

UFMG - UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PPGEE - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

Método Iterativo Aplicado à Modelagem dos Problemas de Irradiação e Espalhamento Presentes em Ensaios de Susceptibilidade Eletromagnética

Ricardo Luiz da Silva Adriano

Texto submetido à Banca Examinadora designada pelo
colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais
como requisito necessário para obtenção do título de
Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: *Prof. João Antônio de Vasconcelos*

Co-Orientador: *Prof. Cássio Gonçalves do Rego*

Belo Horizonte, Março de 2007.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente aos professores João Antônio Vasconcelos e Cássio Gonçalves do Rego pela orientação, boa vontade, transmissão de conhecimentos e amizade. Agradeço também aos professores Elson José da Silva e José Osvaldo Saldanha Paulino pelo apoio e disponibilidade.

Gostaria de dedicar esse trabalho à toda minha família pelo carinho e compreensão, especialmente à Simone pelo amor e incentivo e à minha mãe pela confiança depositada.

Por fim, agradecer aos amigos do CPDEE, em especial aos amigos do GOPAC pela amizade, auxílio e por tornarem mais divertida a pesquisa científica. À Ana Cláudia pela organização e liderança no período que fomos representantes discentes.

Aos participantes do projeto Fiat/CNPq, especialmente à Roginelle e ao Leonardo Alvarenga, pelo trabalho em equipe desenvolvido.

À Fiat Automóveis pela disponibilidade de recursos.

Ao CNPq e à Capes pelo financiamento.

Resumo

Nesse trabalho, o Método de Elementos Finitos é aplicado na construção de um modelo computacional para a simulação de problemas de espalhamento e irradiação presentes em ensaios de susceptibilidade eletromagnética em veículos automotivos.

Primeiramente, os problemas de espalhamento e irradiação são resolvidos separadamente, utilizando-se do Método de Elementos Finitos. Como os domínios desses problemas são geralmente abertos, faz-se necessário limitá-los através de uma fronteira fictícia na qual é aplicada uma condição de contorno absorvente. Duas famílias de condições de contorno são analisadas nesse trabalho, as condições desenvolvidas a partir dos trabalhos de Engquist-Majda, e as condições desenvolvidas a partir dos trabalhos de Baliss-Turkel. Posteriormente, o acoplamento entre os problemas é feito utilizando um procedimento iterativo.

O presente trabalho resulta nas seguintes contribuições principais:

- desenvolvimento de um procedimento iterativo generalizado para a solução de problemas eletromagnéticos acoplados;
- análise de convergência e estimativa de erro do procedimento proposto.

A utilização de tal procedimento possibilita a solução do problema acoplado tratando-se os problemas de espalhamento e irradiação em separado, permitindo o uso de técnicas apropriadas para a solução de cada problema isoladamente e assim preservando as características originais de cada método numérico adotado.

Abstract

In this thesis, the Finite Element Method is applied to handle the radiation and scattering problems present in automotive electromagnetic susceptibility tests.

First, radiation and scattering are treated as two different problems. The finite element solutions for each one are presented separately. Since those problems are, generally, placed in open regions, it is necessary to limit the discretization volume. In this test, two different Absorbing Boundary Conditions are analyzed to limit the domain. They were presented by Engquist-Majda and Baliss-Turkel.

Finally, the coupling between the radiation and scattering problem is treated iteratively, which results in the two main contributions of this thesis:

- a generalized iterative procedure to solve coupled problems;
- convergence analysis and error estimate of the proposed method.

Since the presented iterative method do not modify the main characteristics of the methods applied to solve each sub-problem, it makes possible the use of appropriated methods to solve the radiation and scattering phenomenon separately.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Motivação	1
1.2	EMC em veículos automotivos	3
1.2.1	Norma ISO 11451	4
1.3	Objetivos	9
1.4	Publicações decorrentes do trabalho	9
1.4.1	Artigos publicados	10
1.4.2	Artigos aceitos para publicação	11
1.5	Organização do texto	11
2	Formulação eletromagnética	13
2.1	Introdução	13
2.2	Equações básicas	14
2.2.1	Equações de Maxwell	15
2.2.2	Equação da continuidade	16
2.2.3	Relações constitutivas	17
2.2.4	Condições de interface	17
2.2.5	Equação de onda	19
2.2.6	Condições de contorno	21
2.3	Ferramentas computacionais	22
2.3.1	Técnicas diferenciais	22
2.3.2	Técnicas integrais	24
2.4	Conclusões	25
3	Modelagem do Problema de Espalhamento Eletromagnético	26
3.1	Espalhamento eletromagnético	26
3.1.1	Definição do problema	26
3.2	Formulação FEM	28

3.2.1	Forma forte	28
3.2.2	Forma fraca	29
3.3	Interface com o plano condutor	30
3.4	Condições de contorno absorventes	31
3.4.1	Condições do tipo Engquist-Majda	32
3.4.2	Condições do tipo Baliss-Turkel	36
3.4.3	Aplicação das condições absorventes no FEM	40
3.5	Método de Galerkin	43
3.6	Discretização do domínio	45
3.7	Construção do sistema matricial	50
3.8	Conclusões	51
4	Modelagem do Problema de Irradiação eletromagnética	52
4.1	Definição do problema	52
4.2	Formulação FEM	53
4.2.1	Alimentadores	54
4.2.2	Alimentadores na presença de um campo incidente	59
4.3	Conclusões	63
5	Acoplamento entre antena e veículo	64
5.1	Modelo completo FEM-ABC	65
5.2	Modelo desacoplado	65
5.3	Método híbrido FEM-BEM	67
5.3.1	Equações integrais de fronteira	67
5.4	Acoplamento iterativo	73
5.4.1	Geometria do problema	74
5.4.2	O método IMR	75
5.4.3	Convergência	77
5.4.4	Análise do erro	78
5.5	Conclusões	80
6	Resultados	82
6.1	Problemas de espalhamento	83
6.1.1	Esfera condutora perfeita	83
6.1.2	Esfera dielétrica	86
6.1.3	Espalhamento na presença de um plano condutor perfeito	88
6.1.4	Utilização das condições absorventes de segunda ordem	92
6.2	Problemas de irradiação	95

6.2.1	Guia de placas paralelas	95
6.2.2	Modelagem de um dipolo	100
6.2.3	Modelagem de um monopolo	103
6.2.4	Modelagem de um monopolo no interior de um guia de ondas	105
6.2.5	Antena Corneta	108
6.3	Acoplamento iterativo	112
6.4	Modelo simplificado do ensaio de susceptibilidade	115
6.4.1	Modelo dipolo-esfera	116
6.4.2	Modelo simplificado do veículo	118
6.4.3	Modelo corneta - veículo	122
6.5	Discussão dos resultados	124
7	Conclusões e propostas de continuidade	126
A	Solução do sistema matricial	135
A.1	Método do gradiente conjugado	135
A.1.1	Aplicação em sistemas matriciais complexos	136
A.1.2	Implementação do CG para sistemas normais (CGNE)	137
B	Geometria dos modelos dos ensaios de susceptibilidade	138
B.1	Geometria do veículo	138

Lista de Figuras

1.1	Exemplo de câmara semi-anecóica presente na norma ISO 11451-2	6
1.2	Ensaio de susceptibilidade do ELASIS.	7
1.3	Proposta de ensaio de susceptibilidade FIAT Brasil.	8
2.1	Fenômenos de irradiação e espalhamento.	15
2.2	Interface de separação entre dois meios materiais distintos . .	18
3.1	Simplificações para o problema de espalhamento.	27
3.2	Elemento tetraédrico.	46
3.3	Elemento triangular.	50
4.1	Antena log-periódica.	53
4.2	Antena corneta.	53
4.3	Alimentação do dipolo.	56
4.4	Alimentação da sonda.	57
4.5	Dipolo na presença de um campo incidente.	60
5.1	Solução do problema desacoplado.	66
5.2	Geometria do problema.	74
5.3	Campo irradiado de Ω_a	78
6.1	Construção e discretização do domínio.	83
6.2	Módulo da corrente sobre a superfície da esfera.	84
6.3	Comparação com o resultado analítico.	85
6.4	Campo magnético espalhado.	86
6.5	Espalhamento por uma esfera dielétrica.	87
6.6	Geometria do problema.	88
6.7	Módulo do campo magnético sobre uma linha circular (plano xz).	89

6.8	Módulo do campo magnético sobre uma linha circular (plano yz).	90
6.9	Comparação das condições absorventes de segunda ordem.	93
6.10	Comparação com o resultado analítico.	94
6.11	Guia de placas paralelas.	95
6.12	Guia de onda: discretização FEM.	96
6.13	Componente na direção de x .	97
6.14	Componente na direção de y .	98
6.15	Componente na direção de z .	99
6.16	Discretização do dipolo.	100
6.17	Campo irradiado pelo dipolo.	101
6.18	Discretização do monopolo.	103
6.19	Campo irradiado pelo monopolo.	104
6.20	Geometria do problema.	105
6.21	Módulo do campo elétrico na seção transversal do guia.	106
6.22	Fase do campo elétrico na seção transversal do guia.	107
6.23	Corneta do tipo E-plane.	108
6.24	Domínio discretizado.	109
6.25	Directividade da antena corneta sobre o plano xz .	110
6.26	Directividade da antena corneta sobre o plano xy .	111
6.27	Acoplamento entre dipolos.	112
6.28	Corrente sobre o dipolo alimentado.	113
6.29	Corrente sobre o dipolo parasita.	114
6.30	Análise de convergência.	115
6.31	Modelo dipolo-esfera.	116
6.32	Discretização da região contendo o condutor esférico.	117
6.33	Geometria do veículo simplificado.	119
6.34	Campo elétrico em frente ao veículo.	120
6.35	Campo elétrico no interior do veículo.	120
6.36	Erro percentual do campo elétrico em frente ao veículo.	121
6.37	Erro percentual do campo elétrico no interior do veículo.	121
6.38	Modelo simplificado do ensaio de susceptibilidade.	122
6.39	Campo elétrico em frente ao veículo.	123
6.40	Campo elétrico no interior do veículo.	124
B.1	Detalhe A: divisória entre compartimentos.	138
B.2	Vista lateral.	139
B.3	Vista frontal.	139

Lista de Tabelas

1.1	Varredura de frequência	4
2.1	Relação entre as variáveis das equações de onda	21
3.1	Condições absorventes do tipo EM generalizadas	34
3.2	Condições absorventes generalizadas	40
3.3	Definição das arestas para um tetraedro	48
5.1	Evolução do Método Iterativo para o Caso Ideal	77
5.2	Evolução do Método Iterativo para Casos Reais	79
6.1	Variação da distância à fronteira absorvente	91

Lista de Símbolos

Símbolos alfanuméricos

B	Densidade de fluxo magnético (Wb/m^2)
c_i	Coefficientes arbitrários
D	Densidade de fluxo elétrico (C/m^2)
E	Campo elétrico (V/m)
E_a	Campo elétrico no domínio Ω_a (V/m)
E_b	Campo elétrico no domínio Ω_b (V/m)
Eⁱ	Campo elétrico incidente (V/m)
E^s	Campo elétrico espalhado (V/m)
Fⁱ	Espaço vetorial de Sobolev de ordem i
F_h¹	Sub-espaço vetorial de Sobolev de ordem 1 e dimensão finita
G_0	Função escalar de Green do espaço livre
H	Campo magnético (A/m)
Hⁱ	Campo magnético incidente (A/m)
H^s	Campo magnético espalhado (A/m)
$H(rot)$	Espaço de funções rotacional conforme
$H(div)$	Espaço de funções divergente conforme
J	Determinante da matriz do Jacobiano
J	Densidade de corrente elétrica de condução (A/m^2)
J_i	Densidade de corrente elétrica impressa (A/m^2)
J_s	Densidade de corrente elétrica linear (A/m)
K_i	Densidade de corrente magnética impressa (V/m^2)
K_s	Densidade de corrente magnética linear (V/m)
k_0	Número de onda no espaço livre
L²(Ω)	Espaço de funções vetoriais de quadrado integrável
M_i	Função de forma vetorial divergente conforme
N_i	Função de forma vetorial rotacional conforme
N_i	Função de forma escalar
n	Vetor normal
\hat{n}	Vetor unitário normal
$O.$	Ordem da condição de radiação
r	Vetor posição no plano cartesiano
u	Função vetorial arbitrária
w	Função vetorial arbitrária

Z_0	Impedância intrínseca do espaço livre
Z_g	Impedância intrínseca do alimentador

Símbolos gregos

Γ	Fronteira para o domínio
Γ_g	Fronteira do alimentador da antena
Γ_{rad}	Fronteira de radiação
$\delta\mathbf{E}$	Erro do campo elétrico oriundo da aproximação numérica
ϵ	Permissividade elétrica (F/m)
ϵ_0	Permissividade elétrica do espaço livre (F/m)
ϵ_c	Permissividade complexa (F/m)
ε	Erro relativo
$\varepsilon_a(\mathbf{E}_b)$	Função de erro quadrático do campo \mathbf{E}_b no domínio Ω_a
$\varepsilon_b(\mathbf{E}_a)$	Função de erro quadrático do campo \mathbf{E}_a no domínio Ω_b
θ	Ângulo de incidência
μ	Permeabilidade magnética (H/m)
μ_0	Permeabilidade magnética do espaço livre (H/m)
ρ	Raio do sistema de coordenadas cilíndricas
ρ_e	Densidade volumétrica de carga elétrica (C/m^3)
ρ_{es}	Densidade volumétrica de carga elétrica (C/m^2)
ρ_m	Densidade volumétrica de carga magnética (Wb/m^3)
ρ_{ms}	Densidade superficial de carga magnética (Wb/m^2)
σ	Condutividade elétrica (S/m)
τ	Resíduo ponderado
ω	Frequência angular (rad/s)
Ω	Domínio de discretização
Ω_0	Sub-região do domínio contendo espaço livre
Ω_a	Sub-região do domínio que contendo a fonte de campo
Ω_b	Sub-região do domínio que contém o objeto espalhador

Lista de Abreviações

EMC	Electromagnetic Compatibility - Compatibilidade Eletromagnética
RFI	Radio Frequency Interference - Interferência em Radio Frequência
EMI	Electromagnetic Interference - Interferência Eletromagnética
SAE	Society of Automotive Engineers
ISO	International Organization Standardizations
ABC	Absorbing Boundary Conditions - Condições de Contorno Absorventes
PML	Perfect Matched Layer
FDM	Finite Difference Method - Método de Diferenças Finitas
FEM	Finite Element Method - Método de Elementos Finitos
BEM	Boundary Integral Equations - Equações Integrais de Fronteira
MoM	Method of Moments - Método dos Momentos
EM	Condições do tipo Engquist-Majda
BT	Condições do tipo Baliss-Turkel
IMR	Iterative Mult-region Technique
MTL	Matrix Template Library
ITL	Iterative Template Library
HFSS	High Frequency Structure Simulator
NEC	Numerical Electromagnetic Code
4NEC2	Programa baseado no NEC desenvolvido por A. Voors

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Os problemas de compatibilidade eletromagnética (EMC) são tão antigos quanto o próprio eletromagnetismo [Pau92]. Os problemas de compatibilidade eletromagnética foram detectados inicialmente com a intensa utilização da comunicação via rádio recebendo o nome de “Radio Frequency Interference (RFI)”. Posteriormente, com o grande desenvolvimento da eletrônica industrial e das telecomunicações, constatou-se que estas interferências não estavam contidas apenas no espectro de rádio frequência e que precauções deveriam ser tomadas para se projetar equipamentos “compatíveis” do ponto de vista eletromagnético. Um equipamento é dito “eletromagneticamente compatível” se: i) não causar interferência nos equipamentos ao seu redor, ii) não sofrer interferência dos equipamentos ao seu redor (não ser suscetível aos demais equipamentos) e iii) não causar interferência em si mesmo.

Atualmente, o projeto de dispositivos eletro-eletrônicos deve levar em conta não apenas as funcionalidades desejadas do equipamento, como também a necessidade de se produzir dispositivos que sejam imunes aos problemas de compatibilidade eletromagnética. Esta necessidade se justifica por dois aspectos:

1. A necessidade de se cumprir normas impostas por órgãos reguladores.
2. Imposições feitas pelos próprios fabricantes.

Os órgãos reguladores impõem normas que devem ser obedecidas e o não cumprimento das mesmas, geralmente, implica na impossibilidade de se com-

ercializar o produto dentro do país. Entretanto, o cumprimento destas normas não garante que o equipamento não cause ou sofra interferência eletromagnética, elas apenas proporcionam uma maneira de limitar a “poluição eletromagnética” que o equipamento produz.

Em contrapartida, as restrições eletromagnéticas impostas pelos fabricantes têm como objetivo atender às exigências dos clientes e aumentar a qualidade do produto. Eventuais distúrbios ou danos causados por interferência eletromagnética (EMI) podem dar a um determinado produto uma má reputação dificultando a sua aceitação pelo consumidor.

Durante as últimas décadas, cada vez mais, funções de um automóvel (sistemas de freios ABS, injeção eletrônica de combustível, sistemas de suspensão dinâmica, computadores de bordo, etc.) dependem de componentes eletrônicos. A implementação eletrônica de funções anteriormente mecânicas é uma tendência fomentada pela necessidade de otimização tanto da performance do veículo quanto do conforto do motorista. As consequências diretas desta tendência são a necessidade de que os veículos automotivos se adaptem às normas de compatibilidade impostas pelos países onde eles são comercializados, bem como garantir que o funcionamento dos veículos não seja afetado devido à EMI.

Os problemas relativos à EMC em veículos automotivos têm crescido rapidamente em magnitude e diversidade devido ao grande aumento da eletrônica embarcada. Um exemplo é a análise da EMI causada pelos sistemas de injeção ou ignição dos motores de combustão interna no sistema anti-bloqueio de freios, que pode resultar em graves acidentes durante a frenagem do veículo. Outro exemplo onde os problemas de compatibilidade podem envolver riscos à saúde humana é o uso de veículos como unidades intensivas móveis onde EMI causadas pelo veículo nos equipamentos médicos podem influenciar no monitoramento de um paciente. Outros exemplos, além de um breve histórico da evolução da compatibilidade eletromagnética em veículos podem ser encontrados em [San02].

Tendo em vista estes problemas, várias pesquisas têm sido feitas no intuito de mitigar os problemas de EMC bem como definir ensaios capazes de avaliar o comportamento do veículo de maneira a garantir que ele possa ser considerado imune aos problemas de compatibilidade.

As normas de EMC aplicadas a veículos estipulam medições de campos conduzidos e irradiados e também ensaios de susceptibilidade aplicados a componentes isolados ou ao veículo completo. Normalmente, os ensaios com veículos completos são realizados apenas pelos fabricantes devido ao alto

custo de construção da câmara semi-anecóica ou pelo desejo da montadora em preservar seus protótipos. Atualmente no Brasil, as empresas da área automotiva não realizam os ensaios com veículos completos, sendo estes realizados por suas matrizes no exterior.

1.2 EMC em veículos automotivos

A necessidade de se propor normas específicas para o setor automobilístico começou após a II Guerra Mundial com a “Society of Automotive Engineers” (SAE) que iniciou um estudo para analisar as EMI geradas pelos sistemas de ignição. Entretanto, apenas na década de cinquenta, medidas foram realmente adotadas para restringir as emissões geradas por estes sistemas. Em 1975, a SAE publicou um conjunto de procedimentos para realizar ensaios de susceptibilidade em componentes de veículos [J1175].

O estudo do comportamento dos componentes do veículo separadamente, embora reduza a possibilidade de problemas de compatibilidade, não garante o correto funcionamento do mesmo quando instalado. Isto ocorre porque as diversas interações que acontecem entre os componentes no interior de um veículo variam muito de um modelo para o outro não sendo, os ensaios realizados nos componentes separadamente capazes de prever estes fenômenos. Por este motivo, faz-se necessária a realização de ensaios envolvendo o veículo completo.

Os testes de susceptibilidade em veículos completos são, geralmente, realizado pelos fabricantes que possuem regras próprias para a realização de seus ensaios. Estas normas, apesar de serem de domínio exclusivo de cada fabricante, são fortemente baseadas nas normas da “International Organization Standardization” (ISO) [ISO01] e [ISO95].

A norma ISO 11452 apresenta uma metodologia para ensaios de susceptibilidade eletromagnética a serem realizados em componentes eletroeletrônicos separadamente. Estes ensaios são largamente utilizados pelos fornecedores dos equipamentos devido ao menor custo e ao fato de que um mesmo dispositivo poder ser utilizado por vários veículos de diferentes marcas tornando inviável os ensaios completos por parte dos fornecedores. Já a norma ISO 11451 apresenta uma metodologia a ser aplicada aos ensaios de susceptibilidade no veículo completo sendo de grande influência nos ensaios realizados pelos fabricantes e projetistas de veículos.

É importante destacar que as normas ISO não têm a intenção de funcionar como critério de especificação de veículos, conseqüentemente, não são apresentados limites de sensibilidade mínimos para aprovação ou reprovação nos ensaios.

1.2.1 Norma ISO 11451

A norma ISO 11451 é dividida em 4 partes:

1. Conceitos gerais e definições;
2. Radiações por fontes externas;
3. Simulações de transmissores internos;
4. Injeção de corrente nos cabos.

A primeira parte da ISO 11451 apresenta conceitos gerais e detalhes práticos que estão presentes nas demais partes da norma, tais como:

- A temperatura ambiente estipulada para os ensaios é de $(23 \pm 5)^{\circ}\text{C}$. Caso seja utilizado outro valor, a temperatura do ensaio deve ser indicada no relatório do ensaio.
- A exposição do veículo para cada frequência deverá ser de no mínimo 1s.
- A variação da frequência deve ser feita conforme a tabela 1.1.

Tabela 1.1: Varredura de frequência

Faixa de frequência (MHz)	Tamanho do passo (MHz)
0,1 - 1	0,1
1 - 10	1
10 - 200	2
200 - 1000	20
1000 - 1800	200

A segunda parte da ISO 11451 apresenta os padrões a serem seguidos para a realização dos ensaios de susceptibilidade. Esses ensaios consistem em utilizar antenas de rádio frequência ou linhas de transmissão para produzirem campos eletromagnéticos de alta intensidade, na faixa de frequência especificada, a fim de avaliar o comportamento dos componentes dos veículos. Para realizar tais medições, é necessário que se trabalhe em um ambiente eletromagnético “limpo” (sem a presença de sinais externos ou obstáculos para interagirem com os equipamentos da medição). Para garantir tais condições, geralmente são utilizadas câmaras semi anecóicas blindadas.

O formato e o tamanho dessas câmaras podem variar consideravelmente. O tamanho mínimo é determinado levando-se em conta o espaço requerido pelo ensaio, o tamanho dos irradiadores (antenas ou linhas de transmissão) e as características dos absorvedores. O objetivo é eliminar os efeitos proporcionados por campos indesejáveis no ensaio reduzindo a energia refletida nas paredes absorventes em pelo menos -10 dB. Um exemplo das vistas lateral e superior de uma câmara semi anecóica são apresentados na Fig. 1.1 onde os números de 1 a 6 representam respectivamente a antena, blindagem, mesa giratória, amplificadores, sala de controle e o material absorvente.

Existem diversas maneiras de realizar os ensaios de susceptibilidade, porém, algumas restrições devem ser levadas em consideração.

- Os elementos irradiadores das antenas devem estar a, no mínimo, 0,5 m dos absorvedores e a 1,5 m das paredes condutoras.
- O centro da antena deve estar a pelo menos 2 m do ponto de referência que, tipicamente, é localizado entre o eixo dianteiro e o habitáculo do veículo podendo variar de modelo para modelo.
- Nenhuma parte da antena deve estar a menos de 0,25 m do piso condutor.
- O material absorvente não deve ser colocado no caminho direto entre a antena e o veículo em teste.

A norma ISO 11451 apresenta duas maneiras distintas de monitorar os ensaios. A maneira mais simples é através do método da substituição.

O método de substituição consiste em estabelecer um nível de campo previamente estipulado no interior da câmara sem a presença do veículo para determinar a potência entregue pelo gerador. O ensaio é então realizado

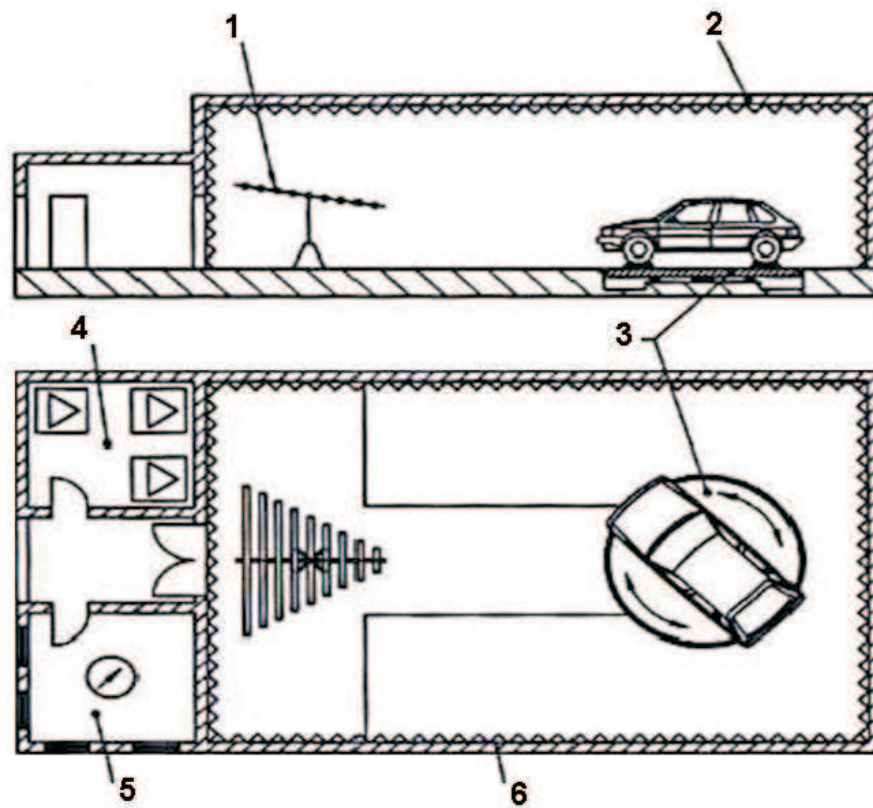


Figura 1.1: Exemplo de câmara semi-aneecóica presente na norma ISO 11451-2

mantendo-se constante a potência entregue pelo gerador. Este procedimento pode ser utilizado desde que a variação da taxa de onda estacionária (VSWR) durante o teste não seja maior que 1,20 quando comparada com a VSWR do teste sem o veículo.

O nível de campo no interior da câmara pode ser medido através de um ponto de referência utilizando-se um medidor isotrópico ou através de uma linha vertical de referência (quatro medidores em alturas variadas).

Caso o método de substituição não possa ser aplicado, deve-se utilizar o método de malha fechada. Nesse método, o campo no interior da câmara é monitorado por medidores isotrópicos (em geral dois medidores são suficientes) cujas medições são utilizadas para controlar a potência entregue pelo

gerador a fim de minimizar as variações nos níveis de campo.

Baseados nas normas descritas anteriormente, os fabricantes de veículos desenvolvem suas próprias metodologias para a realização de ensaios. Esses ensaios são geralmente realizados em câmaras semi anecóicas de grande porte conforme ilustrado na Fig. 1.2¹.

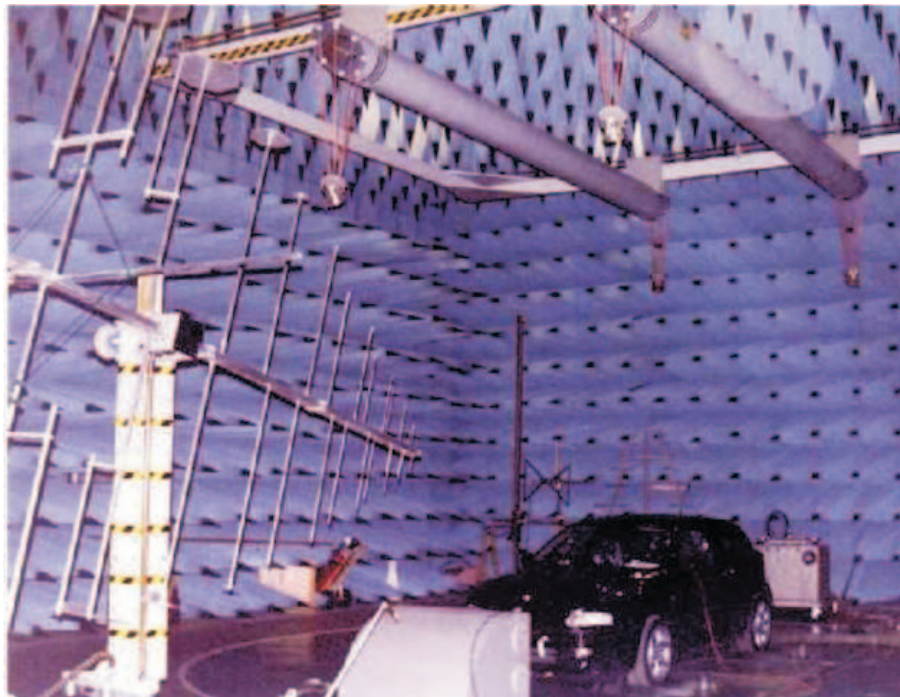


Figura 1.2: Ensaio de susceptibilidade do ELASIS.

O uso de câmaras grandes se deve em parte à distância utilizada entre a antena e o veículo (tipicamente 3 m). Essa distância se baseia em experiências práticas, não sendo encontrado nenhum estudo aprofundado sobre o assunto. A redução da distância entre a antena e o veículo proporcionaria a redução nas dimensões da câmara e conseqüentemente, um menor custo de construção do ambiente necessário para o ensaio. A Fig. 1.3² apresenta uma proposta de câmara semi anecóica de pequeno porte para a realização dos ensaios de

¹Foto cedida pela experimentação elétrica de ELASIS (Nápoles IT).

²Foto cedida pelo laboratório de antenas e compatibilidade eletromagnética da FIAT Brasil.

susceptibilidade.

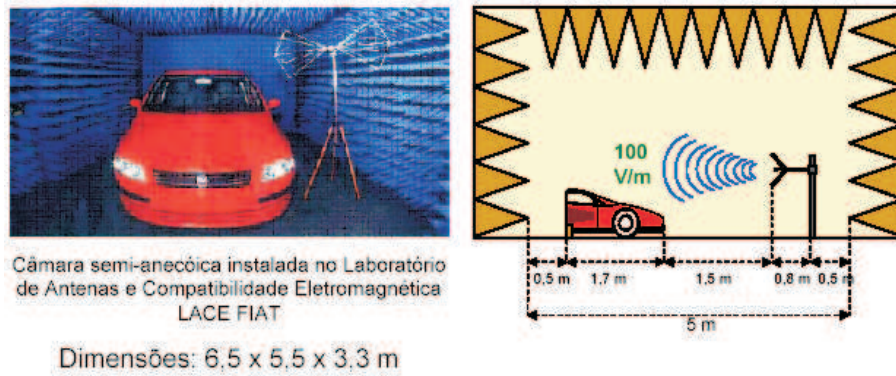


Figura 1.3: Proposta de ensaio de susceptibilidade FIAT Brasil.

Para a realização desse estudo, faz-se necessário prever o comportamento dos campos eletromagnéticos no interior das câmaras, tarefa que só pode ser realizada com o auxílio de técnicas numéricas uma vez que a complexidade do problema torna impossível sua solução analítica.

Visando realizar esses ensaios no Brasil, foi apresentado um projeto de pesquisa interinstitucional coordenado pela FIAT automóveis e financiado pelo Centro Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) onde participam professores e alunos de doutorado, mestrado e graduação das seguintes instituições de ensino: UFMG, CEFET-MG, PUC Minas e UnB.

O projeto consiste de uma proposta de ensaio de susceptibilidade eletromagnética em veículos automotivos a ser realizada em uma câmara semi-aneecóica de dimensões reduzidas, quando comparada com as dimensões das câmaras atualmente utilizadas na realização de tais ensaios. Para que a realização dos ensaios seja possível no interior de uma câmara de dimensões reduzidas, algumas modificações nos ensaios normalizados são propostas, sendo elas:

- Redução da distância entre antena e veículo em teste;
- Utilização apenas da parte dianteira do veículo onde se encontram a maior parte das centrais eletrônicas do automóvel;
- Proposição de um projeto de antena otimizado para o novo ensaio.

Para a viabilidade da proposta, é necessário que os componentes eletrônicos do veículo sejam submetidos às mesmas solicitações eletromagnéticas que sofreriam se estivessem sendo avaliados em um ensaio segundo as normas convencionais.

Para garantir a correlação entre os ensaios, é preciso conhecer o comportamento dos campos eletromagnéticos tanto nos ensaios previstos em norma quanto na nova proposta de ensaio apresentada no projeto FIAT/CNPq.

Com o desenvolvimento das técnicas numéricas e avanço da computação, modelos têm sido desenvolvidos a fim de se prever o comportamento dos campos eletromagnéticos nos ensaios. Entretanto, como apresentado no capítulo 5, devido à grande distância entre os objetos, os problemas de radiação e espalhamento presentes nos ensaios de susceptibilidade são tratados separadamente. Não sendo as ferramentas computacionais atualmente existentes capazes de lidar de forma eficiente com o problema acoplado.

1.3 Objetivos

Como objetivo desse trabalho de doutorado, uma ferramenta computacional baseada no FEM foi desenvolvida. Essa ferramenta possibilita a modelagem do acoplamento entre a antena e o veículo através da utilização de um procedimento iterativo onde as características dos métodos numéricos utilizados na solução do problema de espalhamento e irradiação presentes nos ensaios de susceptibilidade são preservadas. Acredita-se que essa seja uma contribuição relevante, pois o procedimento iterativo desenvolvido permite a construção de uma ferramenta computacional baseada no método de elementos finitos que auxilia na investigação dos efeitos das mudanças propostas no ensaio de dimensões reduzidas que, por sua vez, facilitaria o desenvolvimento dessas atividades no país.

1.4 Publicações decorrentes do trabalho

A seguir estão listadas as publicações desenvolvidas durante a realização desse trabalho:

1.4.1 Artigos publicados

- ADRIANO, Ricardo L. S. ; VASCONCELOS, João A ; REGO, Cássio G ; SILVA, Elson J. Convergence of Generalized Iterative Techniques to Solve Electromagnetic Wave Equation. In: 16th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields, Aachen, 2007
- ADRIANO, Ricardo L. S. ; AFONSO, Márcio Matias ; PIRES, Roginelle S S ; REGO, Cássio G ; VASCONCELOS, João A ; PAULINO, José O S ; SCHROEDER, Marco Aurélio O. ; OLIVEIRA, Tarciso A. S. ; RABELLO, Anderson A . Iterative Method Applied to Solve Electromagnetic Susceptibility Problem. In: 12th CEFC IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Miami, 2006
- ADRIANO, Ricardo L. S. ; JESUS, Luiz Le Roy H. ; VASCONCELOS, João A ; REGO, Cássio G ; SILVA, Elson J . Modelos de Antenas Utilizando o Método de Elementos Finitos para Simulação de Ensaios de Susceptibilidade Eletromagnética. In: MOMAG (12º SBMO Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e 7º CBMAG Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo), Belo Horizonte, 2006.
- OLIVEIRA, Renata ; PEREIRA, Paulo T. ; AFONSO, Márcio Matias ; ADRIANO, Ricardo L. S. ; VASCONCELOS, João A . Extração Analítica de Singularidades Numéricas. In: MOMAG (12º SBMO Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e 7º CBMAG Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo), Belo Horizonte, 2006.
- ADRIANO, Ricardo L. S. ; VASCONCELOS, João A ; REGO, Cássio G ; AFONSO, Márcio Matias ; SCHROEDER, Marco Aurélio O. ; OLIVEIRA, Tarciso A. S. . Método Iterativo Aplicado à Modelagem de Ensaios de Susceptibilidade Eletromagnética. In: MOMAG (12º SBMO Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e 7º CBMAG Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo), Belo Horizonte, 2006.
- SANTOS, Daniel J ; ADRIANO, Ricardo L. S. ; VASCONCELOS, João A ; SILVA, Elson J ; LIMA, Nathalia C . Comparing Vectorial FEM-ABC and BEM to Solve Electromagnetic Scattering Problems in 3D. In: MOMAG (12º SBMO Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e 7º CBMAG Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo), Belo Horizonte, 2006.

1.4.2 Artigos aceitos para publicação

- ADRIANO, Ricardo L. S. ; VASCONCELOS, João A. ; REGO, Cássio G. ; SILVA, Élson J. A Generalized Iterative Multi-Region Technique Applied to a Non-Homogeneous Electromagnetic Wave Equation. Microwave and Optical Technology Letters.
- ADRIANO, Ricardo L. S. ; VASCONCELOS, João A. ; REGO, Cássio G. ; SILVA, Élson J. Convergence of Generalized Iterative Multi-Region Technique to Solve Electromagnetic Wave Equation. Compumag - 16th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields, Aachen, Germany, 2007.

1.5 Organização do texto

Esta tese está organizada em sete capítulos. No Segundo capítulo são apresentados os conceitos físicos e matemáticos necessários para o desenvolvimento do texto, sendo eles: i) definição dos problemas de irradiação e espalhamento; ii) apresentação das equações de Maxwell, equações constitutivas, equação de onda, e as condições de interface que governam os problemas de espalhamento e irradiação. Ao final do capítulo, são sucintamente apresentadas as principais técnicas numéricas utilizadas na solução dos problemas eletromagnéticos.

O capítulo 3 é destinado à modelagem do problema de espalhamento através do Método de Elementos Finitos. Devido à dificuldade do FEM em lidar com problemas abertos, são apresentados dois tipos de condições absorventes para limitar o domínio de discretização: as condições do tipo Engquist-Majda e as condições do tipo Baliss-Turkel.

A formulação apresentada no capítulo 3 para problemas de espalhamento é estendida, no capítulo 4, para o problema de irradiação. Três diferentes tipos de modelos são apresentados para a representação dos alimentadores das antenas. Os modelos baseados em fontes de corrente, modelos baseados em fontes de tensão e os modelos de fonte tensão representados através de uma condição absorvente que apresentam maior compatibilidade com o método iterativo apresentado no capítulo 5.

