

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM
ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE
CONCRETO ARMADO E AÇO

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE PROJETOS DE PONTES MISTAS EM
AÇO E CONCRETO DE DIFERENTES ESBELTEZES

LEONARDO FRANÇA GOMES

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO E AÇO

**"ESTUDO COMPARATIVO ENTRE PROJETOS DE PONTES MISTAS EM
AÇO E CONCRETO DE DIFERENTES ESBELTEZES"**

LEONARDO FRANÇA GOMES

Trabalho Final apresentado ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Especialista em Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado e Aço".

Comissão Examinadora:

Prof. Hermes Carvalho
DEES – UFMG (Orientador)

Prof. Armando Cesar Campos Lavall
DEES – UFMG

Belo Horizonte, 22 de maio de 2017

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que me iluminou durante minha trajetória acadêmica e profissional. Aos familiares e amigos que me transmitiram apoio para a conclusão de uma nova etapa.

Ao professor, Hermes Carvalho, por sua dedicação, seriedade e acompanhamento durante toda a elaboração deste estudo.

Resumo

O presente trabalho tem como escopo apresentar um estudo comparativo entre três projetos de estruturas de pontes mistas de aço e concreto. Os projetos têm em comum o comprimento de vão pré-determinado de 25 metros e a forma proposta de fabricação é em perfil de aço estrutural ASTM A572, com seção transversal I monossimétrica, e este perfil de aço é conectado a uma laje de concreto com espessura igual a 250 mm. Os projetos se diferenciam na classificação da seção do perfil de aço em relação à sua esbeltez: compacto, semi-compacto ou esbelto, a concepção da laje de concreto é a mesma para os três tipos de projetos analisados. As diferentes classificações de esbeltez dos perfis de aço citadas acima foram obtidas através da redução da espessura da alma, mantendo as demais dimensões da seção transversal inalteradas. A norma ABNT NBR 8800 não contempla o dimensionamento de vigas mistas esbeltas, apesar de considerar o dimensionamento de vigas de aço esbeltas, e os resultados apresentados permitem uma avaliação em relação à economia de material gerada quando se utiliza conceitos de normas internacionais em complemento a norma brasileira. Os projetos foram verificados em duas etapas: antes e após a cura do concreto, considerando conceitos da norma ABNT NBR 8800. Entretanto na verificação da viga mista esbelta, após a cura do concreto, o dimensionamento foi realizado com o auxílio de dois *softwares* em elementos finitos, FEMAP e EBPlate. O primeiro obtém as tensões atuantes na estrutura mista, enquanto o segundo manipula essas tensões e calcula as tensões críticas e modos de flambagem elástica da estrutura. Concluiu-se na análise dos resultados que apesar de uma menor espessura de alma, as vigas mistas esbeltas nem sempre são as mais econômicas, comparada ao projeto de viga mista semi-compacta, devido ao acréscimo de peso oriundo de nervuras. Este trabalho se restringe ao dimensionamento das vigas mistas no estado limite último, não contemplando análises de estado limite de serviço, fadiga, dinâmica, nem tampouco verificação de conectores de cisalhamento e nervuras de apoio.

Palavras-chave: ponte mista esbelta, viga mista, pontes mistas de aço e concreto.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
2	OBJETIVO	8
3	REVISÃO DA LITERATURA	9
3.1	Estruturas de Pontes.....	9
3.2	Pontes Mistas.....	9
3.3	Classificação de Pontes Mistas em Relação à Esbeltez.....	11
3.4	Dimensionamento de Pontes Mistas.....	12
3.4.1	Ações de carregamentos atuantes em estruturas de pontes mistas.....	13
3.4.2	Verificação em relação ao momento fletor de vigas mistas não esbeltas: $h/tw \leq 5,7\sqrt{(E/f_y)}$	15
3.4.3	Verificação de vigas mistas esbeltas: $h/tw > 5,7\sqrt{(E/f_y)}$	18
3.4.4	Verificação em relação ao esforço cortante.....	20
4	DESENVOLVIMENTO	21
4.1	Metodologia.....	21
4.2	Descritivo de Carregamentos Aplicados.....	23
4.3	Verificação das vigas mistas não esbeltas e viga de aço esbelta conforme NBR 8800.....	24
4.4	Verificação da viga mista esbelta.....	24
4.5	Apresentação dos Resultados.....	27
4.6	Discussão dos Resultados.....	29
5	CONCLUSÃO	30
6	BIBLIOGRAFIA	32

7	ANEXOS	33
7.1	Memorial de cálculo – Dimensionamento de Viga Mista Compacta.....	33
7.2	Memorial de cálculo – Dimensionamento de Viga Mista Semi-Compacta	34
7.3	Memorial de cálculo – Dimensionamento de Viga Mista Esbelta	35

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho propõe um estudo comparativo entre três projetos de estruturas de pontes mistas em aço e concreto, os projetos se diferenciam na classificação da esbeltez da seção do perfil de aço utilizado: compacta, semi-compacta ou esbelta. O dimensionamento de viga mista esbelta não é contemplado na norma NBR 8800, apesar dessa norma considerar o dimensionamento de vigas de aço esbeltas, devido a isso, o dimensionamento de vigas mistas esbeltas foi auxiliado pelo software EBPlate, que calcula as tensões críticas de flambagem elástica de painéis enrijecidos, viabilizando assim este tipo de dimensionamento. Neste trabalho o dimensionamento das vigas mistas, independentemente de sua classificação quanto à esbeltez, contempla o dimensionamento dos estados limites últimos quanto ao momento fletor e ao esforço cortante, e tem como foco principal comparar o peso das vigas de aço evidenciando o projeto mais econômico.

2 OBJETIVO

Avaliar três projetos de pontes mistas diferenciados pela sua classificação quanto à esbeltez: compacto, semi-compacto e esbelto, evidenciando em seguida o projeto mais econômico.

Aplicar os métodos de dimensionamento de vigas mistas preconizados na norma NBR 8800, e no dimensionamento da viga mista esbelta acrescentar conceitos internacionais, e utilizar *softwares* em elementos finitos auxiliares para determinação da tensão crítica de flambagem elástica e coeficientes de flambagem, já que o cálculo de vigas mistas esbeltas não é contemplado pela norma brasileira.

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Estruturas de Pontes

As pontes são estruturas que tem como objetivo transpor obstáculos naturais, e podem ser fabricadas em aço, concreto, madeira e mistas de aço e concreto. As pontes fabricadas em vigas mistas de aço e concreto são o foco de estudo neste trabalho. A estrutura de uma ponte é dividida, para seu estudo e projeto em superestrutura, mesoestrutura e infra-estrutura.

A superestrutura de uma ponte é um conjunto de elementos estruturais, geralmente localizados na porção superior de uma ponte, que são responsáveis pelo transporte horizontal das cargas e sua transmissão à mesoestrutura, absorvendo diretamente os esforços resultantes do tráfego rodoviário, ferroviário, ciclovitário ou pedonal. A superestrutura de uma ponte é, em geral, formada pelo tabuleiro, incluindo lajes e vigas.

A mesoestrutura é um conjunto de elementos estruturais, geralmente localizados na porção média da estrutura de uma ponte, que são responsáveis pela transmissão dos esforços da superestrutura para a infraestrutura. A mesoestrutura de uma ponte é, em geral, formada pelos pilares, aparelhos de apoio e encontros, estando frequentemente sujeitas a forças externas hidráulicas e eólicas relevantes.

A infraestrutura é a parte constituinte da ponte que recebe as cargas da superestrutura e as transfere para o solo. É formada pelas fundações, suportes, muros de acompanhamento e aparelhos de apoio.

3.2 Pontes Mistas

As pontes mistas de aço e concreto são construídas a partir da junção de uma viga metálica, esta pode ser de alma cheia ou vazada, com uma laje de concreto, como mostra a Figura 1.

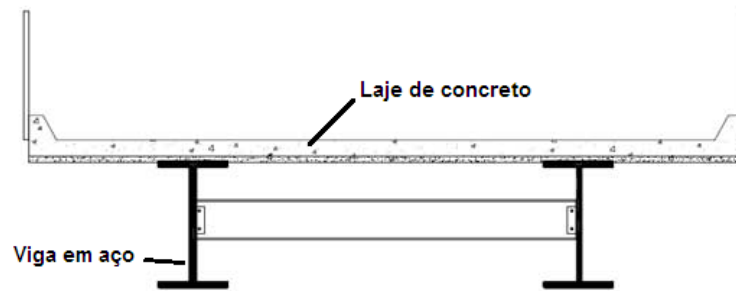


Figura 1 – Detalhe da estrutura básica de uma ponte mista em aço e concreto.

A junção das duas peças é garantida por meio de elementos de ligação metálicos: os conectores de cisalhamento, o tipo mais utilizado é o pino Stud Bolt, e pode ser visualizado na Figura 2. Não se usando conectores não haverá qualquer ligação mecânica entre a laje de concreto e a viga de aço.

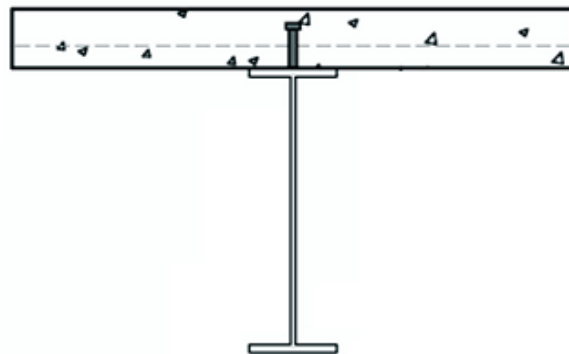


Figura 2 – Detalhe de pino Stud executando a ligação entre a laje de concreto e a viga de aço.

Nesse caso quando a laje é carregada, ela e a viga de aço fletam independentemente, ocorrendo um deslizamento relativo na superfície de contato entre ambos, e assim todos os carregamentos atuantes, inclusive o peso próprio deverão ser resistidos pela viga de aço apenas. Entretanto, quando previstos os conectores de cisalhamento, estes proporcionarão ligação mecânica entre a laje e a viga de aço. Na superfície de contato entre as duas peças se desenvolve um esforço horizontal, que impede o deslizamento relativo, caracterizando plenamente a viga mista de aço e concreto. Quando todo o esforço cortante é transferido entre a laje e a viga de aço, por meio de um número adequado de conectores, a viga mista possui

interação completa. Caso o número de conectores não seja suficiente a interação será parcial ou até mesmo inexistente e nesse caso deve ser verificada como viga de aço.

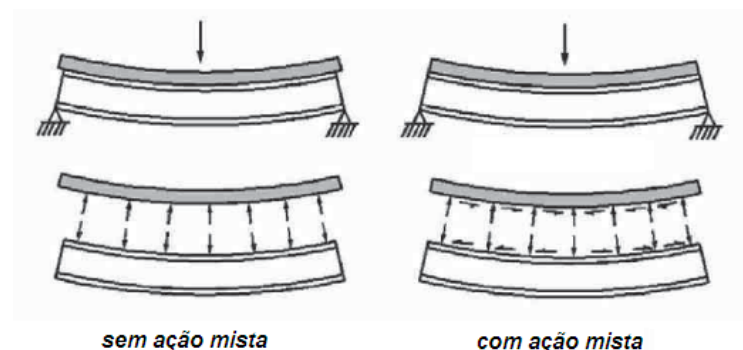


Figura 3 – Transferência de esforço cortante da laje de concreto para a viga de aço define a ação mista na estrutura.

As pontes mistas são econômicas para vãos entre 20 e 50 metros. Recomenda-se variar a espessura e largura da chapa das mesas ao longo do comprimento. Quando se trata de um projeto de ponte mista em curva, a seção transversal mais econômica deve ser dimensionada de forma vazada (caixão), neste caso esse tipo de seção é altamente eficiente devido a sua grande resistência a torção.

