



Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Engenharia Elétrica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**Uma metodologia para priorização de
portfólio de projetos em ambientes
incertos: aplicação em mineração a céu
aberto**

Roberto Gomes Ribeiro

Dissertação de Mestrado

Belo Horizonte
19/12/2013

Universidade Federal de Minas Gerais

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**UMA METODOLOGIA PARA PRIORIZAÇÃO DE PORTFÓLIO DE
PROJETOS EM AMBIENTES INCERTOS: APLICAÇÃO EM MINERAÇÃO
A CÉU ABERTO**

Roberto Gomes Ribeiro

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Rodney Rezende Saldanha

Co-orientador: Prof. Dr. Carlos Andrey Maia

Co-orientador: Dr. Douglas Alexandre Gomes Vieira

Belo Horizonte - MG

Dezembro de 2013

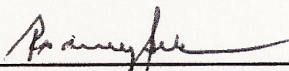
"Uma Metodologia para Priorização de Portfólio de Projetos em Ambientes Incertos: Aplicação em Mineração a Céu Aberto"

Roberto Gomes Ribeiro

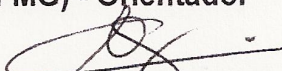
Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 19 de dezembro de 2013.

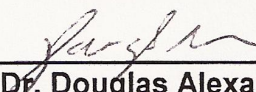
Por:



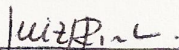
Prof. Dr. Rodney Rezende Saldanha
DEE (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Carlos Andrey Maia
DEE (UFMG) - Co-Orientador



Dr. Douglas Alexandre Gomes Vieira
Diretoria Executiva (ENACOM) - Co-Orientador



Prof. Dr. Luiz Ricardo Pinto
DEP (UFMG)



Dr. Adriano Chaves Lisboa
Diretoria Técnica (ENACOM)

R484m

Ribeiro, Roberto Gomes.

Uma metodologia para priorização de portfólio de projetos em ambientes incertos [manuscrito]: aplicação em mineração a céu aberto / Roberto Gomes Ribeiro. – 2013.
xii, 68 f., enc.: il.

Orientador: Rodney Rezende Saldanha.

Coorientadores: Carlos Andrey Maia, Douglas Alexandre Gomes Vieira.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 64-68.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Mineração a céu aberto – Métodos de simulação – Teses. 3. Otimização combinatória – Teses. I. Saldanha, Rodney Rezende. II. Maia, Carlos Andrey. III. Vieira, Douglas Alexandre Gomes. IV. Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia. V. Título.

CDU: 621.3(043)

Dedico este trabalho à minha querida família, pelo apoio e amor irrestrito.

Agradecimentos

Agradeço à toda minha família e amigos.

Meus pais, Luiz e Gizelda, pelo amor irrestrito. Os meus irmãos Frederico, Cristina e Patricia pelo apoio e amizade. Títias Bá e Sula que mesmo distante estão sempre presentes. Os pequenos: Dhum, Dubão, Dhubi-Dhubi e Dhugui que se um dia apreciarem esse trabalho, não serão mais tão pequenos. Tio Fábio e Tia Lúcia pelos almoços de domingo. A todos os primos, em especial Cazaca e Aninha por diversos momentos de alegria em ‘Belzonte’. Amo todos vocês.

Agradeço a família Lelis pelo amparo e amizade. Os amigos, antigos e novos, pelo Brasil e mundo afora. Vocês também fazem parte desta conquista.

Agradeço à equipe GOPAC.

O meu orientador Prof. Dr. Rodney pela dedicação e motivação. Os co-orientadores Prof. Dr. Carlos Andrey e Dr. Douglas, por toda assistência e conhecimento compartilhado. Todos os colegas do LOPAC pelos momentos desafiadores e de alegrias, em especial os membros do consórcio PO. Tenho orgulho de fazer parte desse time! Espero que a jornada não pare por aqui. Conforme o objetivo do Dr. Adriano, um dia recriaremos o mundo de modo otimizado.

Agradeço o Titã Atlas por carregar nos ombros o peso dos céus. Richard Halley pelo Quinto Concerto. Midas Mulligan por criar Atlântida, o mundo mais próximo do ótimo global. Hank Rearden, Dagny Taggart, Francisco D’Anconia, Ellis Wyatt e John Galt. Mas afinal, ‘quem é John Galt?’

Resumo

O conjunto de operações em uma mina a céu aberto forma um sistema complexo com natureza estocástica, em que existem interações entre os diversos agentes que impactam na produção. Em um problema de escolha de portfólio de projetos voltado para esses sistemas, o objetivo é escolher um conjunto de projetos que otimize algum indicador, como a produção total. Devido às dificuldades propiciadas pelas incertezas inerentes ao sistema, bem como pela complexidade fatorial do problema, em geral pode não ser possível obter bons resultados utilizando técnicas de otimização baseadas em modelos determinísticos. Considerando esses aspectos, o presente trabalho apresenta um método computacional aplicado a uma nova formulação, baseada no problema da mochila, para auxílio à tomada de decisões em problemas dessa natureza. Tal método realiza otimização, em um ambiente incerto no qual cada avaliação de função é obtida por meio de simulação de sistemas a eventos discretos, tendo como restrição computacional um dado horizonte de tempo pré-estabelecido. Utilizando características do ciclo de carga e transporte em uma mina a céu aberto e mensurando as avaliações por um tempo computacional determinado, esse método busca identificar combinações entre projetos que podem gerar bons resultados. O método foi aplicado em um modelo de simulação que retrata uma única frente de lavra de uma mina e o seu resultado comparado ao obtido utilizando abordagens convencionais, também baseadas no problema da mochila. Por fim, foi possível encontrar uma boa relação entre a melhor solução encontrada e o esforço computacional.

Palavras-chave: Otimização para simulação, problema da mochila, portfólio de projetos, mineração a céu aberto.

Abstract

Operation in an open-pit mining results in a complex system with stochastic nature, in which interactions between many factors influence the production. This work considers optimizing the portfolio chosen projects such a way to maximize the total production. Due to the difficulties inherent from the system uncertainty and the problem's factorial complexity, it may not be possible to find good results using conventional optimization methods. Considering these aspects, this work presents a computational method applied to a new formulation based on the knapsack problem, aiming to aid decision making in problems with this nature. This method performs optimization in an environment where each evaluation function is obtained by simulation. Using load-transport cycle characteristics in open-pit mining and measuring evaluations by a limited computational time, this method seeks to identify projects combinations that may generate good results. The method was applied to a simulation model of an open-pit mining and its results were compared with results obtained using conventional approaches also based on the knapsack problem. At last, it was possible to find a good trade-off between the best found solution and computational effort.

Keywords: Simulation optimization, knapsack problem , project portfolio, open-pit mining

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xii
1 Introdução	1
2 Referencial Teórico	3
2.1 Otimização combinatória	3
2.1.1 Problema da mochila	4
2.1.2 Programação Dinâmica para solucionar 0-1 KP	6
2.1.3 Heurísticas para problemas da mochila	7
2.2 Simulação de sistemas a eventos discretos	8
2.2.1 Visão geral de simulação de sistemas a eventos discretos	8
2.2.2 Período de <i>warm-up</i>	11
2.2.3 Problemas de Natureza Estocástica	12
2.2.4 Ferramentas e Softwares comerciais de simulação	13
2.3 Otimização para simulação	14
2.3.1 Metodologia por superfície de resposta	14
2.3.2 <i>Breadth process</i> e <i>depth process</i> - Largura vs Profundidade	15
2.3.2.1 Restrição de recurso computacional	16
2.3.2.2 Convergência e competitividade	16
2.3.3 Softwares de simulação associados com otimização	18

2.4	Mineração a céu aberto	18
2.4.1	Pesquisa Operacional em Mineração	19
2.4.2	Sistema caminhão-carregadeira	20
2.5	Escolha de portfólio de investimentos	23
2.5.1	Moderna teoria do portfólio	25
2.5.2	Complexidade na escolha do portfólio	27
2.6	Conclusão do capítulo	28
3	Metodologia proposta	30
3.1	Metodologia da pesquisa	30
3.2	Formulação do problema	31
3.3	Materiais e métodos	33
3.4	Modelagens baseadas no problema da mochila	35
3.4.1	Modelagem inteira	35
3.4.2	Modelagem binária	36
3.4.3	Qualidade da solução	38
3.5	Nova modelagem para o problema	38
3.5.1	Indicadores temporais	39
3.5.2	Algoritmo proposto	43
3.5.3	Definição de novas restrições	48
3.5.3.1	Primeira fase	48
3.5.3.2	Segunda fase	49
3.5.3.3	Terceira fase	50
3.5.4	Nova modelagem	51
3.6	Conclusão do capítulo	53

4	Estudo de caso e análise dos resultados	54
4.1	Carteira de projetos	54
4.2	Definição de medidas estatísticas	56
4.3	Avaliação de projetos isolados	57
4.3.1	Modelagem inteira x binária	57
4.3.2	Resultados obtidos	59
4.4	Análise dos resultados obtidos	60
5	Conclusões e trabalhos futuros	62
	Referências Bibliográficas	64

Lista de Figuras

2.1	Ciclo de carga e transporte Quevedo (2009)	22
3.1	Diagrama para formulação do problema	33
3.2	Integração MATLAB com SIMAN	34

Lista de Tabelas

3.1	Tempo por setor	39
3.2	Exemplo	42
4.1	Iniciativas aplicáveis	55
4.2	Resultado limite inferior e superior	56
4.3	Produção esperada de cada projeto de forma isolada	57
4.4	Produção esperada das decomposições de projetos inteiros	57
4.5	Produção esperada das decomposições de projetos inteiros	59
4.6	Produção esperada das decomposições de projetos inteiros	60

CAPÍTULO 1

Introdução

O aumento da competitividade no mundo globalizado exige que as organizações tomem decisões coerentes com seus objetivos, visando melhorar o uso de seus ativos. Em uma empresa de mineração, investimentos em suas operações são necessários para reduzir o custo de produção, aumentar a produção, eliminar gargalos e melhorar o uso dos recursos envolvidos no sistema. Assim, neste contexto diversos projetos são elaborados, para contribuir com o fortalecimento e o crescimento da empresa. Cada projeto, em geral, é proposto por um setor específico dentro do grande sistema que é a mineradora. Esse pode ser analisado de forma isolada considerando apenas o ganho de determinado setor, ou indicador, ou algum processo dentro do sistema. Considerando tal possibilidade, um portfólio de projetos pode não representar um ganho significativo para uma empresa, uma vez que o retorno depende do resultado do sistema como um todo. Desta forma, um grande desafio é identificar o ganho real de cada projeto, bem como o ganho das possíveis combinações entre eles. A operação de uma mina é um sistema de grande monta, onde existem interações entre os diversos agentes presentes que impactam fortemente na produção final. Sistemas com tal complexidade envolvem incertezas, que são tratadas, via de regra, por meio de simulações. Para a análise de um sistema de mineração, esse trabalho apresenta a aplicação de um método de otimização em um modelo de simulação de operação em mina simplificado, retratando uma única frente de lavra de uma mina no estado de Minas Gerais.

Em um problema de escolha de portfólio de projetos, o objetivo é determinar um conjunto de projetos que, respeitando o orçamento estabelecido, maximize algum índice calculado através da simulação, como a produção total da mina. Cada portfólio pode conter diversos projetos, e logo, acertadas combinações entre os projetos podem maximizar o retorno esperado. Do ponto de vista técnico de otimização, a quantidade de combinações possíveis tem um crescimento exponencial em função do número de projetos candidatos. Assim, pode não ser viável analisar todas as possibilidades em sistemas complexos, principalmente, quando cada avaliação só pode ser obtida utilizando-se técnicas de simulação de alto custo. Trata-se de um problema complexo de otimização onde o custo computacional impacta diretamente na escolha dos algoritmos a serem utilizados. Na tomada final de decisão, o uso de técnicas de otimização

apropriadas em conjunto com técnicas de simulação, pode representar uma solução concreta e poderosa com esforço computacional adequado.

O campo específico deste trabalho ainda tem sido pouco explorado. O objetivo principal é apresentar um método computacional para auxílio à tomada de decisão em problemas dessa natureza, tratando as incertezas e as possíveis inter-relações entre projetos. A finalidade é, apresentado um conjunto de projetos, encontrar o portfólio de projetos que maximize a produção, tendo um volume de recursos previamente determinado. Este trabalho é vinculado ao artigo (Ribeiro *et al.*, 2013), no qual o método foi desenvolvido e aplicado ao modelo de mina citado. Além disso, apresenta uma abordagem minuciosa da metodologia utilizada no trabalho em questão e um estudo bibliográfico aprofundado dos conceitos relacionados a natureza do problema.

Referencial Teórico

2.1 Otimização combinatória

De uma forma geral, problemas de otimização referem-se a maximização ou minimização de alguma função irrestrita ou sujeita à restrições. Nessa classe de problemas se encontram os de característica combinatória. Diferente da teoria clássica de otimização, nos chamados problemas combinatórios o espaço de soluções viáveis é finito e discreto. Embora seja fácil verificar se um elemento pertence a esse espaço, pode não ser possível na prática testar todas as soluções. Sendo assim, existem vários métodos específicos para obtenção de uma solução. Nesta seção é apresentado um estudo relacionado à otimização combinatória, cujo objetivo é oferecer uma abordagem introdutória sobre esse tema, além de apresentar aplicações presentes na literatura.

Wolsey (1998) mostra que um problema de otimização combinatória pode ser formulado como um problema de programação inteiro ou binário. Tal autor descreve que problemas de programação inteira lidam com otimização de uma função sujeita a limitações, em que uma ou mais variáveis devem assumir apenas valores inteiros. Ainda, ressalta que em muitos modelos, variáveis são utilizadas para representar relações lógicas e por isso são limitadas a serem iguais a 0 (zero) ou 1 (um). Esses modelos são classificados como um problema de programação binário.

No contexto de mineração, Pourrahimian e Askari-Nasab (2012) apresentam formulações de programação linear inteira mista e as aplicam em um *framework* para escalonamento de produção para operações de espeleologia. O escalonamento visa maximizar o VPL (Valor Presente Líquido) em operações de mineração. As formulações são implementadas e verificadas no ambiente TOMLAB/CPLEX¹. Em diversos problemas de otimização combinatória existem parâmetros incertos. Sendo assim, é considerável o uso de programação inteira estocástica para

¹TOMLAB é uma poderosa plataforma de otimização que oferece, além de uma linguagem para modelagem, uma ampla gama de recursos para o seu processo de solução. Já o CPLEX é um software de otimização que lida com problemas de programação quadrática inteira-mista em grande escala (TOM, 2013)

solucioná-los. Lidar com essas incertezas pode não ser uma tarefa simples. Uma vez que em problemas com natureza estocástica, é necessário considerar uma probabilidade de ocorrência associada a cada solução, e também o uso de medidas como o valor esperado e a variância. Essas medidas serão apresentadas com mais detalhes na seção 2.2.

Segundo Ramazan e Dimitrakopoulos (2007), programação inteira estocástica é um tipo de programação matemática que gera o melhor resultado para um conjunto definido de objetivos sob incerteza. Tais autores formulam um modelo para programação de produção de mina a céu aberto, considerando o grau de incerteza existente no problema. Os objetivos considerados são: maximizar o VPL (Valor Presente Líquido) e minimizar a demanda reprimida por minério processado. Amankwah (2011) apresenta sugestões para o uso de relaxação dual Lagrangiana como técnica para escalonamento de produção em mina a céu aberto, onde o problema consiste em decidir quando e em que a mina gera potenciais lucros.

2.1.1 Problema da mochila

O problema da mochila (*knapsack problem* - KP) é um modelo de programação clássico, com extrema importância prática por sua aplicação em diversos segmentos. Dentre suas aplicações destacamos: estudo de cenários de investimento de capital, orçamento e carregamento de veículos. De modo figurado, podemos descrever tal modelo como encher uma mochila, sem ultrapassar um determinado limite de volume. A decisão consiste em colocar na mochila os produtos que maximizam (problema de maximização) um valor especificado, respeitando a restrição de volume. De acordo com Goldbarg e Luna (2005), o modelo constitui um marco das técnicas de programação inteira, otimização combinatória e programação dinâmica. Na equação (2.1) é representado uma formulação genérica de maximização para o problema da mochila inteiro:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar}_{x \in X} \sum_{i=1}^n g_i x_i \\ & \text{sujeito a} \quad \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq R \\ & \quad \quad \quad x_i \in \mathbb{N} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Na qual x_i é o número de objetos do tipo i selecionados para serem incluídos em uma mochila, representada pela restrição do modelo e n é o número de variáveis (objetos candi-

dados) para o problema. R é uma constante que simboliza a capacidade total da mochila. As variáveis g_i e w_i representam, respectivamente, o benefício e a capacidade ocupada de cada item. Para um problema onde cada item só pode ser selecionado uma única vez, a restrição $x_i \in \mathbb{N}$ é substituída por $x_i \in \{0, 1\}$. Na literatura, um modelo assim definido é chamado de 0-1 KP (0-1 *Knapsack Problem*) (também conhecido como problema da mochila unidimensional ou mochila binária). Outras classificações de modelos baseados no problema da mochila são descritas por Goldberg e Luna (2005).

Problemas combinatórios também são classificados segundo a sua complexidade. Segundo Papadimitriou e Steiglitz (1982), P é uma classe de problemas que pode ser solucionada em tempo polinomial. Em outras palavras, são problemas relativamente fáceis de serem explorados, do ponto de vista computacional, para os quais existem algoritmos eficientes. Problemas combinatórios pertencentes a essa classe como: *Graph connectedness*, *Path in a diagraph*, *Maximum Matching* e *Minimum Spanning Tree* são detalhados em (Papadimitriou e Steiglitz, 1982). O autor ressalta que para cada instância desses problemas existe uma maneira eficiente de encontrar a solução. Por outro lado, há problemas para os quais não existem algoritmos capazes de solucioná-los em tempo polinomial. Esses problemas amoldam uma outra classe denominada NP-*árduo*. Para Pisinger (1995), é muito pouco provável que algoritmos polinomiais sejam criados para solucionar problemas que pertencem a essa classe.

Um problema da mochila é caracterizado como um problema NP-*árduo*, exceto no caso da mochila linear, onde as variáveis são contínuas. "...aquele em que as variáveis são contínuas pode ser solucionado de modo extremamente eficiente, em $O(n)$..." (Goldberg e Luna, 2005). Pisinger (1995) sintetiza diversas técnicas exatas para solucionar problemas da mochila. Ademais, são apresentados resultados teórico e prático procedentes de aplicações dessas técnicas. Apesar da complexidade no pior caso para problemas da mochila, Pisinger (1995) ressalta que muitas instâncias podem ser solucionadas em frações de segundos. Uma estratégia por ele apresentada, é o uso de relaxação no espaço de busca, permitindo que variáveis inteiras sejam números reais. Utilizando essa estratégia, temos um problema da mochila linear. Cardoso (2005) propõe um método para tratar um classe de problemas de programação dinâmica linear com variáveis discretas utilizando uma relaxação contínua nas variáveis. Assim, o autor obteve soluções aproximadas, com custo computacional razoável. Segundo Cardoso (2005), um problema assim formulado pode ser resolvido de modo eficiente como um problema de programação linear qualquer.

Um algoritmo convencional denominado *branch and bound* pode ser utilizado para encontrar soluções inteiras. Ross e Soland (1975) apresentam esse algoritmo voltado para solução

de problemas generalizados de transporte, modelados como 0-1 KP. Um método baseado no algoritmo *branch and bound* é detalhado em Pisinger (1995). Na ocasião, esse método é formado por um processo recursivo onde, em cada recursão, um item da mochila é removido. Diversas técnicas para solução de 0-1 KP são baseados em programação dinâmica. Esse método é descrito em mais detalhes na sequência desse trabalho.

