

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas

Tese de Doutorado

**CORPOS MOEDORES CÔNCAVOS**

Autor: Fernando Leopoldo von Krüger

Orientador: Prof. Antônio Eduardo Clark Peres

Fevereiro/2004

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas

Fernando Leopoldo von Krüger

**CORPOS MOEDORES CÔNCAVOS**

Tese de Doutorado apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica  
e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais

Área de concentração: Tecnologia Mineral

Orientador: Prof . Antônio Eduardo Clark Peres

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

2004

À minha esposa Eliana, também pela paciência  
Ao meu pai Walter pela insistência

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Antônio Eduardo Clark Peres pelo esforço e sólida orientação para a realização deste trabalho e ao Toninho pelas cervejas que tivemos que consumir juntos, pelo mesmo motivo.

Aos Engenheiros Joaquim Donizetti Donda e Marco Antônio Rodrigues Drummond pela concordância em que eu utilizasse o tema, que foi objeto de um pedido nosso de Patente e ao Marquinho e Joaquim, que colaboraram bastante no consumo daquelas cervejas.

A toda equipe do CT<sup>3</sup> da Fundação Gorceix por todo o apoio na construção dos equipamentos e no desenvolvimento da parte experimental.

Ao aluno de Engenharia de Minas da Escola de Minas, Elias Fonseca de Castro e ao Técnico de Mineração do CT<sup>3</sup>, Isac Rodrigues, pela realização, com qualidade, da maior parte dos experimentos.

Ao Professor Luiz Cláudio Monteiro Montenegro, da UFMG, pela boa vontade nas determinações dos coeficientes das Funções Quebra e Seleção por retro cálculo.

Aos Professores e Funcionários do DEMET da Escola de Minas, pela permanente colaboração.

A todos que colaboraram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

## Sumário

	Pág.
1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS	1
2 CORPOS MOEDORES	3
3 CONSIDERAÇÕES GEOMÉTRICAS	13
4 MODELAGEM	21
4.1 - A HIPÓTESE DA MOAGEM DE PRIMEIRA ORDEM	21
4.2 - A FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DA QUEBRA PRIMÁRIA	23
4.3 - O BALANÇO TAMANHO-MASSA	26
4.4 - VARIAÇÃO DA QUEBRA COM O TAMANHO DA PARTÍCULA	29
4.5 - VARIAÇÃO DA QUEBRA COM O TAMANHO DAS BOLAS	32
5 LEVANTAMENTO DAS FUNÇÕES QUEBRA E SELEÇÃO	36
5.1 – FUNÇÃO SELEÇÃO	40
5.2 – FUNÇÃO QUEBRA	50
5.3 – SIMULAÇÕES DE MOAGEM.	55
6 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CONSUMO DE ENERGIA	56
6.1 - A METODOLOGIA DA CVRD	56
6.2 - PREVISÃO DO CONSUMO ESPECÍFICO DE ENERGIA DO MIDLAND RESEARCH CENTER	57
6.3 – EQUAÇÕES DE BOND E ROWLAND	57
6.4 – PRÁTICA DA SAMARCO MINERAÇÃO	58
6.5 – MEDIDA DIRETA DA ENERGIA	58
6.6- ÍNDICE DE MOABILIDADE	59
7. MEDIÇÃO DO CONSUMO DE ENERGIA	60
7.1 – MOAGENS SEM MINÉRIO	61
8. MOAGENS DE AREIA	76
9. MOAGENS DE MINÉRIO DE FERRO	93
10. DISCUSSÃO	103
11. CONCLUSÕES	109
11. BIBLIOGRAFIA	110
11.1 - REFERÊNCIAS	110
11.2 – BIBLIOGRAFIA ADICIONAL	112
ANEXO I - ESTATÍSTICAS	115
ANEXO II - COMPLEMENTOS	134
AII.1 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	134
AII.2 - MOINHOS	135

## Lista de Figuras

	Pág.	
Figura 2.1	Moinho de bolas em corte, mostrando o seu interior com os corpos moedores	3
Figura 2.2	Corpos moedores mais empregados	4
Figura 2.3	Movimento da carga de bolas	4
Figura 2.4	Produção de um moinho em função da superfície específica da carga	8
Figura 2.5	Produção de um moinho em função da superfície específica da carga	9
Figura 2.6	Vistas em corte e lateral do corpo moedor proposto	10
Figura 2.7	Ação dos corpos moedores côncavos e das bolas	11
Figura 2.8	Fotografia de corpos côncavos descartados de um moinho de bolas	12
Figura 2.9	Fotografia de cylpebs descartados de um moinho de cylpebs	12
Figura 2.10	Fotografia de bolas descartadas de um moinho de bolas	12
Figura 3.1	Corte do corpo moedor côncavo	13
Figura 3.2	Corte de uma esfera, mostrando uma calota ou segmento esférico	13
Figura 3.3	Cortes do corpo moedor côncavo, para diversas alturas da concavidade	15
Figura 3.4	Variação da percentagem de superfície côncava e superfície específica de um corpo moedor côncavo em função da altura da concavidade	16
Figura 3.5	Comparação dos atributos dos quatro corpos moedores	19
Figura 4.1	Exemplo de um gráfico de primeira ordem	23
Figura 4.2	Distribuição, simples e acumulada, dos fragmentos resultantes da quebra primária de partículas contidas na peneira de 35#	25
Figura 4.3	Variação da velocidade específica de quebra para tamanhos crescentes da partícula	30
Figura 4.4	Distribuição acumulada dos fragmentos provenientes da quebra de quartzo sob diferentes condições de moagem	31
Figura 4.5	Variação da taxa específica de quebra com o diâmetro das bolas	33
Figura 4.6	Variação da taxa específica de quebra, em função do tamanho da partícula, para diversos tamanhos de bolas	34
Figura 5.1	Função Seleção	39
Figura 5.2	Função Quebra acumulada	39
Figura 5.3	Fração retida simples em função do tempo de moagem	41
Figura 5.4	Fração retida em função do tempo de moagem	42
Figura 5.5	Taxas de quebra versus tempo de moagem	45
Figura 5.6	Função Seleção para os corpos moedores.	48
Figura 5.7	Conjunto das Funções Seleção	49
Figura 5.8	Função Quebra Acumulada para a fração de 28#	53
Figura 5.9	Variações dos coeficientes da Função Quebra com a granulometria	54
Figura 5.10	Simulações de moagem	55
Figura 7.1	Medidas de Energia com o moinho vazio	60
Figura 7.2	Registros da Potência e da Energia durante um ensaio	63

Figura 7.3	Porcentagem de enchimento do moinho, em função da massa, para os diversos corpos moedores	67
Figura 7.4	Potência Unitária medida em função do Enchimento	68
Figura 7.5	Potência Unitária medida em função do Enchimento, para os diversos corpos moedores	69
Figura 7.6	Correlação entre a Potência Unitária medida e a calculada pela equação 6.1	70
Figura 7.7	Correlação entre a Potência Unitária medida e a calculada pela equação 7.2	71
Figura 7.8	Correlação entre a Potência Unitária medida e o valor da Potência Unitária calculado pela equação 6.3	72
Figura 7.9	Potência Unitária calculada pela equação de Rowland em função do enchimento	73
Figura 7.10	Comparação entre as Potências Unitárias medidas e as calculadas pela Equação de Rowland	74
Figura 7.11	Comparação entre as Potências Unitárias medidas e as calculadas pela Equação de Rowland corrigida	75
Figura 8.1	Distribuições granulométricas iniciais das areias	77
Figura 8.2	Índices de Moabilidade para os corpos moedores, para as duas granulometrias iniciais das areias	81
Figura 8.3	BSA em função da Energia Específica, areia 20#	82
Figura 8.4	BSA em função da Energia Específica, areia 65#	82
Figura 8.5	Porcentagem retida em 270#, em função da Energia Específica, areia 20#	83
Figura 8.6	Porcentagem retida em 270#, em função da Energia Específica, areia 65#	83
Figura 8.7	HMS em função da Energia Específica, areia 20#	84
Figura 8.8	HMS em função da Energia Específica, areia 65#	84
Figura 8.9	Análises granulométricas dos produtos de moagem	90
Figura 8.10	Simulações de moagem, areia 20#	91
Figura 8.11	Simulações de moagem, areia 65#	92
Figura 9.1	Distribuição granulométrica inicial do minério de ferro	93
Figura 9.2	Índices de Moabilidade para os corpos moedores, minério de ferro	96
Figura 9.3	BSA em função da Energia Específica	97
Figura 9.4	Porcentagem retida em 270#, em função da Energia Específica	98
Figura 9.5	HMS em função da Energia Específica, minério de ferro	98
Figura 9.6	Correlações entre os valores experimentais e calculados	103
Figura 9.7	Granulometria dos produtos das moagens de minério de ferro	104
Figura 10.1	Energias Específicas medidas e calculadas, areias e minério de ferro	106
Figura 10.2	Superfícies Específicas medidas e calculadas, areias e minério de ferro	107
Figura AII.1	Moinho nas posições de carregamento (E), funcionamento (C) e descarga(D)	135

## Lista de Tabelas

	Pág.	
Tabela 3.1	Atributos de algumas formas de corpos moedores	18
Tabela 3.2	Características dos corpos moedores empregados	20
Tabela 5.1	Principais características dos corpos moedores	36
Tabela 5.2	Principais especificações do moinho	37
Tabela 5.3	Cálculo pela Carga para areia, de densidade de $2,65 \text{ g/cm}^3$	37
Tabela 5.4	Exemplo de uma tabela de resultados de ensaio	40
Tabela 5.5	Erros de peneiramento determinados por análise granulométrica	42
Tabela 5.6	Valores do erro de peneiramento determinados pelos polinômios de ajuste	43
Tabela 5.7	Exemplo de uma tabela de resultados de ensaio modificada	43
Tabela 5.8	Valores reduzidos das frações retidas	44
Tabela 5.9	Resultados para a Função Seleção	46
Tabela 5.10	Valores dos coeficientes da Equação 4.13' da Função Seleção	47
Tabela 5.11	Frações acumuladas passantes	50
Tabela 5.12	Função Quebra acumulada para os corpos moedores	51
Tabela 5.13	Valores dos coeficientes da Função Quebra para os corpos côncavos e faixa granulométrica inicial de 28#	53
Tabela 7.1	Energia e potência para o moinho vazio	61
Tabela 7.2	Exemplo de registro de potência e energia para um ensaio	62
Tabela 7.3	Ensaio com diferentes cargas de corpos moedores e mesmo preenchimento intersticial	64
Tabela 7.4	Ensaio com diferentes cargas de corpos moedores e com variação no preenchimento intersticial	65
Tabela 8.1	Granulometrias iniciais das areias	76
Tabela 8.2	Quadro dos ensaios com areia	78
Tabela 8.3	Principais resultados dos ensaios para a amostra de areia de 20#	79
Tabela 8.4	Principais resultados dos ensaios para a amostra de areia de 65#	80
Tabela 8.5	Características dos corpos moedores empregados	85
Tabela 8.6	Simulações para tempo de moagem	88
Tabela 8.7	Simulações para a Energia Específica	88
Tabela 8.8	Simulações para a Superfície Específica Blaine	89
Tabela 9.1	Granulometria inicial do minério de ferro	93
Tabela 9.2	Quadro dos ensaios com minério de ferro	94
Tabela 9.3	Principais resultados dos ensaios para o minério de ferro	95
Tabela 9.4	Características dos corpos moedores empregados	100
Tabela 9.5	Simulações para tempo de moagem	101
Tabela 9.6	Simulações para a Energia Específica	101
Tabela 9.7	Simulações para a Superfície Específica Blaine	101
Tabela AII.1	Principais especificações do moinho	135

## RESUMO

Esta Tese consiste na análise do efeito da utilização de corpos moedores com uma forma especial como meio moedor. Os corpos moedores a serem utilizados neste estudo são esferas modificadas, com uma porção côncava. Espera-se um aumento na eficiência de moagem, com o aumento da área superficial da carga. Uma bola de moinho, com uma concavidade, tem um volume menor do que uma esfera com o mesmo raio. Portanto, uma bola convexo-côncava tem uma massa menor, com a mesma área superficial, resultando numa maior superfície específica e numa maior densidade da carga. No caso do contato entre uma superfície côncava e uma convexa, a probabilidade da ação sobre as partículas maiores é maior do que para as menores, provocando uma moagem preferencial das partículas maiores. A parte experimental foi feita em moinho de laboratório, com as mesmas cargas, moídas primeiramente com bolas de moinho convencionais de três tamanhos, 1/2" a 5/8", 1/2" a 3/4" e de 3/4" a 1". O meio moedor foi então substituído por corpos moedores côncavos. O meio moedor foi também substituído por cylpebs. Com os resultados dos ensaios foram calculadas as funções quebra e seleção para moagem de areia e também o consumo específico de energia, em situações diversas, para areia e para minério de ferro. Foram buscadas correspondências entre as esferas, os corpos côncavos e os cylpebs. Foram comparadas as distribuições granulométricas dos produtos de moagem. Foi constatado que os corpos côncavos têm comportamento diferente para os dois materiais testados. Para areia os côncavos foram equivalentes aos corpos esféricos de 3/4" a 1", sendo que estes tem uma superfície específica de cerca de 74% daqueles. Para minério de ferro os côncavos foram equivalentes aos corpos esféricos de 1/2" a 5/8", que estes tem uma superfície específica cerca de 122% maior do que aqueles.

## ABSTRACT

The aim of the work is to investigate the effect of utilizing crushing bodies of special shape as the medium for ore grinding. The crushing bodies utilized in this study are modified spheres with a concave portion. As compared to a conventional sphere, the concave-convex grinding ball has a smaller volume for the same specific surface area, leading to increased efficiency of grinding. The geometry of the contact between concave and convex surfaces of different balls favors the preferential grinding of the larger particles, preventing the over-grinding of the finer product. Experiments were carried out in laboratory, with batches of the same feed, ground first with conventional balls of various sizes. Special concave-convex balls, increasing the specific surface area of the grinding balls replaced the grinding medium of three conventional grinding balls, 1/2" to 5/8", 1/2" to 3/4" and 3/4" to 1". The grinding medium was replaced also by cylpebs. With the results of the tests, the specific rate of breakage, the breakage function and the energy consumption was calculated. It was searched the correspondence between the spheres, concave bodies and cylpebs. The size distributions of each grinding body's charge was compared. It was observed a very different grinding body's behavior according to the material being ground. For sand, the concaves behavior was approximately compared with the 3/4" to 1" in spite of the surface area of those spherical balls is 74% of the concave bodies. For iron ore, the concaves behavior was approximately compared with the 5/8" to 1/2" in spite of the surface area of those spherical balls is 122% of the concave bodies.

## 1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Os corpos moedores constituem um importante item de custo nas operações de moagem.

Existe, naturalmente, um custo direto pela reposição dos corpos moedores desgastados pelo uso. Este custo está ligado ao consumo dos corpos moedores que por sua vez depende da sua forma, do material e do processo de fabricação e de parâmetros operacionais, tais como do nível de enchimento e da diluição da polpa, entre outros.

Existem, também, custos que podem ser chamados de indiretos e estão ligados à eficiência da moagem e que são influenciados pela forma, pelo tamanho máximo dos corpos moedores, pela sua distribuição granulométrica e também por sua densidade. As variações na eficiência, além de se refletirem numa variação do consumo específico de energia, devem também ser consideradas tanto na adequabilidade do produto às suas especificações finais quanto na sua compatibilidade com os processos subseqüentes.

Durante aproximadamente 100 anos, desde a invenção do moinho revolvente, as bolas têm sido a forma predominante do meio moedor, para moagem fina. Nesse período, tem sido tentado, ocasionalmente, o uso de formas alternativas, na esperança de que elas seriam mais fáceis de serem produzidas ou que permitiriam alcançar níveis maiores de eficiência energética (HERBST e LO, 1987).

Observando-se os componentes da carga de um moinho de bolas em operação, verifica-se que um número apreciável desses apresenta superfícies côncavas, provocadas pelo seu desgaste, indicando e sugerindo que aquelas superfícies podem ter um papel destacado no processo de moagem.

A existência de concavidades permite que a parte convexa de um corpo entre em contato com a parte côncava de outro, podendo exercer a sua ação sobre um número maior de partículas, simultaneamente.

A conjugação da parte convexa de um corpo moedor com a parte côncava de outro, vai manter partículas aprisionadas, fazendo que a ação dos corpos moedores seja exercida por um tempo mais longo do que no caso de contatos entre superfícies convexas, em que a partícula uma vez atingida sai logo da ação dos corpos moedores.

Também no caso de contatos entre superfícies convexas e superfícies côncavas, a probabilidade da ação sobre as partículas maiores será mais pronunciada do que nas menores, uma vez que elas serão atingidas preferencialmente, o que acarretará uma certa seletividade na moagem, enquanto que se ambas as superfícies forem convexas as partículas terão igual probabilidade de serem atingidas.

Um corpo moedor com a forma em parte côncava apresenta um volume menor e, portanto, uma massa menor que a esfera de mesmo raio, mantendo a mesma área externa desta, apresentando, como consequência, uma superfície específica maior.

Dessa forma, para uma dada carga de corpos moedores, as esferas modificadas apresentarão maior superfície disponível para moagem, o que, sob esse ponto de vista, pode levar a uma eficiência mais elevada.

Como aspecto negativo, supomos que superfícies não esféricas vão perturbar o movimento da carga, tornando-o menos suave, provavelmente aumentando o consumo de energia, tendendo a reduzir a eficiência. Pelo mesmo motivo, o desgaste dos corpos moedores pode ser maior.

Para este trabalho será feito um estudo do comportamento de corpos moedores côncavos na moagem, incluindo:

- i. determinação da velocidade específica de quebra ou Função Seleção;
- ii. determinação da Função Quebra;
- iii. comparação dos corpos moedores côncavos com bolas e com cylpebs;
- iv. determinação das curvas granulométricas dos produtos de moagem;
- v. determinação do consumo específico da energia.

## 2 CORPOS MOEDORES

Moinhos revolventes são cilindros rotativos horizontais, utilizados na moagem (redução do tamanho das partículas de minérios, materiais industriais e outros materiais). Os moinhos são carregados com peças denominadas corpos moedores, cujo tipo caracteriza os moinhos como moinhos de bolas, moinhos de cylpebs etc. Num caso particular, o moinho é carregado com uma quantidade pequena de corpos moedores ou mesmo sem eles, sendo denominados de semi-autógenos ou autógenos, respectivamente, e nesse caso o próprio material alimentado vai ser o principal meio moedor.

Cerca de 40 % do volume interno do moinho é preenchido pela carga de corpos moedores e pelo material a ser moído.

Os moinhos podem ser fabricados em dimensões pequenas para laboratório e usinas que processam massas pequenas, ou em grandes dimensões, que podem ultrapassar 8m de diâmetro e 10m de comprimento com peso total de mais do que 800t (máquina + carga de corpos moedores), para utilização em usinas que processam grandes massas de materiais. Os moinhos autógenos e semi-autógenos são freqüentemente de porte muito maior, existindo unidades com até 12m e até mais de diâmetro. Na Figura 2.1 é ilustrado um moinho revolvente com a sua carga.

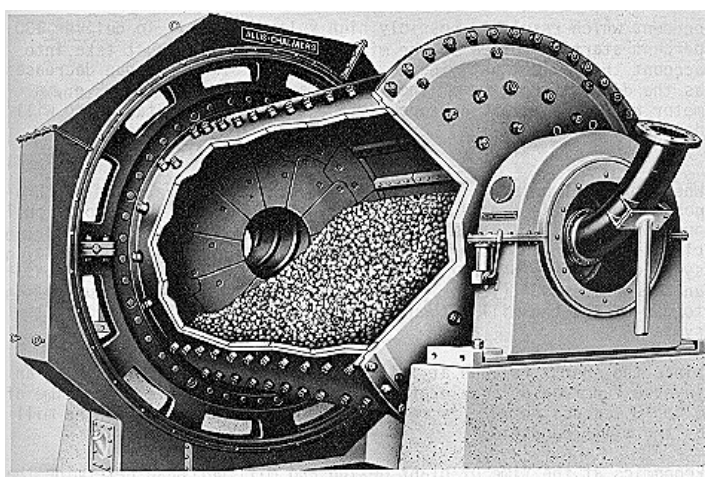


Figura 2.1 - Moinho de bolas em corte, mostrando o seu interior com os corpos moedores. (BERALDO, 1987)

Os corpos moedores mais freqüentemente utilizados são cilindros, cylpebs (trancos de cone) e bolas, podendo ser usados, entre outros, seixos ou pedaços do próprio material a ser moído. Na Figura 2.2 são mostrados esses corpos mais empregados.

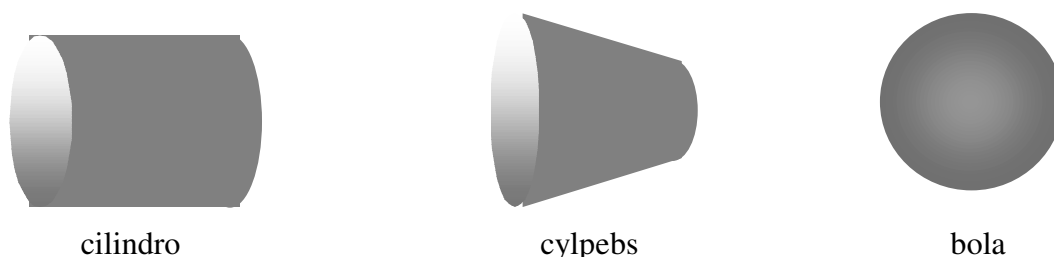
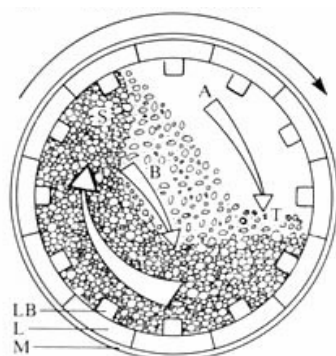


Figura 2.2 - Corpos moedores mais empregados.

Quanto ao tamanho da maior partícula a ser moída, a faixa de trabalho dos moinhos de bolas, na maioria das aplicações, está entre 12 e 0,074mm. Para cada tamanho da partícula a ser moída existe um tamanho ideal de corpo moedor, que são fabricados em intervalos de ½ polegada ou de 5 em 5mm. Na maioria das aplicações a faixa de fabricação vai de 25mm ou 1 polegada até 120mm ou 5 polegadas.

Através do movimento de rotação do cilindro ocorre um revolvimento da carga, de tal forma que as partículas a serem moídas sofrem a ação dos corpos moedores e se fragmentam, conforme mostrado na Figura 2.3.

Os moinhos operam continuamente e são feitas reposições das bolas consumidas, em determinados intervalos de tempo de tal forma que seja mantida a carga de bolas no interior do moinho. As bolas desgastadas são expulsas do interior do moinho pelo próprio fluxo do material moído. Normalmente a expulsão ocorre quando as bolas atingem diâmetro inferior a 15mm.



- A – Movimento da carga em catarata
- B – Movimento da carga em cascata
- T – “Pé” da carga, zona de impacto
- S – “Ombro” da carga, zona de queda
- LB – “Lifter”
- L - Revestimento
- M – Carcaça do moinho

Figura 2.3 - Movimento da carga de bolas. (MINTEK, 1991)

A carga de corpos moedores é a parte de um moinho que produz trabalho útil. A quantidade de trabalho útil depende da forma dos corpos moedores, do seu tamanho em relação ao tamanho do material que está sendo moído, da sua quantidade e do material de que eles são feitos. (TAGGART, 1964)

O tamanho, a quantidade, o tipo de movimento e os espaços entre os corpos moedores no interior de um moinho vão influenciar a moagem. A moagem é um processo aleatório sujeito às leis da probabilidade. O grau de moagem de uma partícula de minério depende da sua probabilidade de penetrar numa zona entre os corpos moedores e da probabilidade da ocorrência de algum evento posterior. A moagem pode ocorrer segundo vários mecanismos, incluindo impacto ou compressão devido a forças aplicadas perpendicularmente à superfície das partículas, lascamento devido a forças oblíquas e abrasão devido a forças agindo paralelamente às superfícies. Esses mecanismos deformam as partículas e mudam a sua forma, dentro de certos limites determinados pelo seu grau de elasticidade, e provocam a sua quebra. (WILLS, 1977)

Uma vez que os mecanismos de moagem se confundem com os mecanismos de desgaste dos corpos moedores, mesmo quando tratarmos dos mecanismos de desgaste estaremos, implicitamente, tratando dos mecanismos de moagem e vice-versa.

Existem duas teorias para descrever o mecanismo de desgaste dos corpos moedores no interior de um moinho. Na teoria de Davis (1919) o desgaste dos corpos moedores é atribuído principalmente ao impacto e, portanto, à energia cinética da carga que é função de sua massa ou volume; na de Prentice (1943) a abrasão é considerada o fator determinante, sendo esta proporcional à superfície da carga, uma vez que somente a mesma está exposta à abrasão. Considerando apenas essas duas teorias, a distribuição da carga deveria exibir características definidas com uma distribuição hiperbólica para a teoria volumétrica e com o mesmo número de bolas em cada intervalo de tamanho para quando a superfície é o fator determinante. Em casos reais existe sempre uma combinação das duas teorias, sendo que, de um modo geral, pode ser atribuído ao mecanismo abrasivo cerca de 75% do desgaste, embora as condições operacionais possam mudar substancialmente esse valor. (MINTEK, 1991)

DONDA (1998) considera que como a forma mais provável de ocorrer o desgaste das bolas em um moinho é aquela em que é retirado um filme de metal de espessura constante. O desgaste seria proporcional à área superficial da bola, ao longo

do período em que ela permanece no moinho. Nessas condições a variação do diâmetro em relação ao tempo seria constante, embora esse comportamento linear não possa ser generalizado.

Os corpos moedores mais empregados para moagem fina são as esferas e os cones truncados (cylpebs). Outras formas tais como cilindros, cones, cubos e hexágonos já foram estudadas.

MINTEK (1991) relata que meios moedores não esféricos, tais como cones ou cylpebs, têm sido fabricados e comercializados com base em algumas alegadas vantagens sobre as esferas. É possível uma redução substancial nos custos de fundição devido a um maior rendimento metálico no produto final. Para uma mesma massa da carga de corpos moedores, essas formas apresentam uma maior superfície moedora, portanto, alega-se, alcança-se uma eficiência de moagem maior. Testando cones e cylpebs contra bolas, constatou-se que todos os três tipos comportam-se competentemente, se a taxa de alimentação é mantida em valores relativamente baixos. Foi constatado, posteriormente, que nem com os cylpebs nem com os cones consegue-se atingir a mesma finura do produto de uma carga equivalente de bolas, mesmo sendo maior a área da carga com os meios não esféricos, lançando dúvidas sobre as suposições feitas nesse sentido. O movimento relativo dos elementos da carga de corpos moedores desempenha um importante papel na moagem, particularmente quando as condições são predominantemente abrasivas. Esse movimento relativo é mais favorecido pelo meio esférico do que para o não esférico e tem um papel preponderante na finura da moagem.

De acordo com CLOOS (1983), o meio moedor deve ter a maior área superficial possível, para prover uma superfície de contato adequada com o material a ser moído e também o mais denso possível, para prover a energia necessária para quebrar as partículas do minério. Esses requisitos devem ser balanceados, uma vez que quanto mais pesados os corpos moedores individuais, menor a superfície total exposta, para a mesma massa de corpos moedores. A vantagem dos cylpebs sobre as bolas reside na sua área superficial e nos contatos lineares e pontuais, que ocorrem com os cylpebs, contra os contatos, apenas pontuais, que ocorrem com as esferas. Resulta que o produto terá um espectro granulométrico mais estreito, similar ao que ocorre na moagem com barras. Estudando os atributos geométricos das bolas e dos cylpebs, outras vantagens se tornam claras. Se examinarmos as duas formas, ambas do mesmo material e com o mesmo

diâmetro, os cylpebs apresentarão uma superfície 50% maior, 50% mais peso e 50% mais volume. Decorre que para um diâmetro específico, a superfície específica para as duas formas é a mesma. Outras vantagens da área superficial do meio decorrem da comparação da densidade e do empacotamento das duas formas. Em testes de laboratório foi verificado que, para a mesma superfície específica da carga, a produtividade era maior para os cylpebs do que para as bolas. A produção do moinho com cylpebs excedeu, em testes industriais, a do moinho com bolas de ferro fundido em 8,8% e a do moinho com bolas de aço em 8,3%. O consumo específico de energia foi 12,1% maior no moinho com bolas de ferro fundido e de 7,5% maior no moinho com bolas de aço do que no moinho com cylpebs.

DONDA (1998) e DONDA e PERES (1998) compararam bolas e cylpebs de mesmo peso. Os cylpebs têm uma área superficial 15% maior do que as bolas. Os cylpebs têm um custo mais baixo e supõe-se que teriam uma eficiência de moagem maior, devido à sua maior área superficial. Testes de laboratório mostraram que, apesar da maior área superficial dos cylpebs, o Blaine (área superficial Blaine) do produto foi 7,5% menor para os cylpebs de mesmo peso comparado com aquele para bolas de 30mm de diâmetro e 11% menor para cylpebs de mesmo peso comparado com aquele para bolas de 25mm de diâmetro. Apesar da área dos cylpebs ser 15% maior, essa diferença não se materializou em uma maior geração de superfície no produto. Como conclusão, considera-se que, com relação à geração de superfície, pode-se obter o mesmo efeito para diâmetros diferentes, ou seja, pode-se encontrar um tamanho de cylpebs que seja equivalente a um determinado diâmetro de bolas e, finalmente, a seleção do tipo de corpo moedor fica em função da relação consumo×preço.

HERBST (1987) estudou o desenvolvimento de uma metodologia experimental para a determinação acurada da eficiência energética associada a diferentes tipos de corpos moedores alternativos, especificamente bolas e cones truncados. Não foram observadas diferenças significativas no padrão de fratura, entretanto, com relação à Função Seleção Específica, foram observadas vantagens significativas para as bolas, correspondendo a uma maior eficiência energética.

SEPÚLVEDA (1990) propôs que a variável crítica no controle da otimização de uma carga de bolas seria a área específica exposta ao impacto pela carga. Nesse sentido existe uma área específica ótima da carga que maximiza a moagem de um minério

qualquer sob consideração. Comparando cylpebs e bolas, o mesmo autor mostrou que os cylpebs não são um meio de moagem tão eficiente quanto as bolas em vista de uma queda na produção associada ao seu uso.

Os estudos sobre a forma de corpos moedores são principalmente feitos com respeito a cylpebs e bolas, que são os mais empregados.

Existe uma divergência entre os diversos autores a respeito do desempenho comparativo das bolas e dos cylpebs, (truncos de cone ou cilindros, conforme o autor).

Apenas para ilustrar essa divergência, mostramos abaixo, nas Figuras 2.4 e 2.5, os resultados a que chegaram CLOOS (1983) e SEPÚLVEDA (1990).

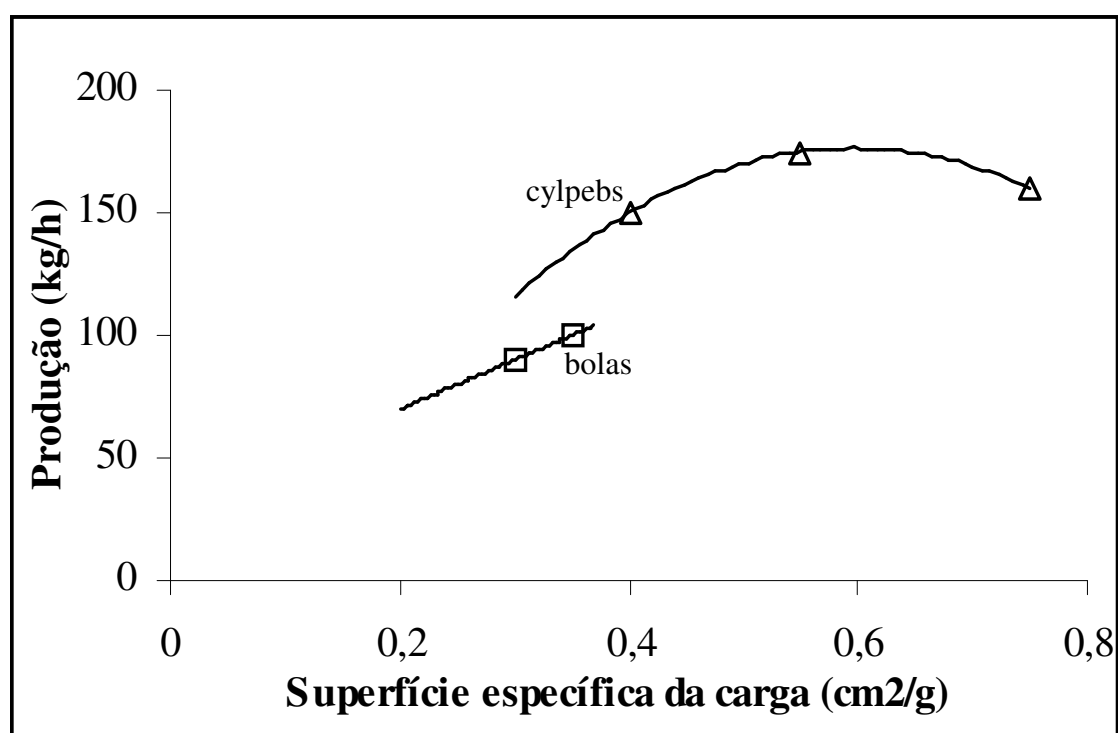


Figura 2.4 – Produção de um moinho em função da superfície específica da carga.  
CLOOS (1983)

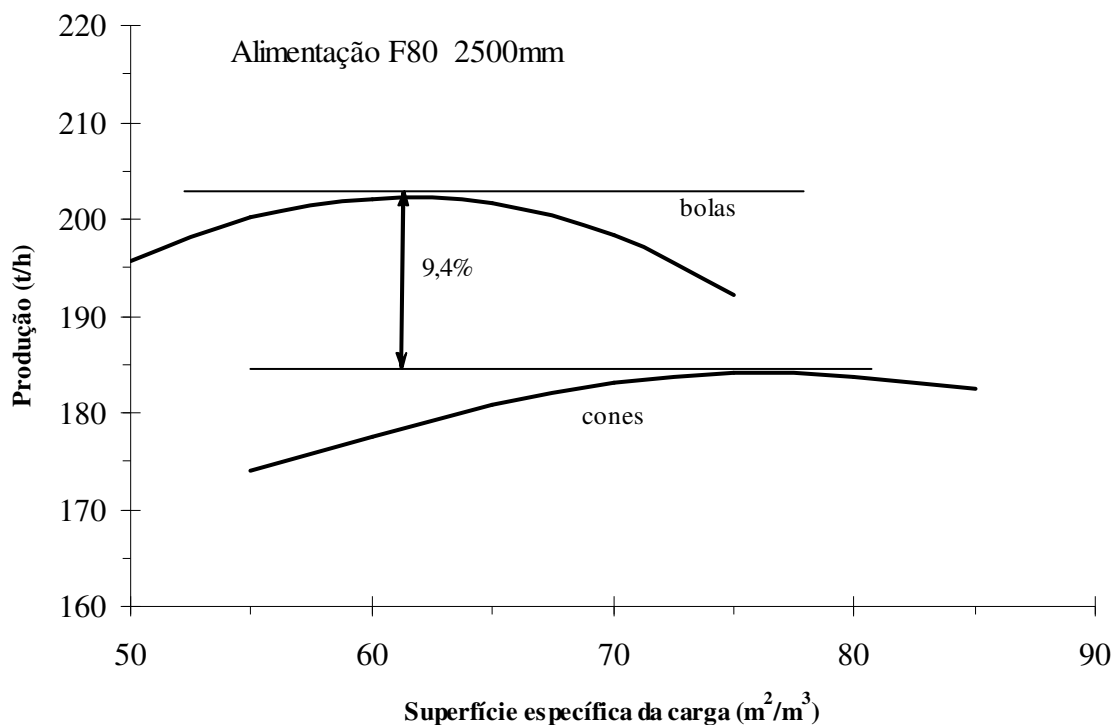


Figura 2.5 – Produção de um moinho em função da superfície específica da carga. SEPÚLVEDA (1990)

HERBST (1987), sob o ponto de vista da função seleção específica, conclui que as bolas são sempre superiores aos cylpebs.

DONDA e PERES (1998) deixam a decisão do emprego de bolas e de cylpebs para a melhor relação consumo×preço.

SEPÚLVEDA (1990), com propriedade, afirma que:

*“A moagem é uma etapa crítica no processo de concentração de minerais, não apenas pelo seu custo operacional relativamente alto; mas principalmente porque a moagem é (ou deveria sempre ser) o gargalo dos circuitos e, como tal, determina a capacidade máxima de processamento de qualquer instalação.*

*Dessa perspectiva, o engenheiro de processo não deve se concentrar na redução dos custos de moagem mas em melhorar o desempenho da moagem; ou seja, maximizar a produção para uma dada finura do material ou maximizar a finura do material, para uma dada produção. Provavelmente os benefícios econômicos advindos de quaisquer melhoramentos marginais na produção ou na finura do produto (recuperação na flotação) compensarão largamente o aumento nos custos operacionais.*

*O engenheiro de processo deve buscar eficácia nos resultados e não a eficácia nos custos.*

*( benefit effectiveness  $\times$  cost effectiveness)*

*Como ilustrado nesta publicação, as rotas de otimização a serem seguidas, orientadas pelas perspectivas de custos versus benefícios, diferem significativamente e muitas vezes nos levam para direções opostas. Para o último, é necessário um profundo entendimento dos fundamentos do processo.”*

Sob esse ponto de vista, deve-se procurar avaliar, para um corpo moedor, não só o seu desempenho na moagem em si, mas também as características do produto obtido em função dos processos subsequentes.

Esta tese visa discutir o efeito da utilização de corpos moedores de uma forma especial, como meio moedor.

Os corpos moedores propostos neste estudo são esferas modificadas com uma porção côncava, como mostrado na Figura 2.6.

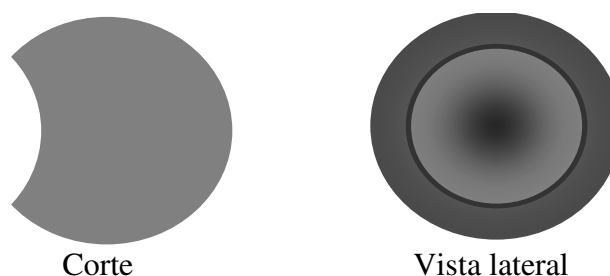


Figura 2.6 - Vistas em corte e lateral do corpo moedor proposto.

Desta forma, os novos corpos “côncavos”, quando comparados com as esferas de mesmo diâmetro, apresentam uma maior superfície específica. A consequência dessa maior superfície específica pode ser um aumento na eficiência de moagem. Um outro aspecto que deve ser considerado é a seletividade da moagem, decorrente do contato entre uma superfície côncava e outra convexa. As partículas maiores protegem as menores, como ocorre com a ação entre as barras em uma moagem em moinhos de barras.

São feitas, inicialmente, as seguintes suposições:

- i a eficiência da moagem aumenta com o aumento da área superficial disponível no meio moedor. Uma bola com uma concavidade, tem um volume menor do que

- uma esfera de mesmo raio e a mesma área superficial. Portanto, a bola convexo-côncava tem uma massa menor, com a mesma área superficial, resultando em uma superfície específica maior;
- ii uma superfície côncava tem uma área de contato maior, com uma superfície convexa, do que o contato de duas superfícies convexas; portanto, uma concavidade pode exercer, simultaneamente, esforços em um número maior de partículas do que uma superfície convexa;
  - iii as partículas aprisionadas entre a parte côncava de um corpo moedor e a parte convexa de outro sofrerão a ação moedora por um período mais longo do que no caso do contato entre duas superfícies convexas;
  - iv no caso do contato entre superfícies côncavas e convexas, a probabilidade da ação moedora sobre as partículas maiores é maior do que sobre as partículas menores, causando uma moagem preferencial das partículas maiores que protegem as partículas menores da ação moedora, como esquematizado na Figura 2.7.

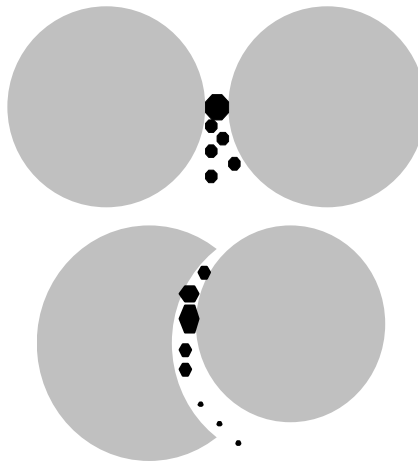


Figura 2.7 – Ação dos corpos moedores côncavos e das bolas.

Observando-se as bolas descartadas de moinhos de bolas em operação, é freqüente encontrar-se bolas com concavidades em número variável. É freqüente, também, que as concavidades estejam associadas a defeitos de fundição visíveis, principalmente bolhas e porosidades.

É possível que, durante a operação, um defeito original ou induzido por choques, sendo um ponto de menor resistência, provoque o início de um desgaste preferencial

que faz com que o raio em torno daquele ponto aumente gradativamente, tendendo a formar uma superfície cada vez mais plana passando em seguida a côncava.

Uma vez formada a superfície côncava, que tem a forma de uma calota, ela vai aumentando o seu diâmetro e profundidade. Uma constatação feita em uma amostra de um descarte de bolas de um moinho em operação, de certa forma curiosa, é que a superfície côncava desses corpos tem uma forma esférica com o raio praticamente igual ao raio das esferas alimentadas no moinho que, no caso, é de 30mm. Isso ocorre mesmo quando existam duas ou mais superfícies côncavas na mesma bola.

O intenso desgaste que forma e faz progredir a concavidade indica que essa é uma região, de certa forma, preferencial no trabalho de moagem.

O restante do corpo moedor tende a ter uma forma achatada, sugerindo que, devido à presença da concavidade que prejudica o rolamento do corpo, a face oposta à da concavidade tende a ser bastante exposta à abrasão. (Figura 2.8)

Em cylpebs desgastados em um moinho industrial, existe uma tendência de formação de superfícies planas, levando-os a uma forma piramidal. Esse fenômeno sugere que o desgaste ocorra por deslizamento de um corpo sobre o outro (Figura 2.9). Não foi detectada a formação de superfícies côncavas.

Observa-se, na Figura 2.10, algumas bolas descartadas de um moinho de bolas, notando-se que a superfície apresenta desgaste irregular.



Figura 2.8 – Fotografia de cônecos descartados de um moinho de bolas.



Figura 2.9 – Fotografia de cylpebs descartados de um moinho de cylpebs.



Figura 2.10 – Fotografia de bolas descartadas de um moinho de bolas.

### 3 CONSIDERAÇÕES GEOMÉTRICAS

O corpo moedor proposto neste trabalho é uma esfera modificada, com uma parte côncava.

A parte côncava tem, para efeito de discussão, o raio igual ao da parte convexa, configurando uma calota ou segmento esférico.

A Figura 3.1, mostra um corte, num plano diametral da concavidade, do corpo moedor.

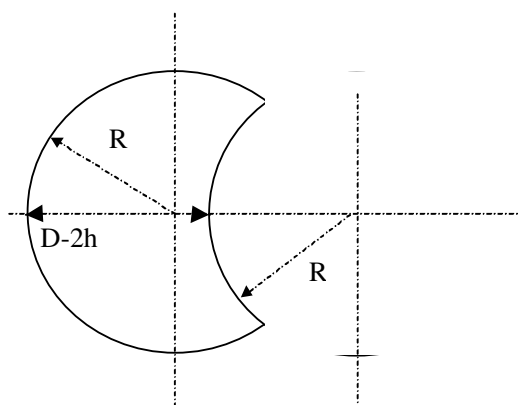


Figura 3.1 – Corte do corpo moedor côncavo.

Os principais parâmetros que caracterizam um corpo moedor são o seu volume (ou massa) e a sua área superficial.

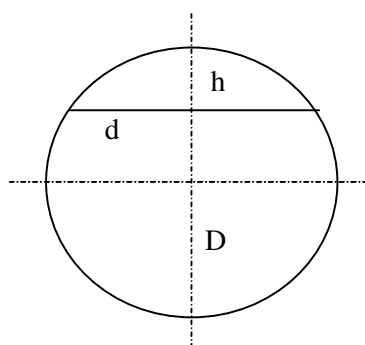


Figura 3.2 – Corte de uma esfera, mostrando uma calota ou segmento esférico.

