

João Henrique Rodrigues

**Um modelo de excitações interagentes para descrição de
gelos de spins artificiais**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: Lucas Álvares da Silva Mól

Belo Horizonte

2018

Fulano de

Modelo para teses e dissertações do departamento de Física da UFMG/ Fulano de . – Belo Horizonte, 2017-

59 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Beltrano da Silva

Tese (Doutorado) – , 2017.

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2. 2. Palavra-chave3. I. Orientador. II. Universidade xxx. III. Faculdade de xxx. IV. Título

Fulano de Tal

Modelo para teses e dissertações do departamento de Física da UFMG

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Trabalho aprovado. Belo Horizonte, 24 de novembro de 2012:

Beltrano da Silva
Orientador

Professor
Convidado 1

Professor
Convidado 2

Belo Horizonte
2017

Dedico este trabalho aos benefícios que a ciência traz para a humanidade e ao conhecimento que ele oferece, mesmo que pouco, para aqueles que podem, um dia, precisar.

Agradecimentos

A minha família que me apoiou e ajudou neste longo percurso.

A minha namorada que teve paciência e compreensão da minha ausência por causa dos meus estudos e do meu trabalho.

Ao Lucas Mól pela orientação esclarecedora, humildade e paciência para esclarecer meus equívocos, empatia as minhas dificuldades e socorro em vários momentos da minha pós-graduação.

Aos meus professores que implementaram o meu conhecimento e apontaram a melhor direção a seguir para ser um bom profissional.

Aos meus amigos que sempre me proporcionaram ótimos momentos e valiosas lições de vida.

Aos meus colegas de pós-graduação e do IFMG pela ótima convivência, assistência e conversa sobre a física ao nosso redor.

A pós-graduação em Física da UFMG e ao IFMG - Campus Bambuí.

A CAPES, FAPEMIG e CNPq.

*"Se você não consegue explicar de forma simples,
você não entendeu suficientemente bem."
(Frases de autor desconhecido, que ainda dão autoria para o Einstein)*

Resumo

Gelos de spins artificiais são sistemas bidimensionais compostos por nanomagnetos fabricados por litografia. Eles foram inicialmente propostos para se assemelharem aos gelos de spins cristalinos, permitindo a investigação teórica e experimental de fenômenos como frustração geométrica, excitações emergentes, dinâmica de sistemas dentro e fora do equilíbrio, etc. Em nosso trabalho, estamos interessados em estudar as excitações emergentes dos gelos de spins artificiais buscando verificar quais características elas trazem para estes sistemas em um processo de reversão da magnetização. Para tanto, desenvolvemos um modelo de excitações emergentes com base em um modelo de halteres. Mostramos que tal modelo é equivalente ao modelo de spins original, reproduzindo de forma adequada as propriedades termodinâmicas do sistema. O modelo também permite analisar separadamente as contribuições geradas no sistema pelas excitações monopolo e dipolo. Usamos este conhecimento para alterar as contribuições advindas exclusivamente das excitações monopolo nos gelos de spins artificiais quadrangulares e triangulares e verificar como estas modificam as características de suas curvas de população de vértices em um processo de reversão da magnetização. Constatamos que a presença dos monopolos faz com que ambas redes apresentem curvas de população da região central assimétricas à esquerda. Esta característica aparece mesmo quando as redes apresentam grandes desordens e flutuações térmicas, sendo melhores observadas quando há menores desordens e/ou há flutuações térmicas. Esperamos que esta característica possa ser usada para estipular diretamente a carga das excitações monopolo em medidas experimentais.

Palavras-chave: Gelos de spins, Excitações emergentes, Monopolos magnéticos, Modelo efetivo

Abstract

Artificial spin ice is a class of two dimensional nanomagnetic systems fabricated by lithography. They are initially proposed to resemble the crystalline spin ice, allowing the theoretical and experimental investigation of phenomena such as geometric frustration, emergent excitations, system dynamics in and out of equilibrium, and so on. In this work, we are interested in studying the emergent excitations of the artificial spin ice, aiming to verify what characteristics they bring to these systems in a magnetization reversal process. To do so, we developed an emergent vertex model based on a dumbbell model. We show that such a model is equivalent to the original spin model, reproducing properly its thermodynamic properties. The model also allows to analyze separately the contributions generated in the system by monopole and dipole excitations. We use this knowledge to alter the contributions coming exclusively from monopole excitations in the artificial square and triangular spin ice and verify how they modify the characteristics of its vertex population curves in a magnetization reversal process. We have found that the monopole presence causes both lattice to present the population curves of the central region left asymmetric. This feature appears even when the lattice have high disorder and temperature fluctuations, being better observed when there are low disorders and/or there are thermal fluctuations. We expect these characteristics can be used to directly stipulate the monopole excitations charge in experimental measurements.

Keywords: Spin ice, Emergent excitations, Magnetic monopoles, Effective model

Lista de ilustrações

Figura 1 – Regra do gelo nos gelos de spins cristalinos e artificiais quadriculares	26
Figura 2 – Rede triangular de spins proposta por Wannier	33
Figura 3 – Configuração do gelo da água	34
Figura 4 – Interpretação dos monopolos magnéticos de Castelnovo <i>et al</i>	35
Figura 5 – Rede proposta por Wang <i>et al</i>	35
Figura 6 – As 4 topologias de vértice da rede quadrada	36
Figura 7 – Imagem real e ideal da rede produzida em laboratório	37
Figura 8 – Energia de interação dos monopolos magnéticos nos gelos de spin artificiais	38
Figura 9 – Linhas de campo dos monopolos magnéticos nos gelos de spin artificiais	38
Figura 10 – Rede brickwork	39
Figura 11 – 5 topologias da rede brickwork	39
Figura 12 – Redes estudadas por Morrison <i>et al</i>	40
Figura 13 – As topologias das redes estudadas por Morrison <i>et al</i>	41
Figura 14 – Rede Tetris estudada por Gilbert <i>et al</i>	42
Figura 15 – Rede Honeycomb	42
Figura 16 – Rede Kagomé	43
Figura 17 – Rede Honeycomb e Kagomé	43
Figura 18 – As 8 topologias da rede triangular	44
Figura 19 – Gelos de spin artificiais unidirecionais	45
Figura 20 – Linhas de campo dos gelos de spin artificiais unidirecionais	45
Figura 21 – 3 topologias de vértice do modelo coloidal	46
Figura 22 – Monopolos e string no modelo coloidal	46
Figura 23 – Processos de desmagnetização propostos por Wang <i>et al</i>	49
Figura 24 – Distribuição normal	51
Figura 25 – Distribuições assimétricas	51
Figura 26 – Regressão polinomial linear	54
Figura 27 – Duas strings dos gelos de spins artificiais quadriculares	58
Figura 28 – Campo magnético interno de um vértice	59
Figura 29 – Modelo de excitações emergente - Interpretação	61
Figura 30 – Modelo de excitações emergente - Rede Quadrada	61
Figura 31 – Modelo de excitações emergente - Rede Triangular	62
Figura 32 – Modelo de excitações emergente - Rede Honeycomb	62
Figura 33 – Modelo de excitações emergente - Rede Linear	63
Figura 34 – Propagação de carga nos gelos de spins triangulares	66
Figura 35 – Gelos de spins artificiais quadriculares com vértices com um único spin nas bordas	67

Figura 36 – Gelos de spins artificiais triangulares com vértices de poucos spins nas bordas	68
Figura 37 – As topologias de borda dos gelos de spins artificiais triangulares	68
Figura 38 – Ajuste polinomial - Gráfico dos resíduos	73
Figura 39 – Ajuste polinomial - Grandezas termodinâmicas	76
Figura 40 – Ajuste polinomial - População de vértices	77
Figura 41 – Os gelos de spins artificiais estudados	79
Figura 42 – As diferentes regiões estudadas dos gelos de spins artificiais	82
Figura 43 – Rede quadricular - $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 0$ - Magnetização	83
Figura 44 – Rede quadricular - $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 0$ - População de excitações para $M = 3$	84
Figura 45 – Rede quadricular - $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 0$ - Análise das curvas de população de monopolos em função de suas magnitudes	85
Figura 46 – Rede quadricular - $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 0$ - Coeficientes de assimetria e curtose	86
Figura 47 – Rede triangular - $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 0$ - Magnetização	87
Figura 48 – Rede triangular - $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 0$ - População de excitações para $M = 3$	87
Figura 49 – Rede triangular - $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 0$ - Análise das curvas de população de monopolos em função de suas magnitudes	88
Figura 50 – Rede triangular - $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 0$ - Coeficientes de assimetria e curtose	89
Figura 51 – Rede quadricular - Variando Δb com $\Delta T = 0$ - Magnetização	91
Figura 52 – Rede quadricular - Variando Δb com $\Delta T = 0$ - Análise das curvas de população de monopolos em função de suas magnitudes	92
Figura 53 – Rede quadricular - Variando Δb com $\Delta T = 0$ - Coeficientes de assimetria e curtose	93
Figura 54 – Rede quadricular - Variando ΔT com $\Delta b = 10$ - Magnetização	95
Figura 55 – Rede quadricular - Variando ΔT com $\Delta b = 10$ - Análise das curvas de população de monopolos em função de suas magnitudes	96
Figura 56 – Rede quadricular - Variando ΔT com $\Delta b = 10$ - Coeficientes de assimetria e curtose	97
Figura 57 – Artigo publicado	113
Figura 58 – Comparação da excitações dos gelos de spins artificiais quadriculares e lineares	117
Figura 59 – Rede triangular - Variando Δb com $\Delta T = 0$ - Magnetização	119
Figura 60 – Rede triangular - Variando Δb com $\Delta T = 0$ - Análise das curvas de população de monopolos em função de suas magnitudes	120
Figura 61 – Rede triangular - Variando Δb com $\Delta T = 0$ - Coeficientes de assimetria e curtose	120

Figura 62 – Rede triangular - Variando ΔT com $\Delta b = 10$ - Análise das curvas de população de monopolos em função de suas magnitudes	121
Figura 63 – Rede triangular - Variando ΔT com $\Delta b = 10$ - Coeficientes de assimetria e curtose	122
Figura 64 – Campo magnético feito pelas excitações das strings	124

Lista de tabelas

Tabela 1 – Excitações de vértice dos gelos de spins artificiais quadriculares	64
Tabela 2 – Excitações de vértice dos gelos de spins artificiais triangulares	65
Tabela 3 – Excitações de vértice dos gelos de spins artificiais honeycomb	65
Tabela 4 – Excitações de vértice dos gelos de spins artificiais lineares	65
Tabela 5 – Excitações de vértice de borda dos gelos de spins artificiais triangulares	69
Tabela 6 – Grandezas das excitações para os gelos de spins quadriculares com os spins das bordas livres.	72
Tabela 7 – Grandezas das excitações para os gelos de spins quadriculares com os spins das bordas fixos.	72
Tabela 8 – Grandezas das excitações para os gelos de spins triangulares os spins da borda fixos	74
Tabela 9 – Grandezas das excitações para os gelos de spins quadriculares $L = 64+2$ com os spins das bordas livres.	115

Sumário

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Estrutura do texto	27
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	29
2.1	Magnetismo	29
2.1.1	Um pouco da história do magnetismo	29
2.1.2	Campo elétrico gerado por cargas pontuais	30
2.1.3	Energia de interação entre cargas e dipolos	31
2.2	Gelos de spins	33
2.2.1	Gelos de spins artificiais em simulações computacionais	37
2.2.2	Redes de gelo de spin em outras geometrias	39
2.2.2.1	Rede Brickwork	39
2.2.2.2	Vértices infelizes	40
2.2.2.3	Redes Honeycomb e Kagomé	41
2.2.2.4	Rede Triangular	43
2.2.2.5	Rede Unidirecional	44
2.2.2.6	Rede quadricular: modelo coloidal	45
2.3	Flutuações térmicas nos gelos de spins artificiais	47
2.4	Aplicação de campo magnético aos gelos de spins artificiais	48
2.4.1	Protocolos experimentais	48
2.4.2	Protocolos computacionais	49
2.5	Estatística de tendência central	50
2.5.1	Estatística descritiva	51
2.5.2	Coeficientes de assimetria	52
2.5.3	Coeficiente de curtose	53
2.6	Regressão de um diagrama de dispersão	53
2.6.1	Método dos Mínimos Quadrados	54
3	MODELO DE EXCITAÇÕES EMERGENTES	57
3.1	String: Excitações de dipolos magnéticos interagentes	57
3.2	Campo magnético interno e externo ao vértice	59
3.3	Modelo de excitações interagentes	60
3.4	Identificando as excitações de vértices	64
3.5	Interpretação da propagação de cargas e a criação da String	65
3.6	Excitações nas bordas das redes	67
3.7	Correspondência de configuração de vértice entre os modelos	69

3.8	Correspondência energética entre os modelos	69
3.8.1	Rede quadrangular	70
3.8.2	Rede triangular	73
3.9	Estudo das grandezas termodinâmicas do modelo de excitações emergentes	75
4	A INFLUÊNCIA DOS MONOPOLOS MAGNÉTICOS EM PROCESSOS DE MAGNETIZAÇÃO	79
4.1	Considerações iniciais	80
4.1.1	As magnitudes das excitações MeP	80
4.1.2	A condição de inversão dos spins e o campo magnético externo	80
4.1.3	Região central e os efeitos de bordas	81
4.2	Estudo inicial com desordem constante e sem flutuações térmicas	82
4.2.1	Resultados: gelos de spins artificiais quadrangulares	83
4.2.2	Resultados: gelos de spins artificiais triangulares	86
4.2.3	Conclusões	89
4.3	A influência da desordem	90
4.3.1	Resultados: gelos de spins artificiais quadrangulares	90
4.3.2	Resultados: gelos de spins artificiais triangulares	93
4.3.3	Conclusões	94
4.4	A influência das flutuações térmicas	95
4.4.1	Resultados obtidos: gelos de spins artificiais quadrangulares	95
4.4.2	Resultados: gelos de spins artificiais triangulares	98
4.4.3	Conclusões	98
5	CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS	99
5.1	Conclusões gerais	99
5.2	Perspectiva	100
	REFERÊNCIAS	101
	APÊNDICES	111
	APÊNDICE A – ARTIGO PUBLICADO PELO TRABALHO DESTA TESE	113
	APÊNDICE B – AJUSTE NÃO LINEAR PARA REDES QUADRANGULARES DE TAMANHO $L = 64 + 2$	115

	APÊNDICE C – SEMELHANÇA DE COMPORTAMENTO DOS GELOS DE SPINS QUADRICULARES E LINEARES	117
	APÊNDICE D – OUTROS GRÁFICOS DOS GELOS DE SPINS TRIANGULARES	119
D.1	Influência da desordem	119
D.2	Influência das flutuações térmicas	121
	APÊNDICE E – SEMELHANÇAS E DIFERENÇA DO PROCESSO DE MAGNETIZAÇÃO DOS GELOS DE SPINS ARTIFICIAIS QUADRICULARES E TRIANGULARES	123
E.1	Diferença para $M = 0 \rightarrow 2$	123
E.2	Semelhança para $M \geq 3$	125

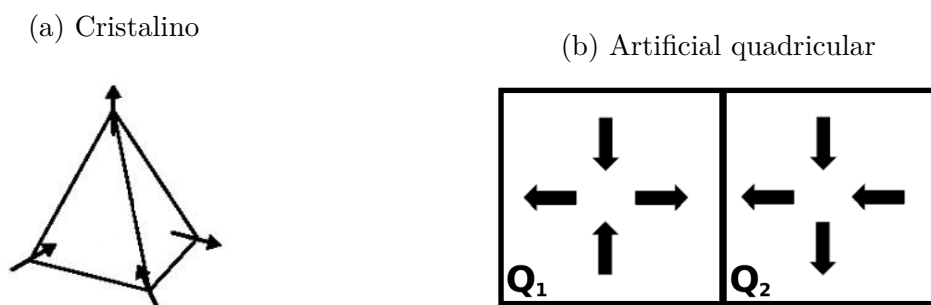
1 Introdução

O interesse do homem em magnetismo e materiais magnéticos tem origem muito antiga, com relatos históricos datados do século VII a.c. na Grécia e evidências anteriores na China. O magnetismo teve grande importância na história, por exemplo, auxiliando o homem a se guiar pelos mares na época das grandes navegações. Atualmente, o magnetismo é usado tanto no funcionamento de aparelhos simples, como uma campainha, quanto em aparelhos mais complexos, como a levitação magnética de trens-bala. O entendimento das propriedades e do comportamento destes materiais são peças fundamentais para o aperfeiçoamento da atual tecnologia que as envolvem e para desenvolvimento de outras. Os ímãs de neodímio, ou de neodímio-ferro-boro ($Nd_2Fe_{14}B$), são ótimos para exemplificar esta importância. Eles são componentes comuns usados na gravação magnética de dados em discos rígidos de computadores. As constantes pesquisas destes ímãs, concomitante com outros, contribuíram para a criação de dispositivos de gravação cada vez melhores com o passar do anos, tendo maiores capacidades de armazenamento e maiores velocidades de gravação por menores preços.

Recentemente, uma classe de materiais com propriedades surpreendentes foi descoberta, **os gelos de spins** [1–3]. Estes materiais, como o titanato de hólmio ($Ho_2Ti_2O_7$) e o titanato de disprósio ($Dy_2Ti_2O_7$), são sólidos cristalinos que apresentam estrutura tipo pirocloro, em que os íons magnéticos formam uma rede de tetraedros com vértice em comum. Os gelos de spins receberam este nome pois eles apresentam uma frustração geométrica similar à encontrada no gelo da água [4–6], em que os momentos magnéticos de seus íons, os spins, se alinham com centros dos tetraedros e geram uma configuração de dois spins apontando para dentro e dois para fora [1, 3]. Essa configuração, dois spins apontando para dentro e dois spins apontando de cada vértice, é conhecida como regra do gelo [7]. Castelnovo *et al* [8] perceberam que as excitações acima do estado fundamental dos gelos de spins são quase-partículas que comportam-se como um gás de monopolos magnéticos interagentes. Elas se assemelham com os monopolos de Dirac [9] (em que os monopolos são ligados por strings não energéticas) e podem ser interpretadas através do modelo de halteres, em que os spins do sistema são substituídos por halteres com cargas e elas, as cargas, ocupam o centro dos tetraedros. Os gelos de spins trouxeram novas e interessantes possibilidades para a ciência, como, por exemplo, melhorias significativas para dispositivos de armazenamento de dados em massa e o desenvolvimento de uma tecnologia que funcionaria por correntes magnéticas, a magnetrônica. Porém, do ponto de vista experimental, os estudos destes materiais ainda são difíceis, pois não se consegue ter o completo controle da dinâmica dos spins e não há como visualizar os microestados do sistema, dificultando a análise de efeitos de frustração geométrica. Uma proposta alternativa

para a pesquisa destes materiais foi feita por Wang *et al* [10]. Estes autores fabricaram redes bidimensionais compostas por nanomagnetos alongados que podem adotar diversos arranjos geométricos. Os gelos de spins artificiais, como são conhecidos, conseguem reproduzir algumas características dos gelos de spins cristalinos através de suas diferentes geometrias. A geometria quadricular é a aquela que mais se assemelha com os gelos de spin cristalinos, pois cada vértice de sua rede tem 4 spins e a regra do gelo se manifesta como minimização de energia do sistema. A geometria honeycomb reproduz a estrutura planar do pirocloro e ela possui 3 spins por vértice, dentre diversas outras possibilidades. Observa-se na literatura [11, 12] que as excitações dos gelos de spins artificiais não poderiam ser descritas por um modelo de halteres similar ao usado por Castelnovo *et al* [8] nos gelos de spins cristalinos (em que as cargas dos halteres ocupariam o centro dos vértices). A inviabilidade deste modelo pode ser entendida pela diferença da interação dos momentos dipolos dos vértices nos dois sistemas. Nos cristalinos (figura 1.a)), todos os vértices que obedecem a regra do gelo tem o mesmo momento dipolo intrínseco e a interação entre estes pode ser negligenciada no regime gelo, gerando, assim, a degenerescência do sistema no estado fundamental. Nos artificiais quadriculares (figura 1.b)), os vértices que obedecem a regra do gelo podem ser separados em duas topologias: a topologia Q_1 , que apresenta momento dipolo nulo; e a topologia Q_2 , que apresenta um momento dipolo finito. A interação entre os momentos dipolos nas redes artificiais é energeticamente significativa, fazendo que o estado fundamental seja composto somente pelos vértices de topologia Q_1 , o que remove a degenerescência do sistema. No entanto, Mól *et al* [11, 12] mostraram que as excitações acima do estado fundamental dos gelos de spins artificiais seriam descritas por excitações monopolo magnético ligadas por strings energéticas, se assemelhando mais com monopolos proposto por Nambu [13, 14]. Um característica interessante das strings é que a maior parte de sua energia advém de seu comprimento e uma fração depende de sua forma.

Figura 1 – Regra do gelo nos gelos de spins a) cristalinos e b) artificiais quadriculares.



Em nosso trabalho estamos interessados em estudar as excitações dos gelos de spins artificiais e quais características que elas trazem para estes sistemas. Inicialmente, proporemos um modelo de excitações que descreva as características relatadas na literatura e que também consiga reproduzir, apropriadamente, o momento dipolo dos vértices. Iremos

mostrar que tal modelo é capaz de reproduzir o comportamento encontrado na literatura, em especial, as propriedades termodinâmicas de gelos de spin artificiais quadrulares. Ademais, tal modelo permite a investigação de maneiras de se detectar a presença de excitações nos processos de reversão de magnetização destas redes, permitindo assim a proposição de experimentos e métodos que poderiam ser utilizados para se medir a carga de excitações tipo monopolo. Imaginamos que nossos estudos beneficiem a investigação teórica e experimental do sistemas magnéticos bidimensionais artificiais, auxiliando o entendimento de suas frustrações geométricas, excitações emergentes, dinâmica dentro e fora do equilíbrio, entre outros, que também são encontrados nos materiais magnéticos naturais.

1.1 Estrutura do texto

O segundo capítulo da tese, 2, apresenta uma breve revisão sobre magnetismo, simulações computacionais, gelos de spins e estatística. Esta revisão contém o principal embasamento teórico e experimental para que o leitor entenda nosso trabalho e a metodologia que adotamos. Além disto, neste capítulo encontram-se os trabalhos mais importantes que nos ajudaram na realização deste. Os livros e artigos que compõem a fundamentação teórica encontram-se no final deste documento em *Referências*.

O terceiro capítulo, 3, apresenta o nosso modelo de excitações interagentes e suas implicações nos gelos de spins artificiais. Para isto, verificamos se a energia acima do estado fundamental poder ser descrita por interações entre excitações e, através desta, verificamos a correspondência termodinâmica entre o modelo de spins e o modelo de excitações.

O quarto capítulo, 4, mostra como os gelos de spins artificiais são influenciados pela presença de monopolos em um processo de reversão da magnetização, considerando que seus nanomagnetos sofrem de desordem e flutuações térmicas. Os resultados são expressos em gráficos e as explicações são dadas com intuito de esclarecer e mostrar suas implicações físicas.

O quinto capítulo, 5, apresenta as conclusões gerais do nosso trabalho, onde se encontram os resultados mais relevantes dos capítulos 3 e 4 e as nossas perspectivas para as futuras pesquisas.

2 Fundamentação teórica

2.1 Magnetismo

2.1.1 Um pouco da história do magnetismo

Os primeiros estudos de fenômenos magnéticos aconteceram há muito tempo na Grécia antiga [15]. No século VI A.C., Tales de Mileto observou em uma de suas viagens perto da Magnésia que pequenas pedras, conhecidas como magnetita, tinham a capacidade de atrair tanto objetos de ferro quanto a de se atraírem. Tales explicou este fenômeno dizendo que essas pedras possuíam uma espécie de "alma" que teria poder de atração com a "vida" do ferro inerte. Uma melhor compreensão do magnetismo, e também da eletricidade, só ocorreu a partir no século VIII através de observações e trabalhos mais elaborados. Em 1269, Pierre Maricourt estudou profundamente os fenômenos magnéticos através de vários experimentos. Ele observou que: todos os magnetos sempre teriam dois diferentes polos, norte e sul; os polos opostos sempre se atraem e iguais sempre se repelem; e, que quando um magneto é quebrado, ele sempre se divide em outros dois magnetos menores, de forma que no local da quebra se encontravam dois polos opostos. Através destes e outros estudos, os cientistas daquela época concluíram que os fenômenos elétricos e magnéticos seriam completamente distintos. No entanto, em 1820 Hans Christian Orsted descobriu que os fenômenos elétricos e magnéticos estão fortemente ligados. Este fato foi notado durante uma de suas experiências em sala de aula, onde Orsted percebeu que a corrente elétrica conseguia interferir na orientação de uma bússola próxima a ela, concluindo que a corrente elétrica provocava efeitos magnéticos em suas vizinhanças.

Os passos seguintes no avanço da compreensão do eletromagnetismo foram dados por Michael Faraday, Joseph Henry e Heinrich Lenz com a descoberta da indução magnética. Faraday e Henry observaram que era possível gerar uma força eletromotriz (FEM) através de um campo magnético variável e Lenz observou que FEM induzida era gerada pela mudança de fluxo do campo magnético. Por fim, James Clerk Maxwell conseguiu resumir todo este conhecimento de magnetismo e de eletricidade em quatro equações, conhecidas como equações de Maxwell [16]:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = +\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{J}, \quad (2.4)$$

em que \vec{E} é o campo elétrico, \vec{B} é o campo magnético, ρ é a densidade volumétrica das cargas elétricas, \vec{J} é a densidade superficial de corrente elétrica, ϵ_0 é permissividade elétrica no vácuo e μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo.

Estas equações também estabelecem bases teóricas sólidas quanto à existência de ondas eletromagnéticas com velocidade igual à observada para luz. No que segue, faremos uma breve descrição de alguns pontos da teoria eletromagnética que serão necessários nos estudos que apresentaremos.

2.1.2 Campo elétrico gerado por cargas pontuais

Uma das principais contribuições científicas da eletrostática foi a do físico francês Charles Augustin de Coulomb em 1783, quando ele formulou e publicou a interação entre duas partículas eletricamente carregadas. Hoje, conhecemos esta contribuição como **Lei de Coulomb** que estabelece que o módulo da força entre duas cargas elétricas é diretamente proporcional ao produtos dos valores absolutos das duas cargas (q e q_0) e é inversamente proporcional ao quadrado da distância ($|\vec{r}|^2$) entre os seus centros:

$$\vec{F}_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{|\vec{r}|^2} \hat{r}. \quad (2.5)$$

A força eletrostática ocorre devido à interação de uma carga elétrica q_0 com o campo elétrico \vec{E} gerado pela outra carga q . Este campo é definido pela força elétrica entre as duas dividida pela carga q_0 :

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_E}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r}|^2} \hat{r}. \quad (2.6)$$

O campo elétrico gerado por uma carga pontual isolada, ou de dimensões muito pequenas em relação à distância do observador, é um campo radial, como vê-se pela equação 2.6. Quando tem-se duas cargas elétricas próximas de mesmo módulo, porém sinais opostos, o conjunto gera um campo elétrico dipolar:

$$\vec{E}_p = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\vec{p} \cdot \hat{r}) \hat{r} - \vec{p}}{|\vec{r}|^3}, \quad (2.7)$$

em que \vec{E}_p é o campo elétrico do dipolo, \vec{E}_+ é o campo elétrico da carga positiva, \vec{E}_- é o campo elétrico da carga negativa, $\vec{p} = q\vec{d}$ é o momento dipolo do conjunto, q é o módulo

das cargas e \vec{d} é a distância entre elas (da negativa para positiva). Vale ressaltar que tal expressão é válida apenas quando $|\vec{r}| \gg |\vec{d}|$.

Um fato curioso é que não existe uma partícula que contém as características de uma carga - monopolo - magnética isolada. Uma das teorias mais conhecidas sobre a possível existência de monopolos magnéticos foi proposta pelo físico Maurice Dirac em 1931 [9]. Em sua teoria, resumidamente falando, as cargas magnéticas existiriam aos pares e estariam ligadas por uma *string* não energética e não observável que leva o fluxo de campo magnético da carga negativa para a positiva, mantendo o divergente do campo magnético nulo.

2.1.3 Energia de interação entre cargas e dipolos

A energia potencial elétrica de uma partícula é dada pela sua carga vezes o potencial elétrico na posição em que se encontra ¹:

$$H_i = q_i V(\vec{r}_i), \quad (2.8)$$

em que q_i é carga da partícula i e $V(\vec{r}_i)$ é o potencial elétrico em sua posição. Para um sistema isolado composto por duas ou mais partículas carregadas, o potencial elétrico em uma partícula i é gerado pela soma dos potenciais elétricos das demais partículas. O $V(\vec{r}_i)$ neste sistema pode ser obtido pela soma:

$$V(\vec{r}_i) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j \neq i}^{N-1} \frac{q_j}{r_{ij}}, \quad (2.9)$$

em que $r_{ij} = |\vec{r}_j - \vec{r}_i|$ é o módulo da distância entre as cargas i e j e N é o número total de partículas no sistema. Através das equações 2.8 e 2.9, tem-se que a energia total para este sistema de partículas é dado por:

$$H = \sum_{i=1}^N H_i = \sum_{i=1}^N q_i V(\vec{r}_i) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}. \quad (2.10)$$

Um caso particular importante para nossos estudos é a energia potencial de dipolos. Para calculá-la, vamos supor que há um dipolo $\vec{p} = q\vec{d}$ em campo elétrico \vec{E} . Nesta situação, pode-se mostrar em que:

$$H_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}, \quad (2.11)$$

¹ Definindo que

$$\lim_{\vec{r} \rightarrow \infty} V(\vec{r}) = 0$$

, este o trabalho necessário para trazer uma carga q_i do infinito ao ponto \vec{r}_i .

em que H_p é a energia potencial do dipolo e \vec{E} é o campo elétrico no centro do dipolo. Caso o campo elétrico seja gerado por uma carga elétrica isolada, q_i , tem-se que a equação 2.11 é dada por:

$$H_{pq_i} = -\vec{p} \cdot \vec{E}_i = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i \vec{p} \cdot \hat{r}_{ip}}{r_{ip}^2}; \quad (2.12)$$

e caso o campo seja gerado por um outro dipolo \vec{p}_j , tem-se que a equação 2.11 é dada por:

$$H_{pp_j} = -\vec{p} \cdot \vec{E}_j = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\vec{p} \cdot \vec{p}_j - 3(\vec{p} \cdot \hat{r}_{jp}) \cdot (\vec{p}_j \cdot \hat{r}_{jp})}{r_{jp}^3} \right]. \quad (2.13)$$

Podemos obter as versões magnéticas destas expressões de forma simples. Para isto, é necessário trocar o momento dipolo elétrico pelo o magnético ($\vec{p} \rightarrow \vec{m}$) e o inverso da permissividade elétrica pela permeabilidade magnética ($1/\epsilon_0 \rightarrow \mu_0$). Assim, expressão que descreve a energia potencial entre dois dipolos magnéticos (m_i e m_j) é dado por:

$$H_{m_i m_j} = -\vec{m}_i \cdot \vec{B}_j = -\vec{m}_j \cdot \vec{B}_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j - 3(\vec{m}_i \cdot \hat{r}_{ij}) \cdot (\vec{m}_j \cdot \hat{r}_{ij})}{r_{ij}^3} \right]. \quad (2.14)$$

A equação 2.14 pode ser estendida para o caso de N dipolos magnéticos interagentes, totalizando uma energia de:

$$H = \sum_{i < j} -\vec{m}_i \cdot \vec{B}_j = \sum_{i < j} \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j - 3(\vec{m}_i \cdot \hat{r}_{ij}) \cdot (\vec{m}_j \cdot \hat{r}_{ij})}{r_{ij}^3} \right]. \quad (2.15)$$

A equação 2.15 serve para o estudo de qualquer sistema que contenha dipolos magnéticos, como os gelos de spins artificiais que mostraremos adiante. Caso este seja composto por dipolos magnéticos de mesma magnitude $\vec{m} = \mu \cdot \vec{s}$, na qual a menor distância entre estes é dado por l , esta equação pode ser re-escrita como:

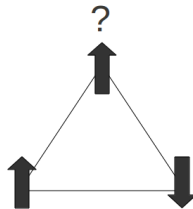
$$\begin{aligned} H &= \sum_{i < j} \frac{\mu_0 l^3}{4\pi l^3} \left[\frac{\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j - 3(\vec{m}_i \cdot \hat{r}_{ij}) \cdot (\vec{m}_j \cdot \hat{r}_{ij})}{r_{ij}^3} \right] \\ H &= \sum_{i < j} \frac{\mu_0 \mu^2}{4\pi l^3} \left[\frac{\vec{s}_i \cdot \vec{s}_j - 3(\vec{s}_i \cdot \hat{r}_{ij}) \cdot (\vec{s}_j \cdot \hat{r}_{ij})}{(r_{ij}/l)^3} \right] \\ H &= \sum_{i < j} D \left[\frac{\vec{s}_i \cdot \vec{s}_j - 3(\vec{s}_i \cdot \hat{r}_{ij}) \cdot (\vec{s}_j \cdot \hat{r}_{ij})}{R_{ij}^3} \right], \end{aligned} \quad (2.16)$$

em que μ é o módulo do momento magnético, \vec{s} é a direção e o sentido deste momento, $D = \mu_0 \mu^2 / 4\pi l^3$ e $R_{ij} = r_{ij}/l$ é dado em unidades de espaçamento da rede. Neste novo somatório, tem-se que D contém todas as unidades do antigo somatório, deixando as outras variáveis, s_i e R_{ij} , adimensionais. Além disto, o valor de D fornece a ordem de grandeza da energia de interação entre os dipolos.

2.2 Gelos de spins

Uma característica interessante de alguns sistemas com interações competitivas é que os seus estados fundamentais são, em geral, degenerados, como consequência da frustração geométrica relacionada à estrutura cristalina do material. Basicamente, um material é dito geometricamente frustrado quando ele possui Ω_0 estados fundamentais degenerados, gerando uma entropia residual igual a $S = k_B \ln(\Omega_0)$, devido ao arranjo geométrico de sua estrutura cristalina. Em especial, para sistemas de spins, tem-se que o arranjo destes pode impedir que todas as interações entre pares sejam minimizadas simultaneamente. Um exemplo muito conhecido de frustração geométrica é de uma rede triangular de spins tipo Ising [17] acoplados antiferromagneticamente, proposto por Wannier [18] em 1950 (figura 2). Em sistemas antiferromagnéticos, a interação de menor energia entre um par de spins é aquela na qual eles se alinham antiparalelamente. Mas, na rede proposta por Wannier, vemos que quando dois spins se alinham antiparalelamente, o terceiro spin não consegue se alinhar antiparalelamente com os outros dois simultaneamente. Devido a isto, este tipo de sistema tem três diferentes configurações de menor energia, gerando uma entropia por sítio dada por $s = k_B \ln(3)/3 \approx 0.366k_B$.

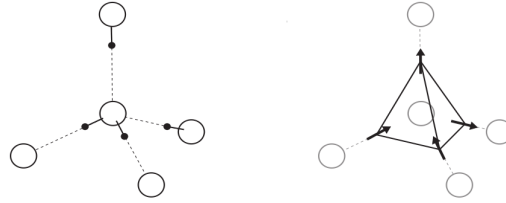
Figura 2 – Rede triangular de spins tipo Ising acoplados antiferromagneticamente. Veja que existem 3 configurações independentes, i.e., não ligadas por simetrias internas, que possuem a menor energia do sistema.



A frustração geométrica também é encontrada em outros materiais não magnéticos. Em 1935, William Giaunque e colaboradores [4] [5] observaram que o gelo da água apresenta uma entropia residual. Este resultado foi logo esclarecido por Linus Pauling [6] [19] que observou que cada íon de O^{2-} estava no centro de um tetraedro cercado por outros quatro íons de O^{2-} e por quatro prótons H^+ : dois próximos e dois afastados. Esta geometria pode ser vista, também, em termos de momentos dipolos, em que dois apontam para dentro e dois apontam para fora de cada tetraedro. Esta configuração (dois apontando para dentro e dois para fora) é conhecida como *regra do gelo* (nome dado por Bernal *et al* [7]). A figura 3 é um modelo ilustrativo da configuração do gelo da água e sua interpretação com spins tipo Ising.

Em 1997, Harris e colaboradores [1] descobriram uma classe de materiais magnéticos com estrutura cristalina semelhante à descrita ao gelo da água. Estes materiais, como $H_{0.2}Ti_2O_7$ e $Dy_2Ti_2O_7$, apresentam uma estrutura tipo pirocloro, uma rede tridimensional composta por tetraedros com vértices em comum. Os momentos magnéticos desta rede

Figura 3 – A *esquerda* seria o modelo clássico da configuração de íons do gelo da água e *direita* a representação desta mesma com tetraedros e momentos magnéticos. As grandes esferas brancas são os íons de O^{2-} , as pequenas esferas pretas são os prótons de H^+ , as setas nos vértices do tetraedro representam o momento dipolo gerado pelos íons.



estão localizados nos vértices dos tetraedros e, em uma certa faixa de temperaturas, eles se alinham com o centro destes. Esta estrutura gera uma desordem de configuração de orientações dos momentos magnéticos similar à encontrada no gelo da água. A regra do gelo se manifesta como uma minimização da interação spin-spin [3] [20] e devido a esta grande semelhança, estes materiais foram nomeados *gelos de spins*. Muitos pesquisadores, tanto teóricos quanto experimentais, exploraram as propriedades físicas destes materiais em diversos trabalhos. Entre eles, dois tiveram grande repercussão.

