

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia de Estruturas
Curso de Especialização em Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado
e Aço

Rafaela Belmonte Galvão da Silva

VIGAS-PAREDE: uma abordagem sobre métodos de análise e critérios de definição

Belo Horizonte
2024

Rafaela Belmonte Galvão da Silva

VIGAS-PAREDE: uma abordagem sobre métodos de análise e critérios de definição.

Trabalho Final apresentado ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Especialista em Estruturas".

Orientador: Prof. Dr. Fernando Amorim de Paula



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

ATA DE DEFESA DE MONOGRAFIA / TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (TCC)

Aos **dez dias** do mês de **setembro de 2024**, às 19h, a estudante **Rafaela Belmonte Galvão da Silva**, matrícula 2019703950, defendeu o Trabalho intitulado “**Vigas-Parede: Uma Abordagem sobre Métodos de Análise e Critérios de Definição**”.

Participaram da banca examinadora os abaixo indicados, que, por nada mais terem a declarar; assinam eletronicamente a presente ata.

Nota: (100)

Orientador(a): Fernando Amorim de Paula

Nota: (100)

Examinador(a): Prof. Roberto Márcio da Silva



Documento assinado eletronicamente por **Fernando Amorim de Paula, Professor Magistério Superior - Voluntário**, em 20/09/2024, às 18:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Roberto Marcio da Silva, Professor do Magistério Superior**, em 24/09/2024, às 16:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3568353** e o código CRC **EE09865D**.

INSTRUÇÕES

Este documento deve ser editado apenas pelo Orientador e deve ser assinado eletronicamente por todos os membros da banca.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ser meu guia e amparo, e permitir que eu concluísse este trabalho.

Ao professor Fernando Amorim de Paula, pela orientação, paciência e conhecimentos transmitidos.

À Universidade Federal de Minas Gerais pela oportunidade de aprendizado e crescimento pessoal e profissional.

À minha família por sempre acreditar em minhas capacidades, em especial à minha mãe, Márcia.

A todos que direta e indiretamente colaboraram para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho trata do estudo de vigas-parede, como suas definições e métodos de análises indicados para o dimensionamento segundo as normas técnicas, tais como o Método dos Elementos Finitos e o Método das Bielas e Tirantes, e tem como embasamento normas nacionais e internacionais, e referências bibliográficas. O estudo justifica-se ao ser constatado que o tema é pouco difundido e as normas e autores divergem em seus parâmetros. Portanto o objetivo foi verificar os parâmetros apresentados pelas normas para a definição de vigas-parede a partir de uma simulação numérica feita através do software SAP 2000, um programa de elementos finitos. Adicionalmente foi feito um estudo comparativo do dimensionamento da armadura longitudinal de vigas-parede através do Método das Bielas e Tirantes e através do software Eberick. Diante dos resultados obtidos para a análise numérica verificou-se que a norma brasileira NBR 6118 (2014) é a que melhor classifica as vigas geometricamente como vigas-parede através da relação L/h , enquanto a norma americana ACI 318 (2019) mostrou-se muito conservadora quanto a essa classificação. A análise numérica também permitiu observar que as regiões de apoio são regiões de descontinuidade que devem ser tratadas com especial atenção. A comparação dos resultados de dimensionamentos de vigas-parede feito pelo Método das Bielas e Tirantes, e feito pelo programa Eberick que dimensiona com as prescrições da NBR 6118 (2014) para vigas usuais, mostrou que o dimensionamento gerado pelo Eberick apresenta uma taxa de aço para armadura longitudinal relativamente menor que a taxa obtida pelo Método das Bielas e Tirantes, e seu detalhamento não segue as prescrições da norma brasileira para vigas-parede.

Palavras-chave: Vigas-parede; métodos de análise; simulação numérica; Método das Bielas e Tirantes; Eberick.

ABSTRACT

This work deals with the study of wall beams, as well as their definitions and analysis methods recommended for sizing according to technical standards, such as the Finite Element Method and the Strut-and-Tie Method, and is based on national and international standards, and bibliographic references. The study is justified by the finding that the topic is not very widespread, and the standards and authors differ in their parameters. Therefore, the objective was to verify the parameters presented by the standards for defining wall beams based on a numerical simulation carried out using SAP 2000 software, a finite element program. Additionally, a comparative study of the design of the longitudinal reinforcement of wall beams using the Strut-and-Tie Method and using the Eberick software. In view of the results obtained for the numerical analysis, it was found that the Brazilian standard NBR 6118 (2014) is the one that best classifies beams geometrically as wall beams through the L/h ratio, while the American standard ACI 318 (2019) showed- very conservative regarding this classification. The numerical analysis also allowed us to observe that the support regions are regions of discontinuity that must be treated with special attention. The comparison of the results of sizing wall beams made using the Strut-and-Tie Method, and made using the Eberick program, which sizes with the prescriptions of NBR 6118 (2014) for usual beams, showed that the sizing generated by Eberick presents a steel rate for longitudinal reinforcement relatively lower than the rate obtained by the Strut-and-Tie Method, and its detailing does not follow the prescriptions of the Brazilian standard for wall beams.

Keywords: Wall beams; analysis methods; numerical simulation; Strut-and-Tie Method; Eberick.

SUMÁRIO

1.0	INTRODUÇÃO	7
2.0	OBJETIVO	9
3.0	REVISÃO DA LITERATURA	10
3.1	DEFINIÇÃO DE VIGAS-PAREDE	10
3.1.1	Quanto ao comportamento estrutural.....	10
3.1.2	Quanto à geometria.....	11
3.2	MODOS DE RUPTURA DE VIGAS-PAREDE	12
3.3	MÉTODOS DE ANÁLISE DE VIGAS-PAREDE	13
3.4	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	14
3.4.1	Histórico do MEF	14
3.4.2	Objetivos do MEF	15
3.4.3	Análise estrutural via MEF.....	15
3.4.4	Formulação e fundamentos do MEF	17
3.5	MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES	17
3.5.1	Histórico do método	17
3.5.2	Objetivos do MBT	19
3.5.3	Descrição do método	19
3.5.4	Recomendações da NBR 6118 (2014).....	19
3.5.5	Teorema estático.....	20
3.5.6	Metodologia de cálculo.....	21
3.6	DETALHAMENTO DE VIGAS-PAREDE	26
3.6.1	Prescrições normativas	26
4.0	METODOLOGIA EMPREGADA	29
5.0	MODELAGEM DE VIGAS-PAREDE COM DIFERENTES RELAÇÕES L/H E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	30
5.1	VIGAS-PAREDE BI-APOIADAS	30
5.1.1	Modelo 1 – viga-parede com relação $L/h = 4$; $h = 50$ cm; $L = 200$ cm.....	31
5.1.2	Modelo 2 – viga-parede com relação $L/h = 3,5$; $h = 57$ cm; $L = 200$ cm.....	32
5.1.3	Modelo 3 – viga-parede com relação $L/h = 3,0$; $h = 66,7$ cm; $L = 200$ cm.....	33
5.1.4	Modelo 4 – viga-parede com relação $L/h = 2,5$; $h = 80$ cm; $L = 200$ cm.....	34
5.1.5	Modelo 5 – viga-parede com relação $L/h = 2,0$; $h = 100$ cm; $L = 200$ cm.....	35
5.1.6	Modelo 6 – viga-parede com relação $L/h = 1,5$; $h = 133,33$ cm; $L = 200$ cm.....	36
5.1.7	Modelo 7 – viga-parede com relação $L/h = 1,0$; $h = 200$ cm; $L = 200$ cm.....	37
5.1.8	Discussão dos resultados	38
5.2	VIGAS-PAREDE CONTÍNUAS DE DOIS VÃOS	39
5.2.1	Modelo 1 – viga-parede com relação $L/h = 4$. $h = 50$ cm; $L = 200$ cm.....	39
5.2.2	Modelo 2 – viga-parede com relação $L/h = 3,64$. $h = 55$ cm; $L = 200$ cm.....	40
5.2.3	Modelo 3 – viga-parede com relação $L/h = 3,08$. $h = 65$ cm; $L = 200$ cm.....	42
5.2.4	Modelo 4 – viga-parede com relação $L/h = 2,5$. $h = 80$ cm; $L = 200$ cm.....	43
5.2.5	Discussão dos resultados	44
6.0	DIMENSIONAMENTO DE VIGAS-PAREDE ATRAVÉS DO SOFTWARE EBERICK E ATRAVÉS DO MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES	45
6.1	DIMENSIONAMENTO DE UMA VIGA-PAREDE COM RELAÇÃO $L/H = 2,5$ E CARGA DISTRÍBUIDA	45
6.1.1	Dimensionamento feito no Eberick	45
6.1.2	Dimensionamento feito pelo Método das Bielas e Tirantes	47
6.1.3	Discussão dos resultados	52
6.2	DIMENSIONAMENTO DE UMA VIGA-PAREDE COM RELAÇÃO $L/H = 1,0$ E CARGA DISTRÍBUIDA	53
6.2.1	Dimensionamento feito no Eberick	53
6.2.2	Dimensionamento feito pelo Método das Bielas e Tirantes	54

6.2.3	Discussão dos resultados	59
7.0	CONCLUSÃO	60
8.0	REFERÊNCIAS	62

1.0 INTRODUÇÃO

Vigas-parede são elementos especiais, ou seja, elementos que possuem descontinuidade, sendo que estas são descontinuidades generalizadas.

Regiões de descontinuidade são aquelas em que as hipóteses da seção plana não mais se aplicam, não satisfazendo às hipóteses da Resistência dos Materiais, quais sejam, a Lei de Navier e a Lei de Bernoulli. Sendo assim, as deformações normais ε_x não apresentam uma variação linear ao longo da altura da viga. Portanto são vigas que devem ser analisadas como um problema bidimensional de tensões, em que as componentes σ_y e as tensões tangenciais τ_{xy} não devem ser desprezadas.

A NBR 6118 (2014) classifica as vigas-parede como sendo chapas, elementos de superfície plana, sujeitos principalmente a ações contidas em seu plano.

Normas e autores classificam as vigas em vigas-parede de acordo com sua relação L/h , em que L é o comprimento da viga e h a altura da viga. Observa-se que não há um consenso entre essa relação L/h a partir da qual uma viga passa a ser classificada como viga-parede, sendo que essa classificação varia de $L/h \leq 2$ a $L/h \leq 4$ para vigas bi-apoiadas e $L/h \leq 2,5$ a $L/h \leq 4$ para vigas contínuas.

Entre os modos de ruptura das vigas-parede estão o escoamento ou ruptura da ancoragem da armadura longitudinal do banzo tracionado, o esmagamento do concreto nas bielas comprimidas próximas ao apoio, a ruptura da armadura de suspensão e falhas por cisalhamento.

Por se tratar de elementos especiais a NBR 6118 (2014) recomenda que para a análise estrutural deve-se utilizar métodos numéricos, tais como, elementos finitos ou elementos de contorno. A norma também admite para o dimensionamento no estado limite último, modelos concebidos a partir do Método das Bielas e Tirantes.

O presente trabalho justifica-se a partir da observação de que diferentes normas e autores classificam de forma diferente as vigas-parede, sendo alguns mais conservadores que outros. E a partir da importância de um dimensionamento correto para elementos ditos especiais que requerem cuidados especiais para serem dimensionados.

Nesse contexto este trabalho tem o intuito de fazer uma avaliação utilizando o programa SAP2000, modelando vigas com diferentes relações L/h para verificar a partir de qual relação as vigas passam a ter um comportamento não linear para as tensões normais em uma seção transversal, com o objetivo de verificar para o exemplo em estudo qual norma e autor se aproxima mais do resultado.

Outro intuito do trabalho é comparar os dimensionamentos de vigas-parede feitos pelo programa Eberick e o dimensionamento feito pelo Método das Bielas e Tirantes, para verificar através de exemplos se o dimensionamento feito pelo programa da AltoQi é seguro para vigas esbeltas.

2.0 OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo principal o estudo de diferentes normas e bibliografias para o comportamento e dimensionamento de vigas-parede, bem como o estudo de caso através de simulação numérica/ computacional, com o uso do software SAP 2000 da empresa Multiplus versão 16, para validação das prescrições de tais normas e bibliografias para os exemplos modelados.

O objetivo secundário deste trabalho foi o estudo comparativo de dois métodos de cálculo para o dimensionamento de vigas-parede, quais sejam, o método de cálculo utilizado pelo software Eberick da AltoQi (método de cálculo para vigas usuais segundo as recomendações da NBR 6118 (2014) item 18.3), e o Método das Bielas e Tirantes seguindo o item 22.3 da mesma norma, e bibliografias referente ao tema.

3.0 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 DEFINIÇÃO DE VIGAS-PAREDE

3.1.1 Quanto ao comportamento estrutural

A NBR 6118 (2014) define as vigas, em seu item 14.4.1.1, como sendo elementos lineares em que a flexão é preponderante. E vigas-parede, no item 14.4.2.2, como sendo chapas, elementos de superfície plana, sujeitos principalmente a ações contidas em seu plano.

Fusco (1994) também define as vigas-parede como sendo chapas de concreto armado submetidas a flexão em seu próprio plano médio.

No item 21.1 a NBR 6118 (2014), também define as vigas-parede como elementos especiais, elementos estes em que não é aplicável a hipótese das seções planas, ou seja, quando a estrutura tiver uma distribuição não linear de deformações específicas.

Os elementos especiais são aqueles que possuem as chamadas regiões D, regiões de descontinuidade. A NBR 6118 (2014) divide as regiões dos elementos em regiões B e D, em que regiões B (B inicial de Bernoulli) são aquelas em que as hipóteses da seção plana são aplicáveis e regiões D (D inicial de descontinuidade) aquelas em que essa hipótese não mais se aplica.

Aguiar (2018) define essas regiões da seguinte forma:

(...) As regiões “B” e “D” podem ser separadas aplicando o princípio de Saint-Venant, que postula sobre os efeitos localizados (tensão e deformação específica) provocados por uma força que atua sobre um corpo e se tornam uniformizados ou dissipados em regiões suficientemente distantes da força (fronteira das regiões “B”). Essa distância é assumida como tendo a ordem de grandeza da maior dimensão da seção transversal.

Existem elementos estruturais que possuem regiões B e D, as vigas-parede são caracterizadas por possuírem apenas região D, ou seja, são elementos de descontinuidade generalizada. Portanto não satisfazem às hipóteses da Resistência dos Materiais, quais sejam:

- Lei de Navier: permanência plana das seções mesmo após a sua deformação.
- Lei de Bernoulli: proporcionalidade das tensões em relação à linha neutra (LN) da seção.

Segundo Araújo (2010), as hipóteses de Navier-Bernoulli não mais se aplicam em virtude das grandes distorções sofridas pela estrutura, devidas ao esforço cortante. Em consequência disto, as deformações normais ϵ_x não apresentam uma variação linear ao longo da altura da viga. Assim, mesmo para um material elástico linear, as tensões normais σ_x não variam linearmente, como ocorre nas vigas esbeltas. Dessa forma as vigas-parede devem ser analisadas como um problema bidimensional de tensões, em que as componentes σ_y e as tensões tangenciais τ_{xy} devidas aos esforços externos não são mais desprezíveis, sendo o eixo y convencionado como na direção da altura.

3.1.2 Quanto à geometria

Observa-se que quanto a definição geométrica, normas de diferentes países e diferentes autores possuem classificações divergentes.

A NBR 6118 (2014), no item 22.4.1, considera como vigas-parede as vigas que possuem relação L/h inferior a 2 em vigas bi-apoiadas e inferior a 3 em vigas contínuas, sendo L o vão teórico da viga e h sua altura. E no item 18.3.1, diz que para vigas em balanço, L deve ser o dobro do vão teórico.

O Eurocode 2 (2004), no item 5.3.1 (3), diz que quaisquer vigas com relação L/h menor que 3, são vigas-parede.

O ACI 318 (2019) define as vigas-parede, no item 9.9.1.1, como sendo as vigas que tem:

- Relação L/h menor que 4;
- Regiões com cargas concentradas em uma distância menor que $2h$ da face do apoio.

E diz que, quando uma carga concentrada age a uma distância menor que $2h$ do apoio, uma parcela significativa da carga aplicada é transferida aos apoios por uma biela que une a carga e a reação de apoio.

Para Montoya (2000), são vigas-parede as vigas que apresentam relação L/h menor que 2 para vigas bi-apoiadas e menor que 2,5 para vigas contínuas. Com L sendo o menor valor entre:

- distância entre eixos de apoios;
- comprimento livre multiplicado pelo fator 1,15.

Para Giugliani (2008), são consideradas vigas paredes:

- Vigas bi-apoiadas com relação L/h menor que 2.
- Vigas contínuas com três apoios, relação L/h menor que 2,5.
- Vigas contínuas com mais de três apoios: para os vãos externos, relação de L/h menor que 2,5, e para os vãos internos, relação L/h menor que 3.
- Vigas em balanço, relação L/h menor ou igual a 1.

Giugliani (2008), também faz uma distinção quanto a vigas-parede muito altas, impondo a definição de uma altura eficaz (H_e), dizendo que neste caso a parte superior da viga não chega a ser mobilizada, adotando-se os seguintes valores:

- $H_e = L$, para $L < h$
- $H_e = h$, para $L \geq h$

Araújo (2010), faz as mesmas considerações geométricas que Giugliani (2008) para considerar uma viga como sendo viga-parede, com exceção das vigas contínuas com mais de três apoios, em que ele considera a relação L/h menor que 3 para vãos externos e internos.

3.2 MODOS DE RUPTURA DE VIGAS-PAREDE

O item 22.4.2 da NBR 6118 (2014) faz as seguintes considerações:

- “O comportamento estrutural das vigas-parede possui características específicas, destacando-se entre elas a ineficiência, seja à flexão, seja ao cisalhamento, quando comparadas com as vigas usuais.”
- “As vigas paredes, por serem altas, apresentam problemas de estabilidade como corpo rígido e, às vezes, de estabilidade elástica.”
- “Devem ser consideradas ainda as perturbações geradas por cargas concentradas, aberturas ou engrossamentos. Essas perturbações podem influir significativamente no comportamento e na resistência do elemento estrutural.”

Montoya (2000), diz que existem diversos ensaios sobre o comportamento das vigas-parede, destacando-se os ensaios de Paiva e Siess, e Leonhardt e Walther. Todos os ensaios confirmaram que a ruptura das vigas-parede se dão, salvo exceções, pela compressão excessiva

das bielas do concreto ou dos apoios. Em geral a ruptura se dá nos apoios, pois a resistência a compressão das bielas costuma ser superabundante.

Segundo Araújo (2010), os modos de ruptura das vigas-parede são:

- escoamento da armadura longitudinal do banzo tracionado;
- ruptura da ancoragem da armadura longitudinal do banzo tracionado;
- esmagamento do concreto nas diagonais comprimidas próximas aos apoios;
- ruptura da armadura de suspensão para as cargas penduradas.

Agno Alves diz que, geralmente, acontece uma falha por cisalhamento.

3.3 MÉTODOS DE ANÁLISE DE VIGAS-PAREDE

No item 14.8.1 da NBR 6118 (2014), é dito que para a análise estrutural de vigas-parede, podem ser usadas a análise linear ou a análise não linear. Para a análise linear deve-se utilizar métodos numéricos, tais como, diferenças finitas, elementos finitos ou elementos de contorno. Quando a viga-parede for um componente de um sistema estrutural pode-se representá-lo por elemento linear, desde que seja considerada a deformação por cisalhamento e seja feito um ajuste de sua rigidez a flexão.

De acordo com o item 22.4.3 admite-se para o dimensionamento no estado limite último, modelos concebidos a partir do método das bielas e tirantes. É de forma a assegurar um comportamento adequado em serviço, a geometria das treliças deve ser tal que os valores das forças nos tirantes resultem o mais próximo possível dos obtidos em um modelo plano elástico linear

O ACI 318 (2019) assim como a NBR 6118 (2014), indica o uso do Modelo de bielas e tirantes, independentemente de como elas são carregadas e apoiadas. Também permite o uso de análises que levam em consideração deformações não lineares. Tais análises, incluindo análises não lineares de elementos finitos, devem considerar os efeitos da fissuração na distribuição de tensões. De acordo com a norma americana, também deve ser verificada a relação vão de cisalhamento/altura para a consideração do efeito de chapa em uma viga.

O Eurocode 2 (2004) diz que, quando se deseja obter mais que os esforços internos da estrutura, como tensões, deformações e deslocamentos deve-se utilizar o Método dos Elementos Finitos como um meio de análise.

“Em regime elástico, os esforços atuantes nas vigas-parede podem ser determinados com precisão por meio do método dos elementos finitos. Nos casos usuais, a literatura apresenta tabelas com resultados suficientes para o projeto.” (Fuscos, 1994, p.189)

Segundo Fuscos (1994), é permitido calcular as vigas-parede como sendo vigas esbeltas desde que se considere uma altura resistente para o cálculo, menor ou igual ao vão L , ou o dobro do comprimento do balanço. O trecho acima que é desconsiderado, é tratado como uma carga apoiada sobre a viga resistente. Como alternativa a esse método, o cálculo das vigas-parede pode ser feito pelo Método das Bielas e Tirantes

Montoya (2000), faz a seguinte observação quanto ao estudo das zonas D:

(...) No estudo das zonas D, é necessário visualizar o fluxo de tensões que percorre o interior da peça e dispor armaduras que suportem aquelas trações que o concreto não suporta. O estudo pode ser abordado através de uma análise linear seguindo a teoria da elasticidade (que fornece o campo de tensões e deformações principais), ou seguindo o método de bielas e tirantes, preconizado pela norma espanhola.

