

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais**

Lucas Mariano Oliveira Santos

**ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE ESTIMATIVA DO TEOR DE FERRO  
EM UMA MINA NO QUADRILÁTERO FERRÍFERO**

Belo Horizonte

2024

Lucas Mariano Oliveira Santos

**ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE ESTIMATIVA DO TEOR DE FERRO  
EM UMA MINA NO QUADRILÁTERO FERRÍFERO**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial à obtenção do título de Pós Graduação em Engenharia de Recursos Minerais.

Área de concentração: Estimativa de Recursos Minerais.

Professor orientador: Pedro Henrique Alves Campos.

Belo Horizonte

2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MINAS  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENGENHARIA DE RECURSOS MINERAIS

**ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**MONOGRAFIA/ARTIGO**

Aos vinte e três dias do mês de novembro do ano de dois mil e vinte e quatro, de 08h:00min às 11h:15min, o estudante Lucas Mariano Oliveira Santos, matrícula 2023662480 defendeu o Trabalho intitulado **"ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE ESTIMATIVA DO TEOR DE FERRO EM UMA MINA NO QUADRILÁTERO FERRÍFERO"**.

Participaram da banca examinadora os professores abaixo indicados, que, por nada mais terem a declarar, assinam eletronicamente a presente ata.

**Nota:** 93

**Situação:** Aprovado

**Orientador:** Professor Pedro Henrique Alves Campos

**Examinador:** Professor Pedro Benedito Casagrande

**Examinador:** Professor Cláudio Lúcio Lopes Pinto



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Benedito Casagrande, Professor do Magistério Superior**, em 15/01/2025, às 16:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Henrique Alves Campos, Professor do Magistério Superior**, em 15/01/2025, às 18:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Claudio Lucio Lopes Pinto, Professor do Magistério Superior**, em 10/02/2025, às 15:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo avaliar a performance de diferentes métodos de estimativa de teores de ferro global na construção de modelos de blocos para um depósito de ferro localizado no Quadrilátero Ferrífero. Com base na chave de classificação, as litologias presentes no banco de dados foram agrupadas em dois domínios para facilitar a análise: Itabiritos ricos (ITR) e Itabiritos pobres (ITP). Foram modelados sólidos geológicos implícitos através de algoritmos de polarização radial. Essa técnica permite a modelagem de corpos geológicos complexos de forma automatizada, considerando as relações espaciais entre as diferentes litologias. Os sólidos gerados foram classificados de acordo com a probabilidade de pertencer a cada uma das litologias definidas na etapa de classificação. O modelo de blocos foi estimado utilizando as três técnicas de interpolação: vizinho mais próximo, inverso do quadrado da distância e krigagem ordinária. Os resultados foram comparados e validados em termos de precisão, considerando a variabilidade e a correlação entre os valores estimados e os valores do banco de dados. Os resultados demonstraram que a krigagem ordinária apresentou um desempenho superior aos demais métodos. A escolha do método de interpolação influencia diretamente a qualidade dos valores estimados para o modelo de blocos.

**Palavras-chave:** análise exploratória de dados; vizinho mais próximo; inverso do quadrado da distância; krigagem ordinária; estimativa; minério de ferro.

## **ABSTRACT**

This study aimed to evaluate the performance of different grade estimation methods in the construction of block models for an iron deposit located in the Quadrilátero Ferrífero region. Based on a classification key, the lithologies present in the database were grouped into two domains to facilitate analysis: rich itabirites (ITR) and poor itabirites (ITP). Implicit geological solids were modeled using radial basis functions. This technique allows the modeling of complex geological bodies in an automated way, considering the spatial relationships between the different lithologies. The generated solids were classified according to the probability of belonging to each of the lithologies defined in the classification step. The block model was estimated using three interpolation techniques: nearest neighbor, inverse distance squared, and ordinary kriging. The results were compared and validated in terms of accuracy, considering the variability and correlation between the estimated values and the database values. The results showed that ordinary kriging performed better than the other methods. The choice of the interpolation method directly influences the quality of the estimated values for the block model.

**Keywords:** exploratory data analysis; nearest neighbor; inverse distance squared; ordinary kriging; estimation; iron ore.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço imensamente à minha família, que sempre acreditou em mim e me proporcionou um ambiente acolhedor para estudar e crescer.

Agradeço em especial ao meu orientador, Professor Pedro Henrique Alves Campos, pela dedicação, paciência e pelos valiosos ensinamentos que foram fundamentais para a realização deste trabalho.

Sou grato aos professores do CEERMIN, em especial aos que contribuíram diretamente para minha formação.

À minha esposa, meu agradecimento especial pelo carinho, companheirismo e por compreender minhas ausências durante este período.

Aos amigos Luiz H. Cadaxa, Rodrigo D. Grossi e Felipe Thum, agradeço pela amizade, pelos debates enriquecedores e pela colaboração nas atividades, que tornaram essa jornada mais leve e prazerosa.

## SUMÁRIO

<b>1 – INTRODUÇÃO</b> .....	8
<b>2 – OBJETIVOS</b> .....	9
<b>3 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	9
3.1 Definição de domínios .....	9
3.2 – Desagrupamento.....	10
3.3 – Regularização .....	11
3.4 Variabilidade espacial.....	11
3.5 – Métodos de estimativa.....	12
3.5.1 Método do vizinho mais próximo .....	13
3.5.2 Ponderação inversa da distância.....	14
3.5.3 Krigagem.....	15
<b>4 – MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	17
4.1 – Localização e acesso .....	17
4.2 – Análise exploratória dos dados.....	17
4.3 – Agrupamento litológico .....	19
4.4 – Declusterização.....	20
4.5 – Regularização .....	21
4.6 – Modelagem Geológica.....	22
4.7 VARIOGRAMAS.....	23
4.8 –Estimativas.....	27
4.9 –Análise e Validações das estimativas .....	28
4.9.1 –Análise visual.....	28
4.9.2 –Validação estatística .....	31
4.9.3 –Validação swath plot .....	32
4.9.4 –Validação cruzada .....	34
<b>5 – DISCUSSÕES</b> .....	35
<b>6 – CONCLUSÕES</b> .....	36
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	39

## 1 – INTRODUÇÃO

Os métodos estatísticos tradicionais, apesar de sua utilidade, apresentam uma limitação significativa ao não considerarem a informação espacial, fundamental para a análise de dados geográficos. A geoestatística modela a continuidade espacial, característica marcante de muitos fenômenos naturais, adaptando técnicas estatísticas tradicionais para capturar essa dimensão. (Isaaks & Srivastava, 1989).

A disposição mineral é regida por complexos processos naturais. A estrutura dos depósitos minerais é parcialmente determinística e parcialmente estocástica. O modelo de blocos é comumente usado para discretizar um depósito porque fornece uma representação espacial de variáveis geológicas em um formato útil para armazenar outros atributos importantes, incluindo os valores estimados (Rossi, Deutch, 2014).

A precisão das estimativas é fundamental para a avaliação econômica de um projeto e para a tomada de decisões de investimento. Um modelo de blocos preciso e acurado possibilita planejar as áreas de lavra de forma otimizada, identificando as zonas com maior teor mineral e definindo a sequência ideal de extração. Dessa forma, é possível maximizar a recuperação do minério e minimizar os custos operacionais. Ao longo da vida útil da mina, o modelo de blocos serve como referência para o controle de qualidade do minério extraído, permitindo verificar se a produção está alinhada com as previsões e identificar possíveis desvios em relação ao plano de mineração.

Estimar os valores em áreas não amostradas de maneira acurada é crucial para o planejamento da mina e, conseqüentemente, para a otimização da operação. Essa etapa envolve a aplicação de métodos geoestatísticos para estimar os teores em cada bloco do modelo.

A escolha do método de estimativa depende de diversos fatores, como a natureza das propriedades a serem estimadas, a quantidade e a qualidade dos dados, o objetivo da estimativa, dentre outros.

## **2 – OBJETIVOS**

Este trabalho tem como objetivo principal realizar uma análise estatística detalhada dos dados de uma mina de ferro localizada no Quadrilátero Ferrífero. A partir dessa análise, será gerado um modelo de bloco estimado empregando três técnicas distintas: interpolação por inverso do quadrado da distância (IQD), krigagem ordinária (KO) e método do vizinho mais próximo (NN). A comparação entre os resultados obtidos por essas técnicas permitirá avaliar a performance de cada uma delas no contexto específico do depósito mineral em estudo.

## **3 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **3.1 Definição de domínios**

A definição de domínios de teor é um processo iterativo que integra conhecimentos geológicos e análises estatísticas. Conforme destacado por Rossi e Deustch (2014), essa definição segue uma sequência de passos.

Inicialmente, são identificadas as variáveis geológicas que mais influenciam a distribuição do teor mineral, como litologia, alteração, mineralogia e estruturas. Com base nessas variáveis, são delimitados domínios iniciais, que representam subdivisões do depósito com características geológicas semelhantes. Através de análises estatísticas, esses domínios são avaliados e agrupados quando necessário, buscando identificar aqueles que apresentam comportamentos estatísticos similares.

O objetivo principal é criar domínios que sejam geologicamente coerentes e que permitam estimar os teores minerais com maior precisão. A presença de outliers em pode indicar fenômenos importantes ou erros de medição. É fundamental investigar a natureza desses outliers. Em alguns casos, variáveis com características espaciais distintas podem ser agrupadas para simplificar a análise, especialmente quando há limitações de dados ou quando considerações metalúrgicas e econômicas justificam essa decisão.

### 3.2 – Desagrupamento

Geralmente em pesquisa mineral, a amostragem é concentrada em regiões específicas onde a mineralização é concentrada (Figura 1), nessas situações os dados devem ser desagrupados para que se obtenha um histograma com distribuições mais representativas do domínio de estimativa de interesse.

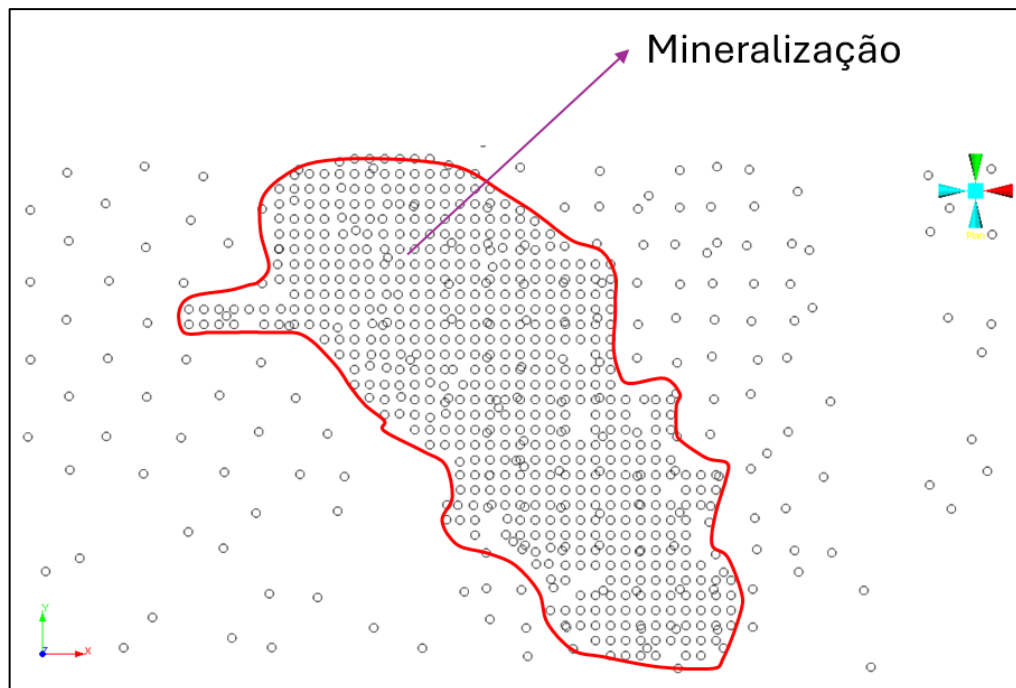


Figura 1 - Exemplo de amostragem preferencial em área mineralizada (elaborado pelo autor).

Na maioria das vezes a amostragem preferencial é em zonas de altos teores para o melhor entendimento do fenômeno mineralizante, entretanto, há casos também em que a falta de acesso à região é o motivo da falta de amostragem (Deutsch, 1989).

A declusterização envolve a atribuição de pesos às amostras, de forma que as amostras em áreas com maior densidade de amostragem recebam pesos menores, e as amostras em áreas com menor densidade recebam pesos maiores. O objetivo do desagrupamento é obter a melhor distribuição geral que seja representativa do domínio espacial estudado (Deutsch, 1989).

