem eclipses, mais uma de eclipse total primário em cada uma delas.

Notemos que as fases de eclipse total contribuem para a redução do número de fases sem eclipses necessárias para a realização dos cálculos. Observamos que os parâmetros obtidos pelo conjunto de 12 exposições (mais uma de eclipse total) se assemelham ao conjunto de 26 (sem eclipses). Entretanto, sabemos das dificuldades encontradas em obter fases de eclipses totais primários ou secundários. De acordo com a Tabela (3.9) temos que as fases de eclipses parciais podem ser introduzidas de modo a facilitar a determinação

Parâmetros	4 exp.	4 exp. + 1 eclipse total	8 exp.	8 exp. + 1 eclipse total
e	-0,1234	-0,1318	-0,1081	-0,0763
ω	-10,4418	-10,4408	-11,5741	-4,2725
K_1	-6,7003	-5,9945	-7,9480	-5,2629
K_2	+33,0783	+28,4922	+30,1849	+38,7959
q	-0,1567	-0,1323	-0,1527	-0,1725

Parâmetros	12exp.	12 exp. + 1 eclipse total	18exp.	18 exp. + 1 eclipse total
e	-0,1028	0,0000	-0,0053	-0,0011
ω	-8,7840	-3,4080	-9,9133	-9,3558
K_1	-6,2038	-0,6541	-5,0730	+0,1256
K_2	+25,7558	-0,3967	+1,8800	+0,0678
q	-0,1226	-0,0026	-0,0342	+0,0005

Parâmetros	26exp.	26 exp. + 1 eclipse total
e	-0,0000	-0,0001
ω	-4,5114	-6,0866
K_1	-0,4327	-0,2934
K_2	-0,0077	-0,0374
q	0,0000	0,0004

Tabela 3.7: Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo de órbita circular, incluindo uma fase de eclipse total secundário, em cada conjunto de exposições (os valores teóricos de cada parâmetro estão descritos nas Tabelas (3.1) e (3.2)).

dos parâmetros. Contudo, elas não são tão eficientes quanto as fases de eclipses totais. Esta deficiência pode ser suprida acrescentando-se mais fases sem eclipse.

3.2.1.4 Distribuição dos Espectros em Fases

Nesta Seção ressaltamos as diferenças nos resultados obtidos pelo KOREL quando usamos um conjunto de exposições distribuídas homogeneamente em velocidade (fases de intervalos iguais de 9.441 km/s) e em fase (0.0035) dentro de um intervalo orbital escolhido e suas diferenças em relação a outro conjunto onde as observações estão distribuídas em

Parâmetros	4 exp. +1 eclipse total	8 exp. +1 eclipse total	10 exp. +1 eclipse total	11 exp. +1 eclipse total	12exp. +1 eclipse total
e	-0,1318	-0,0763	-0,0425	-0,1081	0,0000
ω	-10,4408	-4,2725	-11,2474	-7,2154	-3,4080
K_1	-5,9945	-5,2629	-8,6309	-4,4258	-0,6541
K_2	+28,4922	+38,7959	+2,4762	-1,3204	-0,3967
q	-0,1323	-0,1725	-0,0564	-0,0214	-0,0026

Tabela 3.8: Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo de órbita circular, incluindo fases de eclipses totais, em cada conjunto de exposições (os valores teóricos de cada parâmetro estão descritos nas Tabelas (3.1) e (3.2)).

Parâmetros	12 exp. +3 eclipses parcial primário	12 exp. +3 eclipses parcial secundário	9 exp. +3 eclipses parciais primários e secundários	12 exp. +3 eclipses parciais primários e secundários
e	-0,0245	0,0000	-0,0305	-0,0031
ω	-3,8480	-15,9928	-8,0176	-8,9231
K_1	-2,3581	-2,2141	-10,3860	-1,5101
K_2	-0,2199	-0,1171	+1,7544	+0,3181
q	-0,0103	-0,0098	-0,0618	-0,0070

Tabela 3.9: Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo de órbita circular, incluindo fases de eclipses parciais, em cada conjunto de exposições (os valores teóricos de cada parâmetro estão descritos nas Tabelas (3.1) e (3.2)). Para um mesmo número de fases temos que a introdução de fases de eclipses parciais secundários produzem melhor resultados do que a introdução de fases de eclipses parciais primários (colunas 1 e 2). A adição simultânea dos dois tipos de eclipses só é vantajosa se tivermos um número mínimo de espectros sem fase de eclipse (colunas 3 e 4).

intervalos homogêneos em fases (0.0166) concentradas em regiões de amplitude máxima de velocidade radial, sem considerar fases em eclipses. Podemos observar claramente através da Fig. (3.16) que as exposições distribuídas em intervalos iguais de velocidade e de fase cobrem uma região maior do intervalo orbital do que as concentradas nas regiões de amplitude máxima de velocidade.

Os resultados obtidos para cada conjunto podem ser verificados através da Tabela (3.10), onde apresentamos os resíduos de cada parâmetro orbital, e a Tabela (3.11) onde mencionamos os valores de σ e R . Podemos observar claramente que os conjuntos de exposições simétricas em velocidade e em fase produzem resultados melhores quanto à determinação dos parâmetros orbitais e reprodução dos espectros individuais. Além disso, com relação aos resultados obtidos para o conjunto simétrico em velocidade, seus espectros possuem um desvio sistemático menor, cerca de 0.69 vezes para a primária e 0.70 para a secundária, que o desvio observado para o conjunto de espectros simétrico em

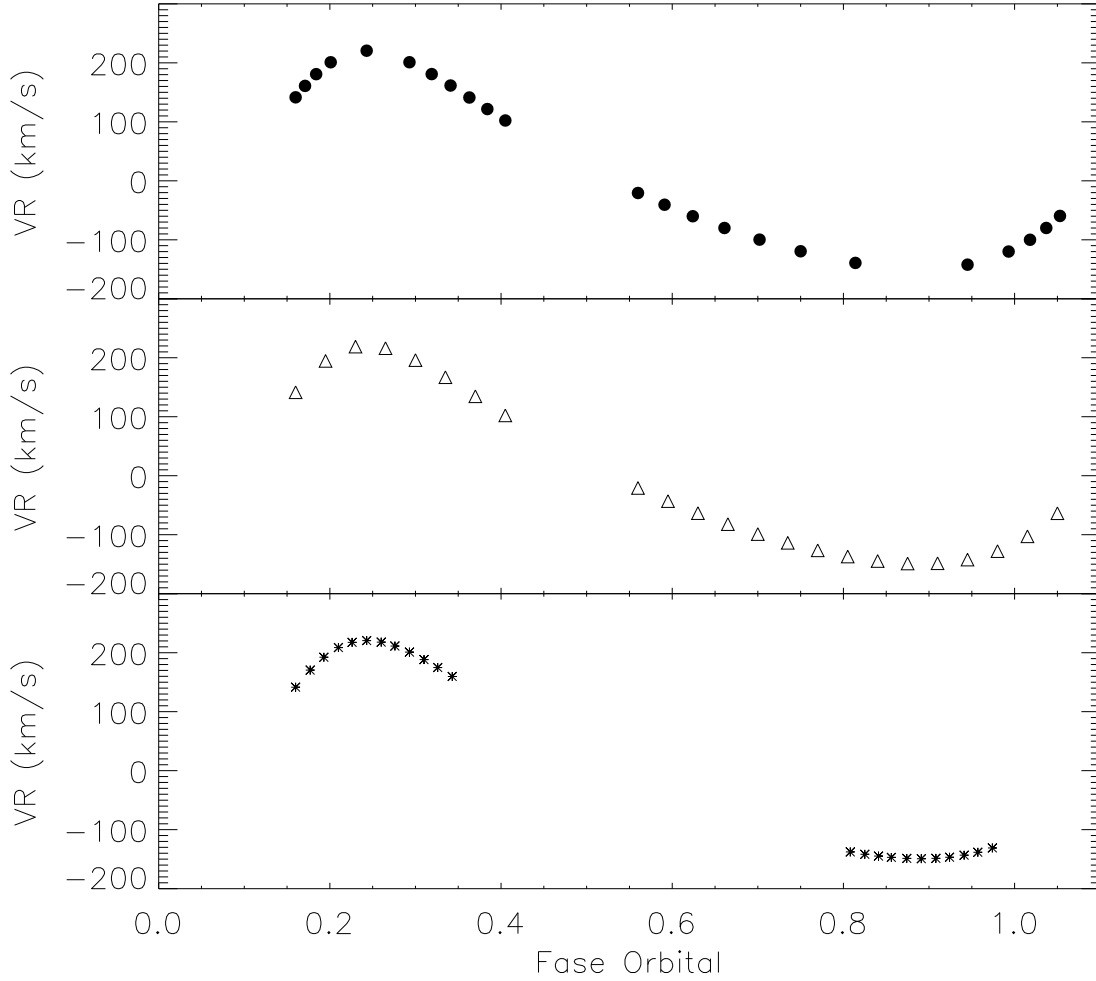


Figura 3.16: Curvas de velocidades radiais da componente secundária de um sistema duplo que descreve uma órbita excêntrica para três conjuntos de 23 exposições (painel inferior) distribuídas próximas das fases de amplitude máxima de velocidade, (painel intermediário) distribuídas em intervalos iguais de fase (simétrico em fase) e (painel superior) de velocidade (simétrico em velocidade) dentro do intervalo orbital escolhido.

fases concentradas. É claro que isto ocorre porque os dois primeiros casos (simétrico em velocidade e em fase) cobrem um intervalo orbital maior do que o conjunto de exposições concentradas.