O primeiro trabalho que apresentaremos foi feito por Castelnovo e colaboradores [8]. Estes autores interpretaram que as excitações acima do estado fundamental dos gelos de spins cristalinos podem ser vistas como quasipartículas emergentes que se comportam como monopolos magnéticos. Eles observaram que pares de monopolos magnéticos de cargas opostas apareceriam pela violação da regra do gelo [21] [22] [23]. Em baixas temperaturas, a interação entre eles não é determinada pelo custo energético da inversão de outros spins, mas sim pela interação Coulombiana magnética de um gás de monopolos interagentes. Em altas temperaturas, os gelos de spins se comportam como paramagnetos convencionais e a descrição das excitações tipo monopolos não procede. Os monopolos de cargas opostas são ligados por uma "*string*" sem tensão e portanto não energética, composta pelos spins invertidos que ligam estes dois monopolos [24]. Um fato interessante é que esses monopolos magnéticos são similares àqueles previstos por Dirac [9], porém não iguais. Na teoria de Dirac, a *string* que liga os dois monopolos é infinitesimalmente fina, um tubo solenoidal não-observável que leva a densidade de fluxo de campo magnético de uma carga para a outra. Nos gelos de spins cristalinos, a *string* é real, observável e pode mudar seu comprimento e sua forma sem nenhum custo energético efetivo que não seja a interação Coulombiana magnética das cargas em suas extremidades. Devido a este fato, a carga magnética do gelo de spins e a carga elétrica não estão relacionadas da forma prevista por Dirac, $q_m = h/\mu_0 e$. A figura 4 ilustra as quase-partículas emergentes no sistema ligadas pela string.

O segundo trabalho que teve grande repercussão foi feito por Wang e colaboradores [10] [25]. Estes autores criaram em laboratório redes bidimensionais de nanomagnetos com propriedades similares às dos gelos de spins cristalinos. Estas redes eram compostas

Figura 4 – Monopolos magnéticos, as esferas vermelha e azul, emergentes na rede de gelos de spins. Note que a linha clara que liga os dois monopolos é a string.

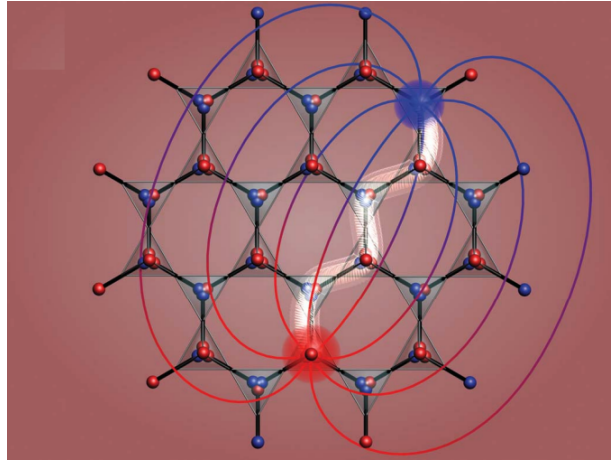


Figura retirada da Ref. [8]

por nanoilhas alongadas de permalloy (ligas de Fe e Ni), nas quais seus eixos mais longos alteravam suas orientações ao longo dos dois principais eixos das redes. O espaçamento entre as ilhas mais próximas, também conhecido como espaçamento de rede, variava entre $320nm$ a $880nm$, e as dimensões destas ilhas eram fixas ($80nm \times 220nm \times 25nm$). Neste sistema, as magnetizações das ilhas eram estáveis a uma temperatura de $300K$ e elas se comportavam como dipolos tipo Ising. Observou-se que as ilhas tinham um domínio magnético simples cujo o momento magnético poderia adotar dois valores distintos, de mesmo módulo, ao longo do maior eixo da ilha. Os momentos magnéticos eram aproximadamente 3×10^7 magnetons de Bohr e o campo magnético gerado por eles no centro das ilhas mais próximas era da ordem de $10Oe$, gerando uma energia de interação entre essas ilhas da ordem de $10^{-19}J$ (equivalente a 10^4K). A figura 5 mostra uma imagem ilustrativa da rede proposta por Wang e as imagens AFM e MFM da rede construída por ele.

Figura 5 – A imagem a) mostra a rede proposta por Wang com as posições das ilhas e as possíveis orientações dos momentos magnéticos destas. As imagens b) e c) são, respectivamente, as imagens AFM e MFM da rede criada por Wang. Na imagem c), as regiões pretas e brancas representam os polos norte e sul de cada ilha.

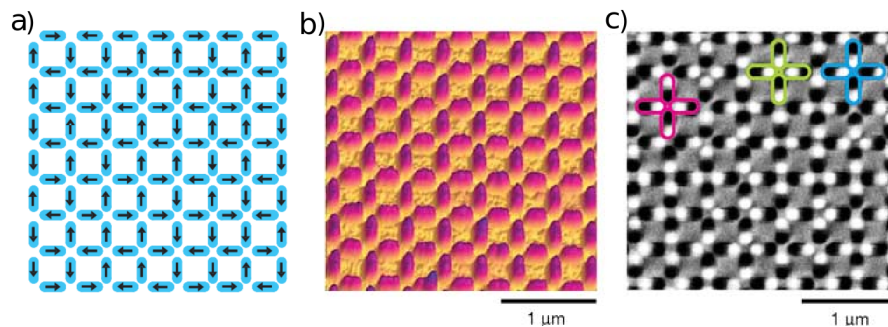


Figura retirada da Ref. [10]

Através destas redes, os autores estudaram em grandes detalhes a frustração presente no sistema e separaram as configurações de vértices em 4 grupos topológicos (figura 6).

Figura 6 – Esta figura mostra as dezesseis possíveis configurações de vértices presentes no sistema e a probabilidade de encontrar uma configuração específica em uma rede de configuração aleatória. Além disto, estas configurações estão ordenadas energeticamente. Os vértices *Type I* são as configurações de menores energias e as configurações *Type IV* são as de maior energia.

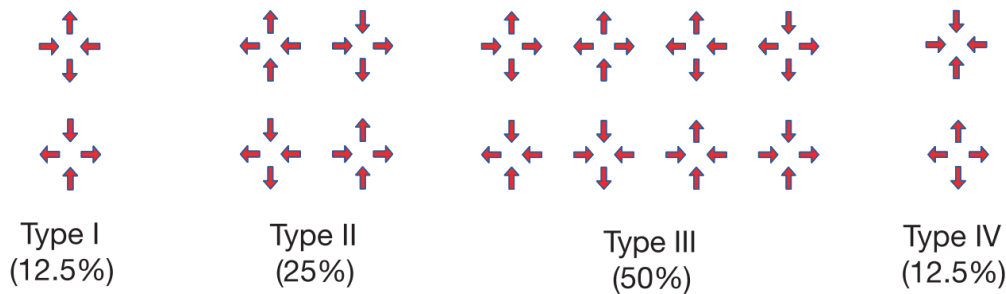


Figura retirada da Ref. [10]

Na figura 6 tem-se que somente os vértices *Type I* e *Type II* obedecem à regra do gelo (dois spins apontando para dentro e dois spins apontando para fora de cada vértice). Em um sistema no qual os spins apontam em direções aleatórias, tem-se que a probabilidade de encontrar vértices que obedeceriam a regra do gelo seria de somente 37.5%. Este era o resultado esperando por Wang *et al* em suas redes recém produzidas. Porém, eles viram que a população chegava até, aproximadamente, 70%, mais de 30% do que o valor esperado, e ela decrescia monotonicamente com o aumento do espaçamento de rede, indicando que a presença de interações favorecem o aparecimento da regra do gelo, fazendo com que este sistema se assemelhe de alguma forma aos gelos de spins cristalinos.

Os gelos de spins artificiais podem ser usados, entre outros, para acessar microestados que não seriam possíveis nos sistemas cristalinos, como, por exemplo, as diversas configurações de momento magnético planar presentes nas estruturas de pirocloro [26, 27]. Uma cautela importante nos estudos destas redes é considerar que seus nanomagnetos apresentam imperfeições. Um estudo feito por Kohli *et al* [28] mostrou que as ilhas podem apresentar imperfeições como deformidade em suas estruturas, imprecisão em seus posicionamentos e em seus alinhamentos. A figura 7 mostra as expectativas e a realidade dos gelos de spins produzidos em laboratório.

Estas deformidades fazem com que as propriedades físicas de cada ilha sejam um pouco diferentes umas em relação às outras. Por exemplo, Pollard *et al* [29] observaram que a intensidade do campo magnético necessário para inverter o momento de dipolo magnético dos sítios da rede não era igual para todas as ilhas. Os autores mensuraram experimentalmente que a intensidade média era de $b_m = 320Oe$ com uma desordem

Figura 7 – À esquerda temos a imagem de microscopia de uma rede real e à direita o que seria a imagem de um sistema sem imperfeições.

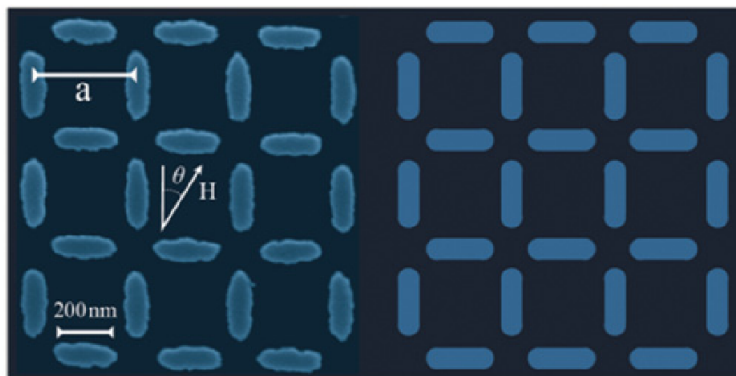


Figura retirada da Ref. [28]

gaussiana de $\Delta b = \pm 60 Oe$ (18,75% de b_m) gerada pelas deformidades das ilhas.

2.2.1 Gelos de spins artificiais em simulações computacionais

Os gelos de spins artificiais foram inicialmente propostos por Wang *et al* [10] antes da descoberta dos monopolos magnéticos nos gelos de spins cristalinos. Os trabalhos pioneiros nestes materiais exploraram suas diferentes geometrias e suas frustrações. Porém, após os estudos de Castelnovo [8], Mol *et al* [11, 30, 31] analisaram a energia de interação de excitações acima do estado fundamental e dos primeiros estados excitados dos gelos de spins artificiais com geometria quadrada. Estes autores relataram que as excitações de mais baixa energia podem ser interpretadas também como um par de monopolos magnéticos ligados por uma string, porém, neste caso, energética, similar a proposta de Nambu [13, 14] na física de partículas elementares. Neste trabalho, os autores concluíram que a equação que governa essa interação seria dada por uma expressão do tipo:

$$V(R) = \frac{\alpha'}{R} + \beta' \cdot X(R) + \gamma'. \quad (2.17)$$

O primeiro termo representa a interação coulombiana entre os monopolos magnéticos, o segundo termo está relacionado à energia da string, que depende da sua forma e do seu comprimento $X(R)$, e o último está relacionado à energia de criação das cargas. Os valores encontrados para cada constante foram $\alpha' = -4.0Dl$, $\beta' = 10.0D/l$ e $\gamma' = 23.4D$ (equação 2.17). A conclusão não foi imediata, pois em uma primeira análise os autores observaram que a energia de interação $V(r)$, em que $r = R/l$, tinha um comportamento predominantemente linear, como mostrado no *inset* da figura 8. No entanto, ao fazer uma subtração entre a regressão não linear $V_q(R) = q/R + b'R + c$ (linha tracejada de azul) da regressão linear $V_\alpha(R) = \alpha R + \beta$ (linha continua vermelha), eles perceberam que as cargas magnéticas também interagem coulombianamente.

Figura 8 – Os pontos são os valores obtidos pelos autores, a linha vermelha é função considerando somente a interação linear e a azul está de acordo com a equação 2.17.

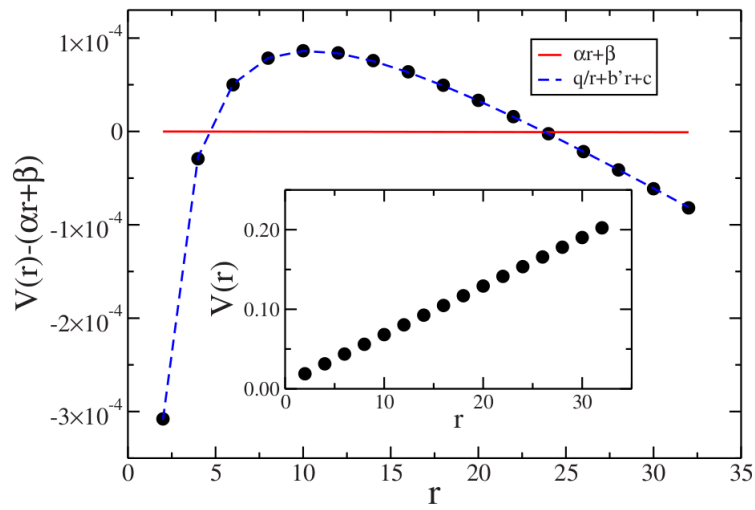


Figura retirada da Ref. [11]

A figura 9, produzida por Silva *et al* [14], apresenta as linhas de campo geradas por um par de excitações de monopolos nos gelos de spins artificiais. A string desta imagem está destacada em vermelho e as excitações de monopolos estão nas extremidades da string, como pode ser observado pelas linhas de campo.

Figura 9 – Linhas de campo dos monopolos magnéticos no gelo de spin.

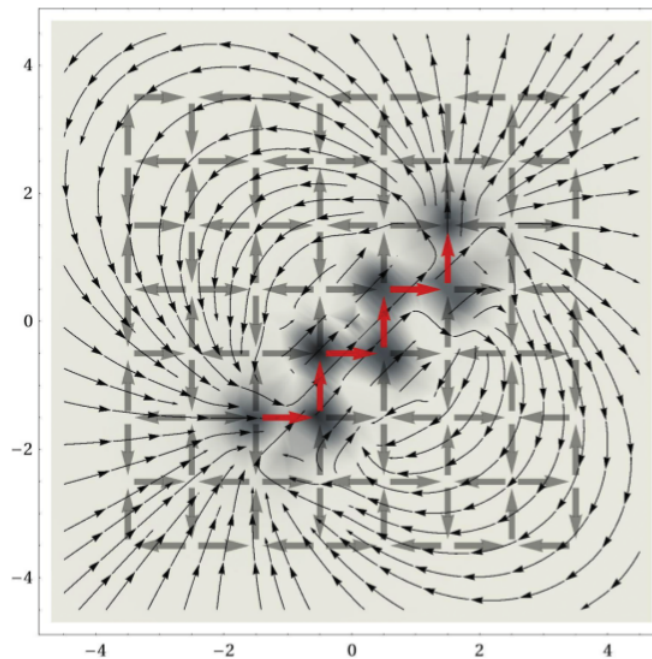


Figura retirada da Ref. [14]

2.2.2 Redes de gelo de spin em outras geometrias

A rede quadricular (configuração quadrada) é a rede artificial que mais se assemelha aos gelos de spins cristalinos, mas ela não é única que pertence a esta classe. Existem redes bidimensionais com outras geometrias, como as redes Brickwork [32], Kagomé [33], Honeycomb [34], Triangular [12] e Linear [35]. Nas próximas subseções mostraremos um pouco de cada uma dessas geometrias.

2.2.2.1 Rede Brickwork

A rede Brickwork é uma rede semelhante a uma parede de tijolos. Uma das maneiras de obtê-la seria através da retirada de alguns spins da rede quadricular. Estudos mais detalhados desta rede foram feitos por Ying Li e Tian-Xing Wang [32]. Estes autores a estudaram em 3 diferentes configurações (figura 10), os seus estados fundamentais e seus estados quase-gelo.

Figura 10 – As imagens a), b), c) mostram três diferentes geometrias para rede brickwork.

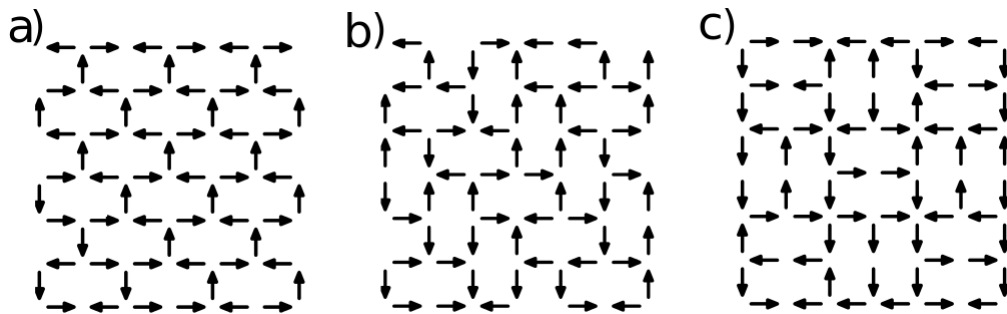


Figura retirada da Ref. [32]

Esta rede apresenta vértices com dois e três spins, além dos tradicionais vértices com quatro spins. Eles são apresentados na figura 11 e são separados em dois grupos e 5 diferentes topologias. Como na figura 6, os vértices de cada grupo estão ordenados por ordem de energia, do menor para o maior.

Figura 11 – As imagens a) e b) mostram, respectivamente, as diferentes topologias para rede brickwork para dois e três spins por vértice.

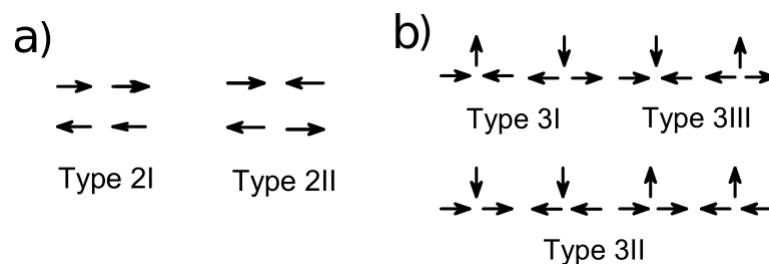


Figura retirada da Ref. [32]

2.2.2.2 Vértices infelizes

Morrison *et al* [36] observaram que alguns gelos de spins artificiais, similares à rede brickwork, apresentavam uma grande frustração geométrica em seu estado fundamental, gerando uma grande entropia residual. Ela ocorre principalmente nos vértices compostos por três spins, fazendo com que um dos três spins tenha liberdade para ser invertido sem nenhum custo energético. As redes estudadas por estes autores foram a Shakti (figura 12.a)), Pinwheel (catavento, figura 12.b)), Staggered brickwork (parede de tijolos escalonada, figura 12.c)), Santa Fé (similar à algumas paredes de tijolos de Santa Fé, figura 12.d)), Tetris (em homenagem ao jogo de 1984, figura 12.e)) e Staggered shakti (shakti escalonada, figura 12.f)).

Figura 12 – As redes estudadas por Morrison *et al* foram a) a Shakti, b) Pinwheel, c) Staggered brickwork, d) Santa Fé, e) Tetris e f) Staggered shakti. As setas vermelhas e verdes indicam os spins que podem ser invertidos sem nenhum custo energético.

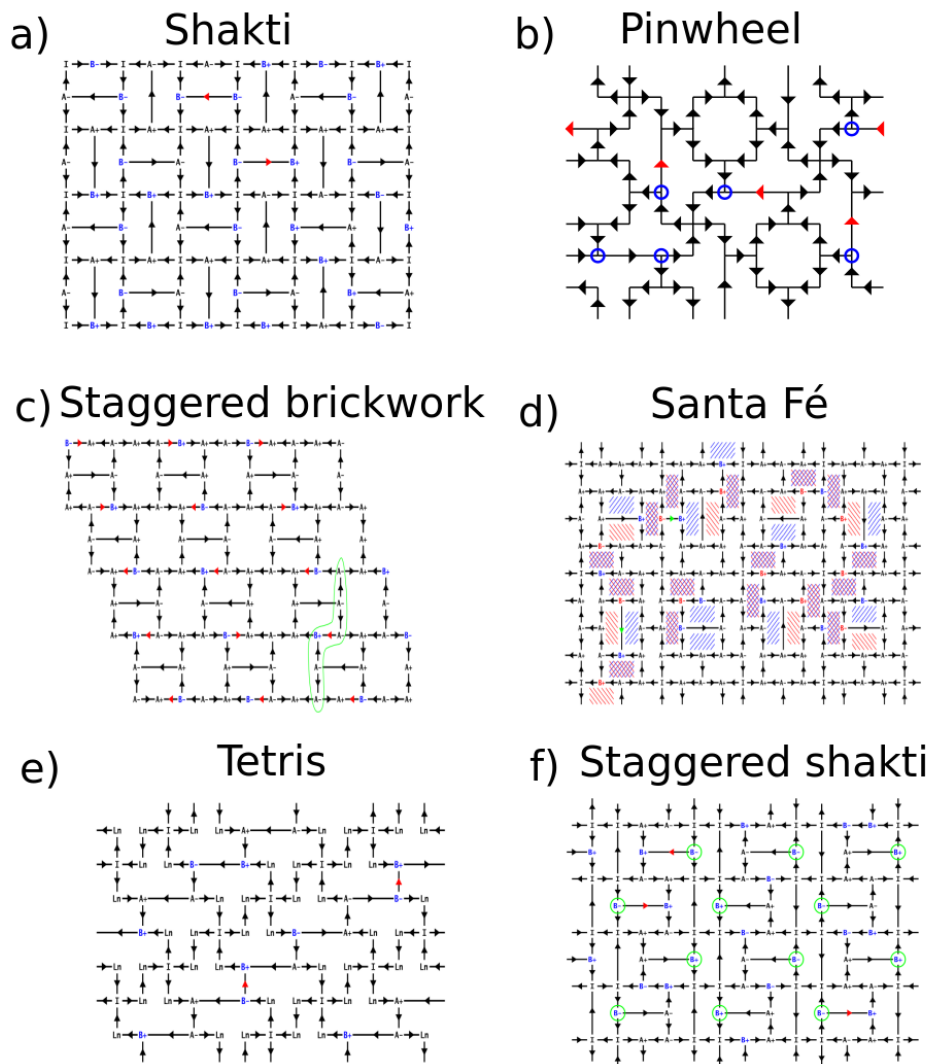


Figura retirada da Ref. [36]

Na figura 12 as setas vermelhas e verdes são os spins que podem ser invertidos sem nenhum custo energético e os vértices foram nomeados de acordo a topologia apresentada na figura 13.

Figura 13 – Os tipos de vértices presentes nas redes estudadas por Morrison *et al* e suas respectivas energias.

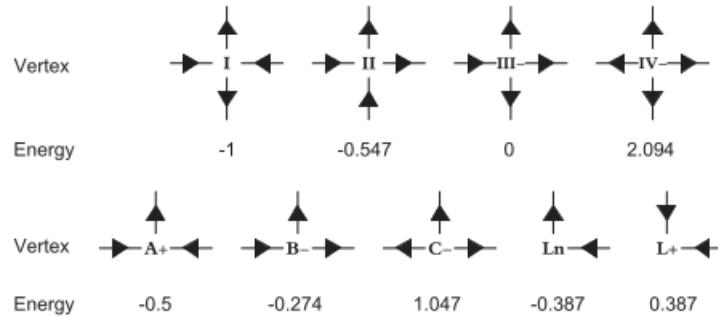


Figura retirada da Ref. [36]

Em 2015, Gilbert *et al* [37] fabricaram e estudaram as redes de gelo de spins artificial tetrís. Suas redes eram compostas por nanoilhas de permealloy de dimensão nominal $470nm \times 170nm \times 3nm$ e o espaçamento de rede variava de 600 a 800 nm^2 . Os autores relataram que a barreira de energia para inverter o momento magnético das ilhas era aproximadamente igual a energia térmica disponível à temperatura ambiente, fazendo com que as flutuações térmicas invertessem rapidamente os momentos magnéticos das ilhas. Quando reduziram a temperatura para $T = 160K$, os momentos magnéticos das ilhas ficaram estáticos e estavam orientados próximos do seu, previsto, estado fundamental. Neste procedimento, as redes apresentavam duas bandas quase unidimensionais bem distintas: a "espinha dorsal", composta por ilhas com momentos magnéticos ordenados (os azuis da figura 14); e a "escadaria", composta por ilhas com momentos magnéticos desordenados (os vermelhos da mesma figura). Quando aumentaram a temperatura, próximo à do estado fundamental, a ativação térmica dos momentos das ilhas só ocorria na banda escadaria, estabelecendo uma redução de dimensionalidade da frustração de vértice neste sistema. Por este resultado, entende-se que a geometria dos gelos de spins artificiais pode ser forjada para explorar estados complexos de baixa energia e, por este motivo, apresentam um potencial para investigar os comportamentos complexos de baixas energias dos materiais magnéticos naturais que exibem uma redução de dimensionalidade em seus comportamentos físicos.

2.2.2.3 Redes Honeycomb e Kagomé

A rede Honeycomb é uma das redes artificiais mais estudadas na literatura, pois ela é similar à estrutura planar encontrada nos gelos de spins cristalinos, como pode

² Para comparação, as do Wang *et al* [10] tinham dimensão nominal $220nm \times 80nm \times 25nm$ e o espaçamento de rede variava de 320 a 880 nm .

Figura 14 – Sistema bidimensional de gelo de spins artificial tetrís. As setas em azuis representam os spins da banda "espinha dorsal" e as setas em vermelho representam os spins da banda "escadaria". Estas duas bandas tem dimensões quase unidimensional na diagonal.

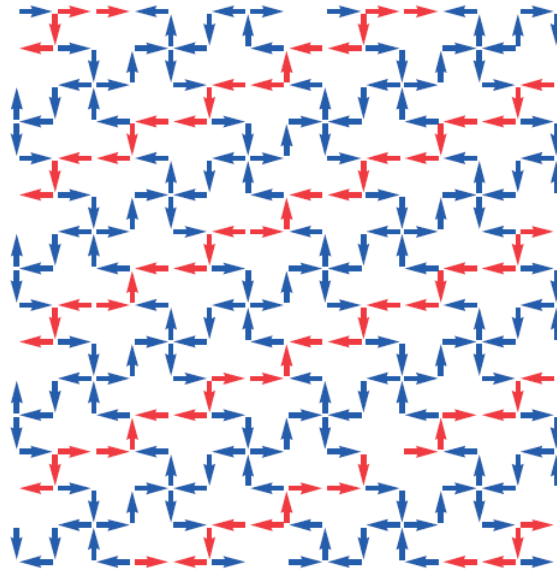
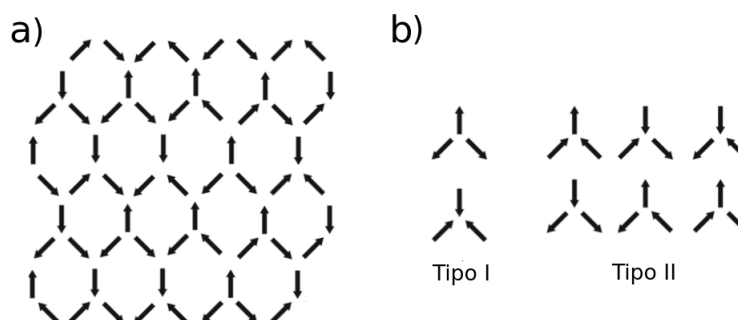


Figura retirada da Ref. [37]

ser visto na figura 4. Ela tem uma geometria hexagonal e seu nome se origina devido a grande semelhança com a colmeia de abelha (do inglês honeycomb). Nesta rede, os spins se localizam nas arestas e seus momentos magnéticos apontam ao longo destas, gerando uma configuração de 3 spins por vértice. A figura 15 mostra a rede Honeycomb e os possíveis tipos de vértices presentes neste tipo de sistema.

Figura 15 – A imagem a) mostra uma configuração da rede Honeycomb, com spins posicionados e orientados nas arestas dos hexágonos e a imagem b) mostra os tipos de vértices possíveis de encontrar nesta rede.

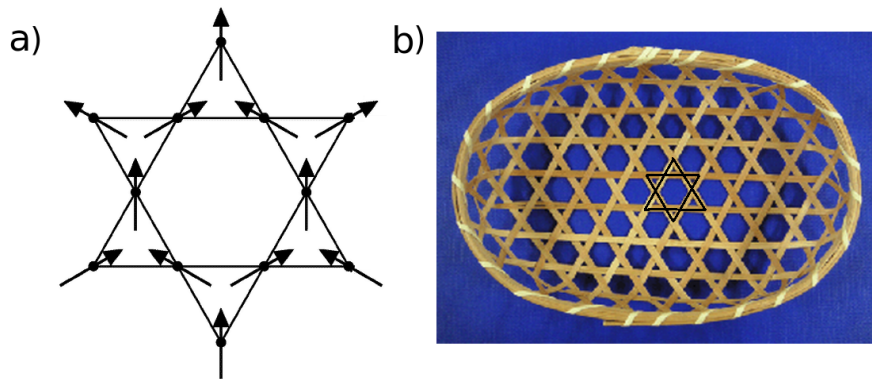


Nesta geometria, observa-se que os vértices *Tipo I* não produzem uma magnetização resultante enquanto os vértices *Tipo II* sempre produzem uma magnetização espontânea ao longo do plano dos spins.

A rede Kagomé é uma rede com uma geometria similar a uma estrela de Davi e o seu nome se origina devido a sua grande semelhança com uma tradicional cesta de bambu

japonesa. A figura 16 mostra a rede kagomé e sua semelhança com a cesta de bambu japonesa.

Figura 16 – A imagem a) mostra uma configuração da rede Kagomé com os spins posicionados em seus vértices. A imagem b) mostra a grande semelhança da cesta japonesa com a estrela de Davi. Para melhor visualização foi desenhado de preto uma pequena estrela de Davi no centro desta cesta.



Uma análise mais detalhada mostra que, de fato, ao dispor spins nos vértices da rede kagomé, uma rede honeycomb é formada, de forma que ambas denominações são encontradas na literatura. Para ilustrarmos esta semelhança, apresentamos a figura 17 que contém a rede kagomé com os spins e com halteres de carga. Observe que a rede de halteres é idêntica rede kagomé vista na figura 4.

Figura 17 – As imagens acima, mostram como é possível obter uma a) rede Honeycomb através de uma b) rede Kagomé.

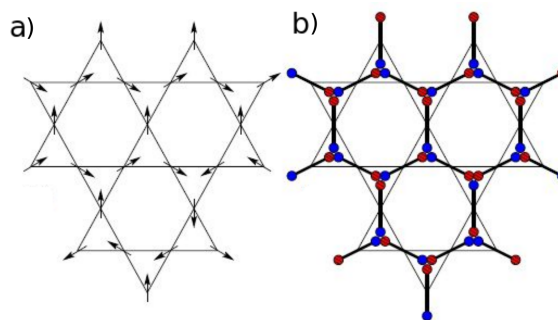


Figura retirada da Ref. [34]

2.2.2.4 Rede Triangular

A rede triangular é semelhante à rede proposta por Wannier, mas ao invés dos spins ficarem nos vértices dos triângulos, estes ficam no centro das arestas e seus momentos magnéticos apontam ao longo destas, havendo 6 spins por vértice. Mol *et al* [12] observaram a existência de 64 tipos de vértices que podem aparecer no sistema e os classificaram em 8 grupos topológicos.

Figura 18 – As 8 topologias presentes na rede de gelos de spins com geometria triangular. Estes grupos estão separados por tipos de configurações e energia por spin.

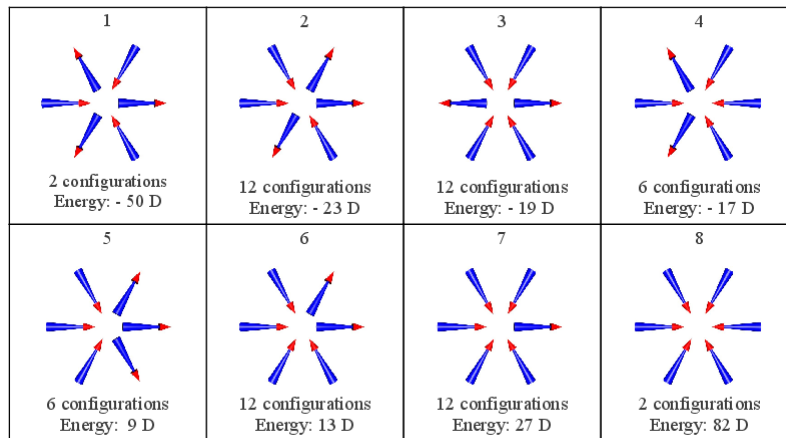


Figura retirada da Ref. [12]

Nesta rede, a "regra do gelo" é dada por 3 spins apontando para dentro e 3 spins apontando para fora do centro do vértice. Na figura 18 observa-se que somente duas das três configurações de vértices que obedecem a regra do gelo são as de menores energias. Este agrupamento é diferente do que foi visto na rede quadrada, em que todas as configurações que obedecem a regra do gelo são as de menores energia. A estrutura da rede permite a existência de 3 tipos de cargas magnéticas: a simples, gerada por 4 spins apontando para dentro e 2 para fora (ou vice-versa); a dupla, gerada por 5 spins apontando para dentro do vértice e 1 para fora (ou vice-versa); e a carga tripla gerada por 6 spins apontando ou para dentro ou para fora do vértice.

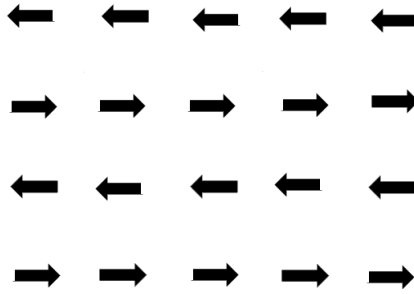
Os autores sugeriram neste mesmo artigo que seria possível desmagnetizar o estado magnetizado da rede, composto por vértices tipo 5, e obter o estado fundamental do sistema simplesmente com a inversão dos spins de uma única direção. Desta maneira, a dinâmica de vértices para alcançar o estado fundamental seria dada por $5 \rightarrow 4 \rightarrow 1$. Este fato foi verificado e comprovado através de simulações computacionais por Rodrigues *et al* [38].

2.2.2.5 Rede Unidirecional

A rede unidirecional é composta por nanomagnetos alinhados em somente uma direção e paralelos entre si, como apresentado na figura 19.

A rede é similar à rede quadrada sem os spins da vertical e sua topologia de vértices é igual à da rede Brickwork apresentada na figura 11.a). O seu estado fundamental é composto por spins de uma linha apontando em uma mesma direção e os spins das linhas adjacentes apontando na direção oposta. Apesar de sua geometria simples, Loreto *et al* [35]

Figura 19 – A rede gelos de spin artificial unidirecional em seu estado fundamental.



observaram que ela também apresenta excitações tipo monopolos magnéticos, como pode ser visto na figura 20.

Figura 20 – Linhas de campo dos gelos de spin artificiais unidirecionais.

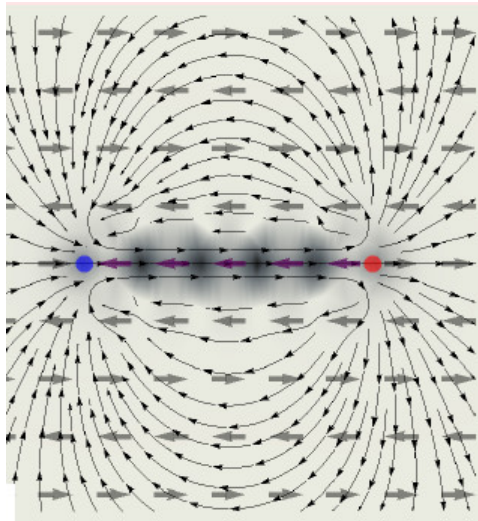


Figura retirada da Ref. [35]

2.2.2.6 Rede quadricular: modelo coloidal

Um modelo interessante usado para estudar as frustrações em sistemas tipo gelos de spins artificiais é o coloidal [39–41]. Em sua estrutura, os nanomagnetos seriam substituídos por armadilhas gravitacionais com uma partícula polarizada por um campo externo (em geral na direção perpendicular ao plano da rede) que poderia ficar estavelmente parada em dois pontos. A figura 21 apresenta a versão coloidal de três topologias dos gelos de spins artificiais quadriculares.

Loehr *et al* [40] simularam um mapa de cor representando a intensidade de campo de cada vértice (figura 22). Nesta imagem, tem-se que as cores vermelhas/amarelas e azul representariam, respectivamente, fluxos de campo advindos de cargas positivas e negativas. Nas excitações monopolos, conseguimos ver que a região onde está o monopolo positivo tem um vermelho escuro e onde está o monopolo negativo tem azul escuro. Na string vemos

Figura 21 – Três topologias de vértices dos gelos de spins artificiais quadrulares em sua versão coloidal. O **GS** seria a topologia do estado fundamental, a **Biased** seria referente a topologia que tem magnetização e obedece a regra do gelo e as **1-in** e **3-in** seriam as topologias que gerariam as excitações monopolos simples.

