



Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE

Av. Antônio Carlos, 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG Brasil

Fone: +55 (31) 3409-5465 - Fax: +55 (31) 3409-5980

CONTROLADOR NEBULOSO POR MODOS DESLIZANTES ADAPTATIVO

CELSO JOSÉ FARIA DE ARAÚJO

Tese de Doutorado submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadores: BENJAMIM RODRIGUES DE MENEZES

WALMIR MATOS CAMINHAS

LEONARDO ANTÔNIO BORGES TÔRRES

Belo Horizonte, MG – Brasil

Agosto de 2011.

CONTROLADOR NEBULOSO POR MODOS DESLIZANTES ADAPTATIVO

CELSO JOSÉ FARIA DE ARAÚJO

Tese de Doutorado submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Aprovada por:

Benjamim Rodrigues de Menezes, Dr.

Walmir Matos Caminhas, Dr.

Leonardo Antônio Borges Tôrres, Dr.

Fernando de Oliveira Souza, Dr.

Ricardo Hiroshi Caldeira Takahashi, Dr.

Vilma Alves de Oliveira, PhD.

Wallace Moreira Bessa, Dr.

Belo Horizonte – Minas Gerais – Brasil
Agosto de 2011

Dedico este trabalho aos meus pais Rômulo Pereira de Araújo e Georgette Faria de Araújo (In Memorium).

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha querida família, especialmente à minha mulher Jamile, à Vânia, Walfredo e ao meu filho Matteo; aos meus orientadores, Benjamim, Walmir e Leonardo; à minha instituição de ensino UDESC; aos professores do CPDEE-UFMG, que me acolheram; à PETROBRÁS, especialmente ao Mário, Bomfim e Mateus; aos meus colegas de trabalho, Marcos Flávio, Márcia, Guilherme, Daniel Alves e Paim; e especialmente a Deus, Pai e criador de todas as coisas.

Meus agradecimentos pelo suporte financeiro ao desenvolvimento deste trabalho as Instituições UFMG, UDESC, PETROBRÁS, FAPEMIG, FCO, CNPq e CAPES.

RESUMO

Neste trabalho, um controlador nebuloso por modos deslizantes adaptativo foi proposto e seus parâmetros foram estabelecidos e bem caracterizados. Para tanto, alguns conceitos das teorias de redes nebulosas, controle por modos deslizantes e de controle adaptativo foram tratados. O controlador proposto apresenta apenas três regras de inferência e um baixo esforço computacional. Foi mostrada, passo a passo, a concepção do referido controlador, desde a idéia de um controlador nebuloso sem adaptação até sua forma final com adaptação. Tudo isso exemplificado com o sistema de levitação de uma esfera em um campo magnético. Uma análise de estabilidade para este controlador de sistemas não lineares foi mostrada. Aspectos de convergência da adaptação também foram analisados. Simulações e testes foram feitos com a intenção de consolidar a teoria e explorar as principais características do referido controlador, tais como: robustez, adaptação, imunidade a ruídos e imperfeições inerentes a aplicações práticas.

ABSTRACT

In this work, an Adaptive Sliding Neurofuzzy Controller was proposed and its parameters had been established and well characterized. In this way, some concepts of the theories of neurofuzzy networks, sliding mode control and adaptive control had been treated. The considered controller presents only three inference rules and a low computational effort. It was shown, step by step, the conception of the said controller, since the idea of a fuzzy controller without adaptation until its final form with adaptation. All steps were instanced with the sphere levitation system in a magnetic field. The controller stability analyses for nonlinear systems were shown. Aspects of convergence of the adaptation had been also analysed. Simulations and tests had been done with the intention to consolidate the theory and to explore the main characteristics of that controller, such as: inherent robustness, adaptation, immunity the noises and imperfections in the practical applications.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS.....	vii
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Motivação	1
1.2 - Pesquisa Bibliográfica	3
1.3 - Objetivos	7
1.4 - Notações e Simbologia.....	9
1.5 - Organização do Texto	9
CAPÍTULO 2 - CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES NEBULOSO NÃO ADAPTATIVO	11
2.1 - Introdução.....	11
2.2 - Definição do Sistema Não Linear	11
2.2.1 - Extensão da Classe de Sistema	12
2.3 - SMC Com Camada Limite Clássico	13
2.4 - Lei de Controle Nebuloso.....	14
2.5 - Exemplo de Aplicação	21
2.6 - Modos Deslizantes com Ação Integral.....	24
2.7 - Comparações.....	27
2.8 - Conclusões	35
CAPÍTULO 3 - CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES NEBULOSO ADAPTATIVO.....	37
3.1 - Introdução.....	37

3.2 - Definição do Sistema Não Linear	37
3.3 - Motivação Para a Escolha da Lei de Adaptação.....	38
3.4 - Adaptação	39
3.5 - Análise de Estabilidade e Convergência	41
3.5.1 - Observações sobre a Convergência	44
3.6 - Comparações.....	45
3.7 - Conclusões	55
CAPÍTULO 4 - ESTUDO DE CASOS.....	57
4.1 - Introdução.....	57
4.2 - Quadrirotor	57
4.2.1 - O Modelo Matemático.....	58
4.2.2 - Resultados Obtidos	59
4.3 - Coluna de Destilação.....	61
4.3.1 - O Processo	61
4.3.2 - Simulação e Resultados	64
4.4 - Levitador Magnético	67
4.4.1 - Introdução.....	67
4.4.2 - Modelo Matemático	68
4.4.3 - Resultados Experimentais.....	71
4.5 - Considerações sobre os Resultados.....	78
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO.....	79
5.1 - Publicações Resultantes deste trabalho de pesquisa:	80
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
ANEXO A - PLANTA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA.....	89
A.1 - Modelo para a Levitação Magnética.....	89

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Lei de Controle com Camada Limite.....	13
Figura 2.2 – Funções de Pertinência	15
Figura 2.3 – Esboço da Lei de Controle u_f , considerando $w_N > 0$ e $w_P < 0$	17
Figura 2.4 – Região de Atração, Camada Limite e Ponto de Equilíbrio.....	20
Figura 2.5 - Erro de regime permanente.....	24
Figura 2.6 - Erro de Regime Permanente ($K = 1.397 \times 10^{-3}$).....	24
Figura 2.7 - Erro de Regime Permanente – Ação Integral ($K = 1.397 \times 10^{-3}$)	26
Figura 2.8 – Trajetória da variável “s” para o controle por modos deslizante sem camada limite.	28
Figura 2.9 – Sinal de Controle (Modos Deslizantes sem Camada Limite).....	28
Figura 2.10 – Trajetória da variável “s” para o controle por modos deslizante com camada limite.	29
Figura 2.11 – Sinal de Controle (Modos Deslizantes com Camada Limite).....	29
Figura 2.12 – Trajetória da variável “s” para o Controle Nebuloso não Adaptativo.	30
Figura 2.13 – Sinal de Controle (Nebuloso não Adaptativo).....	30
Figura 2.14 – Trajetória do Sistema com PID para o ponto de -0.005m.....	32
Figura 2.15 – Sinal de Controle do Sistema com PID para o ponto de -0.005m.....	32
Figura 2.16 – Trajetória do Sistema com Controle não Adaptativo para o ponto de -0.005m ..	33
Figura 2.17 – Sinal de Controle do Sistema com o Controle não Adaptativo para o ponto de -0.005m	33
Figura 2.18 – Trajetória do Sistema com Controle não Adaptativo para o ponto de 0.005m ...	34

Figura 2.19 – Sinal de Controle do Sistema com o Controle não Adaptativo para o ponto de 0.005m	34
Figura 3.1 – Comparação com o Controlador PID.....	46
Figura 3.2 – Trajetória da Variável de Deslizamento ‘s’ para o Controlador Adaptativo.	47
Figura 3.3 – Evolução dos Pesos.....	48
Figura 3.4 – Comparação com o Controlador não Adaptativo	49
Figura 3.5 – Rastreamento com o Controlador Nebuloso Adaptativo com Inserção de Ruídos.	50
Figura 3.6 – Sinal de Controle do Controlador Nebuloso Adaptativo com Inserção de Ruídos.	50
Figura 3.7 – Rastreamento com o Controlador PID com Inserção de Ruídos.....	51
Figura 3.8 – Sinal de Controle do Controlador PID com Inserção de Ruídos.....	52
Figura 3.9 – Rastreamento com o Controlador não Adaptativo com Inserção de Ruídos.	52
Figura 3.10 – Sinal de Controle do Controlador não Adaptativo com Inserção de Ruídos.	53
Figura 3.11 – Rastreamento com o Controlador por Modos Deslizantes sem Camada Limite com Inserção de Ruídos.	53
Figura 3.12 – Sinal de Controle do Controlador por Modos Deslizantes sem Camada Limite com Inserção de Ruídos.	54
Figura 3.13 – Rastreamento com o Controlador por Modos Deslizantes com Camada Limite com Inserção de Ruídos.	54
Figura 3.14 – Sinal de Controle do Controlador por Modos Deslizantes com Camada Limite com Inserção de Ruídos.	55
Figura 4.1 - Quadrirotor X3D-BL.....	58
Figura 4.2 - Resultado das Simulações	60
Figura 4.3 - Resultado do Teste Real.....	61
Figura 4.4 - Coluna de Destilação – Desenho Esquemático	62
Figura 4.5 - Esquema utilizado na simulação do processo no Simulink Matlab®	63
Figura 4.6 - Esquema utilizado na simulação do controle do processo no Simulink Matlab® ...	64
Figura 4.7- Efeito do distúrbio na composições dos produtos.	65
Figura 4.8- Efeito da entrada degrau no topo nas composições dos produtos.....	66
Figura 4.9- Efeito da entrada degrau no fundo nas composições dos produtos.....	67
Figura 4.10 – Unidade Experimental Maglev	68
Figura 4.11 – Diagrama Esquemático do Maglev.....	69

Figura 4.12 – Características Polinomiais dos Dados Experimentais do Maglev.	71
Figura 4.13 – Resultado do Rastreamento Senoidal com $Y_{os} = 1.25$ cm.	73
Figura 4.14 - Evolução dos Pesos com $Y_{os} = 1.25$ cm.	73
Figura 4.15 - Resultado do Rastreamento Senoidal com $Y_{os} = 0.91$ cm.	74
Figura 4.16 – Evolução dos Pesos com $Y_{os} = 0.91$ cm.	75
Figura 4.17 – Resultados Experimentais Reais obtidos logo depois do início do experimento com $Y_{os} = 1.25$ cm.	76
Figura 4.18 – Resposta ao Degrau.	77
Figura 4.19 – Evolução dos Pesos (Degrau)	77
Figura A.1 - Unidade Mecânica do Maglev. Fonte: Magnetic Levitation Control Experiments (Guide) ¹	90

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Motivação

O estudo de controladores não lineares conduz diretamente ao projeto e à análise de sistemas de controles não lineares. O foco da análise destes controladores é o comportamento do sistema em malha fechada. As atividades de projeto e análise são tarefas quase que indissociáveis. Na análise tem-se que conhecer as técnicas utilizadas no controle, mas no projeto quase sempre existe uma interação que envolve as duas atividades (SLOTINE e LI, 1991).

Em aplicações industriais uma variedade de estruturas lineares de controle tem sido utilizada com sucesso. Entretanto, muitos pesquisadores e projetistas têm envidado esforços no desenvolvimento de aplicações de metodologias de controle não lineares em aplicações, tais como, controle de espaçonave e aviação, robótica, controle de processos e engenharia biomédica. Algumas razões podem ser citadas para este interesse:

- ✓ Melhoramentos no controle existente;
- ✓ Análises de não-linearidades mais complexas;
- ✓ Lidar com incertezas do modelo;
- ✓ Tornar os projetos mais simples.

Para que o controle de sistema não linear seja difundido e empregado com sucesso, desde sua concepção básica (teoria) até as aplicações industriais, é preciso que procedimentos sistemáticos para o projeto e análise sejam bem estabelecidos (KHALIL, 2002).

O sucesso de um método particular de projeto e análise não se dá somente devido à sua simplicidade, mas também pela delimitação de sua faixa de aplicação.

Um método simples mais efetivo de controle robusto é o controle por modos deslizantes (SMC – Sliding Mode Control) (UTKIN, 1977). A metodologia utilizada para controladores por modos deslizantes tem sido usada com sucesso em controle de motores elétricos, sistemas aeroespaciais, manipuladores robóticos e mancais magnéticos (PERRUQUETTI e BARBOT, 2002). As principais vantagens deste método são: *i)* inerente robustez frente a uma larga classe de perturbações e incertezas de modelagem; *ii)* uma reduzida quantidade de informação em comparação com as técnicas clássicas de controle e; *iii)* a possibilidade de estabilização de alguns sistemas que não são estabilizáveis através de realimentação por variáveis de estado (SLOTINE e LI, 1991).

Uma implementação prática de um sistema SMC puro submetido a restrições não ideais deve levar em consideração a vulnerabilidade da medida de ruídos (a ação de controle depende do sinal da variável muito próximo de zero e a derivada de alta ordem do sinal de erro) e a possível ocorrência de oscilações de alta frequência na saída do controlador, conhecido como *chattering*.

Em SMC clássico, o problema do *chattering* é usualmente contornado aumentando o conhecimento do modelo no que diz respeito a sua dinâmica ou usando mais informações sobre o sistema a ser controlado, ou seja, introduzindo um sinal de controle médio (controle equivalente), tal que os limitantes superiores do sinal de perturbação e as incertezas no modelo devem ser levados em consideração. Como consequência do incremento de informação sobre o sistema, é possível utilizar baixos níveis de energia no controle SMC e garantir a estabilidade associada a esta técnica. Este método representa um aumento na quantidade de informação a priori necessária para o sistema de controle, enfraquecendo assim uma das principais vantagens do SMC.

Com a introdução de modos deslizantes de ordem superior (LEVANT, 1993; LEVANT, 2003; DAVILA, FRIDMAN e LEVANT, 2005; BARTOLINI, FERRARA e USAI, 1998; BARTOLINI, PUNTA e ZOLEZZI, 2009; NUNES, HSU e LIZARRALDE, 2004), que generalizam o conceito de modos deslizantes convencionais, surgiu uma nova abordagem para se obter sinais de controle suaves. A idéia básica é aumentar o grau relativo do sistema, permitindo, assim, que

o efeito do *chattering* seja completamente removido. Embora estes controladores consigam evitar o problema do *chattering*, só apresentam estabilidade local, ou então, requerem condições que não são viáveis na prática (NUNES, HSU e LIZARRALDE, 2004). De qualquer maneira, o desafio a ser superado é a necessidade geral de se ter acesso ao vetor de estado completo para implementar a superfície de chaveamento. Para evitar a necessidade de se medir todos os estados, uma técnica é introduzir o conceito de controle adaptativo por modelo de referência (SASTRY, 1984; SASTRY e BODSON, 1989).

O controle adaptativo é uma excelente estratégia para lidar com sistemas que possuem modelagem precária ou grandezas incertas, incluindo variação de parâmetros, dinâmicas não modeladas e distúrbios externos. A idéia básica do controle adaptativo é calcular o sinal de controle utilizando estimativas dos parâmetros incertos da planta ou, diretamente, dos parâmetros do controlador obtidas em tempo real através de informações provenientes dos sinais mensuráveis do sistema (SLOTINE e LI, 1991).

Desde a divulgação do trabalho de Mamdani de 1975 (MAMDANI e ASSILIAN, 1975), os controladores nebulosos vêm sendo reconhecidos gradualmente como a mais significativa e frutífera aplicação da teoria da lógica nebulosa (JANG, SUN e MIZUTANI, 1997). Para sistemas complexos e/ou bem definidos que não encontram soluções fáceis sob o ponto de vista dos métodos de controles automáticos convencionais, os controladores nebulosos são alternativas viáveis desde que podem agregar aproximações, aspectos humanos qualitativos e processos de tomada de decisão. Entretanto, sem a capacidade adaptativa, o desempenho destes controladores se restringe a dois fatores: a disponibilidade de um especialista no processo e as técnicas de aquisição do conhecimento para converter tais conhecimentos para as regras de inferência nebulosa do tipo “se-então” e nas funções de pertinência. Porém as técnicas de retropropagação (exemplo: método do gradiente) utilizadas nos controladores nebulosos dando origem aos controladores neuronais nebulosos, vem sendo utilizadas com bastante sucesso na superação das restrições citadas anteriormente.

1.2 - Pesquisa Bibliográfica

A seguir serão comentados alguns aspectos sobre os artigos que foram estudados e considerados relevantes para a motivação do presente trabalho, ou seja, o desempenho requerido aliado à simplicidade do controlador aqui proposto.

Nos trabalhos de Kaynak *et al.* (KAYNAK, ERBATUR e ERTUGRUL, 2001) e Cao *et al.* (CAO, LIU, *et al.*, 2008) são feitas algumas avaliações do estado da arte de metodologias inteligentes incorporadas à teoria de controle por modos deslizantes. No trabalho de Kaynak *et al.* (KAYNAK, ERBATUR e ERTUGRUL, 2001) foram avaliados os diferentes métodos propostos para reduzir os efeitos do *chattering*. Nessa classificação, metodologias de controle nebuloso baseado em modos deslizantes foram divididas em métodos indiretos e diretos. O primeiro grupo representa aqueles nos quais o projeto do controle está baseado em modos deslizantes, enquanto o sistema de inferência nebuloso é usado como uma função secundária, tais como, o ajuste dos parâmetros do controlador. Tais parâmetros normalmente são: a inclinação da variável de deslizamento e o ganho utilizado para a função usada para o chaveamento. Em alguns casos, o objetivo é a largura da camada limite e em outros, é a obtenção de um controle equivalente. Nos métodos diretos, a idéia é usar uma estrutura gerada por um sistema de inferência nebulosa para fazer o controle propriamente dito diretamente, no entanto, a teoria base ainda é toda herdada do controle por modos deslizantes. No trabalho de Cao (CAO, LIU, *et al.*, 2008), são citados alguns trabalhos, por exemplo: Chen-Sheng *et al.* (CHEN-SHENG, TZUU-HSENG e FAN-CHU, 1995) propuseram um controle organizado em dois níveis. No nível básico, um controle convencional nebuloso foi empregado utilizando a variável de deslizamento convencional e sua derivada como suporte para o sistema de inferências. No outro nível, outro sistema nebuloso foi utilizado para fazer a supervisão do controle nebuloso básico, baseado em alguns índices de desempenho. Desta forma, os parâmetros do controle básico sofrem ajustes para realizar o desempenho desejado; Zhang *et al.* (ZHANG, ZHAO, *et al.*, 2007) utilizaram um controle nebuloso adaptativo baseado em modos deslizantes em que outra variável de deslizamento foi construída utilizando uma combinação da superfície convencional e sua derivada da forma $\sigma = \dot{s} + \lambda s, (\lambda > 0)$. E esta superfície foi a que serviu de suporte para o controlador nebuloso. A saída do controlador nebuloso foi adicionada ao controle equivalente, que foi calculado baseado no modelo nominal da planta. Huang e Lin (HUANG e LIN, 2003) propuseram um controle nebuloso adaptativo para a obtenção de um controle equivalente em face ao desconhecimento do modelo não linear da planta. O controlador nebuloso foi empregado para aproximar a função não linear da lei de controle não linear. A entrada do controlador é a variável de deslizamento e usa 11 regras de inferências para 11 partições triangulares de funções de pertinência. Os parâmetros consequentes das regras foram ajustados através de

um algoritmo proposto pelos autores. Kucukdemiral *et al.* (KUCUKDEMIRAL, ENGIN, *et al.*, 2005) também usaram um controle nebuloso para obter o controle equivalente através da variável de deslizamento e somou a isso um controle obtido com o clássico esquema de chaveamento melhorado com o uso da camada limite.

No trabalho de Kuo *et al.* (KUO, LI e GUO, 2005), o cálculo do controle equivalente manteve a forma tradicional da obtida pelo clássico controle por modos deslizantes, ou seja, baseado na estimativa dos parâmetros do modelo. Apenas o ganho do controle por modos deslizantes foi obtido pelo sistema de inferência nebulosa. A entrada para o sistema de inferência nebuloso foi a variável de deslizamento e foram usados cinco regras de inferência.

No trabalho de Sadati e Talasaz (SADATI e TALASAZ, 2006), inicialmente é feito uma linearização da planta resultando em um modelo contendo termos não lineares e incertos. Baseado neste modelo é calculado um controle equivalente, e, para compensar os efeitos provenientes das incertezas, um controle nebuloso é inserido no processo. Este controle, por sua vez, está baseado em duas entradas para o mecanismo de inferência, a clássica variável de deslizamento e sua derivada com três partições para cada uma delas. São geradas nove regras de inferência para esta parte do controle cujos ganhos são ajustados adaptativamente usando uma lei extraída da condição de estabilidade de Lyapunov.

No trabalho de Essounbouli e Hamzaoui (ESSOUNBOULI e HAMZAOU, 2006) são apresentados dois métodos de controle baseados na teoria de modos deslizantes e sistemas nebulosos adaptativos. Baseado no que foi definido em Kaynak *et al.* (KAYNAK, ERBATUR e ERTUGRUL, 2001), os métodos podem ser classificados como método direto e indireto. Foram propostas leis de adaptação para o sistema nebuloso e apresentadas análise de estabilidades para ambos os casos. No final é apresentada uma simulação como exemplo de aplicação dos dois métodos em uma planta de segunda ordem. No método indireto, a idéia principal é construir um modelo “affine” (afim) da planta usando o sistema nebuloso Takagi-Sugeno. No caso direto, cinco funções de pertinência triangulares são utilizadas para duas entradas (variáveis de estado). Como não foi citado no trabalho, até 25 regras de inferências podem ter sido geradas. No segundo caso (indireto), as entradas são as duas variáveis de estado e o sinal de controle. Para este caso o sinal de controle foi dividido em seis partições. Como não foi citado, também para este caso, o número de regras de inferências podem chegar a 150.

No trabalho de Qi *et al.* (QI, MCINROY e JAFARI, 2007), é reportado o uso de controladores nebulosos para reduzir o efeito do *chattering* nos atuadores de um sistema de rastreamento para robôs. Dois sistemas de inferência nebulosa são usados para fazer o ajuste dinâmico dos valores para o ganho e a largura da camada limite do controle por modos deslizantes. A variável de entrada é a clássica variável de deslizamento particionada em nove variáveis linguísticas. Os dois sistemas nebulosos utilizam nove regras de inferência. Outro sistema de inferência nebuloso é utilizado como controlador supervisor do sistema. São utilizadas duas entradas para o sistema (erro e sua derivada) que geram 49 regras de inferência.

No trabalho de Yagiz e Hacıoglu (YAGIZ e HACIOGLU, 2009) três estratégias de controles são apresentadas baseadas em controle por modos deslizantes com sistema de inferência nebuloso. Em todas estas o controle equivalente assumido foi a média do controle total. Esta média é estimada através de um filtro passa-baixas. Na primeira estratégia, um sistema de inferência nebuloso é utilizado para fazer o ajuste do ganho para o controle. As entradas para o sistema nebuloso são o erro de rastreamento e sua derivada. São utilizadas sete partições para cada uma das entradas e mais sete para o ganho (saída), sendo assim utilizadas 49 regras. Na segunda estratégia, o sistema de inferência nebuloso é utilizado para modificar dinamicamente o valor do parâmetro λ que estabelece a variável de deslizamento ($s = x_1 + \lambda x_2$). E a terceira, é a combinação das duas estratégias anteriores.

A maioria dos trabalhos comentados aqui apresenta bons resultados nas simulações e/ou aplicações. Como os objetivos destes trabalhos não foram a simplicidade ou a complexidade computacional, nada foi comentado sobre tais aspectos. Porém é fácil notar que alguns destes trabalhos apresentam teorias/estratégias bastante complexas. O que pode também ser comentado é que pouca ou nenhuma preocupação quanto aos aspectos de implementação na prática são tratados nestes trabalhos. Uma desvantagem observada é que não há como acelerar o processo de convergência (ou pelo menos tal fato não foi divulgado nos trabalhos) apresentado em seus métodos adaptativos.

O controlador tratado neste trabalho é um controlador que pode ser classificado por Kaynak *et al.* (KAYNAK, ERBATUR e ERTUGRUL, 2001) como os que fazem uso do método direto. Portanto, a estrutura do controlador é herdada das regras de inferência diretamente e

o problema do controle equivalente é tratado na forma adaptativa também pela própria estrutura. Em comparação com os trabalhos comentados nesta seção, a principal vantagem do controlador aqui proposto é a sua simplicidade, tanto teórica quanto prática no que diz respeito a sua implementação. Devido a esta simplicidade, o processo de convergência na adaptação pode ser acelerado com a inicialização dos pesos incorporando possíveis conhecimentos prévios do processo a ser controlado. Os pesos também podem ser projetados utilizando tais conhecimentos.

1.3 - Objetivos

Modelos baseados em redes nebulosas e/ou neural podem ser efetivamente empregados como ferramentas para introduzir informação a priori em sistemas de controle não linear (SHAHRAZ e BOOZARJOMEHRY, 2009; BOUBAKIR, BOUDJEMA e LABIOD, 2009; GOUVÊA, FIGUEIREDO, *et al.*, 2005; KIM e LEE, 1995; JANG, SUN e MIZUTANI, 1997). Entretanto estas técnicas ainda requerem o conhecimento de especialistas no processo. Nos últimos anos tem havido muita pesquisa e desenvolvimento de técnicas de aprendizagem de processo, não por especialistas, mas de apropriados mecanismos de adaptação aplicada aos parâmetros do modelo matemático usado em sistemas SMC, em particular modelos baseados em lógica nebulosa (HO, WONG e RAD, 2009; POURSAMAD e MARKAZI, 2009; KUNG, CHEN e KUNG, 2005).

Tais técnicas podem ser divididas em estratégias de controle diretas e indiretas. No caso de controle nebuloso por modos deslizantes indireto (IAFSMC), os modelos nebulosos são empregados para aproximar o modelo dinâmico do processo, o qual é subsequentemente usado para computar a lei de controle SMC (BESSA, DUTRA e KREUZER, 2010; HO, WONG e RAD, 2009; WANG, RAD e CHAN, 2001). Já a estratégia do controle nebuloso por modos deslizantes direto (DAFSMC) é tal que os modelos nebulosos são diretamente usados para criar uma aproximação de uma lei de controle SMC ideal que garanta um especificado desempenho (POURSAMAD e MARKAZI, 2009; ARAÚJO, CAMINHAS, *et al.*, 2007).

O objetivo do trabalho iniciado aqui é desenvolver um controlador não linear adaptativo com capacidade de se adaptar ao controle em uma faixa bem determinada de aplicações baseado em pouco conhecimento do modelo da planta. Delimitar quais classes este controlador pode lidar, bem como suas restrições de uso, faz também parte do objetivo

citado. A simplicidade de sua estrutura e o esforço computacional, juntamente com a eficácia do controle, será levada em consideração no alcance do objetivo proposto. A teoria e a técnica desenvolvida estão baseadas no controle nebuloso inspirado no controle por modos deslizantes com uso da camada limite (EMELYANOV, KOROVIN e MAMEDOV, 1995; UTKIN, 1978). A capacidade de adaptação do controle deriva da teoria de sistemas *neurofuzzy* de inferência. Ao longo do trabalho, o exemplo de um sistema de controle para uma planta de levitação magnética será explorado. A intenção é mostrar a influência dos parâmetros do controle no desempenho do sistema de controle, como também verificar as restrições impostas, seja pela estabilidade requerida, ou em função da própria natureza da planta. Alguns testes simulados e experimentais serão conduzidos para mostrar aspectos desenvolvidos na teoria.

A idéia do desenvolvimento de um controlador nebuloso com o mínimo de regras possível aparece nos trabalhos (GOUVÊA, FIGUEIREDO, *et al.*, 2005), (ARAÚJO, CAMINHAS, *et al.*, 2007) e (ARAÚJO, MENEZES, *et al.*, 2008). Nos dois primeiros trabalhos, apenas duas regras de inferências foram utilizadas e o sinal erro é usado como suporte para as funções de pertinência e como sinal de entrada do controlador. Para fazer o ajuste dos parâmetros (pesos), o mesmo sinal erro foi utilizado. Já no último trabalho citado (ARAÚJO, MENEZES, *et al.*, 2008), o ajuste dos pesos continuou a ser feito através da medida do erro, porém o sinal de controle foi obtido utilizando três regras de inferência e a variável de deslizamento como suporte para as funções de pertinência para a entrada. No controlador que será apresentado aqui, uma modificação no método de ajuste dos pesos será feita em relação ao método utilizado no último trabalho citado, ou seja, o uso da superfície de deslizamento como parâmetro para o ajuste dos pesos.

As contribuições fundamentais deste trabalho ao projeto e análise de sistemas de controle e, por consequência, a pesquisa científica, sob o ponto de vista do autor, são: necessidade de pouco conhecimento do modelo da planta, simplicidade da estrutura do controlador (três regras de inferência para o sistema nebuloso) e baixo esforço computacional. Isto pode fazer com que o mesmo seja facilmente assimilado, e por consequência, difundido e implementado em aplicações industriais, seja em novas plantas ou até mesmo em substituições a algumas já existentes.

Alguns artigos que foram lidos e contribuíram com o presente trabalho, mas não foram comentados explicitamente aqui, serão citados nas referências bibliográficas. São eles: (ELMALI e OLGAC, 1992; PERRUQUETTI e BARBOT, 2002; WAI, LIN e HSU, 2004; JOHANSEN, SHORTEN e MURRAY-SMITH, 2000; DING, YING e SHAO, 2003; SONG e SMITH, 2000; LEVIN e NARENDRA, 1993; KWAN e LEWIS, 2000; DA e SONG, 2003) e (PARMA, MENEZES e BRAGA, 1998; KULJACA, SWAMY, *et al.*, 2003).

1.4 - Notações e Terminologia

A notação de variáveis utilizadas para descrever os sistemas dinâmicos apresentados neste trabalho é representada simplesmente por letras em itálico e em alguns caso sem explicitar a variável tempo. Exemplo: $x(t) = x$ e $s(t) = s$. Nem toda notação que estiver em itálico tratar-se-á de uma variável que depende do tempo, porém nestes casos, o texto explicitará tal situação. Exemplo: αx , onde α é uma constante.

1.5 - Organização do Texto

No Capítulo 2 será apresentado um controlador por modos deslizantes não adaptativo. A intenção é mostrar que um controlador com três regras apenas e o conhecimento de alguns parâmetros da planta pode fazer o controle de um determinado tipo de planta. Neste controlador, que é a base para o controlador proposto e apresentado no Capítulo 3, não existe mecanismo de adaptação, ou seja, tem-se que projetar seus parâmetros principais (pesos) da forma clássica (controle por modos deslizantes com camada limite). Além disso, serão apresentados resultados de comparações feitas através de simulações de controladores clássicos, tais como, PID e controle por modos deslizantes.

No Capítulo 3 a mesma estrutura do controlador do Capítulo 2 será utilizada, porém um mecanismo de ajuste dos principais parâmetros (pesos) será apresentado. Neste capítulo uma análise de estabilidade e convergência para sistemas não lineares será feita. Comparações serão feitas com a intenção de mostrar similaridades, diferenças e vantagens em relação aos controles clássicos PID e por modos deslizantes no que tange a efeitos da inserção de ruídos e suavidade no sinal de controle.

No Capítulo 4 os estudos de casos serão mostrados e os resultados obtidos serão mostrados e analisados e, por fim, no Capítulo 5, são feitas as considerações finais e algumas conclusões serão tiradas.

CAPÍTULO 2 - CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES NEBULOSO NÃO ADAPTATIVO

2.1 - Introdução

Neste capítulo serão desenvolvidos os conceitos básicos que definem o controlador por modos deslizantes nebuloso não adaptativo. Este controlador está baseado na teoria do controle por modos deslizantes, portanto, ao longo deste desenvolvimento, similaridades serão enfatizadas. Para o projeto deste controlador algumas características da planta serão levadas em consideração. Inicialmente será definida a classe de sistemas não lineares para o qual será desenvolvida a teoria do controlador nebuloso. Serão mostrados os passos do projeto dos parâmetros do controlador para uma planta de segunda ordem não linear. Os resultados obtidos serão comentados, tais como, o erro em regime permanente. Algumas comparações serão feitas deste controlador com o controlador por modos deslizantes sem e com a camada limite e com um controlador PID.

2.2 - Definição do Sistema Não Linear

Considere um sistema não linear dinâmico com grau relativo n de uma única entrada e uma única saída (SISO), onde n é a ordem do sistema, definido por:

$$\begin{aligned}\dot{z}_i &= z_{i+1}; \quad i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{z}_n &= a(\mathbf{z}) + b(\mathbf{z})u + d; \\ y &= z_1;\end{aligned}\tag{2.1}$$

onde $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n]^T \in \mathcal{R}^n$ é o vetor das variáveis de estado, $y \in \mathcal{R}$ é a saída; $u \in \mathcal{R}$ é a entrada de controle; $a(\cdot) : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$ é uma função desconhecida mas limitada (isto é, $|a(\mathbf{z})| < \infty, \forall \mathbf{z} \in \mathcal{R}^n$); $b(\cdot) : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^+$ é uma função desconhecida com sinal conhecido e limitada, considerada aqui positiva, sem perda de generalidades, tal que $0 < b_{\min} \leq b(\mathbf{z}) < \infty$; e d é um sinal desconhecido de perturbação tal que $|d| \leq D < \infty$. Considere também s a variável de deslizamento definida por

$$s = [\lambda^T \ \lambda_n] \tilde{\mathbf{z}}, \quad (2.2)$$

onde $[\lambda^T \ \lambda_n] = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{n-1} \ \lambda_n]$ é escolhido tal que o polinomial de ordem $n - 1$ de uma p variável $\lambda_n p^{n-1} + \lambda_{n-1} p^{n-2} + \dots + \lambda_1$ seja Hurwitz; e $\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_r = [\tilde{z}_1 \ \tilde{z}_2 \ \dots \ \tilde{z}_n]^T$, $\mathbf{z}_r = [y_r \ \dot{y}_r \ \dots \ y_r^{n-1}]^T$ é um vetor de referência com norma limitada ($\|\mathbf{z}_r\| < \infty$).

