

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social

Vivian Gonçalves de Araujo

**AS DISCUSSÕES REFLEXIVAS PROTAGONIZADAS POR UM GRUPO DE
ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO INTEGRADO AO TÉCNICO EM UM
AMBIENTE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA
SOCIOCRÍTICA**

Belo Horizonte

2025

Vivian Gonçalves de Araujo

**AS DISCUSSÕES REFLEXIVAS PROTAGONIZADAS POR UM GRUPO DE
ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO INTEGRADO AO TÉCNICO EM UM
AMBIENTE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA
SOCIOCRÍTICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (FaE/UFMG), como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação.

Orientadora: Profa. Dra. Jussara de Loiola Araújo

Belo Horizonte

2025

A663d
T

Araujo, Vivian Gonçalves de, 1999-

As discussões reflexivas protagonizadas por um grupo de estudantes do ensino médio integrado ao técnico em um ambiente de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica [manuscrito] / Vivian Gonçalves de Araujo. -- Belo Horizonte, 2025.

155 f. : enc., il., color.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

Orientadora: Jussara de Loiola Araújo.

Bibliografia: f. 148-155.

1. Educação -- Teses. 2. Educação matemática -- Teses. 3. Matemática -- Estudo e ensino -- Análise crítica do discurso -- Teses. 4. Matemática -- Estudo e ensino -- Aspectos sociais -- Teses. 5. Matemática -- Estudo e ensino -- Discussões e debates -- Teses. 6. Modelagem matemática -- Teses. 7. Ensino reflexivo -- Teses. 8. Ensino médio -- Teses. 9. Ensino técnico -- Teses.

I. Título. II. Araújo, Jussara de Loiola. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 510.1

Catálogo da fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)

Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ATA

DEFESA DA DISSERTAÇÃO DA ALUNA
VIVIAN GONÇALVES DE ARAUJO

Realizou-se, no dia 27 de junho de 2025, às 14:00 horas, na sala de Teleconferências da Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Minas Gerais, a 1575ª defesa de dissertação, intitulada *A5 DISCUSSÕES REFLEXIVAS PROTAGONIZADAS POR UM GRUPO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO INTEGRADO AO TÉCNICO EM UM AMBIENTE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRIÁTICA*, apresentada por VIVIAN GONÇALVES DE ARAUJO, número de registro 2023650806, graduada no curso de MATEMÁTICA/DIURNO, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO - CONHECIMENTO E INCLUSÃO SOCIAL, à seguinte Comissão Examinadora: Profa. Jussara de Loiola Araújo - Orientadora (UFMG), Prof. Arnaldo de Moura Vaz da Silva (UFMG), Prof. Celio Roberto Melillo (Cefet-MG).

A comissão considerou a dissertação: **aprovada**, destacando o cuidado teórico e metodológico e o protagonismo da pesquisadora na elaboração do texto.

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.

Belo Horizonte, 27 de junho de 2025.

Profa. Jussara de Loiola Araújo (Doutora)

Prof. Arnaldo de Moura Vaz da Silva (Doutor)

Prof. Celio Roberto Melillo (Doutor)



Documento assinado eletronicamente por Arnaldo de Moura Vaz da Silva, Supervisor(a), em 30/06/2025, às 12:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por Jussara de Loiola Araujo, Professora do Magistério Superior, em 30/06/2025, às 13:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por Celio Roberto Melillo, Usuário Externo, em 30/06/2025, às 20:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4334599** e o código CRC **D16E83D5**.

À minha família, que, com seu amor, paciência
e dedicação, me inspirou.

AGRADECIMENTOS

*Caminhos do coração
[...]
E aprendi que se depende sempre
De tanta, muita, diferente gente
Toda pessoa sempre é as marcas
Das lições diárias de outras tantas pessoas*

*E é tão bonito quando a gente entende
Que a gente é tanta gente onde quer que a gente vá
E é tão bonito quando a gente sente
Que nunca está sozinho por mais que pense estar
[...]
Gonzaguinha*

Esta pesquisa não foi construída solitariamente, muito pelo contrário. Para a sua idealização e concretização, houve a colaboração de muitas mãos e muitas vozes, com as quais eu desfrutei de diversos aprendizados e inesquecíveis momentos. Não em vão, realizei a escolha pela música *Caminhos do coração*, composta pelo cantor Gonzaguinha, para representar a construção desta pesquisa.

Valendo-me da consciência de não estar sozinha, este trecho de música representa também a relação que construí com o Coletivo Crítico, com a escola que acolheu-me, com a professora Rita, com as estudantes, com os estudantes, e com as diversas outras pessoas que trilharam estes caminhos ao meu lado, tornando essa construção possível. E, nesse espaço de agradecimentos, dedico os meus escritos a essas tantas pessoas.

Agradeço à minha mãe e ao meu pai, por serem grandes incentivadores dos meus sonhos. Sem o amor, o carinho e o cuidado de vocês, nada disso seria possível. Agradeço, também, ao meu irmão, que está sempre ao meu lado, me apoiando. Vocês são a minha base, a minha inspiração e o meu conforto.

Agradeço ao Gabriel, meu melhor amigo e meu amor, por viver grandes aventuras ao meu lado, por ser o meu companheiro em todos os momentos dessa vida e por sempre me apoiar. Obrigada pela sua paciência, pela sua compreensão, pelo seu carinho, pelas nossas viagens, pelas nossas conversas e pelas lindas memórias que temos construído juntos. Obrigada por sonhar comigo. Viver a vida ao seu lado é indescritível!

Agradeço à minha família, que está sempre ao meu lado: às minhas tias, tios, primas, primos, sogra, sogro, cunhada e cunhado. Vocês são incríveis!

Agradeço às minhas queridas amigas. Mabi, obrigada pela sua presença, pelos nossos encontros e por sua parceria inigualável. Carol, Rita e Vitória, obrigada pela leveza de nossa amizade, que é regada de afeto e companheirismo.

Agradeço às amizades que construí no Programa de Pós-Graduação, e me refiro ao Ícaro para representar todas e todos que passaram pelos meus caminhos. Ícaro, meu amigo, obrigada por todo o auxílio e por toda a nossa parceria nesses anos de mestrado.

Agradeço às amigas e aos amigos da linha de Educação Matemática, que serão representadas e representados nominalmente pela Ana Luísa, pela Jéssica e pelo João. Viver o mestrado ao lado de vocês tornou tudo mais leve, divertido e engrandecedor! Obrigada pelas nossas partilhas. Agradeço também às minhas queridas amizades construídas ao longo da licenciatura em matemática: vocês foram essenciais na minha decisão de prosseguir nos estudos referentes à educação matemática.

Agradeço ao Coletivo Crítico, grupo de pesquisa que me acolhe desde a iniciação científica, que me proporcionou viver diversas experiências acadêmicas e pessoais, que guardarei para sempre na memória. Obrigada, Amanda, Anne, Bárbara, Fernando, Gabriel, João, Jussara, Paola, Quezia, Renata e Thais, por cada leitura cuidadosa, por cada sugestão realizada, por cada instante de apoio e por cada conversa acolhedora. Obrigada por me permitirem a aprender com vocês!

Agradeço à minha, para sempre, professora e orientadora Jussara. Te admiro desde que nos conhecemos, quando cursei minha primeira disciplina da graduação, Cálculo I. Ter sido sua aluna e orientanda foi um grande presente que a vida me proporcionou. Obrigada por, desde o início, acreditar em mim, mesmo com tantas incertezas que surgiram no caminho. Obrigada por me encorajar e me permitir viver esse sonho. Obrigada por me acolher e por partilhar suas experiências da docência, da pesquisa, da vida... Que sorte a nossa, alunas/alunos e orientandas/os suas/seus, podermos conhecer um pouco do seu grande coração!

Agradeço aos professores que compuseram a banca avaliadora desta dissertação. Obrigada pelo aceite do convite para isso, pela leitura cuidadosa e pelas sugestões realizadas. Nutro grande admiração por vocês, professores Arnaldo Vaz e Célio Melillo!

Agradeço à Capes, agência de fomento que financiou a minha bolsa de dedicação exclusiva durante o mestrado, permitindo a minha permanência na pós-graduação e participação em eventos acadêmicos.

Agradeço à UFMG, universidade pública que me concedeu um ensino gratuito e de qualidade, desde a graduação.

Agradeço a todas as professoras, a todos os professores e orientadoras do programa de pós-graduação, da graduação e da educação básica que fazem parte da minha trajetória escolar e acadêmica. Toda a minha formação se deve a vocês também. Obrigada!

Agradeço às minhas alunas e aos meus alunos, que deixei pelo caminho e que surgiram ao fim da caminhada do mestrado. Eu aprendi e aprendo diariamente com vocês! Obrigada pelos abraços, sorrisos e por me permitirem viver a docência.

Agradeço à minha incrível psicóloga, Rafaela, que me auxilia no processo de compreensão de mim mesma. Obrigada por me ensinar a VIVER o mestrado, a VIVER a vida, afinal, ela acontece todos os dias, em um dia após o outro...

Agradeço a Deus, por tudo.

RESUMO

Nesta pesquisa, busquei compreender como ocorrem as discussões reflexivas protagonizadas por estudantes do Ensino Médio integrado ao Técnico (EMiT) em um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica. Apoiada em um paradigma qualitativo de pesquisa em educação, desenvolvi, como professora|pesquisadora e com o auxílio da professora-participante da pesquisa, um ambiente de modelagem matemática com estudantes do EMiT de um curso de Informática. Com o auxílio de filmadoras e gravadores de voz, construí os dados que foram utilizados para a análise desta pesquisa, tendo as discussões das estudantes e dos estudantes como referência. Com o sustento de pesquisas correlatas à Educação Matemática Crítica e à modelagem na perspectiva sociocrítica, analisei os dados construídos em dois níveis, a fim de identificar as discussões reflexivas, matemáticas e técnicas que foram constituídas no ambiente de modelagem, como também a fim de identificar e caracterizar os contextos e mecanismos que poderiam influenciar no surgimento, na manutenção e na ocorrência das discussões reflexivas. Com base no cumprimento dos objetivos específicos, argumentei como a natureza de determinadas interações e o background dessas e desses estudantes podem estar relacionadas à ocorrência de discussões reflexivas que são protagonizadas por estudantes do EMiT.

PALAVRAS-CHAVE: Discussões Reflexivas; Modelagem na perspectiva sociocrítica; Educação Matemática Crítica; Interações.

ABSTRACT

In this research, I sought to understand how reflexive discussions led by students from the Integrated High School with Technical Education (EMiT) take place in a modeling environment grounded in a sociocritical perspective. Supported by a qualitative paradigm of research in education, I developed, as a teacher|researcher and with the help of the teacher-participant of the research, a mathematical modelling environment with EMiT students enrolled in an IT course. With the help of video cameras and voice recorders, we generated the data that were used for the analysis of this research, using students' discussions as a reference. With the support of research related to Critical Mathematics Education and modelling from a sociocritical perspective, I analysed the constructed data on two levels, in order to identify the reflexive, mathematical and technical discussions that were included in the modelling environment, as well as in order to identify and characterize the contexts and mechanisms that could influence in the emergence, maintenance and occurrence of reflexive reflections. Based on the fulfillment of the specific objectives, I argue how the nature of certain interactions and the students' backgrounds may be related to the occurrence of reflexive discussions led by EMiT students.

KEYWORDS: Reflexive discussions; Mathematical modelling in a sociocritical perspective; Critical Mathematics Education; Interactions.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Captura de tela da questão 161 do caderno de provas amarelo do Enem de 2023 ...	47
Figura 2: Diferentes momentos da modelagem matemática na sala de aula	50
Figura 3: Ciclos de modelagem	52
Figura 4: Relações entre algumas perspectivas teóricas da educação matemática.....	57
Figura 5: Produção das discussões reflexivas em uma determinada prática social.....	61
Figura 6: Tipos de discussões dos estudantes.....	62
Figura 7: Interesse ao longo do tempo.....	119
Figura 8: Gráfico Elaborado pelos participantes	120

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Ambientes de aprendizagem.....	45
Quadro 2: Classificação das perspectivas de modelagem	55
Quadro 3: Calendário escolar parcial da Escola Aquarela – considerando o período da pesquisadora em campo.....	72
Quadro 4: Horários das aulas de matemática na escola Aquarela dos meses de maio a agosto de 2024	73
Quadro 5: Papéis do professor e do aluno durante a prática de modelagem	78
Quadro 6: Cronograma seguido pela pesquisadora em campo de pesquisa.....	87
Quadro 7: Organização dos episódios	89

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEFET	Centro Federal de Educação Tecnológica
EMiT	Ensino Médio integrado ao Técnico
EMC	Educação Matemática Crítica
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
META	Mostra Específica de Trabalhos e Aplicações
PEC	Proposta de Emenda Constitucional
PET	Programa de Educação Tutorial
TAEs	Técnicos Administrativos em Educação
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Identificando-me e incomodando-me	16
1.2 Movimentando-me para a construção da pergunta de pesquisa	22
2 A REVISÃO DE LITERATURA: UM PANORAMA DO QUE SE PRODUZIU ATÉ O MOMENTO	27
2.1 Modelagem matemática e Ensino Médio integrado ao Técnico.....	28
2.2 Discussões reflexivas e modelagem matemática.....	33
3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA E MODELAGEM NA PERSPECTIVA SOCIOCRTICA.....	39
3.1 Educação matemática crítica	39
3.2 Modelagem na perspectiva sociocrítica.....	48
4 CONSTRUÇÃO DE UM ENTENDIMENTO SOBRE AS DISCUSSÕES REFLEXIVAS	58
4.1 Os conhecimentos e as discussões	58
4.2 Discussões e espaços de interação	63
5 O CAMPO DE PESQUISA	65
5.1 O paradigma que orienta a pesquisa	65
5.2 Ensino médio integrado ao técnico.....	66
5.3 Reconhecimento do campo de pesquisa: o contexto e os participantes	69
6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	72
6.1 Construção de um cenário para a prática: observação das aulas	72
6.2 Encontros com a professora Rita: compreensões iniciais sobre a modelagem.....	76
6.3 Planejamento da prática de modelagem	77
6.4 A prática de modelagem: prática pedagógica pesquisa	82
6.5 Escolhas metodológicas para a análise.....	88
7 APRESENTAÇÃO DOS DADOS E ANÁLISE DE PRIMEIRO NÍVEL	91
7.1 Episódio 1 - Compreensão do problema.....	91

7.1.1 Análise de primeiro nível do Episódio 1	94
7.2 Episódio 2 – A intervenção	96
7.2.1 Análise de primeiro nível do Episódio 2	100
7.3 Episódio 3 - Compreensão dos dados.....	101
7.3.1 Análise de primeiro nível do Episódio 3	105
7.4 Episódio 4 – Representação matemática	107
7.4.1 Análise de primeiro nível do Episódio 4	111
7.5 Episódio 5 - Construção do modelo	113
7.5.1 Análise de primeiro nível do Episódio 5	116
7.6 Episódio 6 – Reflexões sobre o modelo	117
7.6.1 Análise de primeiro nível do Episódio 6	121
7.7 Encaminhamentos para a análise de segundo nível.....	122
8 ANÁLISE DE SEGUNDO NÍVEL: A OCORRÊNCIA DAS DISCUSSÕES	
REFLEXIVAS	125
8.1 Interações da/os estudantes com a matemática.....	125
8.2 Interações entre a/os estudantes.....	132
8.3 Interações entre estudantes, professora pesquisadora e professora	136
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	143
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	148

1 INTRODUÇÃO

Iniciar um texto sempre me leva a diversas reflexões e indagações que me remetem aos caminhos que permitiram a escrita de tal conteúdo e, confesso, não considero esse processo simples. Este texto, por sinal, é a minha dissertação de mestrado e, inegavelmente, realizei escolhas, tracei rotas e delineeí percursos para chegar até aqui. Nesta introdução, pretendo destacar esse processo.

Dessa maneira, escolho dividir a introdução em duas seções: na primeira, abordarei sobre alguns aspectos pessoais da minha vida, para que, na segunda seção, eu relacione os aspectos acadêmicos que justificam e dão sentido à pergunta que direciona esta pesquisa – que também será apresentada ali.

1.1 Identificando-me e incomodando-me

Neste primeiro momento, pretendo me apresentar e me reconhecer como um ser histórico-cultural e político, em que minhas escolhas e desejos são o reflexo de minha subjetividade, minhas vivências, meus privilégios, do meu ser. E, assim,

gosto de ser gente porque, como tal, percebo afinal que a construção de minha presença no mundo, que não se faz no isolamento, isenta de influência das forças sociais, que não se compreende fora da tensão entre o que herdo geneticamente e o que herdo social, cultural e historicamente, tem muito a ver comigo mesmo (Freire, 2021 [1996], p. 53).

Consciente do meu inacabamento e das influências que tive ao longo da vida, me coloco em primeira pessoa do singular, por vezes no plural – quando recordo momentos que vivi com outras e outros –, para demonstrar que cada escolha realizada ao longo desta pesquisa não é ao acaso e nem sem influências do meio em que eu me insiro, desde o início de minha trajetória. Além disso, optei pelo uso da primeira pessoa para evidenciar as responsabilidades que assumi, como professora e pesquisadora, tanto nas escolhas feitas ao longo desta pesquisa quanto na seleção cuidadosa de cada palavra que representa o percurso até aqui.

Reconheço-me como uma mulher, que nasceu e cresceu em um bairro periférico de Contagem, em Minas Gerais. Sou a filha caçula da minha mãe e do meu pai e tenho um irmão seis anos mais velho que eu. Minha mãe e meu pai vieram do interior de Minas para a capital, com bagagens e histórias bem distintas, mas que, em algum momento da vida, acabaram se interseccionando.

Mamãe, ainda criança, mudou-se com sua família para Belo Horizonte, buscando melhores condições de vida e trabalho e, por aqui, se estabeleceram. Para auxiliar vovô e vovó nas despesas, ela começou a trabalhar muito jovem em casas de família e, infelizmente, encerrou seus estudos no Ensino Fundamental I. A família se dedicava às atividades laborais, priorizando as atividades de subsistência na cidade grande.

Meu pai, em um contexto familiar diferente, foi criado por sua tia com alguns de seus irmãos. Ele é o décimo segundo de uma família com treze filhos. Papai ajudava nas despesas de casa com a venda de doces produzidos pela minha tia-avó. Nessa época, ele contribuiu com a redação e divulgação de um jornal contrário ao governo¹ que vigorava à época. Nesse contexto, a família passou por algumas perseguições durante o período ditatorial, e eu cresci escutando as histórias que meu pai contava a esse respeito. Ele concluiu o Ensino Médio em Belo Horizonte e, perpetuando a tradição de seus irmãos, atua na área contábil.

Todos esses fatos e relatos contribuíram para o meu desenvolvimento pessoal, profissional e acadêmico, sempre com um teor político, e influenciaram toda a minha trajetória.

Minha mãe e meu pai sempre incentivaram a mim e ao meu irmão nos estudos. Eles nos levaram a compreender a educação como essencial, já que é uma forma de acesso ao que eles não tiveram em idade regular. Além disso, eu tive uma grande influência de minha avó materna, que lamentava que todos os filhos não tivessem tido as mesmas oportunidades de estudos, mas se orgulhava ao ver os netos trilhando diferentes caminhos.

Fazíamos planos e sonhávamos com o futuro e, com toda a sua humildade, diariamente, me ensinava algo novo. Não saber ler e escrever era apenas um detalhe em seu dia a dia, mas um detalhe que incomodava, e que, provavelmente, me inspirou a ser professora. Ela permitia e se interessava que eu a ensinasse a escrever o próprio nome, Maria, enquanto eu mesma estava em processo de alfabetização.

Durante a Educação Básica, vivenciei os três segmentos de ensino em três instituições muito distintas: uma no ensino privado, uma no ensino público estadual e uma no ensino público federal.

Estudei dos 3 aos 10 anos em uma escola que carrega o nome do patrono da educação brasileira, Paulo Freire, na condição de bolsista. Se, por um lado, essa condição de bolsista me garantiu certos privilégios – somados à minha branquitude e heteronormatividade –, por outro,

¹ Entre os anos de 1964 e 1985, o governo do país foi conduzido por militares, num regime autoritário. Esse período ficou conhecido como ditadura militar.

exigiu-me uma dedicação aos estudos distinta da dos meus colegas de classe, levando-me a destacar como estudante no ensino tradicional, para a manutenção da bolsa.

Nessa época, conheci um pouco sobre a vida de Paulo Freire, mas de uma maneira superficial, porque raramente eram abordados aspectos de sua vida em sala de aula. De toda forma, naquele momento, passei a ter curiosidade sobre o educador, que ficou guardada até os tempos de graduação. Graduanda, pude iniciar algumas leituras, que foram aprofundadas em alguns estudos durante a pós-graduação.

No Ensino Fundamental II, estudei em uma escola estadual próxima à minha casa. Ali, eu me sentia livre, mesmo com as regras escolares e apesar de continuar sendo uma aluna de destaque, e a escola me permitiu construir laços afetivos que não pude desenvolver anteriormente. Naquela escola, eu me identificava com meus colegas, ainda que fôssemos todos muito diferentes e de contextos muito distintos, mas com muitas similaridades. Os professores eram, também, atenciosos, acolhedores e realizavam suas práticas pedagógicas sempre nos incentivando aos estudos. Foram anos de muito aprendizado e também de proximidade com a matemática, pois recordo-me de minha facilidade com a disciplina, e dos estudos que realizávamos juntos em minha casa. Quando alcancei o último ano dessa etapa, dei-me conta de que teria o apoio dos meus professores e colegas de sala de aula para seguir o sonho de estudar em uma instituição federal durante o Ensino Médio.

Seguindo esse sonho, minha família matriculou-me em um curso preparatório para realizar a prova² de ingresso na instituição que eu almejava. Assim, com bolsa integral, realizei um curso extensivo no centro da cidade de Belo Horizonte para me preparar para a prova que viria ao fim do ano.

O ano em que eu fiz aquelas provas foi bem difícil, pois também foi o ano em que comemorávamos os setenta anos de vida da vovó, mas ela se foi antes disso, e antes de muitas outras vivências que planejamos juntas. Enquanto lidava com uma dor profunda, e insuperável, agarrei-me também aos sonhos que sonhamos juntas, que sonhamos em família e com amigas e amigos. Um dos sonhos era seguir estudando, sempre. Fui aprovada no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Unidade Contagem, para cursar Controle Ambiental. E a alegria era desmedida.

² No Brasil, o Ensino Médio integrado ao Técnico se refere a uma modalidade do ensino, em que, a partir de uma única matrícula em determinada instituição, a estudante ou o estudante cursa a última etapa da Educação Básica – o Ensino Médio, e para ingressar, é necessário ter concluído o Ensino Fundamental – ao mesmo tempo em que é conduzida/o a uma habilitação profissional técnica de nível médio (Brasil, 2021). A fim de ingressar em uma instituição de Ensino Médio integrado ao Técnico da esfera pública (federal, estadual ou municipal), a estudante ou o estudante deve realizar uma prova com conteúdo relativo ao nível do Ensino Fundamental II e alguns conteúdos relativos ao primeiro ano do Ensino Médio para a escola que almeja o ingresso.

Durante o Ensino Médio integrado ao Técnico (EMiT), eu me encontrei e iniciei, de fato, as minhas práticas e os meus interesses pela matemática. Tive a oportunidade de ser monitora desse componente curricular por dois anos, apresentei um trabalho sobre a Teoria do Caos (Silva *et al.*, 2015) na XXV Mostra Específica de Trabalhos e Aplicações (XXV META) e organizei grupos de estudos independentes de Matemática.

Além disso, fui representante da minha turma em todos os anos do Ensino Médio³, sendo a responsável por representá-la nas reuniões de discentes ou com a direção pedagógica da instituição. Sempre que nos reuníamos, discutíamos e buscávamos soluções para as questões que estavam em pauta naquele momento, como, por exemplo, a importância de uma escolha consciente para o novo diretor da instituição, a falta de um restaurante popular em nossa unidade, a necessidade de diálogo com as professoras e com os professores sobre as dificuldades enfrentadas pelas alunas e pelos alunos em seus componentes curriculares, a resistência ao período de ataques à educação com a Proposta de Emenda Constitucional (PEC) 241/2016 ameaçando as instituições federais – que nos afetou diretamente – e outras incontáveis demandas que se manifestaram naquele momento.

Esses assuntos permeavam as aulas de História, Sociologia, Geografia, Literatura e Filosofia, mas nunca ocuparam espaço nas aulas de Matemática, Física ou Química, menos ainda nas aulas do Ensino Técnico⁴. Isso não afetou a qualidade da formação que tive durante o Ensino Médio, mas é algo que eu aprendi a problematizar durante o curso de licenciatura plena em matemática: *por que nas aulas de Matemática não encontrávamos espaço para discussões sobre as questões políticas da instituição e da sociedade?* Em termos mais gerais, *na sala de aula de Matemática do Ensino Médio integrado ao Técnico, ocorrem discussões sobre as questões políticas da instituição e da sociedade?*

Um dos caminhos para a realização de questionamentos com esse cunho foi o contato, durante a graduação, com a Educação Matemática Crítica (EMC) proposta por Skovsmose (1994) e que, segundo Melillo (2017, p. 29), pode ser interpretada como “uma maneira de entender a função social da matemática, enquanto ciência que vai além do domínio das técnicas e, principalmente, que não deve servir para domesticar indivíduos e comportamentos”.

Conforme aponta Skovsmose (2001, p. 87). “um dos objetivos da educação deve ser preparar [os indivíduos] para uma cidadania crítica”, e, em minha percepção, as escolas de

³ Nesta seção, sempre que eu mencionar *Ensino Médio* para referir às minhas experiências, ainda me refiro ao Ensino Médio integrado ao Técnico.

⁴ A dualidade entre o uso dos termos *Ensino Médio* e *Ensino Técnico* manifestava-se no CEFET devido à distinção entre as disciplinas de formação geral relativas à Educação Básica e as do *Ensino Técnico*.

Ensino Médio integrado ao Técnico, por muitas vezes ignorarem essas questões, podem ser um espaço que fomente uma concepção de matemática menos crítica, quando poderia ser o contrário. A ausência dessas discussões pode fortalecer uma concepção mais alienada da matemática, ou seja, “quando um estudante egressa de um ensino profissional que o preparou para a mera repetição, subordinação e alienação, possivelmente ele se tornará um trabalhador/cidadão menos apto a desenvolver capacidades críticas, criativas, reflexivas” (Melillo, 2017, p. 46). De fato,

tradicionalmente, uma preocupação importante da educação tem sido a de preparar os alunos para sua futura participação nos processos de trabalho na sociedade. Mas tendências⁵ alternativas na educação têm enfatizado que ela deve também preparar os indivíduos para lidar com os aspectos da vida social fora da esfera do trabalho, incluindo aspectos culturais e políticos (Skovsmose, 2001, p. 87).

Então, para o autor, a educação deve se preocupar com a preparação de estudantes para a vida em sociedade. E, como Melillo (2017) explicita, apesar de o ensino profissionalizante não ser a sua área de estudo, o Prof. Ole Skovsmose se atenta para as influências do mercado de trabalho no contexto educacional. Isso ocorre, porque, para Skovsmose (2001), a educação deve preparar as estudantes e os estudantes para uma atuação crítica em sociedade, possibilitando que desenvolvam uma “atuação social e política mais plena do que o simples ato de ocupar postos de trabalho” (Melillo, 2017, p. 70).

No curso de licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), fui apresentada à educação matemática como campo de pesquisa. Foi quando se iniciaram minhas discussões sobre as diversas temáticas que perpassam o campo, que se intensificaram quando fiz parte de um projeto de iniciação científica.

Minha formação de iniciação científica foi dividida em duas etapas. Na primeira parte, integrei o Programa de Educação Tutorial (PET Matemática/UFMG) e fui acolhida, como voluntária, em um projeto de “Modelagem na Educação Matemática: relações entre matemática e mundo real”, supervisionada pela Profa. Dra. Jussara de Loiola Araújo, quando iniciaram-se algumas curiosidades e interesses pessoais relacionados à modelagem.

Na segunda etapa, como bolsista⁶ da iniciação científica, participei do projeto de pós-doutorado “Mídias, mitos e *fakenews*: uma perspectiva de Educação Matemática Crítica a serviço do empoderamento político”, desenvolvido pelo Prof. Dr. Leandro de Oliveira Souza (Universidade Federal de Uberlândia - UFU) sob supervisão da Profa. Dra. Jussara de Loiola

⁵Ainda nesta introdução, falarei mais sobre uma dessas tendências que Skovsmose (2001) anuncia aqui, que se tornou o foco desta pesquisa de mestrado.

⁶ Com o financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais - FAPEMIG.

Araújo. O objetivo era entender um novo fenômeno social: notícias falaciosas que utilizam argumentos matemáticos para moldar a opinião popular – as *fake news*.

A partir desse projeto, alguns dados produzidos por meio de transcrições de entrevistas semiestruturadas (Alves-Mazzotti, 1998) – realizadas com professores e licenciandos em matemática – contribuíram, num caráter emergente (Lincoln; Guba, 1985), para a escrita de uma comunicação científica (Mirson *et al.*, 2022) que foi apresentada no XIV Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Nesse momento, também passei a integrar o grupo⁷ de pesquisa “Coletivo Crítico: Perspectivas sociopolíticas e críticas em pesquisas e práticas pedagógicas em educação matemática”.

Ao escrevermos e discutirmos a comunicação científica intitulada “Discussões políticas em aulas de matemática: o que dizem os professores e futuros professores sobre esse tema?”, surgiu o meu interesse em investigar, de maneira aprofundada, as discussões que podem ocorrer na sala de aula de matemática, quando orientada pela perspectiva da Educação Matemática Crítica.

A inspiração para estudar essa tendência da educação matemática surgiu durante a disciplina optativa de Tópicos em Matemática – Modelagem⁸ na Educação Matemática, ministrada pela Profa. Dra. Jussara Araújo e por dois de seus orientandos de doutorado naquele semestre, Profa. Paola Fresneda e Prof. Fernando Lima. As aulas eram inspiradoras e fizeram-me refletir sobre diversos temas e aspectos que, normalmente e em minhas experiências, não eram pautas em aulas da licenciatura em matemática nem em aulas de matemática na Educação Básica.

Naquele momento, portanto, com tantos questionamentos, iniciei uma mobilização pessoal para a construção de uma pergunta de pesquisa, afinal, com o término da disciplina, também cheguei ao fim da graduação, e tracei possibilidades de seguir caminhos na pós-graduação.

⁷ O grupo é composto por professoras e professoras em formação e por aquelas e aqueles que já atuam na educação básica ou no ensino superior, estando em diferentes níveis de formação acadêmica – desde estudantes da iniciação científica àquelas e àqueles que já concluíram o doutorado. Todas e todos nós discutimos e buscamos contribuir para o trabalho de outrem.

⁸ Ao me referir à tendência da educação *modelagem na educação matemática*, utilizarei iniciais minúsculas, assim como em *modelagem matemática* ou *modelagem*. Ao me referir a ela e às demais áreas como disciplinas, as iniciais serão maiúsculas.

1.2 Movimentando-me para a construção da pergunta de pesquisa

“Me vejo formada, mas será que posso ser chamada de *professora*?”. Foram momentos de crise de identidade, mas que aos poucos foram passando, quando assumi minhas primeiras turmas como *professora* de matemática. Enquanto isso, eu elaborava um projeto de pesquisa que pretendia submeter ao processo seletivo de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFMG, tentando relacionar os meus incômodos com o que eu havia estudado até ali.

Como professora, eu me questionava e me sentia culpada em diversos momentos por não conseguir desenvolver práticas pedagógicas que se relacionassem à Educação Matemática Crítica, principalmente. Aos poucos, fui me dando conta de que era possível encontrar brechas para virem à tona algumas discussões e reflexões como aquelas defendidas pela Educação Matemática Crítica e, ainda, relacionadas àqueles conteúdos previstos.

Conforme Skovsmose e Niss (2008, p. 4, tradução minha⁹) esclarecem

A educação matemática crítica não deve ser entendida como um ramo especial da educação matemática. Ela não pode ser identificada com uma metodologia específica de sala de aula, nem pode ser constituída por um currículo específico. Em vez disso, vejo a educação matemática crítica como caracterizada por preocupações que emergem da natureza crítica da educação matemática. Essas preocupações têm a ver tanto com a pesquisa quanto com a prática.

A Educação Matemática Crítica não se limita a uma nova composição curricular, método ou conteúdo específico. Ela representa um conjunto de preocupações que buscam integrar a prática da educação matemática, que geralmente segue um currículo preexistente. Essas preocupações podem surgir tanto a partir das inquietações provocadas pelas produções acadêmicas quanto pela experiência prática em sala de aula.

Como uma tentativa de amenizar o meu sentimento de culpa, como professora, lembrei a mim mesma de que eu estava em uma posição de quem está aprendendo e tem muito a aprender com o outro e com a própria prática. Afinal, estarei em um processo formativo por toda a vida. Além disso, escolher continuar a minha formação acadêmica por meio da realização de um mestrado seria mais uma tentativa de aprender e compreender mais sobre a dialogicidade que pode haver entre teoria e prática.

⁹ No original: “Critical mathematics education is not to be understood as a special branch of mathematics education. It cannot be identified with a certain classroom methodology, nor can it be constituted by a specific curriculum. Instead, I see critical mathematics education as characterised through concerns emerging from the critical nature of mathematics education. These concerns have to do with both research and practice” (Skovsmose; Niss, 2008, p. 4).

Durante a elaboração do projeto, tive contato com o artigo de Marcone e Milani (2020), no qual os autores analisam inspirações recentes para o desenvolvimento de trabalhos fundamentados na Educação Matemática Crítica. Os dados apresentados no estudo indicam que, em mais de 60% dos artigos analisados, havia preocupações voltadas ao ensino prototípico da matemática e às possibilidades pedagógicas para inserção da EMC nesse e em outros contextos. Isso evidencia que, embora tenha surgido na década de 1980, a EMC continua sendo uma pauta relevante no campo, como reforçam os autores ao afirmarem que “os conceitos da EMC fazem sentido quando pesquisadores olham para a sala de aula de Matemática” (Marcone; Milani, 2020, p. 275).

Ao refletir sobre os princípios da Educação Matemática Crítica e sobre a sua falta em determinados espaços formativos, decidi aprofundar minha investigação sobre as práticas pedagógicas que buscam integrar essas preocupações. Influenciada pelas vivências até então, no projeto, optei por retomar os estudos do que foi abordado em meu último período da graduação, especialmente na disciplina de Modelagem na Educação Matemática. Essa experiência, que inicialmente me incomodou, despertou em mim o desejo de investigar como a modelagem matemática pode ser orientada por questões próprias da EMC dentro da sala de aula. Tais práticas estão alinhadas com a perspectiva sociocrítica da modelagem matemática, que, como afirma Lima (2020, p. 42), “tem preocupações voltadas para a matemática e seu uso na sociedade, e muito dessa veia crítica e social tem relação direta com a EMC”.

Conforme apontam Araújo e Martins (2017, p. 115), na EMC, o objetivo é que os estudantes desenvolvam não apenas as habilidades com cálculos matemáticos, “mas, também que eles se tornem capazes de participar de forma crítica na sociedade, como cidadãos capazes de discutir questões políticas, econômicas, ambientais etc. nas quais a matemática é utilizada como suporte tecnológico”.

A modelagem matemática pautada na EMC tem o intuito de possibilitar que os alunos busquem soluções para problemas da realidade, por meio da matemática, mas questionando-a, bem como a seu uso na sociedade, com “preocupações para além do desenvolvimento de habilidades de cálculos ou da aplicação da matemática” (Araújo; Martins, 2017, p. 115).

Em Lima (2020), o autor dá exemplos de maneiras de realizar atividades de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica na sala de aula de matemática do Ensino Médio integrado ao Técnico, considerando que esse foi o contexto de sua pesquisa. O pesquisador realizou a produção de seus dados com a colaboração de um professor que possui ampla experiência com a modelagem na perspectiva sociocrítica, com estudantes de um contexto

semelhante ao do Ensino Médio que cursei. Os exemplos apresentados por Lima (2020) destoam da minha experiência como estudante, em um contexto semelhante, e apresentam outras possibilidades que podem ocorrer em um ambiente de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica e no EMiT.

Dessa maneira, encontrei uma alternativa para lidar com a inquietação que emergiu de minhas experiências anteriores, quando me preocupava com a possibilidade de a sala de aula fomentar uma concepção menos crítica da matemática. Essa alternativa também estava em sintonia com as reflexões iniciadas por mim e colegas (Mirson *et al.*, 2022), sobre as discussões que podem ocorrer em uma sala de aula de matemática orientada pela EMC.

As atividades de modelagem na perspectiva sociocrítica objetivam “que os estudantes tenham uma participação ativa, trabalhando e construindo o conhecimento de maneira autônoma” (Lima, 2020, p. 42), de maneira a permitir e intencional a ocorrência de reflexões e discussões acerca da construção dos modelos matemáticos e a consequência deles na sociedade.

Além disso, nesses contextos, “O professor [...] atua como orientador, direcionando, explicando, sugerindo, expondo e auxiliando os estudantes durante a realização das atividades” (Lima, 2020, p. 32), podendo influenciar para que, de alguma maneira, determinadas discussões ocorram no ambiente de modelagem. Em meu ponto de vista, naquele momento, essas discussões poderiam se relacionar com o que discutimos em Mirson *et al.* (2022).

Assim, no início do mestrado e durante a construção da pergunta que viria a nortear esta pesquisa, retomei as ideias desenvolvidas em Mirson *et al.* (2022), especialmente aquelas relacionadas às discussões políticas. A partir disso, formulei a seguinte pergunta de pesquisa: *de que maneira emergem, e como ocorrem, as discussões políticas em sala de aula provenientes de ambientes da modelagem matemática?*

No início do mestrado, retornei¹⁰ ao Coletivo Crítico, que contribuiu de diversas maneiras para a escrita desta dissertação, e, assim, também ocorreu com o projeto de pesquisa que propus inicialmente. Então, com o auxílio do Coletivo Crítico, conheci outros tipos de discussões que poderiam se relacionar com o que eu estava buscando para esta pesquisa. Realizei indagações e discuti com outras pessoas – e em algumas disciplinas, como Metodologia de Pesquisa¹¹ e Seminários de Pesquisa da linha de Educação Matemática – sobre

¹⁰ Quando me tornei bolsista de iniciação científica, havia integrado o grupo por cinco meses letivos e me ausentei para participar do processo seletivo da pós-graduação.

¹¹ Metodologia de Pesquisa e Seminários de pesquisa constituem disciplinas obrigatórias para os estudantes do Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais. Naquele ano, a disciplina de Metodologia de Pesquisa que cursei foi ministrada pela Profa. Dra. Ana Maria Galvão, enquanto Seminários de Pesquisa foi ministrada pelas Profas. Dra. Carolina Tamayo, Dra. Maria da Conceição Fonseca, Dra. Vanessa Tomaz e pelo Prof. Dr. Filipe Fernandes.

essa e outras alterações, até concluir que as *discussões reflexivas* se aproximavam do significado que eu buscava para *discussões políticas* naquele momento.

Ao tomar conhecimento do trabalho desenvolvido por Barbosa (2003), aproximei-me das discussões que podem emergir em ambientes de modelagem orientados pela perspectiva sociocrítica. Conforme esclarece Barbosa (2006), em um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica, as discussões reflexivas são privilegiadas em detrimento de outras¹² e, a depender do professor, há uma maior chance de elas acontecerem por meio da mediação e da intenção para a sua realização.

As discussões reflexivas são compreendidas como aquelas que dizem respeito às implicações sociais decorrentes da construção de modelos matemáticos (Barbosa, 2006). Trata-se de questionamentos sobre o uso de determinados modelos em detrimento de outros, problematizando os resultados e considerando os impactos que esses podem gerar, tanto individual quanto coletivamente – muitas vezes por iniciativa dos próprios estudantes. De acordo com Sampaio (2010), tais discussões podem estar diretamente relacionadas ao desenvolvimento da criticidade e, conseqüentemente, à promoção dos princípios da Educação Matemática Crítica.

Então, quando retomei o que foi abordado até aqui sobre minhas vivências e sobre as possibilidades que o campo da educação matemática fornece quanto à EMC (Skovsmose, 2001; Skovsmose; Niss, 2008; Marcone; Milani, 2020) e quanto à modelagem na perspectiva sociocrítica (Barbosa, 2006; Araújo; Martins, 2017; Lima, 2020), me vi na tarefa de reformular a pergunta que orienta essa pesquisa. Além disso, se meus incômodos se originaram em lembranças relativas ao Ensino Médio integrado ao Técnico, e meus argumentos (Melillo, 2017; Lima, 2020; Skovsmose, 2001) também se direcionaram para essa modalidade de ensino, adequiei-a para isso.

Dessa forma, diante das indagações e conceitos expostos, orientei-me pela seguinte pergunta de pesquisa: *como ocorrem as discussões reflexivas de estudantes do Ensino Médio integrado ao técnico em ambientes de modelagem na perspectiva sociocrítica?*

Na direção de responder o questionamento proposto, o objetivo geral foi delimitado: compreender como ocorrem discussões reflexivas protagonizadas por estudantes do Ensino Médio integrado ao Técnico em ambientes de modelagem matemática numa perspectiva sociocrítica.

¹² No capítulo em que discuto o referencial teórico assumido na pesquisa, serei mais específica quanto a essas discussões mencionadas aqui, nomeadas por Barbosa (2006) como *discussões matemáticas* e *discussões técnicas*.

A fim de alcançar o objetivo geral, tracei três objetivos específicos, sendo o primeiro: identificar discussões reflexivas, matemáticas e técnicas em ambiente de modelagem matemática em uma perspectiva sociocrítica em uma turma de Ensino Médio Integrado ao Técnico.

O segundo objetivo específico foi identificar os contextos e mecanismos que podem influenciar no *surgimento*, na *manutenção* e na *ocorrência* das discussões reflexivas em um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica em uma turma de Ensino Médio integrado ao Técnico.

Por fim, o terceiro objetivo específico foi caracterizar os contextos e mecanismos que podem influenciar no *surgimento*, na *manutenção* e na *ocorrência* das discussões reflexivas em um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica em uma turma de Ensino Médio integrado ao Técnico.

Além desta Introdução, a dissertação é composta por outros sete capítulos que serão descritos a seguir. No capítulo intitulado “Revisão de Literatura”, destaco como pesquisadores têm trabalhado com temáticas similares às dessa pesquisa, com o intuito de localizá-la atualmente no campo da educação matemática.

Os capítulos em que discuto os referenciais teóricos são intitulados 3. Educação Matemática Crítica e Modelagem na perspectiva sociocrítica e 4. Construção de um entendimento sobre as discussões reflexivas, nos quais apresento alguns entendimentos acerca dos pressupostos teóricos basilares para a construção desta pesquisa.

Os capítulos em que discuto os aspectos metodológicos da pesquisa são intitulados 5. Campo de pesquisa e 6. Procedimentos Metodológicos, em que destaco e justifico a escolha do campo de pesquisa, como também dos procedimentos metodológicos utilizados para sua consolidação.

Os capítulos em que apresento os dados e realizo as análises são intitulados 7. Apresentação dos dados e análise de primeiro nível e 8. Análise de segundo nível. No Capítulo 7, apresento os dados construídos em campo, identificando as discussões de interesse e realizando uma análise de primeiro nível. No Capítulo 8, retomo alguns dados apresentados no Capítulo 7 e realizo uma análise de segundo nível.

Por fim, encerro com algumas Considerações Finais, revisitando as principais conclusões desta pesquisa, destacando as contribuições para o campo e possíveis encaminhamentos a partir dela.

