

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO Nº 997

**PROCESSAMENTO DE SINAIS DE DESCARGAS PARCIAIS UTILIZANDO
DICIONÁRIOS SOBRE-COMPLETOS E REPRESENTAÇÕES ESPARSAS**

Fernando Thomé de Azevedo Silva

DATA DA DEFESA: 27/07/2017

Universidade Federal de Minas Gerais

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**PROCESSAMENTO DE SINAIS DE DESCARGAS PARCIAIS
UTILIZANDO DICIONÁRIOS SOBRE-COMPLETOS E
REPRESENTAÇÕES ESPARSAS**

Fernando Thomé de Azevedo Silva

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Hilton de Oliveira Mota

Belo Horizonte - MG

Julho de 2017

Fernando Thomé de Azevedo Silva

Processamento de sinais de Descargas Parciais
utilizando dicionários sobrecompletos e representações esparsas/ Fernando Thomé
de Azevedo Silva. – Belo Horizonte - Brasil, 2017, v-1.1-
112 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Hilton de Oliveira Mota

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, 2017, v-1.1.

1. Descargas Parciais. 2. Processamento Esparso. I. Hilton de Oliveira Mota.
II. Universidade Federal de Minas Gerais. III. Programa de Pós Graduação em
Engenharia Elétrica. IV. Processamento de sinais de Descargas Parciais utilizando
dicionários sobrecompletos e representações esparsas.

CDU 02:141:005.7

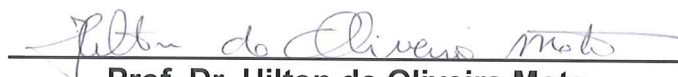
"Processamento de Sinais de Descargas Parciais Utilizando Dicionários Sobre-completos e Representações Esparsas"

Fernando Thomé de Azevedo Silva

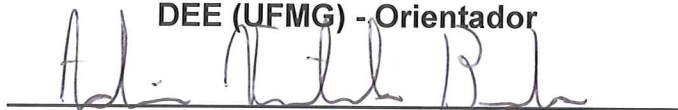
Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 27 de julho de 2017.

Por:



**Prof. Dr. Hilton de Oliveira Mota
DEE (UFMG) - Orientador**



**Prof. Dr. Adriano Vilela Barbosa
DELT (UFMG)**



**Prof. Dr. Flávio Henrique Vasconcelos
DEE (UFMG)**

*A Deus,
a meus pais e irmãs, minha base e ponto de partida.
À Marcela, minha companheira durante a jornada.
E à Cecília, minha nova razão de viver.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pela minha vida e pelas bênçãos diárias em que sou agraciado e por ser o guia em toda a minha jornada.

Agradeço ao Prof. Hilton de Oliveira Mota, pelas contribuições diretas neste trabalho, além da presença e incentivo durante o desenvolvimento. Agradeço também por ter cedido a base de sinais medidos de Descargas Parciais utilizadas neste trabalho.

Agradeço a meus pais e irmãs, pelo amor incondicional, por serem base e inspiração da minha caminhada.

Agradeço à Marcela, pela dedicação e companheirismo, estando ao meu lado em cada dificuldade, sendo companheira nas diversas noites em claro.

Agradeço também à Cecília, minha nova razão de viver.

Agradeço também aos colegas do Laboratório de Medição e Instrumentação Computacional por dividirem, nestes 2 anos, as dificuldades, aflições e claro, alegrias deste processo do mestrado.

*“Não me siga, não sei onde estou
o futuro é quem vai me guiar
o desafio tem este sabor
já não tenho nada pra provar” (Treze Provisório)*

Resumo

O fenômeno de descargas parciais (DPs) em materiais dielétricos pode causar a sua degradação. Por isso, a medição de DPs é amplamente utilizada para diagnosticar as condições do isolamento de equipamentos elétricos, tais como transformadores, cabos e motores. Contudo, a medição de DPs em campo é limitada devido às características inerentes desse tipo de sinal, como baixa amplitude (na ordem de milivolts) e amplo espectro de frequências. Além disso, frequentemente a medição é inviabilizada devido às interferências causadas por ruídos presentes no ambiente, onde também estão presentes tensões de grande amplitude (da ordem de quilovolts), que dificultam o diagnóstico in loco. A utilização de filtros digitais lineares para atenuação de ruídos em descargas parciais é limitada, uma vez que sinais de DPs e os ruídos geralmente ocupam faixas de frequências não facilmente separáveis. Portanto, a filtragem de DPs demanda a utilização de técnicas de processamento de sinais mais avançadas, principalmente com o objetivo de atenuar ruídos específicos deste tipo de sinal. Técnicas de processamento de sinais baseadas em dicionários analíticos compõem-se, de maneira geral, da busca pela melhor combinação de um conjunto de sinais elementares (átomos do dicionário) para realizar a representação do sinal. Citam-se, como exemplo, as decomposições por Fourier ou *Wavelets*. Entretanto, a utilização de dicionários sobrecompletos, compostos, por exemplo, da junção de diferentes famílias *Wavelets*, permite obter representações mais próximas das características do sinal em questão. No entanto, ao utilizar dicionários sobrecompletos, obtém-se um sistema sobredeterminado (sistema mal condicionado), que permite infinitas soluções. Para se chegar a uma solução particular, é preciso inserir restrições ao problema (regularização) e utilizar uma abordagem iterativa que minimize o erro de representação. Esta abordagem pode ser modelada como um típico problema de otimização, e uma de suas soluções consiste em buscar por representações esparsas por meio da minimização da norma L1, conhecida como Método de Busca da Base.

Este trabalho apresenta um método de filtragem de sinais de DPs baseado em um algoritmo iterativo que utiliza dicionários de *Wavelets* sobrecompletos e, a partir de representações esparsas, busca obter uma reconstrução livre de ruídos (Método de Busca da Base para Filtragem). O algoritmo utilizado é o *SALSA* (*Split Variable Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm*), que baseia-se no método do lagrangiano aumentado, associados à técnica de separação de variáveis. A abordagem proposta é apresentada e explicada neste trabalho, sendo apresentadas as características e limitações desta, bem como as metodologias utilizadas para configuração, ajuste de parâmetros e composição do dicionário sobrecompleto. A eficiência da filtragem foi avaliada considerando uma base de sinais de DPs composta por casos reais (medidos em laboratório) e sintéticos (gerados por modelos numéricos). A abordagem proposta obteve resultados significativos na filtragem de ruídos tipo AM e Gaussianos, obtendo também expressivo resultados na filtragem de ruídos de

natureza impulsiva, embora com algumas limitações neste caso. O desempenho foi avaliado a partir de comparações entre os sinais originais e filtrados, considerando análises visuais e numéricas obtidas por métricas de desempenho comumente utilizadas.

Palavras-chaves: Descargas Parciais. Processamento Esperso. Atenuação de Ruídos.

Abstract

The partial discharge (PD) phenomenon may cause the degradation of dielectric materials. Therefore, PD measurement is an important tool to diagnose the insulation conditions of electric equipment such as transformers, cables, and motors. However, on site PD measurement is usually limited due to the inherent characteristics of this type of signal, such as the low amplitude (millivolts) and broad frequency spectrum. Moreover, measurements often become impossible due to interferences caused by the ambient noises, related to the high voltage amplitudes (kilovolts). The application of LTI (Linear Time Invariant) filters for noise attenuation is limited since PD signals and noise typically occupy frequency bands not easily separable. Therefore, PD filtering requires the use of advanced signal processing techniques, especially those adapted to this specific type of signal. Generally, the signal processing techniques based on analytic dictionaries consist of searching for the best combination of a set of elementary signals (dictionary atoms) to compose a signal representation. As an example, the decompositions by Fourier or Wavelets may be mentioned. However, the use of overcomplete dictionaries composed by, for example, a blend of different wavelet families, allows closer representations of the signal's properties in question. However, when using overcomplete dictionaries, an ill-posed system of equations is obtained, which leads to infinite solutions. To find a particular solution, the problem must be constrained (regularization) and an iterative approach that minimizes the representation error must be used. This approach can be modeled as a typical optimization problem that can be solved by looking for sparse representations by minimizing the L1 norm, which is known as Basis Pursuit. This text presents a PD denoising method based on an iterative algorithm that uses overcomplete wavelets dictionaries and, from sparse representations, aims to obtain a noise-free reconstruction (Basis Pursuit Denoising). The optimization algorithm used in this method is named SALSA (Split Variable Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm) and is based on the Augmented Lagrangian approach associated with techniques for variable separation. The procedure is further detailed in the text along with its characteristics and limitations. Methods used for parameters setting, configure the algorithm and compose the overcomplete dictionary also be presented. The denoising performance was evaluated considering a PD signal database composed by real (measured in the laboratory) and synthetic (generated by numerical models) cases. It is shown that the proposed approach obtained significant results in filtering AM and Gaussian noise types, with significant success, and obtaining also expressive results in the filtering of impulsive noise, although with some limitations in this case. The performance was evaluated by comparing the original and filtered signals, considering visual and numerical analysis obtained by commonly used denoising performance metrics.

Key-words: Partial Discharges. Sparse Processing. Denoising.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplo Descargas Parciais	27
Figura 2 – Exemplo convexidade de conjuntos	41
Figura 3 – Famílias <i>wavelet</i>	45
Figura 4 – Exemplo Minimização	46
Figura 5 – Planta de medição de Descargas Parciais	55
Figura 6 – Sinais Medidos em laboratório. a)Sinal Medição de DP 1 (Ruído AM). b)Sinal Medição de DP 2(Ruído AM). c)Sinal Medição de DP 2 (Ruído AM)	56
Figura 7 – Sinal de DPs simuladas	57
Figura 8 – Sinal de DPs corrompido por ruído do tipo Gaussiano	58
Figura 9 – Sinal de DPs corrompido por ruído do tipo harmônico	59
Figura 10 – Sinal de DPs corrompido por ruído do tipo harmônico	60
Figura 11 – Comportamento da esparsidade de $y(\ y\ _1)$ e erro de reconstrução $(\ x - Ay\ _2)$ em função do número de iterações	70
Figura 12 – Comportamento de $\ y\ _1$ para diferentes valores de penalização	71
Figura 13 – Impacto do tamanho do dicionário na Relação sinal/erro de reconstrução(RSER)	76
Figura 14 – Impacto do tamanho do dicionário na correlação cruzada	77
Figura 15 – Impacto do tamanho do dicionário na distorção de amplitude de pulso	77
Figura 16 – Custo computacional	78
Figura 17 – Comparação entre pulsos medidos e gerados artificialmente para teste	79
Figura 18 – Comparação entre Pulsos de DP e Famílias Wavelet	79
Figura 19 – Comparação entre dicionários Propostos	84
Figura 20 – Comparação entre dicionários Propostos	85
Figura 21 – Sinal Sintético com ruído Gaussiano - Resultado obtido pela filtragem	90
Figura 22 – Detalhes dos Pulsos de DP e ruído do sinal sintético com ruído Gaussiano em detalhe	90
Figura 23 – Sinal Sintético com ruído Harmônico - Resultado obtido pela filtragem	91
Figura 24 – Detalhes dos Pulsos de DP e ruído do sinal sintético com ruído Harmônico em detalhe	92
Figura 25 – Sinal Sintético com ruído impulsivo - Resultado obtido pela filtragem	93
Figura 26 – Detalhes dos Pulsos de DP e ruído do sinal sintético com ruído Harmônico em detalhe	94
Figura 27 – Sinal Medido 01 - Resultado obtido pela filtragem	95
Figura 28 – Ruído presente no sinal medido 01 em detalhe	95
Figura 29 – Pulsos de DP do sinal medido 01 em detalhe	96

Figura 30 – Sinal medido 04 - Resultado obtido pela filtragem	97
Figura 31 – Pulsos de DP do sinal medido 04 em detalhe	97
Figura 32 – Ruído presente no sinal medido 04 em detalhe	98
Figura 33 – Sinal medido 02 - Resultado obtido pela filtragem	107
Figura 34 – Pulsos de DP do sinal medido 02 em detalhe	108
Figura 35 – Ruído presente no sinal medido 02 em detalhe	109
Figura 36 – Sinal medido 03 - Resultado obtido pela filtragem	109
Figura 37 – Pulsos de DP do sinal medido 03 em detalhe	110
Figura 38 – Ruído presente no sinal medido 03 em detalhe	110
Figura 39 – Sinal medido 05 - Resultado obtido pela filtragem	111
Figura 40 – Pulsos de DP do sinal 05 em detalhe	111
Figura 41 – Ruído presente no sinal medido 05 em detalhe	112

Lista de tabelas

Tabela 1 – Valores de λ encontrados após as iterações	72
Tabela 2 – Correlação entre famílias wavelet e sinal de DP	80
Tabela 3 – Formação do dicionário a partir das famílias mais correlacionadas	81
Tabela 4 – Estatísticas da avaliação do método a partir de formação por famílias mais correlacionadas	81
Tabela 5 – Melhores combinações de 2 famílias de <i>Wavelets</i>	83
Tabela 6 – Melhores dicionários formados por avaliação conjunta das famílias de <i>wavelets</i>	83
Tabela 7 – Índices de desempenho de filtragem do método para sinais de DP simulados com ruído do tipo Gaussiano	91
Tabela 8 – Índices de desempenho de filtragem do método para sinais de DP simulados com ruído do tipo Harmônico	92
Tabela 9 – Índices de desempenho de filtragem do método para sinais de DP simulados com ruído do tipo Impulsivo	93

Lista de abreviaturas e siglas

<i>LTI</i>	<i>Linear Time Invariant</i>
DP	Descargas Parciais
MM	Método dos multiplicadores
MLA	Método do Lagrangiano Aumentado
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MBB	Método de Busca da Base
MBBpF	Método de Busca da Base para Filtragem
MF	Método dos <i>Frames</i>
MFBC	Método da Busca Correspondente
RSER	Relação sinal/erro de reconstrução
DAP	Distorção de amplitude de pulso
CC	Correlação cruzada
TW	Transformada de <i>wavelets</i>
<i>ISTA</i>	<i>Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm</i>
<i>FISTA</i>	<i>Fast ISTA</i>
<i>SALSA</i>	<i>Split Variable Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm</i>

Lista de símbolos

z	Vetor de incógnitas ou parâmetros em um problema de otimização
$f_0(z)$	Função objetivo de um problema de otimização
$C_i(z)$	Vetor de Restrições em um problema de otimização
\mathcal{E}	Conjunto de índices de equações de restrições (Prob. otimização)
\mathcal{I}	Conjunto de índices de inequações de restrições (Prob. otimização)
$\ \cdot\ _1$	Norma L_1
$\ \cdot\ _2$	Norma L_2
α_k	Tamanho de Passo (busca linear)
p_k	Direção de passo (busca linear)
λ	Multiplicador de Lagrange
L	Função Lagrangiana
μ	Fator de penalidade
x	Sinal ruidoso ou representação de um sinal
M	Tamanho do vetor x
y	Vetor de coeficientes da transformada
N	Tamanho do vetor y
A	Dicionário (conjunto funções-base)
A^T	Complexo conjugado transposto de A
ϕ	Conjunto de funções-base de uma transformada
γ	Parâmetrização de ϕ
e	Número de Euler
ω	Frequência
ψ	Curva mãe em uma transformada de wavelets

<i>a</i>	Parâmetro de escala em uma transformada de wavelets
<i>b</i>	Parâmetro de localização em uma transformada de wavelets
<i>s</i>	Sinal puro (sem ruídos)
<i>r</i>	Resíduos

Sumário

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	Descargas Parciais	27
1.2	Medição de DPs	28
1.3	Processamento de Sinais de DPs	29
1.4	Objetivos do Trabalho	29
1.5	Organização do texto	30
I	REVISÃO DE LITERATURA	33
2	OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA	35
2.1	Notação Matemática	35
2.2	Classificação dos métodos de Otimização	36
2.3	Otimização Irrestrita	36
2.3.1	Métodos de Busca linear	37
2.3.2	Método de mínimos quadrados	37
2.4	Otimização Restrita	38
2.4.1	Método dos multiplicadores de Lagrange	38
2.4.2	Método do Lagrangiano Aumentado	40
2.5	Otimização Convexa	40
3	TÉCNICAS DE PROCESSAMENTO DE SINAIS BASEADAS EM DICIONÁRIOS	43
3.1	Transformada de Fourier	44
3.2	Transformada <i>Wavelet</i>	44
3.3	Operações de Síntese e Análise das transformadas representadas por sistemas de equações	45
3.4	Dicionários sobrecompletos	46
3.5	Métodos para solução de sistemas sobredeterminados	47
3.5.1	Método dos <i>Frames</i>	48
3.5.2	Método da Busca Correspondente	48
3.5.3	Método de Busca da Base (MBB)	49
3.5.4	Método de Busca da Base para Filtragem	50
3.5.5	Algoritmos para solução de MBB e MBBpF	50
3.5.6	Método SALSA	51

II	PREPARAÇÃO DA PESQUISA	53
4	SINAIS DE DP E MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO UTILIZADOS . . .	55
4.1	Sinais Medidos de DPs	55
4.2	Sinais simulados de DPs	56
4.2.1	Geração de ruído branco	58
4.2.2	Geração de ruído Harmônico	58
4.2.3	Geração de ruídos impulsivos	59
4.3	Índices de desempenho de filtragem utilizados para avaliação	60
4.3.1	Relação sinal/erro de reconstrução (RSER)	60
4.3.2	Coeficiente de Correlação Cruzada (CC)	61
4.3.3	Distorção de Amplitude de Pulso (DAP)	61
III	MÉTODO	63
5	MÉTODO BASEADO EM MBB/SALSA PARA PROCESSAMENTO DE SINAIS DE DP	65
5.1	Configuração do método de filtragem	66
5.1.1	Métodos de otimização utilizados nas operações internas do algoritmo	67
5.1.2	Definição das funções A e A^T	68
5.2	Definição da quantidade de iterações	69
5.3	Definição dos parâmetros de penalização	71
5.4	Definição do parâmetro multiplicador de lagrange	72
6	DEFINIÇÃO DO DICIONÁRIO SOBRECOPLETO	75
6.1	Definição do tamanho do dicionário	75
6.2	Investigação das melhores funções Wavelet para processamento de DP	77
6.2.1	Seleção dos pulsos de DP	78
6.2.2	Avaliação da correlação entre famílias Wavelet e pulsos de DP	79
6.3	Formação do Dicionário a partir das famílias wavelet de maior correlação	80
6.4	Dicionário formado por avaliação conjunta das famílias de <i>wavelets</i>	82
6.5	Comparação entre os dicionários sobrecompletos propostos	83
IV	RESULTADOS	87
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	89
7.1	Desempenho de filtragem do método - sinais de DP simulados	89

7.2	Desempenho de filtragem do método - sinais de DP medidos em laboratório	94
8	CONCLUSÕES	99
8.1	Propostas de continuação da pesquisa	100
	REFERÊNCIAS	101
	APÊNDICES	105
	APÊNDICE A – RESULTADOS DE FILTRAGEM OBTIDOS PARA SINAIS MEDIDOS EM CAMPO	107
A.1	Introdução	107
A.2	Resultados de Filtragem de Sinais medidos em laboratório	107

1 Introdução

1.1 Descargas Parciais

Descargas parciais (DPs) são descargas elétricas que acontecem no interior de sistemas isolantes que são, na maioria das vezes, constituídos por resinas, plástico, borracha, papel e outros materiais dielétricos. Nestes materiais, cavidades e inclusões são comumente presentes, em função das características construtivas destes sistemas de isolamento, ou até mesmo por defeitos de fabricação causados por sujeiras, corpos estranhos ou bolhas de gás.

As descargas ocorrem devido ao processo de ionização que ocorre no interior destas cavidades (ou inclusões). A tensão elétrica resultante de um campo elétrico elevado pode superar o nível máximo suportável pelo gás presente nestas cavidades, dando origem a pequenas descargas. As descargas geralmente acontecem em forma de pulsos elétricos de curta duração, menores que $1 \mu\text{s}$ (INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION, 1981). Este processo é exemplificado na figura 1. Apesar de serem localizadas e de baixa energia, estas descargas podem ocasionar defeitos nos sistemas de isolamento a longo prazo, devido às alterações que causam nas estruturas físicas e químicas dos materiais isolantes (ZHOU; KEMP; ALLAA, 1995). Em casos extremos, isto pode causar rupturas no isolamento de equipamentos elétricos e, por sua vez, ocasionar graves falhas de operação, com alto grau de risco, especialmente em sistemas de alta tensão. Portanto, a avaliação e monitoramento deste fenômeno é necessária para prover informações sobre os sistemas isolantes e prevenir falhas.

O termo descargas parciais se deve ao fato de que as descargas não chegam a constituir a ruptura completa do isolamento, e sim, ocorrer em parte do espaço existente, devido ao processo de ionização.

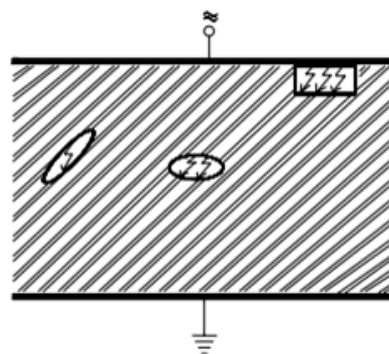


Figura 1 – Descargas Parciais ocorrendo em inclusões dentro de um isolamento

O fenômeno acontece também em dielétricos líquidos onde, por exemplo, a formação de bolhas gasosas no interior do líquido dielétrico ocasionará o efeito descrito.

1.2 Medição de DPs

A medição de descargas parciais em sistemas isolantes é realizado através de um ensaio não destrutivo com a finalidade de verificar e assegurar a eficiência do isolamento, sendo importante ferramenta para avaliar a condição de equipamentos *in-loco*.

Segundo Stone (2005), existem várias razões para se realizar a medição de DPs:

- *Teste de Projetos (Design Test)*: Para avaliar o projeto de um novo sistema isolante, e garantir a inexistência de descargas parciais (ou existência em níveis abaixo do especificado).
- *Garantia de Qualidade (Quality Assurance)*: Para assegurar que o processo de fabricação do sistema de isolamento não ocasionou espaços vazios ou cavidades na estrutura do material isolante.
- *Teste de Diagnóstico (Condition Assessment)*: Para determinar se o isolamento elétrico não está deteriorado, em equipamentos como motores, transformadores, componentes e cabos, devido a tensões elétricas, térmicas, mecânicas ou ambientais durante a operação.

De maneira especial, a medição de DPs com o objetivo de teste de diagnóstico vem ganhando espaço em pesquisas recentes, uma vez que a medição e monitoramento do fenômeno *in-loco* provê importantes informações a respeito do sistema de isolamento em operação, podendo ser fundamental no diagnóstico precoce de futuras falhas.

DPs ocasionam diversas manifestações no ambiente. Por exemplo: formação de calor, geração de luz visível e ultravioleta, geração de ondas sonoras e eletromagnéticas (STONE, 2005). Todos estes efeitos podem ser usados para medição do fenômeno, no entanto, a aplicação de cada um deles dependerá do objetivo da análise, bem como dos recursos disponíveis e condições do equipamento a ser testado e do ambiente na qual este se encontra. Devido a sua facilidade de aplicação, e por fornecer um nível de informação mais detalhado, a detecção de PD por meios elétricos é geralmente a mais utilizada (MOTA; VASCONCELOS; CASTRO, 2016).

As técnicas de medição de descargas parciais, por detecção elétrica, foram amplamente abordadas por Bartnikas (2002).

As características inerentes deste tipo de sinal são fatores complicadores no diagnóstico e na medição deste fenômeno *in-loco*, onde sinais de baixas amplitudes (na ordem

de mV) e de curta duração precisam ser detectados, em ambientes onde operam tensões de amplitudes na ordem de kilovolts, fator que denota a presença de altos níveis de ruído.

1.3 Processamento de Sinais de DPs

Para diagnosticar a ocorrência de DPs, os sinais medidos em campo devem ser processados de maneira a eliminar os ruídos do ambiente e identificar corretamente estas descargas. As medições de DPs são geralmente ruidosas, principalmente aquelas obtidas por métodos de detecção elétricos.

Técnicas clássicas de processamento de sinais, como transformadas de Fourier e filtros LTI (*Linear Time Invariant*) possuem ampla aplicação na medição e tratamento de sinais. No entanto, devido ao fato de utilizar sinais periódicos como funções base, estas técnicas não produzem bons resultados no processamento de sinais de DPs, devido às características transitórias dos pulsos de DPs. Além disso, DPs e respectivos ruídos ocupam bandas de frequência bem próximas, inviabilizando a separação por estes métodos.