Considerando um corpo moedor esférico de diâmetro “D”, o seu volume será:

$$V = \frac{\pi \times D^3}{6} \quad (3.1)$$

e a sua área será:

$$S = \pi \times D^2 \quad (3.2)$$

Considerando nesta esfera a calota ou segmento esférico definidos pelo diâmetro basal “d” e a altura “h”, teremos o volume do segmento esférico:

$$V_c = \pi \times h \times \left( \frac{d^2}{8} + \frac{h^2}{6} \right) \quad (3.3)$$

ou

$$V_c = \pi \times h^2 \times \left( \frac{D}{2} + \frac{h}{3} \right) \quad (3.3)$$

a superfície da calota esférica será:

$$S_c = \pi \times D \times h \quad (3.4)$$

ou

$$S_c = \pi \times \left( \frac{d^2}{4} + h^2 \right) \quad (3.4')$$

O corpo moedor proposto é esférico, com um diâmetro “D” e com uma concavidade definida por um diâmetro basal “d” e uma altura “h”, sendo o seu diâmetro igual ao da esfera, ou seja “D”, de modo que a sua superfície é a mesma da esfera de mesmo diâmetro e o seu volume é igual ao da esfera menos duas vezes o volume do segmento esférico.

O volume desse corpo moedor será:

$$V = \frac{\pi \times D^3}{6} - 2 \times \pi \times h^2 \times \left( \frac{D}{2} + \frac{h}{3} \right) \quad (3.5)$$

e a superfície será a mesma da esfera com o mesmo diâmetro, ou seja:

$$S = \pi \times D^2 \quad (3.6)$$

Fazendo variar a altura da concavidade, o volume do corpo moedor varia e a sua área superficial fica inalterada. Na Figura 3.3 temos a visualização do corpo moedor proposto, com a variação da altura da concavidade, aqui dada em fração do diâmetro.

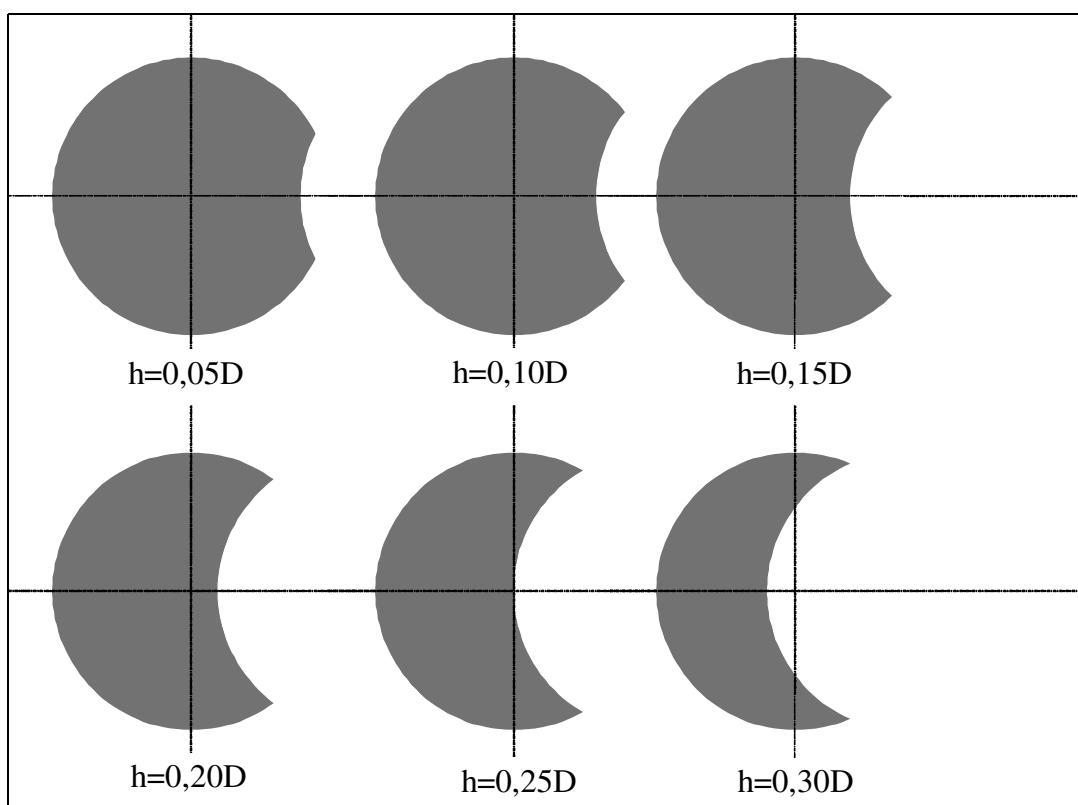


Figura 3.3 – Cortes do corpo moedor côncavo, para diversas alturas da concavidade.

Graficamente, temos representadas, na Figura 3.4, as variações da percentagem de superfície côncava e da superfície específica, em função da altura da concavidade. A altura da concavidade está dada em fração do diâmetro.

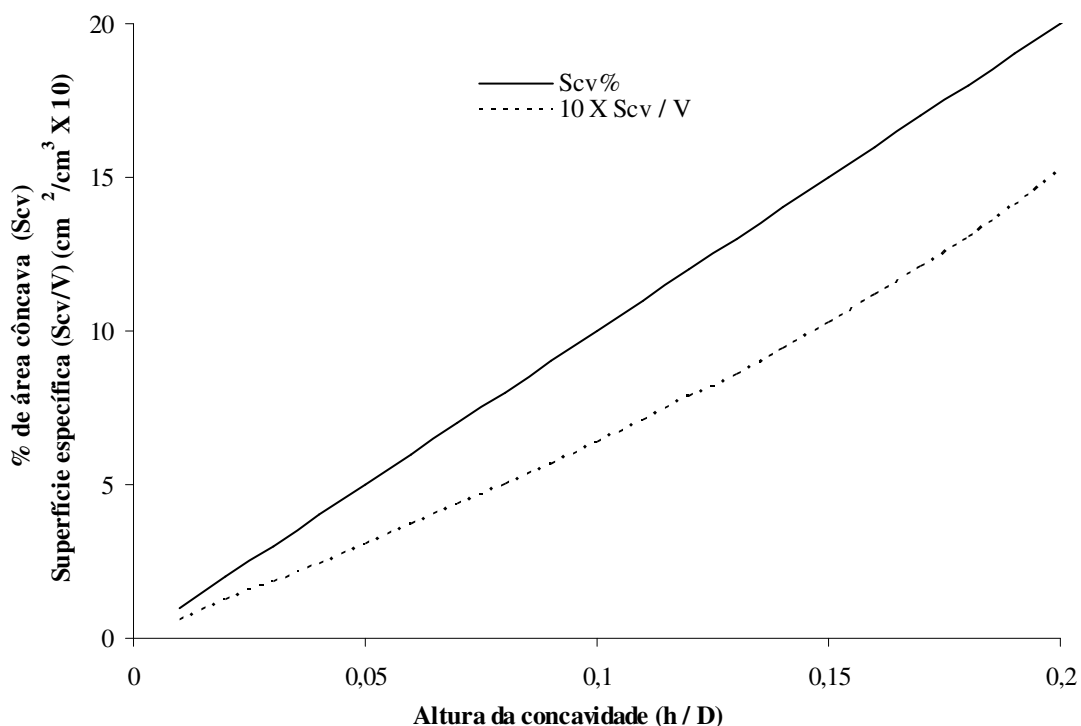


Figura 3.4 – Variação da porcentagem de superfície côncava e superfície específica de um corpo moedor côncavo em função da altura da concavidade.

Consideremos, agora, outros formatos de corpos moedores.

Para um cilindro temos o volume:

$$V_{cil.} = \frac{\pi \times D^2 \times h}{4} \quad (3.7)$$

e a sua área será:

$$S_{cil.} = \pi \times D \times h + \frac{\pi \times D^2}{2} \quad (3.8)$$

No caso de um cylpebs, considerando-o como um tronco de cone com a altura  $h$  igual ao diâmetro basal maior  $D$  ( $R=D/2$ ) e o diâmetro basal menor  $d$  ( $r=d/2$ ) temos, considerando, primeiramente, a geratriz do tronco de cone que é igual a:

$$g = ((h^2 + (R + r)^2)^{0,5} \quad (3.9)$$

o volume será:

$$V_{cyl.} = \frac{\pi \times h \times (R^2 + r^2 + R \times r)}{3} \quad (3.10)$$

a sua área total será:

$$S_{cyl.} = \pi \times ((R + r) \times g + R^2 + r^2) \quad (3.11)$$

Comparando, na Figura 3.5 e na Tabela 3.1, os atributos dessas quatro formas e considerando:

- i. esfera de diâmetro D;
- ii. côncavos com uma relação entre a altura da concavidade e o diâmetro  $h=0,12D$ ;
- iii. cylbebs com o diâmetro da base menor (d) igual a  $0,8 \times D$ ;
- iv. cilindro de altura (h) igual ao diâmetro (D);
- v. densidade do material igual a  $7,8g/cm^3$ ;

vemos que o côncavo tem, para um mesmo diâmetro, o menor peso, a menor superfície e a maior superfície específica.

Tabela 3.1 – Atributos de algumas formas de corpos moedores.

Bolas					
D	d	h	M	S	$S_m/M_t$
mm	mm	mm	g	cm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup> /t
30			108.0	28.3	26.2
28			87.8	24.6	28.1
26			70.3	21.2	30.2
24			55.3	18.1	32.7
22			42.6	15.2	35.7
20			32.0	12.6	39.3
18			23.3	10.2	43.6
16			16.4	8.0	49.1
14			11.0	6.2	56.1
Cylpebs					
D	d	h	M	S	$S_m/M_t$
mm	mm	mm	g	cm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup> /t
30	24	30	131.8	37.2	28.2
28	22.4	28	107.1	32.4	30.2
26	20.8	26	85.8	27.9	32.5
24	19.2	24	67.5	23.8	35.3
22	17.6	22	52.0	20.0	38.5
20	16	20	39.0	16.5	42.3
18	14.4	18	28.5	13.4	47.0
16	12.8	16	20.0	10.6	52.9
14	11.2	14	13.4	8.1	60.4
Cilindros					
D	d	h	M	S	$S_m/M_t$
mm	mm	mm	g	cm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup> /t
30		30	162.0	42.4	26.2
28		28	131.7	36.9	28.1
26		26	105.5	31.9	30.2
24		24	82.9	27.1	32.7
22		22	63.9	22.8	35.7
20		20	48.0	18.8	39.3
18		18	35.0	15.3	43.6
16		16	24.6	12.1	49.1
14		14	16.5	9.2	56.1
Côncavos					
D	d	h	M	S	$S_m/M_t$
mm	mm	mm	g	cm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup> /t
30		3,6	99,4	28,3	28,4
28		3,36	80,8	24,6	30,5
26		3,12	64,7	21,2	32,8
24		2,88	50,9	18,1	35,6
22		2,64	39,2	15,2	38,8
20		2,4	29,5	12,6	42,7
18		2,16	21,5	10,2	47,4
16		1,92	15,1	8,0	53,3
14		1,68	10,1	6,2	60,9

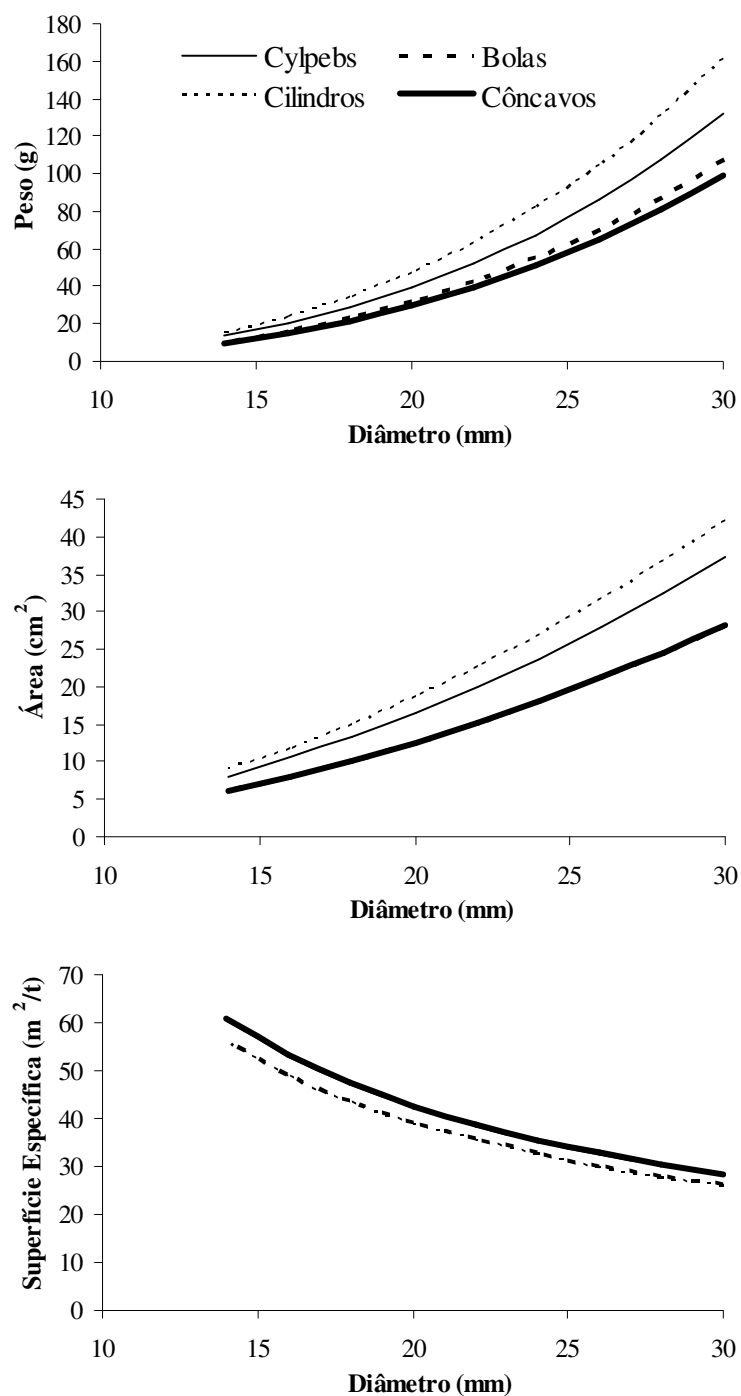


Figura 3.5 - Comparação dos atributos dos quatro corpos moedores.

Seriam interessantes, também, comparações entre as densidades aparentes dos carregamentos para os diversos corpos, mas infelizmente não há maneira de calcular este parâmetro, de modo que apresentamos, na Tabela 3.2, algumas determinações diretas.

A porosidade foi obtida também diretamente e de forma independente.

Tabela 3.2 – Características dos corpos moedores empregados.

		Corpos côncavos	Bolas de 1/2" a 5/8"	Bolas de 1/2" a 3/4"	Bolas de 3/4" a 1"	Cylpebs
Notação		CONC	MCO	MTQ	TQU	CYL
Diâmetro médio	mm	18,79	13,64	16,56	23,07	19,1
Desvio padrão		1,4	0,2	1,8	1,6	2,1
Altura da concavidade	mm	2,21				
Diâmetro maior	mm					17,54
Diâmetro menor	mm					12,40
Altura	mm					20,76
Área	cm <sup>2</sup>	9,96	5,82	8,72	16,80	13,31
Volume	cm <sup>3</sup>	2,75	1,32	2,46	6,52	3,77
Massa media	g	21,00	10,07	18,83	48,10	28,78
Desvio padrão		5,18	0,34	5,99	9,31	8,96
Densidade da carga	kg/dm <sup>3</sup>	4,84	4,36	4,35	4,25	4,64
Porosidade da carga	%	35,12	43,36	44,25	43,85	36,83
Superfície específica	m <sup>2</sup> /t	47,44	57,71	46,33	34,93	46,26
Superfície específica convexa	m <sup>2</sup> /t	41,82	57,71	46,33	34,93	31,83
Superfície específica côncava	m <sup>2</sup> /t	5,63				
Superfície específica plana	m <sup>2</sup> /t					14,43

## 4 MODELAGEM

Dentre os modelos de moagem existentes, o modelo do balanço populacional de partículas, inicialmente proposto por Epstein, se baseia no reconhecimento de que eventos sucessivos de quebra acontecem dentro do moinho e leva em consideração as seguintes premissas (MONTENEGRO, 1997):

- i. Velocidade Específica de Quebra ou Função Seleção – é a velocidade com que as partículas contidas em um intervalo granulométrico são fragmentadas e atravessam o seu limite inferior;
- ii. Função Distribuição ou Função Quebra – é a estequiometria da fragmentação, ou seja, como se dá a distribuição do material proveniente de um dado intervalo de tamanho quando este se quebra;
- iii. Função Classificação ou Coeficiente de Difusão – representa o movimento diferencial das partículas para dentro e para fora de um sistema contínuo de moagem, sendo dependente do tamanho das partículas;
- iv. Tempo de Residência ou Tempo de Permanência – essa variável diz respeito ao fato das partículas da alimentação não possuírem exatamente a mesma velocidade ao longo do moinho, havendo sempre mistura no sentido axial.

Estabelecidas essas premissas e levando em consideração apenas as duas primeiras, pois não trataremos de sistemas contínuos, baseado em AUSTIN et alii (1984), discutiremos alguns aspectos da modelagem e a sua aplicação para o nosso estudo.

### 4.1 - A HIPÓTESE DA MOAGEM DE PRIMEIRA ORDEM

Consideremos que uma certa quantidade de material, dentro um moinho de teste em batelada em funcionamento, seja sujeita a vários eventos de quebra.

Consideremos, também, uma série geométrica de intervalos de tamanho, definida pelas aberturas de uma série de peneiras.

A fração do material que se encontra num intervalo “i”, após um tempo de moagem “t” será  $w_i(t)$ .

Se a carga inicial do material estiver toda dentro do primeiro intervalo de tamanho, que chamaremos de “1”, a fração do material que se encontra no primeiro intervalo, no início da operação de moagem, será obviamente  $w_1(0)=1$

Moendo a amostra por um tempo “ $t_1$ ”, retirando-a do moinho e fazendo a sua análise granulométrica, vamos encontrar que a fração remanescente no intervalo “1” é  $w_1(t_1)$ . Retornando a carga para o moinho e repetindo as operações, teremos que as frações no intervalo “1” serão sucessivamente  $w_1(t_2)$ ,  $w_1(t_3)$ ,...  $w_1(t_n)$ , para os tempos  $t_2$ ,  $t_3$ ,... $t_n$ , respectivamente.

É razoável supor que a taxa de desaparecimento do material do intervalo “1” siga uma lei de primeira ordem.

Chamando a taxa de desaparecimento devida à quebra do material do intervalo “1” de  $S_1$ , podemos escrever:

$$dw_1(t)/dt = -S_1 \times w_1(t), \quad (4.1)$$

onde  $S_1$  é a constante de proporcionalidade, conhecida como *Taxa ou Velocidade Específica de Quebra*, ou ainda por *Função Seleção*. Se  $S_1$  não varia com o tempo, integrando e determinando a constante de integração

$$w_1(t) = w_1(0) \times \exp(-S_1 \times t) \quad (4.2)$$

ou,

$$\ln[w_1(t)] = \ln[w_1(0)] - S_1 \times t \quad (4.3)$$

Deve ser ressaltado que não há nenhuma razão fundamental que justifique a hipótese de cinética de primeira ordem e, embora ela seja uma excelente aproximação da realidade na maioria dos casos, são verificados alguns desvios.

Verificações experimentais da hipótese de primeira ordem indicam que o aumento da quantidade de materiais mais finos não afeta a Taxa Específica de Quebra do maior tamanho.

Na Figura 4.1, temos um exemplo típico de resultados experimentais em que foram feitos ensaios com o material contido em uma determinada faixa de tamanho inicial.

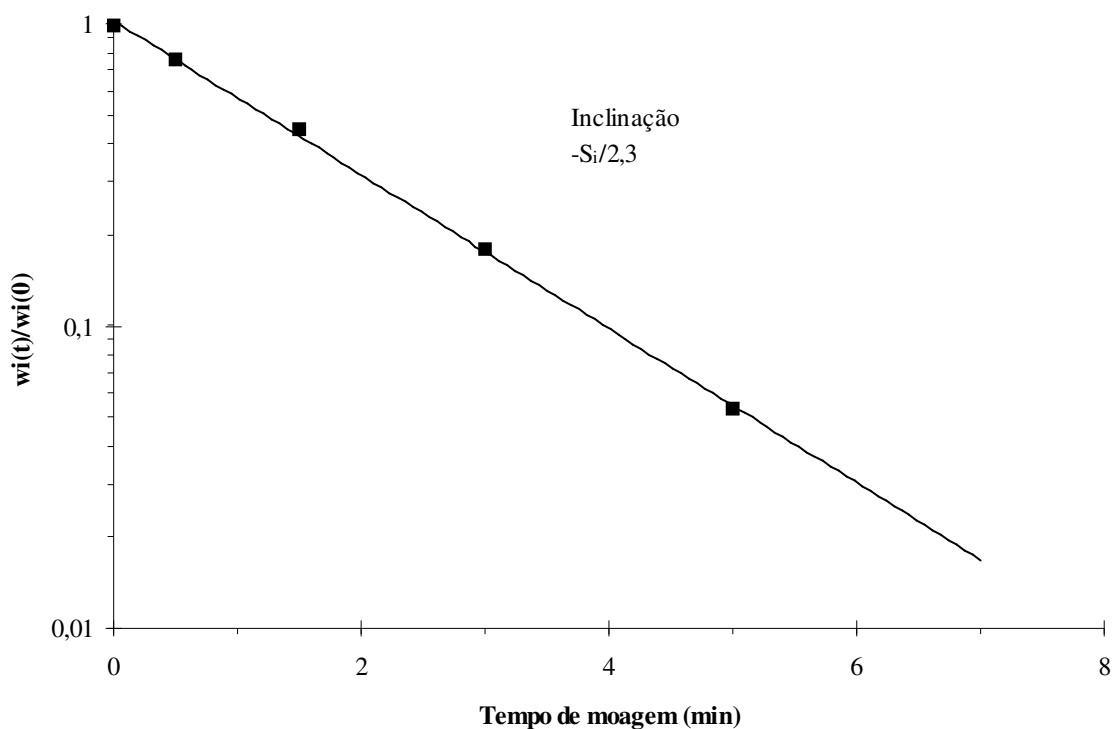


Figura 4.1 – Exemplo de um gráfico de primeira ordem. (AUSTIN et alii,1984)

Nesse gráfico, em que são representadas as frações remanescentes numa escala logarítmica, em função do tempo de moagem, a inclinação dessas retas, para a granulometria inicial, nos dá o valor da Velocidade Específica de Quebra ou Função Seleção para esta granulometria.

#### 4.2 - A FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DA QUEBRA PRIMÁRIA.

A moagem, mesmo de um tamanho único, tem como resultado, evidentemente, um produto distribuído em todas as faixas granulométricas. Para descrever um processo de moagem é necessário descrever essa distribuição granulométrica.

Conceituaremos como tendo ocorrido a quebra quando as partículas dela resultantes tenham ultrapassado o limite inferior da sua faixa de tamanho original. Definimos a quebra primária como sendo a distribuição granulométrica resultante da quebra de uma partícula que foi submetida a um evento único de quebra.

Assim, um material se quebra e os fragmentos resultantes são misturados ao restante do material no moinho. Se a distribuição granulométrica desses fragmentos puder ser medida, antes que qualquer um deles seja selecionado para um posterior

evento de quebra, o resultado será a *Distribuição da Quebra Primária*, também chamada de *Função Quebra*.

O termo *primária* não significa, necessariamente, que os fragmentos foram produzidos pela propagação de uma única fratura, mas que eles foram produzidos por ações de quebra anteriores ao seu misturamento no restante do material.

Existem duas notações para caracterizar a distribuição primária dos fragmentos:

- i. se um material do intervalo de tamanho “1” é quebrado, a fração que vai para o tamanho “i”, inferior, é  $b_{i,1}$ . O conjunto dos números  $b_{i,1}$ , com “i” variando de “2” a “n”, sendo “n” o último intervalo de tamanho, descreve a distribuição dos fragmentos produzidos pelo tamanho “1”. Em geral é necessário um conjunto completo de valores  $b_{i,j}$  para caracterizar a quebra de todos os intervalos de tamanho de interesse, ou seja, o conjunto  $b_{i,1}$ , com  $n \geq i \geq 2$ , mais o conjunto  $b_{i,2}$ , com  $n \geq i \geq 3$  e assim por diante.
- ii. a segunda notação de uso corrente é a que representa o valor acumulado, a partir do fundo, dos valores de  $b_{i,j}$ , sendo chamada de  $B_{i,j}$  a fração acumulada do material quebrado do tamanho “j” que aparece menor do que o tamanho superior do intervalo de tamanho “i”. Novamente vamos necessitar de um conjunto completo de valores para caracterizar a distribuição.

Os valores de  $b_{i,j}$  e de  $B_{i,j}$  podem ser determinados a partir de ensaios em que amostras contidas em um único intervalo de tamanho são moídas em curtos intervalos de tempo, de modo a se poder desconsiderar, com as devidas correções, a seleção de fragmentos para quebra secundária.

Por definição, o valor de, por exemplo,  $b_{2,1}$ , será:

$$b_{2,1} = \frac{\text{peso que foi para o intervalo 2}}{\text{peso que saiu do intervalo 1}} \quad t \rightarrow 0 \quad (4.4)$$

Se “t” for suficientemente pequeno podemos escrever:

$$b_{2,1} = \frac{w_2(t) - w_2(0)}{w_1(t) - w_1(0)} \quad (4.5)$$

ou na forma acumulada:

$$B_{2,1} = \frac{P_2(t) - P_2(0)}{P_1(t) - P_1(0)} \quad t \rightarrow 0, \quad (4.6)$$

sendo  $P_i(t)$  a fração acumulada dos tamanhos inferiores ao limite superior do intervalo “i”.

Esse é o chamado Método BI de Austin-Luckie que tem algumas limitações devido à quebra secundária.

Os mesmos autores desenvolveram um outro método, o BII, em que existe uma melhor compensação da quebra secundária e sua expressão fica, genericamente:

$$B_{i,j} = \frac{\log \left[ \frac{(1 - P_i(0)) / (1 - P_i(t))}{(1 - P_{j+1}(0)) / (1 - P_{j+1}(t))} \right]}{\log \left[ \frac{(1 - P_{j+1}(0)) / (1 - P_{j+1}(t))}{(1 - P_{j+2}(0)) / (1 - P_{j+2}(t))} \right]} \quad (4.7)$$

Na Figura 4.2 representamos, para um minério qualquer, os valores obtidos para a Função Quebra simples e acumulada.

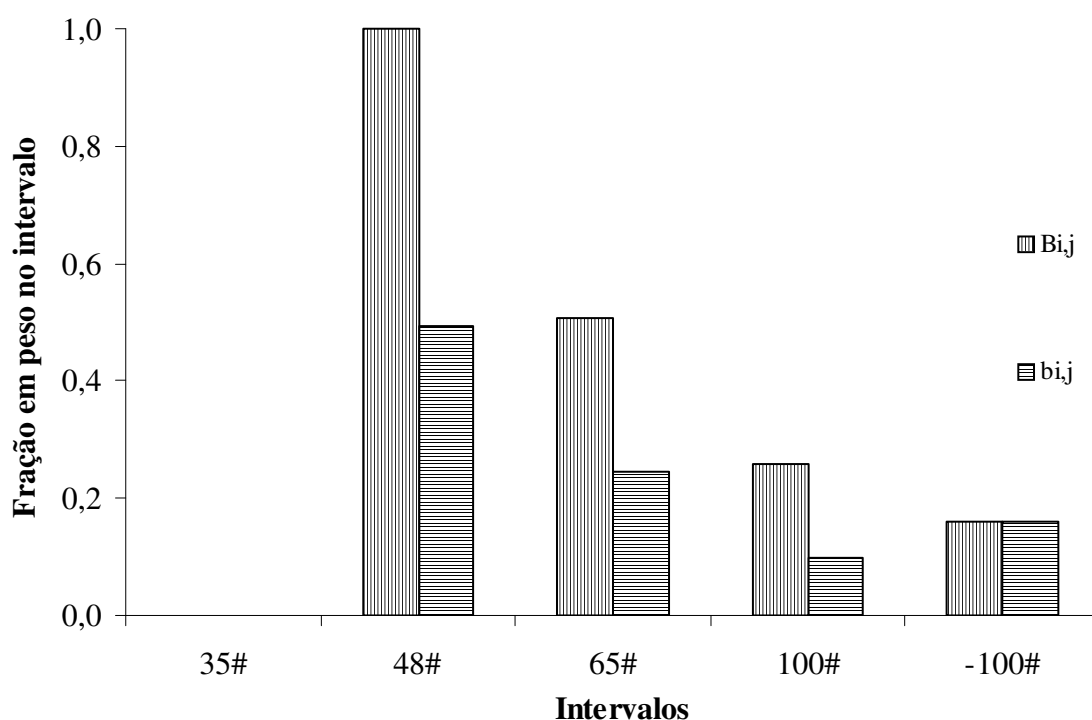


Figura 4.2 – Distribuição, simples e acumulada, dos fragmentos resultantes da quebra primária de partículas contidas na peneira de 35#.

A taxa fracionária de produção de material de tamanho “i” a partir da quebra de material de tamanho “j” será:

$$b_{i,j} \times S_j \times w_j(t) \quad (4.8)$$

Similarmente, a taxa de produção do menor do que o tamanho “i”, a partir do tamanho “j” maior, será:

$$B_{i,j} \times S_j \times w_j(t) \quad (4.9)$$

#### 4.3 - O BALANÇO TAMANHO-MASSA

Podemos fazer, agora, o balanço tamanho-massa completo ou balanço populacional num sistema de moagem por batelada. O conceito usado na formulação das equações de moagem é basicamente o da taxa de balanço de massa em cada intervalo de tamanho das partículas; ele pode ser considerado como um balanço populacional mas é a massa que é usualmente medida em vez do número de partículas, notando-se que a massa é constante e o número de partículas não, sendo mais conveniente portanto trabalhar em termos de massa. Adicionalmente, o conceito de *quebra de primeira ordem* leva a soluções mais simples e é fisicamente real em muitos casos, embora isto não seja necessário para o balanço.

Consideremos, em termos fracionários, que:

a taxa de desaparecimento do tamanho “j” pela sua quebra para tamanhos menores é igual a:  $S_j \times w_j(t)$ , Equação (4.1);

a taxa de aparecimento de material do tamanho “i” produzido pela quebra de material de tamanho “j” é:  $b_{i,j} \times S_j \times w_j(t)$ , Equação (4.8);

a taxa de desaparecimento do tamanho “i” pela sua quebra para tamanhos menores é igual a:  $S_i \times w_i(t)$ , Equação (4.1);

a taxa líquida de produção do tamanho “i” é igual à soma das taxas de aparecimento, por quebra, de todas as faixas de tamanho superiores menos a sua própria taxa de desaparecimento por quebra.

Simbolicamente, o balanço final fica:

$$dw_i(t)/dt = -S_i w_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ i>1}}^{i-1} b_{i,j} S_j w_j(t), \quad K \quad n \geq i \geq j \geq 1 \quad (4.10)$$

Esse é o balanço tamanho-massa para moagem em batelada tomada como um misturador perfeito e esse conjunto de “n” equações diferenciais descreve o processo de moagem.

Em geral, esse conjunto de equações pode ser resolvido por métodos numéricos e se S for independente do tempo de moagem por soluções analíticas.

Quando existir uma boa concordância entre os valores calculados pelo sistema de equações e os resultados experimentais, fica confirmado que o que foi presumido para a medida e utilização dos valores de “S” e “B” ou “b” está correto para esse conjunto de dados: a moagem é de primeira ordem e os valores de “b” ou “B” são constantes com o tempo. Conclui-se que esses conjuntos de valores de “S” e “b” ou “B” podem ser usados na solução das equações de moagem em batelada para dar uma simulação completa e exata da distribuição de tamanhos.

Verificado esse fato, podemos analisar diversas condições de moagem estudando a influência de diversos parâmetros operacionais na velocidade específica de quebra e na função quebra.

A Equação (4.6) foi resolvida por REID (1965), apud AUSTIN et alii (1984), que chegou a:

$$w_i(t) = \sum_{j=1}^i a_{i,j} \times e^{-S_i \times t}, \quad n \geq i \geq 1 \quad (4.11)$$

sendo:

$$\left. \begin{aligned} i \quad \pi \quad j & \quad a_{i,j} = 0 \\ i = j & \quad a_{i,j} = w_i(0) - \sum_{\substack{k=1 \\ i \neq k}}^{i-1} a_{i,k} \\ i \quad \phi \quad j & \quad a_{i,j} = \frac{1}{S_i - S_j} \times \sum_{k=j}^{i-1} S_k \times b_{i,k} \times a_{k,j} \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Autores como LUCKIE (1976) e AUSTIN-LUCKIE (1972), apud AUSTIN et alii (1984), desenvolveram variações dessa solução mais convenientes para algumas aplicações, mas que dão os mesmos resultados.

Sob o ponto de vista da quebra das partículas, a rotação do moinho arrasta os corpos moedores que depois caem uns sobre os outros. Com isso o material que está entre eles é atingido e também ocorre uma atrição das partículas entre os corpos moedores provocada pelo movimento da carga.

A fratura das partículas ocorre pelo impacto direto dos corpos moedores, que tende a desintegrá-las, por choques oblíquos, que pode ser chamado de lascamento, que quebram os cantos, tendendo a arredondá-las e por fricção, que provoca a abrasão da superfície.

Em qualquer moinho revolvente sob condições normais de operação todos esses mecanismo de redução de tamanho estarão presentes. Os valores medidos da Taxa Específica de Quebra correspondem ao efeito global da soma desses mecanismos e a distribuição granulométrica dos fragmentos produzidos é o resultado da soma do que é produzido por cada um desses mecanismos. Como esses mecanismos vão se sobrepor e se modificar com a evolução da predominância de uns sobre os outros com a mudança das condições de moagem, pode-se esperar que os valores de B se modifiquem, uma vez que a distribuição primária dos fragmentos produzida por cada um deles é diferente.

O movimento da carga varia com a velocidade do moinho e com outros fatores tais como a reologia da polpa, percentagem de enchimento do moinho e principalmente com a geometria da superfície interna do moinho. Com uma velocidade baixa de rotação os elementos da carga rolam suavemente uns sobre os outros e à medida que a velocidade aumenta esse movimento vai se tornando mais enérgico, sendo que as colisões entre eles são o principal mecanismo de transferência de esforço para as partículas. Até o momento em que corpos moedores deixam de rolar sobre os outros e passam a se projetar da superfície da carga para cair sobre o restante da mesma diz-se que o moinho está em regime de cascata e, a partir daí, temos o chamado regime de catarata.

Com o aumento da velocidade de rotação, a potência absorvida pelo moinho vai passar por um máximo, que corresponde a aproximadamente à taxa máxima de quebra, que em condições normais é de cerca de 75% da velocidade crítica, que é a velocidade para a qual as bolas são centrifugadas.

#### 4.4 - VARIAÇÃO DA QUEBRA COM O TAMANHO DA PARTÍCULA.

A Velocidade Específica de Quebra de uma partícula pode ser dada por uma expressão da forma:

$$S_i = a \times x_i^\alpha \quad x_i \ll d, \quad (4.13)$$

ou,

$$S_i = a \times \left( \frac{x_i}{x_0} \right)^\alpha \quad (4.13')$$

$x_i$  = tamanho da partícula em mm (limite superior do intervalo de tamanho i)

$x_0$  = tamanho máximo das partículas em mm (limite superior do intervalo de tamanho 0)

$d$  = dimensão do corpo moedor

$a$  = constante que é função das condições de moagem

$\alpha$  = constante que depende das características do material (número positivo normalmente entre 0,5 e 1,5)

Essa Função não tem base teórica, mas é verificada experimentalmente.

Para tamanhos maiores de partículas, é freqüentemente observado que a taxa de desaparecimento do intervalo superior de tamanho não segue uma lei de primeira ordem, diminuindo com o aumento de tamanho, sendo chamada então de fratura anormal.

Na Figura 4.3, vemos que a Taxa Específica de Quebra para tamanhos crescentes diminui a partir de um determinado tamanho  $x_m$ . Isso é devido ao fato da energia fornecida ser insuficiente para fraturar eficientemente essas partículas.

Para corrigir os valores de  $S_i$  nessa região de fratura anormal, devemos introduzir um fator de correção empírico dado pela expressão:

$$Q_i = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_i}{\mu}\right)^\Lambda} \quad \Lambda \geq 0 \quad (4.14)$$

e a expressão da velocidade específica de quebra fica:

$$S_i = a \times x_i^\alpha \times Q_i \quad (4.15)$$

Nessas expressões,  $\mu$  é o tamanho da partícula que corresponde ao fator de correção 0,5 e  $\Lambda$  é um número positivo que indica quão rapidamente a taxa específica de quebra diminui com o aumento de tamanho. O valor de  $\Lambda$  é função principalmente do material e o de  $\mu$  das condições de moagem.

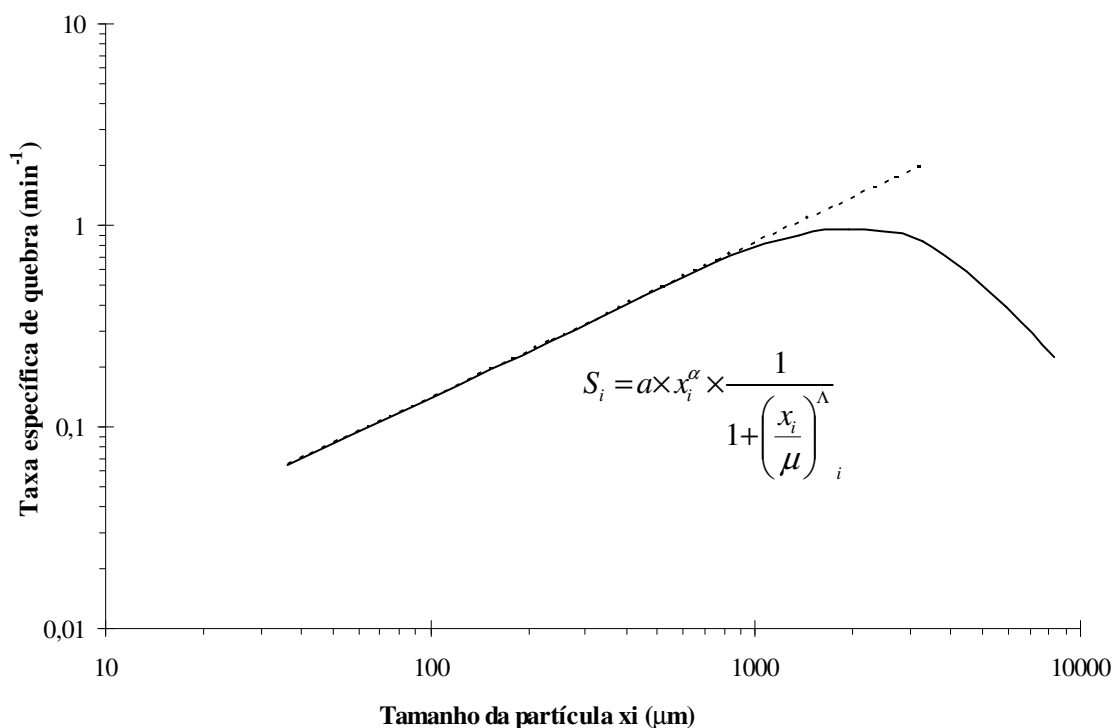


Figura 4.3 – Variação da velocidade específica de quebra para tamanhos crescentes da partícula. (AUSTIN et alii, 1984)

Parece provável que o uso de “lifters”, que resulte em regime de catarata mais intenso, resultará em um aumento da taxa de quebra para os tamanhos maiores, o mesmo acontecendo para velocidades de rotação maiores, não sendo disponíveis até o momento relações quantitativas.

O valor de  $x_m$ , para o qual  $S_i$  é máximo, varia com o material e está relacionado com  $\mu$  e chegamos a:

$$\mu = x_m \times \left( \frac{\Lambda - \alpha}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\Lambda}} \quad (4.16)$$

A distribuição dos fragmentos provenientes da geração primária, para quebra normal, tem a forma ilustrada na Figura 4.4 onde estão representados na forma acumulada,  $B_{i,j}$ , versus a fração do tamanho  $x_i/x_j$ .

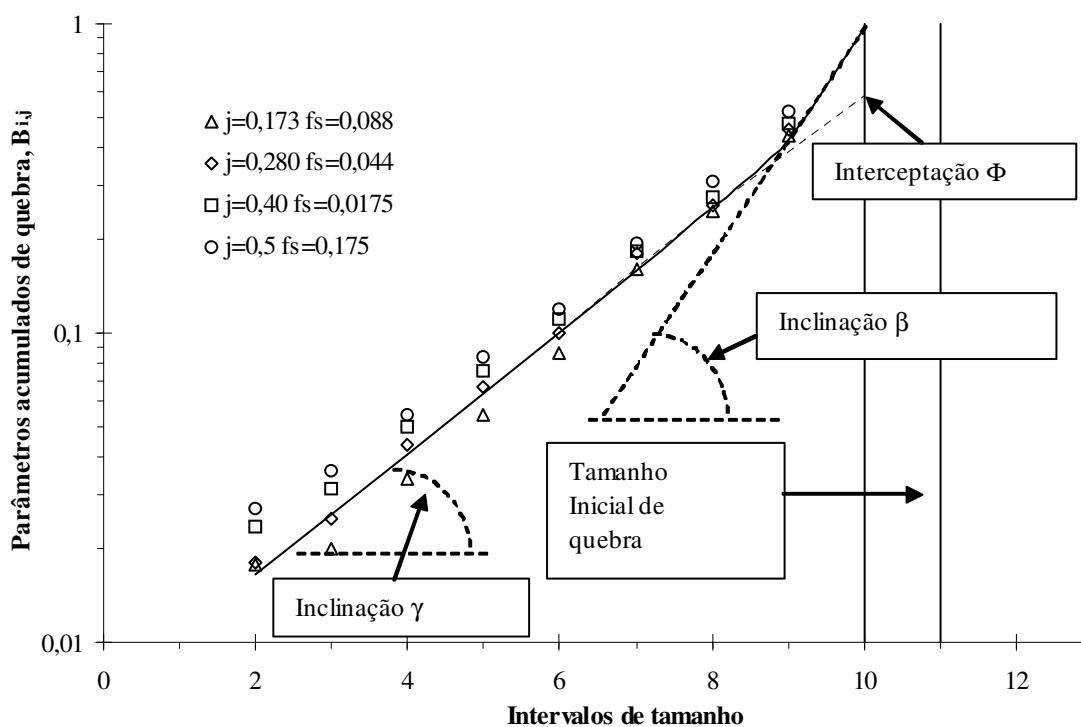


Figura 4.4 – Distribuição acumulada dos fragmentos provenientes da quebra de quartzo sob diferentes condições de moagem. (AUSTIN et alii,1984)

Destacamos três importantes aspectos:

- i. os valores de  $B$  não parecem ser influenciados pelas condições de moagem, tais como carga do material, carga de bolas, diâmetro do moinho, etc. Os resultados sugerem que a ação média de quebra causada pela colisão bola-bola é a mesma para diferentes diâmetros, o que implica no fato do efeito cascata ser o principal;

- ii. para alguns materiais, os valores de  $B_{i,j}$  se superpõem, para todos valores de  $j$ . Diz-se, então, que os valores de  $B$  são normalizados e isso significa que todas as partículas se quebram com uma distribuição dimensionalmente similar, ou seja, a fração em peso do produto menor de que, digamos,  $1/2$ , é constante;
- iii. os valores de  $B_{i,j}$  podem ser ajustados por uma relação empírica feita da soma de duas funções lineares em escala log-log, que será:

$$B_{i,j} = \Phi_j \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1 - \Phi_j) \times \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta, \quad 0 \leq \Phi_j \leq 1, \quad (4.17)$$

onde  $\Phi_j$ ,  $\gamma$  e  $\beta$  são definidos na Figura 4.4 e são característicos do material. Os valores de  $\gamma$  ficam entre 0,5 e 1,5 e  $\beta$  fica tipicamente na faixa de 2,5 a 5. A Função da Equação (4.17) pode ser chamada de *Função Distribuição da Quebra Primária*.