Santos (1999) destaca que, o Código Canadense de Concreto, permite, para cisalhamento, o uso do método geral para análise das vigas-parede. O Método é baseado na teoria do campo de compressão, nos conceitos de plasticidade e nos modelos de treliça.

3.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

3.4.1 Histórico do MEF

“O Método dos Elementos Finitos é apresentado nas normas, geralmente, como uma alternativa ao Método das Bielas e Tirantes (MBT) na análise de estruturas e regiões especiais”. (Oliveira, 2019, p.38)

Segundo Azevedo (2003), o desenvolvimento do MEF como conhecemos atualmente se deu na década de 60 e início de 70. Em 1960, ao que tudo indica, se encontrou a primeira publicação

contendo a designação “elemento finito”, um artigo de nome “The Finite Element in Plane Stress Analysis” escrito por Ray Clough. Na época os elementos finitos mais comuns eram os triangulares e os tetraédricos, mais tarde passando a ser, os quadriláteros e hexaedros.

Apesar do método dos elementos finitos ter origem por volta da década de 60, seu grande desenvolvimento e viabilidade para problemas que resultam em grandes quantidades de resolução de equações lineares, se deu com o surgimento e desenvolvimento dos computadores que deram respostas rápidas para o grande número de cálculos envolvidos, com estruturas cada vez mais complexas. Atualmente possuímos uma gama de softwares de elementos finitos, tais como, SAP2000, STRAP, INSANE, ROBOT, ATENA, ADINA, entre outros.

A apostila do DEMEC – UFPR descreve a evolução do método:

(...) Da análise matemática do método resultaram estimadores de erro e critérios de estabilidade, que garantem aos resultados mais confiabilidade. Da análise estática passou-se a dinâmica; dos problemas inicialmente lineares passou-se aos não-lineares; da análise de um único fenômeno passou-se a de vários fenômenos simultâneos e interagentes; de interfaces computador-usuário pouco práticas passou-se as interfaces gráficas, mais amigáveis e intuitivas. No presente o MEF continua evoluindo nos seus diversos aspectos, conforme demonstra a quantidade de artigos científicos atualmente publicados em torno dele.

3.4.2 Objetivos do MEF

O objetivo do MEF é determinar o estado de tensão e de deformação de uma estrutura de geometria arbitrária sujeita a ações exteriores.

O MEF é empregado como ferramenta de análise nas diversas áreas da ciência e da engenharia, como por exemplo, na análise de turbinas, automóveis, edifícios, pontes, barragens, entre outros.

3.4.3 Análise estrutural via MEF

Um problema de análise estrutural formulado via MEF depende de algumas considerações iniciais, tais como, sua classificação quanto a geometria, modelo do material constituinte e

ações aplicadas, pois, a formulação do MEF depende das simplificações relativas a cada tipo de problema.

Quanto a geometria as estruturas podem ser classificadas como reticuladas, bidimensionais e tridimensionais.

As estruturas reticuladas são aquelas que são constituídas por barras prismáticas de seção transversal muito inferiores ao comprimento do seu eixo, e tem como características um número finito de incógnitas, são elas, as vigas, pórticos, treliças e grelhas.

Soriano (2003), descreve o comportamento das estruturas bidimensionais:

(...) Nos modelos bidimensionais ou de superfície, têm-se duas direções preponderantes, cada uma com a correspondente variável coordenada independente. Nos casos de estado plano de tensões, placa e casca, a terceira dimensão é denominada espessura. Em estado plano de deformações, tem-se comportamento elástico constante na direção da terceira dimensão e toma-se segundo ela, um comprimento unitário para efeito de análise. É o caso, por exemplo, de uma barragem de peso.

Nas estruturas tridimensionais, as três direções coordenadas são essenciais na descrição de seu comportamento. Um exemplo, são os blocos de fundação.

A análise da estrutura pode ser linear ou não linear. A linearidade ou não linearidade pode ser geométrica ou devida ao material. A análise não linear geométrica considera a configuração deformada da estrutura, e a análise linear considera que as ações exteriores não provocam deformações significativas na estrutura, sendo estas, portanto, desprezadas. A nível de linearidade física, se o material segue a lei de Hooke, ou seja, se a relação tensão-deformação é linear, a análise é linear. Se o comportamento do material não é elástico linear, então a análise deve ser não linear.

Quanto às ações externas aplicadas na estrutura a análise pode ser dinâmica ou estática. O que se tem na prática são geralmente ações dinâmicas. Quando as ações são aplicadas de forma muito lenta, é razoável desprezar as forças de inércia, sendo a análise feita de forma estática. Em alguns casos os efeitos inerciais não podem ser desconsiderados e a análise deve ser dinâmica para avaliar a resposta estrutural.

3.4.4 Formulação e fundamentos do MEF

A formulação do MEF pode ser baseada no método dos deslocamentos, em modelos de equilíbrio, ou em métodos híbridos e mistos. O mais utilizado é o Método dos deslocamentos por sua simplicidade (Azevedo, 2003).

Resumidamente, Oliveira (2019) descreve o MEF como sendo a divisão de um problema considerado complexo e contínuo em um número finito de partes menores, de onde deriva o nome do método. Em outras palavras, o problema físico é descrito de forma diferencial e as equações de compatibilidade entre os pontos são resolvidas numericamente.

Pitangueira (2019) abrange o tema da seguinte forma:

(...) para evitar a resolução das equações diferenciais associadas às soluções analíticas e superar as limitações de tais soluções, adota-se um modelo numérico aproximado dito modelo discreto. Nos modelos discretos, as equações são algébricas e as incógnitas são determinadas em um número finito de pontos, diferentemente das soluções analíticas cujas equações diferenciais, quando resolvidas, permitem avaliar as incógnitas em um número infinito de pontos no domínio do problema.

Os modelos discretos referidos são classificados, quanto a geometria, em modelos de uma e duas dimensões. Entre os modelos de dimensões 1D estão as treliças, as vigas e os pórticos. Os modelos 2D são os problemas de estado plano, placas e cascas.

3.5 MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES

3.5.1 Histórico do método

O Método das Bielas e Tirantes (MBT) é uma generalização dos modelos de treliça desenvolvidos por Ritter (1899) e Morsch (1909), a clássica Analogia de Treliças. O modelo consiste basicamente em substituir uma viga fletida de concreto armado fissurada por uma treliça equivalente, onde os tirantes representam campos de tensão de tração, e as bielas representam campos de tensão de compressão. A limitação da analogia de treliças era que ela só representava as regiões de continuidades das estruturas (Ladeira, 2019).

De acordo com Santos (2006), vários pesquisadores implementaram e adequaram a clássica Analogia de Treliças. A primeira adequação importante, a teoria do “modelo de treliça de

ângulo variável”, foi proposta por Lampert e Thurlimann em 1968 e foi a generalização do ângulo de inclinação das bielas de concreto, que antes era definido como 45° . O segundo avanço foi a dedução da equação de compatibilidade por Collins em 1973 para determinação desse ângulo de inclinação. A teoria ficou conhecida como a “teoria do campo de compressão”. Em 1981 Vecchio e Collins quantificaram o fenômeno de “amolecimento” das bielas de concreto, que inicialmente foi percebido por Robinson e Demorieux em 1968. Vecchio e Collins propuseram uma curva tensão-deformação com amolecimento, mostrando que o efeito depende da razão das duas deformações principais.

Observa-se que a clássica Analogia de Treliças foi sendo aprimorada ao longo dos anos, mas foi na década de 1980 com as publicações dos pesquisadores Marti, Schäfer e Schlaich (1985; 1987; 1991) que houve uma ampla difusão do chamado Método das Bielas e Tirantes. Marti utilizou a teoria da plasticidade e critérios básicos, que envolviam conceitos de nós, bielas, tirantes, arcos e leques, para propor a aplicação dos modelos ao dimensionamento das armaduras longitudinais e transversais de uma viga. Schäfer e Schlaich propuseram a sistematização do modelo de bielas e tirantes, aplicando conceitos da Analogia de Treliças a outros tipos de elementos estruturais, tais como vigas-parede, consolos curtos, sapatas, blocos de fundação, vigas com aberturas, entre outros. Eles propuseram regras em relação à determinação das resistências das bielas e regiões nodais, tornando possível essa sistematização no dimensionamento de estruturas com descontinuidades estáticas e/ou geométricas (Santos, 2006).

“Em 1995, Oliveira determinou os esforços internos nas bielas e tirantes de um modelo de treliça hiperestático. Para tanto, utilizou a técnica de Mínima Norma Euclidiana na análise de vigas esbeltas, vigas-parede, consolo e nó de pórtico” (LADEIRA, 2019, p.6).

Apesar de uma vasta literatura sobre o Método das Bielas e Tirantes, ainda não há um consenso entre os pesquisadores sobre a resistência dos nós e bielas. Também há muitas referências cujo interesse está na definição do tipo de modelo a ser aplicado em um elemento estrutural específico, pois, embora seja de fácil compreensão, a maior dificuldade na elaboração do método é que não existe uma única forma de resolver o problema, abrindo muitas possibilidades de modelos a serem escolhidos pelo engenheiro (Maxwell, xxxx).

Atualmente para obter um modelo de bielas e tirantes mais próximo da realidade são utilizados programas de elementos finitos para descrever a trajetória do fluxo de forças.

3.5.2 Objetivos do MBT

O objetivo do MBT é representar discretamente os campos de tensões de tração e os campos de tensões de compressão dos elementos estruturais que apresentam descontinuidades de ordem geométrica e/ ou estática, e calcular os esforços axiais desses elementos estruturais, para dimensionar as armaduras necessárias e verificar a resistência das bielas e dos nós.

Possibilitar de forma simples e segura ao engenheiro de estruturas o entendimento do funcionamento da estrutura através do seu fluxo interno de tensões.

3.5.3 Descrição do método

O modelo de bielas e tirantes apresenta como uma de suas vantagens a generalidade, ou seja, é capaz de representar, de modo aproximado, porém realista e sistemático, grande parte dos elementos estruturais de concreto armado e protendido. Isso possibilita ao engenheiro estrutural ter uma visualização físico intuitiva bastante clara e abrangente do comportamento do elemento estrutural em consideração (MAXWELL,xxxx, p.27).

É um método racional cientificamente comprovado, e recomendado pelas normas Brasileira, Europeia, Canadense, entre outras normas internacionais, para o dimensionamento de regiões descontínuas de elementos de concreto armado, que atende às necessidades de tais análises. (Santos, 2006).

3.5.4 Recomendações da NBR 6118 (2014)

O item 22.3.1 diz que: “É permitida a análise da segurança no estado-limite último de um elemento estrutural, ou de uma região D contida neste elemento, através de uma treliça idealizada, composta por bielas, tirantes e nós”.

Conforme o item descreve, a treliça idealizada deve ser isostática, e as forças externas aplicadas ao elemento, assim como as reações de apoio, devem ser aplicadas nos nós, formando um sistema auto equilibrado. As reações de apoio são anteriormente obtidas através de análise linear ou não linear. Na treliça idealizada as bielas são as resultantes das tensões de compressão, e os tirantes são as resultantes das tensões de tração onde serão dispostas uma armadura ou um conjunto de armaduras concentradas em um único eixo. Os nós têm a função de ligar as bielas

aos tirantes. Ao redor dos nós é considerado um volume de concreto, dito como zona nodal, onde deve ser verificada a resistência para a transmissão das forças entre as bielas e os tirantes.

O item 22.3.1 também recomenda que as bielas inclinadas tenham ângulo de inclinação cuja tangente esteja entre 0,57 e 2 em relação ao eixo da armadura longitudinal do elemento estrutural.

Devido à responsabilidade dos elementos especiais caracterizados como regiões “D”, o item 22.2 recomenda majorar as solicitações de cálculo por um coeficiente adicional γ_n . O item 5.3.3 da NBR 8681 (2003), diz que podem ser alterados os coeficientes de ponderação das resistências ou os coeficientes de ponderação das ações de valor $\gamma_f > 1,0$, multiplicando os valores usuais por coeficientes de ajustamento γ_n dados pela seguinte expressão:

$$\gamma_n = \gamma_{n1} \times \gamma_{n2}$$

onde:

- $\gamma_{n1} \leq 1,2$ em função da ductilidade em uma eventual ruína;
- $\gamma_{n2} \leq 1,2$ em função da gravidade das consequências de uma eventual ruína.

Sendo assim, o coeficiente γ_f será o mesmo definido pela NBR 8681 (2003) nos itens 4.2.3.1 e 4.2.3.2 para o estado limite último e estado limite de serviço, respectivamente. E estipulados de acordo com os itens 5.1.4.1 e 5.1.4.2, para posteriormente ser multiplicado pelo coeficiente adicional γ_n .

3.5.5 Teorema estático

O método MBT é baseado na teoria da plasticidade, no Teorema Estático, também chamado de Teorema do Limite Inferior.

Santos, (2021) diz que o teorema permite dimensionar e detalhar estruturas a favor da segurança, pois, consiste em um carregamento, que atuando sobre uma estrutura, gera um campo de tensões estática e plasticamente admissível, e é um limite inferior do carregamento que leva a estrutura a ruptura, além de expressar a habilidade de adaptação de um sistema para um dado carregamento. Para Santos, no teorema Estático, os elementos estruturais devem ser constituídos de materiais elastoplásticos perfeitos, e, para tanto, na aplicação do MBT, isso significa atribuir ao aço e ao concreto esse tipo de comportamento. Essa hipótese é razoável

para o aço, e ruim para o concreto, pois o concreto é um material cujo modo de ruptura é frágil. Porém, ao reduzir a resistência do concreto por fatores adequados essa consideração fica aceitável.

A respeito dessa aproximação, como o comportamento do concreto difere bastante de um material elastoplástico, Aguiar (2018) também diz que, as peças devem ter ductilidade suficiente para que em uma redistribuição de solicitações na peça não haja possibilidade de uma ruptura precoce do tipo frágil. Santos (2021) também alerta que o Teorema não deve ser utilizado para concreto simples.

Santos (2014) enumera as principais hipóteses e desvantagens do teorema.

Hipóteses:

1. Linearidade geométrica
2. Carregamento quase-estático proporcional
3. Plasticidade ideal ou perfeita
4. Ductilidade infinita (deformações plásticas não são limitadas)

Desvantagens:

1. Instabilidade e efeitos de 2ª ordem não são considerados
2. Fadiga e efeitos dinâmicos não são considerados
3. Plasticidade ideal: boa para o aço, não tão boa para o concreto
4. Ductilidade infinita: boa para o aço, ruim para o concreto.

3.5.6 Metodologia de cálculo

Aguiar (2018), assim como outros autores, descreve o procedimento geral para a análise por meio dos modelos de bielas e tirantes de forma resumida como a seguir:

- 1) Determinação das forças atuantes no contorno da estrutura, tais como ações e reações;
- 2) Elaboração do modelo de bielas e tirantes seguindo a trajetória das forças;
- 3) Substituição das cargas distribuídas por forças concentradas nos nós;
- 4) Substituição de momentos por binários;

- 5) Cálculo da treliça obtendo-se as forças normais de compressão nas bielas e de tração nos tirantes;
- 6) Cálculo das áreas de aço necessárias nos tirantes e definição de suas ancoragens;
- 7) Verificação das tensões de compressão nas bielas e nos nós críticos;
- 8) Detalhamento das armaduras de forma compatível com o posicionamento dos tirantes do modelo idealizado.

Após determinada a geometria, as forças e condições de contorno, elabora-se o modelo de biela e tirantes seguindo a trajetória das forças por meio do fluxo de tensões elásticas existentes obtidas através de programas de elementos finitos, ou por modelos padronizados.

Com estes procedimentos aplicados, o equilíbrio externo da região modelada é obtido através da satisfação das equações de equilíbrio via carregamento atuante e reações de apoio existentes (Maxwell, XXXX).

Maxwell também observa que, as cargas distribuídas devem ser substituídas por cargas concentradas equivalentes, de modo que se possa traçar um caminho de carga no interior da estrutura que leve ao equilíbrio do sistema. Lembrando que os caminhos de carga devem ser alinhados e não devem se interceptar, e que cargas opostas devem sempre se conectar por caminhos mais curtos possíveis. Curvaturas nos caminhos de carga podem indicar concentrações de tensões.

Ainda sobre os passos a serem seguidos para montar um modelo de bielas e tirantes, Maxwell acrescenta que, uma vez definidos todos os caminhos de carga entre as forças (atuantes e de reações), um polígono formado por linhas deverá ser definido dentro da estrutura. Considerando-se os carregamentos, essas linhas serão formadas por bielas (com a direção média dos campos de tensões de compressão) e tirantes (com a direção média dos campos de tensões de tração), acrescentando-se então outras linhas necessárias ao equilíbrio de cada nó existente.

Resta lembrar que para uma mesma geometria, carregamento e condições de contorno, é possível que se trace várias geometrias de treliça, o que torna o método complexo, sendo assim, para uma adequada definição da geometria devemos sempre observar:

- 1) Os tipos de ações atuantes;
- 2) Os ângulos de inclinação entre as bielas e os tirantes;
- 3) As áreas de aplicação das ações e das reações.

- 4) O número de camadas da armadura.
- 5) O cobrimento das armaduras.
- 6) A otimização dos modelos.

Segundo Aguiar (2018), uma maneira simples de otimizar um modelo é utilizando o Princípio da Energia Potencial Mínima, que consiste em encontrar um modelo que corresponda a um estado de tensão que leva à mínima energia potencial. Portanto, levando em consideração que o aço é muito mais deformável que o concreto, podemos desprezar o concreto e utilizar a seguinte equação:

$$\sum F_i \cdot l_i \cdot \epsilon_i = \text{Mínimo}$$

Onde:

F_i = Força no tirante i ;

l_i = comprimento do tirante i ;

ϵ_i = deformação específica do tirante i .

O menor valor encontrado para o somatório será o correspondente ao modelo Ótimo.

Após a definição da geometria é verificada a resistência das bielas, dos tirantes e dos nós.

Importante lembrar que “As dimensões das bielas e das regiões nodais dependem das áreas de aplicação das ações e reações e também da armadura, quanto ao número de camadas e ao cobrimento. Já o ângulo formado entre biela e tirante está relacionado com a distribuição de tensões elásticas devida às ações atuantes”. (SANTOS, 2006, p.35)

Como mencionado anteriormente para a NBR 6118 (2014) esse ângulo de inclinação deve ser tal que a tangente esteja entre 0,57 e 2 (ou seja, $30^\circ \leq \theta \leq 63,4^\circ$). Já o Eurocode 2 (2004) permite ângulos entre $21,8^\circ$ e $68,2^\circ$.

“As bielas e tirantes devem ser dispostas de tal forma que os centros de gravidade de cada elemento da treliça conjuntamente com a linha de ação das forças atuantes coincidam em cada nó. Essa é uma exigência que acaba por limitar a largura das bielas”. (MAXWELL, XXXX, p.31)

Dimensionamento dos Tirantes:

De acordo com a NBR6118 (2014) a área de aço necessária em cada tirante é dada pela equação:

$$A_s = F_{sd}/f_{yd}$$

onde:

F_{sd} é o valor de cálculo da força de tração determinada no tirante.

f_{yd} é a resistência ao escoamento de cálculo do aço.

Ou seja, a área de armadura necessária é obtida diretamente através da força no tirante no Estado Limite Último e da resistência ao escoamento do aço.

Devemos observar também o exposto por Silva (1991):

(...) a armadura calculada deve ser distribuída em um certo trecho para limitar a abertura e a distribuição das fissuras. Eventualmente em alguns casos podem surgir tirantes de concreto. O equilíbrio em alguns modelos só poderá ser obtido se forças de tração forem supostas em locais onde por razões práticas não se pode colocar armadura.

Desde que as armaduras sejam dimensionadas por campos de tensões elásticas, não será necessário fazer verificações para o Estado Limite de Serviço, isto porque análises elásticas são mais conservadoras à medida que não esgotam a capacidade plástica do material. (Oliveira, 2019)

Dimensionamento das Bielas e nós:

De acordo com a distribuição de tensões que apresentam, as bielas são classificadas em três tipos:

1. Bielas em leque: a curvatura do campo de tensão é idealizada como desprezível e não desenvolve tensões transversais de tração. Este tipo de biela pode ser encontrada em regiões D, onde as forças concentradas são propagadas de maneira suave, formando um leque.
2. Bielas em garrafa: o campo de tensões possui um afunilamento com curvatura acentuada, esse afunilamento produz tensões transversais de compressão no gargalo e

tensões transversais de tração na extremidade oposta. O reforço no sentido transversal é necessário. Um exemplo seria as bielas de blocos de concreto.

3. Biela prismática: o campo de tensões é uniforme, não possui perturbações e não gera tensões de tração transversais. Este é um comportamento típico de bielas de regiões B.