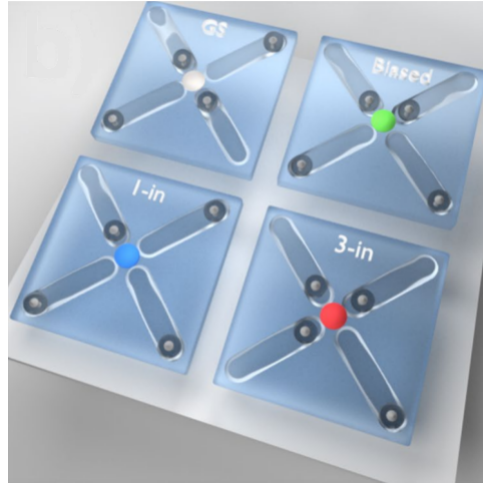


Figura retirada da Ref. [39]

que os vértices tem cores de amarelo e azul claro, representando uma menor intensidade de campo, que estariam apontando na direção contrária ao momento magnético resultante de seus vértices. Aparentemente, existe um campo magnético gerado pelos vértices da string e estes seriam menos intensos do que aqueles produzidos pelos monopolos. Em nosso trabalho, exploraremos melhor estes dois fatos.

Figura 22 – Um mapa de cores das linhas de campo de um par de monopolos magnéticos ligados por uma string do modelo coloidal estudado por Loehr *et al* [40].

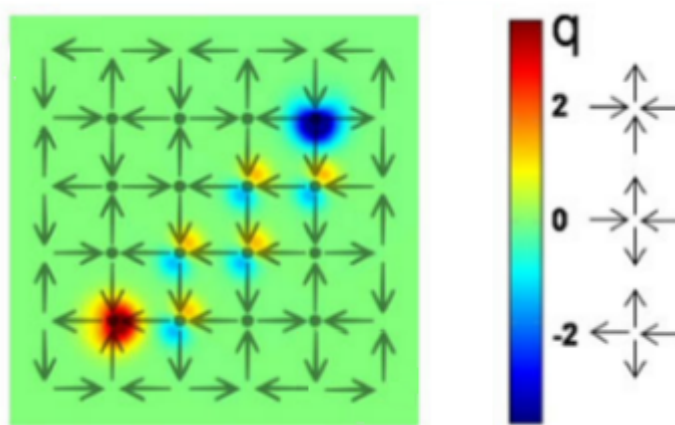


Figura retirada da Ref. [40]

2.3 Flutuações térmicas nos gelos de spins artificiais

Os gelos de spins artificiais feitos por Wang *et al* [10] tinham nanomagnetos de dimensões de $80nm \times 220nm \times 25nm$ que se comportavam como spins tipo Ising e eram estáveis a uma temperatura $300K$. De acordo com os autores, as dimensões dos nanomagnetos eram grandes o suficiente para que os efeitos térmicos nesta temperatura fossem desprezíveis e, como uma de suas consequências, os seus momentos magnéticos seriam invertidos somente com o auxílio de campos magnéticos externos a eles. De acordo com Wysin *et al* [42], a temperatura de ativação de muitos nanomagnetos usados nos estudos de gelos de spins artificiais são muito elevadas ($T \sim 1450K$) e eles derreteriam antes de chegarem nestas temperaturas.

Recentemente, muitos pesquisadores [43–48] mensuraram e propuseram os efeitos das flutuações térmicas nos gelos de spins a baixas temperaturas ($T \sim 450K$). Morgan *et al* [43] conseguiram mensurar estes efeitos pelo método "one-shot" (única tentativa). Neste processo, as flutuações térmicas aparecem nos estágios iniciais de crescimento (durante a fabricação do sistema) e eles são cessados quando os nanomagnetos continuavam a crescer. Os autores concluíram que a proporção relativa das diferentes populações de vértices presentes no final do estágio de crescimento eram graças a interação de monopólos durante a termalização. De acordo com Morley *et al* [49], a ativação térmica ocorre facilmente para nanomagnetos de menores volumes, pois apresentam menores barreiras energéticas (gerada pela interação magnética interna). Os nanomagnetos, neste caso, poderiam ter suas magnetizações invertidas somente pelas flutuações térmicas. A taxa de relaxamento $1/\tau$, ou frequência de inversão, pode ser obtida pela expressão de Néel-Arrhenius [49]:

$$\frac{1}{\tau} = f_0 e^{-\Delta E/k_b T}, \quad (2.18)$$

em que f_0 é a taxa de relaxamento para $T \rightarrow 0K$, k_b é a constante de Boltzmann, T é a temperatura do nanomagneto e $\Delta E = KV + E_c$, em que K é a constante de anisotropia, V é o volume e E_c é a modificação da barreira de energia que surge pelo acoplamento magnetostático dos nanomagnetos vizinhos. Nesta equação, vemos que a frequência de inversão do momento magnético do nanomagneto é grande para altas temperatura e pequenos volumes. Em outro trabalho, Farhan *et al* [47] visualizaram, diretamente e em tempo real, a criação e aniquilação de configurações de excitações monopolo magnético blindadas em baixas temperaturas no sistema bidimensional de gelos de spin artificiais, a rede de dados dipolar (composto por vértices com 3 e 6 spins). Os autores concluíram que as excitações blindadas não são meramente um produto da geometria da rede. Elas são uma consequência da redução local de energia e aparecem como um estado transitório de energia mínima antes do sistema alcançar o, previsto, estado fundamental.

Um trabalho que gostaríamos de destacar foi feito por Martinez *et al* [50]. Os

autores sugerem que as flutuações térmicas poderiam ser interpretadas como **campos térmicos** H_{th} , que teriam uma distribuição gaussiana vetorial aleatória que mudaria a cada instante de tempo. As suas propriedades estatísticas seriam dadas por:

$$\langle H_{th,m}(t) \rangle = 0, \quad (2.19)$$

$$\langle H_{th,n}(t)H_{th,l}(t') \rangle = 2D\delta_{mn}\delta(t-t'), \quad (2.20)$$

em que m e n refere-se aos índices cartesianos espaciais, t e t' são as variáveis temporais, D é a constante que determina a grandeza do campo térmico ($\propto T$), δ_{mn} é a delta de Kronecker e $\delta(t-t')$ é a delta de Dirac. Por esta interpretação, poderíamos dizer que o campo térmico poderia hora estar alinhado com o momento magnético do nanomagneto, dificultando sua inversão, e hora estar contra-alinhado, facilitando sua inversão.

2.4 Aplicação de campo magnético aos gelos de spins artificiais

2.4.1 Protocolos experimentais

Na sessão anterior, 2.2, vimos que monopolos magnéticos emergem através de excitações acima do estado fundamental dos gelos de spins artificiais. Então, um dos interesses dos pesquisadores seria encontrar um processo que desmagnetize e leve o sistema para o seu estado fundamental, uma vez que estas não se encontravam no estado fundamental após suas fabricações [43, 51]. Wang *et al* [51] propuseram 3 protocolos de desmagnetização para obter o estado fundamental da rede. Em todos, os autores utilizaram um campo magnético externo que girava em torno da rede com velocidade angular constante, porém a intensidade do campo variava de protocolo para protocolo. No primeiro, o campo magnético externo começava com uma intensidade inicial B_i e diminuía discretamente em passos b_B para cada passo de tempo T_s . Para cada mudança de valor no campo magnético, a polaridade do campo era invertida. No segundo, o campo começava com uma intensidade inicial B_i e diminuía linearmente a uma razão R_B até *zero*. O terceiro começava com um valor inicial B_i e diminuía em valores discretos b_H para cada passo de tempo T_s , mantendo sua polarização. A figura 23 mostra um gráfico de como a intensidade destes campos variavam em relação ao tempo.

Em uma rede de gelos de spins magnetizada com espaçamento de rede $320nm$, Wang *et al* observaram que o primeiro protocolo conseguiu inverter 51.8% das 3568 ilhas que constituem a rede. Este valor é bem próximo ao ideal de 50%, indicando ser um bom protocolo de desmagnetização. Os outros dois protocolos não foram tão eficientes quanto o primeiro, pois a magnetização média da rede de ambos protocolos foi de $m_{tot} \sim 0.5$, metade da magnetização completa da rede ($m_{tot} = 1.0$). Um fato interessante é que a

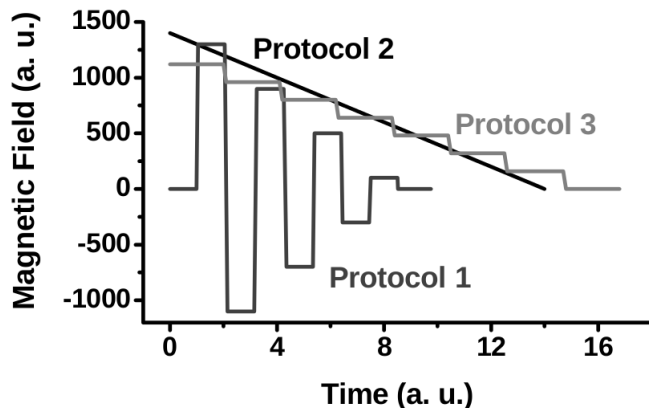
Figura 23 – Ilustração dos processos de desmagnetização realizados por Wang *et al* [51].

Figura retirada da Ref. [51]

magnetização média da rede aumenta com o espaçamento de rede, podendo chegar a um valor de $m_{tot} = 0.152$ se o espaçamento de rede fosse para $720nm$. Este resultado mostra, outra vez, a importância das interações entre spins para o aparecimento da regra do gelo, fazendo com que a rede se semelhe com os gelos de spins cristalinos. Além disso, observou-se que estes protocolos não foram capazes de levar o sistema ao seu estado fundamental.

2.4.2 Protocolos computacionais

Muitos pesquisadores focaram seus estudos em compreender as propriedades e a dinâmica dos gelos de spins artificiais em várias situações. Entre estes, também se encontram aqueles que usam simulações computacionais em seus trabalhos. Um grupo de pesquisadores que gostaríamos de citar foi o do Prof. Robert Stamps. Em uma série de estudos, Budrikis *et al* [52, 53] propuseram que a inversão da magnetização de uma ilha, um spin tipo Ising, ocorreria quando a desigualdade:

$$-\vec{s}_i \cdot \vec{B}_i \leq b_i, \quad (2.21)$$

fosse satisfeita. Nesta desigualdade, temos que \vec{s}_i é o momento magnético de uma ilha i , \vec{B}_i é o campo magnético atuando em sua posição e b_i seria o módulo do campo magnético mínimo de troca para a inversão de seu momento magnético. Em um de seus trabalhos [52], eles tentaram obter o estado fundamental dos gelos de spins quadrilares através de um campo magnético rotacional que diminuía linearmente. Eles concluíram que este protocolo não era eficiente pois somente algumas de várias redes chegaram no estado fundamental. Em outro trabalho [53], eles propuseram uma rede imperfeita, na qual as ilhas sofriam desordem na posição, na orientação de seus momentos magnéticos, no campo magnético mínimo de troca e na interação de acoplamento entre os spins. Em seus estudos, eles perceberam que era impossível de obter o estado fundamental dos gelos de spins artificiais

quadriculares com desordem através do protocolo de desmagnetização usando um campo magnético externo rotacional. Neste mesmo trabalho, eles concluíram que todas estas desordens poderiam ser refletidas somente pela desordem no campo magnético mínimo de troca.

Rodrigues *et al* [38] usaram a mesma desigualdade proposta por Budrikis *et al* (equação 2.21) para estudar a desmagnetização da rede triangular proposta por Mól *et al* [12]. Estes autores verificaram que é possível levar a rede triangular para o seu estado fundamental através de um campo magnético em uma única direção, mesmo para as redes que apresentam desordem.

2.5 Estatística de tendência central

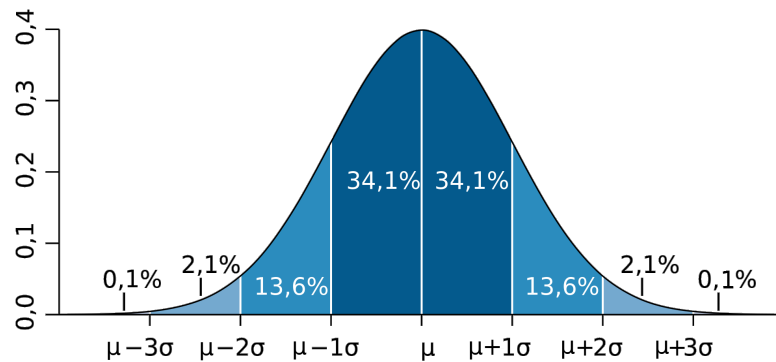
A estatística é a ciência que avalia a obtenção, descrição, análise e modelagem dados experimentais advindas de processos, fenômenos ou eventos incertos. Através dela é possível explicar a frequência, modelar a incerteza e a aleatoriedade e fazer previsões de eventos futuros. Hoje em dia, conhecemos diversas áreas em que a estatística é muito utilizada e ela adota uma terminologia de especialização para cada uma delas, como, por exemplo, a *bioestatística*, a *estatística econômica*, a *estatística populacional*, a *geoestatística*, a *física estatística* e diversas outras.

Uma distribuição de probabilidade muito conhecida na estatística é a distribuição normal, também conhecida como distribuição gaussiana. Ela foi introduzida pela primeira vez em 1738 pelo matemático Abraham de Moivre [54, 55] para descrever aproximações binomiais. A sua ideia foi estendida em 1794 por Gauss (distribuição normal de erros), em 1805 por Legendre (método dos mínimos quadrados) e em 1812 por Laplace (análise de erros experimentais). A distribuição normal tem o formato similar ao de um sino e é descrita pela função:

$$p(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.22)$$

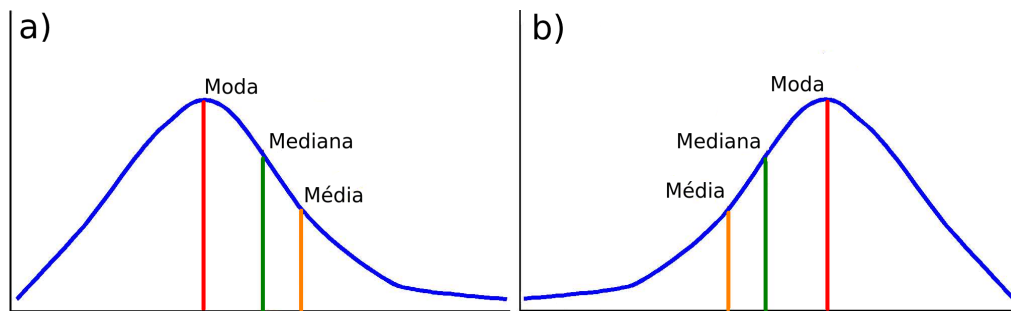
em que p é a probabilidade encontrar o valor x na distribuição, μ é o valor de x em que a probabilidade tem o seu valor máximo e σ é o desvio padrão da curva. A figura 24 apresenta a distribuição normal e as regiões de probabilidades em função de μ e σ .

Um porém que deve ser apontado é que nem toda distribuição que se parece com um sino é uma distribuição normal. Uma característica importante da distribuição normal é a sua simetria, a qual pode ser verificada através de diversas maneiras. Uma bem conhecida é através da diferença das grandezas de tendência central: média (\bar{X}), a mediana ($X_{50\%}$) e a moda (X_o). A média é dada pela soma de todos os valores observados dividido pelo número total de observações. A mediana é o valor observado que divide o conjunto, em ordem

Figura 24 – Distribuição gaussiana de valor médio μ e desvio padrão σ .

crecente, ao meio. A moda é o valor observado com maior frequência. Assim, dizemos que uma função é simétrica se $X_o = X_{50\%} = \bar{X}$, é assimétrica à direita ou positiva se $X_o < X_{50\%} < \bar{X}$ (figura 25.a) ou é assimétrica à esquerda ou negativa $X_o > X_{50\%} > \bar{X}$ (figura 25.b)).

Figura 25 – a) Distribuição assimétrica à direita e b) Distribuição assimétrica à esquerda.



2.5.1 Estatística descritiva

Na estatística foram criados diversos conceitos que auxiliam no estudo e no entendimento das curvas de probabilidade. Entre elas, vamos destacar as *separatrizes* e os *momentos*.

As separatrizes são o conjunto de medidas que dividem a curva de probabilidade em partes com populações iguais. As mais usuais são os: *Quartis* que dividem a população em 4 partes; *Decis* que dividem a população em 10 partes; e *Centis/Porcentis* que dividem a população em 100 partes. Por exemplo, uma curva de probabilidade tem 3 Quartis: Q_1 , conhecido como primeiro quartil ou quartil inferior, é o valor aos 25% da população ordenada; Q_2 , conhecido como segundo quartil ou mediana ($X_{50\%}$), é o valor aos 50% da população ordenada; e Q_3 , conhecido como terceiro quartil ou quartil superior, é o valor aos 75% da população ordenada. Por esta analogia, percebe-se que o 1º quartil coincide com o 25º percentil, o 2º quartil coincide com o 5º decil e com 50º percentil e o 3º quartil coincide com o 75º percentil.

O n -momento de uma distribuição, que nomeamos como m'_n , é representado por $E[x^n]$ e é expresso matematicamente por:

$$m'_n = E[x^n] = \sum_{i=1}^N f(x_i)x_i^n, \quad (2.23)$$

para distribuições discretas, ou por:

$$m'_n = E[x^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)x^n dx, \quad (2.24)$$

para distribuições contínuas. Nas equações acima tem-se que x é uma variável aleatória, $f(x_i)$ é a frequência normalizada de x_i , N é número total dos possíveis valores de x_i e $f(x)$ é a função densidade de probabilidade da variável x . O primeiro momento m'_1 também é conhecido com média, \bar{x} .

O n -momento central de uma distribuição, que nomeamos como m_n , é representado por $E[x - E[x]]^n = E[x - \bar{x}]^n$ e é expresso matematicamente por:

$$m_n = E[x - \bar{x}]^n = \sum_{i=1}^N f(x_i)(x_i - \bar{x})^n, \quad (2.25)$$

para distribuições discretas, ou por:

$$m_n = E[x - \bar{x}]^n = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)(x - \bar{x})^n dx, \quad (2.26)$$

para distribuições contínuas. O primeiro momento central m_1 sempre é nulo, pois $m_1 = E[x - \bar{x}]^1 = \bar{x} - \bar{x} = 0$, e o segundo momento central m_2 é conhecido com a variância, S , também dado por $S = \sigma^2$, em que σ é o desvio padrão.

2.5.2 Coeficientes de assimetria

A assimetria de uma distribuição pode ser verificada de várias maneiras. Uma delas, apresentada na subseção 2.5.1, é através da diferença entre média, mediana e moda. Além disto, pode-se verificar e quantificar a assimetria de uma distribuição através dos coeficientes de assimetria [56] apresentados abaixo:

$$P_{sc1} = \frac{(\bar{X} - X_o)}{\sigma}, \quad (2.27)$$

$$P_{sc2} = \frac{3(\bar{X} - X_{50\%})}{\sigma}, \quad (2.28)$$

$$\kappa_s = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}} = \frac{m_3}{\sigma^3}, \quad (2.29)$$

$$\kappa_b = \frac{Q3 + Q1 - 2X_{50\%}}{Q3 - Q1}. \quad (2.30)$$

P_{sc1} é o coeficiente de assimetria de Pearson, proposto em 1895 [57]. P_{sc2} é o coeficiente de assimetria de Pearson-Yule, proposto também por Pearson em 1895 sem o multiplicador 3, que foi implementado em 1912 por Yule [58]. κ_s é o coeficiente de assimetria de Charlier, proposto em 1905 [59, 60]. κ_b é o coeficiente de assimetria de Bowley, proposto em 1920 [61]. Estes coeficientes revelam que uma distribuição é simétrica caso $P_{sc}, \kappa = 0$, é assimétrica à esquerda caso $P_{sc}, \kappa < 0$ ou é assimétrica à direita caso $P_{sc}, \kappa > 0$. P_{sc} refere-se aos coeficientes de Pearson e κ refere-se aos coeficientes de Charlier e Bowley. O coeficiente de Charlier (equação 2.29) é o coeficiente de assimetria que mais encontramos na literatura [54, 55, 62, 63] e de acordo com Groeneveld [56, 64], ele é o coeficiente mais confiável para a medição de assimetria.

2.5.3 Coeficiente de curtose

O **coeficiente de curtose** κ_c [65, 66], também conhecido como coeficiente de achatamento, foi proposto em 1905 por Pearson [66] e este analisa a concentração de valores em torno da média. Se há uma pequena concentração, tem-se uma curva achatada e ela é nomeada de *platicúrtica*. Se há uma grande concentração, tem-se uma curva elevada e ela é nomeada de *leptocúrtica*. O padrão de referência adotado é o da distribuição normal, apresentada pela equação 2.22, e esta recebe o nome de *mesocúrtica*. O coeficiente de curtose κ_c é dado por:

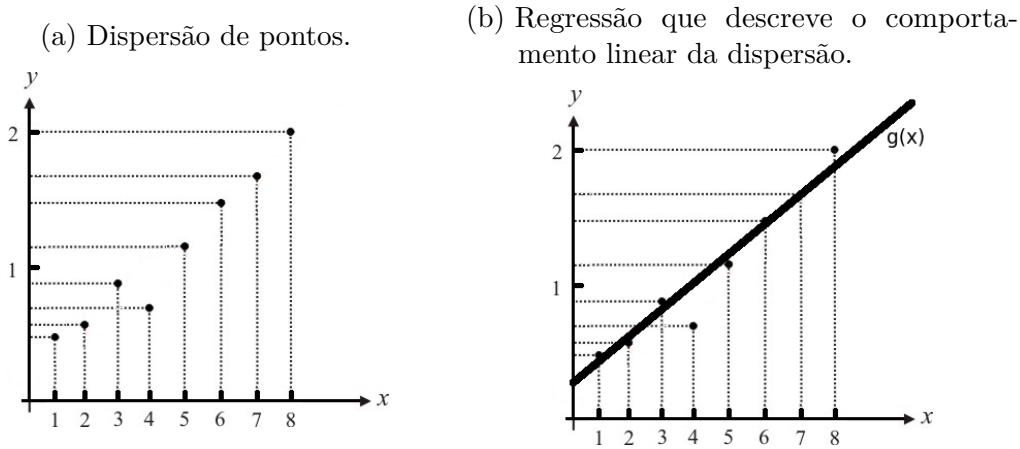
$$\kappa_c = \frac{m_4}{(m_2)^2} = \frac{m_4}{\sigma^4}. \quad (2.31)$$

$\kappa_c = 3$ indica que a distribuição é mesocúrtica, $\kappa_c > 3$ indica que a distribuição é platicúrtica (achatada) e $\kappa_c < 3$ indica que a distribuição é leptocúrtica (elevada).

2.6 Regressão de um diagrama de dispersão

Regressão é um método estatístico que procura determinar a equação matemática mais adequada para definir a relação entre duas ou mais variáveis [62, 63]. Este método é usado quando um diagrama de dispersão sugere uma relação funcional entre estas variáveis. Um exemplo bem conhecido é a regressão linear, em que os pontos da dispersão apresentam um comportamento linear, como apresentado na figura 26. Nesta curva, descreve-se o seu comportamento aproximado pela função linear, dada por $g(x) = ax + b$, em que a e b são constantes numéricas, $g(x)$ é a variável/função que depende linearmente da variável/componente x .

Figura 26 – A curva da imagem **a)** mostra o diagrama de dispersão de alguns pontos que, na imagem **b)**, vemos que ela tem um comportamento linear.



A regressão não-linear é usada quando os dados são modelados por uma função que é uma combinação não-linear de parâmetros e/ou depende de uma ou mais variáveis independentes. Dois exemplos famosos é a regressão exponencial, $g(x) = ae^{bx}$, e a regressão polinomial, $g(x) = \sum_n a_n x^n$, em que a e b são constantes numéricas e a_n é a constante numérica que multiplica x^n . Os dados são ajustados geralmente pelo *Método dos Mínimos Quadrados* (MMQ) ou por algum método de aproximações sucessivas.

2.6.1 Método dos Mínimos Quadrados

O método dos mínimos quadrados é uma técnica que tenta minimizar a soma dos quadrados das diferenças dos valores estimados pela função dos ajustes, $g(x_n)$, e dos valores observados na dispersão, que chamaremos $y(x_n) = y_n$. Aqui representaremos essa soma por S_{res} :

$$S_{res}(g, y) = \sum_{n=1}^N (g(x_n) - y_n)^2 = \sum_{n=1}^N (e_n)^2, \quad (2.32)$$

em que e_n é conhecido como **resíduo**. Quanto menor é a soma dos resíduos, melhor é aproximação da função dos ajustes $g(x_n)$ do comportamento dos pontos de observação y_n . A soma normalizada dos mínimos quadrados, $S_{res}(g, y)/N$, também pode ser escrito em função da frequência $f(e_i)$ de aparição dos resíduos com magnitude e_i :

$$\frac{S_{res}(g, y)}{N} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (e_n)^2 = \sum_{i=1}^M f(e_i)(e_i)^2, \quad (2.33)$$

em que M são os diferentes valores de resíduos. A equação 2.33 se assemelha a função do segundo momento central (equação 2.25 para $n = 2$) e, por este motivo, também pode-se calcular o desvio padrão dos resíduos σ_e a partir dela. O σ_e oferece, entre outros, a ordem de grandeza dos desvios médios da função $g(x_n)$ em relação a y_n .

Uma grandeza muito importante para saber o quão bem a função $g(x_n)$ descreve o comportamento dos pontos de dispersão y_n é coeficiente de determinação R^2 . Ele adota valores de 0 a 1, em porcentagem, que representaria o quanto a função $g(x_n)$ consegue representar os valores observados de y_n . Quanto mais próximo de 1, mais a função consegue representar, melhor é o ajuste. Quanto mais próximo de 0, menos esta função consegue representar, pior é o ajuste. Por exemplo, se o R^2 de $g(x_n)$ fosse 0.5, teria-se que 50% das variáveis dependentes conseguem ser explicadas pelos regressores da função. O coeficiente de determinação R^2 é dada por:

$$R^2 = 1 - \frac{S_{res}(g, y)}{S_{tot}(y, \bar{y})}, \quad (2.34)$$

em que $S_{tot}(y, \bar{y})$ é somatório dos quadrados totais dado por:

$$S_{tot}(y, \bar{y}) = \sum_{n=1}^N (y_n - \bar{y})^2, \quad (2.35)$$

em que \bar{y} média dos observáveis.

3 Modelo de excitações emergentes

Em nosso trabalho, estamos interessados em elaborar um modelo para estudar as excitações dos gelos de spins artificiais por simulações computacionais e ver quais características que elas trazem para estes sistemas. Primeiramente, esperamos que o modelo consiga justificar, de uma forma simples e intuitiva, a origem da diferença de energia das strings que tem mesmo comprimento e formas diferente [11, 30, 31]. Em segundo, queremos que ele considere apropriadamente os momentos dipolo dos vértices, o que, até então, não observamos em outros trabalhos e reproduza o campo das excitações monopolo [14, 35] e da string [40], vistos na seção 2.2. E, por fim, desejamos que as excitações do modelo sejam condizentes com o modelo de halteres com carga, usando uma proposta similar àquela feita por Castelnovo *et al* [8] para os gelos de spins cristalinos, encontrando, assim, outra semelhança entre os dois sistemas.

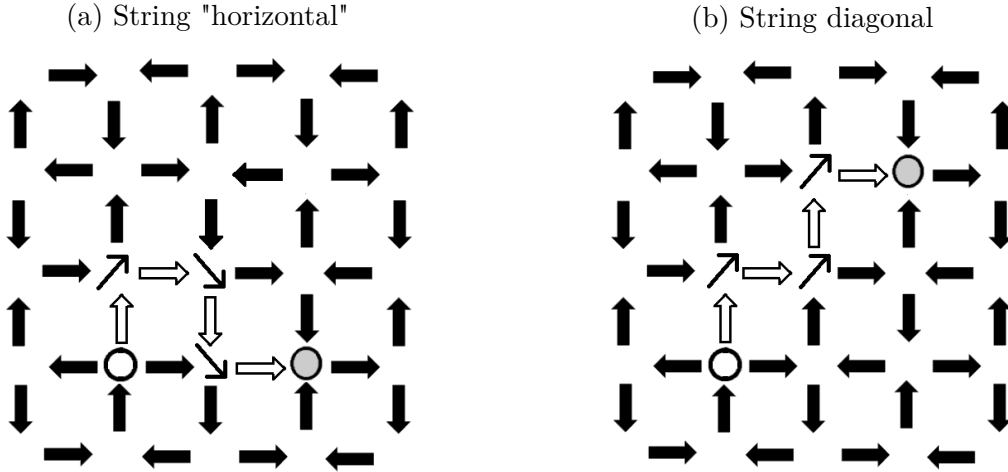
Ao finalizar a elaboração do modelo, verificaremos se ele consegue reproduzir as características termodinâmicas dos gelos de spins artificiais, comparando o nosso modelo com o modelo de spins pontuais. Feito isso, usá-lo-emos para encontrar quais características do sistema são afetadas pelas excitações durante o processo de reversão de magnetização e proporemos medidas experimentais que consigam detectá-las em laboratório. Desta maneira, pretendemos medir, indiretamente, a interação Coulombiana das excitações monopolo magnético nos gelos de spins artificiais. Este procedimento será mais detalhado no próximo capítulo.

3.1 String: Excitações de dipolos magnéticos interagentes

O nosso modelo teve como partida uma nova interpretação das strings dos gelos de spins artificiais. Na literatura encontra-se que elas são compostas pelos spins invertidos na violação da regra do gelo que ligam as duas excitações monopolos. Os spins da string são vértices que também obedecem a regra do gelo e têm suas energias maiores do que os dos estados fundamentais. A figura 27 apresenta duas redes quadriculares com strings de mesmo comprimento e com formas diferentes.

De acordo com Mól *et al* [11], as strings dos gelos de spins artificiais são energéticas e obedecem a relação $\beta' \cdot X(R)$ (equação 2.17), em que β' é uma constante e $X(R)$ é termo da energia que depende do comprimento e da forma da string. Os autores relatam que o aumento da energia depende mais do comprimento do que da forma, mostrando que as strings da figura 27 têm energias próximas, porém a da figura 27.a) tem energia um pouco menor do que a da 27.b). Aqui, exploraremos este fato para compreendermos melhor a origem da energia da string. Primeiramente, consideramos que os vértices que

Figura 27 – Duas diferentes configurações de strings nos gelos de spins artificiais quadraticulares. A imagem a) tem uma string feita por um monopolo que se propaga na "horizontal" e a imagem b) tem uma feita por um monopolo que se propaga na diagonal. As setas finas representam o momento magnético resultante dos spins que compõe os vértices da string e de acordo com estas, a string horizontal tem energia de $\underline{3E_{cp} - (1,0 + \sqrt{2}/2)D_p}$ e a string diagonal tem energia de $\underline{3E_{cp} - 0.5D_p}$.



compõe as strings geram **excitações tipo dipolo magnético** que tem custo de energia E_{cp} para serem criadas, assim como as excitações monopolos magnéticos. O crescimento da string ocorre pela criação de uma excitação dipolo magnético, fazendo com que sua energia aumente em um E_{cp} a cada vez que cresce. Por esta analogia, conseguimos entender o porquê do crescimento linear da energia da string apresentado no trabalho feito por Mól *et al* [11] que citamos na subseção 2.2.1. A forma da string determina como as excitações dipolos interagem entre si e com os monopolos, fazendo com que strings de diferentes formas gerem diferentes interações entre excitações. A energia da string (energia de criação + energia de forma) da figura 27.a) é de $\underline{3E_{cp} - (1,0 + \sqrt{2}/2)D_p}$ e da figura 27.b) é de $\underline{3E_{cp} - 0.5D_p}$. Aqui estipulamos que a energia de criação E_{cp} seja maior do que a constante de interação das excitações dipolo D_p (equações 2.15 e 2.16), pois a energia advinda do comprimento (criação) tem de ser maior do que advém da forma (interação), assim como já foi mostrado na literatura [11,12,30]. Através desta ideia, reescreveremos a equação 2.17 como:

$$V(R) = \frac{\alpha'}{R} + \beta' \cdot X(R) + \gamma' = \frac{\alpha'}{R} + (N_p \cdot E_{cp} + V_{pp} + V_{mp}) + 2E_{cm}, \quad (3.1)$$

em que V_{pp} é a energia total das interações entre as excitações tipo dipolo, V_{mp} é a energia total das interações entre as excitações monopolo com as excitações dipolo e $E_{cm} = (1/2)\gamma'$ é a energia de criação de cada monopolo. Para sistemas que apresentam mais de duas excitações monopolos, podemos substituir a interação entre dois monopolos, α'/R , pela interação entre vários monopolos, V_{mm} .

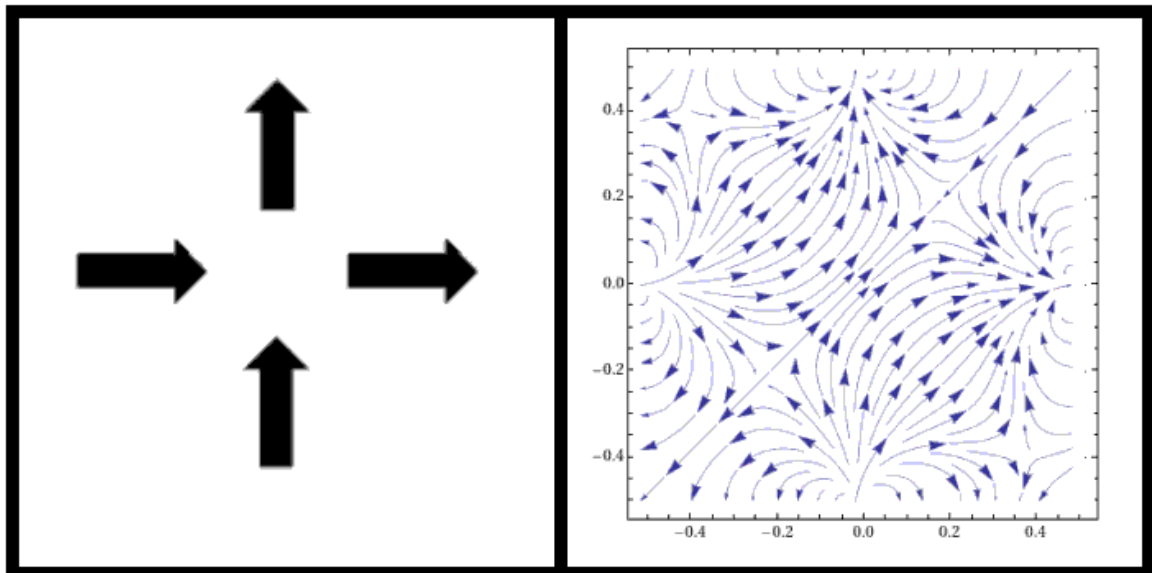
Uma vantagem da interpretação da string como dipolos magnéticos é que fica fácil

entender sua energia de uma maneira simplista, sem precisar fazer muitos cálculos. Por exemplo, conseguimos distinguir qual string da figura 27 é mais energética analisando somente os pares de dipolos primeiros vizinhos. Note que na string da figura b), tem-se 2 pares de excitações dipolos em paralelo, cada par com energia de $+0.25D$, e figura a) tem-se 1 par de excitações em paralelo e outro com excitações em diagonal, com energia de $-0.25D$. Pela soma dos pares- ou simplesmente contando os pares paralelos e diagonais- dá-se para ter uma noção que a string da figura 27.a) tem energia menor do que a da 27.b), mesmo as duas tendo o mesmo comprimento.

3.2 Campo magnético interno e externo ao vértice

Uma proposta ingênua para tratar as excitações dipolos da string considera que seu momento magnético seria proporcional a soma dos momentos magnéticos dos spins que compõem os vértices. Esta ideia faz com que os momentos magnéticos das excitações dipolos estejam na mesma direção do fluxo de campo magnético que as strings levam para os monopolos, assim como foi ilustrado na figura 27. Porém, quando analisamos as linhas de campo magnético geradas pelos 4 spins pontuais dentro do vértice [67], podemos tirar outras conclusões.

Figura 28 – O campo magnético interno de um vértice composto por 4 spins pontuais nas posições $[-0.5,0]$, $[0,+0.5]$, $[+0.5,0]$ e $[0,-0.5]$.



Na figura 28 tem-se duas regiões importantes para serem analisadas: a parte central e as extremidades. As linhas de campo da parte central seriam aquelas que existem somente dentro do vértice. As linhas de campo das extremidade seriam aquelas que saem do vértice e, portanto, teriam relevância para sua vizinhança. Na parte central vemos

que as linhas de campo dentro do vértice refletem as nossas primeiras previsões, em que teríamos uma excitação dipolo pontual central com momento dipolo coincidindo com a soma dos momentos dipolos dos spins (diagonal direita-cima). Por outro lado, as linhas de campo das extremidades, principalmente as das quinas, mostram que as linhas de campo que saem do vértice são contrárias daquelas da parte central, sugerindo que o momento dipolo da excitação dipolo, visto fora do vértice, é contrário das nossas primeiras previsões (ou seja, externamente mediríamos um campo de uma excitação dipolo diagonal esquerda-baixo). Este mesmo padrão foi encontrado nos demais vértices que apresentam excitações dipolo. Por estes estudos, percebemos que a soma dos momentos magnéticos dos spins que a compõe o vértice indica a direção do fluxo de campo que as strings levam para os monopolos e o campo magnético medido fora da string, seria contrária a esta soma. Este resultado coincide com o mapa de cores do trabalho do Loehr *et al* [40], no modelo coloidal no capítulo de *fundamentação teórica* (2.2.2).