### 3.3 – Regularização

A regularização amostral é um procedimento onde as amostras são combinadas por médias ponderadas em intervalos regulares, de forma que todos os atributos analisados possuam o mesmo suporte. Amostras em depósitos minerais apresentam tamanhos variáveis, exigindo regularização para estimativa de recursos. Essa regularização, denominada composição de dados de sondagem, agrupa amostras em compósitos de tamanho uniforme ao longo do depósito (ABZALOV, 2016).

É possível executar diversas técnicas de regularização, o intuito é descartar o mínimo de amostras possíveis do banco de dados, sendo assim, algumas amostras podem ter comprimentos maiores ou menores que o tamanho da regularização, aceitando um mínimo e máximo comprimento de amostra predefinido.

Ao padronizar o tamanho e a distribuição espacial das amostras, essa técnica permite a realização de análises mais robustas e confiáveis. A escolha da técnica de regularização mais adequada e a definição dos parâmetros de regularização devem ser realizadas com base em um profundo conhecimento geológico do depósito e dos objetivos da estimativa.

### 3.4 Variabilidade espacial

Os valores de teor observados em um depósito mineral não são independentes uns dos outros. A dependência espacial é uma consequência da gênese do depósito, ou seja, de todos os processos geológicos que contribuíram para sua formação. Uma descrição clara da variabilidade espacial (ou continuidade) das variáveis que estão sendo modeladas é desejável. O conhecimento da correlação espacial entre diferentes pontos no depósito levará a uma melhor estimativa do teor mineral em uma localização desconhecida (Rossi, Deutsch, 2014).

Um aspecto essencial da geoestatística é estabelecer de maneira quantitativa a correlação espacial do depósito em estudo para utilizar na estimativa de recursos. A variabilidade do depósito pode ainda ser diferente para cada camada, veio ou litologia, bem como ser diferente para cada variável (Webster & Oliver, 2007).

A continuidade espacial dos depósitos pode ser separada em dois tipos, a continuidade geológica e a continuidade de teor. A continuidade geológica pode ser definida por parâmetros como a geometria física de corpos mineralizados, tais como veios ou estratos, e por estruturas geológicas, como falhas, dobras e zonas de metamorfismo. Já a continuidade de teor se caracteriza pela distribuição espacial dos teores ou espessuras dentro de uma zona de continuidade geológica ou faixa de influência. Nesse caso efeito pepita e range de influência são quantificados utilizando funções de autocorrelação (Sinclair & Blackwell, 2006).

O variograma, conforme definido por Webster & Oliver (2007), é a medida de correlação espacial mais utilizada em modelagem geoestatística. Essa ferramenta descreve quantitativamente a continuidade espacial de um conjunto de dados. A análise variográfica, que frequentemente envolve a avaliação em múltiplas direções (Isaaks & Srivastava, 1989), permite identificar a anisotropia espacial e ajustar o modelo de variograma à realidade dos dados.

A análise da variografia requer o ajuste de uma função matemática para além da continuidade no ponto amostrado. Existem vários modelos admissíveis que podem ser usados para aproximar o variogramas experimentais. Os modelos mais utilizados na indústria mineral que representa matematicamente a continuidade espacial das feições geológicas e dos teores são os modelos de efeito pepita, esférico, linear, de potência, exponencial e gaussiano (Abzalov, 2016).

Em termos de continuidade espacial, cada depósito mineral possui características geológicas e estruturais únicas, demandando abordagens de estudo específicas (Sinclair & Blackwell, 2006).

### 3.5 – Métodos de estimativa

A estimativa dos recursos minerais compreende uma série de procedimentos que permitem obter resultados quantitativos e qualitativos acerca das litologias de minério presentes nas áreas de interesse.

### 3.5.1 Método do vizinho mais próximo

O método do vizinho mais próximo identifica a amostra mais próxima de cada bloco e atribuindo a ele o mesmo valor (Isaaks & Srivastava, 1989). Essa abordagem preserva a variabilidade dos dados originais, mas a ausência de suavização nos resultados pode gerar descontinuidades artificiais e, conseqüentemente, superestimativas de teor e subestimativas de tonelagem (Rossi, Deutsch, 2014).

Essa abordagem, embora intuitiva, apresenta algumas limitações. A qualidade da estimativa é significativamente influenciada pela densidade e distribuição espacial dos pontos amostrados, tornando-a sensível a espaçamentos irregulares. Além disso, o método gera mapas com descontinuidades abruptas nas fronteiras entre as regiões de influência de cada ponto, o que pode comprometer a representação da realidade conforme apresentado na Figura 2.

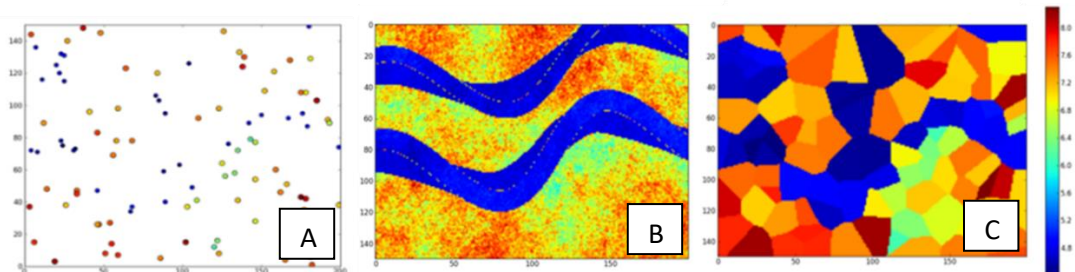


Figura 2 - Banco de dados (A), realidade (B) e estimativa por NN (C) (fonte: Treinamento DATAMINE).

Outra limitação é a ausência de consideração sobre a correlação espacial dos dados, ou seja, a técnica não explora a tendência de valores próximos serem mais semelhantes. Apesar dessas limitações, o método do vizinho mais próximo é uma ferramenta útil para análises preliminares ou quando a rapidez na geração de mapas é prioritária.

### 3.5.2 Ponderação inversa da distância

A técnica de Ponderação Inversa da Distância é comumente utilizada para estimar valores em locais não amostrados, bem como o método do vizinho mais próximo. Porém, nessa técnica, o peso atribuído a cada amostra é inversamente proporcional a uma potência de sua distância em relação ao ponto de interesse conforme apresentado na Figura 3.

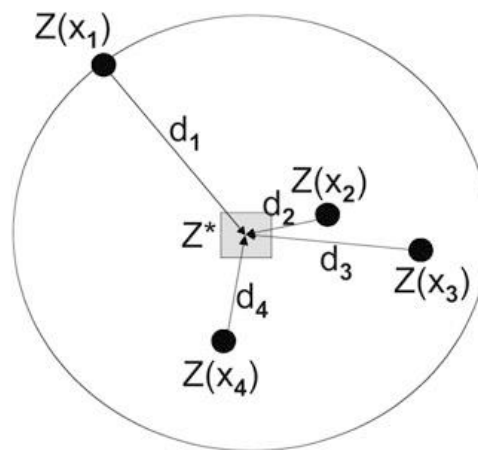


Figura 3 - Ponderação inversa da distância (fonte: ABAZALOV 2016).

Em um processo de estimativa considerar pesos iguais de todas as amostras é errôneo. Uma forma de melhorar a estimativa é dar mais peso para as amostras mais próximas e menos para aquelas que estão mais distantes. Uma maneira óbvia de fazer isso é tornar o peso de cada amostra inversamente proporcional à sua distância do ponto que está sendo estimado (Isaaks & Srivastava, 1989).

Ao aproximar o expoente dessa potência de zero, os pesos se tornam mais semelhantes, e a estimativa converge para a média aritmética das amostras. Por outro lado, à medida que o expoente aumenta, o peso da amostra mais próxima se torna predominante. Na prática, o expoente 2 é o mais utilizado, embora valores como 1 e 3 também sejam comuns em estimativas de recursos minerais (Abzalov, 2016)

A estimativa pelo inverso do quadrado da distância, trata-se a função que descreve a continuidade do depósito como sendo o inverso da distância das amostras ao quadrado para se definir o teor de um espaço não amostrado. Nesta técnica não

se considera uma direção preferencial, considerando todas as direções tendo pesos iguais, quanto mais próxima a amostra, maior o seu peso na estimativa final.

### 3.5.3 Krigagem

A função que descreve a continuidade espacial de um depósito mineral é definida através do variograma. Este modelo geoestatístico, baseado na hipótese intrínseca (Journel & Huijbregts, 1978; Wackernagel, 2003), permite analisar tanto a distância quanto a direção em que a variabilidade espacial do depósito se manifesta. A krigagem ordinária, método central na geostatística, destaca-se por sua sólida fundamentação teórica e ampla aplicabilidade nas geociências. Pioneiramente desenvolvida por Georges Matheron, essa metodologia baseia-se na premissa de que a variabilidade espacial de um fenômeno pode ser modelada através de um variograma.

Ao considerar a estrutura espacial dos dados, a krigagem ordinária atribui pesos às amostras vizinhas de um ponto não amostrado, de forma a minimizar a variância do erro de estimativa. Essa técnica é classificada como um estimador linear não viesado (BLUE), pois suas estimativas são combinações lineares ponderadas dos dados disponíveis e a média do erro estimado tende a zero. Além disso, a krigagem ordinária busca minimizar a variância do erro de estimativa, o que a torna um método otimizado nesse sentido (Isaaks & Srivastava, 1989).

Um dos grandes benefícios da krigagem é a capacidade de quantificar a variância da estimativa em cada ponto do espaço, podendo gerar mapas em 3D. Esses mapas indicam as áreas onde a estimativa é menos precisa, ou seja, onde a variância é maior. Essa informação pode ser útil para planejar novas campanhas de amostragem.

A krigagem é um método de interpolação que condiciona as estimativas aos dados observados, fazendo com que a precisão seja maior próximo aos pontos de amostragem. Conseqüentemente, a variância da estimativa aumenta à medida que nos afastamos desses pontos. Essa característica demonstra a importância de uma amostragem densa e bem distribuída para obter estimativas mais confiáveis.

Krigagem é um nome genérico usado pelos geoestatísticos para um algoritmo de regressão de mínimos quadrados em reconhecimento aos estudos pioneiros de Danie Krige em 1951 (Goovaerts et al., 1997). O estimador mais usual é a krigagem ordinária cuja tradução do francês “krigeage ordinaire” remete a uma estimativa comum, de costume, tal qual o significado de ordinário em seu sentido estrito (Yamamoto et. Al, 2013).

Todas as krigagens são variações de um estimador de regressão linear  $Z^*(\mu)$ :

Equação 1 – Equação linear genérica

$$Z^*(\mu) - m(\mu) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mu)} \lambda_{\alpha}(\mu)[Z(\mu_{\alpha}) - m(\mu_{\alpha})]$$

Onde  $\lambda(\mu)$  é o peso associado a amostras,  $Z(\mu_{\alpha})$  é o valor da variável regionalizada. As variáveis  $m(\mu)$  e  $m(\mu_{\alpha})$  são os valores esperados das variáveis regionalizadas  $Z(\mu)$  e  $z(\mu_{\alpha})$  (Goovaerts et al., 1997).

O número de dados envolvidos na estimativa bem como seus pesos podem mudar de acordo com a localização. Na prática, apenas os pontos  $n(\mu)$  na localização  $\mu$  são estimados dentro de uma determinada vizinhança centrada em  $\mu$ . As diferenças entre os valores estimado e amostras conhecidas,  $z^*(\mu)-z(\mu)$ , definem o erro da estimativa segundo Goovaerts et al. (1997). Todos os tipos de krigagem tem sempre o mesmo objetivo, minimizar o erro da variância, como demonstrado na Equação 2.

Equação 2 - Equação do erro da estimativa.

$$E\{Z^*(\mu) - Z(\mu)\} = 0$$

## 4 – MATERIAIS E MÉTODOS

### 4.1 – Localização e acesso

A área de estudo localiza-se no sinclinal moeda na parte oeste do Quadrilátero ferrífero. Dista cerca de 43km de Belo horizonte (Figura 4) sendo que o acesso é feito através da BR 040.