Se os valores de  $B_{i,j}$  não são normalizados, o grau de não-normalização pode, freqüentemente, ser caracterizado por um parâmetro adicional  $\delta$  definido por:

$$\Phi_{j+1} = \Phi_j \times R^{-\delta}, \quad (4.18)$$

onde  $\delta \geq 0$ , sendo  $R = 1/\sqrt{2}$ .

#### 4.5 - VARIAÇÃO DA QUEBRA COM O TAMANHO DAS BOLAS

Considerando um volume unitário do moinho, a taxa de contato bola-bola aumenta com a redução do diâmetro das bolas, uma vez que o número de bolas no moinho aumenta com o inverso do cubo do diâmetro das bolas. Como mostrado na Figura 4.5, a taxa de quebra para os tamanhos menores é maior do que para os tamanhos maiores.

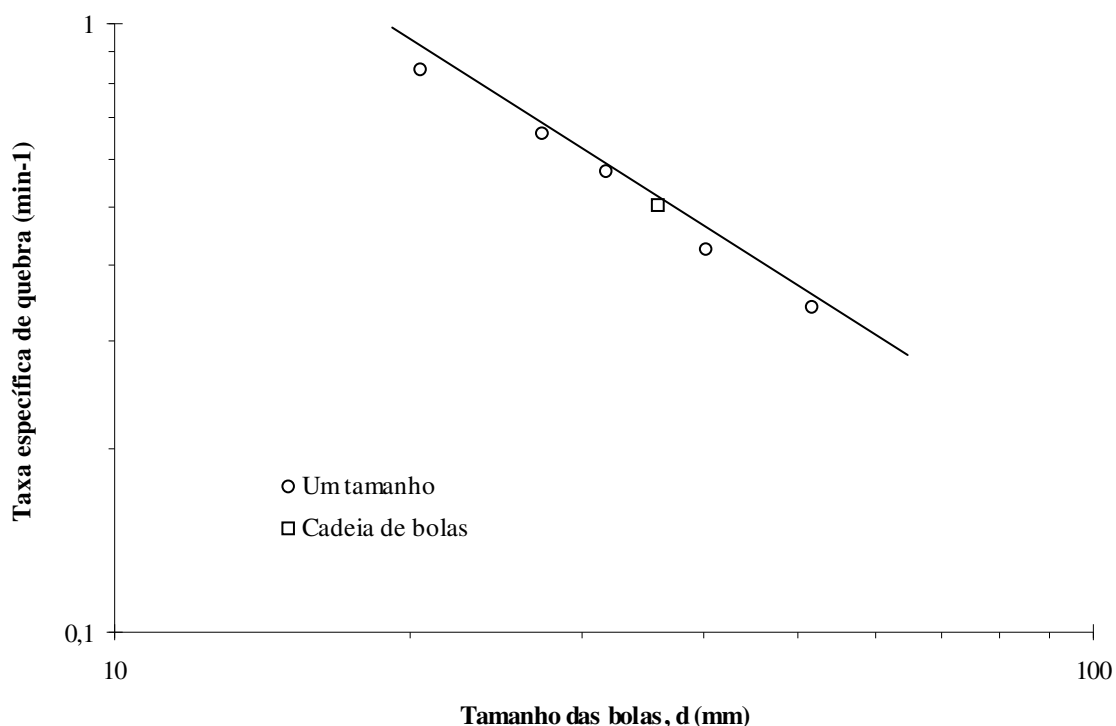


Figura 4.5 – Variação da taxa específica de quebra com o diâmetro das bolas. (Austin et alii, 1984)

Entretanto, os valores de  $B$  variam também de maneira sistemática. Aparentemente, a maior força de impacto nas colisões das bolas maiores provoca uma maior geração de finos, ou seja, valores de  $\gamma$  menores e de  $\Phi$  maiores. Dessa maneira, a menor taxa específica de quebra é compensada pela maior geração de finos.

Bolas maiores quebram partículas maiores mais eficientemente. Em termos da taxa específica de quebra, esse conceito pode ser escrito:

$$x_m \propto d^2 \quad (4.19)$$

onde  $x_m$  é o tamanho da partícula para o qual  $S$  é máximo (para uma determinada condição) e  $d$  é o diâmetro da bola. Com o aumento do diâmetro das bolas, o moinho pode quebrar mais eficientemente uma alimentação com partículas maiores.

Os valores de  $x_m$  e de  $\alpha$  dependem do material e das condições de moagem. Entretanto,  $\alpha$  parece variar pouco com o diâmetro das bolas e ser muito sensível à natureza (macio ou duro) do material. Já o valor de  $x_m$  depende não só da resistência das partículas maiores mas também da forma com que elas são aprisionadas entre as bolas.

Está ilustrada na Figura 4.5 a variação da taxa específica de quebra, em função do tamanho da partícula, para diversos tamanhos de bolas.

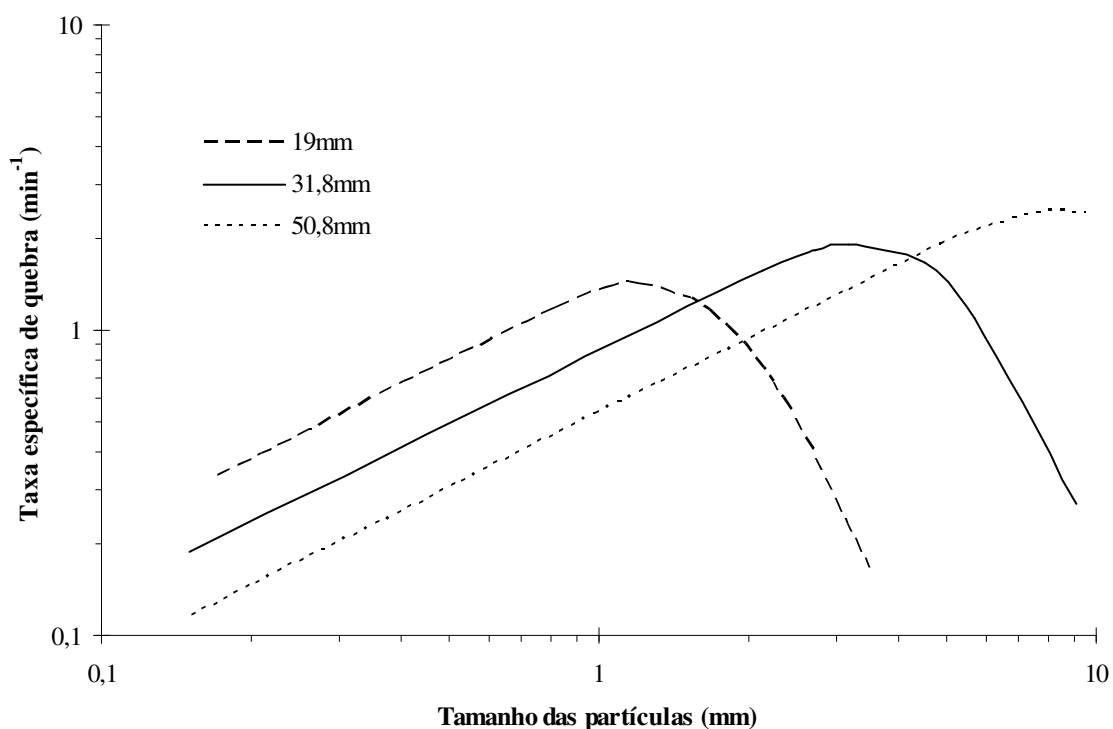


Figura 4.6 - Variação da taxa específica de quebra, em função do tamanho da partícula, para diversos tamanhos de bolas. (Austin et alii, 1984)

O efeito global de uma mistura de bolas de diferentes tamanhos na região de quebra normal é tomado como a soma ponderada linear:

$$\bar{S}_i = \sum S_{i,k} m_k, \quad (4.20)$$

onde  $m_k$  é a fração das bolas em peso no intervalo de tamanho designado por  $k$  e  $S_{i,k}$  é a velocidade específica de quebra do tamanho de partícula  $i$ , para bolas desse tamanho.

Se o tamanho das partículas é suficientemente pequeno:

$$\bar{S}_i \propto x_i^\alpha \sum_k \left( \frac{m_k}{d_k^{N_0}} \right) \quad (4.21)$$

e se o moinho se comporta como se tivesse um diâmetro médio de bolas definido por:

$$\bar{S}_i \propto \frac{1}{d^{N_0}} x_i^\alpha = x_i^\alpha \sum_k \left( \frac{m_k}{d_k^{N_0}} \right) \quad (4.22)$$

para  $N_0 = 1$ ,

$$\frac{1}{d} = \sum_k \left( \frac{m_k}{d_k} \right) \quad (4.23)$$

Note-se que essa é a superfície específica para o diâmetro médio das bolas, ou seja, o diâmetro de bolas que dá a mesma soma de área que a mistura de bolas.

## 5 LEVANTAMENTO DAS FUNÇÕES QUEBRA E SELEÇÃO

Para o levantamento dessas funções, segundo a Metodologia de Austin Luckie, (AUSTIN et alii, 1974), foi utilizada areia quartzosa, que foi separada em faixas granulométricas de 10# a 150# e foram feitas moagens do material contido em cada uma dessas faixas granulométricas por intervalos de tempo definidos.

A primeira observação que deve ser feita é que num material natural vão existir partículas com falhas diversas tais como trincas, irregularidades superficiais etc., além de substâncias de outras naturezas sendo que, no caso de areias quartzosas, a presença de torrões de argila é quase inevitável.

Para reduzir os efeitos dessas irregularidades e contaminações, foi feita uma moagem prévia do material por tempo curto, com uma passagem por um moinho contínuo, a fim de preservar quantidades razoáveis das frações granulométricas superiores.

A areia foi separada nas faixas granulométricas escolhidas e o peneiramento inicial, devido à grande quantidade de material envolvido, foi feito em peneiras quadradas de 0,5m de lado; as frações obtidas foram repeneiradas em peneiras redondas de 20cm de diâmetro, em peneirador tipo Ro-Tap.

A etapa de preparação da carga é, sem dúvida, a etapa mais crítica dos ensaios de monotamanho.

Os corpos moedores utilizados nos ensaios têm algumas de suas características listadas na Tabela 5.1:

Tabela 5.1 – Principais características dos corpos moedores

		Corpos côncavos	Bolas 1/2" a 3/4"	Bolas 3/4" a 1"	Cylpebs
Notação		CONC	MTQ	TQU	CYL
Diâmetro médio	cm	1,78	1,66	2,31	1,78
Área	cm <sup>2</sup>	9,96	8,72	16,80	13,31
Volume	cm <sup>3</sup>	2,75	2,46	6,52	3,77
massa média	g	21,00	18,83	48,10	28,78
Superfície específica	m <sup>2</sup> /t	47,44	46,33	34,93	46,26
Superfície específica convexa	m <sup>2</sup> /t	41,82	46,33	34,93	31,83
Superfície específica côncava	m <sup>2</sup> /t	5,63			
Superfície específica plana	m <sup>2</sup> /t				14,43
Densidade da carga	kg/l	4,84	4,35	4,25	4,64
Porosidade da carga	%	35,12	44,25	43,85	36,83

As principais características do moinho estão na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Principais especificações do moinho.

Moinho FG			Revestimento de borracha corrugada		
Diâmetro	cm	24,8	Velocidade crítica	rpm	84,7
Comprimento	cm	11,0	Fração da vel. crítica		0,70
Volume	cm <sup>3</sup>	5314	Velocidade	rpm	59,6

As cargas do moinho, com uma polpa de 65% de sólidos em peso, foram calculadas pelo critério que denominamos “Cálculo pela Carga” (Tabela 5.3) que é feito quando são fornecidos:

a massa de bolas, a massa do minério, a massa de água e a densidade do minério.

Tabela 5.3 – Cálculo pela Carga para areia, de densidade de 2,65 g/cm<sup>3</sup>

Corpos moedores		CONC	MTQ	TQU	CYL
% enchimento	%	35,0	38,8	39,9	36,5
Preenchimento intersticial	%	91,1	66,5	64,1	83,3
Volume da carga	l	1,860	2,070	2,118	1,940
Massa de bolas	kg	9,000	9,000	9,000	9,000
Minério	kg	0,650	0,650	0,650	0,650
Água	kg	0,350	0,350	0,350	0,350

Os minérios são moídos por 0,5min, retirados do moinho, filtrados, secados e amostrados para a granulometria. Depois de feita a análise granulométrica, a amostra usada na mesma é incorporada ao restante, que retorna ao moinho para nova moagem para completar o tempo de moagem seguinte. Esse procedimento é repetido e os tempos totais de moagem são de 1, 2, 4 e 8min, além, naturalmente do tempo de 0,5min. Em alguns casos o tempo de 8min foi excessivo, de modo que foram empregados tempos menores, de 6min.

Com os resultados dos ensaios é calculada a Função Seleção, que é a velocidade de desaparecimento do material da faixa granulométrica inicial e também a Função Quebra, que é como se distribuem os fragmentos da faixa granulométrica inicial pelas faixas granulométricas inferiores, considerando-se o chamado “evento único de quebra” (MONTENEGRO, 1997).

A Função Seleção, representada na Figura 5.1 (retirada de um dos ensaios), mostra a velocidade de quebra em função do tamanho da partícula e, considerando apenas a fratura normal, é dada por:

$$S_i = a \times \left( \frac{x_i}{x_0} \right)^\alpha \quad (4.13')$$

$S_i$  é a Função Seleção em  $\text{min}^{-1}$ ,

$X_0$  e  $X_i$  são, respectivamente, o tamanho inicial e o tamanho de ordem  $i$ ,

“ $a$ ” é um coeficiente que é normalmente função das condições de moagem, principalmente da potência consumida pelo moinho e “ $\alpha$ ” é um coeficiente que está relacionado às propriedades do material, mas no caso ele variou em função da geometria do corpo moedor, uma vez que o material foi o mesmo.

Os valores do coeficiente “ $a$ ” maiores e de “ $\alpha$ ” menores indicam maiores velocidades de quebra.

A Função Quebra acumulada é dada pela expressão:

$$B_{i,j} = \Phi_j \times \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1 - \Phi_j) \times \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta \quad 0 > \Phi > 1 \quad \gamma \leq \beta \quad (4.17)$$

$B_{i,j}$  é a Função Quebra acumulada, mostrada na Figura 5.2 (retirada de um dos ensaios), que representa a fração do material de tamanho inicial  $X_j$  que ficou abaixo do tamanho  $X_i$ , e  $\Phi$ ,  $\gamma$  e  $\beta$  são coeficientes, principalmente, função das características do material e o primeiro termo é predominante para as granulometrias inferiores. No caso, os coeficientes variaram como consequência da geometria do corpo moedor, uma vez que o material foi o mesmo.

Os valores dos coeficientes “ $\Phi$ ” maiores e de “ $\gamma$ ” e “ $\beta$ ” menores indicam uma maior geração de finos.

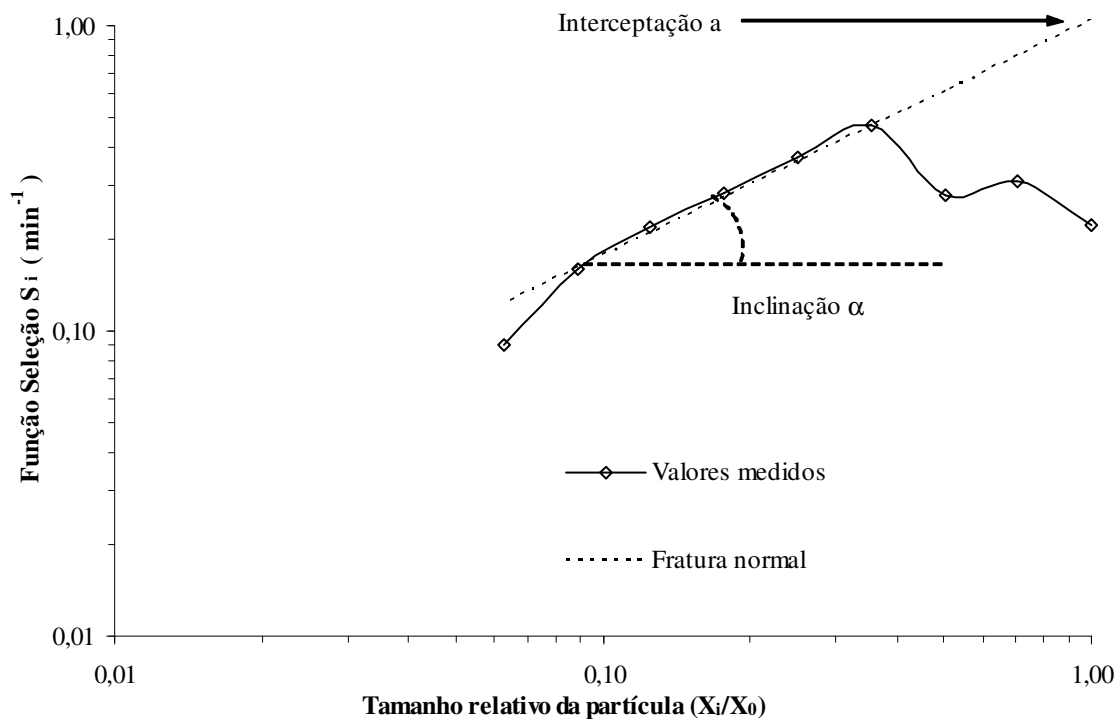


Figura 5.1 – Função Seleção.

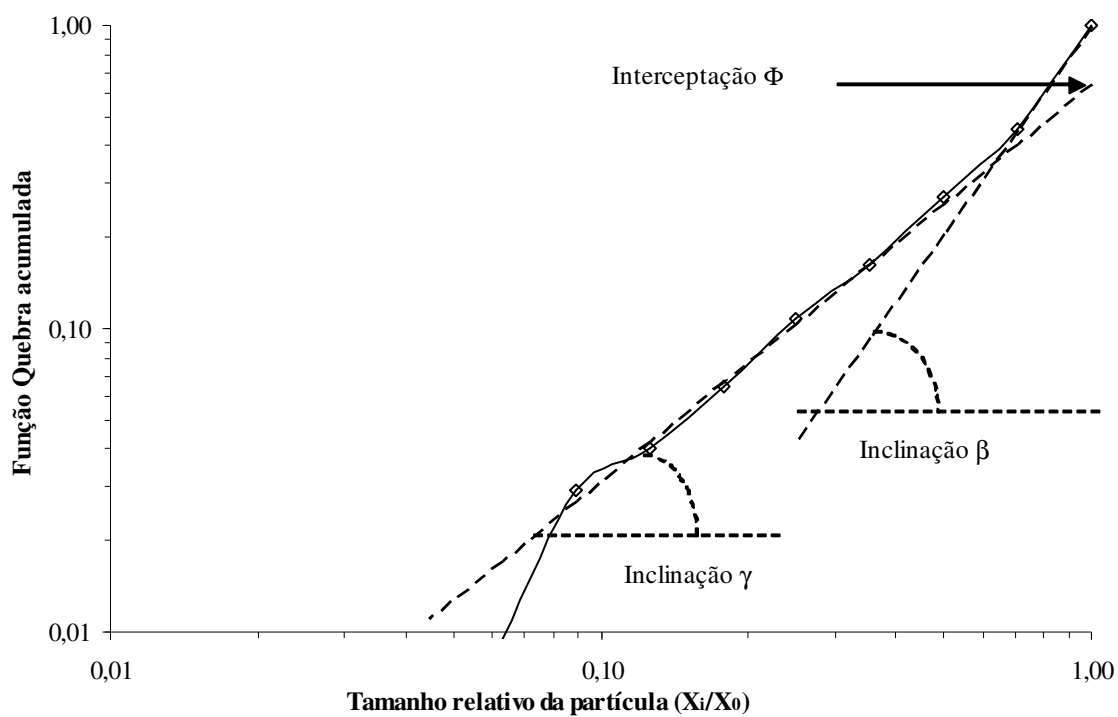


Figura 5.2 – Função Quebra acumulada.

## 5.1 – FUNÇÃO SELEÇÃO

De acordo com a metodologia delineada acima foram montadas, após as moagens, as tabelas, como a Tabela 5.4, mostrada abaixo, para todos os tempos e para todos os corpos moedores.

Tabela 5.4- Exemplo de uma tabela de resultados de ensaio.

Calculo das Funções Quebra e Seleção						
Corpos moedores côncavos						
Massa	650	g	Água	350	g	
Ensaio	19		% sólidos	65,0		
Massa retida simples						
Peneira	Tempo de moagem					
	0	0,5	1	2	4	6
28#	618,28	127,85	102,37	65,99	22,20	6,69
35#	0,0317	20,86	31,07			
48#		6,00	10,86			
65#		3,18	6,35			
100#		1,89	3,53			
150#		1,40	2,76			
200#		0,87	1,66			
270#		0,52	0,86			
400#		0,56	1,22			
Fundo		0,64	0,95	98,57	140,80	150,69
soma	650,00	163,77	161,63	164,56	163,00	157,38
Fração retida simples medida						
	0	0,5	1	2	4	6
28#	0,9512	0,7807	0,6334	0,4010	0,1362	0,0425
35#	0,0488	0,1274	0,1922			
48#		0,0366	0,0672			
65#		0,0194	0,0393			
100#		0,0115	0,0218			
150#		0,0085	0,0171			
200#		0,0053	0,0103			
270#		0,0032	0,0053			
400#		0,0034	0,0075			
Fundo		0,0039	0,0059	0,5990	0,8638	0,9575
soma	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Com os dados das tabelas, para todos os tempos e todos os corpos moedores foram calculados os valores das velocidades específicas de quebra.

No gráfico da Figura 5.3, temos um exemplo para a faixa de 28#, onde estão representadas as frações remanescentes numa escala logarítmica, em função do tempo de moagem; a inclinação dessas retas, para cada granulometria inicial, nos dá o valor da velocidade específica de quebra ou Função Seleção para aquela faixa granulométrica.

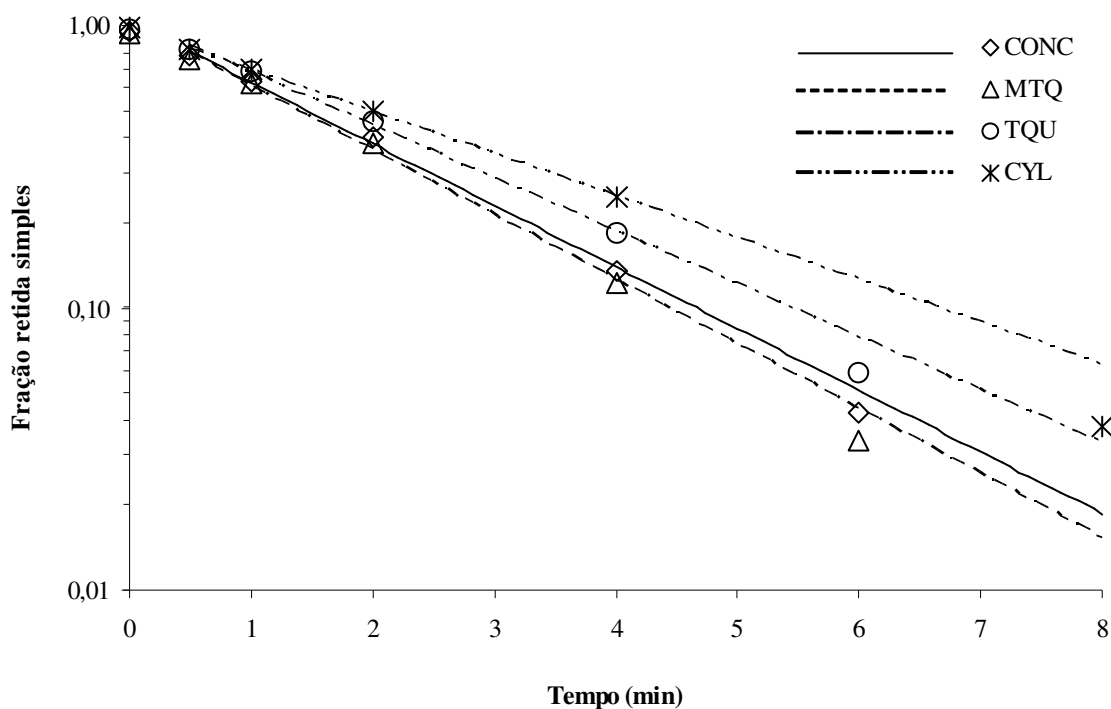


Figura 5.3 – Fração retida simples em função do tempo de moagem.

Fica bastante claro, pelo gráfico da Figura 5.3, que os pontos correspondentes aos últimos tempos de moagem, deixam de atender à hipótese de cinética de moagem de primeira ordem, razão pela qual eles foram abandonados nos cálculos subsequentes.

Para o cálculo da Função Seleção e também da Função Quebra podemos ter algumas abordagens diferentes que vão alterar os valores calculados e essas abordagens dizem respeito à consideração do valor de  $P_i(0)$  ou melhor de  $w_i(0)$ .

Austin-Luckie recomendam que se introduza, nos valores de  $w_1(0)$  e  $w_2(0)$ , um erro de peneiramento determinado à parte, ou seja:

$$w_1(0) = 1 - \varepsilon$$

$$w_2(0) = \varepsilon, \text{ sendo } \varepsilon \text{ o erro de peneiramento.}$$

Os erros de peneiramento foram determinados por medida direta, tomando-se amostras do material e efetuando a sua análise granulométrica. Na Tabela 5.5 mostramos os erros de peneiramento determinados por análise granulométrica.

Tabela 5.5 – Erros de peneiramento determinados por análise granulométrica.

Valores do erro de peneiramento determinados por peneiramento									
	10#	14#	20#	28#	35#	48#	65#	100#	150#
Medida 1	0,0720		0,0330	0,0280	0,0340	0,0161	0,0530	0,0720	
Medida 2	0,0570	0,0550	0,0120	0,0150	0,0320	0,0390	0,0410	0,0940	

Por outro lado, podemos verificar que as frações retidas, em função do tempo de moagem, ajustam-se perfeitamente a um polinômio de terceiro grau, sendo que o termo independente desse polinômio vai corresponder à fração retida no tempo 0 (zero), ou seja, a um  $w_i(0)$ , levando dessa forma a um cálculo indireto do erro de peneiramento. No gráfico da Figura 5.4, temos um exemplo, para os corpos côncavos e uma granulometria inicial de 28#. Dessa forma, os erros de peneiramento foram avaliados para todos os corpos moedores em todas as moagens, como mostrado na Tabela 5.6.

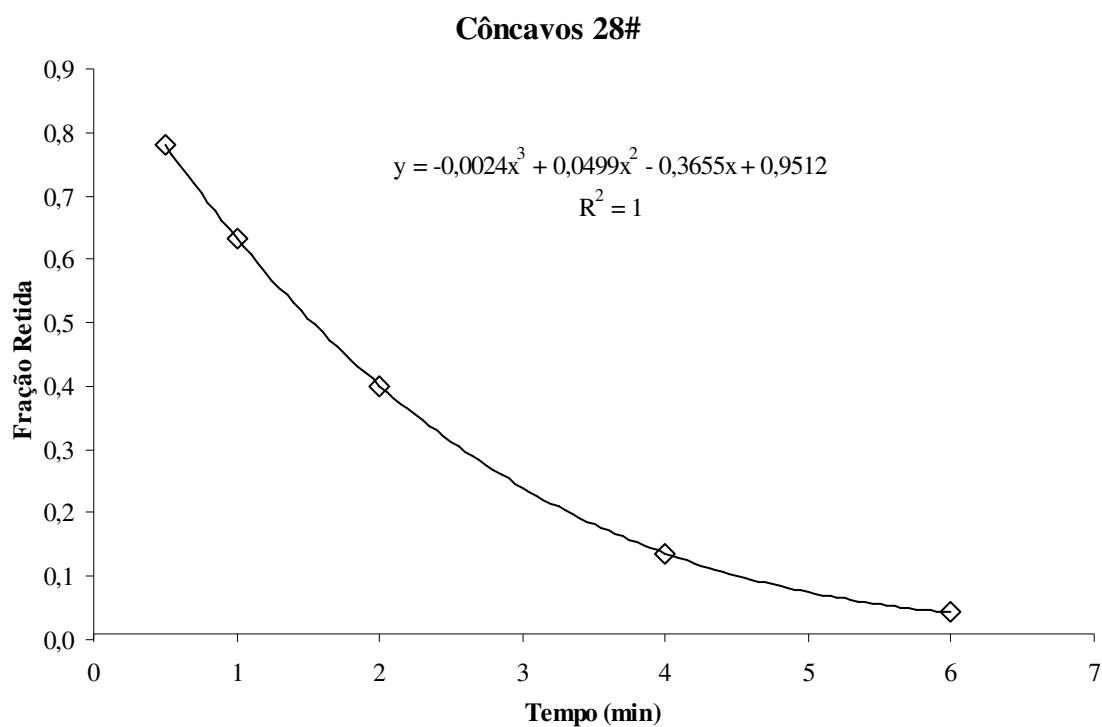


Figura 5.4 – Fração retida em função do tempo de moagem.

Tabela 5.6 - Valores do erro de peneiramento determinados pelos polinômios de ajuste.

	10#	14#	20#	28#	35#	48#	65#	100#	150#
CONC	0,0582	0,0859	0,0223	0,0488	0,0172	0,0099	0,0543	0,0070	0,0275
MTQ	0,0595	0,0708	0,0135	0,0633	0,0326	0,0295	0,0408	0,0401	0,0205
TQU	0,0647	0,0350	0,0219	0,0082	0,0069	0,0226	0,0475	0,0519	0,0282
CYL	0,0631	0,0498	0,0298	0,0367	0,0334	0,0380	0,0675	0,1055	0,0303

Foi verificado, que a consideração dos valores determinados pelos polinômios de ajuste ou pelas medidas diretas, ou ainda por médias desses valores, levavam à obtenção de resultados inteiramente diferentes, mudando radicalmente qualquer conclusão que pudesse ser tirada, introduzindo um fator subjetivo nessas mesmas conclusões.

Para eliminar qualquer fator subjetivo, optou-se por considerar para tempo 0, o tempo de 0,5 min e, por consequência, como granulometria inicial a granulometria correspondente ao tempo de 0,5 min. Na Tabela 5.7 apresenta-se um exemplo.

Tabela 5.7 - Exemplo de uma tabela de resultados de ensaio modificada.

Calculo das funções quebra e seleção								Ensaio 19	
Corpos moedores côncavos				Areia 650g		Água 350g		% sólidos 65,0%	
	Massa retida simples				Fração retida simples				
Peneira	Tempo				Tempo				
	0	0,5	1,5	3,5	0	0,5	1,5	3,5	
28#	127,85	102,37	65,99	22,20	0,781	0,633	0,401	0,136	
35#	20,86	31,07			0,127	0,192			
48#	6,00	10,86			0,037	0,067			
65#	3,18	6,35			0,019	0,039			
100#	1,89	3,53			0,012	0,022			
150#	1,40	2,76			0,009	0,017			
200#	0,87	1,66			0,005	0,010			
270#	0,52	0,86			0,003	0,005			
400#	0,56	1,22			0,003	0,008			
Fundo	0,64	0,95	98,57	140,80	0,004	0,006	0,599	0,864	
soma	163,77	161,63	164,56	163,00	1,00	1,00	1,00	1,00	

A partir das tabelas do tipo da Tabela 5.7, para todas as moagens, foram construídos os quadros da Tabela 5.8, em que temos, para todas as granulometrias iniciais e para todos os corpos moedores, os valores reduzidos das frações retidas, ou seja, calculados em relação à granulometria inicial. Estes valores estão representados nos gráficos da Figura 5.5.

Tabela 5.8 – Valores reduzidos das frações retidas.

$W_i(t)/W_i(0)$	CONC				MTQ			
	Tempo de moagem				Tempo de moagem			
Peneira	0	0,5	1,5	3,5	0	0,5	1,5	3,5
10#	1,000	0,869	0,691	0,444	1,000	0,882	0,720	0,510
14#	1,000	0,823	0,597	0,327	1,000	0,853	0,636	0,346
20#	1,000	0,862	0,674	0,373	1,000	0,873	0,671	0,354
28#	1,000	0,811	0,514	0,174	1,000	0,810	0,502	0,161
35#	1,000	0,856	0,601	0,259	1,000	0,843	0,582	0,243
48#	1,000	0,890	0,667	0,367	1,000	0,877	0,665	0,335
65#	1,000	0,898	0,750	0,440	1,000	0,900	0,721	0,460
100#	1,000	0,916	0,763	0,558	1,000	0,927	0,779	0,562
150#	1,000	0,954	0,876	0,733	1,000	0,956	0,873	0,732
	TQU				CYL			
	Tempo de moagem				Tempo de moagem			
	0	0,5	1,5	3,5	0	0,5	1,5	3,5
10#	1,000	0,841	0,629	0,333	1,000	0,901	0,726	0,470
14#	1,000	0,818	0,539	0,233	1,000	0,846	0,639	0,368
20#	1,000	0,853	0,645	0,280	1,000	0,924	0,705	0,395
28#	1,000	0,836	0,554	0,223	1,000	0,847	0,607	0,302
35#	1,000	0,869	0,652	0,333	1,000	0,890	0,680	0,360
48#	1,000	0,910	0,715	0,424	1,000	0,902	0,707	0,406
65#	1,000	0,929	0,798	0,566	1,000	0,905	0,778	0,533
100#	1,000	0,911	0,843	0,655	1,000	0,926	0,825	0,607
150#	1,000	0,964	0,895	0,776	1,000	0,971	0,885	0,761

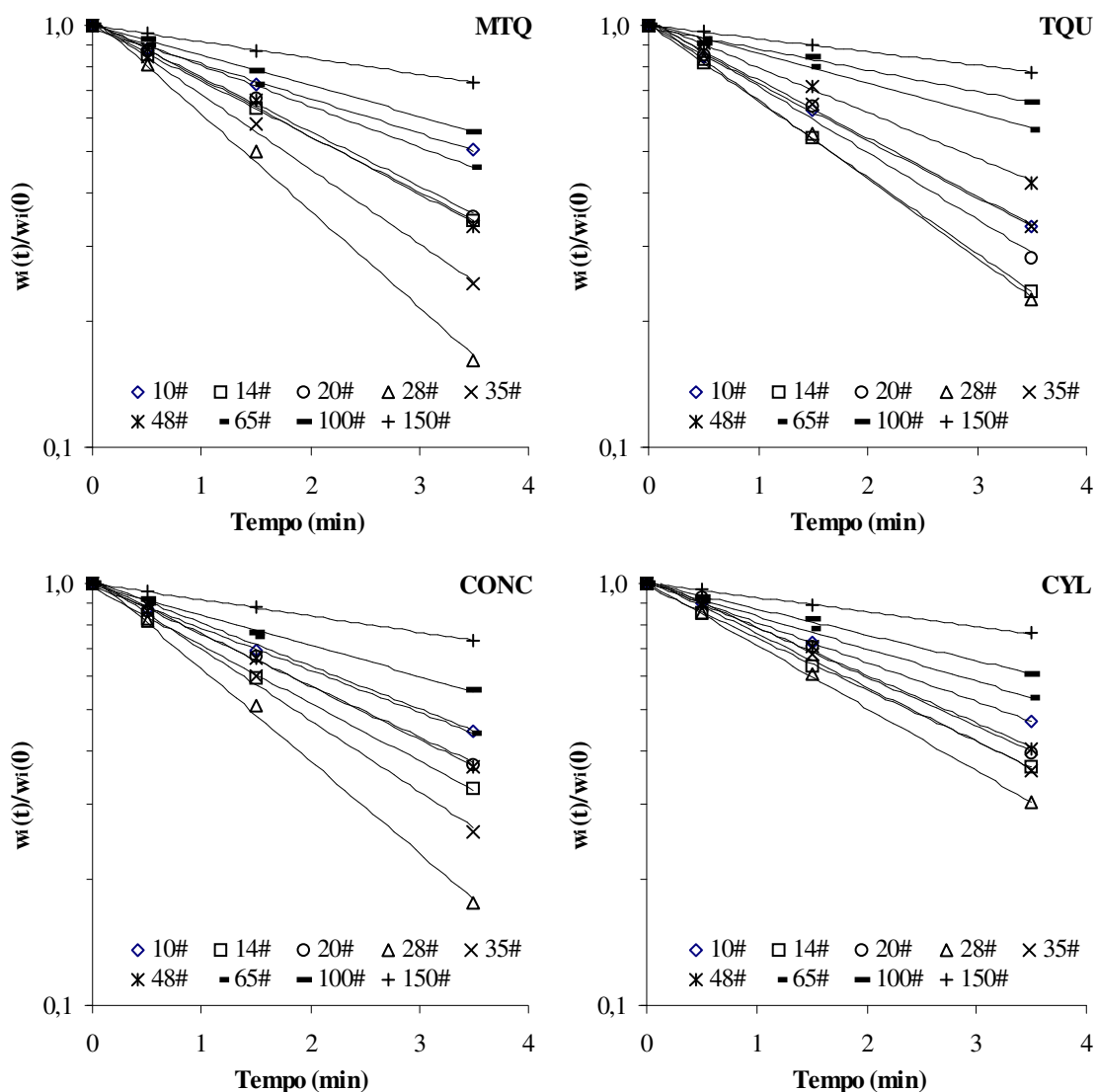


Figura 5.5 – Taxas de quebra versus tempo de moagem.

As inclinações dessas retas representam as Velocidades Específicas de Quebra (Função Seleção), para cada granulometria inicial e para cada corpo moedor.

Essas inclinações foram calculadas e, para compensar as variações existentes, foram tomadas as médias das inclinações de 0 a 0,5 min, de 0 a 1,5 min e de 0 a 3,5 min. Os resultados estão nos quadros da Tabela 5.9. Nessas mesmas tabelas, na coluna “Frat. norm.” (Fratura normal), estão os valores de  $S_i$  calculados pela Equação 4.13’, da Função Seleção. Os valores dos coeficientes da equação estão na Tabela 5.10.

Note-se que os valores  $X_i$  das aberturas das peneiras referem-se ao limite superior do intervalo.

Tabela 5.9 – Resultados para a Função Seleção.

<b>CONC</b>								
Peneira	$X_i$	$X_i/X_o$	Inclinação	0 - 0,5	0 - 1,5	0 - 3,5	média	Frat.norm.
10#	2,370	1,000	S <sub>1</sub>	0,281	0,246	0,232	0,253	0,904
14#	1,680	0,709	S <sub>2</sub>	0,390	0,344	0,319	0,351	0,712
20#	1,190	0,502	S <sub>3</sub>	0,297	0,263	0,282	0,280	0,562
28#	0,840	0,354	S <sub>4</sub>	0,418	0,444	0,499	0,454	0,441
35#	0,594	0,251	S <sub>5</sub>	0,311	0,339	0,385	0,345	0,348
48#	0,420	0,177	S <sub>6</sub>	0,233	0,270	0,286	0,263	0,274
65#	0,297	0,125	S <sub>7</sub>	0,214	0,192	0,234	0,213	0,215
100#	0,210	0,089	S <sub>8</sub>	0,176	0,181	0,166	0,174	0,170
150#	0,149	0,063	S <sub>9</sub>	0,094	0,088	0,089	0,090	0,134
<b>MTQ</b>								
Peneira	$X_i$	$X_i/X_o$	Inclinação	0 - 0,5	0 - 1,5	0 - 3,5	média	Frat.norm.
10#	2,370	1,000	S <sub>1</sub>	0,251	0,219	0,192	0,221	1,056
14#	1,680	0,709	S <sub>2</sub>	0,317	0,302	0,303	0,307	0,811
20#	1,190	0,502	S <sub>3</sub>	0,271	0,266	0,297	0,278	0,622
28#	0,840	0,354	S <sub>4</sub>	0,422	0,460	0,522	0,468	0,476
35#	0,594	0,251	S <sub>5</sub>	0,341	0,360	0,403	0,368	0,364
48#	0,420	0,177	S <sub>6</sub>	0,261	0,271	0,312	0,282	0,279
65#	0,297	0,125	S <sub>7</sub>	0,211	0,218	0,222	0,217	0,214
100#	0,210	0,089	S <sub>8</sub>	0,151	0,166	0,165	0,161	0,164
150#	0,149	0,063	S <sub>9</sub>	0,091	0,090	0,089	0,090	0,126
<b>TQU</b>								
Peneira	$X_i$	$X_i/X_o$	Inclinação	0 - 0,5	0 - 1,5	0 - 3,5	média	Frat.norm.
10#	2,370	1,000	S <sub>1</sub>	0,347	0,309	0,314	0,323	0,859
14#	1,680	0,709	S <sub>2</sub>	0,402	0,412	0,416	0,410	0,657
20#	1,190	0,502	S <sub>3</sub>	0,317	0,293	0,363	0,324	0,502
28#	0,840	0,354	S <sub>4</sub>	0,358	0,394	0,429	0,393	0,382
35#	0,594	0,251	S <sub>5</sub>	0,280	0,285	0,314	0,293	0,291
48#	0,420	0,177	S <sub>6</sub>	0,189	0,223	0,245	0,219	0,222
65#	0,297	0,125	S <sub>7</sub>	0,146	0,150	0,162	0,153	0,169
100#	0,210	0,089	S <sub>8</sub>	0,187	0,114	0,121	0,141	0,129
150#	0,149	0,063	S <sub>9</sub>	0,074	0,074	0,072	0,073	0,099
<b>CYL</b>								
Peneira	$X_i$	$X_i/X_o$	Inclinação	0 - 0,5	0 - 1,5	0 - 3,5	média	Frat.norm.
10#	2,370	1,000	S <sub>1</sub>	0,209	0,214	0,216	0,213	0,625
14#	1,680	0,709	S <sub>2</sub>	0,334	0,298	0,285	0,306	0,508
20#	1,190	0,502	S <sub>3</sub>	0,157	0,233	0,266	0,219	0,413
28#	0,840	0,354	S <sub>4</sub>	0,333	0,333	0,342	0,336	0,335
35#	0,594	0,251	S <sub>5</sub>	0,233	0,257	0,292	0,261	0,272
48#	0,420	0,177	S <sub>6</sub>	0,205	0,231	0,257	0,231	0,221
65#	0,297	0,125	S <sub>7</sub>	0,201	0,167	0,179	0,182	0,179
100#	0,210	0,089	S <sub>8</sub>	0,154	0,128	0,142	0,141	0,145
150#	0,149	0,063	S <sub>9</sub>	0,058	0,082	0,078	0,073	0,118

Tabela 5.10 – Valores dos coeficientes da Equação 4.13' da Função Seleção.

Coeficientes	CONC	MTQ	TQU	CYL
<b>a</b>	0,904	1,056	0,859	0,625
<b>α</b>	0,690	0,769	0,782	0,602

Os coeficientes da equação da Função Seleção foram correlacionados com fatores relacionados à geometria dos corpos moedores e foram encontradas relações bastante interessantes entre eles, como:

$$a = 2,43 - 0,871 \times SE/SE_{cx} - 0,304 \times D \quad (5.3)$$

$$R^2 = 100,0\%$$

$$a = 0,261 - 0,0126 \times SE + 0,0297 \times SE_{cx} \quad (5.3')$$

$$R^2 = 100,0\%$$

$$\alpha = 1,15 - 0,380 \times SE/SE_{cx} \quad (5.4)$$

$$R^2 = 95,4\%$$

$$\alpha = 1,44 - 0,323 \times SE/SE_{cx} - 0,0793 \times D_{cg} \quad (5.4')$$

$$R^2 = 99,9\%$$

$$\alpha = 0,706 - 0,320 \times SE/SE_{cx} + 0,00987 \times E\% \quad (5.4'')$$

$$R^2 = 100,0\%$$

$$\alpha = 0,841 - 0,0131 \times SE + 0,0114 \times SE_{cx} \quad (5.4''')$$

$$R^2 = 99,5\%$$

D – Diâmetro do corpo moedor.

SE – Superfície Específica da carga dos corpos moedores.

SE<sub>cx</sub> – Superfície Específica convexa da carga dos corpos moedores.

D<sub>cg</sub> – Densidade da carga de corpos moedores.

E% - Percentagem de enchimento.

O número de observações é muito pequeno, apenas quatro, mas nos dão algumas indicações.

