GUSTAVO HENRIQUE REIS DE ARAÚJO LIMA

Um Modelo Computacional para Magneto-Acreção e Ventos Magneto-Centrífugos em Estrelas T Tauri Clássicas

Tese submetida à UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS como requisito parcial para a obtenção do grau de DOUTOR EM FÍSICA.

Área de Concentração: ASTROFÍSICA
Orientador: Prof. Luiz Paulo Ribeiro Vaz (UFMG)
Co-orientador: Profa. Sílvia Helena Paixão Alencar (UFMG)

Departamento de Física - ICEx - UFMG

Setembro de 2010

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, às minhas irmãs, ao meu avô, e toda a minha família por todo o apoio e bons momentos que só uma família consegue proporcionar.

Agradeço aos meus orientadores Luiz Paulo e Sílvia pela orientação durante estes longos anos, nunca deixando de acreditar na minha capacidade, sempre dando força em todos os momentos deste doutorado.

Agradeço também à Profa. Nuria Calvet pela ótima recepção como estudante visitante na *University of Michigan*, e por ter dado todo suporte para que eu tivesse uma estadia bastante produtiva durante os 10 meses que eu passei em Ann Arbor.

Agradeço aos meus colaboradores Profa. Nuria Calvet, Prof. Lee Hartmann, e Dr. James Muzerolle por terem fornecido o código que foi utilizado neste trabalho, e por todas as dúvidas que eles ajudaram a responder sobre o funcionamente do código durante este trabalho.

Agradeço ao *CNPq* pela bolsa durante os quatro anos de doutorado, à *CAPES* pela bolsa de estágio no exterior durante a minha estadia na *University of Michigan*, à UFMG e ao Dept. de Física pela excelente formação que me proporcionaram.

Agradeço aos meus grandes amigos do Laboratório de Astrofísica da UFMG, pelas idéias, pelas perguntas e, principalmente, respostas, e por todos os momentos de alegria e descontração que tivemos e ainda teremos juntos: Felipe, Marcelo Pára, Chico, Fábio, Wilson, Julia Maria, Pauline, Alana, Nathalia e Natália, Waguinho e Tiago Jota.

Agradeço aos grandes amigos que eu fiz no Departamento de Física, e que acabaram se tornando praticamente irmãos durante os longos e ótimos anos de convívio: Zé Eloy, Humberto, Leandro Shao-lin, Batata, Daniel, Amanda (Matemática).

Agradeço à minha grande amiga Aline Vidotto pela amizade e pelas discussões bastante construtivas sobre MHD.

Agradeço também aos amigos que fiz em Ann Arbor, por terem feito os poucos 10 meses que passei lá muito especiais.

Agradeço aos amigos do RPG, por me darem motivo pra sair do laboratório nos momentos de tédio, e pela diversão garantida durante os jogos.

Agradeço à todas as pessoas que fizeram o café da Astrofísica durante todos estes anos e ao Tiago Jota por estar sempre disposto a fazer o café quando “sugerido”.

E, finalmente, mas não menos importante, agradeço a todas as pessoas que passaram pela minha vida, algumas muito importantes, e que me ajudaram, deram força ou torceram por mim nos diversos momentos durante os longos anos de doutorado.

Acknowledgements

I'm grateful to my parents, my sisters, my grandfather and all my family for the support and all the happy moments.

I'm grateful to my advisors Prof. Luiz Paulo and Profa. Sílvia Alencar for their belief that I could reach this point, and for all help and support during all these years.

I'm grateful to Profa. Nuria Calvet for the good reception and all support during the time I spent as a visiting scholar at the *University of Michigan*.

I'm grateful to my collaborators Profa. Nuria Calvet, Prof. Lee Hartmann, and Dr. James Muzerolle for supplying the code used during this work, and for all the answers about this code.

I'm grateful to *CNPq* for the scholarship during the first four years of this work, to *CAPES* for the scholarship during the time I spent as a visiting scholar in the *University of Michigan*, and to the Physics Department of UFMG for the excellent formation I received during all the years I spent as a student here.

I'm grateful to all my good friend in the Astrophysics lab for the ideas, questions and answers, and all the good moments we have spent together: Felipe, Marcelo Pára, Chico, Fábio, Wilson, Julia Maria, Pauline, Alana, Nathalia e Natália, Waguinho e Tiago Jota.

I'm grateful to all the good friends I have made in the Physics Department during all these years: Zé Eloy, Humberto, Leandro Shao-lin, Batata, Daniel, Amanda (Math Department).

I'm grateful to my good friend Aline Vidotto for the friendship and all the good discussions about MHD.

I'm grateful to all the friends I have made during the 10 months I spent in Ann Arbor and that have made the time I spent there a very special one.

I'm grateful to my RPG friends for giving me some reason to leave the lab in times of boredom, and for the granted fun during the games.

I'm grateful to all the people that have made the coffee in the Astrophysics lab during all these years.

I'm also grateful to all the people, some of them very special ones, that have passed through my life, and helped me or supported me during all these long years.

Sumário

1 Introdução **1**
1.1 Formação Estelar 1
1.2 Estrelas T Tauri 6

2 Fluxos Magneto-Hidrodinâmicos **15**
2.1 Descrição Matemática 15
2.2 Acreção Magnetosférica 20
2.2.1 Modelo de Acreção Magnetosférica 21
2.3 Ventos Magneto-Centrífugos ou *Ventos de Disco* 28
2.3.1 Solução para Ventos Magneto-Centrífugos 30
2.3.1.1 Solução Auto-Similar 32

3 Transferência Radiativa e Formação de Linhas Espectrais **40**
3.1 Campos de Radiação 40
3.2 Interação entre Radiação e Matéria 44
3.2.1 Absorção, Emissão e Espalhamento 44
3.2.2 Equilíbrio Termodinâmico Local 48
3.2.3 Relações de Einstein 52
3.2.4 Relações de Einstein-Milne para o contínuo 54
3.2.5 O Íon H negativo 56
3.2.6 Coeficientes de Opacidade e Emissão 57
3.2.7 Cálculo das Seções Retas de Absorção 58
3.3 Perfis de Linha 64
3.4 Equação de Transferência 67
3.4.1 Profundidade Óptica e Função-Fonte 69
3.4.2 Solução da Equação de Transferência 71
3.5 Não-Equilíbrio Termodinâmico Local 73
3.5.1 Taxas de Colisão 73
3.5.2 Taxas Radiativas 74
3.5.3 Equações de Taxa Completas 76
3.6 Átomo de Dois Níveis 77
3.7 Método de Sobolev 79

4 Modelo Computacional **83**
4.1 *CV* Original 84
4.1.1 Arquivos de Entrada 84
4.1.1.1 Arquivo de Configuração: config 84

4.1.1.2 Arquivo Atômico: hydrogen.dat . . . 87
4.1.2 Execução do *CV* . . . 89
4.1.2.1 Tarefa: Criar Grade (job:5) . . . 90
4.1.2.2 Tarefa: Buscar Superfícies de Mesma Velocidade (job:1) . . . 91
4.1.2.3 Tarefa: Calcular as Populações dos Níveis do hidrogênio (job:4) 94
4.1.2.4 Tarefa: Calcular as Funções-Fonte (job:2) . . . 97
4.1.2.5 Tarefa: Calcular o Perfil de Linha (job:3) . . . 99
4.1.3 Exemplos de Perfil Gerados pelo *CV* . . . 102
4.2 A Nova Versão do *CV* : *CVMOD* . . . 102
4.3 *FLUX* original . . . 108
4.3.1 Reformatação do arquivo de grade . . . 108
4.3.2 Cálculo dos perfis de linha . . . 110
4.4 *FLUX* modificado . . . 115
4.4.1 Rotina: HydroCV3L . . . 115
4.4.2 Modificações no *FLUX* . . . 116
4.5 Códigos Auxiliares . . . 118
4.5.1 Código: diskwind . . . 118
4.5.2 Código: ttemp (ou ttemp magdisk) . . . 121

5 Resultados Computacionais e Discussão **122**
5.1 Perfis de Hα calculados . . . 124
5.2 Discussão dos resultados . . . 133

6 Conclusão **139**
6.1 Perspectivas . . . 140
Referências . . . 142

Apêndices **147**

A Glossário de Abreviações, Constantes e Símbolos **148**

B Arquivo config **156**

C Arquivo hydrogen.dat **158**

D Biblioteca: param.h **160**

E Artigo **163**

Lista de Figuras

1.1 Trilhas de evolução para proto-estrelas com massas entre 0,6 $M_\odot$ e 6,0 $M_\odot$ calculadas por Palla & Stahler (1993). 5
1.2 Representação esquemática de uma estrela T Tauri clássica. 7
1.3 HH 30 nos anos de 1995, 1998 e 2000. 8
1.4 Perfis de Hα de várias estrelas T Tauri. 9
1.5 Esquema dos modelos de magneto-acreção. 11
1.6 Perfis de linha calculados com o modelo de Muzerolle et al. (2001). 13
1.7 Perfis de Hα calculados com o modelo de Kurosawa et al. (2006). 14

2.1 Esquema da magnetosfera projetada no plano poloidal. 25
2.2 Exemplos de estruturas de temperatura dentro das colunas de acreção segundo Martin (1996). 26
2.3 Exemplo de estrutura de temperatura dentro das colunas de acreção calculada pelo método descrito em Hartmann et al. (1982). 27
2.4 Representação esquemática demonstrando o processo de aceleração magneto-centrífuga. 29
2.5 Esquema ilustrativo sobre a formação de jatos proto-estelares 30
2.6 Exemplo de estrutura de temperatura dentro do vento magneto-centrífugo e calculada utilizando o método de Hartmann et al. (1982). 38
2.7 Estrutura de temperatura calculada por Panoglou et al. (2010) para objetos Classe 0, Classe I e Classe II. 39

3.1 Esquema de um cone de radiação 41
3.2 Esquema da geometria plano-paralela 67
3.3 Esquema da geometria esférica usada na resolução da equação de transferência . 68
3.4 Esquema mostrando a geometria esférica simplificada utilizada para resolver a equação de transferência 69

4.1 Perfil de Hα, considerando apenas a magnetosfera, gerado pelo *CV* 103
4.2 Perfil de Hα, considerando apenas o vento de disco, gerado pelo *CV* 104
4.3 Perfil de Hα, considerando apenas as componentes de magneto-acreção e do vento de disco, gerado pelo *CVMOD* 108
4.4 Perfil da linha de Hα, gerado pelo *FLUX* original, onde se considera apenas a componente magnetosférica da linha. 115

4.5 Comparação entre os perfis da linha de Hα gerado pelo *FLUX* original considerando apenas a componente magnetosférica do perfil, e gerado pelo *FLUX* modificado considerando além da componente magnetosférica a componente devido ao vento de disco. 119

5.1 Exemplos de perfis de temperatura dentro da magnetosfera e dentro da região de vento de disco. 123
5.2 Exemplos de perfis de densidade dentro da magnetosfera e dentro da região de vento de disco. 124
5.3 Exemplos de perfis de velocidade poloidal dentro das colunas de acreção e dentro do vento de disco. 125
5.4 Dependência dos perfis de Hα com as temperaturas da magnetosfera e do vento de disco. 126
5.5 Perfis de Hα para diferentes taxas de acreção de massa. 127
5.6 Perfis de Hα para diferentes valores de $r_{\rm do}$ e mantendo o valor da densidade fiducial ρ_0 constante. 129
5.7 Perfis de Hα para diferentes valores de ρ_0 e diferentes valores de $r_{\rm do}$ mas taxa de perda de massa constante. 130
5.8 Perfis de Hα calculados para diferentes valores de λ e ζ. 131
5.9 Perfis de Hα calculados com diferentes ângulos de lançamento θ_0. 132
5.10 Perfis de Hα calculados com o sistema em diferentes inclinações i. 133
5.11 Dependência da linha de Hα com a inclinação i do sistema disco-estrela encontrada por Kurosawa et al. (2006). 136
5.12 Esquema de classificação das linhas de Hα proposto por Reipurth et al. (1996). . 137

Lista de Tabelas

2.1 Lei de Resfriamento Radiativo adotada por Hartmann et al. (1982) 27

5.1 Parâmetros padrões utilizados pelo modelo. 123

A.1 Tabela de abreviações 148
A.2 Tabela de constantes 149
A.3 Tabela de símbolos 150

Resumo

Estrelas T Tauri clássicas são estrelas jovens de baixa massa ($\leq 2\ M_\odot$), com tipo espectral entre F e M, e que ainda estão sofrendo o processo de acreção de material a partir de um disco circunstelar. Observações de espectro nesses objetos revelam a existência de uma grande variedade de linhas espectrais, muitas destas mostrando sinais de acréscimo e ejeção de material. A linha de Hα é uma das linhas mais observadas nessas estrelas devido a sua intensidade e à forte dependência que esta linha possui nas características do ambiente ao redor desses objetos.

Neste trabalho, desenvolvemos um modelo que usa um campo magnético dipolar e axissimétrico para modelar a magnetosfera estelar, e o modelo de Blandford & Payne modificado na região do vento de disco. A estrela é dividida em duas regiões: a fotosfera estelar, e a região de choque da acreção, ambas emitindo como corpos-negros com diferentes temperaturas. O disco de acreção é opaco e sua contribuição para o campo de radiação é desprezada devido à sua baixa temperatura. As populações dos níveis do hidrogênio são calculadas usando a aproximação de um átomo de três níveis mais o contínuo. Usamos o método de Sobolev das "superfícies ressonantes de mesma velocidade" para calcular as características do campo de radiação dentro da região estudada, e um método raio-a-raio para calcular o perfil de linha resultante de Hα. Este é apenas o segundo modelo disponível na literatura que leva em consideração uma magnetosfera acoplada radiativamente a um vento de disco para calcular perfis de linha em estrelas T Tauri clássicas. Entretanto, este é o primeiro modelo que utiliza um vento de disco acelerado magneto-centrifugamente e que não viola a condição de lançamento de Blandford & Payne.

Calculamos perfis para a linha de Hα utilizando os parâmetros padrões para uma estrela T Tauri clássica, variando vários dos parâmetros que caracterizam a magnetosfera e o vento de disco em nosso modelo. Analisando os vários perfis de linha calculados, foi possível descobrir quais os parâmetros influenciam mais significativamente a linha de Hα. Em todos os casos, utilizamos uma razão entre a taxa de perda de massa ($\dot{M}_{\rm perda}$) e a taxa de acreção de massa ($\dot{M}_{\rm acr}$) de 0,1. Calculamos perfis mostrando como uma $\dot{M}_{\rm acr}$ acoplada a uma $\dot{M}_{\rm perda}$, e com diferentes temperaturas na magnetosfera e no vento de disco, afetam a linha de Hα. Investigamos qual região do vento de disco é a mais importante para a formação da linha de Hα, e, então, investigamos como o tamanho do vento de disco afeta esta linha. Variando os parâmetros utilizados para caracterizar nossa solução auto-similar (momento angular, razão entre fluxo de massa e fluxo magnético, e ângulo de lançamento), descobrimos como estes afetam o perfil da linha. Finalmente, investigamos o efeito da inclinação do sistema no perfil da linha Hα.

Nossos resultados mostram que a linha de Hα depende fortemente das densidades e temperaturas dentro da magnetosfera e dentro da região do vento de disco. Eles mostram que a maior parte do fluxo em Hα é produzido, na maior parte dos casos, na região da magnetosfera, quando utilizamos parâmetros padrões de estrelas T Tauri clássicas, mas a contribuição do vento de disco torna-se mais importante à medida que a taxa de perda de massa, temperaturas e densidades dentro da região do vento de disco aumentam, podendo até ultrapassar a contribuição

da magnetosfera nos casos mais extremos. Os resultados mostram também que, para taxas de acreção muito baixas ($\dot{M}_{\rm acr}$<10^{-9}M$_\odot$ yr^{-1}), a contribuição do vento de disco para a linha de Hα é mínima, e pode ser desprezada. Descobrimos que a componente de absorção deslocada para o azul nas linhas de Hα desaparecem se a temperatura na região do vento de disco estiver abaixo de um certo valor de transição, valor que depende das densidades dentro desta região. A componente de absorção deslocada para o azul depende fortemente da extensão do vento de disco, e sua posição no perfil de linha é definida pelos parâmetros que caracterizam o momento angular, razão entre fluxo de matéria e fluxo magnético e ângulo de lançamento do vento de disco. Descobrimos, também, que a maior parte da contribuição do vento de disco para a linha de Hα é emitida na região mais interna do mesmo.

Conseguimos reproduzir, até agora, linhas de Hα que se parecem com a maioria dos perfis de linha observados em estrelas T Tauri clássicas. Temos alguns espectros de objetos com características muito diferentes entre si, e planejamos utilizar este modelo para calcular os perfis de linha destes objetos, e, então compará-los com os perfis de linha observados. Este modelo também pode ser útil para se entender melhor o ambiente ao redor de estrelas Ae/Be de Herbig.

Abstract

Classical T Tauri stars are young low-mass stars ($\leq 2\,M_\odot$), with spectral types between F and M, that are still accreting material from a circumstellar disk. Spectral observations of this type of stars reveal a wide range of line profiles, many of which show signs of matter inflow and outflow. The Hα line is the most commonly observed line profile in these stars due to its intensity and its strong dependence on the characteristics of the surrounding environment of these objects.

In this work, we have developed a model that uses a dipolar axisymmetric stellar magnetic field to model the stellar magnetosphere, and a modified Blandford & Payne model in our disk wind region. The star is divided in two regions: the stellar photosphere, and the accretion shock region, both emitting as blackbodies with different temperatures. The accretion disk is opaque and its contribution to the radiation field is neglected due to its low temperature. The Hydrogen level populations are calculated using a three-level atom with continuum. We use the Sobolev "resonant co-moving surfaces" approximation to calculate the radiation field characteristics inside the studied region, and a ray-by-ray method to calculate the resulting Hα line profile. This is only the second model that takes into consideration a magnetosphere radiatively coupled with a disk wind component to calculate line profiles in classical T Tauri stars. However, this is the first model that uses a consistent magneto-centrifugally accelerated disk wind that does not violate the Blandford & Payne launching condition.

We have calculated Hα line profiles using the standard stellar parameters for a classical T Tauri star, changing the various characteristic parameters used to define the magnetosphere and the disk wind in our model. Analysing the various calculated line profiles, we were able to infer the most important parameters that influence the Hα line profile. In all cases, we have used a mass loss rate ($\dot{M}_{\rm perda}$) to mass accretion rate ($\dot{M}_{\rm acr}$) ratio of 0.1. We have calculated profiles showing how the $\dot{M}_{\rm acr}$ coupled with the $\dot{M}_{\rm perda}$, and with different magnetosphere and disk wind temperatures affect the Hα line. We have also investigated which regions inside the disk wind are the most important for the formation of the Hα line, and, then, how the disk wind size affects this line. Changing the parameters used to define our self-similar disk wind solution (angular momentum, mass flux to magnetic flux ratio and launching angle), we were able to infer their effects on the Hα line profiles. And, finally, we have investigated the effects of the system inclination on the Hα line.

Our results show that the Hα line is strongly dependent on the densities and temperatures inside the magnetosphere and the disk wind region. They show that the bulk of the Hα flux comes, in most cases, from the magnetospheric component for standard classical T Tauri star parameters, but the disk wind contribution becomes more important as the mass accretion rate, the temperatures and densities inside the disk wind increase, and can even surpass the magnetospheric contribution in the most extreme scenarios. The results also show that for very low mass accretion rates ($\dot{M}_{\rm acr} < 10^{-9} M_\odot\,{\rm yr}^{-1}$), the effects of the disk wind contribution to the Hα line can be neglected. We have found that the blue-shifted absorption feature in the Hα line disappears

if the disk wind temperature is below a certain transition value, which depends on the mass loss rate. This blue-shifted absorption feature is very dependent on the size of the disk wind, and its position on the line profile is defined, mostly, by the disk wind parameters that characterize its angular momentum, mass to magnetic flux ratio and launching angle. We have also found that most of the disk wind contribution to the Hα line is emitted at the innermost region of the disk wind.

We have been able, so far, to reproduce Hα lines that resemble most of the large variety of observed line profiles for classical T Tauri stars. However, we have spectra of objects with very different characteristics, and we plan to use this model to calculate line profiles for these objects and then compare with the observations. This model may also be useful to better understand the Herbig Ae/Be stars environment.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Formação Estelar

Muito do que se sabe sobre o processo de formação estelar só foi desenvolvido nos últimos 30 anos graças a avanços nas técnicas observacionais que propiciaram um aumento da faixa observável do espectro eletromagnético. O aperfeiçoamento dos detectores infravermelhos, e o lançamento do satélite *IRAS* (Infrared Astronomical Satellite) em 1983, levou ao reconhecimento de discos de poeira ao redor de várias estrelas jovens (Hartmann 1998). Com o aparecimento dos grandes telescópios terrestres, e o refinamento das técnicas observacionais, têm-se não só conseguido melhores estimativas das massas e idades destes objetos jovens (em geral através de métodos indiretos), como também novas informações sobre o processo de acreção nestes objetos. Interferometria de alta resolução e grande sensibilidade em ondas de rádio fornecem, hoje em dia, as melhores informações sobre a distribuição de matéria ao redor desses objetos e nas nuvens moleculares onde são formados.

As estrelas jovens não estão distribuidas aleatoriamente dentro da Via Láctea, mas estão, geralmente, perto do plano Galáctico, e bem próximas, ou dentro, de nuvens de gás moleculares, com alta densidade de H_2 (entre $2{\times}10^3 cm^{-3}$ e $2{\times}10^5 cm^{-3}$). As nuvens moleculares na Via Láctea variam desde complexos moleculares gigantes com massas de $\sim 10^6 M_\odot$ e tamanhos de ~ 100 pc (Blitz 1993; Blitz & Williams 1999; Williams et al. 2000), até nuvens com massas $\lesssim 10\, M_\odot$ e tamanhos $\lesssim 1$ pc e menores (Myers 1985, 1999; Cernicharo 1991; Lada et al. 1993; André et al. 2000; Williams et al. 2000; Visser et al. 2002).

A densidade de coluna típica de uma nuvem molecular é da ordem de $100\, M_\odot\, pc^{-2}$. Devido a esta grande densidade superficial, a taxa com que elas são resfriadas por emissão causada por colisões entre átomos e moléculas excitadas é bem alta, ao passo que a alta opacidade dessas nuvens faz com que a taxa pela qual elas são aquecidas por radiação externa seja bem baixa, resultando assim em nuvens bastante frias e com temperaturas aproximadas de 10-20 K. Temperaturas mais elevadas podem existir localmente em regiões aquecidas pela grande luminosidade de estrelas recém-formadas. Pela combinação das grandes densidades das nuvens com a baixa temperatura das mesmas, seria de se esperar que a auto-gravidade da nuvem superasse em muito a pressão térmica, fazendo do processo de colapso e formação estelar um processo extremamente

rápido e eficiente. Entretanto, o que se observa é que o processo de formação é bem ineficiente. Somente uma pequena parte da matéria da nuvem é transformada em estrelas, antes da nuvem ser dissipada. Uma das interpretações para esse fato é que efeitos adicionais como, por exemplo, campos magnéticos e turbulência, podem ser importantes no suporte dessas nuvens num estado de quasi-equilíbrio contra a gravidade, impedindo, assim, um rápido colapso.

As estruturas observadas de nuvens moleculares não se assemelham em nada a qualquer tipo de configuração de equilíbrio. Ao invés disto, apresentam-se extremamente irregulares, o que sugere que estas nuvens são bem dinâmicas e sofrem rápidas variações estruturais, como acontece com nuvens da atmosfera terrestre. Essa estrutura complexa das nuvens pode influenciar ou determinar muitas das propriedades com as quais as estrelas e sistemas de estrelas serão formados. Por exemplo, estrelas aparentemente se formam em arranjos hierárquicos consistindo de agrupamentos menores dentro de outros maiores, o que indica uma estrutura talvez fractal das nuvens de formação estelar. Esses agrupamentos menores dentro das nuvens moleculares são denominados *grumos*, que por sua vez são formados por agrupamentos ainda menores denominados *caroços*.

Além do formato irregular, as nuvens moleculares apresentam movimentos internos bastante complexos, que são evidenciados pelos perfis das emissões moleculares observadas. Exceto nos menores grumos, esses movimentos são supersônicos e desordenados, sendo, assim, identificados como turbulência, mesmo não se sabendo a natureza exata deste fenômeno. Esses movimentos supersônicos podem ser os responsáveis pela estrutura das nuvens, pois pode haver geração de choques, produzindo flutuações de densidade dentro das mesmas. As nuvens moleculares possuem, também, uma certa magnetização, e campos magnéticos podem ser bem importantes para a dinâmica e para a evolução destas nuvens (Heiles et al. 1993; McKee et al. 1993). Se o campo magnético dentro da nuvem for suficientemente forte, os movimentos internos podem ser predominantemente ondulatórios, gerados por ondas magnetohidrodinâmicas (MHD) tais como ondas Alfvén. A turbulência gerada pelas ondas MHDs, então, pode oferecer uma fonte suplementar de pressão que ajuda o suporte da nuvem contra a força gravitacional (Myers & Goodman 1988; McKee et al. 1993; McKee & Zweibel 1995). Ambos os fatos oferecem uma justificativa para os modelos que tratam essas nuvens como estruturas com vida longa e em quasi-equilíbrio.

Outros modelos tratam as nuvens moleculares como sendo estruturas transientes e não em quasi-equilíbrio, como sugerido por Larson (1994). Neste caso, o campo magnético continua importante, mas apenas no início da evolução da nuvem, quando o gás está ainda fortemente acoplado ao campo. Durante o estágio de colapso, no caroço pré-estelar, é esperado que o campo magnético se desacople do gás por difusão ambipolar, e o campo magnético perde a importância até que se chegue ao estágio onde se obtêm condições estelares no interior do caroço.

O processo de formação dos caroços pré-estelares não é totalmente compreendido, e não se sabe ao certo, ainda, como começa o colapso gravitacional que inicia o processo de formação estelar. Apesar disso, existem dois modelos que ilustram dois casos-limites de como o colapso gravitacional de uma nuvem esférica se inicia. Uma possibilidade é que o colapso comece quando a gravidade se torna um pouco maior que a pressão térmica dentro do grumo, e então temos um colapso acelerado do caroço (Hayashi 1966). Considera-se um estado inicial semelhante a uma esfera de Bonnor-Ebert que excede minimamente o limite de estabilidade, um modelo teoricamente plausível e que, aparentemente, se aproxima das estruturas de vários caroços pré-estelares (Ward-Thompson 2002).

Outro modelo foi proposto por Shu (1977) e Shu et al. (1987), onde se supõe que, inicialmente, os caroços pré-estelares são suportados magneticamente e condensam-se por difusão ambipolar. A contração se dá de maneira quasi-estática, causando uma condensação cada vez maior no centro da nuvem, aumentando, consequentemente, o suporte térmico no mesmo, e,

eventualmente, tornando-se uma esfera isotérmica sem nenhum suporte magnético e com uma distribuição de densidade $\rho \propto r^{-2}$. Cálculos detalhados mostram que tal estado nem chega perto de ser atingido, e o que acontece é que um colapso dinâmico inicia-se bem antes de se atingir o estado de singularidade central (Basu & Mouschovias 1994; Mouschovias & Ciolek 1999; Larson 2003). Modelos mais realistas devem ser intermediários entre os dois mencionados, que podem ser considerados como casos limites de colapso rápido e lento (André et al. 2004).

A dinâmica do colapso depende do comportamento térmico do gás. A baixas densidades, prevê-se que a temperatura diminua com o aumento da densidade, devido ao aumento da eficiência do resfriamento por linhas atômicas e moleculares. Quando a densidade aumenta, o gás torna-se termicamente acoplado à poeira, que passa a controlar a temperatura por emissões térmicas. A temperatura, então, aumenta lentamente com o aumento da densidade (Hayashi 1966; Larson 2003). Isso ocorre enquanto o núcleo colapsante não se torna opticamente espesso às emissões térmicas da poeira, o que acontece a partir da densidade aproximada de $10^{10}\,H_2\,cm^{-3}$. Nessa fase inicial de colapso, a temperatura do núcleo colapsante permanece aproximadamente na faixa de 6 a 12K, enquanto a densidade varia por várias ordens de grandeza. Para simplificar, considera-se que o colapso é isotérmico e ocorre a uma temperatura de 10K.

Independente das condições iniciais e das condições de contorno, o colapso é sempre extremamente não uniforme e caracterizado por um crescimento acelerado de um pico central de densidade (Penston 1966; Bodenheimer & Sweigart 1968; Larson 1969). Esse crescimento ocorre de uma maneira quase auto-similar assintoticamente para uma singularidade central (Penston 1969; Larson 1969), enquanto o colapso ocorre de maneira isotérmica. No caso de se considerar que a nuvem colapsante possui uma rotação, ou um campo magnético, a solução ainda permanece muito bem aproximada pela solução de Larson-Penston (Larson 2003), o que demonstra que, qualitativamente, o colapso sempre ocorre da mesma maneira, sendo controlado pela competição entre a pressão térmica e a força gravitacional no centro da nuvem.

Quando a densidade central é suficiente para a matéria tornar-se opaca à radiação térmica emitida pelos grãos de poeira, a temperatura central começa a se elevar acima da temperatura de $\sim$10 K e, a partir daí, ocorre uma transição da fase isotérmica inicial para uma fase adiabática. Quando a densidade atinge aproximadamente $10^{11}\,H_2\,cm^{-3}$, o gás torna-se totalmente adiabático, com uma razão entre os calores específicos $\gamma \simeq \frac{7}{5}$, apropriada para um gás composto essencialmente de hidrogênio molecular. A densidade continua a subir, levando junto a pressão que, então, passa a crescer mais rápido que a gravidade, desacelerando o colapso, que praticamente pára quando se atinge uma densidade central aproximada de $2\times10^{-10}\,g\,cm^{-3}$ ou $4\times10^{13}\,H_2\,cm^{-3}$. Desse modo, aparece no centro uma região quase em equilíbrio hidrostático, que continua a ganhar massa a medida que a matéria do envoltório continua a cair no núcleo pré-estelar, formando uma região de choque de acreção em sua superfície. As propriedades desse primeiro núcleo hidrostático dependem apenas das propriedades termodinâmicas do gás.

O primeiro núcleo hidrostático que se forma, com uma massa em torno de $0{,}01\,M_\odot$ e um raio de algumas UAs[1], é apenas uma fase passageira do processo. Uma nova fase de colapso se inicia quando a temperatura central ultrapassa os 2000 K, causando a dissociação da molécula de hidrogênio e, assim, reduzindo o valor de γ abaixo do valor crítico de $\frac{4}{3}$, necessário para manter a estabilidade. A segunda fase de colapso é, novamente, caracterizada por um crescimento acelerado da densidade central, qualitativamente da mesma maneira que a fase isotérmica anterior. O colapso continua até que a maior parte do hidrogênio central seja ionizado, e que haja um aumento do γ para um valor próximo de $\frac{5}{3}$, característico de interiores estelares ionizados.

[1] 1 UA (Unidade Astronômica) equivale a $1{,}496\times10^{11}$m, que é a distância média entre a Terra e o Sol.

Nesse ponto, o colapso pára permanentemente no centro, e, assim, forma-se um segundo núcleo hidrostático, novamente limitado por uma região de choque de acreção na qual a matéria continua caindo em sua superfície. Esse novo núcleo tem massa e raio iniciais de apenas $\sim 0{,}001\,M_\odot$ e $\sim 1\,R_\odot$, mas com um processo rápido e contínuo de ganho de massa e um certo aumento do raio. Novamente, as condições iniciais têm pouca importância, sendo o processo dependente apenas das propriedades do gás. A matéria do primeiro núcleo cai completamente na estrela num intervalo em torno de 10 anos, mas a maior parte da massa inicial da nuvem colapsante ainda encontra-se formando um envoltório ao redor da proto-estrela num processo de queda. Durante a fase de colapso, também, há a formação de um disco de material ao redor da proto-estrela.

Logo após a formação do segundo núcleo hidrostático, o material em queda fora da zona de choque ainda é opticamente espesso e o choque é adiabático, resultando, assim, em um aquecimento muito forte nas camadas exteriores, causando uma expansão rápida das mesmas. Depois que todo o material do primeiro núcleo hidrostático já sofreu acreção, a opacidade do material fora da zona de choque cai vertiginosamente e a radiação passa a conseguir atravessar a zona de choque livremente, a proto-estrela pára de se expandir e, a partir daí, mantém um raio aproximadamente constante de $4\,R_\odot$, durante a fase restante de acreção (Masunaga & Inutsuka 2000).

A taxa de acreção inicial é alta e diminui rapidamente com o tempo, à medida que o material no envoltório vai se tornando escasso. Assim, prevê-se que uma estrela de $1\,M_\odot$ seja formada em menos de 1 Mano [2]. Durante a maior parte desse tempo, a protoestrela fica obscurecida pela poeira no envoltório circunstelar e o objeto é observado apenas na faixa infravermelha do espectro. No início, a parte interna mais quente do disco é opaca até no infravermelho próximo, e somente as partes externas mais frias irradiam livremente, o que faz com que o objeto só possa ser observado no infravermelho distante ou em comprimentos de onda sub-milimétricos. À medida que o material do envoltório cai na estrela, este vai se tornando mais rarefeito, a região opticamente espessa encolhe e o espectro observável desloca-se para comprimentos de onda mais curtos. Eventualmente, o espectro do jovem objeto torna-se um espectro composto por componentes infravermelha e visível, e diz-se, então que a estrela chegou na fase pré-sequência principal.

Após a formação do segundo núcleo hidrostático, a proto-estrela continua o processo de acreção e, quando sua massa atinge um valor aproximado de $0{,}2\,M_\odot$, inicia-se em seu núcleo o processo de queima de deutério. Esse processo torna-se a principal fonte de calor, impedindo a contração rápida da proto-estrela enquanto sua massa cresce. A acreção pelo envoltório deixa de ser importante, para a evolução da estrela, quando ela atinge um raio previsto de $\sim 4\,R_\odot$ para um objeto de $1\,M_\odot$. A estrela de baixa massa formada tem uma estrutura similar às estrelas na pré-sequência principal convencionais, possuindo um pequeno núcleo radiativo, onde ocorre a queima do deutério, e um grande envoltório convectivo, e se localiza na parte inicial da trilha de Hayashi, num local denominado *linha de nascimento* (*birthline*) no diagrama Hertzprung-Russell (HR). A proto-estrela é visível pela primeira vez, após emergir de sua nuvem natal, ao chegar neste ponto do diagrama HR. A partir daí, a estrela continua sua contração por mais algumas dezenas de milhões de anos até que a temperatura em seu interior seja suficientemente alta para que comece a queimar o hidrogênio e entre na sequência principal. Estrelas pouco ou moderadamente massivas, segundo vários modelos, possuem raios similares no momento em que a acreção deixa de ser importante, mostrando, assim, que o raio proto-estelar aumenta muito pouco com o aumento da massa (Larson 2003). Podemos ver na Figura 1.1 trilhas de Hayashi calculadas por Palla & Stahler (1993) para proto-estrelas de várias massas diferentes.

[2] 1 Mano = 10^6 anos.

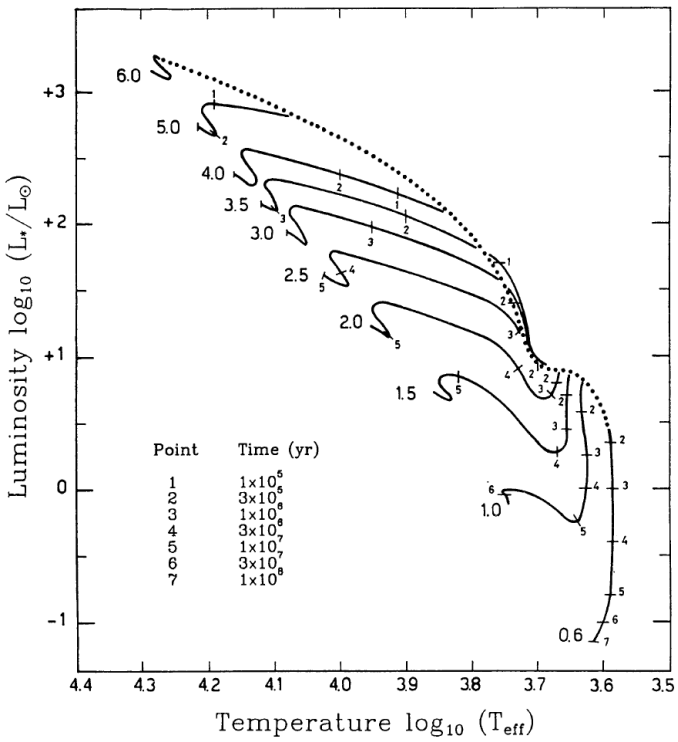

Figura 1.1: Trilhas de evolução para proto-estrelas com massas variando de $0,6\,M_\odot$ até $6,0\,M_\odot$. Cada trilha é identificada pela sua massa correspondente em unidades de massa solar. As marcas em cada trilha indicam tempos de evolução diferentes como descritos na legenda. Cada trilha se inicia na linha de nascimento (linha pontilhada), e termina quando a estrela entra na sequência principal. As curvas foram obtidas de Palla & Stahler (1993).

Devido à rotação inicial da nuvem molecular, a matéria em queda ao redor da estrela, tanto durante o processo de colapso como após, durante o processo de acreção do invólucro circunstelar, forma um disco de acreção ao redor da protoestrela, que é suportado centrifugamente. Grande parte da matéria que é adquirida pela estrela pode ser, então, acrescentada a partir de tal disco. Mas, para isso acontecer, tem de haver uma diminuição do momento angular, seja por remoção ou por algum mecanismo de transporte de momento angular para as regiões mais externas do disco. Ainda não se conhece nenhum modelo completamente satisfatório para o transporte estacionário de momento angular, mas episódios de acreção ou transportes variáveis podem ocorrer como resultado de instabilidades no disco ou interações de maré com outros objetos próximos. Observações de estrelas jovens revelam uma variação maior e mais complexa em suas propriedades do que as previstas por modelos mais simples, possivelmente indicando taxas de acreção variando com o tempo. Estrelas jovens exibem grandes picos de luminosidade que podem ser causados por eventos individuais de acreção, muitas delas produzem expulsões de matéria esporádicas em formas de jatos que se acredita serem consequências dos episódios individuais de acreção acelerada, que ocorrem durante a evolução da protoestrela. Parece bem estabelecido que esses jatos são consequência direta da combinação de acreção, de rotação e de campos magnéticos, mas os modelos propostos ainda diferem consideravelmente nos detalhes (Koenigl & Ruden 1993; Koenigl & Pudritz 2000; Shu et al. 2000; Tomisaka 2002).

Interações gravitacionais em sistemas estelares múltiplos em formação podem ter um papel fundamental no processo de formação estelar. Nestes sistemas, os efeitos de maré podem ser responsáveis pela transferência de momento angular do disco protoestelar para os movimentos orbitais das estrelas no sistema podendo, assim, gerar eventos isolados de acreção acelerada dos

discos para as estrelas. A maior parte das fontes estelares de jatos observados possui companheiras estelares próximas, sugerindo assim uma conexão direta entre a presença de companheiras e o lançamento de jatos (Reipurth 2000, 2001).

Simulações de formação de grupos e aglomerados de estrelas mostram várias das características esperadas por modelos mais idealizados, como um colapso altamente não-uniforme da nuvem, a formação de pequenas protoestrelas sofrendo acreção de matéria de um envoltório ou de um disco e taxas de acreção que podem ser extremamente variáveis, mas que geralmente diminuem com o tempo. Uma grande quantidade de sistema binários e múltiplos também é formada nessas simulações, e a parte dinâmica no processo de formação destes grupos é geralmente violenta e caótica, o que leva ao processo contínuo de formação e destruição de sistemas binários e discos (Larson 2003).

Alguns pontos importantes sobre o processo de formação estelar ainda não são muito bem compreendidos. Como exemplo, temos a distribuição inicial de massa das estrelas, que apesar dos recentes avanços ainda não é totalmente compreendida; a formação das estrelas mais massivas; as propriedades estatísticas de sistemas binários e múltiplos, onde há uma dispersão muito grande nas propriedades físicas, devido à complexidade das interações entre os vários objetos nestes sistemas; e a formação de planetas. As propriedades das nuvens moleculares, como temperatura e densidade, podem ser as responsáveis diretas para a determinação das massas estelares nas nuvens. Entretanto, as propriedades físicas dos gases nas nuvens, ainda não muito bem estudadas, provavelmente têm influência no processo. Nos casos das estrelas mais massivas, existem vários processos térmicos e radiativos que, até hoje, só foram estudados em casos ideais, assim como pode haver processos dinâmicos, como colisões estelares e coalescência de estrelas, envolvidos na formação, em locais em que a densidade de estrelas é muito alta. Uma revisão recente sobre o processo de formação estelar pode ser encontrada em Larson (2003).

1.2 Estrelas T Tauri

Estrelas jovens são classificadas de acordo com sua massa. As estrelas T Tauri são estrelas na pré-sequência principal com baixa massa ($M \lesssim 2\,M_\odot$) e tipo espectral entre F-M (temperaturas efetivas ~7000-3000 K. Estrelas na pré-sequência principal com massa ~2-8 $M_\odot$ são chamadas de estrelas "Ae/Be Herbig", e se a massa estiver acima de 8 $M_\odot$ são simplesmente classificadas como estrelas de alta massa. As faixas de massa não são exatas, pois o tipo espectral ou a temperatura efetiva das estrelas varia à medida que uma estrela evolui.

As estrelas T Tauri, por sua vez, podem ser classificadas de acordo com sua linha de emissão em Hα. Primeiramente, a classificação era baseada apenas na largura equivalente da emissão em Hα. Se a largura equivalente fosse mais estreita que 10 Å, a estrela era denominada estrela T Tauri fraca (ETTF), caso contrário era chamada de estrela T Tauri clássica (ETTC). Essa classificação é bem útil no caso de estrelas na faixa espectral K7-M7, mas pode tornar-se confusa no caso de estrelas F-G, onde a radiação fotosférica emitida pela estrela tende a suprimir a emissão em Hα, ou em estrelas com classificação espectral abaixo de M7, onde a linha de TiO (6569 Å) se mistura com a emissão em Hα e a largura equivalente da linha torna-se superestimada. White & Basri (2003) propuseram um novo critério de classificação também baseado na linha de Hα, e, segundo este critério, se a largura da linha a 10% da intensidade máxima for maior que 270 km s^{-1}, a estrela pode ser classificada como ETTC, caso contrário, temos uma ETTF. Uma possível explicação para o excesso de emissão de muitas ETTF é uma atividade magnética do tipo solar amplificada, enquanto os níveis de excesso extremos nas emissões no

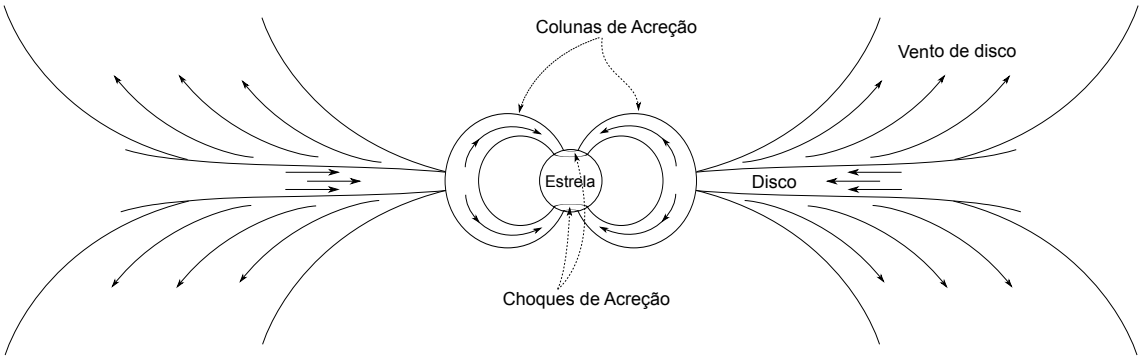

Figura 1.2: A estrela na pré-sequência principal é cercada por um disco de acreção circunstelar que emite radiação nos comprimentos de onda infravermelho, sub-milimétrico e milimétrico. O disco interno é rompido pelo campo magnético estelar, o que faz com que o material acretante desvie de sua trajetória inicial no plano do disco e comece a cair rapidamente na estrela através das linhas de campo magnético. O material em queda emite linhas largas de emissão, enquanto cai pela coluna de acreção, e produz um contínuo quente, quando se choca com a superfície estelar na região denominada choque de acreção. Representamos, também, o vento de disco, um dos mecanismos de ejeção de matéria mais aceitos ultimamente, e que pode ser o responsável pela formação dos jatos estelares observados nestes objetos.

óptico e no infravermelho das ETTCs requerem uma fonte externa de energia, que no caso, pode ser acreção a partir de um disco circunstelar.

Atualmente, uma estrela T Tauri clássica é descrita como estando na pré-sequência principal envolta por um disco circunstelar que se formou devido ao momento angular inicial da nuvem protoestelar. O disco circunstelar não chega a encostar na estrela. Em vez disso, o campo magnético gerado pela estrela é forte o suficiente para truncar o disco antes que ele chegue à superfície estelar. O campo magnético rompe o disco interno e canaliza a matéria do disco através de suas linhas, fazendo com que a matéria do disco caia na estrela formando regiões de choque em forma de anéis ou manchas, denominadas de anel de acreção ou de choque de acreção. A energia cinética do material em queda é, então, termalizada nos anéis de acreção ou manchas quentes (e.g. Camenzind 1990; Koenigl 1991). Na região de choque, o plasma atinge temperaturas de $\sim 10^6$ K, e emite fortemente em raios-X. A maior parte da energia dos raios-X é reabsorvida pela própria coluna de acreção e, então, é reemitida na forma do excesso de contínuo no azul e ultra-violeta (e.g. Calvet & Gullbring 1998), observado em ETTCs. Esse mecanismo é conhecido como *acreção magnetosférica*. A Figura 1.2 mostra esquematicamente uma ETTC.

Várias evidências apontam para a existência dos discos Keplerianos ao redor das estrelas T Tauri. O mecanismo mais aceito, atualmente, para explicar o espectro observado das ETTs de $\sim 1\,\mu$m a ~ 2 mm, é a emissão de poeira. A presença de linhas de emissão sugere que emissão livre-livre de gás pode ser importante. Entretanto, nenhum modelo de emissões gasosas conseguiu reproduzir as curvas de distribuição espectral de energia observadas. Além do mais, esses modelos com emissão significativa no infravermelho próximo produzem uma quantidade exagerada de emissão no óptico e no ultravioleta. É necessário um volume extremamente grande emitindo, para fazer com que as emissões livre-livre do gás consigam ter uma grande luminosidade e, ao mesmo tempo, com que a profundidade óptica do meio seja elevada; mas tal arranjo físico faria com que a recombinação das linhas de Balmer do hidrogênio fosse muito mais elevada do que é observado (Hartmann 1998).

É inevitável concluir, então, que são os grãos de poeira os responsáveis pela emissão infravermelha das ETTs entre os comprimentos de onda de $\sim 2\,\mu$m até ~ 2 mm. Mas a quantidade de

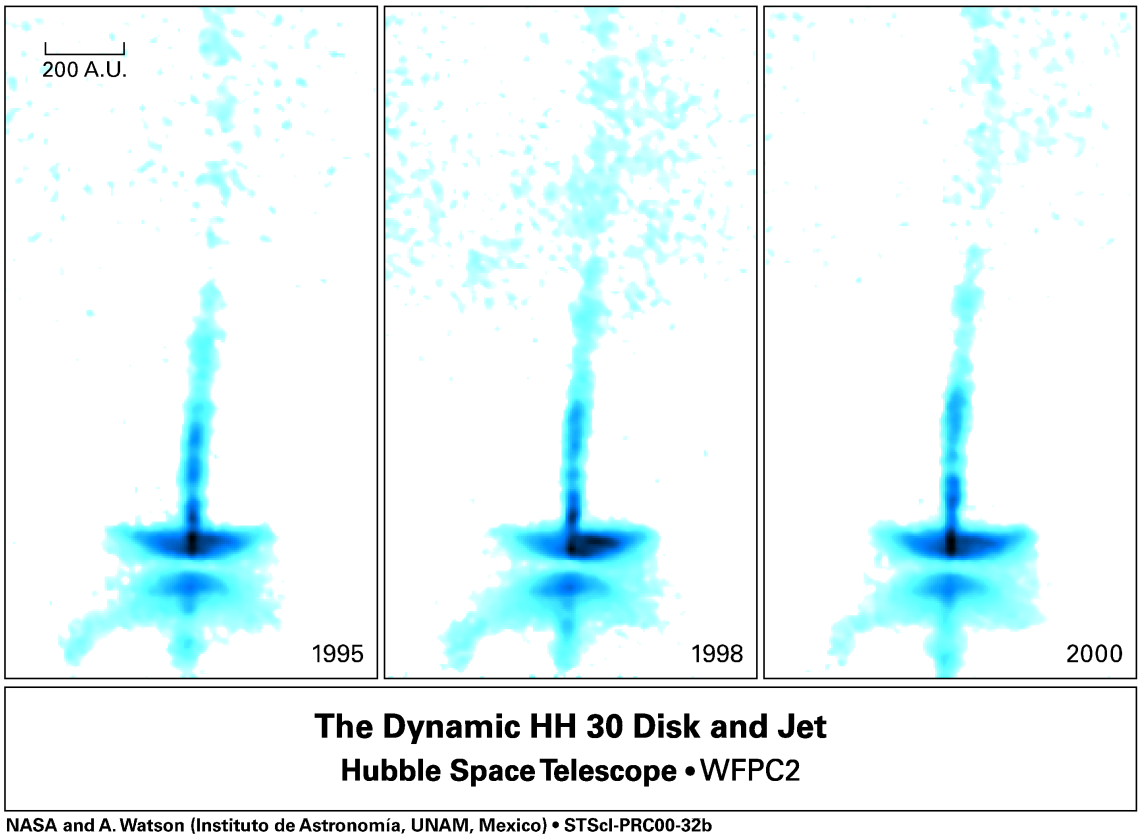

Figura 1.3: Imagens ópticas obtidas pelo HST do objeto estelar jovem HH 30 nos anos de 1995, 1998 e 2000. A estrutura côncava dupla, é produzida pela luz de um objeto central não-visível que é espalhada pela superfície de um disco de poeira visto de perfil. A absorção pela poeira no plano do disco obscurece completamente a estrela central. A estrutura linear quase vertical é um jato bipolar de alta velocidade. A imagem mostra uma certa evolução no jato emitido pela estrela escondida. Este objeto encontra-se na constelação de Touro, e foi medido e estudado primeiramente por Burrows et al. (1996).(Cores invertidas em relação ao original.)

poeira necessária é incompatível com a baixa extinção associada com várias ETTs, a não ser que a poeira não esteja esfericamente distribuída. A poeira pode estar distribuída de modo que haja linhas de visada até a estrela que consigam evitar a maior parte da região de poeira; uma possibilidade de distribuição é um disco.

Imagens no óptico e no infravermelho próximo forneceram grandes evidências sobre a estrutura de disco em torno de ETTs. Alguns dos melhores resultados foram obtidos em comprimentos de onda visíveis (ver Figura 1.3). A imagem de HH 30 (Burrows et al. 1996) mostra claramente uma estrutura que absorve a luz de uma estrela central vista de perfil. A imagem pode ser interpretada como uma estrela central envolta por um disco de poeira com uma certa curvatura; a superfície curva do disco é iluminada pela estrela central, e espalha a luz que chega a sua superfície, ao mesmo tempo que bloqueia a luz direta da estrela.

Durante os últimos anos, houve acúmulo de evidências observacionais que suportam o modelo de acreção magnetosférica em estrelas T Tauri clássicas. Foram medidos campos magnéticos intensos em suas superfícies, da ordem de 10^3 G, para várias ETTCs, utilizando espectropolarimetria (Johns-Krull et al. 1999a; Symington et al. 2005; Johns-Krull 2007), com intensidade suficiente, segundo a teoria, para romper o disco e canalizar o fluxo de acreção. Os perfis de linha das emissões permitidas nessas estrelas mostram-se bem largos, indicando velocidades de centenas de km s^{-1} e, ocasionalmente, mostram perfis P Cygni invertidos (Figura 1.4). Per-

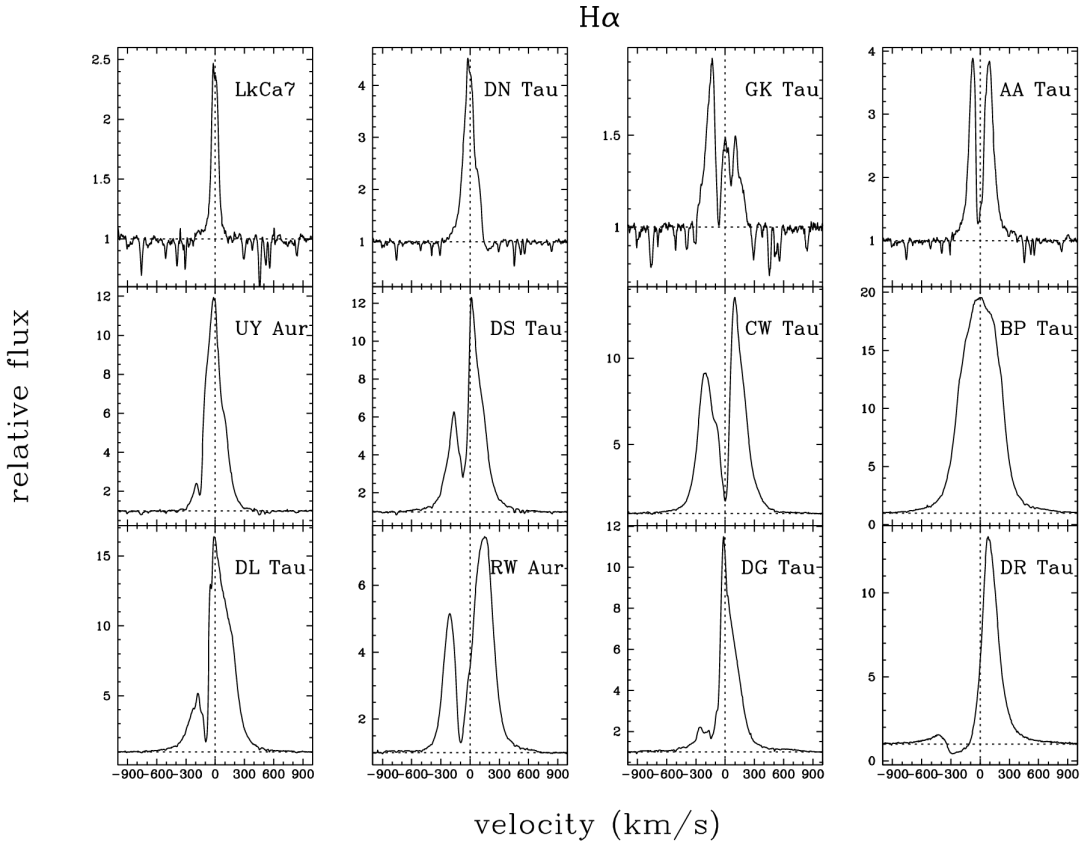

Figura 1.4: Perfis de Hα de várias estrelas T Tauri. O primeiro perfil de Hα é de uma ETTF, LkCa 7. Os outros são de estrelas T Tauri clássicas. Pode-se notar que os perfis das ETTCs são todos bem largos, com velocidades que ultrapassam os 300 km/s. Na maioria deles existe uma absorção deslocada para o azul, e o perfil de DR Tau é o que se chama de perfil P Cygni. Todos os perfis têm a contribuição fotosférica estelar subtraída (Muzerolle et al. 1998b).

fis P Cygni invertidos não são comuns nos perfis de Hα em ETTs, mas são bem comuns para as outras linhas da série de Balmer, linhas de NaD (dupleto de sódio), He I e O I. A presença de componentes de absorção deslocadas para o vermelho com velocidades da ordem de várias centenas de km s^{-1} indica queda de matéria de distâncias relativamente grandes, da ordem de alguns raios estelares. A maior parte da emissão é produzida pelo material se movendo a velocidades menores, afastado da estrela, enquanto as asas do perfil são produzidas pelo material em queda-livre perto da superfície da estrela. A absorção no vermelho ocorre porque a maior parte dos fluxos de emissão gerados na zona de choque, ou mancha quente, da estrela é absorvida pelo próprio funil de acreção nas regiões mais próximas à estrela (Edwards et al. 1994). Também há indício da modulação do perfil de linha por rotação estelar (Bouvier et al. 2007).

Muitas ETTCs possuem perfis de linhas de emissão característicos, com uma componente de absorção deslocada para a região do azul, principalmente nas linhas de Balmer e de Na D (e.g. Alencar & Basri 2000). Isso não é totalmente explicado utilizando apenas o modelo de acreção magnetosférica. O cenário mais aceito, atualmente, para explicar os perfis de emissão observados em ETTCs com baixa taxa de acreção de matéria, é o de que a maior parte do fluxo das linhas de emissão permitidas é gerada por magneto-acreção e não no vento. O único indício de vento nos perfis das linhas de emissão permitidas é a componente de absorção desviada para o azul. Para ETTCs com taxas de acreção mais elevadas ($\dot{M}$~10^{-7} M$_\odot$ ano^{-1}), parte considerável dos fluxos

de emissão de algumas linhas podem ser produzidos na região dos ventos.

Os perfis P Cygni são característicos de estrelas com vento. Imagine uma estrela e um vento esfericamente simétrico saindo desta estrela. Fótons produzidos pelo material do vento diretamente em nossa linha de visada, dependendo da profundidade óptica do vento para a linha específica, podem ser facilmente reabsorvidos pelo meio, e espalhados aleatoriamente em outras direções. Isso faz com que apareça uma absorção deslocada para o azul. Fótons produzidos nas regiões além da linha de visada sofrem o mesmo efeito, sendo que parte deles podem ser espalhados, inclusive na direção do observador. A quantidade de fótons criados, e re-emitidos em direções diferentes da linha de visada é bem maior que o contrário. Isso cria um certo excesso de emissão com um pequeno deslocamento para o vermelho. Há uma queda rápida no desvio para o vermelho devido a ocultação pela estrela de parte do vento. Assim, se forma o perfil P Cygni. O perfil P Cygni invertido é formado de maneira semelhante, mas ao invés da matéria estar sendo expulsa da estrela pelo vento, a matéria está caindo na estrela, então temos uma absorção deslocada para o vermelho e não para o azul.

Outro indício do vento são as linhas proibidas de baixa excitação observadas em estrelas T Tauri, linhas que só podem ser produzidas nas regiões de baixa densidade dos ventos. A análise dessas linhas proibidas pode ser utilizada para se obter estimativas da taxa de perda de massa através de ventos em ETTCs. Essas linhas, também, nos dão informações para estudar o vento em larga-escala, mas para as regiões mais densas, onde o vento é formado, a única fonte de informação que temos são os perfis com componentes de absorção deslocadas para o azul. A análise desses indicadores nos fornece algumas pistas para se discernir entre os modelos propostos para a região de onde o vento tira sua energia e é ejetado.

Além do vento, as ETTCs também possuem ejeções na forma de jatos. Em grandes escalas, observações do *Hubble Space Telescope (HST)* de HH 30 (e.g. Burrows et al. 1996) conseguiram traçar jatos bipolares a até 30 UA da estrela (Fig. 1.3). E em escalas menores, estas ejeções já foram observadas em escalas de até $\simeq 1$ UA da estrela (e.g. Takami et al. 2003; Appenzeller et al. 2005). Todos estes fatores sugerem uma grande complexidade do ambiente circunstelar, onde o mecanismo de acreção magnetosférica é apenas um dos aspectos do sistema.

Acredita-se que os jatos observados sejam ventos de disco magneto-hidrodinâmicos extremamente colimados que conseguem extrair de maneira eficiente o momento angular e energia gravitacional presentes no disco de acreção. Esses ventos de disco foram inicialmente propostos por Blandford & Payne (1982, BP) para explicar os jatos formados por discos de acreção ao redor de buracos negros. Pudritz & Norman (1983, 1986), alguns anos depois, propuseram um mecanismo similar para a origem dos jatos de objetos protoestelares. Bacciotti et al. (2003), através de espectros de micro-jatos de regiões bem próximas à estrela, observaram o que parece ser um movimento de rotação do material dentro destes jatos, e também uma estrutura de velocidade em camadas, onde o material nas camadas mais próximas ao eixo do jato se move mais rápido que o material nas camadas mais externas do jato. Esta interpretação corrobora fortemente o mecanismo de ventos magneto-centrífugos lançados ao longo de uma região extensa do disco de acreção. A correlação entre jatos, excesso de infravermelho e o processo de acreção já foi observada (Cabrit et al. 1990; Hartigan et al. 1995), e indica que existe uma interdependência entre os processos de acreção e de ejeção de matéria em ETTCs. As teorias de vento de disco mostram que existe uma relação entre a taxa de acreção de massa ($\dot{M}_{\rm acr}$) e a taxa de perda de massa através do vento ($\dot{M}_{\rm vento}$) (Pelletier & Pudritz 1992). As observações confirmaram essa relação (Hartmann 1998), e ambas concordam que em ETTCs esta relação é $\dot{M}_{\rm vento} \simeq 0{,}1\ \dot{M}_{\rm acr}$.

Um outro tipo de modelo bastante utilizado para explicar os ventos e jatos em objetos protoestelares é conhecido como *ventos-X* (Shu et al. 1994; Cai et al. 2008). Nesse modelo, o vento

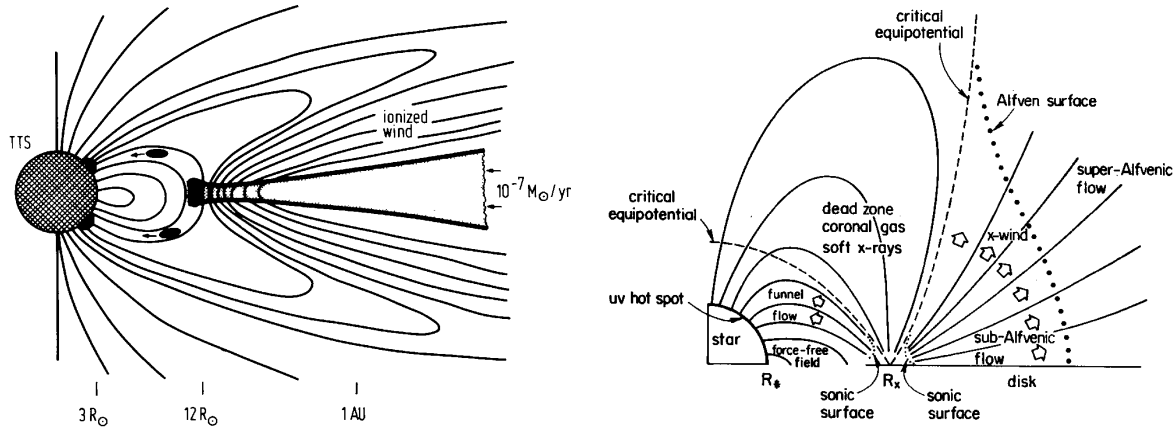

Figura 1.5: O painel da esquerda mostra o modelo de magneto-acreção/vento de disco desenvolvido por Camenzind (1990), onde o raio de truncamento do disco é perto do raio de co-rotação Kepleriana. A matéria dentro deste raio cai na estrela através das linhas de campo magnético e a matéria fora deste raio é expelida na forma de um vento ionizado devido a efeito magneto-centrífugo. O painel da direita mostra o modelo de Shu et al. (1994), onde há o acoplamento magnético entre estrela e disco no raio de co-rotação. Como antes, o material dentro deste raio cai na estrela, também por magneto-acreção, mas aqui apenas o material imediatamente fora do raio de co-rotação é jogado para fora da estrela. Em ambos os modelos, há eliminação do excesso de momento angular através de vento.

é produzido numa minúscula região perto da borda interna do disco de acreção, conhecida como *ponto-X*, e é acelerado devido à interação do disco e do campo magnético da própria protoestrela. Este modelo difere do modelo de ventos de disco, onde o vento é produzido numa região extensa do disco de acreção, que pode chegar a algumas UAs, e é acelerado através de um campo magnético de larga escala que permeia o disco, ou através do campo magnético gerado pelo próprio disco através de efeito-dínamo. A Fig. 1.5 mostra um esquema de ambos os modelos.

Nos últimos anos houve um grande desenvolvimento em modelos numéricos de MHD dependentes do tempo, tanto para explicar a magneto-acreção, como as ejeções de matéria em ETTCs. Romanova et al. (2002), utilizando um modelo 2D dinâmico e com axissimetria, mostraram que o disco de acreção é truncado pela magnetosfera estelar na região do raio de truncamento $R_{\rm T}$, região onde a pressão dinâmica do gás é comparável à pressão magnética. Nesta região, a pressão magnética é forte o suficiente para elevar o material acima do plano do disco, o que faz com que ele caia supersonicamente através das linhas de campo até atingir a superfície da estrela. A simulação também mostra que o raio interno da magnetosfera sofre oscilações, devido à grande variação do fluxo magnético nesta região, o que produz acúmulos de fluxo magnético seguidos por processos de reconexão magnética. Esta variação no fluxo magnético faz com que o processo de acreção seja, também, um processo variável, aumentando ou diminuindo, dependendo do fluxo magnético nos limites da magnetosfera da estrela. Apesar da grande variação no fluxo magnético e, consequentemente, no processo de acreção ao longo dos vários períodos de rotação do disco, estas mesmas simulações mostram que o funil de acreção, na região do raio de truncamento do disco, é uma característica quasi-estacionária do processo de acreção, podendo sobreviver durante um tempo $>1000\,P_0$, onde P_0 é o período de rotação do disco em $R_{\rm T}$ (Long et al. 2005). Esses fatos confirmam as idéias teóricas sobre a estrutura dos fluxos de magneto-acreção em ETTCs. Em Romanova et al. (2003, 2004) foram apresentados novos resultados, desta vez considerando um modelo totalmente 3D e sem axissimetria, ou seja, com o momento de dipolo e eixo de rotação em direções diferentes. Estas novas simulações mostraram que, da

mesma maneira como no caso com axissimetria, o disco continua sendo truncado em R_T, mas os fluxos magnetosféricos passam a ser mais complexos. A estrutura do fluxo magnetosférico passa a depender do ângulo de inclinação do dipolo em relação ao eixo de rotação, Θ, mas esta atinge um estado quasi-estacionário após alguns P_0 (Kulkarni & Romanova 2005). Estas simulações também mostram que, quando os eixos de rotação e do momento de dipolo estão desalinhados, o material, geralmente, vai sofrer acreção através de dois ou, em alguns casos, vários funis de acreção. Estes funis de acreção, ao atingirem a superfície da estrela, formam as manchas quentes, que têm a forma de arcos ($\Theta \lesssim 30°$), ou mesmo barras cruzando a superfície da estrela na região próxima ao seu pólo magnético (Θ>60°).

Já em relação às ejeções de matéria, Zanni et al. (2007) conseguiram reproduzir o lançamento de um vento de disco, com a subsequente formação de jatos, a partir de um disco magnetizado, utilizando um modelo MHD resistivo e axissimétrico. Nesse modelo, o sistema evolui durante algumas dezenas de períodos de rotação, e, num sistema com alta resistividade no disco, eles encontraram uma configuração onde aparecia uma ejeção lenta de gás sendo lançado a partir de uma região extensa (de ∼0,1 a ∼1 UA) do disco de acreção. Murphy et al. (2010) mostraram que é possível a formação de um vento de disco estacionário, seguido de um jato magnetossônico-super-rápido e auto-contido, usando um disco de acreção fracamente magnetizado. Essa solução permaneceu estacionária durante várias centenas de períodos de rotação. Ambos os modelos ajudam a fortalecer o cenário do vento de disco. Romanova et al. (2009), entretanto, demonstraram a possibilidade de lançamento de um vento cônico e estreito semelhante, em alguns aspectos, ao vento-X, ao redor de uma estrela que gira lentamente. No caso de uma estrela girando rapidamente, há também o aparecimento de um jato axial. Em ambas as situações, Romanova et al. (2009) utilizaram apenas o campo magnético dipolar e axissimétrico da estrela. Os ventos cônicos formados apresentam um certo grau de colimação, mas esta colimação não é suficiente para explicar os jatos bem colimados que são observados sendo ejetados de ETTCs.

Alguns modelos de transferência radiativa já foram utilizados para calcular perfis de linha observados em ETTCs. O primeiro desses modelos a utilizar o paradigma da magneto-acreção, foi proposto por Hartmann et al. (1994, HHC). Nesse modelo o fluxo de acreção é descrito por uma geometria dipolar axissimétrica, e utiliza-se a aproximação de um átomo de dois-níveis e a aproximação de Sobolev para os cálculos de transferência radiativa. A aproximação de Sobolev (AS) é conhecida como a aproximação das "superfícies ressonantes com mesma velocidade", e será explicada de maneira mais detalhada na Seção 3.7. Esse modelo foi aperfeiçoado com a inclusão de um tratamento estatístico de multi-níveis no código original (Muzerolle et al. 1998a), e, alguns anos depois, com a inclusão de uma integração exata para o perfil de linha (Muzerolle et al. 2001). Esses modelos consideravam apenas as componentes magnetosférica e fotosférica do campo de radiação, e conseguiram reproduzir, apenas parcialmente, as formas e intensidades de algumas das linhas de Balmer e de Na D observadas. Nesses modelos, a fotosfera estelar e a parte interna do disco de acreção ocultam parte do gas que está sendo acrescido à estrela. Essas ocultações criam os perfis de linha assimétricos deslocados para o azul ou para o vermelho, dependendo da inclinação do sistema em relação à linha de visada. O plasma caindo em direção à estrela, através das colunas de acreção, então, produz os perfis P Cygni invertidos que são observados algumas vezes em ETTCs. Na Figura 1.6 temos exemplos de alguns perfis de linha que foram calculados por Muzerolle et al. (2001).

Alencar et al. (2005) demonstraram que os perfis de Hα, Hβ e Na D observados em RW Aur são melhor reproduzidos se os modelos de transferência radiativa incluirem, também, uma componente de vento de disco nos cálculos, e concluiram que esta componente é importante na formação de vários dos perfis de linha observados em ETTCs. Kurosawa et al. (2006, KHS) fo-

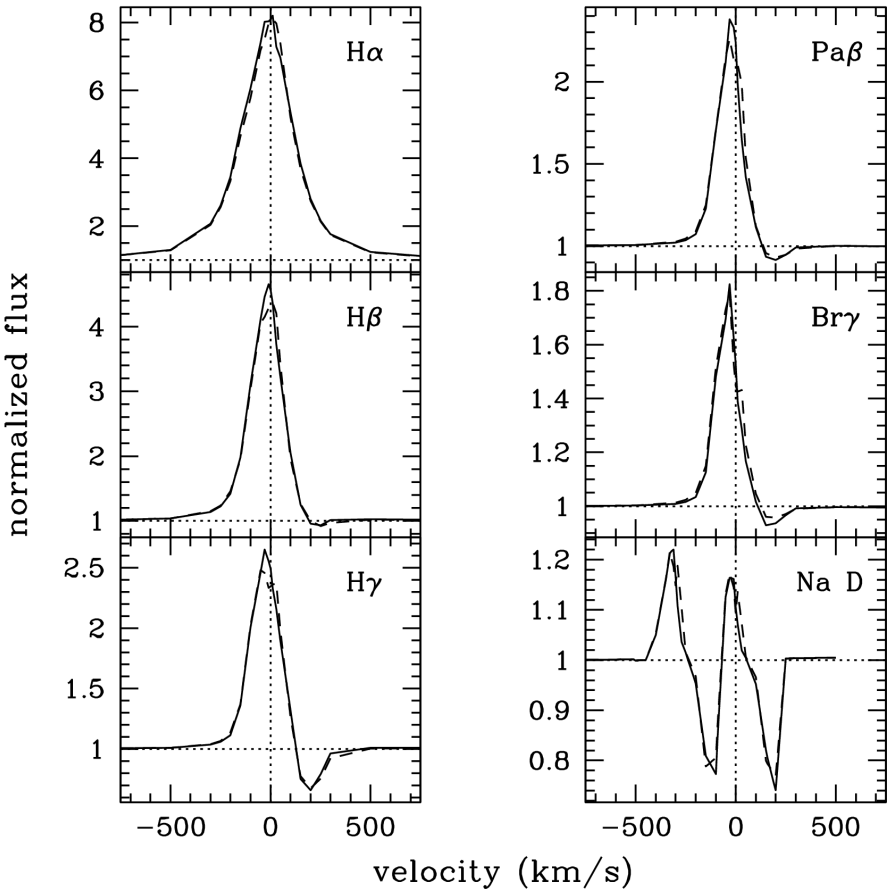

Figura 1.6: Perfis de algumas linhas calculados pelo modelo de Muzerolle et al. (2001), que considera apenas as componentes magnetosférica e fotosférica do campo de radiação. A linha cheia representa o perfil num sistema sem rotação, e a linha tracejada em um sistema com rotação.

ram os primeiros a utilizar um modelo onde foram considerados, ao mesmo tempo, os processos de magneto-acreção e vento de discos, baseado na solução auto-similar de Blandford & Payne (1982), com o qual conseguiram reproduzir vários dos tipos de perfis de Hα que são observados em ETTCs, como mostra a Figura 1.7. Entretanto, o seu modelo considera que as linhas de campo magnético, que atravessam o disco e aceleram o gás magneto-centrifugamente, são retas, e todas estas retas convergem a um ponto que se localiza logo abaixo do eixo de simetria do sistema. De acordo com o modelo de BP, para ocorrer o lançamento do vento de disco, o ângulo entre a eixo de rotação/simetria do sistema e a linha de campo magnético ao cortar o disco de acreção deve ser >30°. Várias das linhas de campo retas mais internas do modelo de KHS violam a condição necessária para o lançamento de vento de disco, linhas estas que são as mais importantes para a formação do perfil de linha na região do vento de disco, como será mostrado neste trabalho.

O principal objetivo desta tese foi adicionar uma componente de vento de disco ao modelo proposto por HHC, utilizando uma versão modificada da formulação de BP. E estudamos o espaço de parâmetros do novo modelo, tentando entender a dependência da linha de Hα em relação a cada um dos parâmetros. O uso de modelos de transferência radiativa como o modelo desenvolvido nesta tese é de suma importância para a compreensão das ETTCs. A reprodução, através dos modelos de transferência radiativa, de perfis de linha observados nesses objetos ajudam a caracterizar o meio circunstelar e os processos que ocorrem ao redor desse tipo de objetos

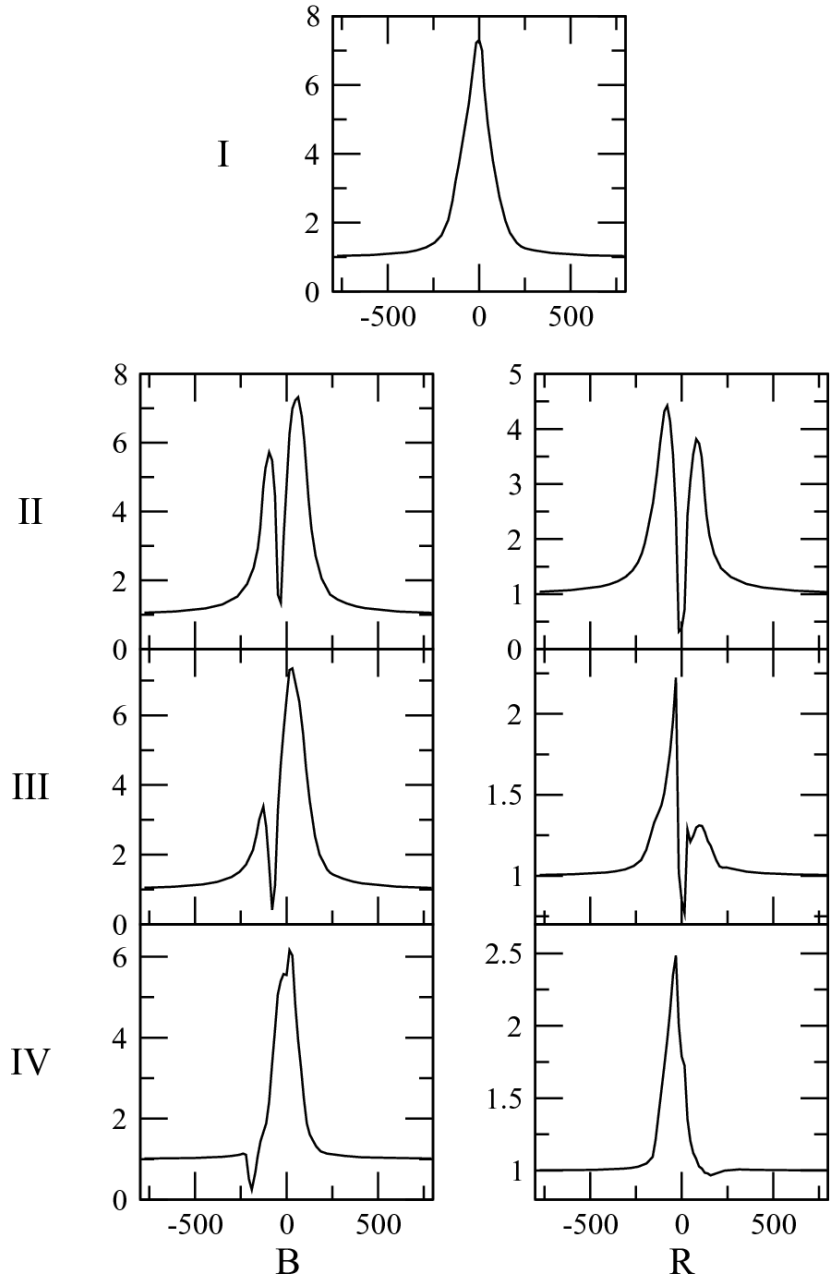

Figura 1.7: Alguns dos perfis de Hα calculados por Kurosawa et al. (2006) que, além das componentes de magneto-acreção e fotosférica, também considera a componente de vento de disco no campo de radiação.

jovens.

