

Hélio Augusto Goulart Diniz  
Arthur Pacheco Luz  
Ivo Zatti Lima Meyer

---

**ANÁLISE DE TEMPERATURA E  
AVALIAÇÃO DA TAXA DE TRANSFERÊNCIA  
DE CALOR EM PROBLEMAS DE  
CONDUÇÃO UNI E BIDIMENSIONAIS**

---



Rfb  
Editora

**ANÁLISE DE TEMPERATURA  
E AVALIAÇÃO DA TAXA DE  
TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM  
PROBLEMAS DE CONDUÇÃO UNI E  
BIDIMENSIONAIS**



Todo o conteúdo apresentado neste livro, inclusive correção ortográfica e gramatical, é de responsabilidade do(s) autor(es).  
Obra sob o selo *Creative Commons*-Atribuição 4.0 Internacional. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.

## Conselho Editorial

Prof. Dr. Ednilson Sergio Ramalho de Souza - UFOPA  
(Editor-Chefe)

Prof. Dr. Laecio Nobre de Macedo-UFMA

Prof<sup>a</sup>. Ma. Rayssa Feitoza Felix dos Santos-UFPE

Prof. Me. Otávio Augusto de Moraes-UEMA

Prof. Dr. Aldrin Vianna de Santana-UNIFAP

Prof<sup>a</sup>. Ma. Luzia Almeida Couto-IFMT

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Raquel Silvano Almeida-Unesp

Prof. Me. Luiz Francisco de Paula Ipolito-IFMT

Prof. Me. Fernando Vieira da Cruz-Unicamp

Prof. Dr. Carlos Erick Brito de Sousa-UFMA

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Ilka Kassandra Pereira Belfort-Faculdade Laboro

Prof<sup>a</sup>. Dr. Renata Cristina Lopes Andrade-FURG

Prof. Dr. Elias Rocha Gonçalves-IFF

Prof. Dr. Clézio dos Santos-UFRRJ

Prof. Dr. Rodrigo Luiz Fabri-UFJF

Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa-IEMA

Prof<sup>a</sup>. Ma. Adriana Barni Truccolo-UERGS

Prof. Me. Pedro Augusto Paula do Carmo-UNIP

Prof.<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>. Isabella Macário Ferro Cavalcanti-UFPE

Prof. Me. Alisson Junior dos Santos-UEMG

Prof. Me. Raphael Almeida Silva Soares-UNIVERSO-SG

Prof. Dr. Rodolfo Maduro Almeida-UFOPA

Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné-Faccrei

Prof. Me. Fernando Francisco Pereira-UEM

Prof. Dr. Deivid Alex dos Santos-UEL

Prof. Me. Antonio Santana Sobrinho-IFCE

Nossa missão é a difusão do conhecimento gerado no âmbito acadêmico por meio da organização e da publicação de livros científicos de fácil acesso, de baixo custo financeiro e de alta qualidade!

Nossa inspiração é acreditar que a ampla divulgação do conhecimento científico pode mudar para melhor o mundo em que vivemos!

*Equipe RFB Editora*

Hélio Augusto Goulart Diniz  
Arthur Pacheco Luz  
Ivo Zatti Lima Meyer

**ANÁLISE DE TEMPERATURA  
E AVALIAÇÃO DA TAXA DE  
TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM  
PROBLEMAS DE CONDUÇÃO UNI E  
BIDIMENSIONAIS**

Edição 1

Belém-PA  
RFB Editora  
2022

---

© 2022 Edição brasileira  
by RFB Editora  
© 2022 Texto  
by Autor  
Todos os direitos reservados

RFB Editora  
CNPJ: 39.242.488/0001-07  
www.rfbeditora.com  
adm@rfbeditora.com  
91 98885-7730  
Av. Augusto Montenegro, 4120 - Parque Verde, Belém - PA, 66635-110

**Editor-Chefe**  
Prof. Dr. Ednilson Souza  
**Diagramação**

**Design da capa**

**Imagens da capa**  
www.canva.com

**Revisão de texto**  
O autor  
**Bibliotecária**  
Janaina Karina Alves Trigo Ramos  
**Produtor editorial**  
Nazareno Da Luz

<https://doi.org/10.46898/rfb.9786558893554>

**Catálogo na publicação**  
**Elaborada por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166**

D585

Diniz, Hélio Augusto Goulart

Análise de temperatura e avaliação da taxa de transferência de calor em problemas de condução uni e bidimensionais / Hélio Augusto Goulart Diniz, Arthur Pacheco Luz, Ivo Zatti Lima Meyer – Belém: RFB, 2022.

Livro em PDF

68 p.

ISBN: 978-65-5889-355-4

DOI: 10.46898/rfb.9786558893554

1. Temperaturas. 2. Calor. I. Diniz, Hélio Augusto Goulart. II. Luz, Arthur Pacheco. III. Meyer, Ivo Zatti Lima. IV. Título.

CDD 551.52

Índice para catálogo sistemático

I. Temperaturas

# SUMÁRIO

<b>PREFÁCIO</b> .....	<b>9</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>15</b>
2.1 Definições Básicas .....	16
2.2 Transferência de Calor .....	16
2.3 Modos de Transferência de Calor.....	17
2.3.2.1 Camadas Limite.....	20
2.3.2.2 Escoamento Laminar e Turbulento .....	20
2.3.2.3 Determinação do coeficiente convectivo .....	21
2.4 Sistemas Compostos .....	22
2.6 Conservação de Energia.....	23
2.6 Equação de Calor .....	23
2.7 Condições de Contorno.....	24
2.8 Resistência e Circuito Térmico .....	24
2.9 Superfícies Estendidas.....	26
2.10 Elementos Finitos .....	28
2.11 FEHT .....	31
<b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>33</b>
3.1 Problemas.....	34
<b>CAPÍTULO 4</b>	
<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>41</b>
4.1 Parede Plana e Verificação do Software .....	42
4.2 Parede de um Forno Retangular.....	44
4.3 Aleta Retangular .....	48
4.4 Filme Quente sobre um Substrato .....	51
4.5 Escoamento de Fluido em Canais de uma Chapa.....	54
4.6 Conjunto de Aletas Retangulares .....	57
<b>CAPÍTULO 5</b>	
<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>61</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>63</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO</b> .....	<b>64</b>
<b>SOBRE OS AUTORES</b> .....	<b>65</b>



# PREFÁCIO

A solução de muitos problemas de transmissão de calor por condução é feita por métodos de simplificações unidimensionais em uma análise analítica, e isto frequentemente converge para resultados sem precisão e distantes da realidade. Logo, surge a necessidade de uma análise mais criteriosa para obter maior detalhamento e exatidão nas respostas, e neste sentido como possível solução é considerada a simplificação bidimensional. Porém, em diversos casos é impossível encontrar solução analítica exata usando essa abordagem, o que torna esse procedimento dependente de um recurso computacional, o qual fornece resultado satisfatório para as mais variadas geometrias e condições de fronteiras dos sistemas típicos de problemas de transmissão de calor por condução. Neste trabalho são solucionados problemas clássicos por meio analítico com simplificações unidimensionais e comparado com uma solução computacional por simplificações bidimensionais.

Outros problemas complexos são resolvidos explorando os recursos do software FEHT, mostrando a importância e vantagens conseguidas com essa ferramenta baseada no método de elementos finitos. A verificação do software FEHT, adotado neste trabalho, foi conseguida a partir da solução de um problema tipicamente unidimensional e comparado com a solução analítica, os resultados praticamente idênticos permitiram a continuação do trabalho. Para os problemas de parede de um forno e aleta, fizeram-se variações de parâmetros importantes que influenciam na distribuição de temperatura e taxa de transmissão de calor e determinou-se para quais faixas podem ser usados tendo resultados aceitáveis caso a análise unidimensional seja utilizada. Problemas como o de filmes quentes sobre substratos foram estudados apenas via software e foi possível determinar a influência do coeficiente convectivo no funcionamento do dispositivo experimental. Por fim, uma dimensão de uma chapa com canais de escoamento foi determinada tendo em vista a máxima diferença de temperaturas aceita para atender sua especificação de projeto.



# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Processos físicos e químicos que ocorrem entre corpos de massa estão sujeitos a estudos de transferência de calor. O contato direto entre dois corpos, por exemplo, proporciona transferência de energia do reservatório mais quente para o mais frio de acordo com a primeira lei da termodinâmica. Esse fenômeno acontece devido ao mecanismo da condução, que é uma das formas pelas quais o calor pode ser propagado. Além desta, é possível classificar outros dois fenômenos de transferência de calor, cada um com suas particularidades e condições de contorno que determinam seus comportamentos. São eles: além da condução citada anteriormente, a convecção, que se dá na interação entre fluidos; e a radiação, que independe da existência de um meio de propagação devido à sua natureza de transferência.

A maior parte dos processos que envolvem troca de calor apresenta mais de um mecanismo de transferência simultaneamente, podendo-se observar a manifestação de todos ao mesmo tempo, cada um com sua respectiva relevância, o que torna importante o processo de modelagem analítica dos sistemas, no intuito de tornar mais simples a compreensão e o cálculo de todas as variáveis de interesse. Problemas de transferência de calor por condução, por exemplo, na maioria das vezes são resolvidos considerando os gradientes térmicos apenas em uma direção e, superfícies das mais variadas geometrias são consideradas com temperatura constante. Taxas de transferências de calor por radiação são desprezadas e a geometria do sistema é simplificada. Esses são exemplos de simplificações que em alguns casos fornecem resultados relativamente satisfatórios em vista da facilidade de modelamento matemático em problemas menos complexos.

Por outro lado, em algumas aplicações, as análises bidimensionais são importantes para obter maior detalhamento e exatidão nas respostas. Neste caso, os gradientes de temperatura são considerados para duas direções, fornecendo resultados mais realistas que as simplificações unidimensionais. Mas em diversos casos é impossível encontrar solução analítica exata devido à geometria e condições de contornos.

Diante disto, faz-se necessário um estudo comparativo entre soluções de problemas clássicos de condução de calor em regime permanente, pelo método analítico considerando uma dimensão e simplificações, e pelo método bidimensional com auxílio de um software de elementos finitos. Foram observados nessa análise os parâmetros dos problemas que mais influenciam no comportamento das soluções, isto é, a partir de quais condições as simplificações unidimensionais podem ser usadas para obter respostas razoáveis. Por outro lado, problemas mais complexos foram resolvidos computacionalmente, mostrando as vantagens da utilização dessa ferramenta.

Este trabalho pretende efetuar um estudo comparativo entre soluções de problemas de condução de calor em regime estacionário, por simplificações uni e bi-

dimensionais. Identificar as variáveis dos problemas que influenciam no comportamento aproximado das respostas obtidas pelas duas metodologias citadas. Explorar o software FEHT e mostrar as vantagens de usar o recurso computacional no que diz respeito à praticidade e precisão dos resultados. O trabalho se empenhará em atingir os seguintes objetivos específicos:

Resolver um problema, estritamente unidimensional, analiticamente e computacionalmente para a validação do software;

Resolver dois problemas clássicos de condução de calor em regime estacionário por simplificações unidimensionais;

Utilizar um procedimento computacional, através do software FEHT, para a solução desses mesmos dois problemas por simplificações bidimensionais;

Estudo comparativo entre as duas metodologias, mostrando os parâmetros responsáveis pelas suas aproximações e distanciamento;

Solução de dois problemas, nos quais seria inviável a solução analítica, utilizando o software mostrando o detalhamento dos resultados.



# CAPÍTULO 2

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

## 2.1 DEFINIÇÕES BÁSICAS

Antes de se abordar os comportamentos e fenômenos de corpos no que se refere à transferência de calor fazem-se necessárias as definições de alguns termos fundamentais. São eles:

- Energia Térmica (U ou u): É a energia associada com o comportamento microscópico da matéria. É medida em Joules (J) ou Joules por quilograma (J/Kg).
- Temperatura (T): Representa um meio de avaliar indiretamente a quantidade de energia térmica armazenada na matéria. É medida em Kelvin (K) ou Graus Celsius (°C).
- Calor (Q): É a quantidade de energia térmica transferida em certo intervalo de tempo. É medida em Joules (J).
- Taxa de transferência de calor (q): Considerando o termo “transferência de calor” como sendo a condução de energia térmica devido a gradientes de temperatura, sua taxa representa a transferência dessa energia por unidade de tempo. É medida em Watts (W).
- Fluxo de calor (q’): É a taxa de transferência de calor por área de superfície. É medido em Watts por metro quadrado (W/m<sup>2</sup>).
- Regime permanente: Um sistema é considerado como em regime permanente caso esteja em um estado estacionário, no qual suas propriedades não são afetadas pelo tempo.
- Regime transiente: Diferentemente do regime permanente, ocorre quando uma ou mais propriedades do sistema são afetadas pelo tempo.
- Gradiente de temperatura: Utiliza-se esse termo para definir a variação vetorial da temperatura em determinado corpo, analisando a taxa de variação pontual no espaço. A definição matemática do gradiente de temperatura é:  $\nabla T = \left( \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right)$ , considerando  $T(x, y, z)$ , como a função de distribuição da temperatura no corpo analisado.
- Condições de contorno: São um conjunto de restrições adicionais impostas a um sistema ou processo de forma a simplificar sua análise.
- Volume de controle: É um volume pelo definido no espaço pelo qual pode haver escoamento de fluido e/ou fluxo de massa.

## 2.2 TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Transferência de calor é a energia térmica em trânsito devido a uma diferença de temperatura no espaço. Sempre que existir uma diferença de temperatura em um meio ou entre meios, haverá, necessariamente, transferência de calor.

Existem três tipos de processos de transferência de calor. Quando existe um gradiente de temperatura em um meio estacionário, que pode ser um sólido ou um fluido, tem-se a *condução* para retratar à transferência de calor que ocorrerá através do meio. Quando esse processo de troca térmica ocorrer entre uma superfície e um fluido ou entre fluidos em movimento em diferentes temperaturas tem-se a *convecção*. Um terceiro tipo é a *radiação*, baseado no princípio de que toda superfície com temperatura não nula emite energia na forma de radiação eletromagnética, mesmo na ausência de

um meio participante há transferência de calor por radiação entre duas superfícies a diferentes temperaturas.

## 2.3 MODOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Como citado acima, existem três principais formas pelas quais o calor pode ser transferido: a condução, a convecção e a radiação. O objetivo desta seção é explorar intrinsecamente cada um deles, de forma teórica e numérica.

### 2.3.1 Condução

Define-se como condução térmica (ou difusão térmica) o processo de transferência de calor que ocorre quando há um gradiente de temperatura entre moléculas vizinhas e a energia térmica é transferida na direção do corpo com menor temperatura, vindo do corpo mais quente. Esse fenômeno tende a ocorrer principalmente em sólidos devido à maior facilidade na transferência da vibração da rede e no transporte de elétrons livres das partículas envolvidas no processo.

A modelagem da transferência do calor em um corpo devido à condução pode ser determinada em função de múltiplas variáveis, aumentando, conseqüentemente, a complexidade da análise do sistema em questão. Por essa razão, assumem-se certas condições de contorno adequadas de forma a simplificar esse processo. Na condução, existem duas características principais sobre o comportamento do sistema que são usualmente utilizadas para configurar as restrições que serão utilizadas no modelo a ser traçado: o comportamento temporal e espacial da taxa de transferência de calor no corpo. Esses dois possíveis comportamentos são tratados diferentemente em seu aspecto matemático e serão analisados a diante.