Tendo em mente que a velocidade específica de quebra é maior para “a” maior e “α” menor, verificamos, de acordo com os dados das Tabelas 5.1 e 5.2:

Para os corpos esféricos, como SE e SE<sub>cx</sub> são iguais, a redução do diâmetro provoca um aumento de “a” pela Equação 5.3 e pela Equação 5.3’; o coeficiente de SE<sub>cx</sub> é maior do que o de SE, de modo que a resultante vai ser positiva e, como a

superfície específica vai variar com o inverso do diâmetro, vai acontecer o mesmo. Para o coeficiente “ $\alpha$ ”, somente pela Equação 5.4 ele seria constante e independente do diâmetro, mas pelas Equações seguintes vemos que ele sofre uma redução para diâmetros menores, uma vez que  $E\%$  diminui e  $D_{cg}$  aumenta com a redução do diâmetro; pela Equação 5.4”, no caso das esféricas, a diferença dos coeficientes é negativa, de modo que “ $\alpha$ ” diminui com a redução do diâmetro.

Para os corpos não esféricos a relação  $S_e/SE_{vx}$  é sempre maior do que um, de modo que a tendência é termos “ $a$ ” e “ $\alpha$ ” menores do que para corpos esféricos.

Nos gráficos da Figura 5.6, estão representadas as curvas obtidas para a Função Seleção e as retas referentes à fratura normal, calculadas pela Equação 4.13’.

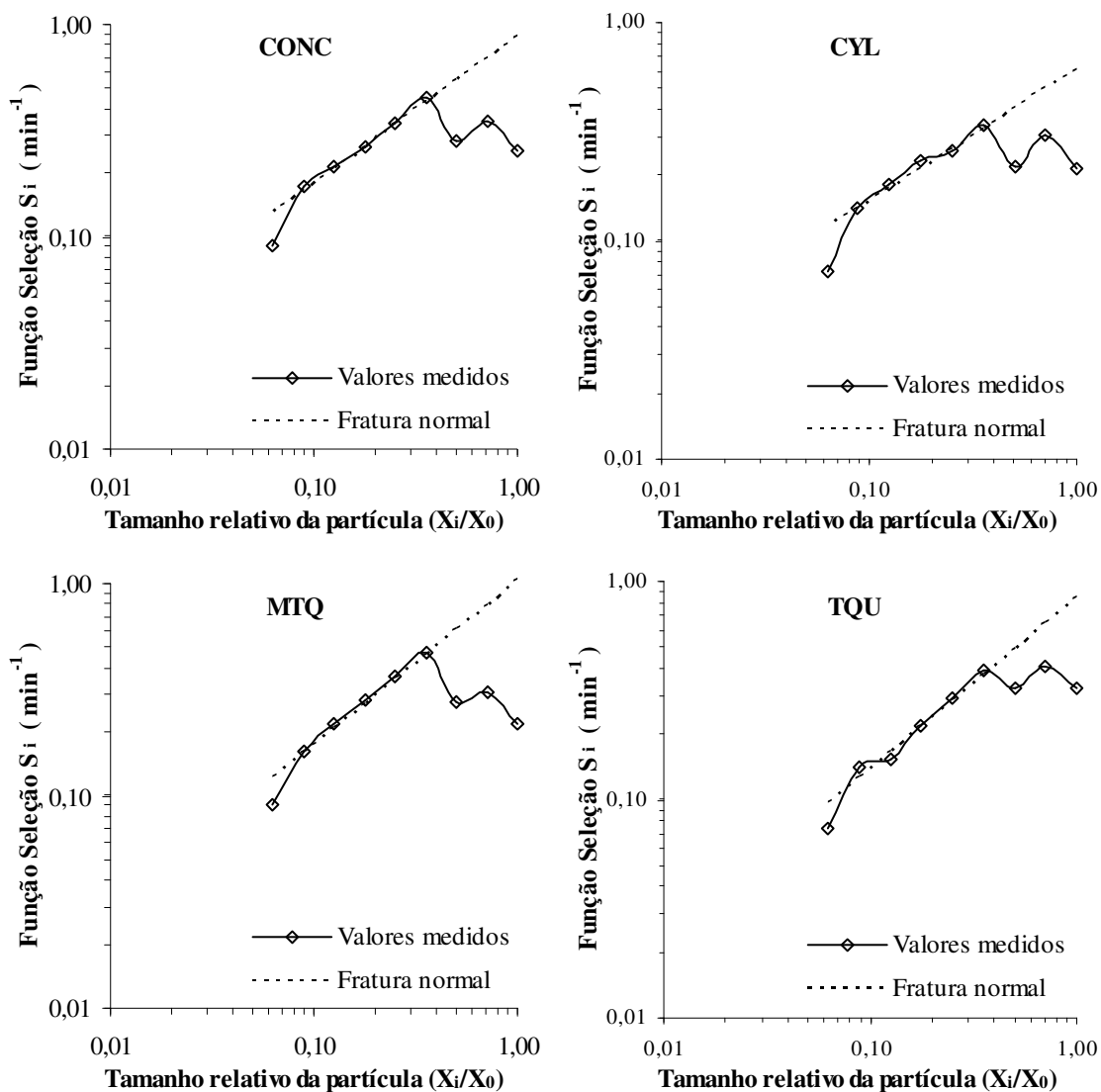


Figura 5.6 – Função Seleção para os corpos moedores.

A existência de um máximo correspondente à faixa granulométrica de 14# deve-se ao fato das partículas mais grosseiras serem policristalinas, portanto mais fáceis de serem moídas; por esse motivo a velocidade específica de quebra cresce inicialmente e, quando há uma predominância de partículas monocristalinas, ela decresce devido à ineficiência dos corpos moedores para esse tamanho de partícula. À medida que o tamanho das partículas diminui, a velocidade de quebra aumenta, passando por um máximo e volta a decrescer.

A última faixa apresentou uma velocidade específica de quebra reduzida, em relação à fratura normal, o que provavelmente foi devido a problemas no peneiramento nela e nas inferiores.

Nos gráficos da Figura 5.7, representamos o conjunto das Funções Seleção, para os corpos moedores e para  $X_0$  igual a 0,84mm (28#). Os gráficos estão apresentados separadamente para uma melhor visualização do comportamento das Funções.

Na Função Seleção, para o maior tamanho de partícula, os corpos MTQ têm a maior velocidade de quebra, seguidos dos côncavos, dos corpos TQU e dos cylpebs. À medida que o tamanho das partículas diminui, a velocidade de quebra dos cylpebs decresce mais lentamente do que, pela ordem, os côncavos, os corpos MTQ e os TQU.

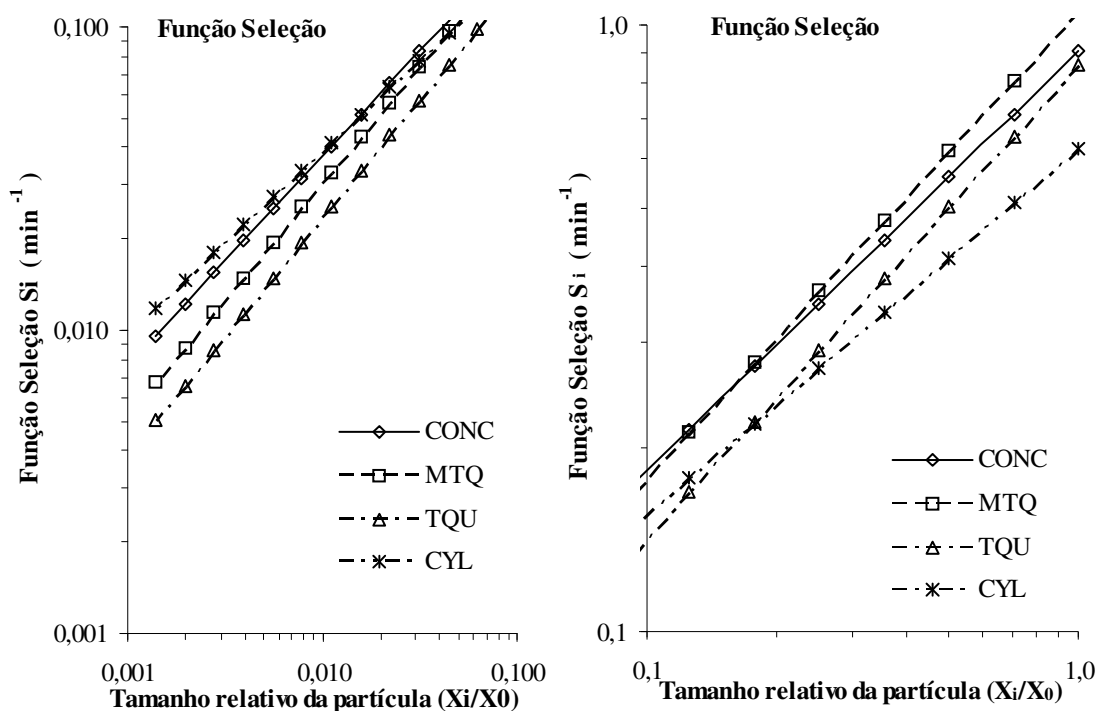


Figura 5.7 – Conjunto das Funções Seleção.

## 5.2 – FUNÇÃO QUEBRA

O cálculo da Função Quebra foi feito pelo método II de Austin-Luckie, (AUSTIN et alii,1984) para todos os corpos moedores.

Foram inicialmente calculadas as frações acumuladas passantes nos limites superiores dos intervalos, como o exemplo mostrado na Tabela 5.11, para os corpos côncavos e granulometria inicial de 28#.

Tabela 5.11 – Frações acumuladas passantes.

Côncavos 28#					
Fração acumulada passante na peneira superior					
Peneira	0	0,5	1,5	3,5	5,5
28#	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
35#	0,219	0,367			
48#	0,092	0,174			
65#	0,055	0,107			
100#	0,036	0,068			
150#	0,024	0,046			
200#	0,016	0,029			
270#	0,011	0,019			
400#	0,007	0,013			
Fundo	0,004	0,006	0,599	0,864	0,957

Os valores da Função Quebra acumulada ( $B_{ij}$ ) estão mostrados na Tabela 5.12, para todos os corpos moedores e para todas as granulometrias iniciais. Os valores em itálico são os que foram usados nas simulações.

Os valores dos coeficientes das Funções Quebra e Seleção que foram encontrados, para os corpos moedores estudados e para a granulometria inicial de 28#, estão na Tabela 5.13 e as Funções estão representados nos gráficos da Figura 5.8.

Tabela 5.12 – Função Quebra acumulada para os corpos moedores.

CONC										
		Bi 1	Bi 2	Bi 3	Bi 4	Bi 5	Bi 6	Bi 7	Bi 8	Bi 9
		10#	14#	20#	28#	35#	48#	65#	100#	150#
B 1 j	10#	1,00								
B 2 j	14#	0,56	1,00							
B 3 j	20#	0,31	0,38	1,00						
B 4 j	28#	0,23	0,25	0,56	1,00					
B 5 j	35#	0,18	0,17	0,37	0,46	1,00				
B 6 j	48#	0,14	0,13	0,27	0,27	0,51	1,00			
B 7 j	65#	0,11	0,09	0,19	0,16	0,28	0,51	1,00		
B 8 j	100#	0,08	0,07	0,14	0,11	0,19	0,31	0,50	1,00	
B 9 j	150#	0,06	0,05	0,09	0,06	0,11	0,18	0,27	0,43	1,00
B 10 j	200#	0,04	0,03	0,06	0,04	0,07	0,11	0,16	0,24	0,31
B 11 j	270#	0,03	0,02	0,04	0,03	0,05	0,08	0,11	0,15	0,19
B 12 j	400#	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02	0,04	0,05	0,07	0,09
MTQ										
		Bi 1	Bi 2	Bi 3	Bi 4	Bi 5	Bi 6	Bi 7	Bi 8	Bi 9
		10#	14#	20#	28#	35#	48#	65#	100#	150#
B 1 j	10#	1,00								
B 2 j	14#	0,56	1,00							
B 3 j	20#	0,31	0,42	1,00						
B 4 j	28#	0,23	0,29	0,58	1,00					
B 5 j	35#	0,17	0,22	0,39	0,54	1,00				
B 6 j	48#	0,13	0,17	0,29	0,34	0,53	1,00			
B 7 j	65#	0,09	0,12	0,20	0,22	0,30	0,54	1,00		
B 8 j	100#	0,07	0,09	0,15	0,16	0,19	0,33	0,50	1,00	
B 9 j	150#	0,05	0,06	0,10	0,10	0,12	0,20	0,27	0,52	1,00
B 10 j	200#	0,03	0,04	0,06	0,07	0,07	0,12	0,16	0,31	0,25
B 11 j	270#	0,02	0,03	0,05	0,05	0,05	0,08	0,12	0,21	0,16
B 12 j	400#	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,06	0,12	0,09

TQU										
		Bi 1	Bi 2	Bi 3	Bi 4	Bi 5	Bi 6	Bi 7	Bi 8	Bi 9
		10#	14#	20#	28#	35#	48#	65#	100#	150#
B 1 j	10#	1,00								
B 2 j	14#	0,55	1,00							
B 3 j	20#	0,29	0,42	1,00						
B 4 j	28#	0,21	0,28	0,41	1,00					
B 5 j	35#	0,16	0,19	0,24	0,53	1,00				
B 6 j	48#	0,12	0,13	0,15	0,32	0,59	1,00			
B 7 j	65#	0,08	0,09	0,10	0,20	0,35	0,56	1,00		
B 8 j	100#	0,06	0,07	0,07	0,13	0,24	0,34	0,54	1,00	
B 9 j	150#	0,04	0,04	0,04	0,08	0,15	0,21	0,28	0,37	1,00
B 10 j	200#	0,03	0,02	0,03	0,05	0,10	0,14	0,18	0,22	0,26
B 11 j	270#	0,02	0,02	0,02	0,04	0,07	0,10	0,12	0,15	0,16
B 12 j	400#	0,01	0,01	0,01	0,02	0,03	0,05	0,06	0,08	0,07
CYL										
		Bi 1	Bi 2	Bi 3	Bi 4	Bi 5	Bi 6	Bi 7	Bi 8	Bi 9
		10#	14#	20#	28#	35#	48#	65#	100#	150#
B 1 j	10#	1,00								
B 2 j	14#	0,61	1,00							
B 3 j	20#	0,32	0,38	1,00						
B 4 j	28#	0,23	0,26	0,63	1,00					
B 5 j	35#	0,18	0,18	0,48	0,47	1,00				
B 6 j	48#	0,14	0,14	0,39	0,29	0,48	1,00			
B 7 j	65#	0,11	0,10	0,31	0,20	0,25	0,55	1,00		
B 8 j	100#	0,08	0,07	0,24	0,14	0,15	0,33	0,47	1,00	
B 9 j	150#	0,06	0,05	0,18	0,09	0,09	0,20	0,26	0,41	1,00
B 10 j	200#	0,04	0,03	0,12	0,06	0,05	0,12	0,15	0,24	0,22
B 11 j	270#	0,03	0,02	0,09	0,04	0,03	0,08	0,11	0,17	0,14
B 12 j	400#	0,01	0,01	0,04	0,02	0,01	0,04	0,05	0,09	0,06

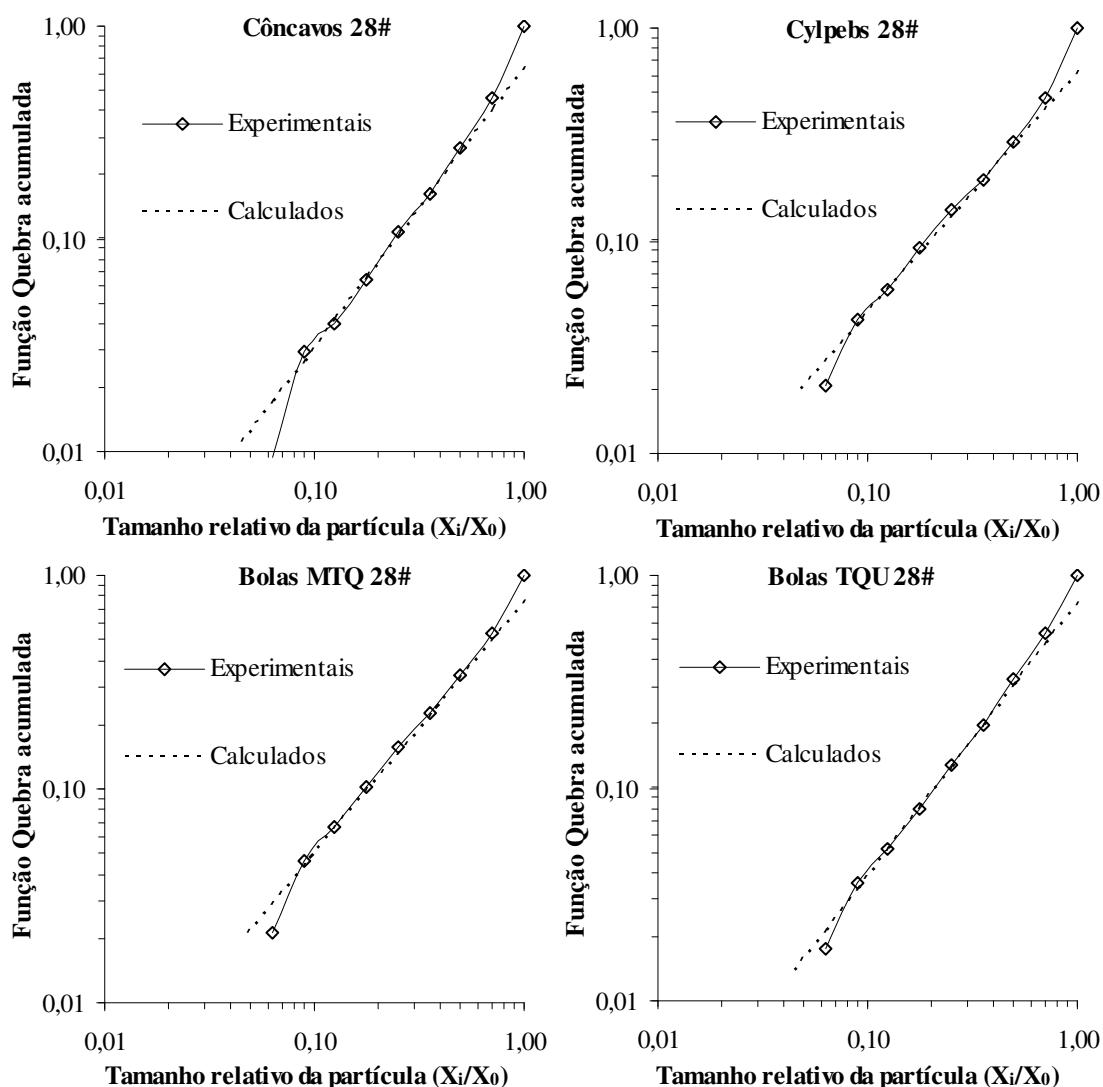


Figura 5.8 – Função Quebra Acumulada para a fração de 28#.

Tabela 5.13 – Valores dos coeficientes da Função Quebra para os corpos côncavos e faixa granulométrica inicial de 28#.

Coeficientes	CONC	MTQ	TQU	CYL
$\phi_{28\#}$	0,643	0,768	0,756	0,640
$\gamma_{28\#}$	1,304	1,170	1,278	1,126
$\beta_{28\#}$	2,271	1,805	1,836	2,180

A Função Quebra mostra que os corpos côncavos vão produzir menor quantidade de finos, para a granulometria inicial de 28#. Essa granulometria foi escolhida, para apresentação, por ser a maior, na região de quebra normal.

O comportamento desses coeficientes foi bastante irregular, como podemos ver nos gráficos da Figura 5.9 e não foi possível determinar um padrão de comportamento.

Foram tentadas algumas correlações entre os parâmetros que são função da geometria dos corpos moedores e os coeficientes da Equação 4.17, mas devido ao seu comportamento irregular os resultados foram contraditórios.

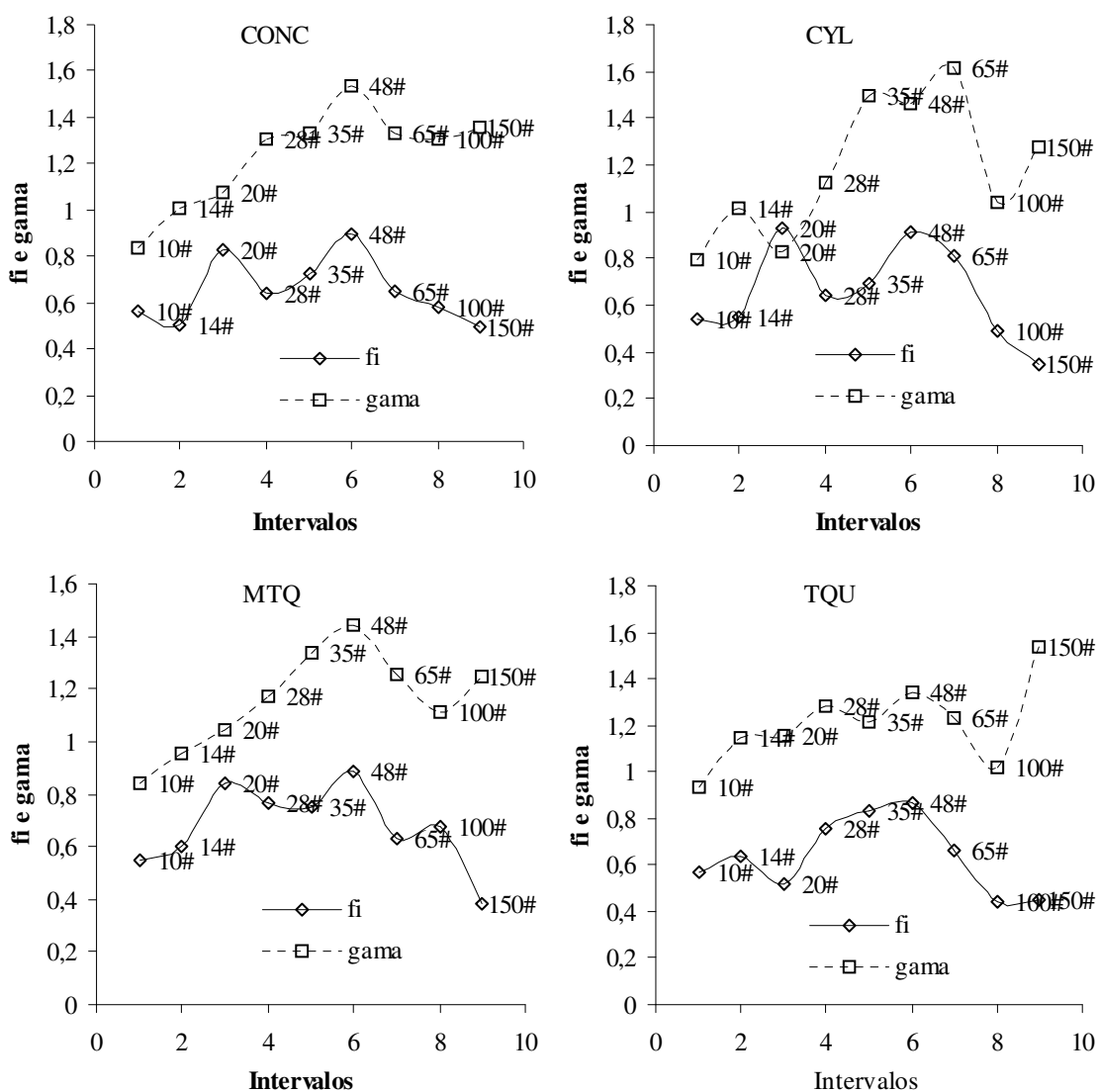


Figura 5.9 – Variações dos coeficientes da Função Quebra com a granulometria.

### 5.3 – SIMULAÇÕES DE MOAGEM.

Utilizando-se os valores determinados para as funções, foram feitas simulações de moagem, comparando os valores experimentais com os calculados. Foram obtidos os resultados que se encontram nos gráficos da Figura 5.10. Estas simulações foram feitas utilizando-se as equações de balanço tamanho-massa, propostas por REID (1965) (apud AUSTIN et alii, 1974) e desenvolvidas por AUSTIN et alii (1974).

Os valores calculados tiveram uma boa concordância com os valores determinados experimentalmente, como pode ser visto na Figura 5.10, mostrando que as Funções levantadas representam bastante bem as moagens efetuadas.

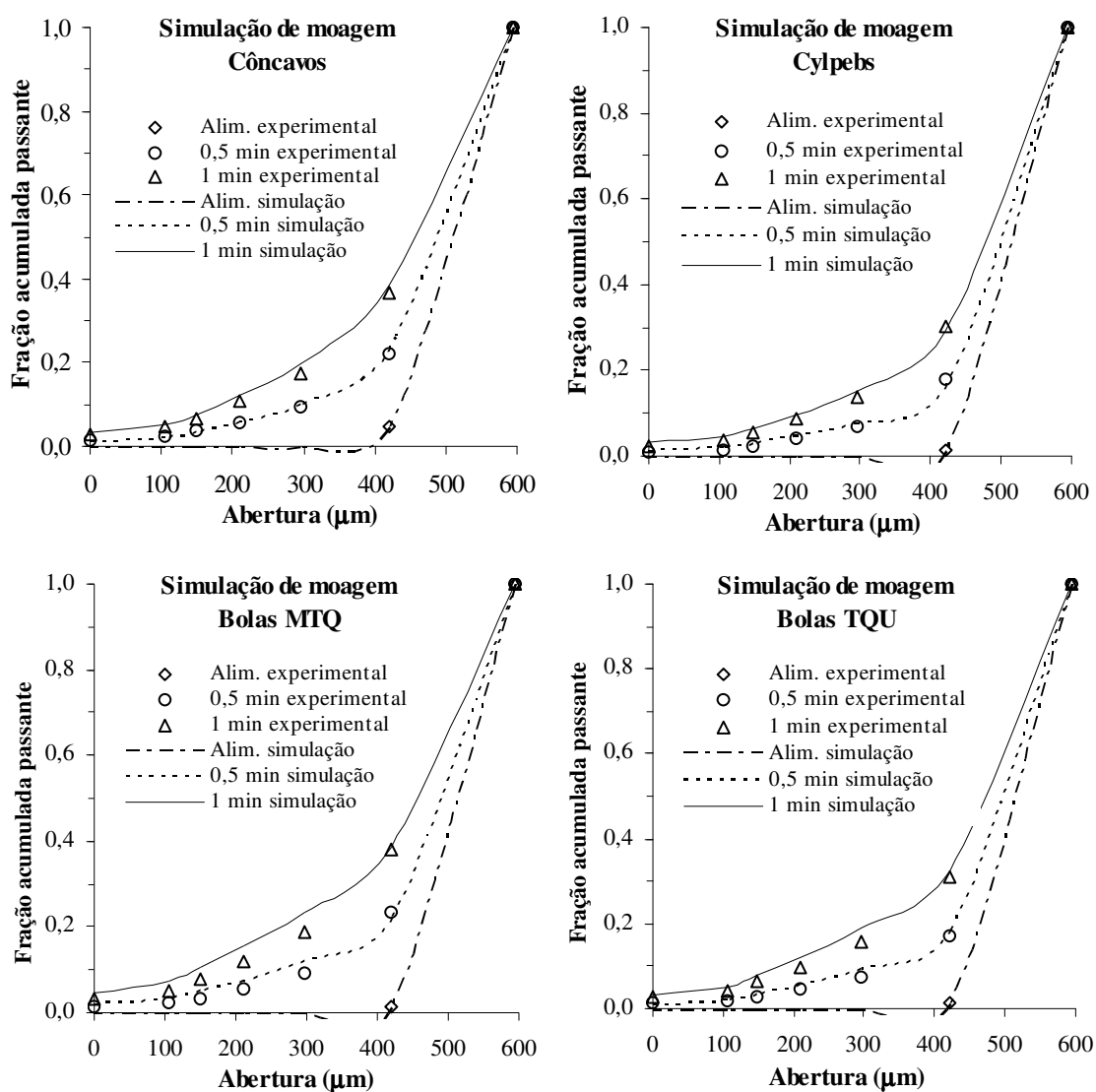


Figura 5.10 – Simulações de moagem.

## 6 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CONSUMO DE ENERGIA

Muitos são os métodos de se avaliar a moabilidade de um minério, sendo o mais conhecido o Método de Bond, que é inadequado para o caso de moagem fina.

Para o caso de moagem fina, são bem aceitos os métodos baseados na lei de Rittinger, que diz que o trabalho necessário para a fragmentação é proporcional à nova superfície gerada.

No decorrer do trabalho, serão feitas considerações sobre a superfície específica identificada pela sigla BSA (Blaine Surface Area) e, ressaltamos que os valores vão se referir a medidas indiretas, feitas em permeâmetro de Blaine, dimensionalmente equivalentes, que podem não refletir os valores exatos daquela grandeza.

### 6.1 - A METODOLOGIA DA CVRD

Na metodologia da CVRD, exposta por MOURÃO e STEGMILLER (1990) e MOURÃO et al. (1992), considera-se a diferença entre as superfícies específica final e inicial do minério e a energia gasta durante um número fixo de rotações do moinho.

O moinho utilizado para o ensaio tem 0,317m de diâmetro e um comprimento de 0,310m; a carga de bolas, de 30mm de diâmetro, pesa 9,0kg; são moídos 9,56kg de minério em uma polpa com 80% de sólidos em peso.

O moinho, com uma velocidade de 66,6% da velocidade crítica, roda por 5250 rotações e pára automaticamente.

As superfícies específicas da alimentação e do produto são determinadas pelo método de Fisher e é medido, diretamente, o consumo de energia do motor.

É calculado um Índice de Moabilidade de acordo com a expressão:

$$K = \frac{SE_f - SE_i}{E} \quad (6.1)$$

K – Índice de Moabilidade dado em (cm<sup>2</sup>/g)/Wh

SE<sub>f</sub> – Superfície Específica final do minério em cm<sup>2</sup>/g (Método de Fisher)

SE<sub>i</sub> - Superfície Específica inicial do minério em cm<sup>2</sup>/g (Método de Fisher)

E – Energia em Wh, consumida em 5250 rotações do moinho

## 6.2 - PREVISÃO DO CONSUMO ESPECÍFICO DE ENERGIA DO MIDLAND RESEARCH CENTER. (DONDA, 2003)

O ensaio preconizado pelo Midland Research Center é feito em um moinho de 12 polegadas de diâmetro por 6 polegadas de comprimento; nesse moinho é colocada uma carga de bolas com um peso de 18,004kg, com diâmetros variando de ¼ a 1¼ de polegada e com intervalos de ¼ de polegada. A carga de minério é de 800cm<sup>3</sup>, que corresponde a 4kg de minério com densidade de 5t/m<sup>3</sup> e a carga de água é de 1200ml, a diluição da polpa é de 40% de sólidos em volume.

O moinho dispõe de um controle de operação muito confiável e tem um sistema de medição de energia através de torquímetro.

As moagens são feitas em diferentes tempos, de tal forma que em cada uma delas seja aplicada uma quantidade de energia preestabelecida, por exemplo, 5kWh/t, 10kWh/t e 15kWh/t.

São efetuadas análises granulométricas e determinações da superfície específica da amostra da alimentação e dos produtos de moagem. Com os resultados determina-se o consumo de energia para atingir uma determinada superfície específica e/ou a fração passante em uma determinada malha.

## 6.3 – EQUAÇÕES DE BOND E ROWLAND. (DONDA, 2003)

Bond e Rowland desenvolveram equações para moinhos de grande e de pequeno porte que permitem calcular a potência absorvida por tonelada de corpos moedores. De posse dessa potência e com o tempo de moagem, tem-se a energia consumida para uma determinada tarefa de moagem, que é dada pelas granulometrias e/ou superfícies específicas da alimentação e do produto.

Rowland, posteriormente, apresentou uma equação que permite o cálculo da potencia para moinhos de pequeno porte (até 0,76m de diâmetro), que é a seguinte:

$$kWb = 6,3 \times D^{0,3} \times sen \left( 51 - 22 \times \left( \frac{2,44 - D}{2,44} \right) \right) \times (3,2 - 3 \times V_p) \times C_s \times \left( 1 - \frac{0,1}{2^{(9-10 \times C_s)}} \right) \quad (6.2)$$

kWb – quiloWatts por tonelada de bolas no eixo pinhão

D – diâmetro do moinho, em metros, interno ao revestimento

VP – fração do volume do moinho ocupado pelas bolas

CS – fração da velocidade crítica

#### 6.4 – PRÁTICA DA SAMARCO MINERAÇÃO.

DONDA (2003) propõe, desenvolve e valida um método de previsão de consumo de energia em moinhos industriais, que basicamente faz a aplicação das equações de Bond-Rowland para o cálculo do consumo de energia, aplicando diferentes níveis de energia na moagem, em moinho de laboratório, utilizando diferentes tempos de moagem. O tempo de moagem é convertido em consumo específico de energia através da equação de Rowland. A aplicação dessa equação é que permite a simplificação dos procedimentos, uma vez que não são necessárias medições do consumo de energia.

O método é simples, padronizável, utiliza pequenas quantidades de material e é facilmente reproduzível.

São feitas três moagens com tempos que vão corresponder a cerca de 6, 12 e 18kWh/t. A alimentação e os produtos das três moagens são analisados granulométricamente e têm a sua superfície específica determinada pelo método de Blaine.

Com esses resultados pode-se determinar a energia necessária para se atingir uma determinada superfície específica ou o passante em uma determinada malha de controle.

A adoção das equações de Bond-Rowland, cujas comprovações e aplicabilidade foram efetuadas através de uma sólida e confiável base de dados, é o principal diferenciador desse método em relação aos existentes e, de certa forma, inverte a tendência de se estabelecerem condições complexas de montagem dos moinhos e de execução dos ensaios. A aplicação desse método permitiu, ao longo do tempo, uma redução substancial do consumo de energia na instalação industrial da empresa.

### 6.5 – MEDIDA DIRETA DA ENERGIA.

A medida da energia pode ser feita em moinhos que dispõem de torquímetro e é, em princípio, uma medida bastante exata, uma vez que o sistema pode ser aferido com precisão.

Uma outra forma de medida é através de um medidor de Watthora no circuito de alimentação do motor que vai medir o consumo de energia.

Essa medição apresenta muitas dificuldades no caso de pequenos moinhos de laboratório e pode não representar com exatidão o consumo de energia na moagem, como será discutido posteriormente.

### 6.6- ÍNDICE DE MOABILIDADE.

Analogamente ao Índice de Moabilidade que é determinado no ensaio CVRD, adotamos um Índice que utiliza o consumo específico de energia, em lugar do consumo de energia, que está sujeito a variações devidas à instalação do moinho.

O consumo específico de energia é o determinado pela equação de Rowland, embora tenhamos verificado que pode ser usada a energia medida desde que sejam feitas algumas correções.

Colocando em um gráfico a superfície específica contra o consumo específico de energia, verifica-se que as moagens obedeceram à Lei de Rittinger, sendo obtidas relações lineares entre os dois parâmetros e que a inclinação da reta vai corresponder ao acréscimo de superfície específica quando se fornece a uma quantidade unitária de minério, uma unidade de energia. Ou seja, vai ser obtido um Índice de Moabilidade, que é a inclinação da reta obtida, que no caso vai medir o desempenho dos corpos moedores, e pode ser definido por:

$$I_m = (BSA) / (\text{kWh/t}) \quad (BSA \text{ em cm}^2/\text{g}) \quad (6.3)$$

Esta expressão, convertendo as unidades e simplificando fica:

$$I_m = \text{m}^2 / \text{kWh} \quad (6.3')$$

## 7 MEDIÇÃO DO CONSUMO DE ENERGIA

O moinho utilizado em nosso trabalho dispõe de um medidor de kWh no circuito de alimentação do motor. Esse medidor tem uma memória que armazena, de um em um minuto, as leituras de potência ativa e reativa por fase e as energias totais, ativa e reativa.

As medidas da energia consumida pelo motor são influenciadas por fatores externos não determinados, mas que provavelmente vão estar relacionados com a temperatura ambiente e às condições da rede elétrica, tais como tensão, frequência, fator de potência e desequilíbrios em geral.

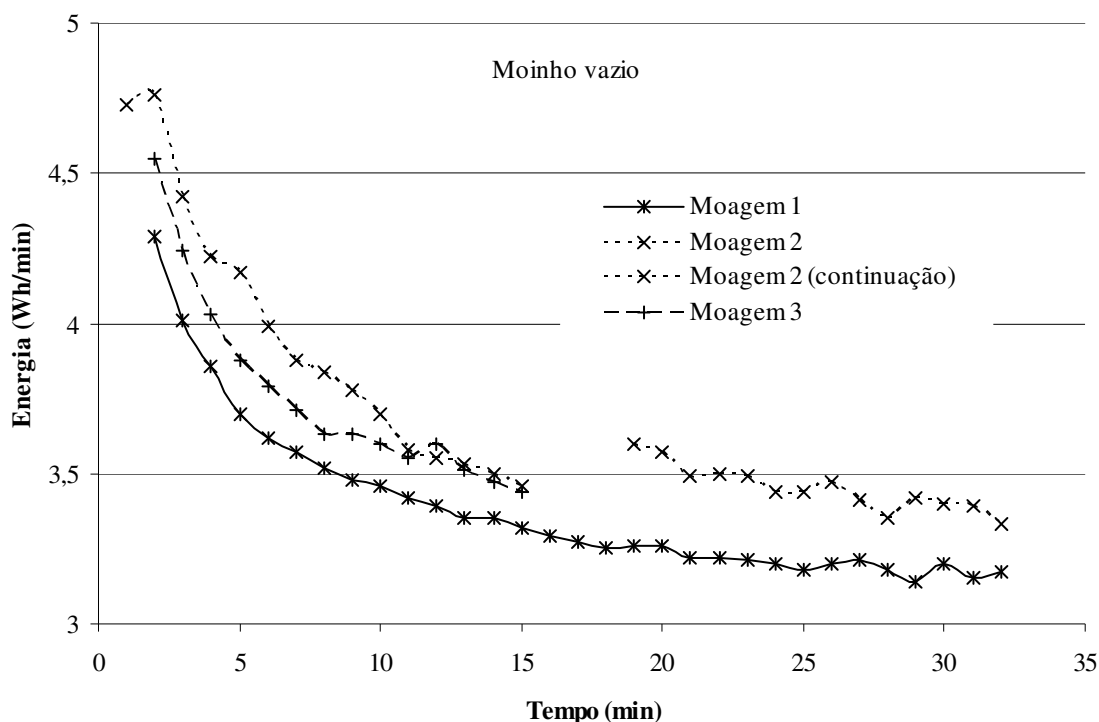


Figura 7.1 - Medidas de Energia com o moinho vazio.

Na Figura 7.1, temos os resultados de três medições feitas com o moinho rodando em vazio, em dias diferentes. Na Moagem 1, o moinho partiu frio e funcionou por 32min continuamente. Na Moagem 2, ele partiu frio, funcionou por 15min, parou, e, após um intervalo de 3min, funcionou por mais 15min. Na Moagem 3 ele partiu frio e funcionou por 15min.

Como podemos ver claramente, existe uma diferença apreciável entre as

medidas de energia da Moagem 1, para as Moagens 2 e 3.

Um outro efeito visível é o da variação da energia consumida em função do tempo de operação. Esse efeito vai, certamente, ser causado pelo aquecimento dos componentes da instalação como o motor, o redutor e os mancais, além do fato que, na partida, a energia consumida é maior.

As Moagens 2 e 3 têm uma diferença, no início, mas aparentemente tenderiam para valores próximos, se o tempo de moagem fosse estendido.

Para reduzir esse efeito do aquecimento, antes de serem iniciadas as moagens rodava-se o moinho por um tempo superior a 15min, para procurar estabilizar a temperatura dos componentes.

Para a consideração de uma “tara” de potência nas moagens, ou seja, para a potência em vazio, foi feita uma média dos valores medidos, após um tempo de funcionamento de 15min. Foram obtidos os valores constantes da Tabela 7.1 . Esses valores poderão ser utilizados, posteriormente, para cálculos da “Energia líquida” ou “Potência líquida”, ou seja a potência utilizada para a movimentação da carga e para a moagem, propriamente dita.

Tabela 7.1 - Energia e potência para o moinho vazio.

Energia	Potência
Wh/min	Watts
3,250448	195,0269

## 7.1 – MOAGENS SEM MINÉRIO

Foram feitos vários ensaios de moagem, sem minério, na tentativa de explicitar o efeito da geometria dos corpos moedores sobre o consumo de energia do moinho. Foram executados ensaios com os diversos corpos moedores, sob diversas condições de carregamento.

Numa primeira série de ensaios, o moinho foi alimentado com massas de 7, 9 e 11kg de corpos moedores e água para preencher 100% da porosidade da carga. As moagens foram feitas por um tempo de 15min.

Com as mesmas cargas de corpos moedores e com o mesmo tempo, foram feitos, numa segunda série, ensaios com preenchimento intersticial de 0%, 80%, 100% e

120%, na tentativa de destacar o seu efeito no consumo de energia.

Foram anotadas as energias consumidas em cada ensaio, bem como o número de rotações do moinho, foram também feitos os registros das potências médias e das energias consumidas por minuto. Um exemplo desses registros é mostrado na Tabela 7.2.

Na Tabela 7.2, Wh leit é a soma das energias consumidas por minuto, que, naturalmente coincide com a leitura anotada. W leit é a potência correspondente.

Wh/min corresponde à média dos valores registrados do segundo ao penúltimo minuto e, W calc é a potência calculada com esse valor médio de energia.

Embora esses valores de potência “W leit” e “W calc” devessem ser iguais, isso não acontece devido a alguma particularidade na aquisição de dados pelo aparelho e, como existe uma boa correlação entre eles, preferimos utilizar os valores calculados, que parecem representar melhor a potência real.

Como veremos, as diferenças obtidas com o emprego dos diversos corpos moedores, são pequenas, de modo que as variações nos registros podem mascarar os resultados das análises.

Tabela 7.2 - Exemplo de registro de potência e energia para um ensaio.

Data	Hora	kW_A	kW_B	kW_C	E (Wh)	W/100
conc 07kg						
5/8/2003	16:17	0,10	0,10	0,09	3,75	2,98
5/8/2003	16:18	0,09	0,09	0,08	4,40	2,67
5/8/2003	16:19	0,08	0,08	0,08	4,31	2,39
5/8/2003	16:20	0,08	0,08	0,07	4,26	2,31
5/8/2003	16:21	0,08	0,09	0,09	4,15	2,59
5/8/2003	16:22	0,08	0,08	0,08	4,14	2,34
5/8/2003	16:23	0,08	0,09	0,08	4,13	2,51
5/8/2003	16:24	0,08	0,08	0,08	4,08	2,39
5/8/2003	16:25	0,08	0,09	0,08	4,13	2,53
5/8/2003	16:26	0,08	0,09	0,08	4,08	2,59
5/8/2003	16:27	0,07	0,08	0,07	4,09	2,20
5/8/2003	16:28	0,09	0,10	0,09	4,07	2,77
5/8/2003	16:29	0,07	0,07	0,07	4,06	2,09
5/8/2003	16:30	0,07	0,07	0,06	3,98	1,99
5/8/2003	16:31	0,08	0,09	0,08	4,00	2,49
5/8/2003	16:32	0,00	0,00	0,00	1,12	0,00
			Wh leit	W leit	Wh/min	W calc
			62,75	251	4,13	248,057

Para dar uma idéia melhor dos registros, a Figura 7.2 mostra os gráficos correspondentes à energia e potência em um ensaio.

O gráfico da energia mostra que, no início ela decai, ficando depois praticamente constante.

A potência varia bastante, de forma irregular, tornando o seu uso impossível para a análise dos resultados.