Os nossos estudos focam principalmente na interação entre as excitações que ocorre através do campo magnético gerado fora do vértice. Devido a isto, aqui trataremos a excitações dipolo da string com direções contrárias a soma dos spins que compõe seus vértices¹. Na próxima seção apresentaremos um modelo que nos permite calcular o momento dipolo da excitação dipolo, assim como a carga da excitação monopolo. Através dele, teremos uma melhor compreensão/interpretação de como as linhas de campo dos vértices são gerados pelas excitações.

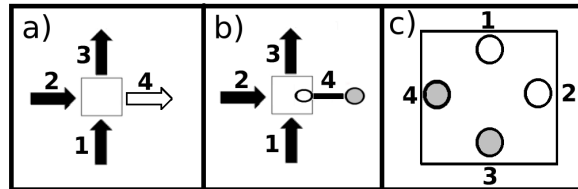
3.3 Modelo de excitações interagentes

O modelo de excitações interagentes considera que os spins são halteres com cargas magnéticas nas extremidades, assim como o modelo proposto por Castelonovo *et al* [8], porém pouco mais curtos. Esta mudança faz com que os momentos magnéticos dos spins da rede sejam dados por $\mu = q(l - d)$, em que q é o módulo da carga do halter, l é o espaçamento de rede e d é a redução do comprimento da haste do halter. Devido a isto, as cargas não ocupam o centro dos vértices, gerando configurações de carga dentro deles. A figura 29 apresenta a distribuição de cargas no centro do vértice da figura 28. Como veremos, os campos magnéticos interno e externo do vértice do modelo de spins podem ser gerados pela soma de campos das cargas pontuais.

O modelo estabelece que toda energia acima do estado fundamental dos gelos de spins artificiais é dada pela energia de interação entre as excitações e suas energias de criação. Para tanto, consideramos que cada excitação produz um campo magnético

¹ Em nossos primeiros estudos, propomos que o momento dipolo das excitações teria a mesma direção e sentido do que a da soma vetorial dos spins pontuais que compõe seu vértice. Por esta interpretação, o modelo não conseguiu reproduzir as características termodinâmicas dos gelos de spins artificiais, mostrando-se ser uma interpretação inadequada para as excitações dipolo.

Figura 29 – a) Configuração de spins enumerados e o quadrado central representa o centro do vértice. b) O spin 4 foi substituído por um halter modificado e uma de suas cargas ocupa uma das paredes do vértice. Nela temos que o disco branco representa a carga negativa, o disco cinza representa a carga positiva e o retângulo comprido preto representa a haste do halter. c) A configuração de cargas dentro do vértice de acordo com a configuração de spin da imagem a).



resultante, levando a uma interação com as demais excitações, assim como abordamos as interações elétricas na subseção 2.1.3. Interpretamos, de uma maneira simples, que os vértices que se encontram no estado fundamental não geram campo magnético, já que a carga total deste vértice é nula e o momento de dipolo correspondente também é, os vértices que possuem excitação tipo monopolo geram um campo magnético coulombiano e os vértices com excitação do tipo dipolo geram um campo magnético dipolar (similares aos apresentados na subseção 2.1.2). As figuras 30, 31, 32 e 33 mostram as configurações de cargas e suas excitações para alguns gelos de spins artificiais.

Figura 30 – As 4 topologias de vértices dos gelos de spins artificiais quadrilares (representado pela letra **Q** no canto inferior esquerdo da primeira coluna) ordenadas numericamente de acordo com o aumento energia, de cima para baixo. A coluna da esquerda representa a topologia pelo modelo de spin, em que cada spin é representado por uma seta. A coluna do meio representa a configuração de cargas gerada no centro dos vértices pelo modelo de halteres, de acordo com a configuração de spin da coluna da esquerda, em que os discos brancos representam as cargas negativas e os discos cinzas representam as cargas positivas. A coluna da direita representa a excitação gerada pela configuração de cargas da coluna do meio.

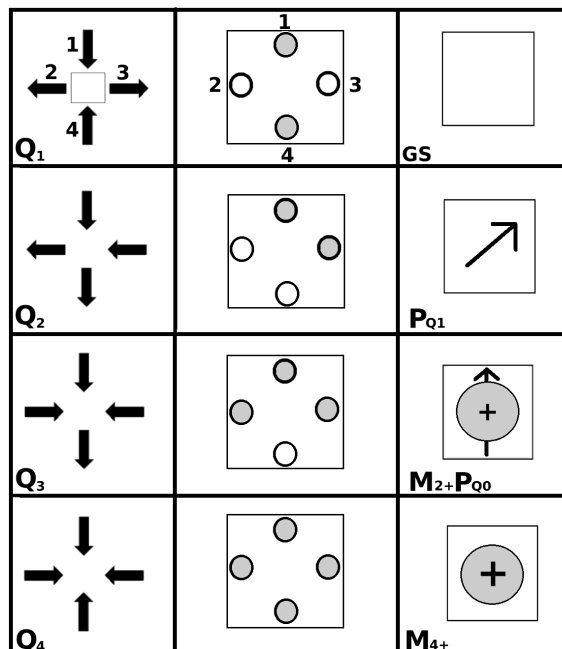


Figura 31 – As 8 topologias de vértices dos gelos de spins artificiais triangulares (representado pela letra **T** no canto inferior esquerdo da primeira coluna) ordenadas numericamente de acordo com o aumento energia, de cima para baixo. A coluna da esquerda representa a topologia pelo modelo de spin, em que cada spin é representado por uma seta. A coluna do meio representa a configuração de cargas gerada no centro dos vértices pelo modelo de halteres, de acordo com a configuração de spin da coluna da esquerda, em que os discos brancos representam as cargas negativas e os discos cinzas representam as cargas positivas. A coluna da direita representa a excitação gerada pela configuração de cargas da coluna do meio.

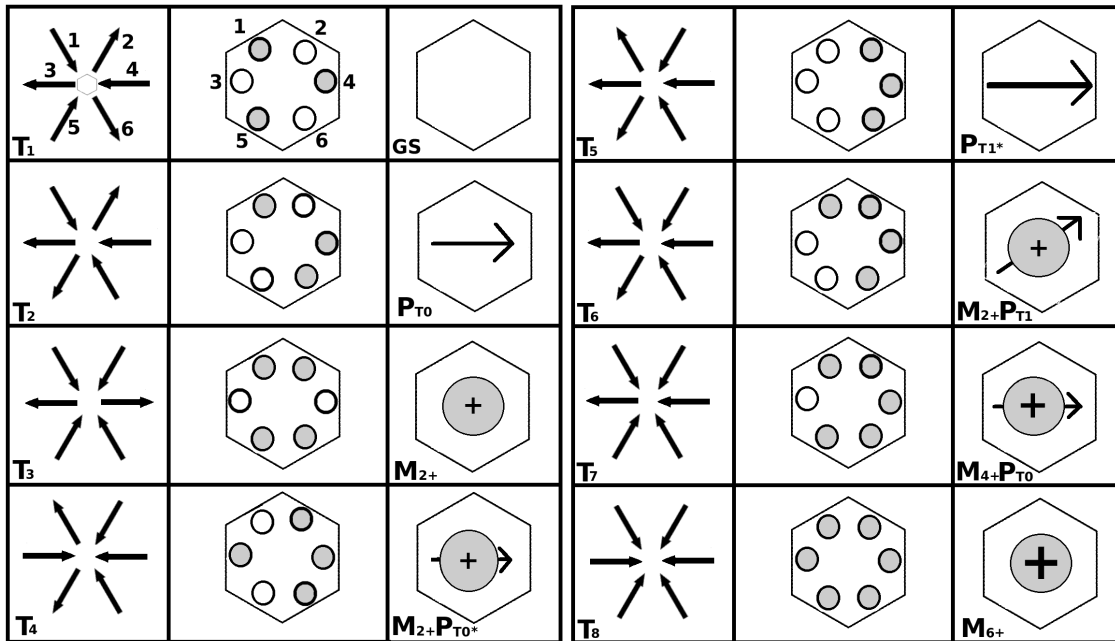


Figura 32 – As 2 topologias de vértices dos gelos de spins artificiais honeycomb (representado pela letra **H** no canto inferior esquerdo da primeira coluna) ordenadas numericamente de acordo com o aumento energia, de cima para baixo. A coluna da esquerda representa a topologia pelo modelo de spin, em que cada spin é representado por uma seta. A coluna do meio representa a configuração de cargas gerada no centro dos vértices pelo modelo de halteres, de acordo com a configuração de spin da coluna da esquerda, em que os discos brancos representam as cargas negativas e os discos cinzas representam as cargas positivas. A coluna da direita representa a excitação gerada pela configuração de cargas da coluna do meio.

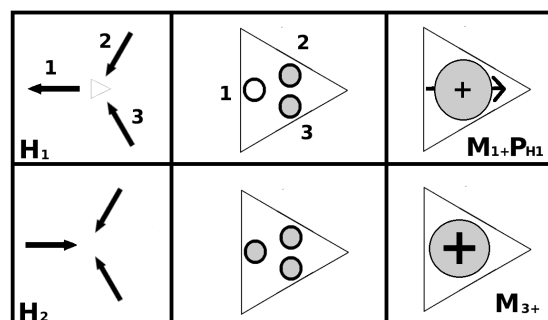
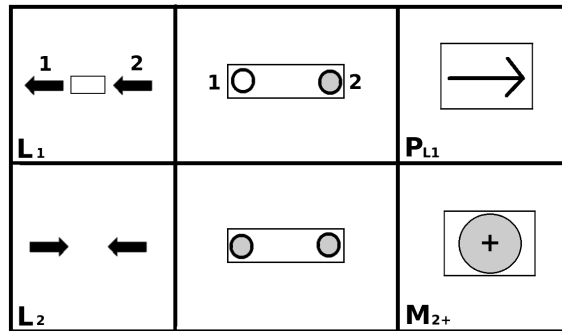


Figura 33 – As 2 topologias de vértices dos gelos de spins artificiais lineares (representado pela letra **L** no canto inferior esquerdo da primeira coluna) ordenadas numericamente de acordo com o aumento energia, de cima para baixo. A coluna da esquerda representa a topologia pelo modelo de spin, em que cada spin é representado por uma seta. A coluna do meio representa a configuração de cargas gerada no centro dos vértices pelo modelo de halteres, de acordo com a configuração de spin da coluna da esquerda, em que os discos brancos representam as cargas negativas e os discos cinzas representam as cargas positivas. A coluna da direita representa a excitação gerada pela configuração de cargas da coluna do meio.



Nas figuras acima, vemos que existem vários tipos de excitações de vértices. A **GS** (Ground State) indica que os vértices não possuem nenhum tipo de excitação e, por isso, não geram campo. A $M_{X\pm}$ mostra que os vértices possuem excitação tipo monopolo que geram um campo coulombiano gerado por **X** cargas residuais. A P_{RY} apresenta que os vértices possuem excitação tipo dipolo que geram um campo dipolar. O índice **R** mostra de qual rede a excitação pertence (Q=quadrada, T=Triangular, H=honeycomb e L=linear) e **Y** a magnitude e tipo do dipolo, que varia de rede para rede. Por estas imagens, percebe-se que as redes quadraticulares e triangulares são aquelas que apresentariam estado fundamental sem nenhuma excitação. Nestas mesmas redes, as excitações dipolos que tem $Y = 0$ aparecem junto com as excitações monopolos que violam a regra do gelo de uma rede que estava no estado fundamental. Aqui, as classificamos como pontas das strings, pois são elas que ligam os vértices dos monopolos aos vértices da string, que adotam $Y = 1$. Na rede triangular, usamos "*" para destacar as excitações da ponta e da string de um deslocamento linear de monopolos. Veremos nas próximas seções que a rede triangular apresenta outras excitações que podem pertencer a uma string. As redes honeycomb e lineares, por outro lado, são redes que apresentam estado fundamental compostas por excitações dipolos e na rede honeycomb estas estariam acompanhadas com pequenas excitações monopolos. Diferente das redes quadraticulares e triangulares, os primeiros estados excitados destas redes geram excitações monopolos (de maior magnitude do que a do estado fundamental na honeycomb) sem a ponta da string (P_0).

3.4 Identificando as excitações de vértices

As excitações dos vértices podem ser identificadas através da quantidade de cargas e de suas posições nos vértices. A carga do monopolo é calculada por:

$$q_v = q(N_+ - N_-), \quad (3.2)$$

em que q_v é a carga residual do vértice, q é o módulo das cargas dos halteres, N_+ e N_- são, respectivamente, o número de cargas positivas e negativas no vértice. Assim, os vértices que obedecem a regra do gelo, os monopolos simples, duplo e triplo têm módulos de carga dadas, respectivamente, por 0, $2q$, $4q$ e $6q$. O momento dipolo das excitações é calculado através da quantidade de carga e de suas posições [68]. Para esta, usamos a equação:

$$\vec{p}_v = \sum_{i=1}^{N_v} q_i \cdot \vec{r}_i, \quad (3.3)$$

em que p_v é o momento dipolo magnético do vértice, N_v é o número de cargas no vértices, q_i e r_i são, respectivamente, a carga do halter i que está no vértice e a sua posição em relação ao centro do vértice. As tabelas 1, 2, 3 e 4 apresentam o módulo da carga e o momento dipolo dos vértices apresentados nas figuras 30, 31, 32 e 33, dado que d seria a redução do comprimento do halter em relação ao espaçamento de rede.

Tabela 1 – As topologias dos vértices dos gelos de spins artificiais quadrulares e suas respectivas excitações nos vértices.

Vértice	Tipo de Excitação	Monopolo	Dipolo
Q1	GS	0	0
Q2	P_{Q1}	0	$\sqrt{2}qd$
Q3	$M_{2\pm}P_{Q0}$	$2q$	$1qd$
Q4	$M_{4\pm}$	$4q$	0

Nas tabelas 1, 2, 3, e 4 vemos que as contribuições dos monopolos estão em função de q e as de dipolo estão em função de q e d . Os valores de q e d , a princípio, podem variar de um gelo de spins artificial para outro devido às suas diferentes geometrias. Esperamos que o valor de d , independentemente disto, seja pequeno para estar de acordo com a relação $D_p \ll E_{cp}$, proposta na sessão 3.1. Na figura 9 temos indícios disto, pois percebemos que as linhas de campo das excitações monopolo são visíveis quando olhamos a rede toda e as linhas de campo das excitações dipolo não são, dificultando a sua detecção. No centro dos vértices desta mesma figura, por outro lado, vemos as linhas das excitações dipolos são bem claras e estas estariam de acordo com o campo gerado no centro do vértice pelas configurações de cargas que apresentamos na figura 28. Outra figura que confirma

Tabela 2 – As topologias dos vértices dos gelos de spins artificiais triangulares e suas respectivas excitações nos vértices.

Vértice	Tipo de Excitação	Monopolo	Dipolo
T1	GS	0	0
T2	P_{T0}	0	$1qd$
T3	$M_{2\pm}$	$2q$	0
T4	$M_{2\pm}P_{T0}^*$	$2q$	$1qd$
T5	P_{T1}^*	0	$2qd$
T6	$M_{2\pm}P_{T1}$	$2q$	$\sqrt{3}qd$
T7	$M_{4\pm}P_{T0}$	$4q$	$1qd$
T8	$M_{6\pm}$	$6q$	0

Tabela 3 – As topologias dos vértices dos gelos de spins artificiais honeycomb e suas respectivas excitações nos vértices.

Vértice	Tipo de Excitação	Monopolo	Dipolo
H1	$M_{1\pm}P_{H1}$	$1q$	$1qd$
H2	$M_{3\pm}$	$3q$	0

Tabela 4 – As topologias dos vértices dos gelos de spins artificiais lineares e suas respectivas excitações nos vértices.

Vértice	Tipo de Excitação	Monopolo	Dipolo
L1	P_{L1}	0	$1qd$
L2	$M_{2\pm}$	$2q$	0

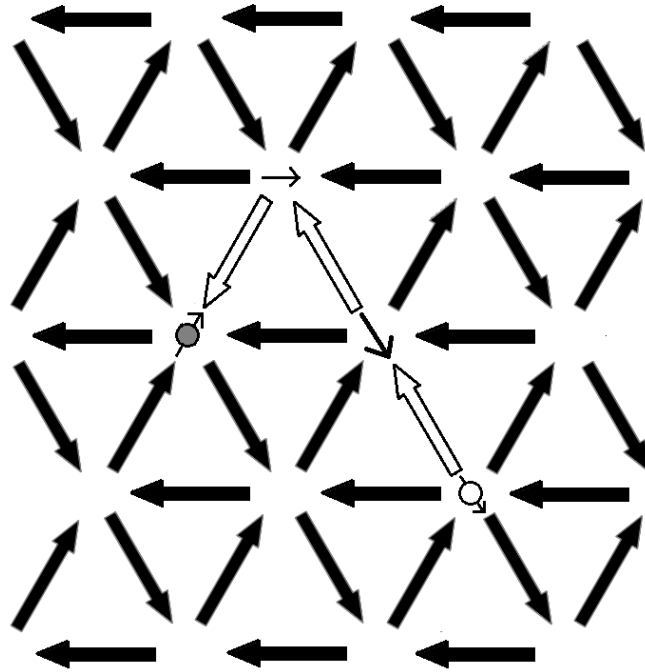
esta ideia é a 22, em que vemos uma pequena intensidade de campo no mapa de cores advindo dos vértices da string que são menores do que aquelas advindas dos monopolos.

3.5 Interpretação da propagação de cargas e a criação da String

Na sessão 3.4 apresentamos as diferentes excitações presentes nos gelos de spins artificiais. Percebe-se que as redes quadrada, linear e honeycomb têm somente uma topologia que pertence a classe de string, a qual recebeu a nomenclatura de P_1 . A rede triangular, por outro lado, apresenta strings que podem ter duas diferentes topologias. A figura 34 apresenta uma string que foi criada por um deslocamento linear, gerando excitação P_{T1} , e depois um na diagonal, gerando excitação P_{T0} . Nesta figura, diferenciamos as duas excitações dipolos pelo tamanho do momento dipolo: P_{T0} é a seta menor e P_{T1} é a seta maior.

As duas topologia de string podem ser obtidas através da criação e a aniquilação

Figura 34 – Nesta imagem temos uma propagação de carga positiva que se deslocou linearmente e depois na diagonal.



de excitações em um vértice durante o deslocamento do monopolo. Quando um vértice sai de seu estado fundamental pela violação da regra do gelo, gera-se uma excitação monopolo e uma excitação dipolo ponta de string:

$$\mathbf{GS} = 0 \longrightarrow M_{2\pm}^1 + \vec{P}_0^1 \quad (3.4)$$

(o sobre-índice **1** é para simbolizar que são as primeiras excitações que apareceram naquele vértice). Quando o monopolo se propaga, são criadas outras excitações monopolo e dipolo, $M_{2\mp}^2 + \vec{P}_0^2$, naquele mesmo vértice. Assim, a soma total de excitações no vértice é dada por:

$$M_{2\pm}^1 + \vec{P}_0^1 \longrightarrow M_{2\pm}^1 + \vec{P}_0^1 + M_{2\mp}^2 + \vec{P}_0^2 = (M_{2\pm}^1 + M_{2\mp}^2) + (\vec{P}_0^1 + \vec{P}_0^2) = \vec{P}_0^1 + \vec{P}_0^2. \quad (3.5)$$

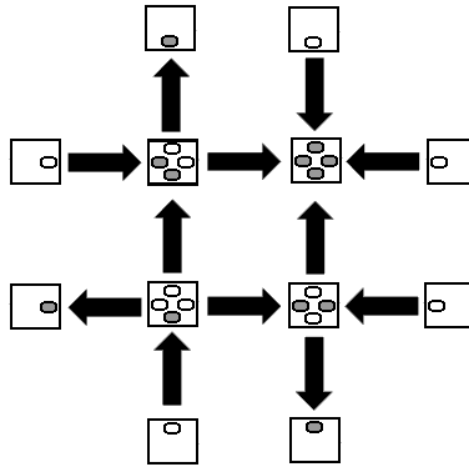
Na equação 3.5 tem-se que a soma das excitações monopolos é escalar e, por causa disso, elas se aniquilam. A soma das excitações dipolo é uma soma vetorial não nula que depende a direção da propagação do monopolo. Na rede quadrada, por exemplo, a propagação dos monopolos faz com que as excitações \vec{P}_{Q0} sempre façam 90° , gerando uma excitação dipolo diagonal \vec{P}_{Q1} . Na rede triangular, a propagação pode fazer com que os \vec{P}_{T0} sejam paralelos, gerando \vec{P}_{T1} com o dobro da magnitude, ou pode fazer com que estes façam 60° , gerando outro vetor \vec{P}_{T0} de mesma magnitude. Nas sessões 3.2 e 3.3 destacamos com "*" as pontas de string P_{T0} e as strings tipo P_{T1} de um deslocamento

linear. Porém, nesta rede também é possível fazer deslocamento de carga em "dente de serra" (feitos por vários deslocamentos diagonais em uma única direção), o que geraria string com excitações dipolo P_{T0} . Aqui, podemos usar a simplicidade do modelo para identificar que a string tipo "dente de serra" tem menor energia do que uma string linear de mesmo tamanho, assim como foi mostrado na literatura [12], pois espera-se que a energia de interação e criação de uma string P_{T0} seja menor do que uma string P_{T1} .

3.6 Excitações nas bordas das redes

A borda dos gelos de spins artificiais são composta por vértices incompletos, que faltam alguns spins. Utilizando as mesmas premissas empregadas nas seções 3.4 e 3.5, vemos que a rede quadrangular que apresentamos na figura 27 teria 5 novas excitações geradas pelos vértices com 2 a 3 spins e a rede triangular que apresentamos na figura 34 teria 20 novas excitações geradas pelos vértices com 2 a 5 spins. Para evitar um número excessivamente grande de excitações, adicionamos mais spins na borda, fazendo com que os vértices sejam compostos por um único ou poucos spins, gerando poucas novas topologias de vértice de borda. A figura 35 apresenta a rede quadrada neste novo modelo.

Figura 35 – Gelos de spins artificiais quadrangulares com vértices com um único spin nas bordas.



Esta implementação faz com que grande parte das redes apresentadas na seção 3.3 tenham os vértices da borda com um único spin que geram excitações monopolo de carga $M_b = \pm q$. Na rede triangular, por outro lado, não conseguimos deixar a borda com uma única excitação. O melhor que fizemos foi obter vértices com 1 a 3 spins que geram 6 novas topologias, assim como mostrado nas figuras 36 e 37 e na tabela 5. Na nomenclatura T_{bXY} , tem-se que a letra b no sub-índice indica que o vértice pertence a borda, X seria o número de carga(s) neste vértice e Y a configuração gerada por esta(s).

Nas seções 3.8 e 3.9, verificaremos se esta interpretação de excitações de borda proposta por nosso modelo será uma boa aproximação para descrever os gelos de spins

Figura 36 – Gelos de spins artificiais triangulares com vértices de poucos spins nas bordas.

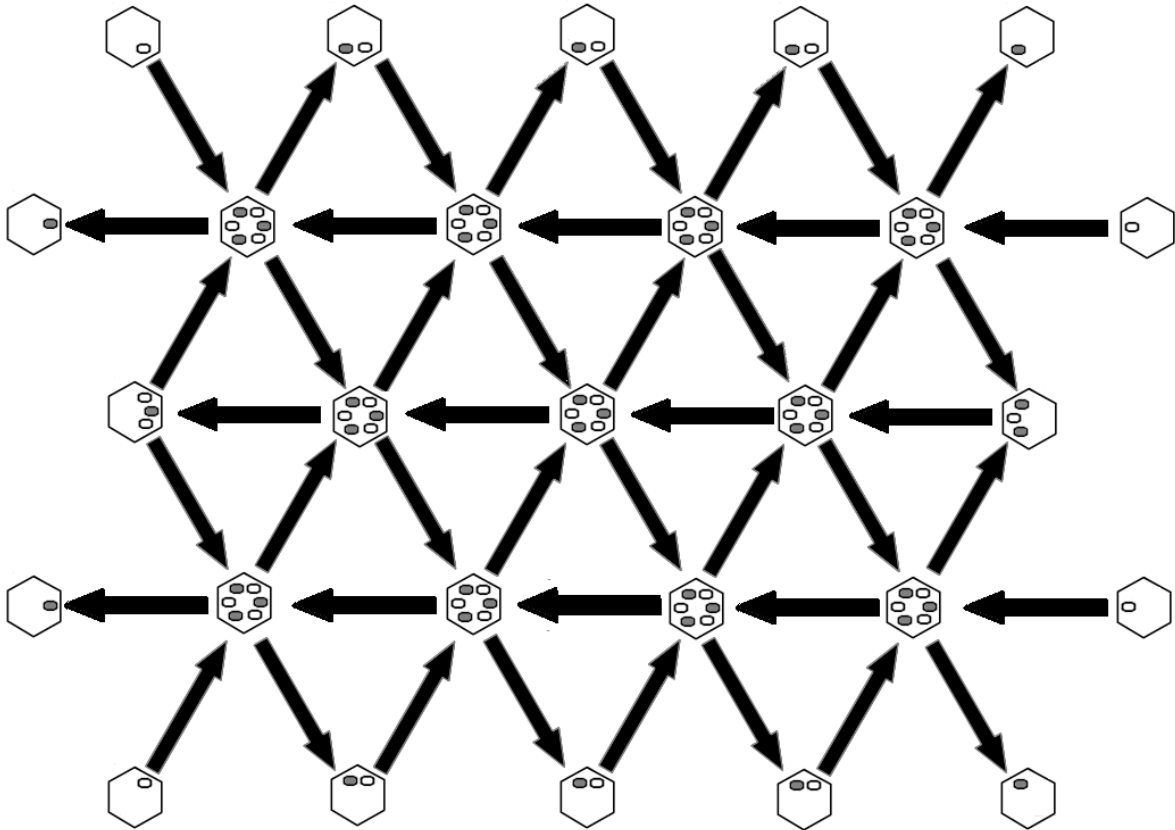


Figura 37 – As 6 topologias de vértices de borda dos gels de spins artificiais triangulares (representado pela letra T_b no canto inferior esquerdo da primeira coluna) ordenadas numericamente de acordo com o número de cargas de cima para baixo. A coluna da esquerda representa a topologia pelo modelo de spin, em que cada spin é representado por uma seta. A coluna do meio representa a configuração de cargas gerada no centro dos vértices pelo modelo de halteres modificados de acordo com a configuração de spin da coluna da esquerda, em que os discos brancos representam as cargas negativas e os discos cinzas representam as cargas positivas. A coluna da direita representa a excitação gerada pela configuração de cargas da coluna do meio. Os vértices com 1 spins geram somente uma nova topologia, os com 2 spins geram novas duas topologias e os com 3 spins geram 3 novas topologias.

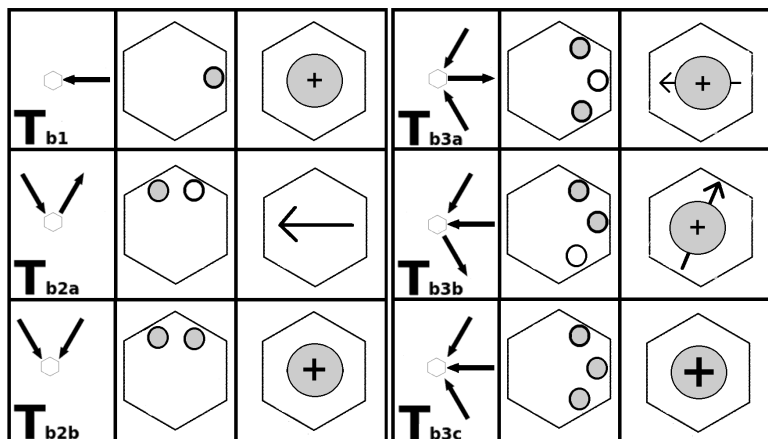


Tabela 5 – As topologias de borda dos vértices dos gelos de spins artificiais triangulares e suas respectivas excitações.

Vértice	Monopolo	Dipolo
T_{b1}	$1q$	0
T_{b2a}	0	$0.5qd$
T_{b2b}	$2q$	0
T_{b3a}	$1q$	$(1/3)qd$
T_{b3b}	$1q$	$(\sqrt{7}/3)qd$
T_{b3c}	$3q$	0

artificiais.

3.7 Correspondência de configuração de vértice entre os modelos

Em diversos trabalhos da literatura, alguns apresentados na seção 2.2, tem-se que a rede de excitações é obtida pela configuração de spins de cada vértice dos gelos de spins artificiais. Nestes modelos, nem os monopolos nem a string tem excitações dipolos e, por isso, vimos a possibilidade de obter as mesmas excitações em redes que tem configurações de spins completamente diferentes. Por exemplo, pode-se gerar um par de monopolos e sua string pela violação da regra do gelo de uma rede composta somente por vértices do estado fundamental, assim como apresentado pelas figuras 9 e 22, ou composta só por outros vértices que também obedecem a regra do gelo, como ocorre em processo de inversão de magnetização [12, 30, 38], ou pela rede composta por ambos os vértices. Se olharmos somente para as redes de excitações, concluímos que só seria possível identificar as configurações de spins dos vértices dos monopolos e da string. Para identificar as configurações dos demais, já seria necessário estudar uma outra característica dos vértices, como, por exemplo, a magnetização resultante no centro do vértice. O modelo de excitações interagentes, por ele só, consegue identificar a configuração de spin de qualquer rede pelas suas excitações, sem precisar analisar nenhuma outra característica. Isto é possível, pois o modelo indica que cada topologia de configuração de spin gera uma excitação única e as excitações dipolos carregam, entre outros, a informação da magnetização resultante dos spins do vértice.

3.8 Correspondência energética entre os modelos

Nesta seção discutiremos a confiabilidade do nosso modelo tentando reproduzir algumas propriedades físicas dos gelos de spins artificiais. Para tanto, estudamos as energias das redes de spins e das excitações dos gelos de spins artificiais quadrangulares e triangulares. Escolhemos particularmente estas duas redes pois elas apresentam seus

estados fundamentais com vértices sem nenhuma excitação. Por causa disto, teríamos que a energia de interação das excitações neste seria nula e que a energia de interação das excitações nos primeiros estados excitados seriam dadas pela interação de poucas excitações que surgiram pela violação da regra do gelo. Isto nos ajudou, pois conseguimos conferir manualmente as energias de alguns estados de menores energia. Nas redes honeycomb e linear, por outro lado, os estados fundamentais são composto por várias excitações dipolo, fazendo com que a rede de excitações tenha uma energia residual em seu estado fundamental. Além desta, os primeiros estados excitados teriam excitações monopolos que interagiriam com as demais excitações de toda rede. Ambas redes, por isso, seriam mais difíceis de serem estudadas inicialmente.

3.8.1 Rede quadricular

Em nosso trabalho buscamos a correspondência energética pela comparação da energia acima do estado fundamental dos gelos de spins artificiais quadriculares com a energia das excitações geradas pelo modelo de excitações interagentes. A expressão que descreve esta comparação é dada por²:

$$a \frac{q^2}{l} + b \frac{q^2 d}{l^2} + c \frac{q^2 d^2}{l^3} + N_{P_1} E_c^{P_{Q_1}} + N_{M_2} E_c^{M_2} + N_{M_4} E_c^{M_4} - E_b = \Delta E_{(s)}, \quad (3.6)$$

em que a, b, c são constantes numéricas, dados em $(\mu_0/4\pi)$, obtidas, respectivamente, pelas interações entre as excitações monopolos com monopolos, monopolos com dipolos e dipolos com dipolos; $N_{P_1}, N_{M_2}, N_{M_4}$ quantificam o número de cada excitação na rede; $E_c^{P_{Q_1}}, E_c^{M_2}$ e $E_c^{M_4}$ são, respectivamente, as energias de criação do dipolo, do monopolo simples (não está declarado, mas ele está acompanhado pela ponta da string) e do monopolo duplo; E_b seria a energia interação gerada pelas excitações das bordas no estado fundamental; e $\Delta E_{(s)}$ é a energia acima do estado fundamental da rede de spins. As constantes $a, b, c, N_{P_1}, N_{M_2}, N_{M_4}$ e $\Delta E_{(s)}$ são valores que dependem da configuração da rede e $q, d, E_c^{P_{Q_1}}, E_c^{M_2}$ e $E_c^{M_4}$ tem valores fixos que caracterizam as excitações. O termo E_b é uma constante consequente da interação das excitações que existem na borda e não traz, por ele só, nenhuma nova informação ou característica das excitações. Ele depende da configuração do estado fundamental e do tamanho da rede, que determina o número de excitações nas bordas.

A equação 3.6 considera que as bordas da rede têm excitações e que q e d são variáveis independentes. Porém, essa é uma das possíveis interpretações que o nosso modelo

² Em estudos complementares, nós consideramos que as distribuições de carga nos vértices também geravam excitações quadrupolo. Vimos que a adição não alteravam significativamente a reprodutibilidade do modelo e nem os valores das excitações que obtivemos neste capítulo, fazendo-nos concluir que as interações de campo quadrupolo são desprezíveis em relação às dos monopolo e dipolo. Dado isto, resolvemos não incluí-los para deixar o modelo mais simples.

pode descrever. Não sabemos, até este ponto, se esta seria a melhor representação para descrever as excitações dos gelos de spins quadriculares. A interpretação pode ter outras características que pode aproximar ou afastar a reciprocidade de nosso modelo. Entre estas, podemos considerar o vínculo proposto no início deste capítulo, em que $\mu = q(l - d)$, fazendo com que $d = l - (\mu/q)$:

$$(a + b + c) \frac{q^2}{l} - (b + 2c) \frac{q\mu}{l^2} + c \frac{\mu^2}{l^3} + N_{P_1} E_c^{P_{Q_1}} + N_{M_2} E_c^{M_2} + N_{M_4} E_c^{M_4} - E_b = \Delta E_{(s)}. \quad (3.7)$$

Além desta, teríamos a possibilidade dos gelos de spins artificiais não produzirem excitações de borda, fazendo com que $M_b = 0$ e $E_b = 0$:

$$a \frac{q^2}{l} + b \frac{q^2 d}{l^2} + c \frac{q^2 d^2}{l^3} + N_{P_1} E_c^{P_{Q_1}} + N_{M_2} E_c^{M_2} + N_{M_4} E_c^{M_4} = \Delta E_{(s)}. \quad (3.8)$$

Usamos estas características e suas combinações para fazer várias listas, em que cada uma contém um milhão de energias de várias configurações de rede de spins e das interações das excitações geradas por estas em cada interpretação. As configurações foram geradas por simulações de Monte Carlo com algoritmo de Metropolis [69, 70] para redes de aresta $L = 34$ (32 dos vértices completos mais 2 dos vértices incompletos das bordas), para temperaturas entre 4 a 20 D/k_b ($D = \mu_0 \mu^2 / 4\pi l^3$ e k_b é a constante de Boltzmann). Através destas listas, fizemos uma regressão não linear [71] para obter os valores das excitações e de suas energias de criação e as colocamos nas tabelas 6 e 7. A tabela 6 considera que os momentos magnéticos dos spins das bordas estão livres para serem invertidos, enquanto os da tabela 7 teriam estes mesmos fixos. A tabela 7 é um estudo complementar que tem o intuito de minimizar os efeitos de borda, caso estes tenham alguma influência na regressão. Estas tabelas contém o R^2 e o σ_E para identificar quais características fazem com o modelo de excitações interagentes se aproxime melhor dos gelos de spins artificiais. $M_b = q$ e $M_b = 0$ na linha superior indicam, respectivamente, se o modelo considerou ou não as excitações de borda e $d = l - \mu/q$ e d livre se considerou se o momento dipolo do halter, $q(l - d)$, é, respectivamente, igual ou não do momento dipolo do spin, μ .

Os resultados das tabelas acima sugerem que a rede que tem excitações nas bordas e tem d não vinculado ao momento magnético do spin, μ , gera a melhor aproximação, pois o R^2 deste é mais próximo de 1. Para verificarmos isto, analisamos os resíduos da regressão (figura 38), sendo que as observações foram feitas em processo de resfriamento, em que as primeiras foram obtidas quando o sistema estava em altas temperaturas e as últimas quando estava em baixas temperaturas. Observamos que os resíduos, como um todo, possuem uma variância constante. Em baixas temperaturas, as últimas observações, apresentam uma leve mudança deste comportamento. Acreditamos que isto pode ter ocorrido porque o sistema ficou restrito a algumas configurações em torno de uma energia

Tabela 6 – Grandeza das excitações dos gelos de spins artificiais quadrulares com momentos magnéticos dos spins das bordas livres.