Verificamos se estes efeitos se repetem para um conjunto com menos exposições. Assim utilizamos o conjunto de seis espectros descrito na Seção (3.2.1.1) (simétrico em velocidade) e um novo conjunto cujas as exposições são escolhidas aleatoriamente (sem qualquer tipo de simetria). Um desvio sistemático é observado com clareza no conjunto simétrico em velocidade, cerca de 2.34 vezes maior para primária e 1.79 para a secundária. O que acontece é que o código KOREL calcula $(n_{pixels}/2) + 1$ sistemas de equações, cada uma correspondendo a uma frequência da transformada discreta de Fourier, que representa

Parâmetros	Simétrica em Fases Concentradas	Simétrica em Fases	Simétrica em Velocidade
T	$+1,029 \times 10^{-1}$	$-9,900 \times 10^{-2}$	$+9,669 \times 10^{-2}$
e	$+6,627 \times 10^{-3}$	$-2,327 \times 10^{-4}$	$+5,967 \times 10^{-4}$
ω	$+1,613 \times 10^0$	$-1,646 \times 10^{-1}$	$-2,415 \times 10^{-1}$
K_1	$+5,409 \times 10^{-1}$	$-2,252 \times 10^{-1}$	$+2,189 \times 10^{-1}$
K_2	$+1,424 \times 10^{-1}$	$+1,053 \times 10^{-1}$	$-1,367 \times 10^{-1}$
q	$+2,594 \times 10^{-3}$	$-1,636 \times 10^{-1}$	$-1,535 \times 10^{-3}$

Tabela 3.10: Resíduos dos parâmetros orbitais para três conjuntos de 23 exposições distribuídas próximas das fases de amplitude máxima de velocidade, distribuídas em intervalos iguais de fase (simétrica em fase) e de velocidade (simétrica em velocidade) dentro do intervalo orbital escolhido, para um sistema duplo de órbita excêntrica (os valores teóricos de cada parâmetro estão descritos nas Tabelas (3.1) e (3.2)).

Distribuição de exposições	indicador	Primária	Secundária
Simétrica	σ	2,487	2,270
em Velocidade	R	2,476	2,355
Simétrica	σ	1,197	2,059
em Fase	R	2,148	2,183
Simétrica em Fases	σ	3,454	3,999
Concentradas	R	3,569	4,133

Tabela 3.11: Valor de $\sigma(\times 10^{-3})$ e $R(\times 10^{-3})$ para cada componente de cada conjunto de 23 exposições simétricas em velocidade e em fase e concentradas próximas das fases de amplitude máxima de velocidade, para um sistema duplo de órbita excêntrica.

um conjunto de equações lineares no processo de solução. As matrizes destas equações são “super-determinadas” e somente 2 equações dentre cada matriz são desconhecidas. Assim, se todas as equações normais são usadas, esperamos finalizar em uma matriz 2×2 de equações que podem ser resolvidas satisfatoriamente. Porém, em algumas vezes encontramos uma matriz cujo valor do determinante é zero, e conseqüentemente os valores das variáveis não podem ser calculadas. Desta forma, o código exibe na tela uma informação de que o valor do determinante de uma determinada matriz é zero (matriz singular), realizando a fatoração mas não calculando a sua solução. Ilijić *et al.* (2001) em seus estudos com dados sintéticos (aplicados no código **FDBinary**) observaram que um conjunto composto por exposições que mostram uma certa simetria produzem erros de frequências altas. Isto foi observado por eles quando obtiveram um gráfico dos valores do determinante em função das frequências do modo DFT, demonstrado na Fig. (3.17). A alternativa sugerida por eles é a substituição, no código **KOREL**, do cálculo das variáveis usando a regra de Cramer pelo método da decomposição do valor singular (“*single value decomposition*”, SVD). Contudo, notamos que este efeito é pouco observado se trabal-

Conjunto de exposições	indicador	Primária	Secundária
Simétrica em velocidade	σ	6,379	6,238
	R	6,344	5,706
Aleatória em fase	σ	1,559	3,256
	R	2,712	3,189

Tabela 3.12: Valor de $\sigma(\times 10^{-3})$ e $R(\times 10^{-3})$ para cada componente e para cada conjunto de 6 exposições simétricas em velocidade ou aleatória em fase, para um sistema duplo cuja órbita é circular.

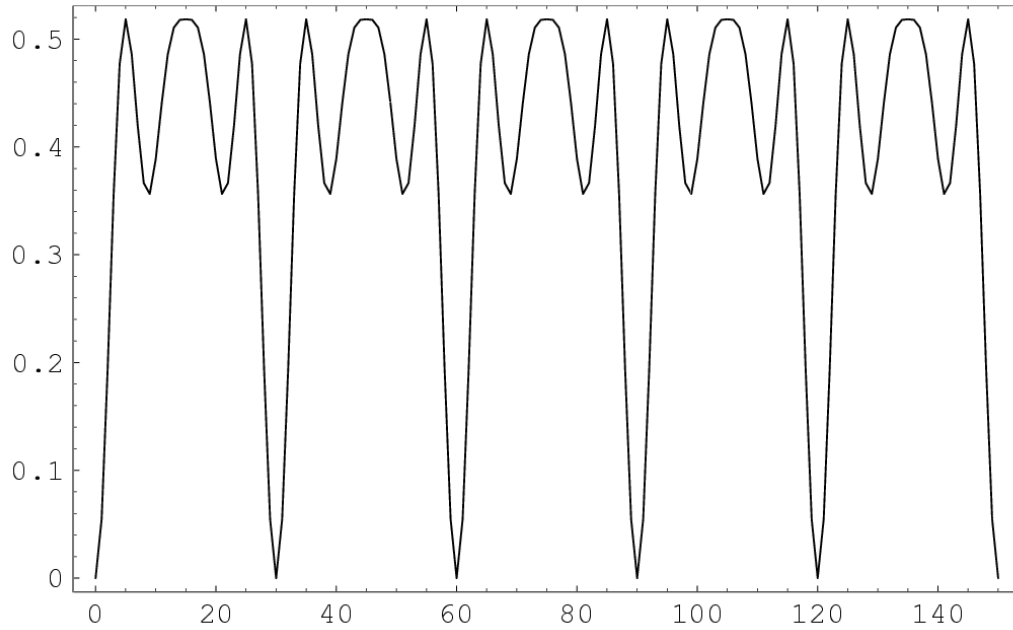


Figura 3.17: Gráfico do valor do determinante (eixo vertical) em relação à frequência da Transformada Discreta de Fourier, representada no eixo horizontal. Cada frequência corresponde a um conjunto de equações lineares no processo de solução.

hemos com mais exposições. Isto se deve ao fato, como explicado na Seção (3.2.1.1), que um conjunto de 6 espectros simétricos em velocidade possui menos espectros diferentes do que um conjunto de 23 espectros, por exemplo.

Na verdade, ao trabalhar com dados reais, este efeito possui pouca probabilidade de ocorrer, uma vez que os espectros obtidos, até mesmo numa mesma fase, nunca serão exatamente iguais (devido às diferenças quanto às condições climáticas que afetam a resposta do CCD, ou, ainda, diferenças no posicionamento dos espectros em pixels, devido a pequenas imperfeições de alinhamento e outros ajustes no posicionamento das redes de difração, só para citar alguns exemplos).

3.2.1.5 Influência do Ruído

Para o estudo da influência do nível de ruído no processo de *desembaraçamento* selecionamos, inicialmente, um conjunto de várias exposições, variando de 26 a 50, num intervalo entre, aproximadamente, 5924 a 5971.5 Å.

Na Tabela (3.13), mostramos os resíduos dos parâmetros orbitais obtidos pelo KOREL, para cada valor da razão S/R: 200, 100, 50 e 20. Foram escolhidos 39 espectros distribuídos em fase orbital, incluindo uma de eclipse primário.

Parâmetros	200	100	50	20
e	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0032
ω	-9,0575	+2,3787	0,0000	-13,4395
K_1	-3,0368	+0,0131	-0,0231	-1,1176
K_2	-0,5257	-0,1271	-0,7616	+0,1498
q	-0,0158	+0,0004	+0,0019	-0,0067

Tabela 3.13: Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo circular cujos espectros compostos estão influenciados por diferentes níveis de ruído (os valores teóricos de cada parâmetro estão descritos nas Tabelas (3.1) e (3.2)). A primeira coluna refere-se à um S/R de 200, a segunda a um S/R de 100, a terceira a um S/R de 50 e a quarta a um S/R de 20.

Observamos que os valores encontrados para a excentricidade tendem a piorar a medida em que o espectro fica mais ruidoso. Contudo, um fato interessante ocorreu nos espectros com S/R de 50. O valor da excentricidade diminuiu muito a ponto do valor do passo ficar muito grande em relação a ela (em torno de 10^4). Desta forma, mantemos o valor da excentricidade e da longitude do periastro fixos, e iguais, respectivamente, a 0° e a 90° . É por isto que os resíduos para a longitude do periastro e para a excentricidade são iguais a zero.

Num sistema, a boa determinação do valor da velocidade radial para as suas componentes tem sido importante para determinar a razão das massas das mesmas e desta forma, obter indícios de sua evolução estelar. Baseado neste fato, iremos observar qual tem sido o comportamento nos valores das velocidades radiais e da razão das massas pelo KOREL, uma vez que os outros parâmetros podem ser facilmente obtidos através da fotometria. Machado (1997), por exemplo, ao estudar o sistema triplo eclipsante RV Crateris, teve dificuldades em obter a razão das massas e a velocidade radial da secundária, (o que prejudicou em parte a determinação de outros parâmetros e o estágio evolutivo deste sistema), pois não foi possível determinar valores confiáveis para a contribuição luminosa da terceira componente (que neste sistema, aparentemente, é tão luminosa ou mais que o par eclipsante combinado).