O Capítulo 5 aborda o acoplamento entre o problema de espalhamento e o problema de irradiação utilizando um procedimento iterativo. A formulação do método é derivada à partir da aplicação do método iterativo

diretamente no sistema de equações que governam os problemas de espalhamento e irradiação possibilitando estabelecer os critérios de convergência além de proporcionar uma estimativa de erro associado ao método.

Os resultados obtidos durante o desenvolvimento desse trabalho são apresentados e analisados no capítulo 6. A seção 6.1 apresenta os resultados obtidos para a solução do problema de espalhamento apresentado no capítulo 3 enquanto a seção 6.2 aborda os resultados referentes ao problema de irradiação apresentado no capítulo 4. Os resultados referentes ao acoplamento entre os problemas de irradiação e espalhamento são apresentados na seção 6.3. Devido à independência entre as seções, o leitor pode optar por avaliar os resultados obtidos ao final de cada capítulo. A seção 6.4 aborda os problemas de susceptibilidade eletromagnética aplicando o procedimento iterativo em um modelo simplificado de veículo desenvolvido no projeto Fiat/CNPq para futuras comparações com resultados de medições. Finalmente, no último capítulo são apresentadas as principais conclusões e propostas de continuidade.

Capítulo 2

Formulação eletromagnética

2.1 Introdução

O objetivo desse capítulo consiste em apresentar as equações básicas que regem o comportamento dos campos eletromagnéticos em problemas de espalhamento e irradiação bem como, apresentar de forma resumida, as técnicas numéricas empregadas na solução de tais problemas.

Do ponto de vista da teoria eletromagnética, os ensaios de susceptibilidade apresentam dois fenômenos eletromagnéticos distintos: irradiação e espalhamento.

Irradiação:

Qualquer dispositivo eletro-eletrônico operando com correntes que variam no tempo transfere parte de sua energia ao ambiente ao seu redor através de ondas eletromagnéticas que emanam do dispositivo propagando-se pelo ambiente [kF99]. A este fenômeno dá-se o nome de irradiação eletromagnética. Problemas de irradiação eletromagnética consistem em determinar os campos eletromagnéticos irradiados por dispositivos eletro-eletrônicos. Como exemplo, têm-se o projeto de antenas que são dispositivos criados com o intuito de irradiar (ou receber) energia de maneira tão eficiente quanto possível [Bal97].

Espalhamento:

O problema de espalhamento pode ser entendido como a perturbação do campo de uma onda que viaja em um determinado meio quando esta encon-

tra um obstáculo [Mat03]. Sejam \mathbf{E}^i e \mathbf{H}^i os campos elétrico e magnético da onda incidente na ausência do obstáculo. Quando a onda viajante encontra o obstáculo, o campo eletromagnético na região ao redor do objeto não mais é dado por \mathbf{E}^i e \mathbf{H}^i e sim por novos campos \mathbf{E} e \mathbf{H} . Isso porque a onda incidente interage com o objeto espalhador fazendo com que o campo resultante satisfaça as condições de interface entre o meio e o objeto. O campo resultante pode então ser escrito como sendo o campo gerado pela onda incidente na ausência do espalhador mais uma parcela referente à perturbação causada pelo objeto. A esta perturbação, dá-se o nome de campo espalhado. Definindo os campos elétrico e magnético espalhados como \mathbf{E}^s e \mathbf{H}^s , respectivamente. Os campos elétrico e magnético totais na região do objeto espalhador podem então ser escrito matematicamente como:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s, \quad (2.1)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^i + \mathbf{H}^s, \quad (2.2)$$

Analisando o ensaio ilustrado nas Figs 1.1 e 1.2, pode-se identificar facilmente os fenômenos de irradiação e espalhamento podendo dividir o problema em regiões distintas conforme a Fig 2.1. Considerando que a distância d seja “grande o suficiente” para que o campo espalhado pelo veículo não interfira de forma significativa no funcionamento da antena, os problemas de irradiação e espalhamento podem ser resolvidos separadamente calculando-se primeiramente o campo incidente ($\mathbf{E}^i, \mathbf{H}^i$), considerando apenas a existência da antena e posteriormente o campo espalhado desprezando-se a antena e considerando apenas o campo gerado pela antena e o veículo [Mat03]. Caso a distância entre a antena e o veículo não seja “grande o suficiente” o problema deve ser resolvido de maneira a levar em conta o acoplamento entre a antena e o veículo, o que resulta em um problema mais difícil, tanto no que diz respeito à modelagem quanto ao esforço computacional requerido para solucioná-lo.

Para o desenvolvimento de modelos computacionais para a solução de tais problemas, faz-se necessário a formulação dos mesmos em função das equações de Maxwell e das condições de contorno.

2.2 Equações básicas

A seguir é apresentada uma rápida revisão dos conceitos básicos de eletromagnetismo necessários para a modelagem dos ensaios de susceptibilidade

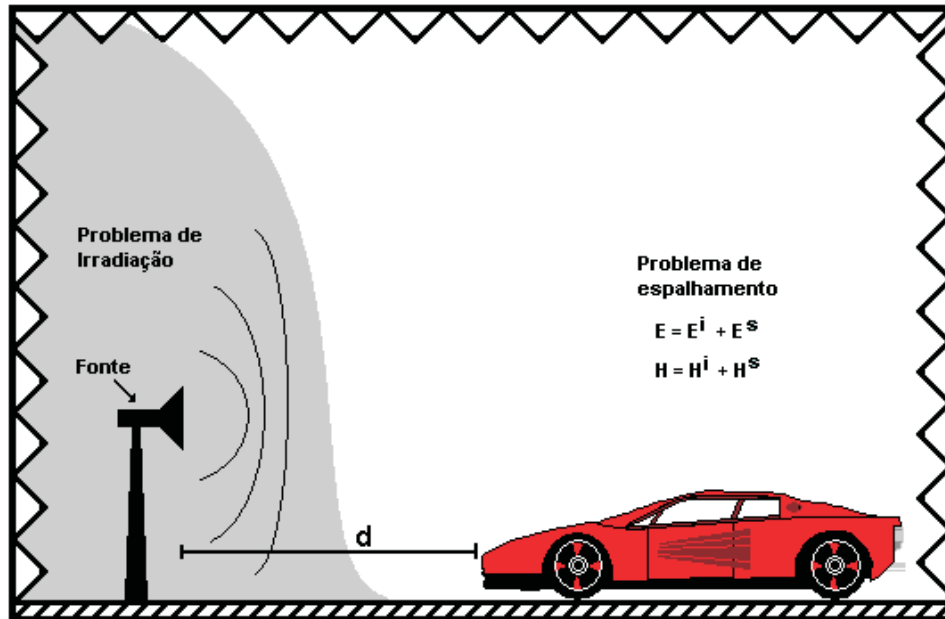


Figura 2.1: Fenômenos de irradiação e espalhamento.

eletromagnética.

2.2.1 Equações de Maxwell

As equações de Maxwell na forma fasorial se escrevem como:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{K}_i - j\omega\mathbf{B} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_i + \mathbf{J} + j\omega\mathbf{D} \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \rho_m \quad (2.6)$$

onde ω é a frequência angular e as equações (2.3)-(2.6) representam, respectivamente, a lei de Faraday, lei de Ampère generalizada e as leis de Gauss para os campos elétrico e magnético. As grandezas presentes nas referidas equações são:

- Campo elétrico $\mathbf{E}(V/m)$;
- Campo magnético $\mathbf{H}(A/m)$;
- Densidade de fluxo elétrico $\mathbf{D}(C/m^2)$;
- Densidade de fluxo magnético $\mathbf{B}(Wb/m^2)$;
- Densidade de corrente elétrica de condução $\mathbf{J}(A/m^2)$;
- Densidade de corrente elétrica impressa $\mathbf{J}_i(A/m^2)$;
- Densidade de corrente magnética impressa $\mathbf{K}_i(V/m^2)$;
- Densidade de carga elétrica $\rho_e(C/m^3)$;
- Densidade de carga magnética $\rho_m(Wb/m^3)$.

Embora as densidades de corrente e carga magnéticas não pertençam originalmente às equações de Maxwell por não representarem grandezas fisicamente existentes, elas consistem importantes ferramentas matemáticas que auxiliam na solução das equações de Maxwell originais, seja tornando as equações mais simétricas possibilitando a aplicação do princípio da dualidade ou seja pela possibilidade da utilização das fontes de corrente equivalentes no princípio da equivalência utilizado no acoplamento entre os problemas de irradiação e espalhamento (ver capítulo 5).

2.2.2 Equação da continuidade

Tomando-se o divergente da equação (2.4) encontra-se uma relação entre a corrente e a carga elétrica conhecida como equação da continuidade.

$$\nabla \cdot (\mathbf{J}_i + \mathbf{J}) = -j\omega\rho_e, \quad (2.7)$$

esta equação descreve a conservação da carga elétrica, ou seja, a carga elétrica não pode ser criada ou destruída [Bal89].

2.2.3 Relações constitutivas

As equações constitutivas relacionam o campo elétrico (magnético) com a densidade de fluxo elétrico e densidade de corrente elétrica (densidade de fluxo magnético) através das características físicas do meio material. Conforme apresentado nas equações (2.8)-(2.10)

$$\mathbf{D} = \bar{\epsilon} \cdot \mathbf{E}, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{B} = \bar{\mu} \cdot \mathbf{H}, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{J} = \bar{\sigma} \cdot \mathbf{E}, \quad (2.10)$$

onde os tensores $\bar{\epsilon}$, $\bar{\sigma}$ e $\bar{\mu}$ representam respectivamente a permissividade elétrica (F/m), a condutividade elétrica (S/m) e a permeabilidade magnética (H/m) do meio. Dependendo das características dos materiais, podemos classificá-los como: i) homogêneos ou não homogêneos, caso os parâmetros constitutivos variem com a variação da posição no interior do material; ii) lineares ou não lineares, caso as características do meio variem com a intensidade dos campos; iii) isotrópicos ou anisotrópicos quando o tensor pode ser ou não reduzido a um escalar.

Outra maneira de representar as características dos materiais é através da definição dos parâmetros relativos do meio. Para materiais isotrópicos tem-se:

$$\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0, \quad (2.11)$$

$$\mu_r = \mu/\mu_0, \quad (2.12)$$

onde ϵ_0 é a permissividade elétrica $\epsilon_0 = 10^{-9}/(36\pi) F/m$ e μ_0 é a permeabilidade magnética do espaço livre $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H/m$.

No restante do texto serão tratados apenas materiais isotrópicos.

2.2.4 Condições de interface

As equações apresentadas até aqui representam perfeitamente os campos elétricos e magnéticos no interior dos materiais, entretanto, nas interfaces de separação de meios distintos, os parâmetros constitutivos podem variar abruptamente criando descontinuidades nos campos. Nestas condições, as

equações de Maxwell não podem ser aplicadas. Para solucionar os problemas de eletromagnetismo, faz-se necessário conhecer o comportamento dos campos nas superfícies de separação dos meios [Har61].

A Fig. 2.2 ilustra a interface de separação entre dois meios distintos. É possível provar que os campos elétricos e magnéticos dos meios 1 e 2 avaliados na fronteira de separação devem obedecer às condições de interface dadas por [Bal89]:

$$\hat{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = -\mathbf{K}_s, \quad (2.13)$$

$$\hat{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s, \quad (2.14)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_{es}, \quad (2.15)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = \rho_{ms}, \quad (2.16)$$

onde \mathbf{K}_s é a densidade superficial de corrente magnética, \mathbf{J}_s é a densidade superficial de corrente elétrica, ρ_{es} é a densidade superficial de carga elétrica, ρ_{ms} é a densidade superficial de carga magnética e \hat{n} é o unitário normal à interface, apontando do meio 2 para o meio 1.

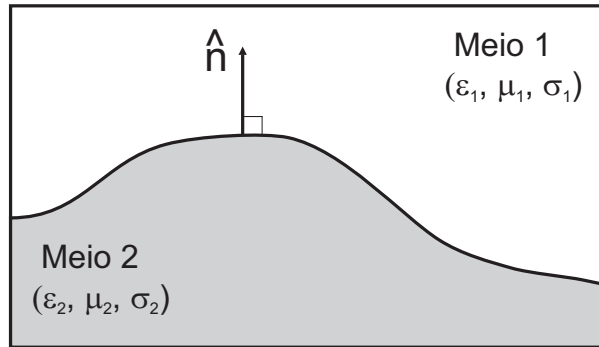


Figura 2.2: Interface de separação entre dois meios materiais distintos

Dois casos particulares de condições de interface são a interface com um condutor elétrico perfeito e a interface entre dois materiais dielétricos.

Interface com um condutor elétrico perfeito (PEC)

Considerando na Fig. 2.2 que o meio 2 seja um condutor elétrico perfeito ($\sigma = \infty$), como o campo é nulo no interior deste condutor e $\mathbf{K}_s = 0$ e $\rho_{m_s} = 0$, as equações (2.13) - (2.16) reduzem-se a

$$\hat{n} \times \mathbf{E}_1 = 0, \quad (2.17)$$

$$\hat{n} \times \mathbf{H}_1 = \mathbf{J}_s, \quad (2.18)$$

$$\hat{n} \cdot \mathbf{D}_1 = \rho_{e_s}, \quad (2.19)$$

$$\hat{n} \cdot \mathbf{B}_1 = 0., \quad (2.20)$$

Interface entre dois materiais dielétricos

Considerando que não existem correntes ou cargas na superfície de materiais dielétricos tem-se:

$$\hat{n} \times \mathbf{E}_1 = \hat{n} \times \mathbf{E}_2, \quad (2.21)$$

$$\hat{n} \times \mathbf{H}_1 = \hat{n} \times \mathbf{H}_2, \quad (2.22)$$

$$\hat{n} \cdot \mathbf{D}_1 = \hat{n} \cdot \mathbf{D}_2, \quad (2.23)$$

$$\hat{n} \cdot \mathbf{B}_1 = \hat{n} \cdot \mathbf{B}_2, \quad (2.24)$$

Estas equações demonstram que os componentes dos campos elétrico e magnético tangenciais à superfície de separação dos meios são contínuos, e que o mesmo não ocorre com as suas componentes normais que serão descontínuas devido à diferença entre os valores de ϵ ou μ de cada meio.

2.2.5 Equação de onda

Nas equações de Maxwell (2.3) e (2.4) aparecem termos referentes tanto ao campo elétrico quanto ao campo magnético, por isto, estas equações são ditas equações acopladas. Entretanto, para alguns problemas, torna-se mais fácil lidar com equações desacopladas. Para desacoplar os campos elétricos e magnéticos, pode-se manipular as equações de Maxwell para obter equações independentes tanto para \mathbf{E} quanto para \mathbf{H} obtendo-se as chamadas equações de onda.

A vantagem de se trabalhar com equações de onda consiste em resolver o problema apenas para um tipo de campo (elétrico ou magnético), entretanto, o custo para tal desacoplamento consiste em elevar o grau das derivadas presentes nas equações.

A equação de onda para o campo elétrico é obtida através dos seguintes passos: toma-se o rotacional da equação de Faraday (2.3) e substitui-se o último termo da equação resultante pela equação de Ampère generalizada (2.4). Como resultado, obtém-se:

$$\nabla \times \left\{ \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right\} - k_0^2 \epsilon_c \mathbf{E} = -\nabla \times \left(\frac{\mathbf{K}_i}{\mu_r} \right) - j k_0 Z_0 \mathbf{J}_i, \quad (2.25)$$

onde ϵ_c é a permissividade relativa complexa que permite representar as densidades superficiais de corrente de condução e deslocamento de maneira compacta, k_0 é o número de onda para o espaço livre e Z_0 é a impedância intrínseca do espaço livre definidos por:

$$\epsilon_c = \epsilon_r - j\sigma/(\omega\epsilon_0), \quad (2.26)$$

$$k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}, \quad (2.27)$$

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}, \quad (2.28)$$

A equação de onda para o campo magnético pode ser obtida por um procedimento análogo ao apresentado para o campo elétrico resultando na seguinte equação:

$$\nabla \times \left\{ \frac{1}{\epsilon_c} \nabla \times \mathbf{H} \right\} - k_0^2 \mu_r \mathbf{H} = \nabla \times \left(\frac{\mathbf{J}_i}{\epsilon_c} \right) - j \left(\frac{k_0}{Z_0} \right) \mathbf{K}_i. \quad (2.29)$$

Equação de onda generalizada

Analisando as equações (2.25) e (2.29) observa-se que elas apresentam um alto grau de semelhança podendo-se representar as duas através de uma única expressão geral da forma

$$\nabla \times [\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u})] - k_0^2 \alpha_2 \mathbf{u} = \mathbf{f}. \quad (2.30)$$

Para se obter as equações de onda para o campo elétrico ou para o campo magnético a partir da equação (2.30), basta fazer as substituições de variáveis presentes na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Relação entre as variáveis das equações de onda

	Campo elétrico	Campo magnético
u	E	H
α_1	μ_r^{-1}	ϵ_c^{-1}
α_2	ϵ_c	μ_r
f	$-\nabla \times (\alpha_1 \mathbf{K}_i) - jk_0 Z_0 \mathbf{J}_i$	$\nabla \times (\alpha_1 \mathbf{J}_i) - j(k_0/Z_0) \mathbf{K}_i$

A esta equação diferencial que descreve tanto o comportamento do campo elétrico quanto do campo magnético, dá-se o nome de equação de onda generalizada. Para solucionar essa equação é preciso, além das condições de interface, estabelecer condições de contorno para garantir a existência de uma única solução [BD97].

2.2.6 Condições de contorno

Para um determinado domínio de interesse, pode-se encontrar várias funções diferentes que obedecem à equação diferencial que governa o comportamento dos campos. Entretanto, apenas uma dessas possíveis soluções é a real solução do problema analisado. Para distinguir essa solução real faz-se necessário impor condições especiais ao problema conhecidas como *condições de contorno*. Nessa seção são apresentadas algumas condições de contorno utilizadas em problemas eletromagnéticos.

Condição de Dirichlet

A condição de Dirichlet consiste em especificar o valor de uma grandeza física sobre o contorno. Esta condição é geralmente aplicada quando se conhece o valor de determinada grandeza em uma região [Hug87].

Condição de Neumann

Especifica o comportamento do componente normal de uma grandeza física sobre uma fronteira. Em alguns casos expressa condições de simetria [Hug87].

Condição de radiação de Sommerfeld

A maioria dos problemas de irradiação e espalhamento são considerados problemas “abertos”, ou seja, o domínio de interesse se estende até o infinito. Para a solução desses problemas, faz-se necessária a imposição de uma condição de contorno no infinito dita condição de radiação de Sommerfeld [Jin02]. Assumindo que todas as fontes e objetos estão localizados no espaço livre a uma distância finita da origem do sistema de coordenadas, os campos elétricos e magnéticos devem satisfazer à seguinte condição:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r[\nabla \times \mathbf{u} + jk_0 \hat{r} \times \mathbf{u}] = 0, \quad (2.31)$$

onde em coordenadas cartesianas $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

2.3 Ferramentas computacionais

Como apresentado na Seção anterior, os fenômenos eletromagnéticos presentes nos ensaios de susceptibilidade são governados pela equação de onda generalizada (2.30) que é obtida diretamente das equações de Maxwell (2.3) - (2.6). A equação de onda generalizada é uma equação diferencial parcial de segunda ordem cuja solução analítica só é possível para problemas de geometrias simples que apresentam alguma simetria. Até a década de 60, a modelagem eletromagnética era feita basicamente utilizando ferramentas analíticas e algumas vezes utilizando o auxílio de calculadoras mecânicas. Posteriormente, com o avanço dos computadores e linguagens de programação, foram sendo desenvolvidas rotinas computacionais para a solução dos problemas eletromagnéticos. Atualmente, várias são as técnicas numéricas capazes de solucionar problemas eletromagnéticos [Mit73]. Essas técnicas podem ser divididas em dois grupos principais: i) técnicas aplicadas às equações na forma diferencial e ii) técnicas obtidas através da modelagem dos fenômenos a partir de equações integrais.

2.3.1 Técnicas diferenciais

As técnicas numéricas diferenciais, ou métodos de domínio, são técnicas muito utilizadas na solução de problemas fechados por apresentarem uma

formulação simples mesmo para problemas compostos por materiais heterogêneos, não-lineares ou anisotrópicos. Para a solução de problemas abertos, é necessário que o domínio seja limitado por uma fronteira fictícia onde é imposta uma Condição de Contorno Absorvente (ABC) (conforme apresentado na Seção 3.4) ou uma camada de material perfeitamente casado (PML) [Bér94]. Como principais representantes dos métodos de domínio, pode-se destacar o método de diferenças finitas e o método de elementos finitos.

Método de Diferenças Finitas

O método de diferenças finitas (FDM) tem sido aplicado na solução de várias equações diferenciais parciais, dentre elas, as que governam os problemas eletromagnéticos de irradiação e espalhamento [Taf95] e [Zho93]. O método de diferenças finitas é, talvez, a técnica mais antiga aplicada à solução de equações diferenciais parciais sendo muito utilizado ainda nos dias atuais [Tra04].

O FDM é de fácil implementação computacional, sendo capaz de tratar problemas não-lineares e anisotrópicos, entretanto para representar geometrias irregulares é necessário uma estrutura computacional mais complexa. por este motivo, o FDM não foi adotado para modelar os problemas apresentados neste trabalho.

Método de Elementos Finitos

O método de Elementos Finitos (FEM) constitui um método numérico poderoso para a solução de equações diferenciais parciais [Hug87]. Esse método surgiu com o intuito de resolver problemas da mecânica de estruturas sendo rapidamente aplicado em várias outras áreas.

A principal vantagem deste método frente aos demais, como, por exemplo, o Método de Diferenças Finitas (FDM) é o fato de que os elementos utilizados pelo FEM na discretização do domínio permitem uma melhor representação da geometria do problema principalmente quando esse é composto de vários materiais diferentes cujas interfaces de separação entre os meios não seja suave.

A idéia básica do método de elementos finitos consiste em sub-dividir o domínio do problema em vários pequenos sub-domínios (elementos), onde a variável de interesse é aproximada por funções de interpolação conhecidas. O problema, originalmente expresso por uma equação diferencial parcial é

transformado em um sistema de equações algébricas onde a matriz dos coeficientes é esparsa, podendo, em alguns casos, ser simétrica e positivo-definida.

2.3.2 Técnicas integrais

As técnicas integrais foram criadas para solucionarem problemas físicos a partir de uma modelagem em termos de equações integrais [Mit73]. Esses métodos são muito utilizados na solução de problemas de irradiação e modelagem de antenas por tratarem de maneira eficiente os problemas abertos, sendo a condição de radiação de Sommerfeld incorporada naturalmente. Além disto, tais métodos necessitam apenas discretizar as superfícies de separação dos objetos reduzindo assim, o problema em uma dimensão [Jin02] e [Vas94]. Entretanto, a formulação através de equações integrais é mais complexa do que as desenvolvidas para as técnicas diferenciais fazendo com que estes métodos sejam aplicados basicamente a problemas lineares homogêneos e isotrópicos. Dentre as técnicas integrais, pode-se destacar o método dos Momentos (MoM) e o método de equações integrais de fronteira (BEM).

Método dos Momentos

O método dos momentos proposto originalmente por Harrington [Har68], transforma a equação integral, que governa um dado problema, em um sistema de equações algébricas através da aproximação da incógnita usando funções de base, as quais são multiplicadas escalarmente por funções de ponderação. O tipo de função de base escolhida influencia nos resultados, podendo uma escolha apresentar melhor resultado do que outra [Wan38].

Método de Equações integrais de fronteira

Originado na universidade de Southampton, o método BEM surgiu da aplicação das técnicas de elementos finitos na solução de equações integrais apresentando basicamente as mesmas vantagens do MoM [Bre80]. Por utilizarem as mesmas funções de bases, o método de elementos finitos e o método de equações integrais permitem a construção de métodos híbridos FEM-BEM para a solução de problemas que apresentem domínios complexos envoltos por um material ilimitado, linear, homogêneo e isotrópico como o espaço livre [Mat03] e [AJL91]. Entretanto, o custo computacional elevado exige o uso de técnicas apropriadas para a construção e solução do sistema matricial

que aumentam bastante a complexidade do algoritmo, especialmente quando comparado com o FEM separadamente [AJL94].

2.4 Conclusões

A formulação eletromagnética apresentada nesse capítulo descreve o comportamento dos campos elétrico e magnético em qualquer problema eletromagnético. Dependendo das características do problema, encontrar os campos elétrico e magnético que satisfaçam as equações de Maxwell, as condições de contorno e as condições de interface impostas pelo domínio, só é possível com o auxílio de métodos computacionais. Dadas as características dos métodos apresentados, não é possível afirmar qual o melhor método a ser utilizado na modelagem dos ensaios de susceptibilidade eletromagnética. Enquanto, os métodos diferenciais possuem dificuldade em representar toda a região que envolve os objetos presentes no ensaio (antena e obstáculo), os métodos integrais, por sua vez, possuem dificuldade de modelar objetos compostos de diferentes meios materiais. Como a complexidade do modelo do veículo necessária para descrever de maneira satisfatória o comportamento dos campos ainda é desconhecida, os métodos integrais podem ser incapazes de modelar corretamente o problema. A escolha do FEM como o método adotado nesse trabalho para a modelagem do problema se deve à sua capacidade de representar regiões complexas (podendo, em princípio, representar um modelo detalhado do objeto espalhador) e a existência de programas de domínio público para representar a geometria dos objetos em termos dos elementos utilizados na formulação FEM [Sch03]. Nos capítulos a seguir, a formulação necessária para a aplicação do FEM na solução dos problemas de espalhamento e irradiação presentes nos ensaios de susceptibilidade é apresentada. Dependendo do número de elementos necessário para representar todo o domínio a solução do problema utilizando o FEM pode tornar-se inviável. Entretanto, no capítulo 5, são apresentadas soluções para esse problema.

Capítulo 3

Modelagem do Problema de Espalhamento Eletromagnético

Neste capítulo, pretende-se desenvolver os modelos necessários para representar os fenômenos eletromagnéticos existentes em um ensaio de susceptibilidade eletromagnética segundo a norma ISO 11451-2 para a faixa de frequência de 200 MHz a 1 GHz utilizando o Método de Elementos Finitos.

Conforme apresentado na Fig. 2.1, os ensaios de compatibilidade apresentam dois fenômenos eletromagnéticos distintos, irradiação e espalhamento. Nesse capítulo, são apresentadas a descrição do problema de espalhamento eletromagnético e sua solução utilizando o Método de Elementos Finitos. Nos capítulos subsequentes, são apresentadas a formulação dos problemas de irradiação utilizando o FEM bem como as propostas de solução dos fenômenos acoplados.

3.1 Espalhamento eletromagnético

3.1.1 Definição do problema

Devido à grande complexidade do problema, algumas simplificações serão feitas para tornar viável a construção de um modelo sendo elas:

1. A câmara semi-aneecóica será considerada ideal, ou seja, suas paredes absorventes apresentam coeficiente de reflexão nulo;
2. O meio no interior da câmara será aproximado pelo espaço livre;

3. O piso da câmara será aproximado por um condutor perfeito;
4. Não serão modelados os suportes das antenas;
5. Será utilizado um modelo simplificado do veículo constituído apenas de um material condutor elétrico perfeito;
6. Não serão consideradas neste trabalho as fontes no interior do veículo.

Acredita-se que estas simplificações podem ser realizadas sem grande influência nos resultados finais, tendo em vista que a principal função de uma câmara semi-aneecóica é simular um ambiente conforme os itens 1 a 5 apresentados anteriormente e que as incertezas presentes nas medições do ensaio real superem as simplificações apresentadas.

Do ponto de vista eletromagnético, a solução deste problema equivale à solução de um problema de espalhamento em um semi-espço aberto limitado por um plano condutor infinito conforme mostrado na Fig 3.1.

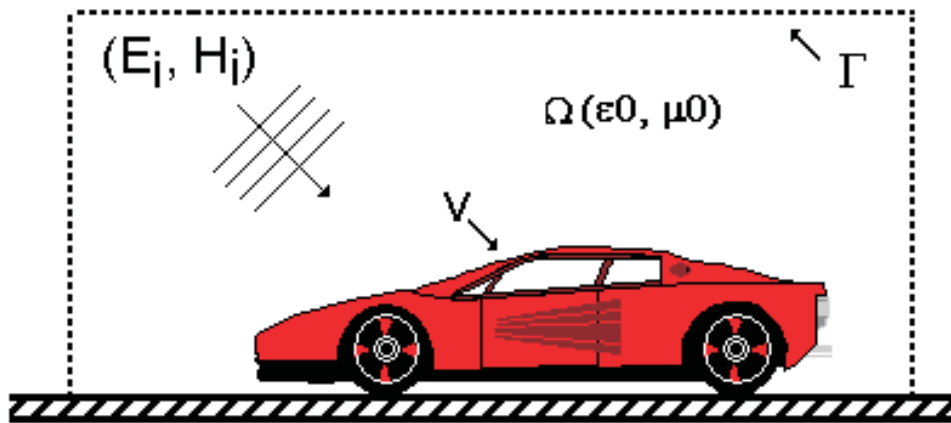


Figura 3.1: Simplificações para o problema de espalhamento.

No interior do domínio Ω , descrito pela união entre o espaço livre Ω_0 e o veículo V , os campos eletromagnéticos são governados pela equação de onda generalizada (2.30) fazendo-se os termos referentes às fontes iguais a zero. Na superfície de separação entre os meios Ω_0 e V , os campos são regidos pelas condições de interface dadas pelas equações (2.13) - (2.16).

Por se tratar de um problema aberto, alguns métodos (dentre eles o FEM) necessitam limitar o domínio do problema através de uma fronteira fictícia Γ . Para o problema da Fig. 3.1, a fronteira Γ pode ser dividida em duas partes: Γ_{rad} (parte pontilhada da fronteira Γ) onde será imposta uma aproximação para a condição de radiação e Γ_{pec} (parte da fronteira sobre o plano condutor) onde devem ser respeitadas as condições de interface com um condutor elétrico perfeito, equações (2.17) - (2.20).

Uma vez determinadas quais as leis que regem o comportamento dos campos no interior do domínio e as condições impostas nas fronteiras, o problema pode então ser modelado através de uma ferramenta numérica.

3.2 Formulação FEM

Nesta Seção, pretende-se apresentar, de forma resumida, uma seqüência lógica para a construção da solução aproximada da equação de onda vetorial utilizando o método de elementos finitos. A solução do problema segue os seguintes passos: inicialmente, transforma-se o problema escrito em termo de sua forma forte para a forma fraca, que apresenta restrições menos rígidas para as derivadas dos campos. Depois, aplica-se o método de Galerkin para transformar o problema na forma fraca em uma nova versão definida em um espaço de funções de dimensão finita. A construção deste espaço de funções é obtida discretizando o domínio de interesse e, por fim, um sistema linear é obtido e ao resolvê-lo tem-se uma aproximação da solução desejada [Hug87], [Mat03].

3.2.1 Forma forte

Assumindo que são conhecidas as características ϵ_c e μ_r no interior do domínio, encontrar a forma forte para o problema eletromagnético implica em determinar a solução \mathbf{u} em qualquer ponto \mathbf{r} no interior do domínio Ω , sujeitas as condições impostas sobre a fronteiras Γ e a interface Γ_V . Ou seja, a solução \mathbf{u} deve satisfazer

$$\nabla \times [\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u})] - k_0^2 \alpha_2 \mathbf{u} = 0, \quad \forall \mathbf{r} \in \Omega; \quad (3.1)$$

$$\hat{n} \times [\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u})] = -\psi, \quad \forall \mathbf{r} \in (\Gamma_V \cup \Gamma_{pec}); \quad (3.2)$$

$$B_m(\mathbf{u}) = 0, \quad \forall \mathbf{r} \in \Gamma_{rad}. \quad (3.3)$$

Os parâmetros α_1 , α_2 e \mathbf{u} são definidos na tabela 2.1 e Γ_V representa a fronteira de separação entre o veículo e o espaço livre ou fronteiras entre diferentes materiais dentro do veículo. A equação (3.1) governa o comportamento dos campos no interior do domínio Ω . As condições de interface das componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético descritas em (2.13) e (2.14) são representadas de forma generalizada pela equação (3.2) onde ψ é calculado de modo a garantir a condição de interface desejada. A equação (3.3) limita o domínio aberto aproximando a condição de radiação descrita na equação (2.31) por uma condição absorvente. Este conjunto de equações é denominado como *formulação clássica* ou *forma forte* [Mat03] e [Jin02].

Esta formulação é dita *forte* porque ela exige que a equação (3.1) seja satisfeita em todo o domínio Ω que pode ser constituído de vários materiais diferentes e na interface de separação destes materiais, a derivada dos campos não é definida. Para contornar esta dificuldade, pode-se desenvolver uma formulação com menor número de restrições sobre o campo \mathbf{u} e suas derivadas conhecida como *forma fraca* [Hug87], [Jin02] e [Mat03].

3.2.2 Forma fraca

Para encontrar a forma fraca do problema de espalhamento, é preciso assumir a existência de uma solução aproximada para o campo \mathbf{u} que satisfaça a equação de onda (3.1) a menos de um resíduo definido por:

$$\tau = \nabla \times [\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u}^*)] - k_0^2 \alpha_2 \mathbf{u}^* \quad (3.4)$$

onde \mathbf{u}^* é a solução aproximada de \mathbf{u} . Para minimizar esse resíduo, aplica-se o método dos resíduos ponderados que consiste em realizar o produto interno do resíduo com uma função de peso \mathbf{w} , integra-se o produto em todo o domínio Ω e força-se que o resultado desta integral seja nulo. Isso pode ser expresso matematicamente como:

$$\int_{\Omega} \tau \cdot \mathbf{w} = 0. \quad (3.5)$$

Para que a integração expressa em (3.5) seja realizável [Hug87], as funções \mathbf{u}^* e \mathbf{w} devem pertencer ao espaço de funções vetoriais de Hilbert (\mathbf{L}^2) dado por

$$\mathbf{L}^2(\Omega) = \{\mathbf{u} : \Omega \rightarrow R^3 / \int_{\Omega} \|\mathbf{u}(\mathbf{r})\|^2 d\Omega < +\infty\}. \quad (3.6)$$

Este espaço é utilizado para representar campos físicos com energia finita sendo a norma de \mathbf{u} presente na equação (3.6) definida como

$$\|\mathbf{u}\| = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u})^{\frac{1}{2}}. \quad (3.7)$$

Desenvolvendo a equação (3.5), tem-se

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \{[\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u}^*)] \cdot (\nabla \times \mathbf{w}) - k_0^2 \alpha_2 \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{w}\} d\Omega \\ - \int_{\Gamma} \{\hat{\mathbf{n}} \times [\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u}^*)]\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma = 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Analisando a equação acima, conclui-se que, para que a integral em Ω seja realizável para um dado \mathbf{w} arbitrário, as funções definidas pelos rotacionais de \mathbf{u}^* e \mathbf{w} devem também pertencer ao espaço de Hilbert, ou seja, \mathbf{u}^* e \mathbf{w} devem pertencer a:

$$\mathbf{F}^1(\text{curl}; \Omega) = \{\mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega) : \nabla \times \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega)\}, \quad (3.9)$$

onde \mathbf{F}^1 constitui um espaço de *Sobolev* de funções suficientemente regulares para que seu rotacional também seja definido em \mathbf{L}^2 [Geu02].

Uma vez que \mathbf{w} representa qualquer função em \mathbf{F}^1 , pode-se garantir que, se existe uma função \mathbf{u}^* que satisfaça a equação (3.8) para todo e qualquer valor de \mathbf{w} pertencente a \mathbf{F}^1 então, \mathbf{u}^* também será solução da equação (3.1), ou seja, a solução apresentada na forma fraca é também solução da forma forte [Hug87] com a vantagem de se utilizar apenas derivadas de primeira ordem.

3.3 Interface com o plano condutor

Para finalizar a formulação na forma fraca necessária para a solução do problema da Fig. 2.1, basta apenas inserir as condições de contorno impostas

pela condição absorvente e pelo plano condutor perfeito. Para isso, subdivide-se a fronteira Γ presente na segunda integral da equação (3.8) em Γ_{rad} e Γ_{pec} correspondendo respectivamente à parte da fronteira onde será imposta a condição de radiação e a parte onde será imposta a condição de interface com o condutor elétrico perfeito. Até este ponto, a formulação apresentada para a forma fraca é geral podendo ser aplicada tanto para o campo elétrico quanto para o campo magnético através de uma simples transformação de variáveis conforme apresentado na Tabela (2.1). Entretanto, para inserir a condição imposta pelo plano condutor, a formulação em função do campo magnético torna-se mais simples pois, sobre o condutor, a integral sobre a fronteira Γ_{pec} da equação (3.8) se anula

$$\int_{\Gamma_{pec}} \hat{n} \times \left[\frac{1}{\epsilon_c} (\nabla \times \mathbf{H}) \right] \cdot \mathbf{w} d\Gamma = \int_{\Gamma_{pec}} j\omega\epsilon_0 (\hat{n} \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{w} d\Gamma = 0. \quad (3.10)$$

O mesmo não ocorre com a formulação em termos do campo elétrico uma vez que a componente tangencial do campo magnético sobre uma superfície condutora pode ser diferente de zero conforme a equação (2.18). Para a formulação escrita em função do campo elétrico, a eliminação da integral sobre a superfície descreve a condição de interface com um condutor magnético perfeito, pois nesses meios $\hat{n} \times \mathbf{H} = 0$.

A interface com condutores elétricos perfeitos utilizando a formulação do campo elétrico, ou a interface com condutores magnéticos utilizando a forma fraca obtida para a equação de onda descrita em função do campo magnético, podem ser implementadas através das condições de Dirichlet, descritas no capítulo 4, assumindo-se que as arestas sobre os materiais condutores possuam valor de campo nulo.

3.4 Condições de contorno absorventes

Para a solução de problemas de espalhamento eletromagnético e irradiação utilizando-se o FEM, é necessário que o domínio do problema, originalmente aberto, seja limitado por uma fronteira artificial tornando possível a discretização. Conseqüentemente, uma condição de contorno deve ser imposta a essa fronteira para garantir a unicidade da solução. A condição de contorno imposta sobre a fronteira deve ser capaz de representar a região exterior ao domínio, não obstruindo a propagação dos campos espalhados

ou irradiados. Em outras palavras, a condição de contorno deve ser capaz de absorver os campos espalhados ou irradiados, minimizando a reflexão sobre a fronteira artificial. Por esta razão, essas condições recebem o nome de condições absorventes ou condições de radiação. Existem essencialmente dois tipos de condições absorventes: aquelas desenvolvidas a partir da incidência dos campos em uma superfície plana originalmente apresentada por Engquist e Majda [EM77], [EM79]; e as condições obtidas através da aproximação assintótica do campo espalhado ou irradiado para grandes distâncias denominadas aqui por condições do tipo Bayliss-Turkel (BT), [BT80] [BGT82].