2.1.2 Programação Dinâmica para solucionar 0-1 KP

“ Programação dinâmica é um dos mais antigos métodos para otimização combinatória ” (Meng *et al.*, 2010). Essa técnica de programação foi criada por Richard Bellman em 1957 e desde então, surgiram diversas aplicações em diferentes classes de problemas. Segundo Cardoso (2005), a programação dinâmica trabalha com situações em que as decisões são tomadas em estágios, e a resposta em cada um deles influencia na decisão a ser tomada no estágio seguinte. Existem na literatura muitas adaptações desse método designadas para problemas da mochila.

Utilizando a forma clássica do problema de programação dinâmica para solucionar 0-1 KP, Meng *et al.* (2010) descreve uma formulação fundamentada na solução de subproblemas. Supondo que (x_1, x_2, \dots, x_n) é a solução ótima para 0-1 KP, temos (x_2, \dots, x_n) como solução ótima para o subproblema correspondente, descrito na equação (2.2).

$$\begin{aligned} & \underset{x \in X}{\text{Maximizar}} && \sum_{i=2}^n g_i x_i \\ & \text{sujeito a} && \sum_{i=2}^n w_i x_i \leq R - w_1 x_1 \\ & && x_i \in \{0, 1\}, 2 \leq i \leq n \end{aligned} \tag{2.2}$$

Assim, se o objeto x_1 está na solução ótima, a composição ótima do problema 0-1 KP é o próprio x_1 mais os demais objetos que otimizam o subproblema descrito na equação (2.2). A restrição $\sum_{i=2}^n w_i x_i \leq R - w_1 x_1$ representa a capacidade total da mochila descontada o custo w_1 do objeto x_1 . Caso x_1 não esteja na solução ótima, a composição ótima é dada pelo subproblema descrito em na equação (2.3).

$$\begin{aligned}
& \text{Maximizar}_{x \in X} \sum_{i=2}^n g_i x_i \\
& \text{sujeito a} \quad \sum_{i=2}^n w_i x_i \leq R \\
& \quad \quad \quad x_i \in \{0, 1\}, 2 \leq i \leq n
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Uma vez que x_1 não pertence a solução ótima, ele não está presente no conjunto de variáveis do subproblema retratado na equação (2.3). Logo, a capacidade da mochila para esse subproblema é R .

Seja $f(i, r)$ o caso geral para o valor ótimo considerando apenas os i itens de uma mochila com capacidade r , temos para a equação (2.2), $f(i-1, R-w_i)$ e para (2.3), $f(i, R)$. Então, uma descrição formal para o valor ótimo em um 0-1 KP pode ser formulada como o sistema recursivo descrito na equação (2.4).

$$f(i, R) = \begin{cases} \max\{f(i-1, R-w_i) + c_i, f(i-1, R)\} & \text{se } w_i \leq R \\ f(i-1, R) & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{2.4}$$

Qual dos subproblemas (2.2 ou 2.3) maximiza $f(i, R)$? Considerando que o objeto x_i com peso w_i caiba na mochila, o valor ótimo é o máximo entre selecionar ou não esse objeto. Na situação contrária, $f(i, R)$ é a solução do subproblema ilustrado na equação (2.3).

Um empecilho para o uso dessa técnica é a sua complexidade $O(nr)$. Ou seja, além da quantidade de variáveis n que compõem o problema, o esforço computacional necessário também depende do tamanho r da mochila. Muitos autores classificam como um problema *pseudo-polinomial*. Segundo Pisinger (1995), programação dinâmica não é uma maneira eficiente para solucionar KP muito grandes. Assim, em um problema com muitas variáveis e mochila de extensa capacidade, o tempo computacional para solucioná-lo pode ser muito alto.

2.1.3 Heurísticas para problemas da mochila

Em muitos casos práticos, o número de variáveis e a capacidade da mochila em KP chega facilmente a ordem de milhões. Nessas ocasiões, o emprego de técnicas de programação linear inteira pode não ser recomendado. Essas dificuldades em parte justificam a coleção

de métodos heurísticos encontrados na literatura para esse propósito. Como exemplo, citamos o trabalho de Silva e Morabito (2004). Nele é apresentada uma abordagem para otimizar a programação de cargas de forno em fundições de mercado de pequeno porte, onde o objetivo é maximizar a produtividade e satisfazer prazos de entrega, respeitando as restrições do processo. Combinando uma heurística construtiva gulosa com o clássico problema da mochila, Silva e Morabito (2004) desenvolvem e aplicam um método computacional em um processo de fundição em aço-inox de uma fábrica. A eficiência do método é justificada com a redução do tempo de produção da carteira de pedidos, em relação a estratégia usual da empresa. Para Poldi e Arenales (2006), problemas de corte de estoque consistem na otimização do processo de corte de peças maiores para a produção de peças menores. Modelando o corte de bobinas de aço na indústria metalúrgica como problema de mochila compartimentada, Marques e Arenales (2002) propõem um modelo de otimização não linear inteiro e três métodos heurísticos para sua resolução. De acordo com Marques e Arenales (2002), o problema da mochila compartimentada é uma variação do KP em sua forma clássica. Um modelo assim classificado, consiste em determinar as capacidades adequadas de compartimentos que podem compor uma mochila, respeitando as restrições inerentes ao KP, além da capacidade dos compartimentos. Apesar dos trabalhos citados nesse parágrafo não tratarem portfólio de investimentos, todos contribuíram para compreensão de extensões do problema da mochila, bem como a identificação de suas dificuldades.

2.2 Simulação de sistemas a eventos discretos

Esta seção tem como objetivo apresentar uma revisão bibliográfica sobre modelagem e simulação de sistemas a eventos discretos. Ademais, são apresentados conceitos e definições a respeito do tema alvo, além de ferramentas comerciais para modelagem e simulação presentes na atualidade.

2.2.1 Visão geral de simulação de sistemas a eventos discretos

Simulação é uma metodologia indispensável para solucionar muitos problemas no mundo real. Contudo, o uso dessa metodologia na maioria das vezes não é uma tarefa simples. Visto que simulação envolve a geração de uma história artificial, nem sempre é possível retratar fielmente o sistema real do qual a história representa. De acordo com Brighenti (2006), a si-

mulação não é uma ferramenta que substitui o trabalho de interpretação humana, mas sim uma ferramenta capaz de fornecer resultados para análises mais elaboradas a respeito da dinâmica do sistema, permitindo desta maneira uma interpretação mais profunda e abrangente do sistema estudado. Logo, o uso exclusivo de simulação para solução de qualquer problema não é apropriado. É indispensável o uso de algum critério para tomada de decisão, seja por interpretação humana ou por meio de algum artifício computacional.

Segundo Chwif e Medina (2007), o termo ‘simulação’ pode ser classificado em duas grandes categorias. Na primeira, não é necessário o uso de métodos computacionais. Como exemplo, mencionamos o comportamento de aeronaves reais que, no uso de simulação, são observados a partir de protótipos físicos em túneis de vento. Essa categoria é denominada de *simulação não-computacional*. Já a segunda, é composta por sistemas onde é indispensável o uso de um computador. Categoria denominada como *simulação computacional*. A simulação computacional é classificada em três subcategorias básicas: ”Monte Carlo“, simulação contínua e simulação de sistemas a eventos discretos. Devido ao fato das duas primeiras não pertencerem ao escopo desse trabalho, é detalhado apenas a simulação de sistemas a eventos discretos.

Para Banks (2005), simulação de sistemas a eventos discretos é a modelagem de sistemas em que as alterações de variáveis de estado ocorrem apenas em um conjunto discreto de pontos no tempo. Na ocasião, os modelos de simulação são analisados por meio de métodos numéricos. Muitos modelos de simulação do mundo real são bastante complexos. Sendo assim, é necessário uma vasta quantidade de dados que devem ser manipulados com auxílio de métodos computacionais.

Um dos principais motivos para o emprego dessa metodologia é a possibilidade de prever uma situação. Assim, é possível identificar e eliminar gargalos, ou até, verificar a inviabilidade de um projeto, antes mesmo da sua implantação. Para Kellner *et al.* (1999), o uso de modelos de simulação é a forma de menor custo para se obter importantes resultados, quando os custos, os riscos ou a logística de manipulação do sistema real é proibitiva. De acordo com Banks (2005), os benefícios citados aliados aos avanços nas metodologias de simulação e a capacidade computacional existente, fizeram a simulação uma das ferramentas mais utilizada e aceita no contexto de pesquisa operacional e análise de sistema. No entanto, circunstâncias em que a simulação é a ferramenta apropriada têm sido discutidas por muitos autores. Segundo Banks (2005), simulação pode ser utilizada para os seguintes propósitos:

- Permitir o estudo e a experimentação com as interações internas de um sistema complexo ou de um subsistema dentro de um sistema complexo.

- Observar os efeitos de alterações comportamentais em mudanças informacionais, organizacionais e ambientais.
- Sugerir melhorias no sistema sob investigação. Uma vez que o conhecimento adquirido durante a concepção de um modelo de simulação pode ser de grande valor.
- Produzir uma reflexão valiosa sobre quais variáveis são as mais importantes e como elas se interagem no sistema.
- Reforçar metodologias de solução analítica.
- Verificar soluções analíticas.
- Ajustar e determinar requisitos para uma máquina, simulando diferentes configurações.
- Tornar o aprendizado possível sem o custo e a interrupção de instruções no trabalho.
- Visualizar, por meio de animação, um sistema de operação qualquer.
- Lidar com sistemas complexos, onde as interações internas só podem ser tratadas por meio de simulação.

Banks (2005) ainda menciona situações em que o uso de simulação não é adequado. Para esse autor, simulação não deve ser usado quando o problema pode ser resolvido por senso comum, analiticamente ou é mais fácil realizar experimentos diretos. Outra situação, é quando os custos com simulação excedem a economia proveniente da sua aplicação. Visto que simulação depende de um certo esforço computacional, o uso dessa metodologia também não é adequado quando os recursos ou tempo não estão disponíveis. Finalmente, se o comportamento do sistema é muito complexo, ou não pode ser definido, a simulação é inoportuna.

Para Kellner *et al.* (1999), as simulações são geralmente empregadas quando a complexidade do sistema que está sendo modelado está além do que os modelos estáticos ou outras técnicas podem prover. Os autores ainda relatam que a complexidade é frequentemente encontrada em sistemas reais e pode estar sob qualquer das seguintes formas: incerteza no sistema, comportamento dinâmico e mecanismos de *feedback*. A primeira refere-se a possibilidade de não atingir um determinado valor esperado. A segunda indica que o sistema pode mudar ao longo do tempo, sendo necessário prever e controlar possíveis alterações na sua dinâmica. E o terceiro está relacionado a possibilidade de uma decisão tomada em um processo impactar em outros.

2.2.2 Período de *warm-up*

No estudo do comportamento de modelos de simulação, é necessário considerar o regime em que o sistema se encontra em um dado instante. Por exemplo, um sistema de fila de acesso a caixas bancários, tendo como parâmetro de análise o tempo de espera, o sistema pode estar em regime transitório ou permanente. Inicialmente a fila está vazia. Assim sendo, os primeiros clientes vão aguardar menos tempo para serem atendidos. O tamanho da fila tende a aumentar de tamanho com a chegada de clientes. Conseqüentemente, o tempo de espera também cresce. Na situação, dizemos que o sistema está em regime transitório. Passado algum tempo, o tamanho da fila se estabiliza, e a condição inicial (fila vazia) não afeta o comportamento do sistema. Então, dizemos que o sistema agora se encontra em regime permanente ou estacionário. Para análise estatística correta de um modelo de simulação, é necessário eliminar os dados de saída gerados no período que o sistema está em regime transitório. No contexto de simulação, esse período é denominado 'período de aquecimento' ou '*warm-up*'.

Ao estimar os parâmetros de um modelo de simulação, é necessário analisar o instante em que o sistema passa do regime transitório para o regime permanente. Ou seja, quando termina o período de *warm-up*. Segundo, Robinson (2002), a remoção correta de qualquer viés de inicialização é de importância vital. Existem duas estratégias para tratar esse aspecto. A primeira está relacionada a modelar o sistema, de tal forma que na condição inicial já se encontre em regime permanente. Situação que nem sempre é possível para certos modelos. No segundo, o modelador pode definir a condição inicial de tal forma que não exista nenhuma tendência nos dados de saída, executando e excluindo o período de *warm-up*. Nessa estratégia, o desafio é estimar em que instante tal período termina.

Um modo prático para determinação do tempo de *warm-up* é citado em Chwif e Medina (2007). Esse modo, denominado observação, consiste em construir gráficos com os valores observados dos dados a serem analisados em função do tempo. De posse desses gráficos, tenta-se determinar o instante em que os parâmetros em análise parecem não estar mais sendo influenciados pelas condições iniciais do sistema. Diversos outros métodos para determinação do tempo de *warm-up* foram propostos. Robinson (2002) sumariza alguns desses métodos, classificando-os em gráficos, heurísticos, estatísticos, baseados em testes de inicialização e avançados. E ainda, propõe uma nova metodologia.

2.2.3 Problemas de Natureza Estocástica

Devido à complexidade em problemas de decisão com natureza estocástica, existem dois fatores relevantes. O primeiro consiste no tamanho do espaço de soluções. Conforme visto na seção 2.1, pode não ser viável avaliar todas as possibilidades. O segundo é referente a natureza estocástica do problema, em que é necessário estimar valores com base em medidas de confiabilidade. Tais como: *confiança estatística* (intervalo de confiança) e *precisão*.

A equação (2.5) apresenta a formulação matemática apresentada por Lin e Lee (2006) para problemas dessa classe.

$$\underset{\theta \in \Theta}{\text{minimize}} \quad J(\theta) \equiv E[L(\theta, \xi)] \quad (2.5)$$

Na qual Θ é o espaço de soluções; θ é cada uma das alternativas avaliadas; ξ representa a aleatoriedade no sistema; L o desempenho da amostra em função de θ e ξ . O critério de desempenho J , é equivalente ao valor esperado de L .

De acordo com Lin e Lee (2006), geralmente não podemos obter o valor de desempenho exato de um projeto na prática. Sendo assim, para cada alternativa θ é necessário realizar várias replicações, afim de reduzir a variância e obter uma melhor *precisão*. Segundo Chwif e Medina (2007), *precisão* refere-se ao tamanho do intervalo. Já *confiança estatística* é o intervalo de valores que contém a média da população, com uma certa probabilidade. Quanto maior o valor desta probabilidade, maior a *confiança estatística* de que a média da população encontra-se dentro do intervalo construído. No escopo desse trabalho, a população é equivalente ao conjunto de replicações para uma alternativa θ .

Para definir a quantidade de replicações ideal para uma determinada precisão, é necessário o uso de alguma técnica específica. Chwif e Medina (2007) apresentam uma técnica para calcular a quantidade de replicações ideal para uma determinada precisão. Nesta técnica, é definido um número n_r de replicações piloto e calculada a sua precisão h . Sendo assim, por meio da equação 2.6, é possível obter a quantidade n_r^* de replicações desejada:

$$n_r^* = \left\lceil n_r \left(\frac{h}{h^*} \right)^2 \right\rceil, \quad (2.6)$$

h^* é a precisão requerida e $\lceil \cdot \rceil$ corresponde ao arredondamento para o número inteiro acima. A *precisão* h é calculada utilizando-se a equação (2.7):

$$h = \bar{z} \pm t_{n_r-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n_r}}, \quad (2.7)$$

na qual \bar{z} é a média da amostra piloto; s o desvio padrão; t_{n_r-1} é a *confiança estatística* da distribuição *t-Student* com $n_r - 1$ graus de liberdade; α é um valor referente à *confiança estatística* $100(1 - \alpha)$.

Intuitivamente, podemos observar que, quanto maior a *precisão* desejada, mais replicações são necessárias. Por consequência, um maior esforço computacional. Considerando que o recurso computacional disponível para solucionar o problema é limitado, é necessário obter um equilíbrio entre quantidade de alternativas avaliadas (θ) e *precisão*.

2.2.4 Ferramentas e Softwares comerciais de simulação

“A simulação é uma das mais poderosas ferramentas de análise para projeto e operação de sistemas” (Lobão, 1999). Na atualidade, existem diversos pacotes comerciais de softwares que permitem simular modelos de sistemas complexos, bem como um número considerável de ferramentas voltadas para esse propósito. Os primeiros sistemas de simulação computacional foram desenvolvidos por meio de linguagens de programação de intuito geral. Em seguida, surgiram linguagens de programação exclusivas para simulação. A exemplo, destacamos a linguagem SIMAN, que é composta por um conjunto de macro-comandos que visa facilitar o processo de construção dos modelos. Diversos simuladores gráficos foram desenvolvidos com base nessas linguagens. Tendo como base a linguagem SIMAN, foi desenvolvido pela Rockwell Automation o software ARENA (ARE, 2013). Nesse software, o usuário organiza um conjunto composto por diferentes blocos para construir um modelo que representa um processo real (Kanalici *et al.*, 2009). No modelo construído, a ligação entre os blocos especifica o fluxo das entidades presentes. No software, além de ser possível a visualização gráfica do sistema, os dados de entrada/saída do modelo podem ser especificados sem o domínio da linguagem SIMAN.

Existem outros softwares e linguagens dedicados à simulação. Lobão (1999) cita alguns deles, apresentando a evolução dos sistemas de simulação de acordo com o desenvolvimento tecnológico. O autor associa essa evolução com o aumento do poder de análise dos sistemas tratados dessa forma, propiciando redução nos custos de desenvolvimento.

Observamos que com o uso de simulação, é possível prever situações sem a necessidade de implementação prática. No entanto, cada modificação no modelo de simulação implica em

um novo cenário. Para o problema de escolha de portfólio de investimentos, que é o escopo desse trabalho, o número de cenários pode chegar a ordem de milhões. Sendo assim, é praticamente impossível avaliar por simulação todas as possibilidades. Fundamentado nessa questão, uma abordagem de otimização para simulação é apresentada na próxima seção.

2.3 Otimização para simulação

A operação de uma mina é complexa, com a interação de diversas variáveis e agentes. Para uma boa compreensão deste tipo de problema, podemos optar por simulações. De acordo com Banks (2000), simulação é a imitação de operações de processos do mundo real, envolvendo a geração de uma história artificial do sistema. Sendo assim, por meio da simulação é possível estimar resultados e tomar melhores decisões.

Quando um modelo de simulação está associado a um problema de decisão, podemos associar as variáveis de controle a um problema de otimização, buscando assim as soluções mais adequadas. De acordo com Fu (2002), otimização para simulação é usada quando a função objetivo e/ou as restrições do problema só podem ser avaliadas via simulação.

Devido a complexidade e custo computacionais das simulações, combinar simulação com otimização é um grande desafio. Apesar de existir diversos estudos relacionados, otimização para simulação é um campo ainda pouco explorado, em relação à quantidade de problemas práticos existentes dessa natureza.

Dentro do contexto de simulação, Peixoto e Pinto (2006) apresentam uma contribuição para o processo de tomada de decisão para quantificação de estoques em uma empresa de trelição de arames. Nesse trabalho foi desenvolvido um modelo matemático para auxiliar as políticas de aquisição e manutenção de estoques dos itens envolvidos. Segundo Peixoto e Pinto (2006), "simulação não otimiza a solução do problema, mas permite escolher a melhor opção dentre as alternativas avaliadas". Assim, um método simulação com otimização é extremamente útil para solução de sistemas complexos com natureza estocástica.

2.3.1 Metodologia por superfície de resposta

De acordo com Bas e Boyaci (2005), metodologia por superfície de resposta (*Response Surface Methodology* - RSM) consiste em uma coleção de técnicas matemáticas e estatísticas

que pode ser usada para definir relações entre resposta (resultado da variável resposta) e as variáveis independentes de um dado problema. Analisando a sensibilidade da variável resposta a mudanças nas variáveis independentes, é gerado um modelo matemático que representa uma aproximação para o problema. A aplicação dessa metodologia é dividida em três etapas, que são: amostragem, modelagem e otimização. Na primeira, é definido um número de ensaios a serem executados e calculado o valor da variável resposta para cada execução. Em seguida, um modelo matemático é construído com base nos ensaios anteriores. Nessa etapa também foram feitos testes de hipóteses para validação do modelo. Para uma análise aprofundada sobre testes de hipóteses consulte (Montgomery e Runger, 2012, Capítulo 9). Por fim, alguma técnica de otimização é aplicada afim de minimizar (ou maximizar) a superfície de resposta aproximada definida nas etapas anteriores.