Desta forma, observamos que os valores encontrados para K_1 e q , nos níveis de S/R de 100 e 50, se aproximaram ligeiramente do valor esperado, ao contrário do estudo com S/R=20.

Notamos, ainda, que os resultados obtidos para o nível de S/R de 200 (menos ruidoso)

se mostram piores do que os mais ruidosos. Seria bastante contraditório dizer que uma solução baseada em espectros mais ruidosos produz melhores resultados que outra baseada em observações de melhor qualidade. A razão disto é que os testes realizados nesta Seção foram feitos uma única vez. Precisariamos repeti-los mais vezes para cada conjunto de exposições de forma a construir uma distribuição dos valores dos parâmetros orbitais encontrados para cada iteração. Assim, o teste com $S/R=50$ pode ter se aproximado mais do valor esperado, para um determinado parâmetro, do que, por exemplo, o teste com $S/R=200$ (isto ocorreu, no caso da velocidade radial da primária).

Parâmetros	39 exp.	50 exp.
e	-0,0032	-0,0003
ω	-13,4395	-9,8837
K_1	-1,1176	-0,1050
K_2	-1,1176	+0,2761
q	+0,1498	-0,0013

Tabela 3.14: Resíduos dos parâmetros orbitais de um sistema duplo circular, cujos espectros compostos estão influenciados por S/R de 20 (os valores teóricos de cada parâmetro estão descritos nas Tabelas (3.1) e (3.2)). Estes estão distribuídos em conjuntos de 39 e 50 exposições. Os valores dos parâmetros são melhores reproduzidos para o conjunto de 50.

Ainda assim, podemos perceber a potencialidade do código, pois mesmo uma solução baseada em espectros compostos com $S/R=20$ produz bons resultados. Este fato pode ser comprovado analisando a Tabela (3.14), onde mostramos um conjunto de espectros com $S/R=20$. Devemos ressaltar que quanto mais ruidoso são os espectros compostos mais exposições são necessárias para que obtenhamos os espectros individuais de cada estrela com uma qualidade desejada.

Além disso, uma observação importante deve ser feita: o KOREL necessita de *diferentes* espectros regularmente distribuídos pelo intervalo orbital para gerar bons espectros individuais e parâmetros orbitais. Por isto, a inserção de fases repetidas não altera muito os resultados obtidos para os parâmetros orbitais e espectros individuais. Este fato foi comprovado ao realizarmos cálculos com 26 e 52 espectros. No conjunto de 52 espectros, simulamos novos espectros coletados em datas separadas de um número inteiro de períodos do sistema após cada fase correspondente ao conjunto de 26 (ou seja, na mesma fase). Ressaltamos que o programa `cs.pro` foi rodado separadamente para cada conjunto, pois assim simulamos o fato de que se temos duas exposições repetidas (na mesma fase) elas nunca serão de fato iguais, pois os ruídos presentes em cada uma delas não serão os mesmos.

A partir da Tabela (3.15) podemos mostrar que os valores de σ e R não diferem muito para cada um dos conjuntos, indicando que os espectros da primária e da secundária gerados pelo código são praticamente os mesmos. Isto ocorre por que a transformada de Fourier dos espectros independe do instante orbital em que as observações foram coletadas.

Assim, a transformada de Fourier de espectros, cuja única diferença entre eles é o instante em que o sistema foi observado, é a mesma, e desta forma os resultados obtidos deste processo são idênticos.

Conjunto de exposições	indicador	Primária	Secundária
26	σ	3,126	3,226
	R	1,706	1,035
52	σ	2,356	2,776
	R	2,034	1,459

Tabela 3.15: Valor de $\sigma(\times 10^{-3})$ e $R(\times 10^{-3})$ para cada componente de cada conjunto de 26 e 52 de exposições simétricas em fase, para um sistema duplo circular influenciados por S/R de 50.

Capítulo 4

Conclusões

O código KOREL, desenvolvido por Hadrava, tem se mostrado uma ferramenta eficiente para a realização de estudos sobre sistemas binários eclipsantes. As técnicas nas quais se baseia se mostraram superiores em relação a outros métodos de determinação de parâmetros orbitais e reconstrução espectral. Isto se justifica pelo fato de o KOREL fazer uso da transformada de Fourier do espectro composto observado, possibilitando uma solução numericamente mais fácil.

De forma geral, o algoritmo de desembaraçamento calcula, baseado na rotina de separação espectral, de maneira não-iterativa o espectro de cada componente, a partir do espectro composto e de um conjunto de velocidades radiais. Os espectros individuais reconstruídos são calculados de forma que, a partir das velocidades radiais de cada componente em cada fase, a combinação dos espectros individuais seja ajustada ao espectro observado, usando o ajuste de mínimos quadrados. O sucesso deste processo depende das velocidades radiais. A otimização dos parâmetros orbitais é feita através do algoritmo **SIMPLEX**. As velocidades radiais são obtidas através da variação de K (velocidade radial das componentes, ou q), e e ω e uma mudança de fase total $\Delta\phi$ com relação às fases relativas especificadas no espectro de entrada ($\Delta\phi$ está relacionada com a longitude do periastro e apenas sua soma é conhecida).

O método permite, ainda, generalizações quanto ao tratamento de fases em eclipses e o efeito de escurecimento de bordo. Assim, podemos obter as mudanças de magnitude diferencial das componentes como também determinar a razão das intensidades em relação ao contínuo (possibilitando um estudo da geometria do sistema). A aplicação do código ao estudo da fotometria relativa de linha possui certas limitações, pois considera que a alteração sofrida pelo espectro seja a mesma tanto para a linha como para o contínuo e que a forma do perfil da linha permaneça constante durante todo o ciclo orbital. Na realidade, durante um eclipse, o perfil muda constantemente, mas o código assume que esta mudança ocorre em relação ao contínuo (esta suposição é um ponto crucial para o desembaraçamento).

Pelo fato de o KOREL considerar que o espectro composto é formado por uma combinação de fontes de luz, podemos obter, em princípio, além dos espectros individuais de cada componente, o “espectro das linhas telúricas”. A partir disto, a solução aproximada

para o “espectro telúrico” pode ser utilizada para ser removida, posteriormente, dos espectros individuais reconstruídos (salvo se as linhas telúricas não foram removidas com sucesso no processo de redução de dados).

O princípio matemático do código é análogo à técnica de correlação cruzada. A diferença se encontra no fato de que, no KOREL os espectros observados são correlacionados a diferentes fases de uma mesma variável ao invés da correlação de um espectro de uma outra estrela escolhida como gabarito. Assim, nenhum conhecimento *a priori* sobre tipo espectral e outros parâmetros, tais como velocidade rotacional projetada ou índice de metalicidade, são necessários.

O código permite o cálculo para sistemas com até 5 componentes estelares, e tem a possibilidade de calcular, além dos parâmetros orbitais associados a cada órbita, também as intensidades relativas a cada componente e as velocidades radiais para cada fase orbital.

Verificamos, de acordo com os resultados da Seção (3.2.1.1), que o número mínimo de espectros necessários para que o KOREL obtenha bons resultados é bastante pequeno, ou seja um número de três ou quatro seria suficiente, contanto que se tenha uma boa combinação de valores e de passos iniciais de cada parâmetro. Assim, concluímos que a solução não depende exclusivamente do número de espectros, mas fortemente dos valores e passos iniciais de cada parâmetro. Além disso, verificamos que podemos concentrar as exposições em fases orbitais que sejam mais propícias para a obtenção de um determinado parâmetro. Por exemplo, se dispomos de um conjunto de exposições localizadas próximas aos mínimos primário e/ ou secundário a determinação da excentricidade é mais favorável, por outro lado, exposições localizadas próximas às fases de quadraturas permitem a obtenção mais precisa das velocidades radiais de cada componente e, conseqüentemente, da sua razão de massas.

Conjuntos de exposições em que as fases estão distribuídas homoganeamente em velocidade produzem melhores resultados do que aquelas distribuídas em intervalos igualmente espaçados em fases. Caso se possua um número grande de exposições este problema não aparece pois, neste caso, passa-se a ter uma boa cobertura tanto em velocidades como em fases. Se dispomos, porém, de poucas exposições, é mais vantajoso trabalhar com espectros simétricos em fase do que em velocidade, pois, neste caso, teremos menos espectros diferentes (em termos de linhas espectrais) que produzirão espectros individuais e parâmetros orbitais incorretos. Além disso, poucas fases simétricas em velocidade produzem erros de frequências altas que estão relacionadas com o aparecimento de matrizes singulares. Este problema pode ser evitado se substituirmos o método para a determinação do determinante de um conjunto de equações lineares, usado no código atual do KOREL, pelo método de decomposição do valor singular (SVD), já implementado por Ilijic *et al.* (2001) em sua versão simplificada do código de desembaraçamento, **FDBinary**, baseada no KOREL.

A introdução de fases em eclipses totais pode ajudar muito, não somente sobre o conhecimento da geometria do sistema, como também na determinação mais precisa dos parâmetros orbitais e dos espectros individuais, pois temos a informação completa do espectro da componente que eclipsa. Sabemos das dificuldades encontradas para obter fases em eclipses totais, no entanto, podemos utilizar fases em eclipses parciais, sendo que estas não são quase tão eficientes quanto aquelas.

O código se aplica muito bem aos espectros observados cuja razão S/R é de 200, 100, 50 e até 20. Sendo que o ruído presente nos espectros passa a ser um fator limitante, para o código, quando dispomos de poucas exposições. Assim, quanto maior o nível do

ruído mais exposições, em diferentes fases orbitais (a introdução de fases repetidas são irrelevantes), devem ser utilizadas, para que o código produza bons resultados.