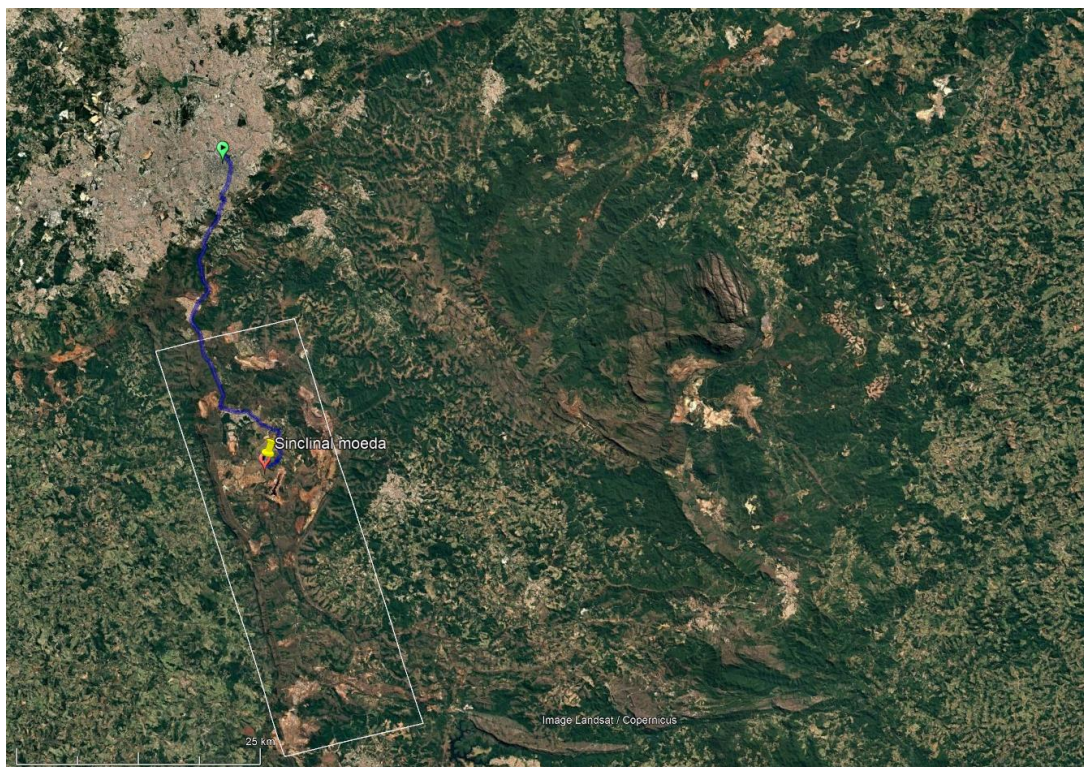


Figura 4 - Mapa de localização e acesso ao sinclinal moeda (Fonte: Google Earth Pro, acesso em 14 de setembro 2024).

### 4.2 – Análise exploratória dos dados

O banco de dados utilizado neste trabalho é composto por duas campanhas distintas de sondagem: curto prazo (CP) e longo prazo (LP). As duas sondagens que compõem o banco de dados foram realizadas com diâmetro nominal HQ (63,5 mm). Ao analisarmos a quantidade de furos de sondagem realizados em ambas as campanhas, verificamos que a distribuição é equilibrada, com 47,2% dos furos pertencentes à CP e 52,8% à LP. A Tabela 1 mostra de forma resumida a quantidade de furos, número de amostras e metragem perfurada de cada campanha.

Tabela 1 - Resumo das campanhas que compõem o banco de dados.

<b>Campanha</b>	<b>Metragem</b>	<b>Nº de Furos</b>	<b>Nº de Amostras</b>
Curto prazo	4.759,65	75	863
Longo Prazo	12.120,35	84	2034
Total	17.880,00	159	2897

A campanha LP é responsável por 70,2% das amostras, enquanto a CP é responsável por apenas 29,8%. Parte das amostras do banco de dados não possuem resultados de análises químicas. Na campanha de curto prazo, 110 das 853 amostras não possuem esses resultados, enquanto na campanha de longo prazo, 368 das 2034 amostras não os possuem. As amostras sem resultados de análises químicas não foram consideradas nas estimativas.

Para facilitar o tratamento dos dados as duas campanhas de sondagens foram unificadas em apenas um banco de dado, com uma coluna discretizando a qual campanha os furos pertencem.

É importante destacar que, em ambas as campanhas de sondagem, todos os furos foram inclinados, não havendo furos verticais. Essa prática se justifica pelo conhecimento prévio da geometria da mineralização.

Como as atitudes das camadas (direção e mergulho) são conhecidas, os furos são projetados para interceptar a mineralização perpendicularmente ao mergulho, permitindo a determinação precisa da espessura mineralizada. Conforme é apresentado na Figura 5 a malha de sondagem não é regular, o espaçamento dos furos varia entre 40 e 70 metros.

De modo geral, os furos apresentam direções entre 260° e 270° e inclinações entre 50° e 60°. A Figura 6 mostra a variação do teor de ferro global e sua localização no espaço. O teor de ferro global no depósito varia entre 6.69 e 66.91%.

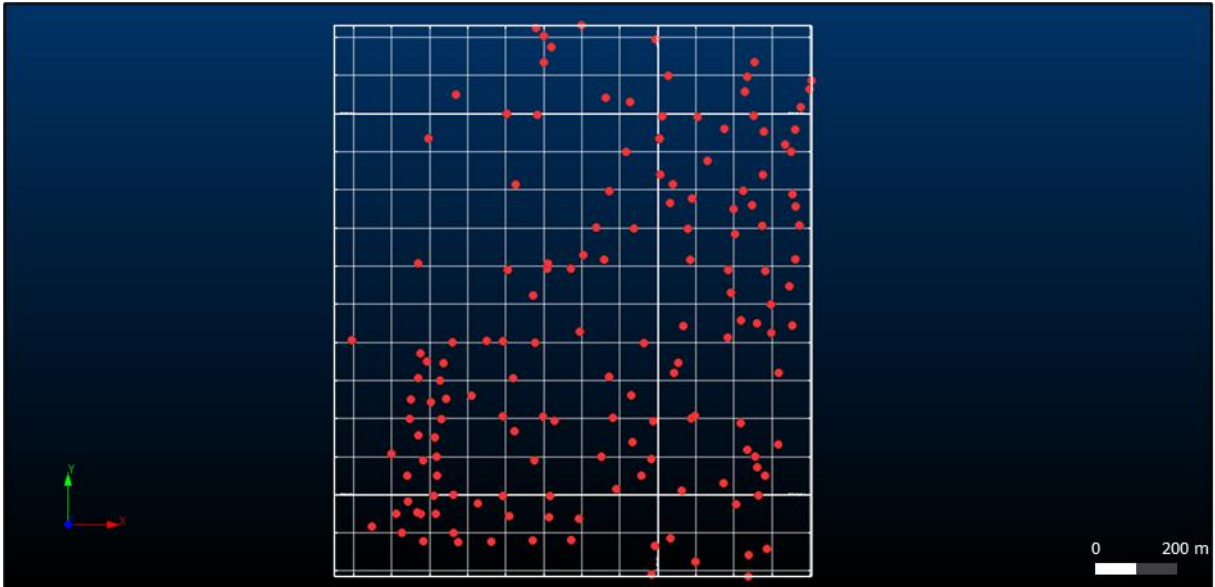


Figura 5 - Banco de dados vista em planta.

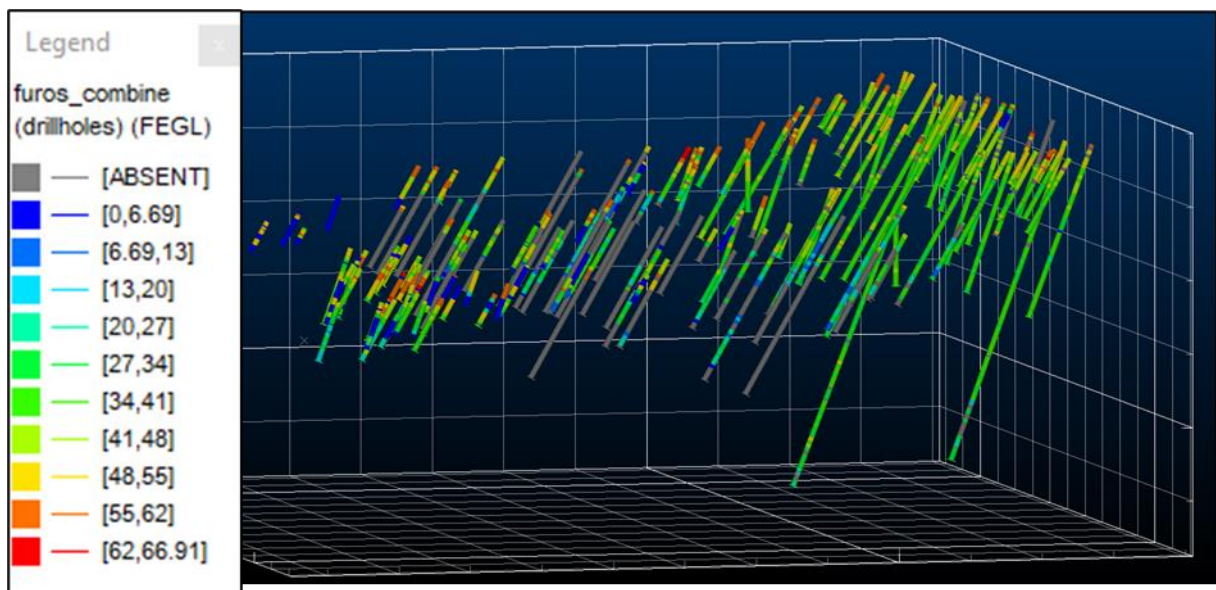


Figura 6 - Banco de dados vista em perfil com teor de ferro global.

#### 4.3 – Agrupamento litológico

Com base na chave de classificação presente no banco de dados, foram identificadas 25 litologias distintas. Sendo o teor de ferro a variável em foco, as litologias presentes no banco de dados foram agrupadas em dois domínios para facilitar a análise: Itabiritos ricos (ITR) tem concentração de ferro igual ou superior a 48%, representando as porções mais ricas do depósito, já os Itabiritos pobres (ITP),

apresentam uma concentração de ferro entre 20% e 48%, correspondendo às zonas de menor teor de ferro.

A Figura 7 apresenta a distribuição do ferro global ao longo dos dois grupos. Percebe-se que o para o grupo de Itabiritos Pobres existe uma simetria suave ao longo da distribuição, já para o grupo de Itabiritos ricos há uma assimetria positiva evidente. As estimativas realizadas neste trabalho ficarão restritas a esses dois domínios.

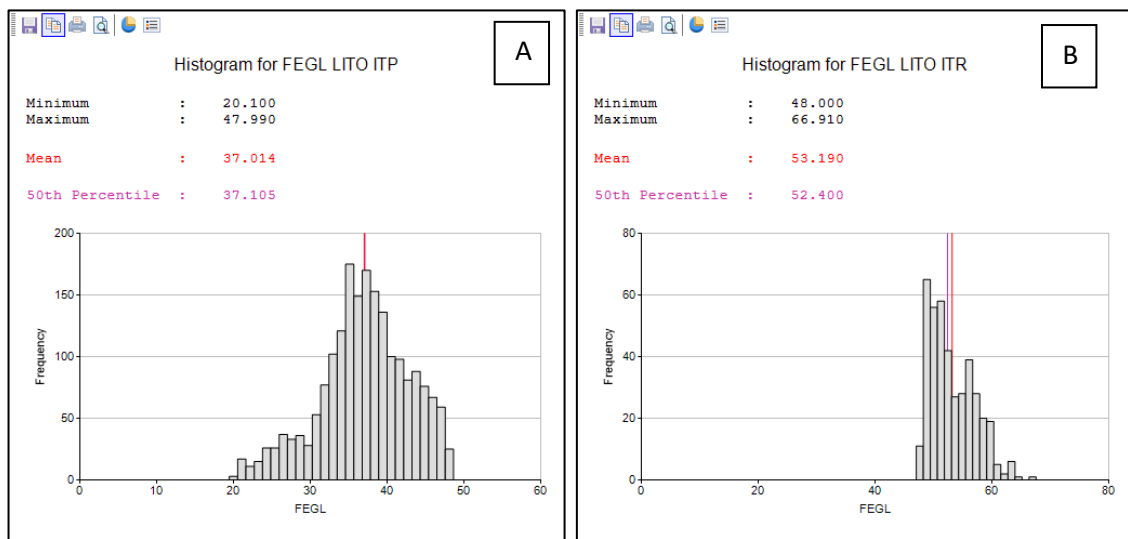


Figura 7- Distribuição do ferro global para a classe de Itabiritos Pobres (A) e Itabiritos Ricos (B).

#### 4.4 – Declusterização

O método de declusterização utilizado foi o das células móveis. Nessa abordagem, a área é dividida em blocos retangulares e os pesos de desagrupamento são estimados para cada célula.