3.3 Classificação de Pontes Mistas em Relação à Esbeltez

As pontes mistas são classificadas em compacta, semi-compacta ou esbelta de acordo com o cálculo do parâmetro de esbeltez (h/t_w) para a alma da viga de aço. De acordo com a norma NBR 8800 as vigas mistas de aço e concreto de alma cheia bi-apoiadas devem ter relação entre a altura e a espessura de alma (h/t_w) inferior ou igual a $5,7 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$. Se a relação h/t_w for inferior ou igual a $3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ a viga mista é classificada como compacta e pode ser dimensionada utilizando as propriedades plásticas da seção mista. Se a relação h/t_w superar $3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ e for inferior a $5,7 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ a viga mista é classificada como semi-compacta, e deve ser dimensionada

usando as propriedades elásticas da seção mista. A viga mista é classificada como esbelta quando a relação h/tw é superior a $5,7 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$. Utiliza-se nessa situação as propriedades elásticas da seção mista para dimensionamento, a norma NBR 8800 não contempla o dimensionamento de vigas mistas esbeltas, portanto, neste caso, utilizou-se o *software* EBPlate, este é capaz de determinar a tensão crítica de flambagem elástica de almas enrijecidas. Este software utiliza a metodologia de cálculo da norma Eurocode 3.

Viga Mista Compacta	$h/tw < 3,76 \sqrt{E/f_y}$
Viga Mista Semi-Compacta	$3,76 \sqrt{E/f_y} < h/tw < 5,7 \sqrt{E/f_y}$
Viga Mista Esbelta	$h/tw > 5,7 \sqrt{E/f_y}$

Tabela 1 – Classificação de vigas mistas em relação ao parâmetro de esbeltez.

3.4 Dimensionamento de Pontes Mistas

O dimensionamento geral das vigas mistas de aço e concreto contempla duas situações: dimensionamento da viga de aço para cargas referentes à execução e lançamento do concreto, e dimensionamento da seção mista de aço e concreto para cargas permanentes e acidentais. O processo completo consiste em obter tensões atuantes, de tração no aço e compressão no concreto, menores que as admissíveis e garantir a estabilidade da viga de aço considerando as instabilidades locais e globais. Os estados limites últimos possíveis no sistema misto são devidos a atuação do momento fletor e da força cortante. Quando o sistema não for escorado, a estrutura mista só se manifesta após a cura do concreto, as vigas de aço isoladas devem possuir resistência adequada para suportar todas as ações que aparecem antes da cura.

Quando o sistema é caracterizado como misto, após a cura do concreto, não pode ocorrer a flambagem lateral com torção (FLT) devido à mesa superior do perfil de aço estar continuamente unida à laje pelos conectores. Além disso, mesmo que a mesa superior esteja comprimida, sua flambagem local (FLM) não representa um estado limite último. Portanto nas vigas mistas, o estado limite último está associado apenas a flambagem local da alma (FLA).

3.4.1 Ações de carregamentos atuantes em estruturas de pontes mistas

As ações de carregamentos consideradas em um dimensionamento de ponte mista pela minuta da norma ABNT/Projeto de pontes e viadutos rodoviárias de aço e mistas aço e concreto são segregadas em duas fases, a primeira antes da cura do concreto, nesta fase considera-se os carregamentos referentes à execução e lançamento do concreto, a segunda etapa, após a cura do concreto, considera-se os carregamentos permanentes e variáveis.

A seguir é apresentado resumo dos carregamentos considerados neste trabalho:

Ações na estrutura de aço - antes da cura do concreto	
Permanentes (F _{gk})	Peso Próprio das Vigas de Aço
	Laje de Concreto
Acidental (F _{qk})	Operação

Tabela 2 – Ações de carregamentos atuantes em ponte mista – antes da cura do concreto.

Carga linear total atuante na estrutura de aço – antes da cura do concreto:

$$C1 = 1,4 \times F_{gk} + 1,5 \times F_{qk} \quad (3.1)$$

Ações na estrutura mista - após a cura do concreto	
Permanentes (F _{gk})	Peso Próprio das Vigas de Aço
	Laje de Concreto
	Pavimentação
	Recapeamento
	Guarda-Rodas
Variável (F _{mk})	Carga móvel rodoviária (CM)

Tabela 3 – Ações de carregamentos atuantes em ponte mista – após a cura do concreto.

Carga linear total atuante na estrutura mista – após a cura do concreto:

$$C2 = 1,4 \times F_{gk} + 1,5 \times F_{mk} \quad (3.2)$$

Uma vez que o dimensionamento das transversinas não é objeto de estudo deste trabalho a carga de vento foi desconsiderada, visto que este carregamento pouco solicita a estrutura mista, portanto não influencia diretamente nas tensões atuantes obtidas na superestrutura.

As pontes rodoviárias ou ferroviárias, além de pórticos industriais que suportam pontes rolantes para transporte de carga, estão sujeitas à solicitação por cargas móveis, os esforços provenientes desta solicitação não variam apenas de acordo com a magnitude do carregamento móvel, mas também de acordo com a posição de atuação do mesmo. Portanto posições selecionadas de atuação do carregamento móvel é que vão determinar os valores limites máximos de momento fletor na seção. Para pontes de vãos simples bi-apoiadas, a posição do carregamento móvel que determina o maior momento fletor atuante na seção é a metade do vão. Esse critério foi considerado no dimensionamento dos projetos abordados neste trabalho.

Entretanto no dimensionamento de pontes com vãos contínuos deve-se utilizar o método de envoltórios de esforços obtido através de traçados de linha de influência, este método não será tratado no presente trabalho, porém pode ser estudado em outros artigos.

Considerou-se no dimensionamento dos projetos das pontes mistas abordados neste trabalho, a carga móvel rodoviária padrão TB-450, definida na norma NBR 7188 por um veículo tipo de 450 kN, com seis rodas, $P = 75 \text{ kN}$, três eixos de carga afastados entre si em 1,5 metros, com área de ocupação de 18 m^2 , circundada por uma carga uniformemente distribuída constante $p = 5 \text{ kN/m}^2$, conforme figura abaixo:

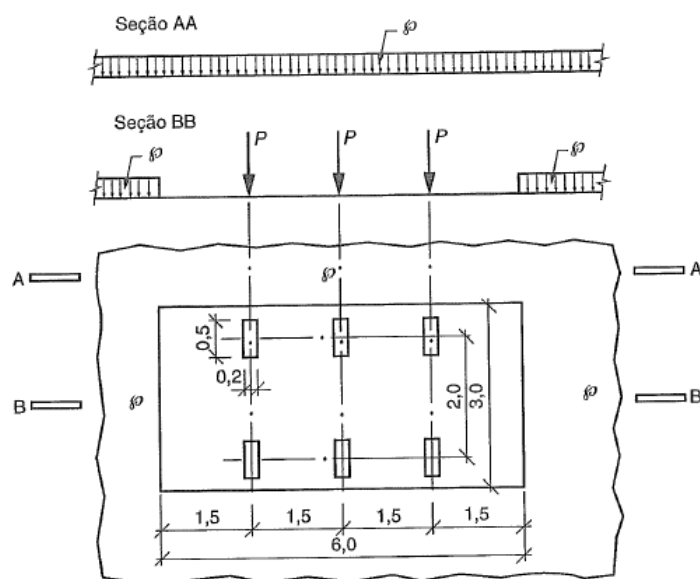


Figura 4 – Carga móvel rodoviária padrão TB-450.

3.4.2 Verificação em relação ao momento fletor de vigas mistas não esbeltas: $h/tw \leq 5,7\sqrt{(E/fy)}$

Como citado no item 3.4 os projetos são verificados em duas etapas. Na primeira etapa, antes da cura do concreto, onde se consideram as cargas permanentes e acidentais durante a construção, a resistência da estrutura mista é representada apenas pelo perfil de aço, já que a estrutura de concreto nesta fase não acrescenta resistência à estrutura global.

Na segunda etapa, o concreto acrescenta resistência à estrutura global, que já é caracterizada como mista, entretanto o momento fletor tem um acréscimo considerável já que a carga móvel é considerada nesta fase, então a flambagem local da alma deve ser verificada. Essa verificação difere de acordo com o parâmetro de esbeltez calculado para a seção de aço, para a relação de esbeltez da alma $h/tw < 3,76\sqrt{(E/fy)}$, a seção mista é classificada como compacta, as vigas devem ser dimensionadas considerando as propriedades plásticas da seção mista, já para o parâmetro de esbeltez calculado para uma seção semi-compacta: $3,76\sqrt{(E/fy)} < h/tw \leq 5,7\sqrt{(E/fy)}$, as vigas devem ser dimensionadas usando as propriedades elásticas da seção mista.

Momento fletor atuante na estrutura de aço – antes da cura do concreto, sendo C1 dado pela equação 3.1:

$$M_{sd\ ac} = \frac{C1 \times l^2}{8} \quad (3.3)$$

Momento fletor atuante na estrutura de aço – após a cura do concreto, sendo C2 dado pela equação 3.2:

$$M_{sd\ dc} = \frac{C2 \times l^2}{8} \quad (3.4)$$

3.4.2.1 Verificação em relação ao momento fletor de vigas compactas: $h/t_w \leq 3,76\sqrt{(E/f_y)}$

As vigas compactas devem ser dimensionadas considerando interação completa. Para a relação de esbeltez da alma $h/t_w \leq 3,76\sqrt{(E/f_y)}$, as vigas devem ser dimensionadas considerando as propriedades plásticas da seção mista e a linha neutra plástica (LNP) pode estar na laje de concreto, se $0,85 f_{cd} b t_c \geq A_a f_{yd}$, do contrário a LNP estará no perfil.

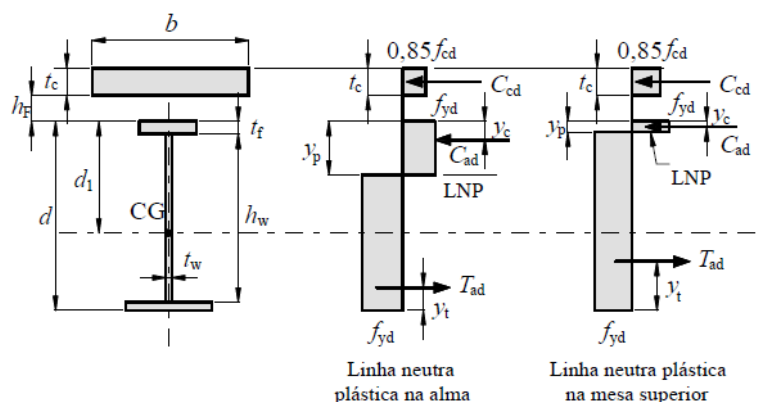


Figura 5 – Distribuição das tensões na viga mista com linha neutra plástica na viga de aço.

$$M_{rd} = C_{ad} (d - y_t - y_c) + C_{cd} (t_c/2 + h_f + d - y_t) \quad (3.5)$$

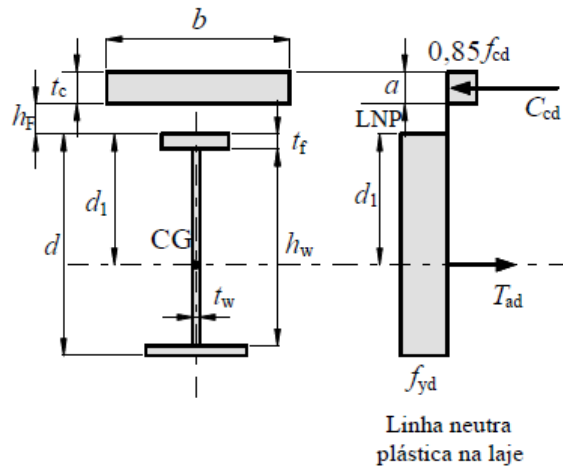


Figura 6 – Distribuição das tensões na viga mista com linha neutra plástica na laje de concreto.

$$M_{rd} = T_{ad} (d_1 + h_f + t_c - a/2) \quad (3.6)$$

3.4.2.2 Verificação em relação ao momento fletor de vigas mistas semi-compactas: $3,76\sqrt{(E/f_y)} < h/t_w \leq 5,7\sqrt{(E/f_y)}$

Neste tipo de viga, como existe a possibilidade de ocorrência de flambagem local da alma em regime inelástico, as tensões atuantes na viga mista devem ser limitadas de modo que o limite elástico em cada material não seja ultrapassado. A posição da linha neutra deve ser obtida admitindo distribuição de tensões lineares na seção homogeneizada conforme Figura 7.

O momento fletor resistente de cálculo é dado por:

$$M_{rd} \leq \left\{ \begin{array}{l} (W_{tr})_i \times f_{yd} \\ (W_{tr})_s \times \alpha E \end{array} \right\} \quad (3.7)$$

Onde:

$$\alpha E = E/E_c \text{ (razão entre os módulos de elasticidade do aço (E) e do concreto (E}_c\text{)).} \quad (3.8)$$

Os módulos resistentes elásticos inferior e superior da seção mista homogeneizada são respectivamente: $(W_{tr})_i$ e $(W_{tr})_s$.