3.4.1 Condições do tipo Engquist-Majda

Para se obter as condições de contorno do tipo Engquist Majda (EM), também conhecidas como condições unidirecionais, considere primeiramente uma onda plana, escalar, em 2D, viajando no espaço livre e incidindo no plano yz . Se o plano é completamente transparente, a onda irá propagar sem sofrer reflexão. Escrevendo a onda incidente como:

$$u = Ae^{-j(k_x x + k_y y)}, \quad (3.11)$$

onde A é uma constante, $k_x = k \cos \theta$ e $k_y = k \sin \theta$ onde θ é o ângulo entre o eixo x e a direção de propagação da onda. Derivando u em relação a x , obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= -jk_x Ae^{-j(k_x x + k_y y)}, \\ &= -jk_x u, \\ &= -jku \cos \theta. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Essa relação pode ser considerada uma condição de contorno que proporciona a perfeita absorção de uma onda plana cujo ângulo de incidência, medido entre a direção de propagação e o eixo x , é igual a θ . Entretanto, essa condição de contorno não é aplicável para a solução de problemas gerais uma vez que nem sempre o ângulo de incidência é conhecido a priori ou a onda incidente não apresenta comportamento de uma onda plana. Como uma onda arbitrária pode ser decomposta em um somatório de ondas planas com diferentes ângulos de incidência, um ponto sobre a fronteira enxergará várias ondas planas incidentes vindas de diferentes direções e conseqüentemente, a condição de contorno a ser imposta deve ser independente do ângulo

de incidência. Assumindo $\theta = 0$, pode-se obter uma condição de radiação aproximada dada por

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx -jku. \quad (3.13)$$

A equação (3.13) é conhecida como condição absorvente de primeira ordem do tipo EM ou condição de Padé. O coeficiente de reflexão associado a esta condição de contorno é dado pela equação 3.14 [MBTK88].

$$R = \frac{\cos \theta - 1}{\cos \theta + 1}. \quad (3.14)$$

Como esperado, a equação (3.13) é exata para ondas planas com incidência normal.

Para se obter uma melhor aproximação para a condição de contorno, pode-se reescrever a equação (3.12) como

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -j\sqrt{k^2 - k_y^2} u = -jk\sqrt{1 - \left(\frac{k_y}{k}\right)^2} u. \quad (3.15)$$

Uma vez que o termo $(k_y/k) < 1$, é possível expandir o termo da raiz quadrada em uma série de Taylor, mantendo os dois primeiros termos da série e utilizando a relação $\partial^2 u / \partial y^2 = -k_y^2 u$. Assim, a equação (3.15) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= -jk \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{k_y}{k} \right)^2 \right] u, \\ &= -jku + \frac{j}{2k} k_y^2 u, \\ &= -jku - \frac{j}{2k} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

A equação (3.16) é conhecida como condição absorvente de segunda ordem do tipo EM ou também por condição de Padé de segunda ordem. E o coeficiente de reflexão resultante pode ser expresso como [Jin02]

$$R = \frac{\cos \theta + \frac{1}{2} \text{sen}^2 \theta - 1}{\cos \theta - \frac{1}{2} \text{sen}^2 \theta + 1}. \quad (3.17)$$

Embora o coeficiente de reflexão para a condição de segunda ordem seja menor que o coeficiente da condição de primeira ordem, ambos têm valor mínimo para $\theta = 0^\circ$ (absorção total) e máximo para $\theta = 90^\circ$ (reflexão total). Conseqüentemente, para reduzir o erro ocasionado por ângulos elevados, é necessário que a superfície absorvente esteja distante do objeto espalhador ou irradiador. Outra maneira de minimizar os efeitos das componentes com ângulos de incidência elevados é através da introdução de dois parâmetros p_0 e p_2 na equação (3.16) resultando em:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -jkup_0 + \frac{jp_2}{k} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (3.18)$$

Os parâmetros p_0 e p_2 proporcionam uma maneira de ajustar a condição absorvente de modo a minimizar a reflexão em determinados ângulos de incidência. A Tabela 3.1 apresenta valores para os coeficientes p_0 e p_2 utilizados na literatura e os respectivos ângulos de incidência para os quais a reflexão é minimizada [MBTK88].

Tabela 3.1: Condições absorventes do tipo EM generalizadas

Tipo	p_0	p_2	$\theta(^{\circ})$
Padé	1,00000	-0,50000	0,00
L_a^∞	1,00023	0,51555	7,6 18,7
Chebyshev Points	1,03597	-0,76537	22,5 67,5
L^2	1,03084	-0,73631	22,1 64,4
$C - P$	1,06103	-0,84883	25,8 73,9
Newman Points	1,00000	-1,00000	0,0 90,0
L^∞	1,12500	-1,00000	31,4 81,6

Condições de ordem superiores podem ser derivadas mantendo-se mais termos na expansão da série de Taylor. Em [MBTK88] são apresentados os resultados obtidos mantendo-se os três primeiros termos da expansão em série de Taylor dando origem a uma família de condições de contorno de terceira ordem.

Formulação vetorial em 3D

As condições absorventes do tipo EM para problemas vetoriais em três dimensões podem ser encontradas de maneira análoga ao problema anterior.

Para que uma onda plana que incida normalmente sobre um plano não sofra reflexão, as componentes tangenciais dessa onda devem satisfazer a seguinte equação [Jin02]:

$$-\frac{\partial \mathbf{u}_t}{\partial n} = jk\mathbf{u}_t, \quad (3.19)$$

onde n representa a direção da normal ao plano e t as componentes tangenciais do campo \mathbf{u} .

Assim como no problema escalar, uma aproximação para a condição absorvente, que não utilize o ângulo de incidência, pode ser escrita da forma:

$$-\frac{\partial \mathbf{u}_t}{\partial n} = jk\mathbf{u}_t - \frac{j}{k}\nabla_t^2\mathbf{u}_t + O(S_t^4), \quad (3.20)$$

onde $O(S_t^4)$ representa os termos da expansão de ordem $S_t^4 = (1/k^4)|\nabla_t\mathbf{u}_t|^4$ negligenciados na aplicação das condições de contorno no método de elementos finitos e o operador ∇_t^2 é escrito como (3.21)

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2}, \quad (3.21)$$

onde τ e v representam um sistema de coordenadas locais sobre a fronteira construídos de modo que $\hat{n} \times \hat{\tau} = \hat{v}$. O desenvolvimento da expansão da equação (3.19) até a equação (3.20) é descrito detalhadamente em [Bi95] ou em [MBTK88].

A equação (3.20) apresenta coeficiente de reflexão mínimo para uma onda com incidência normal e máximo (reflexão total) quando o ângulo de incidência é igual a 90° . Utilizando os parâmetros p_0 e p_2 é possível modificar os ângulos de incidência ótimos da mesma forma apresentada na formulação escalar. A equação (3.22) apresenta a forma generalizada das condições absorventes do tipo EM de segunda ordem:

$$-\frac{\partial \mathbf{u}_t}{\partial n} = \alpha\mathbf{u}_t + \beta\nabla_t^2\mathbf{u}_t + O(S_t^4) \quad (3.22)$$

onde $\alpha = jkp_0$ e $\beta = -(j/k)p_2$. É possível reescrever a equação (3.22) como

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \nabla \times \mathbf{u} &= \alpha\mathbf{u}_t - \beta\nabla \times (\nabla_t \times \mathbf{u}_t) \\ &\quad + \beta\nabla_t(\nabla \cdot \mathbf{u}_t) + \nabla_t(\hat{n} \cdot \mathbf{u}) + O(s_t^4), \end{aligned} \quad (3.23)$$

lembrando que $\nabla_t \times \mathbf{u}_t = \{\hat{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{u})\}\hat{n}$, a equação (3.23) se escreve

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \nabla \times \mathbf{u} &= \alpha \mathbf{u}_t - \beta \nabla \times \{\hat{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{u})\}\hat{n} + \\ &\quad \beta \nabla_t (\nabla \cdot \mathbf{u}_t) + \nabla_t (\hat{n} \cdot \mathbf{u}) + O(s_t^4). \end{aligned} \quad (3.24)$$

A condição de contorno descrita em (3.24) é conhecida como condição de segunda ordem não simétrica. Ao ser implementada no método de elementos finitos, o penúltimo termo do lado direito da equação faz com que a matriz oriunda da discretização do domínio seja não simétrica. Para resolver este problema, é apresentado em [Bi95] uma técnica de simetrização que consiste em construir uma aproximação para a componente normal do campo da forma:

$$\hat{n} \cdot \mathbf{u} = \beta_n \nabla \cdot \mathbf{u}_t + O(S_t^3), \quad (3.25)$$

onde

$$\beta_n = (-j/k)p_3, \quad (3.26)$$

$$p_3 = (1 + p_0 p_2)/(p_0 + p_2). \quad (3.27)$$

Substituindo (3.25) em (3.24), obtém-se a expressão para a condição absorvente de segunda ordem simétrica do tipo EM:

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \nabla \times \mathbf{u} &= \alpha \mathbf{u}_t - \beta \nabla \times \{\hat{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{u})\}\hat{n} + \\ &\quad (\beta + \beta_n) \nabla_t (\nabla \cdot \mathbf{u}_t) + O(s_t^4). \end{aligned} \quad (3.28)$$

3.4.2 Condições do tipo Baliss-Turkel

Diferentemente das condições absorventes do tipo EM, as condições apresentadas nessa Seção são desenvolvidas assumindo-se que a superfície que limita o domínio é uma superfície curva. Condições de contorno para fronteiras curvas podem ser obtidas considerando-se a forma assintótica da solução da equação de onda quando o espalhador ou irradiador encontram-se distante do ponto de observação. A essa família de condições de contorno, dá-se o nome de condições de Baliss Turkel (BT) [BT80], [BGT82].

Considere, como exemplo, uma onda escalar em duas dimensões. Nesse caso, se o elemento espalhador ou irradiador estiver a uma distância finita

da origem do sistema de coordenadas, o campo irradiado ou espalhado, na região de campo distante, tem a seguinte forma assintótica.

$$u = A(\varphi) \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}}, k\rho \rightarrow \infty_j \quad (3.29)$$

onde $A(\varphi)$ é uma função independente da coordenada ρ . Derivando u em relação a ρ obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \rho} &= \left(-jk - \frac{1}{2\rho} \right) A(\varphi) \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \\ &= \left(-jk - \frac{1}{2\rho} \right) u. \end{aligned} \quad (3.30)$$

A equação (3.30) é conhecida como condição absorvente de primeira ordem do tipo BT e é exata para uma onda cilíndrica uniforme gerada na origem do sistema de coordenadas incidindo em uma fronteira circular de raio ρ .

A construção de condições de contorno de ordem superior pode ser realizada se forem utilizadas expressões mais precisas na aproximação assintótica do campo espalhado ou irradiado. Como demonstrado em [Kar61], a expansão assintótica para grandes distâncias da solução da equação de Helmholtz que satisfaz a condição de radiação de Sommerfeld pode ser escrita na forma

$$u = \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n(\varphi)}{\rho^n}. \quad (3.31)$$

Derivando (3.31) em relação a ρ , tem-se

$$\frac{\partial u}{\partial \rho} = \left(-jk - \frac{1}{2\rho} \right) u - \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{na_n(\varphi)}{\rho^{n+1}}. \quad (3.32)$$

Desprezando-se os termo de ordem $O(\rho^{-5/2})$, a equação (3.32) se reduz à equação (3.30) e condições de ordem superiores podem ser obtidas mantendo-se alguns termos do somatório até a ordem desejada. Em [BGT82], Baliss, Gunzburger e Turkel apresentam uma maneira seqüencial de se construir uma condição de contorno de ordem m a partir da condição de contorno de ordem $m - 1$

$$B_m = \left(\frac{\partial}{\partial \rho} + jk + \frac{4m - 3}{2\rho} \right) B_{m-1}, \quad (3.33)$$

onde $B_0 = 1$ e m representa o número de termos do somatório da equação (3.31) que foram mantidos. Conseqüentemente:

$$B_m(u) = O(\rho^{-2m-1/2}). \quad (3.34)$$

Formulação vetorial em 3D

Na região do espaço livre que envolve o objeto espalhador ou irradiador onde a superfície de radiação é imposta para limitar o domínio, o campo espalhado ou irradiado deve satisfazer a equação de onda homogênea apresentada em (3.35) e a condição de radiação de Sommerfeld no infinito.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{u} - k^2 \mathbf{u} = \mathbf{0}. \quad (3.35)$$

Tais campos podem ser representados em termos de uma série convergente de ondas esféricas do tipo

$$\mathbf{u} = \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}_n(\theta, \varphi)}{r^n}, \quad (3.36)$$

onde (r, θ, φ) representam o sistema de coordenadas esféricas. Assim como apresentado no problema escalar, é possível construir um operador diferencial de ordem m que mantenha os primeiros m termos da equação (3.36). Usando este princípio, uma família de condições absorventes do tipo BT foi introduzida por Peterson, [Pet88]. Posteriormente, Webb e Kanellopoulos apresentaram um operador mais geral que engloba o trabalho de Peterson da forma [WK89]

$$B_m(\mathbf{u}) = O(r^{-(2m+1)}), \quad (3.37)$$

$$B_m(\mathbf{u}) = (\zeta_{m-1})^m(\mathbf{u}_t) + s(\zeta_m)^{m-1}(\nabla_t u_r), \quad (3.38)$$

onde

$$\zeta_m(\mathbf{u}) = \hat{r} \times (\nabla \times \mathbf{u}) - \left(jk + \frac{m}{r} \right) \mathbf{u}, \quad (3.39)$$

A equação (3.37) pode ser utilizada como uma condição de contorno aproximada aplicável a uma superfície esférica de raio r que englobe todas as fontes de radiação desconsiderando os termos de ordem $O(r^{-(2m+1)})$.

Expandindo o operador B_m para $m = 1, 2$ obtém-se as condições absorventes do tipo BT de primeira e segunda ordens

$$B_1(\mathbf{u}) = \hat{r} \times \nabla \times \mathbf{u} - jk\mathbf{u}_t - (s-1)\nabla_t u_r = 0, \quad (3.40)$$

$$B_2(\mathbf{u}) = \hat{r} \times \nabla \times \mathbf{u} - jk\mathbf{u}_t + \frac{r}{2(jkr+1)} \{ \nabla \times [\hat{r}(\nabla \times \mathbf{u})_r] \\ + (s-1)\nabla_t(\nabla \cdot \mathbf{u}_t) + (2-s)jk\nabla_t u_r \}, \quad (3.41)$$

onde s é um número arbitrário. Para $s = 1$ as equações (3.40) e (3.41) se reduzem, respectivamente, às condições de contorno apresentadas por Peterson de primeira e segunda ordem. Em [Jin02] é apresentada uma discussão sobre a variação da eficiência das condições absorventes de primeira e segunda ordem em função do parâmetro s . Apesar dos estudos apresentados em [Jin02] apontarem a escolha de $s = 1/2$ como parâmetro que minimiza o coeficiente de reflexão sobre a fronteira absorvente, esse valor não é muito utilizado pois para tal valor, a aplicação das condições de contorno no método de elementos finitos proporciona a perda da simetria do sistema matricial. Escolhendo $s = 1$ para a condição de primeira ordem e $s = 2$ para a condição de segunda ordem, é possível manter a simetria do sistema matricial. Essa característica é muito importante para se reduzir substancialmente a memória requerida para armazenamento do sistema matricial, pagando-se o preço de uma pequena perda de precisão dos resultados. Substituindo os valores de s , e agrupando os termos das equações (3.40) e (3.41) pode-se reescrever as condições absorventes do tipo BT de primeira e segunda ordem, respectivamente, como:

$$\hat{r} \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \alpha \mathbf{u}_t, \quad (3.42)$$

$$\hat{r} \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \alpha \mathbf{u}_t - \beta \{ \nabla \times [\hat{r}(\nabla \times \mathbf{u})_r] + \nabla_t(\nabla \cdot \mathbf{u}_t) \}, \quad (3.43)$$

onde

$$\alpha = jk, \quad (3.44)$$

$$\beta = \frac{r}{2(jkr+1)}. \quad (3.45)$$

Embora as equações (3.42) e (3.43) tenham sido desenvolvidas para uma superfície de radiação esférica, elas também podem ser utilizadas para outros tipos de superfícies suaves bastando para isso, substituir o unitário \hat{r} pelo unitário normal à superfície \hat{n} . O uso de superfícies não esféricas é de fundamental importância para se reduzir o número de elementos necessários

para se representar o domínio do problema e conseqüentemente, o número de incógnitas do sistema matricial resultante, especialmente, para o caso de objetos achatados [Jin02]. Entretanto, o uso de tais superfícies podem ocasionar perda de exatidão. Na prática, o uso de superfícies suaves que acompanham a geometria do espalhador/irradiador apresentam uma diminuição pouco perceptível na exatidão da solução enquanto reduzem significativamente o esforço computacional.

3.4.3 Aplicação das condições absorventes no FEM

O procedimento para se adicionar as condições absorventes ao método de elementos finitos é o mesmo tanto para as condições do tipo EM quanto para as condições do tipo BT. Para facilitar a notação, as condições de contorno absorventes de primeira e segunda ordem podem ser escritas, respectivamente, de forma generalizada como

$$\hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \alpha \mathbf{u}_t, \quad (3.46)$$

$$\hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \alpha \mathbf{u}_t - \beta \nabla \times [\hat{n}(\nabla \times \mathbf{u})_n] - \gamma \nabla_t(\nabla \cdot \mathbf{u}_t), \quad (3.47)$$

onde os coeficientes α, β e γ são descritos na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Condições absorventes generalizadas

Tipo	EM	BT
α	jkp_o	jk
β	$-\frac{j}{k}p_2$	$\frac{r}{2(jkr+1)}$
γ	$-(\beta + \beta_n)$	β

Existem duas maneiras de se incorporar as condições absorventes em um problema de elementos finitos. A primeira é através da formulação em termos do campo total e, a segunda, através da formulação em termos do campo espalhado/irradiado [Jin02]. Como o próprio nome indica, a formulação através do campo total associa as incógnitas do problema com o campo total existente no interior do domínio enquanto a formulação para o campo espalhado associa os graus de liberdade do domínio com o campo espalhado/irradiado. Como o objetivo desse trabalho é utilizar o método de elementos finitos para a simulação do ambiente eletromagnético no interior de câmaras semi-aneóicas em ensaios de susceptibilidade eletromagnética, a formulação em termos do campo total se torna mais apropriada, uma vez que, os medidores de campo

isotrópicos utilizados nos ensaios medem apenas o campo total no interior da câmara. A adição das condições de contorno na formulação em termos do campo espalhado é apresentada em [Jin02].

Condições de primeira ordem

Como as equações (3.46) e (3.47) expressam o comportamento apenas do campo espalhado/irradiado na fronteira de radiação, é preciso escrever o campo total \mathbf{u} em função do campo espalhado/irradiado \mathbf{u}^s , o que fornece:

$$\mathbf{u}^s = \mathbf{u} - \mathbf{u}^i. \quad (3.48)$$

Substituindo (3.48) em (3.46) obtém-se:

$$\hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \alpha \mathbf{u}_t + \hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}^i) - \alpha \mathbf{u}_t^i. \quad (3.49)$$

Como apresentado na seção 3.2.2, a equação na forma fraca a qual é aplicada o método de elementos finitos é dada por:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \{[\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u})] \cdot (\nabla \times \mathbf{w}) - k^2 \alpha_2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{w}\} d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_{rad}} \{\hat{n} \times [\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u})]\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_{rad} = 0. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Considerando que a integral sobre a fronteira Γ_{rad} da equação (3.50) encontra-se no espaço livre ($\alpha_1 = 1$), a equação (3.49) pode ser incorporada na equação da forma fraca resultando em

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \{[\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u})] \cdot (\nabla \times \mathbf{u}) - k^2 \alpha_2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{w}\} d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_{rad}} \alpha \mathbf{u}_t \cdot \mathbf{w} d\Gamma_{rad} = + \int_{\Gamma_{rad}} \alpha \mathbf{u}_t^i \cdot \mathbf{w} d\Gamma_{rad} \\ & - \int_{\Gamma_{rad}} [\hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}^i)] \cdot \mathbf{w} d\Gamma_{rad} \quad \forall \mathbf{w} \in \mathbf{F}^1, \end{aligned} \quad (3.51)$$

a equação (3.51) agora incorpora a condição de radiação de primeira ordem generalizada. Dependendo do tipo de superfície de radiação a ser utilizada, a condição do tipo EM é mais apropriada como no caso de uma caixa retangular que envolva o elemento espalhador/irradiador. Já para fronteiras curvas, a condição de BT se torna mais apropriada.

Condições de segunda ordem

O processo de inserção das condições absorventes de segunda ordem é basicamente o mesmo utilizado para condições de primeira ordem. Substituindo (3.48) na equação (3.47) obtém-se

$$\begin{aligned}\hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}) &= \hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}^i) + \alpha \mathbf{u}_t - \alpha \mathbf{u}_t^i - \beta \nabla \times [\hat{n}(\nabla \times \mathbf{u})_n] \\ &\quad + \beta \nabla \times [\hat{n}(\nabla \times \mathbf{u}^i)_n] - \gamma \nabla_t(\nabla \cdot \mathbf{u}_t) \\ &\quad + \gamma \nabla_t(\nabla \cdot \mathbf{u}_t^i).\end{aligned}\tag{3.52}$$

Substituindo (3.52) na integral de superfície da equação (3.50), a condição de radiação é incorporada ao problema, entretanto, o sistema matricial oriundo da discretização do domínio não é simétrico, pois os termos relacionados a β e γ não são auto-adjuntos. Se a fronteira de radiação for fechada e suave, é possível tornar simétrico o sistema matricial resultante. Para isso, faz-se necessária a utilização do seguinte procedimento: i) Aplicação da primeira parte das identidades vetoriais (3.53) e (3.54)

$$\begin{aligned}\mathbf{w} \cdot \{\nabla \times [\hat{n}(\nabla \times \mathbf{u})_n]\} &= \nabla \cdot [\hat{n}(\nabla \times \mathbf{u})_n] + \hat{n}(\nabla \times \mathbf{u})_n \cdot (\nabla \times \mathbf{w}) \\ &= \nabla \cdot [\mathbf{u} \times \hat{n}(\nabla \times \mathbf{w})_n - \mathbf{w} \times \hat{n}(\nabla \times \mathbf{u})_n] \\ &\quad + \mathbf{u} \cdot \nabla \times [\hat{n}(\nabla \times \mathbf{w})_n],\end{aligned}\tag{3.53}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{w} \cdot \nabla_t(\nabla \cdot \mathbf{u}_t) &= \nabla \cdot (\mathbf{w}_t \nabla \cdot \mathbf{u}_t) - (\nabla \cdot \mathbf{u}_t)(\nabla \cdot \mathbf{w}_t) \\ &= \nabla \cdot (\mathbf{w}_t \nabla \cdot \mathbf{u}_t - \mathbf{u}_t \nabla \cdot \mathbf{w}_t) \\ &\quad + \mathbf{u} \cdot \nabla_t(\nabla \cdot \mathbf{w}_t);\end{aligned}\tag{3.54}$$

ii) Aplicando do teorema superficial da divergência

$$\int_{\Gamma} \nabla_t \cdot \mathbf{a} d\Gamma = \int_C \hat{m} \cdot \mathbf{a} dC,\tag{3.55}$$

onde \hat{m} é o vetor unitário normal ao contorno C e tangencial à superfície Γ . Assumindo que a superfície de radiação é suave e fechada, as integrais no contorno C serão nulas e a integral resultante sobre a superfície de radiação se reduz à equação (3.56) [Jin02].

$$\begin{aligned}\int_{\Gamma_{rad}} \hat{n} \times \nabla \times \mathbf{u} d\Gamma_{rad} &= \int_{\Gamma_{rad}} \{\hat{n} \times \nabla \times \mathbf{u}^i + \alpha(\mathbf{u}_t - \mathbf{u}_t^i) \\ &\quad - \beta \hat{n}[\nabla \times (\mathbf{u} - \mathbf{u}^i)]_n \cdot (\nabla \times \mathbf{w}) \\ &\quad - \gamma(\nabla \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}^i)_t)(\nabla_t \cdot \mathbf{w})\} d\Gamma_{rad}.\end{aligned}\tag{3.56}$$

Através da segunda parte das identidades vetoriais (3.53) e (3.54), pode-se verificar que as integrais sobre a superfície de radiação são auto-adjuntas e conseqüentemente, o sistema matricial resultante será simétrico.

Para superfícies que não sejam suaves, deve-se levar em conta as descontinuidades da superfície como apresentado em [Bi95] para o caso da condição absorvente do tipo EM de segunda ordem, aplicada a uma superfície retangular, ou então, deve-se aplicar a condição na forma não simétrica.

3.5 Método de Galerkin

A busca de uma solução para a forma fraca no espaço de funções \mathbf{F}^1 é completamente inviável uma vez que este espaço possui dimensões infinitas. O método de Galerkin proporciona uma solução aproximada para a equação da forma fraca em um sub-espaço finito de \mathbf{F}^1 denominado por \mathbf{F}_h^1 . Para se construir o sub-espaço \mathbf{F}_h^1 utiliza-se combinações lineares de funções pertencentes a \mathbf{F}^1 do tipo [Jin02]:

$$\mathbf{u}^h = \sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i^h c_i, \quad (3.57)$$

onde o índice h refere-se a um subconjunto finito de \mathbf{F}^1 , c_i são coeficientes arbitrários e n representa o número de funções \mathbf{N}_i escolhidas como base do espaço conhecidas como *funções de base*¹. A aplicação deste procedimento implica agora em procurar uma solução \mathbf{u}^h pertencente a \mathbf{F}_h^1 que satisfaça a equação da forma fraca. Como exemplo, a aplicação do método de Galerkin na equação (3.51) resulta em

$$B(\mathbf{u}^h, \mathbf{w}^h) + C(\mathbf{u}^h, \mathbf{w}^h) = C(\mathbf{f}, \mathbf{w}^h), \quad (3.58)$$

onde

$$B(\mathbf{u}, \mathbf{w}) = \int_{\Omega} \{ \alpha_1 (\nabla \times \mathbf{u}) \cdot (\nabla \times \mathbf{w}) - k_0^2 \alpha_2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} \} d\Omega, \quad (3.59)$$

$$C(\mathbf{u}, \mathbf{w}) = \int_{\Gamma} j k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} d\Gamma, \quad (3.60)$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{u}^i - \hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}^i). \quad (3.61)$$

¹Também chamadas de *funções de forma* ou de *interpolação*

Introduzindo as aproximações para \mathbf{u}^h e \mathbf{w}^h na equação (3.58), obtém-se:

$$B\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i u_i, \sum_{j=1}^n \mathbf{N}_j c_j\right) + C\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i u_i, \sum_{j=1}^n \mathbf{N}_j c_j\right) = C(\mathbf{f}, \sum_{j=1}^n \mathbf{N}_j c_j), \quad (3.62)$$

onde os escalares u_i são as incógnitas do problema e estão associadas ao campo \mathbf{u} . Aplicando a propriedade de bilinearidade

$$A(\alpha \mathbf{a} + \beta \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \alpha A(\mathbf{a}, \mathbf{c}) + \beta A(\mathbf{b}, \mathbf{c}) \quad (3.63)$$

nos termos B e C da equação (3.62), pode-se escrever [Hug87]

$$\sum_{j=1}^n c_j \left\{ \sum_{i=1}^n [B(\mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j) + C(\mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j)] u_i \right\} = \sum_{j=1}^n c_j C(\mathbf{f}, \mathbf{N}_j). \quad (3.64)$$

Como os coeficientes c_j são arbitrários, é possível escrever a equação (3.64) na forma matricial a seguir:

$$[K]\{u\} + [S]\{u\}_\Gamma = \{f\}, \quad (3.65)$$

onde os coeficientes das matrizes $[K]$ e $[S]$ e do vetor $\{f\}$ são determinados pelas expressões:

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \{[\alpha_1(\nabla \times \mathbf{N}_i)] \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_j) - k_0^2 \alpha_2 \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j\} d\Omega, \quad (3.66)$$

$$S_{ij} = \int_{\Gamma} j k_0 \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j d\Gamma, \quad (3.67)$$

$$f_j = \int_{\Gamma} j k_0 [\mathbf{u}^i - \hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}^i)] \cdot \mathbf{N}_j d\Gamma. \quad (3.68)$$

Para a construção do sistema matricial, falta ainda definir as funções de forma \mathbf{N}_i a serem utilizadas para a aproximação do espaço \mathbf{F}_h^1 . Para isso, o método de elementos finitos fornece uma maneira simples e eficiente para a construção dessas funções através da discretização do domínio.

3.6 Discretização do domínio

A discretização consiste na divisão do domínio de solução em pequenos sub-domínios chamados elementos. Esse processo de discretização pode ser feito utilizando elementos de diferentes tamanhos e formas, o que torna o método poderoso e flexível. Regiões onde ocorrem maiores variações de campo podem ser representadas por uma maior densidade de elementos que regiões onde a variação é menor. Dessa forma, ambientes de geometria complexa são melhor representados. Embora diferentes formas de elementos possam ser utilizadas no FEM, o uso de elementos triangulares, para discretizar superfícies e de elementos tetraédricos para discretização do volume, são os mais comuns devido à facilidade de se construir estruturas complexas a partir destas primitivas e de se encontrar, tanto na literatura [She97], quanto em implementações computacionais gratuitas [Sch03], algoritmos eficientes e robustos para a subdivisão do domínio. Por esta razão, optou-se neste trabalho, por utilizar estes dois tipos de elementos.

Ao conjunto de todos os elementos que compõem a discretização do domínio, dá-se o nome de malha. O processo de construção da malha é muito importante para a solução de problemas via método de elementos finitos porque suas características afetam diretamente o resultado obtido. Além da demanda de memória requerida para o armazenamento da geometria discretizada, as características da malha influenciam o condicionamento do sistema matricial resultante e, conseqüentemente, no tempo de processamento do programa. Em geral, quanto mais densa a malha e mais regulares forem seus tetraedros ou triângulos, melhor a qualidade dos resultados e maior o custo computacional e memória requerida.

Uma vez discretizado o domínio, a seleção das funções de interpolação para as incógnitas pode ser feita. As primeiras funções de forma desenvolvidas utilizando o FEM eram escalares e tinham como incógnitas os valores dos campos nos nós dos elementos, sendo por isto, designadas como *funções nodais*. Essas funções são capazes de representar de maneira eficiente funções escalares. Para solucionar problemas vetoriais utilizando este tipo de elemento é preciso utilizar as funções nodais para fazer a aproximação de cada um dos componentes do vetor [Web93]. Embora fosse uma técnica muito utilizada, a aproximação de campos vetoriais por funções nodais é fisicamente inconsistente porque não consegue representar as condições de interface entre meios diferentes uma vez que as funções nodais impõem a continuidade de todas as componentes do campo, diferente das condições

de interface (2.13) - (2.16) que impõem continuidade apenas de uma ou outra componente [Web93]. Outro inconveniente é o aumento do número de incógnitas uma vez que, a cada nó, estão associadas três incógnitas. A solução desses problemas é obtida com a substituição das funções de forma nodais por funções de aresta [Web93].

Os elementos de aresta relacionam as incógnitas do problema com valores associados às aresta dos elementos [Web93]. O uso desses elementos proporciona a correta representação das condições de interface entre os meios uma vez que, sobre as superfícies de separação, os elementos de aresta impõem a continuidade de apenas uma componente do vetor (normal ou tangencial dependendo do tipo de elemento). Em [Mat03] são apresentados detalhadamente os elementos triangulares e tetraédricos nodais e de aresta de Whitney de primeira ordem [Whi57] e suas funções de aproximação.

Considere o elemento tetraédrico mostrado na Fig. 3.2. Os elementos ori-

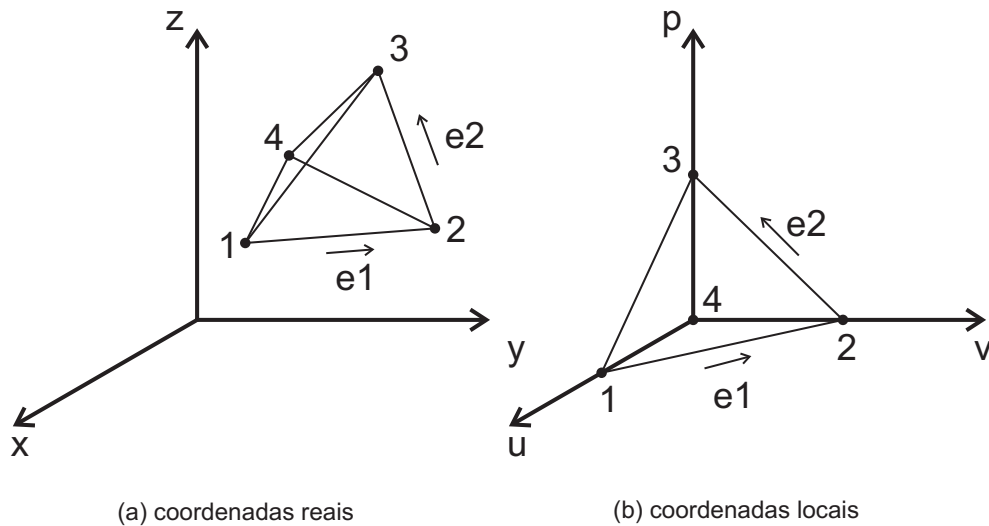


Figura 3.2: Elemento tetraédrico.

undos da discretização de um domínio, possuem informações reais do domínio conforme mostrado na Fig. 3.2 (a) onde, o nó i ($i = 1, 2, 3, 4$) possui uma posição no sistema de coordenadas real dado por (x_i, y_i, z_i) . Entretanto, para facilitar a construção das funções de forma, é conveniente definir um elemento de referência em um sistema local de coordenadas 3.2 (b). O mapeamento do elemento de referência em um elemento real é feito através de

um mapeamento geométrico que utiliza as funções de forma escalares dadas por

$$N_1 = u \quad (3.69)$$

$$N_2 = v \quad (3.70)$$

$$N_3 = p \quad (3.71)$$

$$N_4 = 1 - (u + v + p). \quad (3.72)$$

Estas funções possuem a característica de terem valor unitário no nó ao qual estão associadas e valor zero nos demais nós do elemento e através delas, pode-se aproximar as identidades físicas e geométricas do problema como mostrado a seguir:

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(u, v) x_i \quad (3.73)$$

$$y = \sum_{i=1}^4 N_i(u, v) y_i \quad (3.74)$$

$$z = \sum_{i=1}^4 N_i(u, v) z_i \quad (3.75)$$

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^4 N_i(u, v) \mathbf{f}_i, \quad (3.76)$$

onde \mathbf{f} é uma função vetorial arbitrária. Como mencionado anteriormente, quando a equação (3.76) é aplicada em tetraedros que compartilham a mesma face, vê-se claramente que este tipo de aproximação impõe a continuidade de todas as componentes do campo uma vez que somente os nós comuns entre os dois tetraedros terão contribuição para a aproximação do campo sobre a superfície de separação dos mesmos. Uma maneira de resolver esse problema consiste na utilização dos elementos de aresta de Whitney [Whi57]. Tais elementos associam as incógnitas do problema às arestas dos elementos e podem ser obtidos através dos elementos nodais conforme

$$\mathbf{N}_i = N_j \nabla N_k - N_k \nabla N_j. \quad (3.77)$$

Na equação (3.77), o índice i indica a aresta do elemento ao qual a função de forma está associada. Os índices j e k identificam, respectivamente, o

primeiro e o segundo nó da aresta i , conforme apresentado na tabela 3.3. Na Fig. 3.2 estão ilustradas as arestas 1 e 2, o restante das arestas foi omitido para não sobrecarregar a figura.

Tabela 3.3: Definição das arestas para um tetraedro

Aresta i	nó j	nó k
1	1	2
2	2	3
3	3	1
4	2	4
5	4	1
6	3	2

Como as funções de forma apresentadas nas equações (3.69) - (3.72) estão expressas em função das coordenadas locais (u, v, p) , o cálculo das derivadas das funções de forma em relação às coordenadas globais é obtido através do seguinte procedimento: o primeiro passo consiste em calcular a matriz do jacobiano para o elemento definida por

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \\ \frac{\partial x}{\partial p} & \frac{\partial y}{\partial p} & \frac{\partial z}{\partial p} \end{pmatrix}, \quad (3.78)$$

onde as derivadas das coordenadas globais em relação às coordenadas locais podem ser obtidas derivando-se as equações (3.73) - (3.75) em relação às componentes locais. Como exemplo, o primeiro termo da matriz do jacobiano resulta em:

$$\frac{\partial x}{\partial u} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial u} x_i \quad (3.79)$$

onde o termo $\partial N_i / \partial u$ pode ser obtido por simples inspeção das equações (3.69) - (3.72).

O segundo passo consiste em utilizar a regra da cadeia para encontrar o gradiente das funções de forma. Matematicamente:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{pmatrix} = [J]^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial u} & \frac{\partial N_2}{\partial u} & \frac{\partial N_3}{\partial u} & \frac{\partial N_4}{\partial u} \\ \frac{\partial N_1}{\partial v} & \frac{\partial N_2}{\partial v} & \frac{\partial N_3}{\partial v} & \frac{\partial N_4}{\partial v} \\ \frac{\partial N_1}{\partial p} & \frac{\partial N_2}{\partial p} & \frac{\partial N_3}{\partial p} & \frac{\partial N_4}{\partial p} \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

onde cada coluna da matriz à esquerda representa o gradiente de uma função de forma N_i .