Os Capítulos 2 e 3 descrevem a teoria por trás do modelo, o Capítulo 4 descreve o modelo, e as mudanças necessárias para se incluir o vento de disco nos cálculos de transferência radiativa. No Capítulo 5, mostramos os resultados obtidos com o modelo, e no Capítulo 6, temos as conclusões do trabalho.

Capítulo 2

Fluxos Magneto-Hidrodinâmicos

2.1 Descrição Matemática

Nesta seção, serão expostos o tratamento matemático e os conceitos físicos que irão nos permitir obter informações importantes pertinentes ao comportamento do fluxo de matéria em presença de campos magnéticos. Antes de qualquer consideração, vamos escrever as Equações de Maxwell, na sua formulação microscópica, em unidades Gaussianas:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 4\pi\rho_{\mathrm{q}}, \tag{2.1}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \tag{2.2}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \tag{2.3}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \tag{2.4}$$

onde $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ são, respectivamente, o campo elétrico e o campo magnético em um referencial estático, $\boldsymbol{J}$ é a densidade de corrente elétrica, ρ_{q} é a densidade de carga elétrica e c é a velocidade da luz no vácuo. As equações representam, respectivamente, as leis de Gauss para o campo elétrico e campo magnético, a lei de indução elétrica de Faraday e a lei de Ampère.

Para simplificar o problema dos fluxos de matéria na presença de campos magnéticos, vamos considerar estes fluxos como axissimétricos (simetria azimutal) e independentes do tempo (fluxos estacionários), de modo que as derivadas parciais em relação ao tempo e à coordenada azimutal ϕ desapareçam das equações.

Nos sistemas estudados aqui, a matéria é um gás composto por uma fração suficientemente grande de elétrons e íons (plasma), de modo que podemos considerar o meio como tendo condutividade infinita, e, então, podemos simplificar ainda mais o problema, utilizando as equações de Magneto-Hidrodinâmica (MHD) em sua aproximação ideal. Na condição de MHD ideal, o termo de difusividade magnética é zero, e, portanto, não há difusão do campo magnético dentro do meio em questão, e podemos dizer que o campo magnético está congelado dentro do meio. Vamos começar a descrição de um fluxo estacionário, em MHD ideal, utilizando a equação da

continuidade, que na forma independente do tempo pode ser escrita como

$$\nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0, \tag{2.5}$$

onde ρ é a densidade de matéria e $\boldsymbol{v}$ é a velocidade do material dentro do fluxo. A segunda é a equação que relaciona o campo magnético $\boldsymbol{B}$ com a velocidade $\boldsymbol{v}$, e pode ser encontrada a partir da força de Lorentz agindo sobre o material

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right), \tag{2.6}$$

e considerando que a força de Lorentz que atua sobre o gás, no referencial do gás, é nula. Sendo $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ os campos elétrico e magnético em um referencial estático, essa condição nos diz que

$$\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) = 0. \tag{2.7}$$

Se o fluxo magnético é constante com o tempo, de acordo com a Eq. (2.3), $\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$, e, aplicando a Eq. (2.7), a equação de indutância magnética torna-se

$$\nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) = 0. \tag{2.8}$$

A equação de momento do material dentro do fluxo é

$$\rho\left[\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}\right] = -\rho \nabla \Phi + \frac{1}{c}(\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}) - \nabla \cdot \mathsf{P}. \tag{2.9}$$

Agora, Φ é o potencial gravitacional e P é o tensor de *stress*. Se dentro do meio, as partículas possuírem uma distribuição isotrópica e aleatória de velocidades relativas, podemos fazer $\nabla \cdot \mathsf{P} = \nabla p$, onde p é a pressão escalar no meio. Sabendo-se que, neste caso,

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J},$$

a Eq. (2.9) pode ser reduzida a

$$\rho(\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} = -\rho \nabla \Phi + \frac{1}{4\pi}(\nabla \times \boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{B} - \nabla p. \tag{2.10}$$

Finalmente, a última é a equação de fluxo magnético,

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0. \tag{2.11}$$

Vamos decompor o campo magnético e a velocidade em suas componentes poloidais e toroidais, que, numa geometria cilíndrica, correspondem aos vetores no plano (ϖ, z) e àqueles na direção $\hat{\boldsymbol{\phi}}$, respectivamente. Assim sendo,

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_{\rm p} + \boldsymbol{B}_{\phi}, \tag{2.12}$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_{\rm p} + \boldsymbol{v}_{\phi} \equiv \boldsymbol{v}_{\rm p} + \Omega \varpi \hat{\boldsymbol{\phi}}, \tag{2.13}$$

onde Ω é a velocidade angular e ϖ é a distância até o eixo z. Substituindo as Eqs. (2.12) e (2.13) em (2.8), teremos

$$\begin{aligned}
\nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) &= \nabla \times [(\boldsymbol{v}_{\rm p} + \boldsymbol{v}_{\phi}) \times (\boldsymbol{B}_{\rm p} + \boldsymbol{B}_{\phi})] \equiv \boldsymbol{0} \\
&= \nabla \times [(\boldsymbol{v}_{\rm p} \times \boldsymbol{B}_{\rm p}) + (\boldsymbol{v}_{\rm p} \times \boldsymbol{B}_{\phi} + \boldsymbol{v}_{\phi} \times \boldsymbol{B}_{\rm p})] \equiv \boldsymbol{0} \\
&\equiv \nabla \times (\boldsymbol{W}_{\phi} + \boldsymbol{W}_{\rm p}) \equiv \boldsymbol{0}.
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{W}_{\rm p}$ e $\boldsymbol{W}_\phi$ são as componentes poloidal e toroidal de $\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$, linearmente independentes, e

$$\nabla\times(\boldsymbol{W}_{\rm p}) = \nabla\times(\boldsymbol{v}_{\rm p}\times\boldsymbol{B}_\phi + \boldsymbol{v}_\phi\times\boldsymbol{B}_{\rm p}) \equiv \boldsymbol{0},$$
$$\nabla\times(\boldsymbol{W}_\phi) = \nabla\times(\boldsymbol{v}_{\rm p}\times\boldsymbol{B}_{\rm p}) \equiv \boldsymbol{0}.$$

Para que a última das relações acima seja verdade, $\boldsymbol{v}_{\rm p}\times\boldsymbol{B}_{\rm p} = \boldsymbol{0}$, portanto,

$$\boldsymbol{v}_{\rm p} = \kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_{\rm p}, \tag{2.14}$$

onde $\kappa_{\rm p}$ é uma constante de conversão de campo magnético para velocidade na direção poloidal. A Eq. (2.14) nos diz que a velocidade poloidal do gás deve estar alinhada com as linhas poloidais do campo magnético, ou seja, podemos dizer que as linhas de campo estão "congeladas"dentro do fluxo de matéria. Substituindo o valor de $\boldsymbol{v}_{\rm p}$ na relação para a componente poloidal do produto vetorial acima, vamos ter

$$\begin{aligned}\nabla\times(\boldsymbol{v}_{\rm p}\times\boldsymbol{B}_\phi + \boldsymbol{v}_\phi\times\boldsymbol{B}_{\rm p}) &= \nabla\times(\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_{\rm p}\times\boldsymbol{B}_\phi + \boldsymbol{v}_\phi\times\boldsymbol{B}_{\rm p})\\ &= \nabla\times[\boldsymbol{B}_{\rm p}\times(\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_\phi - \boldsymbol{v}_\phi)].\end{aligned}$$

Utilizando-se do fato de que $\boldsymbol{B}_{\rm p} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{B}_\phi$, e fazendo uso da identidade vetorial

$$\nabla\times(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}(\nabla\cdot\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{b}(\nabla\cdot\boldsymbol{a}) + (\boldsymbol{b}\cdot\nabla)\boldsymbol{a} - (\boldsymbol{a}\cdot\nabla)\boldsymbol{b},$$

podemos reescrever a equação acima como

$$\begin{aligned}\nabla\times\boldsymbol{W}_{\rm p} &= \nabla\times[\boldsymbol{B}\times(\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_\phi - \boldsymbol{v}_\phi)]\\ &= \boldsymbol{B}[\nabla\cdot(\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_\phi - \boldsymbol{v}_\phi)] + [(\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_\phi - \boldsymbol{v}_\phi)\cdot\nabla]\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{B}\cdot\nabla)(\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_\phi - \boldsymbol{v}_\phi) \equiv \boldsymbol{0}\\ &= \boldsymbol{B}\left[\frac{\partial}{\partial\phi}(\kappa_{\rm p}B_\phi - \boldsymbol{v}_\phi)\right] + \left[(\kappa_{\rm p}B_\phi - v_\phi)\frac{\partial}{\partial\phi}\right]\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{B}\cdot\nabla)(\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_\phi - \boldsymbol{v}_\phi) \equiv \boldsymbol{0}\end{aligned}$$

De acordo com a condição de axissimetria, $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{B}$ são independentes de ϕ, o que faz com que todas as derivadas $(\partial/\partial\phi)$ se anulem. Aplicando a axissimetria junto com a equação de Maxwell, $\nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0$, chega-se ao fato de que os dois primeiros termos desta equação se anulam. O que sobra é, então, apenas o último termo

$$\nabla\times(\boldsymbol{v}_{\rm p}\times\boldsymbol{B}_\phi + \boldsymbol{v}_\phi\times\boldsymbol{B}_{\rm p}) = -(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)(\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_\phi - \boldsymbol{v}_\phi) = (\boldsymbol{B}\cdot\nabla)(\boldsymbol{v}_\phi - \kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_\phi) \equiv \boldsymbol{0}.$$

Substituindo $\boldsymbol{v}_\phi = \Omega\varpi\hat{\boldsymbol{\phi}}$, encontraremos

$$\nabla\times(\boldsymbol{v}_{\rm p}\times\boldsymbol{B}_\phi + \boldsymbol{v}_\phi\times\boldsymbol{B}_{\rm p}) = \left[\varpi(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\left(\Omega - \frac{\kappa_{\rm p}B_\phi}{\varpi}\right)\right]\hat{\phi},$$

que implica em

$$\Omega - \frac{\kappa_{\rm p}B_\phi}{\varpi} = \Omega_l \equiv \text{constante}, \tag{2.15}$$

ou seja, Ω_l é uma constante ao longo de uma determinada linha de campo. Assim, no caso estacionário, as linhas de campo possuem padrão de rotação determinado por Ω_l. Vale ressaltar que Ω_l só se iguala à velocidade angular do gás, quando B_ϕ=0.

Considerando, agora, a equação de continuidade (2.5) e aplicando o mesmo tipo de manipulação matemática, teremos

$$\begin{aligned}
\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v}) &= \nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v}_{\rm p}+\rho\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\phi}}) \\
&= \nabla\cdot(\rho\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_{\rm p}+\rho\boldsymbol{v}_{\phi}) \\
&= \nabla\cdot(\rho\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_{\rm p}) = 0 \\
\nabla\cdot(\rho\kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_{\rm p}) &= (\rho\kappa_{\rm p})(\nabla\cdot\boldsymbol{B}_{\rm p})+\boldsymbol{B}_{\rm p}\cdot\nabla(\rho\kappa_{\rm p}) \\
&= \boldsymbol{B}_{\rm p}\cdot\nabla(\rho\kappa_{\rm p})\equiv 0,
\end{aligned}$$

que implica em

$$\rho\kappa_{\rm p}=\rho\frac{v_{\rm p}}{B_p}=\eta_{\rm p}\equiv\text{constante}, \tag{2.16}$$

onde $\eta_{\rm p}$ representa a razão entre os fluxos de massa e de campo magnético ao longo da direção poloidal, constante ao longo de uma linha de campo magnético nesta direção.

A componente toroidal da equação de momento (2.10), no caso axissimétrico, é

$$\begin{aligned}
\rho(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)v_{\phi} &= -\rho\left(\frac{1}{\varpi}\frac{\partial}{\partial\phi}\Phi\right)-\left(\frac{1}{\varpi}\frac{\partial}{\partial\phi}p\right)+\frac{1}{4\pi}\left[(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}\right]_{\phi} \\
\Rightarrow\rho\varpi(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)v_{\phi} &= -\rho\frac{\partial}{\partial\phi}\Phi-\frac{\partial}{\partial\phi}p+\frac{\varpi}{4\pi}\left[(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}\right]_{\phi} \\
&= \frac{\varpi}{4\pi}\left[(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}\right]_{\phi},
\end{aligned}$$

e, lembrando da relação vetorial que diz que

$$(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\boldsymbol{B}-\nabla B^2,$$

a componente toroidal do momento se reduz a

$$\rho(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\varpi v_{\phi}=\frac{1}{4\pi}(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\varpi B_{\phi},$$

que, após algumas manipulações, semelhantes às já feitas anteriormente, nos dá uma nova constante ao longo de $\boldsymbol{B}_{\rm p}$,

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{B}_{\rm p}\cdot\nabla\left(\rho\kappa_{\rm p}\varpi^2\Omega-\frac{\varpi B_{\phi}}{4\pi}\right)=0 \\
\Longrightarrow\ &\varpi^2\Omega-\frac{\varpi B_{\phi}}{4\pi\eta_{\rm p}}=l\equiv\text{constante},
\end{aligned} \tag{2.17}$$

em que o primeiro termo é o momento angular específico transportado pelo gás, e o segundo termo é o momento angular específico transportado pelo campo magnético. O valor de l, então, representa o momento angular específico total transportado pelo fluxo de matéria. Como o segundo termo só será diferente de zero se $B_{\phi}\neq 0$, para o campo magnético exercer um torque no sistema, ele deve se curvar na direção de rotação.

Combinando as Eqs. (2.15) e (2.17), achamos l em função de Ω_l, e podemos encontrar uma equação para a velocidade angular do gás,

$$\begin{aligned}
l &= \varpi^2\Omega-\frac{\varpi^2}{4\pi\eta_{\rm p}\kappa_{\rm p}}(\Omega-\Omega_l) \\
\Longrightarrow\ \Omega &= \frac{\Omega_l-(4\pi\eta_{\rm p}^2/\rho)(l/\varpi^2)}{1-(4\pi\eta_{\rm p}^2/\rho)}.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Nota-se que o parâmetro

$$\frac{4\pi\eta_{\rm p}^2}{\rho} = \frac{4\pi\rho v_{\rm p}^2}{B_{\rm p}^2}$$

controla o movimento azimutal do sistema, e representa a razão entre a pressão dinâmica do fluxo e a pressão magnética, ambas na direção poloidal. Se temos um campo magnético muito forte, o gás é forçado a girar na mesma velocidade, $\Omega \rightarrow \Omega_l$; no caso em que a pressão dinâmica é muito maior que a pressão magnética, $\Omega \rightarrow l/\varpi^2$, ou seja o gás conserva seu momento angular ao longo das linhas de campo magnético.

A equação (2.18) possui um ponto de singularidade, quando

$$\frac{4\pi\eta_{\rm p}^2}{\rho} = \frac{4\pi\rho v_{\rm p}^2}{B_{\rm p}^2} = 1.$$

A singularidade, neste caso, ocorre quando a velocidade poloidal do fluxo se iguala à velocidade de Alfvén, $v_{\rm A}^2 = B_{\rm p}^2/4\pi\rho$, que corresponde à velocidade com que uma onda transversal se propaga ao longo das linhas de campo magnético. O ponto onde esta singularidade ocorre é denominado de ponto ou raio de Alfvén, $R_{\rm A}$. Se quisermos obter soluções suaves que passem por este ponto, o numerador da Eq. (2.18) também deve anular-se neste ponto, ou seja

$$l = R_{\rm A}^2 \Omega_l. \tag{2.19}$$

Cada uma das linhas de campo magnético possui um ponto de Alfvén diferente, e o conjunto destes pontos forma a *superfície de Alfvén*. A única solução suave, indicada pela Eq. (2.19), diz que o momento angular total carregado ao longo de uma linha de fluxo é, então, igual ao valor que o gás teria se girasse à mesma velocidade angular que na base do fluxo mas a um raio $R_{\rm A}$.

A terceira, e última, constante de movimento é obtida multiplicando-se a Eq. (2.10) por $\boldsymbol{v}$,

$$\rho\boldsymbol{v}\cdot(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -\rho\boldsymbol{v}\cdot\nabla\Phi - \boldsymbol{v}\cdot\nabla p + \boldsymbol{v}\cdot\frac{1}{4\pi}(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}, \tag{2.20}$$

ou, após algumas transformações,

$$\rho\boldsymbol{v}\cdot\nabla\left[\frac{v^2}{2} + \frac{\nabla p}{\rho} - \frac{GM_*}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}} - \varpi^2\Omega_l\Omega\right] = 0, \tag{2.21}$$

onde z é a altura do ponto em relação ao plano xy. No caso de um fluxo isotérmico, $p = c_{\rm s}^2\rho$, onde $c_{\rm s}$ é a velocidade do som, constante, e podemos simplificar mais ainda, escrevendo

$$\rho\boldsymbol{v}\cdot\nabla\left[\frac{v^2}{2} + c_{\rm s}^2\ln\rho - \frac{GM_*}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}} - \varpi^2\Omega_l\Omega\right] = 0.$$

Logo,

$$e = \frac{v^2}{2} + c_{\rm s}^2\ln\rho - \frac{GM_*}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}} - \varpi^2\Omega_l\Omega \ = \text{constante}. \tag{2.22}$$

Está é a famosa *constante de Bernoulli*, que representa a energia ao longo da direção de movimento, ou de uma linha de fluxo de matéria. Entretanto, o fluxo não é isotérmico, mas devido a considerações que serão feitas adiante, o termo térmico deixa de ser importante para a energia total dentro do fluxo, e, por simplicidade, continuaremos a trabalhar com a forma dada pela

Eq. (2.22). O último termo da Eq. (2.20) aparece devido aos efeitos do campo magnético

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}\cdot\frac{(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}}{4\pi} &= \nabla\cdot\left[\frac{1}{4\pi}(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}\right] = -\nabla\cdot\left(\frac{c}{4\pi}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}\right) \\ &= \nabla\cdot\left(\frac{\Omega_l\varpi B_\phi \boldsymbol{B}_\mathrm{p}}{4\pi}\right) = \nabla\cdot(\rho\kappa_\mathrm{p}\boldsymbol{B}_\mathrm{p}\varpi^2\Omega_l\Omega) = \nabla\cdot\left[\rho\boldsymbol{v}(\varpi^2\Omega_l\Omega)\right]. \end{aligned} \tag{2.23}$$

A Eq. (2.23) pode ser escrita como sendo o divergente do vetor de Poynting, ou seja, representa o fluxo de energia eletromagnética do sistema. Na ausência da pressão térmica do gás, este é o termo responsável pela aceleração do material que está sendo ejetado.

Fazendo a decomposição da velocidade $\boldsymbol{v}$ em suas componentes azimutal e poloidal, teremos que $v^2{=}v_p^2 + (\Omega\varpi)^2$. Substituindo na Eq. (2.22), obtemos

$$e = \frac{v_p^2}{2} + c_\mathrm{s}^2\ln\rho - \frac{GM_*}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}} + \frac{\varpi^2\Omega^2}{2} - \varpi^2\Omega_l\Omega, \tag{2.24}$$

que, sob a aproximação de campos fortes, $\Omega{\simeq}\Omega_l$, torna-se

$$e = \frac{v_\mathrm{p}^2}{2} + c_\mathrm{s}^2\ln\rho - \frac{GM_*}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}} - \frac{\varpi^2\Omega_l^2}{2} = \frac{v_\mathrm{p}^2}{2} + c_\mathrm{s}^2\ln\rho - \Phi'. \tag{2.25}$$

O termo Φ' é chamado de *potencial efetivo* e contém as contribuições magnética e rotacional para a equação de energia. Pode-se notar que o potencial efetivo torna-se cada vez mais negativo à medida que o fluxo percorre a linha de campo considerada. Para que a energia se mantenha constante ao longo dessa linha, a velocidade v_p deve aumentar, ou seja, o material deve ser acelerado à medida que percorre a linha. A aproximação de campos fortes é válida apenas até a superfície de Alfvén; além desta superfície, a condição de corrotação não é mais válida.

As equações acima serão utilizadas para descrever os processos de acreção magnetosférica e de ventos magneto-centrífugos em estrelas T Tauri estudados neste trabalho. Apesar de todas as aproximações feitas, elas são, geralmente, válidas nos meios e processos estudados aqui.

2.2 Acreção Magnetosférica

O modelo de acreção magnetosférica, descrita a seguir na seção 2.2.1, é utilizado para explicar o processo de acreção em vários tipos de objetos compactos, como a acreção em anãs brancas (estrelas do tipo AM Her, e.g. Warner (2004)), em pulsares (fontes de raios-X pulsantes, Ghosh & Lamb, 1979a), em buracos negros no centro de AGNs e microquasares (Koide et al. 1999), e em estrelas T Tauri. O modelo de acreção magnetosférica utilizado para as ETTC foi adaptado a partir do modelo para pulsares de Ghosh & Lamb (1979a). Utilizando esse modelo, e considerando que, em larga escala, a componente do campo magnético predominante na região da magnetosfera é a dipolar, Camenzind (1990) e Koenigl (1991) mostraram que, para valores típicos de 10^{-9} a $10^{-7}\mathrm{M}_\odot$/ano para a taxa de acreção de massa, o disco circunstelar é truncado pela magnetosfera da estrela a uma distância de poucos raios estelares acima da superfície da estrela. Mas, para que este processo ocorra, é necessário que o campo magnético do objeto seja suficientemente forte para alterar o fluxo de acreção no disco circunstelar numa região próxima à estrela.

Através de técnicas atuais, baseadas no efeito Zeeman, é possível medir tanto a intensidade média quanto a topologia do campo magnético de um objeto. A intensidade média do

campo magnético pode ser encontrada através do alargamento Zeeman de linhas magneticamente sensíveis, enquanto a topologia das linhas pode ser encontrada do estudo da polarização circular destas mesmas linhas sensíveis a campos magnéticos. Vários estudos recentes em ETTCs utilizam estas técnicas. Através do alargamento Zeeman de linhas fotosféricas de várias ETTCs, foram obtidos valores médios para intensidade do campo magnético na superfície da maioria das estrelas T Tauri estudadas de $\simeq$2,5 kG (Johns-Krull et al. 1999b; Symington et al. 2005; Johns-Krull 2007), com valores que podem ir de 4 kG a 6 kG em algumas regiões, indicando intensidades de campo magnético em estrelas T Tauri invariavelmente fortes. Medidas de polarização circular nas linhas de absorção fotosféricas nestes objetos não revelaram nenhum tipo de polarização nas linhas, o que é indício de uma complexa topologia das linhas de campo magnético na superfície da estrela, que produz polarização resultante nula nestas linhas (e.g., Donati et al. 1997; Johns-Krull et al. 1999a; Valenti & Johns-Krull 2004). Entretanto, foi observada polarização circular nas linhas de emissão de He I 5876 Å em várias ETTCs (Valenti & Johns-Krull 2004; Symington et al. 2005), que é uma linha diretamente associada com a região de choque do funil de acreção com a estrela, e que é um indício forte da existência da componente com alguma polarização do campo magnético em uma pequena região na superfície da estrela.

Tudo isso nos diz que as ETTCs têm campos magnéticos bastante irregulares e fortes em sua superfície, e, em algumas regiões, fica clara a existência de uma componente que se sobressai sobre as outras, onde é produzida a polarização circular que se observa em algumas linhas de emissão. As linhas de emissão que sofrem a polarização circular são produzidas na região de choque de acreção, ou seja, existe uma componente do campo magnético que se sobressai, e que está próxima à região onde ocorre o choque do material em queda com a superfície da estrela. As intensidades medidas para o campo magnético são fortes o suficiente para que ocorra o truncamento do disco de acreção, numa região de alguns raios estelares acima da superfície da estrela. Todos estes fatos corroboram o modelo de magneto-acreção em ETTCs.

Existem evidências espectroscópicas que, também, fortalecem o cenário da magneto-acreção. As linhas de emissão permitidas observadas em várias ETTCs possuem sempre larguras que indicam velocidades para o material circunstelar da ordem de centenas de km s^{-1}, que correspondem às velocidades adquiridas pelo material, caso inicie a queda em direção à estrela de uma altura de alguns raios estelares. As linhas mais energéticas da série de Balmer têm uma tendência maior de mostrar uma componente de absorção deslocada para o vermelho, ou seja, de exibir um perfil P Cygni invertido, sinal de que estas linhas são formadas numa região onde o material está em queda na direção da estrela (Edwards et al. 1994). Tudo isto indica a existência de um fluxo de gás/plasma em queda na direção da estrela, partindo de uma altura de alguns raios estelares.

Todos estes fatores ajudaram a dar uma base bastante sólida para o cenário da magneto-acreção. Para confirmar esta teoria, começaram a surgir vários modelos de transferência radiativa para simular a formação de diversas linhas, principalmente as linhas da série de Balmer. Mas antes de discutir estes modelos de transferência radiativa, para um melhor entendimento de todo o processo, é necessário tratar matematicamente o problema da acreção magnetosférica.

2.2.1 Modelo de Acreção Magnetosférica

Para entendermos como funciona o modelo de acreção magnetosférica, vamos, primeiramente, supor que a componente principal do campo magnético estelar seja a componente dipolar, e que todas as outras componentes sejam desprezíveis na região onde ocorre o truncamento do disco. Se a intensidade deste campo magnético B da estrela for suficientemente alta, haverá uma distância dentro do disco de acreção onde a pressão magnética ($p_{\rm B}$=$B^2/8\pi$) ultrapassará o

valor da pressão dinâmica do material sofrendo acreção ($p_{\rm din}$=$1/2\rho v^2$, onde ρ é a densidade e v a velocidade do material). Esta distância é o raio de truncamento do disco $R_{\rm T}$. Para raios menores que o raio de truncamento, o movimento do material do disco, caso este esteja suficientemente ionizado, passará a ser controlado principalmente pelo campo magnético da estrela, ou seja o material passará a seguir as linhas de campo indo em direção à fotosfera da estrela.

O truncamento do disco circunstelar, então, ocorre quando

$$\frac{B^2}{8\pi} = \frac{\rho v^2}{2}. \tag{2.26}$$

Considerando, inicialmente, que a acreção seja esférica, a Eq. (2.26) pode ser reescrita como

$$B^2 = \frac{\dot{M}_{\rm acr} v}{R_{\rm T}^2}, \tag{2.27}$$

onde $\dot{M}_{\rm acr}$ é a taxa de acreção de massa. Também vamos considerar que o campo é totalmente dipolar ao redor de $R_{\rm T}$, podendo ser escrito como $B(r)$=$B_*(R_*/r)^3$, sendo B_* o campo magnético na superfície da estrela, e R_* o raio da estrela. Utilizando como a velocidade do material a velocidade de queda livre, o raio de truncamento pode ser calculado através da relação,

$$\frac{R_{\rm T}}{R_*} = \left(\frac{B_*^4 R_*^5}{2GM_* \dot{M}_{\rm acr}^2} \right)^{1/7}, \tag{2.28}$$

onde G é a constante gravitacional, e M_* a massa da estrela. Com propriedades de uma estrela T Tauri típica (M_*=0,5 $\rm M_\odot$, R_*=2,0 $\rm R_\odot$ e $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-8} $\rm M_\odot$/ano), e B_*=1 kG, encontramos $R_{\rm T}$≈7$\rm R_\odot$.

Apesar da relação acima ter sido calculada para o caso de acreção esférica, a razão entre os parâmetros da estrela e da acreção continuam valendo para acreção não-esférica, sendo necessário apenas que se multiplique a relação por um fator Γ, com valor da ordem de unidade. O material em um disco de acreção está em orbita ao redor da estrela girando com velocidade Kepleriana, que é um fator de $\sqrt{2}$ menor que a velocidade de queda livre, e muito maior que sua velocidade radial. Para que seja mantida a mesma taxa de acreção de massa do caso da acreção esférica, a densidade no disco deve ser bem mais alta, o que implica que a pressão dinâmica do material é, também, muito mais alta que no caso da acreção esférica, ou seja, o raio de truncamento do disco estará bem mais próximo à estrela. Portanto, a Eq. (2.28) nos dá o limite superior para o valor do raio de truncamento do sistema.

O raio no disco de acreção onde sua velocidade angular se iguala à velocidade angular da estrela é chamado de raio de corrotação ($R_{\rm co}$). Aceita-se que campos magnéticos são uma maneira eficiente de se transportar momento angular. Com base nisso, podemos dizer que linhas magnéticas ligando a estrela a uma região do disco exterior ao raio de corrotação terão uma tendência de transferir momento angular da estrela para o disco, desacelerando o giro da estrela, e acelerando o giro do disco. Esta é uma das maneiras que a estrela tem para perder momento angular durante sua evolução até a sequência principal. Na região fora de $R_{\rm co}$, a velocidade angular das linhas de campo magnético (que giram com a mesma velocidade que a estrela), é maior que a do disco. Então, quando o material passa a seguir as linhas de campo para ir em direção a estrela, sua velocidade angular aumenta e ele passa a girar com velocidade superior à velocidade Kepleriana; consequentemente, a força centrífuga sobre o material passa a ser maior que a força gravitacional, o que faz o material ir para uma região mais exterior do disco, impedindo o processo de acreção. Este efeito pode ser mostrado a partir da equação de Bernoulli,

(2.25), na aproximação de campos magnéticos fortes, e desprezando o termo de pressão térmica. Derivando-a em relação ao raio, na região ao redor do raio de truncamento, temos

$$v_{\rm p}\frac{dv_{\rm p}}{d\varpi} = -\frac{GM_*}{R_{\rm T}^2} + R_{\rm T}\Omega_0^2 = -\frac{GM_*}{R_{\rm T}^2}(1 - f_\Omega^2), \tag{2.29}$$

onde

$$f_\Omega = \frac{\Omega_0}{\Omega_{\rm T}} = \left(\frac{R_{\rm T}}{R_{\rm co}}\right)^{3/2}, \tag{2.30}$$

Note que, se f_Ω>1, ou seja, $R_{\rm T}$>$R_{\rm co}$, o sinal da aceleração será positivo e o gás se moverá radialmente para o exterior do disco. Para que ocorra a acreção através das linhas de campo magnético, então $R_{\rm T}$<$R_{\rm co}$, e, com isso, há transferência de momento angular do disco para a estrela, o que faz o giro da estrela aumentar. Portanto, o valor de $R_{\rm T}$ em relação a $R_{\rm co}$ é muito importante na determinação da velocidade angular da estrela, e será o valor da taxa de rotação Kepleriana, onde o disco é truncado pelo campo magnético, que determinará a taxa de rotação da estrela. Essa teoria é geralmente conhecida como *"disk locking"* ou "travamento de disco".

Observações indicam que muitas ETTCs têm período de rotação que variam de 7 a 10 dias (Bouvier et al. 1993, 1995; Herbst et al. 2002), e durante sua evolução até a sequência principal, estas estrelas ainda tendem a perder parte de seu momento angular. Para que seja mantida uma situação de equilíbrio, onde essas estrelas continuem girando lentamente, é necessário que linhas de campo magnético cruzem o disco na região exterior ao raio de corrotação, ao mesmo tempo que a acreção ocorre seguindo as linhas na região interior a esse raio. A solução desse problema foi proposta por Ghosh & Lamb (1979b), que postularam uma região finita do disco, atravessada pelas linhas de campo magnético estelar, começando em um raio interior ao raio de corrotação e indo até um raio exterior ao mesmo. Uma diferença, mesmo pequena, entre as velocidades de rotação do disco e do campo magnético provoca dentro de alguns ciclos um processo de reconexão magnética[1] (van Ballegooijen 1994; Aly & Kuijpers 1990). Essas reconexões liberam a energia magnética armazenada nas linhas de campo, gerando, talvez, erupções altamente energéticas e/ou o aquecimento da matéria nos funis de acreção ou mesmo no disco.

Ao utilizar a equação de Bernoulli, escrita como na Eq. (2.25), já estamos utilizando a aproximação de MHD ideal para o sistema. As densidades dentro dos fluxos de acreção, combinadas com as altas temperaturas encontradas dentro desta região, acabam implicando numa alta densidade eletrônica e, consequentemente, numa alta condutividade do meio, e por isto podemos utilizar esse tipo de aproximação para estudar esse tipo de sistema. A partir da equação de Bernoulli, então, fica fácil calcular o campo de velocidades dentro do funil de acreção, e assim torna-se, também, fácil calcular as outras grandezas observáveis nesta região. Novamente, considerando o limite onde o campo magnético é forte o suficiente para manter o gás girando à velocidade de corrotação na magnetosfera, e desprezando o termo de pressão térmica, podemos encontrar a velocidade do gás a uma distância R ao longo de uma linha de campo que corta o disco perto do raio de truncamento $R_{\rm T}$,

$$v_{\rm p}^2 \simeq \frac{2GM_*}{r}\left(1 - \frac{r}{R_{\rm T}}\right) + \Omega_0^2(\varpi^2 - R_{\rm T}^2), \tag{2.31}$$

[1] A reconexão magnética é um processo de reconfiguração dinâmica das linhas de campo magnético que ocorre quando linhas de diferentes polaridades aproximam-se muito uma das outras e acabam se unindo, liberando assim a energia magnética acumulada nestas linhas. O processo de reconexão aparece somente quando consideramos um meio de condutividade elétrica finita, ou seja, MHD não ideal.

com $r = \sqrt{\varpi^2 + z^2}$. Se o raio de truncamento, R_T, estiver próximo ao raio de corrotação, R_co,

$$v_\mathrm{p}^2 \simeq \frac{2GM_*}{r}\left(1 - \frac{r}{R_\mathrm{T}}\right) + \frac{GM_*}{R_\mathrm{T}}\left(\frac{\varpi^2}{R_\mathrm{T}^2} - 1\right). \tag{2.32}$$

Como a maioria das ETTCs gira lentamente, $R_\mathrm{co} \simeq R_\mathrm{T} \gg R_*$, e, numa primeira aproximação, pode-se ignorar a velocidade azimutal. Nesse caso a velocidade poloidal é a velocidade de queda-livre,

$$v_\mathrm{p} = \left[\frac{2GM_*}{R_*}\left(\frac{R_*}{r} - \frac{R_*}{R_\mathrm{T}}\right)\right]^{1/2}, \tag{2.33}$$

onde R_* é o raio da estrela. Vamos considerar que a componente dipolar do campo magnético é a dominante; neste caso, podemos dizer que o campo magnético poloidal B_p é representado pelas linhas de um dipolo. O módulo do campo magnético de um dipolo, alinhado com o seu eixo, pode ser escrito em coordenadas esféricas como

$$B_\mathrm{p}(r, \theta) = m_\mathrm{B} r^{-3} (4 - 3\,\mathrm{sen}^{\,2}\theta)^{1/2}, \tag{2.34}$$

onde m_B é o momento de dipolo magnético. Uma determinada linha de campo, passando por r e chegando até a superfície da estrela, é definida por

$$\frac{r}{\mathrm{sen}^{\,2}\theta} = \frac{R_*}{\mathrm{sen}^{\,2}\theta_\mathrm{s}} \equiv \text{constante}, \tag{2.35}$$

onde θ_s é o ângulo da posição na qual a linha de campo está ancorada na superfície da estrela. Se, ao invés do ponto onde a linha chega na estrela, utilizarmos o ponto onde a linha cruza o disco de acreção ($\theta = \pi/2$), r_m, a equação acima pode ser reescrita como

$$r = r_\mathrm{m}\,\mathrm{sen}^{\,2}\theta. \tag{2.36}$$

A Figura 2.1 mostra um esquema da magnetosfera. O valor de r_m está limitado pelos valores de r_mi e r_mo, raios por onde passam as linhas que limitam a região do funil de acreção. As linhas limites chegam à superfície da estrela entre os ângulos θ_i e θ_o, dos pontos onde se ancoram as linhas definidas por r_mo e r_mi, respectivamente.

Em coordenadas cilíndricas, as componentes em ϖ e em z do campo magnético são,

$$B_\varpi = \frac{3m_\mathrm{B}\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\theta}{\varpi^3}, \tag{2.37}$$

$$B_\mathrm{z} = \frac{m_\mathrm{B}(3\cos^2\theta - 1)}{\varpi^3}. \tag{2.38}$$

Ao utilizarmos a condição de MHD ideal, a Eq. (2.14) torna-se válida, e, portanto, podemos dizer que o fluxo de matéria está acoplado ao campo magnético, ou seja, a velocidade poloidal $\boldsymbol{v}_\mathrm{p}$ é paralela às linhas de campo. Se fizermos $y = r/r_\mathrm{m} = \mathrm{sen}^{\,2}\theta$,

$$\boldsymbol{v}_\mathrm{p} = -v_\mathrm{p}\left[\frac{3y^{1/2}(1-y)^{1/2}\hat{\boldsymbol{\varpi}} + (2-3y)\hat{\boldsymbol{z}}}{(4-3y)^{1/2}}\right]. \tag{2.39}$$

De acordo com a Eq. (2.16), da continuidade, podemos encontrar que a densidade ao longo das linhas de campo magnético, ρ, é

$$\rho = \frac{\eta_\mathrm{p} B_\mathrm{p}}{v_\mathrm{p}}, \tag{2.40}$$

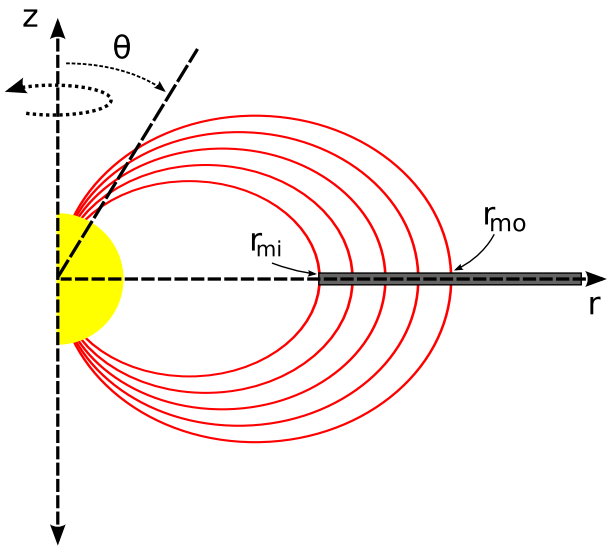

Figura 2.1: Esquema da magnetosfera projetada no plano poloidal. O círculo amarelo representa a fotosfera da estrela, o retângulo cinza representa o disco, e as linhas vermelhas representam as linhas de campo magnético dipolares que saem da estrela. As linhas que cruzam o disco em $r_{\rm mi}$ e $r_{\rm mo}$ delimitam a magnetosfera.

e, substituindo as Eqs. (2.33) e (2.34), encontrarmos que

$$\rho(r,\theta) = \frac{\eta_{\rm p} m_{\rm B}}{r^3} \frac{(4-3y)^{1/2}}{(2GM_*/R_*)^{1/2}(R_*/r - R_*/r_{\rm m})^{1/2}}. \tag{2.41}$$

Caso se saiba o valor da taxa de acreção de massa, $\dot{M}_{\rm acr}$, é possível encontrar a densidade, $\rho(R_*)$, na superfície da estrela, sem a necessidade de se saber o valor do momento de dipolo magnético da estrela. A taxa de acreção de massa pode ser dada por

$$\dot{M}_{\rm acr} = 2\int_{\theta_{\rm o}}^{\theta_{\rm i}} 2\pi R_*^2 \,\mathrm{sen}\,\theta \mathrm{d}\theta \rho(R_*) v_{\rm r}(R_*), \tag{2.42}$$

onde $v_{\rm r}$ é a componente radial esférica da velocidade, e $\theta_{\rm i}$ e $\theta_{\rm o}$ são os ângulos onde as linhas que passam por $r_{\rm mi}$ e $r_{\rm mo}$ encontram a superfície da estrela, respectivamente, e que delimitam a região dos anéis de acreção. Como existem anéis de acreção nos dois hemisférios da estrela, multiplicamos o valor da integral por um fator 2. Pela Eq. (2.40), podemos tirar a relação $\rho(R_*)v_{\rm r}(R_*)=\eta_{\rm p}B_{\rm r}(R_*)$, e substituí-la na Eq. (2.42), obtendo

$$\dot{M}_{\rm acr} = 2\int_{\theta_{\rm o}}^{\theta_{\rm i}} 2\pi R_*^2 \,\mathrm{sen}\,\theta \mathrm{d}\theta \eta_{\rm p} B_{\rm r}(R_*). \tag{2.43}$$

$B_{\rm r}$ é a componente radial em coordenadas esférica do campo magnético, que para um campo de dipolo pode ser escrita como $B_{\rm r}(r,\theta)=2m_{\rm B}R^{-3}\cos\theta$. Para simplificar, consideremos que o valor de $\eta_{\rm p}$ seja o mesmo para todas as linhas de campo (Hartmann, Hewett, & Calvet 1994). Assim,

$$\dot{M}_{\rm acr} = 8\pi\frac{\eta_{\rm p} m_{\rm B}}{R_*}\int_{\theta_{\rm o}}^{\theta_{\rm i}} \mathrm{sen}\,\theta\cos\theta \mathrm{d}\theta = 4\pi\frac{\eta_{\rm p} m_{\rm B}}{R_*}\left(\frac{R_*}{r_{\rm mi}} - \frac{R_*}{r_{\rm mo}}\right). \tag{2.44}$$

Isolando o valor de $\eta_{\rm p}m_{\rm B}$ na equação acima, e substituindo-o na Eq. (2.41), encontramos uma nova função para a densidade dentro da coluna de acreção, que depende do valor de $\dot{M}_{\rm acr}$,

$$\rho(r,\theta) = \frac{\dot{M}_{\rm acr}R_*}{4\pi\,(R_*/r_{\rm mi} - R_*/r_{\rm mo})} \frac{r^{-5/2}}{(2GM_*)^{1/2}} \frac{(4-3y)^{1/2}}{(1-y)^{1/2}}. \tag{2.45}$$

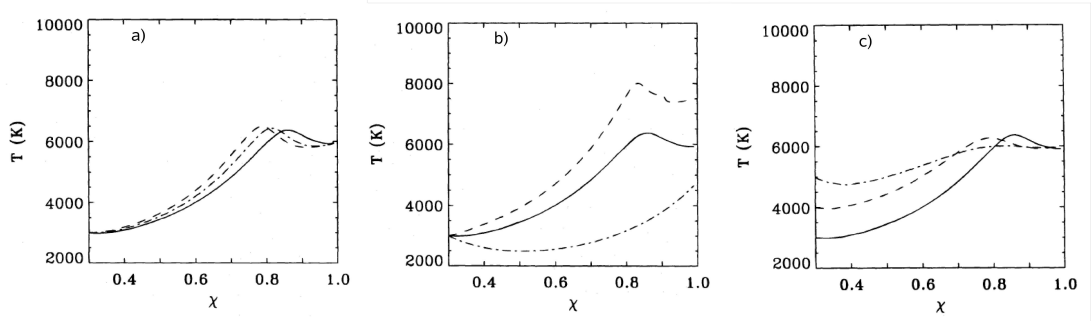

Figura 2.2: Alguns exemplos de estrutura de temperatura dentro das colunas de acreção segundo Martin (1996). (a) Estrutura de temperatura em diferentes linhas de fluxo. Linha cheia: r_0=$r_{\rm mi}$; linha traço-pontilhada: r_0 = ($r_{\rm mi}$ + $r_{\rm mo}$)/2; linha tracejada: r_0=$r_{\rm mo}$. (b) Estrutura de temperatura ao longo de r_0=$r_{\rm mi}$, para diferentes taxas de acreção. Linha cheia: $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-7} $M_\odot$/ano; linha traço-pontilhada: $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-6} $M_\odot$/ano; linha tracejada: $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-8} $M_\odot$/ano. (c) Estrutura de temperatura ao longo de r_0=$r_{\rm mi}$, para diferentes temperaturas inicias (na base do disco de acreção). Linha cheia: T_0=3000 K; linha tracejada: T_0=4000 K; linha traçada-pontilhada: T_0=5000 K.

A estrutura da temperatura dentro das colunas de acreção ainda é uma grande incógnita. Segundo Martin (1996), os mecanismos reguladores de temperatura mais importantes dentro do funil de acreção são o aquecimento adiabático, o resfriamento devido à radiação *"bremsstrahlung"*, e as linhas de emissão de Ca II e Mg II. A Figura 2.2 mostra exemplos de perfis de temperatura, calculados por Martin (1996). Nela χ é a razão entre o comprimento do caminho medido de r=r_0, θ=$\pi/2$ (o raio onde uma determinada linha de campo cruza o plano do disco) e o comprimento total da linha de fluxo. χ=0,3 representa o início do fluxo, pouco acima do disco de acreção, e χ=1 representa o fluxo já chegando à fotosfera da estrela. Entretanto, o uso desses perfis de temperatura nos modelos de transferência radiativa para o cálculo de perfis de linha (Muzerolle, Calvet, & Hartmann 1998a), não conseguiu reproduzir os perfis de linha observados.

A lei de temperatura utilizada por Hartmann, Hewett, & Calvet (1994) se baseia numa taxa $Q_{\rm T}$ de aquecimento volumétrico ($\propto r^{-3}$) combinada com um esquema para a taxa de resfriamento radiativo $\Lambda(T)$ (Hartmann, Avrett, & Edwards 1982), e leva a uma estrutura de temperatura que é proporcional a ρ^{-2} da seguinte forma

$$\Lambda(T) = \frac{Q_{\rm T}}{n_{\rm e} n_{\rm H}} = \frac{Q_{\rm T}\, f_\rho (\mu M_{\rm H})}{\rho^2}, \tag{2.46}$$

onde $Q_{\rm T}(r)$=$Q_{\rm T,0}(r_0^3/r^3)$, $Q_{\rm T,0}$ é a taxa de aquecimento volumétrico a uma distância r_0 da estrela, $n_{\rm e}$ e $n_{\rm H}$ são as densidades populacionais de elétrons e de hidrogênio, ($\mu M_{\rm H}$) é o peso molecular médio por partícula, e f_ρ é a constante de proporcionalidade entre a densidade total de partículas e $n_{\rm e} n_{\rm H}$. Sabendo o valor de $\Lambda(T)$ (unidades de erg cm^{-3} s^{-1}), a temperatura pode ser calculada da Tabela (2.1). Esta lei de temperatura, ao ser utilizada nos mesmos modelos de transferência radiativa, reproduz perfis de linha compatíveis com as observações. Um exemplo de estrutura de temperatura dentro da coluna de acreção calculada por esta lei pode ser visto na Figura 2.3.

As duas estruturas de temperatura são bem diferentes entre si, mas em ambas, o fator determinante principal é a taxa de acreção de massa, que está diretamente ligada à densidade dentro do fluxo. No modelo de Hartmann et al. (1994), a temperatura inicial influencia bastante na temperatura máxima dentro do funil, e também na temperatura do gás logo antes de atingir a fotosfera da estrela, enquanto que no modelo de Martin (1996), a temperatura inicial praticamente não influi nem na temperatura máxima, nem na temperatura do gás antes de atingir a região de choque. Apesar do modelo de Hartmann et al. (1994) conseguir reproduzir os perfis de linha observados,

log T	log $\Lambda(T)$
3,70	-28,3
3,80	-26,0
3,90	-24,5
4,00	-23,6
4,20	-22,6
4,60	-21,8
4,90	-21,2
5,40	-21,2

Tabela 2.1: Lei de Resfriamento Radiativo adotada por Hartmann et al. (1982)

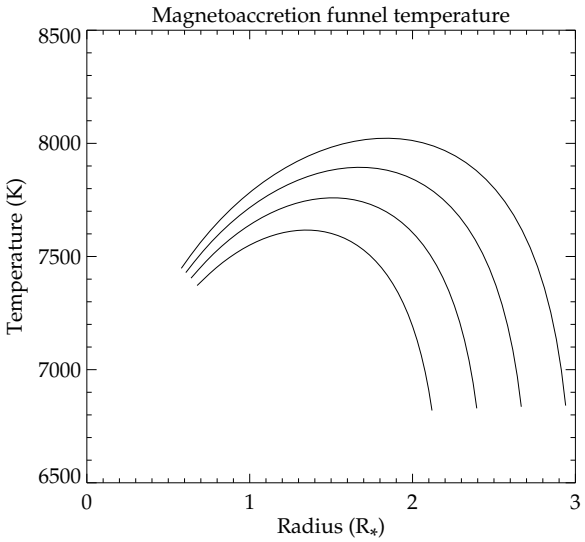

Figura 2.3: Exemplo de estrutura de temperatura dentro das colunas de acreção calculada pelo método descrito em Hartmann et al. (1982), e utilizada por Hartmann et al. (1994). *R* é a posição radial de um ponto dentro do funil de acreção, em coordenadas cilíndricas, em unidades de R_*.

ele é determinado de maneira praticamente *"ad-hoc"*, e o modelo de Martin (1996), apesar de ter sido desenvolvido de maneira auto-consistente, não consegue reproduzir as observações. Isto nos leva a crer que ainda é necessário realizar estudos mais detalhados dos processos de aquecimento e de resfriamento dentro dos funis de acreção.

Utilizando os parâmetros típicos para uma ETTC e a Eq. (2.33), encontramos velocidades da ordem de centenas de km s^{-1} para o gás logo acima da superfície da estrela. Na região de choque com a fotosfera da estrela, o gás é desacelerado abruptamente e se aquece até temperaturas de $\simeq 10^6$ K, o que o faz emitir fortemente em raios-X. A região ao redor do choque é opticamente espessa, e os raios-X produzidos pelo choque são quase instantaneamente reabsorvidos localmente e reemitidos na região do óptico e do ultravioleta (Calvet & Gullbring 1998; Gullbring et al. 2000). Este processo termaliza a região do choque, criando as chamadas manchas quentes, exatamente onde o campo magnético intercepta a superfície estelar. Este fenômeno é a fonte do excesso de ultravioleta e óptico observado nestes objetos. Se considerarmos que toda a energia cinética da queda-livre é termalizada e transformada em energia radiativa na região da mancha quente, e, novamente, considerarmos que a mancha é um anel ao redor dos polos da estrela contido pelos ângulos θ_i e θ_o, a luminosidade da mancha, L_{HS}, pode ser escrita como (Hartmann et al.

1994)

$$L_{\rm HS} = \frac{GM_*\dot{M}_{\rm acr}}{R_*}\left[1 - \frac{2R_*}{(r_{\rm mo} + r_{\rm mi})}\right]. \tag{2.47}$$

Se a mancha quente irradia como um corpo negro, sua luminosidade pode ser escrita, também, como

$$L_{\rm HS} = 2\int_{\theta_{\rm o}}^{\theta_{\rm i}} 2\pi R_*^2 \,\mathrm{sen}\,\theta \mathrm{d}\theta \sigma_{\rm R} T_{\rm HS}^4, \tag{2.48}$$

onde $\sigma_{\rm R}$ é a constante de Stephan-Boltzmann, e $T_{\rm HS}$ é a temperatura da mancha quente. Resolvendo, encontramos

$$T_{\rm HS} = \left[\frac{L_{\rm HS}}{4\pi R_*^2 \sigma_{\rm R}(\cos\theta_{\rm o} - \cos\theta_{\rm i})}\right]^{1/4}. \tag{2.49}$$

Usando esta equação, encontramos um valor de $T_{\rm HS}$ único para toda a mancha, ou, neste caso, para todo o anel de acreção. Além disso, podemos notar que a temperatura vai depender, basicamente, dos valores da taxa de acreção de massa e da velocidade de choque do gás com a fotosfera da estrela (já que a luminosidade da mancha quente depende da distância na qual o fluxo começa a cair em queda-livre na estrela).

Outra equação para $T_{\rm HS}$ foi derivada por Romanova et al. (2004), e considera que, além da conversão da energia cinética em energia radiativa, a energia interna do gás também se converte em energia radiativa. Nesse caso, T_{HS} pode ser calculada a partir da equação

$$T_{\rm HS} = \left[\frac{\rho\,|v_{\rm r}|}{\sigma_{\rm R}}\left(\frac{1}{2}v^2 + w\right)^2\right]^{1/4}, \tag{2.50}$$

onde $w{=}\gamma(\gamma-1)(p/\rho)$ e representa a entalpia específica do gás. Os valores de p e γ representam a pressão e o índice adiabático do gás/plasma. Neste modelo, a temperatura da mancha quente não é única, e varia com a posição dentro da mancha, dependendo, além da taxa de acreção de massa e da velocidade de choque do gás, também das propriedades do material sendo acrescido. O valor típico que se costuma usar para $T_{\rm HS}$ em uma ETTC é da ordem de 8000 K.

As equações acima apresentam várias simplificações que ajudam no tratamento numérico do fenômeno da acreção magnetosférica. Apesar das aproximações, o modelo é amplamente utilizado, e vários resultados interessantes podem ser obtidos através dele, resultados estes principalmente relacionados à formação das linhas espectrais magnetosféricas, e que serão discutidos mais adiante (ver Seção 5.1).

2.3 Ventos Magneto-Centrífugos ou *Ventos de Disco*

Uma das classes de modelo mais aceitas atualmente para explicar a formação e colimação de jatos durante a fase de formação estelar são os chamados *ventos magneto-centrífugos* ou *ventos de disco*. Essa classe de modelos foi proposta inicialmente por Blandford & Payne (1982, como antes, BP) no contexto de discos de acreção ao redor de buracos-negros. Alguns anos depois, Pudritz & Norman (1983, 1986) propuseram um mecanismo similar para explicar a origem dos jatos em objetos estelares jovens.

A solução de BP considera a existência de um disco de acreção ao redor do objeto central, e supõe que este disco esteja em rotação Kepleriana. Supõe-se que as linhas de campo magnético permaneçam ancoradas no disco de acreção, e, também, que seja válida a condição de MHD ideal. Além disso, a componente poloidal da velocidade $v_{\rm p}$, deve ser menor que a velocidade

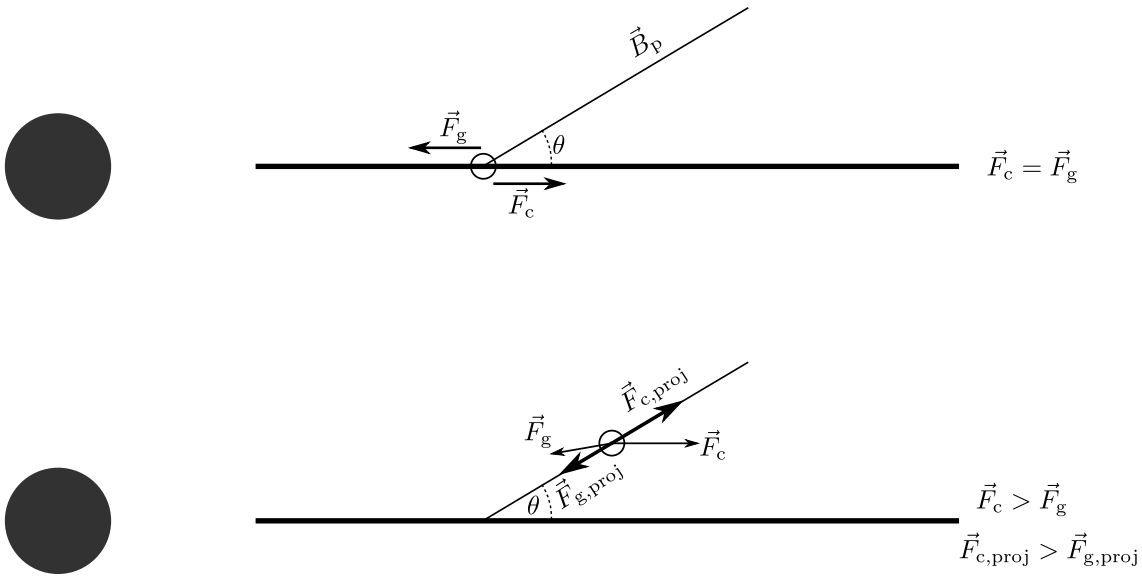

Figura 2.4: Representação esquemática demonstrando o processo de aceleração magneto-centrífuga (Cerqueira 2001). Na figura superior, como consideramos rotação Kepleriana, no interior do disco as forças de gravidade e centrífuga estão em equilíbrio, e, portanto, não há aceleração. Na figura inferior, o material começa a seguir as linhas de campo magnético, mas as linhas de campo magnético estão ancoradas ao disco de acreção, e giram com a mesma velocidade Kepleriana do disco. Como a distância ao centro da estrela está sempre aumentando, a força gravitacional diminui frente à centrífuga, produzindo uma aceleração do material ao longo das linhas de campo magnético.

de Alfvén, $v_{\rm A}$, na base do disco. Partindo destas considerações, BP encontram que qualquer perturbação no disco que implique em movimentos verticais do material em seu interior será capaz de acelerá-lo ao longo das linhas de campo magnético, caso estas linhas façam um ângulo igual ou inferior a 60° com a superfície do disco, levando-o a alturas cada vez mais elevadas acima da superfície do disco.

A aceleração, neste modelo, ocorre quando o equilíbrio entre as forças centrífuga e gravitacional sentidas pela partícula, projetadas sobre a linha de campo magnético, deixa de existir e a força centrífuga passa a ser a força dominante. Devido à ionização do material, as linhas de campo magnético aparecem apenas como um caminho natural por onde deve ocorrer a aceleração, e, portanto, o nome de *ventos magneto-centrífugos*. Um esquema do mecanismo de aceleração magneto-centrífuga pode ser visto na Fig. 2.4.

Para a formação do jato proto-estelar, o vento deve ser colimado. Segundo este modelo, até a *superfície de Alfvén*, o material permanece em co-rotação com o campo magnético. E, a partir da superfície de Alfvén, o gás deixa de obedecer a condição de co-rotação, e passa a exercer uma pressão dinâmica sobre as linhas de campo magnético, que gera uma torção destas linhas no sentido de movimento do gás, o que produz o aparecimento de uma componente toroidal de campo magnético. Quando a tensão imposta por estas linhas de campo for superior à força centrífuga sentida pelo material, o vento começa a ser colimado pelo campo magnético toroidal, gerando assim os jatos proto-estelares observados (ver Fig. 2.5). A maior parte da energia e momento angular do disco são, então, extraídos por torques magnéticos, e transferidos para o campo magnético e para os jatos bipolares.

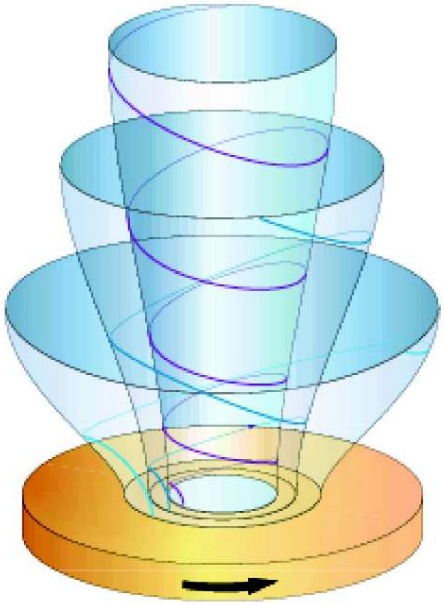

Figura 2.5: Esquema ilustrativo sobre a formação de jatos proto-estelares (Ferreira 2007). A partir do raio de Alfvén, a pressão dinâmica do gás passa a arrastar as linhas de campo magnético (linha azul), o que gera o aparecimento de um campo magnético toroidal, e de torque magnético. Energia e momento angular do disco, então, são transferidos para o campo magnético, permitindo que o processo de acreção continue a ocorrer. O campo magnético toroidal passa a colimar o material, e assim gera os jatos bipolares.

2.3.1 Solução para Ventos Magneto-Centrífugos

Para iniciar a descrição matemática dos ventos magneto-centrífugos vamos considerar que o fluxo seja axissimétrico, independente do tempo, e que ele possa ser descrito por uma solução auto-similar. Esses fluxos de matéria podem ser descritos utilizando as equações obtidas na Seção 2.1. A velocidade do material $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r})$ dentro do fluxo pode, utilizando as Eqs. (2.13) e (2.14), ser escrita como

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}) = \kappa_{\rm p}\boldsymbol{B}_{\rm p}(\boldsymbol{r}) + \Omega(\boldsymbol{r})\varpi(\boldsymbol{r})\hat{\boldsymbol{\phi}},$$

onde $\boldsymbol{r}$ é o vetor posição. Se fizermos que $\kappa_{\rm p} = k_{\rm p}/4\pi\rho$, então,

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}) = \frac{k_{\rm p}\boldsymbol{B}_{\rm p}}{4\pi\rho} + \Omega\varpi\hat{\boldsymbol{\phi}}. \tag{2.51}$$

A partir da Eq. (2.10) (equação de momento), encontramos duas constantes de movimento: a energia específica

$$e = \frac{v^2}{2} + h - \frac{GM_*}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}} - \frac{\varpi\Omega B_\phi}{k_{\rm p}}, \tag{2.52}$$

correspondente à Eq. (2.22), onde h representa a entalpia específica do material, e o momento angular específico

$$l = \varpi v_\phi - \frac{\varpi B_\phi}{k_{\rm p}}, \tag{2.53}$$

que corresponde à Eq. (2.17). O termo $-\varpi\Omega B_\phi/k_{\rm p}$ na Eq. (2.52) representa o trabalho realizado sobre o material dentro do fluxo pelo torque magnético.

A energia específica também pode ser escrita, na aproximação de campos fortes, como na Eq. (2.25), onde o termo Φ' representa o potencial efetivo do sistema. Se $\Omega_{\rm l}=(GM_*/\varpi_0^3)^{1/2}$, ou seja, é a velocidade Kepleriana de um disco em $\varpi=\varpi_0$, então, podemos escrever que

$$\Phi' = \frac{-GM_*}{\varpi_0}\left[\frac{1}{2}\frac{\varpi^2}{\varpi_0^2} + \frac{\varpi_0}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}}\right]. \tag{2.54}$$

Analisando o potencial efetivo e estudando a estabilidade do sistema, podemos entender as condições necessárias para que possa ocorrer o lançamento do vento magneto-centrífugo. Consideremos o deslocamento infinitesimal ds ao longo de uma linha de campo magnético, onde

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}\varpi^2 + \mathrm{d}z^2, \tag{2.55}$$

dz= sen θ ds e dr=cos θ ds, e θ é o ângulo entre o deslocamento e o plano do disco. Calculando a variação do potencial efetivo ao longo de ds, encontramos que

$$\frac{\mathrm{d}\Phi'}{\mathrm{d}s} = \frac{-GM_*}{\varpi_0}\left[\frac{\varpi\cos\theta}{\varpi_0^2} - \frac{\varpi_0(\varpi\cos\theta + z\,\mathrm{sen}\,\theta)}{(\varpi^2+z^2)^{3/2}}\right] \tag{2.56}$$

ou, colocando ϖ em evidência no denominador do segundo termo dentro dos parênteses,

$$\frac{\mathrm{d}\Phi'}{\mathrm{d}s} = \frac{-GM_*}{\varpi_0}\left[\frac{\varpi\cos\theta}{\varpi_0^2} - \frac{\varpi_0(\varpi\cos\theta + z\,\mathrm{sen}\,\theta)}{\varpi^3(1+\tan\theta)^{3/2}}\right] \tag{2.57}$$

Na base do disco, $\varpi=\varpi_0$ e z=0, e, portanto, dΦ'/ds=0. Isso quer dizer que o material na base do fluxo está em equilíbrio, o que é esperado para um disco girando com velocidade Kepleriana. Para descobrirmos se o equilíbrio é instável, ou estável, devemos calcular o valor de d$^2\Phi'$/ds^2 na base do disco. Se d$^2\Phi'$/ds^2<0, o material estará em equilíbrio instável, e qualquer perturbação ao longo da linha de campo será capaz de tirar o sistema do equilíbrio, e, assim, fazer com que o material adquira uma aceleração poloidal. Vamos utilizar a segunda forma de dΦ'/ds, e considerar que o ângulo θ é constante ao longo de ds. Calculando a derivada de (dΦ'/ds), novamente, em relação a ds, encontramos

$$\frac{\mathrm{d}^2\Phi'}{\mathrm{d}s^2} = \frac{-GM_*}{\varpi_0}\left[\frac{\cos^2\theta}{\varpi_0^2} + \frac{\varpi_0}{(\varpi^2+z^2)^{3/2}}\left(2\cos^2\theta - \,\mathrm{sen}^{\,2}\theta\right)\right], \tag{2.58}$$

ou seja, em $\varpi=\varpi_0$ e z=0, para que haja equilíbrio instável,

$$3\cos^2\theta - \,\mathrm{sen}^{\,2}\theta > 0 \Rightarrow \tan^2\theta < 3 \Rightarrow \theta < 60^\circ,$$

o que implica em um ângulo crítico de lançamento $\theta_{\rm c}$=60°. Se o ângulo de lançamento $\theta_0>\theta_{\rm c}$, o material se mantém em equilíbrio estável, e não ocorre ejeção de material. As linhas de campo magnético, então, devem fazer um ângulo θ_0<60° com o disco, para que o material possa ser acelerado magneto-centrifugamente. Para que seja possível ejeções com $\theta_0>\theta_{\rm c}$, é necessário que exista um termo de pressão térmica para gerar o movimento inicial. Se adicionarmos o termo de pressão térmica, a aceleração do gás seria menor, e consequentemente a taxa de perda de massa também seria menor.

Para calcular a densidade dentro do vento, utilizaremos a Eq. (2.5)

$$\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v}) = 0,$$

que, de acordo com a Seção 2.1, torna-se

$$\rho\frac{v_{\rm p}}{B_{\rm p}} = \frac{k_{\rm p}}{4\pi} \equiv \text{constante}, \tag{2.59}$$

onde fizemos $\kappa_{\rm p}$=$k_{\rm p}/4\pi$, que representa a razão entre o fluxo de massa e o fluxo magnético.

Finalmente, para completar a caracterização do problema, precisamos da equação que descreve a componente z do momento, que pode ser obtida a partir da Eq. (2.10),

$$\rho(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)v_z = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \frac{1}{8\pi}\frac{\partial B^2}{\partial z} + \frac{1}{4\pi}(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)B_z. \tag{2.60}$$

Podemos notar na Eq. (2.60) que, além da pressão do gás p, aparece um termo de pressão magnética ($B^2/8\pi$), ou seja, no caso de um vento frio, onde podemos desconsiderar a pressão térmica, a aceleração inicial ocorre devido à pressão gerada pelo campo magnético.

Agora que temos todas as equações necessárias para calcular uma solução para o vento magneto-centrífugo, vamos supor que esta solução seja similar para todas as linhas de campo, de modo que seja necessário calcular a solução para apenas uma linha, e, então, aplicar uma relação de escala para as outras linhas. Este tipo de solução é denominada solução auto-similar.

2.3.1.1 Solução Auto-Similar

Para encontrarmos a solução auto-similar deste problema, precisamos utilizar algumas leis de escala. Primeiro, vamos considerar que a trajetória percorrida pelo material ao longo das linhas de campo seja dada pela função auto-similar $\xi(\chi)$, onde χ=z/ϖ_0, e que a posição de uma partícula dentro do fluxo seja

$$\boldsymbol{r} = [\varpi_0\xi(\chi), \phi, \varpi_0\chi], \tag{2.61}$$

onde o índice 0 representa o valor de uma grandeza na base do disco (χ=0, ξ=1). A velocidade do material vai ser função da velocidade Kepleriana na base do disco, e da derivada da trajetória em relação ao tempo, e pode ser escrita como

$$\boldsymbol{v} = \left(\frac{GM_*}{r_0}\right)^{1/2}[f(\chi)\xi'(\chi), g(\chi), f(\chi)], \tag{2.62}$$

onde $\xi'(\chi)$=dξ/dχ, $f(\chi)$=dχ/dt, e $g(\chi)$=dϕ/dt. Temos, então, duas leis de escala, uma para a posição e outra para a velocidade, de modo que, para uma linha de campo ancorada em um raio qualquer ϖ_1, encontramos

$$\boldsymbol{r}_1 = [\varpi_1\xi(\chi), \phi, \varpi_1\chi], \qquad \text{onde} \quad \chi = z/\varpi_1 \tag{2.63}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_1 &= \left(\frac{GM_*}{\varpi_0}\right)^{1/2}\left(\frac{\varpi_0}{\varpi_1}\right)^{1/2}[f(\chi)\xi'(\chi), g(\chi), f(\chi)] \\ &= \boldsymbol{v}_0\left(\frac{\varpi_0}{\varpi_1}\right)^{1/2}\end{aligned} \tag{2.64}$$

O campo magnético e a densidade podem ser escritos como

$$\boldsymbol{B} = B_0[b_\varpi(\chi), b_\phi(\chi), b_z(\chi)] \tag{2.65}$$

$$\rho = \rho_0\eta(\chi) \tag{2.66}$$

e de acordo com BP, seguem as seguintes leis de escala

$$\boldsymbol{B}_1 = B_0\left(\frac{\varpi_1}{\varpi_0}\right)^{-5/4}[b_\varpi(\chi), b_\phi(\chi), b_z(\chi)], \tag{2.67}$$

$$\rho = \rho_0\left(\frac{\varpi_1}{\varpi_0}\right)^{-3/2}\eta(\chi). \tag{2.68}$$

As funções $\eta(\chi)$, $b_\varpi(\chi)$, $b_\phi(\chi)$ e $b_z(\chi)$ são as soluções auto-similares para a densidade e para as componentes do campo magnético dentro do fluxo. Para encontrar a solução, também vamos introduzir os seguintes parâmetros adimensionais

$$\epsilon = \frac{e}{(GM_*/\varpi_0)}, \tag{2.69}$$

$$\lambda = \frac{l}{(GM_*\varpi_0)^{1/2}}, \tag{2.70}$$

$$\zeta = k_\mathrm{p}(1+\xi'^2_0)^{1/2}\frac{(GM_*/\varpi_0)^{1/2}}{B_{\mathrm{p},0}}. \tag{2.71}$$

Os parâmetros adimensionais ϵ, λ, ζ e ξ'_0 são constantes que representam a energia específica, o momento angular, a razão entre os fluxos de matéria e magnético, e o ângulo de lançamento do fluxo, respectivamente, e definem a solução do problema. $B_{\mathrm{p},0}$ é o valor do campo magnético poloidal na superfície do disco.

A equação que relaciona a densidade com a geometria do sistema, de acordo com BP, é

$$\rho\xi f J = \rho_0 f_0 = \text{constante}, \tag{2.72}$$

onde

$$J = \xi - \chi\xi'. \tag{2.73}$$

Neste trabalho, consideramos um vento magneto-centrífugo frio, ou seja, consideramos que o material atinge velocidades supersônicas bem próximo do disco, e isto nos permite desconsiderar os termos de entalpia na Eq. (2.52), e de pressão na Eq. (2.60). Apesar de o material já começar com velocidade supersônica, a velocidade ainda é sub-Alfvénica. Combinando as Eqs. (2.69), já desconsiderando o termo de entalpia, e (2.70), nesse caso, obtemos

$$\begin{aligned}\epsilon - \lambda &= \frac{e}{GM_*/\varpi_0} - \frac{l}{(GM_*\varpi_0)^{1/2}} \\ &= \left[\frac{1}{2}v^2 - \frac{GM_*}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}} - \frac{\Omega\varpi B_\phi}{k_\mathrm{p}}\right]\left(\frac{\varpi_0}{GM_*}\right) - \left(\varpi v_\phi - \frac{\varpi B_\phi}{k_\mathrm{p}}\right)\left(\frac{1}{GM_*\varpi_0}\right)^{1/2}.\end{aligned}$$

Como ϵ e λ são constantes ao longo de uma linha de campo poloidal, o valor de $\epsilon-\lambda$ também é constante, e pode ser calculado em qualquer ponto da linha que terá o mesmo valor. Na base do disco, o material gira com velocidade Kepleriana, $\Omega=(GM_*/\varpi_0^3)^{1/2}$, e substituindo este valor de Ω na equação acima, temos

$$\begin{aligned}\epsilon - \lambda &= \frac{1}{2}v^2\left(\frac{\varpi_0}{GM_*}\right) - \left(\frac{GM_*}{\varpi_0^3}\right)^{1/2}\frac{\varpi B_\phi}{k_\mathrm{p}}\left(\frac{\varpi_0}{GM_*}\right) - \left(\varpi v_\phi - \frac{\varpi B_\phi}{k}\right)\left(\frac{1}{GM_*\varpi_0}\right)^{1/2} - \frac{\varpi_0}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}} \\ &= \frac{1}{2}v^2\left(\frac{\varpi_0}{GM_*}\right) - \frac{\varpi B_\phi}{k_\mathrm{p}}\left(\frac{1}{GM_*\varpi_0}\right)^{1/2} - \frac{\varpi_0}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}} - \left(\varpi v_\phi - \frac{\varpi B_\phi}{k_\mathrm{p}}\right)\left(\frac{1}{GM_*\varpi_0}\right)^{1/2} \\ &= \frac{1}{2}v^2\left(\frac{\varpi_0}{GM_*}\right) - \frac{\varpi v_\phi}{\varpi_0}\left(\frac{\varpi_0}{GM_*}\right)^{1/2} - \frac{\varpi_0}{(\varpi^2+z^2)^{1/2}}\end{aligned}$$

Utilizando a posição e velocidade auto-similares dadas pelas Eqs. (2.61) e (2.62), respectivamente, e substituindo acima, teremos

$$\begin{aligned}\epsilon - \lambda &= \frac{1}{2}\left(f^2\xi'^2 + g^2 + f^2\right)\left(\frac{GM_*}{\varpi_0}\right)\left(\frac{\varpi_0}{GM_*}\right) - \frac{\xi\varpi_0 g}{\varpi_0}\left(\frac{GM_*}{\varpi_0}\right)^{1/2}\left(\frac{\varpi_0}{GM_*}\right)^{1/2} - \frac{\varpi_0}{\varpi_0(\xi^2+\chi^2)^{1/2}} \\ &= \frac{1}{2}\left[f^2(1+\xi'^2) + g^2 - 2\xi g\right] - (\xi^2+\chi^2)^{-1/2}.\end{aligned}$$

Se fizermos

$$U = (1+\xi'^2) \tag{2.74}$$

$$S = (\xi^2+\chi^2)^{-1/2}. \tag{2.75}$$

então,

$$\epsilon - \lambda = \frac{1}{2}\left[f^2 U + g^2 - 2g\xi\right] - S. \tag{2.76}$$

Considerando que na base do disco o material tenha apenas a velocidade Kepleriana, e que a velocidade poloidal seja zero, então, g_0=1, f_0=0. Substituindo esses valores na Eq. (2.76), e lembrando que na base do disco ξ=1 e χ=0, encontramos, finalmente

$$\epsilon - \lambda = \frac{1}{2}\left[f^2 U + g^2 - 2g\xi\right] - S = -\frac{3}{2}, \tag{2.77}$$

que vale para todas as linhas de campo poloidais.