A área de concreto é convertida numa área equivalente de aço, reduzindo-se sua largura efetiva b para:

$$b_{tr} = b / \alpha E \quad (3.9)$$

A Figura 9 ilustra o cálculo das propriedades geométricas da seção transformada considerando a linha neutra elástica (LNE) na viga de aço ou na laje de concreto (o índice a refere-se à viga de aço isolada e o índice tr à seção transformada).

3.4.3 Verificação de vigas mistas esbeltas: $h/t_w > 5,7\sqrt{(E/f_y)}$

Na verificação de uma seção esbelta: $h/t_w > 5,7\sqrt{(E/f_y)}$, o dimensionamento da viga de aço antes da cura do concreto deve ser realizado utilizando as definições de dimensionamento de viga de aço esbelta preconizadas na ABNT NBR 8800 – Anexo H, e para o dimensionamento da seção mista esbelta, que não é contemplado nesta norma, considerou-se neste trabalho as propriedades elásticas da seção mista, e o uso de enrijecedores verticais, que é obrigatório pela norma brasileira no dimensionamento de vigas de aço esbeltas. O uso de enrijecedores horizontais será avaliado em análises posteriores.

A verificação do sistema misto esbelto quanto à flambagem local elástica do painel enrijecido de aço foi realizada com o auxílio de *softwares* em elementos finitos, FEMAP e EBPlate, o primeiro foi utilizado para obter as tensões normais e cisalhantes atuantes na estrutura, enquanto o segundo, alimentado pelas tensões obtidas do software FEMAP, calcula o autovalor e modo de flambagem elástico crítico do painel enrijecido.

Primeiramente, após análise estática realizada através do software FEMAP, foram obtidas as tensões máximas normais e cisalhantes atuantes na estrutura de aço da viga mista esbelta, considerando o carregamento atuante após a cura do concreto, ou seja, quando já está caracterizado o sistema misto, a partir desses resultados o software EBPlate calcula de forma numérica o autovalor crítico e modo de flambagem local elástica do painel enrijecido, e consequentemente, determina as tensões críticas, normais e cisalhantes, de flambagem elástica de placas enrijecidas:

$$\sigma_{x,cr} = \phi_{cr} \sigma_x \quad (3.10)$$

$$\sigma_{y,cr} = \phi_{cr} \sigma_y \quad (3.11)$$

$$\tau_{cr} = \phi_{cr} \tau \quad (3.12)$$

As tensões críticas, obtidas através dos coeficientes de flambagem, são dadas por:

$$\sigma_{x,cr} = k_{\sigma x} \sigma_E \quad (3.13)$$

$$\sigma_{y,cr} = k_{\sigma y} \sigma_E \quad (3.14)$$

$$\tau_{cr} = k_{\tau} \sigma_E \quad (3.15)$$

Essas tensões críticas poderiam ser obtidas através de análise analítica baseando-se na norma EN 1993-1-5:2006, entretanto, segundo CALDAS E BARBOSA (2016), o software EBPlate apresenta resultados mais satisfatórios quando se trata de tensões críticas referentes ao modo local de flambagem do painel enrijecido.

As tensões críticas normais e cisalhantes determinam o carregamento crítico, este atrelado a um fator de segurança, expressa o momento fletor e cortante resistentes da estrutura mista esbelta:

$$M_{rd \text{ esb}} = \frac{\varphi_{cr} * (C1 + C2)}{\gamma_{a1}} \quad (3.16)$$

$$V_{rd \text{ esb}} = \frac{\varphi_{cr} * (C1 + C2)}{\gamma_{a1}} \quad (3.17)$$

O carregamento majorado pelo autovalor, este determinado na análise de flambagem elástica realizada com o auxílio do software EBPlate, foi analisado de forma estática no software FEMAP, dessa forma pode-se comprovar que as tensões obtidas dessa análise representam as tensões críticas normais e cisalhantes de flambagem local elástica, confirmando assim o carregamento como crítico à estrutura.

3.4.4 Verificação em relação ao esforço cortante

Na verificação do esforço cortante a resistência da estrutura mista é proveniente somente do perfil de aço nas duas etapas de verificação da estrutura: antes e depois da cura do concreto, ou seja, a resistência ao cortante da estrutura é a mesma antes e após a cura do concreto, não existe nenhuma parcela de contribuição do concreto.

A norma NBR 8800 exige o uso de enrijecedores verticais no dimensionamento de perfis de aço esbeltos, como já dito anteriormente vigas mistas classificadas como esbeltas foram dimensionadas utilizando-se de definições das normas NBR 8800 e conceitos internacionais em conjunto, já que a norma brasileira não contempla o dimensionamento de vigas mistas esbeltas.

Esforço cortante atuante na estrutura de aço – antes da cura do concreto:

$$V_{ac} = \frac{C_1 \times l}{2} \quad (3.18)$$

Esforço cortante atuante na estrutura mista – após a cura do concreto:

$$V_{dc} = \frac{C_2 \times l}{2} \quad (3.19)$$

Os enrijecedores verticais, obrigatórios em vigas de aço esbeltas, têm como principais funções: garantir a estabilidade geométrica da viga de aço, restringir as flambagens locais da alma (FLA) e, conseqüentemente, acrescentar resistência ao esforço cortante. Já os enrijecedores

horizontais, apesar de não terem tanta eficiência quanto os enrijecedores verticais, preenchem o espaço vazio que normalmente ocorre a flambagem local da alma.

4 DESENVOLVIMENTO

4.1 Metodologia

As pontes mistas dimensionadas neste trabalho são formadas de um único vão simples de 25 metros composto por duas vigas de aço de alma cheia em seção transversal I fabricadas em aço ASTM A572, enquanto o seu tabuleiro é formado por laje de concreto em seção maciça, com espessura de 250 mm e o f_{ck} do concreto igual a 30 MPa. As dimensões da ponte foram estabelecidas de acordo com o padrão de pontes em pista simples proposto pelo DNIT – Departamento Nacional de Infraestrutura Terrestre, conforme mostrado na figura abaixo:

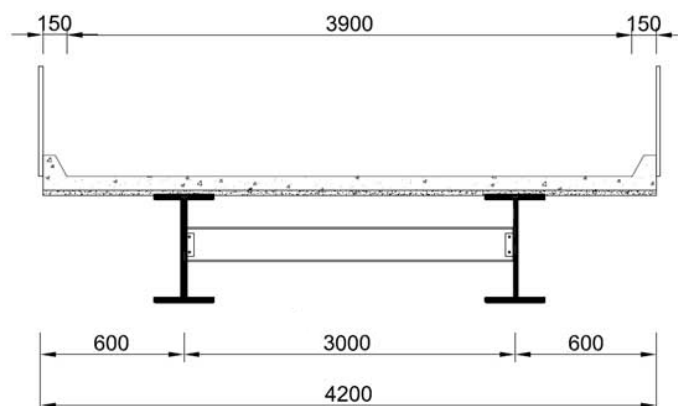


Figura 7 – Detalhe do dimensional de uma ponte mista em pista simples conforme manual do DNIT, dimensões em mm.

A diferença entre as três pontes mistas de aço e concreto em análise é sua classificação quanto à esbeltez: compacta, semi-compacta ou esbelta. Essa diferença em relação à esbeltez foi obtida na variação da espessura da alma da seção transversal do perfil I em aço, todas as outras medidas da seção transversal foram mantidas. Segue abaixo as três seções analisadas:

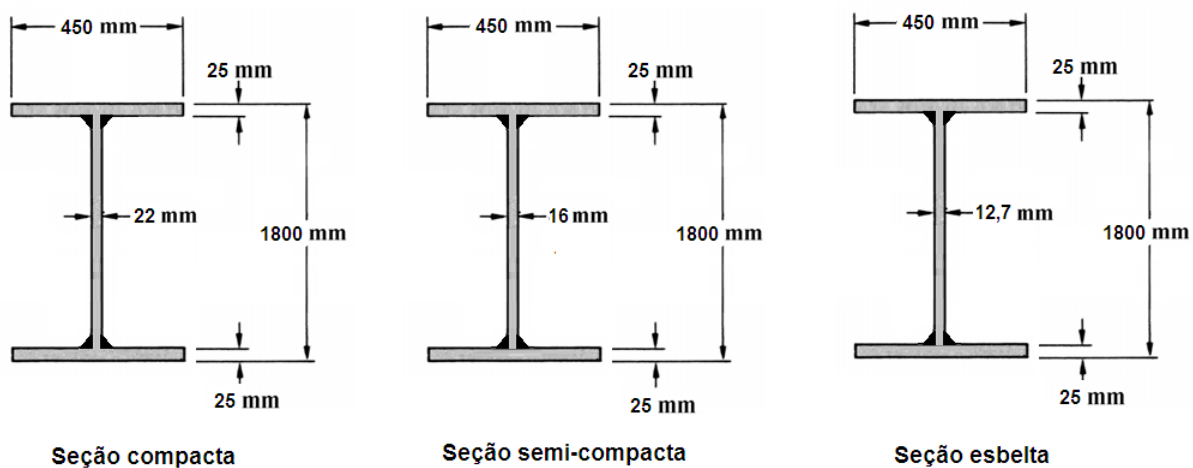


Figura 8 – Detalhe das seções transversais em aço utilizadas para cada ponte mista analisada.

O quadro abaixo mostra o parâmetro de esbeltez calculado para cada seção transversal em análise:

Parâmetros de esbeltez	
$3,76\sqrt{(E/f_y)}$	$5,7\sqrt{(E/f_y)}$
89,9	136,3

Tabela 4 – Parâmetros de esbeltez definidos (considerar E: 210 GPa; f_y : 345 MPa)

Viga Mista Compacta	$h/t_w < 3,76\sqrt{(E/f_y)}$	79,5
Viga Mista Semi-Compacta	$3,76\sqrt{(E/f_y)} < h/t_w < 5,7\sqrt{(E/f_y)}$	109,4
Viga Mista Esbelta	$h/t_w > 5,7\sqrt{(E/f_y)}$	137,8

Tabela 5 – Classificação de vigas mistas em relação à esbeltez.

As três estruturas mistas foram analisadas analiticamente obedecendo aos critérios estabelecidos pela norma NBR 8800. As ações de carregamento consideradas são provenientes da norma NBR 7187 e foram agrupadas conforme descrito no item 4.2.

4.2 Descritivo de Carregamentos Aplicados

Ações na estrutura de aço - antes da cura do concreto		
Permanentes (Fgk)	Peso Próprio das Vigas de Aço	Ver nota abaixo
	Formas	0,315 kN/m
	Laje de Concreto	13,1 kN/m
Acidental (Fqk)	Operação	4,2 kN/m

Tabela 6 – Ações de carregamentos na estrutura de aço - antes da cura do concreto.

viga de aço compacta: 4,7 kN/m

viga de aço semi-compacta: 3,9 kN/m

viga de aço semi-compacta: 3,4 kN/m

Ações na estrutura mista - após a cura do concreto		
Permanentes (Fgk)	Peso Próprio das Vigas de Aço	Ver nota
	Laje de Concreto	13,1 kN/m
	Pavimentação	4,0 kN/m
	Recapeamento	4,2 kN/m
	Guarda-Rodas	5,4 kN/m
Acidental (Fqk)	Carga móvel	4475 kN.m

Tabela 7 – Ações de carregamentos na estrutura mista - após a cura do concreto.

A carga móvel foi calculada conforme norma NBR 7188, a posição do veículo tipo padrão de 450 kN foi estabelecida no meio do vão, e os envoltórios de momento fletor e esforços cortantes máximos atuantes na estrutura foram obtidos através de linha de influência, conforme mostrado na Figura 9.