A célula ótima encontrada apresentou dimensões de 100m x 100m na horizontal e 90m na vertical. A média do teor de ferro global, após a declusterização, foi de 35,131%. O desagrupamento foi utilizado exclusivamente nos domínios ITR e ITP. Os demais domínios não foram desagrupados.

#### 4.5 – Regularização

Quanto mais flexível o tamanho mínimo em relação a regularização, mais metragem é possível preservar na compositagem. A fim de definir um conjunto homogêneo de amostras para tratamento estatístico, a regularização amostral foi realizada em compostas de 5 metros de comprimento, aceitando-se um tamanho mínimo de 2.5 metros e um máximo de 7.5 metros.

As Figura 8 e Figura 9 demonstram que o comportamento global do ferro, tanto nos domínios de itabiritos pobres quanto nos de itabiritos ricos, permanece praticamente inalterado após a regularização dos dados.

A média dos teores de ferro nos domínios ITP e ITR apresentou pequenas variações de 0,21% e 0,17%, respectivamente, indicando que a regularização não introduziu vieses significativos nos resultados. A análise dos valores máximos e mínimos também corrobora essa conclusão, evidenciando que o comportamento do elemento estimado não foi afetado pelo processo de regularização.

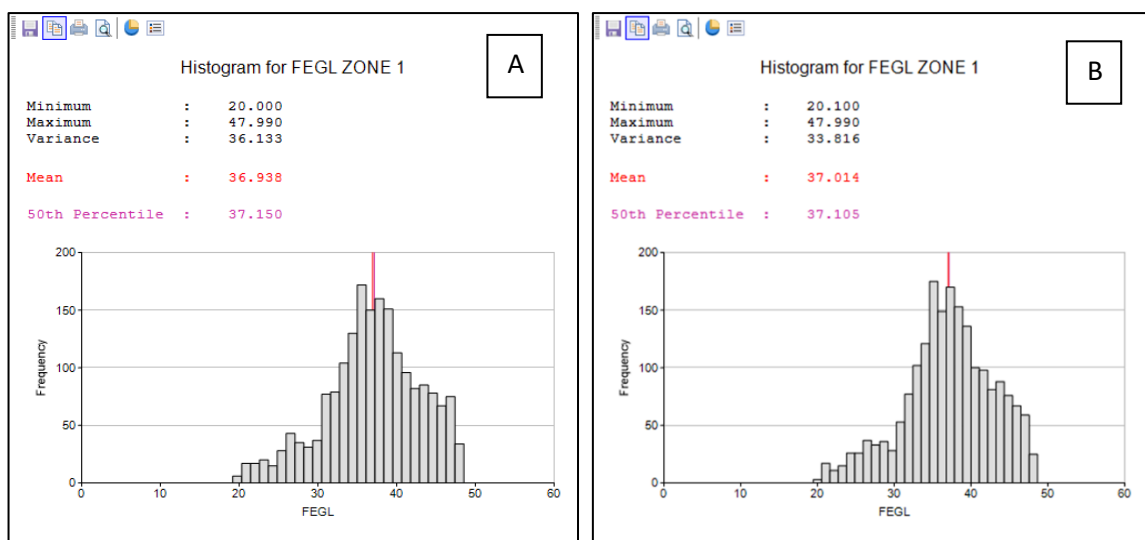


Figura 8 - Ferro global dos ITP antes da regularização (A) e depois da regularização (B).

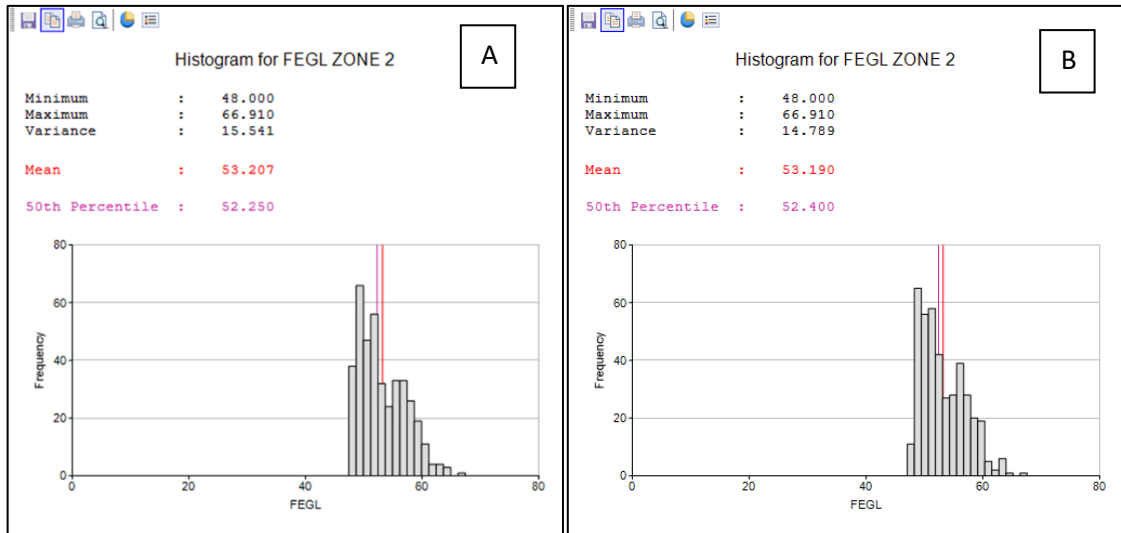


Figura 9 - Ferro global domínio ITR antes a regularização (A) e depois da regularização (B).

#### 4.6 – Modelagem Geológica

A modelagem geológica gerada serve como base para as etapas subsequentes de estimativa de recursos e planejamento mineiro. A construção do modelo geológico 3D foi realizada utilizando o software Studio RM.

Conforme a recomendação de Journel e Huijbregts (1978), citado em Rossi e Deustch (2014, p. 45) o tamanho de bloco deve ser de 1/3 a 1/2 do espaçamento dos dados do furo de sondagem como uma diretriz aproximada, adotou-se 25m x 25m x 25m para o tamanho dos blocos.

A metodologia empregada baseou-se na geração de sólidos implícitos através de algoritmos de polarização radial. Essa técnica permite a modelagem de corpos geológicos complexos de forma automatizada, considerando as relações espaciais entre as diferentes litologias. Os sólidos gerados foram classificados de acordo com a probabilidade de pertencer a cada uma das litologias definidas na etapa de classificação.

Os resultados indicam que aproximadamente 90% dos sólidos foram classificados como itabiritos pobres, refletindo a predominância dessa litologia no depósito. A Figura 10 apresenta a visualização 3D do modelo geológico, evidenciando

a distribuição espacial dos diferentes domínios e a geometria complexa dos corpos mineralizados.

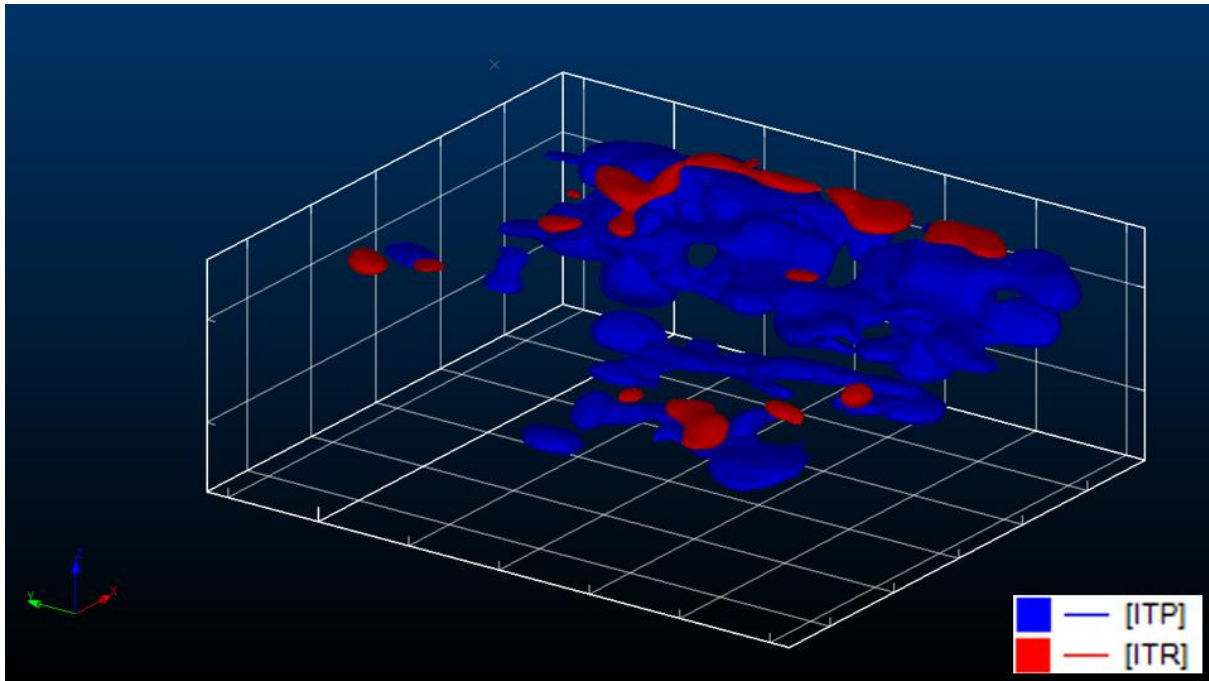


Figura 10 - Sólidos provenientes da modelagem implícita. Em azul os itabiritos pobres, em vermelho os itabiritos ricos.

#### 4.7 VARIOGRAMAS

Os variogramas foram modelados seguindo uma ordem comumente empregada na indústria mineral, essa metodologia consiste em realizar uma série de variogramas experimentais varrendo o espaço amostral em  $180^\circ$  e analisando todos os resultados de cada uma das direções do espaço tridimensional.

Cada um dos variograma experimentais analisados e escolhidos foram referentes a uma direção específica no espaço, e a partir dela a próxima direção foi analisada, fazendo isso de forma que a primeira direção escolhida fosse de azimute  $90^\circ$  e dip  $60^\circ$ . Considerando a convenção do software Studio RM, essa representa a direção 1, a melhor direção que descreve a maior continuidade do minério de ferro deste depósito. Ela será representada como D1 e para o melhor entendimento e visualização em 3D essa direção representará o eixo Y dos eixos cartesianos.

A partir dessa direção, encontra-se a segunda melhor direção que descreve o depósito, sendo ela obrigatoriamente a 90° da primeira direção, mas podendo encontrar-se em qualquer dip. Fazendo a varredura e a análise dos variogramas experimentais, definiu-se que a segunda direção (D2) está na direção azimute 90° dip 45°, considerando a D1 como o eixo do espaço, em outras palavras, D1 é considerado como sendo azimute 0° e dip 0° para fazer a análise no software. Sendo assim, a direção 3 (D3) Só pode estar na perpendicular do plano gerado pelas duas direções D1 e D2, representando uma direção de dip 90°. Os variogramas podem ser visualizados nas Figura 12, Figura 13 e Figura 14.

Essas 3 direções que foram escolhidas pela análise criteriosa dos variogramas experimentais foram modeladas por duas estruturas esféricas, tendo suas variâncias retiradas do variograma Down-The-Hole (Figura 11), sendo assim, foram modelados os alcances das estruturas D1, D2, D3 individualmente. A Tabela 2 mostra o resumo da modelagem dos variogramas.

Tabela 2 - Parâmetros para a variografia.