As funções de forma relativas às arestas têm as seguintes propriedades: a integral de linha de \mathbf{N}_i possui o valor 1 sobre a aresta i e zero nas demais arestas. Esta integral de linha está associada a um valor escalar e representa o grau de liberdade associado a aresta. Fisicamente, esse grau de liberdade representa a circulação do vetor interpolado nas arestas, isso implica em impor apenas continuidade nas componentes tangenciais do campo deixando livre sua componente normal [Web93]. Elementos que utilizam esse tipo de função são conhecidos como *rotacionais conforme* ou simplesmente $H(\text{rot})$. Uma vez conhecida a circulação dos campos elétrico e magnético sobre as arestas, os campos no interior de um elemento podem ser aproximados por:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^6 \mathbf{N}_i u_i \quad (3.81)$$

onde u_i representa a circulação de \mathbf{u} sobre a aresta i . Comparando a equação anterior com a equação (3.57), vê-se que as funções de aresta dos elementos de Whitney representam uma base de espaço para a solução do problema através do método de Galerkin.

Da mesma maneira que foram desenvolvidas funções de interpolação para o elemento tetraédrico, pode-se também desenvolver funções para a interpolação somente das componentes tangenciais dos campos nas superfícies dos elementos. A Fig. 3.3 mostra um elemento de aresta superficial no sistema de coordenadas real (a) e sua representação no sistema local de referência (b). Para este elemento superficial, as funções de interpolação nodais se reduzem a:

$$N_1 = u, \quad (3.82)$$

$$N_2 = v, \quad (3.83)$$

$$N_3 = 1 - (u + v). \quad (3.84)$$

A função de forma vetorial para cada uma das arestas permanece a mesma da equação (3.77). Entretanto, o cálculo do gradiente das funções nodais passa a ser dado por

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} \end{pmatrix} = [J_s]^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial v} & \frac{\partial N_2}{\partial v} & \frac{\partial N_3}{\partial v} \\ \frac{\partial N_1}{\partial v} & \frac{\partial N_2}{\partial v} & \frac{\partial N_3}{\partial v} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.85)$$

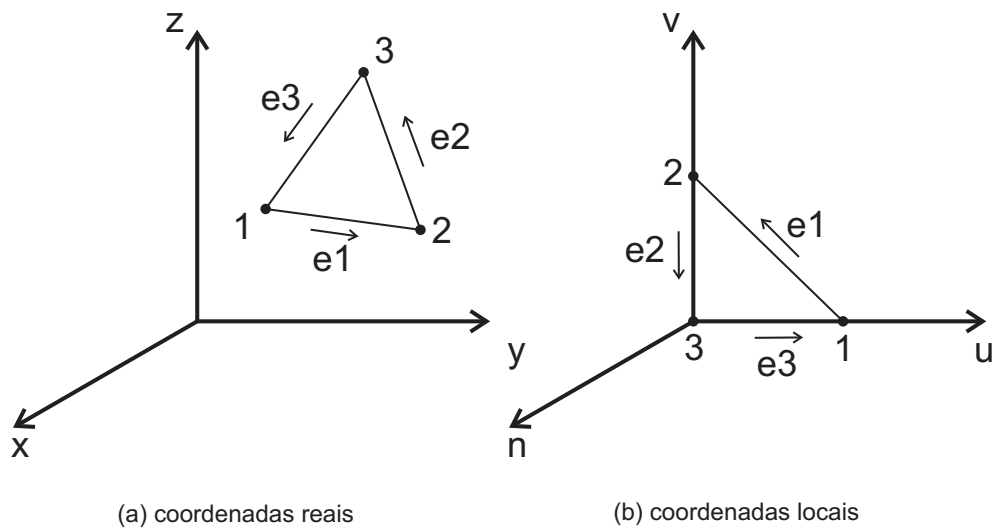


Figura 3.3: Elemento triangular.

onde J_s é a matriz do jacobiano de transformação para a superfície plana,

$$J_s = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \\ n_x & n_y & n_z \end{pmatrix}, \quad (3.86)$$

e n_x, n_y, n_z são as componentes do vetor unitário normal à superfície do triângulo da Fig. 3.3(a).

Uma vez definidas as funções de forma a serem utilizadas no método de Galerkin, o sistema matricial pode ser então construído e solucionado para as incógnitas associadas às arestas. Resolvido o sistema matricial, o valor do campo em qualquer ponto do domínio é dado pela equação (3.81).

3.7 Construção do sistema matricial

A discretização do domínio não só possibilita a construção das funções de base como também permite “enxergar o problema” do ponto de vista dos elementos. Subdividindo o domínio, a construção dos coeficientes das

equações (3.66) - (3.68) podem ser feitas da seguinte forma:

$$K_{ij} = \sum_{e=1}^{n_{\Omega}} \int_{\Omega_e} \{[\alpha_1(\nabla \times \mathbf{N}_i)] \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_j) - k_0^2 \alpha_2 \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j\} d\Omega, \quad (3.87)$$

$$S_{ij} = \sum_{e=1}^{n_{\Gamma}} \int_{\Gamma_e} j k_0 \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j d\Gamma, \quad (3.88)$$

$$f_j = \sum_{e=1}^{n_{\Gamma}} \int_{\Gamma_e} j k_0 (\mathbf{H}^i - \frac{1}{Z_0} \hat{n} \times \mathbf{E}^i) \cdot \mathbf{N}_j d\Gamma. \quad (3.89)$$

onde n_{Ω} é o número total de elementos volumétricos no domínio e n_{Γ} representa o número total de elementos superficiais na fronteira.

Como as funções de forma das aresta são definidas apenas nos elementos aos quais elas fazem parte, sendo nulas nos demais elementos, o sistema matricial resultante será esparsa, reduzindo a memória necessária para o seu armazenamento e permitindo o uso de técnicas eficientes de solução de sistemas matriciais. As integrais no interior de cada elemento podem ser realizadas de forma analítica ou através de métodos numéricos como, por exemplo, o método de Gauss [Hug87].

3.8 Conclusões

Esse Capítulo apresentou a formulação matemática necessária para a aplicação do Método de Elementos Finitos na solução do problema de espalhamento. Uma vez resolvido o sistema de equações oriundo da discretização, os campos elétrico e magnético em todo o domínio podem ser obtidos através de (3.81). A solução do problema de irradiação utilizando o FEM é apresentada no capítulo a seguir.

Capítulo 4

Modelagem do Problema de Irradiação eletromagnética

Como visto no Capítulo anterior, as fontes dos campos elétrico e magnético no problema de espalhamento encontram-se distantes da região de interesse sendo representadas apenas pelos campos incidentes na fronteira de radiação. Já no problema de irradiação, essas fontes se encontram no interior do domínio de discretização e precisam ser inseridas na modelagem do problema. A escolha da melhor forma de se representar as fontes de campo variam de acordo com o problema. Nesse Capítulo serão tratadas as fontes comumente encontrada nos ensaios de susceptibilidade eletromagnética.

4.1 Definição do problema

Conforme apresentado no Capítulo 1, os ensaios de susceptibilidade eletromagnética visam garantir o funcionamento de um determinado veículo na presença de campos eletromagnéticos intensos. Para gerar tais campos dentro da faixa de frequência estudada neste trabalho (200MHz a 1GHz), faz-se necessária a utilização de antenas que possuam as seguintes características: i) as antenas devem possuir o lóbulo principal do diagrama de radiação largo o suficiente para abranger todo o veículo; ii) os parâmetros da antena devem variar o mínimo possível dentro de toda a faixa de frequência utilizada no ensaio; iii) as antenas devem ser pequenas para serem colocadas no interior da câmara semi-anecóica respeitando as distâncias mínimas previstas nas normas. Para atender estas especificações, as antenas adotadas para os ensaios

na faixa de frequência de 200 MHz a 2 GHz são tipicamente antenas do tipo Corneta ou antenas Log-periódicas, conforme ilustrado nas Figs. 4.1¹ e 4.2².



Figura 4.1: Antena log-periódica.

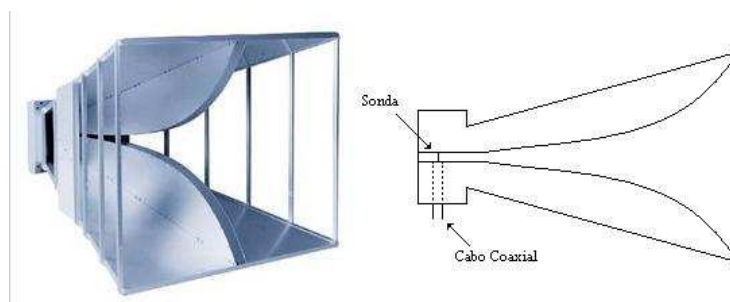


Figura 4.2: Antena corneta.

4.2 Formulação FEM

A equação que governa o comportamento dos campos eletromagnéticos para o problema de irradiação é a mesma equação de onda descrita de forma

¹Foto da antena log-periódica desenvolvida no projeto Fiat/CNPq.

²Antena corneta utilizada no laboratório de compatibilidade eletromagnética da Fiat no Brasil.

generalizada na equação (2.30). A forma fraca para a solução através do método de elementos finitos é descrita pela equação (4.1) e pode ser obtida seguindo-se os procedimentos descritos na solução do problema de espalhamento do capítulo anterior considerando também as fontes de corrente impressas. Sendo assim, tem-se

$$\int_{\Omega} \{[\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u})] \cdot (\nabla \times \mathbf{w}) - k^2 \alpha_2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{w}\} d\Omega - \int_{\Gamma_{rad}} \{\hat{n} \times [\alpha_1(\nabla \times \mathbf{u})]\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_{rad} = \int_{\Omega} \{\mathbf{f} \cdot \mathbf{w}\} d\Omega, \quad (4.1)$$

onde os termos da equação estão descritos na tabela 2.1. A equação (4.1) descreve o comportamento dos campos no domínio Ω que envolve a antena. Entretanto, para limitar o domínio, faz-se necessária ainda a introdução das condições absorventes.

Diferentemente do problema de espalhamento, as fontes de campo do problema estão localizadas no interior do domínio e são incorporadas ao FEM assumindo-se que alguma característica física do alimentador da antena seja conhecida. Existem duas maneiras básicas de incluir o efeito do alimentador na modelagem de antenas utilizando o FEM, sendo elas: i) assumir que a distribuição de correntes no alimentador é conhecida (modelo de fontes de corrente), ii) assumir que o campo elétrico é conhecido na região do alimentador (modelo de fontes de tensão).

4.2.1 Alimentadores

Fontes de corrente

Os modelos baseados em fontes de corrente são bastante utilizados em antenas filamentosas, antenas que sejam excitadas por antenas filamentosas ou antenas alimentadas por sondas conforme mostrado na Fig. 4.2. Esse método consiste em assumir que a distribuição de corrente da antena filamentar ou da sonda é conhecida [Mit73]. Para o caso de antenas cujos elementos alimentados são dipolos, pode-se assumir que a distribuição de corrente em um dipolo é dada por:

$$\mathbf{J}_i(x' = 0, y' = 0, z') = \begin{cases} I_0 \text{sen} \left[k \left(\frac{l}{2} - z' \right) \right] \hat{z} & 0 \leq z' \leq l/2 \\ I_0 \text{sen} \left[k \left(\frac{l}{2} + z' \right) \right] \hat{z} & -l/2 \leq z' \leq 0 \end{cases}, \quad (4.2)$$

onde assume-se que o dipolo está centrado na origem do sistema de coordenadas e seu comprimento ao longo do eixo z é igual a l . Esse modelo de

distribuição de corrente é válido desde que o raio do dipolo seja muito menor que os comprimentos de onda das frequências de operação da antena [Bal97].

Para o caso da antena corneta alimentada por uma sonda da Fig. 4.2, a distribuição de corrente no filamento da sonda pode ser aproximada por [Har61]:

$$\mathbf{J}_i(x' = 0, y' = 0, z') = \begin{cases} I_0 \frac{\text{sen}[k(l-z')]}{\text{sen}(kl)} \hat{z} & 0 \leq z' \leq l \\ 0 & z' \geq l \end{cases}, \quad (4.3)$$

onde assume-se que a sonda esteja localizada no centro do sistema de coordenadas e que seu comprimento ao longo do eixo z é igual a l . Assim como na aproximação para o dipolo, a distribuição de corrente apresentada em (4.3) só é válida para sondas com filamentos de raio muito menor que o comprimento de onda.

A modelagem do alimentador, assumindo conhecida sua distribuição de corrente, é bastante utilizada no projeto de antenas pois propicia bons resultados principalmente no cálculo do diagrama de radiação. Outra vantagem é sua a fácil inserção na equação da forma fraca (4.1), pois as correntes no alimentador aparecem de forma explícita no lado direito da equação. Entretanto, para o cálculo da impedância de entrada da fonte este tipo de modelo pode não apresentar bons resultados, uma vez que, dependendo da geometria da antena ou de sua proximidade com outros objetos, não é mais possível garantir a distribuição de corrente no alimentador.

Fontes de tensão

Outra maneira de representar as fontes de campo no alimentador é assumir que a tensão nos terminais da antena é conhecida. Esse tipo de modelo de alimentador apresenta melhores resultados para o cálculo da impedância de entrada quando comparado aos modelos de fontes de corrente, pois a distribuição de corrente no alimentador é obtida através da solução do método de elementos finitos e leva em conta a geometria da antena e os objetos ao seu redor.

Para antenas ou alimentadores do tipo dipolo, pode-se assumir que a tensão entre seu terminais seja conhecida conforme ilustrado na Fig. 4.3. Como a fonte de tensão mantém constante a tensão em seus terminais, a tensão entre os terminais do dipolo também será constante. Uma vez que o espaçamento entre os elementos do dipolo é muito pequeno e que o campo

elétrico sobre uma superfície condutora é normal à superfície, pode-se assumir que entre os elementos do dipolo, o campo elétrico será aproximadamente constante e sua magnitude será dada por $E = V/h$, onde V é a diferença de potencial entre os terminais do dipolo e h é a distância entre os dois terminais.

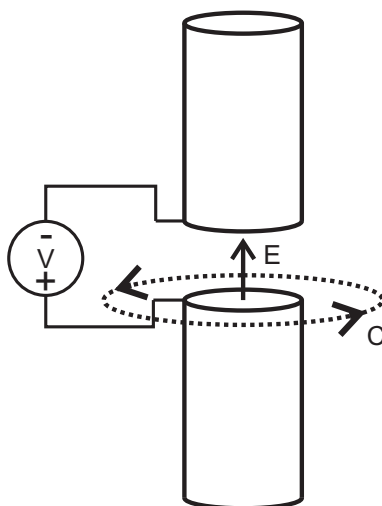


Figura 4.3: Alimentação do dipolo.

Uma vez solucionado o problema através do método de elementos finitos, a impedância de entrada da antena pode ser obtida por

$$Z = V/I, \quad (4.4)$$

onde I é a corrente nos terminais do dipolo e pode ser obtida através da Lei de Ampère:

$$I = \int_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}, \quad (4.5)$$

onde C é o percurso fechado indicado na Fig. 4.3.

Para antenas alimentadas através de sondas, um modelo apropriado para o alimentador apresentado em [Mit73] consiste em considerar conhecida a distribuição do campo elétrico na abertura do cabo coaxial que alimenta a sonda conforme mostrado na Fig. 4.4. Para esse modelo, pode-se assumir

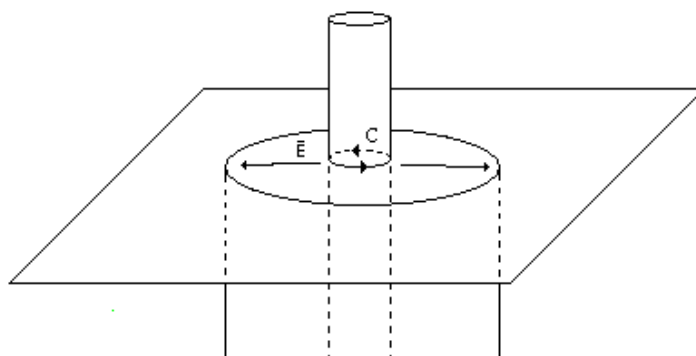


Figura 4.4: Alimentação da sonda.

que o campo na abertura do cabo coaxial pode ser aproximado somente pelo modo dominante no interior do cabo, matematicamente:

$$E_{\rho} = \frac{V}{\rho \ln(b/a)}, \quad (4.6)$$

onde V é a diferença de potencial entre os condutores do cabo coaxial na abertura, a é o raio da sonda e b é o raio externo do cabo coaxial.

A principal vantagem desse modelo para o alimentador consiste na sua proximidade com o modelo fisicamente implementado, ou seja, a geometria do alimentador é modelada como ela realmente é implementada o que permite um cálculo mais exato da impedância de entrada da antena.

A impedância de entrada da antena pode ser obtida, após a solução do método de elementos finitos, através da corrente que entra na sonda.

$$Z = V/I, \quad (4.7)$$

onde I pode ser obtido integrando-se a densidade de corrente superficial na base da sonda:

$$\begin{aligned} I &= \int_c (\hat{n} \times \mathbf{J}_s) \cdot d\mathbf{l} \\ &= - \int_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

onde C é a curva fechada da intercessão entre a sonda e o plano na abertura do cabo coaxial da Fig. 4.4.

Diferentemente do modelo de fontes de corrente, os modelos de fontes de tensão não aparecem de forma natural na equação da forma fraca (4.1) devendo ser implementadas diretamente nos graus de liberdade oriundos da discretização do domínio através de condições de contorno do tipo Dirichlet [Hug87].

Aplicando o método de Galerkin em (4.1) é possível reescrever a equação na forma matricial

$$[K]\{u\} + [S]\{u\}_\Gamma = \{f\}, \quad (4.9)$$

onde

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \{[\alpha_1(\nabla \times \mathbf{N}_i)] \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_j) - k^2 \alpha_2 \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j\} d\Omega, \quad (4.10)$$

$$S_{ij} = \int_{\Gamma} \{\hat{n} \times [\alpha_1(\nabla \times \mathbf{N}_i)]\} \cdot \mathbf{N}_j d\Gamma, \quad (4.11)$$

$$f_i = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{N}_i d\Omega. \quad (4.12)$$

Como detalhado na Seção 3.6, a discretização do domínio pode ser feita através da subdivisão do domínio em pequenos tetraedros. No interior de cada tetraedro, os campos elétrico ou magnético podem ser aproximados através de funções de forma do tipo:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^6 \mathbf{N}_i u_i, \quad (4.13)$$

onde \mathbf{N}_i é uma função de aproximação associada à i -ésima aresta do tetraedro e u_i representa a circulação de \mathbf{u} sobre a aresta i , ou seja,

$$u_i = \int_e \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l}. \quad (4.14)$$

Sobre as arestas, o campo \mathbf{u} não sofre variações abruptas visto que o comprimento das arestas é, em geral, muito menor que o comprimento de onda, logo a expressão (4.14) pode ser aproximada por

$$u_i \simeq \mathbf{u}_{med} \cdot \mathbf{l}, \quad (4.15)$$

onde \mathbf{u}_{med} é o valor de \mathbf{u} avaliado no centro da aresta e \mathbf{l} é o vetor que liga os dois extremos da aresta.

Se uma aresta está situada em uma região onde o campo \mathbf{u} é conhecido, como por exemplo na abertura do cabo coaxial de uma sonda ou entre os terminais de alimentação de um dipolo, o valor da incógnita u_i sobre a aresta é definido pela equação (4.15) e conseqüentemente, a linha do sistema matricial gerada pela incógnita u_i pode ser descartada na solução do sistema. A influência das arestas com condições de contorno de Dirichlet na solução do problema de elementos finitos é contabilizada no lado direito do sistema matricial conforme demonstrado na equação a seguir.

$$[K']\{u\} + [S']\{u\}_\Gamma = \{f\} - [K^d]\{u\}_d, \quad (4.16)$$

onde

$$K'_{ij} = \int_{\Omega} \{[\alpha_1(\nabla \times \mathbf{N}_i)] \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_j) - k^2\alpha_2\mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j\}d\Omega, \quad (4.17)$$

$$S'_{ij} = \int_{\Gamma} \{\hat{n} \times [\alpha_1(\nabla \times \mathbf{N}_i)]\} \cdot \mathbf{N}_j d\Gamma, \quad (4.18)$$

$$f'_i = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{N}_i d\Omega, \quad (4.19)$$

$$K^d_{id} = \int_{\Omega} \{[\alpha_1(\nabla \times \mathbf{N}_d)] \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_i) - k^2\alpha_2\mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_d\}d\Omega. \quad (4.20)$$

Os índices i e j estão associados às arestas da discretização onde não são impostas condições de Dirichlet, enquanto o índice d indica as arestas cujo valor da incógnita é conhecido. O procedimento descrito acima proporciona uma maneira de incorporar as fontes de tensão no método de elementos finitos.

4.2.2 Alimentadores na presença de um campo incidente

Os modelos de fontes de tensão apresentados anteriormente descrevem o funcionamento do dipolo e da sonda quando eles são alimentados pelos campos gerados no guia de ondas que alimenta a antena. Entretanto, em algumas situações, deseja-se modelar a antena funcionando como um receptor como por exemplo, nos medidores utilizados para avaliar os campos

eletromagnéticos durante os ensaios ou no método iterativo apresentado no próximo capítulo.

Como exemplo, considere o dipolo conectado a uma carga através de um guia de cabos paralelos, iluminado por um campo incidente ilustrado na Fig. 4.5. A modelagem desse problema utilizando o Método de Elementos Finitos pode ser feita considerando os efeitos do guia de ondas como uma condição de interface a ser imposta em Γ_g .

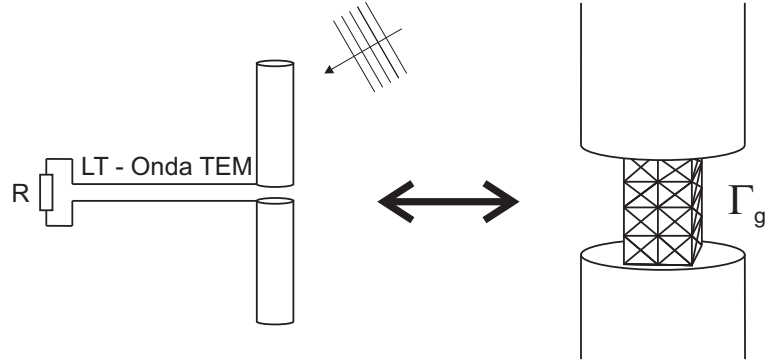


Figura 4.5: Dipolo na presença de um campo incidente.

Seja Z_g a impedância característica do guia que alimenta a antena e assumindo-se que a carga R está casada com a linha de transmissão, o campo ao longo do plano definido entre os condutores do guia de ondas pode ser aproximado por uma onda plana cujos campos são dados por

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}(\rho') \cdot e^{-jkz'} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\hat{z}' \times \mathbf{e}(\rho')}{Z_g} \cdot e^{-jkz'} \quad (4.22)$$

onde z' é a posição ao longo da linha e $\mathbf{e}(\rho')$ uma função vetorial ortogonal à direção \hat{z} . Com a inserção da fronteira Γ_g , a integral de superfície da equação (4.1) deve ser modificada para considerar os termos oriundo da superfície Γ_g . Reescrevendo-a para a formulação do campo elétrico têm-se

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \left\{ \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \cdot (\nabla \times \mathbf{w}) - k^2 \epsilon_c \mathbf{E} \cdot \mathbf{w} \right\} d\Omega \\
& \quad + \int_{\Gamma_{rad}} \left\{ \hat{\mathbf{n}} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_{rad} \\
& + \int_{\Gamma_g} \left\{ \hat{\mathbf{n}} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g = \int_{\Omega} \{ \mathbf{f} \cdot \mathbf{w} \} d\Omega.
\end{aligned} \tag{4.23}$$

A integral sobre Γ_g pode ser reescrita como

$$\int_{\Gamma_g} \left\{ \hat{\mathbf{n}} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g = -j\omega\mu_0 \int_{\Gamma_g} \{ \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} \} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g. \tag{4.24}$$

Assumindo que, sobre Γ_g , os campos \mathbf{E} e \mathbf{H} tenham o comportamento descrito pelas equações (4.21) e (4.22) e que $\hat{\mathbf{n}}$ seja a direção de propagação da onda ($\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{z}}'$), obtém-se

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} = \hat{\mathbf{z}}' \times \frac{\hat{\mathbf{z}}' \times \mathbf{e}(\rho')}{Z_g} \cdot e^{-jkz'} = -\frac{\mathbf{E}}{Z_g}, \tag{4.25}$$

que substituída em (4.24) leva ao resultado:

$$\int_{\Gamma_g} \left\{ \hat{\mathbf{n}} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g = j\frac{\omega\mu_0}{Z_g} \int_{\Gamma_g} \mathbf{E} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g. \tag{4.26}$$

Substituindo a equação (4.26) em (4.23), as condições de contorno impostas pelo guia conectado à antena são incorporadas no Método de Elementos Finitos.

Da mesma maneira, as antenas que utilizam alimentadores do tipo sonda podem ser modeladas como antenas receptoras através da imposição do modo fundamental do guia na abertura do campo coaxial da Fig. 4.4. Assumindo que os campos no interior do cabo coaxial tem a forma

$$\mathbf{E} = \frac{V}{\rho' \ln(b/a)} e^{-jkz'} \hat{\rho}', \tag{4.27}$$

$$\mathbf{H} = \frac{V}{Z_g \rho' \ln(b/a)} e^{-jkz'} \hat{\phi}', \tag{4.28}$$

e que a fronteira Γ_g é definida como sendo a seção transversal do cabo coaxial, a imposição de que os campos sobre Γ_g devem obedecer as equações (4.27) e

(4.28) novamente resultam na condição de contorno apresentada na equação (4.26), uma vez que (4.27) e (4.28) constituem casos específicos de (4.21) e (4.22).

Comparando a equação (4.26) com a forma generalizada das condições absorventes de primeira ordem, equação (3.46), pode-se observar que a condição imposta sobre os alimentadores se iguala às condições absorventes fazendo-se Z_g igual a Z_0 . Dessa maneira, as condições de contorno para uma antena operando como gerador ou receptor podem ser generalizadas em uma única condição absorvente.

Escrevendo o campo total na fronteira Γ_g como a combinação de um campo irradiado (Campo incidente) e um campo absorvido pelo guia (Campo espalhado) $\mathbf{E}^s = \mathbf{E} - \mathbf{E}^i$ e aplicando a condição (4.26) sobre o campo espalhado, pode-se encontrar a condição absorvente a ser implementada no FEM:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_g} \left\{ \hat{n} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g &= \int_{\Gamma_g} \left\{ \hat{n} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}^i) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g \\ &+ j \frac{\omega \mu_0}{Z_g} \int_{\Gamma_g} \mathbf{E} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g - j \frac{\omega \mu_0}{Z_g} \int_{\Gamma_g} \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g. \end{aligned} \quad (4.29)$$

O campo incidente proveniente da linha de transmissão deve obedecer as equações (4.21) e (4.22). Lembrando que para o campo incidente o sentido de propagação da onda é oposto ao sentido de propagação do campo espalhado, as parcelas referentes ao campo incidente da equação (4.29) podem ser agrupadas conforme

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_g} \left\{ \hat{n} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}^i) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g - j \frac{\omega \mu_0}{Z_g} \int_{\Gamma_g} \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g \\ = j 2 \frac{\omega \mu_0}{Z_g} \int_{\Gamma_g} \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Substituindo (4.30) em (4.29), obtém-se uma forma geral para representar os alimentadores dos tipos dipolo e sonda na modelagem de antenas utilizando o Método de Elementos Finitos tanto para antenas funcionando como fonte de campo, com antenas receptoras ou como ambos. O resultado dessa substituição é mostrada na equação

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_g} \left\{ \hat{n} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g &= j \frac{\omega \mu_0}{Z_g} \int_{\Gamma_g} \mathbf{E} \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g \\ &- j 2 \frac{\omega \mu_0}{Z_g} \int_{\Gamma_g} \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{w} d\Gamma_g. \end{aligned} \quad (4.31)$$

4.3 Conclusões

Nesse Capítulo foram apresentadas três diferentes formas de se inserir os efeitos dos alimentadores das antenas em um problema de irradiação modelado utilizando o Método de Elementos Finitos. Embora de fácil implementação, os modelos de fontes de corrente não representam corretamente a geometria do alimentador podendo não apresentar bons resultados para o cálculo da impedância de entrada da antena. Já os modelos de fonte de tensão proporcionam uma melhor representação da geometria do alimentador quando a antena atua como uma antena emissora. Para o caso de uma antena na presença de outros objetos, a modelagem do alimentador em termos de uma condição absorvente apresentada nesse trabalho mostra-se mais eficiente uma vez que o sistema matricial oriundo da discretização é o mesmo tanto para a antena irradiando ou recebendo energia. Essa vantagem se tornará mais clara no capítulo seguinte quando será abordado o acoplamento entre os problemas de espalhamento e irradiação descritos nos Capítulos 4 e 3

Capítulo 5

Acoplamento entre antena e veículo

Como se sabe, antenas são dispositivos criados para irradiar energia a longas distâncias na forma de ondas eletromagnéticas, por essa razão estes equipamentos são geralmente projetados e testados considerando-se apenas o comportamento do campo distante irradiado pela antena. Os parâmetros que caracterizam uma antena, tais como, diretividade, diagrama de radiação, razão frente-costas são todos analisados considerando que a antena está situada no espaço livre [Bal97]. Entretanto, nos ensaios de susceptibilidade eletromagnética, a antena, além de estar situada sobre um plano de terra, encontra-se próxima ao veículo. Como a antena é um elemento passivo, seu funcionamento pode ser modificado devido à presença dos objetos ao seu redor.

Nesse capítulo, são analisadas, diferentes técnicas para o acoplamento dos problemas de espalhamento e irradiação descritos nos capítulos anteriores. Primeiramente, são apresentadas as vantagens e desvantagens em se modelar todo o domínio envolvendo o objeto espalhador e a antena utilizando o Método de Elementos Finitos. Posteriormente, é apresentada uma simplificação do problema assumindo-se que o acoplamento entre os objetos é fraco. O uso do método híbrido FEM-BEM é analisado na Seção 5.3. Por fim, é desenvolvido na Seção 5.4 um procedimento iterativo que preserva as características originais dos métodos utilizados na solução de cada problema (de espalhamento ou irradiação) separadamente.

5.1 Modelo completo FEM-ABC

A solução do problema completo utilizando o método de elementos finitos é obtida de forma natural, bastando para isso, discretizar todo o domínio que envolva os objetos espalhador e irradiador. Dessa forma, o acoplamento entre eles e o plano de terra são levados em consideração na solução do problema. A principal desvantagem de se solucionar o problema completo é que grande parte do volume a ser discretizado é composto pelo ar entre a antena, o veículo e as fronteiras fictícias de radiação. Dependendo da distância entre o veículo e a antena e a frequência de operação, a memória requerida para armazenar e resolver o sistema matricial gerado pelo FEM pode inviabilizar a utilização do método. Além disso, variando-se a posição da antena ou do veículo, a região de discretização seria alterada fazendo-se necessária a geração de uma nova malha para representar o novo domínio e, conseqüentemente, um novo sistema matricial oriundo da nova discretização deverá ser resolvido.

5.2 Modelo desacoplado

Uma maneira de reduzir o domínio de discretização consiste em desconsiderar o acoplamento entre os objetos. Desta forma, os problemas de espalhamento e irradiação podem ser resolvidos separadamente. Primeiramente, resolve-se o problema de irradiação, determinado qual o campo irradiado pela antena e posteriormente, o efeito da antena é inserido no problema de espalhamento considerando-se que o campo incidente do problema de espalhamento é o campo irradiado pela antena. A Fig. 5.1 apresenta os dois problemas (irradiação e espalhamento) a serem resolvidos usando o método de elementos finitos.

Uma vez resolvido o problema de irradiação, o campo gerado pela antena pode ser obtido para qualquer região dentro do domínio discretizado através das funções de forma dos elementos de aresta. Entretanto, para se calcular o campo incidente na superfície de radiação do problema de espalhamento, é necessário encontrar o campo irradiado fora da região discretizada. O campo irradiado em regiões exteriores à fronteira de radiação pode ser obtido através do uso de fontes de corrente equivalentes [Wan38], de maneira que os campos em regiões externas ao domínio podem ser obtidos através das componentes

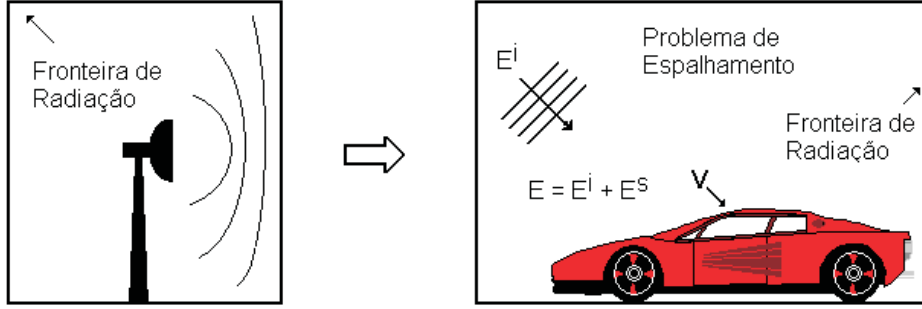


Figura 5.1: Solução do problema desacoplado.

tangenciais dos campos irradiados sobre a fronteira de radiação: (5.1)

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}(\mathbf{r}) = & \int_{\Gamma'} \{ [\hat{\mathbf{n}}' \times \mathbf{u}(\mathbf{r}')] \times \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\
 & - \frac{1}{k_0^2} \nabla' \cdot [\hat{\mathbf{n}}' \times (\nabla' \times \mathbf{u}(\mathbf{r}'))] \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\
 & + [\hat{\mathbf{n}}' \times (\nabla' \times \mathbf{u}(\mathbf{r}'))] G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \} d\Gamma,
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

onde $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ é a função de Green para o espaço livre definida por:

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk_0|\mathbf{R}|}}{4\pi|\mathbf{R}|}. \tag{5.2}$$

Na equação (5.2), \mathbf{R} é o vetor que liga o ponto de fonte ao ponto de observação dado por: $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$. Conseqüentemente, o gradiente da função de Green presente na equação (5.1) resulta em

$$\nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (1 + jk_0|\mathbf{R}|) \frac{e^{-jk_0|\mathbf{R}|}}{4\pi|\mathbf{R}|^2} \hat{\mathbf{R}}. \tag{5.3}$$

A equação integral (5.1) somente é válida se, tanto a antena como o objeto espalhador estiverem no espaço livre o que não acontece nos ensaios de susceptibilidade uma vez que existe um plano condutor revestindo o piso no interior da câmara semi-anecóica. Para a inclusão do plano condutor no modelo de fontes equivalentes, é preciso desenvolver a equação integral (5.1) utilizando a diádica de Green para o espaço limitado pelo semi-plano infinito. Entretanto, acredita-se que o desenvolvimento das equações integrais presentes

nesse capítulo, desconsiderando a existência do plano condutor, facilite a compreensão das vantagens e desvantagens dos métodos. Considerações sobre a inclusão do plano de terra serão apresentadas no desenvolvimento dos resultados.

5.3 Método híbrido FEM-BEM

Outra alternativa para se resolver o problema acoplado consiste em substituir a fronteira fictícia onde são aplicadas as condições absorventes, por uma fronteira mais próxima ou até mesmo situada somente sobre a antena e o objeto espalhador onde é aplicado um método integral. Como descrito na seção 2.3.2, as técnicas integrais incorporam de maneira natural a condição de radiação de Sommerfeld e reduzem em uma dimensão a complexidade do problema uma vez que somente as superfícies de separação entre os meios necessitam ser discretizadas. Em contra partida, os métodos integrais não lidam de forma simples com problemas compostos por diferentes materiais, principalmente quando esses materiais são não homogêneos ou anisotrópicos.

A utilização de técnicas híbridas FEM-BEM visam aproveitar as características de ambos os métodos, utilizando o método de elementos finitos para modelar objetos complexos compostos por vários materiais, como por exemplo o interior do veículo, e o método de equações integrais para modelar meios homogêneos como o espaço que envolve a antena e o veículo [Mat03], [Jin02] e [AJL91].

5.3.1 Equações integrais de fronteira

A construção de uma equação integral que represente o comportamento dos campos no espaço entre a antena e o veículo pode ser obtida a partir da diádica da função de Green do espaço limitado por um semi-plano condutor infinito. Entretanto, nesse trabalho será apresentada a formulação considerando-se que os objetos (antena e veículo) encontram-se no espaço livre uma vez que as características principais do método não se alteram significativamente.

Para construir a formulação integral, é necessário determinar a diádica de Green que satisfaz a condição de radiação de Sommerfeld e a equação de onda no espaço livre. Ou seja, deve-se encontrar a diádica \bar{G}_0 que satisfaça:

$$\nabla \times [\nabla \times \bar{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] - k_0^2 \bar{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \bar{I} \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad \forall \mathbf{r} \in \Omega_0; \quad (5.4)$$

onde δ é a função delta de Dirac, k é o número de onda e \bar{I} é o unitário da diádica definido por

$$\bar{I} = \hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z}. \quad (5.5)$$

A diádica que satisfaz a equação (5.4) é dada por [Tai93]:

$$\bar{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\bar{I} - \frac{1}{k^2} \nabla \nabla' \right) G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (5.6)$$

onde G_0 é a função escalar de Green definida na equação (5.2).