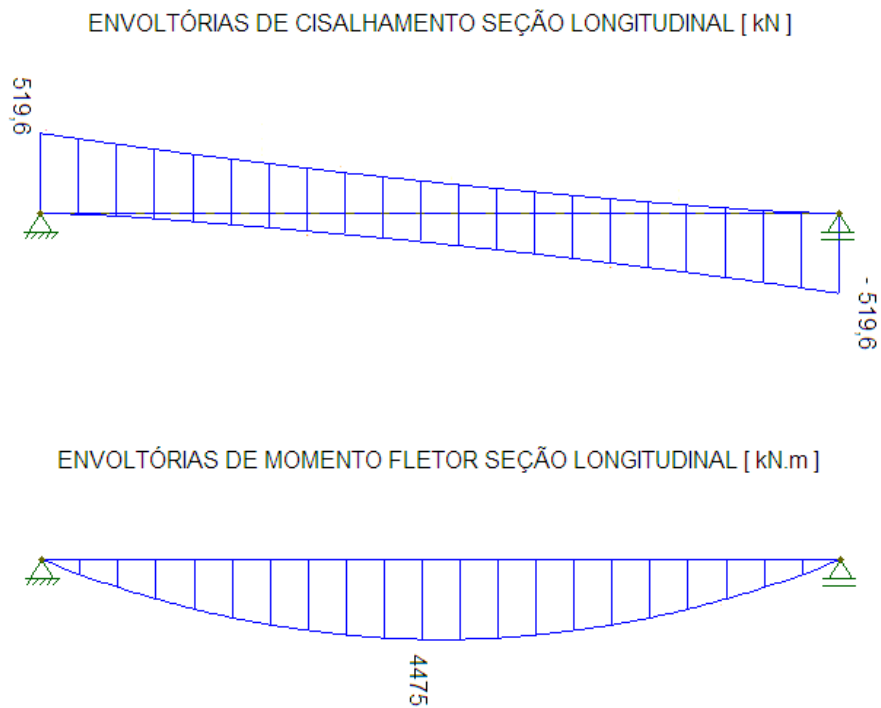


Figura 9 – Detalhe dos esforços solicitantes provenientes da carga móvel.

4.3 Verificação das vigas mistas não esbeltas e viga de aço esbelta conforme NBR 8800

As memórias de cálculo completas do dimensionamento de cada viga mista não esbelta e viga de aço esbelta conforme NBR 8800 podem ser visualizadas no item 7 – Anexos deste trabalho.

4.4 Verificação da viga mista esbelta

Elaborou-se modelo da ponte mista esbelta em elementos finitos no *software* FEMAP Nastran para posterior análise estática de tensões:

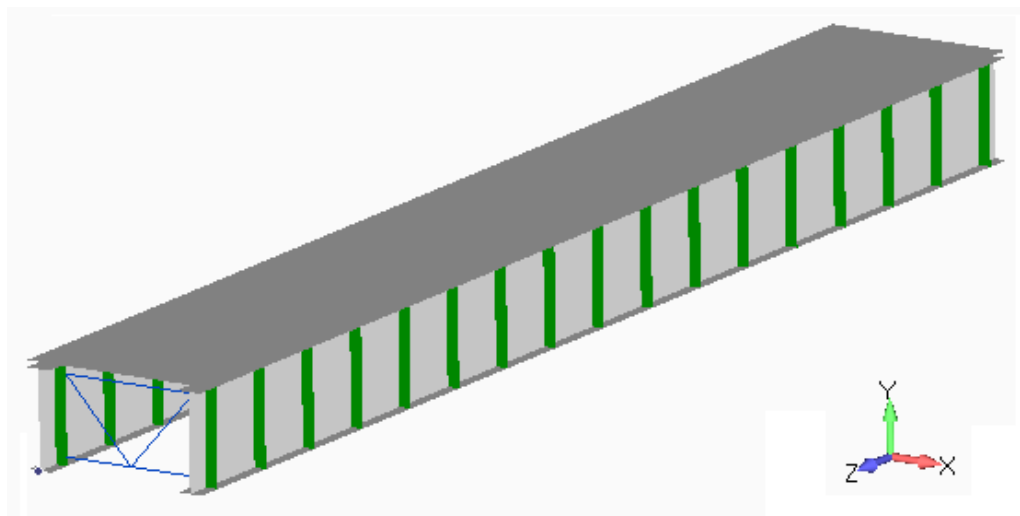


Figura 10 – Modelo da ponte mista esbelta em elementos finitos.

A distribuição dos enrijecedores verticais da ponte mista esbelta foi definida conforme mostra a figura abaixo. Nesta primeira análise não foram utilizados enrijecedores horizontais, caso a carga crítica de flambagem local elástica seja inferior à carga atuante os enrijecedores horizontais serão utilizados na estrutura.

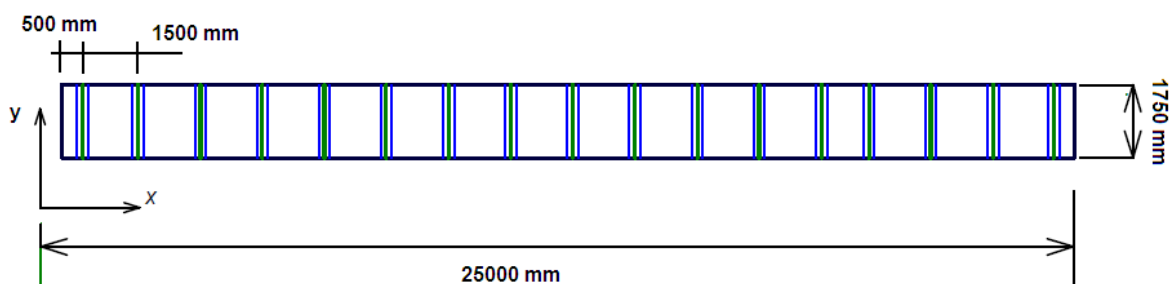


Figura 11 – Disposição dos enrijecedores verticais definidos para viga de aço esbelta.

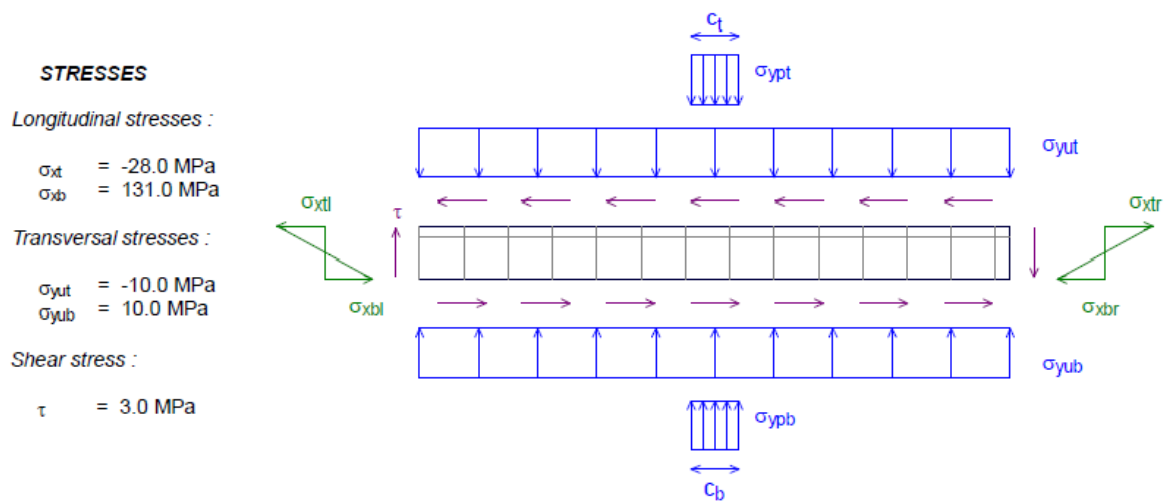


Figura 12 – Tensões obtidas do software FEMAP após análise estática da viga mista esbelta.

Results :

Reference stress :

$$\sigma_E = 10.00 \text{ MPa}$$

Critical multiplier of the first buckling mode :

$$\varphi_{cr} = 1.4$$

Critical stresses and buckling coefficients of the first buckling mode :

Longitudinal stresses :

$$x_{tl,cr} = -39.2 \text{ MPa} \quad k_{xtl} = -3.92$$

$$x_{bl,cr} = 183.4 \text{ MPa} \quad k_{xbl} = 18.34$$

$$x_{tr,cr} = -39.2 \text{ MPa} \quad k_{xtr} = -3.92$$

$$x_{br,cr} = 183.4 \text{ MPa} \quad k_{xbr} = 18.34$$

Transverse stresses :

$$y_{t,cr} = -14.0 \text{ MPa} \quad k_{yt} = -1.4$$

$$y_{b,cr} = 14.0 \text{ MPa} \quad k_{yb} = 1.4$$

Shear stress :

$$\tau_{cr} = 2.4 \text{ MPa} \quad k_t = 0.24$$

Figura 13 – Resultados da análise do software EBPlate.

Autovalor e tensões críticas de flambagem elástica do painel enrijecido.

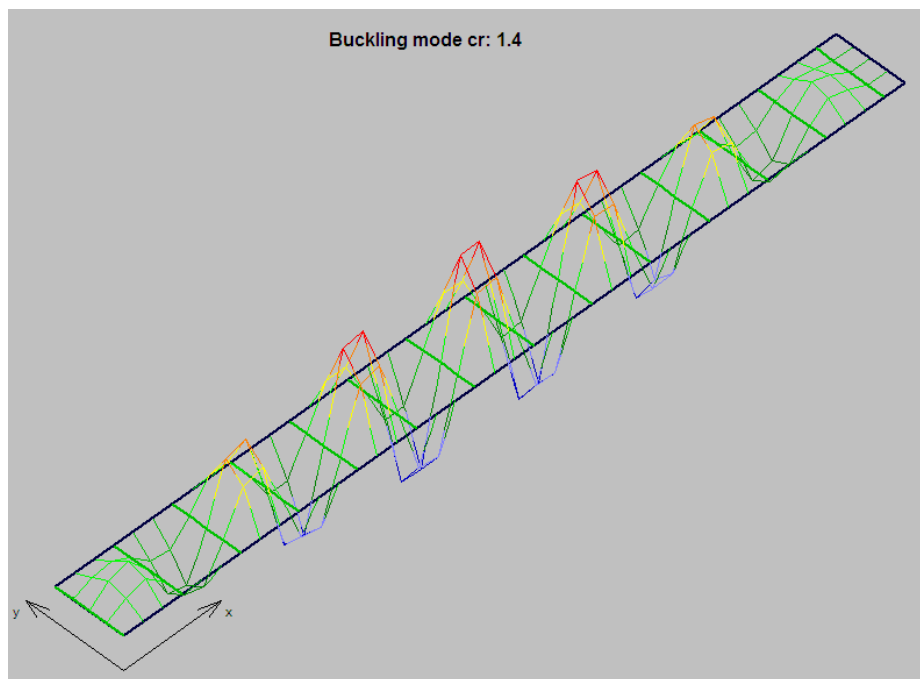


Figura 14 – Modo de flambagem local elástica crítico do painel enrijecido.
Autovalor: 1,4.

Como mostrado na figura acima o primeiro modo de flambagem local crítico da alma enrijecida possui autovalor igual a 1,4, devido a isso não foi necessário o dimensionamento de enrijecedores horizontais.

4.5 Apresentação dos Resultados

As tabelas abaixo mostram os resultados dos dimensionamentos para cada tipo de viga mista em relação ao momento fletor, esforço cortante e tensões atuantes, uma das tabelas apresenta um comparativo em relação ao peso de aço utilizado em cada projeto.

	M. fletor atuante [kN.m]	M. fletor resistente [kN.m]
Viga Mista Compacta	2579	11713
Viga Mista Semi-Compacta	2491	8253
Viga Mista Esbelta	2437	3989

Tabela 8 – Momento fletor atuante e resistente antes da cura do concreto.

	M. fletor atuante [kN.m]	M. fletor resistente [kN.m]
Viga Mista Compacta	10153	19118
Viga Mista Semi-Compacta	10065	16158
Viga Mista Esbelta	10011	12740

Tabela 9 – Momento fletor atuante e resistente depois da cura do concreto.

	Esf. cortante atuante [kN]	Esf. cortante resistente [kN]
Viga Mista Compacta	412	4980
Viga Mista Semi-Compacta	398	1915
Viga Mista Esbelta	390	1908

Tabela 10 – Esforço cortante atuante e resistente antes da cura do concreto.

	Esf. cortante atuante [kN]	Esf. cortante resistente [kN]
Viga Mista Compacta	932	4980
Viga Mista Semi-Compacta	918	1915
Viga Mista Esbelta	910	1908*

*Manteve-se o valor calculado para a viga de aço esbelta isolada conforme NBR8800.