Vamos usar, agora, a Eq. (2.18),

$$\Omega = \frac{\Omega_0 - (4\pi\eta_{\rm p}^2/\rho)(l/\varpi^2)}{1 - (4\pi\eta_{\rm p}^2/\rho)},$$

e introduzir a equação

$$m \equiv \frac{4\pi\rho(v_\varpi^2 + v_z^2)}{B_\varpi^2 + B_z^2} = \frac{4\pi\eta_{\rm p}^2}{\rho}, \tag{2.78}$$

onde m é conhecido como o quadrado do número de Mach Alfvénico. Isolando ρ na Eq. (2.72), e substituindo em (2.78), encontramos uma nova maneira de escrever m, como função apenas das funções auto-similares que definem o problema,

$$m \equiv \zeta\xi f J. \tag{2.79}$$

Como Ω=v_ϕ/ϖ, se substituirmos as funções auto-similares na Eq. (2.18), juntamente com a Eq. (2.78), após algumas manipulações encontramos que

$$\begin{aligned}\frac{v_\phi}{\varpi} &= \frac{\Omega_0 - m(l/\varpi^2)}{1-m} = \frac{\varpi^2\Omega_0 - ml}{\varpi^2(1-m)} \\ \Rightarrow \frac{g}{\varpi_0\xi}\left(\frac{GM_*}{\varpi_0}\right)^{1/2} &= \frac{\Omega_0\varpi_0^2\xi^2 - ml}{\varpi_0^2\xi^2(1-m)} \\ \Rightarrow g &= \frac{\Omega_0\varpi_0^3\xi^3 - ml\varpi_0\xi}{\varpi_0^2\xi^2(1-m)}\left(\frac{GM_*}{\varpi_0}\right)^{-1/2} = \frac{\Omega_0\varpi_0^2\xi^2 - ml}{\varpi_0\xi(1-m)}\left(\frac{GM_*}{\varpi_0}\right)^{-1/2},\end{aligned}$$

como $(GM_*/\varpi_0)^{1/2}$=$\Omega_0\varpi_0$,

$$g = \frac{\dfrac{\Omega_0 \varpi_0^2 \xi^2}{\Omega_0 \varpi_0} - \dfrac{ml\varpi_0}{(GM_*\varpi_0)^{1/2}}}{\varpi_0 \xi(1-m)} = \frac{\varpi_0\xi^2 - \varpi_0 m\lambda}{\varpi_0\xi(1-m)}$$

$$g = \frac{\xi^2 - m\lambda}{\xi(1-m)}. \tag{2.80}$$

Partindo da igualdade dada pela Eq. (2.77),

$$\frac{1}{2}\left[f^2U + g^2 - 2g\xi\right] - S = -\frac{3}{2},$$

e substituindo o valor de g dado pela Eq. (2.80), podemos encontrar

$$\xi^2 + 2S - 3 - f^2U = \left[\frac{(\lambda - \xi^2)m}{\xi(1-m)}\right]^2, \tag{2.81}$$

ou, se chamarmos T=$\xi^2 + 2S - 3$, para simplificar a notação,

$$T - f^2U = \left[\frac{(\lambda - \xi^2)m}{\xi(1-m)}\right]^2. \tag{2.82}$$

A quantidade $-\frac{1}{2}T(\xi,\chi)$ representa a diferença dos potenciais gravitacional mais centrífugo entre os pontos (ξ,χ) e $(1,0)$. Para uma solução fisicamente válida $T\geq 0$. Antes de expandirmos a Eq. (2.82), vamos utilizar a Eq. (2.79) para escrever f em função de m, e, então

$$T - \frac{m^2U}{(\xi J\zeta)^2} = \left[\frac{(\lambda - \xi^2)m}{\xi(1-m)}\right]^2.$$

Vamos criar outra variável auxiliar V=$U/(\xi J\zeta)^2$, e substituir, novamente, para encontrarmos

$$T - m^2V = \left[\frac{(\lambda - \xi^2)m}{\xi(1-m)}\right]^2,$$

e, expandindo os termos, encontramos uma equação de quarto grau em m,

$$\xi^2Vm^4 - 2\xi^2Vm^3 - \left[\xi^2(T-V) - (\lambda - \xi^2)^2\right]m^2 + 2\xi^2Tm + \xi^2T = 0. \tag{2.83}$$

Antes de podermos resolver a Eq. (2.83), devemos descobrir qual a trajetória percorrida pelo material ao ser acelerado magneto-centrifugamente, já que a equação possui dependência apenas em $\chi(\xi)$, ξ e ξ'. A trajetória possui uma solução auto-similar que sempre cruza o plano do disco em ξ=1. Podemos expandir a solução $\chi(\xi)$, usando expansão polinomial, ao redor desse ponto de cruzamento, e truncarmos a expansão no termo de segundo grau, e lembrando que $\chi(1)$=0

$$\begin{aligned}\chi(\xi) &= \chi(1) + \chi'(1)(\xi - 1) + \frac{\chi''(1)}{2}(\xi - 1)^2 \\ &= \left[-\chi'(1) + \frac{\chi''(1)}{2}\right] + \left[\chi'(1) - \chi''(1)\right]\xi + \frac{\chi''(1)}{2}\xi^2,\end{aligned}$$

onde χ'=$(\mathrm{d}\chi/\mathrm{d}\xi)$ e χ''=$(\mathrm{d}^2\chi/\mathrm{d}\xi^2)$. Chamando

$$\begin{aligned}C &= \frac{\chi''(1)}{2}, \\ D &= \left[\chi'(1) - \chi''(1)\right]\end{aligned}$$

podemos substituir na expansão e encontrar que a trajetória pode ser escrita na forma

$$\chi(\xi) = C\xi^2 + D\xi - (C + D). \tag{2.84}$$

Entretanto, de acordo com Eq. (2.58), para que seja possível a geração de um vento magneto-centrífugo, é necessário que o material esteja em equilíbrio instável na superfície do disco, condição que requer que o ângulo θ_0 entre as linhas de campo magnético e o disco seja menor que $\theta_c = 60°$. Esta condição impõe o seguinte limite à trajetória que pode ser escolhida,

$$\left.\frac{d\chi}{d\xi}\right|_{\xi=1} = 2C + D \lesssim \tan\theta_c = \sqrt{3}, \tag{2.85}$$

ou, em função de ξ',

$$\left.\frac{d\xi}{d\chi}\right|_{\chi=0} = \xi'_0 = \frac{1}{2C + D} \gtrsim \cot\theta_c = \frac{1}{\sqrt{3}}, \tag{2.86}$$

o que limita, também, os valores de C e D que podem ser escolhidos.

Conhecendo a trajetória, podemos, finalmente, resolver a Eq. (2.83), que nos dá quatro soluções de m para cada par de pontos (ξ, χ) da trajetória. Das quatro soluções de m, apenas duas são reais, e estas convergem para m=1, no raio de Alfvén. Uma solução é sub-Alfvénica, que cresce monotonicamente até o raio de Alfvén, e depois passa a decrescer, permanecendo, assim, sempre sub-Alfvénica. A outra é uma solução super-Alfvénica que descresce até chegar ao raio de Alfvén, para após, então, voltar a crescer monotonicamente, permancendo sempre super-Alfvénica. Como já foi discutido, de acordo com a Eq. (2.18), é necessário que o material atinja velocidade super-Alfvénica, para que ocorra o aparecimento de um campo magnético toroidal necessário para colimar o fluxo e produzir o jato proto-estelar, ou seja, o vento deve ser constantemente acelerado por distâncias superiores ao raio de Alfvén. Para reproduzir esta solução, precisamos de uma solução real e que cresça monotonicamente durante todo o domínio do problema, e, para isto, construimos uma solução fisicamente plausível para o problema utilizando ambas as soluções sub- e super-Alfvénicas. Consideramos que o material obedeça a solução sub-Alfvénica até o raio de Alfvén, onde, então passa a obedecer a solução super-Alfvénica.

Encontrando a solução de m em cada ponto, se tivermos os valores dos parâmetros ζ e λ, podemos descrever totalmente o comportamento do material dentro do vento. As componentes de velocidade podem ser encontradas com a ajuda de

$$f = \frac{m}{\zeta\xi J}, \tag{2.87}$$

$$f_p = f(1 + \xi')^{1/2}, \tag{2.88}$$

$$g = \frac{\xi^2 - m\lambda}{\xi(1 - m)}, \tag{2.89}$$

onde f_p é a função auto-similar adimensional que representa a velocidade poloidal do material. Já a densidade pode ser calculada utilizando a relação

$$\eta(\chi) = \frac{f_0}{\xi(\chi) f(\chi) J(\chi)} = \frac{m_0}{m(\chi)}. \tag{2.90}$$

Entretanto, os valores de ζ e λ não são calculados. Para calcular a solução, além dos valores de C e D que definem a trajetória auto-similar do fluxo de matéria, também devemos escolher os valores de ζ e λ, que representam a relação entre o fluxo de matéria e o fluxo magnético,

e o momento angular, respectivamente. Nem todos os pares de valores de ζ e λ são capazes de produzir um fluxo de matéria super-Alfvénico no infinito, necessário para que ocorra a colimação do vento, e, segundo BP, para satisfazer essa condição, estes valores devem obedecer a relação

$$\zeta\lambda(2\lambda - 3)^{1/2} > 1. \tag{2.91}$$

Também, nem todos os valores de ζ, λ e θ_0 são capazes de produzir soluções reais, e que cresçam de maneira monotônica, o que ajuda a limitar as soluções possíveis que podemos escolher.

A área de ejeção do vento magneto-centrífugo, neste trabalho, não cobre totalmente o disco de acreção, como seria necessário numa solução auto-similar. Aqui, a zona de ejeção de matéria sobre o disco é limitada internamente pelos raios $r_{\rm di}$, e externamente por $r_{\rm do}$, e utilizamos a solução auto-similar para o fluxo ejetado dentro desta região. Sabendo os limites da área de ejeção de matéria, e a velocidade inicial do fluxo, podemos calcular a taxa de ejeção de massa

$$\dot{M}_{\rm perda} = \int \rho(\varpi) v_{\rm p}(\varpi) {\rm d}A, \tag{2.92}$$

utilizando as leis de escala para a velocidade e densidade dadas pelas Eqs. (2.62) e (2.72). Sabendo, ainda, que o elemento de área de um disco é $\varpi\,{\rm d}\varpi\,{\rm d}\phi$,

$$\begin{aligned}\dot{M}_{\rm perda} &= 2\pi \int_{r_{\rm di}}^{r_{\rm do}} \rho_0 \left(\frac{\varpi_0}{\varpi}\right)^{3/2} f_{\rm p,0} \left(\frac{GM_*}{\varpi_0}\right)^{1/2} \left(\frac{\varpi_0}{\varpi}\right)^{1/2} \varpi\,{\rm d}\varpi \\ &= 2\pi\rho_0 f_{\rm p,0} (GM_*\varpi_0^3)^{1/2} \ln\frac{r_{\rm do}}{r_{\rm di}}.\end{aligned} \tag{2.93}$$

Portanto, conhecendo a taxa de perda de massa por vento magneto-centrífugo, e onde fica a zona de ejeção de matéria ao redor de uma ETTC, podemos calcular a densidade fiducial ρ_0 do material no disco necessária para produzir tal taxa de perda de massa, ou vice-versa. O valor de $\dot{M}_{\rm perda}$, neste trabalho, é diretamente proporcional ao valor de $\dot{M}_{\rm acr}$ e, de acordo com estudos observacionais (Hartmann 1998) e teóricos (Pelletier & Pudritz 1992), a relação entre elas é $\dot{M}_{\rm perda} \simeq 0{,}1\dot{M}_{\rm acr}$. Portanto, sabendo a taxa de acreção, podemos inferir o valor da taxa de perda de massa, e então a densidade do disco de acreção, dentro da zona de ejeção.

Podemos calcular facilmente a taxa de perda de energia através do vento com a ajuda da Eq. (2.22), e, novamente, desconsiderando o termo de pressão térmica do gás, temos

$$\frac{dE_{\rm v}}{dt} = \int \rho v_{\rm p} \left[\frac{v^2}{2} - \frac{GM_*}{(\varpi^2 + z^2)^{1/2}} - \varpi_0\Omega_l\Omega\right] {\rm d}A. \tag{2.94}$$

Também dessa forma, calculamos o fluxo de momento angular retirado do disco pelo vento,

$$\frac{dj_{\rm v}}{dt} = \rho v_{\rm p} l\,{\rm d}A. \tag{2.95}$$

O momento angular e a energia sendo expelidos pelo vento são carregados tanto pelo material sendo ejetado como pelo campo magnético. Entretanto, é o campo magnético, acoplando disco e ejeção de matéria, o responsável por retirar do disco a energia e momento angular necessários para a geração do vento. Logo acima do disco, o material sendo ejetado possui a mesma quantidade de momento angular que ele possuia no disco. Essa perda de material, então, não muda o momento angular por unidade de massa do disco restante. O disco continua girando com a mesma velocidade, o que varia é a quantidade de massa do disco restante. O campo magnético produz um torque no disco, enquanto extrai o momento angular do mesmo.

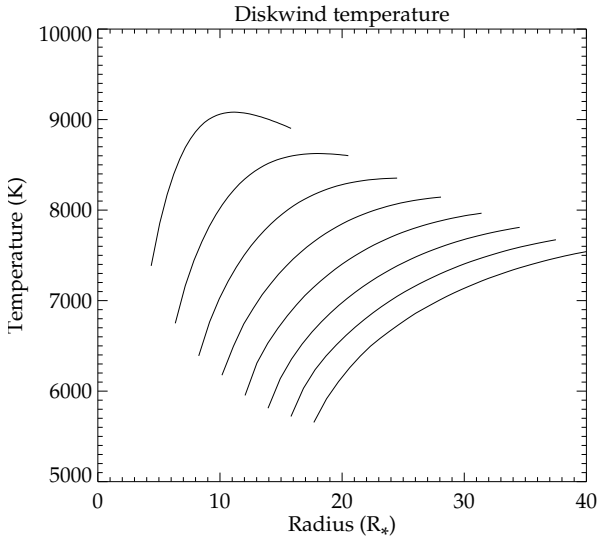

Figura 2.6: Exemplo de estrutura de temperatura dentro do vento magneto-centrífugo, utilizando o método de Hartmann et al. (1982), utilizado em Hartmann et al. (1994) para calcular as temperaturas dentro do funil de acreção.

Utilizamos uma estrutura de temperatura dentro dos ventos similar à estrutura de temperatura dentro dos funis de acreção, onde $T \propto \rho^{-2} r^{-3}$ (Hartmann et al. 1982). A Fig. 2.6 mostra um exemplo da estrutura de temperatura dentro de ventos de disco, utilizando uma lei de temperatura similar à utilizada por Hartmann et al. (1994).

Existem alguns estudos sobre as estruturas de temperatura dentro destes ventos de disco ou magneto-centrífugos. Safier (1993) mostrou que as temperaturas dentro desta região são bem baixas na parte inicial do fluxo ($\lesssim 1000$ K) para linhas de fluxo lançadas do disco em raios inferiores a 1 UA, atingem temperaturas da ordem de 10^4 K, e se mantêm isotérmicas em escalas de ∼100-1000 UA. Safier (1993), entretanto, considerou apenas gás atômico ao calcular a fração de ionização, deixando de considerar destruição de H_2 por fótons ultravioleta, ou raios-X, da corona, ou reações endotérmicas com O e OH. Panoglou et al. (2010) adicionaram os fatores que estavam ausentes em Safier (1993), além de incluirem outras dezenas de espécies químicas no modelo, e utilizaram o modelo para estudar a estrutura de temperatura dentro de ventos magneto-centrífugos de objetos Classe 0, Classe I e Classe II. A Fig. 2.7 mostra a estrutura de temperatura para uma linha de fluxo do vento gerada a $\sim 0{,}1$ UA, para objetos Classe 0, Classe I e Classe II.

Agora já sabemos várias das características físicas da matéria ao redor destes objetos estelares jovens, e, a partir destas características, podemos passar para o estudo do campo de radiação que é gerado por estes objetos. No próximo capítulo vamos falar da teoria que vai nos permitir calcular as características radiativas destas ETTCs.

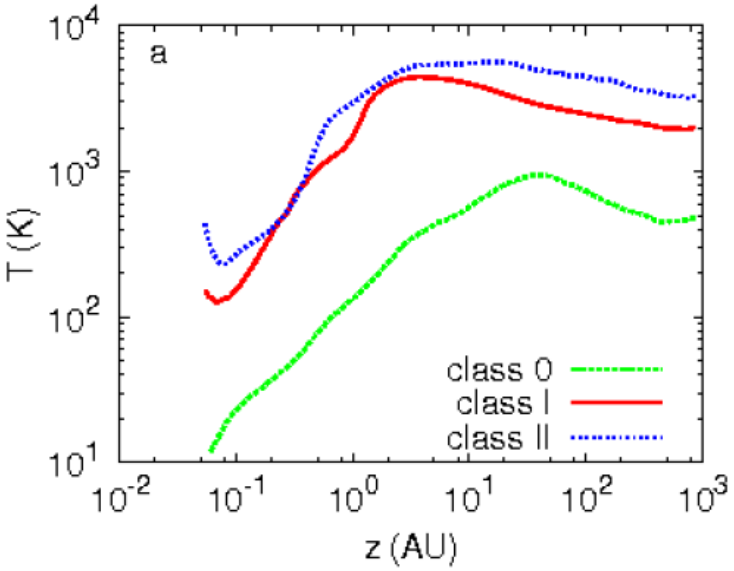

Figura 2.7: Estrutura de temperatura para uma linha de fluxo de matéria lançada a partir do disco numa distância ~0,1 UA, calculada por Panoglou et al. (2010) para objetos Classe 0, Classe I e Classe II. Abscissas em UAs.

Capítulo 3

Transferência Radiativa e Formação de Linhas Espectrais

Neste capítulo trataremos da teoria de transferência radiativa, e mostraremos a matemática necessária para se calcular os campos de radiação de uma estrela, seguindo, passo a passo, conceitos cada vez mais complexos até, finalmente, chegarmos no entendimento da formação de uma linha espectral. As referências utilizadas durante a construção deste Capítulo foram Chandrasekhar (1960); Gray (1992); Mihalas (1978); Mihalas & Mihalas (1984), onde o leitor pode encontrar descrições mais detalhadas sobre os cálculos e sobre a teoria de transferência radiativa.

No final do capítulo, vamos falar sobre o método de Sobolev, uma aproximação muito útil que pode ser utilizada para estudar transferência radiativa em meios em movimento, e que simplifica bastante os cálculos de perfil de linha realizados neste trabalho.

3.1 Campos de Radiação

Antes de falarmos sobre o processo de formação de linhas espectrais, temos que introduzir algumas definições e equações básicas que serão utilizadas para caracterizar a radiação.

Um campo de radiação pode ser definido macroscopicamente através de uma grandeza denominada intensidade específica $I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$. A intensidade específica é definida de modo que, em um ponto $\boldsymbol{r}$, a quantidade de energia transportada por radiação na direção $\boldsymbol{n}$, com frequência dentro do intervalo $(\nu,\ \nu + \mathrm{d}\nu)$, através de um elemento de área $\mathrm{d}S$, incidente sobre um ângulo sólido $\mathrm{d}\omega$, e num intervalo de tempo $\mathrm{d}t$ é dada por

$$\delta\mathscr{E} = I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\, \mathrm{d}S\ \cos\theta\, \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}\nu\, \mathrm{d}t \tag{3.1}$$

onde θ é o ângulo entre a direção do feixe e o vetor normal à superfície ($\mathrm{d}S\cos\theta = \boldsymbol{n}\cdot\mathbf{d}\boldsymbol{S}$) (ver Fig. 3.1). A intensidade específica é representada em unidades de $\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}\,hz^{-1}\,sr^{-1}}$. Uma de suas propriedades mais importantes é que $I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$ é invariante com a distância até a fonte, se não houver fontes ou sumidouros de radiação ao longo do caminho.

Apesar do campo de radiação poder ser totalmente descrito pela intensidade específica, algumas outras grandezas bastante úteis podem ser definidas a partir de $I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$. A primeira dessas

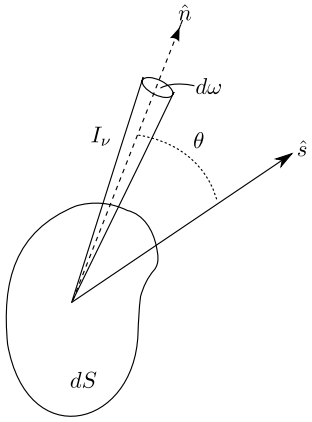

Figura 3.1: Cone de radiação saindo do elemento de área dS na direção $\hat{n}$ e atravessando o elemento angular dω. O ângulo entre a normal à superfície $\hat{s}$ e $\hat{n}$ é θ.

definições é a intensidade média da radiação $J(\boldsymbol{r}, \nu, t)$, a integral da intensidade específica sobre todos os ângulos sólidos dividida pelo ângulo sólido total (4π),

$$J(\boldsymbol{r}, \nu, t) = (4\pi)^{-1} \oint I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\, \mathrm{d}\omega, \tag{3.2}$$

que possui as mesmas unidades que $I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$, $\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}\,hz^{-1}\,sr^{-1}}$. A intensidade média também é conhecida como o momento de ordem zero da intensidade específica em relação à direção. Tanto a intensidade específica quanto a intensidade média são funções escalares.

A intensidade média pode ser utilizada, por exemplo, no cálculo da densidade de energia contida no campo de radiação. Para isso vamos considerar que um fóton partindo do elemento de área dS, após um intervalo de tempo dt, percorreu uma distância $c\,\mathrm{d}t$. Todos os fótons que cruzam a área dS fazendo um ângulo θ com a direção normal a esta superfície, durante dt ocupam, então, um cilindro de volume $\mathrm{d}V{=}c\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}S\,\cos\theta$. A energia total contida dentro desse cilindro de volume dV, devido aos fótons com frequências no intervalo $(\nu, \nu{+}\mathrm{d}\nu)$, e que atravessam o ângulo sólido dω é $\delta\mathscr{E}{=}c^{-1}I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\,\mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}\nu\,\mathrm{d}V$. Ao integrarmos $\delta\mathscr{E}$ sobre todos os ângulos sólidos, estaremos somando a energia de todos os cilindros possíveis, e se além disto também integrarmos sobre todo o volume, encontraremos a energia monocromática total contida dentro do volume V,

$$\mathscr{E}(\boldsymbol{r}, \nu, t)\,\mathrm{d}\nu = c^{-1}\left[\int_V \mathrm{d}V \oint I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\,\mathrm{d}\omega\right]\mathrm{d}\nu. \tag{3.3}$$

Entretanto, se integrarmos apenas sobre os ângulos sólidos, ao invés da energia total, obteremos a função que descreve a densidade de energia monocromática da radiação

$$E_\nu = E(\boldsymbol{r}, \nu, t) = c^{-1} \oint I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\,\mathrm{d}\omega = \frac{4\pi}{c} J(\boldsymbol{r}, \nu, t), \tag{3.4}$$

com dimensões de $\mathrm{ergs\,cm^{-3}\,Hz^{-1}}$, e sendo descrita em termos da intensidade média. Integrando E_ν sobre todo o espectro de frequências obtemos a densidade de energia total da radiação.

O fluxo de radiação $\boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$ é uma grandeza vetorial bastante útil, e é definido de modo que $\boldsymbol{\mathscr{F}}{\cdot}\mathbf{dS}$ indique a quantidade total de energia radiativa com frequência no intervalo $(\nu, \nu + \mathrm{d}\nu)$ por unidade de tempo que atravessa uma superfície arbitrária $\mathbf{dS}$. Se a maior parte da energia estiver fluindo na mesma direção de $\mathbf{dS}$, $\boldsymbol{\mathscr{F}}{\cdot}\mathbf{dS}{>}0$, e se a maior parte da energia estiver fluindo na direção oposta à de $\mathbf{dS}$, $\boldsymbol{\mathscr{F}}{\cdot}\mathbf{dS}{<}0$. Quando o campo de radiação é isotrópico, $\boldsymbol{\mathscr{F}}{\cdot}\mathbf{dS}{=}0$. O fluxo

de radiação $\boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$, portanto, indica a direção de propagação da potência radiativa **líquida** com frequência no intervalo $(\nu, \nu+\mathrm{d}\nu)$ em um determinado ponto $\boldsymbol{r}$, ou também, uma medida da anisotropia do campo de radiação. Utilizando a relação $\boldsymbol{n}\cdot\mathbf{dS}=\mathrm{d}S\cos\theta$, e a Eq. (3.1), podemos escrever que,

$$\boldsymbol{\mathscr{F}}_\nu = \boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, \nu, t) = \oint I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}\omega, \tag{3.5}$$

com unidades de $\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}\,hz^{-1}}$. O fluxo de radiação também é conhecido como primeiro momento do campo de radiação em relação à direção. Integrando sobre todas as frequências, obtemos o fluxo total de radiação

$$\boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, t) = \int_0^\infty \boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, \nu, t)\,\mathrm{d}\nu, \tag{3.6}$$

representado em unidades de $\mathrm{erg\,cm^{-2}\,s^{-1}}$.

Decompondo $\boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$ em suas componentes cartesianas temos

$$\left(\mathscr{F}_x, \mathscr{F}_y, \mathscr{F}_z\right) = \left(\oint In_x\,\mathrm{d}\omega, \oint In_y\,\mathrm{d}\omega, \oint In_z\,\mathrm{d}\omega\right) \tag{3.7}$$

onde $\mu=\cos\theta$, $\mathrm{d}\omega=-\mathrm{d}\mu\,\mathrm{d}\phi$, $n_x=(1-\mu^2)^{1/2}\cos\phi$, $n_y=(1-\mu^2)^{1/2}\,\mathrm{sen}\,\phi$, $n_z=\mu$. Caso haja simetria azimutal, a intensidade específica não dependerá do ângulo ϕ. Fazendo z o eixo de simetria, se o meio for homogêneo em x e y, as componentes $\mathscr{F}_x$ e $\mathscr{F}_y$ serão anuladas, e apenas a componente $\mathscr{F}_z$ será diferente de zero. Como o fluxo terá apenas uma componente, podemos representá-lo por uma grandeza escalar igual a

$$\mathscr{F}(z, \nu, t) = \int_0^{2\pi}\int_{-1}^{1} I(z, \mu, \nu, t)\mu\,\mathrm{d}\mu\,\mathrm{d}\phi = 2\pi\int_{-1}^{1} I(z, \mu, \nu, t)\mu\,\mathrm{d}\mu. \tag{3.8}$$

No caso de simetria esférica, o fluxo terá simetria radial, e a Eq. (3.8) permanece válida, sendo necessário apenas trocar a variável z pela variável r.

O valor médio do fluxo em relação ao ângulo sólido (ou direção de propagação) também pode ser calculado da mesma maneira como foi feito para a intensidade específica. Integrando $\boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$ sobre todos os ângulos sólidos e dividindo por 4π encontramos

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}, \nu, t) = (4\pi)^{-1}\boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, \nu, t) = (4\pi)^{-1}\oint I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}\omega. \tag{3.9}$$

Se houver simetria azimutal no problema, a Eq. (3.9) se reduz a

$$H(z, \nu, t) = (4\pi)^{-1}\mathscr{F}(z, \nu, t) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} I(z, \mu, \nu, t)\mu\,\mathrm{d}\mu. \tag{3.10}$$

e, novamente, passamos a ter uma grandeza escalar que é conhecida como fluxo de Eddington.

Enquanto a intensidade específica $I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$ permanece invariante com a distância, o módulo do fluxo $\boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$ é inversamente proporcional ao quadrado da distância da fonte. O ideal seria, então, sempre trabalhar com a intensidade específica, mas esta só pode ser medida quando se consegue resolver a superfície emissora de radiação, caso contrário o que se consegue medir é o fluxo de radiação. E, a não ser para o Sol, o que se mede em todas as observações de objetos estelares é o fluxo de radiação do objeto. Por isso, trabalhar com o conceito de fluxo de radiação torna-se útil.

O momento de ordem zero da intensidade específica é uma grandeza escalar (tensor de "*rank*" ou ordem 0) conhecida como intensidade média $J(\boldsymbol{r}, \nu, t)$. O momento de primeira ordem é um vetor (tensor de ordem 1) chamado de fluxo de radiação $\boldsymbol{\mathscr{F}}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$. Calculando, portanto, o segundo momento da intensidade específica vamos encontrar a grandeza tensorial (de ordem 2)

$$\mathsf{P}(\boldsymbol{r}, \nu, t) = c^{-1} \oint I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\boldsymbol{nn}\, \mathrm{d}\omega, \tag{3.11}$$

que pode ser reescrita em termo de cada uma de suas componentes como

$$P_{ij}(\boldsymbol{r}, \nu, t) = c^{-1} \oint I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) n_i n_j \, \mathrm{d}\omega, \tag{3.12}$$

e representa a taxa de transferência de momento na direção $\hat{\jmath}$, por radiação com frequência ν, através de um elemento de área orientado perpendicularmente à direção $\hat{\imath}$. Esta definição é similar à definição de pressão cinética (ou térmica) em um fluido, e, portanto, P é denominado tensor pressão de radiação. Analisando a Eq. (3.12), podemos notar que P_{ij}=P_{ji}, que faz com que P seja simétrico. O tensor $\mathsf{P}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$ tem dimensões de dynes $\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{Hz}^{-1}$.

No caso de simetria axial ou esférica no sistema, o campo de radiação é independente do ângulo azimutal ϕ. Utilizando a Eq. 3.12, pode-se encontrar as componentes do tensor pressão de radiação,

$$\begin{aligned}
P_{xx} &= c^{-1} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{1} I(z, \mu, \nu, t)(1-\mu^2)\cos^2\phi \, \mathrm{d}\phi \, \mathrm{d}\mu, \\
P_{yy} &= c^{-1} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{1} I(z, \mu, \nu, t)(1-\mu^2)\,\mathrm{sen}^{\,2}\phi \, \mathrm{d}\phi \, \mathrm{d}\mu, \\
P_{zz} &= c^{-1} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{1} I(z, \mu, \nu, t)\mu^2 \, \mathrm{d}\phi \, \mathrm{d}\mu.
\end{aligned}$$

Todos os outros termos do tensor que não fazem parte da diagonal se anulam devido à simetria. Resolvendo as integrais encontramos que P pode ser escrito na forma

$$\mathsf{P} = \begin{bmatrix} p_\nu & 0 & 0 \\ 0 & p_\nu & 0 \\ 0 & 0 & p_\nu \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3p_\nu - E_\nu & 0 & 0 \\ 0 & 3p_\nu - E_\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{3.13}$$

onde

$$p_\nu(z, \nu, t) \equiv \frac{4\pi}{c} K(z, \nu, t), \tag{3.14}$$

e,

$$K(z, \nu, t) \equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} I(z, \mu, \nu, t)\mu^2 \, d\mu. \tag{3.15}$$

$K(z, \nu, t)$ é o segundo momento da intensidade específica em relação ao ângulo (ou direção) na aproximação de Eddington. Se o campo de radiação for isotrópico, ou seja, se ainda for independente de μ, então $p_\nu = \frac{1}{3}E_\nu$, e a Eq. 3.13 se reduz à

$$\mathsf{P} = \begin{bmatrix} p_\nu & 0 & 0 \\ 0 & p_\nu & 0 \\ 0 & 0 & p_\nu \end{bmatrix}, \tag{3.16}$$

e o tensor P pode ser substituído por uma pressão de radiação escalar p_ν, ou mesmo ser escrito apenas em termos da densidade de energia E_ν.

3.2 Interação entre Radiação e Matéria

3.2.1 Absorção, Emissão e Espalhamento

Como foi dito anteriormente, a intensidade específica é uma grandeza invariante com a distância, caso não haja nem fontes e nem sumidouros ao longo do caminho atravessado pela radiação. O que ocorre, na realidade, é que sempre há interação entre a radiação e a matéria, e sempre ocorrem diversos processos que adicionam ou retiram energia do campo de radiação. Esses processos físicos podem ser classificados em dois tipos distintos: absorção/emissão térmicos e espalhamento.

Os processos puramente de absorção ou de emissão são conhecidos como térmicos, pois, nestes casos, a energia removida do feixe de radiação é convertida parcialmente ou totalmente em energia térmica do material. E, na emissão, parte da energia térmica do material é convertida em energia radiativa. A seguir, citamos alguns exemplos desses tipos de processo:

(a) Um átomo absorve um fóton com energia suficiente para ionizá-lo, e, então, libera um elétron, que antes se encontrava ligado, para o contínuo e com energia cinética finita. Este processo é conhecido como fotoionização ou absorção ligado-livre. Na fotoionização o fóton é destruído, e a energia cinética do elétron liberado é termalizada após um número finito de colisões elásticas no meio, ou seja, parte da energia radiativa se transforma em energia cinética do gás e torna-se parte do reservatório térmico do material. O processo inverso é conhecido como recombinação, e neste processo um elétron livre se liga ao átomo e emite radiação com energia igual à soma das energias cinética e de ligação do elétron, ou seja, parte da energia térmica do material é convertida em energia radiativa.

(b) Um átomo absorve um fóton com energia suficiente para induzir a transição de um elétron num estado ligado de menor energia para um estado ligado de maior energia. Este processo é conhecido como fotoexcitação ou absorção ligado-ligado. Após a fotoexcitação, o átomo sofre uma colisão inelástica e transfere parte da energia absorvida para a outra partícula envolvida na colisão. O elétron que havia sido excitado é de-excitado pela colisão, sem que haja liberação de um fóton. Parte da energia radiativa absorvida foi, então, convertida em energia térmica do material, e diz-se que o fóton foi destruído por uma de-excitação por colisão. No processo inverso, após uma colisão, o átomo também perde energia, e um elétron ligado qualquer sofre transição para um estado menos energético e libera um fóton.

(c) O átomo é fotoexcitado ao absorver um fóton e logo em seguida sofre ionização por colisão, liberando o elétron que antes estava num estado ligado de baixa energia para o contínuo. A energia do elétron contribui para o reservatório térmico de energia das partículas. O processo inverso é conhecido como recombinação por colisão (de três corpos).

(d) Um elétron livre se move com numa órbita hiperbólica ao redor de um íon. Esse elétron, então, absorve um fóton e passa para uma órbita de maior energia ao redor do íon. Este processo é conhecido como absorção livre-livre. O processo inverso é conhecido como *bremsstrahlung*.

Notamos que, nos casos do processo de absorção, os fótons são destruídos e sua energia se converte diretamente em energia cinética do gás, e o processo inverso ocorre quando há emissão.

No caso do espalhamento, o fóton interage com um núcleo espalhador, podendo produzir ou não uma variação no estado de excitação do espalhador, reaparecendo, então, numa direção

diferente com uma pequena variação em sua energia. Neste caso, a energia que vai para o reservatório térmico do material é muito pouca, ou mesmo, inexistente. Como exemplo desses processos:

(a) O átomo absorve um fóton que é capaz de excitar um elétron ligado de um estado *a* para um estado de maior energia *b*, e logo em seguida, ocorre a transição inversa de *b* para *a* com a criação de um fóton. Este fóton, geralmente, não será emitido na mesma direção que o fóton incidente. Os níveis de energia *a* e *b* não são infinitamente finos, e ambos possuem uma pequena largura. Qualquer perturbação mínima muda a energia do elétron dentro do nível, e faz com que a energia do fóton emitido seja diferente da energia do fóton incidente.

(b) Um elétron livre interage e absorve um fóton incidente ao oscilar em seu campo elétrico, e então reemite outro fóton numa direção diferente da direção de incidência (espalhamento Thompson).

(c) Um fóton colide inelasticamente com um elétron livre, produzindo uma pequena variação na energia cinética do elétron, e sendo reemitido com uma pequena diferença de energia, numa direção, geralmente, diferente da direção de incidência (espalhamento Compton).

(d) Espalhamento Rayleigh, onde um fóton com energia muito menor que as energias de transição entre estados de um átomo ou molécula interage com este centro espalhador e muda sua direção de propagação.

Nos processos radiativos térmicos existe um acoplamento muito grande entre a radiação e a matéria, ou seja, estes processos dependem e influem ao mesmo tempo nas propriedades termodinâmicas locais do gás, já que eles produzem transferência quase-direta de energia entre o campo de radiação e o reservatório de energia térmica do gás. No caso do espalhamento, este acoplamento é muito fraco, e a intensidade de energia espalhada dependerá principalmente da intensidade de radiação que chega ao local, radiação esta que pode ter sido gerada numa região bem distante da região onde ocorre o espalhamento. O espalhamento, portanto, depende muito pouco das propriedades locais do gás.

Esta classificação tem suas limitações, e, em alguns casos, fica difícil classificar se o que ocorre é espalhamento, ou absorção/emissão térmica. Por exemplo, um átomo com níveis de ligação com ordem crescente de energia *a*, *b* e *c* absorve um fóton e é excitado de *a* para *c*. Logo depois o elétron em *c* decai radiativamente para *b*, e, então, decai novamente de *b* para *a*. O fóton incidente, então, se transforma em dois fótons menos energéticos. Não houve espalhamento, já que os dois fótons resultantes têm energia bem diferentes do fóton inicial, e não houve transferência da energia radiativa para energia cinética do gás, portanto, também não houve absorção. Para o tratamento correto, inclusive desses casos indefinidos, é necessário utilizar equações de equilíbrio que considerem todos os processos radiativos e colisionais que afetam o sistema e, ao mesmo tempo, resolver as equações de transferência que descrevem os processos de absorção, emissão e de transporte de radiação ao longo do volume do material em questão.

Mas, antes de falarmos sobre equações de equilíbrio radiativo e equação de transferência, devemos quantificar os processos de emissão, absorção e espalhamento de radiação. Para quantificar esses processos de perda e ganho de energia através da radiação, devemos definir os coeficientes de extinção e de emissão. Quando a radiação atravessa um material, parte de sua energia é removida e isso é descrito através da opacidade ou coeficiente de extinção $\chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu)$. A opacidade é definida de modo que o feixe de radiação com intensidade específica $I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu)$ com frequência no intervalo $(\nu, \nu+\mathrm{d}\nu)$, incidindo sobre o ângulo sólido $\mathrm{d}\omega$, perde uma quantidade de

energia

$$\delta E = \chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu)\, I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu) \mathrm{d}l\, \mathrm{d}S\, \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}\nu\, \mathrm{d}t \tag{3.17}$$

durante o intervalo de tempo dt. O coeficiente de extinção χ, ou opacidade, é calculado fazendo-se o produto das seções retas de absorção (cm^2) de cada átomo pela densidade populacional destes átomos (cm^{-3}) em um determinado volume, e somando este resultado sobre todos os estados que podem interagir com fótons de frequência ν. A dimensão de χ, então, é cm^{-1}, e a grandeza $1/\chi$ representa o livre caminho médio do fóton, ou seja, a distância média que o fóton percorre antes de ser absorvido ou espalhado pela material. Em um meio estático, onde o material não tem uma direção preferencial de movimento, a opacidade é isotrópica. Já se o meio estiver em movimento em relação a algum referencial, o próprio efeito Doppler fará com que a opacidade seja anisotrópica.

O coeficiente de extinção pode ser separado em duas componentes, a de absorção térmica $\kappa(\boldsymbol{r}, t, \nu)$ e a de espalhamento $\sigma(\boldsymbol{r}, t, \nu)$. Ambos os processos são independentes entre si, e

$$\chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu) = \kappa(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu) + \sigma(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu). \tag{3.18}$$

A energia adicionada a um feixe de radiação com intensidade específica $I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu)$, frequência no intervalo (ν, ν+dν), incidente sobre um ângulo sólido dω, durante o intervalo de tempo dt, ao atravessar um volume de material com seção reta dS orientada na mesma direção de propagação do feixe $\boldsymbol{n}$, e comprimento dl é

$$\delta E = \eta(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu) \mathrm{d}S\, \mathrm{d}l\, \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}\nu\, \mathrm{d}t, \tag{3.19}$$

onde $\eta(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu)$ é chamado de coeficiente de emissão ou emissividade. Quantitativamente, a emissividade é calculada pelo produto das densidades populacionais dos níveis superiores, pela probabilidade de ocorrer a transição necessária para criar o fóton de frequência ν, e somando os produtos de todos os processos que geram fótons de mesma frequência. A emissividade η tem unidades de ergs cm^{-3} sr^{-1} Hz^{-1} s^{-1}, e também pode ser decomposta numa componente de emissividade térmica η^{t} e numa componente de espalhamento η^{s}, independentes entre si,

$$\eta(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu) = \eta^{\mathrm{t}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu) + \eta^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, t, \nu). \tag{3.20}$$

Como a opacidade térmica, a emissividade térmica, num meio estático, também é isotrópica. Já o termo de espalhamento possui uma certa dependência angular, mesmo nos casos estáticos, e esta dependência é dada pela função de redistribuição, $R(\boldsymbol{n}', \nu'; \boldsymbol{n}, \nu)$, que indica a probabilidade de um fóton com direção $\boldsymbol{n}'$ e frequência ν' interagir com o núcleo espalhador e ser re-emitido como um fóton na direção $\boldsymbol{n}$ e frequência ν. A função de redistribuição possui uma dependência temporal que será mantida implícita, tanto em $R(\boldsymbol{n}', \nu'; \boldsymbol{n}, \nu)$ como nas outras variáveis para simplificar a notação e também porque neste trabalho estamos interessados apenas em casos estacionários. A função $R(\boldsymbol{n}', \nu'; \boldsymbol{n}, \nu)$ deve ser uma função normalizada de modo que

$$(4\pi)^{-2} \oint \mathrm{d}\omega' \oint \mathrm{d}\omega \int_0^\infty \mathrm{d}\nu' \int_0^\infty R(\boldsymbol{n}', \nu'; \boldsymbol{n}, \nu)\, \mathrm{d}\nu = 1. \tag{3.21}$$

Isto quer dizer que, todo fóton incidente sobre o núcleo espalhador (e que não sofre absorção térmica), independente de direção e frequência, deve ser espalhado numa direção $\boldsymbol{n}$ qualquer e frequência ν. A função de redistribuição contém um perfil de absorção $\phi(\nu')$ e um perfil de emissão $\psi(\nu)$, ambos normalizados. Integrando a Eq. (3.21) sobre todos os ângulos sólidos e

frequências de emissão, obtem-se a probabilidade de um fóton com direção de incidência $\boldsymbol{n}'$ e frequência ν' ser espalhado pelo núcleo espalhador,

$$\phi(\nu')\,\mathrm{d}\nu'\,(\mathrm{d}\omega'/4\pi) = \mathrm{d}\nu'\,(\mathrm{d}\omega'/4\pi)\oint(\mathrm{d}\omega/4\pi)\int_0^\infty R(\boldsymbol{n}',\nu',\boldsymbol{n},\nu)\,\mathrm{d}\nu, \tag{3.22}$$

ou seja,

$$\phi(\nu') = \oint(\mathrm{d}\omega/4\pi)\int_0^\infty R(\boldsymbol{n}',\nu',\boldsymbol{n},\nu)\,\mathrm{d}\nu. \tag{3.23}$$

Se $\sigma_l(\boldsymbol{r})$ indicar o coeficiente total de espalhamento de uma determinada linha espectral, podemos escrever $\sigma(\boldsymbol{r},\nu')=\sigma_l(\boldsymbol{r})\phi(\nu')$. A probabilidade de uma quantidade de energia $\sigma_l(\boldsymbol{r})I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n}',\nu')$ ser retirada, então, de um feixe de radiação com frequência ν' vindo de $\mathrm{d}\omega'$, e ser espalhada como um fóton em $\mathrm{d}\omega$ e frequência ν, é

$$\sigma_l(\boldsymbol{r})\,R(\nu',\boldsymbol{n}',\nu,\boldsymbol{n})\,I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n}',\nu')\mathrm{d}\nu'\,\mathrm{d}\nu\,(\mathrm{d}\omega'/4\pi)(\mathrm{d}\omega/4\pi). \tag{3.24}$$

Se integrarmos sobre todas as frequências e ângulos de incidência, encontraremos a quantidade total de energia emitida com frequência ν na direção $\mathrm{d}\omega$,

$$\eta^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n},\nu)\,\mathrm{d}\nu(\mathrm{d}\omega/4\pi) = \sigma_l(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\nu(\mathrm{d}\omega/4\pi)\oint(\mathrm{d}\omega'/4\pi)\int_0^\infty \mathrm{d}\nu' R(\nu',\boldsymbol{n}',\nu,\boldsymbol{n})\,I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n}',\nu'), \tag{3.25}$$

que, simplificando, torna-se,

$$\eta^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n},\nu) = \sigma_l(\boldsymbol{r})\oint(\mathrm{d}\omega'/4\pi)\int_0^\infty \mathrm{d}\nu' R(\nu',\boldsymbol{n}',\nu,\boldsymbol{n})\,I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n}',\nu'). \tag{3.26}$$

Se considerarmos que o espalhamento é isotrópico, ou seja, não possui direções preferenciais nem de absorção e nem de emissão, a função redistribuição vai ser independente das direções $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{n}'$, e consequentemente independente do ângulo entre ambas as direções. Se o campo de radiação $I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n},\nu)$ também for isotrópico, a emissividade por espalhamento pode ser escrita como

$$\eta^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n},\nu) = \sigma_l(\boldsymbol{r})\int_0^\infty R(\nu',\nu)\,J(\boldsymbol{r},\nu')\,\mathrm{d}\nu', \tag{3.27}$$

onde $R(\nu',\nu)=\phi(\nu')\psi(\nu)$. Os perfis de absorção e de emissão dependem apenas das características do átomo e do meio, portanto, se não houver correlação entre as frequências dos fótons antes e depois do espalhamento, os perfis de linha de absorção e de emissão são iguais ($\phi(\nu')=\psi(\nu)$), e ambas as frequências estarão distribuídas aleatoriamente sobre um mesmo perfil. Esta situação é conhecida como redistribuição completa, e podemos escrever

$$\eta^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{r},\nu) = \sigma_l(\boldsymbol{r})\phi(\nu)\int_0^\infty \phi(\nu')J(\boldsymbol{r},\nu')\,\mathrm{d}\nu'. \tag{3.28}$$

A redistribuição completa, também conhecida como não-coerência completa, é uma boa aproximação em meios onde os átomos sofrem várias perturbações externas durante o processo de espalhamento, o que faz com que os elétrons excitados pelo fóton incidente se redistribuam aleatoriamente nos subestados de energia do nível superior da transição. A redistribuição completa continua uma aproximação válida mesmo se houver alargamento térmico da linha.

Podemos derivar uma relação muito importante entre as componentes térmicas da opacidade e da emissividade num meio em Equilíbrio Termodinâmico (ET). Neste caso, a quantidade de

energia do campo de radiação que é absorvida pelo material é igual à quantidade de energia emitida pelo material em forma de radiação, e então temos

$$\eta^{\mathrm{t}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\, \mathrm{d}S\, \mathrm{d}l\, \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}\nu\, \mathrm{d}t = \kappa(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)\, \mathrm{d}S\, \mathrm{d}l\, \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}\nu\, \mathrm{d}t. \tag{3.29}$$

Se o meio está em Equilíbrio Termodinâmico, suas propriedades devem ser homogêneas e isotrópicas, e a equação acima é simplificada e reescrita como

$$\eta^{\mathrm{t}}(\nu) = \kappa(\nu) I(\boldsymbol{n}, \nu), \tag{3.30}$$

que é conhecida como *Lei de Kirchhoff*. O campo de radiação gerado por material em Equilíbrio Termodinâmico depende apenas da temperatura T do meio, e é descrito pela função de Planck

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left(e^{h\nu/kT} - 1 \right)^{-1} \tag{3.31}$$

de modo que a Eq. (3.30), torna-se

$$\eta^{*}(\nu) = \kappa^{*}(\nu) B_\nu(T), . \tag{3.32}$$

Toda vez que utilizarmos o índice $*$ superescrito ao lado de grandeza, significa que a grandeza teve seu valor calculado considerando Equilíbrio Termodinâmico. Esta relação, conhecida como *relação de Kirchhoff-Planck*, é válida para qualquer meio que esteja em ET, e não depende da composição do material.

3.2.2 Equilíbrio Termodinâmico Local

Se, em uma determinada região do material, os gradientes nas propriedades do meio forem muito pequenos, de modo que a variação destas propriedades ao longo do livre caminho médio do fóton for desprezível, podemos aplicar uma aproximação chamada de Equilíbrio Termodinâmico Local (ETL). Nessa aproximação, podemos dizer que todas as propriedades do material naquele pequeno volume estão com os mesmo valores que no caso do ET, o que facilita bastante o cálculo das propriedades termodinâmicas locais do material. Dessa maneira podemos separar todo o meio em pequenas regiões em ETL, e a relação de Kirchhoff-Planck se torna válida em cada um destes pequenos volumes de material.

A hipótese de ETL considera que todos os processos estão em balanceamento ou equilíbrio detalhado, o que quer dizer que, para cada processo que ocorre dentro do meio, ocorre também o processo inverso, de modo a manter as características do meio constantes. Num meio em equilíbrio termodinâmico, a função-distribuição que descreve as velocidades das partículas é Maxwelliana, e as colisões entre partículas são descritas com base nesta distribuição. Uma distribuição Maxwelliana de velocidades é função apenas da massa das partículas e da temperatura cinética do meio. Se os únicos processos ocorrendo no meio forem colisões, uma distribuição de velocidades Maxwelliana garante a condição de ETL no meio. Entretanto, nos casos estudados aqui, processos radiativos também são importantes, e devem ser considerados. Se temos balanceamento detalhado em processos radiativos, o campo de radiação deve ser Planckiano. A função de Planck depende apenas da temperatura radiativa do meio. Portanto, num determinado meio, se as partículas estiverem se movendo seguindo a distribuição de Maxwell, e o campo de radiação obedecer uma distribuição de Planck, podemos dizer que as temperaturas cinéticas e radiativas são iguais, e, então, o meio está em ETL. Esta situação só ocorrerá se o

meio estiver adiabaticamente isolado. Caso a radiação incidente sobre o meio fuja minimamente da função de Planck, já será o suficiente para que as propriedades do meio variem (densidades populacionais dos níveis atômicos, níveis de ionização, opacidade e emissividade), o que fará com que o campo de radiação local varie mais ainda. Nesse caso, teremos temperaturas cinéticas e de radiação diferentes, e um meio fora do ETL.

A hipótese de ETL é válida em interiores estelares ou após uma certa profundidade na atmosfera estelar; em ambas as regiões a radiação se termaliza para a função de Planck. Entretanto, mais perto da superfície estelar, o campo de radiação deixa de ser isotrópico, já que a quase totalidade dos fótons está saindo da estrela, e pode-se, na maioria dos casos, desprezar a quantidade de fótons entrando na superfície da estrela. A anisotropia do campo de radiação já é condição suficiente para tirar o sistema do equilíbrio. Além disso, os fótons que atravessam as camadas mais superficiais da estrela são gerados, principalmente, nas camadas mais profundas, onde as temperaturas são bem diferentes. Mesmo se o campo de radiação gerado nas camadas mais profundas seguir a função de Planck, a temperatura da radiação que chega até as camadas superficiais será bem diferente da temperatura cinética dos gases no local, ou seja, não haverá equilíbrio termodinâmico entre radiação e matéria. A hipótese de ETL é, geralmente, utilizada como uma primeira aproximação nos problemas envolvendo campos de radiação, mas na maioria dos casos, quando se quer obter resultados minimamente plausíveis não se deve utilizar a condição de ETL no sistema.

No equilíbrio termodinâmico, o estado do gás pode ser determinado conhecendo-se apenas a temperatura T e a densidade de partículas N. Nestas condições, a equação de excitação de Boltzmann pode ser utilizada para calcular a distribuição de população de cada um dos estados ligados do átomo. Seja n_{ijk} a densidade populacional de átomos nos estados de excitação i e de ionização j do elemento k. Se j=0 o átomo está neutro, se j=1 o átomo foi ionizado uma vez, e assim sucessivamente. De acordo com a lei de Boltzmann, a razão entre as populações de dois estados excitados l e m, pode ser escrita como

$$\left(\frac{n_{mjk}}{n_{ljk}}\right)^{*} = \frac{g_{mjk}}{g_{ljk}} \exp\left(-h\nu_{lm}/kT\right), \tag{3.33}$$

onde g_{mjk} e g_{ljk} são as degenerescências dos níveis m e l, respectivamente, e $h\nu_{lm}$ é a energia do fóton que corresponde à diferença de energia entre os níveis l e m. Enfatizamos aqui que o *asterisco* superescrito (*) indica que estamos calculando a grandeza utilizando a hipótese de ETL.

Sendo χ_{ijk} a energia de excitação em relação ao nível fundamental, a população do nível i pode ser escrita como

$$n^{*}_{ijk} = n^{*}_{0jk}\left(\frac{g_{mjk}}{g_{0jk}}\right)\exp(-\chi_{ijk}/kT), \tag{3.34}$$

onde o índice 0 indica o nível fundamental. Somando sobre todos os níveis de excitação i, encontramos o número total de átomos no estado de ionização j, ou seja,

$$n^{*}_{jk} = \sum_i n^{*}_{ijk} = \left(n^{*}_{0jk}/g_{0jk}\right)\sum_i g_{ijk}\exp(-\chi_{ijk}/kT), \tag{3.35}$$

o termo

$$U_{jk}(T) \equiv \sum_i g_{ijk}\exp(-\chi_{ijk}/kT) \tag{3.36}$$

é conhecido com *função Partição*. Podemos obter uma boa estimativa para o valor da função Partição somando apenas sobre alguns dos primeiros níveis menos energéticos do átomo (Mihalas 1978).

A razão entre as populações de átomos do elemento k em diferentes níveis de ionização pode ser encontrada utilizando a equação de Saha, que é uma extensão da Eq. 3.33. Se fizermos, agora, que χ_{Ijk} seja a energia necessária para ionizar o átomo k que está no estado de ionização j para o estado de ionização j+1, de acordo com a equação de Saha

$$\left(\frac{n_{jk}}{n_{j+1,k}}\right)^* = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{2\pi mkT}\right)^{3/2} n_{\rm e}\left[U_{jk}(T)/U_{j+1,k}(T)\right]\exp(-\chi_{Ijk}/kT), \tag{3.37}$$

onde $n_{\rm e}$ é a densidade de elétrons. A notação acima pode ser simplificada se definirmos

$$\tilde{\Phi}_{jk}(T) = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{2\pi mkT}\right)^{3/2}\left[U_{jk}(T)/U_{j+1,k}(T)\right]\exp(-\chi_{Ijk}/kT). \tag{3.38}$$

Utilizando a Eq. (3.38), podermos reescrever a Eq. (3.37) como

$$\left(\frac{n_{jk}}{n_{j+1,k}}\right)^* = n_{\rm e}\tilde{\Phi}_{jk}(T). \tag{3.39}$$

Uma demonstração mais detalhada de como chegar na Eq. (3.37) a partir da Eq. (3.33) pode ser encontrada em Mihalas (1978).

Utilizando a Eq. (3.39) podemos encontrar o número total de átomos num determinado estado de ionização,

$$n^*_{jk} = n^*_{j+1,k} n_{\rm e}\tilde{\Phi}_{jk}(T),$$

mas,

$$n^*_{j+1,k} = n^*_{j+2,k} n_{\rm e}\tilde{\Phi}_{j+1,k}(T),$$

ou seja,

$$n^*_{jk} = n^*_{j+2,k} n_{\rm e}^2\tilde{\Phi}_{jk}(T)\tilde{\Phi}_{j+1,k}(T).$$

Podemos ver que, se aplicarmos recursivamente a Eq. (3.39), vamos encontrar a população total de átomos em qualquer estado de ionização j. Se J_k é o último estado de ionização do átomo k,

$$n^*_{jk} = n^*_{J_k,k}\prod_{l=j}^{J_k-1} n_{\rm e}\tilde{\Phi}_{l,k}(T). \tag{3.40}$$

Na condição em que l=J_k, não faz sentido calcular o produtório até J_k−1, e, neste caso, convenciona-se dizer que o resultado do produtório é a unidade. Se quisermos descobrir o número total de átomos k, devemos somar as populações de todos os estados de ionização, então

$$N^*_k = \sum_{m=0}^{J_k} n^*_{J_k,k}\prod_{l=m}^{J_k-1} n_{\rm e}\tilde{\Phi}_{l,k}(T). \tag{3.41}$$

Se dividirmos a Eq. (3.40) pela Eq. (3.41), vamos obter a razão entre átomos k num estado qualquer de ionização j e o número total de átomos k,

$$\begin{aligned} f_{jk}(n_{\rm e},T) &\equiv \left(\frac{n_{jk}}{N_k}\right)^* = \frac{\prod_{l=j}^{J_k-1} n_{\rm e}\tilde{\Phi}_{l,k}(T)}{\sum_{m=0}^{J_k}\prod_{l=m}^{J_k-1} n_{\rm e}\tilde{\Phi}_{l,k}(T)} \\ &\equiv \frac{P_{jk}(n_{\rm e},T)}{S_k(n_{\rm e},T)} \end{aligned} \tag{3.42}$$

De acordo com a Eq. (3.42), se os valores de n_e e T (em ETL) forem conhecidos, é possível determinar, para qualquer espécie atômica k, a distribuição de átomos em cada um dos estados de ionização, e em cada um dos estados de ligados através da Eq. (3.33). Entretanto, em geral não sabemos o valor de n_e, mas apenas o valor da densidade total de partículas N em uma determinada região. Através desse valor é que devemos encontrar a densidade de elétrons da região. Como as populações dependem de n_e, e ao mesmo tempo n_e depende das populações, teremos que resolver um sistema não-linear para obter a densidade eletrônica em um determinado local.

A densidade total de partículas é definida como $N_T = N_{atomos} + N_{ions} + n_e$ ou $N = N_N + n_e$, onde N_N é a densidade total de núcleos (átomos neutros + íons). N_N pode ser obtido somando-se N_k sobre todos as espécies atômicas, $N_N = \sum_k N_k$. O valor da abundância de cada elemento k é $\alpha_k = N_k/N_N$, onde $\sum_k \alpha_k \equiv 1$. Vamos considerar que o número total de partículas em uma certa região é uma quantidade que se conserva, ou seja, N_N é constante. Também vamos considerar que existe conservação de carga, ou seja, no caso de um plasma eletricamente neutro, a carga dos íons e as carga dos elétrons livres nesta região se anulam,

$$n_e = \sum_k \sum_{j=1}^{J_k} j n_{jk} = \sum_k N_k \sum_{j=1}^{J_K} j f_{jk}(n_e, T), \tag{3.43}$$

como $N_k = \alpha_k (N - n_e)$,

$$n_e = (N - n_e) \sum_k \alpha_k \sum_{j=1}^{J_k} j f_{jk}(n_e, T). \tag{3.44}$$

A equação acima nos mostra que o valor de n_e depende do valor de $f_{jk}(n_e, T)$, ou seja, a Eq. (3.44) é uma equação não-linear.

Se o plasma for composto apenas por átomos de Hidrogênio, podemos encontrar uma solução analítica bem simples para n_e. Nesse caso, o número total de partículas é $N = n_{HI} + n_{HII} + n_e$, onde n_{HI} e n_{HII} representam, o número de átomos de Hidrogênio neutros e ionizados respectivamente. Aplicando a conservação de carga, e considerando o meio eletricamente neutro, o número de átomos de Hidrogênio ionizado deve ser igual o número de elétrons, $n_{HII} = n_e$, e, então

$$N = n_{HI} + 2n_e.$$

Pela Eq. (3.37),

$$\frac{n_{HI}}{n_{HII}} = n_e \tilde{\Phi}_H \Rightarrow n_{HI} = (n_e \tilde{\Phi}_H) n_{HII} \Rightarrow n_{HI} = n_e^2 \tilde{\Phi}_H,$$

e então podemos reescrever,

$$N = n_e^2 \tilde{\Phi}_H + 2n_e, \tag{3.45}$$

ou seja, uma equação de segundo grau em n_e. Resolvendo para n_e, encontramos

$$n_e = \tilde{\Phi}_H^{-1} \left[\left(1 + \tilde{\Phi}_H \right)^{1/2} - 1 \right] \tag{3.46}$$

Para o caso mais geral, utilizamos a Eq. (3.44). Devemos estimar um valor inicial para a densidade eletrônica, ${n_e}^0$, e utilizar este valor do lado direito da Eq. (3.44), para, então, encontrarmos um novo valor para a densidade eletrônica ${n_e}^1 \neq {n_e}^0$. A estimativa inicial ${n_e}^0$ não é, em geral, a solução correta para a densidade eletrônica, e, portanto podemos escrever que $n_e = {n_e}^0 + \delta n_e$. Se escolhermos um valor de ${n_e}^0$ que esteja bem próximo do valor correto de n_e, de modo que $\delta n_e / {n_e}^0 \ll 1$, podemos expandir a Eq. (3.44) em seus termos de primeira ordem,

$$ {n_e}^0 + \delta n_e \approx \left[(N - {n_e}^0 - \delta n_e) \cdot \tilde{\Sigma}({n_e}^0, T) \right] + (N - {n_e}^0) \left[\frac{\partial}{\partial n_e} \tilde{\Sigma}({n_e}^0, T) \right]_{{n_e}^0} \delta n_e. \tag{3.47}$$

Isolando δn_e na equação acima encontramos,

$$\delta n_e \approx \left[(N - {n_e}^0)\tilde{\Sigma} - {n_e}^0\right]\left[1 + \tilde{\Sigma} - (N - {n_e}^0)\left(\partial\tilde{\Sigma}/\partial n_e\right)\right]^{-1}, \tag{3.48}$$

onde, de acordo com a Eq. (3.42),

$$\tilde{\Sigma}(n_e, T) \equiv \sum_k \alpha_k {S_k}^{-1}(n_e, T) \sum_{j=1}^{J_k} jP_{jk}(n_e, T). \tag{3.49}$$

A derivada $\partial\tilde{\Sigma}/\partial n_e$ pode ser facilmente calculada analiticamente:

$$\frac{\partial\tilde{\Sigma}}{\partial n_e} = \sum_k \alpha_k \left[{S_k}^{-1} \sum_j j(\partial P_{jk}/\partial n_e) - {S_k}^{-2}(\partial S_k/\partial n_e) \sum_j jP_{jk} \right]. \tag{3.50}$$

O valor para δn_e que é encontrado ao resolver a Eq. (3.48) não é o valor exato, mas pode ser utilizado para encontrar uma estimativa mais precisa para a densidade eletrônica, ${n_e}^1 = {n_e}^0 + \delta n_e$. Se calcularmos δn_e novamente, mas desta vez utilizando ${n_e}^1$ na Eq. (3.48) ao invés de ${n_e}^0$, encontraremos um valor que vai levar a um resultado ainda mais preciso de n_e. Esse procedimento é iterado até que se encontre um valor com a precisão necessária para a densidade eletrônica.

Apesar de nem sempre podermos utilizar a condição de ETL, as populações calculadas nesta condição podem ser utilizadas como estimativas iniciais das populações reais, em processos iterativos. Além disso, várias das propriedades atômicas, que independem das condições do meio, podem ser encontradas ao se estudar processos em ET, como veremos nas seções seguintes.

3.2.3 Relações de Einstein

Vamos considerar a absorção e emissão de radiação por um átomo entre dois níveis ligados, onde o estado de mais baixa energia i tem peso estatístico g_i, e o estado de maior energia j peso estatístico g_j. A energia de transição entre esses dois estados é dada por $h\nu_{ij} = \epsilon_j - \epsilon_i$, onde ϵ_i e ϵ_j são as energias relativas entre os níveis i e j, respectivamente, e o estado fundamental. Existem três processos básicos que conectam os níveis i e j, e estes podem ser descritos com a ajuda de três coeficientes, chamados coeficientes de Einstein.

O primeiro processo é o de absorção de radiação, que leva um elétron no átomo a sofrer uma transição atômica do estado i para o estado j. O coeficiente B_{ij} é conhecido como probabilidade de absorção, e é definido de modo que o número de fótons absorvidos com energia $h\nu_{ij}$ por unidade de volume e por unidade de tempo seja

$$R_{ij} = n_i \phi_\nu B_{ij} I_\nu (\mathrm{d}\omega/4\pi)\mathrm{d}\nu, \tag{3.51}$$

onde n_i é a densidade de átomos no estado i. A quantidade $n_i\phi_\nu$ nos dá a quantidade de átomos que são capazes de absorver fótons com energia $(\nu, \nu + \mathrm{d}\nu)$. A taxa com que a energia é absorvida de um feixe incidente de luz por unidade de volume é, então,

$$a_\nu I_\nu = (4\pi)^{-1} B_{ij} h\nu_{ij} n_i \phi_\nu I_\nu, \tag{3.52}$$

ou seja, a_ν, chamado de coeficiente macroscópico de absorção é

$$a_\nu = (4\pi)^{-1} B_{ij} h\nu_{ij} n_i \phi_\nu. \tag{3.53}$$

O valor do coeficiente macroscópico de absorção não contém o termo de correção por emissão estimulada.

A transição inversa do nível j para o nível i pode ocorrer através de dois processos, e em ambos ocorre a emissão de um fóton. Um deles é a emissão espontânea, que tem probabilidade de ocorrer dada pelo coeficiente A_{ji}. A taxa de emissão de energia por unidade de volume da emissão espontânea é dada por

$$\eta_\nu^{\text{esp.}} = (4\pi)^{-1} n_j A_{ji} h\nu_{ij} \psi_\nu, \tag{3.54}$$

onde ψ_ν é o perfil de emissão da linha. O outro processo é a transição induzida pelo próprio campo de radiação, portanto denominada emissão estimulada. A taxa de emissão estimulada depende da intensidade do campo de radiação incidente, e a taxa com que o processo de emissão estimulada adiciona energia ao campo de radiação por unidade de volume é

$$\eta_\nu^{\text{est.}} = (4\pi)^{-1} n_j B_{ji} h\nu_{ij} \psi_\nu I_\nu, \tag{3.55}$$

sendo que B_{ji} é o coeficiente que representa a probabilidade da emissão estimulada acontecer. Vale lembrar que como estamos utilizando a condição de redistribuição completa, os perfis de absorção ϕ_ν e de emissão ψ_ν são iguais. Outra diferença entre os dois processos se refere à distribuição angular da radiação emitida por ambos. A emissão espontânea é isotrópica, enquanto e emissão estimulada possui a mesma distribuição angular que I_ν.

Os três coeficientes de Einstein A_{ji}, B_{ij} e B_{ji} estão relacionados entre si, e estas relações podem ser encontradas se considerarmos um sistema em equilíbrio termodinâmico. Num meio em ET a quantidade de energia absorvida do feixe deve ser igual a taxa de energia sendo adicionada ao feixe, e, portanto, as taxas de absorção e de emissão devem ser iguais,

$$B_{ij} n_i^* I_\nu = B_{ji} n_j^* I_\nu + A_{ji} n_j^*, \tag{3.56}$$

ou, reescrevendo

$$\left(\frac{n_i}{n_j}\right)^* B_{ij} I_\nu = B_{ji} I_\nu + A_{ji}. \tag{3.57}$$

A razão n_i/n_j pode ser encontrada através da equação de Boltzmann [Eq. (3.33)], e sabendo que na condição de ET, $I_\nu \equiv B_\nu$, podemos transformar a equação acima em

$$B_\nu = \frac{A_{ji}}{B_{ji}} \left(\frac{B_{ij} g_i}{B_{ji} g_j} e^{h\nu_{ij}/kT} - 1 \right)^{-1}. \tag{3.58}$$

Comparando as Eqs. (3.58) e (3.31), podemos encontrar as seguintes relações entre os coeficientes de Einstein

$$\frac{A_{ji}}{B_{ji}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \Rightarrow A_{ji} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{ji}, \tag{3.59}$$

e

$$\frac{B_{ij} g_i}{B_{ji} g_j} = 1 \Rightarrow B_{ij} = \frac{g_j}{g_i} B_{ji}. \tag{3.60}$$

Estas relações são conhecidas como *relações de Einstein*, e apesar de terem sido encontradas utilizando a condição de ET, elas são independentes do meio, e dependem apenas das propriedades físicas do átomo, permanecendo, portanto, válidas mesmo em um meio que não esteja em equilíbrio termodinâmico. Se for conhecido apenas um dos coeficientes, os outros podem ser encontrados através das relações de Einstein.

Para encontrar o coeficiente de opacidade da linha χ_l, devemos subtrair o termo de emissão estimulada de a_ν, de modo que

$$\chi_l = (4\pi)^{-1} h\nu_{ij}\phi_\nu (B_{ij}n_i - B_{ji}n_j), \tag{3.61}$$

que, aplicando a Eq. (3.60), torna-se

$$\chi_l = (4\pi)^{-1} h\nu_{ij}\phi_\nu B_{ij}n_i \left(1 - \frac{g_i n_j}{g_j n_i}\right). \tag{3.62}$$

Se o meio estiver em ETL, a Eq. (3.62) se transforma em

$$\chi_l^* = (4\pi)^{-1} h\nu_{ij}\phi_\nu B_{ij}n_i \left(1 - e^{h\nu_{ij}/kT}\right). \tag{3.63}$$

O coeficiente de emissividade térmico da linha η_l, é dado pela Eq. (3.54),

$$\eta_l(\nu) = (4\pi)^{-1} h\nu_{ij}\phi_\nu A_{ji}n_j.$$

Se o meio estiver em ETL, a população n_j=n_j^*, e a emissividade pode ser escrita como

$$\eta_l^*(\nu) = (4\pi)^{-1} h\nu_{ij}\phi_\nu A_{ji}n_j^*. \tag{3.64}$$

Os coeficientes de absorção e a emissividade de uma determinada linha, portanto, podem ser obtidos se conhecermos pelo menos um dos coeficientes de Einstein. Os coeficientes e relações de Einstein, entretando, são válidas apenas para transições entre dois estados ligados. Para transições do tipo ligado-livre deve-se utilizar as relações de Einstein-Milne, que são a generalização das relações de Einstein.

3.2.4 Relações de Einstein-Milne para o contínuo

Vamos considerar agora o processo de fotoionização, onde um elétron ligado absorve um fóton com energia suficiente para ionizá-lo e dar-lhe uma velocidade v. Utilizaremos n_0 para a densidade populacional de átomos neutros, n_1 para a densidade populacional de átomos uma vez ionizados e $n_e(v)\mathrm{d}v$ para a densidade populacional de elétrons com velocidade dentro do intervalo $(v, v+\mathrm{d}v)$, e a velocidade no meio é dada por uma distribuição Maxwelliana. Utilizando o mesmo raciocínio utilizado para a fotoexcitação, se p_ν é a probabilidade de fotoionização do átomo por radiação de frequência dentro do intervalo $(\nu, \nu+\mathrm{d}\nu)$, a taxa de fotoionização por unidade de volume será $n_0 p_\nu I_\nu \mathrm{d}\nu$. A energia do feixe de radiação será absorvida pelo material a uma taxa por unidade de volume de $h\nu n_0 p_\nu I_\nu \mathrm{d}\nu$, de onde podemos encontrar o coeficiente de absorção por fotoionização $\alpha_\nu \equiv h\nu p_\nu$.

O processo de recombinação eletrônica, como no caso do decaimento radiativo de um elétron de um estado ligado para outro de menor energia, também pode ocorrer espontaneamente ou pode ser induzido pelo campo de radiação incidente no meio. Usando $F(v)$ para a probabilidade de recombinação espontânea, e $G(v)$ para a probabilidade de recombinação estimulada, ambas por elétrons com velocidades no intervalo $(v, v+\mathrm{d}v)$, então, como nos casos de transição ligado-ligado, o número de recombinações de elétrons com velocidade v durante um período dt será

$$n_1 n_e(v)[F(v) + G(v)I_\nu]v\mathrm{d}v\mathrm{d}t.$$

Aplicando a condição de equilíbrio termodinâmico, e equilibrando os processos de fotoionização e recombinação eletrônica, podemos encontrar

$$n_0^* p_\nu B_\nu \mathrm{d}\nu = n_1^* n_\mathrm{e}(v)[F(v) + G(v)B_\nu]v\mathrm{d}v.$$

Como a energia do fóton necessária para ionizar o átomo e dar ao elétron ionizado uma velocidade v é $h\nu=\chi_I+(1/2)m_\mathrm{e}v^2$, derivando $\mathrm{d}\nu/\mathrm{d}v$, encontraremos a relação

$$hd\nu = m_\mathrm{e} v dv,$$

que pode ser utilizada para que possamos reescrever

$$n_0^* p_\nu B_\nu = n_1^* n_\mathrm{e}(v)[F(v) + G(v)B_\nu](h/m_\mathrm{e}). \tag{3.65}$$

Isolando B_ν encontramos que

$$B_\nu = \frac{F(v)}{G(v)}\left[\frac{n_0^* p_\nu m_\mathrm{e}}{n_1^* n_\mathrm{e}(v)G(v)h} - 1\right]^{-1}. \tag{3.66}$$

Novamente, fazendo a comparação da Eq. (3.66) com a função de Planck [Eq. (3.31)], temos

$$F(v) = \frac{2h\nu^3}{c^2}G(v). \tag{3.67}$$

Para encontrar a segunda relação vamos precisar da forma matemática da distribuição Maxwelliana de velocidades dos elétrons,

$$n_\mathrm{e}(v)\mathrm{d}v = n_\mathrm{e}(m_\mathrm{e}/2\pi kT)^{3/2}\exp(-mv^2/2kT)4\pi v^2\mathrm{d}v, \tag{3.68}$$

e da seguinte forma da equação de Saha-Boltzmann,

$$(n_0/n_1)^* = n_\mathrm{e}(g_0/2g_1)(h^2/2\pi mkT)^{3/2}\exp(\chi_I/kT). \tag{3.69}$$

Comparando o termo entre colchetes da Eq. (3.66), novamente, com a função de Planck [Eq. (3.31)], encontramos que,

$$n_0^* p_\nu m_\mathrm{e} = h n_1^* n_\mathrm{e}(v)G(v)\, e^{h\nu/kT},$$

e, com a ajuda das Eqs. (3.68) e (3.69), podemos reescrever esta relação da seguinte maneira

$$p_\nu = \frac{4\pi g_1 m_\mathrm{e}^2 v^2 c^2}{h^3\nu^3 g_0}F(v). \tag{3.70}$$

As Eqs. (3.67) e (3.70) são as análogas, para o caso contínuo, das Eqs. (3.59) e (3.60), e, da mesma maneira, são independentes das propriedades do meio; dependem apenas das características atômicas, e, portanto, permanecem válidas fora da condição de ETL.

Como no caso da opacidade de uma linha, o coeficiente de absorção do contínuo κ_ν também deve ser corrigido do termo de emissão por recombinação estimulada, e pode ser escrito como

$$\kappa_\nu = h\nu\left[n_0 p_\nu - \left(\frac{h}{m_\mathrm{e}}\right)n_1 n_\mathrm{e}(v)G(v)\right],$$

que, com ajuda das Eqs. (3.68), (3.69) e (3.70), após algumas manipulações, torna-se

$$\kappa_\nu = h\nu p_\nu\left(n_0 - n_0^*\, e^{-h\nu/kT}\right) = \alpha_\nu\left(n_0 - n_0^*\, e^{-h\nu/kT}\right). \tag{3.71}$$

Se o sistema estiver em ETL, n_0=n_0^* e a Eq. (3.71) se transforma em

$$\kappa_\nu^* = h\nu p_\nu n_0^* \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) = n_0^* \alpha_\nu \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right). \tag{3.72}$$

O valor de n_0^* nas equações acima é o valor de n_0 calculado com a equação de Saha [Eq. (3.69)], mas utilizando as populações reais de n_1 e n_e. Pode-se notar que o termo de emissão estimulada ($\alpha_\nu n_0^* e^{-h\nu/kT}$) possui o mesmo valor se o meio estiver ou não em ET, enquanto para uma linha este termo depende das populações reais dos níveis superior e inferior da transição.

O coeficiente de emissão espontânea para o contínuo é

$$\eta_\nu^t = h\nu n_1 n_e(v) F(v) (h/m_e),$$

que, se multiplicada e dividida por α_ν, torna-se

$$\eta_\nu^t = \frac{h^2 \nu n_1 n_e v F(v)}{h\nu m_e p_\nu} \alpha_\nu,$$

e que, com ajuda das Eqs. (3.68), (3.69) e (3.70), após algumas manipulações, se transforma em

$$\eta_\nu^t = \frac{2h\nu^3}{c^2} n_0^* \alpha_\nu e^{-h\nu/kT} = n_0^* \alpha_\nu B_\nu \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) = \kappa_\nu^* B_\nu(T). \tag{3.73}$$

Novamente, encontramos a lei de Kirchhoff-Planck, que indica que a emissividade espontânea para o contínuo, assim como a emissividade devido à recombinação estimulada, também ocorre sempre nas taxas de ETL (se a definição de n_0^* for mantida como no caso anterior). Ambos os processos de recombinação estão diretamente ligados às colisões entre elétrons e átomos. Se a distribuição de velocidade das partículas é uma distribuição Maxwelliana, as colisões ocorrem nas taxas de equilíbrio termodinâmico. E, por esta razão, a emissividade devido à recombinação eletrônica, seja por processos espontâneos ou induzidos, sempre ocorrerá nas taxas de ETL.

3.2.5 O Íon H negativo

Outra importante fonte de opacidade que deve ser considerada é o íon H^-. O hidrogênio, devido a sua alta capacidade de polarização, pode formar um íon negativo, que consiste de um próton e dois elétrons. A energia de ligação desse segundo elétron é extremamente baixa, 0,754 eV e, por isto, o H^- só sobrevive em regiões de baixa temperatura, como na atmosfera de estrelas do tipo solar ou mais frias. A fração deste íon em relação à população total de hidrogênio, mesmo nas estrelas mais frias, é bem pequena, mas isso é compensando pela grande seção reta de absorção que o H^- possui, o que faz com que seja a fonte dominante de opacidade nestas regiões.