Como alternativa, técnicas baseadas na transformada *Wavelet* (TW) têm ganhado espaço em trabalhos mais recentes pois, entre outras características, a TW permite a decomposição do sinal em componentes localizados no tempo (através da translação) e na escala (através da dilatação/contração do sinal), o que privilegia a representação de sinais localizados, como é o caso de sinais de DPs.

Por exemplo, [Ma, Zhou e Kemp \(2000\)](#) apresentaram um método de filtragem de sinais de DPs, baseados em transformadas *wavelet* obtendo expressivos resultados para atenuação de ruídos senoidais de alta frequência e ruídos impulsivos. Ainda como continuação deste estudo, [Ma, Zhou e Kemp \(2002\)](#) apresentou uma metodologia para selecionar as famílias *wavelet* que melhor representam pulsos de DPs, apresentando os resultados obtidos por esta metodologia para filtragem de sinais de DPs.

1.4 Objetivos do Trabalho

O objetivo deste trabalho é apresentar e implementar um novo método para filtragem de sinais de descargas parciais, baseado em dicionários sobrecompletos, no qual, o sinal filtrado é obtido através da busca por representações esparsas dos sinais, encontrados através de técnicas de otimização.

O presente trabalho apresenta ainda, os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar uma abordagem baseada no método de Busca da Base (MBB) para processamento de sinais de DPs.

- Escolher e implementar método de resolução de MBB para processamento de sinais de DPs.
- Desenvolver metodologia para configurar e parametrizar o método de filtragem de sinais de DPs.
- Desenvolver metodologia para composição de um dicionário sobrecompleto para processamento de sinais de DPs.
- Avaliar o desempenho do método proposto para filtragem de sinais de DPs.

Como consequência do trabalho desenvolvido, foram publicados 2 artigos em congressos internacionais, (SILVA; MOTA, 2017)¹ e (SILVA; MOTA; VASCONCELOS, 2017)².

1.5 Organização do texto

Neste capítulo, foi apresentada uma introdução sobre fenômeno das descargas parciais, a importância da medição e monitoramento deste fenômeno em sistemas isolantes, além de uma breve contextualização da motivação para desenvolvimento deste trabalho.

Nos capítulos 2 e 3 são apresentados conceitos fundamentais e um breve referencial teórico. No capítulo 2 são apresentados os conceitos básicos de otimização numérica, bem como conceitos e métodos relevantes para o entendimento e desenvolvimento da metodologia proposta neste trabalho. O cap. 3 apresenta conceitos gerais de processamento de sinais e a utilização de dicionários neste contexto. Neste capítulo, também são introduzidos os conceitos de dicionários sobrecompletos, assunto chave desta dissertação, além de apresentar também alguns métodos numéricos para solução de dicionários sobrecompletos.

No capítulo 4 são apresentados as premissas e definições gerais utilizadas no desenvolvimento e avaliação do método proposto, apresentando as métricas utilizadas para avaliação e parâmetros de simulação adotados na pesquisa.

No capítulo 5 são apresentados o método proposto e estudo/adequação deste método para o processamento de DPs, a partir dos parâmetros e configuração deste.

No capítulo 6 é apresentada a metodologia utilizada para escolha do dicionário sobrecompleto para processamento de sinais de DPs, abordando as investigações realizadas com este objetivo.

Os resultados e discussões são apresentados no capítulo 7.

O capítulo 8 apresenta as conclusões e propostas de continuidade da pesquisa.

¹ Apresentado em junho de 2017 - Aguardando a publicação

² Apresentado em agosto de 2017 - Aguardando a publicação

O trabalho traz ainda o apêndice [A](#) com resultados e avaliações adicionais do método.

Parte I

Revisão de Literatura

2 Otimização Numérica

Otimizar, segundo o dicionário Aurélio (FERREIRA, 1993), significa: "ocasionar circunstâncias mais proveitosas, retirar o que há de melhor em algo; aprimorar; melhorar e otimizar o desenvolvimento do produto; otimizar as condições de trabalho." Otimizar significa buscar a melhor forma de se realizar algo.

O processo de otimização de um dado problema se inicia a partir da identificação de um objetivo a ser alcançado, uma medida (quantitativa) que se deseja alcançar em um sistema. Um caso simples de problemas de otimização pode ser representado pela escolha de uma rota a ser seguida, quando um motorista deseja escolher o melhor caminho para se chegar a um destino. Tal problema pode ser definido, por exemplo, em encontrar o caminho mais rápido (menor tempo a ser percorrido) ou mesmo o caminho mais curto (menor trecho a se percorrer). O objetivo da otimização portanto será a minimização do tempo ou da distância do percurso. A definição do objetivo sempre dependerá das características dos sistemas a serem otimizados. O processo de otimização será encontrar os valores das variáveis que otimizam o objetivo requerido.

A solução para os problemas de otimização são geralmente encontradas com o auxílio de algum método computacional. Para tal, existem centenas de algoritmos de otimização, cada um adaptado a um tipo específico de problema.

2.1 Notação Matemática

Analisando os problemas de otimização do ponto de vista matemático, otimizar significa maximizar ou minimizar uma função, estabelecendo restrições nas variáveis desta função. Desta forma, problemas de otimização podem ser escritos de maneira geral, utilizando a notação em 2.1.

$$\begin{aligned}
 & \underset{z}{\text{Minimizar}} && f_0(z) \\
 & \text{Sujeito a} && C_i(z) = 0, i \in \mathcal{E} \\
 & && C_i(z) \geq 0, i \in \mathcal{I}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde:

- z é o vetor de incógnitas ou parâmetros.
- $f_0(z)$, é a função objetivo. Uma função de z que se deseja minimizar ou maximizar.
- $C_i(z)$ é o vetor de restrições, onde cada restrição, de índice i , é uma função de z que definem as equações ou inequações que o vetor z deve satisfazer.

- \mathcal{E} e \mathcal{I} são os conjuntos de índices das equações e inequações respectivamente.

2.2 Classificação dos métodos de Otimização

Para resolução de problemas de otimização estão disponíveis na literatura diversos métodos. Estes métodos são classificados segundo a natureza do problema, considerando as restrições, variáveis, técnicas empregadas no método, entre outros. Apesar de não haver uma forma única de classificação adotada na literatura, é importante destacar alguns critérios de classificação conforme: (NOCEDAL; WRIGHT, 2006)

Às restrições do problema (restrita ou irrestrita) : Problemas de otimização restrita são aqueles que apresentam restrições (limitações ou imposições do problemas) devidas às características e limitações destes. Problemas de otimização irrestrita são aqueles que não possuem restrições ou em que estas foram desprezadas em função da natureza do problema.

À convexidade : Os problemas podem ser classificados com relação à natureza convexa do domínio, da função objetivo, restrições e outros aspectos. Estas definições são descritas em 2.5.

À localização da solução (global ou local) : As soluções para um problema de otimização podem ser locais ou globais. A solução global, em um problema de minimização por exemplo, é o ponto em que a função objetivo possui o menor valor que todos os outros pontos possíveis. Soluções locais são aquelas em que o valor da função objetivo possui o menor valor, quando comparado a um intervalo limitado de pontos possíveis. Soluções globais, em grande parte dos problemas, são difíceis de determinar.

2.3 Otimização Irrestrita

Otimização irrestrita refere-se aos problemas onde o objetivo é otimizar (minimizar ou maximizar) uma função de variáveis reais, sem que haja restrições para os valores destas variáveis. Por exemplo, um problema de minimização irrestrita pode ser definido por:

$$\underset{z}{\text{Minimizar}} \quad f_0(z) \tag{2.2}$$

O ponto mínimo global, na maioria das vezes não é simples de ser encontrado. Os algoritmos de otimização irrestrita, em sua maioria, são pouco eficientes para encontrar mínimos globais. Em contrapartida, para encontrar mínimos locais, estes algoritmos se tornam bastante eficientes, e em muitos casos práticos, esta solução já é suficiente.

Existem na literatura diversos métodos de otimização irrestrita. Nesta seção, serão abordados de forma sucinta os métodos: busca linear e mínimos quadrados.

2.3.1 Métodos de Busca linear

Os métodos de busca linear objetivam a minimização de 2.2. O funcionamento dos métodos baseados nesta abordagem podem ser explicados de forma simplificada. Em termos gerais, inicialmente define-se um z_k arbitrário. Em cada iteração, este vetor é atualizado segundo a equação:

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{z}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k \quad (2.3)$$

onde α_k é um valor escalar, denominado tamanho de passo e \mathbf{p}_k é a direção na qual o método deve se mover, podendo ser obtida por exemplo, através do gradiente de z .

Existem diversos métodos propostos na literatura que utilizam esta abordagem (NOCEDAL; WRIGHT, 2006). Entre eles, destacam-se o método de máxima descida, o método de Newton e o método de quase-Newton, que se diferem essencialmente na forma de calcular a direção \mathbf{p}_k .

2.3.2 Método de mínimos quadrados

O Método dos mínimos quadrados (MMQ) é uma técnica de otimização matemática muito utilizada em diversas aplicações. O método objetiva encontrar o melhor ajuste minimizando a soma dos quadrados dos resíduos. O resíduo é a diferença entre o valor atual da variável observada e o valor estimado por um modelo. Por exemplo, supondo \mathbf{x} a variável observada, \mathbf{y} uma variável independente e A uma matriz de transformação, o valor de $y^{\acute{o}timo}$ que mais aproxima a previsão do modelo do valor observado, é dado pela minimização quadrática dos resíduos ($\mathbf{x} - A\mathbf{y}$):

$$\underset{y}{\text{minimizar}} \quad \|\mathbf{x} - A\mathbf{y}\|_2 \quad (2.4)$$

Um exemplo de aplicação para o método é na solução de sistemas indeterminados. Por exemplo, considerando um sistema indeterminado:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1N_1} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2N_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{M1} & A_{M2} & \dots & A_{MN_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

onde $M > N$, o $y^{\text{ótimo}}$ que melhor soluciona o problema pode ser definido em termos de minimização quadrática. A solução para o problema é única, e definida por:

$$\mathbf{y} = A^T(AA^T)^{-1}\mathbf{x} \quad (2.6)$$

onde A^T é o conjugado complexo transposto de A .

2.4 Otimização Restrita

Problemas de otimização restrita são aqueles onde deseja-se otimizar uma função objetivo de variáveis, sendo que existem restrições para os valores destas variáveis.

Em suma, um problema de minimização restrita pode ser definido pela Equação 2.1. Os problemas de otimização restritos viabilizam a obtenção de soluções globais, uma vez que o conjunto viável de soluções inserido pelas restrições pode excluir minimizadores locais, facilitando o encontro de minimizadores globais.

Em contrapartida, o acréscimo de restrições aumenta o grau de dificuldade do problema, pois a função objetivo e as restrições podem ser conflitantes. Entretanto, existem métodos nos quais, é possível tornar um problema com restrições em um problema de otimização irrestrita. Nesta seção serão abordados os métodos dos multiplicadores de Lagrange e do Lagrangiano aumentado.

2.4.1 Método dos multiplicadores de Lagrange

Uma maneira de transformar problemas de otimização restritos em irrestritos é acrescentar as restrições do problema à função objetivo, na forma de penalidade. Uma das técnicas que utilizam esta premissa é o chamado método dos multiplicadores de Lagrange, ou simplesmente, método dos multiplicadores (MM), uma ferramenta poderosa para resolver esta classe de problemas. A solução pode ser obtida também por algoritmos iterativos. O método é destinado à solução de problemas com a seguinte configuração:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f_0(\mathbf{z}) \\ &\text{Sujeito a } g_0(\mathbf{z}) = b \text{ ou } g_0(\mathbf{z}) - b = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde $g_0(\mathbf{z})$ é uma restrição de igualdade.

O método consiste em introduzir um multiplicador λ (multiplicador de Lagrange) à restrição $g_0(\mathbf{z})$. A solução do problema pode ser obtida a partir da função lagrangiana, dada por

$$L(\mathbf{z}, \lambda) = f_0(\mathbf{z}) + \lambda(g_0(\mathbf{z}) - b) \quad (2.8)$$

Se $f_0(\mathbf{z})$ e $g_0(\mathbf{z})$ são diferenciáveis, existe um valor de λ para o qual as derivadas parciais de L são iguais a 0:

$$\nabla L(\mathbf{z}, \lambda) = 0 \quad (2.9)$$

A solução do problema passa sobre este ponto, uma vez que esta condição pode representar o máximo ou mínimo da função lagrangiana.

Exemplo:

Considerando o problema:

$$\begin{aligned} \underset{x}{\text{Minimizar}} \quad & x_1 + x_2 \\ \text{Sujeito a} \quad & x_1^2 + x_2^2 = 4 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Utilizando o MM, através da notação definida em 2.7, temos:

$$f_0(\mathbf{z}) = x_1 + x_2, \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad g_0(\mathbf{z}) = x_1^2 + x_2^2 - 4$$

Logo temos:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = (x_1 + x_2) + \lambda(x_1^2 + x_2^2 - 4)$$

Ao determinar o ponto onde o gradiente da função de lagrange é igual a zero, $\nabla L(x_1, x_2, \lambda) = 0$, chegamos ao sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 & \implies & 1 + 2\lambda x_1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 & \implies & 1 + 2\lambda x_2 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 & \implies & x_1^2 + x_2^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

onde as duas primeiras equações do sistema nos permitem determinar que $x_1 = x_2 = -\frac{1}{2\lambda}$. A partir disso, é possível substituir os valores de x_1 e x_2 na última equação, obtendo:

$$\frac{1}{4\lambda^2} + \frac{1}{4\lambda^2} - 4 = 0 \quad \implies \quad \lambda = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Portanto, os pontos de mínimo e máximo da função de lagrange $L(x_1, x_2, \lambda)$ são definidos pelos pontos $\left(-\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ e $\left(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \frac{-1}{2\sqrt{2}}\right)$, respectivamente.

2.4.2 Método do Lagrangiano Aumentado

O método do Lagrangiano Aumentado (MLA) tem o objetivo de minimizar problemas com restrições do mesmo tipo definido em 2.7, especificamente quando:

$$g_0(\mathbf{z}) = C\mathbf{z} \quad (2.11)$$

sendo C um escalar ou um vetor de escalares. A solução do problema é obtida a partir da minimização irrestrita da função dada por:

$$L(\mathbf{z}, \lambda, \mu) = f_0(\mathbf{z}) + \lambda(C\mathbf{z} - b) + \frac{\mu}{2}\|C\mathbf{z} - b\|_2^2 \quad (2.12)$$

onde λ é o vetor de multiplicadores de Lagrange. μ é um parâmetro de penalidade maior que 0, cujo objetivo é inserir na função objetivo uma penalidade quando a restrição for violada.

O método consiste basicamente em iniciar $\lambda \leftarrow 0$ e μ com um valor maior que 0. O valor de λ é atualizado em cada iteração até convergir aos valores dos multiplicadores de Lagrange (seção 2.4.1) que garanta a premissa definida em 2.9, permitindo a solução do problema. Este processo pode ser simplificado a partir do algoritmo:

Algoritmo 1 - Método do Lagrangiano Aumentado Clássico:

Inicializar $\mu > 0$

Repetir:

$$z_k \leftarrow \underset{z}{\operatorname{argmin}} L(z, \lambda, \mu) \quad (2.13)$$

$$\lambda_{k+1} \leftarrow \lambda_k - \mu \cdot f_0(z_k) \quad (2.14)$$

Fim Repetição

Neste processo, a obtenção de z_k mínimo (passo 2.13) pode ser realizada por métodos de otimização irrestrita.

Existem diversas versões e adaptações deste método, onde a essência deste é mantida: a realização de iterações que, a cada rodada, atualizam λ até que haja a convergência deste ao valor do multiplicador de Lagrange.

2.5 Otimização Convexa

Segundo [Boyd e Vandenberghe \(2004\)](#), um problema de otimização escrito sobre a forma da equação 2.1, é considerado um problema de programação convexa quando atender aos requisitos:

- a função objetivo (f_0) deve ser convexa.
- as restrições ($C_0(\mathbf{z}), C_1(\mathbf{z}), \dots, C_m(\mathbf{z})$) devem ser convexas.

Segundo Nocedal e Wright (2006, p. 16), "quando $f_0(\mathbf{z})$ é convexa, qualquer minimizador local \mathbf{z}^* é um minimizador global de $f_0(\mathbf{z})$. Em adição, se $f_0(\mathbf{z})$ é diferenciável, então, qualquer ponto estacionário \mathbf{z}^* é um minimizador global de $f_0(\mathbf{z})$."

Conjuntos convexos

Um conjunto G é convexo se um segmento de reta que liga dois pontos quaisquer contidos em G também esteja totalmente contido em G . Portanto a equação 2.15 apresenta a condição necessária para um conjunto ser chamado convexo.

$$\theta x_1 + (1 - \theta)x_2 \in G, \text{ para todo } \theta \in [0,1]. \quad (2.15)$$

Uma vez estabelecida a condição acima, o conjunto é dito convexo. A figura 2 ilustra graficamente a convexidade de conjuntos.

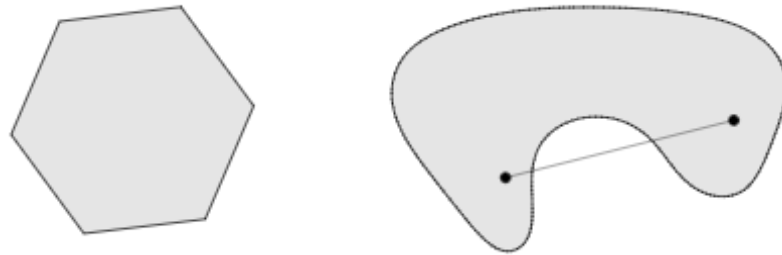


Figura 2 – Convexidade de conjuntos. *Esquerda* Conjunto convexo. *Direita* Conjunto não convexo, uma vez que o segmento de reta que liga dois pontos do conjunto não está totalmente contido no conjunto. Fonte: (BOYD; VANDENBERGHE, 2004)

Funções convexas

Uma função f é considerada convexa se o domínio S desta função for convexo e se a propriedade definida em 2.16 for verdadeira para dois pontos (x e y) quaisquer em S .

$$f(\theta x + (1 - \theta)y) \leq \theta f(x) + (1 - \theta)f(y), \text{ para todo } \theta \in [0,1]. \quad (2.16)$$

Em problemas de otimização convexa, especificamente de natureza linear, as soluções locais são também soluções globais.

Normas, como L_1 e L_2 , são funções naturalmente convexas, o que permite a adoção de algoritmos iterativos, métodos comprovadamente eficientes para determinar soluções locais, para solução de problemas baseados nas normas.

3 Técnicas de processamento de sinais baseadas em dicionários

As transformadas são amplamente empregadas como forma de mapeamento de funções matemáticas, de um domínio para o outro. Quando os objetos de estudo são sinais, tais transformadas podem fornecer um suporte fundamental na análise e no processamento destes sinais, uma vez que, quando representados no domínio transformado, algumas propriedades do sinal se tornam mais evidentes.

O termo dicionário, inicialmente proposto por [Mallat e Zhang \(MALLAT; ZHANG, 1993\)](#), consiste em conjuntos de formas de onda parametrizadas, utilizadas são usadas para decomposição de sinais. Por exemplo, para a transformada de Fourier, que busca a representação de sinais através da soma ponderada de senos e cossenos, o dicionário é o conjunto destas curvas (senos e cossenos) utilizados para a representação. Cada curva básica utilizada para compor o dicionário é denominada átomo do dicionário. No caso da abordagem de Fourier, cada senóide (ou cossenoide) de frequência ω específica é considerada um átomo do dicionário.

O desenvolvimento de modelos de dicionários foi se realizando ao longo de anos, desde os estudos iniciais das transformadas até as atuais abordagens para processamento de sinais onde, ao invés de representar sinais apenas como superposições de senoides, existem atualmente uma série de dicionários alternativos disponíveis.

Neste contexto, a representação dos sinais é obtida por um somatório de curvas base (átomos do dicionário). Portanto, a partir de um dicionário A formado pelo conjunto de curvas $(\phi_\gamma)_{\gamma \in \Gamma}$ podemos obter a representação de um sinal x a partir da equação 3.1:

$$x = \sum_{i=1}^m \phi_{\gamma_i} \cdot y_{\gamma_i} \quad (3.1)$$

onde y é o vetor de coeficientes da transformada. O parâmetro γ , dependendo do dicionário, pode ser interpretado de diferentes formas. Por exemplo, no caso de dicionários de frequências, este parâmetro pode ser o índice da frequência. No caso de dicionários de tempo-escala, este parâmetro é um índice de tempo-escala, etc.

Além dos dicionários de Fourier e Wavelets, pode-se citar Steerable Wavelets, Segmented Wavelets, Gabor dictionaries, Multi-scale Gabor Dictionaries, Wavelet Packets, Cosine Packets, Chirplets, Warplets e uma série de outros ([CHEN; DONOHO; SAUNDERS, 2001](#)).

3.1 Transformada de Fourier

Existem vários métodos de transformadas, e entre eles, a transformada de Fourier (TF) se destaca entre os mais populares. A TF consiste de um método que utiliza funções seno e cosseno para análise e reconstrução de sinais, possibilitando o mapeamento do sinal analisado no domínio da frequência. O dicionário de Fourier é definido por 3.2:

$$\phi_{\omega} = e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\text{sen}(\omega t) \quad (3.2)$$

Onde ω é o parâmetro de frequência das senoides/cossenoides.

A TF possui ampla aplicação na análise de sinais estacionários, justamente por causa do suporte infinito que funções seno e cosseno possuem. No entanto, quando trata-se de análises de sinais não-estacionários, para os quais o espectro de frequência varia com o tempo, a transformada de Fourier é ineficiente pois, apesar de possibilitar a decomposição de um sinal e identificar todas as suas frequências, não possibilita verificar quando estas frequências estão presentes, não apresentando nenhuma resolução no tempo.

Os dicionários de tempo-escala são alternativas para análise de sinais, oferecendo informações no tempo. Estes dicionários permitem a decomposição do sinal em componentes no tempo (através da translação) e na escala (através da dilatação/contração do sinal).

3.2 Transformada *Wavelet*

A transformada *wavelet* é provavelmente a mais representativa abordagem que utiliza dicionários de tempo-escala, sendo amplamente utilizada, especialmente quando é importante a detecção de informações locais em um sinal. Baseia-se em diferentes conjuntos de funções-base, onde o dicionário é formado por um conjunto de curvas obtidas pela dilatação e translação de uma "curva-mãe". O dicionário é formado pela equação 3.3:

$$\phi_{(a,b)} = \psi(a(t - b)) \cdot \sqrt{a} \quad (3.3)$$

Onde ψ é uma curva mãe, uma função de $\gamma = (a, b)$. $a \in (0, \text{inf})$ é um parâmetro de escala e $b \in [0, n]$ é um parâmetro que indica localização.

Uma vasta variedade de famílias *wavelet* podem ser utilizadas como curvas-mãe da transformada. Entre elas, podemos citar famílias *haar*, *daubenchies*, *symlets*, *coiflets*, entre outras. Na figura 3 são exibidas algumas destas famílias.

Na primeira da linha da figura 3 são apresentadas as curvas base da família *wavelet* denominada *daubenchies* (*db*). Cada família de curvas é composta por subgrupos, representadas por um índice numérico que compõe o nome deste grupo (ex. db4). Ainda nesta figura, são exemplificadas também as famílias de *wavelets* *coiflets* e *symlets*, e respectivos subgrupos.