	<b>Nugget</b>	<b>estrutura 1</b>	<b>Variância 1</b>	<b>Alcance 1</b>	<b>estrutura 2</b>	<b>Variância 2</b>	<b>Alcance 2</b>
<b>DDH</b>	0.025	Esférica	0.3	12	Esférica	0.675	125
<b>D1</b>				50			250
<b>D2</b>				50			95
<b>D3</b>				45			80

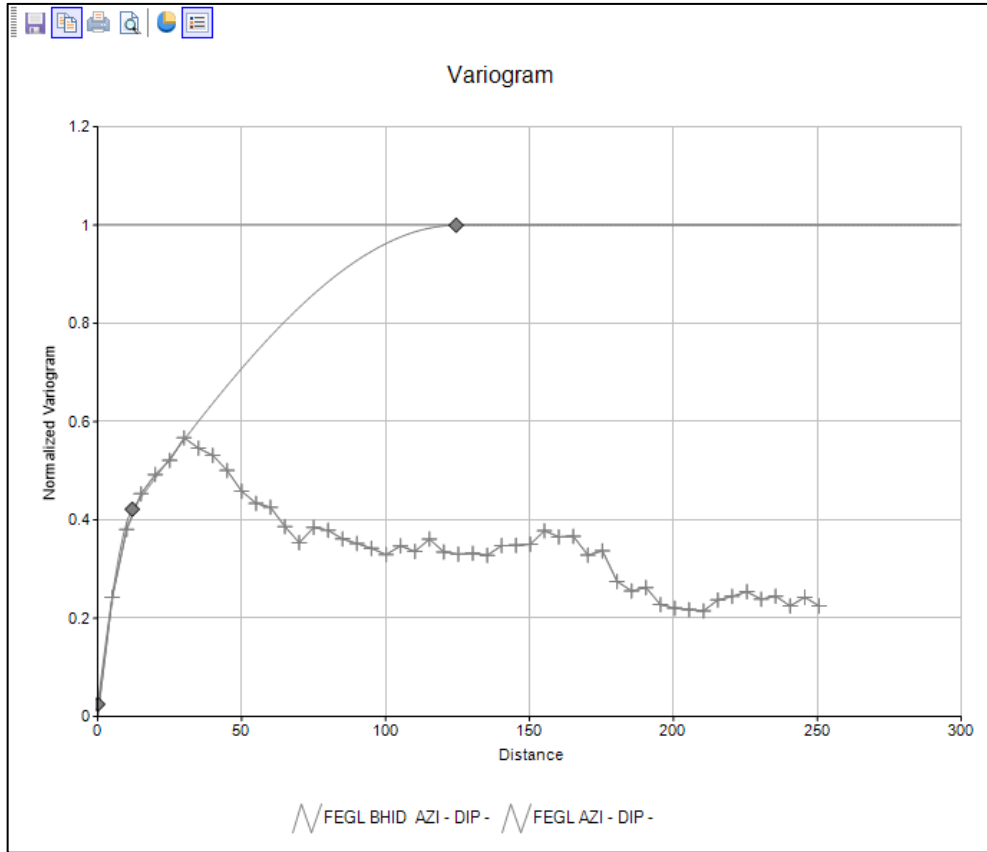


Figura 11 - Variograma DDH.

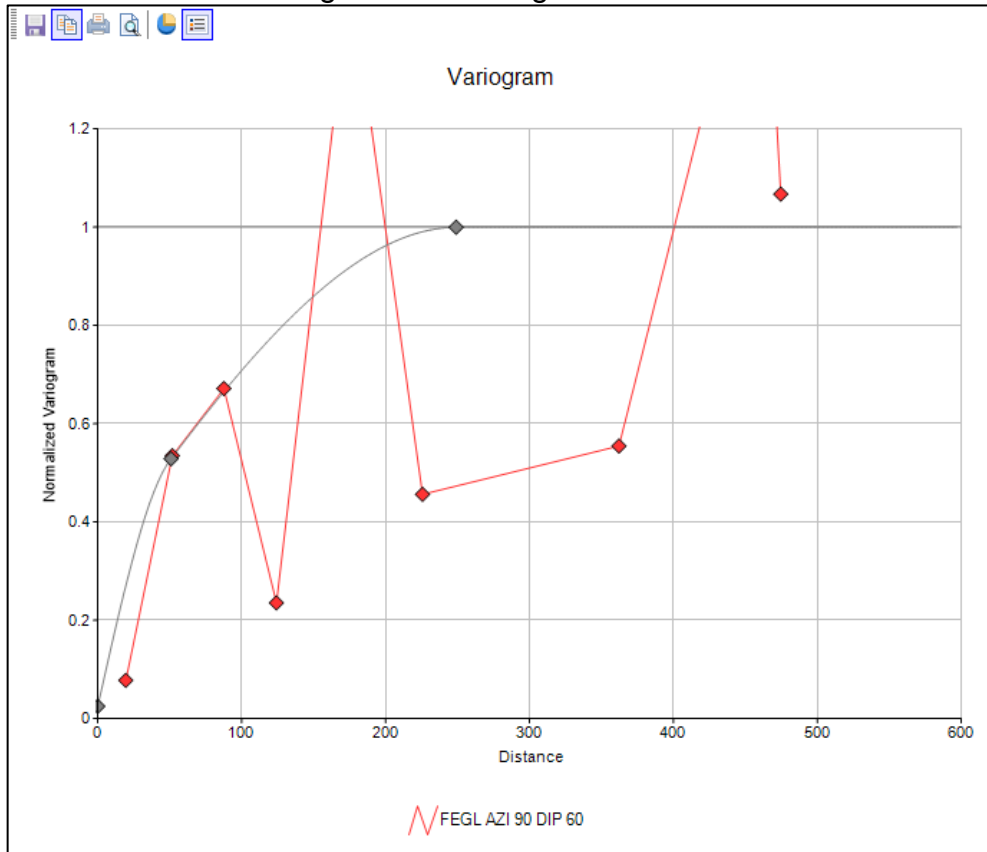


Figura 12 - Variograma D1.

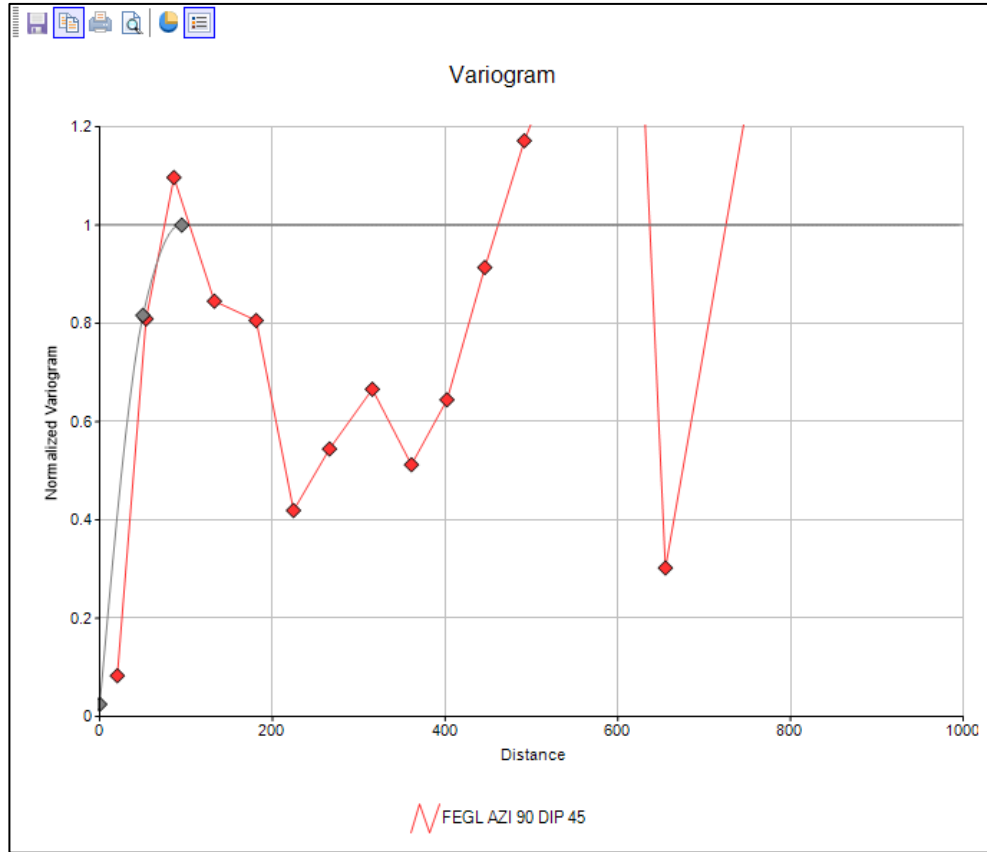


Figura 13 - Variograma D2.

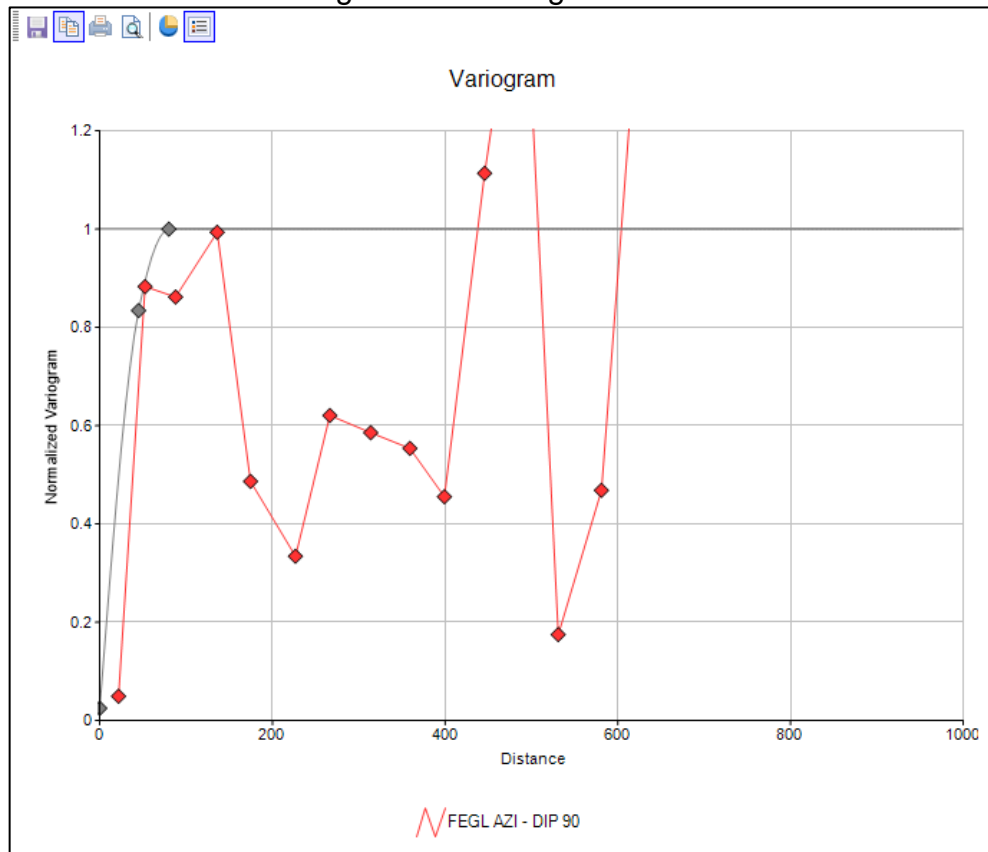


Figura 14 - Variograma D3

#### 4.8 – Estimativas

Para as estimativas, foram considerados apenas os agrupamentos litológicos previamente definidos, limitando-se aos sólidos de itabiritos pobres e ricos.

A orientação das elipses de busca (Figura 15) foi determinada com base nas direções principais do elipsoide variográfico, considerando a razão entre os três eixos principais. A Tabela 3 apresenta os parâmetros utilizados.

A estimativa foi executada em 3 etapas, a primeira consistiu em uma estimativa pelo método mais simples, NN. A segunda, pelo método do IQD que, apesar de simples também, já possui o peso da estimativa com base nas distâncias euclidianas entre bloco e amostra. Por fim, o depósito foi estimado pelo melhor método de estimativa linear não enviesado, a krigagem, aplicando a variografia como o peso da estimativa, agora não apenas a distância como no IQD, mas também a direção.

Tabela 3 - Parâmetros do elipsoide de busca.

<b>Volume de busca</b>	<b>Tamanho</b>	<b>Rotação °</b>
Eixo X	95	60
Eixo Y	250	-45
Eixo Z	80	90

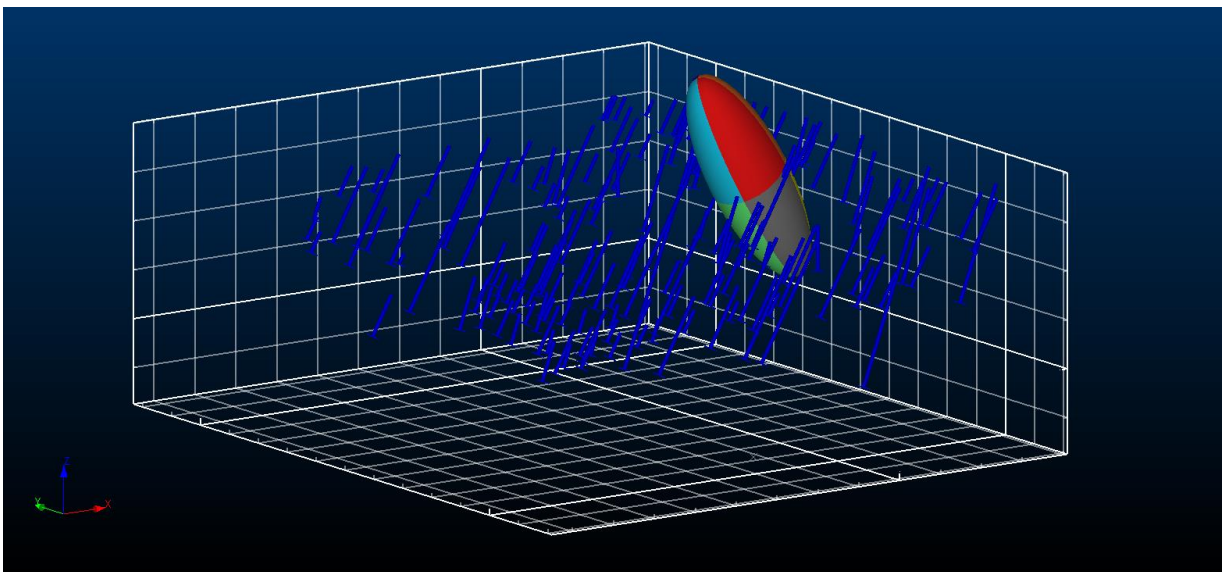


Figura 15 - Elipsoide de busca.