Tabela 11 – Esforço cortante atuante e resistente depois da cura do concreto.

	Tensão atuante [MPa]	Tensão adm. [MPa]
Viga Mista Compacta	106	318
Viga Mista Semi-Compacta	124	318
Viga Mista Esbelta	131	318

Tabela 12 – Tensões atuantes e admissíveis da estrutura de aço (longarinas).

	Tensão atuante [MPa]	Tensão adm. [MPa]
Viga Mista Compacta	-20	21,4
Viga Mista Semi-Compacta	-20	21,4
Viga Mista Esbelta	-21	21,4

Tabela 13 – Tensões atuantes e admissíveis da estrutura de concreto (laje).

	Peso de aço [ton]
Viga Mista Compacta	24,4
Viga Mista Semi-Compacta	20,3
Viga Mista Esbelta	21,0

Tabela 14 – Peso da estrutura de aço das pontes mistas analisadas.

4.6 Discussão dos Resultados

A partir das tabelas 9 a 11, apresentadas no item 4.3 deste trabalho, observa-se que as três estruturas possuem resistência estrutural adequada na verificação do estado-limite último, tanto à flexão quanto ao cisalhamento, isso porque as tensões atuantes de tração no aço e compressão no concreto são inferiores aos limites admissíveis dos respectivos materiais, as tensões máximas atuantes nas estruturas mistas podem ser visualizadas nas tabelas 12 e 13. Verifica-se uma variação de peso de aproximadamente 3% entre a estrutura esbelta e a semi-compacta, sendo a ponte mista semi-compacta a estrutura com o menor peso, 20,3 toneladas, entre os três projetos analisados, considera-se então o projeto de viga mista semi-compacta o mais econômico.

5 CONCLUSÃO

A partir da discussão dos resultados, verifica-se que ao utilizar o projeto de ponte mista semi-compacto, a economia de aço gerada é cerca de 3% em relação ao projeto do tipo esbelto, e cerca de 20%, quando comparado ao projeto do tipo compacto. No caso de pontes mistas em vãos contínuos e projetadas para a construção de rodovias de pistas duplas ou superiores, ao utilizar o projeto de viga mista semi-compacta a economia de aço, em peso bruto, será expressiva devido à maior quantidade de longarinas presentes no sistema de grelha. Ressalta-se que a resistência estrutural dos três projetos está adequada.

Esperava-se ao final do estudo realizado, que a estrutura mista esbelta tivesse o menor peso de aço estrutural, devido à menor espessura da alma, porém o acréscimo de peso, oriundo de enrijecedores verticais, praticamente igualou o peso de aço entre os projetos do tipo semi-compacto e esbelto, como citado acima, a diferença de peso entre esses tipos de projeto é cerca de 3%.

Uma economia de peso mais acentuada no projeto do tipo esbelto pode ser obtida utilizando um maior índice de esbeltez calculado para a seção transversal, ou seja, maior relação h/t_w , onde h é altura da alma, e t_w a espessura da alma. Entretanto, os projetos de vigas mistas esbeltas devem ter uma atenção especial no que se diz a respeito à flambagem da alma da viga de aço, devido à grande altura e pequena espessura da alma e elevado comprimento de vão, por isso a obrigatoriedade do uso de nervuras verticais, além disso, recomenda-se uma análise pelo método dos elementos finitos do sistema global para verificar a melhor distribuição e posicionamento para os enrijecedores utilizados.

Propõe-se em próximos estudos verificar se uma viga mista esbelta com o índice de esbeltez maior, ou seja com uma menor espessura de alma, consegue ser mais leve que a estrutura semi compacta calculada neste trabalho, a Tabela 15 apresenta esta sugestão utilizando espessura de alma igual a 9 mm.

Limite de esbeltez	Relação adotada	Relação sugerida para trabalhos futuros
$5,7\sqrt{E/f_y}$	h: 12,7 mm	h: 9 mm
136,3	137,8	194,4

Tabela 15 – Índice de esbeltez sugerido para trabalho futuro (espessura de alma: 9 mm).

6 BIBLIOGRAFIA

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. 2 ed. Rio de Janeiro, 2008. 237 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS: PROJETO DE PONTES E VIADUTOS RODOVIÁRIAS DE AÇO E MISTAS AÇO E CONCRETO. 2ed. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. 2ed. Rio de Janeiro, 2013. 14 p.

BARBOSA, D. Estudo de almas de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente. Dissertação de Mestrado, UFMG/DEES, Belo Horizonte, 2016.

BARBOSA, D., CALDAS, R. Estudo Comparativo da Tensão Crítica Elástica de Flambagem de Chapas Enrijecidas em Aço. IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, 2016.

DE CARLI, A., CHAMBERLAIN PRAVIA, Z.M., Dimensionamento de vigas esbeltas mistas para obras de arte rodoviárias. IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, 2016.

DE CARLI, A., CHAMBERLAIN PRAVIA, Z.M., Dimensionamento de vigas mistas esbeltas. Construmetal – Congresso Latino-americano da construção metálica. 2016.

EBPLATE. Version 2.01: CTIM, 2016.

EUROEPAN STANDARD EN 1993-1-5:2006 EUROCODE 3: Design of Steel Structures. Brussels: Cen, 1993. 104 p.

FAKURY, R., CASTRO E SILVA, A. L., CALDAS, R., DIMENSIONAMENTO BÁSICO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE AÇO E MISTOS DE AÇO E CONCRETO – PARTE 2. UFMG/DEES, Belo Horizonte, 2014.

FAKURY, R., DIMENSIONAMENTO BÁSICO DE ELEMENTOS DE ESTRUTURAS DE AÇO. 3ed. UFMG/DEES, Belo Horizonte, 2014.

FEMAP: Finite Element Modeling And Postprocessing. Version 11.0.1. Siemens, 2012.

PINHO, F. Pontes e viadutos em vigas mistas. IBS/CBCA, Rio de Janeiro, 2016.

QUEIROZ, G., CARVALHO, H., INTRODUÇÃO AO PROJETO DE PONTES METÁLICAS. UFMG/DEES, Belo Horizonte, 2016.

7 ANEXOS

7.1 Memorial de cálculo – Dimensionamento de Viga Mista Compacta

DEFINIÇÃO DO VÃO [m]

$L := 25 \text{ m}$

1 - DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA E DISPOSIÇÃO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS DA PONTE

a) altura da viga mín (D)

$D := 1,8 \text{ m}$

adotou-se $D = 1800 \text{ mm}$

b) altura total da viga + laje mín (Dvl)

$Dvl := 0,04 \cdot L$

$Dvl = 1 \text{ m}$

c) Espessura laje (ts)

$ts := 0,25 \text{ m}$

adotou-se $ts = 250 \text{ mm}$

d) Espesura da alma da viga (tw)

$tw := 22 \text{ mm}$

adotou-se $tw = 22 \text{ mm}$

e) Espesura da mesa da viga (tf)

$tf := 1,1 \cdot tw$

$tf = 24,2 \text{ mm}$

$tf := 25 \text{ mm}$

adotou-se $tf = 25$

$E := 200 \text{ GPa}$

$f_y := 350 \text{ MPa}$

$h := D - 2 \cdot tf$

$$\frac{h}{tw} = 79,5455 \quad 3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 89,8812$$

CÁLCULO NO REGIME PLASTÍCO: $h/tw < 3,76 * (E/f_y)^{0,5}$
--

e) Largura da mesa da viga (bf)

$bf := 450 \text{ mm}$

adotou-se $bf = 450 \text{ mm}$

2 - CÁLCULO DOS CARREGAMENTOS ATUANTES

$$Fgk_{va} = 4,7 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_f = 0,075 \frac{kN}{m} \cdot 4,2 m$$

$$Fgk_f = 0,315 \frac{kN}{m}$$

$$Fqk_{op} = 1 \frac{kN}{m} \cdot 4,2 m$$

$$Fqk_{op} = 4,2 \frac{kN}{m}$$

$$Fqk_{lc} = \frac{25 \frac{kN}{m} \cdot 0,25 m \cdot 4,2 m}{2}$$

$$Fqk_{lc} = 13,125 \frac{kN}{m}$$

CARGAS PERMANENTES NA ESTRUTURA MISTA

$$Fgk_{va} = 4,7 \frac{kN}{m}$$

$$Fqk_{lc} = 13,125 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_{pav} = \frac{24 \frac{kN}{m} \cdot 0,08 m \cdot 4,2 m}{2}$$

$$Fgk_{pav} = 4,032 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_{rec} = \frac{2 \frac{kN}{m} \cdot 4,2 m}{2}$$

$$Fgk_{rec} = 4,2 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_{guarda_rodas} = 0,216 m \cdot 25 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_{guarda_rodas} = 5,4 \frac{kN}{m}$$

CARGA MOVEL

$$CM = 4475 kN m$$

CM: calculado no software Ftool, as figuras de carregamento e envoltórios considerados podem ser visualizados no item 4 desta memória de cálculo.

3 - DEFINIÇÃO DAS COMBINAÇÕES DE CARREGAMENTO

3.1 - DEFINIÇÃO DOS CARREGAMENTOS ANTES DA CURA

$$C1 := 1,4 \cdot (F_{gk_va} + F_{gk_f}) + 1,5 \cdot (F_{qk_lc} + F_{qk_op})$$

$$C1 = 33,0085 \frac{kN}{m}$$

3.2 - DEFINIÇÃO DOS CARREGAMENTOS PARA A VIGA MISTA

$$C2 := \frac{\left(1,4 \cdot (F_{qk_lc} + F_{gk_va} + F_{gk_pav} + F_{gk_rec} + F_{gk_guarda_rodas}) \cdot L^2\right)}{8} + 1,5 \cdot CM$$

$$C2 = 10153,1094 kN \cdot m$$

5 - VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES NAS LONGARINAS ANTES DA CURA

$$C1 = 33,0085 \frac{kN}{m}$$

$$V_{sd_ac} = \frac{C1 \cdot L}{2}$$

$$V_{sd_ac} = 412,6062 kN$$

$$M_{sd_ac} = \frac{C1 \cdot L^2}{8}$$

$$M_{sd_ac} = 2578,7891 m \cdot kN$$

$$E := 200 GPa \quad A := 610 cm^2$$

$$L_b := 3000 mm$$

$$h := D - 2 \cdot t_f$$

$$f_y := 350 MPa \quad t_s = 0,25 m$$

$$I_y := 38124 cm^4$$

$$h = 1750 mm$$

$$f_{ck} := 30 MPa$$

$$I_x := 2754895,8 cm^4$$

$$E_c := 4760 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot \frac{1}{MPa}} MPa$$

$$w := \frac{b_f \cdot D^3 - (b_f - t_w) \cdot (D - 2 \cdot t_f)^3}{6 \cdot D}$$

$$E_c = 2607,1594 \frac{kN}{cm^2}$$

$$w = 0,0306 m^3$$

$$z := b_f \cdot t_f \cdot (D - t_f) + t_w \cdot \frac{(D - 2 \cdot t_f)^2}{4}$$

$$r_z := \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

$$z = 0,0368 m^3$$

$$r_z = 79,0559 mm$$

$$\gamma_{a1} := 1,1$$

5.1 - CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR RESISTENTE

FLA

$$\lambda_{FLA} := \frac{D}{t_w}$$

$$\lambda_{pFLA} := 3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_{FLA} = 81,8182$$

$$\lambda_{pFLA} = 89,8812$$

$\lambda_{FLA} < \lambda_{pFLA}$ então $M_r = M_p$
--

FLM

$$\lambda_{FLM} := \frac{b_f}{2 \cdot t_f}$$

$$\lambda_{pFLM} := 0,38 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_{FLM} = 9$$

$$\lambda_{pFLM} = 9,0837$$

$$\lambda_{FLM} < \lambda_{pFLM} \text{ então } M_r = M_p$$

FLT

$$\lambda_{FLT} := \frac{L_b}{r_z}$$

$$\lambda_{pFLT} := 1,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_{FLT} = 37,9478$$

$$\lambda_{pFLT} = 42,072$$

$$\lambda_{FLT} < \lambda_{pFLT} \text{ então } M_r = M_p$$

$$M_p := z \cdot f_y$$

$$M_r K := M_p$$

$$M_r K = 12884,375 \text{ kN m}$$

$$1,5 \cdot w \cdot f_y = 16070,2257 \text{ kN m}$$

$$M_{rd} := \frac{M_r K}{\gamma_{a1}}$$

$$M_r K < 1,5 \cdot W_x \cdot f_y \quad \text{ok!}$$

$$M_{rd} = 11713,0682 \text{ kN m}$$

ok!