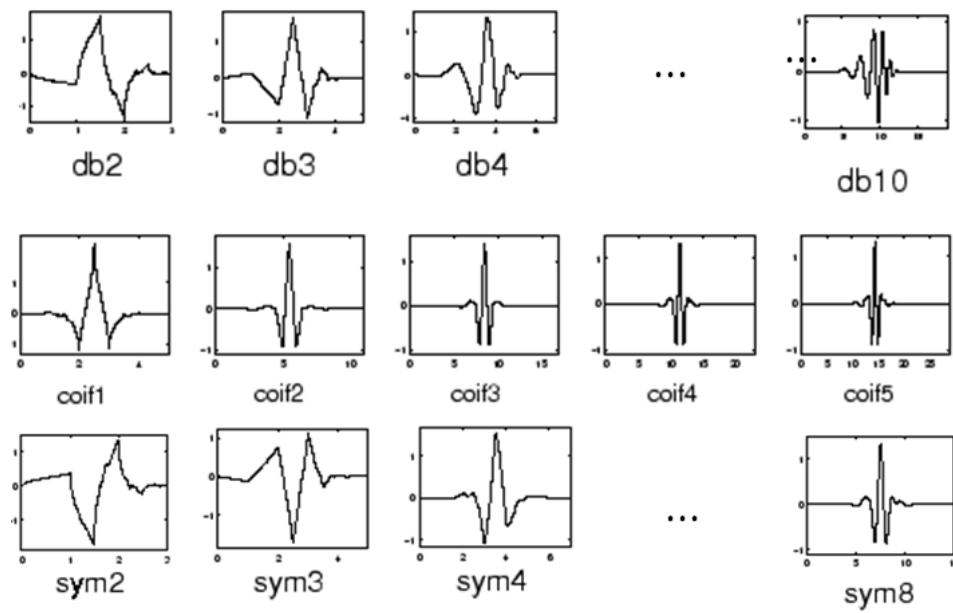


Figura 3 – Famílias wavelet *daubenchies*, *symlets* e *coiflets*. Fonte: adaptado de [MATLAB](#)

3.3 Operações de Síntese e Análise das transformadas representadas por sistemas de equações

De forma análoga à maneira apresentada pela equação 3.1, a reconstrução do sinal a partir de transformadas pode ser representado por um sistema de equações (forma matricial). Para simplificar a notação, o dicionário ϕ_{γ_i} formado pelo conjunto de funções base é aqui representado por A , conforme apresenta a equação 3.4:

$$\mathbf{x} = A\mathbf{y} \quad (3.4)$$

Analisando a equação 3.4 sob a forma matricial, obtemos a equação 3.5 na qual, considera-se A uma matriz de dimensões $M \times N$, \mathbf{x} um vetor de tamanho M e \mathbf{y} um vetor de tamanho N .

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{M1} & A_{M2} & \dots & A_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Da mesma maneira, quando a base da transformada em questão for ortonormal, o processo de se obter os coeficientes da transformada de um sinal, pode ser representado conforme a equação 3.6.

$$\mathbf{y} = A^T \mathbf{x} \quad (3.6)$$

onde A^T é complexo conjugado transposto de A .

As equações 3.6 e 3.4 podem ser utilizadas desta forma explicita apenas quando o dicionário utilizado A tiver dimensões compatíveis com os vetores x e y , como é o caso de bases ortonormais.

Para exemplificar, podemos representar a equação de síntese da transformada de Fourier por este sistema de equações. A figura 4 ilustra este processo. Cada coluna do dicionário A representa um dos átomos (senóides) do dicionário de Fourier. Ao multiplicar A pelo vetor de coeficientes y , obtemos o sinal a representação do sinal x , que será basicamente a combinação linear dos átomos e coeficientes de y .

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} | & | & | & | & | & | & \dots & | \\ \text{ondas} & \text{coloridas} & \text{de} & \text{diferentes} & \text{frequências} & \text{e} & \text{fases} & \text{senóides} \\ | & | & | & | & | & | & \dots & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

Figura 4 – Representação gráfica do problema 3.5

3.4 Dicionários sobrecompletos

Ao utilizar dicionários simples na reconstrução de sinais, obtém-se uma aproximação matemática do sinal real, que apresenta bons níveis de qualidade de representação (quando utilizados na representação de sinais básicos). No entanto, ao serem utilizados para representar sinais oriundos de fenômenos naturais, onde há altos níveis de complexidade, a eficácia da representação pode ser comprometida (RUBINSTEIN; BRUCKSTEIN; ELAD, 2010).

Como alternativa a esta abordagem clássica, a utilização de mais de um dicionário pode oferecer uma reconstrução mais fiel do sinal. Neste caso, a representação e reconstrução do sinal é realizada através da junção de diferentes dicionários, formados por seus respectivos sinais básicos (por exemplo Fourier e Wavelets). Esta operação de fusão leva a criação de um dicionário sobrecompleto.

Ao criar um dicionário sobrecompleto formado por famílias de curvas-base com características diferentes, a diversidade destas curvas-base potencializa a qualidade da representação do sinal. Por exemplo, em um dicionário sobrecompleto formado pela junção de dicionários Fourier + *wavelet*, as características periódicas das curvas de Fourier

potencializarão a representação de características periódicas e estacionárias de um sinal, e de forma análoga, as características transitórias deste sinal serão melhor representadas pelas características das *wavelets*.

Por outro lado, ao introduzir mais de um dicionário na representação, obtém-se um sistema de equações sobre-determinado onde, para se obter uma solução, restrições devem ser utilizadas (regularização), de modo a escolher a solução que mais se adéqua às necessidades do problema. Dependendo da aplicação, esta consequência é desejável, pois pode privilegiar a esparsidade da representação.

Por exemplo, ao utilizar 2 dicionários (aqui denominados A^1 e A^2) para obter a representação de um sinal, o sistema torna-se indeterminado, conforme equação 3.7

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^1 & A_{12}^1 & \dots & A_{1N_1}^1 & A_{11}^2 & A_{12}^2 & \dots & A_{1N_2}^2 \\ A_{21}^1 & A_{22}^1 & \dots & A_{2N_1}^1 & A_{21}^2 & A_{22}^2 & \dots & A_{2N_2}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{M1}^1 & A_{M2}^1 & \dots & A_{MN_1}^1 & A_{M1}^2 & A_{M2}^2 & \dots & A_{MN_2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y^{A^1}_1 \\ y^{A^1}_2 \\ \vdots \\ y^{A^1}_{N_1} \\ y^{A^2}_1 \\ y^{A^2}_2 \\ \vdots \\ y^{A^2}_{N_2} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

3.5 Métodos para solução de sistemas sobredeterminados

Vários métodos já foram propostos na literatura com o objetivo de se obter a representação ótima do sinal, quando dicionários sobrecompletos são utilizados. Entre vários métodos existentes, pode-se citar: Método dos *Frames* (DAUBECHIES, 1988), Método da busca correspondente (MALLAT; ZHANG, 1993) e o Método de busca da base (CHEN; DONOHO; SAUNDERS, 2001). Todos estes métodos são eficientes abordagens para solução de dicionários sobrecompletos. Em alguns destes métodos, a obtenção da representação ótima é obtida a partir da busca da representação mais esparsa, ou por uma aproximação desta.

A esparsidade na representação de sinais significa obter o vetor de coeficientes com o maior número de valores nulos. Esta característica torna a aplicação deste conceito extremamente abrangente, sendo muito aplicada em processamento de sinais, em processos de compressão, regularização, extração, e muito mais. Especialmente, quando a natureza do sinal a ser processado é de característica esparsa, a utilização de métodos que privilegiam a esparsidade pode prover melhores resultados.

Uma forma de medir a esparsidade é a utilização da norma de regularização L_0 , no entanto, esta norma é frequentemente substituída pela norma L_1 como aproximação, com o objetivo de simplificar a obtenção da solução.

3.5.1 Método dos *Frames*

O Método dos *Frames* (MF), proposto por Daubechies (DAUBECHIES, 1988), tem o objetivo de determinar o vetor de coeficientes y (eq. 3.7) a partir da minimização da norma L_2 deste vetor. O MF é portanto, um problema de otimização quadrática, com restrições lineares de igualdade, e a solução é encontrada a partir da solução de um sistema de equações lineares, dada por:

$$\begin{aligned} & \underset{y}{\text{Minimizar}} \quad \|y\|_2 \\ & \text{Sujeito a} \quad x = Ay \text{ ou } x - Ay = 0 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Onde $\|y\|_2$ é dada pela norma L_2 do vetor y .

A utilização da norma L_2 no problema de otimização traz a vantagem de que, nos problemas de otimização quadrática a solução pode ser obtida forma explícita, como por exemplo o MMQ (seç. 2.3.2), sem a necessidade de adotar métodos iterativos para a solução do problema, o que pode significar redução expressiva em termos de custo computacional. Além disso, ao aplicar a norma L_2 , o método garante que a solução ótima para o problema é única, sendo geometricamente, a solução localizada mais próxima da origem.

Uma das limitações do MF é o fato de o método não privilegiar a esparsidade da representação. Se o sinal a ser representado for de natureza esparsa, os coeficientes encontrados pelo método provavelmente serão bem menos esparsos, justamente por causa da norma L_2 que intrinsecamente mantém o produto entre os átomos do dicionário e o sinal com valores diferentes de zero, o que pode comprometer a qualidade da representação do sinal.

Outra característica limitante é o fato do método ter resolução limitada, conforme demonstrado por Chen, Donoho e Saunders (CHEN; DONOHO; SAUNDERS, 2001), e a síntese dos coeficientes realizada pelo método poderá gerar mais coeficientes que o realmente necessário para a reconstrução do sinal.

3.5.2 Método da Busca Correspondente

Proposto por Mallat e Zhang (MALLAT; ZHANG, 1993), Método da busca correspondente (MBC) é um algoritmo de aproximação esparsa, também com o objetivo de encontrar a reconstrução de melhor correspondência com o sinal a partir de um dicionário sobrecompleto.

O método funciona de forma iterativa, onde a cada iteração, é escolhido um átomo do dicionário que minimiza o erro de aproximação. Para determinar este átomo, é escolhido o átomo que possui o maior produto interno com o sinal. A partir da escolha deste átomo, o processo se repete até que todos os átomos sejam escolhidos. Ao finalizar as iterações, uma aproximação do sinal é obtida utilizando apenas aqueles átomos do dicionário que apresentaram menor erro de aproximação.

Quando utilizado em dicionários ortogonais, o pequeno número de átomos definidos para a representação denota uma representação esparsa. No entanto, uma limitação desta abordagem é que, ao utilizar dicionários não ortogonais, o método pode escolher erroneamente alguns átomos nas primeiras iterações. Quando este fato ocorre, nas iterações seguintes acaba gastando-se a maior parte do tempo na correção de erros obtidos nas primeiras etapas. (CHEN; DONOHO; SAUNDERS, 2001)

3.5.3 Método de Busca da Base (MBB)

Outra abordagem para resolução de sistemas indeterminados, em função da utilização de dicionários sobrecompletos, foi proposta por Chen, Donoho e Saunders (CHEN; DONOHO; SAUNDERS, 2001). O Método de Busca da Base (ou do inglês *Basis Pursuit*) nos remete exatamente à função do método: a busca de uma base ideal para representação de sinais. No problema definido em 3.7, supondo um dicionário sobrecompleto A (uma matriz de dimensões $M \times N$), o número de coeficientes y será N (número de colunas de A). Para encontrar um y^* ótimo, é necessário escolher um número subconjunto de colunas, a base ideal, para encontrar a solução do sistema sobredeterminado.

Nesta abordagem, a base pode ser obtida através da minimização do somatório dos valores absolutos do vetor de coeficientes. O método de MBB é um princípio para a decomposição de um sinal em uma combinação ótima de elementos de dicionário, onde esta combinação é obtida através da representação mais esparsa dos coeficientes de y . A medida desta esparsidade é realizada de forma aproximada, através da norma L_1 dos coeficientes da decomposição. Esta aproximação permite tratar o problema como convexo, diminuindo a complexidade do problema original. A base ótima portanto, é obtida por:

$$\begin{aligned} & \underset{y}{\text{Minimizar}} && \|y\|_1 \\ & \text{Sujeito a} && \mathbf{x} = A\mathbf{y} \text{ ou } \mathbf{x} - A\mathbf{y} = 0 \end{aligned} \tag{3.9}$$

onde $\|y\|_1$ é dada pela norma L_1 do vetor y . Novamente, y é o vetor de coeficientes da transformada, x é o sinal a ser reconstruído e A é o conjunto de funções base (dicionário) da transformada.

Apesar da aparente semelhança com o Método dos *Frames*, a substituição da norma L_2 pela norma L_1 remete a um problema de otimização convexa e linear (não-quadrática),

que envolve consideravelmente mais esforço e sofisticação. A solução do sistema indeterminado (Eq. 3.7) é obtida a partir de otimização convexa restrita, onde a solução pode ser obtida através da aplicação de um algoritmo iterativo.

Chen, Donoho e Saunders (CHEN; DONOHO; SAUNDERS, 2001) apresentaram diversas vantagens do método de MBB sobre os já citados métodos dos *Frames* e da Busca Correspondente. Entre as vantagens, destacam-se as características de melhor esparsidade e super-resolução apresentadas pelo MBB.

3.5.4 Método de Busca da Base para Filtragem

O método de Busca da Base pode ser utilizado também com o objetivo de atenuar ruídos do sinal. Originalmente chamado de *Basis Pursuit Denoising*, quando o objetivo do método é a filtragem de sinais, o MBB é denominado Método de Busca da Base para Filtragem (MBBpF).

Para obter a melhor base, e conseqüente melhor representação do sinal, o MBBpF obtém a solução do sistema indeterminado a partir da medida quadrática (norma L_2) do erro de reconstrução, suprimindo suavemente o ruído e preservando a estrutura do sinal. Portanto, a obtenção de y^* ótimo, para a representação ótima do sinal sem ruído, é realizada pelo problema de minimização definido pela equação 3.10:

$$\underset{y}{\text{Minimizar}} \quad \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - A\mathbf{y}\|_2^2 - \lambda \|\mathbf{y}\|_1 \quad (3.10)$$

onde a solução $y^{(\lambda)}$ é uma função do parâmetro de penalização λ , que regula o equilíbrio da penalidade versus ajuste de dados.

O termo $\frac{1}{2} \|\mathbf{x} - A\mathbf{y}\|_2^2$ favorece a redução do ruído gaussiano. Esta operação permite a decomposição do sinal ruidoso x em sinal ($s^{(\lambda)}$) e resíduo ($r^{(\lambda)}$), conforme definido na eq. 3.11:

$$\mathbf{x} = \mathbf{s}^{(\lambda)} + \mathbf{r}^{(\lambda)} \quad (3.11)$$

Sendo $s^{(\lambda)} = A\mathbf{y}^{(\lambda)}$. A energia do vetor de resíduos é, portanto, controlada pelo fator de penalização λ . Por exemplo, caso $\lambda \rightarrow 0$, o resíduo tende a zero. Assim como se $\lambda \rightarrow \infty$, o resíduo se torna grande, fazendo $r^{(\lambda)} \rightarrow x$ e $s^{(\lambda)} \rightarrow 0$. (CHEN; DONOHO; SAUNDERS, 2001)

3.5.5 Algoritmos para solução de MBB e MBBpF

MBB e MBBpF são problemas de otimização convexa, para os quais existem vários algoritmos propostos na literatura. Entre eles, destaca-se:

- *Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm (ISTA)* descrito por Combettes e Pesquet (2011), Daubechies, Defrise e Mol (2004) e Figueiredo e Nowak (2003).

- *Fast ISTA (FISTA)* proposto por Beck e Teboulle (2009)
- *Split Variable Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm (SALSA)* proposto por Afonso, Bioucas-Dias e Figueiredo (2010, 2011).

3.5.6 Método SALSA

Proposto por Afonso, Bioucas-Dias e Figueiredo (2010), inicialmente com a finalidade de reconstrução e restauração de imagens, o método pode ser utilizado em diversos problemas de otimização, como por exemplo problemas de MBB e MBBpF.

O método combina os conceitos do Método do Lagrangiano aumentado (seç. 2.4.2) e método de divisão de variáveis para modelar o problema de otimização. Ao aplicar a técnica de divisão de variáveis no problema definido na equação 3.10, através da utilização de uma variável auxiliar u , a solução do problema é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar}_y \quad & \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - A\mathbf{y}\|_2^2 - \lambda \|\mathbf{u}\|_1 \\ \text{Sujeito a} \quad & \mathbf{u} = \mathbf{y} \text{ ou } \mathbf{u} - \mathbf{y} = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Esta simples alteração permite a utilização do método do Lagrangiano aumentado, considerando:

$$\begin{aligned} f_0(\mathbf{z}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - A\mathbf{y}\|_2^2 - \lambda \|\mathbf{u}\|_1 \\ \mathbf{z} &= \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad C = [1, -1], \quad b = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Portanto, é possível utilizar o MLA para encontrar o vetor y^* ótimo que, a partir da síntese utilizando este vetor, possibilita a obtenção do sinal x filtrado. O y^* ótimo pode ser encontrado a partir da minimização da função de lagrange, que para este caso, fica definida por:

$$L(y, u, \lambda, \mu) = \frac{1}{2} \|x - Ay\|_2^2 + \lambda \|u\|_1 + \frac{\mu}{2} \|u - y\|_2^2 \quad (3.14)$$

onde a solução pode portanto, ser obtida através do algoritmo para solução de MLA, configurado da seguinte forma:

Algoritmo 2 - SALSA

Inicializar $\mu > 0$, λ ;

Repetir:

$$y, u \leftarrow \underset{y, u}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2} \|x - Ay\|_2^2 + \lambda \|u\|_1 + \frac{\mu}{2} \|u - y\|_2^2 \quad (3.15)$$

$$\lambda_{k+1} \leftarrow \lambda_k - \mu \cdot \frac{1}{2} \|x - Ay\|_2^2 \quad (3.16)$$

Fim Repetição

Em estudos recentes, Afonso, Bioucas-Dias e Figueiredo (AFONSO; BIOUCAS-DIAS; FIGUEIREDO, 2010; AFONSO; BIOUCAS-DIAS; FIGUEIREDO, 2011) demonstraram que o método *SALSA* tem melhores índices de desempenho, quando comparado aos demais métodos para solução de MBB citados neste trabalho, sendo portanto, uma boa escolha para solução de dicionários sobrecompletos.

Parte II

Preparação da pesquisa

4 Sinais de DP e métricas de avaliação utilizados

As avaliações de desempenho do método de filtragem (apresentado no Cap. 5) foram realizadas considerando sinais de DPs simulados e medidos em laboratório. A avaliação para sinais medidos foi feita de forma visual, dada a impossibilidade de obter-se uma um sinal "padrão" livre de ruídos.

Para uma avaliação numérica e estatística, houve a necessidade de geração de sinais sintéticos (simulados), para possibilitar comparações e avaliações numéricas. Na seção 4.2 deste capítulo são descritas as premissas utilizadas para gerar os sinais simulados. As métricas escolhidas para avaliação foram alguns índices comumente utilizados na avaliação de métodos de processamento digital de sinais, detalhados na seção 4.3

Estes índices foram utilizados na avaliação final do método apresentada no capítulo 7 e nas avaliações intermediárias, realizadas com o objetivo de parametrização e configuração do método, apresentadas nos capítulos 5 e 6.

4.1 Sinais Medidos de DPs

As medições utilizadas para teste e avaliação do método foram realizadas na planta de medição de Descargas Parciais, presente no laboratório de medição e instrumentação computacional (LAMIC) da Universidade Federal de Minas Gerais. Na figura 5 é apresentada uma foto desta planta.



Figura 5 – Planta de medição de Descargas Parciais

Todos os sinais utilizados neste trabalho foram medidos a uma taxa de amostragem de 25 MHz e fazem parte de uma base de dados de sinais de DPs oriundos de pesquisas de [Mota e Vasconcelos \(2001\)](#).

Na figura 6 são apresentadas duas destas medições de descargas parciais (a.1) e (b.1), onde são apresentados em detalhe alguns pulsos de DP. É possível observar nestas figuras as duas características deste tipo de sinal: curta duração e baixa amplitude.

Para o sinal apresentado em a.1, existem apenas dois pulsos de DP, indicados pelas setas e localizados aproximadamente em 10.2 e 11.8 ms. Da mesma forma, para o sinal apresentado em a.2, existem também apenas dois pulsos de DP, indicados pelas setas e localizados nos instantes 10.3 e 11.7 ms (aproximadamente) .

É possível observar portanto, que a identificação destes pulsos de DP pode ser comprometida devido à natureza ruidosa destas medições.

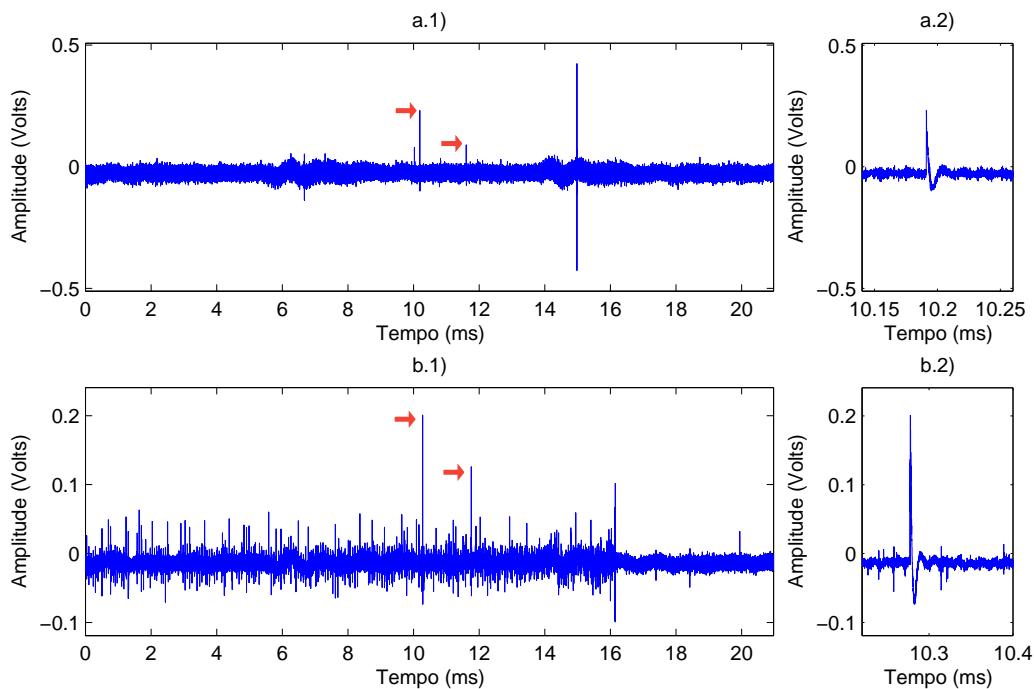


Figura 6 – Sinais Medidos em laboratório. a.1) Sinal Medição de DP 1 (Ruído AM). a.2) Detalhe pulsos de DP. b.1) Sinal Medição de DP 1 (Ruído AM). b.2) Detalhe pulsos de DP. c.1) Sinal Medição de DP 2 (Ruído AM). c.2) Detalhe pulso de DP.

4.2 Sinais simulados de DPs

Para avaliar métodos de filtragem digitais, é necessário utilizar sinais previamente conhecidos, de maneira a possibilitar a comparação, qualitativa e quantitativa, entre o sinal original e o sinal obtido pelo método de filtragem.

Para tal, foram gerados 30 sinais de DPs sintéticos de teste e 10 sinais de validação. Sobre cada destes sinais gerados, foram adicionados ruídos, também gerados de maneira sintética, aplicados na seguinte forma:

- Ruído branco
- Ruído do tipo harmônico (AM)
- Ruído do tipo impulsivo

Desta forma, o processo totalizou na geração de 90 sinais de teste e 30 sinais de validação.

As formas de onda de sinais de descargas parciais dependem do método de medição utilizados no processo de detecção. Logo, a geração de pulsos simulados deve levar em consideração o método de medição. Neste presente trabalho, os sinais medidos em laboratório foram detectados a partir de medição elétrica, portanto, todos os pulsos de DPs simulados foram gerados a partir do modelo matemático da resposta ao impulso de uma rede RLC paralela, conforme as equações 4.1 e 4.2 .

$$DP(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad (4.1)$$

$$s_{1,2} = \frac{-1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (4.2)$$

Na figura 7 é apresentado um sinal de DPs gerado artificialmente conforme equações 4.1 e 4.2. Em (a) é possível ver o sinal completo e em (b) é apresentado um pulso de DP em detalhe.

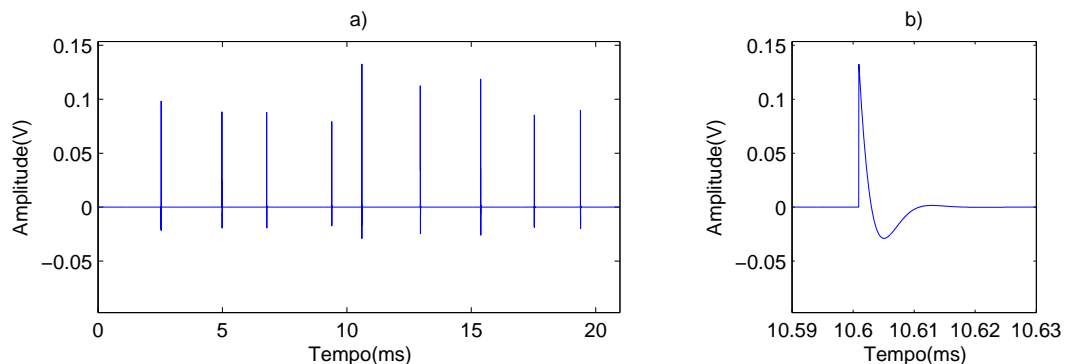


Figura 7 – Sinal de DPs simuladas. (a) Sinal de DPs gerado artificialmente (b) Pulso de DP em detalhe

Localização, quantidade e amplitude¹ dos pulsos de DPs em cada sinal gerado foi definida a partir de uma distribuição gaussiana aleatória, para garantir uma correta análise estatística do método.