2 A REVISÃO DE LITERATURA: UM PANORAMA DO QUE SE PRODUZIU ATÉ O MOMENTO

Com base nas buscas realizadas até a escrita desta dissertação, não encontrei trabalhos que têm o mesmo objetivo traçado para esta pesquisa, que abrange as discussões reflexivas e o Ensino Médio integrado, mas encontrei outras pesquisas que se relacionam a esta que proponho. Nesta pesquisa, busca-se um diálogo investigativo entre as discussões reflexivas e os estudantes do Ensino Médio integrado ao Técnico quando no ambiente de modelagem.

Consultei os Periódicos CAPES, a Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e o Google Acadêmico, utilizando algumas estratégias de busca e realizando combinações com as palavras-chave: “modelagem matemática”, “discussões reflexivas”, “ensino técnico” ou “ensino profissionalizante” ou “ensino médio” ou “ensino médio integrado ao técnico”, “educação matemática”. Além disso, fiz uma busca semelhante em algumas revistas que publicaram números temáticos sobre modelagem na educação matemática. Durante a leitura das produções, tive acesso a outras referências que não foram contempladas pelos buscadores, fazendo-me explorar os anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), por exemplo. Durante as reuniões de orientação, o grupo de pesquisa também recomendou algumas leituras que se relacionam com o objeto de investigação. Dessa maneira, de forma geral, essa revisão foi realizada a partir de diversas buscas e contribuições, na tentativa de contemplar o panorama desejado.

Os trabalhos que se relacionam com a pesquisa que desenvolvi são essenciais para que eu continue questionamentos por eles levantados e, mais ainda, me ancore e direcione os caminhos teórico-metodológicos desta pesquisa. A fim de facilitar a compreensão dos leitores, organizei os trabalhos encontrados conforme a temática de cada um deles, em dois grupos: *Modelagem matemática e Ensino Médio integrado ao Técnico e Discussões reflexivas e modelagem matemática*.

Dessa maneira, abordarei teses, dissertações e artigos que auxiliaram na construção desta pesquisa, fornecendo caminhos e evidenciando parte do que foi produzido, até aqui, em consonância com a temática que proponho, e o que há de lacunas e contribuições a serem realizadas para o campo a partir do meu trabalho.

Destaco que essa revisão de literatura não busca esgotar os trabalhos que foram realizados a partir dessas temáticas, mas ela é suficiente para apresentar um panorama de como a modelagem na educação matemática, as discussões reflexivas e o ensino médio integrado ao técnico têm se estabelecido no campo e se interseccionado.

2.1 Modelagem matemática e Ensino Médio integrado ao Técnico

A fim de fazer uma delimitação, os resultados das buscas realizadas para esta seção relacionam a modelagem matemática e o Ensino Médio integrado ao Técnico, com o foco no estudante. As discussões observadas versam, principalmente, sobre dois tópicos: a questão da interdisciplinaridade e da dualidade existente nos cursos de ensino médio integrado ao técnico, como será explorado nos escritos que seguem.

Setti e Vertuan (2021) discutem a pesquisa realizada com estudantes do Ensino Médio integrado ao curso Técnico de informática, em que o objetivo era investigar as contribuições da interdisciplinaridade, proporcionada por projetos de modelagem matemática, no que tange a compreensão de conceitos matemáticos. A modelagem, conforme os autores apontam, pode ser um caminho para aproximar os estudantes das questões da realidade, que emergiram na própria sala de aula de matemática, a qual, por muitas vezes, não apresenta um diálogo com as demais disciplinas de formação geral, nem com aquelas destinadas à formação técnica.

As discussões apresentadas pelos autores dialogam com Soares *et. al* (2018), que, ao relatar as experiências do primeiro autor em sala de aula, expõe a facilidade dos estudantes do ensino técnico no processo de assimilação da matemática em um aprendizado que seja mais mecânico – como a memorização de fórmulas e resolução de problemas que sejam mais diretivos –, em detrimento de um aprendizado que explore situações-problema, por exemplo. Será que esse tipo de facilidade e ou dificuldade se dá pela característica de dualidade dos contextos de Ensino Médio integrado ao Técnico – como abordado à frente em Melillo (2017)? Vale ressaltar que Soares *et. al* (2018) trata do desenvolvimento de um produto educacional, descrito em Soares (2017), que se interessava em “propor uma alternativa eficiente para o ensino de Estatística direcionada aos alunos de cursos Técnicos em Agropecuária e áreas afins, seguindo a metodologia e procedimentos adotados pela Modelagem Matemática” (p. 138).

Setti e Vertuan (2021) apresentam um contexto similar ao desta dissertação. Lá, a primeira autora, como professora pesquisadora, desenvolveu três práticas de modelagem que se relacionavam ao contexto do curso técnico dos estudantes, as quais foram realizadas em parceria com um professor da formação técnica, e em alguns poucos momentos com professoras de Português, Artes e Química. Conforme os autores explicitam, quando uma atividade de modelagem é realizada a partir de uma situação real, são mobilizados conhecimentos que extrapolam os, assim denominados por eles, matemáticos, e acionam os conhecimentos não-matemáticos, propiciando um espaço em que eles se integrem e, dessa forma, pode orientar um

trabalho a ser realizado de maneira interdisciplinar. Para haver interdisciplinaridade, na perspectiva assumida por eles, a efetiva parceria com outra disciplina fazia-se necessária, mesmo já havendo diálogo entre determinadas áreas do conhecimento ao realizarem-se práticas de modelagem com os estudantes.

Os resultados da análise apresentada em Setti e Vertuan (2021) indicam que os estudantes mobilizaram conhecimentos matemáticos que já conheciam e tinham certa facilidade e, ao se depararem com novos, consultaram os professores e outros meios de pesquisa. Inicialmente, mostraram-se inseguros, mas ganharam autonomia ao longo das três atividades, o que não exime a relevância das mediações dos professores. Como apontado pelas experiências de Soares *et. al* (2018), os estudantes também tiveram dificuldade em relacionar e mobilizar conceitos que normalmente são abordados de maneiras diretivas e que poderiam ser explorados de maneira aplicada às atividades práticas realizadas.

Similarmente a esses aspectos, Rossim (2019) desenvolveu seu mestrado profissional que questiona brevemente a dualidade, uma formação geral distante da formação técnica, de ensino que demarca o Ensino Médio integrado ao Técnico. A autora questiona o ensino de matemática que, a partir de sua perspectiva, é oferecido nessa modalidade e que tem tanto a ser explorado a partir da interdisciplinaridade, principalmente. Essa discussão vai ao encontro das ideias apresentadas em Cesário (2016), que realizou uma pesquisa similar, em que pretendia “identificar as contribuições da Modelagem Matemática como abordagem metodológica para a aprendizagem do conceito de função em uma turma de ensino médio integrado ao técnico em agropecuária” (p. 131) a partir de pressupostos da Teoria Histórico-Cultural. Enquanto isso, Rossim (2019) desenvolveu um produto educacional a partir de uma prática de modelagem na educação matemática com estudantes do terceiro ano do curso de agropecuária, que visava à integração das disciplinas e o aprendizado de geometria. Os autores explicitam sobre as potencialidades de se utilizar a modelagem na educação matemática como metodologia de ensino, permitindo a exploração de um ambiente em que as discussões técnicas, matemáticas e reflexivas pudessem ocorrer, mas não exploraram com profundidade esse aspecto, uma vez que não era o foco de suas pesquisas.

Fernandes (2016), professor-pesquisador do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), realizou sua pesquisa-ação com estudantes do curso de Administração com vistas a responder à seguinte pergunta: “A aplicação da modelagem matemática no ensino médio integrado em Administração traz benefícios à formação geral dos alunos?” (p. 13). A preocupação do pesquisador surge a partir de sua percepção acerca do Ensino Médio integrado ao Técnico. De

maneira geral, o Ensino Médio brasileiro tem a intenção de promover uma formação cidadã e para o mercado de trabalho, característica ainda mais marcante e específica no caso do ensino profissionalizante, com a determinação dos cursos técnicos (Fernandes, 2016).

O autor propõe, então, que a modelagem matemática “pode ser um fator motivacional positivo pelo fato de trazer em suas características uma abordagem aplicativa da Matemática a partir de situações próximas aos objetivos profissionais dos alunos” (Fernandes, 2016, p. 13), e para isso os estudantes deveriam criar uma empresa fictícia para a comercialização de seus produtos em um evento que aconteceria na instituição, a Semana Nacional de Ciência e Tecnologia e Semana do Empreendedorismo 2016.

Em consonância com essa pesquisa, existe a tese de Alves (2017) que propôs aos estudantes do curso de Meio Ambiente da instituição (Instituto Federal do Triângulo Mineiro - IFTM): “compreender como a Modelagem Matemática de projetos de protótipos favorece ou promove uma fluência científica-tecnológica de alunos de um curso técnico de meio ambiente, no contexto da Cultura Digital” (p. 30).

Percebo nessas pesquisas uma tentativa de aproximação entre a formação geral e a formação técnica, uma vez que é mencionado por Alves (2017) que a composição da grade curricular do curso técnico de Meio Ambiente segrega os saberes profissionais e os saberes acadêmicos, e “Tais saberes se interagem no aluno e não entre si, em momentos específicos da aprendizagem, o que é característica de uma rede descentralizada” (Alves, 2017, p. 105). Trata-se de algo explicitamente realizado em Melendez (2013), em que o autor buscava responder como propiciar um ensino de matemática que integrasse as disciplinas técnicas, considerando as queixas apresentadas por seus colegas e professores dessas disciplinas, ao mencionarem que os estudantes apresentam dificuldades em relacionar conceitos matemáticos àquilo que é visto na formação técnica.

A fim de responder às questões de sua pesquisa, Melendez (2013) desenvolveu um cenário para investigação, baseado em Skovsmose (2000), a partir de um ambiente de modelagem na educação matemática. Com o intuito mencionado, o autor elaborou uma proposta prática que possibilitasse o diálogo entre o curso de agropecuária, realizado pelos estudantes, e a disciplina de matemática. Ele destaca que foi possível verificar a integração proposta inicialmente e que os estudantes demonstraram bastante entusiasmo com os resultados da prática, mas, ao longo da construção dos dados, ocorreram algumas intercorrências que dificultaram a manutenção do interesse dos estudantes e distanciaram os demais professores, que se envolveram inicialmente.

Essas características dialogam com os resultados apresentados em Fernandes (2016), que, mesmo buscando uma interlocução entre os saberes dos seus alunos, muitos estudantes se mostraram preocupados com a realização da modelagem e os “atrasos” que isso gerou no aprendizado de demais conteúdos previstos para aquele ano, de vestibular para eles. Essa preocupação se mostrou mais escancarada para aqueles que não pretendiam continuar na área de formação técnica após a conclusão do curso. Melillo (2017, p. 28) expõe que esta é uma dualidade existente no ensino profissionalizante, uma vez que “os alunos parecem se dividir entre os que buscam, prioritariamente, uma formação preparatória para o Ensino Superior [...] e aqueles que anseiam em ocupar imediatamente uma posição no mercado de trabalho”.

Melillo (2017) realizou sua pesquisa em um instituto federal, como professor-pesquisador em uma sala de aula de matemática, com estudantes do Ensino Médio integrado ao Técnico, em que buscava compreender, em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática,

no plano teórico, a questão da dualidade no âmbito da educação profissionalizante e, sob essa luz, entender a dualidade na escola pesquisada, levando em conta, por um lado, a abrangência dessa questão e, por outro lado, as particularidades que constituem o contexto escolar investigado (Melillo, 2017, p. 31).

Com sua pesquisa, antes de definir os resultados gerais, o autor destacou conclusões parciais, das quais selecionei esta que será relevante para a discussão que segue, acerca do ambiente de modelagem matemática:

O ambiente de aprendizagem de modelagem matemática ofereceu espaço para os alunos, a partir de suas perspectivas, discutirem e traçarem metas que, para eles, parecem representar a possibilidade, se não de ruptura, ao menos de mobilidade entre classes sociais na sociedade dualista e estratificada (Melillo, 2017, p. 199-200).

Percebo que a modelagem matemática atuou como um espaço de reflexões e discussões acerca de outras áreas da vida, assim como acredito que seja uma possibilidade para esta pesquisa. Fernandes (2016, p. 107) pontua que realizar a proposta de modelagem promoveu

o caráter de formação profissional dos alunos envolvidos ao associar pesquisa, prática administrativa e conceitos de Matemática. Mesmo que a perspectiva profissional futura apresentada nos questionários [maneira de o pesquisador avaliar a proposta e compreender a perspectiva de futuro dos alunos] pelos alunos não tenha sido voltada para a área de administração, percebe-se uma grande aceitação da proposta de trabalho como forma de motivação e favorecimento da aprendizagem.

Além disso, Alves (2017, p. 238) também destaca que

Educar com a Matemática na realidade de um curso técnico em Meio Ambiente com tecnologias digitais da informação e comunicação, mostrou-se um desafio criativo e muito produtivo para esta pesquisa. Abrimos um campo de possibilidades educativas e de pesquisa na área de Educação, a Modelagem Matemática no contexto da Cultura Digital.

Essas pesquisas sinalizam que a modelagem se apresenta como um grande potencial a ser explorado no contexto das escolas de Ensino Médio integrado ao Técnico.

No início deste capítulo, sinalizei a inexistência de trabalhos que proporcionem o diálogo com Ensino Médio integrado ao Técnico às discussões reflexivas, afinal, não foram localizados trabalhos que entrelaçam estes contexto e conceito, como é intencionado ao longo desta pesquisa. Entretanto, destaco as produções de Cesário (2016) e Rossim (2019), as quais iniciam alguma discussão em torno dessa temática, embora não seja o objetivo dessas pesquisas. De maneira geral, as produções que integram a modelagem na educação matemática a essa modalidade de ensino buscaram refletir e responder questões relacionadas à integração das disciplinas de formação geral e técnica.

Nesta pesquisa, a escolha pelo Ensino Médio integrado ao Técnico se deve, principalmente, ao fato enunciado em algumas produções, de que a sala de aula de matemática neste contexto pode ser um ambiente que afaste ainda mais as questões sociais e da realidade dos estudantes, uma vez que podem estar habituados a um ensino mais diretivo e menos autônomo. Em Melillo (2017), o autor pontua sobre o desenvolvimento da criticidade e da importância de se desenvolver uma educação matemática crítica nessas instituições, a fim de evitar que a matemática contribua para a formação de sujeitos alienados. Percebo, afinal, que, apesar de eu relatar no capítulo de introdução desta dissertação uma experiência distinta do que foi descrito aqui, as pesquisas se direcionam para duas vertentes:

- Demonstram uma preocupação recente de práticas em educação matemática com estudantes do Ensino Médio integrado ao Técnico que investigam maneiras de se aproximar a sala de aula de matemática às demais áreas da realidade dos estudantes, utilizando a modelagem como um caminho para isso, assim como pretendi alcançar com a realização desta pesquisa. Isso caracterizaria uma justificativa para a prática de modelagem que serviu de contexto para esta pesquisa, que acontecera com estudantes do EMiT.
- Além disso, nesses trabalhos, a opção pela modelagem como um contexto se direcionava para alguma finalidade: por exemplo, para a promoção de interdisciplinaridade entre disciplinas de formação técnica e de formação geral, para a compreensão de novos conceitos matemáticos, ou para outras finalidades. Para essa justificativa, entretanto, vou centrar-me nos trabalhos que se relacionavam à formação crítica de estudantes do EMiT, principalmente aqueles trabalhos orientados pelas produções do Prof. Ole Skovsmose. Eles caracterizam uma preocupação recente e

comum a esta pesquisa, que busca a promoção do desenvolvimento de um ambiente capaz de gerar reflexões e discussões que podem contribuir para a formação de um sujeito crítico, dado o contexto do EMiT.

Na próxima seção, discutirei alguns trabalhos que dialogam com uma perspectiva da modelagem que apresenta uma relação mais direta com as produções do Prof. Ole Skovsmose e, assim, também se relacionam com a proposição de ambientes que possibilitem reflexões críticas sobre a realidade.

2.2 Discussões reflexivas e modelagem matemática

Em Santos (2007), a autora realizou uma análise da produção de discussões reflexivas em um ambiente de modelagem matemática, no contexto de uma turma do Ensino Fundamental, utilizando a observação-participante como procedimento metodológico. Em um cenário mais abrangente do que o de Santos (2007), Sampaio (2010) realizou a sua pesquisa de modo a ampliar as suas possibilidades de análise, e tinha como finalidade descobrir sobre a natureza das discussões que ocorrem em um ambiente da modelagem matemática, questionando-se sobre a possibilidade do desenvolvimento de uma Educação Estatística Crítica (EEC) – inspirada na Educação Matemática Crítica – a partir dessas discussões, previamente classificadas como discussões matemáticas, técnicas, reflexivas e paralelas¹³, por Barbosa (2006) e Barbosa (2008).

Santos (2007) destacou a dificuldade em identificar as discussões reflexivas em determinados contextos, visto que as discussões que ocorreram não contemplam todas as características elencadas por Barbosa (2006). De modo a ampliar a identificação de discussões que podem ocorrer no ambiente de modelagem matemática, Sampaio (2010) se apoiou nas discussões paralelas, as quais tiveram novas abrangências a partir de sua pesquisa: discussões paralelas matemáticas, discussões paralelas técnicas e discussões paralelas reflexivas.

As duas autoras apresentaram resultados semelhantes de pesquisa quanto à importância da professora ou do professor na realização de práticas de modelagem em que se deseja desenvolver sob uma perspectiva da Educação Matemática Crítica. Em Santos (2007, p. 102), a autora afirma que

se o professor tiver uma postura intencionada com o propósito de constituir a perspectiva sócio-crítica em sala de aula, além de convidar aos alunos a se envolverem na produção de um modelo matemático, também pode convidá-los a refletir sobre sua

¹³ As discussões paralelas não fazem parte do foco da pesquisa, mas a fim de garantir maior fluidez na leitura do texto, destaco, simplificada, que elas são caracterizadas como parte das discussões que ocorrem no espaço de interação, mas não se relacionam com a prática de modelagem matemática em si (Barbosa, 2008).

natureza enviesada, ou seja, sobre como os resultados estão atrelados aos critérios utilizados, e como podem ser usados na sociedade.

Em consonância com isso, em Sampaio (2010), a autora destacou que a ocorrência de discussões reflexivas, no ambiente *online* de modelagem que desenvolveram, predominou por causa da intervenção das pesquisadoras intencionadas para isso. A autora esclarece que isso aconteceu porque o objetivo da pesquisa se relacionava ao desenvolvimento de uma Educação Estatística Crítica. Um dos resultados que detectei a partir da pesquisa de Sampaio (2010, p. 103) é que

Esta maior frequência das Discussões Reflexivas e o surgimento das Discussões Paralelas Reflexivas indicam que, por meio de um ambiente *online* de Modelagem Matemática, oferecemos condições, para que os alunos desenvolvessem uma Educação Estatística Crítica. Então o papel destas discussões é desencadear reflexões em torno da vida em sociedade que podem estar relacionadas ou não com a Matemática e/ou com a Estatística do problema investigado. Mas, se estas discussões fazem parte do ambiente de aprendizagem de Estatística, e tratam de aspectos políticos, sociais, ligados de alguma maneira a Estatística, elas contribuem diretamente no desenvolvimento de uma EEC.

A autora constatou que o desenvolvimento de uma Educação Estatística Crítica foi possível em um ambiente virtual de modelagem, quando as estudantes e os estudantes foram convidados a investigar uma situação real com o apoio da matemática ou da estatística e desenvolveram discussões reflexivas ou paralelas reflexivas. Em seu estudo, ela perseguiu o objetivo de responder “qual a natureza das discussões que surgem em um ambiente de modelagem matemática, onde as interações ocorrem mais fortemente a distância [...]?” (Sampaio, 2010, p. 105).

Esse estudo se relaciona à pesquisa de Santos (2007), que encontrou respostas sobre a gênese das discussões reflexivas no contexto em que pesquisou, atribuindo as intervenções da professora como fundamentais para essa descoberta. A autora relatou as cenas em que a atuação da professora foram primordiais, considerando que ela utilizou as discussões matemáticas e técnicas para suscitar a ocorrência de discussões reflexivas, o que a fez concluir que “a gênese das discussões reflexivas podem se verter em [discussões] matemáticas ou técnicas” (Santos, 2007, p.102, grifo próprio), não descartando a possibilidade de surgimento das discussões reflexivas por meio de outras formas.

Em uma direção similar, de utilizar a modelagem matemática como uma estratégia de ensino-aprendizagem, Jacobini (2004) tem o intuito de analisar as possibilidades do crescimento político de estudantes de graduação. Percebo que dialoga também com os objetivos propostos por Sampaio (2010), quando vislumbra a possibilidade de desenvolvimento da EEC por parte dos estudantes de graduação envolvidos em sua pesquisa.

Jacobini (2004) menciona as discussões políticas e sociais como fundamentais para o crescimento político dos estudantes – relacionado com “reflexões que se identificam com questionamentos, críticas, ações e transformações” (p. 65). Além disso, o autor expõe que, em alguns momentos, os alunos tiveram dificuldade em realizar essas discussões, pois não se sentiam à vontade para expor seus pensamentos, o que precisou ser contornado e retomado em outro momento.

No caso desta pesquisa, em que busco investigar como ocorrem as discussões reflexivas protagonizadas por estudantes do EMiT no ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica, vejo que Santos (2007) e Sampaio (2010) se configuram como uma base para que eu me apoie e prossiga nessas investigações. Elas se dedicaram à gênese de discussões reflexivas ou ao surgimento num espaço virtual, enquanto eu me interesso por questões a partir disso. Ou seja, sabendo que as discussões matemáticas, técnicas e reflexivas são possíveis de identificação (Barbosa, 2006), como elas ocorrem?

Durante a realização da prática, foi possível que eu atentasse às questões de intervenção e sua relação com o ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica discutidas pelas autoras, uma vez que isso também é apresentado por Barbosa (2006). Nesse mesmo sentido, Mendonça e Lopes (2017, p. 321) ponderam que “a prática pedagógica com a modelagem matemática, em função de sua dinâmica aberta, demanda uma atitude reflexiva, comprometida e ativa e reflexiva do professor”, destacando as intervenções das professoras e dos professores como essenciais para a geração do que se intenciona.

Na mesma direção da realização de práticas de modelagem matemática à distância, há a pesquisa de Pardo-Cifuentes e Poveda-Cruz (2021), que adaptaram a sua pesquisa ao modelo de ensino remoto emergencial¹⁴, na Colômbia, dado o contexto pandêmico enfrentado à época. Enquanto Sampaio (2010) interessou-se pela educação estatística crítica, os autores investigaram, sob a luz da Educação Matemática Crítica, o seguinte questionamento: “é possível o desenvolvimento do conhecer reflexivo através da interação em um ambiente de

¹⁴ Durante a crise sanitária referente ao vírus Sars-Cov-2, enfrentada a partir do ano de 2020, algumas situações precisaram ser recalculadas, dentre elas, o ensino presencial. Dessa maneira, algumas aulas, da educação básica e do ensino superior, que eram lecionadas presencialmente, tornaram-se parte do Ensino Remoto Emergencial (E.R.E) e, nesse caso, as aulas eram síncronas e virtuais – com a presença de estudantes e professores –, através de alguma plataforma, como *Google Meet*, *Microsoft Teams*, *Zoom*, dentre outras possibilidades, de maneira temporária, adaptada e apenas no contexto de crise (Rondini; Pedro; Duarte, 2020).

modelagem matemática na perspectiva sociocrítica no contexto educacional de ensino remoto emergencial?” (Pardo Cifuentes; Poveda Cruz, 2021, p. 16, tradução minha¹⁵).

A autora e o autor recorreram às discussões reflexivas na intenção de compreender as diferentes maneiras que o conhecer reflexivo pudesse ser gerado. Para que isso fosse possível, optaram por construir um ambiente remoto de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica com os estudantes, em que as interações poderiam se dar verbalmente ou escritas, sendo esse ambiente um possível caminho para responder o que se buscava.

Pardo Cifuentes e Poveda Cruz (2021) concluíram que o desenvolvimento do conhecer reflexivo e, portanto, das discussões reflexivas, não se restringe ao espaço físico, pois a realização da pesquisa indicou que essas competências podem ser desenvolvidas em outros espaços interativos, como o caso do ensino remoto, expandindo as possibilidades ao nos depararmos com situações adversas. Nessa situação, a autora e o autor obtiveram uma conclusão semelhante à de Sampaio (2010).

Barrios Candil e Galvis Bejarano (2015) desenvolveram sua pesquisa de mestrado com estudantes do ensino médio e buscavam compreender as relações estabelecidas entre o ambiente de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica que foi desenvolvido e as discussões matemáticas, técnicas e reflexivas que viessem a ocorrer nos espaços de interação¹⁶. O ambiente de modelagem foi construído na direção de permitir que os estudantes refletissem sobre o seu futuro após a conclusão da educação básica, questionando, principalmente, uma fala popular e comum que surgiu entre os estudantes: “Querer é poder!”. Os objetivos se alinharam, de maneira geral, em descrever e estabelecer relações entre a referência ao futuro que os estudantes realizaram com e por meio das discussões que ocorrem em um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica. Barrios Candil e Galvis Bejarano (2015) concluíram que a subjetividade dos estudantes desempenha um papel fundamental nas discussões que são produzidas pelos estudantes ao refletirem sobre o próprio futuro, muito mais do que o ambiente de modelagem que está disposto.

Nesse sentido de discutir a influência das questões subjetivas dos estudantes, em Magnus (2023, p. 209), a autora do artigo infere que “a realidade dos/as estudantes tem funcionado como ponto central no processo de modelagem”. Ela aponta que a realidade dos

¹⁵ No original, “¿es posible el desarrollo del conocer reflexivo a través de la interacción con un espacio de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica en medio de la E.R.T?” (Pardo Cifuentes; Poveda Cruz, p. 16, 2021).

¹⁶ Compreendidos, basicamente, pelos autores como aqueles espaços que agregam as discussões entre os estudantes e professores.

estudantes atua não apenas como um conhecimento prévio, mas com o propósito de “tornar crítica a atuação das/os estudantes em seu cotidiano” (Magnus, 2023, p. 209).

No artigo, a autora traçou toda a história política do Brasil entre os anos de 1960 e 1990, destacando alguns impactos do período da ditadura militar e do período de redemocratização no desenvolvimento de parâmetros curriculares nacionais que, partindo de uma educação que “privilegiava a formação de sujeitos dóceis, úteis e obedientes” (Magnus, 2023, p. 213), busquem a reflexividade e criticidade dos sujeitos, relacionando a importância da modelagem neste processo de formação. O objetivo do artigo era problematizar o discurso que contorna a modelagem matemática, de que ela “torna o ensino e a aprendizagem de Matemática mais significativos” (Magnus, 2023, p. 214). A autora se baseia em uma revisão para se atentar ao que os adeptos da prática dizem, levando-a a conclusões preliminares de que a realidade dos estudantes é intrínseca à essa significância do processo de ensino e aprendizagem, uma vez que se relaciona a “discutir a realidade dos sujeitos entrelaçada aos conceitos matemáticos e, posteriormente, problematizar suas atuações na sociedade” (p. 214), contribuindo para a criticidade e reflexividade desses sujeitos.

É sabido da ampla gama de trabalhos que são produzidos na educação matemática e que se preocupam com a formação crítica das estudantes e dos estudantes, como discutido em Marcone e Milani (2020). No caso desta revisão de literatura, esse conjunto de trabalhos tem apontado para uma preocupação recente do campo em, ainda, entender as formas como isso ocorre na sala de aula de matemática, especialmente no contexto da modelagem na educação matemática. Como aponta Magnus (2023), a sala de aula de matemática ainda pode fomentar uma concepção da matemática mecanizada e alheia à realidade que cerca as/os estudantes. Em contrapartida, a revisão que a autora realizou aponta que, como pesquisadoras/es e professoras/es, buscamos entender formas de fazer o contrário para que isso se reflita em nossa em nossa prática docente.

Assim, entendo que aquilo que proponho nesta pesquisa também é condizente com o que tem sido desenvolvido pelo campo da educação matemática, além de haver questões relativas às discussões reflexivas ainda não respondidas – afinal, como ocorrem as discussões reflexivas protagonizadas por estudantes do EMiT?

As pesquisas apresentadas neste capítulo subsidiaram o trabalho que desenvolvi, sendo essenciais para a compreensão de algumas questões como a gênese das discussões reflexivas (Santos, 2007), e também as diferentes formas que esses trabalhos exploraram para identificar

as discussões que ocorrem no ambiente de modelagem matemática, como apresentado em Sampaio (2010), para esta continuidade.

Além disso, considerando que esses trabalhos apontam para a importância de questões subjetivas no desenvolvimento de discussões reflexivas (Barrios-Candil; Galvis-Bejarano, 2015), é relevante que eu também atente para essas características das discussões, quando estas são protagonizadas por estudantes do Ensino Médio integrado ao Técnico.

Nos capítulos 3 e 4, a seguir, apresento os principais conceitos e autores que guiaram a construção desta pesquisa.

3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA E MODELAGEM NA PERSPECTIVA SOCIOCRÍTICA

Na introdução e no capítulo 2, mencionei sobre alguns conceitos e sobre alguns trabalhos que motivaram a construção desta pesquisa. Neste capítulo 3, e também no capítulo 4, me dedicarei à apresentação dessas mesmas compreensões que, além de motivar, fundamentaram e guiaram cada etapa da pesquisa desenvolvida.

Este capítulo está dividido em duas seções. Na primeira seção, eu apresento algumas preocupações que compreendem a Educação Matemática Crítica, enquanto na segunda seção, eu discuto sobre modelagem na perspectiva sociocrítica, apresentando algumas pesquisas e outras compreensões sobre modelagem na educação matemática.

3.1 Educação matemática crítica

A Educação Matemática Crítica (EMC), proposta por Skovsmose (1994), se apresenta como um conjunto de preocupações que versam sobre a educação matemática (Araújo, 2002), e que não se restringe aos acontecimentos da sala de aula. A construção do que veio a se tornar a EMC, que orienta essa pesquisa, elaborada pelo Prof. Ole Skovsmose, teve início no século XX.

Em uma entrevista concedida a Ceolim e Hermann (2012), o Prof. Ole Skovsmose aponta o contexto histórico da década de 1970 como essencial para o início de seus desconfortos. Ele destaca a posição incômoda da Europa, em especial da Dinamarca, diante da dominação militarista dos Estados Unidos da América (EUA) e da oposição à Guerra do Vietnã. Ao mesmo tempo, movimentos estudantis, feministas e antirracistas também ocorriam e se proliferavam naquela época.

Destaco que, no Brasil, enfrentávamos a ditadura militar – e também sofriamos influência dos EUA –, em que intelectuais foram exilados do país em decorrência da censura e das diversas outras formas de repressão (Freire, 2023 [1992]). O exílio, que atingiu também a Paulo Freire, levou-o a publicar *Pedagogia do Oprimido* (2020 [1974]), primeiramente, em língua inglesa e em solos internacionais, permitindo que autores, como o Prof. Ole Skovsmose, tivessem acesso à obra (Ceolim; Hermann, 2012).

Skovsmose (1994) aponta a relevância fundamental da Teoria Crítica da Escola de Frankfurt para o desenvolvimento do que veio a ser a EMC. O autor destaca o trabalho de

Theodor Adorno ao escrever “Educação após Auschwitz” (1995), em que após os horrores¹⁷ de Auschwitz, ele propõe uma educação que se comprometa na luta pelos direitos humanos e prevenção de barbáries de tal magnitude. Ali se iniciou o debate sobre a *crítica*, que foi expandido para os demais expoentes da Escola de Frankfurt, como Max Horkheimer, o próprio Theodor Adorno e Hebert Marcuse, dentre outros.

Muito se falava sobre a relevância da Educação Crítica para esses contextos de *crise*. Mas, até aquele momento, não havia uma aproximação da Educação Crítica com a Educação Matemática, então Skovsmose (1994) buscou compreender melhor os fundamentos da Educação Crítica, a fim de realizar essa aproximação. Para esse entendimento, Skovsmose (1994) se apoiou em alguns pilares fundamentais: crise, crítica e emancipação.

Skovsmose (1994) não se ateve a encontrar um significado finalizado sobre o que compreendia acerca de cada uma dessas terminologias, mas as associou de maneira a formular compreensões em torno da Educação Crítica. O autor encontrou raízes em: “ser crítico significa chamar a atenção para uma situação crítica, identificá-la, tentar captá-la, compreendê-la e reagir a ela” (Skovsmose, 1994, p. 16, tradução própria¹⁸).

O autor defende que “Para que a educação seja crítica, ela deve levar em conta o contexto crítico da escolarização e tentar desenvolver possibilidades de conscientização sobre conflitos, além de fornecer habilidades importantes para lidar com essas situações críticas” (Skovsmose, 1999a, p. 25, tradução própria¹⁹). Assim, uma educação crítica é aquela que considera os diversos aspectos que abarcam o contexto escolar e, além disso, o sujeito é também conduzido a interesses emancipatórios.

Compreendida a Educação Crítica, o Prof. Ole Skovsmose se viu desafiado a tecer aproximações da Educação Crítica rumo a uma Educação Matemática Crítica. Como ele destacou na entrevista a Ceolim e Hermann (2012, p. 10): “as ciências naturais, incluindo a matemática, são constituídas por um interesse técnico; o interesse que constitui o conhecimento das humanidades é a compreensão; enquanto o interesse que constitui o conhecimento das ciências sociais é a emancipação”. O desafio, portanto, se localizou nessas elucidações: a

¹⁷ Durante a Segunda Guerra Mundial, “milhões de pessoas inocentes – e só o simples fato de citar números já é humanamente indigno, quanto mais discutir quantidades – foram assassinadas de uma maneira planejada” (Adorno, 1995, p. 1). Essas pessoas foram vítimas do holocausto, genocídio provocado pela Alemanha nazista, durante o Terceiro Reich.

¹⁸ No original, “To be critical means to draw attention to a critical situation, to identify it, to try to grasp it, to understand it and to react to it” (Skovsmose, 1994, p. 16).

¹⁹ No original, “Si la educación pretende ser crítica, tiene que tener en cuenta el contexto crítico de la escolaridad y tratar de desarrollar posibilidades para crear una consciencia acerca de los conflictos, al igual que proporcionar las competencias que sean importantes para manejar tales situaciones críticas” (Skovsmose, 1999a, p. 25).

Educação Crítica foi elaborada a partir do ideal de emancipação do sujeito, então, como a educação matemática também serviria à emancipação, se a matemática serve a interesses técnicos?

Na direção de responder a esse questionamento e de, portanto, ampliar “as possibilidades de relação entre a Matemática e a sociedade” (Marcone; Milani, 2020, p. 262), Skovsmose (1994) apontou uma série de preocupações que devem fundamentar a educação matemática e, assim, expressar a EMC, como mencionado no início deste capítulo.

Para Skovsmose (1994), o desenvolvimento de uma EMC pressupõe, principalmente, a alfabetização matemática. A alfabetização matemática – a *matemacia* – relaciona-se à alfabetização de Paulo Freire – *literacia* –, por meio da qual os indivíduos desenvolvem habilidades críticas de compreender o mundo conscientemente de suas obrigações e da realidade em que se inserem, problematizando as suas ações e viabilizando a sua libertação (Freire, 2021 [1974]).

Quando se fala em alfabetização matemática, logo se pensa no domínio das técnicas que envolvem a matemática, mas na perspectiva da Educação Matemática Crítica, a *matemacia* extrapola esse significado e, por isso, a relação com a *literacia* de Paulo Freire. Para Skovsmose (1994, p. 117, tradução própria²⁰), a *matemacia* se relaciona a compreender que “os princípios norteadores da educação matemática não podem ser reduzidos a matemática, mas também ao contexto social da matemática”. O autor pontua que para a formação de cidadãos críticos, é de fundamental relevância que se oportunizem situações em que se pense no papel que a matemática desempenha na sociedade. Refletindo sobre esse papel, é possível questioná-la, problematizá-la e reagir frente às injustiças da sociedade. Consoante a isso, Mancera (2020, p. 46, tradução própria²¹) acrescenta que “qualquer pessoa que não possua tais instrumentos [para a realização de questionamentos e problematizações acerca da matemática], pode acabar sendo vítima dos processos sociais dos quais a matemática é apenas um componente”.

Ao apresentar a *matemacia*, Skovsmose (1994), então, propõe aspectos necessários para a formação de um sujeito crítico com interesses emancipatórios, ao considerar as questões ambientais, sociais, políticas e culturais “às quais a matemática serve como suporte tecnológico” (Silva; Couto; Junior, 2015, p. 10). Esses sujeitos críticos “são preparados para

²⁰ No original, “the guiding principles for mathematics education are not any longer to be found in mathematics but in the social context of mathematics” (Skovsmose, 1994, p. 117).

²¹ No original, “pues cualquiera que no posea tales instrumentos puede llegar a ser una víctima de los procesos sociales en los que las matemáticas tan solo son un componente” (Mancera, 2020, p. 46).

correr riscos, desafiar e acreditar que suas ações podem fazer diferença na sociedade” (Skovsmose, 1999a, p. 26, tradução própria²²).

Conforme Mancera (2020) explicita, a *matemacia* está relacionada ao desenvolvimento de uma competência democrática. Esta, por sua vez, “deve se caracterizar em relação às problemáticas principais que preocupam a sociedade em questão. O conteúdo da competência democrática depende da natureza dos problemas que a sociedade enfrenta” (Skovsmose, 1999a, p. 42, tradução própria²³). Além disso, a competência democrática também vislumbra o entendimento da constituição das relações pessoais que são desempenhadas na sociedade.

Assim, para Skovsmose (2001, p. 70, grifos no original), pensar a democracia se faz relevante e ele a relaciona com as “condições *formais* relativas a algoritmos de eleição, condições *materiais* relativas à distribuição, condições *éticas* relativas à igualdade e, finalmente, condições relativas à *possibilidade de participação* e reação”. O autor ainda assinala que, em sociedades democráticas regidas pela tecnologia, as decisões “são em grande parte influenciadas ou mesmo determinadas por modelos matemáticos gerenciais que não são do conhecimento da população em geral” (Benneman; Allevato, 2012, p. 6). Apenas uma parcela da população saberia se informar sobre essas decisões que podem ser determinantes em suas vidas que, ao mesmo tempo, são conduzidas por escolhas regidas pela matemática.

Conforme apontam Silva, Couto e Souza Júnior (2015, p. 33), a matemática é vista “não só como um constructo social, mas também como um elemento constitutivo da sociedade, que impõe regras, determina e modifica a realidade social” e isso significa dizer, para Skovsmose (1994), que a matemática tem o poder de formatar a sociedade. As intervenções que a matemática realiza na sociedade são capazes de formatá-la, mas, em alguma medida, é necessário saber identificar a influência da matemática, para, quando necessário, reagir a ela – configurando a competência democrática.

Skovsmose (2008) entende que o ambiente da sala de aula de matemática é uma microsociedade, em que se pode representar a democracia. E, assim, ao se referir sobre a EMC e suas preocupações, essas questões devem ser consideradas. Ou seja, quando se fala em contexto educacional, o que foi mencionado até aqui deve ser desenvolvido em termos de uma microsociedade, que pode impactar esse nível micro – por exemplo, nas reverberações da EMC

²² No original, “preparados para correr riesgos, desafiar y creer que sus acciones pueden marcar una diferencia en la sociedad en general” (Skovsmose, 1999a, p. 26).

²³ No original, “Esta debe caracterizarse en relación con las problemáticas principales que preocupan a la sociedad en cuestión. El contenido de la competencia democrática depende de la naturaleza de los problemas que enfrenta la sociedad” (Skovsmose, 1999a, p. 42).

na sala de aula ou na escola –, como também a nível macro – quando as reverberações da EMC extrapolam o ambiente escolar.

Pensar a democracia é também refletir sobre as relações de poder socialmente instituídas. Outra preocupação da Educação Matemática Crítica envolve a forma como essas relações podem se prolongar no espaço da sala de aula e/ou no ambiente escolar, uma vez que esse prolongamento tende a reproduzir práticas de desigualdade e exclusão social também no contexto escolar. Assim, faz-se importante uma educação matemática que se preocupe com essas questões, seja pelas relações estabelecidas em sala de aula, seja pela forma de lidar com a matemática nesse contexto (Skovsmose, 1994; Araújo, 2002).

Assim, “A Educação Matemática Crítica enfatiza que a matemática como tal não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido [...], é um tópico sobre o qual é preciso refletir. Ela é parte de nossa cultura tecnológica e exerce muitas funções” (Skovsmose, 2008, p. 16), A *matemacia*, as reflexões sobre poder, crítica e democracia apontam alguns caminhos para a Educação Matemática Crítica.

Ainda no entendimento da EMC, é necessário ter ciência de outras preocupações e de alguns outros conceitos que a abrangem, mesmo que não seja a minha intenção esgotar as discussões sobre ela. No caso desta pesquisa, considero relevante apresentar discussões que compreendem o desenvolvimento de práticas tradicionais de educação matemática, como a do paradigma do exercício (Alrø; Skovsmose, 2023) – que se caracteriza por alguns comportamentos de estudantes e professores na sala de aula –, e também de outras possibilidades que surgem a partir da EMC.

Como apontado por Marcone e Milani (2020), em Ceolim e Hermann (2012), o Prof. Ole Skovsmose destaca a relevância das diversas possibilidades que se têm no campo da educação matemática e de que qualquer tipo de amarra relacionada à educação deve ser evitada. É possível, por exemplo, pensar nos diferentes ambientes de aprendizagem (Skovsmose, 2000; 2015), quando essas possibilidades são levantadas. Ambientes de aprendizagem – também chamados de *milieus* de aprendizagem pelo autor – são o meio em que se estabelece alguma relação entre professor/a e aluna/o para o fim da aprendizagem. Os diferentes ambientes de aprendizagem que discutirei aqui dizem respeito àqueles que acontecem no paradigma do exercício e àqueles que acontecem nos cenários para investigação. Para Skovsmose (2015, p. 76) “Faz sentido pensar o processo educacional como uma viagem por diferentes *milieus* de aprendizagem. Não há *milieus* bons nem maus, mas apenas formas diferentes de viajar”.

No paradigma do exercício, professoras e professores são tidos como “detentores do conhecimento”, responsáveis por explanarem o conteúdo a ser abordado e, ao mesmo tempo, por sugerirem exercícios que serão resolvidos pelas alunas e pelos alunos sequencialmente. Há também o contexto em que as alunas e os alunos dedicam-se integralmente à resolução de exercícios (Skovsmose, 2000), afinal, o paradigma do exercício pode ser amparado na utilização dos livros didáticos. As professoras e professores, nesse contexto, sempre sabem as respostas para as perguntas que realizam, uma vez que essas perguntas possuem uma, e apenas uma, resposta correta. Assim, cabe à estudante e ao estudante tentarem adivinhar o que a sua professora ou o seu professor está pensando (Marcone; Milani, 2020). As alunas e os alunos acabam sendo induzidas e induzidos a responderem “corretamente”, já que as respostas são únicas.

Uma das preocupações da EMC é proporcionar que as estudantes e os estudantes se questionem sobre o uso da matemática a que estão se submetendo. “A Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir. Ela é parte de nossa cultura tecnológica e exerce muitas funções” (Skovsmose, 2000, p. 3), e, como apontado pelo autor, não há espaços no paradigma do exercício para a realização de tais questionamentos.

Para isso, Skovsmose (2000) propõe uma maneira de contrapor o paradigma do exercício: os cenários para investigação (Alrø; Skovsmose, 2023; Skomose, 2000). Para a autora e para o autor, há dois elementos básicos que compõem os cenários para investigação, a partir da compreensão que se tem de “investigação”. Em primeiro lugar, o processo investigativo não é algo que se faz de maneira imposta, as participantes e os participantes devem estar, de fato, envolvidas, envolvidos, interessadas e interessados. Em segundo lugar, ele é um processo aberto, em que os resultados não podem ser antecipados (Alrø; Skovsmose, 2023).