Na condução em regime permanente, assume-se que o comportamento da temperatura nos corpos analisados está em equilíbrio temporal, ou seja, não há variação com o tempo. Matematicamente, tem-se que:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Assumindo-se que o tempo não mais faz parte da análise, resta observar o comportamento espacial da temperatura no corpo, e para simplificar ainda mais os cálculos, pode-se considerar a quantidade conveniente de direções pelas quais o calor se propaga no modelo em questão. É possível pontuar três formas de variação espacial pelas quais se pode formular o sistema: a unidimensional, a bidimensional e a tridimensional. A existência dessas suposições afeta diretamente o gradiente de temperatura, de forma que se torna possível eliminar algumas de suas componentes.

Na condução unidimensional em regime permanente, o gradiente de temperatura passa a ser composto apenas por um termo, e por razões didáticas, assume-se que a direção selecionada seja “x”. Dessa forma, tem-se que:

$$T(x) = \frac{dT}{dx}$$

Quando a distribuição de temperaturas varia de forma unidimensional e o fenômeno de transferência presente é exclusivamente condutivo, é possível utilizar a lei de Fourier para modelar o comportamento térmico do sistema. Essa lei preconiza que uma determinada quantidade de calor que atravessa uma parede sob uma diferença de temperatura constante é diretamente proporcional à área da seção transversal do corpo, à diferença de temperatura entre as regiões separadas pela parede e ao tempo de transmissão, enquanto inversamente proporcional à extensão atravessada, ou seja, à espessura da parede analisada. Com essas afirmações, pode-se formular matematicamente na seguinte equação:

$$q = K \cdot A \cdot \frac{T_1 - T_2}{L}$$

Na qual ‘K’ é a condutividade térmica do material, dada em Watts por metro vezes Kelvin (W/m.K); ‘A’ é a área da seção transversal, dada em metros quadrados (m<sup>2</sup>); ‘L’ é o comprimento em x da parede;  $T_1$  e  $T_2$  são as temperaturas nas duas extremidades do corpo; e por fim, ‘q’ é a taxa de transferência de calor no corpo.

A equação da difusão de calor é utilizada para determinar a distribuição de temperatura e o seu comportamento no interior de um sólido. Assumindo que a geometria do material em questão afetará na transferência de calor em seu interior, existem duas principais formulações para essa mesma equação.

Para analisar a difusão do calor em um sólido, assume-se um volume de controle que engloba toda a sua superfície de forma a realizar um balanço de energia. Para tal, considera-se  $\dot{E}$  como sendo a taxa de variação da energia no volume de controle, portanto, formula-se:

$$\dot{E}_{entrada} + \dot{E}_{gerada} = \dot{E}_{saída} + \dot{E}_{acumulada}$$

Traduzindo essa equação em termos conhecidos, e considerando a densidade, a condutividade térmica e o calor específico do corpo constantes, tem-se que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left( K \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left( K \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \left( K \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Na qual,  $\rho$  é a densidade do corpo e  $c$  é seu calor específico. Assumindo o corpo em regime permanente e o gradiente de calor unidimensional, tem-se:

$$K \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\dot{q}$$

Já na condução bidimensional em regime permanente, assume-se que a transferência de calor ocorre apenas em duas dimensões no corpo. Essa suposição é muito considerada, por exemplo, quando se trata da análise de uma superfície onde há um gradiente e conhecem-se as informações das temperaturas em seu entorno. Neste caso, temos que a formulação matemática torna-se:

$$T(x, y) = \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y}$$

### 2.3.2 Convecção

A troca de calor por convecção se dá entre um ou mais fluidos e pode ocorrer devido à variação da densidade no interior deles ou devido à movimentação relativa entre eles. Esse é um processo altamente complexo e que depende de inúmeras variáveis, sendo múltiplas de suas formulações baseadas em experimentos empíricos.

O processo convectivo pode se dar de duas formas: natural ou forçada. A convecção natural ocorre quando o fluido ou os fluidos em questão estão em repouso e ocorre transferência de calor em seu interior. Esse primeiro acontece através da lei de resfriamento de Newton.

A lei de resfriamento de Newton pode ser utilizada para formular o comportamento da convecção natural simples uma vez que rege a forma como a taxa de perda de calor de um corpo é proporcional à diferença de temperatura entre o mesmo e sua vizinhança. Com essa afirmação, tem-se que:

$$q = h \cdot A \cdot \Delta T$$

Na qual  $h$  é o coeficiente convectivo do fluido, que será tratado mais à frente.

Pode-se considerar a convecção como forçada sempre que o fluido é movimentado como consequência da ação de um ou mais elementos externos. Neste caso, a análise térmica torna-se muito mais complexa e envolve múltiplas formulações provenientes de mecânicas dos fluidos, como serão vistas adiante.

### 2.3.2.1 *Camadas Limite*

Para realizar a análise do escoamento de um fluido ao longo de uma superfície ao mesmo tempo em que se observa o comportamento térmico de ambos, faz-se necessária a definição de duas propriedades: as camadas limites hidrodinâmica e térmica. Antes de esclarecer ambos os termos, é igualmente importante citar a condição de não deslizamento imposta para que seja possível realizar a análise no comportamento molecular do fluido em escoamento. Essa condição implica que, para partículas do fluido que estejam em contato com a superfície em questão, assume que estejam em repouso, ou seja, a transferência de calor entre essas moléculas é acontece devido à condução.

A camada limite hidrodinâmica resulta da movimentação do fluido na direção longitudinal da superfície, de forma que a curva de velocidades se modifica e forma uma curva secundária que rege o comportamento da variação dessa curva e como essa mudança afeta na temperatura do fluido. A camada limite térmica, por sua vez, é resultante da variação do gradiente térmico ao longo do movimento do fluido, e a espessura de ambas as camadas tende a aumentar ao longo da extensão longitudinal desde o contato original do fluido com a superfície analisada. Para determinar precisamente a forma das curvas limites, utilizam-se as equações de continuidade, de Navier-Stokes e de balanço da energia.

### 2.3.2.2 *Escoamento Laminar e Turbulento*

A forma como o fluido escoar afeta diretamente o comportamento da transferência de calor entre os corpos envolvidos, uma vez que altera a curva de velocidades na superfície. Para definir a diferença entre os dois tipos de escoamento e suas consequências no processo de convecção, é necessário determinar sobre a variável de Reynolds.

O número de Reynolds é utilizado para avaliar o comportamento do escoamento de determinado fluido ao longo de um determinado fluxo, e é definido pela seguinte equação:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\mu}$$

Na qual  $v$  é a velocidade do escoamento,  $\mu$  é o coeficiente de atrito da superfície e  $L$  é o comprimento da placa analisada. Tendo esta definição em mãos, define-se o escoamento laminar como aquele cujo número de Reynolds é menor que 500000 para placas planas e escoamento turbulento quando Reynolds é maior que o mesmo número para as mesmas condições.

### 2.3.2.3 Determinação do coeficiente convectivo

Sabe-se que para processos de convecção forçada, o cálculo do coeficiente convectivo torna-se mais complexo, uma vez que depende de mais variáveis, como foi citado no início dessa seção. Partindo desse princípio, objetiva-se encontrar uma formulação adequada para determinar esse coeficiente convectivo.

Devido ao fato de que as equações utilizadas para encontrar os coeficientes convectivos são, em sua maioria, de origem empírica, é impossível deduzi-las. Sendo assim, sabe-se que existem três variáveis importantes na determinação do coeficiente convectivo  $h$ : os números de Reynolds (já demonstrado), Nusselt e Prandtl.

Considera-se que a determinação do coeficiente convectivo depende do número de Nusselt, da condutividade térmica do fluido e de seu comprimento. Tem-se que:

$$\bar{h} = \frac{\bar{N}_u \cdot K_f}{L}$$

O número de Nusselt, por sua vez, depende de duas variáveis: do número de Reynolds e do número de Prandtl, da seguinte forma:

$$N_u = c \cdot R_e^m \cdot P_r^n$$

Sendo, nessa equação, os índices de  $m$  e  $n$  experimentais e tabelados. O valor da variável de Prandtl, por sua vez, é determinada pela razão entre as espessuras das camadas limite térmicas e hidrodinâmicas, de forma que:

$$\frac{\delta}{\delta_t} = P_r^{\frac{1}{3}}$$

Com todas as variáveis em mãos, basta calcular o coeficiente convectivo médio, que é utilizado para encontrar o coeficiente convectivo local através da seguinte fórmula:

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h \cdot dx$$

### 2.3.3 Radiação

A radiação é o único processo de transferência de calor que não depende de um meio para se propagar, podendo transmitir calor até mesmo através do vácuo. Esse fenômeno térmico consiste na transmissão de energia térmica por meio de ondas eletromagnéticas que existem em uma determinada faixa do espectro, saindo de uma fonte e indo até um receptor. Teoricamente, todos os corpos emitem radiação e todos os corpos estão sujeitos a absorvê-la e/ou refleti-la.

A relação que rege o comportamento da taxa de transferência de calor por radiação foi descoberta por Stefan e Boltzmann e tornou-se o pilar para o estudo da radiação térmica. A partir dessa relação, foi possível formular a seguinte equação para a taxa de transferência de calor em um corpo que recebe ou emite radiação:

$$q = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_\infty^4)$$

Na qual  $\varepsilon$  é a emissividade do corpo e  $\sigma$  é a constante de Stefan Boltzmann.

## 2.4 SISTEMAS COMPOSTOS

Tendo em conhecimento todas as formas pelas quais um corpo pode receber ou ceder calor, mostra-se necessária uma abordagem generalizada quando existe mais de um fenômeno de transferência ocorrendo no mesmo sistema. Para esses tipos de modelos, utiliza-se o método de análise dos circuitos térmicos.

Os circuitos térmicos são análogos aos circuitos elétricos em disposição e comportamento, e são utilizados de forma a simplificar o cálculo das propriedades térmicas de um ou mais sistemas. Essa simplificação ocorre em grande parte, devido ao uso do recurso das resistências térmicas.

As resistências térmicas representam a restrição que determinado corpo ou ambiente oferece para a passagem do calor, e nada mais é do que uma manipulação matemática para incluir todo o cálculo da taxa de transferência de calor em uma só equação.

Em coordenadas cartesianas, os valores das resistências térmicas para cada fenômeno de transferência de calor são as seguintes:

- a) Condução:  $\frac{L}{K.A}$
- b) Convecção:  $\frac{1}{h.A}$
- c) Radiação:  $\frac{1}{h_r.A}$

Tendo todos os dados necessários, basta traçar o circuito térmico conectando as resistências térmicas em suas respectivas posições, e calculando seus acoplamentos como sendo em série ou em paralelo, respectivamente.

## 2.6 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

Pela primeira lei da termodinâmica, tem-se que a energia total de um sistema é conservada e a única forma na qual a quantidade de energia em um sistema pode mudar é se energia cruzar sua fronteira. O aumento na quantidade de energia armazenada em um sistema aberto (também chamado de volume de controle) deve ser igual à quantidade de energia que entra no volume de controle menos a quantidade de energia que deixa o volume de controle. Esse conceito é válido para casos simples de problemas em que não há geração de energia interna, ou seja, de acordo com os problemas que serão abordados neste trabalho. Assim, como será visto, taxas de transmissão de calor serão trocadas entre superfícies e meios fluidos, de tal forma que a energia total do sistema, controlada pelas condições de contornos e fronteiras do sistema, será conservada.

## 2.6 EQUAÇÃO DE CALOR

A equação de calor fornece a ferramenta básica para a análise da condução de calor. A partir de sua solução, pode-se obter a distribuição de temperaturas como função do tempo, no caso de condições transientes. A sua forma geral em coordenadas cartesianas ( $x, y$  e  $z$ ) é dada por (INCROPERA E DEWITT, 2008):

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{g} - \rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = 0$$

Onde  $T$  é a temperatura,  $k$  a condutividade térmica do material,  $\dot{g}$  a geração de calor interna por volume,  $\rho$  a densidade do material,  $t$  o tempo e  $c$  o calor específico do material.

Para os problemas analisados neste trabalho são feitas algumas simplificações, tais como: regime estacionário ( $\partial T/\partial t = 0$ ), isto é, a partir do instante em que o sistema está em equilíbrio térmico e não mais depende do tempo para sua estabilização (distribuição de temperaturas e taxas de transferência de calor), embora existam gradientes térmicos de temperatura em cada ponto do material; a transmissão de calor é considerada em uma ou duas direções, logo descarta-se a análise de uma terceira dimensão ( $\partial T/\partial z = 0$ ); não há geração de energia interna ( $\dot{g} = 0$ ) no volume de controle (vinda de algum processo químico ou físico qualquer ocorrendo no interior do sistema) e por fim considera-se a condutividade térmica do material constante.

Pode-se reescrever a equação de calor com as simplificações explicitadas acima, da seguinte maneira:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

Onde as coordenadas  $x$  e  $y$  descrevem as direções dos gradientes térmicos nas quais a transmissão de calor ocorre exclusivamente nessas direções.

Esta equação é válida para uma análise bidimensional, conforme será abordado pelo software de elementos finitos. Mas nas simplificações unidimensionais e envolvimento analítico que será feito, a equação simplifica-se em considerar gradientes térmicos apenas na direção  $x$ , logo:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

## 2.7 CONDIÇÕES DE CONTORNO

São as definições de como as fronteiras do sistema estão interagindo fisicamente com o meio. Existem basicamente três condições de contorno usuais em problemas de transmissão de calor e que são fundamentais para aplicação na equação de calor. A primeira delas é temperatura da superfície constante, ou seja, uma das fronteiras do problema é mantida em uma temperatura fixa. A segunda é quando há fluxo térmico, que por simplificação será considerado constante, na superfície, isto é, energia por unidade de área que chega a uma das fronteiras do sistema. Quando esse fluxo é zero, identifica-se que essa superfície é isolada termicamente, ou seja, uma das fronteiras não troca calor com o meio, geralmente atribui-se o nome de superfície adiabática. E a terceira e última é quando há uma condição de convecção em uma das superfícies causada pelo escoamento de um fluido por ela.

## 2.8 RESISTÊNCIA E CIRCUITO TÉRMICO

Para a facilitação da solução de problemas por simplificações unidimensionais, o conceito de resistência e circuito térmico será utilizado. Este último pode ser utilizado para modelar o escoamento de calor, da mesma forma que os circuitos elétricos são utilizados para a corrente elétrica.

Para o caso de transferência de calor unidimensional, sem geração interna de energia e com propriedades constantes, sendo elas a condutividade térmica do material  $k$  e o coeficiente de transmissão de calor por convecção  $h$ , o conceito de resistência térmica pode ser aplicado. Da mesma forma que uma resistência elétrica está associada à condução de eletricidade, uma resistência térmica pode ser associada à condução de calor.

Apresenta-se na figura 2.1 um exemplo simples de modelagem de uma parede plana com seus dois lados expostos ao escoamento de um fluido e o conceito de resistência térmica equivalente (INCROPERA E DEWITT, 2008):

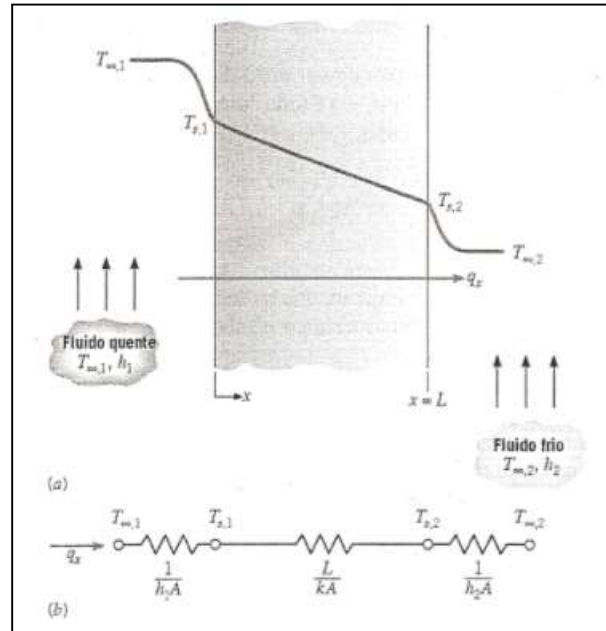


Figura 2.1 - Parede plana e circuito térmico equivalente.