4.2.1 Geração de ruído branco

Os ruídos brancos foram gerados a partir de distribuição aleatória gaussiana. A amplitude máxima dos ruídos gerados variou de maneira aleatória, com valores de 20% a 40% da amplitude dos pulsos de DPs. Na figura 8 é apresentado um exemplo de sinal corrompido por ruído do tipo gaussiano.

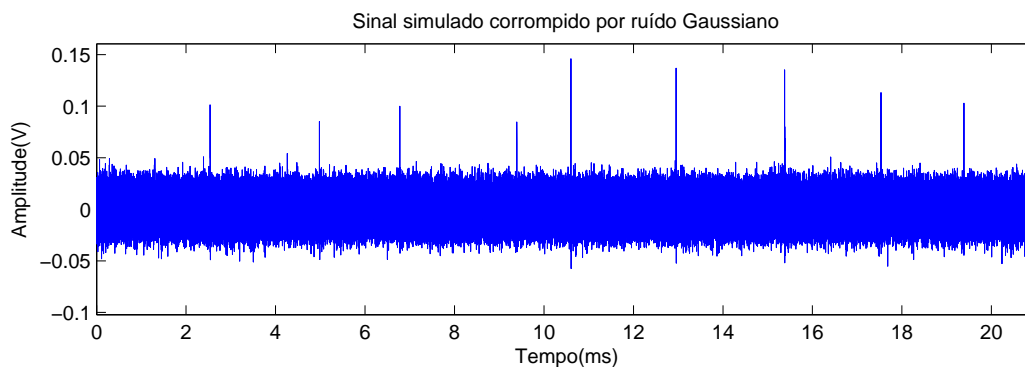


Figura 8 – Sinal de DPs corrompido por ruído do tipo Gaussiano

4.2.2 Geração de ruído Harmônico

Os ruídos harmônicos e senoidais foram simulados como sinais AM (Amplitude Modulada), gerados conforme equação:

$$Ruído_{AM}(t) = \sum_{c=1}^N A_c \left(1 + \sum_{m=1}^k \mu_m \text{sen}(\omega_m t) \right) \cos(\omega_c t) \quad (4.3)$$

Onde A_c e ω_c são a amplitude e frequência das ondas portadoras, μ_m é o índice de modulação e ω_m a frequência da m-ésima onda moduladora, respectivamente.

Para as simulações, foram utilizados os seguintes valores:

- $A_c = 0.1$.
- $\omega_c = 600, 800, 1000, 1200$ e 1400 KHz.
- $\mu_m = 0,4$.

¹ A amplitude dos pulsos de DPs foi gerada através de distribuição normal aleatória, com média = 0,1 V

- $\omega_m = 1, 5, 8, 11, 15$ e 20 kHz.

A amplitude máxima dos ruídos harmônicos gerados também esteve nos patamares de 20% a 40% da amplitude dos pulsos de DPs, variando aleatoriamente. A figura 9 exemplifica um sinal corrompido por ruído do tipo harmônico. Além dos ruídos harmô-

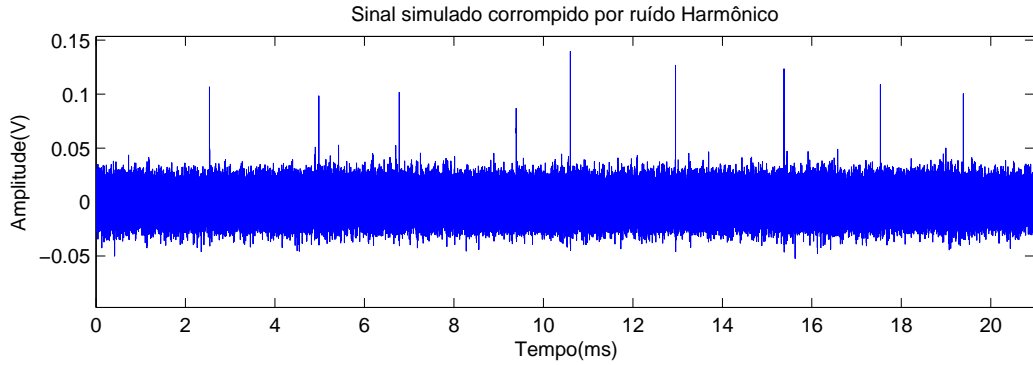


Figura 9 – Sinal de DPs corrompido por ruído do tipo harmônico

nicos, foram adicionados também ruídos de fundo, de natureza gaussiana e amplitudes máximas de 5% dos pulsos de DPs.

4.2.3 Geração de ruídos impulsivos

Os ruídos de característica impulsiva foram gerados a partir da multiplicação de um ruído gaussiano por janelas exponencial, gaussiana e retangular, definidas pelas equações abaixo:

$$w_{Exp}(t) = A(e^{-at} - e^{-\beta t}) \quad (4.4)$$

$$w_{Gauss}(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2\sigma^2} \quad (4.5)$$

$$w_{Ret}(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t_0 \leq t \leq t_1 \\ 0, & t > t_1 \end{cases} \quad (4.6)$$

Localização, quantidade e amplitude dos pulsos de ruído foram gerados aleatoriamente, para garantir uma correta análise estatística do método. A amplitude destes também foi fixada entre 20% a 40% dos valores de amplitude dos pulsos de DPs. Na figura 10 é apresentado um exemplo de sinal corrompido por ruído do tipo impulsivo. As setas indicam os impulsos de ruído inseridos no sinal.

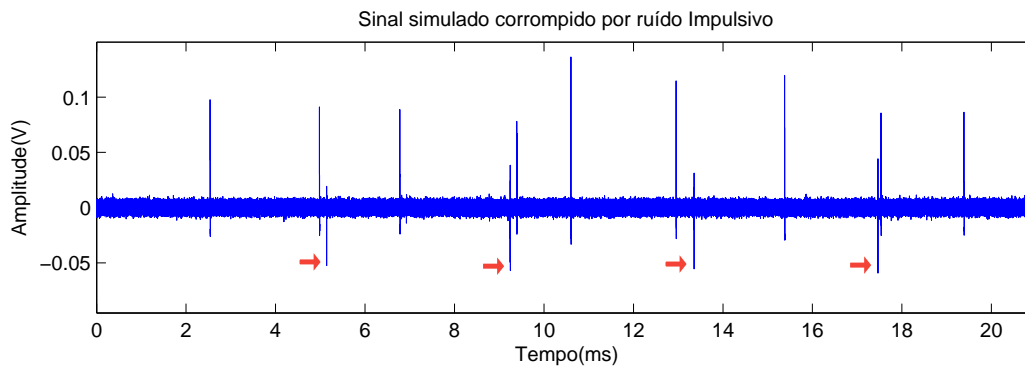


Figura 10 – Sinal de DPs corrompido por ruído do tipo impulsivo (As setas indicam a localização dos pulsos de ruído)

Para os sinais gerados com este tipo de ruído, também houve a adição de ruídos de fundo (ruído branco), com amplitudes máximas de 5% dos pulsos de DPs. É possível observar esta adição de ruído de fundo na figura 10.

4.3 Índices de desempenho de filtragem utilizados para avaliação

Foram escolhidos os seguintes índices de desempenho para avaliação do método de filtragem:

- Relação sinal/erro de reconstrução
- Correlação Cruzada
- Distorção de Amplitude de Pulso

4.3.1 Relação sinal/erro de reconstrução (RSER)

Relação sinal/erro de reconstrução é uma métrica com o objetivo de avaliar a qualidade de reconstrução do sinal, definida por:

$$RSER_{db} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{n=1}^N X^2[n]}{\sum_{n=1}^N (X[n] - Y[n])^2} \right) \quad (4.7)$$

onde $X[n]$ é o sinal original, $Y[n]$ é a reconstrução obtida e N é o tamanho dos vetores $X[n]$ e $Y[n]$.

Este índice indica o quão próximos estão os 2 sinais comparados, em termos de características, forma de onda, amplitude etc. Quanto maior o valor de $RSER$, mais parecidos são os sinais comparados.

4.3.2 Coeficiente de Correlação Cruzada (CC)

O coeficiente de Correlação Cruzada é uma métrica definida pela relação entre 2 sinais X e Y , dada por:

$$CC_{XY}(r) = \sum_{n=0}^{N-r-1} X[n]Y[n+r] \quad (4.8)$$

onde N é o número de amostras dos sinais a serem comparados.

Assim como o $RSER$, este índice tem a função de avaliar o quanto 2 sinais são parecidos. A comparação é realizada em termos percentuais, e quanto mais próximo de 100 % estiver este indicador, mais próximos são os sinais comparados.

4.3.3 Distorção de Amplitude de Pulso (DAP)

Distorção de Amplitude de Pulso é um índice utilizado para avaliar o impacto do método na amplitude do sinal filtrado, definida por:

$$DAP_{\%} = 100\% \frac{[X_{max} - Y_{max}]}{X_{max}} \quad (4.9)$$

onde $X[n]$ é o sinal original, $Y[n]$ é a reconstrução obtida.

Em termos gerais, quanto mais próximo de 0% estiver este indicador, menor terá sido a distorção causada pelo método. No caso de sinais de DPs, este fator deve ser calculado para cada pulso de DP, sendo o índice final de DAP a média dos resultados da eq. 4.9 obtidos para cada pulso.

Parte III

Método

5 Método baseado em MBB/SALSA para processamento de Sinais de DP

O método proposto nesta seção consiste de um algoritmo desenvolvido baseado no método SALSA para solução de MBB, com o objetivo de processamento de sinais de descargas parciais, utilizando dicionários sobrecompletos formado por um conjunto de famílias wavelet.

A definição dos parâmetros deste método depende do problema ao qual será aplicado, dependendo de fatores como tamanho e natureza do sinal a ser processado, característica do dicionário utilizado, etc. Em suma, para utilizar o algoritmo com o objetivo de processamento de sinais de DP, especificamente na atenuação de ruídos presentes na medição deste sinal, é necessário realizar um estudo com o objetivo de definir:

- Configuração do Método de Filtragem:
 - Métodos de otimização utilizados nas operações internas do algoritmo.
 - Funções e operações aplicadas.
- Ajuste dos Parâmetros:
 - Multiplicador de Lagrange (λ)
 - Penalidade (μ)
- Definição do dicionário sobrecompleto A :
 - Escolha do tamanho do dicionário sobrecompleto
 - Investigação e escolha das curvas *wavelet* mais adequadas para a representação de sinais de DP.
 - Definição dos níveis de decomposição do dicionário

Este capítulo apresenta os estudos realizados para configuração do método de filtragem e para ajuste dos parâmetros, apresentando testes, premissas e avaliações realizadas.

Os estudos realizados para definição do dicionário sobrecompleto são apresentados no próximo capítulo (Cap. 6).

5.1 Configuração do método de filtragem

A versão do algoritmo proposto por [Selesnick \(2014\)](#), uma adaptação do método *SALSA*, foi a opção escolhida para ser utilizada como base da abordagem proposta por este trabalho. A adaptação, entre outras características, propõe uma simplificação para solução da otimização irrestrita presente no passo 3.15 do algoritmo *SALSA*.

Baseado nos estudos propostos por [Eckstein e Bertsekas \(1992\)](#), este passo de otimização pode ser dividido em 2 etapas em que os valores de u e y podem ser determinados a partir de otimizações individuais. Devido à separação de variáveis, ao minimizar a função em termos de u , a variável y pode ser considerada constante, e vice-versa.

Desta forma, as adaptações no algoritmo *SALSA* propostas por [Selesnick](#) levam ao seguinte algoritmo:

Algoritmo 3 - *SALSA* (adaptado por [Selesnick](#)):

Inicializar $\mu > 0$, d ;

Repetir:

$$u_{k+1} \leftarrow \underset{u}{\operatorname{argmin}} \lambda \|u_k\|_1 + \frac{\mu}{2} \|u_k - y_k - d_k\|_2^2 \quad (5.1)$$

$$y_{k+1} \leftarrow \underset{y}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2} \|x - Ay_k\|_2^2 + \frac{\mu}{2} \|u_k - y_k - d_k\|_2^2 \quad (5.2)$$

$$d_{k+1} = d_k - (u_{k+1} - y_{k+1}) \quad (5.3)$$

Fim Repetição

onde k é o índice da iteração.

As simplificações realizadas no algoritmo proposto por [Selesnick](#) proveram ganhos de desempenho deste, quando comparado ao *SALSA* original. Por exemplo, nesta versão do algoritmo, algumas operações com matrizes inversas podem ser simplificadas, o que reduz a carga computacional necessária.

Além disso, ao utilizar o algoritmo citado, é possível ainda prover ganhos de desempenho utilizando funções rápidas para cálculo de A e A^T , como o próprio autor sugere na publicação.

5.1.1 Métodos de otimização utilizados nas operações internas do algoritmo

No algoritmo 3, a cada iteração, são necessários métodos de otimização irrestrita para encontrar u e y mínimos, conforme definido nos passos 5.1 e 5.2 respectivamente.

Método para encontrar u mínimo:

A partir da análise da operação:

$$\operatorname{argmin}_u \lambda \|u\|_1 + \frac{\mu}{2} \|u - y - d\|_2^2 \quad (5.4)$$

é possível verificar que a função objetivo da minimização é claramente uma função convexa, pois é formada por funções contendo as normas L_1 e L_2 , funções naturalmente convexas. Em problemas convexos, conforme já detalhado em 2.5, o mínimo local é também o mínimo global da função. Portanto, é possível determinar este ponto de minimização encontrando o ponto onde o gradiente da função objetivo é igual a 0.

A minimização ocorre em função de u . Logo, em termos de operações de derivadas parciais, podemos considerar a expressão " $y + d$ " constante e substituí-la convenientemente por uma constante b . Portanto, a eq. 5.4 pode apresentar 3 possíveis comportamentos:

$$\operatorname{argmin}_u \frac{\mu}{2} \|u - b\|_2^2 + \lambda u, \quad \text{se } u > 0 \quad (5.5)$$

$$\operatorname{argmin}_u \frac{\mu}{2} \|u - b\|_2^2 - \lambda u, \quad \text{se } u < 0 \quad (5.6)$$

$$\operatorname{argmin}_u \frac{\mu}{2} \|u - b\|_2^2, \quad \text{se } u = 0 \quad (5.7)$$

Analisando individualmente a eq. 5.5, o valor de u pode ser obtido avaliando o ponto onde a derivada parcial da função é 0:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{\mu}{2} (u - b)^2 + \lambda u \right] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{\mu}{2} (u^2 - 2ub + b^2) + \lambda u \right] &= 0 \\ \frac{\mu}{2} (2u - 2b) + \lambda &= 0 \\ u &= b - \frac{\lambda}{\mu} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Portanto, para $u > 0$, temos:

$$\begin{aligned} b - \frac{\lambda}{\mu} &> 0 \\ b &> \frac{\lambda}{\mu} \end{aligned} \quad (5.9)$$

De forma similar, pode-se deduzir a partir de 5.6 que:

$$\begin{aligned} u &= b + \frac{\lambda}{\mu} \\ b + \frac{\lambda}{\mu} &< 0 \\ b &< -\frac{\lambda}{\mu} \end{aligned} \quad (5.10)$$

e a partir de 5.7, obtêm-se:

$$u = 0 \quad (5.11)$$

Portanto, a solução para a minimização irrestrita definida em 5.1 pode ser obtida a partir da aplicação de uma função limiar suave (*soft-threshold*):

$$u \leftarrow \text{soft}\left(b, \frac{\lambda}{\mu}\right) \quad (5.12)$$

ou substituindo b pelas variáveis originais y e d :

$$u \leftarrow \text{soft}\left(y + d, \frac{\lambda}{\mu}\right) \quad (5.13)$$

Método para encontrar y mínimo :

O passo definido na eq. 5.2 é claramente um problema de minimização quadrática, podendo ser resolvido pelo método dos mínimos quadrados (seç. 2.3.2). Selesnick (2014) sugere que esta minimização seja resolvida por:

$$y \leftarrow (A^H A + \mu I)^{-1} (A^H y + \mu (u - d)) \quad (5.14)$$

5.1.2 Definição das funções A e A^T

As matrizes de transformação A e A^T , definidas nas equações 3.4 e 3.6 respectivamente, possuem diversas formas, dependendo do tipo de transformação escolhida para o processamento (por exemplo, junções de bases ortogonais, biortogonais, frames, etc.).

Apenas famílias *wavelet* serão consideradas para a formação do dicionário sobre-completo, portanto, a utilização de algoritmos conhecidos como "livres de matrizes" (*matrix free*) pode ser implementada a partir de funções existentes na biblioteca do MATLAB, permitindo considerável redução de custo computacional.

Função para cálculo de A :

Para o cálculo de A , uma função para reconstrução de sinal baseada em Transformada Rápida de *Wavelet* (*Fast Wavelet Transform - FWT*) (BEYLKIN; COIFMAN; ROKHLIN, 1991) pode ser utilizada, para prover ganhos de desempenho. Para tal, foi

escolhida a função *waverec*, presente na biblioteca do software MATLAB para realizar esta operação.

No entanto, ao utilizar dicionários sobrecompletos, onde existe um conjunto de coeficientes y^{A^i} para cada dicionário A^i (ver notação 3.7), a função de reconstrução escolhida somente pode ser utilizada de forma separada para cada um destes dicionários.

Desta forma, um x^i é obtido para cada dicionário A^i , totalizando k reconstruções do sinal. Para obter a reconstrução completa, definiu-se a reconstrução a partir da soma normalizada das reconstruções x^i , definidas por:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^k x^i}{\max(\sum_{i=1}^k x^i)} \quad (5.15)$$

Função para cálculo de A^T :

Da mesma forma, para o cálculo de A^T , também foi escolhida uma função de *FWT*, para decomposição do sinal. A função utilizada foi a *wavedec*, também existente na biblioteca do MATLAB.

Nesta operação também, só é possível utilização desta função para a decomposição utilizando 1 família *wavelet* no dicionário.

Para utilizá-la em dicionários sobrecompletos, foi criada a função A^T que, explicando de forma simplificada, realiza a decomposição *wavelet* de forma individual para cada um dos dicionários A^i , obtendo portanto um y^i para cada dicionário. O vetor y resultante é obtido através da concatenação dos vetores y^i obtidos.

O número de níveis utilizados na decomposição *wavelet* deve ser avaliado, de maneira tal que, a decomposição realizada possa prover informações de detalhe adequadas ao processamento. Desta forma, o número de decomposição utilizados no método proposto neste trabalho foi determinado a partir da equação 5.16:

$$N_{dec.} = \log_2(M) \quad (5.16)$$

onde $N_{dec.}$ é o número de níveis de decomposição wavelet e M é o tamanho (em número de amostras) do sinal a ser decomposto.

5.2 Definição da quantidade de iterações

Devido à natureza iterativa do método, o número de iterações necessárias para convergência dependerá das características do sinal a ser processado (tamanho, níveis de amplitude, etc), do tamanho do dicionário sobrecompleto e parâmetros λ e μ . Para tornar o método abrangente a sinais de diferentes características, é necessário determinar um

método de parada. Na figura 11 é ilustrado o comportamento da esparsidade de y ($\|y\|_1$) e da energia do erro de reconstrução ($\|x - Ay\|_2$) em função do número de iterações realizadas. Os resultados apresentados nesta figura são referentes à aplicação do método

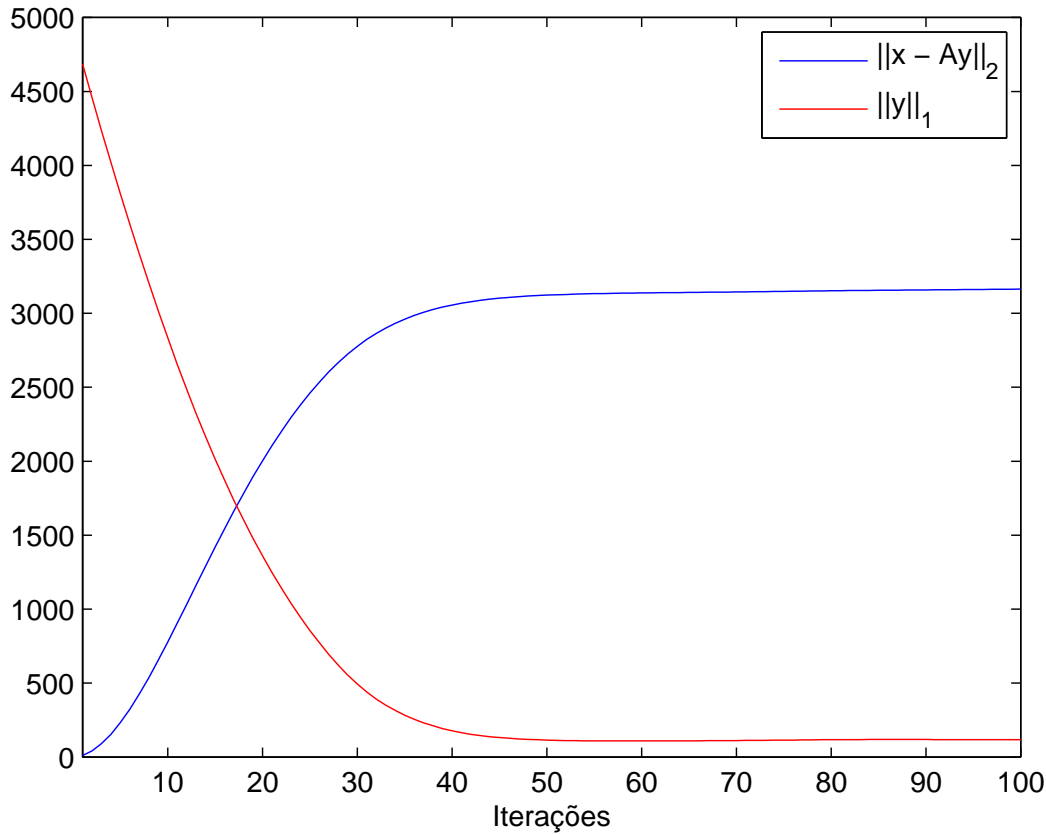


Figura 11 – Comportamento da esparsidade de y ($\|y\|_1$) e erro de reconstrução ($\|x - Ay\|_2$) em função do número de iterações. *Em azul* Erro de reconstrução. *Em vermelho* Nível de esparsidade aproximado pela norma L_1 .

em um sinal sintético com ruído gaussiano (conforme definido no cap. 4). O método foi aplicado utilizando dicionário sobrecompleto formado pelas curvas "db3" + "sym3", e parâmetros $\mu = 2000$ e λ inicial = 20. Todos estes parâmetros foram definidos de forma empírica.

A energia do erro de reconstrução ($\|x - Ay\|_2$) mantém-se estável após algumas iterações, e próxima do seu valor máximo. Uma vez que a energia do erro de reconstrução, é calculada a partir da diferença entre o sinal original (ruidoso) e o sinal filtrado, espera-se que o ponto onde existe a maior energia do erro de reconstrução seja o ponto onde houve a maior atenuação do ruído.

É possível perceber também na Fig. 11, que isto ocorre quando $\|y\|_1$ é mínimo, ou seja, quando a esparsidade do vetor y é máxima. Portanto, este comportamento sugere que o critério de parada do algoritmo possa ser definido a partir do ponto onde há o maior

nível de esparsidade de y . Para tal, foi estabelecida a parada do método quando a seguinte condição for alcançada:

$$\frac{\|y\|_1^{atual} - \|y\|_1^{min}}{i^{atual} - i^{min}} > \alpha \quad (5.17)$$

onde $\|y\|_1^{min}$ representa o maior nível de esparsidade de y até a atual iteração e $\|y\|_1^{atual}$ o nível na atual iteração. $\|y\|_1^{min}$ e $\|y\|_1^{atual}$ representam os respectivos índices de iteração. A constante α é um valor de limiar próximo de 0.