Existem diversas aplicações no ramo de otimização para simulação que utilizam funções aproximadas. Em Apspoel *et al.* (2000) é apresentada uma estratégia de otimização baseada em aproximação linear. Nessa estratégia, subproblemas são construídos a partir de resultados de experimentos, e é gerado superfícies de resposta. Cada superfície consiste em uma aproximação linear determinística do problema estocástico original. Uma combinação entre projeto de experimentos, superfícies de resposta e técnicas de otimização é utilizada por Díaz e Pérez (2000) para solucionar um problema de colheita de cana de açúcar em Cuba.

Devido à quantidade de variáveis e a natureza combinatória do problema de escolha de portfólio de investimentos apresentado nesse trabalho, RSM pode não ser adequado para sua solução. Bas e Boyaci (2005) apresentam um estudo que busca identificar quais são as limitações de usabilidade dessa técnica. Assim, concluímos que um modelo matemático gerado a partir dessa estratégia, não retratará fielmente, ou com um nível de tolerância mínimo, uma aproximação para o problema.

2.3.2 *Breadth process e depth process - Largura vs Profundidade*

Em Lin e Lee (2006) é apresentado um método para alocar dinamicamente o recurso computacional entre ampliar o espaço de soluções a serem avaliadas e melhorar a *precisão* das soluções já avaliadas. Tais autores formulam um problema de otimização generalizado e comprovam a eficiência do método.

Lin e Lee (2006) definem *breadth process* como a busca do algoritmo de otimização. Podendo este ser um algoritmo genético, amostragem randômica, ou alguma outra estratégia

de otimização. Já *depth process* é relacionado a melhorar a probabilidade de selecionar, de fato, a melhor solução dentre aquelas já avaliadas.

2.3.2.1 Restrição de recurso computacional

Suponhamos um recurso computacional limitado T , onde T é a quantidade de observações possíveis em um modelo de simulação. Cada replicação para um determinado θ equivale a uma observação. Definido $S \equiv \{\theta_1, \dots, \theta_M\} \subseteq \Theta$ como o conjunto de cenários amostrado e N_i como o número de replicações feitas em cada cenário θ_i , temos na equação (2.8) a restrição de custo computacional:

$$\sum_{i=1}^M N_i \equiv t \leq T. \quad (2.8)$$

2.3.2.2 Convergência e competitividade

A ideia central do método proposto por Lin e Lee (2006) é, em cada iteração do algoritmo, alocar uma fração do recurso computacional disponível no processo (*breadth* ou *depth*) que tenha um maior ganho marginal. Ou seja, estimando esse ganho, qual processo, em uma determinada iteração, contribui melhor com o aumento de $P(\theta' \in G)$? Essa que é uma expressão que simboliza a probabilidade de selecionar uma solução boa o suficiente dentro de todo espaço de soluções G . θ' é a melhor solução encontrada pelo algoritmo até o momento.

A equação (2.9) refere-se à verdadeira melhor solução dentre aquelas avaliadas, simbolizada por θ^* , logo

$$\theta^* = \arg \min \{J(\theta) \mid \theta \in S\}, \quad (2.9)$$

já em (2.10), temos uma equação deduzida que representa a probabilidade citada:

$$\begin{aligned}
P(\theta' \in G) &= P(\theta' = \theta^*)P(\theta' \in G \mid \theta' = \theta^*) \\
&\quad + P(\theta' \neq \theta^*)P(\theta' \in G \mid \theta' \neq \theta^*) \\
&\geq P(\theta' = \theta^*)P(\theta' \in G \mid \theta' = \theta^*) \\
&= P(\theta' = \theta^*)P(\theta^* \in G),
\end{aligned} \tag{2.10}$$

na qual $P(\theta' = \theta^*)$ pode ser utilizado como indicador de melhoria para *depth process*. Enquanto $P(\theta^* \in G)$ para *breadth process*, pois indica a probabilidade da melhor solução já avaliada ser a melhor no espaço de busca G .

Uma vez que em *depth process* busca garantir que $P(\theta' = \theta^*)$ seja alta, na equação (2.10), o termo $P(\theta' \neq \theta^*)P(\theta' \in G \mid \theta' \neq \theta^*)$ pode ser ignorado.

Definido $P^t(\theta' = \theta^*)$ como uma estimativa de $P(\theta' = \theta^*)$ na iteração corrente e $P^t(\theta^* \in G)$ como uma estimativa de $P(\theta^* \in G)$ na mesma iteração, temos $P^{t+\Delta}(\theta' = \theta^*)$ como uma estimativa de $P(\theta' = \theta^*)$ quando o esforço computacional Δ é alocado no *depth process* e $P^{t+\Delta}(\theta^* \in G)$ como estimativa de $P(\theta^* \in G)$ quando o mesmo esforço é alocado no *breadth process*. Assim, é possível estimar o ganho marginal de cada um dos dois processos de acordo com as equações (2.11) e (2.12).

$$r_{depth} \equiv \frac{P^{t+\Delta}(\theta' = \theta^*)}{P^t(\theta' = \theta^*)} \tag{2.11}$$

$$r_{breadth} \equiv \frac{P^{t+\Delta}(\theta^* \in G)}{P^t(\theta^* \in G)} \tag{2.12}$$

Obtendo o valor de r_{depth} e $r_{breadth}$ em cada iteração, é possível dinamicamente onde alocar uma fatia (Δ) do recurso computacional T disponível.

Essa proposta é uma abordagem sistemática para equilibrar os processos *deph* e *breadth*, de acordo com os proponentes, pode ser facilmente aplicada a diversos problemas reais. No entanto, o desafio é a forma de cálculo de quanto cada um dos processos contribuem para a solução ótima em cada uma das iterações. Outro aspecto desfavorável para o uso dessa técnica é o fato de que apenas os ganhos marginais associados aos processos são levados em consideração. Contudo, uma abordagem mais sofisticada que utilize outras informações pode ser útil para a solução do problema tratado nesse trabalho.

2.3.3 Softwares de simulação associados com otimização

A maioria dos softwares de simulação comerciais, estão associados com algum outro software de otimização. Contudo, estes softwares utilizam meta-heurísticas ou heurísticas que, apesar de eficientes em diversos casos, foram modeladas para serem genéricas e aplicáveis em diversos contextos, não explorando peculiaridades dos problemas e logo, tendem a ser menos eficientes. Fu (2002) sumariza os pacotes de otimização utilizados pelos mais conhecidos softwares comerciais de simulação, bem como as estratégias de busca utilizadas. De acordo com Fu (2002), algoritmos que se aplicam de um modo muito geral, muitas vezes tem uma convergência lenta na prática. Vamanan *et al.* (2004) demonstram um mecanismo de integração entre dois softwares comuns, Arena e CPLEX. O primeiro para simulação de eventos discretos e o segundo consiste em uma ferramenta de otimização. Os autores ilustram essa integração através da análise de um problema na área inventario/logística. Contudo, no trabalho em questão o método de otimização é uma etapa da simulação, ocorrendo dinamicamente durante o processo. Diferente do problema apresentado nesse trabalho, em que cada rodada de simulação representa uma etapa do método computacional de otimização.

2.4 Mineração a céu aberto

Mineração a céu aberto é uma operação de mina em superfície pelos quais o minério, ou resíduo, é escavado a partir da superfície da terra. No processo, um poço cada vez mais profundo é formado até que se encerre a operação de mina. Para Amankwah (2011), diversas operações industriais de mineração são altamente complexas, no que diz respeito a aspectos tecnológicos e de planejamento. Além disso, operações de mineração são tipicamente de capital intensivo e de longo prazo, sujeitas a incertezas quanto à eficácia dos processos que compõem o sistema.

O tempo de ciclo dos caminhões, a quantidade de carga transportada, a confiabilidade e disponibilidade dos ativos, a eficiência das unidades de manutenção, são alguns dos fatores operacionais que precedem as incertezas que existem no sistema. Esses e outros fatores incertos influenciam diretamente na produção de uma mina. Devido a essa natureza incerta qualquer decisão, seja uma investimento em um determinado setor, pode não gerar o retorno esperado. Sendo assim, é importante um planejamento adequado que foque na redução dos desvios nos planos ideais, além da correção de gargalos e uso eficiente dos recursos presentes no sistema.

A fase de planejamento de mineração é muito importante em qualquer tipo de mina, porque busca redução de custos associados às operações, satisfazendo os planos de produção e atendendo os requisitos de qualidade. Para Torkamani e Askari-Nasab (2012), o manuseio de materiais e o sistema de transporte são alguns dos principais contribuintes para tais custos. De acordo com Subtil *et al.* (2011), a eficiência da frota de transporte depende do seu tamanho e das distâncias percorridas entre os postos de carga e descarga da mina. Uma quantidade insuficiente de caminhões pode resultar em períodos improdutivos. Já muitos caminhões podem aumentar o comprimento das filas de espera para uso de outros recursos como: pás carregadeiras, unidades de manutenção e abastecimento, etc. Na sequência, serão descritos alguns trabalhos voltados para mineração de forma geral, além de outros focados na eficiência entre caminhão e carregadeira, dois ativos altamente relevantes em um processo de mineração a céu aberto.

2.4.1 Pesquisa Operacional em Mineração

Para Costa *et al.* (2005), a aplicação de métodos de pesquisa operacional na resolução de produção em mineração é de grande importância. Dada essa condição, os autores desenvolvem um modelo de programação linear por metas aplicado ao planejamento de produção em mineração. Nesse modelo, o objetivo é determinar o ritmo de lavra em cada frente de carga, considerando a alocação de equipamentos (carga e transporte) envolvidos no sistema, que atenda as metas de qualidade e produção, respeitando as limitações de capacidade desses equipamentos. Costa *et al.* (2005) adotam um sistema de alocação estática de caminhões, em que para cada caminhão é definido uma rota permanente de deslocamento. Os autores validam o modelo aplicando em uma instância teste disponível na literatura com algumas adaptações relacionadas a metas de produção a qualidade. Apesar do presente trabalho não está relacionado a otimização do planejamento de lavra, diversos dados presentes na modelagem proposta por Costa *et al.* (2005) contribuíram para uma melhor compreensão do processo de mineração como um todo.

Pourrahimian e Askari-Nasab (2012), apresentam formulações de programação linear inteira mista e as aplica em um framework para escalonamento de produção para operações de espeleologia. O escalonamento visa maximizar o valor presente líquido (VPL) em operações de mineração. Segundo Ramazan e Dimitrakopoulos (2007), a programação inteira estocástica é um tipo de ferramenta que pode gerar o melhor resultado para um conjunto definido de objetivos sob incerteza. Tais autores formulam um modelo para programação de produção de mina

a céu aberto, considerando um determinado grau de incerteza existente no problema. Os objetivos considerados são: maximizar o VPL (Valor Presente Líquido) e minimizar a demanda reprimida por minério processado. Amankwah (2011) apresenta sugestões para o uso da relaxação dual Lagrangiana como técnica para escalonamento de produção em mina a céu aberto, onde o problema consiste em decidir quando a mina gera potenciais lucros.

2.4.2 Sistema caminhão-carregadeira

Um objetivo fundamental de qualquer projeto voltado para mineração é maximizar a extração de minério com menor custo possível. No nível de planejamento, o objetivo é alcançar um escalonamento que maximize o VPL (Valor Presente Líquido). No nível operacional, o objetivo é garantir o uso efetivo dos ativos presentes no sistema. Torkamani e Askari-Nasab (2012) ressaltam que equipamentos de mineração são um dos investimentos capitais mais altos em uma mina. Considerando esse aspecto, Torkamani e Askari-Nasab (2012) apresentam uma metodologia para o desenvolvimento e implementação de um modelo de simulação para analisar o sistema de transporte em mineração a céu aberto. Segundo Torkamani e Askari-Nasab (2012), "um sistema eficiente de caminhão-carregadeira gera redução no reboque, custos operacionais e de manutenção". Logo, essa análise é extremamente importante para a utilização desses recursos (caminhões e carregadeiras) da melhor forma possível, contribuindo para melhora de indicadores relacionados à produção.

Na metodologia desenvolvida por Torkamani e Askari-Nasab (2012), foi utilizado o software ARENA para simular um modelo de transporte e escavação em uma mina de ferro a céu aberto. Nesse modelo, cada cenário de simulação é uma combinação entre quantidade de caminhões e quantidade de carregadeiras. O objetivo foi encontrar um cenário que maximize o VPL com menor custo operacional possível. Ou seja, encontrar uma solução que atenda os objetivos nos níveis de planejamento e operacional. Em consequência do esforço computacional necessário para obter solução por meio de simulação, pode não ser possível simular todos os cenários. Sendo assim, a estratégia feita por Torkamani e Askari-Nasab (2012) considera a escolha de um cenário a ser avaliado com base em indicadores de utilidade. Definindo e simulando um cenário inicial, são analisadas as taxas de utilização dos recursos caminhão e carregadeira, além da produção de minério obtida. O próximo cenário a ser avaliado é definido em função dessas taxas. Se a taxa de utilização de caminhões está alta, é adicionado uma unidade a esse recurso. O mesmo ocorre para a quantidade de carregadeiras. Seguindo essa evolução, é possível obter uma situação em que não é interessante adicionar mais recursos, pois

essa ação não resultaria em aumento de produção de minério. A eficiência dessa metodologia é justificada pela limitação da mina. Uma vez que esses recursos compartilham outros que compõem o sistema mineração, tais como: vias, serviços de manutenção, unidades de estocagem, entre outros.

Subtil *et al.* (2011) propõem uma estratégia multiestágio para despacho dinâmico de caminhões em um ambiente de mineração a céu aberto. O trabalho é dividido em dois estágios. O primeiro consiste em encontrar a capacidade máxima da mina, definindo o tamanho da frota de caminhões que maximize a produção em um cenário corrente de mineração a céu aberto, atendendo restrições específicas. No segundo estágio, os autores buscam encontrar o melhor escalonamento para despacho de caminhões. Um modelo de programação linear foi elaborado, considerando restrições operacionais do cenário de mineração em questão para solucionar o primeiro estágio. Esse modelo foi solucionado utilizando o algoritmo simplex com técnica *Branch and Bound*. Com uma heurística para despacho dinâmico de caminhões que usa simulação discreta e técnicas de otimização multiobjetivo, os autores atendem a finalidade presente no segundo estágio.

Assim como no trabalho apresentado por Torkamani e Askari-Nasab (2012), a ideia principal do modelo proposto por Subtil *et al.* (2011) é maximizar a produção utilizando os recursos envolvidos da melhor forma possível. O modelo é validado quando aplicado a um sistema de mineração real. Embora não seja possível afirmar que o resultado encontrado é um ótimo global, foi obtido um ganho significativo em função da quantidade de minério transportado quando comparado a situação atual do sistema de mineração em questão. Assim, os autores ressaltam a importância do uso de métodos de otimização como ferramenta para despacho de caminhões em um ambiente de mineração a céu aberto.

Outra estratégia para alocação de caminhões é apresentada em Ercelebi e Bascetin (2009). Nesse trabalho os autores empregam técnicas relacionadas a teoria de filas. De acordo com Torkamani e Askari-Nasab (2012), a primeira aplicação de teoria de filas no contexto de mineração foi feita por Koenigsberg (1958). Posterior a esse trabalho, algumas aplicações dessa técnica são encontradas na literatura para solucionar problemas de carga e transporte em sistemas de mineração. Na estratégia apresentada por Ercelebi e Bascetin (2009), os autores dividem uma fila típica cíclica, relacionada a um sistema de transporte em mina nas quatro etapas descritas na sequência:

1. carregadeira (carregamento de caminhões);
2. transporte cheio;

3. descarregamento;
4. transporte vazio.

Basicamente, cada caminhão se dirige para a praça de carga, conseqüentemente para uma carregadeira e aguarda o processo de carregamento ser concluído. Na seqüência, desloca-se para o setor de descarga e despeja o minério em um britador. A figura 2.1 ilustra sucintamente esse ciclo.

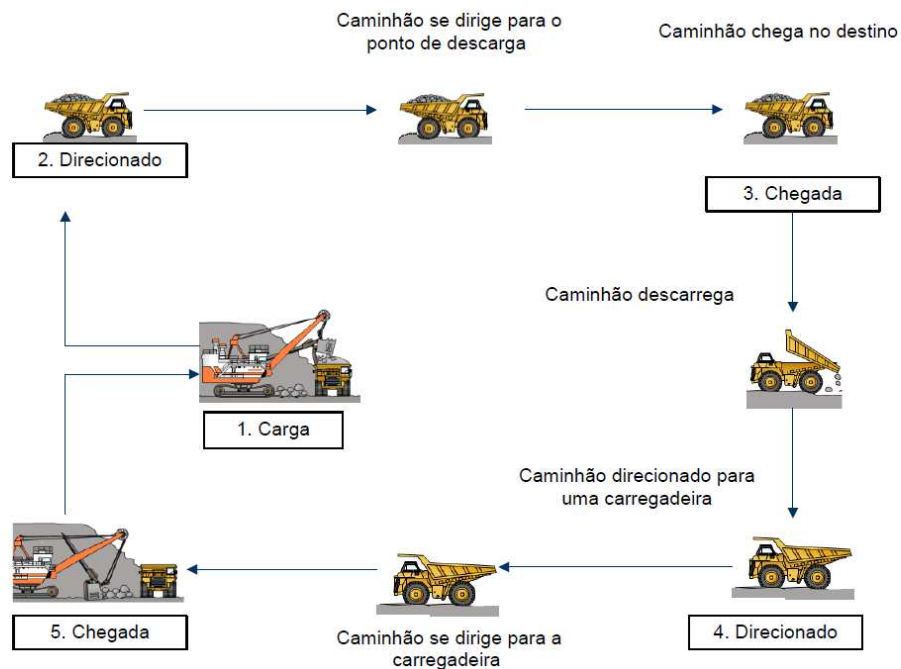


Figura 2.1 Ciclo de carga e transporte Quevedo (2009)

Ercelebi e Bascetin (2009) descrevem genericamente a equação 2.13 para o cálculo do tempo de ciclo médio t_{ciclo} .

$$t_{ciclo} = t_c + t_d + t_{filac} + t_{filad} + t_{tc} + t_{tv} \quad (2.13)$$

Na equação 2.13, t_c é o tempo de carregamento e t_d equivale ao tempo de despejo. Os tempos nas filas para carregamento e despejo são representados por t_{filac} e t_{filad} , respectivamente. t_{tc} é o tempo de transporte carregado e t_{tv} p tempo de transporte vazio.

Em um sistema de mineração, o uso de estratégias baseadas em teoria de filas pode

oferecer diversas vantagens. Porém, a maioria dos sistemas de mineração abrandam um sistema de alta complexidade. Durante o ciclo, cada caminhão pode ser desviado para outros processos, tais como: manutenção, abastecimento, troca de turno e etc. Um caminhão também pode ficar ocioso devido a falta de operador ou outros motivos operacionais. A equação 2.13 pode não representar fielmente o tempo médio no ciclo de carga e descarga de uma mina real. No entanto, podemos observar o quanto e como uma etapa pode influenciar nas outras que compõem o ciclo. Também é possível constatar que a simples agilização do processo de carregamento, pode não resultar em um ganho efetivo, sem uma melhora no processo de descarga. A recíproca também é verdadeira. Uma iniciativa que melhore o processo de manutenção, preventiva ou corretiva, irá melhorar o indicador DF (Disponibilidade Física) de cada caminhão, contudo, não podemos deduzir, implicitamente, que essa iniciativa traga algum benefício para o sistema. Acelerar o processo de abastecimento impacta na UF (Utilização Física), pois os caminhões envolvidos serão utilizados por mais tempo no ciclo de carga e transporte. Porém, o tempo de espera em algum outro processo pode aumentar. Esses e outros fatores exigem uma análise criteriosa quanto à escolha do portfólio de projetos a ser aplicado.