Fonte: INCROPERA E DEWITT, 2008, p. 63.

A definição de resistência térmica tendo em vista esse exemplo é:

$$R_t = \frac{T_1 - T_2}{q}$$

Onde  $q$  (W) é a taxa de transferência de calor constante,  $T_1$  a temperatura mais quente e  $T_2$  a mais fria do meio analisado. A taxa de transferência de calor por condução é dada neste caso por:

$$q_{\text{cond}} = \frac{kA}{L} (T_{s,1} - T_{s,2})$$

A taxa de transferência de calor por convecção é dada neste caso por:

$$q_{\text{conv}} = hA(T_s - T_\infty)$$

Substituindo a equação 2.7 em 2.6 e a equação 2.8 em 2.6, tem-se respectivamente:

$$R_{t,\text{cond}} = \frac{L}{kA}$$

$$R_{t,\text{conv}} = \frac{1}{hA}$$

Onde  $A$  ( $m^2$ ) é a área perpendicular à transmissão de calor,  $L$  é a espessura da parede,  $h$  é o coeficiente convectivo,  $T_{s,1}$  é a temperatura da superfície mais quente,  $T_{s,2}$  é a temperatura da superfície menos quente e  $k$  é a condutividade térmica do material.

Conforme a figura 2.1, o problema foi simplificado com a montagem de um circuito térmico equivalente, envolvendo as resistências térmicas por condução e convecção. Vê-se que as resistências térmicas estão em série e pelas equações 2.9 e 2.10 obtém-se a resistência térmica total do circuito:

$$R_{t,\text{total}} = \frac{1}{h_1A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2A}$$

A taxa de transferência de calor desse circuito (ao longo de toda a rede) é obtida a partir da analogia com a equação 2.6, que representa o conceito de resistência térmica:

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{t,\text{total}}}$$

## 2.9 SUPERFÍCIES ESTENDIDAS

O termo superfície estendida é comumente usado para descrever um caso especial importante envolvendo a transferência de calor por condução no interior de um sólido e a transferência de calor por convecção nas fronteiras do sólido. Embora existam muitas situações diferentes que envolvem tais efeitos combinados de condução e convecção, a aplicação mais frequente é aquela na qual uma superfície estendida é usada especificamente para aumentar a taxa de transmissão de calor entre um sólido e um fluido adjacente. Tal superfície estendida é chamada de aleta.

### 2.9.1 Aleta com Área de Secção Transversal Uniforme

Em um simples exemplo de uma aleta de secção transversal retangular uniforme apresentado na figura 2.2, expõem-se as equações de descrição de taxas de transmissão de calor e temperaturas ao longo do material. Esse desenvolvimento é válido para uma análise unidimensional.

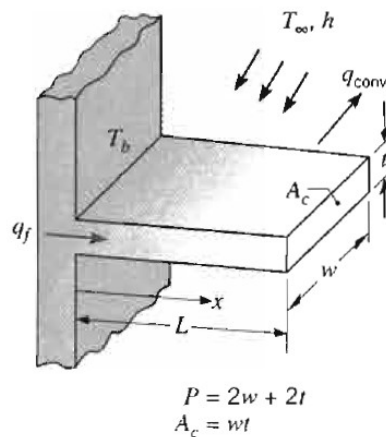


Figura 2.2 - Aleta de seção retangular.

Fonte: INCROPERA E DEWITT, 2008, p. 87.

A aleta está fixada em uma superfície base que está a uma temperatura  $T_b$  e se estende para o interior de um fluido à temperatura  $T_\infty$ . As demais variáveis são apresentadas na figura 2.2.

A equação geral do balanço de energia para uma superfície estendida considerando apenas gradientes térmicos na direção  $x$  é dada por:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left( \frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left( \frac{1}{A_c} \frac{h dA_s}{k dx} \right) (T - T_\infty) = 0$$

Onde as variáveis são apresentadas na figura 2.2, com exceção de  $A_s$  que é a área da superfície estendida. Tem-se que  $T$  é a temperatura em cada ponto  $x$ ,  $A_c$  é a área da seção transversal da aleta,  $h$  é o coeficiente convectivo do fluido,  $k$  é a condutividade térmica do material da aleta e  $T_\infty$  é a temperatura do fluido.

A equação geral do balanço de energia para uma aleta com área de seção transversal constante uniforme pode ser simplificada, pois neste caso tem-se  $A_c$  constante,  $A_s = Px$ , onde  $A_s$  é a área da superfície medida desde a base até  $x$  e  $P$  é o perímetro da aleta. Logo  $(dA_c/dx) = 0$ , uma vez que  $A_c$  é constante, e  $(dA_s)/dx = P$ . Isso pode ser visto na figura 2.2. Assim, de forma simplificada reescreve-se a equação:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \left( \frac{hP}{kA_c} \right) (T - T_\infty) = 0$$

As relações geométricas  $P$  e  $A_c$  estão indicadas na figura 2.2. Para esse caso as condições de contorno são: Aleta fixada em uma superfície base que está a uma temperatura  $T_b$ , por onde há troca de calor por condução, e se estende para o interior de um fluido à temperatura  $T_\infty$ , por onde há troca de calor por convecção. A solução da equação apresentada anteriormente desenvolvida por INCROPERA E DEWITT, 2008 é:

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_b - T_{\infty}} = \frac{\cosh(m(L - x)) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \sinh(m(L - x))}{\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \sinh(mL)}$$

Onde:

$$m = \sqrt{hP/kA_c}$$

$T_b$  é a temperatura na base da aleta e  $L$  é o comprimento da aleta na direção  $x$ , também apresentadas na figura 2.2.

A taxa de transferência de calor da aleta pode ser expressa por:

$$q_a = -kA_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0}$$

Com a substituição das equações, tem-se a taxa de transferência de calor da aleta, dada por:

$$q_a = [\sqrt{hPkA_c}] [T_b - T_{\infty}] [\sinh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cosh(mL)] \div [\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \sinh(mL)]$$

## 2.10 ELEMENTOS FINITOS

O método de elementos finitos é uma técnica computacional utilizada para se obter soluções aproximadas para problemas de engenharia, tais como análise estrutural, análises de temperaturas entre outros.

A ideia básica do método de elementos finitos é encontrar solução de um problema complexo. Nisso encontra-se uma solução aproximada ao invés da solução exata. Assim na ausência de algum outro método adequado para encontrar uma solução mesmo que aproximada de um problema, surgiu o método de elementos finitos. Essa solução aproximada pode frequentemente ser melhorada ou refinada. Note que nesse caso um esforço computacional maior é requerido (RAO, 2004).

### 2.10.1 Descrição do método

No método de elementos finitos, o corpo sólido, líquido ou gasoso e representado por conjuntos de subdivisões chamados de elementos finitos. Esses elementos são interligados através de pontos que são denominados nós ou pontos nodais. Os nós geralmente se localizam nos contornos onde elementos adjacentes são conectados. Essas representações são apresentadas na Figura 2.3 (FLAHERTY, 2000).

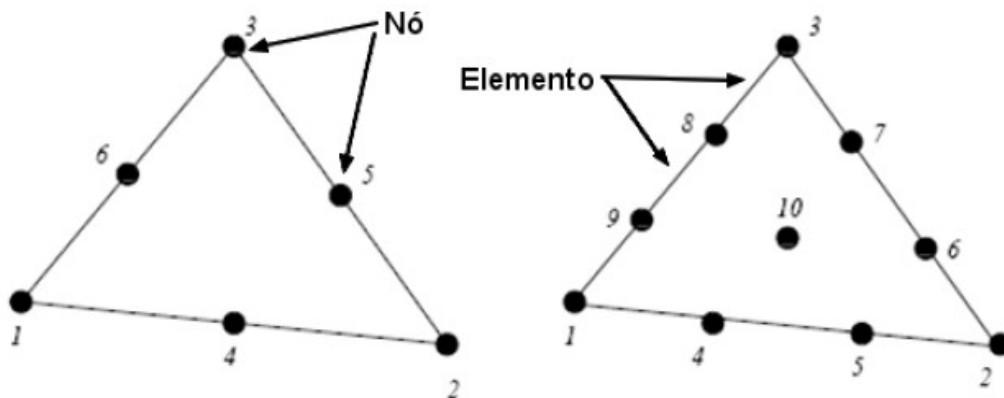


Figura 2.3 - Representação das técnicas de elementos finitos

Fonte: FLAHERTY 2000, p.93.

Quando equações para o corpo são apresentadas, a incógnita será o valor do nó. A solução do sistema de equações representados na forma matricial fornece os valores nodais. Uma vez que se determinam esses valores as funções de aproximação são válidas para todo o conjunto. A solução segue uma sequência básica que pode ser descrita como:

- 1- Discretização do domínio em um número finito de subdomínios (elementos);
- 2- Seleção das funções de interpolação;
- 3- Preparação da matriz de elemento;
- 4- Montagem da matriz dos elementos para obter a matriz global de todo o domínio;
- 5- Imposição das condições de contorno;
- 6- Solução do sistema de equações.

Existe uma relação entre a dimensão do problema a ser modelado (modelo em uma, duas ou três dimensões) e o uso de elementos unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. A Figura 2.4 apresenta os tipos de elementos citados.

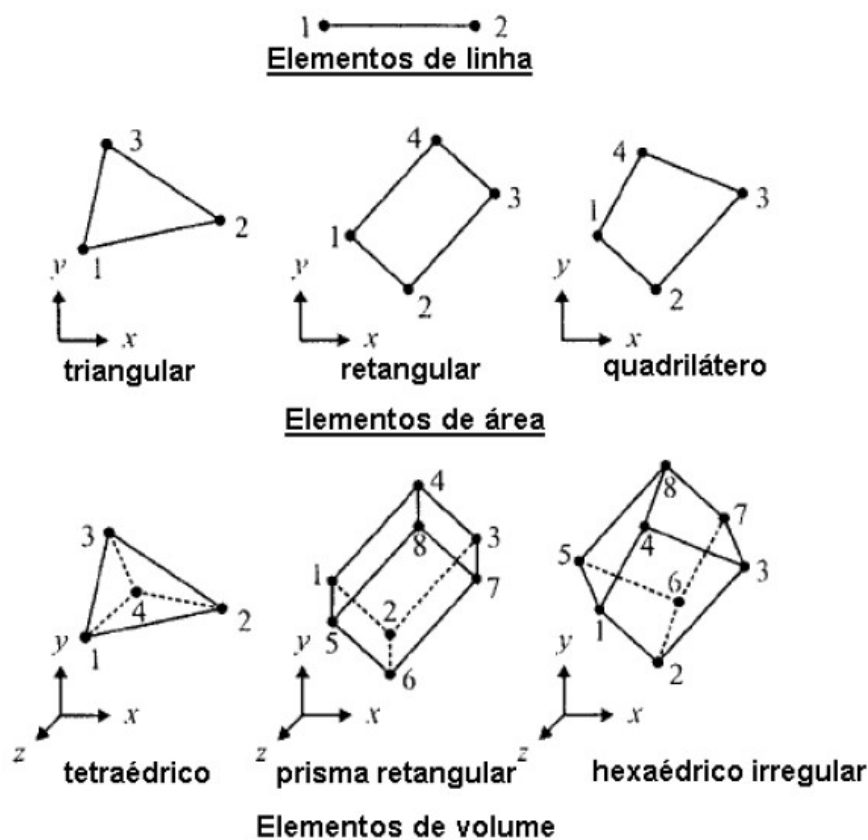


Figura 2.4 - Descrição dos elementos de linha, área e volume

Fonte: FLAHERTY 2000, p.114.

## 2.10.2 Vantagens e desvantagens do método

A utilização do método de elementos finitos em problemas de engenharia tem permitido a redução do custo do desenvolvimento de produtos industriais, reduzindo de maneira substancial o tempo gasto nos testes experimentais em protótipos, pois a simulação computacional permite a execução de múltiplas análises que podem ser realizadas com mais rapidez e eficiência. Um modelo geométrico do componente a ser analisado e criado, então se associa a ele um modelo de elementos finitos e as condições de contorno pertinentes. Com todos esses dados é feita a análise do modelo e são obtidas as respostas, que são apresentadas geralmente em gráficos.

Como desvantagem pode-se citar o fato do mesmo ser um método aproximado e com facilidade de se cometer erros em sua aplicação. Sua formulação em relação a outros métodos também é mais difícil e o tempo gasto também é maior.

## 2.11 FEHT

O FEHT é uma sigla de Finite Element Heat Transfer. O programa é projetado para facilitar a solução numérica de problemas de transferência bidimensional de calor por condução em estado estacionário e transiente. É importante destacar que o FEHT usa em sua estrutura o método de elementos finitos.

Para o caso de condução bidimensional em regime permanente ou transiente (condições de temperaturas e taxas de transmissão de calor variáveis com o tempo para cada ponto do sistema), a equação utilizada pelo programa é a equação de calor bidimensional. Ela é uma simplificação, desconsiderando a coordenada  $z$ , assim tem-se:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \dot{g} - \rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = 0$$

Onde  $T$  é a temperatura,  $k$  a condutividade térmica do material,  $\dot{g}$  a geração de calor interna por volume,  $\rho$  a densidade do material,  $t$  o tempo e  $c$  o calor específico do material.

Para o caso de superfícies estendidas, a equação utilizada pelo programa é (FEHT, 2006):

$$\delta \left[ \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) \right] + q_a'' + \delta \dot{g} = 2h(T - T_\infty) + \delta \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = 0$$

A equação acima considera as duas coordenadas  $x$  e  $y$ , a espessura da aleta ( $\delta$ ), o fluxo térmico ( $q_a''$ ) aplicado na superfície da aleta, geração de energia interna ( $\dot{g}$ ) e a condição de regime transiente ( $\partial T/\partial t \neq 0$ ). Essas são as diferenças entre o caso bidimensional adotado pelo software e o caso unidimensional, no qual todos esses parâmetros são desconsiderados para simplificação. Embora nessa abordagem considere-se o regime permanente, isto é,  $\partial T/\partial t = 0$ .

Ainda na equação acima,  $h$  é o coeficiente convectivo do fluido ao redor da aleta e  $T_\infty$  a temperatura do fluido.

A versão desse software é do tipo estudantil, permite geração de malha com no máximo 1000 elementos e discretização de temperaturas em apenas cinco cores. A limitação com relação a representação das temperaturas será a que afetará mais o detalhamento da simulação.



# **CAPÍTULO 3**

---

## **METODOLOGIA**

A seguir é analisada a solução de um problema estritamente unidimensional, uma geometria pouco complexa, por simplificações uni e bidimensionais. Busca-se a partir de um simples problema, a verificação do software e sua consideração nos problemas complexos mais adiante. A análise unidimensional será feita analiticamente e a bidimensional, via software. Depois são apresentados dois problemas clássicos de condução de calor, considerando regime estacionário, que serão analisados por simplificações unidimensionais. Os mesmos serão submetidos a um procedimento computacional, através do já citado software FEHT, para suas análises por simplificações bidimensionais. Faz-se um estudo comparativo entre as duas análises, mostrando os parâmetros responsáveis por suas aproximações e distanciamento. Por fim, analisam-se as soluções de dois problemas bidimensionais, que não possuem solução analítica, usando o software FEHT, explorando os recursos do mesmo, mostrando a importância e vantagens conseguidas com essa ferramenta.