5.3 Definição dos parâmetros de penalização

Outro parâmetro importante a ser definido é o parâmetro de penalização μ . Este parâmetro está diretamente ligado à velocidade de convergência do método. Conforme já definido em 2.12, a penalidade $\left(\frac{1}{\mu}\right)$ é aplicada sobre o fator de restrição ligado à esparsidade. Na figura 12 são apresentadas as curvas de comportamento de $\|y\|_1$ para diferentes valores de μ . A análise foi realizada utilizando dicionário sobrecompleto formado pelas curvas "db3" + "sym3" e λ inicial = 20. É possível verificar que o método precisa de

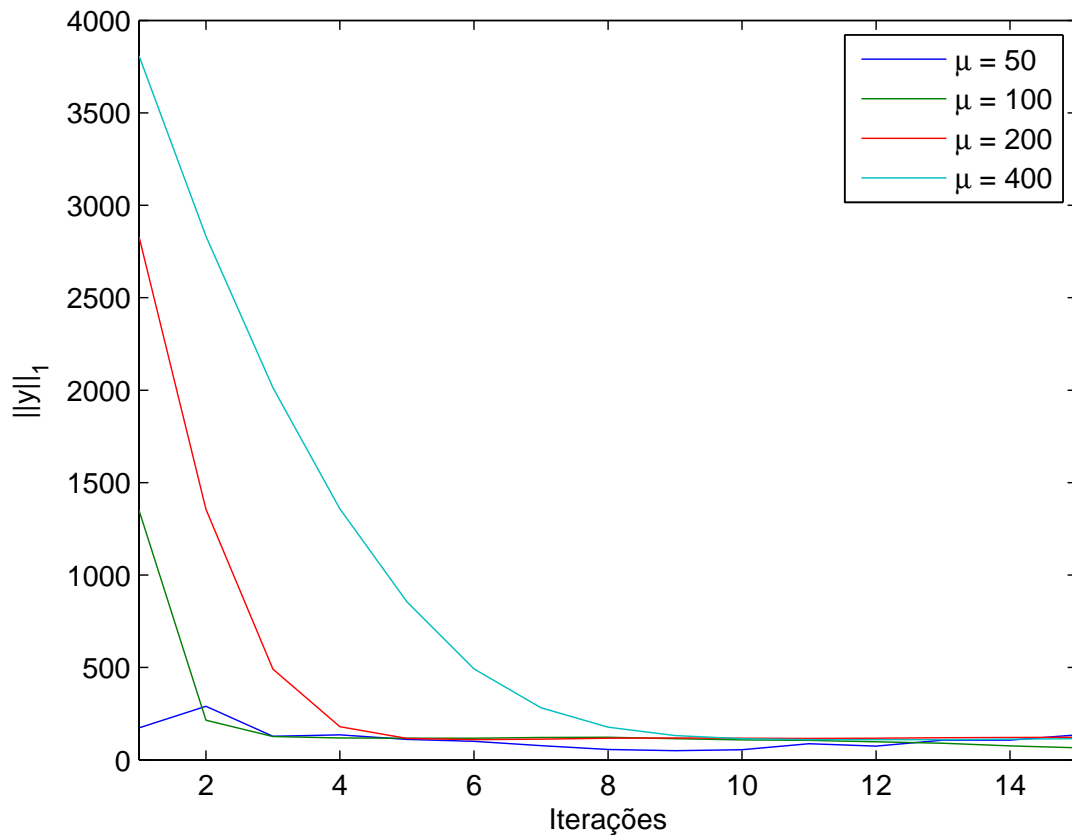


Figura 12 – Comportamento de $\|y\|_1$ para diferentes valores de penalização. Em azul escuro $\mu = 50$, Em verde $\mu = 100$, Em vermelho $\mu = 200$ e Em azul claro $\mu = 400$,

menos iterações para convergir quando o fator de penalidade é mais agressivo (valores de μ mais baixos). No entanto, ao utilizar penalidades agressivas, a curva pode apresentar diversos mínimos locais, sendo difícil portanto determinar o ponto onde $\|y\|_1$ é mínimo através do critério de parada definido em 5.17. As penalidades mais leves (valores de μ maiores) privilegiam a suavidade da curva.

Em função destas características, foi determinado um fator de penalidade dinâmico, inicializado com $\mu \leftarrow 80$ e atualizado a cada iteração, segundo a equação:

$$\mu_{k+1} = 1,2\mu_k \quad (5.18)$$

onde k corresponde ao índice da iteração.

As atualizações definidas na eq. 5.18 permitiram penalidades mais agressivas nas primeiras iterações, propiciando uma maior velocidade de convergência do método, e penalidades mais suaves nas iterações finais, de modo a suavizar a curva de $\|y\|_1$ quando esta se aproxima do seu ponto mínimo.

5.4 Definição do parâmetro multiplicador de lagrange

O método do Lagrangiano aumentado propõe a inicialização do parâmetro $\lambda \leftarrow 0$ e em cada iteração, atualizar este valor até que se encontre o valor do multiplicador de lagrange que satisfaça a condição 2.9.

No entanto, caso sejam conhecidas as características do problema a ser otimizado, o valor de λ pode ser inicializado com valores diferentes de 0, possibilitando que o método necessite de menos iterações para encontrar o valor que satisfaça a condição 2.9.

Para determinar o valor de λ inicial, foram avaliados os valores finais deste parâmetro obtidos após testar o método sobre os 90 sinais de testes (definidos em 4.2). Neste teste, o parâmetro λ foi iniciado com o valor 0, e a tabela 1 apresenta os valores estatísticos obtidos para este parâmetro após a convergência do método:

Tabela 1 – Valores de λ encontrados após as iterações

Valor médio	46,72
Mínimo	38,14
Máximo	60,35

O método foi aplicado utilizando dicionário sobrecompleto formado pelas curvas "db3"+ "sym3" e parâmetro μ definido conforme descrito na seção 5.3.

A partir desta avaliação, para o valor inicial do parâmetro λ foi escolhido o valor 20 (aprox. metade do o menor valor de λ encontrado). A opção por uma escolha conservadora se deve às incertezas do processamento de DP, ainda pouco avaliadas nesta etapa do trabalho.

Após definidas as escolhas para configuração do método e realizados os ajustes dos parâmetros, é necessário agora definir o dicionário sobrecompleto para processamento de DP. No próximo capítulo (6) são apresentados os estudos realizados com este objetivo.

6 Definição do dicionário sobrecompleto

Após a definição do método e ajuste dos parâmetros, é necessário a definição do dicionário sobrecompleto a ser utilizado, etapa fundamental no processamento de sinais. Foram escolhidas as famílias de função *wavelet* para composição do dicionário sobrecompleto, no entanto, é necessário avaliar quais destas famílias podem prover melhores desempenhos de filtragem de sinais de DP. Ao escolher uma função *wavelet*, algumas características destas funções devem ser verificadas tais como a ortogonalidade e a forma da função. A função *wavelet* escolhida deve possuir as características do sinal a ser representado pela transformada.

Sintetizando, a curva mais adequada para se utilizar como base da transformada é aquela que possui as características mais próximas do sinal a ser representado. A utilização de um dicionário sobrecompleto, formado por sinais com características diferentes pode potencializar a qualidade da reconstrução do sinal. No entanto, ao formar um dicionário sobrecompleto, outros fatores devem ser observados:

- *Tamanho do dicionário utilizado* A quantidade de famílias wavelet que compõem um dicionário sobrecompleto influi diretamente no desempenho e no custo computacional do método.
- *Correlação entre as famílias wavelet e os sinais de DP a serem processados* A forma básica das curvas interfere diretamente na qualidade de reconstrução do método.
- *Influência da junção de famílias* A junção das famílias wavelet mais correlacionadas pode não ser o conjunto de wavelets que mais se aproxima do sinal de DP.

Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada para formar um dicionário sobrecompleto para processamento de sinais de descarga parcial. Para formação do dicionário, foram realizados estudos sobre a influência do tamanho do dicionário (Seç. 6.1), investigação das melhores curvas para processamento de DP (Seç. 6.2) e avaliação do melhor conjunto de famílias Wavelet para o processamento de DP (Seç. 6.3).

6.1 Definição do tamanho do dicionário

Aparentemente, quanto maior a quantidade de famílias utilizadas na formação do dicionário, melhor será a capacidade de reconstrução do método. No entanto, o tamanho do dicionário impacta diretamente no custo computacional, podendo portanto, um dicionário sobrecompleto muito amplo ser inviável no processamento de sinais de DP,

especialmente em medições *in loco*. É necessário portanto, a avaliação da melhor relação entre custo computacional e desempenho do método, para a definição do tamanho do dicionário.

Inicialmente avaliou-se o desempenho utilizando dicionários de tamanhos crescentes, iniciando pela fusão das duas famílias, e acrescentando uma nova família a cada batelada de testes, até o total de 25 famílias.

O método foi avaliado para os 90 sinais de testes gerados, conforme definido na seção 4.2. Os parâmetros e configurações utilizados no teste, bem como o critério de parada do algoritmo, foram os mesmos definidos no capítulo 5.

A seleção das famílias para formação do dicionário sobrecompleto foi realizada de forma aleatória, dentre as famílias Daubechies (db2 a db20), Symlets (sym2 a sym20) e Coiflets (coif1 a coif5). A aleatoriedade desta escolha teve o objetivo de avaliar exclusivamente os efeitos do tamanho do dicionário no desempenho do método. Em síntese, cada sinal de teste foi processado utilizando 1 dicionário formado de maneira aleatória composto por 2 a 25 famílias wavelet.

As comparações foram baseadas nas métricas relação sinal/erro de reconstrução (RSER), correlação cruzada (CC) e distorção de amplitude de pulso (DAP), definidos na seção 4.3.

Nas figuras 13 e 14 são apresentados os resultados deste teste, considerando os índices de RSER e CC respectivamente. É possível verificar que, para ambos os índices, o aumento no tamanho do dicionário sobrecompleto resultou em aumento de desempenho do método. A partir da utilização de 8 famílias na formação do dicionário, este ganho de desempenho tende a estabilizar, conforme apresentam as linhas de tendência destas figuras. Em ambos os casos, a linha de tendência foi gerada a partir de regressão polinomial, considerando um polinômio do 4º grau. Os dados apresentados na figura 15 sugerem que

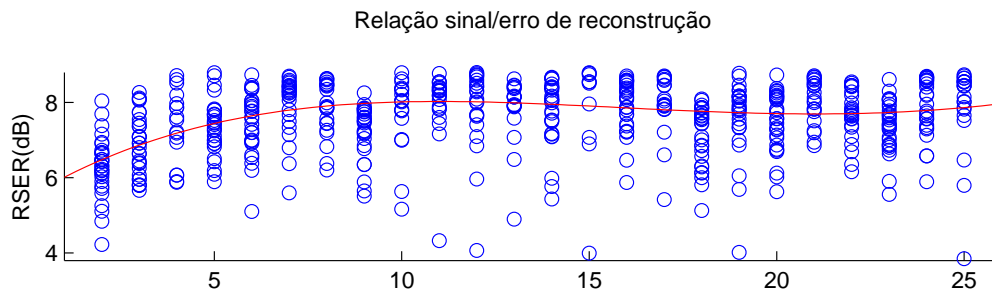


Figura 13 – Impacto do tamanho do dicionário na Relação sinal/erro de reconstrução. *Em azul*: Resultados apresentados em dispersão. *Em vermelho*: Linha de tendência gerada a partir de polinômio de 4º Grau

o número de famílias utilizadas no dicionário sobrecompleto pouco impacta o índice DAP,

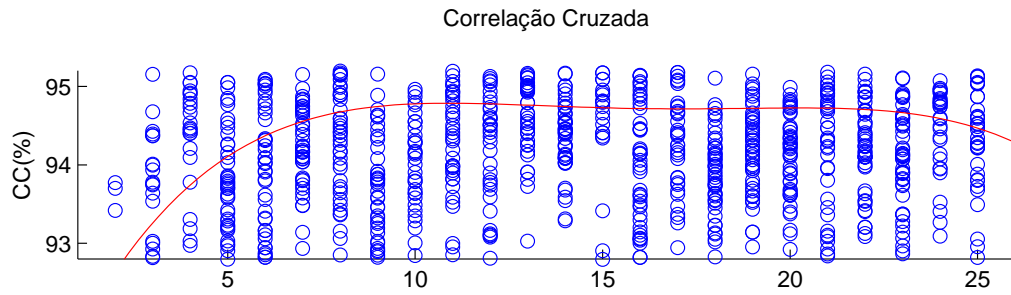


Figura 14 – Impacto do tamanho do dicionário na correlação cruzada. *Em azul*: Resultados apresentados em dispersão. *Em vermelho*: Linha de tendência gerada a partir de polinômio de 4º Grau

especialmente a partir da utilização de mais de 5 famílias, conforme sugere a linha de tendência presente nesta mesma figura.

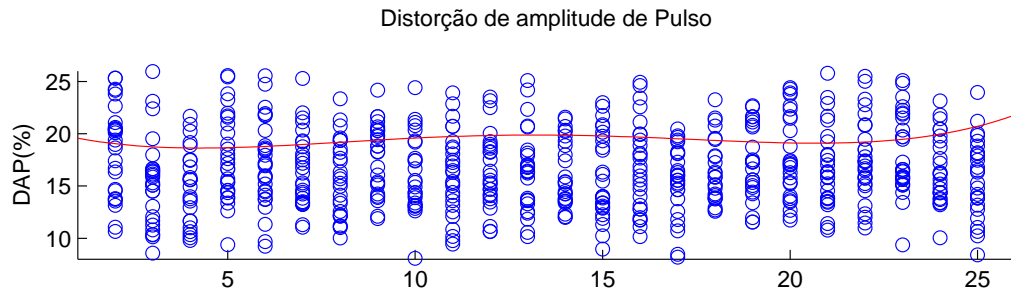


Figura 15 – Impacto do tamanho do dicionário na distorção de amplitude de pulso. *Em azul*: Resultados apresentados em dispersão. *Em vermelho*: Linha de tendência gerada a partir de polinômio de 4º Grau

Ao aumentar o tamanho do dicionário, o custo computacional aumenta de forma aproximadamente linear e proporcional ao tamanho do dicionário. Na figura 16 são apresentados os tempos gastos para convergência do método em função da quantidade de dicionários utilizados onde é possível verificar que o tempo de processamento aumenta de forma proporcional (linear) à medida em que o tamanho do dicionário aumenta.

Os resultados apresentados nesta seção sugerem a utilização de 7 a 10 famílias, para evitar o custo computacional desnecessário, uma vez que o acréscimo de famílias, a partir desta quantidade, gera melhorias pouco significativas no desempenho do método.

6.2 Investigação das melhores funções Wavelet para processamento de DP

Segundo [Ma, Zhou e Kemp \(2002\)](#), no caso de processamento de descargas parciais, as famílias de *wavelets* mais adequadas para eliminação de ruídos são aquelas que maxi-

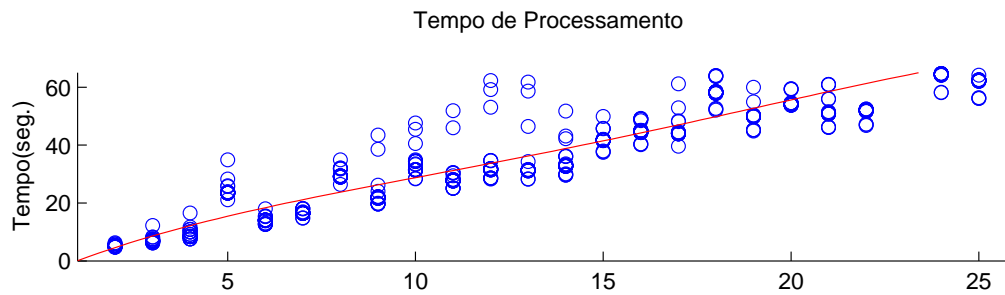


Figura 16 – Impacto do tamanho do dicionário no custo computacional. *Em azul*: Resultados apresentados em dispersão. *Em vermelho*: Linha de tendência gerada a partir de polinômio de 4º Grau

mizam a correlação cruzada entre os átomos do dicionário e os pulsos de DP. Com base nesta definição, foi realizada uma investigação com o objetivo de identificar as famílias de Wavelets que provêm uma melhor representação destes sinais de DP desejados.

6.2.1 Seleção dos pulsos de DP

O objetivo do método é filtrar sinais de DP medidos em campo, com características semelhantes às medições de sinais de DP apresentadas na figura 6, onde são apresentadas 2 medições de descargas parciais (a.1) e (b.1) realizadas em laboratório, contendo ruídos inerentes da medição.

A partir de 5 sinais de medição, foram selecionados 14 pulsos de DP de forma visual. Conforme pode ser observado na figura 6, os pulsos de descarga parcial medidos (a.2 e b.2) apresentam ruídos visivelmente perceptíveis. Em função disto, foram gerados pulsos artificiais de descargas a partir destes pulsos selecionados, com o objetivo de eliminar quaisquer efeitos destes ruídos nos testes de correlação cruzada.

Os pulsos artificiais foram gerados de maneira a aproximar ao máximo das características dos pulsos originais (medidos), em termos de amplitude, duração e oscilação. Estes foram gerados a partir do modelo matemático da resposta ao impulso de uma rede RLC paralela, conforme equações 4.1 e 4.2, descritas na seção 4.2 deste trabalho.

A comparação entre os pulsos originais e simulados apresentados na figura 17 exemplificam este processo, na qual, é exibida uma comparação entre um pulso medido (em azul) e um pulso gerado artificialmente (em vermelho).

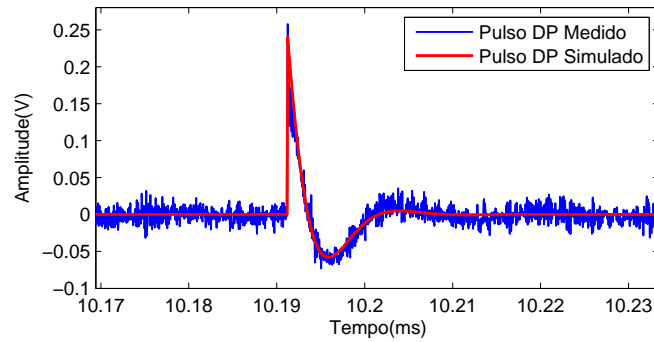


Figura 17 – Comparação entre pulsos medidos e gerados artificialmente para teste: a) Sinal de Medição de DP 1 b) Sinal de Medição de DP 2

6.2.2 Avaliação da correlação entre famílias Wavelet e pulsos de DP

Para a avaliação, foram escolhidas apenas famílias de *wavelets* com característica ortogonal. Logo, as famílias Daubechies (db2 a db20), Symlets (sym2 a sym20) e Coiflets (coif1 a coif5) foram avaliadas como candidatas para compor os dicionários completos.

O coeficiente de correlação (eq. 4.8) foi utilizado para detectar a relação entre os pulsos de DP e as formas de onda das famílias. Cada uma das famílias citadas foi comparada a pulsos de descargas parciais gerados artificialmente. A comparação foi realizada levando em consideração até o nível de decomposição obtido pela equação 5.16. Na figura 18 são apresentados exemplos das comparações realizadas entre curvas de DP com as *wavelets* Db3 (a), Sym3 (b) e Coif3 (c) para ilustrar este processo. Na tabela 2 são apre-

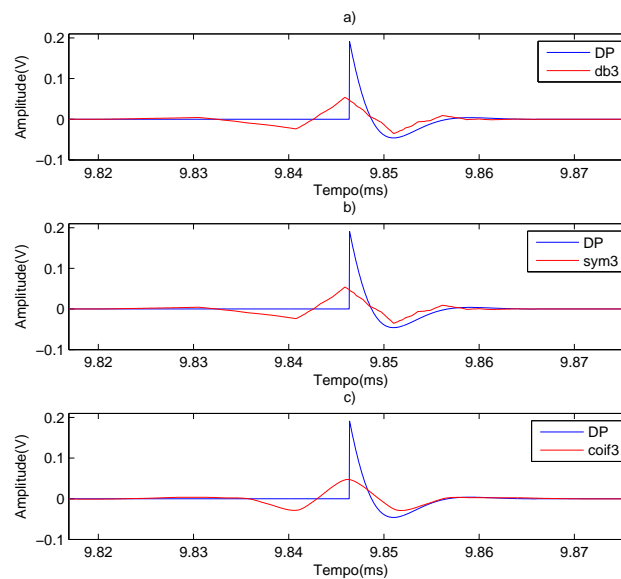


Figura 18 – Comparação entre Pulsos de DP e Famílias Wavelet: a) Família Db3 b) Família Sym3 e c) Família Coif3

sentados os valores de correlação cruzada (média) obtidos na comparação de cada família *wavelet* e respectivo nível de decomposição na qual a curva apresentou o maior valor de CC com os pulsos selecionados de DP. Os dados estão ordenados em ordem decrescente. Os valores de CC levaram em consideração a maior correlação obtida pela família, entre todos os níveis de decomposição, considerando o número de níveis definidos pela equação 5.16.

Tabela 2 – Correlação entre famílias wavelet e sinal de DP

Índice	Família	$CC_{Méd.}$	Nível	Índice	Família	$CC_{Méd.}$	Nível
1	coif1	63,06	10	23	db5	53,81	10
2	coif2	61,42	11	24	sym20	53,23	10
3	sym4	59,84	12	25	sym11	52,80	11
4	sym6	59,83	10	26	db2	52,14	10
5	sym8	59,28	10	27	sym2	52,14	12
6	coif3	59,19	13	28	sym9	51,93	10
7	sym14	58,97	11	29	db7	50,15	13
8	sym10	58,51	10	30	db8	49,76	10
9	coif4	57,71	10	31	db6	47,32	12
10	sym12	57,60	12	32	db10	45,06	11
11	db3	56,65	12	33	db11	43,24	11
12	sym3	56,65	11	34	db9	43,22	10
13	sym16	55,78	10	35	db12	42,92	11
14	coif5	55,54	11	36	db14	41,10	10
15	sym17	55,00	10	37	db13	40,86	12
16	sym13	54,77	13	38	db15	39,85	10
17	sym15	54,66	10	39	db17	39,48	11
18	sym19	54,56	11	40	db16	38,90	10
19	db4	54,36	10	41	db19	38,07	11
20	sym7	54,29	11	42	db20	36,10	10
21	sym18	54,22	10	43	db18	35,56	10
22	sym5	54,08	12				

Conforme apresentam-se os dados, a família coif 1 é a família que melhor se aproxima do sinal de DP, seguidas das famílias coif2 e sym4. A formação do dicionário sobrecompleto provavelmente passa por estas famílias.

6.3 Formação do Dicionário a partir das famílias wavelet de maior correlação

Após a investigação sobre as melhores famílias wavelet correlacionadas aos sinais de DP e a definição do tamanho do dicionário a ser utilizado, a próxima etapa foi definição do conjunto de famílias para a formação do dicionário sobrecompleto. A partir dos estudos

apresentados na seção anterior, é possível identificar as famílias que possuem a maior correlação com os sinais de DP. O objetivo desta etapa foi avaliar o desempenho do método quando o dicionário sobrecompleto utilizado é composto por estas famílias.

A formação do dicionário iniciou-se pela concatenação das 2 famílias mais correlacionadas, e aumentando-se posteriormente 1 família até o total de 7 famílias. As famílias foram adicionadas conforme ordem de correlação apresentada na Tab. 2.

O desempenho do método foi avaliado utilizando os seguintes dicionários sobrecompletos:

Tabela 3 – Formação do dicionário a partir das famílias mais correlacionadas

Índ..	Dicionário
2	coif1 + coif2
3	coif1 + coif2 + sym4
4	coif1 + coif2 + sym4 + sym6
5	coif1 + coif2 + sym4 + sym6 + sym8
6	coif1 + coif2 + sym4 + sym6 + sym8 + coif3
7	coif1 + coif2 + sym4 + sym6 + sym8 + coif3 + sym14

Para avaliação, foram utilizados os mesmos 90 sinais de teste descritos na seção 4.2. Na tabela 4 são apresentados os resultados obtidos. Os índices apresentados nesta tabela fazem referência aos índices dos dicionários apresentados na tabela 3.