2.5 Escolha de portfólio de investimentos

A escolha de portfólio de investimentos é uma etapa de extrema importância para uma organização. No entanto, uma gerência de portfólio eficiente depende do grau de maturidade da organização e de seus processos. Para Costa (2011), saber a maturidade de uma organização é fundamental para determinar quais são suas capacidades e definir os métodos corretos para avaliar, selecionar, priorizar e balancear os projetos que farão parte do seu portfólio, além de focar nos objetivos e metas definidos no planejamento estratégico.

Devido a existência de diversos fatores que influenciam na decisão, a escolha de um portfólio de investimentos é considerada por diversas organizações um processo crítico. Dentre esses fatores, destacamos a natureza incerta que propicia um certo risco para portfólio e a inter-relação entre os projetos. O primeiro fator está relacionado ao sucesso ou não do portfólio escolhido. Ou seja, existindo aversão ao risco, deve-se levar em consideração a chance do retorno esperado não ser atingido. O segundo fator refere-se às dependências entre projetos que podem existir. Em um problema de escolha de portfólio de investimentos, no caso mais simples, deve-se determinar se um investimento único será ou não realizado. Contudo, em problemas de maiores dimensões é necessário considerar como um projeto pode influenciar em

outro. Segundo Costa (2011), alguns trabalhos encontrados na literatura destacam que a inter-relação entre projetos constituiu-se o mais crítico de todos os fatores envolvidos no processo de escolha de portfólio. Duas razões para essa criticidade são: a impossibilidade de mapear todas as relações entre projetos e a dificuldade para quantificar estas relações. Sendo assim, encontrar o melhor portfólio entre todas as possibilidades pode não ser possível.

No contexto de gerência de portfólio de projetos não existe uma maneira simples que responda à pergunta de que projetos selecionar para compor o portfólio de uma organização. O que é necessário é um conjunto coerente e eficiente de ferramentas que possa ser usado pela gerência para ajudá-la a avaliar os desafios e riscos, possibilite a visualização de diversas perspectivas, oriente a seleção dos projetos que são complementares e que devem formar o portfólio de maneira lógica e não apenas como uma coleção de projetos independentes que consumam recursos (DYE E PENNYPACKER, 2003) citado por Costa (2011).

Dada a dificuldade inerentes ao problema de escolha de portfólio de investimentos, diversos métodos foram desenvolvidos. Souza (2010) sintetiza alguns desses métodos, além de apresentar um modelo prático que faz o uso de métodos tradicionais de análise de investimentos e incorpora atributos qualitativos da análise por meio de um método de dissecação multicritério denominado *Non-Traditional Capital Investment Criteria*. No método, o autor opta pelo uso de programação linear aliada a métodos de análise multicritério para escolha do portfólio. Considerando atributos como: valor econômico dos projetos, possíveis impactos ambientais e sociais, o método é validado em uma organização com ampla lista de projetos.

Para Lopes e Costa (2007), “ o apoio multicritério a decisão consiste em um conjunto de métodos e técnicas para auxiliar pessoas e organizações a tomarem decisões, sob influência de uma multiplicidade de critérios ”. Em circunstância, os autores apresentam um modelo de decisão baseado em uma combinação entre um método multicritério e programação inteira. Ainda, aplicam o método em um problema de priorização de investimento em TI (Tecnologia da Informação). Nesse contexto, Lacerda *et al.* (2010) apresentam uma aplicação da metodologia multicritério de apoio à decisão construtiva na construção de um modelo para auxiliar na tomada de decisões em gerenciamento de portfólio. Esse trabalho tem como objetivo geral propor uma metodologia que possibilite identificar, mensurar e integrar as dimensões julgadas pelo decisor como necessárias e suficientes para avaliar os projetos, permitindo a criação e ordenação das possibilidades.

Cadenas *et al.* (2012) propõem um modelo *fuzzy* para problemas de seleção de portfólio,

levando em conta as incertezas das preferências do investidor em relação ao risco assumido. No modelo são consideradas uma metodologia exata para problemas menores e uma heurística híbrida para problemas de médio e grande porte. A proposta desses autores é prever uma carteira eficiente, de acordo com a teoria de Markowitz (ver 2.5.1), apresentando um *trade-off* entre risco e retorno esperado que se adeque as preferencias do investidor. No trabalho Huang (2012), é apresentado um novo tipo de variável para refletir estimativas subjetivas de retorno esperado. Um índice de risco é associado a cada portfólio, sem a necessidade de dados históricos. Na ocasião, o risco é definido com base em estimativas de especialistas. Também baseado na teoria de Markowitz, Costa (2011) apresenta uma proposta para apoiar a seleção de portfólios de projetos de software em uma empresa desse setor. Nesse trabalho uma ferramenta foi desenvolvida para auxiliar o uso da abordagem apresentada e foram realizados estudos experimentais para estabelecer um paralelo com técnicas utilizadas na empresa em questão.

Santos (2013) apresenta uma metodologia para gerenciamento de riscos para análise de portfólio de compra e venda de energia. Combinando técnicas de otimização multiobjetivo e conceitos ligados a risco no setor em questão, o autor propõe uma métrica para mensuração do risco de perda em uma empresa geradora de energia elétrica. Foi feita uma adaptação do método determinístico elipsoidal para otimização multiobjetivo, onde os objetivos são maximizar o retorno e minimizar o risco.

2.5.1 Moderna teoria do portfólio

A moderna teoria do portfólio (MTP) teve origem em 1952, data em que Harry Markowitz publicou o trabalho Markowitz (1952). O objetivo central nessa teoria é definir, diante de um conjunto limitado de opções, que ativos devem fazer parte do portfólio que maximize o retorno esperado, para um certo nível de risco. Analisando o objetivo por outra vertente, o foco é minimizar o risco para um determinado retorno esperado. A definição de risco na MTP é dada pela variância (σ^2) do retorno esperado para cada ativo. Utilizando algumas das técnicas descritas em 2.2 é possível realizar uma avaliação da variabilidade em torno desse retorno. No entanto, a variância é associada à simetria das distribuições. Em geral, na prática essas distribuições não são simétricas. Além disso, essa medida de variabilidade considera ganhos acima e abaixo da média, não representando exatamente o risco associado ao retorno esperado. Diversas críticas as métricas utilizadas na MTP são encontradas na literatura, principalmente quando estão relacionadas à simetria das distribuições. Tendo em vista essas críticas, Araujo e Ávila Montini (2011) sintetiza e compara abordagens para escolha de portfólio que

associam ao risco diferentes métricas. Além da MTP, que é fundamentada na média e na variância, são apresentadas nesse trabalho modelos que permitem inferir o risco a partir da avaliação de distribuições assimétricas dos retornos, focando apenas em um dos lados da distribuição.

Outro conceito importante na MTP é a ponderação do recurso. Para cada ativo é determinado uma proporção do capital investido, de acordo com os interesses do investidor. No entanto, em portfólio de projetos esse conceito não é relevante. Visto que, os recursos são alocados nos projetos em conformidade com seus respectivos custos. A decisão fundamenta-se em escolher quais projetos irão compor o portfólio.

De acordo com Costa (2011), uma das questões mais importantes na proposição da MTP é a possibilidade de se calcular o risco total de um portfólio a partir dos riscos associados a cada ativo presente. Markowitz (1952) define o risco de um portfólio σ_{RP}^2 de acordo com a equação(2.14):

$$\sigma_{RP}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j, \quad (2.14)$$

na qual n é o número de ativos; λ_i equivale a proporção do investimento no ativo i ; σ_i^2 é a variância (risco segundo a MTP) correspondente ao ativo i ; a correlação entre os ativos i e j é representada por $\rho_{i,j}$; σ_i e σ_j são, respectivamente, os desvios padrões do ativos i e j .

Podemos observar que o risco de um portfólio, segundo a MTP, não é dado exclusivamente pelo risco associado a cada ativo. A proporção do investimento em cada ativo e a inter-relação entre eles também influenciam no resultado. De acordo com o que foi apresentado, em um portfólio de projetos não existe ponderação. Logo, o valor de λ para cada projeto é 0 (zero) ou o custo do próprio projeto. A inter-relação entre ativos pode ser definida, conforme visto na literatura, como uma medida de intensidade e direção do relacionamento entre eles. Um valor no intervalo $[-1, 1]$ representa a correlação entre dois projetos. Valores negativos indicam que os projetos se movem em direções opostas, enquanto que valores positivos sinalizam o contrário. O escalar correspondente representa a intensidade da correlação. Uma correlação com valor 0 zero, caracteriza os projetos como independentes. Técnicas de correlação utilizadas em diversas aplicações são encontrada em Härdle e Simar (2003) e Johnson e Wichern (2002).

De acordo com Markowitz (1952), o retorno esperado do portfólio ($E[J(\theta_P)]$) é calculado por meio da equação (2.15).

$$E[J(\theta_P)] = \sum_{i=1}^n \lambda_i E[J(\theta_i)], \quad (2.15)$$

na qual $E[J(\theta_i)]$ é o retorno esperado associado ao ativo i .

Em um problema de escolha de portfólio de projetos, $E[J(\theta_P)]$ se resume a soma dos retornos esperados de cada ativo selecionado para compor o portfólio. No entanto, esse argumento só é verdadeiro em situações em que não existe inter-relação entre projetos.

Na MTP é utilizada a ideia de fronteira eficiente. Sabe-se que essa ideia foi originada no conceito de Dominância de Pareto. Sendo \mathbf{V} um vetor correspondente a uma tupla de valores relacionados aos objetivos, dizemos que \mathbf{V} Pareto domina \mathbf{V}' se não for pior em nenhum dos objetivos e melhor em ao menos um deles. Ou seja, em no mínimo um dos objetivos a desigualdade entre eles é atendida de forma estrita. Um conjunto Pareto ótimo, é formado por todas as soluções não dominadas. A imagem desse conjunto é denominada fronteira Pareto ótima. Para uma melhor compreensão sobre o conceito de dominância, é recomendado Collette e Siarry (2003). Em termos práticos, tendo como objetivo maximizar o retorno esperado e minimizar o risco associado, qualquer solução \mathbf{V}' que seja melhor em pelo menos um dos dois objetivos é não dominada, e conseqüentemente, pertence fronteira eficiente.

Para Markowitz (1952), escolher portfólios na fronteira eficiente seria uma decisão racional. Uma vez que, para um determinado retorno esperado, existirá apenas um portfólio com risco mínimo. Ou, para um estipulado nível de risco, haverá um único portfólio que maximize o retorno esperado (Costa, 2011). Muitos estudos relacionados seguem os conceitos apresentados por Markowitz. No entanto, a aplicação de sua teoria gera um conjunto de soluções. Sendo necessário o uso de métodos de decisão para definir de fato o melhor portfólio. Conceitos sobre diversos desses métodos são encontrados em Collette e Siarry (2003).

2.5.2 Complexidade na escolha do portfólio

Como na MTP o risco é baseado na variância, é necessário a obtenção de dados históricos. Logo, em problemas onde não é possível obter esses dados, é praticamente inviável a aplicação dessa teoria. Vimos que Huang (2012) utiliza uma medida de risco baseada em estimativas de especialistas. Contudo, esse método não é aplicável em diversos problemas. Pois, pode não ser possível obter estimativas confiáveis. Observamos que escolher um portfólio não consiste apenas em identificar a melhor relação retorno x risco. É necessário ainda, considerar

a inter-relação entre os diferentes ativos que compõem a carteira de decisão. Vimos também que mensurar todas as relações entre ativos pode ser uma tarefa árdua em problemas de grande dimensão. Outra questão é o próprio conceito de fronteira eficiente, onde o resultado é um conjunto de soluções.

Em razão destas circunstâncias, a escolha de um portfólio não é uma tarefa simples. Souza (2008) expõe que quando se trata da definição de portfólio de investimentos, pouco ainda tem sido aplicado na prática e discutido na teoria quanto à possibilidade de interação de diferentes métodos na busca de um conjunto de projetos que permitam a otimização dos recursos. Outros fatores que contribuem para a complexidade do problema são descritas por Costa (2011), tais como: a especificação de parâmetros de decisão é difícil de ser estabelecida pelo decisor, e a avaliação do retorno esperado de uma soma de diversas variáveis pode se transformar em um problema intratável. Ainda, em um problema de escolha de portfólio de projetos, sua complexidade é de natureza exponencial, característica de um problema combinatório.

2.6 Conclusão do capítulo

Neste capítulo foram apresentados conceitos relacionados a otimização combinatória, simulação de sistemas dinâmicos a eventos discretos, otimização para simulação, mineração a céu aberto e portfólio de investimentos. De acordo com as características do problema alvo presente nesse trabalho, bem como os objetivos a serem alcançados, compreendemos que é possível transformá-lo em um modelo de programação clássico KP, caso não exista inter-relação entre projetos. Contudo, pelas características do sistema de mineração a céu aberto, é muito provável que essas relações existam e impactam diretamente no objetivo, que é escolher o portfólio que alcance a maior produção. Observamos que uma forma adequada de obter o retorno esperado de cada cenário é por meio de simulações, porém o esforço computacional necessário impossibilita a quantificação de todas as combinações em problemas maiores.

No contexto de portfólio de projetos, não existe uma maneira simples para selecionar o melhor portfólio, quando é considerado a inter-relação entre projetos. Além disso, existindo aversão ao risco, é necessário considerar as chances dos resultados esperados não serem atingidos. Esse segundo aspecto pode ser tratado pelas estratégias descritas na seção 2.2. Quanto a inter-relação entre projetos, compreendemos que é necessário explorar as características do problema para selecionar e avaliar as inter-relações existentes. Uma vez que não existe uma estratégia clara na literatura para esse propósito, o alvo principal desse trabalho é tratar de forma

coerente tais inter-relações, vinculando com o esforço computacional necessário.

Metodologia proposta

3.1 Metodologia da pesquisa

Nesse trabalho, através do método quantitativo, foram desenvolvidos métodos computacionais de otimização combinatória para encontrar boas soluções em problemas de decisão com natureza estocástica. Adicionalmente, tais métodos foram aplicados em um modelo de simulação que retrata uma frente de lavra de uma mina no estado de Minas Gerais. Segundo Marconi e Lakatos (2006), a investigação quantitativa caracteriza-se pela atuação nos níveis de realidade e apresenta como objetivos a identificação e apresentação de dados, indicadores e tendências observáveis. Um conceito bastante pertinente de método quantitativo é apresentado por Richardson et al.(1999) citado por Marconi e Lakatos (2006)

Um método quantitativo, segundo Richardson et al. (1999), caracteriza-se pelo emprego da quantificação tanto nas modalidades de coleta de informações quanto no tratamento delas por meio de técnicas estatísticas, desde as mais simples como percentual, média, desvio padrão, às mais complexas como coeficiente de correlação e etc...(RICHARDSON,1999).

Aplicando um tratamento objetivo, matemático e estatístico, baseado no aspecto quantitativo, foi desenvolvido um método computacional específico para o problema. A sua finalidade é direcionar e limitar os cenários a serem avaliados, buscando uma boa resposta do ponto de vista técnico da otimização. Esse que, por sua vez, considera o tamanho do espaço de soluções do problema e o esforço computacional para avaliação.

O método computacional é baseado nas técnicas estudadas e apresentadas no capítulo 2. Além disso, possui argumentação indutiva. De acordo com Marconi e Lakatos (2006), essa argumentação tem o desígnio de ampliar o alcance do conhecimento sem garantir a certeza do resultado.

Na sequência desse trabalho, são apresentados a formulação do problema, os materiais utilizados e o método computacional proposto.

3.2 Formulação do problema

No atual sistema, o processo de priorização de projetos é gerido através de um software, onde em geral se pede que o proponente da ideia cadastre os objetivos do projeto e os resultados financeiros esperados, representados por indicadores como Valor Presente Líquido (VPL), Taxa Interna de Retorno (TIR), entre outros.

A principal fragilidade desse modelo é que cada projeto é analisado isoladamente e tendo em vista somente o seu impacto em fases isoladas do processo de mineração. Geralmente, o seu resultado esperado é medido em termos de acréscimo de produção e consequente aumento de receita da companhia, premissa que normalmente se mostra falsa, uma vez que aumentar a capacidade em processos que não sejam o gargalo não resultaram em aumento efetivo da produção. Como um exemplo simplificado podemos indicar que a compra de um novo caminhão resulte em um retorno de \$1 milhão. Seguindo a lógica simples do VPL ou TIR concluiríamos que 10 caminhões nos renderiam \$10 milhões. Entretanto, cada caminhão precisa de uma gama de serviços auxiliares, da capacidade da mina, e de outros fatores para se ter o retorno esperado.

A grande questão é: *Onde investir?* ou *Quais projetos devemos priorizar?* Dado a fragilidade do modelo atual, é possível observar a necessidade de um método mais eficiente. O uso exclusivo de técnicas de simulação à eventos discretos (2.2) contribui para análise isolada de cada projeto. Uma vez que o seu emprego possibilita prever situações futuras. Contudo, o esforço computacional característico de simulação, acrescido a possibilidade de existir inter-relações entre projetos, inviabiliza o emprego exclusivo destas técnicas em problemas maiores.

Por exemplo, em uma carteira de projetos de tamanho 11, temos 2.048 combinações possíveis. Agora, suponhamos que essa carteira tenha o dobro de projetos (22). Nesse caso, a quantidade de combinações possíveis chega a ordem de milhões. Outra questão notável do problema é: *Existe inter-relação entre projetos?*. Obviamente, se não existe inter-relação entre projetos, é dispensável avaliar as combinações para escolher o melhor portfólio. Logo, a quantidade de avaliações necessárias é exatamente o número de projetos que compõem a carteira. Também é possível, em um mesmo problema de portfólio, existir projetos que se inter-

relacionam e outros que não. Na ocasião, existem combinações relevantes, que são aquelas entre projetos inter-relacionados.

Tendo esse conhecimento, é possível adequar as avaliações ao número de combinações relevantes, adicionados a quantidade de projetos. Entretanto, cada problema tem suas particularidades. Não é uma tarefa simples identificar aqueles que se inter-relacionam. Além disso, dois ou mais projetos considerados independentes, quando combinados podem influenciar no resultado de outro. Sendo assim, outra questão que demanda por resposta é: *Quais combinações são relevantes?*. O portfólio escolhido deve atender, na maioria dos problemas, uma restrição de orçamento limite. Logo, não é conveniente avaliar combinações que violam essa restrição. As soluções factíveis do problema compõem o espaço de soluções viáveis. Dessa forma, uma questão primordial a ser respondida é: *Qual o tamanho do espaço de soluções viáveis?*

A figura 3.1 ilustra um diagrama que representa em parte as etapas a serem cumpridas, das quais a finalidade é obter uma boa resposta para o alvo do problema.

Um método exaustivo para escolha do portfólio com melhor retorno esperado, consiste em avaliar todo o espaço de soluções viáveis. Em problemas menores esse método pode ser a melhor opção. Desde que, atenda as medidas de confiabilidade presentes na 2.2.3. Na etapa 2, busca-se obter essa resposta. Se o tempo computacional for suficiente para aplicação do método exaustivo (etapa 3), é possível checar todas as possibilidades e escolher o melhor portfólio. Caso contrário é necessário o uso de outra estratégia. Na etapa 4, cada projeto é avaliado isoladamente, afim de obter os seus respectivos retornos esperados. Na sequência (etapa 5), o foco é verificar se existe inter-relação entre projetos. Conforme já mencionado, essa não é uma tarefa simples. A seção 3.4 apresenta uma estratégia que busca responder a questão relacionada a inter-relação entre projetos, solucionando o problema como se todos fossem independentes. Assim, a resposta para o alvo do problema é baseada no custo/benefício isolado de cada projeto (etapa 6). Devido às características da mineração a céu aberto apontadas nesta e na seção 2.4, é muito provável que os projetos estejam inter-relacionados. Nesse caso, uma estratégia para identificar como os projetos se relacionam e quais combinações são relevantes (etapa 7) é apresentada na seção 3.5. Essa seção também tem, como objetivo central, auxiliar na avaliação das combinações relevantes (etapa 8) e possui a finalidade de encontrar uma boa resposta para o problema (etapa 9).