Grandezas	$M_b = 0$		$M_b = q$	
	d livre	$d = l - (\mu/q)$	d livre	$d = l - (\mu/q)$
q (μ/l)	1.1451(4)	1.2169(4)	1.5199(1)	1.4855(1)
d (l)	0.2579(3)	0.1781(3)	0.31592(5)	0.3268(5)
qd (μ)	0.2953(3)	0.2167(4)	0.48017(6)	0.4855(1)
$E_c^{P_1}$ (D)	10.392(1)	10.2066(9)	10.6642(3)	10.7061(3)
$E_c^{M_2}$ (D)	17.752(2)	17.893(3)	20.698(1)	20.486(1)
$E_c^{M_4}$ (D)	49.96(1)	50.60(1)	61.509(5)	60.605(4)
R^2	0.999977	0.999974	0.999998	0.999998
σ_E	18.19033	19.27400	4.891123	5.215461

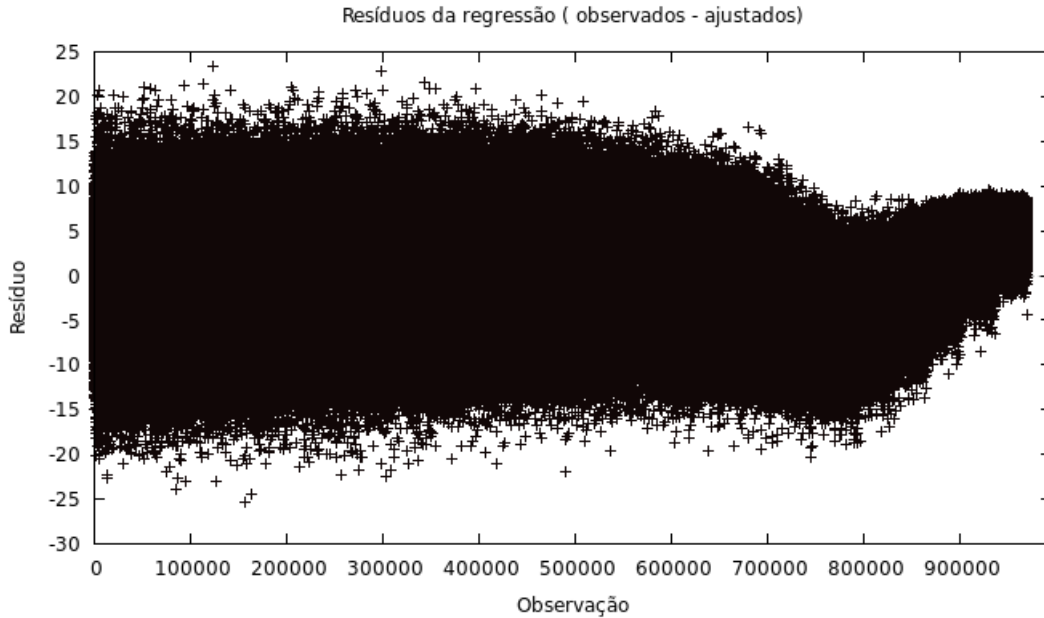
Tabela 7 – Grandeza das excitações dos gelos de spins artificiais quadrulares com momentos magnéticos dos spins das bordas fixos.

Grandezas	$M_b = 0$		$M_b = q$	
	d livre	$d = l - (\mu/q)$	d livre	$d = l - (\mu/q)$
q (μ/l)	1.5690(2)	1.5244(2)	1.5707(2)	1.5207(2)
d (l)	0.33130(8)	0.34400(8)	0.32776(8)	0.34241(8)
qd (μ)	0.5198(1)	0.5244(2)	0.5147(2)	0.5207(2)
$E_c^{P_1}$ (D)	10.7823(6)	10.8276(6)	10.7734(6)	10.8263(7)
$E_c^{M_2}$ (D)	21.178(2)	20.879(2)	21.212(2)	20.879(2)
$E_c^{M_4}$ (D)	62.979(8)	61.725(7)	63.311(8)	61.914(8)
R^2	0.999996	0.999996	0.999999	0.999999
σ_E	7.406039	7.755051	3.160103	3.887094

mínima local, fazendo com que os resíduos ficassem próximo de uma valor médio. Notamos também que manter a borda fixa, tabela 7, ajuda a melhorar a aproximação entre os modelos. Este resultado pode sugerir que a influência de bordas esteja afastando, mesmo que seja um pouco, os valores das grandezas obtidas nas redes finitas daqueles que seriam obtidos no limite termodinâmico ou que nossa interpretação das excitações de borda precisaria ser melhorada.

Os nossos melhores resultados- as redes com excitações de bordas e sem vínculo para d - sugerem que o momento dipolo do halter, o monopolo simples e a ponta da string têm magnitudes, respectivamente de $q(l - d) \approx 1.04\mu$ (próximo ao esperado μ), $M_2 = 2q = 3.0398\mu/l$ e $P_0 = qd = 0.4801\mu$. De acordo com as equações da seção 2.1.2 e com os valores obtidos na regressão, concluímos que as excitações P_0 teriam seus módulos de campos maiores do que as dos M_2 somente para distâncias $r < 0.33l$, que seria dentro de seus próprios vértices. Para maiores distâncias, os campos de M_2 já seriam maiores do

Figura 38 – Gráfico de resíduos em função das observações da rede com excitações de borda e com d não vinculado ao momento magnético do spin, μ . Este gráfico foi gerado em um processo de resfriamento da rede de spins, em que as primeiras observações seria referentes a temperatura $20D/k_b$ e as últimas referentes a temperatura $4D/k_b$.



que os de P_0 e, por causa disto, seria mais fácil medir o campo do monopolo do que o do dipolo fora do vértice. Estas conclusões estariam de acordo com nossas previsões dos capítulos anteriores, em que havíamos sugerido que a dificuldade de mensurar as excitações dipolo seria devido aos seus pequenos campos e, por consequência, mediria-se somente os campos dos monopolos nos vértices que apresentam ambos. Assim, espera-se detectá-los melhor somente muito próximos aos vértices aos quais pertencem.

Em um estudo separado, refizemos o procedimento acima para redes de tamanho $L = 64 + 2$ que apresentam excitações de borda. Verificamos que os valores obtidos são bem próximo dos apresentados na tabela 6, com desvios percentuais menores do que 0,36% (que podem ter sido causadas pelo uso de diferentes configurações de redes na regressão). Esta tabela esta para consulta no Apêndice B.

3.8.2 Rede triangular

Os estudos da regressão não linear também foram usados para buscar a correspondência energética das excitações da rede triangular, com equações similares às das redes quadrangulares (equações 3.6, 3.7 e 3.8). Em nossos primeiros estudos fizemos simulações com os momentos magnéticos da borda livre e não obtivemos um resultado satisfatório. Nele, a energia acima do estado fundamental seria descrita somente pela energia de criação das excitações, pois $q, qd \rightarrow 0$, fazendo com que a energia de interação entre excitações seja nula. Não sabemos o porquê deste resultado por agora. Uma hipótese é que não tenha

ocorrido uma convergência satisfatória no ajuste não linear. Por outro lado, não obtivemos problemas nestes mesmos estudos ao considerar os spins da borda fixos. Acreditamos que a maior densidade de spins na rede triangular faça com que a discrepância de energia devido a borda seja maior, atrapalhando os cálculos da regressão. Por outro lado, acreditamos que esta mesma densidade tenha ajudado a obter um resultado melhor na regressão, uma vez que tivemos um $R^2 = 1.000000$ (dado a precisão do programa), assim como é apresentado na tabela 8. Nesta tabela vemos novamente que $d \approx 0.3$, assim como vimos posteriormente, e que os melhores resultados são aqueles que consideram excitações na borda. Para d livre, temos que $M_2 = 2q = 2.6148\mu/l$ (aproximadamente 0.83 vezes menor do que a rede quadrada) e $P_0 = qd = 0.3952\mu$ (aproximadamente 0.77 vezes menor do que a rede quadrada). Este resultado sugere que as excitações da rede triangular têm magnitudes menores do que as da rede quadrada, o que poderia dificultar sua medição experimental. Por outro lado, a rede triangular permite a criação de excitações de maiores magnitudes, o que compensaria, em partes, a pequena magnitude de suas excitações.

Tabela 8 – Grandeza das excitações dos gelos de spins artificiais triangulares com com momentos magnéticos dos spins da borda fixos.

Grandezas	$M_b = 0$		$M_b = q$	
	d livre	$d = l - (\mu/q)$	d livre	$d = l - (\mu/q)$
q (μ/l)	1.3059(5)	1.4123(5)	1.3074(5)	1.4127(4)
d (l)	0.3018(2)	0.2920(2)	0.3023(2)	0.2921(2)
qd (μ)	0.3941(5)	0.4123(5)	0.3952(5)	0.4127(4)
$E_c^{P_0}$ (D)	25.6859(7)	25.6708(7)	25.6848(7)	25.6689(7)
$E_c^{M_2}$ (D)	34.222(4)	34.968(4)	34.227(4)	34.965(4)
$E_c^{M_2P_0}$ (D)	37.394(5)	38.136(5)	37.413(5)	38.146(4)
$E_c^{P_1}$ (D)	57.473(4)	57.415(4)	57.473(3)	57.408(4)
$E_c^{M_2P_1}$ (D)	66.000(6)	66.709(6)	66.010(6)	66.707(6)
$E_c^{M_4P_0}$ (D)	94.84(2)	97.84(2)	94.87(2)	97.83(2)
$E_c^{M_6}$ (D)	172.66(5)	179.47(5)	172.64(4)	179.36(5)
R^2	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
σ_E	5.799084	6.313539	5.658148	6.184754

Os resultados das tabelas 6 e 8 nos indicam que os halteres dos gelos de spins artificiais quadrulares e triangulares têm, respectivamente, comprimentos de $0.68408(5)l$ e de $0.6977(2)l$. Estes dois valores estariam próximos de $0.7l$, valor utilizado por Möller e Moessner [72, 73] quando estudaram o gelos de spins artificiais quadrulares pelo modelo de halteres, analisando a interação dipolo entre halteres pela teoria de campo médio.

3.9 Estudo das grandezas termodinâmicas do modelo de excitações emergentes

Na seção passada ajustamos as magnitudes das excitações e de suas energias de criações a partir da energia dos gelos de spins artificiais. Nesta seção verificaremos se estas magnitudes conseguem também gerar a correspondência termodinâmica entre os modelos. Para tanto, simulamos separadamente a rede de spins e as redes de excitações - uma sem excitações na borda ($M_b = 0$) e a outra com excitações de borda ($M_b = q$), ambas com d livre - e comparamos as grandezas termodinâmicas obtidas. Aqui, usamos os valores obtidos da tabela 6, pois eles foram obtidos para redes com spins da borda livre, simulando melhor os experimentos feitos em laboratório. Por este estudo, verificaremos se R^2 pode ser usado para verificar a confiabilidade da regressão não linear para os estudos dos gelos de spins artificiais. Assim, realizamos as simulações computacionais de redes quadradas de arestas $L = 34$ nas temperaturas de $T_{emp} = 4 - 12D/k_b$ com $A = 25$ amostras para a rede de spins e $A = 10$ amostras para a rede de excitações (a diminuição amostral foi por causa do custo de tempo computacional gerado pelo maior número de interação da rede de excitações). Nas figuras 39 e 40 apresentamos, respectivamente, a comparação da energia média E_m , do calor específico C_v , da magnetização média M_{ag} (39) e da população de vértices $PopV$ (40) em função da temperatura T_{emp} da rede de spins (**Spin**) com a de excitações, considerando sem ($M_b = 0$) e com ($M_b = q$) excitações de borda.

Pelas curvas dos gráficos, concluímos que o modelo de vértices interagentes descreve qualitativamente e quantitativamente bem os gelos de spins, pois suas curvas tem o mesmo comportamento do que as da rede de spin. Porém, o modelo com excitações de borda tem uma concordância melhor, uma vez que há uma maior superposição de curvas, contabilizando as barras de erro. Este fato é evidente nos gráficos de calor específico C_v e da magnetização média M_{ag} , figura 39. As maiores divergências encontradas nas redes sem excitações de borda foram próximos à temperatura crítica, $6 < T_{emp} < 8D/k_b$, e nas populações de vértices tipo Q_2 e Q_4 , para altas temperaturas, apresentando um desvio de população menor do que 2% da população total da rede.

Figura 39 – Comparação da energia média E_m (**Topo**), calor específico C_v (**Centro**) e magnetização média M_{ag} (**Fundo**) em função da temperatura T_{emp} dos gelos de spins (**Spins**) com a do modelo de halteres modificados sem excitação de borda ($M_b = 0$) e com excitação de borda ($M_b = q$).

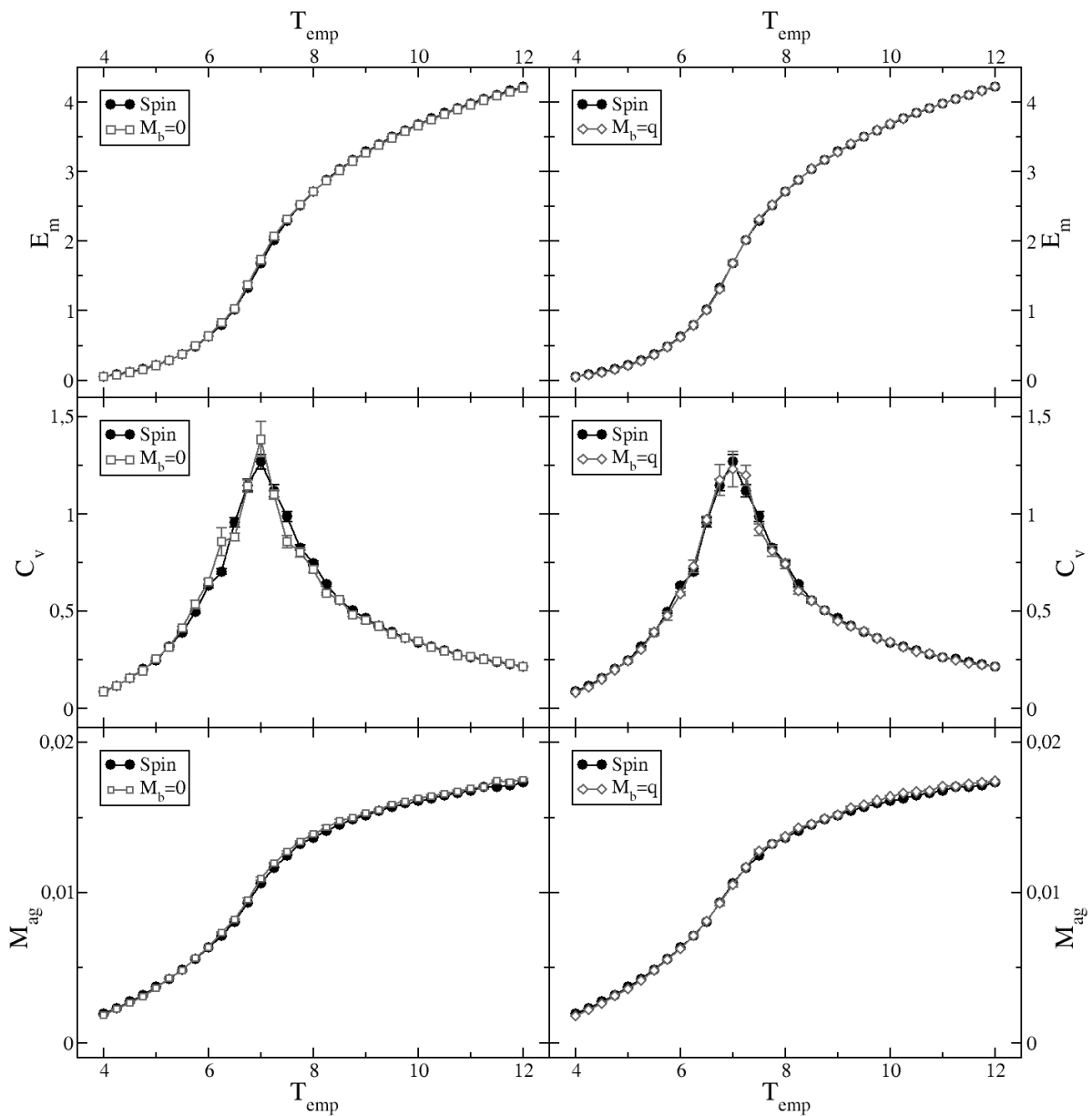
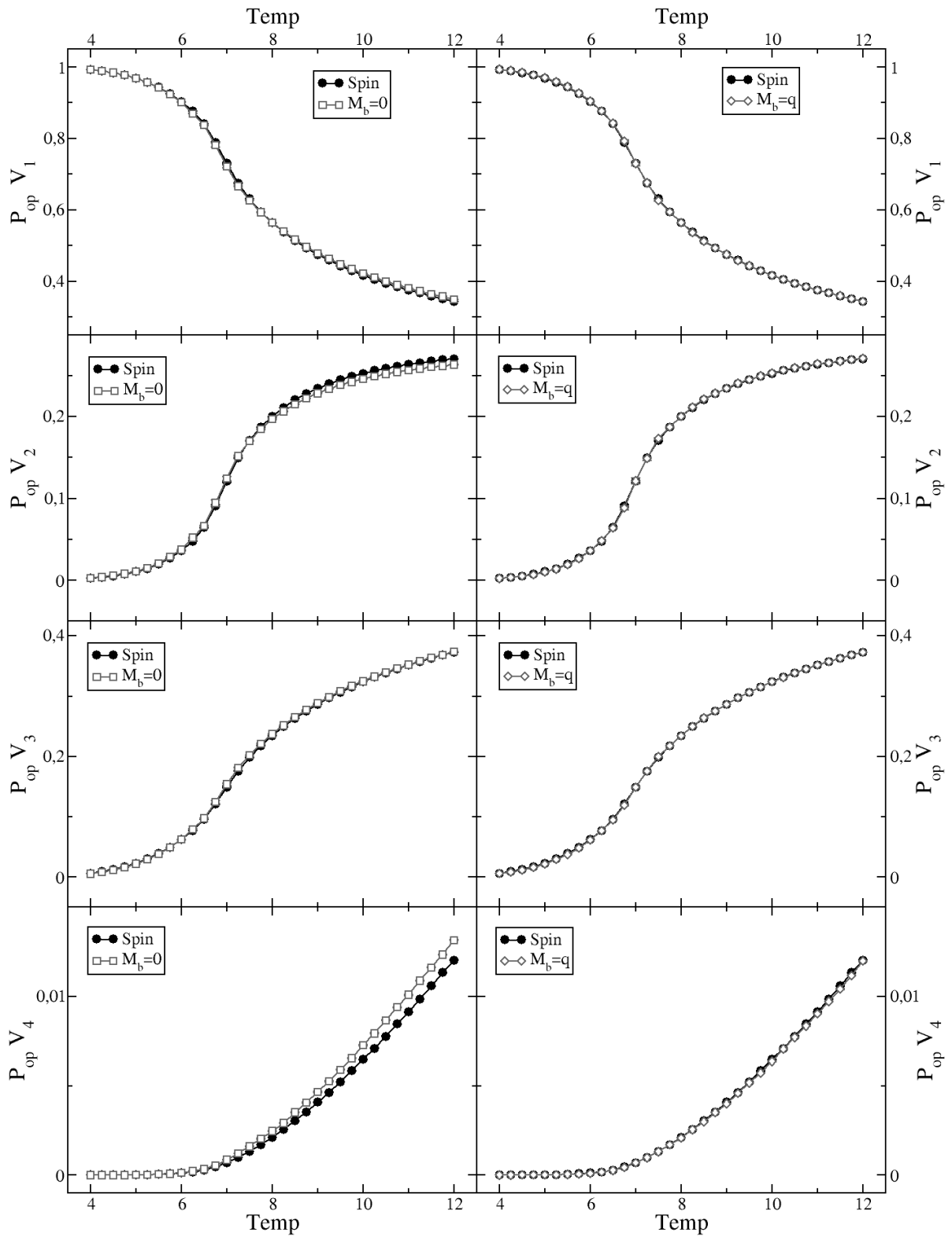


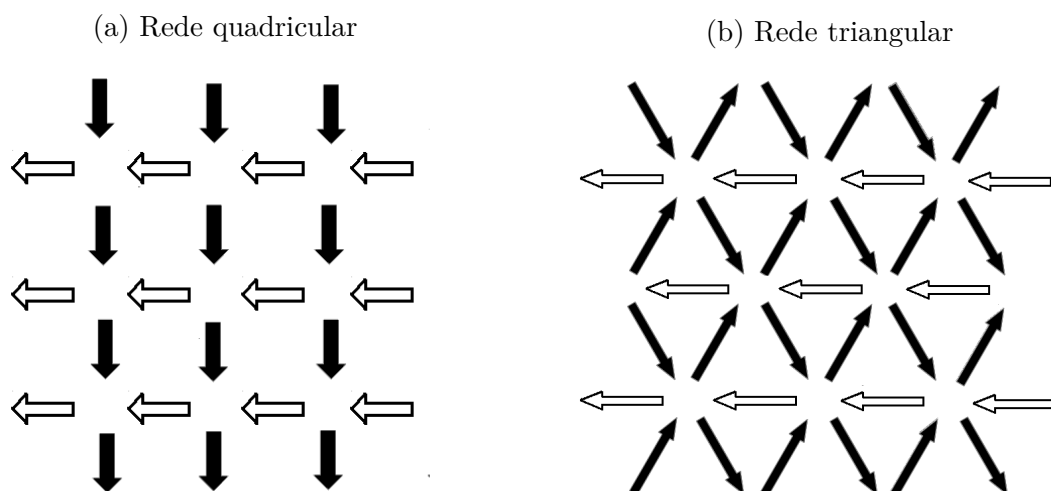
Figura 40 – Comparação da população de vértice P_{op} em função da temperatura T_{emp} dos gelos de spins dos gelos de spins (**Spins**) com a do modelo de halteres modificados sem excitação de borda ($M_b = 0$) e com excitação de borda ($M_b = q$).



4 A influência dos monopolos magnéticos em processos de magnetização

O modelo de excitações emergentes permite analisar separadamente as contribuições das excitações monopolo e das excitações dipolo, possibilitando identificar suas influências individuais nos gelos de spins artificiais. Neste capítulo, pretendemos usar esta característica para verificar como os monopolos influenciam um processo de reversão de magnetização feito por um campo magnético externo crescente em uma única direção, B_{ext} [38, 74–76]. A ideia central é tentar identificar quais são as contribuições das interações devidas exclusivamente aos monopolos às propriedades do sistema. Entre outras possibilidades, um estudo deste tipo pode identificar as grandezas a serem usadas para mensurar a carga magnética das excitações monopolo em gelos de spin, permitindo assim medidas experimentais diretas da carga dos monopolos. A figura 41 apresenta as duas redes que estudaremos neste capítulo, as quais podem ser magnetizadas somente com a inversão dos spins em branco. Inicialmente, elas apresentam excitações tipo dipolo magnético (figura 41.a)) ou nenhuma excitação (figura 41.b)) e suas magnetizações ocorrem através da criação e propagação de monopolos magnéticos simples em linha reta.

Figura 41 – As duas configurações de gelos de spins estudadas foram **a)** a quadricular e **b)** a triangular. Os spins em branco representam aqueles que serão invertidos no processo de magnetização.



4.1 Considerações iniciais

4.1.1 As magnitudes das excitações M e P

No capítulo 3, encontramos que as excitações monopolo simples e as dipolo da rede quadrangular são dadas, respectivamente, por $M_2 = 2q \approx 3.04(\mu/l)$ e $P \propto qd \approx 0.48\mu$ e da rede triangular são dadas, respectivamente, por $M_2 = 2q \approx 2.62(\mu/l)$ e $P \propto qd \approx 0.40\mu$. Porém, se estudarmos o processo de reversão da magnetização com estas, e somente estas, magnitudes de excitações, não conseguiríamos distinguir quais são as características destas redes que são influenciadas pelas excitações monopolo e quais são influenciadas, por exemplo, pelas excitações dipolo, pelas propriedades físicas dos nanomagnetos e/ou pelo processo de reversão da magnetização. Para encontrá-las, optamos por variar a magnitude dos monopolos magnéticos, fazendo $M_2 = 2q = M = 0, 1, \dots, 20$. Imaginamos que a influência dos monopolos seja observada pela mudança das características da rede causada pelo aumento da magnitude dos monopolos de $M = 0$, sistemas sem monopolos, até o da regressão não linear. Para maiores magnitudes, espera-se que estas características geradas pelos monopolos sejam acentuadas. As excitações dipolo P_0 , por outro lado, terão magnitudes constantes e próximas aos da regressão não linear. Isto fará com estas excitações não alterem suas contribuições no processo de reversão de magnetização e não interfiram na análise da influência dos monopolos.

Em um estudo complementar, descobrimos que os gelos de spins lineares exibem as mesmas características dos gelos de spins quadrangulares em processo de reversão de magnetização, caso estas duas redes tenham os mesmos M e P_0 . Exploraremos mais detalhes desta semelhança no Apêndice C.

4.1.2 A condição de inversão dos spins e o campo magnético externo

A inversão dos spins/halteres da rede se dá de acordo com a condição $-\vec{\mu} \cdot \vec{B} \geq b$ [38,52,53], em que \vec{B} é o campo magnético total que atua no spin/halter, $\vec{\mu}$ é o seu momento dipolo e b é o seu campo magnético mínimo para sua inversão. O campo magnético total, \vec{B} , é dado pela soma dos campos magnéticos gerados pelas excitações dos vértices, \vec{B}_{ex} , mais o campo magnético externo \vec{B}_{ext} . \vec{B}_{ext} é um campo uniforme em toda rede que fica inicialmente contra-alinhado com um conjunto de spins/halteres, aqueles que destacamos em branco na figura 41. Ele é inicialmente nulo e aumenta em passos $|\Delta\vec{B}| = 0.1$ após a verificação de todos spins/halteres aptos a serem invertidos em cada valor de campo. A verificação é feita por 5 passos Monte Carlo aleatórios e 1 leitura sequencial que procurará os possíveis spins/halteres que não foram invertidos. Caso não seja encontrado nenhum apto a ser invertido neste último, aumenta-se o \vec{B}_{ext} em 0.1 e recomeça-se o processo de verificação para um novo campo. Caso seja encontrado um ou mais, um destes será aleatoriamente escolhido e terá seu momento dipolo magnético invertido. Após a inversão,

repete-se novamente o processo de verificação para o mesmo \vec{B}_{ext} .

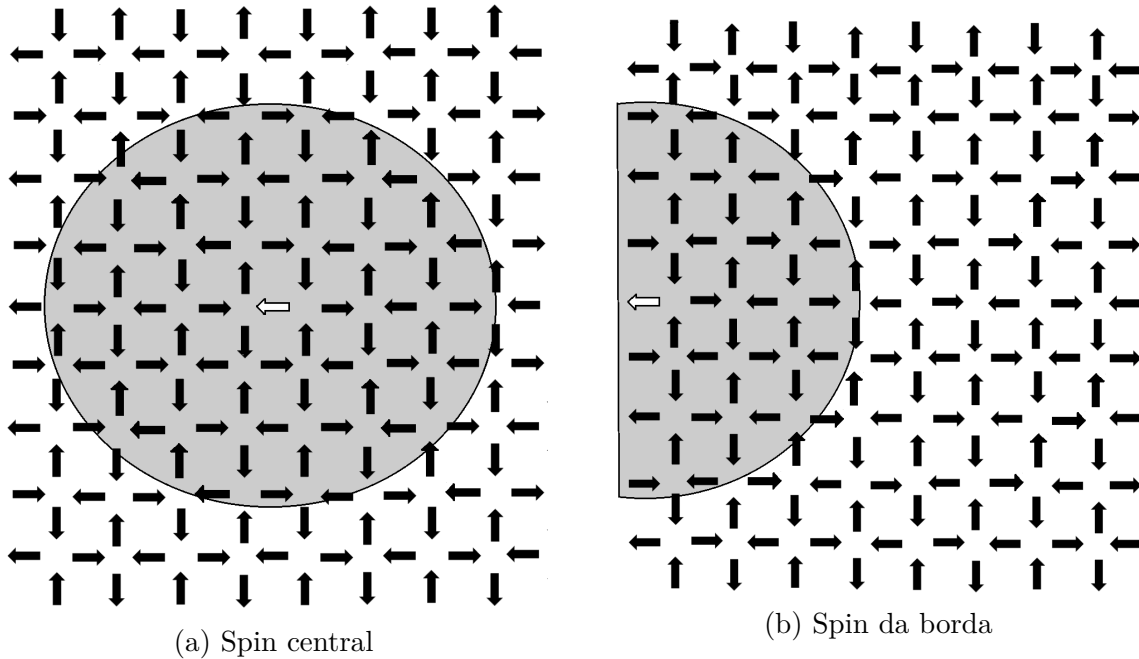
Outra característica importante que incorporamos em nosso modelo foi as imperfeições dos nanomagnetos dos gelos de spins artificiais feitos em laboratório. Em nossas simulações, fizemos com que as imperfeições fossem refletidas no campo magnético mínimo de inversão do spin/halter, b , assim como proposto por Budrikis *et al* [53] e medido experimentalmente por Pollard *et al* [29]. O campo magnético mínimo de inversão de cada spin/halter será dado por $b_i = b_m \pm \Delta b_i$, em que b_i é o campo magnético de inversão do spin/halter i , b_m é o campo magnético médio de inversão dos spins/halteres da rede e Δb_i é uma variável aleatória normalmente distribuída com desvio padrão Δb que reproduz as imperfeições da rede (desordem). Os valores que adotamos em nossas simulações foram de $b_m = 100$ e $\Delta b = 2.5 - 15$.

4.1.3 Região central e os efeitos de bordas

Na sessão 2.1.2, vimos que a energia de interação entre spins, dipolos magnéticos pontuais, depende da quantidade de spins e da distância que uns estão dos outros. Em uma rede de gelos de spins artificiais finita, vemos que tanto os spins da parte central quanto os da borda tem o mesmo número de spins interagentes. Porém, como a energia de interação spin-spin cai com o cubo da distância ($1/r_{ij}^3$, equação 2.14), tem-se que os spins da borda são menos interagentes do que os centrais. Na figura 42 pegamos uma rede quadrangular e marcamos dois spin, um do centro e outro da borda, e demarcamos regiões simbólicas com seus vizinhos mais próximos, aqueles que têm maiores contribuições para a sua interação. Nesta imagem, vemos que os spins centrais têm um maior número de spins mais interagentes do que aqueles na borda e, como consequência, os spins da borda são mais facilmente influenciados por fatores externos, como campos magnéticos externos e flutuações térmicas. Por exemplo, os spins da borda, em geral, são os primeiros a terem suas magnetizações invertidas em um processo de magnetização ou reversão de magnetização.

Acreditamos que a influência das bordas citada acima também aconteça com as excitações dos gelos de spins artificiais e estas interferirão no processo de magnetização da rede (exploramos um pouco deste assunto no Apêndice C). Para tentar mensurá-las, estudaremos as redes em duas diferentes regiões: a primeira será a rede toda de arestas ($L \times L$), a qual apresentamos seus resultados usando a letra (**T**); e a segunda será a parte central de tamanho ($L/2 \times L/2$), a qual apresentamos seus resultados usando a letra (**C**).

Figura 42 – Esta imagem apresenta, simbolicamente, um spin, marcado de branco, e os seus spins vizinhos mais interagentes que estão presentes na região cinza.



4.2 Estudo inicial com desordem constante e sem flutuações térmicas

Em nossos estudos do processo de reversão da magnetização, percebemos que as redes com diferentes desordens e flutuações térmicas apresentam várias características em comum. A mudança da desordem ou da temperatura, em grande parte dos casos, faz com que as redes apresentem os mesmos comportamentos qualitativos, mas com valores numéricos diferentes, como máximos, mínimos, intervalos de ocorrência, etc. Devido a isto, resolvemos apresentar inicialmente somente os resultados dos sistemas com $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 0(D/k_b)$, simulando condições experimentais atérmicas, para apresentar as principais características que observamos no processo de reversão da magnetização. Nas demais seções, exploraremos como as características do sistema geradas pelas excitações monopolo são afetadas pela desordem e pelas flutuações térmicas.

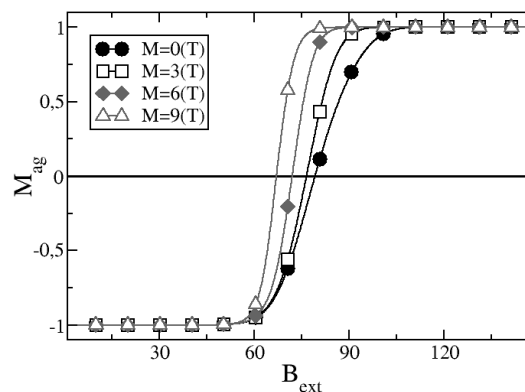
Na apresentação de nossos resultados veremos que as curvas das grandezas exibem até três regiões que mostram as diferentes características que podem ser encontradas nos gelos de spins artificiais em um processo de reversão de magnetização. A primeira região seria aquela que mostra as características esperadas para os sistemas sem excitações monopolos ($M = 0$). Em muitos casos, veremos que existem sistemas com magnitudes maiores do zero, cujas interações Coulombianas não conseguem influenciar o processo de reversão da magnetização e, por isso, exibem as mesmas características das redes sem monopolos (não sendo possível de distinguí-los de tais). A segunda região seria aquela

onde é possível perceber as características geradas pelas interações Coulombiana, as quais consideramos todas aquelas que são diferentes das encontradas nos sistemas com $M = 0$. A magnitude mínima onde se identifica a mudança destas características (se houver) varia de grandeza para grandeza, podendo uma revelar as interações Coulombianas para menores magnitudes de monopolos, enquanto as demais não. Normalmente, é nesta segunda região em que se encontra as magnitudes de monopolo que obtivemos na regressão não linear ($M = 3.04$ para as redes quadriculares e $M = 2.6$ para as redes triangulares). A última região é aquela onde se encontra todas características que se diferenciam daquelas dos sistemas sem excitações monopolo magnético e estas são geradas principalmente nas redes que tem as maiores magnitudes de monopolos em que trabalhamos. Em geral, focaremos nossa discussão nas características que revelam as influências das interações Coulombianos no processo de reversão de magnetização, as quais esperamos encontrar em medidas experimentais. As características geradas pelas magnitudes encontradas na regressão não linear estarão destacadas por uma linha vertical pontilhada nos gráficos e por um asterisco/cruz no texto.

4.2.1 Resultados: gelos de spins artificiais quadriculares

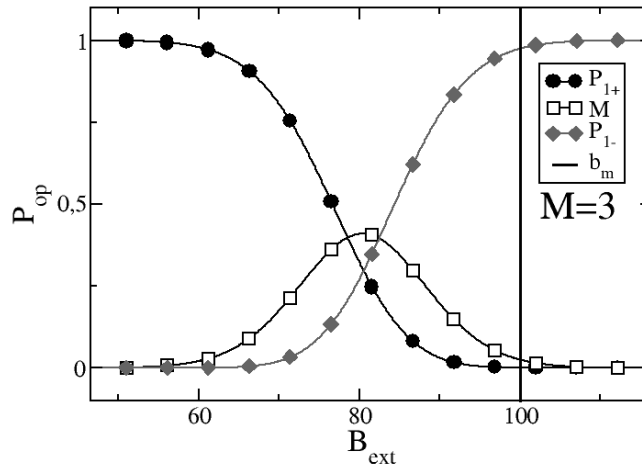
Primeiramente apresentaremos a magnetização média, M_{ag} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para diferentes magnitudes de excitações monopolo, M (figura 43). Percebemos que o campo em que inicia a reversão da magnetização independente da magnitude dos monopolos, M . Após este, vemos que as redes que apresentam maiores interações Coulombianas tem suas reversões de magnetização finalizadas em um menores valores de campo externo, B_{ext} . Este resultado sugere que as redes com diferentes interações Coulombianas também apresentam diferentes curvas de histerese, a qual seria composta por duas curvas de reversão de magnetização.

Figura 43 – Rede quadricular - A magnetização média da rede, M_{ag} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para diferentes magnitudes de monopolo, M . A letra **T** indica que esta análise foi feita analisando a rede toda.



O segundo estudo que faremos é o comportamento da população das excitações, P_{op} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para redes com excitações monopolo $M = 3$ (um valor próximo ao obtido na regressão não linear, $M = 3.04$). Na figura 44 vemos que a dinâmica de população nas redes quadrulares é dada por $P_{1+} \rightarrow M \rightarrow P_{1-}$ (ou, pela topologia de vértice, $Q_2 \rightarrow Q_3 \rightarrow Q_2$), em que P_{1-} e P_{1+} são, respectivamente, as excitações dipolo alinhadas contra e a favor do B_{ext} . Nesta imagem vemos que a população de monopolos é uma curva tipo sino muito simétrica.

Figura 44 – Rede quadrular - As três possíveis populações de excitações, P_{op} , em função do campo externo, B_{ext} , para redes com monopolos de magnitude $M = 3$. A linha vertical contínua representa o campo médio de reversão das nanoilhas, b_m .