Tabela 4 – Estatísticas da avaliação do método a partir de formação por famílias mais correlacionadas

Índ.	RSER _{Med.} (dB)	RSER _{Desv.} (dB)	CC _{Med.} (%)	CC _{Desv.} (%)	DAP _{Med.} (%)	DAP _{Desv.} (%)
2	6.04	2.92	81.50	20.02	31.42	26.79
3	6.35	2.57	84.63	17.09	27.68	24.66
4	6.35	2.18	87.00	14.10	23.07	20.3
5	6.33	2.17	88.00	11.14	21.72	16.23
6	6.99	1.57	91.33	4.80	17.48	8.59
7	7.00	1.11	92.09	3.21	16.58	7.47

Os dados estatísticos apresentados na tabela 4 confirmam novamente a melhora de desempenho de filtragem do método, na medida em que se aumenta o número de famílias na composição do dicionário sobrecompleto. Percebe-se o aumento nos níveis médios de RSER e CC, assim como a redução dos níveis médios de DAP em cada acréscimo de dicionário. Em especial, houve também redução expressiva nos desvios padrões destes índices, o que sugere uma maior precisão do método.

O dicionário de índice 7 (tab. 3), formado pelas famílias "coif1 + coif2 + sym4 + sym6 + sym8 + coif3 + sym14", foi o dicionário sobrecompleto que obteve o melhor

desempenho nesta etapa de testes. A quantidade máxima de famílias consideradas para a formação do dicionário foi de 7 pois, conforme apresentado na seção 6.1.

Para a formação deste dicionário, as famílias utilizadas foram avaliadas de forma individual na seção 6.2.2. No entanto, ao utilizar 2 ou mais famílias em um dicionário, a relação entre estas pode impactar na correlação com as descargas de DP. É necessário portanto, avaliar o impacto da utilização das famílias em conjunto. Esta análise é realizada na seção subsequente (6.4).

6.4 Dicionário formado por avaliação conjunta das famílias de *wavelets*

Quando utilizadas de forma conjunta, o desempenho das famílias de curvas pode não ser o mesmo que o desempenho obtido de forma individual, devido as interações dinâmicas promovidas pelo método. Logo, um dicionário sobrecompleto contendo as famílias que proveram a maior correlação com os sinais de DP pode não ser o dicionário ideal para o processamento dos sinais em questão.

Devido a esta hipótese, foi realizada uma seleção ótima de famílias, a partir de uma avaliação estatística que considera estas interações. A metodologia para realizar esta avaliação e seleção foi inspirada em um método de seleção de variáveis chamado *Forward Stepwise Selection* (JAMES et al., 2013). Esta metodologia consiste em uma busca exaustiva da melhor combinação de parâmetros de entrada de um modelo. A busca inicia-se avaliando o desempenho da combinação de todos os possíveis pares de parâmetros, de maneira a encontrar os 2 parâmetros que, em conjunto, melhor atendem ao modelo. Esta operação é repetida, acrescentando 1 novo parâmetro a cada rodada, até determinar o conjunto de n parâmetros mais significativos.

Baseado nesta metodologia de seleção de parâmetros, o método foi avaliado utilizando dicionários sobrecompletos formados por todas as possíveis combinações de 2 famílias *wavelet*, com o objetivo de definição do melhor par de famílias. A partir daí, o procedimento foi repetido acrescentado 1 nova família neste dicionário, de maneira a definir o melhor trio, e de maneira subsequente, até a obtenção do melhor conjunto de 7 famílias. A escolha das melhores combinações foi realizada considerando conjuntos que obtiveram a melhor relação sinal/erro de reconstrução (RSER).

Para cada dicionário composto, foram realizados os testes sobre os mesmos 90 sinais de teste detalhados na seção 4.2. As famílias avaliadas foram novamente escolhidas entre Daubechies (db2 a db20), Symlets (sym2 a sym20) e Coiflets (coif1 a coif5). Portanto, foram avaliadas inicialmente os 406 possíveis pares. A tabela 5 apresenta em ordem crescente, as combinações de 2 famílias que obtiveram melhores resultados. Os resultados

sugerem a utilização das combinações *daubenchies2/symlets4* ou *symlets2/symlets4*, pois ambas as combinações apresentaram resultados semelhantes.

Tabela 5 – Melhores combinações de 2 famílias de *Wavelets*

Índ.	Dicionário	RSER _{Med.} (dB)	RSER _{Desv.} (dB)
1	db2 + sym4	10,39	2,90
2	sym2 + sym4	10,39	2,90
3	sym4 + sym5	10,07	2,59
4	db2 + sym6	10,00	2,72
5	sym2 + sym6	10,00	2,72
6	db4 + sym5	9,92	2,46
7	db2 + coif3	9,81	3,06
8	sym2 + coif3	9,81	3,06
9	db3 + sym7	9,81	2,89
10	sym3 + sym7	9,81	2,89

Apesar de os dicionários de índice 1 e 2 terem obtido resultados semelhantes, foi escolhida a combinação "db2 + sym4" como melhor par, devido ao fato de serem de diferentes famílias *wavelet*. A partir da escolha deste par, o procedimento de avaliação foi repetido até a escolha das 7 melhores famílias. Na tabela 6 é apresentado o dicionário sobrecompleto que obteve melhor desempenho e respectivos resultados.

Tabela 6 – Melhores dicionários formados por avaliação conjunta das famílias de *wavelets*

Dicionário	RSER _{Med} (dB)	RSER _{Desv} (dB)
db2 + sym4 + sym5 + sym7 + sym6 + sym13 + sym2	10,89	2,89

6.5 Comparação entre os dicionários sobrecompletos propostos

Como forma de avaliar o procedimento proposto para definição do dicionário, foi feita uma comparação entre os dicionários gerados pelos dois métodos, propostos nas seções 6.3 e 6.4. Em ambas as seções foram propostos dicionários formados por 7 famílias *wavelet*. Nesta seção portanto, são comparados estes 2 dicionários. Para simplificar a nomenclatura, os dicionários foram aqui denominados como dicionários A e B:

- Dicionário A:
 - Formado pelas famílias: "coif1 + coif2 + sym4 + sym6 + sym8 + coif3 + sym14"
 - Obtido a partir das famílias mais correlacionadas, processo detalhado na seção 6.3

- Dicionário B:

- Formado pelas famílias: "db2 + sym4 + sym5 + sym7 + sym6 + sym13 + sym2"
- Obtido a partir avaliação conjunta das famílias detalhada na seção 6.4

Para comparação, o método foi novamente testado sobre os 90 sinais de teste simulados, conforme definido na seção 4.2.

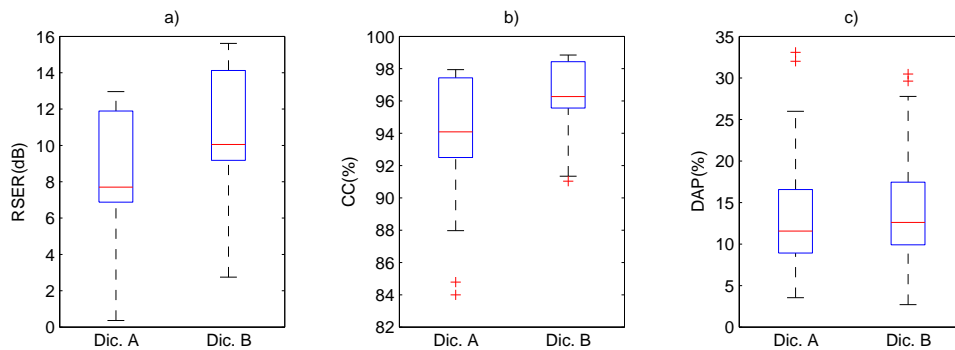


Figura 19 – Comparação entre os dicionários sobrecompletos propostos a)RSER(db), b) CC(%), c) DAP(%)

Os índices de desempenho obtidos são exibidos na figura 19. A partir dos dados apresentados, é possível inferir que o dicionário B obteve melhores índices de desempenho, principalmente ao avaliar os índices RSER(dB) e CC(%). Para o índice de distorção de amplitude de pulso (DAP(%)), ambos os dicionários obtiveram desempenho semelhante.

Mesmo quando avaliado de forma categorizada, considerando o desempenho de filtragem para cada tipo de ruído presente nos sinais, o dicionário B também obteve melhores índices de filtragem, conforme pode-se observar nos dados apresentados na figura 20.

Portanto, o dicionário sobrecompleto composto pelas famílias "db2 + sym4 + sym5 + sym7 + sym6 + sym13 + sym2" foi considerado a melhor escolha para o processamento dos sinais de DP.

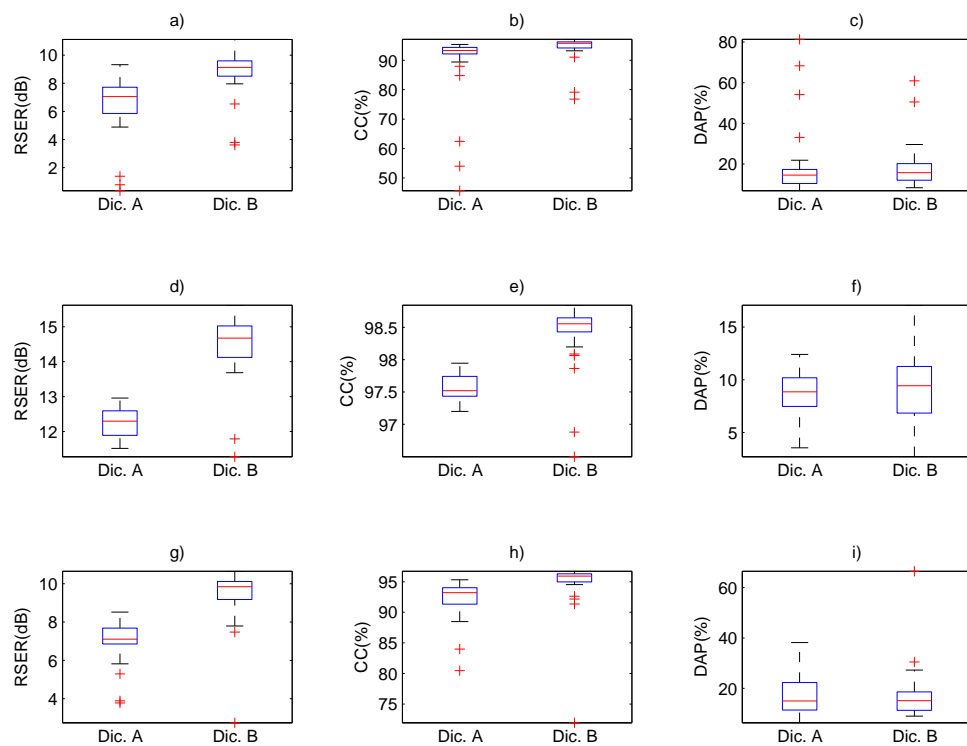


Figura 20 – Comparação entre os dicionários sobrecompletos propostos categorizados por Tipos de Ruído. *Ruído Gaussiano*: a) b) e c) - *Ruído Impulsivo*: e) f) e g) - *Ruído Harmônico*: h) i) e j)

Parte IV

Resultados

7 Resultados e Discussões

O desempenho do método foi avaliado em sinais sintéticos (simulados) e sinais reais (medidos). Para os sinais simulados, foram avaliados os índices de desempenho de filtragem listados na seção 4.3 deste trabalho.

Para os sinais medidos, o desempenho de filtragem do método foi avaliado apenas de maneira visual, a partir da comparação entre o sinal medido e sinal filtrado.

O dicionário sobrecompleto utilizado nos testes foi formado pelas curvas "db2 + sym4 + sym5 + sym7 + sym6 + sym13 + sym2", por estas apresentarem os melhores desempenhos de filtragem, conforme foi detalhado no capítulo 6.

O método de *BPD* utilizado foi baseado no método *SALSA*, conforme descrito no capítulo 5, usando os mesmos parâmetros descritos neste capítulo, com exceção dos níveis utilizados nas funções de decomposição *wavelet*. Para estes níveis, com o objetivo de prover redução de custo computacional, para cada curva do dicionário foi utilizado os níveis de decomposição apresentados na tabela 2 (Seção 6.2), que correspondem aos níveis onde cada uma das famílias obtiveram o maior índice de correlação com os pulsos de DP selecionados.

Os resultados obtidos nesta etapa foram categorizados por tipo de ruído, e separados em sinais sintéticos (Seç.7.1) e medidos (Seç. 7.2).

7.1 Desempenho de filtragem do método - sinais de DP simulados

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos pelo processo de filtragem para os sinais simulados de DP, com ruídos do tipo gaussiano, impulsivos e harmônicos (tipo AM). Para cada tipo de ruído, o método foi testado nos 30 sinais de validação gerados, descritos no cap. 4.

Na figura 21 é apresentado em (a) um dos sinais sintéticos de validação, com ruído branco (gaussiano). Em (b), é apresentado o sinal após processo de filtragem.

O método apresentou bons níveis de qualidade na reconstrução do sinal de DP. Isto pode ser confirmado através da figura 22, onde o sinal de DP após a filtragem (b.1) apresentou baixo nível de distorção na forma de onda e baixo nível de atenuação de amplitude dos Pulsos de DP. Os pulsos de DP foram reconstruídos de forma muito fiel ao sinal original sem ruído. O método apresentou eficiência na atenuação de ruídos do tipo gaussiano, que pode ser confirmada por (a.2) e (b.2) apresentados na figura 22. Na tabela 7 são apresentadas as estatísticas obtidas pelo método, na filtragem dos sinais de

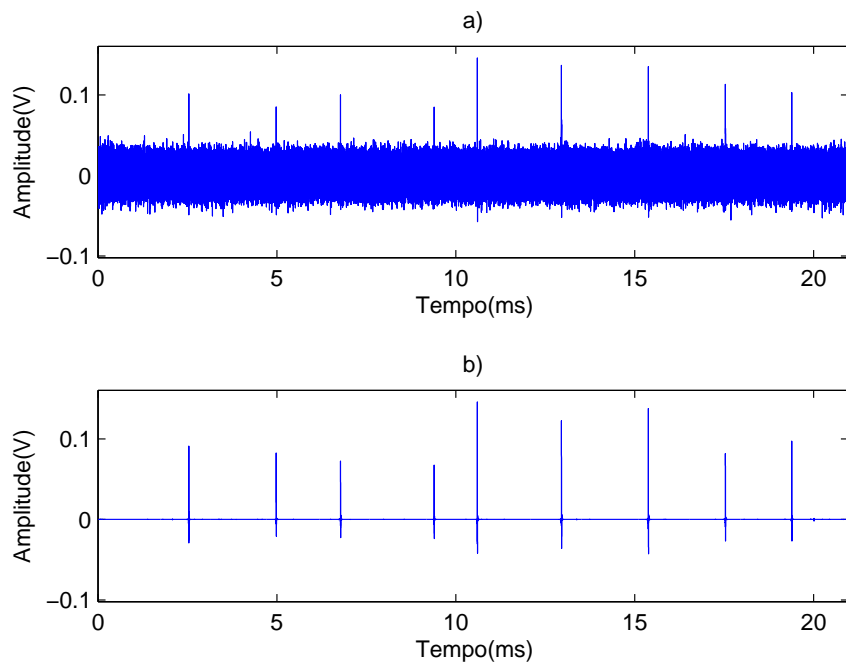


Figura 21 – Filtragem do Sinal sintético com ruído Gaussiano. (a) Sinal com ruído Gaussiano (b) Sinal filtrado

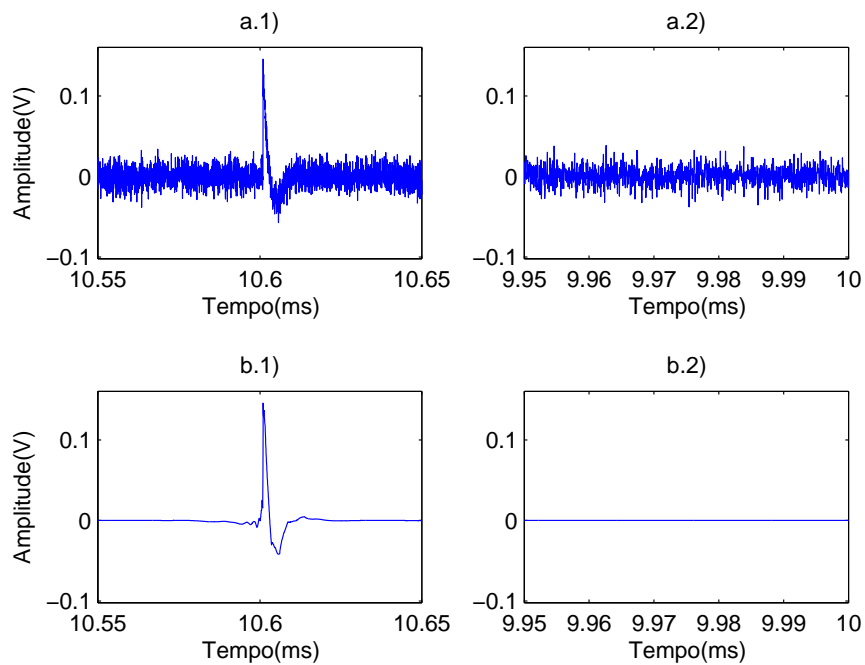


Figura 22 – Detalhes dos Pulsos de DP e ruído do sinal sintético com ruído Gaussiano em detalhe. (a.1) Descarga Parcial em detalhe. (b.1) DP após filtragem. (a.2) Ruído em detalhe. (b.2) Ruído atenuado.

validação com este tipo de ruído.

Tabela 7 – Índices de desempenho de filtragem do método para sinais de DP simulados com ruído do tipo Gaussiano

Índices de desempenho (Ruído Gaussiano)	
$RSE_{Med}(dB)$	8.36
$RSE_{Desv}(dB)$	1.99
$CC_{Med}(\%)$	92.75
$CC_{Desv}(\%)$	8.36
$DAP_{Med}(\%)$	20.65
$DAP_{Desv}(\%)$	17.59

Na atenuação de ruídos harmônicos, o método também apresentou bons níveis de atenuação. Um dos sinais de validação, com ruído harmônico, é apresentado em (a), fig. 23. Em (b), é apresentado o mesmo sinal após a filtragem. Os ruídos deste sinal são apresentados em detalhe na figura 24 em (a.2) e (b.2), onde são apresentados o ruído em detalhe e respectiva atenuação obtida pelo método. Novamente, os sinais de DP após a filtragem

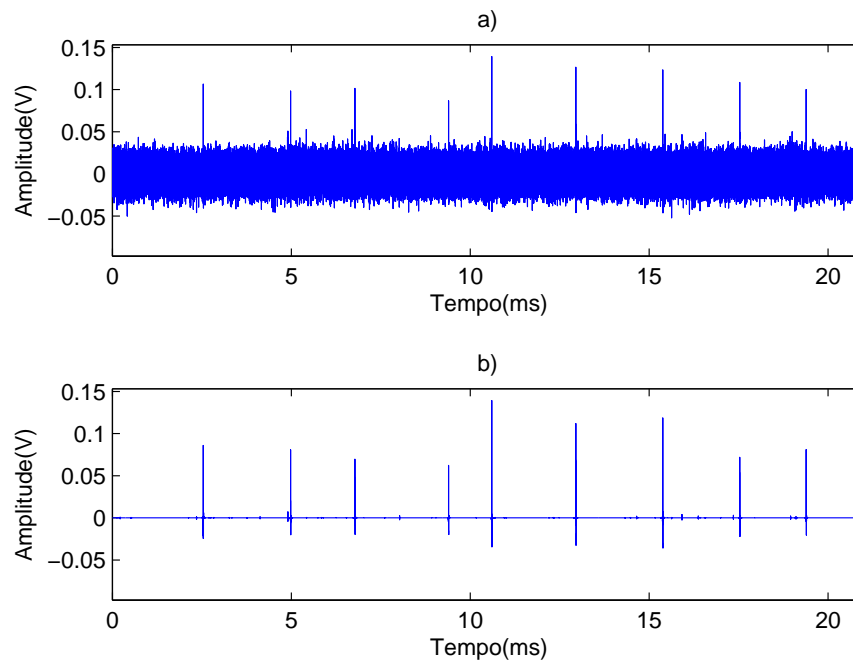


Figura 23 – Filtragem do Sinal sintético com ruído Harmônico. **(a)**Sinal com ruído Harmônico **(b)** Sinal filtrado

apresentaram baixo nível de distorção na forma de onda e baixo nível de atenuação de amplitude dos pulsos de DP, denotando o alto nível de qualidade da reconstrução do sinal, conforme pode-se observar na figura 24 em (a.1) e (b.1). Na tabela 8 são apresentadas as estatísticas obtidas na filtragem dos sinais de validação com este tipo de ruído.

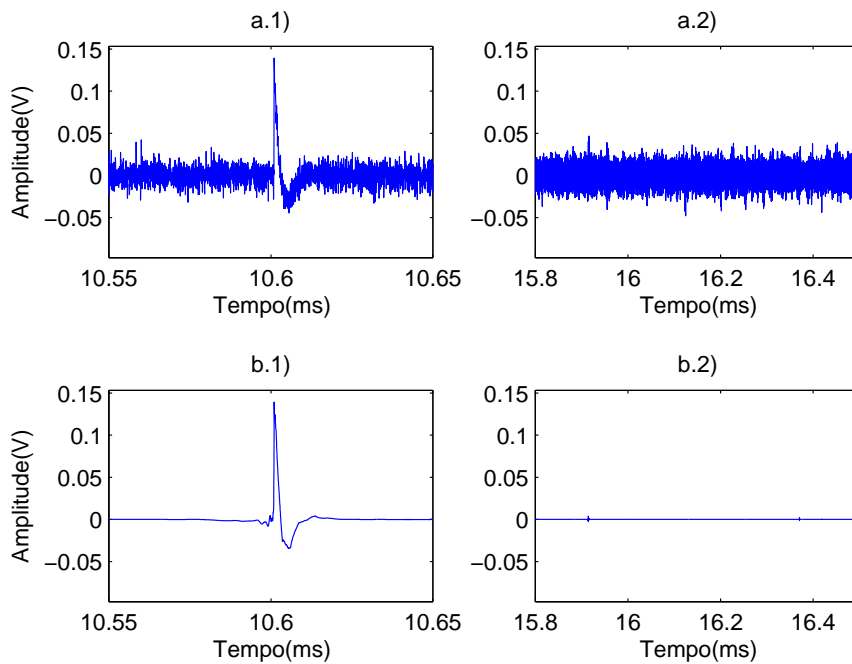


Figura 24 – Detalhes dos Pulsos de DP e ruído do sinal sintético com ruído Harmônico em detalhe. **(a.1)** Descarga Parcial em detalhe. **(b.1)** DP após filtragem. **(a.2)** Ruído em detalhe. **(b.2)** Ruído atenuado.

Tabela 8 – Índices de desempenho de filtragem do método para sinais de DP simulados com ruído do tipo Harmônico

Índices de desempenho (Ruído Impulsivo)	
$RSE_{Med}(dB)$	8.9
$RSE_{Desv}(dB)$	1.96
$CC_{Med}(\%)$	93.52
$CC_{Desv}(\%)$	7.19
$DAP_{Med}(\%)$	19.62
$DAP_{Desv}(\%)$	15.25

Quando testado na atenuação de ruídos impulsivos, o método apresentou menor desempenho de filtragem, conforme é possível observar nos resultados apresentados na Figura 25 onde, no sinal já filtrado, é possível verificar que os impulsos ruidosos (indicados pelas setas) sofreram pouca atenuação, o que pode ser verificado também ao analisar os resultados apresentados na figura 26, em (a.2) e (b.2), que retratam o mesmo sinal da figura 25 em detalhe. Verifica-se que o ruído impulsivo sofreu atenuação, mas não foi totalmente eliminado.