Este trabalho dá continuidade àquele desenvolvido pelo meu orientador (Dr. Vaz) no estudo da Formação, Estrutura e Evolução Estelares, com vários trabalhos publicados e dissertações e teses concluídas (dentre as quais consultei Myrrha 1991, Soares 1991, Vieira 1991, Alencar 1995, Machado 1997 e Vaz 1984).

4.1 Perspectivas para o futuro

O código KOREL se mostrou muito eficiente no processo de *desembarçamento* de espectros individuais a partir de espectros compostos de sistemas estelares múltiplos e na determinação de parâmetros orbitais. Mesmo assim, pretendemos continuar nossos estudos sobre suas potencialidades de aplicação a casos reais. Um exemplo imediato é o sistema RV Crateris, tema da Dissertação de Mestrado de Machado (1997) e que possui características ideais para o uso do KOREL:

- sendo de tipo espectral frio (a componente mais quente é do tipo F6), possui uma enorme quantidade de linhas espectrais, sempre, de uma forma ou de outra, misturadas entre si;
- é um sistema triplo, e as três componentes possuem tipos espectrais e velocidades rotacionais projetadas diferentes, o que torna impossível a escolha de um espectro gabarito adequado para aplicação das técnicas convencionais de correlação cruzada;
- estudos preliminares de Machado (1997) indicam a grande possibilidade do par eclipsante de RV Crt estar ainda em estágios evolutivos primitivos (Pré-sequência Principal). Espectros de alta resolução confirmam a presença do dubleto de Li no espectro, o que acentua a motivação para a continuação dos estudos e a concentração de esforços na separação (ou desembarçamento) dos espectros individuais;
- O Dr. Vaz e o Grupo de Binárias Eclipsantes da Universidade de Copenhague, Dinamarca, possuem uma curva de luz de alta qualidade do sistema, obtida com o telescópio dinamarquês de 50 cm (Strömgren Automatic Telescope), instalado em La Silla. A solução conjunta das curvas de luz e das de velocidade radial é fundamental para uma boa determinação de dimensões absolutas.

Com relação aos estudos do código, pretendemos completar, num futuro próximo, itens como:

- estudar as características das soluções do KOREL quando aplicado a sistemas duplos e triplos com diferentes razões de luminosidades (estes estudos já foram iniciados e estão adiantados, não estando incluídos no presente trabalho por motivos práticos);
- fazer a integração do KOREL com outros pacotes de programação gráfica, por exemplo, o PGPLOT ou mesmo o IDL para torná-lo de uso mais confortável;
- modificar o código quanto a forma de calcular os determinantes de suas matrizes, introduzindo testes e procedimentos para evitar o aparecimento de matrizes singulares.

Referências

- Alencar S.H.P., 1995, Dissertação de Mestrado, Depto. de Física - ICEx - UFMG
- Bagnuolo W.G., Jr., Gies D.R., 1991, ApJ **376**, 266
- Binnendijk L., Properties of Double Stars: a survey of parallaxes and orbits, 1960, University of Pennsylvania Press, Philadelphia
- Bisikalo D.V., Harmanec P., Boyarchuck A.A., Kuznetsov O.A., Hadrava P., 2000, A&A **353**, 1009
- Bowers R., Deeming T., 1984, Astrophysics I: Stars, Jones and Bartlett Publisher, Boston
- Bruch A., 1999, ApJ **117**, 3031
- Bronson R., 1991, Matrix Methods: an introduction, San Diego: Academic, Boston
- Dougherty D., 1997, in SED & AWK, O'Reilly Associates
- Ferluga S., Floreano L., Bravar U., Bédalo C., 1997, A&AS **121**, 201
- Filho K.S.O., Saraiva M.F.O., Astronomia e Astrofísica, 2000, Editora da Universidade/UFRGS, Porto Alegre
- Gray D., 1976, The Observations and Analysis of Stellar Photospheres, Wiley-Interscience Publication, New York
- Gurevich L.E., Chernin A. D., 1987, The Magic of Galaxies and Stars ,Mir Publishers, Moscow
- Hadrava P., 1990, Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso, **20**, p.23
- Hadrava P., 1995, A&AS **114**, 393
- Hadrava P., Harmanec P., 1996, A&A **315**, L401
- Hadrava P., 1997, A&AS **122**, 581
- Hadrava P., 'KOREL - the user's guide', <http://sunkl.asu.cas.cz/~had/korel.html>
- Hadrava P., 2001, Astrotomography, Indirect Imaging Methods in Observational Astronomy, Edited by H.M.J. Boffin, D. Steeghs and J. Cuypers, Lecture Notes in Physics, **573**, p.261

- Harmanec P., Hadrava P., Yang S., Holmgren D., North P., Koubský P., Kubát J., Poretti E., 1997, A&A **319**, 867
- Hensberge H., Pavlovski K., Verschueren W., 2000, A&A **358**, 553
- Holmgren D., Hadrava P., Harmanec P., Koubský P., Kubát J., Poretti E., 1997, A&A **322**, 565
- Holmgren D.E., Hadrava P., Harmanec P., Eenens P., Corral L.J., Yang S., Ak H., Božić H., 1999, A&A **345**, 855
- Ilijić S., Hensberge H., Pavlovski K., 2001, *Astrotomography, Indirect Imaging Methods in Observational Astronomy*, Edited by H.M.J. Boffin, D. Steeghs and J. Cuypers, *Lecture Notes in Physics*, **573**, p.269
- Kallrath J., Linnell A.P., 1987, ApJ **313**, 346
- Kraut E.A., *Fundamentals of Mathematical Physics*, 1967, McGraw-Hill, New York
- Lorentz R., Mayer P., Drechsel H., 1999, A&A **345**, 531
- Murray W., 1972, *Numerical Methods for Unconstrained Optimization* (London and New York: Academic)
- Machado A.C.M., 1997, *Dissertação de Mestrado*, Depto. de Física - ICEx - UFMG
- Myrrha M.L.M., 1991, *Dissertação de Mestrado*, Depto. de Física - ICEx - UFMG
- Rosenfeld A., Kak A., 1982, *Digital Picture Processing*, Fla.: Academic Press, Orlando
- Schmidt-Kaler, Th. Physical parameter of the stars, In: *Landolt-Börnstein*, Berlin: Springer-Verlag, 1982, p.30-31, 453-455. (*Astronomy & Astrophysics*, 2b)
- Simkin S., 1974, A&A **31**, 129
- Simon K.P., Sturm E., 1994, A&A **281**, 286
- Simon K.P., Sturm E., Fiedler A., 1994, A&A **292**, 507
- Skilling J., Bryan R.K., 1984, M.N.R.A.S., **211**, 111
- Soares M.C.A.R., 1991, *Dissertação de Mestrado*, Depto. de Física - ICEx - UFMG
- Társia R.D., *Astronomia Fundamental*, 1993, Editora UFMG, Belo Horizonte
- Tonry J., Jr., Davis M., 1979, ApJ **84**, 1511
- Vaz L.P.R., 1984, *PhD Thesis*, Copenhagen University Observatory, unpublished
- Vieira E.F., 1991, *Dissertação de Mestrado*, Depto. de Física - ICEx - UFMG
- Verschueren W., David M., 1999, A&AS **136**, 591
- Wilson, R.E., Devinney E.J., 1971, ApJ **166**, 605

- Zeilik M., Gregory S.A., 1998, *Introductory Astronomy and Astrophysics*, Saunders College Publishing, Forth Worth
- Zucker S., Mazeh T., 1994, *ApJ* **420**, 806
- Zverko J., Žižňovský J., Khokhlova V.L., 1997, *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso* **27**, 41

Apêndices

Apresentamos aqui alguns programas e arquivos de roteiro desenvolvidos ao longo do projeto. Estão escritos em diversas linguagens como em IDL (Interactive Data Language, <http://www.rsinc.com/>), em roteiros UNIX e na linguagem de processamento e de varredura de padrões UNIX chamada AWK (Dougherty 1997), e Fortran. A maioria dos programas são arquivos de roteiro que devem ser interpretados pela sua linguagem correspondente.