2.2.1 - Extensão da Classe de Sistema

Embora a classe de sistema definido por (2.1) seja restritiva, esta classe poderá ser estendida a outra classe de sistema da forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u, \quad (2.3)$$

onde $\mathbf{x}$ é o vetor de estado, $f(\mathbf{x})$ e $g(\mathbf{x})$ são, respectivamente, os campos de deriva e direcionamento que podem ser linearizados por realimentação de estados e u é a entrada do sistema. Para tanto basta fazer uma escolha apropriada para a função de saída $y = h(\mathbf{x})$ e aplicar uma transformação não linear das coordenadas do tipo:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}) \\ L_f h(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

onde $L_f h(\mathbf{x})$ denota o *Colchete de Lie* da função $h(\mathbf{x})$ com respeito ao vetor de campo $f(\mathbf{x})$, e $L_f^2 h(\mathbf{x}) = L_f(L_f h(\mathbf{x}))$ e assim por diante. Desta forma o sistema em (2.3) se transformará no sistema definido por (2.1) exceto pela inserção do distúrbio (SLOTINE e LI, 1991).

2.3 - SMC Com Camada Limite Clássico

Considere um sistema não linear dinâmico com grau relativo n de uma única entrada e uma única saída, onde n é a ordem do sistema, definido por (2.1).

Sob estas considerações, pode-se definir uma lei clássica SMC (Controlador por Modos Deslizantes com Camada Limite)

$$u = \hat{u} - K_x \text{sat}\left(\frac{s}{\epsilon}\right), \quad (2.5)$$

onde $\hat{u}$ é o controle equivalente; K_x é um valor positivo; $\text{sat}(\cdot)$ denota a função saturação que é usada para construir a camada limite caracterizada por $\epsilon > 0$ (veja Figura 2.1), e s a variável de deslizamento definida por (2.2).

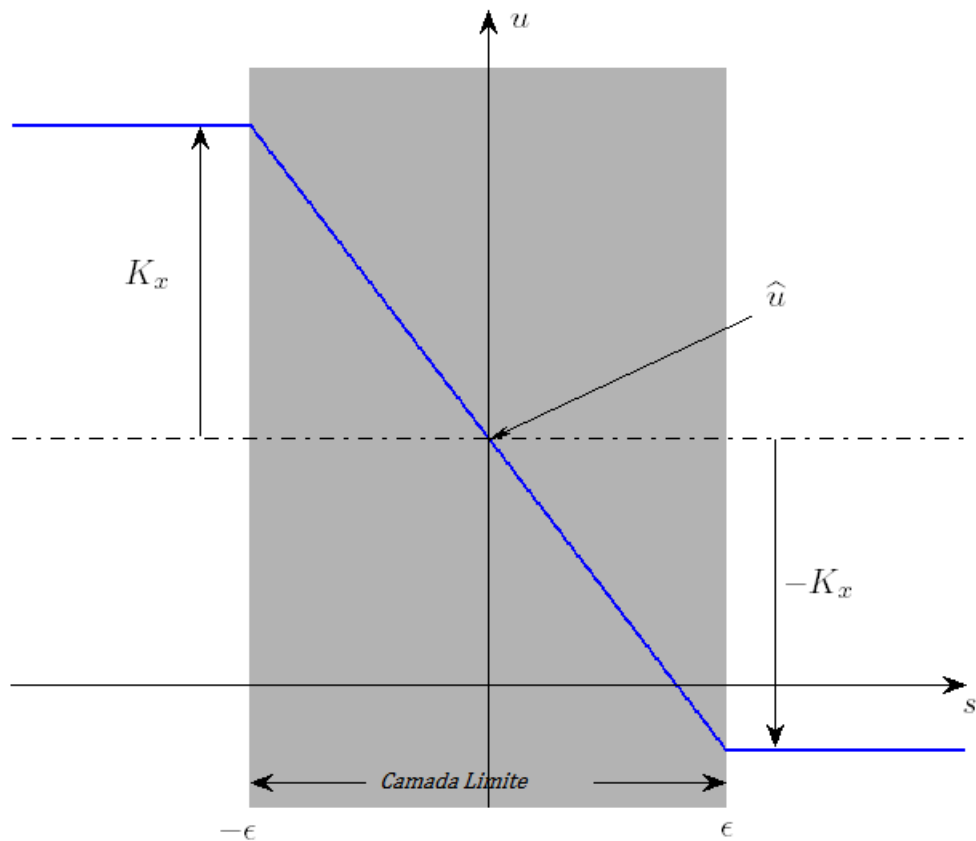


Figura 2.1 – Lei de Controle com Camada Limite.

No método clássico de SMC, definindo

$$\hat{u} = \frac{1}{\hat{b}(\mathbf{z})} [-\hat{a}(\mathbf{z}) + v], \quad (2.6)$$

onde $\hat{a}(\mathbf{z})$ e $\hat{b}(\mathbf{z})$ são os valores nominais das funções $a(\mathbf{z})$ e $b(\mathbf{z})$, obtidas considerando o sistema (2.1) livre de perturbações e perfeitamente conhecido;

$$v = y_r^{(n)} - \frac{1}{\lambda_n} [\lambda_{n-1} \tilde{z}_n + \lambda_{n-2} \tilde{z}_{n-1} + \dots + \lambda_1 \tilde{z}_2], \quad (2.7)$$

e usando (2.5), (2.6) e (2.7), com $K_x > D/b_{\min}$, em (2.1), a convergência da variável s para a região $|s| \leq \epsilon$ fica garantida. Esta conclusão pode ser alcançada pelo estudo da derivada da função de Lyapunov $V(s) = \frac{1}{2}s^2$ quando $|s| > \epsilon$. Entretanto, tal esquema não é prático porque nas equações (2.6) e (2.7), um completo conhecimento do sistema, dos parâmetros, do limite superior da perturbação D e do limite inferior $b_{\min}$ se faz necessário para a implementação da lei de controle (2.5).

Por outro lado, pode-se reproduzir o formato da lei de controle mostrado na Figura 2.1, cujo valor central é o termo $\hat{u}$, empregando um controlador nebuloso.

2.4 - Lei de Controle Nebuloso

Um controlador nebuloso pode ser construído usando a variável de deslizamento “ s ” como suporte para três funções de pertinência e três regras de inferências para a obtenção de uma lei de controle $u = u_f$. A introdução de uma função de pertinência com o centro em zero do suporte tem a intenção de tornar explícito o valor da melhor estimativa de $\hat{u}$, que na teoria de controle de modos deslizantes é chamado de controle equivalente. O modelo de inferência utilizado aqui é o de Takagi-Sugeno (também conhecido como modelo nebuloso TSK) de ordem zero (SUGENO e KANG, 1988), (TAKAGI e SUGENO, 1985) e (JANG, SUN e MIZUTANI, 1997). A idéia é reproduzir uma lei de controle que se assemelhe à do método de controle por modos deslizantes com camada limite $[-\epsilon, \epsilon]$, sendo ϵ uma constante estritamente positiva. Para aplicação em uma planta com uma dinâmica positiva, esta lei deve se apresentar como a mostrada na Figura 2.1.

Considere as três funções de pertinência como estão mostradas na Figura 2.2. As variáveis linguísticas são, respectivamente, *Negativo*, *Zero* e *Positivo*. As funções que representam estas variáveis são:

$$f(Negativo) = \mu_N(s);$$

$$f(Zero) = \mu_Z(s);$$

$$f(Positivo) = \mu_P(s).$$

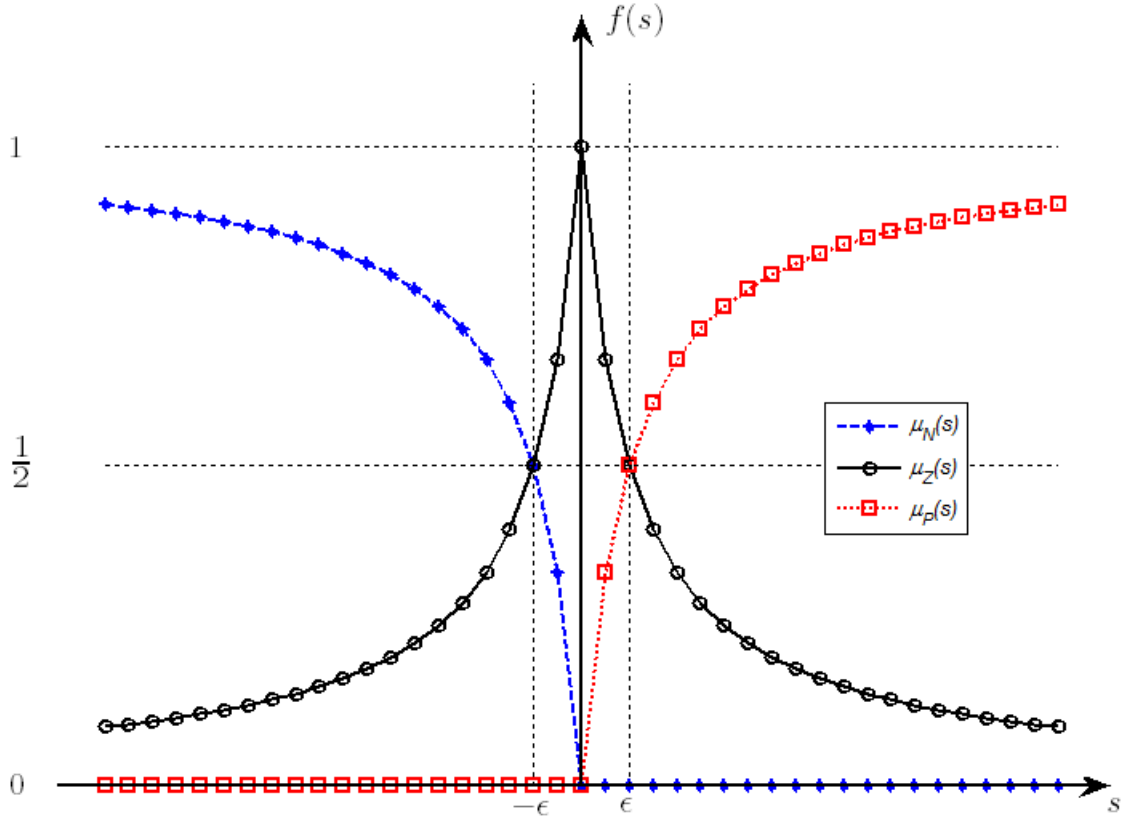


Figura 2.2 – Funções de Pertinência

Estas funções são descritas pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \mu_N(s) &= \begin{cases} \frac{s}{s - \epsilon}, & \text{para } s \leq 0, \\ 0, & \text{para outros valores;} \end{cases} \\ \mu_P(s) &= \begin{cases} \frac{s}{s + \epsilon}, & \text{para } s \geq 0, \\ 0, & \text{para outros valores;} \end{cases} \\ \mu_Z(s) &= 1 - [\mu_N(s) + \mu_P(s)]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Considere um sistema de inferência nebuloso com três regras, para o modelo TKS de ordem zero, descrito por:

- Se s é *Negativo* então $u_f = U_N$;

- Se s é *Zero* então $u_f = U_Z$;
- Se s é *Positivo* então $u_f = U_P$;

onde U_N , U_Z , e U_P são parâmetros de ajuste.

A saída “desfuzificada” será então obtida por:

$$u_f = \frac{U_N \mu_N(s) + U_Z \mu_Z(s) + U_P \mu_P(s)}{\mu_N(s) + \mu_Z(s) + \mu_P(s)}. \quad (2.9)$$

Notando que $\mu_N(s) + \mu_Z(s) + \mu_P(s) = 1$, e definindo $w_N = U_N - U_Z$, $w_Z = U_Z$ e $w_P = U_P - U_Z$, a equação (2.9) pode ser reescrita como

$$u_f = w_N \mu_N(s) + w_Z + w_P \mu_P(s) = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu}(s), \quad (2.10)$$

onde $\mathbf{w}^T = [w_N \ w_Z \ w_P]$ é o vetor de parâmetros (pesos) que devem ser ajustados de modo a se aproximar de uma lei de controle SMC clássica, e $\boldsymbol{\mu}^T(s) = [\mu_N(s) \ 1 \ \mu_P(s)]$. Se $w_N > 0$ e $w_P < 0$, a relação resultante entre a variável s e a ação de controle u_f , representada por (2.10) pode ser esboçada como mostrada na Figura 2.3.

A despeito do fato de que a curva mostrada na Figura 2.3 ser diferente da que é utilizada na lei clássica SMC (veja Figura 2.1), note que se $w_Z = \hat{u}$, $w_N \geq 2K_x$, e $w_P \leq -2K_x$, tem-se que

$$u_f = \hat{u} + \underbrace{[w_N \mu_N(s) + w_P \mu_P(s)]}_{\leq -K_x \text{sat}(s/\epsilon)},$$

para $|s| \geq \epsilon$, o qual é suficiente para garantir a convergência de s para a região cujos limites são determinados por $s = \pm\epsilon$. Portanto, o parâmetro ϵ deve estar diretamente relacionado com a dinâmica do processo a ser controlado. Se um processo for controlado por uma lei descontínua normalmente utilizada nos controles por modos deslizantes, dependendo da escolha deste parâmetro, a lei de controle aqui proposta não poderá controlar tal processo.

Ou seja, para pesos constantes, o efeito de encolher a camada limite até o valor zero será o mesmo do controle por modo deslizante puro (controle descontínuo) e o controle apresentará o efeito *chattering*. Se a camada limite, ao contrário, for estendida demais, o controle baseado em modos deslizantes será completamente descaracterizado. Por outro

lado, se os pesos puderem variar dinamicamente, o efeito de encolher a camada limite será o mesmo que aumentar os pesos w_N ou w_P .

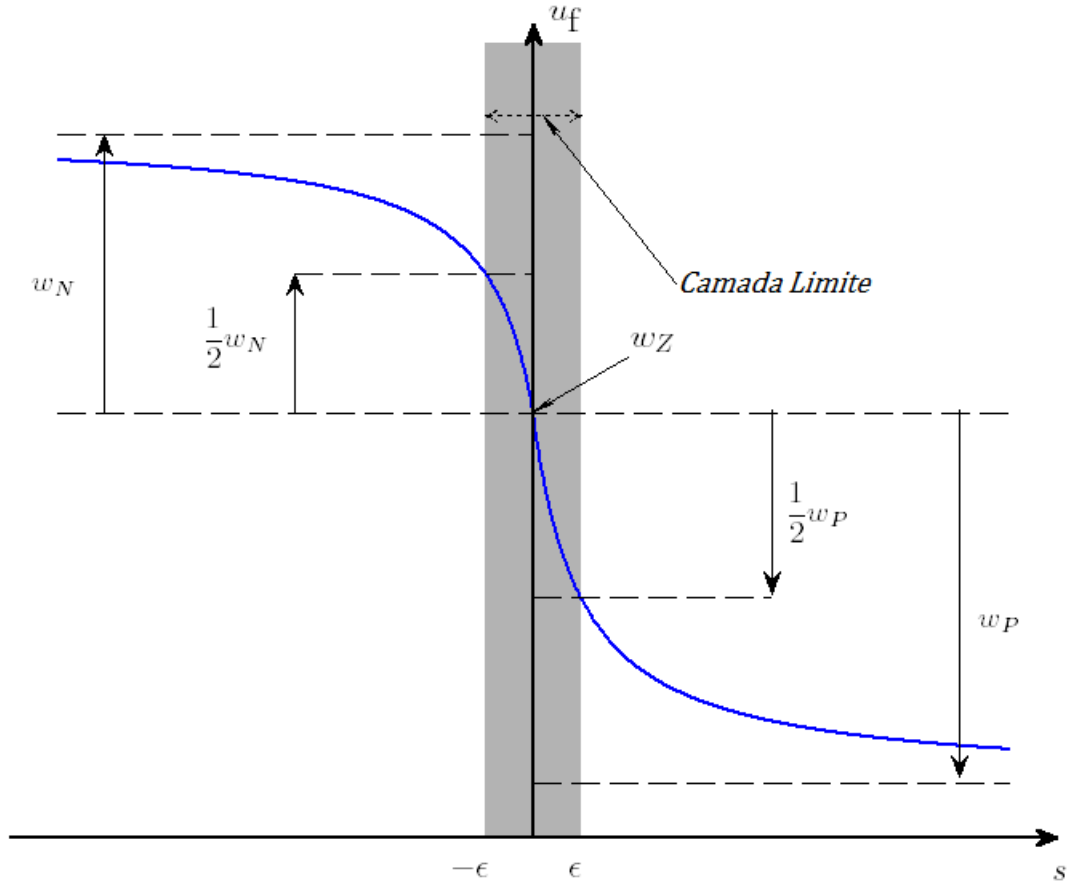


Figura 2.3 – Esboço da Lei de Controle u_f , considerando $w_N > 0$ e $w_P < 0$.

Finalmente, como será mostrado na próxima seção, mesmo quando $w_Z \neq \hat{u}$, se w_P e w_N crescerem adaptativamente enquanto $|s| > \epsilon$, eles podem aumentar suficientemente para trazer o sistema para $|s| \leq \epsilon$ ultrapassando a diferença $(w_Z - \hat{u}) \neq 0$.

Para melhor entender os parâmetros deste controlador, seja considerado um sistema dinâmico de segunda ordem descrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= a(\mathbf{z}) + b(\mathbf{z})u, \\ y &= z_1,\end{aligned}\tag{2.11}$$

onde $a(\mathbf{z})$ e $b(\mathbf{z})$ são funções desconhecidas, mas estimadas por $\hat{a}$ e $\hat{b}$, respectivamente, e que $b(\mathbf{z}) \geq b_o > 0$ para todo $\mathbf{z}$. A equação (2.10) será utilizada para fazer uma análise da

estabilidade do sistema em malha fechada, ou seja, substituir u em (2.11) por u_f . Baseado no controle por modos deslizantes, o que se pretende é restringir a dinâmica do sistema a um sistema de ordem reduzida que atenda a seguinte superfície de deslizamento:

$$s = \lambda \tilde{z}_1 + \tilde{z}_2, \quad (2.12)$$

onde $\tilde{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} z_1 - z_{1r} \\ z_2 - z_{2r} \end{bmatrix} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_r$. O índice “ r ” significando aqui “referência”. Será assumido que:

- $z_{1r}(t)$ e suas derivadas até $\ddot{z}_{1r}(t) = \dot{z}_{2r}(t)$ são limitadas para todo $t \geq 0$ e $\dot{z}_{2r}(t)$ é uma função contínua por partes;
- os sinais $z_{1r}, \dots, \ddot{z}_{1r}$ são disponíveis continuamente.

Para a superfície $s = 0$, a dinâmica do sistema é governada por $\dot{\tilde{z}}_1 = -\lambda \tilde{z}_1$. Nesta situação, escolhendo-se $\lambda > 0$ garantirá que $\tilde{z}_1(t)$ tenderá a zero quando t tende ao infinito e a taxa de convergência pode ser controlada pela escolha de λ . A dinâmica do sistema quando $s = 0$ é independente de $a(\mathbf{z})$ e $b(\mathbf{z})$. A primeira coisa a fazer é levar a trajetória do sistema para a camada limite caracterizada por $|s| \leq \epsilon$. Para realizar isto, tem-se que fazer a dinâmica da variável de deslizamento s igual a zero ($\dot{s} = 0$).

A partir da expressão da variável s tem-se que:

$$\dot{s} = \lambda \dot{\tilde{z}}_1 + \dot{\tilde{z}}_2 = a(\mathbf{z}) + b(\mathbf{z})u + \lambda \tilde{z}_2 - \dot{z}_{2r}. \quad (2.13)$$

Substituindo $a(\mathbf{z})$ e $b(\mathbf{z})$ na equação (2.13) por suas funções estimadas e igualando (2.13) a zero obtém-se o controle equivalente estimado

$$\hat{u} = w_Z = -\frac{\hat{a}(\mathbf{z}) + \lambda \tilde{z}_2 - \dot{z}_{2r}}{\hat{b}(\mathbf{z})}. \quad (2.14)$$

Agora, substituindo (2.14) em (2.10) e (2.10) em (2.13), tem-se:

$$\dot{s} = b(\mathbf{z}) \left(\Delta(\mathbf{z}, \mathbf{z}_r) + w_N \mu_N + w_P \mu_P \right), \quad (2.15)$$

onde

$$\Delta(\mathbf{z}, \mathbf{z}_r) = \left(\frac{a(\mathbf{z}) + \lambda \tilde{z}_2 - \dot{z}_{2r}}{b(\mathbf{z})} \right) - \left(\frac{\hat{a}(\mathbf{z}) + \lambda \tilde{z}_2 - \dot{z}_{2r}}{\hat{b}(\mathbf{z})} \right). \quad (2.16)$$

Para estabelecer uma região de atração que garanta que qualquer estado dentro desta região irá para dentro da camada limite em um tempo finito, utiliza-se a equação $V(s) = \frac{1}{2}s^2$ como a função candidata de Lyapunov para que seja averiguada a estabilidade do sistema realimentado dentro desta região de atração. Utilizando a equação (2.15), escreve-se:

$$\dot{V}(s) = s\dot{s} = b(\mathbf{z}) \left(\Delta(\mathbf{z}, \mathbf{z}_r) + w_N \mu_N + w_P \mu_P \right) s \leq -\zeta |s|, \quad (2.17)$$

onde ζ é uma constante positiva.

Para $s \geq \epsilon$, de (2.17) se pode deduzir que:

$$w_P \mu_P \leq - \left(\Delta(\mathbf{z}, \mathbf{z}_r) + \frac{\zeta}{b(\mathbf{z})} \right).$$

Estabelecendo um limite mínimo para a validade da inequação apresentada anteriormente, pode-se considerar que:

$$w_P \text{Mínimo}(\mu_P) \leq - \left(\Delta(\mathbf{z}, \mathbf{z}_r) + \frac{\zeta}{b(\mathbf{z})} \right).$$

Mas $\text{Mínimo}(\mu_P) |_{s \geq \epsilon} = \frac{1}{2}$, então:

$$w_P = -2 \left| \Delta(\mathbf{z}, \mathbf{z}_r) + \frac{\zeta}{b_{\min}} \right|. \quad (2.18)$$

Procedendo de forma similar para $s \leq \epsilon$, se obtém:

$$w_N = 2 \left| \Delta(\mathbf{z}, \mathbf{z}_r) + \frac{\zeta}{b_{\min}} \right|. \quad (2.19)$$

Se nenhum modelo pode ser estimado para $a(\mathbf{z})$ e $b(\mathbf{z})$, então $\hat{u} = 0$ e $\Delta(\mathbf{z}, \mathbf{z}_r)$ será escrito como:

$$\Delta(\mathbf{z}, \mathbf{z}_r) = \left(\frac{a(\mathbf{z}) + \lambda \tilde{z}_2 - \dot{z}_{2r}}{b(\mathbf{z})} \right). \quad (2.20)$$

Isto, no entanto, claramente irá incrementar os valores de $|w_P|$ e $|w_N|$.

Portanto, o estabelecimento dos parâmetros w_N , w_Z ($\hat{u}$) e w_P , é imposto por uma condição de restrição de máximo e de mínimo das variáveis de estado e também das incertezas nos parâmetros da planta. Isto, por sua vez, estabelecerá uma região finita de atração.

Conclui-se que qualquer estado dentro da região de atração e fora da camada limite irá, em um tempo finito, alcançar a camada limite e, uma vez alcançada, permanecerá dentro da mesma. Logo a região dentro da camada limite $\{|s| \leq \epsilon\}$ é um conjunto positivamente invariante. Detalhes podem ser visualizados através da Figura 2.4.

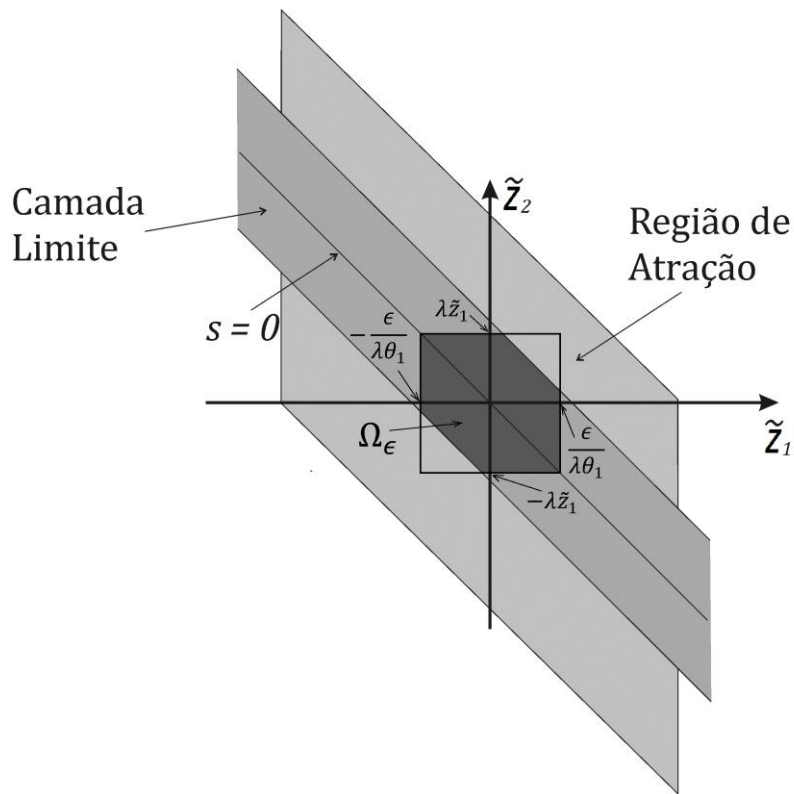


Figura 2.4 – Região de Atração, Camada Limite e Ponto de Equilíbrio

Para analisar a estabilidade no ponto $\tilde{z}_1 = 0$ (dentro da camada limite $|s| \leq \epsilon$), pode-se lançar mão da seguinte equação:

$$\dot{\tilde{z}}_1 = -\lambda\tilde{z}_1 + s,$$

onde $|s| \leq \epsilon$. A derivada de $V_1(\tilde{z}_1) = \frac{1}{2}\tilde{z}_1^2$ (função candidata de Lyapunov) deve satisfazer a

$$\dot{V}_1 = -\lambda\tilde{z}_1^2 + \tilde{z}_1 s \leq -\lambda\tilde{z}_1^2 + |\tilde{z}_1|\epsilon \leq -(1 - \theta_1)\lambda\tilde{z}_1^2, \quad \forall |\tilde{z}_1| \geq \frac{\epsilon}{\lambda\theta_1},$$

onde $0 < \theta_1 < 1$. Portanto, a trajetória alcança o conjunto $\Omega_\epsilon = \left\{ |\tilde{z}_1| \leq \frac{\epsilon}{\lambda\theta_1}, \quad |s| \leq \epsilon \right\}$ em um tempo finito. Aqui não foi provada a estabilidade da origem ($\tilde{z}_1 = 0$), apenas que quanto menor o valor de ϵ menor será o erro em regime do sistema realimentado. A região definida pelo conjunto Ω_ϵ onde está contido o ponto de equilíbrio pode ser visualizada através da Figura 2.4.

2.5 - Exemplo de Aplicação

Para se ter uma melhor compreensão do que foi desenvolvido até aqui, será simulado o sistema de levitação magnética (ANEXO A - PLANTA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA) com o controlador nebuloso descrito até aqui. Neste caso, o interesse é mostrar como se obtém os parâmetros (pesos) do controlador, a influência do parâmetro ϵ na resposta em regime permanente para o caso onde $\mathbf{z}(0) \neq 0$ e dentro da região de atração, $\mathbf{z}_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ e $\dot{z}_{2r} = 0$. Para tanto, considera-se a equação (A.2), repetida aqui:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= G_o - \frac{K}{(z_1 + \delta)^2} u, \\ y &= z_1. \end{aligned} \quad (2.21)$$

De (2.21) identifica-se que $a(\mathbf{z}) = G_o$; $b(\mathbf{z}) = \frac{K}{(z_1 + \delta)^2}$.

Para este sistema, o que foi assumido anteriormente de que $b(\mathbf{z}) \geq b_{min} > 0$ para todo $\mathbf{z}$, não é verdade, entretanto considerando que z_1 será limitado fisicamente por $|z_1| \leq 0.005 \implies z_{1max} = 0.005$ e que $\delta \geq 0.010$, logo, $b_{min} > 0$. Ou seja, $b(\mathbf{z}) \geq b_{min} > 0$ para o domínio $\Omega = \{\mathbf{z} \in \mathcal{R}^2, \quad |z_1| \leq 0.005\}$. Por tratar-se de um sistema com dinâmica negativa, o sinal de controle será o negativo de (2.10), então:

$$u = u_f = -(w_P \mu_P + w_Z + w_N \mu_N). \quad (2.22)$$

Para a determinação da região de atração para o controlador, falta conhecer a restrição na variável z_2 , que poderá ser obtida considerando uma situação simétrica de aceleração da esfera, ou seja, a máxima aceleração de subida será considerada a aceleração da gravidade G_o de descida. Lançando mão da equação da energia potencial e cinética, obtém-se:

$$z_{2max} = 2\sqrt{G_o z_{1max}} = 0.3962.$$

A região de atração Ω_c pode, então, ser assim caracterizada $\Omega_c = [(z_1, z_2) | z_2 = s - \lambda z_1, |s| \leq z_{1max} + z_{2max}]$. Portanto, todo estado partindo dentro desta região alcançará a camada limite $\Omega_\epsilon = [(z_1, z_2) | z_2 = s - \lambda z_1, |s| \leq \epsilon]$ em um tempo finito e permanecerá dentro desta região (conjunto positivamente invariante).

Se considerarmos que o único parâmetro da planta que poderá variar é o parâmetro K , e sua estimativa e variação são: $\hat{K} = 1.27 \times 10^{-3}$, $1.143 \times 10^{-3} \leq K \leq 1.397 \times 10^{-3}$ (valores obtidos na prática). Além disso, foi considerado $G_o = \hat{G}_o = 9.81$ para a simulação. A partir disso, os parâmetros iniciais estão estabelecidos, exceto o parâmetro ϵ que será comentado mais adiante. Prosseguindo, tem-se:

$$w_Z = \hat{u} = -\frac{\hat{b} + \lambda z_2}{\hat{b}} = -(z_1 + \delta)^2 \frac{G_o + \lambda z_2}{\hat{K}}, \quad (2.23)$$

$$w_N = -w_P = w = 2(z_{1max} + \delta)^2 \left((G_o + \lambda z_{2max}) \left| \frac{\hat{K} - K_{min}}{\hat{K} K_{min}} \right| + \frac{\zeta}{K_{min}} \right). \quad (2.24)$$

Considerando (2.22), (2.23) e (2.24), chega-se a seguinte lei de controle simplificada:

$$u = (z_1 + \delta)^2 \frac{G_o + \lambda z_2}{\hat{K}} + w \frac{s}{|s| + \epsilon}. \quad (2.25)$$

Esta lei de controle (2.25) é, conforme procedimento de projeto, capaz de trazer a trajetória do sistema realimentado para dentro da camada limite em um tempo finito. Na sequência, será investigado se o sistema (2.21) tem na origem um ponto de equilíbrio. Isto pode ser feito analisando a equação de estado realimentada com a lei de controle (2.25), ou seja,

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 = 0 \\ \dot{z}_2 &= G_o \left(\frac{\hat{K} - K}{\hat{K}} \right) - K w \frac{\lambda \bar{z}_1}{\lambda |\bar{z}_1| + \epsilon} \frac{1}{(\bar{z}_1 + \delta)^2} = 0, \end{aligned} \quad (2.26)$$

onde $\bar{z}_1$ é o ponto de equilíbrio procurado.

A equação (2.26) leva à

$$\Psi(K) = \frac{w}{G_o} \frac{\lambda \bar{z}_1}{\lambda |\bar{z}_1| + \epsilon} \frac{1}{(\bar{z}_1 + \delta)^2},$$

onde

$$\Psi(K) = \left(\frac{\hat{K} - K}{\hat{K}} \right). \quad (2.27)$$

Fazendo as seguintes considerações para encontrar o ponto de equilíbrio ($\bar{z}_1$): como $|\bar{z}_1| \leq \frac{\epsilon}{\lambda \theta_1}$, se $\epsilon \ll \delta$, pode-se fazer a seguinte aproximação: $(\bar{z}_1 + \delta)^2 \cong \delta^2$.

Baseado nestas considerações, com o valor de w constante calculado por (2.24), o valor de $\bar{z}_1$ pode ser aproximado e estará na seguinte faixa:

$$\frac{\Psi(K_{max})\delta^2 G_o}{(w - |\Psi(K_{max})|\delta^2 G_o)} \frac{\epsilon}{\lambda} \leq e_s \leq \frac{\Psi(K_{min})\delta^2 G_o}{(w - |\Psi(K_{min})|\delta^2 G_o)} \frac{\epsilon}{\lambda},$$

onde e_s é o erro de regime para a variável z_1 .

Notadamente se $\epsilon \rightarrow 0$, $\bar{z}_1 \rightarrow 0$.

Utilizando $\delta = 0.010$, $\epsilon = 0.0001$, $w = 0.4$ e $\lambda = 1$, o valor do erro de regime e_s encontra-se na faixa:

$$-2.1294 \times 10^{-5} \leq e_s \leq 2.7318 \times 10^{-5}.$$

O erro de regime pode ser visto na Figura 2.5. Foram feitas várias simulações e quando o valor do parâmetro K usado nas simulações foi o estimado, o erro estacionário foi zero. Quando o parâmetro K , usado nas simulações, foi aos seus extremos limitantes, o erro estacionário apresentou valores máximos.

Para diminuir o erro de regime permanente precisa-se escolher um valor de ϵ tão pequeno quanto possível. Porém, um valor muito pequeno de ϵ irá induzir *chattering* na presença de atrasos de tempo do controlador e até mesmo excitar dinâmicas não modeladas na planta. A Figura 2.6 mostra o desempenho do controlador para dois diferentes valores para ϵ .