$$M_{sd_ac} = 2578,7891 \text{ kN m}$$

5.2 - CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE

$$\lambda_v := \frac{D - 2 \cdot t_f}{t_w}$$

$$k_v := 5$$

$$\lambda_v = 79,5455$$

$$\lambda_{pV} := 1,1 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}}$$

$$\lambda_{rV} := 1,37 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}}$$

$$\lambda_{pV} = 58,7975$$

$$\lambda_{rV} = 73,2296$$

$$A_w := (D - 2 \cdot t_f) \cdot t_w$$

$$A_w = 0,0385 \text{ m}^2$$

$$V_{pl} := 0,6 \cdot A_w \cdot f_y$$

$$V_{pl} = 8085 \text{ kN}$$

$$\lambda_v > \lambda_{rV}, \text{ então}$$

$$V_{rk} := 1,24 \cdot \left(\frac{\lambda_{pV}}{\lambda_v} \right)^2 \cdot V_{pl}$$

$$V_{rk} = 5477,5746 \text{ kN}$$

$$V_{rd} := \frac{V_{rk}}{\gamma_{a1}}$$

$$V_{rd} = 4979,6133 \text{ kN}$$

$$V_{sd_ac} = 412,6062 \text{ kN}$$

$$V_{sd_ac} < V_{rd} \quad \text{ok!}$$

6 - VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES NAS LONGARINAS MISTAS

$$\frac{h}{t_w} = 79,5455$$

$$3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 89,8812$$

CÁLCULO NO REGIME PLÁSTICO:
 $\frac{h}{t_w} < 3,76 \cdot (E/f_y)^{0,5}$

INTERAÇÃO COMPLETA

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1,4}$$

$$f_{cd} = 21428,5714 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

LARGURA EFETIVA

$$L_e := 25 \text{ m}$$

$$b_1 := \frac{L_e}{8}$$

$$b_2 := \frac{3 \text{ m}}{2}$$

$$b_1 = 3,125 \text{ m}$$

$$b_2 = 1,5 \text{ m}$$

UTILIZAR O MENOR ENTRE b_1 e b_2

$$b := 2 \cdot b_2$$

$$b = 3 \text{ m}$$

$$C_{cd} := 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot t_s$$

$$C_{cd} = 13660,7143 \text{ kN}$$

$$L_1 := A \cdot \frac{f_y}{1,1}$$

Como $A_g \cdot f_{yd} > C_{cd}$, LNP está na viga de aço

$$L_1 = 19409,0909 \text{ kN}$$

$$C_{ad} := 0,5 \cdot (L_1 - C_{cd})$$

$$C_{ad} = 2874,1883 \text{ kN}$$

Como $C_{ad} < L_2$, LNP está na mesa superior do perfil

$$L_2 := t_f \cdot b_f \cdot \frac{f_y}{1,1}$$

$$L_2 = 3579,5455 \text{ kN}$$

$$y_p := \frac{C_{ad}}{L_2} \cdot t_f$$

$$y_p = 2,0074 \text{ cm}$$

$$y_c := \frac{y_p}{2}$$

$$y_c = 1,0037 \text{ cm}$$

$$y_t:=\frac{b_f\cdot t_f\cdot\frac{t_f}{2}+h\cdot t_w\cdot\left(\frac{D}{2}\right)+b_f\cdot(t_f-y_p)\cdot\left(\frac{t_f-y_p}{2}+(D-t_f)\right)}{b_f\cdot t_f+h\cdot t_w+b_f\cdot(t_f-y_p)}$$

$$y_t=74,5302\text{ cm}$$

$$Mdc_{rd}:=Cad\cdot(D-y_t-y_c)+Ccd\cdot\left(\frac{t_s}{2}+D-y_t\right)$$

$$Mdc_{rd}=19118,0755\text{ kN m}$$

$$C2=10153,1094\text{ kN m}$$

$$Mdc_{rd}>C2$$

$$\text{ok!}$$

7.2 Memorial de cálculo – Dimensionamento de Viga Mista Semi-Compacta

DEFINIÇÃO DO VÃO [m]

$$L := 25 \text{ m}$$

1 - DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA E DISPOSIÇÃO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS DA PONTE

a) altura da viga mín (D)

$$D := 1,8 \text{ m}$$

adotou-se D = 1800 mm

b) altura total da viga + laje mín (Dvl)

$$Dvl := 0,04 \cdot L$$

$$Dvl = 1 \text{ m}$$

c) Espessura laje (ts)

$$ts := 0,25 \text{ m}$$

adotou-se ts = 250 mm

d) Espesura da alma da viga (tw)

$$tw := 16 \text{ mm}$$

adotou-se tw = 16 mm

e) Espesura da mesa da viga (tf)

$$tf := 25 \text{ mm}$$

adotou-se tf = 25

$$E := 200 \text{ GPa} \quad f_y := 350 \text{ MPa}$$

$$h := D - 2 \cdot tf$$

$$\frac{h}{tw} = 109,375$$

CÁLCULO NO REGIME ELASTICO:
 $3,76 \cdot (E/f_y)^{0,5} < h/tw < 5,7 \cdot (E/f_y)^{0,5}$

$$3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 89,8812 \quad 5,7 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 136,2561$$

f) Largura da mesa da viga (bf)

$$bf := \frac{D}{6}$$

$$bf = 300 \text{ mm}$$

$$bf := 450 \text{ mm}$$

adotou-se bf = 450 mm

$$F_{gk_va} = 3,9 \frac{kN}{m}$$

$$F_{gk_f} = 0,075 \frac{kN}{m} \cdot 4,2 \text{ m}$$

$$F_{gk_f} = 0,315 \frac{kN}{m}$$

$$F_{qk_op} = 1 \frac{kN}{m} \cdot 4,2 \text{ m}$$

$$F_{qk_op} = 4,2 \frac{kN}{m}$$

$$F_{qk_lc} = \frac{25 \frac{kN}{m} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 4,2 \text{ m}}{2}$$

$$F_{qk_lc} = 13,125 \frac{kN}{m}$$

CARGAS PERMANENTES NA ESTRUTURA MISTA

$$F_{gk_va} = 3,9 \frac{kN}{m}$$

$$F_{qk_lc} = 13,125 \frac{kN}{m}$$

$$F_{gk_pav} = \frac{24 \frac{kN}{m} \cdot 0,08 \text{ m} \cdot 4,2 \text{ m}}{2}$$

$$F_{gk_pav} = 4,032 \frac{kN}{m}$$

$$F_{gk_rec} = \frac{2 \frac{kN}{m} \cdot 4,2 \text{ m}}{2}$$

$$F_{gk_rec} = 4,2 \frac{kN}{m}$$

$$F_{gk_guarda_rodas} = 0,216 \text{ m} \cdot 25 \frac{kN}{m}$$

$$F_{gk_guarda_rodas} = 5,4 \frac{kN}{m}$$

CARGA MOVEL

$$CM = 4475 \text{ kN m}$$

CM: calculado no software Ftool, as figuras de carregamento e envoltórios considerados podem ser visualizados no item 4 desta memória de cálculo.

3 - DEFINIÇÃO DAS COMBINAÇÕES DE CARREGAMENTO

3.1 - DEFINIÇÃO DOS CARREGAMENTOS ANTES DA CURA

$$C1 := 1,4 \cdot (Fgk_va + Fgk_f) + 1,5 \cdot (Fqk_lc + Fqk_op)$$

$$C1 = 31,8885 \frac{kN}{m}$$

3.2 - DEFINIÇÃO DOS CARREGAMENTOS PARA A VIGA MISTA

$$C2 := \frac{\left(1,4 \cdot (Fqk_lc + Fgk_va + Fgk_pav + Fgk_rec + Fgk_guarda_rodas) \cdot L^2\right)}{8} + 1,5 \cdot CM$$

$$C2 = 10065,6094 kN \cdot m$$

4 - VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES NAS LONGARINAS ANTES DA CURA

$$C1 = 31,8885 \frac{kN}{m}$$

$$Vsd_ac = \frac{C1 \cdot L}{2}$$

$$Vsd_ac = 398,6062 kN$$

$$Msd_ac = \frac{C1 \cdot L^2}{8}$$

$$Msd_ac = 2491,2891 m \cdot kN$$

$$E := 200 GPa \quad A := 505 cm^2$$

$$Lb := 3000 mm$$

$$h := D - 2 \cdot tf$$

$$fy := 350 MPa \quad ts = 0,25 m$$

$$Iy := 38028,5 cm^4$$

$$h = 1750 mm$$

$$fck := 30 MPa$$

$$Ix := 2486927,1 cm^4$$

$$Ec := 4760 \cdot \sqrt{fck \cdot \frac{1}{MPa}} MPa$$

$$w := \frac{bf \cdot D^3 - (bf - tw) \cdot (D - 2 \cdot tf)^3}{6 \cdot D}$$

$$Ec = 2607,1594 \frac{kN}{cm^2}$$

$$w = 0,0276 m^3$$

$$z := bf \cdot tf \cdot (D - tf) + tw \cdot \frac{(D - 2 \cdot tf)^2}{4}$$

$$rz := \sqrt{\frac{Iy}{A}}$$

$$z = 0,0322 m^3$$

$$rz = 86,7779 mm$$

$$\gamma_{a1} := 1,1$$

4.1 - CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR RESISTENTE

FLA

$$\lambda_{FLA} := \frac{D}{tw}$$

$$\lambda_{pFLA} := 3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{fy}}$$

$$\lambda_{rFLA} := 5,7 \cdot \sqrt{\frac{E}{fy}}$$

$$\lambda_{FLA} = 112,5$$

$$\lambda_{pFLA} = 89,8812$$

$$\lambda_{rFLA} = 136,2561$$

$$\boxed{\lambda_{pFLA} < \lambda_{FLA} < \lambda_{rFLA} \text{ então } Mr = Mp - (Mp - Mr) \cdot (\lambda - \lambda_p) / (\lambda_r - \lambda_p)}$$

$$M_p := z \cdot f_y \quad M_r := 0,7 \cdot f_y \cdot w$$

$$M_{rk} := M_p - (M_p - M_r) \cdot \frac{(\lambda_{FLA} - \lambda_{pFLA})}{(\lambda_{rFLA} - \lambda_{pFLA})}$$

$$M_{rk} = 9078,523 \text{ kN m}$$

FLM

$$\lambda_{FLM} := \frac{b_f}{2 \cdot t_f} \quad \lambda_{pFLM} := 0,38 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_{FLM} = 9 \quad \lambda_{pFLM} = 9,0837$$

$$\lambda_{FLM} < \lambda_{pFLM} \text{ então } M_r = M_p$$

FLT

$$\lambda_{FLT} := \frac{L_b}{r_z} \quad \lambda_{pFLT} := 1,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_{FLT} = 34,571 \quad \lambda_{pFLT} = 42,072$$

$$\lambda_{FLT} < \lambda_{pFLT} \text{ então } M_r = M_p$$

$$M_{rK} := M_{rk}$$

$$M_{rK} = 9078,523 \text{ kN m} \quad 1,5 \cdot w \cdot f_y = 14507,0747 \text{ kN m}$$

$$M_{rd} := \frac{M_{rK}}{\gamma_{a1}} \quad M_{rK} < 1,5 \cdot W_x \cdot f_y \quad \text{ok!}$$

$$M_{rd} = 8253,2028 \text{ kN m}$$

ok!