O processo de obtenção da forma integral utilizada no BEM é descrito em [Mat03] e segue os seguintes procedimentos: i) Multiplicação escalar da equação de onda generalizada (2.30) por \bar{G}_0 e da equação (5.4) por \mathbf{u} ; ii) integração sobre o espaço livre (Ω_0) da diferença das duas equações obtidas no ítem anterior; iii) aplicação da segunda identidade vetorial de Green:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [(\nabla \times \nabla \times \mathbf{a}) \cdot \bar{G} - \mathbf{a} \cdot (\nabla \times \nabla \times \bar{G})] d\Omega = \\ \int_{\Gamma} [(\hat{n} \times \mathbf{a}) \cdot (\nabla \times \bar{G}) + (\hat{n} \times \nabla \times \mathbf{a}) \cdot \bar{G}] d\Gamma, \end{aligned} \quad (5.7)$$

e das propriedades da função delta de Dirac

$$f(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = f(\mathbf{r}')\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (5.8)$$

$$\int_{\Omega} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\Omega = \begin{cases} 1 & \forall \mathbf{r} \in \Omega \\ 1/2 & \forall \mathbf{r} \in \Gamma \end{cases}, \quad (5.9)$$

onde Γ é uma fronteira suave. A aplicação de tais procedimentos resulta em:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{u}(\mathbf{r}) = & \mathbf{u}^i(\mathbf{r}) + \int_{\Gamma'} \{ [\hat{n}' \times \mathbf{u}(\mathbf{r}')] \times \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ & + [\hat{n}' \times (\nabla' \times \mathbf{u}(\mathbf{r}'))] G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ & - \frac{1}{k} \nabla' \cdot [\hat{n}' \times (\nabla' \times \mathbf{u}(\mathbf{r}'))] \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \} d\Gamma', \quad \forall \mathbf{r} \in \Gamma'. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Em (5.10), \mathbf{u}^i representa a contribuição das fontes de corrente impressas existentes no espaço livre. Considerando que essas fontes estão concentradas em uma sub-região do espaço livre denominada Ω_f a contribuição do campo incidente pode ser calculada por

$$\mathbf{u}^i(\mathbf{r}) = \int_{\Omega_f} \mathbf{f} \cdot \bar{G}_0 d\Omega_f. \quad (5.11)$$

Conforme apresentado no Capítulo 4, para a modelagem de ensaios de susceptibilidade eletromagnética, as fontes de campo estão localizadas apenas no alimentador da antena, não havendo fontes no interior de Ω_0 . Conseqüentemente, $\mathbf{u}^i = 0$. Entretanto, nesse trabalho, o termo \mathbf{u}^i será mantido para tornar as equações mais gerais.

Extraindo a componente tangencial da equação (5.10), pode-se obter as equações integrais para o campo elétrico (EFIE) e para o campo Magnético (MFIE) [Bal89] e [Wan38]. A equação integral para o campo elétrico pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\mathbf{K}(\mathbf{r}) &= -\hat{n} \times \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) + \hat{n} \times \int_{\Gamma'} \{\mathbf{K}(\mathbf{r}') \times \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ &\quad -jk_0 Z_0 \hat{n} \times [\mathbf{J}(\mathbf{r}') G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] \\ &\quad -j \frac{Z_0}{k_0} \hat{n} \times [\nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')]\} d\Gamma', \end{aligned} \quad (5.12)$$

e a equação integral para o campo magnético é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\mathbf{J}(\mathbf{r}) &= \hat{n} \times \mathbf{H}^i(\mathbf{r}) + \hat{n} \times \int_{\Gamma'} \{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ &\quad +j \frac{k_0}{Z_0} \hat{n} \times [\mathbf{K}(\mathbf{r}') G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] \\ &\quad +j \frac{1}{k_0 Z_0} \hat{n} \times [\nabla' \cdot \mathbf{K}(\mathbf{r}') \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')]\} d\Gamma', \end{aligned} \quad (5.13)$$

onde Z_0 é a impedância intrínseca do espaço livre e J e K representam, respectivamente, unidades de corrente elétrica e magnética equivalentes sobre a superfície Γ , expressas por

$$\mathbf{J} = \hat{n} \times \mathbf{H}, \quad (5.14)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{E} \times \hat{n}, \quad (5.15)$$

Uma vez construídas as equações integrais sobre a fronteira Γ , o método de elementos finitos pode ser acoplado ao método de equações integrais aplicando-se o método de Galerkin a uma das equações integrais descritas anteriormente de maneira similar à apresentada para o FEM.

Na formulação presente em [Mat03] utiliza-se a equação (5.12) acoplada ao método de elementos finitos, derivado a partir do campo elétrico, e a equação (5.13) para o método de elementos finitos aplicado ao campo magnético.

O método de Galerkin é aplicado ponderando a equação EFIE ou MFIE por uma função de peso \mathbf{w} arbitrária pertencente ao espaço de Sobolev \mathbf{F}^2 , no qual o operador divergente pode ser aplicado, definido por

$$\mathbf{F}^2(\text{div}; \Omega) = \{\mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega) : \nabla \cdot \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega)\}. \quad (5.16)$$

O resultado é integrado sobre a fronteira Γ resultando, para a formulação do campo elétrico, em:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} \frac{1}{2} \mathbf{K}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{w} d\Gamma &= - \int_{\Gamma} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{w} d\Gamma \\ &+ \int_{\Gamma} \{\hat{\mathbf{n}} \times \int_{\Gamma'} \mathbf{K}(\mathbf{r}') \times \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\Gamma'\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma \\ &+ \int_{\Gamma} \{\hat{\mathbf{n}} \times \int_{\Gamma'} \frac{Z_0}{k_0} \hat{\mathbf{n}} \times [\nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] d\Gamma'\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma \\ &- \int_{\Gamma} \{\hat{\mathbf{n}} \times \int_{\Gamma'} jkZ \hat{\mathbf{n}} \times [\mathbf{J}(\mathbf{r}') G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] d\Gamma'\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma. \end{aligned} \quad (5.17)$$

A discretização das funções \mathbf{w} , \mathbf{K} e \mathbf{J} é feita utilizando os elementos triangulares de aresta descritos na seção 3.6 e as funções de arestas divergentes conformes \mathbf{M}_i , obtidas das funções de aresta de Whitney \mathbf{N}_i através da relação:

$$\mathbf{M}_i = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{N}_i. \quad (5.18)$$

Utilizando a função \mathbf{M}_i para aproximar as funções de peso e as correntes superficiais obtém-se:

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{M}_i w_i, \quad (5.19)$$

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{M}_i h_i, \quad (5.20)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{M}_i e_i, \quad (5.21)$$

onde w_i é um coeficiente arbitrário e h_i e e_i são, respectivamente, a circulação do campo magnético e do campo elétrico sobre a i -ésima aresta.

A aplicação das equações (5.19), (5.20) e (5.21) na equação (5.17) origina o seguinte sistema matricial

$$[P]\{e\} + [Q]\{h\} = \{f\}. \quad (5.22)$$

As matrizes $[P]$ e $[Q]$ têm dimensões $m \times m$, onde m representa o número de arestas na superfície Γ e os coeficientes das matrizes são dados por:

$$p_{ij} = \int_{\Gamma} \frac{1}{2} \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{M}_j d\Gamma + \int_{\Gamma} \left\{ \hat{n} \times \int_{\Gamma'} \mathbf{M}_i \times \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\Gamma' \right\} \cdot \mathbf{M}_j d\Gamma, \quad (5.23)$$

$$q_{ij} = - \int_{\Gamma} \left\{ \hat{n} \times \int_{\Gamma'} j k_0 Z_0 \hat{n} \times \mathbf{M}_i G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\Gamma' \right\} \cdot \mathbf{M}_j d\Gamma + \int_{\Gamma} \left\{ \hat{n} \times \int_{\Gamma'} \frac{Z_0}{k_0} \hat{n} \times \nabla' \cdot \mathbf{M}_i \nabla' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\Gamma' \right\} \cdot \mathbf{M}_j d\Gamma, \quad (5.24)$$

$$f_i = \int_{\Gamma} (\hat{n} \times \mathbf{E}^i) \cdot \mathbf{M}_i d\Gamma. \quad (5.25)$$

Seguindo-se o mesmo procedimento, pode-se obter um sistema matricial a partir da MFIE. Os resultado para a equação do campo magnético podem ser obtidos em [Mat03].

Acoplamento FEM-BEM

Os sistemas matriciais oriundos da formulação BEM modelam o comportamento do campo no espaço livre entre a antena e o veículo gerando um sistema matricial cujo número de equações é menor que o número de incógnitas. Para completar o sistema matricial, utiliza-se o FEM no interior do veículo e da antena como já demonstrado na equação (4.1). Reescrevendo (4.1) para o campo elétrico:

$$\int_{\Omega} \left\{ \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \cdot (\nabla \times \mathbf{w}) - k^2 \epsilon_c \mathbf{E} \cdot \mathbf{w} \right\} d\Omega - \int_{\Gamma} \left\{ \hat{n} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma = \int_{\Omega} \{ \mathbf{f} \cdot \mathbf{w} \} d\Omega. \quad (5.26)$$

Aplicando a lei de Faraday pontual na integral sobre a fronteira Γ

$$- \int_{\Gamma} \left\{ \hat{n} \times \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \right\} \cdot \mathbf{w} d\Gamma = \int_{\Gamma} \{ \hat{n} \times j\omega\mu_0 \mathbf{H} \} \cdot \mathbf{w} d\Gamma. \quad (5.27)$$

Utilizando as funções de forma \mathbf{N}_i para aproximar os campos \mathbf{E} e \mathbf{H} pode-se reescrever a equação (5.26), na forma matricial

$$[K]\{e\} + [S]\{h\} = \{f\} \quad (5.28)$$

onde os elementos de $[K]$ e $\{f\}$ são os mesmos apresentados em (4.10) e (4.12) e a matriz $[S]$ é dada por:

$$s_{ij} = j\omega\mu_0 \int_{\Gamma} \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{N}_j d\Gamma. \quad (5.29)$$

Graças às condições de interface dos campos na superfície Γ , as incógnitas sobre e e h para as arestas sobre Γ são as mesmas tanto para o FEM (aplicado dentro do domínio) quanto para o BEM (aplicado no espaço que envolve o domínio). Portanto, os dois métodos podem ser acoplados dando origem ao método híbrido FEM-BEM como mostrado a seguir:

$$\begin{bmatrix} [K] & [S] \\ [P'] & [Q] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e \\ h \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ f^i \end{Bmatrix}. \quad (5.30)$$

A dimensão do sistema matricial resultante é $(n + m) \times (n + m)$, onde n é o número total de arestas e m é o número de arestas sobre a superfície Γ . As matrizes de contribuição do método de elementos finitos ($[K]$ e $[S]$) são matrizes esparsas de ordem $(n \times n)$ e $(n \times m)$ respectivamente. A matriz $[Q]$, oriunda do método de equações integrais, é cheia. Já a matriz $[P']$ é uma matriz esparsa assimétrica de dimensões $(m \times n)$ e pode ser obtida a partir da matriz P descrita na formulação apresentada para o método de equações integrais como:

$$[P']\{e\} = \begin{bmatrix} 0 & P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e^{\Omega} \\ e^{\Gamma} \end{Bmatrix}, \quad (5.31)$$

onde o índice Ω refere-se às incógnitas no interior do domínio enquanto o índice Γ refere-se às arestas sobre a fronteira.

A matriz Q é uma matrix cheia de dimensão $(m \times m)$ e é obtida através da equação (5.24).

A vantagem da utilização do método híbrido quando comparado ao uso das condições absorventes consiste no fato de que a fronteira que limita o domínio do método de elementos finitos pode ser reduzida podendo ser até mesmo não conexa, subdividindo a fronteira em duas, uma envolvendo o

veículo e outra envolvendo a antena. Com isso, a memória necessária para o armazenamento do sistema matricial é reduzida significativamente. Em contra partida, o método FEM-BEM apresenta um sistema matricial assimétrico parcialmente cheio onde o custo de construção das matrizes provenientes do BEM é de ordem $O(n_e^2)$ onde, n_e é o número de elementos superficiais em Γ . Outra desvantagem do método FEM-BEM é o aparecimento das funções de Green na formulação. Se por um lado estas funções incorporam a condição de radiação de maneira natural, por outro, as funções de Green apresentam singularidades quando o ponto de observação \mathbf{r} se aproxima de \mathbf{r}' fazendo com que o sistema matricial resultante seja mal condicionado e de difícil solução. Outro problema apresentado pelo método híbrido é a possibilidade de ressonâncias em determinadas faixas de frequências, onde a formulação apresentada anteriormente pode não funcionar adequadamente e os resultados obtidos podem não representar o real comportamento físico do problema. a tais soluções, dá-se o nome de modos espúrios [Jin02].

5.4 Acoplamento iterativo

A divisão de um domínio em sub-regiões com a finalidade de construir um algoritmo eficiente reduzindo o custo computacional dos métodos diferenciais foi primeiramente proposta por Després para solução de domínios conexos [Des92]. Posteriormente, seu trabalho foi estendido para problemas envolvendo regiões abertas [KFL95], [PB00].

Quando o domínio é composto por diferentes regiões onde as características de cada região sugerem a utilização de um método numérico específico para a solução, o método iterativo pode ser usado para possibilitar a hibridização preservando as características de cada método. Nesse contexto, diferentes métodos iterativos surgiram para promover o acoplamento de técnicas numéricas distintas em diferentes aplicações [BL05],[RAO06]. Apesar dos referidos trabalhos serem baseados em métodos diferentes e aplicados em diferentes problemas, a essência dos métodos iterativos resultantes manteve-se a mesma. Em [CV06], Carr e Volakis estendem um método iterativo gerado pela aplicação do Método dos Momentos na solução do problema de espalhamento de múltiplas regiões em uma forma generalizada e independente do tipo de método utilizado na solução de cada domínio. Essa possibilidade de generalização é justificada no trabalho de Carr e Volakis fazendo-se analogia com a teoria de linhas de transmissão. Entretanto, uma prova formal dessa

generalização não é apresentada.

Nesse trabalho, o método iterativo IMR ¹ apresentado em [MASE06] e [CV06] é generalizado para incorporar a região da fonte de campo. Diferente dos artigos citados anteriormente, a técnica IMR apresentada aqui é desenvolvida diretamente a partir do sistema de equações apresentado em (5.32)-(5.34). Essa nova abordagem permite mostrar a independência do procedimento iterativo com o método numérico utilizado na solução de cada sub-região. Como consequência, uma prova formal da generalização do método bem como uma análise de sua convergência e precisão são apresentadas, sendo essas as principais contribuições desse trabalho.

A seguir, o problema de acoplamento entre a antena e o veículo é escrito de forma geral em função da equação de onda não-homogênea para o campo elétrico. Posteriormente, o IMR é aplicado diretamente sobre o sistema de equações resultante assumindo-se que a solução analítica de cada sub-região é conhecida, possibilitando uma prova de convergência do método. Uma vez validado o funcionamento do método para a solução analítica do problema em cada iteração, os efeitos da utilização de métodos numéricos reais são inseridos possibilitando uma análise da precisão do procedimento iterativo. A solução para o campo magnético pode ser obtida de maneira análoga utilizando a dualidade entre os campos elétrico e magnético.

5.4.1 Geometria do problema

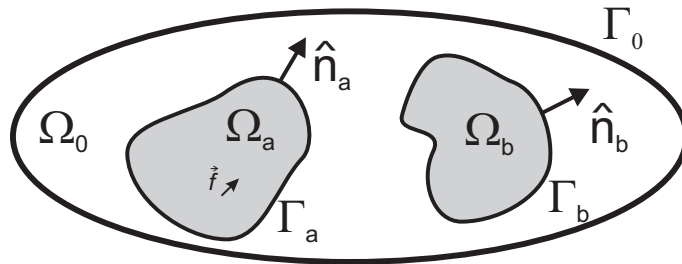


Figura 5.2: Geometria do problema.

Considere o problema apresentado na Fig. 5.2, onde Ω_a é a região que contém a fonte de campo, Ω_b representa o objeto espalhador e Ω_0 é a região

¹Sigla oriunda do inglês: Iterative Multi-region Technique

aberta preenchida pelo espaço livre. Para esse problema, o campo eletromagnético presente em qualquer região do domínio $\Omega = \Omega_a \cup \Omega_b \cup \Omega_0$ deve satisfazer as seguintes equações:

$$\nabla \times [\mu_r^{-1} (\nabla \times \mathbf{E})] - k^2 \epsilon_c \mathbf{E} = \mathbf{f}; \quad \forall \mathbf{r} \in \Omega; \quad (5.32)$$

$$\Delta \{ \hat{n}_i \times [\mu_r^{-1} (\nabla \times \mathbf{E})] \} = 0; \quad \forall \mathbf{r} \in \Gamma_i \quad i = a, b; \quad (5.33)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r [\nabla \times \mathbf{E} + j k_0 \hat{r} \times \mathbf{E}] = 0. \quad (5.34)$$

A equação (5.32) representa a equação de onda não-homogênea onde $\epsilon_c = \epsilon_r - j(\sigma/\omega\epsilon_0)$. O termo referente à fonte \mathbf{f} é diferente de zero apenas na região Ω_a onde é definido pelas fontes de corrente elétrica e magnética impressas

$$\mathbf{f} = -\nabla \times (\mu_r^{-1} \mathbf{K}_i) - j\omega\mu_0 \mathbf{J}_i \quad (5.35)$$

A equação (5.33) representa a continuidade do componente tangencial de \mathbf{E} sobre as interfaces dos meios e (5.34) é a condição de radiação de Sommerfeld [Jin02].

5.4.2 O método IMR

Descrição do método

A aplicação da técnica IMR no problema descrito na Fig. 5.2 se baseia nos seguintes passos:

i) Solução do problema não homogêneo em Ω_a

Considerando apenas o domínio limitado por Γ_a , pode-se escolher o método numérico mais apropriado para a solução do sub-sistema de equações (5.32)-(5.34). Esse procedimento requer apenas a discretização do domínio em Ω_a , quando se utiliza técnicas diferenciais, ou simplesmente de Γ_a quando técnicas integrais são utilizadas (apenas se o meio for homogêneo e isotrópico). Em alguns casos, a fronteira Γ_a pode ser estendida sobre a região Ω_0 para melhor incorporação da condição de radiação, como por exemplo, na utilização do FEM-ABC.

Obviamente, o campo elétrico \mathbf{E}_a obtido não é a solução desejada do problema uma vez que as condições sobre Ω_b foram ignoradas na obtenção de \mathbf{E}_a . Utilizando o princípio de equivalência [Wan38], o campo \mathbf{E}_a pode ser extrapolado para região Ω_b e uma medida de erro do campo \mathbf{E}_a no subdomínio Ω_b pode ser expressa por

$$\begin{aligned} \epsilon_b(\mathbf{E}_a) &= \int_{\Omega_b} |\nabla \times [\mu_r^{-1}(\nabla \times \mathbf{E}_a)] - k^2 \epsilon_c \mathbf{E}_a|^2 d\Omega_b \\ &+ \int_{\Gamma_b} |\Delta \{ \nabla \times [\mu_r^{-1}(\nabla \times \mathbf{E}_a)] \}|^2 d\Gamma_b. \end{aligned} \quad (5.36)$$

ii) Solução do problema de espalhamento em Ω_b

Utilizando o campo irradiado da região Ω_a como campo incidente, o problema de espalhamento na região Ω_b pode ser resolvido desconsiderando-se a presença da região Ω_a e conseqüentemente, um método numérico favorável para a solução de (5.32)-(5.34) em Ω_b ou sobre a fronteira Γ_b (para métodos integrais) pode ser utilizado. Resolvendo o problema na região Ω_b , o campo total resultante passa a ser

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_a + \mathbf{E}_b, \quad (5.37)$$

onde \mathbf{E}_b é o campo espalhado produzido pela região Ω_b na presença do campo incidente \mathbf{E}_a . Como o campo total apresentado em (5.37) é a solução do sistema de equações (5.32)-(5.34) em Ω_b , a superposição dos campos \mathbf{E}_a e \mathbf{E}_b minimiza a função de erro apresentada na equação (5.36). Entretanto, a adição do campo espalhado \mathbf{E}_b , segundo (5.37), não considera (5.32) e (5.33) na região Ω_a e uma medida de erro similar à apresentada em (5.36) pode ser obtida por meio de:

$$\begin{aligned} \epsilon_a(\mathbf{E}_b) &= \int_{\Omega_a} |\nabla \times [\mu_r^{-1}(\nabla \times \mathbf{E}_b)] - k^2 \epsilon_c \mathbf{E}_b|^2 d\Omega_a \\ &+ \int_{\Gamma_a} |\Delta \{ \nabla \times [\mu_r^{-1}(\nabla \times \mathbf{E}_b)] \}|^2 d\Gamma_a. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Nota-se que a primeira integral em (5.38) representa o erro associado com a solução da equação homogênea, uma vez que, a parte não homogênea de (5.32) foi considerada em \mathbf{E}_a . Se \mathbf{E}_a satisfaz a equação de onda homogênea, o campo total em (5.37) satisfará (5.32).

iii) Procedimento iterativo

Os demais passos do método iterativo consistem em repetir o segundo passo alternando as regiões Ω_a e Ω_b . Em cada iteração, uma das funções de erro (5.36) ou (5.38) é minimizada enquanto uma parcela de erro é introduzida na outra. A Tabela 5.1 apresenta a evolução do IMR e as medidas

de erro (5.36) e (5.38) para as cinco primeiras iterações considerando que, em cada iteração, a solução exata para cada sub-problema é obtida. Nessa Tabela, \mathbf{E}^n corresponde ao campo total na iteração N e \mathbf{E}_a^1 é a solução da equação de onda não-homogênea em Ω_a .

Tabela 5.1: Evolução do Método Iterativo para o Caso Ideal

N	\mathbf{E}^n	$\epsilon_a(\mathbf{E}^n - \mathbf{E}_a^1)$	$\epsilon_b(\mathbf{E}^n)$
1	\mathbf{E}_a^1	-	$\epsilon_b(\mathbf{E}_a^1)$
2	$\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2$	$\epsilon_a(\mathbf{E}_b^2)$	$\epsilon_b(\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2) = 0$
3	$\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3$	$\epsilon_a(\mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3) = 0$	$\epsilon_b(\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3) = \epsilon_b(\mathbf{E}_a^3)$
4	$\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \mathbf{E}_b^4$	$\epsilon_a(\mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \mathbf{E}_b^4) = \epsilon_a(\mathbf{E}_b^4)$	$\epsilon_b(\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \mathbf{E}_b^4) = 0$
5	$\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \mathbf{E}_b^4 + \mathbf{E}_a^5$	$\epsilon_a(\mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \mathbf{E}_b^4 + \mathbf{E}_a^5) = 0$	$\epsilon_b(\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \mathbf{E}_b^4 + \mathbf{E}_a^5) = \epsilon_b(\mathbf{E}_a^5)$

5.4.3 Convergência

Para provar a convergência do procedimento iterativo desenvolvido nesse trabalho, é necessário mostrar que \mathbf{E}^n satisfaz (5.32)-(5.34) simultaneamente para todo o domínio Ω . Como a condição de radiação é imposta em cada iteração e o campo na região Ω_0 é obtido através do princípio de equivalência, o campo total obtido em cada iteração irá satisfazer (5.34) e a parte de (5.32) associada com Ω_0 .

Sendo a equação de onda não homogênea em Ω_a satisfeita na primeira iteração, o campo \mathbf{E}^n será solução do problema quando $\epsilon_a(\mathbf{E}^n - \mathbf{E}_a^1) = \epsilon_b(\mathbf{E}^n) = 0$. É possível garantir que essa condição acontecerá porque, exceto na primeira iteração, o campo espalhado calculado em cada iteração é produzido por um campo incidente calculado na iteração anterior. Como apenas uma porção da energia irradiada por um sub-domínio ilumina o outro, a energia associada ao proximo campo irradiado será menor que a anterior, conforme ilustrado na Fig. 5.3.

Conseqüentemente, o campo espalhado em uma determinada iteração proporcionará uma contribuição menor para o campo total e o procedimento iterativo terá uma convergência monotônica para a solução desejada. A taxa de convergência do método será então diretamente proporcional à quantidade

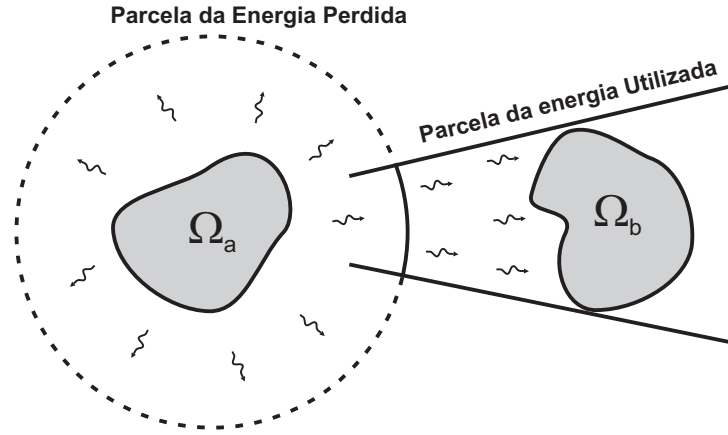


Figura 5.3: Campo irradiado de Ω_a .

de energia que é entregue de um sub-domínio ao outro. Como resultado, uma estimativa da convergência pode ser obtida pela análise da seção transversal de radar de cada região separadamente.

5.4.4 Análise do erro

Considere que, em cada iteração, um método numérico é utilizado e $\delta\mathbf{E}^n$ denomina a diferença entre a solução exata e a solução obtida pelo método numérico na n -ésima iteração. Adotando essa notação, é possível reescrever as cinco primeiras iterações do IMR apresentadas na Tabela 5.1, conforme mostrado na Tabela 5.2, na qual, vê-se que a solução da equação de onda não-homogênea da primeira iteração não é exata e uma medida de erro, em Ω_a , pode ser obtida utilizando-se (5.38). Como no caso ideal, a avaliação do campo obtido na região Ω_a não satisfaz (5.32) e (5.33). A imposição do campo irradiado de Ω_a como campo incidente do problema de espalhamento em Ω_b resulta em um campo espalhado que pode ser descrito como $\mathbf{E}^s = \mathbf{E}_b^2 + \delta\mathbf{E}_b^2$, onde \mathbf{E}_b^2 é a solução exata do sub-problema e $\delta\mathbf{E}_b^2$ é o erro oriundo da aproximação numérica. Conseqüentemente,

$$\epsilon_b (\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2) = 0 \quad (5.39)$$

e o erro na região Ω_b na segunda iteração é obtido somente por $\delta\mathbf{E}_b^2$.

Analisando a evolução do método apresentada na Tabela 5.2, pode-se observar que, em cada iteração, o erro devido à aproximação numérica é

Tabela 5.2: Evolução do Método Iterativo para Casos Reais

N	\mathbf{E}^n	$\epsilon_a(\mathbf{E}^n - \mathbf{E}_a^1)$	$\epsilon_b(\mathbf{E}^n)$
1	$\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_a^1$	$\epsilon_a(\delta\mathbf{E}_a^1)$	$\epsilon_b(\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_a^1)$
2	$\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \delta\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_b^2$	$\epsilon_a(\delta\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \delta\mathbf{E}_b^2)$	$\epsilon_b(\delta\mathbf{E}_b^2)$
3	$\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \delta\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_b^2 + \delta\mathbf{E}_a^3$	$\epsilon_a(\delta\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_a^3)$	$\epsilon_b(\delta\mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \delta\mathbf{E}_a^3)$
4	$\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \mathbf{E}_b^4 + \delta\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_b^2 + \delta\mathbf{E}_a^3 + \delta\mathbf{E}_b^4$	$\epsilon_a(\delta\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_a^3 + \mathbf{E}_b^4 + \delta\mathbf{E}_b^4)$	$\epsilon_b(\delta\mathbf{E}_b^2 + \delta\mathbf{E}_b^4)$
5	$\mathbf{E}_a^1 + \mathbf{E}_b^2 + \mathbf{E}_a^3 + \mathbf{E}_b^4 + \mathbf{E}_a^5 + \delta\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_b^2 + \delta\mathbf{E}_a^3 + \delta\mathbf{E}_b^4 + \delta\mathbf{E}_a^5$	$\epsilon_a(\delta\mathbf{E}_a^1 + \delta\mathbf{E}_a^3 + \delta\mathbf{E}_a^5)$	$\epsilon_b(\delta\mathbf{E}_b^2 + \delta\mathbf{E}_b^4 + \mathbf{E}_a^5 + \delta\mathbf{E}_a^5)$

acumulado e o erro global após a n-ésima iteração pode ser estimado como

$$\epsilon = \epsilon_a(\mathbf{E}^n) + \epsilon_b(\mathbf{E}^n), \quad (5.40)$$

onde

$$\epsilon_a(\mathbf{E}^n) = \epsilon_a \left(\sum_{i=1}^{i \leq n} \delta\mathbf{E}_a^{2i-1} \right), \quad (5.41)$$

$$\epsilon_b(\mathbf{E}^n) = \epsilon_b \left(\sum_{i=1}^{i \leq n} \delta\mathbf{E}_b^{2i-1} \right). \quad (5.42)$$

As equações (5.41) e (5.42) são obtidas assumindo-se que na n-ésima iteração, o campo espalhado produzido é pequeno o suficiente para ser ignorado podendo-se assumir que a convergência foi alcançada. Como apresentado anteriormente, a energia associada com o campo espalhado em cada iteração é menor do que a da iteração anterior, fazendo com que o acréscimo no campo espalhado tenda a zero à medida que o número de iterações aumenta. Da mesma maneira, o erro associado ao campo espalhado em cada iteração segue a mesma tendência fazendo com que o erro global seja limitado por um valor máximo.

Utilizando uma analogia com a teoria de linhas de transmissão, pode-se obter a diferença acumulada entre a solução numérica e a exata em cada região. Para a região Ω_b :

$$\delta\mathbf{E}_b = \sum_{i=1}^{1 \leq n} \delta\mathbf{E}_b^{2i} = \delta\mathbf{E} + \Gamma\delta\mathbf{E} + \Gamma^2\delta\mathbf{E} + \dots + \Gamma^{n/2}\delta\mathbf{E} \quad (5.43)$$

onde $\delta\mathbf{E}$ é a estimativa de erro do método numérico utilizado para resolver o problema de espalhamento em Ω_b , e Γ é o coeficiente de reflexão associado com a energia refletida da região Ω_a . Como $|\Gamma| < 1$, devido à energia perdida no espaço livre, a série presente em (5.43) pode ser calculada através de uma série geométrica resultando em

$$\delta\mathbf{E}_b \cong \frac{1}{1 - \Gamma} \delta\mathbf{E}. \quad (5.44)$$

A Equação (5.44) demonstra que quando o acoplamento entre as regiões aumenta, não só o número de iterações necessárias para solucionar o problema aumenta como também o erro global obtido pela aproximação numérica. Entretanto, a diminuição da precisão do algoritmo pode ser compensada pela diminuição do domínio, possibilitando o uso de uma melhor discretização.

Embora o método iterativo tenha sido apresentado utilizando-se duas regiões, a prova de convergência e a estimativa de erro obtidas continuam válidas para múltiplas regiões. A sua extensão para múltiplas regiões pode ser obtida de maneira direta resolvendo-se na primeira iteração os problemas de irradiação das regiões onde estão localizadas as fontes e a partir dos campos irradiados resultantes segue-se o procedimento apresentado em [MASE06].

A aplicação do procedimento proposto para a modelagem do acoplamento entre antena e o veículo possui a vantagem de reduzir o domínio do problema sem que as características dos problemas de espalhamento e irradiação descritos anteriormente sejam alteradas. Com isso, para um determinado ensaio as matrizes geradas para representar a antena e o veículo permanecem as mesmas, mesmo quando a posição dos objetos é variada pois o acoplamento iterativo modifica apenas o vetor fonte de cada iteração. Outra vantagem do método consiste na relação entre a convergência e a "diretividade" das regiões. Como os veículo geralmente não são projetados para funcionarem como bons ou maus espalhadores, espera-se que o veículo espalhe o campo irradiado pela antena em todas as direções fazendo com que a parcela de energia que retorna à antena seja pequena resultando em uma convergência rápida.

5.5 Conclusões

Nesse capítulo, a modelagem do acoplamento entre o problema de espalhamento, descrito no Capítulo 3, e o problema de irradiação, descrito

no Capítulo 4, foi apresentada de três diferentes maneiras: i) discretizando-se todo o domínio envolvendo a antena e o espalhador, ii) através da utilização do método híbrido FEM-BEM e iii) utilizando um procedimento iterativo. Tendo em vista as características apresentadas de cada método, conclui-se que o acoplamento iterativo representa a maneira mais eficiente, dentre as avaliadas, pois além de reduzir o domínio de discretização como no método híbrido FEM-BEM sem a inserção de singularidades, ele independe do método de solução utilizado em cada subdomínio, não influenciando nas características dos métodos numéricos utilizados.

No capítulo a seguir, são apresentados, primeiramente, os resultados obtidos na solução de problemas de espalhamento e irradiação tratados de maneira isolada e, posteriormente, resultados considerando-se o acoplamento entre os problemas utilizando o IMR.

Capítulo 6

Resultados

Este capítulo tem como objetivo validar as formulações apresentadas nos capítulos anteriores para a modelagem de ensaios de susceptibilidade eletromagnética. Primeiramente, serão apresentados resultados para os problemas de espalhamento e irradiação considerados separadamente. Posteriormente, problemas acoplados são modelados utilizando o método iterativo proposto.

Para a validação dos métodos, foram utilizados objetos de geometria simples que possibilitaram a comparação dos resultados com a solução analítica do problema, sendo a complexidade dos modelos incrementada gradativamente para melhor representar o ensaio de susceptibilidade.

Para a realização das simulações, foram desenvolvidos programas em C++ orientado a objetos para construção e solução dos sistemas matriciais oriundos do FEM. As manipulações matriciais presentes nos programas foram desenvolvidas utilizando a biblioteca de manipulação de matrizes MTL [LSL98b]. Para a solução dos sistemas matriciais, foi utilizada a biblioteca de métodos iterativos (ITM) [LSL98a] e a construção e discretização dos domínios foi realizada utilizando o programa de geração de malhas automáticas Netgen [Sch03]. Todos esses programas são de domínio público podendo ser obtidos gratuitamente pela Internet. Como produto final, obteve-se um programa baseado FEM capaz de resolver problemas eletromagnéticos cujo domínio seja discretizado pelo Netgen que incorpora as condições de Engquist-Majda e Baliss-Turkel de primeira e segunda ordem; os modelos de fontes de alimentação descritos no Capítulo 4 e o método iterativo descrito no Capítulo 5. Além disso, uma versão de um software baseado no FEM-BEM foi implementada em C++. Entretanto, para seu correto funcionamento, é necessário ainda a implementação de rotinas para tratamento

de singularidades.

6.1 Problemas de espalhamento

6.1.1 Esfera condutora perfeita

O primeiro problema solucionado foi o de uma esfera condutora perfeita, de raio igual a $\lambda/3$, situada no espaço livre, e iluminada por uma onda plana viajando na direção de \hat{z} com campo magnético unitário na direção de \hat{y} , oscilando a uma frequência de 1 GHz.

O domínio do problema, originalmente aberto, foi limitado por uma fronteira cúbica de aresta igual a 2λ , com o centro coincidindo com o centro da esfera. Sobre a superfície da fronteira cúbica foi imposta a condição de contorno absorvente de primeira ordem, conforme ilustrado na Fig. 6.1.

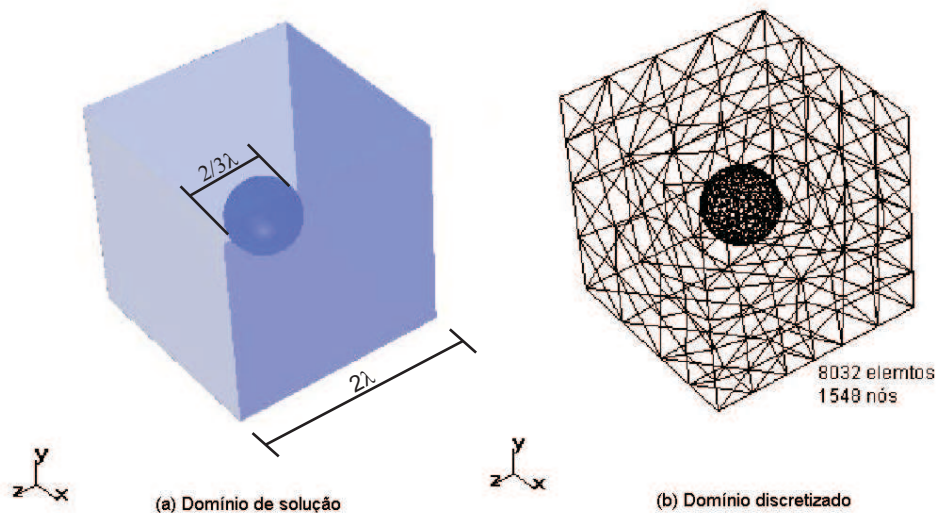


Figura 6.1: Construção e discretização do domínio.

Resolvendo o sistema matricial resultante da discretização do problema utilizando-se a formulação descrita no Capítulo 3 para o campo magnético, pode-se encontrar a corrente na superfície da esfera.

A Fig. 6.2 apresenta o módulo da densidade linear de corrente elétrica sobre a linha equatorial da esfera (plano xy). O resultado apresentado foi

obtido utilizando uma malha com 53910 tetraedros.

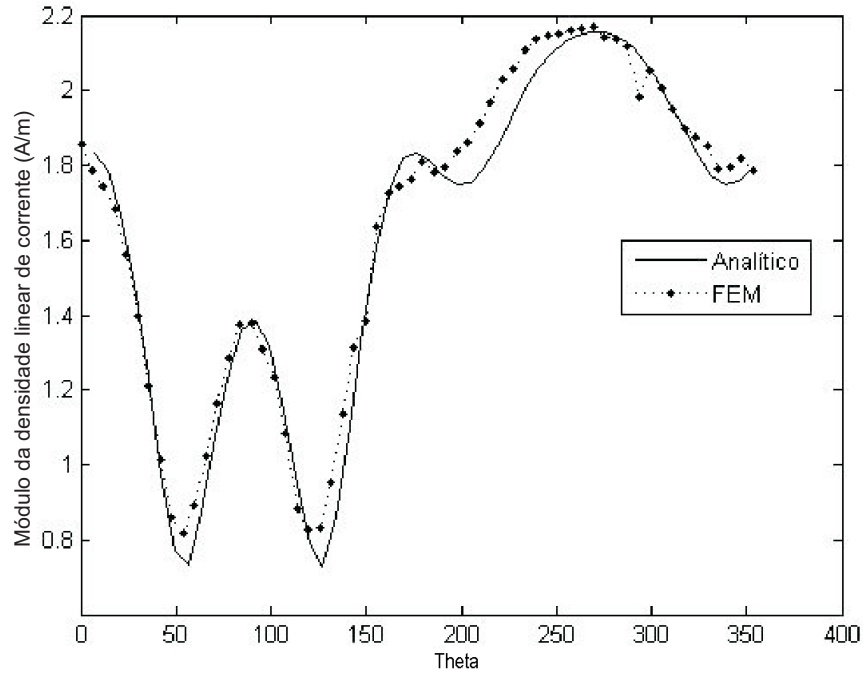


Figura 6.2: Módulo da corrente sobre a superfície da esfera.