A.1 Programa em IDL

A.1.1 vel.pro

Programa auxiliar para a visualização das curvas de velocidade radial e das curvas de luz produzidas pelo WD e para gerar alguns dos arquivos de entrada para o programa `cs.pro` (Apêndice A.1.2).

```
PRO vel,arq,t0,graph=graph,ps=ps

if (n_params() lt 2) then begin
  print,'Chame o programa da seguinte forma:'
  print,' '
  print,' vel,arq,t0,[graph=graph,ps=ps]'
  print,' onde:'
  print,' arq= e o nome do arquivo entre aspas.'
  print,' t0= fase do primario'
  print,' graph= 1 plota a curva de velocidade radial'
  print,'           e a curva de luz'
  print,'           0 nao plota nada'
  print,'           2 plota a curva de velocidade radial'
  print,' ps = 0 nao gera nenhum arquivo grafico '
  print,' ps = 1 gera arquivo grafico'
  retall
endif

if not keyword_set(graph) then graph = 0.
if not keyword_set(ps) then ps = 0.

lixo= ' '
periodo=dblarr(1)
T_min_inicial=dblarr(1)
l1=dblarr(1)
l2=dblarr(1)

print,'Qual e o periodo e o tempo inicial?'
read,periodo,T_min_inicial
print,'Qual e a intensidade da estrela 1 e 2?'
read,l1,l2

openr,1,arq
readf,1,format='(a1)',lixo
nw=1500
fase=dblarr(nw) & light1=dblarr(nw) & light2=dblarr(nw)
udt=dblarr(nw) & norm=dblarr(nw) & dist=dblarr(nw)
magk=dblarr(nw) & v1=dblarr(nw) & v2=dblarr(nw)
delV1=dblarr(nw) & delV2=dblarr(nw) & VNORM1=fase
VNORM2=dblarr(nw)
ik=0
while not eof(1) do begin
  readf,1,t1,t2,t3,t4,t5,t6,t7,t8,t9,t10,t11,t12,t13
  t1 = t1-t0
  fase(ik)=t1 & light1(ik)=t2 & light2(ik)=t3 & udt(ik)=t4
  norm(ik)=t5 & dist(ik)=t6 & magk(ik)=t7 & v1(ik)=t8
```

```

v2(ik)=t9 & delV1(ik)=t10 & delV2(ik)=t11 & VNORM2(ik)=t12
VNORM2(ik)=t13
ik=ik+1
endwhile
close,1

v1n=dblarr(ik)
v2n=dblarr(ik)
mag=dblarr(ik)
for i=0,ik-1 do begin
v1n(i)=0.2604E+03*v1(i)
v2n(i)=0.2604E+03*v2(i)
mag(i)=magk(i)
endfor

openw,2,'cv.mod'
printf,2,format='(f8.6,1x,f8.2,1x,i6)',periodo,T_min_inicial
for i=0,ik-1 do begin
printf,2,format='(F5.3,1x,2(1x,F11.6),2(1x,f6.4))',fase(i),v1n(i),v2n(i),l1,l2
endfor
close,2

!p.charsize=1.5

if graph eq 1 then begin
if ps eq 1 then begin
set_plot,'ps'
device, filename='cvr.eps',xsize=20.0,ysize=15.0,scale=0.9,/encapsulated
endif else begin
set_plot,'x'
window,0,xsize=700,ysize=500,retain=2
endif
!p.mtsize=[0,0,2,0,0]
!p.position=[0.14,0.11,0.97,0.55]
plot,fase(*),v2n(*),ytitle='VR em (km/s)',$
xtitle='Fase Orbital',thick=2,linestyle=2,$
ytickname=['-200',' -100',' 0',' 100',' 200',' ' ]
oplot,fase(*),v1n(*),linestyle=0,thick=2

!p.position=[0.14,0.55,0.97,0.99]
ymax=max(magk,min=ymin)
dy=.05*(ymax-ymin)

plot,fase(*),mag(*),ytitle='!7D!3y (mag, arb.)',$
xtickname=[' ',' ',' ',' ',' ',' ',' ',' ',' ',' '],thick=2,$
yrange=[ymax+dy,ymin-dy]
endif

if graph eq 2 then begin
if ps eq 1 then begin
set_plot,'ps'
device, filename='cvrot.eps',xsize=20.0,ysize=15.0,scale=0.9,/encapsulated
endif else begin
set_plot,'x'
window,0,xsize=700,ysize=500,retain=2
endif
!p.mtsize=[0,0,2,0,0]
!p.position=[0.14,0.11,0.97,0.55]
plot,fase(*),v2n(*),ytitle='VR em (km/s)',$
xtitle='Fase Orbital',psym=2,$
ytickname=['-200',' -100',' 0',' 100',' 200',' ' ]
oplot,fase(*),v1n(*),psym=2
endif

if ps eq 1 then device, /close

end

```

A.1.2 cs.pro

Este programa gera os espectros compostos sintéticos a partir de espectros e velocidades radiais fornecidos para cada componente. Permite adicionar ruído, rotação e, na sua versão abaixo, admite até três estrelas componentes.

Para processar este programa, além de introduzir o arquivo de entrada contendo informações descritas na Seção (A.1.2.1), devemos inserir a região espectral em comprimento de onda na qual os cálculos serão feitos definindo o comprimento de onda inicial e final (`lamb1` e `lamb2`). Escolher a opção de realizar os cálculos ou não (`group`), tendo a chance de procurar pela região espectral mais propícia para realizá-los. além de possibilitar que uma determinada fase seja realçada na saída gráfica. Determinar se o sistema contém duas ou três estrelas (`nst`). Se há ruído (`ruído`) e seu nível (`rs`) cujo valor é dado pela razão ruído/sinal, e o valor da rotação estelar (`rot`) igual a 50, 100 ou 200 se ela for incluída. Os gráficos impressos na tela podem ser obtidos em arquivos postscript.

```

PRO cs,lamb1,lamb2,group,arq,fcen=fcen,nst=nst,ruido=ruido,rs=rs,rot=rot,ps=ps,sali=sali

if (n_params() lt 4) then begin
    print,'Chame o programa da seguinte forma:'
    print,' '
    print,' cs,lamb1,lamb2,group,'arq'[,fcen=fcen,nst=nst,ruido=ruido,rs=rs,rot=rot,ps=ps,sali=sali] '
    print,' onde:'
    print,' lamb1,lamb2 sao os comprimentos de onda inicial e final'
    print,' group= 1 escolha da regioao mais propicia sem fazer os calculos'
    print,' 2 realiza os calculos para a regioao escolhida'
    print,' arq = nome do arquivo de dados (TEM DE SER ENTRE APOSTROFES!)'
    print,' fcen = fase central do min primario [0 se nao for fornecida!]'
    print,' nst = numero de estrelas (2 ou 3 por enquanto) [2]'
    print,' ruido= 0/1 se nao tem/tem ruido [0]'
    print,' rs = valor percentual do ruido/sinal [0.0]'
    print,' rot = 0 se nao tem rotacao [0]'
    print,' rot = 50 tem rotacao igual a 50 km/s'
    print,' rot = 100 tem rotacao igual a 100 km/s'
    print,' rot = 200 tem rotacao igual a 200 km/s'
    print,' ps = 0/1 gera arquivo ps dos graficos'
    print,' sali = fase para salientar determinada fase'
    print,' (nao definido ou negativo para nao salientar)'
    print,' '
    retall
endif

if not keyword_set(fcen) then fcen = 0.
if not keyword_set(nst) then nst = 2
if not nst gt 3 or nst le 1 then nst = 2
if not keyword_set(ruido) then ruido = 0
if not keyword_set(rs) then rs=0.
if ruido ne 0 then read,prompt='Entre com o valor percentual do ruido : ',rs
if not keyword_set(rot) then rot = 0
if not keyword_set(ps) then ps = 0.
if not keyword_set(sali) then sali = -.99

lincoln
termina= ' '
lixo= ' '
;-----
;Leitura da tabela contendo:
;periodo,tempo minimo inicial e numero de velocidades a serem lidas
;T_mi_min_inicial=dblarr(1)
;fase,veloc radial da primaria(1) e da secundaria(2)
;-----
openr,1,arq
periodo=dblarr(1)
T_min_inicial=dblarr(1)
readf,1,format='(a1)',lixo
readf,1,format='(f9.6,f10.6,i3)',periodo,T_min_inicial,nw

nw=1000
fasez=dblarr(nw) & v1z=fasez & v2z=v1z & l1z=fasez & l2z=fasez
nvi=0

if nst eq 3 then begin
    l3=fasez
    addim=1
endif else begin
    addim=0
endelse

while not eof(1) do begin
    if nst eq 3 then readf,1,t1,t2,t3,t4,t5,t6 else readf,1,t1,t2,t3,t4,t5
    fasez(nvi)=t1-fcen & v1z(nvi)=t2 & v2z(nvi)=t3 & l1z(nvi)=t4 & l2z(nvi)=t5
    if nst eq 3 then l3z(nvi)=t6
    nvi=nvi+1
endwhile
close,1
nw=nvi
fase=dblarr(nw) & v1=fase & v2=v1 & l1=fase & l2=fase
for i=0,nw-1 do begin
    fase(i)=fasez(i)
    v1(i)=v1z(i)
    v2(i)=v2z(i)
    l1(i)=l1z(i)
    l2(i)=l2z(i)
endfor

;-----
;Calculo das datas julianas
;-----
HJD=dblarr(nw)
for i=0,nw-1 do begin
    HJD(i)=T_min_inicial+periodo*fase(i)
endfor

;-----
;Dentro do intervalo lamb1/lamb2 vc pode-se obter um espectro composto
;sinetico de duas estrelas do tipo a5V e g8IV entrando com as luminosidades
;-----

if rot eq 50 then begin
    @/exp/alunos/kuiuro/kbtorres/prog/id1/rot
    r1=where(a550(0,*) ge lamb1 and a550(0,*) le lamb2, np)