#### 4.9 –Análise e Validações das estimativas

O modelo geológico foi submetido a um rigoroso processo de validação, englobando inspeção visual, análises estatísticas e comparações gráficas de tendências de teor regional. As etapas de validação visam assegurar a confiabilidade e a representatividade do modelo em relação aos dados originais.

##### 4.9.1 –Análise visual

A Análise visual das estimativas, que também serve como uma validação dos teores de ferro foi realizada por meio da confecção de seções e vistas em planta e seções verticais do modelo de blocos. As Figura 16 a Figura 21 apresentam os resultados dessa análise, mostrando a boa concordância entre os teores estimados e os dados amostrais.

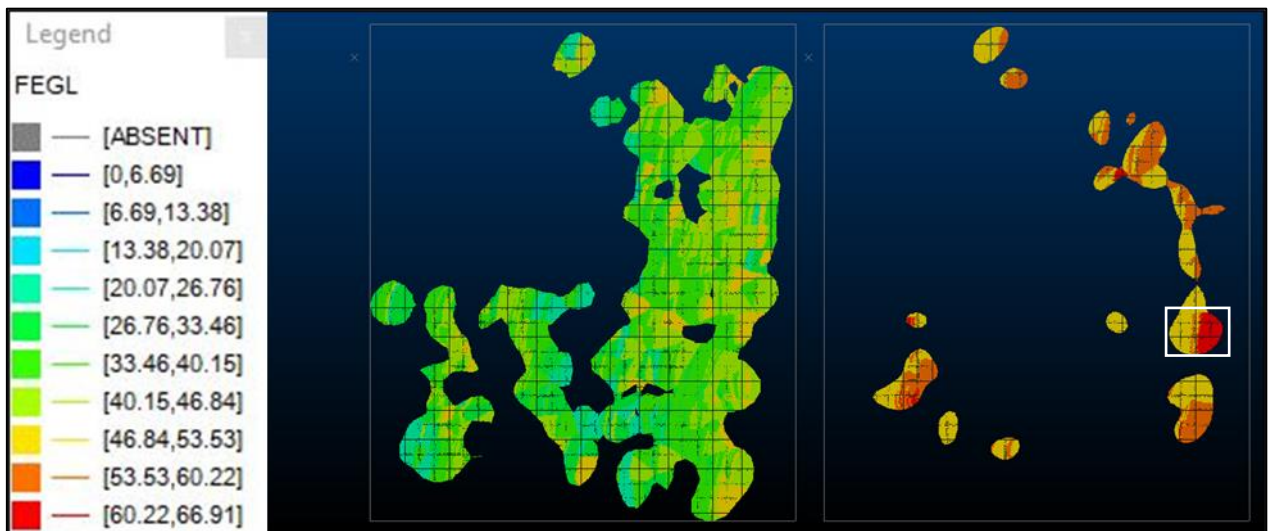


Figura 16 – Validação visual em planta (vizinho mais próximo).

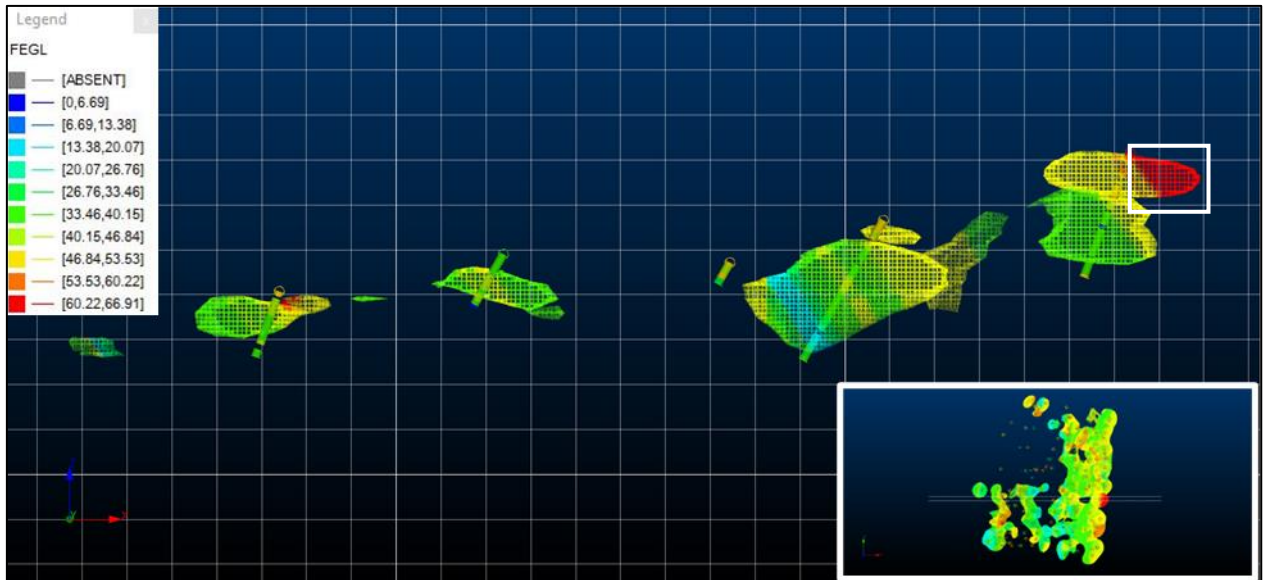


Figura 17 - Validação visual em perfil (vizinho mais próximo).

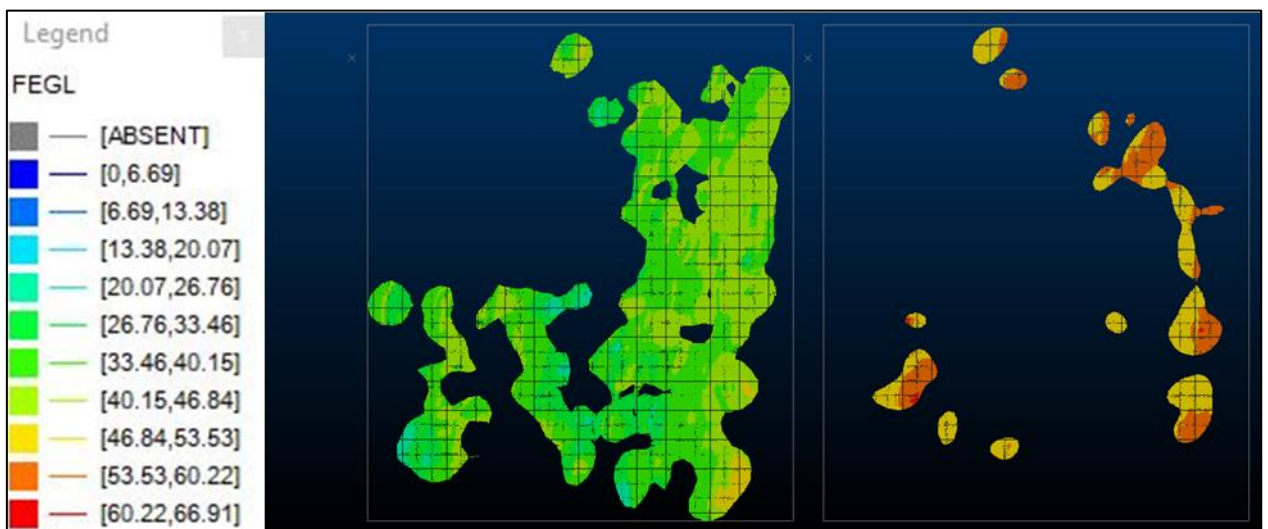


Figura 18 - Validação visual em planta (inverso do quadrado da distância).

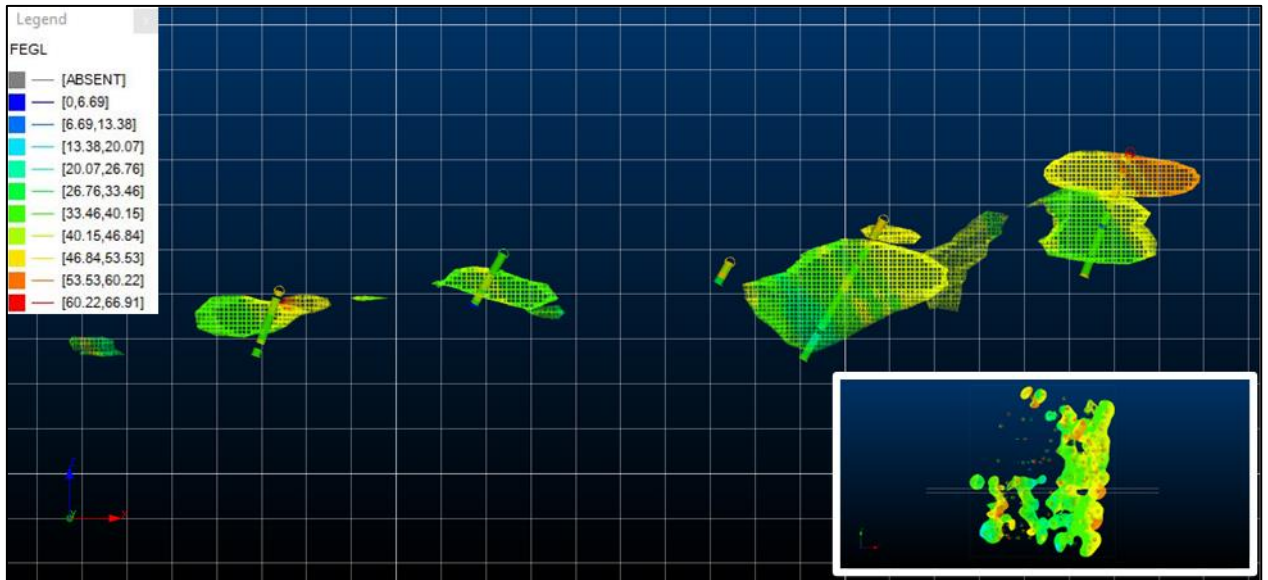


Figura 19 - Validação visual em perfil (inverso do quadrado da distância).

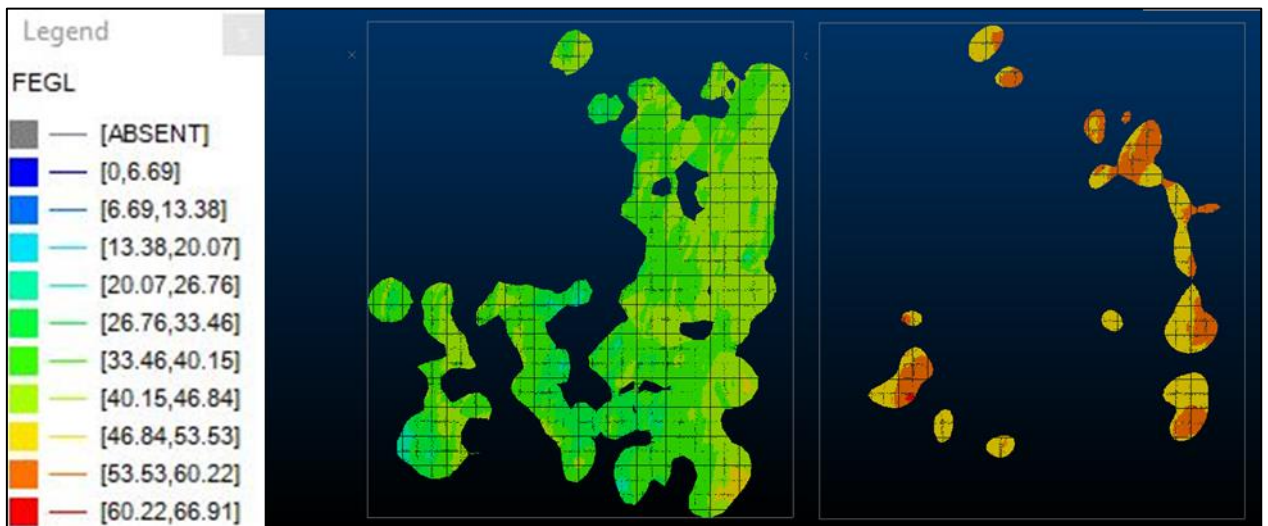


Figura 20 - Validação visual em planta (krigagem ordinária).