Para avaliar quantitativamente os resultados, é apresentado na Fig. 6.3 o erro relativo definido por:

$$\varepsilon = \frac{|\mathbf{H}_a - \mathbf{H}_c|}{|\mathbf{H}_a|} \quad (6.1)$$

onde \mathbf{H}_a representa o valor analítico e \mathbf{H}_c representa o valor calculado.

O resultado da Fig. 6.3 demonstra a boa concordância do método com o resultado analítico com um erro percentual médio de 4,38% obtido por:

$$\varepsilon_{médio} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} \varepsilon_i \quad (6.2)$$

onde N é o número de pontos calculados.

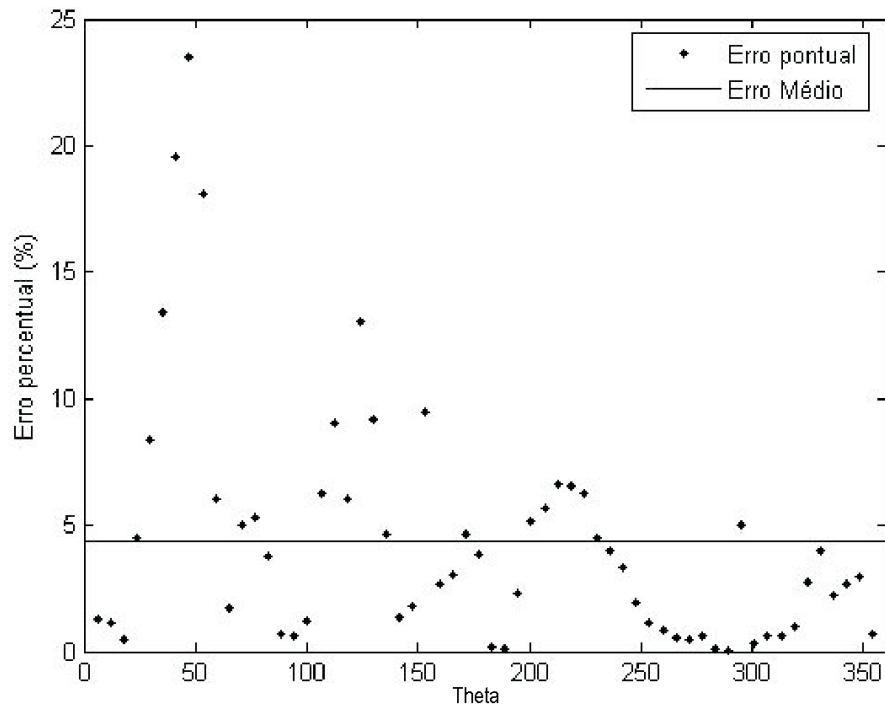


Figura 6.3: Comparação com o resultado analítico.

Vale ressaltar que os valores máximos de erro obtidos encontram-se nos pontos de mínimo da curva apresentada na Fig. 6.2. Como nessas regiões o campo magnético aproxima-se de zero, valores elevados do erro calculado pela equação 6.1 nessas regiões significam exatamente imprecisão dos resultados.

A solução do problema utilizando o método de elementos finitos permite encontrar os campos eletromagnéticos em qualquer região do domínio. Entretanto, em alguns casos deseja-se descobrir o comportamento dos campos em regiões externas ao domínio, como proposto no método iterativo descrito na seção 5.4. Para se encontrar os campos eletromagnéticos em regiões externas à fronteira de radiação, utiliza-se o método de fontes de corrente equivalentes descrito na equação (5.1).

Utilizando-se a equação (5.1), pode-se obter, como exemplo, o campo magnético espalhado sobre uma circunferência de raio igual a $3,3\lambda$ sobre o plano yz calculado a partir do campo sobre a superfície da esfera. O resultado obtido encontra-se na Fig. 6.4.

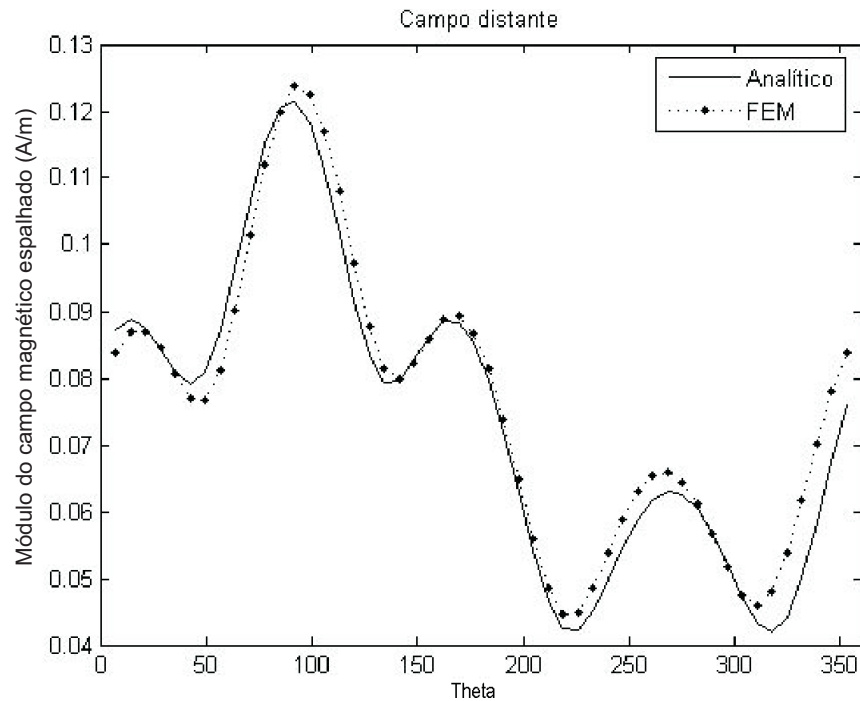


Figura 6.4: Campo magnético espalhado.

O resultado para o campo no exterior da fronteira de radiação apresenta boa concordância com o resultado analítico, indicando a viabilidade de se tratar os problemas de radiação e espalhamento separadamente, quando a distância de separação entre a antena e o veículo forem suficientemente grande para que o acoplamento entre o irradiador e o espalhador possa ser desconsiderado.

6.1.2 Esfera dielétrica

O problema de espalhamento de uma esfera dielétrica apresentado nessa seção é obtido a partir do problema anterior, substituindo-se a esfera condutora por uma esfera dielétrica, de permissividade elétrica igual a $2,5 \epsilon_0$, e permeabilidade magnética igual a μ_0 . Para a solução deste problema, é necessário gerar elementos também no interior da esfera, o que não ocorre com a esfera condutora pois os campos no seu interior são nulos.

A Fig. 6.5 a seguir apresenta o módulo do campo magnético calculado sobre uma circunferência no plano yz de raio igual a 1λ . Para a solução deste problema, utilizou-se uma malha composta por 59937 tetraedros.

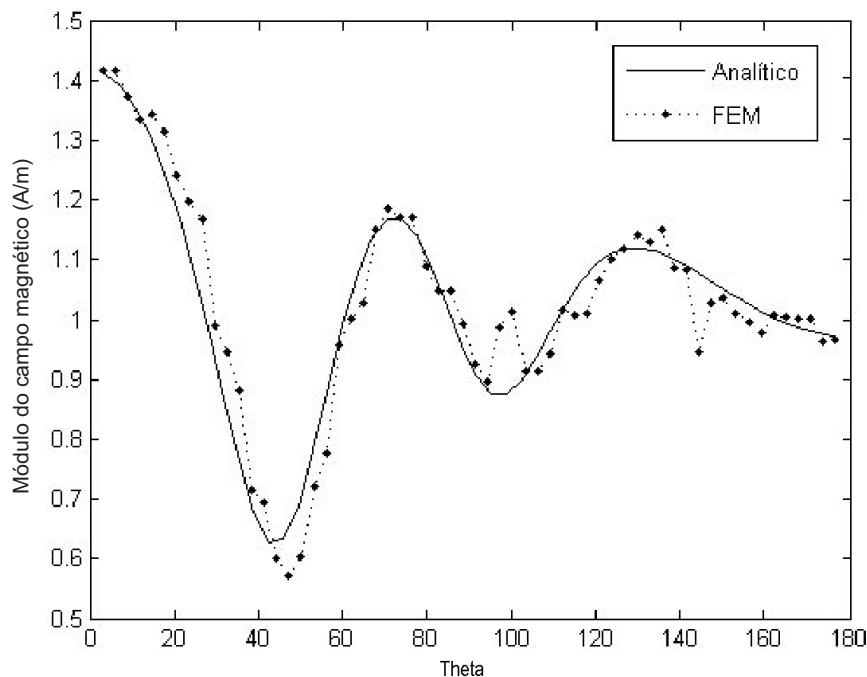


Figura 6.5: Espalhamento por uma esfera dielétrica.

Observa-se que o resultado calculado constitui uma boa aproximação para o resultado analítico embora apresente uma maior oscilação do que o resultado apresentado para a esfera condutora. Essa característica pode ser explicada analisando à região onde o campo magnético foi obtido. Conforme ilustrado na Fig. 6.1 para uma malha de densidade reduzida, a região próxima à superfície da esfera apresenta uma melhor discretização do que região próxima à superfície cúbica. Como os resultados para a esfera dielétrica foram obtido sobre uma circunferência de raio igual a 1λ (pontos bem próximos da superfície cúbica), é esperada uma maior oscilação nessa região, devido à menor discretização do domínio.

6.1.3 Espalhamento na presença de um plano condutor perfeito

Para a simulação de ensaios de compatibilidade eletromagnética é preciso levar em consideração a influência do plano condutor uma vez que o veículo em teste é colocado sobre uma superfície metálica. Como exemplo, foi solucionado o problema de uma esfera condutora perfeita de raio igual a $\lambda/3$ localizada a uma altura de $\frac{2}{3}\lambda$, medida a partir do plano de terra até o centro da esfera. A onda incidente utilizada foi uma onda plana uniforme viajando na direção $-\hat{z}$ com um campo magnético unitário na direção de \hat{x} e uma frequência de 1GHz, conforme ilustrado na Fig. 6.6.

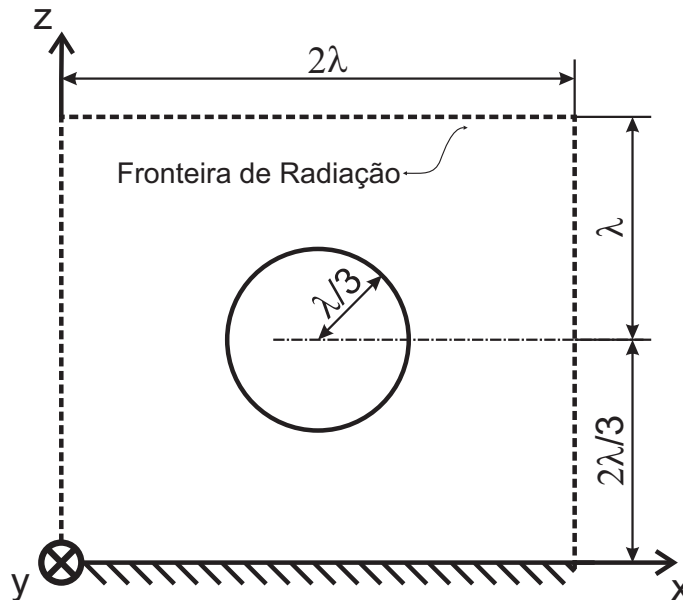


Figura 6.6: Geometria do problema.

As Fig. 6.7 e 6.8 apresentam o campo magnético calculado sobre circunferências de raio igual a 1λ sobre os planos xz e yz respectivamente, com os centros coincidindo com o centro da esfera condutora. Os resultados são comparados com os obtidos utilizando o software de cálculo de campo HFSS da Ansoft [Ans06].

Os resultados apresentados nas Figs. 6.7 e 6.8 para incidência normal, apresentam boa concordância com os resultados obtidos através do uso do

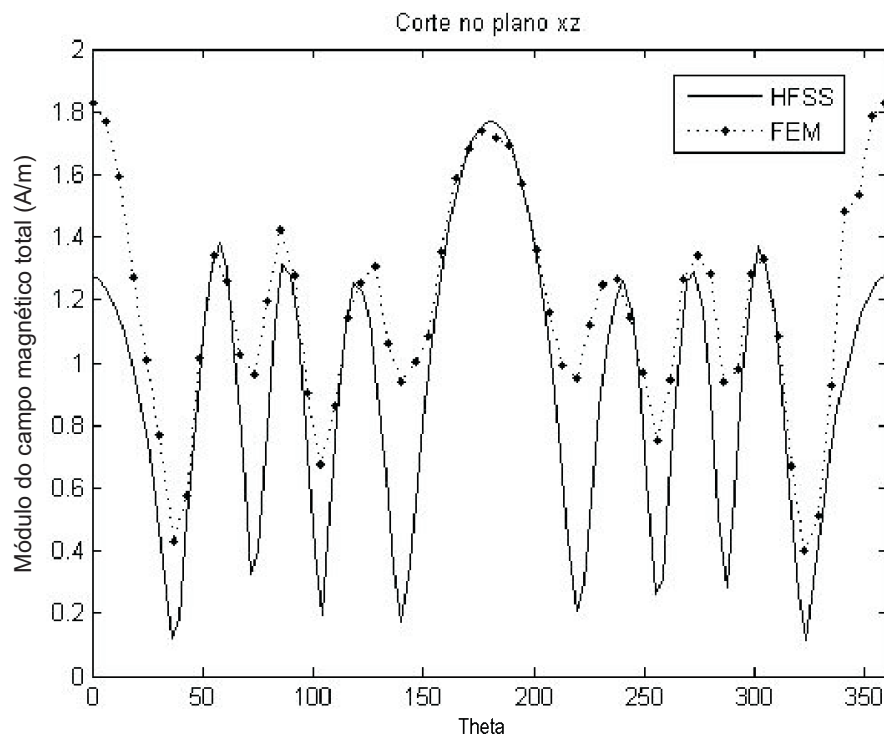


Figura 6.7: Módulo do campo magnético sobre uma linha circular (plano xz).

HFSS. Acredita-se que a divergência de resultados esteja relacionada principalmente a qualidade da malha utilizada. O HFSS possui um sistema de controle de erro que permite refinar a malha iterativamente durante a solução do problema em pontos onde ocorre maior variação dos campos. Dessa forma, o HFSS consegue refinar a malha de maneira a mapear melhor os pontos de mínimo do campo elétrico das Figs. 6.7 e 6.8 enquanto no método implementado, a malha deve ser construída a priori e as ferramentas de refinamento não podem ser aplicadas localmente. Para os resultados apresentados para o FEM-ABC, utilizou-se uma malha composta por 59737 de maneira a garantir que a maior aresta de um tetraedro não seja maior que $\lambda/10$. Para a melhoria dos resultados, seria necessário o aumento do número de tetraedros para a discretização do domínio. Entretanto, as ferramentas de refinamento de malha disponíveis no Netgen nem sempre proporcionam

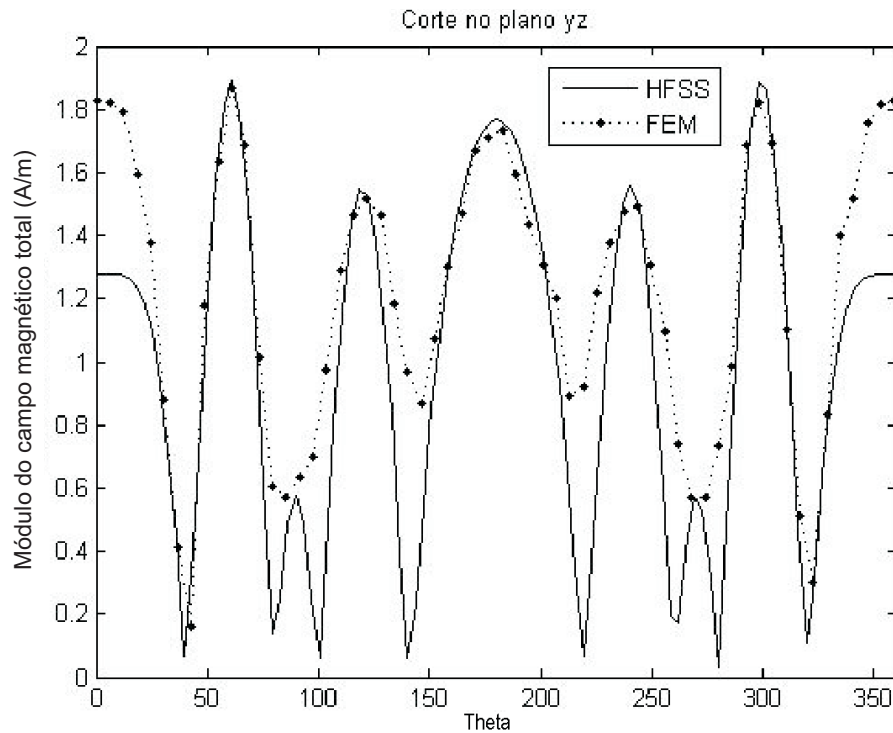


Figura 6.8: Módulo do campo magnético sobre uma linha circular (plano yz).

uma variação gradativa da discretização fazendo com que o usuário tenha que optar ou pela utilização de uma malha pouco discretizada ou uma malha de custo computacional muito elevado.

Nos resultados apresentados anteriormente, foi utilizada apenas a condição de contorno de primeira ordem que conforme a Tabela 3.2, é a mesma tanto para o tipo BT quanto para o tipo EM (com $p_0 = 1$) podendo ser aplicada em superfícies curvas ou planas. A utilização das condições de primeira ordem proporcionam bons resultados desde que a fronteira de radiação esteja “suficientemente distante” dos espalhadores. Das referências estudadas e dos resultados obtidos, pode-se considerar que esse valor “suficientemente longe” é alcançado quando a fronteira de radiação encontra-se a uma distância de aproximadamente um comprimento de onda do objeto espalhador. Entretanto, o custo computacional para a construção do sistema matricial aumenta conforme demonstrado na Tabela 6.1. A Tabela 6.1 apresenta os resultados

obtidos na solução do problema de espalhamento da esfera condutora da seção 6.1.1, variando-se a posição da fronteira absorvente onde d representa a menor distância entre a esfera e a fronteira cúbica. Para cada valor de d , foram construídas duas malhas, uma pouco densa e uma melhor discretizada, sendo apresentados para cada malha, o erro médio obtido e o tempo gasto para a construção do sistema matricial (normalizado em relação ao menor tempo obtido).

Tabela 6.1: Variação da distância à fronteira absorvente

Distância d (λ)	Número de Arestas	Número de Elementos	Erro Médio (%)	Tempo
0,03	2584	1808	13,79	1
0,03	12434	9042	8,68	15,286
0,17	2729	1878	13,99	1,1071
0,17	18195	13764	7,93	25,464
0,33	4746	3579	3,81	2,4643
0,33	33952	27164	2,89	81,786
0,50	5850	4543	14,65	3,6429
0,50	42383	34466	4,68	129,21
0,67	8772	7032	17,72	8,1071
0,67	65041	53836	3,86	293,07
0,83	9836	7942	12,78	10,071
0,83	73108	60746	6,36	364,43

Os resultados demonstram que embora as condições absorventes sejam mais precisas quanto maior a distância da fronteira ABC e o objeto espalhador, a utilização de domínios maiores para aumentar a distância entre a fronteira e o espalhador necessitam de uma maior discretização. Dessa forma, para um mesmo número de tetraedros, existe uma relação de compromisso entre o erro obtido pela proximidade da fronteira ABC e o erro obtido pela discretização do domínio resultante.

6.1.4 Utilização das condições absorventes de segunda ordem

Para avaliar o desempenho das condições absorventes de segunda ordem, foram utilizados novamente os problemas de espalhamento devido a objetos esféricos de solução analítica conhecida.

Esfera condutora

O problema da esfera condutora descrito na seção 6.1.1 foi reutilizado, substituindo-se a fronteira cúbica de aresta igual a 2λ por uma fronteira esférica mais próxima ao objeto espalhador de raio igual a $2/3\lambda$, onde foram aplicadas as condições absorventes do tipo BT de primeira e segunda ordem, e a condição do tipo EM de segunda com os coeficientes de Padé.

A Fig. 6.9 apresenta os resultados obtidos para o cálculo do campo espalhado sobre 60 pontos igualmente espaçados sobre uma circunferência de raio $r_p = \lambda/3$, descrita pelas equações:

$$x_p = r_p \cdot \cos(2\pi n) \quad (6.3)$$

$$y_p = r_p \cdot \text{sen}(2\pi n) \quad (6.4)$$

$$z_p = 0 \quad (6.5)$$

onde n é o número do ponto de observação normalizado pelo número total de pontos.

Como esperado, as condições de segunda ordem apresentam melhores resultados quando a fronteira absorvente encontra-se próxima ao objeto espalhador do que a condição de primeira ordem. A Fig. 6.10 apresenta o erro percentual das soluções obtidas em relação ao valor analítico. O erro médio obtido utilizando a condição de primeira ordem foi de 4,41%. Para a condição de segunda ordem do tipo BT, o erro médio foi de 1,45% e a condição do tipo EM obteve um erro médio de 2,18%. O melhor desempenho da condição de radiação do tipo BT de segunda ordem em relação à condição do tipo EM, se deve à geometria do problema, uma vez que tanto o objeto espalhador quanto a fronteira de radiação são esféricos e a condição de EM não considera a curvatura da superfície ABC.

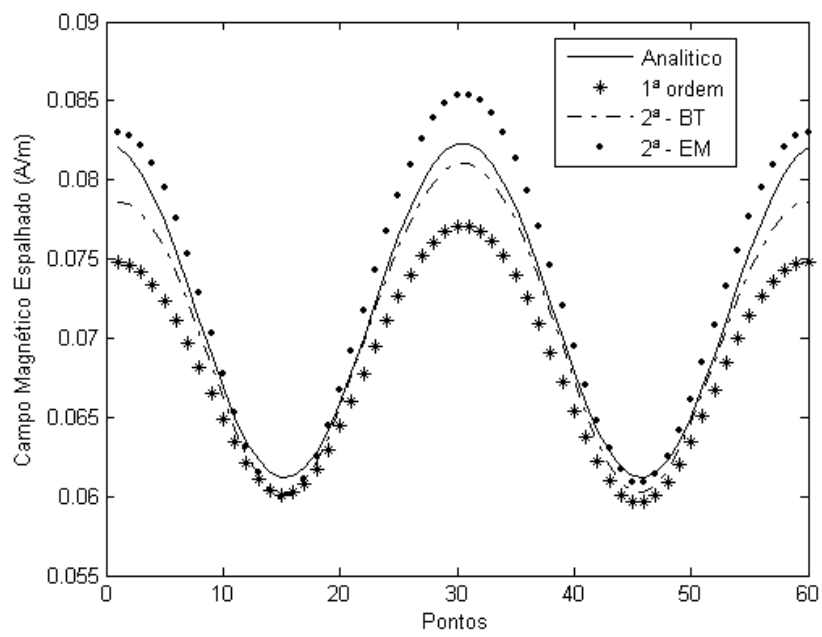


Figura 6.9: Comparação das condições absorventes de segunda ordem.

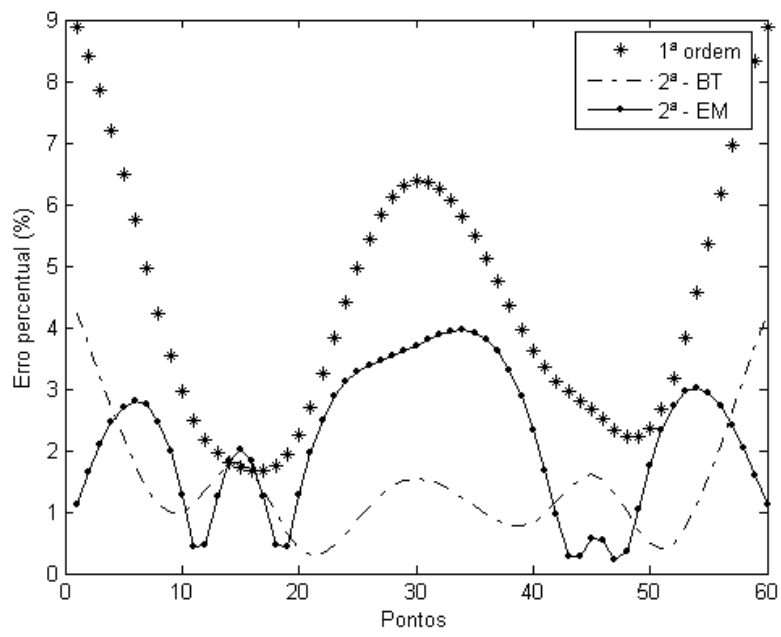


Figura 6.10: Comparação com o resultado analítico.

6.2 Problemas de irradiação

O primeiro problema apresentado nessa seção não é um problema de irradiação e sim um problema de propagação de uma onda plana no interior de um guia de placas paralelas. Apesar do problema do guia de ondas não ter, aparentemente, nenhuma relação com os modelos de irradiação e espalhamento presentes nos ensaios de susceptibilidade, esse problema, de resultado analítico conhecido, possibilita a avaliação da implementação das condições de Dirichlet utilizadas nos modelos de fontes de tensão descritos na seção 4.2.1. Como nesse problema a incidência do campo eletromagnético é normal à superfície absorvente, a aplicação da condição absorvente de primeira ordem do tipo EM será exata e os erros obtidos na utilização do FEM serão ocasionados apenas pela discretização do domínio e pela aplicação das condições de Dirichlet.

6.2.1 Guia de placas paralelas

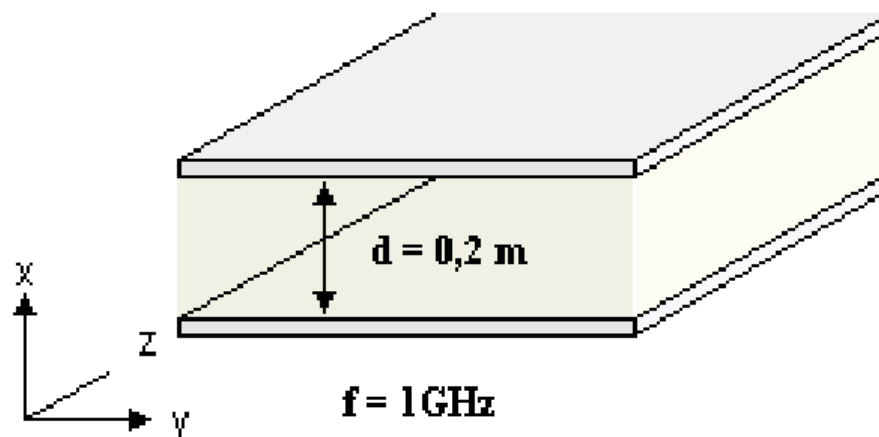


Figura 6.11: Guia de placas paralelas.

O guia de placas paralelas é uma estrutura simples que consiste de duas placas condutoras separadas por uma distância d . O modo fundamental que se propaga pelo guia é o modo TEM com o campo elétrico perpendicular às placas paralelas conforme ilustrado na Fig. 6.12.

A solução desse problema utilizando o método de elementos finitos é obtida discretizando o espaço de ar entre as duas placas. Nas fronteiras superior e inferior do domínio, é imposta a condição de interface com um condutor perfeito, enquanto nas superfícies laterais impõe-se a condição de interface com um condutor magnético perfeito pois, o campo magnético para o modo TEM_z não possui componentes tangenciais sobre as superfícies laterais. Na superfície posterior, impõe-se uma condição de radiação e a fonte do problema é inserida assumindo-se conhecido o campo na superfície anterior do domínio onde é imposta a condição de Dirichlet. A condição absorvente é imposta na superfície oposta à superfície onde é imposta a condição de Dirichlet. Como a incidência da onda viajante no interior do guia é normal à superfície ABC, a imposição da condição de EM de primeira ordem impõe de maneira exata a condição de radiação. A Fig 6.12 ilustra o domínio discretizado para a solução do FEM.

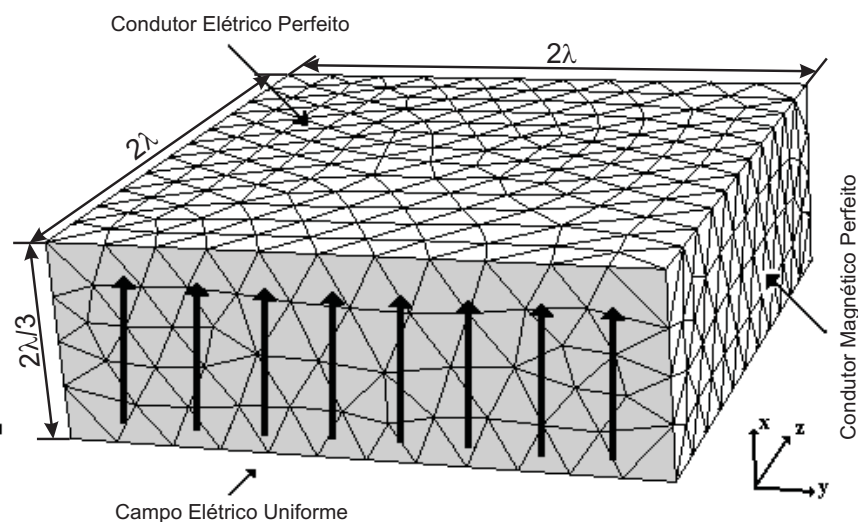


Figura 6.12: Guia de onda: discretização FEM.

Para a solução do problema, foi construída uma malha com 11575 tetraedros. Na superfície anterior, foi imposto um campo elétrico constante na direção de \hat{x} com amplitude de 5 V/m e fase zero. A Fig. 6.13 apresenta a componente x do campo elétrico encontrado ao longo de uma reta situada no centro do guia de ondas. O resultado apresentado na Fig. 6.13 demonstra

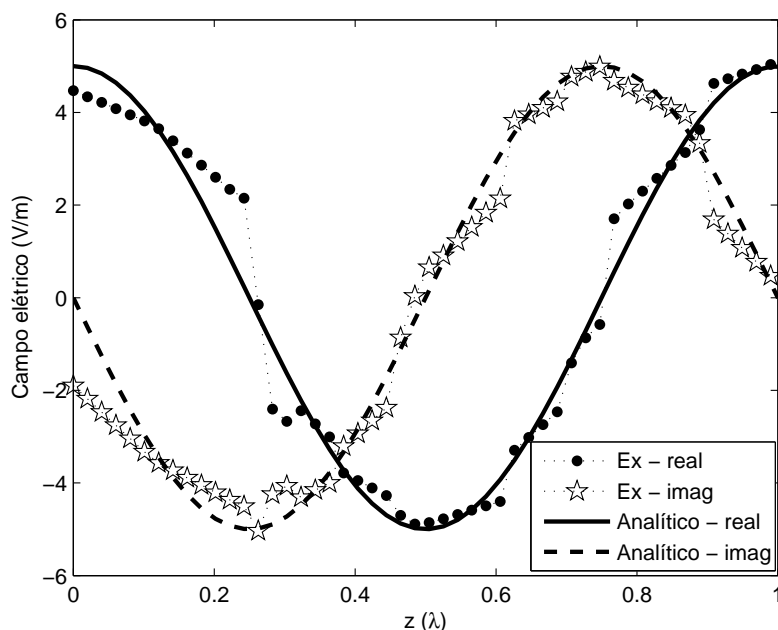


Figura 6.13: Componente na direção de x .

boa concordância com o resultado analítico. O erro médio encontrado para o módulo do campo elétrico na direção \hat{x} foi de 1,54%. Por se tratar de um problema simples, o número de elementos necessários para a obtenção dos resultados é pequeno. Devido à baixa discretização, é possível observar na Fig. 6.13 as transições entre tetraedros. Dentro de cada tetraedro, a variação do campo elétrico é linear enquanto existe uma descontinuidade na transição dos elementos. Isso ocorre porque os elementos de aresta garantem apenas a continuidade dos componentes tangenciais na superfície de separação entre os elementos sendo a continuidade dos componentes normais dentro de um mesmo meio obtidas de maneira aproximada. Os mesmos efeitos podem ser observados nas Figs. 6.14 e 6.15.

Para as componentes E_y e E_z do campo elétrico, esperava-se que o resultado seria nulo uma vez que para o modo TEM_z o campo elétrico só possui componente E_x . As Fig. 6.14 e 6.15 apresentam os resultados obtidos para o módulo das componentes E_y e E_z .

Embora as Fig. 6.14 e 6.15 apresentem alguns valores um pouco distantes

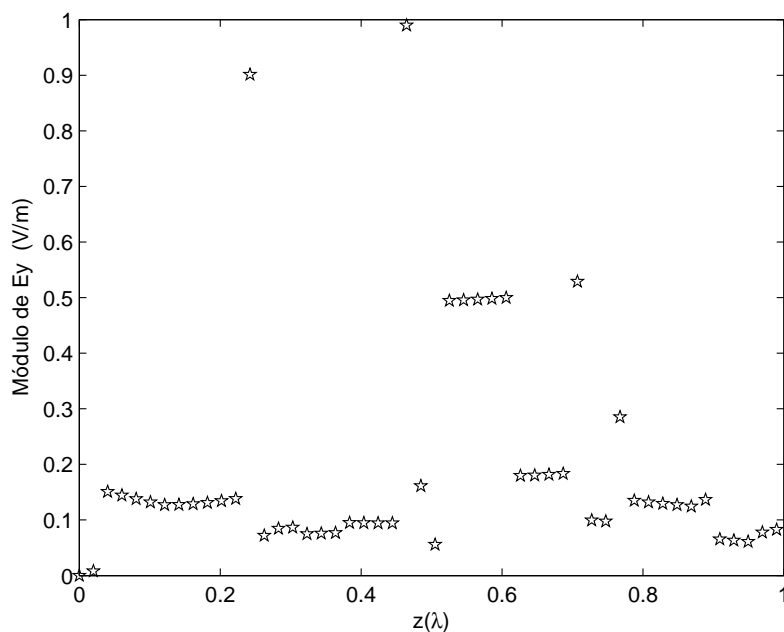


Figura 6.14: Componente na direção de y .

de zero, o valor médio do módulo das componentes E_y e E_z é próximo de zero, sendo igual a 0.2 V/m para a componente na direção de \hat{y} e 0.3 V/m para a componente na direção de \hat{z} ; valores esses, aceitáveis para uma aproximação numérica.

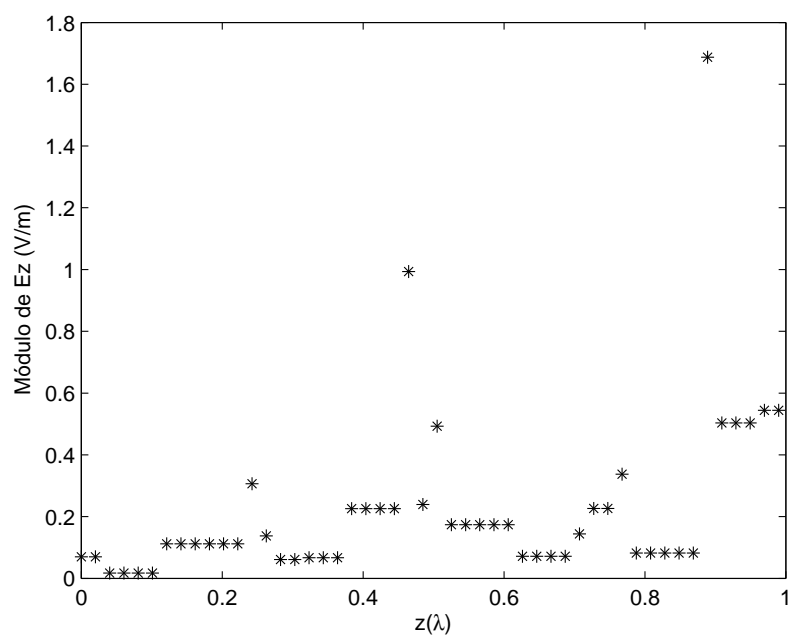


Figura 6.15: Componente na direção de z .

6.2.2 Modelagem de um dipolo

Uma vez validada a implementação das condições de contorno de Dirichlet, pode-se modelar os problemas de irradiação utilizando as fontes de tensão apresentadas na seção 4.2.1. O primeiro problema de modelagem de antenas estudado foi o dipolo de meia onda situado no centro do sistema de coordenadas e orientado na direção \hat{z} . Para a solução de tal problema, a frequência de operação escolhida foi de 1 GHz, o comprimento l de cada segmento do dipolo adotado foi de $\lambda/4$, com raio $r = \lambda/100$ e a distância de separação entre os segmentos do dipolo foi de $2r$ onde foi imposta a condição de Dirichlet para representar uma diferença de potencial de 10V. A Fig 6.16 apresenta a geometria discretizada do problema.

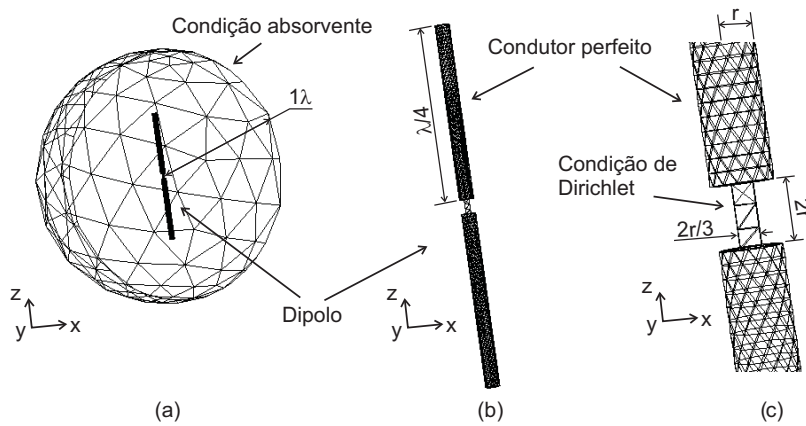


Figura 6.16: Discretização do dipolo.

A existência de uma região retangular no interior do espaço de separação entre os dipolos, apresentada na Fig. 6.16, se deve à necessidade de se possuir ao menos uma face na região interna à região de separação entre os dipolos a onde a condição de Dirichlet deve ser imposta para garantir a solução única do problema. Como a o Netgen não possui uma maneira simples de se inserir uma superfície arbitrária em um modelo tridimensional, deve-se criar um objeto tridimensional para que suas faces possam ser utilizadas. Para o caso da Fig. 6.16, a escolha de um objeto retangular foi arbitrária podendo ser perfeitamente substituída por um objeto arbitrário, como por exemplo um objeto cilíndrico. Entretanto, dependendo da escolha da geometria, o malhador pode ter dificuldade de gerar uma discretização apropriada.