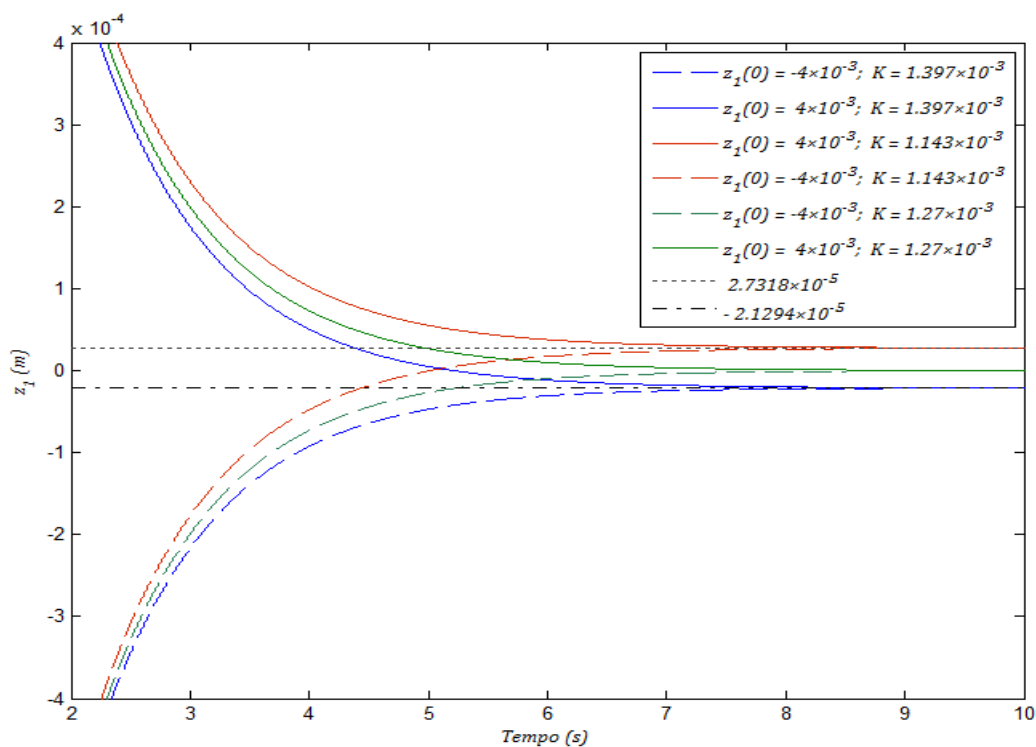
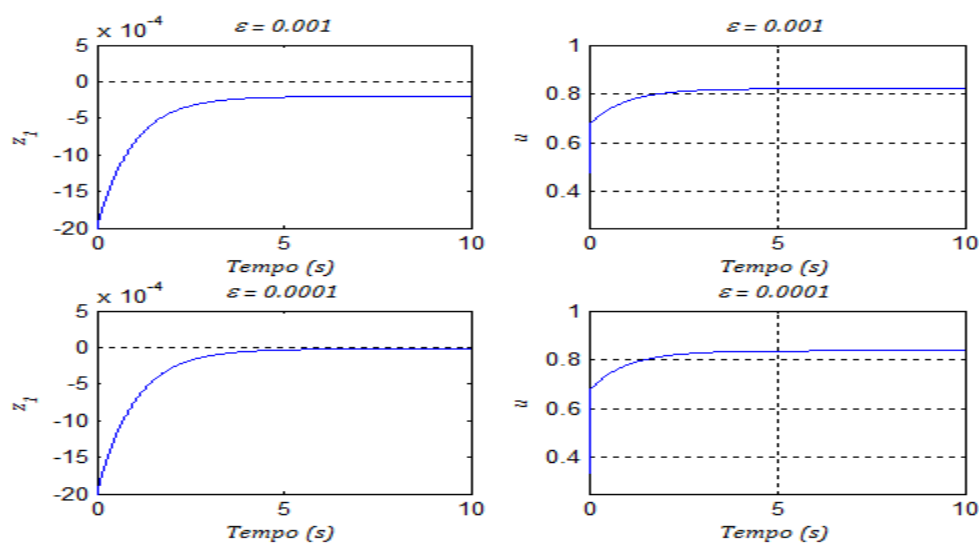


Figura 2.5 - Erro de regime permanente


 Figura 2.6 - Erro de Regime Permanente ($K = 1.397 \times 10^{-3}$)

2.6 - Modos Deslizantes com Ação Integral

Analisando os resultados obtidos com o exemplo da planta de levitação magnética, pode-se ainda, embora se tenha $K \neq \hat{K}$ (incerteza no parâmetro), ter o erro de regime

estacionário igual a zero. Para isto, basta inserir o efeito integral da ação do controlador, ou seja, $z_o = \int z_1$, onde z_o é uma variável adicional do sistema. Agora o novo sistema será:

$$\begin{aligned}\dot{z}_0 &= z_1, \\ \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= G_o - \frac{K}{(z_1 + \delta)^2} u.\end{aligned}\tag{2.28}$$

A variável de deslizamento, para se ter a origem como referência, será agora $s = \lambda_0 z_0 + \lambda_1 z_1 + z_2$, onde a matriz

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 \end{bmatrix},$$

deverá ser Hurwitz.

Através de

$$\dot{s} = \lambda_0 \dot{z}_0 + \lambda_1 \dot{z}_1 + \dot{z}_2 = 0,$$

$$\dot{s} = \lambda_0 \dot{z}_1 + \lambda_1 \dot{z}_2 + G_o - \frac{\hat{K}}{(z_1 + \delta)^2} \hat{u} = 0,$$

da mesma forma que foram obtidas (2.23) e (2.24), obtém-se

$$\hat{u} = w_Z = (z_1 + \delta)^2 \frac{G_o + \lambda_0 z_1 + \lambda_1 z_2}{\hat{K}},\tag{2.29}$$

$$w_N = -w_P = w = 2(z_{1max} + \delta)^2 \left(|G_o + \lambda_0 z_{1max} + \lambda_1 z_{2max}| \left| \frac{\hat{K} - K_{min}}{\hat{K} K_{min}} \right| + \frac{\zeta}{K_{min}} \right).\tag{2.30}$$

Com estes parâmetros o controlador assegurará que s alcançará a camada limite ($|s| \leq \epsilon$) em um tempo finito. Dentro da camada limite, o sistema pode ser representado por:

$$\dot{\eta} = A_0 \eta + B_0 s, \text{ onde } \eta = \begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \end{bmatrix} \text{ e } B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Para realizar uma análise de estabilidade dentro da camada limite, pode-se tomar $V_1(\eta) = \eta^T P_0 \eta$, onde P_0 é a solução da equação de Lyapunov $P_0^T A_0 + A_0 P_0 = -I$, então se verifica que

$$V_1(\eta) = -\eta^T \eta + 2\eta^T P_0 B_0 s \leq -(1 - \theta) \|\eta\|_2^2, \quad \forall \|\eta\|_2 \geq 2 \|P_0 B_0\|_2 \frac{\epsilon}{\theta_1},$$

onde $0 < \theta_1 < 1$. Portanto, toda a trajetória alcança o conjunto

$$\Omega_\epsilon = \left\{ V_1(\eta) \leq \frac{4 \|P_0 B_0\|_2^2 \epsilon^2 \|P_0\|_2}{\theta_1^2}, \quad |s| \leq \epsilon \right\},$$

em um tempo finito. Desta maneira, o sistema em (2.28) tem um ponto de equilíbrio em $\bar{z} = [\bar{z}_0, 0, 0]^T$, onde $\bar{z}_0$ pode ser calculado e o erro de regime permanente (e_s) estará na faixa:

$$\frac{\Psi(K_{max}) \delta^2 G_o}{(w - |\Psi(K_{max})| \delta^2 G_o)} \frac{\epsilon}{\lambda_0} \leq e_s \leq \frac{\Psi(K_{min}) \delta^2 G_o}{(w - |\Psi(K_{min})| \delta^2 G_o)} \frac{\epsilon}{\lambda_0}.$$

Os efeitos da ação integral estão sendo mostrados na Figura 2.7 para $w = 0.4$, $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_0 = 0.2$. Pelos gráficos mostrados nota-se que o erro de regime estacionário é zero para a variável de interesse z_1 , enquanto a ação de controle ainda é suave. Não está mostrado nos gráficos, mas a variável auxiliar acrescentada z_0 não instabilizou o sistema.

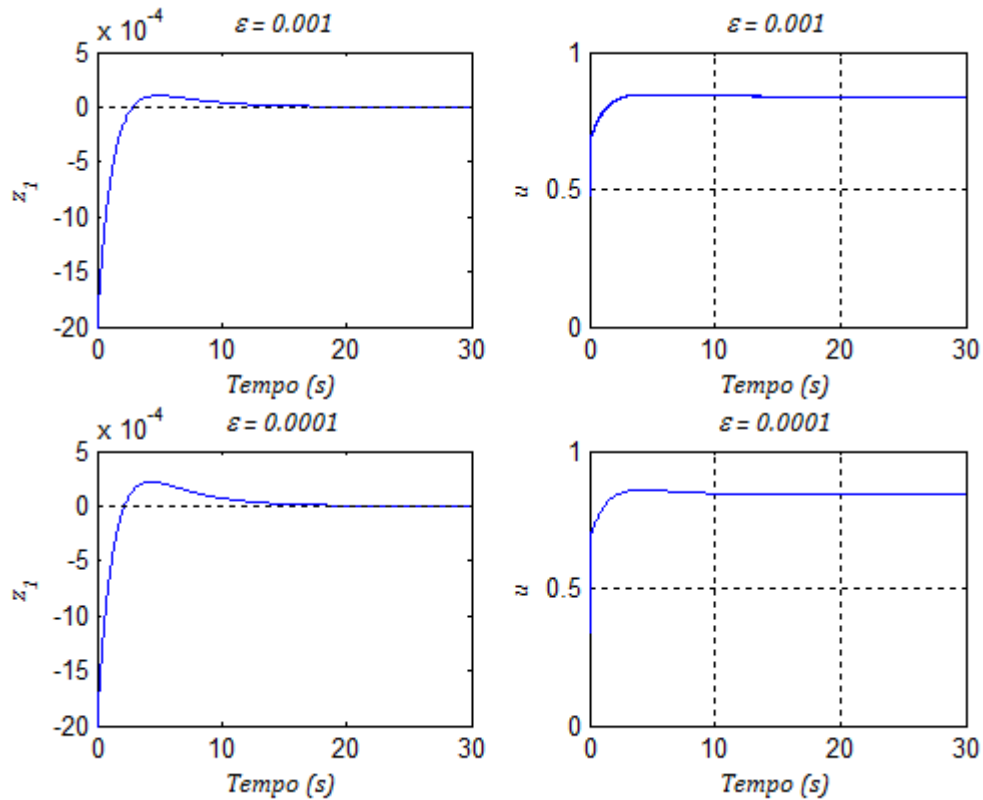


Figura 2.7 - Erro de Regime Permanente – Ação Integral ($K = 1.397 \times 10^{-3}$)

2.7 - Comparações

Nesta seção algumas simulações serão mostradas e comparações serão feitas com a intenção de mostrar algumas vantagens da utilização do controlador com o princípio de funcionamento estabelecido neste Capítulo. Para tanto, o modelo da planta de levitação magnética definido por (2.21) foi utilizado com $\delta = 0.01$. Inicialmente, com $K = \hat{K}$, duas comparações serão feitas, uma com o controle por modos deslizantes sem a camada limite e outra com a camada limite.

Para o controle por modos deslizantes sem a camada limite foi utilizado a seguinte lei:

$$u = (z_1 + \delta)^2 \frac{G_o + \lambda z_2}{\hat{K}} + K_x \text{sign}(s), \quad (2.31)$$

onde $K_x = 0.2$ e $\text{sign}(\cdot)$ é a função “sinal”; a variável de deslizamento s definida por (2.12) com $\lambda = 10$.

Para o controle por modos deslizantes com a camada limite foi utilizado a seguinte lei:

$$u = (z_1 + \delta)^2 \frac{G_o + \lambda z_2}{\hat{K}} + K_x \text{sat}(s/\epsilon), \quad (2.32)$$

onde $K_x = 0.2$ e $\text{sat}(\cdot)$ é a função “saturação”; a camada limite estabelecida com $\epsilon = 0.0001$; a variável s definida por (2.12) com $\lambda = 10$.

Para o controlador nebuloso não adaptativo, tem-se:

$$u = (z_1 + \delta)^2 \frac{G_o + \lambda z_2}{\hat{K}} + w \frac{s}{|s| + \epsilon}, \quad (2.33)$$

onde, $w = 0.4$ e a camada limite estabelecida com $\epsilon = 0.0001$; a variável s definida por (2.12) com $\lambda = 10$.

Os resultados obtidos estão mostrados nas Figuras 2.8, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12 e 2.13.

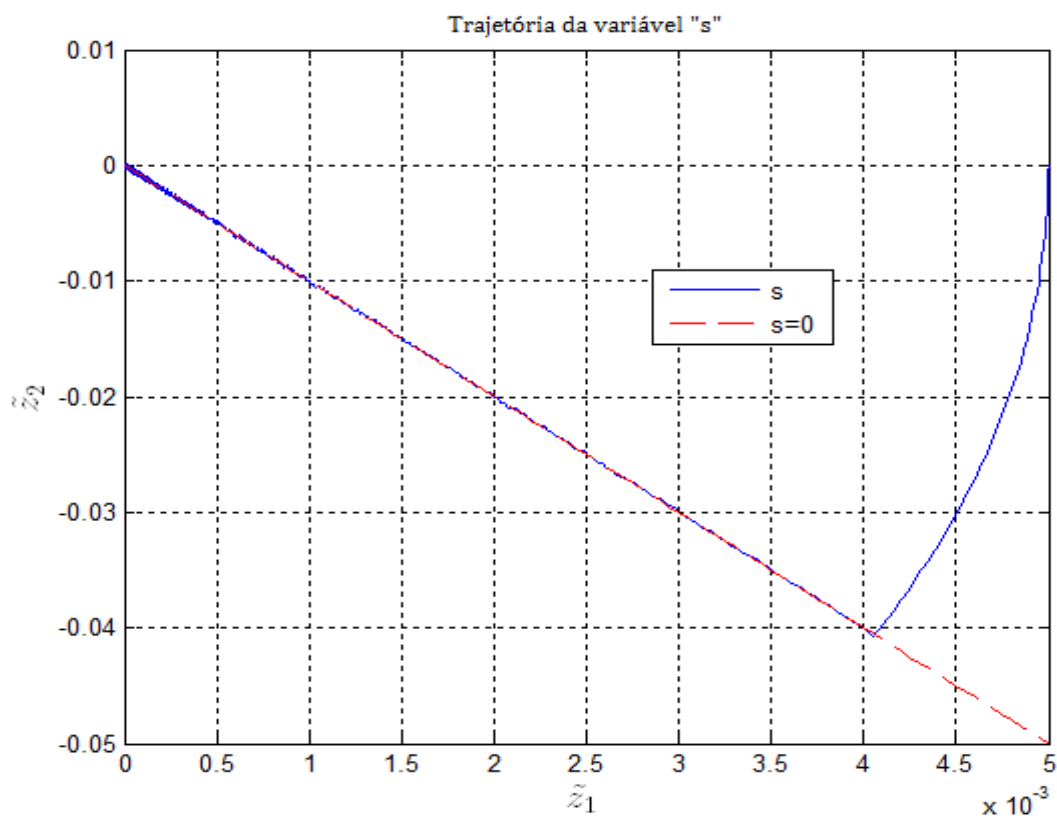


Figura 2.8 – Trajetória da variável “s” para o controle por modos deslizante sem camada limite.

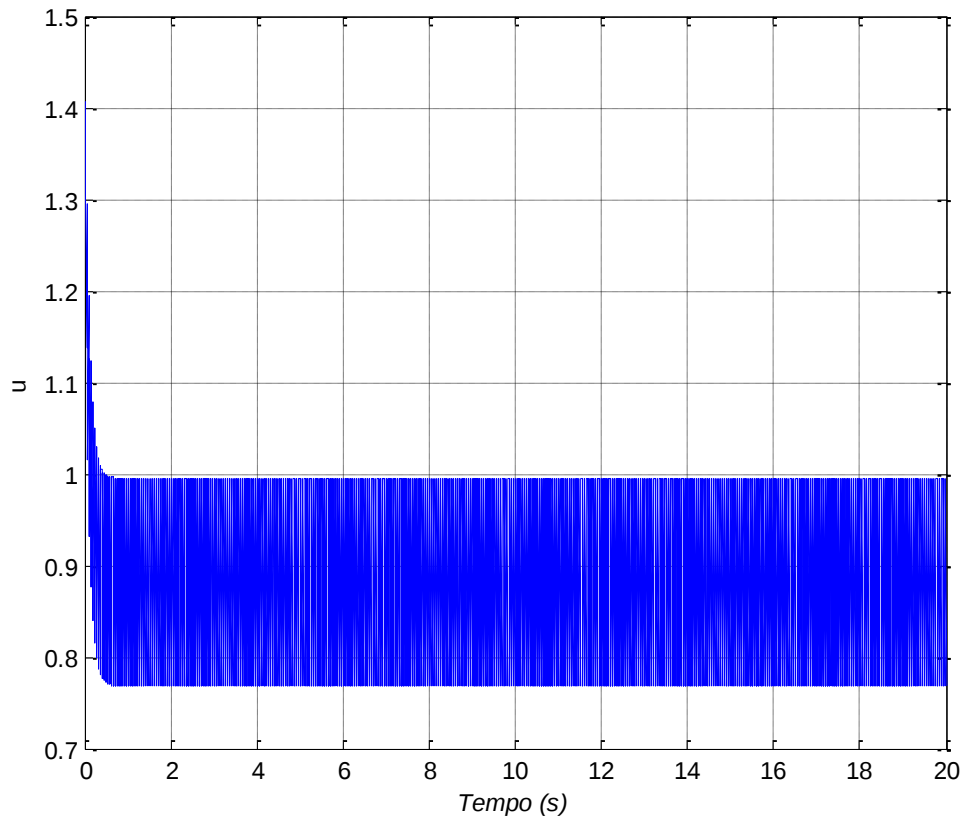


Figura 2.9 – Sinal de Controle (Modos Deslizantes sem Camada Limite)

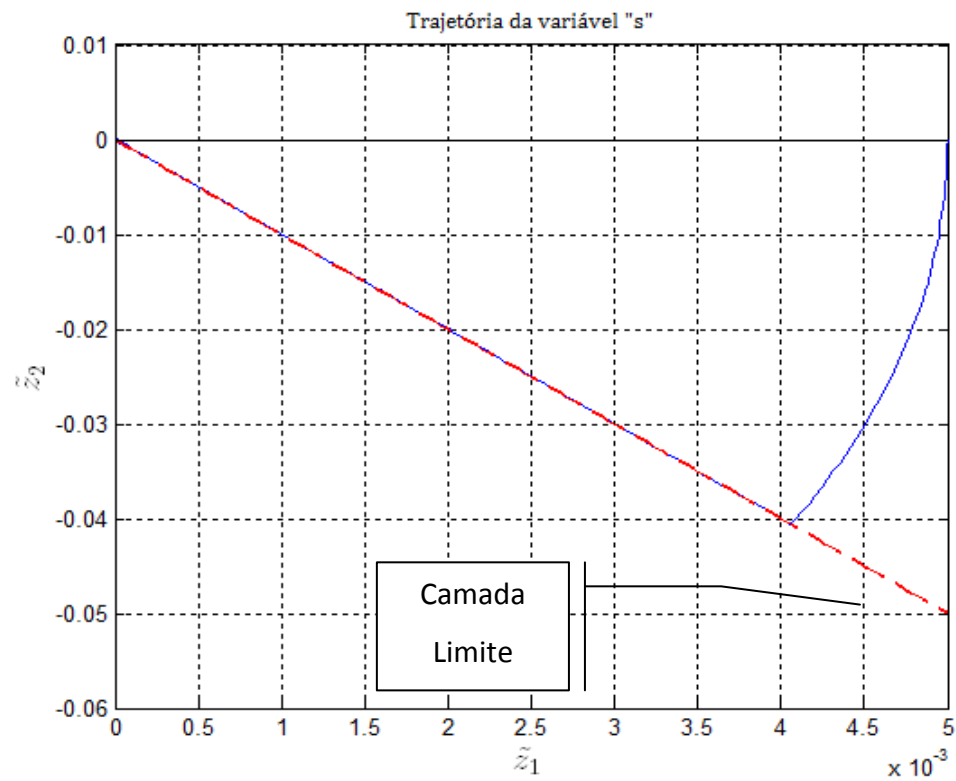


Figura 2.10 – Trajetória da variável “s” para o controle por modos deslizante com camada limite.

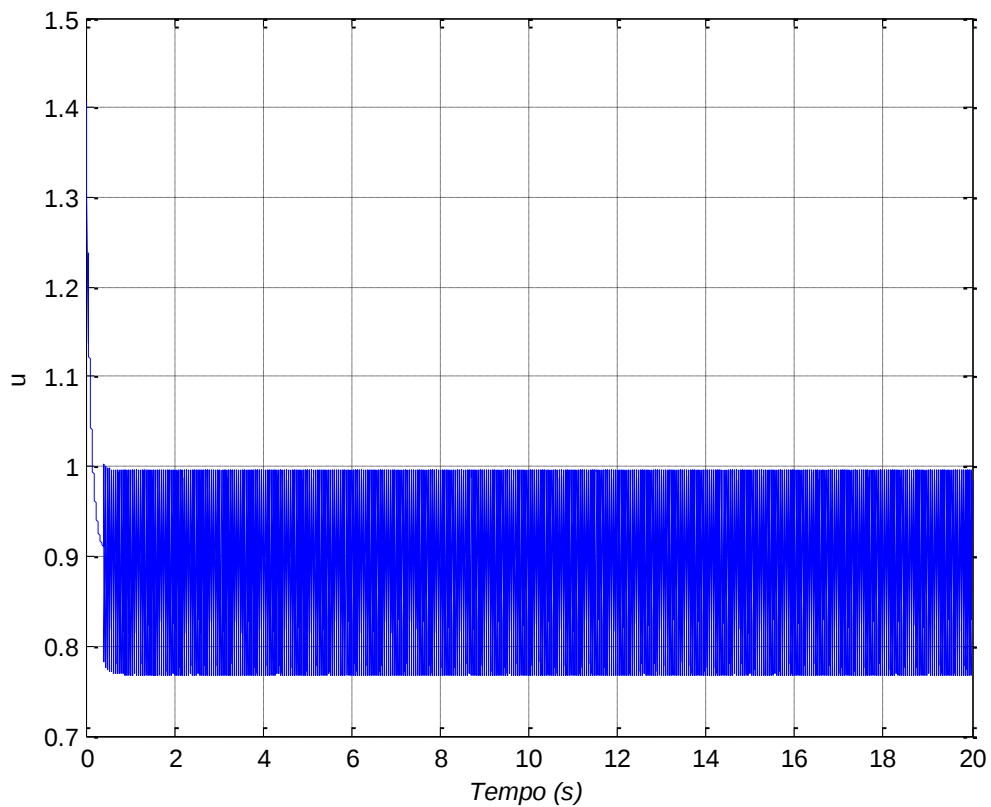


Figura 2.11 – Sinal de Controle (Modos Deslizantes com Camada Limite)

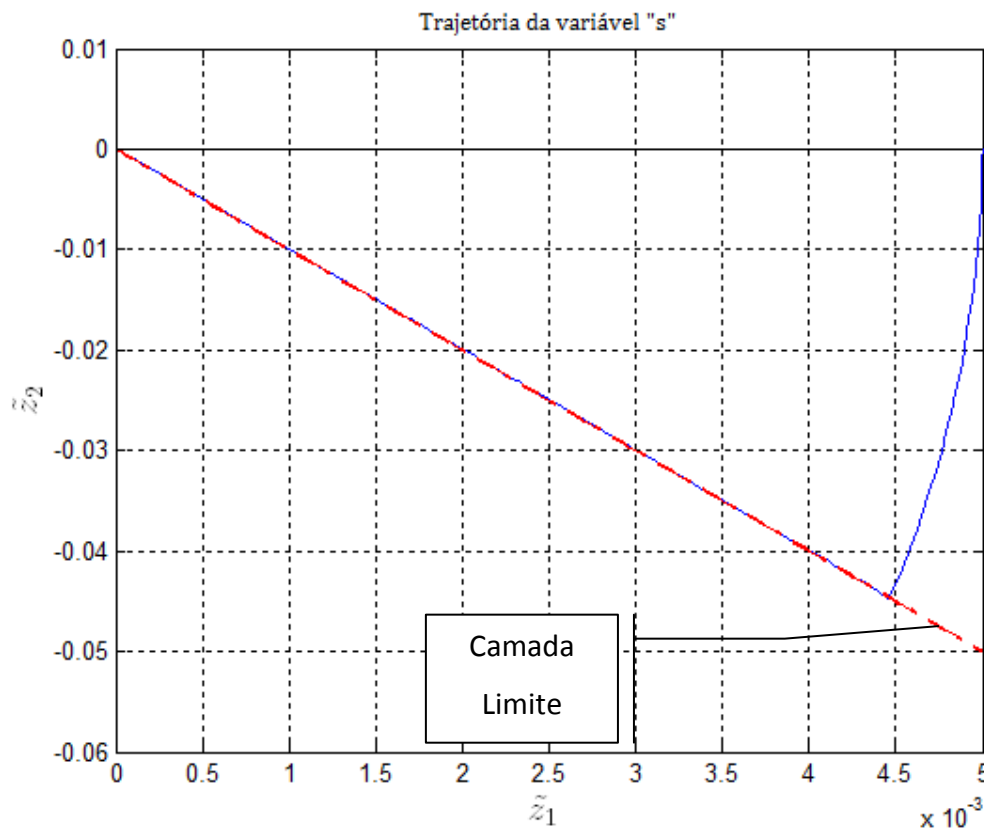


Figura 2.12 – Trajetória da variável “s” para o Controle Nebuloso não Adaptativo.

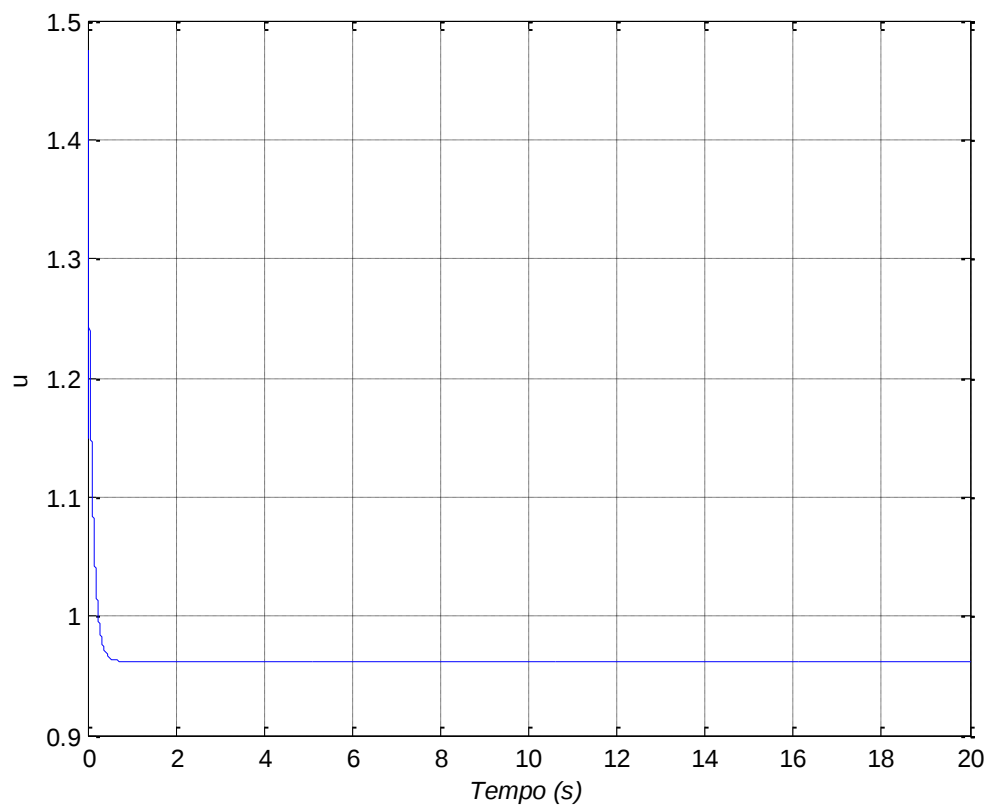


Figura 2.13 – Sinal de Controle (Nebuloso não Adaptativo)

Pelas Figuras 2.8, 2.10 e 2.12, observa-se que a trajetória no plano de fase ($\tilde{z}_1 \times \tilde{z}_2$) da variável de deslizamento s aproxima-se de $|s| \leq \epsilon$ de uma maneira muito semelhante, porém, o sinal de controle do controlador nebuloso não adaptativo apresenta (veja Figuras 2.9, 2.11 e 2.13) um sinal mais suave que os demais.

A segunda comparação foi realizada utilizando um controlador PID. Este controlador foi projetado pelo próprio fabricante do dispositivo, *Maglev Control Experiments*¹, para o modelo da planta (2.21) linearizada em torno do ponto $\tilde{z}_1 = 0$, para $\delta = 0.010$. Seus parâmetros foram $K_p = 4$, $K_i = 2$ e $K_D = 0.2$ (ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente). Na implementação real (prática) do controlador PID não é possível aplicar o ganho integral K_i desde o início, pois ao inserir a esfera no campo magnético com as mãos, o controlador não consegue fazer o equilíbrio da esfera. Mas para efeito de simulação a esfera pode ser colocada desde o início já bem perto do ponto de equilíbrio e o controle PID se faz efetivo. A simulação foi realizada com o parâmetro K variando na faixa de 1.143×10^{-3} a 1.397×10^{-3} da seguinte maneira:

$$K = [1.143 + (1.397 - 1.143)|\sin(t)|] \times 10^{-3}.$$

Para o controlador nebuloso não adaptativo a equação (2.33) foi utilizada com $w = 0.4$ e a camada limite estabelecida com $\epsilon = 0.0001$; a variável s definida por (2.12) com $\lambda = 20$.

Os resultados podem ser vistos nas Figuras 2.14, 2.15, 2.16, 2.17, 2.18 e 2.19. A esfera foi introduzida no ponto $z_1 = 0$. As Figuras 2.14 e 2.15 mostram a saída e o controle do sistema para o PID com o sinal de referência no ponto de -0.005m. A esfera alcança o ponto de -0.005m em praticamente 4 segundos. As Figuras 2.16 e 2.17 mostram a saída e o controle do sistema para o controlador não adaptativo com o sinal de referência no ponto de -0.005m. A esfera alcança o ponto de -0.005m em um tempo menor que 1 segundo. Nota-se que além do sinal de saída alcançar a referência em um tempo menor, o sinal de controle do sistema com o controlador não adaptativo apresenta-se de forma suave, uma característica bastante desejável.

¹ Feedback Instruments Limited – 33-942S®.