O íon H^- pode absorver e emitir fótons tanto através de processos fotoionização/recombinação como através de transições livre-livre. Na transição livre-livre, um elétron passa próximo a um átomo neutro e induz, por polarização, um momento de dipolo temporário que interage com o campo de radiação, i.e,

$$\mathrm{H} + \mathrm{e}(v) + h\nu \rightleftharpoons \mathrm{H} + \mathrm{e}(v'), \tag{3.74}$$

onde $h\nu$=$\frac{1}{2}mv'^2$−$\frac{1}{2}mv^2$.

Para encontrar a densidade populacional de H^-, em ET, utilizamos

$$n_{H^-}^* = n_H p_e \tilde{\Phi}(T), \tag{3.75}$$

uma variação da equação de Saha [Eq. (3.69)], onde $n_{\rm H}$ é a densidade populacional de hidrogênio, $p_{\rm e}{=}n_{\rm e}kT$ corresponde à pressão do gás de elétrons, e $\tilde{\Phi}(T)$ é dado pela Eq. (3.38). A opacidade em ETL, então, pode ser escrita, já considerando a correção por emissão estimulada, como

$$\kappa^{*}_{\nu,{\rm H}^-} = \alpha_{\nu,{\rm H}^-} n_{\rm H} p_{\rm e} \Phi(T)(1 - e^{-h\nu/kT}). \tag{3.76}$$

Fora do ETL, a opacidade pode ser encontrada utilizando o valor real de $n_{\rm H^-}$, ou seja,

$$\kappa_{\nu,{\rm H}^-} = \alpha_{\nu,{\rm H}^-}[n_{\rm H^-} - n^{*}_{\rm H^-} e^{-h\nu/kT}]. \tag{3.77}$$

A Eq. (3.76) mostra que a opacidade devido ao H^- depende diretamente da pressão de elétrons $p_{\rm e}$, o que faz com que esta componente da opacidade seja mais importante em estrelas anãs do que em estrelas gigantes. Como esta componente da opacidade também depende da densidade de elétrons, ela será mais importante em regiões mais ricas em metais.

Valores bem precisos para os coeficientes de absorção do H^-, $\alpha_{\nu,{\rm H}^-}$, podem ser encontrados em Geltman (1962) para transições ligado-livre, e em Stilley & Callaway (1970) para transições livre-livre.

3.2.6 Coeficientes de Opacidade e Emissão

As transições entre estados ligados e os processos de fotoionização/recombinação são apenas dois dos tipos de processos que podem absorver ou emitir radiação. Um outro tipo, onde ocorrem absorção e emissão de radiação, são as transições entre dois estados livres, conhecidas como transições livre-livre. Estas transições ocorrem quando há a colisão entre duas partículas livres, e, devido a estes serem processos colisionais, ocorrem sempre nas taxas de ETL, mas taxas estas definidas a partir das densidades reais de elétrons e íons. Considerando todos os termos, e sendo $\alpha_{ij}(\nu)$, $\alpha_{i\kappa}(\nu)$ e $\alpha_{\kappa\kappa}(\nu, T)$, as seções retas de colisão para transições ligado-ligado, ligado-livre e livre-livre, respectivamente, a opacidade total do meio pode ser escrita como

$$\begin{aligned}\chi_\nu \;=\; & \sum_i \sum_{j>i} \left[n_i - (g_i/g_j)n_j\right]\alpha_{ij}(\nu) + \sum_i \left(n_i - n^{*}_i e^{-h\nu/kT}\right)\alpha_{i\kappa}(\nu) \\ & + \sum_k n_{\rm e} n_k \alpha_{\kappa\kappa}(\nu, T)\left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) + n_{\rm e}\sigma_{\rm e},\end{aligned} \tag{3.78}$$

onde $n_{\rm e}\sigma_{\rm e}$ representa o termo de espalhamento por elétrons-livres, ou espalhamento Thompson. O valor da seção reta de colisão do elétron, $\sigma_{\rm e}$, é independente da frequência do fóton, no limite de baixas energias (λ>1 Å) e, de acordo com Mihalas (1978), este valor é dado por

$$\sigma_{\rm e} = \frac{8\pi q_{\rm e}^4}{3m_{\rm e}^2 c^4} = 6,65 \times 10^{-25}\,{\rm cm}^2. \tag{3.79}$$

Já a componente térmica da emissividade pode ser escrita como

$$\eta^t_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2}\left[\sum_i \sum_{j>i} n_j (g_i/g_j)\alpha_{ij}(\nu) + \sum_i n^{*}_i \alpha_{i\kappa}(\nu) e^{-h\nu/kT} + \sum_k n_{\rm e} n_k \alpha_{\kappa\kappa}(\nu, T) e^{-h\nu/kT}\right]. \tag{3.80}$$

A distribuição de frequências da radiação no contínuo tem uma variação bem suave, e é praticamente constante na região central de um perfil Doppler gerado pelo movimento dos elétrons no fluido. Por este motivo, no processo de espalhamento por elétrons, a pequena diferença entre as

frequências do fóton incidente e do fóton espalhado não produz, na prática, qualquer variação na distribuição de frequências do campo de radiação, e, portanto, pode-se dizer que o espalhamento Thompson é coerente para o contínuo. Essa aproximação, entretanto, não é válida na vizinhança de uma linha espectral. O espalhamento Thompson possui dependência angular dada por uma função de fase de dipolo, mas que pode ser ignorada, e, na maioria dos casos, pode ser considerado isotrópico. Aplicando essas duas simplificações, podemos escrever a emissividade gerada pelo processo de espalhamento Thompson como

$$\eta^{\text{esp.}}(\boldsymbol{r}, \nu) = \sigma_{\text{e}} J(\boldsymbol{r}, \nu), \tag{3.81}$$

Como o valor de σ_{e} é independente da frequência, dentro do limite de baixas energias, a emissividade Thompson depende apenas do campo de radiação médio local.

Um outro tipo de espalhamento, que torna-se importante e deve ser considerado em alguns casos, é o espalhamento Rayleigh, que é o espalhamento de radiação com frequências muito menores que as frequências características de transição de um átomo ou molécula. Nesse caso, a seção reta de absorção é dada por:

$$\sigma_{ij}(\omega) = \frac{8\pi q_{\text{e}}^4}{3m^2c^4} f_{ij} \frac{\omega^4}{(\omega_{ij}^2 - \omega^2)^2} = \sigma_{\text{e}} f_{ij} \frac{\omega^4}{(\omega_{ij}^2 - \omega^2)^2}, \tag{3.82}$$

onde ω e ω_{ij} são as frequências angulares da radiação incidente e da transição ij, e f_{ij} é a força de oscilador da transição ij (Mihalas 1978). O coeficiente total de espalhamento Rayleigh para o átomo de hidrogênio pode ser obtido somando a seção reta de todas as transições possíveis, e multiplicando pela densidade de átomos de hidrogênio no estado fundamental n_1,

$$\kappa_\nu^{\text{Ray.}} = n_1 \sum_{j>i} \sigma_{ij}(\nu). \tag{3.83}$$

Para que ocorra o espalhamento Rayleigh, $\omega_{ij} \gg \omega$ e, neste limite, a seção reta de absorção varia com ω^4. Portanto, não é necessário somar sobre todas as linhas, apenas sobre aquelas com frequência de transição muito maiores que a da radiação incidente. Em nenhum momento consideramos o espalhamento Rayleigh como fonte de opacidade ou de emissividade neste trabalho.

3.2.7 Cálculo das Seções Retas de Absorção

Como vimos, sabendo os valores dos coeficientes de Einstein para cada uma das transições entre estados ligados do átomo ou íon, e de Einstein-Milne para as transições ligado-livre, torna-se trivial calcular os valores de opacidade e emissividade das linhas e do contínuo. Entretanto, estes coeficientes devem ser calculados de alguma outra maneira. Uma maneira aproximada de se calcular o valor dos coeficientes de Einstein é através da formulação clássica, onde o elétron é tratado como um oscilador harmônico amortecido forçado a oscilar pelo campo eletromagnético da radiação. Através dessa formulação podemos encontrar, com uma boa aproximação, o valor do coeficiente de absorção B_{ij} de uma transição, e este valor será mais preciso para linhas mais fortes. Se encontrarmos B_{ij}, através das relações de Einstein, podemos encontrar B_{ji} e A_{ji} [Eqs. (3.59) e (3.60)].

Na formulação clássica, o processo de espalhamento da radiação por uma partícula oscilando em um campo eletromagnético é conservativo, ou seja, a quantidade de energia retirada do feixe incidente é a mesma quantidade de energia que é re-emitida por uma partícula carregada oscilando no campo eletromagnético da radiação incidente. A equação de movimento para

uma partícula de massa m_e e carga q_e oscilando em um campo elétrico de amplitude $\boldsymbol{E}_0$ e com frequência angular ω é

$$m_e(\ddot{\boldsymbol{x}} + \gamma\dot{\boldsymbol{x}} + \omega_0^2\boldsymbol{x}) = q_e\boldsymbol{E}_0 e^{i\omega_0 t}. \tag{3.84}$$

A oscilação da carga é amortecida pela própria radiação que está sendo emitida pela carga, e γ é a constante de amortecimento.

Antes de resolver a Eq. (3.84), devemos calcular o valor da constante de amortecimento, γ. Segundo Mihalas (1978), o campo de radiação eletromagnética emitido pela mesma partícula de carga q_e, movendo-se com velocidade $\boldsymbol{v}$ e aceleração $\dot{\boldsymbol{v}}$, é definido, em uma posição $\boldsymbol{r}$ em relação a carga, pelo campo elétrico

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = (q_e\dot{v}/c^2 r)\,\mathrm{sen}\,\theta\hat{\theta}, \tag{3.85}$$

e pela intensidade de campo magnético

$$\boldsymbol{H}_B(\boldsymbol{r}, t) = (q_e\dot{v}/c^2 r)\,\mathrm{sen}\,\theta\hat{\phi}, \tag{3.86}$$

onde θ é o ângulo entre $\dot{\boldsymbol{v}}$ e $\hat{r}$, $\hat{\theta}$ e $\hat{\phi}$ são os vetores unitários no sistema esférico centrado na carga e definido por $\dot{\boldsymbol{v}}$ e $\hat{r}$, e o valor de $\dot{v}$ é o módulo da aceleração no instante $t'=t-(r/c)$. A taxa com que a energia está sendo irradiada por unidade de área é dada pelo vetor de Poynting

$$\boldsymbol{S} = \frac{c}{4\pi}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}_B) = \frac{q_e^2\dot{v}^2}{c^3 r^2}\frac{1}{4\pi}\,\mathrm{sen}^2\theta\hat{r}. \tag{3.87}$$

Ao integrarmos o vetor de Poynting sobre uma esfera de raio r, vamos encontrar a potência total irradiada pela partícula durante a oscilação,

$$P(t) = \int \boldsymbol{S}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{A} = \frac{q_e^2\dot{v}^2}{4\pi c^3}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\int_0^{\pi}\mathrm{sen}^2\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\mathrm{d}\theta = \frac{2q_e^2\dot{v}^2}{3c^3}. \tag{3.88}$$

Considerando que a partícula oscila como um oscilador harmônico clássico, $x(t)=x_0\cos\omega t$, $v(t)=-x_0\omega\,\mathrm{sen}\,\omega t$ e $\dot{v}(t)=-x_0\omega^2\cos\omega t$, e substituindo o valor de $\dot{v}$ na Eq. (3.88), encontramos

$$P(t) = \frac{2q_e^2x_0^2\omega^4}{3c^3}\cos^2\omega t. \tag{3.89}$$

Como $\langle\cos^2\omega t\rangle=1/2$, a potência média radiada pela partícula durante uma oscilação será

$$\langle P(\omega)\rangle = \frac{q_e^2x_0^2\omega^4}{3c^3}. \tag{3.90}$$

A força de amortecimento que atua sobre a carga durante a oscilação é gerada pela própria radiação sendo emitida pela carga ao oscilar. O amortecimento age transformando a energia de oscilação da carga q_e em energia radiativa. A taxa com que a partícula irradia energia é dada por $P(t)$, como na Eq. (3.88). Já a taxa com que a força de amortecimento $\boldsymbol{F}_{\mathrm{rad.}}$ retira energia da partícula é dada por $\boldsymbol{F}_{\mathrm{rad}}\cdot\boldsymbol{v}$. Como este processo é conservativo, toda energia retirada pelo amortecimento deve ser convertida em energia radiativa e, devido à natureza do processo, a taxa com que o amortecimento retira energia deve ser a mesma taxa com que a energia radiativa é produzida, ou seja,

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{rad.}}\cdot\boldsymbol{v} + \frac{2q_e^2\dot{v}^2}{3c^3} = 0. \tag{3.91}$$

Então, integrando sobre um intervalo de tempo qualquer, encontramos que

$$\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}_{\text{rad.}} \cdot \boldsymbol{v}\mathrm{d}t + \frac{2q_\text{e}^2}{3c^3}\int_{t_1}^{t_2} \dot{\boldsymbol{v}} \cdot \dot{\boldsymbol{v}}\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}_{\text{rad.}} \cdot \boldsymbol{v}\mathrm{d}t + \frac{2q_\text{e}^2}{3c^3}\left(\boldsymbol{v} \cdot \dot{\boldsymbol{v}}\Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \ddot{\boldsymbol{v}} \cdot \boldsymbol{v}\mathrm{d}t\right) = 0. \tag{3.92}$$

Se o intervalo da integração for igual ao período da oscilação, o termo $\boldsymbol{v} \cdot \dot{\boldsymbol{v}}$ desaparece, a equação acima é simplificada, e podemos escrever que

$$\boldsymbol{F}_{\text{rad.}} = \frac{2q_\text{e}^2}{3c^3}\ddot{\boldsymbol{v}}. \tag{3.93}$$

Comparando com a Eq. (3.84), a força de amortecimento também pode ser escrita na forma

$$\boldsymbol{F}_{\text{rad.}} = -m\gamma\boldsymbol{v}, \tag{3.94}$$

e como $\ddot{\boldsymbol{v}}{=}-\omega_0^2\boldsymbol{v}$, podemos substituir $\ddot{\boldsymbol{v}}$ na Eq. (3.93), e, juntando com a Eq. (3.94), encontramos a constante de amortecimento

$$\gamma \equiv \frac{2q_\text{e}^2\omega_0^2}{3m_\text{e}c^3}. \tag{3.95}$$

Conhecendo a constante de amortecimento, podemos voltar à equação de movimento da partícula carregada [Eq. (3.84)]. Utilizando uma função-tentativa do tipo $\boldsymbol{x}{=}\boldsymbol{A}e^{i\omega t}$ e substituindo na Eq. (3.84), encontramos que

$$\boldsymbol{A} = \frac{(q_\text{e}/m_\text{e})\boldsymbol{E}_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega},$$

para que a função-tentativa seja solução da equação de movimento. Note que $\boldsymbol{A}$ possui componentes reais e imaginárias, da mesma forma que o termo $e^{i\omega t}$. Para que o problema tenha uma solução física válida, devemos utilizar apenas a componente real da solução acima, ou seja,

$$\boldsymbol{x} = \Re\left[\frac{(q_\text{e}/m_\text{e})\boldsymbol{E}_0 e^{i\omega t}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}\right]. \tag{3.96}$$

Derivando $\boldsymbol{x}$ duas vezes em relação ao t, encontramos

$$\dot{\boldsymbol{v}} = \Re\left[\frac{-(q_\text{e}\omega^2/m_\text{e})\boldsymbol{E}_0 e^{i\omega t}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}\right]. \tag{3.97}$$

Sabemos que $e^{i\omega t}{=}\cos(\omega t) + i\,\text{sen}\,(\omega t)$, o que implica em (Mihalas 1978)

$$\dot{\boldsymbol{v}} = \left(-\frac{q_\text{e}\omega^2}{m_\text{e}}\boldsymbol{E}_0\cos\omega t\right)\ \Re\left[\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}\right]. \tag{3.98}$$

Substituindo na Eq. (3.88), e calculando o valor médio durante um período, encontramos

$$\langle P(\omega)\rangle = \left(\frac{q_\text{e}^4\omega^4}{3m_\text{e}^2c^3}\right)\frac{E_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \tag{3.99}$$

que representa a taxa média com que a energia é espalhada pela partícula.

Queremos encontrar a seção reta de espalhamento da partícula e, para isto, vamos supor que este seja isotrópico. Pela formulação macroscópica da radiação, um feixe propagando na direção $\boldsymbol{n}_0$, definida pelos ângulos (θ_0, ϕ_0), tem intensidade específica $I(\mu, \phi){=}I_0\delta(\mu{-}\mu_0)\delta(\phi{-}\phi_0)$, onde δ

é a função delta de Dirac. Através da Eq. (3.4) podemos calcular a densidade de energia monocromática do feixe de intensidade I. Pela formulação eletromagnética da radiação, a densidade de energia instantânea $W(t)$ no campo eletromagnético é dada por

$$W(t) = (8\pi)^{-1}(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D}_{\rm E} + \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{H}_{\rm B}), \tag{3.100}$$

onde $\boldsymbol{D}_{\rm E}$ é o vetor deslocamento elétrico. No vácuo, a permissividade elétrica (ϵ) e a permeabilidade magnética (μ) são tais que ϵ=μ=1, e, neste caso, o valor médio da densidade de energia eletromagnética durante um período de oscilação se reduzirá a $\langle W(t)\rangle$=$E_0^2/8\pi$. Comparando com a Eq. (3.4), encontramos a relação entre as formulações macroscópica e eletromagnética da radiação

$$I_0 = cE_0^2/8\pi. \tag{3.101}$$

A taxa de perda de energia pelo espalhamento também pode ser escrita, a partir da formulação macroscópica, como

$$\begin{aligned}\langle P(\omega)\rangle &= \sigma(\omega)\oint I\,{\rm d}\Omega = \sigma(\omega)\left(\frac{cE_0^2}{8\pi}\right)\int_0^{2\pi}\delta(\phi-\phi_0)\,{\rm d}\phi\int_{-1}^{1}\delta(\mu-\mu_0)\,{\rm d}\mu \\ &= \left(cE_0^2/8\pi\right)\sigma(\omega).\end{aligned} \tag{3.102}$$

E, se compararmos as Eqs. (3.99) e (3.102), encontramos o valor do coeficiente de espalhamento

$$\sigma(\omega) = \left(\frac{8\pi q_{\rm e}^4\omega^4}{3m_{\rm e}^2c^4}\right)\left[\frac{1}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\gamma^2\omega^2}\right]. \tag{3.103}$$

Se a frequência de ressonância ω_0 for igual a zero, a constante de amortecimento também será igual a zero, e encontraremos a Eq. (3.79), que nos dá a seção reta de espalhamento do elétron. Se ao invés, $\omega\ll\omega_0$, então, encontraremos o valor da seção reta para o espalhamento Rayleigh.

Para frequências da mesma ordem que a luz visível ou menores, $\gamma\ll\omega$, e, neste caso, $\sigma(\omega)$ torna-se uma função com um pico bem proeminente na vizinhança de $\omega\approx\omega_0$. Então,

$$(\omega^2-\omega_0^2) = (\omega+\omega_0)(\omega-\omega_0) \approx 2\omega_0(\omega-\omega_0),$$

e a Eq. (3.103) pode ser simplificada, e com a ajuda da Eq. (3.95), pode ser reescrita como

$$\sigma(\omega) = \left(\frac{\pi q_{\rm e}^2}{m_{\rm e}c}\right)\left[\frac{\gamma}{(\omega-\omega_0)^2+(\gamma/2)^2}\right]. \tag{3.104}$$

Integrando a Eq. (3.104) sobre todas as frequências, podemos encontrar a seção de espalhamento total da partícula. Escrevendo em termos das frequências ν e ν_0,

$$\sigma_{\rm tot} = \frac{\pi q_{\rm e}^2}{m_{\rm e}c}\int_0^{\infty}\frac{(\gamma/4\pi^2){\rm d}\nu}{(\nu-\nu_0)^2+(\gamma/4\pi)^2}, \tag{3.105}$$

fazendo a substituição de x=$4\pi(\nu-\nu_0)/\gamma$,

$$\sigma_{\rm tot} = \frac{\pi q_{\rm e}^2}{m_{\rm e}c}\frac{1}{\pi}\int_{-4\pi\nu_0/\gamma}^{\infty}\frac{{\rm d}x}{1+x^2} = \arctan(x)\Big|_{-4\pi\nu_0/\gamma}^{\infty},$$

mas $\arctan(-4\pi\nu_0/\gamma)\approx\arctan(-\infty)$=$-\pi/2$, e, por isto

$$\sigma_{\rm tot} = \frac{\pi q_{\rm e}^2}{m_{\rm e}c}. \tag{3.106}$$

A seção reta total da partícula, como vimos, não depende da frequência da radiação incidente, e nem de nenhuma frequência de transição interna da partícula, e, por isto, representa a eficiência total de espalhamento da partícula. A integral

$$\int_0^\infty \frac{(\gamma/4\pi^2)\mathrm{d}\nu}{(\nu-\nu_0)^2+(\gamma/4\pi)^2} = 1,$$

que indica que a função sendo integrada é uma função normalizada, e é conhecida como *perfil de Lorentz*, ou seja, ela funciona como o perfil de absorção/emissão em casos onde a partícula está num referêncial estático, e a constante de amortecimento é dada por γ.

Ao calcularmos σ_{tot}, não levamos em conta a estrutura eletrônica do átomo e, por isto, encontramos um valor único para esse coeficiente que é independente da transição. Uma maneira de corrigir esse valor, é inserirmos um fator de escala f_{ij}, conhecido como força de oscilador da transição, de modo que

$$\sigma_{\mathrm{tot}} = \frac{\pi q_{\mathrm{e}}^2}{m_{\mathrm{e}}c} f_{ij}. \tag{3.107}$$

Podemos entender o significado da força de oscilador como representando o número efetivo de osciladores clássicos que são responsáveis pela transição, e quanto mais próximo de 1, mais forte se torna a linha. Podemos relacioná-lo com os coeficientes de Einstein através da expressão

$$\sigma_{\mathrm{tot}} = \frac{\pi q_{\mathrm{e}}^2}{m_{\mathrm{e}}c} f_{ij} = \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} B_{ij} \Rightarrow B_{ij} = \frac{4\pi^2 q_{\mathrm{e}}^2}{h\nu_{ij} m_{\mathrm{e}} c} f_{ij}. \tag{3.108}$$

O valor de f_{ij} pode ser encontrado através da mecânica quântica, e vai depender diretamente dos momentos de dipolo formado entre todos os subníveis de i e todos os subníveis de j. Mihalas (1978), utilizando a formulação de mecânica do átomo, mostra analiticamente como se chega no valor de f_{ij} e consequentemente de B_{ij} no caso geral. E, então, aplica os resultados encontrados para o átomo de hidrogênio.

O estado de qualquer átomo pode ser definido a partir dos quatro números quânticos de seus elétrons: n, o número quântico principal, caracteriza a energia do elétron; l, o número quântico azimutal, define o momento angular do elétron no nível n; m, o número quântico magnético, representa a orientação do subnível l; e s, o número quântico de spin, que pode ser $\pm 1/2$.

Devido à simplicidade do átomo de hidrogênio, é possível calcular analiticamente suas funções de onda, e, consequentemente, a força de oscilador de suas transições. Para a maioria dos átomos, a energia de ligação dos elétrons vai depender do par (n, l), mas para o átomo de hidrogênio esta energia de ligação vai depender apenas do número quântico principal n. A energia de cada um dos níveis pode ser escrita em função da *constante de Rydberg* $\mathscr{R}$, definida como

$$\mathscr{R} = \frac{2\pi^2 \mu_{\mathrm{H}} q_{\mathrm{e}}^4}{h^2}, \tag{3.109}$$

que representa a energia de ligação do nível fundamental do átomo de hidrogênio, e μ_H é a massa reduzida do sistema, $\mu_H^{-1} \equiv (m_{\mathrm{p}}^{-1} + m_{\mathrm{e}}^{-1})$, onde m_p e m_{e} representam a massa do próton e do elétron, respectivamente. A energia de ligação de um elétron no nível n é dada por

$$E_n = -\mathscr{R}/n^2. \tag{3.110}$$

A energia de transição entre dois níveis n' e n, então, é

$$h\nu_{n'n} = E_n - E_{n'} = \mathscr{R}\left[\left(\frac{1}{n'}\right)^2 - \left(\frac{1}{n}\right)^2\right]. \tag{3.111}$$

Outra característica importante do átomo de hidrogênio advém da degenerescência energética de cada nível de energia n, e implica que g_n, o peso estatístico de cada nível de energia, pode ser escrito simplesmente como

$$g_n = 2n^2. \tag{3.112}$$

A força de oscilador $f(n', n)$ entre um nível superior definido por n e um nível inferior n', segundo Mihalas (1978), pode ser encontrada a partir da relação

$$g_{n'} f(n', n) = \sum_{l', l} g_{n', l'} f(n', l'; n, l), \tag{3.113}$$

onde l' são todos os subníveis de n' e l todos os subníveis de n.

Para o átomo de hidrogênio, o valor exato de $f(n', n)$ pode ser escrito em termos da função aproximada de Kramers, $f_K(n', n)$, definida como

$$f_K(n', n) = \frac{32}{3\pi\sqrt{3}} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)^{-3} \left(\frac{1}{n^3 n'^5}\right), \tag{3.114}$$

e do *fator de Gaunt* $g_I(n', n)$, de modo que

$$f(n', n) = g_I(n', n)\, f_K(n', n). \tag{3.115}$$

Os valores de $g_I(n', n)$ são valores próximos da unidade e podem ser encontrados em Baker & Menzel (1938). Estes valores de $f(n', n)$ valem apenas para estados ligados, e portanto são úteis apenas para calcular as seções retas de absorção de cada transição entre níveis ligados.

As seções retas de absorção para as transições ligado-livre e livre-livre para o caso geral também podem ser obtidas através da mecânica quântica, por um método denominado *método do defeito quântico*, desenvolvido por Seaton (1958). Entretanto, para o átomo de hidrogênio, uma maneira simples de se obter essas mesmas grandezas foi sugerida por Menzel & Pekeris (1935), onde eles continuam representando o estado ligado pelo número inteiro n, mas representam o estado livre através de um número quântico imaginário. Se o estado livre tiver número quântico ik, de maneira análoga à eq. (3.111),

$$h\nu_{n',k} = \mathscr{R}\left[\left(\frac{1}{n'}\right)^2 + \left(\frac{1}{k}\right)^2\right] = \frac{\mathscr{R}}{n'^2} + \frac{1}{2} m_e v^2, \tag{3.116}$$

onde o primeiro termo representa a energia de ionização do nível n', e o segundo termo a energia do elétron livre. Próximo à energia de ionização do elétron, $k \to \infty$, e diminui à medida que a energia do elétron livre aumenta.

As Eqs. (3.114) e (3.115) são generalizadas para o caso ligado-livre e livre-livre (Mihalas 1978), e, a partir delas, pode-se encontrar os valores para as forças de oscilador para as transições ligado-livre

$$f(n', k) = \frac{32}{3\pi\sqrt{3}} \left(\frac{1}{n'^2} + \frac{1}{k^2}\right)^{-3} \left(\frac{1}{k^3 n'^5}\right) g_{II}(n', k), \tag{3.117}$$

e para as transições livre-livre

$$f(k', k) = \frac{64}{3\pi\sqrt{3}} \frac{1}{g_{k'}} \left(\frac{1}{k'^2} - \frac{1}{k^2}\right)^{-3} \frac{g_{III}(k', k)}{k^3 k'^3}. \tag{3.118}$$

Os termos $g_{II}(n', k)$ e $g_{III}(k', k)$ são os fatores de Gaunt para a transição ligado-livre e livre-livre, respectivamente, e são definidos matematicamente em Menzel & Pekeris (1935). E o termo g_k representa o peso estatístico do estado em que o elétron livre se encontra e é dado por

$$g_k = (2h^{-3})(4\pi m_e^3 v^2 dv) = (16\pi \mathscr{R} m_e^2 v/h^3 k^3)dk. \tag{3.119}$$

A partir dos valores de $f(n', k)$ e $f(k', k)$, Menzel & Pekeris (1935) encontraram os seguintes valores para as seções retas de absorção ligado-livre

$$\alpha(n', \nu) = \left(\frac{64\pi^4 m_e q_e^{10}}{3\sqrt{3}ch^6}\right)\frac{1}{\nu^3 n'^5} g_{II}(n', \nu) = 2{,}815 \times 10^{29}\ \frac{g_{II}(n', \nu)}{\nu^3 n'^5}, \tag{3.120}$$

e para as seções retas de absorção livre-livre

$$\alpha(\nu, T) = \left(\frac{4q_e^6}{3ch}\right)\left(\frac{2\pi}{3m_e^3 kT}\right)^{1/2} \nu^{-3}\bar{g}_{III}(\nu, T) = 3{,}69 \times 10^8 \bar{g}_{III}(\nu, T)\nu^{-3}T^{-1/2}, \tag{3.121}$$

onde $\bar{g}_{III}$ é o valor médio do fator de Gaunt

$$\bar{g}_{III}(\nu, T) \equiv \int_0^\infty g_{III}(\nu, v)e^{-u}\mathrm{d}u, \tag{3.122}$$

e $u \equiv (m_e v^2/kT)$.

Sabendo os valores de B_{ij}, $\alpha(n', \nu)$ e $\alpha(\nu, T)$, podemos substituí-los em (3.78) e (3.80) para encontrar a opacidade e emissividade totais para cada frequência, e, então, com a ajuda da Equação de Transferência, que será definida mais adiante, podemos o comportamento da radiação ao atravessar o material.

3.3 Perfis de Linha

Antes de falar sobre a Equação de Transferência vamos discutir um pouco sobre os processos que definem a forma de um perfil de linha. Para conhecer o coeficiente de opacidade da linha, como vimos, precisamos conhecer também seu perfil de linha $\phi(\nu)$. O perfil de linha depende de vários processos físicos que ocorrem dentro do meio, e, por isto, a compreensão destes processos é bastante importante, se quisermos entender a formação de uma linha espectral. Para cada um desses processos existe uma função associada, que descreve a variação da intensidade da absorção/emissão com o comprimento de onda, e essas funções dependem diretamente das propriedades físicas locais do meio onde a linha está sendo formada. Um átomo totalmente isolado e com níveis atômicos possuindo um tempo de vida infinito teria linhas espectrais infinitamente finas, exatamente na frequência da transição. Entretanto, existem vários processos que produzem uma certa incerteza nos níveis de energia dos átomos, e cada um destes processos produz um certo alargamento de linha.

O primeiro mecanismo de alargamento de linha que será considerado é conhecido como alargamento natural. De acordo com o princípio da incerteza, um estado excitado qualquer j com tempo de vida Δt_j não pode ter energia E_j perfeitamente definida. Ao invés, possui uma superposição de estados com uma distribuição de energia centrada em E_j e largura dada por $\Delta E_j \sim \hbar/\Delta t_j$. Como o coeficiente de Einstein A_{ji} tem unidades de s^{-1}, ele nos dá a probabilidade

de que no tempo de um segundo um elétron no estado j sofra decaimento radiativo para um estado de menor energia i. O tempo de vida de um determinado nível, então, pode ser determinado por

$$\Delta t_j = \frac{1}{4\pi \sum_{i<j} A_{ji}} = \frac{1}{4\pi\gamma_j}. \tag{3.123}$$

Se o estado inferior da transição i, também for um estado excitado, ele também terá um tempo de vida que será dado por

$$\Delta t_i = \frac{1}{4\pi \sum_{k<i} A_{ik}} = \frac{1}{4\pi\gamma_i}. \tag{3.124}$$

O nível inferior da transição, portanto, terá também uma distribuição de energia com uma determinada largura ΔE_i, centrada em E_i. O alargamento gerado por uma transição de um estado superior u para um estado inferior l terá uma largura que será, então, a soma da largura dos dois níveis em questão

$$\gamma = \gamma_u + \gamma_l, \tag{3.125}$$

e o perfil de linha devido ao alargamento natural desta linha será dado por (ver Mihalas 1978)

$$\phi_{\rm rad}(\nu) = \frac{\gamma/4\pi^2}{(\nu-\nu_0)^2 + (\gamma/4\pi)^2}. \tag{3.126}$$

Este tipo de perfil é conhecido como *perfil de Lorentz*, e é válido tanto para o perfil de absorção como para o perfil de emissão. O alargamento natural ocorre mesmo em um átomo que esteja totalmente isolado, e depende apenas das características atômicas.

O segundo efeito de alargamento que deve ser considerado é o alargamento térmico, que é provocado pela distribuição de velocidades dos átomos em um determinado meio. A distribuição de velocidades é uma distribuição Maxwelliana, e depende da temperatura cinética do local e da massa das partículas em movimento. Num meio com temperatura T, a probabilidade de encontrar um átomo com velocidade projetada na linha de visada v dentro do intervalo $(v, v + {\rm d}v)$ será

$$W(v)\,{\rm d}v = (\pi^{1/2} v_0)^{-1} \exp(-v^2/v_0^2){\rm d}v, \tag{3.127}$$

onde v_0=$(2kT/m)^{1/2}$=12,85 $(T/10^4 A)^{1/2}$ km s^{-1}, e A é o peso atômico. Se o meio estiver em repouso em relação a algum referencial, neste referencial a distribuição de velocidades estará centrada em v=0, mas terá largura v_0, que depende da temperatura cinética local. O deslocamento Doppler de uma certa linha atômica, se o átomo tiver uma velocidade v na linha de visada, será

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{v}{c}, \tag{3.128}$$

onde λ_0 é o comprimento de onda da radiação centrado em v=0, e ν_0 é a frequência da radiação correspondente. Portanto, se a largura da distribuição de velocidades no meio é v_0, a largura da distribuição de frequências de uma determinada linha será

$$\Delta\nu_D = \frac{v_0}{c}\nu_0 = \frac{\nu_0}{c}\left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}. \tag{3.129}$$

O perfil de linha devido ao alargamento térmico terá a mesma forma que a distribuição de velocidades no meio, ou seja, será uma distribuição Maxwelliana (ou gaussiana) escrita como

$$\phi_{\rm D}(\nu) = \frac{1}{\pi^{1/2}\Delta\nu_D} \exp\left[-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2\right]. \tag{3.130}$$

O perfil de absorção total será dado pela convolução dos perfis de absorção natural e térmico, o que nos dará, segundo Mihalas (1978), o seguinte perfil de linha:

$$\phi(\nu) = \frac{1}{\pi^{1/2}\Delta\nu_D} H(a, V), \tag{3.131}$$

onde

$$H(a, V) \equiv \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-Y^2}\mathrm{d}Y}{(V - Y)^2 + a^2}, \tag{3.132}$$

e utilizamos as seguintes definições

$$V \equiv \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}, \tag{3.133}$$

$$Y \equiv \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D}, \quad \text{e} \tag{3.134}$$

$$a \equiv \frac{\gamma}{4\pi\Delta\nu_D}. \tag{3.135}$$

A função $\phi(\nu)$ é conhecida como *função de Voigt*, e a função $H(a, V)$ é conhecida como *função-H* ou *função de Hjerting*. Harris (1948) apresenta um método para se calcular a função de Hjerting utilizando expansão em série quando $a \ll 1$.

Além dos alargamentos térmico e natural, existem outros mecanismos de alargamento que ocorrem devido a colisões entre átomos ou partículas carregadas, e, por isto, conhecidos como alargamento por pressão. Nesses tipos de alargamento, pode-se considerar que a onda eletromagnética, sendo absorvida ou emitida, sofre uma mudança de fase durante uma colisão, e o restante da energia da onda é transferido para o reservatório térmico do material. Essa mudança de fase provoca um alargamento nos perfis espectrais do átomo (para maiores detalhes ver Mihalas 1978; Gray 1992). Entre os mecanismos de alargamento por pressão, os mais importantes são o alargamento por *efeito Stark quadrático*, que ocorre devido à colisões entre átomos e partículas carregadas, e o alargamento de *Van der Waals*, que ocorre devido a colisão entre átomos neutros. Tanto o alargamento Stark quanto o de Van der Waals possuem um perfil de linha Lorentziano, da mesma forma que o alargamento radiativo. Para adicionar estes efeitos ao perfil de linha total, devemos calcular a convolução de todos os perfis de linha: natural, Stark quadrático, van der Waals e térmico. Felizmente, devido às propriedades da função de Lorentz, a convolução de várias Lorentzianas pode ser encontrada simplesmente trocando a largura da linha γ, pela soma das larguras de cada uma das Lorentzianas dentro da convolução, de modo que

$$\gamma = \gamma_{\mathrm{rad}} + \gamma_{\mathrm{Stark}} + \gamma_{\mathrm{vdW}}, \tag{3.136}$$

onde γ_{rad}, γ_{Stark} e γ_{vdW} são as larguras dos perfil de linha natural (ou radiativo), do efeito Stark quadrático e de van der Waals, respectivamente. Fazendo uma nova convolução entre o novo perfil de Lorentz com o perfil térmico encontraremos uma nova função de Voigt. O valor de γ foi parametrizado por Vernazza et al. (1973), e pode ser encontrado pela seguinte relação

$$\gamma = \gamma_{\mathrm{rad}} + \gamma_{\mathrm{vdW}} \left(\frac{n_{\mathrm{HI}}}{10^{-16}\,\mathrm{cm}^{-3}}\right)\left(\frac{T}{5000\,\mathrm{K}}\right)^{0{,}3} + \gamma_{\mathrm{Stark}} \left(\frac{n_{\mathrm{e}}}{10^{-12}\,\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{2/3}, \tag{3.137}$$

onde n_{HI} e n_{e} são as densidades populacionais de hidrogênio neutro e de elétrons respectivamente, e T é a temperatura local. Vidal et al. (1973) apresentam valores tabelados de γ_{Stark} para as quatro primeiras linhas das séries de Lyman e de Balmer do átomo de hidrogênio.

Agora que já sabemos como calcular os perfis de linha, podemos passar para a equação de transferência e entender como a radiação se comporta ao atravessar uma região com plasma, onde ocorrerá absorção e emissão de radiação.

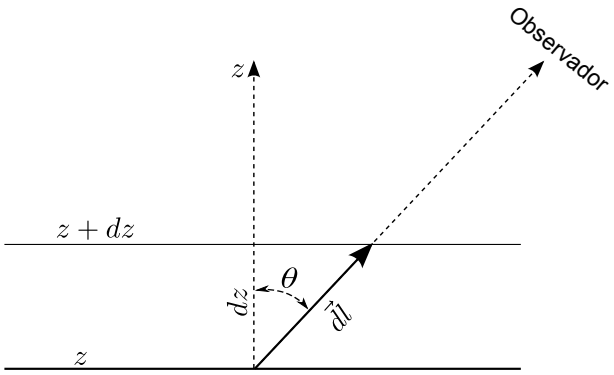

Figura 3.2: Geometria plano-paralela. O feixe de luz se propaga ao longo de $\boldsymbol{dl}$, e θ é o ângulo entre a direção de propagação e o eixo z do sistema.

3.4 Equação de Transferência

A equação que determina como ocorre o transporte radiativo através de uma região é conhecida como *equação de transferência*. Para determinar esta equação vamos considerar que o meio esteja em repouso, de modo que χ e η sejam isotrópicos. Em um meio em movimento, χ e η perdem sua característica isotrópica, e tornam-se dependentes de $\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v}$. Um feixe de intensidade específica $I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$ partindo do ângulo sólido $\mathrm{d}\omega$ incide sobre um superfície de seção-reta $\mathrm{d}S$ com normal na direção de propagação $\boldsymbol{n}$, percorre um comprimento $\mathrm{d}l$, e, então emerge na posição $(\boldsymbol{r}+\mathrm{d}\boldsymbol{r})$ em $t + \mathrm{d}t$ com uma intensidade específica $I(\boldsymbol{r}+\mathrm{d}\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t+\mathrm{d}t)$. Parte da energia do feixe vai ser absorvida pelo material, mas, ao mesmo tempo, o material também pode fornecer mais energia ao feixe, e a variação de energia no feixe será dada pela quantidade de energia que foi emitida menos a quantidade de energia que foi absorvida/espalhada pelo material, ou seja,

$$\begin{aligned}[I(\boldsymbol{r}+\mathrm{d}\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t+\mathrm{d}t) \quad - \quad & I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)]\mathrm{d}S\ \mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}\nu\,\mathrm{d}t = \\ & [\eta(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) - \chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)]\,\mathrm{d}l\,\mathrm{d}S\ \mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}\nu\,\mathrm{d}t. \quad (3.138)\end{aligned}$$

A variação da intensidade específica também pode ser escrita na forma diferencial como,

$$[I(\boldsymbol{r}+\mathrm{d}\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t+\mathrm{d}t) = I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) + \left[\frac{1}{c}\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial l}\right]\mathrm{d}s, \quad (3.139)$$

onde $\mathrm{d}t$=$\mathrm{d}l/c$. Substituindo a Eq. (3.139) na (3.138), encontramos

$$\left[\frac{1}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial l}\right)\right] I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) = \eta(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) - \chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t), \quad (3.140)$$

que é a equação de transferência. Reescrevendo $\dfrac{\partial I}{\partial l}$ no sistema cartesiano,

$$\frac{\partial I}{\partial l} = \frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial l} + \frac{\partial I}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial l} + \frac{\partial I}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial l} = n_x\frac{\partial I}{\partial x} + n_y\frac{\partial I}{\partial y} + n_z\frac{\partial I}{\partial z}, \quad (3.141)$$

onde as componentes (n_x, n_y, n_z) definem o vetor unitário $\boldsymbol{n}$, e substituindo na Eq. (3.140), encontramos a equação de transferência em coordenadas cartesianas

$$\left[\frac{1}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) + (\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\nabla})\right] I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) = \eta(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) - \chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t). \quad (3.142)$$

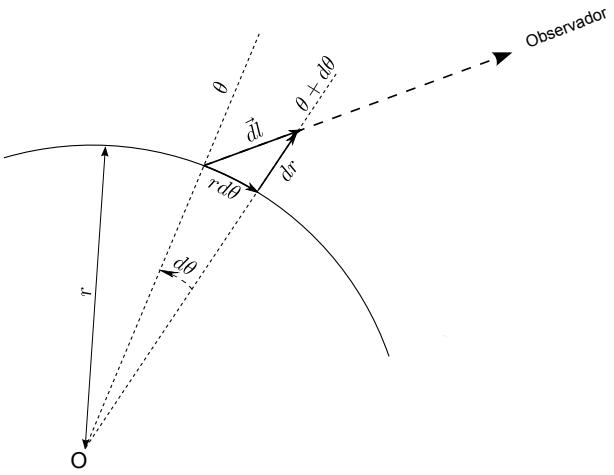

Figura 3.3: Geometria utilizada no cálculo da equação de transferência radiativa em coordenadas esféricas.

No caso de uma atmosfera plano-paralela (Fig. 3.2), onde as propriedades do meio dependem apenas da distância z de um ponto qualquer em relação a uma superfície plana, e onde $n_z = \mathrm{d}z/\mathrm{d}l = \cos\theta = \mu$, a equação de transferência se reduz a

$$\left[\frac{1}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) + \mu\frac{\partial}{\partial z}\right] I(z, \boldsymbol{n}, \nu, t) = \eta(z, \boldsymbol{n}, \nu, t) - \chi(z, \boldsymbol{n}, \nu, t) I(z, \boldsymbol{n}, \nu, t). \tag{3.143}$$

Como estamos interessados apenas no caso estacionário, então, a equação de transferência se simplifica mais ainda e torna-se,

$$\mu\frac{\partial}{\partial z} I(z, \boldsymbol{n}, \nu) = \eta(z, \boldsymbol{n}, \nu) - \chi(z, \boldsymbol{n}, \nu) I(z, \boldsymbol{n}, \nu). \tag{3.144}$$

No caso plano-paralelo, consideramos que o valor de z aumenta na direção do observador, ou seja, para $0 < \mu \leq 1$. Se os valores de η e χ são conhecidos, e não possuem termos de espalhamento, a Eq. (3.144) é uma equação diferencial ordinária. Se considerarmos espalhamento, η e χ passam a depender da intensidade média $J(\boldsymbol{r}, \nu)$, e, então, a equação de transferência torna-se uma equação íntegro-diferencial.

Se ao invés, estivermos estudando um meio com simetria esférica, onde as posições são definidas pelas coordenadas (r, Θ, Φ), devemos trabalhar com a equação de transferência em sua forma em coordenadas esférica. Escolhemos o eixo z do sistema de modo que ele aponte na mesma direção da linha de visada. Se a direção de propagação de um feixe de radiação é dada pelos ângulos (θ, ϕ), onde θ e ϕ são os ângulos azimutal e polar definidos a partir do eixo z, então, a intensidade específica deste feixe é função apenas de r e θ. Observando a Figura 3.3, percebemos que, à medida que o feixe se desloca ao longo de $\mathbf{d}\boldsymbol{l}$, há uma variação tanto de r quanto de θ, e $\mathbf{d}\boldsymbol{l} = (\mathrm{d}r)\,\hat{\boldsymbol{r}} + (r\mathrm{d}\theta)\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$. Também podemos notar pela figura que $\mathrm{d}r = \cos\theta\,\mathrm{d}l$, e, como a medida que $\mathbf{d}\boldsymbol{l}$ cresce o valor de $\mathrm{d}\theta$ diminui, $\operatorname{sen}\theta\,\mathrm{d}l = -r\mathrm{d}\theta$. Então,

$$(\partial/\partial l) = (\partial/\partial r)(\partial r/\partial l) + (\partial/\partial\theta)(\partial\theta/\partial l) = \cos\theta(\partial/\partial r) - r^{-1}\operatorname{sen}\theta(\partial/\partial\theta)$$

$$(\partial/\partial l) = \mu(\partial/\partial r) + r^{-1}(1-\mu^2)(\partial/\partial\mu),$$

e, substituindo na Eq. (3.140), teremos a equação de transferência para simetria esférica,

$$\left[\frac{1}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) + \mu\left(\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{(1-\mu^2)}{r}\left(\frac{\partial}{\partial\mu}\right)\right] I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) = \eta(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) - \chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t) I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t). \tag{3.145}$$

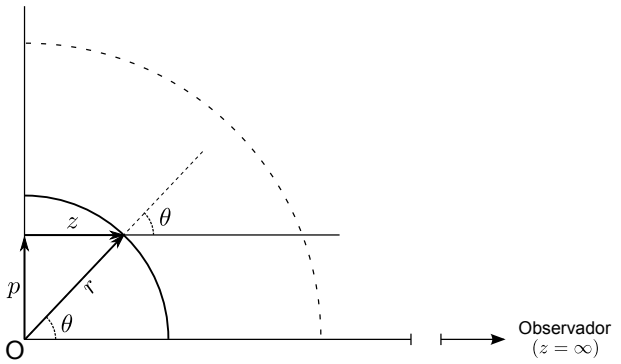

Figura 3.4: Sistema de coordenadas (p, z) utilizado para resolver a equação de transferência em geometria esférica. Nesse sistema, podemos considerar que o observador está em $z{=}\infty$, e, por isso, todos os raios emergentes do objeto e que chegam até o observador são paralelos ao eixo z.

Neste caso, se soubermos os valores de η e χ, a Eq. (3.145) é uma equação diferencial parcial. Como geralmente estamos tratando objetos muito distantes, em que as distâncias são ordens de grandeza maior que o raio da superfície emissora, a Eq. (3.145) pode ser simplificada. Para isso, basta definirmos um outro sistema de coordenadas (p, z), como mostra a Fig. 3.4. A distância p é a distância entre um certo raio de luz e o eixo z, e z, que cresce na direção do observador, representa a distância percorrida pelo raio de luz. Definimos o observador como estando em $z{=}\infty$, e, com isso, podemos dizer que todos os raios emergente do objeto e que chegam até o observador são raios paralelos. Se o raio é paralelo ao eixo z, então, cada raio de luz terá p constante durante todo seu trajeto. Observando a Fig. 3.4 podemos notar que $p{=}r$ sen θ, $z{=}r\cos\theta$ e $r{=}(p^2 + z^2)^{1/2}$. Se p é constante ao longo do raio, $\mathrm{d}l{=}\mathrm{d}z$, e, então,

$$\frac{\partial I(z,\nu)}{\partial z} = \eta(z,\nu) - \chi(z,\nu)I(z,\nu). \tag{3.146}$$

3.4.1 Profundidade Óptica e Função-Fonte

Em problemas de transferência radiativa, ao invés de se trabalhar com uma escala de distância dada por $\mathrm{d}l$, utiliza-se uma outra escala chamada de *profundidade óptica* $\tau(z,\nu)$, e definida de modo que $\mathrm{d}\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n},\nu) \equiv -\chi(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n},\nu)\mathrm{d}l$, onde $\mathrm{d}l$ é o elemento de distância ao longo da linha reta entre os pontos $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{r'}$ e que define a direção $\boldsymbol{n}$. Se L é a distância separando $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{r'}$, a profundidade óptica total entre estes dois pontos será

$$\tau(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r'},\nu) = \int_0^L -\chi(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{n}l;\boldsymbol{n},\nu)\mathrm{d}l. \tag{3.147}$$

O sinal negativo indica que a profundidade óptica cresce na direção oposta de $\mathrm{d}l$, ou seja, a profundidade óptica é contada a partir da posição de um observador que se encontra em $\boldsymbol{r'}$ a uma distância L do ponto emitindo o feixe de luz. Como já foi dito, χ^{-1} representa o livre caminho médio de um fóton de frequência ν dentro do meio, e isso implica que $\tau(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r'},\nu)$ representa o número total de caminhos médios que existe entre $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{r'}$.

Se estamos trabalhando numa geometria plano-paralela, a profundidade óptica irá depender apenas da distância z, e do ângulo θ entre o raio emergente e o eixo z, e, então

$$\tau_\nu(z,\mu) = \mu^{-1}\int_z^{z_{\max}} \chi(z',\mu)\mathrm{d}z' = \frac{\tau_\nu(z)}{\mu}, \tag{3.148}$$

lembrando que $\mu = \cos\theta$, e $\tau_\nu(z)$ é a profundidade óptica projetada no eixo z.

Outra grandeza que é definida ao se trabalhar com as equações de transferência é a *função-fonte* $S(\boldsymbol{r}, t, \boldsymbol{n}, \nu)$, a razão entre a emissividade e opacidade do material em um determinado ponto

$$S(\boldsymbol{r}, t, \boldsymbol{n}, \nu) = \frac{\eta(\boldsymbol{r}, t, \boldsymbol{n}, \nu)}{\chi(\boldsymbol{r}, t, \boldsymbol{n}, \nu)}. \tag{3.149}$$

A equação de transferência pode ser reescrita, ao longo de dl, e em função de τ_ν e S_ν, como

$$\frac{\partial I_\nu}{\partial l} = \eta_\nu - \chi_\nu I_\nu \Rightarrow -\chi_\nu \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = \eta_\nu - \chi_\nu I_\nu \Rightarrow \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = I_\nu - S_\nu. \tag{3.150}$$

em notação simplificada, onde deixamos implícita a dependência de cada uma das variáveis em relação à posição $\boldsymbol{r}$ e à direção $\boldsymbol{n}$.

No caso em que o sistema está em ETL, podemos utilizar a Eq. (3.32), e encontrar que $S^*_\nu = B_\nu$. Se adicionarmos um termo de espalhamento, no caso, coerente e isotrópico, então,

$$\chi_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu,$$

e

$$\eta_\nu = \kappa_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu,$$

portanto,

$$S_\nu = \frac{\kappa_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu}{\kappa_\nu + \sigma_\nu}. \tag{3.151}$$

Se temos, agora, uma linha espectral sobre a emissão do contínuo,

$$\chi_\nu = \chi_\mathrm{c} + \chi_\mathrm{l}(\nu) = \chi_\mathrm{c} + \chi_\mathrm{l}\phi_\nu, \tag{3.152}$$

onde χ_c representa a opacidade do contínuo e χ_l a opacidade da linha. Considerando que apenas uma fração ϵ da linha seja criada em processos térmicos, e o restante seja devido ao espalhamento com redistribuição completa, a emissividade será

$$\eta_\nu = \chi_\mathrm{c} B_\nu + \chi_\mathrm{l}\phi_\nu \left[\epsilon B_\nu + (1-\epsilon)\int \phi_\nu J_\nu \mathrm{d}\nu\right], \tag{3.153}$$

e a função-fonte fica

$$S_\nu = \left(\frac{X + \epsilon\phi_\nu}{X + \phi_\nu}\right) B_\nu + \left[\frac{(1-\epsilon)\phi_\nu}{X + \phi_\nu}\right] \int \phi_\nu J_\nu \mathrm{d}\nu, \tag{3.154}$$

onde $X = \chi_c/\chi_l$. Se fizermos que

$$\xi_\nu = \frac{X + \epsilon\phi_\nu}{X + \phi_\nu}$$

podemos reescrever

$$S_\nu = \xi_\nu B_\nu + (1 - \xi_\nu) \int \phi_\nu J_\nu \mathrm{d}\nu. \tag{3.155}$$

As Eqs. (3.151) e (3.155) mostram a dependência explícita da função-fonte de integrais em ângulo e frequência do campo de radiação, e, ilustram, claramente, a natureza íntegro-diferencial da equação de transferência.

3.4.2 Solução da Equação de Transferência

Vamos considerar a equação de transferência, para o caso estacionário, ao longo do caminho dl na direção $\boldsymbol{n}$, e, também, que l aumenta na direção oposta de $\boldsymbol{n}$, ou seja $\mathbf{d}\boldsymbol{l}=-\boldsymbol{n}\mathrm{d}l$, de modo que

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}l}\left[I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l;\boldsymbol{n},\nu)\right]+\chi(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l;\boldsymbol{n},\nu)I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l;\boldsymbol{n},\nu)=\eta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l;\boldsymbol{n},\nu). \tag{3.156}$$

Para resolvermos a Eq. (3.156), que é uma equação diferencial linear de primeira ordem, vamos utilizar o seguinte fator integrante

$$\exp\left[-\int_{l_0}^{l}\chi(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l'')\mathrm{d}l''\right],$$

onde l_0 é um ponto arbitrário ao longo de $\boldsymbol{n}$. Estamos deixando implícitas as dependências em $\boldsymbol{n}$ e ν para simplificar a notação. Fazendo

$$\tau(l_0,l)\equiv\int_{l_0}^{l}\chi(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l'')\mathrm{d}l''=-\int_{l}^{l_0}\chi(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l'')\mathrm{d}l'', \tag{3.157}$$

percebemos que a definição matemática da profundidade óptica aparece automaticamente durante a resolução da equação de transferência. O fator integrante, então, pode ser escrito como $\exp[-\tau(l_0,l)]$, e utilizando-o podemos reescrever a Eq. (3.156) da seguinte forma

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}l}\left[I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l)e^{-\tau(l_0,l)}\right]=e^{-\tau(l_0,l)}\eta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l). \tag{3.158}$$

Integrando ambos os lados da Eq. (3.158) ao longo de dl', encontramos

$$I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l)e^{-\tau(l_0,l)}-I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l_0)=\int_{l}^{l_0}\eta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l')e^{-\tau(l_0,l')}\mathrm{d}l', \tag{3.159}$$

e, isolando $I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l)$, finalmente encontramos

$$I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l)=I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l_0)e^{-\tau(l,l_0)}+\int_{l}^{l_0}\eta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l')e^{-\tau(l,l')}\mathrm{d}l'. \tag{3.160}$$

Queremos descobrir a intensidade I que chega até um observador em $\boldsymbol{r}$, ou seja, o observador está em l=0. Em contrapartida, vamos considerar que, quando l=l_0, estamos exatamente na superfície que delimita o problema, e que $\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l_0$=0. Então,

$$I(\boldsymbol{r})=I(0)\exp\left[-\int_{0}^{l_0}\chi(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l'')\mathrm{d}l''\right]+\int_{0}^{l_0}\eta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l')\exp\left[-\int_{0}^{l'}\chi(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l'')\mathrm{d}l''\right]\mathrm{d}l'. \tag{3.161}$$

O primeiro termo da Eq. (3.161) representa o quanto da intensidade $I(0)$, que saiu da superfície em l=l_0 na direção $\boldsymbol{n}$, chega até o observador em $\boldsymbol{r}$, após sofrer absorção ao longo do caminho $\boldsymbol{l}$. Já o segundo termo representa a soma da radiação que foi emitida em cada ponto ao longo do caminho $\boldsymbol{l}$, e que consegue chegar em $\boldsymbol{r}$, após ser absorvida pelo meio.

Se utilizarmos, ao invés da distância, a escala de profundidade óptica, então, o observador, agora, estará em τ_ν=0, e a superfície em τ_ν=$\tau_{\nu,0}$, e, portanto,

$$I(0)=I(\tau_{\nu,0})e^{-\tau_{\nu,0}}+\int_{0}^{\tau_{\nu,0}}S(\tau'_\nu)e^{-\tau'_\nu}\mathrm{d}\tau'_\nu. \tag{3.162}$$

Generalizando para um ponto qualquer em τ_ν,

$$I(\tau_\nu) = I(\tau_{\nu,0})e^{-(\tau_{\nu,0}-\tau_\nu)} + \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu,0}} S(\tau'_\nu)e^{-(\tau'_\nu-\tau_\nu)}\mathrm{d}\tau'_\nu. \tag{3.163}$$

Ou, ainda, podemos escrever que

$$I(\tau_\nu) = \int_{\tau_\nu}^{\infty} S(\tau'_\nu)e^{-(\tau'_\nu-\tau_\nu)}\mathrm{d}\tau'_\nu, \tag{3.164}$$

no caso de um raio de luz partindo de $-\infty$.

Em problemas onde se pode usar a geometria plano-paralela, a equação de transferência pode ser escrita em função da profundidade óptica normal à superfície $\tau_\nu(z)=\mu\tau_\nu(z,\mu)$, como

$$\mu\frac{\mathrm{d}I(\tau)}{\mathrm{d}\tau(z)} = I(\tau) - S(\tau). \tag{3.165}$$

Considerando uma atmosfera semi-infinita, e onde não há radiação entrando pela superfície de contorno superior ($\tau_\nu(z)=0$), temos duas soluções: a primeira, para a radiação que está chegando à superfície de contorno, é

$$I(\tau_\nu) = \mu^{-1}\int_{\tau_\nu}^{\infty} S(\tau'_\nu)e^{-(\tau'_\nu-\tau_\nu)/\mu}\mathrm{d}\tau'_\nu, \quad (0 \le \mu \le 1), \tag{3.166}$$

e a segunda, para a radiação que parte da superfície de contorno e adentra o meio, é

$$I(\tau_\nu) = (-\mu^{-1})\int_{0}^{\tau_\nu} S(\tau'_\nu)e^{(\tau_\nu-\tau'_\nu)/\mu}\mathrm{d}\tau'_\nu, \quad (-1 \le \mu \le 0). \tag{3.167}$$

Das Eqs. (3.166) e (3.167), podemos obter a intensidade média em um ponto τ qualquer,

$$\begin{aligned} J_\nu(\tau_\nu) &= \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} I_\nu(\tau_\nu,\mu)\mathrm{d}\mu \qquad (3.168)\\ &= \frac{1}{2}\left[\int_0^1 \mathrm{d}\mu/\mu \int_{\tau_\nu}^{\infty} S(\tau'_\nu)e^{-(\tau'_\nu-\tau_\nu)/\mu}\mathrm{d}\tau'_\nu - \int_{-1}^{0}\mathrm{d}\mu/\mu\int_0^{\tau_\nu} S(\tau'_\nu)e^{(\tau_\nu-\tau'_\nu)/\mu}\mathrm{d}\tau'_\nu\right]. \end{aligned}$$

Fazendo a substituição de $w=\mu^{-1}$ na primeira integral e de $w=-\mu^{-1}$ na segunda integral,

$$J_\nu(\tau_\nu) = \frac{1}{2}\left[\int_{\tau_\nu}^{\infty} S(\tau'_\nu)\mathrm{d}\tau'_\nu\int_1^\infty \frac{e^{-w(\tau'_\nu-\tau_\nu)}}{w}\mathrm{d}w + \int_0^{\tau_\nu} S(\tau'_\nu)\mathrm{d}\tau'_\nu\int_1^\infty \frac{e^{-w(\tau_\nu-\tau'_\nu)}}{w}\mathrm{d}w\right]. \tag{3.169}$$

As integrais sobre dw são formas da conhecida primeira *integral exponencial* (E_1), que, no caso geral, é definida como

$$E_n(x) = \int_1^\infty t^{-n}e^{-xt}\mathrm{d}t = x^{n-1}\int_x^\infty t^{-n}e^{-t}\mathrm{d}t. \tag{3.170}$$

Utilizando a definição da primeira integral exponencial, a intensidade média, então, é

$$J_\nu(\tau_\nu) = \frac{1}{2}\int_0^\infty S_\nu(\tau'_\nu)E_1\left(|\tau'_\nu-\tau_\nu|\right)\mathrm{d}\tau'_\nu. \tag{3.171}$$

Esta equação é conhecida como equação de Schwarzchild, e também serve como solução da equação de transferência (3.165).

3.5 Não-Equilíbrio Termodinâmico Local

Para tratarmos de maneira mais correta o problema de formação de linhas espectrais, devemos considerar que o sistema está fora da condição de ETL. Neste caso, as densidades populacionais de cada estado de um átomo qualquer dependerão do campo de radiação não-local que está chegando em um determinado volume, e, além disso, dependerão, também, das taxas de colisão entre átomos, íons e elétrons neste mesmo volume. Vamos considerar n_{ik} a densidade populacional de espécie química k e com partículas no nível i em um volume fixo. A taxa de variação de n_{ik} é dada, portanto, por

$$\frac{\partial n_{ik}}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla}\cdot(n_{ik}\boldsymbol{v}) + \sum_{j\neq i} n_{jk}P^k_{ji} - n_{ik}\sum_{j\neq i} P^k_{ij}\,, \tag{3.172}$$

onde P^k_{ij} é a taxa de transição total do nível i para o nível j da espécie k. Do lado direito da equação, temos o primeiro termo representando o fluxo de partículas para o volume em questão, o segundo termo representando a somatória da taxa de transição de todos os níveis para o nível i, e o terceiro termo a somatória da taxa de transição do nível i para qualquer outro nível. A taxa de transição total é a soma das taxas de transição por radiação e por colisão. No caso estacionário, a Eq. (3.172) torna-se

$$\sum_{j\neq i} n_{jk}P^k_{ji} - n_{ik}\sum_{j\neq i} P^k_{ij} - \boldsymbol{\nabla}\cdot(n_{ik}\boldsymbol{v}) = 0, \tag{3.173}$$

e se, ainda, considerarmos o meio como sendo estático,

$$\sum_{j\neq i} n_{jk}P^k_{ji} - n_{ik}\sum_{j\neq i} P^k_{ij} = 0. \tag{3.174}$$

Se somarmos a Eq. (3.172) sobre todos os estados i possíveis da espécie k, e se $N_k{=}\sum_i n_{ik}$, os termos com as taxas de transição se anulam, e, então

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}\cdot(N_k\boldsymbol{v}) = 0, \tag{3.175}$$

que, se multiplicado pela massa m_k da espécie k, nos dará a equação de continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}\cdot(\rho\boldsymbol{v}) = 0. \tag{3.176}$$

Mas, antes de podermos resolver estas equações, precisamos entender como encontrar as taxas totais de transição entre dois níveis.

3.5.1 Taxas de Colisão

Nas regiões de plasma ionizado, como as estudadas neste trabalho, as colisões entre partículas carregadas são predominantes sobre os outros tipos de colisão, devido ao longo alcance das interações coulombianas. Temos que as velocidades eletrônicas são um fator de $\mathrm{E}(m_\mathrm{H}A/m_\mathrm{e}){\approx}43A^{1/2}$ maiores que as velocidades de átomos de peso atômico A, e, como as taxas de colisões são proporcionais às velocidades das partículas, podemos considerar apenas as colisões com elétrons.

O número total de colisões que produzem uma transição do nível i para o nível j é uma função da seção reta de colisão, representada por $\sigma_{ij}(v)$ e da velocidade v, e pode ser escrita como

$$n_iC_{ij} = n_in_\mathrm{e}\int_{v_0}^{\infty}\sigma_{ij}(v)f(v)v\mathrm{d}v \equiv n_in_\mathrm{e}q_{it}(T). \tag{3.177}$$

onde v_0 é a velocidade mínima necessária para se ter uma energia igual a $h\nu_{ij}$, correspondente à transição. O valor de C_{ji} pode ser encontrado, utilizando a condição de ETL, quando o número de transições ($i \rightarrow j$) for igual ao número de transições de ($j \rightarrow i$), ou seja, $n_i^* C_{ij} = n_j^* C_{ji}$. Substituindo na Eq. (3.177), encontramos

$$n_j C_{ji} = n_i \left(\frac{n_j}{n_i}\right)^* C_{ij} = n_i \left(\frac{n_j}{n_i}\right)^* n_{\rm e} q_{ij}(T). \tag{3.178}$$

C_{ij} e C_{ji} são, respectivamente, as taxas de excitação por colisão e de de-excitação por colisão.

De maneira similar, a taxa de ionização por colisão do nível i é dada por

$$n_i C_{i\kappa} = n_i n_{\rm e} \int_{v_0}^{\infty} \sigma_{i\kappa}(v) f(v) v {\rm d}v, \tag{3.179}$$

e a taxa de recombinação por colisão para o nível i é

$$n_\kappa C_{\kappa i} = n_\kappa \left(\frac{n_i}{n_\kappa}\right)^* C_{i\kappa}, \quad \text{onde} \quad \left(\frac{n_i}{n_\kappa}\right)^* \equiv n_{\rm e} \tilde{\Phi}_{i\kappa}(T). \tag{3.180}$$

De qualquer forma, temos apenas as relações entre as taxas de excitação/de-excitação e de ionização/recombinação. Para encontrarmos os valores de C_{ij} e $C_{i\kappa}$, temos que encontrar as seções retas de colisão (σ_{ij} ou $\sigma_{i\kappa}$) correspondentes, e estes valores, geralmente, existem tabelados. Eles podem ser encontrados de maneira experimental, ou então calculados através da mecânica quântica. Maiores detalhes podem ser encontrados em Mihalas (1978).

3.5.2 Taxas Radiativas

Fazendo $\alpha_{ij}(\nu)$ a seção reta de fotoexcitação do átomo para a transição ($i \rightarrow j$) a uma determinada frequência ν, o número de transições do nível i para o nível superior j, induzidas por radiação, é

$$n_i R_{ij} = n_i B_{ij} \int \phi_\nu J_\nu {\rm d}\nu = 4\pi n_i \int \alpha_{ij}(\nu) (h\nu)^{-1} J_\nu {\rm d}\nu. \tag{3.181}$$

Se estamos num referencial que se move com a mesma velocidade que o material, a Eq. (3.181) pode ser simplificada e escrita como

$$n_i R_{ij} = n_i B_{ij} \int \phi_\nu J_\nu {\rm d}\nu \equiv n_i B_{ij} \bar{J_{ij}} = n_i 4\pi \alpha_{ij} \bar{J_{ij}} / h\nu_{ij}. \tag{3.182}$$

Se o referencial do laboratório estiver se movendo com velocidade diferente da do material, a definição de $\bar{J}$ torna-se bem mais complexa, e ganha uma dependência angular, e, portanto, as integrais devem ser calculadas sobre o ângulo sólido dω, ou seja,

$$\bar{J_{ij}} = (4\pi)^{-1} \int {\rm d}\nu \oint {\rm d}\omega \phi[\nu(1 - \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{v}/c)] I(\boldsymbol{n}, \nu). \tag{3.183}$$

Nas equações acima, R_{ij} representa a taxa de excitação por radiação.

No processo contrário, o total de transições de um estado superior j para um estado inferior i é dado pelo número de emissões estimuladas somado ao número de emissões espontâneas. O número de emissões estimuladas é

$$n_j B_{ji} \int \phi_\nu J_\nu {\rm d}\nu = n_j \left(\frac{g_i B_{ij}}{g_j}\right) \bar{J_{ij}} = n_j \left(\frac{4\pi}{h\nu_{ij}}\right) \left(\frac{g_i \alpha_{ij}}{g_j}\right) \bar{J_{ij}}. \tag{3.184}$$

Já o número de emissões espontâneas é dado por

$$n_j A_{ji} \int \phi_\nu \mathrm{d}\nu = n_j \left(\frac{2h\nu_{ij}^3}{c^2}\right) B_{ji} = n_j \left(\frac{2h\nu_{ij}^3}{c^2}\right)\left(\frac{4\pi}{h\nu_{ij}}\right)\left(\frac{g_i \alpha_{ij}}{g_j}\right). \tag{3.185}$$

Portanto, o número total de transições ($j \rightarrow i$) é dado por

$$n_j R'_{ji} = n_j (A_{ji} + B_{ji}\bar{J}_{ij}) = n_j \left(\frac{4\pi}{h\nu_{ij}}\right)\left(\frac{g_i \alpha_{ij}}{g_j}\right)\left(\frac{2h\nu_{ij}^3}{c^2} + \bar{J}_{ij}\right). \tag{3.186}$$

Como

$$\frac{g_i}{g_j} = \left(\frac{n_i}{n_j}\right)^* \exp(-h\nu_{ij}/kT),$$

podemos substituir na Eq. (3.186) e reescrevê-la na forma

$$n_j R'_{ji} \equiv n_j \left(\frac{n_i}{n_j}\right)^* R_{ji} = n_j \left(\frac{n_i}{n_j}\right)^* 4\pi \left[\int \frac{\alpha_{ij}(\nu)}{h\nu}\left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu\right) \mathrm{e}^{-h\nu/kT} d\nu\right], \tag{3.187}$$

onde R'_{ji} é a taxa de de-excitação por radiação.

De maneira similar podemos encontrar as taxas de fotoionização/recombinação por radiação. O número de fotoionizações é

$$n_i R_{i\kappa} = n_i 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha_{i\kappa}(\nu)(h\nu)^{-1} J_\nu \mathrm{d}\nu. \tag{3.188}$$

Já o número de recombinações espontâneas pode ser encontrado se argumentarmos que, numa situação de equilíbrio termodinâmico, o número de recombinações é igual ao número de fotoionizações corrigido do fator $(1-\mathrm{e}^{-h\nu/kT})$ de recombinação estimulada. Neste caso, $J_\nu \equiv B_\nu$, e

$$(n_\kappa R'_{\kappa i})^*_{\mathrm{esp.}} = n_i^* 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha_{i\kappa}(\nu)(h\nu)^{-1} B_\nu (1 - \mathrm{e}^{-h\nu/kT}) \mathrm{d}\nu, \tag{3.189}$$

Para encontrar as taxas de recombinação espontânea fora do equilíbrio termodinâmico, devemos utilizar o valor real (fora do equilíbrio) de n_κ para calcular n_i, através da relação $n_i = n_\kappa (n_i/n_\kappa)^*$, de modo que, no caso geral, temos

$$(n_\kappa R'_{\kappa i})_{\mathrm{esp.}} = n_\kappa (n_i/n_\kappa)^* 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha_{i\kappa}(\nu)(h\nu)^{-1} B_\nu (1 - \mathrm{e}^{-h\nu/kT}) \mathrm{d}\nu. \tag{3.190}$$

Como $(n_i/n_\kappa)^* = n_\mathrm{e} \Phi_{i\kappa}(T)$, percebemos que o número total de recombinações será proporcional ao produto $n_\kappa n_\mathrm{e}$, como esperado, já que este processo depende de colisões entre íons e elétrons. A Eq. (3.190) pode ser reescrita como

$$(n_\kappa R'_{\kappa i})_{\mathrm{esp.}} = n_\kappa (n_i/n_\kappa)^* 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha_{i\kappa}(\nu)(h\nu)^{-1} (2h\nu^3/c^2) \mathrm{e}^{-h\nu/kT} \mathrm{d}\nu. \tag{3.191}$$

Sabendo que em equilíbrio termodinâmico, $(n_i R_{i\kappa})^* = (n_\kappa R'_{\kappa i,\mathrm{esp.}})^* + (n_\kappa R'_{\kappa i,\mathrm{est.}})^*$, então

$$(n_\kappa R'_{\kappa i})^*_{\mathrm{est.}} = n_i^* 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha_{i\kappa}(\nu)(h\nu)^{-1} B_\nu \mathrm{e}^{-h\nu/kT} \mathrm{d}\nu. \tag{3.192}$$

Fora do equilíbrio, devemos utilizar a densidade real de n_i e o campo de radiação J_ν, e, então

$$(n_\kappa R'_{\kappa i})_{\text{est.}} = n_\kappa (n_i/n_\kappa)^* 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha_{i\kappa}(\nu)(h\nu)^{-1} J_\nu \mathrm{e}^{-h\nu/kT} \mathrm{d}\nu. \tag{3.193}$$

O número total de recombinações será, portanto

$$n_\kappa R'_{\kappa i} = n_\kappa (n_i/n_\kappa)^* R_{\kappa i} = n_\kappa (n_i/n_\kappa)^* 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\alpha_{i\kappa}(\nu)}{h\nu} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu \right) \mathrm{e}^{-h\nu/kT} \mathrm{d}\nu. \tag{3.194}$$

Podemos notar a semelhança entre as Eqs. (3.181) e (3.188), e entre as Eqs. (3.187) e (3.194), de modo que, para qualquer processo de excitação/fotoionização do tipo ($i \rightarrow j$), onde j é um estado qualquer ligado ou livre, podemos simplificar a notação e escrever

$$R_{ij} = 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha_{ij}(\nu)(h\nu)^{-1} J_\nu \mathrm{d}\nu, \tag{3.195}$$

e para processos de de-excitações/recombinações do tipo ($j \rightarrow i$), escrever

$$R_{ji} = 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\alpha_{ij}(\nu)}{h\nu} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu \right) \mathrm{e}^{-h\nu/kT} \mathrm{d}\nu. \tag{3.196}$$

Numa situação de equilíbrio termodinâmico, podemos notar que R^*_{ij}=R^*_{ji}.

3.5.3 Equações de Taxa Completas

Conhecendo os valores de taxas de excitação/de-excitação e taxas de ionização/recombinação por processos de colisão e por processos radiativos, podemos substituí-los na Eq. (3.174), e encontrar, para o estado ligado i do átomo

$$\sum_{j<i} n_j \left(R_{ji} + C_{ji} \right) - n_i \left[\sum_{j<i} \left(\frac{n_j}{n_i} \right)^* \left(R_{ij} + C_{ij} \right) + \sum_{j>i}^{\kappa} \left(R_{ij} + C_{ij} \right) \right] + \sum_{j>i}^{\kappa} n_j \left(\frac{n_i}{n_j} \right)^* \left(R_{ji} + C_{ji} \right) = 0, \tag{3.197}$$

O primeiro termo representa o número de átomos que são foto-excitados de um estado j para o estado i; o segundo termo, o número de átomos que são de-excitados do estado i para um estado j; o terceiro, o número de átomos no estado i que são excitados para outro estado j; e o último termo, o número de átomos que são de-excitados do estado j para o estado i. O estado j pode representar qualquer estado ligado ou livre. Temos, então, um total de L equações e L+2 variáveis, já que, além de cada um dos L estados ligados, ainda temos a população do estado livre n_κ e a população eletrônica n_e. Para resolvermos o sistema de equações, precisamos de um outro vínculo, que não seja redundante.

Uma outra equação que podemos encontrar é a equação de ionização total, que é

$$\sum_{i=1}^{L} n_i \left(R_{i\kappa} + C_{i\kappa} \right) - n_\kappa \sum_{i=1}^{L} \left(\frac{n_i}{n_\kappa} \right)^* \left(R_{\kappa i} + C_{\kappa i} \right) = 0. \tag{3.198}$$

Mas esta equação pode ser encontrada somando (3.197) sobre todos os níveis ligados, e, portanto, não nos ajudará na resolução do sistema.

Os últimos dois vínculos necessários para que possamos encontrar as populações de cada um dos níveis do átomo, além de n_κ e de n_e, são a conservação de carga,

$$n_\kappa = n_\mathrm{e}, \tag{3.199}$$

e a conservação do número total de partículas,

$$\sum_{i=1}^{L} n_i + n_\kappa + n_\mathrm{e} = N, \tag{3.200}$$

onde N é a densidade total de partículas. As equações acima consideram apenas o átomo de hidrogênio. Para um material com diferentes espécies atômicas, o tratamento é similar, mas as equações se tornam um pouco mais complexas.