Somados a essas características, nos cenários para investigação, ambientes de aprendizagem investigativos são postos em termos de convite (Alrø; Skovsmose, 2023) para as estudantes e para os estudantes. Com perguntas relacionadas à “O que acontece se...?”, “Como podemos lidar com isso...?”, “Por que isso acontece?”, a professora ou o professor pode realizar o convite à investigação às alunas e aos alunos para que integrem esse processo de explorações e explicações. O estabelecimento de um cenário para investigação só ocorre quando as alunas e os alunos aceitam o convite, tornando-os responsáveis pelo processo de investigação. Esse convite manifesta-se como tendo sido aceito quando elas e eles próprios realizam perguntas que pareçam pertencentes à professora ou ao professor, estando empolgados para tal resolução

(Skovsmose, 2000; Bennemann; Allevato, 2012). Quando esse convite é aceito, há a indicação de que um novo ambiente de aprendizagem possa estar se constituindo (Skovsmose, 2000).

O que diferencia os ambientes de aprendizagem, para além da localização no paradigma do exercício ou nos cenários para investigação, é também a referência à matemática pura, à semirrealidade ou à realidade, configurando distintos seis ambientes. Quando as integrantes e os integrantes de um ambiente se envolvem na resolução de tarefas puramente matemáticas, estas fazem referência à matemática pura. Quando as integrantes e os integrantes de um ambiente se envolvem na resolução de tarefas que “parecem vir da realidade” (Skovsmose, 2015, p. 66), mas não são realmente, esse ambiente faz referência à semirrealidade. E, por último, quando integrantes de um ambiente se envolvem na resolução de tarefas que dizem respeito a situações da vida real, a acontecimentos reais, é possível dizer que esse ambiente faz referência à realidade. Assim, sob essas perspectivas, os seis ambientes de aprendizagem foram elencados por Skovsmose (2000) e estão representados no Quadro 1:

Quadro 1: Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenários para investigação
Referência à matemática pura	1	2
Referência à semirrealidade	3	4
Referência à realidade	5	6

Fonte: (Skovsmose, 2000, p. 9)

Nos livros didáticos, facilmente nos deparamos com exercícios que façam referência à matemática pura (1)²⁴. Por exemplo, exercícios cuja finalidade seja a resolução de uma expressão numérica ou a representação decimal de um número (Skovsmose, 2000).

Os cenários para investigação que sejam relacionados à matemática pura (2) podem ser estabelecidos em diversos espaços, desde a educação básica à graduação. No entanto, nos exemplos que citarei, vou me centrar na educação básica. Em Skovsmose (2000), o autor exemplifica esse cenário com o uso de figuras geométricas e de números, em que se fazia a translação de figuras geométricas posicionadas em uma tabela numérica, investigando possíveis correlações ali.

Em Silva e Penteado (2009), o autor e a autora elencam possibilidades de se investigar a geometria por meio de um *software* de geometria dinâmica, o Geogebra. Nessa pesquisa, ela

²⁴ Na dissertação, quando eu mencionar esses números entre parênteses: (1), (2), (3), (4), (5) ou (6), faço referência aos ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2000) que são apresentados no Quadro 1.

e ele sustentam o uso do Geogebra para atividades investigativas, porque o *software* pode potencializar a eficiência do que é proposto, considerando que “o aluno pode verificar propriedades de uma figura em um processo muito rápido” (Silva; Penteado, 2009, p. 1075). Assim, a prática que ela e ele sugerem se aproxima do ambiente de aprendizagem (2).

No ambiente (3), se localiza o paradigma do exercício com referências a uma realidade inventada (Skovsmose, 2015; Alrø; Skovsmose, 2023), a semirrealidade. Nessa situação, podem ser propostos problemas de uma realidade inventada, como as construções típicas apresentadas em livros didáticos. Um exemplo seria: “Maria foi ao sacolão comprar 30 laranjas. Sabendo que 3 laranjas custam R\$5,00, quanto Maria pagou no total?”

Nesse caso, o sacolão, a Maria, as laranjas e o seu preço constam no enunciado, e ele nos fornece todas as informações necessárias para a resolução do problema de multiplicação. Dificilmente, nessa situação, haveria alguma menção a um sacolão real, a preços reais, a laranjas reais, a quantidades reais de consumo de laranja. Portanto, é uma realidade inventada. Conforme Skovsmose (2015, p. 67) esclarece, “é bem possível que as referências a essa semirrealidade ajudem os alunos a contextualizar seus procedimentos matemáticos. Contudo [...], ela funciona como um mundo platônico em que toda a informação é exata e verdadeira”.

Ainda com referências à semirrealidade, há os cenários para investigação que caracterizam o ambiente de aprendizagem (4). Milani (2020), apoiando-se nos ambientes (1), (3) e (5), sugere transformar exercícios em cenários para investigação. Assim, o ambiente (4) foi sugerido a partir de um exercício como o de Maria. Nesse caso, a autora se apoia no seguinte problema: “João foi à feira para comprar 5 kg de maçãs. Se o preço do quilo da maçã era R\$7,50, quanto João pagou por sua compra?” (Milani, 2020, p. 9). Ela se atenta ao fato de que esse seja um problema clássico de livros didáticos, no contexto de um mercado, em que se busca saber o total gasto por uma pessoa em suas compras. E, novamente, isso poderia ser identificado como um ambiente (3).

Para torná-lo investigativo, Milani (2020) sugere que a professora ou o professor se atente aos questionamentos que podem surgir durante a solução desse exercício: quanto ao preço da maçã, quanto à pesagem (que, normalmente, é inexata) e à quantidade elevada de maçãs, por exemplo. Caso a professora ou o professor considere a questão da pesagem, levando em conta que dificilmente se pesa 5kg exatos em uma balança, assumindo que a pesagem pode variar para 5,1kg, por exemplo, Milani (2020, p. 10) propõe uma investigação, a partir dessa constatação: “Quanto o/a feirante perde ao final de um dia de trabalho na feira ao arredondar para baixo a quantidade de maçãs vendidas?”. Além disso, a autora menciona a possibilidade

de desenvolver uma feira, para que a situação proposta fosse simulada. Assim, o ambiente de aprendizagem (4) seria uma possibilidade.

Por fim, alcançamos os ambientes que fazem referências à realidade, os ambientes (5) e (6). É muito comum lidar com exercícios com referências à realidade (5), especialmente em questões de vestibulares. Um exemplo de questão que explora esse tipo de ambiente pode ser encontrado na Questão 161, do caderno amarelo, do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) do ano de 2023 (INEP, 2023), apresentada na Figura 1:

Figura 1: Captura de tela da questão 161 do caderno de provas amarelo do Enem de 2023

QUESTÃO 161

Dirigir após ingerir bebidas alcoólicas é uma atitude extremamente perigosa, uma vez que, a partir da primeira dose, a pessoa já começa a ter perda de sensibilidade de movimentos e de reflexos. Apesar de a eliminação e absorção do álcool depender de cada pessoa e de como o organismo consegue metabolizar a substância, ao final da primeira hora após a ingestão, a concentração de álcool (C) no sangue corresponde a aproximadamente 90% da quantidade (q) de álcool ingerida, e a eliminação total dessa concentração pode demorar até 12 horas.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 1 dez. 2018 (adaptado).

Nessas condições, ao final da primeira hora após a ingestão da quantidade q de álcool, a concentração C dessa substância no sangue é expressa algebricamente por

- A** $C = 0,9q$
- B** $C = 0,1q$
- C** $C = 1 - 0,1q$
- D** $C = 1 - 0,9q$
- E** $C = q - 10$

Fonte: (INEP, 2023)

A questão do Enem foi elaborada com base em informações de uma notícia, com o objetivo de propor um exercício de resolução única e resposta definida. Assim, com referências na realidade, um exercício sobre a concentração de álcool no sangue, a partir da ingestão de bebidas alcoólicas, foi proposto. Portanto, é um exercício que se localiza no ambiente de aprendizagem (5).

Por último, há os cenários para investigação com referência na realidade, o ambiente (6). Em Mancera (2020), são apresentadas diversas temáticas investigativas, em que estudantes da educação básica desenvolveram práticas de investigação se apoiando na realidade. Dentre as perguntas que orientaram as investigações das estudantes e dos estudantes, destaco as duas seguintes:

Levando em conta o crescimento populacional atualmente e que a água potável disponível ao nosso alcance é de 273km³ para o ano de 2050, quantas pessoas haverá no mundo? [...] A partir do ano de 2016, qual será a data para que os gases metano e

o dióxido de carbono ultrapassarão o limite adequado para o ser humano? (Mancera, 2020, p. 136, tradução própria ²⁵).

É notável que, na construção dessas perguntas, as estudantes e os estudantes se apoiaram em dados e acontecimentos reais e, tomando-os como referência, desencadearam um processo investigativo de caráter aberto. Assim, é possível utilizar as investigações realizadas para exemplificar o ambiente de aprendizagem (6).

Os cenários para investigação com referência na realidade, construídos em Mancera (2020), caracterizam um ambiente relevante para esta pesquisa, a modelagem na perspectiva sociocrítica. Assim, a próxima seção será dedicada a explicitar sobre alguns trabalhos e algumas compreensões que se têm em torno da modelagem na educação matemática com o foco na perspectiva sociocrítica de modelagem.

3.2 Modelagem na perspectiva sociocrítica

A modelagem na educação matemática pode ser compreendida de diversas formas e sob a ótica de distintos pesquisadores, mas conforme Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 26) explicitam, modelagem na educação matemática pode se aproximar de: “formular e resolver uma situação e com base nela fazer uma leitura crítica da realidade”.

Para Almeida e Vertuan (2011, p. 21),

uma atividade de modelagem matemática pode ser escrita em termos de uma situação inicial (problemática) e uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a final. Neste sentido, relações entre realidade (origem da situação inicial) e matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão ancorados) servem de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam adicionados e/ou produzidos e integrados.

Assim, para essa autora e para esse autor, a modelagem pode ser compreendida como uma prática em que, a partir de uma situação-problema com origem na realidade, busca-se uma solução com subsídios da realidade e da matemática, de modo que novos conhecimentos sejam produzidos ou integrados.

Burak e Klüber (2011, p. 47) compreendem a modelagem matemática como uma “metodologia de ensino, considerando que uma metodologia jamais é destituída de premissas e que essas, por sua vez, são de caráter filosófico, epistemológico, social e cultural”. Assim, para

²⁵ No original, “Teniendo en cuenta el crecimiento poblacional actualmente y que el agua potable que tenemos hoy en día a nuestro alcance es de 273 km³ para el año 2050, ¿cuánta gente habrá en el mundo?, ¿el agua alcanzará para cada persona en ese entonces? [...] ¿A partir del año 2016, ¿cuál será la fecha en la que los gases metano y dióxido de carbono superen el límite apto para el consumo humano?” (Mancera, 2020, p. 136).

esses autores, é relevante considerar os interesses dos participantes envolvidos no processo de modelagem e, também, o ambiente que compõem.

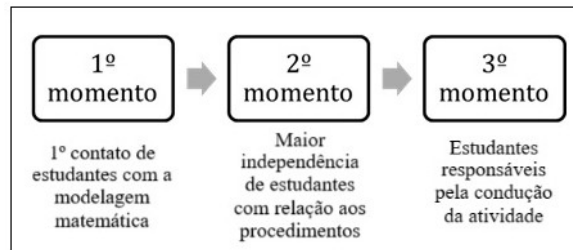
Para os autores, há um possível encaminhamento didático no desenvolvimento dessa metodologia, a seguir pelas etapas de 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) Análise Crítica (Burak; Klüber; 2011):

- 1) Escolha do tema: a escolha do tema deve partir dos interesses das estudantes e dos estudantes, que serão organizados em grupos. O papel da professora ou do professor é de fundamental relevância para mediar essas escolhas que devem contemplar os grupos e as demandas que elas e eles levantarem.
- 2) Pesquisa exploratória: quando o tema é escolhido pelo interesse de se conhecer mais sobre determinado assunto, a pesquisa exploratória é uma etapa previsível. Nessa etapa, os estudantes privilegiam a realização de pesquisas e estas podem ocorrer no ambiente externo ou interno à sala de aula (ou onde se dá a prática de modelagem). E, independentemente do tema escolhido, ela se mostra indispensável para o conhecimento mais amplo sobre determinada situação, para a coleta de dados e informações a esse respeito.
- 3) Levantamento do problema: nessa etapa, as estudantes e os estudantes iniciam a busca por um problema que foi inquietado pelas etapas anteriores. Para Burak e Klüber (2011), a mediação da professora ou do professor é de fundamental relevância para que se persiga o desenvolvimento da autonomia discente e de sua formação crítica.
- 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema: as ferramentas matemáticas são articuladas nessa etapa, quando as ações relativas a elas tiveram início na etapa anterior, no levantamento de problemas. Sob suporte dos dados levantados na pesquisa exploratória, os estudantes podem construir o modelo que represente uma solução para o problema.
- 5) Análise crítica: por fim, nessa etapa, as estudantes e os estudantes podem se questionar sobre a confiabilidade do modelo desenvolvido, além de apresentar e discutir com os outros colegas sobre o que criaram a partir de suas hipóteses e dados coletados (Burak; Klüber, 2011).

A realização de modelagem matemática exige certa colaboração entre os participantes envolvidos no processo, uma vez que “Mover-se de um paradigma em que exposições do

professor seguem-se de exercícios ou do enfrentamento de situações, de modo geral, idealizadas, representa um desafio para professores e alunos” (Almeida; Vertuan, 2011, p. 27). Para que a aproximação de estudantes à modelagem, como alternativa pedagógica, ocorra de modo gradual, Almeida e Vertuan (2011) sugerem a realização de três momentos, que serão sintetizados na Figura 2:

Figura 2: Diferentes momentos da modelagem matemática na sala de aula



Fonte: (Almeida; Vertuan, 2011, p. 28)

A Figura 2 pode ser entendida da seguinte maneira:

- 1º momento – 1º contato de estudantes com a modelagem: a professora ou professor disponibiliza a situação-problema para essas estudantes e esses estudantes, de modo que também forneça os dados e todas as informações necessárias para a compreensão do problema. A professora ou professor deve acompanhar e orientar as escolhas referentes às hipóteses elencadas, às simplificações, às variáveis e, por fim, à construção e validação do modelo.
- 2º momento – Maior independência de estudantes em relação aos procedimentos: em um segundo momento, a situação-problema é sugerida pela professora ou pelo professor, tendo essas estudantes e esses estudantes separados em grupos. Todas as etapas posteriores são realizadas de maneira mais independente pelas alunas e alunos, mas sempre com a supervisão da professora ou do professor.
- 3º momento – Estudantes responsáveis pela condução da atividade: nesse cenário, tudo é de responsabilidade das alunas e dos alunos, desde a definição da situação-problema à sua resolução e validação do modelo construído (Almeida; Vertuan, 2011).

Sendo assim, a condução de uma atividade de modelagem matemática pode se apresentar em diferentes instâncias, ou momentos, como Almeida e Vertuan (2011) pontuam. A aproximação de estudantes a essa alternativa pedagógica pode ser realizada com o distanciamento gradual, em distintas experiências, das interferências da docente ou do docente. É importante enfatizar que essa é apenas uma sugestão dos autores, isso não se configura como uma regra. Afinal, há diversas formas de entender e fazer modelagem.

Por se tratar de uma tendência da educação matemática amplamente difundida e estudada nos últimos anos, é infactível reduzir a modelagem a um único conceito. Em síntese, é possível afirmar que ela possui o objetivo comum de convidar os atores do processo a utilizar a matemática a fim de compreender e buscar soluções para um problema de outras áreas do conhecimento ou da realidade.

Em Malheiros (2016, p. 1152), por exemplo, a autora reconhece a modelagem na educação matemática como sendo “uma abordagem pedagógica na qual alunos, partindo de um tema ou problema de interesse deles, utilizam a matemática para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como orientador durante todo o processo”. Nessa situação, a autora compreende a modelagem como uma abordagem pedagógica em que, novamente, alunos e alunas se baseiam em problema que seja de seu interesse para interpretá-lo e solucioná-lo com o auxílio da matemática. Nesse cenário, a professora ou o professor é destacada ou destacado como tendo o papel de orientadora ou orientador.

Nesse sentido, é compreensível que a modelagem na educação matemática tenha diversas características, assumindo o caráter de um ambiente de aprendizagem, uma metodologia, uma abordagem pedagógica ou até mesmo uma estratégia de ensino. Para essa pesquisa em questão, a modelagem é compreendida como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (Barbosa, 2001, p. 6).

Dessa forma, ao considerar a modelagem a partir dessas conceituações, sabendo que ela integra investigações de situações da realidade com o suporte da matemática, é necessário compreender, também, as concepções de modelo que constituem o campo.

Para Bassanezi (2002, p. 20), modelo matemático é compreendido como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. Enquanto para Barbosa (2008, p. 48),

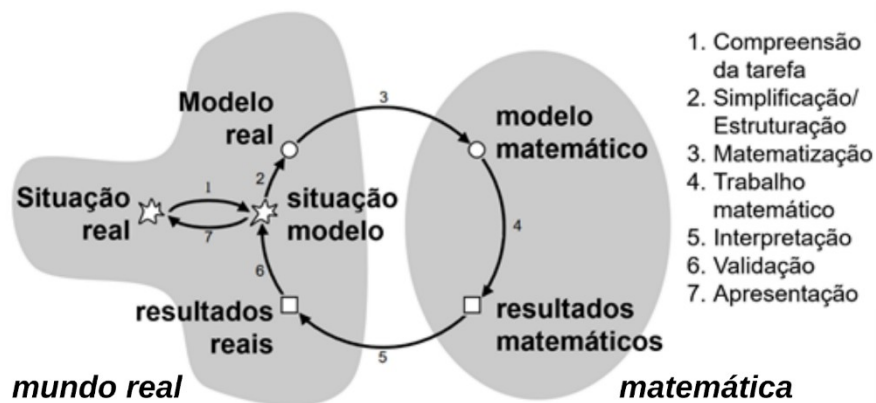
toda representação matemática da situação, por escrito, é chamada de modelo matemático. Esta noção é propositalmente ampla e inclusiva, agendando a intenção de capturar as diferentes formas que os alunos representam uma determinada situação, independentemente de sua capacidade de descrição, generalização e prescrição.

Pelas compreensões, é notável certa aproximação, quando se entende por modelo uma representação matemática de dada situação. Entendo que a proposição apresentada pelo Prof. Jonei Barbosa é uma maneira de contemplar a diversidade de representações que podem decorrer de uma prática de modelagem matemática.

Em algumas representações e traduções do que pode vir a ser um ciclo de modelagem, a matemática e o processo de matematização são colocados, talvez para fins didáticos, como sendo algo desassociado da realidade. Para Blum e Borromeo Ferri (2009), apesar de a representação traduzida (Figura 3) dizer o contrário, a matemática também se localiza na realidade, mas não faz parte da situação real que origina o ciclo de modelagem.

Na Figura 3, em que está representado o ciclo de modelagem compreendido por Blum e Borromeo Ferri (2009), deve-se partir de uma situação real, localizada em um domínio denominado como *resto do mundo* (traduzido como *mundo real* nessa imagem). A situação real deve ser, primeiramente, compreendida. Depois de simplificada e estruturada, haverá a elaboração de um modelo real, por meio do qual é possível realizar a transição entre os domínios do *mundo real* e da *matemática* – o processo de matematização para a autora e para o autor. Assim, a partir do modelo real, cria-se um modelo matemático, com o uso de ferramentas matemáticas. Obtêm-se, na sequência, os resultados matemáticos, que, no mundo real, são compreendidos como resultados reais. Assim, os resultados podem ser validados ou questionados, determinando se o ciclo de modelagem seguirá ou será finalizado. A linearidade desses ciclos é estruturada dessa forma apenas para fins de representação, pois cada estudante seguirá seus próprios caminhos na modelagem.

Figura 3: Ciclos de modelagem



Fonte: Blum e Borromeo Ferri (2009, p. 46, adaptada)

Em diversas situações, o modelo matemático é utilizado para realizar aproximações da realidade. Barbosa (2009a) e Araújo (2009) compreendem que esse pode se tratar de um ponto de vista platonista da matemática, em que, nesse cenário, “a modelagem matemática seria uma forma de descrever a realidade pré-existente por meio da matemática” (Araújo, 2009, p. 62).

Assim, haveria uma descrição irrefutável e inquestionável da realidade, porque, na visão platonista, a matemática delineia o mundo idealmente, quando, na verdade, ele é instável.

Como apontado por Barbosa (2009a), muitos estudos têm caminhado na direção contrária a essa percepção, evidenciando que a matemática faz parte da realidade, e a construção de modelos pressupõe necessariamente uma natureza enviesada (Skovsmose, 1994; Borba; Skovsmose, 2001; Jablonka; Gellert, 2007).

Para Skovsmose (1994), a matemática tem um poder formatador, ou seja, ela tem o papel de formatar a sociedade. Assim, “Tomamos decisões baseados em modelos matemáticos e, dessa forma, a matemática molda a realidade” (Borba; Skovsmose, 2001, p. 135). Esses modelos, por se tratar de construções humanas, pressupõem escolhas, critérios e consequências.

Ao dizermos que a matemática é capaz de representar a realidade, como sendo alheia a essa realidade, também retiramos quaisquer responsabilizações sobre o que desenvolvemos em termos de modelos matemáticos. Assim, “não podemos restringir a discussão de modelos matemáticos a *aproximações*” (Borba; Skovsmose, 2001, p. 135). Pelo contrário, devemos levantar questionamentos que compreendam a construção e as consequências desses modelos: “o que é feito por meio dessa modelagem [construção do modelo]? que ações sociais e tecnológicas são realizadas? quais são as implicações sociais, políticas e ambientais dessas ações?” (Borba; Skovsmose, 2001, p. 135, grifo próprio).

Ao retomar o conceito de modelagem que compreende essa pesquisa, é preciso dizer que foi apoiado na EMC que o Prof. Jonei Barbosa propôs tal concepção. Essa definição de modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem se preocupa com o desenvolvimento crítico das estudantes e dos estudantes, em que devem ser realizados questionamentos similares a esses quando na realização das práticas de modelagem. O autor se apoiou em Skovsmose (2000) para estabelecer que **ambiente de aprendizagem** é o espaço que envolve aquelas e aqueles que estão desempenhando determinada tarefa. E, acompanhando essa compreensão, a modelagem deve ser posta em termos de **convite** aos envolvidos (Skovsmose, 2000; Alrø, Skovsmose, 2023) – propondo as alunas e os alunos a se indagarem e investigarem, sob suporte da matemática, situações de outra área da realidade. Nesse caso, a matemática deve servir como uma ferramenta para a realização dessas indagações e investigações sobre as outras áreas da realidade e o seu uso também deve ser questionado.

À época, não havia uma perspectiva da modelagem que contemplasse trabalhos que vinham sendo realizados na direção da EMC. Até ali, Kaiser-Messmer (1991) sugeriu as perspectivas científico-humanista e pragmática. A perspectiva científico-humanista estava

associada às práticas de modelagem que assumissem a finalidade de aprender matemática, enquanto a perspectiva pragmática se associava às práticas de modelagem que vislumbravam resolver problemas da sociedade, de modo mais prático e utilitário.

Novos incômodos em torno da sociedade, da matemática e do papel que a modelagem pode desempenhar estavam emergindo, quando Barbosa (2003) apresentou ao campo da educação matemática uma perspectiva sociocrítica para a modelagem. Na proposição dessa perspectiva, o autor assinala preocupações com uma sociedade em que as decisões e argumentações são sustentadas a partir de construções matemáticas apoiado nas construções de Skovsmose (1994), destacando o papel da modelagem nisso.

Nesse trabalho, Barbosa (2003) exemplificou, com o relato de uma reportagem da época, como os números e modelos se manifestam e são utilizados para defender determinados posicionamentos. De acordo com o autor, essa reportagem tratava de assuntos referentes ao aumento do salário mínimo, que se mostrava desprezível. Os governantes justificavam essa proposta orçamentária como não sendo algo político, mas sim baseada na inflação e nos índices de desenvolvimento econômico que vislumbravam. Embora os governantes tenham declarado considerações supostamente neutras, sustentadas apenas por valores e índices numéricos, as propostas eram apoiadas pelas escolhas e prioridades governamentais. Mas conforme Barbosa (2003, p. 5) afirma “os argumentos postos nas discussões públicas não problematizam os pressupostos sobre os quais erigem as aplicações da matemática”.

Na verdade, para além disso, há uma noção de certeza quando se trata dos argumentos construídos a partir da matemática, que é associada à legitimação de informações. E, para Barbosa (2003, p. 5), “Uma das implicações desse senso de certeza ao redor das aplicações da matemática refere-se à restrição da participação das pessoas nas discussões públicas”. Para ele, há uma necessidade de que as pessoas sejam e sintam-se aptas a participar de discussões sustentadas pela matemática.

Assim, apoiado em Skovsmose (1994), o autor afirma que “é preciso educar criticamente através da matemática” (Barbosa, 2003, p. 6). Para o Prof. Jonei Barbosa, um dos caminhos para isso é, quando no ambiente escolar, a modelagem é oportunizada. Na perspectiva sociocrítica, são oferecidas oportunidades para as integrantes e os integrantes de uma prática se envolverem em reflexões sobre o papel da matemática na sociedade.

Kaiser e Sriraman (2006) revisaram a literatura e sistematizaram as perspectivas que têm sido assumidas desde então pelo campo da educação matemática. Com inspirações em

Lima (2020) e Sampaio (2010), sintetizo as cinco perspectivas e uma meta-perspectiva da modelagem de Kaiser e Sriraman (2006) no Quadro 2:

Quadro 2: Classificação das perspectivas de modelagem

Realística: ela possui objetivos pragmático-utilitaristas, voltados para a resolução de problemas do mundo real, com características mais marcantes da matemática aplicada.
Contextual: essa perspectiva é centrada nos objetivos escolares a serem alcançados, no contexto em que estão sendo alcançados, a partir de situações não matemáticas.
Educacional: ela é relacionada aos objetivos pedagógicos e escolares a serem alcançados, portanto, privilegia a introdução e o desenvolvimento de conceitos matemáticos.
Epistemológica: ela é centrada na compreensão do desenvolvimento científico da matemática e da modelagem, objetivando o desenvolvimento teórico.
Sociocrítica: ela enfatiza o envolvimento dos componentes de uma prática de modelagem em reflexões sobre o papel da matemática e dos modelos na sociedade. Nessa perspectiva, a matemática é utilizada nas construções de resoluções, ao mesmo tempo em que é questionada quanto ao seu uso.
Meta-perspectiva cognitiva: pode conter dois objetivos, de pesquisa – direcionada na análise e compreensão dos processos cognitivos durante a modelagem; psicológico – tem a promoção do pensamento matemático como objetivo, através do uso de modelos com imagens físicas ou mentais.

Fonte: (Kaiser; Sriraman, 2006, adaptado)

Kaiser e Sriraman (2006) ilustram cada uma das perspectivas com diversos trabalhos e apenas Barbosa (2006) foi usado para exemplificar a perspectiva sociocrítica da modelagem, mesmo que já houvesse outros. Os autores destacam que há muitas maneiras de compreender as particularidades desenvolvidas pelas estudantes e pelos estudantes durante a modelagem e cada uma das perspectivas terá o seu olhar voltado para determinado aspecto físico ou mental manifestado durante a prática.

Como mencionado, as intenções dessa pesquisa se voltam para a perspectiva sociocrítica, que objetiva possibilitar que os estudantes tenham uma atuação crítica, utilizando argumentos e ferramentas matemáticos na busca de soluções para problemas de outras áreas da realidade, questionando a própria matemática e o seu uso na sociedade (Araújo, 2009; 2012; 2023; Araújo; Martins, 2017), desenvolvendo habilidades que vão além da lógica da aplicação da matemática.

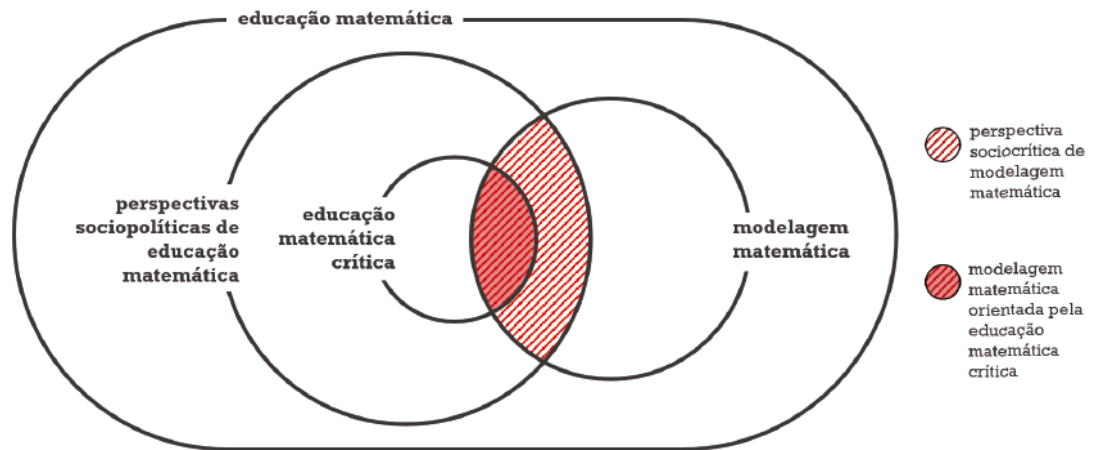
Uma perspectiva sociocrítica da modelagem, para Kaiser e Sriraman (2006) e como explicitam as formulações de Barbosa (2003), é amparada na EMC. Em Araújo (2012, p. 844), a autora enfatiza que a modelagem, quando apoiada na EMC, objetiva que estudantes “utilizem matemática para resolver algum problema com origem na realidade, no dia-a-dia, mas de tal forma que essa resolução seja problematizada e questionada”. Então, a matemática deixa de ocupar a posição de apenas um instrumento tecnológico, que auxilia na resolução e entendimento de problemas, e passa a ser um objeto de reflexões em prol da formação crítica de estudantes.

Araújo e Lima (2023) discutem possíveis interlocuções entre a EMC e a modelagem matemática, amparados, principalmente, nas produções teóricas do grupo de pesquisa que compõem. Além disso, a autora e o autor apresentam um histórico da modelagem na perspectiva sociocrítica, destacando diversas publicações que foram realizadas ao longo dos anos. A autora e o autor destacam a influência da ideia de *matemacia* e das demais ideias desenvolvidas por Ole Skovsmose em torno da EMC, como também mencionam a influência de Ubiratan D’ambrosio e Marcelo Borba no movimento desencadeado no Brasil no que diz respeito a discussão de aspectos sociais, culturais, políticos e críticos envolvendo a matemática, que inspiraram o desenvolvimento de pesquisas e práticas com essas características. Além do Brasil, o restante do mundo também vinha sendo influenciado por trabalhos com essa perspectiva.

Assim, Araújo e Lima (2023) reconheceram, apoiados em Valero (2004) e Gutierrez (2013), que trabalhos da educação matemática, orientados por esse viés crítico e político, se localizam na perspectiva sociopolítica da educação matemática. Além disso, enfatizam que uma das principais orientações teóricas alinhadas com a perspectiva sociopolítica da educação matemática é a EMC, em que “aspectos como a democracia, o poder e a crítica se fazem presentes nas práticas matemáticas para que seja possível formar estudantes que compreendam o papel da matemática em sociedade” (Araújo; Lima, 2023, p. 271).

Considerando as discussões que apresentaram, Araújo e Lima (2023) traçaram relações entre algumas perspectivas teóricas da educação matemática, posicionando a perspectiva sociocrítica de modelagem na perspectiva sociopolítica da educação matemática, como apresentado na Figura 4.

Figura 4: Relações entre algumas perspectivas teóricas da educação matemática



Fonte: Araújo e Lima (2023, p. 272)

Para o estabelecimento dessas relações, a autora e o autor reconhecem que as pesquisas ou práticas pedagógicas que são orientadas pela perspectiva sociocrítica da modelagem podem ou não estar relacionadas à EMC, mas sempre se relacionam a uma perspectiva sociopolítica de educação matemática.

Assim, quando Barbosa (2001; 2003; 2004; 2006) propõe uma concepção de modelagem que seja centrada na EMC, ele também se refere a uma perspectiva sociocrítica da modelagem. Ela pressupõe o desenvolvimento de algumas discussões, que serão melhor elucidadas no capítulo seguinte.

4 CONSTRUÇÃO DE UM ENTENDIMENTO SOBRE AS DISCUSSÕES REFLEXIVAS

Neste capítulo, baseada nos autores aqui referidos, dedico-me a explicitar sobre os principais conceitos que compreendem as discussões reflexivas. Na primeira seção, apresento os *conheceres*²⁶ que são discutidos em Skovsmose (1990; 1994), relacionando-os às discussões de Barbosa (2003) e enfatizando as discussões reflexivas. E, por fim, na segunda seção, apresento a noção de um conceito que se relaciona à ocorrência das discussões, os espaços de interação.

4.1 Os *conheceres* e as discussões

Como discutido no capítulo anterior, na perspectiva sociocrítica da modelagem, intenciona-se que ao propormos que estudantes busquem soluções para um problema com referências na realidade, eles também se questionem e problematizem a resolução a que chegaram. Uma maneira de aproximar as pessoas desse processo de compreensão e aplicabilidade da matemática é proporcionando a elas oportunidades de construir modelos, sendo a modelagem na educação matemática um dos caminhos para isso. Além disso, a modelagem pode ser uma via para que as pessoas se questionem sobre o uso e o mau uso da matemática na sociedade. Skovsmose (1990; 1994) destaca que diferentes *conheceres* podem ser mobilizados e desenvolvidos no decorrer de uma prática de modelagem: os *conheceres* matemáticos, técnicos e reflexivos.

Para que fique mais claro o que são os *conheceres*, eu vou me apoiar na seguinte situação-problema: *como a sociedade lida com a durabilidade de aparelhos eletrônicos nos tempos atuais?*

O conhecer matemático é aquele que se relaciona ao uso da matemática propriamente dito. Nesse caso, ao lidarem com uma situação-problema de modelagem matemática, as estudantes e os estudantes poderão se questionar sobre como realizar determinadas operações matemáticas, sobre as habilidades necessárias para a busca de uma solução. Dessa forma, o conhecer matemático diz respeito à reprodução de teoremas e algoritmos para efetuar cálculos matemáticos (Skovsmose, 1994).

²⁶ Quando Barbosa (2003) conceituou as discussões matemáticas, técnicas e reflexivas, que serão abordadas neste capítulo, ele se apoiou em Skovsmose (1990) – que trata dos conhecimentos matemáticos, técnicos e reflexivos – quando os *conheceres* ainda eram denominados de *conhecimentos*. *Conhecimento* está associado à ideia de acabamento, enquanto *conhecer* (Skovsmose, 1994) – tradução livre de *knowing* – está associado a algo em construção, inacabado. Na dissertação, usarei apenas o termo *conhecer*, reconhecendo sua consolidação na EMC ao longo de todos esses anos e para não haver alternância entre *conhecer* e *conhecimento*.

Na situação-problema em questão, na construção do modelo matemático capaz de representar hipóteses elencadas sobre o caso, o conhecer matemático pode ser manifestado para auxiliar nas escolhas que envolvem a matemática. Por exemplo, se, na matematização, as pessoas que estão solucionando o problema optarem por construir gráficos ou tabelas, alguns conceitos relativos a essas construções podem ser mobilizados. Quais conceitos e teoremas serão necessários na busca por uma resolução?

O conhecer técnico pode ser compreendido como a capacidade de aplicar a matemática em uma situação-problema, realizando o processo de matematização a partir das técnicas empreendidas. O conhecer técnico pode se manifestar desde a compreensão do problema, interpretação de dados, como também na matematização em procura de uma resolução para o problema, desde que estejam “relacionados a métodos formais na busca de objetivos tecnológicos” (Skovsmose, 1994, p. 101, tradução própria²⁷), amparados na matemática. Ou seja, ele se relaciona à capacidade de construção, desenvolvimento de um modelo, à tradução de uma hipótese para os termos matemáticos, ou à capacidade “de aplicar e relacionar a matemática a outras áreas do conhecimento” (Araújo; Freitas; Silva, 2011, p.145).

Ainda na situação-problema em questão, um encaminhamento para reflexões sobre essa pergunta é a realização de comparações sobre a durabilidade de aparelhos eletrônicos em períodos anteriores ao mencionado e atualmente. A partir disso, seria possível construir modelos que representassem as conclusões tecidas sobre as diferentes épocas. Como construir um modelo que represente a hipótese elencada? Como relacionar a matemática utilizada para essa construção para relacionar com questões eletrônicas, de durabilidade dos componentes eletrônicos? Quais ferramentas serão utilizadas para isso?

O modelo, reduzido a uma linguagem matemática, impede que vejamos os processos pelos quais ele passou até a sua finalização, ocultando as escolhas e justificativas que foram realizadas para a sua consolidação. Pensar nos critérios para a elaboração de um modelo, como também realizar reflexões que se relacionam às consequências sociais e éticas que ele pode apresentar, são associados ao conhecer reflexivo.

Conforme Skovsmose (1994) esclarece, o conhecer reflexivo é uma competência necessária para um cidadão ser capaz de exercer a sua criticidade. Para o autor, então, um cidadão crítico e reflexivo tende a se conscientizar quanto às informações e resultados que recebe sobre um fenômeno da sociedade.

²⁷ No original, “which refers to the ability to apply mathematics and formal methods in pursuing technological aims” (Skovsmose, 1994, p. 101).

Assim, na situação-problema, pensar na durabilidade e na fabricação de um produto eletrônico pode nos levar a refletir sobre as consequências de sua durabilidade. A pergunta pode nos direcionar para os tempos atuais, em que os produtos eletrônicos possuem uma durabilidade menor do que em tempos remotos. Os aparelhos eletrônicos seguem um modelo de fabricação condicionada, em que, ao adquirirmos, refletimos sobre o fim de seu uso, também condicionado. Nesse caso, podemos nos referir à obsolescência programada. A que fins essa obsolescência programada pode servir? Quais são as suas consequências? Certamente, temos consumido mais, favorecendo a produção de lixo eletrônico. Qual é o destino desses aparelhos eletrônicos? Por que, de repente, sua durabilidade se alterou? Qual é o papel da matemática na construção de aparelhos que são feitos para durar menos?

Embora esses exemplos tenham sido construídos de modo a tratar dos conhecimentos separadamente, não é possível distingui-los (Skovsmose, 1994), garantindo que apenas um ou apenas outro seja desenvolvido em um ambiente de modelagem matemática, por exemplo. Conforme Araújo, Freitas e Silva (2011, p. 146) esclarecem

as práticas de modelagem matemática fundamentadas na educação matemática crítica podem se configurar como uma oportunidade para que alunos e professores possam desenvolver de forma integrada, dentro de um contexto educacional, o conhecer matemático, o conhecer técnico e o conhecer reflexivo.

Assim, especialmente se as práticas de modelagem forem fundamentadas na EMC, o conhecer matemático, o conhecer técnico e o conhecer reflexivo terão possibilidades de se integrarem no mesmo ambiente.

O conhecer matemático, o conhecer técnico e o conhecer reflexivo estão relacionados, respectivamente, às discussões matemáticas, às discussões técnicas e às discussões reflexivas propostas por Barbosa (2003; 2006; 2009b). Para o autor, os conhecimentos ocorrem no que ele denomina como “plano interno²⁸”, enquanto as discussões são uma manifestação oral e, portanto, explícita dos conhecimentos propostos por Skovsmose (1990; 1994). Essas discussões, portanto, viabilizam a observação de uma situação a ser analisada.

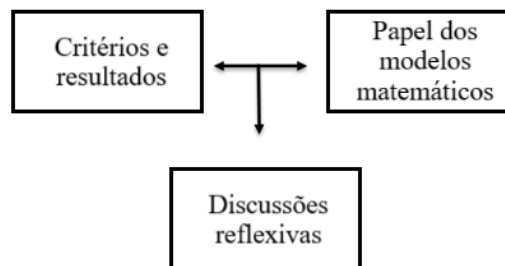
As discussões matemáticas são aquelas relacionadas ao campo da matemática pura, ou seja, estão relacionadas às discussões produzidas sobre as habilidades matemáticas que são desempenhadas e relatadas na realização de determinada tarefa. Essas discussões poderiam responder a perguntas como: quais operações foram utilizadas? Quais conceitos e teoremas matemáticos foram mobilizados? Quais variáveis foram consideradas?

²⁸ Conforme o “plano mental interno” de um indivíduo, que Lerman (2001) denomina em seus trabalhos.

Assim como o conhecer técnico, as discussões técnicas estão associadas ao processo de construção de um modelo, então essas podem mencionar o processo de interpretação de uma dada situação em termos matemáticos. De maneira genérica, as discussões com essas características poderiam responder a perguntas relacionadas a: como realizar o processo de matematização? Como construir o modelo? Como as variáveis e operações podem ser utilizadas nesse contexto?

Por fim, as discussões reflexivas são as discussões que apresentam questionamentos acerca da construção de um modelo e de suas consequências para e na sociedade. Um modelo, quando estabelecido ou finalizado, pressupõe diversos critérios, simplificações e consequências, que muitas vezes são desconsiderados ao ser apresentado ou elaborado. As discussões reflexivas retomam ou destacam esses aspectos relativos ao modelo, evidenciando e relacionando os critérios e resultados para a elegibilidade de determinado modelo. Assim, na figura 5, é apresentada uma relação entre esses critérios e o papel dos modelos na produção de discussões reflexivas:

Figura 5: Produção das discussões reflexivas em uma determinada prática social



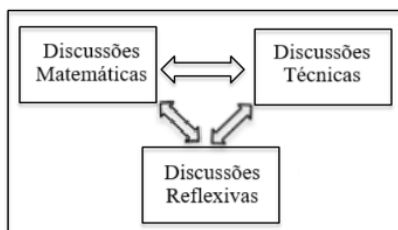
Fonte: (Santos, 2007, p. 104).

Santos (2007), em sua pesquisa, notou a inseparabilidade entre as noções destacadas para a produção das discussões reflexivas. Então, para a autora, analisar o papel dos modelos matemáticos é, necessariamente, revisitar os critérios e resultados para a construção do modelo e vice-versa. Assim, podem ser produzidas discussões reflexivas, mas não há garantias de que isso ocorra. Além do mais, a gênese para o surgimento de discussões reflexivas pode residir em outros fundamentos ainda não elencados, como a autora também destacou em seus escritos.

Considerando essas características, alguns questionamentos que podem ser considerados na identificação de discussões reflexivas são: por que realizamos essas escolhas para o modelo? Podemos relacionar um algoritmo com a sociedade? Por que esse algoritmo e essas variáveis foram considerados? Quais as consequências desse modelo para a sociedade?

Barbosa (2006) destaca que a transição entre as discussões ocorre através de impasses. Então, quando as estudantes e os estudantes precisam lidar com determinados impedimentos no processo de modelagem, as discussões podem se alterar. As discussões matemáticas, as discussões técnicas e as discussões reflexivas dependem umas das outras para a sua ocorrência, e, portanto, podem apresentar transições como essas que constam na Figura 6.

Figura 6: Tipos de discussões dos estudantes



Fonte: (Barbosa, 2006, p. 298).

Santos (2007) esclarece que as discussões matemáticas podem se verter em discussões técnicas, assim como as discussões técnicas podem se verter em discussões matemáticas. Os dois tipos de discussões podem originar discussões reflexivas, e as discussões reflexivas podem favorecer o surgimento das discussões matemáticas e discussões técnicas. Além de as discussões poderem se originar a partir de outras, elas dependem umas das outras para a sua ocorrência.

Para Barbosa (2006), o estabelecimento de um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica relaciona-se ao convite²⁹ para o desenvolvimento de discussões reflexivas, e, na verdade, Barbosa (2003) esclarece que a ocorrência desse ambiente só é possível se houver o estabelecimento das referidas discussões. E é nesse sentido que o planejamento de um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica se apresenta como um convite para a ocorrência de discussões reflexivas.