O problema foi resolvido utilizando um objeto retangular na região de separação entre os dipolos de largura igual a $2r/3$. O domínio foi limitado em uma região esférica de raio igual a λ onde foi imposta a condição absorvente de primeira ordem resultando em uma malha composta por 45956 tetraedros.

A Fig. 6.17 apresenta o resultado obtido utilizando o FEM-ABC para 100 pontos sobre a circunferência de raio $r_p = 0.3m$ sobre o plano xz . Para validar os resultados, o mesmo problema foi resolvido utilizando o programa 4Nec2 baseado no método dos momentos desenvolvido por A. Voors [Voo06].

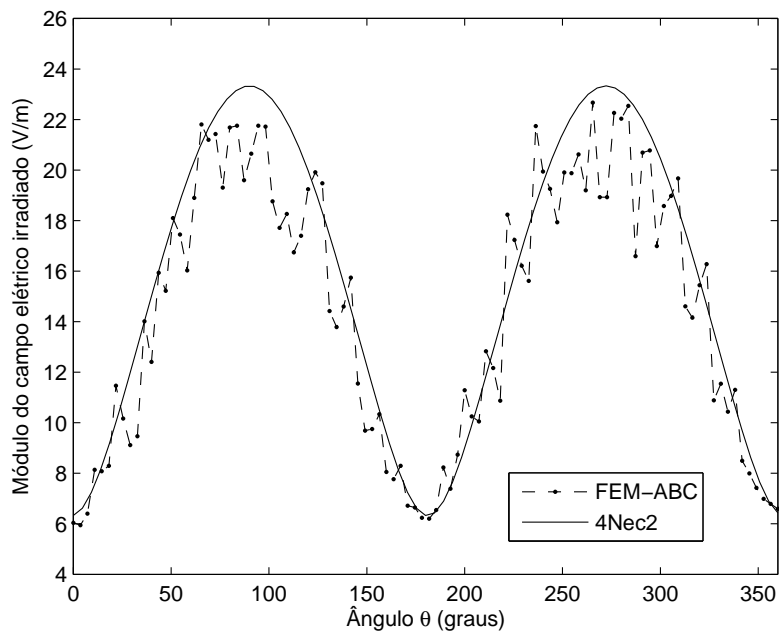


Figura 6.17: Campo irradiado pelo dipolo.

Comparando os dois resultados, observa-se que ambos possuem um comportamento semelhante. Entretanto, o FEM-ABC implementado possui um comportamento mais oscilatório, típico de sua representação por elementos de primeira ordem. Uma vez obtida a solução do método de elementos finitos, a impedância de entrada do dipolo pode ser encontrada utilizando-se as equações (4.4) e (4.5). Para o problema simulado, a impedância de entrada obtida foi de $81,20 + j49,51\Omega$ que se aproxima do modelo ideal do dipolo

de meia onda ($73 + j42, 5\Omega$) onde o raio do dipolo e o espaçamento entre os elementos são ignorados.

Dependendo da geometria e a discretização da região onde a condição de Dirichlet é imposta, a convergência dos métodos iterativos da biblioteca ITL não é garantida. Para algumas malhas geradas para a solução do problema do dipolo, como por exemplo diminuindo-se a largura do objeto retangular interno à região de separação em $1/3$, os métodos iterativos disponíveis na ITL não foram capazes de resolver o sistema matricial de maneira satisfatória devido ao condicionamento do sistema matricial resultante da discretização. Para esses casos, a solução adotada foi a implementação de uma variante do método do Gradiente Conjugado (CG) denominada CGNE descrito no apêndice A. Embora esse método apresente uma taxa de convergência inferior aos métodos disponíveis na ITL, ele possui uma característica de convergência monotônica garantindo a melhora da solução do sistema em cada iteração.

6.2.3 Modelagem de um monopolo

Para solução do problema de irradiação de um monopolo, foi utilizado o modelo de alimentador do tipo sonda descrito na seção 4.2.1. Esse modelo consiste em assumir que o monopolo é alimentado por um cabo coaxial conectado ao plano terra onde é imposta a condição de Dirichlet, conforme ilustrado na Fig. 6.18.

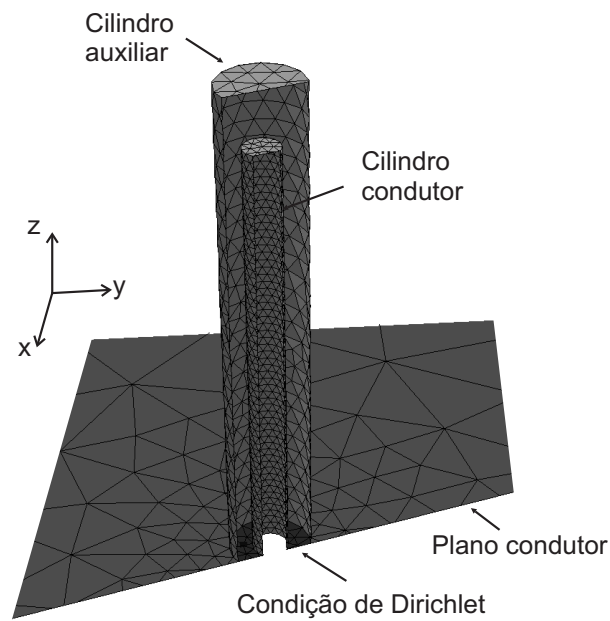


Figura 6.18: Discretização do monopolo.

Assim como no problema anterior, a superfície do alimentador onde foi imposta a condição de Dirichlet foi definida através intercessão de um objeto tridimensional auxiliar que não pertence à geometria original do problema com o plano condutor.

O problema foi solucionado para uma frequência de 1GHz, assumindo-se os raios da seção transversal do cabo coaxial iguais a $0,01\lambda$ e $0,023\lambda$, com o filamento condutor interno de $0,25\lambda$ de altura. O problema foi limitado em um domínio cúbico de aresta igual a λ discretizado com 52130 tetraedros. A Fig. 6.19 apresenta o módulo do campo elétrico irradiado ao longo de uma linha centrada em uma das faces laterais do cubo paralela ao eixo z .

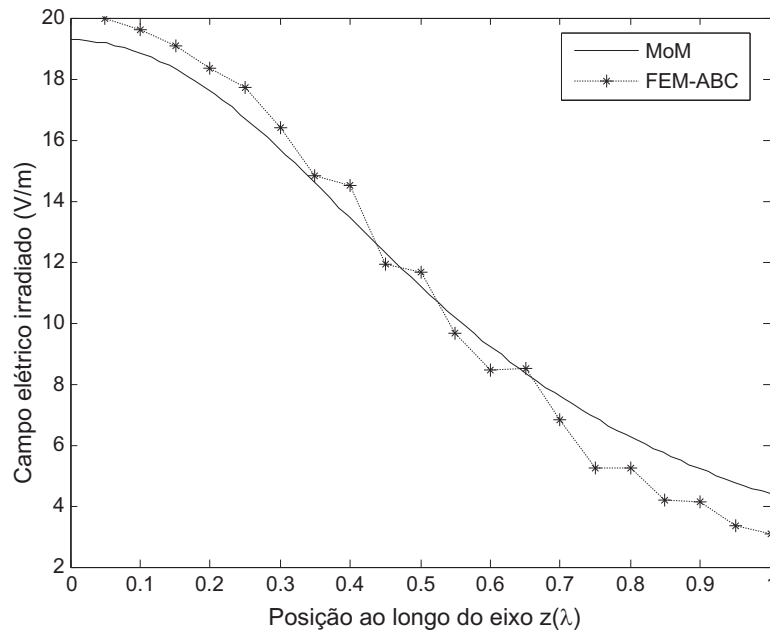


Figura 6.19: Campo irradiado pelo monopolo.

Os resultados também apresentaram uma boa concordância quando comparados com aqueles obtidos pelo método dos momentos. Resultados mais precisos podem ser obtidos aumentando a discretização do domínio na região de interesse com o aumento do custo computacional.

Utilizando as equações (4.4) e (4.8), a impedância de entrada encontrada para o monopolo sobre o plano de terra foi de $37,01 + j27,50\Omega$ que como esperado, é aproximadamente a metade da impedância de um dipolo ideal de mesmas dimensões.

6.2.4 Modelagem de um monopolo no interior de um guia de ondas

A modelagem de uma antena corneta utilizada nos ensaios de susceptibilidade não é uma tarefa simples devido à sua geometria complexa e sua característica de banda larga. Assim como no desenvolvimento dos problemas de espalhamento, a modelagem da antena foi dividida em etapas partindo de modelos mais simples para facilitar a comparação com resultados conhecidos.

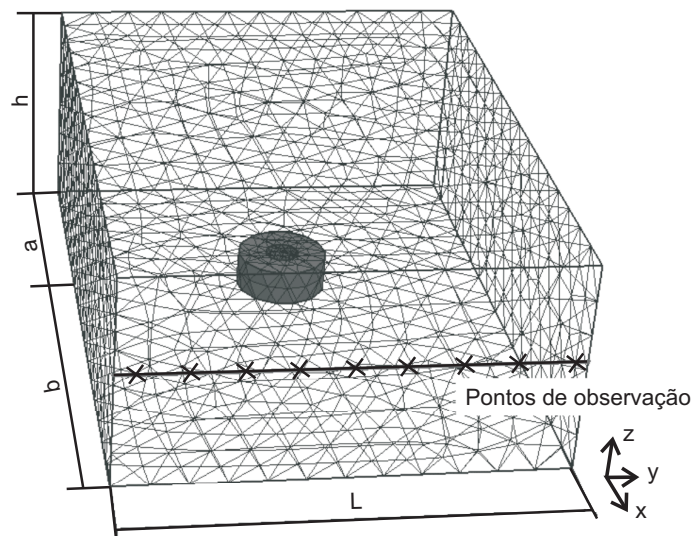


Figura 6.20: Geometria do problema.

A primeira etapa consistiu da modelagem do monopolo (ou sonda), descrito anteriormente que é comumente utilizado como alimentador da antena corneta. Uma vez desenvolvido o modelo para a sonda que alimenta a antena, o passo seguinte foi o de avaliar o comportamento do campo gerado pela sonda no interior de um guia de ondas conforme apresentado na Fig. 6.20.

O problema foi resolvido considerando as seguintes dimensões do guia: largura $L = 0,79\lambda$, distância entre o centro da sonda e as paredes condutoras $a = h = 0,395\lambda$, distância entre o centro da sonda e a fronteira onde foi imposta a condição absorvente de primeira ordem do tipo EM $b = 0,67\lambda$.

A tensão escolhida foi de $1V$ ($1GHz$) aplicada na abertura do cabo coaxial cujos raios r_a e r_b adotados foram $r_a = 0,084\lambda$ e $r_b = 0,3175\lambda$, tendo o condutor interno uma altura igual a $0,0648\lambda$. Assim como no problema anterior (ilustrado na Fig. 6.16), a definição da região onde é imposta a condição de Dirichlet é feita com o auxílio de um cilindro circular que não pertence à geometria original do problema.

Esse problema, de comportamento conhecido, consiste em uma base para a modelagem de uma antena corneta uma vez que a fonte de campo e as condições de contorno utilizadas são as mesma, tanto para o guia quanto para a antena. As Figs. 6.21 e 6.22 apresentam o campo na abertura do guia, onde se observa o comportamento senoidal da amplitude e fase constante para a componente z do campo elétrico (modo fundamental do guia) validando o modelo desenvolvido.

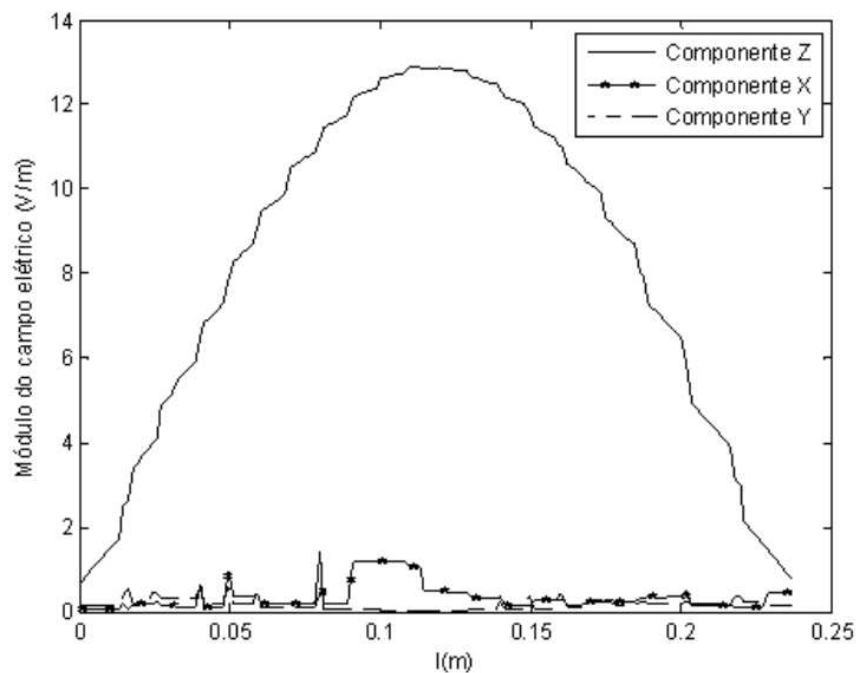


Figura 6.21: Módulo do campo elétrico na seção transversal do guia.

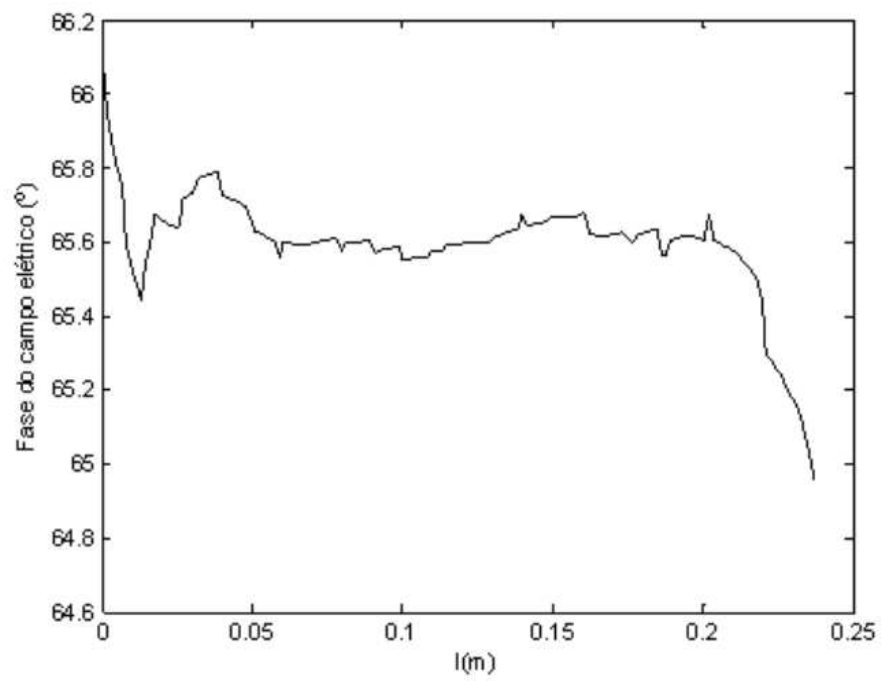


Figura 6.22: Fase do campo elétrico na seção transversal do guia.

6.2.5 Antena Corneta

Uma antena corneta consiste basicamente de um guia de ondas, terminado como um circuito aberto cuja abertura possui uma seção transversal maior do que a seção inicial do guia de ondas [Bal97]. Utilizando o guia de ondas do problema anterior com as mesmas condições de alimentação (tensão na abertura de $1V$ e frequência de $1GHz$), pode-se construir uma antena do tipo plano-E modificando-se apenas a altura da abertura do guia. A Fig. 6.23 apresenta a antena gerada a partir do guia de onda do problema anterior seccionado a uma distância $c = 6\lambda$, medida a partir do centro do alimentador e com uma abertura de altura $h_2 = 5,5\lambda$.

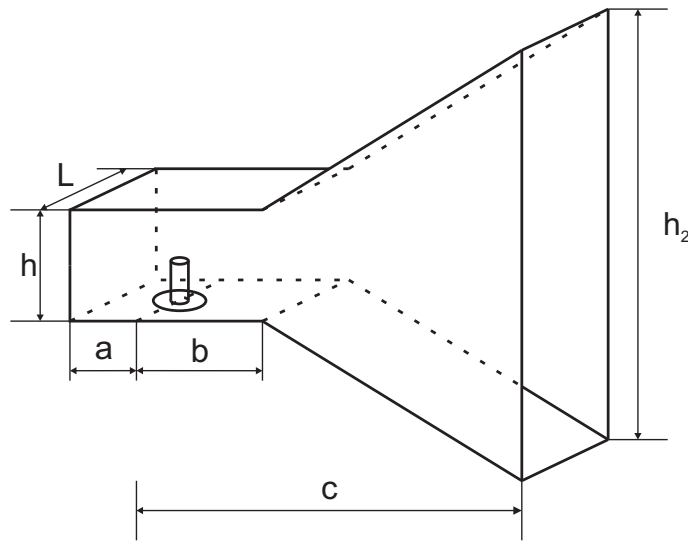


Figura 6.23: Corneta do tipo E-plane.

Para a solução do problema utilizando o método de elementos finitos, o problema foi discretizado utilizando 75530 tetraedros. A condição absorvente adotada foi a condição do tipo BT de segunda ordem imposta sobre uma superfície elipsoidal, centralizada na abertura da antena de raios $r_x = 1\lambda$, $r_y = 1,33\lambda$ e $r_z = 3,33\lambda$. A escolha de uma superfície elipsoidal foi feita de maneira a permitir que a fronteira absorvente fique suficientemente distante das superfícies metálicas da antena sem onerar a discretização do domínio [Jin02].

Uma vez resolvido o problema utilizando o método de elementos finitos, os

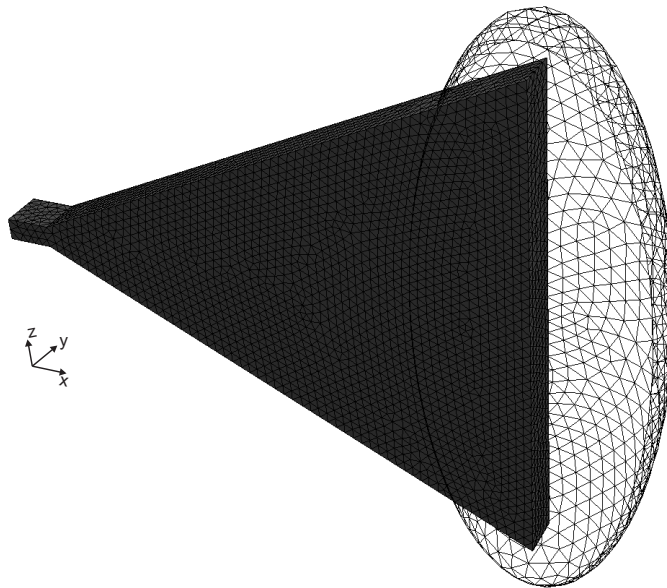


Figura 6.24: Domínio discretizado.

campos elétrico e magnético tangenciais sobre a abertura da corneta podem ser usados para encontrar o campo distante irradiado pela antena para pontos localizados à frente do plano definido pela abertura. Conseqüentemente, os parâmetros da antena, tais como diretividade e o diagrama de radiação, podem ser obtidos. As Figs. 6.25 e 6.26 apresentam o diagrama de radiação da antena para os planos $E(xz)$ e $H(xy)$, normalizados em função do valor máximo de campo obtido. Os resultados das Figs. 6.25 e 6.26 foram obtidos através da integração dos campos elétricos e magnéticos na abertura da antena. Por essa razão, são apresentados apenas os valores obtidos para $|\theta| < 90^\circ$.

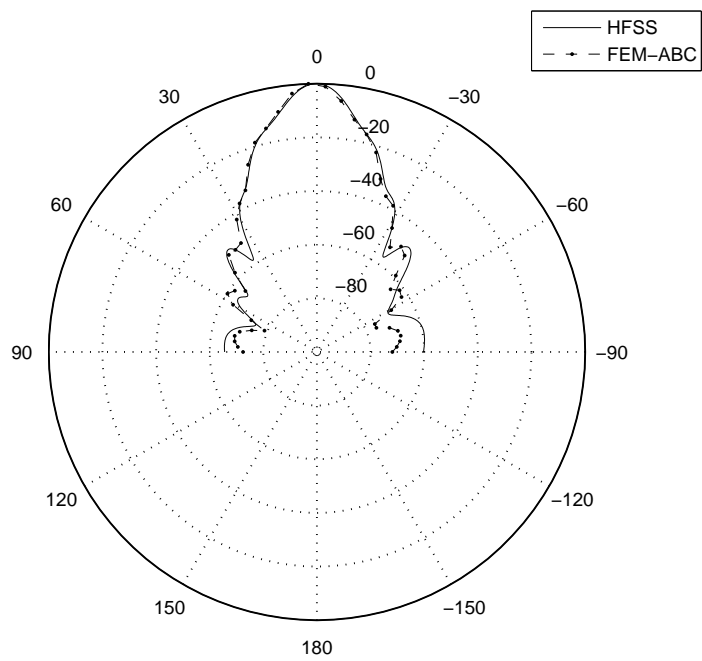


Figura 6.25: Directividade da antena corneta sobre o plano xz .

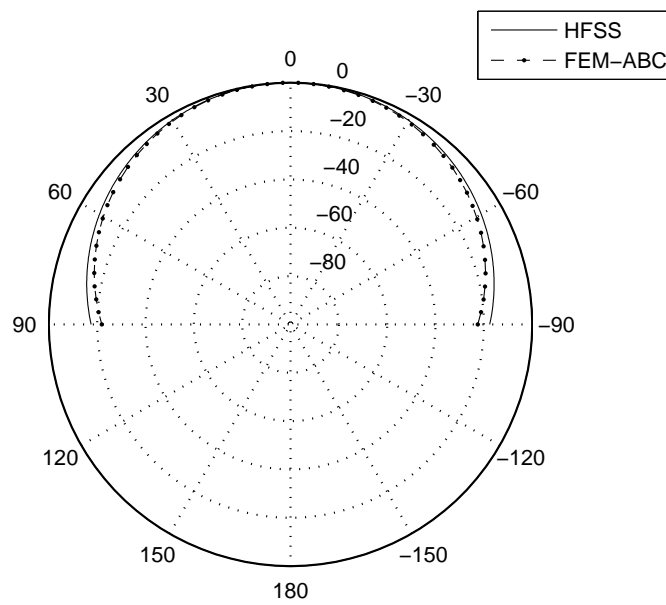


Figura 6.26: Directividade da antena corneta sobre o plano xy .

6.3 Acoplamento iterativo

Para demonstrar a eficiência do procedimento iterativo proposto, foi analisado um problema de acoplamento entre antenas do tipo dipolo cuja solução conhecida permite avaliar o desempenho do método. O problema solucionado consiste de um dipolo de meia onda, alimentado por uma fonte de tensão senoidal de amplitude V e frequência f , posicionado a uma distância d de um elemento parasita com as mesmas dimensões do dipolo alimentador, conforme ilustrado na Fig. 6.27.

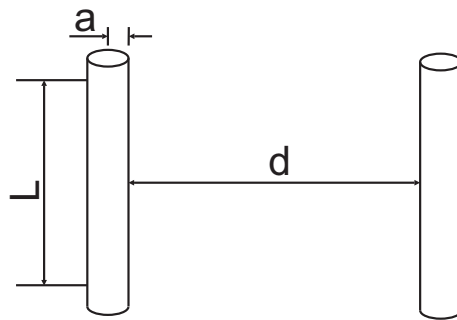


Figura 6.27: Acoplamento entre dipolos.

Aplicando o método iterativo, o problema de irradiação do dipolo alimentado pode ser resolvido separadamente utilizando o MoM aplicado à equação integral de Pocklington expressa por:

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} I(z') \frac{e^{-jk_0|R|}}{4\pi|R|^5} [(1 + jk_0|R|)(2|R|^2 - 3a^2) + (k_0a|R|)^2] dz' = -j\omega\epsilon E_z^i \quad (6.6)$$

Onde $I(z')$ é a corrente sobre o dipolo de raio a e o campo elétrico incidente pode ser determinado através dos modelos de fontes do tipo "delta gap" ou "magnetic frill" descritos detalhadamente em [Wan38].

O problema da Fig. 6.27 foi solucionado para dois dipolos idênticos de comprimento L igual a $0,5\lambda$ e raio a igual a $\lambda/200$, separados por uma distância d de $0,33\lambda$. Um dos dipolos, já considerado sendo alimentado com uma tensão de 1V a uma frequência de 1GHz.

A Fig. 6.28 ilustra como as características de operação da antena alimentada podem variar na presença de um obstáculo em comparação com

seu funcionamento no espaço livre, e como o efeito do obstáculo pode ser considerado através do procedimento iterativo descrito nesse trabalho.

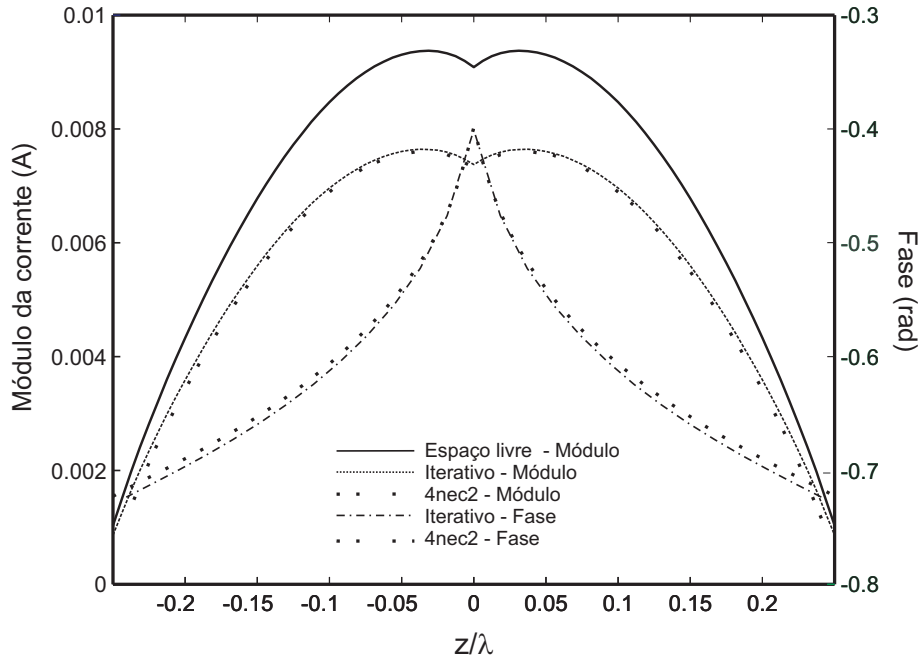


Figura 6.28: Corrente sobre o dipolo alimentado.

Dependendo do tipo de ensaio realizado, essa variação no comportamento da antena alimentadora, quando colocada na presença do objeto em teste, pode violar as restrições previstas em normas, dificultando a reprodutibilidade do ensaio ou até mesmo invalidando os resultados.

A solução do problema acoplado, utilizando o método iterativo, foi obtida após 5 iterações e o resultado foi comparado com uma versão de domínio público do software "Numerical Electromagnet Code" desenvolvido por Arie Voors (4nec2) [Voo06] apresentando uma diferença máxima de 0.89% entre os valores encontrados.

Na Fig. 6.29 são apresentadas as correntes induzidas no dipolo parasita obtidas através da utilização do método iterativo e da utilização do programa NEC.

Comparando novamente o resultado obtido com o a solução oriunda do NEC, o erro máximo obtido para a corrente induzida no dipolo parasita foi de 1,42% o que demonstra a boa concordância do método.

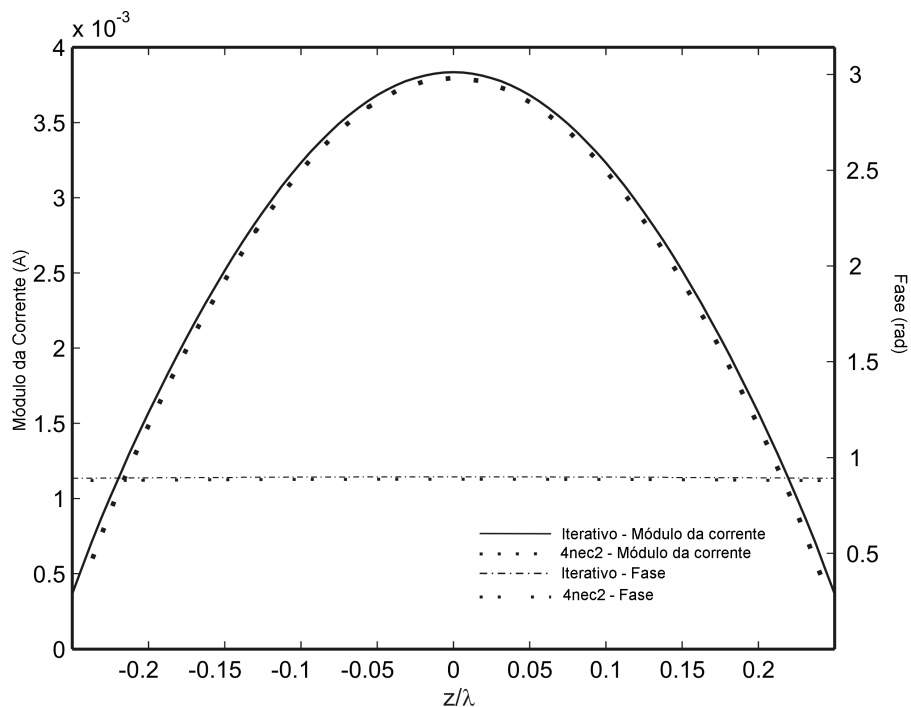


Figura 6.29: Corrente sobre o dipolo parasita.

A Fig. 6.30 demonstra a rápida convergência do método mesmo quando as antenas são colocadas próximas uma da outra. Os valores no eixo das ordenadas consistem da norma da diferença entre a corrente na iteração i e a encontrada na iteração anterior normalizada em função da corrente encontrada na iteração inicial.

A velocidade com que o método converge está diretamente relacionada com a quantidade de energia devolvida pela antena parasita à antena alimentada. Quanto maior o acoplamento entre os objetos, maior o número de iterações necessárias para a satisfação do critério de convergência. Conseqüentemente, o erro oriundo da utilização do método iterativo aumenta. A utilização do método iterativo nas simulações apresentadas na Fig. 6.30 (utilizando uma variação máxima de corrente $\Delta I < 1.0 \cdot 10^{-7}$ como critério de parada) resultou em um erro máximo de 1,44%, 0,58% e 0,37% para d igual a 0,05m ($\lambda/6$), 0,10m ($\lambda/3$) and 0,20m ($2\lambda/3$), respectivamente. Isso demonstra que embora o erro seja maior para problemas mais fortemente acopla-

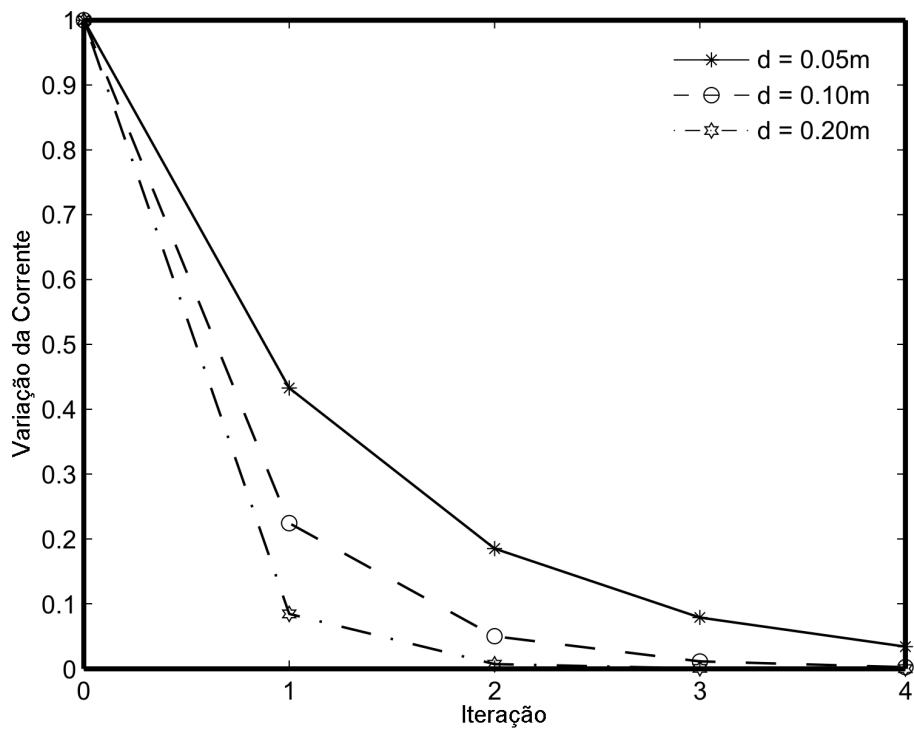


Figura 6.30: Análise de convergência.

dos, o erro acumulado pelo método iterativo em geral é compensado pela diminuição da complexidade dos problemas tratados em cada sub-domínio, possibilitando a utilização de métodos numéricos mais precisos ou de discretizações mais refinadas que resultam em diminuição do erro global.

6.4 Modelo simplificado do ensaio de susceptibilidade

Assim como nas seções anteriores, a análise do acoplamento entre a antena e o veículo nos ensaios de susceptibilidade foi feita utilizando primeiramente modelos simplificados e posteriormente modelos mais representativos.

6.4.1 Modelo dipolo-esfera

O primeiro modelo apresentado consiste de uma esfera condutora, iluminada por um dipolo de meia onda, localizados sobre um plano de terra como apresentado na Fig. 6.31.

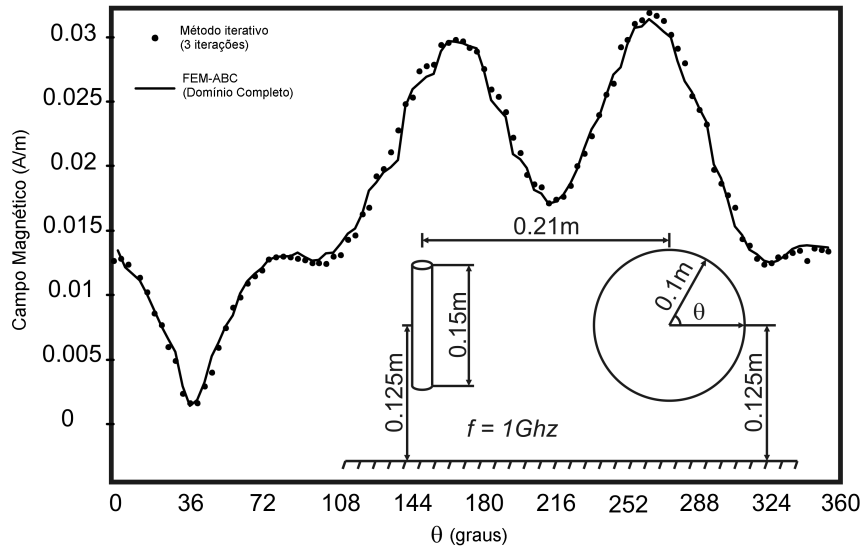


Figura 6.31: Modelo dipolo-esfera.

A aplicação do método iterativo possibilita a divisão do problema em duas regiões distintas permitindo a utilização de um método de solução apropriado para cada região. A solução para a primeira região foi obtida a partir da aplicação do Método dos momentos na modelagem da antena dipolo, utilizando a equação de Pocklington descrita anteriormente. A segunda região, a esfera condutora, foi discretizada utilizando o FEM-ABC. Nesse caso, o domínio foi limitado por uma fronteira retangular de comprimento e largura iguais a 0,4m ($4\lambda/3$), centrado na esfera e altura igual a 0,325m (1.08λ), medida a partir do plano de terra. Para incorporar a condição de radiação de Sommerfeld, a condição absorvente do tipo Engquist Majda de segunda ordem foi imposta nessa fronteira retangular. A figura 6.32 ilustra a discretização da região contendo a esfera condutora.

A inserção do plano de terra nesse modelo poderia ser feita através da modelagem do plano condutor como uma terceira região onde técnicas

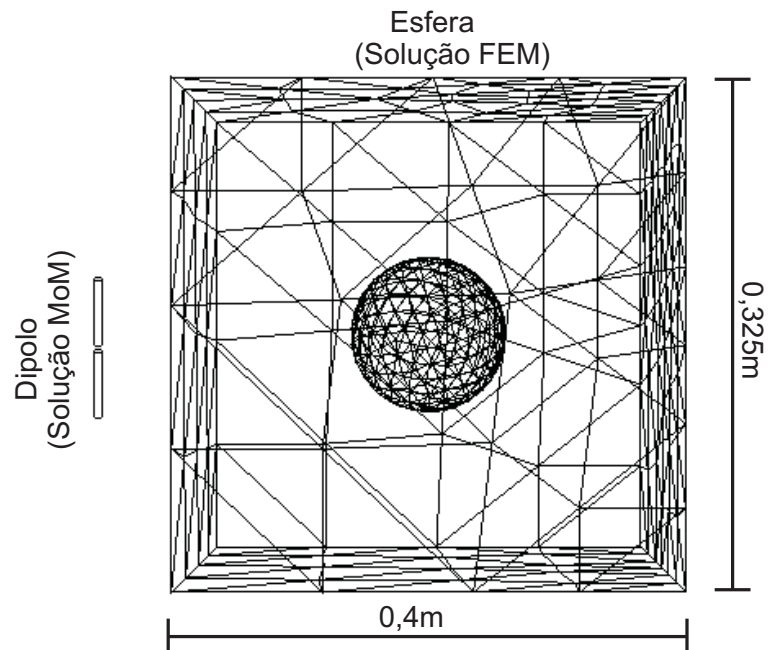


Figura 6.32: Discretização da região contendo o condutor esférico.

assintóticas seriam recomendadas. Entretanto, os efeitos do plano condutor podem ser incluídos nesse problema diretamente na modelagem de cada sub-região e no princípio de equivalência evitando a discretização de um terceiro domínio.