Serão mostradas na solução de cada problema as distribuições de temperaturas e os gradientes de temperatura fornecidos pela simulação no software.

### 3.1 PROBLEMAS

Nesta seção serão apresentados alguns problemas típicos de transferência de calor.

#### 3.1.1 Parede Plana e Verificação do Software

Considera-se a parede plana da figura 2.1, que separa dois fluidos, um quente a temperatura  $T_{\infty,1} = 60^{\circ}\text{C}$  e coeficiente de convecção  $h_1 = 65 \text{ W/m}^2.\text{K}$ , e o outro frio a temperatura  $T_{\infty,2} = 25^{\circ}\text{C}$  e coeficiente de convecção  $h_2 = 30 \text{ W/m}^2.\text{K}$ . O material da parede possui uma condutividade térmica  $k = 1,4 \text{ W/m.K}$ , comprimento  $L = 0,500 \text{ m}$  e largura  $W = 1,00 \text{ m}$ . Tendo em vista as condições de contorno, obterem-se a distribuição de temperaturas no interior da parede e a taxa de transferência de calor por unidade de profundidade, considerando essa dimensão como entrando na página.

O conceito de resistência e circuito térmico é utilizado para determinar a taxa de transmissão de calor e as temperaturas internas da parede com auxílio das equações apresentadas na seção anterior, com simplificações unidimensionais.

Determina-se a temperatura da parede a cada distância de  $0,10 \text{ m}$  ao longo do seu comprimento. Também se determina a taxa de transferência de calor total da parede por unidade de profundidade normal a essa página. As duas extremidades que não estão em contato com os fluidos serão consideradas adiabáticas.

### 3.1.2 Parede de um Forno Retangular

Este problema é referente a uma análise de transferência de calor em estado estacionário de uma parede de um forno, conforme mostrado na figura 3.1 (FEHT, 2006). Ar aquecido presente no interior do forno é mantido a  $560^{\circ}\text{C}$  e possui um coeficiente de convecção de  $10 \text{ W/m}^2.\text{K}$ . A superfície externa do forno é exposta ao ar atmosférico a  $30^{\circ}\text{C}$  e possui um coeficiente de convecção de  $5 \text{ W/m}^2.\text{K}$ . A parede do forno é feita de tijolo e possui coeficiente de condutividade térmica de  $0,69 \text{ W/m.K}$ . O objetivo é determinar a distribuição de temperatura na parede de tijolo e a taxa total de transferência de calor através da parede.

Parâmetros como coeficientes convectivos e de condutividade térmica serão alterados para obterem-se novas soluções e comparar-se o distanciamento ou aproximação das duas metodologias. Adota-se que a solução numérica obtida por simulação será a mais correta e a diferença de resultado obtido pela forma analítica será considerado uma diferença percentual. Pelo percentual de diferença tem-se uma ideia para quais condições as simplificações feitas para metodologia analítica fornecem resultados razoavelmente próximos.

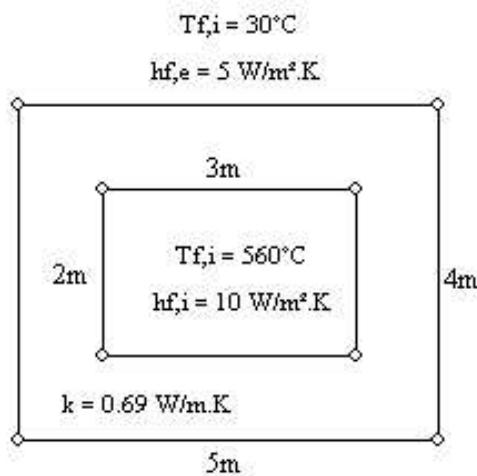


Figura 3.1 - Forno Retangular

Para uma solução analítica por simplificações unidimensionais, usa-se o conceito de área média perpendicular à transferência de calor (NELLIS E KLEIN, 2008). Isto é, a área usada para o cálculo da taxa de transmissão de calor pelas quatro paredes do forno pode ser aproximada como a média feita entre a área interna e externa do forno. Um caso mais simples, onde as paredes interna e externa são mantidas com temperaturas constantes e não há influência de fluidos, abordado em Resistance of a Square Channel, 2008, apresenta resultados satisfatórios quando comparados com simulação no software FEHT. Utiliza-se a mesma metodologia aqui a ser adotada.

Utiliza-se o conceito de resistência e circuito térmico para determinar a taxa de transmissão de calor e as temperaturas internas da parede, pelas simplificações unidimensionais.

### 3.1.3 Aleta Retangular

Uma aleta plana de seção transversal uniforme é feita com um material com condutividade térmica  $5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ , possui uma espessura de  $20 \text{ mm}$  e comprimento de  $200 \text{ mm}$ . Apresenta-se na figura 3.2 a seção da aleta e suas condições de contorno. A aleta se estende para o interior da página. A sua base é mantida a  $200^\circ\text{C}$  e toda a aleta está exposta a um fluido de coeficiente convectivo de  $500 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$  a temperatura de  $100^\circ\text{C}$  (INCROPERA E DEWITT, 2008).

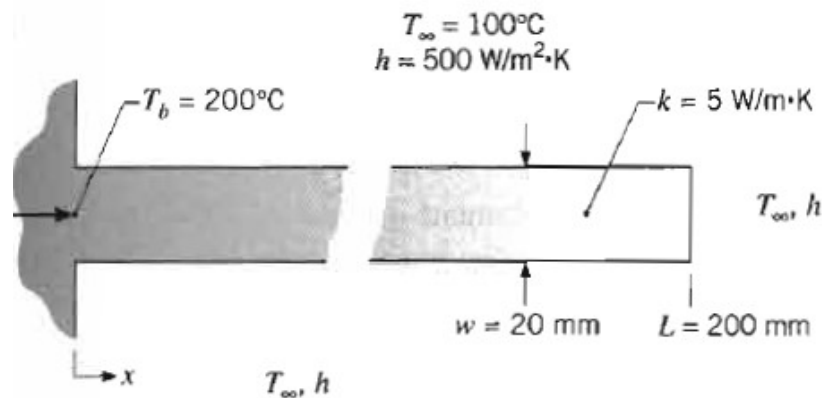


Figura 3.2 - Aleta Retangular.

Fonte: INCROPERA E DEWITT, 2008, p. 156.

Parâmetros como coeficientes convectivos e de condutividade térmica serão alterados para obterem-se novas soluções observando os efeitos sobre a temperatura na extremidade da aleta e a taxa de transferência de calor total da aleta por unidade profundidade normal a essa página.

### 3.1.4 Filme Quente sobre um Substrato

O sensor de fluxo térmico de filme quente, conforme a figura 3.3 (INCROPERA E DEWITT, 2008), pode ser usado para determinar o coeficiente convectivo em uma corrente fluida adjacente através das medidas da dissipação de potência elétrica por unidade de área,  $P_e''$ , e da temperatura superficial média,  $T_{s,f}$  do filme. A potência dissipada no filme é transferida diretamente para o fluido por convecção, assim como por condução para o substrato. Se a condução no substrato for desprezível, as medições do sensor podem ser usadas para determinar o coeficiente convectivo sem a utilização de um fator de correção. Faz-se uma análise da condução bidimensional,

em regime permanente, para estimar a fração da potência dissipada que entra por condução em um substrato de quartzo, com 2 mm de espessura e largura  $W = 40 \text{ mm}$ , com condutividade térmica  $k = 1,4 \text{ W/m.K}$ . O fino sensor de filme quente tem uma largura  $w = 4 \text{ mm}$  e opera a uma dissipação de potência uniforme de  $5000 \text{ W/m}^2$ . Sejam casos nos quais a temperatura do fluido é de  $25^\circ\text{C}$  e os coeficientes convectivos de 500, 1000 e  $2000 \text{ W/m}^2.K$ .

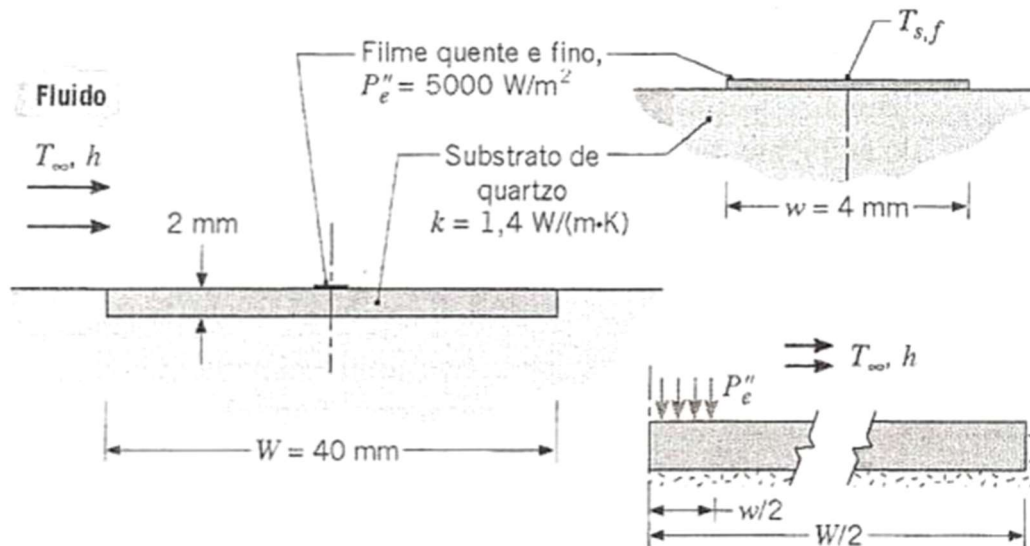


Figura 3.3 - Filme Quente sobre um Substrato.

Fonte: INCROPERA E DEWITT, 2008, p. 157.

Supondo-se que as superfícies inferior e laterais do substrato estejam isoladas termicamente, enquanto a superfície superior troca calor por convecção com o fluido.

Determina-se a distribuição de temperaturas e a taxa de transferência de calor por condução para a região abaixo do filme quente para os três valores de  $h$ , assim como as frações da dissipação de potência elétrica representadas por essas três taxas.

### 3.1.5 Escoamento de Fluido em Canais de uma Chapa

Uma chapa com condutividade térmica de  $k = 15 \text{ W/m.K}$  é aquecida pelo escoamento de um fluido quente através de canais de lado  $L = 20 \text{ mm}$  em seu interior, com  $T_{\infty,i} = 200^\circ\text{C}$  e  $h_i = 500 \text{ W/m}^2.k$ , conforme a figura 3.4. A superfície superior da chapa é usada para aquecer um fluido de processo a  $T_{\infty,e} = 25^\circ\text{C}$ , com um coeficiente convectivo  $h_e = 250 \text{ W/m}^2.K$ . A superfície inferior da chapa é isolada. Para aquecer o fluido de processo uniformemente, a temperatura da superfície superior da chapa deve ser uniforme dentro da tolerância de  $5^\circ\text{C}$  (INCROPERA E DEWITT, 2008).

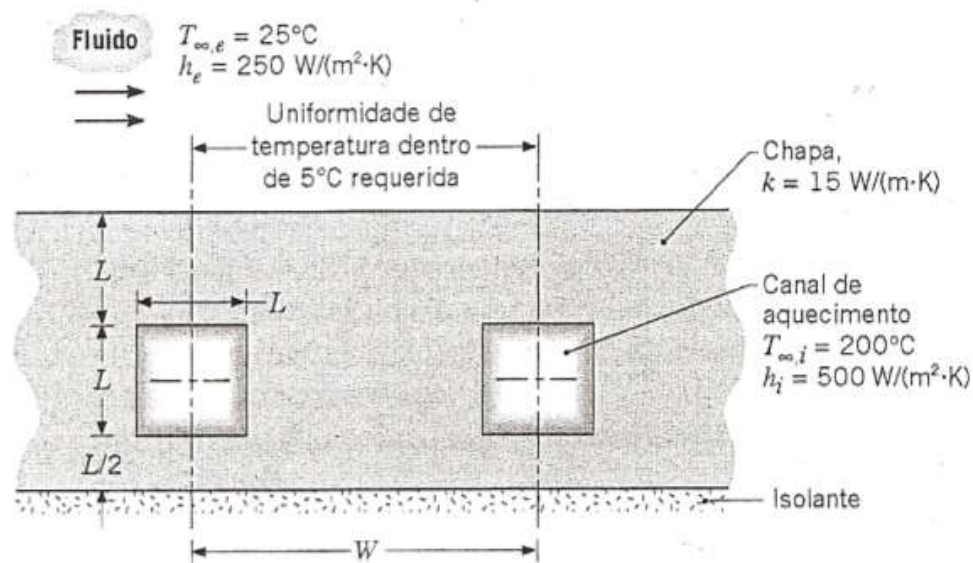


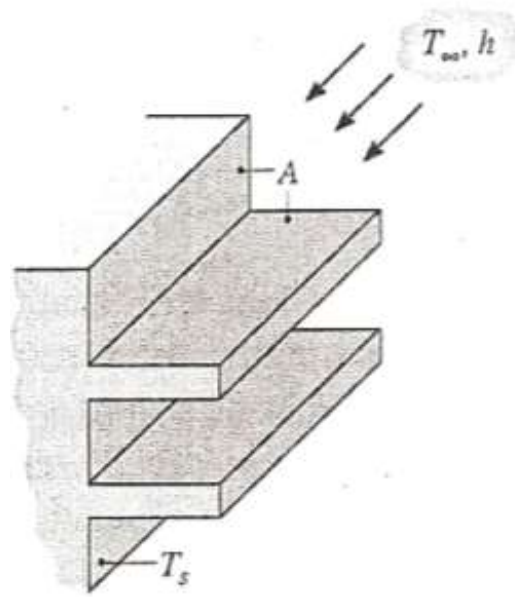
Figura 3.4 - Escoamento de Fluido em Canais de uma Chapa.

Fonte: INCROPERA E DEWITT, 2008, p. 161.

Determina-se o espaçamento máximo permitido,  $W$ , entre eixos centrais dos canais que irá satisfazer à exigência de uniformidade de temperatura especificada. Neste caso, determina-se a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento correspondente em um canal de escoamento para cada valor de  $W$  simulado.

### 3.1.6 Conjunto de Aletas Retangulares

Propõe-se uma extensão do problema da aleta retangular, apresentado na seção 3.1.3, para o caso de um conjunto de aletas retangulares conforme a figura 3.5. Determina-se a distância entre as aletas para obter a máxima taxa de transferência de calor, usando somente o software. Isso porque para uma solução analítica não leva em conta o fato dessa distância entre aletas interfira na transmissão de calor de uma aleta e a vizinha, já para o software isso se torna significativo e seu efeito é considerado na análise.



**Figura 3.5** - Conjunto de Aletas Retangulares.

**Fonte:** INCROPERA E DEWITT, 2008, p. 85.



# CAPÍTULO 4

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Asseguidas são apresentadas as análises dos problemas de condução de calor uni e bidimensionais propostos. Primeiramente efetua-se a verificação do software para que a sequência do trabalho seja possível. Logo após são desenvolvidas as soluções dos problemas ora por via analítica e ora por via numérica (pelo software). Usa-se recursos de tabelas para apresentação os resultados analíticos e compará-los com os obtidos pelo software. Mostra-se a modelagem de cada problema por sua representação física em malha, usando elementos triangulares, feita inicialmente de forma manual e depois refinada pelo programa. Ilustra-se cada solução com figuras que mostram distribuições de temperaturas e gradientes de temperaturas, taxas de transmissão de calor por unidade de profundidade e temperaturas pontuais fornecidos pela simulação no software.