As discussões reflexivas ocorrem espontaneamente, porque não há uma maneira de determinar que as pessoas envolvidas na execução da prática produzam tais discussões (Barbosa, 2009b). Por outro lado, a professora ou o professor, responsável pela condução da prática de modelagem e intencionado(a) para a perspectiva sociocrítica, pode apresentar uma postura direcionada, realizando intervenções, questionamentos e aproximando as estudantes e os estudantes da prática, propiciando condições para o surgimento das discussões reflexivas.

²⁹ *Convite* é compreendido no mesmo sentido descrito por Skovsmose (2000).

Sendo assim, Barbosa (2006, p. 298, tradução própria³⁰) evidencia que “o interesse nas discussões que ocorrem nos espaços de interação é que elas não só promovam informações sobre o que os estudantes dizem, como também sobre a perspectiva utilizada, os significados compartilhados e sua natureza”. Então, enquanto as discussões reflexivas são mais comuns em um ambiente que a perspectiva sociocrítica esteja intencionada, o autor evidencia que as discussões matemáticas são privilegiadas em ambientes de desenvolvimento científico, e as discussões técnicas são características do pragmatismo, voltadas para a aplicabilidade da matemática.

Seria difícil pensar a modelagem matemática na perspectiva sociocrítica sem a ocorrência das discussões reflexivas nos espaços de interação. Ao mesmo tempo, sua aparição deve ser privilegiada, não basta que ocorra vez ou outra. Assim como Barbosa (2006, p. 298, tradução própria³¹) afirma, o “estímulo às discussões reflexivas deve ser um objetivo principal [em um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica], aproveitando os outros tipos de discussões para suporte”.

Como abordado em Santos (2007) e Santos e Barbosa (2007), alguns caminhos podem ser facilitados para que, enquanto professoras e professores e ou pesquisadoras e pesquisadores, tenhamos essa postura intencionada no desenvolvimento de uma prática de modelagem. Para isso, a compreensão de alguns conceitos pode nos aproximar desse ambiente na perspectiva sociocrítica almejado.

4.2 Discussões e espaços de interação

Como mencionado anteriormente, as discussões (Barbosa, 2009b) foram consideradas a partir de significados dos conhecimentos, anunciados por Skovsmose (1990; 1994). No entanto, os conhecimentos ocorrem no que Barbosa (2006) denomina como plano interno, sendo os discursos – em sua manifestação oralizada, a discussão – uma possibilidade para a análise.

Na verdade, o motivo para a escolha das discussões como referencial teórico para a análise dos dados desta pesquisa é mais amplo do que a facilidade de acesso. As discussões também permitem compreender fatores socioculturais do contexto em que a pesquisa foi realizada. Tal compreensão é importante porque Lerman (2001) estabelece que discursos são

³⁰ No original, “The interest in discussions taking place in the interaction spaces is that they not only provide information about what the students say, but also about the perspective used, shared meanings, and their nature” (Barbosa, 2006, p. 298).

³¹ No original, “stimulating reflexive discussion should be a primary goal, drawing on the other types of discussion for support” (Barbosa, 2006, p. 298).

todas as formas visuais e verbalizadas em que o outro manifesta-se através de gestos, sinais, linguagem e assim por diante, que também são denominadas como práticas discursivas.

Além disso, o autor evidencia que cada pessoa é produto de uma variedade de práticas socioculturais que experiencia, o que permite que cada um e cada uma viva nova situação e se manifeste sobre ela de maneira diferente. As práticas discursivas se apresentam como uma maneira de visualizar essa diferença, de pessoas que possuem distintas trajetórias e diferentes interpretações sobre os mais variados contextos. Nesse sentido, os discursos são um caminho para buscar interpretações sobre o indivíduo e sua subjetividade, que não se perde em suas manifestações discursivas.

As manifestações verbais podem ser externalizadas nos espaços de interação (Barbosa, 2007). Espaços de interação ocorrem no momento de encontro entre as partes envolvidas em determinada prática. O autor utiliza a noção de espaços de interação para denotar as interações verbais que ocorrem em um ambiente de modelagem matemática, sejam entre professoras, professores e estudantes, sejam entre os próprios estudantes.

Nesses espaços, as relações estabelecidas não são horizontais, porque a professora ou professor é responsável por dar o tom que seja de seu interesse para a prática, organizando-a da maneira que seja mais conveniente (Barbosa, 2007). Além disso, a professora ou o professor também deve incentivar que as estudantes e os estudantes persigam o objetivo da prática de modelagem, auxiliando-os na construção de um modelo, mas esse auxílio não garante o interesse das estudantes e dos estudantes na realização de tal proposição.

A influência da professora ou do professor é inegável durante a realização de quaisquer práticas em sala de aula, considerando as relações de poder (professor/a-aluno/a) pré-existentes das relações sociais (Valero, 2004). Então, como a autonomia da estudante e do estudante no contexto da modelagem (Lima, 2020) é almejada, alguns cuidados, durante a intervenção, devem ser considerados nesse sentido, para que as ações da professora e do professor não sobreponham as escolhas das alunas e dos alunos.

Durante a realização desta pesquisa, algumas escolhas e intervenções foram feitas, mas, para isso, entrei em contato com o local em que realizei o estudo. Dessa forma, no capítulo seguinte, eu detalho aspectos relativos ao campo de pesquisa.

5 O CAMPO DE PESQUISA

No detalhamento dos aspectos metodológicos de uma pesquisa, é necessária a indicação e justificativa de determinadas escolhas, sejam para o paradigma que orienta a pesquisa, sejam para as suas etapas de desenvolvimento, “a *descrição do contexto*, o *processo de seleção dos participantes*, os *procedimentos* e o *instrumental de coleta e análise dos dados*, os recursos utilizados para maximizar a confiabilidade dos resultados e o cronograma” (Alves-Mazzotti, 1998, p. 159, grifo próprio), e isso será detalhado ao longo dos capítulos 5 e 6.

Neste capítulo 5, dediquei-me a apresentar o paradigma que orienta pesquisa, e, principalmente, apresentei as características do campo onde essa pesquisa foi realizada.

5.1 O paradigma que orienta a pesquisa

Ao realizar essa investigação, me amparei em um paradigma qualitativo de pesquisa da educação, compreendido como

um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente; mais do que isso e principalmente, de trabalhar concebendo-o como já sendo sempre junto ao mundo e, portanto, aos outros e aos respectivos utensílios dispostos na circunvizinhança existencial, constituindo-se, ao outro e ao mundo em sua historicidade (Bicudo, 2012, p. 17).

À vista disso, o paradigma “engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões” (Bicudo, 2019, p. 111), assim como são os sujeitos envolvidos na pesquisa que desenvolvi, em que busquei compreender como ocorrem as discussões reflexivas protagonizadas por estudantes do Ensino Médio integrado ao Técnico (EMiT) em um ambiente de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. Ou seja, o objeto desta pesquisa não está vinculado a algo concreto, imutável e exato, muito pelo contrário. Cada estudante apresenta sua interpretação sobre o mundo, admitindo um comportamento, uma crença, um sentido e significado pessoal e, dessa forma, agem em função da bagagem que carregam consigo, o que não se dá de imediato (Alves-Mazzotti, 1998), necessitando de eu conhecer melhor o campo de pesquisa, bem como os participantes e todo o contexto em que se envolvem.

Tendo em vista o meu envolvimento com a subjetividade dos sujeitos, mais do que os outros tipos de pesquisa, a metodologia qualitativa evidencia a necessidade de eu expor aos integrantes da pesquisa todas as minhas intenções, finalidades e procedimentos que pretendo realizar (Fiorentini; Lorenzato, 2012), caracterizando o meu compromisso ético enquanto pesquisadora desde as primeiras escolhas para a realização da pesquisa até o momento de divulgação dos dados construídos. Dessa maneira, um vínculo de confiança foi desenvolvido

com as participantes e os participantes – que foram convidadas e convidados a integrar a pesquisa voluntariamente –, a partir dos princípios éticos e morais, firmando o meu compromisso com o anonimato e com o respeito aos sujeitos durante todo o processo, especialmente na construção dos dados e das conclusões, por saber que pesquisas de cunho qualitativo podem ter “resultados de implicações sociais” (Fiorentini; Lorenzato, 2012, p. 194).

Apesar de ser consciente do cuidado ético essencial por toda a pesquisa, e com todos aqueles envolvidos no processo, sendo ou não integrante, uma atenção especial foi voltada àqueles que tornaram a investigação possível. Por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), informei aos pais, responsáveis ou sujeitos que atingiram a maioria — e com o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) para aqueles que não atingiram — todas as intencionalidades da pesquisa, os riscos a que serão acometidos ao aceitarem ser voluntários, o direito de desistência de participação da pesquisa, a garantia de preservação da integridade física e imagem pública, assegurando aos participantes as informações necessárias para as contribuições em cada uma das etapas da investigação.

Anteriormente à descrição das etapas, será necessário elucidar a leitora e o leitor acerca da organização de alguns aspectos metodológicos que compõem este capítulo, que será dedicado à busca pelo campo de pesquisa e descrição do contexto. Nesse sentido, a próxima seção apresenta algumas características que determinam o EMiT no Brasil e, portanto, direcionam a minha escolha do campo, apresentada na seção posterior a essa.

5.2 Ensino médio integrado ao técnico

Conforme explicita Melillo (2017) – que em sua tese contextualiza historicamente todos os processos que levaram ao que os institutos federais de educação se tornaram hoje –, a educação profissional teve seu início com a criação das Escolas de Aprendizes e Artífices, pelo então Presidente da República Nilo Peçanha, em 1909. O objetivo das escolas, como descreve o autor, era gerar às pessoas das camadas populares “uma expectativa de ascensão social por meio do acesso ao mercado de trabalho” (Melillo, 2017, p. 33), considerando que “não encontravam espaço na educação propedêutica comumente seguida pelas classes mais altas da época” (Melillo, 2017, p. 34).

Em 1942, com uma nova proposta de regulamentação para o ensino secundário, a reforma Capanema conferiu aos cursos profissionalizantes a oportunidade de formarem pessoas em um ensino equiparado ao secundário, permitindo, dessa forma, que estudantes egressos

concorressem a vagas em cursos superiores (Brasil, 1999; Melillo, 2017), transformando as Escolas de Aprendizes e Artífices em Escolas Industriais e Técnicas.

No ano de 1959, as Escolas Industriais e Técnicas se tornaram autarquias, quando as “instituições ganham autonomia didática e de gestão e passam a ser denominadas Escolas Técnicas Federais” (Brasil, 2008, p. 14).

As classes menos favorecidas estavam, desde a época de criação das escolas, destinadas apenas à execução de tarefas associadas ao esforço físico na formação profissionalizante, como destacado no trecho:

A formação profissional, desde as suas origens, sempre foi reservada às classes menos favorecidas, estabelecendo-se uma nítida distinção entre aqueles que detinham o saber (ensino secundário, normal e superior) e os que executavam tarefas manuais (ensino profissional) (Brasil, 1999, p. 5).

Com o passar dos anos e com a acelerada industrialização, a demanda das empresas, que ditam como deve ser o trabalhador, se alterou, considerando as novas tecnologias, a necessidade de mais autonomia e independência no sistema produtivo, revelando a indispensabilidade de profissionais multifuncionais (Brasil, 1999; 2008). Com isso, em 1971, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB) “torna, de maneira compulsória, todo currículo do segundo grau em técnico-profissional” (Brasil, 2008, p. 14).

Em 1978, três Escolas Técnicas Federais, incluindo uma de Minas Gerais, foram transformadas em Centros Federais de Educação Tecnológica – o que se estendeu a outras Escolas Técnicas anos mais tarde –, conferindo a elas a atribuição de atuar em nível mais elevado de formação.

A partir do ano de 2003, o governo federal, frente a tantas alterações sofridas desde a federalização das Escolas Técnicas – com o regimento de leis em momentos anteriores ao governo do Presidente da República Luiz Inácio Lula da Silva –, amplia o número de Escolas Técnicas Federais por todo o Brasil, alterando a sua finalidade para além da educação profissional e do desenvolvimento econômico. O “foco, a partir de agora, desloca-se para a qualidade social” (Brasil, 2008, p. 16) de regiões geograficamente delimitadas pelas instituições. Atualmente, a Educação Profissional é, portanto, uma “importante estratégia para que os cidadãos tenham efetivo acesso às conquistas científicas e tecnológicas da sociedade” (Brasil, 1999, p. 7).

Conforme é exposto nas Diretrizes³² Curriculares Nacionais para a Educação Profissional e Tecnológica, esta é uma

³² “Para os fins desta Resolução, entende-se por Diretriz o conjunto articulado de princípios e critérios a serem observados pelos sistemas de ensino e pelas instituições e redes de ensino públicas e privadas, na organização, no

modalidade educacional que perpassa todos os níveis da educação nacional, integrada às demais modalidades de educação e às dimensões do trabalho, da ciência, da cultura e da tecnologia, organizada por eixos tecnológicos, em consonância com a estrutura sócio-ocupacional do trabalho e as exigências da formação profissional nos diferentes níveis de desenvolvimento, observadas as leis e normas vigentes (Brasil, 2021, p. 1).

Dessa maneira, essa modalidade educacional assume um compromisso nacional de ser integrada às dimensões trabalhistas, científicas, culturais e tecnológicas.

Além disso, ela apresenta dezenove princípios norteadores, e destacarei aqui aqueles que apresentam grande relevância e diálogo para a realização desta pesquisa:

V - estímulo à adoção da pesquisa como princípio pedagógico presente em um processo formativo voltado para um mundo permanentemente em transformação, integrando saberes cognitivos e socioemocionais, tanto para a produção do conhecimento, da cultura e da tecnologia, quanto para o desenvolvimento do trabalho e da intervenção que promova impacto social (Brasil, 2021, p. 2).

A Educação Profissional e Tecnológica, portanto, tende a apresentar um estímulo à realização de pesquisas, seja no âmbito colaborativo, contribuindo com pesquisadores em desenvolvimento, seja no âmbito interno, quando os próprios professores e estudantes se submetem a esse tipo de processo formativo, como enunciado.

Outro princípio de destaque e conformidade com a pesquisa em questão dialoga com os processos de aprendizagem que sejam centrados nas estudantes e nos estudantes:

VII - indissociabilidade entre educação e prática social, bem como entre saberes e fazeres no processo de ensino e aprendizagem, considerando-se a historicidade do conhecimento, valorizando os sujeitos do processo e as metodologias ativas e inovadoras de aprendizagem centradas nos estudantes (Brasil, 2021, p. 2).

Esse princípio dialoga com o que é sugerido ao se estabelecer um ambiente de modelagem na sala de aula de matemática, em que os sujeitos do processo podem ser valorizados, refletindo sobre questões sociais e ambientais.

Menciono a possibilidade de utilizar a modelagem em uma sala de aula de matemática a partir de um princípio norteador da Educação Profissional e Tecnológica, porque os cursos desta podem se verter em três estruturas quando desenvolvidos por programas de Educação Profissional Técnica de Nível Médio: integrada, subsequente e concomitante³³.

A modalidade integrada, também chamada até aqui de Ensino Médio integrado ao Técnico, foi o foco desta pesquisa e é “ofertada somente a quem já tenha concluído o Ensino Fundamental, com matrícula única na mesma instituição, de modo a conduzir a estudante e o

planejamento, no desenvolvimento e na avaliação da Educação Profissional e Tecnológica, presencial e a distância” (Brasil, 2021, p. 1).

³³ Modalidades subsequente: destinada a quem já concluiu o Ensino Médio e deseja realizar um curso técnico. Modalidade concomitante: curso técnico que deve ser cursado juntamente ao Ensino Médio, com matrículas distintas, uma para o curso, outra para a Educação Básica, podendo ou não serem cursados na mesma instituição (Brasil, 2021).

estudante à habilitação profissional técnica ao mesmo tempo em que conclui a última etapa da Educação Básica” (Brasil, 2021, p. 7).

Dessa maneira, ao mesmo tempo em que as estudantes e os estudantes têm aulas referentes ao Ensino Técnico, também são contemplados com disciplinas da Educação Básica, e cabe às instituições, sendo públicas ou privadas, com base nas recomendações instituídas nas Diretrizes Curriculares Nacionais, definirem o currículo a ser implementado, a partir das demandas dos cursos que são ofertados.

5.3 Reconhecimento do campo de pesquisa: o contexto e os participantes

Conforme Alves-Mazzotti aponta (1998),

A escolha do campo onde serão colhidos os dados, bem como dos participantes é proposital, isto é, o pesquisador os escolhe em função das questões de interesse do estudo e também das condições de acesso e permanência no campo e disponibilidade dos sujeitos (p. 162).

Considerando esse fator e as características que abarcam o EMiT, dediquei-me às buscas por uma escola que me acolhesse como pesquisadora.

O meu primeiro contato foi com um professor que atuava nesse contexto de interesse e, além disso, possuía uma vasta experiência com a modelagem na educação matemática na perspectiva sociocrítica. Nosso contato se deu por e-mail, em 2024, e nós nos conhecíamos por intermédio do Coletivo Crítico.

Naquela época, iniciava-se a greve³⁴ dos servidores Técnicos Administrativos da Educação (TAEs) das instituições federais, que mais tarde se estendeu a outros servidores dessas instituições, os docentes. Nesse caso, o professor contactado pertencia à uma instituição federal e sugeriu que eu realizasse a pesquisa em outro local, uma vez que o cenário grevista se mostrava incerto, e as instituições federais indisponíveis.

Telefonei e enviei e-mails para diversas instituições que oferecem Ensino Médio integrado ao Técnico, das redes privada e pública de Belo Horizonte e de sua região metropolitana, até que obtive respostas mais concretas direcionando-me fisicamente a uma dessas escolas.

Visitei uma escola da rede pública, que oferece EMiT, na região metropolitana de Belo Horizonte (RMBH), e, com grande cordialidade, o diretor da instituição me recepcionou.

³⁴ Durante governos anteriores, a educação do Brasil foi atingida severamente por cortes orçamentários, então o movimento grevista surgiu como uma oportunidade de reivindicar pela recomposição salarial dos servidores de instituições federais e denunciar a redução dos recursos destinados a elas (Fernandes, 2024).

Conversamos sobre quem eu sou e sobre a pesquisa que pretendia realizar, destacando o tempo que eu poderia permanecer na escola.

O diretor manifestou-se receptivo ao meu convite e, prontamente, mostrou-me os horários das aulas, evidenciando quando a professora de matemática estaria na instituição. Era apenas uma professora para a disciplina e, por mais que ela fosse acolhedora às novas experiências (descrição do diretor sobre a professora), eu só teria o aval para o ingresso ao campo após a aceitação do convite pela professora.

No dia seguinte, retornei à escola e, em uma conversa, convidei a professora de matemática para integrar a pesquisa. Nessa conversa, a professora contou-me sobre o perfil das estudantes e dos estudantes, sobre algumas características da escola e de suas servidoras e servidores, enquanto apresentei os objetivos que pretendia atingir, o provável tempo que eu permaneceria na escola e o que poderíamos desenvolver no desenrolar da pesquisa. Sem hesitação, a professora, que de agora em diante chamarei de Rita³⁵, aceitou integrar a pesquisa.

Para contemplar a construção dos dados da pesquisa, expliquei à professora Rita que a minha permanência em campo seria segmentada em dois momentos:

- Construção de um cenário para a prática: o primeiro momento consistiu em observação das aulas e estendeu-se por um período de aproximadamente dois meses e uma semana (úteis) de duração, ocorrendo a partir da observação-participante, aliada às notas no diário de campo.
- Prática de modelagem: o segundo momento consistiu em prática pedagógica e pesquisa – após a observação das aulas, no decorrer de três a quatro dias, por meio de uma relação dialética entre prática pedagógica e pesquisa (Araújo, 2019), eu, a professora Rita, as estudantes e os estudantes desenvolvemos uma prática de modelagem na educação matemática. Nesse caso, aliei à observação a utilização de filmadoras e gravadores de voz.

A professora Rita não conhecia a modelagem na educação matemática, então incorporei ao planejamento da pesquisa alguns momentos de estudos para realizarmos juntas, sugestão que foi imediatamente acolhida por ela.

Em uma reunião posterior com a professora Rita, ela detalhou-me questões acerca de sua prática docente e sobre características gerais das estudantes e dos estudantes das turmas para as quais lecionava, que cursavam o técnico em Informática. Eram duas turmas de 1º ano,

³⁵ Este e todos os nomes referentes aos participantes e à escola, que constarem ao longo da dissertação, tratam-se de nomes fictícios a fim de preservar a identidade de quem tornou a investigação possível.

duas turmas de 2º ano e duas turmas de 3º ano. Cada turma de 1º ano e 2º ano tinha duas aulas semanais de matemática, enquanto cada turma de 3º ano tinha três aulas semanais, em que cada aula equivalia a um horário de cinquenta minutos de duração.

A escola era pequena, mas de tamanho suficiente para acolher as estudantes, os estudantes, as servidoras e os servidores. Além disso, ela apresentava infraestrutura para a realização de práticas relacionadas à tecnologia da informação, porque todas as salas possuíam projetores multimídia e, na escola, havia laboratórios de informática com computadores de uso comum e com acesso à internet – suprimindo as principais demandas do curso técnico.

O corpo docente e demais servidoras e servidores acolheram-me com entusiasmo desde o meu ingresso no campo, disponibilizando-se para quaisquer situações em que nós necessitássemos. Conforme relato da professora Rita, o corpo docente mostrou-se empolgado com o anúncio da minha chegada, uma pesquisadora da UFMG que acompanharia as aulas de matemática da instituição. Essa descrição corrobora ao que é previsto em Brasil (2021), em que se destaca o incentivo à realização de pesquisas por e nas instituições com as características referentes ao ensino médio integrado ao técnico, como mencionado na seção 4.2.

Para a observação das aulas e realização da prática de modelagem, formalizei o meu ingresso no campo por meio do Termo de Anuência, entregue ao diretor, e por meio do TCLE, entregue à professora Rita. Com esses documentos, os profissionais consentiram a minha permanência temporária na instituição e permitiram que eu observasse e realizasse a prática de modelagem nas aulas de matemática acordadas entre mim e a professora Rita.

No capítulo seguinte, abordarei detalhes acerca dos procedimentos metodológicos que constituíram o desenvolvimento da pesquisa, a começar pelos aspectos relativos à observação das aulas na seção “Construção de um cenário para a prática”. Além disso, os pormenores relativos à prática de modelagem na educação matemática, necessários para o desenvolvimento desta pesquisa, também serão apresentados no capítulo que segue, assim como a forma como se deu a análise do material construído.

6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresento os procedimentos metodológicos que foram realizados para a concretização da pesquisa. É um capítulo composto por cinco seções e uma subseção. Na primeira seção, apresento os procedimentos que se voltaram para a observação das aulas. Na segunda seção, descrevo os meus encontros com a professora Rita, que foram direcionados ao planejamento da prática de modelagem. Na terceira seção, apresento o planejamento da prática de modelagem, enquanto, na quarta seção, eu descrevo como ela se deu. Por fim, na quinta seção, apresento as escolhas metodológicas que orientaram as análises.

6.1 Construção de um cenário para a prática: observação das aulas

Inicialmente, o principal instrumento metodológico mobilizado foi a observação-participante, por meio da qual “o pesquisador se torna parte da situação observada, interagindo por longos períodos com os sujeitos, buscando partilhar o seu cotidiano para sentir o que significa estar naquela situação” (Alves-Mazzotti, 1998, p. 166). Para auxiliar a observação-participante, aliei a realização de anotações em um diário de campo de uso pessoal, ao qual recorri para a composição destes capítulos metodológicos.

Permaneci na escola desde o dia 21 de maio até o dia 13 de agosto de 2024, o que, contabilizando a partir dos dias do calendário escolar, somam dois meses e uma semana de cumprimento de campo de pesquisa. Para melhor apreciação do que será descrito, reconstruí parcialmente o calendário que foi seguido enquanto estive na instituição, apresentado no quadro 3:

Quadro 3: Calendário escolar parcial da Escola Aquarela – considerando o período da pesquisadora em campo

Mês	Dia	Atividades
Maio	30/05 e 31/05	Feriado e Recesso - Corpus Christi
Junho	04/06	Aplicação de exame da OBMEP ³⁶
	24/06 a 29/06	Olimpíadas esportivas
Julho	08/07 a 12/07	Semana de provas
	15/07 a 19/07	Esportes interestaduais
	22/07 a 02/08	Recesso escolar (Férias)
Agosto	06/08	Retorno das aulas

³⁶ Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

Fonte: Elaborado pela própria autora a partir de informações concedidas pela professora Rita.

Por meio do calendário, é notória a quantidade de atividades realizadas na escola Aquarela no período em que destinei ao campo de pesquisa, com destaque às semanas de olimpíadas, provas, esportes e recesso, que foram destinadas exclusivamente a essas atividades. Tendo isso em vista, algumas aulas de matemática foram afetadas, o que também auxiliou na escolha da data e das turmas com as quais realizamos a prática de modelagem.

Eu direcionava-me à escola Aquarela apenas nos dias em que a professora Rita estava lá, seguindo o horário de aula que tínhamos como referência, representado a seguir, no quadro 4. Nessa representação, para diferenciar as turmas, chamarei uma de A e a outra de B, e a série será diferenciada por 1 e 3, 1º ano e 3º ano, respectivamente.

Quadro 4: Horários das aulas de matemática na escola Aquarela dos meses de maio a agosto de 2024

Terça-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	
1A	-	2º ano	7h - 7h50
3A	1B	2º ano	7h50 - 8h40
1A	3B	3A	8h40 - 9h30
2º ano	2º ano	3A	9h50 - 10h40
1B	3B	3B	10h40 - 11h30

Fonte: Elaborado pela própria autora a partir de informações concedidas pela professora Rita

Inicialmente, a professora Rita orientou-me a observar as aulas de todas as turmas para, assim, decidirmos aquelas com as quais proceder a prática de modelagem – ela concedeu-me a liberdade de escolha – que seria realizada por nós duas. Previamente, como discutido, pela quantidade de horários disponíveis e feriados que poderiam comprometer o acompanhamento das aulas, escolhemos as turmas de 1º e 3º anos. Além disso, estender a realização da prática de modelagem às outras turmas poderia gerar uma sobrecarga a mim e uma extrapolada geração de dados, o que também foi justificado aos estudantes.

No primeiro dia de observação das aulas, expliquei aos estudantes sobre a minha presença, elucidando-os acerca de eventuais dúvidas quanto à pesquisa e suas escolhas pelas participações voluntárias, entregando-os, desde o primeiro momento, os TCLEs e TALEs.

Nesse momento inicial, como recomendação de Bogdan e Biklen (1994), tive a oportunidade de conhecer melhor a instituição, me ambientar com as alunas e os alunos, realizando breves notas de campo, num período que durou até que as estudantes, os estudantes e a professora Rita se familiarizassem com minha presença.

A maioria das estudantes e dos estudantes mostrou-se empolgada, porque nesse primeiro dia também alertei sobre um período em que realizaríamos algumas aulas de matemática sob outra perspectiva – haveria uma prática de modelagem –, e que teríamos auxílio de filmadoras e gravadores de voz. Nesse contexto, alguns apreciaram a presença de uma pesquisadora em sala, enquanto outros não se importaram ou se mostraram contrários à presença futura de câmeras e gravadores.

Em diversas situações, a professora Rita incentivava que eu interagisse com as estudantes e os estudantes durante as aulas, integrando-me a elas. As alunas e os alunos sentiram-se confortáveis em variadas ocasiões para direcionarem dúvidas a mim, quando a professora Rita não estava disponível, processo essencial para que uma relação de confiança fosse estabelecida entre mim, elas e eles.

A partir das interações que realizamos, ocorreram alguns eventos nas turmas do 3º ano que podem ser relevantes para a construção desta pesquisa e, assim, relatarei determinados acontecimentos. Neste caso, os relatos que seguem são repercussões de minhas anotações no diário de campo e de lembranças construídas segundo as observações em campo.

Recordo-me de certa vez, quando as estudantes e os estudantes se queixavam de resolver exercícios contextualizados para o cotidiano, eles tinham preferências por aqueles diretivos, queixas comuns às turmas dos outros anos também. Nesse dia, avistei uma oportunidade de interação e de questionar a algumas alunas e alguns alunos acerca do porquê dessa preferência.

As respostas versavam em torno de alguns argumentos: “misturar ‘as coisas da vida’ com a matemática é só para complicar, isso é papel da disciplina de português”; “matemática deve ser apenas números, com uma resposta e pronto”. Então, lembro-me de questioná-los: “por que não podemos misturar as ‘coisas da vida’ nas aulas de matemática?”. As discussões não se estenderam muito neste dia, mas destaco que podem ter culminado no início de algumas reflexões.

A partir desse dia, percebi que a minha postura intencionada poderia ser favorável no desenvolvimento de algumas discussões e reflexões anteriormente ao desenvolvimento da prática. Além disso, a professora Rita fornecia-me condições para atuar conforme as demandas emergiram, ela colaborou com o desenvolvimento da pesquisa da maneira que estivesse ao seu

alcance. Constantemente, conversávamos sobre minhas intencionalidades de pesquisa, conforme Bogdan e Biklen (1994) incentivam, o que pode tê-la influenciado.

Em todas as aulas, a professora Rita questionava-me se eu desejava realizar algum comentário que provocasse discussões entre as estudantes e os estudantes, até que ao fim do mês de junho de 2024, as “coisas da vida” vincularam-se explicitamente a uma das aulas, e eu registrei nossas interações novamente. O conteúdo estudado era geometria e ladrilhamento, quando as estudantes e os estudantes assistiram a um vídeo chamado “Matemática na construção”³⁷.

O vídeo aborda aspectos da geometria euclidiana e de sua influência na construção civil atualmente, argumentando sobre o uso da matemática na construção civil para generalizar que ela “está em toda parte”. A partir desta afirmação que consta no vídeo, recordei-me de Borba e Skovsmose (2001), que exploram a matemática como uma construção humana, destacando a importância de sermos críticos e menos suscetíveis a matemática, supostamente, neutra que nos é apresentada.

Questionei às estudantes e aos estudantes: “A matemática foi descoberta ou construída?”. Para algumas alunas e alunos, a matemática é construída para suprir as necessidades que demandamos enquanto seres humanos, opondo-se ao que outro grupo de estudantes respondeu: “Foi descoberta”.

As discussões ocorreram em proporções distintas nas duas turmas de 3º ano. Em uma turma, eu, a professora Rita, as estudantes e os estudantes debatemos sobre perspectivas diferentes, e em outra turma, argumentamos sobre a construção da matemática e de sua influência em nossas vidas – entendimento que partiu das alunas e dos alunos.

Percebi que essas discussões poderiam ser relevantes para a realização da prática de modelagem, uma vez que as estudantes e os estudantes demonstraram certo engajamento nas reflexões acerca da matemática. Além disso, era notável que, com a passagem do tempo e a observação de todas as turmas mencionadas, as estudantes e os estudantes sentiam-se mais confortáveis em minha presença, posicionando-se diante dos questionamentos e demonstrando interesse pela realização da prática de modelagem que viria a acontecer: a “aula diferente” que seria planejada por mim.

O período de observação das aulas mostrou-se como uma oportunidade para a construção de um cenário propício para a realização futura de práticas de modelagem na

³⁷ Machado, R. Matemática em toda parte - Matemática na construção. YouTube, 2009. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=GI3tJbopRks>. Acesso em: 15 de agosto de 2024.

perspectiva sociocrítica, uma vez que as turmas não conheciam a modelagem na educação matemática, e o primeiro contato das alunas, dos alunos e da professora com esse ambiente de aprendizagem foi por meu intermédio.

Na seção seguinte, discorro sobre os momentos em que eu e a professora Rita estabelecemos alguma compreensão acerca da modelagem na educação matemática, assim como acordamos em nosso primeiro encontro.

6.2 Encontros com a professora Rita: compreensões iniciais sobre a modelagem

As reuniões para discutirmos sobre modelagem na educação matemática assumiram um caráter espontâneo, mesmo que a realização dessas estivesse em meu planejamento. Nossas conversas aconteciam sem uma marcação prévia, elas ocorreram nos horários vagos e nos intervalos de aula. Eu compreendia os nossos momentos de interação como sendo uma troca de experiências – enquanto eu falava sobre modelagem, relatando sobre algumas práticas de meu conhecimento, a professora Rita retornava-me com suas experiências e sugestões de como procedermos.

Em minha primeira reunião com a professora, em um encontro que antecedeu o período de observação, foi possível realizarmos algumas aproximações dos projetos de modelagem ao que era proposto pela escola Aquarela. Inicialmente, expliquei a ela, de maneira informal, a minha compreensão sobre modelagem na educação matemática. E, assim, ela contou-me, valendo-se do que compreendeu acerca da modelagem, sobre os projetos desenvolvidos anualmente pelas alunas e pelos alunos.

As estudantes e os estudantes do EMiT cursavam técnico em Informática, e a cada ano era preciso que elas e eles desenvolvessem modelos que relacionassem a sociedade e o curso técnico, como um trabalho de conclusão anual. Esses projetos tinham a duração de um ano letivo e poderiam ser interdisciplinares. Não fui capaz de afirmar à professora se abrangiam o conceito de modelagem na educação matemática, mas a partir dos exemplos de trabalhos mencionados por ela, realizamos uma primeira aproximação genérica de modelagem ao seu escopo: eram observadas questões na realidade e modelos eram desenvolvidos para solucioná-las.

Em nosso segundo encontro, conversamos sobre as diversas perspectivas que uma prática de modelagem pode assumir, a depender da intencionalidade inicial do professor e do contexto escolar (Barbosa, 2008), destacando que meu interesse – enquanto pesquisadora – era a perspectiva sociocrítica. Nesse caso, baseei-me nos exemplos relatados por Almeida e Brito (2005) para exemplificar algumas práticas que podem assumir a perspectiva educacional,

enquanto apoiei-me na prática descrita por Araújo e Martins (2017) para aprofundar sobre os aspectos das práticas que caracterizam a perspectiva sociocrítica. Em nossos encontros, também conversamos sobre os papéis que podem ser assumidos pelas professoras, professores e estudantes, assim como aqueles expostos em Barbosa (2004).

Não tivemos a oportunidade de ler e discutir os textos, mas eu, conhecendo-os previamente, utilizava-os como referências para conversarmos sobre as práticas realizadas, ao passo em que a professora sugeriu aspectos interessantes a serem desenvolvidos ou evitados com as turmas. Por exemplo, era relevante que, no planejamento, eu levasse em consideração o fato de que estávamos em ano de eleições municipais e alguns cuidados deveriam ser tomados nesse sentido – conforme o artigo 73 da lei de nº 9504 do ano de 1997, é vedada toda e qualquer manifestação político-partidária de servidores públicos em períodos eleitorais (Brasil, 1997), então eu evitei quaisquer assuntos que se relacionassem às eleições.

Em outras duas oportunidades de encontro, discutimos sobre o projeto *Mar de Lama*, descrito em Araújo e Avelar (2022). Neste projeto de modelagem, as alunas e os alunos lidaram, em um de seus propósitos, com o cálculo da área superficial atingida pelo rompimento de uma barragem de rejeitos de minério em Brumadinho, Minas Gerais.

Com base em nossas conversas, a professora relacionou a apresentação de temáticas cotidianas às práticas, e, imediatamente, sugeriu que talvez pudéssemos explorar questões relativas à tragédia do Rio Grande do Sul³⁸, ocorrida em 2024, à prática que eu elaboraria. Nesse sentido, eu acolhi a ideia da professora Rita, considerando que a percepção das estudantes e dos estudantes também deveria ser averiguada.

Sendo assim, a partir das observações, interações com estudantes e encontros com a professora, iniciei o planejamento da prática de modelagem na educação matemática que realizamos com as alunas e com os alunos. O planejamento da prática de modelagem é compreendido por Pinto (2020) como um processo em que precede-se a ação, de fato. Nesse caso, o planejamento contempla a elaboração de uma tarefa que contenha a situação-problema a ser explorada, bem como a organização de ações e estratégias que eu pretendia desenvolver, orientando-me no cumprimento dos objetivos pré-estipulados.

6.3 Planejamento da prática de modelagem

Em Barbosa (2004), o autor elenca três casos baseados na diferenciabilidade de experiências de modelagem, compreendida no capítulo teórico, que a literatura apresenta

³⁸ Nas seções que seguem, apresentei elucidacões acerca deste contexto.

quanto às tarefas desempenhadas pela professora, pelo professor, pelas alunas, pelos alunos e também pela extensão dessas práticas.

No Caso 1, a professora ou o professor apresenta um problema de investigação para as estudantes e os estudantes e fornece os dados necessários para a construção da solução do problema, que se dá em sala de aula. Dessa maneira, pode ser um tipo de prática de curto prazo.

Enquanto isso, no Caso 2, o professor apresenta apenas o problema inicial a ser investigado, e cabe aos estudantes, principalmente, a condução do restante da prática, no sentido em que “o professor tem menos controle sobre as atividades dos alunos e eles apresentam uma maior oportunidade de experimentar todas as fases do processo de modelagem” (Barbosa, 2004, p. 4). Por causa desses aspectos, a duração da prática pode demandar um maior prazo de execução, afinal, as estudantes e os estudantes também poderão necessitar de artifícios externos à sala de aula para a busca de informações.

Por fim, no Caso 3, as estudantes e os estudantes assumem o protagonismo da prática desde a elaboração de um problema inicial, desenvolvido a partir de temas não-matemáticos, até a proposição de uma resolução. E, por se tratar de uma prática sem delimitações pré-estruturadas, pode se estender por um período ainda maior do que aquele referido no Caso 2.

Sintetizo no quadro 5 que foi abordado anteriormente, inspirando-me em Barbosa (2004), em Almeida e Vertuan (2011) e em Lima e Araújo (2021), e destaco que do Caso 1 ao 3 os papéis assumidos pela professora, pelo professor, pelas alunas e pelos alunos passam a ser mais compartilhados:

Quadro 5: Papéis do professor e do aluno durante a prática de modelagem

Papéis	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Coleta de dados	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004)

A explanação sobre os casos de modelagem ocorre devido ao meu interesse em realizar uma prática com as estudantes e os estudantes que fosse articulada ao Caso 2. Embora eu buscasse o protagonismo das estudantes e dos estudantes, essa escolha também se justifica pelo

curto período de execução que tínhamos à nossa disposição. Além disso, me sentiria mais segura realizando minha primeira prática de modelagem na condição de professora|pesquisadora³⁹ (Araújo, 2019) a partir desse caso, uma vez que imprimiria um maior grau de previsibilidade e controle a esse contexto (Pinto, 2020).

Mesmo assim, pensar uma prática de modelagem na perspectiva sociocrítica demandava esforços, pois eu deveria elaborar uma situação-problema mais propensa ao convite das estudantes e dos estudantes à produção de discussões reflexivas (Barbosa, 2003, p. 7), afinal, “se estamos interessados em envolver os alunos na reflexão sobre a presença da matemática na sociedade, a organização e condução das atividades devem ter esse propósito em destaque”.

Pinto (2020, p. 56) esclarece que o planejamento da prática de modelagem apresenta uma possibilidade de início no “reconhecimento de uma questão, entendida como uma situação-problema”. Dessa forma, orientei-me pela escolha de um tema (Burak; Klüber, 2011) para a elaboração da situação-problema, e o acompanhamento das turmas foi essencial para que eu conhecesse melhor os interesses das alunas e dos alunos e não realizássemos uma prática completamente alheia às suas preferências. Skovsmose (2001) reconhece a importância de alinharmos a elaboração de problemas às questões externas ao universo educacional, desde que sejam relevantes para as estudantes e os estudantes e tenham uma relação próxima com as questões sociais existentes.

Próximo ao período de recesso escolar, uma relação de proximidade havia sido desenvolvida com as alunas e alunos. Desfrutei dessa proximidade para questionar aos estudantes das turmas de 1º ano sobre os assuntos que gostariam que fossem abordados em sala de aula, mas que não necessariamente se relacionassem às aulas de matemática.

Anotei os diversos tópicos sugeridos em meu caderno de campo: educação financeira, inteligência artificial, aborto, futebol, bullying, respeito às mulheres, teoria musical, chuvas no Rio Grande do Sul, entre outros. Entretanto, aquele que mais repercutiu em nossas conversas também coincidiu com o tema que eu e a professora Rita havíamos discutido em nossos encontros, o desastre que acometeu o Rio Grande do Sul.

O incômodo das estudantes e dos estudantes relacionava-se com o fato de que, naquela época, dois meses após o desastre, pouco era abordado sobre o assunto, por mais que a população gaúcha ainda sofresse os impactos do desastre. Elas e eles destacavam em suas falas a falta de empatia precoce da população brasileira em relação à tragédia – “Por que não falamos mais sobre isso?”.

³⁹ À frente, a justificativa para a mobilização deste instrumento metodológico foi delineada.

Nesse mesmo período, ocorria o campeonato brasileiro de futebol, e os noticiários esportivos relataram a contínua indisponibilidade dos estádios de futebol do Rio Grande do Sul, informação complementada por alguns alunos. Além disso, mais tarde eu soube que estudantes das turmas de 3º ano haviam mobilizado estudantes e funcionários da escola para a coleta de donativos que seriam destinados ao estado, informação que também contribuiu para a escolha do tema.

Em uma troca de mensagens virtuais com o Prof. Fernando Lima, integrante do Coletivo Crítico e professor com experiência em práticas de modelagem, relatei a minha conversa com as estudantes, os estudantes e o meu interesse em elaborar uma situação-problema com tema relacionado à tragédia ocorrida no Rio Grande do Sul. Ele sugeriu que eu utilizasse o questionamento levantado pelas estudantes e pelos estudantes, associando a como as mídias veiculam informações sobre desastres, além de ter aconselhado que eu explorasse o uso do laboratório de informática com elas e eles, que cursavam técnico em Informática. Dessa forma, inclusive com sugestões da Profa. Dra. Jussara Araújo, organizei a proposta de prática.

Durante o recesso escolar, enviei essa proposta à professora Rita, que a aprovou sem novas sugestões, sendo impressa e entregue aos estudantes na seguinte estrutura e problemática:

O acesso facilitado à informação nos proporciona, diariamente, a conexão em larga escala sobre as questões da atualidade. Os desastres envolvendo a humanidade, desde guerras a catástrofes ambientais e sanitárias são um exemplo de tópico que pode assumir uma certa frequência de aparição nas mídias, o que nos faz questionar a *como as mídias lidam com a inserção de notícias sobre desastres?*

Contextualizando para o desastre ambiental mais recente enfrentado no Brasil, facilmente nos recordamos das enchentes que transformaram o estado do Rio Grande do Sul, como podemos ler na reportagem abaixo:

Chuvas devastadoras no Rio Grande do Sul matam 78 pessoas; 105 estão desaparecidas

Números são do último boletim divulgado pela Defesa Civil, na noite deste domingo (5)

O **número de mortos vítimas das fortes chuvas que atingem o Rio Grande do Sul subiu para 78**, segundo boletim da Defesa Civil divulgado na noite deste domingo (5). Outros quatro óbitos estão em investigação para saber se há relação com os eventos meteorológicos.

Ainda segundo a Defesa Civil, **são 105 pessoas desaparecidas em todo o estado**. Outras 175 pessoas ficaram feridas por causa das chuvas.

Os dados ainda apontam **341 municípios afetados**, de um total de 497 no estado, o que representa um pouco mais do que 2/3 do total.

Sobre os desabrigados, o número é de 18.487. Os desalojados somam 115.844. O total de pessoas afetadas é de 844.673.

Guaíba devasta Porto Alegre

O lago Guaíba chegou a atingir 5,31 metros neste domingo (5), níveis recordes na história de Porto Alegre. A marca anterior era de 4,76 metros, ocorrida em 1941. **A prefeitura emitiu alerta para inundações catastróficas na capital.**

Segundo a prefeitura, são 60 vias totalmente bloqueadas em Porto Alegre, e 13 com bloqueios parciais. Diversas placas de carros que se perderam com os alagamentos foram recolhidas. [...]