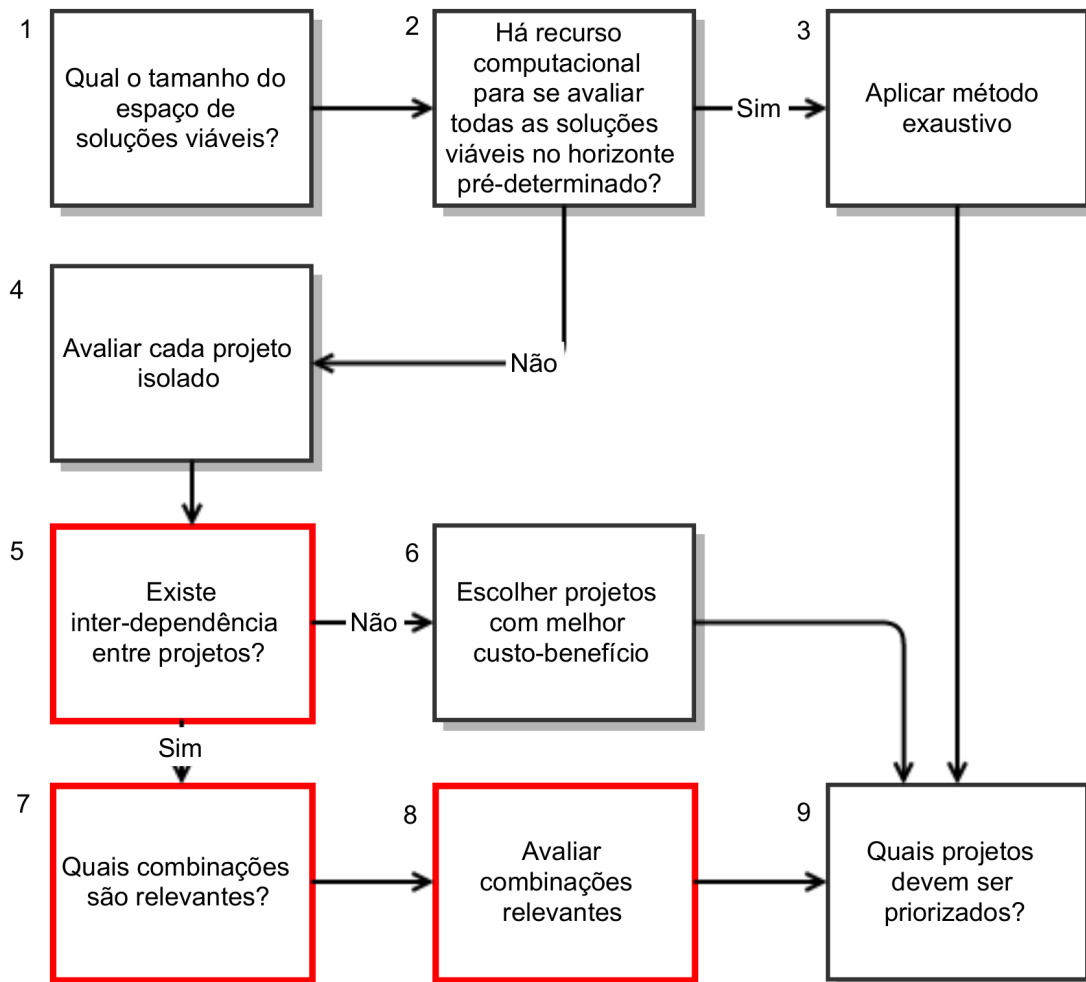


Figura 3.1 Diagrama para formulação do problema

3.3 Materiais e métodos

A operação da mina é um sistema de grande complexidade que envolve incerteza, onde a interação entre os diversos agentes presentes impactam na produção final. Sistemas envolvendo incerteza, são mensurados através da utilização de simulação, via de regra. Segundo Banks (2000), "simulação é uma metodologia indispensável para resolver muitos problemas do mundo real". Para a realização desse trabalho, foi disponibilizado um modelo de uma frente de lavra desenvolvido por meio do software de simulação ARENA. As características do modelo de simulação, bem como as medidas e distribuições de probabilidade utilizadas são inerentes a

uma outra dissertação em desenvolvimento.

De acordo com Vamanan *et al.* (2004), o ARENA é uma interface de simulação computacional gráfica, onde o usuário pode modelar grandes sistemas de forma modular. Essa interface utiliza internamente a ferramenta de simulação SIMAN e gera o código (linguagem de simulação dessa ferramenta) equivalente ao modelo proposto desenvolvido. Para a solução do problema presente nesse trabalho, foi criada uma integração MATLAB-SIMAN, para que a simulação dos cenários seja feita de forma automática e mais rápida, em relação à simulação feita diretamente pelo software ARENA. A figura 3.2 ilustra um diagrama compondo essa integração.

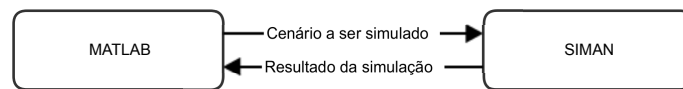


Figura 3.2 Integração MATLAB com SIMAN

O MATLAB é um software de alto desempenho voltado para o cálculo numérico. Nesse trabalho foi utilizado para definir os cenários a serem simulados, utilizando critérios que serão apresentados nas seções seguintes. Para isso, um método computacional foi desenvolvido no software MATLAB. O interfaceamento entre esse software e o código SIMAN é feito por intermédio de planilhas do software Excel. Concluída cada rodada de simulação, o modelo SIMAN retorna parâmetros referentes ao resultado em um determinado horizonte de tempo como: a produção total, outros indicadores relevantes e ainda algumas medidas estatísticas. Esses dados são armazenados dinamicamente nas planilhas citadas e posteriormente tratados no método computacional desenvolvido.

No ambiente MATLAB é possível modelar e solucionar problemas de otimização via softwares externos. Na literatura, existem diversas abordagens relacionadas a otimização que utilizam softwares exatos, sejam eles livres ou comerciais. Meindl e Templ (2012) apresentam uma visão geral desses softwares, estabelecendo comparações de desempenho. Aplicando em instâncias *Benchmark*, os autores obtêm resultados para cada software testado e os compara em relação a quantidade de instâncias solucionadas e tempo de execução. Nos dois fatores citados, o software Gurobi Optimizer¹ obteve melhor desempenho que os demais avaliados. Tendo em vista essa análise, foi escolhido para compor o método computacional desenvolvido e tratar,

¹O Gurobi Optimizer é um solucionador moderno para problemas de programação linear ou não-linear (inteira mista), bem como outros relacionados a otimização matemática. Está disponível em todas as plataformas de computação e acessível a partir de várias linguagens de programação (Gur, 2013).

em parte, o problema descrito na seção 3.2.

3.4 Modelagens baseadas no problema da mochila

O problema da mochila (*knapsack problem*) é um problema clássico de otimização combinatória. De modo figurado, podemos descrever tal problema como encher uma mochila, sem ultrapassar um determinado limite de volume. A decisão consiste em colocar na mochila os produtos que maximizam (problema de maximização) um valor especificado, respeitando a restrição de volume. Nesta seção, propomos duas abordagens baseadas no problema da mochila, uma inteira e outra binária. Cada produto é um projeto a ser escolhido. Sendo que, no caso do problema inteiro, os projetos assim classificados podem ser escolhidos mais de uma vez. A restrição tocante ao problema da mochila é o orçamento disponível para o portfólio de projetos.

Para exemplificar, supomos uma carteira com n projetos supostamente independentes, representados por $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. O conjunto $\{x_1, \dots, x_m\}$ é composto por projetos binário e o conjunto $\{x_{m+1}, \dots, x_n\}$ por projetos inteiros. A constante m simboliza uma constante que distingue o número de variáveis de cada tipo. Conforme visto na modelagem clássica da mochila (2.1), R representa o recurso disponível e g_i e w_i representam, respectivamente, o benefício e o custo de cada projeto. No exemplo em questão, ainda pode existir um custo adicional quando combinado dois projetos. Esse custo é representado por u_{ij} . Pelas características do problema a ser tratado, não existe custos adicionais relacionados a combinações de três ou mais projetos. Sendo assim, custos combinados em ordens superiores 2^a não são considerados nessa modelagem.

O objetivo é escolher o portfólio de projetos que maximize a soma dos ganhos. A seguir são apresentadas duas modelagens para esse propósito, baseadas no modelo clássico da mochila. Sendo uma inteira e outra binária.

3.4.1 Modelagem inteira

A modelagem inteira, retratada em (3.1), possui variáveis binárias e inteiras. O tipo de cada variável é verificado nas restrições (3.3) e (3.4). A restrição inerente ao problema da mochila para representar capacidade, é vista em (3.2). No entanto, devido à característica do

exemplo abordado nessa seção, pode existir um custo adicional, ou até mesmo um desconto, ao combinar dois projetos. A parte quadrática da restrição (3.2) aponta essa condição.

$$\underset{x \in X}{\text{maximizar}} \sum_{i=1}^n x_i g_i \quad (3.1)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i=1}^n w_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n u_{ij} x_i x_j \leq R \quad (3.2)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \forall 1 \leq i \leq m \quad (3.3)$$

$$x_i \in \mathbb{N} \quad \forall m < i \leq n \quad (3.4)$$

Analisando o problema por essa vertente, podemos ver que o melhor portfólio é aquele composto por projetos com melhor custo/benefício respeitando o limite orçamentário. Tendo o ganho esperado de cada projeto é possível solucioná-lo de modo não tão complexo utilizando alguma das abordagens citadas na seção 2.1. Se a quantidade n de projetos não for um valor exorbitante, a solução pode ser obtida por meio de programação dinâmica, conforme apresentado em 2.1.2, ou utilizando outro método exato.

3.4.2 Modelagem binária

Outra abordagem é transformar os projetos inteiros em binários. Nessa situação, cada quantia possível para cada projeto inteiro particular é transformada em um projeto binário. O motivo para essa abordagem é que cada variável inteira pode não representar um crescimento linear do ganho.

Uma modelagem binária para o exemplo de portfólio presente nessa seção é apresentada na equação (3.5).

$$\underset{x \in X}{\text{maximizar}} \sum_{i=1}^m x_i g_i + \sum_{i=m+1}^n \sum_{k=1}^{q_{max_i}} x_{(i,k)} g_{(i,k)} \quad (3.5)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i=1}^m w_i x_i + \sum_{i=m+1}^n \sum_{k=1}^{q_{max_i}} k x_{(i,k)} w_i + Q \leq R \quad (3.6)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \forall 1 \leq i \leq n_b \quad (3.7)$$

Visto que os conjuntos $\{x_1, \dots, x_m\}$ e $\{x_{m+1}, \dots, x_n\}$ são compostos por projetos binários e inteiros, respectivamente, o objetivo de maximizar a soma dos ganhos é representado em duas partes na modelagem binária (3.5). Podemos observar que o somatório que diz respeito aos projetos inteiros está decomposto em projetos binários. k refere-se ao valor atribuído a cada projeto inteiro. Tendo em vista que a única imposição para esse valor é ser inteiro, é necessário limitá-lo a um valor máximo para cada projeto. Em uma situação prática esses valores podem ser calculados com base no orçamento disponível. Nesta modelagem, a constante q_{max_i} corresponde ao valor máximo para o projeto i . A restrição (3.6) indica que a soma dos custos não deve ultrapassar a capacidade máxima (R). Nessa restrição, o auxiliar Q representa a condição quadrática relacionada a possíveis custos adicionais, proveniente da combinação entre 2 projetos. Por fim, a restrição (3.7) indica que todas as variáveis devem ser binárias e a constante n_b indica o novo número projetos.

Uma modelagem definida dessa forma se enquadra nos conceitos de 0-1 KP, e sua solução pode ser obtida utilizando algumas das técnicas combinatórias apresentadas na seção 2.1. A desvantagem desta modelagem para a inteira, é o aumento no número de variáveis para o problema. Por se tratar de um problema combinatório, a quantidade de variáveis influencia no esforço computacional necessário para obter uma solução. Analisando essa desvantagem no âmbito da simulação, o uso da modelagem binária pode ser um agravante, uma vez que o ganho de cada projeto é obtido utilizando essa técnica. Sendo assim, para cada situação é necessário mensurar o tempo disponível para identificar a modelagem mais adequada. Conforme já discutido, grande parte dos modelos de simulação exigem um alto custo computacional. Entendemos que o tamanho do problema depara antes mesmo da complexidade dos problemas combinatórios, com as contenções de tempo de simulação. Por exemplo, um 0-1 KP com 100 mil variáveis pode ser solucionado de forma exata em segundos. No entanto, simular 100 mil cenários pode ser computacionalmente impossível.

3.4.3 Qualidade da solução

Conforme visto na seção 2.5, em uma escolha de portfólio de projetos o ganho total nem sempre é equivalente a soma dos ganhos. Pelos conceitos de mineração a céu aberto apresentados na seção 2.4, é muito provável que uma combinação de projetos investidos nesse setor industrial, gere um retorno esperado diferente daquele composto pela soma dos ganhos individuais de cada projeto.

Buscando responder a questão relacionada a inter-relação entre projetos (diagrama 3.1, etapa 5), a metodologia presente nesse trabalho avalia cada projeto de forma isolada e aplica uma das modelagens apresentadas. Nesse caso, o resultado ótimo $J(x^*)$ é a soma dos ganhos isolados. Sendo que x^* representa o portfólio ótimo escolhido.

Simulando o portfólio x^* encontrado, é possível obter o retorno esperado real $S(x^*)$ dessa combinação. Caso $J(x^*)$ não seja equivalente a $S(x^*)$, podemos concluir que existe interdependência entre os projetos que afetam no objetivo. Apesar da recíproca não ser verdadeira, a equivalência mostra que x^* é uma solução coerente. Mesmo que exista inter-relação entre os projetos selecionados, a combinação não influencia no resultado esperado.

Essa estratégia pode não ser a melhor, pois não é possível garantir o quão boa é a solução encontrada. No entanto, a quantidade de cenários de simulação é pequena comparada ao tamanho do espaço de soluções viáveis. Observamos que a única combinação avaliada por simulação é o resultado x^* encontrado. Na modelagem inteira, o número de cenários simulados é $n + 1$. Enquanto que na binária é $n_b + 1$, já que os projetos inteiros são decompostos em binários.

3.5 Nova modelagem para o problema

Conforme já discutido, do ponto de vista técnico de otimização, o número de soluções tem um crescimento fatorial em função do número de projetos candidatos. Em problemas com uma quantidade significativa de projetos, é praticamente impossível avaliar todas as soluções, devido ao imensurável esforço computacional envolvido. Também vimos que, avaliar os projetos apenas de forma isolada, pode não gerar um bom resultado.

A seleção dos projetos por custo/benefício, só pode ser considerada eficiente se todos os projetos forem independentes. Os conceitos apresentados anteriormente mostram que essa

Id	Setor	Expressão temporal (horas)
1	Praça de carregamento	$T_1 = \max(T_{FPraca} + T_{FCarga}, T_{Carr}) + T_{Carga}$
2	Britador	$T_2 = T_{FBrit} + T_{Manob} + T_{Des}$
3	Unidade de abastecimento	$T_3 = T_{FAbst} + T_{Abst}$
4	Espera por operador	$T_4 = T_{EspOp}$
5	Troca de turno	$T_5 = T_{ParOp} + T_{TT}$
6	Manutenção preventiva	$T_6 = T_{FPrev} + T_{Prev}$
7	Manutenção corretiva	$T_7 = T_{FCor} + T_{Cor}$

Tabela 3.1 Tempo por setor

premissa pode ser falsa. Nessa seção é apresentado um outra modelagem que busca contornar essa questão e tratar o problema de uma forma mais coerente.

3.5.1 Indicadores temporais

Inicialmente, vamos supor que dois ou mais projetos tenham um custo/benefício ruim. Nas modelagens apresentadas na seção 3.4, dificilmente eles seriam contemplados no portfólio ótimo encontrado. Contudo, a combinação entre eles pode gerar bom custo/benefício, quando avaliados de forma conjunta. Olhando desse ponto de vista, na análise do problema é necessário encontrar quais combinações são relevantes, atendendo a etapa 7 do diagrama 3.1.

Nessa análise, o ciclo de carga e transporte é dividido em unidades temporais por setor. Esses setores são: praça de carregamento, britador, unidade de abastecimento, espera por operador, troca de turno e manutenção (preventiva e corretiva). A tabela 3.1 apresenta as expressões equivalentes ao tempo médio gasto em cada um dos setores.

A seguir é apresentado o significado das variáveis que influenciam no tempo médio de cada setor presente na tabela 3.1.

- T_{FPraca} : Tempo médio em fila para entrar na praça de carregamento;
- T_{FCarga} : Tempo médio de espera na fila para carregamento;
- T_{Carr} : Tempo médio de espera por carregadeira;
- T_{Carga} : Tempo médio de carregamento;
- T_{FBrit} : Tempo médio de espera na fila do britador;

- T_{Manob} : Tempo médio de manobra;
- T_{Des} : Tempo médio de descarga;
- T_{FAbst} : Tempo médio de espera na fila para abastecimento;
- T_{Abst} : Tempo médio de abastecimento;
- T_{EspOp} : Tempo médio de espera por falta de operador;
- T_{ParOp} : Tempo médio de espera em caso de parada operacional;
- T_{TT} : Tempo médio gasto na troca de turno;
- T_{FPrev} : Tempo médio de espera na fila para manutenção preventiva;
- T_{Prev} : Tempo médio de manutenção preventiva;
- T_{FCor} : Tempo médio de espera na fila para manutenção corretiva;
- T_{Corr} : Tempo médio de manutenção corretiva.

Conforme citado na seção 2.4, Torkamani e Askari-Nasab (2012) buscam encontrar um equilíbrio entre a quantidade de caminhões e de carregadeiras presentes em um sistema de mineração a céu aberto. Para isso, os autores utilizam como indicadores internos as taxas de utilizações desses recursos, buscando uma combinação ideal. Ercelebi e Bascetin (2009) dividem o ciclo de carga e transporte, também para um sistema de mineração a céu aberto, em subetapas e calculam o tempo de ciclo médio de acordo com a equação (2.13). Baseando nessa duas abordagens distintas, a ideia fundamental da modelagem sugerida nessa seção é combinar projetos que se completam. Essa condição é verificada com base nos indicadores temporais presentes na tabela 3.1.

As expressões presentes nessa tabela devem ser originadas do modelo de simulação, considerando os tempos médios em cada processo. O intuito dessa divisão por setor é analisar, para cada cenário simulado, o tempo médio gasto em cada setor, além da produção média, que é o objetivo central. Como pode não ser viável simular todas as combinações, estes dados temporais são úteis para definir aquelas que valem a pena serem simuladas, definidas nesse trabalho como combinações interessantes. Por exemplo, um projeto que produz uma redução de tempo no processo de britagem e aumente o tempo de espera na praça de carregamento, pode gerar um bom resultado, se combinado com algum outro que propicie uma melhora nesse segundo setor.