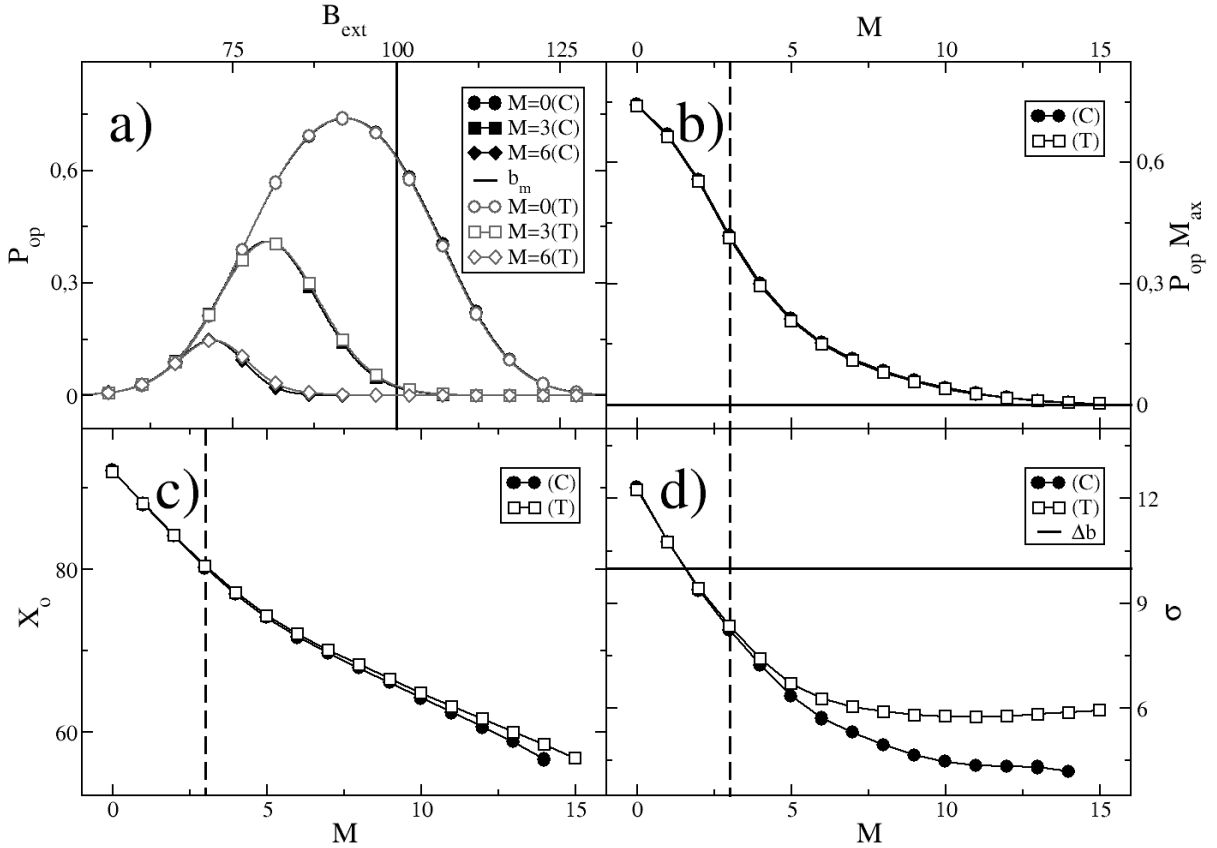


A figura 45.a) mostra que a curva tipo sino da população de monopolos repete-se em outras magnitudes. Percebemos que as curvas da rede toda (**T**) e da parte central (**C**) para $M > 0$ são muito próximas, mas não iguais (mais visível em $M = 6$), revelando que a presença das excitações monopolo faz com estas sejam um pouco diferentes. Nas figuras 45.b-d), constatamos que a população máxima, $P_{op}M_{ax}$, a moda, X_o , e o desvio padrão, σ , diminuem com a presença dos monopolos e são menores nos sistemas que apresentam maiores magnitude (de monopolos). O desvio padrão revela que $\sigma < \Delta b$ é uma característica gerada pela interação Coulombiana dos monopolos*, podendo também apresentar $\sigma(C) \neq \sigma(T)$.

Nesta última figura, 45, não apresentamos as grandezas para $M > 15$, pois não foi possível calcular estas, e outras, por causa da inversão completa da magnetização da rede em um único passo de campo. Na figura 45.b), percebe-se que os sistemas que tem monopolos $M \geq 12$ já apresentam $P_{op}M_{ax} \rightarrow 0$. Ademais, acreditamos que a baixa população de monopolos é responsável pela mudança de tendência de curva destas grandezas, como é visto na moda e, principalmente, no desvio padrão, σ . Como consequência, os coeficientes

* Característica observada nos sistemas com $M = 3.04$.

Figura 45 – Rede quadrangular - **a)** A população das excitações monopolo, P_{op} , em função do campo externo, B_{ext} , para diferentes magnitudes de monopolo, M . **b)** A população máxima das excitações monopolo, $P_{op}M_{ax}$, em função da magnitude do monopolo, M . **c)** A moda, X_o , em função da magnitude do monopolo, M . **d)** O desvio padrão, σ , em função da magnitude do monopolo, M . Os símbolos em preto representam as grandezas advindas da parte central (C), os símbolos em branco representam as grandezas advindas da rede toda (T), a linha vertical contínua da figura a) representa o campo médio de reversão das nanoillhas, b_m , a linha vertical pontilhada das figuras b-d) representa o $M = 3.04$ que obtivemos na regressão não linear e a linha horizontal contínua da figura d) representa o desvio padrão dos campos de reversão das nanoillhas, Δb .

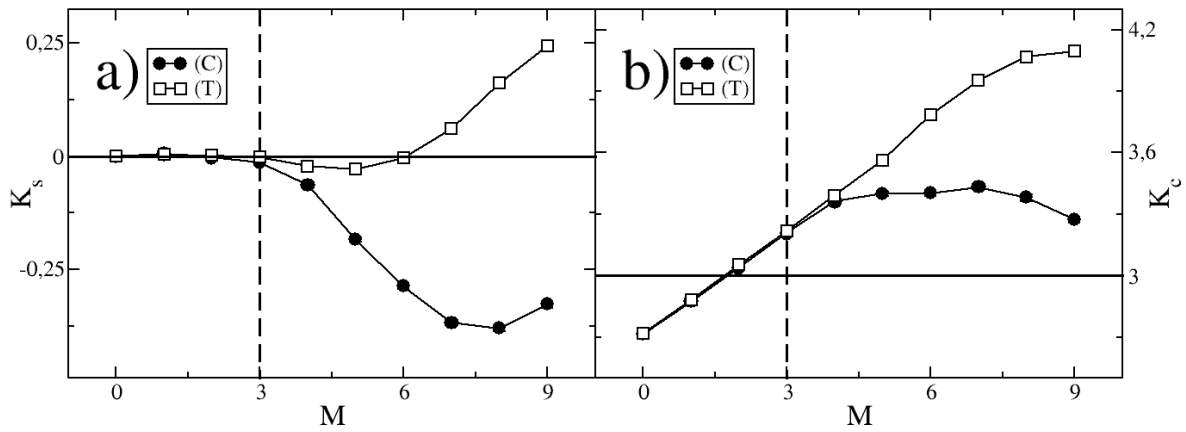


de assimetria e curtose - que dependem, entre outras, de σ - apresentam uma mudança de tendência muito acentuada que atrapalham as nossas análises. Por este motivo, decidimos apresentá-los somente quando a população de monopolos na rede for maior que 5% da população máxima observada (nossa escolha).

A figura 46.a) mostra que as interações Coulombianas fazem com que curvas da parte central (C) se tornem assimétricas à esquerda ($\kappa_s < 0$) e não coincidam com a da rede toda (T). As curvas da rede toda (T) são um pouco assimétricas à esquerda com o aumento da magnitude, podendo se tornar assimétricas à direita ($\kappa_s > 0$) para as maiores magnitudes. Os demais coeficientes de assimetria (Bowley, Pearson e Pearson-Yule), vistos na subseção 2.5, apresentam, essencialmente, as mesmas informações do de Charlie e, por este motivo, não os apresentaremos. Na figura 46.b), vemos que as interações deixam as

curvas platicúrticas (achatadas, $\kappa_c > 3$)*, podendo o da parte central (C) e o da rede toda (T) não se coincidirem.

Figura 46 – Rede quadrangular - a) O coeficiente de assimetria de Charlie, κ_s , em função da magnitude do monopolo, M . b) O coeficiente de curtose, κ_c , em função da magnitude do monopolo, M . Os símbolos em preto representam as grandezas advindas da parte central (C), os símbolos em branco representam as grandezas advindas da rede toda (T) e a linha vertical pontilhada representa o $M = 3.04$ que obtivemos na regressão não linear.



4.2.2 Resultados: gelos de spins artificiais triangulares

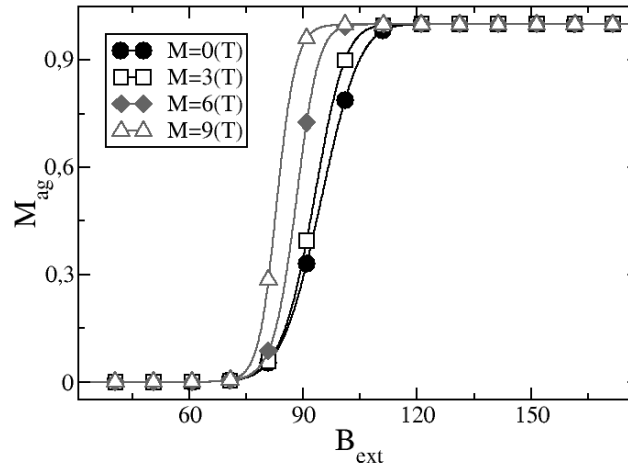
Nesta subseção, investigaremos o processo de magnetização dos gelos de spins artificiais triangulares. Em geral, veremos que os gráficos das redes triangulares são semelhantes com os das redes quadrangulares, possibilitando adotar muitas conclusões qualitativas previamente feitas. Aqui, apresentaremos os gráficos da rede triangular para mostrar estas semelhanças, porém focaremos nossa atenção somente nas divergências, evitando repetições de análises. Nas demais subseções da rede triangular, relataremos somente as divergências entre os dois sistemas e não apresentaremos seus gráficos (disponíveis para consulta no Apêndice D).

O processo de magnetização dos gelos de spins triangulares, figura 47, geram curvas bem similares ao que vimos no processo de reversão da magnetização das redes quadrangulares. Neste vemos que a magnetização média inicial é zero e o início da magnetização começa em um campo externo maior do que nas redes quadrangulares.

A figura 48 mostra o comportamento da população das excitações, P_{op} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para redes com excitações monopolo $M = 3$. A dinâmica da população é dada por $GS \rightarrow M \rightarrow P_1$ (ou, pela topologia de vértice, $T_1 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5$) e

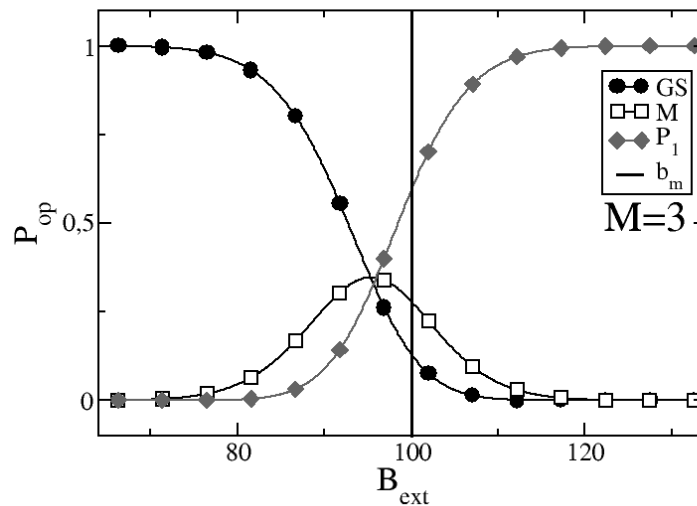
* Característica observada nos sistemas com $M = 3.04$.

Figura 47 – Rede triangular - A magnetização média da rede, M_{ag} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para diferentes magnitudes de monopolo, M . A letra **T** indica que esta análise foi feita analisando a rede toda.



percebemos que a população de monopolos, P_{op} , é um pouco menor e mais próxima de b_m do que vimos na rede quadrangular.

Figura 48 – Rede triangular - As três possíveis populações de excitações, P_{op} , em função do campo externo, B_{ext} , para redes com monopolos de magnitude $M = 3$. A linha vertical contínua representa o campo médio de reversão das nanoilhas, b_m .

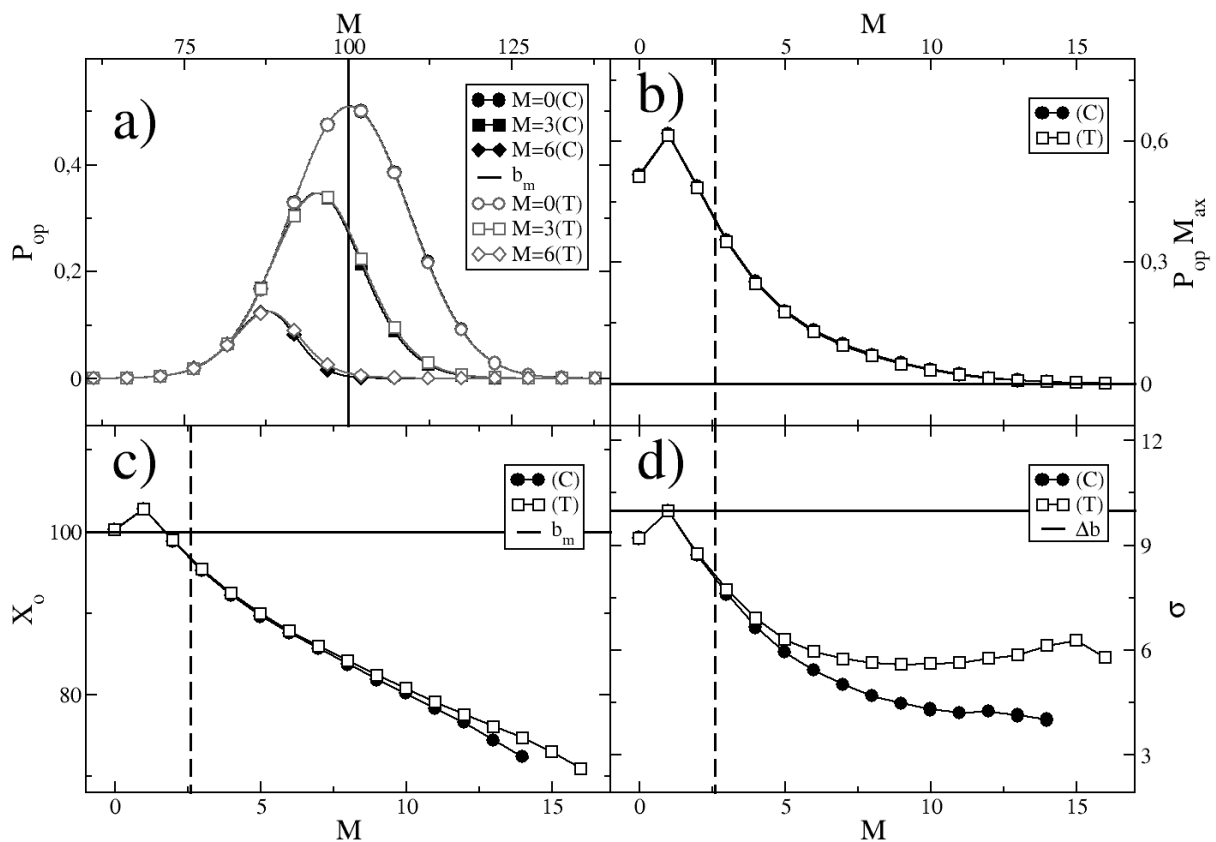


Na figura 49, notamos que a população máxima, $P_{op}M_{ax}$, a moda, X_o , e o desvio padrão, σ crescem de $M = 0 \rightarrow 1$ e decrescem para $M > 1$ ¹. Esta mesma figura, mostra que as excitações monopolo fazem com que a moda, X_o , seja menor do que o campo médio

¹ Este comportamento é explorado no Apêndice E.

de reversão das nanoilhas, b_m , (figura 49.c)) nos gelos de spins triangulares[†].

Figura 49 – Rede triangular - **a)** A populações das excitações monopolos, P_{op} , em função do campo externo, B_{ext} , para diferentes magnitudes de monopolo, M . **b)** A população máxima de excitações monopolo, $P_{op}M_{ax}$, em função da magnitude do monopolo, M . **c)** A moda, X_o , em função da magnitude do monopolo, M . **d)** O desvio padrão, σ , em função da magnitude do monopolo, M . Os símbolos em preto representam as grandezas advindas da parte central (C), os símbolos em branco representam as grandezas advindas da rede toda (T), a linha contínua das figuras a) e c) representa o campo médio de reversão das nanoilhas, b_m , a linha vertical pontilhada das figuras b-d) representa o $M = 2.6$ que obtivemos na regressão não linear e a linha horizontal contínua da figura d) representa o desvio padrão dos campos de reversão das nanoilhas, Δb .

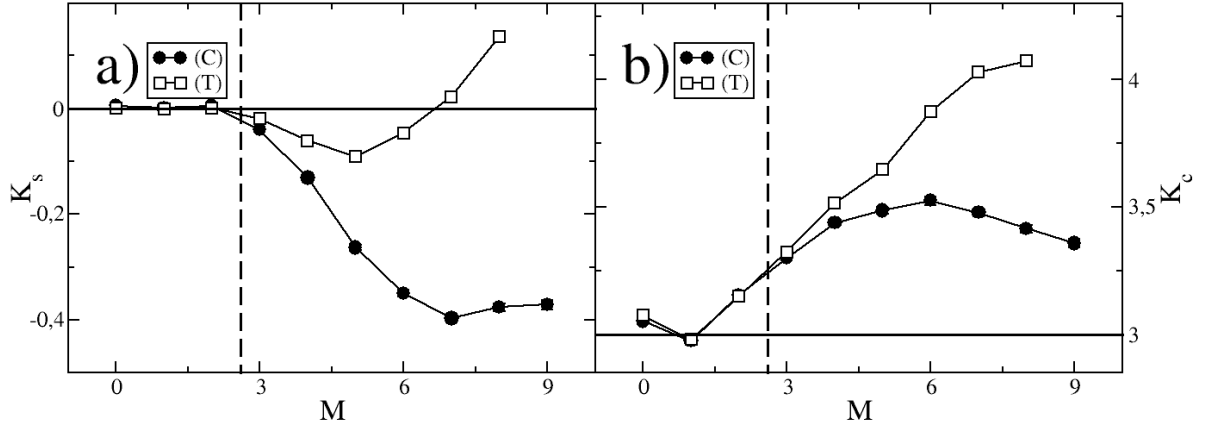


O coeficiente de assimetria de Charlie, κ_s , da rede triangular, figura 50.a), exhibe o mesmo comportamento visto na rede quadrangular e o coeficiente de curtose, κ_c , figura 50.d), indica que as curvas da rede triangular são, predominantemente, platicúrticas e a influencia dos monopolos são notadas somente com $\kappa(C) \neq \kappa(T)$.

A descrição feita nesta subseção pode não se estender para $M = 1$, assim como vemos em σ e κ_c . Para entender um pouco das particularidades geradas por esta magnitude, sugerimos a leitura do Apêndice E.

[†] Característica observada nos sistemas com $M = 2.6$

Figura 50 – Rede triangular - **a)** O coeficiente de assimetria de Charlie, κ_s , em função da magnitude do monopolo, M . **b)** O coeficiente de curtose, κ_c , em função da magnitude do monopolo, M . Os símbolos em preto representam as grandezas advindas da parte central (**C**), os símbolos em branco representam as grandezas advindas da rede toda (**T**) e a linha vertical pontilhada representa o $M = 2.62$ que obtivemos na regressão não linear.



4.2.3 Conclusões

Nesta seção, confirmamos que existem características das curvas de população de vértices geradas em um processo de reversão de magnetização que revelam as interações Coulombianas das excitações monopolos magnéticos. Para tanto, usamos o modelo excitações emergentes para alterar as contribuições advindas exclusivamente das excitações monopolo, possibilitando observar as mudanças das características das curvas de população geradas pelo aumento da magnitude da carga do monopolo. Em ambas as redes (quadrangular e triangular), vimos que a presença das excitações monopolos fazem com que as curvas de população sejam assimétricas, principalmente à esquerda para região central (**C**), e que o desvio padrão, a assimetria e a curtose da parte central (**C**) e da rede toda (**T**) podem ser diferentes (estes três últimos são observados para maiores magnitudes de carga dos monopolos). Na rede quadrangular, vimos que as excitações monopolos também fazem com que as curvas apresentem $\sigma < \Delta b$ e sejam platicúrticas e na rede triangular, fazem com que $X_o < b_m$. Em medidas experimentais, aconselhamos que as obtenções de σ e de κ_s sejam realizadas pela análise da população da região central (**C**), pois, em geral, as características geradas pela presença dos monopolos são mais nítidas e menos afetadas pela baixa população de monopolos. O κ_c , por outro lado, já seria melhor obtê-lo pela população da rede toda (**T**). As demais grandezas seriam indiferentes, podendo ser obtidas tanto na rede toda (**T**) quando na região central (**C**).

4.3 A influência da desordem

A desordem, de um modo geral, não é uma característica desejada, mas ela está presente nos gelos de spins artificiais fabricados em laboratório. Redes com grandes desordem produzem nanomagnetos com momentos magnéticos muito diferentes, o que afastaria a semelhança da rede artificial da rede cristalina, a qual tem todos os momentos magnéticos idênticos. Além disto, o grau de desordem pode atrapalhar, por exemplo, a desmagnetização da rede através de um campo magnético externo [53]. Daunheimer *et al* [77] propuseram um método que ajuda a diminuir os efeitos da desordem. Neste trabalho, os autores conseguiram minimizar os efeitos de desordem do campo coercivo dos nanomagnetos de 16% para 3.3%, o que permitiria a verificação experimental dos resultados obtidos nesta seção.

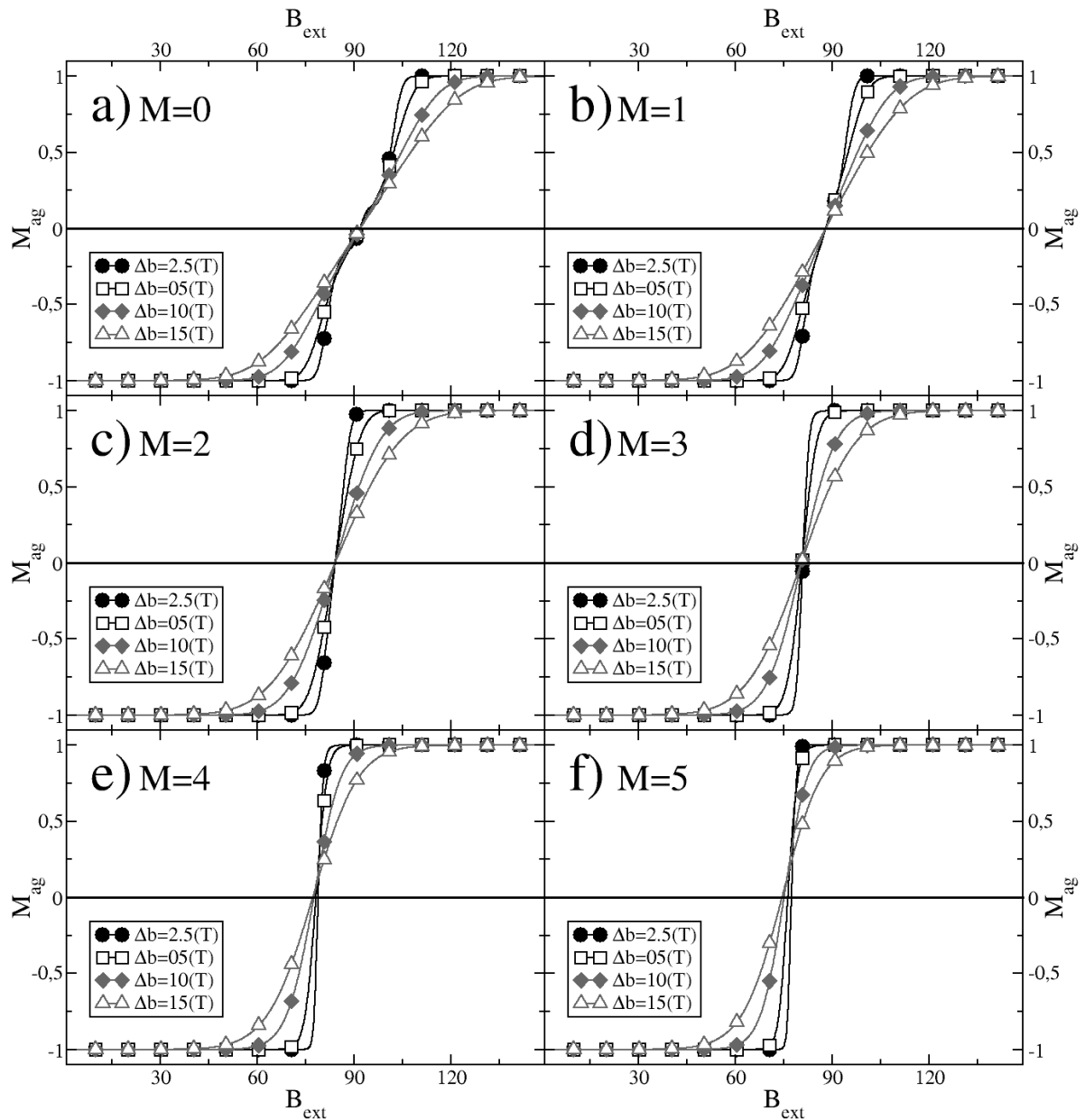
Aqui, verificaremos se a desordem interfere na medição da presença dos monopolos magnéticos vista na seção passada. Para isto, estudaremos a influência da desordem, $\Delta b = 2.5 - 15$, na população de monopolos dos gelos de spins artificiais sem flutuações térmicas, $\Delta T = 0$. Apresentaremos somente os resultados de toda a rede (**T**), pois vimos que a maioria destas grandezas coincidem com a da parte central (**C**) e as divergências que relatamos na seção passada, 4.2, se mantiveram nas diferentes desordens que estudamos. As únicas exceções serão os coeficientes de assimetria e de curtose, os quais apresentam uma diferença mais evidente.

4.3.1 Resultados: gelos de spins artificiais quadriculares

Primeiramente apresentaremos a magnetização média, M_{ag} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para diferentes desordens, Δb . Na figura 59, percebemos que a desordem faz com que a reversão da magnetização comece e termine em, respectivamente, menores e maiores valores de campo externo. Quanto maior a desordem, maior é a faixa de B_{ext} onde ocorre o processo de reversão da magnetização. Além disto, vimos que, em uma mesma magnitude de monopolo, as curvas de magnetização de diferentes desordens se cruzam em um ponto de inflexão. Para sistemas com nenhuma ou pequenas interações Coulombianas, o ponto de inflexão ocorre em $M_{ag} = 0$ e para maiores interações, o ponto de inflexão ocorre para $M_{ag} > 0$.

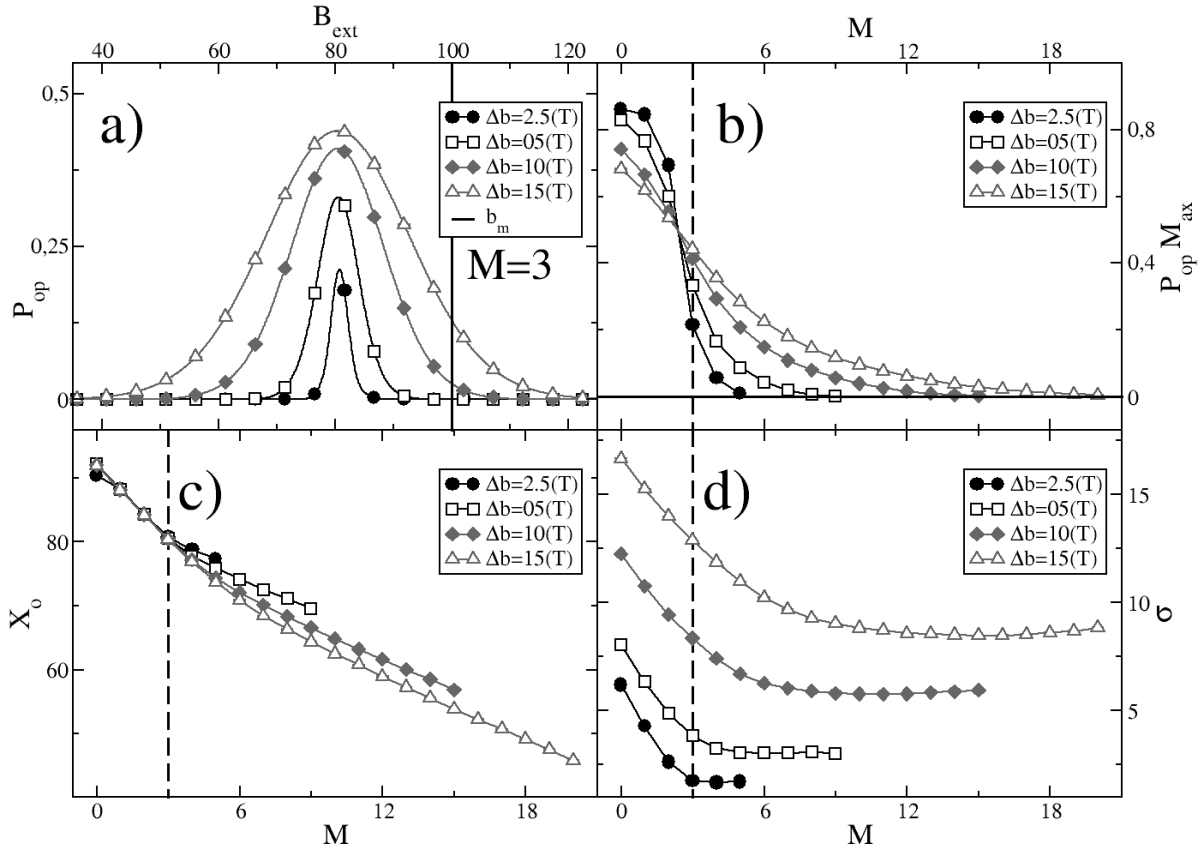
O segundo resultado que apresentaremos é a população de monopolos, P_{op} , de magnitude $M = 3$ em função do campo externo, B_{ext} , para diferentes desordens, Δb . Na figura 52.a), vemos que a curva tipo sino é encontrada em todas as desordens e que as redes com as menores desordens são aquelas que apresentam menores populações e menores desvios padrões. A moda, X_o , aparentemente, não é significativamente afetada pela desordem. A figura 52.b) mostra que é possível identificar dois grupos de monopolos que apresentam diferentes comportamentos com a variação da desordem e eles são separados

Figura 51 – Rede quadrática - A magnetização média da rede, M_{ag} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para diferentes desordens, Δb . A ltera **T** indica que esta análise foi feita analisando a rede toda.



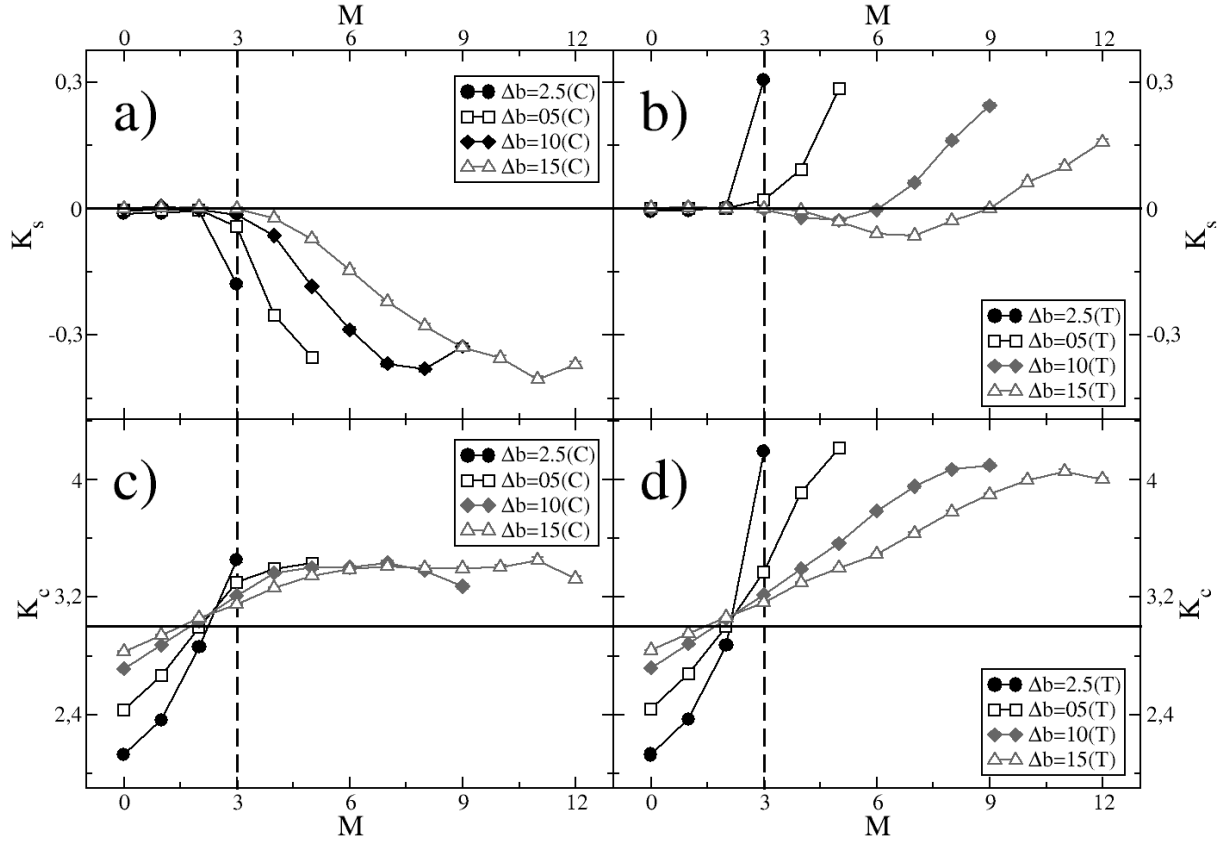
por um ponto de inflexão em $M = 2.4$. O grupo $M < 2.4$ é aquele que apresenta curvas com as mesmas características dos sistemas sem monopolos ($M=0$), em que a redução da desordem faz a população de excitações aumentar sem alterar sua moda. O grupo $M > 2.4$ é aquele que apresenta curvas com as mesmas características dos sistemas com monopolos com $M = 3.04$, em que a redução da desordem faz a população de excitações diminuir, podendo a moda ter um pequeno aumento. O desvio padrão, σ , apresenta o mesmo comportamento em ambos os grupos: diminui com a redução da desordem (figura 52.d)).

Figura 52 – Rede quadrangular com diferentes desordem e sem flutuações térmicas - **a)** A populações das excitações monopolo, P_{op} , em função do campo externo, B_{ext} . **b)** A população máxima de excitações monopolo, $P_{op}M_{ax}$, em função da magnitude do monopolo, M . **c)** A moda, X_o , em função da magnitude do monopolo, M . **d)** O desvio padrão, σ , em função da magnitude do monopolo, M . A linha contínua vertical da figura a) representa o campo médio de reversão das nanoilhas, b_m , e linha vertical pontilhada das figuras b-d) representa o $M = 3.04$ obtido na regressão não linear. A letra **T** nos indica que as grandezas foram obtidas pela população de monopolos da rede toda.



A figura 53 apresenta os coeficientes de assimetria, κ_s , e de curtose, κ_c , em função da magnitude do monopolo, M , para diferentes valores de desordem, Δb . Nesta imagem, vemos que, para um mesmo M , as curvas da população de monopolos das redes com menores desordem exibem maiores assimetria e achatamento e, como consequência, maior divergência entre os valores da parte central (**C**) e da rede toda (**T**). Este resultado mostra que a redução da desordem é um critério importante para a observação das interações Coulombianas em medições experimentais, pois a assimetria e o achatamento se tornam mais visíveis. Observem que só é possível observar nitidamente estas em $M = 3.04$ para desordem $\Delta b = 2.5$, a menor desordem que analisamos. Os coeficientes de curtose, κ_c , apresentam o mesmo ponto de inflexão, $M = 2.4$, que vimos na população máxima, $P_{op}M_{ax}$ (figura 52.b)). Para menores magnitudes do que esta, os coeficientes indicam que as curvas ficam mais finas e leptocúrticas com a redução da desordem, sendo mais explícito nas redes sem excitações monopolos ($M = 0$).

Figura 53 – Rede quadrangular com diferentes desordens e sem flutuações térmicas - **a)** O coeficiente de assimetria de Charlie, κ_s , em função da magnitude do monopolo, M . **b)** O coeficiente de curtose, κ_c , em função da magnitude do monopolo, M . A linha vertical pontilhada representa o $M = 3.04$ obtido na regressão não linear, os gráficos da esquerda são resultados da parte central (**C**) e os gráficos da direita são resultados da rede toda (**T**).