Devido à diretividade do dipolo, o acoplamento entre a antena e sua imagem no plano de terra pode ser desconsiderado, sendo os efeitos do plano de terra incluídos apenas no princípio da equivalência. Para a segunda região, o acoplamento entre a esfera e plano condutor é representado aplicando-se a condição de interface com um condutor elétrico perfeito sobre a superfície inferior da fronteira retangular. Uma vez encontrada a corrente sobre a superfície da esfera, pode-se aplicar o teorema das imagens em conjunto com o princípio de equivalência para determinar o campo espalhado pela esfera e o plano condutor que iluminará o dipolo na próxima iteração.

Os resultados foram obtidos utilizando uma discretização para a região da esfera contendo 43563 tetraedros enquanto o problema de irradiação do dipolo, modelado pelo MoM, foi resolvido utilizando-se 27 seguimentos. Os

resultados apresentados foram comparados com os encontrados aplicando-se o FEM-ABC diretamente sobre todo o domínio envolvendo a antena e o obstáculo resultando em uma malha composta por 115.472 elementos. Como a esfera condutora espalha o campo irradiado pela a antena em várias direções, apenas uma pequena parcela da energia irradiada pelo dipolo retorna à antena fazendo com que o método convirja rapidamente. Para a geometria apresentada na Fig. 6.31, bons resultados são obtidos até mesmo na primeira iteração.

6.4.2 Modelo simplificado do veículo

O segundo problema analisado consiste do problema de espalhamento eletromagnético de uma onda plana uniforme incidindo no modelo simplificado de meio veículo apresentado na Fig. 6.33. Nesse modelo, o veículo foi considerado como sendo constituído de superfícies metálicas de espessura desprezível e condutividade infinita com dimensões condizentes com as dimensões características de um veículo real.

O problema foi solucionado considerando-se: i) a onda incidente propagando no sentido de \hat{x} ; ii) campo elétrico incidente unitário orientado na direção de \hat{z} , oscilando a 1GHz; iii) as dimensões do veículo descritas no apêndice B.1, desprezando-se a divisória entre os compartimentos; iv) o domínio de discretização foi limitado a uma superfície retangular posicionada a uma distância mínima de $2/3\lambda$ das superfícies metálicas do veículo v) o domínio de discretização foi decomposto em 537382 tetraedros.

As Figs. 6.34 e 6.35 apresentam, respectivamente, o módulo do campo elétrico total ao longo das retas L_1 e L_2 apresentadas na Fig. 6.33.

Os resultados obtidos foram comparados com os resultados gerados através do uso do programa de calculo de campos eletromagnéticos HFSS [Ans06]. A diferença entre os resultado é apresentada nas Figs 6.36 e 6.37. A comparação entre os resultados demonstra o bom desempenho do programa FEM-ABC desenvolvido. Principalmente, quando se considera que o programa HFSS utiliza funções de aproximação de segunda ordem para aproximar o campo elétrico no interior do domínio e que o FEM-ABC desenvolvido utiliza funções de aproximação de primeira ordem. Outra vantagem do HFSS é a utilização de um mecanismo de refinamento iterativo da malha que permite minimizar o erro devido à discretização.

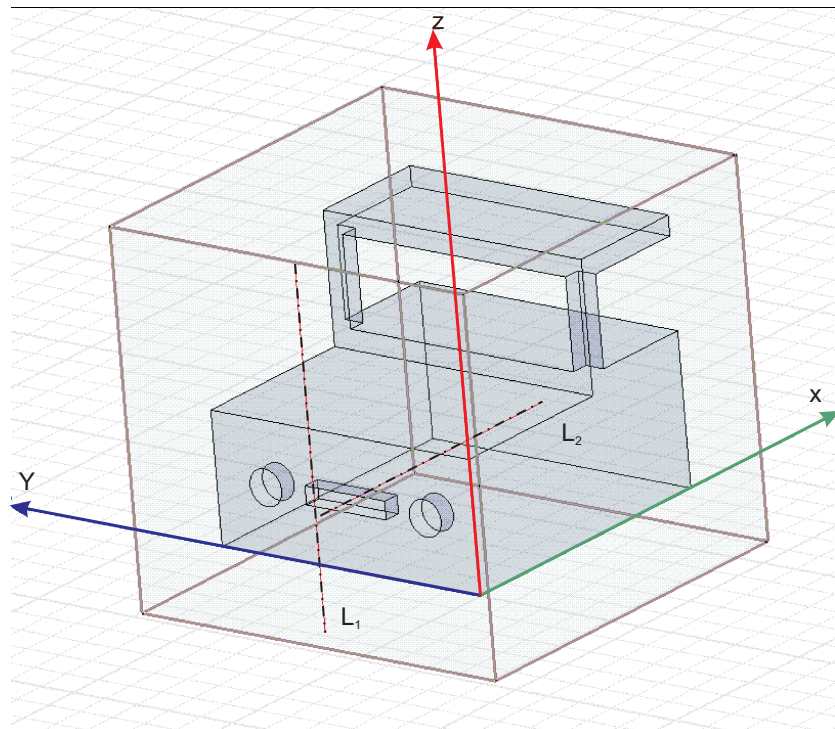


Figura 6.33: Geometria do veículo simplificado.

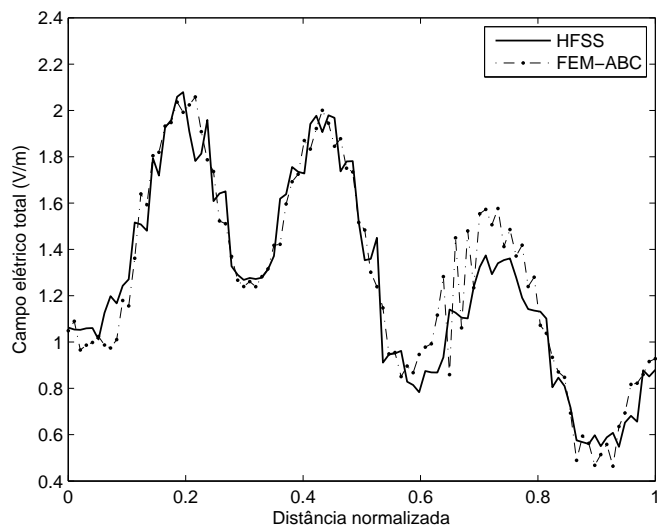


Figura 6.34: Campo elétrico em frente ao veículo.

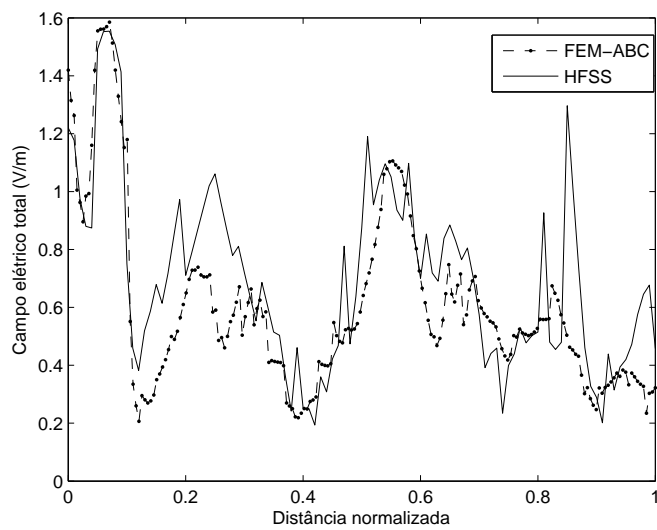


Figura 6.35: Campo elétrico no interior do veículo.

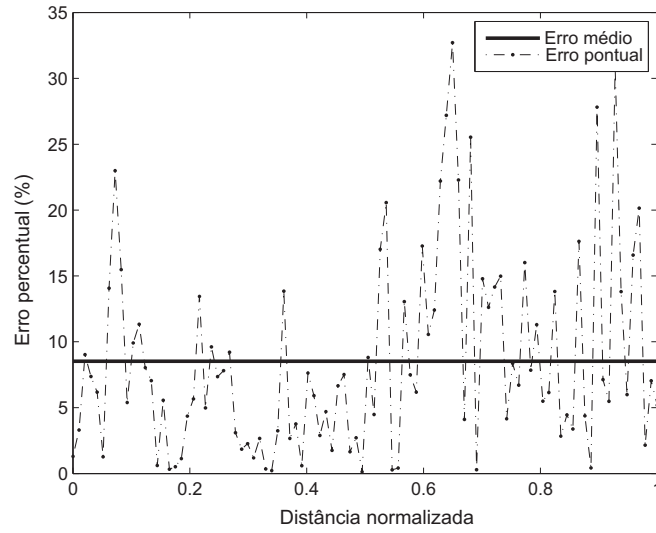


Figura 6.36: Erro percentual do campo elétrico em frente ao veículo.

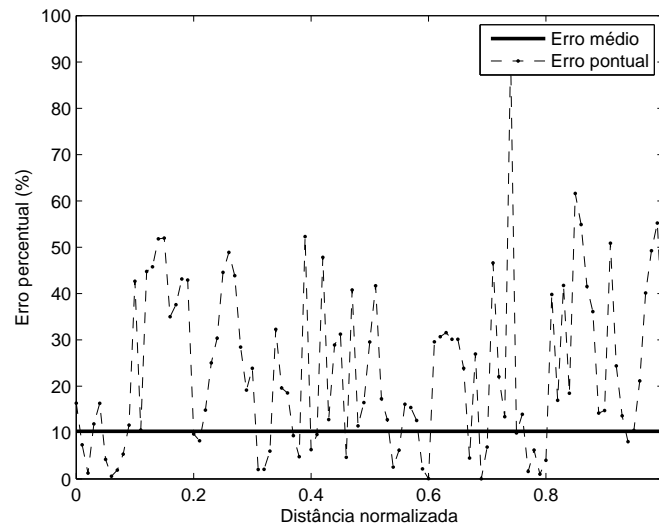


Figura 6.37: Erro percentual do campo elétrico no interior do veículo.

6.4.3 Modelo corneta - veículo

Por fim, um modelo simplificado do ensaio de susceptibilidade é realizado utilizando a antena corneta, apresentada na seção 6.2.5, e o modelo de veículo apresentado no problema anterior. A Fig 6.38 descreve a geometria do problema solucionado.

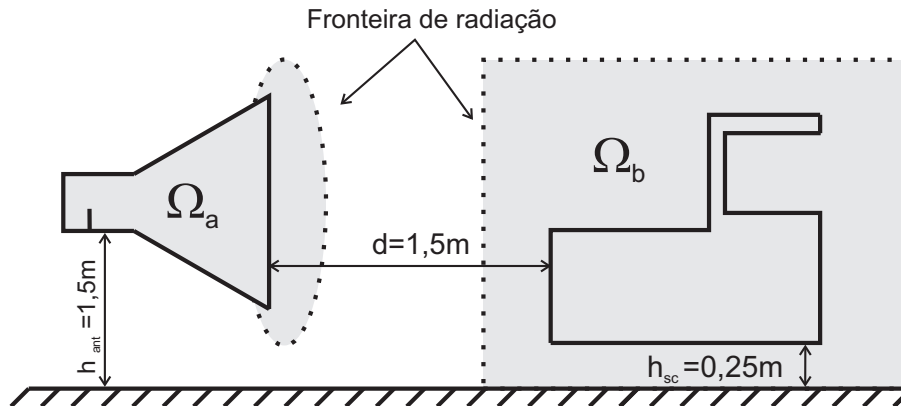


Figura 6.38: Modelo simplificado do ensaio de susceptibilidade.

Utilizando o IMR, o problema pode ser subdividido em um problema de irradiação limitado à região Ω_a e um problema de espalhamento limitado à região Ω_b . Dessa forma, os parâmetros: frequência de operação, posição, tipo de condições absorventes e malhas utilizadas nos problemas das seções 6.2.5 e 6.4.2 podem ser reutilizados nessa seção.

Na seção 6.2.5, as condições impostas pelo cabo coaxial que alimenta a antena podem ser adicionadas ao FEM tanto através de uma condição de contorno de Dirichlet, quanto através da condição absorvente apresentada na seção 4.2.2. Entretanto, para a utilização do IMR, faz-se necessário que o alimentador da antena seja modelado apenas pela condição absorvente uma vez que, no método iterativo, o problema de irradiação em Ω_a é solucionado apenas na primeira iteração. Nas demais iterações, a antena é tratada como um objeto espalhador na presença do campo irradiado pelo veículo.

Novamente, o plano de terra nesse modelo poderia ser considerado modelando o plano condutor como uma terceira região onde técnicas assintóticas seriam recomendadas. Entretanto, assim como no problema envolvendo o dipolo e a esfera, os efeitos do plano condutor podem ser incluídos nesse

problema diretamente na modelagem de cada subregião e no princípio de equivalência, evitando a discretização de um terceiro domínio. Devido à diretividade da antena corneta utilizada, o acoplamento entre a antena e sua imagem no plano de terra pode ser desconsiderado, sendo os efeitos do plano de terra incluídos apenas no princípio de equivalência. Para a segunda região, o acoplamento entre o veículo e plano condutor é feito através da aplicação da condição de interface entre o espaço livre e o condutor elétrico perfeito sobre a superfície inferior da fronteira retangular.

O método iterativo foi aplicado ao problema utilizando como critério de parada a avaliação da diferença do vetor solução do campo elétrico na região da antena. Caso a norma do incremento da solução em uma determinada iteração seja menor do que 1% da norma do vetor solução acumulado nas iterações anteriores, assume-se que a convergência é alcançada. Os resultados obtidos para o campo elétrico total sobre as retas L_1 e L_2 da Fig. 6.33 são apresentados nas Figs. 6.39 e 6.40.

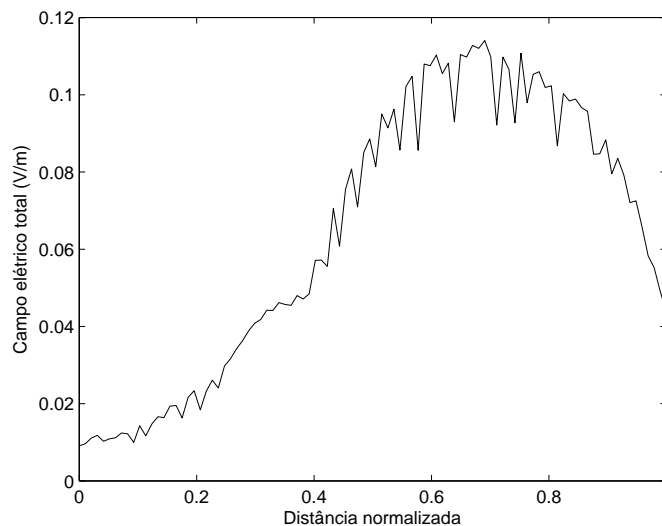


Figura 6.39: Campo elétrico em frente ao veículo.

Devido à característica do veículo de “espalhar” o campo irradiado pela antena por todas as direções, a norma do incremento do campo elétrico obtido na segunda iteração é igual a 0,0562%. Conseqüentemente, o problema pode ser considerado desacoplado.

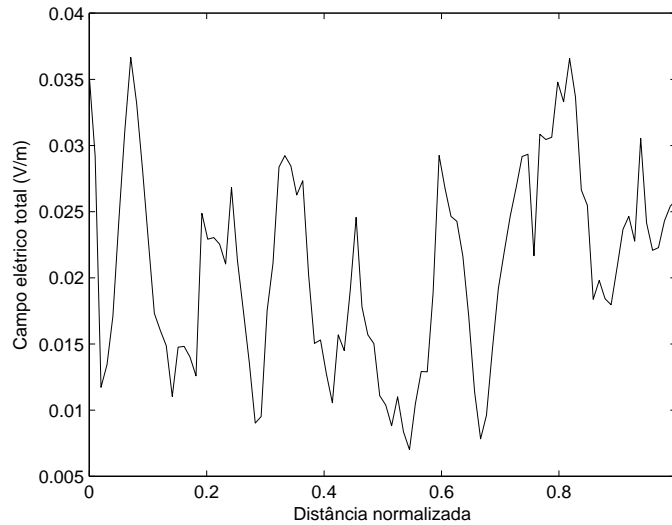


Figura 6.40: Campo elétrico no interior do veículo.

A comparação do resultado obtido com o programa HFSS não foi realizada nesse problema devido à impossibilidade de se construir uma malha envolvendo todo o domínio composto pela antena e o veículo.

6.5 Discussão dos resultados

Nesse capítulo, foram solucionados problemas de espalhamento e irradiação a fim de validar a formulação de elementos finitos presente nos Capítulos 3 e 4. Os resultados obtidos demonstram boa concordância com os resultados analíticos (apresentados na solução dos problemas de espalhamento envolvendo objetos esféricos e no problema do guia de placas paralelas) e os resultados obtidos através do uso de ferramentas computacionais disponíveis comercialmente (HFSS e 4Nec2 para os demais problemas).

Posteriormente, aplicou-se o método iterativo desenvolvido no Capítulo 5 na solução de problemas acoplados comprovando a eficácia do procedimento proposto.

Finalmente, o método iterativo foi aplicado na solução de problemas simplificados de susceptibilidade eletromagnética. Embora no modelo con-

stituído pela antena corneta e o veículo tenha atingido a convergência na primeira iteração, não se pode garantir que diferentes configurações dos ensaios de susceptibilidade apresentem o mesmo comportamento. Para problemas nos quais a intensidade do acoplamento não é conhecida a priori, a utilização do método iterativo é aconselhada devido à sua generalidade. Mesmo para problemas cujo acoplamento é desprezível, o IMR irá calcular o problema de espalhamento na região da antena e posteriormente o critério de parada. Se por um lado haverá um aumento do custo computacional, por outro, o cálculo do critério de convergência proporciona uma estimativa do erro obtido em não se considerar tal acoplamento.

Capítulo 7

Conclusões e propostas de continuidade

Nesse trabalho, o ensaio de susceptibilidade eletromagnética foi descrito como a combinação de dois problemas eletromagnéticos distintos (radiação e espalhamento), assumindo-se que a câmara semi-anecóica seja capaz de simular um ambiente aberto ideal.

As técnicas numéricas disponíveis na literatura, para a modelagem dos problemas eletromagnéticos em ensaios de susceptibilidade foram estudadas e descritas resumidamente. Dentre os métodos apresentados, optou-se pela utilização do método de elementos finitos para a modelagem dos problemas, devido à sua capacidade de lidar, em trabalhos futuros, com modelos mais detalhados do veículo levando-se em conta os vários tipos de materiais presentes em um automóvel. Como o método de elementos finitos não é capaz de resolver diretamente problemas abertos, foram desenvolvidas as condições absorventes de primeira e segunda ordem dos tipos Engquist-Majda e Baliss-Turkel que permitem transformar o problema, originalmente aberto, em um problema fechado, limitado por uma fronteira de radiação onde é imposta uma condição absorvente.

Os resultados da seção 6.3 demonstram boa concordância entre os resultados FEM-ABC e os resultados analíticos. Pode-se comprovar também a melhoria dos resultados quando são utilizadas condições absorventes de segunda ordem em comparação com as condições de primeira ordem, principalmente se a fronteira de radiação encontra-se a uma distância inferior a um comprimento de onda.

Para os problemas de irradiação, foram desenvolvidos dois tipos de mo-

delos de alimentadores para as antenas sendo eles: o modelo para um dipolo e o modelo de alimentador do tipo sonda. Esses modelos constituem a base para a simulação das antenas cornetas e log-periódicas usualmente adotadas nos ensaios de susceptibilidade.

O acoplamento dos problemas de irradiação e espalhamento foi realizado utilizando uma generalização dos métodos iterativos descritos em [MASE06] e [CV06]. A aplicação do procedimento iterativo diretamente nas equações que regem o problema eletromagnético, e não no método de solução do problema, permite escrever o IMR como um método de características próprias que independem dos métodos aos quais ele é aplicado, sendo esta uma contribuição relevante desse trabalho.

A aplicação do IMR na modelagem do ensaio de susceptibilidade permite explorar a característica do método de não alterar as matrizes utilizadas na solução dos problemas de espalhamento e irradiação. Como em um ensaio de susceptibilidade deseja-se conhecer o comportamento dos campos no interior do veículo quando esse é iluminado por diferentes direções, a variação da posição do veículo pode ser incorporada somente no princípio de equivalência e no vetor relativo ao campo incidente de cada sub-região. Dessa maneira, métodos de solução de sistemas matriciais com a decomposição LU podem ser utilizados para a resolução do ensaio de maneira eficiente [DGL].

Embora tenha sido apresentado nesse trabalho um modelo simplificado do ensaio de susceptibilidade eletromagnética, os resultados indicam que devido à característica do veículo de espalhar o campo irradiado pela antena em todas as direções, o acoplamento entre a antena e o veículo ocorre de forma fraca, podendo ser portanto ignorado o acoplamento mesmo diminuindo-se a distância prevista na norma ISO 11451. Para a comprovação desse fato, é necessária a simulação de modelos mais representativos do problema utilizando toda a faixa de frequência prevista nos ensaios (200MHz à 2GHz).

Para a simulação de modelos mais complexos, são apresentadas as seguintes propostas de continuidade:

i) Substituição dos elementos de primeira ordem

A substituição dos elementos de primeira ordem utilizados na discretização do Método de Elementos Finitos por elementos de ordem superior como os apresentados em [SP96] possibilita uma precisão maior dos resultados para uma mesma discretização, o que permitiria o uso de malhas com menor número de tetraédros para a obtenção de uma dada precisão.

ii) Estudo de técnicas eficientes para o cálculo do campo incidente

Para a simulação de um veículo real, o custo computacional do cálculo da integral do campo sobre a superfície de um sub-domínio, para a obtenção do campo incidente nos demais domínios, pode elevar significativamente o tempo de cálculo do método. Como a aplicação do princípio da equivalência é similar à integração de um elemento no método de equações integrais descrito na seção 5.3.1, o uso de métodos rápidos para a construção do sistema matricial do BEM, tais como o "Fast Multipole Method" pode ser também utilizado para agilizar o cálculo do campo incidente [DOA03].

iii) Modelagem da antena utilizando o Método dos Momentos

Como o método iterativo proposto é independente do tipo de solução adotada em cada região, a utilização do MoM na modelagem das antenas pode agilizar a solução do problema, principalmente para a simulação das antenas log-periódicas.

Referências Bibliográficas

- [AJL91] C. Ahn, B. Jeong, and S. Lee. Efficient hybrid finite element - boundary element method for 3-dimensional open-boundary field problem. *IEEE Transaction on Magnetics*, 27(5):4069–4072, september 1991.
- [AJL94] C. Ahn, B. Jeong, and S. Lee. Efficient vectorial hybrid fe-be method for electromagnetic scattering problem. *IEEE Transaction on Magnetics*, 30(5):3136–3139, september 1994.
- [Ans06] Ansoft. High frequency simulator system , ansoft corporation home page. www.ansoft.com/products/hf/hfss/, 2006.
- [Bal89] C. Balanis. *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley and Sons, New York, 1989.
- [Bal97] C. Balanis. *Antenna theory: analysis and design*. John Wiley and Sons, New York, 1997.
- [BBC⁺94] R. Barrett, M. Berry, T. Chan, J. Demmel, J. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, and C. Romine H. t. *Templates for Solution of Linear System: Building Blocks for Iterative Methods*. SIAM, Philadelphia, PA, 1994.
- [BD97] W. Boyce and R. DiPrima. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Wiley and Sons, New York, 1997.
- [BGT82] A. Baliss, M. Gunzburger, and E. Turkel. Boundary conditions for the numerical solution of elliptic equations in exterior regions. *SIAM J. Appl. Math.*, 42:430–451, 1982.

- [Bi95] M. Yao Bi. *Methode des Elements Finis Mixtes et Conditions aux Limites Absorbantes pour la Modelisation des Phenomenes Electromagnetiques Hyperfrequences*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, Lyon, 1995.
- [BL05] R. J. Burkholder and T. Lundin. Forward-backward iterative physical optics algorithm for computing the rcs of open-ended cavities. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 53(2):793–799, Feb. 2005.
- [Bér94] J. P. Bérenger. A perfect mathed layer for the absortion of electromagnetic waves. *J. Computation Physics*, 114:185–200, 1994.
- [Bre80] C. Brebbia. *Boundary Element Techniques in Engineering*. Newnes-Butterworths, London, 1980.
- [BT80] A. Baliss and E. Turkel. Radiation bondary conditions for wave-like equations. *Comm. Pure Appl. Math.*, 33:707–725, 1980.
- [CV06] M. Carr and J. L. Volakis. A generalized framework for hybrid simulation of multi-component structures using iterative field refinement. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 48(1):22–32, Feb. 2006.
- [Des92] B. Despres. Domain decomposition method and the helmholtz problem. *Proc. Int. Symp. Math. Numer.*, 1992.
- [DGL] J. Dammal, J. Gilbert, and X. Li. Super lu users’ guide. Computer Science Division, University of California, Berkeley.
- [DOA03] R. Mesquita J. Vasconcelos D. O. Almeida, R. Adriano. The fast multipole method for 2d wave equation solved by the hybrid finite element-boundary element technique. *Journal Of Microwaves And Optoelectronics*, 3(3):54–57, 2003.
- [EM77] B. Engquist and A. Majda. Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves. *Math. Comp.*, 31:629–651, 1977.
- [EM79] B. Engquist and A. Majda. Radiation boundary conditions for acoustic and elastic wave calculations. *Comm. Pure Appl. Math.*, 32:313–357, 1979.

- [Geu02] C. Geuzaine. *High-Order Hybrid Finite Element Schemes for Maxwell's Equations Taking This Structures and Global Quantities into Account*. PhD thesis, Universite de Liege, junho 2002.
- [Har61] F. Harrington. *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*. McGRAW-HILL Electrical and Electronic Engineering Series, New York, 1961.
- [Har68] R. F. Harrington. *Field computation by moment methods*. Macmillan, New York, 1968.
- [Hug87] T. Hughes. *The Finite Element Method*. Dover Publications, New Jersey, 1987.
- [ISO95] ISO. 11452 road vehicles - electrical disturbance by narrow-band radiated electromagnetic energy - component test methods. Technical report, International Organization Standardization, Switzerland, 1995.
- [ISO01] ISO. 11451 road vehicles - vehicle test method for electrical disturbance from narrowband radiated electromagnetic energy. Technical report, International Organization Standardization, Switzerland, 2001.
- [J1175] SAE J1113. Electromagnetic susceptibility measurement procedures for vehicle components (except aircraft). Technical report, SAE, 1975.
- [Jin02] J. Jin. *The Finite Element Method in Electromagnetics*. John Wiley and sons, New York, 2002.
- [Kar61] S. Karp. A convergent far-field expansion for two-dimensional radiation functions. *Commun. Pure Appl. Math*, 14:427–434, 1961.
- [kF99] J. kraus and D. Fleisch. *Electromagnetics: with applications*. WCB/McGraw-Hill, Boston, 1999.
- [KFL95] S. Kurz, J. Fetzner, and G. Lehner. An improved algorithm for the bem-fem-coupling method using domain decomposition. *IEEE Trans. on Magnetics*, 31(3):1164 – 1167, May 1995.

- [LSL98a] A. Lumsdaine, J. Siek, and L. Lee. The iterative template library. Technical report, University of Notre Dame, www.osl.iu.edu/research/itl/, 1998.
- [LSL98b] A. Lumsdaine, J. Siek, and L. Lee. The matrix template library. Technical report, University of Notre Dame, www.osl.iu.edu/research/mtl/, 1998.
- [MASE06] V. Demir M.H. Al Sharkawy and A.Z. Elsherbeni. Plane wave scattering from three dimensional multiple objects using the iterative multiregion technique based on the fdtd method. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 54(2):666–673, Feb. 2006.
- [Mat03] M. Matias. Métodos híbridos na solução de problemas de espalhamento eletromagnético. Tese de Douorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Agosto 2003.
- [MBTK88] T. G. Moore, J. G. Blaschak, A. Taflove, and G. A. Kriegsmann. Theory and application of radiation boundary operators. *IEEE Trans. Antennas Propagt.*, AP-36:1797–1812, december. 1988.
- [Mit73] R. Mittra. *Computer Techniques for Electromagnetics*. Pergamon Press, Oxford, 1973.
- [Pau92] C. R. Paul. *Introduction to Electromagnetic Compatibility*. Wiley series in microwave and optical engineering. John Wiley and Sons, New York, USA, 1992.
- [PB00] A.C. Polycarpou and C.A. Balanis. Finite-element domain decomposition using an iterative approach: Computation of mutual coupling. *IEEE Antennas and Propagation*, 2, July 2000.
- [Pet88] A. Peterson. Absorbing boundary conditions for the vector wave equation. *Microwave Opt. Tech. Lett.*, 1:62–64, April 1988.
- [RAO06] R. Pires C. Rego J.A. Vasconcelos J.O. Paulino M. Schroeder A. Rabello R. Adriano, M. Afonso and T. Oliveira. Iterative method applied to solve electromagnetic susceptibility problems. *12th Biennial IEEE CEFC*, page 323, 2006.

- [San02] G. Santos. Considerações do ambiente eletromagnético urbano na análise de interferências em veículos automotores. Master's thesis, Universidade de São Paulo, 2002.
- [Sch03] J. Schöbert. Netgen - automatic mesh generator. Technical report, Johannes Kepler Universit Linz, www.hpfem.jku.at/netgen/, 2003.
- [She97] J. Shewchuk. *Delaunay Refinement Mesh Generation*. PhD thesis, School of Computer Science, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, 1997.
- [SP96] J. Scott Savage and Andrew F. Peterson. Higher-order vector finite elements for tetrahedral cells. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 44(6):874–879, June 1996.
- [Taf95] A. Taflove. *Computational Electrodynamics: the finite-difference time-domain method*. Artech House, Boston, 1995.
- [Tai93] Chen-To Tai. *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory*. IEEE press, New York, 1993.
- [Tra04] X. Travassos. Estudo de antenas de microfita retangulares utilizando o método fdtd. Master's thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.
- [Vas94] J. A. Vasconcelos. *Optimisation de forme des structures électromagnétiques*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, julho 1994.
- [Voo06] A. Voors. 4nec2 - a powerfull free nec antenna analysis package. <http://home.ict.nl/arivoors>, 2006.
- [Wan38] J. Wang. *Generalized Moment Methods in Electromagnetics*. John Wiley and sons, New York, 1938.
- [Web93] J. P. Webb. Edge elements and what they can do for you. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2):1460–1465, March 1993.
- [Whi57] H. Whitney. *Geometric Integration Theory*. Princeton University Press, New Jersey, 1957.

- [WK89] J. P. Webb and V. N. Kanellopoulos. Absorbing boundary conditions for the finite element solution of the vector wave equation. *Microvave Opt. Thech. Lett.*, 2:370–372, october 1989.
- [Zho93] P. Zhou. *Numerical Analysis of Electromagnetic Fields*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

Apêndice A

Solução do sistema matricial

Nessa seção são apresentadas de forma resumida, o Método do Gradiente Conjugado e sua variação para sistemas matriciais complexos, o Método do Gradiente Conjugado para Matrizes Normais CGNE.[BBC⁺94]

A.1 Método do gradiente conjugado

O método do Gradiente conjugado (CG) é um método iterativo não estacionário, eficiente para solução de sistemas matriciais positivos definidos [BBC⁺94] e [Jin02]. O CG é um método de direções de busca onde a cada iteração o vetor solução é atualizado seguindo uma direção \mathbf{p} no espaço de solução a partir da solução anterior, matematicamente:

$$x_{i+1} = x_i + \alpha_i \mathbf{p}_i \tag{A.1}$$

onde a direção a ser seguida (\mathbf{p}_i) e o tamanho do passo a ser dado (α_i) são atualizados a cada iteração conforme o algoritmo descrito a seguir:

Dado uma solução inicial x_1 faça:

$$r_1 = b - Ax_1$$

$$p_1 = r_1$$

Para $i = 1, 2, 3, \dots$, máximo de iterações faça:

$$\alpha_i = \frac{\langle r_i, r_i \rangle}{\langle Ap_i, p_i \rangle}$$

$$x_{i+1} = x_i + \alpha_i p_i$$

$$r_{i+1} = r_i - \alpha_i Ap_i$$

$$\gamma_i = \frac{\langle r_{i+1}, r_{i+1} \rangle}{\langle r_i, r_i \rangle}$$

$$p_{i+1} = r_{i+1} + \gamma_i p_i$$

termine se

$$\frac{\|r_{i+1}\|}{\|b\|} < \epsilon$$

No algoritmo descrito acima o operador produto interno entre dois vetores de tamanho n é definido por:

$$\langle f, g \rangle = \sum_{i=1}^n f_i g_i, \quad (\text{A.2})$$

$\|f\|$ é a norma euclidiana do vetor f e ϵ é um pequeno valor definido como critério de parada do algoritmo.

A.1.1 Aplicação em sistemas matriciais complexos

O algoritmo descrito anteriormente garante que o resíduo da iteração $i+1$ é menor que o resíduo da iteração i quando a matrix A é real, simétrica e positiva definida. Para a solução de sistemas matriciais complexos, como no caso obtido pela discretização do FEM-ABC, a garantia de convergência não é mais mantida. Entretanto, se a matriz complexa for também Hermitiana, ou seja, $A = A^h$ onde A^h significa o transposto conjugado de A , a convergência monotônica do algoritmo é garantida redefinido-se o produto interno como:

$$\langle f, g \rangle = \sum_{i=1}^n f_i g_i^*, \quad (\text{A.3})$$

onde g^* significa o conjugado de g .

A transformação da matriz oriunda do FEM-ABC em uma matrix Hermitiana pode ser obtida através da multiplicação do sistema matricial pela Hermitiana de A , matematicamente:

$$A^h Ax = A^h b \quad (\text{A.4})$$

A equação (A.4) é conhecida como equação normal e o sistema a ser solucionado passa a ser:

$$A'x = b' \quad (\text{A.5})$$

onde a matrix hermitiana $A' = A^h A$ garante a convergência do CG.

A.1.2 Implementação do CG para sistemas normais (CGNE)

Como visto anteriormente, a aplicação da equação normal (A.4) transforma o sistema matricial em um sistema cuja matriz é hermitiana. Entretanto, a multiplicação matrix-matrix é computacionalmente cara. Para evitar o cálculo da matriz A' o CGNE foi desenvolvido [BBC⁺94]. O algoritmo a seguir descreve o funcionamento do CGNE.

Dado uma solução inicial x_1 faça:

$$r_1 = b - Ax_1$$

$$p_1 = \frac{A^h r_1}{\langle A^h r_1, A^h r_1 \rangle}$$

Para $i = 1, 2, 3, \dots$, máximo de iterações faça:

$$\alpha_i = \frac{1}{\langle Ap_i, Ap_i \rangle}$$

$$x_{i+1} = x_i + \alpha_i p_i$$

$$r_{i+1} = r_i - \alpha_i A p_i$$

$$\beta_i = \frac{1}{\langle A^h r_{i+1}, A^h r_{i+1} \rangle}$$

$$p_{i+1} = p_i + \beta_i A^h r_{i+1}$$

termine se

$$\frac{\|r_{i+1}\|}{\|b\|} < \epsilon$$

O algoritmo apresentado tem a vantagem de não precisar realizar a multiplicação de A^h por A mas em contrapartida, ele realiza duas multiplicações matriz-vetor por iteração ($A^h r_{i+1}$ e Ap_i), enquanto o CG convencional realiza apenas uma (Ap_i).

Apêndice B

Geometria dos modelos dos ensaios de susceptibilidade

B.1 Geometria do veículo

Comprimentos em milímetros

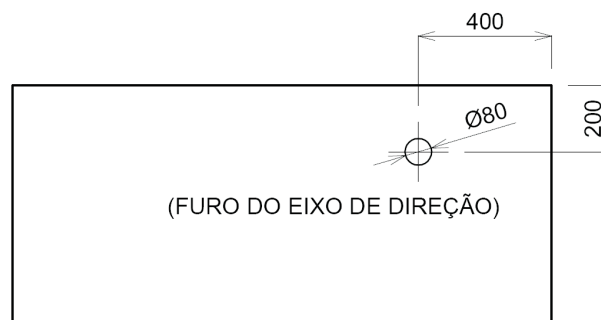


Figura B.1: Detalhe A: divisória entre compartimentos.

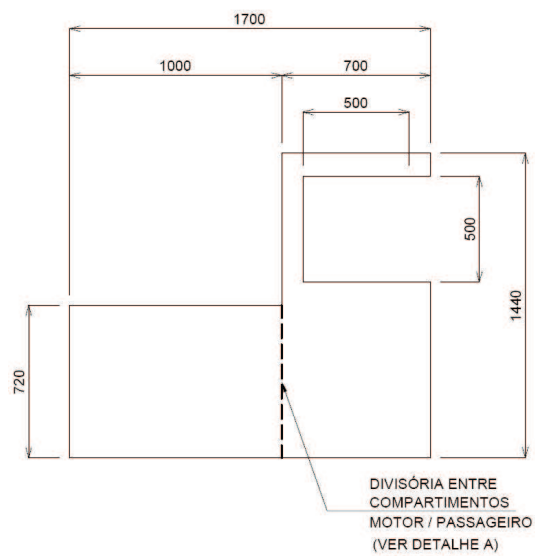


Figura B.2: Vista lateral.

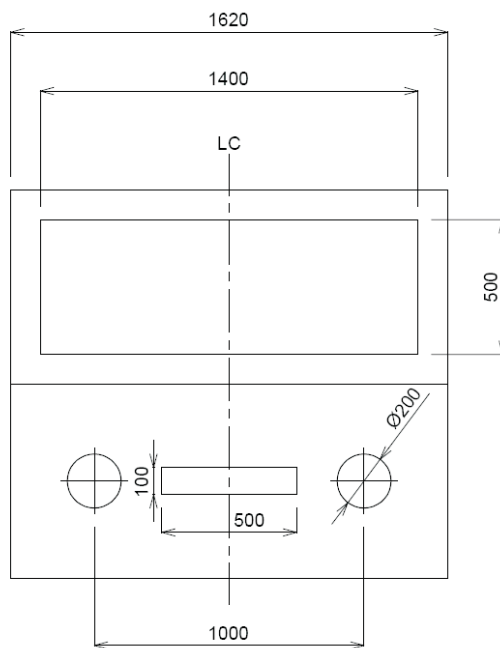


Figura B.3: Vista frontal.