#### 4.1 PAREDE PLANA E VERIFICAÇÃO DO SOFTWARE

Pelos dados do problema tem-se:  $R_{t\ total} = 0,406 (K/W)/p$ , onde  $p$  é a profundidade da parede em metros. Tem-se:  $q_x'' = 86,2 W.p$ . A taxa de transferência de calor por unidade de profundidade é  $q_x' = 86,2 W/m$ .

Mostra-se a malha criada para simulação (Figura 4.1), a distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas pela parede (Figura 4.2) e a somatória da taxa de transmissão de calor por unidade de profundidade (Figura 4.3).

Na figura 4.2, a direção e o sentido de cada uma das setas indicam a direção e o sentido do fluxo de calor pela parede. O comprimento da seta indica a grandeza dimensional chamada de gradiente térmico ( $^{\circ}C/m$ ), ou seja, a diferença de temperatura entre dois pontos dividido pela distância entre eles.

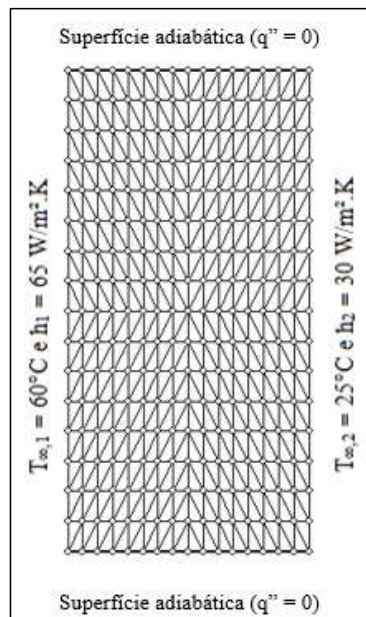


Figura 4.1 - Malha com 512 elementos

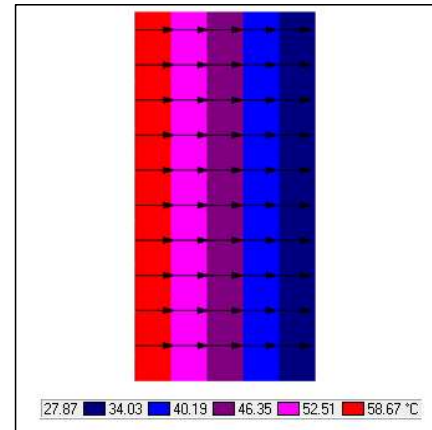


Figura 4.2 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas

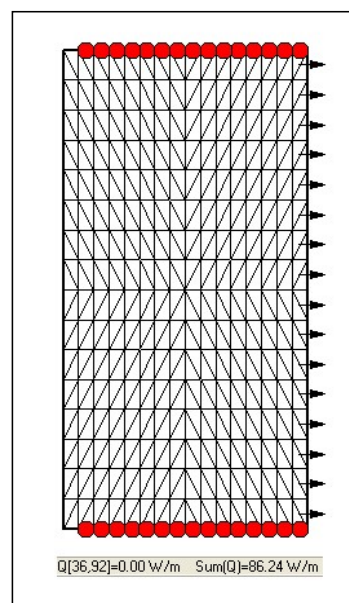


Figura 4.3 - Taxa de transmissão de calor por unidade de profundidade

A temperatura da parede quente é  $58,67^{\circ}\text{C}$  e a da parede fria é  $27,87^{\circ}\text{C}$ . A taxa de transmissão de calor por profundidade da parede encontrada pelo software foi  $86,24 \text{ W/m}$ , praticamente a mesma calculada analiticamente (diferença percentual de  $0,046\%$ ). Os pontos vermelhos na figura 4.3 representam o isolamento dos lados inferior e superior da parede (fluxo térmico zero).

Para o caso deste problema, a referência de resposta mais precisa seria o fornecido pela metodologia analítica, pois trata-se de um problema estritamente unidimensional.

Calcula-se as temperaturas no interior da parede para quatro pontos internos distanciados 0,10 m e para as duas superfícies (quente e fria) em contato com o fluido. Na tabela 4.1 é representada a comparação dos valores de temperaturas para os pontos citados para os dois casos, isto é, calculados analiticamente e encontrados pela simulação.

**Tabela 4.1 - Temperaturas ao longo da parede plana**

	X=0 m	X=0,1 m	X=0,2 m	X=0,3 m	X=0,4 m	X=0,5 m
T (°C)						
<b>Analítico</b>	58,67	52,51	46,35	40,19	34,04	27,88
T (°C)						
<b>Software</b>	58,67	52,51	46,35	40,19	34,03	27,87

Foi considerada constante a temperatura ao longo do eixo  $y$ , dimensão vertical (largura da parede), para cada ponto interno calculado, assim como as superfícies expostas aos fluidos. Pelo programa foi observada uma pequena variação que não é relevante nessa análise e não teve reflexo na representação gráfica da distribuição de temperaturas, conforme a figura 4.2.

Pela tabela vê-se que a simulação e a análise analítica tiveram praticamente os mesmos resultados. Como a modelagem analítica é linear, era de se esperar que os resultados fossem exatamente os mesmos pelas duas metodologias, a pequena diferença notada justifica-se por questões de arredondamento de resultados dos cálculos analíticos pelo uso das equações já citadas. Logo a verificação do software está feita e pode-se prosseguir com o restante do trabalho.

## 4.2 PAREDE DE UM FORNO RETANGULAR

Pela simetria do forno retangular, analisa-se somente um quarto de sua seção para tornar mais simples a abordagem. Por consequência, os valores encontrados nos cálculos terão que ser multiplicados por quatro para obterem-se os resultados referentes ao forno por completo.

Conforme o conceito de área média perpendicular à transferência de calor (NELLIS E KLEIN, 2008), isto é, a área usada para o cálculo da taxa de transmissão de calor pelas quatro paredes do forno pode ser aproximada como a média feita entre a área interna e externa do mesmo obtém-se uma parede plana de 3,5 m de altura (2 m da parte horizontal e 1,5 da parte vertical) de 1 m de espessura (constante por toda a seção do forno). Tendo em vista somente em um quarto da seção do forno.

Obtém-se a resistência total do circuito composto pelos dois meios fluidos e um meio sólido da parede, similar ao problema da parede plana já abordado. Assim tem-se  $R_{p\ total} = 0,500 (K/W)/p$ , onde  $p$  é a profundidade da parede em metros. Tem-se:  $q = 1060,44 W.p$ . Assim, a taxa de transferência de calor por unidade de profundidade é  $q' = 1060,44 W/m$ .

Mostra-se a malha criada para simulação (Figura 4.4), a distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas pela parede (Figura 4.5), a somatória da taxa de transmissão de calor por unidade de profundidade (Figura 4.6) e as temperaturas pontuais (Figura 4.7).

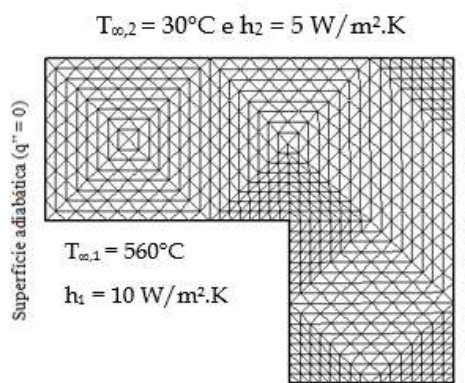


Figura 4.4 - Malha com 1088 elementos

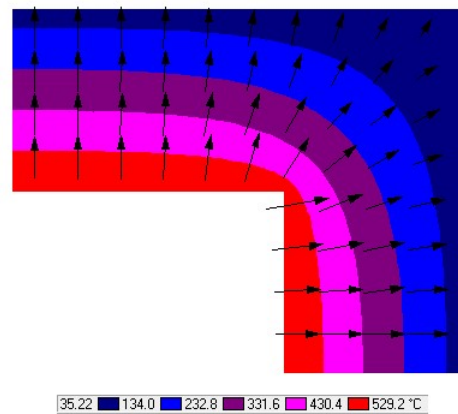


Figura 4.5 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas

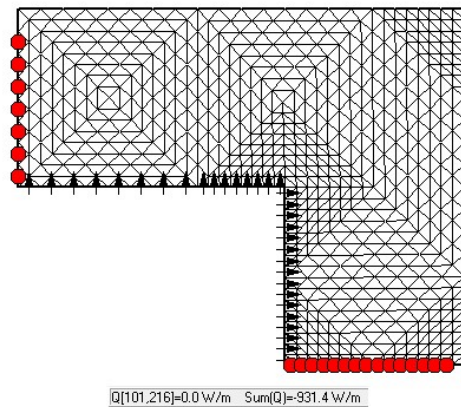


Figura 4.6 - Taxa de transmissão de calor por unidade de profundidade

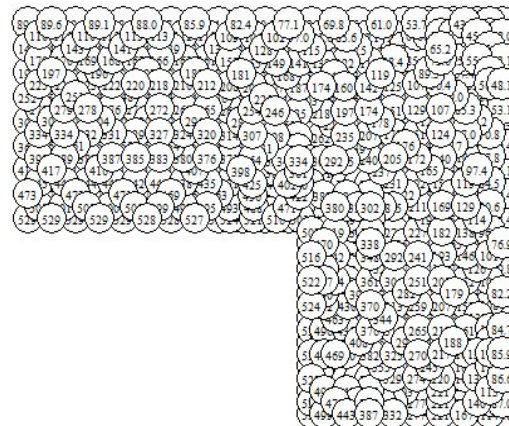


Figura 4.7 - Temperaturas pontuais

A temperatura máxima da parede do forno foi  $529,2^{\circ}C$ , localizado no ponto médio da parede horizontal interna. A temperatura mais fria encontrada foi  $35,22^{\circ}C$ , na extremidade do contorno externo. Observa-se pela Figura 4.7 que tanto para a parte interna quanto a externa do forno, as temperaturas são máximas nos pontos médios e diminuem no sentido aos contornos. Os maiores gradientes térmicos (comprimento

das setas) são registrados nas quinas vivas da parede, similar a uma análise de tensões, onde essas quinas atuam como concentradores de tensões. Ou seja, o calor se propaga prioritariamente nessas regiões, onde há maior fluxo térmico conforme a concentração das setas mostradas na figura 4.6.

A taxa de transmissão de calor por profundidade da parede do forno encontrada pelo software foi 931,4 W/m. Adotando esse método de análise bidimensional como o mais próximo do real, a diferença percentual apresentada pela metodologia analítica foi de 13,85 %. Isso mostra que se podem obter bons resultados com o tratamento analítico, tendo em vista um valor de diferença percentual abaixo de 20 %, conforme será adotado mais adiante para o restante das análises.

Mostram-se nas tabelas 4.2 a 4.4 os resultados encontrados para simulações com variações dos parâmetros como coeficientes convectivos e de condutividade térmica mantendo as temperaturas dos fluidos as mesmas.

Tabela 4.2 - Variação de  $h_{f,e}$

Casos	$h_{f,e}$ (W/m <sup>2</sup> .K)	$h_{f,i}$ (W/m <sup>2</sup> .K)	k (W/m.K)	$q'_{\text{software}}$ (W/m)	$q'_{\text{analítico}}$ (W/m)	Diferença percentual* Variação de $h_{f,e}$
1	0,025	10	0,69	55,98	44,65	20,25
2	0,25	10	0,69	364,7	334,3	8,34
3	1	10	0,69	692,2	727,7	5,12
4	5	10	0,69	931,4	1060	13,85
5	50	10	0,69	1016	1182	16,35
6	500	10	0,69	1025	1196	16,66
7	5000	10	0,69	1026	1197	16,68

\* Diferença percentual =  $(q'_{\text{software}} - q'_{\text{analítico}})/q'_{\text{software}}$

Tabela 4.3 - Variação de  $h_{f,i}$

Casos	$h_{f,e}$ (W/m <sup>2</sup> .K)	$h_{f,i}$ (W/m <sup>2</sup> .K)	k (W/m.K)	$q'_{software}$ (W/m)	$q'_{analítico}$ (W/m)	Diferença percentual Variação de $h_{f,i}$
1	5	0,01	0,69	13,07	18,25	39,63
2	5	0,1	0,69	116,8	159,2	36,33
3	5	1	0,69	566,3	700,2	23,64
4	5	10	0,69	931,4	1061	13,85
5	5	100	0,69	1001	1118	11,68
6	5	1000	0,69	1009	1124	11,40
7	5	10000	0,69	1010	1125	11,35

Tabela 4.4 - Variação de k

Casos	$h_{f,e}$ (W/m <sup>2</sup> .K)	$h_{f,i}$ (W/m <sup>2</sup> .K)	k (W/m.K)	$q'_{software}$ (W/m)	$q'_{analítico}$ (W/m)	Diferença percentual Variação de k
1	5	10	0,01	16,20	18,49	14,16
2	5	10	0,05	80,02	91,38	14,20
3	5	10	0,1	157,7	180,1	14,20
4	5	10	0,69	931,4	1060,4	13,85
5	5	10	3	2637	2929	11,07
6	5	10	10	4373	4638	6,05
7	5	10	20	5132	5300	3,27

Na figura 4.8 são representadas as diferenças percentuais para cada um dos parâmetros que foram modificados em função dos sete casos escolhidos para as simulações; é a representação gráfica dos dados numéricos das tabelas 4.2 a 4.4.

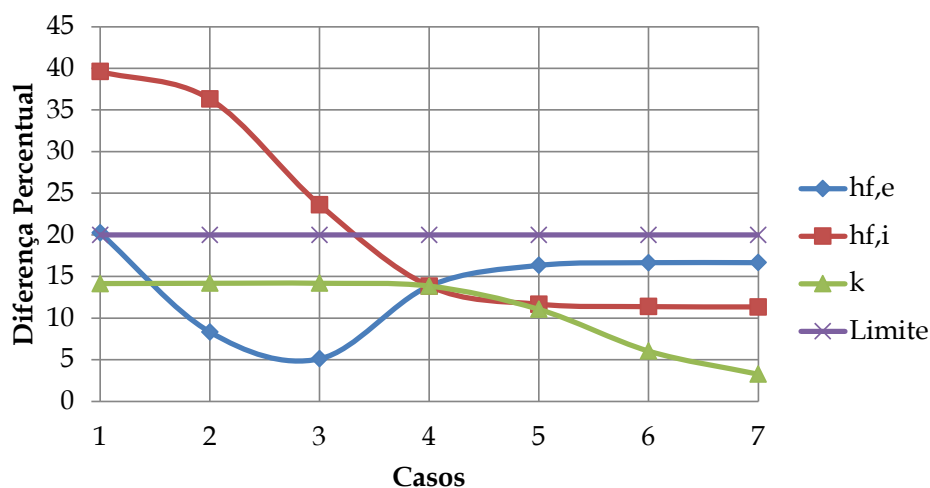


Figura 4.8 - Diferença Percentual VS Casos

Foi adotado um limite de 20 % para a diferença percentual, ou seja, a diferença percentual de resultados obtidos pelos dois métodos. Pela figura 4.8 vê-se que para os parâmetros  $k$  e  $h_{f,e}$  as diferenças percentuais ficam abaixo do limite, e há a tendência para o crescimento da diferença percentual para valores de  $h_{f,e}$  abaixo de  $0,025 \text{ W/m}^2.K$ , ou seja, antes do caso 1. Já para o parâmetro  $h_{f,i}$  as diferenças percentuais ficam aceitáveis a partir de um caso médio entre 3 e 4, ou seja, para valores a partir de  $2 \text{ W/m}^2.K$ , conforme confirmado por simulação.