3.6 Átomo de Dois Níveis

Vamos imaginar um átomo formado por apenas dois níveis, l e u, e que transições entre estes dois níveis podem ocorrer devido a processos radiativos ou de colisão. Apesar deste modelo ser bastante incompleto, ele não deixa de ser uma boa aproximação para algumas linhas, principalmente, quando o acomplamento entre os níveis l e u é muito mais forte que o acomplamento entre estes níveis e os outros, ou entre estes níveis e o contínuo. Nesta situação, a equação de equilíbrio radiativo para o nível l é

$$n_l \left(B_{lu} \int \phi_\nu J_\nu \mathrm{d}\nu + C_{lu} \right) = n_u \left(A_{ul} + B_{ul} \int \phi_\nu J_\nu \mathrm{d}\nu + C_{ul} \right). \tag{3.201}$$

A partir dessa equação podemos obter um valor para a razão (n_l/n_u). Reescrevendo a Eq. (3.149) em função das Eqs. (3.54) e (3.62), e utilizando as relações de Einstein [Eqs. (3.59) e (3.60)], temos que a função-fonte da linha é

$$S_l = \frac{n_u A_{ul}}{n_l B_{lu} - n_u B_{ul}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left[\left(\frac{n_l g_u}{n_u g_l} \right) - 1 \right]^{-1}. \tag{3.202}$$

Consideramos o caso de redistribuição completa, o que faz com que os perfis de absorção e de emissão sejam idênticos, e, por isto, S_l é independente dos perfis de linha. Substituindo o valor de (n_l/n_u) dado pela Eq. (3.201) em (3.202), e utilizando o resultado de que em equilíbrio detalhado C_{lu}=$(n_u/n_l)^* C_{ul}$, obtemos que

$$S_l = \frac{\int \phi_\nu J_\nu \mathrm{d}\nu + \varepsilon' B_\nu}{1 + \varepsilon'} \equiv (1 - \varepsilon)\bar{J_\nu} + \varepsilon B_\nu, \tag{3.203}$$

onde,

$$\varepsilon' \equiv C_{ul}(1 - e^{-h\nu/kT})/A_{ul}, \tag{3.204}$$

e

$$\varepsilon \equiv \varepsilon'/(1 + \varepsilon'). \tag{3.205}$$

A função-fonte contém uma componente de espalhamento não-coerente, representada por $\bar{J}$, e uma componente térmica $\varepsilon' B_\nu$. A componente térmica representa os fótons que são criados quando um átomo é excitado por colisão, e, então, de-excitado por emissão de radiação. O termo ε' no denominador representa os fótons destruídos por uma de-excitação colisional logo após a ocorrência de uma foto-excitação. Esses dois termos descrevem o acomplamento da radiação com o reservatório térmico local. Já o termo de espalhamento representa o termo não-local.

A profundidade óptica pode ser definida em função da opacidade da linha integrada (sobre todas as frequências),

$$\chi_{lu} = \frac{\pi q_e^2}{m_e c} f_{ul} \left(n_l - \frac{g_l}{g_u} n_u \right), \tag{3.206}$$

como $d\tau \equiv -\chi_{lu} dz$. Finalmente, podemos encontrar a solução da equação de transferência, com ajuda da Eq. (3.171),

$$J_\nu(\tau_\nu) = \frac{1}{2} \int_0^\infty S_\nu(\tau'_\nu) E_1 \left(|\tau'_\nu - \tau_\nu| \right) d\tau'_\nu.$$

Para nos aproximarmos mais de um modelo físico realista para o átomo, vamos adicionar o contínuo ao modelo atômico. Acrescentando o contínuo, acrescentamos, também, os processos de ionização por colisão e por radiação dos níveis ligados, e os processos de recombinação radiativo ou por colisão para cada um dos níveis ligados.

Continuaremos a utilizar redistribuição completa, e, portanto, a Eq. (3.202) continua válida. As equações de equilíbrio estatístico agora são

$$n_l \left(B_{lu} \int \phi_\nu J_\nu d\nu + C_{lu} + R_{l\kappa} + C_{l\kappa} \right) = n_u \left(A_{ul} + B_{ul} \int \phi_\nu J_\nu d\nu + C_{ul} \right) + n_l^* (R_{\kappa l} + C_{l\kappa}) \tag{3.207}$$

e

$$n_u \left(A_{ul} + B_{ul} \int \phi_\nu J_\nu d\nu + C_{ul} + R_{u\kappa} + C_{u\kappa} \right) = n_l \left(B_{ul} \int \phi_\nu J_\nu d\nu + C_{lu} \right) + n_u^* (R_{\kappa u} + C_{u\kappa}), \tag{3.208}$$

para o nível inferior e superior, respectivamente. As taxas de foto-ionização e de recombinação são dadas pelas Eqs. (3.195) e (3.196). Como no caso anterior, podemos encontrar o valor de (n_l/n_u) das Eqs. (3.207) e (3.208), e substituir na Eq. (3.202), para obter

$$S_l = \frac{\int \phi_\nu J_\nu d\nu + \varepsilon' B_\nu(T) + \theta}{1 + \varepsilon' + \eta}, \tag{3.209}$$

onde ε' continua sendo dado pela Eq. (3.204),

$$\eta = \frac{n_l^* (R_{u\kappa} + C_{u\kappa})(R_{\kappa l} + C_{l\kappa}) - (g_l/g_u) n_u^* (R_{l\kappa} + C_{l\kappa})(R_{\kappa u} + C_{u\kappa})}{A_{ul} \left[n_l^* (R_{\kappa l} + C_{l\kappa}) + n_u^* (R_{\kappa u} + C_{u\kappa}) \right]} \tag{3.210}$$

e

$$\theta = \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} \right) \left(\frac{g_l}{g_u A_{ul}} \right) \frac{n_u^* (R_{l\kappa} + C_{l\kappa})(R_{\kappa u} + C_{u\kappa})}{\left[n_l^* (R_{\kappa l} + C_{l\kappa}) + n_u^* (R_{\kappa u} + C_{u\kappa}) \right]}. \tag{3.211}$$

Thomas (1957) foi o primeiro a derivar a Eq. (3.209). Seu primeiro termo do numerador, novamente, representa o termo de espalhamento. O segundo termo é a componente térmica da função-fonte, e representa a taxa com que fótons são criados através de excitação colisional, e depende da temperatura cinética dos elétrons. O terceiro termo é proporcional à taxa com que ocorre ionização (por colisão ou por radiação) do nível inferior para o contínuo, multiplicado pela fração de elétrons que sofre recombinação para o nível superior, e, portanto, podem decair radiativamente para o nível inferior, criando um fóton. Já no denominador, temos o segundo termo representando os fótons destruídos por de-excitação do estado superior para o estado fundamental por colisão. O terceiro termo representa a taxa total de ionização do nível superior para o contínuo multiplicado pela fração de elétrons que sofre recombinação para o nível fundamental, desta maneira destruindo o fóton correspondente à transição de *u* para *l*, que foi, inicialmente, responsável pela foto-excitação do átomo.

Considerando os processos do contínuo, a opacidade não é mais, simplesmente, a opacidade da linha [Eq. (3.206)]. Neste caso, a opacidade deve ser calculada de acordo com a Eq. (3.78),

$$\begin{aligned}\chi_\nu &= \sum_i \sum_{j>i} \left[n_i - (g_i/g_j)n_j\right]\alpha_{ij}(\nu) + \sum_i \left(n_i - n_i^* e^{-h\nu/kT}\right)\alpha_{i\kappa}(\nu) \\ &\quad + \sum_k n_\mathrm{e} N_k \alpha_{\kappa\kappa}(\nu, T)\left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) + n_\mathrm{e}\sigma_\mathrm{e},\end{aligned}$$

que contém além das componentes de opacidade da linha, as componentes de opacidade de transições ligado-livre, de transições livre-livre, e a opacidade do espalhamento Thompson. A profundidade óptica será dada por $\mathrm{d}\tau = -\chi_\nu \mathrm{d}z$, e, novamente, podemos encontrar a solução da equação de transferência, aplicando a função-fonte na Eq. (3.171).

3.7 Método de Sobolev

A equação de transferência em um meio em movimento para um átomo de dois níveis em três dimensões e independente do tempo, pode ser escrita (Rybicki & Hummer 1978) como

$$\boldsymbol{n}\cdot\nabla I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n},\nu) = -\chi_{lu}(\boldsymbol{r})\phi\left[\nu - \frac{\nu_0}{c}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r})\right][I - S], \tag{3.212}$$

onde $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r})$ é a velocidade do material e ν_0 é a frequência central da transição. O perfil de linha $\phi(\boldsymbol{r},\nu)$ está deslocado devido à velocidade $\boldsymbol{v}$ do material, mas a normalização em frequência continua válida.

No caso da redistribuição completa, a função-fonte pode ser escrita como na Eq. (3.203)

$$S(\boldsymbol{r}) = [1 - \varepsilon(\boldsymbol{r})]\bar{J}(\boldsymbol{r}) + \varepsilon(\boldsymbol{r})B(\boldsymbol{r}),$$

onde, no caso do átomo de dois níveis, ε resume-se à razão entre as taxa de colisão e a taxa total de de-excitação do nível superior.

A intensidade integrada média é

$$\bar{J}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi}\int d\omega \int_0^\infty I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n},\nu)\phi\left[\nu - \frac{\nu_0}{c}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r})\right]\mathrm{d}\nu. \tag{3.213}$$

E a solução formal da equação de transferência (3.212) em um ponto arbitrário $\boldsymbol{r}$ e direção $\boldsymbol{n}$ é

$$\begin{aligned}I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n},\nu) &= \int_0^R \chi_{lu}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l)\phi\left[\nu - \frac{\nu_0}{c}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l)\right] S(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l)\exp\left\{-\int_0^l \chi_{lu}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l')\phi\left[\nu - \frac{\nu_0}{c}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l')\right]\mathrm{d}l'\right\}\mathrm{d}l \\ &\quad + I_\nu^{inc}\exp\left\{-\int_0^l \chi_{lu}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l')\phi\left[\nu - \frac{\nu_0}{c}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{n}l')\right]\mathrm{d}l'\right\}.\end{aligned} \tag{3.214}$$

A variável de integração l é a distância ao longo do raio que passa em $\boldsymbol{r}$ na direção oposta a $\boldsymbol{n}$. A intensidade é integrada até o limite R, o ponto onde I_ν^{inc}, a intensidade incidente, é gerada.

A solução dada pela Eq. (3.214) pode ser simplificada consideravelmente se os gradientes de velocidade no meio forem grandes o suficiente, o que foi observado pela primeira vez por Sobolev (1947, 1957). Por esse motivo, o conjunto de resultados obtidos por Sobolev e aperfeiçoados por outros investigadores é conhecido como *método de Sobolev*. Sobolev percebeu que o perfil de linha $\phi(\boldsymbol{r},\nu)$ é, em geral, uma função bem estreita que, no caso de grandes gradientes de velocidade, vai se comportar com uma função-δ de Dirac para a variável l ou l'. Isso implica

que, ao longo de uma determinada direção, a intensidade de radiação com frequência ν não varia, exceto em certos *pontos de ressonância* isolados, onde o deslocamento Doppler devido à velocidade do material é o valor exato para que ocorra absorção ou emissão de radiação com frequência ν. Essa condição de ressonância pode ser encontrada igualando o argumento de ϕ na Eq. (3.214) a ν_0, e é dada por

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{v_l}{c}, \tag{3.215}$$

onde $v_l \equiv \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}$ é a velocidade do material projetada na linha de visada. Com esse método, a solução da equação de transferência, então, é simplificada e passa a ser composta de um termo que interage apenas com alguns poucos pontos ressonantes ao longo de uma determinada direção.

Para que o método de Sobolev seja válido, é necessário que a região de ressonância seja bastante estreita. A espessura da região de ressonância Δl pode ser estimada derivando a Eq. (3.215), e considerando que o gradiente de v_l seja constante em seu interior, de modo que

$$\Delta l = \frac{c}{\nu_0}\frac{\Delta\nu}{|\mathrm{d}v_l/\mathrm{d}l|}, \tag{3.216}$$

onde $\Delta\nu$ é a largura do perfil de linha. Estimando que $|\mathrm{d}v_l/\mathrm{d}l| \approx v_0/l_0$, onde v_0 é a velocidade típica do material e l_0 é o comprimento de escala típico do meio, e considerando que a largura do perfil de linha é causada pelo alargamento térmico na região, se c_s é a velocidade do som no meio, então $\Delta\nu = \nu_0 c_s/c$, e substituindo na Eq. (3.216) vamos obter que

$$\frac{\Delta l}{l_0} \approx \frac{c_s}{v_0}. \tag{3.217}$$

Se a velocidade do som for muito menor que a velocidade macroscópica característica do meio, segundo a Eq. (3.217), teremos uma largura da zona de ressonância estreita o suficiente para que o método de Sobolev seja válido. Por esse motivo, o método de Sobolev algumas vezes também é chamado de *aproximação supersônica*.

De acordo com os resultados de Rybicki & Hummer (1978), se em um ponto $\boldsymbol{r}$ a velocidade é $\boldsymbol{v}$, o vetor distância $\boldsymbol{r}'$ até um ponto ressonante satisfaz a seguinte relação

$$(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')\cdot[\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}')] = 0. \tag{3.218}$$

Somente os pontos que satisfaçam esta relação são considerados durante a resolução da equação de transferência.

A intensidade integrada média [Eq. (3.213)], de acordo com o método de Sobolev, está relacionada com a função-fonte da seguinte maneira:

$$\bar{J} = [1 - \beta(\boldsymbol{r})]\, S(\boldsymbol{r}) + F(\boldsymbol{r}), \tag{3.219}$$

onde

$$\beta(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi}\int \frac{1 - e^{-\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}}{\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}\mathrm{d}\omega, \tag{3.220}$$

e

$$F(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi}\int \frac{1 - e^{-\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}}{\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}\left\{\sum_{j=1}^{N} S(\boldsymbol{r}_j)\left[1 - e^{-\tau(\boldsymbol{r}_j,\boldsymbol{n})}\right] e^{-\sum_{i=1}^{j-1}\tau(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{n})}\right\}\mathrm{d}\omega. \tag{3.221}$$

A função $\beta(\boldsymbol{r})$ é conhecida como probabilidade de escape, ou seja, a probabilidade que um fóton tem de escapar da vizinhança de $\boldsymbol{r}$ sem sofrer nenhuma absorção ou espalhamento. $F(\boldsymbol{r})$ representa o acoplamento radiativo entre o material em $\boldsymbol{r}$ e todos os N pontos ressonantes ao longo da direção $\boldsymbol{n}$. O termo

$$e^{-\sum_{i=1}^{j-1}\tau(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{n})}$$

representa a extinção da radiação ao atravessar as N superfícies ressonantes entre os pontos $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{r}_j$.

A profundidade óptica é definida como

$$\tau(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{n}) = \chi_{lu}(\boldsymbol{r}_i)\frac{c}{\nu_0}\frac{1}{|Q(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{n})|}, \tag{3.222}$$

e

$$Q(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{n}) = \frac{dv_l(\boldsymbol{r}_i)}{dl_{\boldsymbol{n}}}, \tag{3.223}$$

é o gradiente de velocidade na direção $\boldsymbol{n}$.

Se juntarmos as Eqs. (3.203) e (3.219), podemos encontrar o valor da função-fonte na aproximação do átomo de dois níveis. Mas podemos utilizar, em princípio, o mesmo método para resolver um átomo de multi-níveis. De qualquer forma, a solução deve ser obtida iterativamente, já que o termo $F(\boldsymbol{r})$ faz com que o problema se torne não-local. Para isso, consideramos um valor inicial de $F(\boldsymbol{r})$=0, e calculamos a função-fonte correspondente. Então, podemos calcular um valor para $F(\boldsymbol{r})$ que é utilizado para calcular um novo valor para S, e assim sucessivamente. Este procedimento converge rapidamente já que o termo não-local, geralmente, tem apenas uma fraca contribuição para a função-fonte.

Os perfis de linha observados em ETTCs possuem larguras típicas de várias dezenas de $\mathrm{km\,s^{-1}}$, o que indica que o material possui velocidade supersônica. A aproximação de Sobolev, portanto, se torna uma boa aproximação para se estudar fenômenos de transferência radiativa e formação de linha nestes objetos.

Para estudar uma ETTC vamos considerar que a estrela seja um corpo negro emitindo na temperatura da fotosfera. Da mesma forma, vamos considerar que a região do anel de acreção, região na superfície da estrela onde o material em acreção se choca com sua fotosfera, tenha temperatura mais elevada que a fotosfera, mas continue emitindo como um corpo negro. Neste caso, a solução para a intensidade média ganha mais dois termos, e torna-se

$$\bar{J} = [1-\beta(\boldsymbol{r})]\,S(\boldsymbol{r}) + \beta_{\mathrm{c}*}(\boldsymbol{r})I_* + \beta_{\mathrm{ch}}(\boldsymbol{r})I_{\mathrm{ch}} + F(\boldsymbol{r}), \tag{3.224}$$

onde

$$\beta_{\mathrm{c}*}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_{\omega_*}\frac{1-e^{-\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}}{\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}e^{-\sum_{j=1}^{N}\tau(\boldsymbol{r}_j,\boldsymbol{n})}\mathrm{d}\omega \tag{3.225}$$

e

$$\beta_{\mathrm{ch}}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_{\omega_{\mathrm{choque}}}\frac{1-e^{-\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}}{\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}e^{-\sum_{j=1}^{N}\tau(\boldsymbol{r}_j,\boldsymbol{n})}\mathrm{d}\omega. \tag{3.226}$$

A integral $\beta_{\mathrm{c}*}$ é calculada sobre o ângulo sólido coberto pela superfície da estrela, e em β_{ch} sobre a região de choque na base da magnetosfera. As duas integrais representam a probabilidade de um fóton em $\boldsymbol{r}$ atingir a fotosfera da estrela ou o anel de acreção sem sofrer absorção ou espalhamento, respectivamente. As intensidades específicas I_* e I_{ch} são referentes à fotosfera da estrela e à região de choque. Como estamos considerando que ambas as regiões emitem como um corpo negro, podemos substituir I_* e I_{ch} pelas funções de Planck para as temperaturas da

fotosfera e do anel de acreção, respectivamente. Para adicionar a radiação vinda do disco de acreção, devemos apenas adicionar um termo $\beta_{\mathrm{cd}}(\boldsymbol{r})I_{\mathrm{di}}$, onde $\beta_{\mathrm{cd}}(\boldsymbol{r})$ é similar a $\beta_{\mathrm{c}*}$ e a β_{cc}, mas integrado sobre o ângulo sólido coberto pelo disco de acreção, e I_{di} é a intensidade vinda do disco de acreção.

Juntando as Eqs. (3.203) e (3.224), e isolando S, encontramos que a função-fonte pode ser escrita como

$$S = \frac{(\beta_{\mathrm{c}*}I_* + \beta_{\mathrm{ch}}I_{\mathrm{ch}} + F)(1-\varepsilon) + \varepsilon B(T)}{\beta + \varepsilon - \beta\varepsilon}, \tag{3.227}$$

onde T é a temperatura em $\boldsymbol{r}$, e deixamos as dependências em $\boldsymbol{r}$ e em ν implícitas para facilitar a notação. Neste caso, também, a solução deve ser obtida iterativamente.

Agora que se conhece toda a teoria por trás do modelo que utilizamos, podemos explicar como o modelo computacional utilizado neste trabalho funciona.

Capítulo 4

Modelo Computacional

O modelo computacional utilizado neste trabalho foi inicialmente proposto por Hartmann et al. (1994), daqui em diante HHC, para o estudo da magneto-acreção em ETTC. Nesse modelo, a origem do sistema de coordenadas utilizado está localizada no centro da estrela. A estrela gira ao redor do *eixo-z*, que também é o eixo de simetria do sistema. Também existe simetria através do *plano-xy*. O sistema de coordenadas é medido em unidades de raios estelares, R_*. Considera-se o campo magnético da estrela como sendo totalmente dipolar, centrado na origem do sistema de coordenadas e com simetrial axial em relação ao eixo de rotação do sistema. O disco de acreção está no *plano-xy*, é opaco e tem uma espessura finita. O campo magnético dipolar da estrela trunca o disco de acreção a uma distância $r_{\rm mi}$ da estrela, e atravessa o disco até uma distância $r_{\rm mo}$ da mesma. O funil de acreção, ou magnetosfera, é limitado pelas linhas de campo magnético que cruzam o disco entre $r_{\rm mi}$ e $r_{\rm mo}$, e é dividido em uma grade com vários pontos. A quantidade de pontos dentro da magnetosfera é definida pelo número de linhas de campo magnético, e por quantos pontos existem ao longo de cada uma destas linhas de campo. O esquema da geometria utilizada pode ser visto na Fig. 2.1.

Considera-se a estrela e o disco de acreção como tendo uma profundidade óptica infinita na região visível do espectro, e portanto estes emitem como corpos negros, e funcionam como os contornos do modelo. A superfície da estrela é dividida em duas regiões: a fotosfera e a zona de choque da acreção. Ambas emitem como corpos negros, mas com temperaturas distintas, sendo a temperatura da zona de choque maior que a temperatura da fotosfera. Devido às simetrias do modelo, têm-se duas zonas de choque, em forma de anel, em regiões bem próximas aos pólos magnéticos da estrela. A temperatura do disco de acreção em ETTC é, geralmente, muito menor que a temperatura fotosférica da estrela, e portanto a componente de emissão associada ao disco pode ser desprezada na região visível do espectro que é a região estudada.

Inicialmente, o modelo necessita dos valores de velocidade, densidade e temperatura em cada um dos pontos da grade. Devido às simetrias do sistema, é necessário calcular esses valores apenas para pontos no primeiro quadrante do modelo, que então são girados ao redor do *eixo-z* e refletidos através do *plano-xy*. Considera-se que o gás que está sendo acrescido à estrela é totalmente composto de hidrogênio, e portanto a densidade calculada é convertida na densidade de átomos de hidrogênio. Para que seja possível calcular os perfis de linha de uma transição específica do hidrogênio, é necessário saber as populações atômicas de cada um dos níveis as-

sociados a esta transição. HHC utilizaram a aproximação de um átomo de dois níveis com contínuo (ver Seção 3.6) para encontrar essas densidades populacionais dos níveis responsáveis pela transição que se deseja modelar. Sabendo as densidades populacionais dos níveis que interessam, então, é possível calcular a função-fonte, a opacidade e a intensidade média em cada um dos pontos da grade, com ajuda do método de Sobolev (ver Seção 3.7).

Com o passar dos anos, algumas melhorias foram sendo adicionadas ao modelo original de HHC. Muzerolle et al. (1998a) melhoraram o cálculo das populações atômicas do átomo de hidrogênio, ao utilizar um tratamento estatístico de multi-níveis em equilíbrio. O código, que até então trabalhava com um átomo de hidrogênio com apenas 2 níveis, passou a trabalhar com um átomo de 16 níveis. Finalmente, Muzerolle et al. (2001) passaram a calcular os perfis de linha, até então calculados pelo método de Sobolev, através da integração exata, ao longo de cada um dos raios de luz. Isto possibilitou o acréscimo de diversos mecanismos de alargamento de linha ao modelo, como alargamento por efeito Stark. Apesar das melhorias, o modelo continuou incluindo apenas as contribuições magnetosféricas e fotosféricas nos cálculos das linhas espectrais.

O código original desenvolvido de HHC, denominado *CV*, já calculava a contribuição do vento de disco aos perfis, mas apenas em casos onde não havia a componente magnetosférica, ou seja, calculava os perfis de linha gerados pelo modelo com magnetosfera e pelo modelo com vento de disco, separadamente. Devido à não-lineridade e não-localidade dos cálculos, não se pode simplesmente somar as contribuições de cada componente. Existe uma inter-dependência entre os campos de radiação gerados na magnetosfera e no vento de disco que deve ser considerada nos cálculos. Para se obter perfis de linha consistentes, ambas as componentes magnetosférica e de vento de disco devem ser consideradas simultaneamente. Neste trabalho, o código do *CV* foi modificado para calcular os perfis de linha de maneira consistente considerando ambas as componentes.

Primeiramente, apenas o *CV* original foi utilizado para calcular os perfis de linha. Após as mudanças no código do *CV* serem finalizadas, foi sugerido utilizar o código desenvolvido por Muzerolle et al. (2001) para calcular os perfis de linha resultantes. Esse código é chamado de *FLUX*, e, originalmente, foi criado para calcular perfis de linha gerados apenas pela magnetosfera. Várias modificações tiveram que ser incluidas ao *FLUX*, para que este pudesse calcular os perfis de linha do sistema considerando magnetosfera e vento de disco.

Antes de mencionar todas as mudanças e melhorias feitas em ambos os códigos, é necessário explicar detalhadamente como cada um deles funciona.

4.1 *CV* Original

O *CV* é um código composto por várias rotinas, sendo que a maioria delas foi escrita em *C++* e algumas escritas em *Fortran77*. Alguns arquivos de entrada são sempre necessários para o *CV* rodar, mas alguns são necessários apenas em alguns tipos de tarefa. Os principais arquivos são os arquivos de configuração do *CV*, e o arquivo com as informações atômicas necessárias para o cálculo das linhas espectroscópicas.

4.1.1 Arquivos de Entrada

4.1.1.1 Arquivo de Configuração: config

O arquivo de entrada config contém todos os parâmetros necessários de configuração do *CV*. Caso esse arquivo não exista, o próprio CV o gera ao rodar pela primeira vez, com todas as

opções e parâmetros padrões de configuração. Abaixo serão descritas as principais opções e parâmetros de entrada necessários pelo programa:

- **Velocity Law** : Define o tipo de sistema a ser modelado pelo *CV*. Magnetosfera (1), representa um sistema com estrela, disco de acreção e colunas de acreção magnetosférica, apenas. Vento de disco (6), representa um sistema com estrela, disco, e vento de disco sendo ejetado. *Após as modificações foi adicionada a opção de Magnetosfera + Vento de disco (7), onde consideramos as componentes magnetosférica e de vento de disco simultaneamente nos cálculos.* Algumas outras opções existem, mas não foram utilizadas neste trabalho, e, portanto, não serão descritas.

- **Job Type**: Define o tipo de tarefa a ser realizada pelo *CV*. A tarefa (1) é utilizada para calcular as posições das superfícies ressonantes para cada um dos pontos da grade do sistema. As superfícies ressonantes são necessárias para a utilização do método de Sobolev. A tarefa (2) calcula as funções-fonte em cada um dos pontos da grade. A tarefa (3) calcula o perfil de linha desejado. A tarefa (4) calcula as densidades populacionais dos níveis eletrônicos necessários para gerar a linha desejada. E, finalmente, a tarefa (5) gera a grade de pontos do sistema a ser estudado. Como podemos notar, o *CV* roda passo a passo, e para obtermos um perfil de linha partindo do zero, devemos, nesta ordem, criar a grade de pontos (5), encontrar as superfícies ressonantes para cada um dos pontos da grade (1), calcular as densidades populacionais dos níveis responsável por gerar a linha espectroscópica desejada (4), as funções-fonte desta linha em cada um dos pontos da grade (2), e, por último, o perfil da linha espectroscópica (3).

- **StellarRadInRsun**: Raio da estrela (R_*) em unidades de raio solar $R_\odot$.

- **StellarMassInMsun**: Massa da estela (M_*) em unidades de massa solar $M_\odot$.

- **TempStar**: Temperatura da fotosfera da estrela ($T_{\rm fot}$) em K.

- **TempRing**: Temperatura dos anéis de acreção na superfície da estrela ($T_{\rm ch}$) em K.

- **DiskwindInnerX0**: Raio interno da região de lançamento do vento de disco sobre o disco de acreção ($r_{\rm di}$) em unidades de raio estelar R_*.

- **DiskwindOuterX0**: Raio externo da região de lançamento do vento de disco sobre o disco de acreção ($r_{\rm do}$) em unidades de raio estelar R_*.

- **DiskwindZHeight**: Limite de altura do vento de disco ($Z_{\rm max}$) em unidades de raio estelar R_*.

- **DiskwindRho0**: Densidade fiducial do vento de disco (ρ_0) em unidades de $\mathrm{g\,cm^{-3}}$. A densidade fiducial representa a densidade que o primeiro ponto, na base do vento de disco, teria se $r_{\rm di} = 1$.

- **MassFlow**: Taxa de acreção de massa $\dot{M}_{\rm acr}$ em unidades de $\mathrm{g\,s^{-1}}$.

- **InnerR0**: Raio interno em que a magnetosfera cruza o disco de acreção ($r_{\rm mi}$) em unidades de raio estelar R_*.

- **OuterR0**: Raio externo em que a magnetosfera cruza o disco de acreção ($r_{\rm mo}$) em unidades de raio estelar R_*.

- **MaxIterations**: Número de iterações que serão feitas ao se calcular os valores das funções-fonte para cada um dos pontos.
- **NSourceX**: Número de trajetórias ou linhas de campo magnético consideradas.
- **NSourceZ**: Número de pontos ao longo de cada trajetória.
- **NSourcePhi**: Número de ângulos azimutais ao redor de um ponto qualquer da grade.
- **NSourceTheta**: Número de ângulos polares ao redor de um ponto qualquer da grade.
- **NSourceStep**: Número de passos ao longo de um feixe que parte de um ponto qualquer da grade.
- **NProfileVelocity**: Número de velocidades ou frequências que formam o perfil de linha.
- **NProfileAngle**: Número de ângulos azimutais ao redor do origem da grade polar que define os raios de luz, e que é utilizada durante o cálculo dos perfis de linha.
- **NProfileRadii**: Número de circunferências centradas na origem da grade polar que define os raios de luz, e que é utilizada durante o cálculo dos perfis de linha.
- **NProfileStep**: Número de pontos ao longo de cada um dos raios de luz utilizados durante o cálculos dos perfis de linha.
- **First Velocity**: Velocidade inicial do perfil de linha, em $\mathrm{km\,s^{-1}}$.
- **Last Velocity**: Velocidade final do perfil de linha, em $\mathrm{km\,s^{-1}}$.
- **Inclination**: Inclinação do sistema em relação à linha de visada, em graus.

Os parâmetros **NSourceX** e **NSourceZ** definem a quantidade de pontos que formam a grade no *plano-xz* que será utilizada. Os pontos da grade não cobrem todo o *plano-xz*, apenas a região onde ocorrem os fluxos de material. **NSourceX** é o número de trajetórias ou linhas de campo magnético que são consideradas dentro da região, e **NSourceZ** o número de pontos em cada uma destas trajetórias. O tamanho máximo para ambos os parâmetros é 40, que nos dá uma grade 1600 pontos distribuídos sobre o primeiro quadrante do *plano-xz*. Esse tamanho máximo da grade pode ser redefinido atrvés de uma opção de compilação do código. Para cada um desses pontos é necessário saber as componentes do vetor velocidade, a temperatura, a densidades do gás, densidade de elétrons, e densidade populacional dos níveis atômicos responsáveis pela transição, função-fonte, e intensidade média de radiação. Devido à simetria azimutal do sistema, a grade de pontos pode ser girada ao redor do *eixo-z*, e todos os pontos com as mesmas coordenadas (cilíndricas) (ϖ, z) terão as mesmas propriedades físicas. Da mesma forma, podemos refletir os valores através do *plano-xy*, de modo que todos os pontos em $(\varpi, -z)$ também têm as mesmas propriedades físicas que os pontos em (ϖ, z).

NSourcePhi e **NSourceTheta** formam uma grade esférica de direções ao redor de um ponto qualquer da grade previamente definida por **NSourceX** e **NSourceZ**, e definem a direção dos **NSourcePhi** $\times$ **NSourceTheta** raios de luz que cruzam cada um dos pontos da grade principal. Cada raio de luz é formado por **NSourceStep** pontos, e são utilizados no processo de busca das superfícies ressonantes de cada ponto da grade principal, e no cálculo da função-fonte e da intensidade média em cada um destes pontos. Os valor padrão para **NSourcePhi** e **NSourceTheta** é

40 pontos em ambos, o que dá um total de 1600 raios de luz cruzando cada ponto. O valor padrão para **NSourceStep** é de 500 pontos. No final temos um grade no *plano-xz* onde estão distribuídos 1600 pontos, e ao redor de cada um destes pontos existe uma grade esférica com 800 000 pontos.

Para calcular os perfis de linha é utilizada uma outra grade auxiliar, que tem seu *eixo-z′* apontando na direção da linha de visada. Essa grade é formada por **NProfileRadii** cincunferências concêntricas ao eixo z', e cada uma destas circunferências é dividida em **NProfileAngle** ângulos. Por cada um dos pontos da grade sai um raio de luz na direção de z' ou do observador, e cada raio é composto por **NProfileStep** pontos. Respectivamente, os valores-padrão de **NProfileRadii**, **NProfileAngle** e **NProfileStep** são 40, 50 e 600, o que nos dá um total de 1 200 000 pontos utilizados apenas no cálculo do perfil de linha.

Dentro da biblioteca cvdim.h existem alguns tipos de grade já pré-definidas, onde são definidos o número máximo de pontos que pode ser utilizado pelo *CV* em cada caso. Os diversos tipos de grade pré-definidas são selecionadas a partir de opções de compilação do código.

Um exemplo de arquivo de configuração pode ser visto no Apêndice B.

4.1.1.2 Arquivo Atômico: hydrogen.dat

O segundo arquivo de entrada contém alguns dos parâmetros físicos do átomo responsável pelo perfil de linha a ser calculado. Neste trabalho, preocupamo-nos apenas com as linhas do átomo de hidrogênio. O arquivo que contém os dados necessários do átomo de hidrogênio se chama hydrogen.dat. Caso seja necessário utilizar um outro tipo de átomo ou um arquivo com outro nome, o arquivo a ser utilizado pode ser especificado no arquivo de configuração, no parâmetro **AtomFilename**. O valor padrão para **AtomFilename** é hydrogen.dat.

Os arquivos com as características atômicas devem ser divididos em 3 seções. Na primeira seção do arquivo, as linhas devem começar com a letra *L*, e possuem 4 colunas. A primeira coluna especifica o número quântico principal dos níveis atômicos considerados. A segunda coluna contém a frequência do fóton (em Hz) capaz de ionizar o nível definido pela primeira coluna. A terceira coluna contém o valor da seção reta de ionização do nível (em cm^2). E a quarta coluna contém a degenerecência ou peso estatítico do nível. Abaixo temos um exemplo do formato descrito acima, para o átomo de hidrogênio:

```
L       1  3.288E+15  7.910E-18    2.0
L       2  8.220E+14  1.385E-17    8.0
L       3  3.653E+14  2.158E-17   18.0
L       4  2.055E+14  2.909E-17   32.0
L       5  1.315E+14  3.633E-17   50.0
L       6  9.133E+13  4.443E-17   72.0
L       7  6.710E+13  5.470E-17   98.0
L       8  5.138E+13  6.320E-17  128.0
```

Na segunda parte do arquivo atômico, as linhas devem começar com a letra *T*, e contêm 9 colunas. Essa segunda parte caracteriza as várias transições entre estados ligados que podemos utilizar. A primeira coluna nos dá a identificação numérica da transição, e na segunda podemos dar o nome para a transição em questão. As terceira e quarta colunas indicam o nível inferior e superior da transição respectivamente. Na quinta coluna temos o coeficiente de emissão espontânea da transição (A_{ij}). Nas colunas de 6 a 9, temos os vários coeficientes de alargamento da linha: (6) alargamento por efeito Stark; (7) alargamento de van der Waals; (8) alargamento radiativo; (9) expoente Stark. Como exemplo, para o átomo de hidrogênio:

```
T 1 Lyalpha 1   2  4.699E+08  2.000E-08  9.100E-06  1.840E-05  6.667E-01
T 2 Halpha  2   3  4.410E+07  1.174E-03  4.400E-04  6.500E-04  6.667E-01
T 3 Hbeta   2   4  8.419E+06  2.410E-03  4.000E-04  3.130E-04  6.667E-01
T 4 Palpha  3   4  8.986E+06  3.000E-04  5.730E-03  1.210E-03  6.667E-01
T 5 Hgamma  2   5  2.530E+06  3.360E-03  4.580E-04  2.400E-04  6.667E-01
T 6 Pbeta   3   5  2.201E+06  0.000E+00  3.830E-03  4.850E-04  6.667E-01
T 7 Balpha  4   5  2.699E+06  0.000E+00  4.270E-02  1.810E-03  6.667E-01
T 8 Lybeta  1   3  5.575E+07  3.000E-07  1.150E-05  2.800E-06  6.667E-01
```

Finalmente, na terceira parte, as linhas devem começar com a letra *C*, e cada uma contém 11 colunas. Nesta seção do arquivo estão os valores para as seções retas de transição por colisão do átomo. A primeira coluna contém o número quântico principal do nível inferior da transição, um valor igual a zero indica que é a seção reta de ionização por colisão (ligado-livre). A segunda coluna apenas identifica através de valores inteiros de 1 a 5 a temperatura a qual cada valor se refere. As seções retas para colisão são dependentes da temperatura, e a terceira coluna indica a temperatura em K à qual cada valor de seção reta se refere. A coluna 4 só tem significado no caso de uma transição ligado-livre, e representa a seção reta de ionização por colisão de um átomo no estado fundamental. No caso de transições ligado-ligado, a coluna 4 é sempre nula. A coluna 5 representa, no caso de transições ligado-ligado, a seção reta de transição por colisão quando o nível superior é n=2, ou no caso de transição ligado-livre, a seção reta de ionização por colisão de um elétron no 2º nível atômico. As colunas de 6 a 11 representam as seções retas de transição por colisão para os níveis de 3 a 8, respectivamente, ou, no caso ligado-livre, seções retas de ionização por colisão para os níveis de 3 a 8. Exemplificando:

```
C  1  1   5000.00  0.00E+00  2.19E-08  7.62E-09  2.75E-09  1.57E-09  9.23E-10  5.91E-10  3.98E-10
C  1  2   9000.00  0.00E+00  2.18E-08  6.63E-09  2.28E-09  1.26E-09  7.38E-10  4.67E-10  3.13E-10
C  1  3  15000.00  0.00E+00  2.11E-08  6.30E-09  2.08E-09  1.11E-09  6.42E-10  4.04E-10  2.70E-10
C  1  4  25000.00  0.00E+00  2.04E-08  6.61E-09  2.13E-09  1.09E-09  6.22E-10  3.88E-10  2.58E-10
C  1  5  35000.00  0.00E+00  2.02E-08  7.29E-09  2.35E-09  1.17E-09  6.64E-10  4.12E-10  2.74E-10
...
C  0  1   5000.00  9.01E-09  1.34E-07  5.72E-07  1.50E-06  2.90E-06  4.80E-06  6.70E-06  9.10E-06
C  0  2   9000.00  9.01E-09  1.34E-07  5.72E-07  1.50E-06  2.90E-06  4.80E-06  6.70E-06  9.10E-06
C  0  3  15000.00  9.01E-09  1.34E-07  5.72E-07  1.50E-06  2.90E-06  4.80E-06  6.70E-06  9.10E-06
C  0  4  25000.00  9.01E-09  1.34E-07  5.72E-07  1.50E-06  2.90E-06  4.80E-06  6.70E-06  9.10E-06
C  0  5  35000.00  9.01E-09  1.34E-07  5.72E-07  1.50E-06  2.90E-06  4.80E-06  6.70E-06  9.10E-06
```

No exemplo acima, se pegarmos a terceira linha e sétima coluna, teremos a seção reta de colisão para uma transição do nível n=1 para o nível n=4, para uma temperatura de 15 000 K. Já se pegarmos a sétima linha e nona coluna, teremos a seção reta de colisão para ionização do nível n=6 a uma temperatura de 9000 K. Para calcular a seção reta de colisão para uma temperatura diferente das que constam na tabela, utiliza-se interpolação linear. O número máximo de temperaturas que o *CV* consegue ler é definido pelo parâmetro **MaxTemperatures** em cvdim.h, e tem como valor padrão 10 temperaturas.

Qualquer linha que não comece com os caracteres *L*, *T* ou *C* será ignorada pelo *CV*. As informações dentro do arquivo atômico devem sempre aparecer na ordem descrita aqui: primeiro as informações sobre os níveis atômicos (*L*), depois as informações sobre as transições atômicas (*T*), e, finalmente, as informações sobre as seções retas de colisão (*C*). O número máximo de níveis e transições que o *CV* consegue tratar são definidos pelos parâmetros **MaxAtomicLevels** e **MaxTransitions**, ambos se encontram dentro de cvdim.h. O valores-padrão são **MaxAtomicLevels**=10, e **MaxTransitions**=10. Os valores de **MaxAtomicLevels**, **MaxTransitions** e **MaxTemperatures**, caso necessário, devem ser alterados em cvdim.h antes da compilação do programa.

O arquivo completo pode ser visto no Apêndice C.

4.1.2 Execução do *CV*

O processo de cálculo dos perfis de linha pelo *CV* é dividido em vários passos intermediários, de modo que se possa controlá-lo mais detalhadamente. O primeiro passo é gerar a grade de pontos que será utilizada para a magnetosfera ou para o vento de disco. Em um segundo passo, o *CV* calcula as velocidades e densidades totais em cada um dos pontos da grade e, então, acha as superfícies ressonantes (utilizadas pela aproximação de Sobolev) para cada um destes pontos. Após o segundo passo, utilizamos uma rotina externa chamada ttemp, descrita na Seção 4.5, para se calcular as temperaturas em cada um dos pontos, seguindo a lei de Temperatura proposta por Hartmann et al. (1982). Conhecendo-se as temperaturas, voltamos a utilizar o *CV* para calcular as densidades populacionais necessárias para gerar a linha desejada, além das densidades de átomos ionizados e de elétrons, para cada um dos pontos da grade. Num quarto passo, o *CV*, utilizando a aproximação de Sobolev, calcula as funções-fonte em cada um dos pontos da grade. E, finalmente, no quinto e último passo, o *CV* calcula o perfil de linha desejado. Vamos descrever cada uma dessas tarefas mais detalhadamente nesta subseção; antes, entretanto, vamos descrever algumas rotinas que sempre são executadas, independentemente do passo em que se encontra o processo. Estas rotinas não têm tanta importância no processo de cálculo, mas vale a pena serem descritas para se entender completamente o funcionamento do *CV*.

A primeira rotina a ser executada pelo *CV* é a rotina de inicialização do programa. Nesta rotina são inicializadas algumas *strings* importantes para o programa, e que não são inicializadas anteriormente pelas bibliotecas cvdef.h e cvdecl.h. Essas *strings* são (entre parênteses temos o valor atribuido pela rotina): o nome do arquivo de configuração (config); o nome do novo arquivo de configuração, caso este tenha sido criado pelo próprio *CV* (newconfig); o nome do arquivo binário onde são armazenados os dados sobre as superfícies ressonantes de cada um dos pontos da grade (surfaces.dat); o nome do arquivo que contém informações sobre a velocidade dos pontos da grade, caso estas velocidades tenham sido calculadas por algum código diferente do *CV* (velocity.dat); o nome do arquivo com as características atômicas que será utilizado pelo *CV* (hydrogen.dat); o nome do arquivo ASCII que contém os dados referentes a cada ponto da grade utilizada (grid.dat); finalmente, o arquivo que contém as velocidades que definem o perfil de linha (profveltable). Vale ressaltar que, com exceção dos nomes dos arquivos de configuração, todas as outras *strings* também são definidas dentro do arquivo de configuração config.

Após a inicialização de variáveis, o *CV* executa a rotina que lê o arquivo de configuração. Se o arquivo de configuração não for encontrado, ou não existir, o próprio *CV* o cria, exibe uma mensagem de erro, e a execução do código é finalizada. Caso contrário, continua a execução, decodificando os parâmetros de entrada presentes dentro do arquivo de configuração.

O *CV* aceita que algumas opções ou parâmetros sejam passados por linha de comando, e, logo após finalizar a leitura do arquivo de configuração, é inicializada a decodificação destas opções passadas por linha de comando. Todas as opções e parâmetros que podem ser passados por linha de comando são parâmetros que também estão presentes no arquivo de configuração. Para ver todas as opções disponíveis para se usar na linha de comando, é só utilizar a opção “-h”, ou seja, basta digitar:

```
>cv -h
```

e temos a seguinte saída:

```
>cv -h
CV - version built on Wed May 13 08:24:55 BRT 2009
start time: Thu Jul  1 10:29:06 2010

T         : do not read the density portion of the GRID_FILE
```

```
G filename: name of the grid file
R filename: name of rotating velocity table, sets V flag automatically (default "d")
V arg     : arg is geometry/velocity code, see a config file for possible values.
J arg     : job code is arg: 0:ignore, 1:surface, 2:source, 3:profile, 4:ioneql
h         : print this help.
C         : create configuration file and exit.
S         : print info on the sufrace file named in the configuration file and exit.
D         : print the array dimensions of this cv and exit
i arg     : arg is profile inclination in degrees
I arg     : do only one source point: arg 1=> wired in, 2=> enter Cartesian point, 3=> enter Spherical point
X arg     : arg is number of grid points in X
Z arg     : arg is number of grid points in Z
t arg     : arg is number of steps of theta for ray grid
r arg     : arg is number of steps of radius for ray grid
p arg     : arg is number of steps of phi for ray grid
v arg     : arg is verbose level, see a config file for possible values.
l arg     : arg is lower level of transition
u arg     : arg is upper level of transition
Normal Termination.
>
```

As opções e parâmetros passados através da linha de comando substituem os valores que foram lidos no arquivo de configuração.

Após a leitura dos parâmetros e opções de entrada, o *CV* corrige inconsistências que podem ter aparecido. Algumas das tarefas, por exemplo, necessitam de certas opções habilitadas para serem executadas e se por acaso o *CV* perceber uma opção configurada incorretamente para a execução da tarefa desejada, esta opção é automaticamente acertada pelo programa.

Finalmente, antes de iniciar cada uma das tarefas específicas necessárias para o cálculo do perfil de linha, o *CV* lê o arquivo com os parâmetros atômicos, e os parâmetros da transição selecionada pelo arquivo de configuração ou pela linha de comando.

4.1.2.1 Tarefa: Criar Grade (job:5)

Para se calcular um perfil de linha, o primeiro passo é a criação da grade de pontos. Essa tarefa pode ser executada escolhendo a opção 5 para o parâmetro **JobType**, dentro do arquivo de configuração, ou, então, executando o comando:

```
>cv -j 5
```

O tipo de grade de pontos depende do tipo de sistema que se quer estudar. Se quisermos calcular o perfil de linha de uma ETTC apenas com sua componente magnetosférica, devemos selecionar **VelocityLaw**=1 dentro do arquivo de configuração, ou selecionar **VelocityLaw**=6, se o desejo for calcular o perfil de linha de uma ETTC apenas com a componente de vento de disco. A geometria do sistema também pode ser selecionada através da linha de comando, com as opções "`-V` 1" para a geometria da magnetosfera, ou "`-V 6`" para a geometria do vento de disco. Entretanto, este processo de criação da grade só é executado separadamente para a geometria da magnetosfera. No caso da geometria do vento de disco, a grade é criada automaticamente durante a tarefa que busca pelas superfícies ressonantes.

Como já foi dito, o número de pontos na grade do *CV* é definido dentro do arquivo de configuração (config), através dos parâmetros **NSourceX** e **NSourceZ**. O *CV* é bastante efetivo ao definir a distribuição de pontos dentro da grade, e faz com que todos os pontos criados estejam dentro da região significativa do problema. A distribuição dos pontos depende do tipo de problema a ser estudado.

Se o objetivo for estudar apenas a magnetosfera, todos os pontos da grade estarão dentro da região das colunas de acreção. A região da magnetosfera é limitada, no plano do disco, pelas circunferências de raio $r_{\rm mi}$ internamente e de raio $r_{\rm mo}$ externamente. O *CV* divide a região

da magnetosfera em **NSourceX** circunferências, e considera que em cada uma destas circunferências é cruzada por uma das linhas de campo magnético dipolar da estrela, ligando o disco aos anéis de acreção inferior e superior na superfície da estrela. Cada uma destas linhas de campo dipolar é dividida em **NSourceZ** segmentos de mesmo comprimento, entre o disco e a superfície da estrela.

Da mesma maneira, se o objetivo for estudar o vento de disco, todos os pontos da grade estarão dentro da região do vento. A região de vento de disco é limitada, sobre o disco de acreção, pelas circunferências de raios $r_{\rm di}$ e $r_{\rm do}$, o *CV* considera que **NSourceX** linhas de campo atravessam a região do vento de disco, e cada uma destas linhas, que também representam a trajetória do gás que está sendo ejetado, é dividida em **NSourceZ** segmentos até a altura máxima do vento de disco **DiskwindZHeight**. Nesse caso, cada segmento tem a mesma altura.

O modelo considera que o disco de acreção tem uma certa espessura, ou seja, os primeiros pontos de cada uma das linhas de campo, tanto na magneto-acreção quanto no vento de disco, situam-se a uma altura que é diferente de $z = 0$. No caso da magneto-acreção, o primeiro ponto de cada linha de campo está em z =0,05 $\rm R_*$, e no caso do vento de disco, o primeiro ponto está a uma altura correspondente a **DiskwindZHeight**/100.

Os dados sobre a grade ficam armazenados em um arquivo ASCII, geralmente chamado grid.dat, dividido em duas partes. A primeira possui 13 colunas e contém a identificação i, j do ponto, as densidades populacionais dos níveis de 1 a 8 do átomo ($n_1, n_2, n_3, ..., n_8$), a densidade total de átomos de hidrogênio ($n_{\rm H}$), a densidade de elétrons ($n_{\rm e}$) e a densidade de prótons ou hidrogênio ionizado ($n_{\rm p}$), conforme exemplo (editado), abaixo:

```
# i  j            n1          n2          n3          n4          n5          n6          n7          n8      nHtotal           ne           np
  0  0 % 4.168591e+12 3.527619e+05 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 4.205199e+12 3.664990e+10 3.660785e+10
  0  1 % 3.783148e+12 4.063737e+05 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 3.820728e+12 3.761741e+10 3.757921e+10
  0  2 % 3.482693e+12 4.611132e+05 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 0.00000e+00 3.527649e+12 4.499146e+10 4.495619e+10
...
```

As linhas de fluxo são numeradas a partir de $i = 0$, e os pontos dentro de uma determinada linha de campo são numerados a partir de $j = 0$. Todas as densidades estão em unidades de $\rm cm^{-3}$. O *CV* ignora as linhas iniciadas com um "#". O início da segunda parte do arquivo é marcado com um "$". A segunda parte contém, também, 13 colunas: as duas primeiras com a identificação i, j do ponto, as coordenadas (ϖ, z) do ponto em unidades de $\rm R_*$ (xgrid, zgrid), a intensidade específica média de radiação no ponto J_ν em unidades de $\rm ergs^{-1}cm^{-2}Hz^{-1}sr^{-1}$ (Jbar), a função-fonte S_ν nas mesmas unidades de J_ν (source), $\overline{Q}$ representa o valor médio sobre todas as direções do gradiente de velocidade no ponto, os ângulos sólidos cobertos pela estrela (Wstar) e pelo anel de acreção (Wring) em sr, a temperatura T em K, e as componentes v_ϖ, v_z e v_ϕ da velocidade (vxGrid, vzGrid, vphiGrid) em $\rm kms^{-1}$. Exemplo (editado) da segunda parte:

```
$
# i  j         xgrid       zgrid        Jbar      source    Qaverage       Wstar       Wring           T       vxGrid      vzGrid    vphiGrid
  0  0 % 2.128170e+0 3.183489e-1 4.743748e-5 4.746290e-5 2.099524e-5 5.612487e-2 1.145405e-3 6.697520e+3 -1.323725e+1 2.817701e+1 -0.00000e+0
  0  1 % 2.108966e+0 3.564952e-1 5.049870e-5 5.053067e-5 2.096434e-5 5.699712e-2 1.015216e-3 6.789150e+3 -1.666381e+1 3.098222e+1 -0.00000e+0
  0  2 % 2.087736e+0 3.935529e-1 5.427285e-5 5.430430e-5 2.104730e-5 5.752853e-2 1.324186e-3 6.871580e+3 -2.040032e+1 3.350975e+1 -0.00000e+0
...
```

Após ser criado, o arquivo de grade contém apenas as posições de cada um dos pontos i, j que serão utilizados pelo *CV*. Todos as outras informações relacionadas a cada um dos pontos só serão calculadas durante os processos que se seguirão.

4.1.2.2 Tarefa: Buscar Superfícies de Mesma Velocidade (job:1)

O próximo passo do *CV* é procurar as superfícies ressonantes que serão utilizadas pela aproximação de Sobolev no cálculo das funções-fonte em cada um dos pontos da grade. No caso da

geometria de vento de disco, a grade de pontos é criada durante este processo, caso contrário, o *CV* checa a existência do arquivo de grade (que tem o nome dado no arquivo de configuração ou que é dado através da linha de comando com a opção "-G *nome-do-arquivo-de-grade*"), e se este não é encontrado, o código retorna uma mensagem de erro e pára.

Após a leitura dos pontos no arquivo de grade (para o caso da magneto-acreção), ou a criação os pontos da grade (para o caso do vento de disco), o *CV* passa a calcular as primeiras propriedades físicas em cada um dos pontos. A primeira dessas propriedades são as componentes da velocidade do material em cada ponto. No caso da magneto-acreção, a velocidade poloidal é dada pela Eq. (2.39),

$$\boldsymbol{v}_{\rm p} = -v_{\rm p}\left[\frac{3y^{1/2}(1-y)^{1/2}\hat{\boldsymbol{\varpi}} + (2-3y)\hat{\boldsymbol{z}}}{(4-3y)^{1/2}}\right],$$

com $y = \mathrm{sen}^2\theta$. Como o movimento de rotação dentro da magnetosfera não é considerado, a componente v_ϕ da velocidade é sempre igual a zero. Caso se deseje utilizar rotação dentro da magnetosfera, deve-se utilizar o programa auxiliar magrot após a grade de pontos ter sido criada, e, neste caso, a opção **VelocityLaw** = 4 (magnetosfera com rotação) deve ser escolhida, para que o *CV* não recalcule as velocidades e sobreponha o valor v_ϕ=0 para todos os pontos. No caso do vento, todas as componentes da velocidade são calculadas a partir da solução auto-similar encontrada através do método de BP (ver Seção 2.3.1.1, utilizando as Eqs. (2.87) e (2.89),

$$\begin{aligned} f &= \frac{m}{\zeta\xi J} \\ g &= \frac{\xi^2 - m\lambda}{\xi(1-m)}, \end{aligned}$$

e a relação de escala dada pela Eq. (2.62),

$$\boldsymbol{v} = \left(\frac{GM_*}{r_0}\right)^{1/2} [f(\chi)\xi'(\chi), g(\chi), f(\chi)].$$

para cada uma das linhas do vento. A solução auto-similar do vento magneto-centrífugo é calculada por um conjunto de rotinas auxiliares chamado de diskwind, descritas mais detalhadamente na Seção 4.5. O *CV* interpola linearmente a solução auto-similar que passa sobre uma determinada trajetória, e encontra as soluções para os pontos da grade que estão sobre esta trajetória.

Após calcular as componentes da velocidade em um determinado ponto, o *CV* inicia a busca pelos pontos que formam a superfície ressonante ao redor de cada ponto da grade. Os pontos ressonantes, na aproximação de Sobolev, são dois pontos que têm a mesma velocidade projetada sobre uma determinada direção. Para isso, ele varre **NSourcePhi**(ϕ) $\times$ **NSourceTheta**(θ) direções ao redor do ponto da grade. A contagem em θ começa no centro da estrela e cobre π radianos. Os primeiros **NSourceStar** ângulos em θ, onde

$$\textbf{NSourceStar} = \frac{\textbf{NSourceTheta}}{\textbf{SourceThetaStarFrac}}, \tag{4.1}$$

atingem a superfície da estrela, e o ângulo restante é dividido em **NSourceTheta**−**NSourceStar** intervalos igualmente espaçados. Os 2π radianos que cobrem o domínio em ϕ são igualmente divididos ao redor do ponto em **NSourcePhi** ângulos. Ao longo de cada raio com direção dada por (θ, ϕ) são percorridos um total de **NSourceStep** pontos. O *CV* pára de seguir numa determinada direção, se o raio encontra a estrela ou o disco de acreção, ou se sai do domínio do programa. A distância máxima que se pode percorrer ao longo de uma determinada direção é definida como

2 vezes o valor da maior dimensão do sistema. No caso da magnetosfera, a dimensão máxima é dada por **OuterR0**; já no caso do vento, esta dimensão é a distância da estrela até o ponto mais distante do vento, ou seja, o ponto mais elevado da última linha de campo considerada. A última trajetória do vento cruza o disco de acreção em **DiskwindOuterX0**($\varpi_{\rm do}$), conhecendo os coeficientes **DiskwindA**(C) e **DiskwindB**(D) que definem esta trajetória parabólica, e a altura máxima **DiskwindZHeight**($z_{\rm max}$), podemos encontrar $\varpi_{\rm max}$ do último ponto resolvendo

$$\frac{C}{r_{\rm do}}\varpi_{\rm max}^2 + D\varpi_{\rm max} - [(C+D)r_{\rm do} + z_{\rm max}] = 0. \tag{4.2}$$

O domínio, no caso do vento de disco, é limitado, então, pelo ponto

$$\boldsymbol{R}_{\rm max} = (\varpi_{\rm max}, z_{\rm max}). \tag{4.3}$$

Em geral, existe sempre uma condição que permite que não seja mais necessário seguir em uma determinada direção: o raio atinge a estrela, ou o disco de acreção, ou o raio chega em uma região que está fora ou da magnetosfera, ou da região do vento. Sem estas condições, teríamos ao redor de cada um dos **NSourceX** $\times$ **NSourceZ** pontos da grade principal, uma grade esférica formada por **NSourceTheta** $\times$ **NSourcePhi** $\times$ **NSourceStep** pontos.

O *CV* calcula a velocidade em cada um dos pontos que formam a grade esférica ao redor do ponto central, e, então, compara a com a velocidade do ponto central. Se é encontrado um ponto com a mesma velocidade, as coordenadas deste ponto são gravadas. O número máximo de pontos de mesma velocidade ao longo de uma determinada direção é dada pelo parâmetro **MaxGridCrossings**, se o número destes pontos em uma determinada direção ultrapassar o valor definido por este parâmetro, os pontos são desconsiderados, e o *CV* manda um aviso informando e continua o processo. Ao mesmo tempo, o *CV* calcula os gradientes de velocidade no ponto central ao longo de todas as direções, e, também, o gradiente de velocidade nos pontos ressonantes na direção (θ, ϕ) na qual o ponto foi encontrado. Após encontrar todos os pontos ressonantes ao ponto principal, e seus gradientes de velocidade, o *CV* grava todas estas informações, junto com as coordenadas de cada um destes pontos, num arquivo binário chamado surfaces.dat. Dependendo das dimensões das grades, o arquivo surfaces.dat pode ocupar mais de 1 Gb de espaço.

Os gradientes de velocidade são necessários para o cálculo das profundidades ópticas ao longo de cada direção, e podem ser encontrados com a Eq. (3.223)

$$Q(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{n}) = \frac{{\rm d}v_n(\boldsymbol{r}_i)}{{\rm d}l_n},$$

onde $v_n = \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}$ é a velocidade projetada ao longo da direção $\boldsymbol{n}$, e dl_n é o elemento de comprimento na mesma direção. Os gradientes de velocidade ao longo de cada direção são, então, somados de acordo com o elemento de ângulo sólido $d\theta d\phi$ representado por cada direção, e, finalmente, tudo é dividido por 4π sr, para que se obtenha o gradiente médio em um determinado ponto, ou seja,

$$\bar{Q}(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{n}) = \frac{1}{4\pi}\int Q(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{n}){\rm d}\theta{\rm d}\phi. \tag{4.4}$$

Durante este processo também são marcadas todas as direções, a partir do ponto central, que atingem a superfície da estrela, o anel de acreção, ou o disco de acreção. Dessa maneira, fica fácil saber os ângulos sólidos contidos por cada uma dessas superfícies. No final do processo, os ângulos sólidos contidos pela estrela e pelo anel de acreção, para cada um dos pontos, são gravados no arquivo da grade.

Após todo o processo de busca pelos pontos de mesma velocidade, o *CV*, então, calcula as densidades em $\mathrm{g\,cm^{-3}}$ em cada um dos pontos da grade principal. Para o caso da magneto-acreção, a densidade é calculada utilizando a Eq. (2.45)

$$\rho(r,\theta) = \frac{\dot{M}_{\rm acr} R_*}{4\pi\,(R_*/r_{\rm mi} - R_*/r_{\rm mo})} \frac{r^{-5/2}}{(2GM_*)^{1/2}} \frac{(4-3y)^{1/2}}{(1-y)^{1/2}},$$

E, para o caso do vento de disco, a densidade é encontrada a partir da solução auto-similar calculada através do método de BP, utilizando a Eq. (2.90),

$$\eta(\chi) = \frac{f_0}{\xi(\chi) f(\chi) J(\chi)} = \frac{m_0}{m(\chi)},$$

e aplicando a seguinte lei de escala (Eq. 2.68)

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{\varpi_1}{\varpi_0}\right)^{-3/2} \eta(\chi),$$

para cada uma das linhas do vento. Como consideramos um gás formado apenas de hidrogênio, a densidade total de átomos de hidrogênio é

$$n_{\rm H} = \frac{\rho}{m_{\rm H}}, \tag{4.5}$$

onde $m_{\rm H}$ é a massa do hidrogênio.

Esta é a fase mais pesada do processo computacional. No final desta fase, além do arquivo binário surfaces.dat, também é criado um novo arquivo de grade, mas desta vez contendo as componentes de velocidade e densidade total de partículas do material, gradiente médio de velocidade, e ângulos sólidos cobertos pela estrela e pelo anel de acreção como vistos de cada um dos pontos. Após esta fase deve-se utilizar a rotina auxiliar ttemp, que é descrita na Seção 4.5, para calcular as temperaturas de cada um dos pontos da grade.

4.1.2.3 Tarefa: Calcular as Populações dos Níveis do hidrogênio (job:4)

Após o ttemp calcular as temperaturas em cada um dos pontos da grade, torna-se possível calcular as densidades populacionais de cada um dos níveis atômicos. Para isto, o *CV* deve ser executado com a opção **JobType**=4.

O *CV* utiliza uma simplificação do átomo de dois níveis com contínuo, onde

$$n_1 + n_2 + n_{\rm p} = n_{\rm H}, \tag{4.6}$$

sendo n_1 e n_2 são as densidades populacionais de átomos de hidrogênio no estado fundamental, e no primeiro estado excitado respectivamente, e $n_{\rm p}$ é a densidade populacional de átomos de hidrogênio ionizado. De acordo com Hartmann & MacGregor (1980), para temperaturas abaixo de 8000 K, o contínuo e as linhas de Lyman tornam-se opticamente muito espessas, e podem ser consideradas como estando em Equilíbrio Termodinâmico. Nesse caso, pode-se também considerar que toda a ionização ocorre por fotoionização a partir do nível n=2, e todos os processos de recombinação ocorrem para n=2. O modelo de Hartmann et al. (1994) utiliza este fato para escrever a equação de ionização da seguinte forma

$$\frac{n_2}{n_{\rm p}} = \frac{R_{\kappa 2}}{R_{2\kappa}}, \tag{4.7}$$

onde $R_{2\kappa}$ e $R_{\kappa 2}$ são a taxas de fotoionização e de recombinação do nível n=2, e podem ser encontradas a partir das Eqs. (3.195) e (3.196), respectivamente. Para se calcular as taxas de fotoionização e de recombinação radiativa, utiliza-se um campo de radiação que é formado por contribuições da fotosfera estelar e da região de choque de acreção, cada uma pesada de acordo com o ângulo sólido que subentende cada área. Ambas as regiões contribuem com um campo radiativo Planckiano onde as temperaturas são as temperatura efetiva da estrela ($T_{\rm fot}$), e a temperatura da zona de choque ($T_{\rm ch}$). Hartmann & MacGregor (1980) mostram que para um campo de radiação Planckiano, a taxa de fotoionização pode ser escrita como

$$R_{i\kappa} = \frac{8\pi W \nu_{i\kappa}^3}{c^2} E_1(h\nu_{i\kappa}/kT), \tag{4.8}$$

onde $\nu_{i\kappa}$ é a frequência de ionização do nível n=i, W é o fator de diluição, e E_1 é a primeira integral exponencial. Sendo $\omega_*(\boldsymbol{r_i})$ o ângulo sólido coberto pela estrela visto do ponto localizado em $\boldsymbol{r_i}$, e $\omega_{\rm ch}(\boldsymbol{r_i})$ o ângulo sólido coberto pela zona de choque visto pelo mesmo ponto, então a taxa de fotoionização pode ser escrita como

$$R_{i\kappa}(\boldsymbol{r_i}) = \frac{\omega_*(\boldsymbol{r_i})}{4\pi}\frac{8\pi\nu_{i\kappa}^3}{c^2}E_1(h\nu_{i\kappa}/kT_{\rm fot}) + \frac{\omega_{\rm ch}(\boldsymbol{r_i})}{4\pi}\frac{8\pi\nu_{i\kappa}^3}{c^2}E_1(h\nu_{i\kappa}/kT_{\rm HS}). \tag{4.9}$$

A taxa de recombinação, no caso de um campo Planckiano, pode ser escrita de maneira semelhante, mas depende da temperatura de radiação do local, ou seja,

$$R_{\kappa i}(\boldsymbol{r_i}) = \frac{8\pi\nu_{i\kappa}^3}{c^2}E_1[h\nu_{i\kappa}/kT(\boldsymbol{r_i})]. \tag{4.10}$$

Como, no processo de busca pelos pontos ressonantes, também já foram encontrados os valores de $\omega_*(\boldsymbol{r_i})$ e $\omega_{\rm ch}(\boldsymbol{r_i})$ para cada ponto, e o valor de $\nu_{i\kappa}$ está presente no arquivo hydrogen.dat, é necessário apenas calcular o valor das integrais exponenciais para se conhecer as taxas de fotoionização e recombinação em um determinado ponto da grade. O método numérico utilizado para resolver integrais exponenciais é descrito em Abramowitz & Stegun (1964).

A densidade de elétrons possui uma componente devido aos elétrons ionizados do átomo de hidrogênio, e outra componente devido a metais na região. A contribuição metálica para o número de elétrons depende do coeficiente $\alpha_{\rm M} = 10^{-4}$, de modo que

$$n_{\rm e} = n_{\rm p} + \alpha_{\rm M} n_{\rm H}. \tag{4.11}$$

A razão entre as populações dos níveis n=1 e n=2 pode ser encontrada com ajuda da equação de equilíbrio radiativo [Eq. (3.201)], que neste caso torna-se

$$n_1\left(B_{12}\int\phi_\nu J_\nu {\rm d}\nu + C_{12}\right) = n_2\left(A_{21} + B_{21}\int\phi_\nu J_\nu {\rm d}\nu + C_{21}\right). \tag{4.12}$$

Se fizermos

$$n_u\left(A_{ul} + B_{ul}\int\phi_\nu J_\nu {\rm d}\nu\right) - n_l B_{lu}\int\phi_\nu J_\nu {\rm d}\nu \equiv n_u A_{ul} Z_{ul}, \tag{4.13}$$

podemos reescrever a equação de equilíbrio radiativo como

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{C_{12}}{C_{21} + A_{21}Z_{21}}. \tag{4.14}$$

O termo Z_{ul} representa a quantidade líquida de radiação que está sendo produzida no local, e também pode ser escrito na forma

$$Z_{ul} = 1 - \frac{\int \phi_\nu J_\nu \mathrm{d}\nu}{S_{ul}}. \tag{4.15}$$

O segundo termo de Z_{ul} representa a razão entre a radiação incidente e a radiação produzida em um determinado ponto. Se temos mais radiação sendo produzida do que radiação incidente Z_{ul} é positivo, caso contrário é negativo. Quando o local está em equilíbrio termodinâmico, $Z_{ul} = 0$. Segundo HHC, podemos substituir Z_{21} pela probabilidade de escape (β) da linha de Lyman α, que pode ser encontrada pela Eq. (3.220),

$$\beta_{21}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{1 - e^{-\tau_{21}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}}{\tau_{21}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})} d\omega$$

de modo que

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{C_{12}}{C_{21} + A_{21}\beta_{21}}. \tag{4.16}$$

Os valores de C_{12} e C_{21} podem ser encontrados com a relação $C_{ij} = \Omega_{ij}(T) n_\mathrm{e}$, onde $\Omega_{ij}(T)$ é a seção reta de colisão do nível a temperatura T e tem valores fornecidos no arquivo hydrogen.dat para diversas temperaturas. Os valores tabelados no arquivo devem ser interpolados para que se possa obter o valor correto de $\Omega_{ij}(T)$ no ponto. O coeficiente A_{21} é o coeficiente de emissão espontânea, e seu valor também é fornecido pelo hydrogen.dat.

Para calcular o valor de β_{21}, considera-se que a profundidade óptica de Lyα é alta, de modo que $e^{-\tau_{21}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})} \ll 1$, e

$$\beta_{21}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{1 - e^{-\tau_{21}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}}{\tau_{21}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})} d\omega \approx \frac{1}{4\pi} \int \frac{1}{\tau_{21}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})} d\omega,$$

que, utilizando a definição dada pelo método de Sobolev para a profundidade óptica [ver Eqs. (3.206), (3.222), (3.223)], torna-se:

$$\beta_{21}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\nu_{12}}{c\chi_{12}} \int |Q_(\boldsymbol{r_i},\boldsymbol{n})| d\omega = \frac{1}{4\pi} \frac{\nu_{12}}{c\chi_{12}} \bar{Q}(\boldsymbol{r_i},\boldsymbol{n}). \tag{4.17}$$

Uma alta opacidade para Lyα implica que $n_2/n_1 << 1$, o que faz com que

$$\chi_{12} \approx \frac{\pi q_\mathrm{e}^2}{m_\mathrm{e} c} f_{12} n_1. \tag{4.18}$$

O valor da força de oscilador, f_{12}, é encontrado a partir das relações de Einstein [Eqs. (3.59), (3.60) e (3.108)] e do valor de A_{21}. O valor de $\bar{Q}(\boldsymbol{r_i},\boldsymbol{n})$ já foi calculado no passo anterior do *CV*, e é simplesmente lido do arquivo de grade.

As Eqs.(4.6) - (4.16) formam um sistema de eqs. não-lineares, que nos possibilita encontrar os valores de n_1, n_2, n_p e n_e, como função da temperatura local, da densidade total de partículas n_H e do campo de radiação. O *CV* resolve, finalmente, este sistema de equações, grava todos os valores encontrados no arquivo de grade, e é finalizado. Com estas novas informações no arquivo de grade, torna-se possível calcular as funções-fonte em cada um dos pontos da grade.

4.1.2.4 Tarefa: Calcular as Funções-Fonte (job:2)

O próximo passo para se calcular os perfis de linha, é calcular as funções-fonte em cada ponto da grade. Esta tarefa é executada com a opção **JobType**=2, ou chamando o *CV* pela linha de comando com a opção "`-j 2`". Outra informação muito importante, que deve ser passada ao código durante esta tarefa, são os níveis superior e inferior da transição responsável pela linha espectral desejada. Estas informações podem ser introduzidas no próprio arquivo de configuração através dos parâmetros **UpperLevel** e **LowerLevel**, ou ao se chamar o *CV* utilizando as opção "`-u` *nível-superior*" e "`-l` *nível-inferior*".

Durante esta tarefa o *CV* lê o arquivo de grade, e o arquivo binário contendo as informações sobre os pontos ressonantes (surfaces.dat). Com as informações contidas nesses dois arquivos é possível calcular as funções-fonte S, e o campo de radiação médio $\bar{J}$ em cada um dos pontos, referente à linha desejada. Antes, porém, o *CV* calcula a opacidade da linha em cada ponto da grade, e em cada um dos pontos ressonantes, utilizando a Eq. (3.206)

$$\chi_{lu} = \frac{\pi q_e^2}{mc} f_{ul} n_l \left(1 - \frac{g_l n_u}{g_u n_l}\right).$$

No passo anterior, entretanto, o *CV* calculou apenas as densidades de n_1 e n_2, o que nos permitiria calcular apenas a opacidade para a linha de Lyα. Para calcular a opacidade da linha de Hα, por exemplo, precisaríamos da densidade populacional do nível $n = 3$, que não foi calculada. O *CV* resolve o problema, ao considerar que as densidades populacionais dos níveis mais excitados são sempre menores que n_2 ou n_1, e como a degenerescência de um nível mais excitado é sempre maior que a de um nível menos energético ($g_u > g_l$), o termo

$$\frac{g_l n_u}{g_u n_l} \ll 1,$$

o que torna válida a seguinte aproximação:

$$\chi_{lu}(\boldsymbol{r_i}) \approx \frac{\pi q_e^2}{mc} f_{ul} n_l(\boldsymbol{r_i}). \tag{4.19}$$

A mesma consideração foi feita nos cálculos de opacidade das linhas de Lyman durante a tarefa anterior. Nesta aproximação, a opacidade de todas as linhas de Balmer são iguais, e dependem apenas da população de n_2. A densidade do nível n_3 seria necessária para a opacidade das linhas de Paschen, n_4 para a opacidade das linhas de Bracket, e assim sucessivamente.

Para encontrar as profundidades ópticas $\tau(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{n})$ é utilizado o método de Sobolev, que diz que [ver Eq. (3.222)]

$$\tau(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{n}) = \chi_{lu}(\boldsymbol{r}_i) \frac{c}{\nu_0} \frac{1}{|Q(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{n})|}.$$

Os valores dos gradientes de velocidade $Q(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{n})$ necessários estão gravados no arquivo surfaces.dat, e, portanto, é trivial calcular a profundidade óptica em cada ponto da grade, e em cada um dos pontos ressonantes ao longo de uma determinada direção.

Conhecendo a profundidade óptica em cada ponto, o *CV* consegue calcular as probabilidades de escape em cada ponto dadas pelas Eqs. (3.220), (3.225) e (3.226). As probabilidades de escape, por sua vez, são utilizadas no cálculo da função-fonte da linha espectral em questão em cada ponto da grade com a ajuda da Eq. (3.203),

$$S_l = (1 - \varepsilon)\bar{J}_\nu + \varepsilon B_\nu,$$

onde

$$\varepsilon \equiv \varepsilon'/(1+\varepsilon').$$

e

$$\varepsilon' \equiv C_{ul}(1-e^{-h\nu/kT})/A_{ul},$$

O valor de C_{ul} depende apenas da temperatura local T, e da densidade populacional local de elétrons, $n_{\rm e}$. Portanto, no caso do átomo de dois níveis, a função-fonte da linha não tem dependência direta nas densidades populacionais dos níveis envolvidos na formação da linha. Inicialmente, calculamos $\bar{J_\nu}$ utilizando a função de Planck no ponto, ou seja, $S_l = B_\nu[T(\boldsymbol{r_i})]$, onde $T(\boldsymbol{r_i})$ é a temperatura local do ponto localizado em $\boldsymbol{r_i}$.

Conhecendo o valor de S_l em cada ponto, o *CV* consegue calcular o valor do termo de contribuição não-local para a intensidade específica através da Eq. (3.221)

$$F(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi}\int \frac{1-e^{-\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}}{\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}\left\{\sum_{j=1}^{N} S(\boldsymbol{r}_j)\left[1-e^{-\tau(\boldsymbol{r}_j,\boldsymbol{n})}\right]e^{-\sum_{i=1}^{j-1}\tau(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{n})}\right\}\mathrm{d}\omega,$$

e o utiliza, então, para encontrar um melhor valor para $\bar{J}$, utilizando a Eq. (3.224)

$$\bar{J} = [1-\beta(\boldsymbol{r})]\,S(\boldsymbol{r}) + \beta_{\rm c*}(\boldsymbol{r})I_* + \beta_{\rm cc}(\boldsymbol{r})I_{\rm ch} + F(\boldsymbol{r}).$$

Este novo valor de $\bar{J}$, é então aplicado na Eq. (3.227)

$$S_l = \frac{(\beta_{\rm c*}I_* + \beta_{\rm cc}I_{\rm ch} + F)(1-\varepsilon) + \varepsilon B(T)}{\beta + \varepsilon - \beta\varepsilon},$$

e um novo valor para a função-fonte da linha S_l é obtido. Este novo valor é utilizado, então, para obter uma melhor estimativa para $F(\boldsymbol{r})$. Este processo iterativo é repetido **MaxIteration** vezes. O valor que utilizamos é **MaxIteration**=4, suficiente para garantir a convergência da solução, que ocorre rapidamente devido à baixa contribuição do termo $F(\boldsymbol{r})$ no valor da função-fonte.