4.3.2 Resultados: gelos de spins artificiais triangulares

Ao analisarmos as curvas de população de monopolos dos gelos de spins artificiais triangulares com diferentes desordens e sem flutuações térmicas, Apêndice D.1, percebemos que a magnitude da desordem provoca efeitos similares ao que já vimos nos sistemas quadrangulares. Concluímos que a mudança da desordem não interfere na medição de monopolos, sendo possível de ainda detectá-los quando $X_o < b_m$ e as curvas de população de monopolos são assimétricas. Os sistemas com menores desordens também são melhores para observar as características geradas pela interação Coulombiana dos monopolos, pois apresentam curvas de população mais assimétricas. A baixa desordem mostrou uma nova possibilidade de detecção dos monopolos pelos coeficientes de curtose, κ_c . Constatamos que as curvas de população de monopolos das redes com $\Delta b = 2.5$ só são platicúrticas caso apresentem $M \geq 2$, o que as diferenciam das sem monopolos que são leptocúrticas. Esta característica não é observada nas redes com maiores desordens. Nos gelos de spins triangulares também encontramos um ponto de inflexão em $M = 1.8$ (menor do que o

$M = 2.4$ obtido na regressão não linear) nos gráficos de população máxima, $P_{op}M_{ax}$, e no coeficiente de curtose, κ_c . Assim como nas redes quadrulares, o ponto inflexão separa dois grupos de magnitudes: um que apresenta curvas de população de monopolos com as mesmas características das redes sem excitações monopolo; e outro que apresenta diferentes características, permitindo-nos concluir que são geradas pela interação Coulombiana no processo de magnetização. Vimos também que os sistemas com diferentes desordens apresentam a mesma população máxima em $M = 0$, sugerindo que a mudança da população máxima por causa da desordem do sistema é uma característica gerada pela presença das excitações monopolos no processo de magnetização.

4.3.3 Conclusões

Nesta seção, notamos que as curvas de população de monopolos geradas pela reversão de magnetização dos gelos de spins artificiais com diferentes desordens apresentam as mesmas características mostradas na seção passada, 4.2. Isto mantém a validade dos métodos de detecção das interações Coulombiana dos monopolos que propusemos previamente para qualquer desordem apresentada neste trabalho. Apesar disto, a desordem é uma propriedade que atrapalha a detecção, pois reduz a assimetria e o achatamento das curvas de população. Nas redes triangulares, vimos que $\sigma < \Delta b$ é uma característica gerada pelas excitações monopolos nos sistemas com $\Delta b = 2.5$, a menor desordem que estudamos. Por este motivo, sugerimos que as medições destas características sejam feitas nas redes com menores desordens. Vimos também que é possível identificar a presença dos monopolos estudando o processo de reversão da magnetização de duas redes com diferentes desordens ou de uma única rede que se fará dois processos de magnetização: uma normal e outra que se aplicará um método de redução de desordem, similar ao proposto por Daunheimer *et al* [77]. A confirmação dá-se ao ver que a rede com menor desordem exibe uma menor população de monopolos, P_{op} , podendo esta também apresentar uma maior moda, X_o .

Os gráficos de população máxima e coeficiente de curtose apontaram um ponto de inflexão em $M = 2.4$ nas redes quadrulares e em $M = 1.8$ nas redes triangulares, que ainda não temos nenhuma explicação razoável para ele. Contudo, evidenciamos que esta magnitude é um ponto de transição, ou magnitude mínima, na qual é possível detectar as interações Coulombianas dos monopolos em processos de reversão de magnetização atérmicos. Os sistemas que manifestam magnitudes menores do que as do ponto de inflexão, apresentam curvas com as mesmas características dos sistemas sem monopolos, $M = 0$, e, por isso, os métodos que propusemos não conseguiriam afirmar se estes apresentam ou não excitações monopolos.

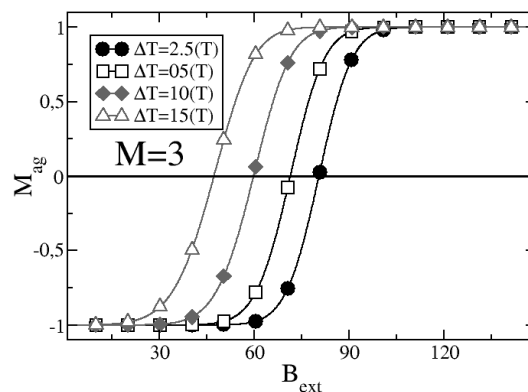
4.4 A influência das flutuações térmicas

Na literatura encontramos que muitas propriedades dos materiais magnéticos são afetados pela temperatura. Os nanomagnetos, por exemplo, tem seus momentos magnéticos e suas inversões de magnetização modificados pela temperatura na qual se encontram [78–81]. Leon [82] propôs que os efeitos de temperatura poderiam ser simulados por um modelo baseado em autômatos celulares, no qual a temperatura afeta as barreiras de reversão e os momentos magnéticos dos nanomagnetos dos gelos de spins artificiais. Para o nosso trabalho, adotaremos que a rede de spins se encontra em uma temperatura que não altere significativamente o momento magnético dos spins/halteres e que possa modificar seus campos magnéticos mínimos de inversão. A temperatura fará com os spins/halteres sofram flutuações térmicas tipo campos térmicos, B_{Temp} , similar à proposta de Martinez *et al* [50] apresentado na seção 2.3, que são dados por uma distribuição normal centrada em zero e com desvio padrão ΔB_{Temp} . Cada spin/halter possui um campo térmico particular, podendo este facilitar ou atrapalhar a sua inversão. O B_{ext} foi ajustado para aumentar simultaneamente com a mudança dos campos térmicos, podendo este ser obtido pela equação de Néel-Arrhenius (também apresentada na seção 2.3). Os valores que usamos para estudos foram $\Delta b = 10$ e $\Delta T = 5 - 15D/k_b \rightarrow \Delta B_{Temp} = 5 - 15D/\mu$.

4.4.1 Resultados obtidos: gelos de spins artificiais quadriculares

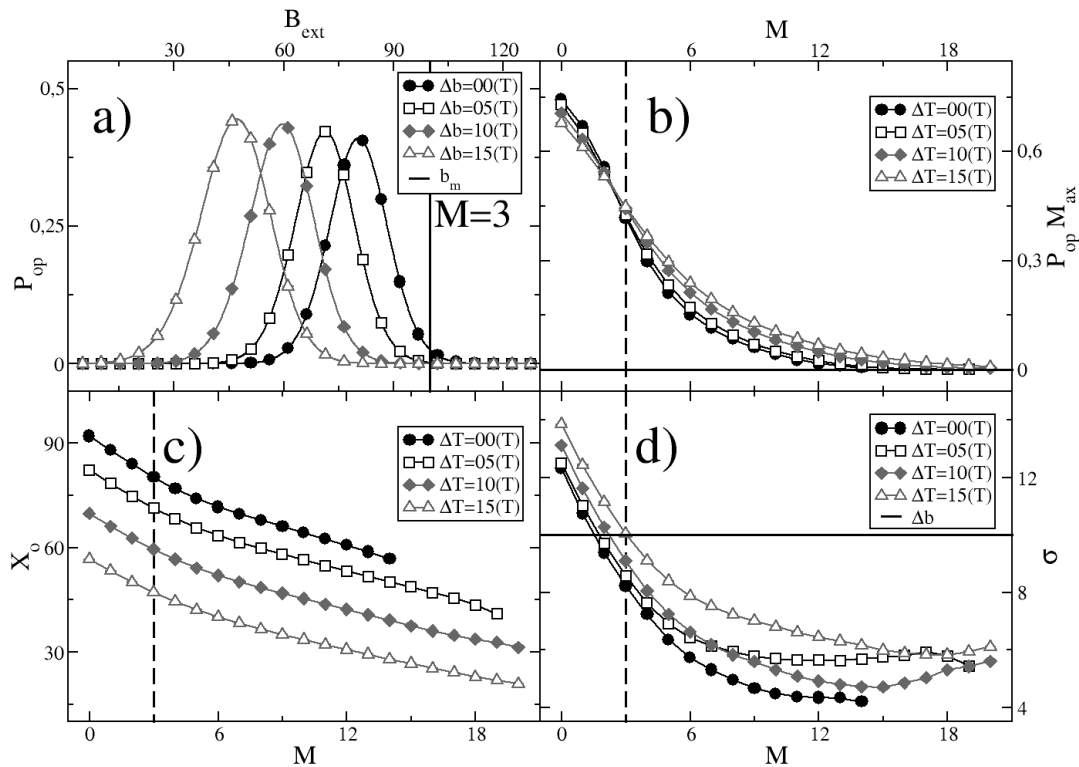
Primeiramente apresentaremos a magnetização média, M_{ag} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para diferentes flutuações térmicas, ΔT . Na figura 54, percebemos as flutuações térmicas fazem com que o processo de reversão de magnetização ocorra em menores valores de campo magnético externo. Quando maior a temperatura que o sistema se encontra, menor é campo magnético externo em que se inicia o processo de reversão da magnetização.

Figura 54 – Rede quadricular - A magnetização média da rede, M_{ag} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para diferentes flutuações térmicas, ΔT . A letra **T** indica que esta análise foi feita analisando a rede toda.



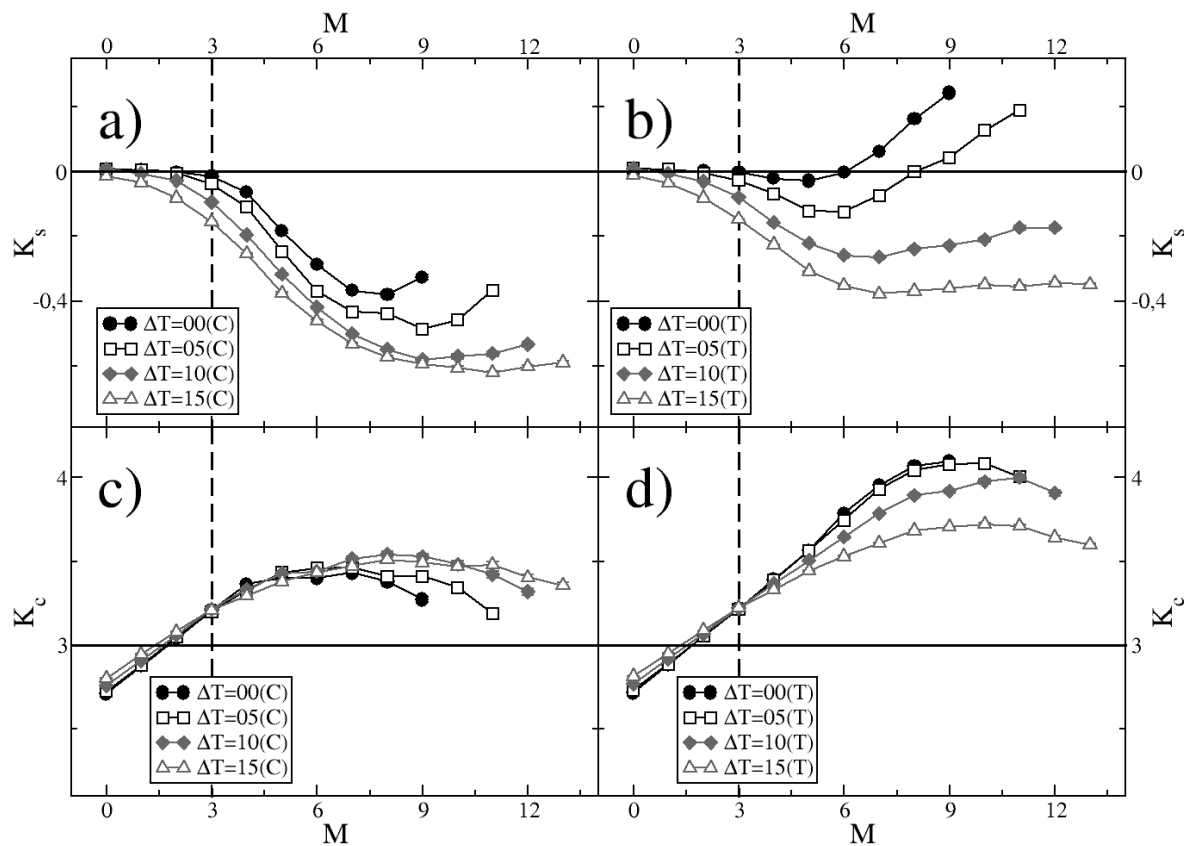
O nosso segundo estudo foi analisar a população de monopolos, P_{op} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para sistemas com $M = 3$ em diferentes temperaturas (figura 55). Observamos que as flutuações térmicas fazem com que as curvas de população dos sistemas apresentem um pequeno aumento na população máxima, $P_{op}M_{ax}$, e no desvio padrão, σ , e fazem com que a reversão da magnetização ocorra em menores valores de campo magnético externo, B_{ext} , o que diminui a moda, X_o . Elas (as flutuações térmicas) tem efeitos similares ao aumento de desordem na população máxima, mas em menor escala. Em razão disso, distingue-se novamente dois grupos de monopolos separados por uma região que contém o ponto de inflexão $M = 2.4$ que apresentam diferentes comportamentos com aumento da temperatura. Notamos que as interações Coulombianas fazem com que a população máxima aumente devido às flutuações térmicas. O aumento do desvio padrão prejudica um pouco a detecção dos monopolos, pois algumas magnitudes, o que inclui $M = 3.04$, podem não mais apresentar a condição $\sigma < \Delta b$ constatado nos sistemas atérmicos. Apesar disso, a mudança de $\sigma < \Delta b \rightarrow \sigma > \Delta b$ devido às flutuações térmicas é uma outra característica observada somente nos sistemas com interações Coulombianas, podendo esta ser usada para confirmar sua presença.

Figura 55 – Rede quadrangular com diferentes flutuações térmicas e com desordem constante - **a)** A populações das excitações monopolo, P_{op} , em função do campo externo, B_{ext} . **b)** A população máxima de excitações monopolo, $P_{op}M_{ax}$, em função da magnitude do monopolo, M . **c)** A moda, X_o , em função da magnitude do monopolo, M . **d)** O desvio padrão, σ , em função da magnitude do monopolo, M . A linha contínua vertical da figura a) representa o campo médio de reversão das nanoilhas, b_m , e linha vertical pontilhada das figuras b-d) representa o $M = 3.04$ obtido na regressão não linear.



A figura 56.a-b) revela que a presença de flutuações térmicas faz com as curva de população de monopolos sejam mais assimétricas à esquerda, tanto da região central (C) quanto da rede toda (T), o que facilitaria a sua detecção experimental. Além disto, as flutuações térmicas possibilitam com que os sistemas com pequenas magnitudes de monopolo manifestem curvas assimétricas, as quais não manifestavam nos processos atérmicos. Elas (as flutuações térmicas) não fazem mudanças significativas nos coeficientes de curtose que comprometeriam a detectabilidade feitas por estes coeficientes, assim como mostrado nas figuras 56.c-d). Apesar disto, notamos que somente os sistemas que apresentam excitações de monopolo, $M \neq 0$, tem suas assimetrias e seus achatamentos alterados por causa das flutuações térmicas, sendo esta outra característica a se observar durante medidas experimentais.

Figura 56 – Rede quadrangular com diferentes flutuações térmicas e com desordem constante - **a)** O coeficiente de assimetria de Charlie, κ_s , em função da magnitude do monopolo, M . **b)** O coeficiente de curtose, κ_c , em função da magnitude do monopolo, M . A linha vertical pontilhada representa o $M = 3.04$ obtido na regressão não linear, os gráficos da esquerda são resultados da parte central (C) e os gráficos da direita são resultados da rede toda (T).



4.4.2 Resultados: gelos de spins artificiais triangulares

A presença de flutuações térmicas na magnetização dos gelos de spins triangulares, Apêndice D.2, geram efeitos similares aos que vimos nos sistemas quadriculares, porém, aqui elas alteram significativamente a detecção das interações Coulombianas dos monopolos. Os nossos resultados mostram que as redes triangulares que apresentam flutuações térmicas tem a moda, X_o , sempre menor do que a barreira média de inversão do momento magnético, b_m , fazendo com que a detectabilidade dos monopolos por $X_o < b_m$, visto nos sistemas sem flutuação (subseção 4.4.2), seja inviável. Além desta, observamos que os sistemas com ou sem monopolos que tem flutuações térmicas, ΔT , maiores do que a desordem, Δb , apresentam curvas de população de monopolos sempre assimétricas à esquerda, excluindo a detectabilidade dos monopolos pelo coeficiente de assimetria. Em contrapartida, observamos que os sistemas com $\Delta T \geq \Delta b$ apresentam $\sigma < \Delta b$, um comportamento não observado nos processos atômicos. Essa característica pode ser uma alternativa para a detecção das interações Coulombianas nos sistemas com flutuações térmicas. As demais mudanças geradas pelas flutuações térmicas, e suas consequências, são as mesmas que apresentamos na subseção passada para os gelos de spins artificiais quadriculares.

4.4.3 Conclusões

As curvas de população de monopolos produzidas pelo processo de reversão da magnetização nos sistemas com flutuações térmicas exibem muitas características em comum com aquelas geradas nos processos atômicos. Nas redes quadriculares percebemos que essas características, essencialmente, se mantiveram e a assimetria à esquerda das curvas de população monopolos é mais acentuada, o que facilitaria sua observação experimental. Na rede triangular, por outro lado, tivemos algumas mudanças nas características das curvas e algumas delas dependem da magnitude das flutuações térmicas. Em geral, vimos que a presença das flutuações térmicas faz com que quaisquer sistemas, com ou sem monopolos, apresentem $X_o < b_m$, inviabilizando o uso desta grandeza para evidenciar as interações Coulombianas. Nos sistemas com $\Delta T < \Delta b$, tivemos as mesmas conclusões já descritas nas redes quadriculares. Nos sistemas com $\Delta T \geq \Delta b$, observamos que a assimetria à esquerda não é uma grandeza que revela as interações Coulombianas, assim como a moda, e $\sigma < \Delta b$ as evidenciam (graças ao crescimento do desvio padrão causa pelas flutuações térmicas). Além destas, percebemos que o aumento da população máxima e a mudança quantitativa do coeficiente de curtose nos sistemas com flutuações térmicas são também outras características geradas pelas interações Coulombianas que acreditamos que podem ser constatadas em medidas experimentais.

5 Conclusões gerais e perspectivas

5.1 Conclusões gerais

Em nosso trabalho, elaboramos um modelo de excitações emergentes que conseguiu analisar as excitações dos gelos de spins artificiais e mostrar quais características que elas trazem para estes sistemas. As excitações foram obtidas pela descrição de halteres e elas conseguiram reproduzir as características já descritas na literatura e, também, o momento dipolo do vértice. As suas propriedades - como carga do monopolo, momentos dipolo e energia de criação - foram obtidas em simulações Monte Carlo, comparando apropriadamente a energia entre o modelo de spins pontuais e o modelo emergente. Neste estudos, vimos que o momento de dipolo das excitações é uma característica importante para obter adequadamente a equidade das energias entre os dois sistemas, uma vez que os modelos que não o consideram falhavam em reproduzir a energia de muitas configurações.

O modelo de excitações emergentes permite identificar as contribuições das interações Coulombiana de cada excitação, o que nos possibilitou modificá-las e verificar quais características elas trazem para as curvas de população de vértices em um processo de reversão da magnetização. Vimos que o aumento da magnitude dos monopolos faz com que suas curvas de população sejam mais assimétricas e platicúrticas e amplia a diferença quantitativa da assimetria, do achatamento e do desvio padrão entre as curvas de população da parte central e da rede toda. Estas características são robustas na presença de desordem e flutuações térmicas, mas são melhores observadas em sistemas com pequenas desordens e com flutuações térmicas¹. Acreditamos as diferentes realizações de gelos de spins artificiais, em que a geometria das nanoilhas seja modificada, por exemplo, apresentem diferentes cargas de monopolos e, portanto, diferentes níveis de assimetria e curtose na distribuição de monopolos, evidenciando o caráter Coulombiano das interações monopolos. Presumimos que as informações contidas neste trabalho poderiam ser usadas para estipular a magnitude dos monopolos nestes sistemas que, experimentalmente, poderiam ser feita com técnicas modernas, como o dicroísmo magnético circular de raios X (XMCD).

O modelo emergente apresenta ser uma alternativa interessante para estudar a energia dos gelos de spins artificiais através de suas excitações (principalmente as dos primeiros estados excitados). Ele apresenta uma estrutura para estudar gelos de spins artificiais em qualquer geometria, permitindo uma melhor comparação com resultados experimentais com um esforço computacional muito menor.

¹ Nas redes triangulares, a afirmação relacionada à assimetria é válida para os sistemas que tem flutuações térmicas inferiores a desordem. Para maiores flutuações, as altas temperaturas fazem com que todos os sistemas apresentem assimetria.

5.2 Perspectiva

Em nossos futuros trabalhos pretendemos dar continuidade aos estudos do modelo de excitações emergentes, com finalidade de aprimorá-lo. Entre estes, pretendemos fazer a regressão não linear das redes lineares e honeycomb. Para tanto, faremos, se necessário, uma renormalização das energias ou das excitações geradas em cada rede. Em outros estudos, analisaremos novamente as excitações de bordas geradas nos gelos de spins artificiais e veremos como estas podem ser interpretadas para termos uma melhor reprodutibilidade entre os modelos de spin e de excitações emergentes². Também queremos estudar os processos de reversão da magnetização de outros gelos de spins artificiais que apresentam estados magnetizados repletos de excitações monopolos, como as redes brickwork e honeycomb. Nestas novas análises, verificaremos as influências dos monopolos e das strings com monopolos na magnetização. E, por fim, estudaremos outros processos que não sejam dados apenas pela inversão de spins alinhados. Para estes, tem-se que as excitações monopolos simples não andariam mais em linha reta, podendo cruzar com strings de outros monopolos ou com os próprios monopolos, possibilitando o surgimento de excitações mais energéticas no processo de magnetização.

² De acordo com a interpretação apresentada neste trabalho, conseguimos fazer a regressão não linear da rede quadrada quando os momentos magnéticos das bordas eram livres e fixos, mas nas redes triangulares somente quando estes eram fixos.

Referências

- [1] Harris, M. J., S. T. Bramwell, D. F. McMorrow, T. Zeiske e K. W. Godfrey: *Geometrical Frustration in the Ferromagnetic Pyrochlore $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$* . Phys. Rev. Lett., 79:2554–2557, Sep 1997. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.79.2554>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 33.
- [2] Ramirez, A. P., A. Hayashi, R. J. Cava, R. Siddharthan e B. S. Shastry: *Zero-point entropy in 'spin ice'*. Nature, 399:333 EP –, May 1999. <http://dx.doi.org/10.1038/20619>. Citado na página 25.
- [3] Hertog, Byron C. den e Michel J. P. Gingras: *Dipolar Interactions and Origin of Spin Ice in Ising Pyrochlore Magnets*. Phys. Rev. Lett., 84:3430–3433, Apr 2000. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.3430>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 34.
- [4] Giauque, W. F. e Muriel F. Ashley: *Molecular Rotation in Ice at 10°K . Free Energy of Formation and Entropy of Water*. Phys. Rev., 43:81–82, Jan 1933. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.43.81.2>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 33.
- [5] Giauque, W. F. e J. W. Stout: *The Entropy of Water and the Third Law of Thermodynamics. The Heat Capacity of Ice from 15 to 273°K* . Journal of the American Chemical Society, 58(7):1144–1150, 1936. <http://dx.doi.org/10.1021/ja01298a023>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 33.
- [6] Pauling, Linus: *The Structure and Entropy of Ice and of Other Crystals with Some Randomness of Atomic Arrangement*. Journal of the American Chemical Society, 57(12):2680–2684, 1935. <http://dx.doi.org/10.1021/ja01315a102>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 33.
- [7] Bernal, J. D. e R. H. Fowler: *A Theory of Water and Ionic Solution, with Particular Reference to Hydrogen and Hydroxyl Ions*. The Journal of Chemical Physics, 1(8):515–548, 1933. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1749327>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 33.
- [8] Castelnovo, C., R. Moessner e S. L. Sondhi: *Magnetic monopoles in spin ice*. Nature, 451(7174):42–45, Jan 2008, ISSN 0028-0836. <http://dx.doi.org/10.1038/nature06433>. Citado 7 vezes nas páginas 25, 26, 34, 35, 37, 57 e 60.
- [9] Dirac, P. A. M.: *Quantised Singularities in the Electromagnetic Field*. Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Scien-

- ces, 133(821):60–72, 1931, ISSN 0950-1207. <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/133/821/60>. Citado 3 vezes nas páginas 25, 31 e 34.
- [10] Wang, R. F., C. Nisoli, R. S. Freitas, J. Li, W. McConville, B. J. Cooley, M. S. Lund, N. Samarth, C. Leighton, V. H. Crespi e P. Schiffer: *Artificial ‘spin ice’ in a geometrically frustrated lattice of nanoscale ferromagnetic islands*. *Nature*, 439(7074):303–306, Jan 2006, ISSN 0028-0836. <http://dx.doi.org/10.1038/nature04447>. Citado 7 vezes nas páginas 26, 34, 35, 36, 37, 41 e 47.
- [11] Mól, L. A., R. L. Silva, R. C. Silva, A. R. Pereira, W. A. Moura-Melo e B. V. Costa: *Magnetic monopole and string excitations in two-dimensional spin ice*. *Journal of Applied Physics*, 106(6):063913, 2009. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3224870>. Citado 5 vezes nas páginas 26, 37, 38, 57 e 58.
- [12] Mól, L. A. S., A. R. Pereira e W. A. Moura-Melo: *Extending spin ice concepts to another geometry: The artificial triangular spin ice*. *Phys. Rev. B*, 85:184410, May 2012. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.85.184410>. Citado 8 vezes nas páginas 26, 39, 43, 44, 50, 58, 67 e 69.
- [13] Nambu, Y.: *String-like configurations in the Weinberg-Salam theory*. *Nuclear Physics B*, 130(3):505 – 515, 1977, ISSN 0550-3213. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321377902528>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 37.
- [14] Silva, R. C., R. J. C. Lopes, L. A. S. Mól, W. A. Moura-Melo, G. M. Wysin e A. R. Pereira: *Nambu monopoles interacting with lattice defects in a two-dimensional artificial square spin ice*. *Phys. Rev. B*, 87:014414, Jan 2013. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.87.014414>. Citado 4 vezes nas páginas 26, 37, 38 e 57.
- [15] Meyer, Helbert W.: *A History of Electricity and Magnetism*. MIT Press, 1ª edição, 1971. Citado na página 29.
- [16] Griffiths, David. J.: *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall, Inc, 4ª edição, 1999. Citado na página 29.
- [17] Ising, Ernst: *Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus*. *Zeitschrift für Physik*, 31(1):253–258, Feb 1925, ISSN 0044-3328. <https://doi.org/10.1007/BF02980577>. Citado na página 33.
- [18] Wannier, G. H.: *Antiferromagnetism. The Triangular Ising Net*. *Phys. Rev.*, 79:357–364, Jul 1950. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.79.357>. Citado na página 33.
- [19] Anderson, P. W.: *Ordering and Antiferromagnetism in Ferrites*. *Phys. Rev.*, 102:1008–1013, May 1956. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.102.1008>. Citado na página 33.

- [20] Isakov, S. V., R. Moessner e S. L. Sondhi: *Why Spin Ice Obeys the Ice Rules*. Phys. Rev. Lett., 95:217201, Nov 2005. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.217201>. Citado na página 34.
- [21] Gingras, Michel J. P.: *Observing Monopoles in a Magnetic Analog of Ice*. Science, 326(5951):375–376, 2009, ISSN 0036-8075. <http://science.sciencemag.org/content/326/5951/375>. Citado na página 34.
- [22] Gingras, Michel J.P.: *Spin Ice*. 2009. Citado na página 34.
- [23] Tchernyshyov, Oleg: *Magnetism: Freedom for the poles*. Nature, 451(7174):22–23, Jan 2008, ISSN 0028-0836. <http://dx.doi.org/10.1038/451022b>. Citado na página 34.
- [24] Morris, D. J. P., D. A. Tennant, S. A. Grigera, B. Klemke, C. Castelnovo, R. Moessner, C. Czternasty, M. Meissner, K. C. Rule, J. U. Hoffmann, K. Kiefer, S. Gerischer, D. Slobinsky e R. S. Perry: *Dirac Strings and Magnetic Monopoles in the Spin Ice Dy₂Ti₂O₇*. Science, 326(5951):411–414, 2009, ISSN 0036-8075. <http://science.sciencemag.org/content/326/5951/411>. Citado na página 34.
- [25] Nisoli, Cristiano, Roderich Moessner e Peter Schiffer: *Colloquium: Artificial spin ice: Designing and imaging magnetic frustration*. Rev. Mod. Phys., 85:1473–1490, Oct 2013. <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.85.1473>. Citado na página 34.
- [26] Tanaka, M., E. Saitoh, H. Miyajima, T. Yamaoka e Y. Iye: *Magnetic interactions in a ferromagnetic honeycomb nanoscale network*. Phys. Rev. B, 73:052411, Feb 2006. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.73.052411>. Citado na página 36.
- [27] Mengotti, Elena, Laura J. Heyderman, Arantxa Fraile Rodriguez, Frithjof Nolting, Remo V. Hugli e Hans Benjamin Braun: *Real-space observation of emergent magnetic monopoles and associated Dirac strings in artificial kagome spin ice*. Nat Phys, 7(1):68–74, Jan 2011, ISSN 1745-2473. <http://dx.doi.org/10.1038/nphys1794>. Citado na página 36.
- [28] Kohli, K. K., Andrew L. Balk, Jie Li, Sheng Zhang, Ian Gilbert, Paul E. Lammert, Vincent H. Crespi, Peter Schiffer e Nitin Samarth: *Magneto-optical Kerr effect studies of square artificial spin ice*. Phys. Rev. B, 84:180412, Nov 2011. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.84.180412>. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- [29] Pollard, S. D., V. Volkov e Y. Zhu: *Propagation of magnetic charge monopoles and Dirac flux strings in an artificial spin-ice lattice*. Phys. Rev. B, 85:180402, May 2012. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.85.180402>. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 81.

- [30] Mól, L. A. S., W. A. Moura-Melo e A. R. Pereira: *Conditions for free magnetic monopoles in nanoscale square arrays of dipolar spin ice*. Phys. Rev. B, 82:054434, Aug 2010. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.82.054434>. Citado 4 vezes nas páginas 37, 57, 58 e 69.
- [31] Nascimento, F S, L A S Mól, W A Moura-Melo e A R Pereira: *From confinement to deconfinement of magnetic monopoles in artificial rectangular spin ices*. New Journal of Physics, 14(11):115019, 2012. <http://stacks.iop.org/1367-2630/14/i=11/a=115019>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 57.
- [32] Li, Ying e Tian Xing Wang: *Magnetic dipolar ordering on geometrically frustrated brick-shaped lattices*. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 390(12):2388 – 2394, 2011, ISSN 0378-4371. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437111001208>. Citado na página 39.
- [33] Hügli, R. V., G. Duff, B. O’Conchuir, E. Mengotti, L. J. Heyderman, A. Fraile Rodriguez, F. Nolting e H. B. Braun: *Emergent magnetic monopoles, disorder, and avalanches in artificial kagome spin ice (invited)*. Journal of Applied Physics, 111(7):07E103, 2012. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3670441>. Citado na página 39.
- [34] Chern, Gia Wei, Paula Mellado e O. Tchernyshyov: *Two-Stage Ordering of Spins in Dipolar Spin Ice on the Kagome Lattice*. Phys. Rev. Lett., 106:207202, May 2011. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.207202>. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 43.
- [35] Loreto, R P, L A Morais, C I L de Araujo, W A Moura-Melo, A R Pereira, R C Silva, F S Nascimento e L A S Mól: *Emergence and mobility of monopoles in a unidirectional arrangement of magnetic nanoislands*. Nanotechnology, 26(29):295303, 2015. <http://stacks.iop.org/0957-4484/26/i=29/a=295303>. Citado 4 vezes nas páginas 39, 44, 45 e 57.
- [36] Morrison, Muir J, Tammie R Nelson e Cristiano Nisoli: *Unhappy vertices in artificial spin ice: new degeneracies from vertex frustration*. New Journal of Physics, 15(4):045009, 2013. <http://stacks.iop.org/1367-2630/15/i=4/a=045009>. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.
- [37] Gilbert, Ian, Yuyang Lao, Isaac Carrasquillo, Liam O’Brien, Justin D. Watts, Michael Manno, Chris Leighton, Andreas Scholl, Cristiano Nisoli e Peter Schiffer: *Emergent reduced dimensionality by vertex frustration in artificial spin ice*. Nat Phys, 12(2):162–165, Feb 2016, ISSN 1745-2473. <http://dx.doi.org/10.1038/nphys3520>, Letter. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- [38] Rodrigues, J. H., L. A. S. Mól, W. A. Moura-Melo e A. R. Pereira: *Efficient demagnetization protocol for the artificial triangular spin ice*. Applied Physics Letters,

- 103(9):092403, 2013. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4819844>. Citado 5 vezes nas páginas 44, 50, 69, 79 e 80.
- [39] Libál, A., C. Nisoli, C. Reichhardt e C. J. Olson Reichhardt: *Dynamic Control of Topological Defects in Artificial Colloidal Ice*. Scientific Reports, 7(1):651, 2017, ISSN 2045-2322. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-00452-w>. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.
- [40] Loehr, Johannes, Antonio Ortiz-Ambriz e Pietro Tierno: *Defect Dynamics in Artificial Colloidal Ice: Real-Time Observation, Manipulation, and Logic Gate*. Phys. Rev. Lett., 117:168001, Oct 2016. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.168001>. Citado 4 vezes nas páginas 45, 46, 57 e 60.
- [41] Ortiz-Ambriz, Antonio e Pietro Tierno: *Engineering of frustration in colloidal artificial ices realized on microfeatured grooved lattices*. 7:10575 EP –, Feb 2016. <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms10575>, Article. Citado na página 45.
- [42] Wysin, G M, W A Moura-Melo, L A S Mól e A R Pereira: *Dynamics and hysteresis in square lattice artificial spin ice*. New Journal of Physics, 15(4):045029, 2013. <http://stacks.iop.org/1367-2630/15/i=4/a=045029>. Citado na página 47.
- [43] Morgan, Jason P., Aaron Stein, Sean Langridge e Christopher H. Marrows: *Thermal ground-state ordering and elementary excitations in artificial magnetic square ice*. Nat Phys, 7(1):75–79, Jan 2011, ISSN 1745-2473. <http://dx.doi.org/10.1038/nphys1853>. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.
- [44] Farhan, A., P. M. Derlet, A. Kleibert, A. Balan, R. V. Chopdekar, M. Wyss, L. Anghinolfi, F. Nolting e L. J. Heyderman: *Exploring hyper-cubic energy landscapes in thermally active finite artificial spin-ice systems*. Nat Phys, 9(6):375–382, Jun 2013, ISSN 1745-2473. <http://dx.doi.org/10.1038/nphys2613>, Article. Citado na página 47.
- [45] Kapaklis, Vassilios, Unnar B. Arnalds, Alan Farhan, Rajesh V. Chopdekar, Ana Balan, Andreas Scholl, Laura J. Heyderman e Bjorgvin Hjorvarsson: *Thermal fluctuations in artificial spin ice*. Nat Nano, 9(7):514–519, Jul 2014, ISSN 1748-3387. <http://dx.doi.org/10.1038/nnano.2014.104>, Letter. Citado na página 47.
- [46] Thonig, D, S ReiBaus, I Mertig e J Henk: *Thermal string excitations in artificial spin-ice square dipolar arrays*. Journal of Physics: Condensed Matter, 26(26):266006, 2014. <http://stacks.iop.org/0953-8984/26/i=26/a=266006>. Citado na página 47.
- [47] Farhan, Alan, Andreas Scholl, Charlotte F. Petersen, Luca Anghinolfi, Clemens Wuth, Scott Dhuey, Rajesh V. Chopdekar, Paula Mellado, Mikko J. Alava e Sebastiaan van

- Dijken: *Thermodynamics of emergent magnetic charge screening in artificial spin ice*. 7:12635 EP –, setembro 2016. <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms12635>. Citado na página 47.
- [48] Zeissler, Katharina, Megha Chadha, Edmund Lovell, Lesley F. Cohen e Will R. Branford: *Low temperature and high field regimes of connected kagome artificial spin ice: the role of domain wall topology*. 6:30218 EP –, julho 2016. <http://dx.doi.org/10.1038/srep30218>. Citado na página 47.
- [49] Morley, Sophie A., Aaron Stein, Mark C. Rosamond, Diego Alba Venero, Ales Hrabec, Philippa M. Shepley, Mi Young Im, Peter Fischer, Matthew T. Bryan, Dan A. Allwood, Paul Steadman, Sean Langridge e Christopher H. Marrows: *Temperature and magnetic-field driven dynamics in artificial magnetic square ice*, 2015. <http://dx.doi.org/10.1117/12.2189320>. Citado na página 47.
- [50] Martinez, E., L. Lopez-Diaz, L. Torres e C.J. Garcia-Cervera: *Thermal activation in Permalloy nanorectangles at room temperature*. *Physica B: Condensed Matter*, 372(1):286 – 289, 2006, ISSN 0921-4526. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092145260501104X>, Proceedings of the Fifth International Symposium on Hysteresis and Micromagnetic Modeling. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 95.
- [51] Wang, R. F., J. Li, W. McConville, C. Nisoli, X. Ke, J. W. Freeland, V. Rose, M. Grimsditch, P. Lammert, V. H. Crespi e P. Schiffer: *Demagnetization protocols for frustrated interacting nanomagnet arrays*. *Journal of Applied Physics*, 101(9):09J104, 2007. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2712528>. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.
- [52] Budrikis, Zoe, Paolo Politi e R. L. Stamps: *Vertex Dynamics in Finite Two-Dimensional Square Spin Ices*. *Phys. Rev. Lett.*, 105:017201, Jun 2010. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.017201>. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 80.
- [53] Budrikis, Zoe, Paolo Politi e R. L. Stamps: *Diversity Enabling Equilibration: Disorder and the Ground State in Artificial Spin Ice*. *Phys. Rev. Lett.*, 107:217204, Nov 2011. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.217204>. Citado 4 vezes nas páginas 49, 80, 81 e 90.
- [54] Bulmer, M. J.: *Principles of Statistics*. Dover Publications, Inc, 1ª edição, 1979. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 53.
- [55] Hildebrand, D. K.: *Statistical Thinking for Behavioral Scientists*. Duxbury Press, 1ª edição, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 53.