No geral, o método analítico fornece razoáveis resultados para ampla faixa de valores para  $k$ ,  $h_{f,e}$  a partir de  $2 \text{ W/m}^2.K$  e  $h_{f,e}$  acima de  $0,025 \text{ W/m}^2.K$  (valores usuais). É claro que toda essa análise está vinculada à diferença de temperatura dos fluidos de escoamento interno e externo, ou seja,  $530 \text{ }^\circ\text{C}$ , assim como as dimensões do forno. Em caso de mudança desses parâmetros, toda a análise anterior seria modificada. A combinação da variação de mais de um parâmetro ao mesmo tempo modificaria a análise anterior de forma expressiva. Logo, para um simples estudo comparativo dos efeitos da variação de parâmetros anteriores nos resultados obtidos pelos dois métodos, teve-se uma ideia dos erros cometidos pelas simplificações do modelo analítico, que em determinados casos obtêm-se resultados bastante controversos.

### 4.3 ALETA RETANGULAR

Determina-se a temperatura na extremidade da aleta e a taxa de transferência de calor total da aleta por unidade profundidade normal a essa página para diferentes valores de  $k$  e  $h$  pelos dois métodos e compará-los, ou seja, ver qual a diferença percentual referente aos resultados encontrados para a temperatura na extremidade assim com para a taxa de transferência de calor total da aleta, tendo em vista que o método mais correto adotado foi a análise bidimensional.

Mostra-se a malha criada para simulação (Figura 4.9), a distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas pela aleta (Figura 4.10), a somatória da taxa de transmissão de calor por unidade de profundidade (Figura 4.11).

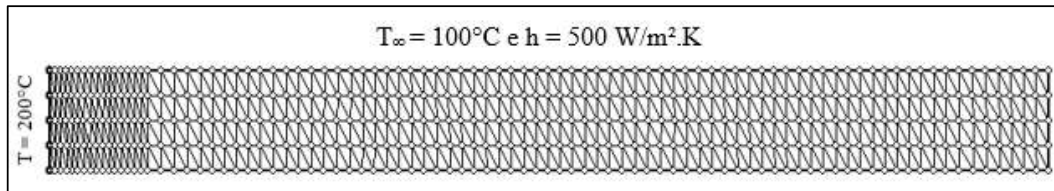


Figura 4.9 - Malha com 704 elementos.

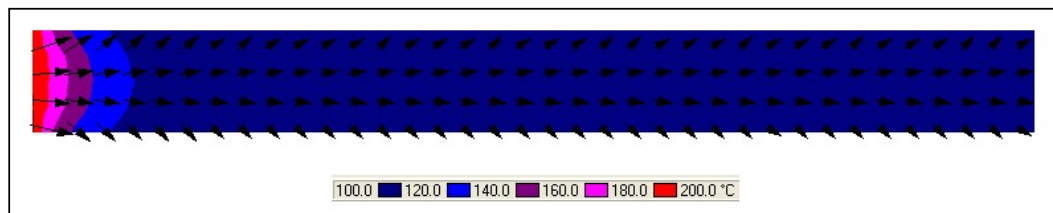


Figura 4.10 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas

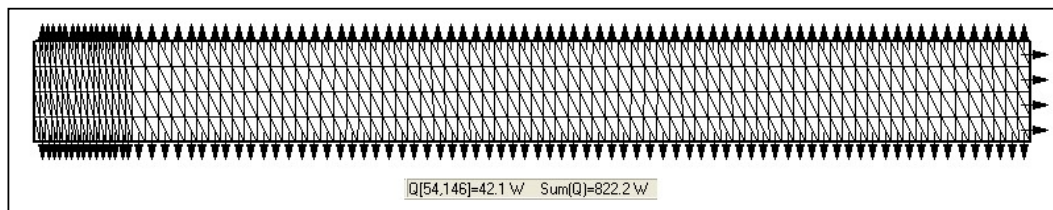


Figura 4.11 - Taxa de transmissão de calor para 1 m de profundidade

Conforme observado na figura 4.9, a malha é mais refinada na região da extremidade esquerda visto que nessa região são maiores os gradientes de temperaturas, ou seja, onde ocorrem as mais expressivas variações de temperaturas, e onde há os maiores fluxos térmicos.

Pode-se dizer que a espessura da aleta é um dado de fundamental importância para a caracterização dos gradientes térmicos e do fluxo de calor. Uma aleta com espessura pequena, o calor dissipará prioritariamente por suas laterais. Já uma aleta mais espessa, o calor tende a se propagar ao longo do seu comprimento. Disso é que os projetos de aletas são baseados na escolha de menor espessura possível, justamente para aproveitar as áreas laterais da mesma para dissipação de calor. Pela figura 4.10 vê-se um caso intermediário aos citados, tanto há um fluxo térmico expressivo ao longo da aleta quanto para as laterais.

Obteve-se os resultados para a temperatura na extremidade da aleta e para a taxa de transferência de calor total da aleta por unidade profundidade normal. Adota-se uma profundidade de 1 m para realização dos cálculos assim como dado de en-

trada para a simulação. Nas tabelas 4.5 e 4.6, tem-se os resultados encontrados para diferentes valores de  $k$  e  $h$  pelos dois métodos.

Tabela 4.5 - Variação de  $k$ 

Casos	$h$	$k$	$q'_{\text{software}}$	$q'_{\text{analítico}}$	Dif.	$T_L$	$T_L$	Dif.
	(W/m <sup>2</sup> .K)	(W/m.K)	(W/m)	(W/m)	$q'$ (%)	software	analítico	$T_L$ (%)
1	500	0,10	32,43	142,8	340,4	100	100	0
2	500	0,50	158,6	319,4	101,4	100	100	0
3	500	5	822,2	1010	22,8	100	100	0
4	500	50	3016	3194	5,89	100	100,3	0,26
5	500	500	9580	9812	2,42	124	123,8	0,16

Tabela 4.6 - Variação de  $h$ 

Casos	$h$	$k$	$q'_{\text{software}}$	$q'_{\text{analítico}}$	Dif.	$T_L$	$T_L$	Dif.
	(W/m <sup>2</sup> .K)	(W/m.K)	(W/m)	(W/m)	$q'$ (%)	software	analítico	$T_L$ (%)
1	5	5	95,80	98,12	2,43	124	123,8	0,16
2	50	5	301,6	319,4	5,89	100	100,3	0,26
3	500	5	822,2	1010	22,8	100	100	0
4	5000	5	1586	3194	101,4	100	100	0
5	25000	5	1622	7141	350,3	100	100	0

Na figura 4.12 são representadas as diferenças percentuais para cada um dos parâmetros que foram modificados em função dos cinco casos escolhidos para as simulações (dados presentes nas tabelas 4.5 e 4.6). Essas diferenças percentuais se referem somente as taxas de transmissão de calor, que variaram significativamente. Já para as diferenças percentuais referentes às temperaturas na extremidade são desprezíveis, como pode ser notado nas tabelas 4.5 e 4.6.

Foi adotado um limite de 20 % para a diferença percentual obtido pelos dois métodos. Pela figura 4.12 vê-se que para o parâmetro  $h$  maiores que 500 W/m<sup>2</sup>.K (caso 3), as diferenças percentuais ultrapassam o limite e crescem rapidamente. Já para o parâmetro  $k$  menores que 5 W/m.K (caso 3), as diferenças percentuais ultrapassam o limite e crescem rapidamente, de forma similar ao caso do parâmetro  $h$ .

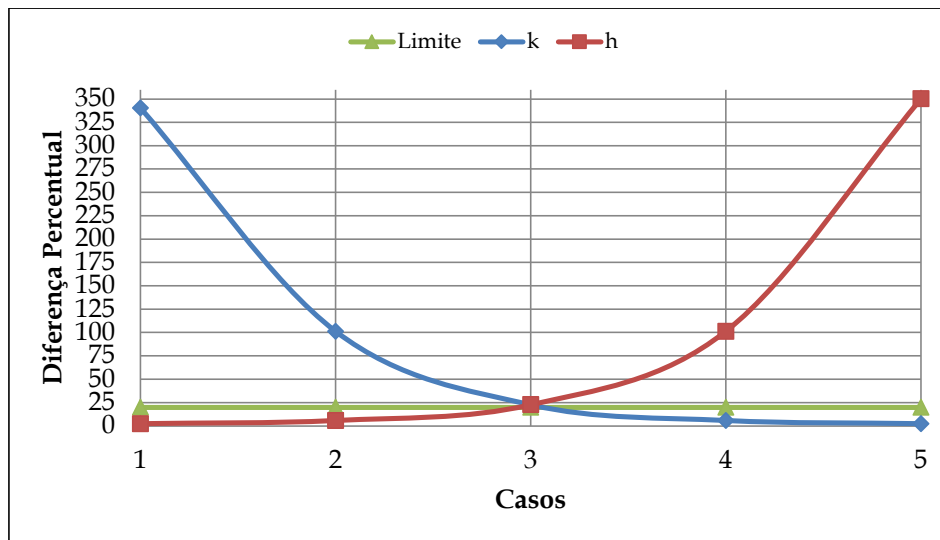


Figura 4.12 - Diferença Percentual VS Casos

No geral, o método analítico fornece razoáveis resultados para valores de  $k$  maiores que  $5 \text{ W/m.K}$  e  $h$  menores que  $500 \text{ W/m}^2$ . É claro que toda essa análise está vinculada à diferença de temperatura da base da aleta e a temperatura do fluido de escoamento na superfície da aleta, ou seja,  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ , assim como as dimensões da aleta. Em caso de mudança desses parâmetros, toda a análise anterior seria modificada. A combinação da variação de mais de um parâmetro ao mesmo tempo modificaria a análise anterior de forma expressiva. Logo, para um simples estudo comparativo dos efeitos da variação de parâmetros anteriores nos resultados obtidos pelos dois métodos, tem-se uma ideia dos erros cometidos pelas simplificações do modelo analítico, que em determinados casos obtém-se resultados bastante controversos, como o caso das taxas de transmissão de calor. Já para as temperaturas na extremidade da aleta, o método analítico funciona bem.

#### 4.4 FILME QUENTE SOBRE UM SUBSTRATO

Determinam-se a distribuição de temperaturas e a taxa de transferência de calor por condução para dentro da região abaixo do filme quente para os três valores de  $h$ . Faz-se a análise do caso apenas para a metade do filme e do substrato, por causa de sua simetria. Logo os valores finais precisam ser multiplicados por dois (taxa de transmissão de calor) para obter o resultado para toda a extensão do problema.

Outro ganho com a análise somente da metade do substrato, além da redução de trabalho na modelagem, é o melhor aproveitamento da quantidade de elementos na geração da malha. Pois nessa situação constrói-se a malha com o dobro de elementos que teria se analisasse toda a geometria do problema, tornando os resultados mais precisos e realistas.

Tendo em vista que a potência dissipada no filme é o fluxo de calor na região onde está em contato com o substrato, e que nessa análise o filme apresenta comprimento de  $2\text{ mm}$ , assim a taxa de calor gerada pelo filme por unidade de profundidade (normal a essa página) é  $5000\text{ W/m}^2 \times 0,002\text{ m} = 10\text{ W/m}$ .

Pelos dados do problema monta-se a malha (figura 4.12), a distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas ao longo do substrato (Figura 4.13), a somatória da taxa de transmissão de calor por unidade de profundidade (Figura 4.14).

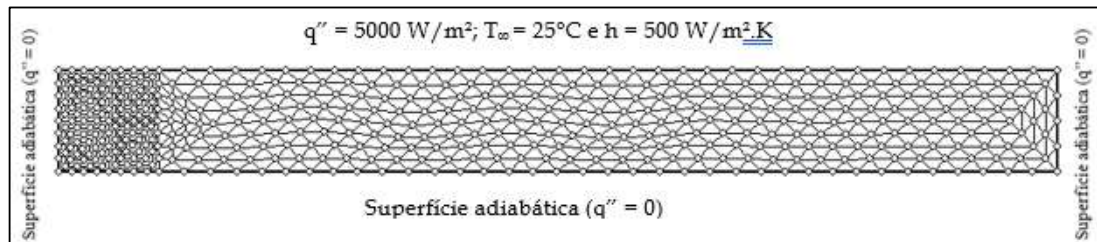


Figura 4.12 - Malha com 848 elementos

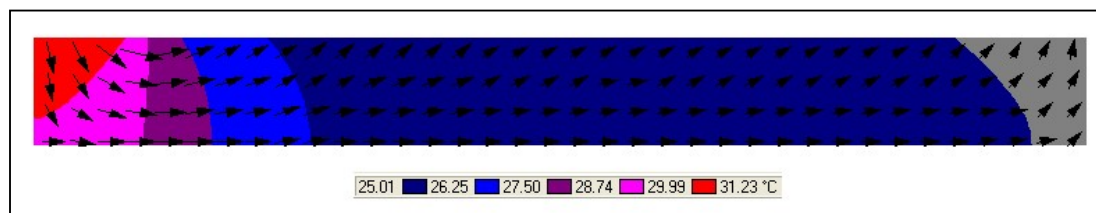


Figura 4.13 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas

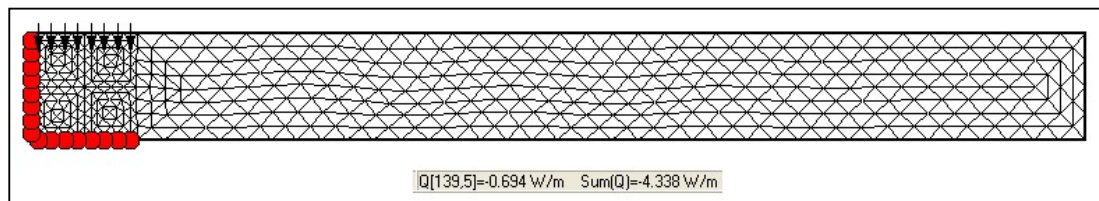


Figura 4.14 - Taxa de transmissão de calor para o substrato por unidade de profundidade

Conforme observado na figura 4.12, a malha é mais refinada na região da extremidade esquerda visto que nessa região são maiores os gradientes de temperaturas, ou seja, onde ocorrem as mais expressivas variações de temperaturas. Fato esse evidenciado na figura 4.13 pelo comprimento das setas.

Como visto anteriormente, a taxa de calor gerada pelo filme por unidade de profundidade é  $10\text{ W/m}$ . Encontra-se pela simulação o valor de  $4,338\text{ W/m}$  que vai para o substrato, o restante destina-se para o fluido que envolve a superfície do filme.

Para a simulação anterior, usa-se  $h = 500\text{ W/m}^2.K$ , como proposto inicialmente pelo problema. Para o caso de  $h = 1000\text{ W/m}^2.K$ , distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas ao longo do substrato é mostrado na figura 4.15 e a somatória da taxa de transmissão de calor por unidade de profundidade é mostrado na fi-

figura 4.16, por uma perspectiva diferente da anterior, para mostrar os detalhes da construção do modelo, mas que mostra resultados corretos igualmente à situação já vista.