Caso o tempo computacional não seja suficiente para avaliar as duas combinações, é necessário escolher algumas entre elas. Uma estratégia de fácil aplicação seria selecioná-las de forma aleatória. No entanto, pela natureza do problema, uma combinação pode ser melhor que outra na condição de inter-dependência. Supomos que um projeto qualquer prejudique um determinado setor e dois outros concedem melhorias nesse mesmo setor, porém em diferentes proporções. Pelas características do ciclo de carga e transporte do problema, é pouco provável que a inter-dependência entre projetos seja maior na combinação que propicie menor diferença nesse indicador. Com base nos conceitos apresentados em Torkamani e Askari-Nasab (2012) e Ercelebi e Bascetin (2009), compreendemos que essa inter-dependência é relativa a contradição entre projetos.

Como a finalidade nessa etapa é identificar e classificar projetos em termos contraditórios que influenciam em diferentes setores, a estratégia adotada atribui um fator de relação para classificá-las em função desses termos. Sendo assim, para cada combinação interessante é atribuído um fator de relação F_{ab} . Na escolha das combinações a serem avaliadas são privilegiadas aquelas com maior fator, caso o tempo computacional em uma determinada iteração não permita avaliar todas elas. A equação (3.8) mostra como F_{ab} é calculado.

$$F_{ab} = \sum_{id \in \psi_{ab}} |T_{ida} - T_{idb}| \quad (3.8)$$

Na equação, ψ_{ab} é um conjunto composto pelos indicadores id que possuem valores divergentes, em relação aos projetos a e b . T_{ida} e T_{idb} são os tempos médios obtidos referentes ao indicador id para os projetos a e b , respectivamente.

O algoritmo 1 representa uma função que identifica as combinações interessantes e calcula o fator de relação para cada uma delas.

Nos parâmetros de entrada do algoritmo 1, \mathbf{X} é um conjunto contendo o identificador de cada projeto e \mathbf{I} uma matriz relacionando cada um deles com os indicadores temporais definidos na tabela 3.1. O algoritmo verifica cada combinação possível, identificando se existem divergências baseadas na estratégia presente nesta seção. Cada divergência é calculada com base nos valores presentes na matriz \mathbf{I} e, uma vez identificada, a combinação é adicionada a matriz \mathbf{L} e o seu fator de relação, calculado por meio da equação (3.8), passa a compor o vetor \mathbf{F} . As variáveis \mathbf{L} e \mathbf{F} são retornadas pela função.

Como exemplo, supomos 3 projetos, P_1 , P_2 e P_3 . A tabela 3.2 apresenta a diferença em percentual dos tempos médios de cada setor por projeto, em relação a situação inicial (sem

```

input : carteira de projetos binários X e Matriz de 2 dimensões (Projeto x
Indicadores temporais) I.
output: Matriz contendo combinações interessantes (L), Vetor F contendo fator de
relação para cada combinação interessante.

 $n_p \leftarrow$  número de projetos contidos em  $X$  ;
 $c \leftarrow 0$  ;
 $\mathbf{F} \leftarrow \emptyset$  ;
 $\mathbf{L} \leftarrow \emptyset$  ;
for  $i \leftarrow 1$  to  $n_p - 1$  do
  for  $j \leftarrow i + 1$  to  $n_p$  do
     $\psi_{i,j} \leftarrow id \forall \mathbf{I}_i$  e  $\mathbf{I}_j$  divergentes;
    ( $\psi_{i,j}$  é calculado com base nos valores presentes em  $I_i$  e  $I_j$ ) ;
    if  $\psi_{i,j} \neq \emptyset$  then
       $c \leftarrow c + 1$  ;
       $F_c \leftarrow$  resultado da equação (3.8) para  $a = i$  e  $b = j$  ;
       $L_{c,1} \leftarrow i$  ;
       $L_{c,2} \leftarrow j$  ;
    end
  end
end

```

Algoritmo 1: EncontrarCombinacoes(**X,I**)

aplicação de projetos).

Diferença por indicador entre aplicar ou não o projeto

Projeto	id 1	id 2	id 3	id 4	id 5	id 6	id 7
P_1	13%	10%	5%	-20%	11%	0	25%
P_2	9%	0	-3%	15%	0	-5%	0
P_3	0	3%	0	0	0	-2%	-32%

Tabela 3.2 Exemplo

Para esse exemplo, $\mathbf{X} = \{P_1, P_2, P_3\}$ e a matriz **I** é composta pelos valores presentes na tabela 3.2.

Comparando os projetos P_1 e P_2 , podemos observar que nos indicadores 3 e 4 existem contrariedades. Enquanto o projeto P_1 reduz o tempo na unidade de abastecimento e aumenta na espera por operador, o projeto P_2 atua de forma contrária. Assim, classificamos a combinação como interessante. A divergência nos tempos médios dos projetos P_1 e P_3 , relacionados ao indicador 7, também categorizam essa combinação como interessante. Não podemos dizer o mesmo em relação a combinação composta pelos projetos P_2 e P_3 , pois nesse caso, não existe

nenhuma divergência. Seguindo a estratégia do método, apenas as combinações P_{12} e P_{13} devem ser avaliadas. Assim, o valor de \mathbf{L} para este exemplo é o valor ilustrado em (3.9).

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

No exemplo, $\psi_{P_1P_2} = \{3,4\}$ e, de acordo com o valor de \mathbf{I} , $F_{P_1P_2}$ equivale a 43%. Já $\psi_{P_1P_3} = \{7\}$, logo, $F_{P_1P_3}$ é 57%. Como não existe indicadores divergentes entre P_2 e P_3 , $\psi_{P_2P_3} = \emptyset$, conseqüentemente, não existe $F_{P_2P_3}$. Logo, $\mathbf{F} = [0.43, 0.57]$. Pelas premissas da estratégia em questão, a combinação P_{13} é privilegiada à P_{12} , pois $F_{P_1P_3} > F_{P_1P_2}$.

3.5.2 Algoritmo proposto

O algoritmo proposto para solução do problema, tem como foco criar uma modelagem, na qual, o conjunto de variáveis de decisão é composto por todos os projetos da carteira e todas as combinações interessantes. O tamanho desse conjunto é limitado ao tempo computacional disponível.

Ainda explorando o exemplo ilustrado na subseção anterior, observamos que existem duas combinações interessantes e que, segundo a estratégia, devem ser avaliadas. No entanto, os resultados esperados provenientes dessas combinações podem gerar outras incógnitas para o problema. Entendemos que a combinação P_{23} não é interessante, mas, e uma combinação entre P_1 , P_2 e P_3 ? Com base nos resultados obtidos após as avaliações de P_{12} e P_{13} podemos chegar a essa resposta, utilizando a mesma estratégia que classificou tais combinações como interessantes.

A ideia do algoritmo proposto para criar uma modelagem coerente com o problema, é transformar as combinações interessantes encontradas em novos projetos. Encontrada uma combinação assim classificada, um novo projeto é adicionado a carteira. O retorno esperado obtido na avaliação da combinação, bem como as medidas temporais, amoldam esse novo projeto. Seu custo é a soma dos custos dos projetos que a compõem.

Nessa nova abordagem, cada projeto deve ser representado por um vetor binário, onde cada posição faz referência a um projeto da carteira. A matriz \mathbf{M}_X (3.10) ilustra essa representação.

$$\mathbf{M}_X = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 & \dots & P_{n_b} \\ P_1 & \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ P_2 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ P_3 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \\ P_{n_b} & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ P_{c1} & \boxed{\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n_b} \\ P_{c2} & x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n_b} \\ \vdots & & & & & \\ P_{nc} & x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n_b} \end{array}} \end{matrix} \quad (3.10)$$

Em (3.10), os indicadores de P_1 a P_{n_b} fazem referência aos projetos isolados, onde n_b é a quantidade desses projetos. A região em destaque é composta pelas combinações interessantes encontradas, representadas pelos indicadores de P_{c1} a P_{nc} . O número dessas combinações é n_c . Por se tratar de um problema binário, uma variável x_i qualquer indica se o projeto P_i está presente ou não em uma determinada combinação.

Visto que cada combinação é tratada como uma nova variável para o problema, é necessário atribuir um custo para cada uma dessas combinações. Esse custo é calculado pela equação (3.11).

$$W_{P_i} = \sum_{j \in P_i} w_{P_j} \quad (3.11)$$

Na equação (3.11), o custo W_{P_i} do projeto P_i é a soma dos custos w_{P_j} , referentes aos projetos P_j que compõem P_i .

No exemplo apresentado na tabela 3.2, a matriz \mathbf{M}_X é equivalente aos resultados presentes nas primeiras linhas da matriz (3.12). Os indicadores P_4 e P_5 identificam as duas combinações encontradas.

$$\mathbf{M}_x = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 \\ P_1 & \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{array} \right) \\ P_2 & \\ P_3 & \\ P_4 & \\ P_5 & \\ P_6 & \end{matrix} \quad (3.12)$$

Conforme já discutido, pode existir uma combinação interessante composta por mais de dois projetos. Na estratégia presente nesse trabalho, cada combinação só pode ser obtida dois a dois, conforme visto no algoritmo 1. Porém, encontrada e avaliada uma combinação formada por dois projetos, P_i e P_j , temos uma nova incógnita P_z , que é justamente essa combinação. A partir dessa nova situação, com uma variável a mais, é possível encontrar combinações que contenham P_z .

No exemplo, um novo projeto formado por P_1 , P_2 e P_3 pode ser adicionado ao problema aplicando a regra para P_4 e P_3 ou para P_5 e P_2 . Logo, supondo uma nova combinação interessante entre P_4 e P_3 , temos um novo projeto identificado por P_6 , destacado na matriz (3.12).

A matriz \mathbf{C} , ilustrada em (3.13), associa cada combinação interessante encontrada com as incógnitas que a compõem, sendo que uma incógnita pode ser um projeto isolado ou uma outra combinação.

$$\mathbf{C} = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 & \dots & P_{n_b} & P_{c1} & P_{c2} & P_{c3} & \dots & P_{n_c} \\ C_1 & \left(\begin{array}{ccccccccccc} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n_b} & - & - & - & \dots & - \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n_b} & x_{c1} & - & - & \dots & - \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n_b} & x_{c1} & x_{c2} & - & \dots & - \\ \vdots & & & & & & & & & & \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n_b} & x_{c1} & x_{c2} & x_{c3} & \dots & - \end{array} \right) \\ C_2 & \\ C_3 & \\ \vdots & \\ C_{n_c} & \end{matrix} \quad (3.13)$$

Podemos observar na matriz (3.13) que, em uma combinação C_i qualquer, só pode existir projetos isolados (listados de P_1 a P_{n_b}) e outras combinações C_j , $j < i$, ou seja, previamente avaliadas e adicionadas a carteira de projetos.

A definição 1 indica que, para cada vetor \mathbf{C}_i , os seus respectivos somatórios devem ser, necessariamente, iguais a 2. Como as variáveis (x) são binárias, isso implica que as combina-

ções são estabelecidas dois a dois.

Definição 1.

$$\sum_j \mathbf{C}_i = 2 \quad \forall 1 \leq i \leq n_b + n_c \quad (3.14)$$

Para o exemplo 3.2, a matriz \mathbf{C}_X é equivalente aos valores apresentados em 3.15.

$$\mathbf{C} = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & P_6 \\ C_1 & \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \\ C_2 & \\ C_3 & \end{matrix} \quad (3.15)$$

O algoritmo 2 representa uma função que identifica as combinações interessantes e atribui novas incógnitas ao problema baseadas nessas combinações.

No algoritmo 2, os parâmetros de entrada \mathbf{X} , t_{sim} , T_{disp} , \mathbf{W} e R , são, respectivamente, o conjunto de projetos para o problema especificados de forma binária, o tempo de simulação por cenário, o tempo computacional disponível, o vetor de custo para cada projeto contido em \mathbf{X} e o recurso disponível.

O primeiro passo do algoritmo é calcular o número máximo de avaliações de função (n_{max}). Cada avaliação consiste na simulação de um cenário. Como cada simulação exige um esforço computacional considerável, é necessário definir um tempo máximo T_{disp} para se obter uma solução. Utilizando os conceitos apresentados na seção 2.2, estima-se o tempo de simulação t_{sim} . Fragmentando o tempo disponível T_{disp} em razão de t_{sim} é possível obter o valor de n_{max} . Se $T_{disp} = \infty$, o algoritmo irá calcular todas as combinações consideradas interessantes.

Na sequência do algoritmo, é criada uma matriz identidade que representa os projetos na forma matricial, conforme (3.10). Em seguida, todos os projetos isolados são avaliados, obtendo os tempos médios de cada indicador temporal presente na tabela (3.1) e o ganho de cada projeto, representados, respectivamente, por \mathbf{I} e \mathbf{G} .

Tendo os ganhos individuais dos projetos e os tempos médios por indicador, o algoritmo entra em uma estrutura de repetição para criação de novas incógnitas para o problema. Utilizando o algoritmo 1, calculam-se os fatores de relação entre cada projeto contido em \mathbf{X} . Então, é verificada a relação entre projetos existentes, com base nos indicadores temporais representados por \mathbf{I} . Mediante ao número de avaliações (n) disponíveis as combinações interessantes com

```

input :  $\mathbf{X}, t_{sim}, T_{disp}, \mathbf{W}, R$ 
output:  $\mathbf{M}_X, \mathbf{W}, \mathbf{C}$ 
 $n_{max} \leftarrow T_{disp}/t_{sim}$  ;
 $n \leftarrow$  número de projeto contidos em  $\mathbf{X}$  ;
 $\mathbf{C} \leftarrow \emptyset$  ;
 $\mathbf{M}_X \leftarrow$  Matriz identidade de tamanho  $n$  (Cada linha de  $\mathbf{M}_X$  representa um cenário) ;
 $(\mathbf{I}, \mathbf{G}) \leftarrow$  Resultado da simulação para cada cenário contido em  $\mathbf{M}_X$  ;
while  $n < n_{max}$  do
     $(\mathbf{L}', \mathbf{F}) \leftarrow$  EncontrarCombinacoes( $\mathbf{X}, \mathbf{I}$ ) ;
    if  $\mathbf{L}' = \emptyset$  then
        | Sair do laço ;
    end
    else
        | Reduzir  $\mathbf{L}'$  e  $\mathbf{F}$  às soluções viáveis em função do recurso disponível  $R$  ;
        |  $n_c \leftarrow$  tamanho de  $\mathbf{F}$  ;
        | if  $n_c \leq n_{max} - n$  then
        | |  $\mathbf{L} \leftarrow \mathbf{L}'$  ;
        | |  $n \leftarrow n + n_c$  ;
        | end
        | else
        | | ordenar  $\mathbf{L}'$  em função de  $\mathbf{F}$  ;
        | |  $\mathbf{L} \leftarrow$  os primeiros  $(n_{max} - n)$  elementos de  $\mathbf{L}'$  ;
        | |  $n \leftarrow n_{max}$  ;
        | end
    end
     $\mathbf{C}' \leftarrow$  novas combinações ( $\mathbf{L}$ ) expressas na forma binária conforme (3.13) ;
     $\mathbf{C} \leftarrow \mathbf{C} \cup \mathbf{C}'$  ;
     $\mathbf{M}'_X \leftarrow$  novas combinações ( $\mathbf{L}$ ) expressas na forma binária conforme (3.10) ;
     $\mathbf{M}_X \leftarrow \mathbf{M}_X \cup \mathbf{M}'_X$  ;
     $\mathbf{W}' \leftarrow$  custos dos novos projetos conforme equação (3.11) ;
     $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} \cup \mathbf{W}'$  ;
     $(\mathbf{I}, \mathbf{G}) \leftarrow$  Resultado da simulação dos cenários contidos em  $\mathbf{M}_X$  que ainda não
    foram avaliados ;
end

```

Algoritmo 2: AlgoritmoCriarProjetos($\mathbf{X}, t_{sim}, T_{disp}, \mathbf{G}, R$)

maior fator de relação são avaliadas. Em seguida, as matrizes \mathbf{C} e \mathbf{M}_X são atualizadas, adicionando as combinações encontradas e classificando-as como novos projetos. Cada novo projeto possui um custo, assim, o vetor correspondente \mathbf{W} também é atualizado conforme (3.11). O processo se repete até o número máximo de avaliações se esgotar ou, em um determinado momento, o algoritmo 1 não encontrar nenhuma combinação interessante.

O algoritmo tem como retorno as matrizes \mathbf{M}_X e \mathbf{C} , equivalentes as matrizes de projetos ilustrada em (3.10) e (3.13), respectivamente, além do vetor \mathbf{W} contendo o ganho de cada projeto. A quantidade de linhas da matriz \mathbf{M}_X indica o número de projetos.

Para a solução do problema com base nessa estratégia, é necessário adicionar novas restrições. Por exemplo, se uma nova incógnita de decisão contem os projetos P_1 e P_2 , é necessário uma restrição para impedir que uma solução contenha esses dois projetos em variáveis de decisão distintas. Essas novas restrições são criadas com base nas matrizes (3.10) e (3.13).

3.5.3 Definição de novas restrições

Na estratégia presente nesta seção, as novas restrições, configuradas pelas combinações entre projetos são atribuídas em três fases.

3.5.3.1 Primeira fase

Na primeira fase, um conjunto de restrições é construído com base no parâmetro \mathbf{M}_X retornado pelo algoritmo 2. Esse parâmetro retrata a matriz (3.10). Conforme visto, a região em destaque na matriz representa as combinações interessantes encontradas e avaliadas. A partir das linhas que representam essas combinações, é possível definir o primeiro conjunto de restrições para o problema. A equação (3.16) é usada para calcular o quantidade (q_i) de projetos (j) contidos em uma combinação i qualquer.

$$q_i = \sum_{j=1}^{n_b} x_j \quad (3.16)$$

Com base em cada q_i calculado, são criadas restrições para impedir que os projetos avaliados de forma combinada não sejam selecionados isoladamente. Essas restrições são descritas

em (3.17).

$$\begin{aligned}
 \text{primeira fase } r_i^1 &= \sum_{x_j \in P_i} x_j < q_i \\
 r_{i+1}^1 &= \sum_{x_j \in P_{i+1}} x_j < q_{i+1} \\
 &\vdots \\
 r_{n_c}^1 &= \sum_{x_j \in P_{n_c}} x_j < q_{n_c}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Para cada incógnita do problema que faz referência a uma combinação de projetos, é adicionado uma restrição. Cada restrição r_i^1 indica que a soma das variáveis isoladas presentes no projeto P_i deve ser, necessariamente, menor que q_i .

3.5.3.2 Segunda fase

As restrições descritas na primeira fase não são suficientes para garantir a eficiência do método, uma vez que as combinações encontradas também são variáveis do problema. Uma combinação pode ser composta por projetos isolados ou por outras combinações encontradas. Sendo assim, é necessário adicionar restrições que impeçam que as duas variáveis que compõem uma combinação sejam contempladas em uma mesma solução. A matriz (3.13) representa as combinações avaliadas, indicando as duas incógnitas que constam em cada uma delas. As n_c linhas dessa matriz representam n_c restrições para o problema. Essas restrições são descritas em (3.18).

$$\begin{aligned}
 \text{segunda fase } r_i^2 &= \sum_{x_j \in C_i} x_j \leq 1 \\
 r_{i+1}^2 &= \sum_{x_j \in C_{i+1}} x_j \leq 1 \\
 &\vdots \\
 r_{n_c}^2 &= \sum_{x_j \in C_{n_c}} x_j \leq 1
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Nesse caso, as variáveis x_j podem ser um projeto isolado ou uma combinação. Cada restrição r_i^2 indica que a soma das variáveis presentes na linha C_i da matriz \mathbf{C} deve ser, necessariamente, menor ou igual a 1. Ou seja, se uma nova incógnita i de decisão contem os projetos

P_1 e P_2 , a restrição r_i^2 impede que uma solução contenha esses dois projetos em variáveis de decisão distintas.

3.5.3.3 Terceira fase

Na terceira fase são adicionadas restrições relativas a variáveis que possuem projetos em comum ou a combinações que equivalem a uma variável já existente. Por exemplo, sejam duas incógnitas $P_a = P_1, P_2$ e $P_b = P_1, P_3$. Podemos observar que as duas possuem o projeto P_1 . Logo, $x_a + x_b \leq 1$. Dada essa circunstância, a modelagem deve atender a definição 2.