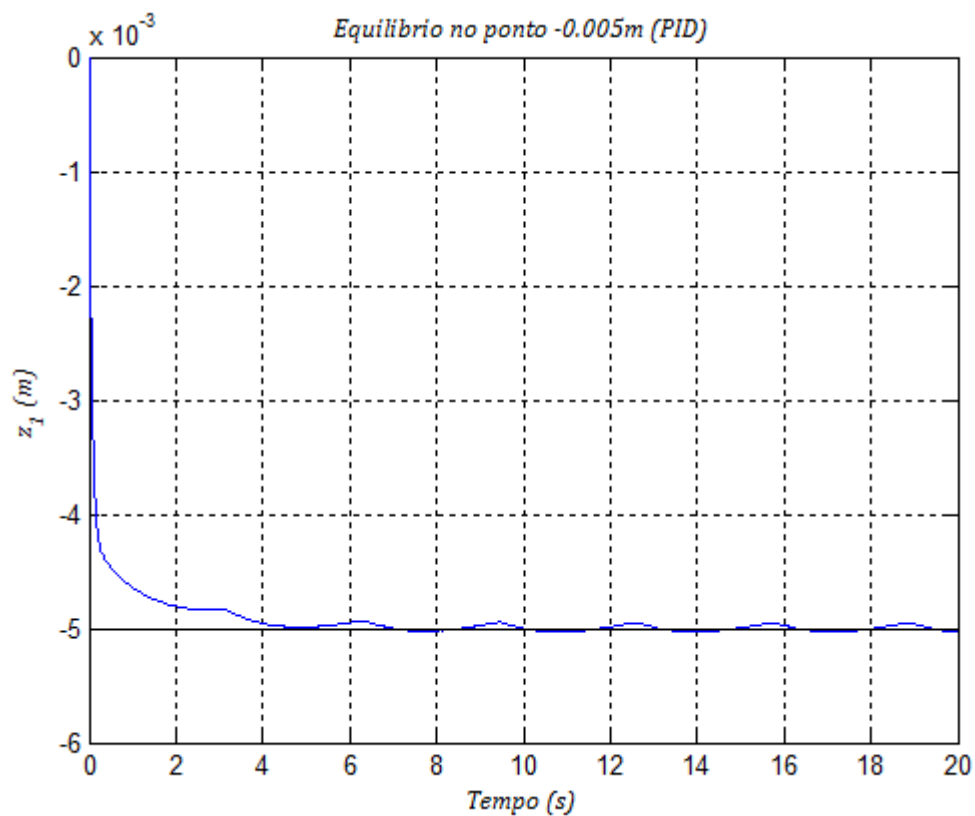


Figura 2.14 – Trajetória do Sistema com PID para o ponto de -0.005m

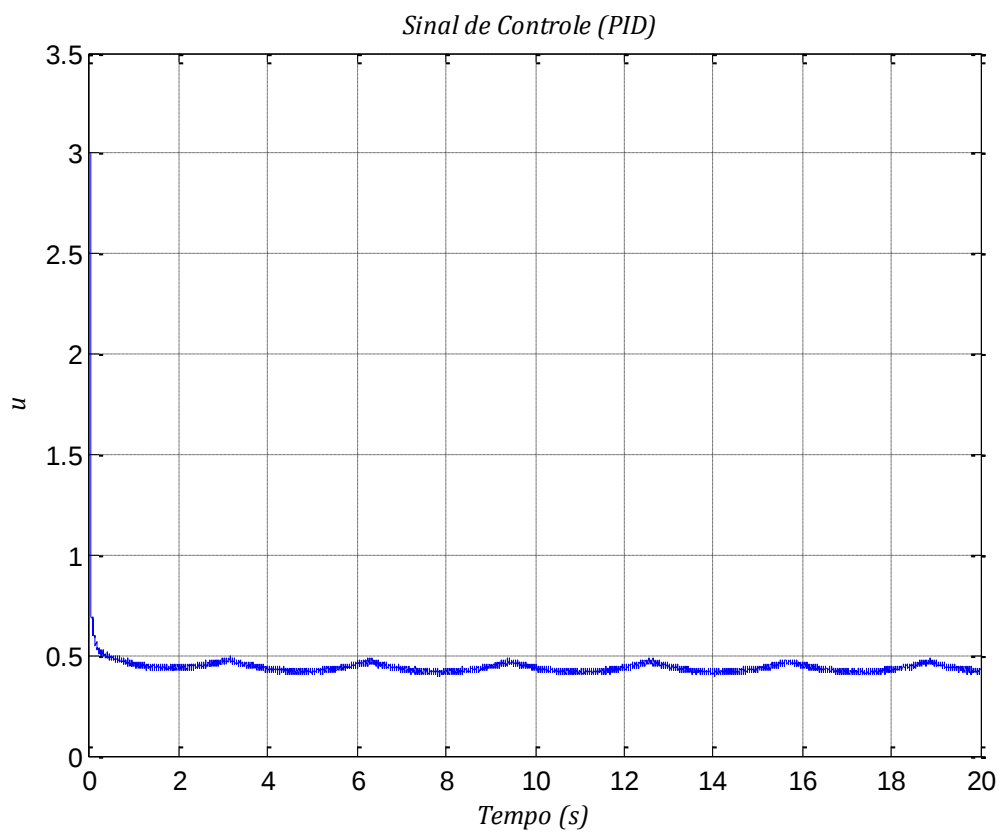
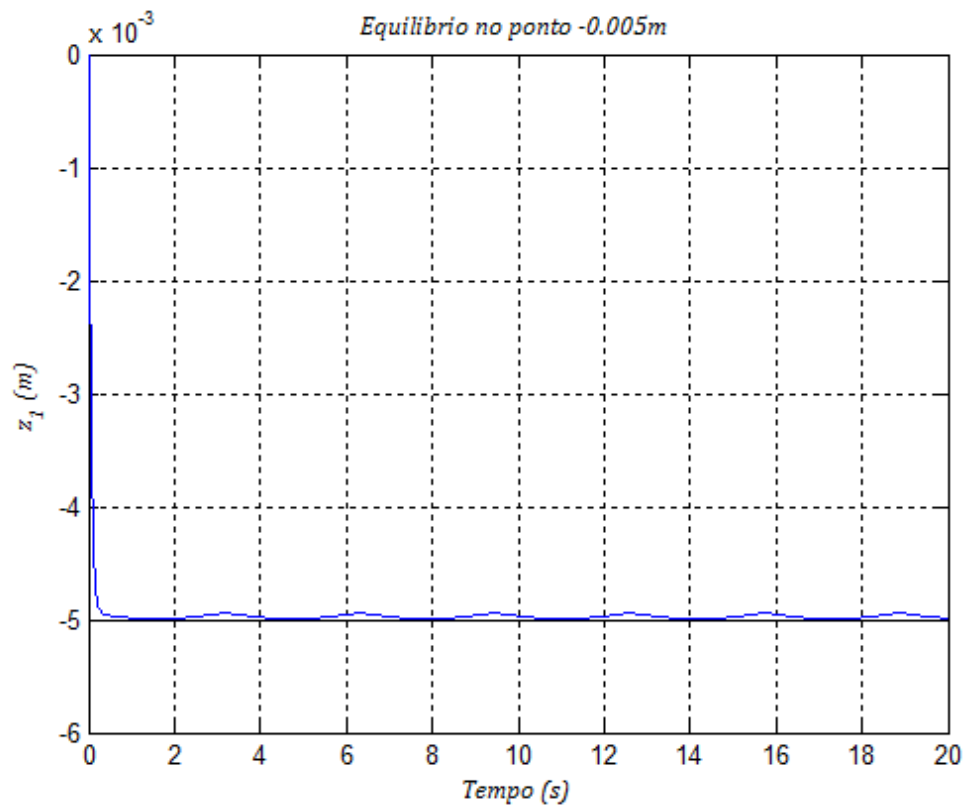
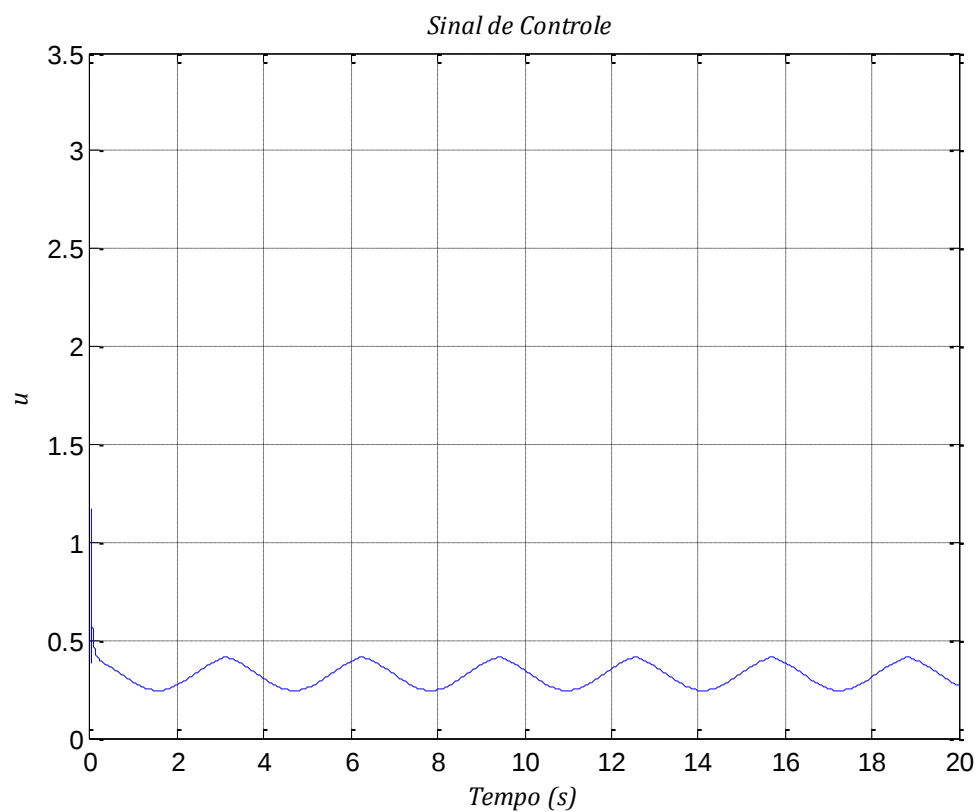


Figura 2.15 – Sinal de Controle do Sistema com PID para o ponto de -0.005m

Figura 2.16 – Trajetória do Sistema com Controle não Adaptativo para o ponto de $-0.005m$ Figura 2.17 – Sinal de Controle do Sistema com o Controle não Adaptativo para o ponto de $-0.005m$

Nas Figuras 2.18 e 2.19 os sinais de saída e de controle estão mostrados para o controlador não adaptativo. O sinal de referência foi 0.005m. O controlador PID não foi efetivo para este sinal de referência (não houve o controle).

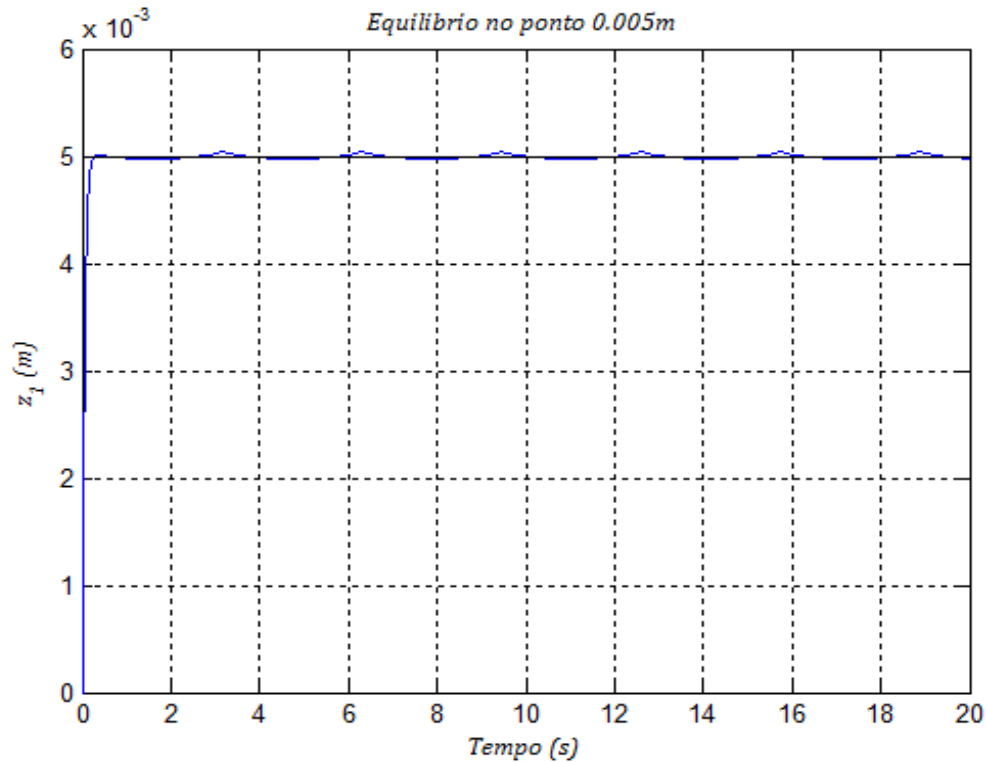


Figura 2.18 – Trajetória do Sistema com Controle não Adaptativo para o ponto de 0.005m

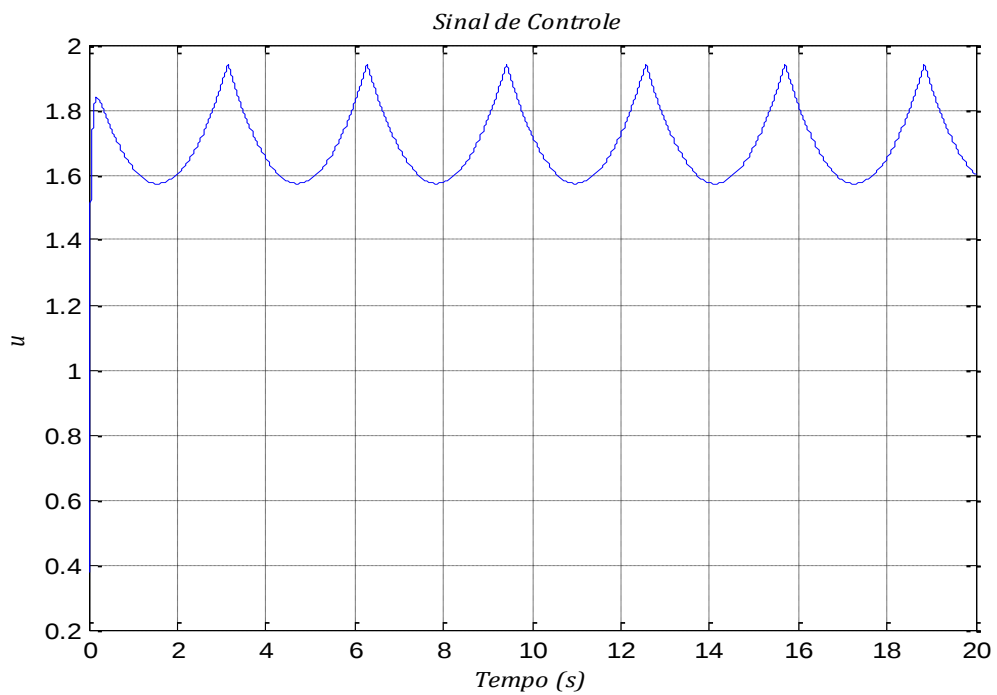


Figura 2.19 – Sinal de Controle do Sistema com o Controle não Adaptativo para o ponto de 0.005m

2.8 - Conclusões

O controlador por modos deslizantes nebuloso não adaptativo, desenvolvido até aqui, apresentou boas características para o controle de plantas não lineares. A substituição da lei de controle por modos deslizantes com camada limite pela lei de controle nebuloso (com as três funções de pertinências e suas respectivas regras de inferência definidas aqui neste capítulo) foi suficiente para desempenhar um controle efetivo de uma planta de levitação magnética. Trata-se de um controlador de atuação contínua para toda a faixa da variável deslizante. Assim como no seu similar (controle por modos deslizantes com camada limite), cuidados devem ser tomados na escolha do parâmetro ϵ . Se o erro de regime permanente se mostrar intolerável mesmo com a redução no parâmetro ϵ , então o uso de uma variável deslizante com ação integradora se fará necessária. As comparações feitas mostram que o controle aqui descrito apresenta boas características quanto ao alcance da camada limite e da suavidade do sinal de controle

CAPÍTULO 3 - CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES NEBULOSO ADAPTATIVO

3.1 - Introdução

Continuando com a idéia do que foi desenvolvido no capítulo anterior, ou seja, de manter a estrutura e o esforço computacional do controlador tão simples quanto possível, neste capítulo será proposto um controlador por modos deslizantes nebuloso adaptativo que utiliza a mesma estrutura do controlador apresentado no Capítulo 2, com uma lei de adaptação para o ajuste dos pesos do controlador (ARAÚJO, MENEZES, *et al.*, 2008). Neste capítulo será também feita uma análise para averiguar a estabilidade do controlador aqui proposto.

3.2 - Definição do Sistema Não Linear

O tipo de sistema não linear que se está propondo controlar é o definido por (2.1) e para facilitar a leitura do texto daqui em diante sua definição será repetida aqui.

Considere um sistema não linear dinâmico com grau relativo n de uma única entrada e uma única saída, onde n é a ordem do sistema, definido por:

$$\begin{aligned}\dot{z}_i &= z_{i+1}; \quad i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{z}_n &= a(\mathbf{z}) + b(\mathbf{z})u + d; \\ y &= z_1;\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n]^T \in \mathcal{R}^n$ é o vetor das variáveis de estado, $y \in \mathcal{R}$ é a saída; $u \in \mathcal{R}$ é a entrada de controle; $a(\cdot) : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$ é uma função desconhecida mas limitada (isto é, $|a(\mathbf{z})| < \infty, \forall \mathbf{z} \in \mathcal{R}^n$); $b(\cdot) : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^+$ é uma função desconhecida com sinal conhecido e limitada, considerada aqui positiva, sem perda de generalidades, tal que $0 < b_{\min} \leq b(\mathbf{z}) < \infty$; e d é um sinal desconhecido de perturbação tal que $|d| \leq D < \infty$. Considere também s a variável de deslizamento definida por

$$s = [\boldsymbol{\lambda}^T \ \lambda_n] \tilde{\mathbf{z}}, \quad (3.2)$$

onde $[\boldsymbol{\lambda}^T \ \lambda_n] = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{n-1} \ \lambda_n]$ é escolhido tal que o polinomial de ordem $n - 1$ de uma p variável $\lambda_n p^{n-1} + \lambda_{n-1} p^{n-2} + \dots + \lambda_1$ seja Hurwitz; e $\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_r = [\tilde{z}_1 \ \tilde{z}_2 \ \dots \ \tilde{z}_n]^T$, $\mathbf{z}_r = [y_r \ \dot{y}_r \ \dots \ y_r^{n-1}]^T$ é um vetor de referência com norma limitada ($\|\mathbf{z}_r\| < \infty$).

Como já foi comentado no capítulo anterior, pode-se mostrar (SLOTINE e LI, 1991) que para todos os sistemas não lineares do tipo

$$\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x}) + G(\mathbf{x})u,$$

onde $\mathbf{x}$ é o vetor de estado, $F(\mathbf{x})$ e $G(\mathbf{x})$ são, respectivamente, os campos de deriva e direcionamento e u é a entrada do sistema, que podem ser linearizados por realimentação de estados, existe uma escolha apropriada para a função de saída $y = h(\mathbf{x})$, tal que o grau relativo é igual a n .

3.3 - Motivação Para a Escolha da Lei de Adaptação

A lei de adaptação para o ajuste dos pesos foi introduzida com a intenção de eximir o projetista da necessidade do conhecimento do modelo da planta. Desta maneira, o projetista de tal controlador terá as atividades de projeto bastante simplificadas utilizando apenas conhecimentos qualitativos sobre restrições físicas impostas pela própria natureza da planta e do atuador.

A inspiração para a escolha da lei de adaptação advém das redes neuronais nebulosas. Estas redes normalmente têm seus pesos ajustados através da retroalimentação, utilizando, para isso, o gradiente descendente (JANG, SUN e MIZUTANI, 1997).

3.4 - Adaptação

Considerando o sistema dinâmico definido por (3.1) onde $u = u_f$, definido por (2.10), a variável de deslizamento s definida por (3.2), com $d = 0$. Pode-se estabelecer uma função custo a ser minimizada como

$$J = \left(\frac{s^2}{2} \right) + \left(\frac{w_N^2}{2} + \frac{w_P^2}{2} \right), \quad (3.3)$$

onde a primeira parcela leva em conta a minimização da variável s necessária para alcançar a superfície de deslizamento ($s = 0$), e a segunda parcela visa a necessidade de se prevenir um excessivo esforço de controle ao reduzir os valores absolutos de w_N e w_P (veja a Figura 2.3). Neste caso, os pesos podem variar segundo a direção oposta àquela determinada pelos componentes do gradiente da função custo. A variável a ser controlada é a variável de saída $y = z_1$ da planta, então a tentativa de minimizar a equação (3.3), será através da variável y utilizando o gradiente descendente até os pesos a serem ajustados, como segue:

$$\dot{\mathbf{w}} = -\frac{1}{\tau} \begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial w_N} \\ \frac{\partial J}{\partial w_Z} \\ \frac{\partial J}{\partial w_P} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\tau} \left(\begin{bmatrix} s \frac{\partial s}{\partial w_N} \\ s \frac{\partial s}{\partial w_Z} \\ s \frac{\partial s}{\partial w_P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_N \\ 0 \\ w_P \end{bmatrix} \right),$$

onde $1/\tau$ é uma taxa de adaptação a ser determinada. Considerando que o termo $\partial s / \partial w_N$ pode ser expandido como

$$\frac{\partial s}{\partial w_N} = \left(\frac{\partial s}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial u_f} \right) \left(\frac{\partial u_f}{\partial w_N} \right) = (\lambda_1) \left(\frac{\partial y}{\partial u_f} \right) (\mu_N),$$

e adotando-se uma aproximação grosseira, mais simples, tal como

$$\frac{\partial y}{\partial u_f} \approx \kappa,$$

para a relação desconhecida da entrada para a saída, onde κ é uma constante cujo sinal é o mesmo de $b(z)$ em (3.1), ao se aplicar uma expansão similar para $\partial s / \partial w_Z$ e $\partial s / \partial w_P$, tem-se a seguinte lei de adaptação

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_N \\ \dot{w}_Z \\ \dot{w}_P \end{bmatrix} = -\frac{1}{\tau} \begin{bmatrix} \lambda_1 \kappa s \mu_N(s) + w_N \\ \lambda_1 \kappa s \\ \lambda_1 \kappa s \mu_P(s) + w_P \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Esta lei assegura que, se os pesos w_N e w_P são apropriadamente inicializados, a forma da curva de s mostrada na Figura 2.3 irá manter sua orientação durante o processo de adaptação, como estabelecido no seguinte lema.

Lema 1 – *Considerando que, em (3.4), $\lambda_1 > 0$, $\tau > 0$, e $\kappa > 0$, então $w_N(t_0) \geq 0 \Rightarrow w_N(t) \geq 0, \forall t \geq t_0$. Similarmente, $w_P(t_0) \leq 0 \Rightarrow w_P(t) \leq 0, \forall t \geq t_0$.*

Demonstração – De (2.8) é claro que $[s\mu_N(s)] \leq 0$ e $[s\mu_P(s)] \geq 0; \forall s \in \mathcal{R}$. Por outro lado, a dinâmica associada a w_N e w_P , indicada em (3.4), pode ser vista como àquela correspondente a dois filtros de primeira ordem, ambos com constante de tempo τ , excitados por um sinal sempre positivo de $(-\lambda_1\kappa/\tau)s\mu_N(s)$ para o caso de w_N , e sempre negativo $(-\lambda_1\kappa/\tau)s\mu_P(s)$ para o caso de w_P , de forma que $w_N(t) \geq 0$ e $w_P(t) \leq 0$, caso $w_N(t_0) \geq 0$ e $w_P(t_0) \leq 0$.

□

É importante observar que uma lei de adaptação que levasse apenas em consideração a primeira parcela $\left(\frac{s^2}{2}\right)$ da função custo (3.3) a ser minimizada, teria como consequência a seguinte lei de adaptação:

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_N \\ \dot{w}_Z \\ \dot{w}_P \end{bmatrix} = -\frac{\lambda_1\kappa}{\tau} \begin{bmatrix} s\mu_N(s) \\ s \\ s\mu_P(s) \end{bmatrix}.$$

A utilização desta lei levaria os pesos w_N e w_P a divergir com a inerente inserção do ruído na variável s . Tal afirmação pode ser verificada com uma análise simples baseada na teoria dos processos estocásticos. Supondo mais realisticamente que a variável de deslizamento seja $s = s_s + \eta$, onde η é a componente do ruído e s_s é a variável de deslizamento sem ruído, e que mesmo quando $s_s \rightarrow 0$ os valores de $\eta\mu_N(\eta) \leq 0$ e $\eta\mu_P(\eta) \geq 0$. Considerando um sinal η de ruído não nulo estacionário Gaussiano de média zero, os valores esperados $E[\eta\mu_N(\eta)] < 0$ e $E[\eta\mu_P(\eta)] > 0$. Isto levaria os pesos w_N e w_P a divergirem devido à integração envolvida na obtenção dos referidos pesos.

3.5 - Análise de Estabilidade e Convergência

Considere a dinâmica do sistema definido por (3.1), com a variável de deslizamento s definida em (3.2), submetido às seguintes hipóteses:

Hipótese 1 – O ganho $b(\mathbf{z})$ é uma função desconhecida positiva e limitada, ou seja, $0 < b_{\min} \leq b(\mathbf{z}) < \infty$;

2 – $\frac{|\dot{b}(\mathbf{z})|}{b(\mathbf{z})} \leq \beta(\mathbf{z})$; e consequentemente $\beta(\mathbf{z}) > 0$.

De (3.1) e (3.2), tem-se que

$$\dot{s} = \lambda_n [a(\mathbf{z}) + b(\mathbf{z})u + d] - \lambda_n y_r^{(n)} + [0 \ \lambda^T] \tilde{\mathbf{z}}. \quad (3.5)$$

De (3.5), e considerando o sistema livre de distúrbios ($d = 0$), existe uma lei de controle idealizada da seguinte forma:

$$u^* = -\frac{\lambda_n a(\mathbf{z}) - \lambda_n y_r^{(n)} + [0 \ \lambda^T] \tilde{\mathbf{z}} + \beta(\mathbf{z})s}{\lambda_n b(\mathbf{z})}, \quad (3.6)$$

tal que, fazendo-se $u = u^*$ em (3.5), a dinâmica da variável s obedece a

$$\dot{s} = -\beta(\mathbf{z})s,$$

e $s \rightarrow 0$ assintoticamente, dado que $\beta(\mathbf{z}) > 0$. A equação (3.6) pode ser reescrita como

$$\lambda_n y_r^{(n)} - [0 \ \lambda^T] \tilde{\mathbf{z}} = \lambda_n a(\mathbf{z}) + \lambda_n b(\mathbf{z})u^* + \beta(\mathbf{z})s,$$

e quando usada em (3.5), obtém-se

$$\dot{s} = -\beta(\mathbf{z})s + \lambda_n b(\mathbf{z})(u - u^*) + \lambda_n d. \quad (3.7)$$

De acordo com o Teorema Universal de Aproximação (WANG, 1992), existe uma lei de controle nebuloso que pode aproximar u^* definida em (3.6). Tomando u_f , definido em (2.10) como sendo a lei de controle usada para aproximar u^* , pode-se considerar que existe uma aproximação ótima u_f^* tal que

$$u^* = u_f^* + \delta = \mathbf{w}^{*T} \boldsymbol{\mu}(s) + \delta, \quad (3.8)$$

onde δ é o erro da aproximação; com $\mathbf{w}^* = [w_N^* \ w_Z^* \ w_P^*]^T$; em que os pesos de valores constantes w_N^* , w_Z^* e w_P^* são ótimos no sentido que o erro absoluto máximo $\max\{|\delta|\}$ é mínimo.

Hipótese 3 – O erro de aproximação é limitado, isto é, $|\delta| \leq \Delta < \infty$.

Além disso, a lei de controle nebulosa (2.10), será futuramente modificada, tal que a expressão final será:

$$u = u_f - K_s s, \quad (3.9)$$

onde o termo $-K_s s$ foi introduzido para exercer algum controle sobre a região de atração, como será visto mais adiante.

Hipótese 4 – O sinal de perturbação d é limitado, ou seja, $|d| \leq D < \infty$.

Teorema 1 – Para o sistema de controle compreendido pelas equações (3.1), (3.9) e (3.4), com a variável de deslizamento s definida por (3.2), considerando as hipóteses 1, 2, 3 e 4, a variável de deslizamento s converge para a seguinte região de atração:

$$\Phi = \left\{ |s| \leq \left(\frac{K_b + \sqrt{K_b^2 + 4K_c}}{2} \right) \right\}, \quad (3.10)$$

onde $K_b = \frac{1}{K_s} \left(\Delta + \frac{D}{b_{\min}} \right)$ e $K_c = \frac{1}{\kappa \lambda_1 K_s} (w_N^{*2} + w_P^{*2})$.

Demonstração – Usando (3.7), (3.8) e (3.9), obtém-se

$$\dot{s} = -\beta(\mathbf{z})s + \lambda_n b(\mathbf{z}) [\tilde{\mathbf{w}}^T \boldsymbol{\mu}(s) - K_s s - \delta] + \lambda_n d, \quad (3.11)$$

onde $\tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{w}(t) - \mathbf{w}^*$. Considere a seguinte função limitada inferiormente

$$V = \frac{s^2}{2b(\mathbf{z})} + \frac{\lambda_n \tau}{2\kappa \lambda_1} \tilde{\mathbf{w}}^T \tilde{\mathbf{w}}. \quad (3.12)$$

Diferenciando (3.12) no tempo, usando (3.11), e notando que $\dot{\tilde{\mathbf{w}}} = \dot{\mathbf{w}}(t) - \dot{\mathbf{w}}^* = \dot{\mathbf{w}}(t)$, tem-se que

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{s^2}{b(\mathbf{z})}\beta(\mathbf{z}) - \frac{s^2}{2b(\mathbf{z})}\frac{\dot{b}(\mathbf{z})}{b(\mathbf{z})} + \lambda_n \tilde{\mathbf{w}}^T \boldsymbol{\mu}(s)s + \frac{\lambda_n \tau}{\kappa \lambda_1} \tilde{\mathbf{w}}^T \dot{\mathbf{w}}(t) - \lambda_n K_s s^2 - \\ & \lambda_n s \left(\delta - \frac{d}{b(\mathbf{z})} \right). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Desde que $b(\mathbf{z}) > 0$ (Hipótese 1), $\frac{|\dot{b}(\mathbf{z})|}{b(\mathbf{z})} \leq \beta(\mathbf{z})$ (Hipótese 2) e levando em conta (3.4), a última equação leva à

$$\dot{V} \leq -\frac{s^2}{b(\mathbf{z})}\beta(\mathbf{z}) + \frac{s^2}{2b(\mathbf{z})}\beta(\mathbf{z}) - \frac{\lambda_n}{\kappa \lambda_1} (\tilde{w}_N w_N + \tilde{w}_P w_P) - \lambda_n K_s s^2 - \lambda_n s \left(\delta - \frac{d}{b(\mathbf{z})} \right). \quad (3.14)$$

Logo

$$\dot{V} \leq -\frac{s^2}{2b(\mathbf{z})}\beta(\mathbf{z}) - \frac{\lambda_n}{\kappa \lambda_1} (\tilde{w}_N w_N + \tilde{w}_P w_P) - \lambda_n K_s s^2 - \lambda_n s \left(\delta - \frac{d}{b(\mathbf{z})} \right).$$

Desconsiderando o termo $-\frac{s^2}{2b(\mathbf{z})}\beta(\mathbf{z})$ na expressão acima, reescreve-se

$$\dot{V} < -\lambda_n K_s \left[s^2 + \frac{1}{K_s} \left(\delta - \frac{d}{b(\mathbf{z})} \right) s + \frac{1}{K_s \kappa \lambda_1} (\tilde{w}_N w_N + \tilde{w}_P w_P) \right]. \quad (3.15)$$

Além disso, o termo $\tilde{w}_N w_N + \tilde{w}_P w_P$ pode ser desenvolvido assim

$$\begin{aligned} \tilde{w}_N w_N + \tilde{w}_P w_P &= w_N^2 - w_N^* w_N + w_P^2 - w_P^* w_P \\ \tilde{w}_N w_N + \tilde{w}_P w_P &= (w_N - w_N^*)^2 + (w_P - w_P^*)^2 + w_N^* w_N + w_P^* w_P - w_N^{*2} - w_P^{*2}. \end{aligned}$$

Com referência a última expressão, os termos $(w_N - w_N^*)^2$ e $(w_P - w_P^*)^2$, na composição da inequação (3.15), podem ser desprezados. Além disso, observando que as parcelas $w_N^* w_N$ e $w_P^* w_P$ serão sempre positivas se os pesos w_N e w_P forem inicializados adequadamente, ou seja, para processos com dinâmica positiva ($b(\mathbf{z}) > 0$), $w_N(0) \geq 0$ e $w_P(0) \leq 0$, então tais parcelas podem também ser desprezadas. Tal afirmação é verdadeira quando se observa que os pesos w_N e w_P evoluirão através da lei de adaptação (3.4) e, portanto, obedecerão ao **Lema 1** e terão, por conseguinte, o mesmo sinal de seus respectivos pesos ótimos w_N^* e w_P^* . Desta forma, (3.15) pode ser reescrita como:

$$\dot{V} < -\lambda_n K_s \left[s^2 + \frac{1}{K_s} \left(\delta - \frac{d}{b(\mathbf{z})} \right) s - \frac{1}{K_s \kappa \lambda_1} (w_N^{*2} + w_P^{*2}) \right].$$

Finalmente, observando as Hipóteses 3 e 4, é possível escrever que

$$\dot{V} < -\lambda_n K_s \left[s^2 - \frac{1}{K_s} \left(\Delta + \frac{D}{b_{min}} \right) s - \frac{1}{K_s \kappa \lambda_1} (w_N^{*2} + w_P^{*2}) \right].$$

Analizando o sinal da função polinomial $[s^2 - K_b s - K_c]$, na variável s , no lado direito da inequação acima, segue que $\dot{V} < 0$ fora da região definida por (3.10). Isto qualifica o referido conjunto como uma região de atração.

□

3.5.1 - Observações sobre a Convergência

Verifica-se, pela definição da região de atração (3.10), que a mesma pode ser reduzida pelo aumento do parâmetro K_s .

Para que se possa entender a definição da região de atração (3.10), pode-se desenvolver a expressão (3.15) de outra forma. Escrevendo (3.15) como:

$$\dot{V} < -\lambda_n K_s (s^2 + As + B),$$

onde $A = \frac{1}{K_s} \left(\delta - \frac{d}{b(z)} \right)$ e $B = \frac{1}{\kappa \lambda_1 K_s} (\tilde{w}_N w_N + \tilde{w}_P w_P)$, esta expressão pode ser expandida assim

$$\dot{V} < -\lambda_n K_s \left(\frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} s^2 + As + \frac{A^2}{2} - \frac{A^2}{2} + B \right)$$

$$\dot{V} < -\lambda_n K_s \left[\frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} (s + A)^2 - \frac{A^2}{2} + B \right].$$

Na última expressão, o termo $\frac{1}{2} (s + A)^2$ pode ser desprezado, assim

$$\dot{V} < -\frac{1}{2} \lambda_n K_s (s^2 - A^2 + 2B).$$

Para que a função polinomial $(s^2 - A^2 + 2B)$ seja sempre positiva tem-se que ter $B \geq \frac{A^2}{2}$, ou seja,

$$\tilde{w}_N w_N + \tilde{w}_P w_P \geq \frac{\kappa \lambda_1}{2 K_s} \left(\Delta + \frac{D}{b_{min}} \right)^2. \quad (3.16)$$

Portanto existe um limite superior para w_N e inferior para w_P a partir do qual $\dot{V}$ será menor que zero, V será limitada e, por conseguinte, as variáveis s e $\tilde{u}$ serão limitadas. Pela expressão (3.4), $|s|$ não poderá tender para o infinito sem que a expressão (3.16) se torne verdadeira e um limite para a variável s seja estabelecido. Portanto só existe uma situação de equilíbrio pelo que foi exposto até aqui, qual seja, que a variável s esteja limitada dentro da região de atração definida por (3.10). O processo de convergência pode ser acelerado se os pesos w_N e w_P forem inicializados já bem próximos dos valores ideais w_N^* e w_P^* , respectivamente.