In: RIGUE, André. Chuvas devastadoras no Rio Grande do Sul matam 78 pessoas; 105 estão desaparecidas. [S. l.], 5 mai. de 2024. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/nacional/chuvas-devastadoras-no-rio-grande-do-sul-matam-78-pessoas-105-estao-desaparecidas/>. Acesso em: 11 jul. 2024.

Essa reportagem foi publicada em 5 de maio de 2024, quando as notícias sobre o Rio Grande do Sul eram veiculadas com mais frequência. Mas, atualmente, passados três meses após o desastre, qual será a situação do estado? Antes de nos questionarmos sobre isso, sejamos mais específicos:

Reúnam-se em grupos e respondam: Como as emissoras de TV lidam com a inserção de notícias sobre esse desastre?

Ao finalizarem a proposta, apresentem as ideias do grupo, relacionando os impactos que esses resultados possam apresentar na sociedade. Individualmente, nos conte, em uma página, sobre como você se sentiu ao realizar um trabalho, na aula de matemática, que aborda sobre questões sociais.

O cumprimento do planejamento era para uma prática de duração de duas aulas – o primeiro horário seria no laboratório de informática e o segundo horário seria na sala de aula convencional, quando as estudantes e os estudantes apresentariam para a turma os resultados a que chegaram.

A professora Rita compunha a equipe pedagógica por meio de um contrato temporário que poderia se estender até o ano consecutivo, mas durante o recesso escolar novos professores foram nomeados para assumirem cargos públicos, inclusive o cargo que ela ocupava. A notícia era de que ela poderia não estar na escola quando retornássemos do recesso e, mais uma vez, a pesquisa que eu realizava se expunha a riscos, característicos do paradigma qualitativo adotado.

Por razões externas, a nova professora não assumiu o cargo imediatamente, então a professora Rita seguiu em exercício, mas a insegurança associada a este momento deu-nos o desafio de realizar a prática de modelagem com brevidade e na primeira semana em que as estudantes e os estudantes retornaram do recesso. À frente, detalharei sobre como procedemos, nós e estudantes.

6.3.1 Contexto temático: O desastre climático no Rio Grande do Sul

O Brasil, em toda a sua extensão territorial, não apresenta grandes riscos relacionados a erupções vulcânicas, terremotos ou tsunamis, o que nos distanciava de tragédias naturais previamente anunciadas. As consequências das mudanças climáticas e de todo o desequilíbrio

ecológico que a ação humana tem causado mostra-nos exatamente o contrário: o Brasil pode ser alvo de catástrofes naturais previamente anunciadas (Rizzotto; Costa; Lobato, 2024).

Entre 26 de abril e 05 de maio de 2024, o estado do Rio Grande do Sul (RS) foi severamente atingido por chuvas tropicais que o inundaram (Rocha; Reboita; Crespo, 2024) – a maior tragédia da história do estado e uma das maiores do país.

O estado é banhado por uma grande bacia hidrográfica e, com as intensas precipitações, a elevação do nível do lago Guaíba atingiu 5,35 metros, por exemplo. Em sua elevação recorde, o lago havia atingido 4,76 metros, no ano de 1941, em um evento correlato a esse.

Especialistas alertavam desde 2018 sobre o risco de um novo evento com tal magnitude, e que, para lidar com essa situação, medidas de prevenção quanto a inundações deveriam ser tomadas (Rizotto; Costa; Lobato, 2024). Infelizmente, o estado encontrava-se despreparado estruturalmente e as proporções do desastre foram catastróficas.

Com características geográficas favoráveis à propagação da água, as inundações alcançaram criticamente cerca de 418 municípios, equivalente a 80% do total de municípios do RS (Rückert; Vicente; Gomes, 2024). Nesse cenário, a população foi demasiadamente afetada, centenas de pessoas perderam suas vidas e milhares foram desabrigadas.

Foi um período angustiante e de muita sensibilidade. Pessoas de todo o Brasil e de diversas outras nacionalidades uniram esforços para auxiliar no envio de donativos e serviços aos desabrigados, na busca de pessoas e animais desaparecidos, na reconstrução e limpeza das casas, nas diversas demandas que surgiram em meio à tragédia e desesperança associada àquele momento.

Durante a realização desta pesquisa e trabalho de campo (agosto de 2024), o estado encontrava-se em processo de reconstrução, que se estenderá por longos anos. As chuvas haviam cessado e as inundações escoavam rumo ao sistema de drenagem, possibilitando a reocupação de determinadas moradias e localização dos bens perdidos.

6.4 A prática de modelagem: prática pedagógica|pesquisa

Em um segundo momento, após o período de observação-participante e planejamento, propus uma prática de modelagem na educação matemática para as estudantes e os estudantes, que foi conduzida por mim e pela professora Rita. À vista do papel que desempenhei para a

realização da prática pedagógica e pesquisa, apoio-me em Araújo (2019) para reconhecer que atuei como professora|pesquisadora⁴⁰.

O meu papel na prática pedagógica foi desempenhado com os interesses voltados à produção de discussões reflexivas, então, enquanto pesquisadora, a minha postura foi intencionada. Entretanto, o papel de professora de matemática coexistiu a esse, uma vez que se refere à minha formação, e inevitavelmente houve uma troca de papéis na condução e elaboração da prática de modelagem. Espontaneamente, ora eu atuava como pesquisadora – nas escolhas e intervenções que se relacionavam ao objetivo da pesquisa –, ora atuava como professora de matemática – quando as estudantes e os estudantes me abordaram com seus questionamentos relativos à matemática e às orientações para a prática e eu os respondia.

Tendo em vista as interações desempenhadas com as participantes e os participantes da pesquisa – estudantes do EMiT –, que me abordaram como pesquisadora e professora de matemática, é notável uma duplicidade de papéis: estudantes e participantes. Dessa maneira, Araújo (2019) estabelece que, similarmente, a dialética estudantes|participantes constitui-se por meio da relação com a professora|pesquisadora.

Considerando o cenário e minha atuação, sob recomendação e colaboração da professora Rita, em um dia anterior às aulas de matemática, direcionei-me à escola Aquarela para reservar o uso do laboratório de informática.

A prática de modelagem foi realizada com duas turmas do 1º ano do Ensino Médio e duas turmas do 3º ano do Ensino Médio, sendo que todas e todos os estudantes, até aquelas e aqueles que não estavam dispostas e dispostos a integrar os dados da pesquisa que eu desenvolvia, foram convidadas e convidados a participar da prática. Todavia, aquelas e aqueles estudantes que tinham o aval para a participação na pesquisa demonstraram maior interesse e engajamento naquilo que propusemos, afinal, algumas e alguns ansiavam por esse momento desde a minha chegada ao campo de pesquisa.

Os equipamentos de gravação foram utilizados apenas durante a prática de modelagem, em que eu e a professora Rita, individualmente, tínhamos gravadores de voz, enquanto os outros gravadores de voz estavam dispostos por todos os grupos cujas e cujos integrantes entregaram

⁴⁰ A autora estabelece o uso da barra vertical (o traço de Sheffer), vinculado à relação de “se e somente se”, para determinar a dialética existente entre os termos que antecedem e sucedem o traço. Sendo assim, ela explica que o uso da barra em prática pedagógica|pesquisa refere-se à sua intenção de dizer que nem é verdade que apenas a prática pedagógica esteja acontecendo, nem é verdade que apenas a pesquisa esteja acontecendo. Neste caso, então, não é verdade que apenas eu como professora esteja atuando, nem é verdade que apenas eu como pesquisadora esteja atuando.

os TCLEs e TALEs. As estudantes e os estudantes se organizaram de tal forma que facilitaram a distribuição dos gravadores de voz e posicionamento da filmadora.

A escolha pela gravação em vídeo se deu por saber que “o vídeo é um importante e flexível instrumento para coleta de informação oral e visual” (Powell; Francisco; Maher, 2004, p. 5) e, tendo em vista que o foco desta pesquisa estava nas interações discursivas promovidas pelos estudantes do EMiT, era necessário registrar todas as manifestações dessas interações, enquanto possível. Sabendo que “o vídeo não pode capturar tudo” (p. 6), foi necessário aliar outras técnicas de produção de dados – o uso dos gravadores de voz e do caderno de campo –, respaldando as informações que poderiam ficar, e, mesmo assim, foram omitidas com as limitações que a câmera pode causar.

Em todas as aulas e turmas, os estudantes se separaram em grupos e, inicialmente, tiveram aproximadamente cinco minutos para apreciação da folha que havia sido entregue a eles. Após esse período, eu e a professora Rita iniciamos o processo de mediação e explicação da proposta, grupo a grupo.

Observei que a professora me acompanhou nas mediações iniciais, analisando minha atuação e falas para realizar algo similar, mas à sua maneira, ao intervir nos grupos de estudantes. A todo instante, acompanhamos as turmas, auxiliando e revezando-nos entre os grupos enquanto era necessário. Entretanto, em alguns momentos, a professora necessitou solucionar questões pessoais com a coordenação da escola, o que impedia a sua permanência constante no laboratório de informática.

A prática de modelagem ocorreu apenas no laboratório de informática, se estendendo para uma duração de quatro horários⁴¹ de aula das turmas de 1º ano e por três horários de aula nas turmas de 3º ano. Percebi uma autonomia maior das turmas de 3º ano, que também tiveram maior adesão à participação voluntária na pesquisa. Além disso, minha intervenção foi se estruturando melhor ao longo dos encontros, o que pode ter afetado as aulas iniciais das turmas de 1º ano, que ocorreram anteriormente às aulas das turmas de 3º ano.

Nessa semana, também aconteceram as Olimpíadas de Paris⁴² e, com tantos computadores à nossa disposição, enfrentamos o desafio de manter as estudantes e os estudantes envolvidos com o processo de modelagem diante da dispersão das tentativas de obterem

⁴¹ Nessa semana, as estudantes e os estudantes receberam orientações relativas à elaboração de seus projetos finais e anuais de curso, então cada horário de aula regular dispôs de uma duração de 40 minutos, um déficit de 10 minutos em cada aula.

⁴² No ano de 2024, Paris sediou os Jogos Olímpicos mundiais de verão entre os dias 26 de julho e 11 de agosto.

notícias sobre os jogos olímpicos, dificuldade pertinente à prática, conforme apontam Ceolim e Caldeira (2017).

A proposta de modelagem foi a mesma em todas as turmas, mas cada turma, especialmente cada grupo, se dispôs a dar um encaminhamento próprio:

- Em 1A, havia quatro grupos, dos quais apenas dois grupos concluíram a prática, no sentido em que apresentaram suas ideias de resolução e discussões à turma, mas não construíram um modelo. Em 1B, apenas um grupo se dispôs a integrar a pesquisa, e eles construíram um modelo, apresentando-me, ao final, as ideias e discussões desenvolvidas ao longo da prática. A prática se estendeu por quatro horários nas duas turmas.
- Na turma 3A, as estudantes e os estudantes se engajaram nas discussões, mas nenhum dos três grupos apresentou a construção de um modelo ao final da prática. Eles, assim como as estudantes e os estudantes da turma 1A, interpretaram os dados que encontraram e, dessa maneira, apoiaram as suas discussões. A última turma com a qual realizamos a prática foi a turma 3B, em que quatro grupos de alunos se dispuseram a integrar a pesquisa e três grupos construíram distintos modelos. Ao final da prática, todos explicaram suas interpretações dos dados coletados para a turma, discutindo suas conclusões a partir de distintas perspectivas.

Retomando o que foi desenvolvido pelos grupos, percebi que muitos estudantes desistiram da continuidade da prática. Isso não afetou a realização da pesquisa, mas é algo que pode ser considerado e repensado em outras práticas de modelagem a serem desenvolvidas.

Algumas suposições que podem justificar essa ocorrência se relacionam à escolha de um único tema para uma diversidade de turmas e grupos, que apresentavam variados interesses. Quando optei pela escolha da realização do Caso 2 de Barbosa (2004), justificado na seção 5.3, considerei essa possível baixa adesão.

Além disso, o planejamento da prática pedagógica não previu a avaliação desses grupos, o que pode tê-los afastado do interesse para a busca de uma conclusão para a prática. Pinto (2020) ressalta a relevância da previsão da avaliação na construção do planejamento, e, revendo o que foi realizado na condição de professora|pesquisadora, eu me atentaria a esse aspecto formativo quando na proposição de uma outra prática pedagógica. Isso, possivelmente, auxiliaria na permanência de interesses dos grupos.

Em contrapartida, a participação voluntária de tantos grupos, e o interesse mantido até o final da prática de modelagem também deve ser destacado. Os estudantes estavam habituados a realizar tarefas em grupo, devido às características do curso técnico: sempre realizavam

trabalhos em grupo e, ainda, no laboratório de informática. Assim, para o momento de organização dos grupos, eles mantiveram uma composição de grupos similar àquela pré-estruturada em suas outras disciplinas da formação técnica, conforme me disseram. Além disso, as estudantes e os estudantes se dedicaram à realização das pesquisas sempre comparando essa tarefa proposta com o trabalho de conclusão que realizavam anualmente (aquele mencionado na seção 5.2).

Não é trivial manter estudantes do ensino médio engajados em uma mesma tarefa por um longo período, e o fato de eles serem do ensino integrado ao técnico destacou-se como uma característica relevante para a concretização dessa prática-pedagógica. Na seção 4.2, eu salientei a relevância da pesquisa para esses contextos, mas também apontei para a “indissociabilidade entre saberes e fazeres no processo de ensino e aprendizagem” (Brasil, 2021, p. 2), em que as metodologias podem ser centradas nos estudantes, colocando-os à frente desse processo.

Nesse sentido, considerando que os grupos do terceiro ano se engajaram diferentemente dos grupos do primeiro ano, talvez isso aponte para uma maior autonomia adquirida por essas estudantes e esses estudantes ao longo dos anos ao permanecerem em instituições desse tipo, que também incentivam o desenvolvimento e organização de trabalhos em grupo.

Como mencionado, a diferenciação dos grupos na adesão da prática não afetou a pesquisa que estava sendo realizada, uma vez que, mesmo nessas condições, muitos estudantes seguiram interessados pela prática que estava sendo realizada. Nesse sentido, iniciei o direcionamento de meus interesses analíticos, que foram pautados nas produções discursivas de um grupo de estudantes da turma 3B – os detalhes para a realização desta escolha serão melhor elucidados na seção seguinte.

Sistematizando todo o trabalho desenvolvido durante o período de campo de pesquisa e detalhado nas seções anteriores, elaborei o quadro 6 a seguir que dinamiza o acesso às informações mencionadas.

Quadro 6: Cronograma seguido pela pesquisadora em campo de pesquisa

Data	Atividade desenvolvida
13/05/2024	Reunião com o diretor
15/05/2024	Reunião com a professora Rita
21/05/2024	Observação das aulas regulares - Apresentação da pesquisadora e entrega de TCLEs e TALEs
23/05 e 24/05/2024	Não fui à escola
30/05 e 31/05/2024	Feriado e Recesso - Corpus Christi
04/06/2024	OBMEP (Não fui à escola)
06/06/2024	Observação das aulas regulares - Apresentação da pesquisadora e entrega de TCLEs e TALEs
07/06/2024	Observação das aulas regulares
11/06/2024	
13/06/2024	
14/06/2024	
25/06/2024	Olimpíadas esportivas (Encontro com a professora)
27/06/2024	Olimpíadas esportivas (Não fui à escola)
28/06/2024	
02/07/2024	Observação das aulas regulares de matemática
04/07/2024	
05/07/2024	
09/07/2024	Semana de provas (Encontros com a Professora Rita)
11/07/2024	
12/07/2024	Semana de provas (Não fui à escola)
16/07/2024	Esportes interestaduais (Não fui à escola)
18/07/2024	
19/07/2024	
22/07 a 02/08/2024	Recesso escolar
06/08/2024	Práticas de modelagem (1A, 1B, 3A)
08/08/2024	Práticas de modelagem (1A, 1B, 3A, 3B)
09/08/2024	Fim das práticas com as turmas de 3º ano e prosseguimento com 1A e 1B
13/08/2024	Fim das práticas com as turmas de 1º ano - Encerramento do período de campo de pesquisa

Fonte: Elaborado pela própria autora

6.5 Escolhas metodológicas para a análise

“Após concluir o trabalho de campo, vêm a seleção e organização do material de análise” (Fiorentini; Lorenzato, 2012, p. 143). No caso desta pesquisa, o material versou, principalmente, sobre os dados construídos por meio das gravações de voz e em vídeo.

Conforme Alves-Mazzotti (1998) apresenta, pesquisas de cunho qualitativo proporcionam uma extrapolada quantidade de dados, assim como ocorreu nesta pesquisa. Para a seleção destes dados, direcionei-me pelo objetivo a ser alcançado: compreender como ocorrem as discussões reflexivas que são protagonizadas por estudantes do EMiT no ambiente de modelagem na educação matemática numa perspectiva sociocrítica.

Para uma seleção primária, guiei-me pela definição de discussões reflexivas apresentada em Barbosa (2006): “referem-se à natureza do *modelo* matemático, ao critério utilizado em sua construção e suas consequências” (p. 297, grifo próprio, tradução própria⁴³). As discussões relacionam-se, portanto, à produção de um modelo, direcionando minha atenção aos grupos que desenvolveram um modelo matemático – aqueles descritos ao fim da seção 5.4.

Conforme Barbosa (2008) reconhece, o modelo matemático é toda representação matemática a partir de uma situação-problema, podendo ser escrita ou representada por tabelas, equações, gráficos ou operações básicas da matemática que se relacionam a essa situação. Portanto, orientando-me por estas definições e recordando-me dos grupos que produziram modelos matemáticos, selecionei as gravações em áudio e em vídeo para a escuta inicial:

- Turma 3B
 - Grupo 1 - Confecção de um gráfico, com acesso a todas as gravações em áudio e vídeo.
 - Grupo 2 - Confecção de uma tabela, mas apenas metade da prática foi registrada em áudio, comprometendo as informações que poderiam ser relevantes.
 - Grupo 3 - Confecção de uma tabela, mas a dupla de estudantes não debateu em muitos momentos, comprometendo a produção de discussões de interesse.
- Turma 1B
 - Grupo 1 - Produção de um gráfico, mas os ruídos externos causaram interferência sonora, comprometendo a captação e qualidade do áudio do grupo.

⁴³ No original: “refers to the nature of the mathematical model, the criteria used in its building and its consequences” (Barbosa, 2006, p. 297).

Sendo assim, optei pela escolha das gravações em áudio e em vídeo produzidas pelo Grupo 1, da turma 3B, constituído pelos estudantes Bruno, Lilian e Marcos. Embora essa escolha e seleção não tenham sido triviais, pela quantidade e qualidade de dados que todos os grupos forneceram à pesquisa, apeguei-me à posterior facilidade de transcrição e busca pelo objetivo a ser alcançado.

Os áudios captados no laboratório de informática apresentavam interferências sonoras de diferentes origens, então optei por transcrever as ações do grupo escolhido cruzando informações contidas em meu gravador de voz, com aquelas contidas nos gravadores da professora Rita e do grupo escolhido e da filmadora, o que foi realizado manualmente, sem o auxílio de *softwares* avançados: enquanto escutava os áudios e assistia aos vídeos em meu computador de uso pessoal, transcrevia as falas, sons e ações.

Dessa maneira, realizei transcrições a fim de transformar arquivos de vídeos e aquilo que se ouve em textos escritos (Lima, 2015). Escolhi as transcrições, pois, conforme apontam Powell, Francisco e Maher (2004, p. 28), quando os pesquisadores analisam as “práticas discursivas dos participantes, em especial seus diálogos, acham útil visualizar a reconstituição sequencial impressa da fala para ver o que ela revela sobre os significados matemáticos e compreensões que os participantes constroem”. Ademais, “transcrições são, para propósitos práticos, um registro permanente e podem revelar categorias importantes que não são sempre passíveis de serem discernidas por meio da visualização das imagens” (Powell; Francisco; Maher, 2004, p. 28) e, complemento, da escuta de áudios.

Neste caso, inspirando-me em Araújo (2002) e Santos (2007), organizei os dados transcritos em episódios, como apresentado no Capítulo 7. Os dados retrataram toda a prática de modelagem realizada por Bruno, Lilian e Marcos no decorrer de três aulas de matemática. E, para organizá-los, orientei-me pelas similaridades temáticas das discussões apresentadas nas gravações, dando origem a seis episódios distintos, organizados no quadro 7:

Quadro 7: Organização dos episódios

Episódio 1	Compreensão do problema
Episódio 2	A intervenção
Episódio 3	Compreensão dos dados
Episódio 4	Representação matemática
Episódio 5	Construção do modelo
Episódio 6	Reflexões sobre o modelo

Fonte: Elaborado pela autora.

A organização das manifestações sonoras presentes nos episódios é cronológica, bem como a apresentação desses.

A fim de tornar os dados mais inteligíveis, inseri à escrita o que Araújo (2002) *apud* Skovsmose (1999b) denomina de *frames*, os comentários realizados entre as manifestações transcritas das participantes e dos participantes de pesquisa, em que as partes são apresentadas e são destacados os pontos de interesse.

Além disso, na sequência, realizei uma análise de primeiro nível após cada episódio, em que foram identificadas as discussões matemáticas, técnicas e reflexivas, elencando o aparecimento de outras categorias utilizadas na análise de segundo nível, realizada no capítulo seguinte.

Sendo assim, à luz da literatura, segui na busca pela compreensão de como ocorrem as discussões reflexivas protagonizadas pelos estudantes do EMiT em um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica, o que proporcionou a análise de segundo nível, apresentada no Capítulo 8.

Trechos dessa análise foram discutidos no grupo de pesquisa Coletivo Crítico e na disciplina de Metodologia de Pesquisa em Educação Matemática, favorecendo a maximização da confiabilidade na análise realizada. Isso ocorreu porque pesquisadores e pesquisadoras de áreas semelhantes à minha realizaram contribuições na análise ao “apontar falhas, pontos obscuros e vieses nas interpretações, bem como identificar evidências não exploradas e oferecer explicações ou interpretações alternativas àquelas elaboradas” (Alves-Mazzotti, 1998, p. 172) por mim.

7 APRESENTAÇÃO DOS DADOS E ANÁLISE DE PRIMEIRO NÍVEL

Neste capítulo, apresento os episódios selecionados, seguidos de uma análise de primeiro nível, conforme os procedimentos descritos no capítulo metodológico. Esta análise primária teve como principais subsídios os conceitos de discussões reflexivas, matemáticas e técnicas protagonizadas pelo grupo de estudantes, na intenção de identificar estas discussões e produzir certas compreensões a partir delas. Dessa forma, busco atingir o primeiro objetivo específico da pesquisa.

Sendo assim, a fim de compreender como ocorrem as discussões reflexivas protagonizadas pela estudante e pelos estudantes, busquei identificar as discussões matemáticas, as discussões técnicas e discussões reflexivas, utilizando os respectivos marcadores **[DM]**, **[DT]** e **[DR]**. Para essa identificação, amparei-me, principalmente, nos pressupostos teóricos de Santos e Barbosa (2007), Silva e Barbosa (2011), Sampaio (2010) e Barbosa (2003; 2006; 2009b), mas também em outras autoras e autores que foram mobilizados conforme a análise demandava. As discussões foram identificadas em blocos e, por isso, a separação em “caixas”. Uma fala, por si só, não poderia ser identificada como uma discussão. Nos casos em que determinada fala apresenta um caráter muito distinto daquele do restante do bloco, coloquei a classificação **[DM]**, **[DT]** e **[DR]** para sinalizar que falas posteriores, não sequenciais a essa, e do mesmo bloco, apresentaram conexão para identificar a discussão em questão.

Os episódios são relativos à prática de modelagem na educação matemática protagonizada por um grupo de estudantes do 3º ano do Ensino Médio integrado ao Técnico: Bruno, Lilian e Marcos. Apresento os episódios em uma sequência cronológica de acontecimentos, em que o Episódio 1 denota o início dos eventos da prática de modelagem, e o Episódio 6 denota o fim destes eventos.

Para fins de organização das falas enunciadas em cada episódio, utilizo o número do capítulo de referência seguido pelo número que denota a sua ordem de aparição naquele capítulo para referir-me a elas.

7.1 Episódio 1 - Compreensão do problema

Neste episódio, o grupo de estudantes foi apresentado à situação-problema, impressa em uma folha com o enunciado: “Como as emissoras de TV lidam com a inserção de notícias sobre o desastre do Rio Grande do Sul?”. Anteriormente a ela, inseri o trecho de uma

reportagem (Rigue, 2024), considerando os dados atualizados naquele momento sobre as vítimas, conforme a Defesa Civil.

Entreguei as folhas impressas aos estudantes e combinamos cinco minutos para a leitura, discussão de ideias e apontamentos iniciais nos grupos, até à solicitação da minha intervenção e da professora Rita. Nesse primeiro momento, a estudante e os estudantes buscaram compreensões sobre a reportagem, tentando relacioná-la com a matemática:

[DT]

(1.1) Bruno: *Ok! Como esse negócio envolve matemática?*

(1.2) Lilian: *Eu também não entendi!*

(1.3) Marcos: *Eu acho que é tipo os dados, não?! Aqui fala que “341 municípios...” [pausa na leitura], tanto que tá grifado [os dados], né?! Elas se inserem com base em dados.*

[...]

(1.4) Bruno: *Cê acha que eles usam estatística?*

[DR]

(1.5) Marcos: *É... tanto que, tipo assim, 78 pessoas morreram, 105 desaparecidas, 341 municípios afetados. Imagina se alguém fala algo assim: “No Rio Grande do Sul tem um tanto de gente morrendo”. Cê não sabe o quanto de gente morreu.*

(1.6) Lilian: *O tanto de gente pode ser 20, 30, 40...*

(1.7) Marcos: *Cê não sabe a estatística do lugar.*

(1.8) Lilian: *Cê não sabe o quão grande foi o [desastre].*

Assim, apesar da tentativa de relacionar a matemática com a reportagem apresentada, essa relação não foi imediatamente explícita [1.1, 1.2]⁴⁴. Talvez, ela pudesse indicar um caminho para solucionar a situação-problema.

Ao identificar os dados da Defesa Civil na reportagem, Marcos [1.3] percebeu que as notícias são veiculadas na mídia a partir de dados estatísticos. Além disso, para ele [1.5] e para Lilian [1.6], os dados informados nas notícias são necessários para determinar a dimensão de um desastre, como no caso em que analisaram.

Estabelecida essa percepção inicial, o grupo solicitou auxílio a mim [1.9], questionando-me se, e onde, deveriam escrever o que seria desenvolvido:

⁴⁴ Essa numeração se refere às falas que compõem cada episódio. Por exemplo, [1.1, 1.2] diz respeito às falas de números 1 e 2 do episódio 1.

(1.9) Bruno: *É para escrever? Onde é para escrever?* [Solicitam auxílio]

(1.10) Vivian (professora|pesquisadora): *Tem uma parte que é para vocês discutirem, mostrar para a gente o que vocês pensaram. E, na outra, é para vocês falarem para nós qual foi o sentimento de vocês realizando a prática. A gente [referência ao grupo] tem um pensamento sobre a resposta do questionamento “Como as emissoras de TV lidam com a inserção de notícias sobre o desastre do RS?”, mas a intenção é que vocês se amparem na matemática para a construção dessa resposta.*

(1.11) Marcos: *Ok.* [Pronúncia longa, em tom de entendimento]

Foi possível notar que, na busca de compreensões do que deveriam desenvolver, houve uma tendência do grupo em explicitar que gostariam de cumprir aquilo conforme eu orientasse. Então, respondi ao grupo [1.10] de forma a tentar direcioná-los para a construção de uma solução que fosse amparada na matemática. Afinal, estávamos no contexto de uma prática de modelagem matemática, reconhecida como uma aula de matemática. Além disso, meus interesses, como pesquisadora, pautavam-se nas reflexões que se relacionam à matemática e ao seu uso na sociedade.

Por um longo período, o grupo leu e discutiu sobre as informações que constavam na reportagem, sempre destacando os valores numéricos. Ela e eles se atentaram a essas informações, por dois fatores: eram as únicas informações em negrito na reportagem impressa e os números os faziam remeter à matemática diretamente.

Quando retornei ao grupo, a fim de questioná-los sobre as possíveis respostas que haviam elaborado, Bruno [1.12] respondeu-me:

[DR]

(1.12) Bruno: *A gente pensou que, tipo assim, as emissoras, a mídia no geral, veiculam uma notícia com base em dados matemáticos mesmo. Eles não falam da cabeça.* **[DT]**

(1.13) Marcos: *É. Elas não vão colocar uma notícia, sendo que elas não sabem um dado para ver se é realmente o que está acontecendo. Tipo assim, “o lago Guaíba chegou a atingir cinco metros e trinta”, elas têm que comparar com o lago Guaíba antes disso para saber se cinco metros e trinta é muito alto ou é uma altura normal do lago.*

(1.14) Bruno: *Aí eles falam os números específicos “sobre os desabrigados o número é de 18.487 e os desalojados são 115 mil”.* **[DT]**

(1.15) Marcos: *Exato, eles têm que fazer uma comparação matemática. Então eles têm que ter dados da matemática para saber o que está acontecendo e ver se é verídica a informação.*

(1.16) Vivian (professora|pesquisadora): *Sim, interessante.*

(1.17) Marcos: *É isso o que a gente pensou.*

Para o estudante, as notícias são veiculadas a partir de dados matemáticos, eles mostram-se parte da principal construção argumentativa da mídia. Na percepção de Marcos [1.13], a mídia deve ser comprometida com os dados que apresenta, e o estudante indicou uma maneira de atestar a informação prestada, através da comparação matemática.

Bruno [1.14] relatou os dados informados na reportagem, destacando que são valores específicos. Portanto, a matemática [1.15] apresenta-se como uma maneira de garantir a veracidade das informações que são apresentadas na mídia.

Nessa ocasião, receei de que a estudante e os estudantes encerrassem suas discussões acerca da problemática, porque, após essa discussão, o grupo se encaminhava para finalizar as atividades relativas à prática. Para evitar que ela e eles se distanciassem do objetivo proposto, prossegui na intervenção junto ao grupo [Episódio 2] de maneira mais atenciosa e direcionada.

7.1.1 Análise de primeiro nível do Episódio 1

Observando o processo de entendimento e argumentação do grupo, inicialmente, ela e eles apoiaram-se em um questionamento [1.1] de ordem técnica. Buscar compreender como *esse negócio*⁴⁵ [a situação-problema] envolveu a matemática poderia representar a procura por um processo de matematização, que nesse caso se refere à matematização horizontal.

Freitas (2013, p. 25) esclarece que a matematização horizontal é “aquela na qual os alunos convertem uma situação-problema ligada à realidade dos mesmos em um problema matemático”, utilizando as ferramentas matemáticas necessárias para organizar e propor soluções.

Quando o grupo expôs esse processo por meio de suas falas, foi possível identificar as discussões técnicas, que, segundo Silva e Barbosa (2011), se relacionam à interpretação de uma situação em termos matemáticos. Assim, identifiquei como discussões técnicas **[DT]** as discussões que caracterizam a busca [1.1, 1.2] pelo estabelecimento de uma relação da situação com os termos matemáticos e posterior explicação e interpretação [1.3, 1.4] de como a matemática relaciona-se à reportagem.

⁴⁵ A fim de evitar repetições gráficas, sempre que eu recorrer diretamente às falas transcritas nesta dissertação, que compõem esta apresentação de dados e análise em primeiro nível, elas estarão em itálico e em uma escala de cor abaixo da cor preta que determina a coloração das demais partes do texto.

Em certo momento, Marcos [1.5, 1.7] falou sobre a importância dos dados numéricos no contexto do desastre, comparando informações que constam na reportagem com uma reconstrução dessa mesma reportagem de maneira genérica: *No Rio Grande do Sul tem um tanto de gente morrendo. Cê não sabe o quanto de gente morreu*. A fala do estudante, complementada por Lilian [1.6, 1.8], demonstrou uma interpretação sobre o papel da matemática na sociedade. Para ela e ele, tais valores poderiam ser arbitrários, quando não são explícitos. Se você *não sabe a estatística do lugar*, você não conseguiria definir a magnitude de um desastre, por exemplo. Portanto, essas discussões foram identificadas como discussões reflexivas **[DR]**, a partir de subsídios em Santos e Barbosa (2007).

Na sequência, Bruno [1.12, 1.14], ao reiterar a interpretação que o grupo atribuiu às informações apresentadas, destacando que a matemática se apresenta em números específicos, permitiu-me a identificação de **[DT]**.

Enquanto isso, Marcos [1.13, 1.15-1.17] realizou enunciações inferindo certa responsabilidade das emissoras com os dados a que elas têm acesso, como por exemplo em: *Elas [referindo-se às emissoras] não vão colocar uma notícia, sendo que elas não sabem um dado para ver se é realmente o que está acontecendo*. No caso, não basta ter acesso aos valores numéricos para divulgá-los, é necessário *fazer uma comparação matemática* dos dados existentes na situação real (como a menção aos diferentes níveis do lago Guaíba) para averiguar a confiabilidade da informação. O estudante sustentou o seu argumento realizando sugestões de como utilizar a matemática, sem confiar despreocupadamente em valores numéricos reducionistas e, assim, identifiquei essas falas como **[DR]**.

Nesse episódio, as discussões reflexivas ocorreram em meio às discussões técnicas, conforme Santos e Barbosa (2007) e Barbosa (2006) anunciam – as discussões reflexivas dependem das discussões técnicas ou matemáticas para a sua ocorrência. Mas, além disso, no episódio 1, a estudante e os estudantes expressaram suas opiniões e interpretações a partir de suas experiências e percepções prévias, uma vez que não realizaram pesquisas que constatassem os argumentos construídos.

Lerman (2001) enfatiza que cada um e cada uma é o produto social de uma variedade de práticas socioculturais e, portanto, o nosso comportamento é influenciado pelo meio em que estamos, como também pela nossa individualidade. Essa reflexão torna-se relevante para as interpretações que seguem (em episódios seguintes), porque isso pode se relacionar com a percepção que Bruno, Lilian e Marcos estabeleceram acerca da matemática e da mídia.

A cada interação, captada por meio das falas, colocou-se em relevo a individualidade de cada estudante, os quais performam trajetórias diferentes (Lerman, 2001) e, conseqüentemente, maneiras diferentes de interpretar e observar a matemática em uma situação-problema. A partir das diferentes interações da estudante e dos estudantes, novas perspectivas surgiram, contribuindo, assim, para a manutenção das discussões e, conseqüentemente, para o surgimento de discussões reflexivas.

Dentre as diferentes naturezas de interação que percebi nesse episódio, nas quais detectei o surgimento de discussões reflexivas, há as interações entre a estudante e os estudantes – quando ela e eles se questionaram sobre as possíveis conclusões a que estavam alcançando. E há, também, as interações dela e deles com a própria matemática – o destaque para a importância da matemática ao validar um argumento fornecido pela mídia; a comparação matemática para garantir a confiabilidade dos dados.

7.2 Episódio 2 – A intervenção

No episódio 2, retomei a intervenção junto ao grupo, direcionando-os para a situação-problema proposta inicialmente. Na tentativa de aproximá-los à problemática, perguntei sobre a experiência que vivenciaram à época como telespectadores:

(2.1) Vivian (professora|pesquisadora): *Aí aqui está falando sobre o fato de que os desastres podem assumir uma certa frequência de aparição nas mídias. O que nos faz questionar como as mídias lidam com a inserção de notícias sobre esses desastres. E aí, a gente vai para uma questão mais específica, que é o caso das emissoras e o foco no Rio Grande do Sul.*

[...]

Inseri à intervenção os termos “frequência”, “questão mais específica” e “emissoras”, presentes na folha impressa, na intenção de relacionar as informações presentes em diferentes momentos do texto e de ser mais diretiva quanto à intervenção. Afinal, tendo o problema simplificado em vista, este poderia ser um encaminhamento para a construção de uma resolução.

Seguindo essa linha e na intenção de envolver o grupo no desenvolvimento da prática, questionei ao Bruno, à Lilian e ao Marcos sobre como era a divulgação de notícias relacionadas às enchentes em uma época anterior, no decorrer e após o período de chuvas no Rio Grande do Sul, e as respostas foram, respectivamente:

Bruno: – *Não aparecia;* **Lilian:** – *Aí começou a aparecer muito;* **Marcos:** – *Falam, mas não tem tanto mais holofote.*

(2.2) Vivian (professora|pesquisadora): *E, no meio disso tudo, foram aparecendo muitos dados. A gente tende a se questionar sobre esses dados?*

(2.3) Lilian: *Não. Eu olho, e parece verídico. É um número específico demais para parecer inventado.*

(2.4) Marcos: *Estatisticamente, se você coloca um número quebrado e ímpar, a pessoa tende a acreditar.* [Todos riram]

Quando eu questionei ao grupo sobre os dados que os noticiários nos apresentam, Lilian [2.3] demonstrou certo conformismo quanto ao formato em que são apresentados e Marcos [2.4] generalizou com humor, argumentando e concordando com ela.

Assim, o grupo seguiu elencando a sua percepção sobre o posicionamento da mídia diante da divulgação de notícias sobre desastres:

[DR]

(2.5) Marcos: *Mas eles só falam da notícia quando está no começo.*

(2.6) Bruno: *É porque ninguém está sabendo de nada, e, depois, quando todos ficam sabendo, ninguém se importa.*

[DT]

(2.7) Marcos: *É tipo COVID, ainda tem COVID, mas ninguém fala mais nada sobre [o assunto COVID]. Mas eu acho que entendi... e como a matemática entra aqui?*

(2.8) Vivian (professora|pesquisadora): *Vocês acabaram de falar sobre uma frequência de aparição. Será que tem como a gente encontrar alguma informação para relacionar com as emissoras?*

(2.9) Lilian: *Não tem como dar a resposta mastigada para a gente, não? Como chegar à resposta.* [Todos riram]

Marcos [2.5] retomou a discussão sobre as notícias que tematizam desastres, destacando que elas são apresentadas com mais frequência apenas “no começo” das exibições. Enquanto isso, Bruno [2.6] se justificou dizendo que, quando as informações se disseminam, elas deixam de apresentar relevância. Complementando a fala do colega, Marcos [2.7] exemplificou valendo-se da pandemia da Covid-19: ainda existem casos de contaminação, mas a mídia não aborda questões relativas ao assunto mais.

Ainda nessa fala [2.7], Marcos destacou que *entendeu* e questionou-me sobre a presença da matemática no que discutimos. E, assim, questionei ao grupo sobre possíveis meios de conseguirmos informações que se relacionem ao que disseram: tentei orientar o grupo para a busca de uma frequência de divulgação de notícias, porque isso poderia auxiliá-los a responder a como as emissoras lidam com a inserção de notícias sobre o desastre. Na sequência, Lilian [2.9] se manifestou interessada por uma resposta mais precisa vinda de minha intervenção, talvez sem novos questionamentos.

Prosseguindo nas discussões, Marcos estabeleceu uma relação sobre a divulgação de notícias:

[DR]

(2.10) Marcos: *Mas é porque quando eu falo de notícias nas mídias, eu penso em alguém que está lá no Twitter.*

(2.11) Vivian (professora|pesquisadora): *Ah... Tá lá nos trending topics [tópicos mais discutidos], né?!*

(2.12) Marcos: *Isso! Ah, entendi! Querendo ou não, aqui é a mídia no geral. Ai, eles meio que olham o que tem mais aparição, e as emissoras vão lidar com aquilo que o povo está mais interessado.*

(2.13) Vivian: *Será? [O grupo se questiona.]*

Marcos [2.10] associou as notícias a uma rede social, por meio de suas experiências e percepções pessoais. Nesse caso, eu tinha conhecimento [2.11] da rede social que ele apresentava e relatei sua fala a uma das funcionalidades do site, os *trending topics*.

Na sequência, Marcos [2.12] mencionou uma possibilidade de como as emissoras regem a divulgação de notícias: o que há de maior repercussão nas redes sociais determina o que será transmitido à população. Após essa afirmação, questionei [2.13] ao grupo sobre essa possibilidade, afinal, apesar de eu ter construído a situação-problema, Bruno, Marcos e Lilian eram os protagonistas na construção da solução.

Desde o episódio 1, o grupo de estudantes apresentou as suas pré-compreensões sobre a construção de um modelo que representaria a relação entre a emissão de notícias sobre desastres e as emissoras. Aqui [2.10-2.12], a escolha foi estabelecida em torno de: a mídia atenta-se ao que está em alta nos *trending topics*, ao que causa mais interesse na população, para gerar as notícias.

Seguindo com minha intervenção, reforcei [2.14] aos estudantes que eu não tinha uma resposta para a situação-problema proposta, afinal as respostas poderiam ser várias. Além disso, a intenção era de que ela e eles assumissem o protagonismo da resolução e, então, se movimentaram para as buscas:

[DT]

(2.14) Vivian (professora|pesquisadora): *Eu não tenho uma resposta para essa pergunta [que eu mesma fiz], a intenção é que vocês construam a partir da percepção de vocês.*

[...]

(2.15) Bruno: *Deixa eu olhar os Trending Topics!*

(2.16) Marcos: *Com certeza vai ter.*

(2.17) Vivian (professora|pesquisadora): *No Twitter? Cês podem olhar no geralzão também!*

(2.18) Marcos: *No Google Notícias.*

(2.19) Vivian (professora|pesquisadora): *Tem o Google Trends também.*

[DR]

(2.20) Marcos: *Isso! Mas é muito isso, o que mais tá aparecendo na mídia é o que tem de notícia. A gente consegue ver o que está em alta. Tipo, agora tá falando muito de olimpíadas, o que tá falando na TV? Só olimpíadas!*

(2.21) Lilian: *Mas o Rio Grande do Sul ainda tá lá sofrendo, tá ligado?*

(2.22) Marcos: *Exatamente!*

As intenções de buscas por informações do grupo se direcionavam ao *Twitter*⁴⁶, como Marcos propôs, até que eu sugeri que eles incluíssem o *Google Trends* a essas buscas também. O encaminhamento para o *Google Trends* se justificou porque eles queriam relacionar a divulgação de notícias com o interesse das pessoas, averiguando se, de alguma forma, essa suposição seria coerente.

Novamente, Marcos [2.20] reforçou uma provável interpretação sobre como as mídias se relacionam à divulgação de notícias, destacando que, àquela época, as emissoras de televisão estavam abordando sobre as Olimpíadas de Paris, o assunto mais discutido nas redes sociais. E, corroborando Marcos, Lilian [2.21] acrescentou a percepção de que o estado do Rio Grande do Sul provavelmente ainda estaria sofrendo os impactos da tragédia, mesmo que as emissoras não abordassem mais sobre o assunto.

⁴⁶ O Twitter, atualmente identificado por Plataforma X, é uma rede social em que pessoas de todo o mundo se comunicam e expressam suas opiniões. Assim como o *Google Trends*, o *Twitter* possui uma ferramenta que possibilita buscar os temas mais discutidos daquele momento, os *trending topics*.

7.2.1 Análise de primeiro nível do Episódio 2

Nesse episódio, o favorecimento de “vistas privilegiadas” (Alro; Skovsmose, 2023), ou seja, a aproximação do grupo de estudantes à temática a partir de suas experiências prévias, pode ter auxiliado a ocorrência das discussões reflexivas identificadas. À medida em que Bruno, Lilian e Marcos eram questionados sobre suas experiências durante o período em que as notícias sobre o desastre no Rio Grande do Sul foram emitidas, as suas pré-compreensões eram expostas, favorecendo o estabelecimento de discussões mais duradouras e, também, reflexivas.