```

```

r2=where(g850(0,*) ge lamb1 and g850(0,*) le lamb2, np)
if nst eq 3 then r3=where(k550(0,*) ge lamb1 and k550(0,*) le lamb2, np)
endif else begin
if rot eq 100 then begin
@/exp/alunos/kuikuro/kbtorres/prog/idl/rot
r1=where(a5100(0,*) ge lamb1 and a5100(0,*) le lamb2, np)
r2=where(g8100(0,*) ge lamb1 and g8100(0,*) le lamb2, np)
if nst eq 3 then r3=where(k5100(0,*) ge lamb1 and k5100(0,*) le lamb2, np)
endif else begin
if rot eq 200 then begin
@/exp/alunos/kuikuro/kbtorres/prog/idl/rot
r1=where(a5200(0,*) ge lamb1 and a5200(0,*) le lamb2, np)
r2=where(g8200(0,*) ge lamb1 and g8200(0,*) le lamb2, np)
if nst eq 3 then r3=where(k5200(0,*) ge lamb1 and k5200(0,*) le lamb2, np)
endif else begin
if rot eq 0 then begin
@/exp/alunos/kuikuro/kbtorres/prog/idl/lek
r1=where(a5(0,*) ge lamb1 and a5(0,*) le lamb2, np)
r2=where(g8(0,*) ge lamb1 and g8(0,*) le lamb2, np)
if nst eq 3 then r3=where(k5(0,*) ge lamb1 and k5(0,*) le lamb2, np)
endif
endelse
endelse
endelse

if rot eq 50 then begin
x=dblarr(np)
ya5=x
yg8=x
if nst eq 3 then yk5=x
for i=0,np-1 do x(r1(i)-r1(0)) = a550(0,r1(i))
for i=0,np-1 do ya5(r1(i)-r1(0)) = a550(1,r1(i))
for i=0,np-1 do yg8(r2(i)-r2(0)) = g850(1,r2(i))
if nst eq 3 then for i=0,np-1 do yk5(r3(i)-r3(0)) = k550(1,r3(i))
endif else begin
if rot eq 100 then begin
x=dblarr(np)
ya5=x
yg8=x
if nst eq 3 then yk5=x
for i=0,np-1 do x(r1(i)-r1(0)) = a5100(0,r1(i))
for i=0,np-1 do ya5(r1(i)-r1(0)) = a5100(1,r1(i))
for i=0,np-1 do yg8(r2(i)-r2(0)) = g8100(1,r2(i))
if nst eq 3 then for i=0,np-1 do yk5(r3(i)-r3(0)) = k5100(1,r3(i))
endif else begin
if rot eq 200 then begin
x=dblarr(np)
ya5=x
yg8=x
if nst eq 3 then yk5=x
for i=0,np-1 do x(r1(i)-r1(0)) = a5200(0,r1(i))
for i=0,np-1 do ya5(r1(i)-r1(0)) = a5200(1,r1(i))
for i=0,np-1 do yg8(r2(i)-r2(0)) = g8200(1,r2(i))
if nst eq 3 then for i=0,np-1 do yk5(r3(i)-r3(0)) = k5200(1,r3(i))
endif else begin
if rot eq 0 then begin
x=dblarr(np)
ya5=x
yg8=x
if nst eq 3 then yk5=x
for i=0,np-1 do x(r1(i)-r1(0)) = a5(0,r1(i))
for i=0,np-1 do ya5(r1(i)-r1(0)) = a5(1,r1(i))
for i=0,np-1 do yg8(r2(i)-r2(0)) = g8(1,r2(i))
if nst eq 3 then for i=0,np-1 do yk5(r3(i)-r3(0)) = k5(1,r3(i))
endif
endelse
endelse
endelse

if group eq 1 then begin
if rot eq 50 then begin
plot,a550(0,r1),a550(1,r1)
oplot,g850(0,r2),g850(1,r2)-0.2
if nst eq 3 then oplot,k550(0,r3),k550(1,r3)-0.5
endif else begin
if rot eq 100 then begin
plot,a5100(0,r1),a5100(1,r1)
oplot,g8100(0,r2),g8100(1,r2)-0.2
if nst eq 3 then oplot,k5100(0,r3),k5100(1,r3)-0.5
endif else begin
if rot eq 200 then begin
plot,a5200(0,r1),a5200(1,r1)
oplot,g8200(0,r2),g8200(1,r2)-0.2
if nst eq 3 then oplot,k5200(0,r3),k5200(1,r3)-0.5
endif else begin
if rot eq 0 then begin
plot,a5(0,r1),a5(1,r1)
oplot,g8(0,r2),g8(1,r2)-0.2
if nst eq 3 then oplot,k5(0,r3),k5(1,r3)-0.5
endif
endelse
endelse
endelse
endif

```

```

if group eq 2 then begin
;-----
;calculo das mudancas em velocidades radiais de cada estrela (a5V e g8IV)
;e posterior combinacao das mesmas (espectro composto/fc) com a
;introducao de uma estrela k5IV que possui veloc. radial aproximadamente
;zero.
;-----
fout1=dblarr(np) & fout2=fout1 & fc=dblarr(nw,np)
for i=0,nw-1 do begin

if ruido ne 0 then begin
if rot eq 50 then begin
a550(1,*) = a550(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
g850(1,*) = g850(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
if nst eq 3 then k550(1,*) = k550(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
endif else begin
if rot eq 100 then begin
a5100(1,*) = a5100(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
g8100(1,*) = g8100(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
if nst eq 3 then k5100(1,*) = k5100(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
endif else begin
if rot eq 200 then begin
a5200(1,*) = a5200(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
g8200(1,*) = g8200(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
if nst eq 3 then k5200(1,*) = k5200(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
endif else begin
if rot eq 0 then begin
a5(1,*) = a5(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
g8(1,*) = g8(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
if nst eq 3 then k5(1,*) = k5(1,*)+(2.*(randomu(rseed,51997)-.5)*rs)
endif
endif
endif
endif
endif

shftv,x,ya5,v1(i),fout1
shftv,x,yg8,v2(i),fout2
if nst eq 2 then $
fc(i,*)=(11(i)*(fout1+(2.*(randomu(rseed,np)-.5)*rs))+12(i)*(fout2+(2.*(randomu(rseed,np)-.5)*rs)))/(11(i)+12(i)) $
else $
fc(i,*)=(11(i)*(fout1+(2.*(randomu(rseed,np)-.5)*rs))+12(i)*(fout2+(2.*(randomu(rseed,np)-.5)*rs))+L3(i)* $
(yk5+(2.*(randomu(rseed,np)-.5)*rs)))/(11(i)+12(i)+L3(i))
endifor

fck=dblarr(nw+2+addim,np)
fck(0,*)=ya5
fck(1,*)=yg8
if nst eq 3 then fck(2,*)=yk5
fck(2+addim:nw+1+addim,*)=fc

;-----
;Desenha os espectros, sendo que os dois primeiros em cores sao
;os das estrelas a5V e g8IV,respectivamente. Os restantes sao os
;combinados em cada fase
;-----
if ps eq 1 then begin
set_plot,'ps'
device, filename='cs1.eps',xsize=20.0,ysize=15.0,scale=0.9,/encapsulated
endif else begin
set_plot,'x'
device,decomposed=0
window,0,xsize=900,ysize=900,retain=2
endif
h1l=0.05 & h2l=.95
v1l=0.05 & v2l=.95
h1=lamb1
h2=lamb2
!p.position=[h1l,v1l,h2l,v2l]

plot,x,fck(0,*),yr=[-5.5,1.9],yst=1,/nodata,xra=[lamb1,lamb2],xst=1,$
ytickname=[' ',' ',' ',' ',' ',' ',' ',' ',' ',' ',' ',' ',' '],$
ytitle='Intensidade (ponto zero arbitrario)',xtitle='Comprimento de onda (A)'
oplot,x,fck(0,*)+0.75,co=3,thick=2
oplot,x,fck(1,*)+0.59,co=4,thick=2
if nst eq 3 then oplot,x,fck(2,*)-0.15,co=5,thick=2
fatorz=3.
for i=2+addim,nw+1+addim do begin
if sali ge 0. and fase(i-2-addim) lt sali then begin
fatorz=.3
endif else begin
if sali ge 0. and fase(i-2-addim) eq sali then fatorz=.15 else fatorz=.0
endif
oplot,x,fck(i,*)+fatorz-0.08*(i)
endifor

ymax=max(fck(*,1),min=ymin)+0.5
ymin=ymin+0.5
xm=dblarr(2)
if ps eq 0 then begin
print,'Selecione com o mouse 2 pontos como ancoras'
print,'sendo que use o botao da direita para ler o ultimo ponto!'
!mouse.button = 0

```



```

;No arquivo abaixo contem os espectros individuais reais para serem
;comparados com os criados pelo KOREL
;-----
openw,2,'comesp.asc'
for i=0,511 do begin
if nst eq 3 then $
  printf,2,format='(1X,F10.4,3(1X,F12.6))',w(i),res1(i),res2(i),res3(i) $
else $
  printf,2,format='(1X,F10.4,2(1X,F12.6))',w(i),res1(i),res2(i)
endif
endfor
close,2
endif
end

```

A.1.2.1 Arquivo de entrada para o programa cs.pro

Apresentaremos um exemplo do arquivo de entrada para um sistema duplo com razão das luminosidades igual a 1.

A primeira linha é um comentário. A segunda, contém informações sobre período da órbita em estudo, tempo inicial de observação e número de espectros presentes que sofrerão mudanças devido ao movimento orbital, ao ruído e à rotação estelar. As próximas, dizem respeito ao valor da velocidade radial e da luminosidade para cada estrela em cada fase orbital.

```

VELOCIDADES RADIAIS PARA UM SISTEMA DUPL0 e= 0.0,w=90,l1=1.0000,l2=1.0000 com
fases de eclipses parciais
1.677300 52152.00 82
0.00 0.0 0.0 0. 1.0000
0.01 -5.274402 11.076114 0.4980 1.0000
0.02 -10.527971 22.108741 0.6309 1.0000
0.07 -35.765417 75.107428 1.0000 1.0000
0.08 -40.467201 84.981275 1.0000 1.0000
0.09 -45.009358 94.519728 1.0000 1.0000
0.10 -49.373920 103.685288 1.0000 1.0000
. . . . .
0.50 0.0 0.0 1.0000 0.0000
0.57 35.765417 -75.107172 1.0000 1.0000
0.58 40.467201 -84.981019 1.0000 1.0000
0.59 45.009358 -94.519472 1.0000 1.0000
0.60 49.373920 -103.685032 1.0000 1.0000
0.61 53.543448 -112.441239 1.0000 1.0000
0.62 57.501785 -120.753723 1.0000 1.0000
0.63 61.233317 -128.589680 1.0000 1.0000
0.64 64.722938 -135.918122 1.0000 1.0000
0.65 67.957369 -142.710397 1.0000 1.0000
0.66 70.923325 -148.939165 1.0000 1.0000
. . . . .
0.87 61.233581 -128.590464 1.0000 1.0000
0.88 57.502309 -120.754507 1.0000 1.0000
0.89 53.543968 -112.442279 1.0000 1.0000
0.90 49.374184 -103.685808 1.0000 1.0000
0.91 45.009618 -94.520512 1.0000 1.0000
0.92 40.467721 -84.982059 1.0000 1.0000
0.93 35.765677 -75.108212 1.0000 1.0000

```

A.1.3 shftv.pro

O programa `shftv.pro` muda o espectro (`s`) de uma estrela, numa escala de comprimento de onda `w`, para um novo espectro (`sh`), influenciado pelo efeito Doppler causado pela mudança da direção da velocidade radial (`vshift`) de cada componente em torno do centro de massa do sistema.