3.6 - Comparações

Algumas simulações serão mostradas e comparações serão feitas com a intenção de mostrar as vantagens da utilização do controlador adaptativo estabelecido neste Capítulo. Para tanto, o modelo da planta de levitação magnética definido por (2.21) foi utilizado com $\delta = 0.01$. Inicialmente uma comparação será feita com um controlador PID. Como foi citado no Capítulo anterior, este controlador foi projetado pelo próprio fabricante do dispositivo, *Maglev Control Experiments*², para o modelo da planta (2.21) linearizada em torno do ponto $\tilde{z}_1 = 0$, para $\delta = 0.010$. Seus parâmetros foram $K_p = 4$, $K_i = 2$ e $K_D = 0.2$ (ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente). Na implementação real (prática) do controlador PID não é possível aplicar o ganho integral K_i desde o início, pois ao inserir a esfera no campo magnético com as mãos, o controlador não consegue fazer o equilíbrio da esfera. Mas para efeito de simulação a esfera pode ser colocada desde o início já bem perto do sinal de referência e o controle PID se faz efetivo. As simulações foram realizadas com o parâmetro K variando na faixa de 1.143×10^{-3} a 1.397×10^{-3} da seguinte maneira:

$$K = [1.143 + (1.397 - 1.143)|\sin(t)|] \times 10^{-3}.$$

Para o controlador nebuloso adaptativo a equação (3.9) foi utilizada com os pesos inicializados todos em zero e $K_s = -6$; $\tau = 1$ e $\kappa = -5$. A camada limite estabelecida com $\epsilon = 0.01$; a variável s definida por:

$$s = \lambda \tilde{z}_1 + \tilde{z}_2, \quad (3.17)$$

² Feedback Instruments Limited – 33-942S®.

com $\lambda = 50$. O sinal negativo dos parâmetros do controlador adaptativo é justificado por tratar-se de uma planta com dinâmica negativa.

Na Figura 3.1 comparações podem ser feitas verificando os sinais de saídas, os erros e os sinais de controle para os dois controladores. Pode-se verificar que os erros são muito pequenos para o controle adaptativo quando comparados com o PID. Além disso, rapidamente o sinal de referência é rastreado com a utilização do controle adaptativo. Ambos os sinais de controle são suaves.

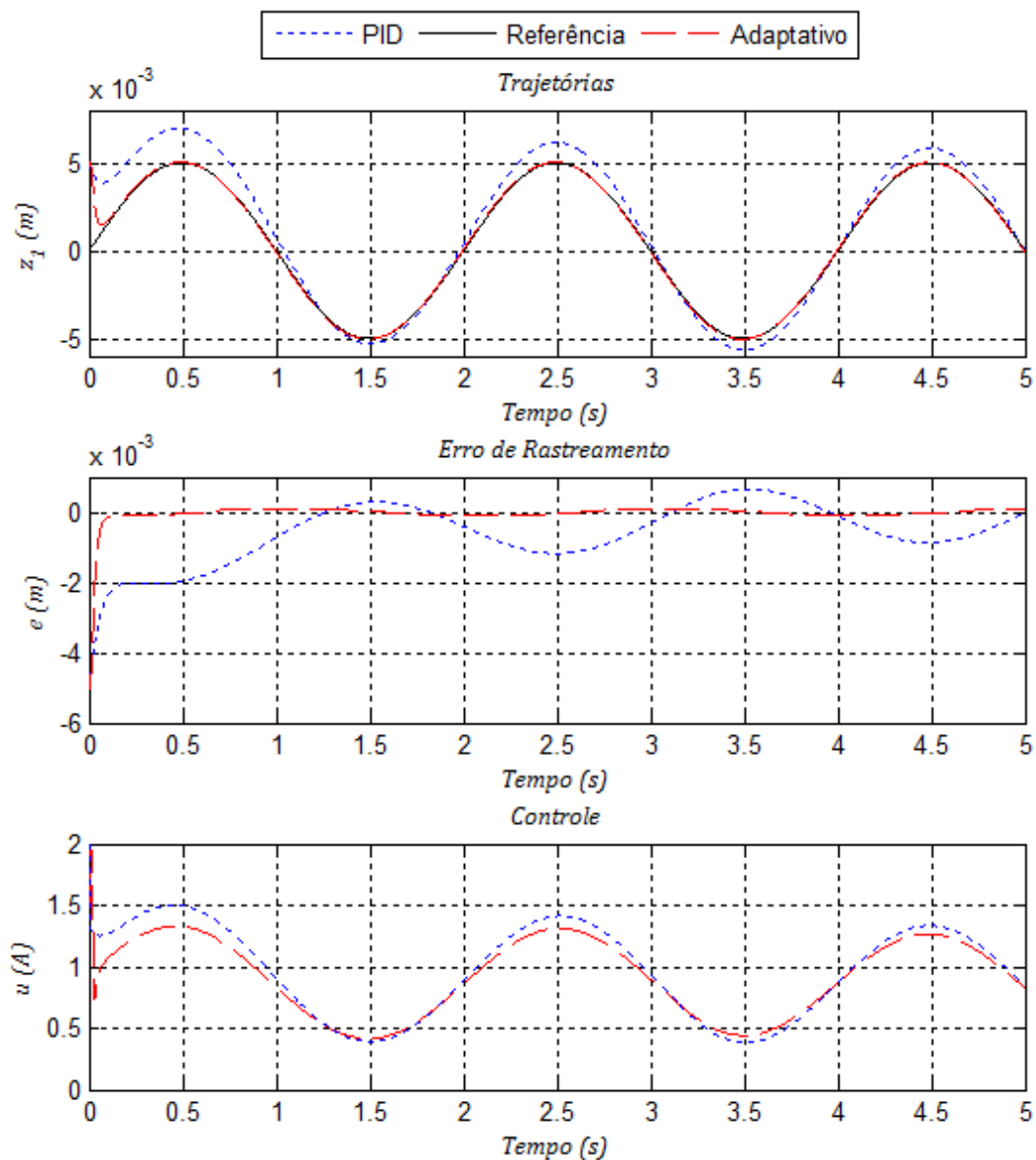


Figura 3.1 – Comparação com o Controlador PID

Na Figura 3.2 está mostrada a trajetória da variável de deslizamento. Nota-se que logo após o início a mesma se acomoda dentro da camada limite e evolui na direção do zero do plano de fase do sistema.

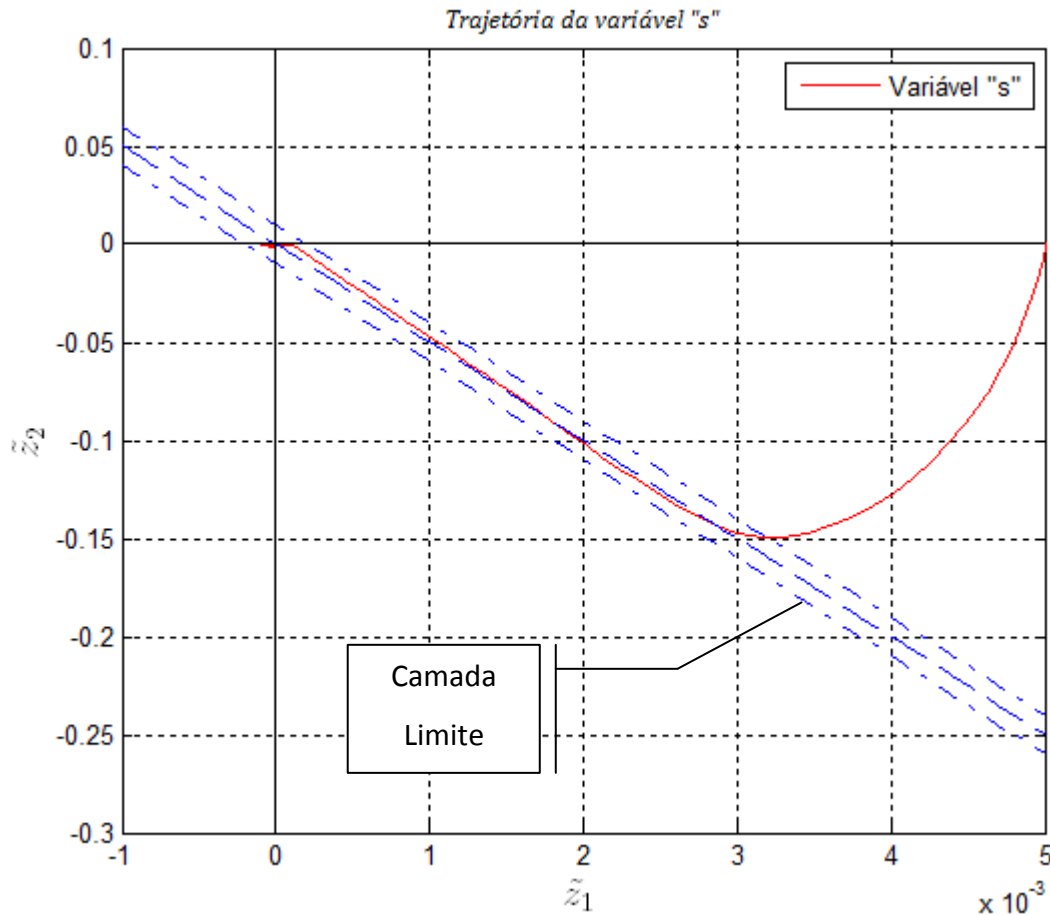


Figura 3.2 – Trajetória da Variável de Deslizamento 's' para o Controlador Adaptativo.

Na Figura 3.3 está mostrada a evolução dos pesos. Verifica-se que os pesos (parâmetros) w_N e w_P logo se estabilizam em valores próximos a zero.

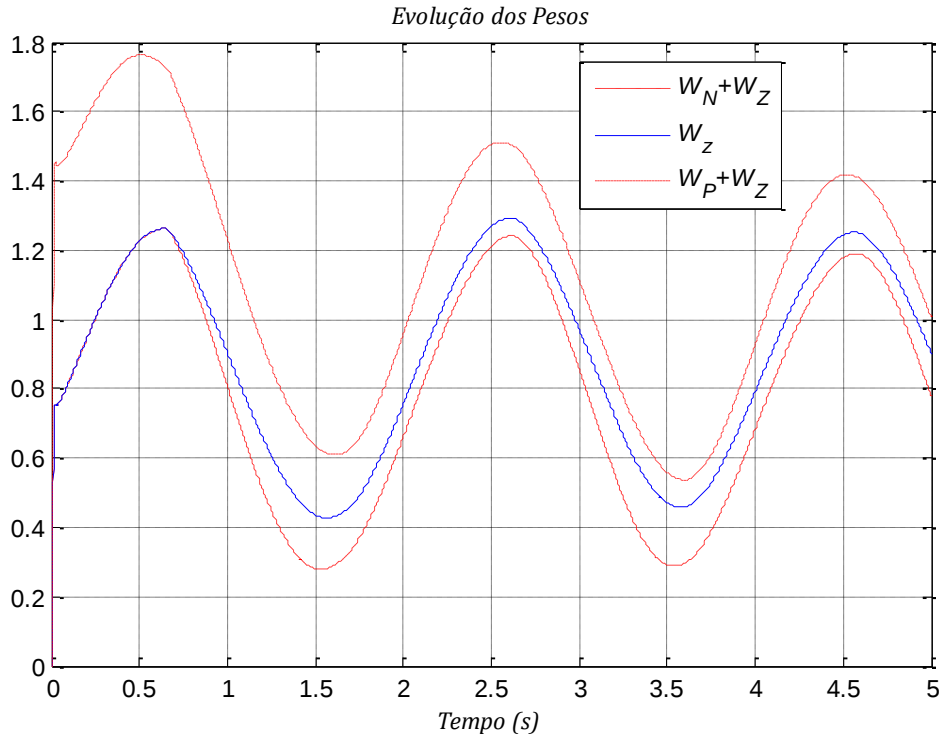


Figura 3.3 – Evolução dos Pesos.

Um controlador nebuloso não adaptativo descrito e projetado no Capítulo anterior será utilizado para fazer uma comparação com o controlador nebuloso adaptativo. O controlador nebuloso adaptativo será o mesmo utilizado na comparação feita anteriormente com o PID. Para o controlador nebuloso não adaptativo, tem-se:

$$u = (z_1 + \delta)^2 \frac{G_o + \lambda z_2}{\hat{K}} + w \frac{s}{|s| + \epsilon}, \quad (3.18)$$

onde, $w = 0.4$ e a camada limite estabelecida com $\epsilon = 0.01$; a variável s definida por (3.17) com $\lambda = 50$.

Na Figura 3.4 comparações podem ser feitas verificando os sinais de saídas, os erros e os sinais de controle para os dois controladores. Pode-se verificar que os erros apresentam valores pequenos e de mesmas magnitudes. Além disso, o sinal de saída com controlador nebuloso adaptativo se aproxima mais rapidamente do sinal de referência do que o seu similar não adaptativo. Ambos os sinais de controle são suaves.

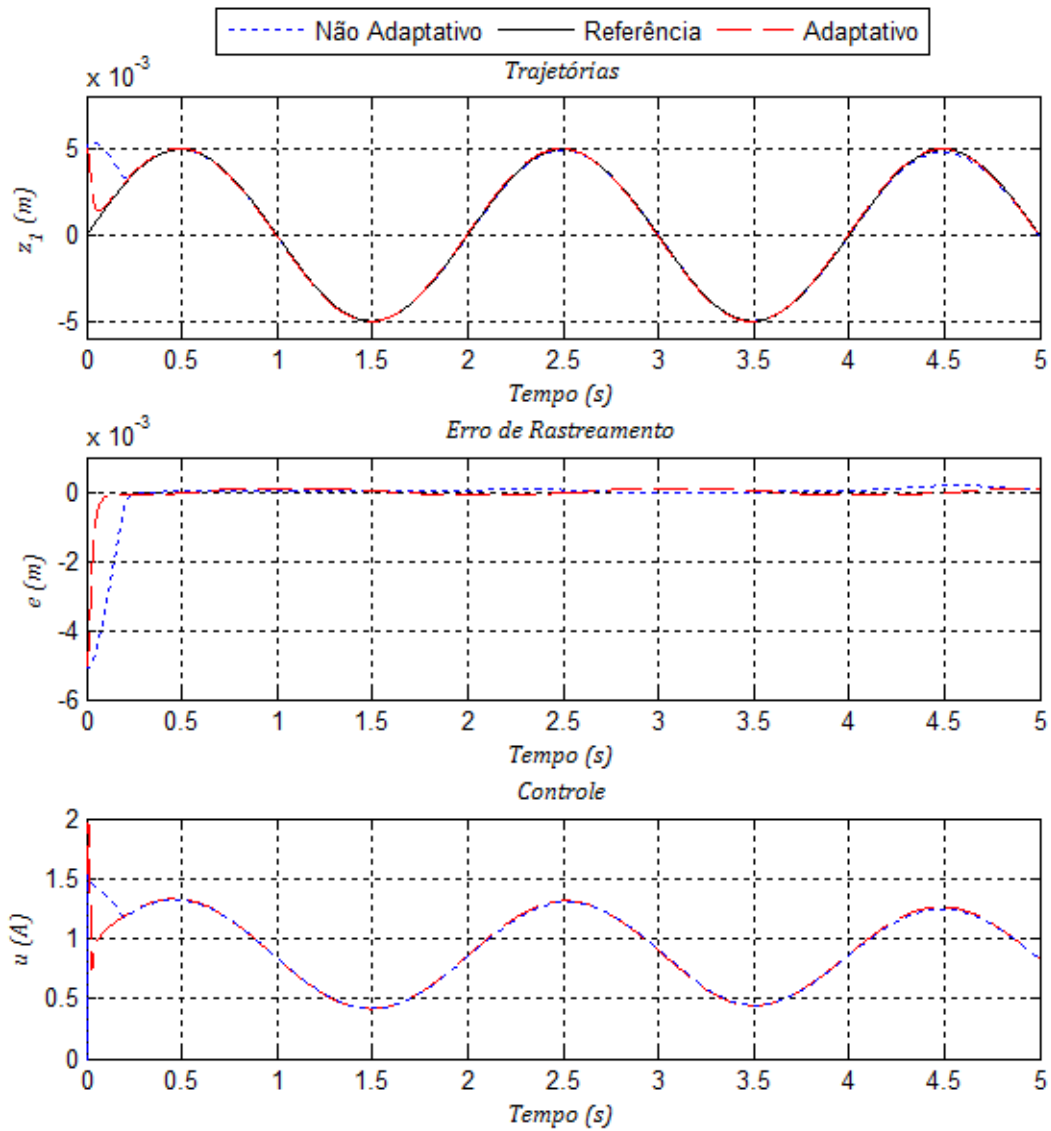


Figura 3.4 – Comparação com o Controlador não Adaptativo

Para fazer uma avaliação do comportamento do controlador nebuloso adaptativo quando o mesmo está em um ambiente que o sinal de saída da planta é contaminado com a presença de ruídos, serão apresentados resultados de simulações em que ruídos de amplitude na ordem de grandeza de 8×10^{-7} serão inseridos no sinal de saída da planta, ou seja, para a amplitude do sinal senoidal de referência de 0.005m equivale a uma relação sinal ruído de aproximadamente 76dB. Na Figura 3.5 estão mostrados a trajetória e o erro de rastreamento para o sistema com a inserção de ruídos. Na Figura 3.6 está mostrado o sinal de controle do referido controlador. Pode-se observar que os erros ainda se mantêm pequenos e o sinal de controle já se apresenta contaminado por um pequeno valor de ruído.

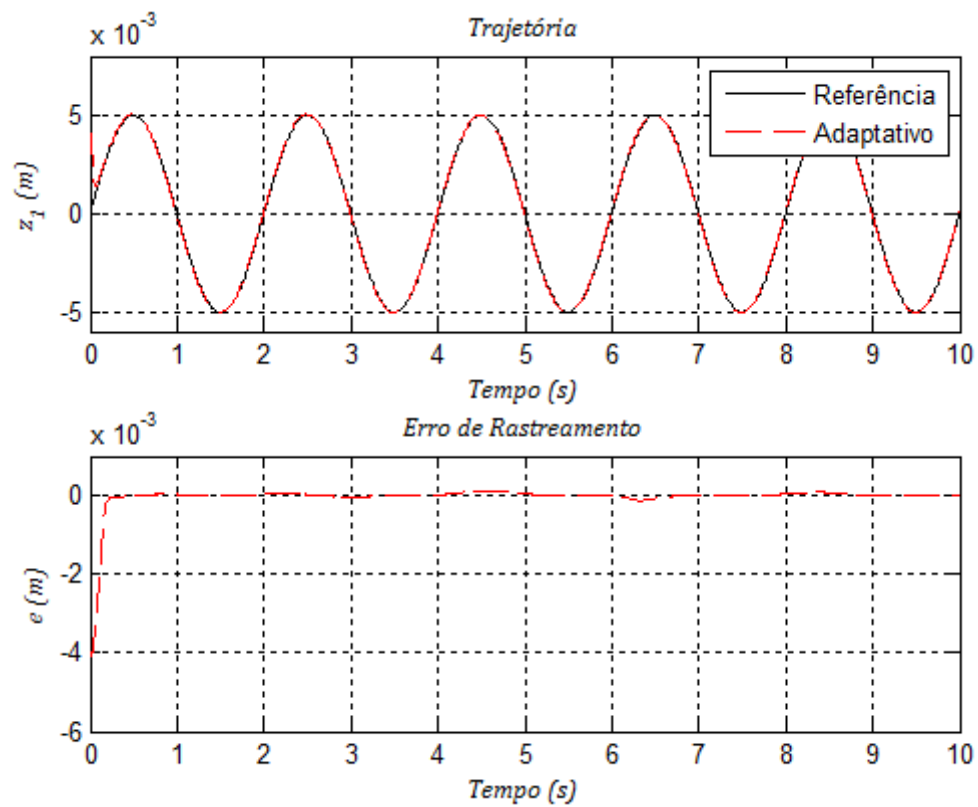


Figura 3.5 – Rastreamento com o Controlador Nebuloso Adaptativo com Inserção de Ruídos.

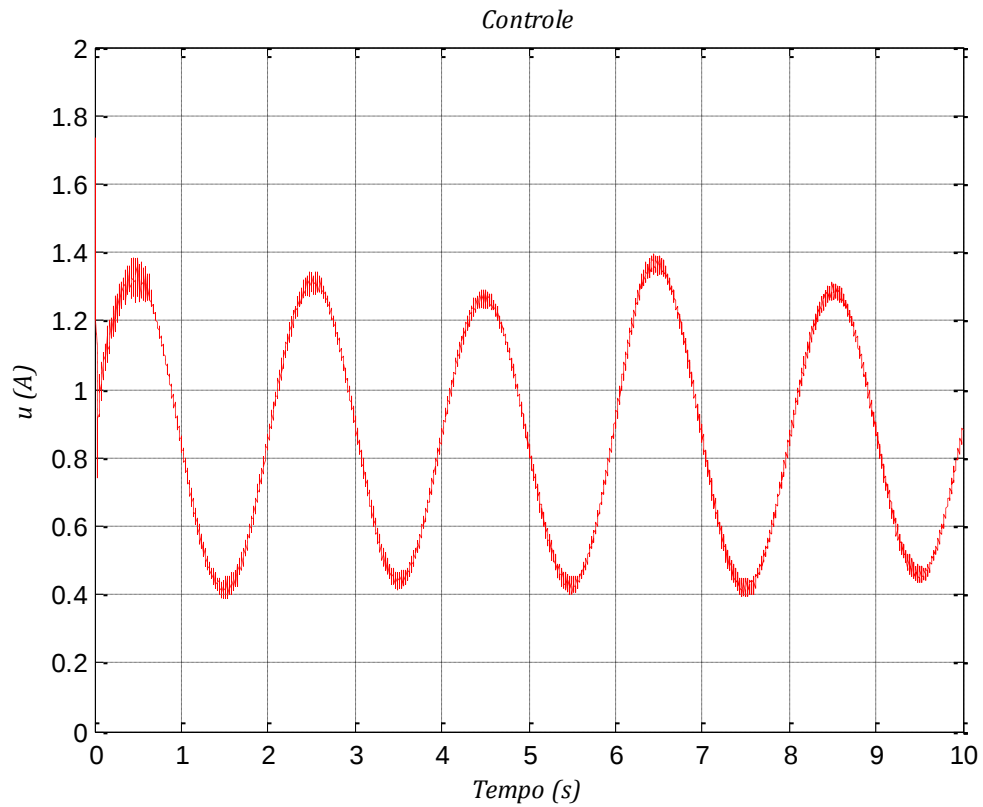


Figura 3.6 – Sinal de Controle do Controlador Nebuloso Adaptativo com Inserção de Ruídos.

A título de comparação resultados serão mostrados para os controladores PID, não adaptativo apresentado no Capítulo 2, por modos deslizantes com e sem a camada limite. Todos estes controladores já foram apresentados nesta e na seção de comparação apresentada no Capítulo 2.

Pela observação das Figuras 3.7, 3.8, 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13 e 3.14, nota-se que o sinal de controle do controlador por modos deslizantes sem camada limite é o que apresenta menor suavidade em sua ação. Isto pode ser explicado pelo acúmulo de “*chattering*” e ruídos. Porém é o que apresentou um menor erro de rastreamento. O controlador que apresentou um ótimo compromisso entre ruídos no sinal de controle e erro de rastreamento foi o que está mostrado nas Figuras 3.5 e 3.6, ou seja, o controlador nebuloso adaptativo.

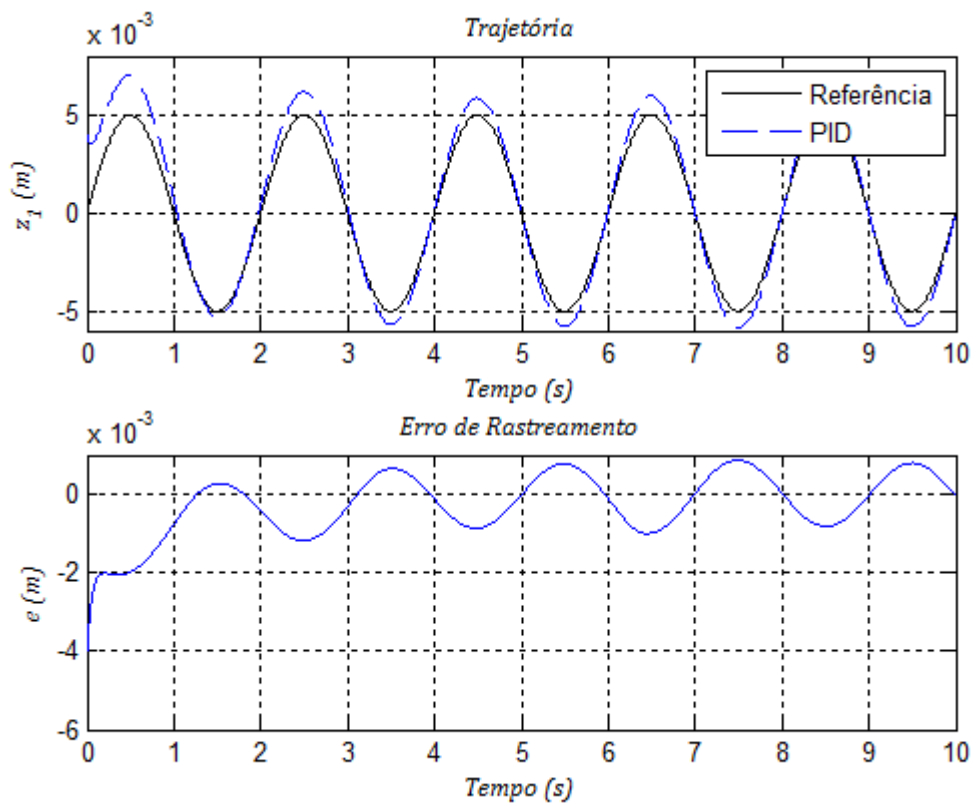


Figura 3.7 – Rastreamento com o Controlador PID com Inserção de Ruídos.

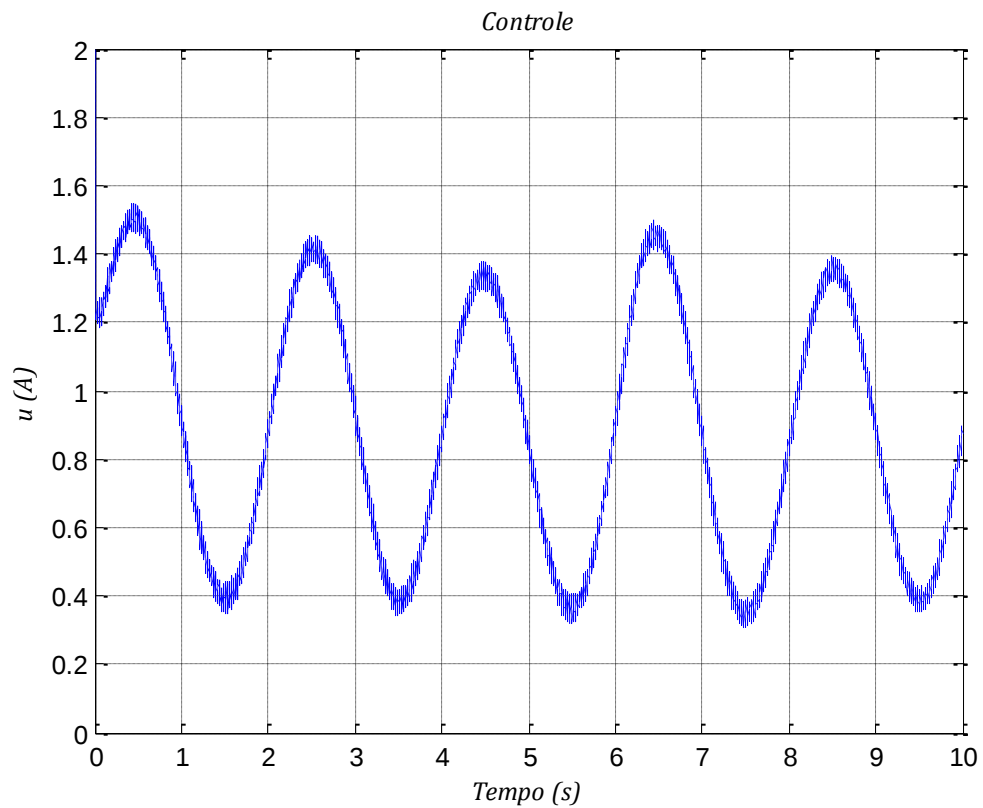


Figura 3.8 – Sinal de Controle do Controlador PID com Inserção de Ruídos.

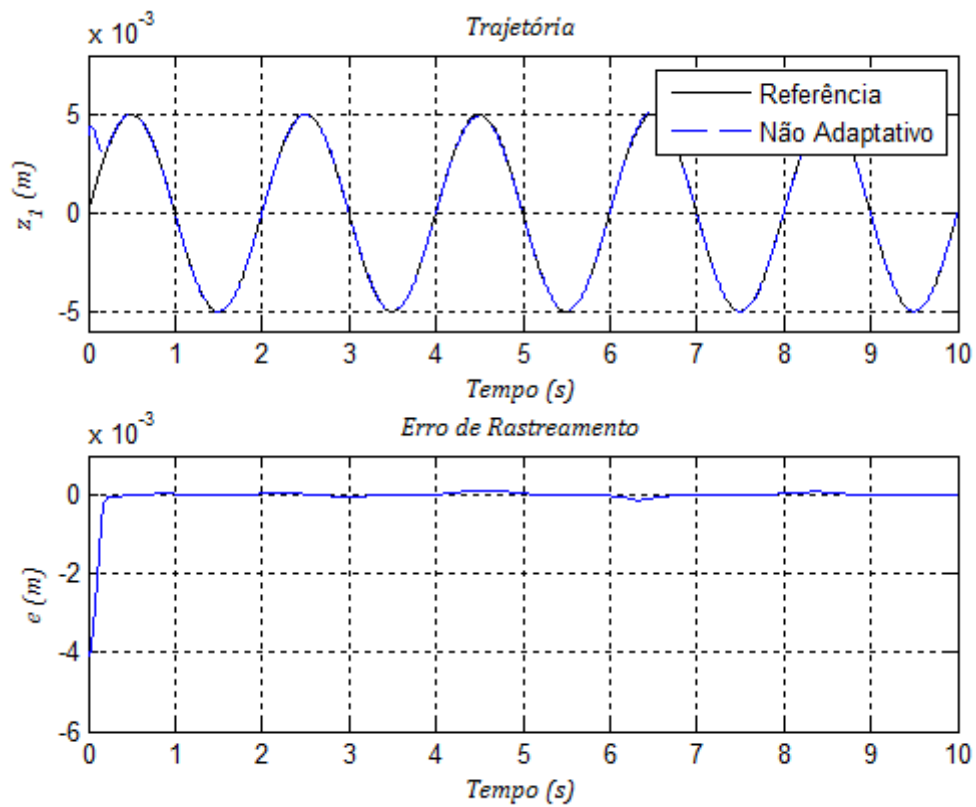


Figura 3.9 – Rastreamento com o Controlador não Adaptativo com Inserção de Ruídos.

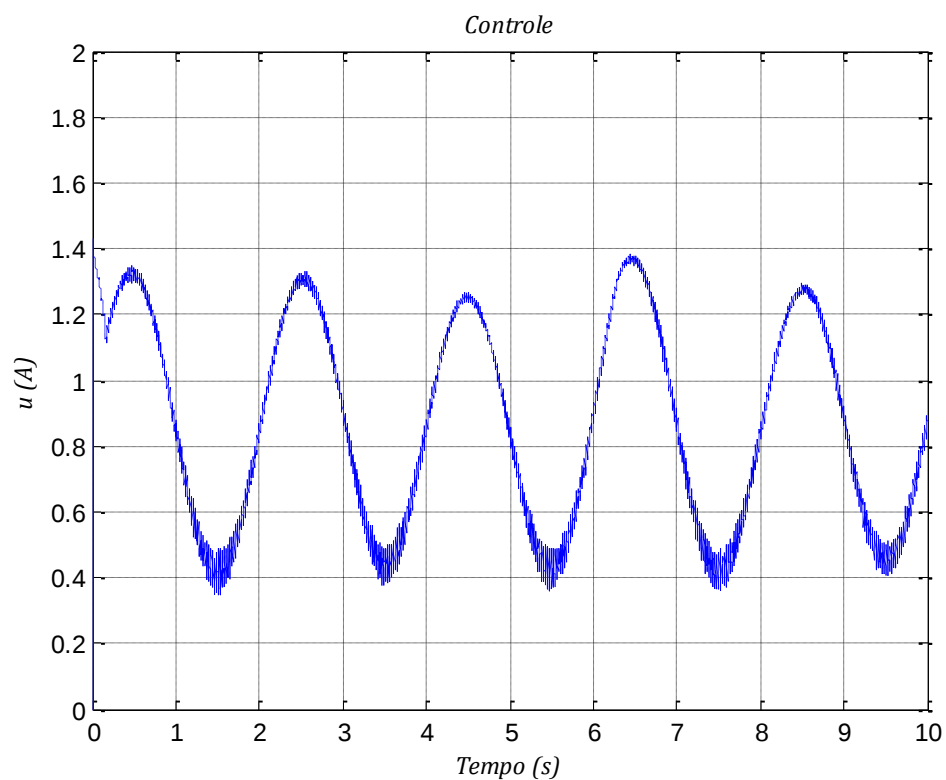


Figura 3.10 – Sinal de Controle do Controlador não Adaptativo com Inserção de Ruídos.