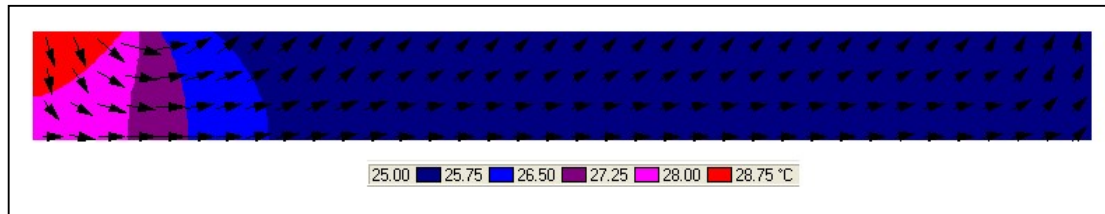


Figura 4.15 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas

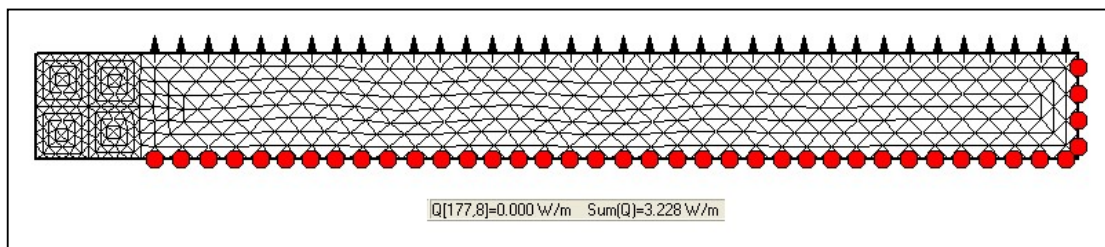


Figura 4.16 - Taxa de transmissão de calor para o substrato por unidade de profundidade

Neste caso, tem-se em vista que a parcela da taxa de transferência de calor do filme para o substrato será a mesma que o substrato transfere para o fluido em contato com sua superfície, já que todos os seus contornos são isolados como representado pelos pontos vermelhos, conforme figuras 4.14 e 4.16. Assim encontra-se pela simulação o valor de  $3,228 \text{ W/m}$  que vai para o substrato, o restante destina-se para o fluido que envolve a superfície do filme.

Finalmente, para o caso de  $h = 2000 \text{ W/m}^2.K$ , distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas ao longo do substrato é mostrado na figura 4.17 e a somatória da taxa de transmissão de calor por unidade de profundidade é mostrado na figura 4.18.

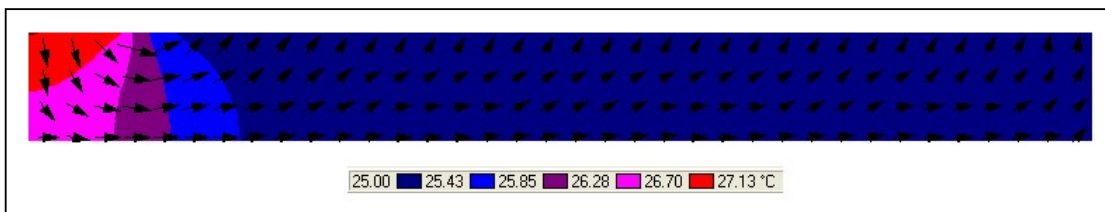


Figura 4.17 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas

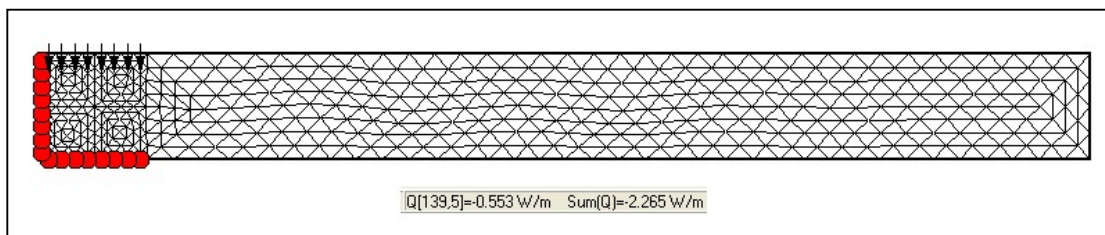


Figura 4.18 - Taxa de transmissão de calor para o substrato por unidade de profundidade

Para esse último caso, encontra-se pela simulação o valor de  $2,265 \text{ W/m}$  que vai para o substrato por condução, o restante destina-se a convecção para o fluido que envolve a superfície do filme.

Na tabela 4.7 vê-se para os três casos as taxas de transferência de calor por unidade de profundidade do filme destinada ao substrato, as temperaturas máximas no substrato (essas localizadas abaixo do filme como observado pelas figuras 4.13, 4.15 e 4.17) e o percentual de calor do filme dissipada por condução para o substrato.

Tabela 4.7 - Resultados das simulações

Casos	$h$ ( $\text{W/m}^2.\text{K}$ )	$q'_{\text{condução}}$ ( $\text{W/m}$ )	Energia Dissi- pada (%)	Temperatura Máxima no substrato
1	500	4,338	43,38	31,23
2	1000	3,228	32,28	28,75
3	2000	2,265	22,65	27,13

Observa-se que à medida que aumenta o coeficiente convectivo, a perda de energia por condução para o substrato diminui assim como a temperatura máxima no substrato. Logo, esse experimento para obter o coeficiente convectivo do fluido acima do substrato depende do fato do mesmo ser um valor elevado, como se pode perceber pela tendência das simulações.

Como visto nos três casos as figuras de distribuição de temperaturas com os gradientes térmicos (figuras 4.13, 4.15 e 4.17), o problema tem que ser tratado como bidimensional, pois é de fundamental importância a consideração e análise dos gradientes térmicos nas duas direções. O uso de simplificações do tipo consideração de trechos como parede plana certamente convergirá a resultados bastante controversos. Disso vem a importância da análise bidimensional de problemas complexos, conforme já discutido e justificado como um dos objetivos do trabalho.

## 4.5 ESCOAMENTO DE FLUIDO EM CANAIS DE UMA CHAPA

Determina-se o espaçamento máximo permitido,  $W$ , entre eixos centrais dos canais que irá satisfazer à exigência de uniformidade de temperatura especificada por um processo de tentativa e erro. A seguir são mostrados os resultados para três valores de  $W$ , um valor maior, menor e o outro igual ao valor que atende a condição do problema. Determina-se a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento correspondente em um canal de escoamento.

A geometria do problema possui certa simetria, pois no problema é mostrado apenas um trecho da chapa. Nisso, desenha-se por simetria o seguimento da chapa que nos interessar estudar. A figura 4.19 apresenta a malha criada para  $W = 100 \text{ mm}$ . Nota-se que a largura do trecho da chapa mostrada é  $W/2$ , pois se usa a simetria do problema.

A distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas ao longo do trecho da chapa é apresentada na figura 4.20, a somatória da taxa de transmissão de calor por unidade de profundidade (representa a metade do valor para trecho entre dois furos na chapa, devido a simetria) para o fluido em contato com a superfície é mostrado na figura 4.21 e a distribuição de temperaturas é mostrada na figura 4.22.

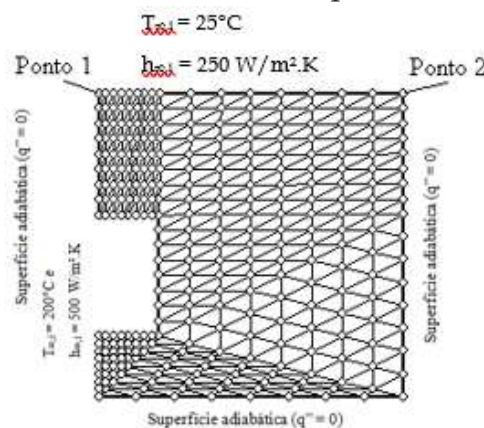


Figura 4.19 - Malha com 512 elementos

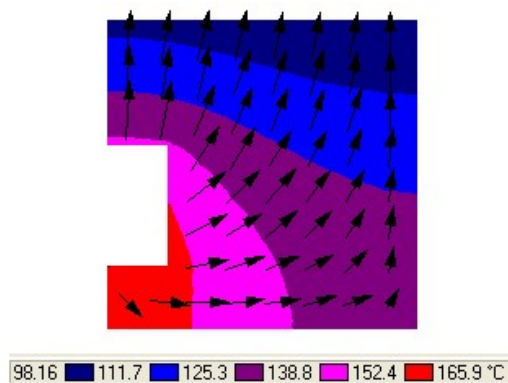


Figura 4.20 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas

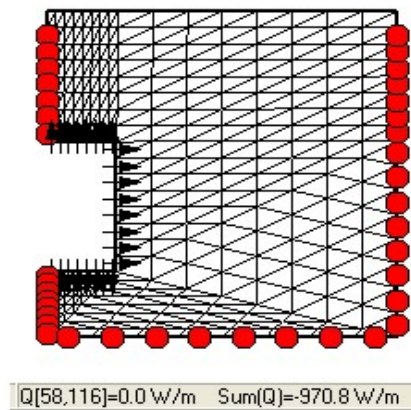


Figura 4.21 - Taxa de transmissão de calor para o fluido na superfície por unidade de profundidade

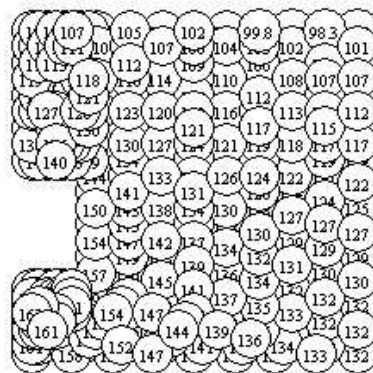


Figura 4.22 - Distribuição de Temperaturas

Observa-se na figura 4.21 o detalhamento da modelagem do problema. Como já dito, os círculos vermelhos representam os isolamentos, ou seja, fluxo térmico zero. A exceção da base da chapa onde é realmente isolado, o restante é devido à simetria do trecho da chapa.

Encontra-se uma diferença de temperatura na superfície da chapa entre os pontos 1 e 2 das extremidades mostrada na figura 4.19, ou seja,  $W/2$ , de  $9,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Para se ter uma ideia da obtenção das temperaturas nos pontos 1 e 2 mostra-se a figura 4.22. Mas pode-se ver que não apresenta precisão nos valores numéricos mostrados (sem casa decimal), nisso obtém-se as temperaturas precisas durante o processo de análise de distribuição de temperaturas com os gradientes das mesmas, como representado na figura 4.20, ao clicar em qualquer ponto o software informa a temperatura.

Veem-se na figura 4.20 as direções e sentidos dos fluxos térmicos ao longo do trecho da chapa, da região onde ocorre o escoamento no furo retangular para a superfície. Evidentemente que os maiores gradientes térmicos estão nas regiões onde tem o contato com o fluido quente. Analogamente ao problema da parede plana do forno retangular, os maiores fluxos térmicos ocorrem preferencialmente nas quinas dos furos retangulares, pois essas regiões atuam como eficazes propagadores de calor.

Analogamente a uma análise de tensões onde essas regiões atuariam como concentradores de tensões tendo os maiores valores de tensões do que no resto do material, ao se fazer uma análise de transmissão de calor, essas regiões têm os maiores valores de fluxos térmicos.

Em seguida, simula-se o problema para  $W = 50 \text{ mm}$  e  $W = 80 \text{ mm}$ , este último valor atende a especificação do problema, isto é, uniformidade de temperatura de até  $5^\circ\text{C}$ , como pode ser visto na tabela 4.8.

**Tabela 4.8** - Resultados das simulações

Simulações	W (mm)	T <sub>1</sub> (°C)	T <sub>2</sub> (°C)	$\Delta T = T_2 - T_1$ (°C)	q' (W/m)
1	100	108,1	98,5	9,6	970,8
2	50	122,5	122,7	0,2	608,6
3	80	112,7	108,0	4,7	852,9

Por questões construtivas, o valor de  $W = 80 \text{ mm}$  (valor redondo) já atende as condições de uniformidade de temperatura na superfície da chapa.

## 4.6 CONJUNTO DE ALETAS RETANGULARES

Determina-se a distância entre as aletas para obter a máxima taxa de transferência de calor, assim consideram-se somente duas aletas. As condições de contorno e dimensões desse problema são idênticas para o caso da aleta retangular expostos na seção 3.1.3.

O problema é modelado para três valores de distanciamento entre as aletas, são eles:  $10 \text{ mm}$ ,  $20 \text{ mm}$  e  $30 \text{ mm}$ , consideram-se as aletas e a base com  $1 \text{ m}$  de profundidade, dimensão entrando nessa página. Nas figuras 4.23 a 4.25 vê-se os detalhes da malha para cada uma das três situações. Lembrando que pelos resultados da seção 4.2-3 obteve-se a taxa de transferência de calor total da aleta por unidade profundidade normal igual a  $822,2 \text{ W/m}$ .

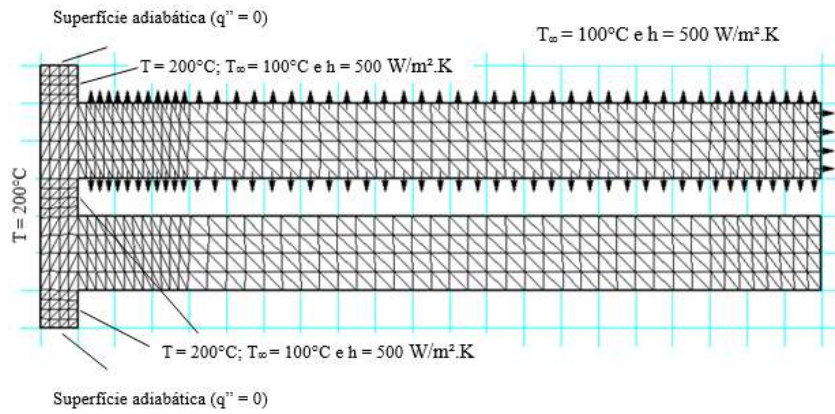


Figura 4.23 - Malha com 928 elementos. Caso para distância de 10 mm.

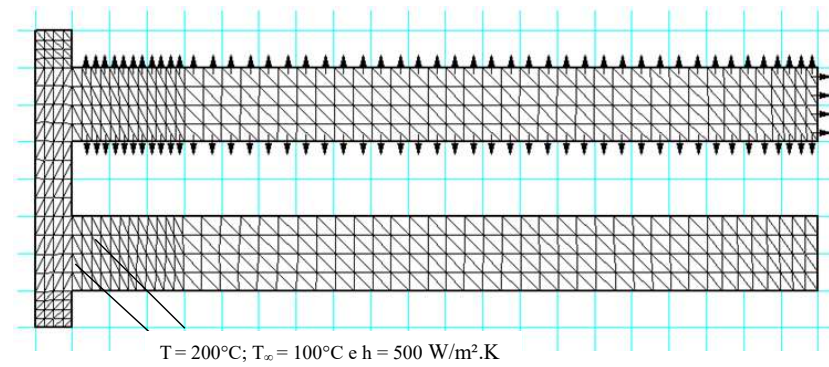


Figura 4.24 - Malha com 928 elementos. Caso para distância de 20 mm.

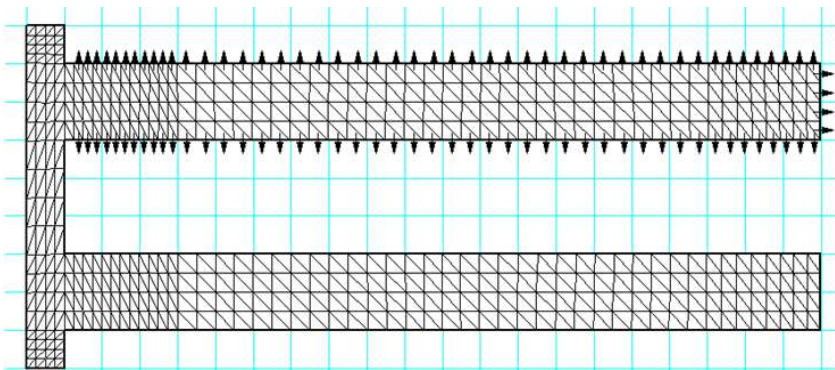


Figura 4.25 - Malha com 928 elementos. Caso para distância de 30 mm.

Nas figuras 4.26 a 4.28 veem-se as distribuições de temperaturas com os gradientes de temperatura.