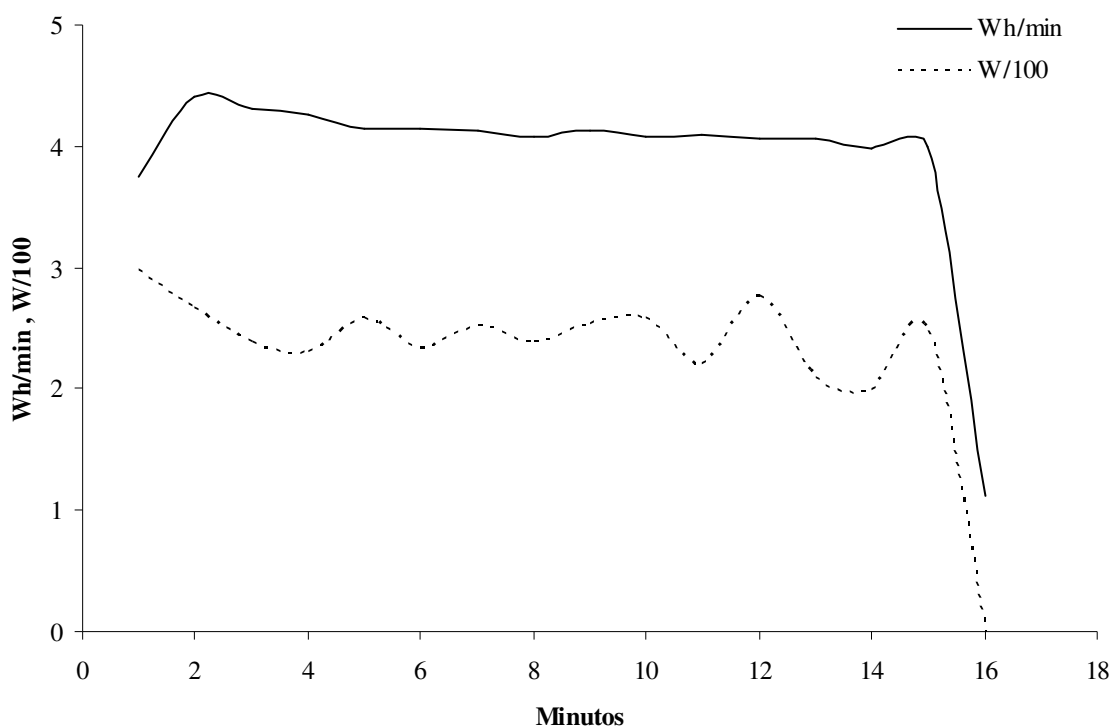


Figura 7.2 - Registros da Potência e da Energia durante um ensaio.

Nas Tabelas 7.3 e 7.4, são mostradas para as duas séries de ensaios, as cargas dos moinhos com as principais características relacionadas aos diferentes corpos moedores. Nas Tabelas, as células em itálico representam os parâmetros dados e as restantes referem-se aos que foram calculados a partir deles.

Tabela 7.3 - Ensaios com diferentes cargas de corpos moedores e mesmo preenchimento intersticial.

Corpos moedores		<b>CONC</b>	<b>CONC</b>	<b>CONC</b>
Densidade da carga de bolas	kg/dm <sup>3</sup>	4,84	4,84	4,84
Porosidade da carga	%	35,1	35,1	35,1
Preenchimento intersticial	%	100	100	100
Massa de bolas	kg	7,00	9,00	11,00
Volume da carga	l	1,45	1,86	2,27
% enchimento	%	27,2	35,0	42,8
Água	kg	0,508	0,653	0,798
Corpos moedores		<b>MCO</b>	<b>MCO</b>	<b>MCO</b>
Densidade da carga de bolas	kg/dm <sup>3</sup>	4,33	4,33	4,33
Porosidade da carga	%	43,4	43,4	43,4
Preenchimento intersticial	%	100	100	100
Massa de bolas	kg	7,00	9,00	11,00
Volume da carga	l	1,62	2,08	2,54
% enchimento	%	30,4	39,1	47,8
Água	kg	0,702	0,902	1,102
Corpos moedores		<b>MTQ</b>	<b>MTQ</b>	<b>MTQ</b>
Densidade da carga de bolas	kg/dm <sup>3</sup>	4,35	4,35	4,35
Porosidade da carga	%	44,3	44,3	44,3
Preenchimento intersticial	%	100	100	100
Massa de bolas	kg	7,00	9,00	11,00
Volume da carga	l	1,61	2,07	2,53
% enchimento	%	30,3	39,0	47,6
Água	kg	0,713	0,916	1,120
Corpos moedores		<b>TQU</b>	<b>TQU</b>	<b>TQU</b>
Densidade da carga de bolas	kg/dm <sup>3</sup>	4,25	4,25	4,25
Porosidade da carga	%	43,9	43,9	43,9
Preenchimento intersticial	%	100	100	100
Massa de bolas	kg	7,00	9,00	11,00
Volume da carga	l	1,65	2,12	2,59
% enchimento	%	31,0	39,9	48,7
Água	kg	0,722	0,929	1,135
Corpos moedores		<b>CYL</b>	<b>CYL</b>	<b>CYL</b>
Densidade da carga de bolas	kg/dm <sup>3</sup>	4,64	4,64	4,64
Porosidade da carga	%	36,8	36,8	36,8
Preenchimento intersticial	%	100	100	100
Massa de bolas	kg	7,00	9,00	11,00
Volume da carga	l	1,51	1,94	2,37
% enchimento	%	28,4	36,5	44,6
Água	kg	0,556	0,715	0,873

Tabela 7.4 - Ensaio com diferentes cargas de corpos moedores e com variação no preenchimento intersticial.

**CONC**

Densidade da carga de bolas	Porosidade da carga	Preenchimento intersticial	M.bolas	Vol.carga	Enchimento	Água
kg/dm <sup>3</sup>	%	%	kg	l	%	kg
4,84	35,1	0	7,00	1,45	27,2	0,000
4,84	35,1	80	7,00	1,45	27,2	0,406
4,84	35,1	100	7,00	1,45	27,2	0,508
4,84	35,1	120	7,00	1,45	27,2	0,610
4,84	35,1	0	9,00	1,86	35,0	0,000
4,84	35,1	80	9,00	1,86	35,0	0,523
4,84	35,1	100	9,00	1,86	35,0	0,653
4,84	35,1	120	9,00	1,86	35,0	0,784
4,84	35,1	0	11,00	2,27	42,8	0,000
4,84	35,1	80	11,00	2,27	42,8	0,639
4,84	35,1	100	11,00	2,27	42,8	0,798
4,84	35,1	120	11,00	2,27	42,8	0,958

**MCO**

Densidade da carga de bolas	Porosidade da carga	Preenchimento intersticial	M.bolas	Vol.carga	% enchimento	Água
kg/dm <sup>3</sup>	%	%	kg	l	%	kg
4,33	43,4	0	7,00	1,62	30,4	0,000
4,33	43,4	80	7,00	1,62	30,4	0,561
4,33	43,4	100	7,00	1,62	30,4	0,702
4,33	43,4	120	7,00	1,62	30,4	0,842
4,33	43,4	0	9,00	2,08	39,1	0,000
4,33	43,4	80	9,00	2,08	39,1	0,722
4,33	43,4	100	9,00	2,08	39,1	0,902
4,33	43,4	120	9,00	2,08	39,1	1,082
4,33	43,4	0	11,00	2,54	47,8	0,000
4,33	43,4	80	11,00	2,54	47,8	0,882
4,33	43,4	100	11,00	2,54	47,8	1,102
4,33	43,4	120	11,00	2,54	47,8	1,323

**MTQ**

Densidade da carga de bolas	Porosidade da carga	Preenchimento intersticial	M.bolas	Vol.carga	% enchimento	Água
kg/dm <sup>3</sup>	%	%	kg	l	%	kg
4,35	44,3	0	7,00	1,61	30,3	0,000
4,35	44,3	80	7,00	1,61	30,3	0,570
4,35	44,3	100	7,00	1,61	30,3	0,713
4,35	44,3	120	7,00	1,61	30,3	0,855
4,35	44,3	0	9,00	2,07	39,0	0,000
4,35	44,3	80	9,00	2,07	39,0	0,733
4,35	44,3	100	9,00	2,07	39,0	0,916
4,35	44,3	120	9,00	2,07	39,0	1,099
4,35	44,3	0	11,00	2,53	47,6	0,000
4,35	44,3	80	11,00	2,53	47,6	0,896
4,35	44,3	100	11,00	2,53	47,6	1,120
4,35	44,3	120	11,00	2,53	47,6	1,344

**TQU**

Densidade da carga de bolas	Porosidade da carga	Preenchimento intersticial	M.bolas	Vol.carga	% enchimento	Água
kg/dm <sup>3</sup>	%	%	kg	l	%	kg
4,25	43,9	0	7,00	1,65	31,0	0,000
4,25	43,9	80	7,00	1,65	31,0	0,578
4,25	43,9	100	7,00	1,65	31,0	0,722
4,25	43,9	120	7,00	1,65	31,0	0,867
4,25	43,9	0	9,00	2,12	39,9	0,000
4,25	43,9	80	9,00	2,12	39,9	0,743
4,25	43,9	100	9,00	2,12	39,9	0,929
4,25	43,9	120	9,00	2,12	39,9	1,115
4,25	43,9	0	11,00	2,59	48,7	0,000
4,25	43,9	80	11,00	2,59	48,7	0,908
4,25	43,9	100	11,00	2,59	48,7	1,135
4,25	43,9	120	11,00	2,59	48,7	1,362

**CYL**

Densidade da carga de bolas	Porosidade da carga	Preenchimento intersticial	M.bolas	Vol.carga	% enchimento	Água
kg/dm <sup>3</sup>	%	%	kg	l	%	kg
4,64	36,8	0	7,00	1,51	28,4	0,000
4,64	36,8	80	7,00	1,51	28,4	0,445
4,64	36,8	100	7,00	1,51	28,4	0,556
4,64	36,8	120	7,00	1,51	28,4	0,667
4,64	36,8	0	9,00	1,94	36,5	0,000
4,64	36,8	80	9,00	1,94	36,5	0,572
4,64	36,8	100	9,00	1,94	36,5	0,715
4,64	36,8	120	9,00	1,94	36,5	0,857
4,64	36,8	0	11,00	2,37	44,6	0,000
4,64	36,8	80	11,00	2,37	44,6	0,699
4,64	36,8	100	11,00	2,37	44,6	0,873
4,64	36,8	120	11,00	2,37	44,6	1,048

No gráfico da Figura 7.3, podemos ver a representação da variação da percentagem de enchimento do moinho, em função da massa, para os diversos corpos moedores.

Verifica-se que, para uma mesma percentagem de enchimento, os corpos côncavos permitem que a carga de corpos moedores seja maior, em função de sua maior densidade de carga.

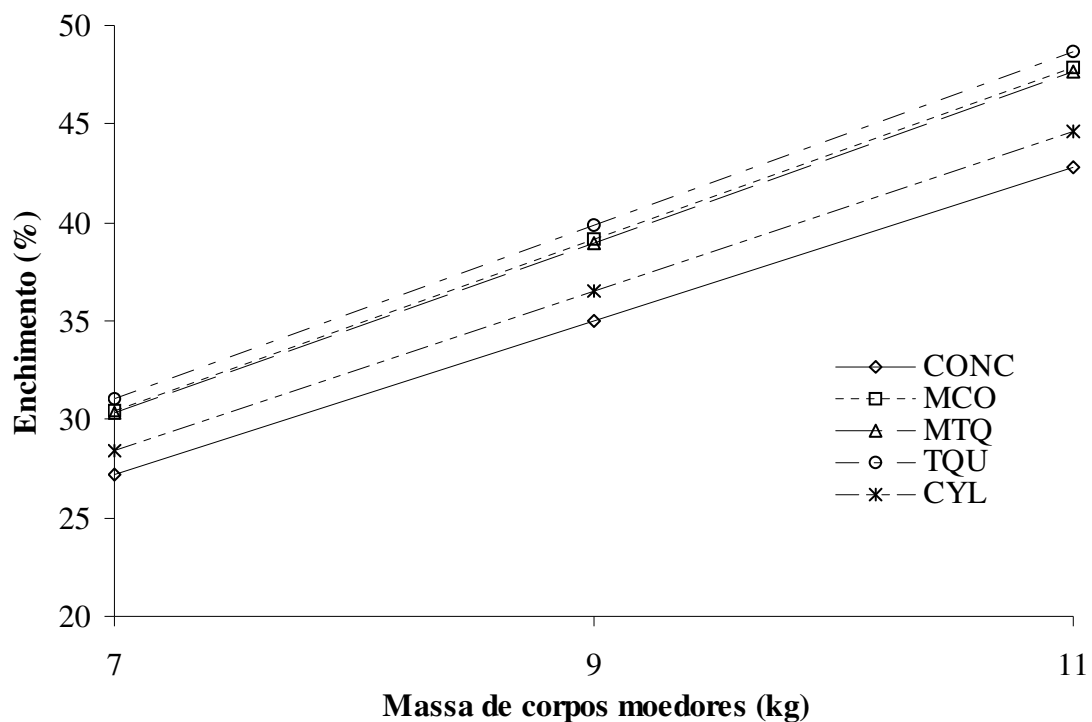


Figura 7.3 - Porcentagem de enchimento do moinho, em função da massa, para os diversos corpos moedores.

Os resultados dos ensaios serão apresentados graficamente, em conjunto para as duas séries de ensaios e o total das moagens é de 168, sendo que todas foram consideradas, inclusive com as repetições.

As Potências Unitárias, para cada ensaio (W/kg de corpos moedores), foram calculadas a partir dos registros, como já explicado e, também, com o emprego da Equação de Rowland. Na Figura 7.4, podemos observar que existe uma boa correlação entre a Potência Unitária medida e o Enchimento.

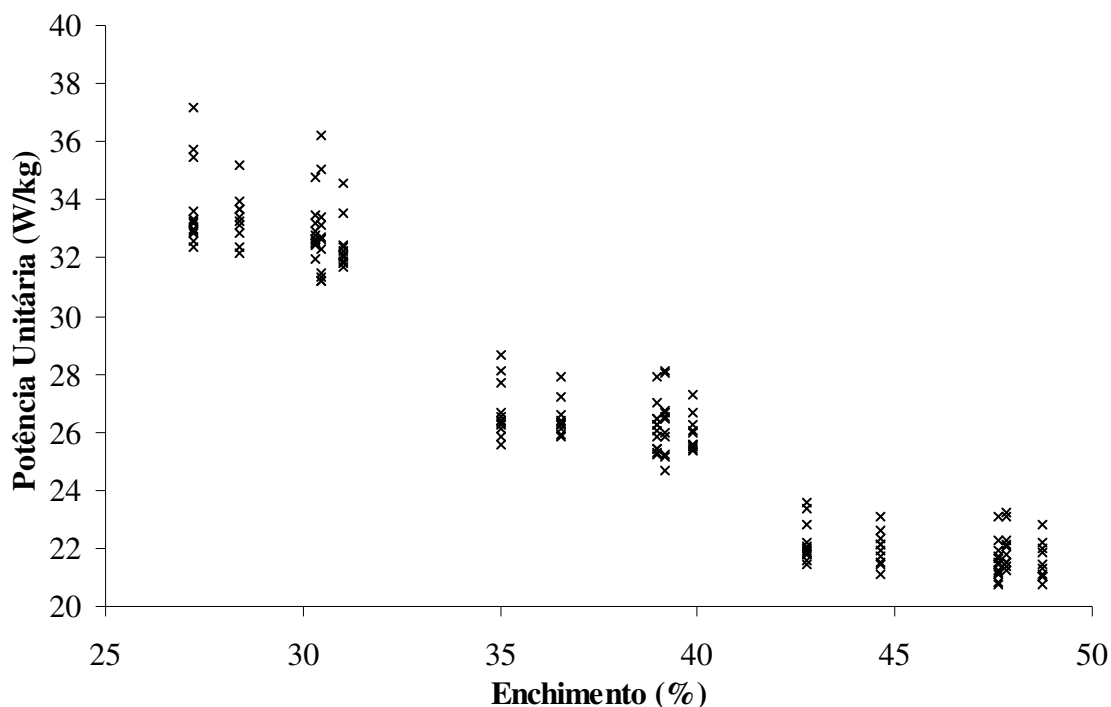


Figura 7.4 - Potência Unitária medida em função do Enchimento.

No gráfico podemos distinguir três nuvens de pontos, cada uma delas correspondendo a uma carga de corpos moedores, com a Potência Unitária decaindo no sentido das maiores cargas.

Na direção das abcissas, observam-se, claramente, cinco diferentes conjuntos de pontos, cada um deles correspondendo a um tipo de corpo moedor, como será mostrado mais adiante.

Na direção das ordenadas, existe uma dispersão dos pontos dos valores medidos, que, além de poder refletir diferentes condições de operação, vai ser devida, também, às variações nos registros. Acreditamos que as variações nos registros vão ser a causa mais importante dessa dispersão, uma vez que não conseguimos explicá-la pelas variações no preenchimento, que é o único fator variável nesse caso.

Voltando ao gráfico da Figura 7.4, em que temos a Potência Unitária versus o Enchimento, vamos representar, individualmente, os pontos referentes a cada um dos corpos moedores na Figura 7.5.

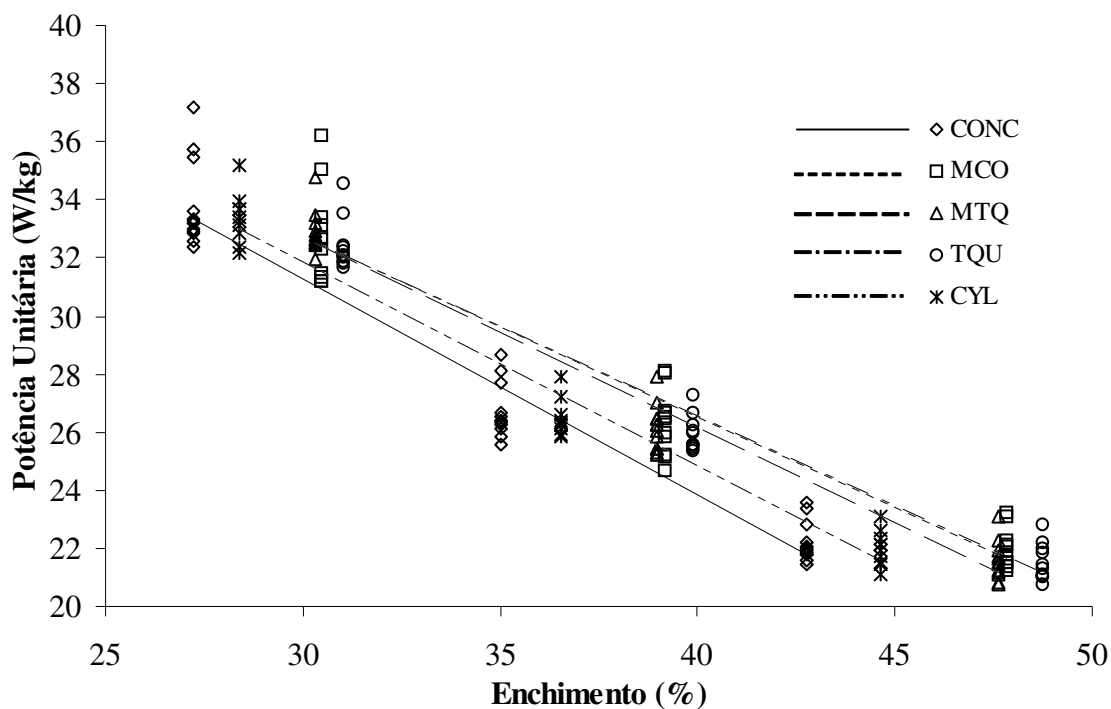


Figura 7.5 - Potência Unitária medida em função do Enchimento, para os diversos corpos moedores.

Embora a dispersão nas medidas seja grande, o gráfico da Figura 7.5 sugere, fortemente, que o comportamento dos corpos esféricos é praticamente o mesmo, com uma influência muito pequena do seu diâmetro na relação entre o Enchimento e a Potência Unitária; para os cylpebs a potência Unitária é sempre menor e para os côncavos, ainda menor.

Fazendo a correlação entre o Enchimento e a Potência Unitária, vamos encontrar a seguinte equação de regressão, que está representada na Figura 7.6:

$$Wb^* = 50,9 - 0,630 \times E\% \quad (7.1)$$

$$R^2 = 91,2\%$$

Onde  $Wb^*$  é a Potência Unitária calculada pela Equação 7.1 e  $E\%$  é a percentagem de enchimento.

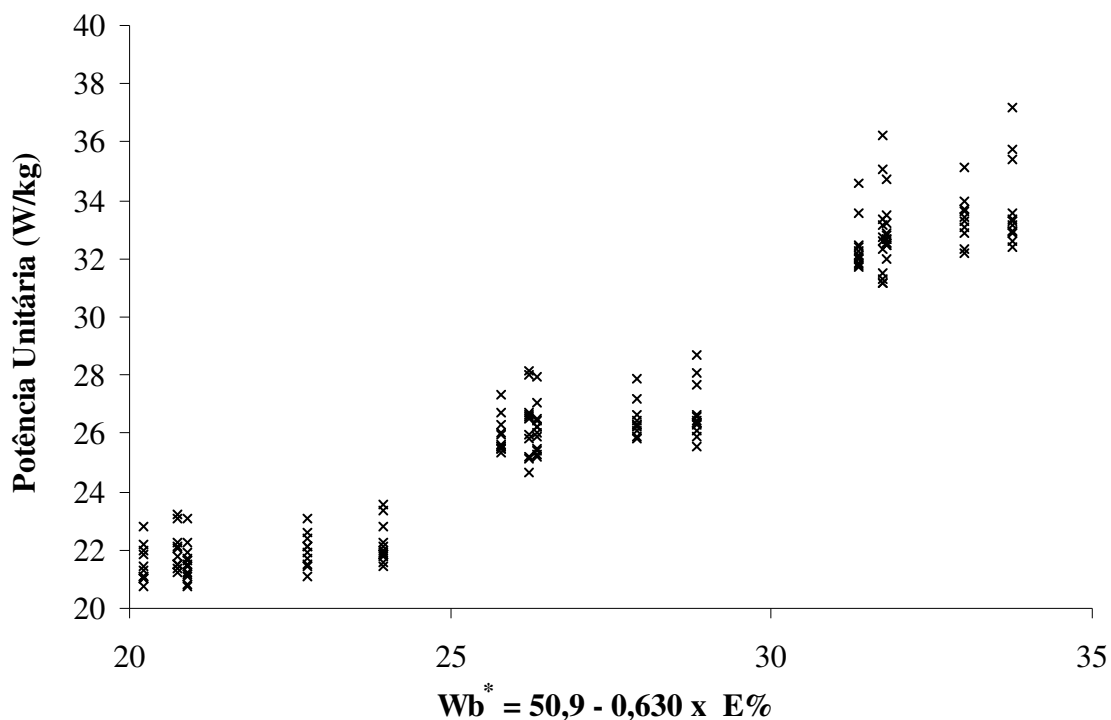


Figura 7.6 - Correlação entre a Potência Unitária medida e a calculada pela equação 6.1.

Como, em nossos ensaios, outros fatores devem ser considerados, foram buscadas correlações com outras variáveis operacionais e foi constatado que a porosidade da carga é um fator importante e que introduzida na correlação resulta na seguinte equação, que está representada na Figura 7.7:

$$Wb^* = 42,9 - 0,661 \times E\% + 0,227 \times P\% \quad (7.2)$$

$$R^2 = 94,1\%$$

sendo  $P\%$  a porosidade da carga, que vai ser, também, função da geometria dos corpos moedores.

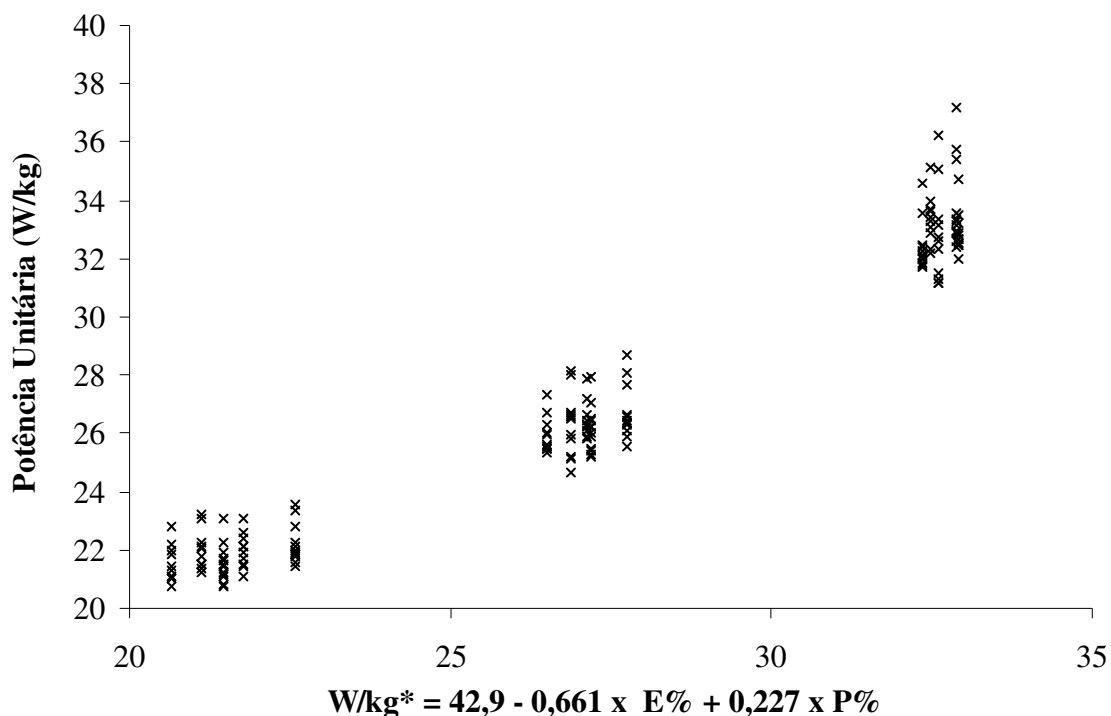


Figura 7.7 - Correlação entre a Potência Unitária medida e a calculada pela equação 7.2.

Com a introdução da porosidade da carga, houve uma redução apreciável da dispersão na direção das abcissas, e, como pode ser observado também no gráfico da Figura 7.7, essa dispersão é menor para as Potências Unitárias menores, ou seja, para cargas maiores.

Buscando uma correlação melhor, foi modificada a forma de considerar a porosidade da carga e foram introduzidas outras variáveis, como o Preenchimento Intersticial, que é uma variável operacional e outras, ligadas à geometria dos corpos moedores.

Foi obtida a seguinte equação, que está representada no gráfico da Figura 7.8:

$$Wb^* = 52,3 - 0,706 \times E\% + 0,425 \times E\% \times P\% / 100 + 0,0327 \times (E\% \times P\% \times Pr\%) / 10000 - 0,0108 \times Scg - 0,00989 \times Scx + 6,25 \times (Vcg - Vv) / Vcp \quad (7.3)$$

$$R^2 = 95,3\%$$

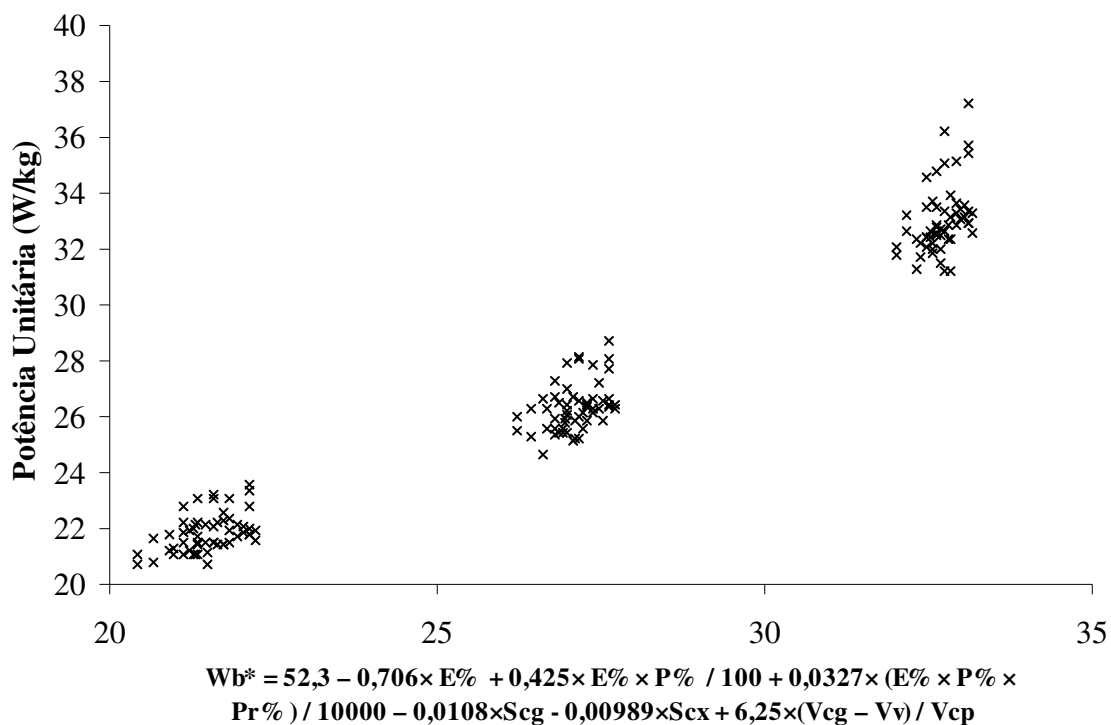


Figura 7.8 - Correlação entre a Potência Unitária medida e o valor da Potência Unitária calculado pela equação 6.3.

Nessa equação, temos o produto do Enchimento pela Porosidade da Carga, em percentagem, termo que representa a o percentual da porosidade da carga, com relação ao volume do moinho. A percentagem do Preenchimento Intersticial, de forma semelhante, é o produto do Enchimento (E%) pela Porosidade da carga (P%) e pelo Preenchimento Intersticial (Pr%). Seguem-se a superfície total da carga (Scg) e a superfície convexa da carga (Scx). O último termo é proporcional ao número de corpos moedores na carga e é o quociente da diferença entre volume da carga (Vcg) e o volume de vazios da carga (Vv) pelo volume de um corpo moedor (Vcp).

Transformando todas as variáveis de modo que elas fiquem entre 0 (zero) e 1 (um), ou seja o valor máximo da variável é 1 (um), o mínimo é 0 (zero) e os demais são proporcionais, temos o que se denomina “valor reduzido” da variável. Fazendo a correlação entre estas variáveis reduzidas, os coeficientes da equação de regressão vão representar a importância que cada uma delas tem na correlação.

A mesma Equação 7.3 , construída com os valores reduzidos, fica:

$$Wb^* = 0,76 - 0,858 \times E\% + 0,272 \times E\% \times P\% / 100 + 0,0507 \times (E\% \times P\% \times Pr\%) / 10000 - 0,325 \times Scg - 0,279 \times Scx + 0,422 \times (Vcg - Vv) / Vcp \quad (7.3')$$

$$R^2 = 95,4\%$$

Fica evidenciada a maior importância do enchimento e a pequena importância do preenchimento. A menor importância do Preenchimento está ligada ao fato das moagens serem feitas apenas com água; com uma polpa de minério, certamente a sua contribuição seria maior.

O único fator variável da Equação de Rowland, para o nosso caso, é enchimento e, como pode ser visto na Figura 7.9, existe, naturalmente, uma correlação perfeita entre este e aquela Potência Unitária calculada pela mesma. Os outros fatores da Equação de Rowland, que são o diâmetro do moinho e a fração da velocidade crítica, são constantes.

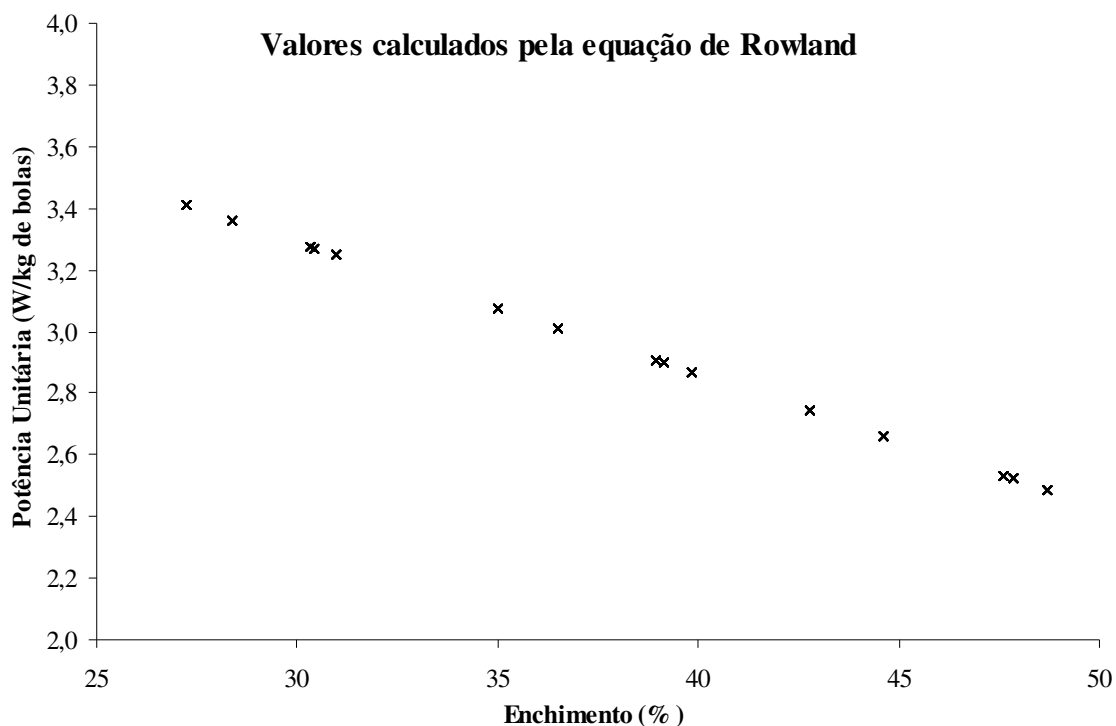


Figura 7.9 - Potência Unitária calculada pela equação de Rowland em função do enchimento.

Existe uma diferença muito grande entre as Potências Unitárias, obtidas pelos dois métodos, sendo que as calculadas pela Equação de Rowland (Eq. 6.2) são da ordem de 10 vezes menores do que as provenientes das medidas diretas. A Figura 7.10, mostra essa comparação, considerando os valores puros obtidos das duas maneiras.

Naturalmente, como a Potência Unitária calculada pela Equação de Rowland é função apenas da percentagem de enchimento, o gráfico é absolutamente semelhante ao gráfico da Figura 7.6.

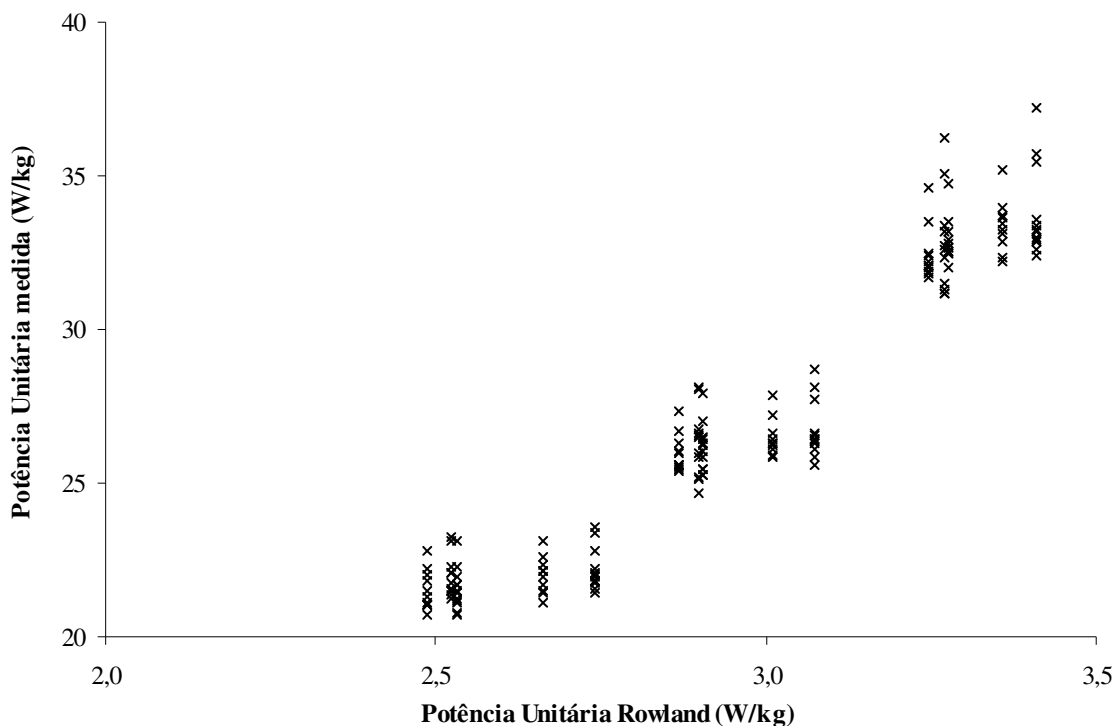


Figura 7.10 - Comparação entre as Potências Unitárias medidas e as calculadas pela Equação de Rowland.

Como nos ensaios com minério, nem sempre dispúnhamos das medidas de potência e energia e a Equação de Rowland não deve ser aplicada diretamente, por não incluir variáveis que são importantes no nosso caso, foi estabelecida uma correção para a mesma de modo que pudéssemos utilizá-la, para os cálculos de potência e energia.

Embora pudéssemos utilizar as variáveis da Equação 7.3, substituindo o enchimento pela Potência Unitária calculada pela Equação de Rowland, optamos por simplificar a correção da Potência Unitária, introduzindo apenas uma relação entre o volume dos corpos moedores e o volume da carga.

Para melhorar a correlação, foram desconsiderados os ensaios cujos resultados têm desvios elevados, de modo que, de um total de 168 ensaios foram aproveitados 140, a equação ficou:

$$Wb^* = -3,2106 + 14,9686 \times Wb\_Rw - 23,707 \times (Vcg - Vv) / Vcg \quad (7.4)$$

$$R^2 = 97,7\%$$

$Wb\_Rw$  é a Potência Unitária calculada pela Equação de Rowland,  $V_{cg}$  é o volume da carga e  $V_v$  é o volume de vazios. O resultado da expressão  $(V_{cg}-V_v)/V_{cg}$  é a fração do volume dos corpos moedores na carga e esse coeficiente vai refletir na Equação 7.4 a densidade ou a porosidade da carga.

O gráfico que mostra a correlação entre os valores medidos da Potência Unitária ( $Wb$ ) e os valores da Potência Unitária calculados pela Equação 7.4 ( $Wb^*$ ) está na Figura 7.11, sendo que os pontos representativos de  $Wb$  são as médias para cada corpo moedor, para cada massa da carga.

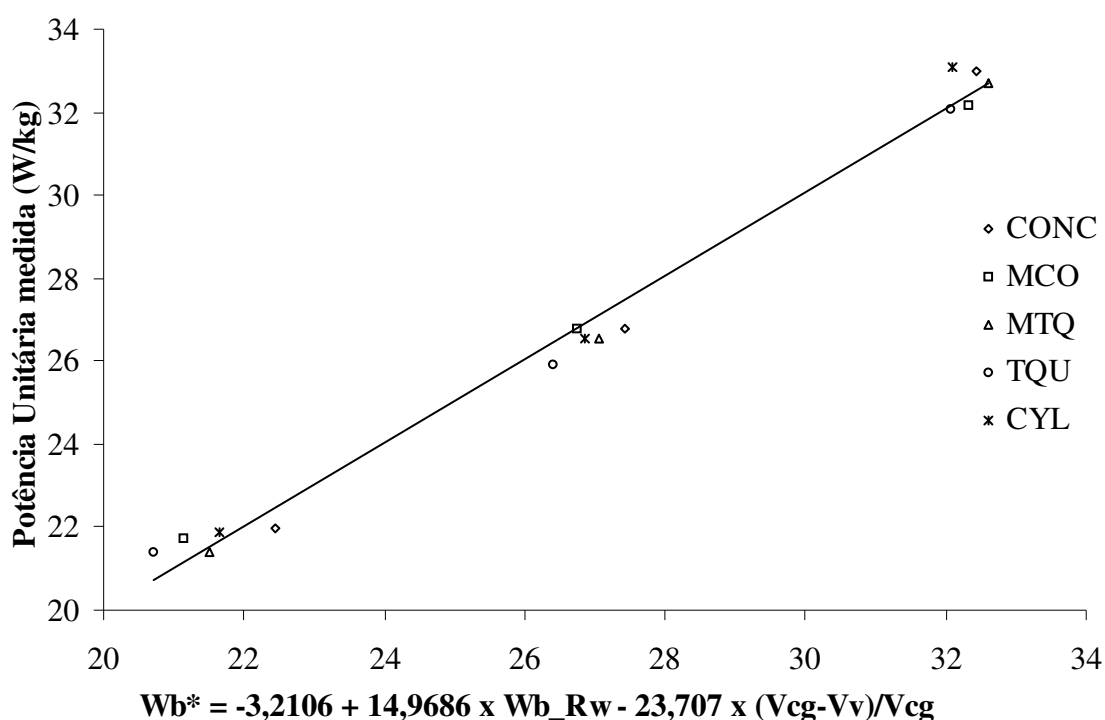


Figura 7.11 - Comparação entre as Potências Unitárias medidas e as calculadas pela Equação de Rowland corrigida.

Nos ensaios com minério será usada a Equação 7.4 para os cálculos de potência e energia. Como a potência calculada por essa equação é muito grande, comparada com os valores habituais encontrados em moagens industriais, o seu resultado será dividido por 10 (dez).

## 8 MOAGENS DE AREIA

No intuito de comparar o desempenho dos diversos corpos moedores, foram feitas moagens de areia, nas quais as condições de moagem foram as mesmas para todos eles.

As moagens foram feitas com duas granulometrias iniciais da areia, que são apresentadas na Tabela 8.1 e representadas no gráfico da Figura 8.1.

Tabela 8.1- Granulometrias iniciais das areias

Peneira	Abertura	Areia 20 #		Areia 65 #	
		% retida	% acumulada retida	% retida	% acumulada retida
Mesh	µm				
8#	2380				
10#	1680				
14#	1190	0,69	0,69		
20#	840	26,97	27,66		
28#	594	33,59	61,26		
35#	420	13,06	74,32		
48#	297	8,51	82,82	0,32	0,32
65#	210	5,54	88,37	46,88	47,20
100#	149	3,12	91,49	42,20	89,40
150#	105	2,82	94,31	7,94	97,35
200#	74	1,60	95,90	1,27	98,62
270#	53	1,13	97,04	0,37	98,99
400#	37	1,32	98,36	0,27	99,26
Fundo		1,64	100,00	0,74	100,00

A areia denominada 20# tem essa malha como tamanho superior e uma distribuição menos concentrada; a areia denominada 65# tem esta malha como tamanho superior e uma distribuição mais concentrada. Entende-se como tamanho de uma faixa o limite superior do intervalo.

O que se pretende com o uso das duas distribuições granulométricas é verificar as diferenças de desempenho dos diversos corpos moedores em função da granulometria da alimentação.

Os resultados dos ensaios, sempre que possível serão apresentados juntos, para as duas granulometrias de alimentação, para maior facilidade de comparação.

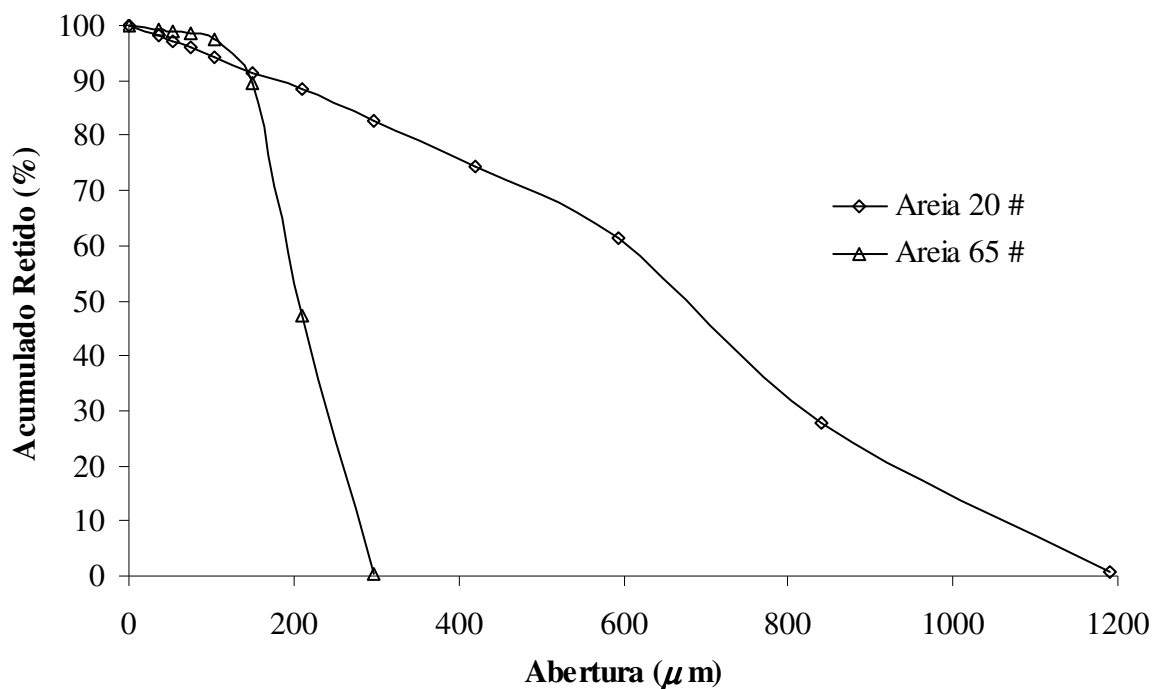


Figura 8.1 - Distribuições granulométricas iniciais das areias.