A Eq. (3.224) é válida para o caso da acreção magnetosférica e, quando consideramos apenas o caso com o vento de disco, não existe uma mancha quente na superfície da estrela. Portanto, uma outra equação deve ser utilizada. Esta nova equação, ao invés da mancha quente, possui um termo que considera a radiação gerada no disco de acreção, e é escrita como

$$\bar{J} = [1-\beta(\boldsymbol{r})]\,S(\boldsymbol{r}) + \beta_{\rm c*}(\boldsymbol{r})I_* + \beta_{\rm dis}(\boldsymbol{r})I_{\rm dis} + F(\boldsymbol{r}), \tag{4.20}$$

onde

$$\beta_{\rm dis}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_{\omega_{\rm dis}} \frac{1-e^{-\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})}}{\tau(\boldsymbol{r},\boldsymbol{n})} e^{-\sum_{j=1}^{N}\tau(\boldsymbol{r}_j,\boldsymbol{n})}\mathrm{d}\omega \tag{4.21}$$

representa a probabilidade de um fóton em $\boldsymbol{r}$ atingir o disco de acreção e $\omega_{\rm dis}$ é o ângulo sólido coberto pelo disco de acreção neste mesmo ponto. O termo $I_{\rm dis}$ representa a intensidade de radiação emitida pelo disco de acreção. A temperatura do disco de acreção é controlada pelo parâmetro **DiskwindTDMax** no arquivo de configuração do *CV*, e este parâmetro representa a temperatura máxima dentro do disco de acreção em unidades de K. Segundo Hartmann (1998), a temperatura no disco de acreção é dada por

$$T_{\rm d}^4 = \frac{3GM_*\dot{M}_{\rm acr}}{8\pi\sigma\varpi^3}\left[1-\left(\frac{\varpi_{\rm i}}{\varpi}\right)^{1/2}\right], \tag{4.22}$$

onde ϖ é a distância de um ponto sobre o disco de acreção até a estrela, e $\varpi_{\rm i}$ é o raio interno do disco. Como essa equação foi calculada para o modelo de *boundary layer*, onde o disco de acreção chega até a superfície da estrela, $\varpi_{\rm i}$=R_*. A temperatura máxima no disco de acreção pode ser encontrada derivando a Eq. (4.22),

$$T_{\rm d,Max} = 0{,}488\left(\frac{3GM_*\dot{M}_{\rm acr}}{8\pi\sigma\varpi_{\rm i}^3}\right)^{1/4}, \tag{4.23}$$

e ocorre em $\varpi_{\rm Max} = 1{,}36\,\varpi_{\rm i}$. Quando $\varpi = \varpi_{\rm i}$, a Eq. (4.22) vai para zero, o que não é fisicamente realista e torna esta região do disco problemática. Este problema aparece devido às considerações feitas em relação ao momento angular nas regiões de contorno do problema (Hartmann 1998). Como o raio de truncamento do disco é maior que R_*, a região de onde a coluna de acreção é lançada está bem distante da região problemática. O valor utilizado em **DiskwindTDMax** é a temperatura máxima do disco calculada pela Eq. (4.23). E a temperatura em qualquer raio do disco pode ser parametrizada em função de $T_{\rm d,Max}$, utilizando a seguinte lei de escala

$$T_{\rm d}(\varpi) = T_{\rm d,Max}\varpi^{-3/4}\left[1-\left(\frac{1}{\varpi}\right)^{1/2}\right], \tag{4.24}$$

se ϖ for dado em unidades de raio estelar. O *CV* utiliza esta lei de escala para calcular a temperatura em qualquer ponto do disco de acreção. Considera-se que o disco seja formado por vários anéis de espessura infinitesimal de raio ϖ e temperatura $T_{\rm d}(\varpi)$ que emitem como corpo negro. A partir desta suposição o *CV* calcula a intensidade especifíca, $I_{\rm dis}$, sendo emitida de cada um destes anéis infinitesimais, para utilizá-la na Eq. (4.20), e, consequentemente, encontrar as funções-fonte em cada ponto da grade do vento de disco.

Apesar do *CV* considerar emissão de corpo negro no disco de acreção, e das temperaturas no disco serem da ordem de 10^3 K, a contribuição do disco para o contínuo na região visível do espectro é bem menor que as contribuições da fotosfera da estrela e da mancha quente. O campo de radiação do disco de acreção, portanto, terá influência mínima na formação das linhas e no contínuo na região do espectro visível, e, a não ser em casos onde $\dot{M}_{\rm acr}$>10^7 $M_\odot$ ano^{-1}, pode ser totalmente desprezado.

4.1.2.5 Tarefa: Calcular o Perfil de Linha (job:3)

Chegando neste ponto, o *CV* já possui todas as informações necessárias para que seja possível calcular os perfis de linha desejados. Para realizar esta tarefa, ele deve ser executado com a opção **JobType**=3 selecionada dentro do arquivo de configuração, ou através da linha de comando com a opção "`-j 3`". O perfil de linha calculado é selecionado pelos parâmetros **UpperLevel** e **LowerLevel**, que definem a transição. Outro parâmetro importante é a inclinação do sistema, que pode ser ajustada através do arquivo de configuração mudando o valor do parâmetro **Inclination** ou com a opção "`-i` *inclinação*" na linha de comando. A inclinação é o ângulo em graus entre o eixo de rotação do sistema (ou eixo de simetria) e a linha de visada.

No início da execução desta tarefa o *CV* lê o arquivo que contém a tabela com as velocidades que irão formar o perfil de linha. O nome padrão deste arquivo é profveltable, mas este nome pode ser alterado dentro do arquivo de configuração. Entretanto, este é um arquivo opcional, e o *CV* não retorna nenhum tipo de erro caso ele não exista; neste caso, ele cria a própria tabela de velocidades baseando-se nas informações fornecidas no arquivo de configuração. As velocidades utilizadas serão distribuidas igualmente dentro do intervalo limitado por **FirstVelocity** e

LastVelocity, que têm valores dados em km s^{-1}. O número de velocidades dentro deste intervalo é dado por **NProfileVelocity**. A distribuição de velocidades que forma a linha espectral começa em **FirstVelocity**, é dividida em **NProfileVelocity** intervalos de velocidade iguais e termina em **LastVelocity**, de modo que o intervalo de velocidade seja

$$\Delta V = \frac{\textbf{FirstVelocity} - \textbf{LastVelocity}}{\textbf{NProfileVelocity}}. \tag{4.25}$$

O perfil de linha é formado pela intensidade integrada da linha em cada uma das velocidades deste intervalo.

Para calcular as intensidades integradas, o *CV* cria uma nova grade de pontos. A nova grade de pontos é uma grade polar formada por **NProfileRadii** circunferências, cada uma centrada na estrela e dividida em **NProfileAngle** ângulos iguais. De todas as **NProfileRadii** circunferências, as **NProfileStarRadii** primeiras estão dentro da área da estrela, e as restantes, em número de **NProfileRadii**−**NProfileStarRadii**, cobrem a região entre a estrela e o limite exterior do problema. O limite exterior, no caso da acreção-magnetosférica é o raio externo da magnetosfera, **OuterR0**, e, no caso do vento de disco, é o ponto $\boldsymbol{R}_{\max}$ [ver Eqs. (4.2) e (4.3)]. Vamos chamar esta distância máxima dentro do sistema de H_0. Esta nova grade será formada, então, por **NProfileRadii**×**NProfileAngle** pontos, onde **NProfileStarRadii**×**NProfileAngle** estão dentro da área da estrela, e os restantes igualmente distribuídos fora da estrela. O eixo de simetria desta grade, entretanto, não é o eixo de simetria do sistema (eixo-z), mas, ao invés, é utilizado o eixo-z'' que aponta na mesma direção da linha de visada (fazendo um ângulo de **Inclination** graus com o eixo-z). Esse novo eixo é o eixo normal ao plano-$x''y''$.

O número de pontos da nova grade é o número de raios de luz que serão considerados no cálculo dos perfis de linha. Todos os raios são paralelos à linha de visada e, portanto, atingem o observador em $z''=\infty$. Cada raio tem o comprimento igual a $2H_0$, começa em $z''=H_0$, e termina em $z''=-H_0$. Dessa forma, o ponto inicial de todos os raios possui profundidade óptica nula. Raios que começam abaixo do disco de acreção ($z < 0$) são desconsiderados. Geralmente, os raios nunca são percorridos até o último ponto, mas apenas até atingirem a superfície da estrela ou o disco de acreção. Apenas alguns poucos raios atravessam o buraco entre o raio de truncamento do disco e a superfície da estrela, e estes são os únicos raios que são totalmente percorridos.

A primeira frequência considerada no cálculo do perfil de linha, é a frequência ν que corresponde à velocidade dada por **FirstVelocity**, ou seja

$$\nu = \nu_0 - \frac{\textbf{FirstVelocity}}{c}\nu_0, \tag{4.26}$$

onde ν_0 é a posição do pico central da transição. Para realizar este cálculo, o *CV* considera que todos os pontos iniciais de cada raio possuem velocidade igual à **FirstVelocity** e, ao percorrer o raio, procura todos os pontos que tenham a mesma velocidade, lembrando que apenas os pontos com mesma velocidade interagem entre si, de acordo com a aproximação de Sobolev. Quando encontra um ponto ressonante, o *CV*, através de interpolação, encontra os valores de função-fonte, densidades populacionais e gradientes de velocidade que são necessários nos cálculos da intensidade específica, opacidade e profundidade óptica neste ponto. A intensidade específica do raio em $z''=H_0$ é dada por

$$I_\nu(\varpi''_k, \phi''_l) = \left\{ \sum_{j=1}^{N} S_j(\varpi''_k, \phi''_l) e^{-\sum_{i=1}^{j-1} \tau(\varpi''_k, \phi''_l, z''_i)} \left[1 - e^{-\tau(\varpi''_k, \phi''_l, z''_j)}\right] \right\} + I_{\nu,\mathrm{F}} e^{-\sum_{j=1}^{N} \tau(\varpi''_k, \phi''_l, z''_j)} \tag{4.27}$$

onde $\varpi''_{\rm k}$ e $\phi''_{\rm l}$ correspondem ao raio e ângulo polar que indentificam um raio qualquer, e N é o número total de pontos ressonantes ao longo deste raio. $I_{\nu,\rm F}$ é a intensidade específica na superfície da estrela, ou no anel de acreção, ou no disco de acreção, ou mesmo zero, dependendo da localização do último ponto do raio. O índice ν representa a comprimento de onda que está sendo considerado.

Após calcular a intensidade específica de todos os raios que cruzam o sistema, o *CV* integra cada um deles sobre o ângulo sólido correspondente para encontrar a potência total irradiada na linha de visada em um determinado comprimento de onda,

$$P_\nu = \sum_k \sum_l I_\nu(\varpi''_k, \phi''_l)\, \varpi''_k \, \mathrm{d}\varpi''_k \, \mathrm{d}\phi''_l \,. \tag{4.28}$$

O fluxo em um determinado ponto que esteja na direção da linha de visada pode ser obtido dividindo a potência irradiada P_ν pelo quadrado da distância até este ponto.

O *CV* repete a mesma sequência de passos para cada uma das **NProfileVelocity** velocidades que estão sendo consideradas, e ao final temos o perfil de linha da transição desejada. Durante o cálculo dos perfis de linha o *CV* não considera nenhum dos mecanismos de alargamento que afetam a linha. O único alargamento ocorre devido às diferentes projeções de velocidade dentro do sistema.

O *CV* não cria um arquivo específico contendo os dados do perfil de linha; ao invés, estes dados fazem parte da própria saída gerada pelo código. Essa saída deve ser redirecionada e gravada num arquivo para termos os dados necessários para gerar o perfil de linha. As linhas iniciais de saída contêm todas as informações que foram utilizadas para gerar o perfil de linha: a solução auto-similar do vento de disco, no caso correspondente, o arquivo de configuração utilizado para gerar o perfil, os parâmetros atômicos da linha gerada, a densidade de partículas em cada ponto da grade principal, os dados sobre o perfil de linha e, finalmente, as informações sobre os raios de luz utilizados durante os cálculos. Abaixo temos um exemplo contendo apenas parte do perfil de linha:

```
...
PROFILE          -400 2.68046e-05          1     3.14159   0.0628319
PROFILE      -386.441 2.68046e-05          1     3.14159   0.0628319
PROFILE      -372.881 2.68046e-05          1     3.14159   0.0628319
PROFILE      -359.322 2.68046e-05          1     3.14159   0.0628319
PROFILE      -345.763 3.91576e-05          1     3.14159   0.0628319
PROFILE      -332.203 6.13812e-05          1     3.14159   0.0628319
PROFILE      -318.644 8.90146e-05          1     3.14159   0.0628319
...
```

A primeira coluna apenas identifica o conteúdo da linha, a segunda coluna contém as velocidades em km s^{-1}, a terceira coluna contém o fluxo de radiação na direção da linha de visada em unidades do programa, a quarta coluna contém um fator de correção de velocidade, a quinta e sexta colunas contêm as áreas projetadas da estrela e do anel de acreção em unidades de R_*^2. Multiplicando a terceira coluna pelo valor de R_*^2, em cm^2, encontraremos a potência irradiada em nossa direção, em unidades de erg s^{-1} Hz^{-1}. O fator de correção de velocidade é determinado pelos parâmetros **LineDepth**, **LineDopplerWidth** e **LineWing** presentes no arquivo de configuração, e este fator $f_{\rm cor}$ é dado por

$$f_{\rm cor} = 1 - \mathbf{LineDepth}\left[(1 - \mathbf{LineWing})\, e^{-X^2} + \frac{\mathbf{LineWing}}{(1+X)^2}\right], \tag{4.29}$$

onde

$$X = \frac{v}{\textbf{LineDopplerWidth}}, \tag{4.30}$$

e v é a velocidade em relação ao centro da linha. Este fator de correção é aplicado apenas à intensidade específica de radiação da fotosfera, e é utilizado para parametrizar os mecanismos de alargamento de linha. Se os valores dos parâmetros **LineDepth** e **LineWing** forem iguais a zero, $f_{\rm cor}$=1, que é o valor padrão. A área projetada da estrela em unidades de R_*^2 é sempre igual a π, e se por algum motivo o *CV* encontrar um valor diferente é retornado um erro indicando um erro na integração do fluxo de radiação. Já a área da projeção da mancha quente depende da inclinação do sistema. Lembra-se que se estamos usando a geometria do vento de disco, não existe magneto-acreção, e, portanto, não existe mancha quente na superfície da estrela, ou seja, a área do anel de acreção será zero. Se estamos interessados em analisar a intensidade relativa do fluxo, não precisamos nos preocupar com as unidades de fluxo, mas se queremos unidades absolutas temos que fazer a conversão já citada para as unidades convencionais.

4.1.3 Exemplos de Perfil Gerados pelo *CV*

Exemplos de perfis gerados pelo *CV* podem ser vistos nas Figs. 4.1 e 4.2. Em ambas as figuras utilizamos uma estrela com massa M_*=2,0 $\rm M_\odot$, e raio R_*=0,5 $\rm R_\odot$, temperatura da fotosfera $T_{\rm fot}$=4000 K e temperatura do anel de acreção $T_{\rm ch}$=8000 K. A inclinação do sistema em relação à linha de visada é i=55°. Utilizamos o arquivo de configuração que está no Apêndice B em ambos os casos, sendo que a única diferença está na **VelocityLaw** escolhida.

A Fig. 4.1 mostra um perfil de linha de Hα calculado pelo *CV* considerando apenas a componente magnetosférica. Este perfil está normalizado com o contínuo. Utilizamos uma taxa de acreção $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-8} $\rm M_\odot\,ano^{-1}$, e uma magnetosfera limitada por $r_{\rm mi}$= 2,2 $\rm R_*$ e $r_{\rm mi}$=3,0 $\rm R_*$. Utilizando-se o ttemp com o parâmetro que dá a taxa de aquecimento de 0,06, obtemos uma temperatura máxima dentro do funil de acreção de 8000 K. Podemos notar que o pico da emissão está deslocado levemente para o lado azul do espectro. Devido à inclinação, parte do gás nas colunas de acreção inferiores a baixas velocidades que está afastando-se do observador, contribuindo com emissão deslocada para o vermelho, e parte do gás a altas velocidades que está aproximando-se do observador e contribuindo com emissão deslocada para o azul, são ocultadas pelo disco de acreção. Isso é a causa da queda abrupta de fluxo nas partes mais velozes deslocadas para o azul, e da falta de fluxo na parte vermelha deslocado a baixas velocidades do perfil. Também podemos notar uma pequena absorção na asa vermelha da linha.

Na Fig. 4.2 temos um perfil de linha normalizado de Hα calculado apenas considerando a componente de vento de disco. Utilizamos uma densidade fiducial ρ_0=4,7×10^{-12} $\rm g\,cm^{-3}$, e um vento limitado por $r_{\rm di}$=3,01 $\rm R_*$ e $r_{\rm mi}$=30,0 $\rm R_*$. Para a solução auto-similar utilizamos C=0,43, D=-0,20, λ=30,0 e ζ=0,03. A partir desses dados e com ajuda da Eq. (2.93), encontramos uma taxa de perda de massa $\dot{M}_{\rm per}$=10^{-9} $\rm M_\odot\,ano^{-1}$. A temperatura máxima dentro da região do vento, calculada com o ttemp, é de 9000 K. A Fig. 4.2 mostra uma clara absorção deslocada para o azul, mas o vento não produz praticamente nenhuma emissão devido à baixa densidade presente na região.

4.2 A Nova Versão do *CV* : *CVMOD*

Como foi descrito, o *CV* calcula o perfil de linha gerado pela acreção magnetosférica ou pelo vento de disco. Se quiséssemos, então, calcular o perfil de linha de um objeto onde ocorrem

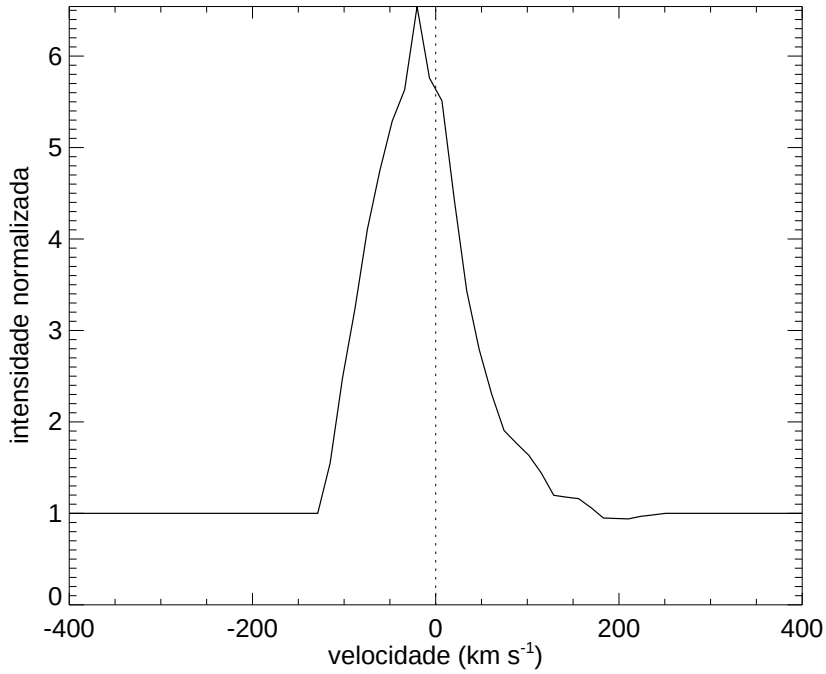

Figura 4.1: Perfil de Hα, considerando apenas a magnetosfera, gerado pelo *CV*. Foi considerada uma taxa de acreção $\dot{M}_{\rm acr}$=$10^{-8}\,{\rm M}_{\odot}$ ano^{-1}, uma magnetosfera limitada por $r_{\rm mi}$=2,2 R$_{*}$ e $r_{\rm mi}$=3,0 R$_{*}$, temperatura máxima dentro das colunas de acreção de 8000 K, e i=55°.

ambos os processos, era necessário somar os dois perfis gerados. Entretanto, existe uma grande interdependência entre os campos de radiação gerados na magnetosfera e no vento de disco, o que faz com que ambas as regiões interajam de maneira não-linear. A soma dos dois perfis de linha, portanto, não nos fornecerá o perfil resultante correto. Para termos um perfil correto devemos considerar ambas as regiões ao mesmo tempo durante os cálculos do *CV*. Durante este trabalho foram feitas várias adaptações ao *CV* para que fosse calculado um perfil de linha levando em consideração ao mesmo tempo a magnetosfera e o vento de disco, de maneira consistente. O novo código é chamado de *CVMOD*. Nesta seção vamos descrever várias das mudanças que foram feitas no código, além de alguns problemas que foram corrigidos.

O *CVMOD* ainda consegue calcular os perfis de linha para cada uma das geometrias em separado. A opção **VelocityLaw**=7 foi adicionada ao código para que ambas as regiões sejam consideradas simultaneamente. Como todas as mudanças realizadas estão relacionadas a este caso, toda a descrição que se segue refere-se às mudanças feitas para adicionar a nova geometria.

A primeira mudança foi na grade utilizada pelo *CV*. O *CVMOD* precisa de uma grade que contenha a magnetosfera e o vento de disco, e a distribuição de pontos nesta grade tem que representar bem ambas as regiões. Como a região da magnetosfera é bem menor que a região do vento de disco, a maior parte dos pontos foi distribuída dentro da região do vento. O parâmetro **NSourceX** controla o número de linhas de campo magnético, ou trajetórias, que são consideradas pelo código, e, agora, também controla o número de trajetórias dentro de cada região. O *CVMOD* redistribuiu as trajetórias de modo que 1/4 delas estejam dentro da região coberta pela acreção magnetosférica, e as outras 3/4 estejam distribuídas dentro da região do vento magnetocentrífugo. Para que se tenha uma quantidade mínima de trajetórias em cada região, o valor de **NSourceX**, agora, não pode ser menor que 12, e assim temos um mínimo de três trajetórias dentro da magnetosfera, e nove trajetórias na região coberta pelo vento de disco. O *CVMOD*

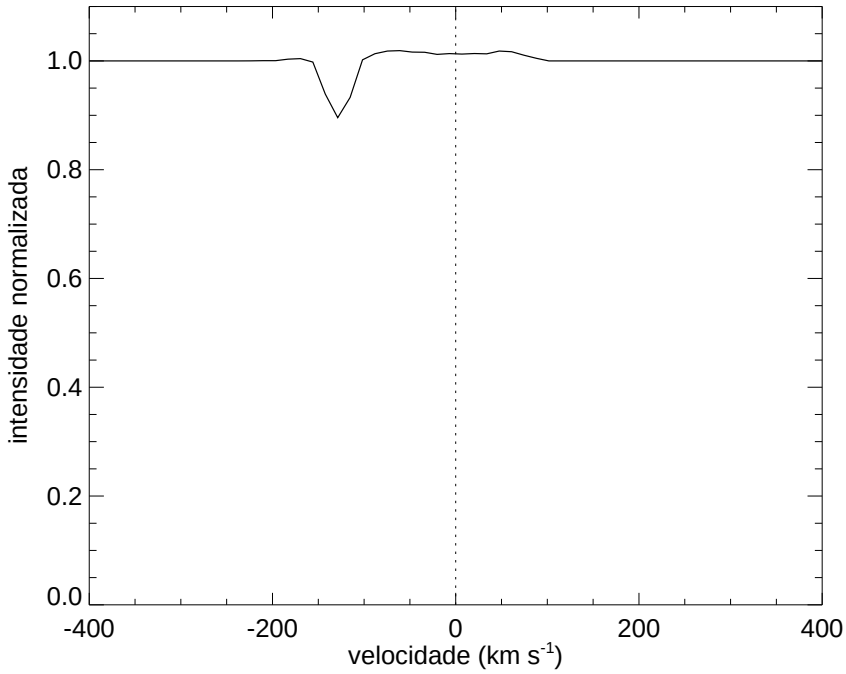

Figura 4.2: Perfil de Hα, considerando apenas a vento de disco gerado, pelo *CV*. Foi considerada uma taxa de perda de massa $\dot{M}_{\rm per}$=$10^{-9}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$, um vento limitado por $r_{\rm di}$=3,01 $\rm R_{*}$ e $r_{\rm mi}$=30,0 $\rm R_{*}$, temperatura máxima dentro da região do vento de 9000 K, e i=55°.

também impõe que o valor de **NSourceX** seja divisível por quatro, para que a razão entre o número de pontos em cada região seja sempre constante. Como valor padrão, continuamos utilizando **NSourceX**=40. O número de pontos ao longo de cada trajetória permanece constante em ambas as regiões, e continua sendo controlado pelo parâmetro **NSourceZ**.

Os limites de cada região continuam sendo dados pelos parâmetros **InnerR0**, **OuterR0** para a magnetosfera, e **DiskwindInnerX0**, **DiskwindOuterX0** para o vento de disco. Mas, agora, o valor de **DiskwindInnerX0** deve ser sempre maior que o valor de **OuterR0**, caso contrário o *CVMOD* retorna um erro e pára. Devido a essa divisão dos pontos da grade, torna-se fácil identificar no arquivo de grade quais pontos pertencem a qual região: o primeiro $1/4$ dos pontos pertence à magnetosfera, e o restante à região do vento de disco. A nova versão do ttemp utiliza esse fato para identificar a região contendo cada ponto e utilizar a lei de temperatura adequada.

A maioria dos pontos utilizados pelo *CVMOD* não corresponde exatamente aos pontos da grade principal e, por isto, é necessária a utilização de uma rotina de interpolação para que o código encontre os valores das grandezas físicas em cada um destes pontos. As rotinas de interpolação dependem da região onde se encontra um determinado ponto, e, portanto, o *CVMOD* precisa identificar a região que o contém. O *CV* original não tem este problema, já que ele trabalha com uma região ou outra, e, portanto, precisa apenas saber de um determinado ponto, se está dentro ou fora da região da magnetosfera, no caso da acreção magnetosférica, ou se está dentro ou fora da região do vento de disco, no caso correspondente. O *CVMOD* junta as duas condições, mas, além disso, precisa saber se um ponto, que não esteja nem na região da magnetosfera nem na região do vento de disco, está fora do domínio do problema, está entre as duas regiões, ou ainda se está na região entre a magnetosfera e a estrela. Todas estas condições foram adicionadas ao código do *CVMOD*. O domínio do problema, como no caso do *CV*, é baseado na dimensão máxima do problema, que, neste caso, é a distância até o ponto $\boldsymbol{R}_{\rm max}$ [ver

Eqs. (4.2) e (4.3)]. O *CVMOD* considera que os pontos que não estão dentro da magnetosfera, dentro da estrela, ou dentro da região do vento, possuem todas as propriedades físicas nulas.

A diferenciação entre as regiões é necessária, porque as velocidades e densidades em cada região, como já foi descrito, são calculadas de maneira diferente pelo código. Além disso, na tarefa que procura os pontos ressonantes, o tamanho dos passos ao longo de uma determinada direção muda, dependendo da região em questão. Dentro da magnetosfera o tamanho do passo é

$$\Delta D_{\rm mag} = \frac{R_*(\theta_{\rm i} - \theta_{\rm o})}{30}, \tag{4.31}$$

onde $\theta_{\rm i}$ e $\theta_{\rm o}$ são os ângulos onde a linha mais interna e mais externa da magnetosfera encontram a fotosfera da estrela, e como o código utiliza como unidade de distância o raio da estrela, R_*=1. O número de passos dentro da região da magnetosfera é

$$N_{\rm S,mag} = \frac{2\textbf{OuterR0}}{\Delta D_{\rm mag}}. \tag{4.32}$$

Já no caso da região do vento de disco, o tamanho do passo é dado por

$$\Delta D_{\rm ven} = \frac{2|\boldsymbol{R}_{\rm max}|}{\textbf{NSourceStep}}. \tag{4.33}$$

Estes valores são os mesmos utilizados pelo *CV*. Como o *CVMOD* consegue diferenciar ambas as regiões, ao percorrer um raio em busca dos pontos ressonantes, se o ponto estiver na região do vento de disco, a distância até o próximo ponto é o passo $\Delta D_{\rm ven}$. Quando o *CVMOD* percebe que chegou na região da magnetosfera, o tamanho do passo muda automaticamente para $\Delta D_{\rm mag}$. O número total de passos utilizados no caso onde se considera ambas as regiões é **NSourceStep** + $N_{\rm S,mag}$. O passo ao longo dos raios utilizados no cálculo do perfil de linha, também é calculado de maneira similar; a diferença é que o número de passos neste caso é dado pelo parâmetro **NProfileStep**. Se o ponto estiver na região entre o vento e o funil de acreção o tamanho do passo também é dado por $\Delta D_{\rm ven}$. Geralmente, um raio ou direção nunca são totalmente percorridos, pois a grande maioria atinge a estrela ou o disco de acreção, e quando isto ocorre o *CV* e o *CVMOD* param de percorrê-lo e passam a percorrer a direção ou raio seguinte.

Para descobrir se um ponto $p = (\varpi, \phi, z)$ qualquer do sistema está dentro ou não da região do vento, o código, conhecendo a solução auto-similar da trajetória, consegue determinar o ponto ϖ_0 onde a trajetória que passa por p cruza o disco de acreção, resolvendo a seguinte equação quadrática

$$-(C + D)\varpi_0^2 + (D\varpi - z)\varpi_0 + C\varpi^2 = 0, \tag{4.34}$$

onde C=**DiskwindA** e D=**DiskwindB**. Para o ponto p estar dentro da região do vento de disco, $r_{\rm di} \leq \varpi_0 \leq r_{\rm do}$, onde $r_{\rm di}$ e $r_{\rm do}$ são dados pelos parâmetros **DiskwindInnerX0** e **DiskwindOuterX0** respectivamente. Já para descobrir se o mesmo ponto está dentro ou fora da região da magnetosfera, o código calcula o raio $\varpi_{\rm mp}$ no qual uma linha de campo dipolar da estrela, que passa por p, cruza o disco de acreção, utilizando

$$\varpi_{\rm mp} = \frac{R_{\rm p}}{\mathrm{sen}^{\,2}\theta_{\rm p}}, \tag{4.35}$$

onde $R_{\rm p}$ e $\theta_{\rm p}$ são o raio e o ângulo polar em coordenadas esféricas do ponto p. Se $r_{\rm mi} \leq \varpi_{\rm mp} \leq r_{\rm mo}$, o ponto p está dentro da magnetosfera, onde $r_{\rm mi}$=**InnerX0** e $r_{\rm mo}$=**OuterX0**. Tanto o *CV* quanto

o *CVMOD* utilizam as Eqs. (4.34) e (4.35) para identificar a posição de qualquer ponto utilizado; a diferença é que o *CVMOD* utiliza as duas condições ao mesmo tempo, e, assim, consegue identificar inclusive se um ponto está entre as duas regiões.

O código auxiliar ttemp, que é utilizado para calcular as temperaturas em cada ponto, também foi modificado para conseguir trabalhar com as duas regiões ao mesmo tempo. O método utilizado para calcular as temperaturas em ambas as regiões é o mesmo método descrito na Seção 4.5.2, mas para tratar ambas as regiões ao mesmo tempo é necessário utilizar taxas de aquecimento volumétricas distintas para cada região. Para os primeiros 25% dos pontos da grade é utilizada a taxa de aquecimento volumétrica da magnetosfera, e no restante dos pontos a taxa de aquecimento volumétrica do vento. Este novo código auxiliar é chamado ttemp_magdisk.

Outra mudança importante implementada no *CVMOD* refere-se ao cálculo da função-fonte e da intensidade média em cada ponto. Quando aplicado apenas à região da magnetosfera, o *CV* utiliza a Eq. (3.224)

$$\bar{J} = [1 - \beta(\boldsymbol{r})]\, S(\boldsymbol{r}) + \beta_{c*}(\boldsymbol{r}) I_* + \beta_{ch}(\boldsymbol{r}) I_{ch} + F(\boldsymbol{r}),$$

que considera os campos de radiação local, da estrela, do anel de acreção e dos pontos ressonantes. Já para o caso do vento de disco, a intensidade média é calculada a partir da Eq. (4.20)

$$\bar{J} = [1 - \beta(\boldsymbol{r})]\, S(\boldsymbol{r}) + \beta_{c*}(\boldsymbol{r}) I_* + \beta_{dis}(\boldsymbol{r}) I_{dis} + F(\boldsymbol{r}),$$

onde são considerados os campos de radiação local, da estrela, do disco de acreção e dos pontos ressonantes. O *CVMOD* considera ambas as regiões, e portanto, todas as componentes devem ser utilizadas, ou seja

$$\bar{J} = [1 - \beta(\boldsymbol{r})]\, S(\boldsymbol{r}) + \beta_{c*}(\boldsymbol{r}) I_* + \beta_{ch}(\boldsymbol{r}) I_{ch} + \beta_{dis}(\boldsymbol{r}) I_{dis} + F(\boldsymbol{r}). \tag{4.36}$$

A Eq. (4.36) é, então, utilizada para calcular a função-fonte de maneira iterativa.

Apesar do *CV* já conter as partes necessárias para tratar a magnetosfera e o vento de disco, o processo necessário para juntar estas duas partes do código original de forma que fossem executadas ao mesmo tempo foi minucioso e necessitou de várias pequenas mudanças internas no código. Cada uma dessas mudanças foi seguida de testes para verificar o funcionamento consistente do código, e também assegurar a consistência dos resultados obtidos. Durante a fase de testes encontramos algumas inconsistências e problemas no próprio código principal, que foram resolvidas e corrigidas durante este processo.

A primeira das inconsistências foi encontrada antes das mudanças começarem a ser implementadas. A função definida internamente para normalizar vetores em coordenadas cartesianas estava definida de maneira errada. Apenas a componente *y* era normalizada de maneira correta. A componente *x* do vetor era dividida pela norma do vetor, como deve ser, mas ao invés de normalizar a componente *z*, por erro de digitação, a componente *x* era novamente dividida pela norma, o que nos dava um resultado errado para a normalização de um vetor $\boldsymbol{V} = (x, y, z)$:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{V}} = \frac{\boldsymbol{V}}{|\boldsymbol{V}|} &= \left(\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}, \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}, \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right) \\ &\neq \left(\frac{x}{x^2+y^2+z^2}, \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}, z \right) \Rightarrow \text{errado!}. \end{aligned}$$

Este problema foi consertado no código, e a normalização passou a ser feita de maneira correta. Felizmente, esta função é utilizada apenas uma vez no código inteiro, e o vetor resultante da

normalização é utilizado apenas no cálculo das correções de velocidade da linha. Como o fator de correção de velocidades ($f_{\rm cor}$) utilizada é sempre igual a 1, esse erro não influenciou nenhum dos resultados anteriores obtidos pelo código.

Outro problema que ocorria, e foi consertado, era em relação aos cálculos dos gradientes de velocidade nas bordas do vento e da magnetosfera. Nos limites da magnetosfera e do vento de disco, o *CV* utiliza pontos que estão fora destas regiões para calcular os gradientes de velocidade. Como nas regiões fora da magnetosfera e do vento de disco as velocidades são nulas, o gradiente de velocidade nestas regiões é nulo. O *CV* quando encontrava um valor nulo para o gradiente de velocidade transformava o valor zero em 10^{-50} para não ocorrer divisão por zero no cálculo das profundidades ópticas [ver Eqs. (3.222 e 3.223)]. Isso gera uma profundidade óptica extremamente alta numa região que tem profundidade óptica baixa. Para corrigir essa falha, o *CVMOD* descobre se os pontos utilizados no cálculo do gradiente de velocidade estão realmente dentro da magnetosfera, ou da região do vento de disco. Se qualquer um dos pontos estiver fora destas regiões, ele procura qual o último ponto dentro da região na direção que está sendo seguida, e utiliza este ponto para calcular o gradiente de velocidade. Desta forma a profundidade óptica calculada terá o valor correto, segundo a aproximação de Sobolev.

Durante a fase de implementação das novas rotinas, vários pequenos problemas, devido às mudanças feitas, foram aparecendo e sendo resolvidos. O pior dos problemas, e que demorou mais tempo para ser resolvido, estava relacionado a um índice de um vetor. Em alguns momentos o *CVMOD*, ao necessitar de um determinado valor armazenado neste vetor, utilizava um índice maior que o tamanho do vetor, o que fazia com que o valor utilizado fosse um valor aleatório armazenado na próxima posição de memória, e ao utilizar este valor aleatório, várias inconsistências apareciam nas grandezas calculadas. Algumas grandezas que deveriam ter valores próximos de zero, apareciam com valores da ordem de 10^{200} por exemplo, valores que deveriam ser positivos apareciam com valores negativos, etc. Este erro ocorreu numa parte de código que faz parte apenas do *CVMOD*, e, portanto, não afetava o código original. Após algumas semanas tentando rastrear qual a parte do código estava produzindo esses valores inconsistentes, finalmente, o problema foi encontrado, e o *CVMOD* passou a funcionar da maneira correta.

Como exemplo, a Fig. 4.3 mostra um perfil normalizado de Hα gerado pelo *CVMOD* contendo ambas as componentes: magneto-acreção e vento de disco. Os parâmetros utilizados são os mesmos que foram usados para gerar as Figs. 4.1 e 4.2 (ver Seção 4.1.3). Na Fig. 4.3, vemos o pico de emissão junto com uma pequena absorção deslocada para o vermelho como visto na Fig. 4.1. E também temos a absorção deslocada para o azul, característica do vento como pode ser visto na Fig. 4.2. Entretanto, se compararmos a profundidade da absorção nestas duas figuras notamos que a absorção é mais profunda quando consideramos ambas as componentes do que a absorção produzida apenas pelo vento de disco. Isto indica que apesar deste perfil parecer a soma dos perfis das Figs. 4.1 e 4.2, o resultado gerado pelo *CVMOD* não é exatamente este, o que ilustra a não-linearidade dos fenômenos de transferência radiativa.

Comparando os perfis de Hα gerados pelo *CV* e *CVMOD* com os perfis de Hα ilustrados na Fig. 1.4 notamos que apesar de alguma semelhança, os perfis calculados são muito mais estreitos que os perfis observados. Um dos motivos para que isso ocorra é que nem o *CV* e nem o *CVMOD* consideram os efeitos do alargamento de linha nos cálculos. Para remediar esta situação Muzerolle et al. (2001) propuseram um novo código denominado *FLUX*, e que é descrito mais detalhadamente na próxima seção.

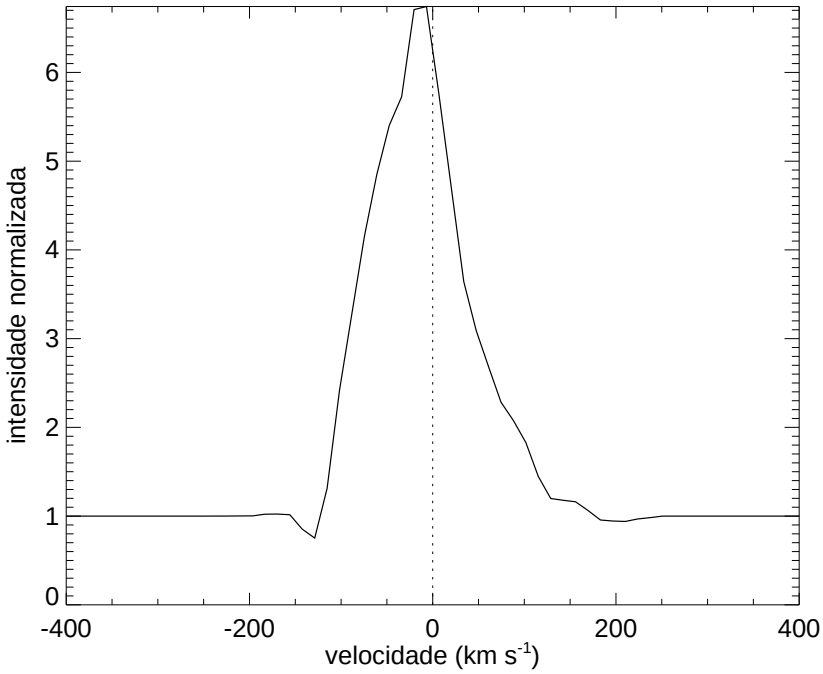

Figura 4.3: Perfil de Hα, considerando apenas as componentes de magneto-acreção e de vento de disco, gerados pelo *CVMOD*. Foram utilizados os parâmetros da magneto-acreção da Fig. 4.1 e os parâmetros do vento da Fig. 4.2 para calcular este perfil.

4.3 *FLUX* original

A proposta inicial deste trabalho era apenas implementar as mudanças, já descritas, no *CV* e que resultaram no novo *CVMOD*. Entretanto, apesar de todas as mudanças terem sido bem sucedidas e o *CVMOD* funcionar muito bem para o que foi proposto, os perfis de linha gerados possuem alguns problemas. Os perfis de linha são calculados sem considerar os diversos mecanismos de alargamento que podem afetar uma linha, o que produz perfis muito mais estreitos do que os que são realmente observados. O método de Sobolev, apesar de ser uma boa aproximação nos casos estudados, considera apenas alguns poucos pontos ressonantes ao longo de um feixe de radiação nos cálculos de intensidade específica, e, além do mais, torna-se um método menos preciso quando passamos a considerar os mecanismos de alargamento de linha. Para resolver esses problemas, Muzerolle et al. (2001) propuseram um novo código computacional, que calculava os perfis de linha fazendo a integração da intensidade específica ao longo de todo o feixe de radiação, e também considerando os alargamentos térmico, natural, Stark e de van der Waals. Este novo código é chamado de *FLUX*, e foi criado com a finalidade de complementar o *CV*, calculando os perfis de linha gerados considerando-se apenas a magneto-acreção.

4.3.1 Reformatação do arquivo de grade

O *FLUX* calcula apenas os perfis de linha, todos os passos anteriores ao cálculo do perfil de linha são executados pelo próprio *CV*. O arquivo com a grade de pontos contendo densidades populacionais total e dos níveis do átomo, temperatura, campo de velocidade, intensidade média, função fonte, etc., de cada ponto deve ser utilizado como arquivo de entrada do *FLUX*. Antes, porém, é necessário fazer um tratamento prévio do arquivo de grade para formatá-lo da maneira

correta requerida pelo *FLUX*.

O arquivo de grade gerado pelo *CV*, como já foi descrito na Subseção 4.1.2, possui duas partes. A primeira metade do arquivo grid.dat contém as informações de densidade de cada um dos pontos da grade, e a segunda metade contém as outras propriedades físicas de cada um dos pontos (coordenadas, velocidade, temperatura, intensidade média, gradiente de velocidade, função-fonte, etc.). Antes do grid.dat ser lido pelo *FLUX* ele é reformatado por uma rotina chamada gridout.

A rotina gridout foi escrita em *Fortran77*. Como parâmetros de entrada, ela precisa do nome do arquivo de grade contendo as densidades populacionais do átomo de hidrogênio, dos níveis inferior e superior responsáveis pela linha espectral desejada, da massa e raio estelar em unidades solares, e pergunta se é para considerar rotação ou não na nova grade. A partir dessas informações o gridout cria uma nova grade contendo apenas as informações necessárias para o *FLUX*. Abaixo temos um exemplo (editado) contendo quatro linhas da nova grade gerada:

```
.8378E+1 .3491E+0 .6431E+4 .7115E-5 .1519E+13 .1532E+10 .1517E+10 .1518E+13 .6112E+5 .6932E+3 .6112E+5 .6931E+3 -.7264E+5 .5791E+6 .0000E+0
.8333E+1 .6076E+0 .6875E+4 .1823E-4 .8823E+12 .2161E+10 .2153E+10 .8801E+12 .1144E+6 .3297E+4 .1144E+6 .3297E+4 -.2205E+6 .9972E+6 .0000E+0
.8265E+1 .8609E+0 .7204E+4 .3300E-4 .6329E+12 .2762E+10 .2755E+10 .6301E+12 .1758E+6 .9081E+4 .1758E+6 .9081E+4 -.4439E+6 .1390E+7 .0000E+0
.8174E+1 .1107E+1 .7471E+4 .5492E-4 .5029E+12 .5062E+10 .5057E+10 .4979E+12 .2419E+6 .2048E+5 .2419E+6 .2048E+5 -.7371E+6 .1748E+7 .0000E+0
...
```

Esta nova grade contém, nesta ordem, as coordenadas ϖ e z, a temperatura T em K, a função-fonte S_ν, as densidades populacionais total de átomos de hidrogênio N_H, de elétrons n_e, de prótons n_p, dos três primeiros níveis do átomo de hidrogênio n_1, n_2 e n_3, dos níveis inferior n_l e superior da transição n_u em cm^{-3}, e as componentes cilíndricas da velocidade v_ϖ, v_z e v_ϕ em $\mathrm{cm\,s}^{-1}$. No caso de não se considerar rotação, o gridout calcula as velocidades v_ϖ e v_z com base na Eq. (2.39), e faz $v_\phi = 0$. Geralmente, sempre se utiliza esta rotina considerando rotação; desta forma, sempre se utilizam as velocidades já calculadas pelo *CV*. Caso os níveis inferior e superior da transição sejam algum dos três primeiros níveis, os valores de n_1, n_2 ou n_3 são repetidos em n_l ou n_u. As outras informações contidas no arquivo de grade original não são utilizadas.

A grade criada pelo gridout ainda não é a grade utilizada pelo *F*LUX. O arquivo de grade antes deve ser reprocessado por uma rotina escrita em *IDL* que cria uma nova grade de pontos baseada na grade de entrada. Esta rotina é chamada sampling_j, e tem a finalidade de aumentar o número de pontos que formarão a grade de entrada do *F*LUX. Para isso, temos que fornecer como entrada o novo espaçamento $\Delta\varpi$ e Δz, em unidades de R_*, entre os pontos da grade nas coordenadas ϖ e z respectivamente, e o nome do arquivo com a grade de entrada. O valor padrão para $\Delta\varpi$ e Δz é de $0{,}05\,R_*$ para ambos. O sampling_j cria uma grade nova com o novo espaçamento utilizando os procedimentos TRIANGULATE e TRIGRID do *IDL*. O procedimento TRIANGULATE monta a triangulação de Delaunay a partir de vetores contendo as coordenadas planares de vários pontos. A triangulação de Delaunay é utilizada quando se quer interpolar valores em uma grade onde os pontos estão distribuidos de maneira irregular. Utilizando o resultado da triangulação de Delaunay, o procedimento TRIGRID faz a interpolação de todas as grandezas da grade de entrada para as coordenadas da nova grade. Os valores são encontrados através de interpolação polinomial quadrática. Maiores informações sobre a utilização e o funcionamento dos procedimentos TRIANGULATE e TRIGRID podem ser encontrados em *IDL Reference Guide* (2007).

A nova grade de pontos é limitada pelos valores máximos e mínimos das coordenadas ϖ e z encontradas no arquivo de entrada. A quantidade total de pontos é dada por

$$\#\mathrm{N} = \#\mathrm{N}_\varpi \times \#\mathrm{N}_\mathrm{z} = \frac{\varpi_\mathrm{max} - \varpi_\mathrm{min}}{\Delta\varpi} \times \frac{z_\mathrm{max} - z_\mathrm{min}}{\Delta z}, \tag{4.37}$$

onde $\varpi_{\rm max}$ e $z_{\rm max}$ são os valores inteiros logo acima dos valores máximos de ϖ e z presentes na grade de entrada, e $\varpi_{\rm min}$ e $z_{\rm min}$ são os valores inteiros logo abaixo dos valores mínimos de ϖ e z. O valores de $\#{\rm N}_\varpi$ e $\#{\rm N}_z$ são os números inteiros de coordenadas em ϖ e z que foram consideradas. A estrutura do arquivo de saída é a mesma estrutura do arquivo grid.dat de entrada, este arquivo tem como nome padrão grid.dat.rsmpl e contém uma quantidade de pontos muito maior que a quantidade de pontos do arquivo de entrada. Um outro arquivo chamado gridsize.dat também é criado pelo sampling_j, e contém os valores de $\#{\rm N}_\varpi$ e $\#{\rm N}_z$.

Ao contrário da grade utilizada pelo *CV*, que cobria apenas a região do funil de acreção ou apenas a região do vento de disco, a grade criada pelo sampling_j cobre todo o plano limitado por $(\varpi_{\rm min}, z_{\rm min})$ e $(\varpi_{\rm max}, z_{\rm max})$. O procedimento TRIGRID encontra valores para todas as grandezas em toda esta região, valores que são diferentes de zero mesmo fora da região do funil de acreção ou da região do vento de disco. Para anular esses valores na região fora dos limites da coluna de acreção o grid.dat.rsmpl deve ser processado pela rotina fix. Como parâmetros de entrada, essa rotina precisa dos valores de $r_{\rm mi}$ e $r_{\rm mo}$ que limitam a região da magnetosfera da estrela. Como o *FLUX* original utilizava apenas a região de magneto-acreção o fix original precisava apenas dos limites da magnetosfera. Finalmente, o arquivo grid.dat.rsmpl.new é criado, e é este o arquivo que contém a grade de pontos que será utilizada pelo *FLUX*.

4.3.2 Cálculo dos perfis de linha

Ao executar o *FLUX*, os arquivos grid.dat.rsmpl.new e gridsize.dat são lidos, e estes devem ser os nomes utilizados para cada arquivo, caso contrário eles não são encontrados. Todos os valores contidos no arquivo de grade são armazenados em matrizes de dimensão $\#{\rm N}_\varpi \times \#{\rm N}_z$. Em seguida, o código pede os parâmetros de entrada, nesta ordem: massa da estrela M_* em unidades de $M_\odot$, raio da estrela R_* em unidades de $R_\odot$, temperaturas da fotosfera $T_{\rm fot}$ e do anel de acreção $T_{\rm ch}$ em K, frequência central da linha que se deseja calcular ν_0 em Hz, inclinação do sistema i em graus, número de circunferências dentro da área da estrela $\rm N_{RC}$, número de circunferências cobrindo a região da magnetosfera $\rm N_{RM}$, raios interno $R_{\rm mi}$ e externo $R_{\rm mo}$ da magnetosfera em unidades de R_*, comprimento máximo do raio de luz $R_{\rm MAX}$ em unidades de R_*, os níveis superior u e inferior l da transição, e o número de velocidades ou frequências que vão formar o perfil de linha $\rm N_V$. Os três parâmetros seguintes são utilizados, caso não se deseje usar a magnetosfera completa: ϕ_0 é o ângulo azimutal central da primeira seção da magnetosfera utilizada; $\Delta\phi$ é metade do ângulo coberto por cada seção da magnetosfera; e $\rm N_\phi$ é o número de seções em que se dividiu a magnetosfera. O ângulo máximo coberto por cada seção da magnetosfera é $\phi_{\rm max} = 2\pi/{\rm N}_\phi$, e o ângulo coberto por cada seção $2\Delta\phi$ não deve ser maior que este ângulo máximo. Os valores-padrão utilizados são os que resultam numa magnetosfera completa: ϕ_0=0, $\Delta\phi$=π e $\rm N_\phi$=1.

O arquivo profveltable contém todas as velocidades que serão utilizadas no cálculo dos perfis de linha. Se o valor de $\rm N_V$ for menor que o número de linhas desse arquivo, apenas as $\rm N_V$ primeiras velocidades do arquivo serão utilizadas no cálculo do perfil de linha. O profveltable é um arquivo ASCII de apenas uma coluna, deve conter pelo menos $\rm N_V$ linhas, e cada linha uma velocidade relativa ao centro da linha dada em km s^{-1}. As quatro primeiras linhas de um arquivo de exemplo podem ser vistas abaixo

```
-1000.0000
 -800.0000
 -600.0000
 -583.0986
...
```

O número de velocidades N_V, ou pontos ao longo de perfil de linha, a serem utilizadas não pode ser maior que 80. Esse valor, entretanto pode ser alterado no código do programa. Como no caso do *CV*, a frequência relacionada a cada velocidade é dada por

$$\nu = \nu_0 - \frac{v_i}{c}\nu_0, \tag{4.38}$$

onde v_i é a i-ésima velocidade do profveltable. A velocidade negativa indica um vetor velocidade apontando na direção do observador (luz desviada para o azul), e a velocidade positiva apontando na direção oposta ao observador (luz desviada para o vermelho).

Os valores de N_{RC}, N_{RM}, e R_{MAX} são utilizados para montar a grade de feixes de luz que cruzam o sistema e serão utilizados para calcular o perfil de linha. A grade criada pelo *FLUX* é uma grade cartesiana de pontos, diferente da grade criada pelo *CV* que é uma grade polar. A região do problema é dividida em duas grades diferentes: uma interior à área coberta pela estrela, formada por quadrados iguais e de lado $\Delta L_C = R_*/(N_{RC} - 1)$, e uma externa à área da estrela e limitada externamente por uma circunferência de raio igual a R_{MAX}, formada por quadrados iguais e de lado $\Delta L_M = (R_{MAX} - R_*)/(N_{RM} - 1)$. O comprimento máximo de cada feixe de luz é $2R_{MAX}$, e o número máximo de pontos ao longo de cada raio é $N_{RC} + N_{RM}$. Os feixes são truncados, caso atinjam o disco de acreção, ou a superfície da estrela, e feixes que comecem abaixo do disco de acreção não são considerados. O feixe de luz também é truncado quando a profundidade óptica torna-se elevada demais ($\tau_\nu \gg 1$), e ao mesmo tempo, a contribuição ΔI_ν a partir desta profundidade torna-se pequena o suficiente para não produzir uma variação significativa na intensidade específica total do feixe I_ν ($\Delta I_\nu / I_\nu < 0{,}001$). O eixo normal à grade que define os raios de luz, como no caso do *CV* e *CVMOD*, está inclinado de i graus em relação ao eixo-z de simetria do sistema.

O *FLUX* também precisa das características atômicas do átomo de hidrogênio, que para o *CV* e *CVMOD* são fornecidas pelo arquivo hydrogen.dat. Para o *FLUX* esses dados estão na biblioteca param.h, que contém os seguintes valores para o átomo de hidrogênio: frequência de ionização ($\nu_{i\kappa}$) e degenerecência (g_i) dos 20 primeiros níveis do átomo, coeficiente de emissão espontânea (A_{ul}) para todas as transições entre cada um dos 20 primeiros níveis do átomo, as larguras dos perfis Stark ($\gamma_{\rm Stark}$), natural ou radiativo ($\gamma_{\rm rad}$), e de van der Waals ($\gamma_{\rm vdW}$) de várias das linhas das séries de Lyman, Balmer, Paschen e Brackett, o expoente utilizado no alargamento Stark, e a abundância do átomo. Esse arquivo pode ser visto no Apêndice D.

Ao contrário do *CV* e do *CVMOD* que utilizam apenas os pontos ressonantes na integração da intensidade específica de cada raio de luz, o *FLUX* integra ponto-a-ponto, considerando todos os pontos ao longo de um determinado raio de luz. Para isso, o *FLUX* resolve a Eq. (3.164),

$$I_\nu(\tau_\nu) = \int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(\tau'_\nu) e^{-(\tau'_\nu - \tau_\nu)} \mathrm{d}\tau'_\nu.$$

que é a solução da equação de transferência, em termos da função-fonte e da profundidade óptica. Considerando que o observador está em $\tau_\nu = 0$, a Eq. (3.164) simplifica-se e pode ser escrita como

$$I_\nu(0) = \int_0^{\infty} S_\nu(\tau'_\nu) e^{-\tau'_\nu} \mathrm{d}\tau'_\nu, \tag{4.39}$$

lembrando que a função-fonte pode ser escrita em função da emissividade e opacidade local como

$$S_\nu = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu},$$

e a profundidade óptica como

$$\tau_\nu(l) = \int_l^{l_{\max}} \chi_\nu(l')\mathrm{d}l',$$

onde $l_{\max}$ é a altura máxima que o raio de luz atinge. Se considerarmos que, após essa altura, a luz não interage mais com material nenhum, podemos, então, dizer que a intensidade em $l_{\max}$ é a mesma intensidade específica que chega ao observador.

O *FLUX* utiliza a opacidade total χ_ν e emissividade total η_ν para calcular a intensidade específica ao longo de cada raio, enquanto o *CV* e *CVMOD* utilizavam apenas a opacidade e a função-fonte da linha. A opacidade total pode ser calculada a partir da Eq. (3.78),

$$\begin{aligned}\chi_\nu &= \sum_i \sum_{j>i} \left[n_i - (g_i/g_j)n_j\right]\alpha_{ij}(\nu) + \sum_i \left(n_i - n_i^* e^{-h\nu/kT}\right)\alpha_{i\kappa}(\nu) \\ &\quad + \sum_k n_e n_k \alpha_{\kappa\kappa}(\nu, T)\left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) + n_e\sigma_e,\end{aligned}$$

que contém os termos de opacidade da linha, opacidade do contínuo, opacidade livre-livre e o termo de espalhamento Thompson. Além dessas fontes de opacidade, também é considerada a opacidade devido ao íon H^-, dada, no caso de ETL, pela Eq. (3.76),

$$\kappa^*_{\nu,\mathrm{H^-}} = \alpha_{\nu,\mathrm{H^-}} n_{\mathrm{HI}} p_{\mathrm{e}} \Phi(T)(1 - e^{-h\nu/kT}).$$

Como se consideram apenas os dois níveis l e u nos cálculos, o termo de opacidade da linha é simplificado, e a Eq. (3.78) torna-se

$$\begin{aligned}\chi_\nu &= \left[n_l - (g_l/g_u)n_u\right]\alpha_{lu}(\nu) + \sum_i \left(n_i - n_i^* e^{-h\nu/kT}\right)\alpha_{i\kappa}(\nu) \\ &+ n_e n_{\mathrm{p}} \alpha_{\kappa\kappa}(\nu, T)\left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) + \alpha_{\nu,\mathrm{H^-}} n_{\mathrm{HI}} p_{\mathrm{e}} \Phi(T)(1 - e^{-h\nu/kT}) + n_e\sigma_e, \qquad (4.40)\end{aligned}$$

onde a densidade de átomos k vezes ionizados, n_k, foi substituída pela densidade de prótons, n_{p}. O termo de opacidade do contínuo é obtido fazendo o somatório sobre os 15 primeiros níveis do átomo de hidrogênio. Nesse caso, a densidade populacional dos três primeiros níveis é obtida do arquivo de grade e, para os outros níveis, o *FLUX* calcula a densidade populacional do caso em equilíbrio termodinâmico através das Eqs. (3.33) e (3.37) e das densidades de elétrons, n_{e}, e de prótons, n_{p}. O somatório é feito apenas sobre os níveis que podem ser ionizados pela frequência ν em questão.

A opacidade da linha é dada pela Eq. (3.62) e, analisando esta equação, podemos inferir que a seção reta da transição pode ser escrita como

$$\alpha_{lu}(\nu) = (4\pi)^{-1} h\nu_{lu}\phi_\nu B_{ij}, \qquad (4.41)$$

ou seja, depende do coeficiente de absorção B_{ij} e do perfil ϕ_ν. Como o arquivo param.h contém o coeficiente de emissão espontânea, A_{ji}, podemos encontrar o valor de B_{ij} através das relações de Einstein [Eqs. (3.59 e (3.60)]. O perfil ϕ_ν é um perfil de Voigt, e pode ser encontrado através das Eqs. (3.131), (3.132), (3.133), (3.134) e (3.135). A largura total γ da componente Lorentziana do perfil é dada pela Eq. (3.137)

$$\gamma = \gamma_{\mathrm{rad}} + \gamma_{\mathrm{vdW}}\left(\frac{n_{\mathrm{HI}}}{10^{-16}\,\mathrm{cm^{-3}}}\right)\left(\frac{T}{5000\,\mathrm{K}}\right)^{0,3} + \gamma_{\mathrm{Stark}}\left(\frac{n_{\mathrm{e}}}{10^{-12}\,\mathrm{cm^{-3}}}\right)^{2/3},$$

onde $n_{\rm HI}$ é a densidade populacional de hidrogênio não-ionizado. A largura da componente Gaussiana do perfil é a largura Doppler térmica [Eq. (3.129)]

$$\Delta\nu_D = \frac{v_0}{c}\nu_0 = \frac{\nu_0}{c}\left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2},$$

onde v_0 é a velocidade do som na região do material, T a temperatura local e m a massa do átomo de hidrogênio. O plasma está em movimento e, portanto, ν_0 é a frequência central da linha deslocada devido à velocidade do material. Se $v_{\rm los}$ é a velocidade do plasma projetada na linha de visada,

$$\nu_0 = \left(1 - \frac{v_{\rm los}}{c}\right)\nu_{lu},$$

e ν_{lu} é a frequência central da transição. Na equação de Hjerting [Eq. (3.132)]

$$H(a,V) \equiv \frac{a}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-Y^2}dY}{(V-Y)^2 + a^2},$$

que é utilizada para calcular o perfil de Voigt da linha, os valores de

$$a \equiv \frac{\gamma}{4\pi\Delta\nu_D}$$

e

$$V \equiv \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}$$

são constantes. Na equação de V, o valor de ν é o valor da frequência para a qual estamos calculando a intensidade específica, portanto depende dos valores de velocidade que estão no arquivo profveltable. Para calcular o valor de $H(a,V)$ em cada ponto, para cada uma das velocidades que formam o perfil de linha completo, utiliza-se o método descrito por Harris (1948). Para valores de $a \ll 1$, a equação de Hjerting pode ser aproximada por

$$H(a,V) = H_0(V) + aH_1(V) + a^2H_2(V) + a^3H_3(V) + a^4H_4(v) + ... \tag{4.42}$$

A funções $H_0(V)$, $H_1(V)$, $H_2(V)$, $H_3(V)$ e $H_4(V)$ são tabeladas para vários valores de V, e estas tabelas podem ser encontradas em Cox (2000). Como o valor de V calculado é geralmente diferente dos valores de V tabelados, o *FLUX* faz uma interpolação linear para encontrar os valores de $H_n(V)$ corretos. Após todos esses cálculos, então, são encontrados os valores de $\chi_l(\nu)$ para cada um dos pontos ao longo de cada raio, e para diversas frequências diferentes, considerando os mecanismos de alargamento já citados.

As seções retas de ionização $\alpha_{i\kappa}(\nu)$ dos níveis utilizados no cálculo da opacidade do contínuo são calculadas a partir da Eq. (3.120):

$$\alpha_{i\kappa}(\nu) = \left(\frac{64\pi^4 m_e q_e^{10}}{3\sqrt{3}ch^6}\right)\frac{1}{\nu^3 i^5}g_{II}(i,\nu) = 2{,}815\times10^{29}\frac{g_{II}(i,\nu)}{\nu^3 i^5},$$

onde $g_{II}(i,\nu)$ são os fatores de Gaunt para transições ligado-livre partindo do estado de excitação i. Já a seção reta de absorção livre-livre é calculada com a Eq. (3.121)

$$\alpha_{\kappa\kappa}(\nu,T) = \left(\frac{4q_e^6}{3ch}\right)\left(\frac{2\pi}{3m_e^3kT}\right)^{1/2}\nu^{-3}\bar{g}_{III}(\nu,T) = 3{,}69\times10^8\bar{g}_{III}(\nu,T)\nu^{-3}T^{-1/2},$$

onde $\overline{g}_{III}(\nu, T)$ é dado pela Eq. (3.122),

$$\overline{g}_{III}(\nu, T) \equiv \int_0^\infty g_{III}(\nu, v) e^{-u} \mathrm{d}u,$$

e $u \equiv (m_e v^2/kT)$. Os fatores de Gaunt $g_{II}(i, \nu)$ para transições ligado-livre, e $g_{III}(\nu, v)$ para transições livre-livre, são calculados de acordo com o método proposto por Carbon & Gingerich (1969). Para finalizar o cálculo da opacidade do contínuo falta apenas adicionar a opacidade do íon H^-. As seções retas de absorção ligado-livre e livre-livre do íon de H^- são calculadas de acordo com Gingerich et al. (1967), e somadas para obtermos a seção reta de absorção total do contínuo. A densidade n_{H^-} é calculada considerando-se equilíbrio termodinâmico.

Finalmente, a seção reta de espalhamento por elétrons livres é dada pela Eq. (3.79). Com todos esses dados o *FLUX* consegue calcular a opacidade total de todos os pontos ao longo dos raios, para qualquer frequência próxima à frequência de transição.

Passando para o cálculo da emissividade total, a Eq. (3.80) nos dá a componente térmica da emissividade; se adicionarmos o termo de emissividade do contínuo devido ao íon H^-, e o termo de emissividade devido ao espalhamento de elétrons, dado pela Eq. (3.81), encontramos que a emissividade total é

$$\eta_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2}\left[n_u(g_l/g_u)\alpha_{lu}(\nu) + \sum_i n_i^* \alpha_{i\kappa}(\nu) e^{-h\nu/kT} + n_\mathrm{e} n_\mathrm{p} \alpha_{\kappa\kappa}(\nu, T) e^{-h\nu/kT} + \alpha_{\nu,\mathrm{H}^-} n_\mathrm{e} n_1 e^{-h\nu/kT}\right] + \sigma_e J(\boldsymbol{r}, \nu). \quad (4.43)$$

onde utilizamos a função de Planck $B_\nu(T)$ como intensidade média. Consideramos que apenas átomos de hidrogênio no estado fundamental conseguem capturar um elétron para se tornar H^-.

Conhecendo a opacidade e emissividade em cada ponto, o *FLUX* consegue calcular as profundidades ópticas ao longo de cada feixe de radiação, e integrar a intensidade específica. Ao invés de integrar a intensidade média na forma apresentada pela Eq. (4.39), o *FLUX* utiliza a seguinte variação

$$I_\nu(0) = \int_0^\infty \eta_\nu(l') e^{-\tau'_\nu(l')} \mathrm{d}l'. \quad (4.44)$$

Após encontrar a intensidade específica de todos os feixes de luz, a intensidade específica é integrada sobre a área total da grade de feixes de luz, e temos a potência luminosa em uma determinada frequência que atinge o observador. Todos esses passos são repetidos para cada uma das velocidades ou frequências ao longo do perfil de linha, para que finalmente, seja obtido o perfil de linha completo da linha desejada.

Exemplificando, a Fig. 4.4 mostra o perfil da linha de Hα gerado pelo *FLUX* original, desta vez em unidades absolutas. Os parâmetros são os mesmos que foram utilizados pelo *CV* para gerar a Fig. 4.1. Podemos notar claramente que o perfil gerado pelo *FLUX* é mais largo que os perfis gerados pelo *CV* ou *CVMOD*, o que ocorre devido aos mecanismos de alargamento que atuam sobre a linha e que agora foram considerados. A linha gerada pelo *FLUX* também é mais intensa, mas isto não se deve ao método utilizado pelo *FLUX*, mas à maneira como foram obtidas as densidades populacionais utilizadas no cálculo do perfil, e que é descrita na próxima seção. A linha permanece levemente deslocada para o azul, como no caso da Fig. 4.1, mas a pequena absorção deslocada para o vermelho desaparece.

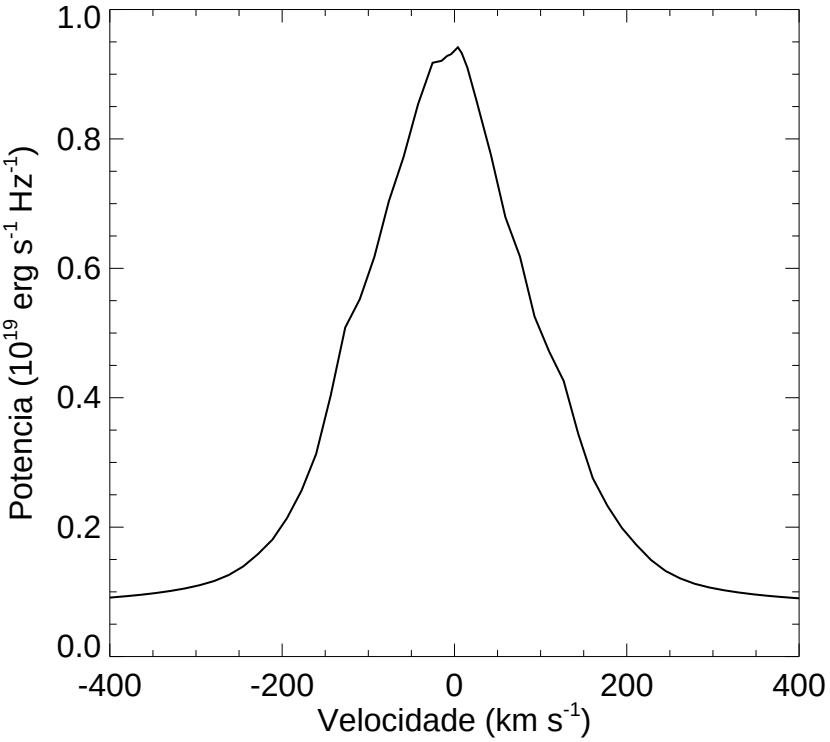

Figura 4.4: Perfil da linha de Hα, gerado pelo *FLUX* original, onde se considera apenas a componente magnetosférica da linha. Utilizamos os mesmos parâmetros usados pelo *CV* para gerar o perfil da Fig. 4.1.

4.4 *FLUX* modificado

O *FLUX*, entretanto, calculava os perfis de linha gerados em um sistema considerando apenas a magnetosfera. Várias alterações tiveram que ser implementadas no código para que fosse possível utilizá-lo no cálculo das linhas em sistemas contendo as componentes magnetosféricas e de vento de disco. Antes de descrever as mudanças no código do *FLUX*, temos que descrever alguns processos que tiveram que ser adicionados para que este código conseguisse utilizar corretamente a saída gerada pelo *CVMOD*.

4.4.1 **Rotina:** HydroCV3L

O leitor deve ter notado, durante a descrição do *FLUX* original, que este código necessita conhecer a densidade populacional pelo menos dos níveis 1 a 3 do átomo de hidrogênio, além dos níveis responsáveis pela transição desejada, caso estes não sejam os três primeiros níveis do átomo. Contudo, na aproximação utilizada pelo *CVMOD* para calcular os perfis de linha, é necessário conhecer apenas a população do nível fundamental do átomo e do nível inferior da transição (ver Seção 4.1). Muzerolle et al. (1998a) descreve a implementação de um tratamento de multi-níveis em equilíbrio do átomo de hidrogênio no código do *CV*; este novo código é conhecido como *CVMulti*, e fornece uma saída contendo a densidade populacional dos 16 primeiros níveis do átomo de hidrogênio. A grade de saída gerada pelo *CVMulti* é que é utilizada como grade de entrada pelo *FLUX* após ser reformatada pelas rotinas já descritas. O código-fonte do *CVMulti*, porém, não nos foi fornecido, e foi necessário criar um método para que, a partir da saída do *CVMOD*, fosse gerado um arquivo de grade contendo as densidades necessárias. Essa

tarefa é executada pelo código HydroCV3L.

O HydroCV3L transforma a grade de saída do *CVMOD* com os valores de n_1 e n_2 numa grade contendo as densidades dos três primeiros níveis do hidrogênio. Para isso, utiliza a função-fonte que está presente na grade de pontos. A função fonte da linha é dada pela Eq. (3.202):

$$S_l = \frac{n_u A_{ul}}{n_l B_{lu} - n_u B_{ul}} = \frac{2h\nu^3}{c^2}\left[\left(\frac{n_l g_u}{n_u g_l}\right) - 1\right]^{-1},$$

ou seja, é função das densidades dos níveis que geram a linha. Se estamos interessados na linha de Hα, S_l depende das densidades n_2 e n_3. Como na grade já temos os valores de n_1 e as densidades totais de hidrogênio $n_{\rm H}$ e de hidrogênio ionizado $n_{\rm p}$, podemos escrever as equações

$$n_2 + n_3 = n_{\rm H} - n_1 - n_{\rm p}, \tag{4.45}$$

$$n_2 - \left(\frac{2h\nu^3}{c^2 S_l} + 1\right)\frac{g_2}{g_3} n_3 = 0. \tag{4.46}$$

Resolvendo o sistema, então, as densidades n_2 e n_3 são encontradas. Como estamos interessados, inicialmente, apenas na linha de Hα, este método nos dá uma boa aproximação para essas densidades. Esse método pode ser adaptado para encontrar as densidades populacionais de quaisquer outros níveis l e u, se considerarmos que os níveis inferiores a l estão em ET. A maneira correta de fazer esse tratamento, entretanto, seria utilizando um átomo de multi-níveis em equilíbrio radiativo, o que complicaria excessivamente o problema para o presente propósito. Para isso seria necessário resolver as equações de transferência para cada uma das transições possíveis entre os diversos níveis atômicos, ao mesmo tempo em que se resolvem as equações de equilíbrio radiativo, num processo iterativo. Esse é um objetivo futuro, na continuação deste trabalho. Para este trabalho, a aproximação descrita é suficiente.

Após todo esse processo, temos uma grade contendo todas as densidades necessárias pelo *FLUX*, mas uma grade que ainda deve ser reformatada pelo processos que foram descritos na Seção 4.3.1.

4.4.2 Modificações no *FLUX*

O processo de reformatação do arquivo de grade sofreu poucas alterações, apenas a rotina fix foi modificada. Essa rotina, inicialmente, anulava o valor de todas as grandezas em pontos que estivessem fora das colunas de acreção na nova grade criada pelo sampling_j. Novos testes foram adicionados nesta rotina para que ela pudesse identificar, também, a região no interior do vento de disco, e para isto é necessário fornecer como entrada os valores de $r_{\rm di}$ e $r_{\rm do}$ que limitam a região de lançamento do vento magneto-centrífugo, e os coeficientes C e D que definem a trajetória seguida pelo plasma durante a ejeção. Se o valor de $r_{\rm di}$=0, o fix entende que não deve considerar a região de vento, apenas a região da magnetosfera. Conhecendo esses valores, o código consegue descobrir quais pontos estão fora das regiões que importam realmente ao problema, e anula o valor de todas as grandezas nestes pontos.

As mudanças no código do *FLUX* foram mais profundas, e parte do código foi totalmente reescrita para considerar a região de ejeção de material nos cálculos. Além das variáveis de entrada do código original, a nova versão necessita dos valores de $r_{\rm di}$ e $r_{\rm do}$, do número de circunferências que cobrem a região do vento de disco $N_{\rm RV}$, e um sinalizador que indica se o *FLUX* será utilizado para calcular perfis de linha considerando apenas a magnetosfera ou o sistema

completo com magnetosfera e vento. Se o valor do sinalizador for zero, apenas a componente magnetosférica é considerada, caso seja 1, a região do vento de disco também é considerada.

A primeira grande mudança no código foi na criação da grade que define cada um dos feixes de radiação que serão utilizados no cálculo dos perfis de linha no caso completo. Considerando apenas a magnetosfera, a grade de pontos é dividida em duas regiões distintas: a região central que define os raios que atingem a superfície da estrela, e uma região exterior que define os raios que atravessam a magnetosfera mas não atingem a superfície da estrela. No novo código, quando consideramos também a região do vento, uma outra região foi adicionada à grade para que fossem considerados os feixes de radiação que atravessam toda a região do vento. A parte central da grade permanece inalterada, a segunda grade cobre uma região que é limitada por R_* e $r_{\rm di}$, onde os quadrados que definem a grade terão lado $\Delta L_{\rm M}=(r_{\rm di}-R_*)/({\rm N_{RM}}-1)$, e a parte externa da grade que é limitada por $r_{\rm di}$ e $R_{\rm MAX}$ (a distância máxima considerada dentro do sistema) onde os quadrados terão lado $\Delta L_{\rm V}=(R_{\rm MAX}-r_{\rm mo})/({\rm N_{RV}}-1)$. Temos, então, uma grade onde os raios que atravessam a superfície da estrela são mais concentrados, e os raios que atravessam apenas a região de vento mais esparsos. Os valores-padrão que usamos são N_{RC}=10, N_{RM}=20 e N_{RV}=40; o valor de $R_{\rm MAX}$ depende do tamanho da região de vento ou da magnetosfera.

Cada um dos raios de luz tem limites definidos por $-R_{\rm MAX}$ e $R_{\rm MAX}$, e são divididos em $2({\rm N_{RC}}+{\rm N_{RM}}+{\rm N_{RV}})-1$ segmentos iguais. Ao invés de considerarmos todos os pontos que limitam cada um desses segmentos no cálculo da intensidade específica de cada raio, consideramos apenas os pontos que estão dentro das regiões de vento e de magneto-acreção. Para isso, o *FLUX* simplesmente elimina todos os pontos ao longo de um determinado raio onde a temperatura é nula, lembrando que o fix anula todas as grandezas físicas, inclusive a temperatura, nos pontos que estão fora da região importante. Como o tamanho de um desses segmentos pode ser maior que a largura do funil de acreção ao longo de um determinado raio, quando o *FLUX* encontra um raio que atravessa o funil de acreção, ele redivide a região do funil de acreção, de modo que sempre haja 10 pontos ao longo desta região sobre o feixe. Cada feixe de luz é truncado se atinge o disco de acreção ou a superfície da estrela, e feixes que se encontram abaixo do disco de acreção não são considerados.