Para o cálculo da resistência das bielas, normas e autores divergem em seus parâmetros, para efeito desse trabalho será considerado as prescrições da NBR 6118 (2014), visto que esta é mais conservadora que as demais.

Sendo assim, de acordo com o item 22.4.3 da NBR 6118 (2014), a verificação da compressão máxima nas bielas pode ser feita indiretamente, limitando-se o valor de cálculo das tensões de compressão verticais nos apoios conforme o item 22.3.2, que define os seguintes parâmetros para a verificação das bielas e regiões nodais:

$$fcd1 = 0,85 \cdot \alpha v2 \cdot fcd \text{ (bielas prismáticas ou nós CCC);}$$

$$fcd2 = 0,60 \cdot \alpha v2 \cdot fcd \text{ (bielas atravessadas por mais de um tirante, ou nós CTT ou TTT);}$$

$$fcd3 = 0,72 \cdot \alpha v2 \cdot fcd \text{ (bielas atravessadas por tirante único, ou nós CCT);}$$

Onde:

$$\alpha v2 = (1 - fck/250)$$

Os nós podem ser classificados como singulares ou contínuos. Os nós singulares são nós que tem forças concentradas aplicadas e o desvio da força é feito localizadamente, são nós ditos críticos e devem ser verificados. Já os nós contínuos não são críticos, pois não possuem cargas localizadas, e se atendidos os critérios de ancoragem, estes não precisam ser verificados (Oliveira, 2019).

O nó singular sobre o apoio, em geral, é submetido a tensões muito elevadas, sendo muito importante a análise pormenorizada das tensões nessa região. A NBR 6118 estabelece que a armadura inferior, devido ao momento positivo, deve ser distribuída em altura da ordem de 0,15h. Esse detalhamento é necessário para alargar a biela diagonal e reduzir a tensão de compressão, de modo a evitar a ruptura por esmagamento do nó sobre o apoio (ou pilar). Adicionalmente, a distribuição da armadura em 0,15h contribui para melhorar o quadro de

fissuração por flexão, pois reduz a tensão nas barras e, conseqüentemente, as deformações em serviço após as primeiras fissuras. (Santos, 2021).

3.6 DETALHAMENTO DE VIGAS-PAREDE

3.6.1 Prescrições normativas

A NBR 6118 (2014) fala sobre o detalhamento de vigas parede no item 22.4.4. As prescrições da norma são as seguintes:

1. Não concentrar a armadura de tração em uma ou poucas camadas, cobrindo toda a zona efetivamente tracionada de acordo com o resultado obtido pelo modelo adotado.
2. Para vigas bi-apoiadas: distribuir a armadura de tração em uma altura da ordem de $0,15h$, conforme figura 1.
3. Para vigas paredes contínuas: a armadura negativa deve ser dividida em três faixas na altura h , em vigas com alturas maior que o vão teórico (L) a altura a considerar deve ser $h = \text{vão teórico}$, o valor acima excedente deve ser considerado como sobrecarga na viga. A divisão deve ser feita como mostra a figura a 2.
4. Armadura horizontal e vertical mínima igual a $0,075\%b$ por face, por metro.
5. Prolongar integralmente a armadura de flexão até os apoios, ancorar dando preferência a laços ou grampos no plano horizontal. Não podem ser usados ganchos no plano vertical.
6. No caso de carregamento na parte inferior das vigas, a armadura vertical deve ser capaz de suspender a totalidade da carga aplicada.
7. Enrijecedores de apoio ou travamentos são muitas vezes necessários.

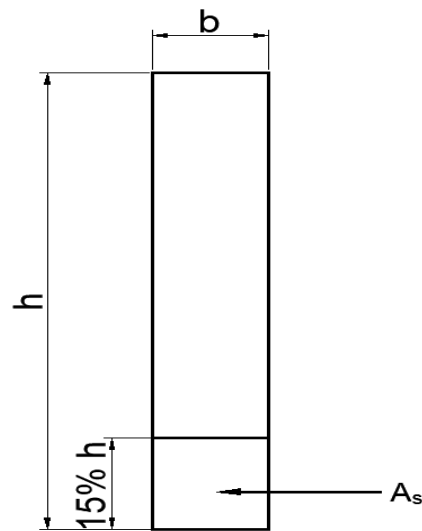


Figura 1 – Armadura de tração para vigas-parede bi-apoiadas.

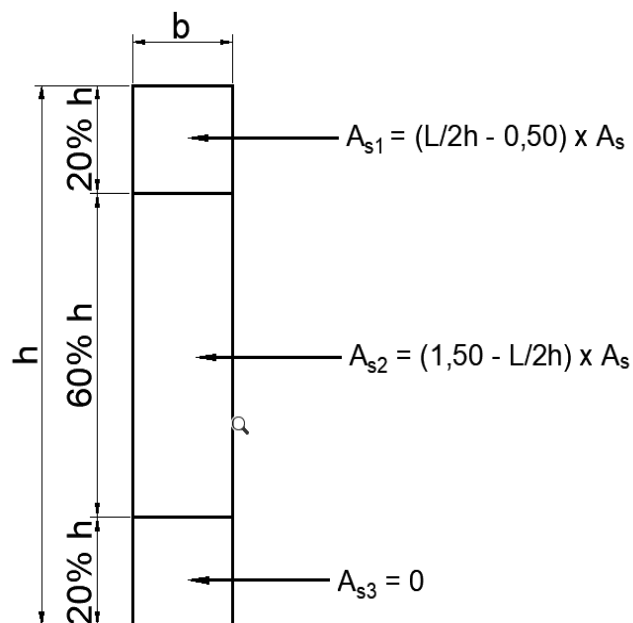


Figura 2 – Armadura negativa para vigas-parede contínuas.

O item 9.7 do Eurocode 2 (2004) recomenda uma malha de reforço mínima de $0,001A_c$, respeitando um valor mínimo de $150 \text{ mm}^2/\text{m}$ em cada face e em cada direção da viga. O espaçamento máximo entre duas barras adjacentes da malha deve ser 30 mm ou duas vezes a espessura da viga.

O ACI 318 (2019) recomenda que as áreas das armaduras de cisalhamento paralela (A_{vh}) e vertical (A_v), ao eixo longitudinal da viga, não seja menor que $0,0025b_w S_2$, e S_2 (espaçamento entre barras) não deve ser maior que $d/5$ e 12 polegadas.

Quanto a armadura de flexão o ACI 318 (2019) prescreve que a área mínima de aço seja dada por:

$$A_{s, \min} \geq \begin{cases} \frac{0,25\sqrt{f_c'}}{f_y} \cdot b_w \cdot d \\ \frac{1,4}{f_y} \cdot b_w \cdot d \end{cases}$$

Onde

f_y é a tensão de escoamento característica do aço em MPa;

f_c' é a resistência a compressão do concreto;

b_w é a largura da viga;

d é altura útil da viga;

O ACI 318 (2019) também limita a força cortante resistente última (V_u), na tentativa de controlar a fissuração e prevenir falhas provenientes de compressão diagonal.

$$V_u \leq \phi 0,83\sqrt{f_c'} b_w \cdot d$$

Onde ϕ é um fator redutor de capacidade para cisalhamento.

4.0 METODOLOGIA EMPREGADA

Este trabalho foi dividido em duas partes. A primeira parte consistiu em avaliar a partir de qual relação L/h as vigas passam a ter um comportamento não linear para as tensões normais em relação à linha neutra (LN) da seção, visto que não há um consentimento entre normas e autores para essa relação L/h .

Para tanto foram modeladas vigas no programa comercial SAP 2000 versão 16, considerando seção plana e estado plano de tensões. Os elementos finitos utilizados foram os quadrados com dimensões de 5x5 cm.

Foi considerada a mesma carga distribuída para os modelos e o peso próprio das vigas foi considerado automaticamente pelo software utilizado.

Foram modeladas vigas bi-apoiadas e vigas contínuas de dois vãos, para avaliação das relações L/h . Todas as vigas possuíam vãos de 2m e largura de 20 cm. A análise consistiu em variar a altura da viga.

Para as vigas contínuas de dois vãos também foram avaliadas as distribuições de tensões normais no apoio central, com o objetivo de demonstrar que as regiões de apoio também são zonas de descontinuidade em vigas.

A segunda parte do trabalho consistiu em comparar os dimensionamentos de vigas-parede feitos pelo programa Eberick e o dimensionamento feito pelo Método das Bielas e Tirantes, com o intuito de verificar se o dimensionamento feito pelo programa da AltoQi é seguro para vigas esbeltas, visto que o programa dimensiona as vigas e emite um aviso informando ao usuário que o dimensionamento das vigas-parede devem seguir as prescrições da seção 22 da NBR 6118 (2014), cujas hipóteses de dimensionamento e comportamento diferem de vigas usuais, não se aplicando ao dimensionamento efetuado pelo Eberick.

Para a comparação foram criadas duas vigas, uma com a relação L/h igual a 2,5 e outra com relação L/h igual 1. As vigas são bi-apoiadas e possuem carregamento distribuído.

Nos modelos de Bielas e Tirantes foram utilizados os modelos já consagrados na literatura.

5.0 MODELAGEM DE VIGAS-PAREDE COM DIFERENTES RELAÇÕES L/H E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Foram modeladas no programa SAP 2000 vigas paredes com diferentes relações L/h. As relações variaram de 1 a 4.

Nos modelos, todas as vigas foram consideradas de material homogêneo, de concreto com f_{ck} de 25 MPa, Módulo de Elasticidade $E = 24$ GPa, coeficiente de Poisson igual a 0,2 e peso específico igual a 24 kN/m³.

Foi considerado que sobre as vigas dos modelos, existe uma parede de alvenaria com 3 m de altura, constituída por tijolos cerâmicos de 19x19x39 e peso específico de 9,48 kN/m³. O peso específico foi obtido na norma NBR 6120 (2019), considerando 1 cm de revestimento por face.

Sendo assim a carga distribuída sobre a viga foi de 5,4 kN/m. O peso próprio das vigas foi considerado automaticamente pelo software utilizado.

5.1 VIGAS-PAREDE BI-APOIADAS

Todas as vigas-parede bi-apoiadas foram modeladas com 2 m de comprimento e 0,2 m de espessura, a altura foi variada em cada modelo. Os apoios das vigas são pilares de seção (20x20) cm.

Como no programa foram utilizados elementos finitos quadrados de 5x5 cm, a carga distribuída de 5,4 kN/m foi dividida nos nós, o que resultou em uma força de 0,135 kN nos nós externos e uma força de 0,27 kN nos nós internos.

5.1.1 Modelo 1 – viga-parede com relação $L/h = 4$; $h = 50$ cm; $L = 200$ cm

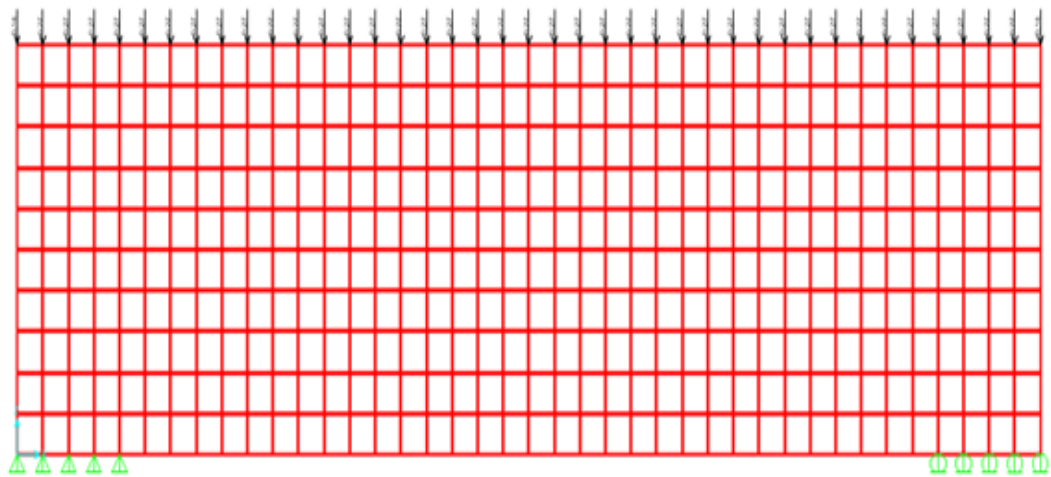


Figura 3 – Modelo 1 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 4$.

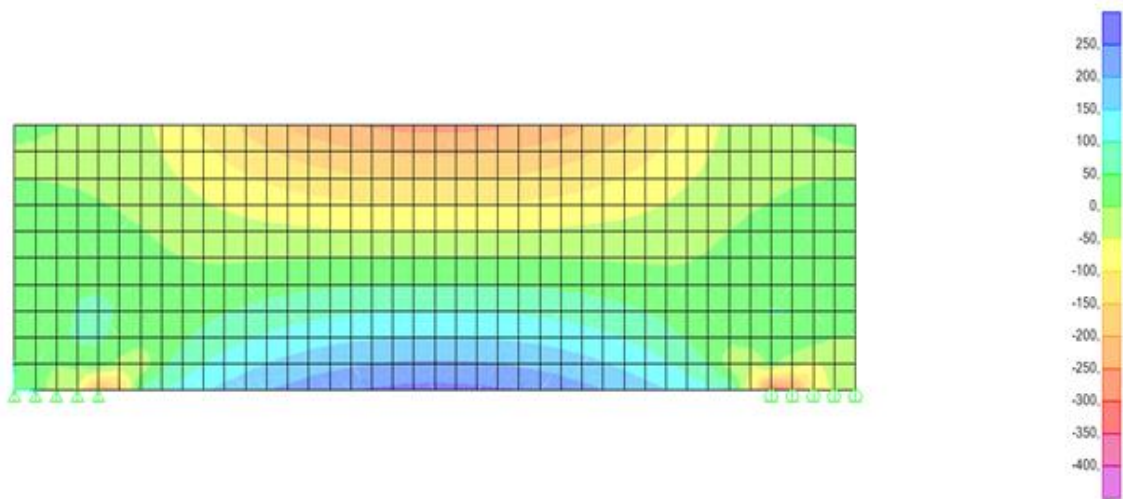


Figura 4: Modelo 1 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 4$.

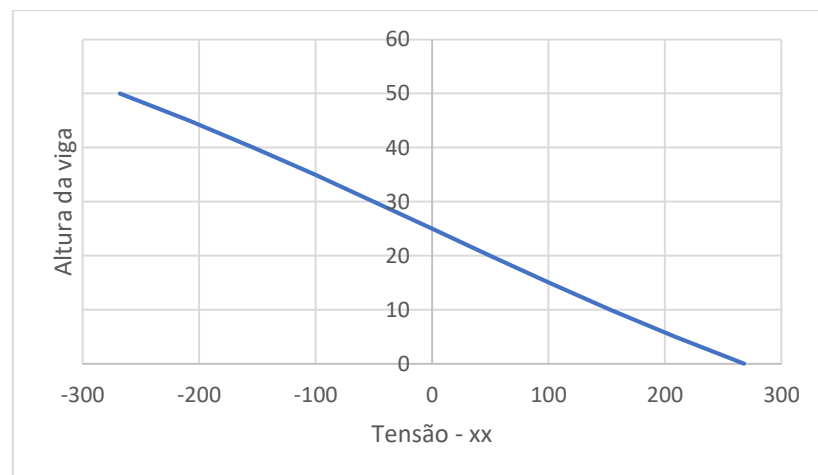


Figura 5: Modelo 1 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 4$.

Para o modelo 1 a distribuição de tensões no meio do vão foi linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,5h$.

5.1.2 Modelo 2 – viga-parede com relação $L/h = 3,5$; $h = 57$ cm; $L = 200$ cm

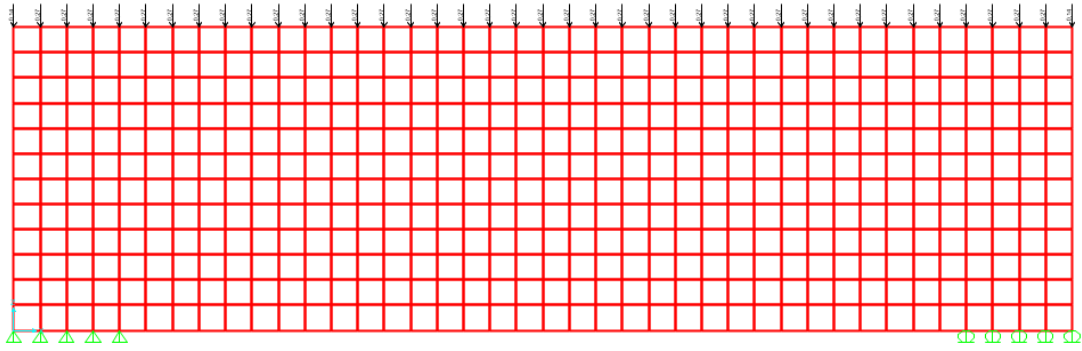


Figura 6: Modelo 2 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 3,5$.

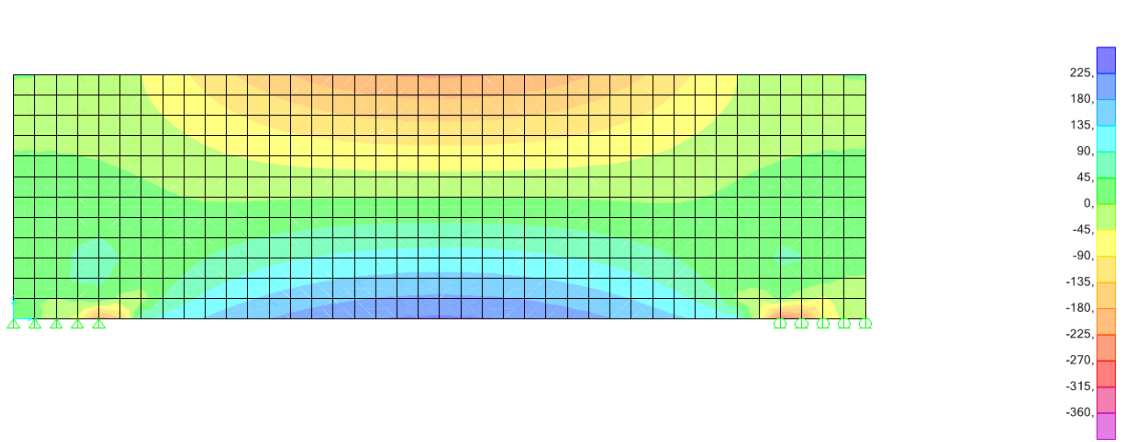


Figura 7: Modelo 2 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 3,5$.

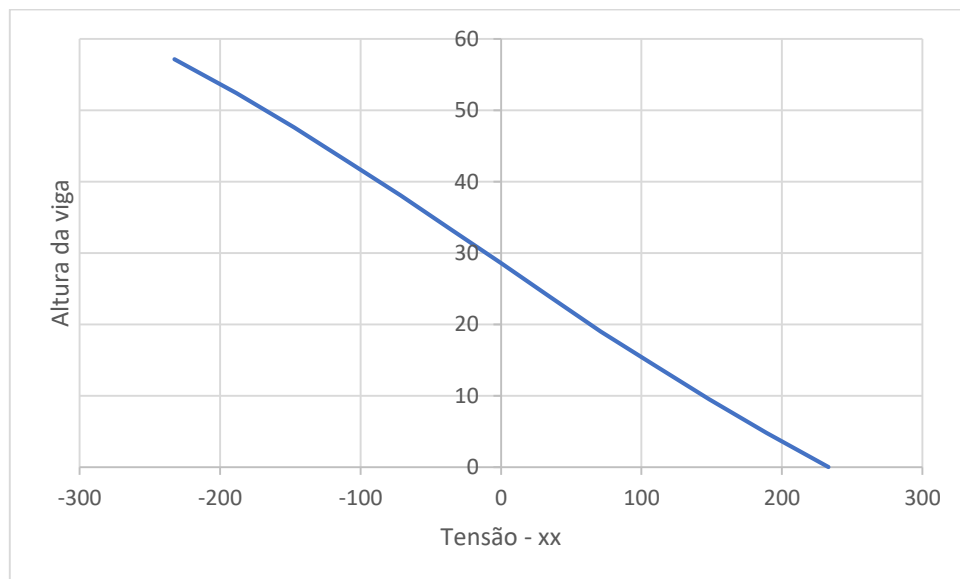


Figura 8: Modelo 2 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 3,5$.

Para o modelo 2 a distribuição de tensões no meio do vão foi linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,5h$.