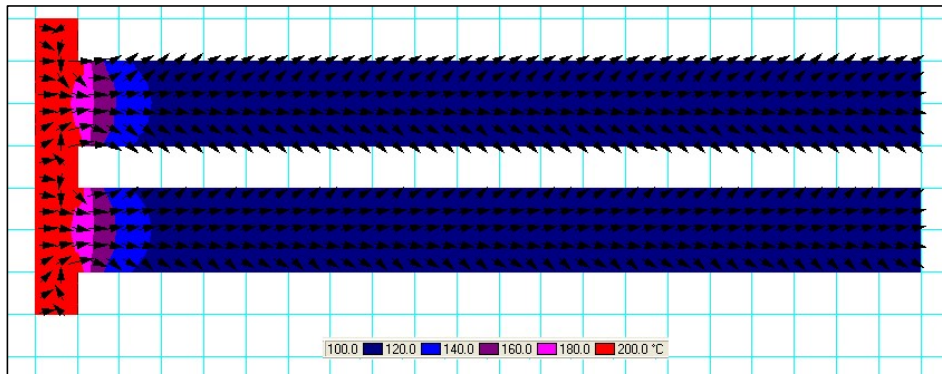


Figura 4.26 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas. Caso para distância de 10 mm.

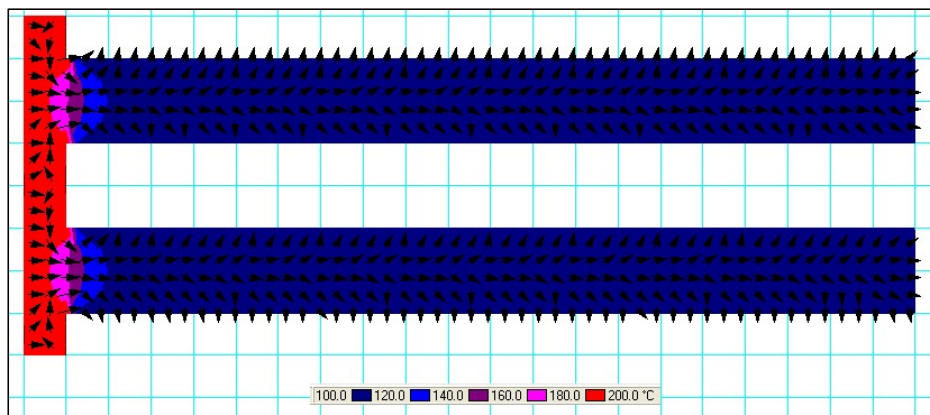


Figura 4.27 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas. Caso para distância de 20 mm.

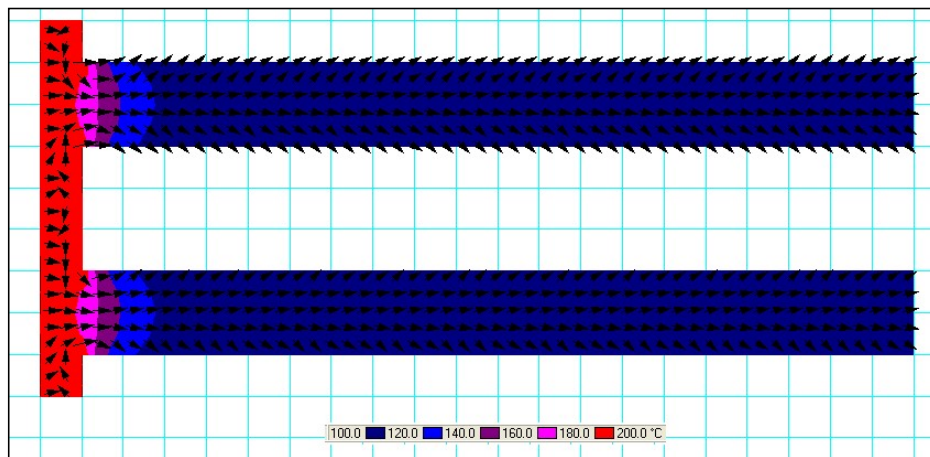


Figura 4.28 - Distribuição de temperaturas com os gradientes de temperaturas. Caso para distância de 30 mm.

Na tabela 4.9 são organizados os resultados obtidos nas três simulações com as taxas de transferência de calor para 1 m de profundidade.

Tabela 4.9 - Resultados das simulações

Casos	Distanciamento (mm)	$q'_{\text{conjunto\_aletas}}$ (W/m)	Diferença (%)
1	10	613,1	25,4
2	20	738,5	10,2
3	30	786,2	4,4

Percebe-se pelas figuras 4.26 a 4.28 que para os três casos, há a mesma tendência de fluxo de calor representado pelas setas. As distribuições de temperaturas também são similares, somente na região próxima da base das aletas é que ocorre a variação de temperatura, até no máximo  $20\text{ mm}$  da base, a partir daí as temperaturas estão praticamente iguais ao do fluido que envolve as aletas. Vem-se também que sua região de base sofre rápida variação de temperatura e para os pontos da espessura localizados em  $X = 0$ , não se tem a temperatura igual a  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ , somente nas bordas da base. Fato esse que interfere na taxa de transferência de calor de cada aleta.

Pelas figuras 4.23 a 4.25 nota-se que as dimensões das bases são diferentes para os três casos. A base fica maior a medida que aumenta-se o espaçamento entre as aletas, fato que também influencia na taxa de transferência de calor de cada aleta.

É de se notar também que pelo fato das dimensões do problema se estender para duas aletas e as mesmas serem tratadas com as mesmas dimensões do que no caso estudado para uma aleta apenas, durante o processo de modelagem a malha criada contém menos da metade da quantidade de elementos em relação ao caso do problema de uma aleta, pois a elementos são destinados à base também. Uma vez que o programa limita o número de elementos, a malha não ficou refinada satisfatoriamente, convergindo para resultados não tão corretos quanto ao caso de uma aleta. Logo, parcela da diferença de resultados notada entre os dois problemas se deve ao fato da limitação na criação da malha do problema.

Comparando os resultados entre o caso de uma aleta, exposto na seção 4.3, e dos três casos simulados nessa seção, o melhor resultado obtido foi para um distanciamento de  $30\text{ mm}$ , conforme a tabela 4.9, com uma diferença de  $4,4\%$ . A priori, da teoria sabe-se que se o distanciamento for pequeno, há uma queda na capacidade da aleta dissipar calor, fato que não contradiz os resultados encontrados. Pelo contrário, quanto maior o distanciamento há uma tendência de aumento da capacidade da aleta de dissipar calor.

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSÕES

O uso do procedimento de elementos finitos, obtido através do software pela metodologia de análise bidimensional de condução de calor é justificado para fornecer resultados precisos, uma vez que as simplificações feitas para análise unidimensional conseguida pela forma analítica resultam em diversos casos, em respostas distantes do real. Conseguiu-se pelo estudo comparativo dos problemas de parede plana de um forno industrial e aleta retangular, mostrar a influência de parâmetros, tais como distâncias, coeficientes convectivos e de condutividade térmica, nas respostas.

As vantagens conquistadas pelo uso do recurso computacional ficam evidentes ao serem geradas pelo programa as distribuições de temperaturas e gradientes térmicos, assim como as taxas de transmissão de calor em forma gráfica, facilitando a análise e compreensão dos problemas. Conseguiu-se pela análise via software dos problemas de filme quente sobre substrato, chapa com canais de escoamento e conjunto de aletas retangulares, mostrar essas vantagens.

## REFERÊNCIAS

- BEJAN, A. **Convection Heat Transfer**. USA: John Wiley & Sons, 1995.
- ÇENGEL, Y.A., **Transferência de calor e massa – Fundamentos e aplicações**, 5ª. Ed., São Paulo: McGraw-Hill, 2014.
- FEHT. **F-CHART SOFTWARE**, 2006. Disponível em: <http://www.fchart.com/assets/downloads/feht-manual.pdf>. Acesso em 15/09/2011.
- FLAHERTY, J. E., 2000, **Finite elements analysis**, Notas de aula, Rensselaer Polytechnic Institute, New York.
- FUCHS, W.R. **Física Moderna**. São Paulo: Editora Polígono (1972).
- INCROPERA, F.P. E DEWITT, D.P. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**, 6ªed., LTC Editora, 2008, Rio de Janeiro.
- KLEIN, M.J. **Thermodynamics, and quanta in Planck's work** Physics Today, v.19, n.11, 23-32 (1966).
- KREITH, F. **Princípios da Transmissão de Calor**, Editora Edgard Blucher Ltda, 1973
- NELLIS, GREGORY E KLEIN, SANFORD. **Finite Element Solutions using FEHT**, 2008. Disponível em: <http://www.cambridge.org/us/engineering/author/nellisandklein/downloads/extended/Section%202.7.1%20FEHT.pdf>. Acesso em 04/10/2011.
- NELLIS, GREGORY E KLEIN, SANFORD. **Heat Transfer**, 1st., Cambridge University Press, 2008, New York.
- NELLIS, GREGORY E KLEIN, SANFORD. **Resistance of a Square Channel**, 2008. Disponível em: [http://www.cambridge.org/us/engineering/author/nellisandklein/downloads/examples/example\\_2.8-2.pdf](http://www.cambridge.org/us/engineering/author/nellisandklein/downloads/examples/example_2.8-2.pdf). Acesso em 07/10/2011.
- NETTO, C. **A Considerações sobre o Emprego de Sistemas de Isolação Térmica em Engenharia Naval**, dissertação de Mestrado apresentado a Escola Politécnica, 1987
- OZISIK, M. N. **Heat Conduction**. USA: John Wiley & Sons, 1980.
- RAO, S. S., 2004, **The Finite Element Method in Engineering**, Elsevier, Fourth Edition, Miami.
- ROHSENOW, W. M. **Handbook of Heat Transfer**. USA: McGraw Hill, 1985.
- SPARROW, E. M.; CESS, R. D. **Radiation Heat Transfer**, Augmented Edition. Washington: Hemisphere, 1978.
- TIPLER, P.A. **Física Moderna**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

## ÍNDICE REMISSIVO

- A  
Aleta 28, 29, 30, 32, 33, 38, 40, 50, 51, 52, 53, 59, 62, 64  
Análise 14, 18, 19, 21, 22, 24, 25, 28, 30, 32, 36, 37, 38, 40, 46, 47, 50, 52, 53, 56, 58, 64
- B  
Bidimensionais 14, 15, 31, 36, 44
- C  
Calor 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 36, 37, 38, 39, 40, 44, 45, 46, 47, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 64, 65  
Coeficiente 21, 22, 23, 26, 27, 29, 33, 36, 37, 38, 39, 56  
Condução 14, 15, 18, 19, 21, 22, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 36, 38, 39, 44, 53, 55, 56, 64  
Convecção 14, 18, 19, 21, 22, 26, 27, 28, 29, 36, 37, 38, 39, 55
- E  
Elementos 14, 21, 25, 30, 31, 32, 33, 44, 50, 53, 57, 59, 60, 62, 64  
Energia 14, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 29, 32, 56  
Equação 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33
- F  
Fluido 18, 21, 22, 23, 26, 28, 29, 33, 38, 39, 45, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 61
- G  
Gradientes 14, 18, 25, 29, 36, 44, 46, 47, 50, 51, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 64
- P  
Problemas 14, 15, 24, 25, 26, 30, 32, 36, 44, 56, 62, 64  
Profundidade 36, 38, 44, 45, 46, 47, 50, 51, 53, 54, 55, 56, 57, 59, 61
- R  
Resultados 14, 15, 37, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 56, 59, 61, 62, 64
- S  
Software 14, 15, 25, 32, 33, 36, 37, 40, 44, 45, 46, 47, 48, 58, 64  
Superfície 18, 20, 21, 22, 26, 27, 28, 29, 32, 37, 39, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59
- T  
Temperatura 14, 18, 19, 20, 21, 22, 25, 26, 27, 29, 32, 33, 36, 37, 38, 39, 40, 44, 45, 47, 50, 51, 52, 56, 58, 59, 60, 61, 62  
Térmica 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 36, 37, 38, 39, 48, 64  
Transferência 14, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 36, 37, 38, 39, 40, 44, 46, 50, 51, 53, 55, 56, 59, 61, 62  
Transmissão 20, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 32, 36, 37, 38, 40, 44, 45, 46, 47, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 64

## **SOBRE OS AUTORES**

### **HÉLIO AUGUSTO GOULART DINIZ**

Nome em citações bibliográficas: DINIZ, H. A. G.

Lattes ID <http://lattes.cnpq.br/5689299775816152>

Doutorando e Mestre (2017) em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) na área de concentração de Sistemas e Equipamentos Térmicos. Bacharel em Engenharia Mecânica (2012) pela UFMG com ênfase em Utilidades Industriais. Atuou como Professor Substituto do Magistério Superior no Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC) da Escola de Engenharia da UFMG e lecionou disciplinas da área de concentração Calor e Fluidos para os cursos de Engenharia Mecânica e Engenharia Aeroespacial (2019-2021). Também atuou como Professor do Magistério Superior em disciplinas de Física e específicas de formação no curso de Engenharia Mecânica da Faculdade Pitágoras (2016-2017) e em disciplinas de Física e Matemática nos cursos de Engenharia Civil, Física e Química da Faculdade de Ensino de Minas Gerais (FACEMG) - Instituto Belo Horizonte de Ensino Superior (IBHES) - Universidade Paulista (UNIP) (2016-2020). Atualmente leciona disciplinas de Física e específicas de formação, com destaque para disciplinas da área de concentração Calor e Fluidos, nos cursos de Engenharia Civil, Mecânica, Elétrica e Produção do Centro Universitário Estácio de Sá de Belo Horizonte (2019 - atual).

### **ARTHUR PACHECO LUZ.**

Nome em citações bibliográficas: LUZ, A. P.

Lattes ID <http://lattes.cnpq.br/3768513517845869>

Mestrado em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Minas Gerais (2023). Pós-graduação em Gerenciamento de Projetos - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (2020). Bacharel em Engenharia Mecânica - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (2018). Técnico em Mecatrônica - UTRAMIG (2013). Experiência profissional na indústria de alimentos, trabalhando na empresa AMBEV S.A. em diversas áreas e funções, passando por Engenharia, Logística, Planejamento e Utilidades. Ainda durante a graduação participou de uma empresa júnior como consultor de projetos de engenharia, adquirindo experiência em execução de projetos. Participação do programa Engenheiro Empreendedor, um programa FIEMG/SEBRAE-MG de capacitação de engenheiros em formação na esfera empreendedora e de startups.

## **IVO ZATTI LIMA MEYER**

Nome em citações bibliográficas: MEYER, I. Z. L.

Lattes ID <http://lattes.cnpq.br/6920434952816681>

Possui graduação em Engenharia Mecânica (Ênfase em Mecatrônica) pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (2014) e mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Minas Gerais (2019). Tem experiência na área de Engenharia Elétrica, com ênfase em Automação, e também na área de Engenharia Mecânica.



Hélio Augusto Goulart Diniz  
Arthur Pacheco Luz  
Ivo Zatti Lima Meyer

---

# ANÁLISE DE TEMPERATURA E AVALIAÇÃO DA TAXA DE **TRANSFERÊNCIA** **DE CALOR** EM PROBLEMAS DE CONDUÇÃO UNI E BIDIMENSIONAIS

---

RFB Editora  
Home Page: [www.rfbeditora.com](http://www.rfbeditora.com)  
Email: [adm@rfbeditora.com](mailto:adm@rfbeditora.com)  
WhatsApp: 91 98885-7730  
CNPJ: 39.242.488/0001-07  
Av. Augusto Montenegro, 4120 - Parque Verde, Be-  
lém - PA, 66635-110