O deslocamento em $\Delta\lambda$ do espectro obedece a equação de Doppler dada por:

$$\Delta\lambda = \lambda \cdot v/c \quad (\text{A.0})$$

onde v é a velocidade radial da estrela na direção de visada e c é a velocidade da luz.

```

pro shftv, w,s,vsh,sh,plot=pl,out=ot

0 programa {\small\tt shft.pro} muda o espectro de uma estrela
\emph{s}, numa escala de comprimento de onda \emph{w}, para um
novo espectro \emph{sh} influenciado pelo efeito Doppler, desta

```

```

forma a velocidade radial \emph{vshift}, em km/s, da estrela
deve ser fornecida.

if n_params() lt 4 then begin
print,'SHFTV, w,s,vshift(km/s),sh,plot=pl,out=ot'
print,'Version of Fri Aug 17 16:08:14 PDT 2001'
return
endif
;shifts a spectrum,s on wavel. scale,w by v(km/s) and puts
;result in sh, this is a spline shift onto the old wavel. scale
opvoc=1.+float(double(vsh)/299792.458d0) ; (1+v/c)
np = n_elements(w)-1 ;last valid sunscript in w
zero = fltarr(n_elements(w)) ;zero array, used to zero out invalid pts
dc = (w(np/2)-w(0)) / (np/2) ;dispersion constant (A/px)
; px = wsh/dc ;# of pixels to shift
px = v(np/2)*(opvoc-1.)/dc ;# of pixels to shift
npx = long(px)+1 ;integer # of pixels to shift rounded up
if vsh lt 0 then npx = npx-2 ;take care of negative shift rounding
npx = abs(npx)
if keyword_set(ot) then print, '# of pixels to shift',px,npx
; wn = w + wsh ; new wavel. scale (same disp.const.)
wn = w*opvoc ; new wavel. scale (same disp.const.)
if vsh ge 0 then begin ;positive shift
wn = wn(0:np-npx) ;extract only valid pts
sn = s(0:np-npx)
wtemp = w(npx:np) ;create temp array with the same range as wn
stemp = spline(wn,sn,wtemp) ;call spline only in the valid range of w
sh = [zero(0:npx-1),stemp(0:np-npx)] ;zero out the first npx el.of sh
endif else begin ;negative shift
wn = wn(npx:np) ;extract only valid pts
sn = s(npx:np)
wtemp = w(0:np-npx) ;create temp array with the same range as wn
stemp = spline(wn,sn,wtemp) ;call spline only in the valid range of w
sh = [stemp(0:np-npx),zero(np-npx+1:np)] ;zero out the last npx el. of sh
endif
endelse

if keyword_set(pl) then begin
plot,w,s
oplot,w,sh-.5
endif
end

```

A.1.4 rotbrod.pro

O programa `rotbrod.pro` gera, a partir do espectro de uma estrela que não possui rotação estelar, um novo espectro cujas linhas se apresentam alargadas devido a este efeito. Para isto é necessário que o programa tenha informação sobre o valor da velocidade rotacional (`vsh`) desejada, em km/s, o espectro original da estrela (intensidade `s` por comprimento de onda `w`), o valor do número de pontos (`nres`) usados na função () que gera os espectros alargados (`sh`) e o coeficiente de escurecimento de bordo – “*limb-darkening*”, (`eps`).

O perfil do fluxo de uma estrela que roda em torno de seu eixo é dado por:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathcal{F}_\nu}{\mathcal{F}_c} &= \int_{-\infty}^{\infty} H(\lambda - \Delta\lambda) G(\Delta\lambda) d(\Delta\lambda) \\
&= H(\lambda) * G(\lambda)
\end{aligned} \tag{A.1}$$

onde $H(\lambda)$ é o perfil da linha em um ponto no disco estelar, dado pela razão da intensidade de qualquer ponto no espectro em relação ao contínuo no mesmo ponto. Se $H(\lambda)$ tem a mesma forma sobre o disco de uma estrela, podemos tomar o perfil do fluxo de uma estrela que não roda e convoluí-lo com o perfil de rotação $G(\lambda)$ para obter o perfil do fluxo alargado pela rotação.

A função $G(\Delta\lambda)$ pode ser descrita como:

$$G(\Delta\lambda) = \frac{2(1 - \varepsilon) [1 - (\Delta\lambda/\Delta\lambda_L)^2]^{0.5} + \pi\varepsilon/2 [1 - (\Delta\lambda/\Delta\lambda_L)^2]}{\pi\Delta\lambda_L(1 - \varepsilon/3)} \tag{A.2}$$

onde, ε é o coeficiente de escurecimento de bordo, $(\Delta\lambda/\Delta\lambda_L)$ é a razão do deslocamento Doppler (provocado pela velocidade rotacional da estrela no eixo de visada) ao longo do

disco estelar em relação ao deslocamento máximo Doppler na borda (raio) da estrela. A descrição detalhada destas equações são encontradas em Gray (1976).

Para gerar os espectros alargados, neste trabalho, consideramos ε igual 0.6 (se $\varepsilon = 0$ teríamos um disco estelar uniformemente iluminado) e $nres = 70$, que foi o valor mínimo de pontos suficientes para gerar os espectros alargados de 200 km/s. Observa-se que é necessário um valor de $nres$ suficiente para que os espectros alargados sejam simulados corretamente. Um valor superior a este mínimo passa a ser indiferente. Desta forma, utilizamos o mesmo valor de $nres$ para os espectros alargados por uma velocidade rotacional são de 50 e 100 km/s.

```

pro  rotbrod, ww,ss,v,ssm,eps,nres,plot=pl,out=ot

if n_params() eq 0 then begin
  print,'ROTBRD,ww,ss,v,ssm[,eps,nres,plot=pl,out=ot]'
  return
endif
;ROTATIONAL BROADENING WITH VELOCITY,V (sin i) and NRES*2 points in the
;rotational profile, (there are nres pts per Doppler width)
;spectrum,SS and wave. WW, smoothed spectrum in SSM
;note: do not use too wide a wavelength span at one time (1000 Dop. wids)
;PLOT: 1 on, 0 off
;***programers' note: the explosion at the end of ssm is a problem
if n_params() le 4 then eps = 0.6 ;Default values
if n_params() le 5 then nres = 10
c = 2.998e5
npp = n_elements(ww) & stw = ww(0)
dlam = ww(npp/2)*v/c & dc = nres/dlam
span = ww(npp-1)-ww(0)
np = long(span*dc)
if np le npp then begin
  v=ww & s=ss
end else begin
  w = fltarr(np)
  for n=0, long(np-1) do w(n) = stw + n/dc ;make a finer wavelength scale
  if keyword_set(ot) then print, 'Dispersion ',dc, $
    ' p/A. Using ',np,'points'
  s = fspline(ww,ss,w) ;interpolate onto finer scale
end
;pad out ends
sec1 = fltarr(nres + 2)
sec1 = sec1 + randomn(seed,nres + 2)*1.e-8 ;call randomn
sec2 = sec1 & sec1 = sec1 + s(0) & sec2 = sec2 + s(np-1)
s = [sec1,s,sec2]
np = n_elements(s)
nw = nres + 2 & sum = 0.0
pr = fltarr(nw)
;***compute ROTATIONAL BROADENING FUNCTION (Gray)
con1 = 2*(1.-eps)/(pi*dlam*(1.-eps/3.))
con2 = eps/(2.*(1.-eps/3.)*dlam)
;WARNING***the doppler width is not adjusted for shifting central lambda
for n=0,nw-1 do begin
  dl = n/dc & dls = 1.-(dl/dlam)*(dl/dlam)
  if dls le 0. then dls = 1.e-10
  pr(n) = con1 *sqrt(dls) + con2 * dls
  sum = sum + pr(n) * 2
endfor
sum = sum - pr(0)
pr = pr/sum & cen = pr(0)
prf = pr(1:nw-1) & prb = reverse(prf) ;call reverse
rotpr = [prb,cen,prf] & npr = n_elements(rotpr)
if keyword_set(pl) then begin
  !p.multi=[0,1,2]
  plot,rotpr,psym = 2
endif
;***CONVOLVE WITH SPECTRUM
rotcv = fltarr(n_elements(s)) & rotcv(np/2-npr/2) = rotpr
nrotcv = n_elements(rotcv)
rotcv = rotcv(1:nrotcv-2)
sm = convol(s,rotpr) ;call convol
if keyword_set(ot) then print,'Subscript where min of rotcv:',where(rotcv eq max(rotcv))
;***clip back to original spectrum
sm = sm(nres + 2:np-nres-3)
ssm = sm(0:npp-2)
nw = ww(0:npp-2)
ssm = fspline(w,sm,ww)
if keyword_set(pl) then begin
  plot,ww,ss
  oplot,ww,ssm-.5
  !p.multi=0
endif
end