- [56] Groeneveld, Richard A.: *An Influence Function Approach to Describing the Skewness of a Distribution*. The American Statistician, 45(2):97–102, 1991, ISSN 00031305. <http://www.jstor.org/stable/2684367>. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.
- [57] Pearson, Karl: *Contributions to the Mathematical Theory of Evolution. II. Skew Variation in Homogeneous Material*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 186:343–414, 1895, ISSN 0264-3820. <http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/186/343>. Citado na página 53.
- [58] Yule, G.U.: *An Introduction to the Theory of Statistics*. Griffin's sci. series. C. Griffin, limited, 2ª edição, 1911. <https://books.google.com.br/books?id=31dEAAAIAAJ>. Citado na página 53.
- [59] Charlier, C. V. L.: *Über das Fehlergesetz*. 2, 1905. Citado na página 53.
- [60] Charlier, C. V. L.: *Die Mechanik des Himmels. Vorlesungen*. Verlag Von Veit & comp., 2ª edição, 1927. Citado na página 53.
- [61] Bowley, Arthur Lyon: *Elements of Statistics*. London, P. S. King & son, ltd., 4ª edição, 1920. Citado na página 53.
- [62] Gurajati, Damodar N. e Dawn C. Potter: *Econometria Básica*. Elsevier, 1ª edição, 2006. Citado na página 53.
- [63] Pindyck, Robert S. e Daniel L. Rubinfeld: *Econometria : modelos & previsões*. Elsevier, 1ª edição, 2004. Citado na página 53.
- [64] Groeneveld, Richard A. e Glen Meeden: *Measuring Skewness and Kurtosis*. Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician), 33(4):391–399, 1984, ISSN 00390526, 14679884. <http://www.jstor.org/stable/2987742>. Citado na página 53.
- [65] Balanda, Kevin P. e H. L. MacGillivray: *Kurtosis: A Critical Review*. The American Statistician, 42(2):111–119, 1988, ISSN 00031305. <http://www.jstor.org/stable/2684482>. Citado na página 53.
- [66] PEARSON, KARL: “DAS FEHLERGESETZ UND SEINE VERALLGEMEINERUNGEN DURCH FECHNER UND PEARSON*.” A REJOINER. Biometrika, 4(1-2):169–212, 1905. <http://dx.doi.org/10.1093/biomet/4.1-2.169>. Citado na página 53.
- [67] WOLFRAM MATHEMATICA Sistema definitivo para computação técnica moderna. <https://www.wolfram.com/mathematica/>. Accessed: 2017-03-17. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 123.

- [68] Cramer, C.J.: *Essentials of Computational Chemistry: Theories and Models*. Wiley, 2005, ISBN 9780470091838. <https://books.google.com.br/books?id=BKJcbvz10RsC>. Citado na página 64.
- [69] Metropolis, Nicholas, Arianna W. Rosenbluth, Marshall N. Rosenbluth, Augusta H. Teller e Edward Teller: *Equation of State Calculations by Fast Computing Machines*. The Journal of Chemical Physics, 21(6):1087–1092, 1953. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1699114>. Citado na página 71.
- [70] Landau, David P. e Kurt Binder: *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics*. Cambridge University Press, 4ª edição, 2014. Citado na página 71.
- [71] *Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library*. <http://gretl.sourceforge.net/>. Accessed: 2017-03-17. Citado na página 71.
- [72] Möller, G. e R. Moessner: *Artificial Square Ice and Related Dipolar Nanoarrays*. Phys. Rev. Lett., 96:237202, Jun 2006. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.237202>. Citado na página 74.
- [73] Perrin, Yann, Benjamin Canals e Nicolas Rougemaille: *Extensive degeneracy, Coulomb phase and magnetic monopoles in artificial square ice*. Nature, 540(7633):410–413, Dec 2016, ISSN 0028-0836. <http://dx.doi.org/10.1038/nature20155>, Letter. Citado na página 74.
- [74] Mellado, Paula, Olga Petrova, Yichen Shen e Oleg Tchernyshyov: *Dynamics of Magnetic Charges in Artificial Spin Ice*. Phys. Rev. Lett., 105:187206, Oct 2010. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.187206>. Citado na página 79.
- [75] León, Alejandro: *Heavy and light monopoles in magnetic reversion in artificial spin ice*. Current Applied Physics, 13(9):2014 – 2018, 2013, ISSN 1567-1739. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1567173913003027>. Citado na página 79.
- [76] Jackson, M. J., E. Lhotel, S. R. Giblin, S. T. Bramwell, D. Prabhakaran, K. Matsuhira, Z. Hiroi, Q. Yu e C. Paulsen: *Dynamic behavior of magnetic avalanches in the spin-ice compound Dy₂Ti₂O₇*. Phys. Rev. B, 90:064427, Aug 2014. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.90.064427>. Citado na página 79.
- [77] Daunheimer, Stephen A., Olga Petrova, Oleg Tchernyshyov e John Cumings: *Reducing Disorder in Artificial Kagome Ice*. Phys. Rev. Lett., 107:167201, Oct 2011. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.167201>. Citado 2 vezes nas páginas 90 e 94.

- [78] Kaya, Seiji: *Uniaxial Anisotropy of a Permalloy Crystal*. Rev. Mod. Phys., 25:49–53, Jan 1953. <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.25.49>. Citado na página 95.
- [79] Prados, C., B. J. Hattink, E. Pina, X. Batlle, A. Labarta, J. M. Gonzalez e A. Hernando: *Temperature dependence of the magnetization processes in Co/Al oxide/Permalloy trilayers*. IEEE Transactions on Magnetics, 36(5):2957–2959, Sep 2000, ISSN 0018-9464. Citado na página 95.
- [80] Iglesias, Òscar e Amílcar Labarta: *Finite-size and surface effects in maghemite nanoparticles: Monte Carlo simulations*. Phys. Rev. B, 63:184416, Apr 2001. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.63.184416>. Citado na página 95.
- [81] Sierra, J. F., V. V. Pryadun, S. E. Russek, M. García-Hernández, F. Mompean, R. Rozada, O. Chubykalo-Fesenko, E. Snoeck, G. X. Miao, J. S. Moodera e F. G. Aliev: *Interface and Temperature Dependent Magnetic Properties in Permalloy Thin Films and Tunnel Junction Structures*. Journal of Nanoscience and Nanotechnology, 11(9):7653–7664, 2011. <http://www.ingentaconnect.com/content/asp/jnn/2011/00000011/00000009/art00014>. Citado na página 95.
- [82] León, Alejandro: *Thermal phase transition in artificial spin ice systems induces the formation and migration of monopole-like magnetic excitations*. Physica B: Condensed Matter, 500:59 – 65, 2016, ISSN 0921-4526. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921452616302903>. Citado na página 95.

Apêndices

APÊNDICE A – Artigo publicado pelo trabalho desta tese

Figura 57 – Artigo publicado na revista Journal of Magnetism and Magnetic Materials.

Journal of Magnetism and Magnetic
Materials

Available online 16 March 2018

[In Press, Accepted Manuscript — Note to users](#)



Towards magnetic monopole interaction measurement in artificial spin ice systems

J.H. Rodrigues^{a, b}, L.A.S. Mól^a

^a Laboratório de Simulação, Departamento de Física, ICEx, Universidade Federal de Minas Gerais, 31720-901 Belo Horizonte, Minas Gerais, Brazil

^b Núcleo de Física, Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Bambuí, 38900-000, Bambuí, Minas Gerais, Brazil

Received 15 September 2017, Revised 21 February 2018, Accepted 15 March 2018, Available online 16 March 2018

[Show less](#)

<https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2018.03.032>

[Get rights and content](#)

Highlights

- Signatures of the interaction between monopoles in artificial spin ices are sought.
- An emergent vertex model that considers vertices dipole moment is proposed.
- Magnetization reversal for varying monopole intensities is analyzed.
- Skewness and kurtosis of monopoles distribution are affected by Coulombian coupling.

Abstract

In this paper we seek for detectable modifications in system properties induced by the Coulombian interactions between magnetic monopoles in an artificial spin ice system as an attempt to provide theoretical support to experiments devoted to measure the magnetic charge of monopole excitations. To this end an emergent vertex model was developed, validated and afterwards used to explore Coulombian interaction modifications on the distribution of monopole-like excitations in a magnetization reversal process. Our results show that the analysis of the skewness and kurtosis of the distribution of monopoles can be used to identify the presence of Coulombian interactions. These results are shown to be robust against the presence of disorder and temperature fluctuations.

Keywords

Magnetic monopoles; Artificial Spin ice; Dumbbell model; Vertex model

APÊNDICE B – Ajuste não linear para redes quadriculares de tamanho $L = 64 + 2$

Tabela 9 – Grandeza das excitações dos gelos de spins artificiais quadriculares $L = 64 + 2$ com momentos magnéticos dos spins das bordas livres.

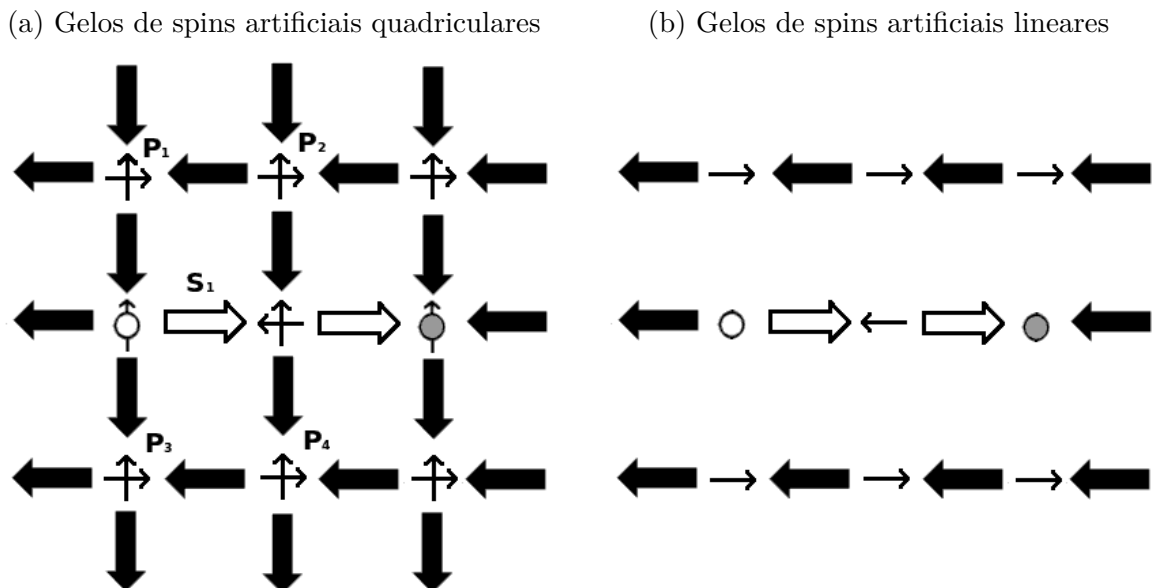
Grandezas	$M_b = q$	
	d livre	$d = l - (\mu/q)$
q (μ/l)	1.5254(1)	1.48707(8)
d (l)	0.31705(4)	0.32753(8)
qd (μ)	0.48363(9)	0.48707(8)
$E_c^{P_1}$ (D)	10.7010(2)	10.7328(3)
$E_c^{M_2}$ (D)	20.758(1)	20.5126(9)
$E_c^{M_4}$ (D)	61.831(4)	60.803(4)
R^2	1.000000	1.000000
σ_E	8.340673	9.073658

APÊNDICE C – Semelhança de comportamento dos gelos de spins quadriculares e lineares

Um resultado interessante que observamos é a grande semelhança do comportamento das curvas de população de monopolos dos gelos de spins quadriculares e lineares, caso ambas apresentem os mesmos q e d . Identificamos que a semelhança se dá pela igualdade da criação e aniquilação das excitações nestas duas redes e porque parte da contribuição de campo das excitações dipolo da rede quadricular é constante em todo o processo. Para demonstrar esta, apresentamos as excitações das redes quadricular, figura 58.a), e linear, figura 58.b).

Fizemos a decomposição vetorial do momento dipolo das excitações dipolo na rede quadricular e percebemos que esta rede têm as mesmas excitações da rede linear mais excitações dipolo vertical. As excitações dipolo vertical sempre apontam para cima e, por isso, não alteram suas contribuições de campo magnético para reversão dos spins da rede durante o processo de reversão de magnetização. Assim, as duas redes apresentam a mesma mudança de campo advindo das excitações quando um spin/halter é invertido e, por essa razão, compartilham as características que são afetadas pela mudança campo

Figura 58 – As excitações geradas pela inversão de dois nos gelos de spins artificiais a) quadriculares, com decomposição vetorial dos momentos das excitações dipolo, e b) lineares. Nesta imagem foram marcadas 4 excitações dipolo (P_1 , P_2 , P_3 e P_4) e um spin em branco (S_1).



de excitações. Outro ponto importante é a geometria da rede quadrada que faz com que os campos magnéticos de alguns pares de excitações dipolo vertical se anulem em cima dos spins horizontais. Na figura 58.a), podemos concluir isto pelo os pares de excitações " $P_1 - P_2$ ", " $P_1 - P_3$ ", " $P_2 - P_4$ " e " $P_3 - P_4$ " que se anulam seus campos em cima do spin S_1 . Em um estudo separado, calculamos o campo total produzidos pelas excitações dipolo vertical em toda rede e vimos que ele é muito pequeno ($< 10^{-2}$) no centro da rede e nas bordas laterais (esquerda e direita) e pequeno (< 1.82) nas bordas inferior (baixo) e superior (cima). Contudo, entendemos que esta diferença de campos nas bordas inferior e superior tem pouco peso em na média da população total durante o processo de reversão, pois ela afeta poucos spins e oferece uma contribuição constante no processo de reversão (o que acreditamos que não afetará muito a dinâmica de reversão de magnetização). Por causa destes fatores, as redes lineares e quadriculares, quando apresentam os mesmos q e d , tem as curvas de população de monopolos muito próximas, não sendo possível de distinguí-las caso sejam apresentadas separadamente.

APÊNDICE D – Outros gráficos dos gelos de spins triangulares

D.1 Influência da desordem

Figura 59 – Rede triangular - A magnetização média da rede, M_{ag} , em função do campo magnético externo, B_{ext} , para diferentes desordens, Δb . A letra **T** indica que esta análise foi feita analisando a rede toda.

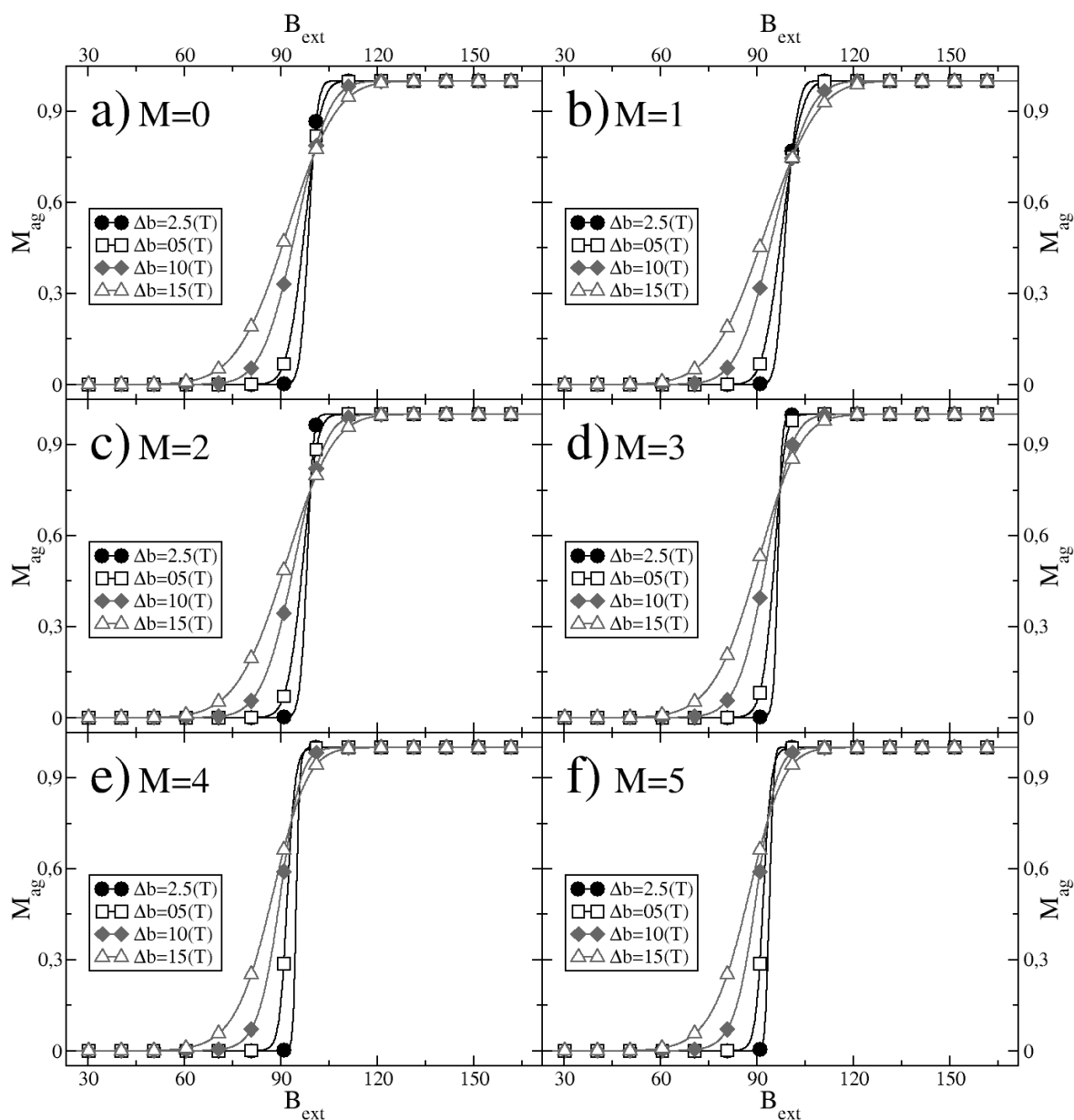


Figura 60 – Rede triangular com diferentes desordem e sem flutuações térmicas - **a)** A populações das excitações monopolo, P_{op} , em função do campo externo, B_{ext} . **b)** A população máxima de excitações monopolo, $P_{op}M_{ax}$, em função da magnitude do monopolo, M . **c)** A moda, X_0 , em função da magnitude do monopolo, M . **d)** O desvio padrão, σ , em função da magnitude do monopolo, M . A linha contínua das figuras a) e c) representa o campo médio de reversão das nanoilhas, b_m , e linha vertical pontilhada das figuras b-d) representa o $M = 2.62$ obtido na regressão não linear.

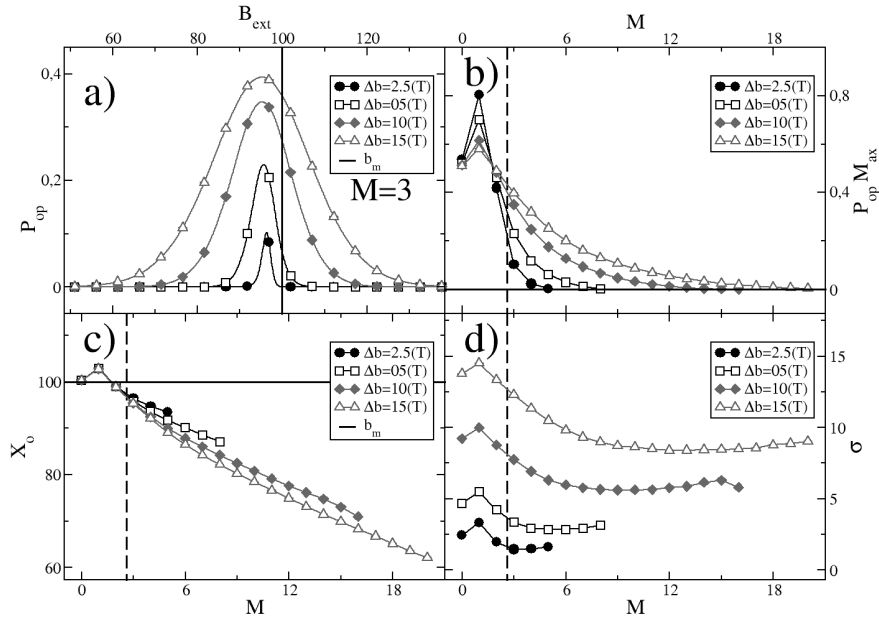
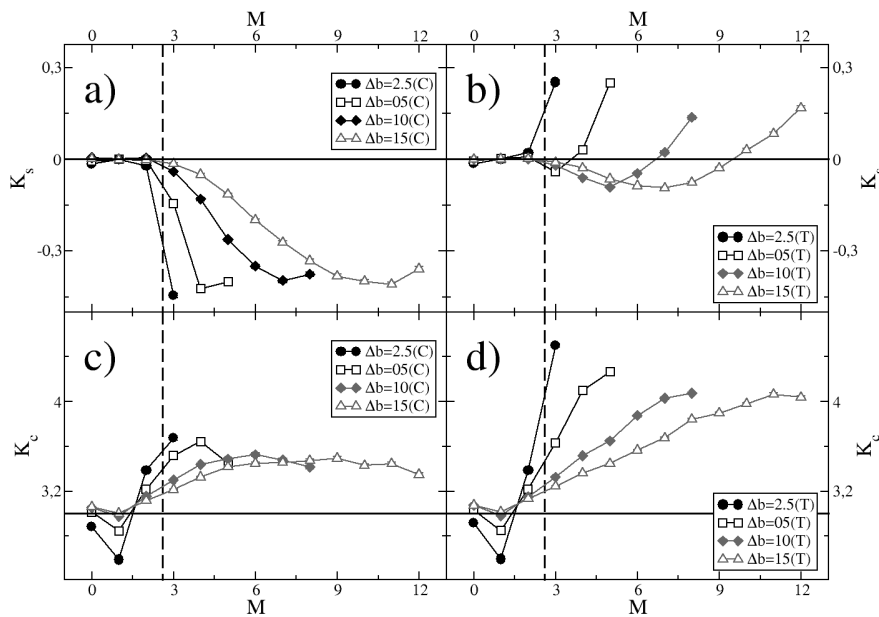


Figura 61 – Rede triangular com diferentes desordens e sem flutuações térmicas - **a)** O coeficiente de assimetria de Charlie, κ_s , em função da magnitude do monopolo, M . **b)** O coeficiente de curtose, κ_c , em função da magnitude do monopolo, M . A linha vertical pontilhada representa o $M = 2.62$ obtido na regressão não linear, os gráficos da esquerda são resultados da parte central (C) e os gráficos da direita são resultados da rede toda (T).



D.2 Influência das flutuações térmicas

Figura 62 – Rede triangular com diferentes flutuações térmicas e com desordem constante - **a)** A população das excitações monopolo, P_{op} , em função do campo externo, B_{ext} . **b)** A população máxima de excitações monopolo, $P_{op}M_{ax}$, em função da magnitude do monopolo, M . **c)** A moda, X_o , em função da magnitude do monopolo, M . **d)** O desvio padrão, σ , em função da magnitude do monopolo, M . A linha contínua das figuras a) e c) representa o campo médio de reversão das nanoilhas, b_m , e linha vertical pontilhada das figuras b-d) representa o $M = 2.62$ obtido na regressão não linear.

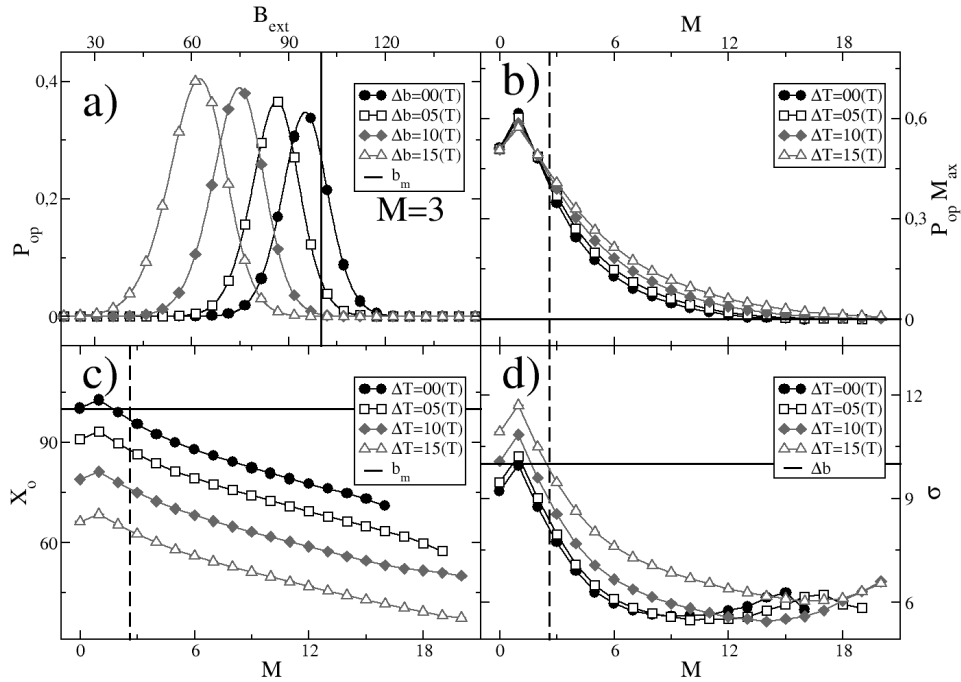
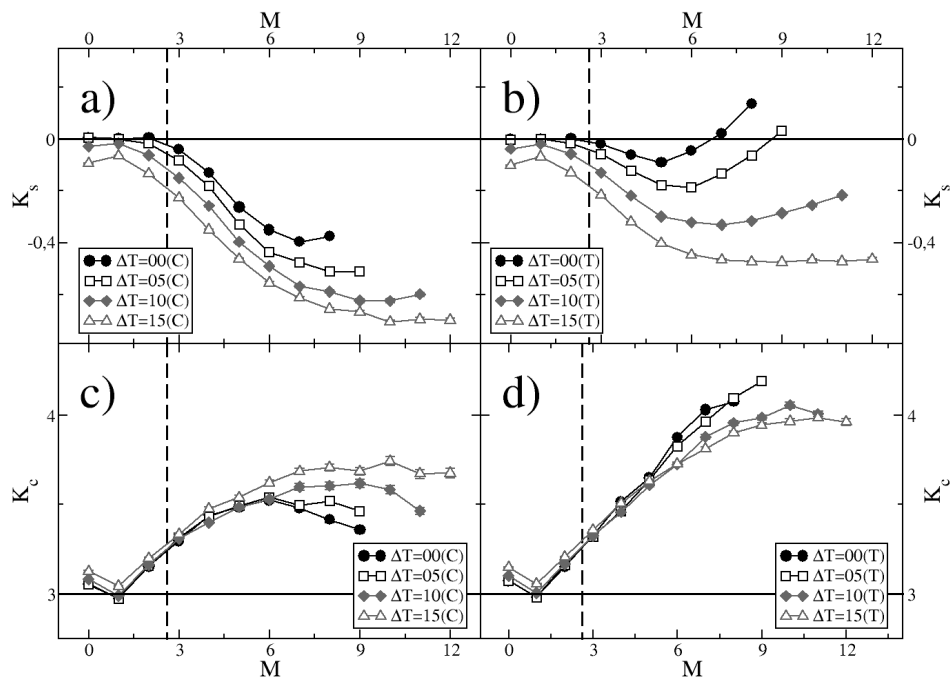


Figura 63 – Rede triangular com diferentes flutuações térmicas e com desordem constante - **a)** O coeficiente de assimetria de Charlie, κ_s , em função da magnitude do monopolo, M . **b)** O coeficiente de curtose, κ_c , em função da magnitude do monopolo, M . A linha vertical pontilhada representa o $M = 2.62$ obtido na regressão não linear, os gráficos da esquerda são resultados da parte central (**C**) e os gráficos da direita são resultados da rede toda (**T**).



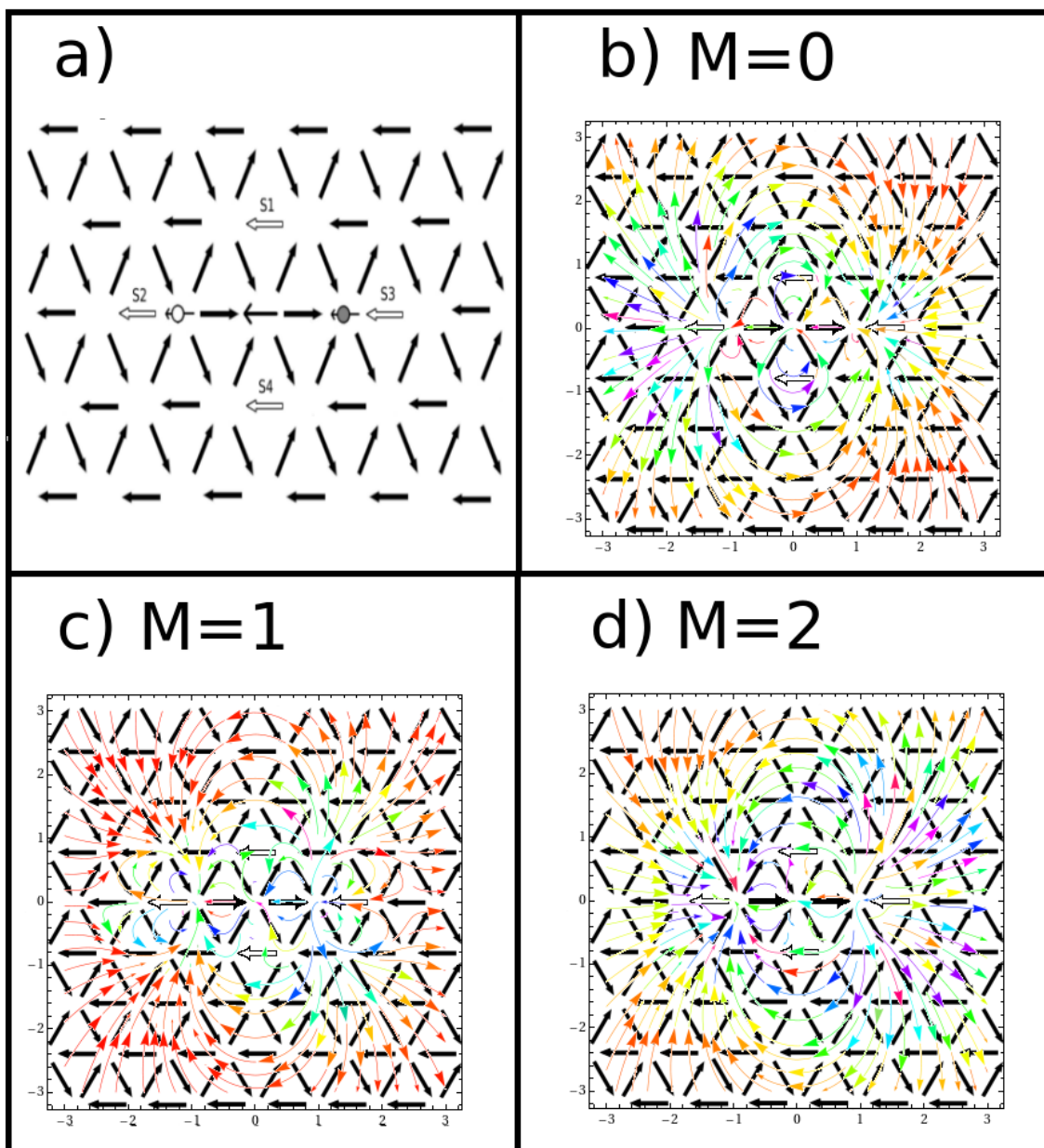
APÊNDICE E – Semelhanças e diferença do processo de magnetização dos gelos de spins artificiais quadriculares e triangulares

E.1 Diferença para $M = 0 \rightarrow 2$

O comportamento que vimos na magnetização dos gelos de spins artificiais triangulares para $M = 0 \rightarrow 2$ é um caso especial. Ele é de origem geométrica, gerada pela competição de campos das excitações monopolo e dipolo. Para ilustrar esta, marcamos em branco os 4 spins que são mais influenciados pelas excitações da figura 64.a), uma possível configuração de um processo de magnetização. As componentes horizontais do campo magnético, adimensionais, das excitações nestes spins são dadas por $B_{ex} = 0.95 - 0.86M$ em $S1$ e $S4$ e por $B_{ex} = -6.93 + 3.84M$ em $S2$ e $S3$. O termo somente numérico é a contribuição de campo advinda das excitações dipolos, proporcionais a $|P_{T0}| = 0.4$, e o outro é a contribuição advinda dos monopolos em função da magnitude, M . Para $M = 0$, tem-se que o campo advindo das excitações dipolos sobressai e os spins $S1$ e $S4$ são beneficiados em sua inversão, pois eles serão invertidos para menores valores de campo externo do que eles seriam invertidos sem a contribuição de campo das excitações. Os spins $S2$ e $S3$, por outro lado, são prejudicados, pois eles serão invertidos para maiores valores de campo externo do que eles seriam invertidos sem a contribuição de campo das excitações. Para $M = 1$, os campos das excitações tendem a se anular em $S1$ e $S4$, sendo indiferente na inversão destes spins, e $S2$ e $S3$ continuam sendo prejudicados pelo campos das excitações dipolos. E para $M \geq 2$, tem-se que o campo advindo das excitações monopolo sobressai e os spins $S2$ e $S3$ são beneficiados em sua inversão, enquanto os $S1$ e $S4$ são prejudicados. Os spins beneficiados são aqueles que ajudam na redução da moda, pois eles serão invertidos para menores valores de campo e gerarão outras excitações que beneficiarão outros spins em um mesmo valor de campo externo, B_{ext} . Em $M = 1$, em especial, poderia-se dizer que não existe spins beneficiados, fazendo que a moda nesta magnitude seja maior do que as outras encontradas nas demais magnitudes. Para tentar ilustrar melhor esta descrição, apresentamos as figuras 64.b-d) que mostram as linhas de campo [67] das excitações da figura 64.a). Nestas imagens, ressaltamos que a componente horizontal do campo é aquela que auxilia os spins a serem invertidos. A magnitude do campo magnético total é dada pela escalas de cores, em que quanto mais próximo da cor vermelha, menor é a magnitude e quanto mais próximo da cor azul, maior é a magnitude deste mesmo. Na figura 64.b), $M = 1$, notamos uma grande saturação da cor vermelha,

indicando que a magnitude da soma de campo das excitações são pequenas em comparação as das demais figuras, sugerindo uma anulação entre campos das excitações.

Figura 64 – A figura **a)** apresenta os 4 spins (S1, S2, S3 e S4) mais influenciados pelo campo magnético das excitações monopolo (disco em branco representa a carga negativa e o disco em cinza representa a carga positiva) e dipolo (setas que acompanha os monopolos e a maior seta apontado para esquerda no centro da figura). As figuras **b)**, **c)** e **d)** apresentam o campo magnético feito pelas excitações em toda a rede quando os monopolos têm magnitudes, respectivamente, de $M = 0$, $M = 1$ e $M = 2$. As cores das linhas de campo estariam a representando o módulo do campo em uma escala de cores, do vermelho para o azul. O vermelho indica módulo de campo pequeno e o azul indica módulo de campo grande, enquanto as demais cores seriam intermediárias.



O mesmo não ocorre com as redes quadriculares e lineares, pois as excitações dipolos

estariam beneficiando todos spins/haltere no início da magnetização e, por isto, a moda, X_o , sempre é menor do que a barreira média de inversão dos spins, b_m . Os monopolos, por sua vez, ajudariam mais na inversão dos spins mais próximos a eles, fazendo com que a moda seja menor em suas presenças.

E.2 Semelhança para $M \geq 3$

Na subseção 4.2.2, notamos que as redes triangulares apresentam os mesmos comportamentos qualitativos das redes quadriculares, principalmente para $M \geq 3$. Um dos fatores que contribuiu para esta semelhança foi o processo de reversão da magnetização que ocorre por spins alinhados em uma única direção. O outro fator tem duas contribuições: **1º**) o campo magnético gerado pelos monopolos são muito maiores do que os produzidos pelas excitações dipolos, fazendo com os monopolos sejam as principais excitações contribuintes para a inversão dos spins; **2º**) o campo magnético dos monopolos nos spins horizontais primeiros vizinhos nas duas redes são muito semelhantes. Nos vizinhos mais próximos tem-se um campo igual a $4M$ em ambas as redes e nos segundos vizinhos tem-se um campo de $0.387M$ na rede quadricular e de $0.432M$ na rede triangular, dando uma pequena diferença de campo de $0.045M$.