$$M_{sd_ac} = 2491,2891 \text{ kN m}$$

4.2 - CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE

$$\lambda_v := \frac{D - 2 \cdot t_f}{t_w} \quad k_v := 5$$

$$\lambda_v = 109,375$$

$$\lambda_{pV} := 1,1 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}} \quad \lambda_{rV} := 1,37 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}}$$

$$\lambda_{pV} = 58,7975 \quad \lambda_{rV} = 73,2296$$

$$A_w := (D - 2 \cdot t_f) \cdot t_w$$

$$A_w = 0,028 \text{ m}^2$$

$$V_{pl} := 0,6 \cdot A_w \cdot f_y$$

$$V_{pl} = 5880 \text{ kN}$$

$\lambda_v > \lambda_{rV}$, então

$$V_{rk} := 1,24 \cdot \left(\frac{\lambda_{pV}}{\lambda_v} \right)^2 \cdot V_{pl}$$
$$V_{rk} = 2107,076 \text{ kN}$$

$$V_{rd} := \frac{V_{rk}}{\gamma_{a1}}$$

$$V_{rd} = 1915,5237 \text{ kN}$$

$$V_{sd_ac} = 398,6062 \text{ kN}$$

$$\boxed{V_{sd_ac} < V_{rd}} \quad \text{ok!}$$

5 - VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES NAS LONGARINAS MISTAS

$$\frac{h}{t_w} = 109,375$$

$$3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 89,8812$$

CÁLCULO NO REGIME PLÁSTICO:
 $h/t_w < 3,76 \cdot (E/f_y)^{0,5}$

INTERAÇÃO COMPLETA

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1,4}$$

$$f_{cd} = 21428,5714 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

LARGURA EFETIVA

$$L_e := 25 \text{ m}$$

$$b_1 := \frac{L_e}{8}$$

$$b_2 := \frac{3 \text{ m}}{2}$$

$$b_1 = 3,125 \text{ m}$$

$$b_2 = 1,5 \text{ m}$$

UTILIZAR O MENOR ENTRE b_1 e b_2

$$b := 2 \cdot b_2$$

$$b = 3 \text{ m}$$

$$C_{cd} := 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot t_s$$

$$C_{cd} = 13660,7143 \text{ kN}$$

$$L_1 := A \cdot \frac{f_y}{1,1}$$

$$L_1 = 16068,1818 \text{ kN}$$

Como $A_g \cdot f_{yd} > C_{cd}$, LNP está na viga de aço

$$C_{ad} := 0,5 \cdot (L_1 - C_{cd})$$

$$C_{ad} = 1203,7338 \text{ kN}$$

Como $C_{ad} < L_2$, LNP está na mesa superior do perfil

$$L_2 := t_f \cdot b_f \cdot \frac{f_y}{1,1}$$

$$L_2 = 3579,5455 \text{ kN}$$

$$y_p := \frac{C_{ad}}{I_2} \cdot t_f$$

$$y_p = 0,8407 \text{ cm}$$

$$y_c := \frac{y_p}{2}$$

$$y_c = 0,4204 \text{ cm}$$

$$y_t := \frac{b_f \cdot t_f \cdot \frac{t_f}{2} + h \cdot t_w \cdot \left(\frac{D}{2}\right) + b_f \cdot (t_f - y_p) \cdot \left(\frac{t_f - y_p}{2} + (D - t_f)\right)}{b_f \cdot t_f + h \cdot t_w + b_f \cdot (t_f - y_p)}$$

$$y_t = 82,7458 \text{ cm}$$

$$M_{dc_{rd}} := C_{ad} \cdot (D - y_t - y_c) + C_{cd} \cdot \left(\frac{t_s}{2} + D - y_t\right)$$

$$M_{dc_{rd}} = 16158,8331 \text{ kN m}$$

$$C_2 = 10065,6094 \text{ kN m}$$

$$M_{dc_{rd}} > C_2$$

ok!

7.3 Memorial de cálculo – Dimensionamento de Viga Mista Esbelta

$L := 25 \text{ m}$

1 - DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA E DISPOSIÇÃO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS DA PONTE

a) altura da viga mín (D)

$D := 1,8 \text{ m}$

adotou-se $D = 1800 \text{ mm}$

b) altura total da viga + laje min (Dvl)

$Dvl := 0,04 \cdot L$

$Dvl = 1 \text{ m}$

c) Espessura laje (ts)

$ts := 0,25 \text{ m}$

adotou-se $ts = 250 \text{ mm}$

d) Espesura da alma da viga (tw)

$tw := \frac{D}{90}$

$tw = 20 \text{ mm}$

$tw := 12,7 \text{ mm}$

adotou-se $tw = 12,7 \text{ mm}$

e) Espesura da mesa da viga (tf)

$tf := 1,1 \cdot tw$

$tf = 13,97 \text{ mm}$

$tf := 25 \text{ mm}$

adotou-se $tf = 25$

$E := 200 \text{ GPa}$

$f_y := 350 \text{ MPa}$

$h := D - 2 \cdot tf$

$\frac{h}{tw} = 137,7953$

$$3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 89,8812$$

$$5,7 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 136,2561$$

CÁLCULO NO REGIME ELASTICO: $3,76 \cdot (E/f_y)^{0,5} < h/tw < 5,7 \cdot (E/f_y)^{0,5}$
--

f) Largura da mesa da viga (bf)

$$bf := \frac{D}{6}$$

$$bf = 300 \text{ mm}$$

$$bf := 450 \text{ mm}$$

adotou-se $bf = 450 \text{ mm}$

2 - CÁLCULO DOS CARREGAMENTOS ATUANTES

$$Fgk_va = 3,4 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_f = 0,075 \frac{kN}{m} \cdot 4,2 \text{ m}$$

$$Fgk_f = 0,315 \frac{kN}{m}$$

$$Fqk_op = 1 \frac{kN}{m} \cdot 4,2 \text{ m}$$

$$Fqk_op = 4,2 \frac{kN}{m}$$

$$Fqk_lc = \frac{25 \frac{kN}{m} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 4,2 \text{ m}}{2}$$

$$Fqk_lc = 13,125 \frac{kN}{m}$$

CARGAS PERMANENTES NA ESTRUTURA MISTA

$$Fgk_va = 3,4 \frac{kN}{m}$$

$$Fqk_lc = 13,125 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_pav = \frac{24 \frac{kN}{m} \cdot 0,08 \text{ m} \cdot 4,2 \text{ m}}{2}$$

$$Fgk_pav = 4,032 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_rec = \frac{2 \frac{kN}{m} \cdot 4,2 \text{ m}}{2}$$

$$Fgk_rec = 4,2 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_guarda_rodas = 0,216 \cdot 25 \frac{kN}{m}$$

$$Fgk_guarda_rodas = 5,4 \frac{kN}{m}$$

CARGA MOVEL

$$CM = 4475 \text{ kN m}$$

CM: calculado no software Ftool, as figuras de carregamento e envoltórios considerados podem ser visualizados no item 4 desta memória de cálculo.

3 - DEFINIÇÃO DAS COMBINAÇÕES DE CARREGAMENTO

3.1 - DEFINIÇÃO DOS CARREGAMENTOS ANTES DA CURA

$$C1 = 1,4 \cdot (Fgk_va + Fgk_f) + 1,5 \cdot (Fqk_lc + Fqk_op)$$

$$C1 = 31,1885 \frac{kN}{m}$$

3.2 - DEFINIÇÃO DOS CARREGAMENTOS PARA A VIGA MISTA

$$C2 = \frac{\left(1,4 \cdot (Fqk_lc + Fgk_va + Fgk_pav + Fgk_rec + Fgk_guarda_rodas) \cdot L^2 \right)}{8} + 1,5 \cdot CM$$

$$C2 = 10010,9219 \text{ kN m}$$

$$\frac{(Fqk_lc + Fgk_va + Fgk_pav + Fgk_rec + Fgk_guarda_rodas) \cdot L \cdot 1,4}{86,25 \text{ m}^2} = 12237,6232 \frac{N}{m^2}$$

4 - VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES NAS LONGARINAS ANTES DA CURA

$$C1 = 31,1885 \frac{kN}{m}$$

$$V_{sd_ac} = \frac{C1 \cdot L}{2}$$

$$V_{sd_ac} = 389,8562 \text{ kN}$$

$$M_{sd_ac} = \frac{C1 \cdot L^2}{8}$$

$$M_{sd_ac} = 2436,6016 \text{ m kN}$$

$$E := 200 \text{ GPa}$$

$$A := 447,3 \text{ cm}^2$$

$$L_b := 3000 \text{ mm}$$

$$h := D - 2 \cdot t_f$$

$$f_y := 350 \text{ MPa}$$

$$t_s = 0,25 \text{ m}$$

$$I_y := 37998 \text{ cm}^4$$

$$h = 1750 \text{ mm}$$

$$f_{ck} := 30 \text{ MPa}$$

$$I_x := 2339544,27 \text{ cm}^4$$

$$E_c := 4760 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot \frac{1}{\text{MPa}}} \text{ MPa}$$

$$w := \frac{b_f \cdot D^3 - (b_f - t_w) \cdot (D - 2 \cdot t_f)^3}{6 \cdot D}$$

$$E_c = 2607,1594 \frac{kN}{cm^2}$$

$$w = 0,026 \text{ m}^3$$

$$z := b_f \cdot t_f \cdot (D - t_f) + t_w \cdot \frac{(D - 2 \cdot t_f)^2}{4}$$

$$r_z := \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

$$z = 0,0297 \text{ m}^3$$

$$r_z = 92,1682 \text{ mm}$$

$$\gamma_{al} := 1,1$$

4.1 - CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR RESISTENTE

FLA

$$\lambda_{FLA} := \frac{D}{t_w}$$

$$\lambda_{pFLA} := 3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_{rFLA} := 11,7 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_{FLA} = 141,7323$$

$$\lambda_{pFLA} = 89,8812$$

$$\lambda_{rFLA} = 279,6835$$

$$\boxed{\lambda_{pFLA} < \lambda_{FLA} < \lambda_{rFLA} \text{ então } M_r = M_p - (M_p - M_r) \cdot (\lambda - \lambda_p) / (\lambda_r - \lambda_p)}$$

EMT

$$M_r := \frac{w}{2} \cdot \frac{f_y}{1,1}$$

$$M_r = 4135,5581 \text{ kN m}$$

FLM

$$\lambda_{FLM} := \frac{b_f}{2 \cdot t_f}$$

$$\lambda_{pFLM} := 0,38 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_{FLM} = 9$$

$$\lambda_{pFLM} = 9,0837$$

$$\boxed{\lambda_{FLM} < \lambda_{pFLM} \text{ então } M_r = M_p}$$

$$kpg:=1-\frac{ar}{1200+300\cdot ar}\cdot\left(\frac{D}{tw}-5,7\cdot\sqrt{\frac{E}{fy}}\right)$$

$$ar:=\frac{h\cdot tw}{bf\cdot tf}$$

$$ar=1,9756$$

$$kpg=0,994$$

$$wxc:=\frac{w}{2}$$

$$Mp:=kpg\cdot wxc\cdot\frac{fy}{1,1}$$

$$Mp=4110,6003\text{ kN m}$$

FLT

$$\lambda_{FLT}:=\frac{Lb}{rz}$$

$$\lambda_{pFLT}:=1,1\cdot\sqrt{\frac{E}{fy}}$$

$$\lambda_{rFLA}:=\pi\cdot\sqrt{\frac{E}{0,7\cdot fy}}$$

$$\lambda_{FLT}=32,5492$$

$$\lambda_{pFLT}=26,295$$

$$\lambda_{rFLA}=89,7598$$

$$\lambda_{FLT} < \lambda_{pFLT} \text{ então } Mr=Mp$$

$$ar:=\frac{h\cdot tw}{bf\cdot tf}$$

$$ar=1,9756$$

$$kpg:=1-\frac{ar}{1200+300\cdot ar}\cdot\left(\frac{D}{tw}-5,7\cdot\sqrt{\frac{E}{fy}}\right)$$

$$kpg=0,994$$

$$wxc:=\frac{w}{2}$$

$$cb:=1$$

$$Mr_{FLT}:=cb\cdot kpg\cdot wxc\cdot\frac{fy}{1,1}\cdot\left(1-0,3\cdot\left(\frac{\lambda_{FLT}-\lambda_{pFLT}}{\lambda_{rFLA}-\lambda_{pFLT}}\right)\right)$$

$$Mr_{FLT}=3989,0759\text{ kN m}$$

4.2 - CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE

$$\lambda_v := \frac{D - 2 \cdot t_f}{t_w}$$

$$\lambda_v = 137,7953$$

$$k_v := 5 + \frac{5}{\left(\frac{a}{h}\right)^2}$$

$$a := 1750 \text{ mm}$$

$$k_v = 10$$

$$\lambda_{pV} := 1,1 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}}$$

$$\lambda_{pV} = 83,1522$$

$$\lambda_{rV} := 1,37 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}}$$

$$\lambda_{rV} = 103,5623$$

$$A_w := (D - 2 \cdot t_f) \cdot t_w$$

$$A_w = 0,0222 \text{ m}^2$$

$$\left(\frac{a}{h}\right)^2 = 1$$

$$V_{pl} := 0,6 \cdot A_w \cdot f_y$$

$$V_{pl} = 4667,25 \text{ kN}$$

$$\frac{2,5}{\left(\frac{a}{h}\right)^2} - 2 = 0,5$$

$$\lambda_v > \lambda_{rV}, \text{ então}$$

$$V_{rk} := 1,24 \cdot \left(\frac{\lambda_{pV}}{\lambda_v}\right)^2 \cdot V_{pl}$$

$$V_{rk} = 2107,4701 \text{ kN}$$

$$V_{rd} := \frac{V_{rk}}{\gamma_{a1}}$$

$$V_{rd} = 1915,8819 \text{ kN}$$

$$V_{sd_ac} = 389,8562 \text{ kN}$$

$$\boxed{V_{sd_ac} < V_{rd}} \quad \text{ok!}$$

Elastic Buckling of Plates

CALCULATION SHEET

Firm : LG ENG

Username : Leonardo Gomes

Contract :