5.1.3 Modelo 3 – viga-parede com relação $L/h = 3,0$; $h = 66,7$ cm; $L = 200$ cm

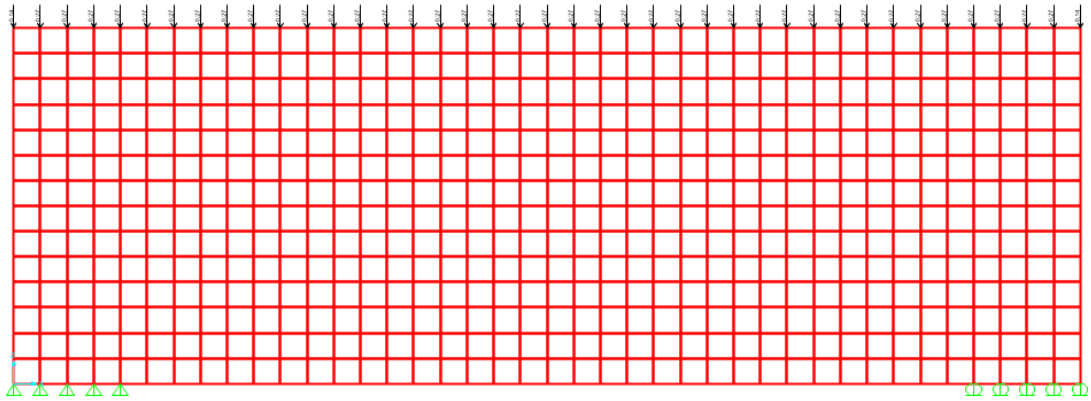


Figura 9: Modelo 3 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 3,0$.

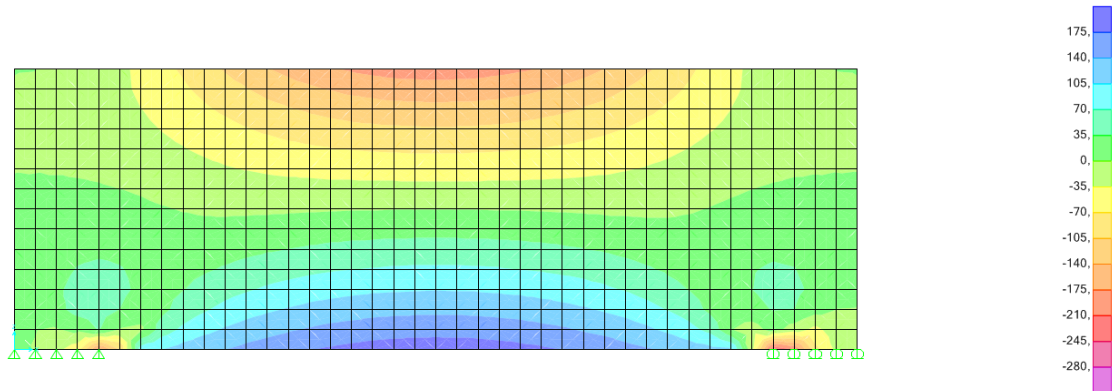


Figura 10: Modelo 3 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 3,0$.

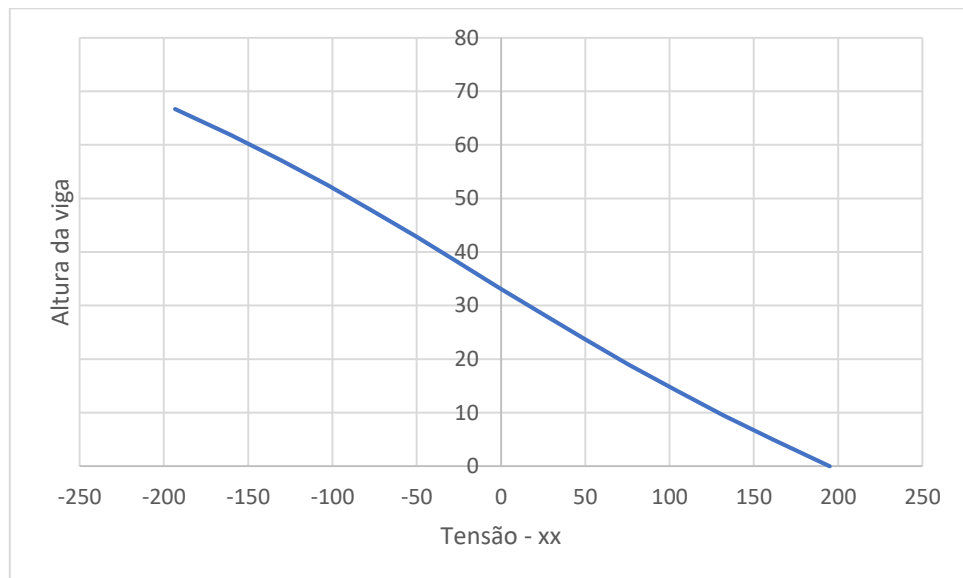


Figura 11: Modelo 3 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 3,0$.

Para o modelo 3 a distribuição de tensões no meio do vão foi linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,5h$.

5.1.4 Modelo 4 – viga-parede com relação $L/h = 2,5$; $h = 80$ cm; $L = 200$ cm

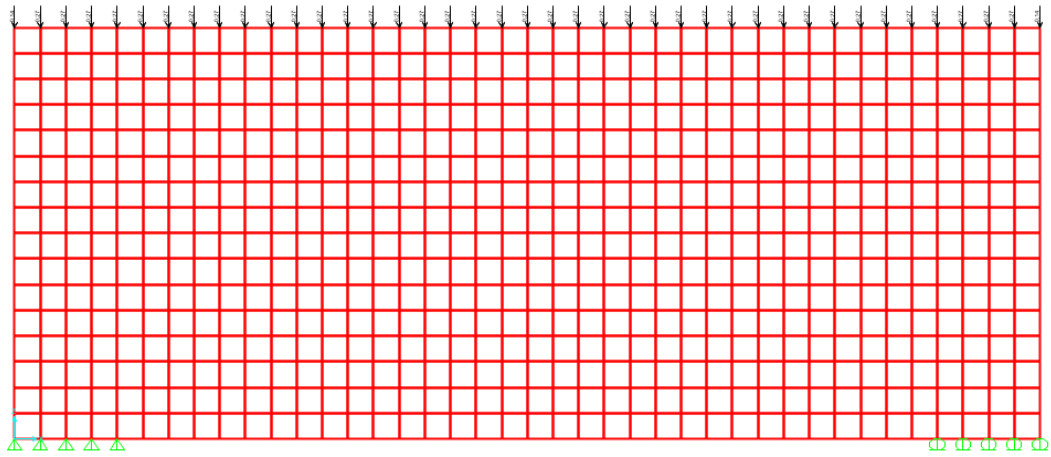


Figura 12: Modelo 4 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 2,5$.

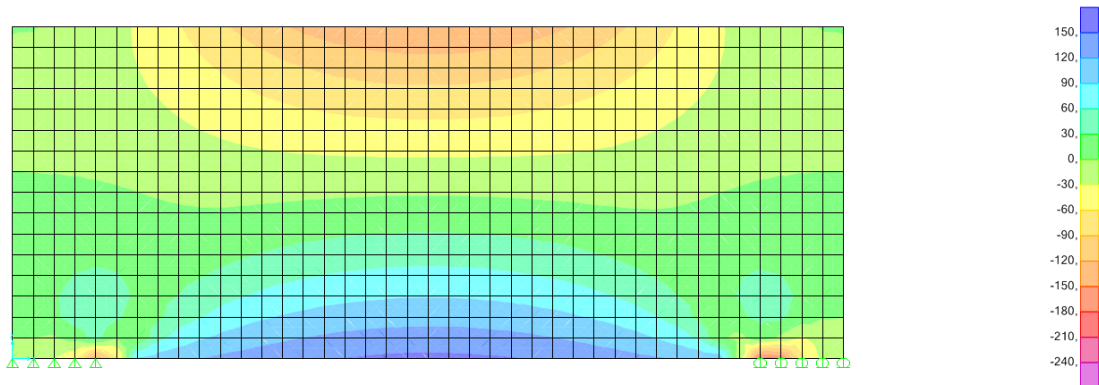


Figura 13: Modelo 4 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 2,5$

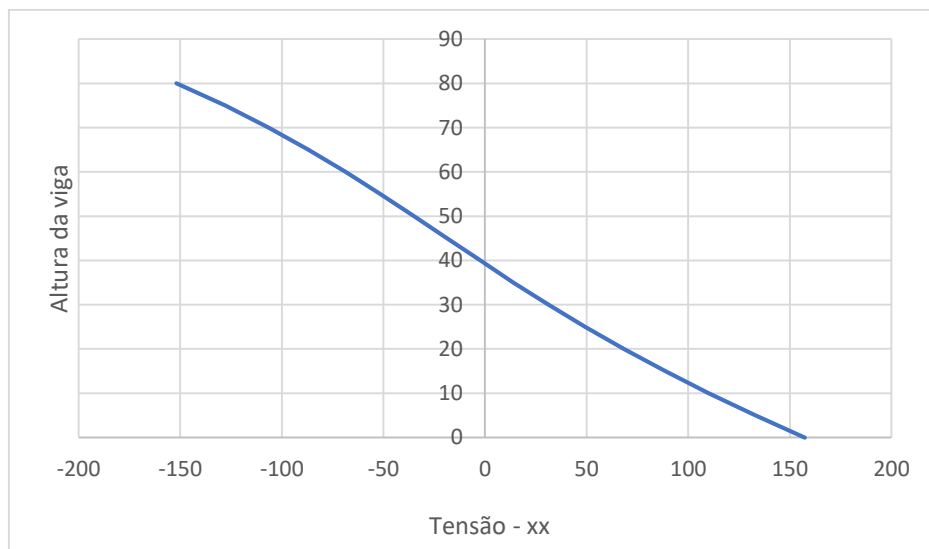


Figura 14: Modelo 4 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 2,5$.

Para o modelo 4 a distribuição de tensões no meio do vão foi aproximadamente linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,475h$.

5.1.5 Modelo 5 – viga-parede com relação $L/h = 2,0$; $h = 100$ cm; $L = 200$ cm

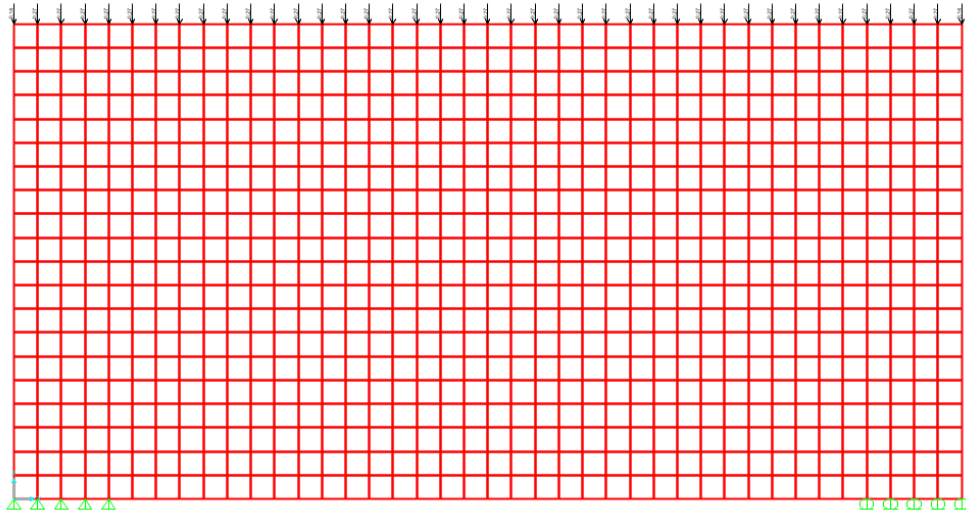


Figura 15: Modelo 5 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 2,0$.

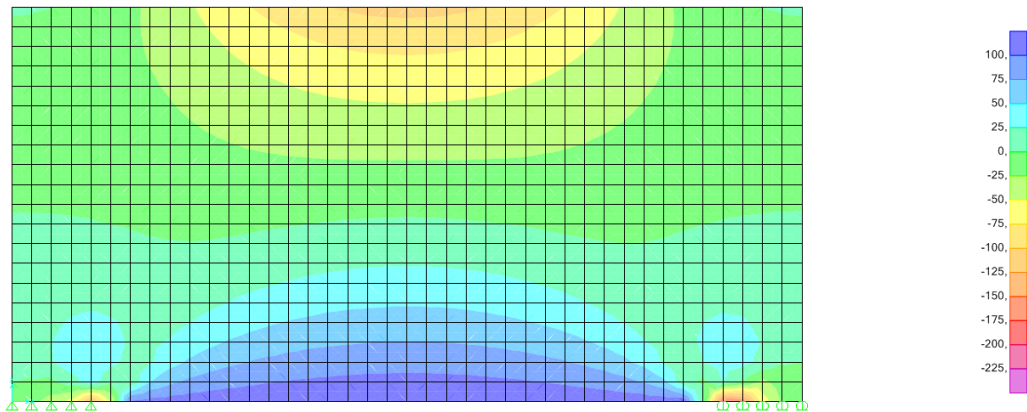


Figura 16: Modelo 5 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 2,0$.

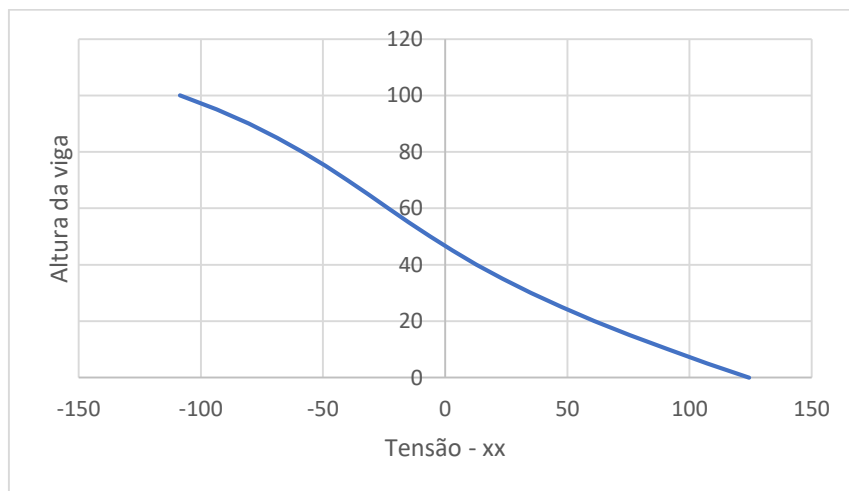


Figura 17: Modelo 5 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 2,0$.

Para o modelo 5 a distribuição de tensões no meio do vão foi não-linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,46h$.

5.1.6 Modelo 6 – viga-parede com relação $L/h = 1,5$; $h = 133,33$ cm; $L = 200$ cm

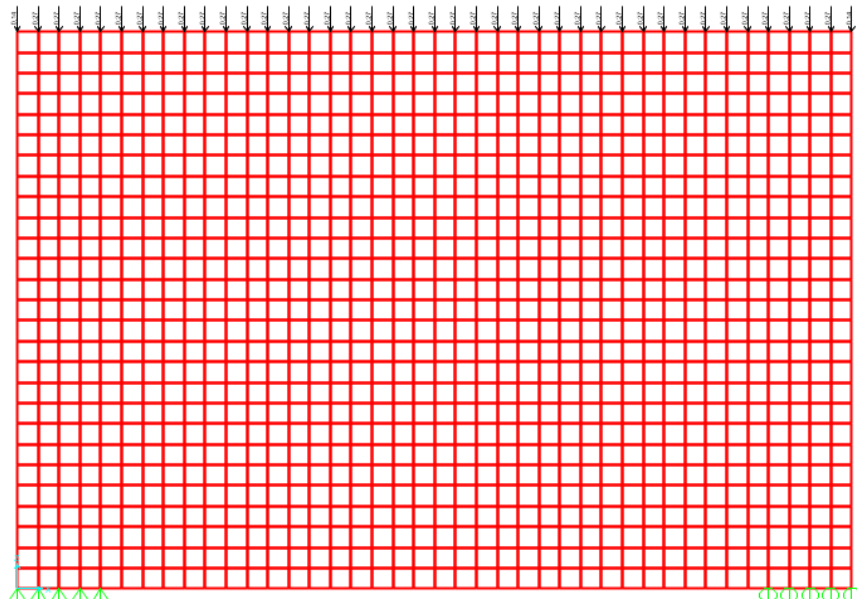


Figura 18: Modelo 6 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 1,5$.

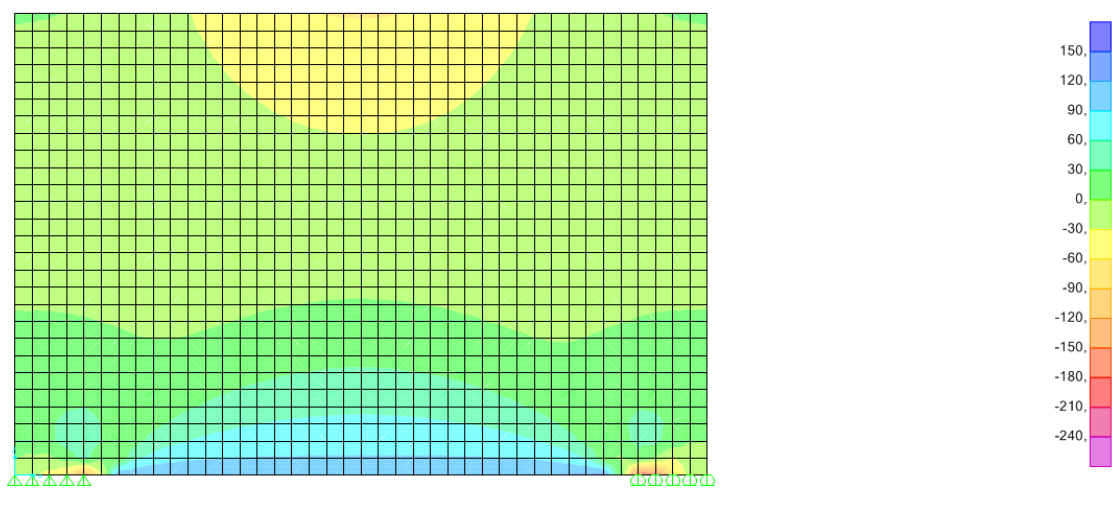


Figura 19: Modelo 6 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 1,5$.

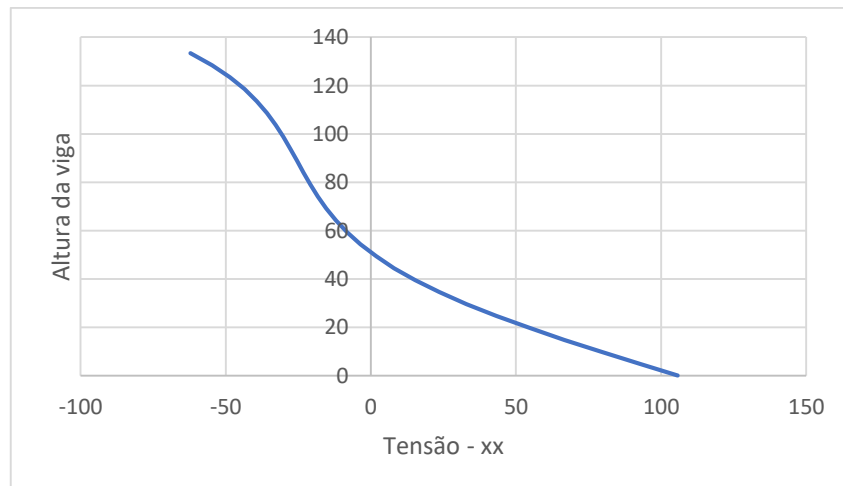


Figura 20: Modelo 6 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 1,5$.

Para o modelo 6 a distribuição de tensões no meio do vão foi não-linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,39h$.

5.1.7 Modelo 7 – viga-parede com relação $L/h = 1,0$; $h = 200$ cm; $L = 200$ cm

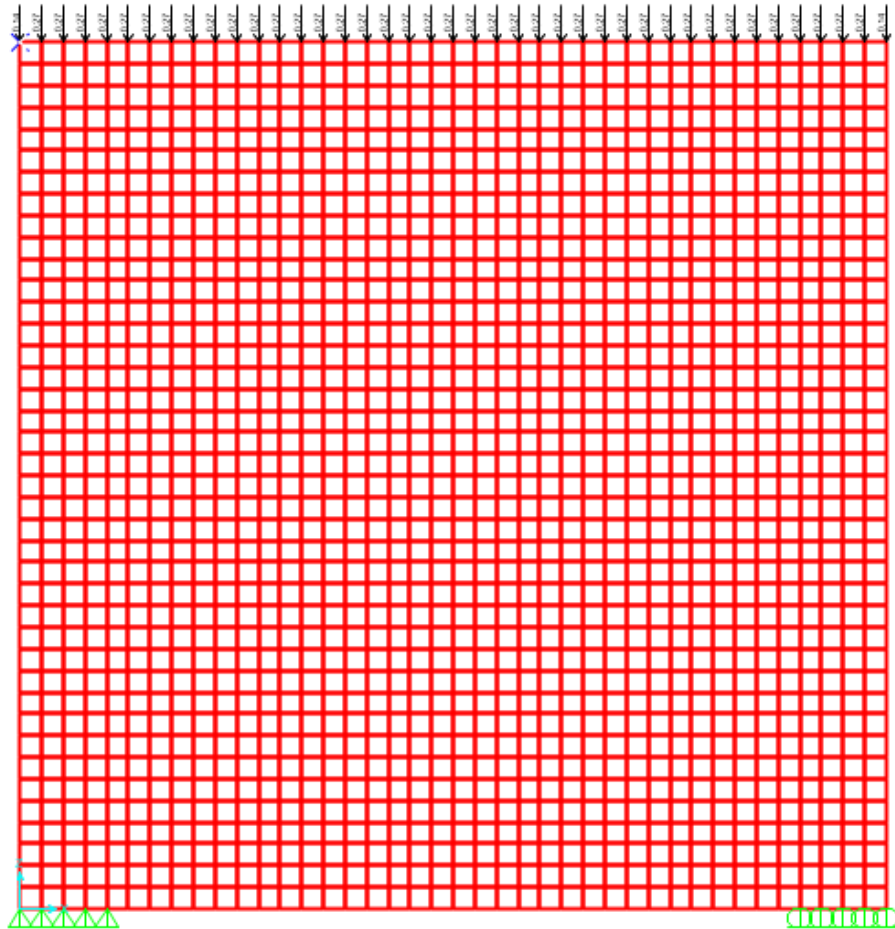


Figura 21 – Modelo 7 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 1,0$.