O estabelecimento de “vistas privilegiadas” deve ser creditado às interações que ocorreram. Enquanto professora|pesquisadora (Araújo, 2019), eu orientava o grupo na condução da prática de modelagem e, também, com vistas ao que eu desejava alcançar como pesquisadora, então as nossas interações apresentaram grande relevância para a construção das vistas privilegiadas e, por conseguinte, das discussões reflexivas.

Inicialmente, Marcos [2.5] e Bruno [2.6] associaram o comportamento da mídia ao conhecimento e interesse das pessoas, evidenciando-os como fatores fundamentais para a divulgação de novas notícias. Essa associação, de reconhecer que um algoritmo pode ser determinante na regência de acontecimentos na sociedade, possibilitou-me a identificação de **[DR]**.

Novamente, as discussões técnicas envolveram a ocorrência de discussões reflexivas (Santos; Barbosa, 2007), desencadeadas pelos seus questionamentos acerca da matemática [2.7]: *como a matemática entra aqui?*. As respostas [2.8, 2.9] versaram em torno de como utilizar ferramentas matemáticas para a construção de uma solução para o problema proposto, possibilitando a identificação dessas **[DT]**.

Houve uma associação [2.10-2.12] das notícias nas mídias aos *trending topics*, em que as discussões desse trecho apresentaram características das discussões reflexivas, uma vez que foram estabelecidas pré-compreensões sobre uma possível relação entre o comportamento dos *trending topics* e a divulgação de notícias pelas emissoras. Para Skovsmose (1990), é de suma importância que as pré-compreensões acerca de um modelo sejam consideradas, porque a partir delas inicia-se a sua avaliação – o modelo, reduzido a uma linguagem matemática, impede que vejamos os processos pelos quais passou até a sua finalização, ocultando as escolhas e justificativas que foram realizadas para a sua consolidação – e este passo tem fundamental relação com o desenvolvimento de discussões reflexivas.

Ao final [2.20-2.22], as discussões reflexivas promovidas por Lilian e Marcos foram antecedidas de discussões técnicas [2.14-2.19]. Por meio dessas discussões, Bruno e Marcos estabeleceram uma relação da emissão de notícias aos assuntos mais comentados na internet, destacando as ferramentas de consulta virtuais – os *trending topics*, do *Twitter*, e o *Google Trends* do *Google*.

Na apresentação das **[DR]**, Lilian e Marcos mobilizaram novamente suas pré-compreensões, amparando os seus argumentos nos fatos que conheciam – *o que mais tá aparecendo na mídia é o que tem de notícia*.

Nesse trecho, então, o grupo organizou e direcionou suas ideias relacionadas à construção do modelo, encaminhando-se para as etapas seguintes, de pesquisa e compreensão dos dados, uma vez que se orientaram pelo *Google Trends* para essa realização.

7.3 Episódio 3 - Compreensão dos dados

No episódio 3, Bruno, Lilian e Marcos iniciaram as buscas por alguns assuntos relacionados às enchentes no *Google Trends*.

Os dados eram apresentados em gráficos de linha, com eixos de Tempo X Interesse. O Tempo demarcava os meses do ano, enquanto o Interesse variava de zero a cem pontos de popularidade (zero ponto representava desinteresse em determinado período, e cem pontos representavam o máximo de popularidade que aquele tema apresentou no período selecionado).

Cientes dessas informações, eles iniciaram as interpretações:

[DT]

(3.1) Marcos: *Vamos pesquisar sobre o Rio Grande do Sul. Enchentes...*
[Resultados são apresentados na tela do computador.]

(3.2) Marcos: *Interesse ao longo do tempo. Olha o pouco de tempo que teve.*

(3.3) Bruno: *Cresceu...*

(3.4) Lilian: *Teve só picos.*

(3.5) Marcos: *Aí do nada parou tudo.*

(3.6) Lilian: *São tipo atualizaçõezinhas.*

Quando Marcos [3.2] destacou o *pouco tempo*, ele referiu-se ao curto período de interesse nas enchentes do Rio Grande do Sul, considerando o amplo período selecionado para a observação de pesquisa pelo termo. Bruno [3.3] e Lilian [3.4] destacaram outras informações

relativas ao gráfico: *cresceu*, apresentou *picos* e Marcos [3.5] complementou que, repentinamente, o gráfico apresentou outro comportamento, de estagnação.

[DT]

(3.7) **Bruno:** *A maior região [de buscas] que teve foi o Rio Grande do Sul.*

(3.8) **Marcos:** *Porque aconteceu lá.*

(3.9) **Lilian:** *Ué. Por que o Amazonas tá aí?*

(3.10) **Marcos:** *Porque as pessoas estão pesquisando sobre [a tragédia].*

(3.11) **Lilian:** *Ah! Interesse por região...*

(3.12) **Marcos:** *Vocês não pesquisaram para saber o que estava acontecendo lá, não? Olha lá o gráfico, do nada parou, não teve mais nada.*

(3.13) **Lilian:** *Não teve mais nenhum interesse sobre [a tragédia], depois voltou.*

(3.14) **Bruno:** *Hoje é 8 de agosto.*

(3.15) **Marcos:** *Quando aconteceu?*

(3.16) **Lilian:** *Nesse tempo que pararam de noticiar, ocorreram mais chuvas.*

A partir desse momento, o grupo se ateve a compreender outras informações que não se restringiam ao gráfico, realizando interpretações com base em suas experiências, mas também pelas buscas em outros *websites*. Os interesses de busca pelo termo que pesquisaram também eram apresentados por cada estado do Brasil, então, quando Bruno [3.7] afirmou que a maior região de buscas se concentrava no estado do Rio Grande do Sul, Marcos [3.8] justificou este fato relacionando-o com o local da tragédia.

O entendimento dos dados não se deu de imediato, apesar de o grupo de estudantes demonstrar facilidade na compreensão dos gráficos apresentados no site. Quando Lilian [3.9] perguntou aos colegas sobre o aparecimento de informações acerca de determinada região do país, Marcos [3.10] esclareceu imediatamente que isso correspondia às pessoas que, em suas casas e em diversas regiões do país, buscavam informações e atualizações sobre o estado do Rio Grande do Sul.

A partir disso, Lilian [3.11] utilizou um termo técnico para se referir ao entendimento que estabeleceu quanto ao gráfico, *interesse por região*. Na sequência, Marcos [3.12] questionou aos seus colegas, enquanto interpretava os dados: *Vocês não pesquisaram para saber o que estava acontecendo lá, não? Olha lá o gráfico, do nada parou, não teve mais nada.*

demonstrando que as características do gráfico se relacionavam ao comportamento que as pessoas assumiram quanto às buscas pelos termos.

Para prosseguir com a interpretação do gráfico, o grupo pesquisou sobre a constituição dos dados. Afinal, eles souberam interpretar aqueles valores, mas o que exatamente aqueles valores representavam diante do desastre e da relação com a situação-problema investigada?

Para isso, Lilian e Marcos retomaram o contexto da ocorrência das chuvas, relacionando-o com a exibição de notícias:

[DT]

(3.17) Bruno: *Como olha o gráfico?*

(3.18) Marcos: *O pico [100] foi em 13 de maio e agora 19 de interesse.*

(3.19) Lilian: *De 19 para 100 é muita diferença.*

(3.20) Marcos: *Agora desce para ver o interesse. Todo mundo pesquisando, mas aí você compara, por exemplo, como...*

(3.21) Bruno: *Aumento repentino na parada, tá ligado?! Mas aí caiu, do nada, porque aí para a pessoa que estava pesquisando, meio que saturou.*

(3.22) Bruno: *8 de maio, 11 de maio, caiu bastante.*

(3.23) Marcos: *Foi de 100 a 0, quase.*

(3.24) Lilian: *Praticamente.*

(3.25) Bruno: *Ah, não. É porque antes estava aparecendo para todos os quesitos em relação ao Rio Grande do Sul, agora está só por “inundação”, entendeu? Antes estava para todos. E agora só aparece para enchente.*

(3.26) Marcos: *Caiu para 4.*

(3.27) Bruno: *Nossa, muito pouco! O que a gente pode concluir com isso?*

[DR]

(3.28) Marcos: *É, verdade, o que a gente conclui com isso? Mas é exatamente isso, o interesse na mídia dita as notícias. Ninguém está interessado mais em saber do Rio Grande do Sul.*

(3.29) Bruno: *A mídia só mostra o que eles querem mostrar, a gente só vê o que a mídia quer mostrar.*

(3.30) Lilian: *A maioria das vezes. É o que desperta mais interesse nas pessoas.*

(3.31) Marcos: *Não o que eles querem, o que vai dar mais visualização.*

(3.32) Bruno: *Às vezes mesmo, por exemplo, o alto nível da mídia não vai querer postar porque isso pode não os favorecer no sentido político. Igual a Emissora B não vai postar sobre o Ex Presidente do Brasil.*

(3.33) Marcos: *Mas cê concorda, por exemplo, que o Rio Grande do Sul, enquanto estava em alta, todas as emissoras estavam colocando? Porque é uma coisa que todo mundo tava falando.*

(3.34) Bruno: *Mas é porque não ia prejudicar eles, se fosse prejudicar, não ia postar.*

(3.35) Marcos: *Concordo, mas se é uma notícia “neutra”, eles vão postar sem titubear.*

(3.36) Bruno: *E onde eles sabem o que está sendo mais falado?*

(3.37) Marcos: *No Google Trends.*

(3.38) Bruno: *Ou no Twitter. Imaginem “Vamos abrir o Google Trends para saber sobre o que vamos inventar de fake news hoje”. [Em tom de brincadeira]*

(3.39) Marcos: *É...*

(3.40) Professora Rita: *Vocês chegaram a alguma conclusão?*

(3.41) Bruno: *A gente só fica preso no que a TV mostra para a gente, mas às vezes não. E nem sempre é a verdade. Às vezes pode estar mentindo, mas na maioria das vezes não acontece, tipo, eles podem estar falando a verdade mesmo, mas pode ocorrer de estarem mentindo. Nem sempre a gente pesquisa.*

[...]

Nesse trecho, a estudante e os estudantes buscaram um entendimento para interpretar o gráfico com mais precisão, como foi mencionado por Bruno [3.17]. Enquanto isso, Marcos [3.18] e Lilian [3.19] responderam ao colega comparando os distintos pontos apresentados nas diferentes datas.

Quando Marcos [28] questionou ao grupo sobre as conclusões a que chegaram, Bruno [3.29] e Lilian [3.30] se aliaram à discussão. A colega e o colega destacaram que a mídia expõe apenas os fatos que são de seu interesse, ou seja, aquilo que despertará mais interesse nos telespectadores, mais visualizações, conforme Marcos [3.31] complementou. Além disso, Bruno [3.32] salientou que determinadas publicações podem não ser favoráveis politicamente, o que faz com que estas sejam evitadas pela mídia, exemplificando a partir da relação conflituosa da Emissora B com o ex-Presidente da República Federativa do Brasil.

Esse comentário permitiu o estabelecimento de um debate entre Bruno e Marcos [3.33], que retornou ao caso do estado do Rio Grande do Sul para destacar que quando este estava entre os assuntos mais comentados, todas as emissoras se mobilizaram para realizar reportagens relacionadas ao desastre. Os colegas concordaram [3.34, 3.35] que a divulgação de notícias *neutras* não afeta a mídia, reestabelecendo o raciocínio [3.36, 3.37, 3.38] de que o interesse das

peçoas, que pode ser acessado por informações no *Twitter* ou *Google Trends*, determina o que será transmitido pelas emissoras.

Considerando essa perspectiva, que foi elaborada na intenção de responder à pergunta sobre como as emissoras lidam com a inserção de notícias sobre o referido desastre, Bruno, Lilian e Marcos continuaram se questionando sobre como relacionar a matemática às suas conclusões, como será apreciado no episódio 4.

7.3.1 Análise de primeiro nível do Episódio 3

Nesse episódio, o grupo de estudantes não solicitou auxílio externo para a compreensão dos dados apresentados ou para orientação na realização das pesquisas que auxiliaram suas formulações seguintes. Com isso, demonstraram certa independência quanto à construção de uma resolução para a situação-problema.

Aqui, as interações entre a estudante e os estudantes se destacaram, pois à medida que algum ou alguma colega questionava sobre o entendimento dos dados que foram apresentados, o outro ou a outra retornava-o na intenção de auxiliar o grupo a avançar em suas compreensões. Além disso, é válido destacar que Bruno, Lilian e Marcos sempre escutavam uns aos outros, refletindo em conjunto, por mais que suas opiniões divergissem em alguns momentos – questão que se evidenciou ainda mais no episódio seguinte.

Inicialmente [3.1-3.6], Bruno, Lilian e Marcos analisaram o comportamento dos gráficos a partir de pressupostos matemáticos e, portanto, identifiquei as discussões como sendo discussões técnicas **[DT]**. Isso se justifica porque, naquele momento, a aluna e os alunos realizaram associações de uma construção matemática visual (gráfico de linha) valendo-se de termos matemáticos ou de palavras para a interpretação de gráficos que se referem a uma situação real – *crece* (o gráfico e, portanto, o interesse naquele assunto); *picos* (podem ser interpretados, na leitura de gráficos, como seus maiores pontos) e *do nada parou tudo*.

A interpretação de gráficos correspondentes a uma situação real ocorreu diversas vezes em toda a prática de modelagem, e se destacou novamente nesse episódio em momentos seguintes [3.7-3.16 e 3.17-3.27]. Por esse motivo, as discussões apresentadas nesses momentos também foram identificadas como **[DT]**. Frases como *A maior região [de buscas] que teve foi o Rio Grande do Sul; Nesse tempo que pararam de noticiar, ocorreram mais chuvas.; De 19 para 100 é muita diferença* denotam o estabelecimento de uma relação entre o comportamento dos gráficos [uma ferramenta matemática], e as notícias que o grupo encontrou correspondente

àquele período, bem como desses fatos, também, com as experiências vivenciadas por ela e eles à época.

A análise de dados realizada pelo grupo permitiu que eles fizessem comparações em diferentes períodos, até que Bruno [3.27] perguntou aos colegas sobre o que poderiam concluir a partir da leitura desses dados, lembrando aos colegas sobre o objetivo que desejavam alcançar – a construção de um modelo refletindo sobre a situação-problema proposta (Silva; Barbosa, 2011).

Houve uma transição, portanto, da fala de Bruno [3.27] *O que a gente pode concluir com isso?*, que levantou a discussão para o grupo e evidenciou a necessidade de que as conclusões fossem suficientes para ela e eles. Assim, Marcos [3.28] estendeu a sua reflexão a partir do grupo para a sociedade, destacando que *Ninguém está interessado mais em saber do Rio Grande do Sul e, portanto, o interesse na mídia dita as notícias*.

Esse interesse, que foi associado matematicamente às informações disponibilizadas pelo *Google Trends* ou pelo *Twitter*, expõe o processo de reflexão acerca do papel de um modelo na sociedade (Barbosa, 2006), ao mesmo tempo em que tentam traduzir esse modelo para uma construção própria, portanto, identifiquei essas discussões [3.28-3.41] como **[DR]**.

Com o desenrolar das discussões, novos entendimentos foram construídos, variando de *a gente só vê o que a mídia quer mostrar* [3.29], para *Não o que eles querem, o que vai dar mais visualização* [3.31].

Esse trecho desencadeou a elaboração de exemplos relacionados à situação-problema, como também a outros assuntos que cerceiam a exibição de notícias pelas emissoras [3.32], destacando que *o alto nível da mídia não vai querer postar porque isso* [notícias sobre o ex-Presidente da República Federativa do Brasil] *pode não os favorecer no sentido político*. Essa fala foi rapidamente contestada por Marcos [3.33], o que se relaciona a alguns questionamentos destacados por Barbosa (2006). Esses questionamentos, apresentados em Barbosa (2006), dizem respeito às possíveis discussões reflexivas que poderiam ser realizadas no espaço de interação que o autor analisou em sua pesquisa. Naquele contexto, os questionamentos “funcionam como a porta de entrada para pensar sobre o papel da matemática na sociedade” (Barbosa, 2006, p. 298) e eles se relacionam a pensar nos efeitos de determinado resultado para sociedade. O grupo, nesse episódio, tentou estabelecer uma relação com os dados interpretados às experiências vivenciadas.

Nesse trecho [3.28-3.41], Bruno, Lilian e Marcos levantaram aspectos relevantes para a manifestação do conhecer reflexivo, e, assim, da ocorrência das discussões reflexivas. Por meio

das decisões a que se propuseram realizar, refletiram sobre as consequências de um modelo diante da sociedade (Skovsmose, 1990).

Ela e eles se questionaram sobre como um algoritmo, mesmo que não tivessem certezas sobre suas conclusões, pode servir e controlar a sociedade [3.41]. Na percepção do grupo, poderia haver, então, um papel determinante da mídia em estabelecer aquilo que será visto pela população, baseado nos interesses dos telespectadores, como também na seleção de assuntos que não a prejudicariam, mas também no que geraria mais visualizações para as emissoras.

Os questionamentos e devolutivas em torno dessa temática se direcionaram para a intenção de construção de um modelo que fosse representativo. Esse movimento, em que se pensou a natureza do processo de modelagem matemática, como também o papel que a matemática desempenha na sociedade (Barbosa, 2006), neste contexto, permitiu a ocorrência de discussões reflexivas.

Como destacado no início do episódio, as interações manifestadas entre a estudante e os estudantes foram fundamentais para a manutenção de discussões, mas, além disso, é possível ressaltar as facilidades que o grupo apresentou com relação à matemática, o que também pode ter afetado a manutenção dessas discussões. No episódio seguinte, as interações da estudante e dos estudantes com a matemática serão ainda mais salientadas quando o grupo busca uma representação matemática para as suposições que levantaram.

7.4 Episódio 4 – Representação matemática

O episódio 4 começa com uma fala de Marcos. Antes dessa fala, questionei aos estudantes sobre o que eles estavam elaborando e expliquei sobre o desenvolvimento de um modelo, conforme os outros grupos também faziam – apoiando-se na matemática para a constituição de uma solução. E o estudante prosseguiu:

[DT]

(4.1) Marcos: *E como a gente pode usar isso aqui na matemática, vêi? A gente pode fazer um gráfico no geogebra. Tempo com base em pesquisa, sei lá.*

(4.2) Bruno: *Tem que formular uma hipótese primeiro...*

Após a intervenção realizada, o grupo de estudantes se direcionou à produção de um modelo, assim como os outros grupos. Demarcado pelo início desse episódio, enquanto o Marcos se antecipou [4.1] quanto às escolhas sobre o modelo, Bruno realizou uma ponderação

[4.2] acerca dessa construção: a necessidade de *formulação de uma hipótese* anteriormente a esse processo.

A partir disso, o grupo discutiu sobre a possibilidade de construir um gráfico, questionando-se sobre a efetividade de *comprovação* por esse meio:

[DT]

(4.3) Bruno: *Como a gente comprova isso? Como comprovar que as massas são controladas pela mídia? Vamos analisar...*

(4.4) Marcos: *Mano, eu acho que o gráfico seria perfeito.*

(4.5) Lilian: *Gráfico parece ser uma boa ideia, já que todo mundo está fazendo.*

(4.6) Marcos: *Não é nem por isso. É porque é a única forma que eu vejo de...*

(4.7) Lilian: *Pois é!*

(4.8) Bruno: *Como provar matematicamente que as massas são controladas pelas mídias?*

(4.9) Marcos: *Tipo assim, a gente coloca a data que começaram as enchentes do Rio Grande do Sul, e antes disso mostra como estava a incidência da palavra “enchente”. E depois que começou a falar no Google Trends, a gente coloca como a Emissora B colocou. Entendeu? Uma tabela mesmo.*

[...]

(4.10) Bruno: *Por isso, a gente deve ceder ao nosso amigo [Chat GPT]. “Como provar com o uso de gráficos que as massas são controladas pela mídia?”. Ele [Chat GPT] está falando uns exemplos para eu usar simulador, tá ligado? Se eu usar a simulação. Ou eu posso divulgar uma notícia falsa nas redes sociais e ver quantas pessoas acreditam. Como eu simplifico a pergunta para ele? Em menos de uma hora.*

O grupo ansiava pela construção de um modelo que *comprovasse* matematicamente que *as massas [população] são controladas pela mídia* – percepção construída por Bruno, Lilian e Marcos. Lilian [4.5] consultou os integrantes de outros grupos de sua turma e descobriu que eles intencionavam construir gráficos para modelar o problema, então aconselhou que seguissem a mesma lógica de seus colegas. Marcos [4.6] concordou.

Bruno [4.8] reforçou ao grupo o seu principal incômodo: *como provar matematicamente que as massas são controladas pelas mídias?*. Inicialmente, Marcos [4.9] sugeriu a elaboração de uma tabela que comparasse dados relativos à palavra “enchente” a partir de sua incidência no *Google Trends* e no site da Emissora B, indicando algumas técnicas para a construção de

um modelo que solucionasse a situação-problema, mas a sugestão não foi apreciada pelos seus colegas.

Em contrapartida, Bruno [4.10] utilizou *Chat GPT*, uma ferramenta de inteligência artificial (IA) para geração de textos, para a busca de um modelo que auxiliasse na construção da resposta que o grupo almejava, mas a IA retornou uma sugestão que extrapolava o tempo que eles tinham ao seu dispor, na percepção do estudante. Neste trecho, Bruno, Lilian e Marcos apresentaram sugestões distintas para a construção do modelo, mas a discordância do que realizar não se mostrou explicitamente.

Assim, a estudante e os estudantes seguiram nas discussões pela escolha de um modelo que mais se adequasse às concepções do grupo:

[DT]

(4.11) Marcos: *Por exemplo, se a gente fizer um gráfico, será um gráfico de que?* [Marcos pesquisa sobre os tipos de gráficos]

(4.12) Marcos: *Gráfico de bolha é legal, hein?!*

(4.13) Lilian: *Ah, é bonitinho!*

(4.14) Marcos: *Acho que não é só por causa disso, mas é bonitinho também...* **[DR?]**

(4.15) Bruno: *Mas, tipo assim, isso aqui não prova que a mídia controla as pessoas.*

(4.16) Marcos: *Não, isso aqui mostra o número de incidência de casos. Agora a gente tem que achar uma mídia que, neste período, postou muito sobre isso.*

Nessa ocasião, Marcos [4.11] iniciou a busca pelos tipos de gráficos para auxiliar o grupo em suas escolhas. À medida em que surgiram opções, como o gráfico de bolhas [4.12], Bruno [4.15] discordava, apontando a ideia de que esse gráfico não seria o suficiente para *provar que a mídia controla as pessoas*.

Esse episódio foi marcado pelas discordâncias que os estudantes apresentavam entre si. Bruno [4.17] se mostrava insatisfeito com a opção pela construção de quaisquer gráficos para *comprovar* o que era planejado pelo grupo. Dessa forma, além do gráfico de bolhas, Marcos [4.20] sugeriu a construção de uma tabela para auxiliá-los na comprovação desejada por eles.

[DT]

(4.17) Bruno: *Só que não tem como mostrar isso por gráfico.*

(4.18) Marcos: *Tem! A gente faz uma tabela então.*

(4.19) Bruno: *Mas você vai contar na mão?*

(4.20) **Marcos:** *Não, tipo assim, antes a Emissora A falava no site principal dela uma vez por semana sobre o Rio Grande do Sul. Aí, no período que teve alta incidência de falas sobre as enchentes, ela falou todos os dias.*

[DR]

(4.21) **Lilian:** *Ah, entendi!*

(4.22) **Bruno:** *Mas isso não prova que as massas são controladas pelas mídias.*

(4.23) **Marcos:** *Comprova!*

(4.24) **Bruno:** *Mostra o que tá acontecendo no mundo.* **[DR]**

(4.25) **Marcos:** *Porque, enquanto estava em alta, ou seja, todo mundo querendo saber o que aconteceu. Eles [emissoras] colocaram muita coisa, porque vai dar visualizações.* **[DR]**

(4.26) **Bruno:** *Então você quer dizer que dá para colocar a audiência junto? Tipo, o quanto de pessoa que estava vendo.*

(4.27) **Marcos:** *Aqui mostra o interesse, tem muito interesse, não tem?!*

(4.28) **Bruno:** *Mas não tem como a gente fazer da Emissora A ou B.*

(4.29) **Marcos:** *Não, mas a gente pode utilizar o site dessas emissoras.*

(4.30) **Bruno:** *Emissora A ou B?*

(4.31) **Marcos:** *Nem sei, nem tem como pesquisar na Emissora B. Mano, eu acho que o gráfico seria perfeito!*

Assim, Marcos e Bruno apresentaram opiniões conflitantes, uma vez que não concordaram sobre a maneira de representação da hipótese que haviam formulado. Bruno [4.22, 4.24] demonstrou um interesse pela criação de um modelo que representasse em totalidade que *as massas são controladas pelas mídias*, enquanto Marcos [4.18, 4.20, 4.25, 4.29] apresentou alternativas para simplificar o problema. Em suma, Marcos variou as suas sugestões entre a elaboração de tabelas ou de gráficos e a verificação dos dados utilizados em determinadas emissoras.

Em algum momento, os questionamentos sobre qual seria a melhor forma de representar matematicamente a hipótese formulada por ela e eles se encerraram. E isso viabilizou a escolha do grupo – não seriam tabelas, nem gráficos de bolhas ou gráficos de linha – pela elaboração de gráficos de barras para amparar suas conclusões. O início do episódio 5 foi permeado por essa escolha, mas ela não se evidencia nas discussões realizadas pelo grupo.

7.4.1 Análise de primeiro nível do Episódio 4

O episódio 4 foi marcado pela exposição de ideias dissonantes, em que a cada sugestão de como construir o modelo, uma percepção diferente era apresentada. Nesse cenário, as manifestações diversas favoreceram o aparecimento de critérios alternativos para a construção de um modelo que melhor representasse a hipótese do grupo e, conseqüentemente, das discussões reflexivas.

Constantemente, Bruno evidenciava sua preocupação com a constituição de um modelo que representasse a hipótese do grupo com maior fidedignidade. Em resposta, Marcos sugeriu aliar outra prática ao modelo que construiriam, a verificação – reconhecida como um processo de validação por Scheffer (1999) – dos resultados a que chegaram a partir da fonte que emitiu notícias acerca da temática.

O processo de matematização e criação de um modelo demanda esforços, buscas e escolhas pessoais. Dessa forma, é válido questionar a construção “neutra” de um modelo matemático, que depende de seres humanos para a sua concretização. É possível contrapor esse processo consciente à ideologia da certeza denunciada por Borba e Skovsmose (2001), encaminhando para a produção de discussões reflexivas.

Um dos caminhos para a matematização é a simplificação, compreendida por Bassanezi (2002) como uma maneira de limitar as informações de um problema de forma que ele se torne menos complexo e matematicamente tratável, desde que o problema original não se desfigure. Em diversas ocasiões, em meio às escolhas da estudante e dos estudantes, a simplificação é realizada. Isso pode ser destacado quando Marcos [4.29] reduz as emissoras aos seus *websites* e, mais do que isso, quando o grupo particulariza a hipótese para a situação em questão.

Borba e Skovsmose (2001) descrevem a “ideologia da certeza” atribuída à matemática, compreendida pelos autores como “o poder de conter o argumento definitivo” (p. 127). Eles argumentam que a matemática pode ser utilizada como uma “linguagem de poder”, sendo, nesse caso, irrefutável e inquestionável, podendo contribuir para a perpetuação do controle político de quem utilizá-la a seu favor.

Nos trechos em que Bruno desejava comprovar matematicamente o fenômeno observado pelo grupo, podem ter sido demonstrados sinais da ideologia da certeza, pois, apoiando-me em Borba e Skovsmose (2001, p. 129),

Frases como “foi provado matematicamente”, “os números expressam a verdade”, “os números falam por si mesmos”, “as equações mostram/asseguram que” são frequentemente usadas nas mídias e nas escolas. Essas frases parecem expressar uma

visão da matemática como uma referência “acima de tudo”, como um “juiz”, que está acima dos seres humanos, como um artifício não-humano que pudesse controlar a imperfeição humana.

Os autores evidenciam a importância de nos opormos a essa lógica, considerando o fato de que ela contribui para a perspectiva de que a matemática seja “livre da influência humana” (Borba; Skovsmose, 2001, p. 130), quando, nas escolas por exemplo, os problemas apresentados na aula de matemática versam sempre sobre uma única solução. Nesse cenário, o estudante mostrava-se inseguro quanto às escolhas que o grupo assumia, uma vez que pareciam não contemplar a comprovação matemática almejada.

Em dado momento, Marcos [4.6] iniciou a justificação de suas escolhas em prol de determinado gráfico, mas essa fala não foi desenvolvida. O fato de ela não ter se desenvolvido permitiu-me a identificação de oportunidade de produção de discussão reflexiva (identificada com o sinal de interrogação) (Santos; Barbosa, 2007).

Algumas discussões [4.1- 4.19 e 4.26-4.31] apresentadas nesse episódio vinculam-se às estratégias – como as escolhas por um gráfico, por uma tabela, pelas escolhas relacionadas aos dados ou às emissoras – utilizadas para a construção do modelo e, portanto, foram identificadas como discussões técnicas **[DT]**, tal como Sampaio (2010) apontou em sua pesquisa.

Essas falas do estudante, que se preocupavam com as técnicas para a construção do modelo, favoreceram o surgimento de outras discussões, as discussões reflexivas. Decerto, os estudantes perceberam que, a depender das escolhas de modelos que eles realizassem – concordando ou discordando entre si –, eles teriam diferentes resultados que representavam melhor ou pior a hipótese formulada, destacando a conexão entre critérios e resultados. Esse aspecto, vinculado à reflexão sobre determinada prática social, está intrinsecamente relacionado à produção de discussões reflexivas, como aponta Santos e Barbosa (2007) e Barbosa (2009b).

Em Barbosa (2006), o autor explicita que a geração de impasses é uma das formas de se transitar entre os tipos de discussões. Na transição das discussões técnicas para as discussões reflexivas, os impasses surgiram a partir dos questionamentos de Bruno [4.17, 4.19]: *Só que não tem como mostrar isso por gráfico; Mas você vai contar na mão?*.

Na intenção de responder o colega e elaborar o modelo almejado, conforme a hipótese estabelecida pelo grupo, Marcos [4.20, 4.25] elencou caminhos para compreender o comportamento das emissoras em períodos distintos, estabelecendo uma relação com os fenômenos observados, analisando-a. O processo de analisar a relação que é estabelecida – *No período que teve alta incidência de falas sobre as enchentes, ela falou todos os dias; Eles*

[emissoras] *colocaram muita coisa, porque vai dar visualizações* –, apontando seus impactos na sociedade (Barbosa, 2003), promoveram-me a identificação de discussões reflexivas **[DR]**.

Nesse episódio, as discussões reflexivas foram mobilizadas após questionamentos levantados pelos próprios estudantes, em instantes de posicionamentos antagônicos. As discussões reflexivas, colocando em relevo as ocasiões em que a estudante e os estudantes se dedicaram à reflexão, foram sustentadas por argumentos pragmáticos, as discussões técnicas, neste caso.

7.5 Episódio 5 - Construção do modelo

No episódio 5, Bruno, Lilian e Marcos evidenciaram suas escolhas para a construção de um modelo que mais se adequasse à hipótese construída. Para isso, eles coletaram dados a partir do *Google Trends* e estruturaram uma comparação, testando possibilidades gráficas:

[DT] (5.1) Bruno: <i>Tipo assim?</i> [Aponta para o gráfico do Google Trends] (5.2) Marcos: <i>Não, a gente coloca um eixo de publicação e um eixo de tempo. Tempo que não estava tendo enchente, aí estava bem baixo.</i> [DM] (5.3) Bruno: <i>Como a gente vai achar esses dados? Conta na mão?</i> (5.4) Marcos: <i>A gente usa o Google Trends e depois a gente compara um gráfico com o outro. Ah, não sei... Não tem outras formas de ver o gráfico [do Google Trends]?</i>
[DM] (5.5) Lilian: <i>Faz um gráfico de linha normal.</i> (5.6) Marcos: <i>Tempo/interesse.</i> [Marcos tenta construir o gráfico no Excel.]
[DT] (5.7) Bruno: <i>Vou colocar “Rio Grande do Sul” [no Google Trends]. Dá para comparar, mano.</i> (5.8) Marcos: <i>Aqui, olha. A gente pode fazer assim... em qual mês foi?</i> (5.9) Bruno: <i>Abril/Maio.</i> (5.10) Marcos: <i>Aí a gente coloca a incidência disso num certo período. E aí, depois, a gente pode tentar achar em algum lugar as notícias que foram faladas sobre isso nesse período, entendeu? E mostrar que foi muito tempo.</i> [DR?] (5.11) Marcos: <i>A gente coloca as informações aqui. Interesse só de pontuação.</i>

(5.12) Bruno: *Aí cê vai fazer um por um [a cada dia]?*

(5.13) Marcos: *Não, a gente vai pegar por mês.*

O grupo iniciou [5.2] a discussão em torno da construção de um gráfico e dos eixos que o comporiam, embora Bruno [5.3] ainda tivesse dúvidas quanto aos dados que utilizariam e o grupo ainda não tivesse definido qual gráfico construiriam. Em meio às discussões, a estudante e os estudantes optaram pela construção de um gráfico de linhas, mas isso se alterou devido às dificuldades encontradas em sua confecção.

Assim, enquanto Bruno apontava alguns questionamentos [5.3, 5.12] ou corroborava ao grupo [5.7, 5.9], Marcos testava [5.6] possíveis construções desse modelo em um programa de planilha eletrônica, a partir da sugestão de Lilian [5.5]. Após uma tentativa sem sucesso, ela e eles optaram [5.8] pela construção em uma plataforma online de design gráfico.

Com essa decisão e com a descoberta de Bruno [5.7], de que ela e eles poderiam comparar os dados fornecidos pelo *Google Trends*, decidiram pela construção de dois gráficos distintos [5.14]. As facilidades conferidas pela plataforma e as necessidades conferidas pela opção de realizar comparações permitiram que o grupo, por fim, escolhesse construir gráficos de barra. As discussões que seguem contemplam a confecção desses gráficos:

[DT]

(5.14) Marcos: *A gente faz um gráfico da mídia toda e outro só de notícias.*

[DR?]

(5.15) Bruno: *Qual a diferença?* **[DR?]**

(5.14) Marcos: *“Pesquisa na web” abrange quaisquer pesquisas, enquanto se restringirmos para “notícias”, acessamos apenas as notícias.*

[DR?]

(5.17) Bruno: *Ah, só. Busca por “inundação” e por “Rio Grande do Sul”.*

(5.18) Marcos: *Vamos definir uma data.*

(5.19) Bruno: *Janeiro – inundação 1, Rio Grande do Sul 24; Fevereiro – inundação 1, Rio Grande do Sul 24.* **[DM]**

(5.20) Marcos: *Mesma coisa?*

(5.21) Bruno: *Sim! Março – Rio Grande do Sul 20, Inundação 1; Abril – Rio Grande do Sul 21, Inundação 1. Chegou em Maio – Rio Grande do Sul 100, Inundação 30; Junho – Inundação 5, Rio Grande do Sul 27; Julho – Inundação 1, Rio Grande do Sul 21; Agosto – Inundação 1, Rio Grande do Sul 19.* **[DM]**

(5.22) Marcos: *E agora a gente vai fazer com base nas notícias.*

(5.23) Bruno: *Mas vai dar a mesma coisa... Ah não, eram menos notícias!*

(5.24) Bruno: *Janeiro 1 e 5; Fevereiro 0 e 5; Março 2 e 6; Abril 1 e 5; Maio 48 e 100; Junho 6 e 15; Julho 2 e 8 agosto 1 e 6. Rio Grande do Sul é o de verde, no gráfico. [DM]*

(5.25) Marcos: *Incidência de notícias como legenda?*

(5.26) Bruno: *Mas é a quantidade de pessoas que pesquisam isso ao longo do tempo.*

Como observado nesse trecho [5.14, 5.16], o grupo comparou a incidência das palavras *inundação* e *Rio Grande do Sul* em dois contextos: de *Pesquisa na web* e de *Notícias*, e todos esses dados foram coletados a partir de informações do *Google Trends*, levando-os à construção de dois gráficos. Além de comparar esses dados, a intenção destacada por Marcos [5.10] era de *tentar achar em algum lugar [nos sites das emissoras] as notícias que foram faladas sobre isso nesse período*.

Definida a estratégia para a construção da representação matemática, Marcos [5.18] orientou o grupo a estabelecer um período para a coleta dos dados. De maneira cooperativa, enquanto um estudante ditava os valores [5.19, 5.21, 5.24], o outro completava [5.20] os gráficos para a sua construção. Dessa forma, os estudantes estruturaram a apresentação dos gráficos para auxiliá-los durante a exposição.

Em suma, é possível retomar à intenção inicial do grupo, relacionando ao que foi desenvolvido até aqui. Em linhas gerais, os estudantes alternaram suas constatações entre: *as massas são controladas pelas mídias e o interesse na mídia dita as notícias*. Assim, apoiando suas buscas no *Google Trends*, ela e eles puderam chegar a algumas conclusões quanto ao interesse das pessoas em notícias sobre o desastre que ocorreu no Rio Grande do Sul, àquela época.

Marcos [5.10] indicou a relevância em verificar se os dados fornecidos pelo *Google Trends* são condizentes com a realidade – afinal, o interesse das pessoas em notícias sobre aqueles assuntos realmente interferiu na frequência de divulgações de notícias pelas emissoras?; Seria essa uma forma de as emissoras lidarem com a inserção de notícias sobre o desastre? Nesse sentido, ele sugeriu aos colegas para averiguarem o tema das publicações, fazendo um recorte do período de tempo correspondente ao desastre do RS, realizadas nos sites de algumas emissoras. O estudante e seu colega Bruno retomaram essa discussão no episódio 6 e consideraram diferentes possibilidades para a realização de tal feito.

7.5.1 Análise de primeiro nível do Episódio 5

O episódio 5 foi orientado pela construção do modelo, em que as discussões versaram majoritariamente em torno das técnicas para a sua formação. Foi interessante observar que em meio as falas do grupo, as suas preocupações se fundaram na composição e escolhas para o gráfico. Nessa situação, os impasses foram minimizados e, quando havia, eram rapidamente solucionados entre os colegas.

Dois aspectos de destaque nesse episódio, e que, provavelmente, contribuíram para a ocorrência de discussões, são os tipos de interações que o grupo desempenhou. Entre ela e eles, houve uma escancarada coordenação em solucionar os desafios aparentes ou de estabelecer discussões até a tomada de decisões que contemplassem o grupo; entre ela, eles e a matemática, que lidaram com as técnicas para a construção do modelo em diversos momentos, como será explorado à frente.

O processo de determinar como será a composição de um gráfico [5.1-5.4, 5.7-5.13, 5.14-5.26] por meio de escolhas para o seu tipo, para os seus eixos, para a sua legenda, para os dados e para a maneira como esses dados serão dispostos ou coletados se relaciona às técnicas (Barbosa, 2006; Silva; Barbosa, 2011) para a construção de um modelo e, portanto, as falas aqui destacadas foram identificadas como **[DT]**. Em contrapartida, as falas [5.2, 5.5-5.6, 5.19, 5.21, 5.24] relacionadas aos procedimentos matemáticos necessários para a construção do modelo foram identificadas como **[DM]**.

Isso ocorreu quando Marcos [5.2] mobilizou seus conhecimentos matemáticos prévios para realizar sugestões para a construção do gráfico: *a gente coloca um eixo de publicação e um eixo de tempo*; ou quando Lilian [5.5] sugeriu ao grupo: *Faz um gráfico de linha normal*.

Não foram identificadas discussões reflexivas nesse episódio, mas o processo que ocorreu aqui se mostrou relevante diante de tantas escolhas que o grupo realizou ao longo da prática.

Considerando isso, algumas características acerca do modelo deveriam ser destacadas: para a sua construção, os estudantes compararam os dados de duas formas – entre as palavras *inundação* e *Rio Grande do Sul*, bem como da incidência dessas palavras em dois contextos – no *interesse ao longo do tempo* (por esses termos) e nas *notícias* (veiculadas com esses termos).

Santos e Barbosa (2007, p.745) explicitam que, ao longo da prática de modelagem, algumas oportunidades de produção de discussão reflexiva podem surgir, sendo corroborado ao meu processo de análise dos dados referentes a esse episódio. Algumas oportunidades de discussão reflexiva surgiram “quando os alunos discutem as variáveis a serem consideradas

para o problema em estudo” [5.10, 5.14-5.16]. E, ao mesmo tempo, se questionaram sobre essas possíveis escolhas, mas questionamentos que não foram muito desenvolvidos e impossibilitaram a classificação das discussões reflexivas, propriamente ditas.

Considerando que as discussões técnicas se destacaram nesse episódio, foi possível perceber as habilidades que a estudante e os estudantes apresentaram em lidar com os diferentes artifícios matemáticos e virtuais de que eles dispunham. Em Silva e Barbosa (2011), os autores evidenciam a influência das experiências prévias na produção de discussões técnicas, destacando como as experiências escolares podem servir de amparo para a estruturação de um fenômeno, assim como ocorreu nesse episódio.

7.6 Episódio 6 – Reflexões sobre o modelo

No episódio 6, os estudantes estabeleceram discussões sobre conferências do modelo que desenvolveram e, após os ajustes das construções realizadas, todos os grupos que participaram da prática de modelagem apresentaram os resultados a que chegaram uns aos outros.

Portanto, no dia anterior a essas apresentações, o grupo de Bruno, Lilian e Marcos analisou seus resultados. Ela e eles se mostraram insatisfeitos com os gráficos que construíram, demonstrando um interesse em torná-lo mais compatível com a realidade. Para isso, sugeriram uns aos outros de realizarem conferências sobre as notícias divulgadas nos sites de emissoras sobre o período de tempo que buscaram no *Google Trends* – será que essas notícias eram sobre o desastre do RS? –, levantando a possibilidade de recorrerem à ferramenta de IA para realizar essa atividade:

[DR]

(6.1) Bruno: *Será que o Chat GPT não sabe uma ferramenta para olhar isso?*

(6.2) Marcos: *Para olhar as postagens, né?!*

Os estudantes se decepcionaram ao não conseguirem buscar nos sites de jornais o que era de interesse deles, a incidência de publicações sobre as “inundações” e o “Rio Grande do Sul” para relacionar com o interesse de buscas das pessoas naquele mesmo período. Por isso, sugeriram recorrer à ferramenta de IA.

Ela e eles continuaram pesquisando sobre as notícias que foram divulgadas naquele período em questão e, mesmo assim, não se mostraram satisfeitos com os resultados encontrados:

[DR]

(6.3) Marcos: *Olha o tanto de publicação sobre o Rio Grande do Sul no mês de Maio -- “Confira ao longo das reportagens sobre o Rio Grande do Sul em todos os dias da chuva”. Encontrei todos os dias de reportagem das enchentes, em abril, quando começou, até quando terminou, deu um mês certinho, é da Emissora B local.*

(6.4) Bruno: *Mas é só durante 30 dias, né?!*

(6.5) Marcos: *Mas é de quando tiveram as enchentes.*

(6.6) Bruno: *É, eu sei. Mas a gente precisava de mais tempo, não dá para ver mais?*

(6.7) Marcos: *Não, só tem esse.*

Marcos [6.3, 6.5] encontrou um site relativo à emissora B local, que continha reportagens diárias de trinta dias correspondentes ao período de cobertura sobre o desastre, mas o interesse de Bruno [6.4, 6.6] era para além desse período. Os estudantes almejavam verificar as publicações de cada reportagem, a fim de averiguar a correspondência com os gráficos construídos – associando os interesses de busca pelos termos *Rio Grande do Sul* e *enchentes* e os assuntos abordados em cada reportagem.

Os estudantes [6.7] não encontraram reportagens da Emissora B relativas a um amplo período, o que interferiria a conferência que eles desejavam realizar. Nesse momento, em sala de aula, eles demonstraram insatisfação com o modelo que desenvolveram, porque estavam inseguros de realizar afirmações com tamanha convicção, sem conferirem o que desejavam.