Similarmente ao que foi feito nas moagens sem minério, foram empregados os dois critérios para a composição da carga do moinho.

No “Cálculo pela Carga” são estabelecidas: as massas de areia, de água e dos corpos moedores.

No “Cálculo pelo Carregamento”, os parâmetros estabelecidos são: as percentagens de enchimento do moinho, do preenchimento intersticial e de sólidos na polpa.

Em ambos os casos, é considerada a mesma densidade para a areia e os outros parâmetros operacionais são calculados a partir dos parâmetros dados e são função da geometria dos corpos moedores, principalmente da sua densidade de carga.

Na Tabela 8.2 apresentamos os parâmetros dos ensaios, para cada critério de cálculo. Os números em *itálico* representam os valores estabelecidos, para cada caso, os outros foram calculados a partir deles. Naturalmente, as condições são as mesmas para as duas granulometrias iniciais das areias.

Tabela 8.2 – Quadro dos ensaios com areia.

<b>Moagens de areia ,</b>							
<b>Moinho</b>		Notação	F.G.				
Diâmetro	dm	D	2,48				
Comprimento	dm	L	1,1				
Volume	dm <sup>3</sup>	Vm	5,3				
Velocidade crítica	rpm	Vc	84,7				
Velocidade ensaio	rpm	V	59,5				
<b>Corpos moedores</b>			CONC	MCO	MTQ	TQU	CYL
Densidade da carga	kg/dm <sup>3</sup>	Dcg	4,84	4,36	4,35	4,25	4,64
Porosidade da carga	%	P%	35,12	43,36	44,25	43,85	36,83
<b>Calculo pela carga</b>							
Areia	kg		0,642				
Água	kg		0,346				
Massa de polpa	kg	Mp	0,988				
Massa de bolas	kg	Mb	9,0				
Volume da carga	dm <sup>3</sup>	Vcg	1,86	2,07	2,07	2,12	1,94
Volume de polpa	dm <sup>3</sup>	Vpl	0,588	0,588	0,588	0,588	0,588
Enchimento	%	E%	35	38,9	39	39,9	36,5
Preenchimento intersticial	%	Pr%	90,1	66,9	64,2	63,3	82,3
Sólidos em peso	%		65				
Sólidos em volume	%		41,2				
Densidade da areia	kg/dm <sup>3</sup>		2,65				
Densidade da polpa	kg/dm <sup>3</sup>	Dpl	1,68				
<b>Calculo pelo carregamento</b>							
Enchimento	%	E%	35				
Preenchimento intersticial	%	Pr%	90				
Sólidos em peso	%		65				
Sólidos em volume	%		41,2				
Densidade da areia	kg/dm <sup>3</sup>		2,65				
Densidade da polpa	kg/dm <sup>3</sup>		1,68				
Volume da carga	dm <sup>3</sup>	Vcg	1,86				
Massa de bolas	kg	Mb	9,0	8,1	8,08	7,9	8,63
Volume de polpa	dm <sup>3</sup>	Mpl	0,588	0,713	0,741	0,734	0,616
Massa de polpa	kg		0,987	1,197	1,244	1,233	1,035
Areia	kg		0,642	0,778	0,809	0,801	0,673
Água	kg		0,346	0,419	0,435	0,432	0,362

As moagens foram feitas inicialmente por um tempo de 15min, após o que o material era retirado, filtrado e secado. O material seco foi homogeneizado e foram retiradas amostras para análise granulométrica e determinação da superfície específica pelo método de Blaine. Feitas essas análises, as amostras utilizadas eram reincorporadas ao restante, que retornava ao moinho para uma nova moagem de 15min, seguida do

mesmo procedimento analítico.

Nas Tabelas 8.3 e 8.4, o resumo dos resultados para as areias de 20 e de 65#.

Tabela 8.3 - Principais resultados dos ensaios para a amostra de areia de 20#.

<b>Amostra 20#</b>		<b>Carga</b>			<b>Carregamento</b>	
		Inicial	Moagem 1	Moagem 2	Moagem 1	Moagem 2
<b>CONC</b>		Índice de Moabilidade			(cm <sup>2</sup> /g) / (kWh/t)	
					103,20	
Tempo (t)	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	10,11	20,95	10,09	20,30
BSA	cm <sup>2</sup> /g	227	1354	2331	1219	2346
> 270#	%	97,04	61,19	25,82	63,36	26,26
HMS	µm	295,83	49,36	25,94	51,77	26,62
<b>MCO</b>		Índice de Moabilidade			(cm <sup>2</sup> /g) / (kWh/t)	
					126,56	
Tempo (t)	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	10,79	21,64	8,00	16,61
BSA	cm <sup>2</sup> /g	227	1584	2913	1228	2418
> 270#	%	97,04	56,12	17,83	71,22	25,89
HMS	µm	295,83	47,61	24,62	62,51	27,22
<b>MTQ</b>		Índice de Moabilidade			(cm <sup>2</sup> /g) / (kWh/t)	
					113,68	
Tempo (t)	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	9,96	20,08	7,71	15,97
BSA	cm <sup>2</sup> /g	227	1124	2518	1123	2067
> 270#	%	97,04	61,44	22,26	71,84	35,65
HMS	µm	295,83	51,79	25,10	63,06	29,87
<b>TQU</b>		Índice de Moabilidade			(cm <sup>2</sup> /g) / (kWh/t)	
					100,81	
Tempo (t)	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	9,70	19,88	7,62	15,54
BSA	cm <sup>2</sup> /g	227	1201	2182	953	1868
> 270#	%	97,04	65,41	33,92	72,31	43,75
HMS	µm	295,83	55,84	29,04	58,89	33,08
<b>CYL</b>		Índice de Moabilidade			(cm <sup>2</sup> /g) / (kWh/t)	
					117,47	
Tempo (t)	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	9,90	19,78	9,37	18,86
BSA	cm <sup>2</sup> /g	227	1255	2567	1256	2425
> 270#	%	97,04	66,37	32,38	70,39	29,01
HMS	µm	295,83	60,32	28,25	63,83	26,89

(\*) Valores divididos por 10.

Tabela 8.4 - Principais resultados dos ensaios para a amostra de areia de 65#.

<b>Amostra 65#</b>		<b>Carga</b>			<b>Carregamento</b>	
		Inicial	Moagem 1	Moagem 2	Moagem 1	Moagem 2
<b>CONC</b>		Índice de Moabilidade			$(\text{cm}^2/\text{g}) / (\text{kWh}/\text{t})$	
Tempo	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	10,09	20,28	10,07	20,55
BSA	$\text{cm}^2/\text{g}$	440	1612	2780	1405	2858
> 270#	%	98,99	60,05	25,62	60,03	23,02
HMS	$\mu\text{m}$	182,16	46,24	26,53	45,05	25,60
<b>MCO</b>		Índice de Moabilidade			$(\text{cm}^2/\text{g}) / (\text{kWh}/\text{t})$	
Tempo	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	10,80	21,60	8,00	16,11
BSA	$\text{cm}^2/\text{g}$	440	1714	3332	1596	2858
> 270#	%	98,99	56,48	15,42	66,94	22,43
HMS	$\mu\text{m}$	182,16	46,19	23,61	55,01	24,60
<b>MTQ</b>		Índice de Moabilidade			$(\text{cm}^2/\text{g}) / (\text{kWh}/\text{t})$	
Tempo	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	9,94	19,97	7,73	16,37
BSA	$\text{cm}^2/\text{g}$	440	1638	3123	1426	2670
> 270#	%	98,99	60,54	19,15	67,62	34,12
HMS	$\mu\text{m}$	182,16	49,52	24,84	56,21	28,34
<b>TQU</b>		Índice de Moabilidade			$(\text{cm}^2/\text{g}) / (\text{kWh}/\text{t})$	
Tempo	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	9,70	19,82	7,62	15,47
BSA	$\text{cm}^2/\text{g}$	440	1496	2573	1298	2291
> 270#	%	98,99	64,24	32,16	71,98	38,90
HMS	$\mu\text{m}$	182,16	49,83	28,08	57,40	29,78
<b>CYL</b>		Índice de Moabilidade			$(\text{cm}^2/\text{g}) / (\text{kWh}/\text{t})$	
Tempo	min	0	15	30	15	30
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	9,88	19,77	9,37	19,00
BSA	$\text{cm}^2/\text{g}$	440	1837	3102	1595	2995
> 270#	%	98,99	66,09	31,67	70,95	33,35
HMS	$\mu\text{m}$	182,16	54,51	28,21	58,63	28,77

(\*) Valores divididos por 10.

Representamos, nos gráficos a seguir, os valores dos resultados mostrados nas Tabelas 8.3 e 8.4.

Primeiramente representamos, no gráfico da Figura 8.2, os Índices de Moabilidade para todos os corpos moedores, para as duas granulometrias iniciais das areias.

Os Índices de Moabilidade para os corpos esféricos são decrescentes com o aumento do diâmetro do corpo, os côncavos são intermediários entre os corpos MTQ e

TQU e os cylpebs são muito próximos dos corpos MTQ.

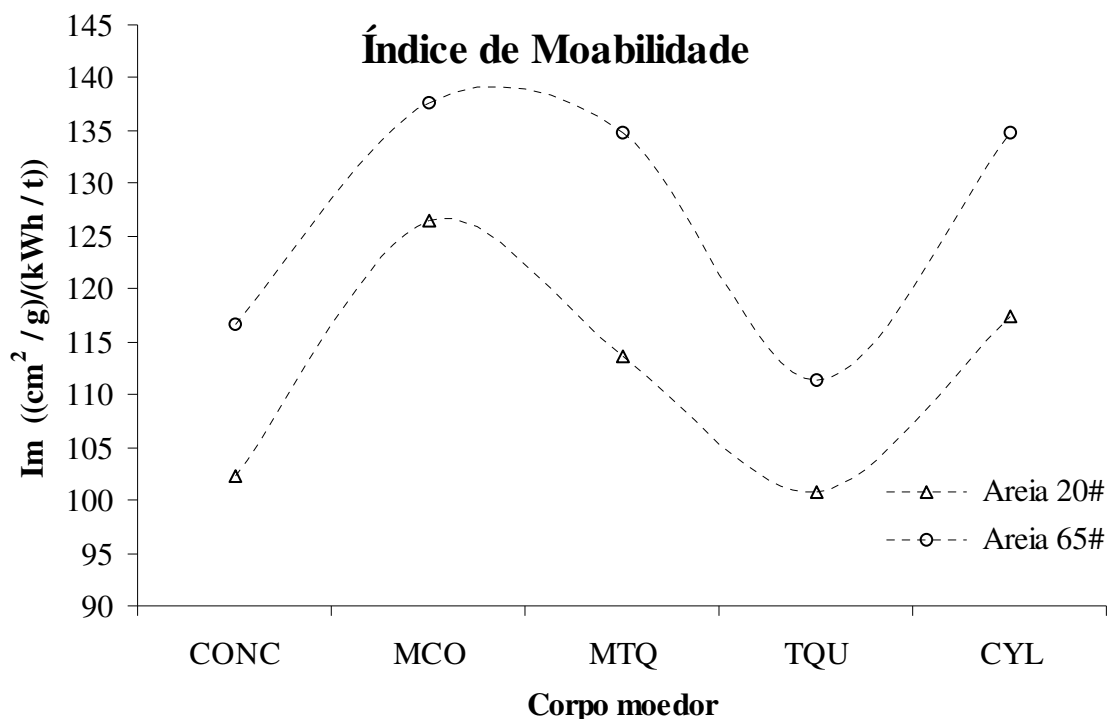


Figura 8.2 - Índices de Moabilidade para os corpos moedores, para as duas granulometrias iniciais das areias.

Esse comportamento pode ser visto, também, nos gráficos das Figuras 8.3 e 8.4, em que temos a Superfície Específica Blaine (BSA), em função da Energia Específica. Nesses gráficos o desempenho dos côncavos é muito próximo dos corpos TQU, assim como os do MTQ com os CYL, sendo que os corpos MCO, para a areia 65# vai se confundir com esses últimos.

Verifica-se, também, que os resultados seguem a Lei de Rittinger bastante bem, com a Superfície Específica variando linearmente com a Energia Específica.

Nos gráficos das Figuras 8.5, 8.6, 8.7 e 8.8, em que representamos as percentagens retidas em 270# e o Tamanho Médio Harmônico (HMS), é difícil de serem visualizadas tendências claras no comportamento de cada corpo moedor. O que podemos observar, comparando os gráficos para as duas granulometrias iniciais, é que a influência da granulometria inicial é pequena e que, no geral, os resultados são comparáveis.

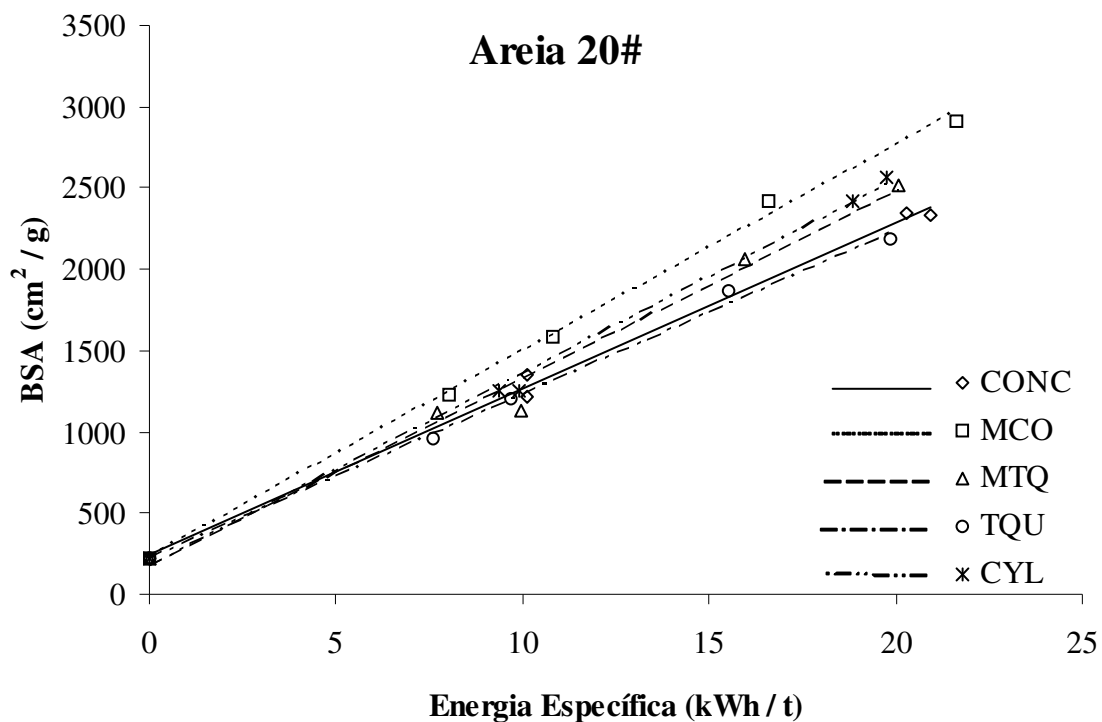


Figura 8.3 - BSA em função da Energia Específica, areia 20#.

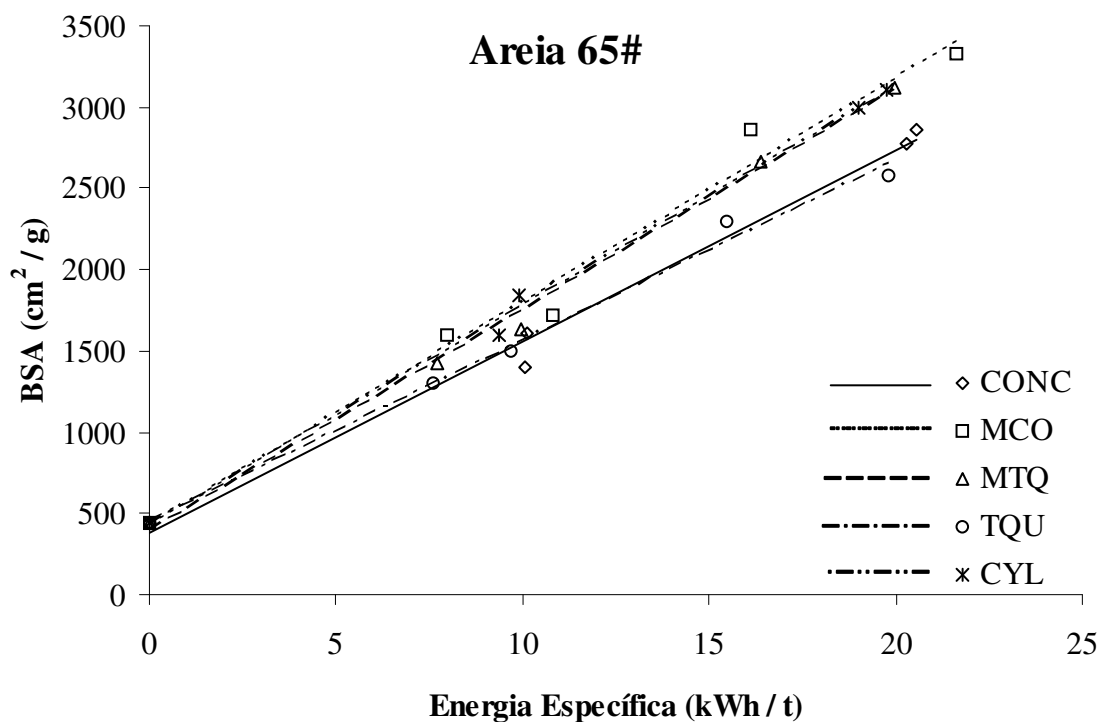


Figura 8.4 - BSA em função da Energia Específica, areia 65#.

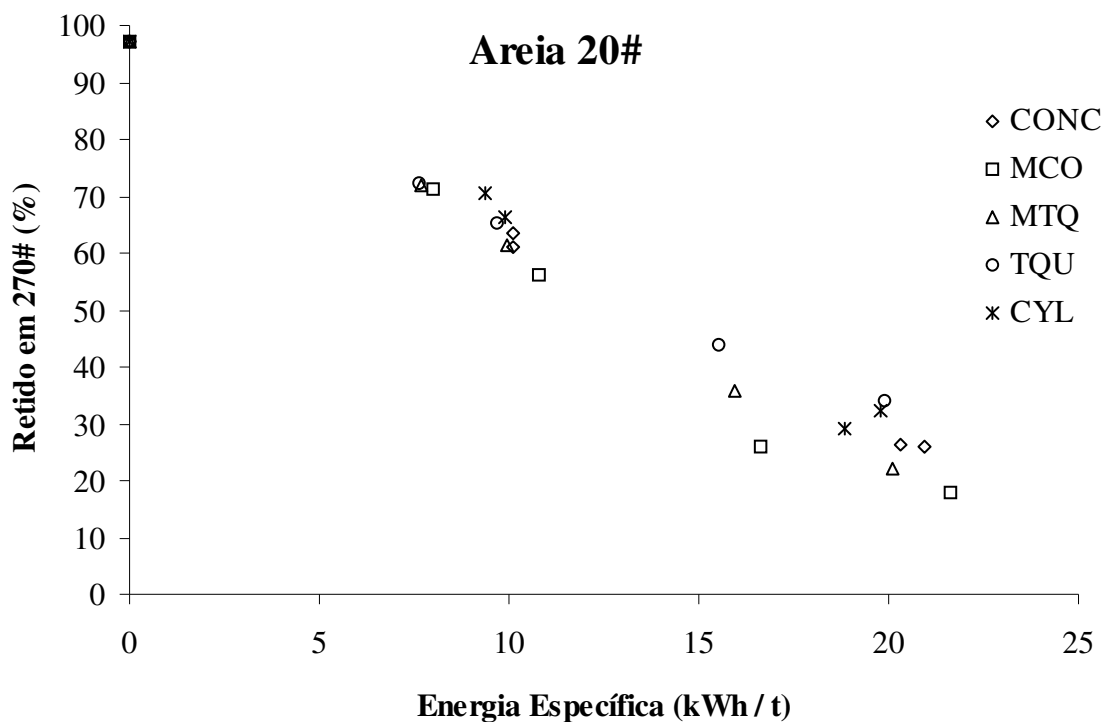


Figura 8.5 - Percentagem retida em 270#, em função da Energia Específica, areia 20#.

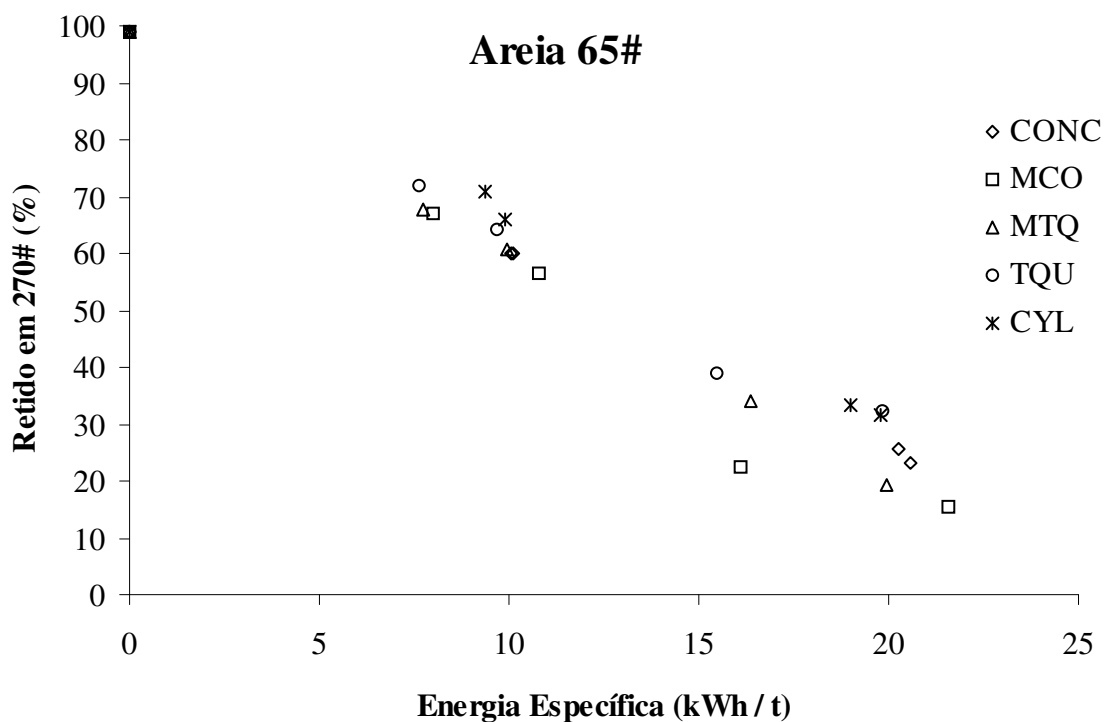


Figura 8.6 - Percentagem retida em 270#, em função da Energia Específica, areia 65#.

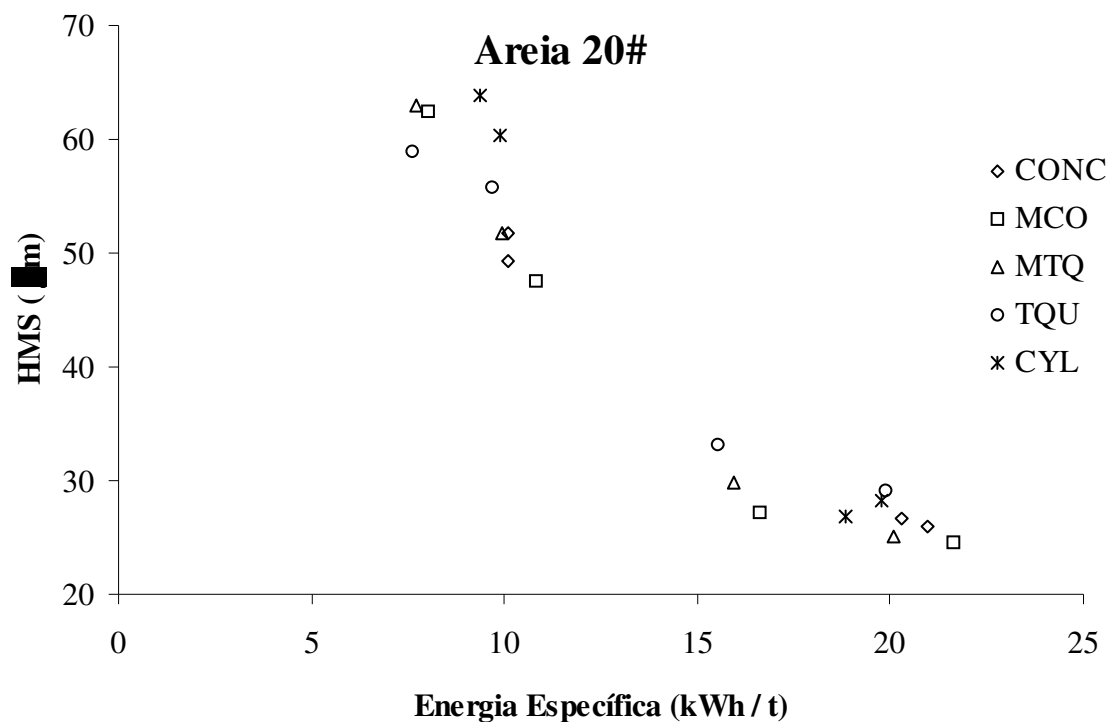


Figura 8.7 - HMS em função da Energia Específica, areia 20#.

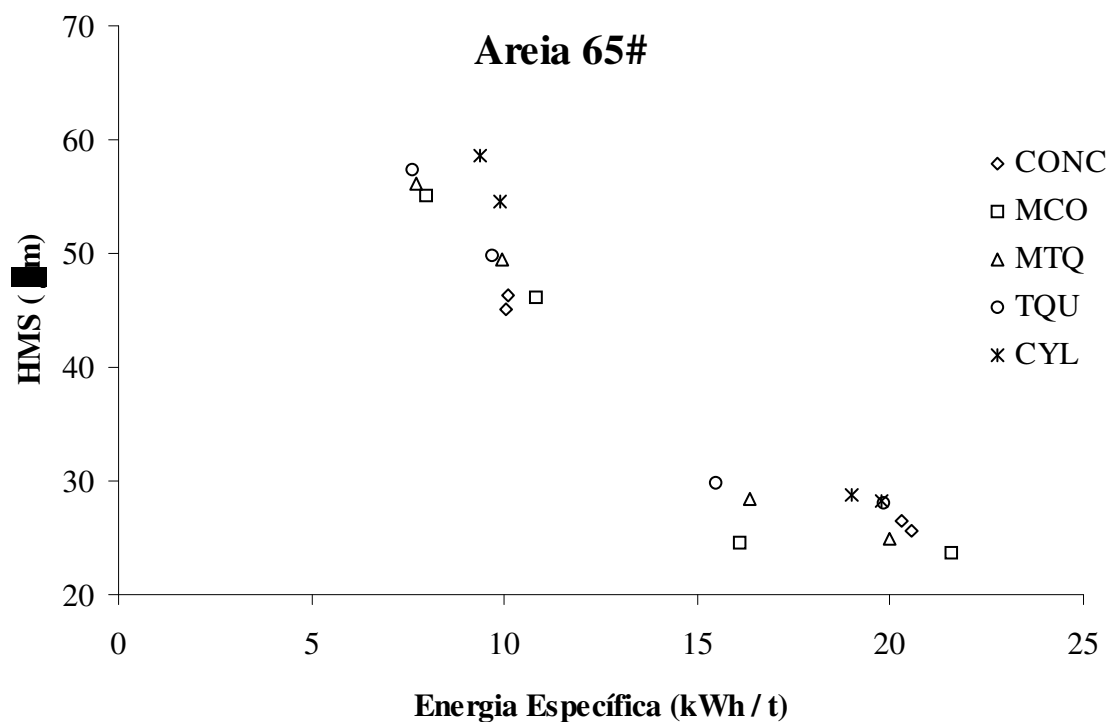


Figura 8.8 - HMS em função da Energia Específica, areia 65#.

Analisando, por meio de técnicas de Regressão Linear Múltipla, os dados obtidos, foram levantadas as influências dos parâmetros dependentes da geometria dos corpos moedores nos resultados operacionais.

Dessa maneira, foram encontradas equações, que representam, bastante bem, o conjunto dos ensaios realizados e que não têm pretensões generalistas, mas que acreditamos dar uma boa informação sobre quais os principais parâmetros que vão influenciar nos resultados e o seu peso relativo.

Repetimos, na Tabela 8.5, as principais características dos corpos moedores.

Tabela 8.5 – Características dos corpos moedores empregados.

		Notação	CONC	MCO	MTQ	TQU	CYL
Densidade da carga	kg/dm <sup>3</sup>	Dcg	4,84	4,36	4,35	4,25	4,64
Porosidade da carga	%	P%	35,12	43,36	44,25	43,85	36,83
Superfície específica	m <sup>2</sup> /t	SE	47,44	57,71	46,33	34,93	46,26
Superfície específica convexa	m <sup>2</sup> /t	SEcx	41,82	57,71	46,33	34,93	31,83

A partir dos dados das Tabelas foram calculados os dados restantes, necessários para as análises.

As correlações foram feitas para as duas areias separadamente e também para o conjunto. Serão apresentadas apenas as equações. Os dados mais completos das mesmas estão no Anexo 1.

Conjunto das areias

$$\text{kWh/t} = 24,8 - 0,355 \times \text{P\%} - 0,131 \times \text{Pr\%} + 0,640 \times t \quad (8.1)$$

$$R^2 = 98,1\%$$

Areias 20#

$$\text{kWh/t} = 25,0 - 0,358 \times \text{P\%} - 0,131 \times \text{Pr\%} + 0,642 \times t \quad (8.1')$$

$$R^2 = 98,1\%$$

Areia 65#

$$\text{kWh/t} = 24,7 - 0,352 \times \text{P\%} - 0,130 \times \text{Pr\%} + 0,638 \times t \quad (8.1'')$$

$$R^2 = 98,2\%$$

Nessas equações da Energia Específica (kWh/t de minério), a variável geométrica é a Porosidade da carga de corpos moedores (P%); as variáveis operacionais

são o Preenchimento Intersticial (Pr%) e, naturalmente, o tempo (t) de moagem.

Conjunto das areias

$$BSA = - 1424 + 20,6 \times SE + 81,0 \times t + 1,94 \times BSA_i \quad (8.2)$$

$$R^2 = 93,5\%$$

Areias 20#

$$BSA = - 892 + 21,2 SE + 75,6 t \quad (8.2')$$

$$R^2 = 93,1\%$$

Areias 65#

$$BSA = - 661 + 19,9 \times SE + 86,4 \times t \quad (8.2'')$$

$$R^2 = 93,3\%$$

Nas equações da Superfície Específica Blaine, para o conjunto das areias, foi necessária a introdução da variável  $BSA_i$ , que é a Superfície Específica Blaine inicial. A variável geométrica é a Superfície Específica (SE) dos corpos moedores e a operacional é o tempo de moagem (t).

Conjunto das areias

$$>270\# = 180 - 0,428 \times SE_{cx} - 20,2 \times D_{cg} + 0,381 \times Pr\% - 2,45 \times t \quad (8.3)$$

$$R^2 = 98,3\%$$

Areia 20#

$$>270\# = 183 - 0,383 \times SE_{cx} - 21,6 \times D_{cg} + 0,404 Pr\% - 2,45 \times t \quad (8.3')$$

$$R^2 = 98,2\%$$

Areia 65#

$$>270\# = 177 - 0,472 \times SE_{cx} - 18,9 \times D_{cg} + 0,358 \times Pr\% - 2,46 \times t \quad (8.3'')$$

$$R^2 = 98,8\%$$

Para as equações do maior do que 270#, as variáveis geométricas são a Superfície Específica Convexa dos corpos moedores ( $SE_{cx}$ ) e a Densidade da carga dos corpos moedores; as variáveis operacionais são o Preenchimento Intersticial da carga (Pr%) e o tempo de moagem (t). Como percebido, anteriormente, nos gráficos, a influência da granulometria inicial é pequena e não foi necessária a introdução de uma variável que a representasse, na Equação 8.3 do conjunto das areias.

Conjunto das areias

$$\text{HMS} = 16,0 + 0,437 \times \text{SE} - 0,598 \times \text{SE}_{\text{cx}} + 1,13 \times \text{P}\% + 0,228 \times \text{Pr}\% - 1,80 \times t + 0,0240 \times \text{HMSi} \quad (8.4)$$

$$R^2 = 96,8\%$$

Areia 20#

$$\text{HMS} = 21,0 + 0,425 \times \text{SE} - 0,584 \times \text{SE}_{\text{cx}} + 1,18 \times \text{P}\% + 0,259 \times \text{Pr}\% - 1,92 \times t \quad (8.4')$$

$$R^2 = 96,9\%$$

Areia 65#

$$\text{HMS} = 22,5 + 0,448 \times \text{SE} - 0,612 \times \text{SE}_{\text{cx}} + 1,07 \times \text{P}\% + 0,196 \times \text{Pr}\% - 1,67 \times t \quad (8.4'')$$

$$R^2 = 97,8\%$$

Para as equações do tamanho Médio Harmônico (HMS), as variáveis geométricas são a Superfície Específica (SE) dos corpos moedores a Superfície Específica Convexa dos corpos moedores (SE<sub>cx</sub>) e a Porosidade da carga dos corpos moedores; as variáveis operacionais são o Preenchimento Intersticial da carga (Pr%) e o tempo de moagem (t). Para o conjunto das areias foi necessária a introdução da variável Tamanho Médio Harmônico Inicial (HMSi).

Finalmente foi feita uma correlação, para o conjunto das areias, entre o Índice de Moabilidade (Im) e um conjunto de variáveis e a equação obtida foi:

$$\text{Im} = - 353 + 41,4 \times \text{Dcg} + 5,11 \times \text{P}\% + 2,98 \times \text{SE} - 1,93 \times \text{SE}_{\text{cx}} + 0,0689 \times \text{BSAi} \quad (8.5)$$

$$R^2 = 97,4\%$$

Nessa equação, BSAi é a Superfície Específica Blaine inicial e todas as outras variáveis são geométricas.

De posse dessas equações, foram feitas simulações fixando alguns parâmetros operacionais e calculando os demais. Naturalmente os parâmetros geométricos são constantes.

Os parâmetros fixos foram:

Massa de minério – 0,8kg

Porcentagem de sólidos em peso na polpa – 65%

Preenchimento intersticial – 100%

A partir desses são calculados:

A percentagem de enchimento (E%)

A massa de corpos moedores (Mb)

As simulações foram feitas para:

Tempo de moagem (t)

Consumo específico de energia (kW/t)

Superfície específica Blaine do produto - BSA

O primeiro parâmetro operacional fixado foi o tempo de moagem. Foram obtidos os resultados mostrados na tabela 8.6.

Tabela 8.6 – Simulações para tempo de moagem.

	E%	Mb	t	kw/t	BSA
CONC	39,3	10,1	15	9,1	1208
MCO	31,8	7,4	15	6,8	956
MTQ	31,2	7,2	15	5,9	689
TQU	31,4	7,1	15	5,5	550
CYL	37,4	9,2	15	8,2	1191

Os côncavos tiveram o maior Consumo Específico de Energia e o produto um BSA mais alto.

Fixando o Consumo Específico de Energia no mesmo nível do dos côncavos, temos, na Tabela 8.7:

Tabela 8.7 – Simulações para a Energia Específica.

	E%	Mb	t	kw/t	BSA
CONC	39,3	10,1	15	9,1	1208
MCO	31,8	7,4	19	9,1	1744
MTQ	31,2	7,2	20	9,1	1627
TQU	31,4	7,1	21	9,1	1444
CYL	37,4	9,2	17	9,1	1335

Os côncavos tiveram o menor tempo e BSA mais baixo.

Fixando a Superfície Específica Blaine no mesmo nível do dos côncavos, temos, na Tabela 8.8:

Tabela 8.8 – Simulações para a Superfície Específica Blaine.

	E%	Mb	t	kw/t	BSA
CONC	39,3	10,1	15	9,1	1208
MCO	31,8	7,4	12	4,9	1208
MTQ	31,2	7,2	15	5,8	1208
TQU	31,4	7,1	18	7,2	1208
CYL	37,4	9,2	15	8,1	1208

Os côncavos tiveram um tempo intermediário e o maior Consumo Específico de Energia.

Para a areia, o desempenho dos corpos esféricos foi melhor do que para os corpos não esféricos. Provavelmente, por ser um material duro e frágil, a sua fratura se dá mais por choque do que por abrasão, o que vai favorecer os corpos esféricos não só por utilizarem toda a superfície mas também, provavelmente, pela sua movimentação no moinho sofrer menos perturbações, que vão ocorrer nos corpos não esféricos, devido a suas irregularidades.

As análises granulométricas dos produtos das moagens estão na Figura 8.9, onde as curvas à direita são as das primeiras moagens e as da esquerda das segundas.

Como já foi dito, não existem grandes diferenças entre as granulometrias dos produtos para as duas granulometrias iniciais.

Para as duas granulometrias iniciais, no cálculo pela carga, as curvas dos côncavos são intermediárias e as curvas do cálculo pelo carregamento estão mais baixas, indicando que os produtos são mais finos por esse critério de cálculo da carga.

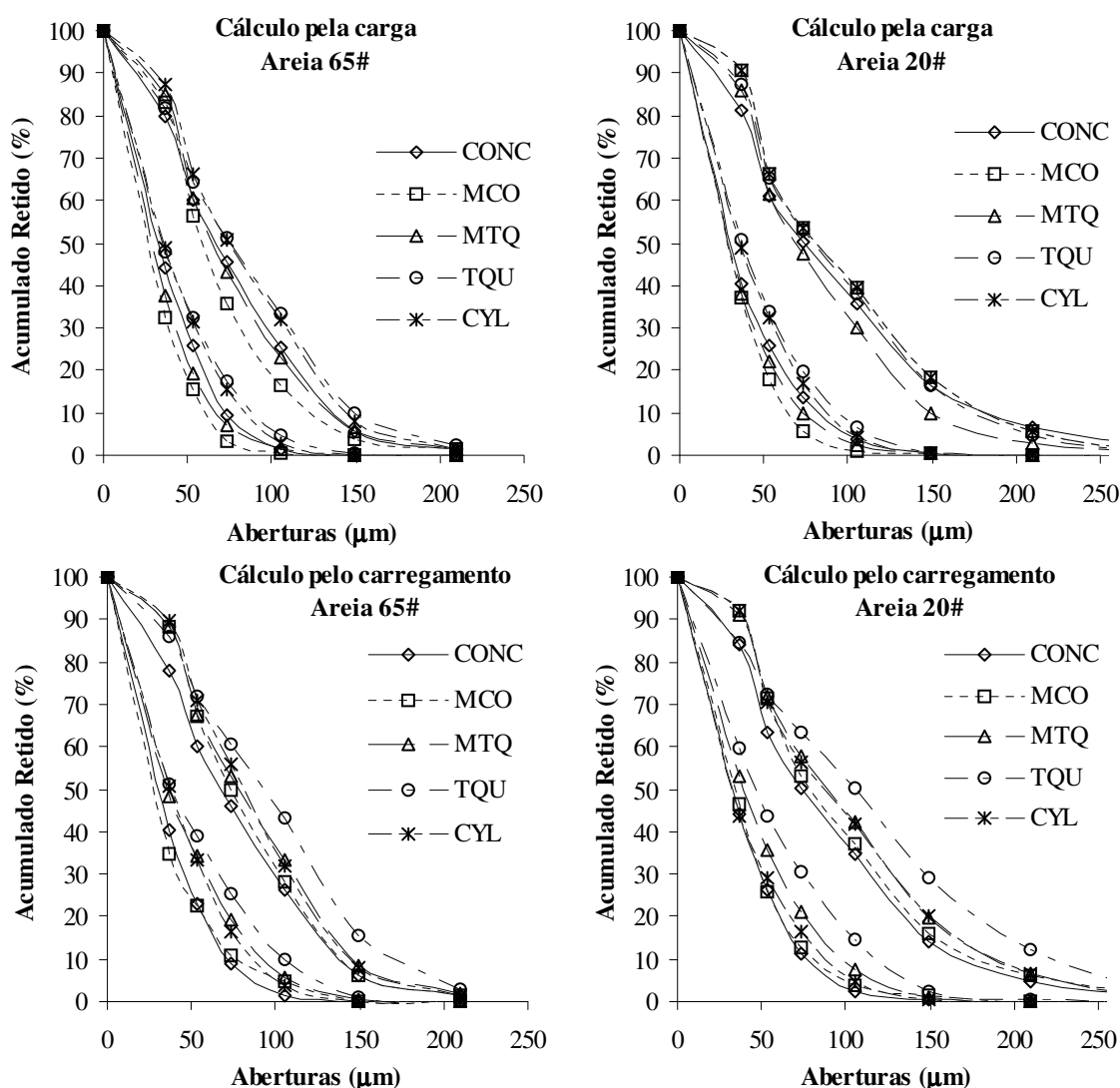


Figura 8.9 – Análises granulométricas dos produtos de moagem.

Utilizando-se os valores dos coeficientes das Funções Quebra e Seleção, determinados anteriormente, foram feitas simulações de moagem para a areia 20#, comparando os valores experimentais com os calculados. Essas simulações foram feitas utilizando-se as equações de balanço tamanho-massa, propostas por REID (1965) (apud AUSTIN et alii, 1974) e desenvolvidas por AUSTIN et alii (1974).

Os valores calculados tiveram uma razoável concordância com os valores determinados experimentalmente, levando-se em conta que as moagens foram muito mais longas do que as empregadas para o levantamento das Funções.

Foram obtidos os resultados que se encontram nos gráficos da Figura 8.10, onde as letras “E” nas legendas referem-se aos resultados experimentais e as letras “C” aos resultados da simulação.