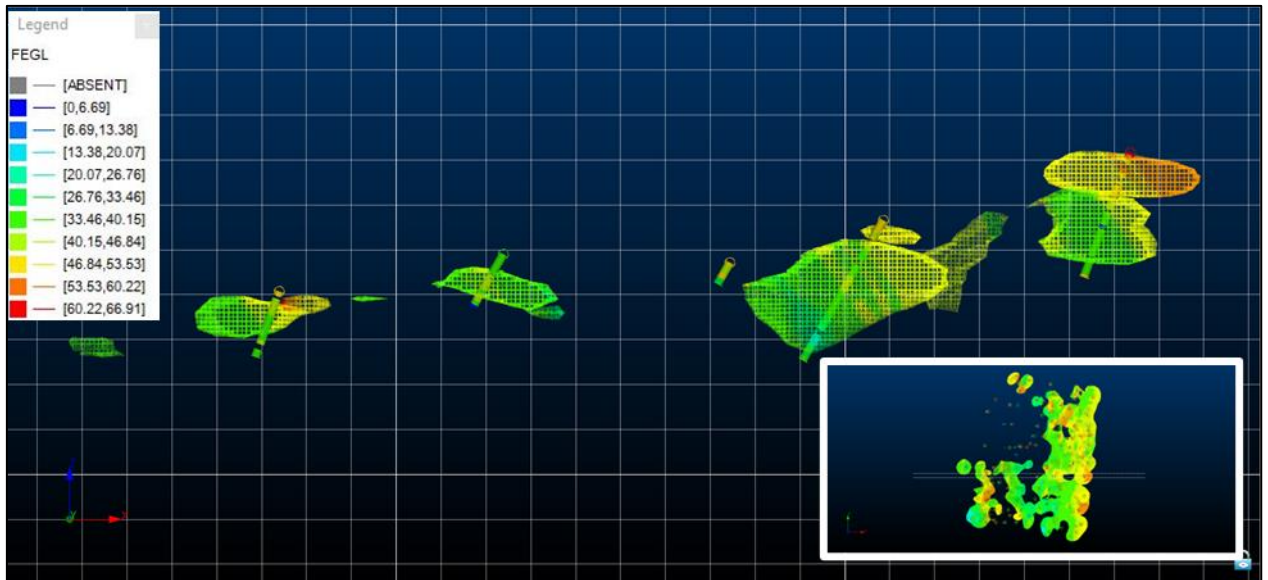


Figura 21 - Validação visual em perfil (krigagem ordinária).

O método do vizinho mais próximo resultou em uma estimativa de teor de ferro significativamente mais elevada na área destacada nas figuras Figura 16 e Figura 17, quando comparada aos demais métodos.

Essa discrepância pode ser atribuída à influência das amostras com alto teor de ferro localizadas nas proximidades. Devido ao peso atribuído aos pontos mais próximos, o método do vizinho mais próximo é mais sensível à presença de valores extremos, o que pode levar a uma superestima local do teor de ferro.

#### 4.9.2 –Validação estatística

As estimativas de teor de ferro global obtidas por diferentes métodos de interpolação, foram comparadas aos dados brutos e desagrupados. Os resultados apresentados confirmam que a técnica de vizinho mais próximo quanto o inverso do quadrado da distância performam de forma satisfatória ao reproduzir as estatísticas globais desagrupadas, isso se dá ao fato de que ambas as técnicas não são enviesadas, assim como a krigagem.

A krigagem, por sua vez, caracteriza-se por sua capacidade de suavizar os resultados, pois considera a estrutura espacial dos dados, gerando estimativas mais

realistas e representativas. Essa característica é decorrente da minimização da variância do erro de estimativa.

A Tabela 4 apresenta um resumo dos resultados, mostrando que os teores médios krigados apresentaram boa concordância com os métodos do inverso do quadrado da distância e do vizinho mais próximo.

As pequenas diferenças entre os métodos (inferiores a 1%) dos valores estimados dentro dos limites da base de dados indicam a robustez das estimativas. Esses resultados conferem confiabilidade ao modelo geoestatístico gerado, permitindo sua utilização nas etapas subsequentes de estimativa de recursos e planejamento mineiro.

Tabela 4 - Validação estatística para o ferro global. Em destaque os resultados do banco de dados declusterizado.

FIELD	Banco de dados		B.D. Declusterizados		Vizinho mais próximo		IQD		Krigagem ordinária	
	ITP	ITR	ITP	ITR	ITP	ITR	ITP	ITR	ITP	ITR
<b>ZONE</b>	ITP	ITR	ITP	ITR	ITP	ITR	ITP	ITR	ITP	ITR
<b>MÍNIMO</b>	20.1	48	20.10	48	20.1	48.02	20.85	48.14	20.92	48.34
<b>MÉDIA</b>	37.01	53.19	36.74	53.67	36.86	53.14	37.21	52.96	37.35	52.87
<b>MÁXIMO</b>	47.99	66.91	47.99	66.91	47.99	66.91	47.8	65.59	47.69	64.54
<b>VARIÂNCIA</b>	33.82	14.79	40	16.23	38.33	18.37	22.19	6.94	20.08	5.29

#### 4.9.3 –Validação swath plot

A análise dos gráficos de *swath plots* permitiu comparar as estimativas de teor de ferro obtidas por krigagem, vizinho mais próximo, IQD e os valores originais do banco de dados (compostos e desagrupados).

A validação foi conduzida para cada domínio (ITR e ITP), utilizando um espaçamento de 50 metros entre as análises em todas as direções. Os valores obtidos para o eixo X são apresentados na Figura 22 e Figura 23.

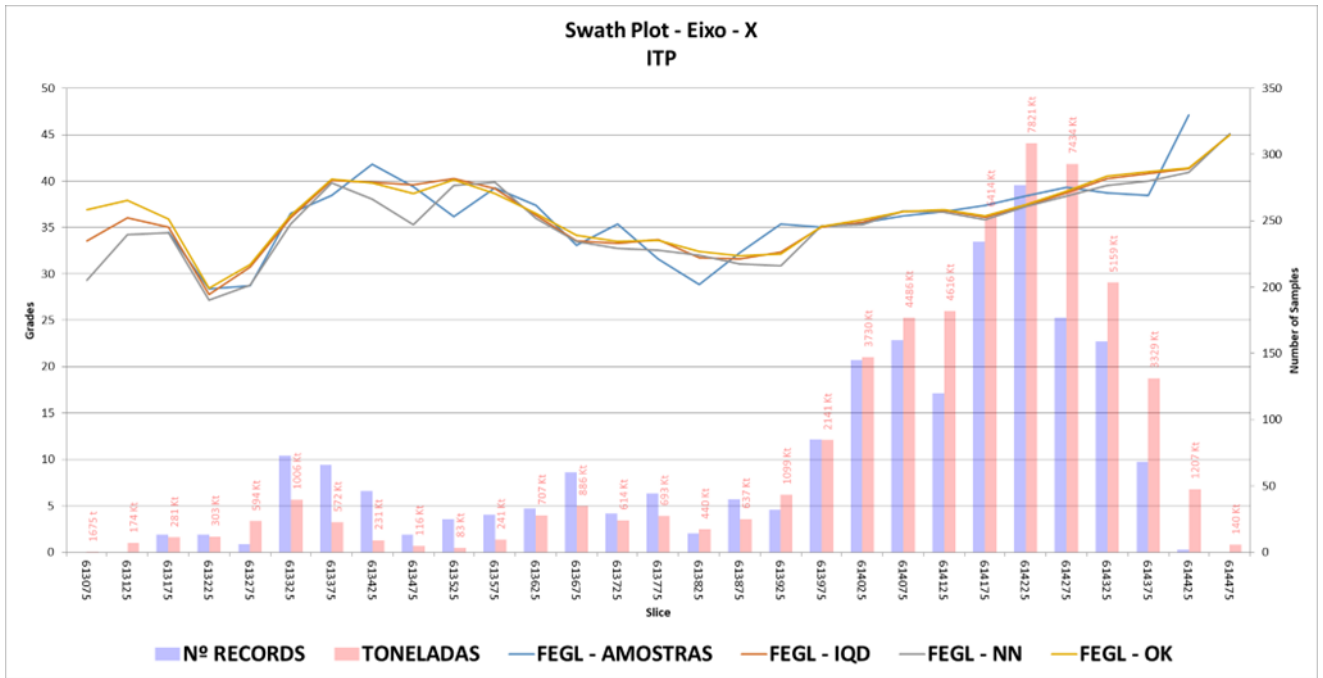


Figura 22 - Swath plot - ferro global domínio ITP.

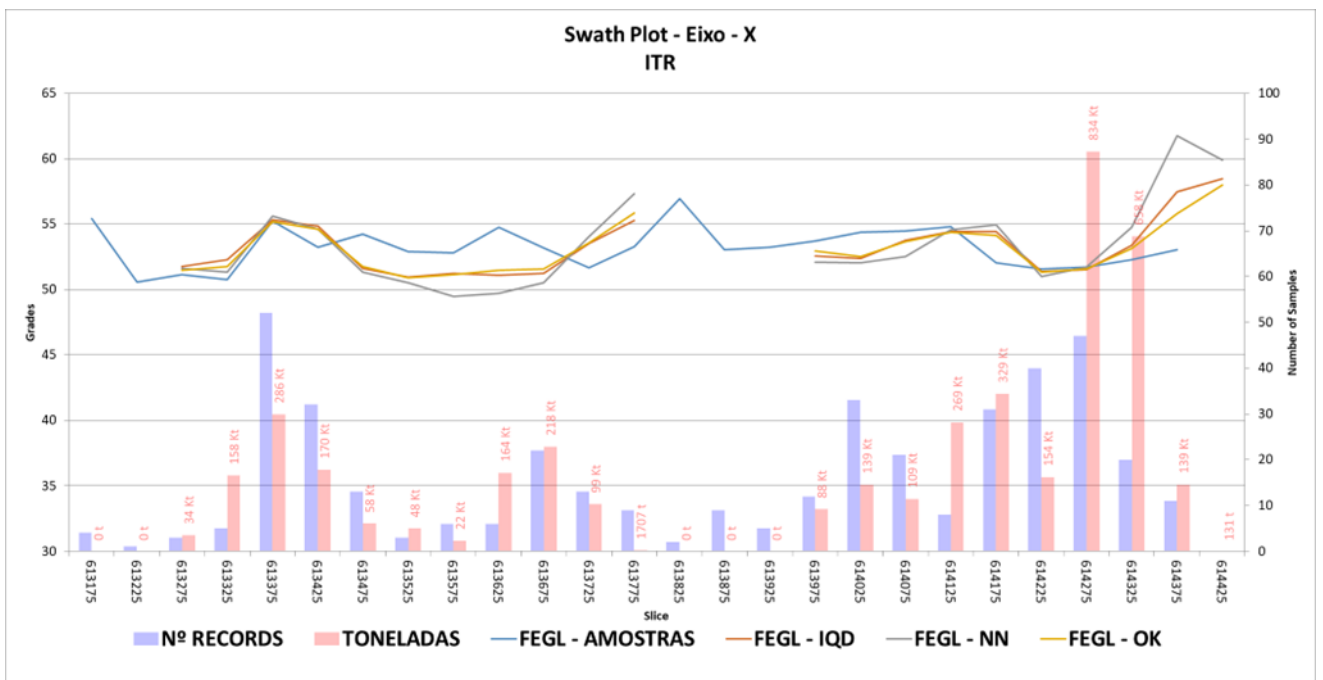


Figura 23 - Swath plot - ferro global domínio ITR.

Os resultados indicam que, de forma geral, as estimativas por todos os métodos seguem os mesmos perfis de teor, tanto em escala global quanto local, não apresentando vieses significativos. Conforme apresentado na Figura 23, entre as

coordenadas 613825 e 613925, não foi modelado devido à ausência de sólidos do domínio em. Por esse motivo, os valores nessa área não são estimados.

Os gráficos de *swath plots* revelam que as estimativas de teor obtidas apresentam boa aderência aos dados originais. O banco de dados, por sua vez, demonstra maior variabilidade, com maior dispersão em regiões com menor densidade amostral.