Apesar desta limitação, para os sinais com ruídos impulsivos, o método apresentou altos níveis de qualidade de reconstrução dos sinais, com baixos níveis de distorção na forma de onda e baixos níveis de atenuação de amplitude dos pulsos de DP, que podem

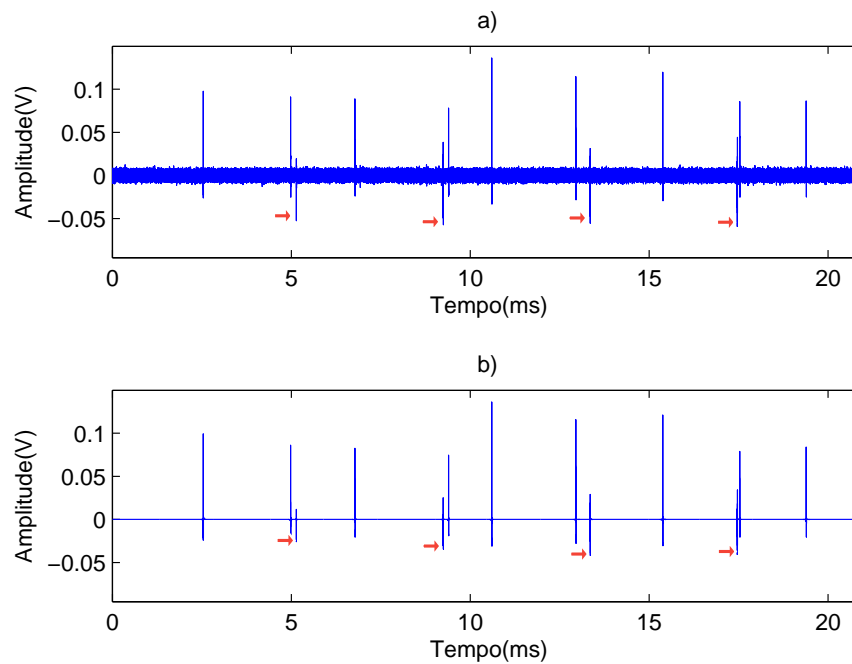


Figura 25 – Filtragem do Sinal sintético com ruído impulsivo. **(a)** Sinal com ruído impulsivo **(b)** Sinal filtrado - As setas indicam os pulsos de ruído presentes no sinal

ser confirmados na figura 26 em (a.1) e (b.1) e pelos índices apresentados na tabela 9.

Tabela 9 – Índices de desempenho de filtragem do método para sinais de DP simulados com ruído do tipo Impulsivo

5 Índices de <i>Performance</i> (Ruído Impulsivo)	
$RSE_{Med}(dB)$	14.37
$RSE_{Desv}(dB)$	0.88
$CC_{Med}(\%)$	98.46
$CC_{Desv}(\%)$	0.48
$DAP_{Med}(\%)$	9.48
$DAP_{Desv}(\%)$	3.23

Os bons níveis apresentados pelo o método, para os indicadores apresentados na tabela 9, não denotam o real desempenho do método para filtragem de ruídos do tipo impulsivo. Conforme já abordado nesta seção, o método apresentou limitações significantes para a atenuação deste tipo de ruído, o que demonstra que estas métricas (índices) de avaliação não são adequadas para avaliar a filtragem de ruídos deste tipo.

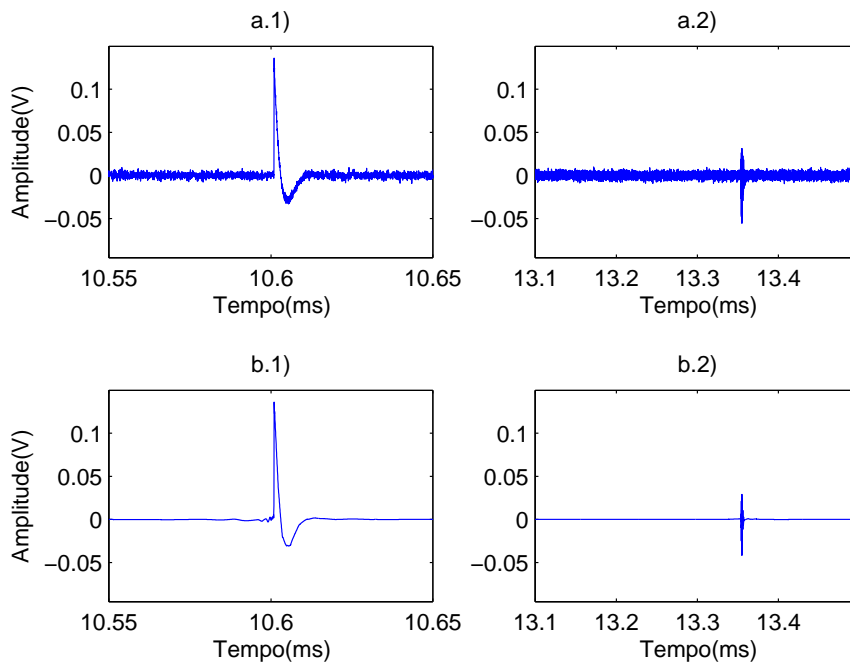


Figura 26 – Detalhes dos Pulsos de DP e ruído do sinal sintético com ruído impulsivo em detalhe. **(a.1)** Descarga Parcial em detalhe. **(b.1)** DP após filtragem. **(a.2)** Ruído em detalhe. **(b.2)** Ruído atenuado.

7.2 Desempenho de filtragem do método - sinais de DP medidos em laboratório

O método foi avaliado também para sinais de descargas parciais medidos em laboratório. Nesta seção, foram apresentados os resultados de filtragem obtido para apenas 2 sinais medidos. No apêndice A são apresentados os resultados obtidos na filtragem de outros sinais medidos, complementares a esta seção.

Na figura 27, é possível verificar que o método obteve bom desempenho na filtragem do sinal. Os expressivos níveis de atenuação de ruídos harmônicos e gaussianos obtidos no processamento de sinais sintéticos também foram obtidos para os sinais medidos.

O método apresentou bons níveis de atenuação de ruídos para o sinal apresentado na figura 27, onde o tipo de ruído predominante é harmônico. Na figura 29(a) é apresentado o sinal medido e o resultado de filtragem é apresentado em (b), indicando novamente a eficácia do método. É possível visualizar em detalhe os níveis de atenuação obtidos para o sinal 01 exibidos na figura 28, onde são exibidos em (a.1) e (a.2) os ruídos presentes no sinal aproximadamente entre os intervalos [9.95 10.05] ms e [17.1 17.4] ms respectivamente e em (b.1) e (b.2) são apresentadas as respectivas atenuações obtidas. O método apresentou também bons níveis de qualidade na reconstrução do sinal de DP, apresentando baixo nível de distorção da forma de onda e baixo nível de atenuação de amplitude dos Pulsos

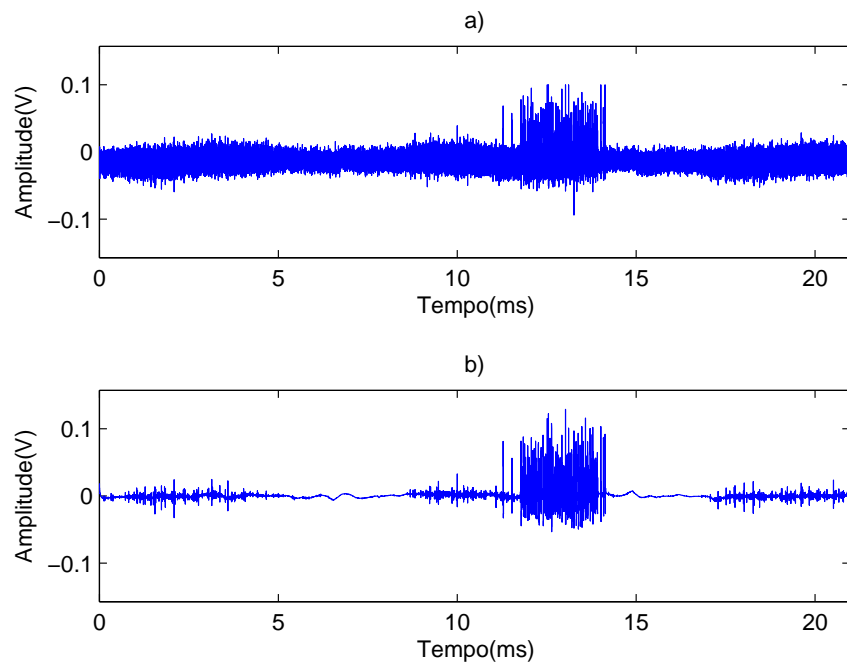


Figura 27 – Filtragem do sinal medido 01. (a) Sinal medido (b) Sinal filtrado

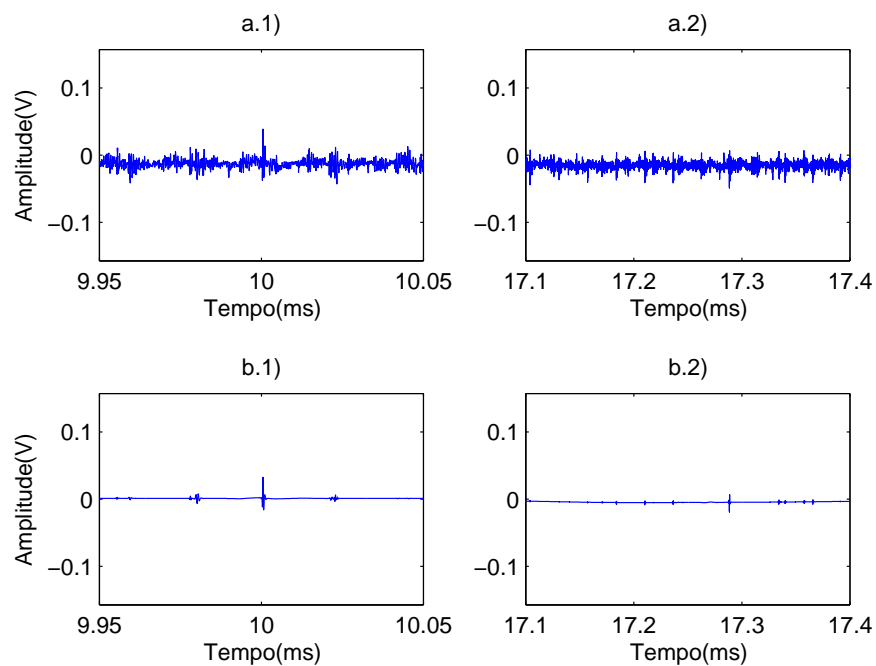


Figura 28 – Ruído presente no sinal medido 01 em detalhe. (a.1)/(a.2) Ruídos de medição em detalhe. (b.1)/(b.2) Ruídos atenuados.

de DP, conforme pode ser observado na figura 29, onde os pulsos de DP localizados nos intervalos [11.48 11.58] ms e [14.07 14.17] ms sofrem pouca distorção e atenuação, mantendo as características dos pulsos de DP originais.

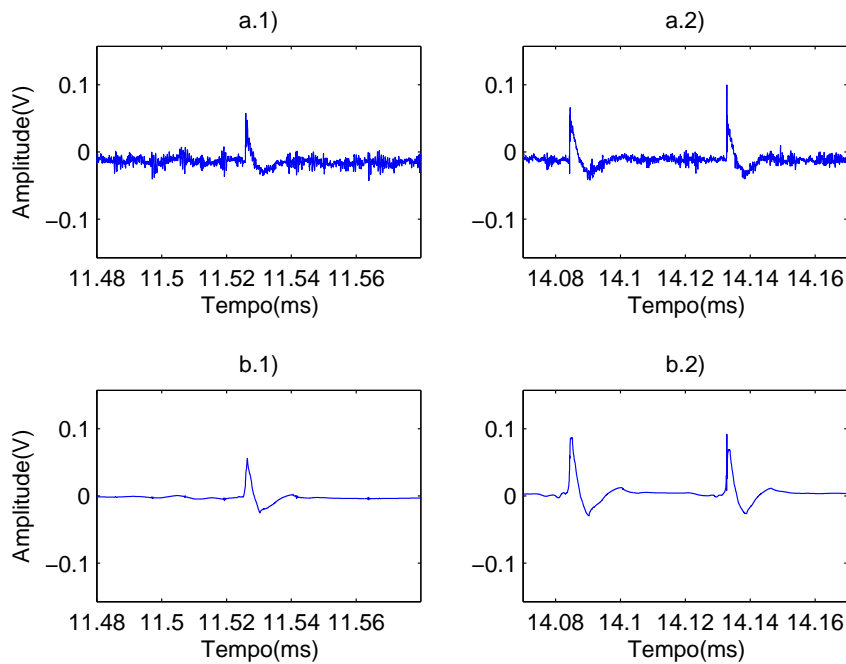


Figura 29 – Pulsos de DP do sinal medido 01 em detalhe. **(a.1)/(a.2)** Pulsos de descargas parciais em detalhe. **(b.1)/(b.2)** Respectivos pulsos após filtragem

O método apresentou menor nível de efetividade na atenuação de ruídos do tipo impulsivo também para os sinais medidos. Conforme pode-se observar, os resultados de filtragem para o sinal apresentado na Fig. 30, onde os ruídos presentes na medição eram predominantemente do tipo impulsivo e gaussiano. Para este sinal, apesar de o método ter obtido bons níveis de atenuação dos ruídos impulsivos e gaussianos, conforme pode ser observado em (a.1) e (b.1) da figura 32, um impulso de ruído presente próximo ao instante 14.99 ms deste sinal não sofreu nenhum grau de atenuação significativa, conforme pode ser visto em detalhe em (a.2) e (b.2) desta mesma figura.

Este fato sugere uma limitação do método para atenuação de ruídos de natureza impulsiva, especialmente quando estes apresentam níveis de amplitude próximos aos pulsos de DP, como é o caso destes ruídos observados deste sinal (Fig. 32 b.2). Esta limitação, que já havia sido observada para os sinais sintéticos exemplificados pela figura 26, também pode ser observada no sinal apresentado no apêndice A deste trabalho, na figura 40 (b.2).

Apesar desta limitação, também para sinais com impulsos, o método apresentou bons níveis de qualidade na reconstrução do sinal de DP.

É importante destacar a qualidade de reconstrução dos sinais de DP provida pelo método, fato observado em todos os sinais testados, sintéticos ou medidos. Para todos estes sinais, os pulsos de DP filtrados apresentaram alto nível de reconstrução, apresentando distorções da forma de onda quase desprezíveis e baixo nível de atenuação de amplitude

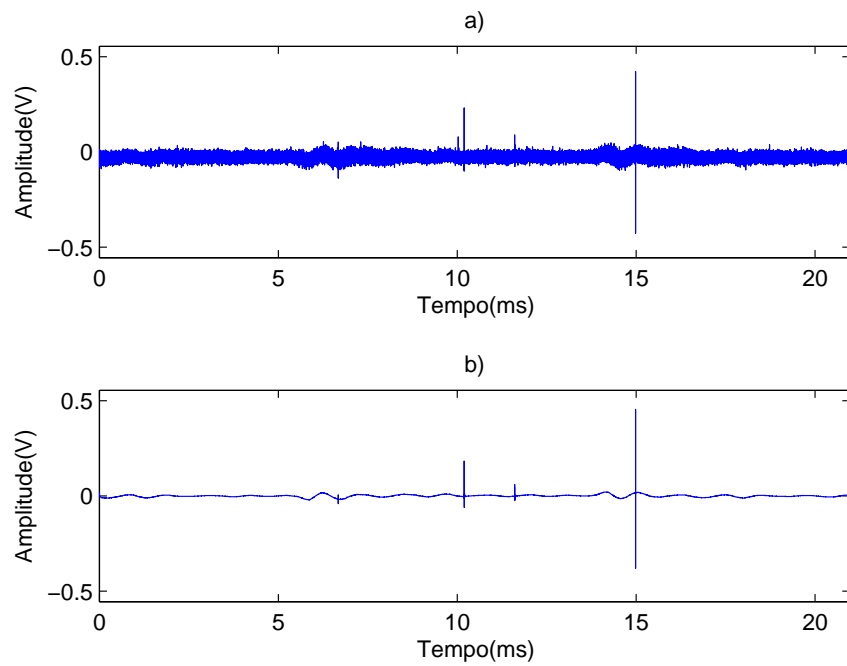


Figura 30 – Filtragem do sinal medido 04. (a) Sinal medido (b) Sinal filtrado

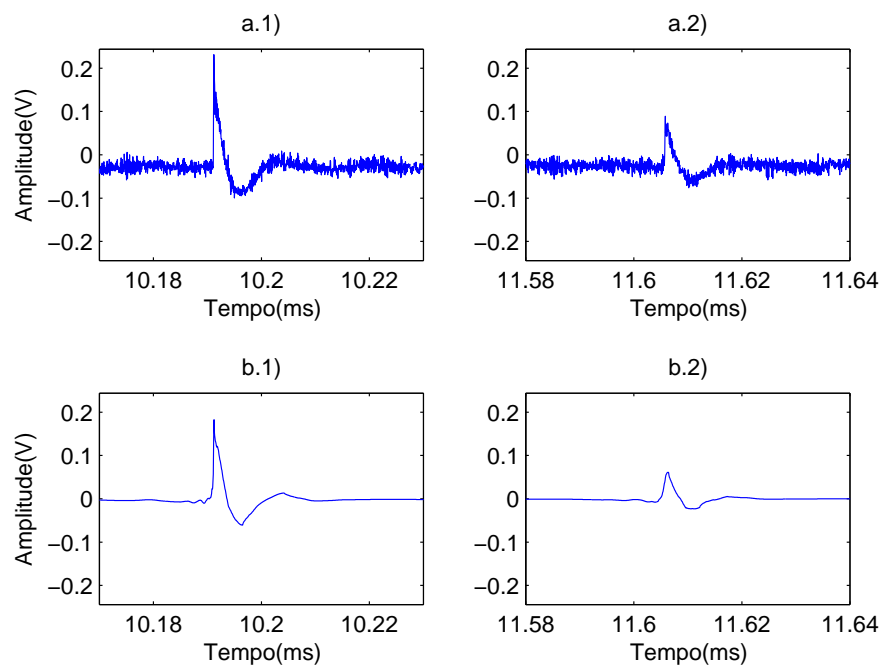


Figura 31 – Pulsos de DP do sinal medido 04 em detalhe. (a.1)/(a.2) Pulsos de descargas parciais em detalhe. (b.1)/(b.2) Respective pulsos após filtragem dos Pulsos de DP.

dos Pulsos de DP.

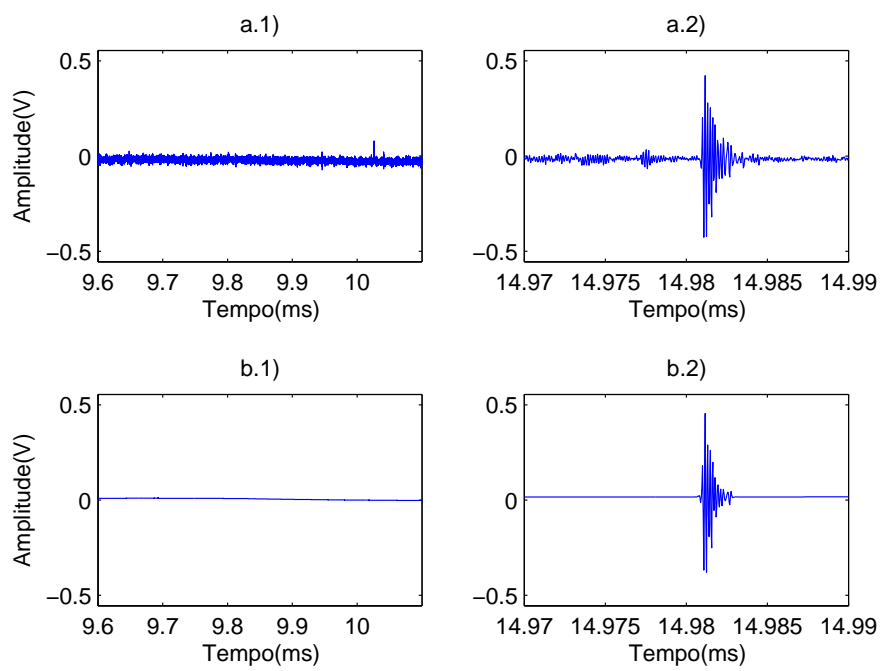


Figura 32 – Ruído presente no sinal 04 medido em detalhe. **(a.1)/(a.2)** Ruídos de medição em detalhe. **(b.1)/(b.2)** Ruídos atenuados.

8 Conclusões

Este trabalho apresentou um novo método para processar sinais de descargas parciais, baseado em dicionários sobrecompletos e representações esparsas.

O método mostrou-se eficiente para atenuação de ruídos do tipo Gaussiano e do tipo harmônico, apresentando resultados de filtragem expressivos, que proporcionaram bons níveis de atenuação destes tipos de ruído.

Para a atenuação de ruídos de natureza impulsiva, o método apresentou menor nível de eficácia pois, apesar de apresentar certo nível de atenuação de ruídos desta característica, verificamos que o método não apresenta níveis relevantes de atenuação quando estes ruídos possuem amplitudes próximas dos sinais de DP. Uma provável causa desta limitação, é o fato do MBBpF ter como função objetivo a norma $L2$ dos resíduos de reconstrução (eq. 3.10). Esta norma, é conhecidamente eficaz para redução de ruídos do tipo gaussiano, no entanto, para ruídos de natureza impulsiva ela não oferece bons níveis de eficácia.

Uma característica evidente do método é a qualidade de reconstrução obtida para os sinais de DP filtrados. Esta característica foi observada em todos os sinais testados, onde os pulsos de DP filtrados apresentaram níveis muito baixos de distorção em sua forma de onda e baixos níveis de atenuação da amplitude, evidenciando o alto nível de reconstrução provida pelo método.

O motivo deste alto nível de qualidade se deve à utilização de dicionários sobrecompletos. É percebido que, o acréscimo de curvas na formação do dicionário provê ganhos de desempenho do método, em termos de qualidade de filtragem e reconstrução. Em contrapartida, este acréscimo de curvas eleva o custo computacional do método. Portanto, o tamanho do dicionário sobrecompleto deve ser avaliado conforme as necessidades da aplicação.

Esta análise se faz necessária também para evitar custo computacional desnecessário, uma vez que o ganho de desempenho de filtragem, devido ao acréscimo de curvas no dicionário, torna-se estável a partir de um certo tamanho de dicionário. Para o método proposto neste trabalho, foi verificado que, a partir de 7 famílias, a adição de famílias no dicionário sobrecompleto provê ganhos de desempenho pouco relevantes.

Estudos para composição do dicionário sobrecompleto são fundamentais para prover melhores índices de filtragem no método. A metodologia apresentada neste trabalho com esta finalidade demonstrou ser uma eficaz abordagem para formação de dicionários sobrecompletos.

8.1 Propostas de continuação da pesquisa

A reformulação do problema de otimização inicial, proposto pelo método MBBpF, pode prover ganhos de desempenho de filtragem, especialmente para atenuação de sinais impulsivos. Esta reformulação pode ser em termos da alteração da função objetivo ou de alterações/inclusões nas restrições (eq. 3.10)

A utilização de outros métodos de otimização irrestrita para solucionar as minimizações internas do método SALSA (eq. 5.1 e 5.2) podem prover ganhos com relação a custo computacional. Otimizações nos parâmetro do algoritmo também podem promover a redução de custo computacional, ou até mesmo a utilização de outros métodos para solução de MBB também pode prover ganhos neste aspecto.

Outros dicionários, além das famílias de curvas *wavelet* podem ser avaliadas para a composição do dicionário sobrecompleto, além de ser possível a aplicação de outras técnicas para composição deste. Por exemplo, técnicas de aprendizado de dicionários.

Referências

- AFONSO, M. V.; BIOUCAS-DIAS, J. M.; FIGUEIREDO, M. A. Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization. *IEEE Transactions on Image Processing*, IEEE, v. 19, n. 9, p. 2345–2356, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- AFONSO, M. V.; BIOUCAS-DIAS, J. M.; FIGUEIREDO, M. A. An augmented lagrangian approach to the constrained optimization formulation of imaging inverse problems. *IEEE Transactions on Image Processing*, IEEE, v. 20, n. 3, p. 681–695, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- BARTNIKAS, R. Partial discharges. their mechanism, detection and measurement. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, IEEE, v. 9, n. 5, p. 763–808, 2002. Citado na página 28.
- BECK, A.; TEBOULLE, M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM journal on imaging sciences*, SIAM, v. 2, n. 1, p. 183–202, 2009. Citado na página 51.
- BEYLKIN, G.; COIFMAN, R.; ROKHLIN, V. Fast wavelet transforms and numerical algorithms i. *Communications on pure and applied mathematics*, Wiley Online Library, v. 44, n. 2, p. 141–183, 1991. Citado na página 68.
- BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. *Convex optimization*. [S.l.]: Cambridge university press, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.
- CHEN, S. S.; DONOHO, D. L.; SAUNDERS, M. A. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM review*, SIAM, v. 43, n. 1, p. 129–159, 2001. Citado 5 vezes nas páginas 43, 47, 48, 49 e 50.
- COMBETTES, P. L.; PESQUET, J.-C. Proximal splitting methods in signal processing. In: *Fixed-point algorithms for inverse problems in science and engineering*. [S.l.]: Springer, 2011. p. 185–212. Citado na página 50.
- DAUBECHIES, I. Time-frequency localization operators: a geometric phase space approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, IEEE, v. 34, n. 4, p. 605–612, 1988. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.
- DAUBECHIES, I.; DEFRISE, M.; MOL, C. D. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint. *Communications on pure and applied mathematics*, Wiley Online Library, v. 57, n. 11, p. 1413–1457, 2004. Citado na página 50.
- ECKSTEIN, J.; BERTSEKAS, D. P. On the douglas—rachford splitting method and the proximal point algorithm for maximal monotone operators. *Mathematical Programming*, Springer, v. 55, n. 1-3, p. 293–318, 1992. Citado na página 66.
- FERREIRA, A. d. H. *Dicionário aurélio eletrônico*. [S.l.]: Ed. Nova Fronteira, 1993. Citado na página 35.