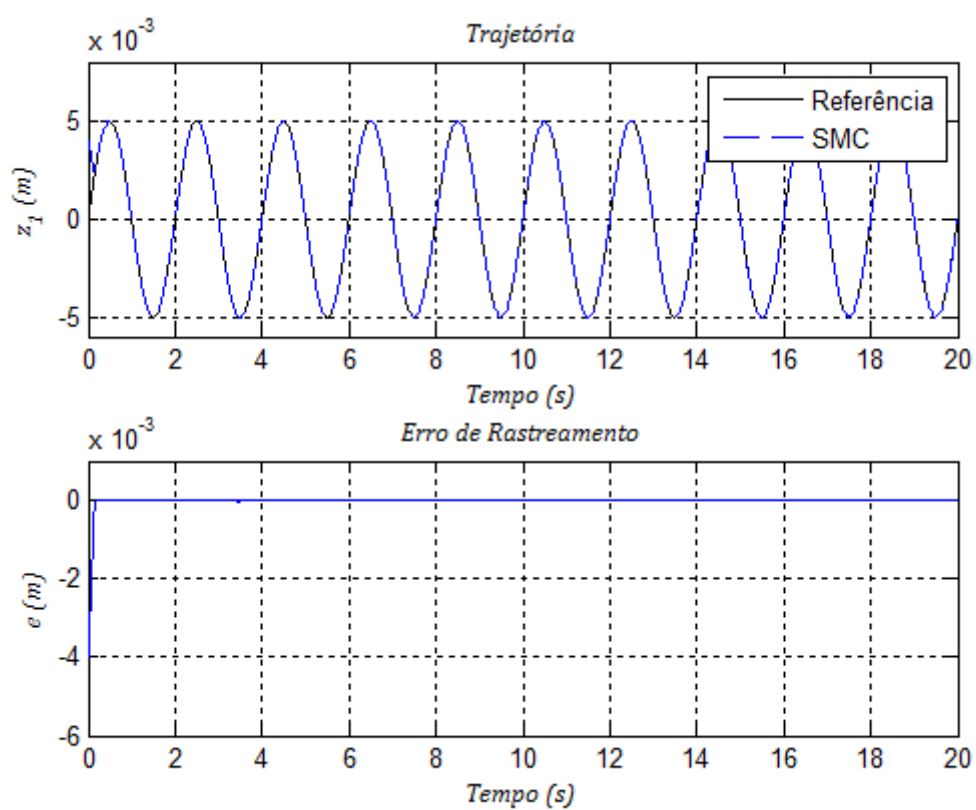


Figura 3.11 – Rastreamento com o Controlador por Modos Deslizantes sem Camada Limite com Inserção de Ruídos.

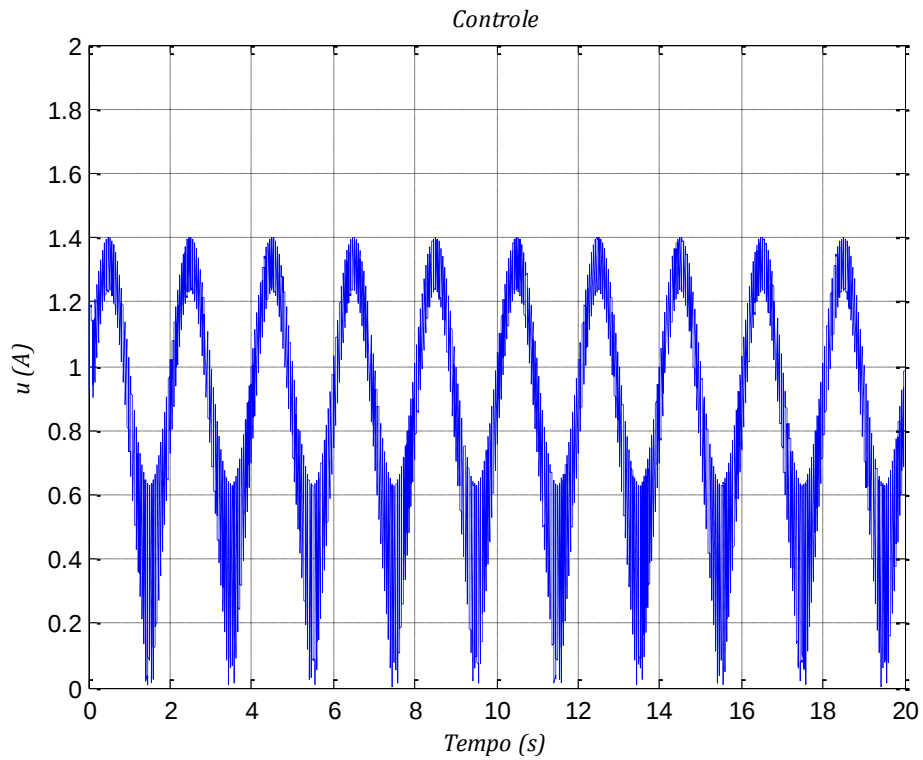


Figura 3.12 – Sinal de Controle do Controlador por Modos Deslizantes sem Camada Limite com Inserção de Ruídos.

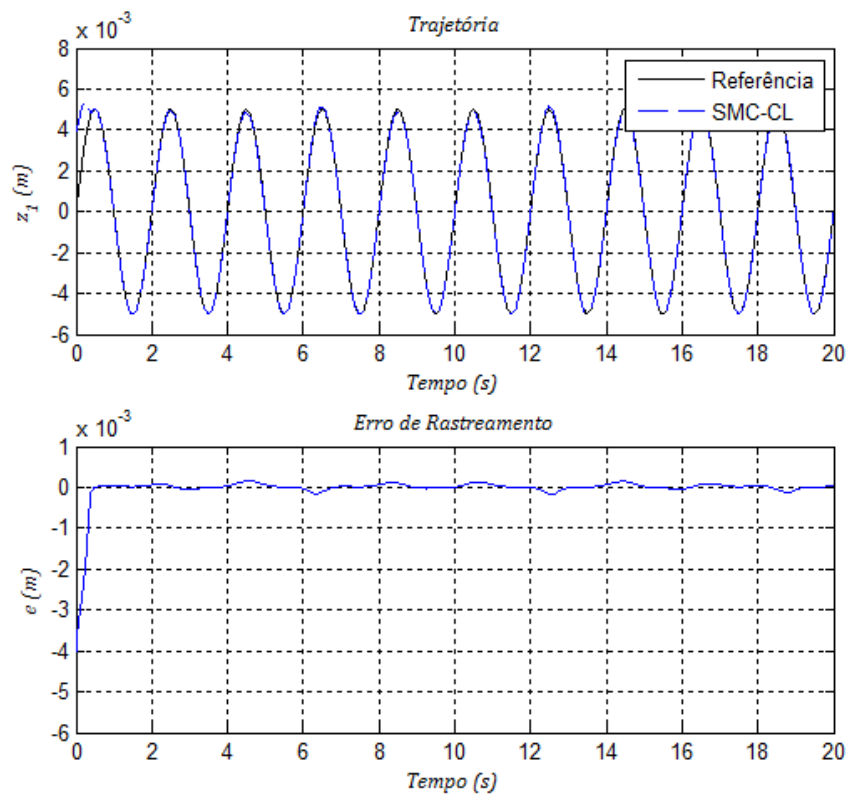


Figura 3.13 – Rastreamento com o Controlador por Modos Deslizantes com Camada Limite com Inserção de Ruídos.

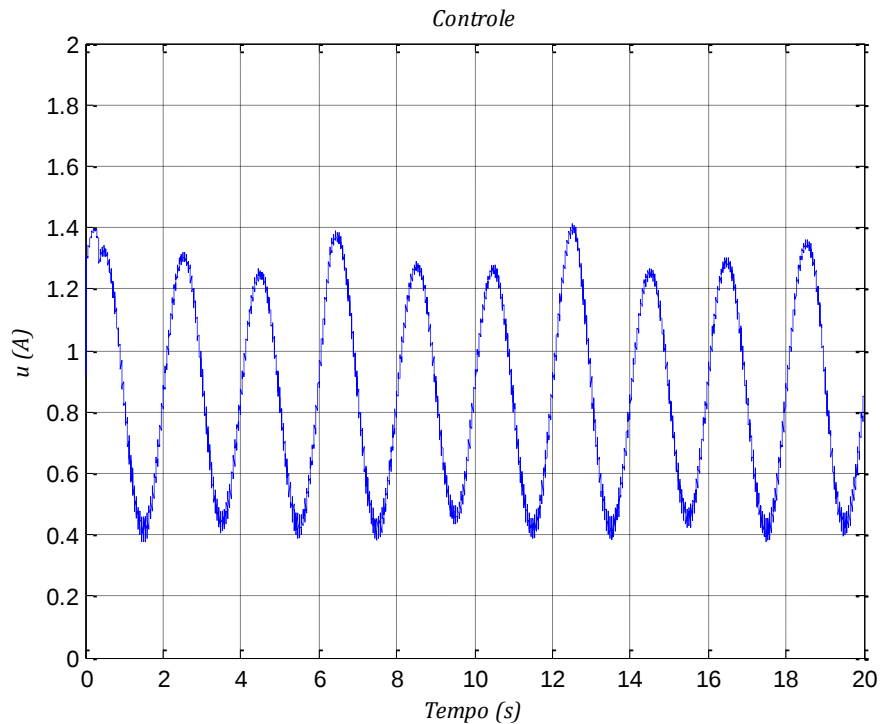


Figura 3.14 – Sinal de Controle do Controlador por Modos Deslizantes com Camada Limite com Inserção de Ruídos.

3.7 - Conclusões

O controlador aqui proposto apresenta três regras de inferência, é adaptativo, faz uso de um algoritmo simples com poucos cálculos. Pelo teorema apresentado neste capítulo, foi provado a estabilidade da classe de sistemas não lineares do tipo definido por (3.1) quando submetido ao controlador adaptativo proposto. Trata-se de uma prova de estabilidade assintótica fora da região de atração definida por (3.10). A região de atração pode ser reduzida através de um aumento no valor da constante (K_s) inserida na lei de controle (3.9). Isto pode ser constatado através da observação da equação (3.10). A análise de convergência e estabilidade foi mostrada com a intenção de oferecer um melhor entendimento dos parâmetros envolvidos.

A Hipótese 1 diz respeito a inversão do campo de direcionamento do sistema. Uma grande parte dos sistemas não inverte seu campo e a prova foi estabelecida para uma dinâmica positiva, mas a prova pode também ser válida para sistemas com dinâmica negativa desde que não haja inversões de polaridade do campo. A Hipótese 2 estabelece que a

variação do campo não pode ser infinita, o que é razoável de ser aceito, pois, caso contrário, o sinal de controle, para compensar tal causa, não poderia ser suave.

Pela lei de adaptação (3.4), pode-se inferir que os pesos w_N e w_P se afastarão de zero quando um erro de rastreamento se fizer presente, mas logo que o sistema retome a trajetória imposta pelo sinal de referência, fazendo com que a variável de deslizamento volte a se aproximar de zero, os pesos w_N e w_P tenderão a um valor que será proporcional a quantidade de ruído presente na variável de deslizamento. O peso w_Z será o responsável pelo controle, na ausência de ruído e de distúrbios, fazendo com que se possa relacioná-lo com o controle equivalente da teoria clássica SMC. Os parâmetros de inicialização são poucos e de fácil entendimento físico. São eles:

- a) adaptativos e inicializáveis: w_N , w_Z e w_P . Se nenhum conhecimento de valores sobre a ação de controle é conhecida, devem ser inicializados em zero;
- b) constantes: κ (valor do ganho aproximado da planta na posição média de saída); $\frac{1}{\tau}$ (taxa de adaptação do algoritmo); K_s (controle da região de atração) e ϵ (responsável pelo estabelecimento da camada limite). Se o parâmetro ϵ for muito pequeno os efeitos indesejáveis do *chattering* se farão presentes. Portanto, o mesmo só deverá ser reduzido se for necessário nas aplicações práticas;
- c) parâmetros da formação da variável de deslizamento; $\lambda's$ (Hurwitz). Estes parâmetros estabelecerão a trajetória do erro quando a variável de deslizamento se encontrar dentro da região de atração.

Através de algumas comparações pôde ser verificado que o controlador proposto apresenta boas características quando comparado com os controladores simulados aqui neste Capítulo, tais como, erro de rastreamento, sinal de controle mais suave e maior robustez quanto a inserção de ruídos.

CAPÍTULO 4 - ESTUDO DE CASOS

4.1 - Introdução

Neste capítulo serão apresentados alguns estudos de casos para mostrar a efetividade do controlador proposto. O primeiro caso é do controle feito em um quadrirotor com aplicação prática. O segundo caso é a simulação do controle feito na coluna de destilação de uma indústria petroquímica. E por último, trata-se da aplicação prática do controlador em um levitador magnético. Nos casos do quadrirotor e da coluna de destilação, suas classes de modelos não são exatamente àquelas a que se refere à seção 2.2. Nestes casos, a idéia é experimentar e verificar a extensão da efetividade do controlador adaptativo proposto.

4.2 - Quadrirotor

O quadrirotor é um objeto alado particular que possui quatro rotores fixos nas extremidades de um corpo rígido em forma de cruz. As partes da eletrônica (*hardware*) necessária são normalmente posicionadas no centro da cruz. Para evitar que o quadrirotor gire em torno de si mesmo a rotação de dois motores é invertida em relação aos restantes. No caso em questão, todos os movimentos são controlados pela diferença de velocidades entre os rotores.

Neste trabalho testes reais foram realizados em um quadrirotor comercial, o X3D-BL do fabricante Ascending Technologies™ mostrado na Figura 4.1.



Figura 4.1 - Quadrirotor X3D-BL.

4.2.1 - O Modelo Matemático

Um simples modelo não linear do quadrirotor é o seguinte:

$$\begin{cases} \ddot{x} = a_m(\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi) \\ \ddot{y} = a_m(\sin\psi \sin\theta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi) \\ \ddot{z} = a_m \cos\theta \cos\phi - g \\ \ddot{\phi} = \frac{\tau_{\phi m} + \tau_{\phi g} + \tau_{\phi i}}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{\tau_{\theta m} + \tau_{\theta g} + \tau_{\theta i}}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{\tau_{\psi t} + \tau_{\psi i}}{I_z} \end{cases} \quad (4.1)$$

onde o conjunto (x, y, z) é a posição do quadrirotor em relação a um ponto fixo no solo; ϕ , θ e ψ são os ângulos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente; $a_m = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2)$, com Ω_i sendo a velocidade angular do rotor i , e b o coeficiente de sustentação da hélice; $\tau_{\phi m}$ e $\tau_{\theta m}$ são os efeitos de sustentação dados por $\tau_{\phi m} = bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2)$ e $\tau_{\theta m} = bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2)$, onde l é a distância entre o centro do rotor e o centro da estrutura; $\tau_{\psi t}$ é o efeito de arraste, dado por $\tau_{\psi t} = d(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 - \Omega_2^2 - \Omega_4^2)$ sendo d o coeficiente de arraste; $\tau_{\phi g}$ e $\tau_{\theta g}$ correspondem ao efeito giroscópio dados por $\tau_{\phi g} = I_r \dot{\phi}(\Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4)$ e $\tau_{\theta g} = I_r \dot{\theta}(\Omega_2 + \Omega_4 - \Omega_1 - \Omega_3)$ onde I_r é o momento de inércia do rotor; os termos $\tau_{\phi i}$, $\tau_{\theta i}$ e $\tau_{\psi i}$ estão relacionados a inércia do quadrirotor e são dados por $\tau_{\phi i} = \dot{\theta} \dot{\psi}(I_y - I_z)$, $\tau_{\theta i} = \dot{\phi} \dot{\psi}(I_z - I_x)$ e $\tau_{\psi i} = \dot{\theta} \dot{\phi}(I_x - I_y)$ sendo I_x , I_y e I_z os momentos de inércia do corpo em relação aos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente; g é o valor da aceleração da gravidade. Para os motores foi utilizado um modelo linear de primeira ordem em que a entrada é um comando u_{mi} e a saída é a velocidade angular Ω_i . O arranjo algébrico para estabelecer o controle nos motores foi:

$$\begin{bmatrix} u_{m1} \\ u_{m2} \\ u_{m3} \\ u_{m4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_z \\ u_\phi \\ u_\theta \\ u_\psi \end{bmatrix},$$

onde u_z , u_ϕ , u_θ e u_ψ são as variáveis de controle.

As variáveis a serem controladas são a altitude (z) e os ângulos ϕ , θ e ψ . Apesar de se tratar de um problema multivariável, para a simulação, foram utilizados quatro controladores do tipo apresentado no Capítulo 3 deste trabalho (nebuloso adaptativo). Cada um dos controladores age no sistema como se o processo não fosse acoplado e o efeito do acoplamento é tratado pelo controlador como sinais de distúrbios na planta. Na simulação foi utilizado o Matlab/Simulink™. Após validação em simulação, o controle foi aplicado no processo real para a estabilização de guinada. O algoritmo de controle é executado em um computador que comunica com o quadricóptero através de uma rede *ZigBee*™.

4.2.2 - Resultados Obtidos

Os resultados obtidos na simulação estão apresentados na Figura 4.2. Em todos os quatro gráficos estão mostrados os valores desejados (referência) e os valores obtidos (saída do processo). É importante ressaltar, olhando a referida figura, que em alguns casos o erro é tão pequeno que não se consegue discernir o valor desejado do valor obtido por causa da superposição.

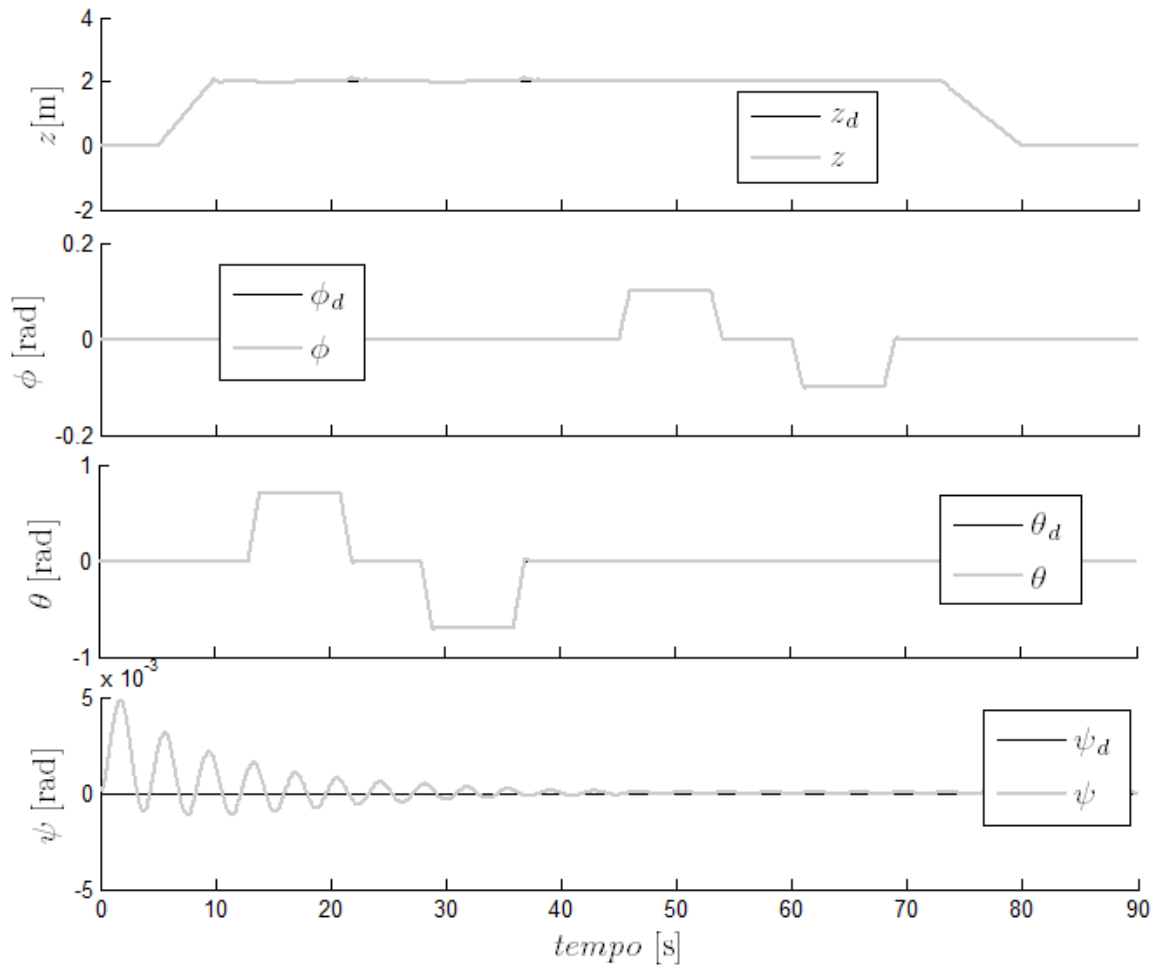


Figura 4.2 - Resultado das Simulações

A seguir, na Figura 4.3 está apresentado o gráfico obtido com os testes no processo real de controle. O controlador foi implementado apenas para estabilização de guinada. A variação elevada nos primeiros 200 segundos se deve ao fato dos pesos serem iniciados em zero. Após esse período a variação máxima do erro foi de 0,16 radianos e acontece devido à inserção natural de ruídos e distúrbios provenientes das outras malhas de controle.

Pode-se verificar que o controlador obteve êxito na estabilização do processo apesar do mesmo ser multivariável e não linear.

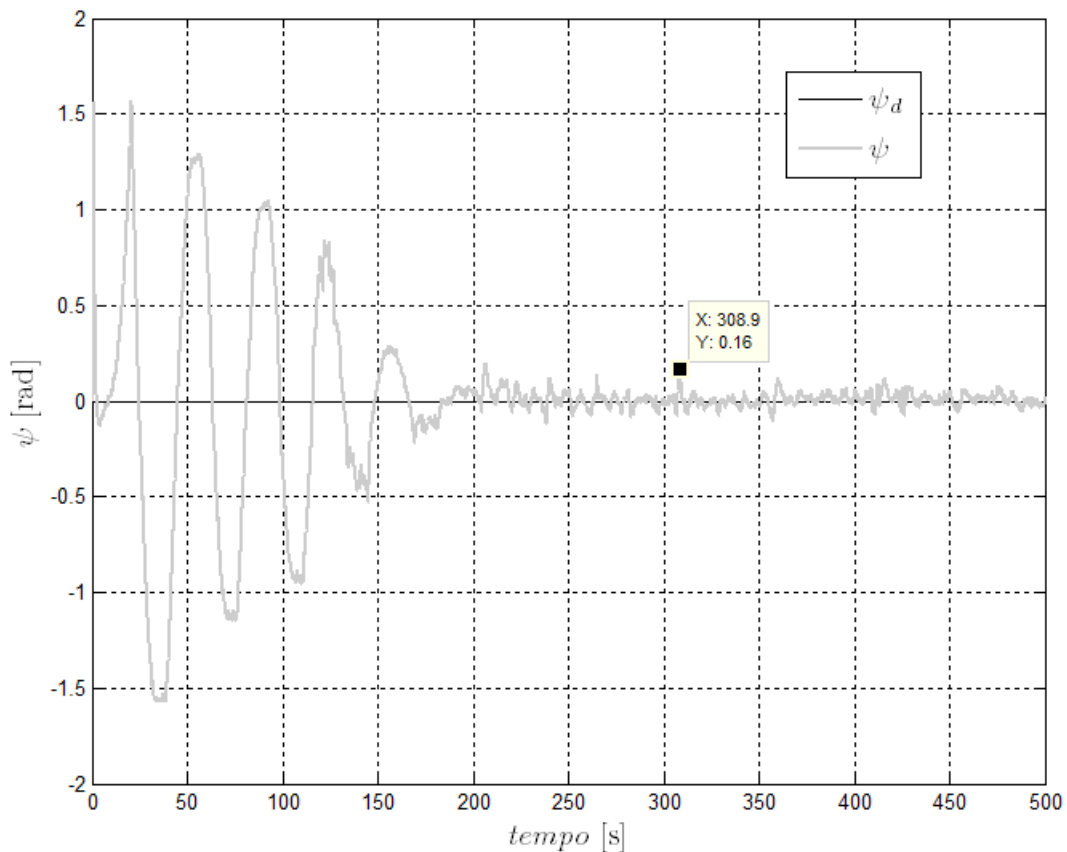


Figura 4.3 - Resultado do Teste Real

4.3 - Coluna de Destilação

Nesta seção, o controlador proposto será utilizado para fazer o controle do processo da coluna binária de destilação. Simulações serão feitas e os resultados serão mostrados. No modelo simulado o sistema não é exatamente o que foi definido pela seção 2.2. Se o processo fosse considerado sem acoplamento e sem atraso o sistema ficaria o mesmo definido na seção 2.2. O objetivo é apenas mostrar a capacidade de controle sobre plantas com atraso.

4.3.1 - O Processo

A destilação é definida como um processo em que um líquido ou mistura do vapor de duas ou mais substâncias é separado nas frações de seus componentes de pureza desejada, pela aplicação e pela remoção do calor.

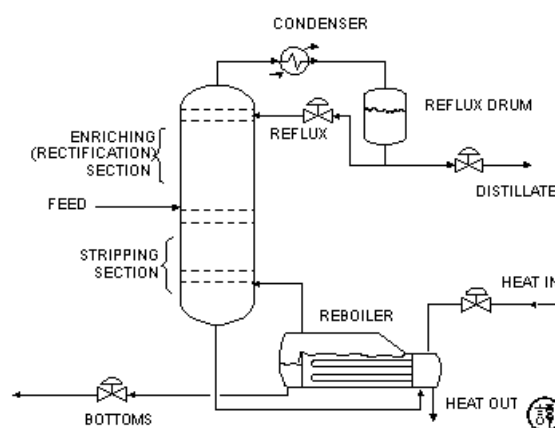
A destilação está baseada no fato de que o vapor de uma mistura será mais rico nos componentes que têm pontos mais baixos de ebulição. Consequentemente, quando este

vapor é refrigerado e condensado, o mesmo conterá componentes temporários. Ao mesmo tempo, a mistura original conterá mais do material menos temporário. As colunas de destilação são projetadas para realizar esta separação de forma eficiente. Embora muitas pessoas tenham uma idéia do que a “destilação” significa, os aspectos importantes que estão faltando uma melhor compreensão do ponto de vista da fabricação são estes:

- a destilação é a técnica de separação mais comum;
- consome quantidades enormes de energia, em termos de exigências de refrigeração e de aquecimento;
- pode contribuir com mais de 50% de custos de operação da planta.

A melhor maneira de reduzir custos de operação de unidades existentes é melhorar suas eficiência e operação através da otimização e do controle de processo. Para conseguir esta melhoria, uma compreensão completa de princípios da destilação e de como os sistemas da destilação são projetados são essenciais. Para o caso da utilização do controlador nesta planta, simplificações serão feitas.

As colunas de destilação são compostas de diversos componentes. Uma destilação típica contém diversos componentes. Um diagrama esquemático de uma unidade típica de destilação com uma única alimentação e dois fluxos de produtos é mostrado na Figura 4.4.



<http://lorien.ncl.ac.uk/ming/distil/distil0.htm>

Autor: Ming T. Tham (Email: ming.tham@ncl.ac.uk) **Data:** Out. 1997

Figura 4.4 - Coluna de Destilação – Desenho Esquemático

No livro “Chemical Engineering Sciences” Wood e Berry (WOOD e BERRY, 1973) modelaram um processo de destilação utilizando a seguinte função de transferência multivariável:

$$\begin{bmatrix} Y_t(s) \\ Y_b(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t(s) \\ X_b(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3.8e^{-8s}}{14.9s+1} \\ \frac{4.9e^{-3s}}{13.2s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_t(s) \\ D_b(s) \end{bmatrix},$$

onde y_t e y_b são as saídas controláveis. Isto significa: produtos de topo e de fundo em termos de fluxo (porcentagem de metanol). x_t e x_b são as entradas manipuladas, reaquecimento e refluxo (lb/min). d_t e d_b são distúrbios os quais podem causar perturbação no processo. O processo do topo em relação a entrada do topo é de dinâmica positiva e o processo do fundo em relação a entrada do fundo é de dinâmica negativa (vide sinais dos ganhos das respectivas funções de transferência). O diagrama esquemático que foi utilizado no Simulink Matlab® está mostrado na Figura 4.5.

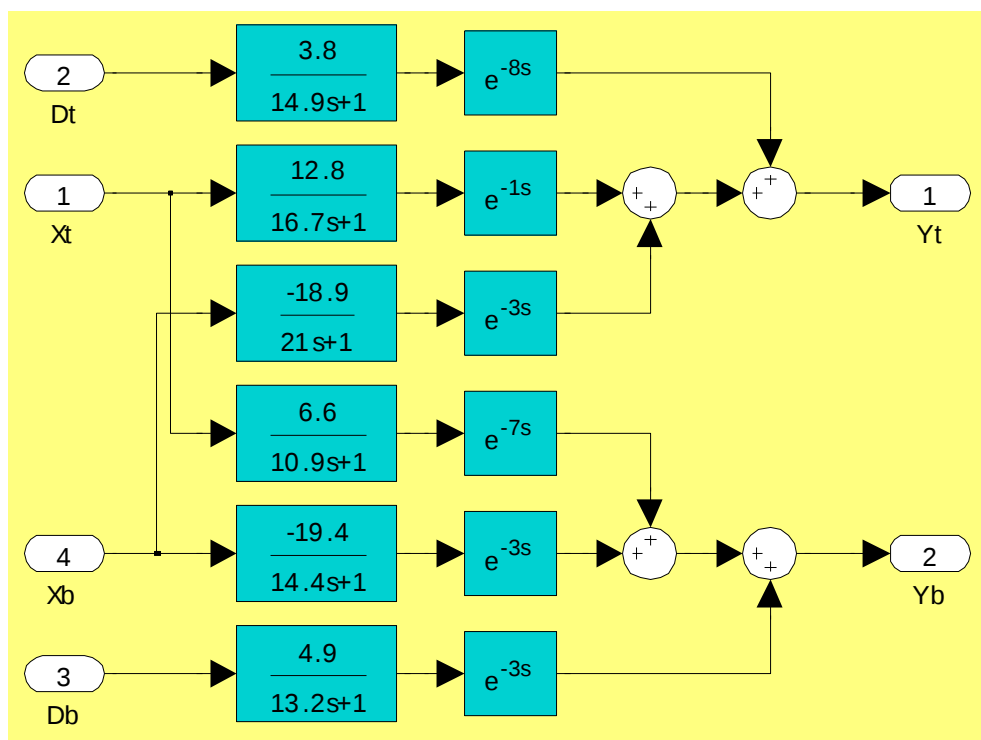


Figura 4.5 - Esquema utilizado na simulação do processo no Simulink Matlab®

4.3.2 - Simulação e Resultados

Por tratar-se de um processo multivariável, foram utilizados dois controladores. Não existe acoplamento entre os controladores. Os mesmos controlam o processo apesar do acoplamento interno do processo. O acoplamento dos processos são sentidos por cada um dos controladores como uma perturbação ou distúrbio. A Figura 4.5 mostra os dois controladores com a legenda “SNFC”.

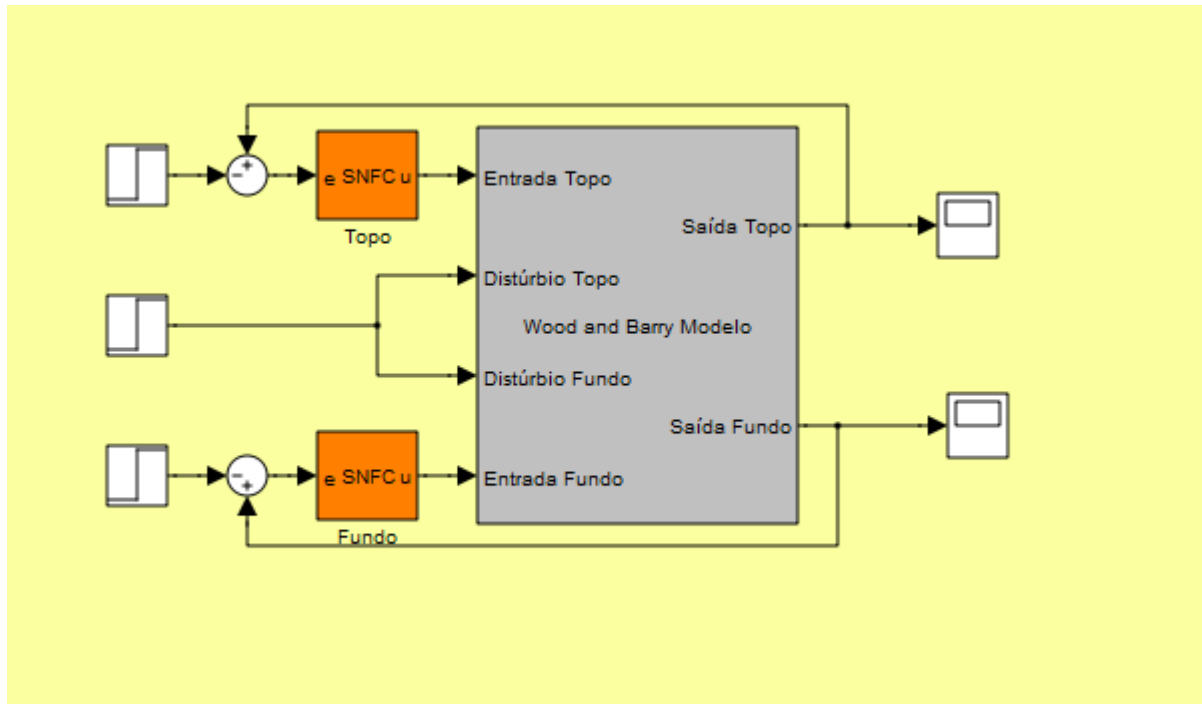


Figura 4.6 - Esquema utilizado na simulação do controle do processo no Simulink Matlab®

Três simulações foram feitas. Inicialmente um distúrbio externo foi introduzido na forma de degrau, depois foi introduzido um degrau no topo mantendo a entrada do fundo sem variação de sinal. E por último, um degrau foi introduzido no fundo sem alteração de sinal no topo. Os parâmetros utilizados para fazer a simulação dos controladores foram: $\kappa_t = 1.25 \times 10^{-5}$; $\lambda_{1t} = 2$; $\tau_t = 2000$; $K_{st} = 0.5$ e $\epsilon_t = 0.6$, para o controlador do topo e $\kappa_f = 2 \times 10^{-6}$; $\lambda_{1f} = 5$; $\tau_f = 200$; $K_{sf} = 0.05$ e $\epsilon_f = 0.6$, para o controlador do fundo.

Nas Figuras desta seção, em cada figura são mostrados dois gráficos. Nos gráficos da parte de cima e de baixo das figuras são mostradas as composições dos produtos de topo e de fundo, respectivamente. No eixo vertical dos gráficos as composições são referências de porcentagens e no eixo horizontal está o tempo de simulação em segundos.