#### 4.9.4 –Validação cruzada

A validação cruzada é uma ferramenta poderosa para garantir a qualidade e a confiabilidade dos resultados obtidos em estimativas, permitindo avaliar a capacidade de um modelo de interpolar valores em locais não amostrados e, assim, tomar decisões mais precisas com base nas informações espaciais disponíveis. A Tabela 5 apresenta o comparativo dos valores reais e os valores estimados para cada domínio. As Figura 24 Figura 25 demonstram as diferenças nas validações cruzadas entre os domínios ITP e ITR.

Tabela 5 - Comparativo das validações cruzadas para as diferentes técnicas de interpolação segregado pelos domínios litológicos.

MÉTODO	NN_ITP	IQD_ITP	KO_ITP	NN_ITR	IQD_ITR	KO_ITR
Amostras estimadas	1962	1962	1962	408	408	408
Amostras não estimadas	534	534	534	2088	2088	2088
Média dos valores reais	37.014	37.014	37.014	53.190	53.190	53.190
Média dos valores estimados	36.978	36.967	36.997	53.321	53.321	53.321
Diferença média (real - estimado)	0.036	0.046	0.017	-0.131	-0.130	-0.089
Diferença média (%)	0.096	0.124	0.045	-0.246	-0.245	-0.168
Diferença média absoluta	2.590	2.198	2.080	2.537	2.249	2.167
Varição dos valores reais	33.816	33.816	33.816	14.789	14.789	14.789
Variância dos valores estimados	31.472	22.982	25.630	13.967	8.881	9.539
Coeficiente de correlação	0.771	0.821	0.833	0.609	0.651	0.661

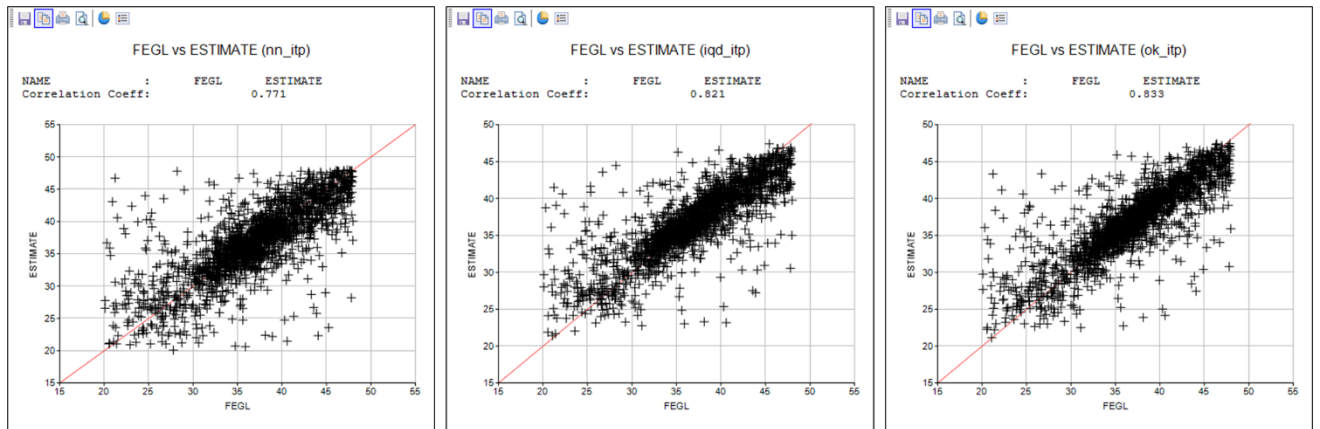


Figura 24 - Gráfico de dispersão do ferro global do banco de dados no eixo X, ferro global estimado no eixo Y para o domínio ITP.

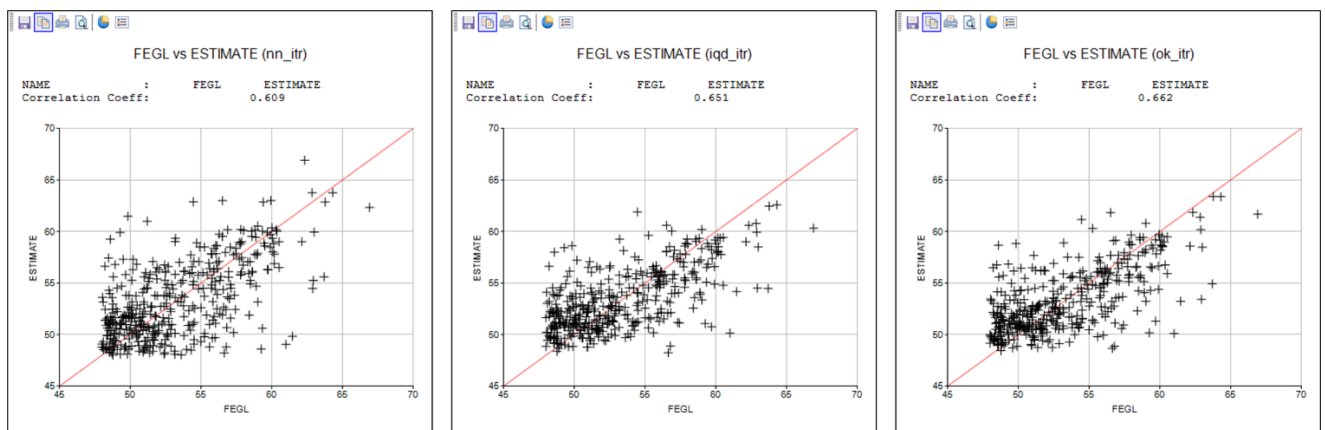


Figura 25 - Gráfico de dispersão do ferro global do banco de dados no eixo X, ferro global estimado no eixo Y para o domínio ITR.

## 5 – DISCUSSÕES

A realização de um trabalho de estimativa exige uma análise exploratória aprofundada do banco de dados. A exploração de parâmetros estatísticos como mínimo, máximo, média, mediana, desvio padrão e quartis permite compreender a distribuição dos dados, identificar possíveis outliers e avaliar a presença de assimetrias. Essa análise é crucial para a seleção dos métodos de estimativa mais adequados e para a interpretação dos resultados obtidos.

A concentração de amostragem em áreas de interesse, embora necessária para obter informações detalhadas, pode induzir vieses nas estimativas. Para mitigar esse efeito, foi aplicada a técnica de declusterização.

Nos *Swath plots* é possível observar que as estimativas em valores de teor, seguem as mesmas tendências, enquanto os valores de teores das compostas são um pouco mais erráticas, principalmente em zonas dos depósitos que possuem poucas amostras. Enxerga-se também que em relação as médias dos valores das estimativas encontram-se muito próximos uns aos outros e se comparado aos resultados das amostras, é um indicativo que a estimativa performou bem, apesar de que em alguns pontos, as amostras apresentaram picos locais de baixo teor.

A validação cruzada indicou que os três métodos de interpolação avaliados (krigagem ordinária, vizinho mais próximo e inverso do quadrado da distância) apresentaram resultados satisfatórios. No entanto, a krigagem ordinária se destacou por apresentar menor erro e um maior coeficiente de correlação. Estatisticamente, o modelo também reproduz os teores das amostras, sendo os dados muito próximos as estatísticas do modelo e estatísticas das compostas usadas na estimativa. A validação visual é uma etapa de suma importância, ao avaliar os *swath plots*, é notável que os resultados estão em concordância com os resultados da validação cruzada, indicando que as estimativas seguem as mesmas tendências dos dados originais, especialmente para a krigagem ordinária.

Em resultados gerais, as estimativas em relação à média dos teores das duas zonas, em todos os métodos de estimativa, são muito próximas. As principais diferenças são as da variância da estimativa e coeficiente de correlação, uma vez que a krigagem é referida como B.L.U.E., esse método reduz a variância da estimativa local.

## **6 – CONCLUSÕES**

A compreensão dos métodos de interpolação e suas particularidades é crucial para a escolha de como prosseguir com as estimativas, uma vez que o modelo de blocos estimado é o principal balizador de várias decisões estratégicas sobre o futuro

de um empreendimento. A seleção de um método de interpolação adequado garante a precisão das estimativas.

Após a realização das estimativas, é imprescindível validar os resultados para avaliar sua confiabilidade. A validação pode ser realizada por meio de análises visuais, estatísticas e validações cruzadas, comparando os valores estimados com dados de referência. Essa etapa é crucial para garantir a qualidade das estimativas.

A comparação entre os métodos do NN, IQD e KO para estimar o teor de ferro global no depósito em estudo revelou uma forte concordância nos resultados globais gerados. A análise estatística detalhada, incluindo média, variância e desvio padrão, indica que as diferenças entre os métodos são inferiores a 5%. A curva de análise de deriva, mostra que o teor médio tem similaridade, evidenciando tendências lineares para os três métodos.

Ao analisar a variância das estimativas, é notável que a krigagem, em geral, apresenta valores melhores se comparado aos demais métodos. Os resultados obtidos para este depósito corroboram essa tendência, que é intrínseca ao método da krigagem.

Os resultados desta análise indicam que os três métodos de estimativa do teor de ferro são adequados para a área de estudo no contexto global. A partir das validações, é possível enxergar que em comparação aos três métodos de estimativa, a krigagem se demonstrou mais eficaz localmente. Essa superioridade pode ser atribuída à capacidade da krigagem de modelar a estrutura espacial dos dados de forma mais detalhada. O variograma reflete a heterogeneidade espacial dos dados, indicando como a variabilidade do elemento estimado muda com a distância e direção.

Para o depósito analisado, a direção de maior continuidade é o azimute de  $90^\circ$  com o dip de  $60^\circ$  baseado na variografia. Essa direção de continuidade espacial foi atribuída para o elipsoide, representando o raio de busca das amostras ao entorno do bloco estimado.

A análise da variância de krigagem permite identificar áreas com maior erro associado a estimativa, indicando quais áreas necessitam de um adensamento amostral. Essa informação é valiosa para otimizar a locação de novas amostras. Além disso, a variância de krigagem, em conjunto com outros critérios geoestatísticos, é um

parâmetro fundamental na classificação de recursos minerais, auxiliando na definição das categorias medido, indicado e inferido, que são essenciais para a avaliação econômica de um depósito mineral.

Entretanto, em alguns casos em que a amostragem não é robusta o suficiente, torna-se inviável a confecção de um variograma, e por conseguinte, inviabiliza a krigagem. Por isso, a depender do depósito e das condições geológicas, é preciso agrupar litologias ou zonas de minério para que assim tenha amostras suficientes para calcular um variograma. Em casos em que a amostragem não é adequada para a confecção da krigagem, a estimativa pode ser feita utilizando os métodos de estimativa clássicos, como IQD e até mesmo o vizinho mais próximo.

Sempre que possível, a krigagem deve ser feita, por sua capacidade de modelar a continuidade espacial dos dados e fornecer estimativas locais precisas. Considerando os altos custos associados à coleta de dados geológicos (sondagem), a krigagem se torna uma ferramenta essencial para extrair o máximo de informações dos dados adquiridos.

Embora a krigagem seja um método geoestatístico amplamente utilizado na estimativa de recursos minerais, não responde a todos as questões relacionadas as estimativas e a análises dos recursos minerais. Existem outros métodos e ferramentas, como a simulação geoestatística, que oferecem uma abordagem mais flexível e robusta para modelar a incerteza espacial e abordar questões complexas relacionadas à caracterização de recursos minerais, como a avaliação de riscos e a otimização de planos de mineração.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABZALOV, Marat. *Applied mining geology*. Perth: Springer, 2016. 448p

DEUTSCH, Clayton. Declus: a fortran 77 program for determining optimum spatial declustering weights. *Computers & Geosciences*, Vancouver, v. 15, n. 3, p. 325-332, 1989.

GOOVAERTS, P. *Geostatistics for natural resources evaluation*. Oxford University Press, 1997.

ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. *Applied geostatistics*. Oxford: Oxford University Press, 1989, p.553.

OURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, Ch. J. *Mining geostatistics*. Fontainebleau: Academic Press, 1978. Reimpresso com correções em 1981. 3. ed.

ROSSI, M. E.; DEUTSCH, C. V. *Mineral resource estimation*. Nova York: Springer, 2014, p. 125.

SINCLAIR, Alastair J.; BLACKWELL, Garston H. *Applied mineral inventory estimation*. Cambridge University Press, 2006.

YAMAMOTO, J. K., & LADIM, P. M. B. (2013). *Geoestatística: conceitos e aplicações* (1ª ed.). São Paulo: Oficina de Textos.

WEBSTER, Richard; OLIVER, Margaret A. *Geostatistics for environmental scientists*. John Wiley & Sons, 2007.