A maneira com que o *FLUX* original calcula as velocidades projetadas ao longo da linha de visada de cada ponto não considera a velocidade de rotação. Esse fato não foi percebido imediatamente, mas apenas depois de alguns testes e resultados inconsistentes. As velocidades poloidais no caso da magneto-acreção são muito maiores que a velocidade de rotação, e, portanto, esta falha não afetava de maneira significativa os resultados anteriores obtidos com o código, mas quando passamos a considerar a região do vento, a velocidade toroidal passa a ter uma importância mais significativa, podendo chegar a ter a mesma ordem de grandeza que a velocidade poloidal. Portanto, essa parte do código teve que ser reescrita, para que a componente toroidal da velocidade fosse considerada no cálculos da velocidade projetada. Após essa mudança, vários testes foram feitos para assegurar que os cálculos estavam realmente corretos, e que as velocidades estavam sendo projetadas nos eixos corretos.

Além das condições já citadas, o *FLUX* original também trunca um determinado raio de luz se a partir de τ_ν=1, a contribuição relativa $\Delta I_\nu/I_\nu$<0,001, onde

$$\Delta I_\nu(l+\Delta l)=\eta_\nu(l+\Delta l)\mathrm{e}^{-[\tau_\nu(l)+\Delta\tau_\nu]}\Delta l, \tag{4.47}$$

e Δl é a distância entre dois pontos ao longo do feixe. Como a região da coluna de acreção é relativamente homogênea, a condição acima torna-se válida. Na coluna de acreção a profundidade óptica só tende a aumentar, o que, em geral, ocorre de maneira bem rápida, à medida que se penetra nesta região. Se a relação $\Delta I_\nu/I_\nu$ já for pequena em uma determinada profundidade óptica,

é de se esperar que a contribuição torne-se menor ainda para uma profundidade óptica maior, validando a condição utilizada no *FLUX* original. Na versão modificada temos duas regiões com propriedades e densidades bem diferentes. Podemos ter uma situação em que dentro da região do vento o valor de τ_ν torna-se maior que 1, e ao mesmo tempo $\Delta I_\nu / I_\nu$<0,001, o que truncaria o feixe de luz. Mas, em geral, a contribuição magnetosférica é bem mais intensa que a contribuição do vento, e pode ser que se continuarmos seguindo o feixe de luz, ao atingirmos o funil de acresção, mesmo com uma profundidade óptica maior que um, $\Delta I_\nu / I_\nu$ torna-se maior que o valor limite novamente, e esta região passa a ser significativa para o perfil de linha. Para resolver o problema, após vários testes com condições diversas passamos a utilizar a seguinte condição: o feixe de luz é truncado se $\Delta I_\nu / I_\nu$<0,001 e se ao mesmo tempo a variação na profundidade óptica $\Delta\tau_\nu$>1. Uma variação de $\Delta\tau_\nu$>1, geralmente, vai ocorrer apenas dentro do funil de acreção, a não ser que as densidades dentro da região do vento sejam tão altas quanto na região da acreção, o que não é previsto.

O código consegue distinguir as regiões de magneto-acreção e de vento de disco, e podemos fazer o código calcular as contribuições de ambas as componentes separadamente. A parte do código que calcula as contribuições separadamente foi utilizada apenas para testar a consistência do código, e após a versão finalizada foi desabilitada, mas pode ser facilmente habilitada novamente caso desejado.

Durante a fase em que as mudanças estavam sendo implementadas tanto no *FLUX* como no *CV*, a maior parte do tempo gasto foi utilizada na compreensão do código. Ambos os códigos são razoavelmente grandes, formados por várias rotinas externas, e a física contida em ambos os códigos é abrangente e complexa. Gastou-se, também, muito tempo em testes com ambos os códigos, para assegurar o funcionamento do código e a consistência dos resultados obtidos.

A Fig. 4.5 mostra a comparação entre o perfil da linha de Hα gerado pelo *FLUX* modificado, considerando as componentes de magneto-acreção e de vento de disco na formação da linha, e o perfil de Hα gerado pelo *FLUX* original que é visto na Fig. 4.4. Os parâmetros utilizados foram os mesmos parâmetros utilizados pelo *CVMOD*. Podemos notar a presença de uma pequena absorção deslocada para o azul no perfil que considera o vento de disco, e a intensidade do perfil considerando ambas as componentes é ligeiramente maior que quando considera-se apenas a magnetosfera, indicando a pequena contribuição do vento no perfil total, como pode ser visto nas Figs. 4.2 e 4.3. Ambos os perfis presentes na Fig. 4.5 são mais intensos que os perfis gerados pelo *CV* ou *CVMOD*, fato este que ocorre devido, principalmente, à aproximação utilizada pela rotina HydroCV3L para calcular as densidades populacionais dos níveis n=2 e n=3. Além disso, o fato de se integrar a intensidade específica sobre todos os pontos ao longo de um determinado feixe de luz, pode também ter influenciado no aumento da intensidade da linha.

4.5 Códigos Auxiliares

4.5.1 Código: diskwind

O conjunto de rotinas denominado de diskwind é utilizado para encontrar a solução auto-similar do vento magneto-centrífugo (ver Seção 2.3.1.1 para maiores detalhes). O único arquivo de entrada se chama inbp, e contém apenas duas linhas de dados. A primeira linha contém o número de pontos contidos na solução, e o valor máximo que χ pode assumir na solução, ou seja, o limite em z da solução. A segunda linha contém os coeficientes C e D que definem a trajetória do vento, e os valores das constantes adimensionais ζ e λ, que representam a razão entre o fluxo de

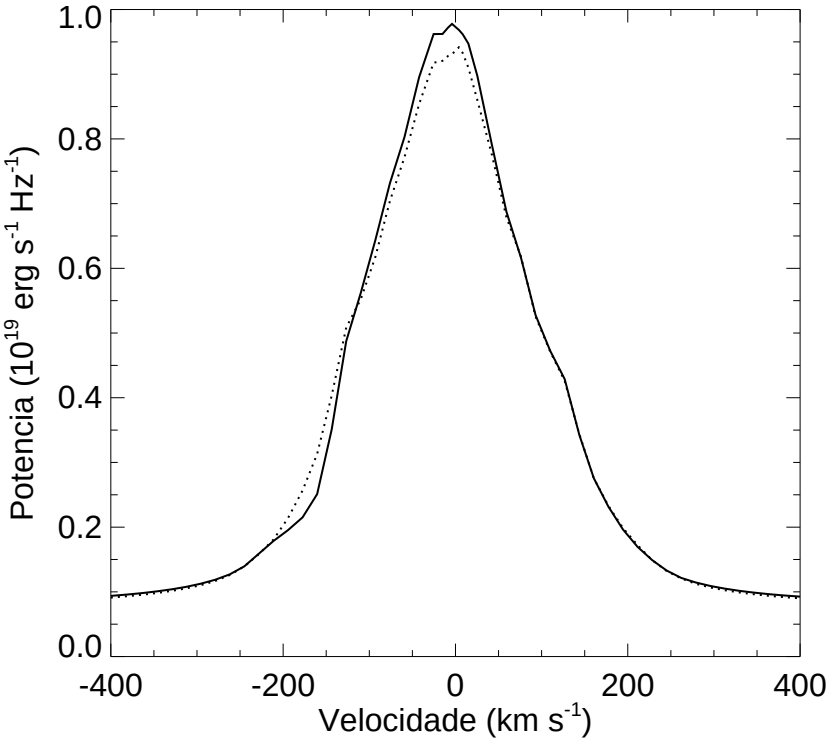

Figura 4.5: A linha contínua representa o perfil da linha de Hα gerado pelo *FLUX* modificado, onde são consideradas as componentes de magneto-acreção e a componente de vento de disco do perfil de linha. A linha tracejada é o mesmo perfil presente na Fig. 4.4, gerado pelo *FLUX* original. Os parâmetros utilizadas pelo *FLUX* modificado são os mesmos que foram utilizados para gerar o perfil da Fig. 4.3.

matéria e o fluxo magnético, e o momento angular específico, respectivamente. Abaixo temos um exemplo do que o arquivo contém:

```
500 32.00
0.630e+00  -0.200e+00 2.8000e-01 5.000e+01
```

Com os dados fornecidos pelo arquivo inbp é possível calcular toda a solução auto-similar do vento. Esta solução é calculada pela rotina bpwindzr que, para cada conjunto de pontos ao longo da trajetória definida por $\chi(\xi) = C\xi^2 + D\xi - (C + D)$, acha a equação de quarto grau dada pela Eq. (2.83),

$$\xi^2 V m^4 - 2\xi^2 V m^3 - \left[\xi^2(T - V) - (\lambda - \xi^2)^2\right] m^2 + 2\xi^2 T m + \xi^2 T = 0,$$

e então encontra as quatro soluções complexas de m para cada um dos pontos. A partir dos valores de cada uma das quatro soluções de m, as componentes das velocidades f, $f_{\rm p}$ e g para cada uma das soluções em cada um dos pontos podem ser encontradas, utilizando as relações [Eqs. (2.87), (2.88) e (2.89)]

$$\begin{aligned} f &= \frac{m}{\zeta \xi J}, \\ f_{\rm p} &= f(1 + \xi')^{1/2}, \\ g &= \frac{\xi^2 - m\lambda}{\xi(1 - m)}. \end{aligned}$$

Estas soluções são gravadas nos arquivos fort.7, fort.8, fort.9 e fort.10. O formato dos arquivos é o mesmo, mas cada um deles contém informações diferentes. As quatro primeiras colunas de todos os quatro arquivos contêm as componentes reais e imaginárias das coordenadas χ e ξ de cada um dos pontos da solução, mesmo sabendo que todas as componentes imaginárias são nulas. As outras oito colunas possuem as componentes reais e imaginárias de cada uma das soluções de m (fort.7), de f (fort.8), de $f_{\rm p}$ (fort.9) e de g (fort.10). Para exemplificar, abaixo mostramos parte do arquivo fort.7:

```
0.1000E-02 0.0000E+00  0.1001E+01 0.0000E+00 -0.2626E-04 0.0000E+00  0.2626E-04 0.0000E+00  0.1000E+01 0.9985E+01  0.1000E+01-0.9985E+01
0.6500E-01 0.0000E+00  0.1059E+01 0.0000E+00 -0.1754E-02 0.0000E+00  0.1748E-02 0.0000E+00  0.1000E+01 0.1029E+02  0.1000E+01-0.1029E+02
0.1290E+00 0.0000E+00  0.1114E+01 0.0000E+00 -0.3565E-02 0.0000E+00  0.3540E-02 0.0000E+00  0.1000E+01-0.1057E+02  0.1000E+01 0.1057E+02
0.1930E+00 0.0000E+00  0.1166E+01 0.0000E+00 -0.5449E-02 0.0000E+00  0.5390E-02 0.0000E+00  0.1000E+01 0.1084E+02  0.1000E+01-0.1084E+02
...
```

Podemos notar que as duas primeiras raízes de m são reais, e a terceira e quarta raízes são imaginárias, sendo uma o complexo conjugado da outra.

Os quatro arquivos criados pelo bpwindzr são processados, então, por outra rotina chamada choosit. Esta rotina analisa os quatro arquivos, e separa apenas as soluções reais de m, f, $f_{\rm p}$ e g, e cria outros quatro arquivos. As duas primeiras colunas de cada um dos arquivos criados, agora, contêm as componentes reais de χ e ξ, seguidas de outras quatro colunas que contêm as soluções reais para m, f, $f_{\rm p}$ e g, respectivamente. O arquivo fort.11 contém as quatro soluções reais encontradas com a primeira raiz da Eq. (2.83), o arquivo fort.12 as soluções com a segunda raiz, fort.13 com a terceira raiz e fort.14 com a quarta raiz. Abaixo temos um exemplo do arquivo fort.12, mostrando suas 4 primeiras linhas:

```
0.1000E-02   0.1001E+01   0.2626E-04   0.9369E-04   0.1287E-03   0.9997E+00
0.6500E-01   0.1059E+01   0.1748E-02   0.5882E-02   0.7840E-02   0.9784E+00
0.1290E+00   0.1114E+01   0.3540E-02   0.1127E-01   0.1466E-01   0.9585E+00
0.1930E+00   0.1166E+01   0.5390E-02   0.1629E-01   0.2074E-01   0.9396E+00
```

Com os quatro arquivos criados pelo choosit é hora de encontrar a solução auto-similar. Como foi dito na Seção 2.3.1.1, temos que montar uma solução monotonicamente crescente e que convirja no ponto de Alfvén. Esta solução permanece sub-Alfvénica até o ponto de Alfvén, onde, então, passa a ser uma solução super-Alfvénica. Analisando os quatro arquivos criados pelo choosit é possível encontrar a solução que satisfaça essas condições; entretanto, para encontrar essa solução é necessário pegar a solução em um dos arquivos até o ponto de Alfvén, para, então, encontrar a continuação em outro arquivo. Inicialmente, este procedimento era feito pelo usuário, manualmente. Uma das mudanças feitas neste código, durante este trabalho, foi desenvolver um método automático para encontrar a solução auto-similar correta. O código que analisa os arquivos e monta a solução correta chama-se merger, que então cria um arquivo chamado fort.15, contendo a solução auto-similar monotonicamente crescente, partindo de velocidades sub-Alfvénicas, passando sem discontinuidades pelo ponto de Alfvén, para, então, se tornar super-Alfvénica. O arquivo contendo a solução tem o mesmo formato dos arquivos criados pelo choosit: as duas primeiras colunas são as coordenadas reais χ e ξ, seguidas pelos valores de m, f, $f_{\rm p}$ e g, respectivamente.

Finalmente, a rotina solution_new lê o arquivo com a solução gerada pelo merger, para então calcular as densidades auto-similares em cada um dos pontos. O arquivo de saída gerado por esta rotina é escrito no formato necessário para que o *CV* possa lê-lo, e chama-se diskwindxcv. Um exemplo com as quatro primeiras linhas de uma das soluções encontradas pode ser visto abaixo

```
.1000000047E-02  .1001000047E+01  .9369000327E-04  .8823759708E-04  .9997000098E+00  .1000000000E+01
.6499999762E-01  .1059000015E+01  .5882000085E-02  .5183403846E-02  .9783999920E+00  .1503100898E-01
.1289999932E+00  .1113999963E+01  .1126999967E-01  .9375643916E-02  .9585000277E+00  .7419769652E-02
.1930000037E+00  .1166000009E+01  .1628999971E-01  .1283680368E-01  .9395999908E+00  .4870132543E-02
```

As duas primeiras colunas do diskwindxcv contêm as coordenadas χ, ξ do ponto, seguidas pelos valores das componentes em z, ϖ e ϕ das velocidades auto-similares, e na última coluna, a densidade auto-similar. O próprio *CV* calcula os valores nas dimensões corretas e escalona as soluções corretamente, quando ele passa a analisar a região do vento de disco. O arquivo diskwindxcv deve estar no mesmo diretório do *CV*.

4.5.2 Código: ttemp (ou ttemp magdisk)

A rotina ttemp é o nome da rotina original utilizada para calcular as temperaturas nos pontos da grade gerada pelo *CV*. O ttemp usa o método proposto por Hartmann et al. (1982), explicado na Seção 2.2, baseado numa taxa de aquecimento volumétrica combinado com uma taxa de resfriamento radiativo. O cálculo se baseia na Eq. (2.46):

$$\Lambda(T) = \frac{Q_{\rm T}}{N_{\rm e} N_{\rm H}} = \frac{Q_{\rm T}\, f_\rho(\mu M_{\rm H})}{\rho^2},$$

onde $Q_{\rm T}$ é a taxa de aquecimento volumétrica e $\Lambda(T)$ é a taxa de resfriamento radiativo. Sabendo-se o valor de $Q_{\rm T}$, o ttemp calcula o valor de $\Lambda(T)$, e com a ajuda da Tabela 2.1, faz uma interpolação e encontra a temperatura correspondente. A interpolação é feita nos valores de $\log \Lambda(T)$, e com o valor interpolado e a Tabela 2.1 é encontrado um valor para T.

Para poder calcular a taxa de resfriamento, e então a temperatura, o código precisa do arquivo de grade gerado pelo *CV*, já contendo, para cada ponto da grade, as densidades populacionais. Também temos a seguinte relação $Q_{\rm T}(r)$=$Q_{\rm T,0}(r_0^3/r^3)$, onde $Q_{\rm T,0}$ é a taxa de aquecimento volumétrica em um ponto fiducial a uma distância r_0 da estrela central. Para calcular a temperatura, então, é necessário conhecer o valor de $Q_{\rm T,0}$, e o ttemp pede este valor como entrada.

O valor de $Q_{\rm T,0}$ é escolhido de forma *ad-hoc* de modo a obtermos a temperatura máxima desejada dentro do funil de acreção ou do vento de disco.

Originalmente, o ttemp era utilizado apenas para calcular as temperaturas dentro do funil de acreção ou dentro da região do vento magneto-centrífugo. Durante este trabalho, foi criada uma nova versão que calcula a temperatura das duas regiões de maneira conjunta, mas, para isto, é necessário fornecer duas taxas de aquecimento volumétricas, uma para a região da magnetosfera, e outra para a região do vento. Esta nova rotina foi batizada de ttemp_magdisk, e ela mesmo consegue distinguir se um ponto pertence ao funil de acreção ou ao vento.

Como arquivo de saída, o ttemp ou ttemp_magdisk gera um novo arquivo de grade, contendo as temperaturas em cada um dos pontos. Com esta nova grade é possível calcular as densidades populacionais de cada um dos níveis do átomo de hidrogênio, utilizando o *CV* ou *CVMOD*.

Capítulo 5

Resultados Computacionais e Discussão

Após descrever toda a teoria e toda a metodologia utilizada neste trabalho, descreveremos os resultados obtidos. O foco principal deste trabalho foi o estudo das linhas de Hα em estrelas T Tauri clássicas. A linha de Hα nesses objetos é sempre muito intensa, o que faz com que seja bastante comum observar esta linha em objetos estelares jovens. Além disso, a linha de Hα mostra uma grande dependência em relação ao meio circunstelar ao redor da estrela. O objetivo deste trabalho é analisar como os parâmetros físicos de uma ETTC afetam a formação da linha de Hα, e desta forma entender melhor as propriedades do ambiente ao redor deste objeto. Para isso, utilizamos o *CVMOD* para calcular as propriedades físicas na região e o *FLUX* para gerar os perfis de linha, considerando as componentes de acreção magnetosférica, e de vento magneto-centrífugo, como descrito no capítulo anterior.

Os parâmetros iniciais que foram utilizados no cálculo dos perfis de Hα estão na Tab. 5.1. Como padrão, utilizamos uma inclinação do sistema em relação à linha de visada i=55°. E, quando não especificados, os coeficientes que definem a trajetória do fluxo magneto-centrífugo são C=0,43 e D=-0,20. A densidade fiducial inicial utilizada, para termos uma taxa de perda de massa $\dot{M}_{\rm perda}$=0,1 $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-9} $M_\odot$ ano^{-1}, foi ρ_0=4,7 $\times 10^{-12}$ g cm^{-3}, obtida através da Eq. (2.93), da solução auto-similar do vento de disco, e dos valores de $r_{\rm di}$ e $r_{\rm do}$ presentes na Tab. 5.1. A altura máxima considerada dentro da região do vento de disco é de 32 R_*.

Para quantificar a temperatura dentro da coluna de acreção e da região do vento, utilizamos a temperatura máxima presente nessas regiões. Os valores de temperatura máxima $T_{\rm mag,MAX}$ dentro da coluna de acreção utilizados variaram de 6000 K a 10 000 K, e o mesmo conjunto de valores foi utilizado para a temperatura máxima $T_{\rm ven,MAX}$ dentro do vento. A Fig. 5.1 mostra exemplos de perfis de temperatura dentro da magnetosfera e dentro do vento de disco para $T_{\rm mag,MAX}\simeq$8000 K e $T_{\rm ven,MAX}\simeq$9000 K, ao longo de algumas das linhas de fluxo. Podemos notar que o material nas colunas de acreção tem a menor temperatura na base do disco de acreção, a temperatura do gás eleva-se até atingir o máximo perto da metade do caminho até a estrela e, então, volta a esfriar até a atingir a fotosfera da estrela. O material que inicia a queda mais distante da estrela, atinge temperaturas mais elevadas. Já na região do vento, o material ejetado mais próximo da estrela atinge temperaturas mais elevadas. O gás ejetado mais próximo da estrela inicia a trajetória com a temperatura mínima, atinge a temperatura máxima, e, então, passa a ser resfriado novamente. Já o material mais distante da estrela quando é ejetado, atinge uma temperatura máxima e após

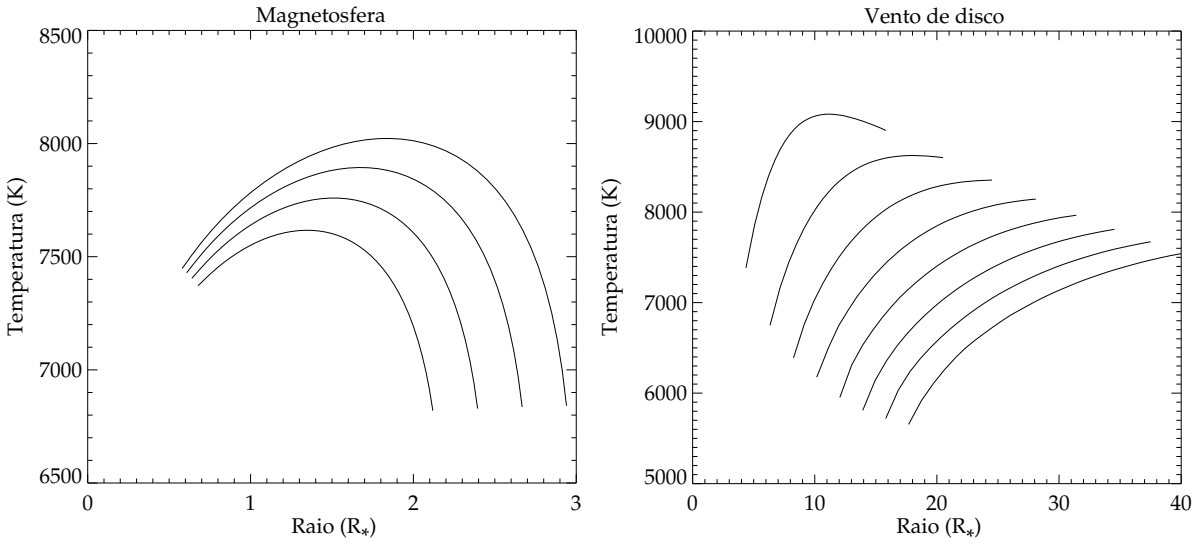

Figura 5.1: Perfis de temperatura ao longo de algumas linhas de fluxo dentro da magnetosfera (esquerda) e dentro da região do vento magneto-centrífugo (direita). A temperatura máxima dentro da magnetosfera é $T_{\rm mag,MAX}\simeq 8000\,{\rm K}$, e dentro do vento de disco é $T_{\rm ven,MAX}\simeq 9000\,{\rm K}$. No *eixo-x* está representando o raio em coordenadas cilíndricas.

este ponto a temperatura se mantém constante ou passa a cair lentamente.

As variações da densidade ao longo das linhas de fluxo na magnetosfera e na região de ejeção podem ser vista na Fig. 5.2. De maneira oposta ao que ocorre com a temperatura na magnetosfera, ao longo das colunas de acreção a densidade passa a diminuir, atinge um valor mínimo aproximadamente no meio da queda e passa aumentar novamente, atingindo a densidade máxima na região do choque com a fotosfera. A semelhança com o perfil de temperatura não é casual, já que na lei de temperatura utilizada, $T \propto n_{\rm H}^2$. A densidade é mais alta ao longo da linha mais interna da magnetosfera. Dentro do vento, a densidade cai continuamente e rapidamente ao longo das

Parâmetros Estelares		Valores
Raio estelar	(R_*)	$2{,}0\,{\rm R}_\odot$
Massa estelar	(M_*)	$0{,}5\,{\rm M}_\odot$
Temperatura fotosférica	$(T_{\rm fot})$	$4000\,{\rm K}$
Parâmetros Magnetosféricos		**Valores**
Temperatura da zona de choque	$(T_{\rm ch})$	$8000\,{\rm K}$
Taxa de acreção de massa	$(\dot{M}_{\rm acr})$	$10^{-8}\,{\rm M}_\odot\,{\rm yr}^{-1}$
Raio interno da magnetosfera	$(r_{\rm mi})$	$2{,}2\,{\rm R}_*$
Raio externo da magnetosfera	$(r_{\rm mo})$	$3{,}0\,{\rm R}_*$
Parâmetros do Vento de Disco		**Valores**
Raio interno	$(r_{\rm di})$	$3{,}01\,{\rm R}_*$
Raio externo	$(r_{\rm do})$	$30{,}0\,{\rm R}_*$
Taxa de perda de massa	$(\dot{M}_{\rm perda})$	$0{,}1\,\dot{M}_{\rm acr}$
Ângulo de lançamento	(ϑ_0)	$33{,}4^\circ$
Momento angular adimensional	(λ)	30,0
Razão entre os fluxos de massa e magnético[a]	(ζ)	0,03

[a]- Parâmetro adimensional

Tabela 5.1: Parâmetros padrões utilizados pelo modelo.

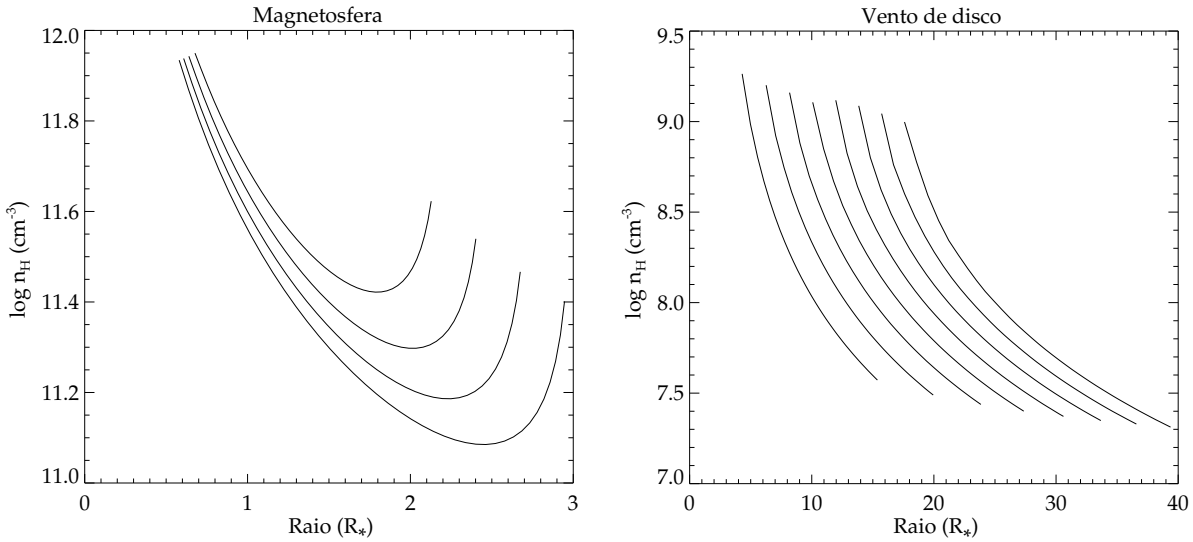

Figura 5.2: Perfis de densidade ao longo de algumas linhas de fluxo dentro da magnetosfera (esquerda) e dentro da região do vento de disco (direita). A densidade é a densidade total de partículas.

linhas de fluxo, e novamente, as densidades são mais elevadas na parte interna do vento.

A Fig. 5.3 mostra como é a variação da velocidade poloidal ao longo das linhas de fluxo. Em ambos os casos a velocidade poloidal aumenta monotonicamente a partir do disco de acreção, o que é esperado. Na região da magnetosfera, o material está em queda-livre, e na região do vento de disco, a própria solução de BP requer que a velocidade aumente monotonicamente ao longo da trajetória. A dispersão da velocidade poloidal quando o material atinge a superfície da estrela é bem pequena, sendo que no exemplo da Fig. 5.3, estes valores estão entre $\simeq$230 km s^{-1} e $\simeq$260 km s^{-1}. Já dentro do vento, a dispersão de velocidades é muito maior. Na linha mais interna a velocidade atinge valores de $\simeq$250 km s^{-1}, enquanto nas linhas mais externas a velocidade não chega aos 100 km s^{-1}. Note que nenhuma das velocidades começa exatamente do zero; isto ocorre porque, como já dito anteriormente, os primeiros pontos das linhas de fluxo não estão no plano z=0, mas a uma pequena altura acima do disco de acreção.

Nas Figs. 5.1, 5.2 e 5.3 estão representadas sempre as mesmas linhas dentro da magnetosfera, e sempre as mesmas linhas dentro da região do vento de disco. Nessas figuras não estão ilustradas todas as linhas utilizadas. O número total de linhas utilizadas em todos os casos ilustrados neste capítulo são de 40 linhas de fluxo, sendo 10 dentro da região de magneto-acreção e 30 na região do vento. Ao longo de cada uma dessas linhas existem 40 pontos.

5.1 Perfis de Hα calculados

Nesta seção serão apresentados vários perfis de Hα calculados, e será mostrado como cada um dos parâmetros físicos da região ao redor da estrela afeta esta linha.

Primeiramente, estudamos como a linha de Hα varia com as temperaturas na região da magnetosfera e do vento de disco. A Fig. 5.4 mostra os perfis gerados para diversos valores de $T_{\rm mag,MAX}$ e $T_{\rm ven,MAX}$. Pode-se notar claramente que, no caso padrão, a grande contribuição para o perfil vem da coluna de acreção, e esta contribuição é bastante dependente da temperatura na magnetosfera. A variação de $T_{\rm mag,MAX}$ entre 7500 K e 10 000 K fez a intensidade do perfil variar uma ordem de magnitude. A contribuição do vento de disco para a linha de Hα, neste caso, é bem pequena e aparece principalmente na região central da linha. Essa contribuição do vento é

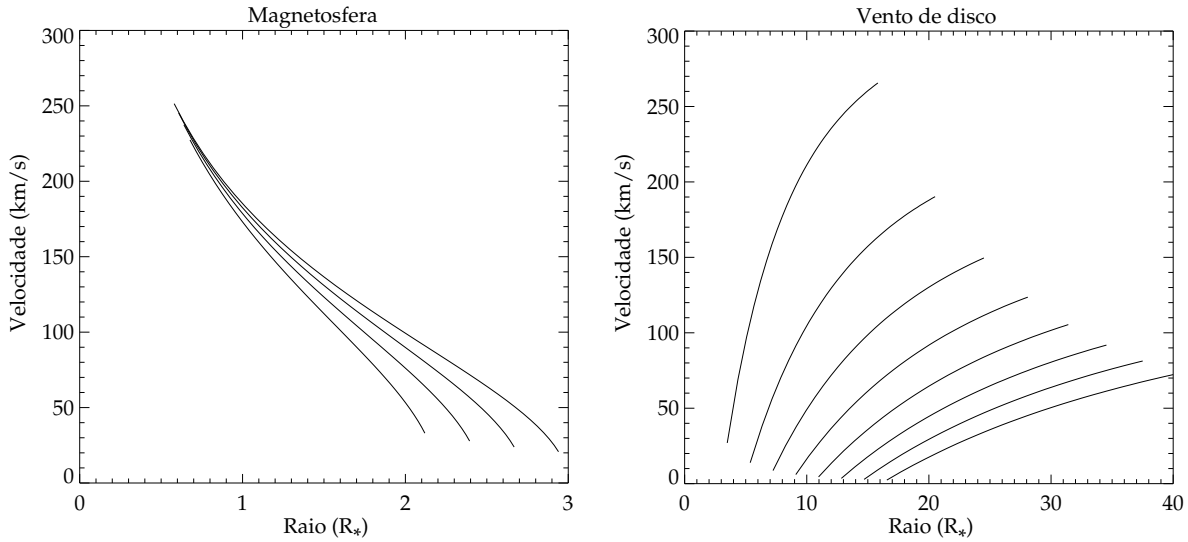

Figura 5.3: Velocidades poloidais ao longo de algumas linhas de fluxo dentro das colunas de acreção (esquerda) e dentro da região do vento (direita).

praticamente a mesma para os casos onde $T_{\rm ven,MAX}\simeq$7000 K e $T_{\rm ven,MAX}\simeq$8000 K. Já quando temos $T_{\rm ven,MAX}\simeq$9000 K ocorre o aparecimento de uma pequena absorção deslocada para o azul, e esta absorção torna-se mais forte quando $T_{\rm ven,MAX}\simeq$10 000 K. Entretanto, a contribuição do vento para a parte central da linha permanece aproximadamente a mesma em todos os casos. Com estes resultados, torna-se clara a dependência da linha de Hα nas estruturas de temperatura dentro da coluna de acreção e dentro da região do vento magneto-centrífugo.

A Fig. 5.5 mostra como o perfil da linha Hα varia com as taxas de acreção de massa ($\dot{M}_{\rm acr}$). Em todos os perfis, a taxa de perda de massa foi mantida a 10% da taxa de acreção de massa, e a temperatura máxima dentro do funil de acreção utilizada foi $T_{\rm mag,MAX}\simeq$9000 K. Na Fig. 5.5a temos o caso onde $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-9} M$_\odot$ ano^{-1}, e nota-se que a contribuição do vento de disco para o perfil de linha é praticamente desprezível em todos os casos considerados nesta figura. Os três perfis onde se considera o vento estão praticamente superpostos, e existe apenas uma contribuição mínima na região central da linha. Neste caso a densidade no vento é tão baixa que o meio torna-se praticamente transparente para a linha. Quando $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-8} M$_\odot$ ano^{-1} (Fig. 5.5b), a linha Hα torna-se mais larga e mais intensa. Como visto na Fig. 5.4, a componente de absorção desviada para o azul aparece quando $T_{\rm ven,MAX}\simeq$9000 K, e torna-se cada vez mais profunda à medida que o vento torna-se mais quente. Na Fig. 5.5(c) temos o caso onde $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-7} M$_\odot$ ano^{-1}, e a linha torna-se ainda mais larga e mais intensa. Uma absorção profunda desviada para o azul aparece mesmo quando $T_{\rm ven,MAX}<$8000 K. A contribuição relativa do vento de disco para a linha aumenta, à medida que a taxa de acreção de massa e, consequentemente, a taxa de ejeção de massa aumentam, passando de uma contribuição praticamente desprezível no caso de menor taxa de acreção, para uma contribuição da mesma ordem de grandeza no caso com a maior taxa de acreção.

Quando ρ_0 é mantido constante, e o raio externo de lançamento do vento magneto-centrífugo $r_{\rm do}$ é variado, a taxa de perda de massa do sistema está, também, variando. Mas, fazendo isso, pode-se descobrir qual região dentro do vento de disco contribui mais para o perfil que está sendo formado. A Fig. 5.6 mostra como a linha de Hα varia quando $r_{\rm do}$ varia enquanto ρ_0 permanece constante. Se $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-8} M$_\odot$ ano^{-1} (Fig. 5.6a), os perfis de linha para $r_{\rm do}$=30 R$_*$ e $r_{\rm do}$=10 R$_*$ são praticamente iguais, com uma diferença mínima apenas na parte central da linha,

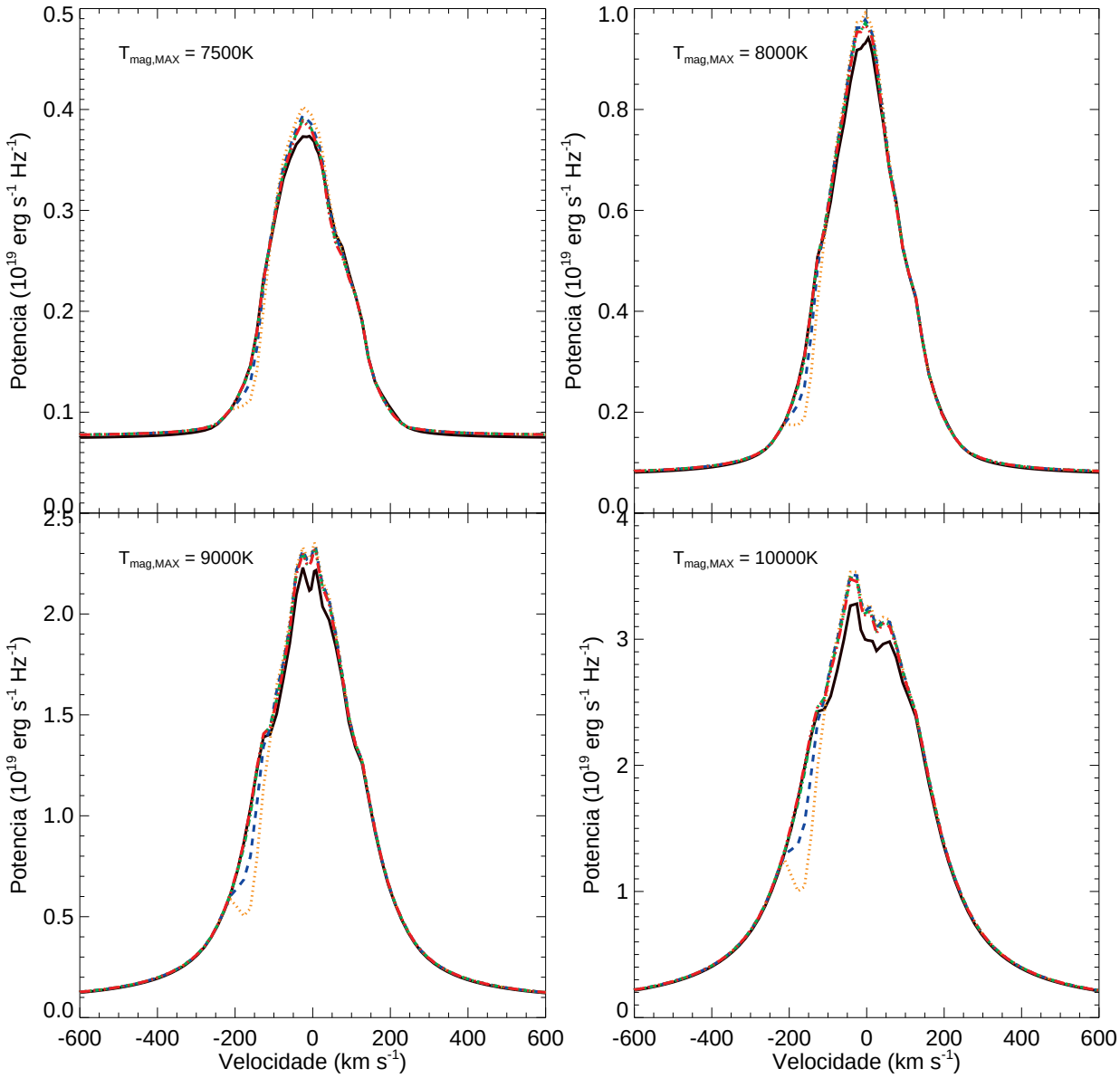

Figura 5.4: Perfis de Hα para o caso padrão, com valores de $T_{\rm mag,MAX}$ variando de 7500 K a 10 000 K, e com valores de $T_{\rm ven,MAX}$ variando de 7000 K a 10 000 K. A temperatura $T_{\rm mag,MAX}$ esta indicada em cada um dos gráficos, e cada estilo de linha representa um valor diferente de $T_{\rm ven,MAX}$: 7000 K (linha vermelha ponto-ponto-ponto-tracejada), 8000 K (linha verde traço-pontilhada), 9000 K (linha azul tracejada) e 10 000 K (linha laranja pontilhada). Em todos os casos as linhas vermelha e verde se superpõem. A linha preta contínua presente em cada um dos gráficos é um perfil calculado apenas com a componente magnetosférica.

o que indica que, neste caso, a maior parte da contribuição do vento de disco vem do material ejetado de $r_{\rm do} < 10{,}0\,{\rm R}_*$. À medida que $r_{\rm do}$ se aproxima da estrela, a componente de absorção deslocada para o azul fica mais estreita e rasa, e a contribuição do vento para o pico central diminui, até restar apenas a componente magnetosférica da linha. Nota-se um comportamento similar, quando $\dot{M}_{\rm acr}=10^{-7}\,{\rm M}_\odot\,{\rm ano}^{-1}$ (Fig. 5.6b), mas neste caso a contribuição do vento para o fluxo total da linha varia consideravelmente quando $r_{\rm do}$ muda de 30 $\rm R_*$ para 10 $\rm R_*$, principalmente na região central da linha. A componente de absorção passa a ficar mais fraca e estreita, cada vez mais rapidamente, à medida que $r_{\rm do}$ diminui. Em ambos os casos, a maior parte da contribuição

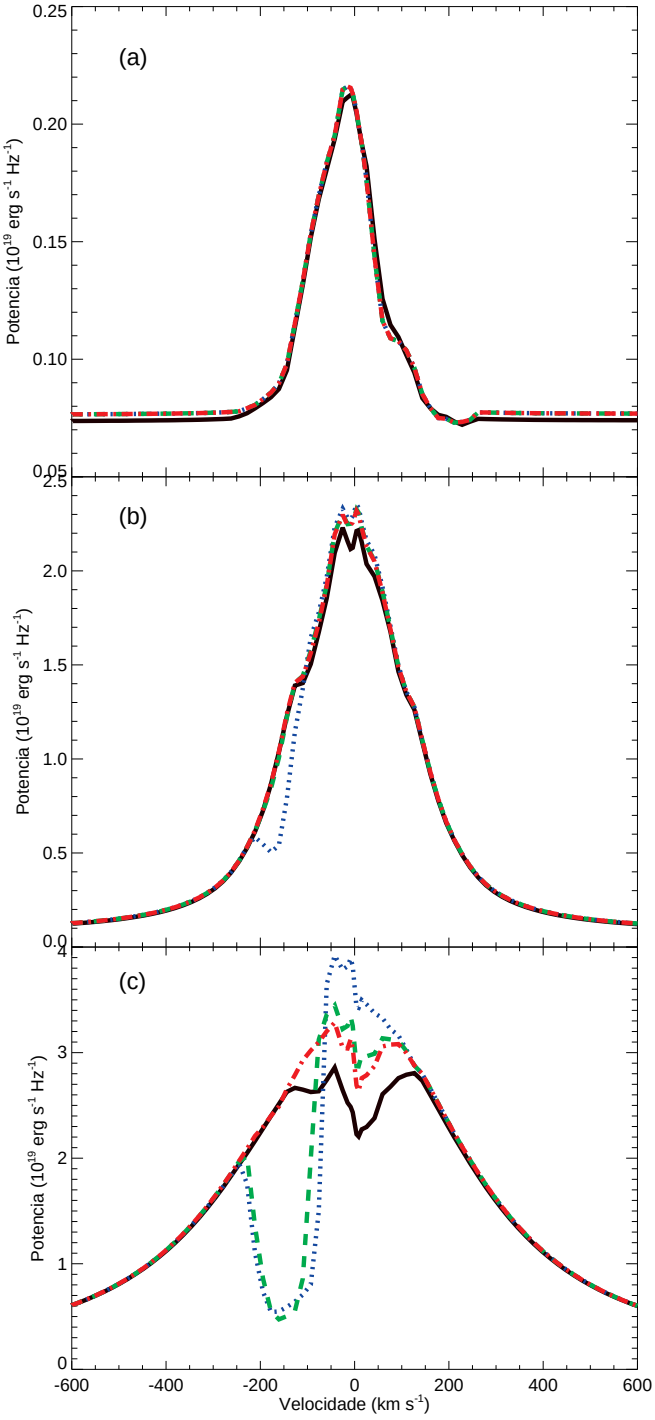

Figura 5.5: Perfis de Hα para diferentes valores de $\dot{M}_{\rm acr}$: (a) 10^{-9} M$_\odot$ ano^{-1}, (b) 10^{-8} M$_\odot$ ano^{-1}, (c) 10^{-7} M$_\odot$ ano^{-1}. A temperatura máxima utilizada dentro da magnetosfera, em todos os gráficos, é $T_{\rm mag,MAX}$≃9000 K. Cada estilo de linha representa um valor diferente para $T_{\rm ven,MAX}$: 6000 K (linha vermelha traço-pontilhada), 8000 K (linha verde tracejada) e 10 000 K (linha azul pontilhada). A linha preta contínua é o perfil gerado pela componente de magneto-acreção. Em todos os casos a razão $\dot{M}_{\rm perda}/\dot{M}_{\rm acr}$≃0,1 foi mantida.

do vento para a linha de Hα vem da região mais quente e, principalmente, mais densa do vento de disco, e quanto maior for a taxa de perda de massa, mais extensa é esta região. Entretanto,

mesmo para altas taxas de perda de massa, o gás lançado de até algumas dezenas de R_* é o grande responsável pela componente de absorção deslocada para o azul, e a maior parte desta absorção é formada no gás sendo ejetado bem próximo à borda interna do vento de disco. Também pode-se notar que mesmo para r_{do}=3,5 R_*, ainda existe uma contribuição considerável do vento para o perfil de linha, o que indica que grande parte da contribuição do vento de disco para a linha de Hα vem do gás ejetado bem próximo à região mais interna do vento.

Se, ao invés, $\dot{M}_{perda}$ for mantida constante e ρ_0 e r_{do} variarem, pode-se analisar a influência do tamanho da zona de ejeção do vento na linha Hα. A Fig. 5.7, onde utilizou-se $T_{mag,MAX} \simeq 9000$ K e $T_{ven,MAX} \simeq 10\,000$ K, mostra o que ocorre quando se varia r_{do} de 30,0 R_* a 5,0 R_* enquanto se mantém a taxa de perda de massa constante. Na Fig. 5.7a ($\dot{M}_{acr}=10^{-8}$ $M_\odot$ ano^{-1}), a variação de r_{do} não produz praticamente nenhuma variação na contribuição do vento na região central da linha. As diferenças ocorrem apenas na região da absorção deslocada para o azul, e a absorção torna-se mais profunda à medida que a zona de lançamento diminui e a densidade aumenta. Para uma taxa de perda de massa mais alta (Fig. 5.7b, $\dot{M}_{acr}=10^{-7}$ $M_\odot$ ano^{-1}), o pico central diminui bem pouco quando r_{do} muda de 30,0 R_* para 20,0 R_*, enquanto a componente de absorção permanece praticamente inalterada. Mas à medida que r_{do} vai se aproximando da estrela, a linha Hα passa a se intensificar novamente, enquanto, aparentemente, a absorção vai se estreitando. Quando temos uma taxa de acreção de massa moderada a extensão da região de lançamento do disco não produz nenhum efeito muito significativo na intensidade da linha emitida, produz apenas uma certa variação na componente de absorção deslocada para o azul. Quando a taxa de acreção é elevada, entretanto, a linha Hα passa a sofrer uma variação significativa quando $r_{do}<20{,}0\,R_*$, e a partir deste ponto a linha passa a se intensificar cada vez mais rapidamente, à medida que r_{do} diminui. Apesar das diferenças em ambos os casos, notamos que a intensificação da linha Hα passa a ser significativa quando $\rho_0 > 10^{-10}$ g cm^{-3}, que ocorre quando r_{do} torna-se menor que 7,5 R_* se $\dot{M}_{acr}=10^{-7}$ $M_\odot$ ano^{-1}, e se $r_{do}<4{,}0\,R_*$ se $\dot{M}_{acr}=10^{-8}$ $M_\odot$ ano^{-1} (não mostrado na Fig. 5.7a). Portanto, se $\rho_0 \gtrsim 10^{-10}$ g cm^{-3}, as densidades dentro da região do vento de disco tornam-se muito importantes na formação do perfil de Hα como um todo, enquanto que os efeitos para valores menores de densidade, se existem, aparecem apenas na componente da absorção deslocada para o azul.

Até agora foram utilizados, em todas as linhas Hα calculadas, λ=30 (momento angular adimensional) e ζ=0,03 (razão adimensional entre os fluxos de matéria e de campo magnético). Os parâmetros λ, ζ e ε, a energia específica adimensional, são constantes ao longo de uma certa linha de fluxo. Voltando à Seção 2.3.1.1, e analisando a Eq. (2.76), pode-se notar que uma variação em λ produz ao mesmo tempo uma variação nas velocidades ao longo do fluxo de gás. Quando se muda o valor de λ, a solução auto-similar do fluxo magneto-centrífugo também muda, e, portanto, deve-se mudar, também, o valor de ρ_0 para manter a taxa de perda de massa constante. A Fig. 5.8a mostra o que ocorre com a linha de Hα quando se varia λ e ρ_0 mantendo o valor de $\dot{M}_{perda}$ constante. Pode-se notar que, à medida que λ se torna maior, a componente de absorção torna-se mais profunda, e se aproxima do centro da linha, ao mesmo tempo que o pico central da linha se intensifica. A Fig. 5.8b mostra como a velocidade poloidal varia dentro do fluxo quando λ muda, e confirma que a ejeção de matéria torna-se mais lenta quando o valor de λ aumenta.

De maneira similar ao caso anterior, a variação de ζ também produz uma solução auto-similar do fluxo diferente, e consequentemente uma linha de Hα diferente é produzida pelo sistema, o que pode ser visto na Fig. 5.8c. Quando ζ aumenta, a componente de absorção deslocada para o azul torna-se mais profunda, aproxima-se do centro da linha, e o fluxo no centro da linha intensifica-se, da mesma maneira que ocorre quando λ aumenta. A Fig. 5.8d mostra o que a velocidade poloidal dentro do fluxo também diminui quando ζ aumenta, o que também pode ser

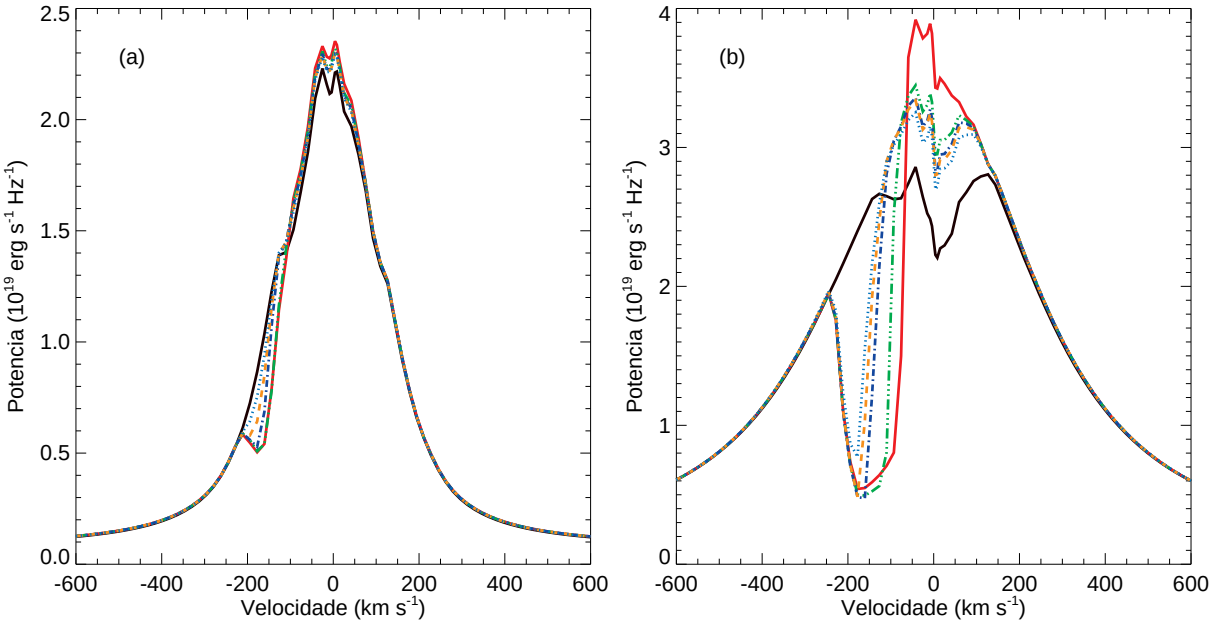

Figura 5.6: Perfis de Hα para (a) $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-8} M$_\odot$ ano^{-1}, e (b) $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-7} M$_\odot$ ano^{-1}. Em ambos os casos $T_{\rm mag,MAX}\simeq$9000 K e $T_{\rm ven,MAX}\simeq$10 000 K. O valor de ρ_0 é mantido constante, e é o valor que nos dá $\dot{M}_{\rm perda}/\dot{M}_{\rm acr}\approx$0,1 quando $r_{\rm do}$=30,0 R$_*$. A linha preta contínua representa o perfil de linha calculado apenas com a componente magnetosférica, a linha vermelha contínua representa o perfil de linha calculado com as componentes magnetosférica e de vento de disco quando $r_{\rm do}$=30,0 R$_*$. Os outros perfis de Hα são para $r_{\rm do}$=10,0 R$_*$ (linha verde ponto-ponto-ponto-tracejada), $r_{\rm do}$=5,0 R$_*$ (linha azul traço-pontilhada), $r_{\rm do}$=4,0 R$_*$ (linha laranja tracejada) e $r_{\rm do}$=3,5 R$_*$ (linha azul claro pontilhada).

visto analisando as Eqs. (2.62) e (2.87). As Figs. 5.8b e 5.8d, então, confirmam o comportamento das Figs. 5.8a e 5.8c. Um aumento em λ ou ζ causa uma diminuição das velocidades poloidais, e consequentemente causa a diminuição da dispersão de velocidades dentro da zona de ejeção, provocando a aproximação entre a componente de absorção e o centro da linha. Uma diminuição na dispersão de velocidades significa que a quantidade de material dentro de um intervalo de velocidade (v+dv) aumenta. Isso provoca o aumento da opacidade da linha na região da absorção, e um aumento na função-fonte na região central da linha, o que explica os efeitos vistos nas Figs. 5.8a e 5.8c. Outro fator significativo, que ajuda a explicar os efeitos observados na linha, é o aumento da densidade de gás, necessário para manter a taxa de perda de massa $\dot{M}_{\rm perda}$ constante.

Podemos variar o ângulo de lançamento θ_0 do vento magneto-centrífugo variando os coeficientes C e D da Eq. (2.84), e isto também provoca mudanças nas linhas de Hα calculadas, o que pode ser visto na Fig. 5.9. O valor de D foi mantido constante, e apenas o valor de C foi variado. A variação do ângulo de lançamento também produz uma nova solução auto-similar, fazendo com que cada uma das linhas Hα calculadas tenha um valor diferente de ρ_0, e, assim, a taxa de perda de massa permanece constante. O ângulo θ_0 na Fig. 5.9 varia de 14,6° a 55,6° (bem próximo ao valor limite do ângulo de lançamento), e o valor de C utilizado em cada caso está indicado na legenda. A Fig. 5.9a mostra que a componente de absorção desviada para o azul se desloca na direção do centro da linha à medida que o ângulo de lançamento aumenta. Novamente, esse deslocamento da componente de absorção pode ser explicado pela variação da velocidade dentro do vento, que pode ser vista na Fig. 5.9b. A velocidade poloidal de lançamento é menor quando θ_0 é maior, o que faz com que a densidade do vento seja maior se $\dot{M}_{\rm perda}$ é mantida constante. No caso do menor ângulo de lançamento, θ_0=14,6°, o perfil de linha é praticamente igual ao gerado apenas pela magneto-acreção. Nesse caso, temos a menor densidade dentro da zona de ejeção, e

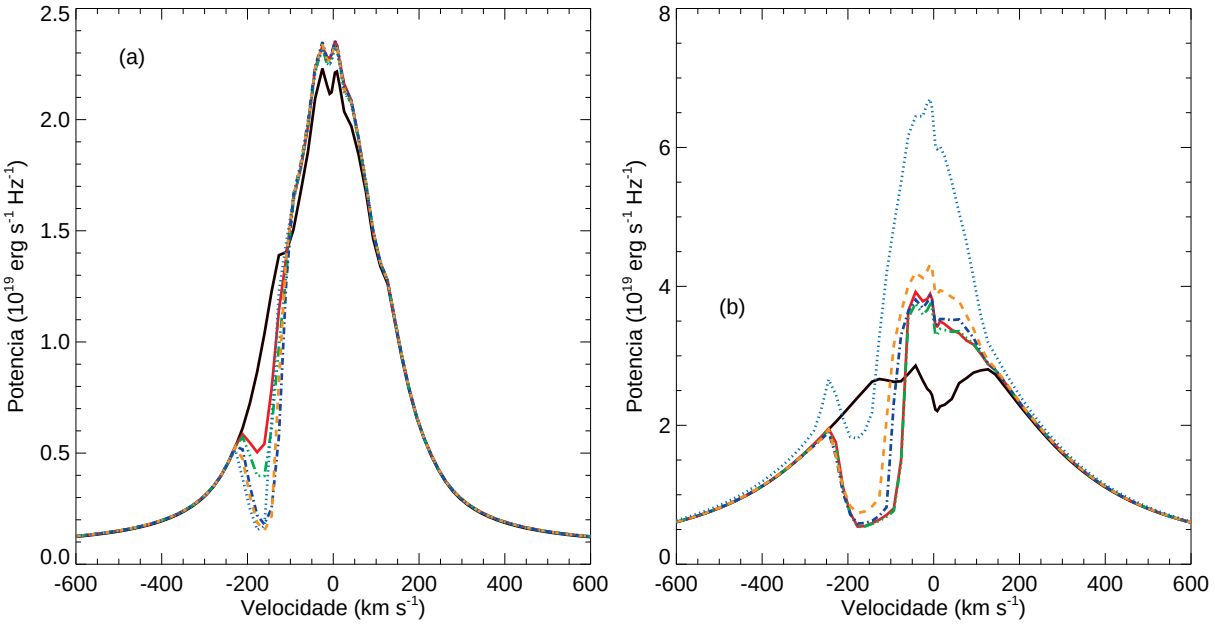

Figura 5.7: Perfis de Hα como na Fig. 5.6, mas agora a densidade ρ_0 é variada de modo a manter $\dot{M}_{\rm perda}$ constante, enquanto $r_{\rm do}$ varia de 30,0 R$_*$ a 5,0 R$_*$. Cada linha possui valores diferentes de ρ_0 e de $r_{\rm do}$. Em (a), $r_{\rm do}$=30,0 R$_*$ e ρ_0=4,71×10^{-12} g cm^{-3} (linha vermelha contínua), $r_{\rm do}$=20,0 R$_*$ e ρ_0=5,72×10^{-12} g cm^{-3} (linha verde ponto-ponto-ponto-tracejada), $r_{\rm do}$=10,0 R$_*$ e ρ_0=9,02×10^{-12} g cm^{-3} (linha azul traço-pontilhada), $r_{\rm do}$=7,5 R$_*$ e ρ_0=1,19×10^{-11} g cm^{-3} (linha laranja tracejada), $r_{\rm do}$=5,0 R$_*$ e ρ_0=2,13×10^{-11} g cm^{-3} (linha azul claro pontilhada). Em (b), as linhas têm o mesmo valor de $r_{\rm do}$, mas ρ_0 é 10 vezes mais elevado quem em (a). A linha contínua preta é o perfil de linha calculado considerando apenas a componente magnetosférica.

esta densidade é tão baixa que o vento não produz qualquer componente de absorção visível, mas apenas uma pequena contribuição na região central da linha. O próximo caso, onde θ_0=33,4°, é o caso padrão utilizado no cálculo de todos os perfis de Hα anteriores. Quanto maior o θ_0, maior também é a densidade dentro da zona de ejeção, o que contribui para a intensificação da parte central da linha, e para uma absorção mais profunda. Além disto, como no caso da variação de λ e ζ, a baixa dispersão de velocidades que ocorre nos casos onde a inclinação θ_0 é elevada, ajuda a fortalecer a contribuição do vento de disco para a linha de Hα.

Finalmente, vamos falar de um dos principais fatores que definem os perfis de linha de uma ETTC, que é a inclinação do sistema estrela-disco em relação à linha de visada, *i*. A Fig. 5.10 mostra a linha de Hα calculada para diferentes valores de *i*, utilizando os parâmetros padrões. Nota-se claramente que a linha de Hα é muito mais intensa quando estamos enxergando o sistema de um ângulo menor, e isto ocorre por uma série de razões. Primeiro, o ângulo sólido que cobre a região de formação da linha é maior para inclinações menores, ou seja, ao integrarmos o fluxo emitido pelo objeto estaremos integrando sobre uma área maior, produzindo assim um fluxo mais intenso. Quando o sistema é observado de um ângulo menor, a estrela e o disco obscurecem uma área muito menor das colunas de acreção na parte inferior do disco (z<0), enquanto que para inclinações muito altas é possível que as colunas de acreção abaixo do plano do disco fiquem totalmente obscurecidas. Um fóton de Hα que sai da estrela ou do funil de acreção atravessa uma região cada vez mais intensa do vento de disco à medida que *i* aumenta, o que faz com que a absorção deslocada para o azul seja mais profunda quando esse tipo de objeto é observado de uma inclinação maior. Há também a variação nas projeções das velocidades do material dentro da zona de ejeção ao longo da linha de visada, o que faz a componente de absorção deslocada para o azul se deslocar na direção do centro da linha quando *i* aumenta, como pode ser visto na

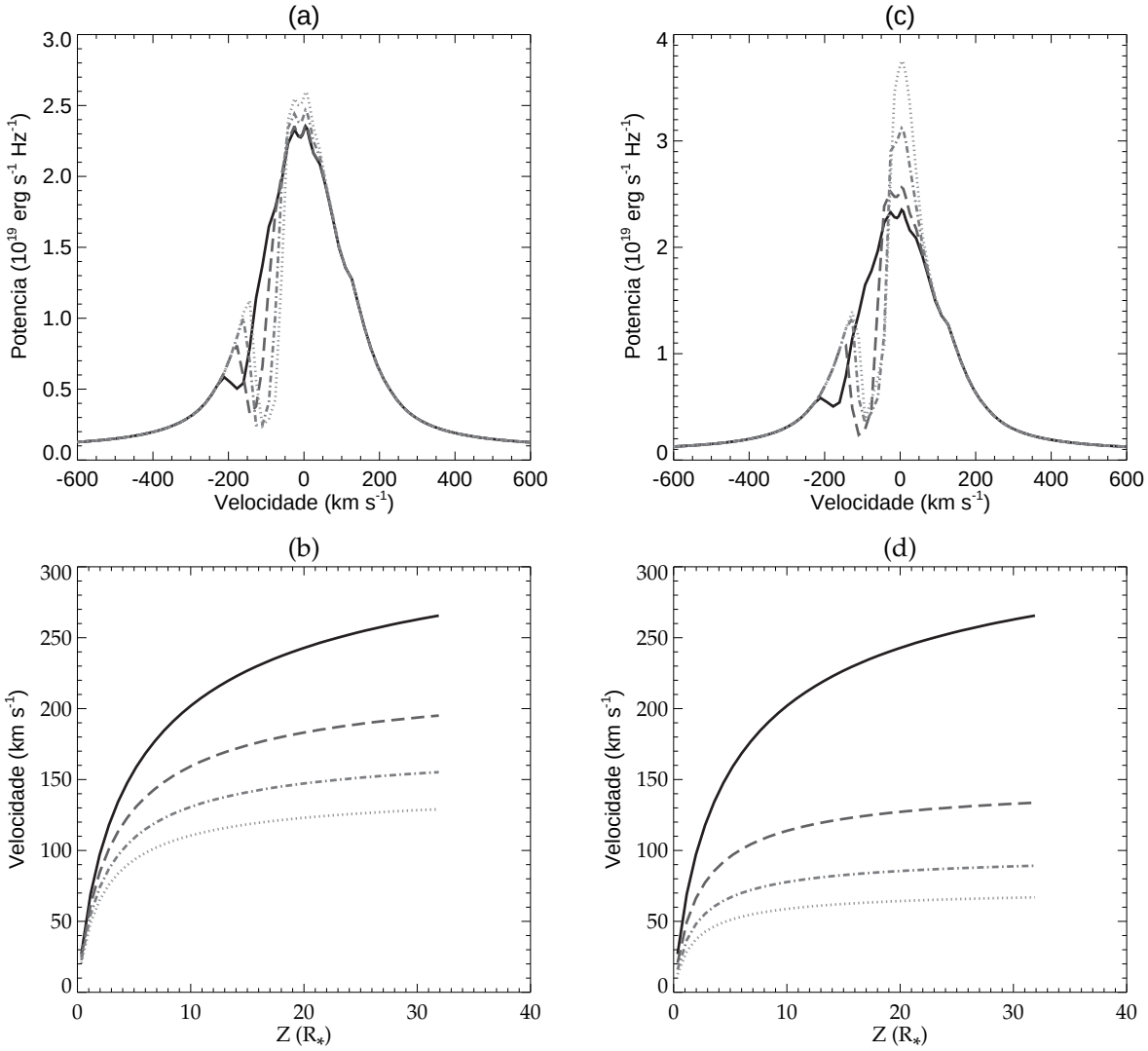

Figura 5.8: Perfis de Hα para $\dot{M}_{\rm acr}$= 10^{-8} M$_\odot$ ano^{-1}, $T_{\rm mag,MAX}\simeq$9000 K e $T_{\rm ven,MAX}\simeq$10 000 K. À esquerda, (a) mostra perfis de Hα calculados com diferentes valores de λ, e (b) os perfis de velocidade poloidal para a linha de fluxo mais interna do vento de disco: λ=30 (linha contínua), λ=40 (linha tracejada), λ=50 (linha traço-pontilhada) e λ=60 (linha pontilhada). À direita, (c) mostra linhas de Hα calculadas com diferentes valores de ζ, e (d) os perfis de velocidade poloidal ao longo da linha de fluxo mais interna da ejeção para cada caso ilustrado em (c): ζ=0,03 (linha contínua), ζ=0,06 (linha tracejada), ζ=0,09 (linha traço-pontilhada) e ζ=0,12 (linha pontilhada). A taxa de perda de massa é mantida constante em $\dot{M}_{\rm perda}$=10^{-9} M$_\odot$ ano^{-1}.

Fig. 5.10. À medida que a inclinação do sistema aumenta, as velocidades projetadas na região do vento aumentam, até um certo ângulo *i*, que depende da geometria do sistema, e a partir deste ângulo, as velocidades projetadas diminuem. Observando a Fig. 5.10 também podemos observar que a contribuição do vento de disco para a parte vermelha do perfil de Hα torna-se mais forte à medida que a inclinação aumenta. Essa contribuição é praticamente nula quando i=15° e parece ser bem mais forte quando i=60° e i=75°. Se o ângulo de lançamento θ_0 for menor que a inclinação *i*, parte do vento estará se afastando do observador. Essa região dentro do vento de disco, produzindo o fluxo deslocado para o vermelho, será mais extensa quando o sistema estiver sendo observado de uma inclinação maior, o que faz com que a contribuição do vento para a parte vermelha da linha seja mais intensa.

A inclinação do sistema também afeta o nível do contínuo nos perfis de linha. Se o sistema é

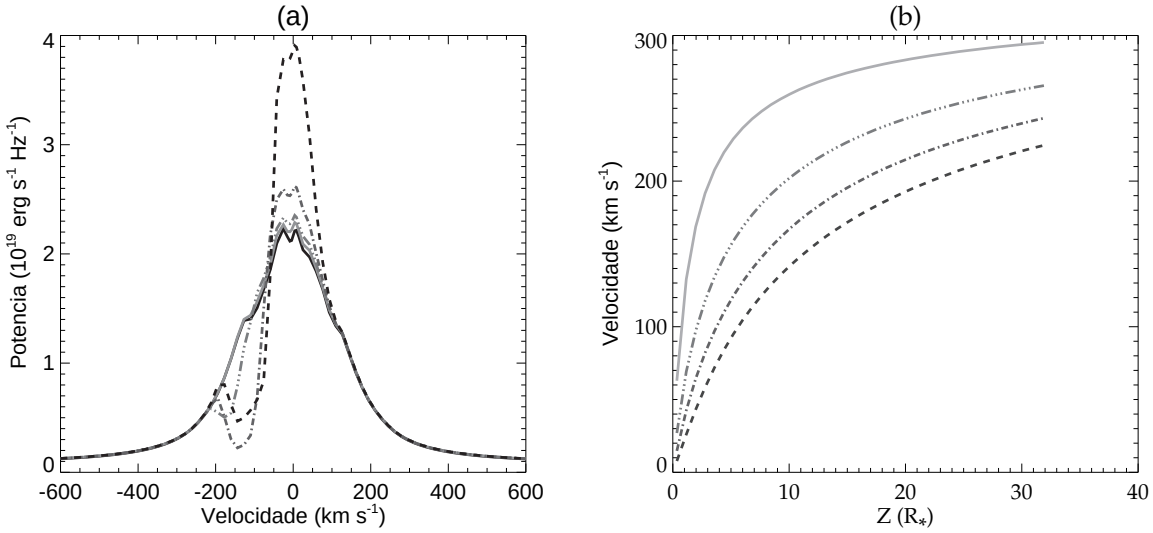

Figura 5.9: Linhas de Hα calculadas com diferentes valores de ângulo de lançamento do fluxo magneto-centrífugo θ_0 (a): θ_0=14,6° e C=0,23 (linha cinza contínua), θ_0=33,4° e C=0,43 (linha ponto-ponto-ponto-tracejada), θ_0=46,7° e C=0,63 (linha traço-pontilhada), θ_0=55,6° e C=0,83 (linha tracejada). A linha preta contínua representa o perfil de linha calculado apenas com a componente magnetosférica. Em (b) temos os perfis de velocidade poloidal para a linha mais interna do fluxo correspondente aos perfis de Hα em (a). Em todos os gráficos, D=-0,20, $\dot{M}_{\rm acr}=10^{-8}$ M$_\odot$ ano^{-1}, $T_{\rm mag,MAX}\simeq$9000 K e $T_{\rm ven,MAX}\simeq$10 000 K.

observado a baixas inclinações, o anel de acreção superior, que tem temperatura muito mais elevada que a fotosfera da estrela, é bem mais visível que quando a inclinação é mais elevada. Além do mais, as colunas de acreção obscurecem uma região maior da fotosfera da estrela quando a inclinação é mais elevada. Então, é esperado que o nível do contínuo seja significativamente mais elevado em um sistema que apresenta baixa inclinação em relação à linha de visada do que um sistema que esteja com uma inclinação mais elevada. Analisando as Figs. 5.5 e 5.10 ao mesmo tempo, pode-se notar que existe uma variação significativa do contínuo. O nível do contínuo pode ser visto claramente na Fig. 5.5a quando i=55°, e, comparando com a Fig. 5.10, é possível notar um aumento de 30% a 50% no nível do contínuo quando a i varia de 75° para 15°.

Várias das linhas calculadas pelo *FLUX* possuem irregularidades no pico central da linha, e estas irregularidades parecem aumentar nos casos onde a taxa de acreção de massa e a temperatura são mais altas. Uma das explicações para isso pode ser auto-absorção da radiação produzida dentro funil de acreção, que ocorre devido à profundidade óptica extremamente alta nesta região, quando a densidade se torna muito elevada. Um outro problema é que a aproximação de Sobolev utilizada para calcular as funções-fonte torna-se inválida na região onde as velocidades projetadas estão próximas de zero. De acordo com a aproximação de Sobolev, a profundidade óptica entre dois pontos é inversamente proporcional ao gradiente de velocidade projetado entre estes dois pontos. Portanto, nas regiões onde o gradiente de velocidade projetado é pequeno, como nas regiões onde a velocidade projetada está próxima de zero, a aproximação de Sobolev prevê uma profundidade óptica muito mais elevada que a profundidade óptica real. Isso afeta o perfil de linha gerado, e pode causar parte das irregularidades observadas próximas ao centro da linha.

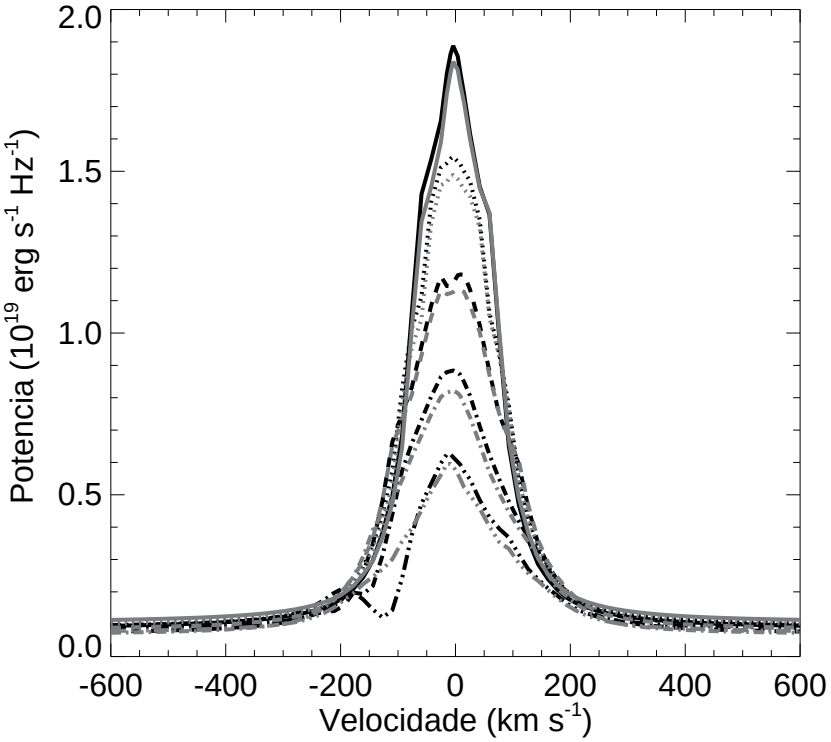

Figura 5.10: Linhas de Hα calculadas com o sistema estrela-disco visto de diferentes inclinações i, taxa de acreção de massa $\dot{M}_{\rm acr}$=10^{-8} M$_\odot$ ano^{-1}, $T_{\rm mag,MAX}\simeq$9000 K e $T_{\rm ven,MAX}\simeq$10 000 K. Para cada inclinação i, temos o perfil calculado considerando as componentes magnetosférica e de vento de disco (linha preta), e calculado considerando apenas a componente magnetosférica (linha cinza). Os diferentes estilos de linha são: i=15° (contínua), i=30° (pontilhada), i=45° (tracejada), i=60° (traço-pontilhada), e i=75° (ponto-ponto-ponto-tracejada).

5.2 Discussão dos resultados

Os resultados obtidos indicam a existência de uma dependência explícita da linha de Hα nas densidades e na estrutura de temperatura dentro da região do vento de disco. Para valores moderados de taxa de acreção e temperatura, a maior parte da linha de Hα é formada na região da magnetosfera, mas a contribuição do vento de disco para esta linha aumenta à medida que a taxa de acreção de massa, temperatura e densidades dentro do vento de disco aumentam. Para taxas de perda de massa muito baixas ($\dot{M}_{\rm perda} \lesssim 10^{-10}$ M$_\odot$ ano^{-1}), e temperaturas abaixo de 10 000 K, o vento de disco contribui muito pouco para a linha de Hα e esta contribuição ocorre apenas na região central da linha. Mesmo utilizando temperaturas tão altas quanto 17 000 K no vento, nenhuma componente de absorção aparece, o que é de se esperar, já que neste caso a maior parte do hidrogênio estará ionizado. Nesse caso, quando o vento está sendo lançado da região do disco entre $r_{\rm di}$=3.0 R$_*$ (≈0,03 UA) e $r_{\rm do}$=30.0 R$_*$ (≈0,3 UA), a densidade fiducial é ρ_0=4, 7×10^{-13}g cm^{-3}. Alguns estudos sugerem que o raio externo da zona de lançamento do vento magneto-centrífugo está entre 0,2 UA e 3 UA (Anderson et al. 2003; Pesenti et al. 2004; Ferreira et al. 2006; Ray et al. 2007), ou seja, esta distância chega a ser uma ordem de grandeza maior que os valores de $r_{\rm do}$ utilizados neste trabalho. Isso significa que as densidades dentro da zona de ejeção devem ser menores ainda que as densidades utilizadas aqui, mas, como a densidade fiducial cai de maneira logarítmica com $r_{\rm do}$ [Eq. (2.93)], as densidades dentro do vento não diminuem drasticamente. As densidades, quando a taxa de perda de massa é baixa ($\lesssim 10^{-10}$ M$_\odot$ ano^{-1}), já são tão baixas

que um outro decréscimo nas densidades não deve produzir nenhuma mudança significativa na contribuição do vento de disco para a linha de Hα. Um vento menos denso, entretanto, teria menos chance de produzir uma absorção deslocada para o azul na linha de Hα. Então, para casos onde $\dot{M}_{\rm acr} \lesssim 10^{-9}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$, a contribuição do vento de disco para a linha de Hα é mínima, o que é consistente com as observações (Muzerolle et al. 2003, 2005). Uma absorção deslocada para o azul, nesse caso, apareceria se o raio externo do vento de disco fosse menor do que os valores sugeridos pelos estudos observacionais.