Contract item :

Note :

Date : 18/06/2017

PLATE'S CHARACTERISTICS

Dimensions :

Width $a = 25.00 \text{ m}$
 Height $b = 1.75 \text{ m}$
 Thickness $t = 12.7 \text{ mm}$

Material characteristics :

Young's Modulus $= 210000. \text{ MPa}$
 Poisson's Ratio $= 0.30$

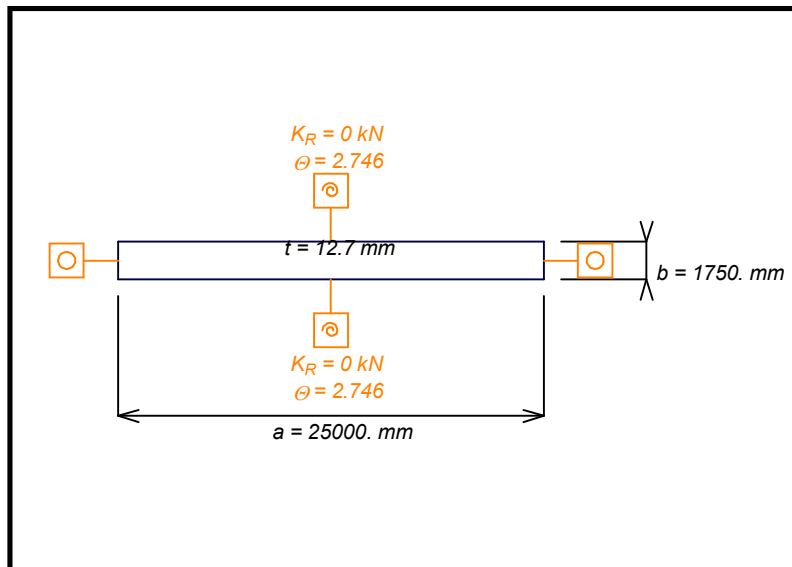


Figure 1 : Plate's dimensions and boundaries conditions

Boundaries conditions :

Side	Free	Clamped	Elastic restraints
Top			$k_R = 0.00 \text{ kN}$ $\theta = 2.746$
Left	X		
Bottom			$k_R = 0.00 \text{ kN}$ $\theta = 2.746$
Right	X		

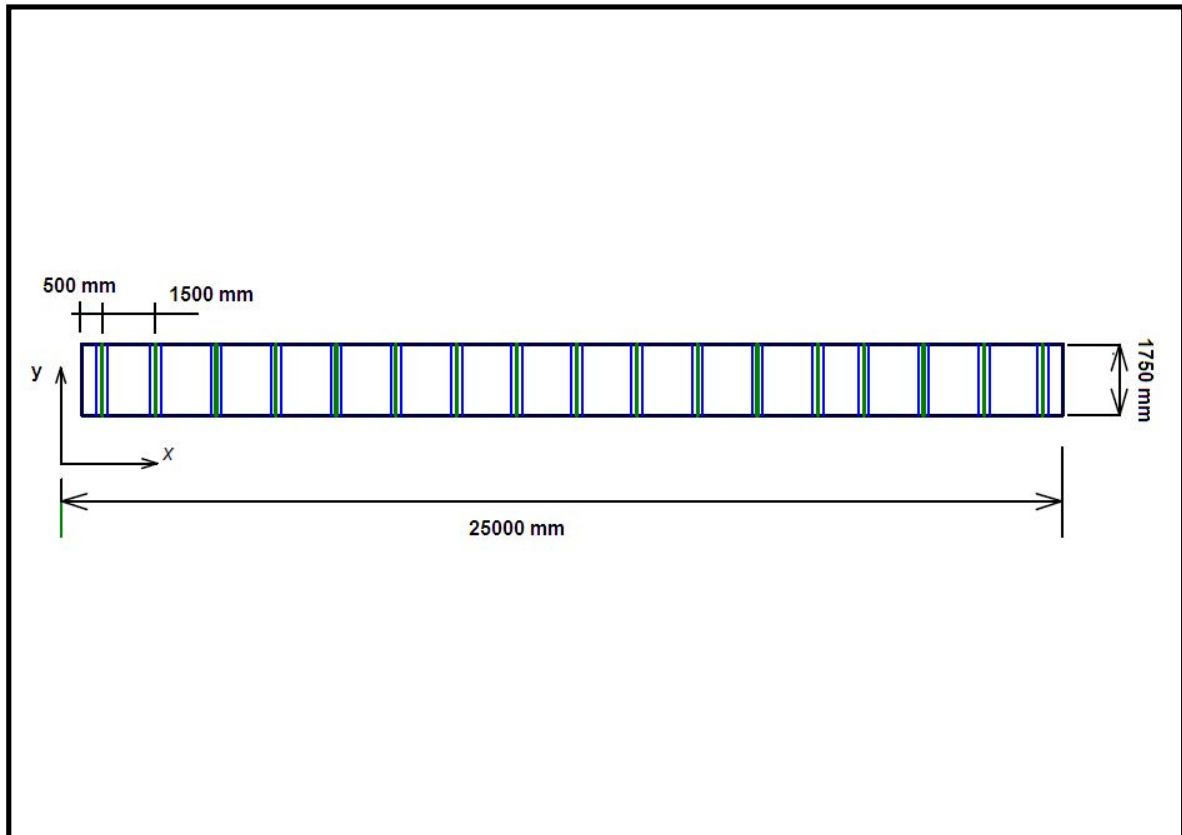


Figure 2 : Stiffeners

STRESSES

Analytical stresses :

Analytical stresses will be calculated from this data.

Longitudinal stresses :

$$\begin{aligned}\sigma_{xt} &= -28.0 \text{ MPa} \\ \sigma_{xb} &= 131.0 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Transversal stresses :

$$\begin{aligned}\sigma_{yt} &= -10.0 \text{ MPa} \\ \sigma_{yb} &= 10.0 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Patch Loading stresses :

$$\begin{aligned}\sigma_{ypt} &= 0.0 \text{ MPa} & c_t &= 0.0 \text{ mm} \\ \sigma_{ypb} &= 0.0 \text{ MPa} & c_b &= 0.0 \text{ mm}\end{aligned}$$

Local longitudinal stresses due to patch loading are not taken into account.
Local shear stresses due to patch loading are taken into account.

Shear stress :

$$\tau = 30 \text{ MPa}$$

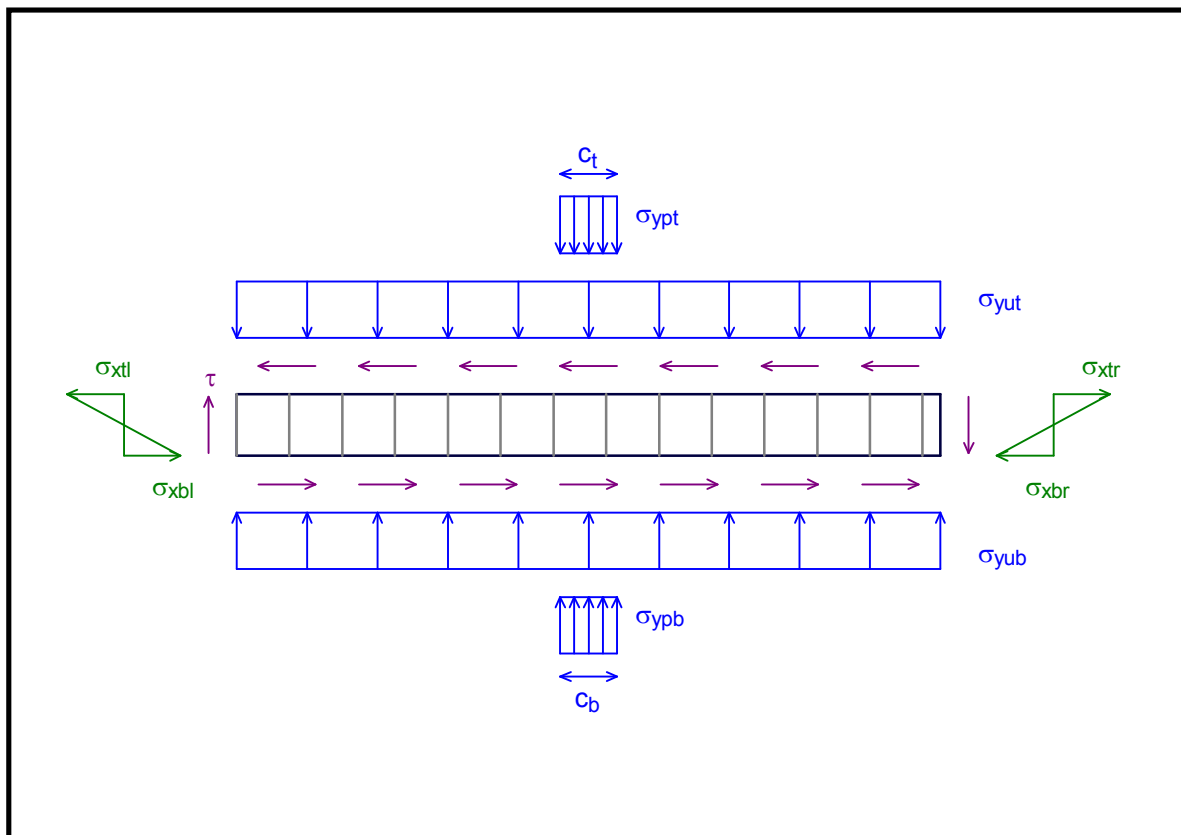


Figure 4 : Analytical stresses

Contract :

Contract item :

Note :

Longitudinal stresses in the plate, defined by user (meshed stresses) :*No stresses defined in the plate.***Transverse stresses in the plate, defined by user (meshed stresses) :***No stresses defined in the plate.***Shear stresses in the plate, defined by user (meshed stresses) :***No stresses defined in the plate.*

Contract :

Contract item :

Note :

RESULTS**Calculation options :***Matrices dimensions :*

Level of complexity : 3 (High complexity case)

Matrices dimensions : 103 x 9

Number of modes :

Desired modes : First buckling mode

Number of calculated modes : 1

Plate behaviour :

Calculation of the natural buckling modes

Results :*Reference stress :* $\sigma_E = 10.00 \text{ MPa}$ *Critical multiplier of the first buckling mode :* $\varphi_{cr} = 1.4$ *Critical stresses and buckling coefficients of the first buckling mode :**Longitudinal stresses :* $x_{tl.cr} = -39.2 \text{ MPa}$ $k_{x_{tl}} = -3.92$ $x_{bl.cr} = 183.4 \text{ MPa}$ $k_{x_{bl}} = 18.34$ $x_{tr.cr} = -39.2 \text{ MPa}$ $k_{x_{tr}} = -3.92$ $x_{br.cr} = 183.4 \text{ MPa}$ $k_{x_{br}} = 18.34$ *Transverse stresses :* $y_{t.cr} = -14.0 \text{ MPa}$ $k_{y_t} = -1.4$ $y_{b.cr} = 14.0 \text{ MPa}$ $k_{y_b} = 1.4$ *Shear stress :* $\tau_{cr} = 42 \text{ MPa}$ $k_t = 0.42$