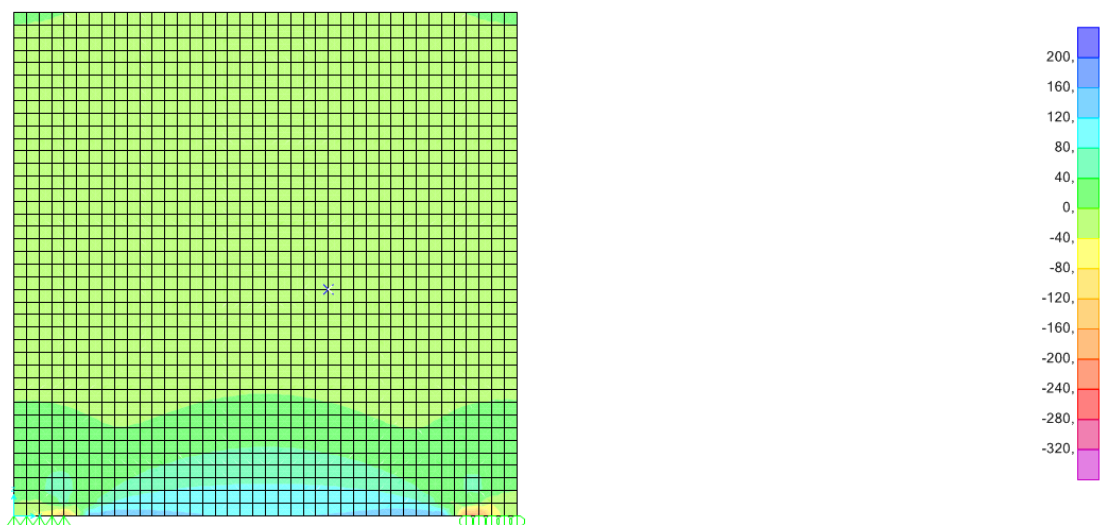


Figura 22: Modelo 7 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 1,0$.

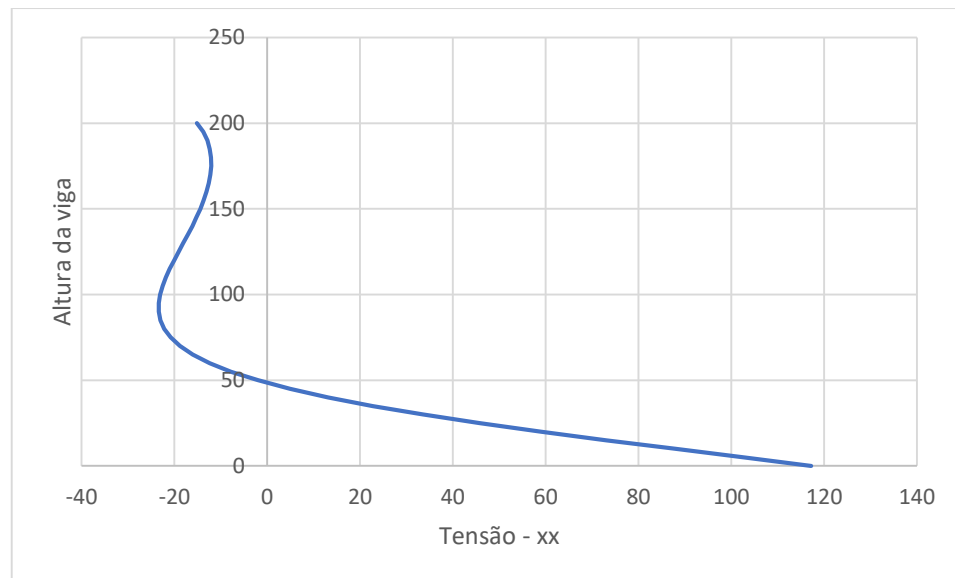


Figura 23: Modelo 7 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 1,0$.

Para o modelo 7 a distribuição de tensões no meio do vão foi não-linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,25h$.

5.1.8 Discussão dos resultados

Para os exemplos expostos, com as geometrias e carregamentos apresentados pudemos observar que somente a partir de uma relação $L/h = 2,5$ as distribuições de tensões normais no meio do vão passam a apresentar uma não linearidade ao longo da altura da viga. A não linearidade ainda é discreta com a posição da linha neutra sendo igual a $0,475h$. Da relação $L/h = 2,5$ para a relação $L/h = 2,0$ a diferença foi sutil, passando a linha neutra para a posição de $0,46h$. A partir da relação $L/h = 1,5$ já vemos uma não linearidade mais acentuada, com a posição da linha neutra sendo igual a $0,39h$. Para a relação $L/h = 1$ a não linearidade é muito evidente com a posição da linha neutra em $0,25h$.

5.2 VIGAS-PAREDE CONTÍNUAS DE DOIS VÃOS

5.2.1 Modelo 1 – viga-parede com relação $L/h = 4$. $h = 50$ cm; $L = 200$ cm

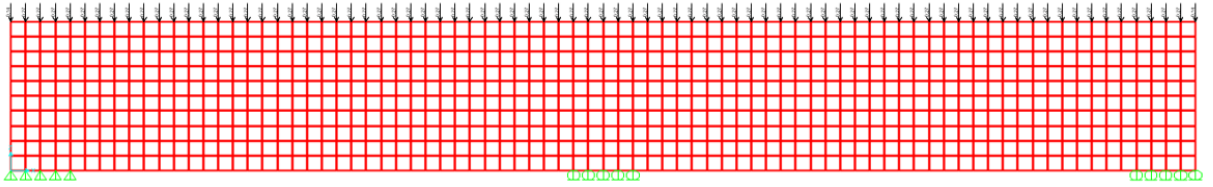


Figura 24 – Modelo 1 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 4$.

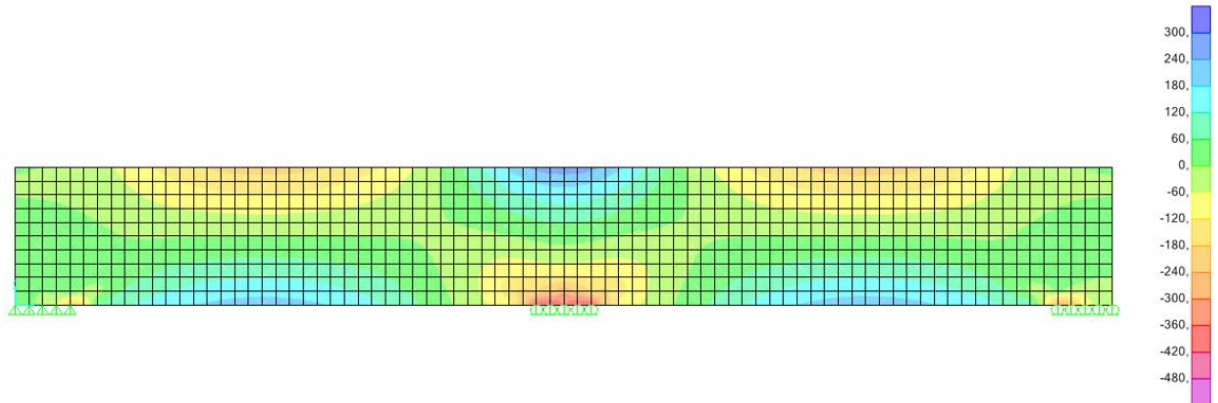


Figura 25 – Modelo 1 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 4$.

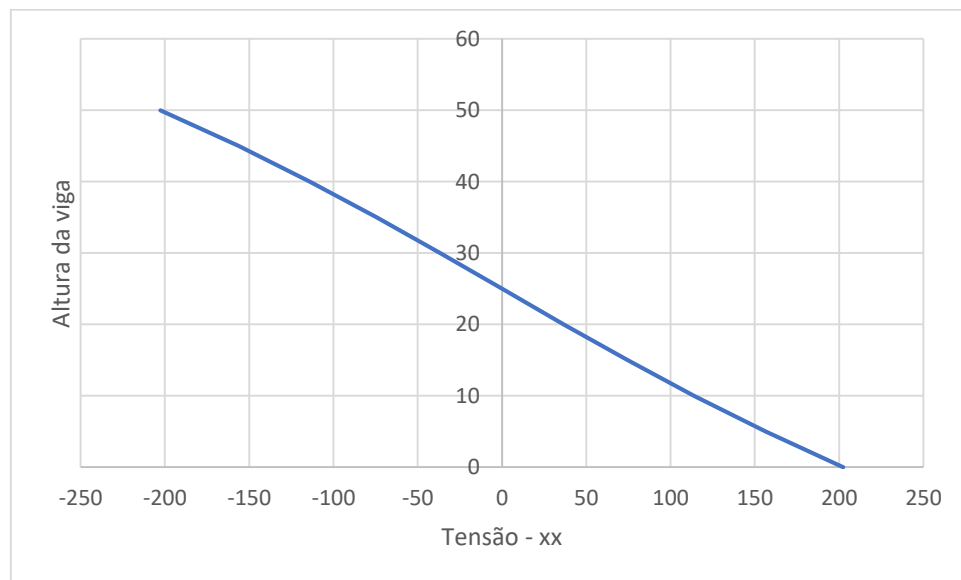


Figura 26 – Modelo 1 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 4$.

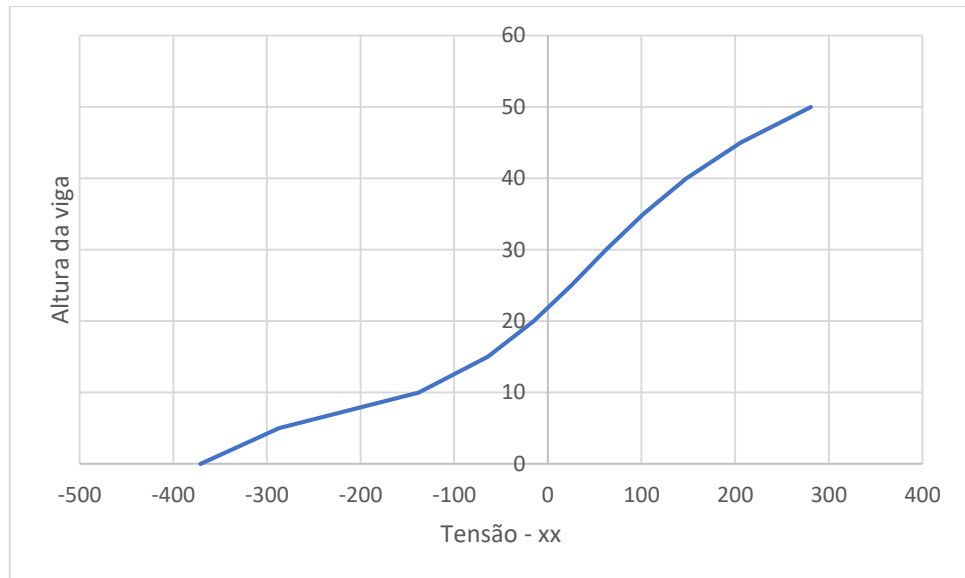


Figura 27 – Modelo 1 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga na seção do apoio central – $L/h = 4$.

Para o modelo 1 a distribuição de tensões no meio do vão foi linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,5h$. Na seção do apoio central a distribuição de tensões foi não-linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,44h$.

5.2.2 Modelo 2 – viga-parede com relação $L/h = 3,64$. $h = 55$ cm; $L = 200$ cm



Figura 28 – Modelo 2 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 3,64$.

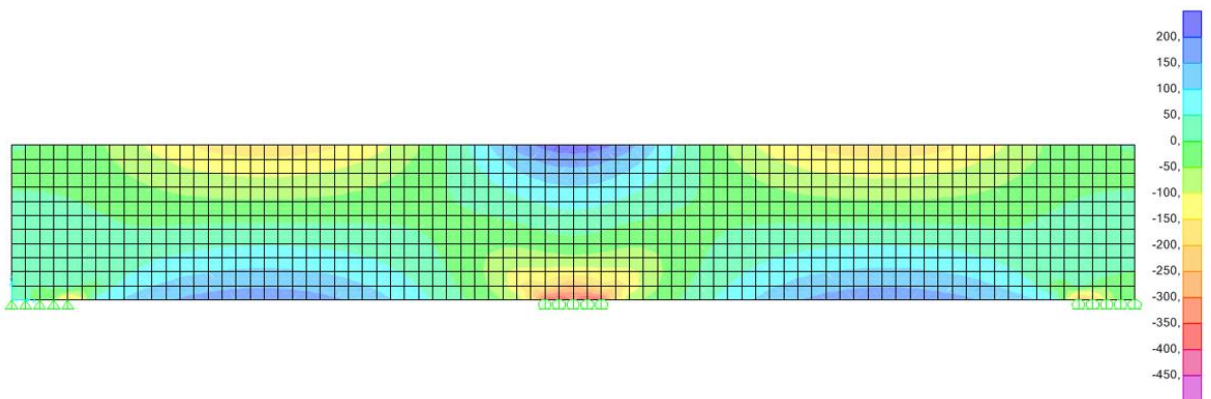


Figura 29 – Modelo 2 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 3,64$.

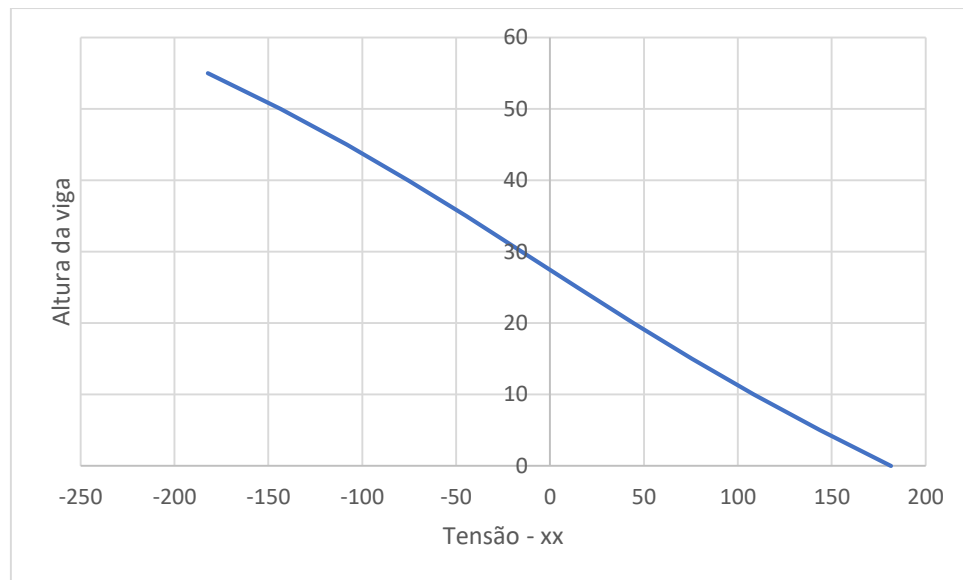


Figura 30 – Modelo 2 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 3,64$.

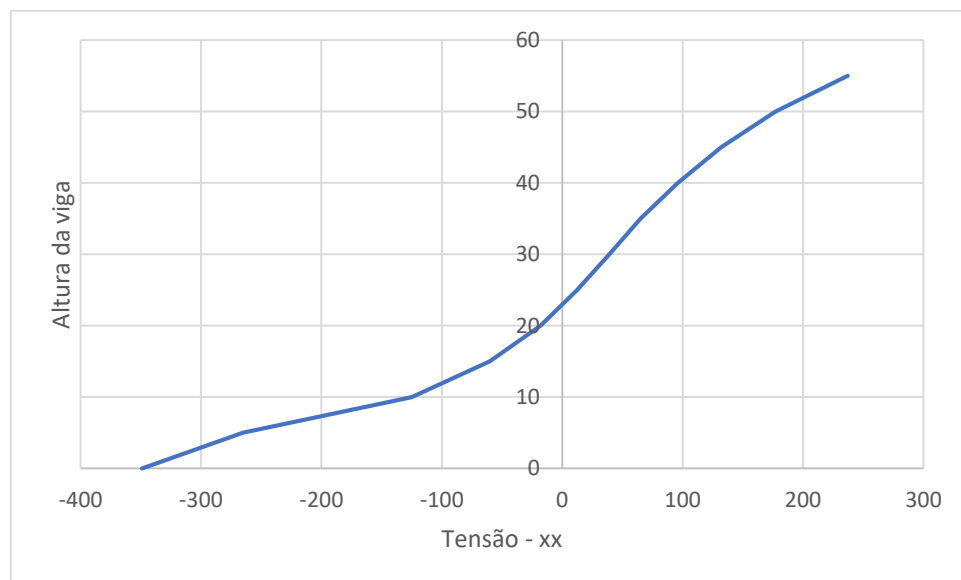


Figura 31 – Modelo 2 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga na seção do apoio central – $L/h = 3,64$.

Para o modelo 4 a distribuição de tensões no meio do vão foi linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,5h$. Na seção do apoio central a distribuição de tensões foi não-linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,42h$.

5.2.3 Modelo 3 – viga-parede com relação $L/h = 3,08$. $h = 65$ cm; $L = 200$ cm

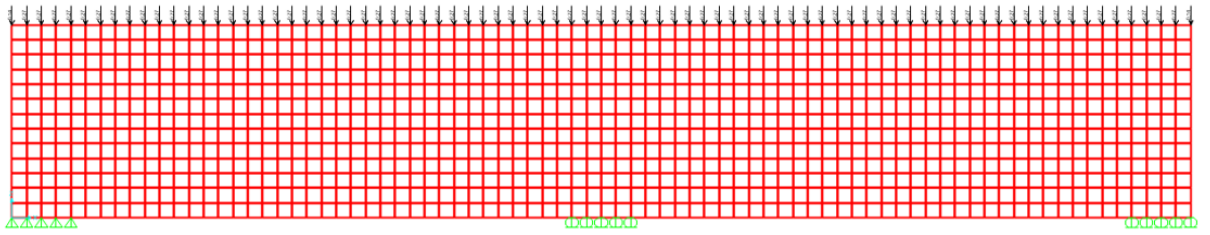


Figura 32 – Modelo 3 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 3,08$.

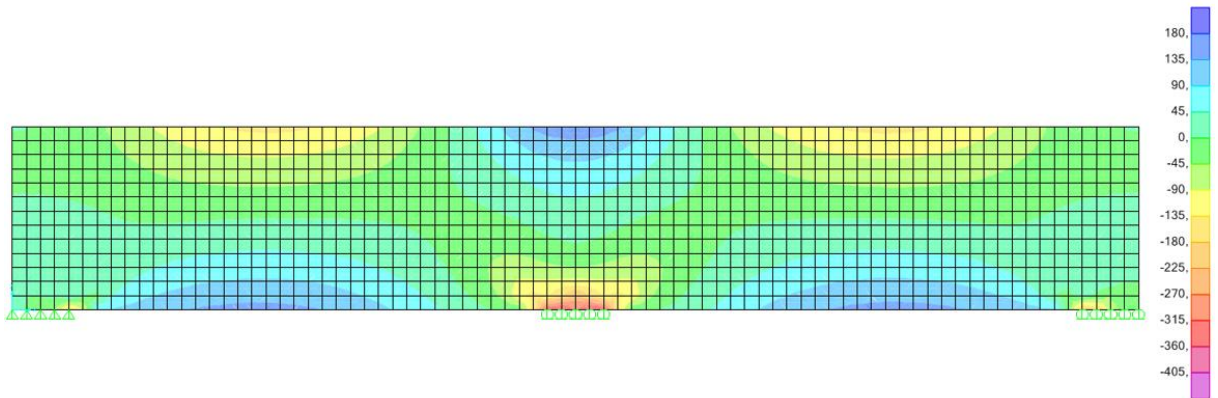


Figura 33 – Modelo 3 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 3,08$.