Para os casos com valores mais altos de $\dot{M}_{\rm acr}$, e, portanto, densidades mais elevadas na região de ejeção de material, é possível notar uma temperatura de transição, abaixo da qual nenhuma absorção deslocada para o azul pode ser vista (Fig. 5.5). Essa temperatura está entre 8000 K e 9000 K quando $\dot{M}_{\rm acr}$=$10^{-8}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$, e entre 6000 K e 7000 K quando $\dot{M}_{\rm acr}$=$10^{-7}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$, e pode estar abaixo de 6000 K em casos com taxa de acreção muito elevada ($\dot{M}_{\rm acr} \gtrsim 10^{-7}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$). Essa temperatura de transição depende diretamente das densidades dentro do vento. A Fig. 5.5 também mostra que a contribuição do vento de disco para a linha de Hα torna-se mais importante à medida que a taxa de acreção torna-se maior, porque o vento torna-se mais denso. Podemos imaginar, então, algumas condições onde teríamos uma contribuição do vento de disco para a linha de Hα até maior que a contribuição magnetosférica: uma taxa de acreção muito elevada ($\dot{M}_{\rm acr} > 10^{-7}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$), ou uma região muito extensa dentro do vento de disco com temperaturas $\sim$9000 K, ou $r_{\rm do} \ll 30\,{\rm R}_{*}$, ou combinações destas condições.

A densidade dentro da zona de ejeção de matéria é um dos fatores mais determinantes para a contribuição do vento de disco para a linha de Hα. A absorção deslocada para o azul que pode ser vista em vários dos perfis calculados é afetada diretamente pela densidade dentro do vento de disco. Variando a densidade dentro do vento de disco, a profundidade e largura dessa absorção também varia. Quando se varia a densidade fiducial, mas $\rho_0 \lesssim 10^{-10}\,{\rm g\,cm}^{-3}$, as outras partes do perfil de linha se mantêm praticamente constantes, e a variação ocorre apenas na componente de absorção deslocada para o azul. Mas se $\rho_0 \gtrsim 10^{-10}\,{\rm g\,cm}^{-3}$, a variação passa a afetar a contribuição do vento de disco para Hα como um todo, e a linha toda passa a se intensificar à medida que o meio se torna mais denso. Entretanto, densidades acima deste valor limite ($\rho_0 \approx 10^{-10}\,{\rm g\,cm}^{-3}$) podem ocorrer apenas se a taxa de perda de massa for muito elevada, ou se o limite da zona de ejeção ($r_{\rm do}$) estiver muito próximo da estrela, nos casos em que a taxa de acreção de massa é menor que $10^{-7}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$.

Outro resultado bem interessante que foi obtido mostra que, mesmo se o raio externo da zona de ejeção estiver a dezenas de raios estelares da superfície da estrela, a maior parte da contribuição do vento de disco para a linha de Hα na região central da linha vem do material sendo ejetado perto do raio interno do vento de disco. Isso ocorre devido às densidades e temperaturas mais altas na região mais interna do vento se comparadas com os valores nas regiões mais externas, o que faz com que a contribuição da zona mais interna do vento seja mais importante para a linha de Hα do que a contribuição da região mais externa. Esse resultado sugere que as outras linhas de Balmer mais energéticas devem se formar numa região ainda mais estreita dentro do vento de disco que a linha de Hα. Apesar disso, a componente deslocada para o azul parece ser formada numa região mais extensa do vento de disco, indo do raio interno até uma região intermediária $<30\,{\rm R}_{*}$, nos casos estudados (ver Fig. 5.6).

De acordo com BP, nem todos os valores de ζ e λ são capazes de produzir um fluxo super-Alfvénico no infinito, condição que permite a colimação do vento de disco e consequente formação do jato. Para que o fluxo se torne super-Alfvénico é necessário que a condição

$$\zeta\lambda(2\lambda - 3)^{1/2} > 1,$$

seja respeitada, e esta condição é válida em todos os perfis calculados neste trabalho. Outra condição necessária para que a solução seja fisicamente plausível é que esta deve ser uma solução real, e a velocidade poloidal dentro do fluxo deve crescer monotonicamente, o que limita mais ainda os valores possíveis de ζ, λ e θ_0 que podem ser utilizados. A solução de BP é denominada solução "fria" do vento de disco, já que não são considerados efeitos térmicos e apenas a aceleração magneto-centrífuga é necessária para produzir a ejeção de matéria. Os resultados apresentados aqui mostram que a contribuição do vento de disco para a linha de Hα é muito dependente dos parâmetros que definem a solução auto-similar do vento de disco. Através da variação de ζ, λ e θ_0, é possível variar toda a solução do vento de disco, variando também a velocidade e densidade do material dentro do fluxo. Essas variações produzem um deslocamento da componente de absorção deslocada para o azul, e uma intensificação da contribuição do vento de disco mais visível na região central do perfil de linha. No caso de um vento de disco "quente", onde ocorre um forte aquecimento do material na superfície do disco de acreção, a injeção de material no vento de disco é consequentemente maior, sendo necessário um $\lambda \approx 2 - 20$ (Casse & Ferreira 2000). Trabalhamos apenas com a solução "fria" para o vento de disco, mas é possível utilizar uma solução "quente", se encontrarmos o conjunto correto de valores para λ e ζ.

A Fig. 5.10 mostra uma dependência da linha de Hα com a inclinação *i* similar à dependência encontrada por Kurosawa et al. (2006, KHS), usando seu modelo híbrido com vento de disco e magneto-acreção (ver Fig. 5.11). Em ambos os modelos, a intensidade da linha de Hα diminui à medida que a inclinação do sistema aumenta, da mesma forma que a largura equivalente da linha. Esses resultados contradizem os resultados obtidos por Appenzeller et al. (2005), que mostraram que, de acordo com os perfis de Hα observados em ETTCs, a largura equivalente é maior em objetos que estão mais inclinados. Uma solução para este problema foi encontrada por KHS ao adicionar uma componente de vento estelar ao modelo, desta maneira conseguindo fazer com que a largura equivalente da linha aumente em sistemas pouco inclinados. Entretanto, levando-se em consideração as dificuldades para determinar observacionalmente a inclinação dos sistemas, uma amostra maior do que as 12 ETTCs observadas por Appenzeller et al. (2005) deve ser analisada antes que uma conclusão mais definitiva seja alcançada. Apesar das similaridades entre os nossos resultados e os resultados de KHS, existe uma grande diferença entre as posições das componentes de absorção deslocadas para o azul obtidas com os dois modelos. Em seu modelo, KHS encontraram a componente de absorção bem próxima ao centro da linha, enquanto em nosso modelo ela possui uma velocidade bem maior. Essa diferença aparece devido às geometrias diferentes utilizadas em cada modelo. Kurosawa et al. (2006) utilizaram retas saindo de um mesmo ponto como sendo as linhas de fluxo do vento de disco, o que resulta nas linhas de fluxo mais internas possuindo uma inclinação maior, e portanto uma velocidade projetada ao longo da linha de visada pequena quando *i* é grande. Já no modelo utilizado neste trabalho, utilizamos linhas de fluxo parabólicas, e neste caso a projeção das velocidades de cada linha de fluxo ao longo da linha de visada, para o caso padrão, é mais alta, o que desloca a absorção para uma região mais distante do centro da linha.

Tanto em nosso modelo quanto no modelo de KHS, nas situações mais comuns, a contribuição do vento de disco para a linha de Hα é bem menor que a contribuição da magnetosfera. Mas, em alguns dos casos, KHS calcularam perfis de Hα onde a contribuição do vento de disco era muito mais intensa que a contribuição da magnetosfera. Por exemplo, utilizando o modelo híbrido de vento de disco e magnetosfera, com $\dot{M}_{\rm acr}=10^{-7}\,{\rm M}_\odot\,{\rm ano}^{-1}$, vento isotérmico de 9000 K e β=2,0, KHS obtiveram um vento de disco com contribuição uma ordem de magnitude acima da contribuição da magnetosfera. O parâmetro β é o parâmetro que controla a aceleração do vento de disco, e quanto mais alto este valor mais denso e lento se torna o fluxo. Um valor extremo

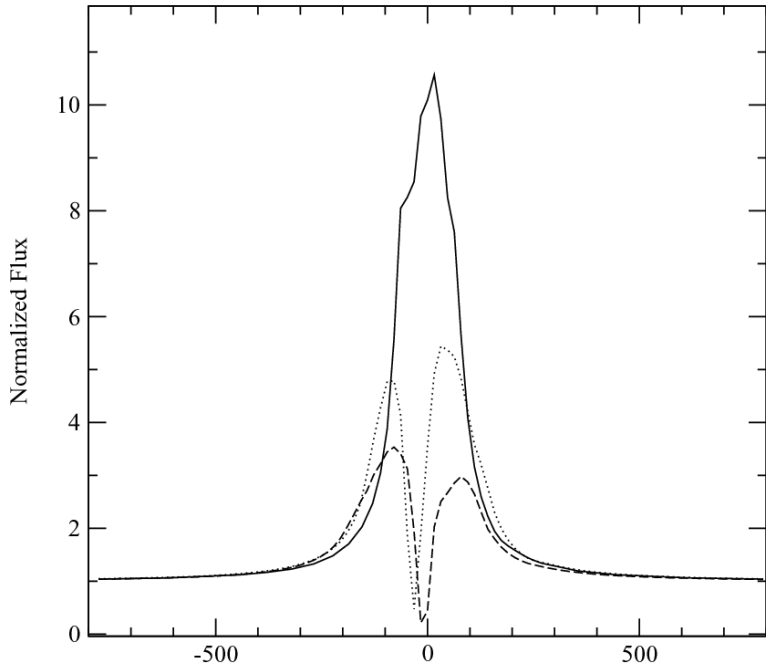

Figura 5.11: Dependência da linha de Hα com a inclinação i do sistema disco-estrela encontrada por Kurosawa et al. (2006). As linhas de Hα foram calculadas para i=10° (linha contínua), i=55° (linha pontilhada) e i=80°. A taxa de perda de massa $\dot{M}_{\rm perda}=10^{-8}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$, o vento é isotérmico e tem temperatura de 7000 K.

do parâmetro de aceleração (β=2,0), que implica numa região extensa do vento de disco com densidades elevadas, junto com a elevada temperatura de 9000 K na região do vento, faz com que a contribuição do vento de disco seja bastante elevada. Mas essa é uma condição extrema. Se utilizarmos o conjunto correto de parâmetros, nosso modelo também consegue reproduzir um perfil de Hα que é formado principalmente pela contribuição do vento de disco, e como no modelo de KHS, estes parâmetros também reproduziriam um meio circunstelar muito denso e quente. A solução do vento de disco encontrada a partir da solução de BP é bem diferente da solução utilizada por KHS. Em nosso modelo, a aceleração depende dos parâmetros λ, ζ e θ_0 (ver Figs. 5.8b, 5.8d, 5.9). A estrutura de temperatura utilizada em nosso vento de disco não é isotérmica, e segue a lei de temperatura que pode ser vista na Fig. 5.1. E, finalmente, a geometria das linhas de fluxo em nosso modelo é bem diferente da geometria utilizada por KHS. Mas mesmo com soluções definidas por um conjunto de parâmetros diferente, a única maneira de conseguirmos um vento que contribua tão intensamente para a linha de Hα seria com um vento muito quente e extremamente denso, o que é similar aos resultados obtidos por KHS.

Comparando a linhas de Hα apresentadas neste trabalho com o esquema de classificação proposto por Reipurth et al. (1996) para as linhas de Hα de estrelas T Tauri e Herbig Ae/Be (Fig. 5.12), podemos notar que a maioria dos perfis que calculamos podem ser classificados como *Tipo I* (perfis simétricos em relação ao centro da linha) ou *Tipo III-B* (perfis com o pico secundário deslocado para o azul e com menos da metade da intensidade do pico primário). Esses dois tipos de perfil de Hα correspondem a quase 60% dos perfis observados na amostra de 43 ETTCs de Reipurth et al. (1996). A Fig. 5.5a mostra um perfil que pode ser classificado como *Tipo IV-R*. Não tentamos reproduzir todos os tipos de perfil presentes na classificação de Reipurth et al. (1996), mas deve ser possível reproduzi-los utilizando o conjunto correto de parâmetros.

Utilizamos um modelo bastante simples para o átomo de hidrogênio, que considera apenas

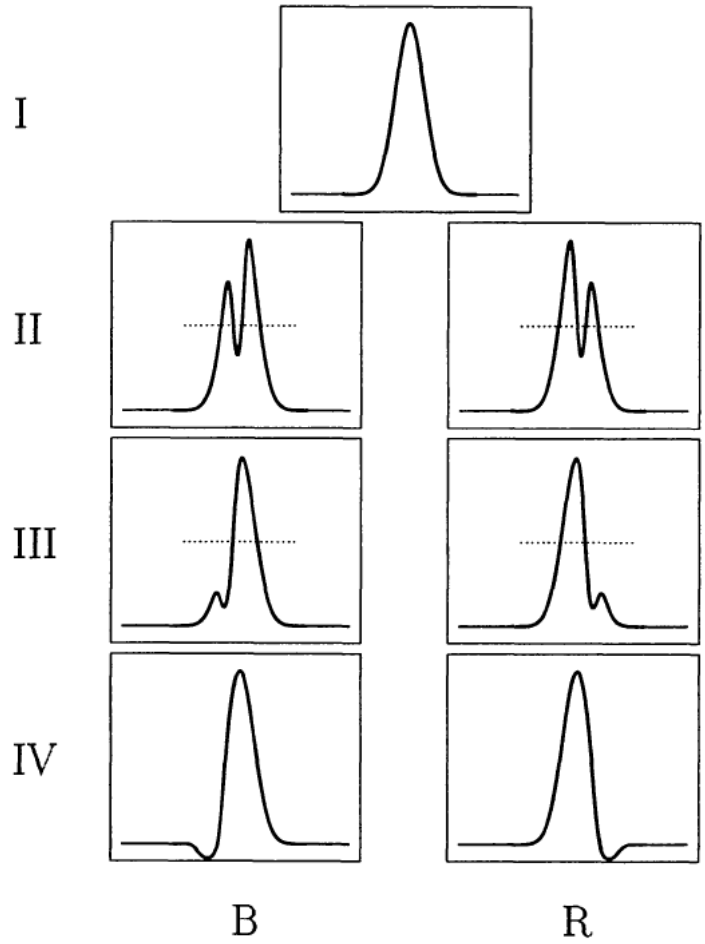

Figura 5.12: Esquema de classificação das linhas de Hα de estrelas T Tauri e Ae/Be de Herbig proposto por Reipurth et al. (1996).

os três primeiros níveis mais o contínuo. Para termos perfis de linha mais realistas, que nos ajudassem a encontrar valores mais precisos para as condições limites que afetam a linha de Hα, seria necessário utilizar um modelo do átomo de hidrogênio que considerasse um número maior de níveis atômicos, e que, portanto, nos desse valores mais precisos para as densidades populacionais dos níveis n=2 e n=3 do hidrogênio. Com um modelo atômico melhor, também poderiamos realizar o mesmo tipo de estudo para as outras linhas do hidrogênio. A suposição de que o nível fundamental do hidrogênio está em ETL, devido às altas profundidades ópticas para as linhas de Lyman, é uma aproximação válida dentro das colunas de acreção, e mesmo na região mais interna e mais densa do vento de disco, mas pode não ser válida nas regiões externas do vento de disco, onde as densidades são muito baixas. Nessas regiões, o meio será mais transparente para as linhas de Lyman, o que torna inválida a condição de ETL. Se utilizarmos um modelo de átomo mais realista fora do ETL, a população do nível fundamental seria menor, e consequentemente as populações dos níveis n=2 e n=3 seriam maiores. A função-fonte da linha, que depende da razão entre as populações dos níveis superior e inferior da transição [ver Eq. (3.202)], então, se tornaria maior se a população de n=3 aumentasse mais que a população de n=2. Ao mesmo tempo, a opacidade da linha de Hα diminuiria [ver Eq. (3.206)], o que faria com que a intensidade da linha de Hα aumentasse. Se, ao contrário, a população de n=2 aumentasse mais que a de n=3, teríamos uma opacidade maior e uma função-fonte menor, e

uma linha de Hα menos intensa, com a possibilidade de uma componente de absorção mais profunda. De qualquer forma, teríamos uma influência maior do vento de disco sobre a linha de Hα, e mesmo nos casos onde a taxa de perda de massa é muito baixa, o vento poderia afetar esta linhas de forma mais significativa. Apesar das limitações do nosso modelo, foi possível estudar como cada um dos parâmetros que definem o vento de disco afetam a formação da linha de Hα em ETTCs. De qualquer forma, mesmo utilizando um modelo atômico mais realista, o comportamento observado da linha em função de cada um dos parâmetros deve se manter o mesmo, apenas com valores limites e de transição diferentes para cada tipo de comportamento.

Também é necessário entender melhor as estruturas de temperatura dentro das colunas de acreção e dentro da região do vento magneto-centrífugo, se queremos produzir perfis de linha mais realistas. Safier (1993) realizou um estudo sobre a estrutura de temperatura dentro do vento de disco, e encontrou uma estrutura onde a temperatura começa bem baixa ($\lesssim 1000$ K), para o material que está sendo lançado de ϖ<1 UA, atinge uma temperatura máxima da ordem de 10^4 K, e, então, permanece isotérmica em escalas de $\approx$ 100 – 1000 UA. A parte mais densa do vento de disco, de acordo com a estrutura proposta por Safier (1993), está a uma temperatura muito mais baixa que em nosso modelo, e, portanto, os resultados produzidos utilizando esta lei de temperatura devem ser bem diferentes dos perfis de linha calculados neste trabalho. Em seus cálculos de fração de ionização, entretanto, Safier (1993) deixou de considerar destruição de H_2 por radiação ultra-violeta, ou raios-X vindos da corona estelar, ou por reações endotérmicas com O ou OH, utilizando apenas o gás em estado atômico. Um novo estudo termo-químico sobre o vento de disco em objetos Classe 0, Classe I, e Classe II foi preparado por Panoglou et al. (2010), onde são adicionados todos os fatores deixados de lado por Safier (1993), e também incluídas outras 134 espécies químicas. Panoglou et al. (2010) calcularam uma estrutura de temperatura que é similar à estrutura de temperatura que utilizamos no vento de disco, mas escalonada para temperaturas mais baixas (Fig. 2.7). Além disso, o trabalho de Panoglou et al. (2010) mostra que para objetos Classe I e Classe II, as temperaturas ao longo de linhas ancoradas a uma menor distância da estrela são maiores que em linhas ancoradas a uma distância maior. Isso ajuda a fortalecer nossa convicção de que a lei de temperatura utilizada em nosso trabalho é uma boa aproximação.

Capítulo 6

Conclusão

A partir do modelo proposto por Hartmann et al. (1994), que considera a magnetosfera da estrela formada por um campo axi-simétrico dipolar, e depois melhorado por Muzerolle et al. (1998a, 2001), criamos uma novo modelo que considera também um vento de disco auto-similar como proposto por Blandford & Payne (1982), e utiliza um modelo simples para o átomo de hidrogênio com apenas três níveis mais o contínuo. Utilizando esse novo modelo, estudamos como cada um dos diversos parâmetros que definem o vento de disco em uma ETTC afetam a linha de Hα, e qual a região do vento que é a mais importante para a formação desta linha. Após nosso estudo podemos concluir que:

- Em ETTCs com taxa de acreção de massa $\dot{M}_{\rm acr} \lesssim 10^{-8}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$, a maior parte do fluxo em Hα vem das colunas de acreção, e a contribuição do vento de disco é bem pequena. Para taxas de acreção de massa mais elevadas ($\dot{M}_{\rm acr}\sim10^{-7}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$), a contribuição do vento de disco para a linha de Hα passa a ter a mesma ordem de magnitude que a contribuição das colunas de acreção. E em casos mais extremos ($\dot{M}_{\rm acr}\gtrsim10^{-6}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$), a contribuição do vento de disco para a linha de Hα passa ser mais importante que a contribuição magnetosférica.

- Existe uma temperatura de transição para $T_{\rm ven,MAX}$, abaixo da qual nenhuma componente de absorção deslocada para o azul pode ser vista nas linhas de Hα. Essa temperatura de transição depende de $\dot{M}_{\rm perda}$, e é menor para taxas de perda de massa mais elevadas. A temperatura de transição é $T_{\rm ven,MAX} \lesssim 6000\,{\rm K}$ em ETTCs onde $\dot{M}_{\rm perda} \gtrsim 10^{-8}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$, e alcança $T_{\rm ven,MAX}\sim9000\,{\rm K}$ em ETTCs com $\dot{M}_{\rm perda}\sim10^{-9}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$. A temperatura de transição não deve ultrapassar os 10 000 K, já que acima desta temperatura a maior parte do hidrogênio já estará ionizado. O vento de disco em ETTCs com $\dot{M}_{\rm perda}<10^{-10}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$ não deve produzir nenhuma absorção na linha de Hα, e a absorção nestes casos só deve existir se $r_{\rm do}\ll30{,}0\,{\rm R}_{*}$, ou se a velocidade inicial do material no vento for menor que as velocidades utilizadas aqui. Os parâmetros que afetam a densidade dentro da zona de ejeção podem mudar o valor $T_{\rm ven,MAX}$ de transição.

- A maior parte da contribuição do vento de disco para o fluxo de Hα vem da região mais interna do vento, e a componente de absorção deslocada para o azul também é formada nas

vizinhanças desta região. Quando $\dot{M}_{\rm perda} \leq 10^{-8}\,{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$, a maior parte da contribuição do vento de disco para o perfil de Hα é formada pelo gás lançado de $\varpi \lesssim 20\,{\rm R}_{*}$ no disco. O tamanho dessa região depende da taxa de perda de massa, densidades e temperaturas dentro do vento de disco, e é mais extensa para taxas de perda de massa mais elevadas.

- A componente de absorção deslocada para o azul é muito dependente do tamanho do vento de disco, mas exceto por este fato, a contribuição do vento de disco para a linha de Hα permanece praticamente constante se $\dot{M}_{\rm perda}$ se mantém constante enquanto $r_{\rm do}$ varia. Em uma situação onde $r_{\rm do}$ é pequeno o suficiente de modo que ρ_0 torna-se maior que $10^{-10}\,{\rm g\,cm}^{-3}$, esse comportamento muda, e a linha de Hα como um todo passa a ser influenciada pelo tamanho do vento de disco. A partir desse ponto, a medida que ρ_0 aumenta, a contribuição do vento de disco para a linha de Hα torna-se cada vez maior. Esse valor-limite para ρ_0 deve mudar se utilizarmos um modelo mais realista para o átomo de hidrogênio.

- Os parâmetros adimensionais λ (momento angular específico), ζ (razão entre fluxo de massa e fluxo magnético) e θ_0 (ângulo de lançamento do fluxo), que definem a solução auto-similar do vento, também são os parâmetros que definem a posição da componente de absorção deslocada para o azul da linha de Hα. Esses parâmetros influenciam a profundidade da absorção, já que afetam a densidade dentro da região de ejeção de matéria. Variando estes parâmetros, então, podemos variar a profundidade da absorção e deslocá-la ao longo da parte azul da linha para velocidades maiores ou menores.

Nossos resultados indicam que é necessário a existência de uma ejeção de matéria substancial ($\dot{M}_{\rm perda} \gtrsim 10^{-9}{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$) sendo lançada de $\varpi \lesssim 0{,}2\,{\rm UA}$ para que o vento de disco passe a contribuir para o perfil da linha de Hα como um todo, produzindo também uma componente de absorção deslocada para o azul. Em casos onde a taxa de perda de massa é muito elevada ($\dot{M}_{\rm perda} > 10^{-8}{\rm M}_{\odot}\,{\rm ano}^{-1}$), a região importante para a formação da linha de Hα pode atingir um raio de lançamento $\varpi \gtrsim 0{,}2\,{\rm UA}$. A temperatura máxima dentro do vento de disco também deve ser superior a um certo valor-limite, que depende das densidades dentro do vento, para que ocorra o aparecimento da componente de absorção deslocada para o azul na linha de Hα.

Todos os nossos resultados e conclusões estão presentes em Lima et al. (2010), já publicado na revista *Astronomy & Astrophysics*, e anexado no Apêndice E.

6.1 Perspectivas

Temos perfis de Hα observados de várias ETTCs. Como continuação direta deste trabalho, vamos utilizar o *CVMOD* e o *FLUX* para tentar reproduzir esses perfis de Hα observados, para tentar compreender melhor o ambiente circunstelar ao redor dessas ETTCs, e encontrar melhores limites para os parâmetros desses objetos. Nosso modelo também pode ser bastante útil para o estudo do ambiente circunstelar ao redor de estrelas Ae/Be de Herbig que, como as ETTCs, também possuem uma grande variedade de perfis de linha observados, e ainda são objetos jovens pouco compreendidos.

O objetivo seguinte é implementar um modelo mais completo para o átomo de hidrogênio no código, de modo a obter perfis de linha mais precisos. Utilizando um modelo mais realista podemos fazer um estudo semelhante ao realizado para as outras linhas do hidrogênio, e, além disto, podemos encontrar valores mais precisos para os limites físicos que determinam a transição no comportamento da linha de Hα, e de outras linhas do hidrogênio. Modelando várias linhas ao

mesmo tempo, também podemos diminuir a degenerescência encontrada no cálculo da linha de Hα.

Nosso código pode ainda ser melhorado de diversas maneiras, e otimizado para realizar os cálculos de maneira mais rápida. Um objetivo mais distante é otimizar o código, paralelizá-lo, e calcular as funções-fonte de maneira direta, sem a utilização da aproximação de Sobolev.

Nosso grupo tem estudado a estrutura de temperatura dentro das colunas de acreção. As novas estruturas de temperatura que serão obtidas poderão, então, ser testadas pelo nosso modelo. Vimos que, na maioria dos casos, a maior parte da linha de Hα é formada dentro das colunas de acreção. Se tivermos uma estrutura de temperatura mais realista dentro das colunas de acreção, nosso modelo conseguirá reproduzir perfis de linha muito mais precisos e próximos dos que são observados.

Referências Bibliográficas

Abramowitz, M. & Stegun, I. A. 1964, Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables

Alencar, S. H. P. & Basri, G. 2000, AJ , 119, 1881

Alencar, S. H. P., Basri, G., Hartmann, L., & Calvet, N. 2005, A&A , 440, 595

Aly, J. J. & Kuijpers, J. 1990, A&A , 227, 473

Anderson, J. M., Li, Z., Krasnopolsky, R., & Blandford, R. D. 2003, ApJ , 590, L107

André, P., Bouwman, J., Belloche, A., & Hennebelle, P. 2004, Ap&SS , 292, 325

André, P., Ward-Thompson, D., & Barsony, M. 2000, Protostars and Planets IV, 59

Appenzeller, I., Bertout, C., & Stahl, O. 2005, A&A , 434, 1005

Bacciotti, F., Ray, T. P., Eislöffel, J., et al. 2003, Ap&SS , 287, 3

Baker, J. G. & Menzel, D. H. 1938, ApJ , 88, 52

Basu, S. & Mouschovias, T. C. 1994, ApJ , 432, 720

Blandford, R. D. & Payne, D. G. 1982, MNRAS , 199, 883

Blitz, L. 1993, in Protostars and Planets III, ed. E. H. Levy & J. I. Lunine, 125–161

Blitz, L. & Williams, J. P. 1999, in NATO ASIC Proc. 540: The Origin of Stars and Planetary Systems, ed. C. J. Lada & N. D. Kylafis, 3

Bodenheimer, P. & Sweigart, A. 1968, ApJ , 152, 515

Bouvier, J., Alencar, S. H. P., Boutelier, T., et al. 2007, A&A , 463, 1017

Bouvier, J., Cabrit, S., Fernandez, M., Martin, E. L., & Matthews, J. M. 1993, A&A , 272, 176

Bouvier, J., Covino, E., Kovo, O., et al. 1995, A&A , 299, 89

Burrows, C. J., Stapelfeldt, K. R., Watson, A. M., et al. 1996, ApJ , 473, 437

Cabrit, S., Edwards, S., Strom, S. E., & Strom, K. M. 1990, ApJ , 354, 687

Cai, M. J., Shang, H., Lin, H., & Shu, F. H. 2008, ApJ , 672, 489

Calvet, N. & Gullbring, E. 1998, ApJ , 509, 802

Camenzind, M. 1990, in Reviews in Modern Astronomy, Vol. 3, Reviews in Modern Astronomy, ed. G. Klare, 234–265

Carbon, D. F. & Gingerich, O. 1969, in Theory and Observation of Normal Stellar Atmospheres, ed. O. Gingerich, 377

Casse, F. & Ferreira, J. 2000, A&A , 361, 1178

Cernicharo, J. 1991, in NATO ASIC Proc. 342: The Physics of Star Formation and Early Stellar Evolution, ed. C. J. Lada & N. D. Kylafis, 287

Cerqueira, A. H. 2001, PhD thesis, Universidade de São Paulo

Chandrasekhar, S. 1960, Radiative transfer, ed. Chandrasekhar, S.

Cox, A. N. 2000, Allen's Astrophysical Quantities, ed. Cox, A. N.

Donati, J.-F., Semel, M., Carter, B. D., Rees, D. E., & Collier Cameron, A. 1997, MNRAS , 291, 658

Edwards, S., Hartigan, P., Ghandour, L., & Andrulis, C. 1994, AJ , 108, 1056

Ferreira, J. 2007, Description Dynamique et Quelques Diagnostics Observationnels des Structure Magnétiques d'Accrétion-Ejection

Ferreira, J., Dougados, C., & Cabrit, S. 2006, A&A , 453, 785

Geltman, S. 1962, ApJ , 136, 935

Ghosh, P. & Lamb, F. K. 1979a, ApJ , 232, 259

Ghosh, P. & Lamb, F. K. 1979b, ApJ , 234, 296

Gingerich, O. J., Latham, D. W., Linsky, J. L., & Kumar, S. S. 1967, SAO Special Report, 240, 11

Gray, D. F. 1992, The observation and analysis of stellar photospheres., ed. Gray, D. F.

Gullbring, E., Calvet, N., Muzerolle, J., & Hartmann, L. 2000, ApJ , 544, 927

Harris, III, D. L. 1948, ApJ , 108, 112

Hartigan, P., Edwards, S., & Ghandour, L. 1995, ApJ , 452, 736

Hartmann, L. 1998, Accretion Processes in Star Formation, ed. Hartmann, L.

Hartmann, L., Avrett, E., & Edwards, S. 1982, ApJ , 261, 279

Hartmann, L., Hewett, R., & Calvet, N. 1994, ApJ , 426, 669

Hartmann, L. & MacGregor, K. B. 1980, ApJ , 242, 260

Hayashi, C. 1966, ARA&A, 4, 171

Heiles, C., Goodman, A. A., McKee, C. F., & Zweibel, E. G. 1993, in Protostars and Planets III, ed. E. H. Levy & J. I. Lunine, 279–326

Herbst, W., Bailer-Jones, C. A. L., Mundt, R., Meisenheimer, K., & Wackermann, R. 2002, A&A , 396, 513

IDL Reference Guide. 2007, IDL Reference Guide: IDL Version 7.0, ITT Visual Information Solutions

Johns-Krull, C. M. 2007, ApJ , 664, 975

Johns-Krull, C. M., Valenti, J. A., Hatzes, A. P., & Kanaan, A. 1999a, ApJ , 510, L41

Johns-Krull, C. M., Valenti, J. A., & Koresko, C. 1999b, ApJ , 516, 900

Koenigl, A. 1991, ApJ , 370, L39

Koenigl, A. & Pudritz, R. E. 2000, Protostars and Planets IV, 759

Koenigl, A. & Ruden, S. P. 1993, in Protostars and Planets III, ed. E. H. Levy & J. I. Lunine, 641–687

Koide, S., Shibata, K., & Kudoh, T. 1999, ApJ , 522, 727

Kulkarni, A. K. & Romanova, M. M. 2005, ApJ , 633, 349

Kurosawa, R., Harries, T. J., & Symington, N. H. 2006, MNRAS , 370, 580

Lada, E. A., Strom, K. M., & Myers, P. C. 1993, in Protostars and Planets III, ed. E. H. Levy & J. I. Lunine, 245–277

Larson, R. B. 1969, MNRAS , 145, 271

Larson, R. B. 1994, in Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, Vol. 439, The Structure and Content of Molecular Clouds, ed. T. L. Wilson & K. J. Johnston, 13

Larson, R. B. 2003, Reports on Progress in Physics, 66, 1651

Lima, G. H. R. A., Alencar, S. H. P., Calvet, N., Hartmann, L., & Muzerolle, J. 2010, A&A , 522, A104

Long, M., Romanova, M. M., & Lovelace, R. V. E. 2005, ApJ , 634, 1214

Martin, S. C. 1996, ApJ , 470, 537

Masunaga, H. & Inutsuka, S. 2000, ApJ , 531, 350

McKee, C. F. & Zweibel, E. G. 1995, ApJ , 440, 686

McKee, C. F., Zweibel, E. G., Goodman, A. A., & Heiles, C. 1993, in Protostars and Planets III, ed. E. H. Levy & J. I. Lunine, 327

Menzel, D. H. & Pekeris, C. L. 1935, MNRAS , 96, 77

Mihalas, D. 1978, Stellar atmospheres - 2nd edition, ed. J. Hevelius

Mihalas, D. & Mihalas, B. W. 1984, Foundations of radiation hydrodynamics, ed. Mihalas, D. & Mihalas, B. W.

Mouschovias, T. C. & Ciolek, G. E. 1999, in NATO ASIC Proc. 540: The Origin of Stars and Planetary Systems, ed. C. J. Lada & N. D. Kylafis, 305

Murphy, G. C., Ferreira, J., & Zanni, C. 2010, A&A , 512, A82+

Muzerolle, J., Calvet, N., & Hartmann, L. 1998a, ApJ , 492, 743

Muzerolle, J., Calvet, N., & Hartmann, L. 2001, ApJ , 550, 944

Muzerolle, J., Hartmann, L., & Calvet, N. 1998b, AJ , 116, 455

Muzerolle, J., Hillenbrand, L., Calvet, N., Briceño, C., & Hartmann, L. 2003, ApJ , 592, 266

Muzerolle, J., Luhman, K. L., Briceño, C., Hartmann, L., & Calvet, N. 2005, ApJ , 625, 906

Myers, P. C. 1985, in Protostars and Planets II, ed. D. C. Black & M. S. Matthews, 81–103

Myers, P. C. 1999, in NATO ASIC Proc. 540: The Origin of Stars and Planetary Systems, ed. C. J. Lada & N. D. Kylafis, 67

Myers, P. C. & Goodman, A. A. 1988, ApJ , 329, 392

Palla, F. & Stahler, S. W. 1993, ApJ , 418, 414

Panoglou, D., Cabrit, S., Pineau des Forêts, G., et al. 2010, in preparation

Pelletier, G. & Pudritz, R. E. 1992, ApJ , 394, 117

Penston, M. V. 1966, Royal Greenwich Observatory Bulletin, 117, 299

Penston, M. V. 1969, MNRAS , 144, 425

Pesenti, N., Dougados, C., Cabrit, S., et al. 2004, A&A , 416, L9

Pudritz, R. E. & Norman, C. A. 1983, ApJ , 274, 677

Pudritz, R. E. & Norman, C. A. 1986, ApJ , 301, 571

Ray, T., Dougados, C., Bacciotti, F., Eislöffel, J., & Chrysostomou, A. 2007, Protostars and Planets V, 231

Reipurth, B. 2000, AJ , 120, 3177

Reipurth, B. 2001, in IAU Symposium, Vol. 200, The Formation of Binary Stars, ed. H. Zinnecker & R. Mathieu, 249

Reipurth, B., Pedrosa, A., & Lago, M. T. V. T. 1996, A&AS , 120, 229

Romanova, M. M., Ustyugova, G. V., Koldoba, A. V., & Lovelace, R. V. E. 2002, ApJ , 578, 420

Romanova, M. M., Ustyugova, G. V., Koldoba, A. V., & Lovelace, R. V. E. 2004, ApJ , 610, 920

Romanova, M. M., Ustyugova, G. V., Koldoba, A. V., & Lovelace, R. V. E. 2009, MNRAS , 399, 1802

Romanova, M. M., Ustyugova, G. V., Koldoba, A. V., Wick, J. V., & Lovelace, R. V. E. 2003, ApJ , 595, 1009

Rybicki, G. B. & Hummer, D. G. 1978, ApJ , 219, 654

Safier, P. N. 1993, ApJ , 408, 115

Seaton, M. J. 1958, MNRAS , 118, 504

Shu, F., Najita, J., Ostriker, E., et al. 1994, ApJ , 429, 781

Shu, F. H. 1977, ApJ , 214, 488

Shu, F. H., Adams, F. C., & Lizano, S. 1987, ARA&A, 25, 23

Shu, F. H., Najita, J. R., Shang, H., & Li, Z. 2000, Protostars and Planets IV, 789

Sobolev, V. V. 1947, Moving Envelopes of Stars (Leningrad: Leningrad State University [in Russian])

Sobolev, V. V. 1957, Soviet Astronomy, 1, 678

Stilley, J. L. & Callaway, J. 1970, ApJ , 160, 245

Symington, N. H., Harries, T. J., Kurosawa, R., & Naylor, T. 2005, MNRAS , 358, 977

Takami, M., Bailey, J., & Chrysostomou, A. 2003, A&A , 397, 675

Thomas, R. N. 1957, ApJ , 125, 260

Tomisaka, K. 2002, ApJ , 575, 306

Valenti, J. A. & Johns-Krull, C. M. 2004, Ap&SS , 292, 619

van Ballegooijen, A. A. 1994, SSRv, 68, 299

Vernazza, J. E., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1973, ApJ , 184, 605

Vidal, C. R., Cooper, J., & Smith, E. W. 1973, ApJS , 25, 37

Visser, A. E., Richer, J. S., & Chandler, C. J. 2002, AJ , 124, 2756

Ward-Thompson, D. 2002, Science, 295, 76

Warner, B. 2004, PASP , 116, 115

White, R. J. & Basri, G. 2003, ApJ , 582, 1109

Williams, J. P., Blitz, L., & McKee, C. F. 2000, Protostars and Planets IV, 97

Zanni, C., Ferrari, A., Rosner, R., Bodo, G., & Massaglia, S. 2007, A&A , 469, 811

Apêndices

Apêndice A

Glossário de Abreviações, Constantes e Símbolos

Tabela A.1: Tabela de abreviações utilizadas na tese.

Abreviação	Descrição
BP	Blandford & Payne (1982)
ET	Equilíbrio Termodinâmico
ETL	Equilíbrio Termodinâmico Local
ETTC	Estrela T Tauri clássica
ETTF	Estrela T Tauri fraca
HHC	Hartmann et al. (1994)
KHS	Kurosawa et al. (2006)
MHD	Magneto-hidrodinâmica

Tabela A.2: Tabela de constantes utilizadas na tese.

Constante	**Descrição**	**Valor (cgs)**
c	Velocidade da luz no vácuo	$2{,}99792458\times10^{10}$ cm s^{-1}
G	Constante gravitacional	$6{,}67259\times10^{-8}$ cm^3 g^{-1} s^{-2}
h	Constante de Planck	$6{,}626068\times10^{-27}$ erg s
k	Constante de Boltzmann	$1{,}3806503\times10^{-23}$ erg K^{-1}
$m_{\rm e}$	Massa do elétron	$9{,}10938215\times10^{-28}$ g
$m_{\rm p}$	Massa do próton	$1{,}67262163\times10^{-24}$ g
$M_\odot$	Massa solar	$1{,}98892\times10^{33}$ g
$q_{\rm e}$	Carga do elétron	$-4{,}803\times10^{-10}$ esu
$R_\odot$	Raio solar	$6{,}955\times10^{10}$ cm
$\mathscr{R}$	Constante de Rydberg	13,6 eV
$\sigma_{\rm R}$	Constante de Stephan-Boltzmann	$5{,}670400\times10^{-5}$ erg cm^{-2} s^{-1} K^{-4}

Tabela A.3: Tabela de símbolos utilizados na tese.

Símbolo	Descrição
a_ν	Coeficiente macroscópico de absorção para fótons com frequência ν
A_{ji}	Coeficiente de emissão espontânea de Einstein para a transição de um estado superior j para um estado inferior i
b_z, $b_z(\chi)$	Função auto-similar que define a componente z do campo magnético dentro do vento magneto-centrífugo
b_ϕ, $b_\phi(\chi)$	Função auto-similar que define a componente ϕ do campo magnético dentro do vento magneto-centrífugo
b_ϖ, $b_\varpi(\chi)$	Função auto-similar que define a componente ϖ do campo magnético dentro do vento magneto-centrífugo
B	Módulo do campo magnético total
$\boldsymbol{B}$	Vetor campo magnético
B_*	Módulo do campo magnético na superfície da estrela
B_{ij}	Coeficiente de absorção de Einstein para a transição de um estado inferior i para o estado superior j
B_{ji}	Coeficiente de emissão estimulada de Einstein para a transição de um estado superior j para o estado inferior i
B_p	Módulo do campo magnético poloidal
$\boldsymbol{B}_\mathrm{p}$	Vetor campo magnético na direção poloidal
$B_{\mathrm{p},0}$	Módulo do campo magnético poloidal na superfície do disco de acreção
B_r	Módulo do campo magnético radial em coordenadas esféricas
$B_\nu(T)$	Função de Planck
B_ϕ	Módulo do campo magnético toroidal
$\boldsymbol{B}_\phi$	Vetor campo magnético toroidal
c_s	Velocidade da som
C	Coeficiente de $\chi(\xi)$
C_{ij}	Taxa de transição por colisão entre os estados ligados i e j
$C_{i\kappa}$	Taxa de ionização por colisão a partir do estado ligado i
$C_{\kappa i}$	Taxa de recombinação por colisão para o estado ligado i
D	Coeficiente de $\chi(\xi)$
e	Energia específica ou constante de Bernoulli
$E_n(x)$	Integral exponencial de ordem n
E_v	Energia total sendo retirada do disco pelo vento magneto-centrífugo
E_ν, $E(\boldsymbol{r}, \nu, t)$	Densidade de energia monocromática
$\mathscr{E}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$	Energia monocromática total
$\boldsymbol{E}$	Vetor campo elétrico
$f(n', n)$	Força de oscilador para uma transição ligado-ligado entre os níveis n e n'

Tabela A.3 – Continued

Símbolo	Descrição
$f(n', k)$	Força de oscilador para uma transição ligado-livre entre os níveis ligado n' e livre k
$f(k', k)$	Força de oscilador para uma transição livre-livre entre os níveis k e k'
$f_{\mathrm{K}}(n', n)$	Função de Kramers para uma transição entre os níveis n e n'
f_{Ω}	Quadrado da razão entre as velocidades angulares Keplerianas em R_{co} e em R_{T}
$f(\chi)$, f	Função que define a componente z da velocidade auto-similar do material
f_{ij}	Força de oscilador para transições ligado-ligado entre níveis i e j
$f_{jk}(n_{\mathrm{e}}, T)$	Razão entre as densidades populacionais n_{jk} e n_k
$f_{\mathrm{p}}(\chi)$, f_{p}	Função que define a componente poloidal da velocidade auto-similar do material
$\mathscr{F}_z$, $\mathscr{F}(z, \nu, t)$	Fluxo de radiação na direção z
$\mathscr{F}_\nu$, $\mathscr{F}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$	Fluxo de radiação
$g(\chi)$, g	Função que define a componente ϕ da velocidade auto-similar do material
$g_I(n', n)$	Fator de Gaunt para uma transição entre os estados n e n'
$g_{II}(n', k)$	Fator de Gaunt para uma transição ligado-livre de um estado ligado n' para um estado livre k
$g_{III}(k', k)$	Fator de Gaunt para uma transição livre-livre entre os estados k e k'
$\bar{g}_{III}(\nu, T)$	Valor médio do fator de Gaunt de uma transição livre-livre
g_i	Degenerescência do estado de excitação i
g_{ijk}	Degenerescência do estado de excitação i de um átomo da espécie k em estado de ionização j
h	Entalpia específica
$H(a, V)$	Função de Hjerting
$H(z, \nu, t)$	Fluxo de Eddington
$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$	Fluxo médio de radiação
$I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$	Intensidade específica de radiação
j_{v}	Momento angular por unidade de área sendo retirado do disco pelo vento magneto-centrífugo
$J(\boldsymbol{r}, \nu, t)$	Intensidade média de radiação
J_ν	Intensidade média de radiação de frequência ν
$\bar{J}_{ij}$	Intensidade média ao longo do perfil de linha gerado pela transição $i \rightarrow j$
$\bar{J}_\nu$	Intensidade média ao longo do perfil de uma linha centrada em ν
$\boldsymbol{J}$	Vetor densidade de corrente elétrica

Tabela A.3 – Continued

Símbolo	Descrição
$K(z, \nu, t)$	Segundo momento de Eddington da intensidade específica de radiação
l	Momento angular específico
$L_{\rm HS}$	Luminosidade da mancha quente
m	Quadrado do número de Mach Alfvénico
$m_{\rm B}$	Momento de dipólo magnético
M_*	Massa estelar
n, n'	Número quântico principal
$n_{\rm e}$	Densidade populacional de elétrons
$n_{\rm H}$	Densidade populacional de hidrogênio
$n_{\rm H^-}$	Densidade populacional de H^-
n_i	Densidade populacional do estado de excitação i
n_{jk}	Densidade populacional de átomos da espécie k, estado de ionização j
n_{ijk}	Densidade populacional de átomos da espécie k, estado de ionização j e estado de excitação i
N	Densidade total de partículas
N_k	Densidade populacional de átomos da espécie k
$\dot{M}_{\rm acr}$	Taxa de acreção de massa
$\dot{M}_{\rm perda}$	Taxa de perda de massa por ejeção magneto-centrífuga
p	Pressão
$p_{\rm B}$	Pressão magnética
$p_{\rm din}$	Pressão dinâmica
$p_{\rm e}$	Pressão eletrônica
p_ν	Pressão de radiação
P	Tensor de *stress*
$\mathsf{P}(\boldsymbol{r}, \nu, t)$	Tensor pressão de radiação
$Q_{\rm T}$	Taxa de aquecimento volumétrico
$Q(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{n})$	Gradiente de velocidade em $\boldsymbol{r}_i$ na direção $\boldsymbol{n}$
r	Raio em coordenadas esféricas
$\boldsymbol{r}$	Vetor posição
$\hat{\boldsymbol{r}}$	Vetor radial unitário em coordenadas esféricas
$r_{\rm di}$	Raio que delimita internamente a zona de ejeção de matéria sobre o disco
$r_{\rm do}$	Raio que delimita externamente a zona de ejeção de matéria sobre o disco
$r_{\rm m}$	Raio no qual uma linha de campo magnético estelar cruza o disco de acreção
$r_{\rm mi}$	Raio no qual a linha mais interna do funil de acreção cruza o disco
$r_{\rm mo}$	Raio no qual a linha mais externa do funil de acreção cruza o disco
$R(\boldsymbol{n}', \nu', \boldsymbol{n}, \nu)$	Função redistribuição

Tabela A.3 – Continued

Símbolo	Descrição
R_{ij}	Taxa de transição por radiação entre dois estados ligados/livres i e j
$R_{i\kappa}$	Taxa de ionização por radiação a partir de um estado ligado i
$R_{\kappa i}$	Taxa de recombinação por radiação para um estado ligado i
R_*	Raio estelar
$R_{\rm co}$	Raio de corrotação
$R_{\rm T}$	Raio de truncamento
$R_{\rm A}$	Raio de Alfvén
$S(\boldsymbol{r}, t, \boldsymbol{n}, \nu)$	Função-fonte na posição $\boldsymbol{r}$, na direção $\boldsymbol{n}$, no tempo t para frequência ν
S_l	Função-fonte da linha l
S_ν	Função-fonte para radiação de frequência ν
$T_{\rm HS}$	Temperatura da mancha quente
$U_{jk}(T)$	Função partição do átomo da espécie k no estado de ionização j
$\boldsymbol{v}$	Vetor velocidade do gás ou fluido
v_A	Velocidade de Alfvén
$v_{\rm p}$	Módulo da velocidade poloidal
$\boldsymbol{v}_{\rm p}$	Vetor velocidade na direção poloidal
$v_{\rm r}$	Módulo da velocidade radial em coordenadas esféricas
v_ϕ	Módulo da velocidade azimutal
$\boldsymbol{v}_\phi$	Vetor velocidade na direção azimutal
$\boldsymbol{W}_{\rm p}$	Componente poloidal de $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$
$\boldsymbol{W}_\phi$	Componente toroidal de $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$
z	Coordenada cartesiana ou cilíndrica
$\hat{\boldsymbol{z}}$	Vetor unitário em coordenada cilíndrica
$\alpha_{ij}(\nu)$	Seção reta de absorção da transição entre os estados i e j para fótons de frequência ν
$\alpha_{i\kappa}(\nu)$	Seção reta de absorção da transição ligado-livre a partir do estado i para fótons de frequência ν
$\alpha_{\kappa\kappa}(\nu, T)$	Seção reta de absorção para transições livre-livre para fótons de frequência ν
α_k	Abundância do elemento k
α_ν	Coeficiente de absorção por fotoionização de fótons com frequência ν
α_{ν,H^-}	Coeficiente de absorção do H^{-a} de fótons com frequência ν
$\beta(\boldsymbol{r})$	Probabilidade de escape da radiação em $\boldsymbol{r}$
$\beta_{c*}(\boldsymbol{r})$	Probabilidade de um fóton escapar de $\boldsymbol{r}$ e atingir a fotosfera da estrela
$\beta_{ch}(\boldsymbol{r})$	Probabilidade de um fóton escapar de $\boldsymbol{r}$ e atingir o anel de acreção da estrela
$\Delta\nu_D$	Largura Doppler da linha

Tabela A.3 – Continued

Símbolo	Descrição
γ	Largura Lorentziana total da linha
γ_{rad}	Largura natural da linha
γ_{Stark}	Largura Stark da linha
γ_{vdW}	Largura de van der Waals da linha
ϵ	Parâmetro adimensional que representa a energia específica dentro do vento magneto-centrífugo
ζ	Parâmetro adimensional que representa a razão entre os fluxos de matéria e magnético dentro do vento magneto-centrífugo
$\eta(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$	Emissividade total
$\eta^{\mathrm{esp.}}(\boldsymbol{r}, \nu)$	Emissividade por espalhamento Thompson
$\eta^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$	Emissividade por espalhamento
$\eta^{\mathrm{t}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$	Emissividade térmica
$\eta_l(\nu)$	Emissividade da linha l na frequência ν
η_ν^{t}	Emissividade térmica total na frequência ν
η_{p}	Razão entre os fluxos de massa e de campo magnético na direção poloidal
$\eta(\chi), \eta_\chi$	Função auto-similar que define a densidade dentro do vento magneto-centrífugo
θ	Ângulo polar em coordenadas esférica
θ_0	Ângulo de lançamento em relação ao disco de acreção de um vento magneto-centrífugo
θ_{c}	Ângulo crítico entre a linha de campo magnético e o disco de acreção para que ocorra o aparecimento de um vento magneto-centrífugo
θ_{i}	Ângulo polar no qual a linha mais interna do funil de acreção intercepta a superfície estelar
θ_{o}	Ângulo polar no qual a linha mais externa do funil de acreção intercepta a superfície estelar
θ_{s}	Ângulo polar no qual uma certa linha de campo magnético dipolar intercepta a superfície estelar
λ	Parâmetro adimensional que representa a o momento angular específico dentro do vento magneto-centrífugo
$\Lambda(T)$	Taxa de resfriamento radiativo
μ_{H}	Massa reduzida do hidrogênio
ν, ν'	Frequência
ν_{ij}	Frequência do fóton emitido/absorvido em transições do estado i para o estado j
κ_{p}	Constante de conversão de campo magnético para velocidade na direção poloidal
$\kappa(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$	Coeficiente de absorção térmica
κ_ν	Coeficiente de absorção do contínuo de fótons com frequência ν

Tabela A.3 – Continued

Símbolo	Descrição
κ_{ν,H^-}	Coeficiente de absorção do H^{-1} para fótons com frequência ν
$\kappa_{\nu}^{\text{Ray.}}$	Coeficiente total de absorção para o espalhamento Rayleigh para fótons com frequência ν
ξ, $\xi(\chi)$	Função auto-similar que define a coordenada ϖ do material dentro do vento magneto-centrífugo
ξ'	Derivada de ξ em relação a χ
ϖ	Raio em coordenadas cilíndricas
$\hat{\boldsymbol{\varpi}}$	Vetor unitário radial em coordenadas cilíndricas
ρ	Densidade
ρ_{q}	Densidade de carga elétrica
$\sigma(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$	Coeficiente de espalhamento
$\sigma_{ij}(\omega)$	Seção reta de absorção por espalhamento Rayleigh para fótons com frequência angular ω
σ_{e}	Seção reta de absorção do elétron
$\sigma_l(\boldsymbol{r})$	Coeficiente total de espalhamento da linha l
$\tau(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r'}, \nu)$	Profundidade óptica entre os pontos $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{r'}$ na frequência ν
$\tau(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{n})$	Profundidade óptica entre entre o ponto $\boldsymbol{r}_i$ e ∞ na direção $\boldsymbol{n}$
τ_ν	Profundidade óptica para radiação de frequência ν
ϕ	Ângulo azimutal em coordenadas cilíndricas ou esféricas
$\phi(\nu')$, ϕ_ν	Perfil de absorção
$\hat{\boldsymbol{\phi}}$	Vetor unitário na direção azimutal em coordenadas cilíndricas ou esféricas
Φ	Potencial gravitacional
Φ'	Potencial efetivo
$\tilde{\Phi}_{jk}(T)$	Fator de Saha-Boltzmann para o estado de ionização j do átomo da espécie k a temperatura T
$\tilde{\Phi}_H(T)$	Fator de Saha-Boltzmann para o átomo de hidrogênio a temperatura T
χ	Função auto-similar que define a coordenada z do material dentro do vento magneto-centrífugo
$\chi(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{n}, \nu, t)$	Opacidade
χ_{ijk}	Energia de excitação do nível i em relação ao nível fundamental, de um átomo da espécie k e estado de ionização j
χ_{lu}	Opacidade da linha gerada pela transição entre um estado inferior l e superior u
χ_ν	Opacidade total na frequência ν
$\chi_l(\nu)$	Opacidade da linha l na frequência ν
$\psi(\nu)$, ψ_ν	Perfil de emissão
Ω	Velocidade angular
Ω_l	Constante de rotação da linha de campo magnético

Apêndice B

Arquivo config

Abaixo temos um exemplo de arquivo de configuração que é utilizado pelo *CV* e pelo *CVMOD*. Esse arquivo pode ser gerado pelo próprio *CV* ou *CVMOD*.

```
 Lines with an initial # need not contain an =
# Lines with an initial '\n' (i.e., empty lines) are allowed.
# All other lines must contain an '=' sign, and it must occur before any
# (optional) '#'.  The part of the line after the '#' is ignored.
# Don't use '#' or '=' as part of a label name.

# Except where numerically keyed selections are in use, '0' (zero) means no, and '1' (one) means yes.


VERBOSE                 =0              # Put the number of a code listed below to control verbose output.
# 0:NONE,1:SURFACE,2:DIAG,3:FIELD,4:VELTABLE,5:INT,6:JBAR,7:GRAD,8:SOURCE,9:PROFILE,10:SOURCESURFACE,11:GRID,12:CROSSING,13:MONITOR
# Warning: using 2:DIAG for a normally dimensioned job can easily fill a disk.
AUXVERBOSE              =2              # Put the number of a code listed below to control verbose output for special point.
SPECIAL_I               =-1             # The 'i' index of the source grid point where AUXVERBOSE level will be used. (-1 => don't use)
SPECIAL_J               =-1             # The 'j' index of the source grid point where AUXVERBOSE level will be used. (-1 => don't use)


VELOCITY_LAW            =7              # Put the number of a code listed below to select a cv model.
# Velocity law also dictates the geometry: 0:RADIAL,1:MAGNETO,2:INFALL,3:HUMMER,4:ROTMAGNETO,5:MAGNETOTABLE,6:DISKWIND,7:MAGNETO + DISKWIND


# Indicate what phase of a cv job you want to run by selecting one of the codes listed in the accompanying comment.
JOB_TYPE                =5              # 0:ignore, 1:surface, 2:source, 3:profile, 4:ioneql, 5:makegrid

USE_GRID_FILE           =0              # Use the information in GRID_FILENAME for densities and temperatures over the grid.
USE_TEMPERATURES_ONLY   =0              # Use the information in GRID_FILENAME only for temperatures over the grid.
GRID_FILENAME           =grid.dat       # A file of densities and temperatures over the grid.
SURFACES_FILENAME       =surfaces.test  # A file of binary surface information.
VELOCITY_FILENAME       =diskwindxcv    # A file of velocity data, currently used in MAGNETOTABLE and DISKWIND
PROF_VEL_FILENAME       =profveltable   # A file of a list of velocities at which line profile intensities are to be found.


# Physical parameters.
STELLAR_RAD_IN_RSUN     =2.00           # Stellar radius in Rsun.
STELLAR_MASS_IN_MSUN    =0.50           # Stellar mass in Msun.
MAX_RADIUS              =3.             # All computation occurs within this number of stellar radii,
#                                         unless overridden by DISKWIND outer corner, or OUTER_R0.
TEMP_STAR               =4.0e3          # Temperature of stellar photosphere.
TEMP_RING               =8.e3           # Only consulted in magnetosphere cases.
RADIATION_TEMP          =4.0e3          # For IONEQL.
TEMP_GAS                =4.0e3          # Ignored if USE_GRID_FILE or USE_TEMPERATURES_ONLY is yes.
FIXED_EPSILON           =-1.            # Set this to negative to disable.


# Atomic parameters when using atom file (currently when and only when ELEMENT==1).
USE_ATOM_FILE           =1              # 1 means yes, 0 means no.
DO_MULTI                =0              # 1 means yes, 0 means no.  Multi means derive source from n(lower), n(upper).
ELEMENT                 =1              # Use the atomic number.
ATOM_FILENAME           =hydrogen.dat   # The name of the file containing atomic parameters.
LOWERLEVEL              =2              # For H
UPPERLEVEL              =3              # For H

# Line values needed if not using atom file.
ABUNDANCE               =1              # Set this fudge factor to one if using atom file.
OSCILLATOR              =0.649          #
C_UPPERLEVEL            =6.55e-8        #
```

```
A_UPPERLEVEL            =6.22e7         #
FREQUENCY               =0.             # If zero, determine from WAVELENGTH.
WAVELENGTH              =5.890e-5       # cm

# Parameters to control photospheric profile:
# correction=1-LINE_DEPTH*((1-LINE_WING)*exp(-x*x)+LINE_WING/((1+x)**2)),
# x=v/LINE_DOPPLER_WIDTH, v=velocity from line center.
LINE_DEPTH              = 0.0           #
LINE_DOPPLER_WIDTH      = 100           # km/s
LINE_WING               = 0.0           #

# Used in magnetosphere and diskwind.
SUPPRESS_ROTATION       =0              #
DO_HOTSPOT              =0              #
HOTSPOTPHI1             =0.             # in degrees
HOTSPOTPHI2             =0.             # in degrees

# Used in diskwind
DISKWIND_INNER_X0       =3.01           #
DISKWIND_OUTER_X0       =30.0           #
DISKWIND_Z_HEIGHT       =32.0           #
DISKWIND_A              =0.430          #
DISKWIND_B              =-0.200         #
DISKWIND_RHO0           =4.7e-12        #
DISKWIND_TDMAX          =3.27e3         #

# Magnetosphere stuff.
DENSITY_FACTOR          =1.             # Densities in MAGNETOTABLE velocity table get multiplied by this.
MASS_FLOW               =6.3e17         # gm/s, this is the handle on densConst.
INNER_R0                =2.2            # radius where inner field line intersects disk plane.
OUTER_R0                =3.0            # radius where outer field line intersects disk plane.
BEQ                     =2.5e3          # equatorial stellar magnetic field in Gauss.
POL_VEL_INNER           =3.0e-3         # initial poloidal velocity on the inner field line in units of (G*Mstar/Rstar).
OMEGASK                 =0.26           # ratio of omega(star) to omega(Keplerian).
XLIN                    =1.34           # specific angular momentum for the inner field line in units of (G*Mstar/Rstar)^(1/2).

# Rybicki and Hummer stuff
RH_TAU0                 = 0.1           #

# Source function dimensions.
MAX_ITERATION           =4              # See cvdim.h for maximum allowable dimensions.
NSOURCE_X               =40             #
NSOURCE_Z               =40             #
NSOURCE_PHI             =40             #
NSOURCE_THETA           =40             #
NSOURCE_STEP            =500            # This parameter is overridden in magnetosphere case.
SOURCE_THETASTAR_FRAC   =2              # Number of rays on star is NSOURCE_THETA/SOURCE_THETASTAR_FRAC.

# Profile dimensions.
PROF_VEL_FACTOR         =1.0            # If negative, scale values in PROF_VEL_TABLE by max velocity
NPROFILE_VELOCITY       =60             #
NPROFILE_ANGLE          =40             #
NPROFILE_RADII          =50             # This is the total number of radii, including NPROFILE_STAR_RADII.
NPROFILE_STAR_RADII     =20             #
NPROFILE_STEP           =600            # This parameter is overridden in magnetosphere case.
FIRST_VELOCITY          = -400.         # km/s
LAST_VELOCITY           =  400.         #
INCLINATION             =90.            # 90o is equator-on, 0o is pole-on.  Ordinarily control using -i command line.

# Can use these with JOB_TYPE 0, ordinarily JOB_TYPE!=0 overrides these.
USE_SAVED_SURFACES      =0              # 0 means don't use SURFACES_FILENAME as a surface file, 1 means do.
SAVE_SURFACES           =1              #
USE_SAVED_SOURCE        =0              # 0 means don't use SOURCE_NAME as source function, 1 means do.
SAVE_SOURCE             =1              # 0 means don't save source function to SOURCE_NAME (overwrites), 1 means do.
DO_PROFILE              =0              #
DO_IONEQL               =0              #
```

Apêndice C

Arquivo hydrogen.dat

O arquivo hydrogen.dat é o arquivo que é utilizado pelos códigos *CV* e *CVMOD*, e que contém as características atômicas do hidrogênio. A primeira parte contém a frequência de ionização (ν_{ik}=nu0), seção reta de ionização (α_{ik}=alfa0) e degenerescência (g_i=g) dos 8 primeiros níveis do átomo. Na segunda parte temos o nome da transição, seguida pelos níveis *l* (Ilw) e *u* (Iup) responsáveis pela transição, o coeficiente de emissão espontânea (A_{ul}=Aul), as larguras dos perfis Stark (γ_{Stark}=Gstark), de van der Waals (γ_{vdW}=Gvdw), e natural (γ_{rad}=Grad), e o expoente do alargamento Stark (expstark). A terceira parte contém as seções retas de transição por colisão de várias transições (Ce), e abaixo as seções retas de ionização por colisão de vários níveis (Cek), para várias temperaturas (veja a Seção 4.1.1.2 para uma descrição mais detalhada). Abaixo temos a listagem completa desse arquivo:

```
                                                Hydrogen  atom

                Levels
      Level   nu0       alfa0       g

L       1  3.288E+15  7.910E-18    2.0
L       2  8.220E+14  1.385E-17    8.0
L       3  3.653E+14  2.158E-17   18.0
L       4  2.055E+14  2.909E-17   32.0
L       5  1.315E+14  3.633E-17   50.0
L       6  9.133E+13  4.443E-17   72.0
L       7  6.710E+13  5.470E-17   98.0
L       8  5.138E+13  6.320E-17  128.0

-------------------------------------------------------------------------------------------------
                                        Lines

    Line  Ilw Iup        Aul     Gstark       Gvdw       Grad   expstark
T 1 Lyalpha 1   2  4.699E+08  2.000E-08  9.100E-06  1.840E-05  6.667E-01
T 2 Halpha  2   3  4.410E+07  1.174E-03  4.400E-04  6.500E-04  6.667E-01
T 3 Hbeta   2   4  8.419E+06  2.410E-03  4.000E-04  3.130E-04  6.667E-01
T 4 Palpha  3   4  8.986E+06  3.000E-04  5.730E-03  1.210E-03  6.667E-01
T 5 Hgamma  2   5  2.530E+06  3.360E-03  4.580E-04  2.400E-04  6.667E-01
T 6 Pbeta   3   5  2.201E+06  0.000E+00  3.830E-03  4.850E-04  6.667E-01
T 7 Balpha  4   5  2.699E+06  0.000E+00  4.270E-02  1.810E-03  6.667E-01
T 8 Lybeta  1   3  5.575E+07  3.000E-07  1.150E-05  2.800E-06  6.667E-01


                        Collisional cross-sections
```

Level-Level (bound-bound) transitions

Ce

	To		Te	1	2	3	4	5	6	7	8
C	1	1	5000.00	0.00E+00	2.19E-08	7.62E-09	2.75E-09	1.57E-09	9.23E-10	5.91E-10	3.98E-10
C	1	2	9000.00	0.00E+00	2.18E-08	6.63E-09	2.28E-09	1.26E-09	7.38E-10	4.67E-10	3.13E-10
C	1	3	15000.00	0.00E+00	2.11E-08	6.30E-09	2.08E-09	1.11E-09	6.42E-10	4.04E-10	2.70E-10
C	1	4	25000.00	0.00E+00	2.04E-08	6.61E-09	2.13E-09	1.09E-09	6.22E-10	3.88E-10	2.58E-10
C	1	5	35000.00	0.00E+00	2.02E-08	7.29E-09	2.35E-09	1.17E-09	6.64E-10	4.12E-10	2.74E-10
C	2	1	5000.00	0.00E+00	0.00E+00	5.40E-07	9.97E-08	4.50E-08	2.14E-08	1.32E-08	8.75E-09
C	2	2	9000.00	0.00E+00	0.00E+00	6.66E-07	1.06E-07	4.20E-08	1.98E-08	1.18E-08	7.71E-09
C	2	3	15000.00	0.00E+00	0.00E+00	8.46E-07	1.16E-07	4.50E-08	2.01E-08	1.17E-08	7.54E-09
C	2	4	25000.00	0.00E+00	0.00E+00	8.21E-07	1.27E-07	4.80E-08	2.13E-08	1.23E-08	7.81E-09
C	2	5	35000.00	0.00E+00	0.00E+00	8.56E-07	1.34E-07	5.10E-08	2.22E-08	1.27E-08	8.09E-09
C	3	1	5000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	4.00E-06	5.86E-07	2.17E-07	1.11E-07	6.71E-08
C	3	2	9000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	4.50E-06	6.77E-07	2.42E-07	1.20E-07	7.01E-08
C	3	3	15000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	4.80E-06	7.44E-07	2.64E-07	1.29E-07	7.48E-08
C	3	4	25000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	4.90E-06	7.83E-07	2.80E-07	1.36E-07	7.88E-08
C	3	5	35000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	4.90E-06	7.91E-07	2.84E-07	1.39E-07	8.00E-08
C	4	1	5000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.78E-05	2.50E-06	8.64E-07	4.21E-07
C	4	2	9000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.89E-05	2.80E-06	9.61E-07	4.65E-07
C	4	3	15000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.90E-05	2.90E-06	1.00E-06	4.89E-07
C	4	4	25000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.86E-05	2.80E-06	1.00E-06	4.92E-07
C	4	5	35000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.79E-05	2.80E-06	1.00E-06	4.82E-07
C	5	1	5000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	5.55E-05	7.70E-06	2.60E-06
C	5	2	9000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	5.57E-05	8.30E-06	2.80E-06
C	5	3	15000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	5.43E-05	7.90E-06	2.80E-06
C	5	4	25000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	5.12E-05	7.50E-06	2.70E-06
C	5	5	35000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	4.87E-05	7.10E-06	2.50E-06
C	6	1	5000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.31E-04	1.86E-05
C	6	2	9000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.27E-04	1.84E-05
C	6	3	15000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.21E-04	1.75E-05
C	6	4	25000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.12E-04	1.60E-05
C	6	5	35000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.04E-04	1.49E-05
C	7	1	5000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.71E-04
C	7	2	9000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.57E-04
C	7	3	15000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.40E-04
C	7	4	25000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.10E-04
C	7	5	35000.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.00E-04

Bound level to continuum

Cek

			Te	1	2	3	4	5	6	7	8
C	0	1	5000.00	9.01E-09	1.34E-07	5.72E-07	1.50E-06	2.90E-06	4.80E-06	6.70E-06	9.10E-06
C	0	2	9000.00	9.01E-09	1.34E-07	5.72E-07	1.50E-06	2.90E-06	4.80E-06	6.70E-06	9.10E-06
C	0	3	15000.00	9.01E-09	1.34E-07	5.72E-07	1.50E-06	2.90E-06	4.80E-06	6.70E-06	9.10E-06
C	0	4	25000.00	9.01E-09	1.34E-07	5.72E-07	1.50E-06	2.90E-06	4.80E-06	6.70E-06	9.10E-06
C	0	5	35000.00	9.01E-09	1.34E-07	5.72E-07	1.50E-06	2.90E-06	4.80E-06	6.70E-06	9.10E-06

Apêndice D

Biblioteca: param.h

A biblioteca param.h é utilizada pelo *FLUX* e contém os dados do átomo de hidrogênio que serão utilizados no cálculo dos perfis de linha. Esses dados são: frequência de ionização e degenerescência dos 20 primeiros níveis do átomo, coeficiente de emissão espontânea A_{ul} para todas as transições entre cada um dos 20 primeiros níveis do átomo, as larguras dos perfis Stark γ_{Stark}, natural ou radiativo γ_{rad} e de van der Waals γ_{vdW} de várias das linhas das séries de Lyman, Balmer, Paschen e Brackett, o expoente utilizado no alargamento Stark, e a abundância do átomo. O arquivo com esses dados está listado abaixo:

```
c       hydrogen line parameters for flux calculation

        data xnu0/3.2881E+15,8.2201E+14,3.6534E+14,2.0550E+14,
     .  1.3152E+14,9.1335E+13,6.7103E+13,5.1376E+13,4.0457E+13,
     .  3.2963E+13,2.7267E+13,2.2770E+13,1.9498E+13,1.6815E+13,
     .  1.4654E+13,1.2884E+13,1.1416E+13,1.0188E+13,9.1479E+12,
     .  8.2618E+12/
        data g/2.,8.,18.,32.,50.,72.,98.,128.,162.,200.,242.,288.,338.,
     .  392.,450.,512.,578.,648.,722.,800./
        data eAul/
     .  0.,4.699e8,5.575e7,1.278e7,4.125e6,1.644e6,7.568e5,3.869e5,
     .  2.142e5,1.263e5,7.834e4,5.066e4,3.393e4,2.341e4,1.657e4,
     .  1.200e4,8.858e3,6.654e3,5.077e3,3.928e3,
     .  2*0.,4.41e7,8.419e6,2.531e6,9.733e5,4.389e5,2.215e5,1.216e5,
     .  7.122e4,4.397e4,2.834e4,1.893e4,1.303e4,9.210e3,6.658e3,
     .  4.910e3,3.685e3,2.809e3,2.172e3,
     .  3*0.,8.985e6,2.201e6,7.786e5,3.36e5,1.651e5,8.908e4,5.157e4,
     .  3.157e4,2.021e4,1.343e4,9.211e3,6.490e3,4.680e3,3.444e3,
     .  2.580e3,1.964e3,1.517e3,
     .  4*0.,2.696e6,7.711e5,3.044e5,1.425e5,7.466e4,4.238e4,2.558e4,
     .  1.622e4,1.069e4,7.288e3,5.110e3,3.671e3,2.693e3,2.013e3,
     .  1.529e3,1.178e3,
     .  5*0.,1.025e6,3.253e5,1.389e5,6.917e4,3.805e4,2.249e4,1.404e4,
     .  9.148e3,6.185e3,4.308e3,3.079e3,2.249e3,1.675e3,1.268e3,
     .  9.751e2,
     .  6*0.,4.56e5,1.561e5,7.074e4,3.694e4,2.113e4,1.29e4,8.271e3,
     .  5.526e3,3.815e3,2.707e3,1.966e3,1.457e3,1.099e3,8.424e2,
```

```
.  7*0.,2.272e5,8.237e4,3.911e4,2.122e4,1.253e4,7.845e3,5.156e3,
.  3.516e3,2.471e3,1.781e3,1.312e3,9.849e2,7.517e2,
.  8*0.,1.233e5,4.676e4,2.305e4,1.29e4,7.804e3,5.010e3,3.359e3,
.  2.331e3,1.664e3,1.216e3,9.069e2,6.886e2,
.  9*0.,7.153e4,2.813e4,1.43e4,8.192e3,5.080e3,3.325e3,2.268e3,
.  1.598e3,1.156e3,8.555e2,6.452e2,
.  10*0.,4.377e4,1.774e4,9.231e3,5.417e3,3.424e3,2.280e3,1.578e3,
.  1.127e3,8.252e2,6.173e2,
.  11*0.,2.799e4,1.163e4,6.186e3,3.699e3,2.377e3,1.606e3,1.127e3,
.  8.141e2,6.026e2,
.  12*0.,1.857e4,7.884e3,4.271e3,2.596e3,1.693e3,1.159e3,8.223e2,
.  6.005e2,
.  13*0.,1.271e4,5.496e3,3.026e3,1.866e3,1.232e3,8.532e2,6.119e2,
.  14*0.,8.988e3,3.926e3,2.192e3,1.369e3,9.144e2,6.397e2,
.  15*0.,6.429e3,2.864e3,1.620e3,1.023e3,6.903e2,
.  16*0.,4.720e3,2.130e3,1.217e3,7.767e2,
.  17*0.,3.530e3,1.610e3,9.296e2,
.  18*0.,2.680e3,1.235e3,
.  19*0.,2.067e3,
.  20*0./
   data gstark1/
.  0.,2.0e-8,3.0e-7,4.0e-8,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  2*0.,1.17e-3,2.41e-3,3.36e-3,4.57e-3,6.02e-3,7.71e-3,
.  9.62e-3,1.18e-2,1.41e-2,1.67e-2,1.96e-2,2.26e-2,2.59e-2,
.  2.59e-2,0.,0.,0.,0.,
.  3*0.,1.34e-2,2.23e-2,2.75e-2,3.43e-2,4.26e-2,5.21e-2,
.  6.28e-2,7.48e-2,8.78e-2,0.102,0.117,0.134,0.134,0.,0.,0.,0.,
.  4*0.,8.06e-2,0.117,0.131,0.154,0.182,0.215,0.252,0.293,
.  0.337,0.386,0.438,0.438,0.,0.,0.,0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0./
   data gvdw1/
.  0.,9.1e-6,1.15e-5,1.67e-5,2.26e-5,2.94e-5,4.61e-5,8.9e-5,
.  0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  2*0.,4.4e-4,4.0e-4,4.58e-4,5.48e-4,5.61e-4,6.67e-4,7.83e-4,
.  9.09e-4,1.04e-3,1.19e-3,1.34e-3,1.49e-3,1.66e-3,1.66e-3,
.  0.,0.,0.,0.,
.  3*0.,5.73e-3,3.83e-3,3.77e-3,4.72e-3,7.87e-3,4.51e-3,
.  5.11e-3,5.75e-3,6.45e-3,7.19e-3,7.97e-3,8.79e-3,8.79e-3,
.  0.,0.,0.,0.,
.  4*0.,4.27e-2,2.29e-2,1.98e-2,2.74e-2,1.73e-2,1.88e-2,
```

```
.  2.06e-2,2.26e-2,2.48e-2,2.71e-2,2.96e-2,2.96e-2,0.,0.,0.,0.,
.  5*0.,2.04e-1,7.15e-2,7.32e-2,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  0.,0.,
.  6*0.,2.88e-1,1.81e-1,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  7*0.,1.1,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0./
   data grad1/
.  0.,1.84e-5,2.8e-6,7.57e-7,2.76e-7,1.21e-7,4.17e-8,3.76e-9,
.  0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  2*0.,6.5e-4,3.13e-4,2.4e-4,2.12e-4,1.88e-4,1.74e-4,1.88e-4,
.  1.80e-4,1.76e-4,1.76e-4,1.74e-4,1.73e-4,1.72e-4,1.72e-4,
.  0.,0.,0.,0.,
.  3*0.,1.21e-3,4.85e-4,3.33e-4,2.44e-4,2.0e-4,2.28e-4,2.17e-4,
.  2.09e-4,2.04e-4,1.99e-4,1.96e-4,1.94e-4,1.94e-4,0.,0.,0.,0.,
.  4*0.,1.81e-3,6.46e-4,3.18e-4,2.11e-4,2.72e-4,2.46e-4,2.29e-4,
.  2.18e-4,2.09e-4,2.03e-4,1.98e-4,1.98e-4,0.,0.,0.,0.,
.  5*0.,2.46e-3,4.64e-4,2.18e-4,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  0.,0.,
.  6*0.,9.15e-4,2.39e-4,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  7*0.,5.42e-4,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0.,
.  20*0./
   data estark/0.6667/
   data aw/1./
```

Apêndice E

Artigo