Definição 2. Se $P_j \cap P_i \neq \emptyset$ ou $P_j \cup P_i = P_z, P_z \in \mathbf{X}$ então $x_j + x_i \leq 1$

A definição 2 indica que se a interseção entre dois conjuntos, relacionados a duas variáveis do problema, não é vazia, então essas duas variáveis não podem ser contempladas em uma mesma solução. Além disso, a restrição se aplica quando a união entre essas duas variáveis é idêntica a alguma outra combinação previamente avaliada e adicionada ao conjunto de variáveis \mathbf{X} .

(3.19) apresenta as restrições que atendem essa definição.

$$\begin{aligned}
 \text{terceira fase } r_{i,j}^3 &= x_i + x_j \leq 1 \\
 r_{i,j+1}^3 &= x_i + x_{j+1} \leq 1 \\
 &\vdots \\
 r_{n_c-1, n_c} &= x_{n_c-1} + x_{n_c}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Em (3.19), cada restrição $r_{a,b}^3$ faz referência a dois conjuntos em que a interseção entre eles não é vazia ou já existe uma variável em \mathbf{X} que é uma combinação entre os projetos P_a e P_b .

Essas restrições já seriam suficientes para atender os critérios da estratégia. Contudo, comparar cada conjunto pode exigir um alto custo computacional. Sendo assim, definindo as restrições com base nas duas fases anteriores reduzimos o número de comparações nesta terceira fase.

3.5.4 Nova modelagem

Tendo como base a modelagem binária (3.5), descrita na seção 3.4, essa nova proposta consiste na escolha das variáveis com melhor custo/benefício, limitada a um orçamento fixado. A grande diferença entre a modelagem (3.5), é que o conjunto \mathbf{X} de variáveis não é composto apenas pelos projetos simulados de forma isolada. As combinações avaliadas pelo critério citado, anteriormente, também fazem parte desse conjunto. Assim, podemos ter uma variável de decisão x_i que é uma combinação entre dois ou mais projetos. A equação (3.20) representa a nova modelagem para o problema.

$$\text{maximizar}_{x \in \mathbf{X}} \sum_{i=1}^m x_i g_i + \sum_{i=m+1}^n \sum_{k=1}^{q_{max_i}} k x_{(i,k)} g_i + \sum_{i=n+1}^{n+n_c} x_i g_i \quad (3.20)$$

$$\text{sujeito a} \sum_{i=1}^m w_i x_i + \sum_{i=m+1}^n \sum_{k=1}^{q_{max_i}} k x_{(i,k)} w_i + Q + \sum_{i=n+1}^{n+n_c} x_i w_i \leq R \quad (3.21)$$

$$\sum_{x_j \in P_i} x_j < q_i \quad \forall \quad n+1 \leq i \leq n+n_c \quad (3.22)$$

$$\sum_{x_j \in C_i} x_j \leq 1 \quad \forall \quad n+1 \leq i \leq n+n_c \quad (3.23)$$

$$x_i + x_j \leq 1 \quad \forall \quad 1 \leq i, j \leq n+n_c \text{ e } P_z \in \mathbf{X} | P_j \cap P_i \neq \emptyset \text{ ou } P_j \cup P_i = P_z \quad (3.24)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \forall \quad 1 \leq i \leq n_b + n_c \quad (3.25)$$

Além do conjunto $\{x_1, \dots, x_m\}$, que é composto por variáveis binárias, e o conjunto $\{x_{m+1}, \dots, x_n\}$ composto por variáveis que representam projetos inteiros decompostos, na modelagem (3.20) foi adicionada o conjunto $\{x_{n+1}, \dots, x_{n+n_c}\}$ de variáveis que são projetos combinados. Sendo assim, na função objetivo (3.20) e na restrição tocante ao problema da mochila (3.21), são consideradas a soma dos ganhos (g_i) e a soma dos custos (w_i) desse novo conjunto de variáveis, respectivamente.

Outra diferença são as restrições construídas com base nas três fases detalhadas anteriormente. Cada restrição presente na equação (3.22), indica que a soma das variáveis isoladas em cada projeto P_i que for uma combinação, deve ser necessariamente menor que q_i . As restrições contidas na equação (3.23) tornam inviáveis soluções com projetos que formam uma

combinação previamente calculada. Já as restrições inclusas na equação (3.24), buscam garantir a definição 2. Por fim, a restrição (3.25) indica que todas as variáveis devem ser binárias, com $n_b + n_c$ representando o novo número de incógnitas para o problema.

Se o tempo computacional destinado for pequeno, suficiente apenas para analisar cada projeto de forma isolada, essa modelagem se torna equivalente a (3.5).

A partir do momento que temos o problema modulado conforme a modelagem 0-1 KP representada pelas equações enumeradas de (3.20) a (3.23), a tarefa seguinte consiste em otimizá-lo. O algoritmo 3 representa a sequência de passos para esse propósito.

input : $\mathbf{X}, \mathbf{W}, R$

output: \mathbf{X}^*

$T_{disp} \leftarrow$ definir tempo de simulação disponível ;

$t_{sim} \leftarrow$ tempo de simulação por cenário ;

$(\mathbf{M}_X, \mathbf{W}, \mathbf{C}) \leftarrow$ *AlgoritmoCriarProjetos*($\mathbf{X}, t_{sim}, T_{disp}, \mathbf{W}, R$) ;

$\mathbf{X}' \leftarrow$ projetos enumerados de 1 a quantidade de linhas da matriz \mathbf{M}_X com ;

$\Phi \leftarrow$ problema estruturado conforme modelagem representada na equação (3.20)

com \mathbf{X}' sendo o conjunto de variáveis;

$\mathbf{X}^* \leftarrow$ problema Φ otimizado por meio do software *Gurobi Optimizer* ;

$\mathbf{X}^* \leftarrow \mathbf{X}^*$ ajustado de acordo com projetos isolados contidos em \mathbf{X} ;

Algoritmo 3: Algoritmo de Otimização($\mathbf{X}, \mathbf{G}, R$)

O algoritmo 3 recebe por parâmetro a carteira de projetos \mathbf{X} , o vetor custo (\mathbf{W}) individual de cada projeto e o orçamento disponível R . O primeiro passo desse algoritmo é definir o tempo computacional disponível para solução do problema e calcular o tempo de simulação. Definindo uma precisão e uma confiança estatística aceitável, é possível inferir o número de replicações e, conseqüentemente, o tempo de simulação por cenário. Com base nesses valores, o algoritmo 2 é executado, adicionando à carteira projetos constituídos por combinações. Em seguida, um vetor de projetos \mathbf{X}' é enumerado de 1 a nova quantidade de projetos, que é o número de linhas da matriz \mathbf{M}_X . Formulando o problema com base na modelagem presente na equação (3.20) e no novo conjunto de projetos \mathbf{X}' , o problema é otimizado por meio do software *Gurobi Optimizer*. Por fim, o resultado \mathbf{X}^* encontrado é ajustado de acordo com os projetos isolados contidos inicialmente na carteira. É válido ressaltar que o resultado ótimo encontrado pelo software *Gurobi Optimizer* é a soma dos ganhos individuais, conforme equação (3.20). Sendo assim, é necessário simular o cenário \mathbf{X}^* (após ajustado) para verificar qual será, de fato, o retorno esperado.

3.6 Conclusão do capítulo

Nesse capítulo foi apresentada uma metodologia para tratar o problema de escolha de portfólio de projetos em mineração a céu aberto. Tendo em vista a fragilidade do método atual de priorização, essa metodologia busca combinar técnicas de simulação com estratégias de otimização. No contexto de otimização, a escolha do melhor portfólio de projetos é tratado nesta metodologia como um KP, podendo ser inteiro ou binário. Apesar das dificuldades de solução dos problemas maiores assim classificados, observamos que o seu tamanho depara antes de tudo com as contenções de tempo de simulação. Conforme dito, uma 0-1 KP com 100 mil variáveis pode ser solucionado de forma exata em segundos, porém simular 100 mil cenários pode ser computacionalmente impossível.

A metodologia apresentada busca equilibrar o tempo computacional com a qualidade da solução. Observamos que soluções com baixo custo computacional podem ser obtidas, sacrificando a redução da diferença entre a soma dos ganhos e o real ganho esperado. Por outro lado, é possível obter soluções mais coerentes com o problema recorrendo a um maior esforço computacional.

Apesar de não garantir a melhor solução com base nas premissas utilizadas, esta metodologia é uma estratégia coesiva baseada nas características do ciclo de carga e transporte de uma mina a céu aberto. Além disso, existem graduações intermediárias que permitem obter soluções mensuradas com o esforço computacional disponibilizado.

Estudo de caso e análise dos resultados

No atual sistema de priorização de projetos em uma mina no estado de Minas Gerais, o processo é gerido através de um software, onde em geral se pede que o proponente da ideia cadastre os objetivos do projeto e os resultados financeiros esperados, representados por indicadores como Valor Presente Líquido (VPL), Taxa Interna de Retorno (TIR), entre outros. A principal fragilidade desse modelo é que cada projeto é analisado isoladamente e tendo em vista somente o seu impacto em fases isoladas do processo de mineração. Geralmente, o seu resultado esperado é medido em termos de acréscimo de produção e consequente aumento de receita da companhia, premissa que normalmente se mostra falsa, uma vez que aumentar a capacidade em processos que não sejam o gargalo não resulta em aumento efetivo da produção.

Para validação do trabalho, a estratégia apresentada o foi testada em um modelo de simulação que retrata uma frente de lavra da mina em questão. A finalidade do emprego da estratégia é verificar a sua eficiência e posteriormente aplicá-la em um modelo de mina completo. Para o estudo de caso, foi disponibilizado pela empresa uma carteira com 15 projetos candidatos, bem como um modelo de simulação desenvolvido no software Arena, simbolizando a frente de lavra.

O modelo de simulação de frente de lavra disponibilizado, ilustra o ciclo que carga e transporte apresentado na seção 2.4 contendo inicialmente 6 caminhões modelo 793D. No ciclo são considerados os processos: parada operacional, manutenção, carregamento e britagem. As possíveis atividades existentes na parada operacional estão relacionadas a troca de turno, espera por operador e abastecimento. O processo de manutenção é dirigido ao ativo caminhão e pode ser corretivo ou preditivo.

4.1 Carteira de projetos

Temos na tabela 4.1, como exemplo, o catálogo de projetos a serem considerados, com seus respectivos custos (w) medidos por unidade (pu) monetária. O projeto P5 é inteiro e refere-

Projeto	Descrição	w(pu)	Projeto	Descrição	w(pu)
P1	Carregamento Bilateral	0,5	P9	Adequação Abastecimento	2
P2	Adequação de Vias	1,5	P10	Adequação Praça Britador	2
P3	Redução de Carga Morta	1	P11	Melhoria de Troca de Turno	1,5
P4	Desmonte de Rocha	2	P12	Caminhões Autônomos	15+P5
P5	Aquisição de Caminhão	5	P13	Redução de Backlog	5
P6	Aquisição Ponte Rolante	1	P14	Redução de DMT	2,5
P7	Aquisição Empilhadeira	0,7	P15	Contratação de Operadores	0,16
P8	Kits de Preventiva	0,65			

Tabela 4.1 Iniciativas aplicáveis

se à aquisição de caminhões extra, com capacidade máxima de carga de 176 toneladas. Outro projeto inteiro, em que sua aplicação pode ocorrer mais de uma vez, é o projeto P15. Esse projeto consiste na contratação de operadores. Dado que a mina funcione *full time* (24 horas por dia) e cada operador ocupa um turno de seis horas, cada aplicação desse projeto consiste na contratação de uma equipe de quatro operadores. Os demais projetos são binários, ou seja, as possibilidades relativas a eles são selecioná-los ou não.

O projeto P12 consiste na adaptação dos ativos da mina para que o processo seja feito de forma automática. Ou seja, sem a necessidade de operadores. Podemos observar que o custo mínimo desse projeto é de 15 pu. Contudo, esse valor é relacionado a quantidade de caminhões presente inicial. Sendo assim, para cada caminhão extra atribuído ao ciclo de carga e transporte da mina, é necessário um custo adicional de 1 pu. O orçamento disponível para essa carteira de projetos é 15 pu.

Os projetos inteiros observados na tabela 4.1 devem ser restritos a um valor máximo. Esse valor para o projeto P5 foi determinado com base no orçamento disponível. Para esse valor a quantidade máxima q_{max_5} de caminhões extras é 3. Para o projeto P15, referente a contratação de operadores, o valor é calculado a partir da quantidade mínima necessária. No modelo de simulação em teste, o número de operadores n_{op} segue a distribuição triangular (4.1), onde a quantidade mínima, a moda e a quantidade máxima são representadas pelo 1º, 2º e 3º termo, respectivamente, da distribuição triangular τ . x_{15} representa o valor atribuído ao projeto inteiro P15.

$$n_{op} = \tau(20 + 4x_{15}, 24 + 4x_{15}, 28 + 5x_{15}) \quad (4.1)$$

A quantidade de caminhões para qualquer cenário e expressa pela equação (4.2). Onde

x_5 referencia o valor atribuído ao projeto P5.

$$n_{cam} = 6 + x_5 \quad (4.2)$$

Como o valor máximo de x_5 (q_{max_5}) é 3 para o orçamento estabelecido de 15 pu, a quantidade máxima de caminhões é 9. Sendo assim, não é necessário mais do que 4 equipes extras de operadores para garantir um mínimo de 36 operadores nos quatro turnos, conforme visto na equação (4.1). Logo, não é necessário criar projetos que representam o número de equipes extras superiores a 4. É evidente que, para o orçamento utilizado nesse trabalho, não sobrá recurso para contratação de operadores se for adquirido a quantidade máxima de caminhões extras. Nas modelagens seguintes, esse aspecto foi considerado nos conjuntos de restrições.

4.2 Definição de medidas estatísticas

Visando definir a quantidade de replicações necessária utilizou-se a estratégia apresentada anteriormente em 2.2.3. Para uma variação de no máximo 1.5% da produção média (em toneladas) anual do cenário atual, com uma confiança estatística de 95%, são necessário 15 replicações por rodada de simulação. O cenário de base para definição dessas medidas foi o cenário atual, onde nenhuma iniciativa é aplicada. A tabela 4.2 apresenta o resultado dessa simulação, bem como do cenário que consiste na aplicação de todos os projetos. Apesar de não ser viável a aplicação de todos os projetos, o resultado serve como indicativo de um limite superior para o problema.

Cenário (θ)	Produção média (ton)	Intervalo de confiança
S/A(Inferior)	17.701.937	$17.701.937 - h \leq \mu \leq 17.701.937 + h$
Todos(Superior)	31.849.745	$31.849.745 - h \leq \mu \leq 31.849.745 + h$

Tabela 4.2 Resultado limite inferior e superior

Dos dados apresentados, podemos inferir com 95% de certeza, que os limites inferiores e superiores para o problema estão dentro dos respectivos intervalos de confiança presentes na tabela 4.2. Para os projetos inteiros, P5 e P15, no cenário que representa o limite superior, os valores utilizados foram os máximos para cada um deles definidos na seção 4.1. Ou seja, 3 para P5 e 4 para P15.

4.3 Avaliação de projetos isolados

Para a solução do problema, cada projeto foi simulado de forma isolada, assim como o cenário atual (sem aplicação de projetos). O ganho de cada projeto é o aumento da produção em toneladas em relação ao cenário atual. A tabela 4.3 apresenta o valor esperado deste ganho.

Tabela 4.3 Produção esperada de cada projeto de forma isolada

Projeto	P1	P2	P3	P4	P5
Produção \cong	18.581.028	18.735.889	18.482.320	17.974.733	20.079.02
Ganho \cong	879.090	1.033.951	780.382	272.795	2.405.965
Projeto	P6	P7	P8	P9	P10
Produção \cong	17.814.044	17.783.449	17.731.983	19.097.214	18.019.828
Ganho \cong	112.106	81.512	30.046	1.395.277	317.891
Projeto	P11	P12	P13	P14	P15
Produção \cong	17.932.437	18.265.270	17.701.937	20.329.655	17.815.219
Ganho \cong	230.499	563.332	0	2.627.718	113.282

Conforme visto neste trabalho, outra abordagem é transformar os projetos inteiros em projetos binários. No estudo de caso, para o projeto P5, que consiste na compra de caminhões, cada quantia é representada por um projeto particular. O mesmo ocorre para o projeto P15. Sendo assim, os projetos inteiros foram decompostos em projetos binários. A tabela 4.4 apresenta o ganho de cada uma das decomposições.

Tabela 4.4 Produção esperada das decomposições de projetos inteiros

Projeto	H16	H17	H18	H19	H20
Produção \cong	21.992.619	23.226.711	17.815.219	17.815.219	17.815.219
Ganho \cong	4.290.681	5.524.774	113.282	113.282	113.282

Na tabela 4.4, os projetos H16 e H17, representam a compra de 2 e 3 caminhões respectivamente. Os projetos H18, H19 e H20 são, nessa ordem, a contratação de 2, 3 e 4 equipes de operadores.

4.3.1 Modelagem inteira x binária

Utilizando a abordagem apresentada na seção 3.4, foram feitas duas modelagens para o estudo de caso, sendo uma inteira e outra binária. As equações (4.3) e (4.8) representam as modelagens inteira e binária, respectivamente.

$$\underset{x \in X}{\text{minimizar}} \sum_{i=1}^{15} x_i g_i \quad (4.3)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i=1}^{15} c_i + x_5 x_{12} \leq 15 \quad (4.4)$$

$$x_{15} - x_5 \leq 1 \quad (4.5)$$

$$x_{5,15} \in \mathbb{N} \quad (4.6)$$

$$x_{i \neq 5 \wedge i \neq 15} \in \{0, 1\} \quad (4.7)$$

Em (4.3), $n = 15$. A variável g_i representa o ganho individual do projeto i , conforme tabela 4.3. A primeira restrição (4.4), indica que a soma dos custos (c) não devem ultrapassar o orçamento disponível, que é 15 pu. A parte não linear dessa restrição refere-se ao custo adicional do projeto P12, para cada caminhão extra. Já a segunda, (4.5), limita a contratação de operadores ao número de caminhões. Vimos em (4.1) que o quantidade mínima de operadores é 20. Sendo assim, não é necessário mais do que a demanda mínima para evitar falta de operadores. A restrição indica que x_{15} não pode ser maior que $x_5 + 1$. A terceira e a quarta restrição, (4.6) e (4.7), distingue os tipos das variáveis.

$$\underset{x \in X}{\text{minimizar}} \sum_{i=1}^{20} x_i g_i \quad (4.8)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i=1}^{20} c_i + x_5 x_{12} + 2x_{16} x_{12} + 3x_{17} x_{12} \leq 15 \quad (4.9)$$

$$x_5 + x_{16} + x_{17} \leq 1 \quad (4.10)$$

$$x_{15} + x_{18} + x_{19} + x_{20} \leq 1 \quad (4.11)$$

$$x_{1 \leq i \leq 20} \in \{0, 1\} \quad (4.12)$$

Em (4.8), $n = 20$, pois nessa modelagem os projetos inteiros foram decompostos em binários. O conjunto de variáveis $\{x_5, x_{16}, x_{17}\}$ fazem referência ao projeto P5 (aquisição de caminhões). Já o conjunto $\{x_{15}, x_{18}, x_{19}, x_{20}\}$ constitui os possíveis valores para o projeto P15 (contratação de equipe de operadores). No objetivo de maximizar o ganho total, o valor de g_i é atribuído de acordo os dados das tabelas 4.3 e 4.4. A restrição (4.9) é similar a (4.4). A

diferença, além do número de projetos, está na parte não linear. Na modelagem binária, as variáveis do conjunto de projetos que representa aquisição caminhões, são multiplicadas por seus respectivas quantidades, permitindo adição do custo extra inerente ao projeto P12. A restrição (4.10), indica que projetos decompostos de P5 não sejam contemplados simultaneamente em uma mesma solução. Ou seja, não é uma solução viável comprar 1 e 2 caminhões. O mesmo ocorre na restrição (4.11), desta vez, referente a decomposição do projeto P15. Por fim, (4.12) determina que todas as variáveis da modelagem são binárias.