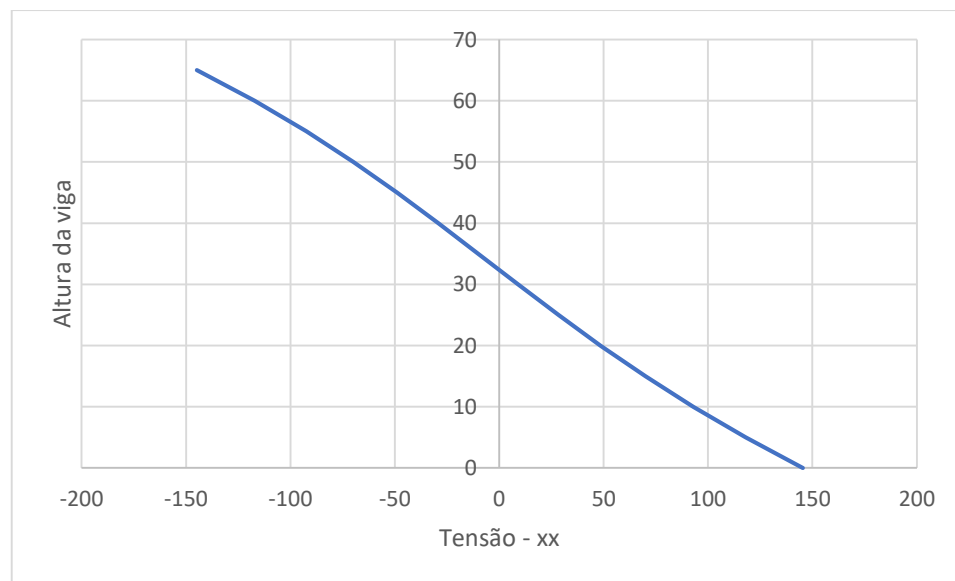


Figura 34 – Modelo 3 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 3,08$.

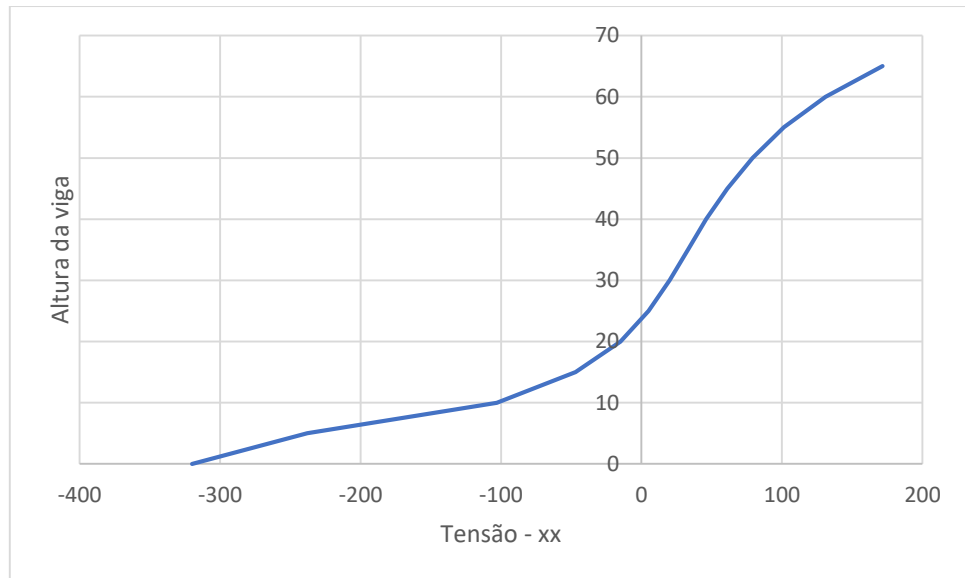


Figura 35 – Modelo 3 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga na seção do apoio central – $L/h = 3,08$.

Para o modelo 3 a distribuição de tensões no meio do vão foi linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,5h$. Na seção do apoio central a distribuição de tensões foi não-linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,37h$.

5.2.4 Modelo 4 – viga-parede com relação $L/h = 2,5$. $h = 80$ cm; $L = 200$ cm

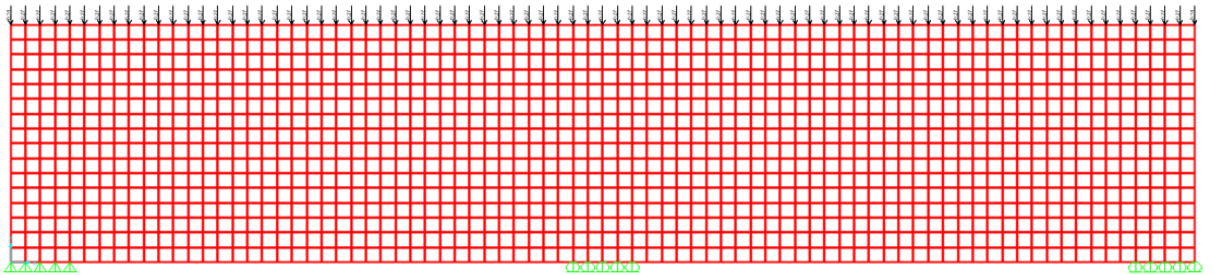


Figura 36 – Modelo 4 – Malha, condições de contorno e carregamento – $L/h = 2,5$.

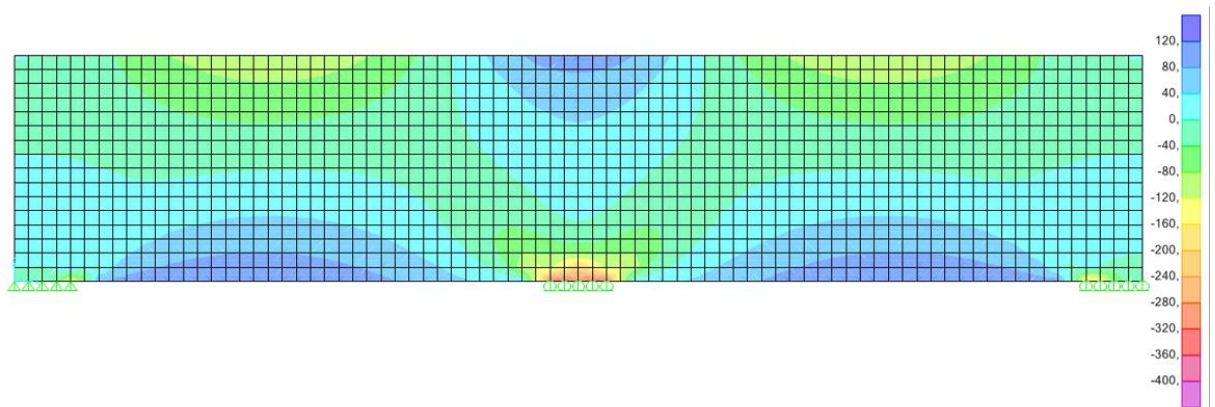


Figura 37 – Modelo 4 – Distribuição de tensões ao longo da seção transversal – $L/h = 2,5$.

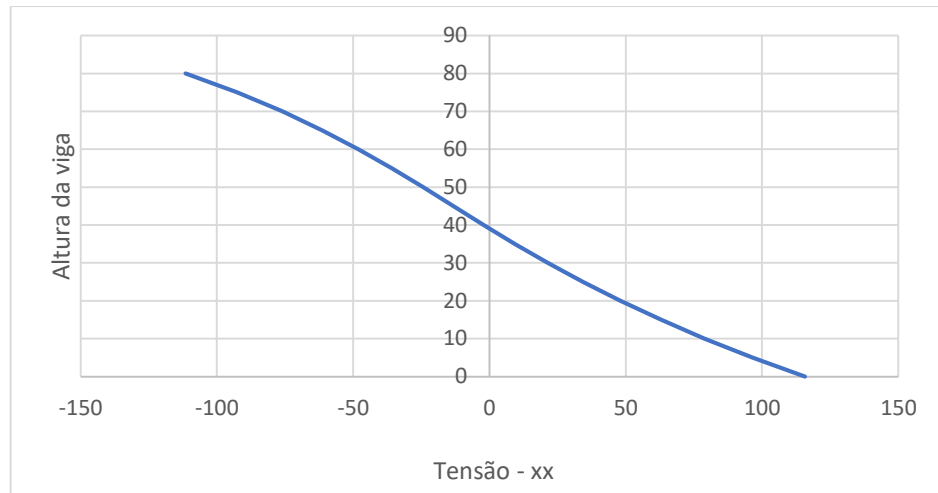


Figura 38 – Modelo 4 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga no meio do vão – $L/h = 2,5$.

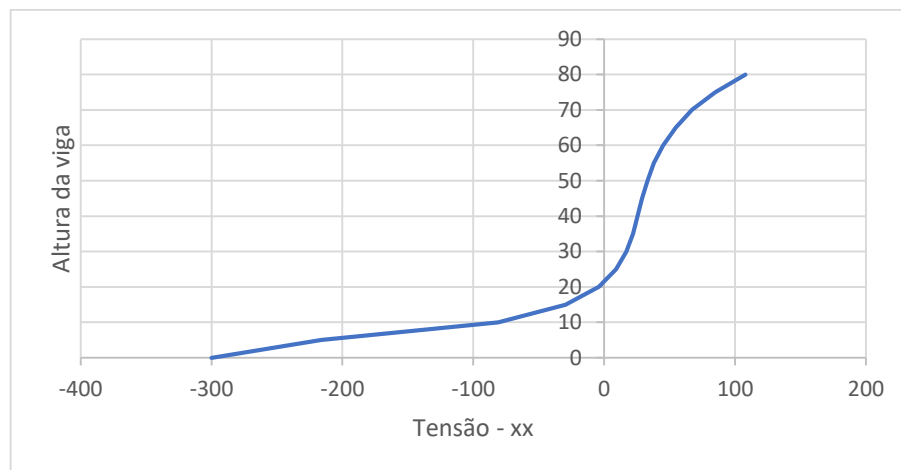


Figura 39 – Modelo 4 – Gráfico distribuição de tensões x altura da viga na seção do apoio central – $L/h = 2,5$.

Para o modelo 4 a distribuição de tensões no meio do vão foi não-linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,487h$. Na seção do apoio central a distribuição de tensões foi não-linear e a posição da linha neutra foi $LN = 0,26h$.

5.2.5 Discussão dos resultados

Para os exemplos expostos, assim como nas vigas bi-apoiadas pudemos observar que somente a partir de uma relação $L/h = 2,5$ as distribuições de tensões normais no meio do vão passam a apresentar uma não linearidade ao longo da altura da viga. A não linearidade é ainda extremamente discreta com a posição da linha neutra sendo igual a $0,487h$. Pudemos observar também o que já era esperado, que nas regiões dos apoios centrais mesmo para relações de L/h que configuraram vigas usuais, ou seja, $L/h > 2,5$, a viga apresenta não linearidade para as tensões normais, comprovando que regiões de apoio são regiões de descontinuidade.

6.0 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS-PAREDE ATRAVÉS DO SOFTWARE EBERICK E ATRAVÉS DO MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES

6.1 DIMENSIONAMENTO DE UMA VIGA-PAREDE COM RELAÇÃO $L/H = 2,5$ E CARGA DISTRÍBUIDA

Como pode ser observado no item 5.1, a partir de uma relação menor que $L/h = 2,5$ a distribuição de tensões passa a ter um comportamento não-linear. De acordo com a NBR 6118 (2014) essa viga seria dimensionada como uma viga comum, portanto, para efeitos de comparação, será realizado o dimensionamento de uma viga com essa relação de maneira convencional através do programa Eberick, que utiliza a NBR 6118 (2014) em seu dimensionamento. E será realizado outro dimensionamento considerando que essa viga seja uma viga-parede e o dimensionamento seguirá as recomendações de dimensionamento de vigas-parede da mesma norma, utilizando o Método das Bielas e Tirantes.

6.1.1 Dimensionamento feito no Eberick

Dados da viga: $f_{ck} = 30 \text{ Mpa}$; $f_{yk} = 500 \text{ Mpa}$; $b_w = 30 \text{ cm}$; $h = 80 \text{ cm}$

Peso próprio da viga: $0,3 \times 0,8 \times 25 = 6 \text{ kN/m}$

Carga distribuída: 351 kN/m

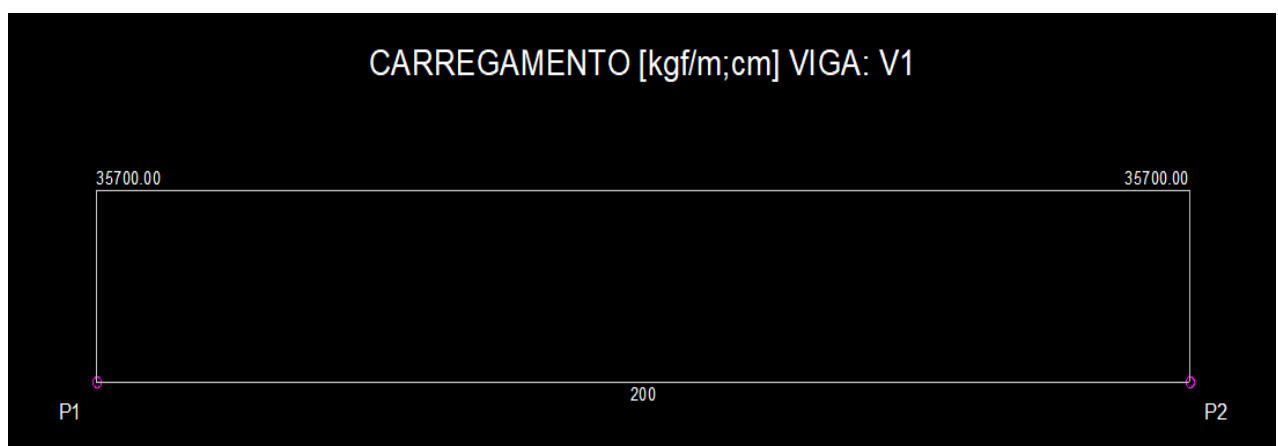


Figura 40: Viga modelada no Eberick – Carregamento.

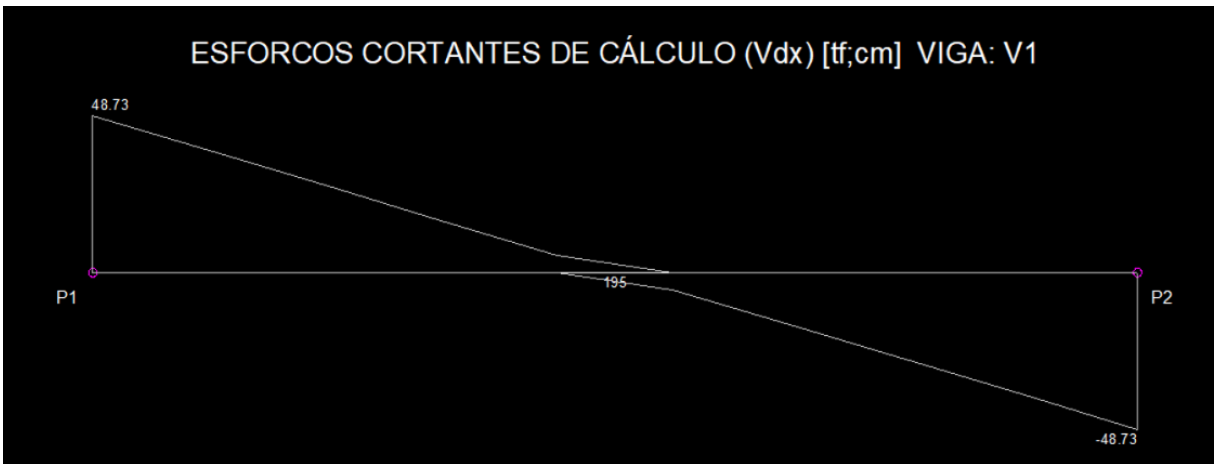


Figura 41: Viga modelada no Eberick – Esforços Cortantes.

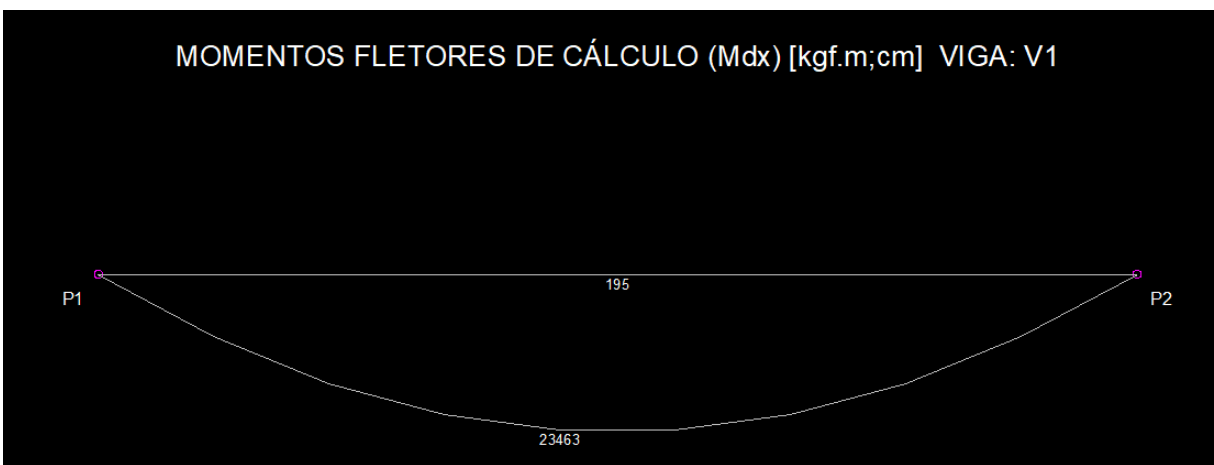


Figura 42: Viga modelada no Eberick – Momento fletor.

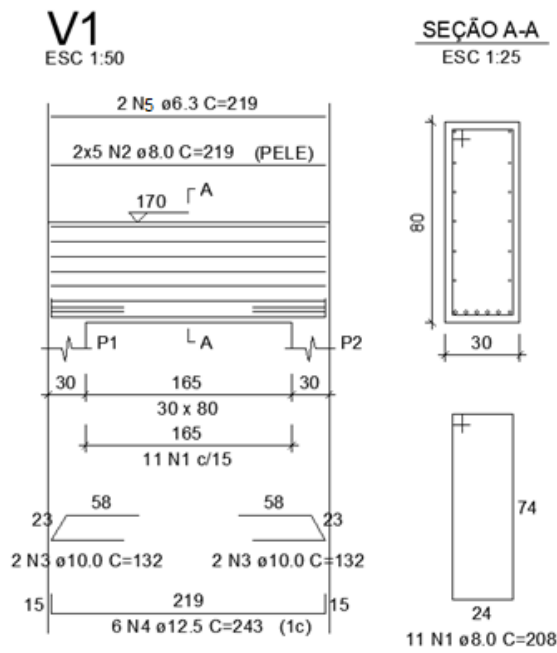


Figura 43: Viga modelada no Eberick – Detalhamento da viga.

O resultado obtido para a viga esta mostrado na figura 43. A armadura inferior adotada foi de $A_s = 7,36 \text{ cm}^2$, que é maior que a armadura mínima.

$$A_{smin} = \rho_{min} \times b \times h = 0,15\% \times 30 \times 80 = 3,6 \text{ cm}^2.$$

6.1.2 Dimensionamento feito pelo Método das Bielas e Tirantes

A NBR 6118 (2014) permite o uso do MBT para dimensionamento de vigas-parede. Vale lembrar que um dos problemas do método é a infinidade de modelos que podem ser criados pelo Engenheiro. Ao longo dos anos diversos modelos para casos específicos foram estudados a fim de contornarem essa questão e evitar possíveis falhas na criação de modelos. A figura 44 ilustra dois modelos de bielas e tirantes para vigas-parede com cargas distribuídas. Para as vigas em estudo será adotado o modelo (a) da figura 44.

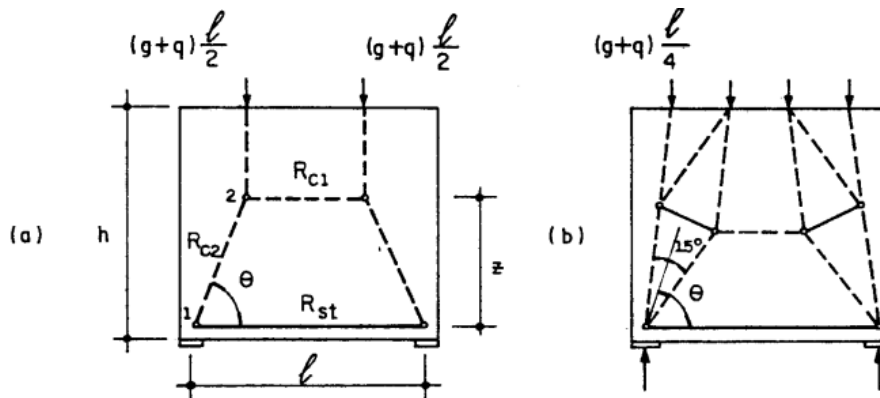


Figura 44 – Figura extraída de Silva, pg 86.