Encerramos a aula neste momento e não pude acompanhar novas buscas ou outras discussões do grupo. Em contrapartida, prosseguimos com a prática no dia seguinte, em que os grupos realizaram apresentações, destacando suas principais conclusões para a turma. O grupo de estudantes manteve os gráficos construídos, mesmo com suas objeções e, assim, apresentaram o que foi desenvolvido:

[DT]

(6.8) Marcos: *Bom dia, pessoal! Pensando em responder à pergunta sobre as emissoras em relação às enchentes, a gente fez uma pesquisa no Google Trends. A partir disso, nós analisamos os dados e chegamos em dois gráficos. Esse aqui representa o “Interesse ao longo do tempo” nas mídias em geral, então abrange as pesquisas das pessoas no Google, no Youtube, em tudo que envolveu o interesse das pessoas em duas palavras “inundação” e “Rio Grande do Sul”. Então, pegamos essas duas palavras e comparamos quantas pesquisas foram feitas ao longo dos meses para ver se as pessoas tinham algum interesse e em quais períodos elas tinham interesse. Ao longo de janeiro a março, podemos ver por meio do conceito*

de pontuação – quanto mais perto de 100, maior o interesse, e quanto mais distante, menor o interesse –, que não tiveram pesquisas o suficiente para gerar pontuação em “inundação”, sendo que, a partir de abril, observamos um aumento. Em maio, quando explodiu, foi de quase 0 a 30 pontos a palavra “inundação”, enquanto “Rio Grande do Sul” atingiu 100 pontos. Então, podemos analisar que as duas palavras foram muito buscadas nas mídias no geral.

Figura 7: Interesse ao longo do tempo



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

[DR]

(6.9) Marcos: Pensando nisso, pesquisamos as emissoras, e chegamos no segundo gráfico, em que utilizamos as mesmas palavras para ter uma base de comparação. A gente pode ver que a emissão de notícias pelas emissoras seguiu a linha de raciocínio de busca por essas palavras, elas colocam na grade de programação o que as pessoas têm interesse, o que elas têm buscado. Então, como o Pedro [estudante de outro grupo] falou, eles buscam ganhar dinheiro, e eles fazem isso prendendo a nossa atenção. Então, se eles colocam algo que todos estão pesquisando, eles prenderão mais a atenção da pessoa, logo, ganharão mais dinheiro. Fazendo uma associação numérica, as notícias, ou seja, as emissoras, começaram a postar muito mais sobre “inundação” e “Rio Grande do Sul” no período em que todos estavam pesquisando. Concluimos isso, as emissoras seguem o fluxo das mídias no geral.

Figura 8: Gráfico Elaborado pelos participantes

Fonte: Dados da Pesquisa (2024).

A apresentação foi realizada por Marcos, uma vez que Bruno faltou, e Lilian, mesmo presente, estava indisposta fisicamente. Em um primeiro momento [6.8], o estudante explicou à turma como o grupo confeccionou os gráficos, explicando aos colegas questões relativas ao *Google Trends* e à coleta de dados que realizaram.

Em um segundo momento [6.9], Marcos destacou os aspectos que levaram o grupo à construção desse modelo. Além disso, ele relacionou os dados e o comportamento do modelo encontrado com a hipótese que ele, Bruno e Lilian formularam.

[DT]

(6.10) Vivian (professora|pesquisadora): *Tenho uma dúvida, vocês utilizaram o Google Trends então?*

(6.11) Marcos: *Sim. E nós meio que conferimos nas páginas, por exemplo na página da Emissora B, em certo período, tinha mais publicações sobre o assunto do que hoje em dia.*

[DR]

(6.12) Vivian (professora|pesquisadora): *O modelo que vocês construíram responde?*

(6.13) Marcos: *À pergunta?*

(6.14) Vivian (professora|pesquisadora): *Sim.*

(6.15) Marcos: *Por completo, não. A gente consegue chegar a conclusões e teorias.*

(6.16) Vivian (professora|pesquisadora): *Por quê?*

(6.17) Marcos: *Uai, porque generalizar todas as emissoras não é o certo. A gente consegue chegar à teoria de que, por exemplo, o foco principal não é só transmitir notícias, mas sim ganhar dinheiro. A gente supõe isso, mas a gente não pode dizer com certeza. Agora, por exemplo, tem acontecido*

coisas por lá [no Rio Grande do Sul], mas o que tem passado na TV? Olimpíadas, porque é o que todos nós queremos assistir.

Após a apresentação realizada por Marcos, questionei [6.9] ao grupo sobre a principal fonte de dados considerada por ela e eles, o *Google Trends*, na intenção de compreender melhor o processo e convidá-los a se questionarem sobre o que foi construído. Marcos [6.10] respondeu-me destacando que, na construção do modelo, ele e os colegas conferiram nos sites de emissoras alguns períodos em que as notícias sobre o Rio Grande do Sul e as enchentes se destacaram, como os picos apresentados nos gráficos.

Enquanto professora|pesquisadora (Araújo, 2019), algumas questões incomodavam-me a respeito do modelo, então questionei-os [6.12, 6.16] sobre a percepção que tinham acerca do que foi construído. A partir disso, Marcos [6.13, 6.15, 6.17] retornou-me destacando que o modelo não era capaz de responder em completude o que desejavam. Em contrapartida, os gráficos construídos sustentaram algumas suposições construídas pelo grupo, instigando a estudante e os estudantes a refletirem sobre como esse modelo relaciona-se à sociedade.

7.6.1 Análise de primeiro nível do Episódio 6

Esse episódio foi primordialmente constituído pelas interações que ocorreram entre mim e o estudante. A manutenção das discussões que ocorreram pode ser justificada pela facilidade de comunicação estabelecida entre nós dois, em que a cada questionamento, o estudante se dispunha a me responder, sem ocultar a opinião do grupo.

Observando as discussões desempenhadas aqui, foi possível associar esse episódio à etapa de Análise Crítica (Burak; Klüber, 2011) desenvolvida em um projeto de modelagem. Os estudantes colocaram à tona questões relativas à confiabilidade do modelo desenvolvido, como também apresentaram e discutiram com os outros colegas sobre o que criaram a partir de suas hipóteses e dados coletados.

Para Barbosa (2006; 2009b) e Santos e Barbosa (2007), o processo de análise de um modelo que foi construído é fundamental para o possível desempenho de discussões de cunho reflexivo e, conseqüentemente, mobilização do conhecer reflexivo. Para os autores, esse não se apresenta como o único caminho para essas discussões, mas é um caminho para perceber que as descrições matemáticas de uma situação real não são neutras – estas dependem de escolhas, de simplificações e de outros fatores, descritos nos episódios anteriores.

Após a construção dos gráficos, os estudantes Bruno e Marcos [6.1-6.7] mostravam-se insatisfeitos com o modelo construído segundo informações do *Google Trends*, afinal eles generalizaram conclusões sobre as emissoras de televisão a partir de notícias veiculadas no Google. Apesar de terem realizado verificações nos sites de determinadas emissoras por toda a prática, elas não eram suficientes, na percepção dos estudantes. Todo esse processo de questionar [6.1-6.7] e desejar avaliar o modelo desenvolvido pelo próprio grupo relaciona-se à mobilização do conhecer reflexivo (Skovsmose, 1990; 1994) e, conseqüentemente, à produção das discussões reflexivas observadas (Barbosa, 2009b; Santos; Barbosa, 2007).

Marcos explicou à turma como o grupo construiu os gráficos [Figura 7, Figura 8] a partir dos dados do *Google Trends*. Em um primeiro momento [6.8], o estudante se ateve a explicar sobre como os dados poderiam ser interpretados nos gráficos e sobre como se deu o processo de construção deles, configurando as falas como **[DT]** (Silva; Barbosa, 2011). Novamente, e à frente [6.10, 6.11], respondendo à minha pergunta, o estudante retomou essa explicação, também identificada como **[DT]**.

Em um segundo momento [6.9] da apresentação, Marcos destinou sua explicação à hipótese que haviam formulado: *elas [emissoras] colocam na grade de programação o que as pessoas têm interesse; se eles colocam algo que todos estão pesquisando, eles prenderão mais a atenção da pessoa, logo, ganharão mais dinheiro*. Com o modelo formulado, compreenderam que seria possível realizar uma associação numérica dos dados referentes ao interesse ao longo do tempo com os dados referentes às notícias emitidas (que eles generalizaram para as emissoras), permitindo que concluíssem que *[as emissoras] começaram a postar muito mais sobre “inundação” e “Rio Grande do Sul” no período em que todos estavam pesquisando*. Considerando estes aspectos, identifiquei esta parte da apresentação como **[DR]** (Barbosa, 2009b).

Devido a todas essas discussões apresentarem questionamentos quanto a eficácia do modelo e, ao fim, Marcos reconhecer que o modelo desenvolvido pelo grupo era uma generalização realizada a partir de diversas simplificações ao longo da prática (Barbosa, 2006; 2009b), refletindo sobre suas implicações sociais, foi possível identificar o conjunto [6.12-6.17] de tais falas como **[DR]**.

7.7 Encaminhamentos para a análise de segundo nível

Em alguns episódios, destaquei a relevância de algumas interações para a ocorrência das discussões analisadas. As discussões, por sua vez, foram identificadas a partir de interações,

afinal, como Barbosa (2006, p. 297, tradução minha⁴⁷) esclarece, ele utiliza a “noção de espaços de interação para denotar os momentos em que estudantes e ou professores interagem verbalmente em uma atividade de modelagem matemática”.

Pensando nisso, optei por realizar a análise de segundo nível, com foco nas discussões reflexivas, a partir das interações que ocorreram e que destaquei nos episódios, e aqui serei específica quanto a natureza dessas interações. Em primeiro lugar, para que ocorressem discussões protagonizadas por estudantes nesse espaço, era necessário que outras pessoas – além de apenas um estudante – estivessem envolvidas.

Assim, quando Barbosa (2006) denota os espaços de interação como os momentos em que estudantes interagem, é possível que eu me atenha a essas interações entre ela e eles, e nas discussões reflexivas provenientes delas. Além disso, essa estudante e esses estudantes também interagiram comigo e com a professora Rita, colocando em relevo todas as nossas discussões e, principalmente, as discussões reflexivas que são o cerne dessa pesquisa.

Em segundo lugar, há outro tipo de interação que também é de meu interesse. Lerman (2001, p. 92, tradução minha⁴⁸) esclarece que

Cultura, linguagem e significado nos precedem. Nascemos em um mundo já formado discursivamente. A realidade do mundo, ou a certeza que temos sobre ele, não é a questão principal: a questão é que todo o conhecimento que temos do mundo nos chega por meio da linguagem e de outras formas de comunicação. [...] Embora experimentemos interações físicas além das sociais, e aprendamos a usar artefatos, o que os objetos físicos significam, qual a natureza dessas interações e quais são os propósitos e funções (a história) desses artefatos para o indivíduo são sempre mediados pela cultura. Assim, interações físicas e artefatos também são, inerentemente, sociais.

Assim, ao nascer, um indivíduo é inerentemente influenciado pelo meio social em que se insere, porque esse meio já está em formação. Ele interage com esse mundo discursivamente: por meio de suas falas, por meio de suas interações físicas, por meio de suas interações com artefatos⁴⁹.

Segundo Lerman (2001), uma sala de aula de matemática é composta pelos artefatos matemáticos, que incluem tanto objetos concretos, quanto símbolos, expressões, softwares e

⁴⁷ No original, “the notion of interaction spaces to denote the moments when students and/or teachers interact verbally about a modelling activity” (Barbosa, 2006, p. 297)

⁴⁸ No original, “Culture, language and meaning precede us. We are born into a world already formed discursively. The reality or otherwise of the world or the certainty of our knowledge of it are not the issue: the issue is that we receive all knowledge of the world through language and other forms of communication. [...] Although we experience physical interactions in addition to social ones and we learn to use artefacts, what the physical objects and the nature of those interactions mean and what are the purposes and functions (history) of the artefacts for the individual is always mediated by culture. Physical interactions and artefacts, therefore, are also inherently social” (p. 92).

⁴⁹ Por artefatos, Lerman (2001) os compreende como sendo as construções humanas.

termos técnicos característicos desse ambiente. O autor evidencia que cada estudante compreende e se manifesta quanto aos artefatos matemáticos a sua uma maneira, influenciada ou influenciado, sobretudo, pela comunidade social à qual pertence. As interações com esses artefatos matemáticos também são uma maneira de compreender como os discursos, nesse caso verbais, são construídos em uma sala de aula.

Nessa pesquisa, os participantes são a estudante os estudantes do EMiT, portanto a comunidade social à qual pertencem é o EMiT e é fato que cada estudante é única e único, carregando consigo uma bagagem sociocultural, que interfere em como cada uma e cada um interpreta o mundo à sua volta. No entanto, a hipótese levantada inicialmente, e apresentada na Introdução desta dissertação, relaciona-se às possibilidades de a sala de aula de matemática do EMiT fomentar uma concepção menos crítica da matemática, quando poderia ser o contrário (Skovsmose, 2001) – e as discussões reflexivas protagonizadas por esses estudantes podem ser um caminho para o desenvolvimento de outras possibilidades a esse respeito. Então, seguindo na direção de que interações com artefatos matemáticos produzam discursos, e o meu interesse se localizar nos verbais e orais – nas discussões reflexivas (Barbosa, 2006), especificamente –, destaquei, também, as interações dessa e desses estudantes do EMiT com a matemática.

Assim, no Capítulo 8, analiso as discussões a partir das interações que foram nomeadas da seguinte forma: Interações da/os estudantes com a matemática; Interações entre a/os estudantes; Interações entre estudantes, professora|pesquisadora e professora.

8 ANÁLISE DE SEGUNDO NÍVEL: A OCORRÊNCIA DAS DISCUSSÕES REFLEXIVAS

No capítulo anterior, identifiquei as discussões matemáticas **[DM]**, as discussões técnicas **[DT]** e as discussões reflexivas **[DR]** que ocorreram em cada episódio recortado da prática de modelagem desenvolvida. A partir dessa identificação, foi possível destacar a natureza de algumas interações realizadas pelos estudantes nesses episódios. Essas interações, de diferentes naturezas, apresentavam certo padrão a depender do tipo de discussões que estavam ocorrendo. Foi o que aconteceu, em particular, com as discussões reflexivas. E, aqui, guio-me por essas distintas interações.

Neste capítulo, realizo o que denomino de análise de segundo nível. Sendo direcionada pela pergunta: “Como ocorrem as discussões reflexivas de estudantes do Ensino Médio integrado ao técnico em ambientes de modelagem na perspectiva sociocrítica?”, identifico e caracterizo contextos e mecanismos que podem estar relacionados ao surgimento, à manutenção e ao encerramento das discussões reflexivas que são protagonizadas por estudantes do EMiT.

Com essa finalidade, analiso as discussões reflexivas a partir das interações que foram destacadas ao longo do capítulo anterior – Interações da/os estudantes com a matemática; Interações entre a/os estudantes; Interações entre estudantes, professora|pesquisadora e professora.

Para realizar a análise, recorri às produções teóricas que fundamentam esta pesquisa, como os artigos e dissertações que constam nos capítulos 3 e 4 desta dissertação. Somadas a elas, outras produções foram mobilizadas, conforme a necessidade da análise.

Com o intuito de ser comprometida com os dados e direcionada por eles, retorno aos episódios em que cada tipo de interação se destacou. Mais uma vez, seguindo a cronologia da prática de modelagem para essa análise, retomo alguns trechos e falas que considere mais representativos para cada situação.

8.1 Interações da/os estudantes com a matemática

Era de se esperar, em se tratando de uma prática de modelagem na educação matemática, em uma aula de matemática, que inquietações relacionadas à matemática fossem levantadas pela aluna e pelos alunos constantemente, ou ao menos em cada episódio. Essa expectativa foi cumprida, possibilitando a exposição de alguns questionamentos e estabelecimento de relações com as discussões realizadas.

As interações da estudante e dos estudantes com a matemática se mostraram fundamentais para a construção de um modelo que visasse responder à pergunta que orientou a prática de modelagem: “Como as emissoras de TV lidam com a inserção de notícias sobre o desastre do Rio Grande do Sul?”. Na construção desse modelo, numa perspectiva sociocrítica de modelagem (Barbosa, 2006), o grupo de estudantes poderia analisar os critérios para a sua construção, refletindo que, a depender desses critérios e das variáveis que são consideradas, diferentes resultados poderiam ser alcançados para um mesmo problema (Araújo; Martins, 2017).

No episódio 1, quando o grupo de estudantes buscava compreender a situação-problema de modelagem, no desenvolvimento de discussões técnicas [1.1-1.4]⁵⁰, o seu primeiro questionamento [1.1] foi sobre *Como esse negócio envolve matemática?*. Certamente, ela e eles buscavam realizar uma aproximação da matemática com a situação-problema proposta, que não era tão evidente – fazendo destacar a primeira interação dela e deles com a matemática na prática. Além disso, esse foi o primeiro contato do grupo de estudantes com a modelagem, e talvez esse formato de problema não fosse tão comum às suas aulas de matemática.

A modelagem se difere do “ensino tradicional onde o objeto de estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada” (Bassanezi, 2002, p. 43). Assim, por apresentar problemas de resoluções abertas e menos diretivas, a modelagem pode causar certos estranhamentos em um primeiro momento. Na modelagem,

a matemática deve ser aquela que possibilita o início da resolução do problema em questão, permitindo que a modelagem possa continuar em sua espiral, na qual o modelo matemático produz novas ideias que, por sua vez, afetam as hipóteses de simplificação ou permitem negar uma hipótese (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2011, p. 29).

Nesse cenário, a discussão reflexiva foi mobilizada por esse questionamento [1.1], mas também por *Cê acha que eles usam estatística?* [1.4], ainda relacionado à pergunta de como a matemática estaria envolvida na situação-problema. Houve, na sequência, uma transição de discussões técnicas para discussões reflexivas. Barbosa (2006) esclarece que essa transição entre as discussões é mediada por impasses. O impasse, nessa ocasião, talvez tenha sido a busca pela matemática na tarefa de modelagem proposta.

A discussão reflexiva [1.5-1.8], por sua vez, permaneceu enquanto as hipóteses para o entendimento do problema e estabelecimento da relação entre ele e a matemática eram

⁵⁰ Essa numeração se refere às falas que compõem cada episódio apresentado no Capítulo 7. Por exemplo, [1.1 – 1.4] diz respeito às falas de números 1 a 4 do episódio 1.

manifestados. Nessa situação, Lilian e Marcos destacaram que seria inviável estimar a quantidade de pessoas afetadas pelo desastre do Rio Grande do Sul sem o apoio dos valores numéricos para mensurar a dimensão do desastre.

Assim, em um momento posterior, Bruno [1.12] destacou que a conclusão do grupo era de que *as emissoras, a mídia no geral, veiculam uma notícia com base em dados matemáticos*. Ele foi complementado por Marcos [1.14], que disse que a mídia, ao se apoiar na matemática, utiliza números específicos⁵¹. Nesse trecho [1.12-1.17], Bruno e Marcos transitaram entre dois pontos de vista, que envolvem as discussões reflexivas.

Em primeiro lugar, os valores divulgados são específicos [1.12, 1.14] e eles são necessários para legitimar as informações. Para Souza, Araújo e Pinto (2022, p. 149), é possível reconhecer que

Dados estatísticos e números são de extrema importância quando se deseja informar sobre problemas políticos, questões sociais, desempenho da economia, questões de saúde pública, desempenho da educação, opiniões, segurança pública, entre outros assuntos de relevância social.

Em contrapartida, para esses mesmos autores, os números podem ter um papel de controle político e de disseminação de desinformações, quando usados de maneira inapropriada. Assim,

se o comunicador não usa números de maneira apropriada nem palavras redigidas ou expressas com clareza e se os leitores não têm uma adequada compreensão da situação — leitores que saibam o que os números significam no contexto —, o resultado de um discurso pode ser tendencioso e, assim, favorecer grupos (Souza; Araújo; Pinto, 2022, p. 149)

Em segundo lugar, Marcos [1.15] partiu do pressuposto de que, para se divulgar uma notícia baseada em dados matemáticos, é necessário realizar uma comparação para averiguar se a alteração daqueles dados, que se referem a elementos da natureza, é significativa. E, para isso, a veracidade das informações só poderia ser confirmada e comparada com esses valores numéricos [1.15]. A apresentação dessas reflexões, apoiadas em discussões técnicas, pode ter contribuído para a manutenção das discussões reflexivas.

No primeiro episódio, a matemática parece se mostrar relevante para esses estudantes, mas ela só é confiável se os dados relativos a determinado fenômeno são confrontados com outros. Ao mesmo tempo, sem a matemática, não seria possível mensurar ou realizar essas comparações. Para Barbosa (2009b), a síntese das discussões reflexivas pode se localizar nessas desestabilizações, nas comparações de distintos resultados matemáticos.

⁵¹ No contexto de sua fala, ao se referir a dados numéricos que não pertencem ao conjunto dos números inteiros ou que não representam uma potência de dez, o estudante utiliza a expressão “números específicos”. Além disso, para eles, esses “números específicos” são aqueles mais confiáveis, discussão apresentada em [2.3, 2.4].

No episódio 2, que se caracteriza pelas numerosas intervenções que realizei junto ao grupo, destaco um trecho em que o grupo opinou sobre o nosso comportamento, enquanto telespectadores, diante dos dados estatísticos. Esse destaque se deve ao fato de a/os estudantes fornecerem pistas sobre o entendimento que o grupo apresenta quanto à matemática que pode ser apresentada em sala de aula.

Quando perguntei [2.2] ao grupo se nos questionamos sobre os dados que nos são apresentados, as respostas [2.3, 2.4] versaram em torno de *É um número específico demais para parecer inventado e Estatisticamente, se você coloca um número quebrado e ímpar, a pessoa tende a acreditar*. A pergunta que eu fiz era sobre os dados que são apresentados nas notícias, e, portanto, falávamos sobre esses números. Nesse contexto, o contato com a situação real pode ter criado uma tensão entre a realidade e a semirrealidade (Skovsmose, 2000) que é apresentada nas aulas de matemática tradicionais.

As aulas de matemática, quando apoiadas nos livros didáticos, proporcionam um contato dos estudantes com a semirrealidade, que é uma realidade inventada. Nesse cenário, ela pode ter a finalidade de ser o contexto de determinado exercício com solução única, e, além disso, “o único propósito do exercício é ser resolvido. Deixar-se levar pela semirrealidade descrita no texto e tentar explorá-la por meio de perguntas e curiosidades é uma atitude de quem quer perturbar a aula” (Alrø; Skovsmose, 2023, p. 51). Assim, a matemática apresentada nos noticiários, com dados reais, não parece ser inventada, diferentemente do que pode acontecer na sala de aula de matemática, em que normalmente é posta uma realidade inventada.

Logo após essa reflexão, o grupo iniciou uma discussão reflexiva [2.5, 2.6], em que o assunto do desastre climático foi retomado. Nesse cenário, refletir sobre a presença da matemática em uma situação real pode ter desencadeado a discussão reflexiva. De maneira geral, o favorecimento das vistas privilegiadas (Alrø; Skovsmose, 2023) pode tê-los, de fato, aproximado da situação-problema, promovendo o surgimento de discussões reflexivas.

No episódio 4, mais uma vez, a/os estudantes se questionaram: [4.1] *E como a gente pode usar isso aqui na matemática, véi? A gente pode fazer um gráfico no geogebra. Tempo com base em pesquisa, sei lá*. Nesse episódio, é notável a familiaridade do grupo com as funcionalidades das tecnologias digitais, afinal, diversas opções para a construção do modelo surgiram, enquanto Bruno, Lilian e Marcos buscavam outras opções. Setti e Vertuan (2021) destacam em seu estudo, envolvendo estudantes do EMiT que cursam Informática, que esse também foi um encaminhamento buscado pelos alunos na elaboração de uma solução para a

situação-problema da prática de modelagem que estavam realizando. Portanto, o uso das tecnologias digitais pode ser privilegiado nesses contextos.

As habilidades tecnológicas que o grupo manifestou estão associadas ao conhecer técnico – conhecer “sobre como construir e sobre como utilizar um modelo matemático” (Skovsmose, 1990, p. 767, tradução minha⁵²) – e, consequentemente, à produção de discussões técnicas; mas também podem estar associadas à produção de discussões reflexivas. Skovsmose (2001) esclarece que nossos conhecimentos quanto às tecnologias são fundamentais para a articulação entre os conhecimentos. A produção de discussões reflexivas se apresenta como “uma solução tecnológica para alguns problemas (tecnológicos)” (Skovsmose, 2001, p. 86), pois o conhecer reflexivo “deve estar baseado em um horizonte mais amplo de interpretações e entendimentos prévios” (Skovsmose, 2001, p. 85).

Assim, o grupo sugeriu a construção de um gráfico para representar as suposições que foram levantadas por ela e eles. Todavia, Bruno evidenciou a necessidade da formulação de uma *hipótese* anteriormente a essa construção. A hipótese foi descrita nesses termos pelo estudante: *as massas são controladas pelas mídias*. Em momento algum, usei a palavra “hipótese” com os grupos durante a prática, e, mesmo assim, ela se destacou nas falas de Bruno, Lilian e Marcos. Assim, mesmo que eu não tenha sugerido a elaboração de hipóteses pelo grupo, dessa forma o fizeram, provavelmente influenciados pelo que já viveram até ali, enquanto estudantes que carregam uma bagagem sociocultural (Lerman, 2001) e se manifestam sobre ela. Para Silva, Borssoi e Almeida (2015, p. 179)

No estudo de um fenômeno, o ser humano (intérprete) ao fazer uma abordagem *a priori* do que o fenômeno representa, leva em consideração suas vivências, seu contato com situações passadas que interferem na produção de signos com relação ao que está sendo analisado.

Portanto, ao investigarem as inundações no Rio Grande do Sul na aula de matemática, a estudante e os estudantes manifestaram suas vivências, seja enquanto telespectadores, seja enquanto estudantes do EMiT, do curso técnico de informática. A familiaridade com a matemática e com as tecnologias digitais pode se associar às vivências que tiveram ao longo da trajetória escolar e, em particular, nos três anos como estudantes do EMiT. Ou seja, essa familiaridade pode ser parte do background dessa e desses estudantes, que “pode ser interpretado como uma rede de relacionamentos e significados socialmente construída, que pertence à história da pessoa. Quando tentamos explicar as intenções de um indivíduo, frequentemente nos referimos ao seu *background*.” (Skovsmose, 1994, p. 179, tradução

⁵² No original, “about how to build and how to use a mathematical model” (Skovsmose, 1990, p. 767)

minha⁵³). Para Torisu (2018), o *background* de um indivíduo está associado às raízes culturais construídas a partir de um conjunto de vivências sociais, que ocorrem na família, no trabalho e na escola. Assim, considerando esses autores, o *background* dessa e desses alunos pode ter se manifestado em toda a realização da prática de modelagem.

Silva, Borssoi e Almeida (2015, p. 165) consideram o uso das tecnologias como “um meio rico e flexível disponível para os alunos interagir e comunicar suas ideias trabalhando de modo colaborativo”. Na prática de modelagem, Bruno, Lilian e Marcos mudaram suas alternativas para a construção do modelo muitas vezes, por meio de refutações das falas que realizavam entre si. Dentre essas alternativas, Bruno [4.10] considerou utilizar uma ferramenta de Inteligência Artificial (IA) como auxílio para construir o modelo que desejavam.

Nesse episódio, havia muitas preocupações relacionadas às comprovações matemáticas relacionadas ao modelo. Para o grupo, o modelo, para ser representativo, deveria comprovar matematicamente a hipótese elencada, ou seja, que “as massas são controladas pelas mídias”. No início da prática de modelagem, a estudante e os estudantes entendiam que o papel da matemática era de comprovar a hipótese que ela e eles levantaram. Todavia, no decorrer da prática e da ocorrência de variados impasses, passaram a utilizar e se referir a matemática como uma descrição de suas hipóteses para a resolução da tarefa. Talvez, o reconhecimento do grupo de que determinados modelos não seriam capazes de comprovar o que eles supunham venha da dificuldade gerada pela falta de informações que eles tinham em mãos – afinal, comprovar que “as massas são controladas pelas mídias” poderia demandar dados não comportados pelos gráficos do *Google Trends*. Então, novamente, a situação real provocou uma tensão quando é reduzida a termos matemáticos, fruto do contato com a realidade.

Como explorado no Capítulo 7, alguns aspectos desse episódio podem remeter à ideologia da certeza (Borba; Skovsmose, 2001), quando o grupo desejava comprovar, definitivamente, por meio da matemática, a hipótese que estruturaram. Conforme Araújo e Martins (2017, p. 114) apontam, na ideologia da certeza da matemática,

soluções ou encaminhamentos construídos com base em argumentos matemáticos não são questionados, pois acredita-se que a matemática aponta o melhor caminho a ser seguido, sem deixar margens para contra argumentações [...].

Em contrapartida, essa mesma necessidade de comprovação permitiu que Bruno, Lilian e Marcos estruturassem critérios e justificativas para o uso de determinado modelo, em vez de

⁵³ No original, “background can be interpreted as that socially constructed network of relationships and meanings which belong to the history of the person. When we try to explain the intentions of an individual we often refer to his or her background.” (Skovsmose, 1994, p. 179).

outro, o que pode ter culminado na produção de discussões reflexivas. Então, nesse episódio, questionamentos similares a *Mas isso não comprova!* podem ter sido essenciais para o surgimento de discussões reflexivas. Lopes (2023) esclarece que o desenvolvimento do conhecer reflexivo pode estar associado à desestabilização da ideologia da certeza. O autor expõe que estudantes envolvidos no desenvolvimento de uma prática de modelagem proposta por ele se aproximaram do conhecer reflexivo, à medida em que se afastavam da ideologia da certeza, mas, para ocorrer esse afastamento, era necessário questioná-la.

Da mesma maneira, a manifestação de contestações com esse teor permitiu que Bruno, Lilian e Marcos reconhecessem que talvez não precisassem comprovar matematicamente a hipótese que tinham. Ela e eles priorizaram estruturar uma resolução com suporte da matemática que descrevesse aquilo que acreditavam. E, à frente, perceberam que, mesmo assim, não poderiam sustentar muitas certezas em cima disso.

Por esse motivo, no episódio 6, Bruno e Marcos buscaram formas de conferir a construção que realizaram. A insegurança associada ao modelo indicou o surgimento de discussões reflexivas. Mas, ao mesmo tempo, esses mesmos estudantes, mais uma vez, retornaram às ferramentas de IA para realizar um procedimento: [6.1, 6.2] *Será que o Chat GPT não sabe uma ferramenta para olhar isso?; Para olhar as postagens, né?!*

De acordo com Jablonka e Gellert (2007), a dificuldade da sociedade em contrapor argumentos matemáticos pode vir da inaptidão para isso, o que promove a aceitação de determinados dados e modelos, culminando no processo de desmatematização. Conforme Barbosa (2009b) afirma, a matematização e a desmatematização são dois processos conectados.

Nessa situação, os estudantes se submeteram à utilização de uma ferramenta de inteligência artificial que averiguasse as datas de publicações de determinada emissora e sua correspondência com o tema do desastre climático do Rio Grande do Sul, ou seja, que possibilitasse a conferência do modelo que eles construíram. A nossa tendência, como seres humanos, é acreditar que tecnologias de alta eficiência e as máquinas se mostram melhores e, por isso, fornecem um trabalho de maior eficácia do que nós, quando envolve a matemática. Tudo isso tem gerado um processo de desmatematização, quando tendemos a acreditar nessas “caixas-pretas” e desaprendemos ou nos desinteressamos por aprender ou desenvolver a matemática por nós mesmos.

Os estudantes quase optaram por esse caminho quando solicitaram ao Chat GPT para realizar essa conferência ou para auxiliar na construção do modelo, porém não o fizeram. Talvez, as tecnologias ainda não sejam tão eficientes quanto a capacidade que temos em

escolher, estabelecer conexões, ser críticos e analisar nossas próprias construções. As discussões e decepções quanto à construção do modelo, por parte dos estudantes, culminaram na produção de discussões reflexivas, que serão melhor exploradas nas seções seguintes.

Ao longo das interações que a estudante e os estudantes estabeleceram com a matemática, foi possível perceber que, no episódio 1, momento de contato com a tarefa proposta e compreensão dos dados, as discussões reflexivas protagonizadas, e que se mantiveram, foram estabelecidas a partir dos questionamentos em torno da matemática, do reconhecimento de sua relevância, mas da declaração de que ela precisa ser confrontada (Souza; Araújo; Pinto, 2022). Da mesma maneira, no episódio 2, observei que a ocorrência e manutenção das discussões reflexivas pode estar associada com a reflexão sobre a presença da matemática em uma situação-problema que faça referências sobre a realidade – desde o episódio 1, sempre que precisavam lidar com os impasses referentes a pensar a matemática na situação com referência na realidade, discussões reflexivas eram produzidas.

Ao longo do episódio 4, na busca por uma representação matemática, Bruno, Lilian e Marcos se apoiaram na ideologia da certeza (Borba; Skovsmose, 2001) para comprovar a veracidade da hipótese que sustentavam. Ao mesmo tempo em que se apoiaram na ideologia da certeza, protagonizaram algumas discussões reflexivas. No episódio 5, na construção do modelo, ela e eles se distanciaram de tal maneira de reflexões do modelo sobre a realidade, que apenas possíveis produções de discussões reflexivas (Santos; Barbosa, 2007) foram identificadas – as discussões se alternaram, principalmente, entre discussões matemáticas e discussões técnicas.

No episódio 6, mesmo que tenham se aproximado a um processo de desmatematização (Jablonka; Gellert, 2007) – na busca pela verificação do modelo com auxílio de IA, as discussões reflexivas retornaram e se mantiveram por um longo período. Esse padrão se manifestou, de alguma maneira, em outras interações do episódio 4.

Seguindo na busca por estabelecer possíveis relações do que foi descrito até aqui com a ocorrência das discussões reflexivas, as demais interações identificadas serão exploradas a seguir.

8.2 Interações entre a/os estudantes

Desde a execução da prática, as interações que a estudante e os estudantes realizavam entre si despertaram-me a atenção. Portanto, nessa seção, guio-me pelas interações que Bruno, Lilian e Marcos estabeleceram entre si, com o olhar voltado para as discussões reflexivas que

o grupo protagonizou, na tentativa de traçar possíveis relações das interações com a ocorrência dessas discussões.

O episódio 1 demarca uma etapa essencial dessa prática de modelagem, que é a elaboração das compreensões sobre o problema que seria investigado. Muitas inseguranças de quem está propondo a prática residem nesse momento inicial, porque não há garantias de que os estudantes discutam e se interessem pelo problema que está sendo proposto. Em outras palavras, não há garantias de que as estudantes e os estudantes aceitem o convite (Alrø, Skovsmose, 2023; Skovsmose, 2000) à investigação.

Bruno, Lilian e Marcos demonstraram interesse e certo conhecimento sobre o desastre climático do Rio Grande do Sul, levantando suposições sobre o problema desde que a tarefa foi proposta. Júlio, Vaz e Fagundes (2011, p. 64) evidenciam que “A relação que os alunos desenvolvem com uma atividade é influenciada por fatores contextuais, como: o estilo da atividade, as interações com os colegas, a postura do professor e experiências anteriores”.

Nesse caso, ela e eles não tinham experiências anteriores com a modelagem, mas o estilo da atividade pode tê-los atraído, até pelo ambiente em que estavam, o laboratório de informática. Além disso, a estudante e os estudantes tinham o costume de realizar atividades em grupo, seja nas disciplinas do curso técnico, seja nas disciplinas de formação geral, proporcionando que questões relativas ao *background* (Torisu, 2018; Skovsmose, 1994) dessa e desses estudantes se manifestassem e auxiliassem na manutenção da prática. Quanto à postura docente, eu e a professora Rita, inicialmente, nos distanciamos dos grupos.

Esse distanciamento não impediu que Bruno, Lilian e Marcos desenvolvessem interações em prol da busca de uma solução para a tarefa de modelagem proposta. Quando é construído um ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica, “os estudantes são convidados a trabalhar em grupos. Nesse sentido, eles são incentivados a negociar, debater, ouvir o outro e respeitar suas idéias” (Araújo, 2009, p. 65), mesmo distantes dos domínios da professora ou do professor. Assim, as discussões reflexivas ocorreram [1.5-1.8] no levantamento de suposições sobre a presença da matemática no problema. As interações que a estudante e os estudantes realizaram entre si se apresentaram como sendo de fundamental relevância para a manutenção dessa discussão, que se manteve enquanto novas ideias surgiam, característica de toda a prática. Ela e eles complementavam as ideias uns dos outros, interessando-se pelo que era dito pelos colegas, sempre levantando suposições e trazendo à tona aspectos relativos às suas experiências prévias (Silva; Barbosa, 2011) como telespectadores.

No episódio 3, quando a estudante e os estudantes centraram seus esforços em compreender as informações fornecidas pelo *Google Trends* e pelos sites de emissoras, algumas interpretações quanto aos gráficos precisaram ser formuladas e, a partir disso, discussões reflexivas foram protagonizadas.

As discussões iniciais de Bruno, Marcos e Lilian [3.7-3.16] tornaram-se fundamentais para a manutenção das discussões reflexivas sequenciais. O grupo de estudantes estabeleceu um caráter colaborativo durante toda a prática, na busca pela compreensão dos dados apresentados no *Google Trends*.

Borssoi, Silva e Ferruzzi (2021, p. 944) compreendem a aprendizagem colaborativa, a partir de pressupostos de outros autores, como sendo o desenvolvimento de um “trabalho conjunto dentro de um grupo, sem distinção hierárquica, em um esforço coordenado para atingir um objetivo comum”. As interações da estudante e dos estudantes eram pautadas, portanto, na intenção de alcançar determinada finalidade comum, o que pode ter auxiliado na manutenção das discussões e, conseqüentemente, no desenvolvimento de discussões reflexivas.

Conforme as autoras explicitam, a aprendizagem colaborativa é regida por três critérios cruciais: a interatividade, a sincronicidade e a negociabilidade (Borssoi; Silva; Ferruzzi, 2021). A interatividade se dá na interação de dois ou mais sujeitos que trocam opiniões, enquanto a sincronicidade é desencadeada pela anterior. À medida que um sujeito expõe uma opinião, sua percepção é retroalimentada pela percepção de outro sujeito, que auxilia na geração de novas ideias e sugestões. E, por fim, a negociabilidade é o processo pelo qual os sujeitos buscam estabelecer determinado acordo para a conclusão de determinada tarefa.

Inicialmente [3.21], no desenvolvimento de uma discussão técnica [3.17-3.27], Bruno, Lilian e Marcos relacionaram o comportamento dos gráficos ao comportamento das pessoas, considerando suas experiências como telespectadores: *Aumento repentino na parada, tá ligado?! Mas aí caiu, do nada, porque aí para a pessoa que estava pesquisando, meio que saturou.* O grupo também relacionou esses gráficos às notícias sobre o desastre que eram divulgadas nos distintos períodos de exibição de notícias. Até que, enfim, se questionou [3.27] *O que a gente pode concluir com isso?.*

Essa pergunta foi essencial para a exposição de um encaminhamento inicial: [3.28] *Mas é exatamente isso, o interesse na mídia dita as notícias. Ninguém está interessado mais em saber do Rio Grande do Sul.* Essas conclusões foram baseadas nas interpretações que ela e eles elaboraram sobre os gráficos, sempre relacionando-os com a realidade. As interpretações realizadas contribuíram para a manutenção de argumentos posteriores e, conseqüentemente,

para a manutenção das discussões reflexivas: [3.29-3.31] *a gente só vê o que a mídia quer mostrar; É o que desperta mais interesse nas pessoas; Não o que eles querem, o que vai dar mais visualização.*

Novamente, a transição se deu das discussões técnicas para as discussões reflexivas, como foi previsto por Barbosa (2006). Pensar no que se pode concluir a partir da interpretação dos gráficos é, repentinamente, alterar a natureza da discussão. Ora estavam interpretando os dados dos gráficos ora estavam construindo compreensões a partir dessas interpretações e das informações sobre a realidade. O encerramento dessas discussões se deu quando ela e eles retornaram às decisões que envolvem a construção do modelo.

O episódio 4 foi marcado pelas diversas proposições e manifestações de opiniões divergentes. Nesse contexto, as discussões reflexivas foram manifestadas quando, no processo de matematização (Freitas, 2013), algumas tensões relacionadas à eficácia de comprovação do modelo surgiram.

Lerman (2001) sugere que a maneira como interpretamos e lidamos com a matemática individualmente é reflexo de nossa subjetividade e de nossa bagagem sociocultural. Todavia, nossas manifestações também interferem no meio em que estamos. Por essas interpretações, entendo que as interações que Bruno, Lilian e Marcos realizaram entre si tenham sido fundamentais para a constituição das ideias do grupo. Isso inclui as interações conflitantes, que ocorreram de maneira respeitosa e colaborativa, impulsionando a ocorrência das discussões reflexivas.

Quando discordavam ou tentavam compreender melhor o que outro ou outra colega queria dizer, ali poderiam residir discussões reflexivas, como ocorreu em alguns momentos [4.20, 4.24, 4.25]. As discordâncias ou os esclarecimentos que versaram em torno das escolhas para a construção do modelo, que originaram as discussões reflexivas, tensionaram a ideologia da certeza da matemática (Lopes, 2023).

Em contrapartida, no episódio 5, não houve registros de produção de discussões reflexivas, quando ela e eles centraram seus esforços na construção do gráfico que melhor representava suas escolhas. Nesse episódio, as interações foram mais procedimentais, em que, a cada fala, Bruno, Lilian ou Marcos contribuía para o avanço da construção do modelo, sem desenvolverem questionamentos acerca das etapas que seguiam.

De maneira geral, as interações que essa e esses estudantes estabeleceram, da forma que estabeleceram, reverberaram efeitos por toda a prática de modelagem. A ocorrência de discussões reflexivas não seria possível se ela e eles não estivessem disposta e dispostos a

investigar uma situação com referências na realidade, sempre se questionando, argumentando (Borssoi; Silva; Ferruzzi, 2021) e acolhendo as opiniões de colegas, de modo colaborativo.

Para encerrar a análise das interações que se destacaram em meio a análise dos dados que foram construídos, na seção seguinte, meus interesses se voltaram para as interações que nós, enquanto professora|pesquisadora e professora, estabelecemos com tais estudantes.

8.3 Interações entre estudantes, professora|pesquisadora e professora

Guiando-me pelas interações registradas entre mim e o grupo, bem como pelas discussões reflexivas provenientes delas, inicio a seção destacando alguns acontecimentos do primeiro episódio e prossigo retomando acontecimentos de episódios posteriores. Os acontecimentos do episódio 2 terão maior ênfase, porque, ali, nossas interações aconteceram em maior volume.

No episódio 1, Bruno [1.9] recorreu a mim, questionando-me se, e onde, deveriam escrever suas conclusões sobre a prática. Essa pergunta pode indicar uma tendência a associar as aulas de matemática ao paradigma do exercício (Skovsmose, 2000). Nesse caso, o estudante poderia estar em busca de formalizar as conclusões a que chegaram, para ter um retorno quanto a elas. Em aulas tradicionais de matemática, o exercício teria sido proposto pelo professor, os estudantes fariam cálculos, encontrando uma resposta, anotariam essa resposta para que o professor conferisse e determinasse se está correta ou incorreta.

Ao responder o questionamento do Bruno, em vez de ser “diretiva” (Barbosa, 2007) e dizer se deveriam escrever ou não deveriam escrever, retomei a situação-problema: [1.10] [...] *A gente [enquanto telespectador] tem um pensamento sobre a resposta do questionamento “Como as emissoras de TV lidam com a inserção de notícias sobre o desastre do RS?”, mas a intenção é que vocês se apanem na matemática para a construção dessa resposta.* Com essa fala, registro de minha primeira intervenção no trabalho do grupo durante a prática, a minha intenção era de orientá-los, mas também de iniciar a apresentação do convite (Skovsmose, 2000), para que integrassem o ambiente de aprendizagem da modelagem na perspectiva sociocrítica (Barbosa, 2003).