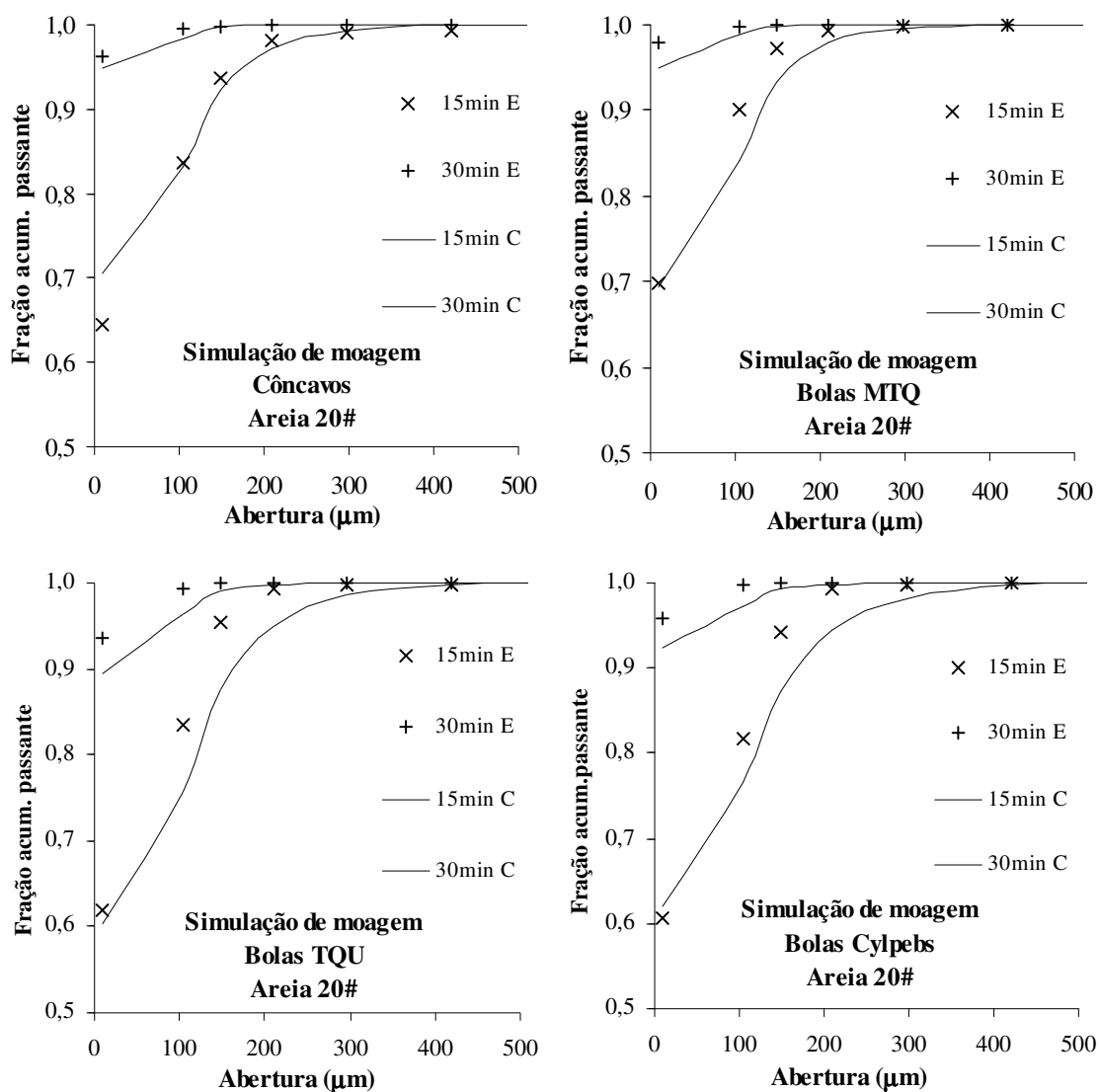


Figura 8.10 – Simulações de moagem, areia 20#.

Da mesma forma, utilizando-se os valores dos coeficientes das Funções Quebra e Seleção determinados anteriormente, foram feitas simulações de moagem para a areia 65#, comparando os valores experimentais com os calculados. Essas simulações foram feitas utilizando-se as equações de balanço tamanho-massa, propostas por REID (1965) (apud AUSTIN et alii, 1974) e desenvolvidas por AUSTIN et alii (1974).

Os valores calculados tiveram uma razoável concordância com os valores determinados experimentalmente, levando-se em conta que as moagens foram muito mais longas do que as empregadas para o levantamento das Funções.

Foram obtidos os resultados que se encontram nos gráficos da Figura 8.11, onde as letras “E” nas legendas referem-se aos resultados experimentais e as letras “C” aos resultados da simulação.

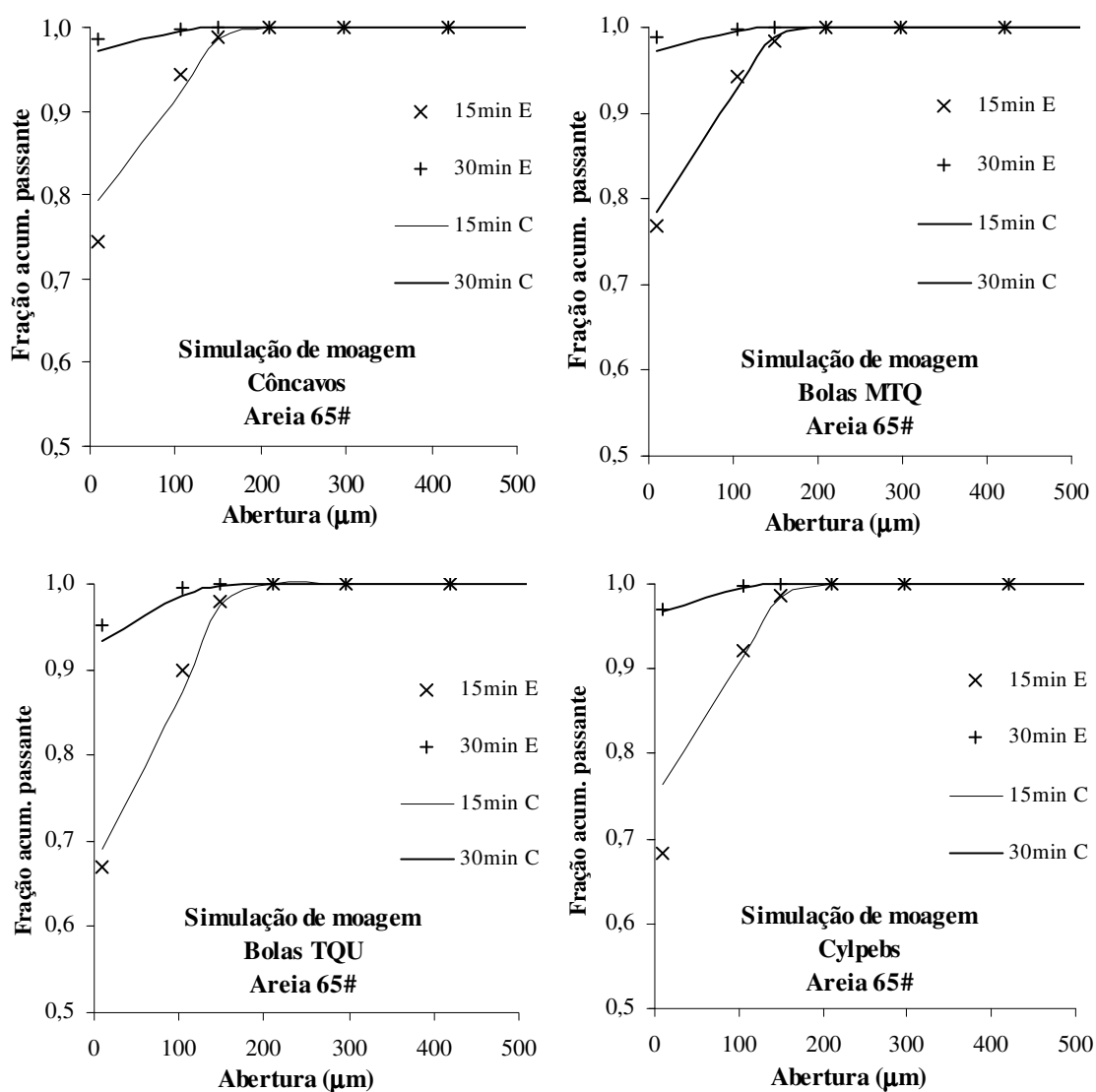


Figura 8.11 – Simulações de moagem, areia 65#.

## 9 MOAGENS DE MINÉRIO DE FERRO

No intuito de comparar o desempenho dos diversos corpos moedores, para um minério diferente, foram feitas moagens de minério de ferro, com as mesmas condições para todos eles.

A granulometria inicial do minério de ferro é representada no gráfico da Figura 9.1 e apresentada na Tabela 9.1.

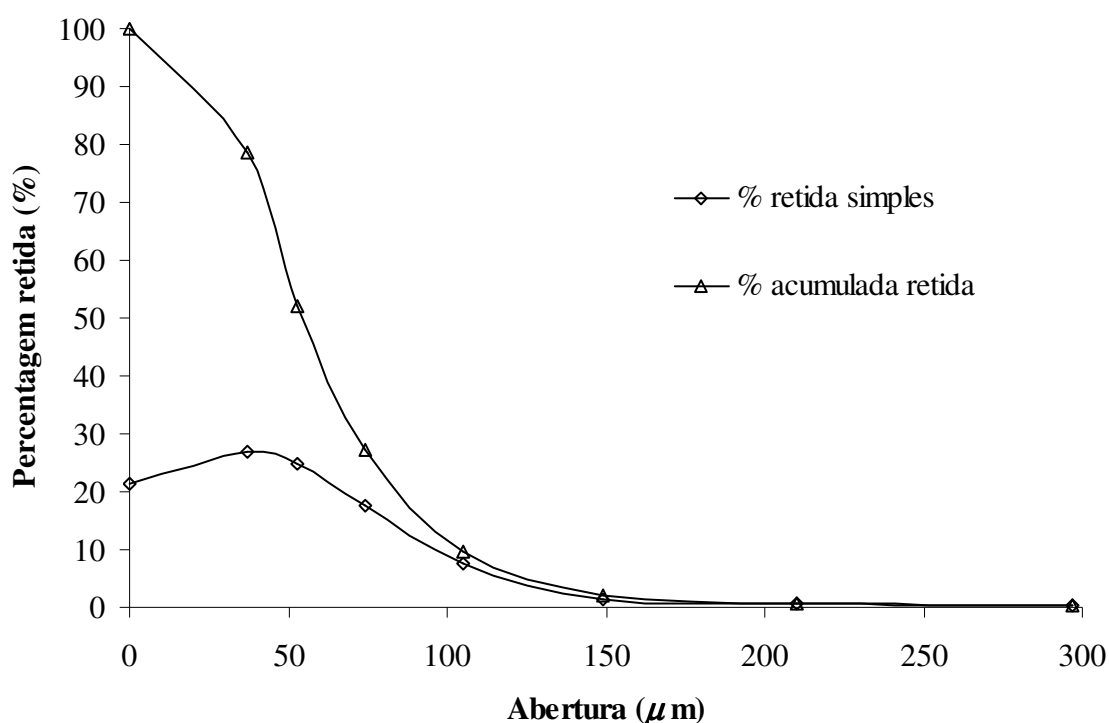


Figura 9.1 - Distribuição granulométrica inicial do minério de ferro.

Tabela 9.1 - Granulometria inicial do minério de ferro.

Peneira	Abertura	Minério de ferro	
		% retida simples	% acumulada retida
48#	297	0,24	0,24
65#	210	0,54	0,79
100#	149	1,45	2,24
150#	105	7,43	9,66
200#	74	17,48	27,15
270#	53	24,83	51,98
400#	37	26,78	78,76
Fundo		21,24	100,00

Similarmente ao que foi feito nas moagens sem minério, foram empregados os dois critérios para a composição da carga do moinho.

No “Cálculo pela Carga” são estabelecidas: as massas do minério de ferro, de água e dos corpos moedores.

No “Cálculo pelo Carregamento”, os parâmetros estabelecidos são: as percentagens de enchimento do moinho, do preenchimento intersticial e de sólidos na polpa.

É dada, para ambos os casos, a densidade do minério de ferro e os outros parâmetros operacionais são calculados a partir dos parâmetros dados e são função da geometria dos corpos moedores, principalmente da sua densidade de carga.

Na Tabela 9.2 apresentamos os parâmetros dos ensaios, para cada critério de cálculo. Os números em itálico representam os valores estabelecidos, para cada caso, os outros foram calculados a partir deles.

Tabela 9.2 - Quadro dos ensaios com minério de ferro.

<b>Moagens de Minério de ferro</b>							
<b>Moinho</b>		Notação	F.G.				
Diâmetro	dm	D	2,48				
Comprimento	dm	L	1,1				
Volume	dm <sup>3</sup>	Vm	5,3				
Velocidade crítica	rpm	Vc	84,7				
Velocidade ensaio	rpm	V	59,5				
<b>Corpos moedores</b>			CONC	MCO	MTQ	TQU	CYL
Densidade da carga	kg/dm <sup>3</sup>	Dcg	4,84	4,36	4,35	4,25	4,64
Porosidade da carga	%	P%	35,12	43,36	44,25	43,85	36,83
<b>Calculo pela carga</b>							
Minério de ferro	kg		1,23				
Água	kg		0,41				
Massa de polpa	kg	Mp	1,63				
Massa de bolas	kg	Mb	9,0				
Volume da carga	dm <sup>3</sup>	Vcg	1,86	2,07	2,07	2,12	1,94
Volume de polpa	dm <sup>3</sup>	Vpl	0,65				
Enchimento	%	E%	35,0	38,9	39,0	39,9	36,5
Preenchimento intersticial	%	Pr%	100,0	74,2	71,3	70,3	91,4
Sólidos em peso	%		75				
Sólidos em volume	%		37,5				
Densidade do minério de ferro	kg/dm <sup>3</sup>		5				
Densidade da polpa	kg/dm <sup>3</sup>	Dpl	2,50				

<b>Calculo pelo carregamento</b>							
Enchimento	%	E%	35				
Preenchimento intersticial	%	Pr%	100				
Sólidos em peso	%		75				
Sólidos em volume	%		37,5				
Densidade do minério de ferro	kg/dm <sup>3</sup>		5				
Densidade da polpa	kg/dm <sup>3</sup>		2,5				
Volume da carga	dm <sup>3</sup>	Vcg	1,86				
Massa de bolas	kg	Mb	9,00	8,10	8,08	7,90	8,63
Volume de polpa	dm <sup>3</sup>	Mpl	0,65	0,79	0,82	0,82	0,68
Massa de polpa	kg		1,63	1,98	2,06	2,04	1,71
Minério de ferro	kg		1,22	1,48	1,54	1,53	1,28
Água	kg		0,41	0,49	0,51	0,51	0,43

As moagens foram feitas inicialmente por um tempo de 24 min, após o que o material era retirado, filtrado e secado. O material seco foi homogeneizado e foram retiradas amostras para análise granulométrica e determinação da superfície específica pelo método de Blaine. Feitas essas análises, as amostras utilizadas eram reincorporadas ao restante, que retornava ao moinho para uma nova moagem de 48 min, seguida do mesmo procedimento analítico.

Nas Tabelas 9.3 , o resumo dos resultados para o minério de ferro.

Tabela 9.3 - Principais resultados dos ensaios para o minério de ferro.

<b>Minério de ferro</b>		<b>Carga</b>			<b>Carregamento</b>	
		Inicial	Moagem 1	Moagem 2	Moagem 1	Moagem 2
<b>CONC</b>		Índice de Moabilidade		(cm <sup>2</sup> /g) / (kWh/t)	63,26	
Tempo (t)	min	0	24	72	24	72
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	8,36	25,39	8,36	25,44
BSA	cm <sup>2</sup> /g	453	1107	2084	1106	2090
> 270#	%	51,98	12,58	0,85	12,01	0,28
HMS	µm	41,76	24,74	19,34	24,86	19,26
<b>MCO</b>		Índice de Moabilidade		(cm <sup>2</sup> /g) / (kWh/t)	66,91	
Tempo (t)	min	0	24	72	24	72
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	8,15	24,64	6,60	20,08
BSA	cm <sup>2</sup> /g	453	1158	2125	893	1792
> 270#	%	51,98	9,67	0,17	14,19	0,57
HMS	µm	41,76	23,71	18,96	25,65	19,68
<b>MTQ</b>		Índice de Moabilidade		(cm <sup>2</sup> /g) / (kWh/t)	58,17	
Tempo (t)	min	0	24	72	24	72
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	8,10	25,85	6,35	19,31
BSA	cm <sup>2</sup> /g	453	970	1988	792	1522
> 270#	%	51,98	13,17	0,65	19,17	1,37
HMS	µm	41,76	25,19	19,58	27,30	20,31

<b>TQU</b>		Índice de Moabilidade		$(\text{cm}^2/\text{g}) / (\text{kWh}/\text{t})$		50,30
Tempo (t)	min	0	24	72	24	72
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	8,06	24,78	6,36	19,54
BSA	$\text{cm}^2/\text{g}$	453	916	1704	791	1445
> 270#	%	51,98	19,18	3,26	25,84	5,06
HMS	$\mu\text{m}$	41,76	27,17	20,91	29,16	22,14
<b>CYL</b>		Índice de Moabilidade		$(\text{cm}^2/\text{g}) / (\text{kWh}/\text{t})$		53,15
Tempo (t)	min	0	24	72	24	72
kWh/t <sup>(*)</sup>	Rowland	0,00	8,23	25,55	7,77	23,89
BSA	$\text{cm}^2/\text{g}$	453	832	1804	850	1716
> 270#	%	51,98	16,09	1,90	20,80	1,69
HMS	$\mu\text{m}$	41,76	26,67	20,26	27,78	20,40

(\*) Valores divididos por 10

Representamos, nos gráficos a seguir, os valores dos resultados mostrados na Tabela 9.3.

Primeiramente representamos, no gráfico da Figura 9.2, os Índices de Moabilidade para todos os corpos moedores.

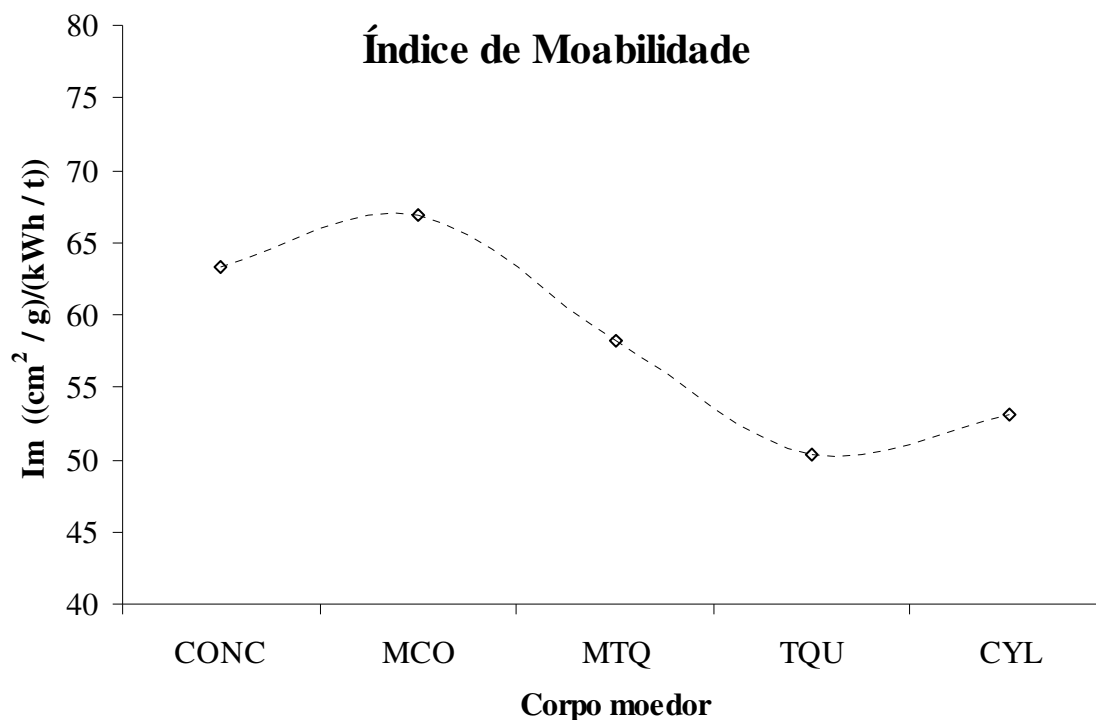


Figura 9.2 - Índices de Moabilidade para os corpos moedores, minério de ferro.

Os Índices de Moabilidade, para os corpos esféricos são decrescentes com o aumento do diâmetro do corpo, para os côncavos são intermediários entre os corpos

MCO e MTQ e para os cylpebs entre os MTQ e os TQU.

Esse comportamento pode ser visto, também, no gráfico da Figura 9.3, em que temos a Superfície Específica Blaine (BSA), em função da Energia Específica. Nesse gráfico o desempenho dos côncavos é muito próximo dos corpos MCO, o MTQ é intermediário e os cylpebs e o TQU são também próximos.

Verifica-se, também, que os resultados seguem a Lei de Rittinger bastante bem, com a Superfície Específica variando linearmente com a Energia Específica.

Nos gráficos das Figuras 9.4 e 9.5, em que representamos as percentagens retidas em 270# e o Tamanho Médio Harmônico (HMS), é difícil de serem visualizadas tendências claras no comportamento de cada corpo moedor.

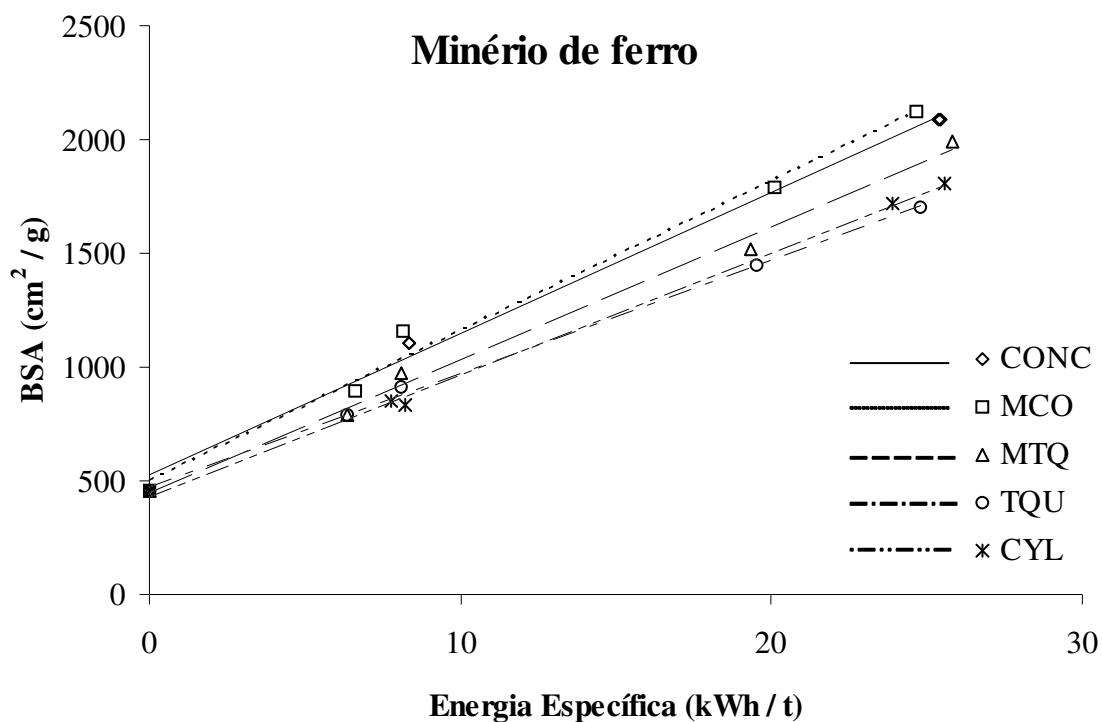


Figura 9.3 - BSA em função da Energia Específica.

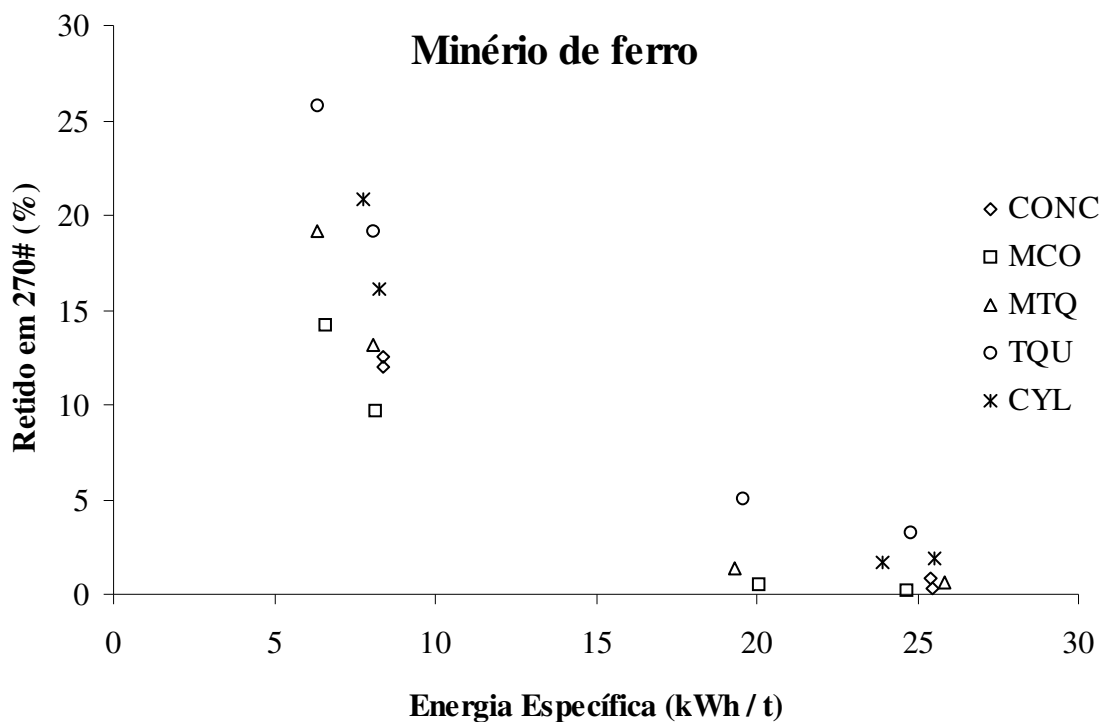


Figura 9.4 - Percentagem retida em 270#, em função da Energia Específica.

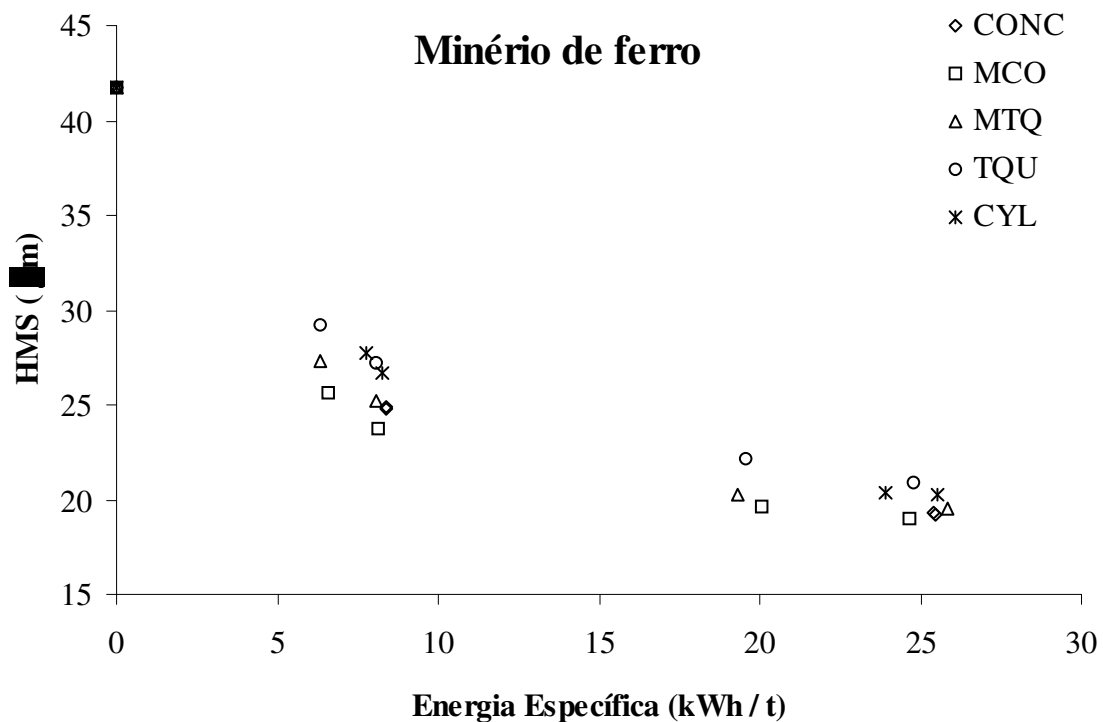


Figura 9.5 - HMS em função da Energia Específica, minério de ferro.

Analisando, por meio de técnicas de Regressão Linear Múltipla, os dados obtidos, foram levantadas as influências dos parâmetros dependentes da geometria dos corpos moedores nos resultados operacionais.

Dessa maneira, foram encontradas equações, que representam, bastante bem, o conjunto dos ensaios realizados e que não têm pretensões generalistas, mas que acreditamos dar uma boa informação sobre quais os principais parâmetros que vão influenciar nos resultados e o seu peso relativo.

Repetimos, na Tabela 9.4, as principais características dos corpos moedores.

Tabela 9.4 – Características dos corpos moedores empregados.

		Notação	CONC	MCO	MTQ	TQU	CYL
Densidade da carga	kg/dm <sup>3</sup>	Dcg	4,84	4,36	4,35	4,25	4,64
Porosidade da carga	%	P%	35,12	43,36	44,25	43,85	36,83
Superfície específica	m <sup>2</sup> /t	SE	47,44	57,99	46,33	34,93	46,26
Superfície específica convexa	m <sup>2</sup> /t	SEcx	41,82	57,71	46,33	34,93	31,83

A partir dos dados da Tabela 9.3 foram calculados os dados restantes, necessários para as análises.

Serão apresentadas apenas as equações. Os dados mais completos das mesmas estão no Anexo 1.

$$\text{kWh/t} = 28,4 - 0,424 \times \text{P\%} - 0,126 \times \text{Pr\%} + 0,329 \times t \quad (9.1)$$

$$R^2 = 98,7\%$$

Nessa equação da Energia Específica (kWh/t de minério), a variável geométrica é a Porosidade da carga de corpos moedores (P%); as variáveis operacionais são o Preenchimento Intersticial (Pr%) e, naturalmente, o tempo (t) de moagem.

$$\text{BSA} = 3316 - 13,4 \times \text{SE} + 25,2 \times \text{SEcx} - 59,3 \times \text{P\%} - 9,39 \times \text{Pr\%} + 18,4 \times t \quad (9.2)$$

$$R^2 = 98,2\%$$

As variáveis geométricas são a Superfície Específica (SE), a Superfície Específica Convexa (SEcx) dos corpos moedores e a porosidade da carga (P%) e as operacionais são o Preenchimento Intersticial (Pr%) e o tempo de moagem (t).

$$\begin{aligned} >270\# &= 75,7 - 0,254 \times SE_{cx} - 11,7 \times D_{cg} + 0,125 \times Pr\% - 0,306 \times t & (9.3) \\ R^2 &= 95,2\% \end{aligned}$$

Para as equações do maior do que 270#, as variáveis geométricas são a Superfície Específica Convexa dos corpos moedores ( $SE_{vx}$ ) e a Densidade da carga dos corpos moedores ( $D_{cg}$ ); as variáveis operacionais são o Preenchimento Intersticial da carga ( $Pr\%$ ) e o tempo de moagem ( $t$ ).

$$\begin{aligned} HMS &= 50,6 - 0,105 \times SE_{cx} - 4,81 \times D_{cg} + 0,0526 \times Pr\% - 0,128 \times t & (9.4) \\ R^2 &= 98,6\% \end{aligned}$$

É interessante notar que as variáveis que influem no  $>270\#$  e no HMS são as mesmas, indicando a sua importância na composição desses resultados.

Finalmente foi feita uma correlação entre o Índice de Moabilidade ( $Im$ ) e algumas variáveis; a equação obtida foi:

$$\begin{aligned} Im &= 53,0 + 2,43 \times D_{cg} - 0,855 \times P\% - 0,134 \times SE + 0,833 \times SE_{cx} & (9.5) \\ R^2 &= 100,0\% \end{aligned}$$

Nessa equação, onde todas as variáveis são geométricas, temos uma excelente correlação, com alta significância de todas as variáveis.

De posse dessas equações, foram feitas simulações fixando alguns parâmetros operacionais e calculando os demais. Naturalmente os parâmetros geométricos são constantes.

Os parâmetros fixos foram:

Massa de minério – 1,1kg

Porcentagem de sólidos em peso na polpa – 75%

Preenchimento intersticial – 100%

A partir desses são calculados:

A porcentagem de enchimento ( $E\%$ )

A massa de corpos moedores ( $Mb$ )

As simulações foram feitas para:

Tempo de moagem (t)

Consumo específico de energia (kW/t)

Superfície específica Blaine do produto - BSA

O primeiro parâmetro operacional fixado foi o tempo de moagem. Foram obtidos os resultados mostrados na tabela 9.5.

Tabela 9.5 – Simulações para tempo de moagem.

	E%	Mb	t	kw/t	BSA
CONC	41,9	10,8	24	8,8	1154
MCO	33,9	7,9	24	5,3	927
MTQ	33,2	7,7	24	5,0	741
TQU	33,5	7,6	24	5,1	631
CYL	40,0	9,8	24	8,1	818

Os côncavos tiveram o maior Consumo Específico de Energia e o produto um BSA mais alto.

Fixando o Consumo Específico de Energia no mesmo nível dos côncavos, temos, na Tabela 9.6:

Tabela 9.6 – Simulações para a Energia Específica.

	E%	Mb	t	kw/t	BSA
CONC	41,9	10,8	24	8,8	1154
MCO	33,9	7,9	35	8,8	1123
MTQ	33,2	7,7	36	8,8	958
TQU	33,5	7,6	35	8,8	838
CYL	40,0	9,8	26	8,8	858

Os côncavos tiveram o menor tempo e BSA mais alto.

Fixando a Superfície Específica Blaine no mesmo nível do dos côncavos, temos, na Tabela 9.7:

Tabela 9.7 – Simulações para a Superfície Específica Blaine.

	E%	Mb	t	kw/t	BSA
CONC	41,9	10,8	24	8,8	1154
MCO	33,9	7,9	36	9,4	1154
MTQ	33,2	7,7	46	12,3	1154
TQU	33,5	7,6	52	14,5	1154
CYL	40,0	9,8	42	14,1	1154

Os côncavos tiveram o menor tempo e o menor Consumo Específico de Energia.

Para o minério de ferro, o desempenho dos corpos não esféricos foi melhor do que dos corpos esféricos. Provavelmente, por ser um material macio e resiliente, a sua fratura se dá mais por abrasão do que por choque.

Para os corpos côncavos, a ação entre as superfícies côncavas e convexas, esquematizada na Figura 2.7, deve ter uma importância apreciável. Para os cylpebs, é provável que exista um rolamento segundo a geratriz do tronco de cone que vai ajudar na moagem, nesse caso de minérios mais macios.

Com o emprego das Equações de 9.1 a 9.4, foram calculados os valores dos parâmetros para todas as moagens e os resultados foram lançados nos gráficos da Figura 9.6, contra os valores experimentais.

Visualmente, pode-se perceber que existe uma boa correlação entre todos eles e, embora estejamos considerando as correlações como lineares, no caso do BSA e do >270# isso parece não ser muito verdadeiro.

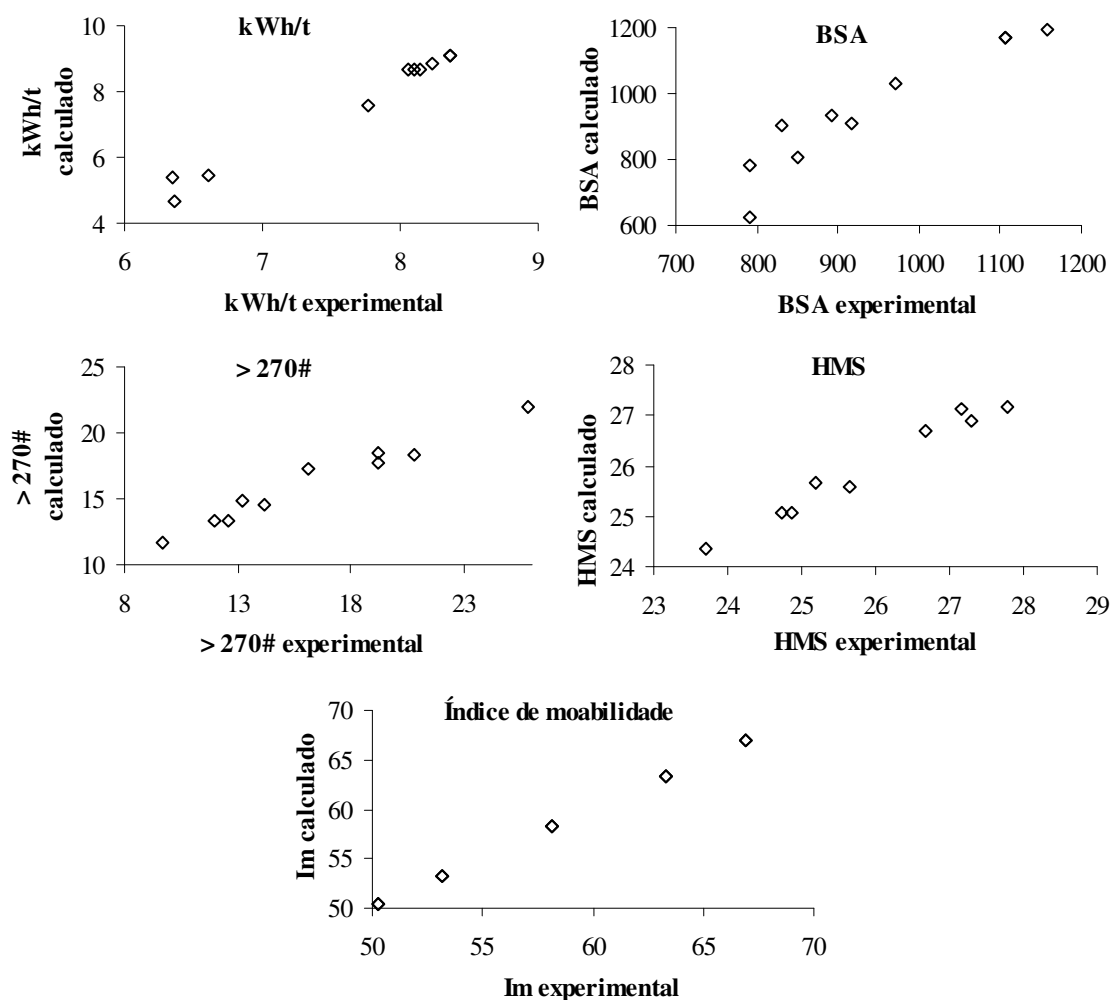


Figura 9.6 – Correlações entre os valores experimentais e calculados.

Nos gráficos da Figura 9.7, temos a comparação das granulometrias dos produtos de moagem, para os produtos obtidos com 24min de moagem. No “Cálculo pela Carga” as curvas estão mais próximas porque o grau de enchimento maior e o preenchimento intersticial menor aumentam a eficiência dos corpos com menor densidade de carga; no “Cálculo pelo Carregamento” as curvas se afastam porque a massa de bolas menor e a massa de minério maior, diminuem a eficiência dos corpos com menor densidade de carga.

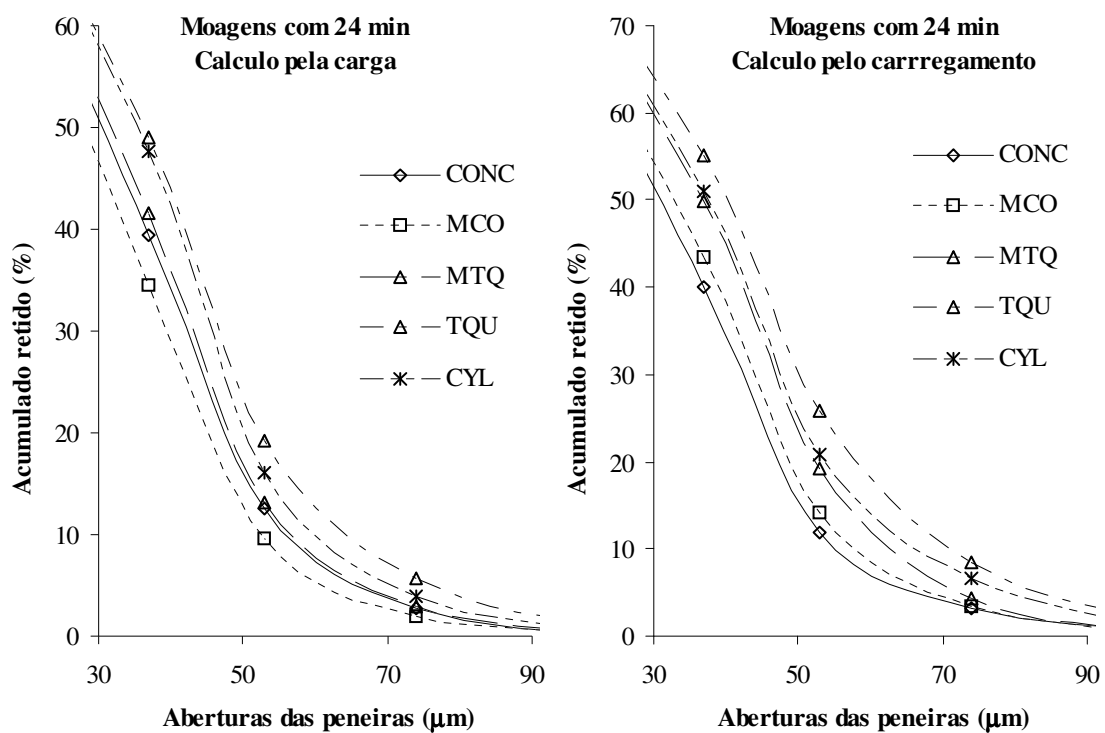


Figura 9.7 – Granulometria dos produtos das moagens de minério de ferro.

## 10 DISCUSSÃO

Comparando os resultados dos diversos ensaios, observamos, primeiramente a grande diferença de desempenho dos corpos moedores para diferentes materiais, de modo que a maior parte das conclusões para um material não se aplica ao outro.

Pelas Equações 5.3 e 5.4, que representam os fatores “a” e “α” da Função Seleção, fica de certa forma evidenciada a seletividade presumida para os corpos côncavos, pois eles têm velocidades de quebra mais altas para os maiores tamanhos.

Para as areias o desempenho dos corpos côncavos foi pior do que para todos os outros. Provavelmente, por se tratar de um material mais duro e frágil, o mecanismo preferencial de quebra seja por choque, no qual a presença da concavidade tem pouco efeito.

No caso das moagens de minério de ferro, material macio e resiliente, os corpos côncavos tiveram um bom desempenho, comparável ao dos corpos MCO que têm uma Superfície Específica 38% maior.

Comparando as equações obtidas para cada material, identificamos as principais variáveis do estudo realizado.

As equações para o Consumo Específico de Energia são:

$$\begin{array}{l} \text{Areia} \\ \text{kWh/t} = 24,8 - 0,355 \times P\% - 0,131 \times Pr\% + 0,640 \times t \end{array} \quad (8.1)$$

$$\begin{array}{l} \text{Minério de ferro} \\ \text{kWh/t} = 28,4 - 0,424 \times P\% - 0,126 \times Pr\% + 0,329 \times t \end{array} \quad (9.1)$$

Além das variáveis operacionais, a porosidade da carga (P%) aparece nas duas equações, como a variável importante.

Pesquisando uma relação mais geral, foi feita uma correlação que, além dessas variáveis, incluiu uma variável característica do material e o resultado foi que levando em consideração o Índice de Moabilidade foi obtida uma boa correlação, como se segue:

$$\begin{array}{l} \text{kWh/t} = 23,3 - 0,425 \times P\% - 0,144 \times Pr\% + 0,0952 \times Im + 0,363 \times t \\ R^2 = 88,3\% \end{array} \quad (10.1)$$

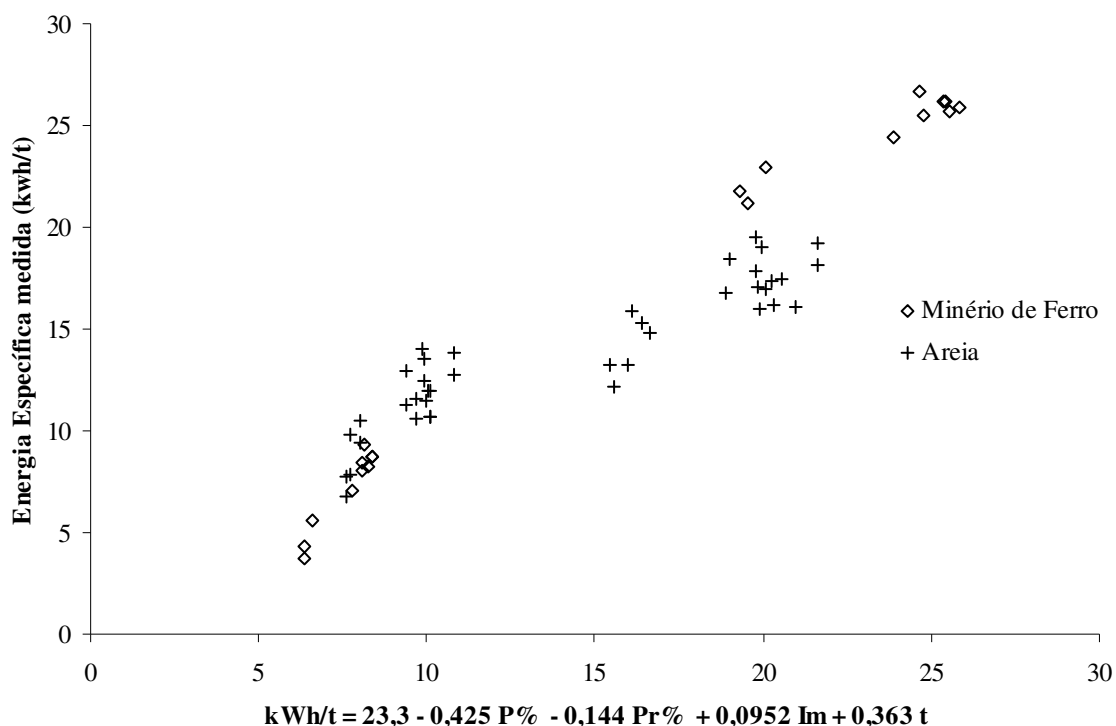


Figura 10.1 – Energias Específicas medidas e calculadas, areias e minério de ferro.