Na Figura 4.7 são mostrados os efeitos de um sinal degrau de distúrbio de valor 0.05 no processo quando o mesmo já se encontrava estabilizado. O controlador fez o processo retornar a composição inicial com variações de pequena monta nos produtos de topo e de fundo. No produto de fundo o tempo de estabilização foi maior.

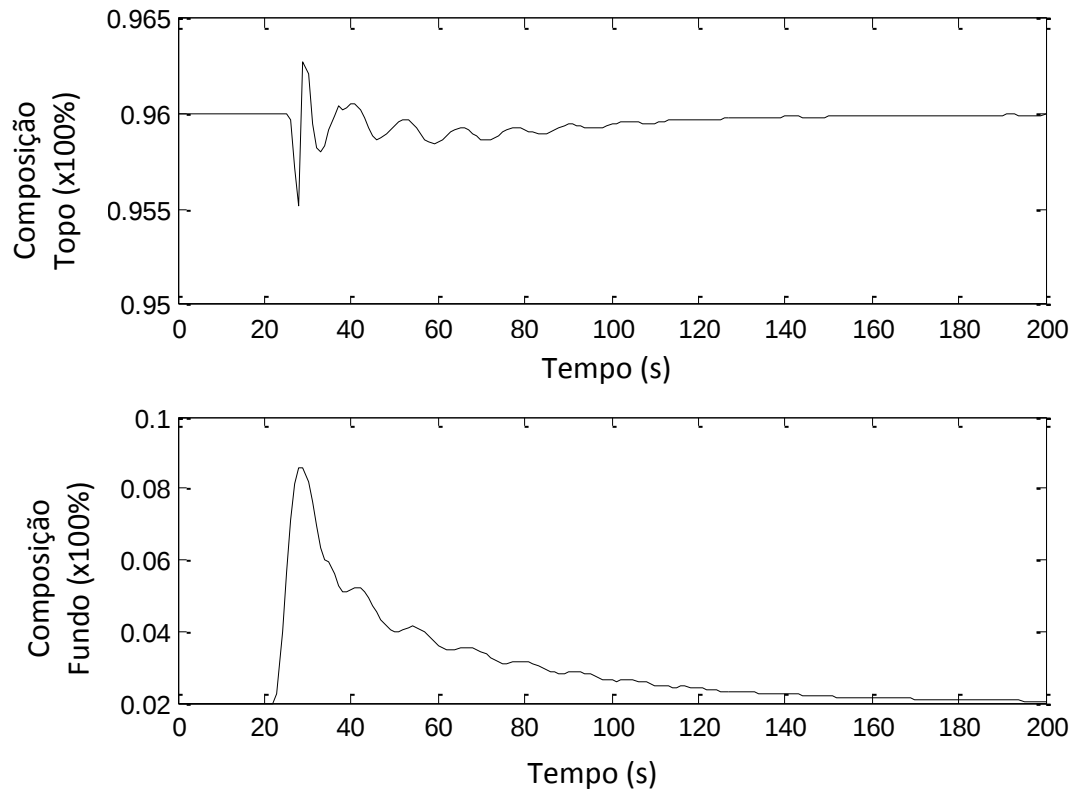


Figura 4.7- Efeito do distúrbio na composições dos produtos.

Na Figura 4.8 estão mostrados os efeitos da aplicação de um degrau de -0.02 no sinal de referência para a composição do produto do topo. O degrau está mostrado na forma de linha contínua e as saídas pontilhadas.

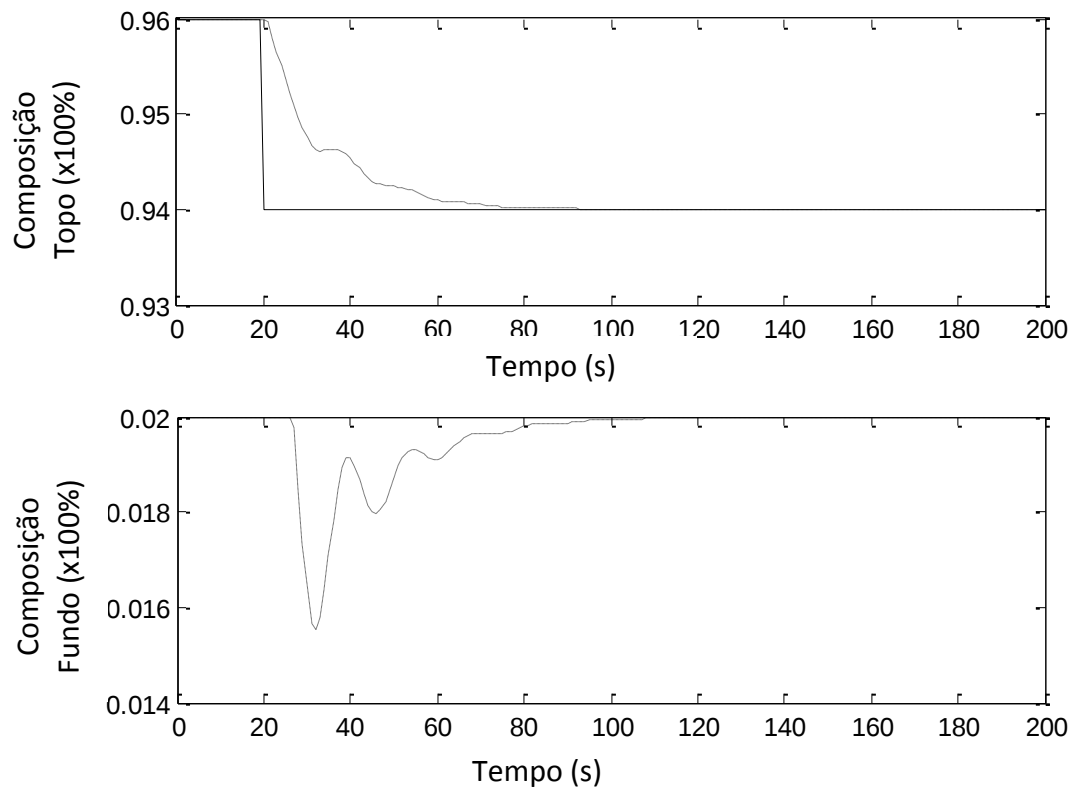


Figura 4.8- Efeito da entrada degrau no topo nas composições dos produtos.

Na Figura 4.9 estão mostrados os efeitos da aplicação de um degrau de 0.01 no sinal de referência para a composição do produto do topo. O degrau está mostrado na forma de linha contínua e as saídas pontilhadas.

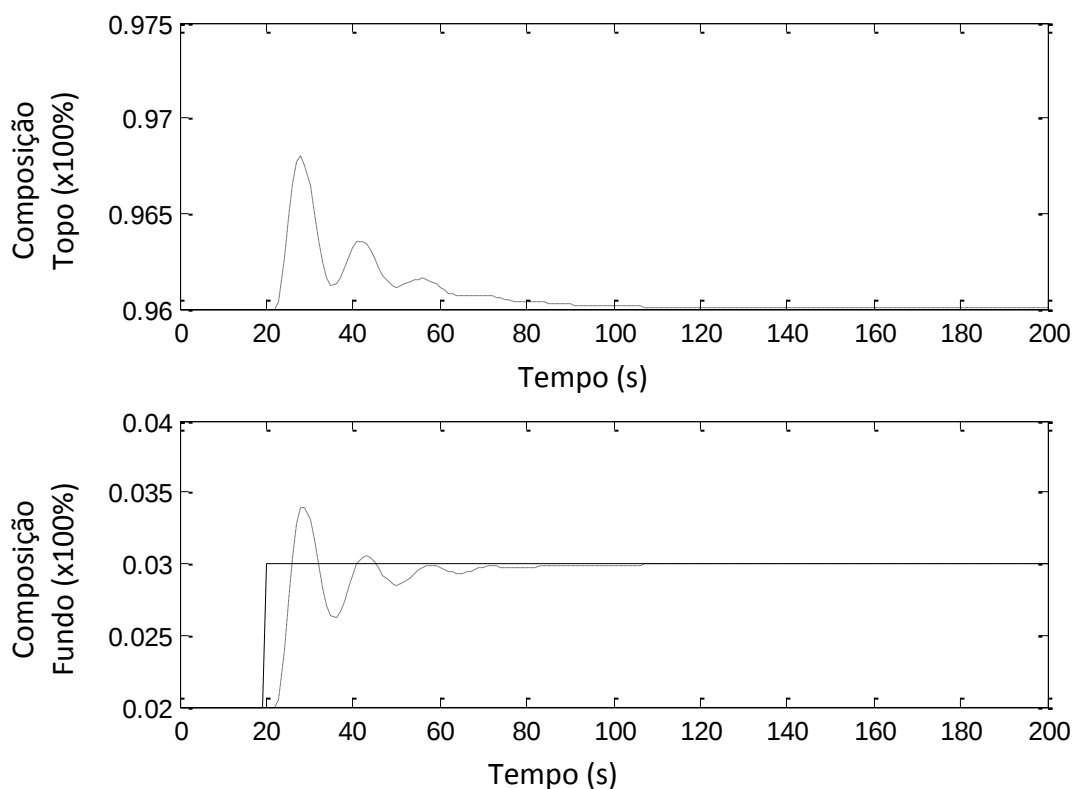


Figura 4.9- Efeito da entrada degrau no fundo nas composições dos produtos.

4.4 - Levitador Magnético

4.4.1 - Introdução

Apesar do modelo apresentado no ANEXO A deste processo ser mostrado e utilizado ao longo deste trabalho, para o presente estudo de caso uma planta com mais precisão na sua modelagem foi utilizada. Tal melhoria na modelagem foi feita com a intenção de mostrar aspectos dos efeitos das não linearidades envolvidas na bobina de magnetização no qual o modelo da planta apresentado no ANEXO A deste trabalho não contemplava. Com o novo modelo o sinal de controle é o de tensão aplicado na bobina, o que é coerente com a prática de bancada do MagLev. Além do mais, a capacidade do modelo de ser usado na fase de simulação também foi melhorada, uma vez que os resultados são mais próximos dos reais. Nesta seção uma mudança não linear das variáveis, como a sugerida da subseção 2.2.1, será aplicada, com a intenção de deixar o modelo na forma que foi apresentado na seção 2.2, de tal maneira que os resultados práticos podem ser comparados com as simulações.

Ter o controle na trajetória de um objeto magnético em levitação magnética é um problema bem conhecido por pesquisadores e o controle por modos deslizantes é freqüentemente aplicado para lidar com isso (AL-MUTHAIRI e ZRIBI, 2004; ALIASGHARY, TESHNEHLAB, *et al.*, 2008; ARAÚJO, MENEZES, *et al.*, 2008; HAJJAJI e OULADSINE, 2001; KUO, LI e GUO, 2005).

Alguns testes práticos foram conduzidos usando o *Maglev Control Experiments*³. Uma foto da bancada experimental está mostrada na Figura 4.10.

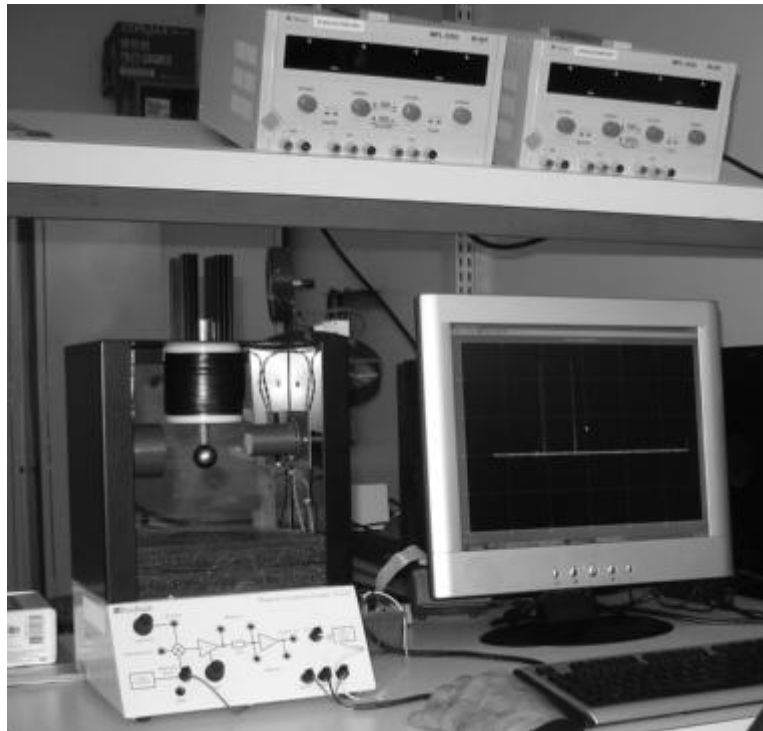


Figura 4.10 – Unidade Experimental Maglev

4.4.2 - Modelo Matemático

Um modelo não linear para levitação magnética é a seguinte (HAJAJI e OULADSINE, 2001; LAGARES e OLIVEIRA, 2009):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u, \\ y = h(\mathbf{x}) = x_2, \end{cases} \quad (4.2)$$

tal que

$$\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3] = \left[I \ y \ \frac{dy}{dt} \right],$$

³ Feedback Instruments Limited – 33-942S®.

$$f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L}x_1 \\ x_3 \\ G_o - \frac{1}{m} \frac{x_1^2}{p(x_2)} \end{bmatrix}, g(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

onde $p(x_2)$ é uma função polinomial da posição da esfera x_2 ; L , e R são a indutância e a resistência da bobina de magnetização, respectivamente; $G_o = 9.81 \text{ m/s}^2$ é a aceleração da gravidade; $m = 0.02 \text{ kg}$ é a massa da esfera; u e I são a tensão aplicada e a corrente na bobina; y e $\dot{y}$ são a posição e velocidade vertical da esfera, respectivamente. Um diagrama esquemático está apresentado na Figura 4.11.

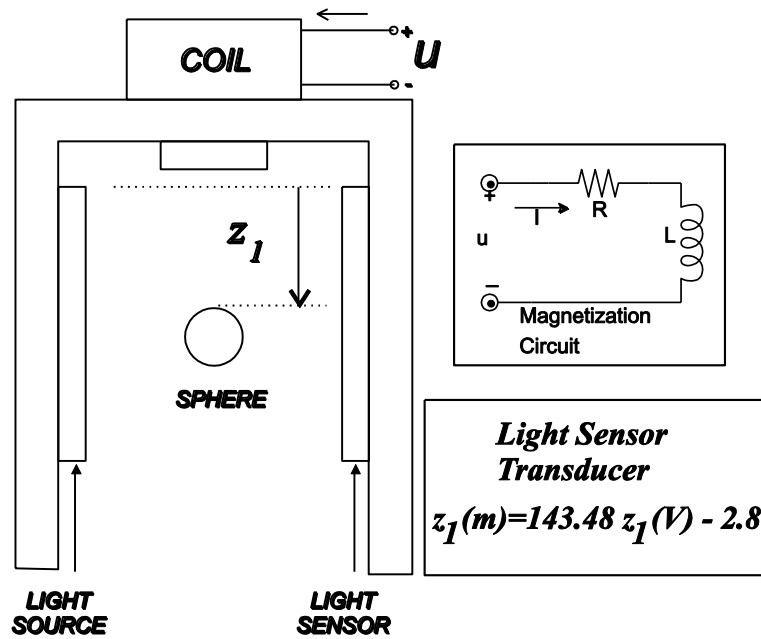


Figura 4.11 – Diagrama Esquemático do Maglev

Uma mudança não linear das coordenadas $\mathbf{z} = \phi(\mathbf{x})$ pode ser usada para transformar (4.2) na forma (3.1), tal que (HAJJAJI e OULADSINE, 2001)

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = z_3, \\ \dot{z}_3 = a(\mathbf{z}) + b(\mathbf{z})u, \\ y = z_1, \end{cases} \quad (4.3)$$

com

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}) \\ L_f h(\mathbf{x}) \\ L_f^2 h(\mathbf{x}) \end{bmatrix},$$

e

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \frac{x_1^2 \frac{2R}{L} p(x_2) + x_3 \frac{d}{dt} p(x_2)}{m p(x_2)^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2}{mL} \frac{x_1}{p(x_2)} \end{bmatrix} u,$$

desta forma, se identifica

$$a(\mathbf{z}) = (G_o - z_3) \left(\frac{2R}{L} + z_2 \frac{\frac{d}{dt} p(z_1)}{p(z_1)} \right), \quad (4.4)$$

$$b(\mathbf{z}) = -\frac{2}{L} \sqrt{\frac{1}{m} \frac{G_o - z_3}{p(z_1)}}, \quad (4.5)$$

onde $L_f h(\mathbf{x})$ denota o *Colchete de Lie* da função $h(\mathbf{x})$ com respeito ao vetor de campo $f(\mathbf{x})$, e $L_f^2 h(\mathbf{x}) = L_f(L_f h(\mathbf{x}))$.

Da equação (4.5), e das Hipóteses 1 e 2 que são atendidas, tanto quanto a aceleração da esfera z_3 seja menor que a da aceleração da gravidade G_o ; as quais podem ser asseguradas pela limitação na variação do sinal de referência e suas derivativas e também na imposição de um limite mínimo na distância entre a bobina e a esfera de forma que $p(z_1) > 0$. Estas restrições podem ser aliviadas pelo ajuste nos parâmetros do controlador. Outra restrição física é o máximo sinal de tensão que pode ser aplicado na lei de controle. Na prática, o controle é somente efetivo em certa faixa de variação na variável z_1 .

Para obtenção dos melhores coeficientes para o polinômio $p(z_1)$ no modelo (4.3), vários testes foram conduzidos utilizando o próprio controlador proposto neste trabalho para diferentes pontos de equilíbrios. Os resultados podem ser vistos na Figura 4.12, onde estão marcados os pontos médios e uma faixa de pontos obtidos. Dois polinômios (2^a e 3^a ordem) obtidos por interpolação dos pontos médios são também mostrados na figura. Pode ser visto que, para a faixa de posições usadas no experimento (de 0 à aproximadamente 16mm), ambos polinômios podem ser usados. Os polinômios de 2^a e 3^a ordem obtidos foram

$$\begin{aligned} p_2(z_1) &= -1.6429 + 622.42849z_1 - 8788.50809z_1^2, \\ p_3(z_1) &= -1.2024 + 447.5043z_1 + 11102.0034z_1^2 - 676571.8145z_1^3. \end{aligned}$$

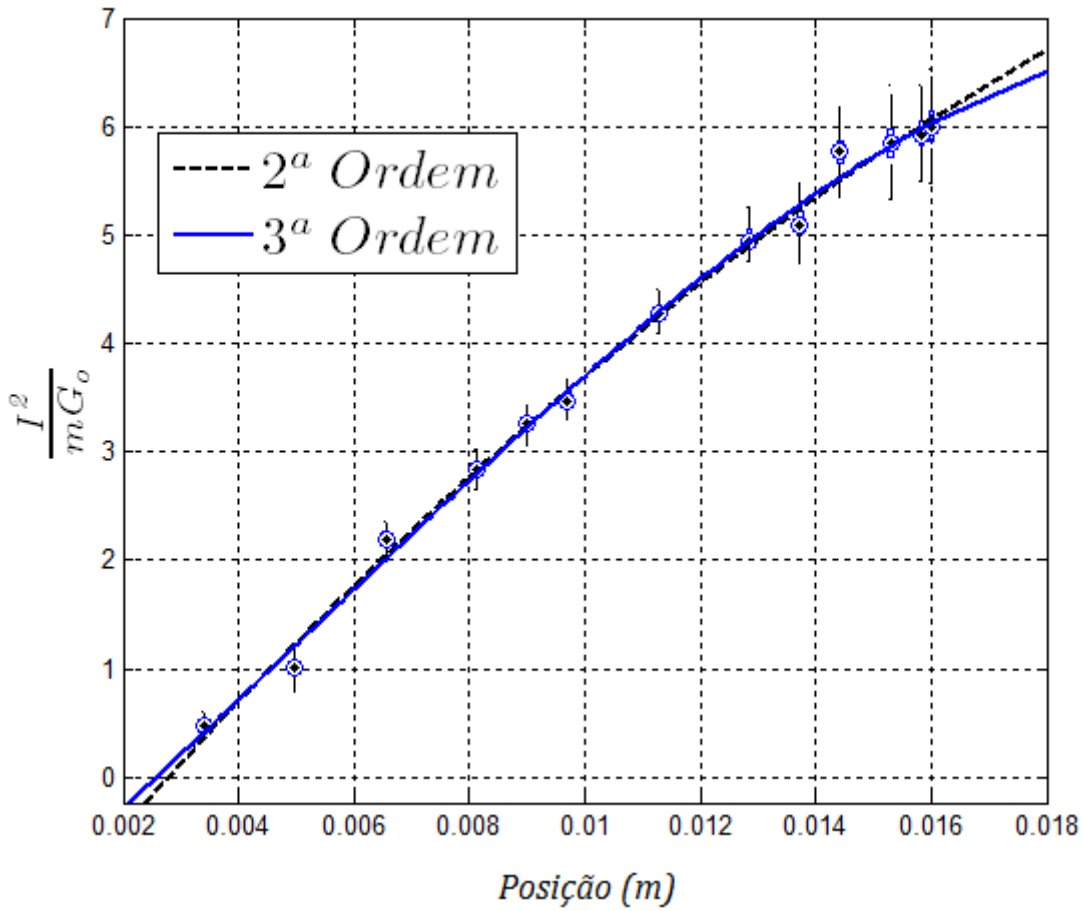


Figura 4.12 – Características Polinomiais dos Dados Experimentais do Maglev.

É importante notar que para a faixa mostrada na Figura 4.12, $p_3(z_1 < 0.0026) < 0$ e $p_2(z_1 < 0.0027) < 0$, restringe a validade da transformação não linear para $z_1 > 0.0026$ e $z_1 > 0.0027$, respectivamente. Os valores do resistor e da indutância são desconhecidos, mas para obtenção de resultados simulados os valores usados foram $L = 16 \text{ mH}$ e $R = 1.6 \Omega$.

4.4.3 - Resultados Experimentais

Como pode ser visto de (4.5), $b(z) < 0$. Neste caso, o teorema apresentado na seção 3.3 ainda pode ser verificado desde que se considere $\kappa < 0$ e $K_s < 0$ e utilize um desenvolvimento similar ao do apresentado na seção 3.3. Os resultados experimentais foram obtidos usando a lei de controle (3.9) com os seguintes parâmetros: $\lambda_1 = 25$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 0.00001$, $\kappa = -0.044$, $\epsilon = 20$, $\tau = 1.11$, $K_s = -0.1$, e $w_N(0) = w_Z(0) = w_P(0) = 0$.

O algoritmo foi executado em um computador digital com o tempo de amostragem de 1 ms para o processo de conversão analógico/digital.

Dois tipos de sinais de referências foram usados nos experimentos: senoidal e degrau. Para todo resultado experimental apresentado nesta seção, um resultado aproximado com o modelo obtido foi também obtido e mostrado nas figuras.

Uma importante observação para todos os resultados experimentais mostrados abaixo está no fato que a variável s , na prática, converge para valores em torno de zero devido a ruídos e atrasos introduzidos pela implementação digital. Como pode ser visto nos gráficos dos resultados obtidos, os termos $-\frac{1}{\tau}w_N$ e $-\frac{1}{\tau}w_P$ da lei de adaptação, como indicado em (3.9), evitam a divergência dos pesos w_N e w_P em situações reais.

Rastreamento Senoidal

O sinal de referência usado para os testes descritos aqui foram

$$y_r = Y_{os} + 0.34 \sin(\pi t) \text{ cm},$$

onde Y_{os} é um valor de “offset”. Dois resultados foram conduzidos utilizando $Y_{os} = 1.25 \text{ cm}$ e $Y_{os} = 0.91 \text{ cm}$ para que se possa explorar o comportamento não linear da dinâmica da planta. Os resultados estão mostrados nas Figuras 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16.

Nas Figuras 4.13 e 4.15, de cima para baixo, são mostrados o sinal de saída, o erro de rastreamento e o correspondente sinal de controle, para o experimento simulado e real. Nas Figuras 4.14 e 4.16, os pesos (parâmetros), objetos da lei de adaptação, são mostrados, para o experimento simulado e real.

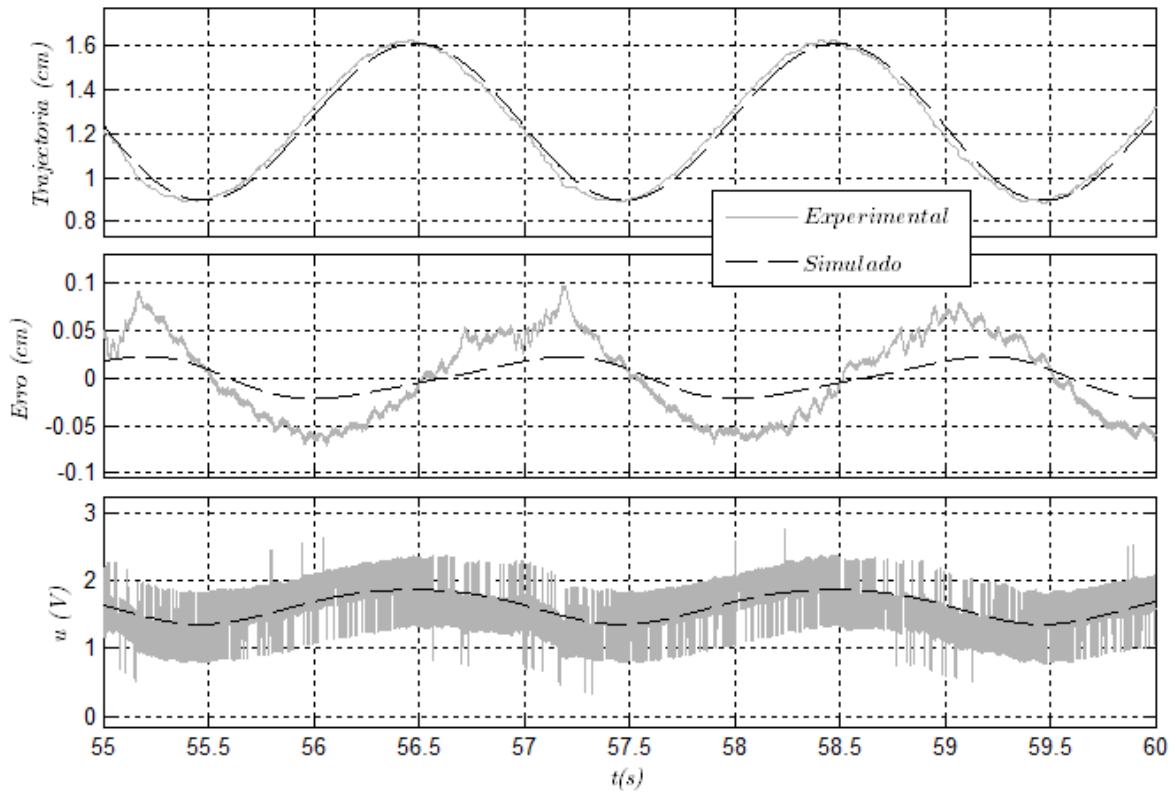


Figura 4.13 – Resultado do Rastreamento Senoidal com $Y_{os} = 1.25$ cm.

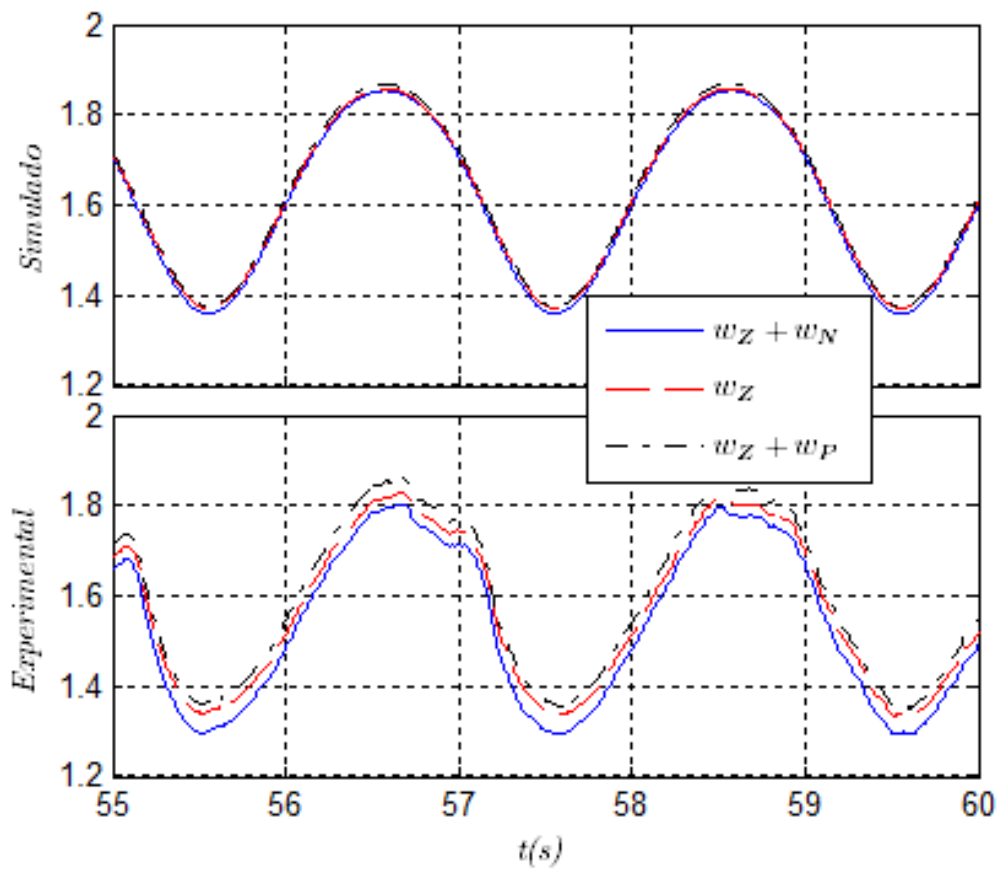


Figura 4.14 - Evolução dos Pesos com $Y_{os} = 1.25$ cm.

Como podem ser vistos, os resultados experimentais reais estão muito próximos dos resultados experimentais simulados a despeito das incertezas associados ao sistema real. Os erros apresentados foram menores que 1 mm.

É importante ressaltar que o sinal de controle do experimento real ainda não se apresenta livre do *chattering* devido à intrínseca natureza do tempo de amostragem no controle digital implementado e a inevitável presença de ruídos.

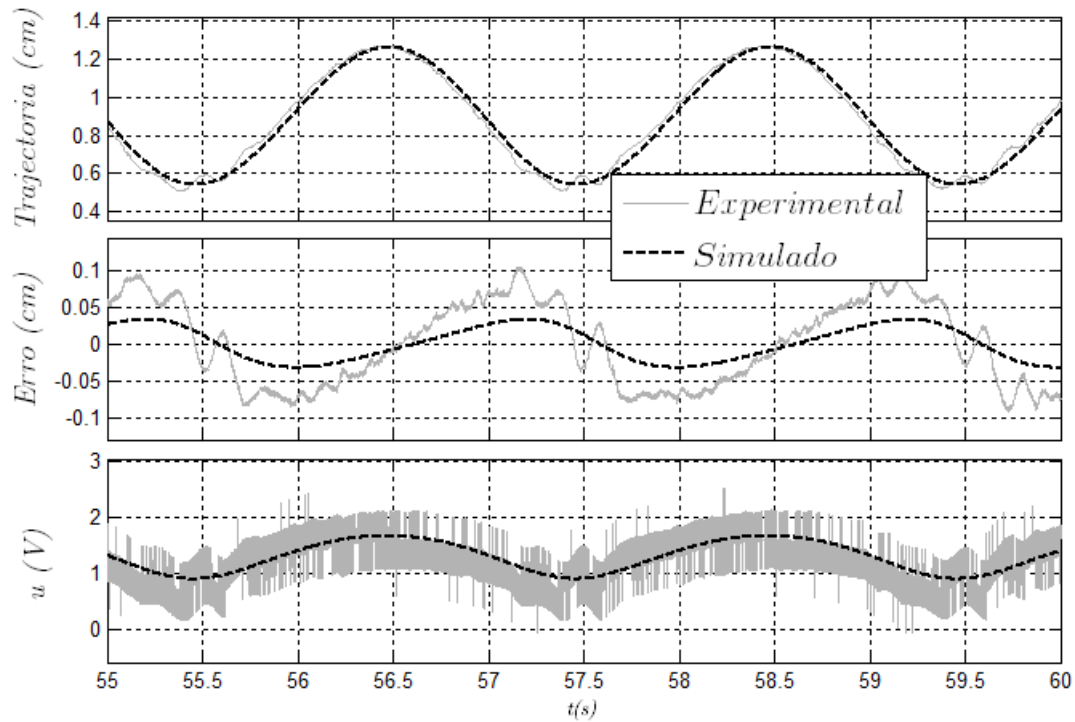


Figura 4.15 - Resultado do Rastreamento Senoidal com $Y_{os} = 0.91$ cm.