Seguindo as diretrizes do item 3.5.6 tem-se:

1. Determinação das forças atuantes no contorno da estrutura, tais como ações e reações;

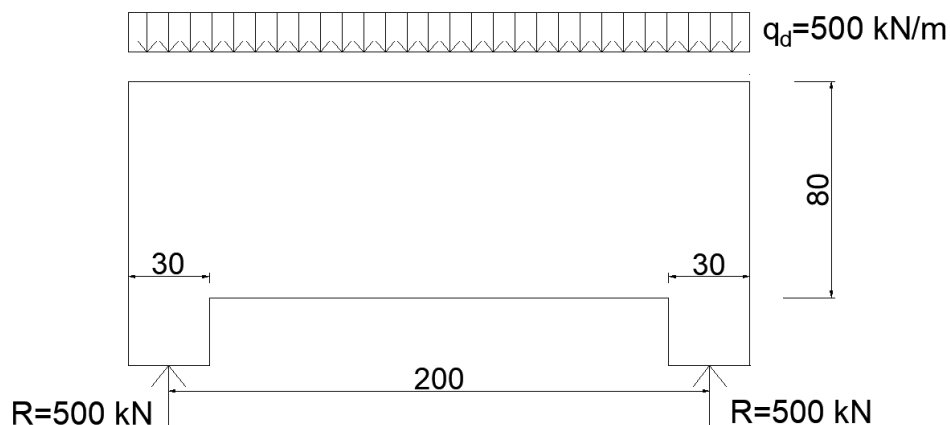


Figura 45: Ações e Reações.

Dados da viga: $f_{ck} = 30 \text{ Mpa}$; $f_{yk} = 500 \text{ Mpa}$; $b_w = 30 \text{ cm}$

Peso próprio da viga: $0,3 \times 0,8 \times 25 = 6 \text{ kN/m}$

Carga: 351 kN/m

Carga de cálculo: $q_d = 500 \text{ kN/m}$

2. Elaboração do modelo de bielas e tirantes substituindo as cargas distribuídas por cargas concentradas;

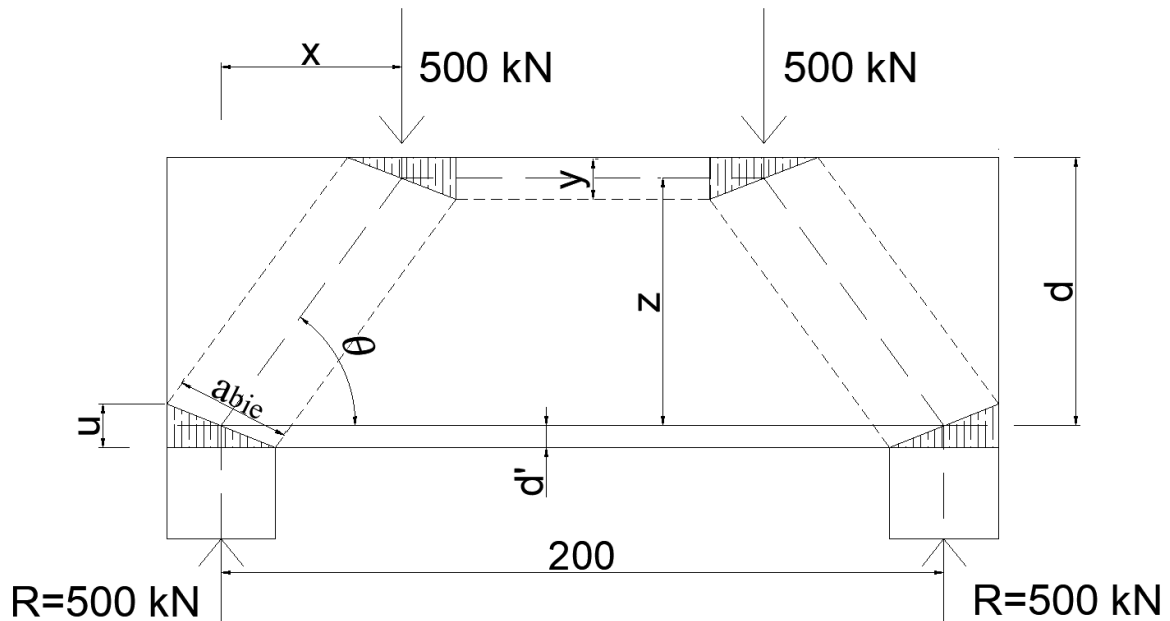


Figura 46: Substituição da carga distribuída por cargas concentradas nos nós.

Para determinar as variáveis y, z, x, θ temos dois caminhos, determinando y pela equação (1) e posteriormente encontrando as demais variáveis geometricamente; ou utilizando o ângulo máximo permitido pela NBR 6118 (2014), ou seja $\tan \theta = 2$ ($\theta = 63,4$) e conseqüentemente $z = 0,5L$ para $h \geq L$ e $z = 0,5h$ para $1 \leq L/h \leq 2$. Para ambos os casos $x = 0,25L$.

$$y = d - \sqrt{(d^2) - (2 x F d x a) / (b x f_{cd1})} \quad (1)$$

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{ck}/1,4 \quad (2)$$

Como a viga tem relação $L/h = 2,5$, utilizaremos a equação de y , pois essa relação não se enquadra dentro dos limites de $z = 0,5L$ para $h \geq L$ e $z = 0,5h$ para $1 \leq L/h \leq 2$.

Vamos considerar $u = 0,15h = 12 \text{ cm}$ (exigência da norma para distribuição da armadura longitudinal).

$$d = h - u/2 = 80 - 12/2 = 74 \text{ cm}$$

$$x = 0,25L = 0,25 \times 200 = 50 \text{ cm}$$

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot (1 - 30/250) \times 30/1,4 = 16,03 \text{ MPa}$$

$$y = 74 - \sqrt{(74^2) - (2 \times 500 \times 50)/(20 \times 1,603)} = 11,42 \text{ cm}$$

$$z = 80 - 12/2 - 11,42/2 = 68,29 \text{ cm}$$

$$\tan \theta = z/a = 68,29/50 = 1,366$$

$$\theta = 53,79^\circ \text{ (dentro do limite da norma)}$$

3. Cálculo da treliça obtendo-se as forças normais de compressão nas bielas e de tração nos tirantes:

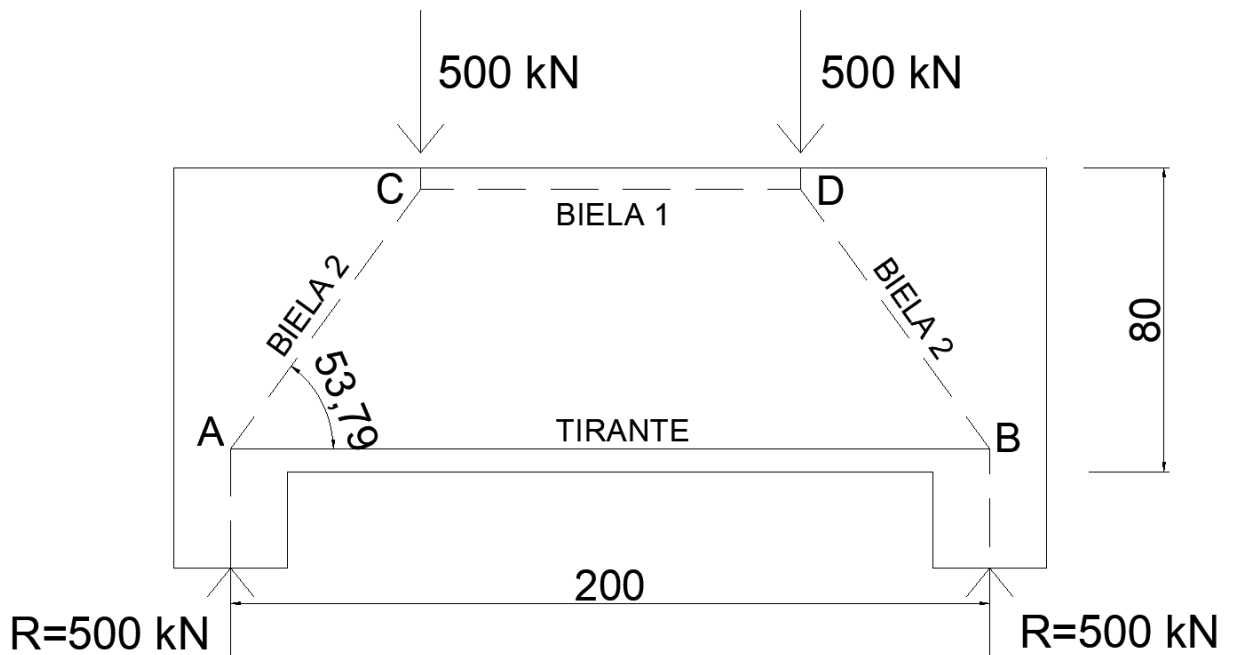


Figura 47: Cálculo das forças nas bielas e tirantes.

Cálculo das forças na biela 2 (Y) e no tirante (X):

$$\sum V_A = 0; \quad 500 - Y \cdot \sin 53,79^\circ = 0; \quad Y = 619,69 \text{ kN}$$

$$\sum H_A = 0; \quad X - 619,69 \cdot \cos 53,79^\circ = 0; \quad X = 366,08 \text{ kN}$$

4. Cálculo das áreas de aço necessárias nos tirantes e definição de suas ancoragens;

Área de aço no tirante:

$$A_s = F_{sd}/f_{yd}$$

A norma recomenda majorar os esforços de cálculo por um coeficiente adicional γ_n , como visto no item 3.5.4, sendo assim:

$$\gamma_n = \gamma_{n1} \times \gamma_{n2} = 1,2 \times 1,2 = 1,44$$

$$A_s = 1,44 \times 366,08 / 50 / 1,15 = 12,125 \text{ cm}^2 \gg 10 \emptyset 12,5 \gg \text{Asefetivo} = 12,272 \text{ cm}^2$$

$$A_{smin} = \rho_{min} \times b \times h = 0,15\% \times 30 \times 80 = 3,6 \text{ cm}^2$$

Comprimento de Ancoragem:

Comprimento de ancoragem básico:

$$\ell_b = (\phi / 4) \times (f_{yd} / f_{bd}) \geq 25 \emptyset$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,448 = 3,26 \text{ MPa}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c = 0,21 \sqrt[3]{30^2} / 1,4 = 1,448 \text{ MPa}$$

$$\ell_b = (0,0125 / 4) \times 434,8 / 3,26 \geq 25 \times 0,0125$$

$$\ell_b = 0,417 \geq 0,313; \text{ ou seja, } \ell_b = 0,417 \text{ m}$$

Comprimento de ancoragem mínimo:

$$\ell_{b,min} \geq \{ 0,3 \ell_b = 0,3 \cdot 0,417 = 0,125 \text{ m}$$

$$10\phi = 0,125 \text{ m}$$

$$0,10 \text{ m}$$

Comprimento de ancoragem necessário:

$$\ell_{b,nec} = \alpha \cdot \ell_b \cdot A_{s,calc} / A_{s,efetivo} \geq \ell_{b,min}$$

$$\ell_{b,nec} = 0,7 \cdot 41,7 \cdot 12,125 / 12,272 = 28,84 \text{ cm} \geq 12,5 \text{ cm}$$

Comprimento disponível: largura do pilar – cobrimento = 27 cm. (é necessário dobra)

5. Verificação das tensões de compressão nas bielas e nos nós críticos;

Verificação na Biela 1:

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \text{ (bielas prismáticas ou nós CCC)}$$

$$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250) = (1 - 30/250) = 0,88$$

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot 0,88 \cdot 30/1,4 = 16,03 \text{ MPa}$$

$$\text{Área da biela 1: } A_{biela} = a_{bie} \times b = 11,42 \times 30 = 342,6 \text{ cm}^2.$$

$$\sigma_{cd} \leq f_{cd1}$$

$$\gamma_n \times F_{sd} / A \leq f_{cd1}$$

$$1,44 \times 366,08 / 342,6 \leq 1,603$$

$$1,54 \leq 1,603 \text{ ok!}$$

Verificação do nó A e B:

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \text{ (bielas atravessadas por tirante único, ou nós CCT);}$$

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = 0,72 \cdot 0,88 \cdot 30/1,4 = 13,58 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd} \leq f_{cd3}$$

$$\gamma_n \times F_{sd} / A \leq f_{cd3}$$

Para reação de apoio:

$$1,44 \times 500 / \text{Apoio} \leq 1,358$$

$$1,44 \times 500 / 30 \times 30 \leq 1,358$$

$$0,8 \text{ kN/cm}^2 \leq 1,358 \text{ kN/cm}^2 \text{ ok!}$$

Para Biela:

$$\text{Área da biela: } A_{biela} = a_{bie} \times b = 31,29 \times 30 = 463,2 \text{ cm}^2.$$

$$a_{bie} = a_1 \sin 53,79^\circ + u \cos 53,79$$

$$a_{bie} = 30 \sin 53,79^\circ + 12 \cos 53,79^\circ = 31,29 \text{ cm}$$

$$1,44 \times 619,69 / A_{biela} \leq 1,358$$

$$892,35/938,7 \leq 1,358$$

$$0,95 \text{ kN/cm}^2 \leq 1,358 \text{ kN/cm}^2 \text{ ok!}$$

6. Detalhamento das armaduras de forma compatível com o posicionamento dos tirantes do modelo idealizado.

Para o exemplo em questão a zona de tração do modelo de bielas e tirantes coincidiu com a altura de $0,15h$, sendo assim, a armadura de flexão será distribuída nessa altura.

Além da armadura de flexão a norma pede armadura de distribuição horizontal e vertical mínima de $0,075.b$ por face, por metro.

Armadura de distribuição vertical: $0,075 \cdot 30 = 2,25 \text{ cm}^2$ por face/m; $14 \phi 8.0 \text{ c}/13$;

Armadura de distribuição horizontal: $0,075 \cdot 30 = 2,25 \text{ cm}^2$ por face/m;

Armadura de pele: $A_{\text{pele}} = 0,1\% A_c = 0,1\% \cdot 30 \cdot 80 = 2,4 \text{ cm}^2$ por face;

Como a armadura de pele é maior, será adotado $2,4 \text{ cm}^2$ por face para armadura horizontal; $5 \phi 8.0$ por face.

6.1.3 Discussão dos resultados

Para o exemplo exposto, no dimensionamento feito pelo programa Eberick a área de aço utilizada para armadura inferior foi de $7,36 \text{ cm}^2$, já a área de aço calculada através do Método das Bielas e Tirantes foi de $12,125 \text{ cm}^2$. As armaduras de cisalhamento e de pele tiveram praticamente o mesmo resultado. Vale observar que mesmo se utilizássemos o coeficiente adicional $\gamma_n = 1$, considerando que a viga tivesse maior confiabilidade, a área de aço calculada para a armadura inferior seria igual a $8,42 \text{ cm}^2$, resultado maior que o resultado obtido pelo Eberick.

6.2 DIMENSIONAMENTO DE UMA VIGA-PAREDE COM RELAÇÃO L/H = 1,0 E CARGA DISTRÍBUIDA

6.2.1 Dimensionamento feito no Eberick

Dados da viga: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$; $f_{yk} = 500 \text{ Mpa}$; $b_w = 30 \text{ cm}$; $h = 200$

Peso próprio da viga: $0,3 \times 2 \times 25 = 15 \text{ kN/m}$

Carga: $699,3 \text{ kN/m}$

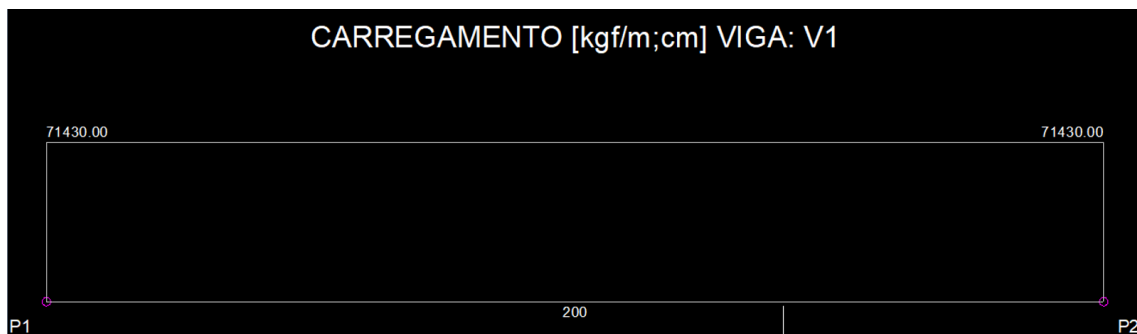


Figura 48: Viga modelada no Eberick – Carregamento.

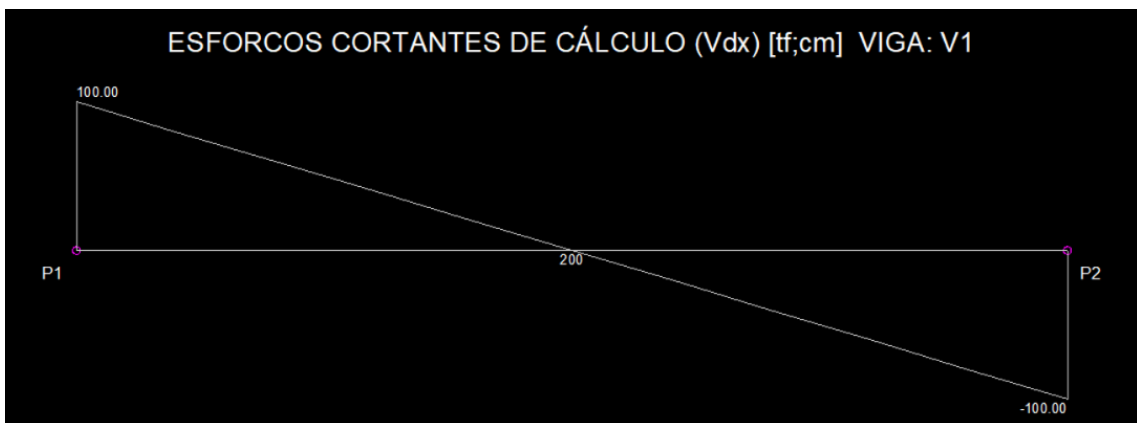


Figura 49: Viga modelada no Eberick – Esforços Cortantes.

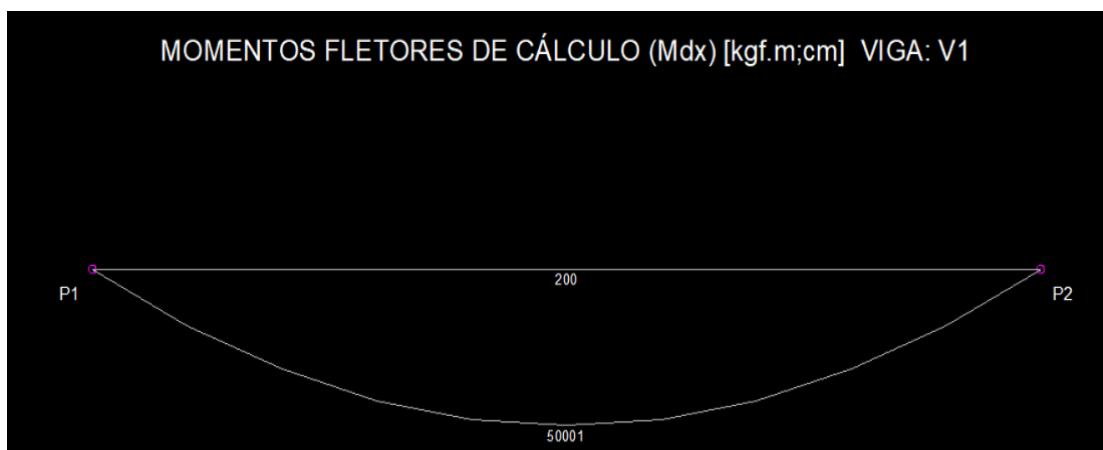


Figura 50: Viga modelada no Eberick – Momento fletor.

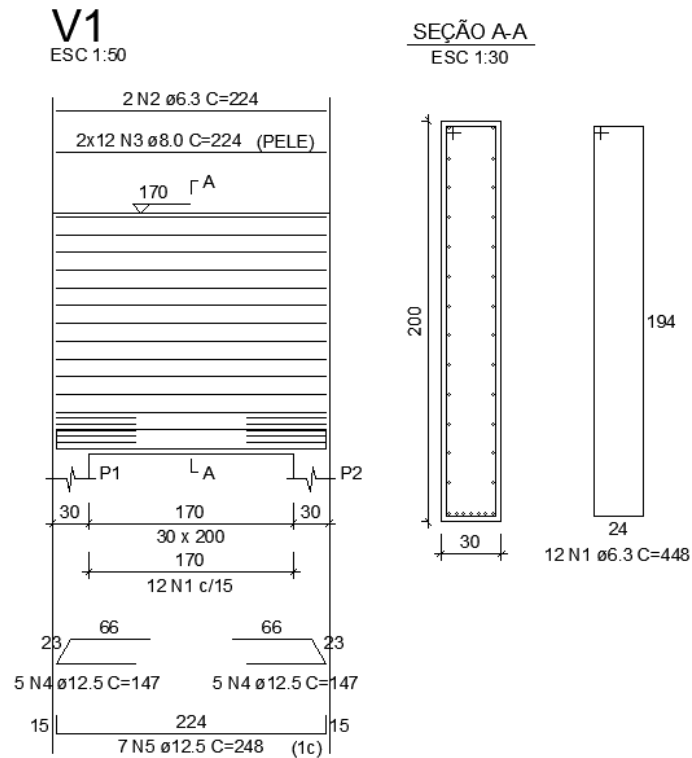


Figura 51: Viga modelada no Eberick – Detalhamento da viga.