```

A.2 Programas em FORTRAN

A.2.1 leg1.f

Este programa tem por objetivo ler o arquivo KOREL.RES e implementar os valores dos parâmetros orbitais, encontrados pelo KOREL, no arquivo KOREL.PAR para realizar novas iterações a fim de atingir a convergência.

```
c programa para ler saída do korel e implementar mudancas
na entrada
  implicit double precision (a-h,o-z)
  character*94 lin(10000),filin1,filin2
  character*3 contrl
  character*5 contrk
  dimension kep(30),varnev(16)
c read filenames (korel input and output)
  read(5,*)filin2,filin1,iout
c open korel input and read its contents
  open(7,file=filin1,status='old')
  do 5 i=1,10000
    read(7,900,end=10)lin(i)
5  continue
10 continue
  isyze=i-1
  if (iout .ne. 0) print *,isyze
  if (iout .ne. 0) write(6,900)(lin(i),i=1,isyze)
c open korel output and search for the number of stars
  open(8,file=filin2,status='old')
  read (8,910) nesp,nest,nreg,nel
  if (iout .ne. 0) print *,nesp,nest,nreg,nel
  do 11 i=1,3+10*nel
11   read(8,901) contrl
    print *,contrl
    read(8,*) contrk,nr1,ach1,ach2,ach3
    write(lin(i)(80:94),'(g15.8)') ach3
    if (iout .ne. 0) print *, nr1,ach1,ach2,ach3
    do 12 i=1,nest-1
      read(8,901) contrl
      do 13 j=1,8
        read(8,'(21x,f16.8)') var
        read(lin(j+1+(i-1)*8),*) i1,i2,i3,i4,v1,ever
        if (iout .ne. 0) print *,var,ever
13      write(lin(j+1+(i-1)*8)(9:39),909) var,ever
        read(8,901) contrl
12      continue
    if (iout .ne. 0) write(6,900)(lin(i),i=1,isyze)
    rewind 7
    write(7,900)(lin(j),j=1,isyze)
    stop
900 format(a94)
901 format(14x,a3)
909 format(f17.8,f13.6)
910 format(14x,i2,i2x,i1,10x,i1,11x,i1)
911 format(6x,i2,2f11.8,f14.8)
end
```

A.2.2 est.f

Este programa tem por objetivo mudar os passos de cada parâmetro, separadamente, por um fator (divisor ou multiplicativo) para estudar os seus efeitos no desvio médio padrão ao rodar o código KOREL. Para isto o `est.f` lê o arquivo KOREL.RES e implementa os valores dos parâmetros orbitais com mudanças em seus respectivos passos no arquivo KOREL.PAR.

O arquivo `leg.dat` é um arquivo de entrada para este programa e contém informações, nesta ordem, sobre o nome do arquivo do qual serão lidos os parâmetros orbitais, o nome do arquivo em que serão implementados os valores dos parâmetros orbitais e os respectivos passos mudados, a forma de saída da implementação (= 1 imprime o arquivo KOREL.PAR, algumas informações sobre número de estrelas, de exposições, de regiões espectrais e de elementos a serem convergidos, o valor de $\mathcal{S}$ e o desvio médio padrão; = 0 não imprime nada) e o fator de mudança do passo (é definido como o passo anterior lido do KOREL.PAR dividido pelo fator descrito neste arquivo). Abaixo segue-se um exemplo do conteúdo do arquivo `leg.dat`:

'korel.res', 'korel.par', 0, 5.

Abaixo está a listagem do programa `est.f`:

```
c programa para ler saida do korel e implementar mudancas
na entrada para estudar mudancas no passo de cada par^ametro
    implicit double precision (a-h,o-z)
    character*94 lin(10000),filin1,filin2,guarda
    character*9 arqest,arqes2
    character*3 contrl
    character*5 contrk
    arqest='k_e_ .par'
    arqes2='k_e_ .par'
c read filenames (korel input and output)
    read(5,*)filin2,filin1,iout,fator
c open korel input and read its contents
    open(7,file=filin1,status='old')
    do 5 i=1,10000
        read(7,900,end=10)lin(i)
    5 continue
    10 continue
    isyze=i-1
    if (iout .ne. 0) print *,isyze
    if (iout .ne. 0) write(6,900)(lin(i),i=1,isyze)
c open korel output and search for the number of stars
    open(8,file=filin2,status='old')
    read (8,910) nesp,nest,nreg,nel
    if (iout .ne. 0) print *, nesp,nest,nreg,nel
    do 110 i=1,3+10*nel
    110 read(8,901) contrl
        print *,contrl
        read(8,*) contrk,nr1,ach1,ach2,ach3
        write(lin(i)(80:94),'(g15.8)') ach3
        if (iout .ne. 0) print *, nr1,ach1,ach2,ach3
c acha as variaveis e modifica os passos
    do 11 i=2,8*nest+1
        read(lin(i),*) i1,i2,i3,i4,par,pas
        if (i2 .eq. 1) then
            guarda=lin(i)
            write(lin(i)(9:39),909) par,pas/fator
if (i .le. 9) then
            write(arqest(5:5),'(i1)') i
            open(9,file=arqest,status='new')
else
            write(arqes2(5:5),'(i2)') i
            open(9,file=arqes2,status='new')
endif
            write(9,900)(lin(j),j=1,isyze)
            lin(i)=guarda
close (9)
        endif
    11 continue
    close(7)
    close(8)
    stop
    900 format(a94)
    901 format(14x,a3)
    909 format(f17.8,f13.6)
    910 format(14x,i2,12x,i1,10x,i1,11x,i1)
    911 format(6x,i2,2f11.8,f14.8)
end
```

A.3 Programas em AWK

Estes programas AWK são utilizados pelo arquivo de roteiro UNIX `roda3` (Apêndice A.4.1) para processar os arquivos de entrada e saída do KOREL e guardar valores de parâmetros e seus erros, se são livres para iterar ou não, acompanhar os indicadores de qualidade da solução, etc.

A.3.1 `cor2.awk`

```
BEGIN {
    achmin=100000. ;
    numtst=0;
}
{
    if (NR % 2)
    { #print NR,$1,$2,$4,$5,$9,achmin;
      if ($9 < achmin)
```

```

    { achmin= $9;
      numtst=((NR+1.)/2.);
      print $9,achmin,numtst;
    }
  }
}
END {
print numtst-1;
}

```

A.3.2 g1.awk

```

BEGIN {
var1=0 ;
val1=0.;
pas1=0.;
var2=0 ;
val2=0.;
pas2=0.;
var3=0 ;
val3=0.;
pas3=0.;
var4=0 ;
val4=0.;
pas4=0.;
var5=0 ;
val5=0.;
pas5=0.;
var6=0 ;
val6=0.;
pas6=0.;
var7=0 ;
val7=0.;
pas7=0.;
var8=0 ;
val8=0.;
pas8=0.;
}
{
if (NR > 1)
{ #print $0;
if ($1 == 1)
{ var1=$2;
# print $1;
val1=$5;
pas1=$6;
}
if ($1 == 2)
{ var2=$2;
val2=$5;
pas2=$6;
}
if ($1 == 3)
{ var3=$2;
val3=$5;
pas3=$6;
}
if ($1 == 4)
{ var4=$2;
val4=$5;
pas4=$6;
}
if ($1 == 5)
{ var5=$2;
val5=$5;
pas5=$6;
}
if ($1 == 6)
{ var6=$2;
val6=$5;
pas6=$6;
}
if ($1 == 7)
{ var7=$2;
val7=$5;
pas7=$6;
}
if ($1 == 8)
{ var8=$2;
val8=$5;
pas8=$6;
}
} else
{ achil=$18;
}
}
END {
printf("%14.9f(%1d) %15.9f(%1d) %14.9f(%1d) %14.9f(%1d) %14.9f(%1d)
%14.9f(%1d) %14.9f(%1d) %14.9f(%1d) %14.9f\n",val1,var1,val2,var2,
val3,var3,val4,var4,val5,var5,val6,var6,val7,var7,val8,var8,achil);
printf("%14.9f %14.9f %14.9f %14.9f %14.9f %14.9f
%14.9f %14.9f\n",pas1,pas2,pas3,pas4,pas5,pas6,pas7,pas8);
}

```

```
}
```

A.4 Programa de Roteiro UNIX

A.4.1 roda3

Este programa possibilita automatizar os estudos de convergência do KOREL, agrupando os comandos UNIX e programas AWK e FORTRAN, num procedimento integrado.

```
#!/bin/csh
#
#comentario qualquer
#
#mais um comentario
if ($1 == "novo") then
    echo "Comecando novo estudo!"
    awk -f ~/prog/awk/g1.awk korel.par >! estudo
    korel.linux
    leg1 < leg.dat
    awk -f ~/prog/awk/g1.awk korel.par >> estudo
    korel.linux
else
    if ($1 == "rep") then
        korel.linux
    else
        if ($1 == "3") then
            /bin/cp korel.par korel_estudo
            korel.linux
            leg1 < leg.dat
            awk -f ~/prog/awk/g1.awk korel.par >! estudo_achil
            /bin/rm k_e_*.par
            /bin/cp korel_estudo korel.par
            estu < leg.dat
            foreach est (k_e_*.par)
                /bin/cp $est korel.par
            korel.linux
            leg1 < leg.dat
            awk -f ~/prog/awk/g1.awk korel.par >> estudo_achil
            end
            set arq = 'ls k_e_*.par'
            set cor = 'awk -f ~/prog/awk/cor2.awk estudo_achil'
        if ($cor == 0) then
            # if ($cor == 0 || $1 == "tst") then
                /bin/cp korel_estudo korel.par
            else
                /bin/cp $arq[$cor] korel.par
            endif
            korel.linux
        else
            echo "Sintaxe:"
        echo ""
        echo "roda3 argumento"
        echo ""
        echo "onde argumento = novo (inicia um novo estudo)"
        echo "                rep (repete uma iteracao somente)"
        echo "                3 (faz o estudo do achil)"
        exit
        endif
    endif
endif
#
#
#if ($1 == "tst") then
    leg1 < leg.dat
    awk -f ~/prog/awk/g1.awk korel.par >> estudo
#endif
```