A partir de nossa interação, a estudante e os estudantes iniciaram um momento de discussões reflexivas [1.13, 1.15, 1.16, 1.17], que foi intercalado por discussões técnicas [1.12, 1.14] – estas que, por sua vez, podem ter auxiliado no suporte e manutenção das discussões reflexivas (Barbosa, 2006).

Ainda nesse trecho, houve o registro de mais uma interação: demonstrei concordância – [1.16] *Sim, interessante* – com aquilo que o grupo apresentava, e essa atuação pode ter influenciado a estudante e os estudantes a encerrarem as discussões. Conforme Alrø e Skovsmose (2023, p. 34) explicitam, os alunos não prosseguem porque “sabem que se seguirem o professor, vai dar tudo certo”, mas eles “[...] podem se cansar de tentar achar sentido na fala do professor e simplesmente passam a seguir instruções burocraticamente”. Nesse sentido, eu identifico como sendo uma interação que comprometeu aquilo que intencionava, porque posso ter favorecido o encerramento das discussões que poderiam ter tomado novos direcionamentos.

Assim, com receio de as discussões sobre a prática se encerrarem, no episódio 2, que denomino como *A intervenção*, tento reaproximar a estudante e os estudantes da situação-problema. Com o favorecimento das vistas privilegiadas (Alrø; Skovsmose, 2023), que foram abordadas no capítulo anterior, inicio a intervenção.

Inicialmente, pergunto sobre as experiências que cada uma e cada um vivenciou durante o desastre climático, questionando-os sobre a presença da matemática naquele cenário. Espontaneamente, Marcos [2.5] e Bruno [2.6] retomaram a situação-problema, estabelecendo uma discussão reflexiva, que se encerra ao me questionarem [2.7] sobre *como a matemática entra aqui?*. Esse encerramento é previsto em Barbosa (2006, p. 298, tradução própria⁵⁴), quando o autor evidencia que “a transição entre as discussões ocorre por meio de impasses”.

Ao responder ao grupo, realizei, na verdade, outro questionamento a partir das respostas que haviam fornecido: [2.8] *Será que tem como a gente encontrar alguma informação para relacionar com as emissoras?*. Barbosa (2007) explicita que intervenções realizadas a partir das interações com as estudantes e os estudantes são interações “reativas”. No caso dessa pesquisa, foi possível identificar interações reativas com um caráter mais aberto e menos diretivo, uma vez que eu intencionava a ocorrência de discussões reflexivas.

A partir da fala de Lilian [2.9], é notável um estranhamento da estudante diante de minhas intervenções: *Não tem como dar a resposta mastigada para a gente, não? Como chegar à resposta*. Esse estranhamento pode estar relacionado ao absolutismo burocrático (Alrø; Skovsmose, 2023), associado às aulas tradicionais de matemática.

No absolutismo burocrático se estabelece, em termos absolutos, aquilo que é correto ou incorreto, sem que haja a explicitação de justificativas para isso. E a comunicação entre professoras/es e estudantes é orientada por meio desse absolutismo. Ele guia professoras e professores a estabelecerem com estudantes o denominado padrão sanduíche de comunicação

⁵⁴ No original, “transitions between them occur by impasses” (Barbosa, 2006, p. 298).

(Alrø; Skovsmose, 2004; 2023). Assim, “O professor faz perguntas, os estudantes respondem e o professor avalia as respostas dadas” (Biotto Filho; Faustino; Moura, 2017, p. 67). E, talvez, Lilian [2.9], esperasse orientações nesse sentido.

Mesmo com a aparente insatisfação de Lilian, na sequência do episódio, o grupo iniciou uma nova discussão reflexiva, partindo dessa nossa interação [2.7-2.9]. Nesse trecho, ela e seus colegas associaram a emissão de notícias aos *trending topics* do *Twitter*, rede social que também era de meu conhecimento e pode ter auxiliado na manutenção da discussão. Essa se encerra com mais uma pergunta que realizei a partir de afirmações do grupo: [2.13] *Será?*.

Prossigui para o que se encaminhou para discussões técnicas, ao evidenciar que [2.14] *Eu não tenho uma resposta para essa pergunta [que eu mesma fiz], a intenção é que vocês construam [uma solução] a partir da percepção de vocês*. Houve algumas intencionalidades com esse encaminhamento: de incentivá-los à construção de uma resolução de maneira autônoma, deixando clara a minha disponibilidade para orientá-los e de, ao mesmo tempo, perturbar as certezas associadas ao conhecimento absoluto da professora|pesquisadora (Alrø; Skovsmose, 2023).

Em dado momento, percebi que, sem minhas intervenções, o grupo já realizava entre si questionamentos com as mesmas propriedades e “tentaram efetivamente aproximar-se dos possíveis propósitos da atividade e, quando precisaram, pareceram ávidos por assumir a responsabilidade e a propriedade do processo de investigação” (Alrø; Skovsmose, 2023, p. 55). Em outras palavras, o grupo aceitou o convite para a integração do cenário para a investigação, que era o ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica (Araújo, 2012).

No episódio 3, demarcado, principalmente, pelas interações entre a/os estudantes, a discussão reflexiva [3.28-3.41] se inicia pela dificuldade de compreender os dados. É interessante e relevante notar que Bruno [3.27] questiona ao grupo *O que a gente pode concluir com isso?*. Essa e a fala de Marcos [3.28] – em que o aluno repete o mesmo que foi dito pelo colega –, apesar de serem interações entre os estudantes, podem ser reflexo de nossas interações. Alrø e Skovsmose (2023, p. 53) explicitam que “Num cenário para investigação, a fala ‘O que acontece se...?’ deixa de ser dita apenas pelo professor e passa a ser dita pelo aluno também”. Nesse caso, involuntariamente, o grupo de estudantes passou a dizer falas similares às minhas, mesmo em minha ausência e da professora Rita, contribuindo para a investigação ao longo de toda a prática.

A manutenção dessa discussão reflexiva pode ter sido influenciada pelos questionamentos que Bruno, Lilian e Marcos realizaram entre si ao longo do trecho, como:

[3.33] *Mas cê concorda, por exemplo, que o Rio Grande do Sul, enquanto estava em alta, todas as emissoras estavam colocando [notícias sobre o desastre]? Ou, quando já tinham suposições sobre a emissão dessas notícias e mesmo assim se perguntaram: [3.36] E onde eles sabem o que está sendo mais falado?.* Essas perguntas que eles mesmos se fizeram favoreceram a exposição das reflexões dos alunos e, conseqüentemente, favoreceram a manutenção da discussão reflexiva.

A partir de uma fala da professora Rita [3.40] *Vocês chegaram a alguma conclusão?*, foi possível verificar uma síntese do que ela e eles elaboraram em todo esse episódio [3.41] *A gente só fica preso no que a TV mostra para a gente, mas às vezes não. E nem sempre é a verdade. Às vezes pode estar mentindo, mas na maioria das vezes não acontece, tipo, eles podem estar falando a verdade mesmo, mas pode ocorrer de estarem mentindo. Nem sempre a gente pesquisa.* Assim como apontado em Lopes (2023, p. 953, grifos no original), uma prática com “formulação mais aberta e livre [...] pode estimular a manifestação dos alunos”. Nesse caso, Bruno, Lilian e Marcos puderam se expressar e se questionar por muito tempo em torno de uma mesma questão e, quando a professora Rita os questionou sobre suas conclusões, ela e eles se debruçaram sobre argumentações que construíram juntos – auxiliando na manutenção de discussões reflexivas. Perguntas como a da professora Rita, em uma prática de modelagem, podem auxiliar estudantes a, justamente, sintetizarem suas ideias e prosseguirem a partir delas.

No episódio 6, ao fim de toda a prática de modelagem, realizada a apresentação do grupo sobre o modelo construído, questionei à Lilian e ao Marcos: [6.12] *O modelo que vocês construíram responde [à situação-problema]?.* Ao realizar essa pergunta, me vi inspirada pelos seis passos⁵⁵ que podem nos levar ao conhecer reflexivo (Skovsmose, 2001) e, conseqüentemente, às discussões reflexivas. Além disso, enquanto professora|pesquisadora (Araújo, 2019), a minha tarefa era de entender o que aquele grupo desenvolveu e saber de suas opiniões sobre o que construíram. Eu não estava ali para julgar o que fizeram como uma construção correta ou incorreta, afinal, como eu disse [2.14], eu mesma não tinha respostas para essa pergunta.

A partir desse questionamento, desenvolvemos uma discussão reflexiva, que foi continuada pelas interações que eu e Marcos estabelecemos. Marcos reconheceu [6.15, 6.17] que, com o modelo desenvolvido pelo grupo, generalizações não poderiam ser realizadas. Nesse

⁵⁵ Em Skovsmose (2001, p. 92), o autor elenca os seis passos que podem nortear o nosso caminho em direção ao conhecer reflexivo: “ (1) Usamos o algoritmo da maneira correta?; (2) Usamos o algoritmo certo?; (3) Podemos confiar no resultado vindo desse algoritmo?; (4) Poderíamos ter prescindido de cálculos formais?; (5) Como o uso efetivo de um algoritmo (apropriado ou não) afeta um contexto específico?; (6) Poderíamos ter desempenhado a avaliação de outro modo?”.

caso, ele disse que algumas afirmações subjetivas poderiam ser feitas, considerando as experiências que estavam vivenciando e as suposições que levantaram, mas não se assegurariam em realizar generalizações para todas as emissoras. Reflexões com essas características se aproximam do conhecer reflexivo (Skovsmose, 1994) e se distanciam da ideologia da certeza (Borba; Skovsmose, 2001).

Inicialmente, como discutido e apresentado nas outras seções e ao longo dos capítulos, o grupo se mostrava vinculado às comprovações advindas da matemática com o modelo que desenvolveriam. Porém, ao fim, as reflexões de Marcos demonstraram como isso se alterou no decorrer da prática, e no decorrer de todas as interações que foram registradas. Em suma, a matemática, “ao mesmo tempo em que é usada para resolver algum problema, é também questionada sobre a forma em que é usada, tanto pelo grupo quanto pela sociedade, de maneira geral. É o uso da matemática da forma que é possível pelo grupo, mas em constante questionamento” (Araújo, 2009, p. 65).

A partir das interações aqui analisadas, foi possível notar que a ocorrência de discussões reflexivas se intensificou nos episódios em que eu intervinha junto ao grupo de maneira mais dialógica (Alrø; Skovsmose, 2023), realizando perguntas que se relacionassem à tarefa, de modo a tentar aproximar a estudante e os estudantes de reflexões sobre a matemática e o desastre climático. As interações que realizamos no episódio 2 parecem ter contribuído para reverberações no episódio 3, em que a estudante e os estudantes se posicionaram de maneira investigativa e indagativa (Alrø; Skovsmose, 2023), tal como eu havia feito anteriormente com ela e com eles.

Traços dessa postura, com a apresentação de questionamentos entre si e que caracterizam o cenário para investigação (Skovsmose, 2000), se perderam ao longo da prática, quando eu também estive distante do grupo. Araújo, Pinto e Luz (2008) apresentaram a característica da efemeridade dos cenários para investigação, considerando que, muito facilmente, ele se constitui e se esvai, a depender de diferentes motivos. No caso dessa pesquisa, me refiro a importância do diálogo que as autoras e o autor também elegem para a constituição de um cenário para investigação (Alrø; Skovsmose, 2023; Araújo; Pinto; Luz, 2008) e de sua relação com a efemeridade. Coincidentemente, as discussões reflexivas se manifestaram e se mantiveram cada vez menos, quando as interações se distanciaram das características dialógicas que compõem o cenário para investigação. Em contrapartida, quando restabelecemos contato, no episódio 6, as discussões reflexivas voltaram a se destacar.

Efetuada as análises das discussões reflexivas a partir das interações destacadas nas seções anteriores, é possível realizar algumas interpretações quanto à natureza dessas interações e a sua influência na ocorrência dessas discussões.

Ao retomar as interações da/os estudantes com a matemática, percebo que as discussões reflexivas ocorreram nos momentos em que Bruno, Lilian e Marcos também interagiam entre si e/ou comigo ou com a professora Rita – então, interações com a matemática estiveram sempre necessárias. Todavia, a presença da professora e da pesquisadora não garantia a ocorrência de discussões reflexivas, uma vez que há registros de interações entre a/os estudantes e entre nós em que discussões reflexivas não foram identificadas. Na ocorrência das discussões reflexivas, observei algumas características das interações que as impulsionaram ou apoiaram.

Inicialmente, é importante destacar que o relacionamento entre os membros desse grupo, existente previamente à pesquisa, pode ter influenciado o desenrolar da prática e a ocorrência de discussões reflexivas. Desde o momento inicial da prática de modelagem, ela e eles se mostraram ávidos pela busca de uma resolução para a tarefa proposta (Alrø; Skovsmose, 2023). Nas interações entre a/os estudantes, é notável que ela e eles assumiram um caráter colaborativo (Borssoi; Silva; Ferruzzi, 2021), se questionando ao mesmo tempo em que argumentavam em favor de novas possibilidades, sempre respeitando uns aos outros.

Bruno, Lilian e Marcos manifestaram o seu background (Skovsmose, 1994; Torisu, 2018) em toda a prática – o que a/os auxiliou na construção do modelo e na elaboração de argumentos relativos ao acontecimento. As interações da/os estudantes com a matemática, que auxiliaram na ocorrência de discussões reflexivas, foram aquelas interações em que a/os estudantes reconheceram a relevância da matemática para a constituição de alguma resolução que fizesse referências à realidade (Skovsmose, 2000) ao mesmo tempo em que confrontavam essa resolução, que era apoiada na matemática (Araújo; Martins, 2017). Esses confrontos aconteciam quando as interações direcionavam para isso, pelo teor dos questionamentos que eram realizados.

As interações da/os estudantes comigo e com a professora Rita poderiam direcionar para esses questionamentos e, conseqüentemente, para a produção de discussões reflexivas (Barbosa, 2006), a depender de como essas interações aconteciam. Quando o ambiente assumia características de um cenário para investigação (Alrø; Skovsmose, 2023), na realização de perguntas e devolutivas próprias desse espaço, sem perder de vista a referência à realidade (Skovsmose, 2000), a/os estudantes protagonizavam discussões reflexivas. E, mais, na ausência de intervenção das professoras, a/os estudantes realizaram esse mesmo tipo de interação,

contribuindo para a permanência do ambiente investigativo e possibilitando que as discussões reflexivas também ocorressem nesses momentos. Quando a/os estudantes se afastavam de interações com esse teor, pela efemeridade característica dos cenários para a investigação (Araújo; Pinto; Luz, 2008), ela e eles não protagonizavam discussões reflexivas. Era natural e desejável que as discussões reflexivas não ocorressem durante toda a prática de modelagem. Elas coexistem a outros tipos de reflexões, que podem promover as discussões matemáticas e as discussões técnicas, por exemplo (Barbosa, 2006).

A realização de questionamentos, apoiados nas interações características de um cenário para a investigação (Alrø; Skovsmose, 2023), possibilitavam a desestabilização das certezas (Borba; Skovsmose, 2001; Souza; Araújo; Pinto, 2020) e confianças que essa e esses estudantes apresentavam quanto à matemática e às produções que realizavam a partir dela. Na desestabilização dessas certezas, a construção e a apresentação de novos argumentos eram possibilitadas – apoiadas, principalmente, nos backgrounds (Torisu, 2018) da aluna e dos alunos do EMiT –, e, assim, a constituição de todo ambiente de investigação com essas características promovia a ocorrência de discussões reflexivas no ambiente de modelagem na perspectiva sociocrítica.

Para encerrar estes escritos e sintetizar as conclusões da pesquisa, a partir das análises e construções realizadas ao longo do trabalho, apresento, a seguir, as considerações finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciei esta dissertação apresentando algumas inquietações e indagações pessoais, que surgiram de minhas experiências escolares, profissionais e acadêmicas. Essas inquietações, do contato às novas vivências que experienciei como pós-graduanda, foram se constituindo como pergunta de pesquisa. Essa, que surgiu de motivações pessoais, foi sendo desestabilizada e também localizada no campo de pesquisa da educação matemática, quando sua relevância acadêmica foi levantada. Sustentada também por uma justificativa social, apresentei a seguinte pergunta que direcionou esta pesquisa: **Como ocorrem as discussões reflexivas de estudantes do Ensino Médio integrado ao técnico em ambientes de modelagem na perspectiva sociocrítica?**

A fim de responder a essa pergunta, orientando-me pelo cumprimento dos objetivos específicos traçados para isso, realizei a análise dos dados em dois níveis, sempre interessada nas discussões protagonizadas pelo grupo de estudantes. Estas discussões ocorrem em espaços de interações (Barbosa, 2007) e têm o significado relacionado às práticas discursivas de Lerman (2001), que considera aspectos socioculturais daquelas e daqueles envolvidos nas interações.

Então, considerando que as discussões são detectáveis nos espaços de interação, por meio das práticas discursivas ali verbalizadas e oralizadas (Barbosa, 2006; 2007), percebi que a natureza de algumas interações se destacava, quando da ocorrência dessas discussões. Como apresentado, as interações consideradas e que promoveram uma análise mais detalhada sobre as discussões reflexivas identificadas foram: **Interações da/os estudantes com a matemática; Interações entre a/os estudantes; Interações entre estudantes, professora|pesquisadora e professora.**

Assim, ao identificar e caracterizar os contextos e mecanismos que podem influenciar no que eu buscava, encontrei possíveis respostas nas interações que ocorreram. As discussões reflexivas, que foram protagonizadas por estudantes do EMiT, ocorreram a partir das interações que assumiam determinadas características, que serão descritas na sequência.

Em toda a prática de modelagem, a/os estudantes assumiram um caráter colaborativo (Borssoi; Silva; Ferruzzi, 2021), em que, dessa maneira, buscavam conjuntamente soluções para a tarefa proposta. A forma colaborativa de agir permitia que novas discussões surgissem, porque a partir das interações dela e deles (a interatividade), novas opiniões surgiam e eram retroalimentadas constantemente (a sincronicidade), até o momento de negociarem as conclusões a que chegaram (a negociação) para a tarefa, sempre de maneira amistosa.

Quando na ocorrência das discussões reflexivas, as interações do ambiente de aprendizagem se constituíam como aquelas características de um cenário para a investigação (Alrø; Skovsmose, 2023; Skovsmose, 2000) – seja entre estudantes, seja entre estudantes, professora|pesquisadora e professora. Isso significa dizer que perguntas como “o que acontece se...?”, “Por que esse parâmetro apresenta este comportamento...?”, “E como isso acontece...?”, que partiram das interações registradas entre mim, ela e eles, passaram a ser reproduzidas entre Bruno, Lilian e Marcos, culminando na ocorrência de discussões reflexivas.

Nos momentos em que as discussões reflexivas foram identificadas, a/os estudantes também mobilizavam aspectos de seus *backgrounds* (Skovsmose, 1994; Torisu, 2018) para relacionar com a tarefa proposta. Esses aspectos foram ressaltados tanto na construção do modelo, como também no questionamento dessa construção, e de outras construções matemáticas que surgiram nas discussões, a partir das experiências que ela e eles relatavam como telespectadores.

Por fim, a/os estudantes, eu – a professora|pesquisadora – e a professora Rita utilizávamos essas interações destacadas acima para desestabilizar as certezas que são associadas à matemática e às produções realizadas (Borba; Skovsmose, 2001), refletindo sobre suas consequências na sociedade (Araújo; Martins, 2017). Ocorrendo, assim, as discussões reflexivas.

Dessa forma, considerando a pergunta de pesquisa apresentada inicialmente, é possível dizer que essas conclusões alcançadas a partir das análises realizadas a respondem e, portanto, se configuram como os resultados desta pesquisa.

Também é possível reconhecer que, para o estabelecimento de discussões reflexivas, não basta uma postura intencionada da professora ou do professor – era, de fato, essencial, mas insuficiente – depende de múltiplos fatores. A minha conclusão se relaciona a compreender como ocorrem tais discussões, não a assegurar essa ocorrência.

Como apontado no capítulo 2, a partir dos trabalhos que foram localizados sobre as discussões reflexivas e sobre o Ensino Médio integrado ao Técnico com a modelagem, algumas contribuições podem ser apontadas para o campo da modelagem na educação matemática a partir da realização desta pesquisa. O campo tem apresentado pesquisas cujas preocupações visam entender maneiras para a formação de cidadãos críticos e atentos à realidade em que se inserem. E a modelagem na perspectiva sociocrítica se constitui como um caminho para a busca dessas compreensões.

As discussões reflexivas, que se caracterizam como o ponto central de desenvolvimento desta pesquisa, são inerentes às práticas de modelagem na perspectiva sociocrítica (Barbosa, 2006a), e estão relacionadas à contribuição para a formação de sujeitos críticos e reflexivos. Então, centrar a atenção nessas discussões é também manter a preocupação de que se ocupa o campo – destacada nas buscas que constam no capítulo 2.

Além disso, ao propor uma compreensão sobre como ocorrem as discussões reflexivas e encontrar respostas na própria EMC, percebo como os conceitos estão interligados, tal como Barbosa (2001) propôs inicialmente acerca do entendimento da modelagem como sendo um ambiente de aprendizagem que é posto em termos de convite aos seus integrantes. Nesse sentido, esta pesquisa amplia os entendimentos sobre a ocorrência das discussões reflexivas no campo da modelagem na educação matemática e também evidencia alguns caminhos que podem ser seguidos quando há um interesse, por parte de pesquisadoras/es e professoras/es, nessas discussões reflexivas, que contribuem para questionamentos sobre a própria matemática e o seu uso na sociedade (Araújo, 2009; Araújo; Martins, 2017).

Outra contribuição desta pesquisa se relaciona ao desenvolvimento de práticas de modelagem na perspectiva sociocrítica com estudantes do EMiT. Tal como eu evidenciei no capítulo 5, a realização de práticas com essas características pode ser facilitada e/ou incentivada nesse contexto. Nesta dissertação, descrevo o planejamento e a realização da prática realizada, que foi acolhida pela maioria das alunas e dos alunos e pela professora que eu acompanhei, e também pelo restante da comunidade escolar, que acompanhou a realização da pesquisa de campo. Retomando o que mencionei na Introdução e ao fim do Capítulo 7, sobre as possibilidades de o EMiT fomentar uma concepção menos crítica da matemática, percebi que o desenvolvimento de discussões reflexivas são, na verdade, mais uma alternativa nesse espaço. O grupo de estudantes do EMiT se mostraram ávidos por discutir questões sociais, políticas e culturais, colocando em questionamento as produções relacionadas à matemática e seus possíveis impactos sociais. Assim, certamente, esse tipo de prática pedagógica se configura como uma possibilidade no EMiT, do mesmo modo que outras pesquisas assinalaram, e foram destacadas no capítulo 2.

Como relatei ao longo da dissertação, a prática que planejei e realizei nesta pesquisa foi a primeira da minha trajetória acadêmica e profissional, comigo estando a frente do planejamento como professora e pesquisadora. Como apontam Ceolim e Caldeira (2017), ao realizarmos – nós, professoras e professores de matemática recém formadas e formados – práticas de modelagem após a conclusão da universidade, é comum que tenhamos medo ao

experienciarmos novas atuações que colocam à tona a nossa vulnerabilidade, quando deixamos de deter o controle em situações previsíveis.

A verdade é que, como professora|pesquisadora (Araújo, 2019), eu realmente tive algumas dificuldades, mas também tive facilitadores. A dificuldade inicial foi justamente de precisar conduzir uma prática enquanto eu também era pesquisadora. Então, eu precisei manter os meus olhares e a escuta atentos, ao mesmo tempo em que eu orientava as estudantes e os estudantes na execução da tarefa proposta. Era desafiador manter os grupos de estudantes concentrados nas tarefas, quando a atenção desses se direcionava para a ocorrência dos jogos olímpicos. Além disso, ao fim do meu período em campo, a professora que eu acompanhava estava na iminência de ser substituída em seu cargo por outro profissional, o que deu celeridade à ocorrência da prática de modelagem, antecipando o término da pesquisa de campo.

Com relação aos facilitadores, devo mencionar a disponibilidade da professora dessas e desses estudantes do EMiT, como também delas e deles em integrar a pesquisa, de tal forma que possibilitaram a geração de muitos dados para a construção do que foi desenvolvido. A prática pedagógica era novidade para ambas as partes e, mesmo assim, não houve rejeição em integrá-la. A comunidade escolar, mesmo sem me conhecer previamente, acolheu-me desde o início de minha inserção ao campo de pesquisa, oferecendo-me condições de realizar o que fosse necessário para construção da pesquisa.

Soma-se a isso uma informação que não consta ao longo da dissertação, mas que certamente afetou a minha atuação em campo, de que enquanto eu estava em campo de pesquisa, eu também cumpria o estágio-docência na disciplina de Modelagem na Educação Matemática, ofertada na UFMG pela Profa. Jussara Araújo. As experiências vivenciadas durante o estágio-docência influenciaram as observações que realizei em campo de pesquisa, como também influenciaram a elaboração e a prática de modelagem que propus às/aos participantes de pesquisa.

Agora, ao concluir esta pesquisa, destaco que alguns novos questionamentos emergiram a partir do que realizei, viabilizando novas alternativas para o desenvolvimento de futuras pesquisas.

No capítulo 8, de análise dos dados, percebi que, em alguns momentos, as discussões reflexivas duravam por mais tempo do que em outros, e, por motivos diferentes, as discussões eram alteradas para as de outros tipos. No entanto, minha atenção não poderia ser direcionada a essa observação, uma vez que os objetivos que eu visava cumprir eram relacionados à ocorrência dessas discussões, não à sua manutenção temporal. Além dessa observação, também

me atentei ao fato de que, durante a análise do episódio 4, a estudante e os estudantes iniciaram argumentações carregados de certezas, quando, em seguida, desestabilizaram essas certezas e protagonizaram discussões reflexivas. Assim, os questionamentos, relacionados a essas observações, se relacionam a compreender:

- Como as discussões reflexivas se mantêm em um espaço de interação? Há algum fator que permita que elas ocorram por mais tempo?
- Como a ocorrência de discussões reflexivas pode se relacionar à ideologia da certeza?

Assim, percebo que os estudos relativos às discussões reflexivas não se dão por encerrados. Essas são apenas algumas das diversas possibilidades que podem se relacionar a essas discussões, que compõem um vasto campo a ser explorado.

Uma pesquisa que nasceu da inquietação pessoal de uma estudante de graduação – insegura quanto às próprias capacidades profissionais e acadêmicas – hoje se revela motivo de orgulho diante da trajetória percorrida até aqui. Esse percurso também foi possível graças à disposição e à colaboração de tantas pessoas envolvidas.

Assim, satisfeita com o que produzi até aqui, como professora, estudante e pesquisadora, reafirmo o compromisso e o sonho – mencionado na introdução – de seguir estudando e me enveredando pelo campo da educação matemática.

Encerro estes escritos, portanto, com uma citação de Paulo Freire, que, marcou os meus estudos na pós-graduação, e em tudo o que esta pesquisa se constituiu: “E é de aprendizado em aprendizado que vai se fundando uma cultura de resistência, cheia de ‘manhas’, mas de *sonhos* também” (Freire, 2023 [1992], p. 149, grifo no original).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADORNO, T. W. Educação após auschwitz. **Educação e emancipação**, v. 3, p. 119-138, 1995.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. O conceito de função em situações de Modelagem Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 12, n. 23, jan./jun., 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, 2011.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Autêntica Editora, 2023.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique**. Springer Science & Business Media, 2004.

ALVES, D. B. **Modelagem matemática no contexto da cultura digital: uma perspectiva de educar pela pesquisa no curso de técnico em meio ambiente integrado ao ensino médio**. 2017. Tese (Doutorado em educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais. 2017.

ARAÚJO, J. L.; AVELAR, P. R. N. Modelagem Matemática eo Desenvolvimento do Pensamento Integral. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 36, n. 72, p. 239-261, 2022.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Editora Pioneira, 1998. p. 107-188.

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos**. 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, São Paulo, 2002.

ARAÚJO, J. L.; FREITAS, W. S.; SILVA, A. C. Construção crítica de modelos matemáticos: uma experiência na divisão de recursos financeiros. In: ALMEIDA, M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, 2011.

ARAÚJO, J. L.; LIMA, F. H. MODELAGEM MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA: UMA INTERLOCUÇÃO POSSÍVEL. **VIDYA**, Santa Maria (RS, Brasil), v. 43, n. 2, p. 267–286, 2023. DOI: 10.37781/vidya.v43i2.4622. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/4622>. Acesso em: 14 mai. 2025.

ARAÚJO, J. L. Modelling in Mathematics Education: different ways to practice and understand. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 13, ed. 01, p. 47-60, 18 abr. 2023. Disponível em: https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/1536. Acesso em: 28 set. 2023.

ARAÚJO, J. L.; PINTO, M. M. F.; LUZ, C. R.; RIBEIRO, A. R. Efemeridade dos cenários para investigação em um episódio de sala de aula de Matemática com tecnologias. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 16, n. 1, 2008. DOI: 10.20396/zet.v16i29.8647034. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647034>. Acesso em: 10 maio. 2025.

ARAÚJO, J. L. Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, v. 26, n. 43, p.67-87, 2012. Disponível em <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/6890/4973>>.

ARAÚJO, J. L. Toward a Framework for a Dialectical Relationship Between Pedagogical Practice and Research. In: Stillman, G., Brown, J. (eds) **Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education**. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019. p. 21-36. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_2.

ARAÚJO, J. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria: Revista de educação em ciência e tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 55-68, 2009. Disponível em <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37948>>.

ARAÚJO, J. L.; MARTINS, D. A. A OFICINA DE MODELAGEM #OcupaICEx: EMPODERAMENTO POR MEIO DA MATEMÁTICA. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 12, p. 109-129, 2017.

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática/The parallel discussions in the mathematical modeling learning environment. **Acta Scientiae**, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008.

BARBOSA, J. C. Modelagem e modelos matemáticos na educação científica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 69-85, 2009a.

BARBOSA, J. C. Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. **Zdm**, v. 38, p. 293-301, 2006.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como?. **Veritati**, v. 1, n. 4, p. 7380, 2004.

BARBOSA, J. C. Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. **Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics**, p. 133-144, 2009b.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 2, p. 1-13, 2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. **Reunião anual da ANPED**, v. 24, n. 7, p. 1-15, 2001.

BARBOSA, J. C. Teacher-student interactions in mathematical modelling. **Mathematical modelling: Education, engineering and economics**, p. 232-240, 2007.

BARRIOS CANDIL, O. A.; GALVIS-BEJARANO, L. T. **¿Querer es poder?** La modelación matemática en el sueño de seguir estudiando. Dissertação (Mestrado em educação). 2015. Facultad de Ciencias Y Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, 2015.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. Editora Contexto, 2002.

BENNEMANN, M.; ALLEVATO, N. S. G. Educação matemática crítica. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 1, n. 1, 2012.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 5, n. 2, 2012.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. p. 99-112.

BIOTTO FILHO, D.; FAUSTINO, A. C.; MOURA, A. Q. Cenários para Investigação, Imaginação e Ação. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 6, n. 12, p. 64-80, 2017. DOI: 10.33871/22385800.2017.6.12.64-80. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6085>. Acesso em: 10 maio. 2025.

BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R. Mathematical modelling: Can it be taught and learnt. **Journal of mathematical modelling and application**, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação em educação**: abordagens qualitativas. Porto: Porto, p. 122-133, 1994.

BORBA, M. de C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia, Papirus Editora, v. 3, 2001.

BORSSOI, A. H; SILVA, K. A. P.; FERRUZZI, E. C. Aprendizagem colaborativa no contexto de uma atividade de modelagem matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 35, n. 70, p. 937-958, 2021.

BRASIL. **Lei nº 9504, de 30 de setembro de 1997**. Estabelece normas para as eleições. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF. 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Concepção e Diretrizes**: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Secretaria de Educação profissional e Tecnológica, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes curriculares nacionais para a educação profissional de nível técnico**. Conselho Nacional de Educação - Câmara de Educação Básica, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução CNE/CP 1/2021, 6 de janeiro de 2021**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Profissional e Tecnológica. [S. l.], 6 jan. 2021. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=167931-rcp001-21&category_slug=janeiro-2021-pdf&Itemid=30192 . Acesso em: 21 set. 2023.

BURAK, D.; KLÜBER, T. Encaminhamentos didático-pedagógico no contexto de uma atividade de modelagem para a Educação Básica. In: ALMEIDA, M. W.; ARAÚJO, J. L.;

BISOGNIN, E. (Orgs). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, 2011.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e dificuldades apresentados por professores de matemática recém-formados ao utilizarem modelagem matemática em suas aulas na educação básica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 31, p. 760-776, 2017.

CEOLIM, A. J.; HERMANN, W. Ole Skovsmose e sua educação matemática crítica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 8-20, 2012.

CESÁRIO, A. A. A. **A construção do conceito de função por meio de uma atividade de modelagem matemática em um contexto do ensino técnico de nível médio**. 2016. Dissertação (Mestrado profissional em educação) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo. 2016.

FERNANDES, F. **A Modelagem Matemática como prática pedagógica no Ensino Médio Integrado em Administração do IFSC – Caçador**. 2016. Dissertação (Mestrado profissional em educação) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, Santa Catarina, 2016.

FERNANDES, L. **Servidores da educação federal deflagram greve; em MG, 31 instituições já anunciaram paralisação**: UFMG realiza assembleia no dia 11 e deve entrar de greve a partir do dia 15. Brasil de Fato: Leonardo Fernandes, 3 abr. 2024. Disponível em: <https://www.brasildefato.com.br/2024/04/03/servidores-da-educacao-federal-deflagram-greve-em-mg-31-instituicoes-ja-anunciaram-paralisacao/>. Acesso em: 16 maio 2024.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigações em Educação Matemática**. Autores Associados, 3ª ed. rev., Campinas-SP, p. 193-206, 2012.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1996/2021.

FREIRE, P. **Pedagogia da Esperança**. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1992/2023.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1974/2020.

FREITAS, W. S. **A matematização crítica em projetos de modelagem**. 2013. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais, 2013.

GUTIERREZ, R. The sociopolitical turn in mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 44, n. 1, p. 37-68, 2013. DOI: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0037>

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio. Caderno amarelo 2023. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2023_PV_impreso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 10 de mai. 2025.

JABLONKA, E.; GELLERT, U. Mathematisation–demathematisation. In: **Mathematisation and Demathematisation**. Brill, 2007. p. 1-18.

JACOBINI, O. R. **A Modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. 2004. Tese (Doutorado em educação) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2004.

JÚLIO, J.; VAZ, A.; FAGUNDES, A. Atenção: Alunos engajados-Análise de um grupo de aprendizagem em atividade de investigação. **Ciência & Educação** (Bauru), v. 17, p. 63-81, 2011.

KAISER-MESSMER, G. Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate. *In*: NISS, M.; BLUM, W.; HUNTLEY, I. (eds.). **Teaching of mathematical modelling and applications**. Chichester: Ellis Horwood, 1991. p. 83-92.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zdm**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

LERMAN, S. Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. **Educational studies in mathematics**, v. 46, n. 1, p. 87-113, 2001.

LIMA, F. H. de. **Um estudo sobre as intervenções de um professor em atividades de modelagem matemática**. 2020. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação (FaE), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, Minas Gerais, 2020.

LIMA, F. H. de. Um método de transcrições e análise de vídeos: a evolução de uma estratégia. 2015.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. **Naturalistic inquiry**. Califórnia: Sage Publications, Inc., 1985.

LOPES, A. P. C. Contrapondo a ideologia da certeza por meio do conhecimento reflexivo na modelagem matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 37, n. 77, p. 936-957, 2023.

MAGNUS, M. C. M. A Modelagem Torna o Ensino e a Aprendizagem de Matemática Significativos: descontinuidades históricas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 37, p. 194-217, 2023.

MALHEIROS, A. P. S. Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 21, 2016.

MANCERA, G. **Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica**. 2020. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação (FaE), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, Minas Gerais, 2020.

MARCONE, R.; MILANI, R. Educação matemática crítica: um diálogo entre sua gênese nos anos 1970 e suas discussões em 2017 no Brasil. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, n. 20, p. 261-278, 2020.

MELLENDEZ, T. T. **Modelagem Matemática e manutenção de uma propriedade rural autossustentável**. Mestrado (Mestrado em educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática. 2013.

MELILLO, C. R. **A dualidade na formação no ensino profissionalizante em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática**. Tese (Doutorado em educação) – Faculdade de Educação (FaE), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, Minas Gerais, 2017.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. *Zetetiké*, v. 25, n. 2, p. 305-323, 2017.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática** [Modeling in Mathematics Education]. Coleção Tendências em Educação Matemática [Trends in mathematics education collection]. 2011.

MILANI, R. Transformar exercícios em cenários para investigação: uma possibilidade de inserção na educação matemática crítica. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 13, n. 31, p. 1-18, 2020.

MIRSON, B. P. M.; ARAUJO, V. G.; ARAÚJO, J. L.; SOUZA, L. O. DISCUSSÕES POLÍTICAS EM AULAS DE MATEMÁTICA: O QUE DIZEM OS PROFESSORES E FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE ESSE TEMA?.. In: Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais...Brasília(DF) On-line, 2022. Disponível em: <<https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/484007-DISCUSSOES-POLITICAS-EM-AULAS-DE-MATEMATICA--O-QUE-DIZEM-OS-PROFESSORES-E-FUTUROS-PROFESSORES-DE-MATEMATICA-SOBRE>>.

PARDO CIFUENTES, L. A.; POVEDA CRUZ, C. D. **Desarrollo del conocer reflexivo a partir de un ambiente de Modelación Matemática, desde la perspectiva sociocrítica y en la enseñanza remota de emergencia**. 2021. Facultad de Ciencias Y Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, 2021.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, v. 17, n. 21, p. 81-140, 2004. qualitativa. São Paulo: Editora Pioneira, 1998. p. 107-188.

PINTO, T. F. A elaboração de planejamento de atividades de modelagem matemática por professores com pouca vivência em modelagem. 2020,143 f, Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG. 2020.

RIGUE, A. Chuvas devastadoras no Rio Grande do Sul matam 78 pessoas; 105 estão desaparecidas. [S. l.], 5 maio 2024. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/nacional/chuvas-devastadoras-no-rio-grande-do-sul-matam-78-pessoas-105-estao-desaparecidas/>. Acesso em: 11 jul. 2024.

RIZZOTTO, M. L. F.; COSTA, A. M.; LOBATO, L. V. C.. Crise climática e os novos desafios para os sistemas de saúde: o caso das enchentes no Rio Grande do Sul/Brasil. *Saúde em Debate*, v. 48, p. e141ED, 2024.

ROCHA, R. P.; REBOITA, M. S.; CRESPO, N. M. Análise do evento extremo de precipitação ocorrido no Rio Grande do Sul entre abril e maio de 2024. **Journal Health NPEPS**, v. 9, n. 1, 2024.

RONDINI, C. A., PEDRO, K. M., & DUARTE, C. dos S. (2020). PANDEMIA DO COVID-19 E O ENSINO REMOTO EMERGENCIAL: MUDANÇAS NA PRÁXIS DOCENTE. **Interfaces Científicas - Educação**, 10(1), 41–57. 2020. Acesso em: 06 mai. 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.17564/2316-3828.2020v10n1p41-57>>

ROSSIM, L. C. **Modelagem Matemática como alternativa para o ensino de geometria no Curso Técnico em Agropecuária**. 2019. Dissertação (Mestrado profissional em educação) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo. 2019.

RÜCKERT, A. A.; VICENTE, F. J.; GOMES, L. F. R. A tragédia climática no Rio Grande do Sul em 2024. Anotações sobre uma catástrofe anunciada. **Geografares**, n. 39, 2024.

SAMPAIO, L. O. **Educação Estatística Crítica: Uma possibilidade?**. 2010. Dissertação (Mestrado em educação) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo. 2010.

SANTOS, M. A. dos. **A produção de discussões reflexivas em um ambiente de modelagem matemática**. Dissertação (Mestrado em educação) – Universidade Estadual da Feira de Santana. Feira de Santana, Bahia. 2007.

SANTOS, M. A.; BARBOSA, J. C. As oportunidades de produção das discussões reflexivas num ambiente de Modelagem Matemática. **V Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática - V CNMEM**, p. 733 - 748, 2007.

SCHEFFER, N. F. Modelagem Matemática: Uma Abordagem para o Ensino-Aprendizagem da Matemática. **Educação Matemática em Revista** - RS, v. 1, n. 1, 1999.

SETTI, E. J. K.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática no Curso Técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio: uma abordagem interdisciplinar. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 2, p. 1-25, 2021.

SILVA, E. V. O; RAMOS, T. L; ARAUJO, V. G. Teoria do Caos (Mostra Específica de Trabalhos e Aplicações). 2015.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1., 2009, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: UTFPR, 2009. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/283795319_O_trabalho_com_geometria_dinamica_em_uma_perspectiva_investigativa>

SILVA, J. N. D.; BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: as discussões técnicas e as experiências prévias de um grupo de alunos. **Boletim de Educação Matemática**, v. 24, n. 38, p. 197-218, 2011.

SILVA, K. A. P.; BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. Uma análise semiótica de atividades de modelagem matemática mediadas pela tecnologia. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 8, n. 1, 2015.

SILVA, N. L.; COUTO, M. E. S.; JÚNIOR, A. S. C. Educação matemática crítica: a crítica no ensino da matemática. **Revista Binacional Brasil-Argentina: Diálogo Entre As Ciências**, v. 4, n. 2, p. 23-40, 2015.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**, Papirus Editora, v. 3, 2001.

SKOVSMOSE, O. Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Una empresa docente. **AULA VANGUARDIA**, 1999a.

SKOVSMOSE, O. Investigando a Comunicação na Sala de Aula Sob a Perspectiva da Educação Matemática. 1999b. Notas de aula.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

SKOVSMOSE, O. **Towards a philosophy of critical mathematics education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

SKOVSMOSE, O.; NISS, M. Critical mathematics education for the future. In: **ICME-10 Proceedings: Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education**. IMFUFA, Roskilde University, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. Papirus editora, 2015.

SOARES, J. A. **Modelagem matemática como estratégia de ensino de tópicos de Estatística na formação básica técnica**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Tocantins (UFT), Arraias, Tocantins, 2017.

SOARES, J. A., SOUZA, W. A., COSTA, E. A., VIZOLLI, I., AMORIM, A. F., SOUSA, J. P. L., SILVA, R. F. Modelagem Matemática como estratégia de ensino de tópicos de estatística na formação básica técnica: uma aplicação na criação de frangos caipiras. **REnCiMa**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 9, n. 5, p. 133-152, 2018.

SOUZA, L. O.; ARAÚJO, J. L.; PINTO, T. F. O fenômeno da desinformação e o papel dos números na comunicação: concepções de professores e futuros professores de matemática. **Educação Matemática em Revista - RS**, [S. l.], v. 2, n. 23, 2022.

DOI: [10.37001/EMR-RS.v.2.n.23.2022.D8](https://doi.org/10.37001/EMR-RS.v.2.n.23.2022.D8). Disponível

em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/3257>. Acesso em: 11 maio. 2025.

TORISU, E. M. Motivos para Participação em Tarefas Investigativas na Aula de Matemática: uma análise a partir dos backgrounds e dos foregrounds de um grupo de estudantes do Ensino Fundamental. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, n. 61, p. 549-569, 2018.

VALERO, P. Socio-political perspectives on mathematics education. In: VALERO, P.; ZEVENBERGEN, R. (eds.). **Researching the socio-political dimensions of mathematics education: issues of power in theory and methodology**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 1-21. DOI: https://doi.org/10.1007/1-4020-7914-1_2