Embora o coeficiente de correlação linear seja alto, o gráfico da figura 10.1 sugere um comportamento não linear e diferente para os dois materiais.

As equações para a Superfície Específica Blaine são:

Areia

$$BSA = - 1424 + 20,6 \times SE + 81,0 \times t + 1,94 \times BSA \quad (8.2)$$

Minério de ferro

$$BSA = 3316 - 13,4 \times SE + 25,2 \times SE_{cx} - 59,3 \times P\% - 9,39 \times Pr\% + 18,4 \times t \quad (9.2)$$

Essas equações não são comparáveis pois os termos são muito diferentes e não sugerem uma variável geométrica preponderante.

Mesmo assim foi pesquisada uma relação mais geral que incluísse uma variável característica do material e o resultado foi que levando em consideração o Índice de Moabilidade foi obtida a seguinte correlação:

$$BSA = - 2889 + 607 \times D_{cg} - 10,9 \times Pr\% + 20,2 \times Im + 28,4 \times t \quad (10.2)$$

$$R^2 = 70,8\%$$

O coeficiente de correlação é baixo, mas mesmo assim, a equação sugere que a variável geométrica mais importante é a densidade da carga.

Colocando em um gráfico os valores medidos e calculados, temos, na Figura 10.2:

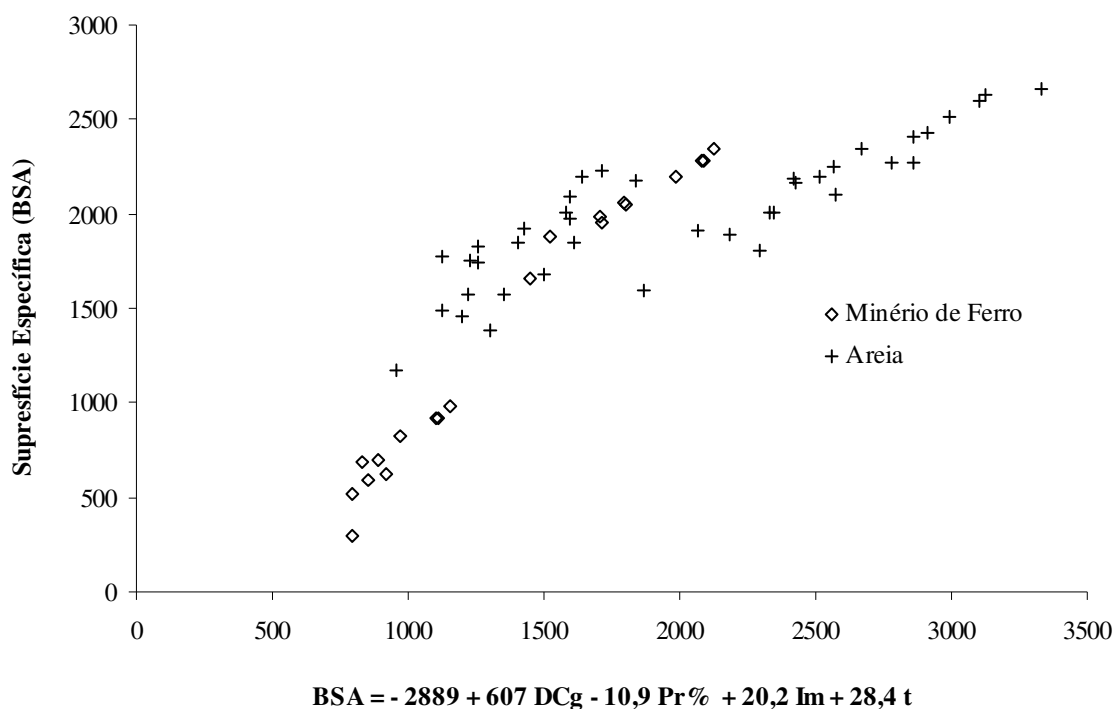


Figura 10.2 – Superfícies Específicas medidas e calculadas, areias e minério de ferro.

Visualmente, parecem existir dois comportamentos aproximadamente lineares e quase paralelos, um deles para o minério de ferro e parte das areias, que correspondem ao tempo de moagem de 15min e outro para o restante das areias, correspondendo ao tempo de moagem de 30min.

As equações para o maior do que 270# são:

$$\begin{aligned} &\text{Areia} \\ >270\# = 180 - 0,428 \times \text{SEcx} - 20,2 \times \text{Dcg} + 0,381 \times \text{Pr}\% - 2,45 \times t \end{aligned} \quad (8.3)$$

$$\begin{aligned} &\text{Minério de ferro} \\ >270\# = 75,7 - 0,254 \times \text{SEcx} - 11,7 \times \text{Dcg} + 0,125 \times \text{Pr}\% - 0,306 \times t \end{aligned} \quad (9.3)$$

Nessas equações temos as mesmas variáveis geométricas e a Superfície Específica convexa, participando com sinal negativo, sugere o efeito de seletividade

para os corpos não esféricos. A ausência de um termo característico do material parece indicar que ele não é fundamental nesse caso.

As Equações para o HMS são:

Areia

$$\text{HMS} = 16,0 + 0,437 \times \text{SE} - 0,598 \times \text{SEcx} + 1,13 \times \text{P\%} + 0,228 \times \text{Pr\%} - 1,80 \times t + 0,0240 \times \text{HMSi} \quad (8.4)$$

Minério de ferro

$$\text{HMS} = 50,6 - 0,105 \times \text{SEcx} - 4,81 \times \text{Dcg} + 0,0526 \times \text{Pr\%} - 0,128 \times t \quad (9.4)$$

Essas equações não são comparáveis pois os termos são muito diferentes e não sugerem uma variável geométrica preponderante.

O Preenchimento Intersticial revelou-se como uma variável operacional importante, participando significativamente de todas as correlações.

A ausência do grau de enchimento, variável indiscutivelmente importante na moagem, deve-se ao fato que ela já está incorporada através da energia, que foi calculada pela Equação de Rowland corrigida, da qual faz parte.

Foram usadas, nas diversas equações mostradas no trabalho, a densidade da carga, a porosidade da carga e relações entre volumes de vazio, da carga e dos corpos moedores. Esses parâmetros teoricamente deveriam se equivaler, mas como a densidade da carga e a porosidade foram determinadas diretamente e independentemente, por um processo que é pouco preciso por natureza, foi sempre escolhido o parâmetro que melhor se adequava ao caso.

## 11 CONCLUSÕES

Para tamanho de partículas de areia maiores do que cerca de 0,6mm, os corpos esféricos de 1/2" a 3/4" têm a maior velocidade de quebra, seguidos pelos côncavos, pelos corpos esféricos de 3/4" a 1" e finalmente pelos cylpebs.

Para tamanho de partículas de areia menores do que cerca de 0,2mm, os cylpebs têm a maior velocidade de quebra, seguidos pelos côncavos, pelos corpos esféricos de 1/2" a 3/4" e finalmente pelos corpos esféricos de 3/4" a 1".

Para a faixa granulométrica de 28#, os coeficientes da Função quebra indicam que os corpos côncavos vão produzir a menor quantidade de finos ( $\Phi_{28\#}$  menor e  $\alpha_{28\#}$  e  $\gamma_{28\#}$  maiores).

Para a moagem de areia, os corpos côncavos vão equivaler, aproximadamente, em termos do Índice de Moabilidade, aos corpos esféricos de 3/4" a 1".

Para a moagem de minério de ferro, os corpos côncavos vão equivaler aproximadamente, em termos do Índice de Moabilidade, aos corpos esféricos de 1/2" a 5/8".

Foram feitas análises granulométricas dos produtos de moagem e com os resultados foram calculados o Tamanho Médio Harmônico e a percentagem retida em 270#. Não foi possível determinar uma relação precisa entre esses parâmetros e a geometria dos corpos moedores.

Nos ensaios em vazio, a Potência Unitária (kW/t de corpos moedores), em função do grau de enchimento do moinho, é menor para os corpos côncavos, seguidos dos cylpebs e pelos corpos esféricos, que se confundem.

O Índice de Moabilidade proposto e utilizado revelou-se adequado para a interpretação dos resultados.

Foi proposta e introduzida uma correção na Fórmula de Rowland para cálculo da energia consumida, que permitiu que se considerassem diferentes densidades de carga, que para o nosso caso de comparação de corpos moedores com diferentes geometrias foi imprescindível.

## 12 BIBLIOGRAFIA

### 12.1 - REFERÊNCIAS

AUSTIN, L.G.; KLIMPEL, R.R.; LUCKIE, P.T. (1984) *Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling*. New York: Society of Mining Engineers of the A.I.M.E., 561p.

BERALDO, J.L. (1987) *Moagem de minérios em moinhos tubulares*. São Paulo: Editora Edgar Blücher, 143p.

CLOOS, U. (1983) Cylpebs: an alternative to balls as grinding media. *World Mining*, 10/1983, p59, outubro.

DONDA, J.D. (1998) *Estudo do Comportamento de um Itabirito do Quadrilátero Ferrífero Quanto à Superfície*. São Paulo: Universidade de São Paulo, 160p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Mineral)

DONDA, J.D.; PERES, A.E.C. (1998) *Comparação entre Cylpebs e Bolas na Moagem Secundária da Samarco Mineração*. São Paulo: Universidade de São Paulo, 16p. (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, BT/PMI/079)

DONDA, J.D. (2003) Uma metodologia para prever o consumo específico de energia na remoagem de concentrados de minério de ferro. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da Universidade de Minas Gerais, 115 p. (Tese, Doutorado, Engenharia Metalúrgica e de Minas)

HERBST, J.A.; LO, Y.C. (1987) La Influencia de la Forma del Medio en su eficiencia de Molienda, In: Simposium Sobre Molienda, V, Viña del Mar. *Anais...* Armco Chile Procemin, p165 – 174.

MINTEK (1991) *The selection of grinding balls for specific ores and the development of a suitable theory of ball wear*. Randburg, South Africa: MINTEK, 14p. (Application Report No. 10)

MONTENEGRO, L.C.M. (1997) *Aplicação de métodos numéricos na simulação da moagem em moinho de bolas utilizando o modelo do balanço populacional*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da Universidade de Minas Gerais, 125p. (Dissertação, Mestrado, Engenharia Metalúrgica e de Minas)

MOROZ, P.J.; CAÑETE, S.P.R. (1990) Improving the wear characteristics of forged steel grinding balls. In: Symposium Sobre Molienda, VI, Viña del Mar. *Anais...* Armco Chile Procemin, p5 – 10.

MOURÃO, J.M.; STEGMILLER, L. (1990) Influência da Estrutura dos Minérios de Ferro na sua Moabilidade. In. XIV Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia, Salvador, Anais. São Paulo, Associação Brasileira de Metais, V.1 p.228-243.

SEPÚLVEDA, J.E. (1990) Ball Mill Grinding: 40 Years After Bond, In: Symposium Sobre Molienda, VI, Viña del Mar. *Anais...* Armco Chile Procemin, p13 – 32.

TAGGART, A.F. (1964) Wet Grinding. In: TAGGART, A.F. *Handbook of Mineral Dressing*. 8<sup>th</sup> Printing. New York: John Wiley & Sons, Inc. Section 5, p5.1 – 5.133.

von KRÜGER, F.L.; DONDA, J.D.; DRUMMOND, M.A.R.; PERES, A.E.C. (2000) The effect of using concave surfaces as grinding media. In: INTERNATIONAL MINERAL PROCESSING CONGRESS, XXI, 2000, Roma. *Proceedings...*Roma: Paolo Massacci, University of Rome “La Sapienza”. v.C, p.C4-86 - C4-93.

WILLS, B.A. (1997) *Mineral Processing Technology*. Oxford, England: Butterworth-Heineman.

## 12.2 – BIBLIOGRAFIA ADICIONAL

AUSTIN, L.G. (1999) A discussion of equations for the analysis of batch grinding data. *Powder Technology*, 106, p.71 – 77.

BERTHIAUX, H. (2000) Analysis of grinding process by Markov chains. *Chemical Engineering Science*, v.55, p.4117 – 4127.

BERTHIAUX, H.; VARINOT, C. (1996) Approximate calculation of breakage parameters from batch grinding tests. *Chemical Engineering Science*, v.51, n<sup>o</sup>.19, p.4509 – 4516.

CAMPBELL, Q.P.; EVERSON, R.C.; EYRE, D.; SPAMER, H.J. (1995) Spline solution of the continuous batch grinding equation. *Minerals Engineering*, v.8, n<sup>o</sup>.4/5, p.377 – 387.

CONCHA, F.; MENACHO, J.; SANTELICES, R. (---) Optimizacion de la carga de bolas en un molino rotatório. In: Encontro do Hemisfério Sul de Tratamento de Minérios, II.

DAS, P.K.; KHAN, A.A.; PITCHUMANI, B. (1995) Solution of the batch grinding equation. *Powder Technology*, 85, p.189 – 192.

DESHPANDE, R.J.; NATARAJAN, K.A. (1999) *Studies on grinding media wear and its effect on flotation of ferruginous phosphate ore*. *Minerals Engineering*, v.12, n<sup>o</sup>.9, p.1119 – 1125.

DODDS, J. (1996) Approximate calculation of breakage parameters from batch grinding tests. *Chemical Engineering Science*, v.51, n<sup>o</sup>.19, p.4509 – 4516.

EVERSON, R.C.; EYRE, D.; CAMPBELL, Q. P. (1997) Spline method for solving continuous batch grinding and similarity equation. *Computers Chemical Engineering*, v.21, n<sup>o</sup>.12, p.1433 – 1440.

FRANCES, C.; LAGUÉRIE, C.; MAZZAROTTA, B.; VECCIA, T. (1996) On the analysis of fine wet grinding in a batch ball mill. *The Chemical Engineering Journal*, 63, p.141 – 147.

HERBST, J.A. (1997) Response to the population balance model challenge. In: KAWATRA, S.K. *Comminution practices*. Littleton, Colorado: Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc, Cap.7, p.47 – 53.

HOGG, R. (1999) Breakage mechanisms and mill performance in ultra fine grinding. *Powder Technology*, 105, p.135 – 140.

HOYER, D.I. (1995) Batch grinding simulation – population balance models and self-similar size distributions. *Minerals Engineering*, v.8, n<sup>o</sup>.11 p.1275 – 1284.

KING, R.P.; TAVARES, L.M.; MIDDLEMISS, S. (1997) Establishing the energy efficiency of a ball mill. In: KAWATRA, S.K. *Comminution practices*. Littleton, Colorado: Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc, Cap.38, p.311 – 316.

LINCH, A.J. (1977) *Mineral crushing and grinding circuits*. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company, 342p.

McIVOR, R.E. (1997) The effect of media sizing on ball milling efficiency. In: KAWATRA, S.K. *Comminution practices*. Littleton, Colorado: Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc, Cap.35, p.279 – 292.

MICCO, G.; NETTI, P.A.; NICOLAIS, L.; COLLINA, A.; ASTARITA, G. (2000) A novel approach for grinding operation scale up. *Chemical Engineering Science*, v.55, p.1347 – 1356.

MONTENEGRO, L.C.M.; GALÉRY, R.; PERES, A.E.C. (1998) Aplicação do método numérico de Runge-Kutta na modelagem do processo de moagem de minérios. In: Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional, III, Ouro Preto MG. *Anais...* p.595 – 602.

MÜLLER, F.; POLLKE, R.; SCHÄFER, M. (1999) Model-based evaluation of grinding experiments. *Powder Technology*, 105, p.243 – 249.

RADZISZEWSKI, P. (1999) Fundamental batch mill model identification. *Minerals Engineering*, v.12, N<sup>o</sup>.7 p.809 – 826.

SONG, M.; QIU, X.J. (2000) On the solution for the batch grinding equation from Das et al. (1995). *Powder Technology*, 113, p.214 – 216.

YEKELER, M.; OZKAN, A.; AUSTIN, L.G. (2000) Kinetics of fine wet grinding in a laboratory ball mill. *Powder Technology*, 114, p.224 – 228.

YILDIRIM, K.; CHO, H.; AUSTIN, L.G. (1999) The modelling of dry grinding of quartz in tumbling media mill. *Powder Technology*, 105, p.210 – 221.

ZEMSKOV, E.P. (1999) Time-dependent particle-size distribution in comminution. *Powder Technology*, 102, p.71 – 74.

## ANEXO I - ESTATÍSTICAS

### Detalhamento das correlações

#### Regression Analysis: a versus SE/SEcvx; D

##### Função Seleção

The regression equation is

$$a = 2,43 - 0,871 \text{ SE/SEcvx} - 0,304 \text{ D}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	2,43161	0,00666	364,98	0,002
SE/SEcvx	-0,870890	0,003215	-270,85	0,002
D	-0,303720	0,002367	-128,33	0,005

S = 0,001127    R-Sq = 100,0%    R-Sq(adj) = 100,0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0,095573	0,047786	37609,92	0,004
Residual Error	1	0,000001	0,000001		
Total	3	0,095574			

Source	DF	Seq SS
SE/SEcvx	1	0,074649
D	1	0,020924

#### Regression Analysis: a versus SE; SEcvx

##### Função Seleção

The regression equation is

$$a = 0,261 - 0,0126 \text{ SE} + 0,0297 \text{ SEcvx}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	0,26126	0,01375	19,00	0,033
SE	-0,0126157	0,0003148	-40,08	0,016
SEcvx	0,0297347	0,0002827	105,17	0,006

S = 0,002938    R-Sq = 100,0%    R-Sq(adj) = 100,0%

## Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0,095565	0,047783	5534,68	0,010
Residual Error	1	0,000009	0,000009		
Total	3	0,095574			

Source	DF	Seq SS
SE	1	0,000073
SEcvx	1	0,095493

**Regression Analysis: alfa versus SE/SEcvx****Função Seleção**

The regression equation is

$$\text{alfa} = 1,15 - 0,380 \text{ SE/SEcvx}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	1,14612	0,06849	16,73	0,004
SE/SEcvx	-0,37959	0,05895	-6,44	0,023

$$S = 0,02184 \quad R\text{-Sq} = 95,4\% \quad R\text{-Sq}(\text{adj}) = 93,1\%$$

## Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0,019773	0,019773	41,47	0,023
Residual Error	2	0,000954	0,000477		
Total	3	0,020727			

**Regression Analysis: alfa versus SE/SEcvx; DCg****Função Seleção**

The regression equation is

$$\text{alfa} = 1,44 - 0,323 \text{ SE/SEcvx} - 0,0793 \text{ DCg}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	1,44008	0,03676	39,17	0,016
SE/SEcvx	-0,32329	0,01190	-27,17	0,023
DCg	-0,079323	0,009428	-8,41	0,075

$$S = 0,003645 \quad R\text{-Sq} = 99,9\% \quad R\text{-Sq}(\text{adj}) = 99,8\%$$

## Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0,020713	0,010357	779,57	0,025
Residual Error	1	0,000013	0,000013		
Total	3	0,020727			

Source	DF	Seq SS
SE/SEcvx	1	0,019773
DCg	1	0,000940

### Regression Analysis: alfa versus SE/SEcvx; % enchimento

#### Função Seleção

The regression equation is

$$\text{alfa} = 0,706 - 0,320 \text{ SE/SEcvx} + 0,00987 \text{ \% enchimento}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	0,70645	0,04441	15,91	0,040
SE/SEcvx	-0,31972	0,01010	-31,67	0,020
% enchim	0,0098689	0,0009738	10,13	0,063

S = 0,003033    R-Sq = 100,0%    R-Sq(adj) = 99,9%

## Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0,020718	0,010359	1126,41	0,021
Residual Error	1	0,000009	0,000009		
Total	3	0,020727			

Source	DF	Seq SS
SE/SEcvx	1	0,019773
% enchim	1	0,000945

### Regression Analysis: alfa versus SE/SEcvx; Vol.carga

#### Função Seleção

The regression equation is

$$\text{alfa} = 0,706 - 0,320 \text{ SE/SEcvx} + 0,186 \text{ Vol.carga}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	0,70645	0,04441	15,91	0,040
SE/SEcvx	-0,31972	0,01010	-31,67	0,020
Vol.carg	0,18573	0,01833	10,13	0,063

S = 0,003033    R-Sq = 100,0%    R-Sq(adj) = 99,9%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0,020718	0,010359	1126,41	0,021
Residual Error	1	0,000009	0,000009		
Total	3	0,020727			

Source	DF	Seq SS
SE/SEcvx	1	0,019773
Vol.carg	1	0,000945

### Regression Analysis: W calc/kg bolas versus E % Sem minério

The regression equation is

$$W \text{ calc/kg bolas} = 50,9 - 0,630 E \%$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	50,9395	0,5849	87,09	0,000
E %	-0,62983	0,01517	-41,52	0,000

S = 1,402    R-Sq = 91,2%    R-Sq(adj) = 91,2%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	3387,3	3387,3	1723,94	0,000
Residual Error	166	326,2	2,0		
Total	167	3713,5			

### Regression Analysis: W calc/kg bolas versus E %; P% carga Sem minério

The regression equation is

$$W \text{ calc/kg bolas} = 42,9 - 0,661 E \% + 0,227 P\% \text{ carga}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	42,9101	0,9209	46,60	0,000
E %	-0,66149	0,01238	-53,45	0,000
P% carga	0,22668	0,02250	10,08	0,000

S = 1,106      R-Sq = 94,6%      R-Sq(adj) = 94,5%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	3511,6	1755,8	1434,79	0,000
Residual Error	165	201,9	1,2		
Total	167	3713,5			

Source	DF	Seq SS
E %	1	3387,3
P% carga	1	124,3

### Regression Analysis: W calc/kg bolas versus E %; E% x P%/100; ... Sem minério

The regression equation is

$$W \text{ calc/kg bolas} = 52,3 - 0,706 E \% + 0,425 E\% \times P\%/100 + 0,0327 E\% \times P\% \times Pr\%/10000 - 0,0108 S \text{ carga} - 0,00989 SX \text{ carga} + 6,25 (Vcg - Vv) / Vc$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	52,2667	0,4491	116,38	0,000
E %	-0,7062	0,1167	-6,05	0,000
E% x P%/	0,4248	0,1522	2,79	0,006
E%xP%xPr	0,03268	0,01258	2,60	0,010
S carga	-0,010761	0,006561	-1,64	0,103
SX carga	-0,009892	0,003617	-2,74	0,007
(Vcg-Vv)	6,251	2,449	2,55	0,012

S = 1,040      R-Sq = 95,3%      R-Sq(adj) = 95,1%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	6	3539,37	589,89	545,49	0,000
Residual Error	161	174,10	1,08		
Total	167	3713,47			

Source	DF	Seq SS
E %	1	3387,31
E% x P%/	1	136,01
E%xP%xPr	1	6,90
S carga	1	0,00
SX carga	1	2,11
(Vcg-Vv)	1	7,05

### Regression Analysis: W calc/kg bolas versus W/kg bolas R\_W; (Vcg-Vv)/Vcg Sem minério

The regression equation is

$$W \text{ calc/kg bolas} = -3,21 + 15,0 \text{ W/kg bolas Rowland} - 23,7 \text{ (Vcg-Vv)/Vcg}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-3,2106	0,9562	-3,36	0,001
W/kg bol	14,9686	0,1963	76,27	0,000
(Vcg-Vv)	-23,707	1,504	-15,77	0,000

$$S = 0,6866 \quad R\text{-Sq} = 97,7\% \quad R\text{-Sq}(\text{adj}) = 97,7\%$$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	2742,0	1371,0	2908,44	0,000
Residual Error	137	64,6	0,5		
Total	139	2806,6			

### Regression Analysis: kWh/t versus SEcvx; P%; Pr%; t Conjunto das areias

The regression equation is

$$\text{kWh/t} = 25,0 + 0,0499 \text{ SEcvx} - 0,408 \text{ P\%} - 0,133 \text{ Pr\%} + 0,640 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	25,043	1,669	15,01	0,000
SEcvx	0,04988	0,01143	4,36	0,000
P%	-0,40754	0,03014	-13,52	0,000
Pr%	-0,133048	0,009514	-13,99	0,000
t	0,64033	0,01260	50,82	0,000

S = 0,5977      R-Sq = 98,8%      R-Sq(adj) = 98,6%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	1015,43	253,86	710,60	0,000
Residual Error	35	12,50	0,36		
Total	39	1027,93			

Source	DF	Seq SS
SEcvx	1	0,02
P%	1	22,98
Pr%	1	69,87
t	1	922,56

### Regression Analysis: kWh/t versus SEcvx; P%; Pr%; t Areias 20#

The regression equation is

$$\text{kWh/t} = 25,2 + 0,0529 \text{ SEcvx} - 0,414 \text{ P\%} - 0,134 \text{ Pr\%} + 0,642 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	25,175	2,511	10,03	0,000
SEcvx	0,05289	0,01720	3,08	0,008
P%	-0,41350	0,04534	-9,12	0,000
Pr%	-0,13360	0,01431	-9,33	0,000
t	0,64240	0,01896	33,89	0,000

S = 0,6359      R-Sq = 98,8%      R-Sq(adj) = 98,5%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	511,57	127,89	316,32	0,000
Residual Error	15	6,06	0,40		
Total	19	517,64			

Source	DF	Seq SS
SEcvx	1	0,03
P%	1	12,05
Pr%	1	35,23
t	1	464,26

### Regression Analysis: kWh/t versus SEcvx; P%; Pr%; t Areia 65#

The regression equation is

$$\text{kWh/t} = 24,9 + 0,0469 \text{ SEcvx} - 0,402 \text{ P\%} - 0,132 \text{ Pr\%} + 0,638 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	24,911	2,577	9,67	0,000
SEcvx	0,04687	0,01765	2,66	0,018
P%	-0,40157	0,04653	-8,63	0,000
Pr%	-0,13249	0,01469	-9,02	0,000
t	0,63827	0,01946	32,81	0,000

$$S = 0,6526 \quad R\text{-Sq} = 98,7\% \quad R\text{-Sq}(\text{adj}) = 98,4\%$$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	503,90	125,97	295,81	0,000
Residual Error	15	6,39	0,43		
Total	19	510,28			

Source	DF	Seq SS
SEcvx	1	0,00
P%	1	10,94
Pr%	1	34,64
t	1	458,31

### Regression Analysis: BSA versus SE; t; BSA i Conjunto das areias

The regression equation is

$$\text{BSA} = -1424 + 20,6 \text{ SE} + 81,0 \text{ t} + 1,94 \text{ BSA i}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-1423,8	227,3	-6,26	0,000
SE	20,570	4,020	5,12	0,000
t	81,010	3,869	20,94	0,000
BSA i	1,9406	0,2724	7,12	0,000

$$S = 183,5 \quad R\text{-Sq} = 93,5\% \quad R\text{-Sq}(\text{adj}) = 92,9\%$$

## Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	17356220	5785407	171,80	0,000
Residual Error	36	1212324	33676		
Total	39	18568544			

Source	DF	Seq SS
SE	1	881743
t	1	14765895
BSA i	1	1708582

### Regression Analysis: BSA versus SE; t Areias 20#

The regression equation is

$$\text{BSA} = -892 + 21,2 \text{ SE} + 75,6 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-892,5	279,2	-3,20	0,005
SE	21,237	5,388	3,94	0,001
t	75,590	5,185	14,58	0,000

S = 173,9      R-Sq = 93,1%      R-Sq(adj) = 92,2%

## Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	6898100	3449050	114,03	0,000
Residual Error	17	514187	30246		
Total	19	7412287			

Source	DF	Seq SS
SE	1	469955
t	1	6428144

### Regression Analysis: BSA versus SE; t Areias 65#

The regression equation is

$$\text{BSA} = -661 + 19,9 \text{ SE} + 86,4 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-660,7	309,4	-2,14	0,048
SE	19,897	5,970	3,33	0,004
t	86,433	5,745	15,04	0,000

S = 192,7      R-Sq = 93,3%      R-Sq(adj) = 92,5%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	8817072	4408536	118,72	0,000
Residual Error	17	631283	37134		
Total	19	9448355			

Source	DF	Seq SS
SE	1	412511
t	1	8404561

### **Regression Analysis: 270\_ versus SEcvx; DCg; Pr%; t**

#### **Conjunto das areias**

The regression equation is

$$270_ = 180 - 0,428 \text{ SEcvx} - 20,2 \text{ DCg} + 0,381 \text{ Pr\%} - 2,45 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	179,93	10,05	17,90	0,000
SEcvx	-0,42756	0,04894	-8,74	0,000
DCg	-20,236	2,295	-8,82	0,000
Pr%	0,38070	0,04346	8,76	0,000
t	-2,45320	0,05763	-42,57	0,000

S = 2,734      R-Sq = 98,3%      R-Sq(adj) = 98,1%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	14815,7	3703,9	495,62	0,000
Residual Error	35	261,6	7,5		
Total	39	15077,3			

Source	DF	Seq SS
SEcvx	1	481,1
DCg	1	220,3

Pr%	1	573,4
t	1	13540,9

### Regression Analysis: 270\_ versus SEcvx; DCg; Pr%; t Areia 20#

The regression equation is

$$270_ = 183 - 0,383 \text{ SEcvx} - 21,6 \text{ DCg} + 0,404 \text{ Pr\%} - 2,45 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	182,68	15,42	11,85	0,000
SEcvx	-0,38299	0,07505	-5,10	0,000
DCg	-21,552	3,519	-6,13	0,000
Pr%	0,40384	0,06665	6,06	0,000
t	-2,44576	0,08838	-27,67	0,000

S = 2,964      R-Sq = 98,2%      R-Sq(adj) = 97,8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	7361,4	1840,3	209,44	0,000
Residual Error	15	131,8	8,8		
Total	19	7493,2			

Source	DF	Seq SS
SEcvx	1	183,5
DCg	1	125,8
Pr%	1	322,6
t	1	6729,4

### Regression Analysis: 270\_ versus SEcvx; DCg; Pr%; t Areia 65#

The regression equation is

$$270_ = 177 - 0,472 \text{ SEcvx} - 18,9 \text{ DCg} + 0,358 \text{ Pr\%} - 2,46 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	177,17	13,00	13,63	0,000
SEcvx	-0,47212	0,06331	-7,46	0,000
DCg	-18,919	2,968	-6,37	0,000
Pr%	0,35766	0,05621	6,36	0,000

t                    -2,46053            0,07454            -33,01            0,000

S = 2,500            R-Sq = 98,8%            R-Sq(adj) = 98,4%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	7464,9	1866,2	298,53	0,000
Residual Error	15	93,8	6,3		
Total	19	7558,6			

Source	DF	Seq SS
SEcvx	1	305,3
DCg	1	95,5
Pr%	1	253,1
t	1	6811,0

### Regression Analysis: HMS versus SE; SEcvx; P%; Pr%; t; HMS i Conjunto das areias

The regression equation is

$$\text{HMS} = 16,0 + 0,437 \text{ SE} - 0,598 \text{ SEcvx} + 1,13 \text{ P\%} + 0,228 \text{ Pr\%} - 1,80 \text{ t} \\ + 0,0240 \text{ HMS i}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	16,03	11,11	1,44	0,158
SE	0,4366	0,1475	2,96	0,006
SEcvx	-0,5982	0,1282	-4,66	0,000
P%	1,1274	0,1985	5,68	0,000
Pr%	0,22760	0,04440	5,13	0,000
t	-1,79527	0,05879	-30,54	0,000
HMS i	0,024044	0,007758	3,10	0,004

S = 2,789            R-Sq = 96,8%            R-Sq(adj) = 96,2%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	6	7762,6	1293,8	166,37	0,000
Residual Error	33	256,6	7,8		
Total	39	8019,3			

Source	DF	Seq SS
--------	----	--------

SE	1	69,9
SEcvx	1	26,2
P%	1	135,8
Pr%	1	204,3
t	1	7251,7
HMS i	1	74,7

### Regression Analysis: HMS versus SE; SEcvx; P%; Pr%; t

#### Area 20#

The regression equation is

$$\text{HMS} = 21,0 + 0,425 \text{ SE} - 0,584 \text{ SEcvx} + 1,18 \text{ P\%} + 0,259 \text{ Pr\%} - 1,92 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	21,04	17,60	1,20	0,252
SE	0,4253	0,2371	1,79	0,095
SEcvx	-0,5839	0,2062	-2,83	0,013
P%	1,1838	0,3191	3,71	0,002
Pr%	0,25922	0,07139	3,63	0,003
t	-1,92234	0,09453	-20,34	0,000

S = 3,171      R-Sq = 96,9%      R-Sq(adj) = 95,8%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	5	4401,83	880,37	87,58	0,000
Residual Error	14	140,73	10,05		
Total	19	4542,56			

### Regression Analysis: HMS versus SE; SEcvx; P%; Pr%; t

#### Area 65#

The regression equation is

$$\text{HMS} = 22,5 + 0,448 \text{ SE} - 0,612 \text{ SEcvx} + 1,07 \text{ P\%} + 0,196 \text{ Pr\%} - 1,67 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	22,51	12,84	1,75	0,101
SE	0,4478	0,1730	2,59	0,021
SEcvx	-0,6124	0,1504	-4,07	0,001
P%	1,0709	0,2328	4,60	0,000
Pr%	0,19598	0,05207	3,76	0,002

t                    -1,66820        0,06894        -24,20        0,000

S = 2,312            R-Sq = 97,8%        R-Sq(adj) = 97,0%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	5	3327,11	665,42	124,45	0,000
Residual Error	14	74,86	5,35		
Total	19	3401,97			

Source	DF	Seq SS
SE	1	36,49
SEcvx	1	17,63
P%	1	66,48
Pr%	1	75,75
t	1	3130,75

### Regression Analysis: kWh/t versus P%; Pr%; t Minério de ferro

The regression equation is

$$\text{kWh/t} = 28,4 - 0,424 \text{ P\%} - 0,126 \text{ Pr\%} + 0,329 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	28,376	3,973	7,14	0,000
P%	-0,42354	0,06637	-6,38	0,000
Pr%	-0,12587	0,02052	-6,13	0,000
t	0,329437	0,009472	34,78	0,000

S = 1,017            R-Sq = 98,7%        R-Sq(adj) = 98,5%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	1305,21	435,07	420,92	0,000
Residual Error	16	16,54	1,03		
Total	19	1321,75			

Source	DF	Seq SS
P%	1	16,06
Pr%	1	38,89
t	1	1250,25

### Regression Analysis: BSA versus SE; SEcvx; P%; Pr%; t Minério de ferro

The regression equation is

$$\text{BSA} = 3316 - 13,4 \text{ SE} + 25,2 \text{ SEcvx} - 59,3 \text{ P\%} - 9,39 \text{ Pr\%} + 18,4 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	3316,3	429,0	7,73	0,000
SE	-13,419	5,809	-2,31	0,037
SEcvx	25,151	5,050	4,98	0,000
P%	-59,259	7,812	-7,59	0,000
Pr%	-9,390	1,570	-5,98	0,000
t	18,4479	0,7235	25,50	0,000

S = 77,66      R-Sq = 98,2%      R-Sq(adj) = 97,5%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	5	4524720	904944	150,06	0,000
Residual Error	14	84428	6031		
Total	19	4609148			

Source	DF	Seq SS
SE	1	178428
SEcvx	1	21
P%	1	210031
Pr%	1	215689
t	1	3920551

### Regression Analysis: 270\_ versus SEcvx; DCg; Pr%; t Minério de ferro

The regression equation is

$$270_ = 75,7 - 0,254 \text{ SEcvx} - 11,7 \text{ DCg} + 0,125 \text{ Pr\%} - 0,306 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	75,72	10,67	7,10	0,000
SEcvx	-0,25423	0,05221	-4,87	0,000
DCg	-11,735	2,445	-4,80	0,000
Pr%	0,12535	0,04162	3,01	0,009

t                    -0,30604        0,01921        -15,93        0,000

S = 2,062            R-Sq = 95,2%        R-Sq(adj) = 93,9%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	1254,68	313,67	73,79	0,000
Residual Error	15	63,76	4,25		
Total	19	1318,44			

Source	DF	Seq SS
SEcvx	1	74,05
DCg	1	63,10
Pr%	1	38,55
t	1	1078,98

### **Regression Analysis: HMS versus SEcvx; DCg; Pr%; t**

#### **Minério de ferro**

The regression equation is

$$\text{HMS} = 50,6 - 0,105 \text{ SEcvx} - 4,81 \text{ DCg} + 0,0526 \text{ Pr\%} - 0,128 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	50,554	2,379	21,25	0,000
SEcvx	-0,10497	0,01164	-9,02	0,000
DCg	-4,8056	0,5452	-8,81	0,000
Pr%	0,052576	0,009281	5,67	0,000
t	-0,127896	0,004283	-29,86	0,000

S = 0,4597            R-Sq = 98,6%        R-Sq(adj) = 98,2%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	218,346	54,586	258,30	0,000
Residual Error	15	3,170	0,211		
Total	19	221,515			

### Regression Analysis: Im versus DCg; P%; SE; SEcvx Minério de ferro

The regression equation is

$$\text{Im} = 53,0 + 2,43 \text{ DCg} - 0,855 \text{ P\%} - 0,134 \text{ SE} + 0,833 \text{ SEcvx}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	53,0382	0,0000	*	*
DCg	2,42983	0,00000	*	*
P%	-0,854780	0,000000	*	*
SE	-0,133832	0,000000	*	*
SEcvx	0,832861	0,000000	*	*

$$S = 0 \quad R\text{-Sq} = 100,0\% \quad R\text{-Sq}(\text{adj}) = 100,0\%$$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	757,03	189,26	*	*
Residual Error	15	0,00	0,00		
Total	19	757,03			

Source	DF	Seq SS
DCg	1	53,19
P%	1	385,60
SE	1	232,37
SEcvx	1	85,86

### Regression Analysis: kWh/t versus P%; Pr%; Im; t Areia e minério de ferro

The regression equation is

$$\text{kWh/t} = 23,3 - 0,425 \text{ P\%} - 0,144 \text{ Pr\%} + 0,0952 \text{ Im} + 0,363 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	23,328	5,396	4,32	0,000
P%	-0,42451	0,08404	-5,05	0,000
Pr%	-0,14359	0,02769	-5,19	0,000
Im	0,09522	0,01200	7,94	0,000
t	0,36292	0,01845	19,67	0,000

$$S = 2,245 \quad R\text{-Sq} = 88,3\% \quad R\text{-Sq}(\text{adj}) = 87,5\%$$

## Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	2099,27	524,82	104,16	0,000
Residual Error	55	277,12	5,04		
Total	59	2376,39			

Source	DF	Seq SS
P%	1	33,75
Pr%	1	57,05
Im	1	58,96
t	1	1949,51

### Regression Analysis: BSA versus DCg; Pr%; Im; t Areia e minério de ferro

The regression equation is

$$\text{BSA} = -2889 + 607 \text{ DCg} - 10,9 \text{ Pr\%} + 20,2 \text{ Im} + 28,4 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-2889	1069	-2,70	0,009
DCg	606,9	259,0	2,34	0,023
Pr%	-10,879	4,799	-2,27	0,027
Im	20,165	2,079	9,70	0,000
t	28,441	3,184	8,93	0,000

S = 387,6      R-Sq = 70,8%      R-Sq(adj) = 68,7%

## Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	20022910	5005728	33,31	0,000
Residual Error	55	8264007	150255		
Total	59	28286918			

Source	DF	Seq SS
DCg	1	255785
Pr%	1	2825475

## Regression Analysis: BSA versus P%; Pr%; Im; t

### Areia e minério de ferro

The regression equation is

$$\text{BSA} = 1230 - 34,7 \text{ P\%} - 10,9 \text{ Pr\%} + 20,3 \text{ Im} + 28,6 \text{ t}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	1229,7	930,0	1,32	0,192
P%	-34,71	14,48	-2,40	0,020
Pr%	-10,900	4,772	-2,28	0,026
Im	20,317	2,068	9,83	0,000
t	28,586	3,179	8,99	0,000

S = 386,8      R-Sq = 70,9%      R-Sq(adj) = 68,8%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	20057193	5014298	33,51	0,000
Residual Error	55	8229724	149631		
Total	59	28286918			

Source	DF	Seq SS
P%	1	166945
Pr%	1	2670821

## **ANEXO II - COMPLEMENTOS**

### **AII.1 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Dentre os inúmeros trabalhos que podem ser desenvolvidos para o estudo dos corpos moedores côncavos e de sua aplicação, podemos destacar os seguintes:

- Utilização dos corpos moedores côncavos para moagem primária, ou seja, quando o objetivo da moagem for a preparação do material para uma etapa de concentração. A investigação seria no sentido de verificar a possibilidade de, com uma eventual redução na geração de ultrafinos, aumentar a recuperação na concentração.
- Estudar uma diluição ótima que maximize a eficiência dos corpos moedores côncavos.
- Estudo de cargas mistas, ou seja, de cargas compostas de corpos moedores côncavos e esféricos.
- Aprofundar o estudo da utilização dos corpos moedores côncavos para diferentes materiais.
- Estudo da influência da velocidade do moinho na eficiência dos corpos côncavos, comparados com os esféricos.
- Estudos com corpos moedores côncavos distribuídos em tamanho.

## AII.2 – MOINHO

O moinho utilizado tem as características apresentadas na tabela AII.1 e dispõe de temporizador com precisão de 1s, inversor de frequência para controle de velocidade, contador de rotações e medidor de potência e energia com memória.

Tabela AII.1 – Principais especificações do moinho.

Moinho	FG	Revestimento de borracha corrugada			
Diâmetro	cm	24,8	Velocidade crítica	rpm	84,7
Comprimento	cm	11,0	Fração da vel. crítica		0,70
Volume	cm <sup>3</sup>	5314	Velocidade	rpm	59,6

O moinho é basculante, com acionamento direto na tampa e nas fotografias da Figura AII.1 podemos vê-lo na posição de carregamento, na posição de descarga e na posição de funcionamento.

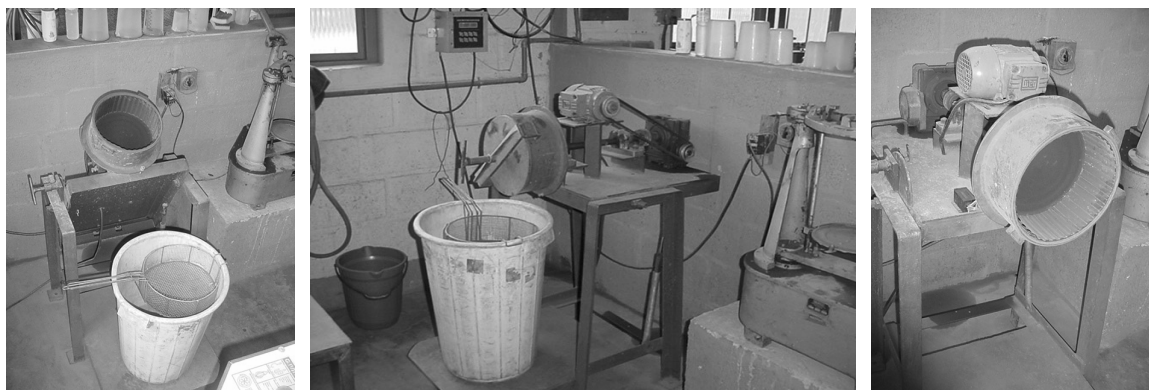


Figura AII.1 – Moinho nas posições de carregamento (E), funcionamento (C) e descarga(D).

Na Figura AII.1 podemos ver a tela para reter os corpos moedores colocada sobre o balde que recolhe a polpa.