O resultado obtido para a viga esta mostrado na figura 51. A armadura inferior adotada foi de $A_s = 8,59 \text{ cm}^2$, que é menor que a armadura mínima.

$$A_{smin} = \rho_{min} \times b \times h = 0,15\% \times 30 \times 200 = 9,0 \text{ cm}^2 \rightarrow 8 \text{ } \varnothing 12,5$$

O programa utilizou o item da NBR 6118 (2014) onde é permitido utilizar o dobro do valor do momento fletor para calcular o A_s e não utilizar a armadura mínima.

6.2.2 Dimensionamento feito pelo Método das Bielas e Tirantes

Seguindo as diretrizes do item 3.5.6 tem-se:

1. Determinação das forças atuantes no contorno da estrutura, tais como ações e reações;

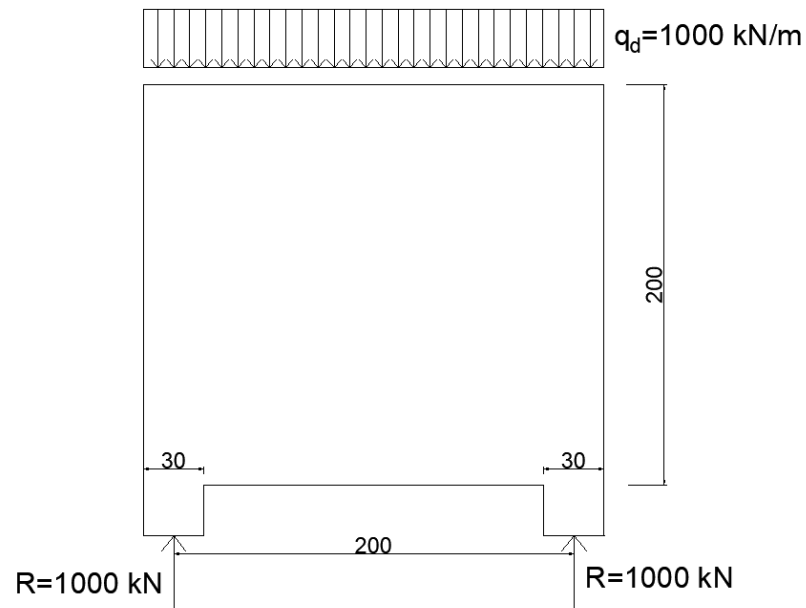


Figura 52: Ações e Reações.

Dados da viga: $f_{ck} = 30 \text{ Mpa}$; $f_{yk} = 500 \text{ Mpa}$; $b_w = 30 \text{ cm}$; $h = 200$

Peso próprio da viga: $0,3 \times 2 \times 25 = 15 \text{ kN/m}$

Carga: $699,3 \text{ kN/m}$

Carga de cálculo: $q_d = 1000 \text{ kN/m}$

2. Elaboração do modelo de bielas e tirantes substituindo as cargas distribuídas por cargas concentradas;

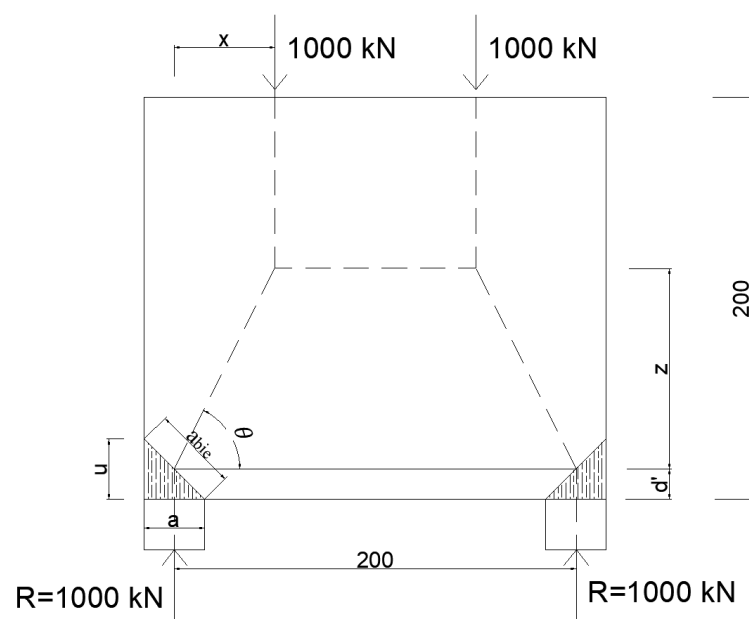


Figura 53: Substituição da carga distribuída por cargas concentradas nos nós.

Para determinar as variáveis y, z, x, θ neste caso utilizaremos o ângulo máximo permitido pela NBR 6118 (2014), ou seja $\tan \theta = 2$ ($\theta = 63,4$) e conseqüentemente $z = 0,5L$ pois $h \geq L$; e $x = 0,25L$.

$$z = 0,5L = 0,5.200 = 100 \text{ cm}$$

$$x = 0,25L = 0,25.200 = 50 \text{ cm}$$

$$\tan \theta = 2$$

$$\theta = 63,4^\circ \text{ (ângulo máximo)}$$

$$u = 0,15h = 0,15.200 = 30 \text{ cm}$$

$$a = 30 \text{ cm}$$

$$a_{bie} = a \sin 63,4^\circ + u \cos 63,4 = 30 \sin 63,4^\circ + 30 \cos 63,4 = 40,26 \text{ cm}$$

3. Cálculo da treliça obtendo-se as forças normais de compressão nas bielas e de tração nos tirantes:

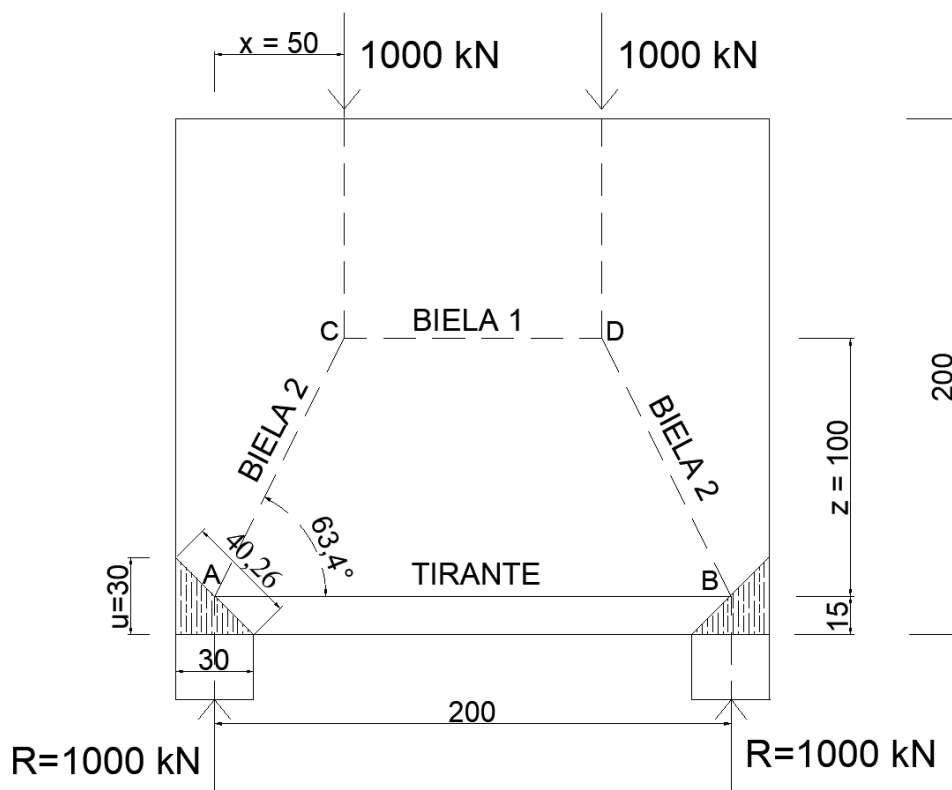


Figura 54: Cálculo das forças nas bielas e tirantes.

Cálculo das forças na biela 2 (Y) e no tirante (X):

$$\sum VA = 0; \quad 1000 - Y \cdot \sin 63,4^\circ = 0; \quad Y = 1118,4 \text{ kN}$$

$$\sum HA = 0; \quad X - 1118,4 \cdot \cos 63,4^\circ = 0; \quad X = 500,8 \text{ kN}$$

4. Cálculo das áreas de aço necessárias nos tirantes e definição de suas ancoragens;

Área de aço no tirante:

$$A_s = F_{sd}/f_{yd}$$

A norma recomenda majorar os esforços de cálculo por um coeficiente adicional γ_n , como visto no item 3.1.3.1, sendo assim:

$$\gamma_n = \gamma_{n1} \times \gamma_{n2} = 1,2 \times 1,2 = 1,44$$

$$A_s = 1,44 \times 500,8 / 50 / 1,15 = 16,59 \text{ cm}^2 \gg 14 \text{ } \emptyset 12,5 \gg A_{sefetivo} = 17,18 \text{ cm}^2$$

$$A_{smin} = \rho_{min} \times b \times h = 0,15\% \times 30 \times 200 = 9,0 \text{ cm}^2$$

Comprimento de Ancoragem:

Comprimento de ancoragem básico:

$$\ell_b = (\phi/4) \times (f_{yd}/f_{bd}) \geq 25 \emptyset$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,448 = 3,26 \text{ MPa}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c = 0,21 \sqrt{30^2} / 1,4 = 1,448 \text{ MPa}$$

$$\ell_b = (0,0125/4) \times 434,8 / 3,26 \geq 25 \times 0,0125$$

$$\ell_b = 0,417 \geq 0,313; \text{ ou seja, } \ell_b = 0,417 \text{ m}$$

Comprimento de ancoragem mínimo:

$$\ell_{b,min} \geq \{ 0,3\ell_b = 0,3 \cdot 0,417 = 0,125 \text{ m}$$

$$10\phi = 0,125 \text{ m}$$

$$0,10 \text{ m}$$

Comprimento de ancoragem necessário:

$$\ell_{b,nec} = \alpha \cdot \ell_b \cdot A_{s,calc} / A_{s,efetivo} \geq \ell_{b,min}$$

$$\ell_{b,nec} = 0,7 \cdot 41,7 \cdot 16,59 / 17,18 = 28,19 \text{ cm} \geq 12,5 \text{ cm}$$

Comprimento disponível: largura do pilar – cobrimento = 27 cm. (é necessário dobra)

5. Verificação das tensões de compressão nas bielas e nos nós críticos;

Os nós singulares sobre o apoio são críticos e, portanto, governam o dimensionamento, bastando a verificação destes. São eles, nó A e nó B.

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \text{ (bielas atravessadas por tirante único, ou nós CCT);}$$

Onde:

$$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250) = (1 - 30/250) = 0,88$$

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = 0,72 \cdot 0,88 \cdot 30/1,4 = 13,58 \text{ MPa}$$

$$\text{Área da biela: } A_{biela} = a_{bie} \times b = 40,26 \times 30 = 1207,8 \text{ cm}^2.$$

$$\sigma_{cd} \leq f_{cd3}$$

$$\gamma_n \times F_{sd} / A \leq f_{cd3}$$

Para reação de apoio:

$$1,44 \times 1000 / \text{Apoio} \leq 1,358$$

$$1,44 \times 1000 / 30 \times 30 \leq 1,358$$

$$1,6 \text{ kN/cm}^2 \leq 1,358 \text{ kN/cm}^2 \text{ não ok!}$$

Podemos aumentar a área do apoio ou aumentar o f_{ck} . Neste exemplo vamos aumentar o f_{ck} para 40 MPa.

$$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250) = (1 - 40/250) = 0,84$$

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = 0,72 \cdot 0,84 \cdot 40/1,4 = 17,28 \text{ MPa}$$

$$1,6 \text{ kN/cm}^2 \leq 1,728 \text{ kN/cm}^2 \text{ ok!}$$

Para Biela:

$$1,44 \times 1118,4 / A_{biela} \leq 1,728$$

$$892,35 / 30 \times 40,26 \leq 1,728$$

$$1,33 \text{ kN/cm}^2 \leq 1,728 \text{ kN/cm}^2 \text{ ok!}$$

6. Detalhamento das armaduras de forma compatível com o posicionamento dos tirantes do modelo idealizado.

Para o exemplo em questão a zona de tração do modelo de bielas e tirantes coincidiu com a altura de $0,15h$, sendo assim, a armadura de flexão será distribuída nessa altura.

Além da armadura de flexão a norma pede armadura de distribuição horizontal e vertical mínima de $0,075.b$ por face, por metro.

Armadura de distribuição vertical: $0,075 \cdot 30 = 2,25 \text{ cm}^2$ por face/m; 14 ϕ 6.3 cd/13;

Armadura de distribuição horizontal: $0,075 \cdot 30 = 2,25 \text{ cm}^2$ por face/m;

Armadura de pele: $A_{pele} = 0,1\%$ $A_c = 0,1\% \cdot 30 \cdot 200 = 6,0 \text{ cm}^2$ por face;

Como a armadura de pele é maior, será adotado $6,0 \text{ cm}^2$ por face para armadura horizontal; 12 ϕ 8.0.

6.2.3 Discussão dos resultados

Para o exemplo exposto, no dimensionamento feito pelo programa Eberick a área de aço utilizada para armadura inferior foi de $8,59 \text{ cm}^2$, já a área de aço calculada através do Método das Bielas e Tirantes foi de $16,59 \text{ cm}^2$. A armadura de cisalhamento obtida pelo MBT foi maior que a área obtida pelo Eberick. A armadura de pele foi a mesma para os dois métodos. Vale observar para essa relação de L/h que mesmo se utilizássemos o coeficiente adicional $\gamma_n = 1$ no MBT, considerando que a viga tivesse maior confiabilidade, o A_s calculado para a armadura inferior seria igual a $11,52 \text{ cm}^2$, resultado maior que o resultado obtido pelo Eberick. No MBT também foi necessário aumentar o f_{ck} da viga para o nó do apoio passar no dimensionamento.

7.0 CONCLUSÃO

Tomando como base as simulações numéricas realizadas no item 5.1, pode-se dizer que, especificamente para esse estudo, para as vigas bi-apoiadas a norma que melhor classifica as vigas como vigas-parede a partir de uma relação L/h é a norma brasileira NBR 6118 (2014), pois observa-se que somente a partir da relação $L/h = 2,5$, a viga começa a apresentar discreta não linearidade nas tensões normais ao longo da altura da viga, e mesmo para a relação $L/h = 2$ essa não linearidade continua sendo muito discreta com a linha neutra passando a uma altura de $0,476h$. Os autores Montoya, Giugliani e Araújo seguem a mesma regra da NBR 6118 (2014), enquanto as normas europeia (Eurocode 2 (2004)) e americana (ACI 318 (2019)) se mostraram mais conservadoras, com relações $L/h = 3$ e $L/h = 4$, respectivamente.

Para as vigas contínuas de dois vãos simuladas no item 5.2, as normas brasileira e europeia são as que melhor classificam as vigas-parede com a relação $L/h < 3$, apesar que a partir dos resultados observamos que apenas a partir da relação $L/h = 2,5$ a viga passa a apresentar um comportamento não linear, com a linha neutra estando a $0,487h$. A norma americana é ainda mais conservadora, com relação de $L/h < 4$. Os autores Montoya, Giugliani e Araújo classificam as vigas como vigas-parede exatamente com a relação $L/h = 2,5$ mostrando mais coerência com os resultados obtidos.

Os resultados encontrados para as regiões de apoio foram os já esperados e compatíveis com a definição da NBR 6118 (2014), que classifica as regiões dos apoios como zonas D, ou seja, regiões de descontinuidade. Portanto especial atenção deve ser dada aos apoios ao se fazer o seu dimensionamento.

Nos estudos feitos para comparar os dimensionamentos pelo programa Eberick e pelo Método das Bielas e Tirantes, concluímos que o Eberick subdimensiona a armadura inferior. Podemos considerar que a viga de relação $L/h = 2,5$ ainda poderia ser tratada como uma viga usual pela NBR 6118 (2014), mas para a viga de relação $L/h = 1$ não poderia ser assim tratada por nenhuma norma aqui apresentada e mesmo por seu comportamento não linear apresentado neste trabalho. Os valores de áreas de aço necessária comparados entre os dois métodos analisados apresentou diferença significativa, sendo que para a viga de relação $L/h = 2,5$ o valor obtido pelo MBT foi 1,65 vezes maior que o calculado pelo Eberick e para a viga de relação $L/h = 1$ o resultado do MBT foi 1,93 vezes maior que do Eberick.

Apesar do programa emitir um aviso informando que o dimensionamento não segue as prescrições da NBR 6118 (2014) para vigas-parede, um usuário com pouca experiência pode ser levado a utilizar o dimensionado, o que seria um erro que poderia levar a graves consequências, pois o dimensionamento não representaria a situação real da estrutura. O indicado seria o programa não dimensionar a viga e só emitir o aviso.

8.0 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-19: Building Code Requirements for Structural Concrete. Farmington Hills, 2019.

THE EUROPEAN UNION PER REGULATION. EN 1992-1-1 (2004) (English): Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2004.

FUSCO, Péricles Brasiliense. Técnicas de armar as estruturas de concreto. 1ª ed. São Paulo: Editora Pini, 1995. 382p.

GIUGLIANI, Eduardo. Concreto Armado 3. In: Apostila. Curso de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Engenharia. Rio Grande do Sul. Disponível:

https://www.politecnica.pucrs.br/professores/giugliani/ENGENHARIA_CIVIL_-_Concreto_Armado_III/02_Viga_Parede.pdf. Acesso em 29/08/23.

MONTOYA, Pedro Jiménez; MESEGUER, Álvaro García; CABRÉ, Francisco Morán. Hormigón Armado. 14 ed. Barcelona: Gustavo Gili, SA, 2000. 844p.

SANTOS, Gláucia Gleice Maciel. Análise Sistemática de Vigas-Parede Biapoiadas de Concreto Armado. In: Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999. 175 p. Disponível em: <https://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto3/Diss-V.Parede.pdf>. Acesso em 29/08/23.

SANTOS, Daniel dos. Análise de Vigas de Concreto Armado Utilizando Modelos de Bielas e Tirantes. In: Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2006. 195 p. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-22062006-102606/publico/2006ME_DanieldosSantos.pdf. Acesso em 29/08/23.

LADEIRA, Artur Hallack. Análise de Estruturas de Concreto Armado via Modelos de Bielas e Tirantes e Técnicas de Otimização Topológica. In: Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2019. 117 p. Disponível em: https://www.propec.ufop.br/uploads/propec_2022/teses/arquivos/dissertacao-artur-ladeira.pdf. Acesso em 29/08/23.

AGUIAR, Caio Cesar Pereira de. Dimensionamento de Estruturas Especiais de Concreto Armado pelo Método de Bielas e Tirantes. In: Dissertação de Mestrado. Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2018. 129 p. Disponível em: http://rangellage.com.br/wp-content/uploads/2019/07/Mestrado_Bielas-e-Tirantes-Caio-Aguiar.pdf. Acesso em 29/08/23.

SANTOS, Daniel Miranda dos. Dimensionamento de elementos especiais de concreto: Modelos de bielas e tirantes. In: Curso, Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural, ABECE. Maio, 2014. 142 p.

ARAÚJO, José Milton de. Curso de Concreto Armado. Rio Grande: Dunas, 2010, v.4. 3ª ed. 319 p.

SILVA, Reginaldo Carneiro da. Concreto Armado: Aplicações de Modelos de Bielas e Tirantes. In: Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1991. 202 p. Disponível em: http://web.set.eesc.usp.br/static/media/producao/1991ME_ReginaldoCarneirodaSilva.pdf. Acesso em 29/08/23.

OLIVEIRA, Matheus Henrique do Nascimento. Vigas-Parede: Métodos de Análise e Critérios de Projeto. In: Monografia. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2019. 117 p. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/40492/1/MatheusOliveira_Vigas-parede_2019.pdf. Acesso em 29/08/23.

MAXWELL. Modelos de Bielas e Tirantes. Capítulo 2. PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0812424/CA. Ano desconhecido. Disponível em: https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/20548/20548_3.pdf. Acesso em 29/08/23.

SANTOS, Daniel Miranda dos. Projeto estrutural por bielas e tirantes. 1ª ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2021. 128 p.

DEMEC. Introdução ao Método dos Elementos Finitos. Universidade Federal do Paraná. Disponível em: <http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM266/Apostila/Introdu%C3%A7%C3%A3o%20ao%20MEF.pdf>. Acesso em 29/08/23.

AZEVEDO, Álvaro F. M. Método dos Elementos Finitos. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Portugal. 1ª ed. 2003. Disponível em: http://www.alvaroazevedo.com/publications/books/livro_mef_aa_1ed/doc/livro_mef_aa.pdf. Acesso em 29/08/23.

PITANGUEIRA, Roque. Curso de Especialização em Estruturas: Análise e Modelagem de Estruturas II. Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais. Versão 2019-2.