- FIGUEIREDO, M. A.; NOWAK, R. D. An EM algorithm for wavelet-based image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, IEEE, v. 12, n. 8, p. 906–916, 2003. Citado na página 50.
- INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. *Partial discharge measurements. In IEC International Standard 270*. [S.l.], 1981. Citado na página 27.
- JAMES, G. et al. *An introduction to statistical learning*. [S.l.]: Springer, 2013. v. 6. Citado na página 82.
- MA, X.; ZHOU, C.; KEMP, I. Investigation into the use of wavelet theory for partial discharge pulse extraction in electrically noisy environments. In: IET. *Dielectric Materials, Measurements and Applications, 2000. Eighth International Conference on (IEE Conf. Publ. No. 473)*. [S.l.], 2000. p. 123–126. Citado na página 29.
- MA, X.; ZHOU, C.; KEMP, I. Interpretation of wavelet analysis and its application in partial discharge detection. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, IEEE, v. 9, n. 3, p. 446–457, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 77.
- MALLAT, S. G.; ZHANG, Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries. *IEEE Transactions on signal processing*, IEEE, v. 41, n. 12, p. 3397–3415, 1993. Citado 3 vezes nas páginas 43, 47 e 48.
- MATLAB, D. *Introduction to the wavelet families*. <<https://www.mathworks.com/help/wavelet/gs/introduction-to-the-wavelet-families.html>>. [Online; acessado em 06/07/2017]. Citado na página 45.
- MOTA, H.; VASCONCELOS, F. A partial discharge data acquisition system based on programmable digital oscilloscopes. In: IEEE. *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2001. IMTC 2001. Proceedings of the 18th IEEE*. [S.l.], 2001. v. 2, p. 994–999. Citado na página 56.
- MOTA, H. d. O.; VASCONCELOS, F. H.; CASTRO, C. L. de. A comparison of cycle spinning versus stationary wavelet transform for the extraction of features of partial discharge signals. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, IEEE, v. 23, n. 2, p. 1106–1118, 2016. Citado na página 28.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. *Numerical optimization*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 41.
- RUBINSTEIN, R.; BRUCKSTEIN, A. M.; ELAD, M. Dictionaries for sparse representation modeling. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 98, n. 6, p. 1045–1057, 2010. Citado na página 46.
- SELESNICK, I. L1-norm penalized least squares with salsa. *Connexions*, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 68.
- SILVA, F. T. de A.; MOTA, H. d. O. Partial discharge signal processing using overcomplete dictionaries and sparse representations. *2017 Electrical Insulation Conference (EIC)*, IEEE, p. 388–391, 2017. Citado na página 30.

SILVA, F. T. de A.; MOTA, H. d. O.; VASCONCELOS, F. H. A systematic method to compose overcomplete dictionaries for the processing of partial discharge signals. *2nd International Symposium on Instrumentation Systems, Circuits and Transducers*, IEEE, 2017. Citado na página 30.

STONE, G. Partial discharge diagnostics and electrical equipment insulation condition assessment. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, IEEE, v. 12, n. 5, p. 891–904, 2005. Citado na página 28.

ZHOU, C.; KEMP, I.; ALLAA, M. The pd pulse behaviour in rotating machine stator windings. In: IEEE. *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 1995. Annual Report., Conference on*. [S.l.], 1995. p. 372–375. Citado na página 27.

Apêndices

APÊNDICE A – Resultados de filtragem obtidos para sinais medidos em campo

A.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos pelo método para filtragem de sinais medidos em laboratório. Os resultados apresentados aqui complementam os obtidos no capítulo 7.

A.2 Resultados de Filtragem de Sinais medidos em laboratório

Na figura 33, em (a) é apresentado o sinal medido e em (b) é apresentado o respectivo resultado de filtragem. Os ruídos presentes na medição são predominantemente do tipo harmônico.

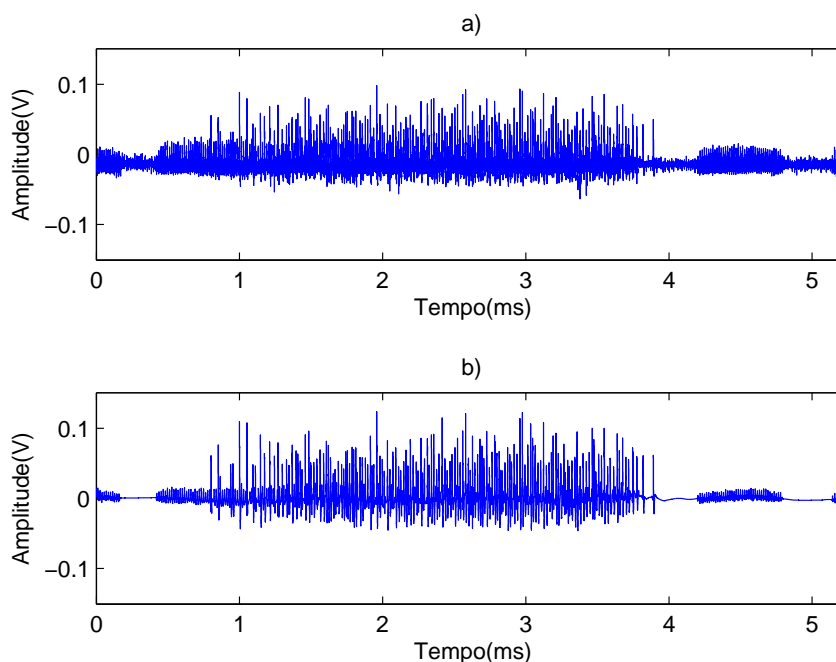


Figura 33 – Filtragem do sinal medido 02. (a) Sinal medido (b) Sinal filtrado

Novamente, é possível confirmar os bons níveis de atenuação de ruído, ao visualizar em detalhe estes os ruídos presentes nos intervalos [3.67 3.74] ms e [3.76 3.92] ms

apresentados em (a.1) e (a.2) da figura 35, e respectivas atenuações obtidas apresentadas em (b.1) e (b.2).

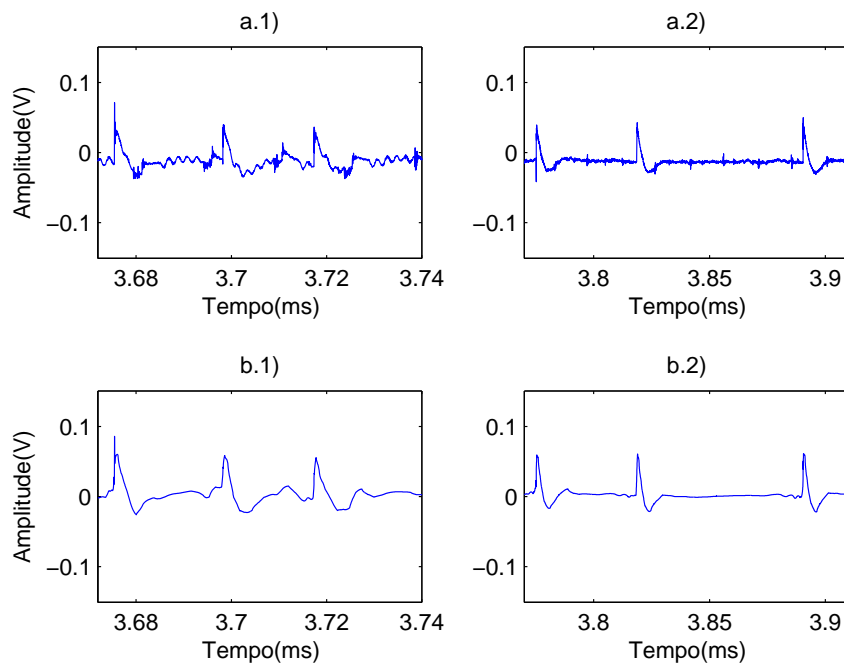


Figura 34 – Pulsos de DP do sinal medido 02 em detalhe. **(a.1)/(a.2)** Pulsos de descargas parciais em detalhe. **(b.1)/(b.2)** Respectivos pulsos após filtragem

Os níveis de qualidade na reconstrução do sinal de DP também se confirmaram para o sinal 02, com baixo nível de distorção da forma de onda e baixo nível de atenuação de amplitude. Na figura 34, em (a.1) e (a.2) são apresentados pulsos de DP presentes no sinal e em (b.1) e (b.2) respectivos pulsos após o processo de filtragem.

Na figura 36 são apresentados em (a) o sinal medido com ruídos do tipo harmônico e em (b) o resultado de filtragem deste sinal obtido pelo método.

É possível observar bons níveis de atenuação de ruído, ao visualizar em detalhe a atenuação obtida pelo método apresentados em (b.1). e (b.2), para os ruídos presentes nos intervalos apresentados em (a.1) e (a.2), da figura 38.

Mais uma vez, bons níveis de qualidade na reconstrução do sinal de DP foram obtidos pelo método no processamento do sinal 03 conforme podem ser observados em (a.1) e (a.2), na figura 37, os pulsos de DP. Em (b.1) e (b.2) apresentam estes mesmos pulsos após processo de filtragem.

O nível de efetividade na atenuação de ruídos do tipo impulsivo também foram observados no processamento do sinal apresentado na Fig. 39, onde os ruídos presentes na medição eram predominantemente do tipo impulsivo e gaussiano.

Apesar de o método ter obtido bons níveis de atenuação dos ruídos impulsivos e

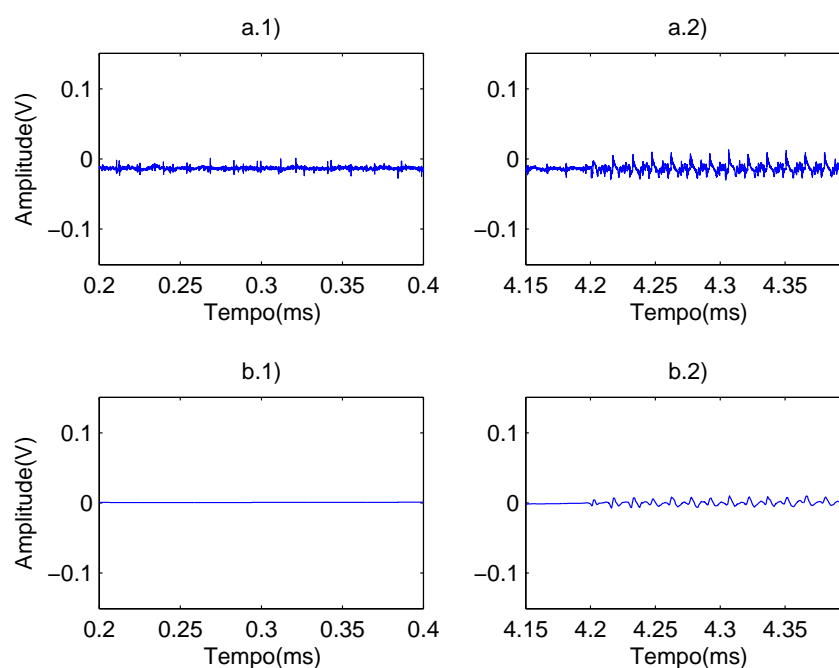


Figura 35 – Ruído presente no sinal medido 02 em detalhe. **(a.1)/(a.2)** Ruídos de medição em detalhe. **(b.1)/(b.2)** Ruídos atenuados.

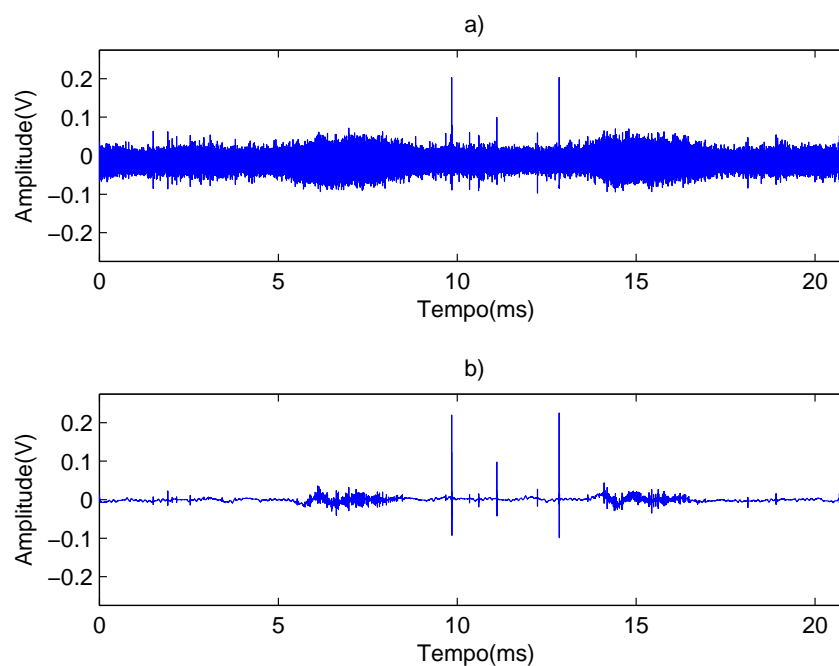


Figura 36 – Filtragem do sinal medido 03. **(a)** Sinal medido **(b)** Sinal filtrado

gaussianos, conforme pode ser observado em (a.1) e (b.1) da figura 41, o impulso de ruído presente próximo ao instante 16 ms sofreu baixa atenuação, conforme pode ser visto em detalhe em (a.2) e (b.2) desta mesma figura.

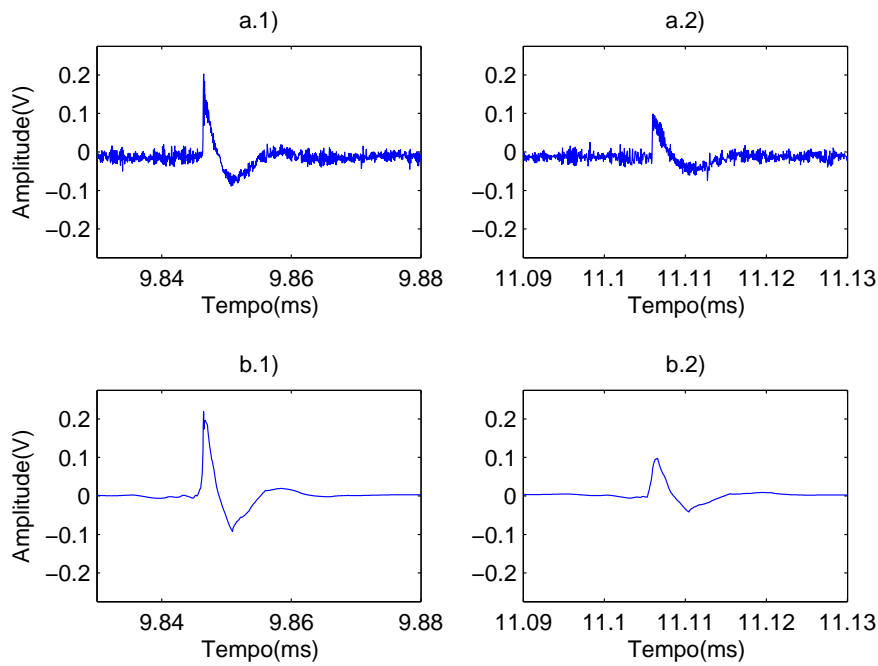


Figura 37 – Pulsos de DP do sinal medido 03 em detalhe. **(a.1)/(a.2)** Pulsos de descargas parciais em detalhe. **(b.1)/(b.2)** Respectivos pulsos após filtragem

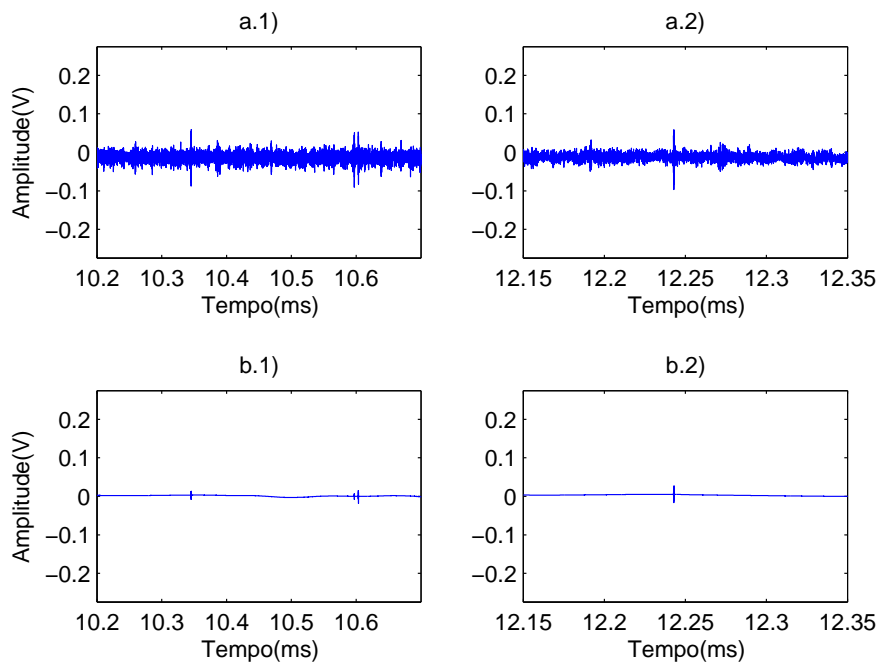


Figura 38 – Ruído presente no sinal medido 03 em detalhe. **(a.1)/(a.2)** Ruídos de medição em detalhe. **(b.1)/(b.2)** Ruídos atenuados.

Este comportamento também foi observado para o sinal 05 (39), onde o método apresentou performance inferior na atenuação dos ruídos impulsivos, conforme pode ser

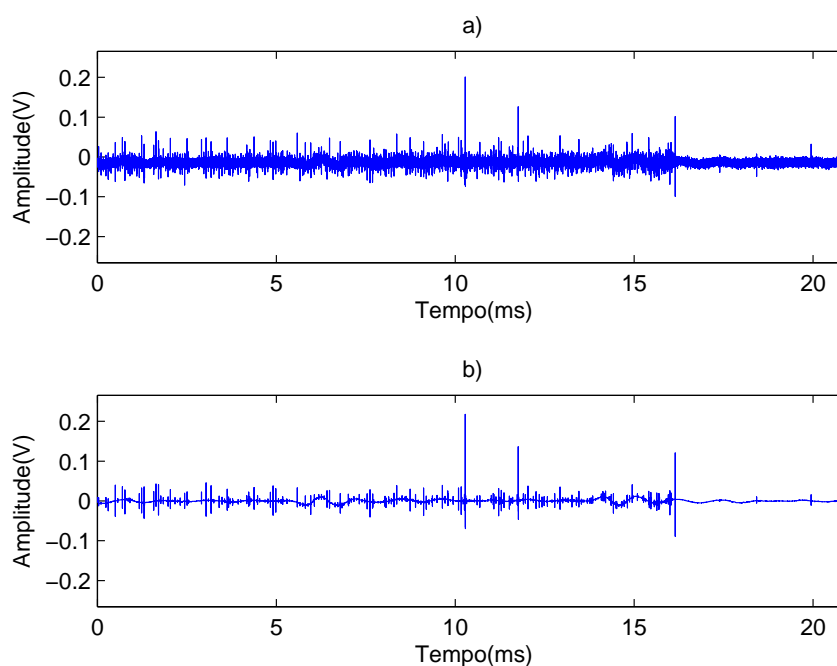


Figura 39 – Filtragem do sinal medido 05. (a) Sinal medido (b) Sinal filtrado

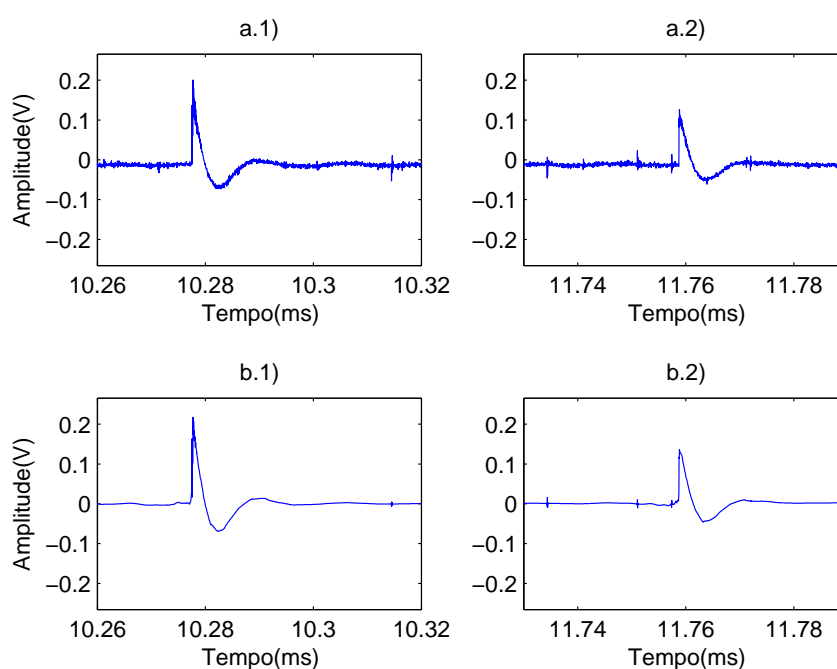


Figura 40 – Pulsos de DP do sinal medido 05 em detalhe. (a.1)/(a.2) Pulsos de descargas parciais em detalhe. (b.1)/(b.2) Respectivos pulsos após filtragem

observado na figura 40 em (a.1) e (b.1). Para o pulso de ruído impulsivo apresentado em (a.2) e (b.2), a atenuação ocorrida foi também inexpressiva.

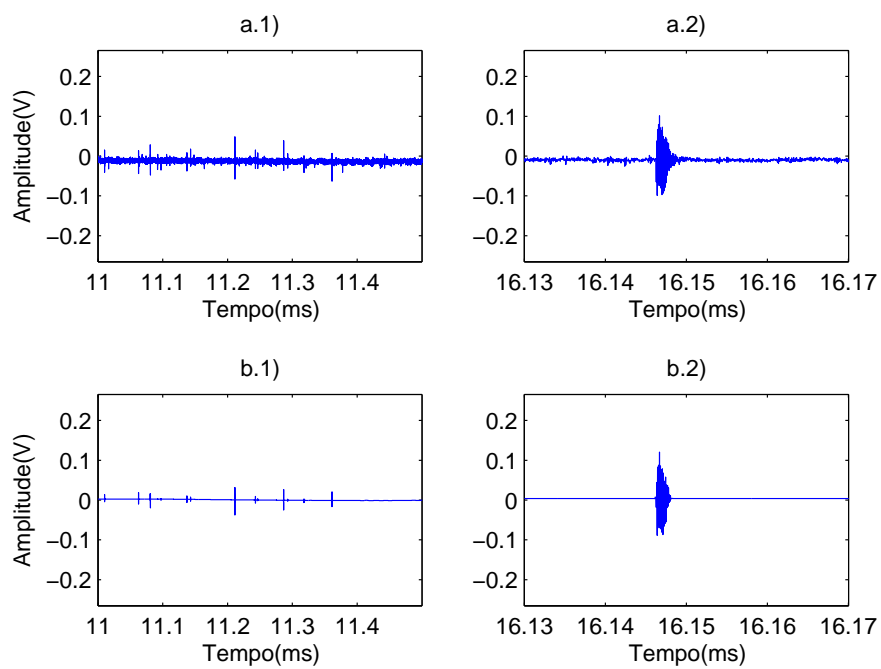


Figura 41 – Ruído presente no sinal medido 05 em detalhe. **(a.1)/(a.2)** Ruídos de medição em detalhe. **(b.1)/(b.2)** Ruídos atenuados.