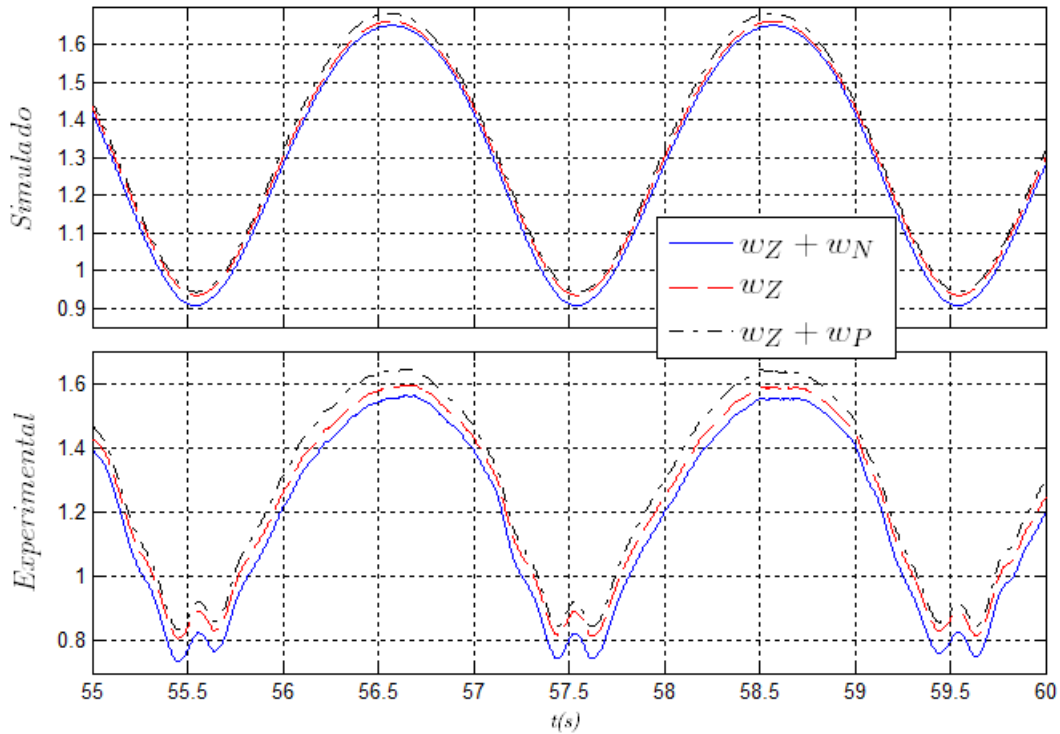


Figura 4.16 – Evolução dos Pesos com $Y_{os} = 0.91$ cm.

Para enfatizar a dinâmica do sistema depois do começo do experimento real, a Figura 4.17 é mostrada. A Figura 4.17 exibe, de cima para baixo, os pesos, o erro de rastreamento e o sinal de controle. Como esperado, no começo do experimento, o valor da variável s não é zero devido às condições na qual a esfera foi inserida no campo magnético (manualmente). A esfera foi mantida na posição inicial até o tempo de liberação (veja a Figura 4.17). Durante este tempo e depois disto, os pesos estavam sendo ajustados pela lei de adaptação para levar a variável s para próximo de zero. Depois do tempo de liberação, os pesos w_N e w_P convergem para valores pequenos necessários para manter a efetividade do controle, enquanto w_Z se aproxima daquele que poderia ser produzido pelo então chamado controle equivalente herdada da teoria clássica do controle por modos deslizantes (veja Capítulo 3).

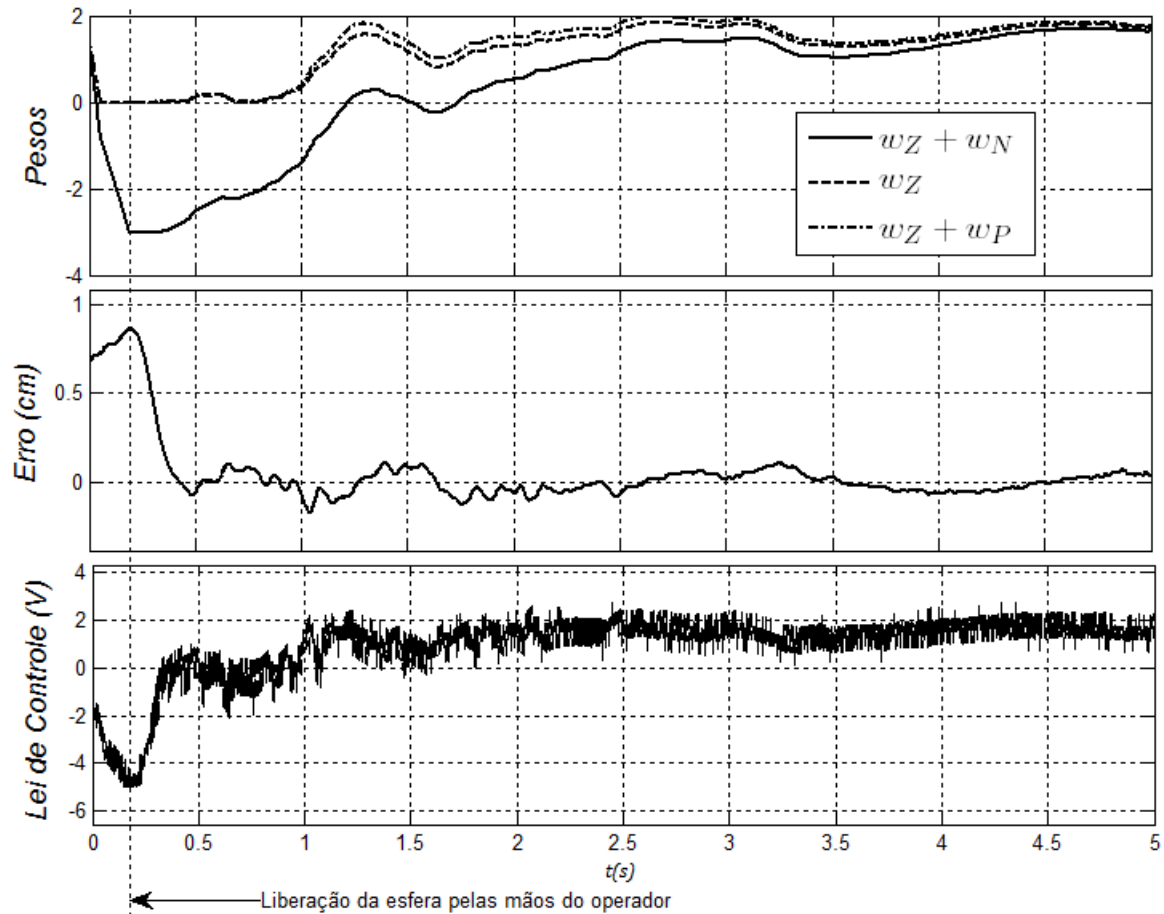


Figura 4.17 – Resultados Experimentais Reais obtidos logo depois do início do experimento com $Y_{os} = 1.25$ cm.

Resposta ao Degrau

Foi aplicado um sinal degrau depois de 30s e os resultados obtidos podem ser vistos nas Figuras 4.18 e 4.19. A Figura 4.18 exibe, de cima para baixo, o sinal de saída, o erro de rastreamento e o sinal de controle correspondente, para o experimento simulado e o real. O erro foi menor que 2 mm e o tempo de acomodação foi menor que 0.5 s. Na Figura 4.19 os pesos da adaptação estão mostrados, para os experimentos simulados e reais. Depois do transiente, similarmente ao que foi apresentado no rastreamento senoidal, os pesos convergem para valores tão pequenos quanto necessários para manter a efetividade do controle.

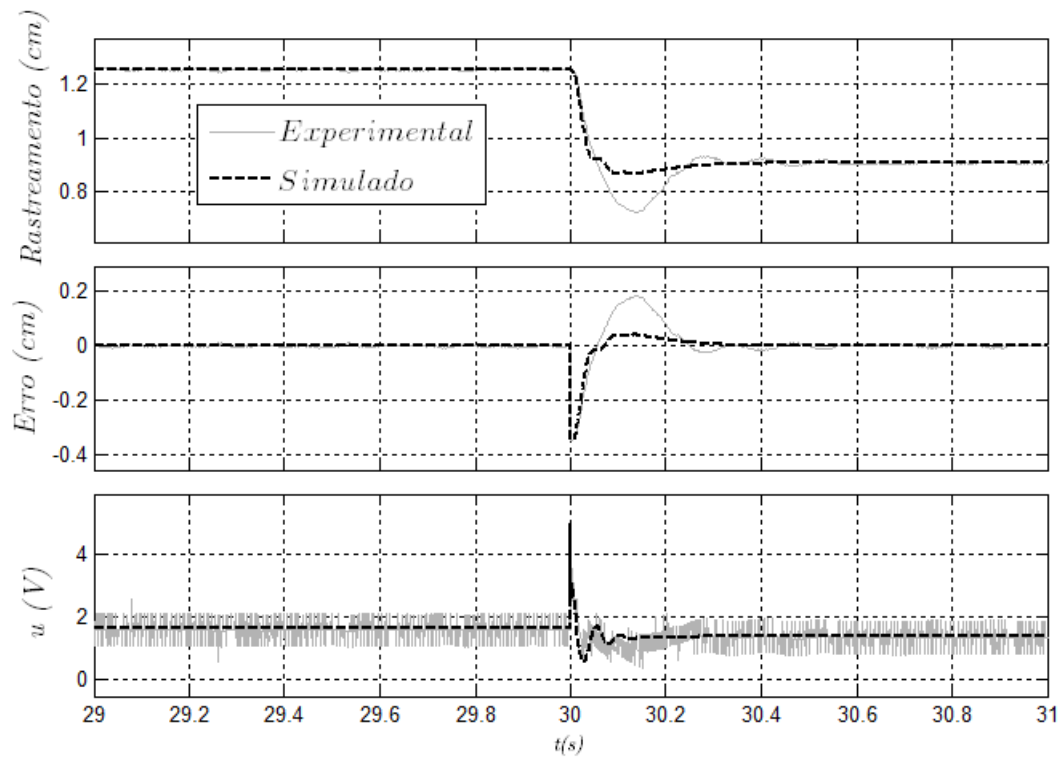


Figura 4.18 – Resposta ao Degrau

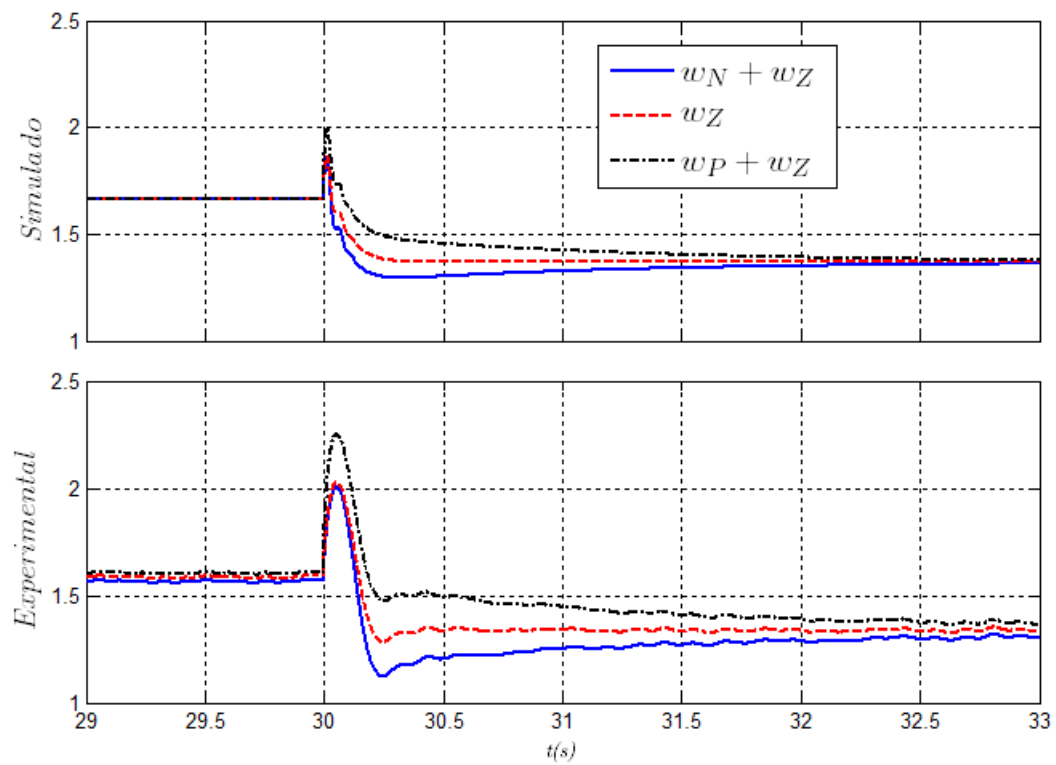


Figura 4.19 – Evolução dos Pesos (Degrau)

4.5 - Considerações sobre os Resultados

Os resultados se mostraram satisfatórios, o que indica que existe uma grande possibilidade deste tipo de controle atender a uma gama de processos.

Para aproveitar as vantagens do controlador, uma situação de treino deve ser estendida por um pouco mais de tempo no próprio processo. Desta forma, o controle irá se adequar em sintonia com a planta e, desta forma, apresentar características bastante desejáveis. O desempenho será avaliado pelo compromisso entre a eliminação do *chattering* e o menor erro no rastreamento. O controlador também poderia ser submetido a um treinamento supervisionado até o desempenho se mostrar satisfatório e desta maneira seus parâmetros memorizados.

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO

Neste trabalho, o controlador por modos deslizantes nebuloso adaptativo foi apresentado. O mesmo pode ser visto como um controlador por modos deslizantes com camada limite que pode minimizar o efeito indesejável de *chattering* na ação de controle. Além disso, o mesmo possui uma estratégia para o ajuste dos pesos do controlador de modo a mantê-los limitados e eficazes para processos do tipo explorado no estudo de casos mostrados ao longo do trabalho. Um aspecto importante é que, por tratar-se de uma estrutura simples (três pesos e a camada limite), o controlador tem seus parâmetros fisicamente bem relacionados com a planta.

No controlador apresentado, a camada limite associada é automaticamente ajustada pela combinação da aplicação das regras de inferência apropriada que relaciona a distância do estado do sistema para a superfície de deslizamento e a adaptação contínua dos parâmetros envolvidos. Isto também pode ser visto como a habilidade do controlador de aprender a dinâmica do processo para realizar o controle mais efetivamente.

Resultados práticos, relacionados ao quadricóptero e a levitação magnética, foram apresentados, mostrando um desempenho adequado.

No Capítulo 2 foi mostrada uma maneira de projetar os pesos do controlador sem a necessidade de adaptação. Isto pode ser de grande valia no projeto do controlador adaptativo descrito no Capítulo 3. Ou seja, algum conhecimento sobre a planta pode ser incorporado no controle de tal maneira a melhorar o desempenho do mesmo e desta maneira acelerar o

processo de convergência dos pesos. Esta aceleração pode ser obtida com a inicialização dos pesos já em valores que podem advir de considerações feitas pelo conhecimento prévio do projetista.

No Capítulo 3 foi mostrado o desenvolvimento do processo de adaptação dos pesos para o controlador. Com a prova de estabilidade para sistemas não lineares estabelecido no teorema apresentado neste capítulo, foi possível estabelecer uma classe de sistemas em que o controlador será comprovadamente efetivo.

No capítulo 4 resultados foram apresentados através de simulações e de aplicações práticas do controlador em processos didáticos e industrial. Os testes foram conduzidos de maneira a enfatizar as características principais do controlador, tais como: robustez, adaptabilidade e imunidade a ruídos. Os resultados se mostraram satisfatórios.

O referido controlador revelou ser uma interessante alternativa no sentido de que é capaz de rastrear rápidas transições do sinal de referência com o desempenho limitado pelo compromisso entre a prevenção de *chattering* e a velocidade de adaptação. As boas características do controlador proposto, que devem ser ressaltadas, são: pouco conhecimento da estrutura e/ou dos parâmetros da planta; capacidade de adaptação dos parâmetros do controlador; fácil projeto e baixo esforço computacional.

Análises teóricas do impacto no desempenho devido a implementação digital do controlador apresentado são ainda objeto de pesquisa. Outra direção a ser perseguida em futuras pesquisas é uma versão multivariável para o controlador apresentado.

5.1 - Publicações Resultantes deste trabalho de pesquisa:

Artigos em Periódicos Submetido

1. ARAÚJO, C. J. F., Menezes, B.R., Caminhas, W.M., TÔRRES, L. A. B.
“A Low-complexity Direct Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Applied to a Magnetic Levitation System” submetido em 28/5/2010 para Control Engineering Practice. Elsevier Editorial System TM

Trabalhos publicados em anais de eventos (completo)

1. Mateus Carvalho, Mario Campos, BOMFIM, C. H., Menezes, B.R., Caminhas, W.M., SOUZA, D. A., ALVES, D. C., ARAÚJO, C. J. F.
Desenvolvimento do Controlador não-linear On-Line Neuro-Fuzzy Controller - ONFCDw e aplicação na indústria de petróleo In: XVII Congresso Brasileiro de Automática, 2010, a ser realizado em Bonito - MS.
XVIII Congresso Brasileiro de Automática. , 2010.
2. Mateus Carvalho, Mario Campos, BOMFIM, C. H., Menezes, B.R., Caminhas, W.M., SOUZA, D. A., ALVES, D. C., ARAÚJO, C. J. F.
CONTROLADOR NEURO-FUZZY APLICADO À INDÚSTRIA DO PETRÓLEO In: 2º CICAP - Congresso de Instrumentação controle e automação da Petrobras, 2010, Rio de Janeiro.
2º CICAP - Congresso de Instrumentação controle e automação da Petrobras. , 2010.
3. ARAÚJO, C. J. F., Menezes, B.R., Caminhas, W.M., TÔRRES, L. A. B.
A Sliding Mode Neurofuzzy Controller Applied to the Magnetic Levitation In: XVII Congresso Brasileiro de Automática, 2008, Juiz de Fora.
XVII Congresso Brasileiro de Automática. , 2008.
4. VITORINO, T. A. S., ARAÚJO, C. J. F., Caminhas, W.M.
Modelagem Fuzzy e simulação do controle do processo de combustão de regenerador de alto-forno siderúrgico In: XII Seminário de Automação de Processos, 2008, Vitória.
XII Seminário de Automação de Processos. , 2008.
5. ARAÚJO, C. J. F., Caminhas, W.M., Menezes, B.R., Polli, H.B.
Online Neurofuzzy Controller: Aplicação em Tanques Acoplados In: I Simpósio Brasileiro de Inteligência Computacional, 2007, Florianópolis.
I Simpósio Brasileiro de Inteligência Computacional. , 2007.
6. ARAÚJO, C. J. F., Menezes, B.R., Caminhas, W.M., TÔRRES, L. A. B.
“Controlador Adaptativo Direto Fuzzy de Modos Deslizantes de Baixa Complexidade Aplicado ao Controle de um Quadrirotor”, **Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy, 2010 – Sorocaba – SP.**

Artigos em revistas (Magazine)

1. VITORINO, T. A. S., ARAÚJO, C. J. F., Caminhas, W.M.
Modelagem Fuzzy e Simulação do Controle de Processo de Combustão de Regenerador de Alto-forno Siderúrgico. InTech - América do Sul. São Paulo, 2008.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALIASGHARY, M. et al. Hybrid control of magnetic levitation system based-on new intelligent sliding mode control. **Journal of Applied Sciences**, v. 8, n. 14, p. 2561-2568, 2008.
2. AL-MUTHAIRI, N. F.; ZRIBI, M. Sliding mode control of a magnetic levitation system. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2004, n. 2, p. 93-107, 2004.
3. ARAÚJO, C. J. F. et al. **Online Neurofuzzy Controller**: Aplicação em Tanques Acoplados. Simpósio Brasileiro de Inteligência Computacional. Florianópolis: [s.n.]. 2007.
4. ARAÚJO, C. J. F. et al. A Sliding Mode Neurofuzzy Controller Applied to the Magnetic Levitation. **CBA 2008**, Juiz de Fora, 14 a 17 Setembro 2008.
5. BARTOLINI, G.; FERRARA, A.; USAI, E. Chattering Avoidance by Second-Order Sliding Mode Control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 43, 1998. 241-246.
6. BARTOLINI, G.; PUNTA, E.; ZOLEZZI, T. Simplex Sliding Mode Methods for the Chattering Reduction Control of Multi-input Nonlinear Systems. **Automatica**, 49, 2009. 1923-1928.
7. BESSA, W. M.; DUTRA, M. S.; KREUZER, E. An adaptive fuzzy sliding mode controller for remotely operated underwater vehicles. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 58, n. 1, p. 16-26, 2010.
8. BOUBAKIR, A.; BOUDJEMA, F.; LABIOD, S. A neuro-fuzzy sliding mode controller using nonlinear sliding surface applied to the coupled tanks system. **International Journal of Automation and Computing**, 2009, v. 6, n. 1, p. 72-80, February 2009.
9. CAO, J. et al. State of Art in Vehicle Active Suspension Adaptive Control Systems Based on Intelligent Methodologies. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, 9 No. 3, September 2008. 392-405.
10. CHEN, C.-T. Controllability and Observability. In: CHEN, C.-T. **Linear System Theory and Design**. New York: Oxford University Press, Inc., 1999. p. 143-183.

11. CHEN-SHENG, T.; TZUU-HSENG, S. L.; FAN-CHU, K. Design of Fuzzy Controller for Active Suspension System. **Mechatron**, 5 No. 4, June 1995. 365-383.
12. DA, F.; SONG, W. Fuzzy Neural Networks for Direct Adaptive Control. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 50 No.3, 2003. 507-513.
13. DAVILA, J.; FRIDMAN, L.; LEVANT, A. Second-order Sliding-mode Observers for Mechanical Systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 50(11), 2005. 1785-1789.
14. DING, Y.; YING, H.; SHAO, S. Typical Takagi–Sugeno PI and PD fuzzy controllers: analytical structures and stability analysis. **Information Sciences**, 151, 2003. 245–262.
15. ELMALI, H.; OLGAC, N. Robust Output Tracking Control of Nonlinear MIMO Systems via Sliding Mode Technique. **Automatica**, 28., 1992. 145-151.
16. EMELYANOV, S. V.; KOROVIN, S. K.; MAMEDOV, I. G. **Variable-Structure Control Systems: Discrete and Digital**. Moscow: Mir Publishers, 1995.
17. ESSOUNBOULI, N.; HAMZAOUI, A. Direct and Indirect Robust Adaptive Fuzzy Controllers for a Class of Nonlinear Systems. **International Journal of Control, Automation, and Systems**, 4 No.2, 2006. 146-154.
18. GOUVÊA, M. R. et al. **A New Neurofuzzy Controller Applied to Vector Control of Induction Motors**. Proceedings of the IASTED International Conference on Computational Intelligence. [S.l.]: [s.n.]. 2005. p. 73-78.
19. HAJJAJI, A. E.; OULADSINE, M. Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 48, n. 4, p. 831–838, 2001.
20. HO, H. F.; WONG, Y. K.; RAD, A. B. Adaptive fuzzy sliding mode control with chattering elimination for nonlinear SISO systems. **Simulation Modelling Practice and Theory**, v. 17, p. 1199–1210, 2009.
21. HUANG, S. -J.; LIN, W. -C. Adaptive Fuzzy Controller with Sliding Surface for Vehicle Suspension System. **IEEE Trans. Fuzzy Sets**, 11, No.4, August 2003. 550-559.
22. JANG, J.-S. R.; SUN, C.-T.; MIZUTANI, E. **Neuro-Fuzzy and Soft Computing**. [S.l.]: Pearson Education, Inc., 1997. 638 p.
23. JOHANSEN, T. A.; SHORTEN, R.; MURRAY-SMITH, R. On the Interpretation and Identification of Dynamic Takagi–Sugeno Fuzzy Models. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 8 - No.3, June 2000. 287-213.
24. KAYNAK, O.; ERBATUR, K.; ERTUGRUL, M. The Fusion of Computationally Intelligent Methodologies and Sliding Mode Control - A Survey. **IEEE Transaction on Industrial Electronics**, 48 No.1, February 2001. 4-17.
25. KHALIL, H. K. **Nonlinear Systems**. Third Edition. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 750 p.

-
26. KIM, S. W.; LEE, J. J. Design of a fuzzy controller with fuzzy sliding surface. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 71, p. 359–367, 1995.
 27. KUCUKDEMIRAL, I. B. et al. A Robust Single Input Adaptive Sliding Mode Fuzzy Logic Controller for Automotive Active Suspension System. **Fuzzy Systems and Knowledge Discovery**, Berlin, Germany: Springer-Verlag, 3613, 2005. 981-986.
 28. KULJACA, O. et al. Design and Implementation of Industrial Neural Network Controller Using Backstepping. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 50 No.1, February 2003. 193-201.
 29. KUNG, C. -C.; CHEN, T. -H.; KUNG, L. -H. Modified adaptive fuzzy sliding mode controller for uncertain nonlinear systems. **IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences**, v. E88A, p. 1328–1334, 2005.
 30. KUO, C. L.; LI, T. H. S.; GUO, N. R. Design of a Novel Fuzzy Sliding-Mode Control for Magnetic Ball Levitation System. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, 42, Issue:42, March 2005. 295-316.
 31. KWAN, C.; LEWIS, F. L. Robust Backstepping Control of Nonlinear Systems Using Neural Networks. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part A: Systems and Humans**, 30 No. 6, November 2000. 753-766.
 32. LAGARES, L. A. R. R.; OLIVEIRA, V. A. **Magnetic levitation system**: Dynamic models, electromagnet design analysis and experimental results. VIII Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications. [S.l.]: [s.n.]. 2009.
 33. LEVANT, A. Sliding Order and Sliding Accuracy in Sliding Mode Control. **International Journal of Control**, 58, 1993. 1247-1263.
 34. LEVANT, A. Higher-order Sliding Modes Differentiation and Output-feedback Control. **International Journal of Control**, 76(9), 2003. 924-941.
 35. LEVIN, A. U.; NARENDRA, K. S. Control of Nonlinear Dynamical Systems Using Neural Networks: Controllability and Stabilization. **IEEE Transactions on Neural Networks**, 4 no. 6, March 1993. 192-206.
 36. MAMDANI, E. H.; ASSILIAN, S. An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller. **International Journal of Man-Machine Studies**, 7(1), 1975. 1-13.
 37. NUNES, E. V. L.; HSU, L.; LIZARRALDE, F. Globally Stable Output-Feedback Sliding Mode Control with Asymptotic Exact Tracking. **Proc. of 2004 American Control Conference**, Boston (MA), 2004. 638-643.
 38. PARMA, G. G.; MENEZES, B. R.; BRAGA, A. P. Sliding Mode Algorithm for Training Multilayer Artificial Neural Networks. **Electronics Letters**, 34 no.1, 1998. 97-98.
 39. PERRUQUETTI, W.; BARBOT, J. P. J. **Sliding Mode Control in Engineering**. New York: Marcel Dekker, Inc., 2002. 416 p.

40. POURSAMAD, A.; MARKAZI, A. H. D. Adaptive fuzzy sliding mode control for multi-input multi-output chaotic systems. **Chaos, Solitons and Fractals**, v. 42, p. 3100–3109, 2009.
41. QI, Z.; MCINROY, J. E.; JAFARI, F. Trajectory Tracking with Parallel Robots Using Low Chattering, Fuzzy Sliding Mode Controller. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, 48, Issue: 3, March 2007. 333-356.
42. SADATI, N.; TALASAZ, A. Variable Structure Control with Adaptive Fuzzy Sliding Surface. **Journal of Vibration and Control**, 12, Issue: 11, November 2006. 1251-1270.
43. SASTRY, S. S. Model-Reference Adaptive Control—Stability, Parameter Convergence, and Robustness. **IMA J Math Control Info**, 1, 1984. 27-66.
44. SASTRY, S. S.; BODSON, M. **Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness**. [S.l.]: Prentice Hall, 1989.
45. SHAHRAZ, A.; BOOZARJOMEHRY, R. B. A fuzzy sliding mode control approach for nonlinear chemical processes. **Control Engineering Practice**, v. 17, p. 541–550, 2009.
46. SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. **Applied Nonlinear Control**. New Jersey: Prentice Hall, 1991. 461 p.
47. SONG, F.; SMITH, S. M. **A Takagi-Sugeno Type Fuzzy Logic Controller with only 3 Rules for a 4 Dimensional Inverted Pendulum System**. 2000. Nashville, TN, USA: IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. 2000. p. 3800-3805.
48. SUGENO, M.; KANG, G. T. Structure Identification of Fuzzy Model. **Fuzzy Sets and Systems**, 28, 1988. 15-33.
49. TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, 15, 1985. 116-132.
50. UTKIN, V. I. Variable Structure Systems with Sliding Modes. **IEEE TAG**, AC-22, No. 2, 1977. 212-22.
51. UTKIN, V. I. **Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems**. Tradução de Parnakh. Moscow: Mir Publishers, 1978.
52. WAI, R.-J.; LIN, C.-M.; HSU, C.-F. Adaptive Fuzzy Sliding-mode Control for Electrical Servo Drive. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 143, p. 295-310, 2004.
53. WANG, C. C.; CHEN, M. V.; FU, L. C. Adaptive Sliding Mode Controller Design for a Maglev Guiding System for Application in Precision Positioning. **Proceeding of the 2010 American Control Conference**, 2000. 1612-1616.
54. WANG, J.; RAD, A. B.; CHAN, P. T. Indirect adaptive fuzzy sliding mode control: Part I: fuzzy switching. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 122, p. 21-30, 2001.
55. WANG, L. -X. **Fuzzy Systems are Universal Approximators**. Proceedings of International Conference on Fuzzy Systems. San Diego, CA - USA: [s.n.]. 1992. p. 1163-1170.

- 56. WOOD, R. K.; BERRY, M. W. **Terminal Composition of a Binary Distillation Column. Chemical Engineering Sciences.** [S.l.]: [s.n.], v. 28, 1973. 1707-1717 p.
- 57. YAGIZ, N.; HACIOGLU, Y. Robust Control of a Spatial Robot Using Fuzzy Sliding Modes. **Mathematical and Computer Modelling**, 49, Issue:1-2, January 2009. 114-127.
- 58. ZHANG, T.; GE, S. S.; HANG, C. C. Direct Adaptive Control of Non-affine Nonlinear Systems Using Multilayer Neural Networks. **Proceedings of the American Control Conference**, Philadelphia, Pennsylvania, Junho 1998. 515-519.
- 59. ZHANG, Y. -Q. et al. A Dynamic Sliding-Mode Controller with Fuzzy Adaptive Tuning for an Active Suspension System. **Proc. Inst. Mech. Eng., D, Transp. Eng.**, 221, No. 4, 2007. 417-428.

ANEXO A - PLANTA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA

Alguns testes práticos foram conduzidos usando o *Maglev Control Experiments*⁴. O Maglev serve como um modelo simples para complexos dispositivos com a finalidade de realizar a levitação magnética, tais como, trens e mancais. Trens Maglev foram recentemente testados e algumas linhas férreas já estão em funcionamento em Shanghai. Mancais magnéticos apresentam uma extrema baixa fricção em aplicações mecânicas, tais como, bombas, ventiladores e outras máquinas de rotação. Uma unidade para o experimento de controle de levitação magnética Maglev está representado na Figura A.1.

A.1 - Modelo para a Levitação Magnética.

Um modelo mais simples de um sistema não linear para a levitação magnética relaciona a posição x (partindo da posição do topo em metros) da esfera (bola) e a corrente i (ampere) nas espiras de magnetismo no topo do aparato na seguinte maneira (equação):

$$\ddot{x} = G_o - \frac{k}{m} \frac{i^2}{x^2} \quad (\text{A.1})$$

onde k é uma constante que depende de parâmetros internos de construção da bobina de magnetização (parâmetro eletromagnético), $G_o = 9.81 \frac{m}{s^2}$ é a constante gravitacional, m é a massa da esfera. A equação (A.1) mostra que a planta tem uma dinâmica negativa, no sentido de que um aumento da corrente i leva a uma redução da aceleração da esfera.

⁴ Feedback Instruments Limited – 33-942S®.

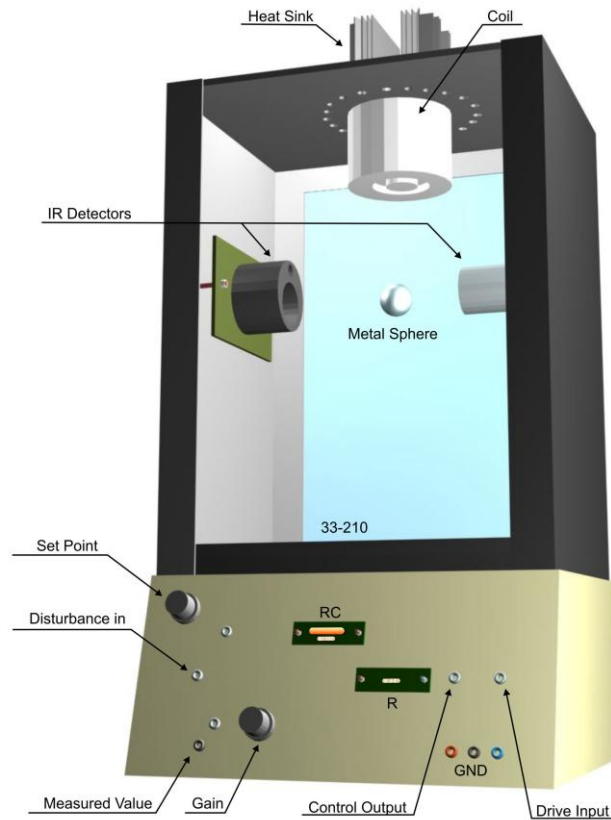


Figura A.1 - Unidade Mecânica do Maglev.

Fonte: Magnetic Levitation Control Experiments (Guide)²

A equação (A.2) é um modelo modificado e simplificado da plantas que será usado para o propósito de projeto e simulação.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= G_o - K \frac{u}{(z_1 + \delta)^2} \end{aligned} \quad (A.2)$$

onde $u = |i|^2$; $K = \frac{k}{m}$ e δ ($z_1 = x - \delta$) é um deslocamento da origem em x . Como pode ser visto pela equação (A.2), sem realimentação nenhum ponto de equilíbrio é possível. Além disso, a variável x ($x < 0 \Rightarrow z_1 < -\delta$) não pode assumir valores negativos. Pode ser visto também, que a aceleração da esfera no sentido positivo de x fica limitada a própria aceleração da gravidade. Portanto está planta apresenta características não simétricas em relação as suas variáveis de estado. Estas características somadas fazem do controle desta

planta um bom teste para projetos e testes de controladores. É importante ressaltar que a equação (A.2) não é exatamente a equação (A.1).

Os limites para os sinais de controles usados foram $[0 \cdots 10]A$. Os parâmetros usados na simulação foram: $G_o = 9.81 \frac{m}{s^2}$ e $\hat{K} = \frac{k}{m} = 1.27 \times 10^{-3} \frac{m}{s^2} \frac{m^2}{A^2}$ que são seus valores nominais. Não foi considerada variação na constante de gravitação. Mas o parâmetro K pode variar na faixa de 1.143×10^{-3} a 1.397×10^{-3} .