4.3.2 Resultados obtidos

Analisando o presente estudo de caso de forma completa, podemos observar que o espaço de soluções Θ é composto por todos os projetos, bem como todas as combinações entre eles. Entretanto, nas modelagens (4.3) e (4.8), o espaço de soluções Θ é composto apenas por projetos isolados. Sendo assim, as suas respectivas soluções foram encontradas, com um reduzido esforço computacional, utilizando o software *Gurobi Optimizer*, por intermédio do software MATLAB. A tabela 4.5 apresenta esses resultados.

Tabela 4.5 Produção esperada das decomposições de projetos inteiros

Modelagem	X^* : Solução														
(3.1)	1	0	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
(3.5)	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
Projeto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Como a modelagem (3.5) é binária, os resultados destacados em negrito na tabela 4.5 fazem referência aos projetos inteiros com seus valores já convertidos. Nas conversões foram utilizadas as equações (4.13) e (4.14) para os projetos inteiros P5 e P15, respectivamente.

$$x_5 = x_5 + x_{16} + x_{17} \quad (4.13)$$

$$x_{15} = x_{15} + x_{18} + x_{19} + x_{20} \quad (4.14)$$

Para X^* da modelagem (4.3), $J_I^* \approx 27.416.000$ toneladas. Já para X^* da modelagem (4.8), $J_B^* \approx 27.255.000$. Ambos os resultados possuem um intervalo de confiança com variação de $\pm 1.5\%$, conforme calculado anteriormente. Assim, apesar da diferença nas soluções encontradas, não podemos concluir que uma solução é melhor que a outra. Simulando as soluções

X^* encontradas nas modelagens (4.3) e (4.8), encontramos, respectivamente, os valores aproximados $S_I^* \approx 26.578.000$ e $S_B^* \approx 26.615.000$ toneladas, com a mesma *precisão* já citada. As diferenças $J_I^* \not\approx S_I^*$ e $J_B^* \not\approx S_B^*$, nos faz concluir que, de fato existe inter-dependência entre projetos. Onde a combinação entre eles, pode não resultar, necessariamente, em soma dos ganhos. Logo, é necessário o uso de um método mais criterioso, tratando a inter-relação entre projetos.

Aplicando o algoritmo proposto (3), que permite obter uma modelagem conforme (3.20) e solucioná-la com o uso do Software *Gurobi Optimizer*, foi obtido o resultado apresentado na tabela 4.6.

Tabela 4.6 Produção esperada das decomposições de projetos inteiros

Modelagem	X^* : Solução														
(3.20)	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3
Projeto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Este resultado foi obtido com o máximo de 115 avaliações, equivalente a 4 horas de tempo computacional. Levando-se em conta que cada rodada de simulação demora aproximadamente 2 minutos e 15 segundos. Para X^* , $J^* \approx 27.291.237$ toneladas com *precisão* de $\pm 1.5\%$, conforme calculado na seção 4.2. Avaliando-se por simulação a solução X^* encontrada, o resultado é $S^* \approx 27.597.583$ toneladas. Pela *precisão* utilizada, podemos concluir que $J^* \equiv S^*$. Ou seja, diferentemente das outras modelagens, o resultado da aplicação dos projetos de forma combinada representa a soma dos ganhos.

4.4 Análise dos resultados obtidos

Esse problema também foi solucionado por exaustão, com todas as soluções viáveis sendo avaliadas. A finalidade dessa solução é comparar a eficiência do método criado. Foi possível observar que a solução X^* encontrada é o ótimo global para o problema. Obviamente, em problemas com carteiras de projetos maiores, essa análise não é possível. Desta forma, apesar da eficiência do método, não é possível generalizar e garantir sempre um ótimo global para um tempo computacional limitado. Entretanto, quanto maior o tempo computacional designado ao problema, mais o J^* da solução X^* , deve se aproximar do ótimo global. Simultaneamente, a diferença entre J^* e o resultado simulado, S^* , para a mesma solução X^* é reduzida.

Outra questão a ser destacada é o ganho esperado da solução ótima. Com um custo de 14.98 pu foi possível obter uma aumento aproximado na produção esperada de 9.895.646. Pela

tabela 4.2, podemos inferir que o aumento de produção esperada para o limite superior, com aplicação de todos os projetos, é de aproximadamente 14.147.808. Contudo, o custo desse cenário seria de 53.99 pu. A relação custo/benefício da solução encontrada é visivelmente melhor que a relação custo/benefício do cenário nexa a esse limite.

Com a aplicação desse método de otimização específico para o problema, foi possível direcionar e limitar os cenários a serem avaliados. Uma vez que, o espaço de soluções pode ser muito grande. Assim sendo, com o uso das abordagens citadas foi possível encontrar uma boa resposta, independente da quantidade de variáveis do problema em questão.

Conclusões e trabalhos futuros

Esse trabalho tratou um problema de escolha de portfólio de projetos, quando aplicado a mineração a céu aberto. Tendo como objetivo escolher de forma eficiente o portfólio que maximize a produção da mina, limitando a um tempo computacional disponível, foi possível obter uma boa resposta. Um problema de complexidade exponencial, que é a escolha de portfólio de projetos, foi convertido em uma adaptação do problema da mochila. Apesar dessa classe de problemas também ser exponencial, existem métodos que possibilitam otimizar grandes instâncias com tempos computacionais aceitáveis.

Observamos que no contexto de portfólio de projetos, não existe uma maneira simples para selecionar o melhor portfólio, quando é considerado a inter-relação entre projetos. Sendo assim, este trabalho apresentou uma estratégia, baseada nas características do ciclo de carga e transporte de uma mina a céu aberto, que limita de forma coesiva as inter-relações a serem avaliadas.

As graduações intermediárias do método permitem obter soluções mensuradas com o esforço computacional disponibilizado. Essas graduações se posicionam entre duas situações. A primeira com pouco esforço computacional, suficiente para avaliar apenas cada projeto de forma isolada. A segunda com um alto custo computacional, capaz de avaliar todas as combinações relevantes.

No método desenvolvido as premissas utilizadas não garantem o alcance do ótimo global. No entanto, para o exemplo utilizado, esse alcance foi verificado por exaustão, onde todas as soluções viáveis são avaliadas. Além disso, atentando ao fato que todas as combinações relevantes seriam avaliadas tendo um tempo computacional ilimitado, é possível observar que o método é monotonicamente não decrescente para o problema de maximização, ou seja, a cada iteração existe a garantia de uma solução melhor ou pelo menos igual a anterior.

Os resultados encontrados também confirmam a fragilidade do sistema atual de priorização, que é baseado apenas no acréscimo individual de produção. Pode não ser prudente selecionar os projetos com base no ganho isolado. Pelas características do ciclo de carga e

transporte em uma mina, concluímos que é extremamente importante uma análise criteriosa, considerando a interação entre os componentes do sistema de mineração, bem como a inter-relação dos projetos que compõem a carteira de possibilidades.

O problema em questão é de natureza incerta. Por consequência, a produção total e outras medidas utilizadas configuram em valores esperados com um certo risco associado. Nesse trabalho, o risco é calculado e reduzido com base em técnicas convencionais de simulação. Definindo previamente uma *confiança estatística* e uma *precisão* aceitáveis, foi possível determinar o esforço computacional necessário para cada avaliação. Esse esforço pode ser reduzido flexibilizando essas medidas e permitindo um maior risco. Tendo em vista que o tempo computacional é um recurso limitado, propomos como trabalhos futuros estudos que visem alocá-lo dinamicamente a cada iteração. Reduzindo o número de replicações por rodada de simulação, é possível aumentar a quantidade de combinações avaliadas. Entretanto, as medidas associadas ao risco são sacrificadas. Em contrapartida, assegurar um risco menor implica em redução do número de avaliações possíveis. O método apresentado em 2.3.2 consiste em alocar dinamicamente o recurso computacional entre, ampliar o espaço de soluções a serem avaliadas e melhorar as medidas associadas ao risco. Apesar das dificuldades relacionadas a esse método, uma abordagem baseada no princípio utilizado pode gerar bons resultados para o problema em estudo.

Outras propostas para trabalhos futuros são tratar a escolha de portfólio de investimentos como um problema multiobjetivo. A minimização do risco associado a cada portfólio seria considerada um objetivo, além da maximização do ganho esperado. Elaborando uma análise por custo/benefício de cada portfólio é possível vincular o ganho com o investimento necessário. Em problemas similares em que o recurso disponível é flexível, pode ser relevante considerar a minimização do investimento como um dos objetivos.

A metodologia desenvolvida neste trabalho foi testada em um modelo de simulação que retrata um frente de lavra de uma mina no estado de Minas Gerais. O modelo utilizado, fundamentado no ciclo de carga e transporte, é a base de qualquer sistema de mineração a céu aberto. Sendo assim, também propomos como trabalhos futuros a sua adaptação e aplicação em problemas de mesma natureza.

Referências Bibliográficas

- ARE(2013)** Arena simulation. <http://www.arenasimulation.com>. Acessado em 11 de novembro, 2013. Citado na pág. 13
- Gur(2013)** Gurobi - the overall fastest and best supported solver available. <http://www.gurobi.com/>. Acessado em 9 de outubro, 2013. Citado na pág. 34
- TOM(2013)** Tomlab optimization. <http://tomopt.com/>. Acessado em 11 de novembro, 2013. Citado na pág. 3
- Amankwah(2011)** Henry Amankwah. Mathematical optimization models and methods for open-pit mining. Dissertação de Mestrado, Linkoping University - Institute of University. Citado na pág. 4, 18, 20
- Apspoel et al.(2000)** S. J. Apspoel, L. F. P. Etman, J. Vervoort, e J. E. Rooda. Simulation optimization of stochastic systems with integer variables by sequential linearization. *Winter Simulation Conference*. Citado na pág. 15
- Araujo e Ávila Montini(2011)** Alicides Carlos de Araujo e Alessandra De Ávila Montini. Teoria do portfólio: comparações entre modelos alternativos para alocação de recursos em ativos de risco. *EnANPAD*, página 2011. Citado na pág. 25
- Banks(2000)** Jerry Banks. Introduction to simulation. *Winter Simulation Conference*. Citado na pág. 14
- Banks(2005)** Jerry Banks. *Discrete-Event System Simulation*. Pearson. Citado na pág. 9, 10
- Bas e Boyaci(2005)** Deniz Bas e Ismail H. Boyaci. Modeling and optimization i: Usability of response surface methodology. *Journal of Food Engineering*. Citado na pág. 14, 15
- Brighenti(2006)** José Renato Nunes Brighenti. Simulação e otimização de uma linha de manufatura em fase de projeto. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI. Citado na pág. 8

- Cadenas et al.(2012)** J. M. Cadenas, J. V. Carrillo, M. C. Garrido, C. Ivorra, e V. Liern. Exact and heuristic procedures for solving the fuzzy portfolio selection problem. *Springer*, páginas 29–46. Citado na pág. 24
- Cardoso(2005)** Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso. Algoritmos para programação dinâmica baseados em famílias invariantes. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais. Citado na pág. 5, 6
- Chwif e Medina(2007)** Leonardo Chwif e Afonso C. Medina. *Modelagem e Simulação de Eventos Discretos: Teoria e Aplicações*. 2 edição. Citado na pág. 9, 11, 12
- Collette e Siarry(2003)** Y. Collette e P. Siarry. *Multiobjective Optimization: Principles and Case Studies*. Springer. Citado na pág. 27
- Costa et al.(2005)** Felipe Pereira Da Costa, Marcone Jamilson Freitas Souza, e Luiz Ricardo Pinto. Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. *Mineração*, páginas 77–81. Citado na pág. 19
- Costa(2011)** Hélio Rodrigues Costa. *Apoio à seleção de portfólio de projetos de software baseado na moderna teoria do portfólio*. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ. Citado na pág. 23, 24, 25, 26, 27, 28
- Díaz e Pérez(2000)** José A. Díaz e Heana G. Pérez. Simulation and optimization of sugar cane transportation in harvest season. *Winter Simulation Conference*. Citado na pág. 15
- Ercelebi e Bascetin(2009)** S. G. Ercelebi e A. Bascetin. Optimization of shovel-truck system for surface mining. *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 109:433–439. Citado na pág. 21, 22, 40, 41
- Fu(2002)** Michel C. Fu. Optimization for simulation: Theory vs. practice. *INFORMS Journal on Computing*, 14:192–215. Citado na pág. 14, 18
- Goldberg e Luna(2005)** Marco Cesar Goldberg e Henrique Pacca L. Luna. *Otimização combinatoria e programação linear: modelos e algoritmos*. Citado na pág. 4, 5
- Härdle e Simar(2003)** Wolfgang Härdle e Léopold Simar. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. TECH Method e Data Technologies. Citado na pág. 26
- Huang(2012)** Xiaoxia Huang. A risk model for portfolio selection with returns subject experts estimations. *Springer*. Citado na pág. 25, 27

- Johnson e Wichern(2002)** Richard A. Johnson e Dean W. Wichern. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall, 5^o edição. Citado na pág. 26
- Kanalici et al.(2009)** Ibrahim Kanalici, Asli Sencer Erdem, e Meltem Ozturan. Integration of a simulation platform into a business process management tool. *European and Mediterranean Conference on Information Systems*. Citado na pág. 13
- Kellner et al.(1999)** Marc I. Kellner, Raymond J. Madachy, e David M. Raffo. Software process simulation modeling: Why? what? how? *The Journal of Systems and Software*, páginas 91–105. Citado na pág. 9, 10
- Koenigsberg(1958)** Ernest Koenigsberg. Cyclic queues. *Operational Research Quarterly*, páginas 22–35. Citado na pág. 21
- Lacerda et al.(2010)** Rogério Tadeu de Oliveira Lacerda, Leonardo Ensslin, e Sandra Rolim Ensslin. Um estudo de caso sobre gerenciamento de portfólio de projetos e apoio à decisão multicritério. *Revista Gestão Industrial*, 6:01–29. Citado na pág. 24
- Lin e Lee(2006)** Xiaocang Lin e Loo Hay Lee. A new approach to discrete stochastic optimization problems. *European Journal of Operational Research*. Citado na pág. 12, 15, 16
- Lobão(1999)** Elídio de Carvalho Lobão. Evolução das técnicas de simulação. *Produção*, 9: 13–22. Citado na pág. 13
- Lopes e Costa(2007)** Yuri Lopes e Ana Paula Cabral Seixas Costa. Modelo de decisão para seleção de sistemas de informação baseado em decisão multicritério e programação inteira 0-1. *Revista Gestão Industrial*, páginas 135–146. Citado na pág. 24
- Marconi e Lakatos(2006)** Mariana Andrade Marconi e Eva Maria Lakatos. *Fundamentos de metodologia científica*. 6 edição. Citado na pág. 30
- Markowitz(1952)** Harry Markowitz. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7:77–91. Citado na pág. 25, 26, 27
- Marques e Arenales(2002)** Fabiano Do Prado Marques e Marcos Nereu Arenales. O problema da mochila compartimentada e aplicações. *Pesquisa Operacional*, 22:285–304. Citado na pág. 8
- Meindl e Templ(2012)** B. Meindl e M. Templ. Analysis of commercial and free and open source solvers for linear optimization problems. Relatório técnico, Institut f. Statistik u. Wahrscheinlichkeitstheorie. Citado na pág. 34

- Meng et al.(2010)** Xiaohua Meng, Yue an Zhu, e Xiaoming Wu. Improved dynamic programming algorithms for the 0-1 knapsack problem. *Computer Science and Information Technology, 3rd IEEE International Conference*, 8:19–22. Citado na pág. 6
- Montgomery e Runger(2012)** Douglas C. Montgomery e George C. Runger. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. LTC. Citado na pág. 15
- Papadimitriou e Steiglitz(1982)** Christos H. Papadimitriou e Kenneth Steiglitz. *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Citado na pág. 5
- Peixoto e Pinto(2006)** Eduardo Carrara Peixoto e Luiz Ricardo Pinto. Gerenciamento de estoques via previsão de vendas agregadas utilizando simulação. *Produção*, 16:569–581. Citado na pág. 14
- Pisinger(1995)** David Pisinger. *Algorithms for Knapsack Problems*. Tese de Doutorado, University of Copenhagen. Citado na pág. 5, 6, 7
- Poldi e Arenales(2006)** Kelly Cristina Poldi e Marcos Nereu Arenales. heurísticas para o problema de corte de estoque unidimensional inteiro. *Pesquisa Operacional*, 26:473–492. Citado na pág. 8
- Pourrahimian e Askari-Nasab(2012)** Yashar Pourrahimian e Hooman Askari-Nasab. Mixed-integer linear programming for block-cave sequence optimisation. *Int. J. Mining and Mineral Engineering*, 4. Citado na pág. 3, 19
- Quevedo(2009)** Johanna Mirelle Gómez Quevedo. Modelo de simulação para o sistema de carregamento e transporte em mina a céu aberto. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Citado na pág. xi, 22
- Ramazan e Dimitrakopoulos(2007)** S Ramazan e Dimitrakopoulos. Stochastic optimisation of long-term production scheduling for open pit mines with a new integer programming formulation. *Spectrum Series*, 14:359–365. Citado na pág. 4, 19
- Ribeiro et al.(2013)** Roberto Gomes Ribeiro, Rodney Rezende Saldanha, Carlos Andrey Maia, Douglas Alexandre Gomes Vieira, e Felipe Luiz Barbosa de Castro. Método computacional para priorização de portfólio de investimento em mineração a céu aberto. *Simpósio de Engenharia de Produção - SIMPEP*. Citado na pág. 2
- Robinson(2002)** Stewart Robinson. A statistical process control approach for estimating the warm-up period. *Winter Simulation Conference*. Citado na pág. 11

- Ross e Soland(1975)** G. Terry Ross e Richard M. Soland. A branch and bound algorithm for the generalizaed assignment problem. *Mathematical Programming* 8, páginas 91–103. Citado na pág. 5
- Santos(2013)** Felliipe Fernandes Goulart Dos Santos. Gerenciamento de riscos com o uso de otimização multiobjetivo para a análise de portfólio de compra e venda de energia. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG. Citado na pág. 25
- Silva e Morabito(2004)** Raida de Jesus Silva e Reinaldo Morabito. Otimização da programação de cargas de forno em uma fábrica de fundição em aço-inox. *Gestão e Produção*, 11:135–151. Citado na pág. 8
- Souza(2008)** Joana Siqueira de Souza. Proposta de uma sistemática para análise multicriterial de investimentos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS. Citado na pág. 28
- Souza(2010)** Joana Siqueira de Souza. Definição de portfólio de investimentos em uma empresa usando análise multicriterial. *Revista Produção*, X:1676–1901. Citado na pág. 24
- Subtil et al.(2011)** R F Subtil, D M Silva, e J C Alves. A practical approach to truck dispatch for open pit mines. *35TH APCOM SYMPOSUIM*. Citado na pág. 19, 21
- Torkamani e Askari-Nasab(2012)** Elmira Torkamani e Hooman Askari-Nasab. Verifying short-term production schedules using truck-shovel simulation. *MOL Report Four*, páginas 302:1–16. Citado na pág. 19, 20, 21, 40, 41
- Vamanan et al.(2004)** Mayrur Vamanan, Qian Wang, rajan Batta, e Robert J. Szczerba. Integration of cots software products arena & cplex for an inventory/logistics problem. *Computer & Operations Research*, páginas 533–547. Citado na pág. 18, 34
- Wolsey(1998)** Laurence A. Wolsey. *Integer Programming*. A Wiley-Intercience Publication. Citado na pág. 3